



# Transformatoren

für

## Wechselstrom und Drehstrom.

---

Eine Darstellung  
ihrer  
**Theorie, Konstruktion und Anwendung.**

Von  
**Gisbert Kapp.**

---

**Zweite vermehrte und verbesserte Auflage.**

*Mit 165 in den Text gedruckten Figuren.*

---

Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH  
1900

---

Alle Rechte, insbesondere das der  
Uebersetzung in fremde Sprachen vorbehalten.

---

ISBN 978-3-662-35797-2      ISBN 978-3-662-36627-1 (eBook)  
DOI 10.1007/978-3-662-36627-1  
Softcover reprint of the hardcover 2nd edition 1900

## Vorwort zur zweiten Auflage.

---

Die allgemeine Anordnung des Buches ist unverändert geblieben, es sind jedoch zwei Kapitel neu hinzugekommen und andere erweitert worden, so dass der Umfang dieser Auflage jenen der ersten um etwa 40% übersteigt. Die Kurven der Eisenverluste sind durch neue Kurven ersetzt worden, welche dem besseren heutzutage erhältlichen Material entsprechen. Auch sind für Hysterisis- und Wirbelstromverluste getrennte Kurven gegeben. Die Theorie der Temperaturzunahme elektrisch geheizter Körper ist im dritten Kapitel als Ergänzung der Versuchsergebnisse eingefügt worden. Neu hinzugekommen ist auch die Vorausberechnung des induktiven Spannungsabfalles und der Begriff der übertragenen Erregung. Letzterer ist allerdings für die Untersuchung des Arbeitszustandes eines Transformators nicht unumgänglich notwendig; ich habe ihn aber dennoch in diesem Buche aufgenommen, weil er das logische Bindeglied bildet zwischen den Arbeitsdiagrammen wie sie gewöhnlich für Transformatoren gezeichnet werden und dem für asynchrone Motoren von Heyland erdachten Kreisdiagramm.

Neu ist auch der im zehnten Kapitel erläuterte Begriff der äquivalenten Spulen, mittels dessen die Behandlung von Problemen, die sich auf die Kombination von Transformatoren und Stromkreisen beziehen, sehr erleichtert wird. Bei Behandlung der Kabeldurchschläge habe ich einen Artikel, der in der „Elektrotechn. Zeitschrift“ über diesen Gegenstand Ende letzten Jahres erschienen ist, theilweise benutzt.

Berlin, April 1900.

Gisbert Kapp.



# Inhalt.

---

## Erstes Kapitel.

	Seite
Wesen des Transformators . . . . .	1
Magnetische Streuung . . . . .	3
Anordnung der Spulen . . . . .	7
Ableitung der Grundgleichung . . . . .	8

## Zweites Kapitel.

Verluste in Transformatoren . . . . .	16
Einfluss der Spannungskurve auf den Hysteresisverlust . . . . .	21
Einfluss der Kern- und Spulenform auf die Verluste . . . . .	26
Kern- und Manteltransformatoren . . . . .	28

## Drittes Kapitel.

Gebräuchliche Formen . . . . .	34
Konstruktion des Eisenkörpers . . . . .	36
Verhältnisse des Eisenkörpers . . . . .	42
Erwärmung der Transformatoren durch die Arbeitsverluste . . . . .	45
Versuchsergebnisse . . . . .	48
Theorie der Erwärmung . . . . .	50
Einfluss der linearen Dimensionen . . . . .	56
Formel zur oberflächlichen Berechnung der Leistung . . . . .	65

## Viertes Kapitel.

Arbeitsleistung eines Wechselstromes . . . . .	66
Die Zusammensetzung von Strömen oder Spannungen . . . . .	73
Bestimmung des Leerlaufstromes . . . . .	76
Einfluss von Stossfugen . . . . .	81

**Fünftes Kapitel.**

	Seite
Konstruktion eines Transformators . . . . .	83
Günstigste Vertheilung des Kupfers zwischen beiden Spulen . . . . .	85
Kosten des aktiven Materiales . . . . .	92
Günstigste Vertheilung der Verluste . . . . .	92
Wirtschaftlicher Betrieb . . . . .	94
Konstruktionsdetails . . . . .	98

**Sechstes Kapitel.**

Das Vektordiagramm . . . . .	103
Berechnung des induktiven Spannungsabfalles . . . . .	111
Einfluss der Frequenz auf den induktiven Spannungsabfall . . . . .	121
Graphische Bestimmung der Arbeitsgrössen . . . . .	122
Graphische Bestimmung des Abfalls der sekundären Klemmenspannung . . . . .	129

**Siebentes Kapitel.**

Begriff der übertragenen Erregung . . . . .	149
Anwendung des Begriffes der übertragenen Erregung auf Transformatoren . . . . .	154
Gleichheit der Uebertragungskoeffizienten . . . . .	158
Das Kreisdiagramm . . . . .	161
Transformator für konstanten Strom . . . . .	167

**Achstes Kapitel.**

Das Dynamometer . . . . .	168
Das Wattmeter . . . . .	171
Messung von unregelmässigen Strömen . . . . .	175
Andere Methoden der Effektmessung . . . . .	180
Die Prüfung von Transformatoren . . . . .	186
Untersuchung von Blechen . . . . .	190

**Neuntes Kapitel.**

Sicherheitsmaassregeln für Transformatoren . . . . .	197
Verwendung von Transformatoren . . . . .	201
Spannungserhöher . . . . .	205
Serienschaltung . . . . .	212
Drosselspulen . . . . .	216
Ausgleichsspulen . . . . .	217
Dreileitersystem . . . . .	220
Ausgleichstransformator . . . . .	220
Scott's System der Stromvertheilung . . . . .	221

**Zehntes Kapitel.**

	Seite
Der Transformator und seine Stromkreise . . . . .	224
Elektrische Konstanten der Leitungen . . . . .	229
Resonanz . . . . .	231
Spannungserhöhung durch Resonanz . . . . .	233
Kabeldurchschläge in weit verzweigten Netzen . . . . .	241

**Elfte Kapitel.**

Beschreibung und Illustration ausgeführter Transformatoren . . .	250
--	-----

---

## Erstes Kapitel.

Wesen des Transformators. — Magnetische Streuung. — Anordnung der Spulen. — Ableitung der Grundgleichung.

**Wesen des Transformators.** Wenn die durch eine Drahtspule gehende Kraftlinienzahl  $N$  sich ändert, so wird in der Spule eine E.M.K. inducirt, welche dem auf die Zeit bezogenen Grad der Aenderung  $\left(\frac{dN}{dt}\right)$  und der Windungszahl  $n$  proportional ist. Wird umgekehrt durch eine Spule ein Strom geschickt, so erzeugt dieser ein durch die Spule gehendes Feld von Kraftlinien, deren Zahl innerhalb gewisser Grenzen dem Produkt von Strom und Windungszahl, also den Ampèrewindungen, proportional ist. Aendert sich

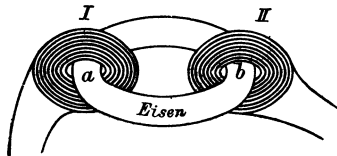


Fig. 1.

der Strom, so ändert sich auch die Anzahl der Kraftlinien. Wenn man also zwei Spulen in solcher Weise anordnet, dass die von der ersten Spule durch einen Strom von wechselnder Stärke erzeugten Kraftlinien ganz oder theilweise durch die zweite Spule gehen, so wird in letzterer eine E.M.K. inducirt. Eine solche Anordnung ist in Fig. 1 dargestellt. Um einen Eisenring sind die beiden Spulen I und II gewickelt. Schickt man nun durch I einen Strom, so wird ein Feld von Kraftlinien gebildet, welches theilweise im Eisenringe selbst und theilweise in der die Spule I umgebenden Luft liegt. Es wird somit das Feld im Innenraum der Spule I bei  $a$  die grösste Kraftliniendichte haben und im Innenraum der Spule II bei

*b* die kleinste. Der Eisenring wirkt gewissermaassen als ein Träger von Kraftlinien, indem er die Verkettung zwischen den Spulen mit einem beiden gemeinsamen magnetischen Felde bewerkstelligt. Eine solche Verkettung kann auch ohne Vermittelung eines eisernen Zwischengliedes stattfinden, wenn die Spulen im Raume richtig angeordnet sind. So würde bei der gezeichneten Stellung auch ohne Anwendung des Eisenringes das durch den Strom in I erzeugte Feld theilweise durch II gehen, aber seine Stärke daselbst würde sehr gering sein. Auch bei Aufeinanderlegen der beiden Spulen würde das Feld durch II gehen, und die induktive Wirkung würde grösser als im vorigen Falle sein, jedoch immer nicht so gross als bei Anwendung eines Eisenringes. Stellt man jedoch, ohne Eisen anzuwenden, die Spulen so auf, dass die Axe von I in die Ebene von II zu liegen kommt oder umgekehrt, so geht keine der Kraftlinien des durch den Strom in I erzeugten Feldes durch die Spule II, und eine Aenderung in der Stärke des Feldes erzeugt in II keine E.M.K. Die Anwendung von Eisen als verkettendes Zwischenglied ist also nicht absolut nothwendig, sie hat aber den Vortheil, dass erstens die induktive Wirkung der einen Spule auf die andere sehr bedeutend verstärkt wird, und zweitens diese Wirkung nicht in so hohem Maasse von der räumlichen Lage der beiden Spulen gegeneinander beeinflusst wird. Ein solcher Apparat, der aus zwei Spulen mit gemeinsamem Eisenkern besteht, heisst ein Wechselstrom-Transformator.

Wir haben gesehen, dass die in der Spule II oder der sekundären Spule inducirte E.M.K. dem auf die Zeit bezogenen Aenderungsgrad der Stromstärke in der Primärspule proportional ist. Da nun die Stromstärke sich nicht immerwährend in einem Sinne ändern kann (denn dann müsste sie ins Unendliche ansteigen), so müssen Perioden von ansteigender und abnehmender Stromstärke miteinander wechseln. Wenn nun bei anwachsendem Strom in der sekundären Spule eine E.M.K. in einer Richtung entsteht, so muss bei abnehmendem Strom die E.M.K. in der entgegengesetzten Richtung auftreten; und wir sehen somit, dass Stromschwankungen in der Primärspule, selbst wenn die Richtung des Stromes nicht geändert wird, eine abwechselnd positive und negative E.M.K. in der Sekundärspule erzeugen. Diese Wechselspannung bringt nun in einem mit den Enden der Spule verbundenen Leiter einen Wechselstrom hervor. Wir können somit einen pulsirenden Gleichstrom in einen Wechsel-

strom, niemals aber in einen Gleichstrom verwandeln. Statt eines pulsirenden Gleichstromes können wir aber auch einen Wechselstrom durch die primäre Spule schicken und diesen in einen zweiten Wechselstrom verwandeln, dessen Spannung von derjenigen des Primärstromes und dem Verhältniss der Windungszahlen in den beiden Spulen abhängt.

**Magnetische Streuung.** Bevor wir auf die Berechnung der Spannung eingehen, wollen wir das Verhalten des Feldes in Bezug auf beide Spulen näher untersuchen. Da Kraftlinien nicht nur durch Eisen, sondern auch durch Luft gehen, so werden nicht alle Kraftlinien, welche bei  $a$  die Spule I durchsetzen, auch bei  $b$  durch die Spule II gehen, und zwar wird der Unterschied um so grösser sein, je weiter die beiden Spulen voneinander entfernt liegen, und je grösser der Widerstand ist, welchen das Eisen des Ringes dem Verlauf der Kraftlinien (in der Folge magnetischer Fluss genannt) entgegensetzt. Durch diesen Widerstand werden Kraftlinien, welche bei  $a$  noch durch das Eisen fliessen, zu beiden Seiten dieses Punktes aus der Eisenmasse herausgedrängt und schliessen sich in der Luft, d. h. ausserhalb der Spule II. Diese Kraftlinien, welche sich in der Luft zerstreuen (daher der Ausdruck magnetische Streuung), tragen nichts zur Erzeugung einer E.M.K. in II bei, wenn durch Stromschwankungen in I oder durch einen Wechselstrom in I der gesammte magnetische Fluss geändert wird. Je mehr magnetische Streuung der Apparat hat, desto kleiner ist die in der Spule II inducirte E.M.K. Um nun die Verhältnisse beurtheilen zu können, welche die Streuung beeinflussen, wollen wir zunächst annehmen, dass in I ein Gleichstrom fliesst und in II entweder kein Strom fliesst oder auch ein Gleichstrom, der jedoch so gerichtet ist, dass er das durch I erzeugte Feld zu schwächen bestrebt ist. Spule I treibt also einen Fluss magnetischer Kraftlinien in einer bestimmten Richtung durch den Eisenring. Fliesst in Spule II kein Strom, so ist dabei bloss der magnetische Widerstand des Eisens zu überwinden, und es werden verhältnissmässig wenig Kraftlinien, die in  $a$  durch die Spule gehen, das Eisen verlassen und ihren Weg durch die Luft nehmen. Fliesst jedoch in II auch ein Strom, so ist derselbe bestrebt, einen Kraftlinienfluss in der umgekehrten Richtung zu bilden, der sich mit dem durch I erzeugten Flusse staut und dadurch eine viel stärkere Streuung der Kraftlinien aus dem Eisen heraus und durch den Luftraum hervorbringt.

Dieser Vorgang lässt sich leicht mit Hilfe einer hydraulischen Analogie veranschaulichen. Denken wir uns ein ringförmiges Rohr aus porösem Material (Fig. 2), welches ganz mit Wasser gefüllt ist und unter Wasser liegt. In diesem Rohr soll durch Drehung des Flügelrades I eine kontinuierliche Cirkulation von Wasser in der Pfeilrichtung erzeugt werden. Es muss also das Flügelrad eine Druckdifferenz erzeugen, welche zur Ueberwindung des Reibungswiderstandes dient. Oberhalb I ist ein grösserer Druck als unterhalb, und daher wird Wasser aus den Poren der oberen Hälfte des Rohres ausströmen und durch die Poren in der unteren Hälfte wieder in das Rohr einströmen, wie das durch die punktirten Linien angedeutet ist. Es muss also die Geschwindigkeit des

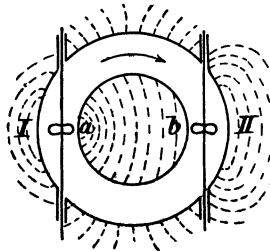


Fig. 2.

Wassers innerhalb des Rohres bei *a* grösser sein als bei *b*. Ist das Rohr weit genug, so ist die durch Reibung verlorene Druckhöhe nicht gross, und mithin die Wasserstreuung sowohl als auch der Geschwindigkeitsunterschied zwischen *a* und *b* unbedeutend. Denken wir uns nun in *b* ein zweites Flügelrad II eingesetzt und dasselbe vorläufig vollkommen frei beweglich, so wird es durch das durchfliessende Wasser in Drehung versetzt werden, die Streuung aber nicht vermehren. Wenn wir jedoch die freie Beweglichkeit des Flügelrades II dadurch vermindern, dass wir von seiner Welle Arbeit entnehmen, so wird es sofort dem Flusse des Wassers einen Widerstand entgegensetzen, und es wird oberhalb von *b* ein grösserer Druck herrschen als unterhalb. Die Druckdifferenz bei *a* wird dadurch auch steigen, und es wird mithin jetzt bedeutend mehr Wasser durch die Poren der oberen Hälfte des Rohres aus- und durch die der unteren Hälfte desselben einströmen. Die bei *a* in der Zeiteinheit durchfliessende Wassermenge muss also erheblich

grösser sein als jene bei  $b$ , d. h. die Geschwindigkeit des Wassers bei  $a$  muss grösser sein als bei  $b$ , und die Umdrehungsgeschwindigkeit des Flügelrades II wird jetzt kleiner als früher. Dieses aus zwei Gründen; erstens weil die Belastung an und für sich auch bei gleichbleibender Wassergeschwindigkeit die Bewegung verlangsamt, und zweitens weil infolge der Streuung auch die Geschwindigkeit des Wassers vermindert worden ist. Wenn es sich nun darum handelt, den auf letzterer Ursache beruhenden Geschwindigkeitsverlust möglichst zu verkleinern, so können wir das dadurch erreichen, dass wir das getriebene Flügelrad II möglichst nahe an das treibende Flügelrad I setzen. Denken wir uns nun an Stelle des porösen Rohres den Eisenring, welcher für die magnetischen Kraftlinien einen Kanal mit undichten Wandungen bildet, an Stelle

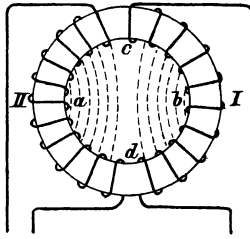


Fig. 3.

des Flügelrades I die treibende Spule I und an Stelle des Flügelrades II die getriebene Spule II, so sehen wir, dass der durch diese Spule gehende magnetische Fluss der Wassergeschwindigkeit in Fig. 2 entspricht und um so kleiner sein wird, je grösser die Stromstärke in II ist.

Die in Fig. 1 gezeichnete Anordnung eines Transformators ist also eine ungünstige, denn sie entspricht nur sehr unvollkommen dem Zweck, aus der getriebenen Spule einen möglichst starken Strom unter möglichst hoher Spannung entnehmen zu können. Diesem Ziel kommen wir etwas näher, wenn wir die Spulen auf den ganzen Umfang des Ringes vertheilen, so dass jede Spule eine Ringhälfte vollständig bedeckt (Fig. 3). Wie man sofort sieht, hat bei dieser Anordnung der magnetische Druck, welcher die Kraftlinien aus dem Eisenring herauszudrängen sucht, nicht mehr einen über die ganze Ringhälfte gleichen Maximalwerth, sondern er hat diesen Werth nur in den Punkten  $c$  und  $d$ , nimmt zu beiden Seiten



ab und ist in  $a$  und  $b$  Null. Das Streufeld ist also quantitativ kleiner, und durch die Vertheilung desselben, sowie jene der Windungen wird sein nachtheiliger Einfluss, verglichen mit der Anordnung Fig. 1, bedeutend vermindert.

Man kann die Vertheilung des Streufeldes im Innern des Ringes annähernd graphisch darstellen, wenn man bedenkt, dass der magnetische Druck in irgend einem Punkte den bis zu diesem Punkte gezählten Ampèrewindungen proportional ist. Denken wir uns nun jede Ringhälfte gleichmässig bewickelt und die Stromrichtung derart, dass der Druck in dem linken oberen Quadranten die Richtung vom Eisen in die Luft und in dem linken unteren Quadranten die umgekehrte Richtung, also von der Luft in das Eisen, hat. Das Gleiche findet dann in den beiden rechts liegenden Quadranten statt. Denken wir uns nun den Ring in  $a$  aufgeschnitten und in

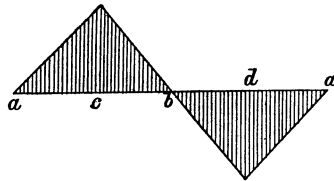


Fig. 4.

eine Gerade ausgestreckt, so würde das Diagramm des magnetischen Druckes, welcher Streuung hervorbringt, die in Fig. 4 dargestellte Form haben. Positive Ordinaten bedeuten einen Druck aus dem Eisen heraus, also nördliche Polarität des Eisens, und negative Ordinaten, südliche. In Fig. 3 sind die Kraftlinien, welche durch die Luft gehen, punktiert gezeichnet, jedoch nur für den Innenraum des Ringes. Ausserdem gehen natürlich Streulinien auch durch den ganzen Luftraum ausserhalb des Ringes. Wenn wir nun als eine ganz rohe Annäherung die Annahme machen, dass der magnetische Widerstand längs jeden Pfades der gleiche ist, d. h. dass die aus der Flächeneinheit des Ringes austretende bzw. die in die Flächeneinheit eintretende Anzahl Kraftlinien dem magnetischen Druck an der betreffenden Stelle proportional ist, so würde die gesammte Streuung durch die schraffirten Flächen in Fig. 4 dargestellt. Die Annahme eines konstanten magnetischen Widerstandes ist allerdings nicht richtig. Da es sich aber vorläufig nur um eine

ganz oberflächliche Betrachtung handelt, so brauchen wir auf die Frage, wie der magnetische Widerstand variiert, nicht näher einzugehen und können annehmen, dass die Flächen in Fig. 4 das Streufeld darstellen.

**Anordnung der Spulen.** Denken wir uns nun die Wickelung derart geändert, dass wir nicht zwei halbkreisförmige Spulen erhalten, sondern sechs Spulen, deren jede ein Sechstel des Ringes bedeckt und die so angeordnet sind, dass je eine Primärspule zwischen zwei Sekundärspulen liegt (Fig. 5), so wird dadurch die magnetische Streuung bedeutend vermindert. Der grösste magnetische Druck liegt wie früher an den Berührungsstellen der Primär- und Sekundärspulen; da jedoch die Anzahl Windungen in jeder Spule auf ein Drittel

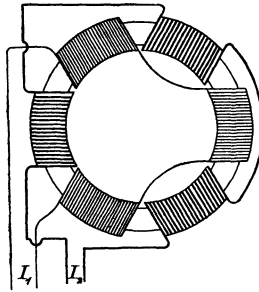


Fig. 5.

reducirt ist, so ist dieser Maximalwerth auch auf ein Drittel des früheren Werthes reducirt. Gleichzeitig ist die Oberfläche, durch welche Streulinien austreten können, auf ein Drittel reducirt. Das gesammte Streufeld beträgt mithin nur  $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$  des früheren Werthes. Hätten wir jede Wickelung in 4 anstatt in 3 Theile getheilt, so wäre, wie man sofort sieht, das Streufeld auf  $\frac{1}{16}$  des Werthes gesunken, den es bei der Anordnung Fig. 3 hat. Es ist also möglich, durch genügende Untertheilung der Wickelung das Streufeld beliebig zu verkleinern, und es könnte ganz vermieden werden, wenn die Untertheilung so weit durchgeführt wird, dass die einzelnen Primär- und Sekundärwindungen ineinander gelegt werden. Das ist nun mit Rücksicht auf gute Isolirung der beiden Stromkreise von einander nicht ausführbar, und es ist auch für praktische Zwecke nicht nöthig; denn die Erfahrung hat gezeigt, dass bei einer Untertheilung, bei welcher nur einige Hundert effek-

tive Ampèrewindungen auf jede Theilspule kommen, die Streuung ganz unbedeutend ist.

Es ist natürlich nicht nothwendig, dass man den Eisenkern in der Form eines Kreisringes herstellt. Jede geschlossene Figur kann verwendet werden. Man könnte also z. B. das die beiden Spulen verkettende magnetische Zwischenglied in der Form eines rechteckigen Rahmens herstellen (Fig. 6) und die Spulen auf die längeren Seiten bringen. Die links gezeichnete Anordnung entspricht Fig. 3. Wir haben nur eine Primärspule und eine Sekundärspule. Dabei würde die Streuung sehr bedeutend sein. Bei der rechts gezeichneten Anordnung haben wir 5 Primärspulen und 5 Sekundärspulen, und die Streuung würde dadurch auf ungefähr den 25. Theil reducirt werden.

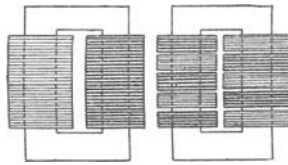


Fig. 6.

Schliesslich können wir auch die Spulen nicht nebeneinander, sondern ineinander anordnen und dadurch die Streuung auf ein sehr bescheidenes Maass bringen. Diese Anordnung wird sehr viel angewendet, weil sich dabei die Spulen gut gegeneinander isoliren lassen.

**Ableitung der Grundgleichung.** Es wurde schon am Anfang dieses Kapitels erwähnt, dass die in einer Drahtspule inducirte E.M.K. proportional ist der Anzahl Windungen  $n$  und dem Grad der Aenderung, welchen der durch die Spule gehende magnetische Fluss  $N$ , der Zeit nach genommen, erfährt. Es ist also  $E = n \frac{dN}{dt}$ , und um die in jedem Augenblicke wirkende E.M.K. berechnen zu können, müssen wir wissen, in welcher Beziehung  $N$  zur Zeit  $t$  steht. Nun wird der magnetische Fluss  $N$  durch die magnetisirende Wirkung der Primärspule erzeugt, und wenn die Magnetisirung innerhalb jener Grenzen bleibt, für welche die Permeabilität als konstant angenommen werden kann, so ändert sich  $N$  proportional mit dem Primärstrom. Dabei nehmen wir vorläufig an, dass die

Sekundärspule offen ist, also kein Strom durch dieselbe fliesst. Bei Transformatoren muss nun schon mit Rücksicht auf Erwärmung und Wirkungsgrad die Induktion mässig gehalten werden, und wir können somit annehmen, dass die Permeabilität konstant bleibt und die Feldstärke  $N$  der Stärke des dieselbe inducirenden Stromes proportional ist. Es treten allerdings gewisse Nebenwirkungen auf, welche dieses Verhältniss trüben; wir wollen diese jedoch vorläufig ausser Acht lassen. Wir wollen auch annehmen, dass der erregende Strom von einer Maschine geliefert wird, deren E.M.K.-Wellen durch eine Sinuskurve dargestellt werden können. Obwohl beide Annahmen der Wirklichkeit im Allgemeinen nicht entsprechen, sind, wie später gezeigt werden soll, die auf dieser Grundlage abgeleiteten Gleichungen doch praktisch verwendbar.

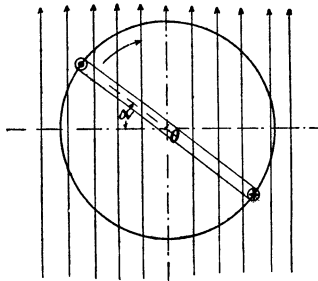


Fig. 7.

Denken wir uns also eine Drahtwindung, deren Fläche  $s$  sei, von einem Kraftlinienfluss durchsetzt, der periodisch zwischen den Maximalwerthen  $+N$  und  $-N$  schwankt, wobei der Maximalwerth der Induktion  $\mathfrak{B} = N : s$  ist. Die Zeit, welche zu einem vollen Kreislauf von  $+N$  nach  $-N$  und zurück nach  $+N$  nöthig ist, nennen wir die Zeit einer Periode  $T$  und die Anzahl in einer Sekunde durchlaufener Perioden nennen wir die Periodenzahl  $\sim$ , so dass  $T = \frac{1}{\sim}$ . Da die E.M.K. nur von der Aenderung des Feldes, nicht aber von der Richtung seiner Kraftlinien abhängt, können wir das hin- und herwogende Feld uns ersetzt denken durch ein konstantes und homogenes Feld, welches  $\sim$  mal in der Sekunde um eine auf seinen Kraftlinien senkrecht stehende Axe rotirt, die in der Ebene der Drahtspule liegt. Oder wir können uns das kon-

stante und homogene Feld, dessen Induktion  $\mathfrak{B}$  ist, im Raum als stillstehend denken und die Windung um eine in ihrer Ebene liegende und auf den Kraftlinien des Feldes senkrecht stehende Axe rotirend denken. Die inducirte E.M.K. bleibt dabei dieselbe, als wenn die Windung stillsteht und das Feld nach einem Sinusgesetz durch sie hindurch hin- und herwogt. Es sei in Fig. 7  $O$  die Rotationsaxe und  $\alpha$  der Winkel, den die Ebene der Windung zur Zeit  $t$  mit der Horizontalen einschliesst. Sind die Kraftlinien des Feldes vertikal nach aufwärts gerichtet, und rotirt die Windung in der Richtung des Uhrzeigers, so wird in dem oberen Drahte der Windung eine E.M.K. inducirt, welche gegen den Beschauer gerichtet ist, und im unteren Drahte eine E.M.K., welche entgegengesetzt gerichtet ist. Die Richtung zeigen wir in der Figur durch einen Punkt bzw. ein kleines Kreuz an. Diese Zeichen sollen die Spitze bzw. die Federn eines Pfeiles vorstellen, welcher in der Richtung der E.M.K. oder des Stromes fliegt. Bei einem Strome, welcher gegen den Beschauer fliesst, sieht er die Spitze des Pfeiles, bei einem von ihm fortfließenden Strome die Federn.

Ist  $\omega$  die Winkelgeschwindigkeit der Drahtwindung, so ist  $\alpha = \omega t$ ; und da die Windung in der Sekunde  $\sim$  Umdrehungen macht, ist  $\omega = 2\pi \sim$  und  $\alpha = 2\pi \sim t$ . Der durch die Windung gehende magnetische Fluss ist in diesem Augenblicke  $N \cos \alpha$  und der Grad seiner Abnahme ist  $-\frac{dN \cos \alpha}{dt} = N \sin \alpha \frac{d\alpha}{dt}$ .

Nun ist  $\frac{d\alpha}{dt} = 2\pi \sim$  und mithin der augenblickliche Werth der inducirten E.M.K.:

$$E = 2\pi \sim N \sin \alpha.$$

Das gilt für eine Windung. Sind  $n$  Windungen in Serie geschaltet, so ist der Werth  $n$  mal so gross. Wir haben also für eine Spule von  $n$  Windungen

$$E = 2\pi \sim N n \sin \alpha$$

in absolutem Masse. Wollen wir die E.M.K. in Volt erhalten, so müssen wir diesen Ausdruck noch mit  $10^{-8}$  multipliciren. Steht die Spule horizontal, also senkrecht auf den Kraftlinien, so ist der magnetische Fluss durch die Spule ein Maximum und die E.M.K. gleich Null. Steht die Spule vertikal, d. h. parallel zu den Kraft-

linien, so ist der durch sie gehende magnetische Fluss gleich Null und die inducirte E.M.K. ein Maximum, nämlich

$$E = 2\pi \sim N n 10^{-8}.$$

Der augenblickliche Werth der E.M.K. ist somit

$$E_t = E \sin \alpha, \dots \dots \dots 1)$$

wobei wir jetzt ihren Maximalwerth mit  $E$  bezeichnen, und jener des magnetischen Flusses oder der Feldstärke

$$N_t = N \cos \alpha.$$

Es findet also zwischen Feldstärke und E.M.K. eine Verschiebung statt, deren Zeitdauer die Zeit einer Viertelperiode ist. Denken wir uns nun die Enden der Spule mit einer Glühlampe verbunden, deren Widerstand  $W$  sei, so würde durch die Lampe ein Strom fließen, dessen Maximalwerth  $I = \frac{E}{W}$  und dessen augenblicklicher Werth  $I_t = I \sin \alpha$  ist. Bekanntlich ändert sich der Widerstand des Kohlenfadens mit seiner Erwärmung, d. h. mit der Stromstärke. Da letztere jedoch sehr schnellen Aenderungen unterworfen ist und die Temperatur des Kohlenfadens wegen seiner Masse diesen Aenderungen nicht folgen kann, sind wir berechtigt,  $W$  als konstant anzunehmen. Denken wir uns ferner die gleiche Lampe durch Gleichstrom betrieben und auf dieselbe Helligkeit gebracht, so muss die in beiden Fällen verbrauchte (d. h. in Wärme umgesetzte) elektrische Arbeit dieselbe sein. Wir haben dann bei Wechselstrom den gleichen Effekt wie bei Gleichstrom und können so den effektiven Werth des Wechselstroms durch Vergleichung mit einem Gleichstrom bestimmen. Da  $I_t = I \sin \alpha$ , so können wir den augenblicklichen Werth des Wechselstroms in einem Vektordiagramm durch die Projektion eines mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega = 2\pi \sim$  rotirenden Vektors darstellen, dessen Länge nach einem beliebig gewählten Maasstabe den Maximalwerth  $I$  der Stromstärke darstellt. Die gesammte, während einer Umdrehung des Vektors (also in der Zeit  $T$ ) vom Strome geleistete Arbeit kann nun gefunden werden, indem wir uns den Vektor in einer genügend grossen Anzahl von Stellungen, die alle um ein kleines Zeitintervall  $\Delta t$  von einander entfernt sind, eingezeichnet denken, die Projektionen der Vektoren durch Abmessung bestimmen, die entsprechenden Werthe quadriren und die Summe bilden  $\sum I_t^2 W \Delta t$ , wobei  $I_t = I \sin \alpha$  ist. Nun können wir uns diese Operation zweimal vorgenommen denken,

was natürlich die Arbeit doppelt geben würde. Wir können bei dieser doppelten Summirung auch die Vektoren paarweise anordnen, so dass die zu einem Paar gehörigen Vektoren um  $90^\circ$  entfernt sind. Die Glieder der zu summirenden Reihe erhalten dann folgende Form (vergl. Fig. 8)

$$W(I^2 \sin^2 \alpha + I^2 \cos^2 \alpha) \Delta t = W I^2 \Delta t.$$

Da alle anderen Glieder der Reihe den gleichen Werth haben, so ist die Summe durch den Ausdruck  $m W I^2 \Delta t$  gegeben, wobei

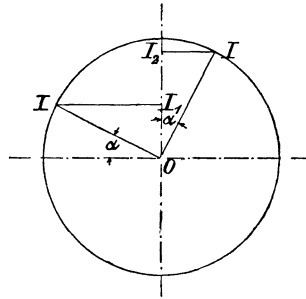


Fig. 8.

$m$  die Anzahl der Glieder, also gleich  $T : \Delta t$  ist. Wir erhalten somit für die Arbeit  $A$ :

$$A = \frac{W I^2 T}{2}.$$

Da diese Arbeit in der Zeit  $T$  geleistet wird, ist der Effekt oder die Leistung

$$P = \frac{W I^2}{2}.$$

Dieser durch den Wechselstrom vom Maximalwerth  $I$  erzielte Effekt soll obiger Voraussetzung gemäss gleich sein dem Effekt eines Gleichstromes, den wir mit  $i$  bezeichnen wollen. Es ist dann  $i$  der effektive Werth des Wechselstromes und seine Beziehung zu dem Maximalwerthe  $I$  ist gegeben durch die Gleichung

$$\frac{W I^2}{2} = W i^2$$

$$i = \frac{I}{\sqrt{2}} \dots \dots \dots 2)$$

Diese Beziehung gilt natürlich nur, wenn die Stromstärke eine Sinusfunktion der Zeit ist. Aendert sich die Stromstärke nach einem anderen Gesetz, so wird die Beziehung zwischen ihrem Maximalwerth und ihrem effektiven Werth nicht durch  $\sqrt{2}$ , sondern einen anderen Koeffizienten ausgedrückt, der eben von der Form der Stromkurve abhängt. Allgemein hat man, wenn  $I$  den augenblicklichen Werth des Stromes bedeutet,

$$A = \int_0^T I^2 W dt = TW i^2,$$

woraus

$$i = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I^2 dt} \quad . . . . . 3)$$

Die effektive Stromstärke ist also die Quadratwurzel aus dem quadratischen Mittelwerth des Stromes.

Eine gleiche Ueberlegung gilt für die Spannung an den Klemmen der Lampe und überhaupt für elektromotorische Kräfte. Da bei allen bei Wechselstrom in Betracht kommenden Instrumenten zur Messung der Spannung (Hitzdraht-Voltmeter, elektrostatische Voltmeter, dynamometrische Instrumente) die Wirkung dem Quadrate der Spannung proportional ist, so ist die durch das Instrument angezeigte effektive Spannung die Quadratwurzel aus dem quadratischen Mittelwerthe der Spannung

$$e = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T E^2 dt} \quad . . . . . 4)$$

Verläuft die Spannung der Zeit nach der Art, dass dieselbe durch eine Sinuslinie dargestellt werden kann, wobei die Abscissen Zeit und die Ordinaten Spannung bedeuten, so ist bei der Maximalspannung  $E$  die effektive Spannung:

$$e = \frac{E}{\sqrt{2}} \quad . . . . . 5)$$

Wir haben früher gefunden, dass die maximale, in einer Spule von  $n$  Windungen inducirte E.M.K. ist

$$E = 2 \pi \sim N n 10^{-8} \text{ Volt,}$$



wobei  $\sim$  die Periodenzahl und  $N$  die maximale Zahl der durch die Spule gehenden Kraftlinien bedeutet. Durch Vergleich mit 5) finden wir somit die effektive E.M.K.:

$$e = \frac{2\pi\sim}{\sqrt{2}} N n 10^{-8}$$

$$e = 4,44 \sim N n 10^{-8} \quad . . . . . 6)$$

Dieses ist die Grundgleichung, nach der sich die effektive E.M.K. in Transformatoren-Spulen berechnet. Dabei ist sinusartiger Verlauf der Strom- und Spannungskurven vorausgesetzt. Für andere Formen der Kurven wird die Gleichung später gegeben werden. Die Gleichung 6) giebt die E.M.K., welche in der Primärspule auftritt, wenn wir für  $n$  die Anzahl der Primärwindungen einsetzen. Diese Zahl soll in der Folge mit  $n_1$  und die Windungszahl in der Sekundärspule mit  $n_2$  bezeichnet werden.

Wir haben dann für die in beiden Spulen inducirten E.M.-Kräfte

$$e_1 = 4,44 \sim N n_1 10^{-8}$$

$$e_2 = 4,44 \sim N n_2 10^{-8},$$

wobei wir annehmen, dass die Feldstärke in beiden Spulen die gleiche ist, dass also magnetische Streuung nicht eintritt. Der Einfluss der Streuung wird später berücksichtigt werden.

Für den praktischen Gebrauch dieser Formeln ist es bequem, den Kraftfluss nicht in absoluten Einheiten, sondern in Einheiten von  $10^6$  (Millionen Linien) einzusetzen. Unter dieser Voraussetzung erhalten die Formeln folgende Gestalt

$$\left. \begin{aligned} e_1 &= 4,44 \frac{\sim}{100} N n_1 \\ e_2 &= 4,44 \frac{\sim}{100} N n_2 \end{aligned} \right\} . . . . . 7)$$

Da der Strom in der Primärspule Arbeit leistet, muss die Richtung von  $e_1$  im allgemeinen der Stromrichtung entgegengesetzt sein. Die Sekundärspule giebt Leistung ab, und es ist deshalb die Richtung von  $e_2$  im allgemeinen dieselbe wie jene des Sekundärstromes. Die aufgenommene oder abgegebene Leistung kann jedoch nicht ohne Weiteres als das Produkt von Spannung und Strom betrachtet werden, weil in den meisten Fällen zwischen beiden eine Phasenverschiebung besteht; d. h. der Strom erreicht seinen Maximalwerth zu einer anderen Zeit als die Spannung, und Strom

und Spannung gehen zu verschiedenen Zeiten durch Null. In der Primärspule ist also das Produkt aus den augenblicklichen Werthen von Strom und E.M.K. nicht immer negativ, sondern wird auch zeitweilig positiv. Ebenso ist dieses Produkt in der Sekundärspule nicht immer positiv, sondern wird auch zeitweilig negativ. Die wirkliche während einer Periode geleistete Arbeit ist also kleiner als das Produkt  $T e_1 i_1$  bzw.  $T e_2 i_2$ .

Die Bestimmung der wirklichen Arbeit bzw. der effektiven Energie eines Wechselstromes ist im vierten Kapitel näher erläutert.

---

## Zweites Kapitel.

Verluste in Transformatoren. — Einfluss der Spannungskurve auf den Hysterisisverlust. — Einfluss der Kern- und Spulenform auf die Verluste. — Kern- und Manteltransformatoren.

**Verluste in Transformatoren.** Die in Transformatoren auftretenden Verluste sind verschiedener Art. Wir haben zunächst den durch ohmschen Widerstand in den Spulen erzeugten Verlust, die sogenannte „Stromwärme“. Die Berechnung dieses Verlustes ist einfach und braucht nicht näher erläutert zu werden. Ausserdem können noch durch Wirbelströme in den Leitern oder anderen metallischen Theilen des Transformators Verluste auftreten. Die Berechnung derselben ist sehr schwierig und zum Theil unmöglich; dagegen ist es sehr leicht, durch geeignete Konstruktion diese Verluste auf ein so geringes Maass zu beschränken, dass sie ohne Fehler vernachlässigt werden können. Schliesslich haben wir die Verluste im Eisenkörper des Transformators zu berücksichtigen und diese werden durch zwei Ursachen hervorgerufen, erstens durch Hysterisis und zweitens durch Wirbelströme.

Durchläuft die Induktion in einem Eisenkörper einen vollen Cyklus von  $+\mathfrak{B}$  durch 0 zu  $-\mathfrak{B}$  und zurück durch 0 zu  $+\mathfrak{B}$ , so wird eine gewisse Menge Arbeit in Wärme umgesetzt, und diese Arbeitsmenge ist abhängig von der Qualität des Eisens und der Induktion und ist dem Gewicht des Eisens und der Periodenzahl direkt proportional. Dabei ist es ganz gleichgültig, ob die Kurve, welche die Induktion als eine Funktion der Zeit darstellt, eine Sinuskurve ist oder nicht. Wenn in jeder halben Periode nur ein Maximum der Induktion vorkommt, so ist die Hysterisisarbeit nur von diesem Maximum abhängig, gleichviel auf welchem Wege es erreicht wird. Nach Steinmetz ist die Hysterisisarbeit per Periode

und per Gewichtseinheit Eisen gegeben durch einen Ausdruck von der Form

$$A = h \mathfrak{B}^{1,6},$$

wobei  $h$  ein Koeffizient ist, welcher von der Qualität des Eisens und der gewählten Gewichtseinheit abhängt.

Die durch das Eisen hin- und herwogende Induktion erzeugt in der Masse des Eisens selbst E.M.-Kräfte, welche zur Bildung von Wirbelströmen Veranlassung geben. Nehmen wir an, der Querschnitt des Eisenkernes sei rechteckig und die Seiten haben die Dimensionen  $a$  und  $\delta$ , so dass  $a$  die Breite und  $\delta$  die Dicke des Kernes ist. Denken wir uns, dass die Breite konstant bleibt und die Dicke  $\delta$  variirt wird. Es ist zunächst klar, dass die E.M.K. am äusseren Umfange des Rechteckes ein Maximum sein wird. Dieses Maximum ist der gesammten Kraftlinienzahl, also  $a \delta \mathfrak{B}$  proportional. Für einen gegebenen Werth von  $\mathfrak{B}$  ist also die E.M.K. nahe an der äusseren Haut des Eisenkernes  $a \delta$  proportional, und das Gleiche gilt von den kleineren Werthen der E.M.-Kräfte, welche tiefer in der Masse des Metalles herrschen. Die erzeugten Ströme sind dem Widerstande umgekehrt proportional, d. h. je grösser  $\delta$  bei gleicher Breite  $a$ , um so kleiner ist der Widerstand und um so grösser sind die Ströme. Bei Vergrösserung von  $\delta$  steigen also die E.M.-Kräfte, welche Wirbelströme erzeugen, im einfachen Verhältniss und die Wirbelströme selbst im quadratischen Verhältniss mit  $\delta$ . Die aufgewendete Leistung ist demnach der dritten Potenz von  $\delta$  proportional. Bei runden Kernen ist die E.M.K. dem Quadrate des Kerndurchmessers proportional und der Widerstand ähnlicher Schichten von demselben unabhängig. Es wächst also die Stromstärke im quadratischen Verhältniss mit dem Kerndurchmesser und die verbrauchte Arbeit mit seiner vierten Potenz. Um nun den Arbeitsverlust möglichst gering zu halten, verwendet man nicht solide Kerne, sondern setzt sie aus Blechen oder Drähten zusammen. Im ersten Falle ist der Verlust der dritten Potenz der Blechdicke proportional und im zweiten der vierten Potenz des Drahtdurchmessers. Da nun das Gewicht bei Platten der Dicke und jenes von runden Kernen dem Quadrat des Durchmessers proportional ist, so ist die durch Wirbelströme verlorene Leistung dem Quadrat der Plattendicke oder dem Quadrat des Drahtdurchmessers proportional. Drahtkerne werden wenig verwandt. Bei Verwendung von Blechen kann man durch Verminderung der Blechdicke auf die Hälfte oder ein Drittel

den Verlust pro Gewichtseinheit auf  $\frac{1}{4}$  bzw.  $\frac{1}{9}$  vermindern. Man könnte also durch Anwendung genügend dünner Bleche den Verlust überhaupt verschwindend klein machen. Man darf jedoch in dieser Richtung nicht zu weit gehen, weil die Kosten des Transformators sonst zu gross würden und zu viel Raum für die Isolation der Bleche von einander verloren gehen würde. Man begnügt sich deshalb, mit der Untertheilung des Eisens so weit zu gehen, dass die Verluste durch Wirbelströme, wenn auch nicht ganz verschwinden, so doch unerheblich werden. Es hat sich in der Praxis herausgestellt, dass eine Blechstärke von 0,35 bis 0,5 mm noch ganz gut zulässig ist. Die dünneren Bleche werden bei höheren Periodenzahlen bis etwa 100, und die dickeren bei niedrigeren Periodenzahlen von ungefähr 50 verwendet. Für sehr niedrige Periodenzahlen und schwache magnetische Beanspruchung des Eisens kann man auch noch dickere Bleche als 0,5 mm verwenden. Wie weit man in dieser Beziehung gehen kann, möge an einem Beispiel erläutert werden. Nehmen wir an, dass wir bei einer gewissen Qualität Eisen durch praktische Erfahrungen festgestellt haben, dass bei  $\sim = 50$  und  $\mathfrak{B} = 4000$  0,5 mm Blechdicke ganz gut zulässig sei. Nun sei ein Transformator für  $\sim = 20$  und  $\mathfrak{B} = 5000$  zu konstruieren. Was ist die grösste zulässige Blechdicke, bei welcher die Verluste durch Wirbelströme per Kilogramm Eisen den gleichen Werth haben wie früher? Im früheren Falle war die E.M.K., welche Wirbelströme erzeugte, dem Produkt  $\mathfrak{B}\sim = 200\,000$  proportional. Bei Anwendung gleich dicker Bleche würde sie im neuen Transformator dem Produkte  $\mathfrak{B}\sim = 100\,000$  proportional sein, also nur die Hälfte betragen. Wäre die Blechdicke in beiden Transformatoren gleich, so würden die Verluste in jenem von geringerer Periodenzahl nur den vierten Theil betragen. Wir können also seine Blechdicke vergrössern, und zwar so weit, dass das Quadrat des Verhältnisses zwischen der alten und neuen Blechdicke 4 ist. Das heisst, wir können die Blechdicke verdoppeln, also Bleche von 1 mm Dicke anwenden.

Die Abhängigkeit des Wirbelstromverlustes von Periodenzahl, Blechdicke und Induktion kann durch eine einfache Formel dargestellt werden. Wir haben schon gesehen, dass dieser Verlust, wenn auf die Gewichtseinheit bezogen, dem Quadrat der Blechdicke proportional ist. Es muss also der Ausdruck für den Verlust das Quadrat der Blechdicke als einen Faktor enthalten. Ferner ist

klar, dass die elektromotorischen Kräfte, welche in allen Tiefen des Kernes Wirbelströme erzeugen, dem Produkt  $\sim B$  und die verlorenen Leistungen dem Quadrat dieses Produktes proportional sein müssen. Es ist also  $(\sim B)^2$  ein zweiter Faktor in dem Ausdruck, welcher die durch Wirbelströme verlorene Leistung darstellt. Die einzige noch zu bestimmende Grösse ist ein Koeffizient, der von der elektrischen Leitfähigkeit des Materials abhängt. Je grösser diese ist, um so grösser sind die einer gegebenen E.M.K. entsprechenden Wirbelströme und um so grösser sind natürlich die Verluste. Unter der praktisch vollkommen zulässigen Annahme, dass die Dicke der Platten verschwindend klein ist gegen ihre Breite, kann man den Koeffizienten mittels einer allerdings etwas mühsamen Rechnung finden. Für Eisen, dessen elektrischer Widerstand etwa  $7\frac{1}{2}$  mal jener von reinem Kupfer ist, ist der Koeffizient 0,16, wenn man den Verlust pro kg Eisen in Watt ausdrückt, die Blechdicke in mm, die Periodenzahl in Einheiten von 100 und die Induktion in Einheiten von 1000 einsetzt. Für den praktischen Gebrauch empfiehlt es sich jedoch, den Koeffizienten etwas grösser zu nehmen, und zwar aus folgendem Grunde. Die Länge der Kraftlinienpfade ist in ein und demselben Kern verschieden: dementsprechend ist auch die Induktion über den Kernquerschnitt nicht genau konstant, sondern für die kürzeren Kraftlinien etwas grösser und für die längeren etwas kleiner als der in der Formel erscheinende Mittelwerth  $B$ . Da nun der Wirbelstromverlust eine quadratische Funktion von  $B$  ist, so bedeutet eine Ungleichmässigkeit von  $B$  einen grösseren Gesamtverlust, und um diesen Umstand zu berücksichtigen, empfiehlt es sich, den Koeffizienten etwas grösser zu nehmen als ihn die Rechnung ergibt, nämlich 0,19 anstatt 0,16.

Die Formel lautet also

$$P_w = 0,19 \left( \Delta \frac{\sim B}{100 \cdot 1000} \right)^2 \dots \dots \dots 8)$$

Darin bedeutet  $P_w$  die in einem kg Blech durch Wirbelströme verlorene Leistung in Watt,  $\Delta$  die Blechdicke in mm,  $\sim$  die Periodenzahl und  $B$  die Induktion.

Für den praktischen Gebrauch ist es bequem, die Formel 8) durch eine Kurve darzustellen, wie das in Fig. 9 geschehen ist. Die Linie  $P_w$  ist gezeichnet für eine Blechdicke von 0,5 mm und für eine Periodenzahl von 100. Die Abscissen stellen Induktion und

die Ordinaten Leistungsverlust pro kg Eisen dar. Für andere Blechdicken oder andere Periodenzahlen sind die Ordinaten mit

$$\left(\frac{\Delta \sim}{50}\right)^2$$

zu multipliciren, um die richtigen Werthe zu erhalten. Fig. 9 enthält auch Kurven die den Hysterisverlust angeben. Die auf Seite 17 angeführte Formel von Steinmetz wird gewöhnlich bezogen auf den einem ccm Eisen entsprechenden und in Erg ausgedrückten

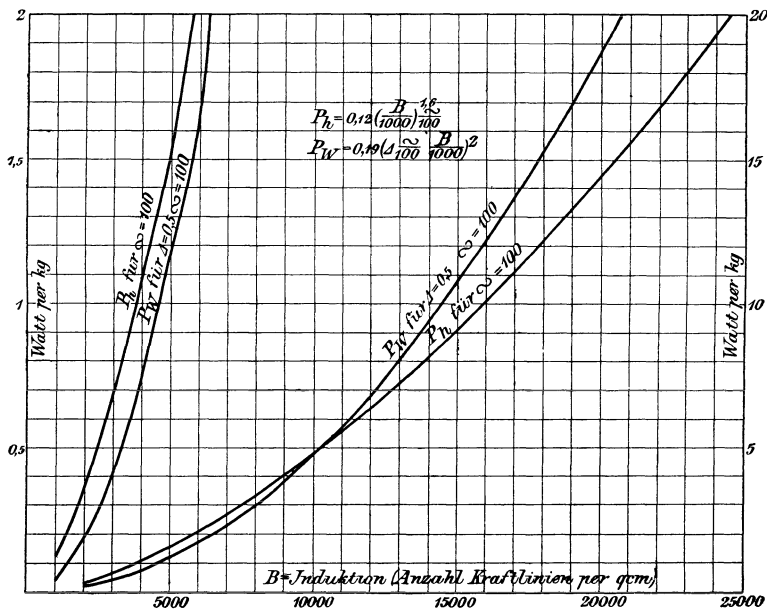


Fig. 9.

Arbeitsverlust. Für praktische Zwecke ist es jedoch bequemer, die Formel so umzurechnen, dass sie einen Leistungsverlust bei einer gewissen Periodenzahl, z. B.  $\sim = 100$ , giebt und sich nicht auf den ccm als Volumeneinheit, sondern auf das kg als Gewichtseinheit bezieht. Ist  $h$  der Steinmetz-Koeffizient für ccm und Erg, so ist die in einer Sekunde verlorene Arbeit, also die Leistung in Erg-Sekunden

$$P = 100 h B^{1,6}$$

für einen ccm Eisen. Das spezifische Gewicht der Bleche ist 7,9,

und mithin enthält 1 kg Eisen  $1000 : 7,9 = 126,2$  ccm. Die Leistung, die pro kg Eisen verloren geht, ist also in Erg-Sekunden

$$P = 12\,620 h B^{1,6}$$

oder

$$P = \frac{12\,620}{10^7} h B^{1,6} \text{ Watt.}$$

Setzen wir  $B$  in Einheiten von 1000 ein, so können wir schreiben

$$P = \frac{12\,620}{10^7} h \left( \frac{B}{1000} \right)^{1,6} (1000)^{1,6}.$$

Nun ist

$$(1000)^{1,6} = 63\,100$$

also

$$P = 80 h \left( \frac{B}{1000} \right)^{1,6}.$$

Der Steinmetz-Koeffizient  $h$  schwankt je nach der Güte des Bleches zwischen 0,001 und 0,002. Der untere Werth ist kaum mit Sicherheit zu erreichen, während 0,0012 bis 0,0016 als Mittelwerthe für gute von deutschen Eisenwerken hergestellte Bleche angesehen werden können. Die Kurven in Fig. 9 sind für  $h = 0,0015$  gezeichnet, wobei der Leistungsverlust pro kg Eisen bei 100 Perioden in Watt ausgedrückt wird durch

$$P = 0,12 \left( \frac{B}{1000} \right)^{1,6}.$$

Für eine andere Periodenzahl  $\sim$  ist der Verlust

$$P = 0,12 \frac{\sim}{100} \left( \frac{B}{1000} \right)^{1,6}.$$

### Einfluss der Spannungskurve auf den Hysteresisverlust.

Die Form der Kurve der E.M.K. beeinflusst nicht nur das Verhältniss zwischen dem effektiven und dem maximalen Werth, sondern auch den Energieverlust durch Hysteresis. Nehmen wir zunächst an, dass die Induktion in jeder halben Periode nur einen Maximalwerth hat, so ist der Hysteresisverlust durch diesen Werth und die Periodenzahl bestimmt. Es ist dabei, wie schon erwähnt, die Form der Kurve, welche  $N$  als eine Funktion der Zeit darstellt, nicht von Einfluss, sondern bloss ihr höchster Punkt. Nun können wir uns verschiedene Formen der Kurve vorstellen, welche alle das gleiche Maximum erreichen, sonst aber in ihrem Verlaufe sehr verschieden sein mögen.



In Bezug auf Hysteresisverlust sind alle diese Kurven gleichwerthig, jedoch nicht in Bezug auf die inducirte E.M.K. Diejenige Kurve wird vorzuziehen sein, bei welcher die effektive E.M.K. bei der gleichen Maximalinduktion  $N$  den grössten Werth hat. Nun ist aber die Induktion und mithin ihr Maximalwerth von der Kurve der E.M.K. abhängig, und wir können mithin die Aufgabe uns folgendermassen gestellt denken: Gegeben seien verschiedene Wechselstrommaschinen, die alle die gleiche effektive E.M.K. erzeugen, bei denen jedoch die Kurve der E.M.K. verschiedene Form hat. Zu bestimmen ist jene Form, bei welcher  $N$ , und mithin der Gesamtverlust im Eisen, ein Minimum wird.

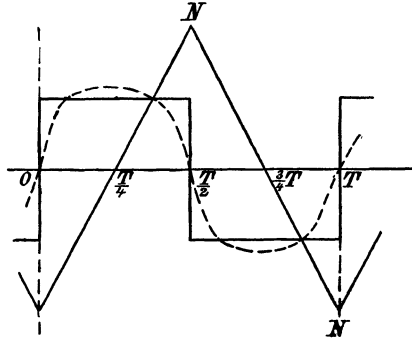


Fig. 10.

Zur Lösung dieser Aufgabe ist es natürlich nothwendig, dass wir verschiedene Formen der E.M.K.-Kurve annehmen. Wir wählen dabei passend die Sinuskurve als den Ausgangspunkt der Untersuchung und sehen zu, welchen Einfluss eine Abänderung dieser Kurve in der einen oder anderen Weise sowohl auf das Verhältniss des effektiven zum maximalen Werth der E.M.K., als auch auf den maximalen Werth der Induktion hat. Die Sinuskurve kann in zwei Richtungen verändert werden; wir können sie entweder verflachen oder steiler, d. h. spitziger machen. Wenn wir mit der Verflachung bis an die theoretisch (allerdings nicht praktisch) mögliche Grenze gehen, so erhalten wir eine gebrochene Linie, die sich aus senkrechten und horizontalen Stücken zusammensetzt. Die senkrechten Stücke repräsentiren den plötzlichen Uebergang von  $-E$  nach  $+E$ , so dass die Länge der horizontalen Stücke gleich der Zeit einer halben Periode ist. Man könnte eine solche Kurve durch Kommu-

tation einer Gleich-E.M.K. angenähert erhalten. Die Annäherung ist mit einer Wechselstrommaschine weniger gut zu erzielen und wir können deshalb eine so gestaltete E.M.K.-Kurve als den äussersten, praktisch nicht erreichbaren Grenzfall der verflachten Sinuskurve ansehen. In diesem Falle ist

$$e = E$$

und da  $E$  konstant ist, muss  $\frac{dN}{dt}$  auch konstant sein, d. h. die Kurve der Induktion muss durch eine Zickzack-Linie dargestellt werden, deren Spitzen genau über den vertikalen Theilen der E.M.K.-Linie liegen (Fig. 10).

Aus der Figur ersieht man sofort, dass  $\frac{dN}{dt} = \frac{4N}{T}$ . Da für eine Windung  $E = \frac{dN}{dt}$  und  $e = E$ , so ist

$$e = 4 \sim N10^{-8} \dots \dots \dots 9)$$

Folgt die E.M.K. einer Sinuskurve, so ist, wie aus Gleichung 6) hervorgeht,

$$e = 4,44 \sim N10^{-8}.$$

Soll nun in beiden Fällen die effektive E.M.K. dieselbe sein, so muss der Kraftlinienfluss bei der in Fig. 10 dargestellten Form der E.M.K.-Kurve im Verhältniss von 4,44 zu 4 grösser sein, als in dem Falle einer Sinuskurve. Es ist also bei gleicher Induktion das Eisenvolumen und mithin auch der Eisenverlust um etwa 11 % grösser. Nun bildet, wie schon erwähnt, die in Fig. 10 dargestellte Kurvenform einen Grenzfall, der mit einer gewöhnlichen Wechselstrommaschine nicht erreicht wird. Die Kurve wird von der scharfen rechtwinkligen Form abweichen und mehr die durch die punktirte Linie dargestellte Form annehmen. Der Eisenverlust wird also nicht um die vollen theoretisch möglichen 11 %, sondern um einen geringeren Betrag anwachsen. Immerhin zeigt die obige Betrachtung, dass eine E.M.K.-Kurve von abgeflachter Form wegen der damit verbundenen Vergrösserung der Eisenverluste für Transformatoren ungünstig ist.

Wir wenden uns jetzt zur Untersuchung des andern Falles, nämlich einer sehr spitzen E.M.K.-Kurve. Dabei kann man nicht von vornherein annehmen, dass die Zickzack- oder Dreieckform die Grenze bildet. Es giebt Maschinen, bei denen die Kurve der E.M.K.

durch eine Aufeinanderfolge von Dreiecken gebildet wird, deren Seiten nach innen gekrümmt sind, wo also die Spitze sehr steil ansteigt und  $E$  im Verhältnis zu  $e$  sehr gross ist. Nun ist aber die mathematische Untersuchung solcher Kurven der E.M.K. kaum durchzuführen und für den gegenwärtigen Zweck auch werthlos, da es sich ja nur darum handelt, im Allgemeinen festzustellen, ob eine spitze Kurvenform in Bezug auf die Eisenverluste in Transformatoren günstiger oder weniger günstig ist als die Sinusform. Wenn wir finden, dass die Dreieckform günstiger ist, so können wir ohne Weiteres schliessen, dass die übertriebene Dreieckform noch günstiger sein muss.

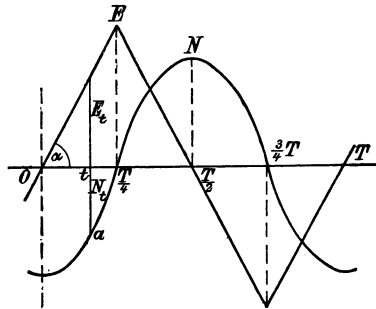


Fig. 11.

Es sei also  $E$  in Fig. 11 die Kurve der E.M.K., so ist zunächst die Kurve der Induktion dafür zu bestimmen. Da für eine Windung

$$E_t = \frac{dN}{dt}$$

in absoluten Einheiten ist, muss diese Kurve der Bedingung genügen, dass die trigonometrische Tangente in irgend einem zur Abscisse  $t$  gehörigen Punkte  $a$  gleich ist der zu diesem Punkte gehörigen Ordinate der E.M.K.-Kurve:

$$E_t = t \operatorname{tg} \alpha = - \frac{dN_t}{dt},$$

woraus

$$N_t = - \int t \operatorname{tg} \alpha dt + \text{Konst.}$$

$$N_t = \text{Konst.} - \frac{1}{2} t^2 \operatorname{tg} \alpha.$$

Die Konstante bestimmt sich aus der Ueberlegung, dass für  $t = 0$   $N_t = N$  sein muss; es ist also

$$N_t = N - \frac{1}{2} t^2 \operatorname{tg} \alpha,$$

die Gleichung einer Parabel. Da  $E = \frac{T}{4} \operatorname{tg} \alpha$ , so ist

$$N_t = N - \frac{1}{2} t^2 \frac{4E}{T}.$$

Für  $t = \frac{T}{4}$  muss  $N_t = 0$  sein; woraus

$$N = \frac{1}{2} \left( \frac{T}{4} \right)^2 \frac{4E}{T},$$

$\frac{TE}{3} = N$  in absolutem Maasse; und da  $\frac{1}{T} = \sim$ , so ist

$$E = 8 \sim N 10^{-8} \text{ Volt.}$$

Es ist also bei der Dreiecksform der Kurve und gleichem Kraftlinienfluss die maximale E.M.K. genau doppelt so gross als bei der rechteckigen Kurvenform. Nun handelt es sich nicht um den maximalen Werth der E.M.K., sondern um den effektiven Werth. Dieser bestimmt sich für eine Viertelperiode wie folgt:

$$e = \sqrt{\frac{T}{4} \int_0^{\frac{T}{4}} E_t^2 dt}$$

$$E_t = t \operatorname{tg} \alpha$$

$$e = \sqrt{\frac{4 \operatorname{tg}^2 \alpha}{T} \int_0^{\frac{T}{4}} t^2 dt} = \sqrt{\frac{4 \operatorname{tg}^2 \alpha}{T} \frac{1}{3} \frac{T^3}{64}}$$

$$e = \frac{T}{4} \operatorname{tg} \alpha \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$e = \frac{E}{\sqrt{3}} \quad \text{und} \quad E = e\sqrt{3}.$$

Wenn man diesen Werth in die obige Gleichung für  $E$  einsetzt, so erhält man

$$e = 4,62 \sim N 10^{-8} . . . . . (10)$$

Der Koeffizient ist etwas grösser als bei sinusartiger Kurve der E.M.K. und in Folge dessen genügt eine kleinere Feldstärke  $N$ , und

bei gleicher Induktion weniger Eisen, um die gleiche effektive E.M.K. zu erzeugen. Fassen wir jetzt die Gleichungen 6, 9 und 10 zusammen, so sehen wir, dass die in der Spule von  $n$  Windungen inducirte E.M.K. (der effektive Werth) sich ganz allgemein ausdrücken lässt durch

$$e = k \sim N n 10^{-8},$$

wobei  $k$  ein Koeffizient ist, welcher von der Form der E.M.K.-Kurve abhängt und deshalb Formfaktor heisst. Er hat folgende Werthe:

1. Die E.M.K.-Kurve ist aus Rechtecken zusammengesetzt  $k = 4,00$ ,
2. - - - - - eine Sinuskurve . . . . .  $k = 4,44$ ,
3. - - - - - aus Dreiecken zusammengesetzt  $k = 4,62$ .

Denken wir uns nun ein und denselben Transformator successive mit drei Leitungen verbunden, in welchen dieselbe effektive E.M.K. herrscht, aber die Kurvenform der Spannung den unter 1, 2 und 3 angegebenen Bedingungen entspricht, so muss offenbar die Induktion  $B$  in den drei Fällen verschieden sein und zwar ist sie am grössten bei 1 und am kleinsten bei 3.

Wenn wir nun die Induktion bei sinusartiger Spannungskurve zum Zweck des Vergleiches als Einheit betrachten, so ist sie

bei rechteckiger Form der Spannungskurve	1,11,
- dreieckiger - - - - -	0,96.

Es ist also in Bezug auf den Verlust im Eisen bei Transformatoren von einem gewissen, wenn auch nicht überwiegenden Vortheil, solche Maschinen zu verwenden, deren Spannungskurve sich der Dreieckform nähert. Jedenfalls ist die abgeflachte Form der Kurve möglichst zu vermeiden.

**Einfluss der Kern- und Spulenform auf die Verluste.** Da der Verlust im Eisen dem Eisengewicht proportional ist, so muss man bestrebt sein, letzteres möglichst gering zu halten. Nun ist man aber in der Anordnung des Eisenkörpers durch den Umstand beschränkt, dass ein gewisser Querschnitt des Kernes notwendig ist, um den Kraftlinienfluss zu führen, und dass eine gewisse Länge des Kernes zur Unterbringung der Spulen nöthig ist. Gleichzeitig soll die Länge jeder einzelnen Windung mit Rücksicht auf die Stromwärme möglichst klein sein. Dieses sind Bedingungen, welche sich zum Theil widersprechen, und sie können daher einzeln nicht voll und ganz erfüllt werden.

Die beste Konstruktion muss einen Kompromiss zwischen diesen Bedingungen vorstellen und kann deshalb nur dadurch erhalten werden, dass man den Einfluss von Abänderungen in den Dimensionen und Windungsverhältnissen Schritt für Schritt bestimmt und die Konstruktion so lange ändert, bis eine weitere Verbesserung ausgeschlossen erscheint.

Die Form des Querschnittes des Kernes ist von wesentlichem Einfluss auf die Länge der Windungen und mithin auf den Widerstand der Spulen. Eine rechteckige Form ist beispielsweise nicht so günstig als die quadratische, weil zum Einschliessen gleicher Flächen beim Rechteck mehr Draht erforderlich ist als beim Quadrat. Ebenso ist im Allgemeinen ein kreisförmiger Querschnitt vortheilhafter als ein quadratischer. Es kann aber der Fall eintreten, dass man aus konstruktiven Rücksichten verhindert ist, den Durchmesser des Kreises grösser zu machen, als die Seite des Quadrates. Sind die linearen Dimensionen gleich, so enthält der quadratische Kern  $\frac{4}{\pi}$  mal so viel Eisen als der kreisförmige und ist dann günstiger, wie sich leicht durch folgende Ueberlegung ergibt. Es sei  $r$  der Radius des Kreises (also  $2r$  die Seite des Quadrates),  $\delta$  die Dicke der auf dem Kern angebrachten Isolirschrift und  $d$  die Dicke der Wickelung. Bei gleicher Induktion verhalten sich die E.M.-Kräfte wie  $\pi r^2 : 4r^2$ . Die mittlere Länge einer Windung ist beim Kern von kreisförmigem Querschnitt  $\pi(2[r + \delta] + d)$  und beim Kern von quadratischem Querschnitt  $8(r + \delta) + \pi d$ . Die in der Einheit der Drahtlänge erzeugte E.M.K. ist also in diesen Fällen proportional zu  $\pi r^2 : \pi(2[r + \delta] + d)$  und  $4r^2 : (8[r + \delta] + \pi d)$  und das Verhältniss dieser Werthe ist

$$\frac{2(r + \delta) + d}{2(r + \delta) + \frac{\pi}{4}d} > 1;$$

d. h. die pro Meter Draht inducirte E.M.K. ist beim quadratischen Kerne grösser als beim kreisförmigen, und zwar wird der Unterschied um so grösser, je dicker die Wickelung ist. Die Erklärung dieses scheinbaren Widerspruches liegt einfach darin, dass der quadratische Kern mehr Eisen enthält und der so gebaute Transformator eine grössere Leistung giebt. Nun ist die Ausnützung des Materiales bei dem grösseren Apparat immer besser als bei dem kleineren.

Die Eisenkörper von Transformatoren müssen zur Vermeidung

der Verluste durch Wirbelströme, wie schon erwähnt, aus Blechen oder Drähten aufgebaut werden. Bei Verwendung von Drähten, welche nicht besonders isolirt zu sein brauchen, werden 78 bis 80 % des Raumes wirklich von Eisen ausgefüllt. Drahtkerne werden jedoch heutzutage sehr wenig benutzt. Bei Blechen ist eine Isolation der einzelnen Bleche gegeneinander nothwendig, und diese kann aus einem Anstrich von Schellack, einer Oxydschicht oder eingelegten Papierblättern bestehen. Die letztgenannte Methode der Isolation ist am zuverlässigsten. Es werden dabei 10 bis 15 % des Raumes verloren, so dass im Mittel  $87\frac{1}{2}$  % des Raumes wirklich von Eisen ausgefüllt werden. Bei Blechen wird also der Innenraum der Spulen besser ausgenützt als bei Drähten und es werden neuerer Zeit aus diesem Grunde, sowie wegen der leichteren mechanischen Herstellung meistens Bleche für die Eisenkörper von Transformatoren verwendet.

**Kern- und Manteltransformatoren.** Wie schon Eingangs erläutert wurde, beruht die Wirkung des Transformators auf einer Verkettung zweier von einander isolirten Stromkreise durch einen magnetischen Kraftlinienfluss. Diese Verkettung lässt sich sehr vielfach gestalten. Eine der einfachsten Formen ist in Fig. 6 dargestellt. Der Eisenkörper ist als rechteckiger Rahmen ausgebildet und die zwei längeren Seiten desselben bilden die Kerne für die Spulen. Man nennt diese Anordnung einen Kerntransformator; dieselbe ist dadurch charakterisirt, dass der grösste Theil des Eisens innerhalb der Spulen liegt, bezw. die Oberfläche der Spulen überall dem abkühlenden Einfluss der Luft ausgesetzt ist.

Nun können wir uns die gegenseitige Lage von Eisen und Kupfer auch vertauscht denken. Wir können annehmen, dass der rechteckige Rahmen in Fig. 6 durch den Kupferdraht der beiden in diesem Falle aufeinander gelegten Spulen gebildet wird und dass wir jede der beiden längeren Seiten des Rechteckes durch Aufschieben von Eisenscheiben gewissermaassen mit einem Mantel von Eisen umhüllen. Ein so konstruirter Transformator wird Manteltransformator genannt und dadurch charakterisirt, dass die Spulen zum Theil im Eisen eingebettet sind.

Bei der Kerntype hat man ein kleines Eisengewicht und eine kleine mittlere Windungslänge in den Spulen. Dagegen ist die Anzahl Windungen (wegen des kleineren Kernquerschnitts) verhältnismässig gross und das Kupfergewicht trotz der kleinen mittleren Win-

lungslänge beträchtlich. Die Länge des Pfades der Kraftlinien ist gross und dadurch steigen die zur Magnetisirung nötigen Ampèrewindungen. Andererseits ist die freie Lagerung und Zugänglichkeit der Spulen ein Vortheil.

Bei der Manteltype hat man einen kurzen magnetischen Kreislauf und erreicht deshalb die Magnetisirung mit wenigen Ampèrewindungen; die Spulen enthalten weniger Windungen und bedürfen trotz der grösseren Windungslänge im Allgemeinen weniger Draht als bei der Kerntype. Andererseits wird der Eisenkörper bedeutend schwerer, die Abkühlung der eingebetteten Spulen ist nicht leicht zu bewerkstelligen und die Spulen sind nur theilweise zugänglich.

Um uns zunächst ein ungefähres Bild über den Einfluss verschiedener Anordnungen zu machen, wollen wir an einem Beispiel diese Frage behandeln. Zu diesem Zwecke nehmen wir an, dass die verschiedenen Typen alle für gleiche Leistung berechnet seien. Es muss also das Produkt aus Strom und Spannung konstant sein. Der Einfachheit halber wollen wir annehmen, dass sowohl die Stromdichte in den Drähten, als auch der Strom selbst konstant bleiben sollen. Dann müssen wir alle Transformatoren mit demselben Drahte bewickeln und die Anzahl Windungen ist dem Wickelungsraum direkt proportional. Je grösser der Wickelungsraum, desto grösser kann die Anzahl Windungen in jeder Spule genommen werden und desto kleiner wird die gesammte Feldstärke  $N$ . Nehmen wir ferner an, dass die Induktion in allen Fällen die gleiche ist ( $\mathfrak{B}$  konstant), so ändert sich der Kernquerschnitt im umgekehrten Verhältnis mit der Windungszahl, d. h. mit dem Wickelungsraum. Zur Beurtheilung dient das Eisengewicht und die Drahtlänge.

Der Transformator  $a$  (Fig. 12) hat 400 qcm Kernquerschnitt (einschliesslich des für die Isolation der Bleche nöthigen Raumes) und 60 qcm Wickelungsraum. Das Eisengewicht ist 200 kg und die mittlere Länge einer Windung ist 119 cm. Bei 100 Windungen in der Primärspule werden wir also für diese Spule 119 m Draht brauchen. Jetzt wollen wir den Eisenquerschnitt auf den vierten Theil verkleinern, dadurch, dass wir den Eisenkörper nicht 40 cm, sondern nur 10 cm lang machen. Dann müssen wir die Windungszahl viermal so gross machen, um dieselbe Spannung zu haben. Der Wickelungsraum muss also  $4 \times 60 = 240$  qcm Querschnitt erhalten. Wir kommen so zur Type  $b$ . Die mittlere Windungslänge ist jetzt nur 78 cm; da wir aber 400 Windungen brauchen, so ist



die Drahtlänge jetzt grösser geworden. Sie beträgt 312 m, also nahezu dreimal so viel wie früher. Dafür ist das Eisengewicht auf 73 kg, also nahezu auf ein Drittel vermindert worden. Bei gutem und billigem Eisen aber theuerem Kupfer ist demnach Type *a* vorzuziehen. Bei schlechtem und theuerem Eisen, aber billigem Kupfer ist Type *b* vorzuziehen. Beide Konstruktionen lassen sich jedoch

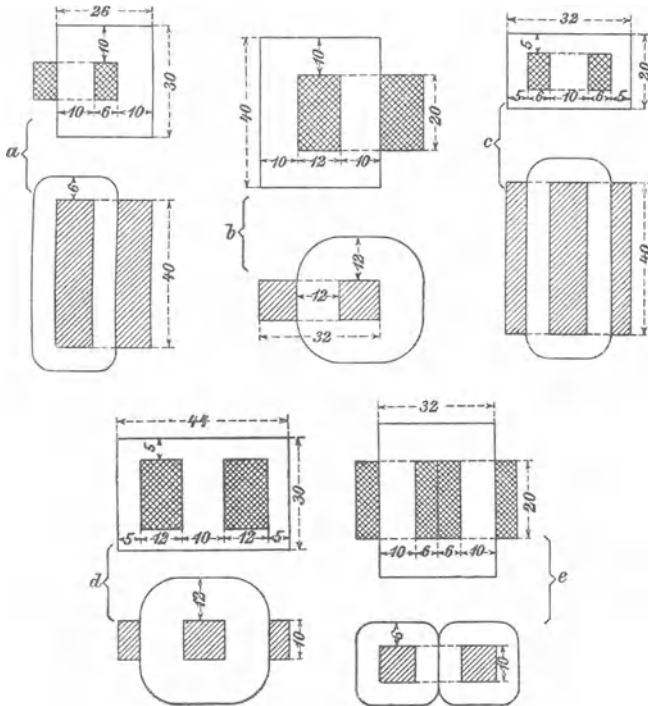


Fig. 12.

noch wesentlich verbessern. Wir können z. B. die Konstruktion *a* so abändern, dass wir beide Seiten der Spule mit Eisen umkleiden, also einen richtigen Manteltransformator daraus machen. Wir erhalten so die Type *c*. Der magnetische Kraftlinienfluss theilt sich dann zu beiden Seiten und der Mantel braucht nur den halben Querschnitt des Kernes zu haben. Die Drahtlänge ist wie bei *a* 119 m, das Eisengewicht ist aber auf 112 kg vermindert worden. Die Type *c*, welche bei einem nicht übermässig grossen Eisengewicht

nur wenig Kupfer braucht, ist die besonders in Amerika und England beliebte Form des Manteltransformators.

Wenn wir die Type *b* in ähnlicher Weise verändern, gelangen wir zur Type *d*, welche strenggenommen auch zu den Manteltransformatoren gehört, aber nicht den Vortheil geringen Kupfergewichtes hat. Die Drahtlänge ist wie früher 312 m; dafür ist aber das Eisengewicht auf 59 kg vermindert worden. Diese Konstruktion ist nur dann gerechtfertigt, wenn man mit dem Kupfer nicht zu sparen braucht und Eisen von besonders guter Qualität nicht erhalten kann. Sie wurde deshalb in früherer Zeit, d. h. bevor die Walzwerke auf Erzeugung guten Bleches für Transformatoren eingerichtet waren, in Europa verwendet. Heutzutage ist Blech von vorzüglicher Qualität leicht erhältlich und es ist deshalb nicht nothwendig, mit dem Eisen sehr zu sparen. Es ist daher besser, die Aenderung in der Type *b* derart vorzunehmen, dass man an Kupfer spart, was erreicht wird, indem man die Wickelung auf die zwei längeren Schenkel vertheilt. Man gelangt so zur Type *e*, welche einen richtigen Kerntransformator bildet (vergl. Fig. 6). Die mittlere Länge einer Windung ist wegen der Verminderung in der Dicke der Wickelung erheblich kleiner als bei *b*. Die Drahtlänge ist 236 m und das Eisengewicht 73 kg. Diese Type ist in England und Deutschland vielfach im Gebrauch.

Der Uebersicht halber stellen wir die obigen Ergebnisse tabellarisch zusammen:

Type	Eisengewicht	Drahtlänge
	kg	m
<i>a</i>	210	119
<i>b</i>	73	312
<i>c</i>	112	119
<i>d</i>	59	312
<i>e</i>	73	236

In allen diesen Typen ist der magnetische Kreislauf vollständig geschlossen, d. h. die nützlichen Kraftlinien gehen nur durch Eisen. Es giebt ausserdem noch eine Type von Transformatoren, bei welchen der Kraftlinienfluss nur zum Theil in Eisen, im Uebrigen aber durch die Luft verläuft. Es sind das die sog. Igeltransformatoren, die von Swinburne mit der Absicht eingeführt wurden, den Hysterisverlust auf das thunlich geringste Maass herabzudrücken. Zu

diesem Zwecke wickelt Swinburne die Spulen über einen aus Eisendrähten bestehenden Kern (Fig. 13a) und breitet die Enden der Eisendrähte halbkugelförmig aus, so dass der Transformator an beiden Enden dem Rücken eines Igels gleicht. Die Kraftlinien schliessen sich dann durch die Luft, wie das die punktirten Linien andeuten. Der Hysteresisverlust ist also auf den eigentlichen Kern des Transformators beschränkt. Im Luftmantel findet kein Verlust statt. Diese Konstruktion hat sich in der Praxis nicht bewährt. Denkt man sich zwei solche Transformatoren nebeneinandergestellt (Fig. 13b) und die Drahtenden gegeneinander gebogen, so dass ein geschlossener Eisenpfad entsteht, so gelangt man zur gewöhnlichen Manteltype. Der Hysteresisverlust des so erhaltenen Transformators kann nur unbedeutend grösser sein als jener von zwei einzelnen Igel-

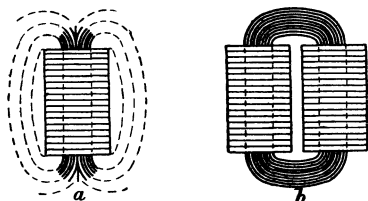


Fig. 13.

transformatoren (und zwar ist der Zuwachs an Verlust durch die kleine Verlängerung der Drähte, welche zur Verbindung der Kerne dienen, bedingt), so dass die Igeltype schon aus diesem Grunde keine bedeutende Ersparnis in den Hysteresisverlusten herbeiführen kann. Andererseits ist damit ein kleiner Zuwachs an diesen Verlusten verbunden, weil infolge der starken Streuung die Induktion in der Mitte des Kernes grösser ist als an den Enden. Die E.M.K. ist der mittleren Induktion proportional, während der Hysteresisverlust der  $\sqrt[1,6]{}$  aus den Mittelwerthen von  $\mathfrak{B}^{1,6}$  proportional ist. Es erhellt daraus sofort, dass bei ungleichmässiger Induktion im Kern der Verlust grösser sein muss, als bei gleichmässiger. Ausserdem hat der Igeltransformator noch den Nachtheil, dass er bei Leerlauf einen aussergewöhnlich hohen Strom verbraucht. Während die in Fig. 12 gezeichneten Typen bei Leerlauf einen Primärstrom brauchen, dessen Werth nur wenige Procente von dem Primärstrom bei Vollbelastung ausmacht, braucht der Igeltransformator (Fig. 13a) bis

60 % des vollen Betriebsstromes, ist also schon aus diesem Grunde bei Stromvertheilung von Centralen aus nicht zulässig. Für einen Zweck eignet sich jedoch der Igeltransformator recht gut, nämlich als Drosselspule; dafür ist seine Eigenthümlichkeit, viel Strom bei mässiger Spannung durchzulassen, sehr werthvoll. Für alle andern Zwecke haben sich die Typen Fig. 12c und e in der Praxis am besten bewährt.

---

## Drittes Kapitel.

Gebräuchliche Formen. — Konstruktion des Eisenkörpers. — Verhältnisse des Eisenkörpers. — Erwärmung der Transformatoren. — Versuchsergebnisse. — Theorie der Erwärmung. — Einfluss der linearen Dimensionen. — Formel zur oberflächlichen Berechnung der Leistung.

**Gebräuchliche Formen.** Die in der Praxis gebräuchlichen Transformatoren lassen sich alle in zwei grosse Gruppen einreihen; nämlich Manteltransformatoren und Kerntransformatoren.

Die ersteren haben die in Fig. 14 skizzierte Gestalt. Die Spulen ( $P$  primär und  $S$  sekundär) sind länglich und entweder ineinander oder übereinander gelegt, und der Eisenkörper ist aus Blechen zu-

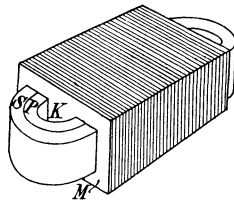


Fig. 14.

sammengesetzt. Er ist so angeordnet, dass er den grössten Theil der Spulen umgiebt, so dass nur die zwei halbrunden Enden frei bleiben. Eine Abart dieser Konstruktion, bei welcher die Spulen kreisförmig sind und der Eisenkörper in Segmenten ringsherum angeordnet ist, wird auch ausgeführt, bietet aber keine besonderen Vortheile. Die Bleche enthalten je zwei Fenster, so dass nach dem Aneinanderlegen der einzelnen Bleche zwei Kanäle zur Aufnahme der Spulen entstehen. Die Spulen werden zuerst hergestellt und die Bleche dann darüber bzw. dazwischen geschoben. Die ver-

schiedenen Anordnungen, die man zu diesem Zwecke treffen kann, sind weiter unten angegeben. Die mittleren Blechstreifen  $K$ , die zwischen den Fenstern liegen, bilden den eigentlichen Kern der Spulen, und die äussern Rahmen  $M$  bilden den sog. Mantel.

Der Eisenkörper der Kerntransformatoren besteht aus einem rechteckigen, auch aus Blechen zusammengesetzten Rahmen Fig. 15, dessen längere Seiten die Kerne  $K$  und dessen kürzere Seiten die Jochstücke  $J$  bilden. Der Querschnitt der Kerne ist meist quadratisch, kann aber auch rechteckig sein. In der Figur ist die Ebene der Bleche mit jener des Rahmens parallel. Es gibt jedoch auch Konstruktionen, bei denen die Fläche der Bleche senkrecht zu einer durch die beiden Spulennachsen gehenden Ebene steht. Der Rahmen hat dann abgerundete Ecken und besteht aus in die richtige Form

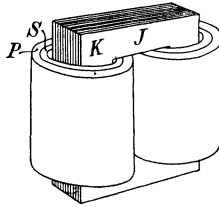


Fig. 15.

gebogenen Blechstreifen. Die Spulen ( $P$  primär und  $S$  sekundär) können ineinander oder in flachen Scheiben übereinander angeordnet sein.

Für Dreiphasenstrom kann man entweder drei Einzeltransformatoren, also je einen für jede Phase anwenden, oder man kann die Wicklungen auf einem gemeinsamen Magnetkörper anbringen. Die Fig. 16, 17 und 18 zeigen drei gebräuchliche Formen. Bei der Ausführung Fig. 16 sind die Jochstücke  $J$  durch Scheiben gebildet und die Kerne  $K$  in einem gegenseitigen Winkelabstand von  $120^\circ$  seitlich angesetzt. Die Enden der Kerne sind, wie die Figur zeigt, abgeschrägt und werden mittels entsprechend geformter Gussplatten seitlich gegen die Jochscheiben angedrückt. Die Spulen, welche der Deutlichkeit halber in der Skizze weggelassen sind, werden wie in Fig. 15 über die Kerne geschoben. Die in Fig. 17 dargestellte Anwendung unterscheidet sich von der oben beschriebenen durch die Form der Jochstücke und durch den Umstand, dass die Trennungsebenen zwischen den einzelnen Blechen in Joch und Kern

parallel sind. Die Jochbleche werden zwischen entsprechend geformten Wangen der oberen und unteren Endplatte fest eingeklopft und so gehalten. Um die Kerne zu halten, werden ihre seitlichen Deckplatten aus Rothguss mit Nasen versehen, die in entsprechende Aussparungen der Jochwangen eingreifen.

Die in Fig. 18 dargestellte Konstruktion des Eisenkörpers ist eine Erweiterung von Fig. 15. Die drei Kerne *K* haben gemeinsame Jochstücke *J*, und jeder Kern wird von den beiden zu einer Phase gehörigen Spulen umgeben.

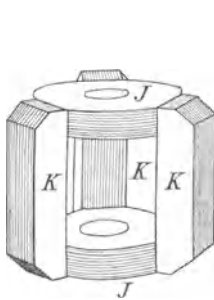


Fig. 16.

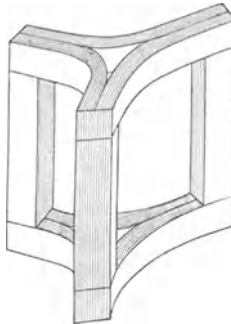


Fig. 17.

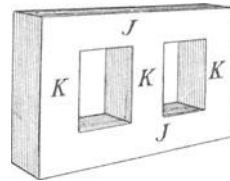


Fig. 18.

**Konstruktion des Eisenkörpers.** In den Fig. 14, 15 und 18 sind die Bleche, aus welchen der Eisenkörper zusammengesetzt ist, als vollständig geschlossene Flächen gezeichnet, d. h. es ist angenommen, dass der Kern mit Joch oder Mantel aus einem Stück gestanzt ist. Eine solche Konstruktion ist zwar möglich und hätte auch den Vortheil, dass der Pfad für die Kraftlinien keine Unterbrechung durch Stossfugen hat; es wäre damit jedoch der Nachtheil verbunden, dass man die Spulen zwischen Kern und Joch oder Kern und Mantel hindurch wickeln müsste. Die Wickelung in dieser Art auszuführen, ist sehr schwierig, weil die ganze Drahtlänge bei jeder Windung durch den obenhin beschränkten Wickelungsraum gezogen werden muss. Man könnte also nicht auf der Drehbank wickeln und wo der Draht dick und infolgedessen steif ist, würde es auch nicht möglich sein, ihn von Hand fest zu wickeln. Zu dem käme noch der Uebelstand, dass etwaige Isolationsfehler erst entdeckt werden könnten, wenn der Transformator fertig hergestellt ist, die Beseitigung von Fehlern also sehr viel unnöthige Arbeit machen

würde. Aus diesen Gründen empfiehlt es sich, die Konstruktion so einzurichten, dass die Spulen unabhängig vom Kern auf der Drehbank gewickelt werden können, und zwar womöglich jede einzeln. Dabei kann jede Drahtstärke bequem gewickelt und gut isolirt werden, und die fertige Spule kann auf ihre Isolation geprüft werden, bevor sie zum Aufbau des Transformators verwendet wird. Der Kern wird dann in die geprüften Spulen eingebaut. Um diesen Einbau jedoch zu ermöglichen, ist es nothwendig, die Kontinuität des magnetischen Pfades in jedem einzelnen Bleche zu unterbrechen, und es handelt sich darum, diese Unterbrechungen so einzurichten, dass sie auf die Gesamtheit der zusammengestellten Bleche keinen oder einen möglichst geringen Einfluss haben. Dieser Zweck lässt sich dadurch erreichen, dass man die Fugen gegeneinander versetzt,

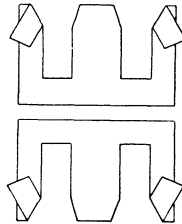


Fig. 19.

so dass zu jeder Seite einer Fuge ununterbrochene Bleche zu liegen kommen. Dabei können die Kraftlinien, anstatt die Fuge zu überspringen, zu beiden Seiten derselben in die benachbarten Bleche übertreten, und da die Durchgangsfläche im Vergleich zur Stossfläche der Fuge selbst enorm gross ist, kann der magnetische Widerstand dieses Ueberganges als verschwindend klein vernachlässigt werden. Ein so zusammengesetzter Eisenkörper bietet also wirklich einen kontinuierlichen Pfad für die Kraftlinien.

Einige dieser Konstruktionen mögen hier beispielsweise Erwähnung finden. Im Westinghouse-Transformator sind die Bleche aus einem Stück gestanzt, aber zu beiden Seiten des Mittelsteges (Fig. 19) schräg aufgeschlitzt. Nachdem die Spulen hergestellt und entsprechend isolirt sind, wird der Eisenkörper in dieselben eingebaut, indem man die Bleche einzeln anbringt. Zu diesem Zwecke wird das Mittelstück jedes Bleches nach Umbiegung der beiden Lappen in die Spule eingeschoben. Die Lappen werden dann zurück-



gebogen, und das zweite unterhalb gezeichnete Blech wird in der gleichen Weise von der andern Seite eingebracht. Dadurch werden die Fugen eines Bleches durch den kontinuierlichen Theil des nächsten Bleches abgedeckt.

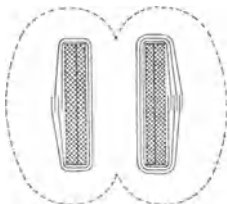


Fig. 20.

Im Transformator von Ferranti (Fig. 20) besteht der Kern aus einem Bündel von Blechstreifen, welches zunächst in die Spulen eingesteckt wird. Die Streifen werden dann einer nach dem andern an beiden Enden der Spulen zurückgebogen, um den Mantel zu bilden. Dabei ist ihre Länge so bemessen, dass an der Berührungsstelle zwischen den Enden jedes Streifens noch eine kleine Ueberlappung bleibt, wie es in der Zeichnung angedeutet ist.

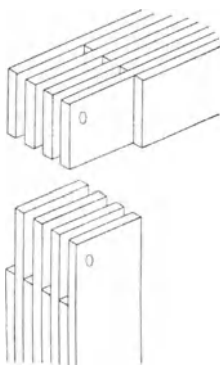


Fig. 21.

In dem vom Verfasser konstruirten Transformator (Fig. 15) bestehen sowohl Kerne als auch Joche aus Bündeln von geraden Blechen, die jedoch gegeneinander so versetzt sind, dass an den vier Ecken des Eisenkörpers eine Verzapfung entsteht, wie das die Abbildung (Fig. 21) veranschaulicht. Um die Konstruktion klar zu

machen, ist die Dicke der Bleche übertrieben gross gezeichnet. Die Bleche werden durch isolirte Bolzen zusammengehalten. Da alle verwendeten Blechstücke rechteckige Form haben, geht beim Ausschneiden derselben aus den Bechtafeln kein Material verloren.

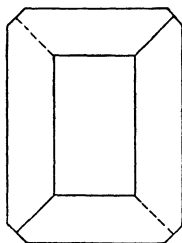


Fig. 22.

In der Crompton'schen Anordnung (Fig. 22) bestehen die Bleche aus L-förmigen Stücken, welche abwechselnd von der einen und der andern Seite in die Spulen eingeschoben werden, so zwar, dass die Fugen einer Lage durch die vollen Bleche der nächsten Lage abgedeckt werden. Beim Ausstanzen aus den Tafeln findet wegen der eigenthümlichen Form der Stücke ein gewisser Materialverlust statt.

Beim Stanzen der Bleche für den Westinghouse-Transformator (Fig. 19) geht ebenfalls das in den zwei Fenstern ausgestanzte Material verloren. Um diesen Verlust zu vermeiden, hat Mordey diese Konstruktion so abgeändert, dass der mittlere Steg durch den

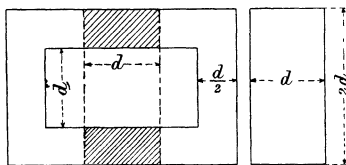


Fig. 23.

herausgestanzten Theil gebildet wird (Fig. 23). Man bekommt also aus jedem Stanz zwei Stücke: den rechteckigen Mantel und den quer darüber zu legenden Steg oder Kern. Die Mantelbleche werden über und die Kernbleche durch die Spulen geschoben. Bei dieser Konstruktion ist die Grösse des Wicklungsraumes durch die Kerndicke  $d$  gegeben und kann nicht beliebig genommen werden, wie in Fig. 19; denn, wie sich aus der Zeichnung ergibt ist die

Höhe jedes Fensters  $d$  und seine Breite  $\frac{d}{2}$ . Daraus folgt auch, dass die äusseren Dimensionen des Mantels  $3d$  und  $2d$  sind. Eine Berührung zwischen Kern und Mantel findet nur in den schraffirten Theilen statt, in den übrigen Theilen ist zwischen je zwei Blechen eine gleich dicke Luftschicht. Es wird also nur die Hälfte des inneren Raumes der Spulen wirklich von Eisen ausgefüllt. Mit andern Worten, die Länge jeder Windung muss grösser sein als in Fig. 19, wo der ganze Raum von Eisen ausgefüllt ist. Um diesem Uebelstande abzuhelpfen, stanzt Mordey noch die in Fig. 24 dargestellten Stücke, und zwar wieder ohne jeglichen Materialverlust. Das innere Quadrat wird zur Ausfüllung des Kernes benutzt, und die beiden äusseren Stücke zur Ausfüllung des Mantels. Es kommen

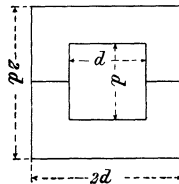


Fig. 24.

also fünf Stücke für je zwei Blechlagen zur Verwendung. Die Abhängigkeit des Windungsraumes von der Kerndicke ist eine nothwendige Folge der Bedingung, dass die Bleche aus den Tafeln ohne jeden Materialverlust hergestellt werden sollen. Obzwar die dadurch erhaltenen Verhältnisse zwischen Kerndicke und der Höhe und Breite des Wicklungsraumes im Allgemeinen brauchbar sind, so kann doch eine Abweichung von diesen Verhältnissen aus Konstruktionsrück-sichten nothwendig werden. In solchen Fällen muss man eine gewisse Materialverschwendung beim Ausstanzen der Bleche mit in den Kauf nehmen. Dieselbe ist jedoch sehr unbedeutend, wenn man die von Mordey angegebene Herstellungsweise der zur Ausfüllung bestimmten Theile beibehält.

In den bisher erläuterten Konstruktionen ist das Prinzip einer gegenseitigen Ueberlappung oder Verzapfung der einzelnen Bleche an den Verbindungsstellen eingehalten, wodurch der magnetische Widerstand an den Fugen verschwindend klein wird. Man kann jedoch auch von diesem Princip abgehen und die Verbindung zwischen Kern und Joch oder Kern und Mantel durch möglichst glatte Stoss-

fugen bewerkstelligen. Bei Fig. 16 ist dieses durch die Konstruktion selbst sogar geboten, bei Fig. 15 und 18 sind Stossfugen zwar vermeidlich, werden aber häufig angewendet, weil dadurch der Aufbau des Apparates bequemer wird. Man kann nämlich alle Theile des Eisenkörpers fertig herstellen, bevor die Spulen aufgesetzt werden, und kann auch bei Reparaturen eine Spule herausnehmen und durch eine andere ersetzen, ohne die Bleche einzeln auseinandernehmen und wieder einzeln einbauen zu müssen. Diese Anordnung hat jedoch den Nachtheil, dass an den Fugen ein merklicher magnetischer Widerstand auftritt, welcher zur Folge hat, dass der Transformator zu seiner eigenen Magnetisirung mehr Strom gebraucht, als bei Anwendung von überlappenden oder verzapften Verbindungen. Der Einfluss der Stossfugen auf den Magnetisirungsstrom ist im nächsten Kapitel behandelt. Augenblicklich möge es genügen, darauf hinzuweisen, dass der magnetische Widerstand von der Entfernung der

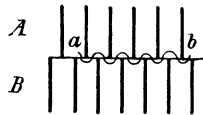


Fig. 25.

Eisentheile abhängt, dass es aber nicht immer zugänglich ist, diese Entfernung auf Null zu reduciren, weil dadurch an den Berührungsflächen Wirbelströme entstehen würden, welche Arbeitsverluste und Erhitzung hervorbringen würden. In dem Falle, wo die Ebenen der Bleche an der Stossfuge aufeinander senkrecht stehen, wie in Fig. 16, ist es ohne Weiteres klar, dass bei wirklicher Berührung zwischen den Blechkanten geschlossene Stromkreise entstehen, welche der direkten Einwirkung des durch die Fuge hin- und herwogenden Kraftlinienflusses ausgesetzt sind. Die dadurch hervorgerufenen Ströme sind also sehr gross und bedingen nicht nur einen Arbeitsverlust, sondern schwächen geradezu das Feld, d. h. vermehren die magnetische Streuung. Um diesen Uebelständen zu begegnen, muss man die Berührung der sich kreuzenden Blechkanten durch Einlage einer Isolirschicht vermeiden.

Wenn die Blechkanten sich nicht kreuzen, sondern zu einander parallel verlaufen, entstehen auch Wirbelströme, jedoch nur in geringem Maasse. In Fig. 25 ist eine Stossfuge ohne isolirende Einlage dargestellt, wobei die Blechdicke übertrieben gross gezeichnet

ist. Die Isolation zwischen den Blechen ist durch die starken Linien dargestellt. Obzwar die Dicke aller Bleche die gleiche ist (oder wenigstens sein soll), so kann man doch nicht erwarten, dass an der Stossfuge die Bleche und Isolirsichten genau aufeinander passen. Man wird vielmehr mit dem Umstande rechnen müssen, dass hier und da eine kleine seitliche Verschiebung zwischen den Blechen des Körpers *A* und jenen des Körpers *B* stattfindet. Wenn nun die Figur eine solche Stelle darstellt, so sieht man, dass zwischen den Blechen *a* und *b* metallische Verbindung besteht, und dass zwischen diesen Blechen ein durch die Wellenlinie angedeuteter Wirbelstrom fließen muss. Um diesem Strom den Weg abzuschneiden, müssen wir eine Schichte von isolirendem Material (Papier oder Pressspahn)

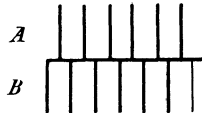


Fig. 26.

in die Stossfuge einlegen (Fig. 26). Es ist dabei vorausgesetzt, dass durch sehr genaue Bearbeitung der Flächen eine wirkliche Berührung über ihre ganze Ausdehnung erzielt wird. Das ist jedoch bei Stücken, die aus vielen, einzelnen Blechen zusammengesetzt sind, kaum zu erwarten. Es wird immer Stellen geben, an denen der Kontakt besser, und andere Stellen, an denen er schlechter ist, sodass die Gefahr der Erhitzung an den Kontaktflächen und des damit verbundenen Verlustes keine sehr grosse ist. Aus diesem Grunde lassen auch viele gute Fabrikanten die isolirende Zwischenlage an der Stossfuge fort, wenn die Bleche parallel sind. Bei sich kreuzenden Blechen ist diese Zwischenlage jedoch unentbehrlich. Da nun bei Stossfugen entweder eine isolirende Zwischenlage nothwendig ist, oder wenn sie entbehrt werden kann, dies nur deshalb zulässig ist, weil der Kontakt unvollkommen ist, so sieht man, dass in allen Fällen Stossfugen einen gewissen zusätzlichen Widerstand in dem Kraftlinienpfade darstellen.

**Verhältnisse des Eisenkörpers.** Die Güte der Konstruktion hängt sehr wesentlich von dem Verhältnis zwischen den verschiedenen Dimensionen des Eisenkörpers ab. Wenn wir beispielsweise bei der Type Fig. 15 die Kerne sehr kurz machen, so müssen wir, um den nöthigen Windungsraum zu erhalten, die Joche *J* lang

machen. Gleichzeitig wird die mittlere Windungslänge und mithin das Kupfergewicht vergrößert. Wir erhalten somit eine ungünstige Konstruktion. Machen wir umgekehrt die Kerne sehr lang und dünn, so wird der magnetische Pfad lang, und der Transformator braucht viel Leerlaufstrom. Wir thun also besser, die Kerndicke zu vergrößern. Allerdings darf man auch in dieser Beziehung nicht zu weit gehen, weil man sonst zu viel Eisengewicht und zu viel Hysterisisverlust bekommt. Es lassen sich für die günstigsten Verhältnisse keine bestimmten Angaben machen; man muss dieselben vielmehr von Fall zu Fall durch versuchsweises Konstruieren bestimmen, wobei der angestrebte Wirkungsgrad, die mittlere und maximale Belastung, die Eisen- und Kupferpreise etc. mit in Rechnung zu

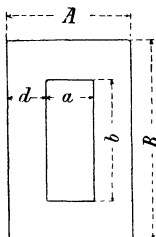


Fig. 27.

ziehen sind. Um jedoch einen Anhaltspunkt für den ersten Entwurf zu haben, kann man die in Fig. 27 angegebenen Verhältnisse annehmen. Es ist dabei vorausgesetzt, dass der Kern einen quadratischen Querschnitt hat, wobei, wenn die Verbindung von Joch und Kern durch Verzapfung geschieht, die Ecken des Quadrates noch abgeschrägt sein können. Dadurch wird die mittlere Windungslänge etwas vermindert. Wir beziehen zweckmässig alle Dimensionen auf die Kerndicke  $d$  in Millimeter. Dann sind die übrigen Abmessungen in Millimeter durch folgende Gleichungen gegeben:

$$\begin{aligned} a &= 10 + 1,2 d \\ b &= 100 + 2,6 d \\ A &= 10 + 3,2 d \\ B &= 100 + 4,6 d. \end{aligned}$$

Bei Manteltransformatoren mit kurzen Kernen der Type Fig. 14, für welche die Bleche ohne jeden Materialverlust beim Stanzen hergestellt werden sollen, ist in Fig. 28

$$a = \frac{d}{2} \quad b = d$$

$$A = 3d \quad B = 2d.$$

Wenn jedoch etwas Materialverschwendung beim Stanzen zulässig ist, so kann man  $a$  nach Bedarf grösser nehmen. Man kann dann auch mit ganz geringer Materialverschwendung folgende Dimensionen wählen:

$$a = 0,6d \quad b = d$$

$$A = 3,2d \quad B = 2,2d \quad \text{oder}$$

$$a = 0,7d \quad b = d$$

$$A = 3,4d \quad B = 2,4d.$$

Die Länge des Eisenkörpers senkrecht zur Ebene der Bleche gemessen kann  $2d$  bis  $4d$  betragen.

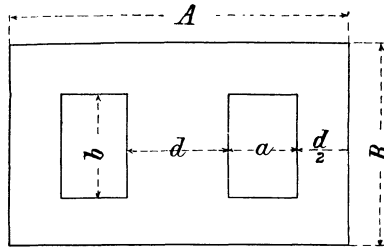


Fig. 28.

Bei Einphasentransformatoren der Type Fig. 15 sind die Windungen auf zwei Schenkel vertheilt; bei Dreiphasentransformatoren der Type Fig. 18 liegen jedoch die Windungen jeder Phase auf nur einem Schenkel. Aus diesem Grunde empfiehlt es sich, für die Wicklung etwas mehr Platz zu schaffen, indem man die Schenkel länger und dünner macht. Man erhält brauchbare Dimensionen, wenn man die Breite der Fenster 1,3 bis 1,6 und ihre Höhe 4 bis 6 mal so gross macht, als die Kerndicke ist. Unter sinngemässer Anwendung der Bezeichnung der Fig. 27 haben wir also

$$a = 1,3d \text{ bis } 1,6d$$

$$b = 4d \text{ bis } 6d.$$

Macht man  $a = 1,5d$  und  $b = 6d$ , so hat man den Vortheil, dass die Jochstücke genau gleich werden den Kernstücken, so dass man genau die gleichen Bleche für Kern und Joch verwenden kann.

Wie schon oben erwähnt wurde, können Dreiphasen-Transformatoren in verschiedener Weise konstruiert werden. Die gebräuchlichsten Methoden sind:

- a) Verwendung von drei Einphasen-Transformatoren;
- b) drei Kerne mit gemeinsamen Jochen von ringförmiger Gestalt, Fig. 16;
- c) drei Kerne mit gemeinsamen Jochen von dreieckiger Gestalt, Fig. 17;
- d) drei Kerne mit gemeinsamen geraden Jochen, Fig. 18.

Die erste ist naturgemäss nicht so günstig als die andern, weil jeder der drei Transformatoren nur ein Drittel der Leistung hat. Zwischen den andern drei Konstruktionen bestehen jedoch keine sehr grossen Unterschiede; d) hat den Vortheil der Einfachheit, und bei c) ist das Eisengewicht etwas geringer. Die Konstruktion b) ist

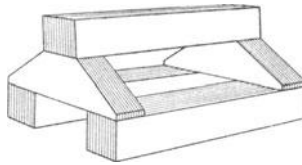


Fig. 29.

auch ziemlich einfach, hat aber den Nachtheil, dass die Trennungsflächen der Bleche in Joch und Kern sich rechtwinklig kreuzen, also besondere Sorgfalt auf die Isolirung der Stossfugen verwendet werden muss. Das gleiche gilt von einer abgeänderten Form der Type b), bei der die Jochstücke nicht kreisförmig sind, sondern wie Fig. 29 zeigt.

**Erwärmung der Transformatoren durch die Arbeitsverluste.** Beim Betrieb eines Transformators wird ein gewisser Theil der gesammten von der Primärspule aufgenommenen Arbeitsleistung in Wärme umgesetzt, welche von der Oberfläche des Apparates ausgestrahlt oder anderweitig fortgeführt werden muss. Damit nun Ausstrahlung oder Weiterleitung der Wärme eintreten kann, muss die Temperatur des Transformators höher als die des umgebenden Mittels sein. Es tritt also nothwendigerweise eine Temperaturerhöhung ein, welche um so grösser sein wird, je kleiner die Oberfläche des Transformators im Vergleich mit der gesammten in Wärme umgesetzten Arbeitsleistung ist. Die Temperaturerhöhung ist somit



eine Funktion von  $o = \frac{O}{P_v}$ , wobei  $O$  die Oberfläche und  $P_v$  den im Transformator verloren gegangenen Arbeitseffekt bedeutet. Der Charakter dieser Funktion muss durch Versuche mit ausgeführten Transformatoren bestimmt werden und hängt natürlich von der Type des untersuchten Transformators ab. Bei solchen Typen, in welchen die äussere Luft freien Zutritt zu den Spulen und Theilen des Kernes hat, ist die abkühlende Wirkung der Oberfläche grösser, bei Transformatoren in Gehäusen kleiner. Es wird also die Temperaturerhöhung  $T=f(o)$  im ersten Falle grösser und im zweiten kleiner sein. Wird ein Gehäuse verwendet, so ist die Funktion auch verschieden, je nachdem dasselbe nur mit Luft oder mit einer isolirenden Flüssigkeit, wie z. B. Oel, gefüllt ist; denn Oel überführt die Wärme an die Wände des Gehäuses besser als Luft.

Die Anwendung von Oel als Füllmaterial zwischen dem Transformator und seinem Gehäuse hat auch noch den Vortheil, dass die Isolation besser erhalten bleibt, besonders wenn der Transformator im Freien oder in einem feuchten Raume aufgestellt werden muss. Da die Belastung eines Transformators im regelmässigen Betrieb zwischen weiten Grenzen schwankt, so ändert sich auch seine Temperatur und die Temperatur der im Gehäuse eingeschlossenen Luft. Es treten also Druckänderungen in der Luft auf, welche ein langsames Austreten der innern und Wiedereinsaugen der äussern, feuchten Luft zur Folge haben. Dadurch wird aber Feuchtigkeit nach und nach in das Gehäuse gebracht, welche mit der Zeit die Isolation schädigen kann. Bei Anwendung von Oel als Füllmaterial wird dieser Uebelstand behoben. Da jedoch das Oel einen ziemlich grossen Ausdehnungskoeffizienten hat, darf man das Gehäuse nicht ganz mit Oel füllen, oder man muss durch Anbringung eines Standrohres dafür sorgen, dass bei Erwärmung der innere Druck der Flüssigkeit nicht so ansteigen kann, dass das Gehäuse gesprengt wird.

Die im Transformator erzeugte Wärme rührt von drei Ursachen her: Erstens von den Eisenverlusten, zweitens von der Stromwärme infolge des ohmischen Widerstandes der Spulen und drittens von der durch Wirbelströme in dem Gehäuse oder andern metallischen Theilen des Apparates erzeugten Wärme. Der Eisenverlust hängt nur von der Induktion und Periodenzahl, nicht aber von der Leistung des Transformators ab. Die dadurch erzeugte Wärme ist also bei

konstanter Spannung und Periodenzahl auch konstant. Die Stromwärme wird lediglich in den Spulen erzeugt und ändert sich mit dem Quadrate der Leistung. Die durch Wirbelströme erzeugte Wärme kann sowohl in den Spulen als auch in andern benachbarten Metalltheilen auftreten, besonders wenn die geometrische Anordnung der Spulen derart ist, dass bedeutende magnetische Streuung stattfindet. Es ist jedoch immer möglich und für den praktischen Gebrauch auch in den meisten Fällen nothwendig, den Transformator so zu konstruiren, dass erhebliche Streuung überhaupt nicht eintritt. Dann kann die Wirbelstromwärme, als nur unbedeutend, ganz vernachlässigt werden.

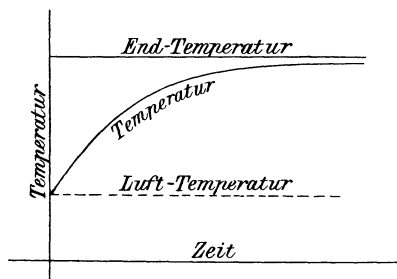


Fig. 30.

Wir haben also lediglich Eisenverlust durch Hysterisis und Wirbelströme in den Blechen und Stromwärme zu betrachten. Der Eisenverlust kann bei Leerlauf durch Einschaltung eines Wattmeters in den primären Stromkreis bestimmt werden. Der Verlust durch Stromwärme kann aus den Widerständen der Spulen und den Strömen bei Vollbelastung berechnet werden. Wir finden so den Gesamtverlust. Um nun die entsprechende Temperaturerhöhung zu finden, müssen wir den Transformator dauernd unter voller Belastung betreiben und seine Temperatur von Zeit zu Zeit messen. Dabei empfiehlt es sich, ein Weingeist- und nicht ein Quecksilberthermometer zu verwenden, weil, im Falle etwas Streuung vorhanden sein sollte, im Quecksilber selbst Wirbelströme auftreten könnten, welche zu einer zu hohen Temperaturangabe führen würden. Wenn man nun die Temperatur als Funktion der Zeit graphisch aufträgt, so erhält man eine Kurve (Fig. 30), welche anfänglich rasch ansteigt und sich allmählich einer horizontalen Asymptote nähert. Die Ordinate dieser Asymptote ist die Temperatur bei Dauerbetrieb. Nun

wird die endgültige Temperatur selbst bei kleinen Transformatoren erst nach mehreren Stunden und bei grossen Transformatoren von hohem Wirkungsgrad sogar erst nach Tagen erreicht; ein derartig ausgeführter Versuch würde also wegen der Nothwendigkeit, eine grosse Betriebskraft während einer langen Zeit zu verwenden, sehr kostspielig werden. Diesen Uebelstand kann man dadurch umgehen, dass man den Transformator überhaupt nicht mit Vollbelastung, sondern bei Leerlauf betreibt und ihm elektrisch genau so viel Leistung zuführt, als dem gesammten Verlust bei Vollbelastung entspricht. Wird diese Leistung in Form eines Wechselstromes zugeführt, so wird die Erzeugung der Wärme auf das Eisen beschränkt, denn die geringe Wärme des Leerlaufstromes kommt gar nicht in Betracht. Diese Versuchsmethode stellt also nicht genau das vor, was dem wirklichen Betrieb unter Belastung entspricht, indem in letzterem Falle im Eisen sowohl als auch in den Spulen Wärme frei wird. Wird nun andererseits ein Gleichstrom durch die Hochspannungsspule geschickt, so kann dessen Stärke auch so regulirt werden, dass der Energieverlust dem Gesamtverlust bei Vollbelastung entspricht, aber dann wird die Wärme nur in dieser Spule und nicht im Eisen frei. Es entspricht also diese Versuchsmethode auch nicht der Wirklichkeit. Eine Kombination beider Methoden giebt jedoch eine genügende Annäherung an die wirklichen Betriebsverhältnisse. Wir können dabei abwechselnd die primäre Spule durch Gleichstrom und das Eisen durch einen in die sekundäre Spule geleiteten Wechselstrom heizen. Es ist dabei am bequemsten, wenn man tagsüber den Wechselstrom und während der Nacht den Gleichstrom benutzt, weil letzterer von einer Akkumulatorenbatterie geliefert werden kann, welche keine Bedienung gebraucht.

Eine andere und ganz einwandsfreie Methode, die Erwärmung zu bestimmen, ist im Abschnitt „Prüfung von Transformatoren“ angegeben. Dabei werden die gleichen Transformatoren  $D$  und  $B$  so geschaltet, dass beide vollbelastet arbeiten, während der kleine Transformator  $C$  nur die verlorene Leistung, also nur wenige Procente der Leistung jedes grossen Transformators zuzuführen braucht. Die grossen Transformatoren können übrigens zur Abkürzung der Versuchsdauer zuerst in einem Trockenofen, der ja doch in elektrotechnischen Fabriken immer vorhanden ist, angewärmt werden.

**Versuchsergebnisse.** Ich habe über die Erwärmung von Transformatoren ausgedehnte Versuche angestellt, und zwar bei verschie-

denen Belastungen, um die Abhängigkeit zwischen der Temperaturerhöhung und Abkühlungsfläche per Watt Verlust festzustellen. Diese Versuche wurden sämtlich mit Transformatoren angestellt, welche in gusseiserne Gehäuse eingesetzt waren, und zwar sowohl mit als auch ohne Oel als Füllmaterial. Die Resultate sind in den beiden Kurven Fig. 31 dargestellt. Die Gehäuse standen auf einem cementirten Boden in einem grossen gedeckten Raume, so dass die Luft von

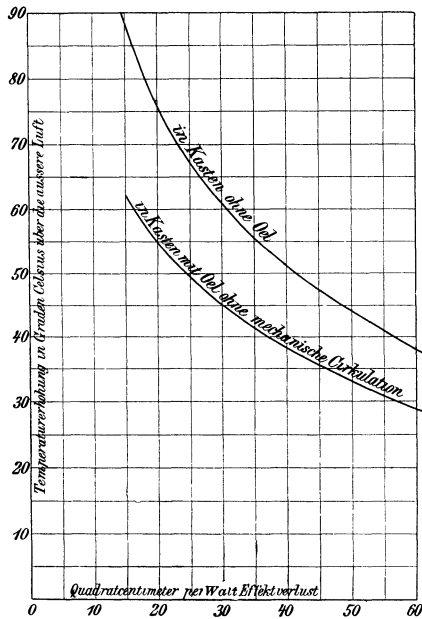


Fig. 31.

allen Seiten Zutritt hatte und Wärme auch in den Boden abfliessen konnte. Bei Aufstellung im Freien würde die Temperaturerhöhung etwas kleiner und bei Aufstellung in beengten Räumen würde sie etwas grösser ausfallen, als die Kurven angeben. Bei Oelfüllung wurden keine mechanischen Mittel zur Circulation gebraucht.

Bei Verwendung dieser Kurven zur Beurtheilung von verschiedenen Konstruktionen darf man nicht vergessen, dass die angegebenen Werthe für Dauerbetrieb bei Vollbelastung gelten. Nun sind die meisten Transformatoren, besonders jene für Beleuchtungszwecke, wohl dauernd im Betrieb, aber nicht immer voll belastet.

Diesem Umstande kann Rechnung getragen werden, indem man den Verlust für die verschiedenen Tageszeiten durch Rechnung bestimmt und so einen Mittelwerth für  $P_v$  findet, welcher, in die Formel  $o = O : P_v$  eingesetzt, die Abscisse zur Temperaturkurve darstellt.

**Theorie der Erwärmung.** Es ist von Interesse, die Vorgänge bei der Erwärmung eines Transformators theoretisch zu verfolgen. Die dabei gewonnenen Gesichtspunkte gelten natürlich auch für andere durch den Strom erwärmte Körper. Wir werden sie bei Erörterung der Frage anwenden, ob Sicherungen das Durchschlagen von durch Transformatoren gespeisten Kabeln verhindern können. Eine Abführung von Wärme kann nur eintreten, wenn die Temperatur des Körpers höher als jene des umgebenden Mediums (bei Transformatoren Luft oder Oel) ist. Die in der Zeiteinheit abgeführte Wärmemenge kann mit für unsern Zweck genügender Genauigkeit dem Temperaturunterschied proportional gesetzt werden. Die Abfuhr selbst erfolgt in zweifacher Weise, nämlich durch Strahlung und durch Konvektion, d. h. Uebertragung von Theilchen zu Theilchen. Die erstere Wirkung steigt proportional mit dem Temperaturunterschied  $y$  zwischen Körper und Medium; die letztere etwas rascher, weil die Cirkulation des Mediums bei grösserem Temperaturunterschied lebhafter wird, also die Uebertragung der Wärme von Theilchen zu Theilchen durch das Vorbeistreichen des Mediums an dem erwärmten Körper begünstigt wird.

Ist  $y$  der Temperaturunterschied,  $O$  die erwärmte Oberfläche und  $P$  die in Wärme umgesetzte Leistung in Watt, so können wir setzen

$$P = k O y,$$

wobei  $k$  einen Koeffizienten bedeutet, der mit  $y$  wächst. Für eine einfache mathematische Behandlung ist es jedoch nöthig,  $k$  als konstant anzunehmen, und wir müssen deshalb zunächst untersuchen, ob der dadurch eingeführte Fehler sehr gross ist. Das kann mit Hilfe der Versuchsergebnisse, wie sie in Fig. 31 dargestellt sind, geschehen.

Setzen wir

$$o = \frac{O}{P},$$

so ist

$$1 = k o y.$$

Wäre nun  $k$  absolut konstant, so würden die in Fig. 31 dargestellten Kurven sich bei entsprechender Wahl des Maassstabes

als gleichseitige Hyperbeln darstellen. Das ist jedoch nicht der Fall. Die Abweichung ist nicht unbedeutend, wie man sofort sieht, wenn man  $k$  aus den Kurven berechnet. So ist z. B. für einen Transformator ohne Oelkühlung

$o$	=	60	40	20
$T$	=	38	52	75
$k$	=	0,00044	0,00048	0,00067

Die Abweichung ist besonders für höhere Werthe von  $y$  bedeutend. Da man aber bei Transformatoren selten eine grössere Temperaturerhöhung als  $60^{\circ}$  bis höchstens  $65^{\circ}$  C. zulassen wird und innerhalb dieser Grenze die Abweichung nicht übermässig gross ist, so können wir ohne allzu grossen Fehler  $k$  als konstant annehmen.

Unter dieser Voraussetzung können wir folgende Wärmebilanz aufstellen: Die in der Zeit  $dx$  zugeführte Wärme, ausgedrückt in Arbeitseinheiten (Volt — Ampère — Sekunden), wird verwendet:

1. zur Erhöhung der Temperatur des Körpers von  $y$  auf  $y + dy$  Graden Celsius;
2. zur Deckung der abgeführten Wärme  $k O y dx$ .

Ist das Gewicht von Kupfer  $G_k$  und Eisen  $G_e$  bekannt, so lässt sich die zur Temperaturerhöhung nöthige Wärme und die entsprechende elektrische Arbeit leicht berechnen. Die spezifische Wärme ist für Eisen 0,11 und für Kupfer 0,093. Die der Temperaturerhöhung  $dy$  entsprechende Wärmemenge ist mithin

$$(0,11 G_e + 0,093 G_k) dy.$$

Die entsprechende Arbeit in Watt-Sekunden ist

$$4160 (0,11 G_e + 0,093 G_k) dy = c dy,$$

wobei  $c$  eine Konstante ist und für jeden Transformator berechnet werden kann aus

$$c = 4160 (0,11 G_e + 0,093 G_k).$$

Um die Wärmebilanz aufstellen zu können, muss auch die abgeführte Wärme in demselben Maass, d. h. in Watt-Sekunden und die verlorene Leistung in Watt ausgedrückt werden. Das giebt

$$P dx - c dy - b y dx = 0,$$

wobei

$$b = k O.$$

Die Gleichung der Wärmebilanz kann auch folgenderweise geschrieben werden

$$(P - by) dx - c dy = 0,$$

$$\left(y - \frac{P}{b}\right) dx + \frac{c}{b} dy = 0,$$

$$dx = -\frac{c}{b} \frac{dy}{\left(y - \frac{P}{b}\right)},$$

$$x = -\frac{c}{b} \ln \left(y - \frac{P}{b}\right) + C,$$

wobei  $C$  die Integrationskonstante bedeutet.

Im Anfang ist  $x = 0$  und  $y = 0$ . Wir haben also

$$0 = -\frac{c}{b} \ln \left(-\frac{P}{b}\right) + C.$$

Aus beiden Gleichungen bilden wir

$$x = -\frac{c}{b} \ln \left(\frac{y - \frac{P}{b}}{-\frac{P}{b}}\right),$$

$$x = -\frac{c}{b} \ln \left(1 - \frac{b}{P} y\right),$$

$$x = -\frac{c}{kO} \ln (1 - k o y).$$

Oder, bei Anwendung gemeiner Logarithmen,

$$x = -\frac{2,3c}{kO} \log (1 - k o y). \quad . . . . . 11)$$

Die Endtemperatur  $y = T$  wird, streng genommen, erst nach unendlich langer Zeit erreicht. Sie ist

$$T = \frac{1}{k o}.$$

Wenn wir uns jedoch begnügen, mit einem Annäherungswerthe von 99% der wahren Endtemperatur, d. h. in ihrer Bestimmung eine Ungenauigkeit von 1% zulassen, so wird die Klammergrösse 0,01 und der Logarithmus ist  $-2$ . Es ist also die Zeit zur Erreichung des Dauerzustandes in Bezug auf Erwärmung gegeben durch die Formel

$$t = 4,6 \frac{c}{kO} \text{ Sekunden.}$$

Der Faktor 4,6 ist ziemlich willkürlich; er hängt von der Genauigkeit ab, die wir bei Angabe der Endtemperatur verlangen. Soll der Fehler kleiner als 1 % sein, so würde der Faktor grösser werden und umgekehrt.

Denken wir uns nun zwei Transformatoren gleicher Bauart, aber verschiedener Grösse, derart, dass die linearen Dimensionen des einen das  $m$ -fache jener des andern sind. Da  $k$  für beide Transformatoren gleich ist,  $c$  mit der dritten und  $O$  mit der zweiten Potenz variiert, so ist das Verhältnis der Zeiten, in welchen die Transformatoren bei Dauerbelastung ihre Maximaltemperatur erreichen, gegeben durch

$$\frac{t_2}{t_1} = m,$$

wobei  $t_1$  sich auf den kleineren und  $t_2$  auf den  $m$ mal grösseren Transformator bezieht. Wir finden somit, dass die Maximaltemperatur desto später erreicht wird, je grösser der Transformator ist. Wie hoch diese Temperatur ist, hängt natürlich von dem Verhältnis  $O/P = o$  ab. Bezeichnet  $T_1$  die Temperatur des kleinen und  $T_2$  jene des  $m$  mal grösseren Transformators, so ist bei gleicher Kühlmethode ( $k$  für beide gleich)

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{o_1}{o_2}.$$

Nun ist  $O_2 = m^2 O_1$  und bei gleicher Beanspruchung des Materials  $P_2 = m^3 P_1$ , so dass

$$\frac{O_2}{P_2} = \frac{O_1}{P_1} \frac{1}{m} \quad \text{oder} \quad \frac{o_1}{o_2} = m.$$

$$\frac{T_2}{T_1} = m.$$

Ist also in beiden Transformatoren die Kühlmethode dieselbe und wird im grösseren dieselbe magnetische Beanspruchung des Eisens und dieselbe Stromdichte im Kupfer zugelassen, so ist die Endtemperatur des grossen Transformators  $m$  mal jene des kleinen, während die Zeit, in der diese Temperatur erreicht wird, auch  $m$  mal so gross ist. Um im grossen Transformator keine höhere Endtemperatur zu haben als im kleinen, muss offenbar

$$k_1 o_1 = k_2 o_2,$$

$$k_1 \frac{O_1}{P_1} = k_2 \frac{O_2}{P_2},$$



$$k_1 \frac{O_1}{P_1} = k_2 \frac{O_1 m^2}{P_2},$$

$$\frac{k_1}{P_1} = m^2 \frac{k_2}{P_2}.$$

Bei gleicher Beanspruchung des Materials ist  $P_2 = m^3 P_1$ , also

$$k_1 = \frac{k_2}{m}.$$

Das heisst, es muss die Wirksamkeit der Kühlmethode im grösseren Transformator in solchem Maasse gesteigert werden, dass die von der Flächeneinheit abgeführte Wärmemenge das  $m$ -fache des entsprechenden Werthes im kleinen Transformator beträgt. Das kann durch Einblasen von Luft, Oelfüllung, mechanische Cirkulation des Oeles oder Kühlung desselben durch Kühlschlangen geschehen. Reichen diese Mittel nicht mehr aus, so bleibt nichts anders übrig, als die Bedingung

$$k_2 = \frac{k_1}{m^2} \frac{P_2}{P_1},$$

dadurch zu erfüllen, dass man  $P_2 < m^3 P_1$  macht, das heisst die Beanspruchung des Materials im grossen Transformator niedriger hält als im kleinen.

Die obigen Ueberlegungen können in folgenden Sätzen zusammengefasst werden:

Bei gleicher Kühlmethode und gleicher Beanspruchung des Materials ist die Endtemperatur den linearen Dimensionen proportional.

Für gleiche Endtemperatur muss die Wirksamkeit der Kühlmethode im Verhältnis der linearen Dimensionen gesteigert werden oder die Beanspruchung des Materials entsprechend vermindert werden.

Die Zeit, in welcher die Endtemperatur erreicht wird, wächst proportional mit den linearen Dimensionen und nimmt mit steigender Wirksamkeit der Kühlmethode ab.

Beispiel. Für einen gegebenen Transformator sei bei 11 K.W. Belastung  $P=333$ ,  $O=12000$ ,  $o=36$  und  $k=0,000515$ , wenn der Transformator in einem Kasten ohne Oel steht. Aus

$$1 = k o T$$

finden wir die Endtemperaturerhöhung

$$T = 54^\circ \text{ C.}$$

Um die Zeit zu finden, nach der diese Temperatur erreicht wird, müssen wir zunächst  $c$  bestimmen. Es ist

$$c = 4160 (0,11 G_e + 0,093 G_k).$$

$$\text{Das Eisengewicht sei } G_e = 179 \text{ kg} \quad . . . \quad 0,11 G_e = 19,7$$

$$\text{Das Kupfergewicht sei } G_k = 111,5 \text{ kg} \quad . . . \quad 0,093 G_k = 10,3$$

---

30

$$c = 30 \times 4160 = 124800$$

$$t = \frac{4,6 \times 124800}{0,000515 \times 12000} = 93000 \text{ Sekunden} = 26 \text{ Stunden.}$$

Stellen wir nun den Transformator in Oel und belasten ihn wieder mit 11 K.W., so wird er die Endtemperatur (die natürlich geringer ist) früher erreichen. Die Kühlmethode ist durch die Beigabe des Oeles wirksamer geworden, d. h.  $k$  ist gestiegen. Wie man aus der untern Kurve Fig. 31 entnehmen kann, ist jetzt  $k = 0,00067$ . Die Endtemperatur beträgt jetzt  $41^\circ \text{ C.}$  und sie wird in

$$26 \times \frac{515}{670} = 20 \text{ Stunden}$$

erreicht.

Denken wir uns nun die linearen Dimensionen dieses Transformators verdoppelt und zunächst die Kühlmethode nicht verbessert. Da  $P$  nunmehr den achtfachen,  $O$  aber nur den vierfachen Werth annimmt und  $k$  gleich geblieben ist, wird  $t$  den doppelten Werth haben. Der Transformator wird 40 Stunden brauchen, um seine Endtemperatur (streng genommen 99 % derselben) zu erreichen. Diese würde jedoch  $82^\circ \text{ C.}$  betragen. Das ist zu viel. Um sie zu vermindern, müssen wir die Kühlmethode verbessern, etwa durch Einbau einer Kühlschlange und Durchleiten von kaltem Wasser, oder durch Anordnung von Cirkulationskanälen innerhalb und Kühlrippen ausserhalb des Gehäuses. Wir wollen annehmen, dass es uns in dieser Art gelungen ist, die Endtemperatur auf  $65^\circ \text{ C.}$  zu begrenzen, dann würde diese Kühlmethode einem  $k$  von

$$0,00067 \times \frac{82}{65} = 0,000845$$

entsprechen; und die Zeit, nach welcher die Endtemperatur von  $65^\circ \text{ C.}$  über jene der umgebenden Luft (also eine wirkliche Temperatur von rund  $80^\circ \text{ C.}$ ) erreicht wird, würde nicht mehr 40 Stunden, sondern nur

$$40 \times \frac{65}{82} = 31,6 \text{ oder rund } 32 \text{ Stunden}$$

betragen.

Wie später gezeigt wird, wächst bei gleicher Beanspruchung des Materials die Leistung des Transformators ungefähr mit der vierten Potenz der linearen Dimensionen. Der grosse Transformator würde also rund 16 mal so viel leisten als der kleine, d. h. 166 K.W. Die Gesamtverluste sind 8 mal so gross, also rund 2,7 K.W. oder 1,64 % der Leistung. Dieses günstige Ergebnis ist aber nur möglich unter der Voraussetzung, dass es wirklich gelingt, die Kühlmethode so zu verbessern, dass die Erwärmung die angegebene Grenze von 65° C. nicht übersteigt. Gelingt das nicht, so ist die Beanspruchung des Materials entsprechend zu vermindern. Natürlich wird dadurch auch die Leistung vermindert. Wir haben in diesen Ausführungen hauptsächlich den Einfluss der linearen Dimensionen auf die Erwärmung und die dazu nöthige Zeit betrachtet und dabei ihren Einfluss auf die Leistung nur nebenher gestreift. Wir gehen nun dazu über, diesen Gegenstand etwas genauer zu untersuchen.

**Einfluss der linearen Dimensionen.** Die meisten Maschinen und mechanischen Apparate gestalten sich in Bezug auf Materialausnutzung und Wirkungsgrad günstiger, wenn sie in grösserem Maassstabe ausgeführt werden, und es steht deshalb zu erwarten, dass auch grosse Transformatoren im Verhältnis zur Leistung leichter sein und einen besseren Wirkungsgrad haben werden als kleine. Innerhalb gewisser Grenzen ist das auch der Fall. Ein 10 Kwt.-Transformator hat jedenfalls ein kleineres als das 10 fache Gewicht von einem 1 Kwt.-Transformator, und sein Wirkungsgrad ist auch besser. Wenn wir jedoch einen 100 Kwt.- und einen 10 Kwt.-Transformator miteinander vergleichen, so tritt der Vorzug des grösseren Apparates nicht mehr so auffallend hervor; ja er kann sogar ganz verschwinden. Der Grund dafür liegt in dem Umstande, dass der grössere Apparat wegen seiner im Verhältnis zu seinem Volumen kleineren Abkühlungsfläche nicht so stark belastet werden kann als der kleinere, wenn die pro Oberflächeneinheit abgegebene Wärmemenge die gleiche bleiben soll. So lange nun der kleinere von den beiden zu vergleichenden Transformatoren so geringe lineare Dimensionen hat, dass seine abkühlende Oberfläche im Vergleich zu seiner Leistung sehr reichlich ist, kann man beim grösseren Trans-

formator eine grössere Erwärmung zulassen und erzielt durch die Vergrösserung der linearen Dimensionen einen erheblichen Vortheil; wenn jedoch der kleinere Apparat solche Dimensionen hat, dass er schon selbst nahe an der Grenze der zulässigen Erhitzung steht, darf diese Grenze beim grösseren Apparat auch nicht überschritten werden, und es bietet dann die Vergrösserung der linearen Dimensionen nicht mehr denselben und unter Umständen sogar keinen Vortheil in Bezug auf Materialausnützung.

Ein Beispiel möge dies erläutern. Wir nehmen an, dass der kleine Apparat für eine Leistung von 10 Kwt. gebaut sei und bei Vollbelastung einen Verlust von 400 Watt aufweist, der wie folgt vertheilt ist: Hysteresis 200 Watt; Kupferwärme 100 Watt in jedem Stromkreis. Die ganze Abkühlungsfläche sei 16 000 qcm, also 40 qcm pro Watt, was bei Dauerbetrieb einer Temperaturzunahme von etwa 50° C. über die Lufttemperatur entspricht. Die Induktion im Eisen sei  $\mathfrak{B} = 5000$ . Nun vergrössern wir die linearen Dimensionen des Eisenkernes auf das Doppelte. Bei gleicher magnetischer Beanspruchung würde also der gesammte magnetische Fluss das Vierfache ausmachen, und um die gleichen elektromotorischen Kräfte zu erhalten, brauchen wir nur den vierten Theil der Windungen in jeder Spule. Der Windungsraum ist dabei der Vierfache; es kann also jeder einzelne Draht mit seiner Isolation den 16fachen Raum einnehmen. Da nun die Isolation nicht ganz in dem Verhältnisse verstärkt zu werden braucht, als der Draht selbst, und da man in der Hochspannungsspule rechteckigen anstatt runden Draht verwenden kann, so wird der Querschnitt der Drähte selbst etwas mehr wie das 16fache betragen. Wir wollen der Einfachheit halber auf diesen Umstand vorläufig nicht Rücksicht nehmen, aber beachten, dass das so erhaltene theoretische Ergebnis für den grossen Transformator nicht ganz so günstig ausfällt, als der Wirklichkeit entspricht.

Betrachten wir zunächst die Niederspannungswickelung. Die Länge jeder Wickelung ist auf das Doppelte gestiegen; dabei haben wir jedoch nur ein Viertel der Windungen. Die Gesamtlänge ist also nunmehr auf die Hälfte gesunken. Wenn der gleiche Draht verwendet würde, so wäre der Widerstand also die Hälfte. Nehmen wir an, der kleine Transformator giebt 100 Ampère bei 100 Volt. Die Kupferwärme von 1% = 100 Watt würde also einem Widerstand von 0,01 Ohm entsprechen. Der grosse Transformator mit

dem gleichen Draht bewickelt würde mithin in seiner Nieder-  
spannungsspule einen Widerstand von 0,005 Ohm haben. Da jedoch  
der Draht den 16fachen Querschnitt hat, so ist sein Widerstand  
 $\frac{0,005}{16}$  Ohm. Wenn wir zunächst annehmen, dass der Draht gleich  
beansprucht wird, so würde die sekundäre Stromstärke 1600 Ampère  
betragen, der Spannungsverlust also 0,5 Volt sein, das heisst nur  
mehr ein halbes Procent. Die gleiche Ausführung gilt für die Hoch-  
spannungsspule, so dass die ganze Kupferwärme nur mehr 1% der  
Gesamtleistung von 160 Kwt., also 1600 Watt ausmacht. Der  
Eisenverlust ist im Verhältnis mit dem Gewicht auf das Achtfache  
angewachsen, beträgt somit auch 1600 Watt. Wir haben also im  
grossen Transformator die gesammten Verluste gleich 3200 Watt  
und die Leistung gleich 160 Kwt. Die Gesamtverluste machen  
daher nur 2% der Leistung aus, gegenüber 4% im kleinen Trans-  
formator. In dieser Beziehung ist der grosse Transformator be-  
deutend besser als der kleine, es ist jedoch nicht immer möglich,  
die Leistungsfähigkeit bei diesem Wirkungsgrad voll auszunützen,  
weil sich sonst der Apparat zu sehr erhitzen würde. Die Aus-  
nützung kann allerdings durch Anwendung von besonderen Kühl-  
vorrichtungen möglich gemacht werden. Wir sehen jedoch von diesen  
vorerst ab. Wir haben angenommen, dass der kleine Transformator  
eine Abkühlungsfläche von 16 000 qcm hat, also 40 qcm per Watt  
Verlust bei Dauerbetrieb. Die Temperaturerhöhung war dabei etwa  
50° C. Der grosse Transformator hat die vierfache Abkühlungs-  
fläche und einen achtmal so grossen Verlust; seine Abkühlungsfläche  
ist also nicht mehr 40, sondern nur 20 qcm pro Watt Verlust, was  
bei Dauerbetrieb eine Temperaturerhöhung von 76° C. herbeiführen  
würde. Eine solche Erhitzung ist unzulässig, und um sie zu ver-  
meiden, giebt es zwei Mittel. Wir können entweder das Gehäuse  
des Transformators mit Oel füllen, wodurch eine bessere Abführung  
der Wärme vom Transformator an die Wände seines Gehäuses er-  
zielt wird und die Temperaturerhöhung bei Dauerbetrieb auf etwa  
55° C. vermindert würde, was noch zulässig ist; oder wir können  
mechanisch Luft einblasen und so die Kühlung wirksamer machen;  
oder wir müssen, wenn wir keines dieser Mittel verwenden wollen,  
die Belastung soweit vermindern, dass die Gesamtverluste nicht  
mehr als 1600 Watt betragen, wobei die Abkühlungsfläche pro Watt  
Verlust auf das im kleinen Transformator gegebene Maass von

40 qcm pro Watt steigt. Um den Vergleich der beiden Transformatoren auf derselben Grundlage durchzuführen, müssen wir das letztere Mittel wählen und jetzt untersuchen, um wieviel die Leistung zu verringern ist, damit die Gesamtverluste halbirt werden. Wir hatten einen Eisenverlust von 1600 Watt bei  $\mathfrak{B} = 5000$ . Aus den Kurven Fig. 9 finden wir, dass bei  $\sim = 50$  jedes Kilogramm Eisen 1,08 Watt verbraucht. Um den halben Verlust zu haben, müssen wir auf den Kurven jenen Punkt aufsuchen, für welchen der Verlust pro kg nur 0,54 Watt ist. Das ist der Fall für  $\mathfrak{B} = 3350$ . Um mit dieser Induktion zu arbeiten, müssen wir entweder die Spannung vermindern, oder die Windungszahl erhöhen. Wir würden also, wenn wir an der Wickelung nichts ändern, jetzt nicht mehr 100 Volt in der Sekundärspule erhalten, sondern nur  $100 \times \frac{3350}{5000} = 67$  Volt, dafür aber den Eisenverlust auf die Hälfte reducirt haben. Um die Kupferwärme  $WJ^2$  auch auf die Hälfte zu reduciren, muss das Quadrat der Stromstärke auf die Hälfte, die Stromstärke selbst also im Verhältnis  $\sqrt{2}:1$  reducirt werden, was in unserem Falle  $1600:\sqrt{2} = 1135$  giebt. Die Leistung des Transformators ist also jetzt nicht mehr 160 Kwt., sondern bloss  $67 \times 1135 = 76,5$  Kwt. In Wirklichkeit wird allerdings die Leistung etwas grösser ausfallen, weil, wie schon oben erwähnt, das Verhältnis des durch die Isolation verlorenen zu dem mit Kupfer wirklich ausgefüllten Wickelungsraume sich im grösseren Transformator günstiger stellt. Wie gross dieser Gewinn ist, muss für jede Konstruktion durch Zeichnung und Berechnung bestimmt werden. Nehmen wir als einen angenäherten Ueberschlag an, dass wir auf diese Weise noch 8 Kwt. gewinnen, so würde der grosse Transformator 84 Kwt. im Dauerbetrieb liefern können, und dabei seine Erwärmung nicht grösser sein als jene des kleinen. Die Leistung ist also auf etwas über das Achtfache gestiegen, und da das Gewicht achtmal so gross ist, so ist die Materialausnützung im kleinen und grossen Transformator so ziemlich dieselbe. Die Vergrösserung der linearen Dimensionen hat in dieser Beziehung keinen Vortheil gebracht. In Bezug auf den Wirkungsgrad ist jedoch ein erheblicher Vortheil erzielt worden; denn der 84 Kwt.-Transformator verliert 1600 Watt, also nicht ganz 2%, während der 10 Kwt.-Transformator 4% verliert. Der Wirkungsgrad ist also von 96 auf 98% gesteigert worden.

Die Aenderung der linearen Dimensionen wird für den grossen Transformator bedeutend günstiger, wenn seine Leistung nicht durch das Verhältnis von Abkühlungsfläche und Wattverlust begrenzt wird. Das ist der Fall, einmal wenn der kleine Transformator so geringe Dimensionen hat, dass seine Leistung nicht durch die Frage der Erhitzung, sondern lediglich durch jene nach einem guten Wirkungsgrad begrenzt ist; und ein anderes Mal, wenn man beim grossen Transformator künstliche Abkühlungsmittel anwendet. Ist die Abkühlung genügend wirksam, so kann die Leistung im Verhältnis zur vierten Potenz der linearen Vergrösserung gesteigert werden (also in unserem Beispiele von 10 Kwt. auf  $10 \times 2^4 = 160$  Kwt.), während das Gewicht sich nur im Verhältnis zur dritten Potenz vergrössert. Die Materialausnützung wird also bei Vergrösserung der linearen Dimensionen günstiger; das heisst, je grösser die linearen Dimensionen, desto geringer wird das Gewicht des Transformators per Kwt. Leistung. Dabei ist der procentuale Effektverlust den linearen Dimensionen umgekehrt proportional.

Wir können in der Ausnützung des grossen Transformators jedoch noch einen Schritt weiter gehen. Wir können annehmen, dass wir durch Anordnung besonders wirksamer Kühlvorrichtungen (wie mechanische Cirkulation von Oel unter Anwendung von Kühlwasser in einem äusseren Gefässe) es dahin bringen, die Temperatur selbst bei einer grösseren Leistung noch in angemessenen Grenzen zu halten. In diesem Falle können wir also die magnetische Beanspruchung des Eisens und die Stromdichte in den Drähten des grossen Transformators noch erhöhen. Nehmen wir an, dass wir die primäre Spannung um so viel erhöhen, dass  $\mathfrak{B} = 7300$  wird. Der Eisenverlust wird dann 2,1 Watt per kg bei 50 Perioden sein und sich mithin von 1600 auf  $1600 \cdot \frac{2,1}{1,08} = 3100$  Watt steigern. Die elektromotorische Kraft der Sekundärspule wird dabei von 100 auf  $100 \cdot \frac{7300}{5000} = 146$  Volt anwachsen. Wenn wir in der Kupferwärme einen gleichen Zuwachs als wie im Eisenverlust erlauben, so wird die Stromstärke im Verhältnis von  $1 : \sqrt{\frac{3100}{1600}} = 1 : 1,39$  steigen. Die Leistung des Transformators ist also jetzt nicht 160 Kwt., sondern

$$\frac{146 \times 1600 \times 1,39}{1000} = 325 \text{ Kwt.}$$

bei einem Gesamtverlust von 6200 Watt. Der Verlust ist also nahezu 2%, und der Wirkungsgrad ist annähernd der gleiche wie früher. Wir haben durch diese gesteigerte Beanspruchung des Materiales die Leistung verdoppelt, ohne den Wirkungsgrad zu verkleinern. Dabei ist im Vergleich mit dem kleinen Transformator die Leistung pro Gewichtseinheit aktiven Materiales vervierfacht worden. Allerdings ist die Abkühlungsfläche jetzt nicht 40, sondern nur mehr 10 qcm pro Watt Arbeitsverlust, und ein Dauerbetrieb wäre nur unter Anwendung von ganz vorzüglichen Einrichtungen zur Cirkulation und Abkühlung des Oeles möglich. Immerhin empfiehlt es sich, bei sehr grossen Transformatoren solche Kühlvorrichtungen anzubringen, weil deren Kosten im Vergleich zur erzielten Materialersparnis im Transformator selbst nur gering sein können. Es werden auch thatsächlich Transformatoren bis zu 1000 und mehr Kwt. gebaut und mit sehr wirksamen Gebläsen, Kühlschlangen oder gleichwerthigen Einrichtungen versehen.

Die obige Betrachtung wurde unter der Voraussetzung gemacht, dass das Verhältnis der linearen Dimensionen der zwei Transformatoren 1 : 2 sei. Es wäre natürlich auch möglich gewesen, die gleiche Betrachtung ganz allgemein für ein beliebiges Verhältnis 1 :  $m$  anzustellen. Das konkrete Zahlenbeispiel erleichterte jedoch die Betrachtung und wurde aus diesem Grunde gewählt. Wir können jetzt die Ergebnisse ohne weiteres auf den Fall anwenden, wo die lineare Vergrösserung um das  $m$ fache stattfindet, wobei jedoch beachtet werden muss, dass die Ergebnisse nur annähernd und nicht in streng mathematischem Sinne richtig sind. Das kommt theilweise daher, dass wir als Ausgangspunkt des Vergleiches eine bestimmte Induktion für den kleinen Transformator annehmen müssen, deren Wahl natürlich die Rechnung beeinflusst; und theilweise daher, dass bei dem Entwurf des grossen Transformators die Geschicklichkeit des Konstrukteurs auch mitspielt, dieser Faktor aber rechnerisch nicht mit in die Formeln aufgenommen werden kann. Das Ergebnis unserer Betrachtung ist also nur eine erste Annäherung, aber als solche zu vorläufigen Ueberschlagsrechnungen immerhin nützlich. Wir wollen deshalb die oben gewonnenen Resultate der bequemen Uebersicht halber noch tabellarisch zusammenstellen. Dabei bedeutet  $P$  die Leistung und  $P_v$  die Gesamtverluste des kleinen Transformators,  $O$  seine Abkühlungsfläche,  $o$  die Abkühlungsfläche



für jedes Watt Effektverlust (also  $o = \frac{O}{P_v}$ ) und  $m$  das Verhältnis zwischen den linearen Dimensionen des kleinen und grossen Transformators. Dann haben wir im grossen Transformator drei Fälle zu unterscheiden:

- I. Die Abkühlungsfläche per Watt ist dieselbe, und die Erwärmung beider Apparate ist bei gleicher Kühlmethode dieselbe.
- II. Die magnetische und elektrische Beanspruchung des Materiales ist dieselbe. Bei gleicher Kühlmethode ist die Erwärmung des grossen Transformators grösser, oder bei gleicher Erwärmung muss die bei ihm angewendete Kühlmethode wirksamer sein.
- III. Die Beanspruchung des Materiales im grossen Transformator soll um so viel grösser als im kleinen sein, dass die Abkühlungsfläche pro Watt Verlust im Verhältnis  $1 : m^2$  kleiner ist als beim Normal-Transformator. Dabei muss natürlich der grosse Transformator eine besonders wirksame Einrichtung zu seiner Kühlung erhalten.

Bezeichnung der Grössen	Kleiner Normal- Transformator	Grosser Transformator		
		I	II	III
Lineare Dimension . . .	$l$	$l_1 = m l$	$m l$	$m l$
Gewicht . . . . .	$G$	$G_1 = m^3 G$	$m^3 G$	$m^3 G$
Abkühlungsfläche . . .	$O$	$O_1 = m^2 O$	$m^2 O$	$m^2 O$
Leistung . . . . .	$P$	$P_1 = m^3 P$	$m^4 P$	$m^5 P$
Verlust . . . . .	$P_v$	$P_{v1} = m^2 P_v$	$m^3 P_v$	$m^4 P_v$
$O : P_v$ . . . . .	$o$	$o_1 = o$	$\frac{o}{m}$	$\frac{o}{m^2}$
Gewicht pro Kilowatt .	$g$	$g_1 = g$	$\frac{g}{m}$	$\frac{g}{m^2}$
Wirkungsgrad . . . .	$\eta$	$\eta_1 =$	$\frac{m - 1 + \eta}{m}$	

Ein Beispiel möge den Gebrauch dieser Tabelle erläutern. Nehmen wir an, wir hätten für einen 5 Kwt.-Transformator bei 95% Wirkungsgrad eine gute Konstruktion gefunden. Wir betrachten diesen als den Normaltransformator und wünschen die gleiche Kon-

struktions so zu vergrössern, dass wir einen 15 Kwt.-Transformator erhalten. Zum Ansetzen der Zeichnung ist es also vor allem nöthig, die Grösse der linearen Dimensionen zu bestimmen.

Wir nehmen an, dass der grosse Transformator wie der kleine gewöhnliche Luftkühlung haben soll. Es sei im kleinen Transformator  $o = 60$ , was einer Temperaturerhöhung von  $38^{\circ}$  C. entspricht. Wir wollen nun im grossen Transformator eine Temperaturerhöhung von  $55^{\circ}$  C. erlauben. Das giebt uns  $o_1 = 35$ . Nehmen wir vorerst gleiche Materialbeanspruchung an und bestimmen  $m$  aus  $m = \frac{o}{o_1} = 1,72$  (Spalte II der Tabelle), so werden wir voraussichtlich zu grosse Dimensionen und eine zu grosse Leistung erhalten. Wir finden in der That  $P_1 = 5 \times 1,72^4 = 43,5$  Kwt. Wir betrachten jetzt den Transformator von 43,5 Kwt. als den normalen Transformator und bestimmen aus Spalte II die Dimensionen des 15 Kwt.-Transformators. Es ist also  $P = 43,5$  und  $P_1 = 15$ . Daraus ergibt sich  $m = \sqrt[4]{\frac{15}{43,5}} = 0,77$ .

Die lineare Dimension des 5 Kwt.-Transformators war  $l$ , die des 43,5 Kwt.-Transformators war  $1,72 l$ . Wir finden somit die lineare Dimension des 15 Kwt.-Transformators  $l_1 = l \times 1,72 \times 0,77 = 1,325 l$ . Wenn also z. B. die Kerndicke des 5 Kwt.-Transformators 100 mm war, so müssten wir die Zeichnung des 15 Kwt.-Transformators mit einer Kerndicke von 133 mm ansetzen.

Zur Kontrolle können wir auch die Kerndicke aus Spalte I bei gleicher Abkühlung berechnen, also für  $o_1 = 60$ . Wir haben aus

$P_1 = m^3 \times 5 = 15$ ,  $m = \sqrt[3]{3} = 1,44$ . Die Kerndicke würde also in diesem Falle nicht 133, sondern 144 mm betragen. Der Unterschied kommt daher, dass die grössere Dimension für einen Transformator gilt, der bei Dauerbetrieb nicht eine Temperaturerhöhung von  $55^{\circ}$  C., wie erlaubt, sondern nur eine solche von  $38^{\circ}$  C. aufweisen wird. Bei  $o_1 = 60$ , d. h. bei der kleineren Erwärmung ist das Gewicht des Transformators  $3 G$ ; bei  $o = 35$ , d. h. bei Erwärmung um  $55^{\circ}$  C. würde das Gewicht nur  $1,325^3 G = 2,33 G$  betragen. Wir können durch Zulassung der grösseren Erwärmung das Gewicht und annähernd auch die Herstellungskosten des 15 Kwt.-Transformators

um  $\frac{300 - 233}{300} \times 100 = 22,4\%$  vermindern.

Die Abkühlungsfläche des 5 Kwt.-Transformators war 60 qcm pro Watt, also im Ganzen  $O = 250 \times 60 = 15\,000$  qcm. Für den Transformator mit einem Kern von 133 mm haben wir  $O_1 = 15\,000 \times 1,33^2 = 26\,500$  qcm, wobei 35 qcm pro Watt entfallen. Wir haben also einen Gesamtverlust von  $26\,500 : 35 = 760$  Watt, d. h. ungefähr 5% der Gesamtleistung. Wenn wir jedoch den grösseren Kern verwenden, so ist  $P_{v1} = 1,44^2 \times 250 = 520$  Watt, also nur  $3\frac{1}{2}\%$  der Gesamtleistung. Wir können jetzt die gefundenen Werthe wie folgt tabellarisch zusammenstellen. Um eine Grundlage zum Vergleich der Gewichte zu haben, nehmen wir an, dass der 5 Kwt.-Transformator 20 kg pro Kilowatt wiegt.

Bezeichnung der Grössen	Transformator von		
	5 Kwt.	15 Kwt.	15 Kwt.
Kerndicke . . . . mm	100	133	144
Gesamtwicht . . . kg	100	233	300
Gewicht pro Kilowatt kg	20	15,6	20
Temperaturerhöhung ° C.	38	55	38
Wirkungsgrad . . . %	95	95	96,5

Der Konstrukteur hat jetzt beim Ansetzen der Zeichnung zu entscheiden, ob er die grössere oder kleinere Kerndicke wählt. Dieselbe grösser zu machen als 144 mm, würde einen zu schweren Apparat geben, während eine kleinere Kerndicke als 133 mm die Anwendung besonderer Kühlvorrichtungen nöthig machen würde, deren Kosten im Vergleich mit den Kosten des Apparates selbst doch ziemlich beträchtlich sein würden. Die Wahl liegt also zwischen den in der Tabelle angeführten Grenzen und muss lediglich mit Rücksicht auf die Herstellungskosten und den Wirkungsgrad getroffen werden. Handelt es sich hauptsächlich um eine leichte und billige Konstruktion, so wird man die kleinere Kerndicke wählen; handelt es sich hauptsächlich darum, den Wirkungsgrad möglichst gross zu machen, so wird man die grössere Kerndicke wählen.

Der praktische Nutzen der hier angestellten Betrachtung über den Einfluss der linearen Dimensionen liegt hauptsächlich darin, dass dadurch dem Konstrukteur ein Mittel gegeben wird, ohne langwieriges Herumtasten sofort die Zeichnung eines neuen Transformators anzusetzen, wenn jene eines guten Transformators anderer Grösse vorliegt.

**Formel zur oberflächlichen Berechnung der Leistung.** Für kleine und mittlere Transformatoren ohne besondere Kühlvorrichtungen ist, wie früher gezeigt wurde, die Leistung bei gleicher Periodenzahl ungefähr dem Gewicht proportional. Sie ist also auch dem gesammten Eisenvolumen ungefähr proportional. In kleinen Transformatoren entfällt auf die Kerne ein kleinerer Theil des Gesamtvolumens, in grösseren ein grösserer Theil. Der Unterschied ist jedoch nicht sehr bedeutend. Es ist also auch das Kernvolumen ein ungefähres Maass für die Leistung derjenigen Spulen, die den Kern umgeben. Diese Ueberlegung giebt uns ein bequemes Mittel, die Leistung eines Transformators aus dem Kernvolumen, allerdings nur ganz oberflächlich, zu bestimmen. Wir haben

Leistung in  $KVA = K \times$  Kernvolumen in cdm,  
dabei bedeutet  $K$  einen Koeffizienten, der von der Spannung, Periodenzahl, Temperaturerhöhung, Kühlmethode und auch von der Geschicklichkeit des Konstrukteurs abhängt. Für Spannungen bis 2000 V,  $\sim = 50$ , und Leistungen zwischen etwa 10 und 50 KVA schwankt  $K$  zwischen 0,8 und 1,2, wobei der kleinere Werth für die untere, der grössere für die obere Leistungsgrenze gilt und künstliche Kühlung nicht verwendet wird. Bei höheren Periodenzahlen wird  $K$  etwas grösser.

## Viertes Kapitel.

Arbeitsleistung eines Wechselstromes. — Zusammensetzung von Strömen oder Spannungen. — Bestimmung des Leerlaufstromes. — Einfluss von Stossfugen.

**Arbeitsleistung eines Wechselstromes.** Um die Leistung eines Transformators beurtheilen zu können, ist es zunächst nothwendig, den Effekt zu messen, welcher der Primärspule zugeführt und von der Sekundärspule abgegeben wird. Wir müssen also im Stande sein, die durch irgend einen Wechselstrom dargestellte Leistung durch einen geeigneten Apparat entweder direkt zu messen, oder aus anderen Beobachtungen zu berechnen. Wir nehmen dabei vorläufig an, dass sowohl der Strom selbst als auch die Spannung sich nach dem Sinusgesetz ändern. Diese Annahme geschieht lediglich, um die mathematische Behandlung des Gegenstandes einfach und übersichtlich zu machen. Sie trifft in Wirklichkeit nur selten zu, wir werden jedoch später sehen, dass die unter dieser Annahme entwickelten Methoden zur Arbeitsmessung auch dann angewendet werden können, wenn der Strom und seine Spannung nicht sinusartig, sondern beliebig verlaufen, solange nur die Periodenzahl beider die gleiche ist.

Es stelle die Sinuslinie  $I$  in Fig. 32 die jeweilige Stromstärke als Funktion der Zeit dar, und die Linie  $E$  die Spannung zwischen zwei Punkten eines Stromkreises, also z. B. zwischen den Klemmen der Primärspule eines Transformators. Dabei zählen wir die Zeit von links nach rechts. Zur Zeit 0 ist die Stromstärke negativ (unter der Abscissenachse), und die Spannung ist 0. Zur Zeit  $t_1$  ist die Stromstärke 0, und die Spannung hat einen positiven Werth. Zur Zeit  $t_2$  erreicht die Spannung ein positives Maximum. Die Stromstärke erreicht ihr positives Maximum etwas später, nämlich zur Zeit  $t_3$ . Bei  $t_4$  ist die Spannung auf 0 gesunken, die Strom-

stärke ist jedoch noch positiv, aber im Abnehmen begriffen. Sie wird 0 bei  $t_5$ , zu welcher Zeit die Spannung schon negativ ist. Da unserer Annahme gemäss beide Kurven nach einem einfachen Sinusgesetz verlaufen, so muss die Entfernung ihrer Nullpunkte sowohl als ihrer Maxima stets die gleiche bleiben, das heisst, die Zeitunterschiede zwischen den betreffenden Punkten müssen dieselben sein:  $t_3 - t_2 = t_5 - t_4 = t_7 - t_6$  etc. Dieser Zeitunterschied zwischen den entsprechenden Werthen von Strom und Spannung wird als zeitliche Nach- oder Voreilung bezeichnet. In unserem Falle, wo die Spannung die Null- und Maximalwerthe früher erreicht als der Strom, hat der Strom Nacheilung im Vergleich zur Spannung; oder man kann auch sagen, dass die Spannung dem Strome voreilt.

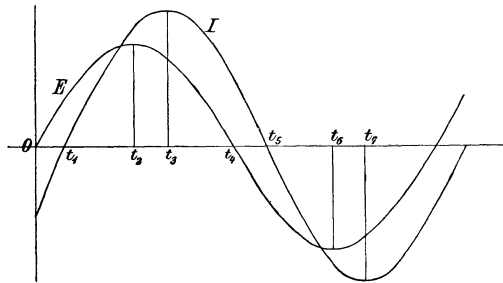


Fig. 32.

Bedingung für dieses relative Verhältnis ist, dass in dem beobachteten Theil des Stromkreises eine elektromotorische Kraft thätig ist, welche sich der Aenderung der Stromstärke widersetzt. Eine solche elektromotorische Kraft wird z. B. durch die Aenderung in dem vom Strome selbst erzeugten Kraftlinienfluss hervorgerufen. Ist jedoch in dem betrachteten Theil des Stromkreises eine elektromotorische Kraft im entgegengesetzten Sinne thätig, so wird sowohl das Anwachsen als auch das Abnehmen der Stromstärke dadurch begünstigt, und der Strom erreicht seine Null- und Maximalwerthe früher als die Spannung. Wir haben also dann zeitliche Voreilung des Stromes gegenüber der Spannung. Eine solche in der Stromrichtung wirkende elektromotorische Kraft wird durch Einschaltung eines Kondensators hervorgebracht. Die Platten des Kondensators erhalten den stärksten positiven Ladestrom in dem Augenblicke, wo die Spannung zwischen ihnen 0 ist. Hat diese Spannung ihr positives Maximum erreicht, so kann keine weitere Ladung erfolgen,



kürlich gewählten Maassstab den Maximalwerth der Spannung darstellt, so giebt die Projektion des innerhalb des Kreises liegenden Theiles des Uhrzeigers (Spannungsvektor) den jeweiligen Werth der Spannung im selben Maassstab an. Es ist also zur Zeit  $t$  die Spannung gleich  $O E_t$ , wobei wir die Spannung als positiv betrachten, wenn  $E_t$  über, und als negativ, wenn  $E_t$  unter  $O$  liegt.

In der gleichen Weise kann die Stromstärke dargestellt werden, nur muss man sich den betreffenden Stromvektor  $O I$  um den konstanten Nacheilungswinkel  $E O I = \varphi$  zurückgestellt denken. Die zwei Vektoren drehen sich in derselben Richtung mit gleicher Geschwindigkeit und behalten somit immerwährend ihre gegenseitige Winkelstellung  $\varphi$  bei. Nehmen wir an, der Vektor  $O E$  schliesse nach der Zeit  $t$  mit der Horizontalen den Winkel  $\alpha$  ein, so wird der Zeiger  $O I$  zur selben Zeit mit der Horizontalen den Winkel  $\beta = \alpha - \varphi$  einschliessen. Die augenblicklichen Werthe der Spannung und Stromstärke sind dann bezw.  $E \sin \alpha$  und  $I \sin (\alpha - \varphi)$ . Der augenblickliche Werth des Effektes ist das Produkt dieser beiden Werthe

$$P = E I \sin \alpha \sin (\alpha - \varphi).$$

Nehmen wir an, dass die Vektoren in einer Sekunde  $\sim$  Umdrehungen machen, so dass  $\frac{1}{\sim} = T$  die Zeit einer vollen Periode bezeichnet, und nennen wir die Winkelgeschwindigkeit  $\omega$ , so ist offenbar

$$\begin{aligned} \omega T &= 2\pi \\ \alpha &= \omega t \\ d\alpha &= \omega dt \\ d\alpha &= 2\pi \sim dt \end{aligned}$$

Da die Arbeit das Produkt von Effekt und Zeit ist, so haben wir die in der Zeit  $dt$  geleistete Arbeit

$$dA = P dt.$$

Wenn wir nun die Strom- und Spannungskurven aufzeichnen (Fig. 34) und das Produkt ihrer Ordinaten bilden, so erhalten wir eine dritte Kurve  $P$ , deren Ordinaten den augenblicklichen Effekt, und deren Fläche die Arbeit darstellt. Soweit diese Kurve oberhalb der Abscissenachse liegt, stellt sie positive, also dem Stromkreis zugeführte Arbeit dar; unterhalb der Achse liegende Theile der Kurve (die kleinen schraffirten Theile) stellen negative, d. h. vom Stromkreis wieder abgegebene Arbeit dar. Wollen wir die



während einer vollen Periode aufgenommene Arbeit bestimmen, so muss die Messung der Flächen zwischen den Ordinaten  $t=0$  und  $t=T$  geschehen, wobei die unterhalb der Horizontalen liegenden Flächen als negativ zu nehmen sind.

Die Arbeit während einer vollen Periode ist also

$$A = \int_0^T P dt.$$

Der augenblickliche Effekt schwankt, wie man aus den Kurven sieht, zwischen einem kleinen negativen und einem grossen positiven Werthe. Wir können uns nun vorstellen, dass wir diese ver-

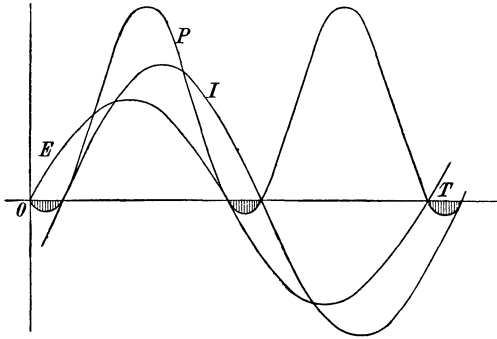


Fig. 34.

änderliche Leistung durch eine Dauerleistung ersetzen (etwa durch einen konstanten Gleichstrom), welche in der Zeit  $T$  genau so viel Arbeit liefert als der Wechselstrom; dann ist offenbar diese mittlere oder effektive Leistung der Quotient aus der Arbeit des Wechselstromes während einer Periode und der Zeitdauer der Periode

$$P = \frac{A}{T}$$

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T P dt.$$

Mit Einsetzung der obigen Werthe kann dieser Ausdruck auch in folgender Form geschrieben werden:

$$P = \frac{\tilde{E} \tilde{I}}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sin \alpha \sin (\alpha - \varphi) d\alpha,$$

deren Integration ergibt

$$P = \frac{1}{2} EI \cos \varphi.$$

Das gleiche Resultat erhalten wir nach Blakesley durch eine geometrische Methode mit Benützung des Vektordiagrammes. Seien in Fig. 33  $E$  und  $I$  die augenblicklichen Stellungen der Spannungs- und Stromvektoren, also  $E \sin \alpha$   $I \sin \beta$  der augenblickliche Effekt. Um den mittlern Effekt zu finden, würden wir den Kreis in eine genügend grosse Anzahl gleicher Theile eintheilen, die Vektoren in ihren diesen Theilen entsprechenden Stellungen zeichnen, ihre Projektionen bestimmen und die Summe der Produkte dieser Projektionen durch ihre Anzahl dividiren.

Anstatt nun die Stellungen in ihrer richtigen Reihenfolge zu addiren, können wir dieselben paarweise zusammenfassen, indem wir je zwei um  $90^\circ$  verschiedene Stellungen als einen Summanden in der Reihe ansehen. Dadurch wird natürlich jede Stellung zweimal gezählt und um den richtigen Mittelwerth zu erhalten, müssen wir die Gesamtsumme durch die doppelte Anzahl der Kreistheile dividiren. Bedeutet  $m$  diese Anzahl, so ist also der mittlere Effekt

$$P = \frac{1}{m} \Sigma (E I \sin \alpha \sin \beta),$$

wobei die Anzahl der Summanden  $m$  ist. Wenn wir statt einfacher, konjugirte Stellungen zählen, so ist aus Fig. 33

$$P = \frac{1}{2m} \Sigma (E I \sin \alpha \sin \beta + E I \cos \alpha \cos \beta),$$

wobei wieder die Anzahl der Summanden  $m$  ist. Der Ausdruck unter dem Summationszeichen ist aber offenbar gleichwerthig mit  $E I \cos (\alpha - \beta) = E I \cos \varphi$  und ist von der Stellung, d. h. von den speciellen Werthen der Winkel  $\alpha$  und  $\beta$  unabhängig. Die Summation ergibt also einfach  $m E I \cos \varphi$ , und dieser Werth in die Gleichung für  $P$  eingesetzt giebt

$$P = \frac{m}{2m} E I \cos \varphi$$

$$P = \frac{1}{2} E I \cos \varphi.$$

Dabei sind  $E$  und  $I$  die Maximalwerthe der Spannung und Stromstärke. Wenn wir die effektiven Werthe mit  $e$  und  $i$  bezeich-

nen, so bestehen, wie früher gezeigt, die Beziehungen  $e = \frac{E}{\sqrt{2}}$ ,  $i = \frac{I}{\sqrt{2}}$ , und wir können den mittleren Effekt auch wie folgt ausdrücken:

$$P = e i \cos \varphi \dots \dots \dots 12)$$

In diesem Ausdrucke ist  $\varphi$  der Verschiebungswinkel zwischen Strom und Spannung. Der Effekt bei gegebener Stromstärke und Spannung wird ein Maximum, wenn der Verschiebungswinkel 0 ist, wenn also die Spannung mit dem Strom der Phase nach übereinstimmt. Der Effekt wird Null, wenn die Verschiebung  $90^\circ$  beträgt.

Da  $i \cos \varphi$  die Projektion des Stromvektors auf den Spannungsvektor ist, so können wir den Effekt graphisch durch die Fläche

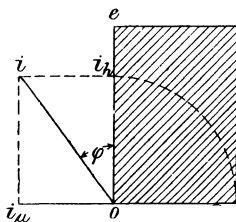


Fig. 35.

eines Rechteckes darstellen, dessen eine Seite die effektive Spannung und die andere Seite die Projektion des effektiven Stromvektors auf den Spannungsvektor ist. Oder wir projiciren den Spannungsvektor auf den Stromvektor und bilden das Rechteck aus dieser Projektion und der Länge des Stromvektors. Die Fläche giebt den Effekt. Natürlich muss bei der Flächenbestimmung auf den Maassstab, in welchem die Vektoren gezeichnet sind, Rücksicht genommen werden. Wenn z. B. in beiden 1 mm 1 Ampère bzw. 1 Volt darstellt, so bedeutet jeder qmm der Fläche ein Watt. Wird jedoch der Strom im Maassstab von 1 mm pro Ampère und die Spannung im Maassstab von 1 mm pro 100 Volt aufgetragen, so stellt jeder qmm der Fläche eine Leistung von 100 Watt dar. In Fig. 35 sei  $Oi$  die effektive Stromstärke und  $Oe$  die effektive Spannung, welche um den Winkel  $\varphi$  voreilt; dann stellt das schraffierte Rechteck den Effekt dar. Dieser ist gleichwerthig mit jenem eines Stromes  $i_h$ , welcher unter der Spannung  $e$  fliesst, aber keine Phasenverschiebung

hat. Wir können uns demnach den wirklichen Strom  $O i$  als aus zwei rechtwinkligen Komponenten bestehend denken; die eine  $O i_h$  hat die gleiche Phase wie die Spannung, und die andere  $O i_\mu$  bleibt hinter der Spannung um  $90^\circ$  zurück. Die Komponente  $i_h$  bildet den wirklich Arbeit leistenden Theil des Stromes, während die Komponente  $i_\mu$  keine Arbeit leistet. Es ist das die sogenannte wattlose Komponente des Stromes, während  $O i_h$  die Wattkomponente des Stromes ist.

### Die Zusammensetzung von Strömen oder Spannungen.

Wir haben hier das bekannte Kräfteparallelogramm auf die Zusammensetzung von Strömen verwendet, und da taucht die Frage auf, ob dieser Vorgang nicht nur in dem betrachteten Falle, sondern auch im allgemeinen gestattet ist. Wir setzen dabei natürlich vor-

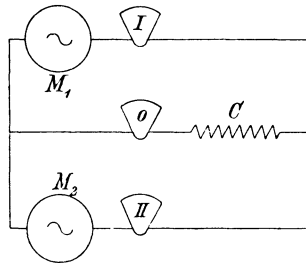


Fig. 36.

aus, dass wir es mit zwei Strömen von Sinusform und gleicher Periode, aber verschiedener Phase und verschiedener Stärke zu thun haben. Nehmen wir an, dass die zwei Ströme durch zwei Wechselstrommaschinen  $M_1 M_2$  (Fig. 36) erzeugt werden. Zur Messung der einzelnen Ströme dienen die Ampèremeter  $I$  und  $II$ , während der resultirende Strom durch das Ampèremeter  $O$  angezeigt wird. Die Maschinen seien mechanisch gekuppelt, so dass ihre Ströme gleiche Periodenzahlen haben. Es handelt sich nun darum, den durch den Leiter  $C$  fließenden und im Instrumente  $O$  angezeigten Strom zu bestimmen, wenn die Stromstärke und gegenseitige Phasenverschiebung der Einzelströme gegeben sind. Im Vektordiagramm (Fig. 37) seien  $I'$  u.  $I''$  die Maximalwerthe der Ströme. In dem Augenblicke, welcher der gezeichneten Stellung der Vektoren entspricht, ist  $O i''$  der von der Maschine  $M_2$  und  $O i'$  der von der Maschine  $M_1$  durch den Leiter  $C$  geschickte Strom. Der gesammte

diesen Leiter durchfließende Strom ist die Summe dieser beiden, also  $O i'' + O i'$ . Bilden wir nun das Parallelogramm  $O I' I I''$ , so ist sofort klar, dass die vertikale Entfernung zwischen den Punkten  $I$  und  $I'$  gleich der Höhe des Punktes  $I''$  über der Horizontalen ist. Die Länge der Strecke  $O i$  ist also gleich der Summe von  $O i''$  und  $O i'$ , d. h.  $O i$  ist der in diesem Augenblicke durch den Leiter  $C$  fließende Strom. Diese Länge  $O i$  ist aber die Projektion der Resultante  $O I$ , und da diese Beziehung für jede Stellung der Vektoren gilt, so finden wir allgemein, dass die Projektion der Resultante der Maximalströme den jeweilig fließenden Strom im Leiter  $C$  darstellt. Wir können uns also vorstellen, dass der Leiter  $C$  von einem einzigen Strom durchflossen wird, dessen Maximalwerth die Resultante der beiden Ströme ist, und dessen Phase zwischen jenen

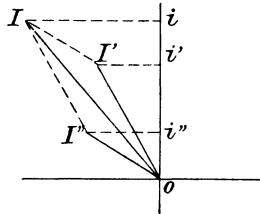


Fig. 37.

der beiden Ströme liegt. Wir können uns nun alle Längen im Vektordiagramm im Verhältnis von  $1 : \sqrt{2}$  verkleinert denken. Dadurch wird an den Winkeln und an dem gegenseitigen Verhältnis der Größen nichts geändert; wir erhalten aber dann den effektiven Werth des resultirenden Stromes. Es ist auch klar, dass die gleiche Betrachtung auf mehr als zwei Ströme ausgedehnt werden kann, indem wir zunächst die Resultante von zwei Strömen bilden, diese dann mit dem dritten Strom zu einer neuen Resultante zusammensetzen und so weiter. Wir brauchen übrigens die Parallelogramme nicht vollständig zu zeichnen, sondern können die Ströme nach Art des Seilpolygones einfach an einander reihen. Die Schlusslinie des Seilpolygones giebt dann die Resultante aller Ströme. Dabei ist natürlich die Richtung der einzelnen Ströme zu beachten. Seien z. B. in Fig. 38 die Ströme  $i_1$  bis  $i_4$  der Richtung, Stärke und Lage nach verzeichnet, so giebt die Zusammensetzung nach dem Seilpolygone die Resultirende  $i$  der Richtung, Stärke und Lage nach.

Ebenso können elektromotorische Kräfte zu einer Resultirenden zusammengesetzt werden. Denken wir uns zwei Wechselstrom-Maschinen  $M_1$ ,  $M_2$  in Serienschaltung angeordnet, Fig. 39, und deren Klemmenspannung mittels der Voltmeter I und II gemessen. Wenn

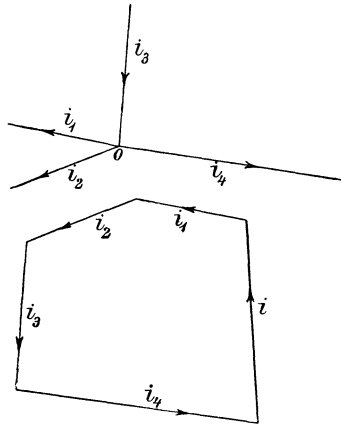


Fig. 38.

wir nun zwischen die Aussenleiter 1, 2 ein Voltmeter 0 einschalten, so giebt dieses uns nicht die arithmetische Summe der Ablesungen von I und II, sondern die Resultirende, deren absolute Grösse nicht nur von den Spannungen, welche beide Maschinen erzeugen,

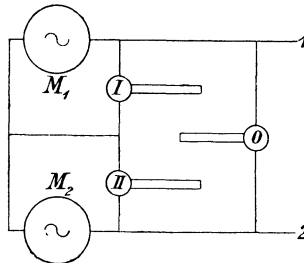


Fig. 39.

sondern auch von der Phasenverschiebung zwischen beiden Spannungen abhängt. Nach dem, was oben für die Zusammensetzung von Strömen ausführlich entwickelt wurde, kann die Zusammensetzung von Spannungen als selbstverständlich angenommen werden. Es ist auch ohne weiteres klar, dass wir aus den drei Voltmeter-Ablesungen unmittelbar die Phasenverschiebung ermitteln können. Sei

$O e_1$  (Fig. 40) die am Instrumente I abgelesene Spannung, und beschreiben wir um  $e_1$  als Mittelpunkt einen Kreis, dessen Radius gleich der an II abgelesenen Spannung ist, ferner einen Kreis um  $O$  mit einem Radius, der gleich der resultirenden Spannung ist, so muss einer der Schnittpunkte der beiden Kreise der Endpunkt der Resultante sein. Welcher von beiden Schnittpunkten zu wählen ist, hängt davon ab, ob  $M_1$  oder  $M_2$  voreilt. Wenn  $M_1$  voreilt, so muss der Vektor von  $M_2$  hinter (also oberhalb)  $O e_1$  liegen; es ist also der obere Schnittpunkt zu nehmen. Die Phasenverschiebung zwischen den Spannungen beider Maschinen wird nun durch den Winkel  $e_1 O e_2$  gegeben.

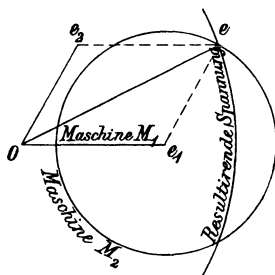


Fig. 40.

**Bestimmung des Leerlaufstromes.** Im Obigen wurden die Grundsätze entwickelt, auf welchen die Bestimmung der Arbeitsleistung eines Wechselstromes beruht. Praktische Methoden zur wirklichen Messung werden später behandelt, ebenso wie die Ausdehnung dieser Methoden auf Ströme von nicht sinusoidaler, sondern unregelmässiger Form. Das Vorhergehende genügt jedoch zur Bestimmung des Leerlaufstromes bei Transformatoren, und wir wollen vorerst diesen Gegenstand behandeln, weil es von grosser praktischer Wichtigkeit ist, die Transformatoren so zu konstruieren, dass ihr Leerlaufstrom möglichst klein ausfällt. Um diesen Punkt klar zu machen, wollen wir ein Beispiel wählen. Es seien an eine Beleuchtungscentrale mit Wechselstrom 100000 Glühlampen von 50 Watt angeschlossen, und zwar mittels Transformatoren für jeden Abnehmer. Es sind also Transformatoren mit einer Gesamtleistung von 5000 Kwt. erforderlich, denn es kann ja der Fall eintreten, dass dieser oder jener Abnehmer gelegentlich alle seine Lampen gleichzeitig benützt. Die Maschinenanlage braucht jedoch nicht für

5000 Kwt. bemessen zu sein; denn erfahrungsgemäss werden selbst zur Zeit des stärksten Bedarfes nie alle angeschlossenen Lampen gleichzeitig benützt, sondern nur ein Theil, der je nach dem Charakter des Beleuchtungsbezirkes zwischen 30 und 70% schwankt. Nehmen wir 60% als einen reichlich bemessenen Mittelwerth an, so erhalten wir die Maximalleistung der Centrale als 3000 Kwt. an den Lampen. Die Tagesbelastung ist natürlich ausserordentlich gering und schwankt zwischen 3% und 4%. Nehmen wir 3,5% als Mittelwerth, so würde die Leistung an den Lampen tagsüber etwas über 100 Kwt. betragen. Dazu muss noch der in den Transformatoren auftretende Eisenverlust gezählt werden, welcher etwa 2% durchschnittlich betragen mag. Es wäre also zur Deckung des Tagesbedarfes eine Wechselstrommaschine von etwa 200 Kwt. Leistung ausreichend. In Wirklichkeit wird jedoch mehr Strom verbraucht, als dieser Leistung entspricht, und der Unterschied

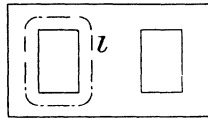


Fig. 41.

wird um so grösser, je grösser der von den Transformatoren erreichte Leerlaufstrom ist. Bei 10% Leerlaufstrom würde der Stromverbrauch zur Magnetisirung allein schon einer Leistung von 500 Kwt. entsprechen; bei 5% Leerlaufstrom einer solchen von 250 Kwt. Damit man nun tagsüber nicht eine zu grosse Maschine im Betrieb erhalten muss und damit nicht unnützerweise Stromwärme in den Leitungen verloren geht, ist es sehr wichtig, den Leerlaufstrom der Transformatoren so gering als möglich zu machen.

Der Leerlaufstrom ist jener Strom, welcher zur Magnetisirung des Eisenkernes bis auf den der Spannung entsprechenden Werth von  $B$  und zur Deckung des Eisenverlustes nöthig ist. Wir können diesen Magnetisierungsstrom nach den bekannten Gesetzen der Elektromagnete berechnen, wenn die Dimensionen des Eisenkernes, die Qualität des Eisens und die Windungszahl der Primärspule bekannt sind.

Sei  $l$  in Fig. 41 die aus der Zeichnung gemessene mittlere Länge des Kraftlinienpfades und  $\mu$  die Permeabilität des Eisens, so



ist bei  $n$  Windungen die durch den Strom  $I_\mu$  erzeugte magnetisirende Kraft  $4\pi n I_\mu : l$ , wenn  $I_\mu$  in absolutem Maass gegeben ist. Setzt man  $I_\mu$  in Ampère ein, so ist die magnetisirende Kraft  $0,4\pi n I_\mu : l$ . Die dadurch erzeugte Induktion ist:

$$\mathfrak{B} = \mu \frac{0,4 \pi n I_\mu}{l}.$$

Dabei ist  $I_\mu$  natürlich der Maximalwerth des Wechselstromes. Will man seinen effektiven Werth  $i_\mu$  einsetzen, so ist (weil  $I_\mu = i_\mu \sqrt{2}$ ):

$$\mathfrak{B} = \mu \frac{0,4 \pi \sqrt{2} n i_\mu}{l}$$

$$\mathfrak{B} = \mu \frac{1,78 n i_\mu}{l},$$

woraus

$$i_\mu = \frac{\mathfrak{B} l}{\mu n 1,78}.$$

Die Aenderung im magnetischen Fluss inducirt in den Windungen der Spule eine elektromotorische Kraft, deren Phase jedoch gegenüber jener des Magnetisierungsstromes um genau  $90^\circ$  verschoben ist, wie sich sofort aus folgender Ueberlegung ergibt. Wenn der Strom sein Maximum erreicht, ist  $\mathfrak{B}$  auch ein Maximum, die E.M.K. also Null. Wenn der Strom durch Null geht, erreicht die E.M.K. ihren Maximalwerth.

Dem Maximum des Stromes entspricht also die E.M.K. Null und dem Maximum der E.M.K. entspricht die Stromstärke Null. Diese Beziehung kann nur eintreten, wenn der Winkel  $\varphi$  in Fig. 33  $90^\circ$  beträgt; dann ist aber  $e i \cos \varphi = 0$ .

Der eigentliche Magnetisierungsstrom verbraucht mithin keine Leistung; sein Vektor steht im Polardiagramm Fig. 35 auf dem Vektor der E.M.K. senkrecht und ist in dieser Figur mit  $i_\mu$  bezeichnet.

Nun wird aber infolge der Eisenverluste Leistung verbraucht, und der dazugehörige Strom muss demnach der Phase nach mit der E.M.K. zusammenfallen. Es ist das der Strom  $i_h$  in Fig. 35.

Der gesammte Leerlaufstrom ist also die Resultirende aus den zwei Komponenten:

Dem wattlosen Magnetisierungsstrom  $i_\mu$ ;

Dem zur Deckung des Eisenverlustes gebrauchten Strom  $i_h$ .

Da diese beiden Komponenten, wie eben gezeigt wurde, auf einander senkrecht stehen, so ist der Leerlaufstrom  $i_0$  gegeben durch die Gleichung

$$i_0 = \sqrt{i_\mu^2 + i_h^2}.$$

Bei Ableitung des Ausdruckes für den Magnetisierungsstrom haben wir angenommen, dass die magnetisirende Kraft einzig und allein dazu dient, den magnetischen Fluss durch das Eisen zu treiben, mit anderen Worten, wir haben angenommen, dass der Pfad für die Kraftlinien nicht durch Luft oder andere Zwischenräume unterbrochen ist, dass der Eisenkörper des Transformators also keine Querfugen hat. Nun ist aber schon hervorgehoben worden, dass in manchen Typen der Eisenkörper nicht aus einem stossfreien Stück mit überlappenden Blechen besteht, sondern behufs bequemer Montage aus einzelnen Theilen mit ebenen Stossflächen zusammengesetzt wird. An diesen Stossflächen kann aber die Berührung aus den in Kapitel III angegebenen Gründen keine vollkommene sein, und es wird dadurch dem Flusse der Kraftlinien ein gewisser Widerstand geboten. Wenn  $\delta$  die gesammte Dicke dieser Trennungsschichten ist (also  $\frac{\delta}{2}$  oder  $\frac{\delta}{4}$  die Dicke einer jeden bei 2 bzw. 4 den Weg der Kraftlinien unterbrechenden Stossflächen) und  $\mathfrak{B}$  die an diesen Flächen herrschende Induktion bedeutet, so ist, weil für Luft- und Isolirmaterial  $\mu = 1$ , die zur Ueberwindung der magnetischen Luftwiderstände nöthige magnetisirende Kraft

$$0,4 \pi n I : \delta$$

und die aufgewendeten effektiven Ampèrewindungen sind

$$n i = \frac{\mathfrak{B} \delta}{1,78}.$$

Der Magnetisierungsstrom ist also durch die Formel gegeben

$$i_\mu = \frac{\mathfrak{B}}{1,78 n} \left( \frac{l}{\mu} + \delta \right),$$

wobei  $l$  und  $\delta$  in Centimetern einzusetzen sind. Dabei ist angenommen, dass die Stossfläche gleich dem Querschnitt des Kernes ist. Wenn der Transformator einen kontinuierlichen Kern (also ohne Stossflächen) hat, so ist  $\delta = 0$  und die Formel ist

$$i_\mu = \frac{\mathfrak{B} l}{1,78 n \mu},$$

wie schon oben angegeben.

Wenn wir uns zunächst auf Transformatoren beschränken, welche keine Stossfugen haben, wo also  $\delta$  thatsächlich Null ist, so können wir diese Formel benützen, um  $\mu$  als Funktion der Induktion  $\mathfrak{B}$  zu berechnen, und zwar aus Versuchen mit fertigen Transformatoren. Man lässt den Transformator bei offenem sekundären Stromkreis arbeiten und bestimmt die Stromstärke bei Leerlauf und den gesammten Wattverlust, während gleichzeitig die Primärspannung und Periodenzahl beobachtet werden. Aus diesen Beobachtungen bestimmt man mit Zuhilfenahme der als bekannt vorausgesetzten Konstruktionsdaten die Induktion  $\mathfrak{B}$  und diejenige Komponente des Stromes, welche zur Deckung der Verluste nöthig ist. Ist  $P_v$  der Effektverlust bei Leerlauf, den wir mittels des Wattmeters bestimmen, und  $e$  die Spannung, so ist

$$i_h = P_v : e.$$

Bei guten und selbst schon bei mittelguten Transformatoren ist die Leerlaufstromstärke so klein, dass die dadurch erzeugte Stromwärme in den Windungen der Spule vernachlässigt werden kann. Der Verlust  $P_v$  ist also lediglich durch Hysteresis und Wirbelströme verursacht. Es sei  $i_o$  der gemessene Leerlaufstrom. Den Magnetisierungsstrom bestimmt man dann aus

$$i_\mu = \sqrt{i_o^2 - i_h^2}$$

und findet daraus

$$\mu = \frac{\mathfrak{B} l}{1,78 n i_\mu}.$$

Wenn man den Versuch bei verschiedener Primärspannung macht, so kann man auf diese Weise eine Reihe von zusammengehörigen Werthen von  $\mu$  und  $\mathfrak{B}$  finden und diese dann zur Bestimmung des Leerlaufstromes neu zu konstruirender Transformatoren benützen.

Die folgende Tabelle enthält eine Reihe von zusammengehörigen Werthen von  $\mu$  und  $\mathfrak{B}$ , welche auf die hier angegebene Weise gefunden wurden. Das in den Versuchstransformatoren verwendete Eisen war verschieden, lag aber in Bezug auf Eisenverlust innerhalb zulässiger Grenzen. Es stellte sich bei den Versuchen übrigens heraus, dass die Permeabilität kein Maass für die Güte des Eisens ist und dass der Unterschied der Permeabilität bei den verschie-

denen Eisensorten nicht bedeutend ist. Die folgende Tabelle enthält Mittelwerthe.

$\mathfrak{B} =$	2000	3000	4000	5000	6000	7000
$\mu =$	1300	1720	2070	2330	2570	2780

**Einfluss der Stossfugen.** Es erübrigt noch zu untersuchen, welchen Einfluss Stossfugen auf den Leerlaufstrom haben. Auf seine Wattkomponente haben sie natürlich keinen Einfluss, denn diese hängt nur von den Verlusten, nicht aber von dem magnetischen Widerstand ab. Die wattlose Komponente wird jedoch durch den magnetischen Einfluss der Fugen sehr bedeutend beeinflusst. Das erhellt sofort aus der Anwendung der Formel

$$i_{\mu} = \frac{\mathfrak{B}}{1,78 n} \left( \frac{l}{\mu} + \delta \right)$$

auf einige praktische Beispiele. In Kerntransformatoren der Type Fig. 15 oder Fig. 16 würden bei Zusammensetzung des Eisenkörpers aus einzelnen Stücken vier Stossfugen entstehen. Der Zwischenraum zwischen den Blechkanten in jeder Fuge kann selbst bei der sorgfältigsten Bearbeitung nicht wohl kleiner als 0,25 bis 0,3 mm angenommen werden. Es ist also bei 0,3 mm Fugendicke  $\delta = 0,12$ . Die Permeabilität ist von der Grössenordnung 2000. Die Länge  $l$  des magnetischen Pfades richtet sich nach der Grösse des Transformators. Bei kleinen Transformatoren von 1 bis 10 Kwt. schwankt sie zwischen den Grenzen 70 bis 160 cm und bei grösseren Transformatoren von etwa 100 Kwt. ist sie ungefähr 300 cm. Nehmen wir als Mittelwerth bei kleinen Transformatoren 100 und bei grösseren 250 cm an, so finden wir, dass der Bruch  $\frac{l}{\mu}$  zwischen den Grenzen 0,05 und 0,15 liegt. Der Ausdruck in der Klammer wird also durch die Stossfugen bei kleinen Transformatoren von 0,05 auf 0,17 und bei grösseren von 0,15 auf 0,27 erhöht. Das ist eine Vergrösserung um 240 bzw. 80%. Der Einfluss dieser Vergrösserung mag an einem praktischen Beispiel erläutert werden.

Es sei bei einem kleinen Transformator ohne Stossfugen der Magnetisierungsstrom  $i_{\mu} = 4\%$  und der zur Deckung des Eisenverlustes nöthige Strom  $i_h = 3\%$  des vollen Betriebsstromes. Dann ist der Leerlaufstrom  $i_0 = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5\%$  des vollen Betriebsstromes. Jetzt bauen wir genau denselben Transformator, aber mit vier Stossfugen. Dadurch wird  $i_h$  nicht geändert;  $i_{\mu}$  ist jedoch

jetzt auf  $13,6\%$  angewachsen und der Leerlaufstrom ist jetzt  $\sqrt{2^2 + 13,6^2} = 14\%$ . In einem grossen Transformator ohne Stossfugen sei  $i_h = 1,5\%$  und  $i_\mu = 2\%$ . Dann ist  $i_0 = \sqrt{1,5^2 + 2^2} = 2,5\%$ . Wird nun der gleiche Transformator mit Stossfugen gebaut, so ist  $i_\mu = 3,6\%$  und  $i_0 = \sqrt{3,6^2 + 1,5^2} = 3,9\%$ . Durch die Anwendung von Stossfugen ist also der Leerlaufstrom beim kleinen Transformator auf nahezu das Dreifache und beim grossen auf mehr als das Anderthalbfache gestiegen.

Bei Manteltransformatoren liegen die Verhältnisse noch ungünstiger, weil die Länge des magnetischen Pfades  $l$  hier nur etwa ein Drittel der entsprechenden Grösse in Kerntransformatoren beträgt und der schädliche Einfluss der Stossfugen daher um so fühlbarer wird. Es werden deshalb Manteltransformatoren nie mit Stossfugen gebaut, sondern die Bleche nach einer der früher erläuterten Anordnungen einzeln in die Spulen eingesetzt. Bei grossen Kerntransformatoren sind Stossfugen allenfalls noch zulässig, besonders wenn der Transformator meistens unter Belastung arbeitet, weil dann der grössere oder kleinere Magnetisierungsstrom gegenüber dem nützlichen oder Arbeitsstrom ausser Betracht fällt. Für kleine Einzeltransformatoren, die an ein städtisches Vertheilungsnetz angeschlossen werden, sind jedoch Stossfugen unter allen Umständen zu vermeiden.

---

## Fünftes Kapitel.

Konstruktion eines Transformators. — Günstigste Vertheilung des Kupfergewichtes. — Kosten des aktiven Materiales. — Günstigste Vertheilung der Verluste. — Wirthschaftlicher Betrieb. — Konstruktionsdetails.

**Konstruktion eines Transformators.** Um die praktische Anwendung der bisher gegebenen Formeln und Regeln zu zeigen, soll nun ein Transformator durchkonstruirt werden. Wir wählen die Kerntype und nehmen die Kerndicke zu 125 mm an. Die Abmessungen des Wicklungsraumes sind dann  $a = 160$ ;  $b = 450$  mm. Der Transformator möge für  $\sim = 50$  bestimmt sein und wir wählen zunächst für die Induktion  $\mathfrak{B} = 5000$ . Die Bleche werden durch isolirte Bolzen an den Ecken zusammengehalten und die Spulen werden auf Papiercylinder, die entsprechende Flanschen haben, gewickelt und einzeln aufgeschoben. Dabei ist es in elektrischer Beziehung gleichgültig, ob die Hochspannungs- oder die Niederspannungsspule aussen zu liegen kommt, nicht jedoch in mechanischer. Es kommt manchmal vor, dass man, nachdem der Transformator fertig ist, sein Umsetzungsverhältnis in kleinen Grenzen korrigiren muss. Das geschieht am bequemsten durch Auf- oder Abwickeln einiger Windungen des dünnen Drahtes, und um das ohne Demontage machen zu können, wollen wir die Niederspannungsspule innen und die Hochspannungsspule aussen legen.

Um etwas an Draht zu sparen, wollen wir die Ecken des Kernes um 20 mm abschrägen, was dadurch geschieht, dass man beim Zusammenstellen der Kernbleche die nach aussen zu liegen kommenden Bleche stufenweise schmaler nimmt. Der Kern wird dann durch Umwicklung mit starkem Baumwollen- oder Hanfband zusammengehalten. Die Dicke dieser Bewickelung beträgt ungefähr

2 mm. Wenn man noch an den Ecken einen Spielraum von 2 mm behufs bequemer Aufschiebung der Spule lässt, so findet man aus der Zeichnung (Fig. 42), dass der innere Durchmesser des inneren Papiercylinders 160 mm beträgt. Seine Dicke kann zu 5 mm angenommen werden, so dass der innere Durchmesser der Sekundärspule 170 mm beträgt. Die Tiefe der Windungen und somit die mittlere Windungslänge können vorläufig nur annähernd geschätzt werden. Anhaltspunkte zu dieser Schätzung sind folgende: Aus den Dimensionen des Eisenkörpers ersieht man, dass der Abstand zwischen den Mittelpunkten der Spulen auf beiden Schenkeln  $125 + 160 = 285$  mm ist. Der äussere Durchmesser der Primär-

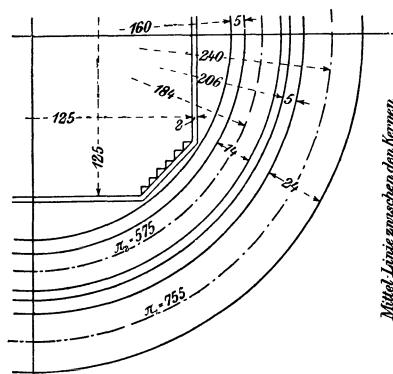


Fig. 42.

spulen könnte also höchstens 285 mm betragen; da aber dabei schon Berührung der beiden Spulen eintreten würde, so müssen wir den Durchmesser kleiner wählen. Ein gewisser Spielraum zwischen den beiden Spulen muss gelassen werden, erstens wegen etwaiger Unregelmässigkeiten in der Herstellung, und zweitens um der Luft oder dem Oel Zugang zu verschaffen. Nehmen wir nun einen Spielraum von 20 mm an, so würde der äussere Durchmesser der Primärspulen 265 mm betragen. Wir haben also zwischen der innern Fläche der Sekundärspule und der äussern Fläche der Primärspule einen Raum von  $\frac{1}{2} (265 - 170) = 47,5$  mm. Dieser Raum setzt sich zusammen aus folgenden Grössen: Tiefe der sekundären Wicklung, dem Spielraum zwischen letzterer und der Innenseite des primären Papiercylinders, der Dicke des Cylinders und der Tiefe der Primärwicklung. Für Spielraum rechnen wir 4 mm und für die

Dicke des primären Papiercylinders 5 mm. Es bleiben also  $47,5 - 9 = 38,5$  oder rund 38 mm auf die Wicklungstiefe der beiden Spulen zu vertheilen. Dabei ist zu beachten, dass die Tiefe der primären Wicklung mehr als die Hälfte ausmachen wird, denn erstens ist wegen des dünnern Drahtes die Raumausnützung nicht so gut, und zweitens hat diese Spule den grössern Durchmesser, dessen Einfluss auf den ohmschen Widerstand durch einen grössern Drahtquerschnitt ausgeglichen werden muss. Als ersten Versuch für die Vertheilung des Raumes kann man 60% des Gesamttraumes der Primärspule und 40% der Sekundärspule zuschreiben.

#### **Günstigste Vertheilung des Kupfers zwischen beiden Spulen.**

Der Wicklungsraum ist durch die Form des Eisenkörpers beschränkt. Deshalb ist für einen gegebenen Transformator das gesammte Kupfergewicht im primären und sekundären Stromkreis als konstant anzusehen. Die Vertheilung dieses Gesamtgewichtes in die beiden Stromkreise ist jedoch nicht von vornherein gegeben. Je mehr Kupfer wir in den einen Stromkreis legen, um so weniger bleibt für den anderen übrig. Wenn wir also den ersten Stromkreis nur auf Kosten des anderen bereichern können, so muss es offenbar eine Vertheilung des Kupfers zwischen die beiden Stromkreise geben, bei der die Summe der ohmschen Verluste ein Minimum wird, und dieses ist die richtige Vertheilung.

In seiner allgemeinsten Form lässt sich das Problem folgendermassen stellen. Gegeben ist ein Gesamtvolumen  $v$ , die Drahtlänge  $l_1$  und  $l_2$  in beiden Stromkreisen und die Ströme  $i_1$  und  $i_2$  in ihnen. Gesucht werden die Querschnitte der Drähte  $q_1$  und  $q_2$  beziehungsweise die beste Vertheilung von  $v$  in zwei Theile

$$\begin{aligned} v_1 &= q_1 l_1 \\ v_2 &= q_2 l_2, \end{aligned}$$

so dass der Gesamtverlust

$$P_v = w_1 i_1^2 + w_2 i_2^2$$

ein Minimum wird. Dabei bedeuten  $w_1$  und  $w_2$  die Widerstände der beiden Stromkreise. Ist  $k$  ein Koeffizient, der von den gewählten Maasseinheiten abhängt, so haben wir

$$\begin{aligned} w_1 &= k \frac{l_1}{q_1} \\ w_2 &= k \frac{l_2}{q_2}. \end{aligned}$$



Die Bedingung des kleinsten Gesamtverlustes  $P_v$  ist

$$\frac{d P_v}{d q_1} = 0 \text{ oder } \frac{d P_v}{d q_2} = 0.$$

Wählen wir die erste Gleichung, so haben wir

$$\frac{d}{d q_1} (w_1 i_1^2 + w_2 i_2^2) = 0.$$

Da  $q_2 = \frac{v - l_1 q_1}{l_2}$ , so ist

$$\frac{d}{d q_1} \left( \frac{l_1}{q_1} i_1^2 + \frac{l_2^2}{(v - q_1 l_1)^2} i_2^2 \right) = 0,$$

die Bedingung für  $q_1$ , damit der Gesamtverlust ein Minimum wird. Wir erhalten daraus

$$\frac{i_1}{q_1} = \frac{i_2}{q_2}.$$

Ist die Drahtlänge für beide Stromkreise gegeben, so nimmt der Gesamtverlust den kleinsten Werth an, wenn die Stromdichten gleich sind. Bei Scheibenwicklung wird man schon mit Rücksicht auf die vollständige Ausnützung des Wicklungsraumes die radiale Tiefe der Primär- und Sekundärscheiben gleich machen. Die Windungszahlen  $n_1 n_2$  verhalten sich wie die Spannungen und diese fast nahezu wie die reciproken Werthe der Stromstärken. Abgesehen von den (übrigens sehr kleinen) Verlusten haben wir wegen Gleichheit der Leistungen in beiden Stromkreisen

$$\begin{aligned} l_1 i_1 &= l_2 i_2 \\ k \frac{l_1}{q_1} i_1^2 &= k l_1 i_1 \frac{i_1}{q_1} \\ k \frac{l_1}{q_1} i_1^2 &= k l_2 i_2 \frac{i_1}{q_1} \\ k \frac{l_1}{q_1} i_1^2 &= k \frac{l_2}{q_2} i_2^2. \end{aligned}$$

Im Falle der Scheibenwicklung bedeutet die Bedingung gleicher Stromdichte auch Gleichheit des Verlustes in beiden Stromkreisen.

In der obigen Ableitung haben wir angenommen, dass die beiden Drahtlängen von vornherein gegeben sind. Diese Voraussetzung trifft bei Scheibenwicklung zu, sie ist aber nicht mehr richtig bei Cylinderwicklung. Da stecken die Spulen in einander und es besteht deshalb zwischen den Drahtlängen  $l_1$  und  $l_2$  eine Beziehung,

die von der Vertheilung des Kupfergewichtes beeinflusst wird. Es ist also nicht zulässig, die Bedingung für den kleinsten Gesamtverlust unter der Voraussetzung aufzustellen, dass das Verhältnis  $l_1/l_2$  von vornherein gegeben, also konstant ist. Man kann aber auch für diesen Fall die beste Vertheilung des Kupfers rechnerisch bestimmen und kommt zu dem Ergebnis, dass jetzt nicht gleiche Stromdichte, sondern gleicher Verlust die Bedingung für einen kleinsten Gesamtverlust ist. Die Ueberlegung ist wie folgt.

Nennen wir die verfügbare Wickeltiefe  $b$  und die Tiefe der Sekundärwicklung  $a$ , so ist die Tiefe der Primärwicklung  $b-a$ . Der innere Durchmesser der Sekundärspule sei  $D$ . Dann ist ihr ohmscher Widerstand proportional der Windungszahl  $n_2$  und der mittleren Windungslänge ist  $\pi (D + a)$ . Er ist umgekehrt proportional dem Drahtquerschnitt, also bei gegebener Länge der Spule ist der ohmsche Widerstand umgekehrt proportional der Wickeltiefe  $a$ . Unter Zusammenfassung aller konstanten Grössen in einen Koeffizienten  $k$  können wir schreiben

$$P_{v_2} = k n_2 \frac{D + a}{a} i_2^2,$$

wobei  $P_{v_2}$  den Effektverlust durch Stromwärme in der Sekundärspule bezeichnet.

Für die Primärspule ergibt sich ein ähnlicher Ausdruck, nur müssen wir den Koeffizienten  $k$  noch mit dem Verhältnis der Windungszahlen multipliciren, damit der gleiche Ausdruck auch für den dünneren Draht gilt. Das giebt

$$P_{v_1} = k n_1 \frac{D + a + b}{b - a} \cdot \frac{n_1}{n_2} i_1^2.$$

Da nun  $n_1^2 i_1^2 = n_2^2 i_2^2$ , so kann man auch schreiben

$$P_{v_1} = k n_2 \frac{D + a + b}{b - a} \cdot i_2^2.$$

und der gesammte Verlust durch Stromwärme ist

$$P_v = k n_2 i_2^2 \left( \frac{D + a}{a} + \frac{D + a + b}{b - a} \right).$$

Damit dieser Verlust ein Minimum werde, muss  $a$  so gewählt werden, dass der eingeklammerte Ausdruck ein Minimum wird. Wenn wir den ersten Differentialquotienten bilden und gleich 0 setzen, so erhalten wir nach einigen Kürzungen

$$a^2 + aD - \frac{bD}{2} = 0,$$

woraus

$$a = -\frac{D}{2} + \sqrt{\frac{D^2}{4} + \frac{bD}{2}}.$$

Wenn man die beiden Brüche innerhalb der Klammern gleichsetzt, so erhält man ebenfalls den Ausdruck

$$a^2 + aD - \frac{bD}{2} = 0,$$

welcher der Bedingung für Minimalstromwärme entspricht.

Es ist dadurch bewiesen, dass die günstigste Konstruktion jene ist, bei welcher die durch Stromwärme erzeugten Verluste in beiden Spulen gleich sind. Wenn also unsere erste Annahme in Bezug auf die Wicklungstiefen diese Gleichheit nicht erzielt, so muss die Verteilung des verfügbaren Wicklungsraumes zwischen beide Spulen entsprechend geändert werden. Uebrigens ist zu bemerken, dass bei den cylindrischen Spulen mit geringer radialer Tiefe, wie sie in Transformatoren vorkommen, die Bedingung gleichen Verlustes sich fast nahezu mit jener der gleichen Stromdichte deckt, so dass man letztere, weil für die Berechnung einfacher, nicht nur bei Scheibenwicklung, sondern auch bei Cylinderwicklung ohne weiteres anwenden kann.

Wir berechnen also zunächst für die angenommene Induktion  $\mathfrak{B} = 5000$  und Periodenzahl  $\sim = 50$  die Windungszahlen und entwerfen die Wickelungen. Dabei finden wir, dass in der Primärspule zu viel und in der Sekundärspule zu wenig Stromwärme entwickelt wird. Um das Missverhältnis auszugleichen, müssen wir die Tiefe der Wicklung in der Sekundärspule etwas verkleinern und in der Primärspule entsprechend vergrößern. Es ist nicht notwendig, diese vorläufigen Berechnungen hier durchzuführen; das Resultat ist folgendes:

Günstigste Wicklungstiefe der Sekundärspule 14 mm  
 „ „ „ Primärspule 24 „

Die Spulen können jetzt aufgezeichnet und die mittlere Windungslänge in jeder kann aus der Zeichnung nunmehr genau ermittelt werden. Das giebt

$$\pi_2 = 0,575 \text{ m} \quad \pi_1 = 0,755 \text{ m}.$$

Wir berechnen nun zunächst den Eisenverlust und benützen dabei die Kurven in Fig. 9. Bei einer Induktion von 5000 beträgt nach diesen Kurven der Verlust durch Hysteresis 1,55 und durch Wirbelströme 1,16 Watt pro Kilogramm per 100 Perioden in der Sekunde. Da unser Transformator jedoch nur mit 50 Perioden betrieben werden soll, so ist der Verlust durch Hysteresis nur die Hälfte und jener durch Wirbelströme nur ein Viertel des Werthes bei  $\sim = 100$ . Jedes Kilogramm des Kernes wird also 1,07 Watt gebrauchen. Der Querschnitt des Kernes ist mit Berücksichtigung der Abschrägungen 130 qcm; in den beiden Jochen, wo die Ecken nicht abgeschrägt sind, ist er 136 qcm. Die Induktionen sind also in Kern und Joch bezw. 5000 und 4770. Die Gewichte bestimmt man aus der Zeichnung und erhält:

2 Kerne . . . .	116,8 kg,	$\mathfrak{B} = 5000$	bei 1,07 W.	Hysteresis 125 W.
2 Joche . . . .	61,2 „	$\mathfrak{B} = 4770$	„ 0,95 „	„ 58 „
Gesamtgewicht .	178,0 kg.			Gesamtverlust 183 W.

Die gesammte abkühlende Oberfläche wird jetzt aus der Zeichnung bestimmt.

Die Berechnung ergibt 12 000 qcm. Nehmen wir nun zunächst an, dass der Transformatorkasten nicht mit Oel gefüllt werden soll, und dass bei Dauerbetrieb mit voller Belastung die Temperaturerhöhung  $60^{\circ}$  C. nicht übersteigen soll. Wir haben dann aus der Temperaturkurve (Fig. 31) für Luft  $\sigma = 31$  und die Belastung ist so zu wählen, dass der Gesamtverlust  $12000 : 31 = 387$  Watt nicht übersteigt. Die Kupferwärme in allen Spulen ist also  $387 - 183 = 204$  Watt, somit bei richtiger Vertheilung zwischen beiden Wickelungen 102 Watt für jede Wickelung.

Wir haben nunmehr die Wickelung zu entwerfen. Dabei ist zu beachten, dass neben dem Spannungsverlust durch ohmischen Widerstand noch ein durch magnetische Streuung hervorgebrachter Spannungsverlust auftritt. Den letzteren kann man, wie später gezeigt wird, annähernd berechnen. Bei der gewählten Konstruktion ist er sehr klein und wird bei Belastung mit Glühlampen weniger als  $1\%$  betragen. Wenn wir nun den ohmischen Verlust in den Wickelungen zu ungefähr  $1\frac{1}{2}\%$  annehmen, so wird die sekundäre Klemmenspannung zwischen Leerlauf und Vollbelastung um  $2\frac{1}{2}\%$  verschieden sein.

Da  $N = 130 \times 5000 = 650\,000$  und  $\sim = 50$ , so erhalten wir aus der Formel

$$e_2 = 4,44 \sim n_2 N 10^{-8}$$

die Windungszahl  $n_2$ . Diese muss offenbar eine ganze Zahl sein, und wenn wir die Anordnung der Wickelung auf beiden Schenkeln symmetrisch machen (was wegen Raumausnützung erwünscht ist), so muss  $n_2$  auch eine gerade Zahl sein. Die nächste gerade Zahl, welche in die Formel passt, ist

$$n_2 = 70;$$

wobei  $e_2 = 101,23$  wird, wenn  $\mathfrak{B} = 5000$  ist.

Wenn nun Spannungsabfall weder durch Streuung noch durch ohmische Verluste eintreten würde (wie das bei Leerlauf der Fall ist), so wäre die Anzahl der Primärwindungen  $2000 : 100 = 20$  mal so gross zu nehmen. Wir würden also  $n_1 = 1400$  erhalten. Dann würde die Spannung an den Sekundärklemmen bei Leerlauf und bei 2000 Volt Primärspannung genau 100 Volt betragen, jedoch bei Vollbelastung um  $2\frac{1}{2}\%$  abnehmen, also nur 97,5 Volt betragen. Will man nun bei Vollbelastung die volle Spannung von 100 Volt an den Sekundärklemmen erhalten, so muss das Uebersetzungsverhältnis um  $2\frac{1}{2}\%$  vermindert werden. Die Windungszahl in der Primärwicklung muss also um  $2\frac{1}{2}\%$ , das ist um 35 Windungen kleiner gemacht werden. Wir erhalten somit

$$n_1 = 1365.$$

Es ist dann bei Leerlauf  $e_2$  nicht 101,23, sondern 102,5 Volt und die Induktion ist im gleichen Verhältnisse, d. h. um 102,5 — 101,23 = 1,27% gestiegen. Sie beträgt also jetzt nicht 5000, sondern 5063. Wenn man diese Korrektion an dem früher bestimmten Eisenverlust macht, so findet man, dass derselbe nunmehr nicht 183, sondern 189 Watt beträgt.

Wir können jetzt mit Hilfe der Zeichnung jene Drahtstärken bestimmen, welche in den verfügbaren Wickelungsräumen untergebracht werden können. Für die Länge der Spulen ist die Höhe des Fensters maassgebend (in unserem Falle 45 cm), wobei noch der Raum für die Flanschen und ein gewisser Spielraum abzuziehen ist. Man kann für diese Zwecke etwa  $3\frac{1}{2}$  cm in Abzug bringen, so dass die Spulen selbst eine wirkliche Länge von 41,5 cm haben. Jede Sekundärspule muss 35 Windungen erhalten. Wenn man diese in einer einzigen Lage anbringen wollte, so würde der Draht hochkantig gewickelt werden müssen, was gewisse Schwierigkeiten macht. Es ist also besser, die sekundäre Wickelung in zwei Lagen von zusammen 35 Windungen anzubringen, eine Lage mit 18 und die

andere mit 17 Windungen. Da nun beim Uebergang von der unteren auf die obere Lage der Raum einer Windung verloren geht, so muss die Breite des besponnenen Drahtes nicht  $\frac{1}{18}$ , sondern  $\frac{1}{19}$  der Spulenlänge sein, also  $41,5 : 19 = 21,8$  mm betragen. Die Dicke des Drahtes ist durch die Wickelungstiefe von 14 mm schon festgesetzt. Rechnet man 0,5 mm Besspinning (also einen Zuschlag von 1 mm per Draht), so findet man, dass der nackte Draht 6 mm tief und 20,8 mm breit sein kann. Da es jedoch nicht möglich ist, die einzelnen Windungen mit mathematischer Genauigkeit neben einander zu legen, so wollen wir die Breite zu 20 mm annehmen. Wir haben somit in den Sekundärspulen rechteckigen Draht von  $6 \times 20$  mm = 120 qmm Querschnitt und einer Länge von  $70 \times 0,575 = 40,5$  m, oder mit Zuschlag von 0,5 m für die Verbindungen rund 41 m. Der Widerstand berechnet sich unter Berücksichtigung der Temperaturerhöhung aus

$$W_2 = \frac{0,02 l_2}{120} \text{ zu } W_2 = 0,00682 \text{ Ohm.}$$

Eine ähnliche Rechnung, für die Primärspulen ausgeführt, zeigt, dass runder Draht von 3,1 mm Durchmesser (besponnen auf 3,67 mm) verwendet werden muss. Es kommen 112 Windungen auf eine Lage, und es sind im Ganzen auf jedem Schenkel 6 Lagen und 10 bzw. 11 Windungen erforderlich. Die Windungslänge ist 1030 m und der Widerstand warm ist

$$W_1 = 2,8 \text{ Ohm.}$$

Wir können jetzt den Gesamtverlust bei verschiedenen Belastungen bestimmen, wobei durchweg für  $\mathfrak{B} = 5063$  der Eisenverlust mit 189 Watt in Rechnung zu setzen ist. Die folgende Tabelle enthält das Ergebnis.

Belastung in Kilowatt .	8	9	10	11	12	13	14	15
Sekundärstrom, Ampère	80	90	100	110	120	130	140	150
Primärstrom, Ampère .	4,125	4,634	5,15	5,664	6,18	6,7	7,22	7,44
Stromwärme . . . . .	91	115	143	172	205	241	278	321
Eisenverlust . . . . .	189	189	189	189	189	189	189	189
Gesamtverlust . . . . .	280	304	332	361	394	430	467	510
Procentualer Verlust .	3,5	3,4	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	3,4
Abkühlungsfläche per								
Watt . . . . .	43	40	36	33	30	28	26	24
Temperaturerhöhung in								
Luft . . . . .	48	52	55	57	61	63	66	68
Temperaturerhöhung in								
Oel . . . . .	37	38	41	43	45	47	48	50

Wenn also der Transformator, wie eben angenommen, nicht mit Oelfüllung versehen werden soll, so wird man ihn höchstens bis auf 12 Kwt. belasten dürfen. Der Gesamtverlust beträgt dabei 394 W. Es müssen also 12 394 W. zugeführt werden und der Wirkungsgrad ist

$$\eta = \frac{12\,000}{12\,394} = 97\%.$$

Bei Oelfüllung kann man bis auf 15 Kwt. belasten und erhält ungefähr den gleichen Wirkungsgrad; dabei ist jedoch die Temperaturerhöhung nur 50° C.

**Kosten des aktiven Materiales.** Der Wirkungsgrad allein reicht jedoch nicht aus, um die Güte der Konstruktion zu beurtheilen. Wir müssen auch das Gewicht und die Kosten mit in Betracht ziehen, und zwar bezogen auf das Kilowatt Leistung. Wenn man das Kilogramm gestanztes oder zugeschnittenes Blech zu 75 Pf. und das Kilogramm besponnenen Kupferdraht zu M. 1,75 in Rechnung setzt, so erhält man für die Kosten:

Eisen . . . .	178 kg	à	0,75	. . . .	M. 134
Kupfer . . . .	112 „	„	1,75	. . . .	„ 195
Gesamtwicht	290 kg.	Gesamtkosten	M. 329		

Das Gesamtwicht und die Gesamtkosten beziehen sich nur auf das aktive Material, d. h. Eisenblech und Kupferdraht.

	Luftkühlung	Oelkühlung
Leistung Kilowatt . . . . .	12	15
Gewicht des aktiven Materiales pro		
Kilowatt . . . . .	24,2 kg	19,4 kg
Kosten des aktiven Materiales pro		
Kilowatt . . . . .	M. 27,4	M. 21,9

**Günstigste Vertheilung der Verluste.** Der mit Oelkühlung arbeitende Transformator stellt sich also leichter und billiger im Verhältnis zu seiner Leistung als der mit Luftkühlung arbeitende. Ausserdem ist seine Temperaturerhöhung kleiner. Allerdings ist bei ersterem der procentuale Verlust etwas grösser, nämlich 3,4% der Leistung gegen 3,3% bei Luftkühlung. Bei einer Belastung zwischen 10 und 14 Kwt. ist der Wirkungsgrad am grössten. Der untern Grenze entspricht ein Eisenverlust von 67% und der obern ein Eisenverlust von 40% des Gesamtverlustes. Die Zahlen der Tabelle sind abgerundet; rechnet man sie auf mehrere Decimalen

genau aus, so findet man engere Grenzen, deren Mittel etwa 50% für den Eisenverlust und 50% für Stromwärme ausmacht. Es liegt also der Gedanke nahe, dass die beste Konstruktion jene ist, bei der Eisen- und Kupferverluste ungefähr gleich werden. Wenn diese Voraussetzung zutrifft, müsste sich der Wirkungsgrad des 15 Kwt.-Transformators dadurch verbessern lassen, dass man das Eisen mehr und das Kupfer weniger beansprucht. Der Gesamtverlust ist bei 15 Kwt. nach obiger Tabelle 510 Watt. Wir wollen nun die Wickelung so ändern, dass der Eisenverlust etwa die Hälfte des Gesamtverlustes ausmacht, also ungefähr 255 Watt beträgt. Der Verlust pro Kilogramm Eisen darf also jetzt bei 50 Perioden im Mittel 1,43 Watt betragen.

Eine einfache Rechnung zeigt, dass der Eisenverlust von 255 Watt erreicht wird bei  $B = 6000$  in den Kernen und  $B = 5750$  in den Jochstücken. Wir haben

2 Kerne . .	116,8 kg	$B = 6000$	bei 1,5 $W$ . .	174 $W$
2 Joche . .	61,2 „	$B = 5750$	bei 1,32 $W$ . .	81 $W$
Zusammen .	178,0 kg		bei 1,43 $W$ . .	255 $W$ .

Bei einer Induktion von 6000 wird  $N = 0,78$  und  $n_2 = 58$ . Es kommen also auf jeden Schenkel 29 Windungen sekundären Drahtes in zwei Lagen von 15 und 14 Windungen. Der Draht kann  $24,5 \times 6$  mm nackt, oder  $25,5 \times 7$  mm besponnen sein. Der Widerstand der sekundären Wickelung ist, wenn warm, 0,0046 Ohm.

Die Anzahl der Primärwindungen ist  $20 \cdot 58 \left( \frac{100 - 2,5}{100} \right) = 1130$ .

Bei 3,5 mm Draht (besponnen auf 4,2 mm) kommen auf jede Lage 98 Windungen. Es sind also auf jedem Schenkel fünf Lagen und 75 Windungen zu wickeln. Der Widerstand ist warm 1,78 Ohm. Das gesammte Kupfergewicht ist 117 kg. Bei 15 Kwt. Belastung haben wir folgende Verluste:

Kupferwärme primär . . .	106 $W$
„ sekundär . . .	103 „
Eisenwärme . . . . .	255 „
Insgesamt	464 $W$

Der Gesamtverlust ist jetzt nur 3,1% der Leistung und nicht 3,4 wie früher. Gleichzeitig ist die Temperaturerhöhung um 2° C. geringer. Die Verbesserung ist eine Folge der günstigeren Vertheilung der Eisen- und Kupferverluste. Wir haben uns durch Vergrößerung



des erstern und Verminderung des letztern dem günstigsten Zustande gleicher Verluste in Eisen und Kupfer genähert. Mit Oelkühlung sind die Betriebsverhältnisse dieses Transformators wie in folgender Tabelle angegeben.

Belastung in Kwt. . . . .	12	15	17
Sekundärstrom . . . . .	120	150	170
Primärstrom . . . . .	6,18	7,72	8,75
Kupferverlust . . . . .	134	209	270
Eisenverlust . . . . .	255	255	255
Gesamtverlust . . . . .	389	464	525
Procentualer Verlust . . . .	3,25	3,1	3,1
Temperaturerhöhung . . . .	44	48	52

Bei 15 Kwt. ist der Eisenverlust etwas weniger als die Hälfte des Gesamtverlustes, bei 17 Kwt. ist er etwas mehr. Beide Belastungen sind in Bezug auf den Wirkungsgrad gleich günstig. Man sieht hieraus, dass man es mit der gleichen Vertheilung der Verluste zwischen Kupfer und Eisen nicht allzu genau zu nehmen braucht. Es genügt, wenn die Gleichheit nur in grober Annäherung erreicht wird. Uebrigens ist ein gewisser Spielraum in dieser Beziehung nützlich. Soll der Transformator hauptsächlich für Beleuchtung dienen, so wird man den Eisenverlust etwas kleiner machen als den Kupferverlust bei Vollbelastung, um dem Umstande Rechnung zu tragen, dass der Transformator die meiste Zeit über nur schwach belastet ist. Handelt es sich jedoch um einen Transformator für eine Kraftanlage, die jeden Tag viele Stunden lang so ziemlich vollbelastet ist, so wird man zweckmässig den grösseren Theil des Gesamtverlustes in das Eisen legen, weil man dadurch eine billigere Konstruktion erhält.

**Wirtschaftlicher Betrieb.** Wir haben aus den obigen Beispielen gesehen, dass für einen bestimmten Transformator jene Belastung den grössten Wirkungsgrad erzielt, bei der die Verluste in Eisen und Kupfer so ziemlich gleich sind. Nun kann dieser Zustand natürlich nicht bei allen Belastungen eintreten, sondern streng genommen nur bei einer. Der Konstrukteur wird also beim Entwurf des Transformators darauf Bedacht nehmen, dass die günstigste Vertheilung der Verluste bei jener Belastung eintritt, die im Jahresbetrieb überwiegt. Nun ist es aber bei kleinen Transformatoren praktisch unmöglich, die Konstruktion jedem Fall genau anzupassen. Solche Transformatoren sind Massenartikel und bei ihrer Herstellung weiss der Fabrikant meistens nicht,

wie sie später verwendet werden sollen. Es werden einfach so viele Dutzend oder so viele hundert Stück von jeder Type gleichzeitig hergestellt und dann der Nachfrage entsprechend geliefert.

Wenn es nun auch nicht möglich ist, in jedem einzelnen Fall die Konstruktion den Betriebsverhältnissen anzupassen, so kann man doch, ohne das Princip einer Massenfabrikation deshalb aufzugeben, eine Anpassung an diese Verhältnisse wenigstens in gewissem Grade erzielen, indem man von jeder Grösse zwei Typen baut, einen für jene Fälle, wo die Belastung in sehr weiten Grenzen schwankt und die andere für weniger stark schwankende Belastung.

Bei letzteren wird man zweckmässiger Weise den Eisenverlust etwas grösser halten als den Kupferverlust. Man wird also z. B. für eine Anlage, die bei geringen Schwankungen durchschnittlich 15 Kwt. beansprucht, die oben behandelte Konstruktion wählen. Dabei ist der Eisenverlust 255 und deren Kupferverlust 209 Watt. Dieser Transformator wäre jedoch für eine Anlage mit stark schwankender Belastung nicht so vortheilhaft als einer, bei dem der Eisenverlust kleiner und der Kupferverlust grösser ist. Ein solcher Transformator ist der früher behandelte, bei dem der Eisenverlust 189 und der Kupferverlust 321 Watt war. Wir wollen diese beiden Arten kurzweg Lichttype und Krafttype nennen. Um nun zu entscheiden, ob es sich lohnt, diese beiden Typen statt einer einzigen zu fabriciren, wollen wir den jährlichen Wirkungsgrad für beide Typen berechnen unter der Voraussetzung, dass sie einmal für eine Lichtanlage mit stark schwankender Belastung und das andere Mal in einer Kraftanlage mit wenig schwankender Belastung verwendet werden. Der leichteren Uebersicht halber stellen wir zunächst die Daten der beiden Transformatoren tabellarisch zusammen. I bedeutet Lichttype und II bedeutet Krafttype.

	I	II
Induktion im Kern . . . . .	5063	6000
Leistung in Kwt. . . . .	15	15
Eisenverlust, Watt . . . . .	189	255
Kupferverlust „ . . . . .	321	209
Gesamtverlust „ . . . . .	510	464
Gewicht des aktiven Materiales, kg .	290	295
Kosten „ „ „ M. .	329	338

Die Lichtanlage enthalte ein Aequivalent von 300 Lampen zu 50 Watt und die Brennzeit der Lampen sei durch folgende Tabelle

gegeben. Die vier letzten Spalten geben die durch Stromwärme im Transformator verlorene Leistung und Arbeit.

Tabelle der Brennzeit

Stunden	Gleichzeitige Lampen	Lampenstunden	Verlorene Stromwärme			
			Watt		Wattstunden	
			I	II	I	II
40	300	12 000	321	209	12 800	8 400
90	210	18 900	157	102	14 200	9 200
500	120	60 000	52	34	26 000	17 000
1 000	60	60 000	13	9	13 000	9 000
800	30	24 000	3	2	2 400	1 600
6 330	0	0	0,2	0,2	1 300	1 300
8 760		174 900			69 700	46 500

Die durchschnittliche Brennzeit der installierten Lampen ist 580 Stunden. Geliefert wird eine Arbeit von  $\frac{174\,900}{1000} \times 50 = 8745$  Kwt.-St.

Dem Transformator muss ausser dieser Arbeit noch zugeführt werden die Stromwärme von 69,7 Kwt.-St. bei Type I oder 46,5 Kwt.-St. bei Type II und die Eisenwärme. Letztere macht bei I 1660 und bei Type II 2240 Kwt.-St. aus. Unter der gewöhnlich zutreffenden Voraussetzung, dass der Transformator bei einer Lichtanlage primär nicht abgeschaltet wird, berechnet sich nunmehr der jährliche Wirkungsgrad für diese beiden Typen wie folgt:

	Type	
	I	II
Gelieferte Arbeit, Kwt.-St. . .	8 745	8 745
Verlorene Stromwärme, Kwt.-St.	69,7	46,5
Verlorene Eisenwärme „	1 660	2 240
Zugeführte Arbeit, Kwt.-St. . .	10 474,7	11 031,5
Jährlicher Wirkungsgrad % . .	83,5	79,4

Es kostet also Type II im Jahre rund 560 Kwt.-St. mehr als Type I. Die Herstellungskosten eines Transformators dieser Grösse betragen etwa das  $2\frac{1}{2}$ - bis 3fache der Kosten des aktiven Materials, also für Type I rund 900 M. und für Type II etwa 30 M. mehr. Der Unterschied ist so gering, dass wir ihn vernachlässigen und annehmen können, beide Transformatoren sind in Bezug auf Her-

stellungskosten gleichwerthig. Man wird also durch Verwendung der Type I den Strompreis von 560 Kwt.-St. jährlich sparen. Gewöhnlich werden Transformatoren, die an ein Stadtnetz angeschlossen sind, vom Elektrizitätswerk geliefert und der Zähler wird sekundär angeschlossen, so dass nur die den Lampen gelieferte, nicht aber die im Transformator verlorene Arbeit vom Abnehmer bezahlt wird. Das Werk muss also den Verlust tragen. Rechnet man die reinen Selbstkosten für Stromerzeugung zu 10 Pf., so macht dieser Mehrverlust, entstanden durch Verwendung einer ungeeigneten Transformatorentype, 56 M. jährlich aus, was zu 5% kapitalisirt den Anschaffungswerth des Transformators übersteigt.

Wir gehen nun dazu über, die wirtschaftlichen Betriebsverhältnisse dieser beiden Typen in einer Kraftanlage zu untersuchen. Wir nehmen dabei an, dass der Transformator zum Betrieb einer kleinen Werkstatt dient und dass er, wenn nicht im Gebrauch, primär abgeschaltet werden kann. Die ganze Betriebszeit betrage 3000 Stunden und die Belastung sei vertheilt, wie folgende Tabelle angiebt.

Tabelle der Belastungszeit.

Stunden	Belastung		Verlorene Stromwärme			
			Watt		Kwt.-St.	
	Kwt.	Kwt.-St.	I	II	I	II
1 500	15	22 500	321	209	482	314
1 500	12	18 000	206	134	309	200
3 000		40 500			791	514

Die Eisenverluste sind bei I 567 Kwt.-St. und bei II 765 Kwt.-St. Der jährliche Wirkungsgrad berechnet sich nunmehr wie folgt:

	Type	
	I	II
Gelieferte Arbeit, Kwt.-St. . . . .	40 500	40 500
Verlorene Stromwärme, Kwt.-St. . .	791	514
Verlorene Eisenwärme, Kwt.-St. . .	567	765
Zugeführte Arbeit, Kwt.-St. . . . .	41 858	41 779
Jährlicher Wirkungsgrad % rund .	97	97

Der Unterschied in der zugeführten Arbeit ist 79 Kwt.-St. zu Gunsten der Type II. Es ist also jetzt diese besser als die andere Type. Sie hat auch noch den Vortheil einer geringeren Temperaturerhöhung.

Die hier durchgerechneten Beispiele zeigen, dass es sich wohl lohnt, die Fabrikation von Transformatoren derart zu differenzieren, dass man zwei Typen baut, eine für veränderliche und die andere für konstante Belastung.

**Konstruktionsdetails.** Die Figuren 43 bis 46 zeigen die Einzelheiten der Konstruktion des oben berechneten Transformators für 12 Kwt. bei Luftkühlung bzw. 15 Kwt. bei Oelkühlung. Der Transformator ist in einen gusseisernen Kasten eingebaut und eignet

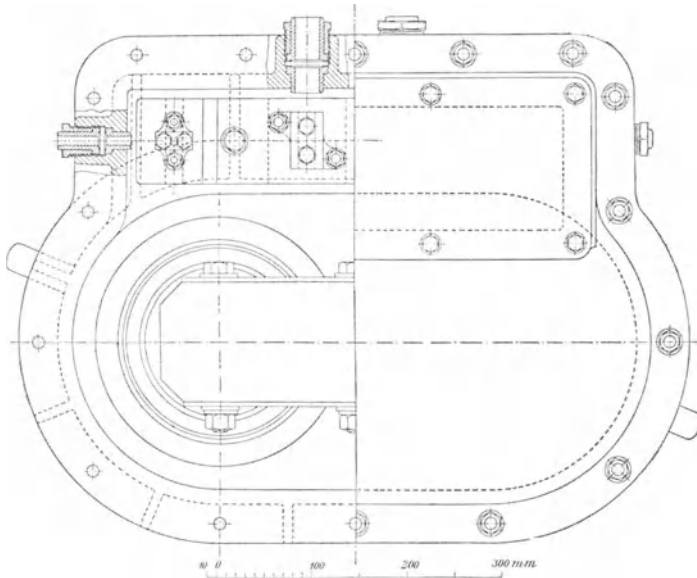
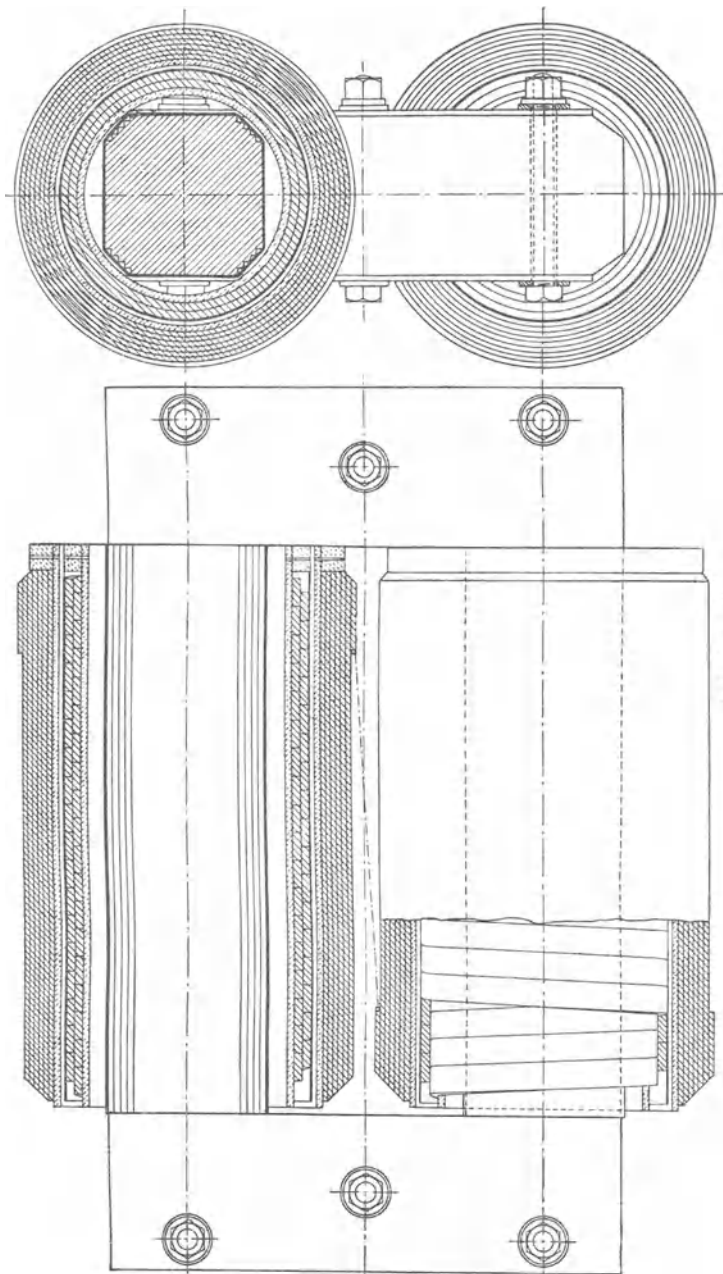


Fig. 43.

sich daher zur Aufstellung in einem Keller oder anderen feuchten Ort, oder in freier Luft bei feuchtem Klima. Bei solchen Anlagen, wo Transformatoren in trockenen Räumen aufgestellt werden, kann der äussere Schutzmantel auch aus perforirtem Blech bestehen und dann ist die Erwärmung geringer; sie kann etwa nach der unteren der beiden Kurven in Fig. 31 bemessen werden. Der in Fig. 43 bis 46 dargestellte Transformator hat keine Stossfugen.

Nachdem die Bleche in der richtigen Grösse zugeschnitten und ausgelocht sind, werden sie auf einer Seite mit sehr dünnem Papier belegt und zusammengesetzt, wobei die zwei Kerne und das untere



*Maßstab 1:6*

Fig. 44.

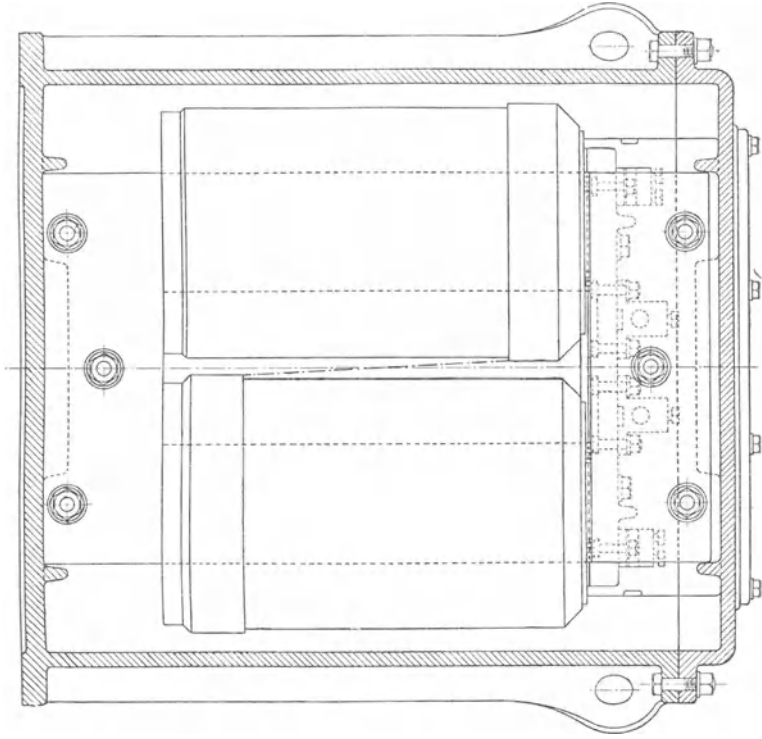


Fig. 46.

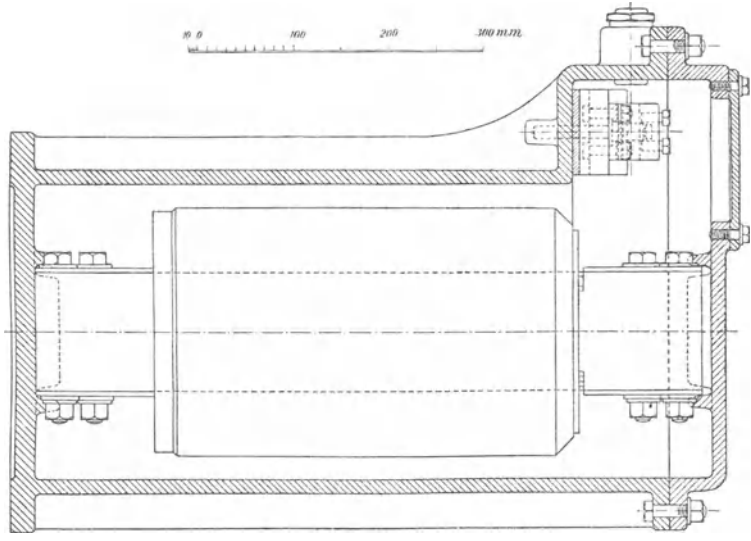


Fig. 45.

Joch zuerst hergestellt werden. Die Spulen werden dann aufgeschoben und zuletzt werden die Bleche des oberen Joches eingesetzt. Die Spulen werden, wie schon erwähnt, auf Papiercylinder gewickelt. Am unteren Ende müssen die Papiercylinder mit Flanschen versehen sein, welche die Wickelung gegen Heruntergleiten schützen. Am oberen Ende sind Flanschen entbehrlich, wenn man die Drähte am Ende jeder Lage entsprechend zurückbindet. Es empfiehlt sich, nach Vollendung jeder Lage dieselbe mit dünner, paraffinirter Leinwand zu umhüllen, deren Ende vor der Anbringung der nächsten Lage zurückgeschlagen wird, so dass die benachbarten Drähte aller Lagen ausser durch ihre Baumwollumspinnung noch durch die Leinwandschichte isolirt sind.

Die Dicke der Baumwoll-Umspinnung richtet sich nach dem Durchmesser der Drähte (oder dem äquivalenten Durchmesser bei rechteckigen Drähten), der Spannung und der Art der Besspinnung. Die Besspinnung muss wenigstens doppelt sein; dreifache Besspinnung ist jedoch vorzuziehen. Bei sehr starken Drähten kann ausser einer Umspinnung noch eine Umklöppelung verwendet werden. Für Spannungen bis zu 3000 Volt soll die Dicke der Umhüllung, wenn feine Baumwolle oder feines Garn dazu verwendet wird, wenigstens den nach folgender Formel berechneten Werth haben:

$$\delta = 0,13 + 0,06 d,$$

wobei  $d$  den Drahtdurchmesser bedeutet. Die Werthe sind in Millimetern einzusetzen. Der Durchmesser des besponnenen Drahtes ist also

$$\begin{aligned} d_1 &= d + 2 \delta \\ d_1 &= 0,26 + 1,12 d. \end{aligned}$$

Der Widerstand des Drahtes muss mit Rücksicht auf die Erwärmung bei Dauerbetrieb berechnet werden. Für die vorläufige Rechnung kann man dabei die Formel benutzen

$$w = \frac{0,02 l}{q} \text{ Ohm,}$$

wobei  $l$  die Länge in Meter und  $q$  den Querschnitt in Quadratmillimeter bedeutet. Diese Formel beruht auf der Annahme, dass die Temperatur der Spulen  $75^\circ \text{ C.}$  beträgt.

Das Gehäuse kann, wie in den Figuren veranschaulicht, behufs besserer Abkühlung mit Rippen versehen sein. Zudem sind innen



am Boden und Deckel des Gehäuses kleine Rippen angebracht, welche die Verschiebung des Eisenkörpers verhindern. Es empfiehlt sich, an dem Deckel einen kleinen besonderen Deckel anzubringen, um dadurch den Zugang zu den Klemmschrauben möglich zu machen, ohne dass man den grossen Deckel abzunehmen braucht. Die Zuleitungskabel können durch Stopfbüchsen mit Kautschukringdichtung, wie in der Figur gezeigt, geführt werden oder sie können einfach durch geeignete Löcher eingebracht werden, welche dann mit Isolirmasse ausgegossen werden. Letztere Anordnung empfiehlt sich bei Transformatoren für grosse Leistung.

---

## Sechstes Kapitel.

Das Vektordiagramm. — Berechnung des induktiven Spannungsabfalles. — Einfluss der Frequenz auf den induktiven Spannungsabfall. — Graphische Bestimmung der Arbeitsgrössen. — Graphische Bestimmung des Abfalls der sekundären Klemmenspannung.

**Das Vektordiagramm.** Der Arbeitszustand eines Transformators und im allgemeinen eines jeden Wechselstrom-Apparates lässt sich in zwei Weisen darstellen, nämlich analytisch durch gewisse, meist jedoch ziemlich complicirte Formeln, und zeichnerisch durch sogenannte Vektordiagramme. Die analytische Darstellung ist wenig übersichtlich und soll deshalb hier nur in solchem Maasse verwendet werden, als nöthig ist, um die graphische Darstellung zu erläutern. Alle periodisch veränderlichen Grössen können durch rotirende Vektoren dargestellt werden. Es ist dabei die Länge des Vektors der

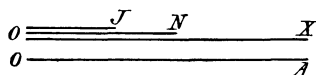


Fig. 47.

Maximalwerth der Grösse und die Projektion des Vektors ihr augenblicklicher Werth. Die Vektoren von solchen Grössen, die gleiche Phase haben, liegen in einer Linie und decken sich mithin. Sie werden bei willkürlich gewählten Maassstäben im Allgemeinen verschiedene Länge haben, können aber natürlich auch die gleiche Länge haben, wenn die Maassstäbe entsprechend gewählt werden. In diesem Falle stellt ein und derselbe Vektor gleichzeitig mehrere Grössen dar. So sind z. B. Strom, Erregung d. h. Strom  $\times$  Windungen und der dadurch erzeugte magnetische Fluss Grössen derselben Phase. Ihre Vektoren liegen mithin in ein und derselben Linie. Sie können jedoch verschiedene Länge haben. Es kann also z. B.  $OJ$  in Fig. 47

der Stromvektor sein, während die Strecke  $ON$  den Feldvektor und die Strecke  $OX$  den Erregungsvektor darstellt.

In Fig. 47 sind des besseren Verständnisses halber die drei Vektoren getrennt gezeichnet. Der Leser muss sie sich jedoch aufeinander gelegt denken. Zunächst sei der Maassstab für alle drei Grössen derselbe, so dass z. B.  $1 \text{ mm} = 1 \text{ A}$ ;  $1 \text{ mm} = 1$  Feldeinheit in  $10^6$  Kraftlinien und  $1 \text{ mm} = 1$  Ampèrewindung ist. Ist  $n$  die Anzahl Windungen, so muss in diesem einheitlichen Maassstabe  $\frac{OX}{OJ} = n$  und  $\frac{OX}{ON} = R$  sein, wobei wir mit  $R$  den magnetischen Widerstand des Kraftlinienpfades bezeichnen. Nach einem bekannten Satz der Elektrodynamik ist die magnetische Kraft in absolutem Maass

$$H = \frac{4\pi n J}{l},$$

wobei  $l$  die Länge des Kraftlinienpfades bedeutet. Ist  $A$  der Querschnitt des Kraftlinienpfades,  $\mu$  seine Permeabilität und  $B$  die Induktion, so haben wir

$$\begin{aligned} B &= H\mu \\ N &= AH\mu 10^{-6} \end{aligned}$$

in Einheiten von  $10^6$  Linien. Wird  $J$  in Ampère gesetzt, so ist

$$N = \frac{1,25 n J}{l} A \mu 10^{-6}$$

$$N = \frac{1,25 X A \mu}{l} 10^{-6}$$

$$N = \frac{X}{\frac{0,8 l 10^6}{A \mu}} = \frac{X}{R}$$

$$R = \frac{1}{\mu} \frac{0,8 l}{A} 10^6.$$

Besteht der magnetische Kreis aus verschiedenartigen Theilen in Reihenschaltung, so ist der Gesamtwiderstand die Summe der Theilwiderstände, also allgemein

$$R = \sum \frac{1}{\mu} \frac{0,8 l}{A} 10^6 \quad \dots \dots \dots 13)$$

Die zur Erzeugung eines Feldes von  $N$  Millionen Linien nöthige Erregung ist dann

$$X = R N \text{ Ampèrewindungen.}$$

Ist  $N$  der Maximalwerth des Feldes, so muss natürlich auch der Maximalwerth und nicht der effektive Werth der Ampèrewindungen genommen werden. Soll jedoch  $X$  den effektiven Werth darstellen, so ist der Maximalwerth des Feldes

$$N = \frac{X\sqrt{2}}{R} \dots\dots\dots 14)$$

Wir haben bei Fig. 47 angenommen, dass derselbe Maassstab für alle drei Grössen gilt. Nun können wir aber auch den Maassstab für zwei dieser Grössen so ändern, dass sie durch den Vektor der dritten Grösse ausgedrückt werden. Ist z. B.  $OA = OX$  der Vektor der maximalen Ampèrewindungen in dem Maass  $1 \text{ mm} = 1$  Ampèrewindung, so kann die Länge  $OA$  auch als Stromvektor aufgefasst werden, wenn wir sie mit einem neuen Maassstab messen, dessen Theilstriche nicht  $1 \text{ mm}$ , sondern  $n$  Millimeter von einander

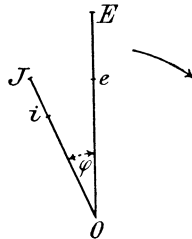


Fig. 48.

entfernt sind. In derselben Weise kann  $OA$  den Kraftfluss darstellen, wenn wir diesen mit einem Maassstab messen, dessen Theilstriche  $R$  Millimeter von einander entfernt sind. Ist  $X$  jedoch in effektiven Ampèrewindungen gegeben, so ist der Abstand der Theilstriche des Feldmaassstabes  $R/\sqrt{2}$ .

Es sei in Fig. 48  $OE$  der Maximalwerth der Spannung, die einem Stromkreis (z. B. der Primärspule eines Transformators) aufgedrückt wird, und  $OJ$  sei der Maximalwerth des Stromes. Die Maassstäbe für Strom und Spannung seien verschieden und beliebig gewählt. Beide Vektoren rotiren in der Pfeilrichtung. Ihre Projektion auf der Vertikalen stelle die Augenblickswerthe dar. Nun wissen wir, dass die effektiven Werthe, in dem betreffenden Maassstabe gemessen, durch Vektoren gegeben sind, deren Längen kleiner sind als die Vektoren der Maximalwerthe im Verhältniss von  $1/\sqrt{2} : 1$ . Es ist also

$$\begin{aligned} \text{Die effektive Spannung } Oe &= \frac{OE}{\sqrt{2}} \\ \text{Der effektive Strom } Oi &= \frac{OJ}{\sqrt{2}}. \end{aligned}$$

Wenn wir nun die bisher verwendeten Maassstäbe so ändern, dass ihre Theilstriche  $\sqrt{2}$  mal so weit von einander abstehen, als früher, so können wir die effektiven Werthe mit den neuen Maassstäben direkt auf den Längen  $OE$  und  $OJ$  abgreifen. Wir können auch diese nunmehr als effektive Vektoren anzusehenden Linien stillstehen lassen, denn von Wichtigkeit ist nur ihr Winkelabstand  $\varphi$ , und der bleibt derselbe, ob wir uns die Vektoren stillstehend oder rotirend denken. Wir müssen allerdings den Rotationssinn beibehalten, damit wir wissen, welcher Vektor vor- und welcher nach-eilt. In Fig. 48 eilt der Spannungsvektor vor, der Stromvektor nach.

Wie schon im 4. Kapitel gezeigt wurde, lassen sich Vektoren gleichartiger Grössen nach Art der Seilpolygone zusammensetzen. Wir können also Felder miteinander, Erregungen miteinander und Spannungen miteinander, nicht aber eine Erregung mit einer Spannung oder einen Strom mit einem Feld zusammensetzen. Ein Diagramm, in welchem die verschiedenen in einem Transformator auftretenden Grössen in der richtigen Weise zusammengesetzt sind, heisst ein Vektordiagramm oder ein Arbeitsdiagramm des Transformators. Als einfachstes Beispiel wollen wir zunächst ein solches Diagramm aufstellen für einen Transformator, der keine Verluste und keine Streuung, wohl aber magnetischen Widerstand hat. Dieser Fall ist praktisch natürlich nicht möglich, seine Aufnahme hier hat nur den Zweck, dem Leser das Studium der später behandelten Fälle zu erleichtern.

Wenn der Transformator nur Glühlampen speist, so hat der Sekundärstrom keine Phasenverschiebung; Strom- und Spannungsvektor liegen also in einer Linie, können aber natürlich von verschiedener Länge sein. Enthält der sekundäre Stromkreis neben Glühlampen auch Bogenlampen oder Motoren, so ist Phasenverschiebung vorhanden; der Strom eilt der Spannung nach. Die sekundäre Stromstärke wird regulirt durch Zu- oder Abschalten der Stromverbraucher (Lampen oder Motoren), und wir wollen annehmen, dass bei allen Belastungen das Mischungsverhältnis der Glühlampen und der andern Apparate dasselbe bleibt, so dass die Phasenverschiebung im sekundären Stromkreis für alle Belastungen gleich bleibt.

Fig. 49 zeigt das Arbeitsdiagramm des Transformators bei Glühlichtbelastung und Fig. 50 bei gemischter Belastung. Die Rotation der Vektoren erfolgt in diesen und in allen anderen Diagrammen im Sinne des Uhrzeigers.

Es sei  $OC = X_2$  der Vektor der sekundären effektiven Ampèrewindungen, und  $OE_2 = e_2$  jener der sekundären effektiven Klemmenspannung. Damit diese entstehen kann, muss ein gewisser Kraftfluss vorhanden sein, dessen Maximalwerth sich aus Gleichung 7 bestimmen lässt.

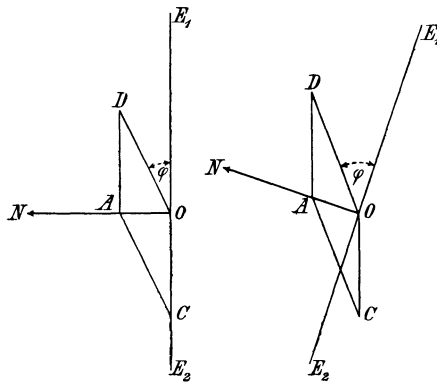


Fig. 49.

Fig. 50.

Es ist

$$N = \frac{e_2}{4,44 \frac{\sim}{100} n_2} .$$

Der Feldvektor  $ON$  muss dem Spannungsvektor  $e_2$  um  $90^\circ$  voreilen. Es ist also Grösse und Lage dieses Vektors bestimmt. In der Primärspule erzeugt das Feld  $N$  eine E.M.K., deren Vektor dem Feldvektor um  $90^\circ$  nacheilt. Ihre Grösse ist

$$e_1 = 4,44 \frac{\sim}{100} N n_1 .$$

Um ihr das Gleichgewicht zu halten, muss eine gleich grosse E.M.K., aber in umgekehrtem Sinne, der Primärspule aufgedrückt werden. Die primäre Klemmenspannung ist also gegeben durch den Vektor

$$OE_1 = e_1 .$$

Der Voltmaassstab ist für  $e_1$  derselbe wie für  $e_2$ . Wir nehmen an, dass  $n_1 > n_2$ ; dann wird auch, wie im Diagramm gezeichnet,  $e_1 > e_2$ .

Damit nun das Feld  $N$  zu Stande kommt, muss die resultierende Erregung einen gewissen effektiven Werth  $X$  haben, der sich aus Gleichung 14) berechnen lässt. Der magnetische Widerstand ist aus Gleichung 13) zu berechnen. Wir machen nun in dem für  $X_2$  verwendeten Maassstab

$$OA = X,$$

und da wir wissen, dass  $X$  die Resultierende aus den beiden Erregungen (sekundär  $X_2$  und primär  $X_1$ ) sein muss, so können wir  $X_1$  zeichnerisch finden. Es ist die Strecke  $OD$ . Wenn wir nun einen Maassstab anfertigen, dessen Theilstriche  $n_2$  mal so weit von einander abstehen als jene des Maassstabes für Erregung, so ist in diesem neuen Maassstabe  $OC = i_2$ . Ebenso können wir einen anderen Ampèremaassstab anfertigen, dessen Theilstriche  $n_1$  mal so weit abstehen als jene des Maassstabes für Erregung, und mit diesem messen wir  $OD = i_1$ . Da  $OA$  nicht Null sein kann (der Voraussetzung gemäss hat der Transformator magnetischen Widerstand), kann in Fig. 49  $i_1$  nicht mit  $e_1$  zusammenfallen; es ist also primär die Phasenverschiebung  $\varphi$  vorhanden, obwohl sekundär keine Phasenverschiebung besteht. In Fig. 50 ist die sekundäre Phasenverschiebung  $\sphericalangle COE_2$  und die primäre  $\varphi$ . Es ist ohne weiteres klar, dass  $\varphi$  grösser ist als  $\sphericalangle COE_2$ . Wegen des magnetischen Widerstandes des Transformators ist also die Phasenverschiebung im sekundären Verbrauchsstromkreis mit einer gewissen Vergrösserung in den primären Stromkreis übersetzt worden.

Aus den Diagrammen ist ohne weiteres klar, dass die sekundäre Klemmenspannung in einem bestimmten und von der Belastung unabhängigen Verhältnis steht zur primären Klemmenspannung. Es ist

$$e_2 = e_1 \frac{n_2}{n_1}.$$

Ist also die aufgedrückte primäre Klemmenspannung konstant, so bleibt auch die abgegebene sekundäre Klemmenspannung konstant. Wird der sekundäre Strom vermindert (durch Abschalten von parallel abgezweigten Stromverbrauchern), so rückt  $C$  näher an  $O$  und  $D$  näher an  $A$ . Es wird also  $i_1$  vermindert und  $\varphi$  vergrössert. Bei Leerlauf ist  $i_2 = 0$  und  $C$  fällt mit  $O$  zusammen. Gleichzeitig fällt  $D$  mit  $A$  zusammen, und je nachdem wir den Erregungsmaass-

stab oder den Ampèremaassstab verwenden, ist  $OA$  die Leerlauf-  
erregung  $X_\mu$  oder der Leerlaufstrom  $i_\mu$ .

Bisher haben wir angenommen, dass der Transformator weder  
Verluste noch Streuung hat. Wir wollen vorläufig an der ersten  
Annahme noch festhalten, die zweite jedoch fallen lassen. Wir  
nehmen also an, dass der Transformator Streuung hat, eine Eigen-  
schaft, die sich dadurch äussert, dass in jeder Spule eine der Er-  
regung proportionale und auf ihr senkrecht stehende E.M.K. der  
Selbstinduktion auftritt. Diese eilt dem Strom nach und muss durch  
eine gleich grosse, der Spule aufgedrückte und dem Strom um  $90^\circ$   
voraneilende E.M.K. ausgeglichen werden.

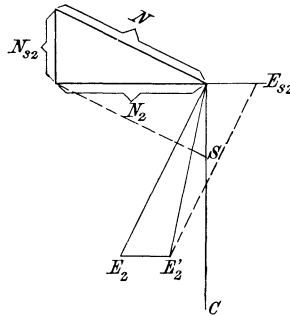


Fig. 51.

Es sei wie früher  $OC = X_2$  in Fig. 51 die sekundäre Erregung  
und  $OE_2'$  die sekundäre Klemmenspannung. Die Erregung  $X_2$  er-  
zeuge ein Streufeld  $N_{s_2}$  und dieses erzeuge die E.M.K. der Selbst-  
induktion  $OE_{s_2} = e_{s_2}$ . Damit nun die Klemmenspannung  $e'_{s_2} = OE'_{s_2}$   
wirklich zu Stande kommt, muss das Nutzfeld  $N$  nicht nur diese  
E.M.K. erzeugen, sondern noch eine zweite E.M.K., welche  $e_{s_2}$  das  
Gleichgewicht hält. Wir machen also

$$E_2' E_2 = O E_{s_2},$$

und erhalten so

$$e_2 = O E_2,$$

die E.M.K., welche durch das Nutzfeld  $N$  der Sekundärspule auf-  
gedrückt werden muss. Um  $N$  zu finden, haben wir die E.M.-  
Kräfte zusammengesetzt und dann aus ihrer Resultirenden  $e_2$  die  
Existenz des Nutzfeldes gefolgert. Wir hätten aber ebenso gut die  
Felder zusammensetzen können und aus ihrer Resultirenden  $N_2$  die



Klemmenspannung  $e_2'$  folgern können. Beide Anschauungsweisen führen zum selben Ziel, die letztere ist jedoch in besserer Uebereinstimmung mit der Wirklichkeit. Dass das Feld  $N$  in der sekundären Spule allein auftritt, wie das der Fall sein müsste, damit  $e_2$  wirklich inducirt wird, ist eine unhaltbare Annahme. Denn es muss, damit die E.M.K.  $O E_{s_2}$  entstehen kann, auch das Feld  $OS = N_{s_2}$  in den sekundären Spule auftreten. Es treten also thatsächlich zwei Felder in dieser Spule auf, nämlich  $N$  und  $N_{s_2}$ , und diese beiden verbinden sich zu dem resultirenden Felde  $N_2$ , wie Fig. 51 zeigt. Der Maximalwerth des thatsächlich auftretenden Kraftflusses ist also nicht  $N$ , sondern  $N_2$ . Es ist also richtiger, wenn wir nicht die E.M.Kräfte, sondern die Felder zusammensetzen. Andererseits ist es für manche Zwecke bequemer, die E.M.Kräfte einzeln in das Diagramm einzuführen, und wir werden deshalb, je nachdem es besser passt, entweder die eine oder die andere Anschauungsweise verwenden. Der Zusammenhang zwischen beiden ist im nächsten Kapitel näher erläutert.

Zunächst handelt es sich darum, den Einfluss des selbstinducirten Feldes zu bestimmen. Wäre  $N_{s_2} = 0$ , so würde  $N_2$  den grösseren Werth  $N$  und  $e_2'$  den grösseren Werth  $e_2$  annehmen. Wir sehen also, dass in Folge des selbstinducirten Feldes die Spannung etwas abfällt. Der Abfall ist um so grösser, je grösser  $e_{s_2}$  ist. Man nennt die E.M.K.  $e_{s_2}$  den induktiven Spannungsabfall. Diese Grösse ist nicht zu verwechseln mit dem algebraischen Unterschied der Spannungen  $e_2$  und  $e_2'$ . In der Regel ist  $e_{s_2} > e_2 - e_2'$ ; nur bei rein induktiver Belastung ist, wie später gezeigt wird,  $e_{s_2} = e_2 - e_2'$ . Es ist aber bei jeder Belastung  $e_{s_2}$  die vektorielle Differenz zwischen  $e_2$  und  $e_2'$ , und deshalb hat der induktive Spannungsabfall auf den thatsächlichen Abfall der Klemmenspannung umsomehr Einfluss, je grösser die Phasenverschiebung im sekundären Stromkreis ist.

Es wurde oben gesagt, dass die Streuung eine E.M.K. erzeugt, die auf dem Strom senkrecht steht. Die Erklärung hierfür ist wie folgt. Da die Drähte der beiden Spulen nicht denselben Raum einnehmen können, so entstehen zwischen ihnen Streufelder, deren Kraftlinien nur mit den Windungen der einen oder nur mit den Windungen der anderen Spule, nicht aber mit beiden gleichzeitig verschlungen sind. Mit beiden gleichzeitig sind nur die Kraftlinien des gemeinsamen oder Hauptfeldes verschlungen. Das Hauptfeld wird erzeugt durch die Resultirende der Ampèrewindungen in beiden

Spulen. Die Streufelder  $N_{s_1}$  und  $N_{s_2}$  werden von den Ampèrewindungen der betreffenden Spulen einzeln erzeugt und ihre Vektoren haben deshalb dieselbe Richtung wie die Ströme, während die Vektoren der entsprechenden E.M. Kräfte  $e_{s_1}$  und  $e_{s_2}$  auf den Stromvektoren senkrecht stehen.

**Berechnung des induktiven Spannungsabfalles.** Um die E.M. Kräfte der Streuung zu finden, verfahren wir folgendermaassen. Es sei in Fig. 52 II der Querschnitt der Sekundärspule und I der Querschnitt der Primärspule eines Kerntransformators mit cylindri-

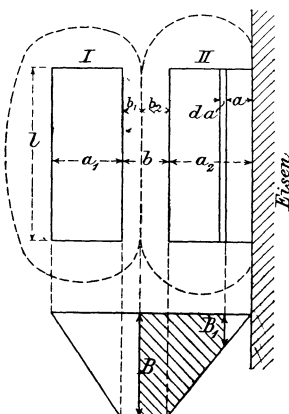


Fig. 52.

schen Spulen. Die Sekundärspule liege dem Eisen zunächst, die Primärspule aussen. Da im Eisen die Permeabilität sehr gross ist, so ist nahezu keine treibende Kraft nöthig, um den Streufluss durch das Eisen zu führen; dagegen ist eine erhebliche Kraft nöthig, um ihn durch den Raum  $b$  zwischen den beiden Spulen zu führen, während der ausserhalb von I durch die Luft verlaufende Streufluss auch einen gewissen Theil der treibenden Kraft beansprucht. Diese Ueberlegung zeigt, dass der Streulinienpfad von II einen kleineren magnetischen Widerstand hat als der Streulinienpfad von I. Es wird also bei gleicher Erregung das Streufeld von II stärker sein als jenes von I. Um nun diesen Gegenstand in einfacher Weise mathematisch behandeln zu können, müssen wir einige Annahmen machen. Zunächst wollen wir annehmen, dass  $i_2$  und  $i_1$  gleiche Phase haben. Das ist nahezu immer der Fall. Dann wollen wir annehmen, dass in dem Raum  $b$  eine cylindrische Trennungs-

fläche besteht, ausserhalb welcher alle Streulinien nur mit I und innerhalb welcher alle Streulinien nur mit II verschlungen sind. Wäre der magnetische Widerstand links von I ebenso klein als jener im Eisen rechts von II, so würde die Trennungsfläche genau in der Mitte des cylindrischen Raumes  $b$  liegen; da aber der Raum links von I einen merklichen magnetischen Widerstand hat, so müssten wir uns streng genommen die Trennungsfläche nicht in die Mitte des Raumes  $b$ , sondern so gelegt denken, dass  $b_1 < b_2$ . Als extremen Fall würden wir  $b_1 = \frac{b_2}{2}$  haben. Dadurch würden wir aber dem Raum links von I einen zu grossen Widerstand zuschreiben, nämlich den gleichen, als dem schmalen Raum  $b_1$  rechts von I zukommt. Legen wir dagegen die Trennungsfläche in die Mitte von  $b$  (machen also  $b_1 = b_2$ ), so würden wir dem Raum links von I einen viel zu kleinen magnetischen Widerstand zuschreiben. Beides wäre unrichtig. Da nun eine genaue Bestimmung der Lage der Trennungsfläche überhaupt nicht möglich ist, so thun wir am besten, wenn wir die Rechnung für diese beiden extremen Fälle durchführen und aus ihren Ergebnissen das Mittel nehmen. Ein Fehler in der Schätzung der einzelnen Streufelder ist übrigens praktisch nicht von Belang, weil wir ja nicht die einzelnen Werthe der E.M.K. der Selbstinduktion, sondern nur ihre Summe zur Berechnung des Spannungsabfalls brauchen.

Es seien  $n_1$  und  $n_2$  die Windungszahlen,  $\pi$  der Perimeter des Streuraumes  $b$  (den wir mit genügender Annäherung als für beide Spulen gleich annehmen),  $\gamma$  die Anzahl Windungen für 1 cm Wicklungstiefe und  $l$  die Länge der Spulen. Die Ordinaten der schraffirten Fläche sind dann je nach dem Maassstab entweder Ampèrewindungen oder Felddichten  $B$ . Knapp am Eisen sind beide Null, im Spalt  $b$  sind beide Maxima und an der linken Grenze von I sind sie wieder Null. Diese Auffassung ist allerdings strenggenommen nicht richtig, wir müssen sie aber annehmen, wenn wir die Rechnung einfach halten wollen.

In einem Elementenstreifen von II, dessen radiale Dicke  $da$  sei, haben wir

$$dn = \gamma da$$

Windungen. Mit diesen sind verschlungen alle Kraftlinien, welche der schraffirten Fläche zwischen  $B$  und  $B_1$  entsprechen. Dieser Kraftfluss ist, wie man aus dem Diagramm ohne Weiteres sieht,

$$N = \pi \left( b_2 B + (a_2 - a) \frac{B + B_1}{2} \right).$$

Die entsprechende E.M.K. der Streuung ist

$$d e_s = 4,44 \sim \pi \left( b_2 B + (a_2 - a) \frac{B + B_1}{2} \right) \gamma da.$$

Integriren wir nun von  $a=0$  bis  $a=a_2$ , so erhalten wir die ganze in der Spule II durch Streuung selbstinducirte E.M.K.

$$e_{s_2} = 4,44 \sim \pi \gamma \int_0^{a_2} \left[ b_2 B + (a_2 - a) \left( \frac{B + B_1}{2} \right) \right] da$$

$$e_{s_2} = 4,44 \sim \pi \gamma \left[ b_2 B a_2 + \int_0^{a_2} (a_2 - a) \left( \frac{B + B_1}{2} \right) da \right].$$

Nun ist aber

$$\frac{B + B_1}{2} = \frac{B}{a_2} \left( \frac{a_2 + a}{2} \right)$$

$$(a_2 - a) \left( \frac{B + B_1}{2} \right) = \frac{B}{a_2} \left( \frac{a_2^2 - a^2}{2} \right)$$

$$\int_0^{a_2} (a_2 - a) \left( \frac{B + B_1}{2} \right) da = \frac{B}{2 a_2} \int_0^{a_2} (a_2^2 - a^2) da$$

$$= \frac{B}{2 a_2} \left( a_2^3 - \frac{1}{3} a_2^3 \right)$$

$$= \frac{B a_2^2}{3}$$

$$e_{s_2} = 4,44 \sim \pi \gamma a_2 B \left( b_2 + \frac{a_2}{3} \right).$$

$\gamma a_2$  ist die Windungszahl von II, also  $n_2$  und  $B$  ist proportional  $n_2 i_2 = X_2$ . Wir können also allgemein schreiben

$$B = k \frac{X_2}{l},$$

wobei  $k$  ein Erfahrungskoeffizient ist. Wir haben mithin

$$e_{s_2} = 4,44 \sim n_2 X_2 k \left( b_2 + \frac{a_2}{3} \right) \frac{\pi}{l}$$

$$e_2 = 4,44 \sim n_2 N$$

$$\frac{e_{s_2}}{e_2} = k \frac{X_2}{N} \left( b_2 + \frac{a_2}{3} \right) \frac{\pi}{l} \dots \dots \dots 15)$$

In derselben Weise finden wir

$$\frac{e_{s_1}}{e_1} = k \frac{X_1}{N} \left( b_1 + \frac{a_1}{3} \right) \frac{\pi}{l} \dots \dots \dots 16)$$

Da nun die Vektoren der Ströme und mithin auch jene der Erregungen  $X_1$  und  $X_2$  sehr nahezu die gleiche Richtung haben, so finden wir den ganzen procentualen Spannungsabfall, wenn wir die Summe bilden

$$100 \frac{e_s}{e} = 100 \left( \frac{e_{s_1}}{e_1} + \frac{e_{s_2}}{e_2} \right).$$

Wenn wir auf jedem Schenkel nur eine primäre und eine sekundäre Spule haben, so kann  $X_1$  als nahezu gleich  $X_2$  angesehen werden und wir können sagen, der gesammte induktive Spannungsabfall, bezogen auf die sekundäre Seite, ist  $k \frac{X_2}{N} \frac{\pi}{l}$  proportional. In Procenten ausgedrückt ist er

$$100 \frac{e_{s_2}}{e_2} = 100 k \frac{X_2}{N} \left( b_1 + b_2 + \frac{a_1 + a_2}{3} \right) \frac{\pi}{l}.$$

Nennen wir die mittlere Wicklungstiefe  $a$ , so dass

$$a = \frac{a_1 + a_2}{2},$$

so kann die Klammer auch so geschrieben werden

$$\left( b + \frac{2}{3} a \right) = 2 \left( \frac{b}{2} + \frac{a}{3} \right)$$

$$100 \frac{e_{s_2}}{e_2} = 200 k \frac{X_2}{N} \left( \frac{b}{2} + \frac{a}{3} \right) \frac{\pi}{l}.$$

Aus Versuchen mit ausgeführten Transformatoren<sup>1)</sup> habe ich gefunden, dass  $200 k$  ungefähr den Werth  $0,2$ , also  $k$  den Werth  $10^{-3}$  hat. Dabei ist für  $X_2$  der effektive Werth in Einheiten von  $10^3$  und für  $N$  der Maximalwerth in Einheiten von  $10^6$  einzusetzen.

Wir haben also: gesammter induktiver Spannungsabfall, auf die Sekundärseite bezogen, in Procenten

$$= 0,2 \frac{X_2}{N} \left( \frac{b}{2} + \frac{a}{3} \right) \frac{\pi}{l} \dots \dots \dots 17)$$

Für die Bestimmung des gesammten induktiven Spannungsabfalls, auf die sekundäre Seite bezogen, ist es gleichgiltig, wie wir

<sup>1)</sup> Vergl. E.T.Z. 1898, Heft 15.

uns die Trennungsfläche in  $b$  gelegt denken, denn es kommt nur die Summe von  $b_1$  und  $b_2$  in der Formel vor. Wollen wir jedoch den Spannungsabfall für jede Wickelung allein bestimmen, so ist die Lage der Trennungsfläche nicht gleichgiltig. Wir haben oben die beiden extremen Fälle angenommen

$$b_2 = 2 b_1 = \frac{2}{3} b; e_{s_1} \text{ ergibt sich zu klein, } e_{s_2} \text{ zu gross,}$$

$$b_2 = b_1 = \frac{1}{2} b; e_{s_1} \text{ ergibt sich zu gross, } e_{s_2} \text{ zu klein}$$

und haben gesagt, dass wir das Mittel zwischen diesen beiden Fällen als wahrscheinlich den richtigen Werthen am nächsten kommend annehmen werden.

Die Mittelwerthe sind

$$b_2 = \frac{1}{2} \left( \frac{b}{2} + \frac{2 b}{3} \right) = 0,58 b$$

$$b_1 = \frac{1}{2} \left( \frac{b}{2} + \frac{b}{3} \right) = 0,42 b.$$

Dann wird für cylindrische Spulen

$$100 \frac{e_{s_1}}{e_1} = \frac{X_1}{N} (0,42 b + 0,33 a_1) \frac{\pi}{l} 10^{-1} \dots 18)$$

$$100 \frac{e_{s_2}}{e_2} = \frac{X_2}{N} (0,58 b + 0,33 a_2) \frac{\pi}{l} 10^{-1} \dots 19)$$

Bei dem im 5. Kapitel behandelten Transformator ist  $\pi = 63$ ,  $l = 41$ ,  $a_2 = 1,4$ ,  $b = 0,9$ ,  $a_1 = 2,4$ ,  $n_1 = 1365$ ,  $n_2 = 70$ . Auf jedem Schenkel ist die Windungszahl mithin die Hälfte; und bei 11 K.V.A. Belastung ist  $i_1 = 5,66$  und  $i_2 = 110$ . Es wird also  $X_1 = 3,85$  und  $X_2 = 3,85$ . Der Kraftfluss des Hauptfeldes ist  $130 \times 5063 = N = 0,66$ .

Wir haben also den gesammten procentualen Spannungsabfall nach Formel 17)

$$\% = 0,2 \frac{3,85}{0,66} (0,45 + 0,63) \frac{63}{41} = 1,9 \%$$

Aus den Formeln 18) und 19) bestimmen sich die einzelnen Spannungsabfälle

Primär . . . . .	1 %
Sekundär . . . . .	0,9 %
	8*

Wenn wir nun diesen Transformator mit 15 K.V.A. belasten, so steigen diese Werthe im Verhältnis 110 : 150. Sie werden also: primär 1,37 %, sekundär 1,23 % und zusammen 2,6 %. Das ist praktisch noch ganz gut zulässig. Wollen wir jedoch aus irgend einem besonderen Grunde den Spannungsabfall bei 15 K.V.A. Belastung noch kleiner machen, so können wir weiter untertheilen. Wir werden zweckmässig die Untertheilung nicht in der sekundären Spule vornehmen, sondern in der primären, damit wir den dünnen Draht nach aussen bekommen. Das hat den praktischen Vortheil, dass man durch Auf- oder Abwickeln äusserer Windungen das Umsetzungsverhältnis genau einstellen kann. Das bietet bei dünnem Draht keine Schwierigkeit, wohl aber bei dem dicken Draht der Sekundärspule. Wir werden also nächst dem Eisen die eine Hälfte der Primärspule legen, dann die ganze Sekundärspule darüberschieben und über diese die zweite Hälfte der Primärspule. Es wird jetzt  $X_1$  in der Formel 18) den Werth haben

$$\frac{1}{1000} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1365 \cdot 7,44 = 2,7.$$

Obwohl die Sekundärspule nicht getheilt ist, müssen wir doch auch für sie die halbe Zahl der Ampèrewindungen, also

$$X_2 = \frac{1}{1000} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 70 \cdot 150 = 2,62$$

einführen, weil sie ja nach zwei Seiten hin Streufelder erzeugt. Wir finden so den procentualen Spannungsabfall für die

Innere Primärspule . . . . .	0,58 %
Mittlere Sekundärspule . . . . .	0,56 -
Äussere Primärspule . . . . .	0,54 -
Insgesamt	1,68 %

Die Verschiedenheit in den Perimetern der Zwischenräume ist bei der Rechnung berücksichtigt.

Wir haben also durch die Untertheilung den induktiven Spannungsabfall von 2,6 auf 1,68 % verringert.

Bei **Scheibenspulen** kann man den induktiven Spannungsabfall in ähnlicher Weise berechnen. Die Trennungsfäche geht für die Zwischenspulen jedenfalls durch die Mitte des Raumes  $b$ , so dass

$$b_1 = b_2 = \frac{b}{2}.$$

Wegen der symmetrischen Lage der Scheiben gegeneinander und wegen des Umstandes, dass die Feldkurve, wie Fig. 53 zeigt, in der Mittelebene jeder Scheibe durch Null geht, ist jetzt nur die

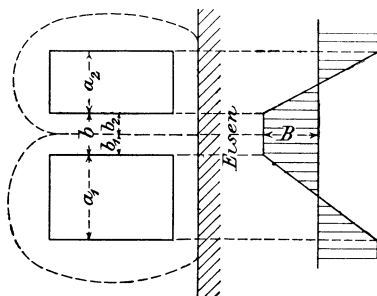


Fig. 53.

halbe Scheibendicke einzuführen und für die Erregung die halbe Zahl der Ampèrewindungen. Der früher gefundene Koeffizient

$$k = 10^{-3}$$

bleibt dann auch für diesen Fall gültig. Wir haben also nach der Formel 15) für jede sekundäre Zwischenscheibe

$$\frac{e_{s_2}}{e_2} = k \frac{X_2}{2N} \left( b + \frac{a_2}{3} \right) \frac{\pi}{l}$$

oder

$$100 \frac{e_{s_2}}{e_2} = 0,05 \frac{X_2}{N} \left( b + \frac{a_2}{3} \right) \frac{\pi}{l},$$

wobei  $X_2$  die effektiven Ampèrewindungen der ganzen Scheibe bedeutet. Ebenso haben wir für jede primäre Zwischenscheibe nach Formel 16)

$$100 \frac{e_{s_1}}{e_1} = 0,05 \frac{X_1}{N} \left( b + \frac{a_1}{3} \right) \frac{\pi}{l}.$$

Für die Endscheiben ist, weil auf einer Seite Eisen liegt, die Streuung ungefähr doppelt so gross. Ist  $u_1$  die Zahl der Primärscheiben und  $u_2$  die Zahl der Sekundärscheiben auf einem Schenkel, so kann entweder  $u_1 = u_2 = u$  sein oder  $u_1 = u_2 \pm 1$ . Im ersteren Falle liegt an einem Ende eine Primärscheibe und am anderen eine Sekundärscheibe gegen Eisen. Im zweiten Fall liegen Scheiben der



gleichen Wickelung an beiden Enden gegen Eisen. Für den Fall, dass die Scheibenzahl in beiden Wickelungen gleich ist, haben wir für jede der  $u - 1$  Spulen den Koeffizienten 0,05 und für eine Spule den Koeffizienten 0,1 anzuwenden. Der Prozentsatz der Streuung für die ganze Gruppe von  $u$  Scheiben ist also das Produkt des Prozentsatzes für eine Scheibe und dem Faktor  $\frac{u+1}{u}$ . Wir haben also für den ganzen Transformator bei Scheibenwicklung

$$100 \frac{e_{s_1}}{e_1} = 0,05 \frac{u+1}{u} \frac{X_1}{N} \left( b + \frac{a_1}{3} \right) \frac{\pi}{l} \dots \dots \dots 20)$$

$$100 \frac{e_{s_2}}{e} = 0,05 \frac{u+1}{u} \frac{X_2}{N} \left( b + \frac{a_2}{3} \right) \frac{\pi}{l} \dots \dots \dots 21)$$

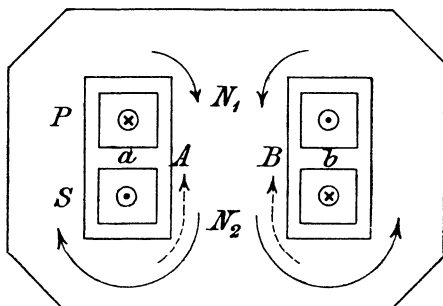


Fig. 54.

Da nun  $X$  und  $a$  im direkten Verhältnis mit der Untertheilung  $u$  abnehmen, so vermindert sich der induktive Spannungsabfall ungefähr im quadratischen Verhältnis mit der Untertheilung<sup>1)</sup>. Der gesammte induktive Spannungsabfall  $100 \left( \frac{e_{s_1}}{e_1} + \frac{e_{s_2}}{e_2} \right)$  in guten Transformatoren soll 3% nicht übersteigen. Diese Grenze kann durch entsprechende Untertheilung ohne Schwierigkeit erreicht werden.

Die Formeln für  $\frac{e_s}{e}$  sind zunächst für Kerntransformatoren abgeleitet worden. Es ist jedoch ohne weiteres klar, dass auch bei Manteltransformatoren die Anordnung der Spulen einen im Grossen und Ganzen ähnlichen Einfluss auf die Streuung haben muss. Fig. 54

<sup>1)</sup> Vergl. Kapitel I, Magnetische Streuung.

ist ein parallel zu den Blechen geführter Schnitt eines Manteltransformators mit schlechter Spulenanordnung; schlecht deshalb, weil alle primären Windungen in einer einzigen Spule  $P$  und alle sekundären Windungen in einer einzigen Spule  $S$  liegen und überdies die

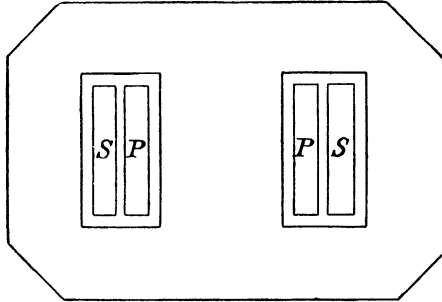


Fig. 55.

Länge des Streulinienpfades in der Luft bei  $a$  und  $b$  sehr kurz ist. Etwas besser ist die Anordnung Fig. 55. Hier sind zwar auch nur zwei Spulen verwendet, aber der Streuraum zwischen ihnen ist schmaler und länger. Treibt die Spule  $P$  in einem gewissen Augenblick die Kraftlinien  $N_1$  in der Pfeilrichtung, so treibt  $S$  die punk-

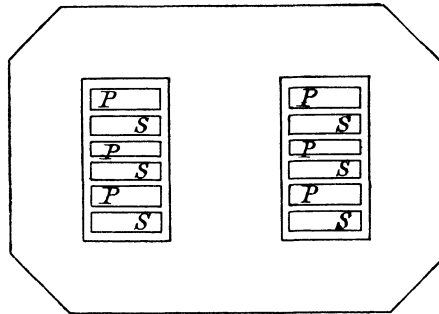


Fig. 56.

tirten Kraftlinien  $AB$  in der entgegengesetzten Richtung und das mit  $S$  thatsächlich verschlungene Feld  $N_2$  ist kleiner als das mit  $P$  verschlungene Feld  $N_1$ . Wir haben im Princip genau die gleiche Wirkung wie bei Kerntransformatoren und dieselbe Rechnung für die E.M.K. der Streufelder muss anwendbar sein. Fraglich ist nur noch, ob dieselben Koeffizienten auch hier gelten.

Um bei Manteltransformatoren die Streuung zu vermindern, wenden wir auch das gleiche Mittel, nämlich Untertheilung an. Die Anordnung Fig. 56 ist also besser als Fig. 55 und Fig. 57 ist noch besser. Um den Einfluss der Untertheilung zu bestimmen, hat Herr Möllinger<sup>1)</sup> einen 8 KW.-Manteltransformator mit verschiedenen Wickelungen versehen und den Spannungsabfall für jede durch Versuche bestimmt. Aus diesen Versuchen und nach den Formeln 15) und 16) habe ich den Koeffizienten  $k$  bestimmt und gefunden, dass der procentuale Spannungsabfall mit dem Versuch ziemlich übereinstimmend erhalten wird, wenn man bei Scheibenwicklung für Zwischenspulen  $k = 0,05$  und für Endspulen  $k = 0,15$  setzt.

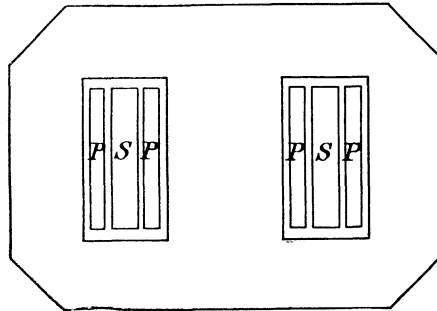


Fig. 57.

Möllinger hat drei Wickelungen untersucht, alle mit dem Umsetzungsverhältnis 1 : 1. Diese Wickelungen waren:

- I. Eine Primär- und eine Sekundärspule,
- II. Zwei Primärspulen und eine Sekundärspule,
- III. Drei Primärspulen und zwei Sekundärspulen.

Inwieweit die Berechnung des induktiven Spannungsabfalles mit der Wirklichkeit stimmt, kann aus folgender Tabelle ersehen werden:

	I.	II.	III.
Induktiver Spannungsabfall gemessen	430	196	32,7
berechnet	426	191	34

Die zur Berechnung verwendete Formel ist

$$100 \frac{e_s}{e} = k \frac{X}{N} \left( b + \frac{a}{3} \right) \frac{\pi}{l} \dots \dots \dots 22)$$

<sup>1)</sup> E.T.Z. 1898, Heft 15.

Dabei ist  $k$  für

Zwischenspulen . . . . .	0,05
Endspulen . . . . .	0,15

$X$  bedeutet die effektive Erregung in einer Spule, ausgedrückt in Einheiten von 1000 Ampèrewindungen.

$N$  bedeutet das Nutzfeld, ausgedrückt in Einheiten von  $10^6$  Kraftlinien.

**Einfluss der Frequenz auf den induktiven Spannungsabfall.** Im vorigen Abschnitt wurde gezeigt, dass der induktive Spannungsabfall dem Hauptfeld  $N$  umgekehrt proportional ist. Denken wir uns nun ein und denselben Transformator einmal mit einer hohen und das andere Mal mit einer niedrigen Frequenz betrieben. Soll die Klemmenspannung und Leistung gleich bleiben, so muss die Induktion, also auch  $N$  bei der niedrigen Frequenz gesteigert werden. Es wird also der induktive Spannungsabfall bei der niedrigen Frequenz kleiner sein als bei der hohen. Welchen Einfluss die Frequenz in dieser Beziehung hat, lässt sich aus folgender Ueberlegung sehen. Wir wollen annehmen, dass die Kühlmethode nicht geändert wird. Die Kupferwärme ist dieselbe, da die Stromstärke nicht geändert wurde. Es muss also auch die Eisenwärme dieselbe bleiben. Nun ist diese unter Vernachlässigung der Wirbelströme der Potenz 1,6 von  $B$  proportional. Wir haben also folgende zwei Bedingungen.

Wegen gleicher E.M.K. ist  $\sim B = \text{Konstante}$ .

Wegen gleicher Erwärmung ist  $\sim B^{1,6} = \text{Konstante}$ .

Bezeichnet  $A$  den Spannungsabfall und  $C, C_1, C_0$  Konstanten, so ist

$$A = \frac{C}{B},$$

$$A = C_1 \sim \frac{1}{B^{1,6}},$$

$$C_0 A^{1,6} = \sim.$$

In Fig. 9 bedeuten die Abscissen Induktion und die Ordinaten Leistungsverlust. Bei entsprechender Aenderung der Maassstäbe kann also dieselbe Kurve, wie Fig. 58 zeigt verwendet werden, um die Abhängigkeit zwischen Frequenz und Spannungsabfall darzustellen. Es sei z. B. bei  $\sim = 50$  und  $B = 5000$  der Abfall 3 %, dann erhalten wir aus Fig. 9 bei Anwendung der in Fig. 58 eingeschriebenen Ordinaten folgende Werthe:

$\sim$	=	25	30	40	50	60	70
$A\%$	=	1,95	2,22	2,58	3	3,3	3,6

Man sieht aus dieser Zahlenreihe, dass eine geringe Frequenz in Bezug auf Spannungsabfall günstig ist. In dieser Beziehung ist auch eine hohe Induktion günstig, da durch sie in der Formel für  $\frac{e_*}{e}$  der Kraftfluss vergrößert und die Erregung verringert wird. Es empfiehlt sich also, nicht nur wegen der besseren Ausnutzung des Materials, sondern auch mit Rücksicht auf einen geringen Spannungsabfall, grosse Transformatoren magnetisch stark zu beanspruchen und mit künstlicher Kühlung zu versehen.

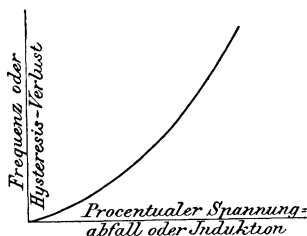


Fig. 58.

**Graphische Bestimmung der Arbeitsgrößen.** Wir haben jetzt alle Angaben gewonnen, die nöthig sind, um mittels eines Vektordiagramms den Arbeitszustand eines Transformators graphisch darzustellen. Wir wollen zunächst das Diagramm entwerfen, indem wir E.M.-Kräfte und nicht Felder zusammensetzen; die Darstellung des Arbeitsdiagramms unter Zusammenstellung von Feldern wird im nächsten Kapitel behandelt. Die erste Anschauungsweise, nach der wir ein für beide Spulen gemeinsames Feld annehmen und E.M.-Kräfte im Diagramm zusammensetzen, kann durch Fig. 59 dargestellt werden. Wir fassen dabei die Wirkung der Streuung derart auf, dass zu dem beiden Spulen gemeinsamen Felde  $N$  noch zwei andere Felder hinzukommen, von denen eines nur mit den primären und das andere nur mit den sekundären Windungen verschlungen ist. Wir denken uns den wirklichen, mit magnetischer Streuung behafteten Transformator durch einen idealen, d. h. streuungslosen Transformator ersetzt, in dessen Zuleitungen wir Drosselspulen I, II einschalten, deren selbstinducirte E. M. Käfte die durch die Gleichungen

20) und 21) gegebenen Werthe haben. Die Windungszahlen der Drosselspulen sind dann jenen der Untertheilungen als gleich anzusehen.

Die zwischen den Klemmen 2 2 der Sekundärspule auftretenden E.M.Kräfte sind nun folgende:

1. Durch das Hauptfeld  $N$  wird inducirt die E.M.K.  $e_2$ .
2. Durch das Streufeld  $N_{e_2}$  wird inducirt die E.M.K.  $e_{s_2}$ .
3. Durch ohmschen Widerstand geht verloren die E.M.K.  $e_{w_2}$ .

In ähnlicher Weise treten zwischen den Primärklemmen entsprechende E.M.Kräfte  $e_1$ ,  $e_{s_1}$  und  $e_{w_1}$  auf. Die sekundäre Klemmenspannung  $e_{k_2}$  ist die resultirende oder vektorielle Summe von  $e_2$ ,  $e_{s_2}$  und  $e_{w_2}$  und die den Primärklemmen aufgedrückte Spannung ist die resultirende oder vektorielle Summe von  $e_1$ ,  $e_{s_1}$  und  $e_{w_1}$ . Um bei

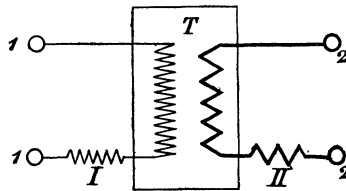


Fig. 59.

Aufzeichnung des Arbeitsdiagramms keine allzugrosse Verschiedenheit in den Längen der Vektoren zu erhalten, ist es angezeigt, wenn man für die sekundären und primären Spulen die gleiche Windungszahl annimmt, d. h. voraussetzt, dass das Umsetzungsverhältnis gleich Eins sei. Diese Annahme ist ohne weiteres gestattet, wenn man sich vergegenwärtigt, dass, ohne sonst etwas an der Konstruktion zu ändern, eine entsprechende Anzahl der Windungen in der Hochspannungsspule parallel geschaltet werden. Ist z. B. das Umsetzungsverhältnis in Wirklichkeit 2000 zu 100, und hat die Hochspannungsspule 800 Windungen, so kann man sich vorstellen, dass je 20 dieser Windungen parallel geschaltet werden, also der 20 fache Strom durch die Primärspule fließt, und zwar unter ein Zwanzigstel der Spannung, welche mithin jetzt nicht mehr 2000, sondern nur 100 Volt beträgt. Es wird dadurch an der Erwärmung, dem procentualen Leerlaufstrom, Wirkungsgrad u. s. w. nichts geändert, wir erzielen aber den Vortheil, dass die elektromotorischen Kräfte in den beiden Spulen auf dieselbe Größenordnung gebracht, also im

Vektordiagramm nach demselben Maassstab bequem eingezeichnet werden können. Dabei ist zu beachten, dass die Stromstärke in demselben Verhältnisse steigt, als die Windungszahl reducirt wird, der Widerstand jedoch im quadratischen Verhältnisse abnimmt.

Wir wollen zunächst den einfachsten Fall betrachten, nämlich einen Transformator unter Leerlauf. Es sei in Fig. 60  $O I_0$  der berechnete Leerlaufstrom, nach einem beliebigen Maassstabe eingetragen. Dieser Strom setzt sich aus zwei Komponenten zusammen,  $I_\mu$  und  $I_h$ , welche, wie früher gezeigt wurde, berechnet werden können. Wir tragen diese auch im gleichen Maassstabe ein. Der Kern wird

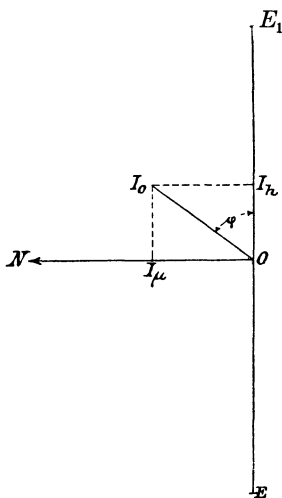


Fig. 60.

durch den Strom  $I_\mu$  magnetisirt, und der magnetische Fluss wird in jedem Augenblicke durch die Horizontalprojektion eines Vektors  $ON$  dargestellt, welcher mit dem Stromvektor  $I_\mu$  der Richtung nach zusammenfällt. In dem Augenblicke, auf den sich das Diagramm bezieht, ist die Projektion Null und die in der Primärspule erzeugte E.M.K. ein Maximum, nämlich  $2\pi \frac{\sim}{100} N n_1$  Volt. Da diese E.M.K. das Anwachsen des Stromes zu verhindern sucht, muss sie im Diagramm nach unten hin aufgetragen werden. Es sei das die nach einem beliebigen Maassstabe bemessene Strecke  $OE$ . Die in diesem Augenblicke herrschende Spannung des Betriebsstromes muss offenbar gleich und entgegengesetzt gerichtet sein. Das giebt den Vektor  $OE_1$ ,

welcher die primäre Klemmenspannung vorstellt. Dabei vernachlässigen wir den äusserst geringen, durch den Widerstand der Primärspule verursachten Spannungsabfall  $e_w$ . In der gleichen Weise stellt  $OE$  die Klemmenspannung der Sekundärspule dar.

Der zugeführte Effekt ist offenbar  $\frac{I_h E_1}{2} = \frac{I_0 \cos \varphi E_1}{2}$ . Wenn wir in das Diagramm nicht maximale, sondern effektive Werthe einzeichnen und diese mit kleinen Buchstaben bezeichnen, so haben wir den zugeführten Effekt beim Leerlauf

$$i_h e_1 = \cos \varphi i_0 e_1.$$

Der scheinbar zugeführte Effekt ist  $i_0 e_1$ , und das Verhältnis des wirklichen zum scheinbaren Effekt, also die durch  $\cos \varphi$  dargestellte Zahl, nennt man den Leistungsfaktor.

Es ist wichtig, zu beachten, dass das durch den Magnetisierungsstrom  $i_0$  erzeugte Feld  $ON$  weder der Lage, noch der Grösse nach mit jenem Felde übereinstimmt, welches durch einen konstanten Strom von der Stärke  $i_0$  erzeugt würde. Das ist auf den ersten Blick befremdend, denn der Strom  $i_0$  geht thatsächlich durch die Primärspule, und man sollte also glauben, dass er das Eisen seiner Ampèrewindungszahl gemäss magnetisiren muss. Das ist jedoch nicht der Fall. Die Magnetisirung ist geringer als dieser Erregung entspricht, und bleibt auch hinter dem Strom der Zeit nach zurück

Die Nacheilung ist im Diagramm durch den Winkel  $\frac{\pi}{2} - \varphi$  gegeben.

Dieser scheinbare Widerspruch lässt sich jedoch leicht auf folgende Weise erklären. Der Verlust bei Leerlauf wird durch Hysterisis und Wirbelströme erzeugt. Wenn wir ein Eisen hätten, welches in magnetischer Beziehung vollkommen ist, und keine Wirbelströme entständen, so wäre  $i_h = 0$  und  $i_\mu = i_0$ . Der Leistungsfaktor wäre dann auch gleich Null. Nun nehmen wir an, dass wir thatsächlich einen solchen Transformator hätten, so können wir ihn durch die Zugabe einer dritten kurzgeschlossenen Wickelung von entsprechendem Widerstand soweit verschlechtern, dass sein Arbeitsdiagramm genau mit dem des praktisch ausführbaren Transformators übereinstimmt. Wir brauchen bloss die dritte Wickelung so zu konstruiren, dass der darin aufgebrauchte, d. h. in Wärme umgesetzte Effekt genau gleich ist dem Effektverlust des unvollkommenen (also mit Hysterisis und Wirbelströmen behafteten) Transformators. Nun schwächen aber die Ströme in dieser dritten kurzgeschlossenen



Wickelung die magnetisirende Wirkung des Betriebsstromes ab, weil sie im Allgemeinen entgegengerichtet sind, und daher kommt es, dass nicht der ganze Leerlaufstrom magnetisirend wirkt, sondern nur jene Komponente desselben, welche dem in der dritten Spule fliessenden Strome um eine Viertelperiode vorausseilt. Da wir im Stande sind, durch geeignete Wahl der Windungszahl und des Widerstandes der dritten Spule den Effektverlust in ihr dem Verlust in dem wirklichen Transformator genau gleich zu machen, so kann sie als ein magnetisches und elektrisches Aequivalent für die Unvollkommenheiten des wirklichen Transformators angesehen werden; mit anderen Worten, wir können uns alle Verluste durch elektrische Ströme im Eisenkern entstanden denken, welche Ströme entmagnetisirend wirken. Damit ist der oben erwähnte scheinbare Widerspruch aufgeklärt.

Arbeitet der Transformator mit Belastung, so muss die dadurch entstehende Erregung in der Sekundärspule durch eine entsprechende Erregung in der Primärspule aufgehoben werden. Es muss also der Primärstrom jetzt grösser sein. Wir wollen vorläufig die früher gemachte Annahme gleicher Windungszahlen in beiden Spulen auch jetzt beibehalten und auch voraussetzen, dass die Belastung aus Glühlampen besteht; so dass im sekundären Stromkreise keine Phasenverschiebung auftritt.

Es bedeute die Strecke  $O i_2$  (Fig. 61) den Sekundärstrom,  $O e_{k_2}$  die Sekundärklemmenspannung,  $e_{k_2} e_2'$  den Spannungsverlust  $e_{w_2}$  durch ohmischen Widerstand; dann muss  $O e_2'$  die Resultante sein aus der in der Spule durch das Feld  $N$  erzeugten E.M.K.  $O e_2$  und der E.M.K. der Selbstinduktion  $e_{s_2}$ , welche durch das Streufeld  $N_{s_2}$  erzeugt wird. Der Vektor der letzteren muss eine solche Lage haben, dass  $e_{s_2}$  die Abnahme von  $i_2$  zu verhindern trachtet, er muss also horizontal nach rechts gezeichnet werden. Der nach Gleichung 21) für  $e_{s_2}$  berechnete Wert sei im Voltmaassstab durch die Länge  $O e_{s_2}$  gegeben. Dann bestimmt sich durch Zeichnung des Parallelogramms die in der Sekundärspule inducirte E.M.K.  $O e_2$ .

Der Magnetisierungsstrom  $i_\mu$  muss auf  $O e_2$  senkrecht stehen, während der zur Deckung der Verluste nöthige Strom  $i_h$  in der Verlängerung dieser Linie liegt. Wir finden somit  $O i_0$ , den Vektor des Leerlaufstromes, und durch Zusammensetzung mit  $O i_2$  den Vektor des Primärstromes  $O i_1$ . Die E.M.K. der Selbstinduktion des Primärstromes muss auf  $O i_1$  senkrecht stehen und nacheilen. Ihr Vektor



liren, dass dieses Ampèremeter genau den normalen Vollbelastungsstrom anzeigt, und konstruieren wir wieder das Vektordiagramm, so erhalten wir Fig. 62. Die Bezeichnungen sind die gleichen wie in Fig. 61. Das Diagramm zeigt, dass, trotzdem die sekundäre Klemmenspannung Null ist, die Primärklemmen eine Spannung von  $e_{k_1}$  aufgedrückt erhalten müssen, damit der Vollbelastungsstrom durch die Sekundärspule getrieben wird.

Wenn der ohmische Widerstand der Spulen sehr klein ist, wie das bei guten Transformatoren immer zutrifft, so kommt  $e_2$  nahezu in die Horizontale und  $i_1$  nahezu in die Vertikale zu liegen. Die Punkte  $e_1$  und  $e_{k_1}$  rücken dann auch nahezu in die Horizontale, und

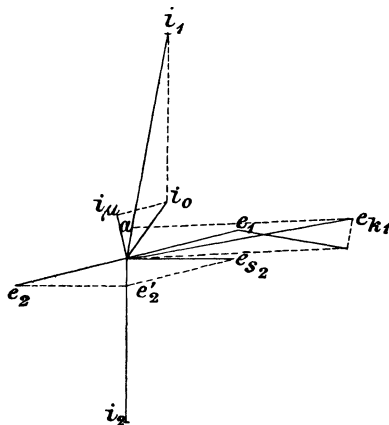


Fig. 62.

$e_{k_1}$  wird nahezu gleich  $e_{s_2} + e_{s_1}$ . Ist nun, wie das auch meistens der Fall ist, die Anordnung beider Spulen symmetrisch, so kann man ohne grossen Fehler  $e_{s_2} = e_{s_1}$  annehmen und erhält somit

$$e_{k_1} = 2 e_{s_2}.$$

Man kann also die E.M.K. der Selbstinduktion in beiden Spulen leicht durch einen einfachen Versuch ermitteln. Die sekundären Klemmen werden durch ein Ampèremeter kurz geschlossen, und die primäre Klemmenspannung wird derart geregelt, dass die Ampèrbelastung im sekundären Stromkreis den normalen Werth erreicht. Unter der allerdings nicht immer zutreffenden Voraussetzung, dass der Spannungsverlust durch ohmischen Widerstand gegen den induktiven Spannungsverlust vernachlässigt werden kann, ist der halbe,

zwischen den Primärklemmen beobachtete Werth der Spannung gleich der E.M.K. der Selbstinduktion in der primären Spule. Die E.M.K. der Selbstinduktion in der sekundären Spule ist gleich diesem Werthe, dividirt durch das Umsetzungsverhältnis. Nehmen wir z. B. an, dass bei einem für die Umsetzung von 2000 auf 100 gewickelten Transformator von 10 Kwt. der oben beschriebene Versuch ergibt, dass 100 Volt Primärspannung nöthig ist, um den vollen Betriebsstrom von 100 Ampère bei Kurzschluss zu erhalten, so würde  $e_{s_1} = 50$  und  $e_{s_2} = 2,5$  Volt sein. In ein für diesen Transformator gezeichnetes Vektordiagramm (Fig. 61) würde also  $e_{s_2}$  nach dem entsprechenden Maassstab mit 2,5 Volt einzutragen sein.

Darf der ohmische Spannungseffekt gegenüber dem induktiven nicht vernachlässigt werden, so findet man  $2 e_{s_1}$  als die eine Kathete eines rechtwinkligen Dreieckes, dessen andere Kathete  $2 e_{w_1}$  und dessen Hypothenuse die beobachtete Spannung ist.

Der Versuch kann auch benutzt werden, den Selbstinduktionskoeffizienten der Spulen zu bestimmen. Sei  $L_2$  der Selbstinduktionskoeffizient der Sekundärspule, so ist

$$e_{s_2} = 2 \pi \sim i_2 L_2,$$

also wenn  $\sim$  beispielsweise 50 ist, so wäre in unserem Falle

$$2,5 = 6,28 \times 50 \times 100 \times L_2$$

woraus

$$L_2 = 0,795 \times 10^{-4} \text{ Henry.}$$

Für die Primärspule ist  $e_{s_1} = 50$  und  $i_1 = 5$ , somit

$$L_1 = 400 L_2$$

$$L_1 = 0,0316 \text{ Henry.}$$

Es ist wohl zu beachten, dass diese Werthe für den Transformator nur unter der Voraussetzung gelten, dass die Sekundärspule kurzgeschlossen ist.

Wenn man auf die oben beschriebene Weise durch Rechnung oder einen solchen Versuch die durch Streuung verursachte E.M.K. der Selbstinduktion in beiden Spulen bestimmt hat, so kann man mittels des Vektordiagrammes den Abfall der sekundären Klemmenspannung bei jeder Belastung leicht finden. Dabei kann man ohne merklichen Fehler ein Annäherungsverfahren benutzen, welches darauf beruht, dass man annimmt, dass Primär- und Sekundärstrom genau entgegengesetzte Phase haben. Diese Annahme ist deshalb zulässig, weil der Leerlaufstrom nur einige Procente

des Betriebsstromes beträgt, mithin die durch den Leerlaufstrom erzeugte Phasenverschiebung des Primärstromes ganz unbedeutend ist. Das Diagramm wird unter dieser Annahme sehr vereinfacht. In Fig. 63 bedeutet  $OA$  die sekundäre Klemmenspannung,  $AB$  den ohmschen Spannungsverlust  $e_{w_2}$  in der Sekundärspule,  $BC = e_{s_2}$ , die E.M.K. der Selbstinduktion in der Sekundärspule, mithin  $OC = e_2$ , die in der Sekundärspule inducirte E.M.K. Wenn wir uns das Umsetzungsverhältnis auf 1 reducirt denken, so ist  $OC$  auch die in der Primärspule erzeugte E.M.K.,  $CD = CB$  die E.M.K. der Selbstinduktion in der Primärspule, und  $DE = AB$  stellt mit genügender Annäherung den ohmschen Spannungsabfall in der

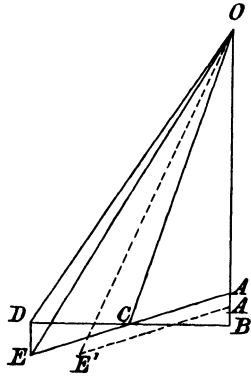


Fig. 63.

Primärspule dar unter der Voraussetzung, dass die Stromwärme in beiden Spulen gleich ist, wie das eine gute Konstruktion erfordert. Die Linie  $ACE$  ist also eine Gerade, und ihr Neigungswinkel ist für alle Belastungen derselbe. So würde z. B. bei einer kleineren Belastung, welcher der ohmsche Spannungsabfall  $BA'$  entspricht, die sekundäre Klemmenspannung  $OA'$  und die primäre Klemmenspannung  $OE'$  betragen, wobei die Länge der Linie  $A'E'$  zu  $AE$  in demselben Verhältniss steht als  $A'B$  zu  $AB$ . Mit anderen Worten: die Länge der Linie  $A'E'$  ist der Strombelastung direkt proportional. Wenn man nun bedenkt, dass die Strecke  $AB$  nur ungefähr ein Hundertstel von  $AO$  beträgt, so sieht man, dass man ohne merklichen Fehler die punktirte Linie  $A'E'$  mit der vollen Linie  $AE$  zusammenfallen lassen und mithin die letztere Linie direkt zur Eintragung der Strombelastung verwenden kann.

Wir fertigen uns also einen Ampèremaassstab an, dessen Theilung so zu bemessen ist, dass die Strecke  $AE$  der Vollbelastung von 100 Ampère entspricht (Fig. 64). Dann sind die Klemmenspannungen durch die im Voltmaassstabe gemessenen Strecken  $OA$  und  $OE$  gegeben. Bei halber Belastung ist  $AE' = \frac{1}{2} AE$ , und die primäre Klemmenspannung ist  $OE'$ ; bei Viertelbelastung ist  $AE'' = \frac{1}{4} AE$ , und die primäre Klemmenspannung ist  $OE''$ . Die sekundäre Klemmenspannung bleibt in allen Fällen die gleiche, nämlich  $OA$ . Wir können also mittels dieser Konstruktion bestimmen,

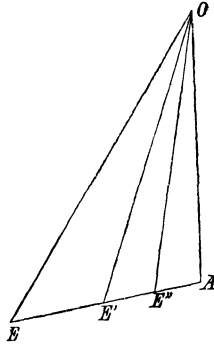


Fig. 64.

wie die primäre Klemmenspannung bei verschiedener Belastung geändert werden muss, damit die sekundäre Klemmenspannung konstant bleibt. Das ist jedoch nicht jener Fall, welcher bei der praktischen Verwendung von Transformatoren eintritt. In der Regel bleibt die primäre Klemmenspannung konstant, und es handelt sich darum, zu bestimmen, wie sich die sekundäre Klemmenspannung mit der Belastung ändert. Auch diese Aufgabe lässt sich graphisch durch eine kleine Abänderung in der obigen Konstruktion leicht lösen.

Es wurde schon oben erwähnt, dass den verschiedenen Belastungen Dreiecke  $OA E$ ,  $OA' E'$  etc. entsprechen, welche alle einen Winkel (nämlich den stumpfen Winkel bei  $A$ ,  $A'$ , Fig. 63) gleich haben. Die längste Seite stellt die primäre Klemmenspannung und die kürzeste Seite die Belastung dar. Nun können wir uns jedes der Dreiecke so vergrößert oder verkleinert denken, dass die

längsten Seiten in allen gleich werden, wobei die Punkte  $E$  auf einen um  $O$  beschriebenen Kreis zu liegen kommen, dessen Radius nach dem gewählten Voltmaassstabe die konstante Spannung an den Primärklemmen darstellt. Es sei  $OE$  (Fig. 65) der Vektor dieser Spannung und  $OA$  jener der zugehörigen Sekundärspannung bei Vollbelastung.  $EA$  stellt dann wie in Fig. 64 die Belastung dar. Für eine geringere Belastung sei der Primärvektor  $OE'$ , wobei  $E'$  auf dem oben erwähnten Kreis liegen muss, wenn die Primärspannung konstant ist. Wenn wir von  $E'$  aus eine Gerade parallel zu  $EA$  ziehen, bis sie die Vertikale schneidet, so erhalten wir den

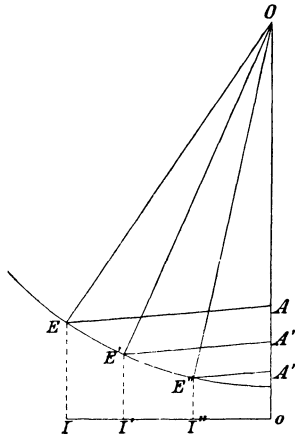


Fig. 65.

Punkt  $A'$ , und  $OA'$  ist die sekundäre Klemmenspannung, welche der Belastung  $A'E'$  entspricht. Der Bequemlichkeit halber können wir die Belastung auch auf einer Horizontalen von  $o$  aus auftragen. Es entspricht dann der Belastung  $oI$  der Primärvektor  $OE$ , der Belastung  $oI'$  der Primärvektor  $OE'$  u. s. w. Die entsprechenden Werthe der sekundären Klemmenspannung sind dann  $OA$ ,  $OA'$  u. s. w. Wenn wir diese Konstruktion auf einen Transformator anwenden, bei dem in jeder der beiden Spulen bei Vollbelastung 1% ohmscher Spannungsverlust stattfindet und die E.M.K. der Selbstinduktion 5% ausmacht, so haben wir für beide Spulen zusammen die E.M.K. der Selbstinduktion 10 V. und den ohmschen Spannungsverlust 2 V. Die Neigung der Linie  $EA$  ist also 1:5. Soll die sekundäre Klemmenspannung bei Vollbelastung 100 V. sein, so muss

$OA$  dem Voltmaassstab nach  $= 100$  eingetragen werden. Die Strecke  $AE$  entspricht Vollbelastung; ihre Projektion  $oI$  muss also den Vollbelastungsstrom von 100 Ampère darstellen. Wenn wir uns einen Ampèremaassstab darnach machen, können wir den zu jeder Belastung gehörigen Punkt  $I'$  auf  $oI$  eintragen, und vertikal darüber den zugehörigen Punkt  $E'$ . Von da ziehen wir eine Linie parallel zu  $EA$  und finden so den Punkt  $A'$ , welcher uns die sekundäre Klemmenspannung giebt.

Diese Konstruktion ausgeführt giebt für unser Beispiel eines Transformators mit 5% Selbstinduktion und 1% ohmischem Spannungsverlust in jeder Spule folgende Werthe:

Belastung in Ampère . . .	0	50	100	200
Sekundäre Klemmenspannung	102,2	101,1	100	96

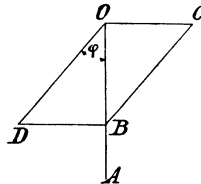


Fig. 66.

Wir haben also einen Spannungsabfall von 2,2 V von Leerlauf bis Vollbelastung. Bei Ueberlastung auf das Doppelte (welche der Transformator auf kurze Zeit immer noch aushalten kann) würde jedoch der Spannungsabfall noch 4 Volt mehr, also im ganzen 6,2 V betragen.

Es erübrigt noch, den Fall zu behandeln, dass die Belastung des Transformators nicht aus einem induktionslosen Widerstand besteht, sondern eine gewisse Selbstinduktion hat. Dieser Fall tritt ein, wenn der Transformator zur Speisung von Bogenlampen oder zum Betrieb eines Wechselstrom-Motors verwendet wird. Die Bogenlampen oder der Motor entwickeln infolge ihrer Selbstinduktion eine Gegen-E.M.K., deren Phase auf der Stromphase senkrecht steht und nacheilt. Die sekundäre Klemmenspannung muss also eine Komponente enthalten, welche dem Strom um  $90^\circ$  vorausseilt und genau so gross ist wie die E.M.K. der Selbstinduktion im Verbrauchstromkreis. Es sei in Fig 66  $OA$  der Betriebsstrom und  $OB$  diejenige Komponente der E.M.K., welche Arbeit leistet,  $OC$  die durch Selbstinduktion hervorgerufene Gegen-E.M.K. Die sekundäre Klemmen-



spannung des Transformators muss also  $OD$  sein und dem Strom um den Winkel  $\varphi$  vorseilen. Es ist  $\cos \varphi$  der Leistungsfaktor des Motors oder der Bogenlampen, welche durch den Transformator gespeist werden. Die Komponente der E.M.K.  $BD$  heisst die wattlose Komponente, weil sie keine Arbeit leistet; die Komponente  $OB$  heisst die Wattkomponente, weil sie die gesammte Arbeit leistet. Nun tritt oft der Fall ein, dass die stromverbrauchenden Apparate theilweise ohmische Widerstände und theilweise mit Selbstinduktion behaftete Widerstände sind. Es können z. B. in einer Beleuchtungsanlage Glühlampen und Bogenlampen gleichzeitig verwendet werden. Bei einer Anlage von 100 Volt würde man die Bogenlampen in parallelen Serien von 2 oder 3 Lampen anordnen, die 100voltigen

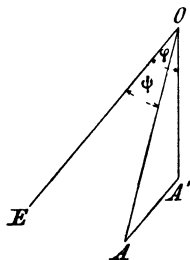


Fig. 67.

Glühlampen jedoch alle parallel. In Fig. 67 stelle  $OE$  den Vektor der sekundären Klemmenspannung dar und  $\cos \varphi$  den Leistungsfaktor der Bogenlampen. Dann ist  $OA'$  die für die Bogenlampen nöthige Komponente des Stromes. Die für die Glühlampen nöthige Komponente ist  $A'A$  und muss natürlich mit  $OE$  parallel liegen. Der gesammte Strom ist mithin  $OA$  und der Leistungsfaktor der ganzen Anlage ist  $\cos \psi$ . Es ist aus der Figur klar, dass  $OA < OA' + A'A$ ; wenn wir also in die beiden Abzweigungen (zu den Bogenlampen und Glühlampen) je ein Ampèremeter und auch in den unverzweigten Strom ein Ampèremeter einschalten, so wird letzteres Instrument eine kleinere Stromstärke anzeigen, als die Summe der Ablesungen der beiden anderen Instrumente. Nehmen wir als Beispiel an, dass der Leistungsfaktor der Bogenlampen  $71\%$  beträgt ( $\varphi = 45^\circ$ ), und dass wir 5 Serien von Lampen parallel schalten, deren jede 15 Ampère gebraucht, so ist  $OA' = 75$  Ampère. Nun schalten wir so viele Glühlampen ein, dass  $A'A = 32$  Ampère

wird. Der Gesamtstrom ist dann nicht 107 Ampère, sondern nur 100 Ampère, wie man sich durch eine graphische Konstruktion leicht überzeugt. Der Leistungsfaktor der gesamten Anlage ist  $\cos \psi = 0,85$ . Unser Transformator ist also scheinbar mit 10 Kwt. belastet, in Wirklichkeit jedoch nur mit 8,5 Kwt. Diese Verminderung der Belastung ist durch die Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung hervorgebracht worden, und es bleibt noch zu untersuchen, welchen Einfluss die Phasenverschiebung auf die sekundäre Klemmenspannung oder auf das Verhältnis zwischen primärer und sekundärer Klemmenspannung hat. Es sei in Fig. 68  $OA$  der Gesamtstrom und  $OB$  die sekundäre Klemmenspannung. Die in

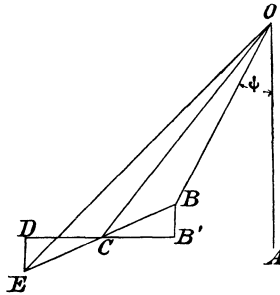


Fig. 68.

der Sekundärspule induzierte E.M.K. muss also enthalten eine Komponente  $OB$ , eine Komponente  $BB'$  zur Ueberwindung des ohmschen Widerstandes und eine Komponente  $B'C$  zur Ueberwindung der Selbstinduktion. Wir erhalten somit den Vektor  $OC$  für die in der sekundären Spule induzierte E.M.K., welcher bei Reduktion auf gleiche Windungszahl natürlich auch für die primäre Spule gilt. Die primäre Klemmenspannung muss auch drei Komponenten enthalten, nämlich  $OC$ ,  $CD$  für die Ueberwindung der Selbstinduktion und  $DE$  für Ueberwindung des ohmschen Widerstandes. Wir erhalten somit  $OE$  als den Vektor der primären Klemmenspannung. Die Neigung der Geraden  $BE$  ist wie früher durch das Verhältnis von Widerstand und Reaktanz der Transformatorwicklung gegeben.

Bei gemischter Belastung ändert sich  $\psi$  mit der Anzahl der eingeschalteten Glüh- und Bogenlampen. Besteht jedoch die Belastung nur aus Bogenlampen, welche in Gruppen von 2 oder 3 Lampen in



Belastung in Ampère	0	50	100	200	
Sekundäre Klemmen- spannung	induktions frei	102,2	101,1	100	96
	induktiv				
	$\cos \varphi = 71\%$	102,2	98,3	93,6	85

Bei induktionsfreier Belastung hat dieser Transformator (2% Widerstand und 10% Selbstinduktion) einen Spannungsabfall von 2,2%; er liesse sich also für eine Glühlichtbeleuchtung allenfalls noch verwenden. Er würde sich jedoch für induktive Belastung sehr schlecht eignen, denn da beträgt der Spannungsabfall nicht weniger als 8,6%. Um den Transformator für Motorenbetrieb tauglich zu machen, darf die Selbstinduktion höchstens 4% der Klemmenspannung betragen, d. h. 4% der normalen Primärspannung müssen genügen, um in der kurz geschlossenen Sekundärspule den vollen Belastungsstrom zu erzeugen.

Es erübrigt nun noch eine Untersuchung zu machen über den Fall, dass der vom Transformator gespeiste Apparat nicht Selbstinduktion, sondern Kapazität hat. Kapazität bedingt auch eine Verminderung des Leistungsfaktors, und es liegt daher der Gedanke nahe, dass auch in diesem Falle der Spannungsabfall um so grösser ausfallen wird, je mehr der Leistungsfaktor durch die Kapazität verringert wird. Dieses ist jedoch, wie gleich gezeigt werden soll, nicht der Fall. Die Kapazität im gespeisten Apparate bewirkt nicht eine Vergrösserung, sondern eine Verminderung des Spannungsabfalles, und zwar kann die Verminderung so stark sein, dass die Sekundärklemmenspannung bei Belastung sogar höher ist, als bei Leerlauf. Um die Untersuchung so einfach als möglich zu machen, nehmen wir zunächst an, dass der von den Sekundärklemmen des Transformators gespeiste Apparat nur ohmschen Widerstand und Kapazität, nicht aber Selbstinduktion hat. Die Kapazität möge zu dem Widerstande im Nebenschluss liegen. Ist  $E$  der Maximalwerth der Klemmenspannung und  $K$  die Kapazität des Kondensators in Farad, so wird der Kondensator in jeder vollen Periode mit der Elektrizitätsmenge  $KE$  Coulomb zweimal geladen und entladen, und zwar erfolgt die Ladung abwechselnd im positiven und negativen Sinne. Greifen wir den Zeitpunkt heraus, zu welchem die E.M.K. ihren positiven Maximalwerth erreicht hat und anfängt abzunehmen. In diesem Augenblicke ist der Kondensator durch den vorher in positiver Richtung eingeflossenen Strom vollständig geladen. Der Kon-

densator fängt an, sich zu entladen, und der Strom hat jetzt die umgekehrte, also negative Richtung. Der Strom geht also durch Null in dem Augenblicke, in welchem die E.M.K. ihr Maximum erreicht hat, und einen Augenblick später ist der Strom schon negativ, während die E.M.K. noch immer einen positiven, wenn auch kleineren Werth hat. Es eilt also der Strom der E.M.K. voraus.

Es sei in Fig. 70  $E$  der Vektor der E.M.K. zur Zeit  $t$ , welcher die Winkelstellung  $\alpha$  entspricht, und  $e$  die zwischen den Kondensatorplatten herrschende Spannung. Nach Ablauf der unendlich kleinen Zeit  $dt$  ist diese Spannung um den Werth  $de = \frac{d}{dt} E \sin \alpha$

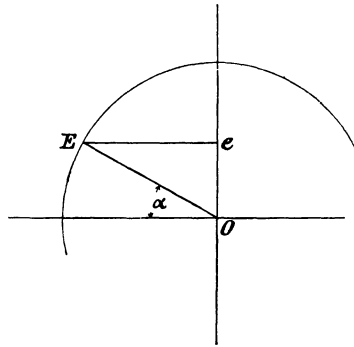


Fig. 70.

angewachsen und die Ladung des Kondensators ist um die Elektrizitätsmenge  $idt$  vermehrt worden, wobei  $i$  der während der Zeit  $dt$  unter der Spannung  $de$  eingeflossene Ladestrom ist. Wir haben also

$$idt = K de$$

$$i = K \frac{de}{dt}.$$

Der Differentialquotient  $\frac{de}{dt}$  ist bei sinusförmigen Stromwellen durch die Gleichung  $e = E \sin \alpha$  bestimmbar. Wir haben zunächst

$$\frac{de}{dt} = E \cos \alpha \frac{d\alpha}{dt},$$

und da  $d\alpha = 2\pi \sim dt$ , so ist

$$\frac{de}{dt} = E 2\pi \sim \cos \alpha$$

$$i = K E 2\pi \sim \cos \alpha.$$

Der Kondensatorstrom  $i$  erreicht seine Maxima für alle jene Werthe von  $\alpha$ , für welche  $\cos \alpha = \pm 1$ , also für  $\alpha = 0, \pi, 2\pi$  u. s. f. Er wird Null für  $\alpha = \frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi$  u. s. f. Andererseits ist die Spannung  $e = E \sin \alpha$  ein Maximum für  $\alpha = \frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi$  u. s. f. und Null für  $\alpha = 0, \pi, 2\pi$  u. s. f. Wir finden somit, dass im Vektordiagramm der Kondensatorstrom auf der Spannung senkrecht steht und, wie schon früher gezeigt wurde, ihr vorausgeht. Der Maximalwerth des Kondensatorstromes ist

$$I = KE 2\pi \sim,$$

und sein effektiver Werth ist

$$i = \frac{KE 2\pi \sim}{\sqrt{2}}.$$

Nun ist  $e = E : \sqrt{2}$  der effektive Werth der Spannung, und wir haben somit zwischen den effektiven Werthen des Kondensatorstromes und der Spannung die Beziehung

$$i = Ke 2\pi \sim;$$

dabei ist  $i$  in Ampère,  $e$  in Volt und  $K$  in Farad einzusetzen. Die gebräuchliche Einheit für Kapazität ist aber nicht das Farad, sondern das Mikrofarad (ein Millionstel Farad), und wenn wir die Kapazität des Kondensators in Mikrofarad einführen, so ist der effektive Werth des Kondensatorstromes

$$i_k = Ke 2\pi \sim 10^{-6}, \dots \dots \dots 23)$$

wobei wir dem Symbol für den Strom den Index  $k$  geben, um damit auszudrücken, dass es sich nur um jene Komponente des Gesamtstromes handelt, welche in den Kondensator fließt und keine Arbeit leistet. Die Wattkomponente des Stromes, welche der Phase nach mit der Spannung übereinstimmt, bezeichnen wir mit  $i_w = \frac{e}{W}$ . Der gesammte in den Apparat fließende Strom ist also

$$i = \sqrt{i_k^2 + i_w^2}.$$

Das Vektordiagramm für einen solchen Apparat ist durch Fig. 71 dargestellt.  $Oe$  ist der Vektor der effektiven Spannung,  $O i_w$  jener des Wattstromes und  $O i_k$  jener des Kondensatorstromes. Dann giebt der Vektor  $O i$  die Größe und Phase des Gesamtstromes. Das Diagramm gilt natürlich nur für den Fall, dass Wider-

stand und Kapazität in Parallelschaltung liegen, wie das zum Beispiel der Fall ist, wenn das eine Ende eines konzentrischen Kabels an eine Stromquelle und das andere Ende an eine Gruppe von Glühlampen angeschlossen ist. Die beiden Leiter des Kabels bilden die Platten eines Kondensators, welcher durch den Strom  $i_k$  ge-

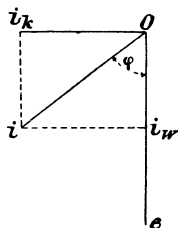


Fig. 71.

laden und entladen wird. Sind alle Lampen ausgeschaltet, so ist  $i_w = 0$  und  $i$  fällt mit  $i_k$  zusammen, wobei  $\varphi = 90^\circ$  und der Leistungsfaktor 0 wird. In dem Maasse, als Lampen eingeschaltet werden, wächst  $i_w$ , der Winkel  $\varphi$  wird kleiner und der Leistungsfaktor grösser.

Sind nun am entfernten Ende des Kabels nicht Glühlampen, sondern Bogenlampen oder Motoren angeschlossen, so ist neben dem ohmischen Widerstand auch Selbstinduktion vorhanden. Die E.M.K.

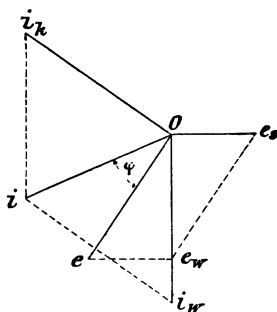


Fig. 72.

der Selbstinduktion ist  $e_s = 2\pi \sim L i_w$ , und ihre Phase eilt dem Strom um  $90^\circ$  nach. Die betreffende Komponente der Klemmenspannung muss also um  $90^\circ$  voreilen. Die Wattkomponente  $e_w$  hat die gleiche Phase wie der Strom. In Fig. 72 ist  $i_w$  der durch den induktiven Widerstand fließende Strom und  $e_w$  seine Wattkompo-

nente der E.M.K. Die E.M.K. der Selbstinduktion ist  $e_s$  und mithin  $e$  die gesammte Klemmenspannung. Diese erzeugt nun einen Kondensatorstrom, welcher ihr um  $90^\circ$  vorseilt; es sei das  $i_k$ . Der von der Stromquelle (die im Transformator sein kann) gelieferte Strom muss also die beiden Komponenten  $i_w$  und  $i_k$  enthalten. Wir finden ihn durch Konstruktion des Parallelogrammes. Sein Vektor wird der Lage und Grösse nach durch die Linie  $Oi$  dargestellt. Es ist sofort klar, dass, je nachdem Selbstinduktion oder Kapazität überwiegt,  $i$  hinter oder vor  $e$  zu liegen kommt. In der Figur sind die Verhältnisse so gewählt, dass der Strom voreilt.

Wir haben bisher angenommen, dass die Kapazität zu den übrigen Theilen des Apparates im Nebenschluss liegt. Das ist auch in der Regel der Fall; es kann jedoch auch vorkommen, dass der Stromkreis durch den Kondensator unterbrochen wird, letzterer also

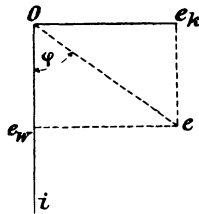


Fig. 73.

in Serienschaltung mit den übrigen Theilen des Apparates angeordnet ist. Eine solche Anordnung entsteht zum Beispiel bei der Anwendung eines Flüssigkeitswiderstandes zur Prüfung von Transformatoren. Ein Fass mit salzigem oder schwefelsaurem Wasser und Bleiplatten als Elektroden oder ein eiserner Trog mit alkalischer Lösung und Eisenplatten als Elektroden sind sehr bequeme Mittel, um elektrische Energie aufzubrauchen, und werden deshalb bei Belastungsproben von Transformatoren vielfach anstatt fester Widerstände verwendet. Nun bildet bekanntlich eine in eine Flüssigkeit getauchte Metallplatte einen Kondensator von ganz enormer Kapazität, und wir haben somit neben dem ohmschen Widerstand der Flüssigkeit selbst, die an beiden Elektroden auftretende Kapazität mit in Betracht zu ziehen. Es sei in Fig. 73  $Oi$  der durch den Flüssigkeitswiderstand fließende Strom und  $Oe_w$  jene Komponente der E.M.K., welche einzig und allein zur Ueberwindung des ohmschen Widerstandes nöthig ist. Die zur Ladung des Kondensators nöthige



E.M.K. ist in absolutem Maasse  $e_k = i : K 2 \pi \sim$  und eilt dem Strom um  $90^\circ$  nach. Es ist somit  $Oe$  die gesammte E.M.K., welche der Transformator den Elektroden zuführen muss. Es ist offenbar, dass auch in diesem Falle der Strom der E.M.K. um den Winkel  $\varphi$  voreilt, und mithin der Leistungsfaktor des Flüssigkeitswiderstandes kleiner als 1 ist.

Im Vorhergehenden wurde gezeigt, wie man unter Berücksichtigung der elektrischen Konstanten eines Stromkreises für jede Belastung die Phasenverschiebung zwischen Spannung und Strom bestimmen kann. Wenn also die Klemmenspannung des Transformators und die elektrischen Konstanten desjenigen Apparates gegeben sind, welcher durch den Transformator mit Strom versehen wird, so

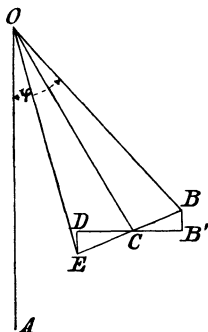


Fig. 74.

ist dadurch der Arbeitszustand des Transformators selbst vollkommen bestimmt. Diejenigen Fälle, in welchen die Klemmenspannung dem Strome voreilt, haben wir in Bezug auf Spannungsabfall schon untersucht; es erübrigt jetzt, die Untersuchung auf jene Fälle auszuweiten, in welchen die Spannung dem Strome nachhinkt, wo also der Winkel  $\varphi$  (Fig. 69) negativ ist. Die dortige Konstruktion kann ohne weiteres auch für diesen Fall angewendet werden. Wir haben in Fig. 74 wie früher den Stromvektor  $OA$  und die sekundäre Klemmenspannung  $OB$ . Der ohmsche Spannungsverlust in der Sekundärspule sei  $BB'$ . Diese Grösse muss mit  $OA$  gleichgerichtet sein. Die E.M.K. der Selbstinduktion in der Sekundärspule ist  $B'C$ , jene in der Primärspule ist  $CD$ , und der ohmsche Spannungsverlust in der Primärspule ist  $DE$ . Derselbe ist aus dem schon früher angegebenen Grunde sehr nahezu dem Strome  $OA$  gleich gerichtet.

Wir erhalten somit  $OE$  als diejenige Spannung, welche den Primärklemmen zugeführt werden muss, damit der Strom  $OA$  unter der Spannung  $OB$  den Sekundärklemmen entnommen werden kann. Da die Strecke  $BB'$  sowohl als auch die Strecke  $B'C$  dem Strom proportional ist, so bleibt die Neigung der Linie  $BE$  für alle Belastungen dieselbe, und wir können mittels eines geeigneten Amperemaassstabes die sekundäre Stromstärke aus der Länge  $BE$  bestimmen, beziehungsweise bei Aufzeichnung des Diagrammes  $BE$  der Stromstärke entsprechend eintragen. Nehmen wir zunächst an, dass der Leistungsfaktor bei verschiedenen Stromstärken der gleiche bleibt, dann lässt sich die sekundäre Klemmenspannung mittels einer Konstruktion nach Fig. 69 für alle Stromstärken graphisch bestimmen.

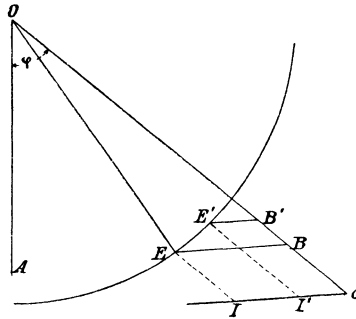


Fig. 75.

Es sei in Fig. 75  $OA$  der Stromvektor  $Oo$  die Richtung des Vektors der sekundären Klemmenspannung. Die Neigung der Linie  $oI$ , auf welcher wir die Belastung in Ampère abmessen, ist, wie früher erläutert, durch das Verhältnis von Widerstand und Reaktanz gegeben. Wir beschreiben aus  $O$  als Mittelpunkt einen Kreisbogen, dessen Radius gleich der Primärklemmenspannung ist. Ziehen wir nun durch  $I$  eine Parallele zu  $oO$ , bis sie den Kreis schneidet, und vom Schnittpunkt  $E$  eine Parallele zu  $Io$ , bis sie  $Oo$  schneidet, so finden wir den Punkt  $B$ , dessen Entfernung von  $O$  die sekundäre Klemmenspannung giebt. Für einen kleineren Strom  $I'$  finden wir in derselben Weise die Klemmenspannung  $OB'$ . Wie aus dem Diagramm ersichtlich, steigt die Klemmenspannung mit der Belastung. Es verhält sich also jetzt der Transformator ganz anders als in dem Falle, wo die Belastung induktiv war. Wir fanden dort,

dass bei Belastung Spannungsabfall eintritt, während hier eine Steigerung der Spannung eintritt. Hätten wir im Diagramm den Winkel  $\varphi$  kleiner gewählt, so wäre, wie man sofort sieht, auch diese Steigerung kleiner ausgefallen, und für einen bestimmten Werth von  $\varphi$  verschwindet sie sogar gänzlich. Immerhin jedoch ist der Spannungsabfall, den man beobachtet, wenn der Transformator einen Stromkreis speist, welcher Kapazität enthält, erheblich geringer als in dem Falle, wo der Stromkreis nur ohmschen Widerstand oder solchen und Reaktanz enthält. Aus diesem Grunde ist es unzulässig, bei der direkten Bestimmung des Spannungsabfalls als Belastung einen Flüssigkeitswiderstand zu benutzen. Der so ermittelte Spannungsabfall ist immer zu klein und kann unter Umständen sogar negativ werden, das heisst, man beobachtet irrhümlicherweise nicht einen Abfall, sondern eine Zunahme der Spannung bei Belastung.

Wir haben bisher angenommen, dass der Vor- oder Nacheilungswinkel des Stromes konstant sei, und die sekundäre Klemmenspannung als Funktion der Ampèrebelastung bestimmt. In den meisten praktisch vorkommenden Fällen ist es jedoch nur von Interesse, die Spannung bei Vollbelastung zu kennen. Die genaue Ermittlung der Spannung für theilweise Belastung hat wenig Werth, denn die Brauchbarkeit eines gegebenen Transformators muss sich doch immer nach dem grössten noch möglichen Spannungsabfall richten, der eben bei Vollbelastung eintritt. Dagegen ist es wichtig, für jeden Transformator zu ermitteln, wie sich die Spannung bei Vollbelastung ändert, wenn er zur Speisung von Apparaten von verschiedenem Leistungsfaktor verwendet wird; denn darnach richtet sich die Entscheidung, ob er überhaupt für den einen oder den anderen Zweck verwendbar ist.

Das Problem ist also folgendes: Gegeben ist ein Transformator, dessen Widerstand und Reaktanz bekannt sind. Die Primärspannung ist konstant. Zu bestimmen ist die Sekundärspannung bei voller Ampèrebelastung und bei verschiedener Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung im gespeisten Apparate. Die graphische Lösung dieser Aufgabe ergibt sich aus den Figuren 68 bis 75 auf sehr einfache Weise. Es ist ohne weiteres klar, dass für konstante Belastung die Länge der Linie  $EB$  immer dieselbe ist. Ihre Neigung (Verhältnis des Widerstandes zur Reaktanz) ist auch konstant. Wenn sich der Winkel  $\varphi$  in Fig. 74 ändert, so wandert der Punkt  $E$  auf dem Kreis, welcher die Primärspannung darstellt, und der Ort

des Punktes  $B$  ist somit auch ein Kreis vom gleichen Radius, dessen Mittelpunkt relativ zu  $O$  die gleiche Lage hat, als  $B$  relativ zu  $E$  hat. Es sei in Fig. 76 die Vertikale der Stromvektor, und  $OS$  die E.M.K. der Selbstinduktion bei voller Stromstärke. Die Strecke  $So$  sei die E.M.K., welche zur Ueberwindung des ohmischen Widerstandes nöthig ist, dann ist  $Oo$  der Strecke  $EB$  in Fig. 69 gleich und parallel, und  $o$  ist der Mittelpunkt des zweiten oben erwähnten Kreises, welcher der geometrische Ort aller Punkte  $B$  ist. Für eine positive Phasenverschiebung  $\varphi$  (Nacheilen des Stromes) ist die Klemmenspannung  $OB$  also kleiner als die Spannung  $OE$  bei Leerlauf. Ist jedoch die Phasenverschiebung negativ (Voreilen des Stromes), z. B.  $\varphi_1$ , so ist die Klemmenspannung  $OB_1$ , also grösser

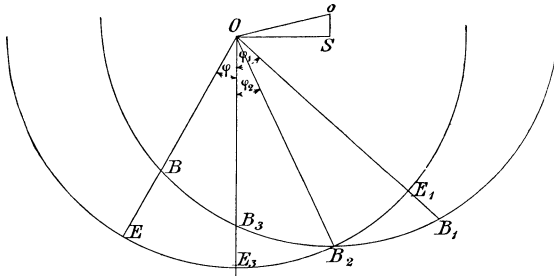


Fig. 76.

als bei Leerlauf. Bei einer bestimmten negativen Phasenverschiebung  $\varphi_2$  geht der Vektor der Klemmenspannung durch den Schnittpunkt beider Kreise, und es ist mithin die Klemmenspannung bei Belastung genau so gross als bei Leerlauf. Das zwischen beiden Kreisen vom Vektor abgeschnittene Stück  $BE$  giebt unmittelbar den Spannungsabfall beziehungsweise die Spannungserhöhung bei Belastung. Bei induktions- und kapacitätsloser Belastung ist  $\varphi = 0$  und die Spannung ist  $OB_3$ ; der Spannungsabfall ist also  $E_3B_3$ . Das Diagramm zeigt deutlich, wie der Spannungsabfall grösser wird, wenn die Phasenverschiebung infolge der Selbstinduktion im gespeisten Apparate wächst. Nach dem, was früher gesagt wurde, ist sofort klar, dass die Länge der Linie  $Oo$  die Belastung darstellt. Wenn die Belastung geändert wird, so verschiebt sich der Punkt  $o$  dementsprechend, und man kann somit die Konstruktion für jede Belastung durchführen. Das Diagramm Fig. 76 kann mithin benützt werden, um die Sekundärspannung eines gegebenen Transformators



diagrammes Fig. 77.  $OA$  ist der Stromvektor, und auf diesem tragen wir den Leistungsfaktor  $\cos \varphi$  auf. Die entsprechende Lage des Spannungsvektors ist  $OE$ . Die an diesem abgelesene Spannung ist 187 Volt und so mit allen anderen Werthen von  $\cos \varphi$ . Diese sind bei der folgenden Tabelle auf ein Volt abgerundet angegeben.

60 Kwt.-Transformator 3000 : 200 Volt bei Leerlauf.

Sekundäre Klemmenspannung bei einem Strom von 300 A und verschiedenen Werthen des Leistungsfaktors im gespeisten Apparat.

Leistungsfaktor in Procenten . .	100	99	90	80	70	60	50
Spannung bei voreilemendem Strom .	197	200	205	207	210	212	213
Spannung bei nacheilemendem Strom	197	195	190	188	187	186	185

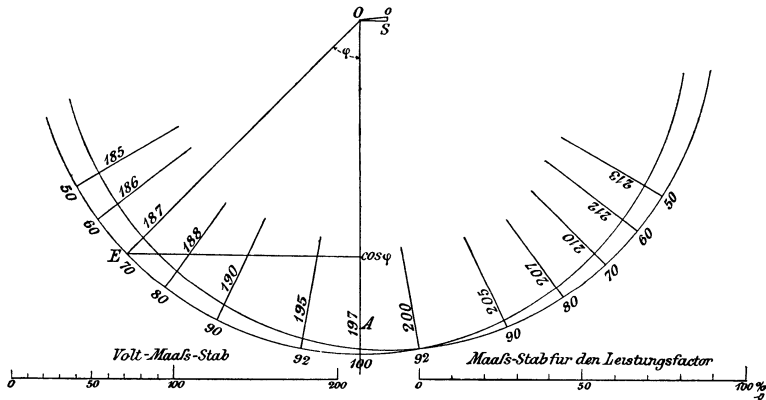


Fig. 77.

Dieser Transformator würde also bei Speisung von Glühlampen nur  $1\frac{1}{2}\%$  Spannungsabfall haben, bei Speisung von Motoren oder Bogenlampen, wobei der Leistungsfaktor 70 bis  $80\%$  beträgt, ungefähr  $6\%$  Spannungsabfall aufweisen. Er würde also für Glühlampen ganz gut verwendbar sein, für Motoren jedoch würde er schon etwas zuviel Spannungsabfall haben.

Aus dem Diagramm Fig. 77 lassen sich noch einige interessante Schlüsse ziehen, welche auch praktischen Werth haben. Wir beschränken uns dabei auf den Fall, dass der gespeiste Apparat Selbstinduktion hat, also ein Nacheilen des Stromes herbeiführt. In diesem Falle brauchen wir nur die linke Hälfte des Diagrammes zu beachten.

Wenn es möglich wäre, einen Transformator zu bauen, der gar keine Streuung hat, so würde  $OS = 0$  sein und der Punkt  $o$  genau oberhalb  $O$  zu liegen kommen. Dann nähert sich der innere Kreis dem äusseren um so mehr, je weiter wir nach links gehen. Wir haben also den grössten Spannungsabfall bei induktionsloser Belastung. Dieser Fall ist jedoch praktisch nicht möglich, denn man kann die Selbstinduktion im Transformator nie ganz vermeiden. Allerdings ist es, besonders bei kleiner Periodenzahl, möglich, sie beträchtlich zu vermindern. Wenn sie so weit vermindert wird, dass Reaktanz und Widerstand einander ungefähr gleich sind, so schliesst  $Oo$  mit  $OA$  einen Winkel von ungefähr  $45^\circ$  ein, und die Entfernung zwischen den beiden Kreisen ändert sich nur wenig. Es ist also der Spannungsabfall für alle Leistungsfaktoren so ziemlich derselbe.

Meistens ist jedoch die Induktanz erheblich grösser als der Widerstand, und die zwei Kreise gehen nach links hin auseinander. Der Spannungsabfall wird grösser, wenn der Leistungsfaktor kleiner wird. Wird derselbe Transformator für den gleichen Zweck einmal bei niedriger und das andere Mal bei hoher Periodenzahl angewendet, so ist der Spannungsabfall im letzten Falle grösser als im ersten. Die Summe der E.M.K. der Selbstinduktion beider Stromkreise ist, wie schon gezeigt wurde,

$$OS = 2 \times 2 \pi \sim L_2 i_2,$$

also der Periodenzahl direkt proportional. Wird letztere erhöht, so wird  $OS$  entsprechend grösser, und die beiden Kreise gehen nach links hin weiter auseinander. Dazu kommt noch der Umstand, dass der Leistungsfaktor von Motoren gleicher Tourenzahl mit steigender Periodenzahl sinkt, der Spannungsvektor sich also weiter vom Stromvektor einstellt. Beide Ursachen bewirken eine erhebliche Vergrösserung des Spannungsabfalles. Wenn es sich also darum handelt, nicht nur Glühlampen, sondern auch Bogenlampen und Motoren von Transformatoren aus zu speisen, so empfiehlt es sich, die Periodenzahl so klein zu wählen, als mit Rücksicht auf die Bogenlampen noch zulässig ist (etwa 45 bis 50 per Sekunde). Diese Periodenzahl ist im übrigen auch durch konstruktive Rücksichten in Bezug auf die Motoren geboten.

## Siebentes Kapitel.

Begriff der übertragenen Erregung. — Anwendung dieses Begriffes auf Transformatoren. — Gleichheit der Uebertragungskoefficienten. — Das Kreisdiagramm. — Transformatoren für konstanten Strom.

**Begriff der übertragenen Erregung.** Bei Ableitung des Arbeitsdiagrammes Fig. 61 haben wir angenommen, dass das Nutzfeld  $N$  erzeugt wird durch die Resultirende  $X$  der primären und sekundären Ampèrewindungen  $X_1$  und  $X_2$ , wobei wir für jeden dieser Werthe den vollen Betrag des Maximalwerthes eingeführt haben. Wir haben dabei angenommen, dass das Nutzfeld  $N$  thatsächlich besteht und die E.M. Kräfte  $e_1$  und  $e_2$  inducirt, und dass die E.M. Kräfte der Selbstinduktion, hervorgebracht durch die Streufelder  $N_{s_1}$  und  $N_{s_2}$  auch thatsächlich bestehen. Das Nutzfeld war gegeben durch die Beziehung

$$N = \frac{X}{\rho},$$

wobei  $\rho$  den magnetischen Widerstand des Nutzfeldes ohne Berücksichtigung jenes der Streufelder bezeichnet. Unter dieser Anschauungsweise werden im Arbeitsdiagramm nicht Felder, sondern E.M.-Kräfte zusammengesetzt und die Streufelder werden gewissermassen ausserhalb des Transformators gedacht, wie das Fig. 59 veranschaulicht. Die Anschauungsweise führt zu richtigen Ergebnissen, sie ist aber selbst streng genommen nicht richtig, denn die Streufelder liegen thatsächlich nicht ausserhalb des Transformators, sondern sind mit dem Nutzfelde sozusagen vermischt. Wir müssen also, um die Verhältnisse der Wirklichkeit entsprechend darzustellen, nicht E.M.-Kräfte, sondern Felder im Arbeitsdiagramm zusammensetzen, und zwar derart, dass wir einerseits das imaginäre Nutzfeld  $N$  mit dem Streufeld  $N_{s_2}$  zu dem wirklich auftretenden Sekundärfeld  $N_2$  und andererseits das imaginäre Nutzfeld  $N$  mit dem Streufeld  $N_{s_1}$  zu



dem wirklich auftretenden Primärfeld  $N_1$  zusammensetzen. Da nun sowohl  $N_2$  als  $N_1$  neben den beiden gemeinsamen Kraftlinien auch je ihre eigenen Streulinien enthalten, so ist der magnetische Widerstand der primären und sekundären Felder etwas kleiner als  $\rho$ . Es sei  $S$  der magnetische Widerstand des gesammten Streufeldes. In diesen Pfad müssen sich die primären und sekundären Streulinien theilen, so dass auf jede Gruppe nur die halbe Durchgangsfläche kommt. Wenn wir die beiden Streulinienpfade getrennt auffassen, so ist also der magnetische Widerstand eines jeden einzeln genommen  $2S$  und der magnetische Widerstand  $\rho'$  der wirklich auftretenden Felder  $N_2$  und  $N_1$  ist für jedes einzeln genommen durch die Parallelschaltung von  $\rho$  und  $2S$  gegeben. Wir haben also

$$\rho' = \frac{\rho \cdot 2S}{\rho + 2S}$$

$$\rho' = \rho \frac{1}{\frac{\rho}{2S} + 1}$$

oder, wenn wir

$$\eta = \frac{1}{\frac{\rho}{2S} + 1}$$

setzen,

$$\rho' = \eta \rho.$$

Es lässt sich nun leicht zeigen, dass  $\eta$  nichts anderes ist als eine Verhältniszahl kleiner als 1, die angiebt, wieviel von der in einer Wickelung auftretenden Erregung in die andere Wickelung übertragen wird. Diese Anschauungsweise kann man die Theorie der übertragenen Erregung nennen. Sie lässt sich, wie später gezeigt wird, ohne weiteres aus dem Arbeitsdiagramm selbst herleiten. Zur besseren Feststellung des Begriffes will ich jedoch vorerst die physikalische Bedeutung an einem praktischen Beispiel zeigen. Es sei der in Fig. 78 skizzirte Eisenkörper mit einer primären Spule I und einer sekundären Spule II bewickelt. Wir wollen uns das Eisen ohne Widerstand denken, und dafür Stossfugen, deren Widerstand  $R_1$  und  $R_2$  beträgt, einführen, so dass der magnetische Widerstand des Hauptlinienpfades ohne Rücksicht auf die Streuung ausgedrückt ist durch

$$\rho = R_1 + R_2.$$

Wir wollen ferner annehmen, dass Streuung lediglich in der mittleren Fuge stattfindet, deren magnetischer Widerstand  $S$  sein

möge. Alle diese Annahmen sind in Wirklichkeit nicht erreichbar, sind aber ohne weiteres zulässig, da es sich ja jetzt nicht um die Darstellung eines Vorganges, sondern um die Erklärung eines Begriffes handelt. Haben wir einmal den Begriff für den einfachen und hypothetischen Fall festgelegt, so ist seine Ausdehnung auf die complicirteren und wirklich vorkommenden Fälle ohne Schwierigkeit möglich.

Wir wollen nun in I mittels Gleichstrom  $X_1$  Ampèrewindungen und in II auch mittels Gleichstrom  $X_2$  Ampèrewindungen wirken lassen. Es sei  $X_1 > X_2$  und die Stromrichtung sei derart, dass Spule I den Kraftfluss im Sinne des Uhrzeigers treibt und

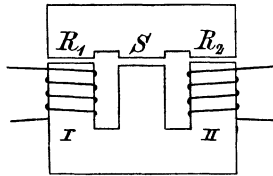


Fig. 78.

Spule II ihren Kraftfluss im entgegengesetzten Sinne zu treiben sucht. Wir messen die Erregungen und das bei  $R_2$  übertretende Feld. Jetzt entfernen wir die Spulen und geben dem Schenkel II eine primäre und sekundäre Wickelung so innig gemischt, dass Streuung ausgeschlossen ist. Im sekundären Draht lassen wir wieder  $X_2$  Ampèrewindungen wirken, und im primären Draht lassen wir so viele Ampèrewindungen  $X_1'$  wirken, dass das bei  $R_2$  übertretende Feld genau den früheren Werth annimmt.  $X_1'$  ist natürlich kleiner als  $X_1$ , und das Verhältnis zwischen beiden

$$\eta_1 = \frac{X_1'}{X_1}$$

zeigt an, wieviel bei der zuerst gebrauchten Anordnung der getrennten Spulen von der in der primären Spule wirkenden Erregung in die sekundäre Spule übertragen worden ist. Wir können uns den Versuch auch in der umgekehrten Weise angestellt denken. Dann würden wir den Koeffizienten

$$\eta_2 = \frac{X_2'}{X_2}$$

finden, der angiebt, wieviel von der in der sekundären Spule wirkenden Erregung in die primäre Spule übertragen wird.

Bei getrennter Anordnung der Spulen fließt durch

Spule I und Widerstand  $R_1$  das Feld  $N_1$ ,

„ II „ „ „  $R_2$  „ „  $N_2$ ,

den Widerstand der Stossfuge  $S$  das Feld  $N_s$ .

$$N_1 = N_2 + N_s.$$

Ist  $X$  der magnetische Druck zwischen dem oberen und unteren Eisenkörper, ausgedrückt in Ampèrewindungen, so haben wir

$$N_1 R_1 = X_1 - X$$

$$N_2 R_2 = X - X_2$$

$$N_s S = X$$

$$(N_1 - N_2) S = X$$

$$\frac{X_1 - X}{R_1} - \frac{X - X_2}{R_2} = \frac{X}{S}.$$

$$(X_1 - X) R_2 S - (X - X_2) R_1 S = X R_1 R_2.$$

Daraus ist

$$X = \frac{X_1 R_2 S + X_2 R_1 S}{R_1 R_2 + S (R_1 + R_2)}.$$

Diesen Werth in die obige Gleichung für  $N_2 R_2$  eingesetzt giebt

$$N_2 = \frac{X_1 S - X_2 R_1 - X_2 S}{R_1 R_2 + S (R_1 + R_2)}. \quad \dots \quad 24)$$

Denken wir uns nun die gemischte Wickelung auf dem Schenkel II angebracht und diesen Schenkel so erregt, dass  $N_2$  den durch Gleichung 24) dargestellten Werth beibehält. Die Erregung ist  $\eta_1 X_1 - X_2$ . Da  $X_2$  den früheren Werth haben soll, so ist  $\eta_1 X_1$  und mithin auch der Uebertragungskoeffizient  $\eta_1$  bestimmbar. Der Widerstand des magnetischen Pfades besteht aus  $R_2$  und den parallel geschalteten Widerständen  $R_1$  und  $S$ . Wir haben also als Bedingung, aus der wir  $\eta_1$  finden können,

$$N_2 = \frac{\eta_1 X_1 - X_2}{R_2 + \frac{R_1 S}{R_1 + S}}$$

$$N_2 = \frac{(\eta_1 X_1 - X_2) (R_1 + S)}{R_1 R_2 + S (R_1 + R_2)}.$$

Diese Gleichung mit 24) verbunden giebt

$$(\eta_1 X_1 - X_2) (R_1 + S) = X_1 S - X_2 R_1 - X_2 S$$

$$\eta_1 = \frac{S}{R_1 + S}.$$

Eine ähnliche Rechnung zeigt, dass

$$\eta_2 = \frac{S}{R_2 + S}.$$

In einem gewöhnlichen Transformator sind die Spulen immer symmetrisch angeordnet. Es ist also  $R_1 = R_2$  und  $R_1 + R_2 = \rho$ . Wir haben also  $\eta_1 = \eta_2 = \eta$  und

$$\eta = \frac{S}{\frac{\rho}{2} + S}$$

$$\eta = \frac{1}{\frac{\rho}{2S} + 1} \dots \dots \dots 25)$$

Das ist derselbe Ausdruck, den wir oben für den Koeffizienten gefunden haben, der angiebt, in welchem Verhältnis der magnetische Widerstand des Nutzfeldes durch die Beimischung des Streufeldes für jede Spule einzeln genommen, vermindert worden ist.

Der Ausdruck 25) kann in anderer Form geschrieben werden. Wenn  $X_\mu$  den effektiven Werth jener Erregung bezeichnet, die zur Ueberwindung des magnetischen Widerstandes  $\rho$  nöthig ist, so haben wir

$$N = \frac{X_\mu \sqrt{2}}{\rho}.$$

In gleicher Weise ist

$$N_{s_1} = \frac{X_1 \sqrt{2}}{2S}.$$

Sei  $\epsilon_1 = \frac{e_{s_1}}{e_1}$ , der Streufaktor für den primären Stromkreis (bei Transformatoren ist  $\epsilon_1$  von der Grössenordnung 0,01 bis 0,03, bei asynchronen Motoren jedoch erheblich grösser), so haben wir

$$\epsilon_1 = \frac{N_{s_1}}{N}$$

$$\epsilon_1 = \frac{\rho}{2S} \frac{X_1}{X_\mu}$$

$$\frac{\rho}{2S} = \epsilon_1 \frac{X_\mu}{X_1}$$

$$\eta = \frac{1}{\epsilon_1 \frac{X_\mu}{X_1} + 1} \dots \dots \dots 26)$$

In diesem Ausdruck ist  $\varepsilon_1$  der primäre Streuungsfaktor, der aus Gleichung 20) berechnet werden kann;  $X_\mu$  die wattlose effektive Komponente der Erregung, die das Feld  $N$  erzeugt, und  $X_1$  die effektive primäre Erregung. In guten Transformatoren ist  $X_\mu/X_1$  von der Grössenordnung 0,02 bis 0,04. Nehmen wir als Mittelwerth 0,03 und als Mittelwerth für  $\varepsilon_1$  etwa 0,015, so wird

$$\eta = \frac{1}{0,03 \times 0,015 + 1}$$

$$\eta = 0,99955.$$

Es werden also von der Erregung, die in der einen Wicklung wirkt, 99,955% in die andere übertragen. Nicht übertragen wird 0,045%<sup>1)</sup>.

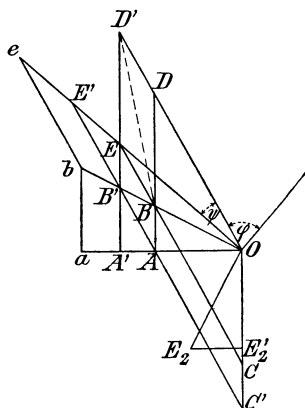


Fig. 79.

**Anwendung des Begriffes der übertragenen Erregung auf Transformatoren.** Nachdem wir nun den Begriff der übertragenen Erregung durch die in Fig. 78 gegebene physikalische Darstellung

<sup>1)</sup> Ein asynchroner Motor kann aufgefasst werden als ein Transformator, in dessen sekundärem Stromkreis die Leistung theils elektrisch und theils mechanisch abgegeben wird. Es habe ein solcher Motor 30% Leerlaufstrom und eine primäre Streuung von 10%. Dann ist

$$\eta = \frac{1}{0,1 \times 0,3 + 1} = 0,97087.$$

In diesem Motor werden also von der Erregung des primären Stromkreises in den sekundären oder umgekehrt übertragen 97,087%. Nicht übertragen werden 2,913%.

festgelegt haben, wollen wir ihn auf das Arbeitsdiagramm eines Transformators anwenden. Um diese Anwendung nicht durch nebensächliche Einflüsse zu verschleiern, wollen wir zunächst annehmen, der Transformator habe weder Eisen- noch Kupferverluste, und es bestehe keine Phasenverschiebung im äusseren sekundären Stromkreise. Der Eisenkörper habe jedoch magnetischen Widerstand und Streuung sei auch vorhanden. Es sei in Fig 79  $O E_2'$  die sekundäre Klemmenspannung und  $e_{s_2} = E_2' E_2$  die E.M.K. der Selbstinduktion in der Primärspule. Dann muss der Vektor des beiden Spulen gemeinsamen Feldes  $N$  auf  $O E_2$  senkrecht stehen. Der Vektor dieses Feldes sei  $O b$ . Die sekundäre Erregung, gegeben durch den Ausdruck  $i_2 n_2 \sqrt{2}$ , sei  $O C'$ . Um das Feld  $O b$  zu erzeugen, sei die Erregung  $O B'$  nöthig. Es ist dann

$$\frac{O B'}{\rho} = O b.$$

Damit nun die Resultirende  $O B'$  zustande kommt, muss neben der sekundären Komponente  $O C'$  noch die primäre Komponente  $O D'$  wirken. Wir finden auf diese Weise und wie schon im vorigen Kapitel ausgeführt, den Vektor der Primärerregung  $O D'$ . Wegen Aehnlichkeit der Dreiecke  $O E_2' E_2$  und  $O a b$  ist  $a b = N_{s_2}$  und  $O a = N_2$  das wirklich mit der Sekundärspule verschlungene Feld, welches die Klemmenspannung  $O E_2'$  erzeugt. Es ist auch wegen Aehnlichkeit der Dreiecke  $O a b$  und  $O A' B'$

$$\frac{O A'}{\rho} = O a.$$

Nun ist thatsächlich der magnetische Widerstand des Feldes  $N_2$  nicht  $\rho$ , sondern

$$\rho' = \rho \left( \frac{1}{\frac{\rho}{2S} + 1} \right)$$

$$\rho' = \eta \rho$$

und es muss deshalb eine kleinere Erregung als  $O A'$ , nämlich  $\eta O A'$  auf das Feld wirken, damit  $N_2$  Kraftlinien entstehen. Diese Erregung sei

$$O A = \eta O A'.$$

Die Lage des Punktes  $A$  bestimmen wir, indem wir die Gerade  $B' C'$  ziehen. Ihr Schnittpunkt mit  $O a$  ist  $A$ . Denn

$$\frac{O A'}{O A} = \frac{O B'}{O B}.$$

Es ist also auch

$$OB = \eta OB'$$

und

$$OC = \eta OC'.$$

Wenn wir also auf dem Erregungsvektor  $OC'$  den Punkt  $C$  so bestimmen, dass  $OC = \eta OC'$ , so ist  $OC$  derjenige Theil der sekundären Erregung, der in den primären Stromkreis übertragen wird. Er setzt sich mit einem entsprechenden Theil der primären Erregung zur Resultirenden  $OB$  zusammen, und wir haben die Beziehungen

$$\frac{OB}{\varrho'} = N$$

$$\frac{OB'}{\varrho} = N,$$

also  $\frac{OB}{OB'} = \frac{\varrho'}{\varrho} = \eta$ , wie aus der Aehnlichkeit der Dreiecke ohne weiteres ersichtlich ist.

Dieselbe Betrachtung auf den Primärkreis ausgedehnt zeigt, dass  $be = N_{s_1}$  und  $oe = N_1$ , das thatsächlich mit der Primärspule verschlungene Feld ist. Wir haben analog wie früher

$$\frac{OE'}{\varrho} = oe$$

$$\frac{OE}{\varrho'} = oe$$

$$\frac{OE}{OE'} = \eta$$

$$\frac{OD}{OD'} = \frac{OB}{OB'} = \eta.$$

Ist also der Werth von  $\eta$  bekannt, so können wir das Arbeitsdiagramm des Transformators zeichnen, ohne die Linie  $OE_2$  zu Hilfe zu nehmen. Wir machen in Fig. 80  $OC' = X_2 \sqrt{2}$  und  $OC = \eta OC'$ . Die der sekundären Klemmenspannung entsprechende Feldstärke  $N_2$  können wir aus Gleichung 7 berechnen. Die entsprechende Erregung berechnen wir aus

$$X_\mu \sqrt{2} = \eta \varrho N_2$$

und tragen sie im Erregermaassstabe von  $O$  nach links auf. Es sei das die Strecke  $OA$ . Dann ist  $OA$  die Resultirende aus zwei Erregungen, nämlich der ganzen sekundären Erregung und jenem Theil der primären Erregung, die in die sekundäre Spule übertragen wird.

Wir errichten also in  $A$  eine Senkrechte und machen  $AD = OC'$ , so ist

$$OD = \eta X_1 \sqrt{2}.$$

Da

$$\frac{OC}{OC'} = \eta$$

so finden wir  $OD' = X_1 \sqrt{2}$  aus

$$\frac{OD'}{OD} = \frac{OC'}{OC}.$$

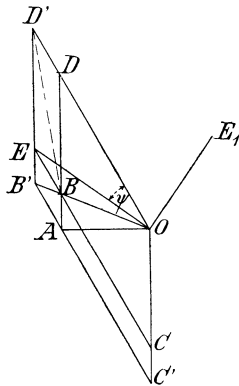


Fig. 80.

Es ist somit Lage und Grösse des Vektors der primären Erregung  $OD'$  vollkommen bestimmt. Den Vektor der Primärklemmenspannung finden wir folgendermaassen. Wir ziehen durch  $C$  eine Parallele zu  $C'A$  und bestimmen ihren Schnittpunkt  $E$  mit der Vertikalen durch  $D'$ . Dann ist  $OE$  die Erregung, welche das Feld  $N_1$  erzeugt; also

$$N_1 = \frac{OE}{\eta \varrho}.$$

Der entsprechende Werth der primären Klemmenspannung bestimmt sich aus der Gleichung 7. Der Vektor dieser Spannung muss dem Feldvektor um  $90^\circ$  voreilen. Er ist also nach Lage und Grösse bestimmt. Es sei das die Gerade  $OE_1'$ .

Wir haben bei Aufzeichnung der Fig. 79 angenommen, dass im äusseren sekundären Stromkreise keine Phasenverschiebung vorhanden ist. Jetzt wollen wir jedoch Phasenverschiebung voraussetzen



und zusehen, welche Form das Arbeitsdiagramm nunmehr annimmt. Es sei in Fig. 81  $\varphi$  der Phasenwinkel des Verbrauchstromkreises und  $O E_2'$  die sekundäre Klemmenspannung. Unter Beibehaltung der in Fig. 79 gebrauchten Bezeichnungen ist

$$\begin{aligned} e_{s_2} &= E_2' E_2 \\ N &= O b \\ N_2 &= O a \\ N_1 &= O e. \end{aligned}$$

$O a$  steht auf  $O E_2'$  und  $O b$  steht auf  $O E_2$  senkrecht. Da der magnetische Widerstand aller drei Felder der gleiche ist, nämlich  $\gamma \varrho$ , so können wir statt der Felder selbst, die entsprechenden Erregungen zusammensetzen. Es ist also

$O A$  die Resultante der ganzen sekundären Erregung und jenes Theiles der primären Erregung, der in die sekundäre Spule übertragen wird,

$O E$  die Resultante der ganzen primären Erregung und jenes Theiles der sekundären Erregung, der in die primäre Spule übertragen wird.

$O B$  die Resultante jener Theile der primären und sekundären Erregungen, die gegenseitig übertragen werden.

Der Vektor der primären Klemmenspannung muss auf  $N_1$  senkrecht stehen. Da die Grösse dieser Spannung aus Gleichung (7) berechnet werden kann, so ist ihr Vektor  $O E_1'$  der Grösse und Lage nach gegeben. Wir haben der Einfachheit halber angenommen, dass das Umsetzungsverhältnis des Transformators 1 : 1 sei. Dann besteht aber in beiden Stromkreisen dasselbe Verhältnis zwischen Feldstärke und E.M.K. Da für beide Stromkreise auch das Verhältnis von Stromstärke und Erregung dasselbe ist, so haben wir die Beziehung

$$\frac{O E_2'}{O A} = \frac{O E_1'}{O E}.$$

Wir können dann mittels eines entsprechenden Maassstabes die Klemmenspannungen an den Erregervektoren  $O A$  und  $O E$  ablesen.

**Gleichheit der Uebertragungskoeffizienten.** Wir haben bisher angenommen, dass  $\eta_1 = \eta_2 = \eta$  und diese Annahme zunächst durch die vollständig symmetrische Anordnung der beiden Wicklungen begründet. Bei einem Umsetzungsverhältnis von 1 : 1 und



$CBE$  eine Gerade sein muss, ist nun einfach der, dass bei einem Transformator ohne Leistungsverluste (und um einen solchen handelt es sich in den zwei Diagrammen) die aufgedrückte Leistung genau gleich sein muss der abgegebenen Leistung. In Fig. 79 ist wegen Proportionalität von  $OE$  und aufgedrückter Klemmenspannung die zugeführte Leistung proportional dem Produkte von  $OE$ ,  $OD'$  und  $\cos \varphi$ . Da  $\cos \varphi = \sin \psi$ , so können wir für die zugeführte Leistung  $P_1$  den Ausdruck schreiben

$$P_1 = K \times OE \times OD' \sin \psi,$$

wobei  $K$  ein Koeffizient ist, der von den Maassstäben und Konstruktionsdaten abhängt, aber für beide Wickelungen natürlich denselben Werth hat. Nun ist  $OE \sin \psi$  nichts anderes als die Höhe des Dreieckes  $OD'E$ , und die primäre Leistung wird mithin bei Verwendung eines geeigneten Flächenmaasses durch die Fläche des Dreieckes  $OED'$  gegeben.

In ähnlicher Weise wird die sekundäre Leistung durch die Fläche des Dreieckes  $OAC'$  gegeben. Es frägt sich nun, ob diese beiden Dreiecke die gleiche Fläche haben. Das ist in der That der Fall. Denken wir uns  $E$  nach  $B$  verschoben, so ist

$$\begin{aligned} \triangle OD'E &= \triangle OD'B \\ \triangle OD'B &= \frac{1}{\eta} \triangle ODB \\ \triangle ODB &= \triangle BCO \\ \triangle BCO &= \eta \triangle AC'O \\ \triangle AC'O &= \frac{1}{\eta} \triangle BCO \\ \triangle AC'O &= \frac{1}{\eta} \triangle ODB \\ \triangle AC'O &= \triangle OD'B \\ \triangle AC'O &= \triangle OD'E, \end{aligned}$$

was die Gleichheit der Leistungen beweist. Der Beweis gelingt nicht, wenn das Diagramm gezeichnet wird unter der Annahme, dass die Koeffizienten  $\eta_1$  und  $\eta_2$  ungleich sind. Eine ähnliche Ueberlegung lässt sich auf Fig. 81 anwenden. Wir haben hier wie früher

$$P_1 = K \cdot OD' \times OE \cos \varphi_1$$

und die primäre Leistung ist bei geeigneter Wahl des Maassstabes durch die Fläche des Dreieckes  $OD'E$  gegeben. Denken wir uns

die Spitze  $E$  dieses Dreieckes parallel zur Basis  $OD'$  verschoben, so wird die Fläche nicht geändert. Wir erhalten so

$$\triangle OD'E = \triangle OD'B.$$

Nun ziehen wir  $D'J$  parallel zu  $B'B$ . Betrachten wir  $OB$  als Basis und verschieben die Spitze  $D'$  parallel dazu, so wird die Fläche ebenfalls nicht geändert. Die primäre Leistung ist also auch gegeben durch die Fläche des Dreieckes  $OJB$ , und diese ist gleich der Fläche des Dreieckes  $ODA$ . Nun ist  $AD = OC'$  und  $OD = AC'$ . Die primäre Leistung ist also auch gegeben durch die Fläche des Dreieckes  $OC'A$ . Die sekundäre Leistung ist

$$P_2 = K \times OC' \times OA \sin(90 + \varphi).$$

Nun ist aber  $OA \sin(90 + \varphi)$  nichts anderes als die Höhe der Spitze  $A$  des Dreieckes  $OAC'$  über der Basis  $OC'$ . Es ist also unter Anwendung des früheren Maassstabes die Fläche des Dreieckes  $OC'A$  auch gleich der sekundären Leistung. Wir haben somit die Gleichheit der primären und sekundären Leistung bewiesen. Der Beweis ist gelungen, weil wir von der Annahme ausgingen, dass die Punkte  $EBC$  in einer Geraden und die Punkte  $B'AC'$  in einer dazu Parallelen liegen. Diese Annahme ist aber nur richtig, wenn  $\eta_1 = \eta_2$ . Wird diese Annahme nicht gemacht, so gelingt der Beweis nicht. Da aber die zugeführte Leistung gleich sein muss der abgegebenen, so sehen wir, dass zwischen den Uebertragungskoeffizienten keine andere Beziehung als Gleichheit bestehen kann.

**Das Kreisdiagramm.** Sind Phasenverschiebung und Belastung im sekundären Stromkreise sowie der Uebertragungskoeffizient  $\eta$  bekannt, so kann mittels des Arbeitsdiagramms nach Fig. 81 die Primärspannung, der Primärstrom und seine Phasenverschiebung  $\varphi_1$  zeichnerisch bestimmt werden. Man kann natürlich auch für eine Reihe von sekundären Belastungen unter Voraussetzung konstanter Phasenverschiebung und Klemmenspannung diese Bestimmung machen und erhält so eine Reihe von zusammengehörigen Werthen von  $i_2$ ,  $i_1$ ,  $\varphi_1$  und  $e_1'$ . Nun ist bei der praktischen Anwendung der Transformatoren der letztere Werth, nämlich die primäre Klemmenspannung, gewöhnlich konstant und die Annahme, dass die sekundäre Klemmenspannung bei allen Belastungen konstant bleibt, ist deshalb nicht zulässig. Sie nimmt thatsächlich je nach der Phasenverschiebung und Belastung verschiedene Werthe an. Eine Methode, die sekundäre Klemmenspannung zeichnerisch zu finden, ist im vorigen

Kapitel gegeben worden. Diese Methode gab aber nicht den Primärstrom. Um diesen und nebenbei auch die sekundäre Klemmenspannung zu bestimmen, können wir das sogenannte Kreisdiagramm benutzen, das zuerst von Heyland<sup>1)</sup> angegeben worden ist. Wir nehmen dabei an, dass der Transformator keine Eigenverluste hat und dass im äusseren sekundären Stromkreis keine Phasenverschiebung besteht. Das Arbeitsdiagramm hat also die in Fig. 80 angegebene Gestalt. Es ist mit einem kleinen Zusatz in Fig. 82 wiederholt. Es bedeutet wie früher  $OC'$  je nach dem verwendeten

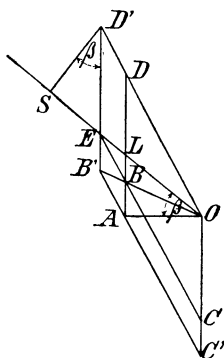


Fig. 82.

Maassstabe sekundären Strom oder sekundäre Erregung, und  $OC$  jenen Theil der sekundären Erregung, der in die Primärspule übertragen wird. Es ist also

$$\eta = \frac{OC}{OC'}.$$

Ebenso ist  $OD'$  die ganze Primärerregung und  $OD$  jener Theil, der in die Sekundärspule übertragen wird.

$$\eta = \frac{OD}{OD'}.$$

Verlängert man  $OE$  und macht  $D'S$  senkrecht darauf, so ist, wie leicht einzusehen,

$$\angle ED'S = \angle LOA = \beta$$

$$\sin \beta = \frac{AL}{OL}$$

<sup>1)</sup> E.T.Z. 1894, Heft 41.



so ist  $ED' = d \sin \beta$  und die Punkte  $D'$  liegen auf dem über dem Durchmesser  $EF$  beschriebenen Halbkreise. Es ist dann (alle Stromvektoren mit dem Primärmaassstab gemessen)

$$OD' = i_1 \text{ und } ED' = \eta i_2.$$

Der Vektor der primären Klemmenspannung steht nach Fig. 80 auf  $OE$  senkrecht; es sei das die Senkrechte durch  $O$ . Die primäre Phasenverschiebung ist also durch den Winkel  $\varphi$  gegeben. Wird die Belastung verkleinert, so rückt  $D'$  näher an  $E$  und die Phasenverschiebung wird grösser. Bei Leerlauf ist der Sekundärstrom Null und mithin  $ED'$  unendlich klein, d. h. der Punkt  $D'$  fällt mit  $E$  zusammen. Für diesen Fall ist also  $\varphi = 90^\circ$ . Wird

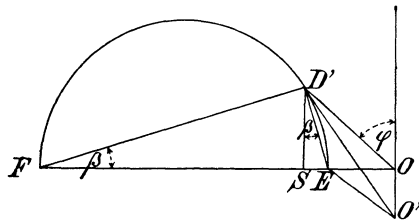


Fig. 83.

nun die Belastung schrittweise vergrössert, so rückt  $D'$  auf dem Halbkreise vor und  $\varphi$  nimmt zuerst ab, bis es den kleinsten Werth in jener Lage von  $D'$  erreicht, für die  $OD'$  die Tangente an den Kreis bildet. Von da an nimmt  $\varphi$  wieder zu, bis es bei Kurzschluss, wenn  $D'$  mit  $F$  zusammenfällt, wieder  $90^\circ$  wird. Es ist offenbar, mit dem Primärmaassstab gemessen,

$$EF = \eta \times \text{Kurzschlussstrom.}$$

Dies gilt jedoch nur unter der oben gemachten Voraussetzung, dass der Transformator keine Eigenverluste hat. In Wirklichkeit ist der Kurzschlussstrom etwas kleiner.

Das Kreisdiagramm gibt also für jede Belastung  $i_2 = \frac{1}{\eta} ED'$  den zugehörigen Primärstrom  $i_1 = OD'$  und die primäre Phasenverschiebung  $\varphi$  an. Bei Leerlauf ist die primäre Stromstärke

$$i_\mu = OE.$$

Um die sekundäre Klemmenspannung zu finden (die primäre ist als konstant vorausgesetzt), machen wir folgende Ueberlegung.

Die zugeführten und abgegebenen Leistungen müssen gleich

sein, weil wir einen Transformator ohne Eigenverluste angenommen haben. Es ist also

$$i_1 e_1 \cos \varphi = i_2 e_2.$$

Unserer Voraussetzung gemäss ist die Phasenverschiebung im äusseren sekundären Stromkreis Null. Da  $i_1 = OD'$  und  $i_2 = \frac{1}{\eta} ED'$ , so ist auch

$$e_1 OD' \cos \varphi = e_2 \frac{ED'}{\eta}$$

$$e_1 SD' = e_2 \frac{ED'}{\eta} \quad e_2 = e_1 \eta \frac{SD'}{ED'}$$

Da  $\frac{SD'}{ED'} = \cos \beta$ , so haben wir auch

$$e_2 = e_1 \eta \cos \beta.$$

Bei Leerlauf ist  $\beta = 0$  und die sekundäre Klemmenspannung hat den Werth  $e_1 \eta$ , wobei wir das Umsetzungsverhältnis als 1 : 1 annehmen. Ist das Umsetzungsverhältniss jedoch  $n_1 : n_2$ , so ist die sekundäre Klemmenspannung bei Leerlauf

$$e_2' = \frac{n_2}{n_1} e_1 \eta$$

und bei Belastung

$$e_2 = e_2' \cos \beta.$$

Je grösser die Belastung, desto grösser wird  $ED'$ , desto grösser wird  $\beta$  und desto kleiner wird die sekundäre Klemmenspannung. Wenn wir uns nun einen Voltmaassstab anfertigen, der so getheilt ist, dass

$$FE = e_2',$$

so können wir die sekundäre Klemmenspannung unmittelbar an  $FD'$  ablesen. Es ist

$$e_2 = FD'.$$

Da ein Spannungsabfall durch ohmischen Widerstand nicht stattfindet (der Transformator hat keine Eigenverluste), so muss  $ED'$  mit dem Volt-Maassstab gemessen, den induktiven Spannungsabfall, bezogen auf die sekundäre Seite, darstellen, also

$$e_s = ED'.$$

Fig. 83 ist in Uebereinstimmung mit Fig. 76, wenn wir dort  $\varphi = 0$  und  $So = 0$  machen. Es entspricht dann  $FD'$  in Fig. 83 der Strecke  $OB_3$  in Fig. 76.

Bisher haben wir angenommen, dass der Transformator keine Eigenverluste hat. Es war deshalb der Leerlaufstrom gleich dem



Magnetisierungsstrom. Nun sind in Wirklichkeit Eisenverluste vorhanden, und der Leerlaufstrom hat deshalb eine Wattkomponente, die auf dem Magnetisierungsstrom  $O E$  senkrecht steht. Ihr Vektor sei  $O O'$ . Fig. 83. Es ist dann  $O' E$  der Vektor des Leerlaufstromes und  $O' D'$  jener des Primärstromes bei der sekundären Strombelastung

$$i_2 = \frac{1}{\eta} E D'.$$

Um also die Eisenverluste zu berücksichtigen, brauchen wir bloss den Primärstrom von  $O'$  aus (statt von  $O$  aus) zu messen.

Das Diagramm ist in Bezug auf Streuung übertrieben gezeichnet, um die Konstruktion anschaulich zu machen. Gute Transformatoren haben sehr wenig Streuung und das Verhältnis von  $E F$  zu  $O E$  ist sehr gross, weil  $\frac{\eta^2}{1 - \eta^2}$  sehr gross ist. Wir haben gesehen dass  $\eta$  sehr nahe der Einheit ist. Schreiben wir

$$\eta = 1 - \lambda,$$

so ist

$$\begin{aligned} \frac{E F}{O E} &= \frac{(1 - \lambda)^2}{1 - (1 - \lambda)^2} \\ &= \frac{1 - 2\lambda + \lambda^2}{2\lambda - \lambda^2}. \end{aligned}$$

Da  $\lambda$  eine sehr kleine Zahl ist (von der Grössenordnung 0,0005), so ist  $\lambda^2$  verschwindend klein gegen  $2\lambda$ , und dieses verschwindend klein gegen 1. Wir können also schreiben

$$E F = \frac{1}{2\lambda} O E.$$

Um das Kreisdiagramm für einen Transformator zu zeichnen, verfahren wir folgendermassen. Wir bestimmen den Magnetisierungsstrom  $i_\mu$ , das ist die wattlose Komponente des Leerlaufstromes. Wir bestimmen ferner die Wattkomponente  $i_h$  des Leerlaufstromes und tragen diese beiden Grössen in einem nach Fig. 83 gestalteten Diagramm ein. Es sind das die Strecken  $O E$  und  $O O'$ .

Aus Gleichung 25) oder 26) bestimmen wir  $\eta$  und berechnen

$$\lambda = 1 - \eta.$$

Dann finden wir den Durchmesser des Kreises aus  $\frac{O E}{2\lambda}$ . Für die Konstruktion ist es jedoch bequemer, den Radius  $R$  zu bestimmen.

In Einheiten von der Länge  $O E$  ist derselbe  $\frac{1}{4\lambda}$ , also für

$\eta =$	0,9995	0,9990	0,998	0,997	0,996	0,995
$\lambda =$	0,0005	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005
$R =$	500	250	125	83	62	50.

Hätte der Transformator gar keine Streuung, so wäre  $R = \infty$ , und der Kreis würde in eine durch  $E$  senkrecht gezogene Gerade übergehen.

**Transformator für konstanten Strom.** Vergrössert man die Streuung absichtlich, so kann man einen Transformator herstellen, der mit konstanter Primärspannung sekundär nahezu konstanten Strom bei veränderlicher Spannung abgibt. Ein solcher Transformator kann benutzt werden zur Speisung von in Serie geschalteten Glühlampen, die durch Kurzschluss gelöscht werden. Der Punkt  $D'$  in Fig. 83

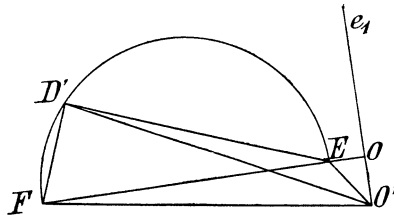


Fig. 84.

liegt dann links auf dem Halbkreise, wie Fig. 84 zeigt. Damit ein solcher Transformator bei sekundärem Kurzschluss nicht verbrennt, muss die Streuung sehr gross gemacht werden, was durch besondere Ansätze an den Jochstücken, wie Fig. 78 zeigt, geschehen kann. Es ist dann  $\epsilon_1$  in Formel 26) nahezu  $1/2$ , und  $\eta$  ist von der Grössenordnung 0,97 und  $R$  von der Grössenordnung 8. Bei sekundärem Kurzschluss ist  $O'F'$  der Primärstrom. Bei offenen Sekundärklemmen ist der Primärstrom  $O'E$  und die sekundäre Spannung  $FE$ . Wird nun der sekundäre Stromkreis durch einen induktionslosen Widerstand von solcher Grösse geschlossen, dass der Sekundärstrom  $\frac{ED'}{\eta}$  ist, so ist die Klemmenspannung  $FD'$ . Verringert man den Widerstand durch Kurzschliessen eines Theiles der in Serie geschalteten Glühlampen, so rückt der Punkt  $D'$  näher an  $F$  heran und die Stromstärke wird etwas grösser. Bei richtiger Konstruktion des Transformators kann die Variation der sekundären Stromstärke innerhalb der für Glühlampen noch zulässigen Grenzen gehalten werden.

## Achtes Kapitel.

Das Dynamometer. — Das Wattmeter. — Messung von unregelmässigen Strömen. — Andere Methoden der Effektmessung. — Prüfung von Transformatoren. — Untersuchung von Blechen.

**Das Dynamometer.** Die bisherige Annahme, dass alle Strom- und Spannungskurven sinusoidal verlaufen, ist zwar für die graphische und analytische Behandlung von Wechselstromproblemen sehr bequem, entspricht aber nicht den in Wirklichkeit auftretenden Erscheinungen. Es fragt sich nun, inwieweit die Annahme einer besonderen, mit der Wirklichkeit nicht übereinstimmenden Stromkurve beim Entwurf und bei der Prüfung von Wechselstromapparaten zu Fehlern Veranlassung giebt; und um diese Frage beantworten zu können, müssen wir vorerst untersuchen, ob die mit einem Ampèremeter gemessene Stärke eines Stromes von unregelmässigem Verlauf wirklich die effektive Stromstärke ist und ob die mit einem Wattmeter bestimmte Leistung die wirkliche oder effektive Leistung ist. Was nun die erste Frage betrifft, so müssen wir uns zunächst über den Begriff der effektiven Stromstärke einigen. Nehmen wir an, wir hätten zwei genau gleiche Glühlampen, die eine sei von einem Gleichstrom und die andere von dem zu untersuchenden Wechselstrom gespeist. Wenn beide Lampen genau die gleiche Helligkeit haben, wenn also die Temperaturen der beiden Kohlenfäden und mithin die in Wärme umgesetzten Arbeitsleistungen genau gleich sind, so ist offenbar die effektive Stärke des Wechselstromes gleich jener des Gleichstromes. Da nun beide Lampen die gleiche Temperatur haben, so haben sie auch den gleichen Widerstand  $W$  und die Arbeit des Gleichstromes  $J_0$  in der Zeit  $T$  ist  $J_0^2 WT$ , während die des Wechselstromes ist  $\int_0^T J^2 W dt$ , wobei  $J$  eine ganz beliebige Funktion der Zeit  $t$  ist, welche durch die unregelmässige Kurvenform des

Wechselstromes graphisch dargestellt wird. Wir können also die effektive Stärke des Wechselstromes durch Gleichsetzung dieser zwei Ausdrücke erhalten. Das giebt

$$J_0 = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T J^2 dt.}$$

Es fragt sich nun, ob das Ampèremeter diesen oder einen andern Werth anzeigt. Alle zur Messung von Wechselströmen verwendeten Instrumente beruhen entweder auf der elektrodynamischen Wirkung oder der Hitzewirkung des Stromes. In beiden Fällen ist die in jedem Augenblicke ausgeübte Wirkung dem Quadrate der in diesem Augenblicke herrschenden Stromstärke proportional. Alle auf diesem Principe beruhenden Apparate werden also in Bezug auf ihre Angaben bezw. die etwa vorhandenen Messungsfehler gleichwerthig sein, und wir brauchen die Untersuchung nur für eine Art dieser Instrumente zu machen. Das Resultat gilt dann für alle.

Zu diesem Zwecke wählen wir das gewöhnliche Weber'sche Dynamometer. Die bewegliche Spule befindet sich, wie bekannt, im Felde der feststehenden Spule und ist einer ablenkenden Kraft ausgesetzt, welcher durch die Spannung einer Feder das Gleichgewicht gehalten wird. Diese ablenkende Kraft ist proportional dem Produkte der Feldstärke und der Stromstärke, und da erstere durch den Strom selbst erzeugt und diesem proportional ist, so ist die in jedem Augenblicke wirksame ablenkende Kraft dem Quadrate der in diesem Augenblicke fließenden Stromstärke proportional. Wenn wir es mit einem Gleichstrom,  $J_0$ , zu thun haben, so ist also die ablenkende Kraft dauernd gleich  $J_0^2 \frac{1}{K^2}$ , wobei  $K$  eine durch die Konstruktion des Instrumentes bestimmte Konstante bedeutet. Die Gegenkraft der Feder ist ihrem Drehungswinkel  $D$  proportional, so dass die Gleichung besteht

$$DK^2 = J_0^2,$$

woraus

$$J_0 = K\sqrt{D},$$

die bekannte Formel zur Bestimmung der Stromstärke aus der Ablesung  $D$ .

Die Frage ist nun, ob die gleiche Formel zur Bestimmung der effektiven Stromstärke bei einem Wechselstrom von ganz beliebiger

Kurvenform ohne Fehler verwendet werden kann. Denken wir uns den Strom durch die Ordinaten einer Kurve als Funktion der Zeit dargestellt. Wenn wir eine zweite Kurve zeichnen, deren Ordinaten die Quadrate der ersten darstellen, so bedeutet die von der zweiten Kurve mit der Abscissenachse eingeschlossene Fläche den Werth  $\int_0^T J^2 dt$  und die Höhe eines Rechteckes von gleicher Basis und Fläche stellt das Quadrat der effektiven Stromstärke dar. Auf die bewegliche Spule des Dynamometers wirkt dauernd die durch Spannung der Feder erzeugte Kraft und ausserdem noch die dynamische Kraft des Stromes, welche zwischen 0 und einem Maximum schwankt, und dabei immer eine der Federkraft entgegengesetzte Richtung hat. Nennen wir  $J_t$  den zur Zeit  $t$  fliessenden Strom, so ist  $DK^2 - J_t^2$  die zur Zeit  $t$  auf die Drähte der Spule ausgeübte Kraft. Die der Spule in diesem Augenblicke mitgetheilte Beschleunigung ist  $\frac{DK^2 - J_t^2}{m}$ , wenn wir mit  $m$  die auf den Angriffspunkt der Kraft reducirte Masse der Spule bezeichnen. Wäre diese Masse klein genug, so würde diese Beschleunigung, welche bald positiv, bald negativ ist, der Spule auch in der That eine sichtliche hin- und hergehende Bewegung ertheilen und es würde also die Spule zu jedem Zeitpunkt eine bestimmte Bewegungsgeschwindigkeit haben, welche sich aus der Formel

$$v = \int_0^t \frac{(DK^2 - J_t^2)}{m} dt$$

berechnen lässt, vorausgesetzt, dass die Geschwindigkeit zur Zeit  $t=0$  auch 0 ist.

Nun ist aber die Masse der beweglichen Spule im Vergleich mit den auftretenden Kräften so gross und die Zeit einer Periode so klein, dass die Spule überhaupt nicht in sichtliche Bewegung geräth, sondern sich durch entsprechende Anspannung der Feder genau auf ihre Mittellage einstellen lässt. Das ist übrigens auch die nothwendige Bedingung einer genauen Messung. Es muss also, um mit dem Instrumente überhaupt messen zu können,  $v$  unendlich klein, d. h. gleich Null sein. Das giebt aber

$$\int_0^T \frac{(DK^2 - J_t^2)}{m} dt = 0$$

und somit

$$DK^2 \int_0^T dt = \int_0^T J_t^2 dt$$

$$DK^2 = \frac{1}{T} \int_0^T J_t^2 dt.$$

Der Ausdruck auf der rechten Seite dieser Gleichung ist nichts anderes als die Höhe des früher erwähnten Rechteckes, das heisst das Quadrat der effektiven Stromstärke  $J_0$ , und es ist mithin der Beweis geliefert, dass das Dynamometer die effektive Stromstärke ohne Fehler anzeigt, welches auch die Form der Stromkurve sein möge. Die bei der Aichung des Instrumentes mit Gleichstrom bestimmte Konstante gilt mithin auch für Wechselstrom jeder Periodenzahl und Kurvenform.

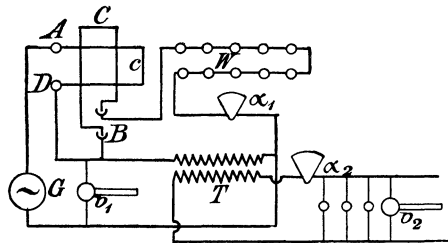


Fig. 85.

Es ist hier zu bemerken, dass die allgemeine Anwendung dieses Satzes auf andere Messinstrumente nur zulässig ist, wenn in diesen Instrumenten die dynamische Wirkung des Stromes in jedem Augenblicke dem Quadrate der Stromstärke genau proportional ist. Enthält ein Messinstrument jedoch Eisen, so ist diese Proportionalität nicht von vornherein gesichert; es kann vielmehr der Fall eintreten, dass durch Hysteresis und Wirbelströme im Eisen diese Proportionalität gestört wird, und dann muss das Instrument für jede Periodenzahl und Kurvenform besonders geaicht werden.

**Das Wattmeter.** Es erübrigt noch, zu ermitteln, ob das Dynamometer, als Wattmeter benutzt, auch bei unregelmässig verlaufenden Wechselströmen die effektive Leistung genau angiebt.

Die Anordnung eines Dynamometers zur Effektmessung ist in Fig. 85 dargestellt.  $C$  ist die bewegliche und  $c$  die feste Spule des

Dynamometers.  $G$  ist die Stromquelle und  $T$  der Apparat, welcher den Strom empfängt; in diesem Falle ein Transformator.

Dynamometer gewöhnlicher Bauart haben bloss zwei Klemmen,  $A$  und  $B$  (oder drei, wenn die feststehende Spule in zwei Theilen angeordnet ist, behufs Vergrösserung des Messbereiches). Soll das Instrument jedoch zu Wattmessungen benutzt werden, so muss die Verbindung zwischen fester und beweglicher Spule noch eine weitere Klemme,  $D$ , erhalten. Der Strom, dessen Effekt man bestimmen will, wird dann durch die feste Spule geleitet, und zwischen die Klemme  $B$  der beweglichen Spule und die Rückleitung wird ein möglichst induktionsloser Widerstand,  $W$ , geschaltet, welcher am besten aus hin und her (nicht spiralförmig) gewickeltem Platinoiddraht oder -Streifen, oder auch aus einer Serie von Glühlampen besteht. In diesen Stromkreis möge auch ein Ampèremeter,  $\alpha_1$ , eingeschaltet sein, jedoch ist dasselbe nicht absolut nothwendig.

Wenn der Widerstand  $W$  sehr gross ist, so kann man ohne erheblichen Fehler annehmen, dass der durch  $\alpha_1$  fliessende Strom der Phase nach mit der zwischen den Klemmen des Generators herrschenden E.M.K., die im Voltmeter  $v_1$  angezeigt wird, übereinstimmt. Mit andern Worten: der durch die bewegliche Spule des Wattmeters fliessende Strom hat keine Phasenverschiebung. Der Strom, welcher durch die feste Spule fliesst, hat jedoch im Allgemeinen Phasenverschiebung, und zwar um so mehr, je grösser die Selbstinduktion des Apparates  $T$  ist. Es sei  $I$  der Primärstrom des Transformators (mit Maximalwerth  $I_m$ ) und  $i$  der Nebenschlussstrom (mit Maximalwerth  $i_m$ ), so ist bei sinusoidalem Verlauf das auf die bewegliche Spule wirkende Drehmoment dem Ausdrucke

$$I_m \sin(\alpha - \varphi) i_m \sin \alpha$$

proportional, wobei  $\alpha$  die zur Zeit herrschende Phase der E.M.K.

und  $\varphi$  die Phasenverschiebung in  $c$  ist. Da  $i_m = \frac{e_m}{W}$  (wobei wir in  $W$  den Widerstand der festen Spule, des Ampèremeters  $\alpha_1$  und der Drahtverbindungen mit einschliessen), so kann obiger Ausdruck auch in der Form geschrieben werden

$$I_m \sin(\alpha - \varphi) \frac{e_m}{W} \sin \alpha.$$

Wird nun durch Drehung des Knopfes die Feder des Dynamometers gespannt, so wird der beweglichen Spule ein Drehmoment

$DK^2$  ertheilt, wobei wie früher  $D$  die Winkelablesung und  $K$  die durch Aichung mit Gleichstrom ermittelte Konstante des Instrumentes ist. Ist  $m$  die auf den Angriffspunkt der Kräfte reducirte Masse der Spule, so ist die ihr ertheilte Beschleunigung

$$\frac{DK^2 - I_m \frac{e_m}{W} \sin(\alpha - \varphi) \sin \alpha}{m}$$

und die nach der Zeit  $t$  erlangte Geschwindigkeit ist

$$v = \frac{1}{m} \int_0^t \left( DK^2 - I_m \frac{e_m}{W} \sin(\alpha - \varphi) \sin \alpha \right) dt,$$

wobei wir voraussetzen, dass zur Zeit  $t=0$  die Geschwindigkeit auch 0 ist. Nun ist aber die Masse der Spule im Vergleich zu den auf sie wirkenden Kräften sehr gross und ferner finden die Aenderungen in der Grösse und Richtung dieser Kräfte so rasch statt, dass die Spule ihnen überhaupt nicht folgen kann, sondern sich ruhig einstellt. Es ist also  $v=0$ , was nur der Fall sein kann, wenn

$$t DK^2 = \int_0^t I_m \frac{e_m}{W} \sin(\alpha - \varphi) \sin \alpha dt$$

oder, wenn wir die Integration über die Zeit einer ganzen Periode ausdehnen,

$$DK^2 = \frac{I_m e_m}{W T} \int_0^T \sin(\alpha - \varphi) \sin \alpha dt,$$

oder mit einer kleinen Umformung

$$DK^2 = \frac{I_m e_m}{W} \int_0^{2\pi} \sin(\alpha - \varphi) \sin \alpha \frac{d\alpha}{2\pi}.$$

Die Auflösung des Integrales ergibt aber  $\frac{\cos \varphi}{2}$  und wir erhalten somit

$$DK^2 = \frac{1}{W} \frac{I_m e_m}{2} \cos \varphi$$



oder mit Einführung der effektiven anstatt der Maximalwerthe

$$D K^2 = \frac{1}{W} I e \cos \varphi.$$

Nun ist aber  $I e \cos \varphi$  nach den früheren Ausführungen nichts anderes als die Leistung, welche dem Apparate zugeführt wird, und wir sehen damit, dass dieselbe durch das Produkt  $W D K^2$  dargestellt wird, wobei bedeutet

$D$  die Ablesung am Dynamometer (oder in diesem Falle am Wattmeter) in Graden,

$K$  die bei Aichung mit Gleichstrom bestimmte Konstante, so dass  $K\sqrt{D} = i$ ,

$W$  den gesammten Widerstand im Nebenschluss in Ohm.

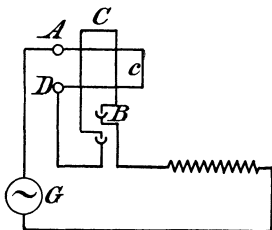


Fig. 86.

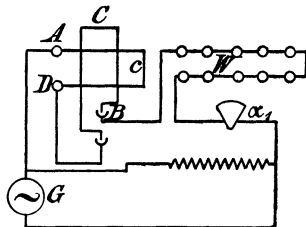


Fig. 87.

Man kann nun das Instrument in der in Fig. 85 gezeichneten Weise als Wattmeter benutzen und nebenbei noch zwei andere Beobachtungen machen, indem man es zur Strommessung als Dynamometer schaltet, d. h. die Klemmen  $A$  und  $B$ , nicht aber  $D$  gebraucht. Man ändert die Schaltung so, dass man zuerst den Hauptstrom  $I$  misst (Fig. 86) und dann den Nebenstrom  $\frac{e}{W}$  (Fig. 87). Dabei setzen wir voraus, dass die in Schaltung Fig. 86 durch die bewegliche Spule hinzugekommene Selbstinduktion gegenüber der Selbstinduktion des Apparates verschwindend klein ist und dass der Widerstandszuwachs bei Schaltung Fig. 87 gegen den Vorschaltwiderstand  $W$  auch verschwindend klein ist; mit andern Worten, dass im Messinstrumente selbst weder Effektverlust durch ohmischen Widerstand, noch Phasenverschiebung durch Selbstinduktion hervorgerufen wird. Man misst dann in der Schaltung Fig. 86 den Hauptstrom  $I$ , wobei die Ablesung  $D_1$  sein möge,

$$K\sqrt{D_1} = I,$$

und in der Schaltung Fig. 87 den Nebenstrom  $\frac{e}{W}$ , wobei die Ablesung  $D_2$  sein möge,

$$K\sqrt{D_2} = \frac{e}{W}.$$

Aus diesen beiden Gleichungen erhält man durch Multiplikation

$$K^2\sqrt{D_1 D_2} = I \frac{e}{W}.$$

Die frühere Gleichung

$$K^2 D = I \frac{e}{W} \cos \varphi$$

damit verbunden, giebt

$$\cos \varphi = \frac{D}{\sqrt{D_1 D_2}}.$$

Man kann also durch drei Messungen mit demselben Instrumente (einmal als Wattmeter und zweimal als Dynamometer benutzt) die Phasenverschiebung bestimmen, wobei bloss die drei Winkelablesungen maassgebend sind. Die Konstante des Instrumentes und den Vorschaltwiderstand braucht man nicht zu kennen.

**Messung von unregelmässigen Strömen.** Wir haben bisher angenommen, dass Strom und Spannung nach dem Sinusgesetz verlaufen. Es ist jedoch leicht einzusehen, dass die Effektmessung mittels des Wattmeters (Schaltung Fig. 85) auch dann vollkommen genaue Resultate giebt, wenn Strom und Spannung nach ganz beliebigen Gesetzen verlaufen. Die in der Zeit  $T$  vom Strome geleistete Arbeit ist

$$\int_0^T I e dt = W \int_0^T I i dt,$$

wobei sowohl der Hauptstrom  $I$  als auch der Strom  $i$  im Nebenschluss irgend welche beliebige Funktion der Zeit sein kann. Das der Spule bei der Torsion  $D$  ertheilte Drehmoment ist  $D K^2 - I i$ . Dieses ändert sich von Augenblick zu Augenblick und würde bei genügend kleiner Periodenzahl ( $T$  gross) und kleiner Masse der Spule ein Hin- und Herschwingen derselben hervorrufen. Die Masse der Spule ist jedoch genügend gross und  $T$  genügend klein, dass keine sichtbare Bewegung der Spule eintritt. Das Integral der Beschleunigung über die Zeit einer Periode genommen, muss daher 0 sein, d. h.

$$\int_0^T \left( \frac{D K^2 - I i}{m} \right) dt = 0$$

$$T D K^2 = \int_0^T I i dt$$

$$W D K^2 = \frac{W}{T} \int_0^T I i dt.$$

Nun ist  $W \int_0^T I i dt$ , wie oben ausgeführt, die in der Zeit  $T$  geleistete Arbeit, mithin ist  $\frac{W}{T} \int_0^T I i dt$  die Leistung und wir finden somit, dass die mittels des Wattmeters gemessene Leistung

$$W D K^2 = P$$

wirklich die durch den Wechselstrom übertragene Leistung ist, was immer die Form der Strom- und Spannungskurven sein möge.

Aus dieser Formel sieht man, dass zur Bestimmung der Leistung der Widerstand  $W$  genau bekannt sein muss. Besteht derselbe aus Platinoid oder einem ähnlichen Metall mit sehr kleinem Temperaturkoeffizienten, so verursacht diese Bedingung keine Schwierigkeit. Wird jedoch eine Serie von Glühlampen als Widerstand verwendet, so ist letzterer nicht konstant, sondern hängt von  $e$  ab. Man kann nun zur Bestimmung von  $W$  auf zwei Arten verfahren. Nach der einen Methode beobachtet man gleichzeitig die Ablenkung  $D$  am Wattmeter, den Strom  $i$  am Ampèremeter  $\alpha_1$ , und die Spannung am Voltmeter  $v_1$ . Die zwei letzten Beobachtungen geben  $W = e : i$ , so dass die Leistung durch die Formel

$$P = \frac{e}{i} D K^2$$

ausgedrückt wird. Nun ist die gleichzeitige Beobachtung von drei Größen etwas umständlich, und um sich die Arbeit zu erleichtern, kann man die zweite Methode verwenden, nach welcher man den Lampenwiderstand vorher aicht, indem man die Werthe von  $W$  als Funktion von  $e$  bestimmt, und in einer Kurve aufträgt. Dann braucht man bei der Effektmessung nur  $D$  und  $e$  abzulesen, und entnimmt

den zu  $e$  gehörigen Werth von  $W$  aus der Kurve. Die Aichung kann mit Gleichstrom geschehen und das Ampèremeter  $\alpha_1$  kann dann entfernt oder kurz geschlossen werden, wodurch auch die Bedingung der Induktionslosigkeit des Nebenschlusses leichter erfüllbar wird.

Bei der Schaltung Fig. 85 fliesst durch das Wattmeter nicht nur die Leistung, welche dem Transformator  $T$  zugeführt wird, sondern auch die im Nebenschluss aufgewendete Leistung. Diese Schaltung ist also anzuwenden, wenn es sich darum handelt, die gesammte von dem Generator gelieferte Leistung zu messen. Will man jedoch bloss die Leistung messen, welche dem Transformator zugeführt wird, so muss man die Schaltung dahin abändern, dass der Nebenschluss nicht von  $B$ , sondern von  $A$  abgezweigt wird. Fig. 88.

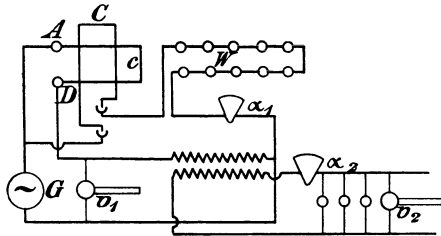


Fig. 88.

Dann fliesst durch  $c$  bloss der Primärstrom des Transformators, und die im Widerstand  $W$  aufgezehrte Leistung wird nicht mitgemessen.

Die Messung  $W D K^2 = P$  giebt genau die den Primärklemmen des Transformators zugeführte Leistung. Besteht die Belastung aus Glühlampen, so stellt das Produkt von Strom und Spannung im sekundären Stromkreise die abgegebene Leistung dar. Man misst also am Ampèremeter  $\alpha_2$  den Strom  $i_2$  und am Voltmeter  $v_2$  die Spannung  $e_2$ , und findet den Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{i_2 e_2}{W D K^2}.$$

Bei Effektmessungen, die an hochgespannten Strömen gemacht werden, ist es nothwendig, die Schaltung so auszuführen, dass keine grossen Potentialdifferenzen im Wattmeter selbst auftreten können. Die in Fig. 89 dargestellte Schaltung ist mit jener der Fig. 88 theoretisch gleichwerthig; praktisch ist jedoch letztere vorzuziehen, da zwischen den beiden Spulen  $C$  und  $c$  nur eine ganz unbedeutende Potentialdifferenz herrscht, während in Fig. 89 zwischen diesen

Spulen die volle Potentialdifferenz des Generators auftritt. In diesem Falle ist also ein Durchschlagen der Isolation zu befürchten. Die Schaltung Fig. 88 ist auch deshalb vorzuziehen, weil man, ohne die Isolation des Wattmeters anzustrengen, irgend eine seiner Klemmen an Erde legen und sich so gegen Unfälle bei Berührung des Instrumentes schützen kann.

Bei Ableitung der Theorie des Wattmeters wurde betont, dass der Nebenschlusswiderstand im Vergleich zur Selbstinduktion des Instrumentes so gross ist, dass man die Phasenverschiebung des Nebenschluss-Stromes als gleich 0 annehmen kann. Diese Bedingung kann natürlich nie mit mathematischer Strenge erfüllt sein, denn die im Dynamometer gemessene mechanische Kraft beruht ja auf der Wechselwirkung zwischen Strom und Magnetfeld und bedingt somit das Vorhandensein einer gewissen Selbstinduktion; aber bei sorg-

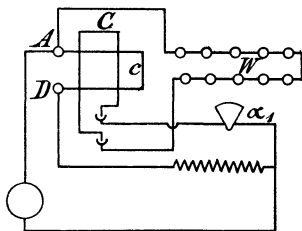


Fig. 89.

fältiger Ausführung des Instrumentes ist dieselbe so klein, dass sie vernachlässigt werden kann. Es ist übrigens ganz leicht, für die Selbstinduktion des Instrumentes eine Korrektion einzuführen.

Es sei Fig. 90  $Oe$  die Klemmenspannung und  $Oi$  der Hauptstrom. Die Phasenverschiebung sei  $\varphi$ , so dass

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{2\pi \sim L}{W},$$

wobei  $2\pi \sim L$  die Reaktanz und  $W$  der Widerstand des Hauptstromkreises ist. Die Leistung ist  $Oi \times Oa$ .

Wenn das Wattmeter absolut keine Induktanz hätte, so würde der Nebenstrom mit  $Oe$  zusammenfallen; infolge der Induktanz jedoch bleibt der Nebenstrom um den Winkel  $\psi$  zurück und nimmt die Lage  $Oi_0$  ein. Sei  $w$  der Widerstand des Nebenschlusses und  $l$  sein Selbstinduktions-Koeffizient, so ist

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{2\pi \sim l}{w}.$$

Infolge der Phasenverschiebung  $\psi$  zeigt das Wattmeter nicht die wirkliche Leistung  $O i \times O a$ , sondern die scheinbare Leistung  $O i \times O c$  an, und um aus der Ablesung die wirkliche Leistung zu finden, müssen wir die Ablesung mit dem Verhältnis  $\frac{O a}{O c}$  multiplizieren. Ist also  $P'$  die scheinbare Leistung, die wir am Wattmeter ablesen, so ist die wahre Leistung

$$P = P' \times \frac{O a}{O c}.$$

Nun ist  $O a = O e \times \cos \varphi$  und  $O c = O b \times \cos(\varphi - \psi) = O e \times \cos \psi \cos(\varphi - \psi)$  und mithin

$$P = P' \frac{\cos \varphi}{\cos \psi \cos(\varphi - \psi)}.$$

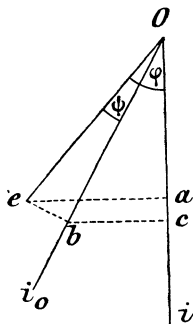


Fig. 90.

Da der Winkel  $\psi$  eine Konstante des Instrumentes ist, so kann man ihn ein für alle Mal vorausbestimmen. Die Phasenverschiebung  $(\varphi - \psi)$  zwischen Haupt- und Nebenstrom kann man aus

$$\cos(\varphi - \psi) = \frac{D}{\sqrt{D_1 D_2}}$$

bestimmen und mithin auch die Phasenverschiebung  $\varphi$  zwischen der E.M.K. und dem Hauptstrom. Das Korrektionsglied in der Gleichung für  $P$  ist also ganz leicht bestimmbar. Wir können dasselbe auch in die Form bringen

$$\frac{1 + \operatorname{tg}^2 \psi}{1 + \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \psi}.$$

Ist  $\psi < \varphi$ , so wird dieser Ausdruck kleiner als 1 und die am Wattmeter abgelesene Leistung ist grösser als die wirkliche Leistung.

Ist jedoch  $\varphi$  sehr klein (z. B. bei Belastung des Transformators mit Glühlampen) und  $\psi$  verhältnismässig gross, so kann es kommen, dass  $\psi > \varphi$  ist, und dann giebt das Wattmeter einen geringeren als den wirklichen Werth der Leistung an. Das Gleiche ist der Fall, wenn der Nebenstromkreis erhebliche Kapazität hat und so  $\psi$  negativ wird.

Für zwei besondere Werthe von  $\psi$  wird das Korrektionsglied gleich 1 und das Wattmeter giebt die wahre Leistung an; erstens wenn  $\psi = 0$ , d. h. wenn das Instrument so genau gearbeitet ist, dass bei einem sehr grossen Widerstand im Nebenschluss noch genaue Ablesung möglich ist; zweitens wenn  $\psi = \varphi$ , d. h. wenn die Phasenverschiebung im Nebenschluss genau gleich ist jener im Hauptstromkreise. Der in der Praxis am häufigsten vorkommende Fall ist, dass  $\psi$  einen positiven und sehr kleinen Werth hat, und dass  $\varphi > \psi$  ist. Dann ist das Korrektionsglied kleiner als 1 und erreicht sein Minimum für  $\psi = \frac{\varphi}{2}$ . Die grösste mögliche Korrektion ist

dann  $\frac{\cos \varphi}{\cos \frac{\varphi}{2}}$  und dieser Ausdruck giebt uns auch die Fehlergrenze,

wenn man die Korrektion vernachlässigt. Die folgende Tabelle zeigt diese Grenzwerte für verschiedene Werthe der Phasenverschiebung  $\varphi$ .

$\varphi$	Abgelesene Leistung	Die wirkliche Leistung ist gleich oder grösser als	Der Fehler ist gleich oder kleiner als
$5^\circ$	1000 Watt	998,5 Watt	0,15 %
$10^\circ$	1000 -	994,6 -	0,54 %
$15^\circ$	1000 -	982,7 -	1,73 %
$20^\circ$	1000 -	968,8 -	3,12 %
$25^\circ$	1000 -	950,8 -	4,92 %
$30^\circ$	1000 -	928,2 -	7,18 %

**Andere Methoden der Effektmessung.** Ein sorgfältig konstruirtes Wattmeter ist entschieden das bequemste und genaueste Instrument zur Effektmessung. Wenn man jedoch ein solches nicht zur Hand hat, kann man sich auch anderer, allerdings nicht ebenso bequemer Methoden bedienen. Dabei sind zwei Fälle zu unterscheiden: a) die Energie wird im Messapparate selbst in Wärme umgesetzt; b) sie muss gemessen werden, während sie den Messapparat durchfliesst und an einer anderen Stelle in Wärme umgesetzt oder sonstwie verwerteth wird. Man kann diese zwei Arten

der Messungen als Absorptions- und Transmissionsmethoden bezeichnen.

Als Beispiel der Absorptionsmethode möge die Messung der von einem Wechselstromgenerator abgegebenen Energie dienen. Die Maschine arbeitet auf einen metallischen Widerstand, der nicht induktionsfrei zu sein braucht, jedoch aus einem Material bestehen soll, welches einen möglichst kleinen Temperatur-Koeffizienten hat (Platinoid, Manganin, Nickel etc.). Zur Messung gebraucht man ein genaues Ampèremeter und eine Wheatstonesche Brücke. Man beobachtet den Strom bei Dauerbetrieb, d. h. nachdem der Widerstand seine höchste Temperatur erreicht hat, und stellt dann den Betrieb ein. So schnell als möglich darauf misst man den Widerstand auf der Brücke und wiederholt die Messung in Intervallen von etwa 10 Sekunden, um das Gesetz der Abnahme des Widerstandes in gleichen Zeitintervallen zu ermitteln. Der Widerstand wird dann als Funktion der Zeit in einer Kurve aufgetragen, und diese nach rückwärts verlängert, bis zu dem Zeitpunkte, wo der Strom unterbrochen wurde. Die zugehörige Ordinate giebt den wirklichen Widerstand  $W$ , den der Strom  $i$  zu überwinden hatte, und die Leistung kann dann nach der Formel  $P = i^2 W$  berechnet werden. Bei zweckmässiger Einstellung der Brücke und Anordnung der Schalter kann man rasch arbeiten und so einen sehr hohen Grad von Genauigkeit in der Messung erzielen.

Ein anderes Beispiel der Absorptionsmethode ist die Messung der in einem Transformator verlorenen Leistung mittels Temperaturbeobachtungen. Man misst bei Dauerbetrieb die Temperaturerhöhung des Transformators, schaltet dann den Wechselstrom ab und sendet durch die Hochspannungsspule einen Gleichstrom, dessen Stärke so regulirt wird, dass die Temperaturerhöhung die gleiche bleibt. Die durch den Gleichstrom zugeführte Leistung ist dann gleich jener, welche früher bei Betrieb mit Wechselstrom im Transformator verloren ging. Die Leistung des Gleichstromes kann durch Spannung und Strommessung leicht bestimmt werden. Zur Temperaturmessung empfiehlt es sich, ein Weingeistthermometer zu verwenden, da im Quecksilber durch das Wechselstromfeld Wirbelströme entstehen und so die Angabe des Quecksilberthermometers ungenau wird. Diese Methode der Messung ist zeitraubend und erfordert viel Uebung und persönliche Geschicklichkeit, um einigermaassen genaue Resultate zu geben.



Unter den Transmissionsmethoden sind zu erwähnen die Messung mittels Wattmeter, die oben schon behandelt wurde, und die sogenannte „Drei-Voltmeter-Methode“ von Ayrton, und „Drei-Amperemeter-Methode“ von Fleming.

Drei-Voltmeter-Methode. In Fig. 91 ist  $G$  der Generator,  $\alpha$  ein Ampereometer,  $W$  ein induktionsloser Widerstand, und  $T$  der Transformator. Ein Voltmeter wird zwischen die Hauptleitungen gelegt, um die gesammte Spannung  $e$  anzugeben, ein anderes Volt-

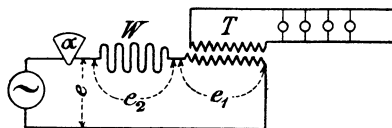


Fig. 91.

meter wird mit den Klemmen der Primärspule von  $T$  verbunden, und zeigt die Spannung  $e_1$  an, und ein drittes Voltmeter zeigt die Spannung  $e_2$  zwischen den Klemmen des Widerstandes an. Statt drei besondere Voltmeter zu benutzten, kann man auch ein einziges verwenden, welches durch eine entsprechende Wippe in rascher Reihenfolge mit den betreffenden Punkten des Stromkreises verbunden wird, so dass die Werthe  $e, e_1, e_2$  mit dem gleichen Instrument beobachtet werden. Diese Einrichtung ist nicht nur einfacher, sondern auch genauer, weil Aichungsfehler weniger schwer ins Gewicht fallen. Das Vektordiagramm ist in Fig. 92 dargestellt.  $OI$  ist der Strom,  $OE_1 = e_1$  ist die Spannung zwischen den Klemmen des Transformators und  $E_1E = e_2$  jene zwischen den Klemmen des Widerstandes. Da letzterer induktionslos ist, muss  $E_1E$  der Linie  $OI$  parallel sein.  $OE = e$  ist die Gesamtspannung. Die Wattkomponente der Klemmenspannung  $e_1$  ist  $e_w = OA$  und die Leistung ist  $OI \times OA$ . Da nun der Transformator Induktanz hat, so ist  $E_1A = EB = e_s$ , d. h. gleich der E.M.K. der Selbstinduktion, und es bestehen die Gleichungen

$$e_s^2 = e_1^2 - e_w^2$$

$$e_s^2 = e^2 - (e_w + e_2)^2,$$

woraus durch einfache Umrechnung folgt

$$e_w = \frac{e^2 - e_1^2 - e_2^2}{2e_2}.$$



um so grösseren Fehler im Resultat erzeugen muss, je näher der Kreis  $e_1$  an  $O$  oder an  $e$  liegt. Die Konstruktion wird offenbar am genauesten, wenn  $e_1$  ungefähr den halben Radius von  $e$  hat. Es empfiehlt sich also, den Widerstand  $W$  so zu wählen, dass  $e_2$  von  $e_1$  nicht sehr verschieden ist. Es muss dann  $e$  erheblich grösser als  $e_1$  sein, d. h. man muss eine Stromquelle zur Verfügung haben, welche eine erheblich höhere Spannung giebt, als der zu untersuchende Apparat braucht. Wo man eine entsprechende Maschine zur Verfügung hat oder durch Herauftransformiren die Spannung entsprechend erhöhen kann, ist die eben beschriebene Methode sehr bequem und genau; hat man aber weder eine Maschine noch einen Transformator zur Erzeugung der höheren Spannung, so ist diese Methode nicht anwendbar, und man muss die

Drei-Ampèremeter-Methode verwenden. Das ist eine von Dr. Fleming angegebene Abänderung der Ayrton'schen Methode und wird besonders dann mit Vortheil angewendet, wenn man den Strom von einem Electricitätswerk unter der Spannung

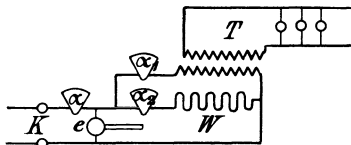


Fig. 93.

bezieht, für welche der Transformator gebaut ist. Die Anordnung ist in Fig. 93 dargestellt.  $K$  sind die Klemmen der Stromzuleitung,  $\alpha$  ist ein Ampèremeter, welches den Gesamtstrom anzeigt, und  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  sind Ampèremeter, welche seine beiden Komponenten anzeigen.  $W$  ist ein induktionsloser Widerstand, und  $T$  ist der zu untersuchende Transformator. In Fig. 94 ist  $OE$  der Spannungsvektor,  $i_1$  der Primärstrom von  $T$  und  $i_w$  seine Wattkomponente;  $i_2$  ist der Strom in  $W$ , dessen Vektor zu  $OE$  natürlich parallel ist. Dann muss offenbar

$$i_1^2 - i_w^2 = i^2 - (i_w + i_2)^2$$

sein, woraus die Leistung

$$e i_w = P = \frac{e}{2} \frac{(i^2 - i_1^2 - i_2^2)}{i_2}.$$

Kennt man den Widerstand  $W$  genau, so braucht man  $e$  nicht zu messen und kann die Leistung nach der Formel berechnen

$$P = \frac{W}{2} (i^2 - i_1^2 - i_2^2).$$

Auch hier empfiehlt es sich, zur Erzielung grösstmöglicher Genauigkeit dem Widerstand  $W$  einen solchen Werth zu geben, dass  $i_2$  von  $i_1$  nicht zu sehr verschieden ausfällt.

Bei der Ableitung beider Methoden haben wir das Vektordiagramm benützt und stillschweigend die Voraussetzung gemacht, dass die Spannung sowohl als auch der Strom Sinusfunktionen sind. Es fragt sich nun, ob diese Methoden auch dann anwendbar bleiben, wenn Strom und Spannung nicht nach dem Sinusgesetz, sondern nach irgend einer Funktion der Zeit variiren. Dass das Wattmeter

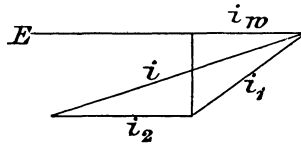


Fig. 94.

für alle Ströme genaue Resultate giebt, wurde schon bewiesen, und da man bei gleichzeitiger Messung mit dem Wattmeter und nach einer der anderen hier besprochenen Methoden immer zu denselben Resultaten kommt, so zeigt dieses, dass diese Methoden auch für Ströme aller Formen anwendbar sind. Es lässt sich das übrigens auch noch ganz allgemein beweisen. Für unseren Zweck genügt es, diesen Beweis für die Drei-Voltmeter-Methode zu führen; seine Anwendung auf die Drei-Ampèremeter-Methode kann dem Leser überlassen bleiben. Bezeichnen wir mit kleinen Buchstaben die temporären Werthe von Strom und Spannung, so ist zu irgend einer Zeit  $t$

$$e = e_1 + e_2$$

$$i = \frac{e_2}{W}.$$

Die in diesem Augenblicke durch den Apparat fließende Leistung ist

$$p = i e_1 = \frac{e_1 e_2}{W}.$$

Da  $e^2 = e_1^2 + 2 e_1 e_2 + e_2^2$ , so ist

$$e^2 = e_1^2 + 2pW + e_2^2$$

und mithin

$$p = \frac{1}{2W} (e^2 - e_1^2 - e_2^2).$$

Die in der Zeit einer Periode geleistete Arbeit ist  $\int_0^T p \, dt$  und mithin die effektive Leistung

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p \, dt$$

$$P = \frac{1}{2W} \frac{1}{T} \left( \int_0^T e^2 \, dt - \int_0^T e_1^2 \, dt - \int_0^T e_2^2 \, dt \right).$$

Nun sind aber die Ausdrücke von der Form  $\frac{1}{T} \int_0^T e^2 \, dt$  nichts

anderes als die quadratischen Mittelwerthe der Spannungen, d. h. die Quadrate der an den Voltmetern abgelesenen sog. effektiven Spannungen. Bezeichnen wir jetzt diese mit den Buchstaben  $e$ ,  $e_1$  und  $e_2$ , so finden wir den gleichen Ausdruck für die Leistung, der unter Benützung des Vektordiagrammes abgeleitet wurde, nämlich

$$P = \frac{1}{2W} (e^2 - e_1^2 - e_2^2).$$

Da dieses Resultat unter der Annahme erhalten worden ist, dass die Strom- und Spannungskurven von ganz beliebiger Form sind, so ist damit der Beweis geliefert, dass die Drei-Voltmeter-Methode in allen Fällen anwendbar ist.

**Die Prüfung von Transformatoren.** Mittels der verschiedenen hier angegebenen Messmethoden kann man Leistung und Wirkungsgrad eines Transformators bestimmen, vorausgesetzt, dass eine geeignete Stromquelle und ein Apparat zur Aufnahme des sekundären Stromes zur Verfügung steht. Da jedoch der Wirkungsgrad der Transformatoren meist sehr hoch ist, so macht seine unmittelbare Bestimmung aus der zugeführten und wiedergewonnenen Leistung insofern Schwierigkeiten, als kleine Fehler bei der Messung dieser Leistungen ziemlich grosse Fehler im berechneten Verhältnis beider hervorbringen können. Denken wir uns z. B., dass die wirklich zugeführte Leistung 100 und die wirklich abgegebene Leistung 97 sei,

dass man aber bei beiden Messungen einen Fehler von 1 % macht, und zwar negativ im ersten und positiv im zweiten Fall. Man würde also messen: Zugeführte Leistung 99; wiedergewonnene Leistung 98. Nach dieser Messung würde der Wirkungsgrad scheinbar 99 % sein, anstatt 97 %, wie es wirklich der Fall ist. Um den Einfluss von Messfehlern möglichst zu vermindern, empfiehlt es sich daher, den Wirkungsgrad nicht direkt durch Messung der zu- und abgeführten Leistung zu bestimmen, sondern auf folgende Weise zu verfahren: Man misst zwei gleiche Transformatoren zusammen, und zwar in der Weise, dass die aus dem ersten Transformator entnommene Leistung zur Speisung des zweiten verwendet wird und die aus dem zweiten Transformator entnommene Leistung unter Zusatz von Leistung, welche von einer äusseren Stromquelle geliefert wird, die Speisung

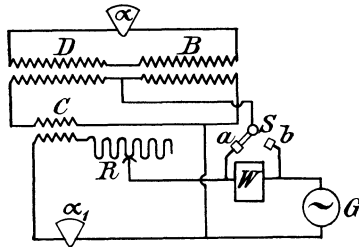


Fig. 95.

des ersten Transformators besorgt. Es handelt sich hier also gewissermassen um eine Cirkulation von Leistung zwischen den beiden Transformatoren, wobei bloss der Leistungsverlust von aussen her gedeckt wird. Man misst dann die gesammte cirkulirende Leistung und den Leistungsverlust. Da letzterer verhältnissmässig klein ist, so haben Fehler bei der Messung auf das Endresultat weniger Einfluss als bei der direkten Methode. Die Anordnung ist in Fig. 95 dargestellt. *D* und *B* sind die beiden zu prüfenden Transformatoren, und *C* ist ein kleiner Zusatztransformator, welcher die Circulation des Stromes durch die Primärspulen bewerkstelligt. In den primären Stromkreis von *C* wird ein induktionsloser Rheostat *R* geschaltet, damit man durch Verschieben des Kontaktes im Stande ist, die Zusatz-E.M.K. im primären Stromkreis der Haupttransformatoren so zu regeln, dass der normale Sekundärstrom durch das Ampèremeter  $\alpha$  fliesst. Die Schaltung der Transformatoren *D* und *B* muss natürlich derart gemacht werden, dass die E.M.-Kräfte sich entgegenwirken.

Würde man nun bloss den Transformator  $C$  anschliessen und durch den Generator  $G$  betreiben, so könnte man allerdings die vollen Stromstärken in den Transformatoren  $D$  und  $B$  erzielen, aber nicht die richtige Klemmenspannung. Um diese zu erhalten, muss der Generator in der gezeichneten Weise mit den Primärspulen von  $D$  und  $B$  verbunden werden. Würde man nun den Transformator  $C$  durch Ausschalten des Rheostaten unwirksam machen und seine Sekundärspule kurz schliessen, so würde die Maschine  $G$  nur den Leerlaufstrom für beide Transformatoren zu liefern haben und, da beide genau gleich sind, würde kein Strom in  $\alpha$  angezeigt werden. Schaltet man nun  $C$  ein, so bleibt die Klemmenspannung an  $D$  und  $B$  bestehen; es fliesst aber Effekt von einem Transformator zum andern, und  $\alpha$  zeigt einen Strom an. Nun stellt man den Rheostaten so ein, dass dieser Strom den normalen Werth hat. Dann sind beide Transformatoren mit der normalen Spannung und der normalen Stromstärke belastet. Man schaltet nun ein Wattmeter  $W$  in die Zuleitung vom Generator ein und misst die Leistung, welche gebraucht wird, um alle Verluste zu decken. Diese sind: Stromwärme in  $R$  und Verluste in  $D$ ,  $B$  und  $C$ . Da man den Wirkungsgrad des kleinen Zusatztransformators kennt, so lässt sich der Verlust in demselben berechnen, wenn man die zugeführte Leistung kennt. Mit dem Wattmeter ist ein Schalter  $S$  verbunden. Steht der Schalthebel auf dem Kontakt  $a$ , so misst das Wattmeter die gesammte von der Maschine abgegebene Leistung; dieselbe sei  $P_1$ . Steht der Hebel auf  $b$ , so misst das Wattmeter die Leistung, welche dem Transformator  $C$  und Rheostaten  $R$  zugeführt wird; dieselbe sei  $P_c$ . Der Primärstrom  $i$  von  $C$  wird an  $\alpha_1$  abgelesen. Bedeutet  $w$  den Widerstand des Rheostaten bei der entsprechenden Stellung seines Schleifkontaktes, so ist die Leistung, welche  $C$  erhält,  $P_c - i^2w$ . Ist  $\eta'$  der Wirkungsgrad des kleinen Transformators, so giebt er  $\eta' (P_c - i^2w)$  sekundär ab. Die Maschine giebt primär an die beiden Transformatoren  $P_1 - P_c$  und somit ist der Verlust in den beiden Transformatoren  $D$  und  $B$

$$P_v = P_1 - P_c + \eta' (P_c - i^2w).$$

Es sei  $P$  die Leistung und  $\eta$  der Wirkungsgrad des Transformators  $D$ . Es erhält also  $D$  primär  $P$  Watt und giebt  $\eta P$  Watt ab.  $B$  erhält  $\eta P$  Watt und giebt an den Hochspannungsklemmen  $\eta^2 P$  Watt ab. Wir haben also

$$P_v = P - \eta^2 P$$

$$\eta = \sqrt{\frac{P - P_v}{P}}$$

Aus dieser Gleichung sieht man, dass ein mässiger Fehler in der Messung von  $P_v$  nur einen sehr kleinen Fehler in der Bestimmung des Wirkungsgrades hervorrufen kann. Nach unserem früheren Beispiel würde für  $P=100$   $P_v = 6$  sein. Wenn wir genau messen, so bekommen wir  $\eta = \frac{1}{10} \sqrt{94} = 0,9695$ . Nehmen wir nun an, dass wir wie früher in der Bestimmung der Gesamtleistung einen Fehler von 1 % und in der Bestimmung der Verluste  $P_v$  sogar einen Fehler von 5 % machen, so kann der Fehler in der Berechnung des Wirkungsgrades höchstens  $\frac{1}{4}$  % betragen. Diese Methode, den Wirkungsgrad zu bestimmen, ist also viel genauer als die Methode der direkten Messung. Sie hat übrigens noch zwei Vortheile; erstens braucht man keinen Widerstand oder anderen Apparat, welcher die ganze von der Sekundärspule abgegebene Leistung aufzunehmen im Stande ist, und zweitens braucht die Stromquelle nur stark genug zu sein, um die Verluste zu decken. Beides sind wesentliche Vortheile, wenn es sich um die Untersuchung von grossen Transformatoren handelt.

Die Erwärmung wird am besten auf folgende Art bestimmt. Man bringt die Transformatoren durch Erhitzen in einem heissen Raume oder mittels Gleichstroms auf die voraussichtliche Endtemperatur und betreibt sie dann mit Wechselstrom unter Anwendung der Schaltung Fig. 95. Die Temperatur wird dann mittels Weingeistthermometer von Zeit zu Zeit gemessen, und die Werthe werden als Funktion der Zeit graphisch aufgetragen, wobei die Messungen so lange fortgesetzt werden, bis die Temperaturkurve horizontal verläuft.

Wenn Wechselstrom aus einem Elektrizitätswerk zur Verfügung steht, kann die vorhergehende Erwärmung unterbleiben. Die Transformatoren werden dann gleich von Anfang an nach Fig. 95 eingeschaltet und bleiben so lange im Betrieb, bis die Endtemperatur erreicht ist. Der Spannungsabfall wird entweder direkt bei Belastung und unter den normalen Betriebsverhältnissen bestimmt, oder man kann nach der im 6. Kapitel angegebenen Methode verfahren. Letzteres ist einfacher und genauer.



Die Isolationsmessungen macht man am besten, nachdem die Endtemperatur erreicht ist; auch empfiehlt es sich, die Widerstandsfähigkeit der Isolirung dadurch zu prüfen, dass man bei sonst vollkommen von Erde isolirten Stromkreisen vorübergehend folgende Verbindungen ausführt: a) eine Primärklemme mit einer Sekundärklemme, b) eine Primärklemme mit Erde, c) eine Sekundärklemme mit Erde.

**Untersuchung von Blechen.** Die für solide Eisenstäbe üblichen Methoden zur Bestimmung der Permeabilität und der Hysteresisschleife sind bei Blechen nicht gut anwendbar, weil es nicht leicht möglich ist, einen zuverlässigen magnetischen Kontakt zwischen dem Muster und den übrigen Theilen des Apparates herzustellen. Man kann allerdings mittels der ballistischen Methode die Hysteresisschleife von ringförmig ausgestanzten Blechen bestimmen, aber das erfordert die Herstellung einer Wickelung für jedes Muster und giebt das Resultat nur indirekt. Was man bestimmen muss, ist die Hysteresisarbeit bei der normalen Periodenzahl. Die ballistische Methode giebt die Hysteresisschleife bei schrittweiser Aenderung der Induktion. Aus dieser Schleife kann die Hysteresisarbeit berechnet werden, nicht jedoch die Verluste durch Wirbelströme. Es ist deshalb besser, die Eisenverluste unmittelbar mittels Wattmeters zu messen, indem man ein bekanntes Gewicht von Blechen der Induktion, und zwar bei normaler Periodenzahl aussetzt. Dabei wird natürlich die Leistung, welche in Wirbelströmen verloren geht, mit gemessen. Die Permeabilität kann auf diese Weise nicht gemessen werden, sie lässt sich jedoch rechnerisch mit ziemlich guter Annäherung aus dem Leistungsfaktor fertiger Transformatoren unter Berücksichtigung des Leerlaufstromes bestimmen. Transformatoren, welche zu dieser Messung dienen sollen, dürfen aber natürlich keine Stossfugen haben.

Eine sehr einfache Methode, Bleche zu prüfen, besteht darin, dass man die Musterbleche in der für den Transformator nöthigen Form ausstanzt und in eine Spule einbaut. In den Stromkreis wird ein Wattmeter eingeschaltet und die Leerlaufleistung bestimmt. Die Induktion findet man aus der Klemmenspannung, Periodenzahl, der Windungszahl und dem Eisenquerschnitt nach der Formel

$$E = 4,44 \sim n A \mathfrak{B} 10^{-8},$$

wobei der Widerstand der Spule, der ausserordentlich klein gemacht

werden kann, vernachlässigt wird. Der Gesamtverlust setzt sich zusammen aus dem Hysteresisverlust und dem Wirbelstromverlust. Bleibt die Induktion bei wechselnder Periodenzahl konstant, so variirt der Wirbelstromverlust mit dem Quadrate der Periodenzahl. Man kann ihn also vom Hysteresisverlust getrennt bestimmen, wenn man  $E$  verhältnismässig mit  $\sim$  variirt und jedesmal den Gesamtverlust bestimmt. Nehmen wir an, dass wir zwei Messungen machen bei den Periodenzahlen  $\sim_1$  und  $\sim_2$  und dabei die Verluste  $P_1$  und  $P_2$  finden, so ist


$$\begin{aligned} P_1 &= h \sim_1 + f \sim_1^2 \\ P_2 &= h \sim_2 + f \sim_2^2. \end{aligned}$$

wobei  $h$  und  $f$  Koeffizienten sind, die von der Hysteresis und den Wirbelströmen abhängen. Diese Koeffizienten können aus den zwei Gleichungen bestimmt werden; man findet dann die Werthe der Hysteresis- und Wirbelstromverluste getrennt

$$\begin{aligned} P_h &= h \sim_1 \\ P_f &= f \sim_1^2 \end{aligned}$$

für die Periodenzahl  $\sim_1$  und in gleicher Weise für jede andere Periodenzahl.

Bei der eben beschriebenen Methode der Untersuchung ist vorausgesetzt, dass die Musterbleche in der Form ausgestanzt werden, die für die Zusammenstellung des Eisenkörpers nöthig ist. Nun ist es nicht immer bequem, die Stücke gerade in dieser Form herstellen zu lassen, da man dabei besondere Vorrichtungen zum Ausstanzen braucht. Es ist deshalb besser, die Untersuchung an Mustern von einfacherer Gestalt, etwa in der Form von Streifen, vorzunehmen, weil diese mit den Scheeren, die in jedem Werke vorhanden sind, zugeschnitten werden können.

Fig. 96 stellt einen Apparat zur Untersuchung von Transformatorblechen dar, welchen Herr v. Dolivo-Dobrowolsky für diesen Zweck ersonnen hat<sup>1)</sup>. Der Apparat besteht im wesentlichen aus zwei mit Spulen versehenen förmigen Magnetkernen  $ns$ , die aus isolirten Blechen zusammengesetzt sind und entweder unmittelbar oder unter Einfügung des zu untersuchenden und aus isolirten Blechstreifen bestehenden Musterstückes  $A$  aneinander gelegt werden können. Im ersten Falle werden die Spulen derart geschaltet, dass

<sup>1)</sup> E.T.Z. 1892, Heft 30, S. 406.

beide den magnetischen Fluss in demselben Sinne treiben; im zweiten Falle werden sie entgegengesetzt geschaltet, so dass bei  $n$  und  $s$  konsequente Pole entstehen und der magnetische Fluss durch das Muster getrieben wird. Das Umschalten geschieht mittels des Doppelschalters  $B$ . Es sind ferner in den Stromkreis eingeschaltet ein Wattmeter, ein Dynamometer und ein Voltmeter, das in der Figur mit *Card.* bezeichnet ist. Man bestimmt nun zunächst bei magnetischer Serienschaltung der Spulen den Effektverlust bei verschiedenen Werthen der Induktion, welche aus den konstruktiven Daten des Apparates und der am Voltmeter abgelesenen Spannung berechnet

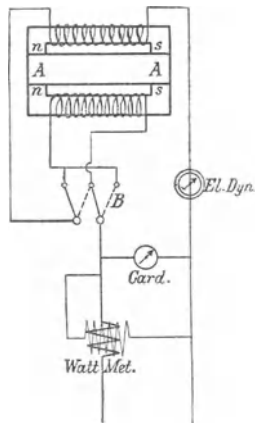



Fig. 96.

werden. Dann legt man das Muster ein, schaltet die Magnete parallel und wiederholt die Messungen. Der Querschnitt des Musters soll ungefähr doppelt so gross sein wie jener der Magnete, so dass die Induktion im ganzen System die gleiche ist. Dann stellt die Differenz der Verluste den im Muster stattfindenden Verlust dar. Diese Methode leidet jedoch an dem Uebelstande, dass die magnetische Streuung sich sehr wesentlich ändert, wenn das Muster eingeschoben wird. Bei magnetischer Serienschaltung ist die Streuung verschwindend klein. Die am Voltmeter abgelesene Spannung ist also wirklich ein Maass für die Induktion. Wird jedoch das Muster eingeschoben, so muss zwischen den Flächen  $n$  und  $s$  eine erhebliche magnetische Potentialdifferenz herrschen, welche durch den magnetischen Widerstand der Fugen und des Musters selbst bedingt

ist. In Folge dessen findet Streuung statt, und die Induktion ist in der Mitte der Magnetkerne grösser als an deren Enden und an den Enden grösser als in der Mitte des Musters. Die beobachtete Spannung ist also jetzt nicht mehr ein genaues Maass für die Induktion, und die Bestimmung des Verlustes als Funktion der Induktion kann nicht ganz genau sein.

Dieser Uebelstand ist in dem vom Verfasser konstruirten Apparat zur Untersuchung von Blechmustern behoben. Die Muster werden dabei auch aus Streifen zu einem Kern zusammengesetzt, welcher die eine längere Seite eines rechteckigen Rahmens bildet. Die anderen drei Seiten werden von  förmig ausgestanzten Blechen

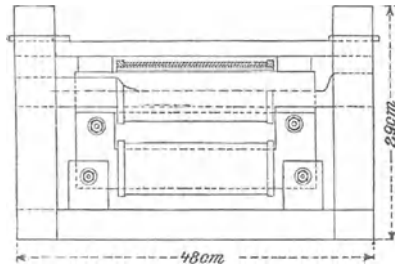


Fig. 97.

gebildet. Fig. 97 zeigt diese Anordnung<sup>1)</sup>. Beide längeren Seiten sind von Spulen umgeben, wobei die obere Spule weit genug ist, um das Einschieben des Musters bequem zu gestatten. Die Spulen sind so geschaltet, dass beide den magnetischen Fluss in der gleichen Richtung treiben, also keine Streuung stattfindet. Die Spannung wird an den Klemmen der oberen Spule abgenommen, ist also ein direktes Maass für die Induktion im Muster. Es wird nun zunächst ein Muster aus demselben Material hergestellt wie der feste Kern und der Verlust als Funktion der Induktion mittels Wattmeter und Voltmeter bestimmt. Dieser Verlust wird dann dem Gewicht der beiden Eisenkörper entsprechend zwischen dieselben vertheilt. Man findet auf diese Weise den Verlust für den festen Eisenkörper als Funktion der Induktion. Bringt man nun ein Muster ein und bestimmt den Gesamtverlust, so ergibt sich der Verlust im Muster aus der Differenz zwischen dem Gesamtverlust und dem ent-

<sup>1)</sup> E.T.Z. 1894, Heft 19, S. 265.

sprechenden Werthe des Verlustes im festen Eisenkörper. Auch bei diesem Apparate muss der Querschnitt des Musters gleich sein dem des festen Eisenkörpers. Ein Fehler dieses Apparates liegt darin, dass das Gewicht des Musters weniger als halb so gross ist, als jenes des ganzen Eisenkörpers. In Folge dessen hat ein bei der Messung gemachter Fehler auf das Muster übertragen etwa den dreifachen wirklichen Werth. Um diesen Uebelstand zu vermeiden, hat die Maschinenfabrik Oerlikon den Apparat dadurch verbessert, dass das gesammte im Rahmen enthaltene Eisen aus Musterblechen hergestellt wird. Die Bleche werden in L Form ausgestanzt und so zusammengelegt, dass ein rechteckiger Rahmen gebildet wird. Die Vorbereitung des Musters ist allerdings dabei etwas umständlicher, man hat aber den Vortheil grösserer Genauigkeit, als sich mit dem Apparat des Verfassers erzielen lässt.

Ein anderer Apparat zur raschen und bequemen Bestimmung des Hysteresisverlustes in Blechmustern ist von Prof. Ewing angegeben worden<sup>1)</sup>. Der Grundgedanke seines Apparates ist die rein mechanische Bestimmung der Arbeit, welche durch die Umkehrung des Magnetismus in den zu untersuchenden Mustern von Blechen verbraucht wird. Die Musterbleche werden in Streifen von 76 mm Länge und 16 mm Breite geschnitten, und ein Bündel solcher Streifen wird in den Apparat eingesetzt.

Die Umkehrung der Magnetisation geschieht durch Drehung einer Kurbel, und das Resultat wird an Zeiger und Skala abgelesen. Bei den dünnen für Transformatoren gebrauchten Blechen genügen 6 bis 8 Streifen, welche in den Träger *a*, Fig. 98, eingesetzt und durch Schraubenklammern *b* festgehalten werden. Der Träger wird mittels Friktionsrolle *c* und Antriebsrad *d* von Hand in Rotation gesetzt. Die Enden der Blechstreifen werden so abwechselnd vor den Polen eines permanenten Magneten vorbeigeführt und die mechanische Arbeit, welche durch Hysteresis verbraucht wird, erzeugt ein Drehmoment, welches den Magneten aus seiner Ruhelage ablenkt. Der Magnet ist auf Messerschneiden montirt und entsprechend beschwert, so dass der oben durch den Zeiger an der Skala angegebene Ablenkungswinkel ein Maass für das Drehmoment bildet. Da bei jeder Umdrehung ein bestimmter Arbeitswerth verbraucht wird, so ist die Ablenkung von der Geschwindigkeit der Drehung unabhängig,

---

<sup>1)</sup> E.T.Z. 1895, Heft 19, S. 292.

so lange nur die Geschwindigkeit nicht so bedeutend ist, dass Wirbelströme entstehen. Der Ausschlag des Magneten ist durch einen unten aufgestellten Katarakt gedämpft und kann durch das Gewicht  $g$ , welches auf einem Schraubstift verstellbar ist, innerhalb der gewünschten Grenzen gehalten werden.

Für den Transport kann der Magnet durch die Stellschraube  $h$  von den Messerschneiden abgehoben werden. Die Einstellung auf

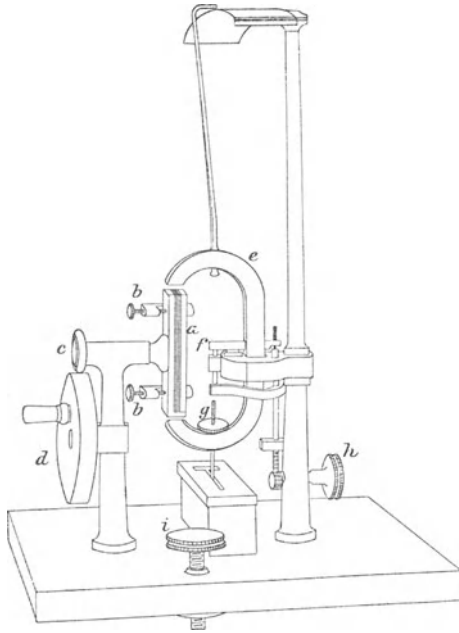


Fig. 98.

Null geschieht mittels einer seitlichen Schraube und nebenbei noch mittels der Nivellirschraube  $i$ . Beim Gebrauch wird das Muster in einer Lehre genau auf die vorgeschriebene Länge abgefeilt und dann eingesetzt. Man dreht zuerst in der einen und dann in der anderen Richtung und nimmt die Summe der beiden Ablesungen als die totale Ablenkung. Die Ablenkung ist sehr nahezu dem Hysterisverlust in dem Muster proportional, selbst wenn die Permeabilität der verschiedenen Muster in weiten Grenzen differirt, was durch den grossen Luftzwischenraum zwischen den Polen des Magneten

und den Endflächen des Musters erklärt wird. Die Grösse und Stärke des Magneten sind so gewählt, dass die Induktion bei der normalen Dicke der Muster 4000 C.G.S.-Einheiten beträgt; sie kann jedoch durch Verminderung der Zahl der eingeklemmten Musterbleche vergrössert und durch Vermehrung dieser Zahl entsprechend vermindert werden.

Ewing fand, dass es nicht nothwendig ist, die Muster gegenseitig genau abzuwägen, indem der Ausschlag sich bei Veränderung der Zahl der Bleche, welche eingeklemmt sind, nur wenig ändert. Er empfiehlt, das Gewicht des Musters annähernd dem von etwa 7 Blechen von 0,34 mm Dicke gleich zu machen. Man würde also bei Untersuchung von Blechen für Dynamoanker, welche dicker sind als die Bleche für Transformatoren, eine entsprechend kleinere Zahl von Musterstreifen in den Apparat einzufügen haben.

Der Apparat wird geaicht durch Versuche an Blechen, deren Hysteresis vorher durch die ballistische Methode genau bestimmt wird. Für den praktischen Gebrauch werden dem Instrumente zwei Bündel von Musterblechen beigegeben, nebst einer Tabelle, welche die für diese Muster auf ballistischem Wege bestimmte Hysteresis enthält. Sind andere Bleche zu untersuchen, so beobachtet man zuerst die Ablenkung mit den Normalmustern und dann jene mit den zu untersuchenden Blechen. Das Verhältnis der beiden Ablenkungen giebt sofort das Verhältnis in den Hysteresisverlusten an. Auf diese Weise wird das Ergebnis der Prüfung von etwaigen Aenderungen in der Stärke des permanenten Magneten unabhängig gemacht.

---

## Neuntes Kapitel.

Sicherheitsmaassregeln für Transformatoren. — Unterstationen und Einzeltransformatoren. — Spannungserhöher. — Serienschaltung. — Drosselspulen. — Ausgleichsspulen. — Dreileitersystem. — Ausgleichstransformator. — Scott's System der Stromvertheilung.

**Sicherheitsmaassregeln für Transformatoren.** Es wurde schon erwähnt, dass der grosse Vortheil bei Verwendung von Transformatoren darin besteht, dass dadurch die Fernleitung des Stromes unter hoher und seine Vertheilung unter mässiger Spannung möglich ist. Es ist dabei unerlässliche Bedingung, dass eine genügende Isolation zwischen den primären und sekundären Stromkreisen unter allen Umständen erhalten bleibt. Wird diese Bedingung nicht erfüllt, so wird der oben erwähnte Vortheil illusorisch und zu einem Nachtheil, indem dadurch ein ungerechtfertigtes Gefühl der Sicherheit erweckt wird. Nun liegen in einem Transformator die beiden Wicklungen nothwendiger Weise nahe aneinander, und es ist immerhin die Möglichkeit gegeben, dass die sie trennende Schicht von Isolationsmaterial beschädigt wird und so ein Stromübergang von der Hoch- auf die Niederspannungsspule eintritt. Da nun bei einem verzweigten Vertheilungsnetz die Isolation der primären Stromkreise gegen Erde keine absolute sein kann, so muss im Falle einer derartigen Beschädigung die Sekundärspule ein Potential annehmen, welches von jenem der Erde um einen Betrag abweicht, der je nach der Lage und Grösse des Fehlers von einigen Hundert Volt bis zur Primärspannung variiren kann. Wenn also ein Mensch einen Punkt des sekundären Stromkreises berührt, kann er einen lebensgefährlichen Schlag erhalten. Um diese Gefahr zu vermeiden, ist es nothwendig, gewisse Sicherheitsvorkehrungen zu treffen. Eine derselben besteht darin, dass man zwischen die beiden Spulen eine metallische, gut mit Erde verbundene Scheidewand einlegt. Bei Verletzung der Isolation wird dann nicht Kontakt zwischen Primär- und Sekundär-



spule entstehen, sondern zwischen Primärspule und Erde, so dass eine Steigerung des Potentials im sekundären Stromkreise unmöglich wird. Solange es sich um Isolationsfehler in den Wickelungen selbst handelt, ist diese Einrichtung vollkommen zuverlässig; wenn jedoch die Isolationsfehler in den Zuleitungen (also ausserhalb der Wickelungen) auftreten, so kann die metallische Scheidewand zwischen den Spulen diese Fehler offenbar nicht unschädlich machen. Allerdings kann bei einigermaassen geschickter Anordnung Berührung der Zuleitungen absolut unmöglich gemacht werden; da man aber doch auch mit Fällen rechnen muss, in welchen die Konstruktion des Transformators oder die Anordnung der Verbindungen unzweckmässig ist, so muss man für solche Fälle besondere Schutzmaassregeln treffen. Die einfachste derselben besteht darin, dass man einen Punkt der Sekundärwicklung permanent an Erde legt. Am besten wählt man zu diesem Zwecke den Mittelpunkt der Wickelung, weil dann die Potentialdifferenz der Lampenleitungen von Erde ein Minimum wird, und zwar gleich der halben Sekundärspannung. Findet nun in Folge eines Isolationsfehlers an irgend einer Stelle Berührung zwischen beiden Stromkreisen statt, so wird der primäre Stromkreis sofort an Erde gelegt, womit jede Gefahr für Personen bei Berührung beseitigt ist. Dagegen ist die Gefahr in Bezug auf Feuer etwas vergrössert. Ist die ganze sekundäre Wickelung von Erde isolirt, so muss, bevor Feuersgefahr entstehen kann, die Isolation an beiden Lampenleitungen schadhaf werden, während, wenn ein Punkt des sekundären Stromkreises permanent an Erde liegt, schon ein einziger Isolationsfehler genügt, um diese Gefahr herbeizuführen. Der Sicherheitsgrad ist also dadurch auf die Hälfte vermindert worden.

Dieser Uebelstand wird vermieden bei Anwendung der von der Thomson-Houston-Gesellschaft vor einigen Jahren eingeführten Sicherung. Dieselbe besteht in einer mit Erde verbundenen Metallplatte und zwei Metallknöpfen  $a$ ,  $b$  (Fig. 99), welche durch eine ganz dünne Isolirschiicht (paraffinirtes Papier oder Glimmer) von ihr getrennt sind. Die Metallknöpfe sind mit den sekundären Leitungen verbunden. So lange die Isolation gut bleibt, besteht zwischen  $a$ ,  $b$  und Erde bloss die der sekundären Spannung entsprechende Potentialdifferenz, welche nicht genügt, die Isolirschiichte zu durchbrechen. Kommt jedoch durch einen Fehler in der Isolation zwischen irgend welchen Punkten der beiden Stromkreise die primäre Span-

nung in die sekundäre Leitung, so wird die Isolirschichte bei  $a$  und  $b$  durchgeschlagen und dadurch in der Sekundärspule Kurzschluss hergestellt. Der Primärstrom steigt dann auf einen solchen Werth, dass die Sicherungen  $s s$  abschmelzen und so der schadhafte Transformator automatisch vom Hochspannungsnetz abgeschaltet wird.

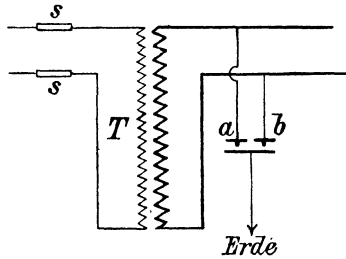


Fig. 99.

In der von Major Cardew erfundenen und vielfach verwendeten Sicherung Fig. 100 wird elektrostatische Anziehung benutzt, um Erdschluss herbeizuführen. Ein Aluminiumstreifen, bestehend aus zwei kreisförmigen, durch einen schmalen Steg verbundenen Scheiben, ist in eine Büchse derart eingelegt, dass eine der Scheiben auf einer mit Erde verbundenen Platte zu liegen kommt, während die andere

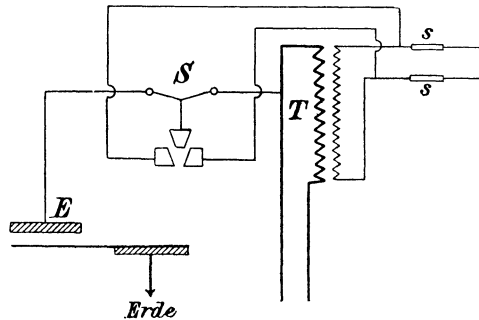


Fig. 100.

in einem geringen Abstand unter einer isolirten Metallscheibe liegt, die mit der Sekundärwicklung in leitender Verbindung steht. Durch ein in den Deckel der Büchse eingedrehtes Schraubengewinde lässt sich der Abstand zwischen dem Aluminiumstreifen und dieser Scheibe genau einstellen. Der Streifen hat also das Potential der Erde, während die Elektrode  $E$  das Potential desjenigen Punktes des

sekundären Stromkreises hat, an den sie angeschlossen ist. Solange nun die Isolation überall gut ist, kann dieses Potential höchstens den der sekundären Spannung entsprechenden Werth erreichen, und dieser ist zu gering, um Anziehung des Streifens an  $E$  zu bewirken. Tritt jedoch ein Isolationsfehler auf, so nimmt  $E$  ein höheres Potential an, und es wird durch elektrostatische Anziehung der Aluminiumstreifen mit  $E$  in Berührung gebracht. In der ersten, von Cardew angegebenen Anordnung<sup>1)</sup> war in der Verbindung von  $E$  mit dem Transformator eine Sicherung  $S$  vorgesehen, welche beim Abschmelzen

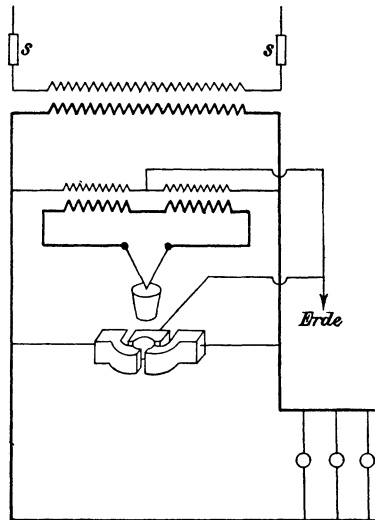


Fig. 101.

(hervorgebracht durch den Kontakt des Streifens mit  $E$ ) eine Feder oder ein Gewicht losliess, wodurch Kurzschluss der Primärklemmen eintrat und durch Abschmelzen der Hauptsicherungen  $s s$  der schadhafte Transformator von der Hochspannungsleitung abgeschaltet wurde. Es hat sich jedoch herausgestellt, dass die Sicherungen  $s s$  auch abschmelzen, wenn die Kurzschlussvorrichtung weggelassen wird. Die Scheibe  $E$  kann so genau eingestellt werden, dass bei 400 Volt unfehlbar Erdschluss entsteht und die Sicherungen  $s s$  abschmelzen. Die Cardew'sche Sicherheitsvorrichtung wirkt also schon bei einem kleinen Fehler in der Isolation zwischen beiden Stromkreisen.

<sup>1)</sup> Inst. El. Engineers Journal, Vol. XVII, S. 179.

Die Sicherung von Ferranti ist in Fig. 101 schematisch dargestellt. Sie wirkt auch schon bei eintretenden Fehlern. Die Lampenleitungen werden durch die in Serie angeordneten Primärspulen zweier ganz kleiner Transformatoren verbunden, deren Sekundärspulen in Parallelschaltung liegen. Die Verbindung zwischen den Primärspulen ist an Erde gelegt. In den äusseren Stromkreis der Sekundärspulen ist ein Abschmelzdraht eingeschaltet, der ein konisches Gewicht trägt. Solange nun die Isolation überall gut ist, geht durch beide Primärspulen genau der gleiche Strom, und es herrscht vollständiges Gleichgewicht zwischen den E.M.Kräften der Sekundärspulen, so dass durch den Abschmelzdraht kein Strom fliesst. Wird nun an irgend einer Stelle die Isolation verschlechtert, so wird dieses Gleichgewicht zerstört, und es fliesst ein Strom durch den Abschmelzdraht. Das konische Gewicht fällt herab, schliesst die Lampenleitungen kurz und legt sie gleichzeitig an Erde. Dann schmelzen die Hauptsicherungen *ss*, und der Transformator wird auf diese Weise von der Speiseleitung abgeschaltet.

**Verwendung von Transformatoren.** Die wichtigste Verwendung der Transformatoren ist, wie schon der Name anzeigt, die Umsetzung einer höheren in eine niedrigere Spannung oder umgekehrt. Die Beschaffenheit der Glühlampen, sowie die Forderung absoluter Gefährlosigkeit machen es zur Bedingung, den Strom unter niedriger Spannung (also 100 bis etwa 250 Volt) zu verwenden, während eine hohe Spannung bei Fernleitung wegen der Ersparniss an Leitungsmaterial nothwendig ist. Der Transformator bildet nur das Zwischenglied, welches die zwei Bedingungen: billige Leitung und niedrige Verbrauchsspannung, gleichzeitig zu erfüllen gestattet. Diese Anwendung der Transformatoren ist schematisch in der Skizze Fig. 102 dargestellt. *C* sind die Sammelschienen in der Centrale, *Ss* die Speiseleitungen, *TT* die Transformatoren und *VV* die Vertheilungsleitungen. Die Messapparate, Schalter etc. sind der Einfachheit halber weggelassen.

In der Skizze ist angenommen, dass jede Speiseleitung nur einen Transformator mit hochgespanntem Strom versorgt, und dass der sekundäre Strom durch ein verzweigtes Vertheilungsnetz den Lampen zugeführt wird. Dabei können die zu jedem Transformator gehörigen Vertheilungsleitungen von einander getrennt sein, oder sie können durch die in der Figur punktirt gezeichneten Verbindungsleitungen in Parallelschaltung angelegt werden. Das letztere System

hat den Vortheil, dass zur Zeit geringen Bedarfes einige der Transformatoren sowohl von den Speiseleitungen als auch von den Vertheilungsleitungen ganz abgetrennt werden können, und auf diese Weise der durch die Leerlaufsarbeit erzeugte Verlust vermindert werden kann. Andererseits ist jedoch die Verkettung einzelner Vertheilungsnetze kleineren Umfanges in ein einziges grosses Netz mit der Gefahr verbunden, dass eine Störung in einem Stadttheil auch die übrigen Stadttheile in Mitleidenschaft ziehen kann. Um dieser Gefahr zu begegnen, müssen die Knotenpunkte mit Abschmelz-

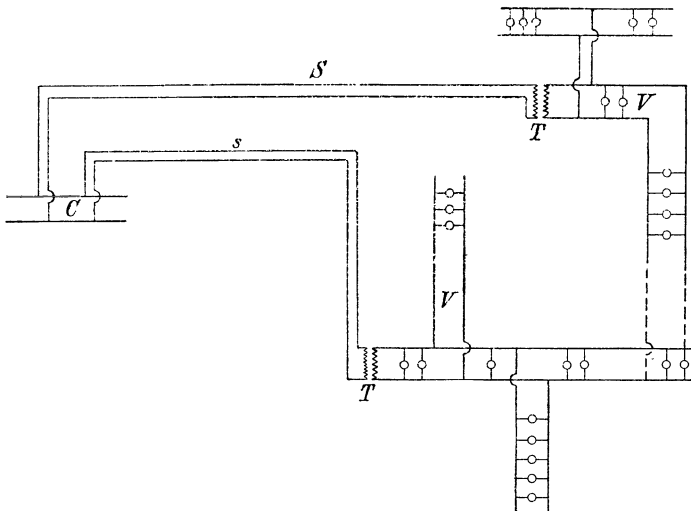


Fig. 102.

sicherungen ausgerüstet werden. Man nennt das in Fig. 102 skizzierte System eine Transformatorenanlage mit Unterstationen. Dabei wird die Speisung lediglich durch einige wenige Hochspannungskabel, die Vertheilung jedoch durch ein ausgedehntes Netz von Kabeln unter niedriger Spannung bewirkt.

Im Gegensatz zu diesem Systeme steht jenes der Einzeltransformatoren, wobei jedes Haus seinen eigenen kleinen Transformator erhält, die starken Vertheilungskabel in den Strassen also wegfallen. Da die Vertheilung hierbei unter hoher Spannung erfolgt, ist das Kupfergewicht in den Strassenleitungen bedeutend geringer als im vorigen Falle. Das ist ein Vortheil; es sind jedoch auch Uebelstände mit diesem Systeme verbunden. Infolge der grösseren Länge

der Hochspannungsleitung und der vielen Verzweigungspunkte ist die Isolation bedeutend schwieriger, die hohe Spannung muss in die Häuser eingeführt werden, und der Arbeitsverlust ist grösser. Wir sind nicht mehr im Stande, einzelne Transformatoren bei kleiner Belastung abzutrennen, und da wir jetzt eine grosse Anzahl kleiner Transformatoren haben, so ist selbst unter Vollbelastung der Wirkungsgrad nicht so günstig als bei dem System mit Unterstationen, wo wir nur wenige grosse Transformatoren brauchen.

Ein Beispiel möge das erläutern. Es seien im Ganzen 100 000 50 Watt-Lampen angeschlossen. Dann muss bei dem System von Einzeltransformatoren die gesammte Leistungsfähigkeit der Transformatoren 5000 Kwt. betragen. Es kommt allerdings nie vor, dass alle 100 000 Lampen gleichzeitig brennen. Erfahrungsgemäss übersteigt die Anzahl der gleichzeitig brennenden Lampen nicht 60 % der Zahl der angeschlossenen Lampen, wenn man ein ganzes Stadtgebiet ins Auge fasst. Wenn es sich jedoch um ein einzelnes Haus handelt, so ist der Fall, dass alle Lampen gleichzeitig brennen, immerhin möglich. Er kommt vielleicht nur einige Male im Jahre vor; der Transformator muss aber dennoch in solcher Grösse eingestellt werden, dass er für diese Ausnahmefälle ausreicht. Wir müssen also eine grosse Anzahl kleinerer Transformatoren (etwa 2 bis 10 Kwt.) vorsehen, deren Gesamtleistung 5000 Kwt. beträgt. Bei Unterstationen brauchen wir eine kleinere Anzahl von bedeutend grösseren Transformatoren, deren Gesamtleistung nur 60 % von 5000 Kwt., also 3000 Kwt. beträgt. Wie man aus der Tabelle auf S. 96 sehen kann, ist der jährliche Verlust an Stromwärme gegenüber dem Hysteresisverlust sehr klein. Wir wollen deshalb im Folgenden den Vergleich zwischen beiden Systemen dadurch vereinfachen, dass wir nur den Hysteresisverlust in Betracht ziehen und dabei annehmen, dass die kleinen Transformatoren  $2\frac{1}{2}\%$  und die grossen  $1\frac{1}{2}\%$  von ihrer vollen Belastung durch Hysteresis verlieren. Wir nehmen der Einfachheit halber auch an, dass ein Abtrennen einzelner Transformatoren während der Zeit geringer Belastung weder bei dem einen noch bei dem andern Systeme unternommen wird.

Wir haben dann bei dem System der Einzeltransformatoren eine jährliche Leistung von  $5000 \times 300 = 1,5 \times 10^6$  Kwt.-Stunden, wobei wir annehmen, dass jede Lampe im Durchschnitt während 300 Stunden im Jahre gebraucht wird. Der Hysteresisverlust ist bei Einzeltrans-

formatoren  $5000 \times \frac{2,5}{100} = 125$  Kwt., also im Jahre  $125 \times 8760 = 1,09 \times 10^6$  Kwt.-Stunden. Die gesammte den Transformatoren in einem Jahre zugeführte Arbeit ist also, abgesehen von der Stromwärme,  $(1,5 + 1,09) 10^6 = 2,59 \times 10^6$  Kwt.-Stunden. Der jährliche Wirkungsgrad ist  $1,5 : 2,59 = 58 \%$ , in Wirklichkeit jedoch noch etwas kleiner wegen der Stromwärme in den Transformatoren und den Verlusten in den Leitungen.

Im Falle von Unterstationen haben wir die gleiche Leistung, aber erheblich weniger Verluste. An Hysteresis geht verloren  $3000 \times \frac{1,5}{100} = 45$  Kwt. oder im Jahre 392 000 Kwt.-Stunden. Die zugeführte Energie beträgt also jährlich  $(1,5 + 0,392) 10^6 = 1,892 \times 10^6$  Kwt.-Stunden und der jährliche Wirkungsgrad  $1,5 : 1,892 = 79 \%$ ; in Wirklichkeit jedoch aus den oben angeführten Gründen ebenfalls etwas weniger. Rechnen wir in beiden Fällen etwa 2% für Stromwärme und Leitungsverluste, so stellt sich der Vergleich der beiden Systeme, wie folgende Tabelle zeigt:

	Einzeltransformatoren	Unterstationen
Arbeit an den Lampen	1 500 000	1 500 000
Verluste	1 120 000	422 000
Die Centrale liefert	2 620 000	1 922 000
Wirkungsgrad %	57	78

Rechnet man die Selbstkosten der Kwt.-Stunden in der Centrale zu 10 Pf., so beläuft sich der jährliche, vornehmlich durch Eisenwärme erzeugte Geldverlust auf M. 112 000 bei Einzeltransformatoren und M. 42 200 bei Unterstationen. Die Differenz ist rund M. 70 000 und um diesen Betrag sind die Stromerzeugungskosten bei Einzeltransformatoren höher als bei Unterstationen. Dagegen ist die Anlage des erstern Systemes billiger. Wir wollen nun berechnen, um wie viel dieses System billiger sein muss, damit es sich wirtschaftlich günstiger stellt, als jenes mit Unterstationen. Soll das der Fall sein, so müssen die Unterhaltungskosten, Verzinsung und Amortisation der Kabel und Transformatoren einen Unterschied von mehr als M. 70 000 zu Gunsten des Systems von Einzeltransformatoren aufweisen. Wir können für diese Posten 10% der Anlagekosten in Rechnung stellen. Die Anschaffungskosten kleiner Transformatoren sind ungefähr M. 70 und jene von grossen ungefähr M. 55 pro Kilowatt. Es kosten also die Transformatoren für das System

mit Einzeltransformatoren	M. 350 000	oder	jährlich	M. 35 000
- Unterstationen	- 165 000	-	-	- 16 500.

Der Unterschied von M. 18 500 ist zu Gunsten der Unterstationen zu den M. 70 000 zu addiren. Das giebt M. 88 500. Diese Summe muss bei wirthschaftlicher Gleichwerthigkeit beider Systeme 10 % der Mehrausgaben für Kabel beim System von Unterstationen ausmachen. Diese Mehrausgabe beträgt also

$$88\,500 : 0,1 = \text{M. } 885\,000,$$

also M. 8,85 pro angeschlossene Lampe. Zeigt nun die Kostenberechnung, dass das Kabelnetz bei Unterstationen um mehr als M. 8,85 pro anzuschliessende Lampe theurer ist als bei Einzeltransformatoren, so empfiehlt es sich, letzteres System zu wählen. Hätten wir einen kleineren Procentsatz als 10 % für Abschreibung angenommen, so hätten wir auch eine grössere Summe als M. 8,85 erhalten. Ebenso wäre diese Summe grösser ausgefallen, wenn wir die Selbstkosten für die Kwt.-Stunde zu mehr als 10 Pf. gerechnet hätten. Ferner ist klar, dass die Kosten für Kabel in beiden Systemen und mithin auch ihr Unterschied wächst, wenn die Leistung der Centrale klein ist und die Lampen nicht dicht zusammengedrängt, sondern zerstreut liegen. Wir kommen also zu den folgenden allgemeinen Schlüssen:

Stromvertheilung mit Einzeltransformatoren ist wirthschaftlich günstiger als mittels Unterstationen unter folgenden Umständen:

Betriebskraft billig, Anlage klein, Lampen weit zerstreut,  
Kabel theuer und Abschreibung für dieselben hoch.

Unterstationen sind vorzuziehen unter folgenden Umständen:

Betriebskraft theuer, Anlage gross, Lampenvertheilung dicht,  
Kabel billig und Abschreibung für dieselben gering.

**Spannungserhöher.** Bei Wechselstromanlagen mit langen Speiseleitungen werden manchmal ausser den Transformatoren auf den Unterstationen noch kleine Transformatoren in der Centrale selbst angewendet, deren Aufgabe es ist, die Spannung in jeder Speiseleitung um genau den Betrag zu erhöhen, welcher dem ohmischen Spannungsabfall in der Speiseleitung und den Vertheilungsleitungen und dem Spannungsabfall im Transformator am Ende der Speiseleitung entspricht. Diese Spannungserhöher sind gleichzeitig von Stillwell in Amerika und dem Verfasser in England erfunden worden



und sind unter dem Namen „Booster“ bekannt. Die Anordnung dieses Apparates ist in Fig. 103 dargestellt.

$C$  sind die Sammelschienen in der Centrale,  $S$  ist eine der Speiseleitungen,  $T$  der dazugehörige Transformator und  $V$  die von ihm mit Strom versorgte Vertheilungsleitung. Der Spannungserhöher  $B$  hat eine Primärwicklung, die unmittelbar an die Sammelschienen angeschlossen ist. Die Sekundärwicklung ist in Gruppen abgetheilt und durch einen Mehrfachschalter  $s$  mit dem einen Leiter  $S$  verbunden, während der andere Leiter unmittelbar an die betreffende Sammelschiene angeschlossen ist. Die Mess- und Kontrollapparate sind, wie früher, der Einfachheit halber in der Skizze weggelassen. Der Zusatztransformator  $B$ , welcher die Spannungserhöhung bewirkt, wird also dauernd magnetisirt, und seine sekundäre Wickelung ist so bemessen, dass sie gerade hinreicht, den grössten möglichen

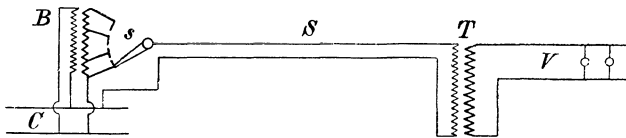


Fig. 103.

Spannungsverlust auszugleichen. Bei Vollbelastung der betreffenden Speiseleitung werden durch Einstellung des Schalthebels  $s$  auf den obersten Kontakt alle Windungen der sekundären Spule mit der Speiseleitung in Serie geschaltet. Bei geringerer Belastung wird der Hebel  $s$  entsprechend herabgerückt, so dass nunmehr nur ein Theil der sekundären Spule zur Wirksamkeit kommt. Steht der Hebel in der gezeichneten Stellung, so ist die sekundäre Spule ganz ausgeschaltet, und die Spannung am Anfang der Speiseleitung ist genau gleich jener, welche zwischen den Sammelschienen herrscht. Diese Stellung des Hebels entspricht dem Minimalbedarfe an Strom; steigt der Bedarf, so wird der Hebel schrittweise auf die höheren Kontakte gebracht, so dass die Spannung in der Vertheilungsleitung bei allen Belastungen nahezu konstant bleibt. Da der Spannungsabfall von der Stromstärke in der Speiseleitung abhängt, so kann die Einstellung des Kontakthebels nach den Anzeigen des Ampèremeters in der Speiseleitung von Hand erfolgen; oder es können auch Prüfdrähte von der Unterstation nach der Centrale zurückgeführt und an ein Voltmeter angeschlossen werden, nach dessen Anzeigen man

den Hebel einstellt. In diesem Falle kann mittels Relais und Elektromotors die Einstellung des Schalters auch automatisch erfolgen. Es ist wichtig, zu beachten, dass der Schalthebel wie bei Zellschaltern aus zwei isolirten Theilen bestehen muss, welche durch einen ohmschen oder induktiven Widerstand verbunden sind, damit beim Uebergang von einem Kontakt auf den andern weder Stromunterbrechung noch Kurzschluss einer sekundären Windungsgruppe eintreten kann.

Die Nothwendigkeit, den ganzen Speisestrom durch einen Mehrfachschalter zu senden, bringt eine gewisse Verminderung der Betriebssicherheit mit sich, denn wenn dieser Schalter in Unordnung geräth, wird die ganze Speiseleitung und der am entfernten Ende ange-

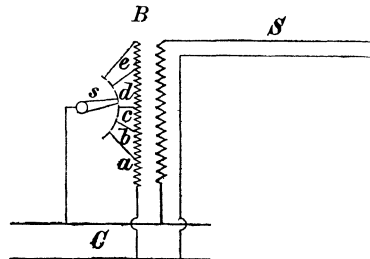


Fig. 104.

schlossene Transformator dadurch ausser Betrieb gesetzt. Um dieser Gefahr zu begegnen, kann man den Spannungserhöher in einer etwas andern Form anordnen, welche in Fig. 104 dargestellt ist. Dabei wird die Hauptleitung nicht durch einen Schalter unterbrochen, sondern sie ist fest mit der Sekundärspule des Spannungserhöfers verbunden, während der Mehrfachschalter in die Primärspule verlegt wird. Die Primärspule ist nun in die Gruppen *a*, *b*, *c*, *d*, *e* getheilt. Die erste Gruppe (*a*) muss noch so viel Windungen enthalten, dass die Induktion die durch die Erhitzung des Apparates gegebenen Grenzen nicht übersteigt. Für die tiefste Stellung des Schalthebels *s* ist die Induktion ein Maximum und mithin auch die in der Sekundärspule des Apparates inducirte E.M.K. ein Maximum. Stellen wir den Hebel höher, so nimmt die primäre Windungszahl zu, die Induktion also entsprechend ab, und die Spannungserhöhung ist geringer. Es ist also auch hier durch entsprechende Einstellung des Schalthebels möglich, die Vertheilungsspannung mit einer für die Praxis genügenden Annäherung konstant zu halten. In dieser An-

ordnung des Spannungserhöbers wird der Hauptstromkreis  $S$  durch keinerlei Kontakte oder Schalter unterbrochen. Der Schalter ist in den Primärkreis des Transformators  $B$  eingeführt, braucht also nur für eine geringe Stromstärke gebaut zu sein. Er ist also billiger herzustellen als im andern Falle, Fig. 103. Dagegen wird der Transformator selbst etwas grösser, denn die erste Gruppe  $a$  muss so viel Windungen enthalten als die ganze Spule in Fig. 103, und die andern Gruppen, die allerdings aus dünnerem Draht bestehen können, kommen noch dazu. Die Konstruktion hat jedoch den grossen Vortheil, dass ein Unfall am Schalter die Speiseleitung nicht unterbricht.

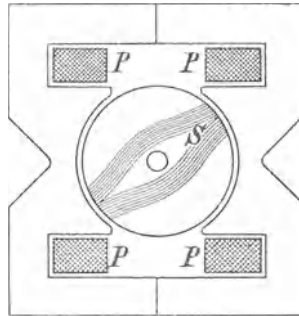


Fig. 105.

Endlich giebt es noch eine dritte Konstruktion von Spannungserhöbern, bei welcher weder im sekundären noch im primären Stromkreise Schalter nöthig sind. In seiner Anordnung gleicht der Apparat einer gewöhnlichen zweipoligen Dynamo. Das Magnetgestell sowohl als auch der Ankerkern bestehen aus Blechen, und die Feldspulen  $PP$ , Fig. 105, bilden die primäre Wicklung, welche unmittelbar an die Sammelschienen angeschlossen ist. Die sekundäre Wicklung  $S$  ist auf dem Anker angebracht und wird durch biegsame Leitungen mit der Speiseleitung in Serie geschaltet. Auf der Ankerwelle ist ein Schneckenrad festgekeilt, das durch eine Schnecke entweder von Hand oder automatisch um einen Winkel von  $90^\circ$  gedreht werden kann. Auf diese Weise kann die Winkelstellung der Spule  $S$  der gewünschten Spannungserhöhung gemäss bewirkt werden. Steht die Spule vertikal, so geht die grösste Zahl der Kraftlinien durch sie, die Spannungserhöhung ist also ein Maximum. Dreht man nun mittels des Schneckengetriebes den

Anker um  $90^\circ$ , so dass die Spule horizontal zu stehen kommt, so gehen die Kraftlinien bei der Spule vorbei, nicht aber durch sie. Die Spannungserhöhung ist dann Null. Bringt man die Spule in eine Zwischenstellung, so geht nur ein Theil der Kraftlinien vorbei und der andere Theil geht durch, bewirkt also eine gewisse Spannungserhöhung. Wenn man den Drehbereich des Ankers grösser als  $90^\circ$  macht, so kann dieser Apparat sowohl zur Erhöhung als auch zur Verminderung der Spannung benutzt werden. Verglichen mit den früher beschriebenen Konstruktionen hat Fig. 105 zwei Vortheile. Erstens haben wir in beiden Stromkreisen nur feste Verbindungen und keine Schalter, die in Unordnung gerathen können, und zweitens lässt sich die Spannung auf rein mechanischem Wege

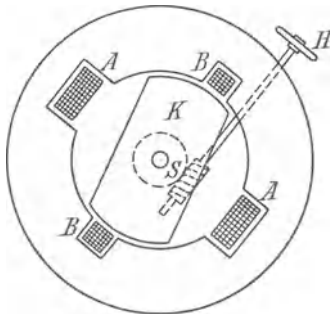


Fig. 106.

genau auf den richtigen Werth einstellen anstatt sprungweise und nur annähernd, wie das bei Anwendung eines Schalters der Fall ist.

In dem oben beschriebenen Apparat muss der Anschluss an die Spule *S* mit Schleifringen oder beweglichen Drähten vermittelt werden. Fig. 106 zeigt eine andere Ausführung desselben Gedankens, bei der jedoch nur fest verlegte Drähte nöthig sind. Der bewegliche Theil ist ein unbewickelter Blechkern *K*, der dazu dient, den durch die Spule *A* erzeugten Kraftfluss in dem einen oder andern Sinne durch die Spule *B* zu leiten. Der Kern ist mittels Handrad *H* und Schneckengetriebe *S* drehbar. Je nachdem man ihn einstellt, wird die Spannung des durch *B* fließenden Stromes erhöht oder vermindert. Die Spule *A* liegt im Nebenschluss zur Stromquelle, während die Spule *B* in Reihenschaltung mit der Fernleitung liegt. Auch in diesem Fall kann die Einregulirung der zusätzlichen

Spannung beliebig genau bewirkt werden. Fig. 107 zeigt eine äussere Ansicht eines solchen Spannungsregulators, wie er von der General Electric Co. ausgeführt wird.

Um in einer Drehstromleitung die Spannung zu erhöhen oder zu vermindern, kann man die drei Phasen des Ankers eines Drehstrommotors in Serie mit der Leitung schalten. Der Anker rotirt jedoch in diesem Falle nicht, sondern wird mittels Handrad und Schneckengetriebe in eine bestimmte Lage eingestellt. Je nach der Einstellung wirkt die in den Ankerphasen erzeugte E.M.K. zusätz-

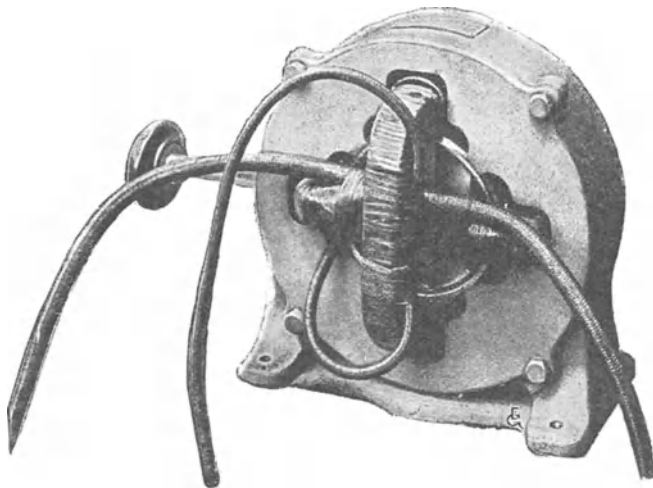


Fig. 107.

lich oder abzüglich zur E.M.K. der Stromquelle. Die in den Ankerphasen erzeugte E.M.K. hat immer denselben Werth und die Regulirung erfolgt nicht wie bei Fig. 105 durch eine Aenderung des Kraftflusses durch  $S$ , sondern durch Verschiebung der Phase einer konstanten E.M.K. Die Feldwicklung des Drehstrommotors liegt im Nebenschluss zur Stromquelle. Das rotirende Feld ist also konstant. Während seiner Rotation schneidet es die drei Phasenwickelungen des Ankers und erzeugt in jeder dieselbe E.M.K., jedoch treten die Maxima der E.M.Kräfte in den drei Phasen nicht gleichzeitig, sondern mit einer gegenseitigen zeitlichen Verschiebung von ein Drittel-Periode auf. Ob das Maximum der E.M.K. in einer Ankerphase genau gleichzeitig mit dem Maximum der betreffenden

Phase der Stromquelle auftritt, hängt von der gegenseitigen Lage von Anker und Feld ab. Diese Lage ist aber durch das Handrad verstellbar und man kann somit die E.M.K. des Phasenankers in jede beliebige Phasenstellung zur E.M.K. der Stromquelle bringen. Ist die Phasenspannung der Stromquelle  $E$  und jene des Motorankers  $e$ , so kann man offenbar die Phasenspannung der Leitung auf jeden beliebigen Werth  $E_1$  einstellen, der zwischen den Grenzen  $E + e$  und  $E - e$  liegt, wie das kleine Vektordiagramm in Fig. 108 erkennen lässt. Der Radius des punktierten Kreises ist die Phasenspannung des Ankers. Je nachdem man den Anker einstellt, liegt  $e$  so, dass die Spannung in der Leitung erhöht oder vermindert wird. Allerdings ist damit eine kleine Phasenverschiebung des Stromes

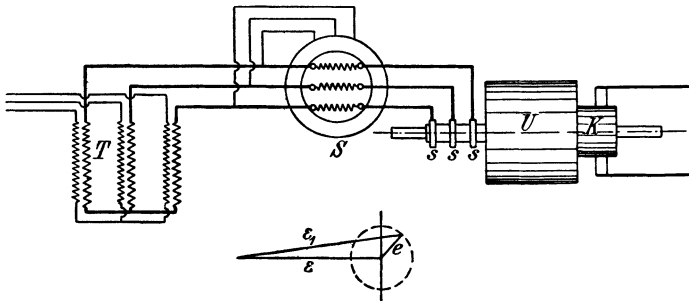


Fig. 108.

verbunden und diese ist positiv oder negativ, je nachdem  $e$  auf der einen oder andern Seite der Horizontalen liegt. Nur für den maximalen und minimalen Werth von  $E_1$  verschwindet diese Phasenverschiebung, weil die Vektoren  $e$  und  $E$  in dieselbe Richtung fallen. Für Zwischenwerthe ist Phasenverschiebung vorhanden. Das ist jedoch kein Nachtheil, denn erstens ist die Phasenverschiebung an und für sich klein, und zweitens kann dieser kleine Werth durch entsprechende Wahl der Stellung von  $e$  dazu benutzt werden, die ursprüngliche Phasenverschiebung zu vermindern. Wie man sieht, ist der Drehstrommotor mit fest eingestelltem Anker nichts anderes als ein Transformator, dessen Kraftfluss anstatt in einem rechteckigen Rahmen hin und her zu wogen, in einem cylindrischen Rahmen rotirt.

Die Anwendung eines solchen Transformators zur Regulirung der Spannung eines Umformers ist in Fig. 108 dargestellt.  $T$  ist

der Haupttransformator, der Strom unter hoher Spannung von einer Fernleitung empfängt und aus seiner sekundären Wicklung den Strom zum Betriebe des Umformers unter jener Spannung abgibt, die der gewünschten Spannung auf der Gleichstromseite entspricht. Je nach der Konstruktion des Umformers ist die verkettete Wechselspannung 60 bis 66 % der verlangten Gleichspannung. Das Umsetzungsverhältnis kann jedoch durch Veränderung in der Erregung des Umformerfeldes nur wenig beeinflusst werden. Will man auf der Gleichstromseite die Spannung variiren, so muss man die Wechselspannung variiren und dazu dient der Regulirtransformator *S*. Der äussere Kreis bedeutet sein Feld und der innere seinen Anker. Die drei Phasenwicklungen sind durch parallel gezeichnete Spulen angedeutet. In Wirklichkeit haben die Spulen oder Wicklungen natürlich nicht diese geometrische Lage, sondern ihre Schaltung ist entweder als Stern mit aufgelöstem Nullpunkt, oder, was gleichwerthig ist, als Dreieck mit aufgelösten Ecken aufzufassen; ich habe jedoch die einfachere Darstellung gewählt, um das Kreuzen der Drähte zu vermeiden. *U* ist der Anker des Umformers, *s* sind seine Schleifringe und *K* ist sein Kommutator. Es ist ohne Weiteres klar, dass auf den Anker des Regulirtransformators ein bedeutendes Drehmoment wirken muss, denn er würde, wenn nicht durch das Schneckenrad gehalten, als Motoranker rotiren. Bei grossen Apparaten ist also, besonders in der einen Richtung, viel Kraft erforderlich, um den Anker einzustellen. Um diese Schwierigkeit zu vermeiden, kann man (wie zuerst von der Firma Siemens & Halske A.-G. bei Regulirtransformatoren für die Anlage in Paderno angewendet) zwei solche Transformatoren nebeneinander stellen und die Anker mechanisch miteinander kuppeln. Schaltet man nun die Felder so, dass eins rechts herum und das andere links herum läuft, so heben sich die in beiden Ankern auftretenden Drehmomente auf und die Einstellung erfordert nur wenige Kraft. Es ist selbstverständlich, dass auch dieser Apparat entweder von Hand oder automatisch mittels Relais und Elektromotor bethätigt werden kann.

**Serienschaltung.** Transformatoren lassen sich auch mit Vortheil bei Serienschaltung von Lampen in Stromkreisen von konstanter Stromstärke verwenden. Wenn wir die Lampen selbst in Serie schalten würden, so müsste die Isolation jeder einzelnen Lampe der gesammten Spannung entsprechen, was bei einigermassen ausgedehnten Stromkreisen praktisch nicht zu erreichen ist. Wenn wir

jedoch die Lampen durch Serientransformatoren speisen, so braucht nur die Isolation der Transformatoren der gesammten Spannung zu entsprechen; jene der Lampen dagegen braucht nur so gut zu sein, dass sie die Lampenspannung aushalten kann. Die Anordnung ist in Fig. 109 skizzirt.  $T$  sind die Transformatoren und  $L$  die Lampen. Die Rückleitung ist nicht gezeichnet. Diese Anordnung hat jedoch einen Uebelstand. Wenn durch Zerstörung des Kohlenfadens bei Glühlampen oder Herausfallen der Kohlen bei Bogenlampen oder aus irgend einem andern Grunde der sekundäre Stromkreis eines Transformators unterbrochen wird, so steigt bei Transformatoren gewöhnlicher Konstruktion die Induktion im Eisen und die primäre Gegenspannung sehr bedeutend an. Der Primärstrom muss, der anderen Lampen wegen, konstant erhalten werden, was nur möglich

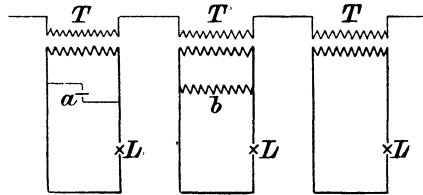


Fig. 109.

ist, indem man die Spannung der Maschine entsprechend erhöht. Dabei muss sich natürlich der ausser Betrieb gesetzte Transformator sehr bedeutend erhitzen und schliesslich verbrennen. Um dieses zu vermeiden, ist es nothwendig, dem Sekundärstrom einen andern Weg als durch die Lampe zu geben. Das kann auf zwei Arten geschehen. Wir können, wie in Fig. 99, bei  $a$  eine automatische Sicherung einsetzen, bestehend aus zwei Elektroden, die im normalen Zustand durch ein dünnes Blättchen aus paraffinirtem Papier oder Glimmer getrennt sind. Solange der Lampenstrom fliesst, herrscht zwischen diesen Elektroden nur die normale Lampenspannung, der das Blättchen vollkommen gut widerstehen kann. Wird der Lampenstrom jedoch unterbrochen, so steigt die Spannung, und das Blättchen wird durchgeschlagen. Die Elektroden berühren sich und schliessen die sekundäre Spule kurz. Damit ist die Gefahr eines Verbrennens des Transformators beseitigt.

Eine andere Methode, dasselbe Ziel zu erreichen, besteht in der Anwendung einer Drosselspule  $b$ , die der Lampe parallel ge-



schaltet wird. Durch diese Spule fließt ein Strom, welcher der Klemmenspannung (in diesem Falle also der Lampenspannung) proportional ist und ihr in der Phase um nahezu  $90^\circ$  nacheilt. Die in der Drosselspule verbrauchte Leistung ist lediglich Eisen- und Stromwärme; sie ist viel kleiner als das Produkt von Strom und Spannung. Durch gute Konstruktion ist es also immer möglich, die Drosselspule so einzurichten, dass kein erheblicher Effektverlust eintritt, wenngleich Strom scheinbar verloren geht. Ein Beispiel möge zur Erläuterung dienen. Nehmen wir an, die Lampe brauche 35 Volt und 20 Ampère und habe einen Leistungsfaktor von 80%. Die wirklich verbrauchte Leistung ist also 560 Watt. Die Drosselspule sei so konstruiert, dass bei 35 Volt auch 20 Ampère durchgehen, und zwar unter einem Effektverlust von 20 Watt. Der Leistungsfaktor ist also  $20 : (35 \times 20) = 2,85\%$ . Zeichnet man nun das Vektordiagramm, so findet man, dass der vom Transformator zu liefernde Strom 36 Ampère beträgt. Wird nun die Lampe ausgeschaltet, so muss die Drosselspule die ganzen 36 Ampère durchlassen, was eine Spannungserhöhung auf  $35 \times \frac{36}{20} = 63$  Volt hervorbringt. Der Transformator wird also in dem gleichen Verhältnis magnetisch stärker beansprucht, nämlich um 80%. Diese Mehrbeanspruchung ist jedoch nicht so stark, als dass eine Beschädigung zu befürchten wäre.

Es kommt manchmal vor, dass ein Transformator zur Speisung einer Anzahl in Serie geschalteter Lampen verwendet wird, wobei möglichste Konstanthaltung des sekundären Stromes bei veränderlicher Lampenzahl angestrebt wird. Dieses Ziel ist ohne weiteres erreichbar, wenn der Primärstrom konstant gehalten wird und die Primärwickelungen der einzelnen Transformatoren in Serie geschaltet werden. Nun bedingt aber diese Schaltung die Anwendung von besonderen Schutzmitteln, wie oben erwähnt. Will man letztere vermeiden, so muss die Primärwicklung im Nebenschluss zum Primärstromkreis angeordnet werden, und dann würde sich ein Transformator mit sehr wenig magnetischer Streuung nicht eignen, denn ein solcher hält die Spannung konstant, nicht aber die Stromstärke. Bei Serienschaltung der Lampen ist es aber gerade die Stromstärke, welche konstant erhalten werden soll, während die Spannung im Verhältnis mit der Zahl der eingeschalteten Lampen variieren muss. Dieser Bedingung kann nun annähernd genügt werden, wenn man den Transformator absichtlich so baut, dass er ziemlich viel mag-

netische Streuung hat. Bei einer solchen Anordnung, Fig. 110, ist der Eisenkörper des Transformators<sup>1)</sup> mit Ansätzen  $a$   $b$  versehen, zwischen denen ein bedeutendes Streufeld entsteht, wenn die beiden Spulen Strom führen. Die Primärspule ist mit der Speiseleitung  $s$  im Nebenschluss verbunden, und die sekundäre Spule ist mit der Lampenleitung  $L$  verbunden. Die Lampen sind alle in Serie geschaltet; jede einzelne kann jedoch kurz geschlossen und so ausser Betrieb gesetzt werden. Es ist ohne weiteres klar, dass bei unterbrochenem sekundären Stromkreis das Streufeld zwischen  $a$  und  $b$  nur unbedeutend sein kann, denn die Kraftlinien können ihren Weg ungehindert durch die sekundäre Spule nehmen. Fließt jedoch in dieser Spule ein Strom, so werden die Kraftlinien zurückgestaut und müssen ihren Weg über die Ansätze  $a$   $b$  und die zwischenliegende Luftschicht nehmen. Je stärker der Strom, desto mehr Kraftlinien

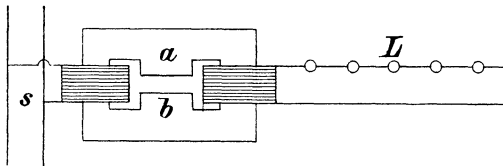


Fig. 110.

werden zurückgestaut und desto weniger gehen durch die sekundäre Spule, d. h. desto kleiner ist die im sekundären Stromkreise inducirte E.M.K. Schliesst man nun eine der Lampen kurz, so würde bei konstanter E.M.K. die Stromstärke infolge der Verminderung im Widerstande steigen. Das Anwachsen der Stromstärke bewirkt jedoch eine Vergrößerung des Streufeldes und eine entsprechende Verminderung der E.M.K., und es wird auf diese Weise eine Regulierung auf konstante Stromstärke in der Sekundärspule wenigstens annähernd erzielt. Die Grenzen, zwischen welchen dies stattfindet, lassen sich leicht durch ein Vektordiagramm, Fig. 111, festsetzen. Es sei  $OA$  der Strom und  $OE_2$  die sekundäre Klemmenspannung bei voller Belastung (maximale Lampenzahl). Die Belastung ist als induktionslos vorausgesetzt. Es sei ferner  $E_2 E_1$  der Vektor der durch Selbstinduktion und Widerstand bedingten E.M.K., so ist  $OE_1$  der Vektor der primären Klemmenspannung. Die Länge der Linie

<sup>1)</sup> Vergl. auch Fig. 84.

$E_2 E_1$  ist proportional der Stromstärke. Werden nun so viele Lampen kurz geschlossen, dass nur die halbe E.M.K. zum Betriebe der Lichtleitung nöthig ist, so rückt der Punkt  $E_2$  nach  $E_2'$  und  $E_1$  nach  $E_1'$ . Der Strom ist jetzt der Strecke  $E_2' E_1'$  proportional, also etwas grösser als früher. Wird die gesammte Lichtleitung kurzgeschlossen, so fällt  $E_2$  mit  $O$  zusammen, und der Strom ist  $OE_1''$  proportional. Das Anwachsen der Stromstärke von Vollbelastung bis auf Kurzschluss ist also durch das Verhältniss der Strecken  $E_2 E_1$  und  $OE_1''$  gegeben, und es ist sofort klar, dass wir durch entsprechende Konstruktion des Transformators auf starke Streuung (wobei  $\varphi$  gross wird) den procentualen Zuwachs des Stromes bei abnehmender Belastung beliebig klein machen können. Allerdings

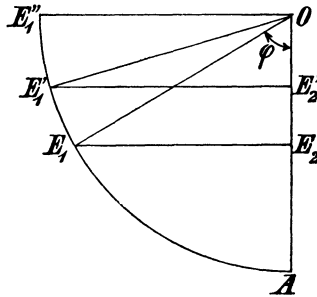


Fig. 111.

wird dabei der Transformator verhältnismässig gross und kostspielig. Auch muss sein Wirkungsgrad geringer ausfallen als bei der Konstruktion mit möglichst wenig Streuung, welche sich für Parallelbetrieb der Lampen eignet. Es ist auch zu bemerken, dass bei Lampen, welche Selbstinduktion haben, diese Art der Regulirung auf konstante Stromstärke viel weniger tauglich ist, wie man sofort aus dem Umstande erkennt, dass im Diagramm Fig. 111 der Vektor  $OE_2$  nicht mehr senkrecht, sondern schräg zu stehen kommt, der Unterschied zwischen den Längen  $E_2 E_1$  und  $OE_1''$  also bedeutend grösser ausfällt.

**Drosselspulen.** Bei Lampen, die in Parallelschaltung arbeiten, bilden Drosselspulen ein sehr bequemes Mittel, die Spannung der Lampe entsprechend zu reguliren. Erfordert die Lampe eine kleinere Spannung als jene ist, welche zwischen den Zuleitungsdrähten herrscht, so kann man durch Vorschalten einer Drosselspule die

überschüssige Spannung gewissermaassen abdämpfen. Allerdings liesse sich der gleiche Zweck auch durch einen Vorschaltwiderstand erreichen, aber dann unter einem bedeutenden Effektverlust, welcher gleich ist dem Produkt von Strom und abgedämpfter Spannung. Bei Anwendung einer Drosselspule anstatt eines Widerstandes ist der scheinbare Effektverlust gleich diesem Produkt, der wirkliche jedoch wegen der Phasenverschiebung viel kleiner. Die Verwendung

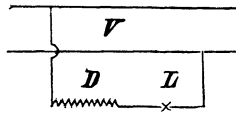


Fig. 112.

einer Drosselspule ist in Fig. 112 schematisch dargestellt.  $V$  ist die Vertheilungsleitung,  $D$  die Drosselspule und  $L$  die Lampe. Fig. 113 ist das zugehörige Vektordiagramm.  $O I$  ist der Strom und  $O E_w$  die Wattkomponente der Spannung. Die Strecke  $O E_1$  stellt die Spannung dar, welche zwischen den Klemmen der Lampe herrscht, wobei  $\varphi$  die Phasenverschiebung ist. Bei einer Glühlampe würde  $E_1$  und  $E_w$  zusammenfallen, wobei  $\varphi = 0$ . Bei einer Bogenlampe findet Phasenverschiebung statt, und  $O E_1$  ist grösser als  $O E_w$ . Die

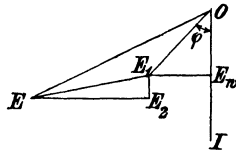


Fig. 113.

zur Deckung der Effektverluste in der Drosselspule nöthige Spannung ist durch den Vektor  $E_1 E_2$  dargestellt und ihre gegen elektromotorische Kraft durch  $E_2 E$ . Der Vektor  $E_1 E$  stellt somit die Spannung zwischen den Klemmen der Drosselspule dar, und  $O E$  ist der Vektor der Spannung zwischen den Vertheilungsleitungen.

**Ausgleichsspulen.** Die in Fig. 112 skizzierte Anordnung findet Anwendung, wenn eine Bogenlampe an einen Wechselstromkreis angeschlossen werden soll, dessen Spannung die Betriebsspannung der Lampe übersteigt. Für eine Wechselstromlampe genügt eine Spannung von 30 bis 35 Volt. Man könnte also drei solcher Lampen in Serie an eine Leitung von 110 Volt anschliessen. Wird jedoch

nur eine Lampe benötigt, so muss die überschüssige Spannung in der oben erläuterten Weise durch eine Drosselspule abgedämpft werden. Nehmen wir nun den Fall an, dass zwischen den zwei Drähten der Leitung gerade die Spannung herrscht, welche zwei in Serie geschaltete Bogenlampen brauchen, also etwa 65 Volt. Um die eine oder die andere der Lampen allein zu brennen, können wir die in Fig. 114 gezeichnete Anordnung verwenden.  $D_1$  und  $D_2$  sind zwei übereinanderliegende Windungen mit gemeinschaftlichem Eisenkern. In der Zeichnung sind sie der Einfachheit halber nebeneinander gezeichnet. Die beiden Spulen sind im Punkte  $o$  verbunden, und die Richtung der Wickelung möge derart sein, dass ein in  $D_1$  von links nach rechts fließender Strom in  $D_2$  eine von rechts nach links wirkende E.M.K. inducirt und umgekehrt. Denken wir uns

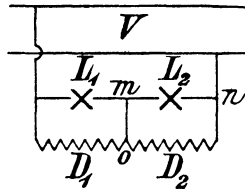


Fig. 114.

nun eine der Lampen, z. B.  $L_1$ , ausgeschaltet, so fließt der Strom durch  $D_1$  zunächst bis zum Punkte  $o$  und hat dann zwei Wege, den einen durch  $D_2$  und den andern durch die Lampe  $L_2$ . Es ist sofort klar, dass der erste Weg für den Strom unpassierbar ist; denn die in  $D_2$  inducirte E.M.K. ist seiner Richtung entgegengesetzt und erzeugt selbst einen Strom, der auch durch die Lampe fließt. Die zwei Spulen können also als ein Transformator mit dem Umsetzungsverhältnis 1 : 1 angesehen werden, wobei  $D_1$  die primäre und  $D_2$  die sekundäre Wickelung ist. Nehmen wir an, dass die Lampen 12 Ampère Strom brauchen, dann würde bei einem Wirkungsgrad des Transformators von 100 % durch  $D_1$  ein Strom von 6 Ampère fließen und durch  $D_2$  ein genau gleicher Strom, aber in entgegengesetzter Richtung. Die zwei Ströme addiren sich in  $o$ , und die Lampe  $L_2$  erhält einen Strom von 12 Ampère. Bei  $n$  theilt sich dieser Strom wieder, indem 6 Ampère zur Spule  $D_2$  fließen und 6 Ampère zum andern Pol der Leitung. Da der Wirkungsgrad des Apparates jedoch etwas kleiner als 100 % sein muss, so wird  $D_2$  etwas weniger als die Hälfte des Lampenstromes beitragen oder,

was auf das Gleiche hinauskommt, die Leitung muss etwas mehr als den halben Lampenstrom liefern. Der Mehrbetrag dient zur Deckung der Verluste.

Es ist also möglich, durch Parallelschaltung eines Transformators zu den zwei Lampen dieselben von einander unabhängig zu machen, trotzdem sie zu einander in Serie geschaltet sind. Der Transformator hat drei Klemmschrauben *p o n*, von denen *o* für beide Spulen gemeinschaftlich ist. Er wirkt hier als eine Art elektromagnetischer Ausgleichsvorrichtung zwischen zwei Stromkreisen, und das gleiche Princip lässt sich auch auf mehr als zwei Stromkreise anwenden. So sind z. B. in Fig. 115 drei Lampen in Serie geschaltet und an die Vertheilungsleitung *V* angeschlossen. Der Transformator hat jetzt drei übereinander gewickelte Spulen mit gemeinsamem Eisenkern. Es sei der Lampenstrom wieder 12 Ampère, und es

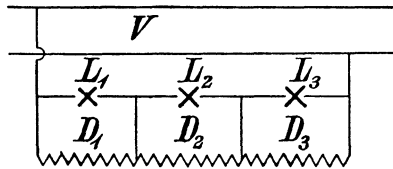


Fig. 115.

seien die Lampen  $L_2$  und  $L_3$  ausgeschaltet. Dann fließt durch  $D_2$  und  $D_3$  ein Strom von etwas über 4 Ampère und inducirt in  $D_1$  einen Strom von etwas unter 8 Ampère, der sich zum Primärstrom addirt, so dass die Lampe  $L_1$  mit der normalen Stromstärke von 12 Ampère gespeist wird. Solche Transformatoren werden in Hausinstallationen zum Anschluss von Bogenlampen vielfach verwendet, weil man dadurch die Vortheile der Serienschaltung und Unabhängigkeit jeder Lampe von den andern gleichzeitig erzielt. Auch ist die Leistung der Transformatoren kleiner als jene von Einzeltransformatoren für jede Lampe, wie man leicht aus folgender Uebersetzung sieht. Es sei  $e$  die Spannung in der Vertheilungsleitung und  $P$  der Effektbedarf einer Lampe bei dem Normalstrom  $i$ . Dann ist für Fig. 114 bei  $\cos \varphi = 1$  die Leistung des Transformators  $e \times \frac{i}{2} = \frac{P}{2}$ , während jene von zwei Einzeltransformatoren sein würde  $2 \times \frac{e}{2} \times i = P$ . Mit andern Worten: der gemeinsame Transformator für zwei Lampen in Serienschaltung enthält nicht

mehr Material als ein gewöhnlicher Transformator für eine Lampe in Parallelschaltung. Bei der Anordnung Fig. 115 muss der Transformator für die Spannung  $e$  und die Stromstärke  $\frac{2}{3} i$  konstruiert sein. Der Materialverbrauch entspricht also einer Leistung von  $\frac{2}{3} P$ , während die Gesamtleistung von 3 Einzeltransformatoren,  $3 \times \frac{i}{3} \times e = P$  sein würde. Die Anwendung eines kombinierten Transformators ist also auch in diesem Falle vortheilhaft.

**Dreileitersystem.** Transformatoren mit kombinierter Sekundärwicklung lassen sich auch bei Stromvertheilung mit Dreileitersystem vortheilhaft anwenden. Die Primärwicklung, welche den Hochspannungsstrom von der Speiseleitung  $s$  Fig. 116 erhält, hat nur

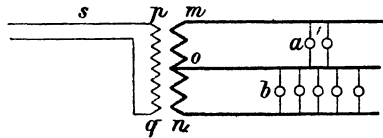


Fig. 116.

zwei Klemmen  $p, q$ . Die Sekundärwicklung hat drei Klemmen  $m, o, n$ , von denen  $o$  für beide Theile des Vertheilungsnetzes gemeinsam ist. Die Spannung zwischen  $m$  und  $n$  ist doppelt so gross als jene in den Stromkreisen  $a$  und  $b$ , und die Vertheilungsleitungen können genau wie beim Dreileitersystem für Gleichstrom entsprechend leichter gehalten werden.

**Ausgleichstransformator.** Liegt der Transformator in einiger Entfernung vom eigentlichen Beleuchtungsgebiet, so braucht der Mittelleiter gar nicht zu ihm zurückgeführt zu werden, sondern man kann den Ausgleich zwischen den zwei Theilen des Dreileitersystems durch einen besondern Ausgleichstransformator in ähnlicher Weise wie in Fig. 114 an Ort und Stelle bewirken. Die Anlage besteht dann aus dem Haupttransformator  $T$  auf der Unterstation, Fig. 117, und einem kleinen Ausgleichstransformator  $T_1$ , welcher mitten im Beleuchtungsgebiet eingesetzt werden kann. Die Leistung dieses Transformators braucht nicht grösser bemessen zu werden, als der halben Differenz in der Belastung der beiden Stromkreise entspricht. Es sei  $i_a$  die maximale Strombelastung in  $a$  und  $i_b$  die gleichzeitig auftretende Stromstärke in  $b$ , so muss die eine Spule des Ausgleichs-

transformators den Strom  $\frac{i_a - i_b}{2}$  aufnehmen und die andere den gleichen Strom abgeben. Ist  $e$  die Spannung in jedem Stromkreise, so ist die Leistung des Ausgleichstransformators  $\frac{i_a - i_b}{2} e$ . Die Leistung des Haupttransformators ist zur gleichen Zeit  $\frac{(i_a + i_b)}{2} 2e$ ; da es aber doch vorkommen kann, dass zu gewissen Zeiten beide Stromkreise die maximale Belastung führen, muss dieser Transformator für eine Leistung von  $2i_a e$  gebaut sein. Bezeichnet nun  $p$  das Verhältnis der Belastungsdifferenz zur Maximalbelastung eines Stromkreises, also  $i_b = (1 - p) i_a$ , so muss der Ausgleichstransfor-

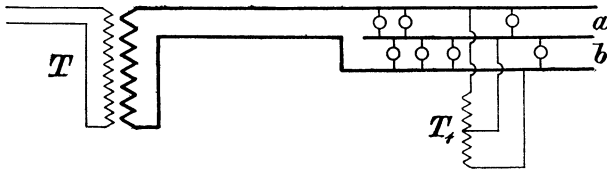


Fig. 117.

motor für die Leistung  $\frac{p}{2} i_a e$  gebaut sein, und seine Grösse wird sich zu jener des Haupttransformators verhalten wie  $2 : \frac{p}{2} = 4 : p$ . Bei einer Belastungsdifferenz von 100, 50, 20 und 10 % würde er also bezw. für  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{8}$ ,  $\frac{1}{20}$ , und  $\frac{1}{40}$  der Leistung des Haupttransformators gebaut werden müssen. Man sieht, dass ein verhältnissmässig sehr kleiner Ausgleichstransformator die Zurückführung des Mittelleiters nach der Unterstation entbehrlich macht.

**Scott's System der Stromvertheilung.** Eine andere Anwendung finden Transformatoren bei der Umwandlung eines Zweiphasen- in ein Dreiphasensystem und umgekehrt. Die Anordnung, wie sie Fig. 118 zeigt, ist von Herrn C. F. Scott<sup>1)</sup> angegeben worden.  $G$  ist ein Zweiphasengenerator, dessen Stromkreise die Primärspulen von zwei gesonderten Transformatoren  $T_1$  und  $T_2$  enthalten. Die Sekundärspulen sind, wie die Figur zeigt, verbunden und haben drei Klemmschrauben  $A, B, C$  für die Aussenleitung.

<sup>1)</sup> The Electrician, April 6, 1894.



Da die Primärströme in  $T_1$  und  $T_2$  gegeneinander um  $90^\circ$  verschoben sind, so sind die E.M.-Kräfte in den zwei Sekundärspulen auch um  $90^\circ$  gegeneinander verschoben. Die im äusseren Stromkreis  $AB$  wirkende E.M.K. setzt sich also aus zwei Komponenten zusammen, nämlich jener, die in der Sekundärspule von  $T_1$  erzeugt wird, und

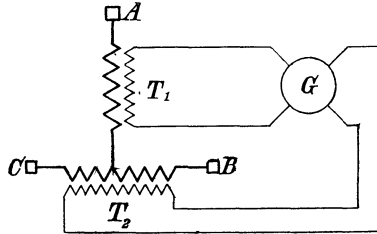


Fig. 118.

jener, die in der halben Sekundärspule von  $T_2$  erzeugt wird. Seien  $OA$  und  $BO$  in Fig. 119 diese Komponenten, so ist  $BA$  die Resultante, d. h. die E.M.K. zwischen  $B$  und  $A$ . Ebenso ist  $CA$  die E.M.K. zwischen  $C$  und  $A$ . Die E.M.K. zwischen  $B$  und  $C$  ist  $BC$ . Nun ist sofort klar, dass man es durch geeignete Wahl der sekundären Windungszahlen erreichen kann, dass diese Resultanten der

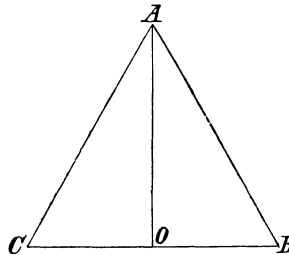


Fig. 119.

Grösse nach einander gleich werden. Man muss die sekundären Spulen so wickeln, dass  $OB = \frac{1}{2} AB$ . Dann ist aber  $OA = AB \sqrt{\frac{3}{4}}$ ,  $OA = 0,867 AB$ , und Fig. 119 ist ein gleichseitiges Dreieck. Im rotirenden Vektordiagramm gehen also die drei E.M.-Kräfte durch Null in Intervallen von  $60^\circ$ , d. h. jede zweimal in einer vollen Periode. Ebenso folgen sich die Maxima beider Vorzeichen in Inter-

vallen von  $60^\circ$ , und wenn wir nur positive oder nur negative Maxima betrachten, ist der Abstand  $120^\circ$ . Die drei Stromkreise gehen also durch die gleiche Phase in Intervallen von  $120^\circ$  oder mit andern Worten, es besteht zwischen ihnen eine Phasenverschiebung von  $120^\circ$ . Es ist somit durch die eigenthümliche Anordnung der Transformatoren der zweiphasige Primärstrom in einen dreiphasigen Sekundärstrom verwandelt worden.

Der Vortheil, den Herr Scott für sein System beansprucht, ist, dass die Stromerzeugung und Stromverwendung bei zwei Phasen, die Uebertragung jedoch mittels dreier Phasen geschehen kann; ersteres erleichtert die Regulirung bei gemischtem Betrieb von Mo-

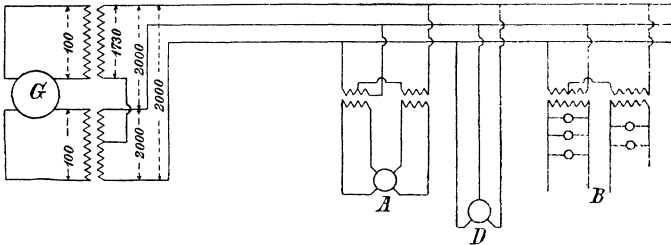


Fig. 120.

toren und Lampen, und letzteres führt eine Ersparnis in Leitungsmaterial herbei. Die von Scott angegebene Anwendung ist in Fig. 120 dargestellt.

*G* ist ein Zweiphasengenerator, dessen 100 V-Spannung in den Transformatoren auf 2000 und 1730 V erhöht wird, so dass zwischen je zwei Drähten der dreifachen Speiseleitung 2000 V herrschen. An der Verbrauchsstelle wird wieder nach Bedarf auf 100 voltigen Zweiphasenstrom herabgesetzt für Motoren- oder Lampenbetrieb (*A* bzw. *B*), oder der dreiphasige Strom direkt zum Betrieb von Motoren verwendet, *D*. Trotz der Verkettung der Stromkreise macht die Regulirung auf konstante Lampenspannung nicht mehr Schwierigkeiten, als wären die Lampen unmittelbar an den Generator angeschlossen.

## Zehntes Kapitel.

Der Transformator und seine Stromkreise. — Elektrische Konstanten der Leitungen. — Resonanz. — Spannungserhöhung durch Resonanz. — Kabeldurchschläge in weit verzweigten Netzen.

**Der Transformator und seine Stromkreise.** Ein Transformator kann nie für sich allein angewendet werden, sondern nur in Verbindung mit andern Apparaten. Er bildet gewissermaassen das verkettende Glied zwischen zwei Stromkreisen, deren jeder E.M.K., Widerstand, Selbstinduktion und Kapazität enthalten kann. Je nachdem diese Eigenschaften relativ zu einander entwickelt sind, wird auch der Arbeitszustand des Transformators beeinflusst werden und deshalb müssen wir, um sein Verhalten zu studiren, ihn nicht als Apparat für sich, sondern als Theil eines ganzen Stromsystems betrachten. Für eine solche Betrachtung ist es bequem, wenn man die elektrischen Eigenschaften des Transformators in einer einfachen Weise darstellen kann. Um zu einer solchen Darstellung zu gelangen, wollen wir voraussetzen, das Umsetzungsverhältnis sei 1 : 1. Diese Voraussetzung ist zulässig, wenn wir jeden der beiden Stromkreise für sich betrachten. Ist aber das Umsetzungsverhältniss 1 : 1, so können die beiden Stromkreise leitend verbunden sein und der Transformator kann ersetzt werden durch eine Gruppe von Spulen, die Widerstand und Induktanz haben, und zwar in solcher Anordnung und Grösse, dass die Arbeitszustände in beiden Stromkreisen genau dieselben sind als bei Zwischenschaltung eines wirklichen Transformators mit dem Umsetzungsverhältnis 1 : 1. Die linke Seite der Fig. 121 stellt den wirklichen Transformator, die rechte die gleichwerthige Anordnung von Induktanz und Widerstand dar.

In beiden Fällen bedeuten  $a b$  die Klemmen des gespeisten oder sekundären Stromkreises zwischen denen die Spannung  $e$  besteht. Der Leerlaufstrom ist  $i_0$ , seine Watt-Komponente  $i_h$  und seine watt-

lose Komponente  $i_\mu$ . Der in den gespeisten Stromkreis übertragene Strom sei  $i$ . Im wirklichen Transformator wird bei Leerlauf die Leistung

$$P_v = e i_h = w_1 i_h^2$$

in Wärme umgesetzt, d. h. zur Erhitzung des Eisens verwendet. Die Kupferwärme ist bei Leerlauf so gering, dass wir sie nicht zu beachten brauchen oder als zur Hysteresis zugeschlagen annehmen

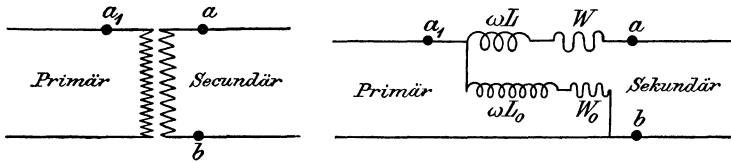


Fig. 121.

können. Um in der rechts in Fig. 121 gezeichneten äquivalenten Anordnung diesen Verlust ebenfalls einzuführen, müssen wir uns einen Widerstand  $W_0$  zwischen die Primärleitungen gelegt denken. Seine Grösse bestimmt sich aus der Bedingung

$$W_0 i_0^2 = e i_h.$$

Ist  $\omega L_1$  die Induktanz der Primärspule im wirklichen Transformator bei Leerlauf, so ist

$$e = i_\mu \omega L_1.$$

Um die Wirkung von  $L_1$  in der äquivalenten Anordnung darzustellen, müssen wir die Induktanz  $\omega L_0$  in Serie mit  $W_0$  schalten. Die Grösse von  $W$  und  $\omega L_0$  bestimmt sich aus folgender Ueberlegung. In der äquivalenten Anordnung ist  $e$  die Resultante der wattlosen Komponente  $e_s = \omega L_0 i_0$  und der Watt-Komponente  $e_w = W_0 i_0$ . Im wirklichen Transformator ist  $i_0$  die Resultante der wattlosen Komponente  $i_\mu$  und der Watt-Komponente  $i_h$ . Wir haben also

$$W_0 i_0^2 = e i_h$$

$$W_0 = \frac{e}{i_0} \cdot \frac{i_h}{i_0}.$$

Die Werthe  $i_0$  und  $i_h$  sind für eine gegebene Primärspannung wie im 4. Kapitel angegeben zu berechnen. Bedeutet  $P$  die Belastung primär in K.V.A. und  $\lambda$  den Procentsatz des Leerlaufstroms, so dass

$$\lambda = 100 \frac{i_0}{i}$$

so ist  $P = e i 10^{-3}$  und  $\frac{1}{i_0} = \frac{100}{\lambda i}$

$$\begin{aligned} \frac{1}{i_0} &= \frac{100}{\lambda P} \frac{e}{1000} \\ W_0 &= \frac{1}{\lambda P} \left( \frac{e}{1000} \right)^2 \left( \frac{i_0}{i} \right) 10^5 \dots \dots \dots 28) \end{aligned}$$

Ebenso haben wir

$$\begin{aligned} i_0 e_s &= i_\mu e \\ \omega L_0 i_0^2 &= i_\mu e \\ \omega L_0 &= \frac{e}{i_0} \frac{i_\mu}{i_0} \\ \omega L_0 &= \frac{1}{\lambda P} \left( \frac{e}{1000} \right)^2 \left( \frac{i_\mu}{i_0} \right) 10^5 \dots \dots \dots 29) \end{aligned}$$

Es ist also aus den elektrischen Daten des wirklichen Transformators, nämlich Spannung, Leerlaufstrom und seinen Komponenten, möglich, den Widerstand und die Induktanz der äquivalenten Anordnung, soweit sie sich auf Leerlauf bezieht, zu berechnen.

In ähnlicher Weise können diese Konstanten für Belastung bestimmt werden. In Fig. 121 sind sie mit  $W$  und  $\omega L$  bezeichnet. Ist  $W_1$  der Widerstand der Primärwicklung,  $W_2$  jener der Sekundärwicklung und sind  $n_1, n_2$  die Windungszahlen, so ist  $W$  auf die Primärseite bezogen

$$W = W_1 + \left( \frac{n_1}{n_2} \right)^2 W_2 \dots \dots \dots 30)$$

Die Induktanz  $\omega L$  finden wir aus folgender Ueberlegung. Bei einem induktiven Spannungsabfall von

$$e_{s1} + \frac{n_1}{n_2} e_{s2} = e_s$$

ist

$$\omega L i = e_s$$

Dabei ist  $i$  der Primärstrom der sich aus

$$i = \frac{1000 P}{e}$$

berechnen lässt. Es ist bequem, den induktiven Spannungsabfall in Procenten auszudrücken, so dass, wenn  $\sigma$  den Procentsatz bedeutet, wir schreiben können

$$\sigma = 100 \frac{e_s}{e}$$

$$\begin{aligned} \omega L i &= \frac{\sigma e}{100} \\ \omega L \frac{1000 P}{e} &= \sigma \frac{e}{100} \\ \omega L &= \frac{\sigma}{P} \left( \frac{e}{1000} \right)^2 10 \dots \dots \dots 31) \end{aligned}$$

Ein Beispiel möge die Anwendung dieser Formeln zeigen. Wir wählen zu diesem Zweck einen 20 K.V.A.-Transformator für  $\sim = 45$ ; primär 3000 V, Umsetzungsverhältnis 25 (also bei Leerlauf 3000 auf 120 V), Leerlaufstrom 3,3 %, Eisenverlust 300 Watt und Kupferverlust bei Vollbelastung auch 300 Watt. Der induktive Spannungsabfall bei Vollbelastung sei 4 %. Bei gleicher Stromwärme in beiden Wickelungen haben wir  $W_1 = 3,37$ ;  $W_2 = 0,0054$ . Für diesen Transformator sind die elektrischen Konstanten auf die Hochspannungsseite bezogen

$P = 20$	$\lambda = 3,3$	$\sigma = 4$
$\frac{e}{1000} = 3$	$i = 6,67$	$W = 6,75$
$i_0 = 0,22$	$i_h = 0,1$	$i_\mu = 0,196$ .

Für Leerlauf bestimmt sich  $W_0$  aus 28) zu

$$W_0 = 6200 \text{ Ohm}$$

und  $\omega L_0$  aus 29) zu

$$\begin{aligned} \omega L_0 &= 12100 \text{ Ohm} \\ L_0 &= 43 \text{ Henry.} \end{aligned}$$

Der Transformator wirkt also bei Leerlauf wie eine Spule, die behaftet ist mit einem ohmschen Widerstand von 6200 Ohm und einem Selbstinduktions-Koeffizienten von 43 Henry. Diese Spule liegt im Nebenschluss zu den Zuleitungsdrähten. In Serie mit einem dieser Drähte liegt ausserdem noch eine Spule, die behaftet ist mit dem ohmschen Widerstand  $W$  und dem Selbstinduktions-Koeffizienten  $L$ . Diese beiden Werthe finden wir aus den Gleichungen 30) und 31) zu

$$\begin{aligned} W &= 6,75 \text{ Ohm} \\ \omega L &= 18 \\ L &= 0,064 \text{ Henry.} \end{aligned}$$

Wäre das Umsetzungsverhältnis 1:1, so würde der sekundäre Stromkreis eine Spannung erhalten, die wir finden, indem wir von 3000 V vektoriell jene Spannung abziehen, die in der Spule ( $W, \omega L$ ) verloren geht. Den Primärstrom würden wir erhalten, indem wir zu dem sekundären Strom von 6,67 A vektoriell den Leerlaufstrom

0,22 A addiren. Da das Umsetzungsverhältnis aber in Wirklichkeit 25 : 1 ist, so ist der sekundäre Strom  $25 \times 6,67 = 166,75$  A und die sekundäre Spannung ist nur  $1/25$  des oben angegebenen Werthes.

Dass die in Fig. 121 skizzierte Anordnung von zwei Spulen, die eine im Nebenschluss und die andere in Serie mit der Leitung, ein vollkommener Ersatz für den wirklichen Transformator ist, sieht man ohne weiteres aus dem Vektordiagramm. Es sei in Fig. 122  $OA$  der den Verbrauchsapparaten zugeführte Strom,  $OE$  seine Span-

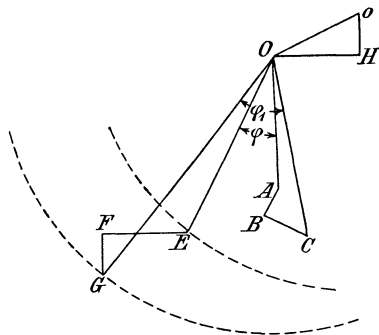


Fig. 122.

nung und  $\varphi$  die Phasenverschiebung zwischen beiden, die natürlich nur durch den Charakter der Verbrauchsapparate bestimmt ist. Wir machen

$$EF = \omega L i$$

$$FG = W i.$$

Dann ist  $OG$  die zwischen den Klemmen  $b a_1$  in Fig. 121 bestehende Spannung und diese ist bei Leerlauf gleich der zwischen  $a b$  bestehenden Spannung. Machen wir

$$AB = i_h$$

und parallel zu  $OG$  und ferner

$$BC = i_\mu$$

und senkrecht zu  $OG$ , so ist  $OC$  der durch die Klemme  $a_1$  fließende Strom. Die Gruppe von zwei Spulen erhält also den Strom  $OC$  und die Spannung  $OG$  unter der Phasenverschiebung  $\varphi_1$ ; sie giebt ab den Strom  $OA$  mit der Spannung  $OE$  und bei einer Phasenverschiebung  $\varphi$ . Auf eine kleine Ungenauigkeit im Diagramm muss noch hingewiesen werden.  $FG$  ist eine Watt-Komponente und deshalb dem Stromvektor  $OA$  parallel gezeichnet. Nun besteht  $FG$  in

Wirklichkeit aus zwei Theilen, nämlich dem ohmschen Spannungsabfall in der Sekundärspule, dessen Vektor jenem des Sekundärstromes  $OA$  parallel sein muss, und dem ohmschen Spannungsabfall in der Primärspule, dessen Vektor jenem des Primärstromes  $OC$  parallel sein muss. Nun sind aber  $AB$  und  $BC$  so kleine Strecken im Vergleich mit  $OA$ , dass die Vektoren  $OC$  und  $OA$  sehr nahezu ineinanderfallen und wir deshalb  $FG$  ohne weiteres dem Vektor  $OA$  parallel zeichnen können. Einen ähnlichen Fehler haben wir auch bei Ableitung der Methode zur graphischen Bestimmung des Spannungsabfalles zugelassen. In der That ist Fig. 122 zum Theil eine Wiederholung des in Fig. 76 gegebenen Diagramms, wie man sofort sieht, wenn man  $OH$  gleich und parallel mit  $FE$  und  $HO$  gleich und parallel mit  $GF$  macht. Die aus  $O$  und  $o$  gezeichneten Kreise entsprechen genau den für einen wirklichen Transformator gezeichneten Kreisen in Fig. 76.

**Elektrische Konstanten der Leitungen.** Jede Leitung hat Widerstand, Selbstinduktion und Kapazität. Alle diese Eigenschaften sind der Länge proportional. Der Einfluss der Selbstinduktion wird mit wachsender Stromstärke mehr fühlbar, jener der Kapazität mit wachsender Spannung.

Um die Selbstinduktion eines concentrischen Kabels zu finden, müssen wir den Kraftfluss innerhalb des ringförmigen Raumes zwischen Innen- und Aussenseite berechnen. Ist  $r_1$  der äussere Radius des Innenleiters und  $r_2$  der innere Radius des Aussenleiters, so ist unter Vernachlässigung des in der Masse des Leiters selbst auftretenden Kraftflusses die Induktion  $B$  im Abstand  $r$  vom Mittelpunkt gegeben durch

$$B = \frac{4\pi i}{2\pi r},$$

wobei  $r$  zwischen den Grenzen  $r_1$  und  $r_2$  liegt. Der Kraftfluss in  $l$  cm Länge ist

$$N = l \int_{r_1}^{r_2} B dr$$

$$N = 2li \ln \frac{r_2}{r_1}.$$

Bezeichnet  $L$  den Koeffizienten der Selbstinduktion, so ist

$$N = Li.$$

$$L = 2l \ln \frac{r_2}{r_1}$$



in absolutem Maass. Für praktische Zwecke ist es bequem  $L$ , in Henry und die Länge des Kabels in km auszudrücken. Auch wollen wir gewöhnliche statt natürlicher Logarithmen einführen. Das giebt

$$L = 4,6 l \log \frac{r_2}{r_1} 10^{-4} \text{ Henry.} \quad . . . . . 32)$$

Ein konzentrisches Kabel ist ein Kondensator, dessen Belegungen konzentrische Cylinder sind. Seine Kapazität in Mikrofarad ist nach einer bekannten Formel der Elektrizitätslehre ausgedrückt durch

$$K = \frac{0,024 l \varepsilon}{\log \frac{r_2}{r_1}} \text{ Mikrofarad,} \quad . . . . . 33)$$

wobei  $\varepsilon$  die Dielektricitätskonstante des Isolirmaterialies bezeichnet. Diese schwankt zwischen etwa 3 und 4,5. In der Formel 33) ist  $l$  in km einzusetzen.

Für Luftleitungen vom Radius  $r$ , die im Abstand  $d$  von einander parallel geführt werden, hat Steinmetz<sup>1)</sup> die Werthe von  $L$  und  $K$  angegeben. Sie sind

$$L = 9,2 l \log \frac{d}{r} 10^{-4} \text{ Henry} \quad . . . . . 34)$$

$$K = \frac{0,012 l}{\log \frac{d}{r}} \text{ Mikrofarad} \quad . . . . . 35)$$

Diese Formel ist abgeleitet unter der Voraussetzung, dass  $d$  im Vergleich mit  $r$  ziemlich gross ist. Bei verseilten Kabeln ist diese Bedingung jedoch nicht erfüllt und es giebt der Ausdruck

$$K = \frac{0,012 l \varepsilon}{\log \frac{d}{r}} \text{ Mikrofarad}$$

in diesem Fall nur einen angenäherten Werth für die Kapazität.

Ein Vergleich dieser Formeln zeigt, dass bei konzentrischen Kabeln die Selbstinduktion viel geringer ist als bei Luftleitungen, dass aber dafür bei letzteren die Kapazität viel geringer ist als bei konzentrischen Kabeln. Um einen Begriff von der Grössenordnung der Werthe zu erhalten, sind in der folgenden kleinen Tabelle die elektrischen Konstanten für eine 10 km lange Leitung von 50 qcm Querschnitt zusammengestellt. Der Drahtabstand bei der Luftleitung ist zu 60 cm angenommen. Die Frequenz sei 50, also  $\omega = 314$ .

<sup>1)</sup> E.T.Z. 1893, S. 478.

Einfache Länge der Leitung 10 km	Konzentrisches Kabel	Luftleitung
Widerstand der ganzen Leitung in Ohm	7	7
$L$ in Henry . . . . .	$1,65 \times 10^{-3}$	$20 \times 10^{-3}$
$\omega L$ in Ohm . . . . .	0,52	6,28
Gegenseitige Kapazität in Mikrofarad .	2,5	0,055
Bei 3000 V ist der Ladestrom in Ampère	2,34	0,052

Wie diese Tabelle zeigt, verschwindet beim konzentrischen Kabel der induktive Widerstand fast gänzlich gegen den ohmschen Widerstand, während bei der Luftleitung der Ladestrom fast gänzlich verschwindet gegenüber dem Strom, den eine Leitung von 50 qmm Querschnitt führen kann. Dagegen ist der Ladestrom des konzentrischen Kabels nicht so klein, dass man ihn vernachlässigen könnte, besonders dann nicht, wenn das Kabel von einem Transformator herauftransformierten Strom erhält. Dann ist nämlich die Selbstinduktion des Transformators mit der Kapazität des Kabels in Serie geschaltet und es treten gewisse Erscheinungen auf, die man im Allgemeinen mit dem Namen Resonanz bezeichnet und die unter Umständen für das Kabel sowohl als für den Transformator gefährlich werden können.

**Resonanz.** Um das Entstehen von Resonanz an einem einfachen Beispiel zu erklären, wollen wir annehmen, wir hätten das oben erwähnte konzentrische Kabel verlegt und wollen es mit einer Spannung von 6000 V prüfen<sup>1)</sup>. Da die Schienenspannung in der Centrale nicht wesentlich höher sein kann als die normale Betriebsspannung von 3000 V so müssen wir die Spannung mittels eines Transformators herauftransformieren. Die Frequenz sei 50, wie in deutschen Centralen üblich. Dieser Transformator muss sekundär abgeben den Ladestrom bei 6000 V. Nach obiger Tabelle ist der Ladestrom bei 3000 V von der Grössenordnung 2,34 A; er wird also bei 6000 V etwa 4,7 A betragen und es ist für die Kabelprüfung ein Transformator von 28 K.V.A. Leistungsfähigkeit nothwendig. Da jedoch der Transformator nur kurze Zeit gebraucht wird, kann er etwas überlastet werden. Wir wollen annehmen, dass uns für die Prüfung ein Transformator von 24 KVA zur Verfügung steht und dass wir diesem auf kurze Zeit bis zu 30 KVA belasten können. Wir wollen, um die Untersuchung zu vereinfachen, von dem im ersten Abschnitt dieses Kapitels eingeführten Begriff, der äquivalenten

<sup>1)</sup> Eine solche Prüfung ist in Uebereinstimmung mit den Sicherheitsvorschriften des V. D. E., § 1 d.

Spulen, Gebrauch machen. Dann kann die Anordnung durch Fig. 123 dargestellt werden.

Die Spule ( $W_0, \omega L_0$ ) ist in dieser Skizze weggelassen, weil sie nur die Maschine  $M$  in der Centrale belastet, aber auf den Vorgang zwischen Kabel und Spule ( $W, \omega L$ ), der uns augenblicklich allein interessirt, keinen Einfluss hat.

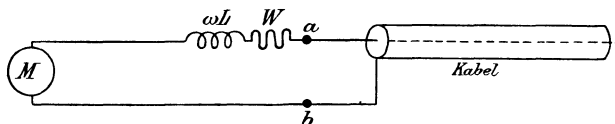


Fig. 123.

Das Kabel, dessen Kapazität  $K$  Mikrofarad sein möge, nimmt einen Ladestrom auf, der nach 23) berechnet wird; es ist

$$i = K \omega e 10^{-6} = 4,68.$$

Dieser Strom fliesst auch durch die Spule ( $W, \omega L$ ). Der Transformator, welcher durch die Spule ( $W, \omega L$ ) ersetzt wird, habe  $1\frac{1}{2}\%$  Kupferverlust und  $4\%$  induktiven Spannungsabfall. Es ist also für

$$i = 4 \qquad P = 24 \qquad \sigma = 4 \qquad P_v = 360 = W i^2.$$

Dann wird

$$W = 360 : 4^2 \\ W = 22,5 \text{ Ohm}$$

und  $\omega L$  berechnet sich aus 31) zu

$$\omega L = 60 \text{ Ohm.}$$

Der Ladestrom von 4,68 A erzeugt also in  $W$  einen ohmischen Spannungsabfall von 105 V und in  $\omega L$  eine induktive Spannungserhöhung von rund 280 V, so dass die Maschine nur 5720 V geben darf, wenn das Kabel genau 6000 V erhalten soll. Der Transformator würde für kurze Zeit eine viel grössere Stromstärke vertragen. Diese tritt auf, wenn wir das Kabel verlängern. Dann muss aber auch der Unterschied zwischen Maschinenspannung und Spannung am Kabel wachsen, eine Erscheinung, die zuerst bei der Verlegung der konzentrischen Ferranti-Leitungen zwischen Deptford und London beobachtet worden ist und die deshalb den Namen Ferranti-Effekt erhalten hatte. Es wäre richtiger gewesen, die Erscheinung Resonanz-effekt zu nennen, denn sie wird thatsächlich durch eine Resonanz zwischen Kapazität und Selbstinduktion hervorgebracht.

**Spannungserhöhung durch Resonanz.** In dem eben durchgerechneten Beispiel war die Spannungserhöhung nur unbedeutend. Es kam das daher, dass die Induktanz des Transformators und die Kapazität des Kabels klein waren. Nun können aber Fälle eintreten, wo die Verhältnisse nicht so günstig liegen. Denken wir uns eine Centrale mit weit verzweigtem konzentrischen Kabelnetz und betrachten wir zunächst ein Kabel, an dessen entferntem Ende ein Transformator angeschlossen ist. Die Belastung auf der sekundären Seite sei Null. Wir können also in der äquivalenten Anordnung die Spule ( $W, \omega L$ ) fortlassen und brauchen uns nur mit der Spule ( $W_0, \omega L_0$ ) zu beschäftigen. Das Kabel hat nicht nur Kapazität zwischen Innen- und Aussenleiter, sondern auch, und zwar eine grössere, Kapazität zwischen Aussenleiter und Bleimantel. Da aber der Bleimantel von Erde nicht isolirt ist, so hat der Aussenleiter Kapazität gegen Erde. Diese schwankt je nach der Grösse des

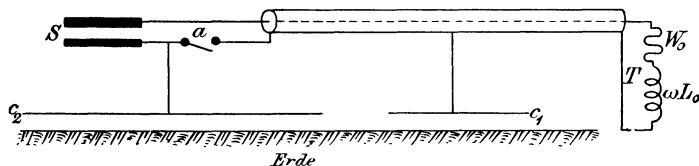


Fig. 124.

Kabels zwischen etwa 0,6 und 1,5 Mikrofarad pro km. In Fig. 124 seien  $S$  die Sammelschienen in der Centrale,  $T$  der am entfernten Ende des Kabels angeschlossene Transformator,  $C_1$  die Kapazität des Aussenleiters gegen Erde und  $C_2$  die Kapazität sämtlicher andern Aussenleiter im ganzen Hochspannungsnetz gegen Erde. Denken wir uns nun den Aussenleiterschalter  $a$  geöffnet, so fliesst der Strom von der oberen Sammelschiene ausgehend durch den Innenleiter in die Spule ( $W_0, \omega L_0$ ), von dort nach dem Aussenleiter, und da bei  $a$  die Verbindung unterbrochen ist, durch den Kondensator  $C_1$  zur Erde und von Erde durch den Kondensator  $C_2$  zur untern Sammelschiene. Es sind also die beiden Kapazitäten in Serie geschaltet mit der Spule ( $W_0, \omega L_0$ ). Die Kapazität von zwei in Serie geschalteten Transformatoren ist bekanntlich

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}.$$

Nun ist  $C_1$  die Kapazität nur eines Kabels und  $C_2$  die aller übrigen Kabel; es ist also  $C_1$  immer sehr klein gegen  $C_2$  und wir können mit genügender Annäherung schreiben

$$C = C_1.$$

Die Aussenleiter des ganzen Stadtnetzes wirken also, als ob sie Erdschluss hätten, und die Isolirung des abgeschalteten Aussenleiters muss der ganzen Spannung des Ladestromes widerstehen. Diese Spannung kann aber infolge von Resonanz stark anwachsen und darin liegt die Gefahr des Durchschlagens des abgeschalteten Aussenleiters. Um uns ein Bild über die Grösse dieser Gefahr zu machen, wollen wir als Beispiel ein Stadtnetz von 100 km konzentrischer Hochspannungskabel annehmen. Die Betriebsspannung sei primär 3000 V, die Frequenz 45. Die Kapazität von Aussenleiter gegen Blei hängt von der Konstanten des Isolirmaterials, seiner Dicke und dem Kabelquerschnitt ab. Wir können, ohne uns auf langwierige Berechnung irgend einer besonderen Anlage einzulassen, annehmen, dass sie im Durchschnitt von der Grössenordnung 1 Mikrofarad pro Kilometer ist. Wir wollen ferner annehmen, dass der mit dem einseitig abgeschalteten Kabel noch verbundene Transformator eine Leistung von 20 Kilovolt-Ampère hat, und dass seine elektrischen Konstanten die auf Seite 227 angegebenen Werthe haben. Um nun zu untersuchen, unter welchen Umständen eine gefährliche Erhöhung der Spannung eintritt, ist es am bequemsten, wenn man für verschiedene Werthe der Klemmenspannung diejenige Kapazität bestimmt, welche nöthig ist, damit der Ladestrom genau gleich wird dem dieser Klemmenspannung entsprechenden primären Leerlaufstrom. Dabei nehmen wir an, dass die Maschinenspannung (welche der Kombination von Transformator und Kapazität aufgedrückt wird) in allen Fällen 3000 V beträgt, also konstant ist. Letzteres entspricht den thatsächlichen Verhältnissen, denn die Generatoren in modernen Elektrizitätswerken sind so gross, dass ihre Klemmenspannung durch die Vorgänge, um die es sich handelt, so gut wie gar nicht beeinflusst wird.

Wie schon oben angegeben, nehmen wir an, dass das Sekundärnetz am Ende des Kabels, das wir in diesem Falle als Ausläufer ansehen können, unbelastet ist. Dieser Fall ist möglich, wenn der Ausläufer ein Villenquartier mit Strom versorgt, in dem zu gewissen Zeiten weder für Lampen noch Motoren ein Strombedarf besteht; er kann aber auch eintreten, wenn behufs Herstellung eines neuen

Anschlusses das Sekundärnetz vom Transformator abgeschaltet werden muss.

Wenn man die magnetischen Eigenschaften des Eisens im Transformator kennt, so kann man für jede Klemmenspannung den Leerlaufstrom und die Verluste, also auch die Phasenverschiebung des Leerlaufstromes, berechnen. Die Rechnung ist so einfach, dass sie nicht im Einzelnen durchgeführt zu werden braucht. Für eine bestimmte Sorte Eisen erhalten wir die in Fig. 125 zeichnerisch dar-

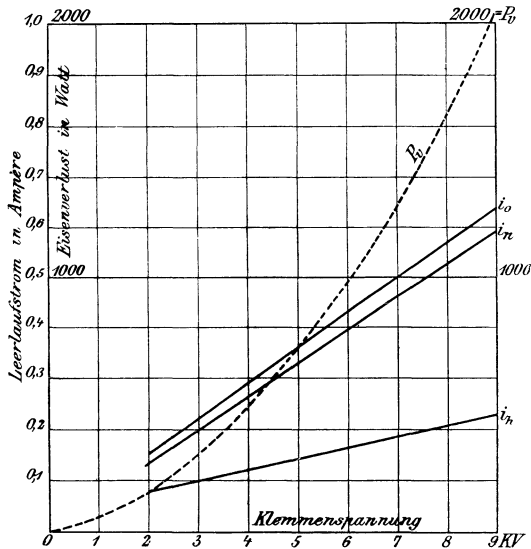


Fig. 125.

20 KVA-Transformator bei 3000 V,  $\sim = 45$   
 300 Watt Eisenverlust, 3,3% Leerlaufstrom.

gestellten Werthe. In dieser Figur bedeutet  $P_v$  den Eisenverlust beim Leerlauf,  $i_0$  den Leerlaufstrom,  $i_h$  seine Wattkomponente und  $i_\mu$  seine wattlose Komponente. Der Verlust im Kupfer ist, weil unerheblich, in  $P_v$  nicht berücksichtigt.

Um nun für irgend eine Klemmenspannung, z. B. 3500 V, die entsprechende Kapazität zu finden, verfährt man folgendermassen. Man zeichnet (Fig. 126) in einem beliebigen Voltmaassstabe  $OA = 3500$  und in einem beliebigen Ampèremaassstabe  $OB = 0,23$ . Das ist die dem Diagramm Fig. 125 entnommene wattlose Komponente des Leerlaufstromes. Sie steht auf  $OA$  senkrecht. Die Wattkomponente

$BC$  ist  $OA$  parallel. In unserem Falle ist  $BC = 0,11$ . Die Strecke  $OC$  stellt den Leerlaufstrom dar und muss natürlich auf dem Vektor der Kondensatorspannung senkrecht stehen. Durch diese Bedingung ist die Lage  $AD$  dieses Vektors festgesetzt. Seine Länge ist durch die Bedingung festgestellt, dass die Maschinenspannung 3000 V betragen muss. Wenn wir also mit dem Radius 3000 aus  $O$  einen Kreis schlagen, so geben seine Schnittpunkte  $E$  und  $F$  mit der Geraden  $AD$  die zwei Ecken der Kräfte dreiecke, deren gemein-

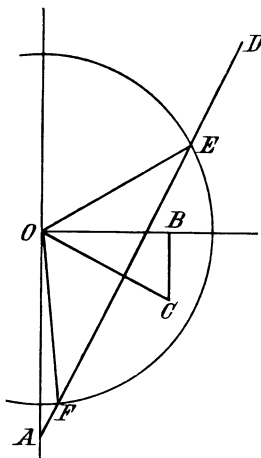


Fig. 126.

schaftliche Seite  $OA$  die angenommene Klemmenspannung von 3500 V ist. Die Spannung von Aussenleiter zu Blei ist also entweder

$$AE = 5700 \text{ V}$$

oder

$$AF = 575 \text{ V.}$$

Ein anderer Werth ist bei der Klemmenspannung von 3500 V am Transformator nicht möglich. Damit aber der eine oder der andere Werth eintritt, muss die Kapazität des Aussenleiters gegen Blei einen bestimmten Werth haben. Der Ladestrom ist (nach Gleichung 23)

$$i = Ce\omega 10^{-6},$$

also in unserem Fall

$$0,26 = 282 Ce 10^{-6}.$$

Aus dieser Formel kann die Kapazität  $C$  in Mikrofarad berechnet werden. Sie ist für

$e = 5700$	$C = 0,161$
$e = 575$	$C = 1,60.$

und für

In ähnlicher Weise kann die Kapazität, die jeder andern Klemmenspannung entspricht, gefunden werden. Wir erhalten für Klemmenspannungen grösser als 3000 V jedesmal zwei Werthe der Kapazität, einen kleinern, dem die höhere Spannung zwischen Aussenleiter und Blei entspricht, und einen grössern, dem eine kleinere Spannung entspricht. Für die Klemmenspannung von 3000 V ist der grössere Werth der Kapazität unendlich. Das ist einleuchtend, denn die unendliche Kapazität ist gleichbedeutend mit Kurzschluss zwischen Aussenleiter, Blei und Aussenleitersammelschiene. Dann ist aber zwischen Aussenleiter und Blei keine Spannung und im Diagramm fallen die Punkte  $A$  und  $F$  zusammen. Streng genommen kann dieser Fall bei isolirtem Aussenleiter jedoch nicht eintreten, weil die Kapazität nicht unendlich sein kann. Er tritt jedoch ein, wenn wir den Aussenleiter an irgend einem Punkt, z. B. in der Centrale, an Erde legen. Es ist dadurch ein bequemes Mittel gegeben, die Gefahr des Durchschlagens zu vermeiden. Für Klemmenspannungen kleiner als 3000 V ist  $AF$  negativ, d. h. die Kapazität müsste negativ, also eine Selbstinduktion sein, was natürlich unmöglich ist. Für diese Werthe ist also nur  $AE$  zu berücksichtigen.

Wenn man die Konstruktion für verschiedene Werthe der Klemmenspannung durchführt und die Ergebnisse graphisch aufträgt, so erhält man die in Fig. 127 gezeichnete Kurve. Die Kapazität ist als Abscisse und die Spannung von Aussenleiter zu Blei als Ordinate aufgetragen. Der leichteren Uebersicht halber ist auch die Kurve der Klemmenspannung eingetragen. Eigentlich sollte noch eine Korrektur gemacht werden, um dem Umstande Rechnung zu tragen, dass  $C_1$  gegenüber  $C_2$  nicht unendlich klein ist, also  $C < C_1$  ist. Diese Korrektur wollen wir jedoch vernachlässigen, denn es ist praktisch ganz gleichgültig, ob der Aussenleiter gegen Blei 6000 oder 6100 V bekommt; beides ist gleich gefährlich.

Da unserer Voraussetzung gemäss der Ausläufer nur den Transformator von 20 Kilovoltampère speist, so wird der Querschnitt eines jeden Leiters nicht grösser als etwa 16 qmm zu sein brauchen. Der oben angegebene Durchschnittswerth von 1 Mikrofarad ist für dieses Kabel zu hoch. Seine Kapazität ist etwa von der Grössenordnung 0,6 Mikrofarad pro Kilometer. Wenn wir eine Spannung über 5000 V



von Aussenleiter gegen Blei als gefährlich betrachten, so zeigt Fig. 127, dass die gefährliche Kapazität zwischen den Grenzen 0,13 und 0,35 Mikrofarad, die gefährliche Länge mithin zwischen 215 und 580 m liegt. Am gefährlichsten ist ein Aussenleiter von 420 m Länge, da er mit einer Spannung von über 8000 V belastet wird.

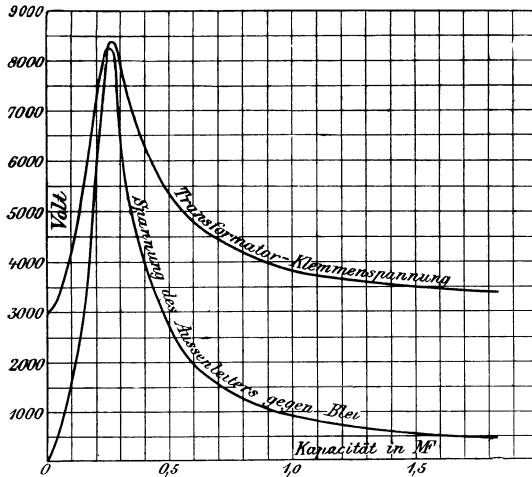


Fig. 127.

20 KVA-Transformator, 3,3% Leerlaufstrom,  
300 Watt Eisenverlust, 3000 V,  $\sim = 45$ .  
Leerlauf. Aussenleiter am Anfang abgeschaltet,  
am Ende mit Transformator verbunden.

Es ist vielfach die Ansicht verbreitet, dass die Gefahr des Durchschlagens bei verseilten Kabeln nicht vorhanden ist. Das ist nicht richtig; sie ist zwar geringer, aber nicht ganz beseitigt. Das verseilte Kabel unterscheidet sich vom konzentrischen erstens durch die gleich gute Isolirung aller Leiter und zweitens durch die viel geringere Kapazität. Ein für 3000 V gebautes Kabel muss eine Prüfspannung von 6000 V aushalten und wird wahrscheinlich noch mehr vertragen. Die gleiche Beanspruchung kann man dem Aussenleiter eines konzentrischen Kabels nicht zumuthen. Die Kapazität eines Leiters gegen Blei ist bei einem verseilten Kabel wegen der schirmenden Wirkung der andern Leiter schwer zu berechnen. Sie ist jedoch sicherlich sehr viel kleiner als die des Aussenleiters bei einem gleichwerthigen konzentrischen Kabel. Wenn sie z. B. nur ein Fünftel von dieser beträgt, so würde bei einer gefährlichen

Spannungsgrenze von 6000 V die gefährliche Länge des Ausläufers bei Verwendung eines verseilten Kabels zwischen 1400 und 2000 m betragen. Ist die Länge kleiner oder grösser, so ist kein Durchschlagen zu befürchten, wenn ein Leiter am Anfang des Ausläufers abgeschaltet wird. Liegt aber zufälliger Weise die Länge des Ausläufers zwischen den angegebenen Grenzen, so ist Gefahr vorhanden. Um sie zu vermeiden, wird man zweckmässig beide Leiter immer gleichzeitig zu- oder abschalten. Nun kann es vorkommen, dass in Folge eines Kurzschlusses im Sekundärnetz dieses sich durch Schmelzen seiner Sicherungen abschaltet und gleichzeitig nicht beide, sondern nur eine der Sicherungen am Anfang des Primärkabels abschmilzt. Dadurch kann ein gefährlicher Zustand eintreten. Es ist also auch das verseilte Kabel gegen die Gefahr des Durchschlagens nicht absolut geschützt, wenn man nicht den Kunstgriff gebraucht, die Sicherungen am Anfang bedeutend stärker zu machen als am Ende. Das konzentrische Kabel kann geschützt werden, indem man dem Aussenleiter gar keine Sicherung giebt, sodass sich nur der Innenleiter abschalten kann.

Wir haben bisher angenommen, dass das Sekundärnetz am Ende des Ausläufers vom Transformator abgeschaltet und auch mit den übrigen Sekundärkabeln nicht in Verbindung ist. Nun wollen wir, ohne eine Verbindung mit den übrigen Sekundärkabeln herzustellen, das gewissermassen als Insel ausgebildete Sekundärnetz mit dem Transformator verbinden und eine gewisse Belastung annehmen. Dann liegen die Verhältnisse bedeutend günstiger. Selbst eine sehr geringe Belastung reicht schon aus, um auch bei abgeschaltetem Aussenleiter eine gefährliche Erhöhung seiner Spannung gegen Blei zu vermeiden. Fig. 128 giebt Kurven für Transformator- und Aussenleiterspannung unter der Voraussetzung, dass sekundär ein Zehntel der Belastung angeschlossen ist und dass der Leistungsfaktor im sekundären Stromkreis 0,9 ist. Die Kurven sind unter Anwendung der in Fig. 126 gegebenen Konstruktion erhalten, nur mit dem Unterschied, dass jetzt  $OC$  nicht nur den Leerlaufstrom, sondern die Resultante von Leerlaufstrom und Belastungsstrom darstellt. Wie man aus Fig. 128 sieht, ist das Maximum der Aussenleiterspannung 3800 V. Es tritt ein für einen Ausläufer von etwa 1 km bei einem konzentrischen und etwa 5 km bei einem verseilten Kabel. Man kann diesen Zustand als ungefährlich betrachten. Der Grund, warum selbst bei geringer Sekundärbelastung die Gefahr sehr ver-

mindert wird, ist die geringe Phasenverschiebung ( $\cos \varphi = 0,9$ ) im Sekundärnetz. Da nun geringe Phasenverschiebung die Gefahr vermindert, so ist anzunehmen, dass grosse Phasenverschiebung sie erhöhen wird. Das ist in der That der Fall. Nehmen wir an, dass

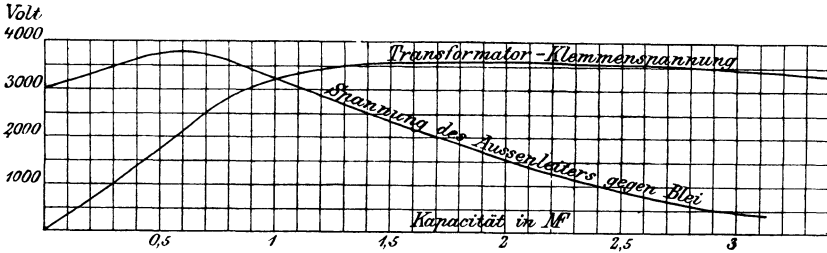


Fig. 128.

20 KVA-Transformator. 3,3% Leerlaufstrom. 300 Watt Eisenverlust. 3000 V,  $\sim = 45$ . Belastung  $\frac{1}{10}$  der Vollbelastung. Sekundär  $\cos \varphi = 0,9$ . Anfang des Ausläufers nur am Innenleiter mit der Stromquelle verbunden, Aussenleiter abgeschaltet. Am äusseren Ende sind beide Leiter mit dem Transformator verbunden.

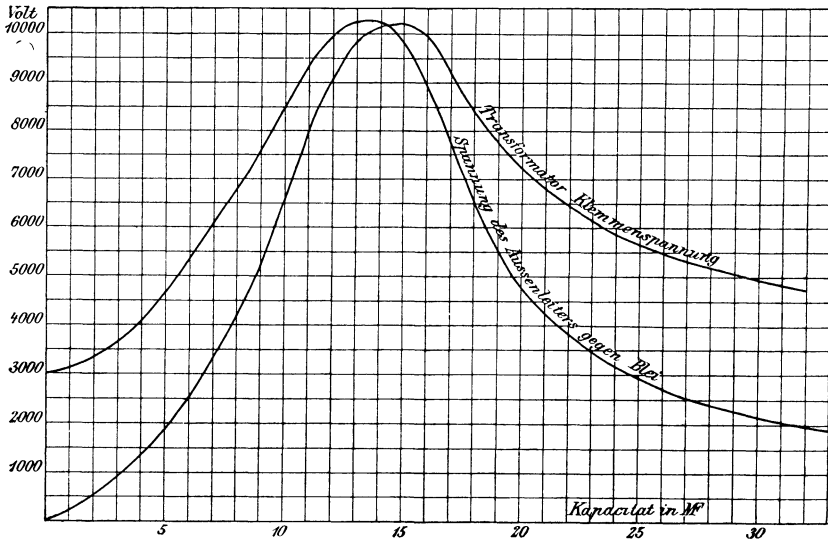


Fig. 129.

Am Ende des Ausläufers ist ein 20 KVA-Transformator angeschlossen, der einen 20 PS-Motor treibt. Induktanz des Motors übersetzt in die Primärspule ist bei  $\cos \varphi = 0,8$ ,  $\omega L = 270$ . Es ist vorausgesetzt, dass beim Anlassen  $\cos \varphi = 0,3$  und dass die Sicherung am Anfang des Aussenleiters durchgeht. Transformator hat 3,3% Leerlaufstrom.  $1\frac{1}{2}\%$  = 300 Watt Eisenverlust. Er ist nur durch den Motor belastet.

der Ausläufer nicht zur Beleuchtung eines Villenquartiers, sondern zum Betrieb eines Motors verwendet wird. Der Motor, der von dem 20 Kilovoltampère-Transformator gespeist wird, habe bei Vollbelastung einen Leistungsfaktor von 0,8. Seine Induktanz wird (in den Primärstromkreis übersetzt) von der Grössenordnung 270 sein. Beim Anlauf sei der Leistungsfaktor 0,3. Geht nun gleich nach dem Anlassen die Sicherung am Anfang des Aussenleiters durch, so tritt ein gefährlicher Zustand ein. Fig. 129 zeigt die Spannungskurven für diesen Fall. Sie sind in ähnlicher Weise wie in den früheren Beispielen erhalten worden. Die gefährlichen Längen des Ausläufers sind jetzt bedeutend grösser als früher. Für mässige Entfernungen sind mithin verseilte Kabel vollkommen ungefährlich und konzentrische können dadurch geschützt werden, dass man den Aussenleiter nicht sichert.

Bisher haben wir angenommen, dass Transformator und Kabel nur durch die Kapazität des letzteren mit dem übrigen Kabelnetz verbunden sind und dass durch Abschalten des Aussenleiters Resonanz und eine gefährliche Spannungserhöhung eintritt. Um sie zu vermeiden, braucht man nur die alte Schaltregel zu befolgen:

Aussenleiter zuerst einschalten,  
Innenleiter zuerst ausschalten.

Oder man kann durch Weglassung aller Sicherungen und Schalter im Aussenleiter dafür sorgen, dass ein gefährlicher Zustand unter allen Umständen vermieden wird. Resonanz der hier behandelten Art kann also dann nicht eintreten. Es kann aber Resonanz einer anderen Art eintreten, wenn ein Innenleiter Erdschluss erhält.

**Kabeldurchschläge in weit verzweigten Netzen.** Es sei bei einem zusammenhängenden Sekundärnetz in Fig. 130  $P$  und  $S$  die Primär- und Sekundärspule eines Transformators auf einer Unterstation.  $J$  ist Innenleiter und  $A$  Aussenleiter der zu dieser Unterstation führenden Speiseleitung. Diese Unterstation ist mit anderen Unterstationen durch durch Primärkabel verbunden.  $J_1$  stelle sämtliche Innenleiter und  $A_1$  sämtliche Aussenleiter dieser Verbindungskabel dar. Die übrigen Unterstationen sind nicht gezeichnet; zu einigen davon oder auch zu allen führen von den Centralen aus Speiseleitungen.  $J_2 A_2$  sind die Innen- und Aussenleiter der sekundären Vertheilungskabel, die nach den benachbarten Unterstationen führen. Wird nun  $J$  absichtlich oder durch Abschmelzen der Sicherung  $s$  abgeschaltet, so wird dadurch  $P$  nicht spannungslos, denn

es erhält von anderen Speiseleitungen über  $J_1$  noch Spannung. Selbst wenn  $s$  und  $s_1$  abschmelzen, wird  $P$  noch nicht spannungslos, denn diese Spule erhält Spannung durch die Sekundärspule  $S$ , die von anderen Unterstationen durch die Leiter  $J_2$  und  $A_2$  gespeist wird. Damit  $P$  spannungslos wird, muss die Verbindung sowohl auf der primären als auch auf der sekundären Seite unterbrochen werden.

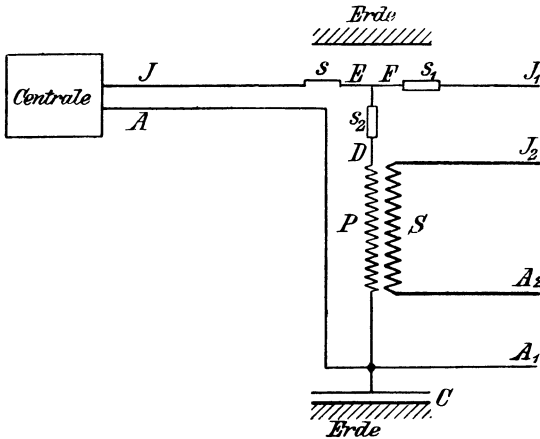


Fig. 130.

Nehmen wir nun an, es entstehe bei  $D$ , z. B. an der Einführungsmuffe in den Transformator, Erdschluss. Dann werden die Sicherungen  $s$ ,  $s_2$  und  $s_1$  abschmelzen. Welche früher abschmilzt, ist ganz gleichgültig, denn der Erdschluss bleibt auch nach dem Abschmelzen bestehen. Die Stromzufuhr zum Transformator findet jetzt auf der sekundären Seite statt und seine Primärspule wird in eine Quelle von Wechselspannung verwandelt, die behaftet ist mit Induktanz und Widerstand. Der Stromlauf ist jetzt folgender: Von der über dem Diagramm gezeichneten „Erde“ (gleichbedeutend mit Bleimantel des ganzen Kabelnetzes) nach  $D$  durch  $P$  nach  $A_1$  und durch die Kapazität  $C$  aller Aussenleiter gegen Blei nach der unter dem Diagramm gezeichneten „Erde“. Es ist zu beachten, dass jetzt die Induktanz viel kleiner ist als in den früher behandelten Fällen, denn sie rührt nur von der magnetischen Streuung im Transformator her, dafür ist aber die Kapazität jetzt viel grösser, nämlich die des

ganzen Kabelnetzes. Es kann also Resonanz und mithin ein sich über das ganze Kabelnetz erstreckender gefährlicher Zustand eintreten. Ob das der Fall sein wird oder nicht, hängt von der Belastung des Sekundärnetzes und der Dimensionierung der Sicherungen ab. Ist die Belastung sehr gross und sind die Leiter  $J_2 A_2$  verhältnismässig schwach gesichert, so ist es denkbar, dass der Strom durch  $S$  noch vor dem Abschmelzen der Sicherungen  $s_2$  und  $s_1$  unterbrochen wird. Dadurch wird natürlich jede Gefahr vermieden. Die Wahrscheinlichkeit, dass die sekundären Sicherungen schnell abschmelzen, wird durch grosse lokale Belastung natürlich vergrössert, und in diesem Sinne wird die Gefahr des Durchschlagens durch Grösse und Vertheilung der Belastung im Sekundärnetz beeinflusst. Einen Schutz kann man jedoch in dieser Weise nicht erzielen, denn es ist praktisch unmöglich, Sicherungen mit der nöthigen Genauigkeit einzustellen. Nun könnte man allerdings geltend machen, dass ein genaues Einstellen der Sicherungen nicht nöthig ist, da es sich ja um einen Erdschluss in  $P$  und diesem entsprechend um einen Kurzschluss in  $S$  handelt, sodass die Sicherungen in  $J_2 A_2$  unfehlbar durchbrennen müssen. Das thun sie auch, nur brauchen sie Zeit dazu. Im dritten Kapitel ist das Gesetz entwickelt worden, nach dem sich für einen Transformator die zur Erreichung einer bestimmten Temperatur nöthige Zeit berechnen lässt. Dieses Gesetz gilt natürlich nicht nur für Transformatoren, sondern für alle durch Strom erwärmten Körper, also auch für Schmelzsicherungen. Ist  $w$  der Widerstand des Schmelzstreifens,  $i$  die Stromstärke,  $T$  die Schmelztemperatur,  $c$  eine Konstante, die von der Wärmekapazität des Streifens und seiner Klemmen abhängt, und  $k$  ein Faktor, der die Wirksamkeit der Kühlung darstellt, so ist die Zeit vom Kurzschluss bis zur Stromunterbrechung nach Gleichung 11 gegeben durch

$$t = -2,3 \frac{c}{k} \log \left( 1 - \frac{k T}{w i^2} \right).$$

Besondere Genauigkeit in der Bestimmung von  $t$  ist nicht nöthig, denn wenn  $t$  überhaupt grösser ist als die Zeit weniger Perioden, so ist das ausreichend, um Resonanz gefährlicher Art hervorzurufen. Eine angenäherte Rechnung zeigt nun, dass bei einer Sicherung, die bei der doppelten Normalstromstärke in 100 Sekunden abschmilzt und schwächer wird man wohl aus praktischen Rücksichten nicht sichern dürfen), bei zwanzigfacher Stromstärke immer noch 0,7 und

bei 50- bis 60-facher 0,13 Sekunden braucht, um abzuschmelzen. Es würden also selbst in diesem extremen Fall noch 6 Perioden vor Unterbrechung des Stromes durchlaufen werden und das ist völlig ausreichend, um Unheil anzurichten. Wir können also sagen, dass Sicherungen zur Verhütung des Durchschlagens werthlos sind. Das gilt natürlich auch von der Sicherung  $s_2$ . Wir haben bisher angenommen, dass der Erdschluss in  $D$  (Fig. 130) eintritt. Findet er jedoch jenseits dieser Sicherung, also in  $E$  oder  $F$  statt, so bildet dies auch keinen Schutz gegen das Auftreten von Resonanzerscheinungen, wenn  $s$  und  $s_1$  früher abschmelzen als  $s_2$ .

Die obigen Ueberlegungen zeigen, dass trotz Sicherungen im Innenleiter und trotz Fortlassung der Sicherungen im Aussenleiter Resonanz entstehen kann. Die Frage ist nur noch, ist das eine gefährliche Resonanz? Um diese Frage zu beantworten, greifen wir auf das frühere Beispiel eines Städtnetzes mit insgesamt 100 Mikrofara Aussenleiter-Kapazität zurück. Wir hatten einen Transformator von 20 Kilovoltampère Leistungsfähigkeit angenommen. Der Eisenverlust bei normaler Spannung war 300 Watt und den Kupferverlust hatten wir bei normaler Belastung auch zu 300 Watt, den ohmischen Spannungsabfall also zu  $1\frac{1}{2}\%$  angenommen. Der induktive Spannungsabfall war  $\sigma = 4\%$ . In die Primärwicklung übersetzt, bedeutet das bei Vollbelastung

$$\begin{aligned} e_w &= W 6,7 = 45 \\ e_s &= \omega L 6,7 = 120 \\ e &= \sqrt{45^2 + 120^2} = 128. \end{aligned}$$

Wenn wir also den Sekundärklemmen Strom unter einer Spannung von

$$100 \cdot \frac{128}{3000} = 4,26\%$$

der normalen Sekundärspannung zuführen, so wird in der kurzgeschlossenen Primärspule die normale Stromstärke entstehen.

Die Gleichungen zeigen, dass je grösser der Transformator ist, desto kleiner Widerstand und Induktanz sind. Für ähnlich gebaute Transformatoren können also diese Werthe als der Leistungsfähigkeit umgekehrt proportional angesehen werden. Ist  $P$  die Leistungsfähigkeit in Kilovoltampère, so würden wir für Transformatoren derselben Type und Spannung allgemein haben

$$W = \frac{134}{P}$$

$$\omega L = \frac{360}{P},$$

wobei  $W$  und  $\omega L$  als in den Primärkreis übersetzt aufzufassen sind.

Wir nehmen nun an, der Erdschluss des Innenleiters finde bei einem Transformator von  $P=20$  statt. Um die Aussenleiterspannung gegen Erde zu finden, verfahren wir wie folgt. Wir nehmen irgend einen Ladestrom, z. B. 40 A, willkürlich an. Die Wattkomponente ist

$$40 \cdot \frac{45}{128} = 14$$

und die wattlose Komponente ist

$$40 \cdot \frac{120}{128} = 37,5.$$

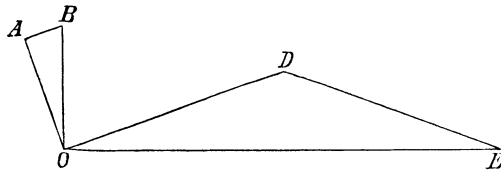


Fig. 131.

In Fig. 131 ist  $OA=37,5$ ,  $AB=14$  und  $OB=40$ . Die Klemmenspannung muss auf  $OA$  senkrecht stehen und ihre Grösse bestimmt sich aus

$$e = 128 \cdot \frac{40}{6,7}$$

zu  $e=764$  V, wobei wir wegen seiner Kleinheit den Einfluss des Verlustes im Eisen unberücksichtigt lassen. Wir erhalten so den Vektor der Klemmenspannung  $OD=764$ . Damit nun ein Strom von 40 A den Kondensator ladet, ist eine Spannung nöthig, die sich aus

$$i = \omega C e 10^{-6}$$

zu 1420 V bestimmt. Wir ziehen also eine Senkrechte auf  $OB$  und machen  $OE=1420$ . Es ist also  $DE=750$  V die Spannung, welche der Kombination Transformator und Kabelnetz zugeführt werden muss, damit der angenommene Strom von 40 A fließt. Nun wird aber der Spule  $P$  nicht eine Spannung von 750 V, sondern eine viel höhere Spannung zugeführt. Wenn das Sekundärnetz



keinen Widerstand hätte, würde die normale Sekundärspannung in  $S$  herrschen und die in  $P$  übersetzte würde  $DE = 3000$  V geben. Wegen des Widerstandes in den sekundären Kabeln ist die Spannung etwas geringer. Wieviel die Reduktion beträgt, können wir nur annähernd bestimmen. Sind die Verbindungsleitungen zwischen den Unterstationen so bemessen, dass der Spannungsverlust  $1,5\%$  beträgt und sind mit der betrachteten Unterstation drei andere in Verbindung, so wird der Transformator durch drei Kabel gespeist. Der Verlust bei Normalbelastung von  $6,7$  A primär würde also nur  $\frac{1}{3}$  von  $1,5\%$  oder  $0,5\%$  betragen. Nun ist die Belastung aber nicht  $6,7$  A, sondern nahezu

$$40 \cdot \frac{3000}{750} = 160 \text{ A}$$

und der Verlust ist mithin

$$0,5 \cdot \frac{160}{6,7} = 12\%$$

Es ist also die zugeführte Spannung  $3000 \cdot 0,88 = 2640$  V.

Mit der willkürlichen Annahme von  $i = 40$  haben wir also nicht das Richtige getroffen. Es sind jedoch sehr leicht aus Fig. 131 die richtigen Werthe für Strom und Spannung zu finden. Wir brauchen nur den Maassstab zu ändern, und zwar so, dass  $DE$  im neuen Maassstab  $2640$  V misst. Der Vergrößerungsfaktor ist also

$$\frac{2640}{750} = 3,5$$

und die Aussenleiterspannung wird  $3,5 \times 1420 = 5000$  V, die Klemmenspannung wird rund  $2800$  V und der Strom  $147$  A betragen. Das ist die 22-fache normale Stromstärke. Bevor diese die Sicherungen zum Schmelzen bringt, werden rund 25 volle Perioden durchlaufen, also reichlich genug, um bei  $5000$  V den Aussenleiter an vielen Stellen gleichzeitig zum Durchschlagen zu bringen.

Ein ähnlicher Vorgang kann auch bei verseilten Kabeln eintreten, die Gefahr ist dann aber lange nicht so gross. Um dieselbe Kapazität zu haben, müsste das Kabelnetz eine Ausdehnung von etwa  $500$  km haben. Dann würde aber der Widerstand der Verbindungskabel schon an und für sich die Spannung herabdrücken und man würde auch viel grössere Transformatoren anwenden, deren Induktanz bedeutend geringer ist. Bei einem Netz von  $100$  km würde die Kapazität von der Grössenordnung  $20$  Mikrofarad sein, und wenn man für diesen Fall und für einen  $20$  Kilovoltampère-

Transformator die oben erläuterte Rechnung durchführt, so findet man, dass der Ladestrom nur 10 A und die Spannung nur rund 3000 V beträgt. Eine Gefahr des Durchschlagens ist also in diesem Falle nicht vorhanden. Damit sie eintritt, müsste die Betriebsspannung weit über 3000 V erhöht oder die Grösse des Transformators erheblich vermindert werden.

Für ein konzentrisches Kabelnetz kann man, wie oben gezeigt, die Aussenleiterspannung für verschiedene Grössen von Transformatoren berechnen und so die Kurve Fig. 132 aufzeichnen, welche die Gefahr des Durchschlagens als Funktion der Grösse der Unterstation darstellt.

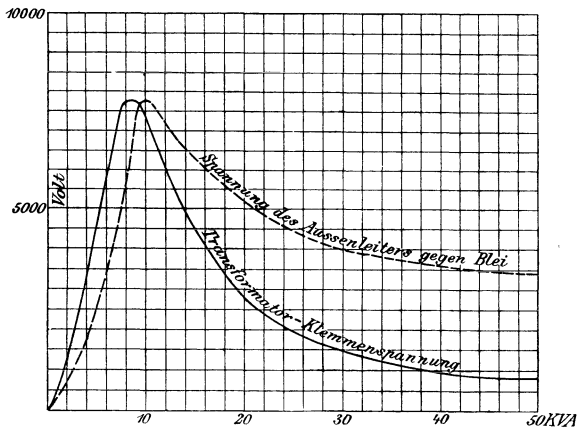


Fig. 132.

Wie man sieht, ist bei sehr kleinen Transformatoren und bei sehr grossen keine Gefahr. Wenn wir, wie früher, 5000 V Aussenleiterspannung gegen Blei als Gefahrgrenze ansehen, so sind alle Unterstationen mit Transformatoren von über 7 und unter 22 Kilovoltampère unzulässig. Man wird jedoch gut thun, auch diese Grenzen noch etwas zu erweitern; denn die hier entwickelte Methode zur Bestimmung dieser Grenzen kann nicht Anspruch auf grosse Genauigkeit machen. Im Interesse einer einfachen und übersichtlichen Behandlung haben wir gewisse Annahmen gemacht, die nicht ganz zutreffend sind. So hat z. B. die Induktanz bei den sehr hohen Kurzschlussstromstärken höchst wahrscheinlich einen andern Werth als bei niedrigen Stromstärken und der Widerstand ändert

sich ebenfalls. Ferner ist der Widerstand der Verbindungskabel ohne Rücksicht auf die Stromdichte nur oberflächlich geschätzt worden und anderes mehr. Eine genaue Berücksichtigung aller dieser Faktoren hat aber schon deshalb keinen praktischen Werth, weil wir ja gar nicht wissen können, ob gerade 5000 V die Gefahr-grenze für die Aussenleiterspannung ist. Eine kleine Verschiebung dieses Werthes bedeutet aber, wie Fig. 132 zeigt, eine grosse Verschiebung in der gefährlichen Leistungsfähigkeit der Transformatoren. Es hat also keinen Werth, letztere mit peinlicher Genauigkeit fest-zustellen.

Da die hier behandelten Erscheinungen immer wegen zu grossen, nie wegen zu kleinen Ladestromes in die gefährliche Zone hinüber-spielen, so wird man im Allgemeinen gut thun, die Betriebsspannung nicht unnöthigerweise hoch zu nehmen. Ein besonders kleiner Eisen- und Kupferverlust im Transformator erhöht die Gefahr, jedoch lange nicht in dem Maasse als grosser Leerlaufstrom und grosser induktiver Spannungsabfall. Man wird also in erster Linie sein Augenmerk auf eine möglichst günstige Konstruktion der Transfor-matoren in dieser Beziehung zu richten haben.

---

## Elftes Kapitel.

Beschreibung und Illustration ausgeführter Transformatoren.

Um dem Leser einen allgemeinen Ueberblick in Bezug auf die konstruktive Ausbildung von Transformatoren zu geben, sind hier

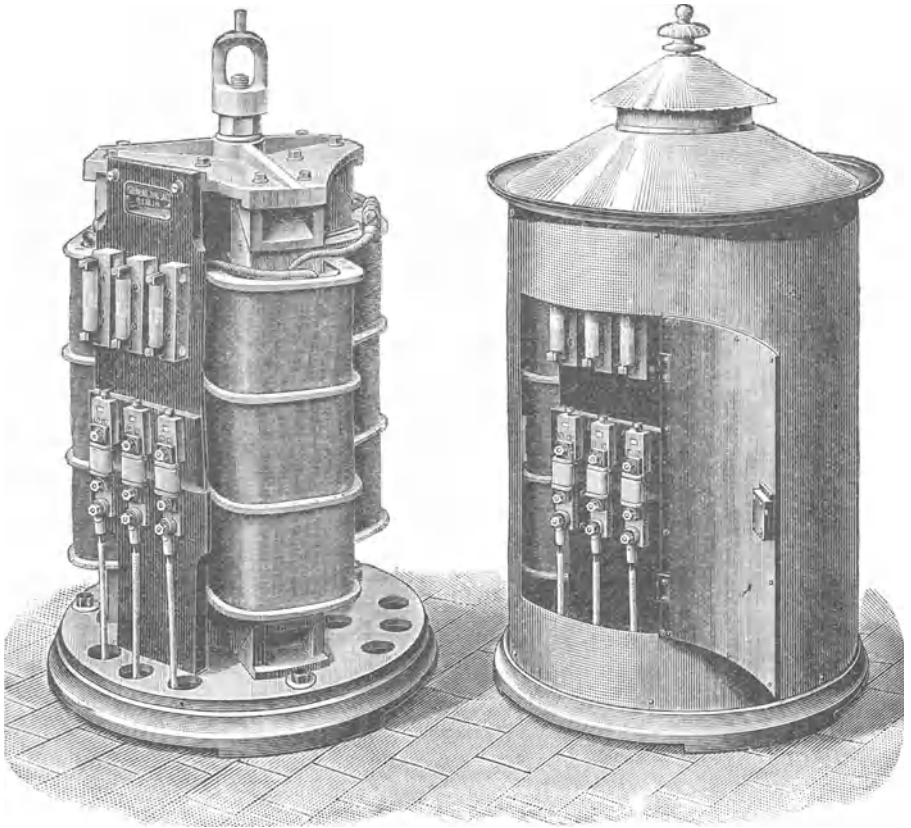


Fig. 133.

Illustrationen von einer Anzahl Typen beigelegt, wie sie gegenwärtig von den verschiedenen Firmen gebaut werden.

Siemens & Halske A.-G., Berlin, bauen Kerntransformatoren sowohl für Einphasen- als auch Mehrphasenstrom. Fig. 133 stellt



Fig. 134.

einen Transformator für Dreiphasenstrom dar, mit und ohne Gehäuse. Die Kerne sind wie in Fig. 16 angeordnet und durch Gussplatten mit schrägen Ansätzen gegen die Jochscheiben gedrückt. Die Klemmschrauben und Abschmelzsicherungen sind auf Tafeln montiert, die auch an den Endplatten befestigt sind. Die Zuführung der Leitungen geschieht durch entsprechende Löcher in der Grund-

platte. Fig. 134 zeigt einen Drehstromtransformator in einem Gehäuse aus perforiertem Blech, welches der Luft überall Zutritt gestattet, aber natürlich nur zur Aufstellung in trockenen Räumen geeignet ist. Zur Aufstellung im Freien muss die Konstruktion Fig. 133 mit vollkommen dicht abgeschlossenem Gehäuse benützt werden. Für einphasigen Wechselstrom werden die Transformatoren ähnlich gebaut, nur dass zwei anstatt drei Kerne zur Anwendung kommen. Die Fig. 135 und 136 in Verbindung mit den Tabellen geben die äusseren Dimensionen der Apparate für verschiedene Leistungen an.

### Tabelle für die Dimensionen der Drehstromtransformatoren.

Die eingeschriebenen Maasse sind Millimeter.

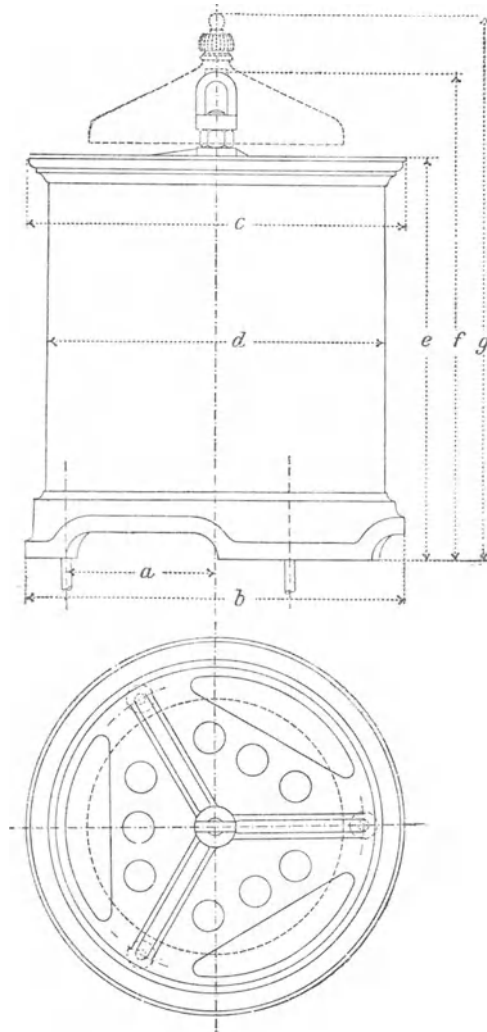
Kwt.	a	b	c	d	e	f	g
2,5	235	595	595	530	630	760	850
5	300	720	720	655	690	855	940
7,5	300	720	720	655	690	855	940
10	305	730	740	675	850	1020	1110
15	350	820	830	765	870	1065	1150
20	350	820	830	765	1070	1265	1350
30	405	980	1020	885	1250	1515	1660
50	425	1020	1060	925	1500	1730	1900
75	490	1160	1200	1065	1540	1855	2025
100	490	1160	1200	1065	1540	1855	2025
150	550	1300	1320	1185	1840	2155	2285
200	610	1400	1440	1305	2150	2455	2625

### Tabelle für die Dimensionen der Wechselstromtransformatoren.

Die eingeschriebenen Maasse sind Millimeter.

Kwt.	a	b	c	d	e	f	g
1	210	510	530	475	470	590	675
2,5	240	590	590	530	610	745	830
5	295	720	710	665	660	825	910
7,5	300	730	740	675	820	990	1075
10	350	820	830	765	870	1065	1160
15	350	820	830	765	1070	1265	1360
20	405	980	1020	885	1245	1500	1635
30	425	1020	1060	925	1500	1750	1880
50	480	1160	1200	1065	1540	1830	1960
75	480	1160	1200	1065	1540	1830	1960
100	540	1300	1320	1185	2070	2145	2280
150	610	1400	1440	1305	2140	2455	2285

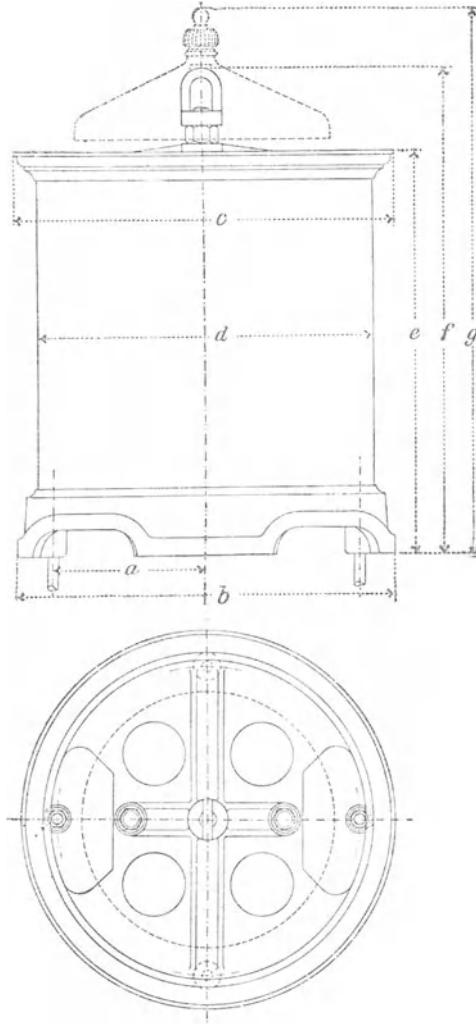
Die Elektrizitäts-Aktien-Gesellschaft vormals Schuckert & Co. in Nürnberg baut einphasige Transformatoren nach der Manteltype und Drehstromtransformatoren nach der Kern-



Drehstrom.

Fig. 185.

type. Die ersteren sind durch Fig. 137 (2 Kwt) und Fig. 138 (40 Kwt) veranschaulicht; die letzteren durch Fig. 139 (10 Kwt). Bei den Apparaten für Einphasenstrom sind die Spulen voll-



Wechselstrom.

Fig. 136.



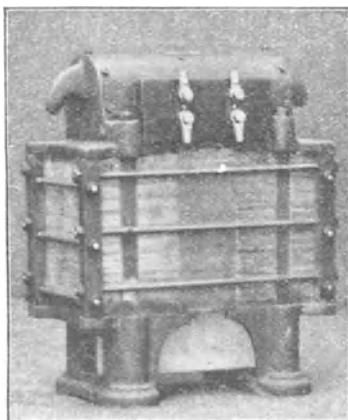


Fig. 137.

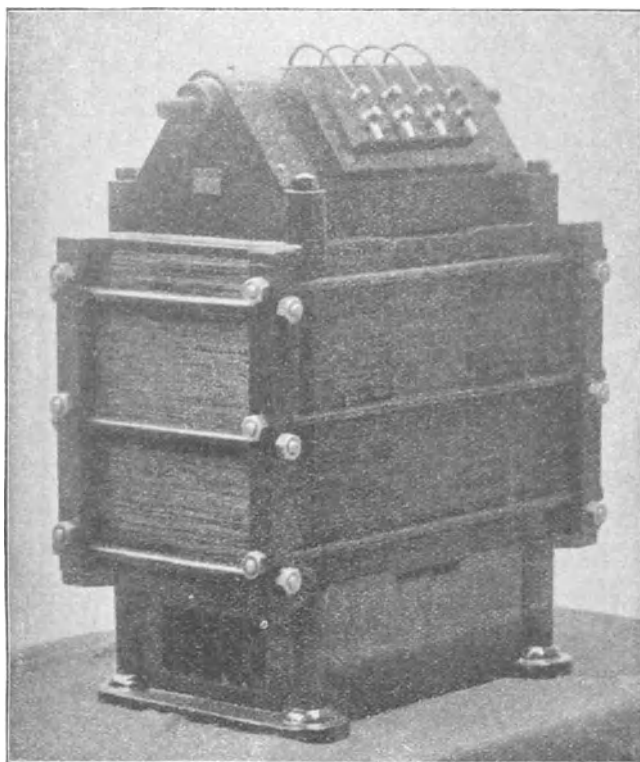


Fig. 138.

ständig in Eisen eingebettet und auch oben und unten durch besondere Gehäuse geschützt. Die Verbindung der Gehäuse geschieht durch starke Schraubenbolzen, welche gleichzeitig die

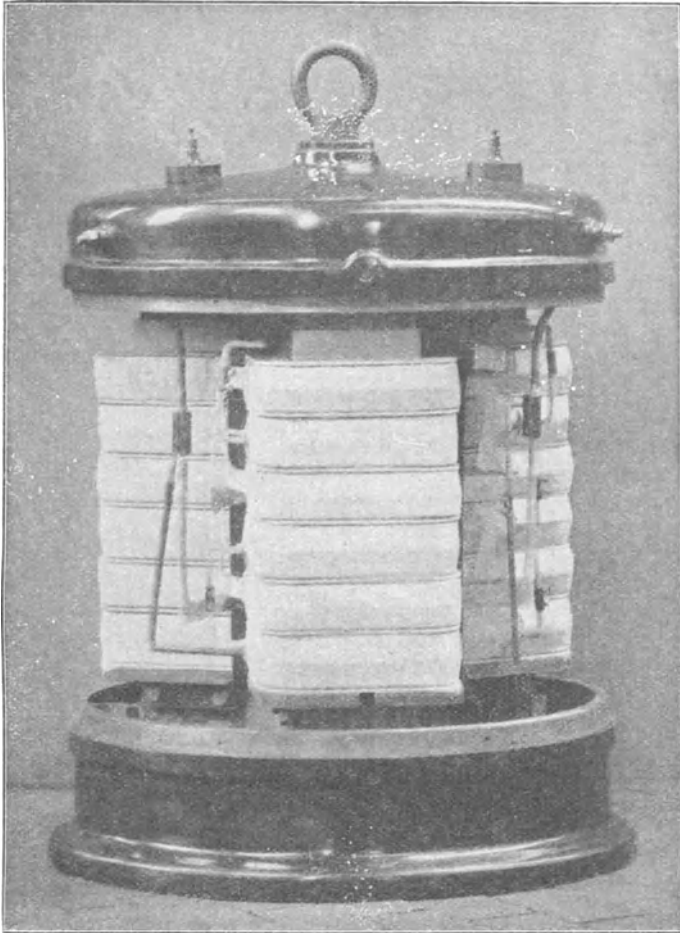


Fig. 139.

Bleche gegeneinander pressen. Seitlich sind die Bleche durch Eckschienen und Schraubenbolzen ebenfalls gesichert. Bei dem Transformator für Drehstrom ist die Wicklung auf jedem Kerne

behufs Verminderung der Streuung in eine Anzahl flacher Spulen untertheilt. Die Spulen sind durch einen cylindrischen äusseren Mantel geschützt, welcher jedoch in der Illustration fehlt. Die Einführung der Leitungen geschieht durch Stopfbüchsen im oberen Deckel.

Die Berliner Maschinenbau-Aktien-Gesellschaft vormals L. Schwartzkopff baut für Einphasenstrom Transformatoren der Manteltype mit langem Kern (vgl. Fig. 12 d), macht aber den

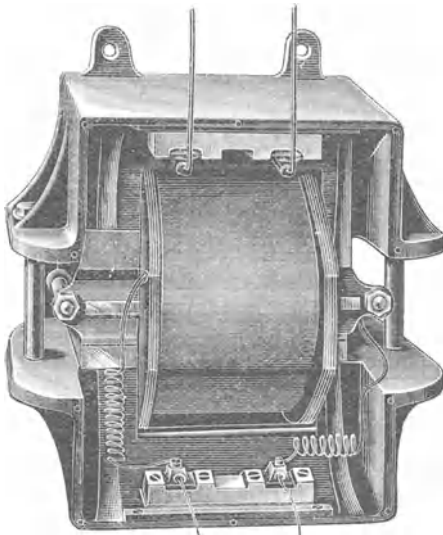


Fig. 140.

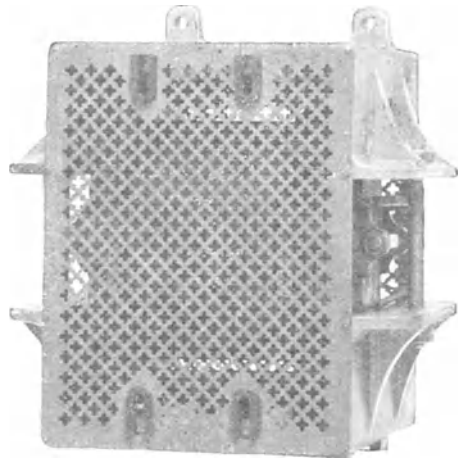


Fig. 141.

Querschnitt des Mantels erheblich grösser, als jenen des Kernes, um den Hysteresisverlust zu vermindern. Der Eisenkörper wird, wie Fig. 140 zeigt, durch zwei kräftige, gusseiserne Rahmen mittels Schraubenbolzen zusammengehalten. Die in der Mitte angeordneten Spulen werden durch perforirte Bleche (Fig. 141) vor Beschädigung geschützt.

Siemens Brothers & Co. Ltd. in London bauen ebenfalls die Manteltype mit langem Kern, vermeiden aber Stossfugen, indem sie die ausgestanzten Bleche einzeln und in der Weise einführen, dass die Fuge einer Lage durch das volle Blech der nächsten Lage abgedeckt wird. Der Eisenkörper wird, wie Fig. 142 zeigt, durch

gusseiserne Rahmen und Schraubenbolzen zusammen gehalten. Die Spulen werden auf einen Cylinder von besonderem Isolirmaterial gewickelt, welches durch Erhitzung nicht leidet. Der Cylinder ist mit Flanschen aus Holz versehen. Die einzelnen Lagen der Hochspannungswicklung sind ebenfalls durch dünne Schichten desselben Isolir-

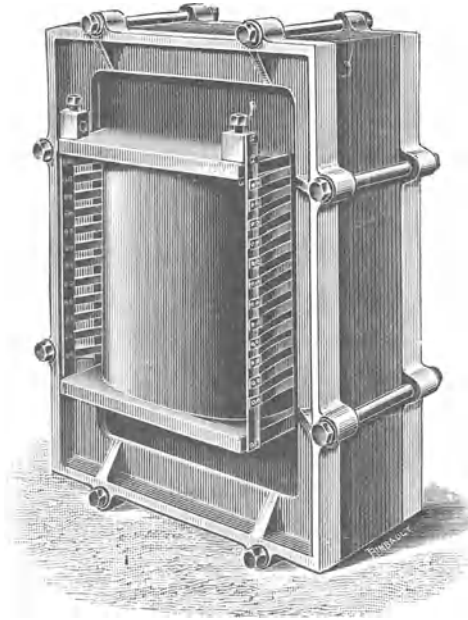


Fig. 142.

materials von einander getrennt. Die Niederspannungswicklung besteht in dem vorliegenden Transformator aus einer Anzahl parallel gewickelter Drähte, die durch zwei Sammelschienen mit den Klemmen verbunden sind. Diese Klemmen sind unmittelbar auf der oberen Holzflansche befestigt, während jene für die Hochspannungswicklung ebenfalls auf dieser Flansche, aber auf der gegenüber liegenden Seite und zwar mittels besonderer Isolirstücke von Hartgummi angebracht sind.

Brown, Boveri & Co. in Baden (Schweiz) bauen für Einphasenstrom Transformatoren, welche, streng genommen, weder der Kern- noch der Manteltype angehören, sondern gewissermassen



Fig. 148.

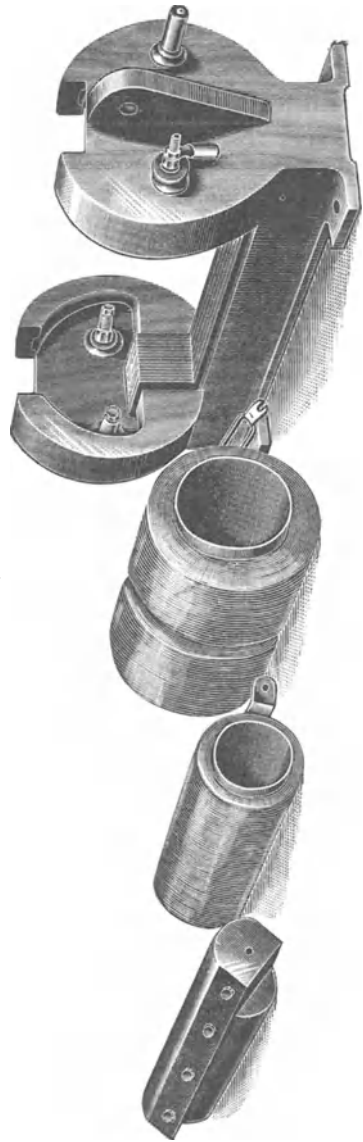



Fig. 144.

eine Mittelstellung einnehmen. Die Spulen sitzen auf einem Kern, der nur einseitig durch ein Joch von solcher Form  zu einem magnetischen Kreise geschlossen ist. Fig. 144 zeigt die Einzelheiten dieser Konstruktion. Die Jochbleche werden in den unteren Verbindungssteg zwischen den Endstücken des Gehäuses dicht eingetrieben, und der Kern wird, nachdem die Spulen aufgehoben sind, darüber gelegt und durch Schraubenbolzen angepresst. Die Spulen werden einzeln hergestellt, so dass eine in die andere geschoben werden kann. Die Verbindung mit der Leitung geschieht durch Schrauben und Stifte, welche letztere durch isolirte Ausbohrungen in den Endstücken des Gehäuses durchgehen. Der Kern ist nahezu cylindrisch und an den Enden etwas eingeschnitten, um die Berührungsfläche mit den Jochblechen zu vergrößern. Die Spulen werden, wie Fig. 143 zeigt, durch eine Umhüllung von perforirtem Blech gegen mechanische Beschädigung von aussen her geschützt. Für Mehrphasenanlagen verwendet die Firma eine Gruppe entsprechend geschalteter Einphasen-Transformatoren.

Die Elektrizitäts-Aktien-Gesellschaft vormals W. Lahmeyer & Co. in Frankfurt a. M. baut sowohl für Ein-, als auch Mehrphasenstrom Kerntransformatoren. Die Konstruktion ist in Fig. 145 und 146 veranschaulicht. Der illustrierte Einphasen-Transformator ist bestimmt für eine Leistung von 30 Kwt, und der Drehstrom-Transformator für eine solche von 40 Kwt, wobei in beiden Fällen das Umsetzungsverhältnis 5000 zu 110 Volt ist. Wegen der hohen Primärspannung sind die Primärspulen in viele Abtheilungen untertheilt, und es ist dadurch die grösstmögliche Sicherheit gegen Durchschlagen der Hochspannungswickelung erzielt worden. Um etwas an Draht zu sparen, sind die Kerne quadratisch und mit abgeschrägten Kanten versehen. Die Spulen sind unabhängig von einander gewickelt und ineinander geschoben. Die übrigen Einzelheiten der Konstruktion sind aus den Zeichnungen leicht zu entnehmen.

Die Brush Electrical Engineering Co. Ltd. in London baut die von William Mordey konstruirten Transformatoren, welche der Manteltype angehören. Die Art der Zusammenstellung des Eisenkörpers ist schon im dritten Kapitel beschrieben worden. Nachdem die Bleche eingebaut sind, werden sie durch kräftige gusseiserne Rahmen und Schraubenbolzen, wie Fig. 147 zeigt, zusammengefasst und in einen Kasten, Fig. 148, eingesetzt. Der

obere Rahmen enthält einen Aufbau zur Befestigung einer starken Porzellanplatte, auf welcher Klemmschrauben, Sicherungen und ein

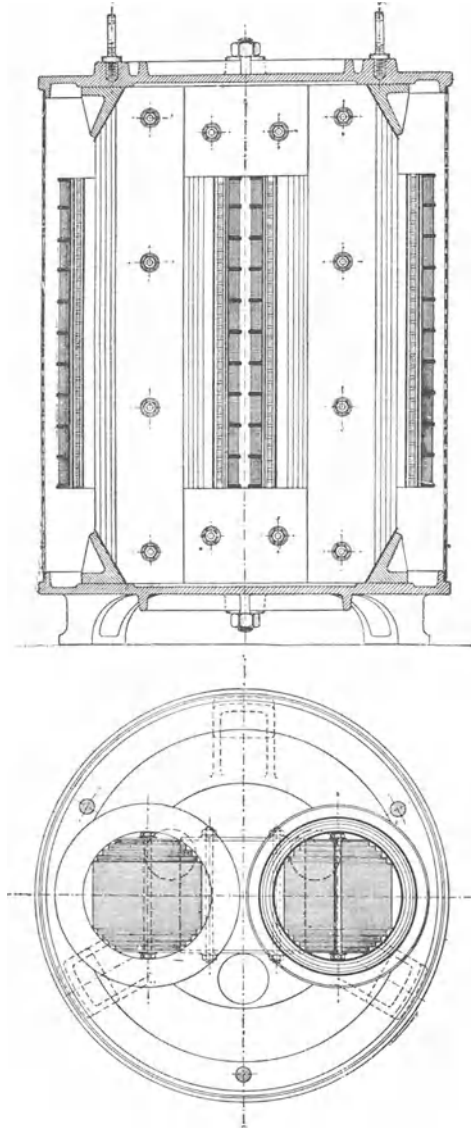


Fig. 145.

Hochspannungsschalter angebracht sind. Der Griff für den Schalter ragt durch die Wand des Kastens knapp unter dem Deckel heraus

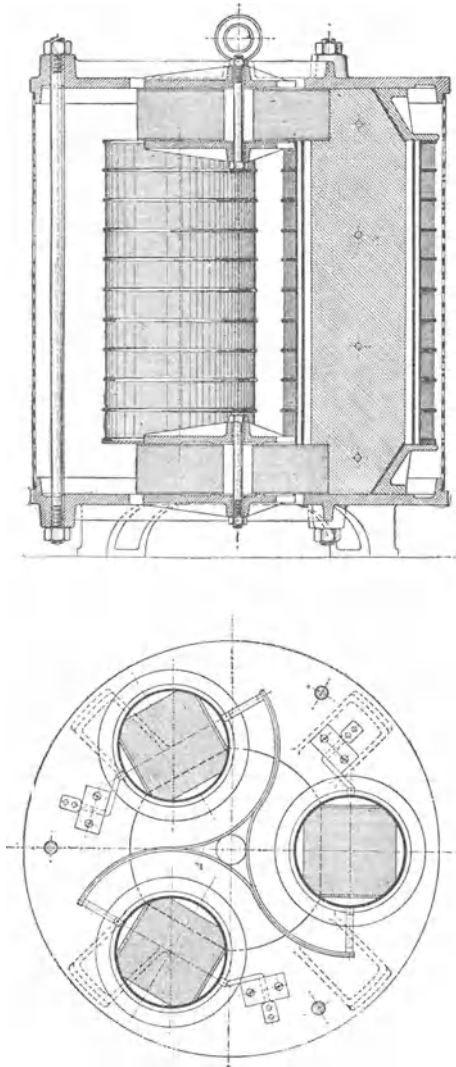


Fig. 146.



(Fig. 148), so dass der Transformator von der Hochspannungsleitung abgetrennt werden kann, ohne dass man deshalb den Deckel abzunehmen braucht.

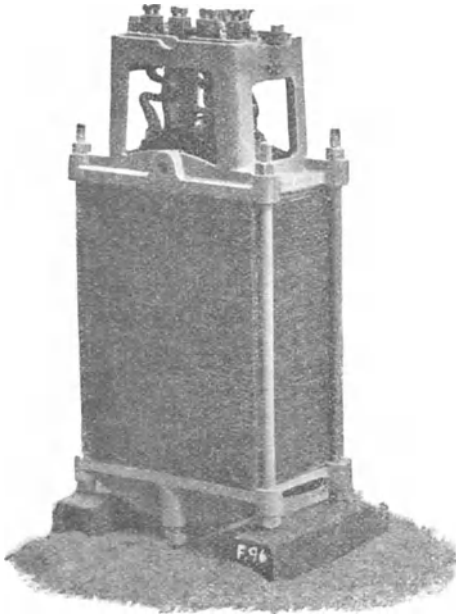


Fig. 147.



Fig. 148.

Die Leitungen werden durch isolirte Stopfbüchsen eingeführt. Der Spannungsabfall bei induktionsfreier Belastung wird von der Firma zu  $2\frac{1}{2}\%$  für alle Grössen angegeben. Der Hysteresisverlust bei  $\sim = 100$  schwankt nach den Angaben der Firma zwischen  $6\%$  bei der kleinsten Type von 750 Watt und  $0,75\%$  bei der grössten von 50 Kwt. Die folgende Tabelle giebt das Gewicht einschliesslich des Kastens für verschiedene Grössen.

Leistung in Kwt	1,5	3	6	12	24	50
Gewicht in kg	132	247	359	559	863	2038

Die Hoch- und Niederspannungswicklung sind durch ein Metallschild, welches mit der Erde in leitender Verbindung steht, getrennt, so dass ein Uebertreten der hohen Spannung in die Niederspannungsspule nicht möglich ist. (Vergl. neuntes Kapitel — Sicherheitsmaassregeln.)

Johnson & Phillips in London bauen den vom Verfasser konstruirten Transformator. Die Einzelheiten dieser Konstruktion



Fig. 149.

sind aus den Fig. 42 bis 46 zu ersehen, bedürfen daher keiner eingehenden Beschreibung. Fig. 149 zeigt Theile eines 2 Kwt-Transformators, und Fig. 150 zeigt eine Gesamtansicht eines 10 Kwt-Transformators und des dazugehörigen Kastens.

Ganz & Co. in Budapest bauen Manteltransformatoren mit kurzem Kern (Fig. 151). Der Eisenkörper besteht aus E-förmigen Blechen, die in starken Endplatten entsprechend gehalten und mit-

tels Schraubenbolzen zusammengepresst werden. Die Endplatten sind kreisrund, so dass der Apparat auf dem Boden gerollt werden kann,

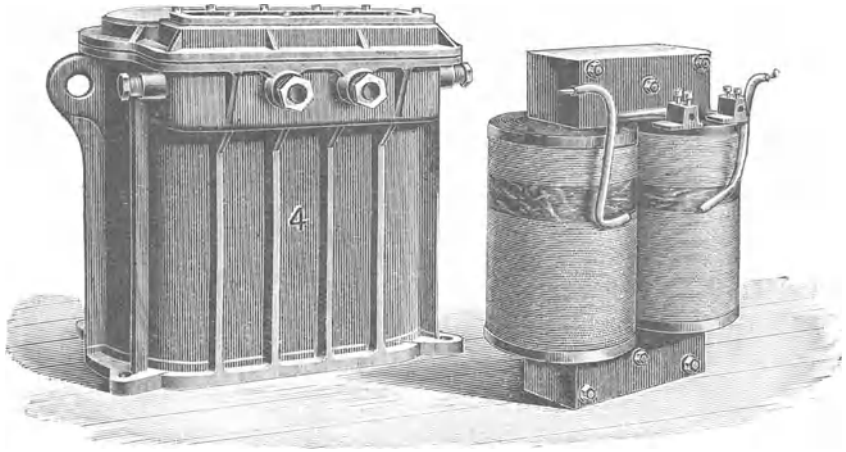


Fig. 150.

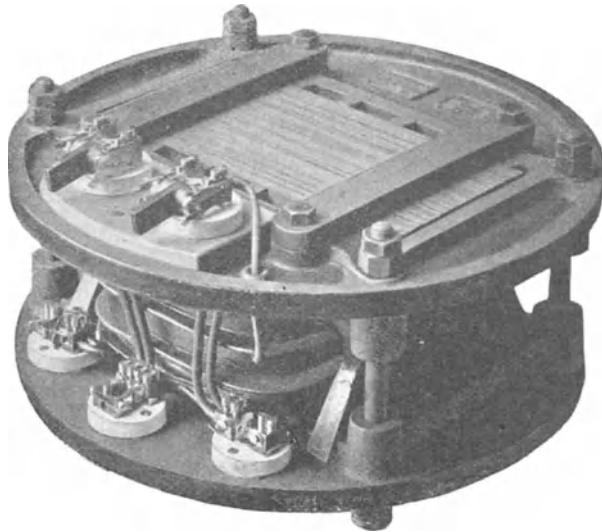


Fig. 151.

ohne Schaden zu nehmen. Die Klemmen sind auf Porzellanunterlagen montirt, und jene für die Hochspannungswicklung sind mit

Abschmelzsicherungen versehen. Die Drähte sind auf besonderen, aus Pressspahn hergestellten Spulenträgern gewickelt, wodurch eine vorzügliche Isolation erzielt wird. Die Wickelungen sind behufs

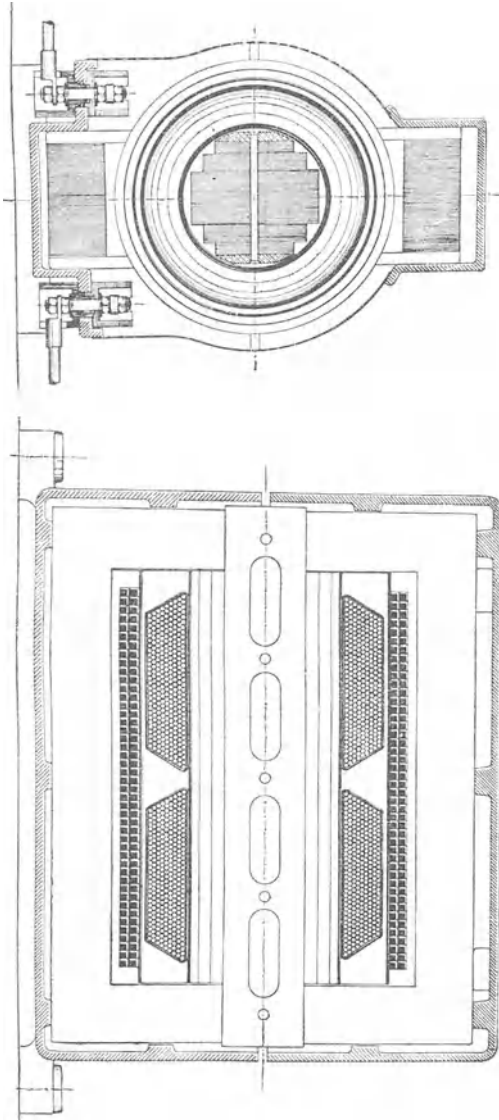


Fig. 152.

Verminderung der Streuung untertheilt, wodurch die einzelnen Spulen die Form von flachen und breiten Scheiben erhalten.

Die Maschinenfabrik Oerlikon baut sowohl Einphasen- als auch Mehrphasen-Transformatoren; die ersteren nach der Mantel-

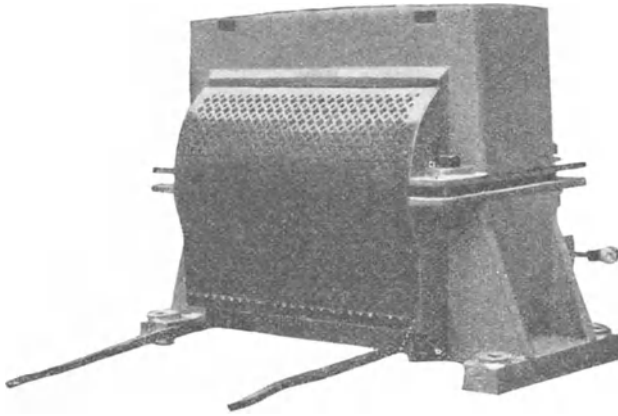


Fig. 153.

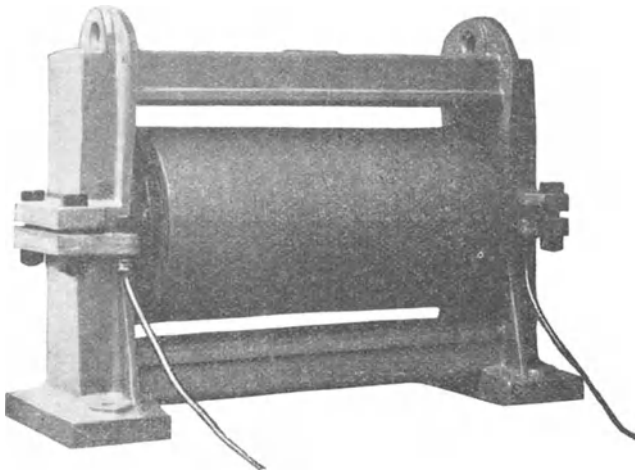



Fig. 154.

type mit langem Kern, die letzteren nach der Kerntype. Fig. 152 zeigt die Konstruktion eines gewöhnlichen Einphasen-Transformators. Der Kern ist aus Blechen verschiedener Breite zusammengesetzt,

die so abgestuft sind, dass der Querschnitt des Kernes einem Kreis möglichst nahe kommt. Die Bleche werden seitlich durch Messingplatten und Bolzen zusammengehalten, und der Kern ist an den Enden beiderseits soweit eingeschnitten, dass die Verbindung mit den förmigen Jochblechen über seine ganze Breite stattfindet. Die Spulen sind unabhängig von einander auf Papiercylinder gewickelt, wobei die Dimensionen so gewählt sind, dass die Spulen

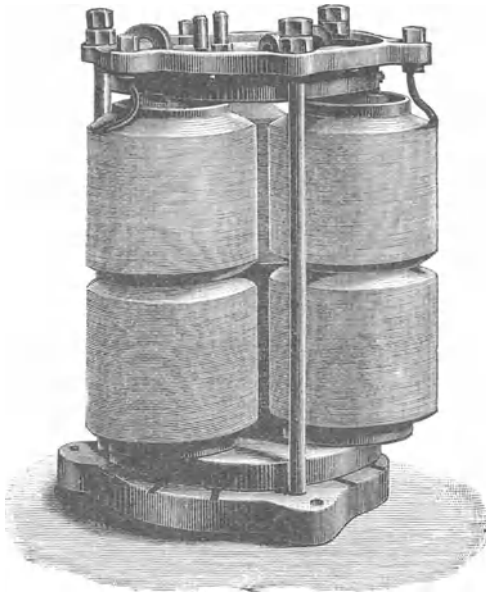


Fig. 155.

bequem aufgeschoben werden können. Die Joche werden in den zwei Hälften eines gusseisernen Kastens gehalten und durch Schraubenbolzen gegen den Kern gedrückt. Zum Schutz der Spulen wird der Kasten zu beiden Seiten mittels perforirten Bleches abgedeckt, wie das Fig. 153 zeigt. Fig. 154 zeigt eine ähnliche Konstruktion, jedoch ohne Schutzbleche.

Für Drehstrom baut die Firma zwei Typen, die eine mit kreisförmigen Jochen, Fig. 155 und 156, und die andere mit geraden Jochen, Fig. 157. Theoretisch genommen ist die erstere Anordnung vorzuziehen, weil dabei die Länge des magnetischen Pfades für alle

drei Phasen genau gleich ist und mithin vollkommene Symmetrie besteht; vom praktischen Standpunkt aus ist dieser Vortheil jedoch nicht wesentlich. Der magnetische Widerstand des Joches selbst ist gegenüber jenem der Stossfugen so unbedeutend, dass der

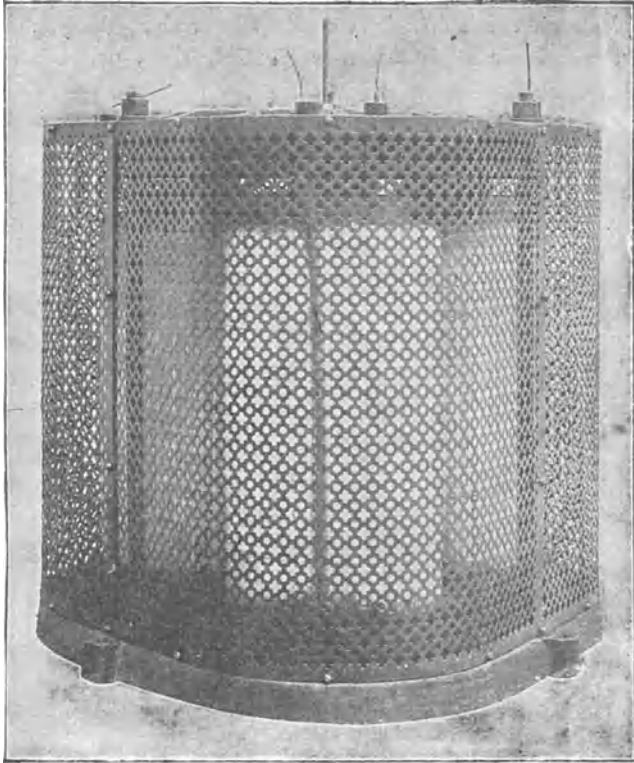


Fig. 156.

Mangel an Symmetrie bezw. die Verschiedenheit in der Länge des magnetischen Pfades bei der Konstruktion Fig. 157 gar nicht ins Gewicht fällt. Andererseits ist diese Konstruktion in der Ausführung etwas bequemer.

Die Firma Electric Construction Company Ltd. in Wolverhampton war eine der ersten in England, welche sich mit dem Bau von Transformatoren beschäftigte und zwar nach der Manteltype, welche sie bis heute beibehalten hat. Während

ihre ersten Ausführungen ziemlich stark an amerikanische Konstruktionen erinnerten, hat sie nunmehr interessante Neuerungen eingeführt, welche eine bessere Ausnützung des Materiales und einen höheren Wirkungsgrad zum Zwecke haben. Fig. 158 stellt

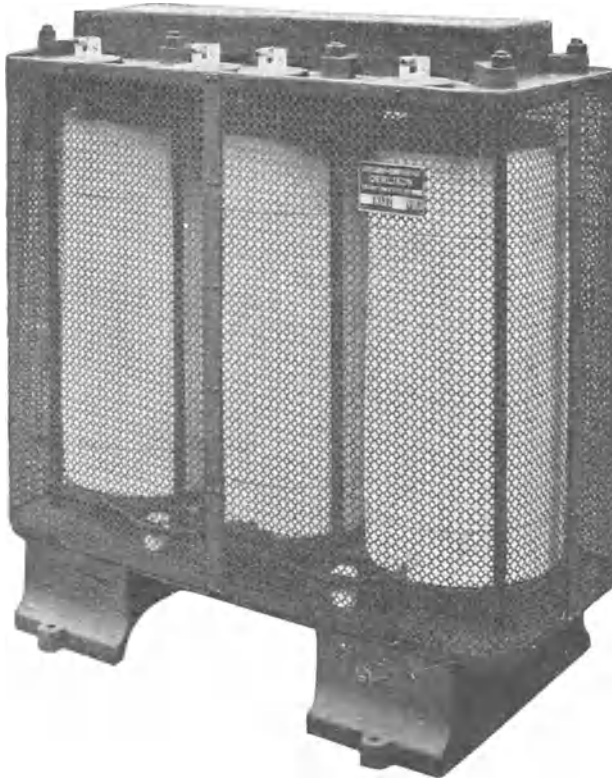


Fig. 157.

einen 10 Kwt- und Fig. 159 einen 40 Kwt-Transformator dar. Die Spulen sind ziemlich lange Rechtecke, d. h. der Eisenkörper ist im Vergleich zur Kerndicke lang, und in dem grösseren Apparat ist ein Versuch gemacht worden, die Leistung mit einem möglichst geringen Aufwand von Eisenblech zu erreichen. Zu diesem Zwecke sind die Querschnitte der Spulen so gewählt, dass sie einen Kreis genau ausfüllen.



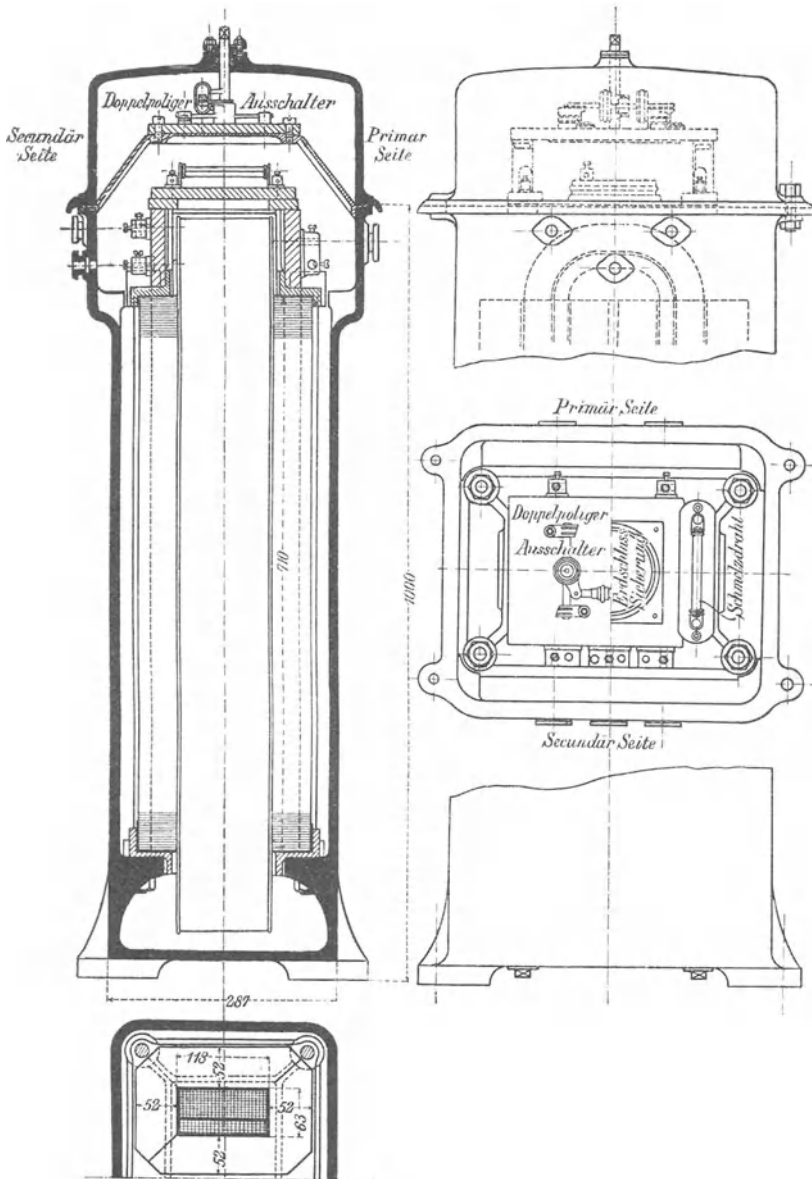


Fig. 158.

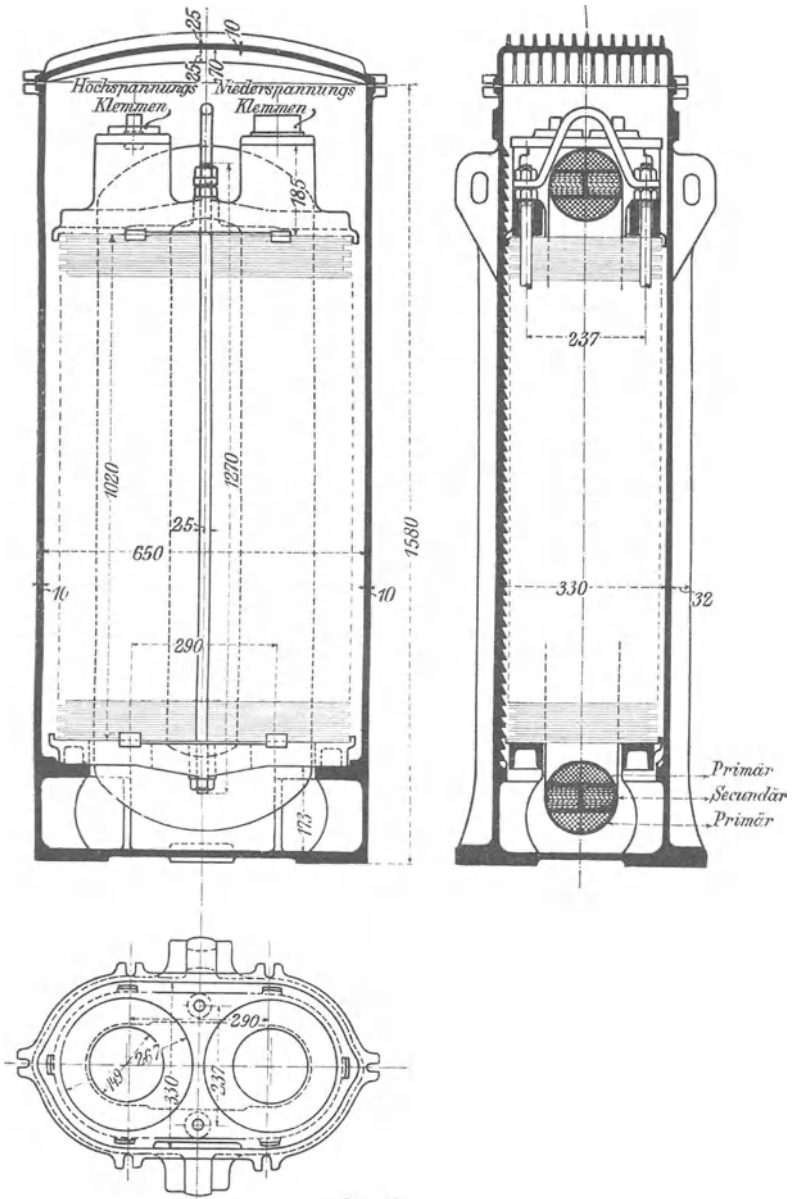


Fig. 159.

Die Fenster in den Blechscheiben sind also hier nicht rechteckig, sondern kreisrund, und die Bleche selbst sind kreisförmige Scheiben. Alle Scheiben haben den gleichen inneren Durchmesser; der äussere Durchmesser ist jedoch verschieden, und bei dem Aufbau des Eisenkörpers wird abwechselnd eine Partie kleinerer und eine Partie grösserer Scheiben eingeführt, wodurch die Abkühlungsfläche des Eisenkörpers bedeutend vergrössert wird. Gleichzeitig ist die Fähigkeit des Gehäuses, Wärme aufzunehmen und weiter zu leiten, dadurch gesteigert worden, dass die Innenfläche mit feinen Rippen versehen wurde. Diese Transformatoren werden aufrecht stehend angeordnet, und zwar ist das Gehäuse hoch genug, damit Raum bleibt für einen doppelpoligen Ausschalter, Abschmelzsicherungen und eine Cardew'sche Sicherung gegen Uebertritt der hohen Spannung in die Niederspannungswickelung.

Die Allgemeine Electricitäts-Gesellschaft in Berlin baut sowohl für Einphasen- als auch Mehrphasenstrom Trans-

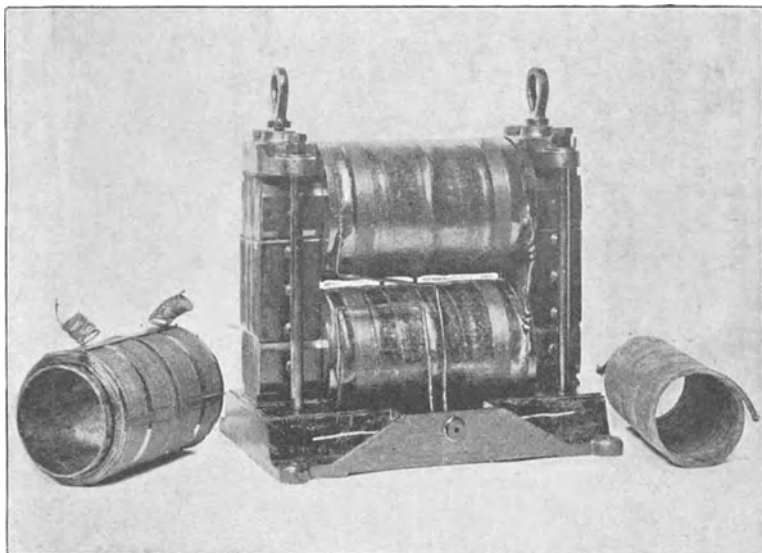


Fig. 160.

formatoren nach der Kerntype. Die Kerne sind von solchem Querschnitt, dass der kreisförmige Raum innerhalb der Spulen gut aus-

genützt wird. Der Querschnitt wird durch die seitlich angelegten und zur Verbindung der Bleche dienenden Metallplatten theilweise zu einem Kreis ergänzt. An den Enden sind die Kerne eingeschnitten, um die Breite der Stossfuge gleich der vollen Dicke des Kernes zu machen. Die Jochstücke sind in gleicher Weise durch Seitenplatten und Bolzen zusammengehalten und von rechteckigem oder quadratischem Querschnitt. Die Sekundärspulen werden bei den kleineren Transformatoren nicht auf Papiercylinder, sondern ohne solche Unterlage gewickelt und auf die stark isolirten Kerne einfach aufgeschoben, was eben durch den nahezu kreisförmigen Querschnitt der Kerne möglich gemacht wird. Dadurch wird die mittlere Windungslänge in beiden Wickelungen auf das thunlichst kleinste Maass gebracht. Die Primärspulen werden auf Cylinder aus Mikanit gewickelt und mit möglichst wenig Spielraum über die Sekundärspulen geschoben. Die Entfernung zwischen dem äusseren Radius der Sekundär- und dem inneren Radius der Primärspule beträgt nur etwa 5 mm. Infolgedessen ist auch die Streuung und der Spannungsabfall sehr gering. Fig. 160 zeigt einen 10 Kwt.-Transformator und Theile desselben. Dieser Apparat wurde nach der Methode des Verfassers von Herrn v. Dolivo-Dobrowolsky auf seine Streuung untersucht. Der ohmische Widerstand bedingt einen Spannungsverlust von 2%, während die gesammte Spannung bei Kurzschluss nur 4% von der normalen Betriebsspannung ausmacht. Der aus diesen Zahlen mittels des Vektordiagrammes bestimmte Spannungsabfall bei Vollbelastung ist

für $\varphi = 0^\circ$ . . . . .	2,3%
- $\varphi = 60^\circ$ . . . . .	4,0%
- $\varphi = 90^\circ$ . . . . .	3,9%

Fig. 161 zeigt einen Drehstromtransformator und Theile desselben. Diese Type hat eine Leistung von 40 Kwt und ist in der Drehstromanlage zur Beleuchtung von Strassburg i. E. in Verwendung. Um den Spannungsabfall noch kleiner zu machen, sind die Spulen nicht ineinander, sondern in der Form von flachen Scheiben nebeneinander angebracht, und zwar ziemlich viele von jeder Art. Die Kurzschlussspannung beträgt hier nur 3% von der vollen Betriebsspannung; der Spannungsabfall kann also selbst bei Belastung mit Motoren 3% nicht übersteigen. Die Spulen beider Stromkreise sind in Träger von Mikanit gewickelt, wodurch eine vorzügliche

Isolation erzielt wird. Beide hier illustrierte Typen von Transformatoren werden durch perforirte Schutzbleche abgedeckt; diese Bleche sind jedoch in den Illustrationen fortgelassen, um die Konstruktion deutlicher zeigen zu können.

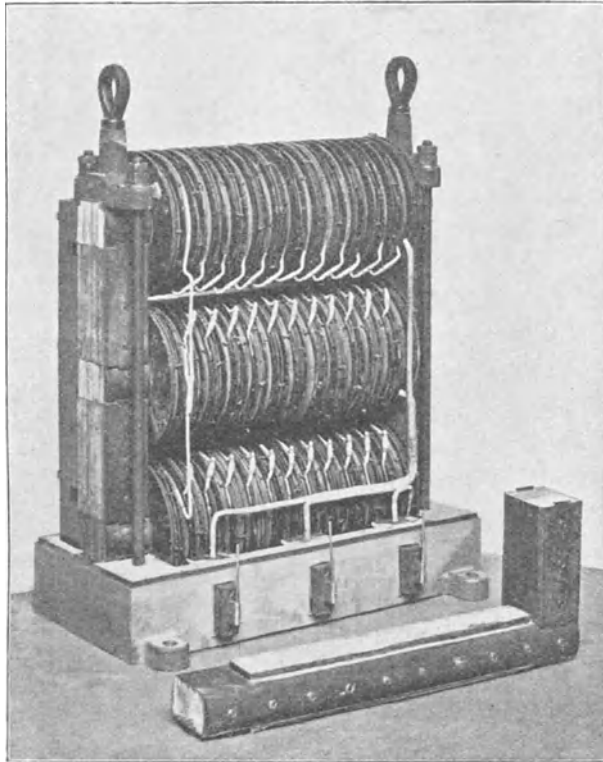


Fig. 161.

Die neuesten von der Westinghouse Electric & Manufacturing Company zu Pittsburg ausgearbeiteten Konstruktionen sind in Fig. 162 bis 164 dargestellt. Fig. 162 stellt die für Beleuchtungszwecke angenommene Normaltype dar, die bis zu 30 Kwt gebaut wird. Der Kern ist kurz und seine Dicke senkrecht zu den Blechen gemessen, auch verhältnismässig klein, so dass ein ziemlich grosser Theil der Spulen frei liegt und durch die Luft gekühlt wird. Um diese Kühlung noch wirksamer zu machen, sind die Spulen an

diesen Stellen auseinander gebogen. Die Luft findet also nicht nur an den Aussenflächen, sondern auch zwischen den Spulen Zutritt. Der Eisenkörper wird durch starke gusseiserne Rahmen zusammengehalten, und zum Schutz der Spulen sind beiderseits perforierte

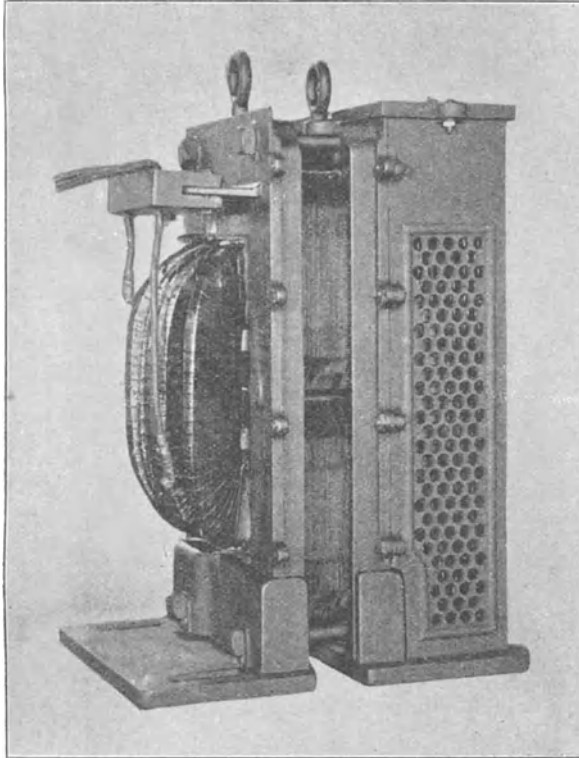


Fig. 162.

gusseiserne Gehäuse angebracht. Eines derselben ist jedoch in der Illustration weggelassen. Die anderen zwei Illustrationen stellen die 100 Kwt-Transformatoren dar, welche bei der Niagara-Anlage Verwendung finden. Das Umsetzungsverhältniss ist 2000 zu 150 Volt, jedoch ist die Wickelung so eingerichtet, dass dasselbe etwas geändert werden kann, zu welchem Zwecke das zweite Paar von primären Klemmschrauben vorgesehen ist. Die primären und sekundären Windungen sind in je vier Spulen angeordnet. Die letzteren sind

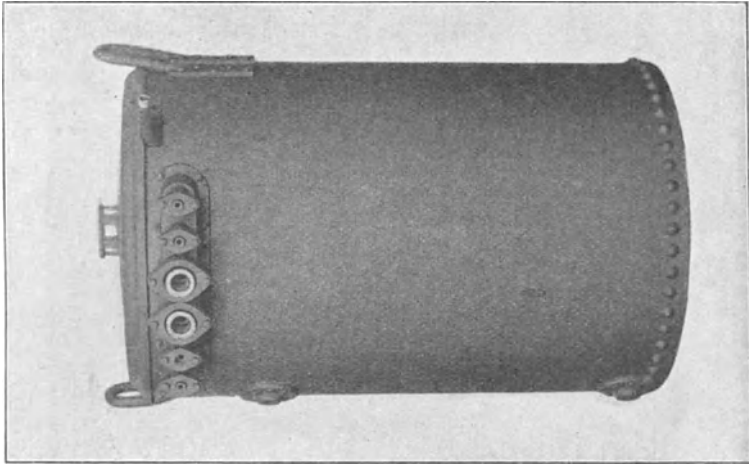


Fig. 164.

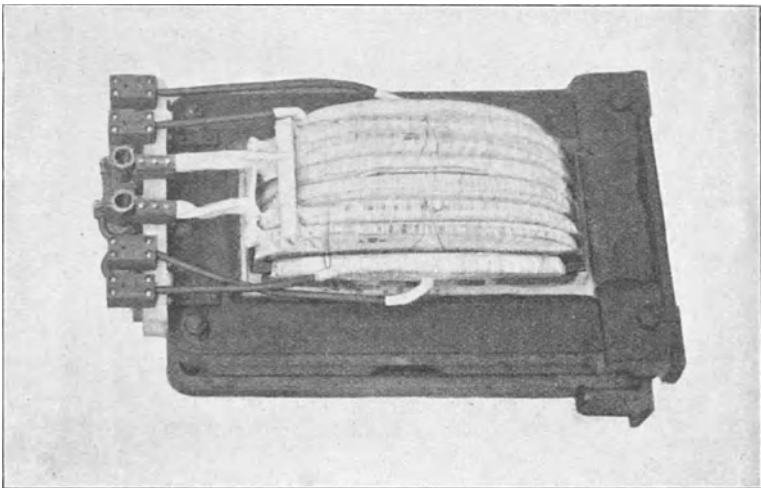


Fig. 168.

in Parallelschaltung verbunden, die ersteren in Serienschaltung. In der Mitte des Kernes sind zwei Primärspulen; dann kommen zu jeder Seite zwei Sekundärspulen und schliesslich wieder je eine Primärspule ausserhalb der letzteren. Die Spulen sind, wie schon oben beschrieben, auseinander gebogen; die Kühlung erfolgt aber nicht durch Luft, sondern durch Oel, zu welchem Zwecke der Transformator in ein cylindrisches Gehäuse eingebaut ist (Fig. 164). Die Zuleitungen gehen durch Stopfbüchsen. Um das Oel selbst wirksam zu kühlen, ist das Gehäuse an seiner inneren Wandung mit einem schmiedeeisernen Spiralrohr, einer sog. Kühlschlange, ausgestattet, durch welche ein Strom kalten Wassers geleitet wird.

Die Union Elektrizitäts-Gesellschaft, Berlin, hat für die Umformerstationen der London Central Railway Transformatoren geliefert, die in Fig. 165 dargestellt sind. Jeder Transformator ist für eine Leistung von 910 A. bei 330 V. bestimmt. Kern und Mantel, so wie die Spulen selbst, sind reichlich mit Luftzwischenräumen versehen, und die Ventilation lässt sich durch am Gehäuse angebrachte Schieber reguliren. Die Wickelung ist in 4 Primär- und 4 Sekundärspulen untertheilt. Die Primärspulen sind sämtlich in Serie, die Sekundärspulen sind zwei in Serie und zwei parallel geschaltet. In beiden Wickelungen ist nacktes Kupferband verwendet und zwar in der Primärspule von 2,28 mm Dicke und 8,6 mm Breite, in der Sekundärspule von 3,05 mm Dicke und 16,5 mm Breite. Primär sind zwei Leiter, sekundär sechs Leiter parallel. Die Windungen sind von einander durch geöltes Papier und Glimmer isolirt. Die fertigen Spulen sind mit gummirtem Baumwollenband auf 3 mm Dicke vollständig umwickelt und so gegen einander und gegen Eisen isolirt. Ausserdem ist zwischen je eine primäre und sekundäre Spule eine isolirende Zwischenwand aus Pressspahn gelegt. Die elektrischen Daten des Transformators sind

Kernquerschnitt . . . . .	A = 2060
Induktion . . . . .	B = 10 400
Kraftfluss . . . . .	N = $21,3 \times 10^6$
Frequenz . . . . .	$\sim = 25$
Primärspannung . . . . .	$e_1 = 5000$
Sekundärspannung . . . . .	$e_2 = 330$
Anzahl hintereinander geschalteter Windungen	{ primär $n_1 = 212$
	{ sekundär $n_2 = 14$
Querschnitte in qmm . . . . .	$q_1 = 39$ $q_2 = 600$
Widerstände . . . . .	$W_1 = 0,33$ $W_2 = 0,0014$



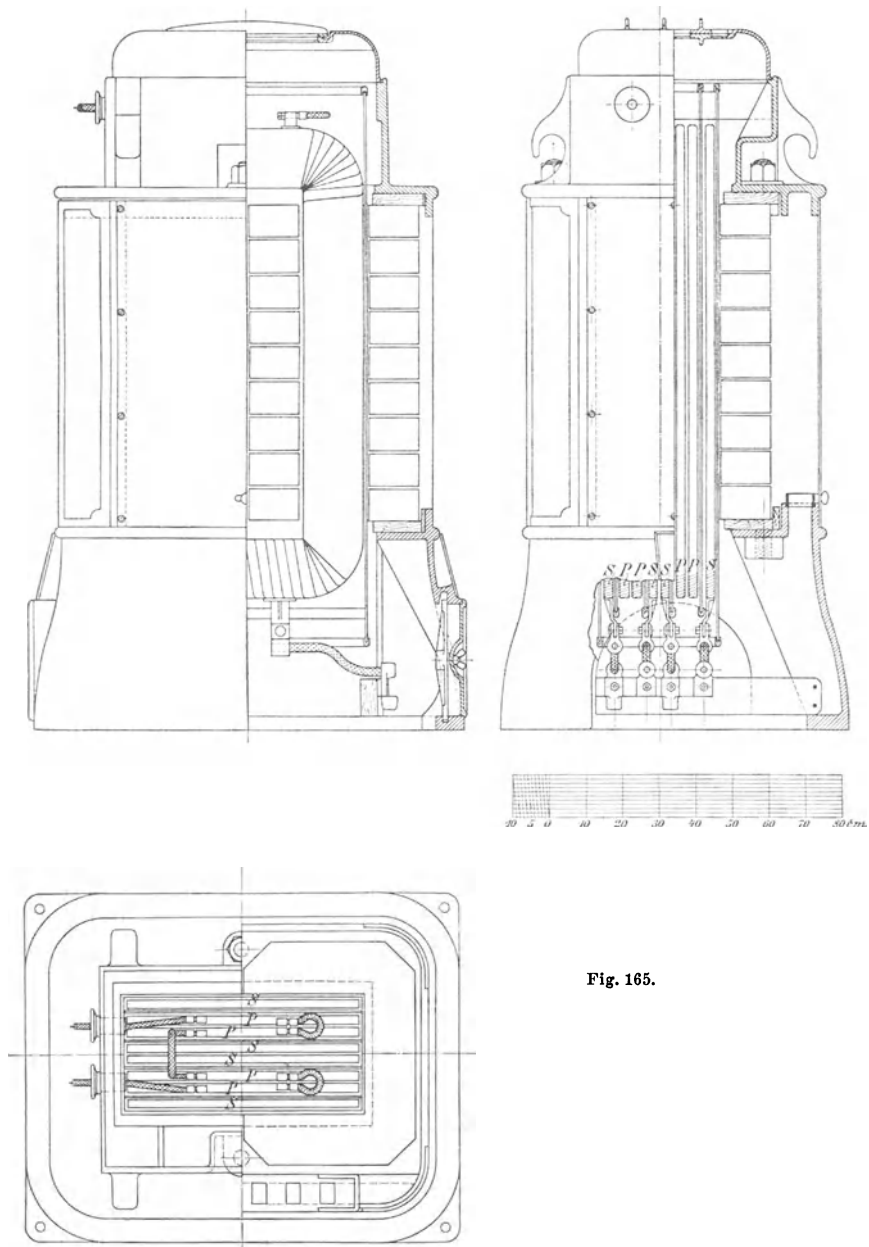


Fig. 165.

Rechnet man auf Grund obiger Zahlen den Transformator nach, so erhält man für den Magnetisirungsstrom 1,45 A., für den Wattstrom bei Leerlauf 0,74 A. Der ganze Leerlaufstrom ist mithin

$$i_0 = 1,63 \text{ A.}$$

oder 2,65 % des Stromes bei Vollbelastung.

Das Eisengewicht ist 2450 kg. Nach den Kurven auf Seite 20 ist der Eisenverlust pro kg bei  $\sim = 25$  und 0,365 mm Blechdicke

für Hysteresis . . . . . 1,35 Watt

für Wirbelströme . . . . . 0,17

Insgesamt 1,52 Watt.

Für diesen Transformator ist also der Eisenverlust

$$2450 \times 1,52 = 3720 \text{ Watt.}$$

Der Sekundärstrom ist 910 A., und der Primärstrom wäre 60 A., wenn der Transformator keine Eigenverluste hätte. Den wirklichen Primärstrom findet man mit einer für die Praxis ausreichenden Genauigkeit, wenn man zu dem so bestimmten Werth den Leerlaufstrom zuschlägt. Das giebt

$$i_1 = 61,63 \text{ A.}$$

Aus diesen Stromstärken und den Widerständen bestimmt sich die Kupferwärme wie folgt:

Primär . . . . . 1250 Watt

Sekundär . . . . . 1160

also für beide Windungen . . . . . 2410 -

Der Eisenverlust ist . . . . . 3720 -

Der Gesamtverlust ist . . . . . 6130 -

Das ist nur 2,05 % der Leistung, so dass dieser Transformator einen Wirkungsgrad von nahezu 98 % hat.

# Register.

- A**bkühlungsfläche 49, 62.  
Ableitung der Grundgleichung 8.  
Absorptions-Methode 181.  
Aequivalente Spulen 225.  
Aktives Material 92.  
Anordnung der Spulen 7.  
Arbeitsdiagramm 106, 127.  
Arbeitsgrößen, graphische Bestimmung der 122.  
Arbeitsleistung eines Wechselstromes 66.  
Ausgleichs-Spulen 217.  
Ausgleichs-Transformator 220.  
Ausläufer in Kabelnetzen 234.  
Aussenleiter, gefährliche Spannung im 238, 240, 247.  
Ayrton, Drei-Voltmeter-Methode 182.
- B**elastungszeit, Tabelle der 97.  
Blakesley 71.  
Bogenlampen-Transformator 218.  
Booster 205.  
Brennzeit, Tabelle der 96.
- C**ardew 199.  
Crompton 39.
- D**rei-Ampèremeter-Methode 184.  
Dreileitersystem 220.  
Dreiphasen-Transformator 35, 45.  
Drei-Voltmeter-Methode 182.  
Durchschlagen von Kabeln 241.  
Dynamometer 168.
- E**ffektmessung 171, 180, 182, 184.  
Einfluss der Kern- und Spulenform auf die Verluste 26.  
— der linearen Dimensionen 56.
- Einfluss der Spannungskurve auf den Hysteresisverlust 21.  
Einzel-Transformatoren 202.  
Eisenkörper, Konstruktion des 35.  
— Verhältnisse des 42.  
Eisenverluste, Kurve der 20.  
End-Temperatur 47.  
— Formel für die 52.  
— Zeit zur Erreichung der 52.  
Erwärmung der Transformatoren 45.  
— — — Kurven für die 49.  
Ewing 195.
- F**ehlergrenzen des Wattmeters 179.  
Ferranti 38, 201, 232.  
Fleming, Drei-Ampèremeter-Methode 184.  
Frequenz, Einfluss der — auf den induktiven Spannungsabfall 121.
- G**ebräuchliche Formen 34.  
Gewicht des aktiven Materials 92.  
Gleichungen:  
E.M.K. 14.  
Eisenverluste 17, 21.  
Erwärmung 52, 243.  
Leerlaufstrom 79.  
Dicke der Isolirung 101.  
Magnetisierungsstrom 79.  
Magnetischer Widerstand 104.  
Induktiver Spannungsabfall 113, 114, 115, 118.  
Kondensatorstrom 139.  
Uebertragungskoeffizient 152, 153.  
Fehler des Wattmeters 179.  
Wirkungsgrad 189.  
Aequivalente Spulen 226, 227.  
Elektrische Konstanten der Leitungen 230.

Günstigste Vertheilung der Verluste 92.  
Günstigste Wickelungstiefe 88.

**H**auptfeld 123.  
Heyland 161.  
Hysteresis 16.  
Hysteresismesser 195.

**I**gel-Transformator 32.  
Induktanz der Leitung 230.  
Induktiver Spannungsabfall 111.  
— — Einfluss der Frequenz auf den 121.  
Isolirung der Rostfugen 41.

**K**abeldurchschläge 241.  
Kapazität der Leitungen 230.  
Kapp 38, 193, 205.  
Kern-Transformator 28.  
Konzentrische Kabel 270.  
Kondensator 139.  
Konstruktion eines Transformators 83.  
Konstruktionsdetails 98.  
Kraft-Type 95.  
Kreisdiagramm, Heylands 161.

**L**adestrom 139.  
Leerlaufstrom 76, 79, 80.  
Leistungsfaktor 125.  
Leitungen, elektrische Konstanten der 230.  
Licht-Type 95.  
Lineare Dimensionen, Einfluss der 56.

**M**agnetische Kraft 104.  
— Streuung 3.  
Magnetischer Widerstand 104.  
Magnetisirungsstrom 79.  
Mantel-Transformator 28.  
Messung der unregelmässigen Ströme 175.  
Möllinger 120.  
Mordey 39.

**O**berfläche, abkühlende 49, 62.  
Oberflächliche Berechnung der Leistung 65.

**P**hasenverschiebung, Messung der 175.  
Prüfung von Transformatoren 186.

**R**egel für die Schaltung bei konzentrischen Kabeln 241.

Resonanz 231.  
— Spannungserhöhung durch 233.

**S**chaltregel 241.  
Scott-Schaltung 222.  
Seilpolygon 74.  
Sekundärnetz 242.  
Selbstinduktion der Leitung 230.  
Serienschaltung 212.  
Sicherheitsmassregeln 197.  
Spannungsabfall, induktiver 113, 114, 115, 118.  
Spannungserhöher 205.  
Spannungserhöhung durch Resonanz 233.

Steinmetz 21, 230.  
Stillwell 205.  
Stossfugen, Einfluss der 81.  
— Isolirung der 41.  
Streifeld 123.  
Streuung, magnetische 3.  
Streuungsfaktor 153.  
Swinburne 32.

**T**emperaturerhöhung 47.  
Thomson-Houston 198.  
Transformator für konstanten Strom 167.

Transformatoren von:  
Siemens & Halske 250.  
Schuckert & Co. 252.  
Schwartzkopf 256.  
Siemens Brothers & Co. 256.  
Brown, Boveri & Co. 257.  
Lahmeyer & Co. 259.  
Brush Electrical Engineering Co. 259.  
Johnson & Phillips 263.  
Ganz & Co. 263.  
Maschinenfabrik Oerlikon 266.  
Electric Construction Company 268.  
Allgemeine Elektrizitäts-Gesellschaft 272.  
Westinghouse Electric Co. 274.  
Union Elektrizitäts-Gesellschaft 277.

**U**ebertragene Erregung 149.  
Uebertragungskoeffizienten 158.  
Umformer 211.  
Umspinnung, Dicke der 101.  
Untersuchung von Blechen 190.  
— — — Apparate für die 191—195.  
Unterstationen 202.

- V**ektordiagramm 68, 103, 106.  
Verluste in Transformatoren 16.  
Verseilte Kabel 230, 238.  
Vertheilung der Verluste, günstigste 92.  
— des Kupfergewichtes, günstigste 85.
- W**attkomponente 80.  
Wattlose Komponente 79.  
Wattmeter 171.
- Wattmeter, Fehlergrenzen des 179.  
Webers Dynamometer 169.  
Westinghouse 37.  
Wicklungstiefe, günstigste 88.  
Wirbelstromverlust 19.  
Wirkungsgrad, experimentelle Bestimmung des 187.  
Wirtschaftlicher Betrieb 94.
- Z**usammensetzung von Strömen und Spannungen 73.
-