

Aufgaben und Lösungen
aus der
Gleich- und Wechselstromtechnik
von
H. Vieweger



Neunte Auflage

Aufgaben und Lösungen aus der Gleich- und Wechselstromtechnik

Ein Übungsbuch für den Unterricht an technischen Hoch-
und Fachschulen sowie zum Selbststudium

von

Professor H. Vieweger

Neunte, erweiterte Auflage

Mit 250 Textabbildungen
und 2 Tafeln



Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH 1926

Additional material to this book can be downloaded from <http://extras.springer.com>

ISBN 978-3-662-35833-7

ISBN 978-3-662-36663-9 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-662-36663-9

Softcover reprint of the hardcover 9th edition 1926

**Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzung
in fremde Sprachen, vorbehalten.**

Vorwort zur ersten Auflage.

Der Verfasser beabsichtigt mit dem vorliegenden Buche, dem Studierenden der Elektrotechnik ein Hilfsmittel zu bieten, welches ihn befähigt, die Grundgesetze der Elektrotechnik voll und ganz zu seinem geistigen Eigentum zu machen.

So außerordentlich vielseitig auch die elektrotechnische Literatur in den letzten Jahren geworden war, fehlte es doch immer noch an einer **Sammlung ausführlich durchgerechneter Zahlenbeispiele**, im besonderen aus dem Gebiete des Wechselstromes.

Diesem Mangel hofft der Verfasser hiermit abgeholfen zu haben.

Um das Buch zu einem recht reichhaltigen und namentlich für **Unterrichtszwecke** brauchbaren zu machen, sind fast alle Aufgaben mit mehrfachen Zahlenangaben [] versehen, so daß bei der Benützung im Unterrichte die [] Beispiele zu Hause gerechnet werden können. Um das lästige und zeitraubende Diktieren abgeänderter Beispiele zu sparen, wurden leere Klammern () beigefügt, in welche der Lehrer eigene Zahlen einschreiben läßt.

Einem jeden Paragraphen sind die **einzuübenden Gesetze und Formeln**, ohne Herleitung, vorangestellt, so daß das Buch auch bei Repetitionen gute Dienste leisten dürfte.

Um denjenigen Studierenden oder bereits in der Praxis stehenden Ingenieuren und Technikern, welche durch **Selbstunterricht** sich die Lehren der Elektrotechnik aneignen wollen, den Weg zu zeigen, wie man zu den betreffenden Gesetzen und Formeln gelangt ist, sind stets Hinweise auf das ausführliche Lehrbuch der Elektrotechnik „*Holtz, Schule des Elektrotechnikers*“, Verlag von Moritz Schäfer, Leipzig, gegeben worden (z. B.: Seite 445).

Die vorliegende Aufgabensammlung schließt sich übrigens in ihrer Disposition vollständig jenem Buche an und dürfte deshalb vielen Lesern der „*Schule des Elektrotechnikers*“ eine

willkommene **Ergänzung** sein. Die Entwicklung einiger neuerer Formeln ist deshalb im vorliegenden Buche in Fußnoten nachgetragen.

Die zahlreichen Beispiele für die Berechnung der Gleich- und Wechselstrom-Maschinen, der Drehstrommotoren und Transformatoren sind erprobten, gut funktionierenden Ausführungen entnommen.

Fast sämtliche Ausrechnungen sind mit dem Rechenschieber gemacht worden, so daß die Resultate auf eine Genauigkeit von $0,3 \text{ ‰}$ Anspruch machen.

Sollten außer den unvermeidlichen Druckfehlern auch einzelne, im Fehlerverzeichnis nicht enthaltene Rechenfehler untergelaufen sein, so wäre der Verfasser für freundliche Mitteilung derselben dankbar.

Mittweida, im Juni 1902.

H. Vieweger.

Vorwort zur neunten Auflage.

Die Veränderungen, die diese Auflage gegenüber den vorangegangenen erhalten hat, seien im folgenden kurz angegeben. Um die Hinweise auf die Schule des Elektrotechnikers immer mehr und mehr entbehrlich zu machen, wurden den einzelnen Paragraphen die einzuübenden Formeln und Gesetze in von Auflage zu Auflage ausführlicherer Begründung vorangestellt und in Fußnoten bewiesen.

In dieser Auflage wurde besondere Sorgfalt auf die übersichtliche Aufstellung von Formeln, die zur Berechnung der Abmessungen von Transformatoren, Drehstrommotoren, der Gleich- und Wechselstromgeneratoren dienen, gelegt. Hervorgehoben sei noch besonders die Entwicklung einfacher Formeln zur Berechnung der **Nutenabmessungen**, sowohl rechteckiger als auch trapezförmiger Nuten, weil dieselben dem Anfänger erfahrungsgemäß stets Schwierigkeiten zu bereiten pflegen. Eine Anzahl ausführlich durchgerechneter Aufgaben zeigen die Anwendung dieser Formeln.

Wertvoll dürften einem großen Leserkreise, namentlich den Besitzern von Reparaturwerkstätten und deren Angestellten, auch die Formeln und Aufgaben über die Umwicklung von Maschinen auf eine andere Spannung und evtl. auch für ein anderes Wicklungsmaterial sein.

Einem vielfach ausgesprochenen Wunsche entsprechend, wurde der Abschnitt IV „Leitungsberechnungen“ eingefügt.

Eine Umarbeitung erhielt die neue Auflage durch Einführung der Formelzeichen des AEF, die sich auch auf die Abbildungen erstreckte. Daß auch auf die Deutschen Industrienormen (DIN) mehrfach Bezug genommen wurde, ist wohl selbstverständlich.

Trotzdem sich der Verfasser der äußersten Kürze zu befeißigen suchte, ist der Umfang des Buches doch sehr wesentlich vermehrt worden. Die Zahl der Aufgaben stieg von 312 in der ersten Auflage auf 338, die Zahl der Abbildungen von 158 auf 250.

Der Verfasser schließt mit dem Wunsche, daß das Wohlwollen, welches der Leser den vorangegangenen Auflagen entgegengebracht hat, sich auch auf die neue Auflage erstrecken möchte.

Mittweida, im April 1926.

H. Vieweger.

Inhaltsverzeichnis.

I. Elektrizitätslehre.

	Aufgaben	Seite
	Einleitung	1
§	1. Stromstärke, Niederschlagsmenge	1—8 2
§	2. Elektrizitätsmenge	9—14 5
§	3. Eichung von Amperemetern	15—20 7
§	4. Ohmsches Gesetz	21—33 9
§	5. Widerstand	34—40 13
§	6. Widerstandszunahme	41—48 16
§	7. Spannungsverlust	49—74 18
	Spannungsmessung.	
§	8. Aufgaben über Stromverzweigungen	75—92 28
	Der Kombinationswiderstand.	
	Messung von Strömen.	
§	9. Aufgaben über die Schaltung von Elementen	93—95 41
§	10. Kirchhoffsche Gesetze	96—99 44
§	11. Das Joulesche Gesetz	100—116 47
	Vorschaltwiderstände für Bogenlampen.	
	Temperaturzuwachs in kleinen Zeiten.	
§	12. Das Coulombsche Gesetz	117—123 59
§	13. Kraftlinien und Tragkraft von Magneten	124—129 64
§	14. Wirkung eines stromdurchflossenen Leiters auf eine magnetische Menge	130—145 66
	Kreisförmiger Leiter.	
	Solenoid oder Spule.	
§	15. Die Magnetisierung des Eisens und die Eisenverluste	146—148 80
§	16. Der magnetische Kreis	149—159 82
§	17. Die Induktion	160—172 89
§	18. Die Selbstinduktion	173—176 97

II. Die Eigenschaften der Gleichstrom-Maschinen.

§	19. Die fremderregte Maschine	177—188 100
§	20. Die Ankerrückwirkung	189—190 106
§	21. Die Hauptstrommaschine	191—201 108
§	22. Die Nebenschlußmaschine	202—212 117
§	23. Die Doppelschlußmaschine	213—215 119
§	24. Die mehrpoligen Maschinen	216—217 131
	A. Parallelschaltung.	
	B. Reihenschaltung.	
	C. Reihenparallel-Schaltung.	

	Aufgaben	Seite
§ 25. Umwicklung von Maschinen	218—219	138
Ankerwicklung.		
Magnetwicklung.		

III. Wechselstrom.

§ 26. Definitionen	220—222	143
§ 27. Mittel- und Effektiv-Werte	223—231	144
§ 28. Das Ohmsche Gesetz für Wechselströme	232—241	151
§ 29. Leistung des Wechselstromes	242—243	159
§ 30. Hintereinanderschaltung zweier Spulen	244—250	162
§ 31. Zerlegung des Stromes in Komponenten. Parallel- schaltung von Spulen	251—252	173
§ 32. Der Kondensator	253—261	178
§ 33. Spule mit Eisen	262—267	185
§ 34. Der Transformator	268—285	198
§ 35. Die mehrphasigen Wechselströme	286—298	212
A. Zweiphasige Ströme.		
B. Dreiphasige Ströme.		
Sternschaltung.		
Dreieckschaltung.		
Spannungsverlust.		
Beziehung zwischen Gleich- und Drehstrom- Spannung.		
Stromstärke im Draht.		
§ 36. Berechnung der Transformatoren	299—300	227
§ 37. Berechnung der Drehstrommotoren	301—314	240
Theorie des Ständers.		
Theorie des Läufers.		
Phasenläufer. Kurzschlußläufer.		
Das Heylandsche Diagramm.		
§ 25a. Umwicklung von Drehstrommotoren	315—316	287
§ 38. Wechselstrommaschinen	292	
A. Wechselstrommaschinen mit rotierendem Anker.		
B. Wechselstrommaschinen mit ruhendem Anker.		
§ 39. Berechnung der Gleich- und Wechselstrommaschinen	317—318	296

IV. Leitungsberechnung.

§ 40. Berechnung der Gleichstromleitungen	319—327	330
Gleichstrom-Zweileiter- } Anlagen.		
„ -Dreileiter- }		
§ 41. Berechnung der Wechselstromleitungen	328—338	342
A) Induktionsfreie Belastung.		
B) Induktive Belastung.		
Anhang: Nützliche Angaben		357
Tabelle für Cosinus und Tangens		358

I. Elektrizitätslehre.

Einleitung.

Reibt man einen Glasstab mit einem Lederlappen, so wird er elektrisch, d. h. er besitzt jetzt die Eigenschaft, leichte Körper, z. B. eine kleine Hollundermarkkugel, die an einem Seidenfaden aufgehängt ist, anzuziehen und nach erfolgter Berührung abzustößen. Durch Reiben einer Siegellackstange mit einem Tuchlappen wird auch diese elektrisch. Während aber die Glaselektrizität die mit ihr berührte Hollundermarkkugel abstößt, zieht die Harzelektrizität (Siegellackstange) die Kugel an. Hieraus schließt man, daß es zwei Arten von Elektrizität gibt, die Glaselektrizität, auch positive Elektrizität genannt (+), und die Harzelektrizität, kurz negative Elektrizität (-). Versuche lehren: Gleichnamige Elektrizitäten stoßen sich ab, ungleichnamige ziehen sich an.

Nach Symmer (1759) nimmt man an, daß jeder unelektrische Körper zwei elektrische Fluida in gleicher Menge enthält, die nach außen unwirksam sind, weil sie gleichmäßig gemischt sind. Beim Vorgang des Reibens kommt es zu ihrer Trennung; der mit dem Lederlappen geriebene Glasstab behält einen Überschuß des +Fluidums, der Lederlappen einen Überschuß des -Fluidums¹⁾. Da die beiden Fluida sich anziehen,

¹⁾ Diese Anschauung wird gestützt durch die neuere Atomtheorie. Nach dieser besteht jedes Atom aus einem positiv geladenen Kern, um welchen eine Anzahl negativ geladener Teilchen, Elektronen genannt, kreisen, etwa so wie die Planeten um die Sonne. Im unelektrischen Atom ist die Elektrizitätsmenge des Kernes genau so groß wie die aller Elektronen. Gehen Elektronen verloren, so erscheint das Atom positiv elektrisch, beim Überschuß von Elektronen negativ elektrisch zu sein. Die Anzahl der Elektronen, die um den Kern kreisen, wenn das Atom unelektrisch ist, heißt die Ordnungszahl und ist in Tabelle 1 für einige chemische Elemente angegeben. So findet man z. B. für Zinn die Ordnungszahl 50, d. h. um ein unelektrisches Zinnatom kreisen 50 Elektronen, die zusammen dieselbe negative Elektrizitätsmenge besitzen wie der positive Kern. Für Wasserstoff ist die Ordnungszahl 1, d. h. um den Kern des Wasserstoffatoms, der auch Proton genannt wird, kreist ein Elektron, dessen Elektrizitätsmenge genau so groß ist, wie die des Kernes (des Protons). Das Elektron bildet das Atom der negativen Elektrizität, während das Proton als das positive Atom anzusehen ist.

so bedarf es einer Kraft, um sie zu trennen und getrennt zu halten. Diese Kraft heißt *elektromotorische Kraft* und wurde hier durch Reiben erzielt. Es gibt jedoch noch viele andere Wege, um eine elektromotorische Kraft zu erzeugen. Taucht man beispielsweise eine Zink- und eine Kupferplatte in ein Glasgefäß, das mit verdünnter Schwefelsäure gefüllt ist, so wird die Kupferplatte positiv, die Zinkplatte negativ elektrisch. Allerdings ist die Wirkung nur eine sehr schwache, so daß es besonderer Hilfsmittel bedarf, um sie nachzuweisen. Man nennt eine solche Zusammenstellung ein *galvanisches Element*, richtiger *Volta-Element*. Um die Wirkung zu verstärken, muß man viele solcher Elemente hintereinander schalten; d. h. den Zinkpol (Pole nennt man die aus der Flüssigkeit herausragenden Enden) des ersten Elementes mit dem Kupferpol des zweiten, den Zinkpol des zweiten mit dem Kupferpol des dritten usw. verbinden; es bleibt dann vom ersten Element ein Kupferpol vom letzten ein Zinkpol frei. An diesen Polen haben sich die Elektrizitäten angesammelt und man kann sie, wie oben gezeigt, durch ihre Anziehung bez. Abstoßung nachweisen, und zwar an der Kupferplatte die positive, an der Zinkplatte die negative Elektrizität.

Da die an den Polen angehäuften Elektrizitäten sich anziehen, so haben sie das Bestreben, sich zu vereinigen, was ihnen gelingt, wenn man die Pole durch einen Leiter (z. B. einen Draht) miteinander verbindet. Es fließt dann in dem Leiter vom + Pol zum - Pol ein elektrischer Strom, der nur durch seine Wirkungen wahrgenommen werden kann. Diese sind:

A. Wirkungen im Leiter.

1. *Wärmewirkungen* (ein stromdurchfloßner Draht kommt zum Glühen und verlängert sich).

2. *Chemische Wirkungen*. (Leitet man den Strom durch ein Metallsalz (Elektrolyt), so wird dasselbe zersetzt, und zwar scheidet sich das Metall an der Platte aus, die mit dem negativen Pol der Stromquelle verbunden ist. Diese Platte heißt *Kathode*, während die andere, an welcher eine Zersetzung stattfindet, *Anode* genannt wird.)

B. Wirkungen außerhalb des Leiters.

1. *Magnetische Wirkungen*. (Eine Magnetnadel wird durch einen über sie hinweggeleiteten Strom abgelenkt; ein Stück weiches Eisen, um welches der Strom in mehrfachen Windungen geführt ist, wird magnetisch.)

2. *Elektrodynamische Wirkungen*. (Zwei stromdurchfloßne Leiter ziehen sich an oder stoßen sich ab.)

Die Wirkungen unter B. breiten sich im Raume mit einer Geschwindigkeit von 300 000 km (Lichtgeschwindigkeit) aus. Jede der genannten Wirkungen kann als Maß für die Stromstärke dienen.

§ 1. Stromstärke, Niederschlagsmenge.

Benützen wir die chemische Wirkung des Stromes zur Definition der Einheit der Stromstärke, so machen wir Gebrauch von dem Faradayschen Gesetz:

Gesetz 1: Die zersetzten Bestandteile eines Elektrolyten sind der Stromstärke und der Zeit proportional.

Bezeichnet J (oder auch i) die Stromstärke, t die Anzahl der Sekunden, welche der Strom durch das gelöste Metallsalz floß, a eine Zahl, die von der chemischen Zusammensetzung des Salzes abhängt und elektrochemisches Äquivalent genannt wird, so ist die zersetzte Menge G in Milligrammen (mg)

$$G = aJt. \quad (1)$$

Man setzt nun denjenigen Strom $J=1$, der aus einer Kupferlösung in 1 Sekunde 0,328 mg Kupfer ausscheidet und nennt ihn 1 Ampere (A). Leitet man einen Strom durch Wasser, so zersetzt er dasselbe in Wasserstoff, der sich an der Kathode, und Sauerstoff, der sich an der Anode abscheidet. Das Gemisch beider Gase heißt Knallgas. Anstatt das Gewicht dieser Gase zu bestimmen, ist es bequemer, ihr Volumen zu messen. 1 A erzeugt bei 0° Temperatur und 760 mm Barometerstand in 1 Minute 10,44 Kubikzentimeter (cm³) trocknes Knallgas (Knallgasvoltameter).

Tabelle 1. Die elektrochemischen Äquivalente, Atomgewichte und Wertigkeiten.

An der Kathode abgeschiedener Bestandteil	Elektro- chemisches Äquivalent a in mg	Atomgewicht A bezogen auf Wasserstoff = 1	Wertigkeit n	Ordnungs- Zahl
Aluminium	0,0935	27,04	3	13
Blei	1,0718	207,1	2	82
Eisen	0,2908	56,0	2	26
Gold	0,681	197,2	3	79
Kupfer	0,328	63,6	2	29
Nickel	0,304	58,7	2	28
Platin	1,009	195,2	2	78
Quecksilber	s. Aufgabe 8	200,6	2	80
Silber	1,118	107,9	1	47
Wasserstoff	0,01036	1	1	1
Zink	0,338	65,4	2	30
Zinn	0,62	118,7	2	50

Aufgaben.

1. Wieviel mg Kupfer schlagen 2 [5] (3,25) A in 50 [60] (48) Sekunden aus einer Kupfervitriollösung nieder?

Lösung: Für Kupfer gibt die Tabelle $a = 0,328$, laut Aufgabe ist $J = 2$ A, $t = 50$ Sek. Also

$$G = 0,328 \cdot 2 \cdot 50 = 32,8 \text{ mg.}$$

2. Wieviel mg Silber werden von 0,5 [0,03] (0,002) A in 3 [10] (24) Stunden niederschlagen?

Lösung: Für Silber ist $a = 1,118$, ferner

$$3 \text{ Std.} = 3 \cdot 60 \cdot 60 = 10800 \text{ Sek.}$$

$$G = 1,118 \cdot 0,5 \cdot 10800 = 6037 \text{ mg.}$$

3. Welcher Strom ist durch ein Silbervoltmeter geflossen, der in 2 Std. 50 Min. [4 Std. 20 Min.] (10 Std. 12 Min.) 85 [96] (1200) mg niederschlug?

Lösung: Aus $G = aJt$ folgt

$$J = \frac{G}{at} = \frac{85}{1,118 \cdot 170 \cdot 60} = 0,00746 \text{ A.}$$

4. In welcher Zeit werden von 30 [32,5] (84,3) A 40 [43,259] (250) g Nickel niedergeschlagen?

Lösung: Aus $G = aJt$ folgt

$$t = \frac{G}{aJ} = \frac{40000}{0,304 \cdot 30} = 4386 \text{ Sek.}$$

$$\text{oder } t = 1 \text{ Std. } 13 \text{ Min. } 16 \text{ Sek.}$$

5. Jemand wünscht eine Vernickelungsanstalt anzulegen, in welcher täglich bei 10 [8] (12)stündiger Arbeitszeit 1,5 [2] (3) kg Nickel niedergeschlagen werden sollen. Wieviel Ampere muß die Stromquelle liefern können?

Lösung: Aus $G = aJt$ folgt

$$J = \frac{G}{at} = \frac{1,5 \cdot 1000 \cdot 1000}{0,304 \cdot (10 \cdot 60 \cdot 60)} = 137 \text{ A.}$$

6. In wieviel Tagen können 250 [300] (750) kg Aluminium geliefert werden, wenn eine Stromstärke von 700 [1200] (2000) A zur Verfügung steht und ein Betriebstag 24 Stunden hat?

Lösung:

$$t = \frac{G}{aJ} = \frac{250 \cdot 1000000}{0,0935 \cdot 700} = 3819700 \text{ Sek.}$$

$$t = 1061 \text{ Std.} = 44,2 \text{ Tage.}$$

7. Wieviel Ampere sind durch ein Knallgasvoltmeter gegangen, wenn in 10 [15] (25) Minuten 150 [280] (400) cm³ entwickelt wurden?

Lösung: Die Gleichung $G = aJt$ gilt auch für das Knallgasvoltmeter (S. 3), nur ist für $a = 10,44 \text{ cm}^3$, t in Minuten und G ebenfalls in cm³ anzugeben, demnach

$$J = \frac{G}{at} = \frac{150}{10,44 \cdot 10} = 1,435 \text{ A.}$$

Das zweite von Faraday aufgestellte Gesetz heißt:

Die durch denselben Strom in der gleichen Zeit zersetzten Mengen verschiedener Elektrolyten sind ihren chemischen Äquivalenten proportional.

Unter dem chemischen Äquivalent versteht man den Quotienten aus Atomgewicht und Wertigkeit: $\frac{A}{n}$ (siehe Tabelle 1).

Bezeichnet G die zersetzte Gewichtsmenge des einen Elektrolyten, G^1 die eines anderen, $\frac{A}{n}$ und $\frac{A^1}{n^1}$ die zugehörigen chemischen Äquivalente, so ist

$$G : G^1 = \frac{A}{n} : \frac{A^1}{n^1}.$$

Nach 1 ist $G = aJt$, $G^1 = a^1Jt$, also auch

$$a : a^1 = \frac{A}{n} : \frac{A^1}{n^1}.$$

Für Wasserstoff ist $A^1 = 1$, $n^1 = 1$, $a^1 = 0,01036$ (experimentell bestimmt), also wird für einen beliebigen Elektrolyten

$$a = 0,01036 \frac{A}{n} \quad (2)$$

8. Wieviel Quecksilber wird von 0,05 [0,03] (0,025) A in 1 [2] (3) Stunden an der Kathode abgeschieden und welche Höhe erreicht dasselbe, wenn es in einem Glasrohr von 2 mm innerem Durchmesser aufgefangen wird? (Anwendung im Stia-Zähler.)

Lösung: Für Quecksilber fehlt in der Tabelle 1 der Wert von a . Wir berechnen ihn daher zunächst aus Gl. (2). Nach Tabelle 1 ist für Quecksilber

$$A = 200,6, \quad n = 2, \quad \text{mithin } a = 0,01036 \frac{200,6}{2} = 1,036,$$

Gl. (1) gibt jetzt

$$G = 1,036 \cdot 0,05 \cdot 3600 = 186 \text{ mg.}$$

Das spezifische Gewicht des Quecksilbers ist $\gamma = 13,6$, also das Gewicht eines Zylinders von 2 mm Durchmesser und x mm

$$\text{Höhe } G = 2^2 \frac{\pi}{4} \cdot x \cdot 13,6 \quad \text{oder} \quad x = \frac{186}{3,14 \cdot 13,6} = 4,36 \text{ mm.}$$

§ 2. Elektrizitätsmenge.

Erklärung: Das Produkt aus Stromstärke und Zeit nennt man Elektrizitätsmenge, und zwar heißt das Produkt 1 A mal 1 Sekunde 1 Coulomb (C), das Produkt 1 A mal 1 Stunde heißt 1 Ampere-stunde (Ah)¹⁾.

¹⁾ Hora lat. die Stunde.

Bezeichnet Q die Elektrizitätsmenge in Coulomb, J die Stromstärke in Ampere und t die Zeit in Sekunden, so ist:

$$Q = Jt \text{ Coulomb}$$

oder
$$J = \frac{Q}{t} \text{ Ampere} \quad (3)$$

Bei veränderlicher Stromstärke ist

$$i = \frac{dQ}{dt} \quad (3a)$$

Die Formel 1 geht über in $G = aQ$.

9. Wieviel Coulomb hat ein Element geliefert, das 30 [20] (8) Tage lang 0,1 [0,085] (0,15) A abgab?

Lösung: 30 Tage = $30 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 = 2592000$ Sekunden,
folglich $Q = 0,1 \cdot 2592000 = 259200$ C.

10. Wieviel Tage kann man ein Element mit 0,2 [0,35] (5,6) A entladen, wenn es 60 [208] (320) Ah abgeben soll?

Lösung: Amperestunden sind das Produkt $Q = Jt$, wo J in Ampere und t in Stunden zu setzen ist, also

$$t = \frac{Q}{J} = \frac{60}{0,2} = 300 \text{ Stunden}$$

$$\text{oder } 300 : 24 = 12\frac{1}{2} \text{ Tage.}$$

11. Wieviel Kupfer wird in einem Daniell-Element niedergeschlagen, wenn dasselbe 10 [8] (7) Amperestunden liefert?

Lösung: Will man a der Tabelle 1 entnehmen, so muß man t in Sekunden einsetzen, also zunächst 10 Amperestunden in Coulomb verwandeln; es ist offenbar

$$1 \text{ Amperestunde} = 60 \cdot 60 = 3600 \text{ Coulomb,}$$

$$\text{also } G = 0,328 \cdot 3600 \cdot 10 = 11800 \text{ mg} \equiv 11,8 \text{ g Kupfer.}$$

12. Wieviel Gramm Zink werden theoretisch durch 10 [8] (7) Amperestunden zersetzt?

$$\text{Lösung: } G = 0,338 \cdot 3600 \cdot 10 = 12167 \text{ mg} = 12,168 \text{ g Zink.}$$

13. Welches elektrochemische Äquivalent besitzt Zinn, wenn 7260 [13000] (15560) C 4500 [8060] (9700) mg niederschlagen?

Lösung: Aus $G = aQ$ folgt

$$a = \frac{G}{Q} = \frac{4500}{7260} = 0,62 \text{ mg.}$$

14. Rechne die in der Tabelle angegebenen Werte für a um, so daß a die abgeschiedene Menge für 1 Amperestunde, ausgedrückt in g, wird.

Lösung: Da 1 Amperestunde = 3600 C, so hat man die Zahlen der Tabelle mit 3600 zu multiplizieren, um a in mg zu erhalten, weil jedoch a in Grammen verlangt wird, muß diese Zahl noch durch 1000 dividiert werden; so ist z. B. für Blei $a = 1,01718$ mg, d. h. ein Coulomb scheidet pro Sekunde 1,0718 mg Blei aus, also 1 Amperestunde: $1,0718 \cdot 3600 = 3860$ mg = 3,86 g, also $a = 3,86$ g pro Amperestunde.

§ 3. Eichung von Amperemetern.

Die Messung des Stromes erfolgt durch geeignete Meßinstrumente, welche Amperemeter genannt werden. Man unterscheidet solche, bei denen die Drehung eines Zeigers in einem bekannten Verhältnis zur Stromstärke steht; und solche, bei denen dieses gesetzmäßige Verhältnis nicht bekannt ist. Die ersteren werden durch Eichung benutzbar, während die letzteren graduirt werden müssen, indem jeder Teilpunkt der Skala durch Vergleichen mit einem Instrumente der ersten Art festgelegt wird. Das älteste Instrument der ersten Art ist die Tangentenbusssole, bei welcher die Stromstärke bestimmt ist durch die Gleichung

$$J = C \operatorname{tg} \alpha,$$

wo J die zu messende Stromstärke, α den Ablenkungswinkel einer kurzen Magnetnadel und C den durch Eichung zu bestimmenden Reduktionsfaktor bezeichnet.

Neuere Instrumente sind die Drehspulinstrumente, zu denen auch die nach ihrem Erfinder benannten Weston-Instrumente gehören. Bei diesen ist

$$J = C \alpha.$$

Eine dritte Art, bei welcher die abstoßende Wirkung zweier stromdurchflossener Leiter benützt wird, nennt man Dynamometer; hier ist

$$J = C \sqrt{\alpha}.$$

15. Welchen Strom zeigt eine Tangentenbusssole bei 40 [55] (22) Grad Ausschlag an, wenn der Reduktionsfaktor 2,6 [4,5] (0,54) ist?

Lösung: $J = 2,6 \operatorname{tg} 40^\circ = 2,6 \cdot 0,839^1) = 2,18$ A.

16. Ein Weston-Amperemeter, dessen Reduktionsfaktor $C = \frac{1}{1000} \left[\frac{1}{10\,000} \right] \left(\frac{1}{1050} \right)$ ist, zeigt beim Stromdurchgang einen Ausschlag von 120 [130] (145) Grad an. Welcher Strom geht durch das Instrument?

¹⁾ Siehe Anhang Tabelle für Cosinus und Tangens.

Lösung: $J = \frac{1}{1000} \cdot 120 = 0,12 \text{ A.}$

17. Ein Dynamometer zeigt 200 [180] (87) Grad an; welcher Strom fließt durch dasselbe, wenn der Reduktionsfaktor 0,365 [0,135] (0,954) ist?

Lösung: $J = 0,365 \sqrt{200} = 5,16 \text{ A.}$

18. Um eine Tangentenbussole zu eichen, wurde in den Stromkreis dreier Elemente (Abb. 1) ein Regulierwiderstand W , ein

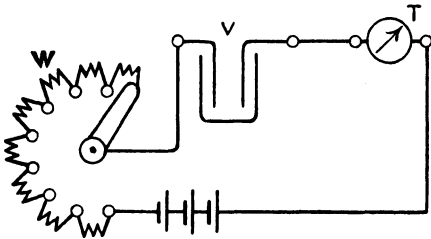


Abb. 1.

Kupfervoltmeter V und die Tangentenbussole T eingeschaltet. Dieselbe zeigte im Mittel aus 20 Ablesungen 40 [55] (44) Grad an, während die Zeitdauer des Stromschlusses 30 min [35 min] (54 min) betrug. Die Wägung der Kathode vor und nach dem Versuch

ergab eine Gewichtszunahme von 2 [1,08] (5,04) g. Wie groß ist hiernach der Reduktionsfaktor der Tangentenbussole?

Lösung: Aus $G = aJt$ (vgl. Aufgabe 1 und 3) folgt

$$J = \frac{G}{at} = \frac{2000}{0,328 \cdot 30 \cdot 60} = 3,39 \text{ A.}$$

Aus $J = C \operatorname{tg} \alpha$ folgt $C = \frac{J}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{3,39}{\operatorname{tg} 40^\circ} = 4,04.$

19. Zur Eichung eines Weston-Instrumentes wurde ein Silbervoltmeter benutzt, durch welches 2 [2,5] (5) Stunden lang ein Strom floß, der 120 [144] (225) mg Silber niederschlug. Wie groß ist der Reduktionsfaktor, wenn das Instrument im Mittel aus 8 Ablesungen 149 [152] (125,4) Grad anzeigt?

Lösung: $J = \frac{120}{1,118 \cdot 2 \cdot 60 \cdot 60} = 0,0149 \text{ A}$

$$C = \frac{J}{\alpha} = \frac{0,0149}{149} = 0,0001.$$

20. Um ein Dynamometer zu eichen, wurde dasselbe mit einem Kupfervoltmeter V zusammen in den Stromkreis einer Batterie eingeschaltet (s. Abb. 1), wobei das Dynamometer im

Mittel 150 [143] (97) Grad Ausschlag anzeigte, und die Gewichtszunahme der Kathode in 30 min [25 min] (15 min) 2 [2,342] (4,34) g betrug. Wie groß ist hiernach der Reduktionsfaktor?

$$\text{Lösung: } J = \frac{2000}{0,328 \cdot 30 \cdot 60} = 3,39 \text{ A}$$

$$C = \frac{J}{\sqrt{\alpha}} = \frac{3,39}{\sqrt{150}} = 0,277;$$

die Strommessung erfolgt also mit diesem Instrument nach der Gleichung $J = 0,277 \sqrt{\alpha}$ Ampere.

§ 4. Ohmsches Gesetz.

Um die beiden elektrischen Fluida zu trennen, ist (wie oben erwähnt) eine Kraft nötig, die man elektromotorische Kraft (abgekürzt EMK) nennt und die ihren Sitz in der Stromquelle hat. Sie ist die Ursache, daß in einem durch einen Leiter geschloßnen Stromkreis ein elektrischer Strom fließt. Die Einheit der EMK ist das Volt (V).

Der Strom findet auf seinem Wege einen Widerstand, dessen Einheit 1 Ohm (1Ω) genannt wird, und er ist desto kleiner, je größer der Widerstand ist. Es besteht also das Gesetz:

Gesetz 2: Die Stromstärke ist der wirksamen elektromotorischen Kraft direkt, dem Gesamtwiderstande umgekehrt proportional.

Bezeichnet J die Stromstärke in Ampere, E die wirksame elektromotorische Kraft in Volt und R den Gesamtwiderstand des Stromkreises in Ohm (Ω), so ist

$$J = \frac{E}{R} \tag{4}$$

Tabelle 2. Über galvanische Elemente.

Name des Elementes	EMK in Volt E	Ungefährer innerer Widerstand R_i in Ohm	Größe des Elementes	
			Grundfläche in cm^2	Höhe in cm
Daniell	1,068 bis 1,1	2,8	—	20
Bunsen	1,88	0,24	—	20
Grove	1,79	0,7	—	20
Leclanché	1,49	0,69	kleines Modell	

21. Ein Element besitzt eine elektromotorische Kraft von $E = 1,8$ [2,01] (1,5) Volt und einen inneren Widerstand von $R_i = 0,2$ [0,07] (0,1) Ω . Welche Stromstärke liefert dasselbe, wenn in den äußeren Stromkreis $R_N = 0,7$ [0,3] (2,5) Ω eingeschaltet werden?

Lösung: Der Gesamtwiderstand R besteht aus dem inneren Widerstande des Elementes $R_i = 0,2 \Omega$ und dem äußeren

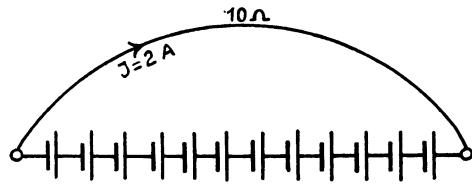
$R_N = 0,7 \Omega$, so daß $R = 0,2 + 0,7 = 0,9 \Omega$ ist; mithin wird

$$J = \frac{1,8}{0,9} = 2 \text{ A.}$$

22. Ein Element besitzt eine elektromotorische Kraft von $1,2 [1,42] (1,8) \text{ V}$ und einen inneren Widerstand von $0,5 [0,3] (0,24) \Omega$; wie groß ist der äußere Widerstand, wenn die Stromstärke $0,8 [1,3] (3) \text{ A}$ beträgt?

Lösung: Aus der Gl. (4) $J = \frac{E}{R}$ folgt der Gesamtwiderstand $R = \frac{E}{J} = \frac{1,2}{0,8} = 1,5 \Omega$. Da nun der innere Widerstand $0,5 \Omega$ beträgt, so ist der äußere $1,5 - 0,5 = 1 \Omega$.

23. Eine Batterie von 12 [15] (33) hintereinander geschalteten Elementen (Abb. 2) derselben Art liefert in einen äußeren Stromkreis von $10 [8] (2,92) \Omega$ Widerstand einen Strom von $2 [2,5] (22) \text{ A}$. Der innere Widerstand der Batterie beträgt $0,85 [0,75] (0,08) \Omega$. Wie groß ist hiernach:



0,85 Ω

Abb. 2.

- die elektromotorische Kraft der Batterie,
- die elektromotorische Kraft eines Elementes,
- der innere Widerstand eines Elementes?

Lösungen:

Zu a): Aus Gleichung (4) folgt $E = JR$;

nun ist aber $R = 10 + 0,85 = 10,85 \Omega$. $J = 2 \text{ A}$,

also $E = 2 \cdot 10,85 = 21,7 \text{ V}$.

Zu b): Da die elektromotorische Kraft der Batterie $21,7 \text{ V}$ ist, so ist die eines Elementes $21,7 : 12 = 1,808 \text{ V}$.

Zu c): Der innere Widerstand aller Elemente ist $0,85 \Omega$, also der eines Elementes $0,85 : 12 = 0,0708 \Omega$.

24. Eine Batterie besteht aus sechs verschiedenen, jedoch hintereinander geschalteten Elementen, nämlich 2 Daniell-, 2 Grove- und 2 Bunsen-Elementen. Die elektromotorische Kraft eines Daniells ist $1,068 [1,06] (0,968) \text{ V}$, der innere Widerstand

2,8 [3] (2,75) Ω ; die elektromotorische Kraft eines Groves ist 1,79 [1,8] (1,77) V, der innere Widerstand 0,7 [0,6] (0,65) Ω ; die elektromotorische Kraft eines Bunsens beträgt 1,88 [2,026] (1,9) V, der innere Widerstand 0,24 [0,67] (0,5) Ω . Welcher Strom fließt in dem Stromkreise, wenn der äußere Widerstand 2 [6] (8) Ω beträgt?

Lösung: Die gesamte elektromotorische Kraft der Batterie ist: $2(1,068 + 1,79 + 1,88) = 9,476$ V. Der innere Widerstand ist: $R_i = 2(2,8 + 0,7 + 0,24) = 7,48$ Ω , der Gesamtwiderstand also $R = 7,48 + 2 = 9,48$ Ω , die gesuchte Stromstärke ist daher

$$J = \frac{9,476}{9,48} \approx 1 \text{ A.}$$

25. Aus Versehen wurde bei der Schaltung in der vorigen Aufgabe das eine Bunsenelement verkehrt geschaltet, es wurde nämlich der positive Pol dieses Elementes nicht mit dem negativen des nächsten, sondern mit dem positiven desselben verbunden. Wie groß war infolgedessen die wirksame elektromotorische Kraft und die Stromstärke?

Lösung: Die wirksame elektromotorische Kraft besteht aus der Summe der elektromotorischen Kräfte der beiden Daniell- und Grove-Elemente, der elektromotorischen Kraft des einen richtig geschalteten Bunsens minus der elektromotorischen Kraft des falsch geschalteten Bunsenelementes, also

$$2 \cdot 1,068 + 2 \cdot 1,79 + 1,88 - 1,88 = 5,716 \text{ V.}$$

Der innere Widerstand ist derselbe geblieben, beträgt also 7,48 Ω , so daß die Stromstärke

$$J = \frac{5,716}{9,38} = 0,604 \text{ A ist.}$$

Anmerkung. Das falsch geschaltete Element stellt eine elektromotorische Kraft dar, die dem Strome entgegenwirkt; man nennt sie deshalb elektromotorische Gegenkraft. Unter der wirksamen elektromotorischen Kraft hat man stets die algebraische Summe der elektromotorischen Kräfte, die in dem Stromkreise wirken, zu verstehen.

26. Berechne den Strom J in Aufgabe 24, wenn die beiden Daniell-Elemente weggelassen werden.

27. Eine Akkumulatorenbatterie besteht aus 36 [55] (122) hintereinander geschalteten Zellen von je 2 V elektromotorischer Kraft und 0,008 [0,003] (0,02) Ω innerem Widerstand. Welcher Strom fließt durch einen äußeren Widerstand von 2 [3,5] (25) Ω ?

$$\text{Lösung: } J = \frac{36 \cdot 2}{36 \cdot 0,008 + 2} = 31,5 \text{ A.}$$

28. Beim Laden der Akkumulatoren steigt die elektromotorische Kraft einer Zelle zunächst auf 2,2 [2,23] (2,3) V an, während der innere Widerstand (siehe vorige Aufgabe) nahezu unverändert bleibt. Welche elektromotorische Kraft muß die zum Laden benutzte Maschine besitzen, wenn der Widerstand der Maschine und der Zuleitungsdrähte $0,1$ [0,34] (0,28) Ω beträgt und die Ladung mit 30 [65] (10) A Strom vor sich gehen soll?

Lösung: Beim Laden muß der positive Pol der Maschine mit dem positiven Pol der Batterie verbunden sein. Es ist also die elektromotorische Kraft der Batterie dem Strome entgegengerichtet. Bezeichnet daher x die gesuchte elektromotorische Kraft der Maschine, so ist

$$J = \frac{x - 36 \cdot 2,2}{36 \cdot 0,008 + 0,1} = 30, \text{ oder}$$

$$\frac{x - 79,2}{0,288 + 0,1} = 30; \quad x = 30 \cdot 0,388 + 79,2 = 90,84 \text{ V.}$$

29. Die elektromotorische Kraft einer Zelle wächst beim Laden und erreicht kurz vor Beendigung der Ladung den Wert von 2,5 [2,6] (2,45) V. Mit welcher Stromstärke wird die Batterie geladen werden, wenn die elektromotorische Kraft der Maschine und der gesamte Widerstand die in der vorigen Aufgabe angegebenen Werte behalten?

$$\text{Lösung: } J = \frac{90,84 - 36 \cdot 2,5}{0,388} = 2,16 \text{ A.}$$

30. Bei welcher elektromotorischen Kraft der Akkumulatorenbatterie wird die Ladestromstärke 12 [15] (8) A betragen?

$$\text{Lösung: } 12 = \frac{90,84 - y}{0,388};$$

$$y = 90,84 - 12 \cdot 0,388 = 86,184 \text{ V.}$$

Die elektromotorische Kraft einer einzelnen Zelle ist daher

$$\frac{86,184}{36} = 2,39 \text{ V.}$$

31. Wie hoch müßte die elektromotorische Kraft der zur Ladung benutzten Maschine gesteigert werden, wenn am Ende der Ladung, d. h. bei 2,5 [2,6] (2,45) V elektromotorischer Kraft pro Zelle, die Stromstärke noch 20 [16] (12) A betragen sollte?

Lösung: $J = 20 \text{ A}$, $R = 0,388 \Omega$, die elektromotorische Kraft der Batterie $2,5 \cdot 36 = 90 \text{ V}$, folglich

$$20 = \frac{x - 90}{0,388}; \quad x = 90 + 20 \cdot 0,388 = 97,76 \text{ V.}$$

32. Wenn ein Strom in einen Elektromotor geschickt wird, so wird in demselben eine elektromotorische Gegenkraft erzeugt. Wie groß ist dieselbe, wenn die elektromotorische Kraft der Stromquelle 66 [110] (220) V, die Stromstärke 20 [18] (10) A und der gesamte Widerstand des Stromkreises 0,1 [0,157] (2,2) Ω beträgt?

Lösung: $20 = \frac{66 - y}{0,1}$; $y = 64$ V.

33. Um ein Dynamometer zu eichen, wird dasselbe mit einem Knallgasvoltmeter in den Stromkreis zweier hintereinander geschalteter Akkumulatoren von je 1,95 [2] (2,05) V elektromotorischer Kraft geschaltet. Der Widerstand des ganzen Stromkreises beträgt 0,5 [0,8] (1,2) Ω . Welcher Strom fließt in dem geschlossenen Kreise, wenn das Knallgasvoltmeter eine elektromotorische Gegenkraft von 2 [2,1] (1,98) V entwickelt?

Lösung: $J = \frac{2 \cdot 1,95 - 2}{0,5} = 3,8$ A.

§ 5. Widerstand.

Gesetz 3: Der Widerstand eines Drahtes ist der Länge direkt und dem Querschnitt umgekehrt proportional (s. Formel (5)).

Tabelle 3. Spezifischer Widerstand und Temperaturkoeffizient einiger Metalle und Legierungen.

Metall	Spezifischer Widerstand ρ bei 15 Grad C	Temperaturkoeffizient α
Aluminium	0,03	0,004
Blei	0,208	0,00387
Eisen	0,10—0,12	0,0048
Kohle	64	—
Kruppin	0,8483	0,0007007
Kupfer	0,0172	0,0038 ¹⁾
Neusilber	0,15—0,49	0,0002—0,0007
Nickelin	0,43	0,00028
Patentnickel (v. Basse & Selve) . .	0,342	0,00019
Platin, gegläht	0,094	0,00243
Quecksilber	0,95	0,0009
Rheotan S	0,72	0,00004
Silber, gegläht	0,016	0,00377
Zink, gepreßt	0,06	0 0037
Zinn	0,14	0,0037

¹⁾ Ist α nicht gemessen worden, so soll nach den Vorschriften des Verbandes Deutscher Elektrotechniker $\alpha = 0,004$ gesetzt werden.

$$R = \frac{\rho l}{q} \quad (5)$$

Hierin bedeutet l die Länge in Metern, q den Querschnitt in Quadratmillimetern, ρ den spezifischen Widerstand, d. i. den Widerstand eines Drahtes von 1 m Länge und 1 mm² Querschnitt.

Ein Ohm Widerstand besitzt ein Quecksilberfaden von 1,063 m Länge und 1 mm² Querschnitt bei 0 Grad Temperatur.

34. Welchen Widerstand besitzt ein runder Kupferdraht von 1000 [750] (20) m Länge und 2 [1,8] (0,5) mm Durchmesser?

Lösung: Für Kupfer ist $\rho = 0,0172$; $l = 1000$ m,

$$q = 2^2 \cdot \frac{\pi}{4} = 3,14 \text{ mm}^2, \quad \text{also} \quad R = \frac{0,0172 \cdot 1000}{3,14} = 5,48 \Omega.$$

35. Es soll aus 2 [3] (0,8) mm dickem Kruppindraht ein Widerstand von 2,452 [2,452] (2,452) Ω hergestellt werden. Wie lang muß derselbe sein?

Lösung: $\rho = 0,85$, $l = ?$ $q = 3,14 \text{ mm}^2$, $R = 2,452 \Omega$.

Aus $R = \frac{\rho l}{q}$ folgt $l = \frac{qR}{\rho} = \frac{3,14 \cdot 2,452}{0,85} = 9,05$ m.

36. Welchen Durchmesser muß ein Eisendraht erhalten, der 52 [115] (600) m lang ist und 3 [2,3] (20) Ω besitzen soll?

Lösung: $q = \frac{\rho l}{R} = \frac{0,1 \cdot 52}{3} = 1,73 \text{ mm}^2$, $d = 1,488$ mm.

37. Um den spezifischen Widerstand eines Neusilberdrahtes zu bestimmen, wurde gemessen der Widerstand eines 5 [7,3] (600) m langen und 1,2 [0,8] (1,75) mm dicken Drahtes; derselbe betrug 1,3 [5] (2,4) Ω . Wie groß ist hiernach der spezifische Widerstand?

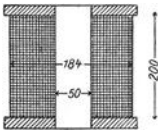


Abb. 3.

Lösung: $\rho = \frac{Rq}{l} = \frac{1,3 \cdot 1,2^2 \cdot \frac{\pi}{4}}{5} = 0,294 \Omega$.

38. Eine Spule (Abb. 3) hat einen inneren Durchmesser von 50 mm, einen äußeren von 184 mm. Sie ist mit einem 2 [1,5] (0,5) mm dicken Kupferdraht (ohne Isolation gemessen) bewickelt, dessen Widerstand 4,35 [15,8] (855) Ω beträgt.

Gesucht wird:

- die aufgewickelte Drahtlänge,
- die Anzahl der Windungen,
- die Anzahl der übereinander liegenden Lagen, wenn nebeneinander 80 [100] (120) Drähte liegen.

Lösungen:

Zu a): Die Drahtlänge in Metern folgt aus $R = \frac{\rho l}{q}$

$$l = \frac{R q}{\rho} = \frac{4,35 \cdot 3,14}{0,0172} = 794 \text{ m.}$$

Zu b): Der mittlere Durchmesser der Spule ist

$$D_m = \frac{184 + 50}{2} = 117 \text{ mm.}$$

also ist die Länge dieser Windung

$$\pi D_m = 117 \pi = 368 \text{ mm} = 0,368 \text{ m.}$$

Die Länge aller aufgewickelten Windungen ist, wenn x die gesuchte Anzahl bezeichnet, $x \cdot 0,368 = 794$, also

$$x = \frac{794}{0,368} = 2160 \text{ Windungen.}$$

Zu c): Ist y die Zahl der übereinander liegenden Lagen, so muß

$$80 y = 2160$$

sein, demnach

$$y = 27.$$

39. Welchen Widerstand besitzt eine Stahlschiene von 20 [30] (15) m Länge, wenn 1 m derselben 30 [40] (35) kg wiegt, das spezifische Gewicht 7,8 und der spezifische Leitungswiderstand $\rho = 0,12$ ist?

Lösung: Der Querschnitt q der Schiene folgt aus der Formel

$$q l \gamma = G,$$

wo l die Länge in dm und γ das spezifische Gewicht bezeichnet. Für $l = 10$ dm ist $G = 30$ kg, also

$$q = \frac{30}{10 \cdot 7,8} = 0,3848 \text{ dm}^2 = 3848 \text{ mm}^2.$$

Hiermit wird $R = \frac{0,12 \cdot 20}{3848} = 0,000624 \Omega$.

40. Welchen Widerstand besitzt ein äußerer Stromkreis der aus einem 1000 [700] (1500) m langen Kupferdraht von 8 [8] (8) mm Durchmesser und aus einer Stahlschiene von derselben Länge besteht, von welcher 1 m 40 [30] (35) kg wiegt?

Lösung: Der Widerstand der Kupferleitung ist

$$R_k = \frac{0,0172 \cdot 1000}{8^2 \cdot \frac{\pi}{4}} = 0,343 \Omega.$$

Der Querschnitt der Stahlschiene ist $q = \frac{40}{10 \cdot 7,8} = 0,514 \text{ dm}^2$
 oder 5140 mm^2 , also wird $R_s = \frac{0,12 \cdot 1000}{5140} = 0,0234 \Omega$, der ge-
 suchte Widerstand ist $R = R_k + R_s = 0,3664 \Omega$.

§ 6. Widerstandszunahme.

Gesetz 4: Der Widerstand eines Leiters ändert sich mit der Temperatur, und zwar ist die Widerstandszunahme proportional der Temperaturzunahme.

Bezeichnet α diejenige Größe, um welche 1 Ohm bei 1 Grad Temperaturerhöhung sich ändert, so nimmt ein Widerstand von R Ohm bei 1 Grad um $R\alpha$ und bei ϑ Grad Temperaturerhöhung um $R\alpha\vartheta$ Ohm zu, beträgt also jetzt $R + R\alpha\vartheta$. Nennen wir diesen Widerstand R_ϑ , so ist

$$R_\vartheta = R(1 + \alpha\vartheta). \quad (6)$$

Rechnet man nach dieser Formel und entnimmt α der Tabelle 3, so ist R der Widerstand bei 15 Grad und ϑ die Temperaturzunahme gegen 15 Grad.

41. Welchen Widerstand besitzt ein 400 [800] (655) m langer Kupferdraht von 0,2 [0,3] (2,5) mm Durchmesser bei a) 15, b) 60 Grad?

Lösungen:

$$\text{Zu a): } R_{15} = \frac{\rho l}{q} = \frac{0,0172 \cdot 400}{\frac{\pi}{4} \cdot 0,2^2} = 219 \Omega.$$

$$\text{Zu b): } R_{60} = 219 [1 + 0,0038 \cdot (60 - 15)] = 257 \Omega.$$

42. Der Widerstand des Ankers einer Dynamomaschine beträgt bei 20 [18] (15) Grad C gemessen 0,05 [0,04] (0,85) Ω . Wie groß ist dieser Widerstand bei 60 [70] (65) Grad C?

Lösung: Die Temperaturerhöhung beträgt $\vartheta = 60 - 20 = 40$ Grad, für Kupfer ist $\alpha = 0,0038$ also

$$R_{60} = 0,05(1 + 0,0038 \cdot 40) = 0,0576 \Omega.$$

43. Auf einem Widerstandskasten aus Nickelin steht angeschrieben: „Richtig bei 20 [15] (18) Grad C.“ Mit welchem Koeffizienten müssen die eingeschalteten Widerstände multipliziert werden, wenn die Messung bei 17 [21] (25) Grad C ausgeführt wird?

Lösung: Der prozentale Temperatur-Koeffizient des Nickelins ist $100 \cdot 0,00028 = 0,028$; bei 3 Grad Temperaturabnahme also $0,028 \cdot 3 = 0,084\%$, d. h.

aus 100 Ω bei 20 Grad werden 99,916 Ω bei 17 Grad,
 „ R „ 20 „ „ x „ 17 „ .

$$x = \frac{99,916 \cdot R}{100} = 0,99916 R .$$

Sind z. B. 10000 Ω eingeschaltet worden, so sind dies bei dieser Messung nur 9991,6 Ω , welcher Wert bei genauen Messungen berücksichtigt werden muß.

44. Der Widerstand der Magnetwicklung einer Dynamomaschine beträgt, im kalten Zustande gemessen, 1,85 [1,9] (4) Ω , sofort nach längerem Betrieb dagegen 1,92 [2,9] (4,8) Ω . Um wieviel Grad war die Temperatur gestiegen?¹⁾

Lösung: Aus Formel (6) $R_{\vartheta} = R(1 + \alpha \vartheta)$ folgt

$$\vartheta = \frac{R_{\vartheta} - R}{\alpha R}$$

Nun ist $R_{\vartheta} = 1,92 \Omega$, $R = 1,85 \Omega$, $\alpha = 0,0038$, also

$$\vartheta = \frac{1,92 - 1,85}{0,0038 \cdot 1,85} = 10 \text{ Grad C.}$$

45. Eine Spule von 15 [30] (100) mm (Abb. 4) innerem Durchmesser ist mit einem 0,3 [0,4] (1,5) mm dicken Kupferdraht, der mit Seide besponnen ist, bewickelt, und zwar liegen 125 [200] (70) Drähte nebeneinander und 100 [90] (30) Lagen übereinander, so daß der äußere Durchmesser der Spule 95 [120] (200) mm beträgt. Welchen Widerstand besitzt die Spule bei 15 Grad C?

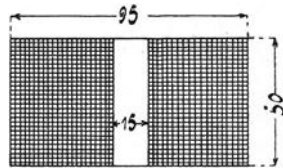


Abb. 4.

Lösung: Es sind aufgewickelt $125 \cdot 100 = 12500$ Windungen. Die Länge aller Windungen findet man (vgl. Aufg. 38), indem man die Länge der mittleren Windung bestimmt und diese mit der Anzahl multipliziert. Der mittlere Durchmesser ist $\frac{95 + 15}{2} = 55$ mm, also die Länge der mittleren Windung

$$55 \pi = 173 \text{ mm ;}$$

die Länge aller Windungen ist daher $173 \cdot 12500 \text{ mm} \equiv 2160 \text{ m.}$

¹⁾ Diese Art, die Temperaturzunahme zu berechnen, ist bei allen ruhenden Wicklungen, z. B. den Magnetwicklungen, vorgeschrieben.

Der Widerstand bei 15 Grad ist also

$$R = \frac{0,0172 \cdot 2160}{0,3^2 \cdot \frac{\pi}{4}} = 524 \Omega.$$

46. Nach längerem Stromdurchgang stieg der Widerstand um 76 [80] (2) Ω . Um wieviel Grad war die Temperatur gestiegen?

Lösung: $\vartheta = \frac{R_\vartheta - R}{\alpha R} = \frac{76}{0,0038 \cdot 524} = 38 \text{ Grad C.}$

Die Temperatur des Drahtes war also auf $38 + 15 = 53$ Grad C. gestiegen.

47. Bei Berechnung von Dynamo-Ankern setzt man für den spezifischen Widerstand des Kupfers häufig 0,02 [0.0195] (0,018). Mit welcher Temperatur des Drahtes wird in diesem Falle gerechnet?

Lösung: Die Temperaturerhöhung ist

$$\vartheta = \frac{R_\vartheta - R}{\alpha R} = \frac{0,02 - 0,0172}{0,0038 \cdot 0,0172} = 42,8 \text{ Grad.}$$

Da die Größe 0,0172 sich auf 15 Grad bezieht, so ist die Temperatur des Drahtes $42,8 + 15 = 57,8$ Grad.

48. Um den Temperatur-Koeffizienten eines Drahtes zu bestimmen, wurde aus letzterem eine Spule gefertigt und dieselbe in ein mit Öl gefülltes Gefäß gestellt. Durch Erwärmen des Gefäßes konnte der Draht auf beliebige Temperatur gebracht werden. Es ergab sich hierbei, daß bei 20 Grad der Widerstand der Spule 10 [12.5] (20) Ω betrug. Bei 60 [70] (80) Grad war der Widerstand auf 11 [15] (23) Ω angestiegen. Wie groß ist hiernach der Temperatur-Koeffizient?

Lösung: Aus der Formel $R_\vartheta = R(1 + \alpha \vartheta)$ folgt:

$$\alpha = \frac{R_\vartheta - R}{\vartheta R} = \frac{11 - 10}{(60 - 20) \cdot 10} = 0,0025.$$

§ 7. Spannungsverlust.

Aus der Formel 4 folgt $E = JR$ Volt. Es stellt also das Produkt aus Strom und Widerstand eine Spannung vor. Nun besteht aber der Widerstand R gewöhnlich aus einer Anzahl einzelner Widerstände $R_1, R_2 \dots R_i$, es ist daher auch

$E = JR_1 + JR_2 \dots JR_i$. JR_1 stellt die Spannung an den Enden des Widerstandes R_1 , JR_2 , die an den Enden des Widerstandes R_2 und so fort, dar. Man kann aber auch sagen, JR_1 ist der Teil der elektromotorischen Kraft, der in dem Widerstande R_1 verbraucht wurde oder verloren ging, wofür wir das Wort Spannungsverlust einführen wollen, entsprechend ist JR_2 der Spannungsverlust im Widerstande R_2 und JR_i der Spannungsverlust im Innern der Stromquelle. Wir merken uns daher das Gesetz 5:

Gesetz 5: Fließt ein Strom durch einen Leiter, so geht in demselben Spannung verloren, und dieser Spannungsverlust, gemessen in Volt, ist gleich dem Produkte aus der Stromstärke, gemessen in Ampere, und aus dem Widerstande des betreffenden Leiters, gemessen in Ohm.

Anstatt zu sagen, es geht Spannung verloren, kann man auch sagen:

An den Enden des Leiters herrscht eine Spannung, die durch das Produkt aus Stromstärke und Widerstand bestimmt ist.

Bezeichnet E_k die Spannung an den Enden des Widerstandes R , J die durchfließende Stromstärke, so ist

$$E_k = JR \text{ Volt} \quad (7)$$

49. An den Enden eines Widerstandes von 5000 [8000] (2,5) Ω herrscht eine Spannung von 65 [100] (10,7) V. Welcher Strom fließt durch diesen Widerstand?

Lösung: $J = \frac{E_k}{R} = \frac{65}{5000} = 0,013 \text{ A.}$

50. Welche Spannung herrscht an den Enden eines Widerstandes von 100 [133] (25) Ω , wenn durch denselben ein Strom von 0,05 [0,35] (2,87) A fließt?

Lösung: $E_k = 0,05 \cdot 100 = 5 \text{ V.}$

51. Um den Widerstand eines Leiters AB (Abb. 5) zu bestimmen, wird die Spannung E_k zwischen den Punkten A und B und die durchfließende Stromstärke J gemessen. Wie groß ist hier nach der Widerstand zwischen A und B ?

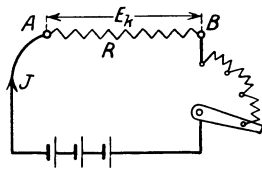


Abb. 5.

Lösung: Ist R der Widerstand zwischen A und B , so ist

$$R = \frac{E_k}{J} \Omega \text{ (indirekte Widerstandsmessung).}$$

52. Text wie 51, es ist jedoch $E_k = 0,8$ [0,457] (440) V, $J = 10$ [12,35] (0,8) A.

Lösung: $R = \frac{0,8}{10} = 0,08 \Omega$.

53. Text wie 51, nur ist $E_k = 10$ [100] (200) V, $J = 4$ [15] (40) A.

54. An den Klemmen A und B (Abb. 6) einer Batterie von hintereinander geschalteten Elementen herrscht eine Spannung von 65 [110] (220) V. Durch den Nutzwiderstand CD fließen 20 [30] (8) A. Welche Spannung besteht zwischen den Punkten C und D , wenn jeder der beiden Zuleitungsdrähte AC und BD 0,5 [0,3] (2) Ω Widerstand besitzen?

Lösung: An den Enden der Leitung AC resp. BD herrscht eine Spannung von $20 \cdot 0,5 = 10$ V; wenn also die Spannung zwischen A und B 65 V beträgt, so muß sie, da $2 \cdot 10 = 20$ V Spannung in der Leitung verloren gehen, zwischen C und D 20 V weniger betragen, also 45 V sein.

55. Der Nutzwiderstand CD (Abb. 6) besteht aus einer Anzahl von Lampen, die insgesamt 15 [12] (8) A verbrauchen. Die Widerstände der Zuleitungen AC und BD betragen zusammen 0,2 [0,3] (0,5) Ω . Welche Spannung herrscht zwischen C und D , wenn die Klemmenspannung der Stromquelle 67 [113,6] (120) V beträgt?

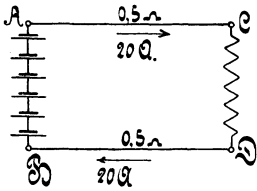


Abb. 6.

Lösung: Der Spannungsverlust in den Zuleitungen AC und BD ist $\delta = 15 \cdot 0,2 = 3$ V, also ist die Spannung in CD um 3 V kleiner, als die in AB , demnach $67 - 3 = 64$ V.

56. Fünf Bunsenelemente (Abb. 6) von je 1,8 [1,85] (1,78) V elektromotorischer Kraft und 0,2 [0,25] (0,15) Ω innerem Widerstande sind hintereinander geschaltet. Der äußere Stromkreis besteht aus den beiden Zuleitungsdrähten AC und BD von je 0,08 [0,05] (0,09) Ω und dem Nutzwiderstande CD (parallel geschaltete Glühlampen) von 3 [4,5] (2,5) Ω .

Gesucht wird:

- der innere Widerstand der Batterie,
- der Gesamtwiderstand des Stromkreises,
- die Stromstärke,
- die Klemmenspannung AB ,
- der Spannungsverlust in den Zuleitungen AC und BD ,
- die Spannungen zwischen C und D .

Lösungen:

Zu a): $R_i = 5 \cdot 0,2 = 1 \Omega$.

Zu b): $R = R_i + 0,08 + 0,08 + 3 = 4,16 \Omega$.

Zu c): $J = \frac{5 \cdot 1,8}{4,16} = 2,16 \text{ A}$.

Zu d): Die Klemmenspannung zwischen A und B ist um den Spannungsverlust im Innern kleiner als die elektromotorische Kraft, also

$$E_k = E - J R_i, \quad E_k = 5 \cdot 1,8 - 2,16 \cdot 1 = 6,84 \text{ V}.$$

Man kann auch sagen: Klemmenspannung = Strom \times äußerem Widerstand, $E_k = 2,16 \cdot 3,16 = 6,84 \text{ V}$.

Zu e): Bezeichnet δ den Spannungsverlust in den Zuleitungen AC und BD , so ist

$$\delta = 2,16 (0,08 + 0,08) = 0,346 \text{ V}.$$

Zu f): $E_{\overline{CD}} = E_k - \delta = 6,84 - 0,346 = 6,494 \text{ V}$.

57. Wie groß ist die Klemmenspannung an jedem der Elemente in Aufgabe 24, S. 10?

Lösung: Die Klemmenspannung eines Elements ist um den inneren Spannungsverlust kleiner als die EMK, also

$$E_k = E - J R_i.$$

Nun ist für ein Bunsenelement

$$E = 1,88 \text{ V}, \quad R_i = 0,24 \Omega, \quad J = 1,00 \text{ A},$$

folglich Klemmenspannung an jedem der beiden Bunsenelemente:

$$E_k = 1,88 - 1,00 \cdot 0,24 = 1,64 \text{ V}.$$

Für das Groveelement ist $E = 1,79 \text{ V}$, $R_i = 0,7 \Omega$, also

$$E_k = 1,79 - 1,00 \cdot 0,7 = 1,09 \text{ V}.$$

Für ein Daniell ist endlich $E = 1,068 \text{ V}$, $R_i = 2,8 \Omega$, also

$$E_k = 1,068 - 1,00 \cdot 2,8 = -1,732 \text{ V},$$

d. h. die beiden Daniell-Elemente in Aufgabe 24, S. 10, wirken wie ein Widerstand, und die Stromstärke ist deshalb eine größere, wenn diese Elemente weggelassen werden (vgl. die Resultate zu Aufgabe 26).

58. Von einer aus 60 [80] (200) Zellen bestehenden Akkumulatoren-Batterie (Abb. 7) von je 2 [1,95] (2,01) V elektromotorischer Kraft und 0,0008 [0,0006] (0,0007) Ω innerem Widerstand wird ein Strom von 20 [25] (15) A nach einem 300 [250] (500) m entfernten Elektromotor geschickt. Die Lei-

tung besteht aus einem 4 [5] (3) mm dicken Kupferdraht, während der innere Widerstand des Motors 0,5 [0,6] (1,1) Ω beträgt.

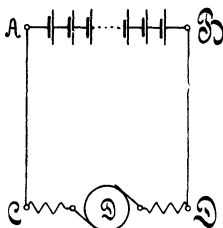


Abb. 7.

Gesucht wird:

- der Widerstand der Leitung,
- die Klemmenspannung der Batterie,
- der Spannungsverlust in den Leitungen AC und BD ,
- die Klemmenspannung des Motors,
- die elektromotorische Gegenkraft des Motors.

Lösungen:

Zu a): Da der Motor von der Stromquelle 300 m entfernt ist, so ist die Leitungslänge $l = 600$ m, mithin wird

$$R = \frac{\rho l}{q} = \frac{0,0172 \cdot 600}{4^2 \frac{\pi}{4}} = 0,82 \Omega.$$

Zu b): Es ist

$$E_k = E - J R_i = 60 \cdot 2 - 20 \cdot 60 \cdot 0,0008 = 119,04 \text{ V.}$$

Zu c): Der Spannungsverlust in den Leitungen AC und BD ist $\delta = 20 \cdot 0,82 = 16,4$ V.

Zu d): Die Klemmenspannung des Motors, die zwischen C und D herrscht, ist um 16,4 V kleiner als die zwischen A und B , also

$$E_{\overline{CD}} = 119,04 - 16,4 = 102,64 \text{ V.}$$

Zu e): Die elektromotorische Gegenkraft E_g des Motors muß um den Spannungsverlust im innern Widerstand kleiner sein als seine Klemmenspannung, also

$$E_g = E_{\overline{CD}} - J \cdot 0,5 = 102,64 - 20 \cdot 0,5 = 92,64 \text{ V.}$$

Die Lösung zu e) könnte auch in folgender Weise vorgenommen werden (vgl. Aufgabe 31, S. 12):

$$J = \frac{E_1 - E_g}{R}; \text{ hier ist } J = 20 \text{ A, } E_1 = 120 \text{ V}$$

und $R = 60 \cdot 0,0008 + 0,82 + 0,5 = 1,368 \Omega$, so daß

$$E_g = E_1 - J R = 120 - 20 \cdot 1,368 = 92,64 \text{ V.}$$

59. Welchen Querschnitt müssen die Zuleitungen AC und BD (Abb. 7) besitzen, wenn der Spannungsverlust 5 [8] (10) V betragen soll?

Lösung: Aus $\delta = J R_L$ folgt $R_L = \frac{\delta}{J} = \frac{5}{20} = 0,25 \Omega$.

Aus $R_L = \frac{\rho l}{q}$ folgt dann

$$q = \frac{\rho l}{R_L} = \frac{0,0172 \cdot 600}{0,25} = 41,2 \text{ mm}^2.$$

60. Welcher Strom würde in dem Kreise $ABDCA$ (Abb. 7) fließen, wenn in dem Motor keine elektromotorische Gegenkraft aufträte, und die übrigen Angaben der Aufgabe 58 entsprächen?

$$\text{Lösung: } J = \frac{E}{R} = \frac{60 \cdot 2}{60 \cdot 0,0008 + 0,82 + 0,5} = \frac{120}{1,368} = 88 \text{ A.}$$

Anmerkung: Die elektromotorische Gegenkraft ist Null, solange noch keine Drehung des Ankers stattfindet, also z. B. beim Anlassen. Damit der Strom hierbei nicht übermäßig anwächst, muß ein ausschaltbarer Widerstand C (Anlaßwiderstand) vor den Motor geschaltet werden (Abb. 8).

61. Wie groß muß der Anlaßwiderstand gemacht werden, damit beim Angehen des Motors die Stromstärke 30 A nicht überschreitet?

Lösung: Bezeichnet x die Größe des Anlaßwiderstandes, so ist

$$30 = \frac{120}{1,368 + x}; \quad x = 2,62 \Omega.$$

62. Welcher Spannungsverlust tritt am Ende der 1000 [700] (1500) m langen Leitung in Aufgabe 40 auf, wenn daselbst 80 A gebraucht werden?

$$\text{Lösung: } \delta = J R_L = 80 \cdot 0,3664 = 29,3 \text{ V.}$$

63. Welcher Spannungsverlust würde in der Leitung der Aufgabe 40 eintreten, wenn die Rückleitung anstatt aus der Schiene ebenfalls aus einer 8 mm dicken Kupferleitung bestände?

Lösung: Der Widerstand der Leitung wäre in diesem Falle $0,343 + 0,343 = 0,686 \Omega$ und somit der Spannungsverlust

$$\delta = 80 \cdot 0,686 = 54,88 \text{ V.}$$

64. Die Erzeugungsstelle eines elektrischen Stromes ist 300 m von der Verbrauchsstelle entfernt. An der letzteren wird ein Strom von 200 A und 120 V Spannung gebraucht. Wie dick müssen die Zuleitungsdrähte gewählt werden, wenn der Spannungsverlust in der Leitung 30 V betragen soll für Leitungen aus Kupfer, [Aluminium], (Zink)?

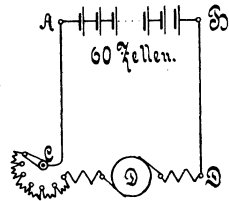


Abb. 8.

$$\text{Lösung: Aus } \delta = J R_L \text{ folgt } R_L = \frac{\delta}{J} = \frac{30}{200} = \frac{3}{20} \Omega,$$

worin R_L den Widerstand der 300 m langen Hin- und ebenso langen Rück-Leitung bezeichnet; es ist also $l = 600$ m. Aus

$$R_L = \frac{\rho l}{q} \text{ folgt } q = \frac{\rho l}{R_L} = \frac{0,0172 \cdot 600}{\frac{3}{20}} = 68,8 \text{ mm}^2,$$

$$d = \sqrt{\frac{68,8 \cdot 4}{\pi}} = 9,35 \text{ mm.}$$

Bemerkung: Nach Tabelle 4 darf ein isolierter Leitungsdraht aus Kupfer von 70 mm^2 200 A Strom führen, um als feuersicher zu gelten.

Tabelle 4. Über die zulässige Belastung von isolierten Kupfer- und Aluminiumdrähten.

Für blanke Leitungen über 50 mm^2 Querschnitt findet diese Tabelle keine Anwendung.

Normale Querschnitte in mm^2	0,75	1	1,5	2,5	4	6	10	16	25	35	50	70	95	120	150
höchste Kupfer Stromstärke	9	11	14	20	25	31	43	75	100	125	160	200	240	280	325
Aluminium	—	8	11	16	20	24	34	60	80	100	125	150	190	220	255

65. Wieviel Spannung geht in einer 120 [95] (16) mm^2 starken Hin- und Rück-Leitung verloren, und welche Spannung muß an den Klemmen der Stromquelle herrschen, wenn die übrigen Angaben der Aufgabe 64 entnommen werden?

Lösung: Der Widerstand der Leitung ist:

$$R_L = \frac{0,0172 \cdot 600}{120} = 0,0860 \Omega;$$

der Spannungsverlust ist $\delta = 200 \cdot 0,0860 = 17,2$ V.

Die Spannung an den Klemmen des Stromerzeugers muß demnach

$$120 + 17,2 = 137,2 \text{ V}$$

sein.

Weitere Aufgaben siehe § 40.

Spannungsmessung.

Die Gleichung $E_k = JR$ gestattet, mit einem Amperemeter für schwache Ströme, z. B. einem Weston-Galvanometer, Spannungen zu messen, wenn in den Stromkreis des Galvanometers ein so großer Widerstand eingeschaltet wird, daß die Stromstärke, die durch das Galvanometer

fließt, die maximal zulässige nicht übersteigt. Bei dem genannten Galvanometer von 100Ω Eigenwiderstand ist die Stromstärke $J = \frac{\alpha}{10\,000}$, wenn α den Ausschlag des Zeigers bedeutet. Der größte Ausschlag beträgt 150 Skalenteile, so daß der Maximalwert der Stromes $\frac{150}{10\,000} = 0,015 \text{ A}$ ist.

66. Einem 100 ohmigen Galvanometer sind 9900 [8900] (4900) Ω vorgeschaltet (Abb. 9). Welche Spannung herrscht zwischen den Punkten A und B , wenn das Galvanometer 110 [125] (145) Skalenteile Ausschlag anzeigt?

Lösung: Es ist

$$R = R_v + R_g = 100 + 9900 = 10\,000 \Omega;$$

$$J = \frac{110}{10\,000},$$

also
$$E_k = \frac{110}{10\,000} \cdot 10\,000 = 110 \text{ V}.$$

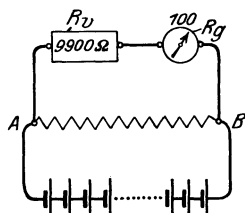


Abb. 9.

Es bedeutet somit jeder Skalenteil Ausschlag 1 Volt.

67. Wieviel Ohm müssen dem 100 ohmigen Galvanometer vorgeschaltet werden, damit 1 Skalenteil Ausschlag $\frac{1}{5}$ [$\frac{1}{6}$] ($\frac{1}{8}$) Volt bedeutet?

Lösung: Wenn $\alpha = 1$ ist, soll $E_k = \frac{1}{5} \text{ V}$ sein, also muß
$$R = \frac{E_k}{J} = \frac{1/5}{1/10\,000} = 2000 \Omega$$
 werden. Dann ist der Vorschaltwiderstand $R_v = R - R_g = 2000 - 100 = 1900 \Omega$.

68. Wieviel Ohm müssen dem 100 ohmigen Galvanometer vorgeschaltet werden, wenn ein Skalenteil bedeuten soll: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{50}$, $\frac{1}{100} \text{ V}$?

Lösungen: 4900Ω ; 2400Ω ; $3233,3 \Omega$; 900Ω ; 100Ω ; 0Ω .

69. Die Spannung zwischen A und B (Abb. 9) beträgt schätzungsweise 25 [40] (150) V . Welcher Widerstand muß dem 100Ω Galvanometer vorgeschaltet werden, damit dann 150 Grad Ausschlag entstehen, und wie groß ist die Spannung in Wirklichkeit, wenn das Galvanometer nur 149 Grad anzeigt?

Lösung: $25 = \frac{150}{10\,000} R$, also $R = 1666,6 \dots \Omega$; mithin beträgt der Vorschaltwiderstand $R_v = R - R_g = 1566,6 \dots \Omega$, und bei 149 Grad Ausschlag ist die gemessene Spannung

$$E_k = \frac{149}{10\,000} \cdot 1666,6 \dots = 24,8 \text{ V}.$$

70. Ein Voltmeter besitzt 300 [1300] (1500) Ω Widerstand und zeigt bis 20 [110] (120) V an. Wieviel Ω müssen vorgeschaltet werden, wenn das Instrument a) bis 40 [220] (240) V, b) bis 60 [330] (360) V, c) bis 80 [440] (480) V anzeigen soll?

Lösung: Da $E_k = JR$ ist und J bei demselben Zeigerausschlag auch immer denselben Wert haben muß (da ja nur die Stromstärke das Wirksame ist), so muß sein: $R_1 = \frac{E_1}{J}$ und

$R_2 = \frac{E_2}{J}$, oder es verhält sich $R_1 : R_2 = E_1 : E_2$, woraus

$$R_2 = R_1 \frac{E_2}{E_1}.$$

Bei Lösung zu a) hat man hiernach $R_2 = 300 \cdot \frac{40}{20} = 600 \Omega$, oder es müssen $600 - 300 = 300 \Omega$ vorgeschaltet werden. Lösung zu b) 600Ω , c) 900Ω .

71. Ein Voltmeter von 500 [3000] (4500) Ω Widerstand besitzt eine Skala bis 25 [120] (180) V. Welche Zahlen muß man an die bisherigen Skalenteile schreiben, wenn 100 [1200] (1500) Ω vorgeschaltet werden?

Lösung: Aus der in Aufgabe 70 hergeleiteten Proportion

$$R_1 : R_2 = E_1 : E_2$$

folgt:

$$E_2 = E_1 \cdot \frac{R_2}{R_1} = E_1 \frac{600}{500} = 1,2 E_1,$$

d. h.

bei 5 V muß jetzt 6 V,
 " 10 " " " 12 "
 " 25 " " " 30 " stehen.

72. Die Weston-Instrumente werden auch mit 1 Ω Eigenwiderstand gebaut. Die Stromstärke ist alsdann bestimmt durch

$$J = \frac{\alpha}{1000}.$$

Wieviel Widerstand muß solchen Instrumenten vorgeschaltet werden, wenn ein Skalenteil Ausschlag bedeuten soll: a) $1^0 = 1$ [2] (5) V, b) $1^0 = 0,5$ [0,75] (1,5) V, c) $1^0 = 0,1$ [0,2] (0,3) V, d) $1^0 = 0,01$ [0,05] (0,15) V, e) $1^0 = 0,001$ [0,003] (0,004) V?

Lösungen:

Zu a): $E_k = JR$, oder

$$R = \frac{E_k}{J} = \frac{E_k \cdot 1000}{\alpha} = \frac{1 \cdot 1000}{1} = 1000 \Omega$$

oder, da das Instrument bereits 1Ω besitzt, so müssen vorgeschaltet werden $1000 - 1 = 999 \Omega$; zu b): 499Ω ; zu c): 99Ω ; zu d): 9Ω ; zu e): 0Ω .

Anmerkung: Man vereinigt gewöhnlich derartige Widerstände in einem Kasten, der dem Instrumente beigegeben wird.

73. Ein 100 ohmiges Galvanometer wird mit einem Silbervoltmeter geeicht. Das Galvanometer zeigt im Mittel $120,5$ [$105,4$] (145) Grad an, der Silberniederschlag beträgt in 2^{h} [$1,8^{\text{h}}$] [70^{min}] 100 [80] (60) mg. Mit welchem Faktor müssen bei Spannungsmessungen die Ausschläge multipliziert werden, wenn a) $1^0 = 1 \text{ V}$, b) $1^0 = 0,1 \text{ V}$, c) $1^0 = 0,01 \text{ V}$ im Vorschaltwiderstand gestöpselt werden?

Lösung: Die durch das Galvanometer fließende Stromstärke berechnet sich aus dem Silberniederschlag Gl. (1) zu

$$J = \frac{G}{at} = \frac{100}{1,118 \cdot 2 \cdot 60 \cdot 60} = 0,01245 \text{ A.}$$

Da nun der Galvanometerausschlag durch die Gleichung $J = C\alpha$ bestimmt wird, so ist $C = \frac{0,01245}{120,5} = 0,000103318$ oder

$$C = \frac{1}{10000} 1,03318, \quad \text{daher} \quad E_k = \frac{\alpha \cdot 1,03318}{10000} R.$$

Bei Frage a) ist $R = 10000$, also $E_k = 1,03318 \alpha$; bei b) ist $R = ?$; bei c) $R = ?$

74. Ein 1 ohmiges Galvanometer wird mit dem Silbervoltmeter geeicht, und zwar beträgt der Silberniederschlag in 2 [1] (5) Stunden 1 g [530 mg] ($4,2 \text{ g}$), während das Galvanometer im Mittel aus 10 Ablesungen 118 [122] (78) Grad anzeigt. Mit welchem Faktor müssen bei Spannungsmessungen die Ausschläge multipliziert werden, wenn $1^0 = 1 \text{ V}$, $1^0 = \frac{1}{10} \text{ V}$, $1^0 = \frac{1}{100} \text{ V}$, $1^0 = \frac{1}{1000} \text{ V}$ im Vorschaltwiderstand gestöpselt sind?

Lösung: Aus Gl. (1) folgt

$$J = \frac{1000}{1,118 \cdot 60 \cdot 60 \cdot 2} = 0,1245 \text{ A.}$$

Aus $J = C\alpha$ folgt

$$C = \frac{J}{\alpha} = \frac{0,1245}{118} = 0,001055 = \frac{1}{1000} \cdot 1,055.$$

Alle Ausschläge müssen also mit $1,055$ multipliziert werden.

§ 8. Aufgaben über Stromverzweigungen.

75. Zwischen den beiden Punkten A und B (Abb. 10) herrscht ein Spannungsunterschied von $E_k = 24$ [15] (0,3) V. Der Widerstand des Zweiges I beträgt 8 [7,5] (0,2) Ω , der des Zweiges II 4 [3] (0,1) Ω und der des Zweiges III 6 [1,5] (0,8) Ω .

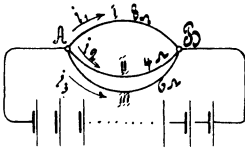


Abb. 10.

Gesucht wird:

- die Stromstärke in jedem einzelnen Zweige,
- die Stromstärke in der unverzweigten Leitung,
- der Kombinationswiderstand zwischen A und B .

Lösungen:

Zu a): Bezeichnet i_1 die Stromstärke im ersten, i_2 die im zweiten und i_3 die im dritten Zweige, so ist

$$i_1 = \frac{E_k}{R_1} = \frac{24}{8} = 3 \text{ A,}$$

$$i_2 = \frac{E_k}{R_2} = \frac{24}{4} = 6 \text{ A,}$$

$$i_3 = \frac{E_k}{R_3} = \frac{24}{6} = 4 \text{ A.}$$

Zu b): Der Strom in der unverzweigten Leitung ist

$$i_1 + i_2 + i_3 = J = 3 + 6 + 4 = 13 \text{ A.}$$

Zu c): Bezeichnet R_K den sogenannten Kombinationswiderstand zwischen A und B , d. i. den Ersatzwiderstand der parallel geschalteten Zweige, so ist

$$J = \frac{E_k}{R_K} = 13 \text{ A} \quad \text{oder} \quad R_K = \frac{24}{13} = 1,845 \Omega.$$

76. Ein Strom von 12 [18] (100) A teilt sich im Punkte A (Abb. 11) in drei Zweige, deren Widerstände $R_1 = 2 \Omega$, $R_2 = 3 \Omega$ und $R_3 = 4 \Omega$ sind.

Gesucht:

- der Spannungsunterschied E_k zwischen A und B ,
- die Stromstärken in den drei Zweigen,
- der Kombinationswiderstand R_K zwischen A und B .

Lösungen:

Zu a): Die Stromstärken in den drei Zweigen folgen aus den Gleichungen $R_1 = \frac{E_k}{R_1}$, $i_2 = \frac{E_k}{R_2}$ und $i_3 = \frac{E_k}{R_3}$. Nun ist aber

$$i_1 + i_2 + i_3 = J, \text{ also } J = E_k \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) = 12;$$

folglich
$$E_k = \frac{12}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}} = \frac{12}{\frac{13}{12}} = \frac{144}{13} = 11\frac{1}{13} \text{ V.}$$

Zu b); $i_1 = \frac{144}{2 \cdot 13} = 5\frac{7}{13} \text{ A};$

$$i_2 = \frac{144}{3 \cdot 13} = 3\frac{9}{13} \text{ A};$$

$$i_3 = \frac{144}{4 \cdot 13} = 2\frac{10}{13} \text{ A.}$$

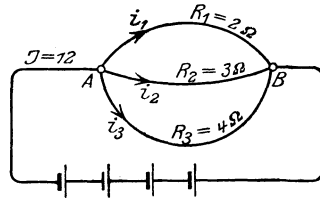


Abb. 11.

Probe: $5\frac{7}{13} + 3\frac{9}{13} + 2\frac{10}{13} = 12 \text{ A.}$

Zu c): Es muß $\frac{E_k}{R_K} = E_k \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)$ sein, oder allgemein gültig:

$$\frac{1}{R_K} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots \quad (8)$$

Sind nur zwei parallel geschaltete Widerstände R_1 und R_2 vorhanden, so wird $\frac{1}{R_K} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_2 + R_1}{R_1 R_2}$

oder
$$R_K = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}. \quad (8a)$$

In unserem Falle ist $\frac{1}{R_K} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{13}{12}$

oder
$$R_K = \frac{12}{13} \Omega.$$

Bemerkung: Der reziproke Wert eines Widerstandes heißt sein Leitvermögen und die Formel (8) spricht das Gesetz aus:

Gesetz 6: Das Leitvermögen der Kombination ist gleich der Summe der Leitvermögen der einzelnen Zweige.

Sind die Widerstände der einzelnen Zweige gleich groß, ist also

$R_1 = R_2 = R_3 = \dots = R_n$, so wird $\frac{1}{R_K} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1} + \dots = m \frac{1}{R_1}$
oder

$$R_K = \frac{R_1}{m}, \quad (8b)$$

d. h. der Kombinationswiderstand von m gleichen, parallel geschalteten Widerständen ist gleich dem m ten Teile jedes einzelnen Widerstandes.

77. Ein Element, dessen elektromotorische Kraft 1,8 [1,43] (1,5) V und dessen innerer Widerstand $\frac{1}{6}$ [0,5] (0,06) Ω beträgt, wird geschlossen durch zwei Drähte AB und DC (Abb. 12) von je 1 [0,8] (1,5) Ω Widerstand und den beiden zwischen B und C liegenden Drähten von 2 [1,5] (3) Ω und 4 [3,5] (2) Ω Widerstand.

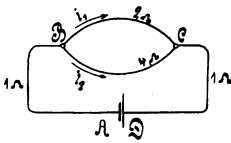


Abb. 12.

Gesucht:

- der Widerstand zwischen B und C ,
- der Widerstand des ganzen Stromkreises,
- die Stromstärke,
- die Klemmenspannung E_k zwischen A und D ,
- die Spannung E_{BC} zwischen B und C ,
- die Stromstärken in den beiden Zweigen.

Lösungen:

Zu a): Nach Formel (8) ist der Widerstand x zwischen B und C bestimmt durch die Gleichung

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}, \quad \text{woraus } x = \frac{4}{3} \Omega.$$

$$\text{Zu b): } R = \frac{1}{6} + 1 + \frac{4}{3} + 1 = 3\frac{1}{2} \Omega.$$

$$\text{Zu c): } J = \frac{1,8}{3\frac{1}{2}} = 0,514 \text{ A.}$$

$$\text{Zu d): } E_k = E - JR_i = 1,8 - 0,514 \cdot \frac{1}{6} = 1,714 \text{ V.}$$

Zu e): $E_{BC} = E_k - J \cdot (1 + 1) = 1,714 - 0,514 \cdot 2 = 0,686 \text{ V}$
oder auch

$$E_{BC} = Jx = 0,514 \cdot \frac{4}{3} = 0,686 \text{ V}$$

$$\text{Zu f): } i_1 = \frac{0,686}{2} = 0,343 \text{ A. } i_2 = \frac{0,686}{4} = 0,171 \text{ A.}$$

$$\text{Probe: } J = i_1 + i_2 = 0,514 \text{ A.}$$

78. Gegeben sind 3 [5] (10) hintereinander geschaltete Elemente von je 1,1 [1,8] (1,47) V elektromotorischer Kraft und einem inneren Widerstand von je 1,2 [0,24] (0,2) Ω . Die Widerstände des äußeren Kreises sind (Abb. 13) $GA = 1$ [2] (3) Ω ; $ABE = 2$ [3] (2,5) Ω , $ACE = 3$ [4] (3,5) Ω , $ADE = 4$ [5] (6) Ω [$AHE = 6 \Omega$] und $EF = 5$ [7] (0,6) Ω . Der Punkt G ist zur Erde abgeleitet, wodurch erreicht wird, daß das Potential in G Null ist.

Gesucht wird:

- der Kombinationswiderstand der drei [vier] parallel geschalteten Drähte,
- der gesamte Widerstand des Stromkreises,
- die Stromstärke,
- die Spannung in A ,
- die Spannung in E ,
- die Spannung in F ,
- die Stromstärke in den drei Zweigen ABE , ACE , ADE und [AHE].

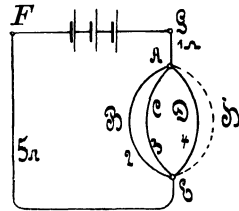


Abb. 13.

Lösungen:

$$\text{Zu a): Es ist } \frac{1}{x} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{13}{12}; x = \frac{12}{13} \Omega = 0,923 \Omega.$$

$$\text{Zu b): } R = 3 \cdot 1,2 + 1 + 0,923 + 5 = 10,523 \Omega.$$

$$\text{Zu c): } J = \frac{3 \cdot 1,1}{10,523} = 0,3136 \text{ A.}$$

Zu d): Da die Spannung in G Null ist, so ist die Spannung in A größer als die in G , und zwar um den Spannungsverlust in der Leitung GA , d. i. $0,3136 \cdot 1 = 0,3136 \text{ V}$.

Zu e): Die Spannung in E ist

$$0,3136 + 0,3136 \cdot 0,923 = 0,60305 \text{ V.}$$

Zu f): Die Spannung in F ist

$$0,60305 + 0,3136 \cdot 5 = 2,171 \text{ V.}$$

Probe: Es muß $E_{FG} = 1,1 \cdot 3 - 0,3136 \cdot 3 \cdot 1,2 = 2,171 \text{ V}$ ergeben.

Zu g): Der Spannungsunterschied zwischen A und E ist

$$0,60305 - 0,3136 = 0,28945 \text{ V,}$$

also ist

$$i_1 = \frac{0,28945}{2} = 0,14472 \text{ A,} \quad i_2 = \frac{0,28945}{3} = 0,09648 \text{ A,}$$

$$i_3 = \frac{0,28945}{4} = 0,07236 \text{ A.}$$

$$\text{Probe: } J = i_1 + i_2 + i_3 = 0,31356 \text{ A.}$$

79. Drei gleiche Widerstände sind so miteinander verbunden, daß sie ein Dreieck ABC bilden (Abb. 14). Man mißt den zu den beiden Endpunkten A und B eingeleiteten Strom $J = 5$ [4] (3) A und die an den Klemmen A und B herrschende Spannung $E_k = 10$ [12] (6) V.

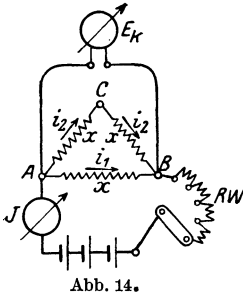


Abb. 14.

Gesucht:

- der gemessene Widerstand,
- der Widerstand jeder Seite,
- der Strom in den drei Seiten,
- Die Spannung zwischen A und C .

Lösungen:

Zu a): Ist a der zwischen A und B gemessene Widerstand, so ist

$$a = \frac{E_k}{J} = \frac{10}{5} = 2 \Omega.$$

Zu b): Der gemessene Widerstand a ist der Kombinationswiderstand der beiden Widerstände $AB = x$ und $AC + CB = 2x$, also gilt die Gleichung

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{x} + \frac{1}{2x} = \frac{2+1}{2x} = \frac{3}{2x},$$

woraus

$$a = \frac{2x}{3} \quad \text{oder} \quad x = \frac{3}{2} a$$

folgt. In unserm Falle also

$$x = \frac{3}{2} \cdot 2 = 3 \Omega.$$

Zu c): $i_1 = \frac{E_k}{x} = \frac{10}{3} = 3,33 \text{ A},$

$$i_2 = \frac{E_k}{2x} = \frac{10}{6} = 1,67 \text{ A}.$$

Zu d): Die Spannung zwischen A und C ist

$$\overline{E_{AC}} = i_2 x = \frac{10}{6} \cdot 3 = 5 \text{ V}.$$

80. Drei unbekannte aber gleiche Widerstände sind zu einem Stern vereinigt (Abb. 15). Man schiebt zu den Klemmen A und B einen Strom $J = 3$ [2] (1) A ein, und mißt die Klemmenspannung $E_k = 9$ [6] (2) V zwischen A und B .

Gesucht:

- der gemessene Widerstand a ,
- der Widerstand zwischen A und O ,
- die Spannung zwischen A und C ?

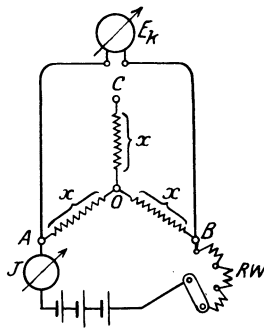


Abb. 15.

Lösungen:

Zu a): $a = \frac{E_k}{J} = \frac{9}{3} = 3 \Omega.$

Zu b): Offenbar liegt zwischen A und B der Widerstand $AO + OB = 2x$ also $a = 2x$ und hiernach

$$x = \frac{a}{2} = \frac{3}{2} = 1,5 \Omega.$$

Zu c): Da in CO kein Strom fließt, muß die Spannung zwischen A und C gleich der Spannung zwischen A und O sein, also gleich $\frac{E_k}{2} = \frac{9}{2} = 4,5$ Volt.

Bemerkung: Die Aufgaben 79 und 80 zeigen die Widerstandsbestimmung bei der Dreieck- und Sternschaltung eines Drehstromsystems (siehe § 35).

Messung von Strömen.

81. Einem Weston-Amperemeter von 100Ω Eigenwiderstand, dessen Stromstärke bestimmt ist durch die Gleichung $i_1 = \frac{\alpha}{10000}$, ist parallel geschaltet ein Widerstand von $\frac{100}{999} \left[\frac{100}{99} \right] \left(\frac{100}{9} \right) \Omega$.

Welcher Strom fließt durch die unverzweigte Leitung, wenn das Weston-Amperemeter 100 [130] (115) Grad Ausschlag anzeigt? (Abb. 16.)

Lösung: Bezeichnet i_1 den Strom, der durch das Ampere-meter, i_2 denjenigen, der durch den Widerstand $\frac{100}{999}$ fließt, so

ist zunächst

$$i_1 = \frac{\alpha}{10000} = \frac{100}{10000} = 0,01 \text{ A.}$$

Da der Widerstand des Instrumentes 100Ω beträgt, so herrscht an den Punkten A und B eine Spannung von

$$E_k = i_1 \cdot 100 = 0,01 \cdot 100 = 1 \text{ V};$$

der Strom, der durch den Widerstand $\frac{100}{999}$ fließt, ist daher

$$i_2 = \frac{1}{\frac{100}{999}} = 9,99 \text{ A.}$$

Der unverzweigte Strom J ist also

$$J = i_1 + i_2 = 0,01 + 9,99 = 10 \text{ A.}$$

82. Einem 1 ohmigen Galvanometer, dessen Stromstärke durch die Gleichung $i = \frac{\alpha}{1000}$ bestimmt ist, wird ein Widerstand $\frac{1}{99} \left[\frac{1}{999} \right] \left(\frac{1}{9} \right) \Omega$ parallel geschaltet. Welche Stromstärke ent-

spricht einem Ausschlag von 100 [65] (135) Grad im unverzweigten Stromkreise? (Abb. 17.)

Lösung: Durch das Galvanometer fließt ein Strom von

$$i_1 = \frac{\alpha}{1000} = \frac{100}{1000} = 0,1 \text{ A.}$$

Da der Widerstand des Instrumentes 1Ω beträgt, so herrscht zwischen den Punkten A und B eine Spannung von

$$E_k = i_1 \cdot 1 = 0,1 \cdot 1 = 0,1 \text{ V};$$

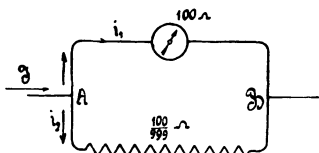


Abb. 16.

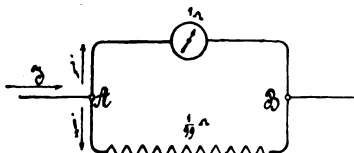


Abb. 17.

es ist daher der Strom, der durch den Widerstand $\frac{1}{99} \Omega$ fließt,

$$i_3 = \frac{0,1}{\frac{1}{99}} = 9,9 \text{ A}$$

und somit der Strom im unverzweigten Kreise

$$J = i_1 + i_3 = 0,1 + 9,9 = 10 \text{ A.}$$

83. Fünf Elemente von je 1,8 [1,9] (1,8) V elektromotorischer Kraft und je 0,2 [0,19] (0,25) Ω innerem Widerstand sind hintereinander geschaltet. 10 [12] (15) m von der Stromquelle entfernt werden 4 [5] (6) parallel geschaltete Glühlampen von je 16 [20] (24) Ω Widerstand gebrannt, welche durch 2 je 1,2 [1,5] (2) mm dicke Kupferleitungen AD und BC mit der Stromquelle verbunden sind (Abbildung 18).

Gesucht wird:

- der Widerstand der Zuleitungen,
- der Widerstand des ganzen Stromkreises,
- die Stromstärke,
- die Klemmenspannung E_k an den Punkten A und B ,
- die Lampenspannung E_L an den Punkten D und C .

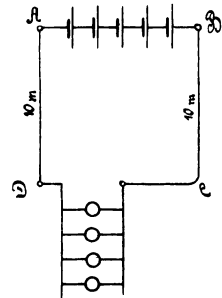


Abb. 18.

Lösungen:

Zu a): Der Widerstand beider Zuleitungen ist:

$$R_L = \frac{0,0172 \cdot 2 \cdot 10}{1,2^2 \cdot \frac{\pi}{4}} = 0,304 \Omega .$$

Zu b): der Widerstand des ganzen Kreises ist

$$R = 5 \cdot 0,2 + 0,304 + \frac{16}{4} = 5,304 \Omega .$$

Zu c): $J = \frac{5 \cdot 1,8}{5,304} = 1,696 \text{ A} .$

Zu d): $E_k = 5 \cdot 1,8 - (5 \cdot 0,2) \cdot 1,696 = 7,31 \text{ V} .$

Zu e): $E_{DC} = E_L = E_k - J R_L = 7,31 - 1,696 \cdot 0,304 = 6,796 \text{ V} .$

84. Um sich von der Richtigkeit der berechneten Stromstärke zu überzeugen, wird in die Leitung BC ein 1 ohmiges

Galvanometer, dem ein Widerstand von $\frac{1}{99} \Omega$ parallel geschaltet ist, gelegt. Welchen Ausschlag wird das Instrument anzeigen?

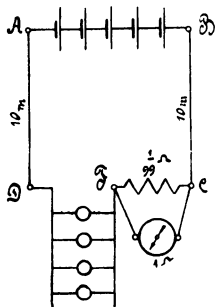


Abb. 19.

Lösung. Der äußere Widerstand ist um den Kombinationswiderstand zwischen C und F (Abb. 19) gestiegen. Ist dieser R_K , so ist $\frac{1}{R_K} = 1 + \frac{99}{1} = 100$ oder $R_K = 0,01 \Omega$.

Der gesamte Widerstand ist also

$$R = 5,304 + 0,01 = 5,314 \Omega;$$

$$\text{demnach ist } J = \frac{5 \cdot 1,8}{5,314} = 1,694 \text{ A.}$$

Der Ausschlag des Galvanometers beträgt 16,94, anstatt 16,96 Grad, wenn der Strommesser widerstandslos gewesen wäre.

85. Wie würde sich das Resultat der vorigen Aufgabe gestalten, wenn man anstatt des 1ohmigen Galvanometers ein 100 ohmiges, nebst einem parallel geschalteten Widerstande von $\frac{100}{999} \Omega$, benutzt hätte?

Lösung: Der Kombinationswiderstand wäre in diesem Falle:

$$\frac{1}{R_K} = \frac{1}{100} + \frac{999}{100} = \frac{1000}{100} = \frac{10}{1}, \text{ also } R_K = \frac{1}{10} \Omega.$$

Der Widerstand des äußeren Kreises wird demnach

$$R = 5,404 \Omega \text{ und somit } J = \frac{5 \cdot 1,8}{5,404} = 1,665 \text{ A.}$$

Infolge der Einschaltung dieses Strommessers ist also die Stromstärke gesunken von 1,696 A auf 1,665 A.

86. Welcher Strom fließt durch die Lampen der vorigen Aufgabe, wenn zur Strommessung ein 100 ohmiges Weston-Galvanometer, nebst einem parallel geschalteten Widerstande von $\frac{100}{99} \Omega$, benützt wird und welchen Ausschlag zeigt das Meßinstrument an?

Lösung: $R = 6,304 \Omega$, $J = \frac{9}{6,304} = 1,43 \text{ A}$, der Ausschlag beträgt 143° .

Bemerkung: Aus den Beispielen 83—86 geht hervor, daß durch das Einschalten eines Amperemeters die Stromverhältnisse eines Kreises am wenigsten geändert werden, wenn dasselbe einen geringen Widerstand besitzt.

87. Eine Batterie besteht aus 10 [33] (120) hintereinander geschalteten Akkumulatoren von je 2 [1,95] (2,01) V Spannung und einem inneren Widerstand von 0,001 [0,002] (0,001) Ω pro Zelle. Der äußere Stromkreis wird gebildet aus den beiden 50 [80] (300) m langen, 1,5 [4] (8) mm dicken Kupferleitungen AC und BD (Abb. 20) und 5 [20] (100) parallel geschalteten Glühlampen von je 8 [80] (120) Ω Widerstand. Um die Spannung an den Punkten C und D zu messen, ist eingeschaltet ein Weston-Galvanometer G von 100 [100] (100) Ω nebst einem Vorschaltwiderstande von 3900 [4900] (19900) Ω .

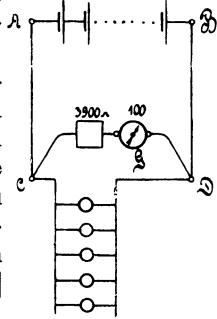


Abb. 20.

Gesucht wird:

- der Kombinationswiderstand der Lampen und des Galvanometers,
- der Widerstand des ganzen Stromkreises,
- die Stromstärke in der unverzweigten Leitung,
- die Klemmenspannung zwischen A und B ,
- die Lampenspannung zwischen C und D .

Lösungen:

Zu a): Der Widerstand der Lampen ist $\frac{8}{5} = 1,6 \Omega$.

Bezeichnet R_K den Widerstand zwischen C und D , so ist

$$\frac{1}{R_K} = \frac{1}{3900 + 100} + \frac{1}{1,6} = \frac{4001,6}{4000 \cdot 1,6}$$

$$R_K = \frac{4000 \cdot 1,6}{4001,6} = 1,5993 \Omega.$$

Zu b): $R = 10 \cdot 0,001 + \frac{0,0172 \cdot 100}{1,5^2 \cdot \frac{\pi}{4}} + 1,5993 = 2,583 \Omega$.

Zu c): $J = \frac{10 \cdot 2}{2,583} = 7,75 \text{ A}$.

Zu d): $E_k = E - JR_i = 20 - 7,75 \cdot (10 \cdot 0,001) = 19,9225 \text{ V}$.

Zu e): $E_{CD} = 7,75 \cdot 1,5993 = 12,4 \text{ V}$.

Bemerkung: Wäre das Voltmeter nicht eingeschaltet gewesen, so würde $R_K = 1,6 \Omega$, und die Stromstärke $J = \frac{20}{2,586} \text{ A}$ betragen haben. Wir sehen also, daß die Einschaltung des Voltmeters die Verhältnisse nur außerordentlich wenig geändert hat.

88. Dieselbe Aufgabe wie in 87, nur wird ein Voltmeter von 1Ω Widerstand nebst einem Vorschaltwiderstand von $3 [15] (100) \Omega$ genommen. Wie gestalten sich jetzt die Fragen a, b, c, d, e?

Lösungen:

$$\text{Zu a): } \frac{1}{R_K} = \frac{1}{4} + \frac{1}{1,6} = \frac{5,6}{4 \cdot 1,6}; \quad R_K = 1,14 \Omega.$$

$$\text{Zu b): } R = 0,01 + 0,976 + 1,14 = 2,126 \Omega.$$

$$\text{Zu c): } J = \frac{20}{2,126} = 9,41 \text{ A}.$$

$$\text{Zu d): } E_k = E - JR_i = 20 - 9,41 \cdot 0,01 = 19,91 \text{ V}.$$

$$\text{Zu e): } \overline{E_{CD}} = 9,41 \cdot 1,14 = 10,7 \text{ V}.$$

Bemerkung: Durch das Einschalten des Voltmeters von geringem Widerstande haben sich die Verhältnisse ganz bedeutend geändert; denn durch die Lampen geht jetzt ein Strom von $\frac{10,7}{1,6} = 6,7 \text{ A}$ und durch das Voltmeter ein solcher von $\frac{10,7}{4} = 2,67 \text{ A}^1$, während in Aufgabe 87 der durch die Lampen fließende Strom war:

$$\frac{12,4}{1,6} = 7,75 \text{ A} \text{ und der durch das Weston-Voltmeter } \frac{12,4}{4000} = 0,0031 \text{ A}.$$

Hieraus folgt die Lehre: Zum Spannungsmessen müssen Galvanometer mit hohem Widerstande verwendet werden.

89. Es soll ein Widerstand von $0,1 [0,2] (0,4) \Omega$ hergestellt werden. Zu dem Zwecke fertigt man aus $2 [2] (2)$ Nickelindrähten von $1,6 [2] (1,8)$ mm Durchmesser, welche parallel geschaltet werden (Abb. 21), einen Widerstand von $0,101 [0,202] (0,404) \Omega$ an und legt hierzu einen Nebenschluß, der aus einem $0,4 [0,24] (0,5)$ mm dicken Drahte desselben Materials besteht.

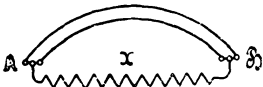


Abb. 21.

Gesucht wird:

- die Länge der parallelen Drähte,
- der Widerstand des dünnen Nebenschlusses,
- die Länge desselben.

¹⁾ Natürlich ist kein Weston-Voltmeter gemeint, da in diesem der Strom nicht größer als $0,15 \text{ A}$ sein dürfte.

Lösungen:

Da der Widerstand zweier parallel geschalteter Drähte halb so groß ist, wie der eines Drahtes, so beträgt der letztere $0,202 \Omega$.

Zu a): Für Nickel in ist $\rho = 0,43$ (Tabelle 3, S. 13), demnach gilt die Gleichung:

$$0,202 = \frac{0,43 \cdot l}{1,6^2 \cdot \frac{\pi}{4}}, \quad \text{woraus} \quad l = \frac{0,202 \cdot 1,6^2 \cdot \pi}{0,43 \cdot 4} = 0,945 \text{ m folgt.}$$

Zu b): Bezeichnet x den Widerstand des Nebenschlusses, so hat man, da der Kombinationswiderstand $0,1 \Omega$ sein soll,

$$\frac{1}{0,1} = \frac{1}{0,101} + \frac{1}{x} \quad \text{oder} \quad \frac{1}{x} = \frac{1}{0,1} - \frac{1}{0,101} = \frac{0,001}{0,0101}$$

$$x = \frac{0,0101}{0,001} = 10,1 \Omega.$$

Zu c): Die Länge des Nebenschlusses ist

$$l = \frac{10,1 \cdot 0,4^2 \cdot \pi}{0,43 \cdot 4} = 2,95 \text{ m.}$$

Bemerkung: Beim genauen Abgleichen des Kombinationswiderstandes wird man, wenn derselbe zu klein, noch mehr von dem dünnen Draht aufwickeln, ist er zu groß, so verkürzt man denselben.

90. Es soll ein 1Ω miges Weston-Galvanometer mit der Konstanten $C = \frac{1}{1000}$ gebaut werden. Leider stellt sich heraus, daß der Widerstand der beiden Federn aa (Abb. 22) und der Spule s bereits $3 [2,5] (2,8) \Omega$ beträgt. Man muß daher parallel zu diesem Widerstand einen Widerstand R_2 legen, so daß der Kombinationswiderstand beider 1Ω ist.

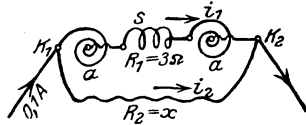


Abb. 22.

Gesucht:

- der Widerstand R_2 ,
- Die Spannung an den Klemmen K_1 und K_2 ,
- die Stromstärken in den beiden Zweigen, wenn der Gesamtstrom $0,1 [0,1] (0,1) \text{ A}$ ist,
- der Ausschlag des Instrumentes.

Lösungen:

$$\text{Zu a): } \frac{1}{1} = \frac{1}{x} + \frac{1}{3} \quad \text{oder} \quad \frac{1}{x} = \frac{2}{3}, \quad x = 1,5 \Omega = R_2.$$

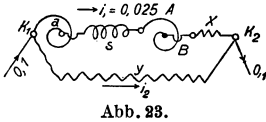
Zu b): Da der Widerstand zwischen K_1 und K_2 1Ω ist und durch ihn $0,1$ A fließen sollen, so ist

$$E_k = 0,1 \cdot 1 = 0,1 \text{ V.}$$

Zu c): Es ist $i_1 = \frac{0,1}{3} = 0,0333$ A. $i_2 = \frac{0,1}{1,5} = 0,0666$ A.

Zu d): Da $C = \frac{1}{1000}$ ist, so muß $0,1 = \frac{\alpha}{1000}$ sein, also $\alpha = 100$ Grad.

91. Bei der Herstellung eines 1ohmigen Weston-Galvanometers stellt sich heraus, daß der Widerstand der Spule s und der beiden Federn aA , d. i. der Widerstand zwischen K_1 und B , schon $2,5$ [3] ($3,5$) Ω beträgt. Ein Versuch zeigt ferner, daß, um einen Ausschlag von 100 Grad zu erzielen, ein Strom von $0,025$ [0,015] ($0,075$) A genügt.



Gesucht wird:

a) der Widerstand x (Abb. 23) zwischen B und K_2 , der noch zugeschaltet werden muß, um bei $0,1$ [0,1] ($0,1$) V Spannungsunterschied zwischen K_1 und K_2 einen Strom von $0,025$ [0,015] ($0,075$) A durch s fließen zu lassen,

- b) der parallel zu schaltende Widerstand, damit der Kombinationswiderstand zwischen K_1 und K_2 1 [1] (1) Ω ist,
 c) die durch diesen Widerstand fließende Stromstärke,
 d) der Strom in der unverzweigten Leitung.

Lösungen:

$$\text{Zu a): } 0,025 = \frac{0,1}{2,5 + x} \text{ oder } 2,5 + x = \frac{0,1}{0,025} = 4, x = 1,5 \Omega.$$

$$\text{Zu b): Ist } y \text{ der parallel zu schaltende Widerstand, so ist } \frac{1}{1} = \frac{1}{4} + \frac{1}{y} \text{ oder } \frac{1}{y} = \frac{3}{4}, \text{ mithin } y = 1,333 \Omega.$$

$$\text{Zu c): } i_2 = \frac{0,1}{y} = \frac{0,1 \cdot 3}{4} = 0,075 \text{ A.}$$

$$\text{Zu d): } J = i_1 + i_2 = 0,025 + 0,075 = 0,1 \text{ A.}$$

92. Dieselbe Aufgabe wie 91, nur soll ein 100ohmiges Instrument hergestellt werden; die Federn und die Spule besitzen 85Ω , und um 100 Grad Ausschlag zu erzielen, genügt ein Strom von $0,002$ [0,0015] ($0,0075$) A. Der Spannungsunterschied zwischen K_1 und K_2 ist 1 V und der Kombinationswiderstand in Frage b ist 100Ω .

§ 9. Aufgaben über die Schaltung von Elementen.

Elemente können entweder alle in Reihenschaltung (Hintereinanderschaltung) (Abb. 24) oder in Parallelschaltung (Abb. 25) oder in Reihenparallelschaltung (auch gemischte Schaltung genannt) (Abb. 26 a u. b) verbunden werden. Ist E die elektromotorische Kraft, R_i der innere Widerstand eines Elementes, n die Anzahl der hintereinander geschalteten Elemente, so ist für Abb. 24

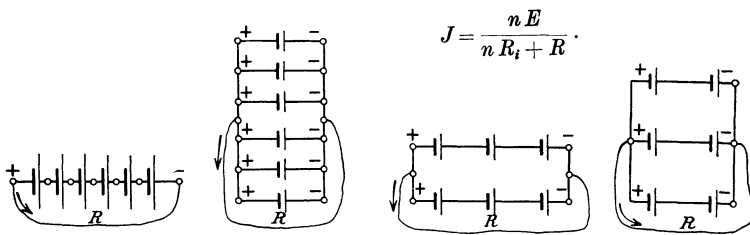


Abb. 24.

Abb. 25.

Abb. 26 a u. b.

Ist in Abb. 25 m die Anzahl der parallel geschalteten Elemente, so wird

$$J = \frac{E}{\frac{R_i}{m} + R}$$

Sind bei der Reihenparallelschaltung (Abb. 26) n Elemente hintereinander und m Reihen parallel geschaltet, so ist die Anzahl der vorhandenen Elemente $N = nm$, die EMK der Batterie nE , ihr innerer Widerstand nach Formel (8b) $R_i = \frac{nR_i}{m}$, also wird der Strom

$$J = \frac{nE}{\frac{nR_i}{m} + R} \tag{9}$$

Der Strom wird am größten, wenn der innere Widerstand der Stromquelle gleich dem äußeren Widerstand ist, also

$$\frac{nR_i}{m} = R \tag{1)}$$

1) Beweis. Gleichung 9 läßt sich schreiben: $J = \frac{E}{\frac{R_i}{m} + \frac{R}{n}}$, oder da $m = \frac{N}{n}$, auch $J = \frac{E}{\frac{nR_i}{N} + \frac{R}{n}}$. Dieser Ausdruck wird ein Maximum, wenn der Nenner ein Minimum, d. h der Differentialquotient nach n Null wird, d. i. $\frac{R_i}{N} - \frac{R}{n^2} = 0$ oder $\frac{R}{n^2} = \frac{R_i}{N}$ oder $\frac{R}{n^2} = \frac{R_i}{nm}$, also $R = \frac{nR_i}{m}$.

93. Jemand besitzt 6 [36] (48) Elemente, von denen jedes eine EMK von 1,5 [1] (1,8) V und einen inneren Widerstand von 1 [1,2] (0,9) Ω besitzt. Der äußere Widerstand des Stromkreises beträgt 1,5 [43,2] (4,8) Ω . Wie groß wird die Stromstärke, wenn

- a) alle Elemente nach Abb. 24 hintereinander geschaltet werden,
 b) alle Elemente nach Abb. 25 parallel geschaltet werden,
 c) zu zweien parallel nach Abb. 26 a,
 d) zu dreien parallel nach Abb. 26 b.

Lösungen:

Zu a): Es ist $n = 6$ und $m = 1$, $R_i = 1 \Omega$, $R = 1,5 \Omega$,

$$J = \frac{6 \cdot 1,5}{6 \cdot 1 + 1,5} = 1,2 \text{ A.}$$

Zu b): Hier ist $n = 1$ und $m = 6$, also

$$J = \frac{1 \cdot 1,5}{\frac{1 \cdot 1}{6} + 1,5} = 0,9 \text{ A.}$$

Zu c): Für $m = 2$ ist $n = \frac{N}{m} = \frac{6}{2} = 3$ und

$$J = \frac{3 \cdot 1,5}{\frac{3 \cdot 1}{2} + 1,5} = 1,5 \text{ A.}$$

Zu d): Für $m = 3$ ist $n = \frac{6}{3} = 2$

$$J = \frac{2 \cdot 1,5}{\frac{2 \cdot 1}{3} + 1,5} = 1,3846 \text{ A.}$$

Beachte: Die größte Stromstärke wird bei der Schaltung c [?] (?) erreicht, wenn nämlich der innere Widerstand der Batterie gleich dem äußeren ist.

94. Jemand besitzt 72 Elemente von je 1,8 V EMK und 0,5 Ω innerem Widerstand. Wie muß er dieselben schalten, wenn der äußere Widerstand 4 [2,25] (1) Ω beträgt und der Strom ein Maximum werden soll?

Lösung: Beim Strommaximum muß der innere Widerstand der Batterie gleich dem äußeren Widerstand sein; ist also n die Anzahl der hintereinandergeschalteten Elemente und m die

Anzahl der parallel geschalteten Gruppen, so ist

$$R_i = \frac{n \cdot 0,5}{m} = 4 \quad \text{oder} \quad \frac{n}{m} = 8 \quad (\text{I}),$$

andererseits ist die Anzahl der Elemente $nm = N = 72$ (II).

Durch Multiplikation beider Gleichungen erhält man $n^2 = 8 \cdot 72$ oder $n = 24$. Aus II folgt jetzt $m = \frac{72}{24} = 3$; man schaltet also 24 Elemente hintereinander und die drei erhaltenen Gruppen parallel.

Die Stromstärke wird

$$J = \frac{24 \cdot 1,8}{\frac{24 \cdot 0,5}{3} + 4} = 5,4 \text{ A.}$$

95. Eine kleine Beleuchtungsanlage verlangt zum Betriebe eine Stromstärke von 2 [3] (6) A und eine Klemmenspannung von 10 [15] (6) V. Der Betrieb soll mit Elementen vorgenommen werden, deren jedes eine elektromotorische Kraft von 1 [1,5] (1,5) V und einen inneren Widerstand von 0,75 [2] (2) Ω besitzt. Wieviel Elemente müssen mindestens angeschafft und wie müssen dieselben geschaltet werden?

Lösung: Der äußere Widerstand ist

$$R = \frac{E_k}{J} = \frac{10}{2} = 5 \Omega,$$

ebenso groß muß auch der innere Widerstand werden, also

$$R_i = 5 \Omega.$$

Die EMK ist größer als die Klemmenspannung um den Spannungsverlust im Innern der Batterie, also

$$nE = E_k + JR_i = 10 + 2 \cdot 5 = 20 \text{ V},$$

woraus
$$n = \frac{20}{1} = 20 \text{ folgt.}$$

Der innere Widerstand läßt sich ausdrücken durch

$$\frac{nR_i}{m} = \frac{20 \cdot 0,75}{m} = 5,$$

woraus
$$m = \frac{20 \cdot 0,75}{5} = 3 \text{ folgt.}$$

Es sind also 20 Elemente hintereinander und 3 derartige Gruppen parallel zu schalten. Die Zahl der anzuschaffenden Elemente ist $N = nm = 20 \cdot 3 = 60$.

§ 10. Kirchhoffsche Gesetze.

Gesetz 7: An jedem Verzweigungspunkte ist die Summe aller ankommenden Ströme gleich der Summe aller abfließenden Ströme (erstes Kirchhoffsches Gesetz).

$$i_1 + i_2 + i_4 = i_3 \text{ (Abb. 27).}$$

Gesetz 8: In jedem in sich geschlossenen Teile eines Stromnetzes ist die Summe aller elektromotorischen Kräfte gleich der Summe aller Spannungsverluste (zweites Kirchhoffsches Gesetz).

Die elektromotorischen Kräfte sind mit gleichem Vorzeichen zu nehmen, wenn sie gleichgerichtete Ströme hervorzubringen streben, ebenso die Spannungsverluste, wenn sie durch gleichgerichtete Ströme hervorgerufen sind.



Abb. 27.

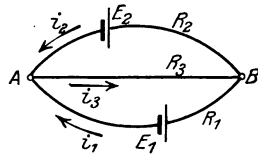


Abb. 28.

96. Zwei Elemente, deren elektromotorische Kräfte E_1 und E_2 sind, werden, wie es die Abb. 28 zeigt, gegeneinander geschaltet. Der Widerstand von AE_1B sei R_1 , der von AE_2B sei R_2 und der von $AB = R_3$. Wie groß sind die Ströme i_1 , i_2 , i_3 ?

Lösung: Nach dem zweiten Kirchhoffschen Gesetz gelten die Gleichungen:

a) für den Stromkreis E_1ABE_1

$$\text{I. } E_1 = i_1 R_1 + i_3 R_3,$$

b) für den Stromkreis E_2ABE_2

$$\text{II. } E_2 = i_2 R_2 + i_3 R_3.$$

Nach dem ersten Kirchhoffschen Gesetze ist

$$\text{III. } i_1 + i_2 = i_3,$$

i_3 in I und II eingesetzt gibt:

$$E_1 = i_1 (R_1 + R_3) + i_2 R_3 \quad \left| \begin{array}{c} (R_2 + R_3) \\ R_3 \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{c} R_3 \\ (R_1 + R_3) \end{array} \right.$$

$$E_2 = i_1 R_3 + i_2 (R_2 + R_3)$$

$$E_1 (R_2 + R_3) - E_2 R_3 = i_1 \{ (R_1 + R_3)(R_2 + R_3) - R_3^2 \};$$

$$\text{IV. } i_1 = \frac{E_1 (R_2 + R_3) - E_2 R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3},$$

$$E_1 R_3 - E_2 (R_1 + R_3) = i_2 \{ R_3^2 - (R_1 + R_3)(R_2 + R_3) \};$$

$$\text{V. } i_2 = \frac{E_2(R_1 + R_3) - E_1 R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3};$$

$$\text{VI. } i_3 = \frac{E_1 R_2 + E_2 R_1}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3}.$$

Ist z. B. $E_1 = 1,8 \text{ V}$, $E_2 = 1,1 \text{ V}$, $R_1 = 100 \Omega$, $R_2 = 120 \Omega$, $R_3 = 200 \Omega$, so wird

$$i_1 = \frac{1,8 \cdot 320 - 1,1 \cdot 200}{100 \cdot 120 + 120 \cdot 200 + 100 \cdot 200} = 0,00636 \text{ A},$$

$$i_2 = \frac{1,1 \cdot 300 - 1,8 \cdot 200}{56000} = -0,000535 \text{ A}.$$

Das Minuszeichen sagt, daß der Strom i_2 entgegengesetzt der Richtung des eingezeichneten Pfeiles fließt.

$$i_3 = 0,00636 - 0,000535 = 0,005825 \text{ A}.$$

97. Wie groß muß der Widerstand R_1 gemacht werden, damit $i_2 = 0$ wird, und wie groß ist alsdann i_3 ?

Lösung: Damit $i_2 = 0$ wird, muß nach Gleichung (V) sein $E_2(R_1 + R_3) = E_1 R_3$ oder

$$R_1 = \frac{E_1}{E_2} R_3 - R_3 = \frac{1,8}{1,1} \cdot 200 - 200 = 127,2 \Omega.$$

Die Stromstärke i_3 ist alsdann nach Gleichung II

$$i_3 = \frac{E_2}{R_3}.$$

98. Es sei in Abb. 28 E_2 ein sogenanntes Normalelement von 1,43 V elektromotorischer Kraft, E_1 eine Batterie von 4 Akkumulatorenzellen von je 2 V. Wie groß muß R_1 gemacht werden, wenn $i_3 = 0,1$ [0,5] (0,005) A und $i_2 = 0$ werden soll?

Lösung: Wenn $i_2 = 0$, so herrscht zwischen A und B (Abb. 28) die Spannung E_2 , also muß $\frac{E_2}{R_3} = 0,1$ sein, woraus

$$R_3 = \frac{E_2}{0,1} = \frac{1,43}{0,1} = 14,3 \Omega \text{ und nach Aufgabe (97)}$$

$$R_1 = \left(\frac{E_1}{E_2} - 1 \right) R_3 = \left(\frac{4 \cdot 2}{1,43} - 1 \right) \cdot 14,3 = 65,7 \Omega.$$

Bemerkung: Wie man sieht, kann man für die Stromstärke i_3 durch geeignete Wahl der Widerstände R_1 und R_3 jeden beliebigen Wert erhalten. Man hat sich nur durch Einschaltung eines empfindlichen Galvanometers in den Stromzweig $A E_2 B$ davon zu über-

zeugen, daß $i_2 = 0$ ist, indem das Galvanometer dann keinen Ausschlag anzeigt. Die elektromotorische Kraft E_1 braucht gar nicht bekannt zu sein, da man zunächst den gewünschten Widerstand R_3 einschalten kann, und dann R_1 so lange ändert, bis das Galvanometer keinen Ausschlag mehr anzeigt. Man hat alsdann den Strom durch Kompensation bestimmt, was schneller auszuführen geht, als durch Eichung mit dem Kupfer- oder Silber-Voltameter.

99. Jemand wünscht sich eine kleine Beleuchtungsanlage einzurichten. Er schafft zu diesem Zweck 3 [4] (5) Akkumulatoren von je 2 [1,95] (1,98) V elektromotorischer Kraft und 0,033 [0,008] (0,009) Ω innerem Widerstande an. Parallel zu

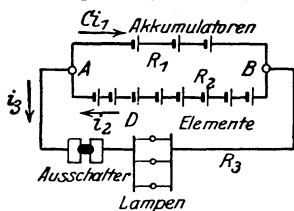


Abb. 29.

den Akkumulatoren werden zum Laden derselben 8 [11] (14) Meidinger Elemente von je 9 [10] (8) Ω innerem Widerstand und 1 [1] (1) V elektromotorischer Kraft geschaltet. An die gemeinschaftlichen Klemmen A und B (Abb. 29) werden Glühlampen, deren Kombinationswiderstand 4 [7,5] (10) Ω beträgt, angeschlossen.

Gesucht wird:

a) die mittlere Ladestromstärke, wenn die mittlere EMK der Akkumulatoren beim Laden 2,2 [2,3] 2,25 V beträgt, und die Lampen ausgeschaltet sind;

b) die Stromstärke, die jede der beiden Batterien liefert, wenn die Lampen brennen;

c) die tägliche Brenndauer der Lampen, wenn die Entladung der Akkumulatoren täglich ersetzt werden soll und dabei berücksichtigt wird, daß das Verhältnis: $\frac{\text{Entladung}}{\text{Ladung}} = 0,9$ ist.

Lösungen:

Zu a): Beim Laden sind die Lampen abgeschaltet, es ist also nur der Stromkreis $ACBD$ vorhanden. Die wirksame EMK ist $E = 8 \cdot 1 - 3 \cdot 2,2 = 1,4$ V. Der gesamte Widerstand $R = 8 \cdot 9 + 3 \cdot 0,033 = 72,1$ Ω . Die mittlere Ladestromstärke ist demnach

$$i_L = \frac{1,4}{72,1} = 0,0194 \text{ A.}$$

Zu b): Beim Brennen der Lampen gilt die durch Abb. 28 dargestellte Stromverzweigung; in die Gleichungen IV, V und VI hat man einzusetzen $E_1 = 6$ V, $R_1 = 0,1$ Ω , $E_2 = 8$ V, $R_2 = 72$ Ω . $R_3 = 4$ Ω und erhält

$$i_1 = \frac{6 \cdot (72 + 4) - 8 \cdot 4}{0,1 \cdot 72 + 72 \cdot 4 + 0,1 \cdot 4} = \frac{456 - 32}{295,6} = 1,435 \text{ A};$$

$$i_2 = \frac{8 \cdot 4,1 - 6 \cdot 4}{295,6} = 0,0299 \text{ A}; \quad i_3 = i_1 + i_2 = 1,4649 \text{ A}.$$

Zu c): Wird die Batterie täglich x Stunden geladen, so ist $24 - x$ die Dauer der Entladung. Da nun $\frac{\text{Entladung}}{\text{Ladung}} = 0,9$

ist, so gilt für x die Gleichung

$$\frac{(24 - x) \cdot 1,435}{x \cdot 0,01935} = 0,9, \quad \text{woraus} \quad (24 - x) \cdot 1,435 = 0,9 x \cdot 0,01935$$

$$\text{oder} \quad 24 \cdot 1,435 - x \cdot 1,435 = 0,9 x \cdot 0,01935.$$

$$x = \frac{24 \cdot 1,435}{1,453} = 23,7 \text{ Std.}$$

Brenndauer der Lampen $24 - x = 0,3 \text{ Std.}$

§ 11. Das Joulesche Gesetz.

Erklärung: Unter einer Wärmeeinheit, auch Kalorie (cal) genannt, versteht man diejenige Wärmemenge, die einem Gramm Wasser zugeführt werden muß, damit seine Temperatur um 1 Grad C steigt. (Im Maschinenbau rechnet man anstatt mit Gramm mit Kilogramm. Eine Kilokalorie hat dann 1000 Grammkalorien, bezeichnet mit kcal.)

Ist ϑ_1 die Anfangstemperatur, ϑ_2 die Endtemperatur, G das Gewicht des zu erwärmenden Wassers, ausgedrückt in Gramm, so ist die zugeführte Wärmemenge

$$Q = G (\vartheta_2 - \vartheta_1) \quad \text{cal.} \quad (10)$$

Unter spezifischer Wärme versteht man die Wärmemenge, die nötig ist, um 1 g eines Körpers um 1 Grad C zu erwärmen. Bezeichnet man dieselbe mit c , so ist zur Erwärmung von G Gramm die Wärmemenge

$$Q = c G (\vartheta_2 - \vartheta_1) \quad \text{cal.} \quad (10a)$$

erforderlich.

Gesetz 9: Fließt ein Strom durch einen Leiter, so entwickelt derselbe in dem Leiter eine Wärmemenge, welche proportional dem Quadrate der Stromstärke, proportional dem Widerstande und proportional der Zeit ist.

Bezeichnet Q die im Widerstande R entwickelte Wärmemenge, J die Stromstärke in Ampere, t die Zeit in Sekunden, so ist $Q = K J^2 R t$, wo K einen Proportionalitätsfaktor bezeichnet. Da man nach Formel (7) immer $E_k = J R$ setzen kann (Abb. 30), wo E_k die Spannung an den Enden des Widerstandes R ist, so ergeben sich auch noch die Umformungen

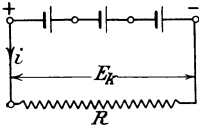
$$Q = K E_k J t \quad \text{und} \quad Q = K \frac{E_k^2}{R} t \quad \text{cal.}$$

Aus zahlreichen Versuchen hat man $K = 0,239$ gesetzlich festgelegt, wofür wir abgerundet 0,24 setzen wollen. Das Joulesche Gesetz läßt sich also durch die Formeln

$$Q = 0,24 E_k J t = 0,24 J^2 R t = 0,24 \frac{E_k^2}{R} t \text{ cal.} \quad (11)$$

darstellen.

Die mechanische Wärmetheorie lehrt, daß Arbeit sich in Wärme umsetzen läßt, und zwar erzeugen 426,9 Meterkilogramm (mkg) Arbeit 1 kcal. Das Produkt $E_k J t$ soll als die elektrische Arbeit des Stromes aufgefaßt werden, die in Joule gemessen wird. Um den Zusammenhang zwischen Joule und Meterkilogramm zu finden, bedenke man, daß aus Formel (11) für $Q = 1000$ cal



$$E_k J t = \frac{1000}{0,239} = 4184 \text{ Joule folgt,}$$

Abb. 33.

es sind also 4184 Joule gleichwertig mit 426,9 mkg,

$$\text{daher ist } 1 \text{ mkg} = \frac{4184}{426,9} = 9,80665 \text{ Joule (abgekürzt 9,81).}$$

Die elektrische Arbeit wird somit ausgedrückt durch die Formeln

$$A = E_k J t = J^2 R t = \frac{E_k^2}{R} t \text{ Joule} \quad (12)$$

oder

$$A = \frac{E_k J t}{9,81} = \frac{J^2 R t}{9,81} = \frac{E_k^2 t}{9,81 R} \text{ mkg.}$$

Die Arbeit pro Sekunde nennt man Leistung (früher Effekt) und bezeichnet sie mit N .

Es ist also

$$N = \frac{A}{t} = E_k J = J^2 R = \frac{E_k^2}{R} \text{ Watt (W) oder Voltampere (VA).} \quad (12a)$$

100 Watt sind 1 Hekto-Watt. 1000 Watt oder 1000 Voltampere nennt man 1 Kilo-Watt (kW) oder auch Kilo-Voltampere (kVA). Häufig rechnet man auch noch nach Pferdestärken (PS), wobei 75 mkg pro Sekunde 1 PS sind, also 1 PS = $75 \cdot 9,80665 = 735,49875$, abgerundet 735 W oder VA.

Die elektrische Arbeit, die durch Zähler gemessen wird, wird nicht in Joule, sondern in Kilowattstunden (kWh) angegeben, das ist durch das Produkt aus Kilowatt und Stunden.

Merke: $1 \text{ kcal} = 1000 \text{ cal.}$

Mit 1 kcal kann man 4184 gesetzliche Joule erzeugen.

Mit 1 kWh kann man 860 kcal erzeugen¹⁾.

Mit 1 Joule kann man 0,239 cal erzeugen.

1 Wh = 3600 Joule. 1 kWh = $3,6 \cdot 10^6$ Joule. 1 mkg = 9,81 Joule.
1 mkg pro Sekunde = 9,81 W. 1 PS = 75 mkg pro Sekunde = 735 W.

¹⁾ Siehe ETZ 1925 Seite 1895.

100. Welche Wärmemenge entwickelt eine Glühlampe in 1 Std. [40 Min.] (3 Std.), wenn dieselbe bei 100 [120] (110) V Spannung 0,54 [0,45] (0,217) A Strom verbraucht?

Lösung: $Q = 0,24 E_k J t = 0,24 \cdot 100 \cdot 0,54 \cdot 60 \cdot 60 = 46\,700 \text{ cal.}$

101. Welche Stromstärke muß durch einen Widerstand von 5 [3] (20) Ω fließen, wenn derselbe in 0,6 [2] (10) Liter Wasser eingetaucht, das letztere in 10 [30] (15) Min. um 80 [75] (85) Grad erwärmen soll? Wie groß ist die Spannung an den Enden des Widerstandes?

Lösung: Nach Formel (10) ist, da 0,6 Liter 600 g wiegen,

$$Q = 600 \cdot 80 = 48\,000 \text{ cal.}$$

Aus Formel (11): $Q = 0,24 J^2 R t$ folgt

$$J = \sqrt{\frac{Q}{0,24 R t}} = \sqrt{\frac{48\,000}{0,24 \cdot 5 \cdot 60 \cdot 10}} = 8,16 \text{ A.}$$

An den Enden des Widerstandes muß die Spannung

$$E_k = J R = 8,16 \cdot 5 = 40,80 \text{ V}$$

herrschen, damit der Strom von 8,16 A durch ihn hindurchfließt.

102. In einem elektrischen Kochtopf sollen 1 [5] (10) Liter Wasser in 20 [15] (30) Min. zum Sieden gebracht werden.

Gesucht wird:

- die theoretisch erforderliche Wärmemenge, wenn die Temperatur des kalten Wassers 12 [15] (10) Grad C beträgt,
- die Wattzahl,
- die Stromstärke, wenn die Klemmenspannung 100 [190] (220) V beträgt,
- der Widerstand des Drahtes.

Lösungen:

Zu a): Die zu erwärmende Wassermenge beträgt $G = 1000 \text{ g}$, die Temperaturerhöhung $\vartheta_2 - \vartheta_1 = 100 - 12 = 88 \text{ Grad}$, so daß die Wärmemenge $Q = 1000 \cdot 88 = 88\,000 \text{ cal}$ ist.

Zu b): Die Formel $Q = 0,24 E_k J t$ gibt die Wattzahl

$$E_k J = \frac{Q}{0,24 t} = \frac{88\,000}{0,24 \cdot (20 \cdot 60)} = 306 \text{ Watt.}$$

Zu c): Die Stromstärke folgt aus $\frac{E_k J}{E_k}$, also

$$J = \frac{306}{100} = 3,06 \text{ A.}$$

Zu d): Der Widerstand des Drahtes ist

$$R = \frac{E_k}{J} = \frac{100}{3,06} = 32,7 \Omega.$$

Bemerkung: Ein ausgeführter Kochtopf erfordert, um das Wasser zum Sieden zu bringen, anstatt der Zeit von 20 Min. in Wirklichkeit 23 Min., was daher kommt, daß durch Strahlung Wärme verloren geht, also mehr Wärme zugeführt werden muß, wie theoretisch erforderlich ist. Außerdem muß ja auch das Gefäß auf dieselbe Temperatur wie das Wasser gebracht werden, was hier nicht berücksichtigt wurde. Man kann passend den Quotienten: $\frac{\text{theoretische Wärmemenge}}{\text{wirkliche Wärmemenge}}$ den Wirkungsgrad des Kochgefäßes nennen. Derselbe wäre in unserem Falle

$$\eta = \frac{88000}{0,24 \cdot 100 \cdot 3,06 \cdot (23 \cdot 60)} = \frac{0,24 \cdot 100 \cdot 3,06 \cdot 20 \cdot 60}{0,24 \cdot 100 \cdot 3,06 \cdot 23 \cdot 60} = \frac{20}{23} = 0,87. ^1)$$

103. Wieviel kostet die Erwärmung von 1 [200] (50) Liter Wasser bei einer Temperaturerhöhung von 10 auf 100 [10 auf 35] (12 auf 60) Grad, wenn die Kilo-Wattstunde 20 [18] (40) Pf. kostet und der Wirkungsgrad des Kochgefäßes zu 0,9 [0,8] (0,85) angenommen wird?

Lösung: Die theoretisch erforderliche Wärmemenge ist

$$Q = 1000 \cdot (100 - 10) = 90000 \text{ cal,}$$

da jedoch der Wirkungsgrad nur 0,9 ist, so müssen

$$\frac{90000}{0,9} = 100000 \text{ cal}$$

erzeugt werden. Diesen Wärmeeinheiten entspricht ein Wattverbrauch pro Stunde

$$E_k J = \frac{Q}{0,24 t} = \frac{100000}{0,24 \cdot 60 \cdot 60} = 116 \text{ Wh.}$$

Da nun 1000 Wh 20 Pf. kosten, so kosten 116 Wh

$$\frac{20 \cdot 116}{1000} = 2,32 \text{ Pf.}$$

104. Welche Stromstärke ist erforderlich und wie groß muß der Widerstand des Kochgefäßes sein, wenn man in der vorigen Aufgabe 100 [440] (220) V Spannung zur Verfügung hat und das Wasser in 10 Min. auf 100 [35] (60) Grad erwärmt werden soll?

Lösung: Aus $Q = 0,24 E_k J t$ folgt

$$J = \frac{Q}{0,24 E_k t} = \frac{100000}{0,24 \cdot 100 \cdot 10 \cdot 60} = 6,95 \text{ A.}$$

¹⁾ Angaben über η s. ETZ 1924 S. 590.

Der Widerstand folgt aus $R = \frac{E_k}{J} = \frac{100}{6,95} = 14,4 \Omega$.

105. Ein elektrisches Plättisen von beiläufig 3 kg [3,5 kg] (4,5 kg) Gewicht braucht 385 [440] (550) W. Welchen Strom führt der Heizdraht und wie groß ist sein Widerstand, wenn die zur Verfügung stehende Spannung 110 [220] (440) V beträgt?

Lösung; Aus $E_k J = 385$ folgt $J = \frac{385}{110} = 3,5$ A und

$$R = \frac{E_k}{J} = \frac{110}{3,5} = 31,5 \Omega.$$

106. Der Widerstand eines Amperemeters beträgt 0,005 [0,08] (0,02) Ω . Welche Spannung herrscht an den Klemmen desselben, und wie groß ist der Verlust durch Stromwärme, wenn 100 [15] (40) A durch dasselbe fließen?

Lösung: Die Spannung an den Klemmen ist

$$E_k = JR = 100 \cdot 0,005 = 0,5 \text{ V.}$$

Der Verlust beträgt $N = J^2 R = 100^2 \cdot 0,005 = 50$ W.

107. Ein Hitzdrahtvoltmeter braucht, um dem Zeiger den größten Ausschlag zu geben, 0,2 A, wobei sein eigener Widerstand 10 Ω beträgt. Wieviel Widerstand muß vorgeschaltet werden, um Spannungen bis zu 100 [1000] (440) V messen zu können, und wie groß wäre in diesem Falle die in dem Instrumente verbrauchte Leistung?

Lösung: Ist x der vorzuschaltende Widerstand, so muß sein $100 = 0,2 (10 + x)$, woraus $x = 490$ folgt.

Die in dem Instrumente verbrauchte Leistung ist

$$N = E_k J = 100 \cdot 0,2 = 20 \text{ W.}$$

108. Eine Beleuchtungsanlage besteht aus 36 [55] (110) hintereinander geschalteten Akkumulatoren von je 2 [1,95] (2,01) V elektromotorischer Kraft und 0,002 [0,0053] (0,004) Ω innerem Widerstande und 20 [22] (100) parallel geschalteten Glühlampen von je 80 [200] (900) Ω Widerstand. Die Glühlampen sind 30 [50] (800) m von der Stromquelle entfernt und mit dieser durch zwei Kupferdrähte von je 3 [2,5] (4) mm Durchmesser verbunden (Abb. 31).

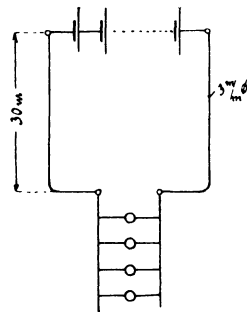


Abb. 31.

Gesucht wird:

- a) der Widerstand des ganzen Stromkreises,
- b) die Stromstärke,
- c) die Klemmenspannung der Batterie,
- d) der Spannungsverlust in der Leitung,
- e) der Leistungsverlust in der Batterie,
- f) der Leistungsverlust in der Leitung,
- g) die in den Lampen verbrauchte Leistung in Watt und Pferdestärken,
- h) der Wirkungsgrad, d. i. der Quotient aus der in den Lampen verbrauchten Leistung und der Leistung der Batterie.

Lösungen:

Zu a): Der innere Widerstand der Batterie ist

$$R_i = 36 \cdot 0,002 = 0,072 \Omega.$$

Der Widerstand der 30 m langen Hin- und 30 m langen Rückleitung ist

$$R_L = \frac{0,0172 \cdot 60}{3^2 \cdot \frac{\pi}{4}} = 0,146 \Omega.$$

Der Widerstand der 20 parallel geschalteten Glühlampen ist

$$\text{(Formel 8 b)} \quad \frac{80}{20} = 4 \Omega.$$

Der Widerstand des ganzen Stromkreises ist somit:

$$R = 0,072 + 0,146 + 4 = 4,218 \Omega.$$

$$\text{Zu b): } J = \frac{36 \cdot 2}{4,218} = 17,07 \text{ A.}$$

Zu c): Die Klemmenspannung ist $E_k = E - J R_i$

$$E_k = 2 \cdot 36 - 17,07 \cdot 0,072 = 70,77 \text{ V oder auch}$$

$$E_k = 17,07 \cdot (4 + 0,146) = 70,77 \text{ V.}$$

Zu d): $\delta = J R_L = 17,07 \cdot 0,146 = 2,49 \text{ V.}$

Zu e): Der Wattverlust in der Batterie ist

$$J^2 R_i = 17,07^2 \cdot 0,072 = 20,9 \text{ W (unerwünscht).}$$

Zu f): Der Wattverlust in der Leitung ist

$$J^2 R_L = 17,07^2 \cdot 0,146 = 42,5 \text{ W (unerwünscht).}$$

Zu g): Die in den Lampen verbrauchte Leistung ist

$$N = J^2 \cdot 4 = 1165 \text{ W} \quad \text{oder} \quad \frac{1165}{735} = 1,582 \text{ PS (erwünscht).}$$

Zu h): Ist η der Wirkungsgrad, so ist

$$\eta = \frac{\text{Leistung in den Lampen}}{\text{Leistung der Batterie}} = \frac{1165}{72 \cdot 17,07} = 0,948 \text{ oder auch}$$

$$\eta = \frac{1165}{1165 + 20,9 + 42,5} = 0,948.$$

Bemerkung: Die Differenz zwischen der Leistung der Batterie und der verbrauchten Leistung in den Lampen stellt den Verlust im Innern der Batterie und in den Leitungen dar, der sich in Wärme umsetzt und daher Stromwärmeverlust genannt wird. Wäre dieser Verlust Null, so würde $\eta = 1$ sein, je größer er ist, desto kleiner wird η . Rechnet man in Aufgabe 94 den Wirkungsgrad η aus, so ist dieser nur 0,5, d. h. die halbe Leistung der Batterie setzt sich in unerwünschte Stromwärme um. Man wird daher, um ökonomisch zu arbeiten, die Verluste stets klein zu machen suchen.

109. Ein Strom für 80 [50] (60) parallel geschaltete Glühlampen, deren jede einzelne einen Strom von 0,51 [0,77 (0,2) A braucht und einen Widerstand von 198 [83,4] (1100) Ω hat, fließt durch eine Leitung von 0,13 [0,2] (0,8) Ω Widerstand.

Gesucht wird:

- a) die gesamte Stromstärke,
- b) der gesamte Widerstand der Lampen,
- c) die Spannung an den Lampen,
- d) der Spannungsverlust in der Leitung,
- e) die in den Lampen verbrauchte Leistung, ausgedrückt in Watt und Pferdestärken,
- f) der Verlust durch Stromwärme in der Leitung,
- g) die Wärmeentwicklung pro Minute in den Lampen,
- h) die Wärmeentwicklung pro Minute in der Leitung.

Lösungen:

Zu a): Die gesamte Stromstärke beträgt

$$J = 80 \cdot 0,51 = 40,8 \text{ A.}$$

Zu b): Der Widerstand der parallel geschalteten Lampen ist nach Gl. (8a)

$$\frac{198}{80} = 2,475 \Omega.$$

Zu c): Die Spannung an den Lampen ist

$$40,8 \cdot 2,475 = 100,98 \text{ V oder auch } 0,51 \cdot 198 = 100,98 \text{ V.}$$

Zu d): Der Spannungsverlust in der Leitung ist

$$\delta = 40,8 \cdot 0,13 = 5,304 \text{ V.}$$

Zu e): Der Wattverbrauch in den Lampen ist

$$40,8 \cdot 100,98 = 4119,984 \text{ W} \quad \text{oder} \quad \frac{4119,984}{735} = 5,6 \text{ PS.}$$

Zu f): Der Stromwärmeverlust in der Leitung ist

$$40,8^2 \cdot 0,13 = 216,4 \text{ W.}$$

Zu g): Die Wärmeentwicklung in 60 Sek. in den Lampen ist
 $Q = 0,24(E_k J)t = 0,24 \cdot 4119,984 \cdot 60 = 59\,303 \text{ cal}, \equiv 59,303 \text{ kcal.}$

Zu h): Die Wärmeentwicklung in der Leitung ist

$$Q = 0,24 J^2 R t = 0,24 \cdot 40,8^2 \cdot 0,13 \cdot 60 = 3116,2 \text{ cal.}$$

110. Eine Leistung von 20 kW [15 kW] (10 kW) soll 5 [7] (8) km fortgeleitet werden. Der Wattverlust in der Leitung darf 10% nicht überschreiten. Welchen Querschnitt muß die Leitung aus Kupfer erhalten, wenn die Spannung a) 500 V, b) 2000 V beträgt?

Lösungen:

Zu a): Die Stromstärke, mit der die Leistung von 20 kW übertragen wird, folgt aus der Gleichung

$$E_k J = 20000, \quad J = \frac{20000}{500} = 40 \text{ A.}$$

Der Verlust in der Leitung darf 10% von 20000 W betragen, d. i. $20000 \cdot \frac{10}{100} = 2000 \text{ W}$. Dies gibt die Gleichung

$$J^2 R_L = 2000, \quad R_L = \frac{2000}{40^2} = 1,25 \Omega.$$

Aus $R_L = \frac{\rho l}{q}$ folgt, da $l = 2 \cdot 5000 = 10000 \text{ m}$

$$q = \frac{\rho l}{R_L} = \frac{0,018 \cdot 10000}{1,25} = 144 \text{ mm}^2.$$

Zu b): Aus $E_k J = 20000$ folgt $J = \frac{20000}{2000} = 10 \text{ A}$.

Aus $J^2 R_L = 2000$ erhält man

$$R_L = \frac{2000}{10^2} = 20 \Omega \quad \text{und} \quad q = \frac{0,018 \cdot 10000}{20} = 9 \text{ mm}^2.$$

Beachte: Durch Erhöhung der Spannung auf das 4fache hat sich der Querschnitt vermindert um das 16fache, d. i. 4²fache.

111. Eine Leistung von 20 [20000] kW soll durch eine 8 mm starke Kupferleitung [240 mm² starke Aluminiumleitung]

5 [132] km weit übertragen werden. Mit welcher Spannung muß man arbeiten, wenn in der Leitung nur 10% [5,55] der Leistung verloren gehen dürfen?

Lösung: Der Widerstand der 8 mm dicken und 10000 m langen Leitung (Hin- und Rückleitung) ist

$$R_L = \frac{0,018 \cdot 10000}{\frac{\pi}{4} 8^2} = 3,6 \Omega.$$

Der Wattverlust in dieser Leitung darf 10% von 20000 W, d. i. 2000 W, betragen. Der Verlust ist auszudrücken durch die Formel

$$J^2 R_L = 2000,$$

woraus $J = \sqrt{\frac{2000}{3,6}} = 23,5$ A folgt.

Ist E_k die gesuchte Voltzahl, so muß $E_k J = 20000$ sein, woraus endlich $E_k = \frac{20000}{23,5} = 820$ V folgt.

112. Ein Behälter von 1 [2] (3) m³ Inhalt, der 10 [15] (20) m über dem Wasserspiegel eines Brunnens liegt, soll durch eine elektrisch angetriebene Pumpe gefüllt werden. Gesucht:

a) die theoretische Arbeit, die zur Füllung des Behälters erforderlich ist (ausgedrückt in mkg und Joule),

b) die Arbeit, die der Antriebsmotor zu leisten hat, wenn der Wirkungsgrad der Pumpe 0,7 [0,68] (0,65) ist,

c) die elektrische Arbeit, die man in den Motor einleiten muß, wenn sein Wirkungsgrad 0,72 [0,68] (0,75) ist,

d) der Wirkungsgrad der Anlage, wenn man darunter das Verhältnis „theoretische Arbeit : aufgewendete (bezahlte) elektrische Arbeit“ versteht,

e) der Preis für eine Behälterfüllung, wenn die Kilowattstunde 20 [18] 25] Pfennig kostet,

f) die mechanische Leistung des Motors, wenn der Behälter in 10 [15] (20) Minuten gefüllt werden soll.

Lösungen:

Zu a): Die zur Hebung von 1000 kg (1 m³) Wasser auf 10 m erforderliche Arbeit ist

$$A_t = 1000 \cdot 10 = 10000 \text{ mkg} \text{ oder } 10000 \cdot 9,81 = 98100 \text{ Joule.}$$

Zu b): Infolge der in der Pumpe stattfindenden Verluste muß der Antriebsmotor mehr wie die Arbeit A_t leisten. Die

aufgewendete Arbeit sei A_P . Sie folgt aus der Definition des Wirkungsgrades der Pumpe

$$\eta_P = \frac{A_t}{A_P}, \quad \text{nämlich} \quad A_P = \frac{A_t}{\eta_P} = \frac{98100}{0,7} = 140143 \text{ Joule.}$$

Zu c): Diese mechanische Arbeit A_P muß der Motor leisten, bezahlt aber wird die in den Motor eingeleitete elektrische Arbeit A_k , die bestimmt ist durch

$$\eta_M = \frac{A_P}{A_k}, \quad \text{woraus} \quad A_k = \frac{A_P}{\eta_M} = \frac{140143}{0,72} = 195000 \text{ Joule}$$

folgt.

$$\text{Zu d):} \quad \eta = \frac{A_t}{A_k} = \frac{98100}{195000} = 0,504.$$

$$\text{Es ist} \quad \eta_P = \frac{A_t}{A_P}, \quad \eta_M = \frac{A_P}{A_k} \quad \text{also} \quad \eta_P \cdot \eta_M = \frac{A_t}{A_k} = \eta.$$

Beantworte: Was ist $A_P - A_t$, $A_k - A_P$, $A_k - A_t$?

Zu e): 195000 Joule sind $\frac{195000}{3600} = 54,2$ Wh oder 0,0542 kWh, also Preis = $0,0542 \cdot 20 = 1,184$ Pfennig.

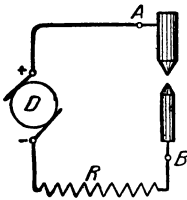


Abb. 32.

Zu f): 10 Minuten sind 600 Sekunden, daher die mechanische Leistung des Motors (Arbeit pro Sekunde)

$$N_m = \frac{A_P}{600} = \frac{140143}{600} = 233,6 \text{ W}$$

oder

$$\frac{233,6}{735} = 0,316 \text{ PS.}$$

Vorschaltwiderstände für Bogenlampen.

Gleichstrombogenlampen brauchen an ihren Klemmen A und B (Abb. 32) je nach ihrer Stromstärke 36 bis 45 V-Spannung, so daß die überschüssige Spannung in einem vorgeschalteten Widerstände R vernichtet werden muß.

113. Eine Bogenlampe, deren Klemmenspannung 38 [36] (42) Volt beträgt, wird an eine Stromquelle von 65 V angeschlossen. Gesucht wird:

a) der vorgeschaltete Widerstand, wenn die Lampe mit 10 [7] (14) A brennen soll,

b) die in der Lampe verbrauchte Leistung in Watt und Pferdestärken,

c) die in dem Widerstande verlorene Leistung in Watt und Pferdestärken,

d) die in einer Minute in der Lampe entwickelte Wärmemenge,

e) die in einer Minute im Widerstande entwickelte Wärmemenge,

f) der Wirkungsgrad der Bogenlampe, d. h. der Quotient:

$$\frac{\text{Nutzleistung in der Bogenlampe}}{\text{Gesamtleistung}}.$$

Lösungen:

Zu a): Aus $JR = 65 - 38 = 27$ folgt $R = \frac{27}{10} = 2,7 \Omega$

Zu b): Die in der Lampe verbrauchte Leistung ist

$$38 \cdot 10 = 380 \text{ W} \quad \text{oder} \quad \frac{380}{735} = 0,516 \text{ PS.}$$

Zu c): Die in dem Widerstande verlorene Leistung ist

$$J^2 R \quad \text{oder} \quad JR \cdot J = 27 \cdot 10 = 270 \text{ W} \quad \text{oder} \quad \frac{270}{735} = 0,367 \text{ PS.}$$

Zu d): Die in einer Minute entwickelte Wärmemenge in der Lampe ist

$$Q = 0,24 E_k J t = 0,24 \cdot 38 \cdot 10 \cdot 60 = 5472 \text{ cal.}$$

Zu e): Die in einer Minute in dem Widerstande R entwickelte Wärmemenge ist

$$Q = 0,24 J^2 R t = 0,24 \cdot 10^2 \cdot 2,7 \cdot 60 = 3888 \text{ cal.}$$

Zu f): Der Wirkungsgrad η ist: $\eta = \frac{38 \cdot 10}{65 \cdot 10} = 0,585.$

Frage: Warum muß einer Bogenlampe ein Widerstand vorgeschaltet werden?

Die Beantwortung folgt aus den Aufgaben 114 und 115.

114. Eine Bogenlampe ist auf 38 [39] (42) V Spannung an ihren Klemmen einreguliert. Durch den Abbrand der Kohlen wird der Bogen länger und der Mechanismus, welcher die Regulierung besorgt, nähert die Kohlen erst dann einander, wenn die Spannung auf 38,5 [39,5] (42,5) V gestiegen ist, wobei jetzt jedoch die Kohlen einander soviel genähert werden, daß die Spannung auf 37,5 [38,5] (41,5) V sinkt. Eine derartige Lampe wird an eine Betriebsspannung von 42 [40] (44) V angeschlossen und soll normal mit 8 [8] (14) A brennen. Gesucht wird:

- a) der vorzuschaltende Widerstand;
 b) die Stromstärke, wenn die Lampenspannung auf 38,5 [39,5] (42,5) V gestiegen ist;
 c) die Stromstärke, wenn die Lampenspannung auf 37,5 [38,5] (41,5) V gesunken ist;
 d) die der Stromstärke entsprechende Kerzenzahl, wenn 1 A Strom etwa 100 Kerzen gibt.

Lösungen:

Zu a): Der vorzuschaltende Widerstand R folgt aus

$$JR = 42 - 38 = 4 \text{ folgt } R = \frac{4}{8} = 0,5 \Omega.$$

Zu b): Die Stromstärke folgt aus

$$JR = 42 - 38,5; \quad J = \frac{42 - 38,5}{0,5} = 7 \text{ A.}$$

Zu c): Es ist $J = \frac{42 - 37,5}{0,5} = 9 \text{ A.}$

Zu d): Die Lampe gibt bei 7 A 700 Kerzen und bei 9 A 900 Kerzen. Die Lichtschwankung beträgt daher $900 - 700 = 200$ Kerzen.

115. Wie groß werden die Schwankungen der Strom- und Kerzenstärken, wenn die Lampe an 58 [65] (65) V Betriebsspannung angeschlossen wird?

Lösung: Der vorzuschaltende Widerstand ist in diesem Falle

$$R = \frac{58 - 38}{8} = 2,5 \Omega.$$

Steigt die Lampenspannung auf 38,5 V an, so wird die Stromstärke

$$J = \frac{58 - 38,5}{2,5} = \frac{19,5}{2,5} = 7,8 \text{ A.}$$

Sinkt die Lampenspannung auf 37,5 V, so wird jetzt die Stromstärke $J = \frac{58 - 37,5}{2,5} = \frac{20,5}{2,5} = 8,2 \text{ A}$; die Kerzenstärke schwankt daher beim Regulieren nur zwischen 780 und 820 Kerzen.

Temperaturzuwachs in kleinen Zeiten.

In manchen Fällen wird einem Körper vom Gewicht G Gramm nur eine kurze Zeit Wärme zugeführt, so daß die Ausstrahlung vernachlässigt werden kann. Die ganze zugeführte Wärme dient dann zur Temperaturerhöhung. Bezeichnet Q die zugeführte Wärme in t Sekunden, c die spezifische Wärme, ϑ die Temperaturzunahme, so ist nach (10a)

$$Q = c G \vartheta \text{ cal.}$$

Andrerseits ist nach Formel (11)

$$Q = 0,24 J^2 R t \text{ cal.}$$

durch Gleichsetzen folgt

$$0,24 J^2 R t = c G \vartheta.$$

Nun ist

$$R = \frac{\rho l}{q}, \quad G = q l \gamma \quad (\gamma \text{ spez. Gewicht}),$$

also

$$0,24 J^2 \cdot \frac{\rho l}{q} t = c q l \gamma \vartheta,$$

woraus

$$\frac{q}{J} = \sqrt{\frac{0,24 \rho}{c \gamma} \cdot \frac{t}{\vartheta}} \quad (13)$$

folgt.

Tabelle 5. Werte von $\frac{0,24 \rho}{c \gamma}$ für

Material	Kupfer	Eisen	Blei	Nickelin	Kruppin
$\frac{0,24 \rho}{c \gamma}$	0,005	0,0304	0,140	0,119	0,210

116. Welchen Querschnitt erhält ein Nickelindraht, der von 30 [40] (25) A 10 [8] (12) Sek. lang durchflossen wird, wenn die Temperaturerhöhung 300 Grad C nicht überschreiten soll.

Lösung: Gegeben

$$J = 30 \text{ A}, \quad t = 10 \text{ Sek.}, \quad \vartheta = 300 \quad \text{und} \quad \frac{0,24 \rho}{c \gamma} = 0,119$$

mithin nach Formel (13)

$$q = 30 \sqrt{\frac{0,119 \cdot 10}{300}} = 1,89 \text{ mm}^2.$$

§ 12. Das Coulombsche Gesetz.

Gesetz 10: Zwei gleichnamige magnetische Mengen stoßen sich ab mit einer Kraft, die direkt proportional dem Produkte der beiden Mengen und umgekehrt proportional dem Quadrate ihrer Entfernung ist. (Coulombsches Gesetz.)

Ungleichnamige Mengen ziehen sich in gleicher Weise an. Bezeichnet man mit P die wirksame Kraft, mit m_1 und m_2 die magnetischen Mengen und mit r ihren Abstand, so ist

$$P = \pm \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (14)$$

Das $+$ Zeichen bezeichnet Abstoßung, das $-$ Zeichen Anziehung. Sind die beiden Mengen gleich, so wird $P = \pm \frac{m^2}{r^2}$.

Die Einheit der Kraft P bildet die Dyne (Dyn), das ist die Kraft, welche der Masse, die 1 g wiegt, in jeder Sekunde die Beschleunigung von 1 cm erteilt.

Die Mechanik lehrt, daß $P = \frac{G}{g} p$ ist, wo G das Gewicht bezeichnet. Setzt man $G = 1$ Gramm, $g = 981$ cm (genauer 980,665), $p = 1$ cm, so wird $P = \frac{1}{981}$ Gramm, d. h. 1 Dyne (Dyn) = $\frac{1}{981}$ Gramm Kraft.

Arbeit nennt man bekanntlich das Produkt aus Kraft und Weg. Die Einheit der Arbeit im absoluten Maßsystem ist also die Arbeit, welche die Kraft 1 Dyne, während des Weges 1 cm leistet. Diese Einheit heißt Erg. Es ist also

$$1 \text{ Dyne} \times 1 \text{ cm} = 1 \text{ Erg}.$$

In der Mechanik ist die Arbeitseinheit 1 kg \times 1 m (1 mkg), also ist

$$1 \text{ mkg} = 1 \text{ kg} \times 1 \text{ m},$$

$$1 \text{ mkg} = 981000 \text{ Dyne} \times 100 \text{ cm},$$

$$1 \text{ mkg} = 9,81 \cdot 10^7 \text{ Erg, genauer } (9,80660 \cdot 10^7).$$

Nach S. 48 ist aber

$$1 \text{ mkg} = 9,81 \text{ Joule},$$

also ist

$$1 \text{ Joule} = 10^7 \text{ Erg},$$

$$1 \text{ Watt} = 10^7 \text{ Erg pro Sekunde}.$$

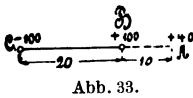
117. Zwei gleiche magnetische Mengen stoßen sich in einem Abstände von 5 [8] (7) cm mit einer Kraft von 16900 [14400] (18900) Dyne ab; wie groß ist jede der beiden Mengen?

Lösung: Es ist $r = 5$ cm, $P = 16900$ Dyne, also folgt aus

$$P = \frac{m_1 m_2}{r^2} = \frac{m^2}{r^2},$$

$$m = r \sqrt{P} = 5 \sqrt{16900} = 5 \cdot 130 = 650 \text{ magnetische (c, g, s) Einheiten}.$$

118. Welche Kraft übt ein Magnet von 20 [24] (26) cm Länge aus, dessen Enden aus je 100 [200] (1500) magnetischen Einheiten bestehen, auf eine nordmagnetische Menge von 40 [70] (85) (c, g, s) Einheiten, wenn dieselbe 10 [12] (20) cm vom Nordpol des Magneten entfernt ist (Abb. 33).



Lösung: Der Nordpol B stößt die in A befindliche Menge ab mit einer Kraft:

$$P_1 = \frac{100 \cdot 40}{10^2} = 40 \text{ Dyne}.$$

Der Südpol C zieht die in A befindliche Menge an mit der

$$P_2 = \frac{100 \cdot 40}{(20 + 10)^2} = 4,44 \text{ Dyne}.$$

Da beide Kräfte in die gleiche Richtung fallen, so bleibt als resultierende die abstoßende Kraft:

$$P = P_1 - P_2 = 40 - 4,44 = 35,56 \text{ Dyne.}$$

119. Wie gestaltet sich das Resultat der vorigen Aufgabe, wenn A senkrecht über der Mitte von CB im Abstände von $10 [12] (18) \text{ cm}$ sich befindet? (Abb. 34.)

Lösung: Der Nordpol B stößt die in A befindliche Masse ab mit einer Kraft:

$$P_1 = \frac{100 \cdot 40}{\overline{AB}^2} = \frac{100 \cdot 40}{10^2 + 10^2} = 20 \text{ Dyne} = \overline{AD}.$$

Der Südpol C zieht die in A befindliche Menge an mit der Kraft:

$$P_2 = \frac{100 \cdot 40}{\overline{CA}^2} = \frac{100 \cdot 40}{10^2 + 10^2} = 20 \text{ Dyne} = \overline{AE}.$$

Die Resultierende aus P_1 und P_2 ist die Diagonale \overline{AF} .

Da $\triangle FAD \sim \triangle ABC$ ist, gilt die Proportion:

$$\overline{AF} : \overline{AD} = \overline{CB} : \overline{AB},$$

mithin
$$\overline{AF} = \frac{\overline{AD} \cdot \overline{CB}}{\overline{AB}} = \frac{20 \cdot 20}{\sqrt{10^2 + 10^2}} = 28,3 \text{ Dyne.}$$

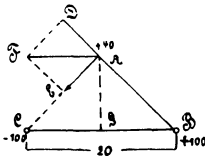


Abb. 34.

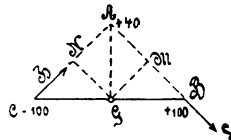


Abb. 35.

120. Welches Drehmoment würde die in A befindliche magnetische Menge der vorigen Aufgabe auf den um G in der Papierebene drehbaren Magnetstab ausüben?

Lösung: Der Pol A stößt den Pol B ab mit der Kraft von 20 Dyne. Diese Kraft sei \overline{BL} (Abb 35). Der Pol A zieht den Pol C mit derselben Kraft von 20 Dyne an, dieselbe sei \overline{CH} . Nun ist aber Drehmoment = Kraft \times Hebelarm, wo unter Hebelarm die Normale vom Drehpunkt auf die Krafrichtung verstanden wird. Die Hebelarme sind also die Längen \overline{GM} und \overline{GN} . Da beide Kräfte \overline{BL} und \overline{CH} den Magneten im gleichen

Sinne zu drehen suchen, so addieren sich die Drehmomente.
Also

$$\text{Drehmoment} = \overline{BL} \cdot \overline{GM} + \overline{CH} \cdot \overline{GN}.$$

$$\text{Nun ist } \overline{GM} = \overline{GN} = \frac{1}{2} \overline{AC} = \frac{1}{2} \overline{AB}.$$

$$\overline{AB}^2 = \overline{BG}^2 + \overline{AG}^2 = 10^2 + 10^2$$

$$\text{oder} \quad \overline{AB} = 10\sqrt{2}; \quad \overline{GM} = \frac{1}{2} \cdot 10\sqrt{2},$$

$$\begin{aligned} \text{folglich Drehmoment} &= 2 \cdot \overline{BL} \cdot \frac{1}{2} 10\sqrt{2}; \\ &= 2 \cdot 20 \cdot \frac{1}{2} \cdot 10\sqrt{2} = 283 \text{ Dyne} \times \text{cm}. \end{aligned}$$

121. Ein Stabmagnet von 20 [30] (40) cm Länge, dessen Enden je 200 [800] (1000) (c, g, s) Einheiten magnetischer, entgegengesetzter Mengen enthalten, ist in vertikaler Lage festgeklemmt. In derselben Vertikalen wird ein Magnet von 3 [4] (5) cm Länge, dessen Enden die magnetischen Mengen ± 80 [100] (200) (c, g, s) besitzen, in einem Abstand von 2 [1,5] (0,8) cm schwebend erhalten? Wie groß ist das Gewicht des unteren Magneten? (Abb. 36.)

Lösung: Der Pol A zieht den Pol C an mit einer Kraft

$$P_1 = - \frac{200 \cdot 80}{2^2} = - 4000 \text{ Dyne.}$$

Der Pol B zieht D an mit der Kraft

$$P_2 = - \frac{200 \cdot 80}{(20 + 2 + 3)^2} = - 25,6 \text{ Dyne.}$$

Die Abstoßung, die der Pol C von B erleidet, ist

$$P_3 = \frac{200 \cdot 80}{(20 + 2)^2} = + 33 \text{ Dyne.}$$

Die Pole A und D stoßen sich ab mit einer Kraft

$$P_4 = \frac{200 \cdot 80}{5^2} = + 640 \text{ Dyne.}$$

Das Gewicht des kleinen Magneten muß nun sein

$$G = P_1 + P_2 - P_3 - P_4 = 4025,6 - 673 = 3352,6 \text{ Dyne}$$

oder

$$G = \frac{3352,6}{981} = 3,42 \text{ Gramm}$$

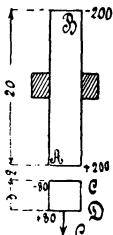


Abb. 36.

122. Die Horizontalkomponente des Erdmagnetismus beträgt an einem bestimmten Orte 0,204 [0,185] (0,21) (c, g, s) Einheiten, der Inklinationwinkel 60° [70°] (45°). Wie groß ist hiernach die Vertikalkomponente und die Intensität des Erdmagnetismus? (Abb. 37.)

Lösung: Es sei $\overline{OA} = 0,204$ die Horizontalkomponente, \overline{OB} die Vertikalkomponente und \overline{OC} die Intensität des Erdmagnetismus, so ist

$$\overline{OB} = \overline{OA} \operatorname{tg} i = 0,204 \operatorname{tg} 60^\circ = 0,204 \sqrt{3} = 0,354.$$

$$\overline{OC} = \sqrt{\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2} = \sqrt{0,204^2 + 0,354^2} =$$

$$0,408 \text{ (} c, g, s \text{) Einheiten.}$$

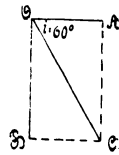


Abb. 37.

123. Eine nordmagnetische Menge m befindet sich im magnetischen Felde der Erde, dessen Horizontalkomponente $\mathfrak{H}_e = 0,2$ [0,195] (0,186) ist. Von Westen wird ihr ein in der Nord-Süd-Richtung gehaltener Magnetstab NS genähert, dessen Länge 24 [30] (20) cm und dessen Moment 10160 [20000] (18000) (c, g, s) beträgt. Wie groß ist die Kraft, welche auf die Menge $m = 1$ ausgeübt wird, a) in 30 cm, b) in 37,36 cm, c) in 40 cm Abstand des Stabes? (Abb. 38.)

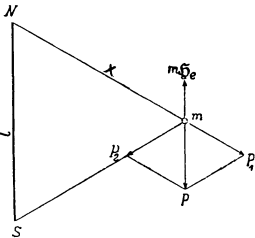


Abb. 38.

Lösung: Der Nordpol N stößt die nordmagnetische Menge m ab mit der Kraft $P_1 = \frac{\mu m}{x^2}$, während sie der Südpol S mit gleicher Kraft P_1 anzieht. Die Resultierende aus den beiden Kräften sei P . Da $\triangle P_1 m P \sim \triangle m N S$ ist, folgt

$$P_1 : P = x : l \quad \text{oder} \quad P = P_1 \frac{l}{x} = \frac{\mu m l}{x^2 x}.$$

Nun ist $\mu l = \mathfrak{M}$ das magnetische Moment des Stabes, also

$$P = \frac{m \mathfrak{M}}{x^3}.$$

Eine nordmagnetische Menge m wird von dem magnetischen Nordpol der Erde in horizontaler Richtung angezogen mit der Kraft $m \mathfrak{H}_e$. Diese Kraft wirkt also der Kraft P entgegen, und die Differenz beider ist

$$R = \frac{m \mathfrak{M}}{x^3} - m \mathfrak{H}_e.$$

Für a) ist

$m = 1$, $\mathfrak{M} = 10160$, $x = \sqrt{12^2 + 30^2} = 32,3$ cm, $\xi_e = 0,2$ also

$$R = \frac{10160}{32,3^3} - 0,2 = 0,302 - 0,2 = 0,102 \text{ Dyne}$$

$$b) \quad R = \frac{10160}{(\sqrt{12^2 + 37,36^2})^3} - 0,2 = 0,200 - 0,2 = 0,$$

d. h. stellt man in m eine kleine Magnetnadel auf, so wird sie richtungslos.

$$c) \quad R = \frac{10160}{(\sqrt{12^2 + 40^2})^3} - 0,2 = 0,139 - 0,2 = -0,061 \text{ Dyne.}$$

§ 13. Kraftlinien und Tragkraft von Magneten.

124. Wieviel Kraftlinien sendet ein Magnetstab aus, dessen Enden je 400 [1000] (800) (c, g, s) Einheiten besitzen?

Lösung: Die Kraftlinienzahl, die von einem Pol ausgeht, ist

$$\Phi = 4 \pi \text{ Maxwell}, \quad (15)$$

wo m die Anzahl der magnetischen Mengen eines Poles bezeichnet; es ist also $\Phi = 4\pi \cdot 400 = 5000$ Linien oder Maxwell.

125. Ein Magnetstab von kreisrundem Querschnitt sendet 10000 [12000] (25000) Kraftlinien aus; wie groß ist hiernach seine Polstärke?

$$\text{Lösung: } m = \frac{\Phi}{4\pi} = \frac{10000}{4\pi} = 800 \text{ (c, g, s) Einheiten.}$$

126. Der Magnetstab der vorigen Aufgabe besitzt einen Durchmesser von 2 [2] (2) cm. Wie groß ist die Kraftlindichte an der Endfläche, wenn vorausgesetzt wird, daß sämtliche Kraftlinien aus derselben austreten?

Lösung: Die Kraftlindendichte \mathfrak{B} ist der Quotient aus Kraftlinienzahl und Querschnitt; es ist demgemäß:

$$\mathfrak{B} = \frac{10000}{3,14} = 3200 \text{ (c, g, s) Einheiten oder Gauß.}$$

127. Welche Kraft P ist erforderlich, um ein Stück weiches Eisen von dem Magnetende des Stabes der vorigen Aufgabe abzureißen, wenn die Kraft nach der Formel

$$P = \frac{\mathfrak{B}^2 Q}{8\pi} \text{ Dyne} \quad (16)$$

oder angenähert

$$P = \left(\frac{\mathfrak{B}}{5}\right)^2 \frac{Q}{10^6} \text{ kg} \quad (16a)$$

berechnet wird.

$$\text{Lösung: } P = \frac{3200^2 \cdot 3,14}{8\pi} = 1285000 \text{ Dyne, d. s. } 1,31 \text{ kg;}$$

oder nach (16a)

$$P = \left(\frac{3200}{5}\right)^2 \cdot \frac{3,14}{10^6} = 1,28 \text{ kg.}$$

128. Ein Magnetstab von 4 [3] (5) cm² Querschnitt ist imstande, ein weiches Eisenstück mit einer angehängten Last von 2 [1,5] (4,5) kg zu tragen. Wie groß ist hiernach die Induktion \mathfrak{B} ?

Lösung: Es sind: $2 \text{ kg} = 2000 \cdot 981 = 1962000 \text{ Dyne.}$

Aus

$$P = \frac{\mathfrak{B}^2 Q}{8\pi}$$

folgt:

$$\mathfrak{B} = \sqrt{\frac{P 8\pi}{Q}} = \sqrt{\frac{1962000 \cdot 8\pi}{4}} = 3500 \text{ Gauß.}$$

129. Ein Hufeisenmagnet ist imstande, an seinem Anker 5 [8] (20) kg zu tragen (Abb. 39). Seine Dicke senkrecht zur Papierebene beträgt 1 [1,5] (4) cm, die Breite 3 [4] (5) cm. Wie groß ist hiernach die Induktion zwischen den Übergangsstellen von Magnet und Anker, und wie viele Kraftlinien gehen vom Nordpol zum Südpol?

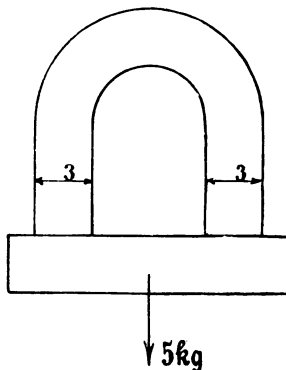


Abb. 39.

Lösung: Da zwei Trennflächen vorhanden sind, so ist die Tragkraft

$$P = 2 \frac{\mathfrak{B}^2 Q}{8\pi}, \text{ woraus } \mathfrak{B} = \sqrt{\frac{4\pi P}{Q}}$$

$$\text{folgt, oder } \mathfrak{B} = \sqrt{\frac{4\pi \cdot (5 \cdot 1000 \cdot 981)}{3 \cdot 1}} = 4540 \text{ Gauß.}$$

Die Kraftlinienzahl, welche vom Nordpol zum Südpol durch das Ankereisen hindurchgeht, ist

$$\Phi = Q \mathfrak{B} = 3 \cdot 4540 = 13620 \text{ Maxwell.}$$

§ 14. Wirkung eines stromdurchflossenen Leiters auf eine magnetische Menge.

Ein kurzes Stück eines stromdurchflossenen Leiters übt auf eine außerhalb gelegene magnetische Menge eine Kraft aus, die senkrecht zur Ebene steht, die durch das Leiterstück und die magnetische Menge geht. Die Größe der Kraft ist durch das

Biot und Savartsche Gesetz

bestimmt, das sich durch die Formel ausdrücken läßt:

$$dP = \frac{mJds}{r^2} \sin \omega. \quad (17)$$

Hierin bedeutet m die magnetische Menge, deren Abstand von dem stromdurchflossenen Leiterelement r ist.

Nach dem Coulombschen Gesetz kann $\frac{m}{r^2}$ als die Kraft aufgefaßt werden, mit welcher die magnetische Menge 1 auf die magnetische Menge m im Abstände r einwirkt; diese Kraft wird aber durch die Kraftliniendichte an der Stelle des Leiterelements ausgedrückt; bezeichnet man dieselbe mit \mathfrak{B} , so ist

$$dP = \mathfrak{B}Jds \sin \omega.$$

In den meisten, praktischen Fällen stehen die Kraftlinien senkrecht zum Leiterelement, es ist also $\omega = 90^\circ$, so daß

$$dP = \mathfrak{B}Jds$$

wird. Ist \mathfrak{B} längs eines Leiters konstant, so wird

$$P = \mathfrak{B}J \int_0^b ds = \mathfrak{B}Jb \text{ Dyne}, \quad (17a)$$

wo b die Länge des Leiters in cm im konstanten Kraftlinienfelde bedeutet; die Stromstärke J muß in (c, g, s) Einheiten gesetzt werden, wobei

$$10 \text{ A} = 1 (c, g, s) \text{ Einheit ist.}$$

Wohin die Magnetnadel abgelenkt wird, sagt die nachfolgende Regel: „Man halte die rechte Hand, die Handfläche der Nadel zugekehrt, so über den Stromleiter, daß die Fingerspitzen die Richtung des Stromes angeben, dann gibt der abgespreizte Daumen die Richtung des Ausschlags des Nordpols der unter dem Leiter liegenden Magnetnadel an.“

Ist der Pol fest und der Leiter beweglich, so nehme man anstatt der rechten Hand die linke.

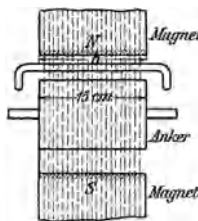


Abb. 40.

130. Ein Draht eines Trommelankers wird von einem Strom von 40 [30] (160) A durchflossen und befindet sich auf 15 [18] (30) cm Länge in einem magnetischen Felde von 5000 [6000] (9000) Gauß. Mit welcher Kraft wird der Stab senkrecht zu den Kraftlinien fortgetrieben? (Abb. 40.)

Lösung: 40 A sind 4 (*c, g, s*) Einheiten, mithin

$$P = 5000 \cdot 4 \cdot 15 = 300000 \text{ Dyne.}$$

131. Welche Leistung wird auf den Anker übertragen, wenn sich gleichzeitig 200 [150] (150) Stäbe unter den Magnetpolen befinden, deren Abstand von der Ankermitte 8 [10] (20) cm beträgt, und die Umdrehungszahl 1200 [960] (480) pro Minute ist?

Lösung: Die Umfangskraft pro Stab, in kg ausgedrückt, ist

$$\frac{300000}{1000 \cdot 981} = 0,305 \text{ kg,}$$

also für alle 200 Stäbe:

$$P = 200 \cdot 0,305 = 61 \text{ kg.}$$

Die Umfangsgeschwindigkeit der Stäbe ist

$$v = \frac{\pi D n}{60} = \frac{\pi \cdot 2 \cdot 8 \cdot 1200}{60} = 1000 \text{ cm} \equiv 10 \text{ m,}$$

mithin die gesuchte Leistung $N = 61 \cdot 10 = 610 \text{ mkg}$ pro Sek.

132. Der Anker eines Elektromotors soll 10 [15] (20) PS übertragen; er besteht aus einer Anzahl von Drähten, von denen sich 100 [120] (200) gleichzeitig in einem magnetischen Felde von 6000 [5500] (8500) Gauß bewegen. Welche Stromstärke muß durch die Drähte fließen, wenn die wirksame Länge eines Stabes 30 [28] (32) cm, der Durchmesser des Ankers 24 [26] (34) cm ist und seine Umdrehungszahl 1200 [960] (600) pro Minute beträgt?

Lösung: Bezeichnet P die am Umfange des Ankers wirkende Kraft, D den Ankerdurchmesser, n die Umdrehungszahl pro Minute, so ist die Leistung, die der Anker zu leisten imstande ist:

$$N_a = \frac{P \pi D n}{60} = \frac{100 \mathfrak{J} b \pi D n}{60} \text{ Erg pro Sek.,}$$

$$N_a = \frac{100 \mathfrak{J} b \pi D n}{10^7 \cdot 60} \text{ Watt.}$$

Hieraus folgt

$$J = \frac{N_a \cdot 10^7 \cdot 60}{100 \mathfrak{J} b \pi D n} = \frac{(10 \cdot 735) \cdot 10^7 \cdot 60}{100 \cdot 6000 \cdot 30 \cdot \pi \cdot 24 \cdot 1200},$$

$$J = 2,72 \text{ (c, g, s) Einheiten oder } 27,2 \text{ A.}$$

NB. Man achte auf „Einheit des Maßes“, d. h. alle Längen sind in cm einzusetzen!

Kreisförmiger Leiter.

Gesetz 11: Wird ein kreisförmiger Draht in w Windungen von einem Strome J durchflossen, so erfährt eine senkrecht über der Mitte der Kreisfläche befindliche magnetische Menge m eine Kraftwirkung senkrecht zur Kreisfläche, welche durch die Formeln

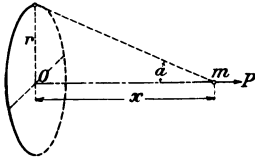


Abb. 41.

oder

$$P = \frac{m w J 2 \pi}{r} \sin^3 \alpha$$

$$P = \frac{m w J 2 \pi r^2}{(r^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (18)$$

bestimmt ist. (Abb. 41.)

Befindet sich an Stelle von m eine kurze Magnetnadel drehbar aufgestellt (Tangentenbussole), so wird dieselbe aus der Ruhelage durch den Strom abgelenkt. Steht die Ebene der Windungen im magnetischen Meridian, so ist die Stromstärke bestimmt durch die Formel

$$J = \frac{(r^2 + x^2)^{\frac{3}{2}} \mathfrak{H}_e}{2 \pi w r^2} \operatorname{tg} \varphi \quad (c, g, s) \text{ Einheiten,} \quad (19)$$

wo φ den Winkel bezeichnet, um den die Magnetnadel aus ihrer Ruhelage abgelenkt wurde. \mathfrak{H}_e ist die Horizontalkomponente des Erdmagnetismus am Aufstellungsorte der Tangentenbussole. Der Faktor von $\operatorname{tg} \varphi$ heißt der Reduktionsfaktor.

133. Welche Kraft übt ein Strom von 0,95 [1,2] (0,4) (c, g, s) Einheiten, der in einem kreisförmigen Leiter von 20 [15] (25) cm Radius fließt, auf eine im Mittelpunkt des Leiters befindliche magnetische Masse von 1500 [1000] (1200) (c, g, s) Einheiten aus?

Lösung: Die Formel (18)

$$P = \frac{m w J 2 \pi r^2}{(r^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

gibt, da hier $w = 1$ und $x = 0$ ist:

$$P = \frac{1500 \cdot 0,95 \cdot 2 \pi \cdot 20^2}{20^3} = 445 \text{ Dyne.}$$

134. Welche Kraft würde der kreisförmige Leiter der vorigen Aufgabe ausgeübt haben, wenn die magnetische Menge sich 3 [5] (12) cm senkrecht über der Kreisfläche befunden hätte?

Lösung:
$$P = \frac{1500 \cdot 0,95 \cdot 2 \pi \cdot 20^2}{(20^2 + 3^2)^{\frac{3}{2}}} = 436 \text{ Dyne.}$$

135. Wie groß ist in Aufgabe 133 die Kraftliniendichte im Mittelpunkt des Kreisringes?

Lösung: Die Kraftliniendichte ist gleichbedeutend mit der Kraft auf die magnetische Menge Eins, also ist dieselbe (F. 18)

$$\mathfrak{H} = \frac{1 \cdot 0,95 \cdot 2 \pi \cdot 20^2}{20^3} = 0,297 \text{ Gauß.}$$

136. Welchen Reduktionsfaktor hat eine Tangentenbussole, die aus einer Windung von 20 [25] (28) cm Radius besteht, in deren Mittelpunkt sich die Magnetnadel befindet, wenn die Horizontalkomponente des Erdmagnetismus am Aufstellungsort den Wert 0,2 [0,195] (0,194) Gauß besitzt?

Lösung: Der Reduktionsfaktor ist der Faktor von $\text{tg } \varphi$ in Formel 19, also ist

$$C = \frac{(r^2 + x^2)^{\frac{3}{2}} \mathfrak{H}_e}{2 \pi w r^2}.$$

In diesem Falle ist $r = 20$ cm, $x = 0$, $\mathfrak{H}_e = 0,2$, $w = 1$, also

$$C = \frac{20 \cdot 0,2}{2 \pi} = 0,637.$$

Anmerkung: Die Stromstärke ist bestimmt durch die Formel $i = 0,637 \text{ tg } \varphi$ (c, g, s) Einheiten. Will man Ampere, so muß man schreiben $J = 6,37 \text{ tg } \varphi$ A (siehe S. 66),

137. Es soll eine Tangentenbussole mit 5 [4] (6) Windungen angefertigt werden, bei welcher die Nadelmitte mit dem Zentrum des Windungskreises zusammenfällt, und deren Reduktionsfaktor auf Ampere bezogen $C = 1$ ist. Welchen Radius erhalten die Windungen, wenn die Horizontalkomponente des Erdmagnetismus $\mathfrak{H}_e = 0,193$ [0,195] (0,2) Gauß ist?

Lösung: In $C = \frac{(r^2 + x^2)^{\frac{3}{2}} \mathfrak{H}_e}{2 \pi w r^2}$ sind $C = 0,1$, $x = 0$, $\mathfrak{H}_e = 0,193$, $w = 5$ gegeben, und r wird gesucht.

Zunächst ist für $x = 0$,

$$C = \frac{r \mathfrak{H}_e}{2 \pi w}$$

oder

$$r = \frac{2 w \pi C}{\mathfrak{H}_e} = \frac{2 \cdot 5 \cdot \pi \cdot 0,1}{0,193} = 16,27 \text{ cm.}$$

138. Durch Eichung der Tangentenbussole der vorigen Aufgabe mit einem Normalamperemeter fand man, daß bei 1 A

Stromstärke der Ausschlag der Bussole 44 [46] (42) Grad betrug. Wie groß ist hiernach die Horizontalkomponente am Aufstellungsorte?

Lösung: Der Reduktionsfaktor folgt zunächst aus den Angaben

$$1 \text{ A} = C \operatorname{tg} 44^\circ; \quad C = \frac{1}{\operatorname{tg} 44^\circ} = 1,035 \text{ A.}$$

Der Reduktionsfaktor ist aber

$$C = \frac{r \xi_e}{2 \pi w}.$$

Bezeichnet man den Reduktionsfaktor mit C_1 , der zu ξ_e' gehört, und mit C_2 den zu ξ_e'' gehörigen, so gelten die Gleichungen:

$$C_1 = \frac{r \xi_e'}{2 \pi w}, \quad C_2 = \frac{r \xi_e''}{2 \pi w},$$

durch deren Division man die Proportion

$$C_1 : C_2 = \xi_e' : \xi_e''$$

erhält. In unserem Falle ist

$$C_1 = 1, \quad \text{wenn} \quad \xi_e' = 0,193$$

und

$$C_2 = 1,035, \quad \text{wenn} \quad \xi_e'' = ?$$

oder

$$1 : 1,035 = 0,193 : \xi_e'',$$

$$\xi_e'' = 1,035 \cdot 0,193 = 0,2,$$

Anmerkung: Die Lösung dieser Aufgabe gibt die einfachste Methode zur Bestimmung von ξ_e an.

Solenoid oder Spule.

Ein von einem Strom J (c, g, s) Einheiten durchflossenes Solenoid übt auf eine in seiner Achse befindliche magnetische Menge m eine Kraft aus, die durch die Formel

$$P' = \frac{m J 2 \pi w}{l} (\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1) \text{ Dyne} \quad (20)$$

bestimmt ist (Abb. 42).

Es bedeutet w die Anzahl Windungen auf dem Solenoid, l seine Länge, r den mittleren Radius der Windungen (l und r in cm).

Liegt die magnetische Menge m in der Mitte des Solenoids, so ist die Kraft

$$P' = \frac{4 \pi m w J}{l} \cdot \frac{\frac{l}{2}}{\sqrt{r^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2}} \text{ Dyne} \quad (20 \text{ a})$$

§ 14. Wirkung eines stromdurchfloss. Leiters auf eine magnet. Menge. 71

oder, wenn l groß ist im Vergleich zu r , angenähert

$$P' = \frac{4\pi m w J}{l} \text{ Dyne.} \quad (20b)$$

Will man J in Ampere einsetzen, so muß man die Formeln (20), (20a) und (20b) durch 10 dividieren.

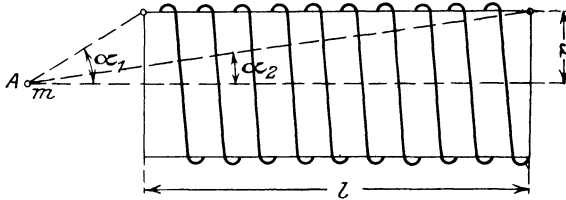


Abb. 42.

Setzt man $m = 1$, so stellt $P' = \zeta$ die Kraftliniendichte an der betreffenden Stelle vor. Für die Spulenmitte gilt dann Formel (20b).

Die Spule wird ein Magnet. Blickt man auf eine Endfläche der Spule und fließt der Strom für den Beschauer im Sinne des Uhrzeigers, so sieht er den Südpol an. (Sifferblatt = Zifferblatt.)

139. Ein Solenoid von 2,1 [3] (1,5) cm mittlerem Durchmesser und 40 [50] (60) cm Länge ist mit 700 [800] (900) Windungen bewickelt, durch welche ein Strom von 5 [4] (3) A fließt. Auf der Achse des Solenoids befindet sich eine magnetische Menge Eins. Welche Kraft übt das Solenoid auf die magnetische Menge aus, wenn dieselbe von der Mitte des Solenoids entfernt ist:

- a) 30 cm, b) 20 cm, c) 19 cm, d) 16 cm, e) 3 cm, f) 0 cm?

Die gefundenen Werte sollen in Form einer Kurve dargestellt werden, deren Abszissen die Abstände x , deren Ordinaten die Kräfte P' sind.

Lösung: Ist allgemein x die Entfernung der magnetischen Menge von der Mitte des Solenoids, so ist (Abb. 43)

$$\cos \alpha_1 = \frac{x - \frac{l}{2}}{\sqrt{r^2 + \left(x - \frac{l}{2}\right)^2}},$$

$$\cos \alpha_2 = \frac{x + \frac{l}{2}}{\sqrt{r^2 + \left(x + \frac{l}{2}\right)^2}}.$$

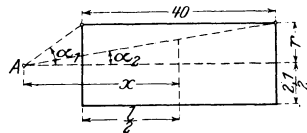


Abb. 43.

Wir erhalten demnach die folgenden Lösungen:

a) Für $x = 30$ cm ist

$$\cos \alpha_1 = \frac{30 - 20}{\sqrt{\left(\frac{2,1}{2}\right)^2 + (30 - 20)^2}} = 0,994,$$

$$\cos \alpha_2 = \frac{30 + 20}{\sqrt{\left(\frac{2,1}{2}\right)^2 + (30 + 20)^2}} \approx 1.$$

Die Formel (20) ergibt hiermit

$$P' = \frac{1 \cdot 5 \cdot 2 \pi \cdot 700}{10 \cdot 40} \cdot (1 - 0,994) = 0,33 \text{ Dyne.}$$

b) Für $x = 20$ cm ist

$$\cos \alpha_1 = \frac{20 - 20}{\sqrt{\left(\frac{2,1}{2}\right)^2 + (20 - 20)^2}} = 0,$$

$$\cos \alpha_2 = \frac{20 + 20}{\sqrt{\left(\frac{2,1}{2}\right)^2 + (20 + 20)^2}} \approx 1,$$

$$P' = \frac{5 \cdot 2 \pi \cdot 700}{40 \cdot 10} \cdot (1 - 0) = 55 \text{ Dyne}$$

c) Für $x = 19$ cm ist

$$\cos \alpha_1 = \frac{19 - 20}{\sqrt{\left(\frac{2,1}{2}\right)^2 + (19 - 20)^2}} = -0,692$$

$$\cos \alpha_2 = \frac{19 + 20}{\sqrt{\left(\frac{2,1}{2}\right)^2 + (19 + 20)^2}} \approx 1,$$

$$P' = \frac{5 \cdot 2 \pi \cdot 700}{40 \cdot 10} (1 + 0,692) = 93 \text{ Dyne.}$$

d) Für $x = 16$ cm ist

$$\cos \alpha_1 = \frac{16 - 20}{\sqrt{\left(\frac{2,1}{2}\right)^2 + (16 - 20)^2}} = -0,968$$

$$\cos \alpha_2 = \frac{16 + 20}{\sqrt{\left(\frac{2,1}{2}\right)^2 + (16 + 20)^2}} \approx 1,$$

$$P' = \frac{5 \cdot 2 \pi \cdot 700}{40 \cdot 10} (1 + 0,968) = 108 \text{ Dyne.}$$

e) Für $x = 3 \text{ cm}$ ist

$$\cos \alpha_1 = \frac{3 - 20}{\sqrt{\left(\frac{2,1}{2}\right)^2 + (3 - 20)^2}} = -0,991,$$

$$\cos \alpha_2 = \frac{3 + 20}{\sqrt{\left(\frac{2,1}{2}\right)^2 + (3 + 20)^2}} \approx 1,$$

$$P' = \frac{5 \cdot 2 \pi \cdot 700}{40 \cdot 10} (1 + 0,991) = 109,5 \text{ Dyne.}$$

f) Für $x = 0 \text{ cm}$ ist

$$\cos \alpha_1 = \frac{0 - 20}{\sqrt{\left(\frac{2,1}{2}\right)^2 + (0 - 20)^2}} \approx -1,$$

$$\cos \alpha_2 = \frac{20}{\sqrt{\left(\frac{2,1}{2}\right)^2 + 20^2}} \approx +1,$$

$$P' = \frac{5 \cdot 2 \pi \cdot 700}{40 \cdot 10} 2 = 110 \text{ Dyne.}$$

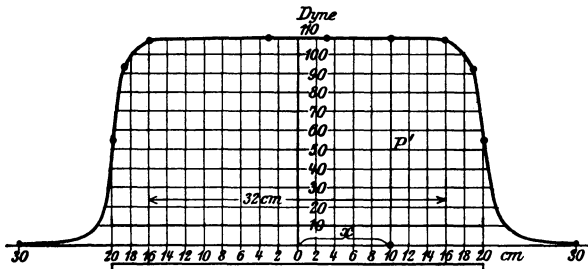


Abb. 44.

Anmerkung: Faßt man wieder die Kraft auf die magnetische Menge 1 als Kraftliniendichte auf, so sieht man aus der Abb. 44 in welcher die Entfernung als Abszisse und die Kraft als Ordinate

aufgetragen ist, daß auf einer Länge von etwa 32 cm die Kraftliniendichte nahezu konstant bleibt, während außerhalb der Spule sie sich rasch dem Werte Null nähert.

140. In der Verlängerung der Achse einer 24 [40] (50) cm langen Spule von 6 [8] (5) cm mittlerem Durchmesser befindet

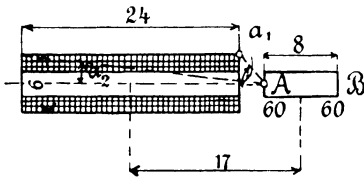


Abb. 45.

sich ein 8 [10] (12) cm langer Magnetstab mit der Polstärke $m = 60$ [100] (120) (c, g, s) Einheiten. Wieviel Amperewindungen sind erforderlich, wenn auf den Magnetstab eine Kraft von 2000 [3000] (4000) Dyne ausgeübt werden soll, und der

Abstand von Stab- und Spulenmitte 17 [26] (30) cm beträgt? (Abb. 45.)

Lösung: Wird der Pol A angezogen, so wird B abgestoßen, die Größe der Kraft folgt aus Formel (20). Dieselbe ist für den Pol A

$$P_1 = \frac{60 \cdot 2\pi (wJ)}{24 \cdot 10} (\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1),$$

$$\cos \alpha_2 = \frac{25}{\sqrt{3^2 + 25^2}} = 0,995,$$

$$\cos \alpha_1 = \frac{1}{\sqrt{3^2 + 1^2}} = 0,317,$$

$$P_1 = 1,57 (wJ) (0,995 - 0,317) = 1,062 wJ.$$

Für den Pol B ergibt sich:

$$\cos \alpha_2 = \frac{33}{\sqrt{3^2 + 33^2}} = 0,996,$$

$$\cos \alpha_1 = \frac{9}{\sqrt{3^2 + 9^2}} = 0,949,$$

$$P_2 = 1,57 wJ (0,996 - 0,949) = 0,0738 wJ;$$

also muß sein:

$$2000 = P_1 - P_2 = wJ (1,062 - 0,074)$$

oder

$$wJ = \frac{2000}{0,988} = 2024 \text{ Amperewindungen.}$$

141. Welche Höhe nehmen die Windungen der vorigen Aufgabe auf der Spule ein, wenn als zulässige Belastung des Drahtes (die Stromdichte) 1,5 [2] (3,5) A pro Quadratmillimeter Draht-

querschnitt angenommen wird, und wenn der Durchmesser des isolierten Drahtes 1,2 [1,15] (1,1) mal so groß ist, wie der des blanken? (Abb. 46.)

Lösung: Bezeichnet d den Durchmesser des unbesponnenen Drahtes, d' den des besponnenen, h die Höhe, bis zu welcher der Draht durch Übereinanderlegen der Windungen aufgewickelt wird, so lassen sich nebeneinander $\frac{l}{d'}$ und übereinander $\frac{h}{d'}$ Windungen legen. Die Anzahl der aufgewickelten Windungen ist also

$$w = \frac{l}{d'} \cdot \frac{h}{d'} = \frac{l}{1,2d} \cdot \frac{h}{1,2d}$$

Der Querschnitt des Drahtes ist $\frac{\pi d^2}{4}$; dadurch 1 mm² 1,5 A fließen, so geht durch unseren Draht der Strom

$$J = 1,5 \frac{\pi d^2}{4}$$

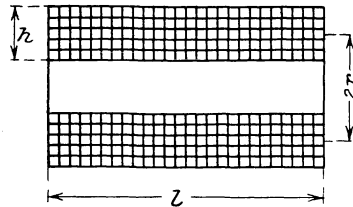


Abb. 46.

Die Amperewindungszahl, neuerdings auch Durchflutung genannt, ist demnach

$$wJ = \frac{l}{1,2d} \cdot \frac{h}{1,2d} \cdot 1,5 \frac{\pi d^2}{4} = \frac{lh}{1,2^2} \cdot 1,5 \pi$$

In unserem Falle ist $wJ = 2024$, folglich

$$h = \frac{2024 \cdot 1,2^2 \cdot 4}{240 \cdot 1,5 \pi} = 10,3 \text{ mm.}$$

142. Welchen Durchmesser erhält der Draht der vorigen Aufgabe, wenn die Spannung der zur Verfügung stehenden Stromquelle 18 [26] (110) V beträgt?

Lösung: Ist allgemein E_k die an den Enden des Drahtes zur Verfügung stehende Spannung, R der Widerstand des aufgewickelten Drahtes, $\alpha = \frac{d'}{d}$, so ist zunächst $E_k = JR$.

Ist s die Stromdichte, d. i. die Stromstärke im Draht pro Quadratmillimeter, so ist

$$J = sq \quad \text{und} \quad R = \frac{\rho L}{q}$$

folglich

$$E_k = sqL \quad (L \text{ in Meter}).$$

Die Länge des aufgewickelten Drahtes ist aber

$$L = \pi 2 r \frac{h}{\alpha d} \frac{l}{\alpha d} \text{ (mm),}$$

oder

$$L = 2 r \pi \frac{h l}{\alpha^2 d^2 1000} \text{ (m),}$$

also wird

$$E_k = \frac{s \rho h l 2 r \pi}{\alpha^2 d^2 \cdot 1000}, \quad \text{woraus} \quad \alpha d = \sqrt{\frac{s \rho h l 2 r \pi}{E_k \cdot 1000}}$$

folgt. In unserm Falle

$$d' = \alpha d = 1,2 d = \sqrt{\frac{1,5 \cdot 0,018 \cdot 10,3 \cdot 240 \cdot 60 \pi}{18 \cdot 1000}} = 0,833 \text{ mm,}$$

$$d = \frac{0,833}{1,2} = 0,697 \text{ mm.}$$

Probe: Der Querschnitt des Drahtes ist $q = 0,382 \text{ mm}^2$.

Die Stromstärke $J = s q = 1,5 \cdot 0,382 = 0,573 \text{ A}$.

Die Windungszahl $w = \frac{2024}{0,573} = 3550 \text{ Windungen}$.

Es liegen nebeneinander $\frac{l}{\alpha d} = \frac{240}{0,833} = 287 \text{ Windungen}$,

übereinander $\frac{h}{\alpha d} = \frac{10,3}{0,833} = 12,36 \text{ Lagen}$.

Die aufgewickelte Drahtlänge beträgt

$$L = 3550 \frac{60 \pi}{1000} = 668 \text{ m.}$$

Der Drahtwiderstand wird demnach

$$R = \frac{0,018 \cdot 668}{0,382} = 31,4 \Omega,$$

und endlich wird die Spannung, die an den Drahtenden herrschen muß,

$$E_k = 0,573 \cdot 31,4 = 18 \text{ V.}$$

143. Eine Spule von bekannten Abmessungen, die in mm gegeben sind (Abb. 47 a u. b), soll bei Stromdurchgang \overline{AW} Amperewindungen erzeugen. Die zur Verfügung stehende Spannung beträgt für 2 p hintereinander geschaltete Spulen E_k Volt.

Gesucht wird:

- a) die Stromdichte (s),
- b) die pro Spule aufgewickelte Drahtlänge (L),
- c) die erforderliche Windungszahl (w),
- d) die durch den Draht fließende Stromstärke (J_m),
- e) der Querschnitt des Drahtes (q).

Lösungen:

Zu a): Aus
$$\frac{h}{\alpha d} \frac{l}{\alpha d} \frac{\pi d^2}{4} s = \overline{AW} \text{ (s. Aufg. 141)}$$

folgt
$$s = \frac{4 \alpha^2 \overline{AW}}{\pi l h}. \quad (\text{I})$$

Zu b): Es ist

$$R_m = \frac{E_k}{J_m} = \frac{E_k}{q s};$$

andererseits ist

$$R_m = 2 p \frac{\rho L}{q}. \text{ (} L \text{ in Meter.)}$$

Aus beiden Gleichungen folgt:

$$L = \frac{E_k}{s \rho 2 p}. \quad (\text{II})$$

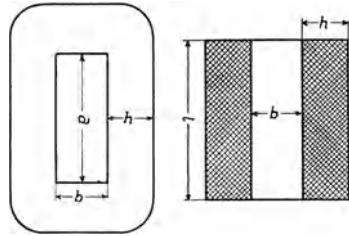


Abb. 47a u. b.

Zu c); Die aufgewickelte Drahtlänge ist $L = l_m w$, wo l_m die mittlere Länge einer Windung bezeichnet, also

$$L = l_m w = \frac{2 a + 2 b + h \pi}{1000} w \quad \text{(Der Nenner 1000 verwandelt mm in m.)}$$

oder

$$w = \frac{1000 L}{2 a + 2 b + h \pi}. \quad (\text{III})$$

Zu d): Es ist

$$J_m = \frac{\overline{AW}}{w}. \quad (\text{IV})$$

Zu e):
$$q = \frac{J_m}{s}. \quad (\text{V})$$

Es sei z. B. $a = 75 \text{ mm}, \quad h = 50 \text{ mm},$

$b = 128 \text{ mm}, \quad l = 70 \text{ mm},$

$\overline{AW} = 3500, \quad \alpha = 1,16,$

$E_k = 65 \text{ V}, \quad 2 p = 4.$

Die Lösungen sind:

$$\text{Zu a): Gl. I } s = \frac{4 \cdot 1,16^2 \cdot 3500}{\pi 70 \cdot 50} = 1,72 \text{ A pro mm}^2.$$

$$\text{Zu b): Gl. II } L = \frac{65}{1,72 \cdot 0,02 \cdot 4} = 473 \text{ m.}$$

$$\text{Zu c): Gl. III } w = \frac{1000 \cdot 473}{2 \cdot 75 + 2 \cdot 128 + 50\pi} = 840 \text{ Windungen,}$$

$$\text{Zu d): Gl. IV } J_m = \frac{3500}{840} = 4,17 \text{ A.}$$

$$\text{Zu e): Gl. V } q = \frac{4,17}{1,72} = 2,43 \text{ mm}^2 \quad \text{und} \quad d = 1,76 \text{ mm,}$$

$$d' = \alpha d = 1,16 : 1,76 = 2,04 \text{ mm.}$$

Da ein Draht von 1,76 mm nicht zu haben ist, muß man abändern auf $d = 1,8$ mm, $d' = 2,1$ mm. Hierdurch ändern sich allerdings die übrigen Resultate nicht unwesentlich. Um die Änderung so gering wie möglich zu machen, rechne man folgendermaßen:

Aufgewickelt werden nebeneinander $\frac{70}{2,1} = 33$ Drähte und übereinander $\frac{840}{33} = 25,5$ Lagen, d. h. in 25 Lagen kommen $25 \cdot 33 = 825$ Drähte und in die 26te nur noch 15 Drähte.

Die aufgewickelte Drahtlänge ist

$$\frac{840 \cdot (2 \cdot 75 + 2 \cdot 128 + 53,5 \pi)}{1000} = 452 \text{ m.}$$

$$R = \frac{0,02 \cdot 452}{1,8^2 \frac{\pi}{4}} = 3,7 \Omega \text{ im warmen Zustande.}$$

$$J_m = \frac{65}{4 \cdot 3,7} = 4,4 \text{ A, } \overline{\text{AW}} = 4,4 \cdot 840 = 3690 \text{ Amperewindungen.}$$

$$s = \frac{4,4}{1,8^2 \frac{\pi}{4}} = 1,735 \text{ A.}$$

Die 25,5 Lagen erforderten die Höhe $h = 26 \cdot 2,1 = 54,6$ mm. Durfte die gegebene Höhe von 50 mm nicht überschritten werden, so hatte man folgendermaßen zu rechnen:

§ 14. Wirkung eines stromdurchfloss. Leiters auf eine magnet. Menge. 79

Aufgewickelt werden nebeneinander $\frac{70}{2,1} = 33$ Drähte und übereinander $\frac{50}{2,1} \approx 24$ Lagen, also ist $w = 792$ Windungen.

$$L = \frac{(2 \cdot 75 + 2 \cdot 128 + 50 \pi) 792}{1000} = 445 \text{ m,}$$

$$R = \frac{0,02 \cdot 445}{1,8^2 \frac{\pi}{4}} = 3,5 \Omega.$$

$J_m = \frac{65}{4 \cdot 3,5} = 4,64 \text{ A}$ und $\overline{AW} = 4,64 \cdot 792 = 3660$ Amperewindungen.

144. Es soll ein Amperemeter für eine maximale Stromstärke von 180 [100] (10) A angefertigt werden. Um die erforderliche Amperewindungszahl festzustellen, wird das fertige Gestell der Spule mit einer vorläufigen Wicklung von 200 [150] (100) Windungen versehen, und es zeigt sich, daß ein Strom von 5,4 [6] (4) A erforderlich ist, um den größten Ausschlag des Zeigers herbeizuführen. Gesucht wird:

- die erforderliche Amperewindungszahl,
- die Windungszahl des Amperemeters,
- die Drahtstärke, wenn die Stromdichte 3 [2] (1,8) A betragen darf.

Lösungen:

Zu a): $w_1 J_1 = 200 \cdot 5,4 = 1080$ Amperewindungen.

Zu b): $w = \frac{1080}{J} = \frac{1080}{180} = 6$ Windungen.

Zu c): Aus $J = sq$ folgt $q = \frac{J}{s} = \frac{180}{3} = 60 \text{ mm}^2,$

oder $d = 8,74 \text{ mm}.$

145. Ein gleiches Gestell soll zur Anfertigung eines Voltmeters für eine Spannung von 70 [120] (220) V dienen, wobei die maximale Stromstärke 0,35 [0,25] (0,2) A, die Stromdichte 3 [2] (1,8) A pro mm^2 nicht überschreiten darf.

Gesucht wird:

- die Windungszahl,
- der Widerstand des Voltmeters,
- der Durchmesser des blanken und des isolierten Drahtes wenn $d' = 1,2 d$ ist.

Lösungen:

$$\text{Zu a): } w = \frac{1080}{J} = \frac{1080}{0,35} = 3086 \text{ Windungen.}$$

$$\text{Zu b): } R = \frac{70}{0,35} = 200 \Omega.$$

$$\text{Zu c): } q = \frac{J}{s} = \frac{0,35}{3} = 0,117 \text{ mm}^2,$$

$$d = 0,385 \text{ mm}, \quad d' = 1,2 \cdot 0,385 = 0,463 \text{ mm}.$$

§ 15. Die Magnetisierung des Eisens und die Eisenverluste.

Bringt man in eine stromdurchflossene Spule einen Eisenkern, so wird dieser magnetisch und sendet selbst Kraftlinien aus. Die Kraftliniendichte \mathfrak{B} im Eisen ist also größer als die Kraftliniendichte \mathfrak{H} der leeren Spule. Der Zusammenhang zwischen \mathfrak{B} und \mathfrak{H} ist durch die Gleichung

$$\mathfrak{B} = \mu \mathfrak{H} \quad (21)$$

bestimmt, wo μ die Permeabilität heißt, die aber keine konstante Größe ist. Der Zusammenhang zwischen \mathfrak{B} und \mathfrak{H} wird vielmehr durch die Magnetisierungskurve dargestellt. Tafel I zeigt die Magnetisierungskurve für Gußeisen, Schmiedeeisen und Dynamogußstahl.

Durch die Ummagnetisierung des Eisens entstehen Verluste, nämlich durch Hysteresis und durch Wirbelströme.

Der durch Hysteresis entstehende Leistungsverlust wird durch die Formel von Steinmetz

$$N_H = \frac{\eta \mathfrak{B}^{1,6} V f}{10^7} \text{ Watt} \quad (22)$$

ausgedrückt. Es bedeutet η eine Konstante, die bei Dynamoblechen zwischen 0,0012 und 0,0033 liegt, für legierte Bleche¹⁾ kann $\eta = 0,0007$ werden; \mathfrak{B} ist die Kraftliniendichte im Eisen, V das Volumen in cm^3 und f die Anzahl der Ummagnetisierungen (Perioden) pro Sekunde.

Die Tafel II gibt als Ordinaten die Hysteresis-Verluste für $f = 100$ für verschiedene Werte von \mathfrak{B} an, wobei $\eta = 0,0033$ gesetzt ist. Bezeichnet V das Volumen in dm^3 , f' (die Ordinate in Tafel II), den Verlust pro dm^3 und 100 Perioden, so ist

$$N_H = \frac{V f' f}{100} \text{ Watt.}$$

Ist die Hysteresiskonstante nicht 0,0033, sondern η' , so wird

$$N_H = \frac{V f' f}{100} \frac{\eta'}{0,0033} \text{ Watt.} \quad (22a)$$

¹⁾ Legierte Bleche nennt man Bleche, denen eine geringe Menge (bis 4%) Silizium zugesetzt ist.

Gleichzeitig entsteht noch ein zweiter Verlust durch sogenannte Wirbelströme. Um diesen herabzusetzen, baut man die Teile, in denen Ummagnetisierungen vorkommen, aus dünnen Blechen zusammen, die durch Papier oder Lack voneinander getrennt sind.

Bezeichnet Δ die Blechdicke in mm, V das Volumen in dm^3 , f die Anzahl von Ummagnetisierungen oder Perioden pro Sekunde, \mathfrak{B} wieder die maximale Kraffliniendichte, so ist der Verlust durch Wirbelströme

$$N_w = 1,64 \frac{(\mathfrak{B} \Delta f)^2}{10^{11} \varrho} V \text{ Watt.} \quad (23)$$

ϱ ist der spezifische Widerstand des Eisens, der von dem Gehalt an Silizium abhängt und nach der Formel

$$\varrho = 0,099 + 0,12 p$$

berechnet werden kann, wo p den prozentualen Siliziumgehalt angibt ($p = 0$ bis 4). Bei Blechkörpern, die bearbeitet sind, erhöht sich der Wirbelstromverlust um etwa das 1,2- bis 1,5 fache. Für gewöhnliche Dynamobleche ist $\varrho = 0,1$, daher für bearbeitete Bleche

$$N_w = (2 \text{ bis } 2,5) \frac{(\mathfrak{B} \Delta f)^2}{10^{10}} V \text{ Watt.} \quad (23a)$$

Die Formeln (22) und (23) gestatten die Eisenverluste von Transformatoren zu berechnen. Wendet man sie hingegen auf Dynamomaschinen und Motoren an, so zeigt die Erfahrung, daß die wirklichen Verluste wesentlich größere als die berechneten sind. Eine Schätzung dieser Verluste wird bei der Berechnung der Maschinen gezeigt werden.

146. Wie groß ist der Leistungsverlust durch Hysterisis in einem Wechselstrom-Transformator von 300 [250] (100) kg Eisengewicht, wenn die maximale Induktion = 6000 [7200] (8000) Gauß und die Periodenzahl $f = 50$ ist?

Lösung: Für Transformatorenbleche kann $\eta = 0,0012$ gesetzt werden; das Volumen ist

$$V = \frac{G}{\gamma} = \frac{300}{7,8} = 38,5 \text{ dm}^3 \equiv 38\,500 \text{ cm}^3,$$

demnach

$$N_H = \frac{0,0012 \cdot 6000^{1,6} \cdot 38\,500 \cdot 50}{10^7} = 261 \text{ W.}$$

147. Wie groß ist der Verlust durch Wirbelströme, wenn zu dem Transformator der vorigen Aufgabe gewöhnliche Dynamobleche von a) 0,5 mm, b) 0,35 mm Dicke verwendet werden?

Lösungen:

Zu a): Für $\Delta = 0,5$ mm wird:

$$N_w = (2 \text{ bis } 2,5) \cdot \frac{(50 \cdot 0,5 \cdot 6000)^2}{10^{10}} \cdot 38,5 = 173 \text{ bis } 217 \text{ W.}$$

Zu b): Für $\Delta = 0,35$ wird:

$$N_w = (2 \text{ bis } 2,5) \cdot \frac{(50 \cdot 0,35 \cdot 6000)^2}{10^{10}} \cdot 38,5 = 85 \text{ bis } 106 \text{ W.}$$

148. Wie groß ist der Verlust durch Hysteresis und Wirbelströme in einem Wechselstrom-Transformator von 300 [80] (50) kg Eisengewicht, wenn die maximale Induktion 7800 [6000] (9000) Gauß und die Periodenzahl $f = 60$ [50] (42) ist, bei einer Blechdicke von 0,4 [0,35] (0,5) mm und $\eta = 0,002$ [0,0018] (0,0015)?

Lösung: Die Tafel II ergibt für $\mathfrak{B} = 7800$, $f' = 55 \text{ W}$ pro dm^3 , nun ist $V = \frac{300}{7,8} = 38,5 \text{ dm}^3$, also (Formel 22 a)

$$N_H = \frac{55 \cdot 38,5 \cdot 60}{100} \cdot \frac{0,002}{0,0033} = 764 \text{ W.}$$

Der Verlust durch Wirbelströme ist

$$N_w = (2 \div 2,5) \cdot \frac{(60 \cdot 0,4 \cdot 7800)^2}{10^{10}} \cdot 38,5 = 270 \div 336 \text{ W.}$$

§ 16. Der magnetische Kreis.

Für jeden magnetischen Kreis gilt das

$$\text{Gesetz 12: Kraftlinienzahl} = \frac{\text{Magnetomotorische Kraft}}{\text{magnetischen Widerstand}}.$$

In Zeichen

$$\Phi = \frac{\mathfrak{F}}{\mathfrak{R}}. \quad (24)$$

Es ist

$$\mathfrak{F} = 0,4 \pi w J \quad (25)$$

und

$$\mathfrak{R} = \sum \frac{l}{\mu Q}, \quad (26)$$

wo das Zeichen Σ sich auf die einzelnen Teile des Kreises bezieht.

Die Größe μ ist bestimmt durch die Gleichung $\mathfrak{B} = \mu \mathfrak{H}$

$$\mu = \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{H}}.$$

Die Formel (24) läßt sich umformen in

$$\mathfrak{H}_1 l_1 + \mathfrak{H}_2 l_2 + \mathfrak{H}_3 l_3 + \mathfrak{H}_4 l_4 = \mathfrak{F}, \quad (27)$$

wo \mathfrak{H} als Abszissen, zugehörig zu den Ordinaten \mathfrak{B} , für das betreffende Material aus der Tafel I, die Längen l in cm aus einer Zeichnung zu entnehmen sind (Abb. 48).

Bei Vorausberechnungen von Maschinen kennt man vielfach nur den Weg l_3 der Kraftlinien im Luftzwischenraum. Um daher den Wert der übrigen Glieder zu berücksichtigen, wollen wir die Gleichung (27) schreiben

$$\alpha \mathfrak{H}_3 l_3 = \mathfrak{F} \quad (27a)$$

wo α einen Faktor bezeichnet, der zwischen 1,2 und 2,5 liegt.

149. Ein schmiedeeiserner Ring mit 25 cm innerem und 35 cm äußerem Durchmesser (Querschnitt quadratisch) ist mit 500 [400] (1000) Windungen versehen, durch welche ein Strom von 4,5 [5,6] (2,25) A fließt. Wieviel Kraftlinien gehen durch den Ring? (Abb. 49.)

Lösung: Zunächst ist die Kraftliniendichte im Innern der Wickelung, wenn kein Eisen vorhanden wäre, nach Formel (20b), die auch für einen Ring gilt:

$$\mathfrak{H} = \frac{0,4 \pi w J}{l} = \frac{0,4 \pi \cdot 500 \cdot 4,5}{\frac{25 + 35}{2} \pi} = 30.$$

Die Kraftliniendichte mit Eisen ergibt sich aus der Tafel I (Ankerblech, Kurve A), für $\mathfrak{H} = 30$ zu $\mathfrak{B} = 14800$. Der Querschnitt beträgt $5^2 = 25 \text{ cm}^2$, also gehen durch das Eisen

$$\Phi = 14800 \cdot 25 = 370000 \text{ Kraftlinien oder Maxwell.}$$

150. Welcher Strom wäre erforderlich, um in dem Ringe 200000 Kraftlinien zu erzeugen?

Lösung: Wenn $\Phi = 200000$ ist, so ist $\mathfrak{B} = \frac{200000}{25} = 8000$, nach Tafel I (Ankerblech, Kurve A) gehört aber zu $\mathfrak{B} = 8000$,

$\mathfrak{H} = 2,4$; die Gleichung $\mathfrak{H} = \frac{0,4 \pi w J}{l}$ gibt jetzt:

$$J = \frac{\mathfrak{H} l}{0,4 \pi w} = \frac{2,4 \cdot 30 \pi}{0,4 \pi \cdot 500} = 0,36 \text{ A.}$$

151. Der Ring in Aufgabe 149 wird mit einem 10 mm breiten Einschnitt versehen; welche Stromstärke ist nun erforderlich, um 200000 Kraftlinien zu erzielen? (Abb. 50.)

Lösung: Die Kraftliniendichte im Eisen ist wieder

$$\mathfrak{B}_1 = \frac{\Phi}{Q} = \frac{200000}{25} = 8000;$$

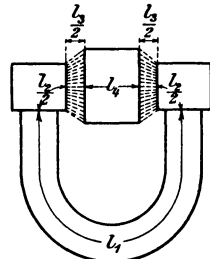


Abb. 48.

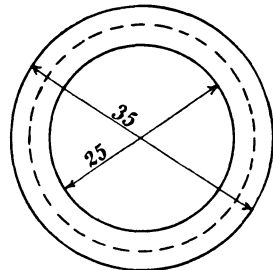


Abb. 49.

nahezu ebenso groß ist sie im Luftspalt. Die Tafel I ergibt für Schmiedeeisen und $\mathfrak{B}_1 = 8000$, $\mathfrak{H}_1 = 2,4$; für Luft ist $\mu = 1$, also $\mathfrak{B}_1 = \mathfrak{H}_2$, demnach ist nach der Formel (27):

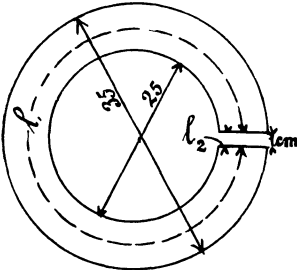


Abb. 50.

$$\mathfrak{H}_1 l_1 + \mathfrak{H}_2 l_2 = \mathfrak{F},$$

$$2,4 \cdot (30\pi - 1) + 8000 \cdot 1 = \mathfrak{F},$$

$$220 + 8000 = 8220 = \mathfrak{F}.$$

Es ist aber $\mathfrak{F} = 0,4 \pi w J = 8220$, mithin

$$J = \frac{8220}{0,4 \pi \cdot 500} = 13,1 \text{ A.}$$

152. Ein aus Blechen zusammengesetztes Gestell von nebenstehenden Abmessungen ist mit 200 [300] (500) Windungen bewickelt, wobei in dem bewickelten Querschnitt 125 000 [150 000] (250 000) Kraftlinien erzeugt werden sollen. Welche Stromstärke ist hierzu erforderlich, wenn die Dimension senkrecht zur Paperebene 5,88 cm beträgt? (Abb. 51.)

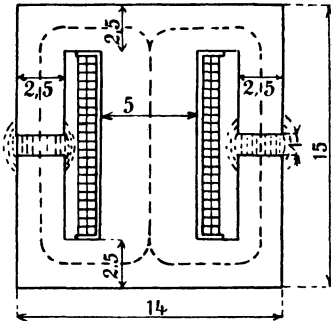


Abb. 51.

Lösung: Die im Kerne entstehenden Kraftlinien teilen sich, die eine Hälfte fließt rechts, die andere links herum. Da der Querschnitt auch nur der halbe ist, so bleibt die Induktion überall die gleiche, so daß wir die mittlere Kraftlinie nur nach einer Seite hin zu verfolgen brauchen. Die Bleche

sind stets durch Papier voneinander getrennt, so daß nicht die ganze Breite von 5,88 cm in Rechnung zu ziehen ist, sondern etwa 85 bis 90 % hiervon; der Eisenquerschnitt wird bei 85 %¹⁾

$$Q_e = 0,85 \cdot 5,88 \cdot 5 = 25 \text{ cm}^2.$$

Die Induktion im Eisen ist $\mathfrak{B}_e = \frac{125\,000}{25} = 5000$ Gauß.

Da die Kraftlinien in der Luft auch aus den Seitenflächen austreten, so kann man den Luftzwischenraum nur schätzen und etwa

$$Q_L = 1,1 Q_e = 27,5 \text{ cm}^2$$

¹⁾ In den Klammeraufgaben möge stets mit 90 % gerechnet werden.

annehmen, die Induktion in der Luft wird also angenähert:

$$\mathfrak{B}_g = \frac{125000}{27,5} = 4550.$$

Die Kraftlinienlänge im Eisen ist $l_e = 35,3$ cm, die Kraftlinienlänge in der Luft ist $l_g = 1$ cm. Zu $\mathfrak{B}_e = 5000$ gehört nach Tafel I (Ankerblech A) $\mathfrak{H}_e = 1,1$; für Luft ist $\mathfrak{B}_g = 4550$, also auch $\mathfrak{H}_g = 4550$, demnach

$$1,1 \cdot 35,5 + 4550 \cdot 1 = \mathfrak{F}; \quad 39,2 + 4550 = 4589,2 = 0,4 \pi w J,$$

$$\text{mithin} \quad J = \frac{4589,2}{0,4 \pi 200} = 18,2 \text{ A.}$$

153. Wie groß ist der magnetische Widerstand in der vorigen Aufgabe?

Lösung 1: Aus $\Phi = \frac{\mathfrak{F}}{\mathfrak{R}}$ folgt:

$$\mathfrak{R} = \frac{\mathfrak{F}}{\Phi} = \frac{4589,2}{125000} = 0,0367 \text{ (c, g, s) Einheiten.}$$

Lösung 2: Der magnetische Widerstand setzt sich zusammen aus dem Widerstande des Eisens $\mathfrak{R}_e = \frac{l_e}{\mu Q_e}$ und dem Widerstande der Luft $\mathfrak{R}_g = \frac{l_g}{Q_g}$ (wo $\mu = \frac{\mathfrak{B}_e}{\mathfrak{H}_e} = \frac{5000}{1,1}$),

$$\mathfrak{R} = \frac{35,5}{\frac{5000}{1,1} \cdot 25} + \frac{1}{27,5} = 0,000313 + 0,0364 = 0,0367.$$

154. Im Gestell der Aufgabe 152 soll dieselbe Kraftlinienzahl erzeugt werden, es stehen aber bloß 5 [4] (3) A zur Verfügung. Wie groß darf in diesem Falle der Luftspalt nur gemacht werden?

Lösung: Es ist $\mathfrak{F} = 0,4 \pi \cdot 200 \cdot 5 = 1256$; andererseits ist $1,1 \cdot 35,5 + 4550 x = 1256$, woraus

$$x = \frac{1256 - 39}{4550} = 0,267 \text{ cm}$$

folgt.

NB. Die Lösung ist nur eine angenäherte, die richtige würde sich aus der Gleichung

$$1,1(36,5 - x) + 4550 x = 1256 \text{ ergeben.}$$

155. Wieviel Kraftlinien werden im Gestell der Aufgabe 152 durch einen Strom von 15 [14] (12) A erzeugt?

Lösung: Die magnetomotorische Kraft ist

$$\mathfrak{F} = 0,4 \pi w J = 0,4 \pi 200 \cdot 15 = 3770.$$

Andererseits ist $\mathfrak{F} = \mathfrak{H}_e l_e + \mathfrak{H}_g l_g$, wo jedoch beide Größen \mathfrak{H}_e und \mathfrak{H}_g unbekannt sind. Aus der Lösung zu 152 geht aber hervor, daß das auf das Eisen bezügliche Produkt $\mathfrak{H}_e l_e$ klein ist im Vergleich zu $\mathfrak{H}_g l_g$, wir können daher in erster Annäherung $\mathfrak{H}_e l_e$ vernachlässigen und erhalten, da $l_g = 1$ cm ist,

$$3770 = \mathfrak{H}_g \cdot 1, \text{ woraus } \mathfrak{H}_g = 3770 \text{ folgt.}$$

Da für Luft $\mathfrak{H}_g = \mathfrak{B}_g$ ist, so ist auch $\mathfrak{B}_g = 3770$ und die erzeugte Kraftlinienzahl

$$\Phi = \mathfrak{B}_g Q_g = 3770 \cdot 27,5 = 103500 \text{ Maxwell.}$$

Zweite Annäherung. Aus $\Phi = 103500$ folgt $\mathfrak{B}_e = \frac{103500}{25} = 4140$, wozu $\mathfrak{H}_e \approx 0,9$ gehört, es muß also

$$0,9 \cdot 35,5 + \mathfrak{H}_g l_g = 3770,$$

$$\mathfrak{H}_g = \frac{3770 - 32}{1} = 3738$$

sein, und hiernach $\Phi = 3738 \cdot 27,5 = 102602$ Maxwell.

156. Es ist die Amperewindungszahl der nebenstehenden Dynamo (Abb. 52) zu berechnen unter der Voraussetzung, daß der Anker 20 [25] (16) cm lang ist und von $1,7 \cdot 10^6$ [$2,8 \cdot 10^6$] ($1,6 \cdot 10^6$) Kraftlinien durchsetzt werden soll.

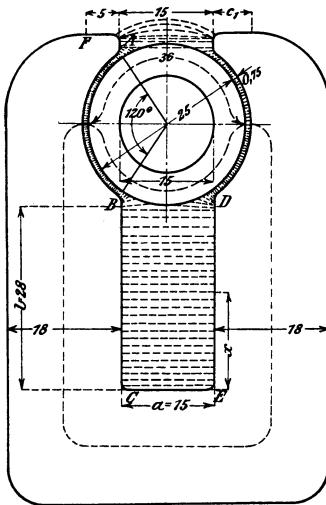


Abb. 52.

Lösung: Der Querschnitt des aus Blechen zusammengesetzten Ankers ist

$$Q_a = 0,85 \cdot 20 \cdot (25 - 15) = 170 \text{ cm}^2.$$

Die Kraftliniendichte daselbst:

$$\mathfrak{B}_a = \frac{1,7 \cdot 10^6}{170} = 10000.$$

Der Querschnitt der Kraftlinien im Luftzwischenraum ist angenähert

$$\widehat{AB} \cdot b = \left(\frac{25}{2} + 0,75 \right) \frac{120 \cdot 2 \pi}{360} \cdot 20$$

$$\widehat{AB} \cdot b = 555 \text{ cm}^2.$$

Die Kraftliniendichte im Luftzwischenraum ist demnach

$$\mathfrak{B}_z = \frac{1,7 \cdot 10^6}{555} = 3070.$$

Da wegen der Streuung ein großer Teil der erzeugten Kraftlinien nicht durch den Anker geht, also für die Nutzwirkung verloren ist, so müssen in den Magnetschenkeln mehr wie $\Phi_0 = 1,7 \cdot 10^6$ Kraftlinien erzeugt werden. Wir nehmen für die vorliegende Maschinentype etwa 1,35 mal soviel an, d. h. wir setzen:

$$\Phi_s = 1,35 \Phi_0 = 1,35 \cdot 1,7 \cdot 10^6 = 2,3 \cdot 10^6.$$

Die Kraftliniendichte in dem Gußeisenmagneten wird:

$$\mathfrak{B}_s = \frac{\Phi_s}{18 \cdot 20} = \frac{2,3 \cdot 10^6}{360} = 6400.$$

Die Kraftlinienlängen sind:

$$\begin{aligned} \text{Anker } l_a &= 36 \text{ cm, Luft } l_z = 2 \cdot 0,75 = 1,5 \text{ cm,} \\ \text{Magnet } l_s &= 136,5 \text{ cm.} \end{aligned}$$

Die Tafel I gibt für $\mathfrak{B}_a = 10000$, $\xi_a = 5$ (Ankerblech A),

für $\mathfrak{B}_s = 6400$, $\xi_s = 45$ (Gußeisen, Kurve c).

Hiernach wird $\mathfrak{F} = 5 \cdot 36 + 3070 \cdot 1,5 + 45 \cdot 136,5$

$$\mathfrak{F} = 180 + 4600 + 6150 = 10930 = 0,4 \pi w J.$$

$$w J = \frac{10930}{0,4 \pi} = 8740 \text{ Amperewindungen.}$$

157. Ein Elektromagnet aus rundem Schmiedeeisen besitzt die in Abb. 53 eingezeichneten Dimensionen. Der Anker hat quadratischen Querschnitt. Wie groß ist die Tragkraft, wenn durch seine 400 [600] (1000) Windungen ein Strom von 12,5 [10] (5) A fließt?

Lösung: Der mittlere Kraftlinienweg ist:

$$\begin{aligned} l &= 12 + \frac{17 + 7}{2} \frac{\pi}{2} + 12 + \frac{5 \pi}{4} \\ &+ 7 + \frac{5 \pi}{4} = 57,7 \text{ cm,} \end{aligned}$$

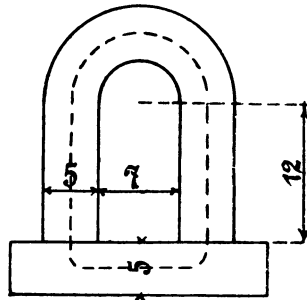


Abb. 53.

$$\text{also } \xi = \frac{0,4 \pi w J}{l} = \frac{0,4 \pi \cdot 400 \cdot 12,5}{57,7} = 109.$$

Hierzu gehört nach Tafel I (Kurve a) $\mathfrak{B} = 18100$.

Die Tragkraft folgt aus der Formel (16) auf S. 64.

$$P = \frac{2 \mathfrak{B}^2 Q}{8\pi \cdot 981000} = \frac{2 \cdot 18100^2 \cdot 5^2 \frac{\pi}{4}}{8\pi \cdot 981000}$$

$$P = 520 \text{ kg.}$$

158. Aus an Transformatoren gemachten Erfahrungen weiß man, daß eine Stoßfuge gleich einem Luftzwischenraum von 0,005 cm zu rechnen ist. Wie gestaltet sich unter dieser Voraussetzung das Resultat der vorigen Aufgabe?

Lösung: Die magnetomotorische Kraft ist:

$\mathfrak{F} = 0,4\pi \cdot 400 \cdot 12,5 = 6290$ andererseits $\mathfrak{F} = \mathfrak{H}_e l_e + \mathfrak{H}_q l_q$,
wo der Index e sich auf Eisen, der Index q sich auf Luft bezieht und demnach $l_e = 57,7$ cm, $l_q = 2 \cdot 0,005 = 0,01$ cm gegeben ist. Die Größen \mathfrak{H}_e und \mathfrak{H}_q sind unbekannt, die direkte Lösung ist nicht möglich. Man kann jedoch durch Probieren zum angenäherten Ziele gelangen. Nehmen wir an:

$\mathfrak{B}_e = \mathfrak{B}_q = 18000$, so ist nach Tafel I (Kurve a)

$\mathfrak{H}_e = 107$, und da für Luft $\mu = 1$, so ist $\mathfrak{H}_q = \mathfrak{B}_q$,

also $\mathfrak{F} = 107 \cdot 57,7 + 18000 \cdot 0,01 = 6190 + 180 = 6370$,

d. h.: Um eine Kraftliniendichte von $\mathfrak{B}_e = 18000$ zu erhalten, müßte $\mathfrak{F} = 6370$ sein, anstatt der vorhandenen 6290. Es ist also $\mathfrak{B}_e = 18000$ zu groß geschätzt worden. Wir versuchen

$\mathfrak{B}_e = \mathfrak{B}_q = 17600$; dann ist $\mathfrak{H}_e = 90$ nach Tafel I;

$\mathfrak{F} = 90 \cdot 57,7 + 17600 \cdot 0,01 = 5369$, also zu klein.

Setzen wir $\mathfrak{B}_e = \mathfrak{B}_q = 17970$, so gehört hierzu

$\mathfrak{H}_e = 106$, $\mathfrak{H}_q = 17970$,

und es wird: $\mathfrak{F} = 106 \cdot 57,7 + 17970 \cdot 0,01 = 6289$.

Es ist also $\mathfrak{H}_q = \mathfrak{B}_q = 17970$

und
$$P = \frac{2 \cdot 17970^2 \cdot 5^2 \frac{\pi}{4}}{8\pi \cdot 981000} = 505 \text{ kg.}$$

159. Der Anker des Magneten in Aufgabe 157 ist von den Schenkelenden 1 cm entfernt. An demselben hängt eine Last von 100 kg. Wieviel Ampere sind erforderlich, um den Anker anzuziehen?

Lösung: Aus $P = \frac{2 \mathfrak{B}^2 Q}{8\pi \cdot 981000}$ folgt

$$\mathfrak{B} = \sqrt{\frac{P \pi 8 \cdot 981000}{2 Q}} = \sqrt{\frac{100 \cdot 8 \pi \cdot 981000}{2 \cdot \frac{\pi 5^2}{4}}} = 7950.$$

Zu $\mathfrak{B} = 7950$ gehört nach Tafel I (Kurve A) $\mathfrak{H} = 2,2$.

Die Gleichung $\mathfrak{H}_e l_e + \mathfrak{H}_g l_g = \mathfrak{F}$
 gibt $2,2 \cdot 57,7 + 7950 \cdot 2 = \mathfrak{F}$,
 $127 + 15900 = 16027 = \mathfrak{F} = 0,4 \pi w J$,
 $J = \frac{16027}{0,4 \pi \cdot 400} = 32 \text{ A.}^1)$

§ 17. Die Induktion.

Gesetz 13: Umschließt eine Spule Kraftlinien und ändert sich die Anzahl derselben, so entsteht in den Windungen eine elektromotorische Kraft.

Die Größe der Kraft folgt aus der Formel

$$e = - \frac{d \Phi}{d t} w 10^{-8} \text{ Volt,} \tag{28}$$

wo Φ die Anzahl der Kraftlinien bezeichnet, die zur Zeit t von den w Windungen umschlossen werden.

Über die Richtung der entstehenden EMK gibt die nachstehende Regel Auskunft:

Blickt man in der Richtung der Kraftlinien auf die Spule (d. h. sieht man den Südpol des Magneten an), so entsteht bei einer Zunahme der Kraftlinien eine EMK, die bei geschlossenem Stromkreise einen Strom im entgegengesetzten Drehungssinne des Uhrzeigers, bei einer Abnahme im Drehungssinne hervorrufen würde. (Vgl. Abb. 54, die einer Zunahme der Kraftlinien entspricht.)

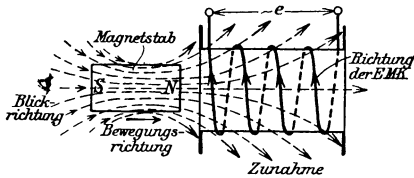


Abb. 54.

Gesetz 14: Wird ein Leiter in einem magnetischen Felde so bewegt, daß er Kraftlinien schneidet, so wird in ihm eine elektromotorische Kraft induziert. (Abb. 55.)

Die Richtung der entstehenden EMK läßt sich nach folgender Regel bestimmen:

Hält man die rechte Hand so über den Leiter, daß die Kraft-

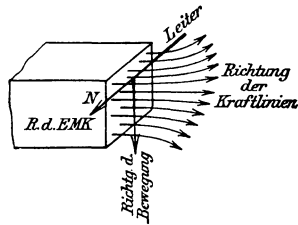


Abb. 55.

¹⁾ Die Kraftlinien im Luftzwischenraum breiten sich aus, so daß die angegebene Rechnung nur eine angenäherte ist.

linien senkrecht zur Handfläche eintreten, den abgespreizten Daumen nach der Richtung der Bewegung des Leiters, so zeigen die Fingerspitzen die Richtung der EMK an.

Die Größe der EMK ist

$$e = \frac{\S l v}{10^8} \sin \omega \text{ Volt.} \quad (29)$$

Es bedeutet \S die konstante Kraftliniendichte des magnetischen Feldes, l die Länge des Leiters innerhalb der Kraftliniendichte, v die Geschwindigkeit der Bewegung, beide Größen in Zentimetern, und ω den Winkel, welchen eine Kraftlinie mit dem Leiter einschließt.

Die Formel (28) läßt sich umformen und integrieren; man erhält dann für die Elektrizitätsmenge Q , die durch eine Spule von w Windungen fließt, wenn sich die anfängliche Kraftlinienzahl Φ_1 auf Φ_2 ändert, die Formel:

$$Q = \frac{w}{R} \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{10^8} \text{ Coulomb,} \quad (30)$$

wo R den Widerstand des geschlossenen Kreises bezeichnet.

Dividiert man die Elektrizitätsmenge Q durch die Zeit T' , welche zu der Kraftlinienänderung $\Phi_1 - \Phi_2$ gebraucht wurde, so erhält man die mittlere Stromstärke J_m ,

$$J_m = \frac{w}{R} \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{T' 10^8} \text{ Ampere.} \quad (31)$$

Multipliziert man die Stromstärke mit dem Widerstande des geschlossenen Kreises, so erhält man die mittlere elektromotorische Kraft der Induktion

$$E_m = \frac{w(\Phi_1 - \Phi_2)}{T' 10^8} \text{ Volt.} \quad (32)$$

160. Ein Magnetstab von 20 [30] (40) cm Länge hat das magnetische Moment $\mathfrak{M} = 1600$ [2500] (3000) (c, g, s) Einheiten. Derselbe wird rasch in eine Spule eingestoßen, so daß Spulenmitte und Stabmitte zusammenfallen. Die Spule besitzt 500 [800] (1200) Windungen und 2 [10] (20) Ω Widerstand. Welche Elektrizitätsmenge wird in der kurzgeschlossenen Spule erzeugt?

Lösung: Die Anzahl der von dem Magneten ausgesandten Kraftlinien ist nach Formel (15)

$$\Phi = 4\pi \frac{\mathfrak{M}}{l} = \frac{4\pi \cdot 1600}{20} = 1004,8 \text{ Maxwell.}$$

Diese Zahl umschließt die Spule, wenn Stab- und Spulenmitte zusammenfallen, es ist also

$$\Phi_2 = 1004,8.$$

Zuerst war jedoch der Stab so weit von der Spule entfernt, daß praktisch keine Kraftlinien durch die Spule gingen, also ist

$$\Phi_1 = 0, \text{ mithin nach Formel (30)}$$

$$Q = \frac{(0 - 1004,8) 500}{2 \cdot 10^8} = - 0,002 512 \text{ C.}$$

161. Welche mittlere Stromstärke fließt durch die Windungen, wenn der Stab nach 0,1 [0,001] (0,015) Sek. die Spulenmitte erreicht?

$$\text{Lösung: } J_m = \frac{Q}{T'} = - \frac{0,002 512}{0,1} = - 0,025 12 \text{ A.}$$

Das —-Zeichen sagt aus, daß der Strom für den Beschauer im entgegengesetzten Sinne des Uhrzeigers fließt (s. Abb. 54).

162. Eine Spule (sogeannter Erdinduktor) hat 150 [200] (350) Windungen, deren mittlerer Durchmesser 25,5 [35] (50) cm beträgt. Dieselbe wird vertikal so aufgestellt, daß die Ebene der Windungen von Osten nach Westen zeigt. Welche Elektrizitätsmenge wird in dem geschlossenen Stromkreise von 20 [40] (60) Ω Widerstand bei einer Drehung der Spule um 180° erzeugt, wenn die Horizontalkomponente \mathfrak{H}_e des Erdmagnetismus für den Aufstellungs-ort den Wert 0,2 [0,193] (0,19) Gauß besitzt? (Abb. 56.)

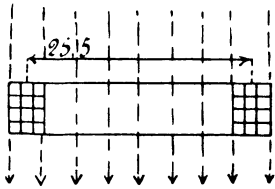


Abb. 56.

Lösung: Von den Windungen werden vor der Drehung die

$$\text{Kraftlinien} \quad \Phi_1 = F \mathfrak{H}_e = \frac{25,5^2 \pi}{4} 0,2 = 103$$

umschlossen, nach der Drehung ist die Kraftlinienzahl dieselbe geblieben, doch tritt sie von der anderen Seite durch die Windungen, also muß $\Phi_2 = - 103$ gesetzt werden. Die Elektrizitätsmenge ist daher

$$Q = \frac{(103 + 103) \cdot 150}{20 \cdot 10^8} = \frac{206 \cdot 150}{20 \cdot 10^8} = 0,000 015 45 \text{ Coulomb.}$$

163. Den äußeren Stromkreis der Spule (Aufgabe 162) bildete ein ballistisches Spiegelgalvanometer, welches bei der Drehung der Spule einen Ausschlag von 3 [12] (15) Skalenteilen machte. Wie groß ist hiernach die Konstante des Galvanometers?

Lösung: Für kleine Ausschläge ist $Q = Cp$, wo C die gesuchte Konstante und p den ersten Ausschlag bedeutet. Es ist also

$$C = \frac{Q}{p} = \frac{0,000 015 45}{3} = 0,000 005 15.$$

164. Welche Elektrizitätsmenge ging durch das Galvanometer der Aufgabe 163, wenn der erste Ausschlag 25 [12] (30) Skalenteile beträgt?

Lösung: $Q = 0,00000515 \cdot 25 = 0,000129$ Coulomb.

165. Es soll in Aufgabe 162 der Widerstand R der Spule einschließlich des Galvanometers bestimmt werden.

Lösung: Ist F die Fläche der Spule, durch welche pro Quadratcentimeter ξ_e Kraftlinien gehen, so ist die von den Windungen eingeschlossene Kraftlinienzahl $F \xi_e$; nach der Drehung um 180° ist sie $-F \xi_e$, also wird eine Elektrizitätsmenge $Q_1 = \frac{2 F \xi_e w}{R 10^8}$ erzeugt, wo R den gesuchten Widerstand

bezeichnet. Diese Elektrizitätsmenge ruft im Galvanometer den Ausschlag p_1 hervor. Schaltet man nun in den Stromkreis noch den bekannten Widerstand r ein, so wird bei der Drehung der Spule jetzt die Elektrizitätsmenge $Q_2 = \frac{2 F \xi_e w}{(R + r) 10^8}$ erzeugt, welche den Galvanometerausschlag p_2 hervorbringt. Es ist also

$$Q_1 = \frac{2 F \xi_e w}{R 10^8} = C p_1,$$

$$Q_2 = \frac{2 F \xi_e w}{(R + r) 10^8} = C p_2.$$

Durch Division beider Gleichungen erhält man

$$\frac{R + r}{R} = \frac{p_1}{p_2},$$

woraus $R = r \frac{p_2}{p_1 - p_2}$ folgt.

Wie groß ist hiernach R , wenn $p_1 = 20$ [15] (18), $p_2 = 7$ [8] (4) und $r = 10$ [20] (5) Ω ist?

$$R = 10 \frac{7}{20 - 7} = 5,38 \Omega.$$

166. Durch eine Spule von 2743 Windungen und 40 cm Länge wird ein Strom von 2 [1,5] (0,97) A geschickt. In der Mitte dieser Spule sind 100 Windungen von 1,86 cm Durchmesser aufgewickelt, die mit einem ballistischen Galvanometer von 15 Ω einschließlich des Widerstandes der 100 Windungen verbunden sind. Welche Elektrizitätsmenge fließt durch das Galvanometer, wenn der Strom von 2 [1,5] (0,97) A gewendet

wird? Wie groß ist die Galvanometerkonstante bei 12 [8] (15) Teilen Ausschlag?

Lösung: Die Kraftliniendichte, die in der Mitte der langen Spule erzeugt wird, ist nach Formel (20b)

$$\mathfrak{H} = \frac{0,4 \pi w J}{l} = \frac{0,4 \pi 2743 \cdot 2}{40} = 172 \text{ Gauß.}$$

Die Kraftlinienzahl, die durch unsere 100 Windungen geht, ist daher

$$\Phi_1 = \frac{1,86^2 \pi}{4} \cdot 172 = 468 \text{ Maxwell.}$$

Nach der Stromumkehr ist die Kraftlinienzahl $\Phi_2 = -468$. Es ist mithin

$$Q = \frac{100 \cdot [468 - (-468)]}{15 \cdot 10^8} = 0,0000624 \text{ Coulomb.}$$

Die Galvanometerkonstante ist

$$C = \frac{Q}{p} = \frac{0,0000624}{12} = 0,0000052.$$

167. In die Höhlung der langen Spule wurde ein Eisenstab von 0,45 cm Durchmesser eingeschoben. Jetzt machte das Galvanometer beim Stromwenden einen Ausschlag von 47,7 [36] (18) Teilen. Gesucht wird:

- a) die Elektrizitätsmenge,
- b) die den Eisenstab durchsetzende Kraftlinienzahl,
- c) die Kraftliniendichte im Eisen.

Lösungen:

Zu a): Der Galvanometeraussschlag gibt die Elektrizitätsmenge:

$$Q = 0,0000052 \cdot 47,7 = 0,000248 \text{ C.}$$

Zu b): Aus Formel (30): $Q = \frac{w(\Phi_1 - \Phi_2)}{10^8 R}$ folgt:

$$\Phi_1 - \Phi_2 = \frac{0,000248 \cdot 10^8 \cdot 15}{100} = 3710.$$

Nun ist aber $\Phi_2 = -\Phi_1$, also

$$2\Phi_1 = 3710 \text{ oder } \Phi_1 = 1855,$$

Zu c): Die Kraftliniendichte im Eisen ist

$$\mathfrak{H} = \frac{1855}{0,45^2 \cdot \frac{\pi}{4}} = 11700.$$

168. Ein Eisenring von 1 [2,8] (2,87) cm² Querschnitt, einem äußeren Durchmesser von 17 [25] (32) cm und einem inneren von 15 [10] (20) cm ist mit 430 [520] (640) Windungen bewickelt, durch die ein Strom von 2 [3] (5) A geschickt wird. Außerdem sind noch 10 Windungen aufgewickelt, die durch einen Erdinduktor und ein ballistisches Spiegelgalvanometer zu einem Stromkreise vereinigt sind. Der Erdinduktor besteht

aus 150 Windungen, die eine Fläche von 510 cm² umschließen. Wird derselbe um 180° gedreht, so schlägt das Spiegelgalvanometer um 1,8 [2,5] (3) Teile aus; wird der Strom des Eisenringes dagegen gewendet, so beträgt der Ausschlag 17,4 [25] (36) Teile. Die Horizontalkomponente des Erdmagnetismus hat den Wert $\xi_e = 0,2$ Gauß. Wie groß ist hiernach

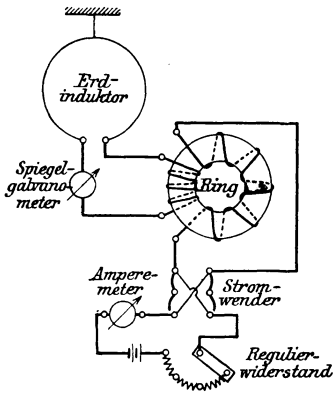


Abb. 57.

- a) die magnetisierende Kraft ξ
- b) die magnetische Induktion \mathfrak{B} im Eisen? (Schaltungsschema Abb. 57.)

Lösungen:

Zu a): Die magnetisierende Kraft ξ folgt aus der Formel

$$\xi = \frac{0,4 \pi w J}{l} = \frac{0,4 \pi \cdot 430 \cdot 2}{16 \pi} = 21,5 \text{ Gauß.}$$

Zu b): Wird der Erdinduktor gedreht, so entsteht durch Induktion die Elektrizitätsmenge

$$Q_1 = \frac{150 (\Phi_1 - \Phi_2)}{R \cdot 10^8} = \frac{150 (2 \cdot 510 \cdot 0,2)}{R \cdot 10^8},$$

wo R den Widerstand der 10 Windungen, des Galvanometers und des Erdinduktors bezeichnet.

Beim Wenden des Stromes entsteht die Elektrizitätsmenge

$$Q_2 = \frac{10 \cdot 2 \Phi}{R \cdot 10^8},$$

wo Φ die durch den Ring tretende Kraftlinienzahl ist.

$$(\Phi_1 = \Phi; \Phi_2 = -\Phi)$$

Die das Galvanometer durchfließende Menge Q wird aber gemessen durch die Gleichung

$$Q = Cp;$$

es gelten also die Gleichungen

$$\frac{150 \cdot 2 \cdot 510 \cdot 0,2}{R \cdot 10^8} = C \cdot 1,8;$$

$$\frac{10 \cdot 2 \Phi}{R \cdot 10^8} = C \cdot 17,4.$$

Durch Division ergibt sich

$$\frac{\Phi}{15 \cdot 510 \cdot 0,2} = \frac{17,4}{1,8},$$

$$\Phi = \frac{17,4 \cdot 15 \cdot 510 \cdot 0,2}{1,8} = 14800 \text{ Maxwell},$$

demnach $\mathfrak{B} = \frac{\Phi}{q} = \frac{14800}{1} = 14800 \text{ Gauß}.$

169. Welche EMK entsteht in einem Leiter, der auf 10 [15] (20) cm Länge mit 8 [10] (20) m Geschwindigkeit senkrecht zu den Kraftlinien in einem konstanten magnetischen Felde von der Dichte 5000 [7000] (8000) Gauß bewegt wird? (Abb. 58.)

Lösung: In Formel (29) ist $\sin \omega = 1$, also

$$e = \frac{\mathfrak{B} l v}{10^8} = \frac{5000 \cdot 10 \cdot 800}{10^8} = 0,4 \text{ V}.$$

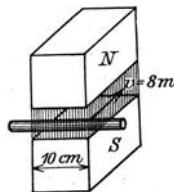


Abb. 58.

170. Zwei Stäbe aus 3 [2] (2,5) mm rundem Kupferdraht sind zu einem Rechteck von 10 [18] (20) cm und 8 [6] (12) cm Seitenlänge verbunden. Die eine 10 cm lange Seite befindet sich in einem Felde, dessen konstante Dichte 4500 [6000] (7500) ist; das Rechteck wird senkrecht zu den Kraftlinien mit einer Geschwindigkeit von 8 [10] (29) m fortbewegt (Abb. 59).

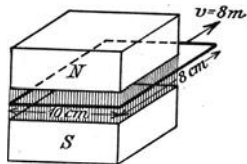


Abb. 59.

Gesucht wird:

- die erzeugte EMK,
- der Widerstand des Rechtecks,
- die im Draht fließende Stromstärke,
- die Kraft, die sich der Bewegung des Drahtes entgegenstellt,

- e) die zur Bewegung des Drahtes erforderliche Leistung,
f) die entstandene Stromwärme.

NB. In dieser Aufgabe ist davon abzusehen, daß der Draht den erzeugten Strom nicht vertragen würde.

Lösungen:

Zu a): Die in einer Seite erzeugte EMK ist nach Formel (29)

$$e = \frac{4500 \cdot 10 \cdot 800}{10^8} = 0,360 \text{ V.}$$

Zu b): Die Länge aller vier Seiten ist $36 \text{ cm} \equiv 0,36 \text{ m}$.

Der Querschnitt ist $q = 3^2 \frac{\pi}{4} = 7 \text{ mm}^2$, also der Widerstand

$$R = \frac{0,018 \cdot 0,36}{7} = 0,000925 \Omega.$$

Zu c): Die Stromstärke ist $J = \frac{0,36}{0,000925} = 388 \text{ A}$.

Zu d): Die Formel (17a) (S. 66) gibt für einen Stab die der Bewegung entgegenwirkende Kraft

$$P = \mathfrak{B} J b = 4500 \cdot 38,8 \cdot 10 = 1750000 \text{ Dyne}$$

(J war in c, g, s Einheiten einzusetzen).

Zu e): Die zur Bewegung des Drahtes erforderliche Leistung ist

$$\text{Kraft} \times \text{Geschwindigkeit} = \frac{1750000 \cdot 800}{10^7} = 140 \text{ W.}$$

Zu f): Die entstandene Stromwärme ist $J^2 R = J(JR)$ oder

$$e J = 0,36 \cdot 388 = 140 \text{ W.}$$

Beachte: Die zur Bewegung des Drahtes aufgewendete mechanische Leistung (Frage e) wurde in elektrische (Frage f) umgewandelt.

171. Welche mittlere EMK wird in einem Erdinduktor von 20 [35] (50) cm Durchmesser und 200 [300] (400) Windungen erzeugt, wenn derselbe um einen vertikalen Durchmesser mit 8 [10] (20) Umdrehungen pro Sek. gedreht wird, und die Horizontalkomponente des Erdmagnetismus am Aufstellungsort den Wert 0,194 [0,2] (10)¹ Gauß hat?

Lösung: Die mittlere EMK folgt aus Formel (32):

$$E_m = \frac{(\Phi_1 - \Phi_2) w}{T' 10^8}.$$

¹) Ist durch den Erdmagnetismus natürlich unmöglich.

Zeigt der Erdinduktor von Osten nach Westen, so ist

$$\Phi_1 = 20^2 \frac{\pi}{4} \cdot 0,194 = 61,$$

eine halbe Umdrehung später ist

$$\Phi_2 = -20^2 \frac{\pi}{4} \cdot 0,194 = -61.$$

Da in 1 Sek. 8 Umdrehungen gemacht werden, so ist die Zeitdauer T' einer halben Umdrehung $= \frac{1}{16}$ Sek., also wird

$$E_m = \frac{2 \cdot 61 \cdot 200}{\frac{1}{16} \cdot 10^8} = 0,0039 \text{ V.}$$

172. Wie groß ist in voriger Aufgabe die mittlere Stromstärke, wenn der Widerstand des Stromkreises 2 [5] (15) Ω beträgt?

$$\text{Lösung: } J_m = \frac{E_m}{R} = \frac{0,0039}{2} = 0,00195 \text{ A.}$$

§ 18. Selbstinduktion.

Schließt man den Stromkreis einer Spule, so erzeugt der entstandene Strom Kraftlinien, deren Zunahme, nach Gesetz 13, eine EMK bewirkt, die dem Strome entgegengerichtet ist. Öffnet man den Stromkreis, so verschwinden die Kraftlinien und rufen durch ihre Abnahme eine neue EMK hervor, die dem Strome gleichgerichtet ist. Man nennt diese EMK, die beim Schließen bzw. Öffnen entsteht, die EMK der Selbstinduktion.

Ihre Größe wird aus der Formel (28)

$$e_s = -\frac{d\Phi}{dt} w 10^{-8} \text{ Volt}$$

berechnet. Für eine lange Spule ist angenähert die Kraftlinienzahl, die durch den Querschnitt q der Spule geht (vgl. Formel (20 b))

$$Hq = \Phi = \frac{4\pi w i}{10 l} q,$$

wenn i in Ampere gesetzt wird.

Also

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{4\pi w q}{10 l} \frac{di}{dt}$$

und hiermit für die lange Spule

$$e_s = -\frac{4\pi w^2 q}{10^9 l} \frac{di}{dt}.$$

Den Faktor von $\frac{di}{dt}$ nennt man die Induktivität oder den Koeffizienten

der Selbstinduktion und bezeichnet ihn gewöhnlich mit L , es ist also für die lange Spule angenähert

$$L = \frac{4\pi w^2 q}{10^9 l} \text{ Henry (H)}, \quad (33)$$

wobei die zu den Größen Ampere, Volt, Ohm gehörige Einheit der Selbstinduktion 1 Henry genannt wurde.

Die EMK der Selbstinduktion ist hiernach allgemein

$$e_s = -L \frac{di}{dt} \text{ Volt.} \quad (34)$$

Enthalten die Spulen kein Eisen, so ist L für die betreffende Spule eine unveränderliche Größe, im andern Falle veränderlich. Ist μ die Permeabilität des Eisens (Formel (21)), so wird durch das Eisen der Selbstinduktionskoeffizient der Spule μL .

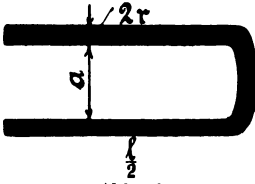


Abb. 60.

Für zwei geradlinige, parallele Leiter (Abb. 60), welche an einem Ende miteinander verbunden sind, ist der Selbstinduktionskoeffizient

$$L = l \left(4,605 \log \frac{a}{r} + 0,5 \right) \text{ cm},$$

wo a den Abstand, l die ganze Drahtlänge und $2r$ den Drahtdurchmesser in Zentimetern bezeichnet. Setzt man $l = 10^6 \text{ cm} \equiv 1 \text{ km}$ und verwandelt in Henry, so wird für 1 km Drahtlänge

$$L = \frac{4,605 \log \frac{a}{r} + 0,5}{10^4} \text{ Henry.} \quad (35)$$

Tabelle 6. Werte von L in Henry für 1 km Drahtlänge.

	$a =$ 25 cm	$a =$ 50 cm	$a =$ 75 cm	$a =$ 100 cm	$a =$ 150 cm	$a =$ 200 cm
$r = 0,5 \text{ mm}$	0,001 292	0,001 431	0,001 512	0,001 570	0,001 645	0,001 705
1 "	0,001 155	0,001 292	0,001 372	0,001 431	0,001 514	0,001 570
1,5 "	0,001 070	0,001 209	0,001 292	0,001 348	0,001 430	0,001 487
2 "	0,001 017	0,001 155	0,001 240	0,001 292	0,001 372	0,001 430
2,5 "	0,000 970	0,001 110	0,001 190	0,001 247	0,001 329	0,001 386
3 "	0,000 934	0,001 070	0,001 150	0,001 219	0,001 292	0,001 346
3,5 "	0,000 905	0,001 044	0,001 129	0,001 183	0,001 263	0,001 320
4 "	0,000 877	0,001 017	0,001 087	0,001 155	0,001 226	0,001 292
4,5 "	0,000 850	0,000 990	0,001 070	0,001 127	0,001 212	0,001 270
5 "	0,000 832	0,000 971	0,001 052	0,001 110	0,001 191	0,001 249

173. Wie groß ist der Selbstinduktionskoeffizient einer 40 [50] (35) cm langen Spule, die 2745 [4300] (1800) Windungen besitzt, deren mittlerer Durchmesser 2 [2,5] (3) cm ist?

Lösung: $w = 2745$, $l = 40 \text{ cm}$, $q = \frac{\pi 2^2}{4} = 3,14 \text{ cm}^2$.

$$L = \frac{4 \pi \cdot 2745^2 \cdot 3,14}{10^9 \cdot 40} = 0,00745 \text{ Henry.}$$

174. Wieviel Windungen muß eine Spule von 50 [40] (10) cm Länge und einem mittleren Wicklungsdurchmesser von 10 [15] (20) cm erhalten, um einen Selbstinduktionskoeffizienten von 1 Henry zu besitzen?

Lösung: Aus $L = \frac{4 \pi w^2 q}{10^9 l}$ folgt

$$w = \sqrt{\frac{10^9 l L}{4 \pi q}} = \sqrt{\frac{10^9 \cdot 50 \cdot 1}{4 \pi \cdot 10^2 \cdot \frac{\pi}{4}}}$$

$$w = \frac{10^4}{\pi} \sqrt{5} = 7110 \text{ Windungen.}$$

175. Berechne den Selbstinduktionskoeffizienten zweier paralleler Leiter für 1 km Drahtlänge, wenn der Drahtdurchmesser 12 [11] (13) mm und der Abstand der parallelen Drähte voneinander 45 [55] (60) cm beträgt?

Lösung: Der Selbstinduktionskoeffizient pro 1 km Drahtlänge folgt aus der Formel (35):

$$L = \frac{4,605 \log \frac{a}{r} + 0,5}{10^4} \text{ Henry.}$$

In unserem Falle ist $r = 6 \text{ mm} \equiv 0,6 \text{ cm}$, $a = 45 \text{ cm}$,

$$\text{also } L = \frac{4,605 \log \frac{45}{0,6} + 0,5}{10^4} = 0,000905 \text{ Henry.}$$

176. Der Ort A ist von dem 15 [30] (80) km entfernten Orte B durch eine 8 [7] (6) mm dicke Kupferleitung (Hin- und Rückleitung) verbunden. Der Abstand der beiden Drähte voneinander beträgt 50 [75] (100) cm. Wie groß ist der Widerstand und der Selbstinduktionskoeffizient dieser Leitung?

$$\text{Lösung: } R = \frac{\rho l}{q} = \frac{0,018 \cdot 30000}{8^2 \frac{\pi}{4}} = 10,8 \Omega.$$

Für einen Draht von 4 mm Radius und 50 cm Abstand ergibt die Tabelle 6 pro 1 km Drahtlänge den Selbstinduktionskoeffizienten 0,001017, also ist für 2 · 15 km Drahtlänge

$$L = 30 \cdot 0,001017 = 0,03051 \text{ Henry.}$$

II. Die Eigenschaften der Gleichstrom-Maschinen.

§ 19. Die fremderregte Maschine.

Bringt man einen Ring aus Eisenblechen zwischen die Pole N und S eines Magneten (Stahlmagneten oder eines Elektromagneten, der aus einer besonderen Stromquelle gespeist wird), Abb. 61, so gehen die Kraftlinien vom Nordpol zum Südpol, wobei sie, wie gezeichnet, den Ring durchlaufen. Man erkennt, daß durch einen Querschnitt des Ringes (Schnitt senkrecht zur Papierebene gedacht) je nach seiner Lage, verschieden viele Kraftlinien hindurchgehen, z. B. durch Schnitte bei I und III alle, durch Schnitte bei II und IV keine. Denkt man sich daher um einen Querschnitt eine Windung gelegt, so

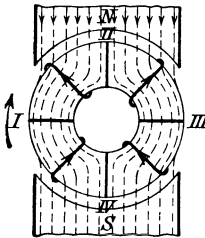


Abb. 61.

wird diese, je nach ihrer Lage, mehr oder weniger Kraftlinien einschließen. Bewegt sich unsere Windung von I nach II zu, also rechts herum, so nimmt die Zahl der von ihr eingeschlossenen Kraftlinien ab, es entsteht hierdurch in ihr eine EMK, deren Richtung durch den Pfeil in Abb. 61 angedeutet ist. In gleicher Weise findet man die Richtung der EMK, wenn die Windung sich zwischen II und III oder III und IV , oder IV und I bei gleicher Drehrichtung befindet. Ist nämlich die Drehrichtung die entgegengesetzte, so kehrt auch die EMK ihre Richtung um.

Der Mittelwert e_m der EMK, die in der Windung entsteht, wenn dieselbe von I bis III bewegt wird, folgt aus Formel (32). Hier ist Φ_1 die Kraftlinienzahl, die durch die Windung in Lage I geht und Φ_2 die Kraftlinienzahl in Lage III , T' die Zeit, die erforderlich ist, um die Windung von I nach III zu bringen. Gelangen Φ_0 Kraftlinien vom Nordpol durch den Ring zum Südpol, so ist $\Phi_1 = \frac{\Phi_0}{2}$ und $\Phi_2 = -\frac{\Phi_0}{2}$,

$T' = \frac{T}{2}$ gleich der Zeitdauer einer halben Umdrehung.

$$e_m = \frac{\frac{1}{2} \Phi_0 - \left(-\frac{1}{2} \Phi_0\right)}{\frac{T}{2} \cdot 10^8} = \frac{2 \Phi_0}{T \cdot 10^8} \text{ Volt}$$

Anstatt der Zeitdauer T einer Umdrehung führt man die Anzahl n der Umdrehungen pro Minute ein durch die Gleichung $T = \frac{60}{n}$, so daß

$$e_m = \frac{2 \Phi_0 n}{60 \cdot 10^8} \text{ Volt} \quad (36)$$

wird.

Ist der Ring mit w Windungen, deren Anfang und Ende miteinander verbunden sind, gleichmäßig bewickelt (Abb. 62), so zeigen die ein-

gezeichneten Pfeile die Richtung der EMK bei Rechtsdrehung des Ringes an. Man erkennt, daß sich die EMK in allen Windungen eines Halbringes addieren, die beiden Halbringe aber parallel geschaltet sind.

Die elektromotorische Kraft E des Ringes wird gefunden, wenn man die mittlere EMK einer Windung mit der Anzahl der Windungen, in denen sich die EMK addieren, multipliziert, also ist

$$E = e_m \frac{w}{2} = \frac{2 \Phi_0 n}{60 \cdot 10^8} \cdot \frac{w}{2} = \frac{\Phi_0 n w}{60 \cdot 10^8} \text{ Volt.}$$

Belegt man die Oberfläche eines aus dünnen Eisenblechen zusammengesetzten Zylinders mit Drähten, die in bestimmter Weise miteinander verbunden sind (s. § 25), so erhält man einen sogenannten Trommelanker. Für Ring- und Trommelanker gilt die gleiche Formel

$$E = \frac{\Phi_0 n z}{60 \cdot 10^8} \text{ Volt} \tag{37}$$

wenn z die Drahtzahl auf der Ankeroberfläche bezeichnet. Beim Ringanker ist $z = w$, beim Trommelanker $z = 2w$.

Bezeichnet R_a den Widerstand des Ankers, gemessen zwischen A und B (Abb. 62), J_a den dem Anker entnommenen Strom, E_k die Spannung an den Bürsten, so ist infolge des Spannungsverlustes $J_a R_a$ die Klemmenspannung zwischen A und B

$$E_k = E - J_a R_a \text{ Volt.}$$

Für den Widerstand des aufgewickelten Ankerdrahtes gilt die Formel:

$$R_{a_w} = \frac{\rho L_a}{4 q} \text{ Ohm,} \tag{38}$$

wo L_a die aufgewickelte Drahtlänge in Meter, q den Drahtquerschnitt in Quadratmillimeter und ρ den spezifischen Leitungswiderstand des Kupfers bedeutet. Um der Erwärmung des Drahtes Rechnung zu tragen, setzt man in der Regel

$$\rho = 0,02.$$

Der Widerstand R_a ist größer als R_{a_w} um den Übergangswiderstand zwischen Bürste und Kollektor.

Das hier Entwickelte läßt sich zusammenfassen zu dem

Gesetz 15: Wird ein Anker in einem magnetischen Felde gedreht, so entsteht in ihm eine elektromotorische Kraft. Kehrt man, bei unverändertem Magnetismus, die Drehrichtung um, so ändert sich auch die Richtung der elektromotorischen Kraft.

Gesetz 16: Schickt man Strom in den Anker hinein, so dreht sich derselbe (Motor) und erzeugt hierdurch eine elektromotorische Kraft, die dem Strome entgegengerichtet ist (elektromotorische Gegenkraft E_g).

Gesetz 17: Kehrt man die Stromrichtung im Anker um, so kehrt sich auch die Drehrichtung um.

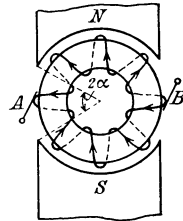


Abb. 62.

Die elektromotorische Gegenkraft des Motors ist bestimmt durch die Gleichung:

$$E_g = E_k - J_a R_a, \quad (39)$$

wo E_g die durch die Drehung entstandene elektromotorische Gegenkraft (Formel 37) bezeichnet.

177. Ein Ringanker besitzt 210 [400] (600) Windungen und wird mit 1200 [1500] (800) Umdrehungen pro Minute in einem magnetischen Felde von $2 \cdot 10^6$ [$1,8 \cdot 10^6$] ($3 \cdot 10^6$) Kraftlinien gedreht. Welche elektromotorische Kraft wird im Anker erzeugt?

Lösung: Es ist $w = 210$, $\Phi_0 = 2 \cdot 10^6$, $n = 1200$,

$$\text{also } E = \frac{2 \cdot 10^6 \cdot 1200 \cdot 210}{60 \cdot 10^8} = 84 \text{ V.}$$

178. Der Ankerwiderstand in Aufgabe 177 beträgt 0,05 [0,03] (0,2) Ω ; welche Klemmenspannung liefert die Maschine, wenn dem Anker 100 [120] (50) A entnommen werden?

Lösung: $E_k = 84 - 100 \cdot 0,05 = 79 \text{ V.}$

179. Um die Klemmenspannung wieder auf 84 [180] (240) V (wie bei Leerlauf) zu bringen, soll die Drehzahl erhöht werden. Wieviel Umdrehungen muß der Anker machen?

Lösung 1: Wenn $E_k = 84 \text{ V}$ ist, muß

$$E = E_k + J_a R_a = 84 + 100 \cdot 0,05 = 89 \text{ V}$$

werden. Die Gleichung

$$E = \frac{\Phi_0 n w}{60 \cdot 10^8}$$

gibt

$$n = \frac{E \cdot 10^8 \cdot 60}{\Phi_0 w} = \frac{89 \cdot 10^8 \cdot 60}{2 \cdot 10^6 \cdot 210} = 1272.$$

Lösung 2: Schreibt man die Formel (37)

$$E_1 = \frac{\Phi_0 n_1 w}{60 \cdot 10^8},$$

$$E_2 = \frac{\Phi_0 n_2 w}{60 \cdot 10^8}$$

und dividiert, so erhält man

$$E_1 : E_2 = n_1 : n_2 \quad \text{oder} \quad 84 : 89 = 1200 : n_2,$$

$$n_2 = \frac{1200 \cdot 89}{84} = 1272.$$

180. Wieviel Kraftlinien sind in Aufgabe 179 erforderlich, wenn die Drehzahl unverändert 1200 [1500] (800) bleibt?

Lösung 1: $E = 89 \text{ V}$.

$$\Phi_0 = \frac{E \cdot 10^8 \cdot 60}{n w} = \frac{89 \cdot 10^8 \cdot 60}{1200 \cdot 210} = 2,12 \cdot 10^6.$$

Lösung 2: $E_1 : E_2 = \Phi_0 : \Phi_0'$ oder $84 : 89 = 2 \cdot 10^6 : \Phi_0'$,
woraus

$$\Phi_0' = \frac{89 \cdot 2 \cdot 10^6}{84} = 2,12 \cdot 10^6.$$

181. Der Anker der Aufgabe 177 erhält aus einer fremden Stromquelle von 85 [186] (245) V Spannung einen Strom von 75 [100] (45) A. Wie groß ist a) die elektromotorische Gegenkraft des Ankers und b) wieviel Umdrehungen macht derselbe, wenn $\Phi_0 = 2 \cdot 10^6$ [$1,8 \cdot 10^6$] ($3 \cdot 10^6$) ist?

Lösung: Formel 39 gibt: $E_g = 85 - 75 \cdot 0,05 = 81,25 \text{ V}$. Aus Formel (37) folgt:

$$n = \frac{60 \cdot E_g \cdot 10^8}{\Phi_0 w} = \frac{60 \cdot 81,25 \cdot 10^8}{2 \cdot 10^6 \cdot 210} = 1161 \text{ Umdr. pro Minute.}$$

182. Man wünscht die Drehzahl der vorigen Aufgabe auf 1200 [1500] (800) zu bringen und zwar durch Änderung des magnetischen Feldes. Wieviel Kraftlinien sind hierzu erforderlich?

Lösung: Aus Formel (39) folgt $E_g = 85 - 75 \cdot 0,05 = 81,25 \text{ V}$.

$$\Phi_0 = \frac{E_g \cdot 10^8 \cdot 60}{n w} = \frac{81,25 \cdot 10^8 \cdot 60}{1200 \cdot 210} = 1,935 \cdot 10^6.$$

Gesetz 18: Schwächung des Feldes erhöht beim Motor die Drehzahl.

183. Welche Stromstärke nimmt der obige Motor auf, wenn bei $\Phi_0 = 2 \cdot 10^6$ [$1,8 \cdot 10^6$] ($3 \cdot 10^6$) die Drehzahl auf 1000 [1400] (650) pro Minute gesunken ist? (Klemmspannung wie in Aufgabe 181.)

$$\text{Lösung: } E_g = \frac{\Phi_0 n w}{60 \cdot 10^8} = \frac{2 \cdot 10^6 \cdot 1000 \cdot 210}{60 \cdot 10^8} = 70 \text{ V.}$$

Aus der Gleichung (39): $E_k = E_g + J_a R_a$ folgt

$$J_a = \frac{E_k - E_g}{R_a} = \frac{85 - 70}{0,05} = \frac{15}{0,05} = 300 \text{ A.}$$

184. Wie hoch würde die Stromstärke eventuell steigen, wenn der Anker festgehalten würde?

Lösung: Beim Festhalten ist $n = 0$, also auch, nach Gl. (37), $E = 0$, demnach

$$J_a = \frac{E_k}{R_a} = \frac{85}{0,05} = 1700 \text{ A.}$$

Dieser Strom ist so groß, daß ihn unser Motor nicht vertragen würde. Man muß daher zwischen Anker und Stromquelle einen Anlaßwiderstand legen. (Abb. 63 Widerstand R .) (Vgl. auch Abb. 8 und Aufg. 60 und 61.)

185. Ein Elektromotor ist an eine Klemmenspannung von 110 [220] (440) V angeschlossen, er nimmt 20 [15] (10) A auf und macht dabei 1000 [1200] (900) Umdrehungen. Sein Ankerwiderstand beträgt 0,25 [0,5] (1,2) Ω . Um die Drehzahl herabzusetzen, schaltet man dem Anker einen Widerstand R von 2,75 [6,5] (20,8) Ω vor (Abb. 63).

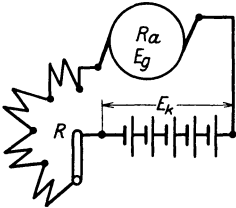


Abb. 63.

Gesucht wird:

- Die elektromotorische Gegenkraft des Ankers ohne den vorgeschalteten Widerstand,
- die elektromotorische Gegenkraft bei vorgeschaltetem Widerstand und 20 [15] (10) A Stromaufnahme,
- die Drehzahl.

Lösungen:

Zu a): Die elektromotorische Gegenkraft ist

$$E_1 = E_k - J R_a = 110 - 20 \cdot 0,25 = 105 \text{ V.}$$

Zu b): Der Strom muß den Widerstand $R_a + R$ durchlaufen, also ist die elektromotorische Gegenkraft

$$E_2 = E_k - J(R_a + R) = 110 - 20(0,25 + 2,75) = 50 \text{ V.}$$

Zu c): Für die elektromotorische Gegenkraft gilt immer die Gleichung (37):

$$E_g = \frac{\Phi_0 n z}{60 \cdot 10^8}.$$

Wenn wir in beiden Versuchen Φ_0 als gleichbleibend ansehen, so ist $E_1 = \frac{\Phi_0 n_1 z}{60 \cdot 10^8}$ und $E_2 = \frac{\Phi_0 n_2 z}{60 \cdot 10^8}$ und durch Division:

$$E_1 : E_2 = n_1 : n_2,$$

woraus

$$n_2 = \frac{E_2}{E_1} n_1$$

folgt.

$$n_2 = \frac{50 \cdot 1000}{105} = 476 \text{ Umdrehungen.}$$

186. Wie groß würden in Aufgabe 185 die Drehzahlen werden, wenn die Belastung des Motors so abgenommen hätte, daß die aufgenommene Stromstärke nur 10 [6] (4) A betrüge?

Lösung: Ohne Vorschaltwiderstand wird die elektromotorische Gegenkraft

$$E_g = 110 - 10 \cdot 0,25 = 107,5 \text{ V,}$$

also gilt die Proportion $105 : 107,5 = 1000 : n_x$

$$n_x = \frac{107,5}{105} 1000 = 1025 \text{ Umdrehungen.}$$

Bei vorgeschaltetem Widerstand ist

$$E_g = 110 - 10 \cdot (0,25 + 2,75) = 80 \text{ V,}$$

also $105 : 80 = 1000 : n_x$,

$$n_x = \frac{80 \cdot 1000}{105} = 762 \text{ Umdrehungen.}$$

Bemerkung: Man beachte, daß bei vorgeschaltetem Widerstand die Drehzahl sehr stark mit der Belastung sich ändert.

187. Wie groß wird in Aufgabe 185 die eingeleitete, die vom Anker abgegebene Leistung und der Wirkungsgrad a) ohne Vorschaltwiderstand, b) mit Vorschaltwiderstand?

Lösungen:

Zu a): Die eingeleitete Leistung ist $N_k = E_k J = 110 \cdot 20 = 2200 \text{ W}$. Von dieser Leistung geht der Teil $J^2 R_a$ durch Stromwärme verloren, so daß der Anker die Leistung

$$N = E_k J - J^2 R_a = J(E_k - J R_a) = E_g J$$

abzugeben vermag. Es ist $E_g J = 105 \cdot 20 = 2100 \text{ W}$, daher der elektrische Wirkungsgrad

$$\eta_e = \frac{N}{N_k} = \frac{E_g J}{E_k J} = \frac{2100}{2200} = 0,955.$$

Zu b): $E_k J = 110 \cdot 20 = 2200 \text{ W}$. Durch Stromwärme gehen $J^2 (R_a + R)$ Watt verloren, also gibt der Anker die Leistung $E_k J - J^2 (R_a + R) = J[E_k - J(R_a + R)] = E_g J = 50 \cdot 20 = 1000 \text{ W}$ ab und demnach

$$\eta_e = \frac{1000}{2200} = 0,456,$$

d. h. Ankerleistung und Wirkungsgrad haben erheblich abgenommen.

188. Welchen Widerstand erhält der Anker eines Motors, der an 100 [120] (220) V Klemmenspannung angeschlossen ist und bei voller Belastung 70 [60] (50) A braucht, wenn die Drehzahl von Leerlauf bis zur Vollbelastung sich um 2% ändern darf?

Lösung: Aus der Gleichung $E_g = \frac{\Phi_0 n z}{60 \cdot 10^8}$ geht hervor, daß sich E_g (bei konstantem Φ_0) proportional mit n ändert, wenn also n sich um 2% ändert, so tut dies E_g ebenfalls, d. h. die elektromotorische Kraft fällt von annähernd 100 V bei Leerlauf auf 98 V bei voller Belastung. Nun ist aber

$$E_g = E_k - J_a R_a \quad \text{oder} \quad J_a R_a = E_k - E_g = 100 - 98 = 2 \text{ V},$$

$$R_a = \frac{2}{70} = 0,0286 \Omega.$$

NB. Bei Leerlauf ist J_a klein, so daß $J_a R_a$ vernachlässigt werden kann, also $E_k = E_g$ ist.

§ 20. Die Ankerrückwirkung.

Wenn ein Anker Strom abgibt, so wird er selbst magnetisch. Die Folge hiervon ist eine Rückwirkung auf das magnetische Feld.

Da zur Vermeidung der Funkenbildung am Kollektor, hervorgerufen durch den Kurzschluß einer Spule, die Bürsten verschoben werden müssen, und zwar bei einer Dynamo im Sinne der Drehung, bei einem Motor im entgegengesetzten Sinne, so tritt hierdurch eine Schwächung des magnetischen Feldes ein. Will man also die ursprüngliche Stärke wieder herstellen, so muß man so viel Amperewindungen auf dem Magneten mehr erzeugen, wie der Amperewindungszahl des Ankers innerhalb des doppelten Bürstenverschiebungswinkels α (Abb. 62) entspricht, das ist die Amperewindungszahl

$$X = \frac{z \cdot \alpha^0}{360^0} i_a,$$

wo also z die Drahtzahl, α den doppelten Bürstenverschiebungswinkel, d. i. angenähert den Winkel zwischen zwei ungleichnamigen Polkanten, und i_a die Stromstärke im Ankerdraht bezeichnet.

Führt man die häufig gebrauchten Bezeichnungen

$$\overline{AS} = \frac{z i_a}{\pi D} = \text{Amperestabzahl pro Ankerumfang}, \quad (40)$$

$$t_p = \frac{\pi D}{2 p} = \text{Polteilung} \quad (41)$$

und
$$g = \frac{c_p}{t_p} = \frac{\text{Polbogen}}{\text{Polteilung}} \quad (42)$$

ein, so kann man die Formel auch schreiben

$$X = (1 - g) t_p \overline{AS}. \quad (43)$$

Um Funkenbildung zu vermeiden, darf die EMK der Selbstinduktion der kurzgeschlossenen Spule (die Reaktanzspannung) gewisse Erfahrungswerte nicht überschreiten. Eine Annäherungsformel für die Reaktanzspannung des Trommelankers ist

$$e_s = 7 \cdot \frac{p}{G} \cdot \frac{z}{K} \cdot \frac{n z b}{60 \cdot 10^8} i_a \text{ Volt.} \quad (44)$$

Hierin bezeichnet $2p$ die Polzahl, $2G$ die Anzahl der Bürstenstifte, z die Drahtzahl, K die Kollektorlamellenzahl, b die Ankerlänge und i_a die Stromstärke im Ankerdraht. Nach der ETZ 1905 kann $e_s = 2,2$ V bei festen Bürsten und $3,7$ V bei verschiebbaren Bürsten werden. Bei Motoren, deren Drehrichtung umkehrbar sein soll, darf e_s den Wert von 1 V nicht übersteigen.

Die Feldstärke \mathfrak{B}_k , die an Stelle der kurzgeschlossenen Spule vorhanden sein muß, um die Reaktanzspannung aufzuheben, folgt aus

$$\mathfrak{B}_k = 7 \overline{AS}. \quad (45)$$

Damit der Wert von \mathfrak{B}_k noch vor der Polkante erreicht wird, muß die Feldstärke unter der Polkante etwas größer sein als \mathfrak{B}_k . Bezeichnet \mathfrak{B}_Ω die Kraftliniendichte im Luftzwischenraum bei stromlosem Anker, \mathfrak{B}_ϱ die Kraftliniendichte unter der Polkante, wenn der Anker allein als Magnet wirkte, so ist $\mathfrak{B}_\Omega - \mathfrak{B}_\varrho$ die Kraftliniendichte unter der Polkante.

Für \mathfrak{B}_ϱ gilt die Formel

$$\mathfrak{B}_\varrho = 0,63 \frac{c_p \overline{AS}}{\alpha \delta}. \quad (46)$$

(c_p Polbogen, δ Luftzwischenraum in Zentimeter, α Faktor zwischen $1,2$ und $2,5$ vgl. Formel (27a)).

189. Berechne e_s , \mathfrak{B}_k und \mathfrak{B}_ϱ für folgende Angaben, die sich auf ausgeführte Maschinen beziehen:

$2p =$	4	4	4	6
$2G =$	4	4	2	6
$n =$	900	400	635	610
$b =$	9 cm	12,5	15	18
$z =$	950	810	984	438
$K =$	95	135	123	219
$i_a =$	4,3 A	16,5 A	10 A	78 A
$\overline{AS} =$	72,5	139	104	202
$\delta =$	0,125 cm	0,3	0,3	0,4
$c_p =$	11 cm	18,2	16,5	21,6
$t_p =$	14,1	24	23,5	28,3
$\mathfrak{B}_\Omega =$	7700	8100	8400	7650

Lösung zu den Angaben der ersten Rubrik:

$$e_s = 7 \cdot \frac{4}{4} \cdot \frac{950}{95} \cdot \frac{900}{60} \cdot \frac{950 \cdot 9}{10^8} \cdot 4,3 = 0,387 \text{ V.}$$

$$\mathfrak{B}_k = 7 \overline{AS} = 7 \cdot 72,5 = 507,5.$$

$$\mathfrak{B}_q < 0,63 \frac{c_p \overline{AS}}{\delta} < \frac{0,63 \cdot 11 \cdot 72,5}{0,125} < 4030,$$

denn der weggelassene Faktor α ist größer als 1.

$$\mathfrak{B}_z - \mathfrak{B}_q > \mathfrak{B}_k = 7700 - 4030 = 3670.$$

190. Wie groß hätte in dem ausgerechneten Beispiel δ nur zu sein brauchen, wenn $\mathfrak{B}_z - \mathfrak{B}_q = 1500$ [in Rubrik 4 dagegen 2000] genügt?

Lösung: Wenn $\mathfrak{B}_z - \mathfrak{B}_q = 7700 - \mathfrak{B}_q = 1500$ ist, so darf

$$\mathfrak{B}_q = 7700 - 1500 = 6200$$

werden. Löst man die Gleichung 46 nach δ auf, so ergibt sich, wenn $\alpha = 1$ gesetzt wird,

$$\delta = \frac{0,63 \cdot 11 \cdot 72,5}{6200} = 0,0807 \text{ cm.}$$

§ 21. Die Hauptstrommaschine.

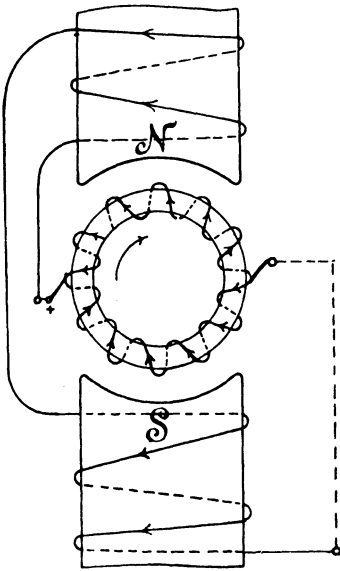


Abb. 64.

Wird bei geschlossenem Stromkreise der Anker der Maschine (Abbildung 64) rechts herum gedreht, so entsteht in ihm eine elektromotorische Kraft E , denn der vorhandene remanente Magnetismus wird verstärkt. Bei Linksdrehung kommt keine elektromotorische Kraft zustande, da der remanente Magnetismus geschwächt wird.

Gesetz 19: Ändert sich die Polarität des remanenten Magnetismus, so vertauschen die Klemmen ihre Vorzeichen.

Die Hauptstrommaschine ist zum Laden von Akkumulatoren nicht brauchbar, da sie durch den Batteriestrom umpolarisiert wird.

Schickt man Strom in die Maschine, so dreht sich der Anker links herum, d. h.

Gesetz 20: Der Hauptstrommotor läuft gegen die Bürsten¹⁾.

¹⁾ Die Bürsten würden natürlich umgestellt werden. Das obige Gesetz soll nur ausdrücken, daß der Motor die entgegengesetzte Drehrichtung hat wie die Dynamo.

Bezeichnet E_k die Klemmenspannung, E die elektromotorische Kraft, J den Strom im äußeren Kreise, R_a den Anker- und R_h den Magnetwiderstand, so ist:

$$\left. \begin{aligned} J_a &= J_h = J \\ E_k &= E - J(R_a + R_h) \quad (\text{Dynamo}) \\ E_k &= E_g + J(R_a + R_h) \quad (\text{Motor}) \end{aligned} \right\} \quad (47)$$

$$E_g = E = \frac{\Phi_0 n z}{60 \cdot 10^8} \text{ Volt}$$

($z = w$ beim Ringanker, $z = 2w$ beim Trommelanker). Abb. 65 gibt das Schaltungsschema an.

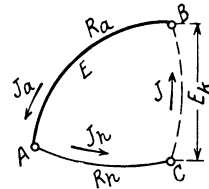


Abb. 65.

191. Der Ringanker einer Hauptstrommaschine besitzt 208 [300] (400) Windungen, sein Widerstand ist 0,07 [0,08] (0,1) Ω , der Widerstand der Magnetwicklung 0,08 Ω . Der Anker macht 900 Umdrehungen in der Minute und soll 100 [150] (200) V Klemmenspannung bei 80 A Strom liefern. Gesucht wird:

- a) die elektromotorische Kraft,
- b) die erforderliche Kraftlinienzahl,
- c) der Verlust durch Stromwärme im Anker,
- d) der Verlust durch Stromwärme im Magnet,
- e) der elektrische Wirkungsgrad.

Lösungen:

Zu a):

$$E = E_k + J(R_a + R_h) = 100 + 80(0,07 + 0,08) = 112 \text{ V.}$$

Zu b): Löst man Gl. (37) nach Φ_0 auf, so ist

$$\Phi_0 = \frac{112 \cdot 10^8 \cdot 60}{900 \cdot 208} = 3,59 \cdot 10^6 \text{ Maxwell.}$$

Zu c): $J^2 R_a = 80^2 \cdot 0,07 = 448 \text{ W.}$

Zu d): $J^2 R_h = 80^2 \cdot 0,08 = 512 \text{ W.}$

Zu e): $\eta_e = \frac{100 \cdot 80}{100 \cdot 80 + 448 + 512} = 0,895$

oder auch $\eta_e = \frac{100 \cdot 80}{112 \cdot 80} = 0,895.$

192. Eine Hauptstrommaschine soll bei 500 [300] (220) V Klemmenspannung 20 [33] (40) A Strom liefern. Der Verlust durch Stromwärme darf im Anker und Magneten zusammen 8% der Gesamtleistung betragen. Gesucht wird:

- a) die Gesamtleistung des Ankers,
- b) der Widerstand des Ankers und des Magneten,
- c) die elektromotorische Kraft des Ankers.

Lösungen:

Zu a): Die Nutzleistung ist $N_k = 500 \cdot 20 = 10000$ W, der elektrische Wirkungsgrad $\eta_e = 1 - 0,08 = 0,92$, demnach die Gesamtleistung

$$N = \frac{N_k}{\eta_e} = \frac{10000}{0,92} = 10900 \text{ W.}$$

Zu b): Der Stromwärmeverlust ist:

$$J^2(R_a + R_h) = 10900 \cdot \frac{8}{100},$$

somit

$$R_a + R_h = \frac{10900 \cdot 8}{100 \cdot 20^2} = 2,18 \Omega.$$

Zu c): $E = E_k + J(R_a + R_h) = 500 + 20 \cdot 2,18 = 543,6$ V.

193. Von einer Hauptstrommaschine werden bei 2000 Umdrehungen gemessen die Stromstärken, die zugehörigen Klemmenspannungen und der Widerstand $R_a + R_h = 4 \Omega$. Gesucht werden:

a) die zugehörigen elektromotorischen Kräfte,

b) die elektromotorischen Kräfte für 1800 und 1500 Umdrehungen,

c) die elektromotorischen Kräfte und die zugehörigen Stromstärken, für 1500, 2000 und 1800 Umdrehungen der Maschine, wenn in den äußeren Stromkreis ein Widerstand von $14,5$ [15] (13) Ω eingeschaltet wird.

J	E_k	$E = E_k + 4J$	E 1800	E 1500
2	52	60		
2,8	62			
3,5	70			
4,7	79			
7	86			
10	82			

Lösungen:

Zu a): $E = E_k + J(R_a + R_h) = E_k + J \cdot 4 = 52 + 2 \cdot 4 = 60$ V usw. Die Ergebnisse sind in Abb. 66 als Ordinaten der ausgezogenen Kurve E für 2000 Umdrehungen eingetragen.

Zu b): Für die Abszisse 2 A ist bei 2000 Umdrehungen die Ordinate 60 V. Zu derselben Abszisse gehört bei 1800 Umdrehungen die Ordinate, die aus der Proportion

$$60 : x = 2000 : 1800$$

folgt, nämlich

$$x = 60 \cdot \frac{1800}{2000} = 54 \text{ V.}$$

In gleicher Weise ist für 1500 Umdrehungen

$$x = 60 \cdot \frac{1500}{2000} = 45 \text{ V.}$$

Ebenso findet man die übrigen Werte, welche in die Tabelle S. 110 einzutragen sind.

Zu c): Man zeichne in Abb. 66 den Widerstand

$$R = 14,5 + 4 = 18,5 \Omega = \operatorname{tg} \alpha = \frac{18,5 \text{ V}}{1 \text{ A}}$$

ein und verlängere den Schenkel OA bis an die Kurven für 1500, 2000 und 1800 Umdrehungen und erhält als Schnittpunkte

bei 1500 Umdrehungen $E = 55,5 \text{ V}$, $J = 3 \text{ A}$,

bei 1800 Umdrehungen $E = 89 \text{ V}$, $J = 4,8 \text{ A}$,

bei 2000 Umdrehungen $E = 108 \text{ V}$, $J = 5,85 \text{ A}$.

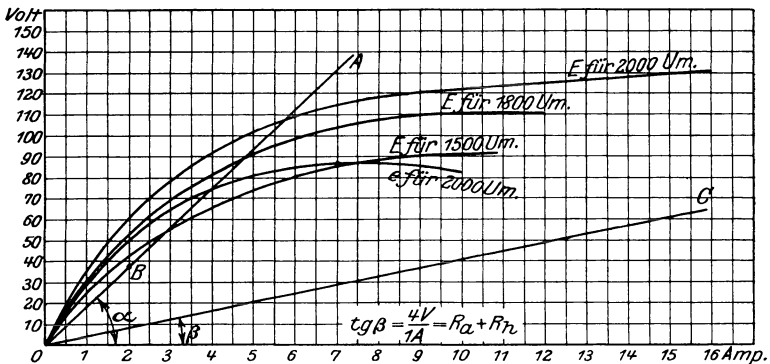


Abb. 66.

194. Welche Umdrehungszahl muß die Maschine der vorigen Aufgabe überschreiten, um bei dem eingeschalteten Widerstande überhaupt Strom zu liefern (selbsterregend zu werden)?

Lösung: Der Schenkel OA (Abb. 66) muß Berührungslinie an die entsprechende Charakteristik werden. Nimmt man an, daß unsere Charakteristiken von 0 bis 2 A Strom geradlinig verlaufen, so ist B ein Punkt der gesuchten Charakteristik. Derselbe entspricht einer elektromotorischen Kraft von 37 V folglich hat man

$$60 : 37 = 2000 : x,$$

$$x = \frac{2000 \cdot 37}{60} = 1232 \text{ Umdrehungen.}$$

195. Wieviel Umdrehungen muß die Maschine machen, um bei Kurzschluß des äußeren Kreises selbsterregend zu sein?

Lösung: Es muß \overline{OC} (Abb. 66) Tangente der Charakteristik werden. Zu 2 A gehören 60 Volt bei 2000 Umdrehungen und 8 V bei x Umdrehungen, demnach

$$60 : 8 = 2000 : x,$$

$$x = \frac{8 \cdot 2000}{60} = 266,7 \text{ Umdrehungen.}$$

196. Ein Hauptstrommotor, der an eine Klemmenspannung von 300 [200] (500) V angeschlossen wird, soll 10 [15] (20) PS leisten. Der totale Wirkungsgrad wird zu 0,8 [0,85] (0,87) geschätzt, der elektrische zu 0,9 [0,92] (0,93) angenommen. Gesucht wird:

- die erforderliche Stromstärke,
- der Widerstand von Anker und Magnet,
- die elektromotorische Gegenkraft.

Lösungen:

Zu a): Die Nutzleistung ist $N_m = 10$ PS oder $735 \cdot 10 = 7350$ W. Da der totale Wirkungsgrad 0,8 ist, so müssen in den Motor eingeleitet werden

$$N_k = \frac{7350}{0,8} \approx 9200 \text{ W.}$$

Die eingeleitete Leistung ist aber $N_k = E_k J = 9200$ also

$$J = \frac{N_k}{E_k} = \frac{9200}{300} = 30,67 \text{ A.}$$

Zu b): Da der elektrische Wirkungsgrad 0,9 ist, so gehen 10% von der eingeleiteten Leistung, d. i. $9200 \cdot \frac{10}{100} = 920$ W, durch Stromwärme verloren, es ist also

$$J^2 (R_a + R_h) = 920 \text{ W,}$$

$$R_a + R_h = \frac{920}{30,67^2} = 0,98 \Omega.$$

Zu c): $E_g = E_k - J (R_a + R_h) = 300 - 30,67 \cdot 0,98 = 270$ V.

197. Ein Hauptstrommotor soll gebremst werden. Zu dem Zweck wird gemessen: die Klemmenspannung $E_k = 100$ [120] (220) V, die Stromstärke $J = 10$ [12] (8) A, die Drehzahl $n = 1500$ [1800] (1200) pro Minute, der Anker- und Magnetwider-

stand $R_a + R_h = 2 [1] (1) \Omega$, die Bremsgewichte $P_1 = 6 [7,5] (15,5) \text{ kg}$, $P_2 = 0,8 [1] (2,5) \text{ kg}$ und der Scheibendurchmesser $2r = 160 \text{ mm}$ (Abb. 67). Gesucht:

- die elektromotorische Gegenkraft des Ankers,
- die vom Anker abgegebene Leistung,
- die gebremste Leistung,
- der elektrische Wirkungsgrad,
- der totale Wirkungsgrad,
- die unter a), b), c), d), e) verlangten Größen, wenn bei unveränderter Belastung die Klemmenspannung auf $110 [125] (230) \text{ V}$ erhöht wird.

Lösungen:

Zu a): $E_g = E_k - J(R_a + R_h) = 100 - 10 \cdot 2 = 80 \text{ V}$.

Zu b): Die vom Anker abgegebene Leistung ist

$$N = E_g J = 80 \cdot 10 = 800 \text{ W}.$$

Zu c): Die gebremste Leistung folgt aus der Formel

$$N_m = P v 9,81 \text{ Watt}$$

oder umgeformt

$$N_m = 1,03 (P_1 - P_2) r n \text{ Watt} \quad (48)$$

wo r in Meter einzusetzen ist:

$$N_m = 1,03 (6 - 0,8) 0,08 \cdot 1500 = 640 \text{ W}.$$

Zu d): $\eta_e = \frac{800}{1000} = 0,8$.

Zu e): $\eta = \frac{640}{1000} = 0,64$.

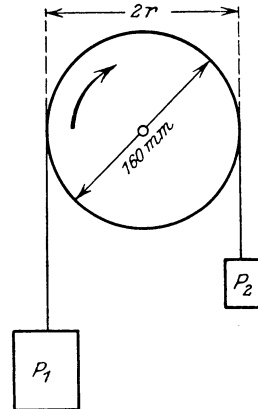


Abb. 67.

Zu f): Erfahrungsgemäß ist bei einem Hauptstrommotor die Stromstärke unveränderlich, wenn die Belastung konstant bleibt. Hierdurch bleibt aber auch die Kraftlinienzahl Φ_0 dieselbe, so daß sich die elektromotorischen Gegenkräfte wie die Drehzahlen verhalten; also

$$E_1 : E_2 = n_1 : n_2.$$

Nun ist $E_1 = 80 \text{ V}$, $E_2 = 110 - 10 \cdot 2 = 90 \text{ V}$, $n_1 = 1500$,

folglich $n_2 = \frac{E_2}{E_1} n_1 = \frac{90}{80} \cdot 1500 = 1687 \text{ Umdrehungen}$.

Hiermit wird

- a) $E_g = 90 \text{ V}$,
 b) $N = 90 \cdot 10 = 900 \text{ W}$,
 c) $N_m = 1,03 (6 - 0,8) \cdot 0,08 \cdot 1687 = 721 \text{ W}$,
 d) $\eta_e = \frac{900}{1100} = 0,818$,
 e) $\eta = \frac{721}{1100} = 0,655$.

198. Das Drehmoment eines Elektromotors beim Anlauf ist bestimmt durch die Formel:

$$Pr = \frac{z}{61,6 \cdot 10^8} \Phi_0 J_a^2 \quad \text{oder} \quad Pr = \frac{E_g J_a}{1,03 \cdot n} \text{ m} \times \text{kg} \quad (49)$$

¹⁾ Beweis. Besitzt der Anker z Drahnte, von denen sich z' Drahnte gleichzeitig unter den Polen, d. h. im magnetischen Felde von der Dichte \mathfrak{B}_Ω befinden, so ist nach Formel (17a) die Umfangskraft

$$P = \frac{\mathfrak{B}_\Omega i_a b z'}{10} \text{ Dyne (vgl. Aufgaben 130—132),}$$

$$z' = \frac{z}{360} 2\beta = z \frac{c_p}{t_p}, \quad \text{wo} \quad t_p = \frac{\pi D}{2}$$

für die zweipolige Maschine ist (vgl. Formel 41 und 42).

Hiermit wird

$$P = \frac{\mathfrak{B}_\Omega b c_p i_a z \cdot 2}{10 \pi D} \text{ Dyne.}$$

$b c_p$ (siehe Abb. 68) stellt aber den Querschnitt dar, durch den die Kraftlinien vom Nordpol zum Anker gehen, also ist $\mathfrak{B}_\Omega b c_p = \Phi_0$ die hindurchtretende Kraftlinienzahl und somit

$$P = \frac{\Phi_0 i_a z \cdot 2}{10 \pi D} \text{ Dyne.}$$

Beiderseits mit $r = \frac{D}{2}$ dem Ankerradius in cm multipliziert, gibt das gesuchte Drehmoment $M = Pr$

$$Pr = \frac{\Phi_0 i_a z}{10 \pi} \text{ Erg (Erg. s. Seite 60).}$$

oder P in kg und r in Meter

$$Pr = \frac{\Phi_0 i_a z}{10^8 \pi \cdot 9,81} \text{ m} \times \text{kg}$$

i_a bedeutet die Stromstärke im Ankerdraht. Bei der zweipoligen Maschine ist $i_a = \frac{J_a}{2}$. Ersetzt man Φ_0 durch seinen Wert aus Gl. (37), so erhält man die zweite der obigen Formeln (49).

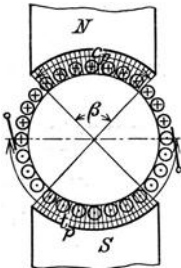


Abb. 68.

wo z die Drahtzahl auf dem Trommelanker, bei einem Ringanker die Windungszahl, bezeichnet. Für die zweite Formel ist E_g aus der Charakteristik, zugehörig zu $J_a = J$ zu entnehmen; n ist die zur Kurve gehörige Umdrehungszahl pro Minute.

Wie groß ist dieses Drehmoment für die in Aufgabe 191 gekennzeichnete Maschine, wenn dieselbe, als Motor benützt, an eine Klemmenspannung von 64 V angeschlossen wird?

Lösung: Die Maschine hat 4 Ω Widerstand, also geht beim Anlassen ohne Anlasser der Strom $J = \frac{64}{4} = 16$ A durch Anker und Magnet. Zu 16 A gehört aber nach Abb. 66 $E_g = 130$ V bei $n = 2000$ Umdrehungen, also ist nach Formel (49)

$$Pr = \frac{130 \cdot 16}{1,03 \cdot 2000} = 1,02 \text{ m} \times \text{kg}.$$

199. Berechne das Drehmoment für diesen Motor, wenn $J = 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16$ A ist, und zeichne eine Kurve, deren Abszissen die Stromstärken, und deren Ordinaten die zugehörigen Pr sind.

200. Eine Hauptstromdynamo für 300 [400] (500) V Klemmenspannung und 20 [25] (30) A Strom soll mit einem elektrischen Wirkungsgrad von 90 [92] (96) % arbeiten. Wie groß muß der Widerstand $R_a + R_h$ gemacht werden?

Lösung: Es ist für eine Hauptstrommaschine

$$R_a + R_h = \frac{E_k}{J} \cdot \frac{1 - \eta_e}{\eta_e} \quad 1)$$

$$R_a + R_h = \frac{300}{20} \cdot \frac{1 - 0,9}{0,9} = 1\frac{2}{3} \Omega.$$

201. Es soll ein Reihenelektromotor für 10 [15] (20) PS Nutzleistung berechnet werden, der an eine Klemmenspannung von 200 [300] (440) V angeschlossen wird. Gesucht wird:

a) die Stromstärke, wenn der totale Wirkungsgrad auf 86 [88] (90) % geschätzt wird,

b) der innere Widerstand, wenn der elektrische Wirkungsgrad 93 [94] (95) % beträgt,

c) die elektromotorische Gegenkraft des Ankers,

$$1) \eta_e = \frac{E_k J}{E J} = \frac{E_k}{E}, \quad \text{hieraus: } E = \frac{E_k}{\eta_e} = E_k + J(R_a + R_h),$$

also

$$R_a + R_h = \frac{E_k}{J} \frac{1 - \eta_e}{\eta_e}.$$

d) das Drehmoment an der Riemenscheibe, wenn der Motor 1000 [800] (600) Umdrehungen macht.

Lösungen:

Zu a): Die Nutzleistung des Motors in Watt ist

$$N_m = 10 \cdot 735 = 7350 \text{ W,}$$

die einzuleitende Gesamtleistung daher

$$N_k = \frac{7350}{0,86} = 8558 \text{ W.}$$

Diese ist aber das Produkt $E_k J$, also

$$E_k J = 8558, \quad J = \frac{8558}{200} = 42,79 \text{ A.}$$

Zu b): Aus $R_a + R_h = \frac{E_k}{J} (1 - \eta_e)^1$

folgt $R_a + R_h = \frac{200}{42,79} (1 - 0,93) = 0,327 \Omega.$

Zu c): $E_g = E_k - J (R_a + R_h) = 200 - 42,79 \cdot 0,327 = 186 \text{ V.}$

Zu d): Aus Formel (48) folgt das Drehmoment

$$M = Pr = \frac{N_m}{1,03 n} = \frac{10 \cdot 735}{1,03 \cdot 1000} = 7,15 \text{ m} \times \text{kg}.$$

Anmerkung: Das Drehmoment beim Anlauf mit 42,79 A (nur zu erreichen durch Vorschalten eines Widerstandes) ist nach Formel (49)

$$M_t = Pr = \frac{186 \cdot 42,79}{1,03 \cdot 1000} = 7,74 \text{ m} \times \text{kg}.$$

Die Differenz 7,74 – 7,15 stellt das Drehmoment der Reibung und der Eisenverluste dar.

Tabelle 7 für η_e und η . ²⁾

Leistung in PS	η	η_e	Leistung in PS	η	η_e
0,1	0,55	0,77	3–6	0,80	0,90
0,5	0,60	0,80	7–12	0,85	0,92
0,75	0,65	0,82	14–20	0,90	0,95
1	0,70	0,85	25–50	0,92	0,96
2	0,75	0,87			

¹⁾ Aus $\eta_e = \frac{E_k J - J^2 (R_a + R_h)}{E_k J} = \frac{E_g}{E_k}$ folgt: $E_g = \eta_e E_k = E_k - J (R_a + R_h),$

also $R_a + R_h = \frac{E_k}{J} (1 - \eta_e).$

²⁾ Siehe Deutsche Industrie-Normen **DIN VDE 2050.**

§ 22. Die Nebenschlußmaschine.

Wird der Anker der Maschine (Abb. 69, Schaltschema Abb. 70) rechts herum gedreht, so entsteht in ihm eine elektromotorische Kraft E , weil der remanente Magnetismus verstärkt wird. Bei Linksdrehung kommt keine elektromotorische Kraft zustande. — Die Vorzeichen der Klemmen A und B hängen vom remanenten Magnetismus ab. Schickt man Strom in die Maschine, so dreht sich der Anker rechts herum (Motor).

Gesetz 21: Der Nebenschlußelektromotor läuft mit den Bürsten.

Die Nebenschlußmaschine eignet sich zum Laden von Akkumulatoren, da sie durch etwaigen Akkumulatorenstrom nicht umpolarisiert wird.

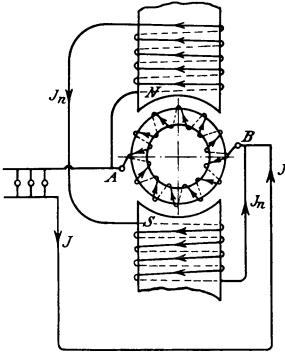


Abb. 69.

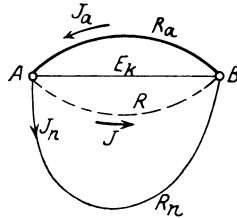


Abb. 70.

Man beachte, daß, solange die EMK des Ankers größer ist als die entgegengerichtete EMK der Batterie, die Maschine als Stromerzeuger, im andern Falle als Motor wirkt.

Formeln:

$$\left. \begin{aligned}
 E &= E_k + J_a R_a \text{ Dynamo,} \\
 E_g &= E_k - J_a R_a \text{ Motor;} \\
 J_a &= J + J_n \text{ Dynamo,} \\
 J_a &= J - J_n \text{ Motor;} \\
 J_n &= \frac{E_k}{R_n}.
 \end{aligned} \right\} \quad (50)$$

Der Nebenschlußmotor darf nur mit einem Anlaßwiderstand, der vor dem Anker liegt, angelassen werden (Abb. 71, S. 122). Die Größe des Anlaßwiderstandes folgt aus der Gleichung

$$R_a + x = \frac{E_k}{J_a},$$

wo J_a die Ankerstromstärke bei Vollbelastung d. i. Nennleistung bezeichnet.

Ist J_a' die Ankerstromstärke in dem Augenblick des Überganges von einem Kontakt zum nächsten, so ist

$$\frac{J_a'}{J_a} = \sqrt[n]{\frac{E_k}{J_a R_a}} = \sqrt[n]{\frac{R_a + x}{R_a}} \quad (51)$$

wo n die Anzahl der Stufen (8 in Abb. 71) bezeichnet.

Für die einzelnen Stufen der Abb. 71 gelten die Formeln

$$x_1 = \left(\frac{J_a'}{J_a} - 1 \right) R_a, \quad x_2 = \frac{J_a'}{J_a} x_1, \quad x_3 = \frac{J_a'}{J_a} x_2. \quad (52)^1$$

¹⁾ Aus der Abb. 71 erkennt man, daß J_n , also auch Φ_0 , unabhängig ist von der Stellung der Anlasserkurbel. Ist aber Φ_0 konstant, so zeigt die Formel (49), daß auch der Ankerstrom derselbe bleibt, wenn das Drehmoment Pr konstant ist, was vorausgesetzt werden soll. Ist in Abb. 71 nur der Widerstand x_1 eingeschaltet, so durchfließt der Ankerstrom J_a die Widerstände x_1 und R_a , in denen die Spannung $J_a(R_a + x_1)$ verloren geht, so daß die elektromotorische Gegenkraft des Ankers ist

$$E_1 = E_k - J_a(R_a + x_1).$$

Wird jetzt x_1 ausgeschaltet, so steigt plötzlich J_a auf J_a' , ohne daß sich die Tourenzahl sofort ändern kann, es bleibt daher die elektromotorische Gegenkraft dieselbe, d. h. es ist jetzt

$$E_1 = E_k - J_a' R_a$$

Durch Gleichsetzen folgt $J_a(R_a + x_1) = J_a' R_a$.

oder I.
$$R_a + x_1 = \frac{J_a'}{J_a} R_a,$$

Hieraus ergibt sich $x_1 = \left(\frac{J_a'}{J_a} - 1 \right) R_a$ (Formel (52)).

Steht die Anlasserkurbel auf dem drittletzten Kontakt, so sind die Widerstände x_1 und x_2 eingeschaltet, also ist

$$E_2 = E_k - J_a(R_a + x_1 + x_2)$$

und beim Ausschalten von x_2

$$E_2 = E_k - J_a'(R_a + x_1),$$

woraus

$$J_a(R_a + x_1 + x_2) = J_a'(R_a + x_1)$$

folgt, oder II.
$$R_a + x_1 + x_2 = \frac{J_a'}{J_a}(R_a + x_1) = \left(\frac{J_a'}{J_a} \right)^2 R_a,$$

allgemein
$$R_a + x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n = \left(\frac{J_a'}{J_a} \right)^n R_a.$$

Nun ist $x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n = x$ der ganze Anlaßwiderstand, also

$$\frac{J_a'}{J_a} = \sqrt[n]{\frac{R_a + x}{R_a}} \quad (\text{Formel (51)}).$$

Aus II. folgt

$$x_2 = \frac{J_a'}{J_a}(R_a + x_1) - (R_a + x_1) = (R_a + x_1) \left(\frac{J_a'}{J_a} - 1 \right)$$

oder mit I.
$$x_2 = \frac{J_a'}{J_a} \left[R_a \left(\frac{J_a'}{J_a} - 1 \right) \right] = \frac{J_a'}{J_a} x_1 \quad (\text{Formel (52)}).$$

Die Gleichung (51) läßt sich umformen, denn es ist

$$R_a + x = \frac{E_k}{J_a}, \quad \text{also wird auch} \quad \frac{J_a'}{J_a} = \sqrt[n]{\frac{E_k}{J_a R_a}}.$$

202. Eine Nebenschlußmaschine hat einen Ankerwiderstand $R_a = 0,04$ [0,06] (0,8) Ω , einen Magnetwiderstand $R_n = 20$ [25] (320) Ω , und liefert bei 65 [100] (400) V Klemmspannung 30 [25] (10) A Strom. Gesucht wird:

- a) die Stromstärke im Magneten,
- b) die Stromstärke im Anker,
- c) die elektromotorische Kraft des Ankers,
- d) der Stromwärmeverlust im Anker,
- e) der Stromwärmeverlust im Magneten,
- f) der elektrische Wirkungsgrad.

Lösungen:

$$\text{Zu a): } J_n = \frac{65}{20} = 3,25 \text{ A.}$$

$$\text{Zu b): } J_a = 30 + 3,25 = 33,25 \text{ A.}$$

$$\text{Zu c): } E = 65 + J_a R_a = 65 + 33,25 \cdot 0,04 = 66,33 \text{ V.}$$

$$\text{Zu d): } J_a^2 R_a = 33,25^2 \cdot 0,04 = 44,3 \text{ W.}$$

$$\text{Zu e): } E_k J_n = 65 \cdot 3,25 = 211,25 \text{ W.}$$

Zu f):

$$\eta_e = \frac{N_k}{N_k + J_a^2 R_a + E_k J_n} = \frac{65 \cdot 30}{65 \cdot 30 + 44,3 + 211,25} = 0,884$$

$$\text{oder } \eta_e = \frac{N_k}{N} = \frac{E_k J}{E J_a} = \frac{65 \cdot 30}{66,33 \cdot 33,25} = 0,884.$$

203. Eine Nebenschlußmaschine soll 200 [250] (440) V Klemmspannung und 80 [75] (30) A Strom liefern. Der elektrische Wirkungsgrad sei $\eta_e = 0,95$ [0,96] (0,94). Die Stromwärmeverluste verteilen sich zu 3 [2] (3,5) $\%$ auf den Anker und 2 [2] (2,5) $\%$ auf den Magneten. Gesucht wird:

- a) die Gesamtleistung, d. i. die Leistung des Ankers,
- b) der Stromwärmeverlust im Anker,
- c) der Stromwärmeverlust im Magneten,
- d) der Strom in der Magnetwicklung,
- e) der Widerstand des Magneten,
- f) der Widerstand des Ankers,
- g) die elektromotorische Kraft des Ankers.

Lösungen:

$$\text{Zu a): } N = \frac{E_k J}{\eta_e} = \frac{200 \cdot 80}{0,95} = 16842 \text{ W.}$$

$$\text{Zu b): } N_a = 16842 \cdot \frac{3}{100} = 505,3 \text{ W.}$$

$$\text{Zu c): } N_n = 16\,842 \cdot \frac{2}{100} = 336,8 \text{ W.}$$

$$\text{Zu d): } E_k J_n = N_n \quad J_n = \frac{336,8}{200} = 1,684 \text{ A.}$$

$$\text{Zu e): } R_n = \frac{E_k}{J_n} = \frac{200}{1,684} = 118,8 \Omega.$$

Zu f): Aus

$$N_a = J_a^2 R_a, \quad R_a = \frac{N_a}{J_a^2} = \frac{505,3}{(80 + 1,684)^2} = 0,0757 \Omega.$$

$$\text{Zu g): } E = E_k + J_a R_a = 200 + 81,684 \cdot 0,0757 = 206,2 \text{ V.}$$

204. Es soll ein 4 [8] (10) PS Nebenschluß-Elektromotor für 120 [220] (440) V Klemmenspannung berechnet werden. Der totale Wirkungsgrad wird auf 0,8 [0,85] (0,86) geschätzt, der elektrische zu 0,9 [0,92] (0,93) angenommen. Gesucht wird:

- a) die einzuleitende Stromstärke,
- b) die Stromstärke im Magneten, wenn 5 [3] (2) % der ein-
geleiteten Leistung daselbst verloren gehen,
- c) der Widerstand des Magneten,
- d) die Stromstärke im Anker,
- e) der Widerstand des Ankers,
- f) die elektromotorische Gegenkraft des Ankers,
- g) das Drehmoment an der Riemenscheibe, wenn der Motor
1200 [1000] (960) Umdrehungen macht.
- h) die Größe des Anlaßwiderstandes, wenn die Anlaufstrom-
stärke die normale Stromstärke des Ankers nicht überschreiten soll.

Lösungen:

$$\text{Zu a): Aus } \eta = \frac{N_m}{N_k} = \frac{N_m}{E_k J} \text{ folgt } E_k J = \frac{735 \cdot 4}{0,8} = 3675 \text{ W}$$

$$\text{und hieraus } J = \frac{3675}{120} = 30,7 \text{ A.}$$

Zu b): Die in der Magnetwicklung verbrauchte Leistung ist

$$E_k J_n = 3675 \cdot \frac{5}{100} = 184 \text{ W,}$$

$$J_n = \frac{184}{120} = 1,54 \text{ A.}$$

$$\text{Zu c): } R_n = \frac{120}{1,54} = 78,5 \, \Omega.$$

$$\text{Zu d): } J_a = J - J_n = 30,7 - 1,5 = 29,2 \, \text{A}.$$

Zu e): Der Stromwärmeverlust im Anker beträgt gleichfalls 5% (also 184 W) und wird ausgedrückt durch $J_a^2 R_a$, woraus

$$R_a = \frac{184}{29,2^2} = 0,216 \, \Omega.$$

$$\text{Zu f): } E_g = E_k - J_a R_a = 120 - 29,2 \cdot 0,216 = 113,7 \, \text{V}.$$

Zu g): Aus Gl. 48 folgt

$$M = Pr = \frac{N_m}{1,03 n} = \frac{4 \cdot 735}{1,03 \cdot 1200} = 2,39 \, \text{m} \times \text{kg}.$$

Bemerkung: Zur Berechnung der Wellenstärke drückt man das Drehmoment in $\text{mm} \times \text{kg}$ aus, d. h. r wird in mm eingesetzt, dann ist

$$\begin{aligned} M &= 2390 \, \text{mm} \times \text{kg} \quad \text{oder} \quad M = 716200 \frac{\text{Pferdestärke}}{n} \\ &= 716200 \frac{4}{1200} = 238,7 \, \text{mmkg}. \end{aligned}$$

Zu h): Es muß beim Anlauf ($E_g = 0$)

$$J_a = \frac{E_k}{R_a + x}$$

sein, woraus $R_a + x = \frac{E_k}{J_a} = \frac{120}{29,2} = 4,11 \, \Omega$,

$$x = 4,11 - 0,216 = 3,894 \, \Omega$$

folgt.

205. Der Anlaßwiderstand der vorigen Aufgabe besteht aus 8 [6] (10) einzelnen Widerständen, deren Größe zu berechnen ist.

Lösung: Aus Formel (51) folgt

$$\frac{J'_a}{J_a} = \sqrt[3]{\frac{4,11}{0,216}} = \sqrt[3]{19} = 1,445.$$

Die Formel (52) gibt

$$x_1 = \left(\frac{J'_a}{J_a} - 1 \right) R_a = (1,445 - 1) 0,216 = 0,096 \, \Omega,$$

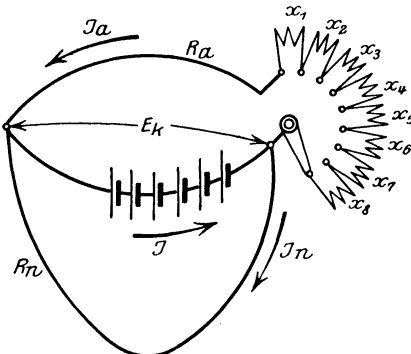


Abb. 71.

Bemerkung: Beim Einschalten des ganzen Widerstandes geht der voll belastete Motor nicht an; dies geschieht erst, wenn der Widerstand $x_8 = 1,26 \, \Omega$ ausgeschaltet wird, wobei die Stromstärke im Anker von $J_a = 29,2$ auf $J'_a = 42,17$ A steigt. Ist das plötzliche Anwachsen des Stromes von 0 auf 42,17 A zulässig, so kann der Widerstand x_8 weggelassen werden, wodurch man allerdings einen Anlasser mit nur 7 Stufen erhält. Will man 8 Stufen haben, so berechne man in diesem Falle den Widerstand für 9 Stufen und läßt jetzt die neunte Stufe weg.

206. Berechne die Drehzahlen des Motors, wenn die Stufen a) x_1 , b) $x_1 + x_2$, c) $x_1 + x_2 + x_3$, d) $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$ eingeschaltet sind, und wenn der Motor bei kurzgeschlossenem Anlasser 1200 [100] (800) Umdrehungen macht.

Lösung: Bei gleicher Erregung verhalten sich die Drehzahlen wie die zugehörigen EMK.

Ist der Anlasser kurz geschlossen, so ist $E_g = 113,70$ (siehe Frage f) in 204) und die zugehörige Drehzahl $n = 1200$.

Ist z. B.: $x_1 + x_2 + x_3 = 0,096 + 0,0139 + 0,2 = 0,435 \, \Omega$ eingeschaltet, so ist

$$E_2 = E_k - J_a (R_a + x_1 + x_2 + x_3)$$

$$E_2 = 120 - 29,2 \cdot 0,651 = 101 \text{ V,}$$

es gilt also die Proportion

$$113,7 : 101 = 1200 : n_x, \quad n_x = \frac{1200 \cdot 101}{113,7} = 1070.$$

$$x_2 = \frac{J'_a}{J_a} x_1 = 0,139 \, \Omega,$$

$$x_3 = \frac{J'_a}{J_a} x_2 = 0,200 \, \Omega,$$

$$x_4 = \frac{J'_a}{J_a} x_3 = 0,290 \, \Omega,$$

$$x_5 = \frac{J'_a}{J_a} x_4 = 0,419 \, \Omega,$$

$$x_6 = \frac{J'_a}{J_a} x_5 = 0,605 \, \Omega,$$

$$x_7 = \frac{J'_a}{J_a} x_6 = 0,874 \, \Omega,$$

$$x_8 = \frac{J'_a}{J_a} x_7 = 1,260 \, \Omega,$$

$$\text{Summa } 3,883 \, \Omega.$$

207. Wieviel Stufen erhält der Anlasser in Aufgabe 204, wenn er für hohe Anzugskraft bestimmt ist und wie groß werden die einzelnen Widerstände?

Lösung: Die Stufenzahl folgt aus der Formel (51), indem man sie nach n auflöst. Es ist $\left(\frac{J'_a}{J_a}\right)^n = \frac{R_a + x}{R_a}$

$$n = \frac{\log \frac{R_a + x}{R_a}}{\log \frac{J'_a}{J_a}} \quad (53)$$

Über die Wahl von $\frac{J'_a}{J_a}$ geben die in der Fußnote abgedruckten Bedingungen für den Anschluß von Motoren an öffentliche Elektrizitätswerke Aufschluß¹⁾. Man ersieht hieraus, daß für Motoren von 1—15 PS nicht mehr wie 2500 W pro PS entnommen werden sollen.

Da unser 4 PS-Motor mit einem Wirkungsgrad $\eta = 0,8$ arbeitet, so braucht er pro PS $\frac{735}{0,8} = 920$ W. Das Verhältnis $\frac{J'_a}{J_a}$ entspricht dann angenähert dem Quotienten $\frac{2500}{920} = 2,72$,

$$\text{also wird} \quad n = \frac{\log \frac{4,11}{0,216}}{\log 2,72} = \frac{\log 19}{\log 2,72} = 2,94$$

abgerundet $n = 3$.

$$\frac{J'_a}{J_a} = \sqrt[3]{\frac{4,11}{0,216}} = \sqrt[3]{19} = 2,6684$$

$$x_1 = 1,6684 \cdot 0,216 = 0,361 \quad \Omega$$

$$x_2 = 2,6684 \cdot 0,361 = 0,965 \quad \Omega$$

$$x_3 = 2,6684 \cdot 0,965 = 2,570 \quad \Omega$$

$$\text{Probe: Summa } 3,896 = x.$$

¹⁾ Anlaufstrom von Gleichstrommotoren. Beim betriebsmäßigen Anlauf des Motors sollen dem Netz nicht mehr Watt entnommen werden als Watt pro PS:

3500	bei Motoren von	0,5—1 PS	
1500	" " " "	über 1—2 "	} für geringe Anzugskraft
1250	" " " "	" 2—15 "	
1000	" " " "	" 15 "	
2500	" " " "	1—15 "	} für hohe Anzugskraft.
2200	" " " "	über 15 "	

208. Welche Querschnitte und Längen erhält der Anlasser der vorigen Aufgabe für die einzelnen Stufen, wenn als Widerstandsmaterial Kruppin gewählt wird, die Temperaturerhöhung ϑ 300 Grad nicht überschreiten und die Zeitdauer des Anlassens 12 Sek. betragen soll?

Lösung: Gegeben ist das Widerstandsmaterial Kruppin, für welches nach Tabelle 5 $\frac{0,24 \varrho}{c_\delta \gamma} = 0,21$ ist, $\vartheta = 300$; also wird nach Formel (13) $q = J \sqrt{\frac{0,21 \cdot t}{300}}$.

Für J setze man den Mittelwert aus $J_a' = 29,2 \cdot 2,6684$ und J_a ; also .

$$J = \frac{78 + 29,2}{2} = 53,6 \text{ A,}$$

demnach $q = 53,6 \sqrt{\frac{0,21}{300} t} = 1,42 \sqrt{t}$,

wo t die Zeitdauer des Stromdurchgangs bezeichnet. Die dritte Stufe, die zuerst abgeschaltet wird, wird $\frac{12}{3} = 4$ Sek. vom Strom durchflossen, die zweite 8 Sek., die erste 12 Sek.; also erhält man

$$q_3 = 1,42 \sqrt{4} = 2,84 \text{ mm}^2,$$

$$q_2 = 1,42 \sqrt{8} = 4,03 \text{ mm}^2,$$

$$q_1 = 1,42 \sqrt{12} = 4,92 \text{ mm}^2.$$

Die zugehörigen Längen folgen aus der Formel $R = \frac{\varrho l}{q}$, wo nach Tabelle 2 für $\varrho = 0,85$ und für R die Widerstände x_3, x_2, x_1 der vorigen Aufgabe zu setzen sind. Man erhält

$$l_1 = \frac{0,361 \cdot 4,92}{0,85} = 2,09 \text{ m,} \quad l_2 = \frac{0,965 \cdot 4,03}{0,85} = 4,56 \text{ m,}$$

$$l_3 = \frac{2,57 \cdot 2,84}{0,85} = 8,54 \text{ m.}$$

209. Ein Nebenschlußmotor, der an eine Klemmenspannung von 65 [80] (50) V angeschlossen ist, braucht zum Leerlauf 7 [3] (5) A Strom. Der Widerstand der Magnetwicklung beträgt 20 [45] (100) Ω , der des Ankers 0,04 [0,4] (0,25) Ω .

Gesucht wird:

a) der Verlust, verursacht durch Reibung, Hysteresis und Wirbelströme,

b) die gebremste Leistung, wenn der Motor 40 [15] (30) A aufnimmt,

c) der totale Wirkungsgrad,

d) die Stromstärke, für welche der totale Wirkungsgrad ein Maximum wird, und die Größe desselben,

e) die Stromstärke, für welche die gebremste Leistung ein Maximum wird, die Größe dieser Leistung und der zugehörige totale Wirkungsgrad.

Lösungen:

Zu a): Die eingeleitete Leistung bei Leerlauf wird zur Deckung der Verluste verwendet. Diese sind: Stromwärme im Anker und Nebenschluß, ferner Verluste durch Reibung, Hysterisis und Wirbelströme. Bezeichnet man die letzteren mit N_0 , so gilt bei Leerlauf die Gleichung:

$$E_k J_0 = J_{a_0}^2 R_a + E_k J_n + N_0,$$

woraus
$$N_0 = E_k J_0 - J_{a_0}^2 R_a - E_k J_n$$
 folgt, oder umgeformt

$$N_0 = E_k \overbrace{(J_0 - J_n)}^{J_{a_0}} - J_{a_0}^2 R_a,$$

$$N_0 = J_{a_0} \overbrace{(E_k - J_{a_0} R_a)}^{E_{g_0}} = J_{a_0} E_{g_0}.$$

In unserm Falle ist

$$J_n = \frac{65}{20} = 3,25 \text{ A,}$$

daher der Ankerstrom

$$J_{a_0} = J_0 - J_n = 7 - 3,25 = 3,75 \text{ A,}$$

die Gegen-EMK

$$E_{g_0} = 65 - 3,75 \cdot 0,04 = 64,85 \text{ V,}$$

also

$$N_0 = 64,85 \cdot 3,75 = 246 \text{ W.}$$

Zu b): Die gebremste Leistung ist: Eingeleitete Leistung minus Verluste also

$$N_m = N_k - \text{Verluste} = E_k J - J_a^2 R_a - E_k J_n - N_0,$$

oder umgeformt

$$N_m = E_g J_a - N_0,$$

wo $E_g = E_k - J_a R_a$ und $J_a = J - J_n$ ist, also

$$J_a = 40 - 3,25 = 36,75 \text{ A,}$$

$$E_g = 65 - 36,75 \cdot 0,04 \approx 63,5 \text{ V,}$$

demnach

$$N_m = 63,5 \cdot 36,75 - 246 = 2085 \text{ W.}$$

Bemerkung: Wenn man angenähert $E_{g0} = E_g$ setzt, so wird

$$N_m = E_g (J_a - J_{a0}),$$

oder, da $J_a = J - J_n$ und $J_{a0} = J_0 - J_n$ ist,

$$N_m = E_g (J - J_0). \quad (54)$$

Nach dieser Näherungsformel wird

$$N_m = 63,5 (40 - 7) = 2100 \text{ W.}$$

Hat man R_a und R_n nicht gemessen, so kann man auch anstatt E_g die Klemmenspannung E_k setzen und erhält

$$N_m \approx E_k (J - J_0).$$

$$\text{Zu c): } \eta = \frac{2085}{65 \cdot 40} = 0,81.$$

Zu d): Die Stromstärke, für welche η ein Maximum wird, folgt aus der Formel

$$i = \sqrt{i_0 J_0},$$

wo i_0 den Strom bezeichnet, der bei festgehaltenem Anker in die Maschine eintreten würde. Es ist also $i_0 = (J_a)_{\max} + J_n$,

$$J_{a \max} = \frac{E_k}{R_a} = \frac{65}{0,04} = 1625 \text{ A,}$$

demnach $i_0 = 1625 + 3,25 = 1628,25 \text{ A;}$

$$i = \sqrt{7 \cdot 1628,25} = 107 \text{ A.}$$

Bei 107 A ist der Ankerstrom $J_a = 107 - 3,25 = 103,75 \text{ A.}$

$$E_g = 65 - 103,75 \cdot 0,04 = 60,85 \text{ V}$$

und nach Formel (54)

$$N_m = 60,85 (107 - 7) = 6085 \text{ W,}$$

$$\eta_{\max} = \frac{6085}{65 \cdot 107} = 0,875.$$

Zu e): Die Stromstärke, für welche die gebremste Leistung ein Maximum wird, ist

$$i = \frac{J_0 + i_0}{2} = \frac{7 + 1628,25}{2} = 817 \text{ A,}$$

der Ankerstrom $J_a = 817 - 3,25 = 813,75 \text{ A,}$

$$E_g = 65 - 813,75 \cdot 0,04 = 32,41 \text{ V,}$$

$$(N_m)_{\max} = 32,41 (817 - 7) = 26252 \text{ W,}$$

$$\eta = \frac{26252}{65 \cdot 817} = 0,492.$$

210. Welchen Leerlaufstrom wird der in Aufgabe 204 berechnete Motor besitzen?

Lösung: Die Brämsleistung des Motors beträgt

$$4 \text{ PS} \equiv 4 \cdot 735 = 2940 \text{ W.}$$

Sie wird angenähert ausgedrückt durch die Gl. (54)

$$N_m = E_g(J - J_0).$$

Wie in 204 berechnet, ist $J = 30,7 \text{ A}$, $E_g = 113,7 \text{ V}$,

also wird
$$J - J_0 = \frac{N_m}{E_g} = \frac{2940}{113,7} = 25,8 \text{ A},$$

$$J_0 = 30,7 - 25,8 = 4,9 \text{ A}.$$

211. Um einen Motor zu bremsen, läßt man denselben eine Nebenschlußmaschine antreiben, die 50 [60] (20) A bei 65 [110] (220) V Klemmenspannung gibt. Der Widerstand des Ankers ist $R_a = 0,035$ [0,04] (0,6) Ω , der Widerstand des Magneten $R_n = 16,25$ [32] (240) Ω . Wird diese Nebenschlußmaschine als Motor an eine Stromquelle von derselben Spannung angeschlossen, so braucht sie 12 [7] (2,3) A Leerlaufstrom. Wie groß ist hiernach die Brämsleistung des Motors?

Lösung: Die Brämsleistung des Motors, oder der Kraftbedarf der Dynamo, besteht aus der Nutzleistung $E_k J$ der Dynamo und deren Verlusten, nämlich: dem Verlust durch Stromwärme $J_a^2 R_a$ im Anker, dem Verlust $E_k J_n$ im Nebenschluß und den Verlusten durch Reibung, Hysteresis und Wirbelströmen.

Zunächst ist $E_k J = 65 \cdot 50 = 3250 \text{ W}$,

$$J_n = \frac{E_k}{R_n} = \frac{65}{16,25} = 4 \text{ A},$$

also

$$J_a = J + J_n = 54 \text{ A},$$

$$J_a^2 R_a = 54^2 \cdot 0,035 = 102 \text{ W},$$

$$E_k J_n = 65 \cdot 4 = 260 \text{ W}.$$

Die Verluste durch Reibung, Hysteresis und Wirbelströme sind angenähert $E_k J_{a0}$ (s. Aufgabe 209)

$$N_0 = 65(12 - 4) = 520 \text{ W},$$

also ist die Bremsleistung des Motors

$$N_m = 3250 + 102 + 260 + 520 = 4132 \text{ W.}^1)$$

212. Der zu bremsende Motor der vorigen Aufgabe war ein Nebenschlußmotor, der an eine Klemmenspannung von 120 [220] (440) V angeschlossen wurde, wobei er 44 [48] (20) A Strom gebrauchte. Der Ankerwiderstand betrug $R_a = 0,142$ [0,2] (1,5) Ω , der Nebenschlußwiderstand $R_n = 51$ [120] (800) Ω . Wie groß ist hiernach:

- die eingeleitete Leistung,
- die auf den Anker übertragene Leistung,
- der Verlust durch Reibung, Hysteresis und Wirbelströme,
- der elektrische Wirkungsgrad,
- der totale Wirkungsgrad,
- der Strom bei Leerlauf?

Lösungen:

Zu a): $N_k = 120 \cdot 44 = 5280 \text{ W.}$

Zu b): $N = E_g J_a, \quad J_n = \frac{120}{51} = 2,35 \text{ A.}$

$$J_a = 44 - 2,35 = 41,65 \text{ A,}$$

$$E_g = 120 - 41,65 \cdot 0,142 = 114,1 \text{ V,}$$

also $N = E_g J_a = 114,1 \cdot 41,65 = 4750 \text{ W.}$

Zu c): Auf den Anker werden übertragen 4750 W,
gebremst werden 4132 W,
durch Reibung, Hysteresis und Wirbelströme
gehen also verloren 618 W.

Zu d): $\eta_e = \frac{4750}{5280} = 0,9.$

Zu e): $\eta = \frac{4132}{5280} = 0,785.$

Zu f): Die Nutzleistung 4132 W läßt sich ausdrücken durch Formel (54)

$$4132 = E_g (J - J_0),$$

¹⁾ Für den Kraftbedarf der Dynamo kann man die Formel

$$N_m = E (J + J_0) \quad (55)$$

herleiten, wo J_0 den Strom bezeichnet, wenn die Dynamo als Motor leer läuft; nach dieser Formel wäre

$$N_m = \left(65 + 54 \cdot \vec{E} \overset{\leftarrow}{0,035} \right) (50 + 12) = 4140 \text{ W.}$$

woraus

$$J - J_0 = \frac{4132}{114,1} = 36,2 \text{ A,}$$

$$J_0 = 44 - 36,2 = 7,8 \text{ A.}$$

§ 23. Die Doppelschluß-Maschine.

213. Es ist eine Doppelschluß-Maschine für 120 [65] (220) V Klemmenspannung 120 [240] (180) A Strom im äußeren Kreise zu berechnen. Die Verluste durch Stromwärme sollen betragen 2,5 [2] (1,8) % im Anker, 2,5 [1,5] (2) % im Nebenschluß und 1 [0,8] (1,2) % in der Hauptstromwicklung.

Gesucht werden:

- die Stromwärmeverluste,
- der Widerstand der Hauptstromwicklung AC (Abb. 72),
- die Bürstenspannung zwischen A und B ,
- die Stromstärke im Nebenschluß,
- der Widerstand des Nebenschlusses,
- die Stromstärke im Anker,
- der Widerstand des Ankers,
- die elektromotorische Kraft des Ankers.

Lösungen:

Zu a): Die Stromwärmeverluste betragen zusammen 6 % , so daß der elektrische Wirkungsgrad 0,94 ist. Die elektrische Gesamtleistung des Ankers ist demnach

$$N = \frac{120 \cdot 120}{0,94} = 15319 \text{ W.}$$

Der Stromwärmeverlust im Anker ist daher $15319 \cdot \frac{2,5}{100} = 384 \text{ W}$, ebenso groß ist der Verlust im Nebenschluß. Der Verlust in der Hauptstromwicklung ist $15319 \cdot \frac{1}{100} = 153,2 \text{ W}$.

Zu b): Durch die Hauptstromwicklung AC (Abb. 72) fließen 120 A, also ist der Stromwärmeverlust

$$120^2 R_H = 153,2 \text{ W, \quad woraus \quad } R_H = \frac{153,2}{120^2} = 0,0106 \Omega$$

folgt.

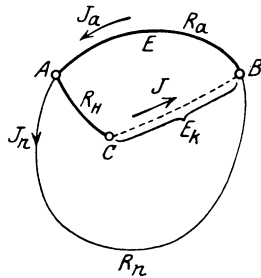


Abb. 72.

Zu c): Der Spannungsverlust in der Wicklung AC ist

$$J R_H = 120 \cdot 0,0106 = 1,28 \text{ V},$$

folglich ist die Bürstenspannung (Spannung zwischen A und B)

$$E_B = 120 + 1,28 = 121,28 \text{ V}.$$

Zu d): Es ist $E_B J_n = 384 \text{ W}$,

$$J_n = \frac{384}{121,28} = 3,17 \text{ A}.$$

Zu e): $R_n = \frac{E_B}{J_n} = \frac{121,28}{3,17} = 38,3 \Omega$.

Zu f): $J_a = J + J_n = 120 + 3,17 = 123,17 \text{ A}$.

Zu g): $J_a^2 R_a = 384 \text{ W}$, also $R_a = \frac{384}{123,17^2} = 0,0253 \Omega$.

Zu h):

$$E = E_B + J_a R_a = 121,28 + 123,17 \cdot 0,0253 = 124,39 \text{ V}.$$

214. Wie groß wird der elektrische Wirkungsgrad der berechneten Maschine, wenn dieselbe nur mit 30 [120] (90) A belastet ist?

Lösung: Der Verlust in der Hauptstromwicklung ist

$$30^2 \cdot 0,0106 = 9,55 \text{ W}.$$

Der Spannungsverlust ist $30 \cdot 0,0106 = 0,318 \text{ V}$, mithin die Bürstenspannung $E_B = 120 + 0,318 = 120,318 \text{ V}$. Der Strom im Nebenschluß ist $J_n = \frac{120,318}{38,3} = 3,11 \text{ A}$, somit wird der Verlust im Nebenschluß

$$E_B J_n = 120,318 \cdot 3,11 = 378 \text{ W}.$$

Der Ankerstrom ist $J_a = 30 + 3,11 = 33,11 \text{ A}$ und der Stromwärmeverlust im Anker

$$J_a^2 R_a = 33,11^2 \cdot 0,0252 = 27,6 \text{ W}.$$

Die Verluste durch Stromwärme betragen also

$$9,55 + 378 + 27,6 = 415,2 \text{ W}.$$

Die Nutzleistung ist $120 \cdot 30 = 3600 \text{ W}$, die Gesamtleistung (Ankerleistung) daher

$$3600 + 415,2 = 4015,2 \text{ W},$$

also

$$\eta_e = \frac{3600}{4015,2} = 0,9.$$

215. Berechne die Aufgaben 213 und 214 noch einmal, wenn die Verluste durch Stromwärme 3% im Anker, $1,5\%$ im Nebenschluß und $1,5\%$ in der Hauptstromwicklung betragen.

§ 24. Die mehrpoligen Maschinen.

Bei den mehrpoligen Maschinen kann der Anker mit der Magnetwicklung in gleicher Weise wie bei den zweipoligen verbunden sein, so daß man auch hier Reihen-, Nebenschluß- und Doppelschluß-Maschinen unterscheidet. An dieser Stelle soll uns nur die Wicklung des Trommelankers beschäftigen. Man unterscheidet: Parallelschaltung, Reihenschaltung und Reihenparallelschaltung.

Erklärung: Jede Spule hat 2 Seiten S und S' (Abb. 73), die auf der Ankeroberfläche oder in Nuten eines Zylinders liegen. In jeder Seite sind in Wirklichkeit w_s -Leiter enthalten, so daß also jede Spule aus w_s Windungen besteht.

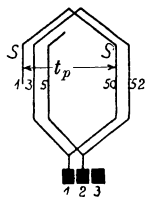


Abb. 73.

Ist s die Anzahl der Spulenseiten, so ist $\frac{s}{2}$ die Anzahl der Spulen, die hier stets gleich der Kollektorlamellenzahl K sein soll. Numeriert man die aufeinanderfolgenden Spulenseiten fortlaufend von 1 bis s , so hat stets die eine Seite S einer Spule eine ungerade Nummer, die andere S' eine gerade. Liegt die erste Seite (S) mitten unter dem Nordpol, so muß die andere Seite (S') nahezu in gleicher Lage unter dem Südpol sich befinden, d. h. die beiden Spulenseiten sind stets annähernd um die Polteilung $t_p = \frac{\pi D}{2p}$ voneinander entfernt.

Ist also Nr. 1 die eine Spulenseite, so hat die andere die Nummer $\frac{s}{2p}$, wo $\frac{s}{2p}$ eventuell auf eine gerade Zahl abgerundet werden muß.

Je nachdem man die Enden der Spulen miteinander verbindet, erhält man verschiedene Schaltungen.

A. Parallelschaltung.

Bei dieser Schaltung verbindet man das Ende der ersten Spule mit dem Anfang der benachbarten, und die Verbindungsstelle mit einer Kollektorlamelle. Ist z. B. für eine 4 polige Maschine, also $p = 2$, die Lamellenzahl $K = 99$, so ist die Seitenzahl $s = 2 \cdot 99 = 198$, die erste Spulenseite S hat die Nr. 1, die andere S' die Nummer $\frac{s}{2p} = \frac{198}{4} = 49,5$ abgerundet auf 50 (oder auch 48). Die erste Spule heißt also 1—50, die zweite Spule heißt jetzt 3—52 usw. Hat der Wickler alle Spulen gewickelt, so verbindet er S' , d. i. 50 mit einer (beliebigen) Kollektorlamelle und diese mit Anfang 3. Das Ende 52 mit der nächsten Lamelle und diese mit 5 usw. Eine solche, mit jeder Spulenzahl ausführbare Wicklung heißt Schleifenwicklung. Die Anzahl $2G$ der

erforderlichen Bürstenstifte ist $2p$ ($2G = 2p$). Der Anker zerfällt stets in $2p$ parallele Zweige. In jedem Zweige addieren sich die EMK. Es gelten hier die Gleichungen:

$$i_a = \frac{J_a}{2p}, \quad R_{av} = \frac{\rho L_a}{(2p)^2 q}, \quad E = \frac{\Phi_0 n z}{60 \cdot 10^8}, \quad (56)$$

wo i_a die Stromstärke im Draht bezeichnet.

Mordey-Schaltung.

Da bei $2p$ -Bürsten stets die Kollektorlamellen miteinander verbunden sind, auf denen gleichnamige Bürsten aufliegen, deren Abstand voneinander also $\frac{K}{p}$ ist, so kann man die betreffenden Lamellen durch Leiter auch dauernd miteinander verbinden (Mordey-Schaltung). Die Anzahl der Bürstenstifte darf dann bis auf 2 vermindert werden.

B. Reihenschaltung.

Diese Wicklung wird nach der Arnoldschen Schaltungsformel ausgeführt. Dieselbe heißt:

$$y_1 + y_2 = \frac{s \pm 2}{p}. \quad (57)$$

y_2 ist der Wicklungsschritt am vorderen (von der Kollektorseite aus gesehen), y_1 am hinteren Ankerende. Seine Bedeutung folgt aus der Wicklungsregel:

Man verbinde hinten das Ende der x ten Spulenseite mit dem Anfang der $(x + y_1)$ ten Seite und vorn das Ende der $(x + y_1)$ ten Seite mit dem Anfang der $[(x + y_1) \text{ten} + y_2]$ ten Seite.

Bedingungen:

1. Es müssen sowohl y_1 als auch y_2 ungerade Zahlen sein.

2. $\frac{y_1 + y_2}{2}$ und $\frac{s}{2}$ sollen keinen gemeinschaftlichen Teiler besitzen, widrigenfalls die Wicklung nicht einfach geschlossen ist.

Beispiel: Es sei wieder $s = 198$, $p = 2$, dann ist entweder

$$y_1 + y_2 = \frac{198 + 2}{2} = \frac{200}{2} = 100$$

oder

$$y_1 + y_2 = \frac{198 - 2}{2} = \frac{196}{2} = 98.$$

Nimmt man $y_1 + y_2 = 100$, so kann $y_1 = 49$, $y_2 = 51$ sein, d. h. man verbindet hinten Seite 1 mit Seite $1 + 49 = 50$ und vorn 50 mit $50 + 51 = 101$. Die erste Spule heißt demnach 1—50, die zweite 3—52 usw. d. h. die Wicklung der Spulen ist genau die gleiche wie bei Schleifenwicklung (Abb. 73). Vorn wird dann verbunden 50 mit einer beliebigen Lamelle und diese mit Seite 101; Nr. 52 wird mit der nächsten Lamelle und diese mit 103 usw. (Abb. 74).

Die Wicklung, die der Formel (57) entsprechen muß, ist nur mit bestimmten Seitenzahlen ausführbar. Der Anker zerfällt stets in 2 parallele Zweige. In jedem Zweige addieren sich die EMK.

Für die Reihenschaltung gelten die Formeln:

$$i_a = \frac{J_a}{2}, \quad R_{av} = \frac{\rho L_a}{4q}, \quad E = \frac{\Phi_0 n z}{60 \cdot 10^8} p. \quad (58)$$

Mordey-Schaltung ist nicht möglich. Die Bürstenzahl kann jedoch $2p$ oder auch nur 2 sein.

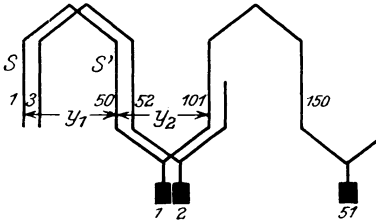


Abb. 74.

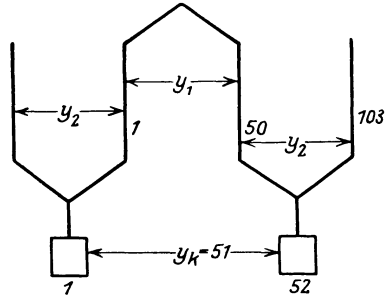


Abb. 75.

C. Reihenparallel-Schaltung.

Die Wicklungsformel für sie heißt:

$$y_1 + y_2 = \frac{s \pm 2a}{p}, \quad (59)$$

wo $2a$ die Anzahl der parallelen Stromzweige bedeutet, in welche der Anker zerfällt. y_1 und y_2 müssen wieder ungerade Zahlen sein.

Die Formeln sind

$$i_a = \frac{J_a}{2a}, \quad R_{av} = \frac{\rho L_a}{(2a)^2 q}, \quad E = \frac{\Phi_0 n z}{60 \cdot 10^8} \frac{p}{a}. \quad (60)$$

Für $a = 1$ erhält man die Reihenschaltung, während $a = p$ eine bestimmte (Arnoldsche) Parallelschaltung gibt, die stets durch eine Schleifenwicklung ersetzt werden kann.

Die nach den Arnoldschen Wicklungsformeln ausgeführten Wicklungen heißen Wellenwicklungen.

Beispiel: Es sei wieder $s = 198$, $p = 2$, aber $a = 3$, also $2a = 6$, so ist

$$y_1 + y_2 = \frac{198 + 6}{2} = 102.$$

Wir nehmen wieder $y_1 = 49$ und erhalten $y_2 = 102 - 49 = 53$. Man verbindet hinten 1 mit $(49 + 1)$ d. i. 50 und vorn 50 mit $(50 + 53)$ d. i. 103 usw. (Abb. 75).

Kollektorschritt.

Für den Wickler ist es wichtig zu wissen, mit welchen Kollektoralarmen die Enden einer Spule verbunden sind. Bei der Schleifenwicklung zeigt die Abb. 73, daß die beiden Seiten (3 und 52) einer Spule mit

zwei nebeneinanderliegenden Lamellen 1 und 2 verbunden sind. Bei Wellenwicklungen gibt die Formel

$$y_k = \frac{K \pm a}{p} = \frac{y_1 + y_2}{2} \quad (61)$$

hierüber Auskunft, worin y_k den Kollektorschritt bezeichnet. In Abb. 74 ist $K = 99$, $p = 2$ und $a = 1$, also wird $y_k = \frac{99 \pm 1}{2} = 50$ (oder 49). Ist also die Spulenseite 101 mit Lamelle 1 verbunden, so ist es die zugehörige andere Seite (d. i. 150) mit der Lamelle $1 + 50 = 51$. Zwischen zwei nebeneinanderliegenden Lamellen liegen stets p hintereinandergeschaltete Spulen.

Für $a = 3$ war $y_1 + y_2 = 102$ also ist $y_k = \frac{102}{2} = 51$, d. h. die beliebige Lamelle 1 ist durch die Spule 1—50 mit der Lamelle $1 + 51 = 52$ zu verbinden. Diese mit der Spulenseite 103 usf. (Abb. 75)¹⁾.

Bemerkung: Man sieht aus den drei Beispielen, daß die Wicklung der Spulen in allen Fällen die gleiche war und nur die Verbindungen am Kollektor sich änderten. Die Eigenschaften der Maschinen sind aber andere geworden. Nehmen wir z. B. an, die Schleifenwicklung hätte 300 V und 200 A ergeben, so würde man bei Reihenschaltung mit $a = 1$ 600 V und 100 A und mit $a = 3$ also Reihenparallelschaltung 200 V und 300 A erhalten, wie dies die Formeln (60) ergeben.

Nutenzahl.

Man legt die Spulenseiten heute fast ausschließlich in zwei übereinander liegenden Lagen in Nuten ein, wobei die geraden Nummern über (oder unter) die ungeraden zu liegen kommen. Ist u_n die Anzahl der Seiten pro Nut, so ist die Anzahl der erforderlichen Nuten

$$k = \frac{s}{u_n}. \quad (62)$$

Ist wieder $s = 198$ und $u_n = 6$, so ist die Anzahl der erforderlichen Nuten

$$k = \frac{198}{6} = 33 \text{ Nuten};$$

die Seiten 1, 3, 5 kommen nebeneinander in eine Nut, die Nut 1, die Seiten 2, 4, 6 darüber. Anstatt drei einzelne Spulen anzufertigen, kann man auch die drei Spulen zu einer Formspule vereinigen.

¹⁾ Frage: Mit welcher ungeraden Spulenseite ist die Lamelle x verbunden, wenn bei der Numerierung der Lamellen diejenige Lamelle als 1 bezeichnet wird, die mit der Spulenseite 1 verbunden ist?

Antwort: Mit der Seite $2x - 1$.

Z. B. Lamelle 52 ist in Abb. 75 verbunden mit Seite $2 \cdot 52 - 1 = 103$. Umgekehrt, mit welcher Lamelle ist die Spulenseite 143 verbunden?

Antwort:

$$143 = 2x - 1 \quad \text{oder} \quad x = \frac{144}{2} = 72.$$

Nutenschritt.

Bezeichnet y_n den Nutenschritt, u_n die Anzahl der Spulenseiten pro Nut (vgl. Tabelle 9 auf S. 136), so ist

$$y_n = \frac{y_1 - 1}{u_n}. \quad (63)$$

In unserm Beispiel ist

$$y_n = \frac{49 - 1}{6} = 8,$$

d. h. wenn in der Nut 1 die Seiten 1, 3, 5 liegen, so liegen die andern Seiten dieser Spulen, d. s. die Seiten 50, 52, 54 in der Nut $1 + 8 = 9$, gleichgültig ob $a = 1, 2$ oder 3 ist.

Bei der Wahl von y_1 [Formel (57) bzw. (59)] ist Formel (63) derart zu berücksichtigen, daß y_n eine ganze Zahl wird¹⁾.

Kollektorlamellenzahl.

Die kleinste Kollektorlamellenzahl berechnet man nach der Formel

$$K \geq (0,038 - 0,04) z \sqrt{i_a}, \quad (64)$$

wo z die erforderliche Drahtzahl und i_a die Stromstärke im Draht bedeutet. Man kann die Frage stellen:

Welche Stromstärke i_a darf im Ankerdraht fließen, wenn die Spulenseite w_s Leiter enthält?

Die Drahtzahl ist $z = w_s s = 2 w_s K$, also ist nach Formel (64) auch

$$K \geq 0,038 \cdot 2 w_s K \sqrt{i_a}$$

woraus

$$i_a = \frac{174}{w_s^2}$$

folgt.

Setzt man $w_s = 1, 2, 3, \dots$, so erhält man die Tabelle 8.

¹⁾ Es kann gefragt werden, welche Seiten in einer bestimmten Nut x liegen. Ist u_n die Anzahl der Spulenseiten in einer Nut, so liegen in der Nut x die ungeraden Seitennummern

$$u_n x - 1, \quad u_n x - 3, \quad u_n x - 5 \text{ usw. } \frac{u_n}{2} \text{ Seiten}$$

und darüber (oder darunter) die geraden Nummern

$$u_n x, \quad u_n x - 2, \quad u_n x - 4 \text{ usw.}$$

Für $p = 2$, $s = 198$, $u_n = 6$ liegen in der Nut 1 die ungeraden Seitennummern

$$6 \cdot 1 - 1 = 5, \quad 6 \cdot 1 - 3 = 3 \quad \text{und} \quad 6 \cdot 1 - 5 = 1$$

und die geraden Seitennummern

$$6 \cdot 1 = 6, \quad 6 \cdot 1 - 2 = 4 \quad \text{und} \quad 6 \cdot 1 - 4 = 2.$$

In Nut 9 liegen die ungeraden Seiten

$$6 \cdot 9 - 1 = 53, \quad 6 \cdot 9 - 3 = 51 \quad \text{und} \quad 6 \cdot 9 - 5 = 49$$

und die geraden

$$6 \cdot 9 = 54, \quad 6 \cdot 9 - 2 = 52 \quad \text{und} \quad 6 \cdot 9 - 4 = 50.$$

Tabelle 8. Kollektorlamellenzahl.

Anzahl der Windungen w_s pro Spule	1	2	3	4	5	6
Strom im Ankerdraht in A	174	43,5	19	10,8	6,9	4,8
Lamellenzahl $K = \frac{z}{2w_s} \dots$	$\frac{z}{2}$	$\frac{z}{4}$	$\frac{z}{6}$	$\frac{z}{8}$	$\frac{z}{10}$	$\frac{z}{12}$

Untersuchung der möglichen Spulenseiten pro Nut.

Die Nutenzahl ist $k = \frac{s}{u_n}$ und soll eine ganze Zahl sein. Dies ist für $u_n = 2$ immer möglich, da ja s eine gerade Zahl ist. Soll dagegen $u_n = 4$ werden, so ist dies für eine 4 polige Maschine mit Reihenschaltung nicht möglich, da der Wicklungsformel entsprechend für $p = 2$

$$y_1 + y_2 = \frac{s \pm 2}{2} = \frac{s}{2} \pm 1 \quad (\text{gerade Zahl})$$

$\frac{s}{2}$ eine ungerade Zahl sein muß, also kann

$$k = \frac{s}{4} = \frac{\frac{s}{2}}{2} \quad \text{keine ganze Zahl sein.}$$

Für $p = 2$ ist $u_n = 6$ möglich, denn $k = \frac{s}{6} = \frac{\frac{s}{2}}{3}$ wird eine ganze Zahl, wenn $\frac{s}{2} = K$ durch 3 teilbar ist. (Vgl. oben $K = 99$.)

In gleicher Weise läßt sich zeigen, daß für $p = 3$, $u_n = 4$ möglich, aber $u_n = 6$ nicht möglich ist. Für $u_n = 6$ ist $k = \frac{s}{6}$, d. h. s müßte durch 3 teilbar sein, was aber nach der Wicklungsformel nicht möglich ist, da nach dieser $s \pm 2$ durch 3 teilbar sein muß.

Die Tabelle 9 gibt die möglichen Werte von u_n .

Tabelle 9. Anzahl der Spulenseiten pro Nut.

Zahl der Pole	Mögliche Zahl u_n von Spulenseiten pro Nute für symmetrische Wicklungen					
4	1	2	—	6	—	10
6	1	2	4	—	8	10
8	1	2	—	6	—	10
10	1	2	4	6	8	—
12	1	2	—	—	—	10
14	1	2	4	6	8	10
16	1	2	—	6	—	10

Bestimmung der Länge einer Windung.

Da die Entfernung zweier Seiten S und S' (Abb. 76) angenähert gleich der Polteilung $t_p = \frac{\pi D}{p}$ ist, so ist $\overline{AC} = \frac{t_p}{2}$ und \overline{BC} kann reichlich ebenfalls auf $\frac{t_p}{2}$ geschätzt werden, so daß

$$\overline{AB} = x = \sqrt{\overline{AC}^2 + \overline{BC}^2} = \frac{t_p}{2} \sqrt{2} \text{ ist.}$$

Ist b_1 die Länge einer Seite, so ist die Länge einer Windung

$$2 l_{aw} = 2 b_1 + 4 x = 2 b_1 + 4 \frac{t_p}{2} \sqrt{2}$$

oder

$$2 l_{aw} = 2 b_1 + 2,84 t_p.$$

Die Seite b_1 ist immer etwas länger als die Ankerlänge b , so daß man auch schreiben kann:

$$2 l_{aw} = 2 b + 3 t_p. \tag{65}$$

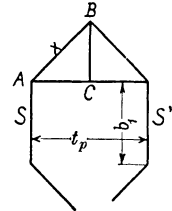


Abb. 76.

216. Ein 6 poliger Trommelanker besitzt 440 Stäbe, die zu je 4 in Nuten eingebettet sind. Gesucht werden:

- a) die Teilschritte der Wicklung am hinteren und vorderen Ankerende für $a = 1$ [2] (3),
- b) die Anzahl der Nuten und der Nutenschritt,
- c) die Nummern der Stäbe, die in Nut 72 liegen,
- d) die Kollektorlamellenzahl und der Kollektorschritt,
- e) die Spulenseiten, die mit der Lamelle Nr. 133 verbunden sind.

Lösungen:

Zu a): Für unsern Stabanker ist die Drahtzahl einer Spulenseite $w_s = 1$, also ist $z = 440 = s$; da $p = 3$ ist, ergibt die Wicklungsformel (57) oder (59) für $a = 1$

$$y_1 + y_2 = \frac{440 \pm 2}{3}$$

nur möglich für $y_1 + y_2 = \frac{440 - 2}{3} = 146$

$$y_1 = 73 \quad \text{und} \quad y_2 = 73.$$

Zu b): Nach (62) ist $k = \frac{440}{4} = 110$ Nuten.

Der Nutenschritt ist nach (63)

$$y_n = \frac{y_1 - 1}{u_n} = \frac{73 - 1}{4} = 18.$$

Zu c): In Nut 72 liegen die Spulenseiten (Fußnote, S. 135)

$$4 \cdot 72 - 1 = 287, 285,$$

und darüber

$$4 \cdot 72 = 288, 286.$$

$$\text{Zu d): } K = \frac{s}{2} = \frac{440}{2} = 220; \quad y_k = \frac{y_1 + y_2}{2} = 73.$$

Zu e): Mit Lamelle 133 ist verbunden der Spulenanfang $2 \cdot 133 - 1 = 265$ und das Spulenende

$$265 - y_2 = 265 - 73 = 192.$$

(Vgl. Fußnote S. 134.)

217. Der Trommelanker der Aufgabe 216 hat einen Durchmesser $D = 57$ cm und eine Ankerlänge $l = 22,4$ cm. Der Kupferquerschnitt eines Stabes ist $q = 30$ mm². Gesucht:

- die Polteilung,
- die Länge einer Windung,
- die Länge aller Windungen,
- der Widerstand der Ankerwicklung für $a = 1$ [2] (3),
- der Ankerstrom, wenn die Stromdichte 4,55 A beträgt,
- die Ankerleistung, wenn für $a = 1$ die EMK 440 V ist?

Lösungen:

$$\text{Zu a): } t_p = \frac{\pi D}{2 p} = \frac{\pi \cdot 57}{6} = 29,8 \text{ cm},$$

$$\text{Zu b): } 2 l_{aw} = 2 b + 3 t_p = 2 \cdot 22,4 + 3 \cdot 29,8 \approx 134 \text{ cm}.$$

$$\text{Zu c): } L_{aw} = l_{aw} \cdot \frac{z}{2} = 1,34 \cdot \frac{440}{2} = 294 \text{ m}.$$

$$\text{Zu d): } R_{aw} = \frac{\rho L_{aw}}{(2a)^2 q} = \frac{0,02 \cdot 294}{4 \cdot 30} = 0,049 \Omega.$$

$$\text{Zu e): } J_a = 2 i_a = 2 \cdot (30 \cdot 4,55) = 273 \text{ A}.$$

$$\text{Zu f): } N = E J_a = 440 \cdot 273 = 120000 \text{ W}.$$

§ 25. Umwicklung von Maschinen.

Häufig soll eine Dynamomaschine oder ein Motor von der Spannung E_{k_1} auf die Spannung E_{k_2} umgewickelt werden, ohne daß die Tourenzahl, Kraftlinienzahl und Leistung geändert wird; meistens muß auch noch der alte Kollektor verwendet werden.

Ankerwicklung.

Durch Abwickeln des Ankerdrahtes läßt sich die Drahtzahl z_1 und der Drahtquerschnitt q_1 feststellen; gesucht wird der neue Drahtquerschnitt q_2 und die zugehörige Drahtzahl z_2 .

Die Ankerleistung muß vor und nach dem Neuwickeln die gleiche bleiben, d. h.

$$E_1 J_{a_1} = E_2 J_{a_2}. \quad (\text{I})$$

Die Stromstärke im Draht ist bei $2a$ parallelen Zweigen [Formel (60)]

$$i_{a_1} = \frac{J_{a_1}}{2 a_1} \quad \text{und} \quad i_{a_2} = \frac{J_{a_2}}{2 a_2},$$

woraus

$$J_{a_1} = 2 a_1 i_{a_1} \quad \text{und} \quad J_{a_2} = 2 a_2 i_{a_2}$$

folgt. Damit die Verluste durch Stromwärme die gleichen bleiben, muß, da die aufgewickelten Drahtgewichte dieselben bleiben, die Stromdichte s denselben Wert behalten (vgl. Aufgabe 281), also ist $i_{a_1} = q_1 s$ und $i_{a_2} = q_2 s$, mit diesen Werten wird die Ankerleistung Gl. (I)

$$E_1 2 a_1 q_1 s = E_2 2 a_2 q_2 s,$$

woraus

$$q_2 = q_1 \frac{E_1 a_1}{E_2 a_2} \quad (\text{II})$$

folgt. Nun ist aber die EMK des Ankers

$$E_1 = E_{k_1} \pm J_{a_1} R_1, \quad E_2 = E_{k_2} \pm J_{a_2} R_2,$$

wo das $+$ -Zeichen für die Dynamo, das $-$ -Zeichen für den Motor gilt. Die Gleichungen mit J_{a_1} resp. J_{a_2} multipliziert, geben:

$$E_1 J_{a_1} = E_{k_1} J_{a_1} \pm J_{a_1}^2 R_1, \quad E_2 J_{a_2} = E_{k_2} J_{a_2} \pm J_{a_2}^2 R_2.$$

Wegen Gl. (I) ist hiermit auch

$$E_{k_1} J_{a_1} \pm J_{a_1}^2 R_1 = E_{k_2} J_{a_2} \pm J_{a_2}^2 R_2. \quad (\text{III})$$

Die Verluste durch Stromwärme müssen aber vor und nach dem Umwickeln dieselben sein, d. h.

$$J_{a_1}^2 R_1 = J_{a_2}^2 R_2$$

Demgemäß geht Gl. (III) über in

$$E_{k_1} J_{a_1} = E_{k_2} J_{a_2} \quad (\text{IV})$$

Aus (I) und (IV) folgt durch Division

$$\frac{E_{k_1}}{E_1} = \frac{E_{k_2}}{E_2} \quad \text{oder auch} \quad \frac{E_1}{E_2} = \frac{E_{k_1}}{E_{k_2}}. \quad (\text{V})$$

mithin
$$q_2 = q_1 \frac{E_{k_1} a_1}{E_{k_2} a_2}. \quad (66)$$

Nach Formel (60) ist

$$E_1 = \frac{\Phi_0 n z_1 p}{60 \cdot 10^8 a_1}, \quad E_2 = \frac{\Phi_0 n z_2 p}{60 \cdot 10^8 a_2},$$

folglich
$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{z_1 a_2}{z_2 a_1}$$

oder
$$z_2 = z_1 \frac{a_2 E_{k_2}}{a_1 E_{k_1}} \quad (67)$$

Magnetwicklung.

a) Nebenschlußwicklung. Der Stromwärmeverlust muß vor und nach dem Umwickeln derselbe sein, was erreicht wird, wenn die Stromdichte die gleiche bleibt. In der Gleichung

$$E_{k_1} J_{n_1} = E_{k_2} J_{n_2} \quad \text{ist} \quad J_{n_1} = q_{m_1} s_m \quad \text{und} \quad J_{n_2} = q_{m_2} s_m$$

zu setzen, wodurch $E_{k_2} q_{m_2} s_m = E_{k_1} q_{m_1} s_m$ wird, oder

$$q_{m_2} = q_{m_1} \frac{E_{k_1}}{E_{k_2}}. \quad (68)$$

Diese Angabe genügt, denn man braucht die Spulen nur mit diesem neuen Draht in der früheren Weise vollzuwickeln (vgl. Aufg. 141). Man kann jedoch auch die neue Windungszahl durch die alte ausdrücken, wenn man bedenkt, daß bei gleicher Kraftlinienzahl die neue Amperewindungszahl gleich der alten sein muß, d. h.

$$J_n W_1 = J_{n_2} W_2$$

ist, oder

$$q_{m_1} s_m W_1 = q_{m_2} s_m W_2,$$

woraus

$$W_2 = \frac{q_{m_1}}{q_{m_2}} W_1 = \frac{E_{k_2}}{E_{k_1}} W_1 \quad (69)$$

folgt.

b) Hauptstromwicklung. Bekannt der Querschnitt q_m , und die Windungszahl W_1 gesucht q_{m_2} und W_2 .

Der Ankerstrom fließt durch die Magnetwicklung, d. h. es ist

$$q_1 s^2 a_1 = q_{m_1} s_m, \quad q_2 s^2 a_2 = q_{m_2} s_m,$$

oder

$$\frac{q_1 a_1}{q_2 a_2} = \frac{q_{m_1}}{q_{m_2}}, \quad \text{woraus} \quad q_{m_2} = q_{m_1} \frac{a_2 q_2}{a_1 q_1}.$$

Nach Formel (66) ist

$$\frac{q_2}{q_1} = \frac{E_{k_2} a_1}{E_{k_1} a_2}$$

dies eingesetzt, gibt wieder die Formel (68):

$$q_{m_2} = q_{m_1} \frac{E_{k_1}}{E_{k_2}}.$$

Die Windungszahl W_2 folgt aus Gl. (69). Die Formeln (41), (45) und (46) behalten auch für den umgewickelten Anker die gleichen Zahlenwerte, hingegen ändert sich der Wert e_s in Formel (44).

218. Ein zweipoliger Hauptstrommotor soll von 12 V auf 220 V umgewickelt werden. Die Tourenzahl ist 1200.

Die Daten des alten Ankers sind: Ankerdurchmesser 7,47 cm, Ankerlänge 5,6 cm, 20 Kollektorlamellen, 20 Nuten (5 mm breit, 12 mm tief), Drahtstärke $d = 1,3$ mm, $z_1 = 200$ Drähte (20 Spulen à 5 Windungen). Die Magnetwicklung besteht aus 64 Windungen eines 3 mm dicken Drahtes.

Lösung: Da bei einer zweipoligen Maschine nur Schleifenwicklung möglich ist, ist $a_1 = a_2 = 1$, demnach wird nach Formel (66) der neue Querschnitt des Ankerdrahtes

$$q_2 = 1,3^2 \frac{\pi}{4} \cdot \frac{12}{220} = 0,0725 \text{ mm}^2,$$

$$d_2 = 0,3 \text{ mm}, \quad d_2' = 0,4 \text{ mm}.$$

Die Drahtzahl nach Formel (67) ist $z_2 = 200 \frac{220}{12} = 3666$.

Die Drahtzahl pro Spule ist $\frac{3666}{20} = 183$, abgerundet 180 ($z_2 = 3600$). In jede Nute kommen gleichfalls 180 Drähte, 6 nebeneinander, 30 Lagen übereinander.

Hauptstromwicklung. Aus Formel 68 folgt

$$q_{m_2} = 3^2 \frac{\pi}{4} \cdot \frac{12}{220} = 0,382 \text{ mm}^2, \quad d_2 = 0,7 \text{ mm}, \quad d_2' = 0,8 \text{ mm}.$$

Nach Formel (69) sind aufzuwickeln $W_2 = \frac{220}{12} \cdot 64 = 1170$ Windungen, nebeneinander 32 und 36 Lagen übereinander, in die 37. Lage kommen noch 18 Windungen.

Die EMK der Selbstinduktion der kurzgeschlossenen Spule wird für eine Ankerstromstärke von 1,2 A nach Formel (44)

$$e_s = 7 \frac{3600 \cdot 1200 \cdot 3600 \cdot 5,6 \cdot 0,6}{20 \cdot 60 \cdot 10^8} = 3,05 \text{ V},$$

der umgewickelte Motor wird zur Funkenbildung neigen, was auch die Ausführung bestätigt. Der Strom 1,2 A entspricht im alten Anker einem Strom von 22 A, es war also bei diesem

$$e_s = \frac{7 \cdot 200 \cdot 1200 \cdot 200 \cdot 5,6 \cdot 11}{20 \cdot 60 \cdot 10^8} = 0,17 \text{ V}.$$

Bemerkung: Der Wert von e_s ist maßgebend, ob der Kollektor verwendet werden kann oder nicht.

219. Ein vierpoliger Nebenschlußmotor, der bisher für 240 V Spannung bestimmt war, soll für 120 V umgewickelt werden. Der Anker besitzt 702 Drähte und 117 Kollektorlamellen. Die Untersuchung zeigt, daß eine Reihenschaltung vorliegt, also $a_1 = 1$ ist. Die Nebenschlußwicklung besteht aus 2500 Windungen pro Schenkel eines 1 mm blanken, 1,3 mm besponnenen Drahtes.

Lösung: Wir werden bei der halben Spannung eine Schleifenwicklung ausführen, für die $a_2 = 2$ gesetzt werden kann, es ist dann

$$z_2 = 702 \frac{2}{1} \frac{120}{240} = 702 \text{ Drähte,}$$

$$q_2 = q_1 \frac{240}{120} \cdot \frac{1}{2} = q_1,$$

die Wickelung bleibt ungeändert, nur muß der Kollektorschritt geändert werden. Während derselbe bisher war

$$y_k = \frac{117 + 1}{2} = 59,$$

d. h. es war verbunden der Anfang der ersten Spule mit der Lamelle Nr. 1, das Ende mit der Lamelle Nr. 60, muß jetzt verbunden werden der Anfang mit Lamelle Nr. 1, das Ende der Spule mit der benachbarten Lamelle Nr. 2 u. s. f. Der Kollektor hat jetzt aber die doppelte Stromstärke zu führen, und es muß nachgerechnet werden, ob er diese noch vertragen kann, ohne zu heiß zu werden.

Magnetwicklung:

$$q_{m_2} = 1^2 \frac{\pi}{4} \frac{240}{120} = 1,57 \text{ mm}^2, \quad d = 1,45, \quad d' = 1,7 \text{ mm,}$$

$$W_2 = \frac{120}{240} 2500 = 1250 \text{ Windungen.}$$

III. Wechselstrom.

§ 26. Definitionen.

Bezeichnet T die Zeitdauer einer Periode, ausgedrückt in Sekunden, f die Anzahl der Perioden pro Sekunde (die Frequenz), so ist

$$T = \frac{1}{f}. \quad (70)$$

Besitzt die Wechselstrommaschine p Nordpole (Polpaare), so ist

$$\frac{n p}{60} = f. \quad (71)$$

220. Wieviel Pole erhält eine Wechselstrommaschine, die Wechselstrom von 50 [44] (42) Perioden liefern soll und dabei 300 [360] (126) Umdrehungen in der Minute macht?

Lösung: $f = 50$, $n = 300$, $p = \frac{60 f}{n} = \frac{60 \cdot 50}{300} = 10$,
d. h. die Maschine erhält 20 Pole.

221. Wieviel Pole erhält eine Wechselstrommaschine, die Wechselstrom von 50 [60] (42) Perioden liefern soll und deren Umdrehungszahl ungefähr 400 [430] (345) pro Minute ist?

Lösung: $f = 50$, $n = 400$, $p = \frac{50 \cdot 60}{400} = 7,5$.

Da p eine ganze Zahl sein muß, so runde man dahin ab, also etwa $p = 8$. Mit $p = 8$ wird nun umgekehrt die genaue Umdrehungszahl

$$n = \frac{50 \cdot 60}{8} = 375 \text{ Umdrehungen.}$$

222. Eine 6 [4] (2)-polige Wechselstrommaschine macht 1200 [1800] (2800) Umdrehungen in der Minute. Wieviel Perioden besitzt der erzeugte Wechselstrom?

Lösung: $f = ?$ $n = 1200$, $p = 3$,

$$f = \frac{1200 \cdot 3}{60} = 60 \text{ Perioden.}$$

§ 27. Mittel- und Effektiv-Werte

Bezeichnet E_m den Mittelwert einer Wechselstromspannung während einer halben Periode, so ist

$$E_m = \frac{\sum e}{m}. \quad (72)$$

wo e die momentanen Einzelwerte, und m die Anzahl derselben bedeutet. Die Messung ist nur ausführbar bei pulsierendem Gleichstrom mit magnetischen Instrumenten oder auch mit Voltametern. Wechselströme werden mit Dynamometern oder Hitzdrahtinstrumenten gemessen. Der gemessene Wert heißt die effektive Stromstärke bzw. Spannung und ist definiert durch die Gleichung

$$E^2 = \frac{\sum e^2}{m}. \quad (73)$$

223. Durch eine Kontaktvorrichtung konnten von einem pulsierenden Gleichstrom 12 verschiedene Spannungen gemessen werden, nämlich

0, 1, 12, 26,5, 43, 56,5, 58, 56,5, 43, 26,5, 12 und 1 V.

[0, 1, 11, 26, 42, 54, 55, 53, 42, 27, 11 „ 1 „].

Wie groß ist hiernach der Mittelwert der Spannung und wie groß der effektive?

Lösung:

$$E_m = \frac{0+1+12+26,5+43+56,5+58+56,5+43+26,5+12+1}{12}.$$

$$E_m = \frac{336}{12} = 28 \text{ V.}$$

$$E^2 = \frac{0^2+1^2+12^2+26,5^2+43^2+56,5^2+58^2+56,5^2+43^2+26,5^2+12^2+1^2}{12},$$

$$E^2 = \frac{15141}{12}; \quad E = 35,6 \text{ V.}$$

224. Wurde die Spannung des pulsierenden Gleichstromes mit einem Weston-Instrument gemessen, so erhielt man 33 [42] V. Wieviel hätte in diesem Falle ein Hitzdrahtvoltmeter angezeigt?

Lösung: Nach der vorigen Aufgabe ist

$$\frac{E}{E_m} = \frac{35,6}{28} = 1,271,$$

also ist $E = E_m \cdot 1,271 = 33 \cdot 1,271 = 42 \text{ V}$.

225. Wie groß ist in 224 mit Zuhilfenahme von 223 der Maximalwert der Spannung?

Lösung: In 223 entspricht dem Maximalwert 58 der Mittelwert 28, also ist

$$\frac{E_{\max}}{E_m} = \frac{58}{28} = 2,07,$$

$$E_{\max} = 2,07 \cdot E_m = 2,07 \cdot 33 = 68,4 \text{ V};$$

oder auch $\frac{E_{\max}}{E} = \frac{58}{35,6} = 1,63,$

$$E_{\max} = 42 \cdot 1,63 = 68,4 \text{ V}.$$

226. Mit Hilfe der Kontaktvorrichtung in 223 konnten an derselben Maschine auch 12 verschiedene Ordinaten der Wechselstromkurve gemessen werden, nämlich

0, 31, 52, 55, 52, 31, 0, - 31, - 52, - 55, - 52, - 31.
[0, 45, 76, 79, 76, 45, 0, - 45, - 76, - 79, - 76, - 45].

Wie groß ist hiernach der Mittel- und der Effektivwert während einer halben Periode?

Lösung:

$$E_m = \frac{0 + 31 + 52 + 55 + 52 + 31}{6} = \frac{221}{6} = 36,83 \text{ V},$$

$$E^2 = \frac{0^2 + 31^2 + 52^2 + 55^2 + 52^2 + 31^2}{6} = 1726;$$

$$E = 41,6 \text{ V}.$$

227. In welchem Verhältnis stehen bei dieser Wechselstrommaschine die maximale zur effektiven und die maximale zur mittleren Spannung, und wie groß ist die effektive bzw. mittlere Spannung, wenn bei einer bestimmten Messung der Maximalwert 65 [78] (185) V. beträgt?

Lösung:

$$\text{Nach 226 ist } \frac{E_{\max}}{E} = \frac{55}{41,6} = 1,321 \quad \text{oder} \quad \frac{E}{E_{\max}} = 0,755,$$

$$\frac{E_{\max}}{E_m} = \frac{55}{36,8} = 1,495 \quad \text{oder} \quad \frac{E_m}{E_{\max}} = f' = 0,668.$$

$$\text{Ist } E_{\max} = 65 \text{ V, so wird } E = 0,755 \cdot 65 = 49 \text{ V,}$$

$$E_m = 0,668 \cdot 65 = 43,4 \text{ V.}$$

Wenn die Ordinaten für die Kurve der elektromotorischen Kraft dem Sinusgesetz folgen, d. h. der Gleichung

$$e = E_{\max} \sin \alpha,$$

wo für α gesetzt werden kann: $\alpha = \omega t$ und $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$, so ist der Mittelwert

$$E_m = \frac{2}{\pi} E_{\max} \quad (74)$$

und der effektive (gemessene) Wert

$$E = \frac{E_{\max}}{\sqrt{2}}. \quad (75)$$

Wird der Wechselstrom einer Gleichstrommaschine mit Schleifringen entnommen, so besteht zwischen E_m , E und E_{\max} eine Beziehung, die

von dem Verhältnis $g = \frac{\text{Polbreite}}{\text{Polteilung}} = \frac{c_p}{t_p}$ abhängt.

Tabelle 10. Mittel- und Effektiv-Werte.

$g = \frac{c_p}{t_p}$	0,5	0,6	0,7	0,8
$\frac{E}{E_{\max}} = f_g$	0,815	0,775	0,73	0,685
$\frac{E_m}{E_{\max}} = f'$	0,75	0,7	0,65	0,6

228. Ein Ring aus Ankerblechen zusammengesetzt, ist gleichmäßig mit Windungen bedeckt, durch die ein Wechselstrom geleitet wird, dessen Momentanwerte sich entsprechend der Gl. $i = \sin \alpha$ ändern, wenn α die Werte von 0 bis 360 Grad durchläuft. Der Strom erzeugt eine magnetisierende Kraft $\mathfrak{H} = 2,5 i$ [1,5 i] (5 i) entsprechend der Formel (20 b). Welche

Kraftliniendichten \mathfrak{B} werden in dem Eisen erzeugt, wenn die Magnetisierungskurve des Eisens den Werten der Tafel I (Ankerblech) entspricht, und wie groß ist das Verhältnis

$$f' = \frac{\text{Mittelwert}}{\text{Maximalwert}} = \frac{\mathfrak{B}_m}{\mathfrak{B}_g} ?$$

Lösungen:

Wir bestimmen zunächst die Werte von i für $\alpha = 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ \dots$ und erinnern uns, um die Tafel im Anhang benutzen zu können, daß $\sin 10^\circ = \cos 80^\circ, \sin 20^\circ = \cos 70^\circ$ usw., berechnen $\mathfrak{B} = 2,5 i$ und entnehmen \mathfrak{B} zugehörig zu α aus Tafel I.

$\alpha =$	0	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
$i =$	0	0,174	0,342	0,5	0,643	0,766	0,866	0,94	0,985	1
$\mathfrak{B} =$	0	0,43	0,85	1,25	1,61	1,91	2,16	2,36	2,46	2,5
$\mathfrak{B} =$	0	1300	3500	5200	6600	7000	7200	7600	8100	8300

Die Werte für $\alpha = 110^\circ, 120^\circ$ bis 180° wiederholen sich. Die Summe der 18 Werte von \mathfrak{B} ist $\sum \mathfrak{B} = 101300$, also $\mathfrak{B}_m = 101300 : 18 = 5640$. Der größte Wert ist $\mathfrak{B}_g = 8300$, also

$$f' = \frac{5640}{8300} = 0,68.$$

Bemerkung: Hätte \mathfrak{B} sich ebenfalls nach dem Sinusgesetz geändert, so wäre $f' = \frac{2}{\pi} = 0,635$ gewesen (Formel (74)). Wir erkennen also hieraus, daß die Kraftliniendichte im Eisen sich nicht nach dem Sinusgesetz ändert und daß f' stets größer als 0,635 ausfällt. Vgl. hiermit die Resultate der [] ()-Werte.

229. Eine 6-polige Wechselstrommaschine macht 1200 [1000] (800) Umdrehungen in der Minute; jede der sechs hintereinander geschalteten Spulen besitzt 12 [15] (60) Windungen und die Kraftliniendichte im Luftzwischenraum ist $\mathfrak{B}_g = 6000$ [5000] (7000). Der Querschnitt des Luftzwischenraumes ist angenähert ein Rechteck von 10 [12] (20) cm Länge und 15 [20] (25) cm Breite (Abb. 77). Gesucht wird:

- die Periodenzahl,
- die Zeitdauer einer Periode,
- die Winkelgeschwindigkeit des Radiusvektors (die sogenannte Kreisfrequenz),
- eine allgemeine Formel für die mittlere elektromotorische Kraft einer $2p$ -poligen Maschine,

- e) der Mittelwert im Zahlenbeispiel,
 f) der Maximal- und Effektivwert, wenn die elektromotorische Kraft sinusförmigen Verlauf hat.

Lösungen:

$$\text{Zu a): } \frac{np}{60} = f \text{ gibt } f = \frac{1200}{60} \cdot 3 = 60.$$

$$\text{Zu b): } T = \frac{1}{f} = \frac{1}{60} = 0,01667 \text{ Sek.}$$

$$\text{Zu c): } \omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 60 = 376.$$

Zu d): Die mittlere elektromotorische Kraft einer Spule mit ξ Windungen während einer halben Periode folgt aus Formel (32), S. 90.

$$e_m = \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{T' \cdot 10^8} \xi.$$

Gesetz 22: In einer Spule wird eine halbe Periode vollendet, wenn statt des Nordpols der benachbarte Südpol unter dieselbe gekommen ist.

Steht der Nordpol unter der Spule, so ist $\Phi_1 = \Phi_0$,
 " " Südpol " " " " " $\Phi_2 = -\Phi_0$,

ferner ist $T' = \frac{T}{2}$ (Zeitdauer der halben Periode), also

$$e_m = \frac{2 \Phi_0 \xi}{\frac{T}{2} \cdot 10^8} = \frac{4 \Phi_0 \xi}{T \cdot 10^8}.$$

Führt man anstatt der Zeit die Anzahl der Perioden ein, so ist (Formel (70)) $T = \frac{1}{f}$, also wird $e_m = \frac{4 \Phi_0 \xi f}{10^8}$.

Die $2p$ -polige Maschine besitzt $2p$ hintereinandergeschaltete Spulen, mithin ist die mittlere elektromotorische Kraft der ganzen Maschine

$$E_m = 2p e_m = \frac{4 \Phi_0 \xi f 2p}{10^8}$$

oder, wenn man die Windungszahl W der ganzen Maschine einführt, also $W = 2p\xi$ setzt,

$$E_m = \frac{4 \Phi_0 f W}{10^8}.$$

Bei dieser Herleitung ist vorausgesetzt, daß die Kraftlinienzahl Φ_0 durch sämtliche Windungen hindurchgeht. Ist dies nicht der Fall (s. Mehrlochwickelungen), so fällt E_m kleiner aus, was durch einen Faktor f_w , den Wicklungsfaktor, berücksichtigt wird. Die Gleichung für die mittlere EMK heißt also allgemein

$$E_m = \frac{4 \Phi_0 f W}{10^8} f_w \text{ Volt.} \quad (76)$$

Zu e): Da die Kraftliniendichte im Luftzwischenraum $\mathfrak{B}_g = 6000$ ist, so ist bei einem Luftquerschnitt von

$$10 \cdot 15 = 150 \text{ cm}^2$$

$$\Phi_0 = 150 \cdot 6000 = 900000 = 0,9 \cdot 10^6.$$

Ferner ist $\xi = 12$, $f = 60$, $2p = 6$ und für eine Maschine nach Abb. 77 $f_w = 1$ also

$$E_m = \frac{4 \cdot 0,9 \cdot 10^6 \cdot 12 \cdot 60 \cdot 6}{10^8} = 155 \text{ V.}$$

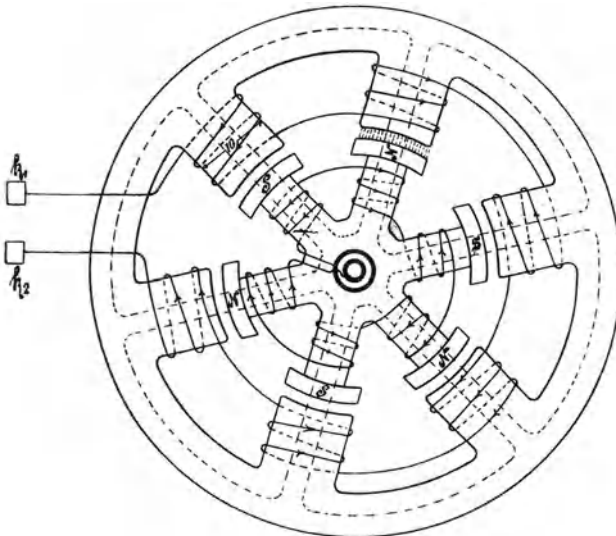


Abb. 77.

Zu f): Aus (Formel (74)) $E_m = \frac{2}{\pi} E_{\max}$ folgt:

$$E_{\max} = \frac{\pi}{2} E_m = \frac{\pi}{2} \cdot 155 = 244 \text{ V,}$$

Formel (75) gibt

$$E = \frac{E_{\max}}{\sqrt{2}} = \frac{244}{\sqrt{2}} = 172,5 \text{ V.}$$

230. Wie gestalten sich die Fragen zu f, wenn die Kurve der elektromotorischen Kraft den in Abb. 78 dargestellten Verlauf besitzt?

Lösung: Es muß das Rechteck über der halben Periode t_p und der Höhe E_m gleich dem Inhalt der Kurve der EMK sein, also

$$t_p E_m = c_p E_{\max} \quad \text{oder}$$

$$E_{\max} = \frac{t_p}{c_p} E_m = \frac{24}{10} \cdot 155 = 372 \text{ V.}$$

Um E zu finden, hat man über t_p ein Rechteck mit der Höhe E^2 zu zeichnen, das flächengleich der Kurve ist, deren Ordinaten die Quadrate der EMK sind, Abb. 78 a, es ist demnach

$$t_p E^2 = c_p E_{\max}^2 \quad \text{oder in unserem Falle}$$

$$E = E_{\max} \sqrt{\frac{c_p}{t_p}} = 372 \sqrt{\frac{10}{24}} = 240 \text{ V.}$$

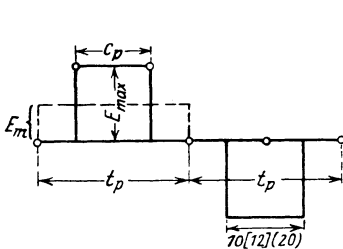


Abb. 78.

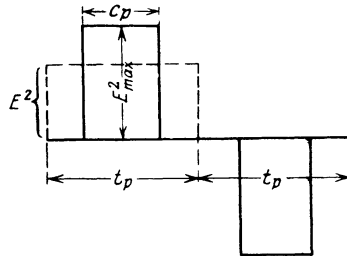


Abb. 78 a.

231. Eine 4 [6] (8)-polige Wechselstrommaschine besitzt einen mit Schleifringen versehenen Gleichstromanker von 800 Drähten in Parallelschaltung (Schleifenwicklung). Der Anker soll 120 [200] (300) V Wechselstrom von 50 Perioden liefern.

Das Verhältnis $g = \frac{c_p}{t_p}$ sei 0,7 [0,6] (0,8). Gesucht wird:

- die Drehzahl,
- die erforderliche Kraftlinienzahl,
- der Querschnitt des Luftzwischenraumes, wenn die Kraftliniendichte daselbst 6000 [7000] (6500) sein soll,
- die Polteilung und der Ankerdurchmesser, wenn der Polschuh ebenso lang wie breit wird,
- die Stromstärke, die der Maschine entnommen werden kann, wenn $\overline{AS} = 100$ [120] (90) ist.

Lösungen:

Zu a): Aus $\frac{np}{60} = 50$ folgt $n = \frac{50 \cdot 60}{2} = 1500$.

Zu b): Die EMK des Gleichstromes, die in diesem Falle auch den Maximalwert des Wechselstromes angibt, ist (vgl. S. 132, Formel (56)):

$$E_{\max} = \frac{\Phi_0 n z}{60 \cdot 10^8}$$

und da für Wechselstrom

$$\frac{E}{E_{\max}} = f_g \text{ (Tabelle 10), so wird } E = f_g \frac{\Phi_0 n z}{60 \cdot 10^8}$$

oder
$$\Phi_0 = \frac{E \cdot 60 \cdot 10^8}{f_g n z} = \frac{120 \cdot 60 \cdot 10^8}{0,73 \cdot 1500 \cdot 800} = 0,823 \cdot 10^6.$$

Zu c):
$$Q_{\Omega} = \frac{\Phi_0}{\mathfrak{B}_{\Omega}} = \frac{0,823 \cdot 10^6}{6000} = 137 \text{ cm}^2 = b c_p.$$

Zu d): wenn $b = c_p$ ist, wird $c_p = \sqrt{137} = 11,7 \text{ cm}$,
 andererseits ist $g = \frac{c_p}{t_p}$, also $t_p = \frac{11,7}{0,7} = 16,7 \text{ cm}$;
 aus $t_p = \frac{\pi D}{2 p}$ folgt $D = \frac{16,7 \cdot 4}{\pi} = 21,3 \text{ cm}$.

Zu e): $J_a = i_a 2 p$ (Formel (56)) und $\overline{AS} = \frac{z i_a}{\pi D}$,
 also
$$i_a = \frac{\pi D \cdot \overline{AS}}{z} = \frac{\pi \cdot 21,3 \cdot 100}{800} = 8,4 \text{ A},$$

demnach $J_a = 8,4 \cdot 4 = 33,6 \text{ A}$.

§ 28. Das Ohmsche Gesetz für Wechselströme.

Im folgenden wird stets vorausgesetzt, daß die elektromotorische Kraft der Maschine sinusförmigen Verlauf hat, also der Gleichung $e = E_{\max} \sin a$ folgt, und $a = \omega t = 2\pi f t = \frac{2\pi t}{T}$ gesetzt werden kann.

Die Darstellung von e zeigt die Abb. 79. Hier- nach ist der momentane Wert $\overline{OA'} = e$ die Pro- jektion des Maximalwertes $\overline{OA} = E_{\max}$ auf eine vertikale Gerade. Man nennt E_{\max} den Radius- vektor im Vektordiagramm. Alle nur denkbaren Werte von e erhält man durch Drehung des Radiusvektor \overline{OA} um den Punkt O im entgegen- gesetzten Sinne der Drehung des Uhrzeigers.

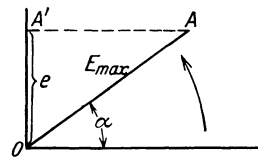


Abb. 79.

Gesetz 23: Die Summe der Maximalwerte zweier elektromoto- rischer Kräfte, die einen Winkel φ miteinander bilden, ist die durch

den Winkel gehende Diagonale des Parallelogrammes, das aus den beiden elektromotorischen Kräften gebildet wird (Abb. 80).

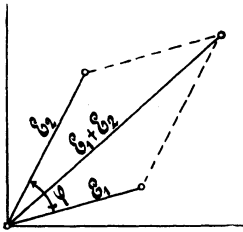


Abb. 80.

Ist die Differenz der Maximalwerte zu suchen, so bilde man anstatt der Differenz $E_2 - E_1$ die Summe $E_2 + (-E_1)$. (Abb. 81.)

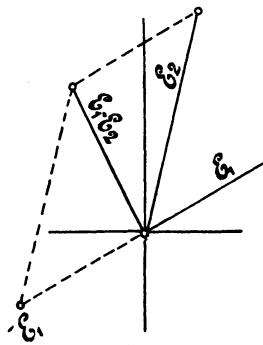


Abb. 81.

Gesetz 24: Fließt ein Wechselstrom durch einen induktionsfreien Widerstand (Echtwiderstand), so fällt im Vektordiagramm der Vektor des Stromes der Richtung nach mit dem Vektor der Spannung zusammen.

Wenn also (Abb. 82)

$$e = E_{\max} \sin \alpha$$

ist, so ist auch

$$i = J_{\max} \sin \alpha,$$

wo $J_{\max} = \frac{E_{\max}}{R_e}$

gesetzt ist.

Der Widerstand R_e heißt Echtwiderstand.

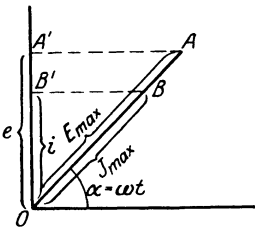


Abb. 82.

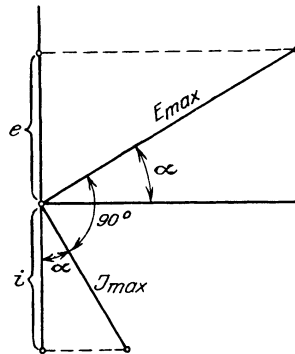


Abb. 83.

Gesetz 25: Fließt ein Wechselstrom durch eine widerstandslose Induktionsspule, so bleibt im Vektordiagramm der Vektor des Stromes um 90 Grad gegen den Vektor der Spannung zurück.

Ist also (Abb. 83)

$$e = E_{\max} \sin \alpha,$$

so ist

$$i = -J_{\max} \sin (90 - \alpha) = -J_{\max} \cos \alpha,$$

wo
$$J_{\max} = \frac{E_{\max}}{L\omega} \tag{77}$$

gesetzt ist. $L\omega = R_b$ heißt der induktive oder Blindwiderstand der Spule.

Besitzt eine Spule Widerstand und Selbstinduktion, so kann man sich diese Spule stets ersetzt denken durch eine widerstandslose, der ein induktionsfreier Widerstand vorgeschaltet ist. (Abb. 84.) Es fließt dann, beim Anschluß an eine Wechselstrommaschine, durch den Kreis ein Strom, dessen Maximalwert J_{\max} sei. Derselbe ruft an den Enden AB des Echtwiderstandes R_e einen Spannungsunterschied E_1 (Maximalwert) und an den Enden der widerstandslosen Spule einen Spannungsunterschied E_2 hervor. Die Gesamtspannung E_0 an den Klemmen A und C der Spule (die Klemme B ist nur gedacht) ist die Diagonale eines aus E_1 und E_2 gebildeten Parallelogrammes.

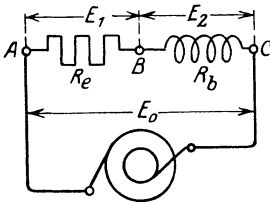


Abb. 84.

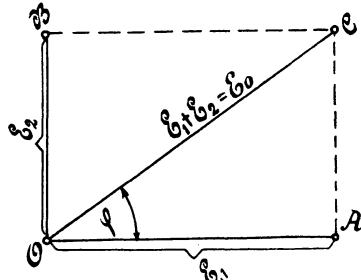


Abb. 85.

Da im ganzen Kreise nur eine Stromstärke fließt, so wähle man im Vektordiagramm diese als Grundlinie (Abb. 85). Die Spannung $E_1 = \overline{OA}$ fällt dann der Richtung nach mit der Grundlinie zusammen (Gesetz 24), während die Spannung $E_2 = \overline{OB}$ senkrecht auf ihr steht (Gesetz 25); die Gesamtspannung ist dann die Diagonale \overline{OC} (Gesetz 23). Für diese aber gilt:

$$E_0^2 = E_1^2 + E_2^2,$$

oder da

$$E_1 = J_{\max} R_e, \quad E_2 = J_{\max} R_b$$

$$E_0^2 = J_{\max}^2 [R_e^2 + R_b^2],$$

woraus

$$J_{\max} = \frac{E_0}{\sqrt{R_e^2 + R_b^2}}$$

folgt.

Man setzt $\sqrt{R_e^2 + R_b^2} = R_s$ (79)

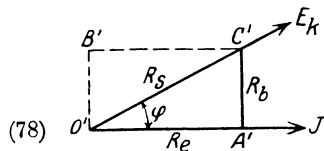


Abb. 86.

und nennt R_s den Scheinwiderstand oder die Impedanz einer Spule; er ist die geometrische Summe aus R_e und R_b , wie dies aus der Abb. 86 hervorgeht. Das $\triangle O' C' A'$ heißt das Widerstandsdreieck und ist ähnlich dem Spannungsdreieck $O C A$ in Abb. 85.

Die Klemmenspannung E_0 ist die einzige, wirklich vorhandene Spannung. E_s ist gleich der elektromotorischen Kraft der Selbstinduktion, aber von entgegengesetzter Richtung, also

$$E_s = -E_s.$$

Die Abb. 85 läßt erkennen, daß der Strom (Richtung \overline{OA}) in der Phase gegen die Spannung E_0 um einen Winkel φ , den Phasenverschiebungswinkel, zurückbleibt. Hieraus folgt das

Gesetz 26: Fließt ein Wechselstrom durch eine Spule mit Widerstand und Selbstinduktion, so bleibt der Vektor des Stromes um einen φ hinter dem Vektor der Spannung zurück.

Anstatt der Maximalwerte J_{\max} und E_0 kann man auch die gemessenen Werte J und E_k setzen. Es gilt daher auch die Formel

$$J = \frac{E_k}{\sqrt{R_e^2 + R_b^2}} = \frac{\text{gemessene Spannung}}{\text{Scheinwiderstand}}. \quad (78)$$

232. Die Achsen zweier Wechselstrommaschinen, von denen die eine Maschine 60 [100] (120) V, die andere 80 [90] (100) V liefert, sind miteinander direkt gekuppelt, und zwar unter einem Winkel a) 0° , b) 30° , c) 60° , d) 90° , e) 120° , f) 150° . Wie groß ist bei Hintereinanderschaltung beider Maschinen die gesamte elektromotorische Kraft?

Lösungen:

Zu a): $60 + 80 = 140$ V.

Zu b): Man mache (Abb. 87) $\overline{OA} = 60$ V, z. B. 60 mm, trage an \overline{OA} einen Winkel von 30 Grad an und mache den freien

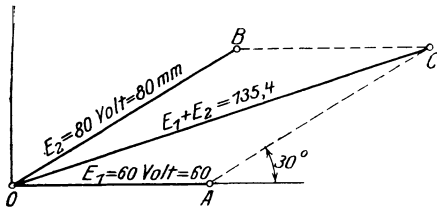


Abb. 87.

Schenkel $\overline{OB} = 80$ V, also 80 mm, ergänze \overline{OA} und \overline{OB} zum Parallelogramm, so ist nach Messung $\overline{OC} = 136$ mm, mithin beträgt die gesamte elektromotorische

Kraft beider Maschinen 136 V.

Merke: Anstatt das $\square OACB$ zu zeichnen, genügt es auch an \overline{OA} in A die Seite \overline{AC} unter dem $\sphericalangle 30$ Grad anzutragen und die Schlußlinie \overline{CO} zu ziehen.

Durch Rechnung findet man \overline{OC} aus dem $\triangle OAC$ nach der Formel: $\overline{OC}^2 = \overline{OA}^2 + \overline{AC}^2 + 2 \cdot \overline{OA} \cdot \overline{AC} \cos 30^\circ$

$$OC^2 = 60^2 + 80^2 + 2 \cdot 60 \cdot 80 \cdot \frac{1}{2} \sqrt{3} = 18315,$$

$$\overline{OC} = \sqrt{18315} = 135,4 \text{ V.}$$

233. Die in der Wickelung AB einer Wechselstrommaschine erzeugte EMK ist gegen die in der Wickelung BC einer zweiten Maschine erzeugte um 90 Grad verschoben. Durch die Lampen F_1 bzw. F_2 fließen Ströme von 5 [8] (7) A bzw. 12 [15] (20) A. Welcher Strom fließt in der gemeinsamen Leitung BD (Abb. 88)?

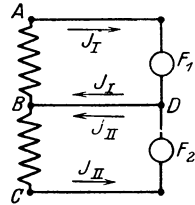


Abb. 88.

Lösung: In der gemeinsamen Leitung BD fließt die Summe der Ströme J_I und J_{II} (geometrisch addiert), wobei nach Angabe, J_I und J_{II} senkrecht aufeinander stehen. Macht man in Abb. 89 $\overline{OG} = J_I = 5 \text{ A}$ und $\overline{OE} = J_{II} = 12 \text{ A}$, so ist die gesuchte Summe die Diagonale \overline{OH} . Nun ist im $\triangle OHE$

$$\overline{OH} = \sqrt{J_I^2 + J_{II}^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13 \text{ A.}$$

234. A_1E_1 und A_2E_2 sind Sitze zweier EMK, deren Vektoren einen Winkel von 120° miteinander einschließen. Die gemessene Größe jeder EMK ist $E_p = 100$ [220] (220) V. Welche Spannung E_k mißt man zwischen A_1 und A_2 , wenn E_1 mit E_2 verbunden wird (Abb. 90).

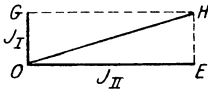


Abb. 89.

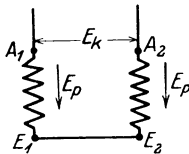


Abb. 90.

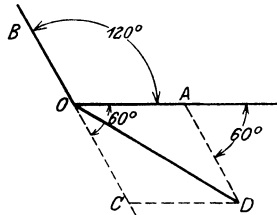


Abb. 91.

Lösung: Wie aus den in Abb. 90 eingezeichneten Pfeilen hervorgeht, subtrahieren sich die beiden EMK, also ist die zwischen A_1 und A_2 gemessene Spannung die Differenz der beiden Spannungen $\overline{E_p}$ (geometrisch subtrahiert). Wir tragen an die in A_1E_1 entstandene Spannung \overline{OA} (Abb. 91), die in A_2E_2 entstandene Spannung \overline{OB} unter 120° an, verlängern \overline{OB} nach rückwärts um sich selbst bis C und bilden aus \overline{OA} und \overline{OC} ein Parallelogramm, so ist dessen Diagonale \overline{OD} die gesuchte

Differenz E_k . Es ist in $\triangle OAD$

$$\overline{OD} = E_k = \sqrt{\overline{OA}^2 + \overline{AD}^2 + 2 \cdot \overline{OA} \cdot \overline{AD} \cdot \cos 60^\circ}$$

$$E_k = \sqrt{100^2 + 100^2 + 2 \cdot 100 \cdot 100 \cdot \frac{1}{2}} = 100 \sqrt{3} = 174 \text{ V.}$$

235. In Abb. 92 seien $A_1 E_1$, $A_2 E_2$, $A_3 E_3$ drei gleiche EMK, die gegeneinander um Winkel von je 120° verschoben sind. Die Enden E_1 und E_2 sind miteinander verbunden, ebenso A_2 mit E_3 . Zwischen A_1 und A_3 , ebenso zwischen A_2 und A_3 werden Lampen geschaltet. Die erste Lampengruppe braucht 6,65 [12] (15) A, die zweite 4,6 [10] (7) A. Gesucht:

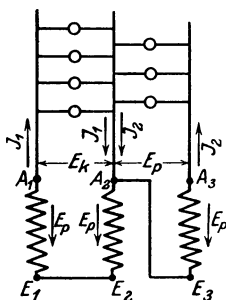


Abb. 92.

- die Lampenspannung der ersten Gruppe,
- die Lampenspannung der zweiten Gruppe,
- die Stromstärke in der von A_2 ausgehenden, beiden Gruppen gemeinschaftlichen Leitung.

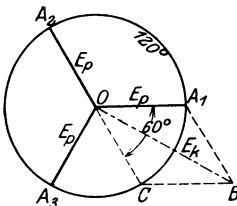


Abb. 93.

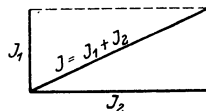


Abb. 94.

Lösungen:

Zu a): Wie die Pfeile in Abb. 92 zeigen, sind die EMK in $A_1 E_1$ und $A_2 E_3$ einander entgegengerichtet, müssen also subtrahiert werden (geometrisch). In Abb. 93 sind $A_1 O$, $A_2 O$, $A_3 O$ die drei gleichen EMK, die gegeneinander um 120° verschoben sind. Soll $A_2 O$ von $A_1 O$ subtrahiert werden, so verlängere man $A_2 O$ über O um sich selbst und addiere OC zu OA_1 , d. h. bilde aus OA_1 und OC das $\parallel O A_1 B C$, dessen Diagonale OB die gesuchte Differenz ist. Aus $\triangle O A_1 B$ folgt

$$\overline{OB} = \sqrt{\overline{OA_1}^2 + \overline{A_1 B}^2 + 2 \cdot \overline{OA_1} \cdot \overline{A_1 B} \cos 60^\circ} = E_p \sqrt{3} \text{ Volt}$$

als Lampenspannung der ersten Gruppe.

Zu b): Die Spannung der zweiten Lampengruppe ist die zwischen A_3 und E_3 herrschende, also die Spannung $E_p = A_3 O$ in Abb. 93.

Zu c): Da bei induktionsfreien Widerständen die Richtungen der Stromvektoren mit denen der Spannungen zusammenfallen, so sehen wir, daß die Stromvektoren J_1 und J_2 miteinander dieselben Winkel bilden, wie die Spannungen OB und OA_3 in Abb. 93.

Nun ist aber

$$\sphericalangle A_3 O B = 120 - 30 = 90^\circ,$$

also wird der Strom in der gemeinsamen Leitung (Abb. 94)

$$J = \sqrt{J_1^2 + J_2^2} = \sqrt{6,65^2 + 4,6^2} = 8,1 \text{ A.}$$

236. Eine Spule besitzt einen Echtwiderstand von $3 [2,5] (10) \Omega$ und einen Blindwiderstand von $9,42 [9,44] (0,794) \Omega$. Welcher Strom fließt durch dieselbe, wenn sie an eine Wechselstromspannung von $40 [36] (65) \text{ V}$ angeschlossen wird?

Lösung:
$$J = \frac{E_k}{\sqrt{R_e^2 + (R_b^2)}};$$

$$E_k = 40 \text{ V, } R_e = 3 \Omega, \quad R_b = 9,42 \Omega,$$

also wird

$$J = \frac{40}{\sqrt{3^2 + (9,42)^2}} = 4,04 \text{ A.}$$

237. Eine Spule besitzt einen Echtwiderstand von $20 [10] (2) \Omega$, einen Selbstinduktionskoeffizienten von $0,06 [01] (0,03)$ Henry. Sie ist an eine Wechselstromspannung von 50 Perioden angeschlossen, wobei ein Strom von $0,6 [0,3] (3) \text{ A}$ durch sie hindurchfließt. Gesucht wird:

- der Scheinwiderstand,
- die Klemmenspannung,
- der Kosinus des Phasenverschiebungswinkels.

Lösungen:

Zu a): Es ist $\omega = 2\pi \cdot 50 = 314,$

daher der Blindwiderstand

$$R_b = L \omega = 0,06 \cdot 314 = 18,84 \Omega$$

und nach Abb. 95

$$R_s = \sqrt{R_e^2 + R_b^2} = \sqrt{20^2 + (18,84)^2} = 27,42 \Omega.$$

Zu b): Aus $J = \frac{E_k}{R_s}$ folgt:

$$E_k = J R_s = 0,6 \cdot 27,42 = 16,452 \text{ V.}$$

Zu c): (Abb. (95):

$$\cos \varphi = \frac{R_e}{R_s} = \frac{20}{27,42} = 0,729.$$

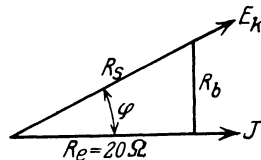


Abb. 95.

238. Um den Selbstinduktionskoeffizienten einer Spule zu bestimmen, wurde dieselbe an eine Wechselstromspannung von

48 [60] (100) V und 60 Perioden angeschlossen, wobei durch die Spule ein Strom von 6 [8] (10) A floß. Der Spulenwiderstand betrug 3 [2] (5) Ω . Wie groß ist hiernach L ?

Lösung: Aus
$$J = \frac{E_k}{R_s}$$

folgt:
$$R_s = \frac{E_k}{J} = \frac{48}{6} = 8 \Omega.$$

Andererseits ist:

$$R_s^2 = R_e^2 + R_b^2,$$

woraus: $R_b = \sqrt{R_s^2 - R_e^2} = \sqrt{8^2 - 3^2} = \sqrt{55} = 7,4 \Omega.$

Aus $R_b = L\omega$ folgt

$$L = \frac{7,4}{2\pi \cdot 50} = 0,0235 \text{ Henry.}$$

239. Zur Bestimmung des Selbstinduktionskoeffizienten wurde in den Stromkreis der Spule eingeschaltet ein Dynamometer Am. und parallel zur Spule ein Voltmeter (Abb. 96). Das erstere zeigte 200 [150] (260) Grad Ausschlag an, das letztere 50 [48] 38 V. Die Drehzahl der zweipoligen Wechselstrommaschine wurde zu 2800 [2400] (3600) pro Minute bestimmt. Die Konstante des Dynamometers ist 0,355 und der Spulenwiderstand 5 [2] (1,5) Ω . Wie groß ist hiernach L ?

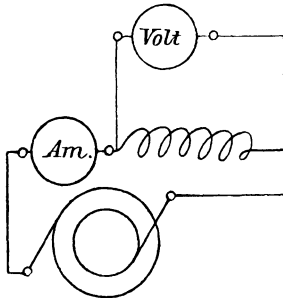


Abb. 96.

Lösung: Das Dynamometer zeigt

$$J = 0,355 \sqrt{200} = 5,02 \text{ A an.}$$

$$R_s = \frac{E_k}{J} = \frac{50}{5,02} = 9,97 \Omega.$$

Aus

$$\frac{np}{60} = f \text{ folgt } f = \frac{2800}{60} \cdot 1 = 46,7,$$

also (Abb. 86)

$$R_b = L\omega = \sqrt{9,97^2 - 5^2} = 8,63 \Omega,$$

$$L = \frac{8,63}{2\pi \cdot 46,7} = 0,0294 \text{ Henry.}$$

240. Durch eine Spule von 2,3 [5] (4) Ω und einen Selbstinduktionskoeffizienten von 0,03 [0,04] (0,025) Henry fließt ein Wechselstrom von 5 [3] (4) A, der an den Klemmen eine Spannung von 55 [30] (60) V hervorruft. Wie groß ist hiernach die Periodenzahl des Wechselstromes?

Lösung: Aus dem Widerstandsdreieck (Abb. 86) folgt:

$$R_b = L\omega = \sqrt{R_s^2 - R_e^2},$$

wo der Scheinwiderstand $R_s = \frac{E_k}{J} = \frac{55}{5} = 11 \Omega$ und der Echtwiderstand $R_e = 2,3 \Omega$ ist, also

$$\omega = \frac{\sqrt{11^2 - 2,3^2}}{0,03} = \frac{10,7}{0,03} = 357$$

$$f = \frac{357}{2\pi} = 56,8 \text{ Perioden.}$$

241. Durch eine Spule von $10 [8] (4) \Omega$ Widerstand fließt ein Wechselstrom von $3 [4] (8) \text{ A}$, welcher an den Klemmen derselben eine Spannung von $50 [60] (64) \text{ V}$ hervorruft. Welche Spannung geht in dem Echtwiderstand verloren, wie groß ist die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion der Spule, und um welchen Winkel wird der Strom gegen die Klemmenspannung verzögert?

Lösung: Die in dem Widerstand von 10Ω verlorene Wirkspannung ist:

$$E_w = 3 \cdot 10 = 30 \text{ V.}$$

Die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion (Blindspannung genannt) folgt aus (Abb. 97)

$$E_b = \sqrt{50^2 - 30^2} = 40 \text{ V,}$$

$$\text{tg } \varphi = \frac{40}{30} = 1,333,$$

$$\cos \varphi = \frac{30}{50} = \frac{3}{5} = 0,6, \quad \varphi \approx 53^\circ.$$

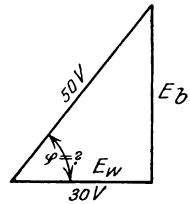


Abb. 97.

§ 29. Leistung des Wechselstromes.

Bezeichnet E_k die gemessene Spannung, J den gemessenen Strom, φ den Phasenverschiebungswinkel zwischen Strom und Spannung, so ist die Leistung des Stromes

$$N = E_k J \cos \varphi. \quad \text{Watt}^1) \quad (80)$$

¹⁾ Beweis: Ist e die momentane Spannung, i die momentane Stromstärke, so ist ei die momentane Leistung; die wirkliche ist der Mittelwert aus den momentanen Leistungen, also

$$N = \frac{\sum ei}{m} \text{ Watt.} \quad (81)$$

Stellt man die momentanen Werte als Projektionen ihrer Maximal-

242. Eine Spule besitzt einen Blindwiderstand von 15,7 [9,42] (63) Ω , einen Echtwiderstand von 10 [8] (10) Ω . Dieselbe wird an eine Wechselstromspannung von 60 [120] (220) V und 50 Perioden angeschlossen. Gesucht wird:

- der Scheinwiderstand,
- die Stromstärke in der Spule,
- die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion (Blindspannung),
- der Selbstinduktionskoeffizient der Spule,
- der Kosinus des Phasenverschiebungswinkels (Leistungsfaktor),
- die in der Spule verbrauchte Leistung.

werte \overline{OA} bzw. \overline{OB} dar, so ist für einen beliebigen Winkel α (siehe Abb. 98)

$$e_1 = E_{\max} \sin \alpha, \quad i_1 = J_{\max} \sin \beta$$

und
$$e_1 i_1 = E_{\max} J_{\max} \sin \alpha \sin \beta.$$

Denkt man sich die Maximalwerte um 90° gedreht, so wird

$$e_2 = E_{\max} \sin (\alpha + 90) = E_{\max} \cos \alpha,$$

$$i_2 = J_{\max} \sin (\beta + 90) = J_{\max} \cos \beta$$

und
$$e_2 i_2 = E_{\max} J_{\max} \cos \alpha \cos \beta,$$

folglich
$$e_1 i_1 + e_2 i_2 = E_{\max} J_{\max} (\sin \alpha \sin \beta + \cos \alpha \cos \beta)$$

oder
$$e_1 i_1 + e_2 i_2 = E_{\max} J_{\max} \cos (\alpha - \beta) = E_{\max} J_{\max} \cos \varphi.$$

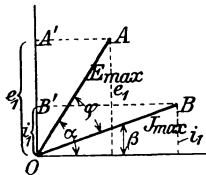


Abb. 98.

Dieser Ausdruck ist unabhängig von α , d. h. zu jedem denkbaren Werte von α gibt es zwei Addenden $e_1 i_1$ und $e_2 i_2$, deren Summe

$$E_{\max} J_{\max} \cos \varphi$$

ist. Denkt man sich nun je zwei derartige Addenden in eine Klammer geschlossen, so sind aus den

m Addenden des Ausdruckes $N = \frac{\sum e i}{m}$ nur $\frac{m}{2}$

Klammerausdrücke geworden, deren jeder den Wert $E_{\max} J_{\max} \cos \varphi$ hat, also ist

$$N = \frac{\frac{m}{2} E_{\max} J_{\max} \cos \varphi}{m} = \frac{E_{\max} J_{\max}}{2} \cos \varphi$$

$$\frac{E_{\max}}{\sqrt{2}} = E_k, \quad \frac{J_{\max}}{\sqrt{2}} = J \quad [\text{Formel (75)}] \text{ gesetzt gibt Formel (80).}$$

Lösungen:

Zu a): (Abb. 99):

$$R_s = \sqrt{10^2 + 15,7^2} = 18,6 \Omega.$$

Zu b):
$$J = \frac{E_k}{R_s} = \frac{60}{18,6} = 3,23 \text{ A.}$$

Zu c): Es ist $E_s = E_b = R_b J = 15,7 \cdot 3,23 = 50,7 \text{ V,}$

oder (Abb. 100): $E_b = \sqrt{60^2 - 32,3^2} = 50,7 \text{ V.}$

Zu d): Aus $R_b = L \omega = 15,7$ folgt $L = \frac{15,7}{2\pi \cdot 50} = 0,05 \text{ H.}$

Zu e): Nach Abb. 99 ist $\cos \varphi = \frac{10}{18,6} = 0,538.$

Nach Abb. 100 ist $\cos \varphi = \frac{32,3}{60} = 0,538.$

Zu f): $N = E_k J \cos \varphi = 60 \cdot 3,23 \cdot 0,538 = 104,3 \text{ W.}$ Diese Leistung hat sich nur in Stromwärme umgesetzt und konnte auch nach der Formel

$$N = J^2 R_e = 3,23^2 \cdot 10 = 104,3 \text{ W}$$

berechnet werden.

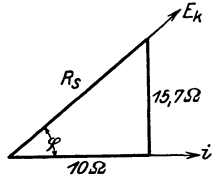


Abb. 99.

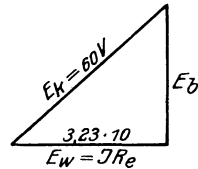


Abb. 100.

243. In den Stromkreis einer Wechselstrommaschine war eingeschaltet (Abb. 101) ein Amperemeter A, eine Spule S, ein Wattmeter W, außerdem ein Voltmeter V. Das letztere zeigt 120 [90] (50) V an, das Amperemeter 10 [12] (5) A, während das Wattmeter 800 [1000] (200) W angab. Wie groß ist hiernach:

- der Kosinus des Phasenverschiebungswinkels,
- die Wirkspannung E_w ,
- die Blindspannung E_b ,
- der Echtwiderstand der Spule,
- der Koeffizient der Selbstinduktion bei 50 Perioden?

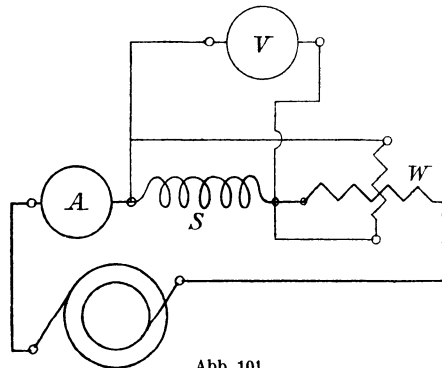


Abb. 101.

Lösungen:

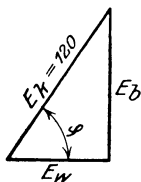


Abb. 102.

Zu a): Aus $N = E_k J \cos \varphi$ folgt:

$$\cos \varphi = \frac{N}{E_k J} = \frac{800}{120 \cdot 10} = \frac{2}{3}.$$

Zu b): Es ist (Abb. 102) die Wirkspannung

$$E_w = E_k \cos \varphi = 120 \cdot \frac{2}{3} = 80 \text{ V.}$$

Zu c): Die Blindspannung ist

$$E_b = E_k \sin \varphi = 120 \sqrt{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2} = 89,5 \text{ V.}$$

Zu d): Aus der Leistung $N = 800 = J^2 R_e$ folgt

$$R_e = \frac{800}{100} = 8 \Omega.^1)$$

Zu e): Aus $L \omega J = E_b = 89,5 \text{ V}$

$$\text{folgt} \quad L = \frac{89,5}{10 \cdot 2\pi \cdot 50} = 0,0285 \text{ Henry.}$$

Bemerkung: In dieser Aufgabe ist davon abgesehen worden, daß das Voltmeter V (gewöhnlich ein Hitzdrahtvoltmeter) und die Nebenschlußspule des Wattmeters, auch Leistung verbrauchen, die in der Wattmeterangabe eingeschlossen ist. Die in der Spule S verbrauchte Leistung ist um diese beiden zu verkleinern.

Wäre z. B. in unserem Falle der Widerstand des Voltmeters 500Ω , der Widerstand des Wattmeters 4000Ω gewesen, so müßten von 800 W abgezogen werden

$$\frac{120^2}{500} + \frac{120^2}{4000} = 28,8 + 3,6 = 32,4 \text{ W.}$$

§ 30. Hintereinanderschaltung zweier Spulen.

244. Durch zwei hintereinandergeschaltete Spulen (Abb. 103) fließt ein Wechselstrom von $100 [80] (100) \text{ A}$ und 50 Perioden. Der Echtwiderstand der ersten Spule ist $R_1 = 5 [7] (3) \Omega$, ihr Selbstinduktionskoeffizient $0,0107 [0,02] (0,03) \text{ Henry}$, der Echtwiderstand der zweiten Spule $R_2 = 20 [17] (8) \Omega$, ihr Selbstinduktionskoeffizient $0,5 [0,2] (0,1) \text{ Henry}$.

¹⁾ Der mit Wechselstrom gemessene Echtwiderstand fällt, je nach der Drahtdicke und Periodenzahl, $1,05$ bis $1,25$ mal größer aus als der mit Gleichstrom bestimmte Gleichwiderstand R_g , es ist also

$$R_e = (1,05 \div 1,25) R_g.$$

Gesucht wird:

- a) der Scheinwiderstand der ersten Spule,
- b) der Scheinwiderstand der zweiten Spule,
- c) der Scheinwiderstand beider Spulen,
- d) die Klemmenspannung der ersten Spule,
- e) die Klemmenspannung der zweiten Spule,
- f) die Klemmenspannung beider Spulen,
- g) der Kosinus des Phasenverschiebungswinkels zwischen Strom und Klemmenspannung der ersten Spule,
- h) der Kosinus des Phasenverschiebungswinkels zwischen Strom und Klemmenspannung der zweiten Spule,
- i) der Kosinus des Phasenverschiebungswinkels zwischen Strom und Klemmenspannung beider Spulen,
- k) die verbrauchte Leistung in der ersten Spule,
- l) die verbrauchte Leistung in der zweiten Spule,
- m) die verbrauchte Leistung in beiden Spulen.

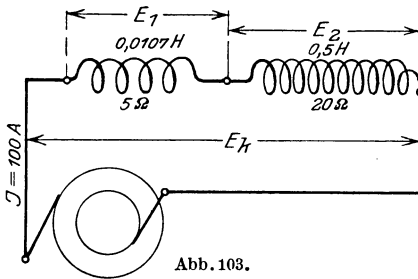


Abb. 103.

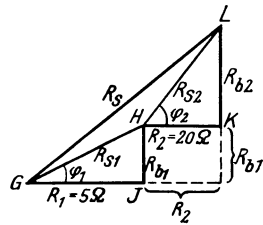


Abb. 104.

Lösungen:

Zu a): Der Scheinwiderstand der ersten Spule ist

$$R_{s1} = \sqrt{R_1^2 + (\omega L_1)^2} = \sqrt{5^2 + (2\pi \cdot 50 \cdot 0,0107)^2} = 6 \Omega.$$

Zu b): Der Scheinwiderstand der zweiten Spule ist

$$R_{s2} = \sqrt{20^2 + (2\pi \cdot 50 \cdot 0,5)^2} = 158 \Omega.$$

Zu c): Der Scheinwiderstand beider Spulen ist (Abb. 104)

$$R_s = \sqrt{(5 + 20)^2 + [2\pi \cdot 50 (0,0107 + 0,5)]^2} = 162 \Omega.$$

Zu d): (Abb. 105) $\overline{OA} = E_1 = J R_{s1} = 100 \cdot 6 = 600 \text{ V}.$

Zu e): $\overline{OB} = E_2 = J R_{s2} = 100 \cdot 158 = 15800 \text{ V}.$

Zu f): $\overline{OC} = E_k = J R_s = 100 \cdot 162 = 16200 \text{ V}.$

Zu g): (Abb. 104) $\cos \varphi_1 = \frac{R_1}{R_{s1}} = \frac{5}{6}.$

$$\text{Zu h): } \cos \varphi_2 = \frac{R_2}{R_{s2}} = \frac{20}{158}.$$

Zu i): $\sphericalangle \varphi = COC'$ (Abb.105) oder $\varphi = \sphericalangle LGJ$ (Abb. 104)

$$\cos \varphi = \frac{R_1 + R_2}{R_s} = \frac{5 + 20}{162} = \frac{25}{162}.$$

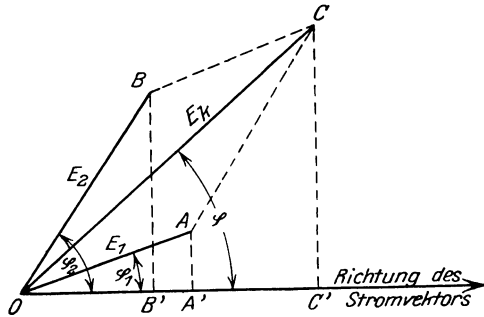


Abb. 105.

$$\text{Zu k): } N_1 = E_1 J \cos \varphi_1 = 600 \cdot 100 \cdot \frac{5}{6} = 50000 \text{ W.}$$

$$\text{Zu l): } N_2 = E_2 J \cos \varphi_2 = 15800 \cdot 100 \cdot \frac{20}{158} = 200000 \text{ W.}$$

$$\text{Zu m): } N = E_k J \cos \varphi = 16200 \cdot 100 \cdot \frac{25}{162} = 250000 \text{ W,}$$

$$\text{Probe: } N = N_1 + N_2 = 50000 + 200000 = 250000 \text{ W.}$$

245. Am Orte A wird Wechselstrom erzeugt, der nach dem 15 [20] (40) km entfernten Orte B durch zwei parallele, 8 [10] (7) mm dicke, 50 [50] (75) cm voneinander entfernte Kupferdrähte geleitet wird, um dort Motoren zu treiben, welche 60 [65] (40) A bei 3000 [5000] (15000) V Klemmenspannung und

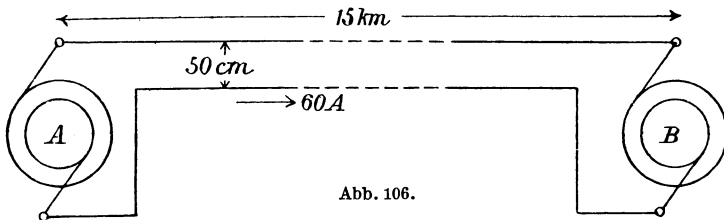


Abb. 106.

50 [60] (42) Perioden verbrauchen. In den Motoren ist der Strom gegen die zugehörige Klemmenspannung um einen Winkel φ_2 verschoben, der durch die Gleichung $\cos \varphi_2 = 0,8$ bestimmt ist. (Abb. 106.)

Gesucht wird:

- der Gleich- und Echtwiderstand der Leitung,
- ihr Selbstinduktionskoeffizient und Blindwiderstand,
- ihr Scheinwiderstand,
- der gesamte Spannungsverlust in der Leitung,
- die Spannung der Wechselstrommaschine,
- die von ihr abgegebene Leistung.

Lösungen:

$$\text{Zu a): } R_L = \frac{\rho l}{q} = \frac{0,0172 \cdot 30000}{8^2 \frac{\pi}{4}} = 10,3 \, \Omega.$$

daher (Fußnote S. 162)

$$R_e = 1,05 \cdot 10,3 = 10,8 \, \Omega.$$

Zu b): Die Tabelle 6 auf S. 98 ergibt für eine Leitung von 4 mm Radius, deren Drähte 50 cm voneinander entfernt sind, den Selbstinduktionskoeffizienten 0,001017 pro Kilometer Drahtlänge, also ist

$$L = 30 \cdot 0,001017 = 0,03051 \text{ Henry.}$$

$$\omega = 2\pi f = 314$$

und der Blindwiderstand

$$R_b = L\omega = 0,03051 \cdot 314 = 9,6 \, \Omega.$$

Zu c): Der Scheinwiderstand ist

$$R_{s1} = \sqrt{10,8^2 + 9,6^2} = 14,45 \, \Omega.$$

Zu d): Der Spannungsverlust in der ganzen Leitung ist

$$E_1 = J R_{s1} = 60 \cdot 14,45 = 867 \text{ V.}$$

Zu e): Die Aufgabe kann aufgefaßt werden in der Weise, daß zwei Spulen hintereinander-

geschaltet sind, die eine Spule (die Leitung) hat den Blindwiderstand $R_b = 9,6 \, \Omega$ und den Echtwiderstand $R_e = 10,8 \, \Omega$, an ihren Enden herrscht die Spannung $E_1 = 867 \text{ V}$, die andere Spule vertritt die Motoren, ihre Klemmenspannung E_2 beträgt 3000 Volt, und der Strom ist gegen die Spannung verschoben um einen Winkel φ_2 , bestimmt durch die Gleichung $\cos \varphi_2 = 0,8$. Die Maschinenspannung E_k ist dann die Resultierende aus dem Spannungsverluste

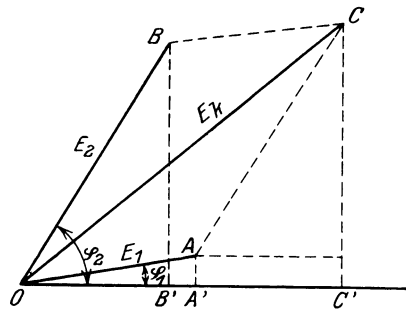


Abb. 107.

$\overline{OA} = E_1$ in der Leitung und der Motorspannung $\overline{OB} = E_2 = 3000$ Volt. Nach Abb. 107 ist

$$\overline{OB'} = E_2 \cos \varphi_2 = 3000 \cdot 0,8 = 2400 \text{ V,}$$

$$\overline{BB'} = E_2 \sin \varphi_2 = 3000 \sqrt{1 - 0,8^2} = 1800 \text{ V.}$$

Ferner $\overline{OA'} = JR_e = 60 \cdot 10,8 = 648 \text{ V,}$

$$\overline{AA'} = JR_b = 60 \cdot 9,6 = 576 \text{ V.}$$

Mit diesen Werten findet man nun

$$\overline{OC'} = \overline{OA'} + \overline{OB'} = 648 + 2400 = 3048 \text{ V,}$$

$$\overline{CC'} = \overline{BB'} + \overline{AA'} = 1800 + 576 = 2376 \text{ V,}$$

$$\overline{OC} = E_k = \sqrt{3048^2 + 2376^2} = 3860 \text{ V,}$$

d. h. an den Klemmen der Wechselstrommaschine müssen 3860 V Spannung herrschen.

Zweite Lösung zu e): Dividiert man die Seiten des Spannungsdreiecks $OB B'$ (Abb. 107) durch die Stromstärke, so erhält man die homologen Seiten des Widerstandsdreiecks, also

$$R_2 = \overline{OB'} : J = 2400 : 60 = 40 \Omega,$$

$$R_{b_2} = L_2 \omega = \overline{BB'} : J = 1800 : 60 = 30 \Omega,$$

Mit diesen Werten läßt sich jetzt der Scheinwiderstand beider Spulen (Leitung und Motoren) berechnen, nämlich:

$$R_s = \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (R_b + R_{b_2})^2},$$

$$R_s = \sqrt{(10,8 + 40)^2 + (9,6 + 30)^2} = 64,33 \Omega,$$

und hiermit

$$E_k = JR_s = 60 \cdot 64,33 \approx 3860 \text{ V.}$$

Zu f): Die Leistung an den Klemmen der Wechselstrommaschine ist:

$$N_1 = 3860 \cdot 60 \cdot \cos \varphi, \text{ wo } \varphi = \sphericalangle C O C'$$

und
$$\cos \varphi = \frac{\overline{OC'}}{\overline{OC}} = \frac{3048}{3860} = 0,79$$

ist, mithin
$$N_1 = 3860 \cdot 60 \cdot 0,79 = 182880 \text{ W}$$

oder (Probe):

in der Leitung gehen verloren $J^2 R_e = 60^2 \cdot 10,8 = 38880 \text{ W}$

in den Motoren werden gebraucht $3000 \cdot 60 \cdot 0,8 = 144000 \text{ W}$

Summa: 182880 W.

246. Welchen Querschnitt muß die Leitung der vorigen Aufgabe erhalten, wenn der Verlust in derselben 9 [7] (15)% der Gesamtleistung beträgt, und wie gestalten sich dann die übrigen Fragen?

Lösungen:

Zu a): Die Leistung an den Klemmen der Wechselstrommaschine ist:

$$N_1 = \frac{\text{Nutzleistung}}{1 - 0,09} \cdot 1)$$

Die Nutzleistung in B (Abb. 106) ist

$$N_2 = 3000 \cdot 60 \cdot 0,8 = 144000 \text{ W},$$

also die Gesamtleistung $N_1 = \frac{144000}{0,91} = 158400 \text{ W}$,

d. h. der Verlust in der Leitung beträgt

$$158400 - 144000 = 14400 \text{ W},$$

also wird

$$J^2 R_e = 14400 \text{ W},$$

$$R_e = \frac{14400}{3600} = 4 \Omega.$$

Aus $R_e = 1,05 R_g$ folgt $R_g = \frac{4}{1,05} = 3,8 \Omega$, wo $R_g = \frac{\rho l}{q}$ ist,

folglich $q = \frac{\rho l}{R_g} = \frac{0,0172 \cdot 30000}{3,8} = 135 \text{ mm}^2$,

$$d = 13,1 \text{ mm}.$$

Zu b): Der Selbstinduktionskoeffizient ist nach Formel (3 5) S. 98:

$$L = 30 \cdot \frac{\left(4,605 \log \frac{50}{0,655} + 0,5\right)}{10^4} = 0,0276 \text{ Henry}, L \omega \approx 8,7 \Omega.$$

Zu c): $R_{s1} = \sqrt{4^2 + 8,7^2} = 9,55 \Omega$.

Zu d): $E_1 = 60 \cdot 9,55 = 573 \text{ V}$.

¹⁾ $N_1 - N_2 = \text{Verluste} = N_1 \cdot \frac{p}{100}$, wenn p % verloren gehen dürfen,

woraus $N_2 = N_1 - N_1 \frac{p}{100} = N_1 \left(1 - \frac{p}{100}\right)$,

mithin $N_1 = \frac{N_2}{1 - \frac{p}{100}}$

Zu e): (Abb. 107)

$$\overline{OA'} = 60 \cdot 4 = 240 \text{ V,}$$

$$\overline{OB'} = 3000 \cdot 0,8 = 2400 \text{ V,}$$

$$\overline{AA'} = 8,7 \cdot 60 = 522 \text{ V,}$$

$$\overline{BB'} = 3000 \cdot 0,6 = 1800 \text{ V,}$$

$$\overline{CC'} = 522 + 1800 = 2322 \text{ V,}$$

$$\overline{OC'} = 2400 + 240 = 2640 \text{ V,}$$

$$E_k = \sqrt{2322^2 + 2640^2} = 3520 \text{ V.}$$

Zu f): $N_1 = 3520 \cdot 60 \cdot \frac{2640}{3520} = 158400 \text{ W.}$ (War hier nur Probe.)

247. Eine Wechselstrombogenlampe braucht 10 [12] (15) A Strom, wobei an ihren Klemmen eine Spannung von 30 [31] (32) V herrschen soll. Um die Lampe an eine Stromquelle von 100 [120] (72) V und 50 Perioden anschließen zu können, muß ihr ein induktiver Widerstand (Drosselspule) vorgeschaltet werden. Derselbe besitzt 1,2 [0,8] (0,2) Ω Echtwiderstand. (Schaltungs-schemata Abb. 108.) Gesucht wird:

a) die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion der Drosselspule,

b) ihr Selbstinduktionskoeffizient,

c) ihre Klemmenspannung,

d) die in der Drosselspule verbrauchte Leistung,

e) der Phasenverschiebungswinkel zwischen Strom und Spannung der Stromquelle.

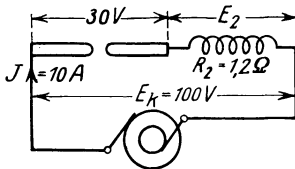


Abb. 108.

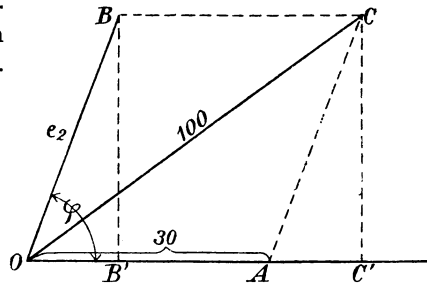


Abb. 108 a.

Lösungen:

Zu a): Die Lampe kann erfahrungsgemäß als induktionsfreier Widerstand angesehen werden, dann fällt im Vektordiagramm ihre Spannung mit der Stromrichtung zusammen, während die Spulenspannung um einen Winkel φ voreilt. Es sei in Abb. 108 a.

$$\overline{OA} = 30 \text{ V, } \overline{OB} = E_2 \text{ Volt}^1)$$

dann ist

$$\overline{OC} = E_k = 100 \text{ V.}$$

¹⁾ In Abb. 108 a versehentlich mit e_2 bezeichnet.

Ferner $\overline{OB'} = J \cdot 1,2 = 10 \cdot 1,2 = 12 \text{ V}$ und $\overline{BB'} = E_s =$ der elektromotorischen Kraft der Selbstinduktion der Spule. Nun ist aber $\overline{BB'} = \overline{CC'}$, $\overline{OA} + \overline{OB'} = 30 + 12 = 42 \text{ V}$, folglich wird

$$E_s = \overline{CC'} = \sqrt{\overline{OC^2} - \overline{OC'^2}} = \sqrt{100^2 - 42^2} = 90,6 \text{ V}.$$

Zu b): Aus $L \omega J = E_s$ folgt

$$L = \frac{90,6}{2 \pi \cdot 50 \cdot 10} = 0,0289 \text{ Henry}.$$

Zu c): die Klemmenspannung der Spule ist $E_2 = \overline{OB}$,

$$E_2 = \sqrt{\overline{BB'^2} + \overline{OB'^2}} = \sqrt{90,6^2 + 12^2} = 91,3 \text{ V}.$$

Zu d): $N_2 = E_2 J \cos \varphi = 91,3 \cdot 10 \cdot \frac{12}{91,3} = 120 \text{ W}.$

Zu e): $\cos \overline{COC'} = \frac{\overline{OC'}}{\overline{OC}} = \frac{42}{100} = 0,42.^1)$

248. Ein veränderlicher aber induktionsfreier Widerstand $R = 4, 6, 8, 10 \Omega$ und eine Spule mit dem Echtwiderstande $R_e = 2 [3] (1) \Omega$ und dem Blindwiderstand $L \omega = 8 [9] (6) \Omega$ sind hintereinandergeschaltet und an eine Stromquelle von $100 [80] (120) \text{ V}$ angeschlossen (Abbildung 109).

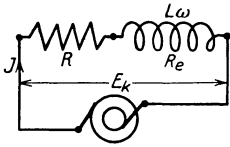


Abb. 109.

Gesucht wird:

- der Scheinwiderstand des äußeren Kreises,
- die Stromstärke,
- der Kosinus des Phasenverschiebungswinkels zwischen Strom und Klemmenspannung,
- die im äußeren Stromkreise verbrauchte Leistung,
- eine Kurve, in welcher die Leistung die Ordinate und der Widerstand $R + R_e$ die Abszisse bildet.

Lösungen:

Zu a): Der Scheinwiderstand folgt aus dem Widerstandsdreieck ABC (Abb. 110):

$$R_s = \sqrt{(R + R_e)^2 + (L \omega)^2},$$

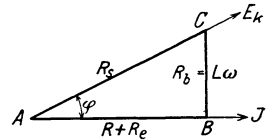


Abb. 110.

¹⁾ Durch den Anschluß einer Drosselspule entsteht, namentlich bei höherer Spannung der Stromquelle, eine so große Phasenverschiebung, daß die Elektrizitätswerke vielfach den Anschluß von Drosselspulen nicht gestatten.

für $R = 4$ ist $R_s = \sqrt{(4 + 2)^2 + 8^2} = 10 \Omega$.

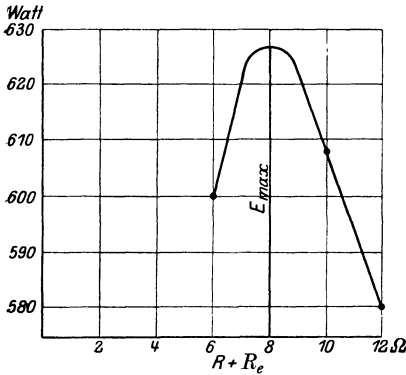


Abb. 111.

Zu b):

$$J = \frac{E_k}{R_s} = \frac{100}{10} = 10 \text{ A.}$$

Zu c):

$$\cos \varphi = \frac{R + R_e}{R_s} = \frac{4 + 2}{10} = 0,6.$$

Zu d):

$$N = E_k J \cos \varphi = 100 \cdot 10 \cdot 0,6 = 600 \text{ W.}$$

In gleicher Weise wurden gefunden

für	$R = 6$	8	10Ω
	$R_s = 11,3$	$12,8$	$14,4 \Omega$
	$J = 8,85$	$7,8$	$6,95 \text{ A}$
	$\cos \varphi = 0,707$	$0,78$	$0,83$
	$N = 626$	608	580 W.

Zu e): Die Aufzeichnung ergibt die in Abb. 111 dargestellte Kurve, aus der zu ersehen ist, daß bei $R + R_e = 8 = L \omega$ die Leistung ein Maximum wird¹⁾.

¹⁾ Die Leistung ist allgemein:

$$N = E_k J \cos \varphi = E_k \frac{E_k}{R_s} \cdot \frac{R + R_e}{R_s} = \frac{E_k^2 (R + R_e)}{(R + R_e)^2 + (L \omega)^2},$$

andern geschrieben

$$N = \frac{E_k^2}{\frac{(R + R_e)^2 + (L \omega)^2}{R + R_e}}.$$

Soll N ein Maximum werden, so muß der Nenner ein Minimum sein. Durch Differenzieren des Nenners nach R ergibt sich

$$0 = 1 - \frac{(L \omega)^2}{(R + R_e)^2},$$

woraus

$$R + R_e = L \omega$$

folgt. Die maximale Leistung ist dann

$$N_{\max} = \frac{E_k^2}{2 L \omega}.$$

Schaltet man ein Wattmeter in den Stromkreis so ein, das dasselbe die Leistung im äußern Stromkreis mißt, so kann diese Formel dazu dienen,

249. Um den Koeffizienten der Selbstinduktion einer Wechselstrommaschine zu bestimmen, wurde in den äußeren Stromkreis ein induktionsfreier Widerstand eingeschaltet, durch welchen ein Strom von 200 [10] (44) A floß. Die gemessene Klemmenspannung betrug hierbei 3000 [100] (220) V. Bei offenem Stromkreis betrug die Klemmenspannung 3100 [150] (240) V. Der Widerstand des Ankers war 0,274 [2] (0,1) Ω und die Drehzahl der 24 poligen [4 poligen] (6 poligen) Maschine 250 [1500] (1000).

Gesucht wird:

- a) die wirksame elektromotorische Kraft der Maschine,
- b) die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion,
- c) der Koeffizient der Selbstinduktion,
- d) der Kosinus des Winkels, den Stromvektor und Vektor der EMK miteinander einschließen.

Wir können uns bei jeder Wechselstrommaschine den Widerstand R_a und die Selbstinduktion L_a des Ankers als Spule denken, die mit dem Widerstand des äußeren Kreises in den Stromkreis einer widerstandslosen, induktionsfreien Wechselstrommaschine hintereinander geschaltet ist.

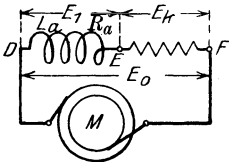


Abb. 112.

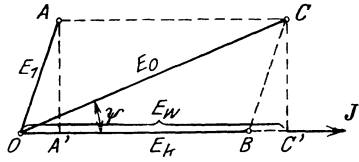


Abb. 113.

In Abb. 112 sei \overline{DE} diese Spule (R_a, L_a), \overline{EF} der Widerstand des äußeren Kreises und M die widerstandslose, induktionsfreie Wechselstrommaschine, deren elektromotorische Kraft sich als Spannung E_0 äußert, da ja Spannungsverluste nicht vorhanden sind; geometrisch addiert muß dann

$$E_0 = E_1 + E_k$$

sein; dies gibt das Diagramm (Abb. 113), in welchem $\overline{OA} = E_1$, $\overline{OB} = E_k$ (induktionsfreier Widerstand) und $\overline{OC} = E_0$ ist.

Da $\triangle OAA' \cong \triangle BCC'$, so ist $\overline{AA'} = \overline{CC'} = L_a \omega J = E_s$ und $\overline{OA'} = \overline{BC'} = JR_a$.

$L \omega$ zu bestimmen, indem man den regulierbaren Widerstand R so einstellt, daß die vom Wattmeter angezeigte Leistung ein Maximum wird, es ist dann der Blindwiderstand

$$R_b = L \omega = \frac{E_k^2}{2 N_{\max}}$$

Die Spannung E_k muß natürlich gleichfalls gemessen werden.

Lösungen:

Zu a): $\overline{OC'} = JR_a + E_k = E_w$ (wird wirksame elektromotorische Kraft genannt), $\overline{OC'} = E_w = 200 \cdot 0,274 + 3000 = 3055 \text{ V}$.

Zu b): $E_s = L_a \omega J = \overline{CC'} = \sqrt{\overline{OC}^2 - \overline{OC'}^2} = \sqrt{E_0^2 - E_w^2}$
 $E_s = \sqrt{3100^2 - 3055^2} = 560 \text{ V}$.

Zu c): Aus $E_s = L_a \omega J$ folgt

$$L_a = \frac{560}{2\pi \cdot \frac{250}{60} \cdot 12 \cdot 200} = 0,0089 \text{ H}.$$

Zu d): Gesucht $\cos \widehat{COC'} = \cos \psi$

$$\cos \psi = \frac{\overline{OC'}}{\overline{OC}} = \frac{3055}{3100} = 0,986.$$

250. Eine Wechselstrommaschine soll bei 50 Perioden 3000 V Klemmenspannung und 200 [40] (30) A Strom liefern. Gesucht wird:

a) der Ankerwiderstand, wenn in demselben 1,833 [1,5] (2) % der Nutzleistung bei induktionsfreier Belastung durch Stromwärme verloren geht,

b) die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion, wenn dieselbe 18,7 [20] (18) % der Klemmenspannung betragen darf,

c) der Selbstinduktionskoeffizient der Maschine,

d) die elektromotorische Kraft der Maschine, wenn dieselbe auf einen äußeren Widerstand arbeitet, für welchen $\cos \varphi = 0,8$ [0,85] (0,9) ist.

e) der Kosinus des Winkels, den der Vektor der EMK mit dem Vektor der Stromrichtung bildet.

Lösungen:

Zu a): $J^2 R_a = 3000 \cdot 200 \cdot \frac{1,833}{100} = 11000 \text{ W}$,

$$R_a = \frac{11000}{40000} = 1,275 \Omega.$$

Zu b): $E_s = \frac{18,7}{100} \cdot 3000 = 561 \text{ V}$.

Zu c): Aus $L \omega J = E_s$ folgt

$$L = \frac{561}{2\pi \cdot 50 \cdot 200} = 0,0089 \text{ Henry}.$$

Zu d): Denkt man sich wieder die Schaltung nach Abb. 112 ausgeführt, so ist $E_0 = E_1 + E_k$ geometrisch addiert; hier fällt jedoch E_k nicht mit J zusammen, sondern bildet den $\sphericalangle \varphi$, so daß die Abb. 114 sich ergibt. Es ist

$$\overline{CC'} = \overline{AA'} + \overline{BB'} = E_s + E_k \sin \varphi = 561 + 3000 \sqrt{1 - 0,8^2}$$

$$\overline{CC'} = 561 + 1800 = 2361 \text{ V.}$$

$$\overline{OC'} = \overline{OA'} + \overline{OB'} = JR_a + \overline{OB'} \cos \varphi$$

$$\overline{OC'} = 200 \cdot 0,275 + 3000 \cdot 0,8 = 2455 \text{ V}$$

$$E_0 = \sqrt{2455^2 + 2361^2} = 3390 \text{ V.}$$

Zu e) E_0 bildet mit J den $\sphericalangle COC' = \psi$ und es ist

$$\cos \psi = \frac{\overline{OC'}}{\overline{OC}} = \frac{2455}{3390} = 0,724.$$

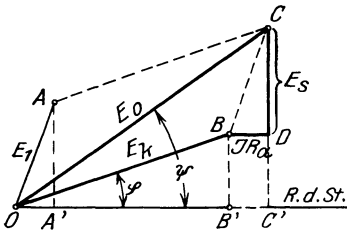


Abb. 114.

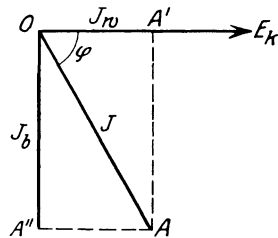


Abb. 115.

§ 31. Zerlegung des Stromes in Komponenten.

Parallelschaltung von Spulen.

Bekanntlich bleibt der Stromvektor hinter dem Spannungsvektor um den Phasenverschiebungswinkel φ zurück. Man kann nun den Strom J zerlegen in zwei Komponenten, nämlich in eine Komponente die in die Richtung der Spannung fällt und Wirkkomponente genannt wird, und eine die senkrecht auf der Richtung der Spannung steht und Blindkomponente heißt. Nach Abb. 115 ist

$$\left. \begin{array}{l} \overline{OA'} \text{ die Wirkkomponente } J_w = J \cos \varphi \\ \overline{OA''} \text{ die Blindkomponente } J_b = J \sin \varphi \end{array} \right\} \quad (82)$$

Multipliziert man J und seine Komponenten mit der Klemmenspannung E_k , so erhält man Leistungen, und zwar ist

$N = E_k J_w$ Watt die Wirkleistung, sie fällt in die Richtung der Spannung,

$N_b = E_k J_b$ Voltampere die Blindleistung, sie steht senkrecht auf der Richtung der Spannung,

$N_s = E_k J$ Voltampere die Scheinleistung, sie bleibt um den $\neq \varphi$ hinter der Spannung zurück, oder, was dasselbe ist, fällt mit der Richtung des Stromes zusammen.

Der Leistungsfaktor ist

$$\cos \varphi = \frac{N}{N_s}.$$

251. Zwei Spulen, deren Widerstände $R_1 = 20$ [18] (30) Ω , $R_2 = 5$ [3] (2) Ω und deren Selbstinduktionskoeffizienten $L_1 = 0,005$ [0,006] (0,009) H, $L_2 = 0,03$ [0,04] (0,05) H sind, werden parallel geschaltet (Abb. 116) und an eine Wechselstromspannung von 100 V und 50 Perioden angeschlossen.

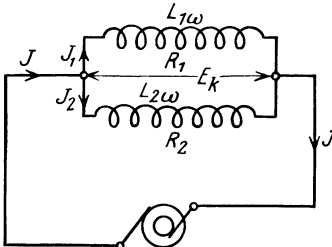


Abb. 116.

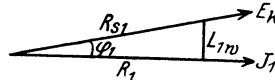


Abb. 117.

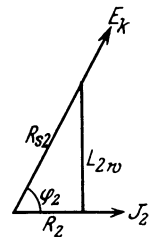


Abb. 118.

Gesucht wird:

- der Scheinwiderstand der ersten Spule,
- der Scheinwiderstand der zweiten Spule,
- die Stromstärke in der ersten Spule,
- die Stromstärke in der zweiten Spule,
- die Tangente des Phasenverschiebungswinkels φ_1 ,
- die Tangente des Phasenverschiebungswinkels φ_2 ,
- die Stromstärke im unverzweigten Kreise,
- die Komponenten aller Ströme,
- der Leistungsfaktor der Stromquelle.

Lösungen:

Zu a): Aus dem Widerstandsdreieck der ersten Spule (Abb. 117) folgt

$$R_{s1} = \sqrt{R_1^2 + (\omega L_1)^2} = \sqrt{20^2 + (2 \pi 50 \cdot 0,005)^2} = 20,05 \Omega.$$

Zu b): Aus dem Widerstandsdreieck der zweiten Spule (Abb. 118) folgt

$$R_{s2} = \sqrt{R_2^2 + (\omega L_2)^2} = \sqrt{5^2 + (2 \pi 50 \cdot 0,03)^2} = 10,7 \Omega.$$

$$\text{Zu c):} \quad J_1 = \frac{100}{20,05} \approx 5 \text{ A.}$$

Zu d):
$$J_2 = \frac{100}{10,7} = 9,35 \text{ A.}$$

Zu e): s. Abb. 117.

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \varphi_1 &= \frac{\omega L_1}{R_1} = \frac{2 \pi \cdot 50 \cdot 0,005}{20} = 0,0785. \\ \varphi_1 &\approx 4^\circ 30'. \end{aligned}$$

Zu f): s. Abb. 118.

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \varphi_2 &= \frac{\omega L_2}{R_2} = \frac{2 \pi \cdot 50 \cdot 0,03}{5} = 1,884. \\ \varphi_2 &\approx 62^\circ. \end{aligned}$$

Zu g): Die Lösung erfolgt durch Zeichnung (Abb. 119). Gemeinsam haben beide Spulen die Klemmenspannung E_k , also trage man die Richtung der Klemmenspannung als Grundlinie OX auf. Gegen die Klemmenspannung bleibt J_1 um den Winkel φ_1 zurück, bestimmt durch $\operatorname{tg} \varphi_1 = 0,0785$; der Strom J_2 bleibt um den Winkel φ_2 zurück, bestimmt durch $\operatorname{tg} \varphi_2 = 1,884$. Man mache nun (Abb. 119)

$$\overline{OA} = J_1 = 5 \text{ A,}$$

$$\overline{OB} = J_2 = 9,35 \text{ A,}$$

und ergänze zum Parallelogramm, dann ist $\overline{OC} = J$ die gesuchte Gesamtstromstärke. Die Ausmessung gibt 12,8 A.

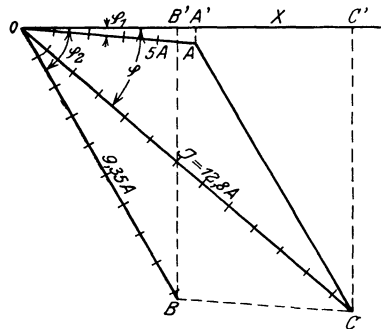


Abb. 119.

Durch Rechnung folgt J aus dem Dreieck OAC

$$\begin{aligned} J &= \sqrt{OA^2 + AC^2 + 2 \cdot OA \cdot AC \cdot \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}. \\ J &= \sqrt{5^2 + 9,35^2 + 2 \cdot 5 \cdot 9,35 \cdot \cos 57^\circ 30'}, \\ J &= 12,75 \text{ A.} \end{aligned}$$

Zu h): Die Wirkkomponente des Stromes $J_1 = 5 \text{ A} = \overline{OA}$ ist (Abb. 119) $\overline{OA'} = J_{w1} = J_1 \cos \varphi_1 = 5 \cdot \frac{20}{20,05} \approx 5 \text{ A}$. Die Blindkomponente ist

$$\overline{AA'} = J_{b1} = J_1 \sin \varphi_1 = 5 \cdot 0,0785 = 0,3925 \text{ A.}$$

Die Wirkkomponente des Stromes $J_2 = 9,35$ A ist

$$\overline{OB'} = J_{w2} = J_2 \cos \varphi_2 = 9,35 \cdot \frac{5}{10,7} = 4,35 \text{ A.}$$

Die Blindkomponente ist

$$\overline{BB'} = J_{b2} = J_2 \sin \varphi_2 = 9,35 \cdot \sin 62^\circ = 8,2 \text{ A.}$$

Die Komponenten des Stromes J sind:

$$\text{Wirkkomponente } J_w = \overline{OA'} + \overline{OB'} = \overline{OC'} = 5 + 4,35 = 9,35 \text{ A,}$$

$$\text{Blindkomponente } J_b = \overline{AA'} + \overline{BB'} = \overline{CC'} = 0,39 + 8,2 = 8,59 \text{ A.}$$

Der Strom $J = \overline{OC}$ folgt, wenn er noch unbekannt ist, aus dem Dreieck $OC'C$ nämlich

$$J = \sqrt{J_w^2 + J_b^2} = \sqrt{9,35^2 + 8,59^2} = 12,75 \text{ A.}$$

Zu i): Der Strom J bildet mit der Spannung den $\sphericalangle COC' = \varphi$, und es ist

$$\cos \varphi = \frac{\overline{OC'}}{\overline{OC}} = \frac{9,35}{12,75} = 0,734.$$

252. Eine Wechselstromquelle von 500 [450] (600) V Spannung treibt zwei Motoren (für uns Spulen), der eine Motor nimmt 2000 [1800] (1600) W bei einem Leistungsfaktor 0,5 [0,4] (0,45), der andere 8000 [9000] (10000) W bei einem Leistungsfaktor von 0,8 [0,85] (0,83) auf. Gesucht wird:

- a) die Scheinleistungen eines jeden Motors,
- b) die zugehörigen Blindleistungen,
- c) die Wirkleistung der Stromquelle,
- d) die Blind- und Scheinleistung der Stromquelle,
- e) der Leistungsfaktor der Stromquelle,
- f) die Ströme und Stromkomponenten,
- g) der beiden Motoren zugeführte Strom.

Lösungen:

Zu a): Aus der Wirkleistung $N = E_k J \cos \varphi$ folgt die Scheinleistung $E_k J = N_s = \frac{N}{\cos \varphi}$. Für den ersten Motor ist

$$N_{s1} = \frac{2000}{0,5} = 4000 \text{ V-A, für den zweiten } N_{s2} = \frac{8000}{0,8} = 10000 \text{ VA.}$$

Zu b): Die Motoren sind an die gemeinsame Spannung angeschlossen (also parallel geschaltet), die wir als Abszisse annehmen (Abb. 120). Die Scheinleistungen bleiben um die $\sphericalangle \varphi_1$ und φ_2 hinter der Spannung zurück, die Wirkleistungen fallen

in die Richtung der Spannung, während die Blindleistungen hierzu senkrecht stehen. In Abb. 120 sind \overline{OA} und \overline{OB} die Scheinleistungen, $\overline{OA'}$ und $\overline{OB'}$ die Wirkleistungen, $\overline{AA'}$ und $\overline{BB'}$ die Blindleistungen der Motoren. Man erhält:

$$N_{b_1} = \sqrt{N_{s1}^2 - N_1^2} = \sqrt{4000^2 - 2000^2} = 3460 \text{ VA},$$

$$N_{b_2} = \sqrt{N_{s2}^2 - N_2^2} = \sqrt{10000^2 - 8000^2} = 6000 \text{ VA}.$$

Zu c): Die Wirkleistung der Stromquelle ist

$$N = N_1 + N_2 = 2000 + 8000 = 10000 \text{ W},$$

$$N = \overline{OA'} + \overline{OB'} = \overline{OC'}.$$

Zu d): Die Blindleistung der Stromquelle ist die Strecke

$$\overline{CC'} = \overline{AA'} + \overline{BB'}$$

$$\begin{aligned} \overline{CC'} &= N_b = N_{b_1} + N_{b_2} \\ &= 3460 + 6000 \\ &= 9460 \text{ VA}. \end{aligned}$$

Die Scheinleistung ist

$$\overline{OC} = \sqrt{\overline{OC'}^2 + \overline{CC'}^2} = \sqrt{10000^2 + 9460^2} = 13750 \text{ VA}.$$

Zu e): Der Leistungsfaktor an den Klemmen der parallel geschalteten Motoren ist

$$\cos \varphi = \frac{\overline{OC'}}{\overline{OC}} = \frac{10000}{13750} = 0,73.$$

Zu f): Um aus den Leistungen die zugehörigen Ströme bzw. Stromkomponenten zu erhalten, hat man dieselben durch die Spannung zu dividieren, also

$$J_1 = \frac{N_{s1}}{E_k} = \frac{4000}{500} = 8 \text{ A},$$

$$J_2 = \frac{10000}{500} = 20 \text{ A},$$

$$J_{b1} = \frac{N_{b1}}{E_k} = \frac{3460}{500} = 6,92 \text{ A},$$

$$J_{b2} = \frac{6000}{500} = 12 \text{ A},$$

$$J_{w1} = \frac{N_1}{E_k} = \frac{2000}{500} = 4 \text{ A},$$

$$J_{w2} = \frac{8000}{500} = 16 \text{ A}.$$

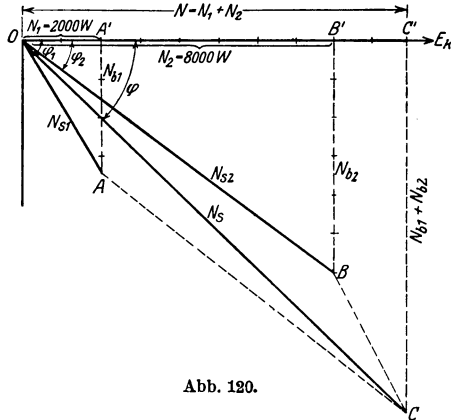


Abb. 120.

Zu g): Dividiert man $\overline{OC} = 13750$ VA durch $E_k = 500$, so ist der den beiden Motoren zugeführte Strom

$$J = \frac{13750}{500} = 27,50 \text{ A.}$$

Bemerkung: Die arithmetische Addition der beiden Ströme ergibt $8 + 20 = 28$ A, also wenig mehr als die geometrische Addition.

Eine weitere Aufgabe über Stromverzweigung s. Aufg. 338.

§ 32. Der Kondensator.

Werden die Belegungen eines Kondensators mit einer konstanten Gleichstromquelle von E Volt elektromotorischer Kraft in Verbindung gebracht, so werden dieselben geladen, d. h. es strömt auf sie eine Elektrizitätsmenge

$$Q = CE \text{ Coulomb.} \quad (83)$$

Die Größe C heißt Kapazität und wird in Farad (F) gemessen.

$$10^6 \text{ Mikrofarad (MF) = 1 F.}$$

Schließt man einen Kondensator an eine Wechselstrommaschine an, deren elektromotorische Kraft momentan e ist, so wird $Q = Ce$ und $\frac{dQ}{dt} = C \frac{de}{dt}$. Ist nun $e = E_{\max} \sin(\omega t)$, so wird $\frac{de}{dt} = E_{\max} \omega \cos(\omega t)$.

Da nun $\frac{dQ}{dt} = i$ [s. Formel (3a), S. 6], so wird $i = CE_{\max} \omega \cos(\omega t)$.

Für $\cos(\omega t) = 1$ wird $i = J_{\max} = CE_{\max} \omega$, demnach auch

$$J = C \omega E_c = \frac{E_c}{\frac{1}{C \omega}} \quad (84)$$

wenn J die gemessene Stromstärke und E_c die gemessene Kondensator-klemmenspannung ($E_c = \frac{E_{\max}}{\sqrt{2}}$) bezeichnet.

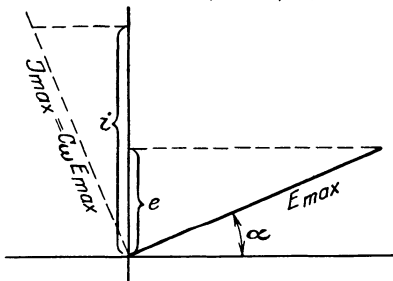


Abb. 121.

$$\frac{1}{C \omega} = R_c \quad (85)$$

ist der Blindwiderstand des Kondensators oder die Kapazitätsreaktanz in Ohm.

Für die Vektorgrößen gilt das Gesetz 27:

Gesetz 27: Fließt ein Wechselstrom durch einen Kondensator, so eilt im Vektordiagramm der Vektor des Stromes dem Vektor der Kondensator-

spannung um 90° voraus (Abb. 121).

Der Kondensator nimmt beim Laden Arbeit auf, die in einem bestimmten Zeitpunkt gegeben ist durch die Gl. $dA = e i dt$. Nun ist

[siehe Formel (3a)] $i dt = dQ$ und nach Formel (83) $dQ = C de$, also

$$dA = e C de,$$

somit

$$A = \int_0^{E_{\max}} C e de = C \frac{e^2}{2} \Big|_0^{E_{\max}}$$

$$A = \frac{1}{2} C E_{\max}^2 \text{ Joule.} \quad (86)$$

Diese Formel gilt für jede Kurvenform der EMK. Setzt man $e = E_{\max} \sin \alpha$ voraus, so ist

$$\frac{E_{\max}^2}{2} = E_c^2 \quad [\text{s. Formel (75)}],$$

also

$$A = C E_c^2 \text{ Joule.} \quad (86a)$$

Werden mehrere Kondensatoren parallel geschaltet, so addieren sich ihre Kapazitäten

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots \quad (87)$$

Werden mehrere Kondensatoren hintereinandergeschaltet, so addieren sich die reziproken Werte ihrer Kapazitäten

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots \quad (88)$$

Wird ein Kondensator und eine Spule hintereinandergeschaltet (siehe Abb. 124), so ist die Stromstärke

$$J = \frac{E_k}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}} \text{ Ampere.} \quad (89)$$

Der Nenner stellt den Scheinwiderstand des äußeren Stromkreises dar. Er ist geometrisch dargestellt die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen Katheten R und $\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right) = (R_b - R_c)$ sind (siehe Abb. 125).

253. Zwei Kondensatoren von 5 $\left[5^3/8\right]$ $\left(3/4\right)$ MF und 7 $\left[6^2/9\right]$ $\left(5^3/8\right)$ MF werden parallel geschaltet. Wie groß ist die Kapazität beider?

Lösung: $C = C_1 + C_2 = 5 + 7 = 12$ MF.

254. Zwei Kondensatoren von 3 $[7]$ (8) MF und 4 $[14]$ (4) MF werden hintereinandergeschaltet. Wie groß ist die gemeinschaftliche Kapazität?

Lösung: Aus

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad \text{folgt} \quad \frac{1}{C} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{4+3}{12} = \frac{7}{12}$$

oder $C = \frac{12}{7} = 1^5/7$ MF.

255. Ein Kondensator von 15 [25] (10) MF wird an eine Klemmenspannung von 40 [70] (120) V und 60 [120] (3000) Perioden angeschlossen. Welcher Strom fließt durch den Kondensator, und wie groß ist der Scheinwiderstand desselben?

$$\text{Lösung: } J = E_c C \omega = 40 \cdot \frac{15}{10^6} \cdot 2\pi \cdot 60 = 0,226 \text{ A.}$$

$$R_c = \frac{1}{C\omega} = \frac{1 \cdot 10^6}{15 \cdot 2\pi \cdot 60} = 177 \ \Omega,$$

oder auch $R_c = \frac{E_c}{J} = \frac{40}{0,226} = 177 \ \Omega.$

256. Ein Kondensator ist an eine Klemmenspannung von 120 [250] (400) V und 50 Perioden angeschlossen, wobei durch denselben 0,5 [0,8] (0,6) A fließen. Wie groß ist seine Kapazität?

$$\text{Lösung: } C = \frac{J}{E_c \omega} = \frac{0,5}{120 \cdot 2\pi \cdot 50} = 0,00001326 \text{ F,}$$

$$C = 13,26 \text{ MF.}$$

257. Um die Kapazität eines Kondensators zu bestimmen, wurde derselbe in den Stromkreis einer Wechselstrommaschine eingeschaltet. Parallel zu ihm lag ein Hitzdrahtvoltmeter, das 120 [150] (220) V Spannung anzeigte. Das Voltmeter hatte 600 [800] (880) Ω Widerstand. Das eingeschaltete Ampere-meter (Amp. Abb. 122) zeigte 0,8 [0,7] (0,9) A an, während die sechspolige Maschine M 1200 [1000] (900) Umdrehungen in der Minute machte. Wie groß ist hiernach C ?

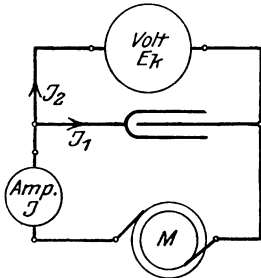


Abb. 122.

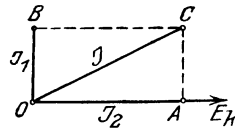


Abb. 123.

Lösung: Durch den Kondensator fließt der Strom J_1 (unbekannt), durch das Voltmeter der Strom $J_2 = \frac{120}{600} = 0,2 \text{ A}$. Da im Vektordiagramm J_2 mit der Spannung E_k zusammenfällt, J_1 aber 90° vorausfällt, so gilt Abb. 123, in welcher der gemessene Gesamtstrom $J = 0,8 \text{ A} = \overline{OC}$ ist.

Aus $\triangle OCA$ folgt:

$$J_1 = \sqrt{J^2 - J_2^2} = \sqrt{0,8^2 - 0,2^2} = \sqrt{0,64 - 0,04} = 0,774 \text{ A.}$$

$$\frac{n p}{60} = f \text{ gibt } f = \frac{1200}{60} \cdot 3 = 60 \text{ Perioden, w\u00e4hrend aus Gl. (84)}$$

$$C = \frac{J_1}{E_k 2 \pi f} = \frac{0,774}{120 \cdot 2 \pi \cdot 60} = 0,00001715 \text{ F}$$

folgt.

258. Ein Kondensator von 20 [40] (16) MF und eine Spule von 0,5 [0,4] (0,3) H bei 10 [8] (2) Ω Echtwiderstand werden hintereinandergeschaltet und an eine Klemmenspannung von 100 [120] (240) V und

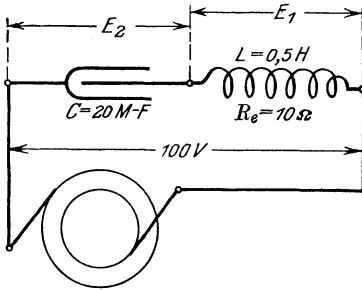


Abb. 124.

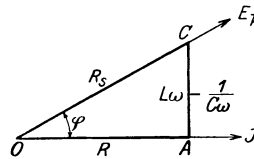


Abb. 125.

50 [60] (180) Perioden angeschlossen (Abb. 124). Gesucht wird:

- der Blindwiderstand des Kondensators, der Blind- und und Scheinwiderstand der Spule,
- der Scheinwiderstand des \u00e4u\u00dferen Stromkreises,
- die Stromst\u00e4rke,
- die Klemmenspannung der Spule,
- die Klemmenspannung des Kondensators,
- die vom Kondensator aufgenommene Arbeit,
- die vom Kondensator abgegebene Leistung, wenn dieselbe in $\frac{1}{100}$ [$\frac{1}{1000}$] ($\frac{1}{2000}$) Sek. entladen wird,
- der Phasenverschiebungswinkel zwischen Strom und Klemmenspannung der Maschine.

L\u00f6sungen:

$$\text{Zu a): } R_c = \frac{1}{C \omega} = \frac{10^6}{20 \cdot 2 \pi \cdot 50} = 160 \Omega,$$

$$R_b = L \omega = 0,5 \cdot 2 \pi \cdot 50 = 157 \Omega,$$

$$R_{s1} = \sqrt{10^2 + 157^2} = 157,8 \Omega.$$

$$\text{Zu b): (Abb. 125) } R_s = \sqrt{10^2 + (157 - 160)^2} = 10,4 \Omega.$$

$$\text{Zu c): } J = \frac{100}{10,4} = 9,6 \text{ A.}$$

Zu d): $E_1 = J R_{s1} = 9,6 \cdot 157,8 = 1510 \text{ V.}$

Zu e): Aus $J = C \omega E_c$ [Formel (84)] folgt $E_c = J \frac{1}{C \omega}$,
 $E_c = 9,6 \cdot 160 = 1540 \text{ V.}$

Zu f): Die Arbeit folgt aus der Formel (86a)

$$A = C E_c^2 = \frac{20}{10^6} \cdot 1540^2 = 47,5 \text{ Joule.}$$

Zu g): Leistung ist die Arbeit in 1 Sek. oder

$$N = \frac{A}{t} = \frac{47,5}{0,01} = 4750 \text{ W.}$$

Zu h): Im Widerstandsdreieck AOC des äußeren Kreises ist (Abb. 125)

$$\cos \varphi = \frac{R}{R_s} = \frac{10}{10,4} = 0,96.$$

259. Der Kondensator von 20 [40] (16) MF und die Spule von 0,5 [0,4] (0,3) H und 10 [8] (2) Ω der Aufgabe 258 werden parallel geschaltet und an eine

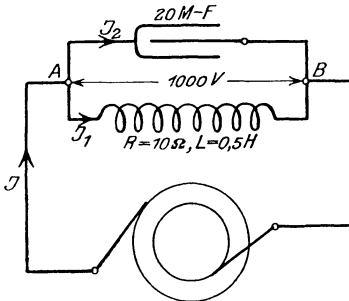


Abb. 126.

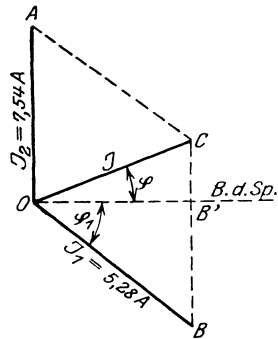


Abb. 127.

Spannung von 1000 V und 60 Perioden angeschlossen (Abb. 126). Gesucht wird:

- der Strom in der Induktionsspule,
- der Leistungsfaktor der Spule,
- der Strom, der durch den Kondensator fließt,
- der Gesamtstrom,
- der Leistungsfaktor der Stromquelle.

Lösungen:

Zu a): Der Blindwiderstand R_b der Spule ist

$$R_b = L \omega = 0,5 \cdot 2 \pi 60 = 188,4 \Omega,$$

also
$$J_1 = \frac{1000}{\sqrt{10^2 + 188,4^2}} = 5,28 \text{ A.}$$

Zu b): Aus dem Widerstands-dreieck der Spule folgt

$$\cos \varphi_1 = \frac{10}{\sqrt{10^2 + 188,4^2}} = 0,053 \quad (\sin \varphi_1 = 0,998).$$

Zu c): $J_2 = C \omega E_c = 20 \cdot 10^{-6} \cdot 2\pi \cdot 60 \cdot 1000 = 7,54 \text{ A.}$

Zu d): $\overline{E_s}$ ist (Abb. 127)

$$\overline{OA} = J_2 = 7,54 \text{ A}, \quad \overline{OB} = J_1 = 5,28 \text{ A},$$

und der Gesamtstrom J die Diagonale des aus beiden gebildeten Parallelogrammes. Da

$$\angle OBC = 90^\circ - \varphi_1 = \angle OAC$$

ist, so folgt aus dem $\triangle OAC$

$$\begin{aligned} J &= \sqrt{J_1^2 + J_2^2 - 2J_1J_2 \cos(90 - \varphi_1)} \\ &= \sqrt{5,28^2 + 7,54^2 - 2 \cdot 5,28 \cdot 7,54 \cdot \sin \varphi_1} \\ J &= 2,25 \text{ A.} \end{aligned}$$

$$\text{Zu e): } \cos \varphi = \frac{\overline{OB'}}{\overline{OC}} = \frac{J_1 \cos \varphi_1}{J} = \frac{5,28 \cdot 0,053}{2,25} = 0,124.$$

260. Ein Motor (Spule), der an 500 V und 60 Perioden angeschlossen ist, nimmt 2000 [1800] (1600) W bei einem Leistungsfaktor 0,5 auf. Um den Leistungsfaktor des Werkes auf 0,8 zu erhöhen, schaltet man parallel zum Motor einen Kondensator. (Schaltungsschema Abb. 126.) Gesucht:

a) die Scheinleistung der Stromquelle, wenn der Kondensator nicht angeschlossen ist,

b) die zugehörige Blindleistung,

c) die Scheinleistung nach Anschluß des Kondensators,

d) die Blindleistung des Kondensators,

e) die Kapazität desselben.

Lösungen:

Zu a): Die Scheinleistung folgt aus $N = N_{s1} \cos \varphi_1$, also

$$N_{s1} = \frac{N}{\cos \varphi_1} = \frac{2000}{0,5} = 4000 \text{ VA} = \overline{OA} \quad (\text{Abb. 128}).$$

Zu b): Die Blindleistung steht senkrecht auf E_k und ist die Strecke \overline{OB}

$$\begin{aligned} N_{b1} &= \overline{OB} = \sqrt{\overline{OA}^2 - \overline{OA'}^2} = \sqrt{4000^2 - 2000^2}, \\ N_{b1} &= 3460 \text{ VA.} \end{aligned}$$

Zu c): Wird der Kondensator parallel geschaltet, so soll der Leistungsfaktor des Werkes $\cos \varphi_2 = 0,8$ werden, während die Wirkleistung dieselbe bleibt, da ja der Kondensator nur Blindleistung aufnimmt, es ist also die Scheinleistung

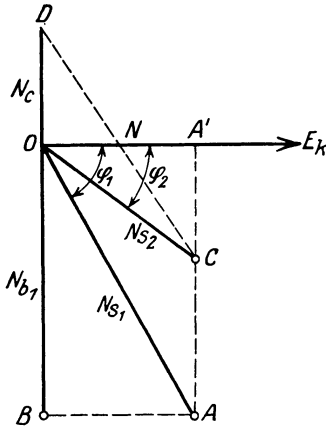


Abb. 128.

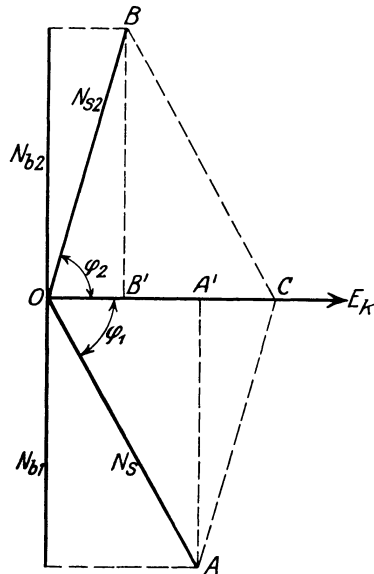


Abb. 129.

$$\overline{OC} = N_{s2} = \frac{N}{\cos \varphi_2} = \frac{2000}{0,8} = 2500 \text{ VA.}$$

Zu d): Die Scheinleistung \overline{OC} ist die Resultierende aus der Scheinleistung des Motors $\overline{OA} = N_{s1}$ und der Blindleistung des Kondensators $N_c = \overline{OD}$, mithin ist

$$\overline{OD} = \overline{AC} = \overline{AA'} - \overline{A'C} = N_{b1} - N_{s2} \sin \varphi_2,$$

$$\overline{OD} = N_c = 3460 - 2500 \cdot \sqrt{1 - 0,8^2} = 3460 - 2500 \cdot 0,6 = 1960 \text{ VA.}$$

Zu e): Die Blindleistung des Kondensators ist

$$N_c = E_k J_c = 1960 \text{ VA.}$$

Hieraus folgt der Kondensatorstrom $J_c = \frac{1960}{500} = 3,92 \text{ A}$ und aus Formel (84) $J_c = E_k C \omega$,

$$C = \frac{J_c}{E_k 2 \pi f} = \frac{3,92}{500 \cdot 2 \pi \cdot 60} = 0,0000209 \text{ F, } C = 20,9 \text{ MF.}$$

261. Ein E-W ist mit 400 kW belastet bei einem Leistungsfaktor $\cos \varphi_1 = 0,5$. Es wird ein Motor von 200 kW Leistung

angemeldet. Das E - W will die Energie für den Motor billiger abgeben, wenn der Besitzer sich verpflichtet, einen Synchronmotor anzuschließen, den er so erregen läßt, daß der Leistungsfaktor des Werkes hierdurch 1 wird. (Dies ist möglich, da im übererregten Synchronmotor der Stromvektor dem Spannungsvektor vorausschneidet.) Gesucht:

- a) die Scheinleistung des Werkes vor Anschluß des Motors,
- b) die Blindleistung des E - W ,
- c) die Blindleistung des Synchronmotors, wenn die Phasenverschiebung des E - W aufgehoben werden soll,
- d) die Scheinleistung des Synchronmotors,
- e) die Scheinleistung des Werkes.

Lösungen:

Zu a): Aus $N = N_s \cos \varphi_1$ folgt

$$N_s = \frac{N}{\cos \varphi_1} = \frac{400}{0,5} = 800 \text{ kVA.}$$

Zu b): Die Blindleistung ist (Abb. 129)

$$\overline{AA'} = N_{b1} = \sqrt{800^2 - 400^2} = 694 \text{ kVA.}$$

Zu c): Ist in Abb. 129 $\overline{OB} = N_{s2}$ die Scheinleistung des Synchronmotors, die der Spannung um den $\sphericalangle \varphi_2$ vorausschneidet, so muß die Resultierende aus \overline{OA} und \overline{OB} in die Richtung der Spannung fallen, was der Fall ist, wenn $\overline{AA'} = \overline{BB'}$ ist, d. h. die Blindleistung des Synchronmotors ist in diesem Falle

$$N_{b2} = N_{b1} = 694 \text{ kVA.}$$

Zu d): Die Scheinleistung des Synchronmotors ist

$$\overline{OB} = N_{s2} = \sqrt{\overline{OB'}^2 + \overline{BB'}^2},$$

$$N_{s2} = \sqrt{200^2 + 694^2} = 725 \text{ kVA.}^1)$$

Zu e): Die Scheinleistung des Werkes ist die Resultierende

$$\overline{OC} = \overline{OA'} + \overline{OB'},$$

$$\overline{OC} = 400 + 200 = 600 \text{ kW.}$$

§ 33. Spule mit Eisen.

Schaltet man eine Spule mit einem Eisenkern in einen Wechselstromkreis ein, so gelten die bisherigen Gesetze nicht mehr streng, da vorausgesetzt war, daß der Selbstinduktionskoeffizient L konstant sei und Verluste durch Hysteresis und Wirbelströme nicht vorkämen.

¹⁾ Würde der Synchronmotor so erregt werden, daß $\cos \varphi_2 = 1$ ist, so könnte er 725 kW leisten, er ist also seiner Größe entsprechend nur mit 0,28 belastet.

Ist nun i der Momentanwert des Stromes, der durch die Windungen der Spule mit Eisenkern fließt, so ist dieser Strom von Kraftlinien begleitet, deren Zahl mit wachsender Stromstärke zunimmt und so eine elektromotorische Kraft der Selbstinduktion hervorruft, die sich zur elektromotorischen Kraft der Maschine addiert.

Ist $e = E_{\max} \sin(\omega t)$ die von der Maschine hervorgerufene Klemmenspannung, R_e der Echtwiderstand der Spule, so ist

$$i = \frac{e + e_s}{R_e} \quad \text{oder} \quad i R_e = e + e_s.$$

Betrachten wir zunächst eine widerstandslose Spule, setzen also $R_e = 0$, so ist

$$e = -e_s,$$

d. h. Gesetz 28: Fließt ein Wechselstrom durch eine widerstandslose Spule, so ist in jedem Augenblick die Klemmenspannung gleich, aber entgegengerichtet, der elektromotorischen Kraft der Selbstinduktion.

Nun ist $e_s = -\frac{d\Phi}{dt} w 10^{-8}$ [siehe Formel (28), Seite 89]

$$e = E_{\max} \sin(\omega t),$$

also

$$\frac{d\Phi}{dt} w 10^{-8} = E_{\max} \sin(\omega t)$$

oder

$$d\Phi = \frac{E_{\max} 10^8}{w} \sin(\omega t) dt$$

integriert

$$\Phi = -\frac{E_{\max} 10^8}{w \omega} \cos(\omega t).$$

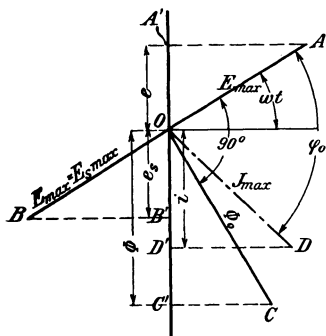


Abb. 130.

Φ bezeichnet die durch die Spule zur Zeit t hindurchgehende Kraftlinienzahl. Dieselbe wird ein Maximum Φ_0 , wenn $\cos(\omega t) = 1$, also wird

$$\Phi_0 = \frac{E_{\max} 10^8}{w \omega}$$

und hiermit $\Phi = -\Phi_0 \cos(\omega t)$.

Stellt man e und Φ als die Projektionen ihrer Maximalgrößen dar, so ergibt sich das in Abb. 130 dargestellte Diagramm, aus dem das Gesetz (29) folgt:

Gesetz 29. Fließt ein Wechselstrom durch eine widerstandslose Spule, so bleibt der Vektor der Kraftlinienzahl um 90° hinter dem Vektor der Klemmenspannung zurück, oder: Der Vektor der Kraftlinienzahl eilt um 90° dem Vektor der Selbstinduktion voraus. (Die letztere Fassung gilt allgemein, auch für die Spule mit Widerstand.) Aus dem Vergleiche des Gesetzes 29 mit Gesetz 25 ergibt sich, daß in der Spule ohne Eisen der Vektor des Stromes mit dem Vektor der Kraftlinienzahl zusammen fällt.

Die zum Strome i gehörige Kraftlinienzahl Φ kann aus der Formel (24) Seite 82: $\Phi = \frac{\mathfrak{F}}{\mathfrak{R}} = \frac{0,4 \pi w i}{\mathfrak{R}}$ berechnet werden, wo Φ als Projektion von Φ_0 und i als Projektion des Maximalwertes J_{\max} auf eine Vertikale aufzufassen sind.

Ist nun Hysterisis d. h. Eisen vorhanden, so ist für $i = 0$ die Kraftlinienzahl $\Phi > 0$, und dies kann mit obiger Gleichung nur vereint werden, wenn man annimmt, daß der Vektor J_{\max} des Stromes mit dem Vektor Φ_0 nicht zusammenfällt, sondern demselben vorauseilt, oder was dasselbe ist, der Stromvektor bleibt hinter dem Vektor der Klemmenspannung um einen $\sphericalangle \varphi_0$ zurück, der kleiner als 90° ist.

Dreht man in Abb. 130 den Vektor Φ_0 vertikal nach unten, so ist in diesem Augenblick $\Phi = \Phi_0$, während der Strom, der diese Kraftlinienzahl erzeugt, den Wert $\overline{OF} = J_{\max} \cos(90 - \varphi_0) = J_{\max} \sin \varphi_0$ besitzt (Abb. 131).

Man nennt nun $\overline{OF} = (J_\mu)_{\max} = J_{\max} \sin \varphi_0$ die Magnetisierungskomponente des Stromes. Der Wert $\overline{OG} = J_{\max} \cos \varphi_0$ möge die Eisenverlustkomponente genannt werden. Sie ist nicht zu verwechseln mit der Wirkkomponente des Stromes (s. § 31). Man findet ihren Wert, wenn man die Eisenverluste N_e kennt, aus der Gleichung

$$\begin{aligned} E_k J_v &= N_e, \\ J_v &= \frac{N_e}{E_k}. \end{aligned} \tag{90}$$

Der Maximalwert Φ_0 folgt aus der Formel (24), wenn man darin $i = (J_\mu)_{\max}$ setzt, also

$$\Phi_0 = \frac{0,4 \pi w (J_\mu)_{\max}}{\mathfrak{R}}.$$

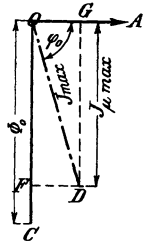


Abb. 131.

Ersetzt man noch den Maximalwert $(J_\mu)_{\max}$ durch den effektiven Wert $J_\mu \sqrt{2}$ so ist

$$\Phi_0 = \frac{0,4 \pi w J_\mu \sqrt{2}}{\mathfrak{R}} \tag{91}$$

oder
$$\Phi_0 \mathfrak{R} = \sum \mathfrak{F} l = 0,4 \pi w J_\mu \sqrt{2}. \tag{91a}$$

Aus dieser Gleichung berechnet man gewöhnlich die Magnetisierungskomponente

$$J_u = \frac{\sum \mathfrak{F} l}{0,4 \pi w \sqrt{2}} \text{ Ampere.} \tag{91b}$$

Ist im magnetischen Kreise ein Luftzwischenraum vorhanden, so ist $\sum \mathfrak{F} l = \mathfrak{F}_e l_e + \mathfrak{F}_g l_g$, wo das Glied $\mathfrak{F}_e l_e$ sich auf das Eisen und $\mathfrak{F}_g l_g$ auf den Luftspalt bezieht. Läßt man bei größerem Luftzwischenraum die auf das Eisen sich beziehenden Glieder fort, so kann man ihnen durch einen Faktor α ($\alpha > 1$) Rechnung tragen, indem man schreibt:

$$\alpha \cdot \xi \cdot l \cdot \Omega = 0,4\pi w J_{\mu} \sqrt{2}. \quad (91 c)$$

Die Formel $\Phi_0 = \frac{E_{\max} 10^8}{w \omega}$ läßt sich umformen. Es ist $\omega = 2\pi f$

$$E_{\max} = E_{s \max} = E_s \sqrt{2},$$

also

$$\Phi_0 = \frac{E_s \sqrt{2} \cdot 10^8}{2\pi f w},$$

woraus

$$E_s = \frac{4,44 \Phi_0 w f}{10^8} \text{ Volt}. \quad (92)$$

Schaltet man einen induktionsfreien Widerstand R_e und eine widerstandslose Spule mit Eisenkern, wie in Abb. 132, hintereinander, so ist in Abb. 133: $E_1 = \overline{OA} = J R_e$; $E_2 = \overline{OB}$ und $E_k = \overline{OC}$. Das Dreieck OAC ist also Spannungsdreieck geworden, und zwar ist $\overline{OC} = E_k$ die Klemmenspannung der Spule, $\overline{OA} = E_1 = J R_e$ und $\overline{AC} = E_2 = E_s$.

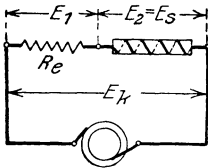


Abb. 132.

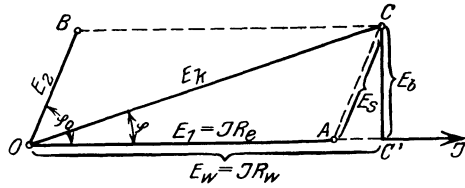


Abb. 133.

Aus dem $\triangle OAC$ folgt:

$$E_s = \sqrt{E_k^2 + E_1^2 - 2 E_1 E_k \cos \varphi}. \quad (93)$$

In vielen Fällen ist $E_1 = J R_e$ sehr klein im Vergleich zu E_k , so daß E_1^2 vernachlässigt werden kann, es ist dann

$$E_s = E_k \sqrt{1 - 2 \frac{E_1}{E_k} \cos \varphi} \approx E_k \left(1 - \frac{E_1}{E_k} \cos \varphi \right)$$

oder

$$E_s \approx E_k - J R_e \cos \varphi. \quad (93 a)$$

Fällt man in Abb. 133 von C die Senkrechte $\overline{CC'}$ auf die Stromrichtung, so ist $\overline{OC'} = E_k \cos \varphi$ die Wirkkomponente der Spannung, also die Größe $J R_w$, wenn R_w den sogenannten Wirkwiderstand der Spule bezeichnet; $\overline{CC'} = E_k \sin \varphi$ ist die Blindkomponente der Spannung, d. i. die Größe $E_b = J R_b$, wo R_b der Blindwiderstand der Spule ist. Die Wirkleistung der Spule ist $N = E_k J \cos \varphi = E_w J$ Watt. Die Blindleistung $E_k J \sin \varphi = E_b J$ Voltampere und die Scheinleistung $N_s = E_k J$ Voltampere.

Der Wirkwiderstand folgt aus $J^2 R_w = N$

$$R_w = \frac{N}{J^2} \text{ Ohm}. \quad (94)$$

Bemerkung. Man unterscheide den Gleichwiderstand R_g , der mit Gleichstrom gemessen wird, von dem Echtwiderstand R_e . Dieser wird nach besonderen Methoden bestimmt, wenn durch die Windungen Wechselstrom fließt. Er ist etwa $R_e = (1,05 - 1,25) R_g$. Nicht zu verwechseln ist hiermit der Wirkwiderstand R_w und der Scheinwiderstand $R_s = \frac{E_k}{J}$. Enthält die Spule kein Eisen, so ist $R_e = R_w$.

262. Von einer in einen Wechselstrom eingeschalteten Spule mit Eisenkern wird gemessen: Die Klemmenspannung $E_k = 20$ [60] (100) V, die Stromstärke $J = 2$ [10] (5) A, die verbrauchte Wattzahl $N = 20$ [500] (300) W und der Echtwiderstand des Drahtes $R_e = 0,5$ [3] (8) Ω . Gesucht:

- a) der Leistungsfaktor,
- b) der Wirkwiderstand R_w und der Scheinwiderstand R_s ,
- c) der Spannungsverlust im Echtwiderstand der Wickelung,
- d) die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion,
- e) der Wattverlust durch Stromwärme,
- f) der Wattverlust durch Hysteresis und Wirbelströme,
- g) die Komponenten des Stromes.

Lösungen:

Zu a): Aus $E_k J \cos \varphi = N$ folgt:

$$\cos \varphi = \frac{N}{E_k J} = \frac{20}{20 \cdot 2} = 0,5.$$

Zu b): $R_w = \frac{N}{J^2} = \frac{20}{2^2} = 5 \Omega$.

Der Scheinwiderstand ist

$$R_s = \frac{E_k}{J} = \frac{20}{2} = 10 \Omega.$$

Zu c): Der Spannungsverlust im Echtwiderstand ist die Größe \overline{OA} in Abb. 133, also

$$E_1 = \overline{OA} = J R_e = 2 \cdot 0,5 = 1 \text{ V.}$$

Zu d): In Dreieck OAC (Abb. 133) ist:

$$\overline{AC}^2 = \overline{OC}^2 + \overline{OA}^2 - 2 \overline{OC} \cdot \overline{OA} \cos \varphi$$

oder $E_s = \sqrt{20^2 + 1^2 - 2 \cdot 20 \cdot 1 \cdot 0,5} = 19,5 \text{ V.}$

Zu e): Der Verlust durch Stromwärme N_{cu} (Verlust im Kupfer) ist $N_{cu} = J^2 R_e = 2^2 \cdot 0,5 = 2 \text{ W.}$

Zu f): Der Verlust durch Hysterese und Wirbelströme N_e (Verlust im Eisen) ist:

$$N_e = 20 - 2 = 18 \text{ W.}$$

Zu g): Die Wirkkomponente des Stromes ist:

$$J_w = J \cos \varphi = 2 \cdot 0,5 = 1 \text{ A,}$$

oder auch

$$E_k J_w = N, \quad J_w = \frac{N}{E_k} = \frac{20}{20} = 1 \text{ A,}$$

die Blindkomponente ist:

$$J_b = J \sin \varphi = 2 \sqrt{1 - 0,5^2} = 1,73 \text{ A.}$$

263. Die Drosselspule der Aufgabe 247 besteht aus einem aus Blechen zusammengesetzten Eisenkern mit den in Abb. 134 angegebenen Dimensionen. Die Abmessung senkrecht zur Papierebene beträgt 49 mm. Der Kern ist mit 400 [300] (200) Windungen bedeckt. Gesucht wird:

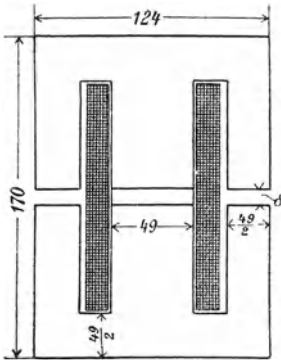


Abb. 134.

- die durch die Spule hindurchgehende maximale Kraftlinienzahl,
- der magnetische Widerstand des Kerns,
- die Länge des Luftspaltes.

Lösungen:

Zu a): Die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion ist bestimmt durch die Formel (92)

$$E_s = \frac{4,44 \Phi_0 w f}{10^8}.$$

In unserem Falle ist unter Vernachlässigung der Eisenverluste (vgl. Aufg. 247)

$$E_s = 90,6 \text{ V,} \quad w = 400, \quad f = 50,$$

demnach wird

$$\Phi_0 = \frac{90,6 \cdot 10^8}{4,44 \cdot 400 \cdot 50} = 0,103 \cdot 10^6.$$

Zu b): Der magnetische Widerstand folgt aus der Gl. (91)

$$\Phi_0 = \frac{0,4 \pi w J_\mu \sqrt{2}}{\mathfrak{R}},$$

wo in erster Näherung $J_\mu = J = 10$ A gesetzt werden darf:

$$\mathfrak{R} = \frac{0,4 \pi w J_\mu \sqrt{2}}{\Phi_0} = \frac{0,4 \pi \cdot 400 \cdot 10 \sqrt{2}}{0,103 \cdot 10^6} = 0,069.$$

Zu c): Die Kraftliniendichte im Eisen ist $\mathfrak{B}_e = \frac{\Phi_0}{Q_e}$, wo Q_e den Eisenquerschnitt bedeutet; es ist $Q_e = 4,9 \cdot 0,85 \cdot 4,9 = 20,4$ cm², demnach

$$\mathfrak{B}_e = \frac{0,103 \cdot 10^6}{20,4} \approx 5000;$$

hierzu gehört $\xi_e = 1,2$ (nach Tafel I Kurve A), also ist

$$\mu = \frac{5000}{1,2} = 4160.$$

Die Kraftlinienlänge im Eisen ist, wenn man die Luftlängen vernachlässigt,

$$l_e = 2 \left(17,0 - \frac{4,9}{2} \right) + 2 \left(\frac{12,4}{2} - \frac{4,9}{2} \right) = 36,6 \text{ cm},$$

demnach ist der Eisenwiderstand

$$\mathfrak{R}_e = \frac{36,6}{4160 \cdot 20,4} = 0,00043,$$

es bleibt mithin für den Luftwiderstand

$$\mathfrak{R}_\Omega = \mathfrak{R} - \mathfrak{R}_e = 0,069 - 0,00043 = 0,06867.$$

Jede Kraftlinie hat zwei Luftspalte zu durchlaufen, also ist

$$\mathfrak{R}_\Omega = \frac{2 \delta}{Q_\Omega} = \frac{2 \delta}{1,1 \cdot 20,4},$$

$$\delta = \frac{1,1 \cdot 20,4 \cdot 0,06867}{2} = 0,774 \text{ cm}.$$

Bemerkung: Der Luftquerschnitt Q_Ω ist größer als der Eisenquerschnitt, und zwar hängt die Größe vom Luftspalt ab; wir können erfahrungsgemäß setzen: $Q_\Omega = (1 \div 1,2) Q_e$, wo der größere Faktor dem größeren Luftspalt entspricht.

264. Es ist für eine 10-A-Lampe eine Drosselspule zu berechnen, die aus 300 [250] (300) Windungen eines 2 [2,5] (2,5) mm dicken Kupferdrahtes besteht, wenn die Klemmenspannung der Lampe 30 Volt und die Spannung der Wechselstromquelle 100 V bei 50 Perioden beträgt. Der Eisenkern der Spule hat

die nebenstehenden Abmessungen (siehe Abb. 135). Die Dimension senkrecht zur Papierebene beträgt 5 cm. Gesucht wird:

- die Länge und der Widerstand des aufgewickelten Drahtes,
- die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion,
- die erforderliche Kraftlinienzahl,
- der magnetische Widerstand,
- die Größe δ des Luftzwischenraumes,
- der Leistungsverlust durch Stromwärme,
- der Leistungsverlust durch Hysteresis,
- der Leistungsverlust durch Wirbelströme, wenn der Eisenkörper aus 0,5 mm dicken Dynamoblechen zusammengesetzt ist,
- der Gesamtverlust in der Spule.

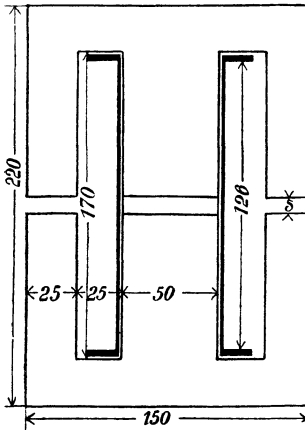


Abb. 135.

Lösungen:

Zu a): Der besponnene Draht ist 2,5 mm dick, es können also 50 Windungen nebeneinander und 6 Lagen übereinander gelegt werden. Die Höhe dieser ist

$$6 \cdot 2,5 = 15 \text{ mm};$$

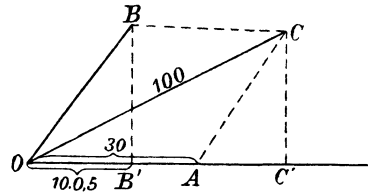


Abb. 136.

rechnet man 3 mm für den Spulenboden, so ist die Länge der mittleren Windung $4 \cdot 71 = 284$ mm, also die Länge des aufgewickelten Drahtes

$$l = 300 \cdot 0,284 = 85,2 \text{ m},$$

demnach der Gleichwiderstand (warm)

$$R_g = \frac{0,02 \cdot 85,2}{3,14} = 0,54 \Omega,$$

also der Echtwiderstand $R_e \approx 0,6 \Omega$.

Zu b): Die bekannte Abb. 136 (vgl. Aufg. 247) gibt in erster Annäherung, d. h. ohne Rücksicht auf das Eisen,

$$E_s = \overline{CC'} = \sqrt{100^2 - 36^2} = 93,5 \text{ V}.$$

Zu c):

$$\Phi_0 = \frac{E_s \cdot 10^8}{4,44 w f} = \frac{93,5 \cdot 10^8}{4,44 \cdot 300 \cdot 50} = 140000.$$

Zu d):

$$\mathfrak{H} = \frac{0,4 \pi w J_\mu \sqrt{2}}{\Phi_0} = \frac{0,4 \pi 300 \cdot 10 \sqrt{2}}{140000} = 0,038.$$

Zu e): Vernachlässigt man den Eisenwiderstand, so ist

$$\mathfrak{H} = \frac{2 \delta}{Q_{\mathfrak{E}}} = \frac{2 \delta}{1,1 \cdot 5 \cdot 0,85 \cdot 5},$$

oder
$$\delta = \frac{0,038 \cdot 1,1 \cdot 5 \cdot 0,85 \cdot 5}{2} = 0,445 \text{ cm.}$$

Zu f): Der Verlust durch Stromwärme (Kupferverlust) ist

$$N_{cu} = J^2 R_e = 10^2 \cdot 0,6 = 60 \text{ W.}$$

Zu g). Das Volumen des Eisenkerns in Kubikzentimeter ist:

$$V = 15 \cdot 22 \cdot 0,85 \cdot 5 - 2 \cdot 2,5 \cdot 17 \cdot 0,85 \cdot 5 - 2 \cdot 5 \cdot 0,445 \cdot 0,85 \cdot 5,$$

$$V = 0,85 \cdot 5 (330 - 85 - 4,45) = 1020 \text{ cm}^3.$$

Der Eisenquerschnitt ist $Q_e = 5 \cdot 0,85 \cdot 5 = 21,2 \text{ cm}^2$, folglich die Induktion $\mathfrak{B}_e = \frac{140000}{21,2} = 6600$.

Für die Induktion 6600 gibt die Tafel II 43 W Hysterisisverlust pro Kubikdezimeter und $f = 100$ an, also ist der Verlust

$$N_H = \frac{43 \cdot 1,020 \cdot 50}{100} = 22 \text{ W.}$$

Da jedoch zu solchen Spulen Bleche verwendet werden, für welche η nicht 0,0033, sondern höchstens 0,002 ist, wird

$$N_H = 22 \cdot \frac{0,002}{0,0033} = 13,3 \text{ W.}$$

Zu h): Für Wirbelstromverluste gilt die Formel (23a):

$$N_W = (2 \div 2,5) \frac{(\Delta f \mathfrak{B}_e)^2}{10^{10}} V,$$

wo Δ die Blechstärke in mm und V das Volumen in dm^3 bedeutet. Also ist

$$N_W = 2,5 \frac{(0,5 \cdot 50 \cdot 6600)^2}{10^{10}} 1,02 = 7 \text{ W.}$$

Zu i): $N_k = 60 + 13,3 + 7 = 80,3 \text{ W}$.

265. Eine große Anzahl Glühlampen von 25 [20] (10) V Spannung und 2 [2,5] (3) A Stromverbrauch sind hintereinandergeschaltet (Abb. 137). Parallel zu jeder Lampe liegt eine Drossel-

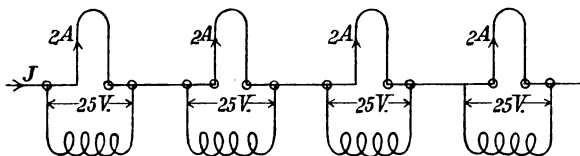


Abb. 137.

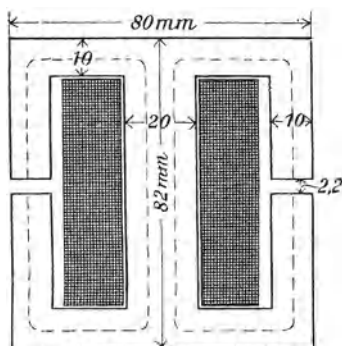


Abb. 138.

spule, deren Abmessungen aus der Abb. 138 zu entnehmen sind. (Die Dimension \perp zur Papierebene beträgt 2 cm.) Auf der Spule befinden sich 400 [320] (160) Windungen mit einem Echtwiderstande von 1,285 [1] (0,86) Ω . Gesucht wird:

- die durch die Spule gehende Kraftlinienzahl bei 50 Perioden des Wechselstromes,
- der Magnetisierungsstrom,
- der Verlust durch Hysterisis und Wirbelströme,
- die Eisenverlustkomponente des Spulenstromes,
- der Spulenstrom,
- der Verlust durch Stromwärme,
- der Kosinus des Phasenverschiebungswinkels zwischen Spulenstrom und Spannung,
- der Strom in der unverzweigten Leitung.

Lösungen:

Zu a): Die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion ist nahezu gleich der Klemmenspannung, also $E_s = 25 \text{ V}$. Aus der

$$\text{Gl. (92)} \quad E_s = \frac{4,44 \Phi_0 w \cdot f}{10^8} \text{ folgt}$$

$$\Phi_0 = \frac{25 \cdot 10^8}{4,44 \cdot 400 \cdot 50} = 28300.$$

Zu b): Der Magnetisierungsstrom folgt aus der Gl. (91a)

$$J_u = \frac{\xi_e l_e + \xi_g l_g}{0,4 \pi w \sqrt{2}}.$$

Wir berechnen den Eisenquerschnitt $Q_e = 2 \cdot 0,85 \cdot 2 = 3,4 \text{ cm}^2$ (für [] und () ist anstatt 0,85 der Wert 0,9 zu setzen), somit $\mathfrak{B}_e = \frac{28300}{3,4} = 8300$, hierzu nach Tafel I $\xi_e = 2,6$. Die Länge der Kraftlinie im Eisen (punktierter Linie in Abb. 138 ist $l_e \approx (30 + 72) 2 = 204 \text{ mm}$, d. i. 20,4 cm. Für den Luftquerschnitt ist

$$Q_g \approx 1,1 \cdot 3,4 = 3,74 \text{ cm}^2, \text{ also } \xi_g = \mathfrak{B}_g = \frac{28300}{3,74} = 7600,$$

$$l_g = 0,22 \text{ cm demnach}$$

$$J_u = \frac{2,6 \cdot 20,4 + 7600 \cdot 0,22}{0,4 \pi \cdot 400 \sqrt{2}} = \frac{1723}{714} = 2,43 \text{ A.}$$

Zu c): Das Eisenvolumen der Spule ist

$$V = 8 \cdot 8,2 (0,85 \cdot 2) - 4 \cdot 6,2 (0,85 \cdot 2) - 0,22 \cdot 2 (0,85 \cdot 2)$$

$$= 70 \text{ cm}^3 (0,07 \text{ dm}^3).$$

Die Berechnung des Hysteresisverlustes erfolgt am einfachsten nach Formel (22 a), wo f' der Tafel II, zugehörig zu $\mathfrak{B}_e = 8300$, entnommen wird. Für η' wollen wir 0,002 annehmen. Es ist

$$N_H = \frac{0,07 \cdot 61,5 \cdot 50 \cdot 0,002}{100 \cdot 0,0033} = 1,33 \text{ W.}$$

Der Wirbelstromverlust ist nach Formel (23 a)

$$N_W = 2,5 \frac{(8300 \cdot 0,5 \cdot 50)^2}{10^{10}} \cdot 0,07 = 0,75 \text{ W,}$$

also der Eisenverlust

$$N_e = 1,33 + 0,75 = 2,08 \text{ W.}$$

Zu d): Aus Formel (90) folgt die Eisenverlustkomponente

$$J_v = \frac{2,08}{25} = 0,0832 \text{ A.}$$

Zu e): Der Spulenstrom J_0 ist (Abb. 139)

$$J_0 = \sqrt{J_v^2 + J_u^2} = \sqrt{0,0832^2 + 2,43^2} \approx 2,43 \text{ A.}$$

Zu f): Der Verlust durch Stromwärme ist

$$N_{cu} = J_0^2 R_e = 2,43^2 \cdot 1,285 = 7,6 \text{ W.}$$

Zu g): Der gesamte Verlust in der Spule ist

$$7,6 + 2,08 = 9,68 \text{ W} = E_k J \cos \varphi_1,$$

woraus $\cos \varphi_1 = \frac{9,68}{25 \cdot 2,43} = 0,159$ folgt.

Bemerkung: Die Wirk- und Blindkomponenten des Stromes wären

$$J_w = J_0 \cos \varphi_1 = 2,43 \cdot 0,159 = 0,388 \text{ A},$$

$$J_b = J_0 \sin \varphi_1 = 2,43 \sqrt{1 - 0,159^2} = 2,36 \text{ A}.$$

Man beachte die Berechnungsweise beider Komponentenarten. Die erstere berücksichtigt nur die Eisenverluste (widerstandslose Spule), die letztere alle Verluste.

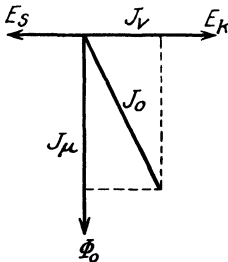


Abb. 139.

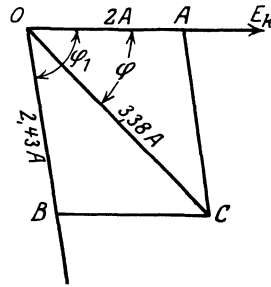


Abb. 140.

Zu h): Die Lösung erfolgt graphisch (Abb. 140). Es sei $O E_k$ die Richtung der gemeinsamen Spannung, dann fällt der Vektor des Lampenstromes mit $O E_k$ zusammen, man mache also $O A = 2 \text{ A}$. Der Strom in der Spule bleibt um den $\sphericalangle \varphi_1$ ($\cos \varphi_1 = 0,159$, $\text{tg } \varphi_1 = 6,3$) gegen die Spannung zurück. Man zeichne daher den $\sphericalangle \varphi_1$ und trage auf dem freien Schenkel $O B = 2,43 \text{ A}$ ab. Die Diagonale $O C$ gibt dann den Strom in der unverzweigten Leitung. Die Ausmessung ergibt $3,38 \text{ A}$.

266. Eine der in Aufgabe 265 betrachteten Lampen erlischt, es muß der Strom von $3,38 \text{ A}$ jetzt durch die Spule allein gehen. Wie groß wird infolgedessen:

- die durch die Windungen gehende Kraftlinienzahl,
- die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion,
- der Leistungsfaktor der Spule,
- die Wirkkomponente des Stromes,
- die Blindkomponente desselben,
- die Klemmenspannung der Spule?

Lösungen:

Zu a): Setzt man $J_\mu = 3,38$ A (annähernd richtig), so wären in Gl. (91a) ξ_e und ξ_Ω unbekannte Größen, die Auflösung daher nicht möglich. Wir lösen die vorige Aufgabe, indem wir zu mehreren Φ_0 die zugehörigen J_μ berechnen und dann eine Kurve aufzeichnen mit Φ_0 als Ordinaten und den berechneten J_μ als Abszissen. Aus dieser Kurve entnehmen wir dann zu $J_\mu = 3,38$ das zugehörige Φ_0 (Abb. 141 S. 198). Wir nehmen an

$$\Phi_0 = 35\,000 \quad 40\,000 \quad 45\,000, \quad \text{dann ist } \mathfrak{B}_e = \frac{\Phi_0}{Q_e} = \frac{\Phi_0}{3,4},$$

$$\mathfrak{B}_e = 10\,300 \quad 11\,750 \quad 13\,200 \quad \text{und nach Tafel I}$$

$$\xi_e = 5,4 \quad 9,4 \quad 15,4; \quad \xi_\Omega = \mathfrak{B}_\Omega = \frac{\mathfrak{B}_e}{1,1} =$$

$$\xi_\Omega = 9\,400 \quad 10\,700 \quad 12\,000; \quad \text{nach Formel (91a) ist dann}$$

$$J_\mu = 3,04 \quad 3,55 \quad 4,15 \text{ A.}$$

Die Abb. 141 ergibt zu $J_\mu = 3,38$ A die Ordinate $\Phi_0 = 38\,500$.

$$\text{Zu b): } E_s = \frac{4,44 \cdot 38\,500 \cdot 400 \cdot 50}{10^8} = 34,2 \text{ V, welche Größe zu-}$$

nächst angenähert gleich der Klemmenspannung zu setzen ist.

$$\text{Zu c): Die Eisenverluste sind mit } f' = 103 \text{ (Tafel II) zu}$$

$$\mathfrak{B}_e = \frac{38\,500}{3,4} = 11\,350:$$

$$N_H = \frac{103 \cdot 0,07 \cdot 50}{100} \frac{0,002}{0,0033} = 2,18 \text{ W,}$$

$$N_W = 2,5 \frac{(11\,350 \cdot 0,5 \cdot 50)^2}{10^{10}} \cdot 0,07 = 1,4 \text{ W.}$$

Die Stromwärmeverluste: $N_{cu} = 3,38^2 \cdot 1,285 = 14,7$ W, daher $N_k = 2,18 + 1,4 + 14,7 = 18,28$ W = $E_k J \cos \varphi_0$, woraus der

$$\text{Leistungsfaktor } \cos \varphi_0 = \frac{18,28}{34,2 \cdot 3,38} = 0,158 \text{ folgt.}$$

Zu d): Die Wirkkomponente des Stromes ist

$$J_w = 3,38 \cdot 0,158 = 0,534 \text{ A.}$$

Zu e): Die Blindkomponente

$$J_b = J \sin \varphi_0 = 3,38 \sqrt{1 - 0,158^2} = 3,34 \text{ A.}$$

Zu f): Die Formel (93 a) gibt

$$E_k = E_s + J R_e \cos \varphi_0 = 34,2 + 3,38 \cdot 1,285 \cdot 0,158 = 34,89 \text{ V}$$

(2. Annäherung).

267. Es seien 3 Lampen von je 25 V und 2 A hintereinandergeschaltet, und zu jeder parallel die durch Abb. 138 gekennzeichnete Drosselspule. Wie groß wird, bei konstant gehaltener Stromstärke, die Spannung der Maschine, wenn eine der Lampen erlischt und der Spannungsverlust in der Leitung unberücksichtigt bleibt?

Lösung: Die Stromstärke J , die durch Spule und Lampe geht, ist gegen die zugehörige Klemmenspannung um den $\sphericalangle COA = \varphi$ (Abb. 140) verschoben. Die Klemmenspannung der beiden brennenden Lampen beträgt $2 \cdot 25 = 50$ V, welche

Spannung in Abb. 142 auf dem freien Schenkel des Winkels $COA = \varphi$ der Abb. 140 abgetragen wurde. Es ist also $\overline{OD} = 50$ V (50 mm). Die Spannung der Spule der

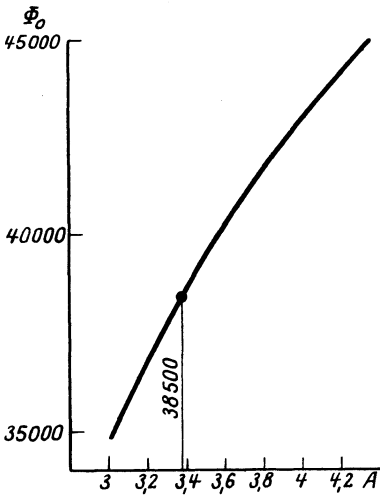


Abb. 141.

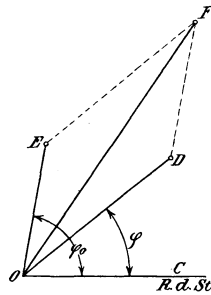


Abb. 142.

erloschenen Lampe ist 34,89 V geworden, welche letztere gegen den Strom um den Winkel $\cos \varphi_0 = 0,158$ (Lösung zu c) der Aufgabe 266) verschoben ist. Trägt man auf dem freien Schenkel \overline{OE} dieses Winkels 34,89 V (34,89 mm) auf, so ist die Resultierende \overline{OF} aus \overline{OE} und \overline{OD} gleich der gesuchten Gesamtspannung. Die Messung gibt $\overline{OF} = 80$ V (80 mm).

§ 34.

Der Transformator.

Wickelt man auf einen Eisenkern zwei verschiedene Spulen, deren Windungszahlen w_1 und w_2 sind und verbindet die erstere (primäre) mit einer Wechselstromquelle, so gilt:

Gesetz 30: Die elektromotorischen Kräfte verhalten sich wie die zugehörigen Windungszahlen.

$$E_1 : E_2 = w_1 : w_2, \quad (95)$$

wo E_1 die primäre elektromotorische Kraft, E_2 die sekundäre elektromotorische Kraft bezeichnet.

$$\begin{aligned} \text{Es ist (nach F. 92)} \quad E_1 &= \frac{4,44 \Phi_0 w_1 f}{10^8} \text{ Volt} \\ \text{und} \quad E_2 &= \frac{4,44 \Phi_0 w_2 f}{10^8} \text{ Volt} \end{aligned} \quad (96)$$

Setzt man angenähert:

Primäre Leistung der EMK gleich sekundärer Leistung derselben, was bei Vernachlässigung der Eisenverluste richtig ist, so ist

$$\begin{aligned} E_1 J_1 &= E_2 J_2 \\ \text{oder} \quad \frac{E_1}{E_2} &= \frac{J_2}{J_1} = \frac{w_1}{w_2}, \\ \text{woraus} \quad J_1 w_1 &= J_2 w_2 \end{aligned} \quad (97)$$

folgt, d. h. die primären und sekundären Amperewindungszahlen sind angenähert gleich. (Genau richtig bei reduzierter primärer Spannung und sekundärem Kurzschluß.) (Aufgabe 275.)

Bei einem größeren, vollbelasteten Transformator, dessen sekundäre Belastung aus einem induktionsfreien Widerstand besteht, ist auch primär

$$\begin{aligned} \cos \varphi &\approx 1, \\ \text{so daß} \quad E_{k1} J_1 \eta &= E_{k2} J_2 \\ \text{ist. Hieraus folgt} \quad J_1 &= \frac{E_{k2} J_2}{\eta E_{k1}}. \end{aligned} \quad (98)$$

Die primäre Klemmenspannung ist unter dieser Annahme

$$E_{k1} = E_1 + J_1 R_1, \quad (99)$$

die sekundäre Klemmenspannung

$$E_{k2} = E_2 - J_2 R_2. \quad (99 a)$$

Der Wirkungsgrad η ist für Transformatoren von 5 kVA aufwärts, 0,94 bis 0,983.

Der Stromwärmeverlust in den beiden Wicklungen ist

$$N_{cu} = J_1^2 R_1 + J_2^2 R_2$$

(R_1 und R_2 Echtwiderstände).

Nach Gl. (97) ist $J_2 = J_1 \frac{w_1}{w_2}$ also auch

$$N_{cu} = J_1^2 R_1 + J_1^2 \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2 R_2,$$

$$N_{cu} = J_1^2 \left[R_1 + R_2 \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2 \right] = J_1^2 R_k,$$

$$\text{wo} \quad R_k = R_1 + R_2 \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2 \quad (100)$$

der Kurzschlußwiderstand des Transformators heißt.

Man kann $R_2' = R_2 \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2$ als den sekundären Widerstand eines umgewickelt gedachten Transformators ansehen, dessen sekundäre Windungszahl gleich der primären gemacht worden ist ($w_2 = w_1$), der aber genau den gleichen Stromwärmeverlust besitzt, wie der alte.

Der Spannungsverlust ist dann in beiden Wicklungen

$$J_1 (R_1 + R_2') = J_1 R_k \text{ Volt.}$$

268. Ein Transformator besitzt primär 12000 [6000] (20000), sekundär 120 [80] (100) Windungen. Wie groß ist die primäre Spannung, wenn sekundär 200 [150] (120) V gemessen werden?

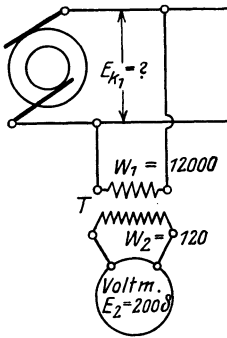


Abb. 143.

Lösung: Aus $E_1 : E_2 = w_1 : w_2$ folgt

$$E_1 = E_2 \frac{w_1}{w_2} = 200 \frac{12000}{120} = 20000 \text{ V.}$$

Bemerkung: Man nennt Transformatoren die zum Messen der primären Spannung dienen, Spannungswandler. Die Schaltung zeigt Abb. 143. (Angenähert wurde $E_{k1} = E_1$ u. $E_{k2} = E_2$ gesetzt.)

269. Ein Transformator ist an 48 [60] (220) V Klemmenspannung angeschlossen. Er besitzt primär 40 [70] (150) Windungen, sekundär 108 [250] (750) Windungen. Wie groß ist die sekundäre elektromotorische Kraft?

Lösung: $48 : E_2 = 40 : 108,$

$$E_2 = \frac{48 \cdot 108}{40} = 129,6 \text{ V.}$$

270. Wieviel Kraftlinien sind erforderlich, wenn die Periodenzahl 60 [50] (42) ist?

$$\text{Lösung: } \Phi_0 = \frac{E_1 \cdot 10^8}{4,44 f w_1} = \frac{48 \cdot 10^8}{4,44 \cdot 60 \cdot 40} = 450000.$$

271. Der Transformator der vorigen Aufgabe wird mit seinen 108 [250] (750) Windungen an 48 [60] (220) V und 60 [50] (42) Perioden angeschlossen. Wieviel Spannung erhält man sekundär und mit wieviel Kraftlinien arbeitet man jetzt?

Lösung: $48 : E_2 = 108 : 40,$

$$E_2 = \frac{48 \cdot 40}{108} = 17,75 \text{ V.}$$

Die Kraftlinienzahl ist

$$\Phi_0 = \frac{48 \cdot 10^8}{4,44 \cdot 108 \cdot 60} = 166800.$$

272. Der Querschnitt des Eisenkerns beträgt in Aufgabe 269 60 [50] (80) cm². Wie groß ist in den beiden vorhergehenden Aufgaben die Kraftliniendichte?

Lösung: $\mathfrak{B}_1 = \frac{450000}{60} = 7500,$

$$\mathfrak{B}_2 = \frac{166800}{60} = 2780.$$

273. Der Eisenkern eines Transformators für primär 1000 [2000] (3000) V, sekundär 120 [220] (440) V bei 50 Perioden besitzt 80 [100] (150) cm² Eisenquerschnitt. Die Kraftliniendichte soll 6500 [7500] (8000) sein. Gesucht wird:

- a) die Kraftlinienzahl,
- b) die Windungszahlen w_1 und w_2 .

Lösungen:

Zu a): $\Phi_0 = 80 \cdot 6500 = 520000.$

Zu b): Aus $E_1 = \frac{4,44 \Phi_0 w_1 f}{10^8}$

folgt $w_1 = \frac{E_1 \cdot 10^8}{4,44 \Phi_0 f} = \frac{1000 \cdot 10^8}{4,44 \cdot 520000 \cdot 50} = 866$ Windungen.

$$866 : w_2 = 1000 : 120,$$

$$w_2 = \frac{866 \cdot 120}{1000} = 103,9 \approx 104 \text{ Windungen.}$$

274. Aus Versehen wird der Transformator der vorigen Aufgabe mit seinen wenigen Windungen an die Hochspannung angeschlossen. Gesucht wird:

- a) die sekundäre Spannung,
- b) die im Eisen entstehende Kraftliniendichte.

Lösungen:

Zu a): $1000 : E_2 = 104 : 866.$

$$E_2 = \frac{1000 \cdot 866}{104} = 8340 \text{ V.}$$

Zu b): Aus
$$E_1 = \frac{4,44 \Phi_0 w_1 f}{10^8}$$

folgt zunächst
$$\Phi_0 = \frac{E_1 \cdot 10^8}{4,44 w_1 f} = \frac{1000 \cdot 10^8}{4,44 \cdot 104 \cdot 50},$$

$$\Phi_0 = 4\,330\,000,$$

demnach
$$\mathfrak{B}_e = \frac{4\,330\,000}{80} = 54\,125.$$

Bemerkung: Diese Kraftliniendichte verursachte einen Verlust im Eisen, der dasselbe außerordentlich heiß machen würde.

275. Welcher Strom fließt durch die primäre Wicklung eines durch ein Amperemeter sek. kurzgeschlossen Transformators (auch Stromwandlers genannt), wenn dasselbe 5 [7] (4) A anzeigt und $w_1 = 10$ [20] (25), $w_2 = 500$ [400] (250) Windungen ist? (Abb. 144.)

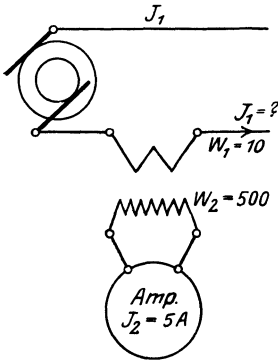


Abb. 144.

Lösung: Aus $J_1 w_1 = J_2 w_2$ folgt:

$$J_1 = J_2 \frac{w_2}{w_1} = 5 \frac{500}{10} = 250 \text{ A.}$$

276. Ein Kerntransformator (s. Abb. 147) ist an eine Klemmenspannung von 50 [3530] (2080) V und 60 [50] (50) Perioden angeschlossen. Er besitzt primär 124 [2496] (1440) und sekundär 324 [120] (160) Windungen. Der Eisenquerschnitt hat 25 [88,5] (100) cm² Inhalt, die Länge der mittleren Kraftlinie beträgt 63 [95] (150) cm. Gesucht wird:

- die sekundäre Spannung bei Leerlauf,
- die Kraftlinienzahl und Kraftliniendichte,
- der Magnetisierungsstrom bei Leerlauf, wenn jede Stoßfuge gleich einem Luftzwischenraum von 0,005 cm gerechnet wird,
- der Eisenverlust, wenn 0,5 mm dicke, halblegierte Bleche verwendet werden,
- die Eisenverlustkomponente des Stromes,
- der Leerlaufstrom.

Lösungen:

Zu a): Aus $50 : E_2 = 124 : 324$

folgt
$$E_2 = \frac{50 \cdot 324}{124} = 130 \text{ V.}$$

Zu b): Die Kraftlinienzahl Φ_0 folgt aus Formel (96)

$$\Phi_0 = \frac{E_1 \cdot 10^8}{4,44 w_1 f} = \frac{50 \cdot 10^8}{4,44 \cdot 124 \cdot 60} = 151000.$$

Die Kraftliniendichte \mathfrak{B}_e ist

$$\mathfrak{B}_e = \frac{151000}{25} = 6040.$$

Zu c): Der Magnetisierungsstrom folgt aus Formel (91a)

$$\mathfrak{H}_e l_e + \mathfrak{H}_g l_g = 0,4 \pi w_1 J_\mu \sqrt{2},$$

nämlich

$$J_\mu = \frac{\mathfrak{H}_e l_e + \mathfrak{H}_g l_g}{0,4 \pi w_1 \sqrt{2}}.$$

Zu $\mathfrak{B}_e = 6040$ gehört $\mathfrak{H}_e = 1,3$ (Tafel I, Kurve A),

$$l_e = 63 \text{ cm}, \quad l_g = 4 \cdot 0,005 = 0,02 \text{ cm},$$

denn es sind vier Stoßfugen vorhanden, also

$$J_\mu = \frac{1,3 \cdot 63 + 6040 \cdot 0,02}{0,4 \pi 124 \sqrt{2}} = 0,925 \text{ A}.$$

Zu d): Das Volumen des Transformators ist angenähert

$$V = 25 \cdot 63 = 1575 \text{ cm}^3,$$

somit sein Gewicht

$$G_e = 1575 \cdot 7,8 = 12300 \text{ g} \equiv 12,3 \text{ kg}.$$

Um die Eisenverluste zu berechnen, muß man die Verluste pro kg kennen, die nach dem Eppsteinschen Verfahren bestimmt werden. Man hat hiernach für halblegierte Bleche von 0,5 mm Dicke die nachfolgenden Werte bei 50 Perioden gefunden:

$$\mathfrak{B}_e = 3000 \quad 5000 \quad 7000 \quad 9000 \quad 10000 \quad 12000$$

$$\text{Verlust pro kg } v_e = 0,4 \quad 0,85 \quad 1,55 \quad 2,4 \quad 2,9 \quad 4,15 \text{ Watt}$$

die in Abb. 145 als Ordinaten aufgetragen wurden. Für $\mathfrak{B}_e = 6040$ gibt die zugehörige Ordinate $v_e = 1,2 \text{ W}$, also ist der Eisenverlust $N_e = 12,3 \cdot 1,2 = 14,75 \text{ W}$.

Zu e): Aus Formel (90) folgt:

$$J_v = \frac{N_e}{E_k} = \frac{14,75}{50} = 0,295 \text{ A}.$$

Zu f): Der Leerlaufstrom ist (Abb. 146)

$$J_0 = \sqrt{J_v^2 + J_\mu^2} = \sqrt{0,295^2 + 0,925^2} = 0,975 \text{ A}.$$

277. Berechne aus der Verlustziffer 2,9 W für halblegierte Bleche (1⁰/₀ Si-Gehalt) von 0,5 mm Dicke die Hysteresiskonstante η .

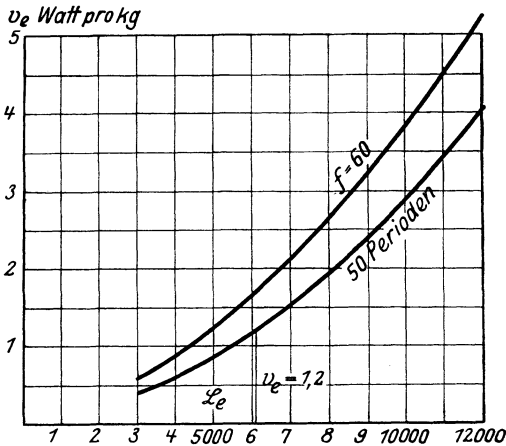


Abb. 145.

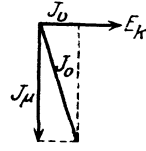


Abb. 146.

Lösung: Unter Verlustziffer versteht man den Verlust für 1 kg Eisen bei der Kraftliniendichte 10000 und der Periodenzahl 50. Der spezifische Widerstand des Eisens bei 1⁰/₀ Siliciumgehalt ist $\rho = 0,099 + 0,12 = 0,219 \Omega$ (s. S. 81). Der Verlust durch Wirbelströme für $B_e = 10000$ ist nach Formel (23) für 1 kg Eisen, also $V = \frac{1}{7,8} \text{ dm}^3$:

$$N_W = \frac{1,64 \cdot (10^4 \cdot 0,5 \cdot 50)^2}{10^{11} \cdot 0,219 \cdot 7,8} = 0,6 \text{ W.}$$

Der gesamte Eisenverlust (Hysteresis und Wirbelströme) ist bei $B_e = 10000 = 10^4$ pro kg: $v_e = 2,9 \text{ W}$, also

$$2,9 = \frac{\eta \cdot (10000)^{1,6} \cdot 1000 \cdot 50}{10^7 \cdot 7,8} + 0,6,$$

woraus $\eta = 0,00143$ folgt.

Für dieses Blech ist für eine beliebige Kraftliniendichte B und Periodenzahl f der Eisenverlust pro kg

$$v_e = \frac{0,000196}{10^4} B_e^{1,6} f + \frac{0,24}{10^{11}} B_e^2 f^2$$

oder für $f = 50$ Perioden

$$v_e = \frac{0,915}{10^6} \mathfrak{B}_e^{1,6} + \frac{6}{10^9} \mathfrak{B}_e^2.$$

In Abb. 145 sind die Werte von v_e für $f = 60$ eingetragen.

Werden die Bleche bearbeitet, so ist das zweite Glied noch mit 1,4 zu multiplizieren.

278. Um den Wirkungsgrad eines Transformators zu bestimmen, wurde gemessen:

1. die primäre und sekundäre Spannung bei Leerlauf $E_{k1} = 3530$ [2080] (3120) V, $E_{k2} = 182$ [230] (230) V,

2. die bei Leerlauf und normaler Spannung primär eingeleitete Leistung $N_0 = 198$ [213] (500) W,

3. bei kurzgeschlossener Sekundärwicklung und reduzierter Spannung die primäre Stromstärke $J_1 = 1,42$ [7,2] (12,8) A und die eingeleitete Leistung $N_k = 159$ [194] (485) W.

Außerdem wurde mit Gleichstrom gemessen der Widerstand der primären und sekundären Wicklung $R_{g1} = 40$ [1,63] (1,285) Ω , $R_{g2} = 0,073$ [0,02] (0,007) Ω . Gesucht wird:

- a) das Übersetzungsverhältnis $u = \frac{w_1}{w_2}$,
- b) der Verlust im Eisen,
- c) der Kurzschlußwiderstand des Transformators, in dem die gleiche Stromwärme verloren geht, wie in den beiden Wicklungen,
- d) der Wirkungsgrad für 6 [16] (45) kVA sekundärer Belastung in erster und zweiter Annäherung.

Lösungen:

Zu a): Das Übersetzungsverhältnis folgt aus $E_1 : E_2 = w_1 : w_2$,

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{E_1}{E_2} = \frac{3530}{182} = 19,4.$$

Zu b): Der Verlust im Eisen ist sehr angenähert die bei Leerlauf gemessene Leistung, also $N_e = N_0 = 198$ W.

Zu c): Bei sehr geringer primärer Spannung können die Eisenverluste vernachlässigt werden, so daß die gemessene Leistung nur aus Stromwärme besteht. Bezeichnet daher R_k den Kurzschlußwiderstand des Transformators, so ist

$$J_1^2 R_k = 159, \quad \text{woraus} \quad R_k = \frac{159}{1,42^2} = 79 \Omega \quad \text{folgt.}$$

Der Kurzschlußwiderstand R_k besteht aus dem Widerstande R_1 und dem auf die primäre Windungszahl reduzierten Wider-

stande R_2' [Formel (100)], es ist also

$$R_k = R_1 + R_2 \left(\frac{w_1}{w_2} \right)^2.$$

Mit Gleichstrom gemessen, wäre $R_k = R_g$ gewesen:

$$R_g = 40 + 0,073 \cdot 19,4^2 = 40 + 27,5 = 67,5 \Omega,$$

hieraus ergibt sich das Verhältnis zwischen Wechselstrom und

Gleichstrom $\frac{R_k}{R_g} = \frac{79}{67,5} = 1,17$, d. h. die Echtwiderstände R_1 und R_2 sind: $R_1 = 40 \cdot 1,17 = 46,8 \Omega$ und $R_2 = 0,073 \cdot 1,17 = 0,0855 \Omega$.

Zu d): Aus $E_{k2} J_2 = 6000 \text{ W}$ folgt $J_2 = \frac{6000}{182} = 33,2 \text{ A}$.

Die Gl. (97): $J_1 w_1 = J_2 w_2$ gibt $J_1 = \frac{J_2}{u} = \frac{33,2}{19,4} = 1,71 \text{ A}$.

Der Verlust durch Stromwärme ist hiernach

$$N_{cu} = J_1^2 R_1 + J_2^2 R_2 = 1,71^2 \cdot 46,8 + 33,2^2 \cdot 0,0855 = 232 \text{ W}.$$

Dasselbe Resultat erhält man auch aus

$$J_1^2 R_k = 1,71^2 \cdot 79 = 232 \text{ W}.$$

$$\eta = \frac{6000}{6000 + 198 + 232} = 0,935.$$

Zweite Annäherung. Die primäre Leistung ist

$$N_1 = 6000 + 198 + 232 = 6430 \text{ W}$$

oder auch $N_1 = \frac{N_2}{\eta} = \frac{6000}{0,935} = 6430 \text{ W}$,

mithin, für induktionsfreie Belastung,

$$E_{k1} J_1 = 6430 \quad \text{oder} \quad J_1 = \frac{6430}{3530} = 1,825 \text{ A},$$

$$N_{cu} = 1,825^2 \cdot 46,8 + 33,2^2 \cdot 0,0855 = 249 \text{ W},$$

also in zweiter Näherung

$$\eta = \frac{6000}{6000 + 198 + 249} = \frac{6000}{6447} = 0,934.$$

Bemerkung: Die Gl. $J_1 w_1 = J_2 w_2$ ist bei der zweiten Annäherung nicht mehr anzuwenden, da jetzt, bei Berechnung von J_1 , die Eisenverluste berücksichtigt wurden [vgl. Herleitung der Formel (100)].

279. Es ist ein Transformator von 10 kVA zu berechnen, der an eine Spannung von 5000 [3500] (4000) V und 50 Perioden

angeschlossen wird. Die sekundäre Spannung soll 200 [300] (220) V werden. Die Verluste betragen 3% im Kupfer und 1% im Eisen. Der Eisenquerschnitt des Kernes ist 120 [100] (90) cm². Die Kraftliniendichte wird 5000 Gauß und die Stromdichte 1 [1,2] (0,9) A gewählt. Gesucht:

- a) die Kraftlinienzahl,
- b) die primäre und sekundäre Stromstärke,
- c) die Widerstände der primären und sekundären Wickelung, wenn die Stromwärmeverluste in beiden Wickelungen gleich groß genommen werden,
- d) der primäre und sekundäre Kupferquerschnitt,
- e) die primäre und sekundäre EMK,
- f) die primäre und sekundäre Windungszahl.

Lösungen:

Zu a): $\Phi_0 = Q_e \cdot \mathfrak{B}_e = 120 \cdot 5000 = 0,6 \cdot 10^6$ Maxwell.

Zu b): Die Verluste betragen 3% im Kupfer und 1% im Eisen, also zusammen 4%, daher ist der Wirkungsgrad $\eta = 1 - 0,04 = 0,96$.

Bei induktionsfreier, sekundärer Belastung ist der primäre Leistungsfaktor $\cos \varphi_1 \approx 1$, daher folgt aus $\eta = \frac{N_2}{N_1}$,

$$N_1 = \frac{N_2}{\eta} = \frac{10000}{0,96} = 10416 \text{ W.}$$

Aus $E_{k1} J_1 = N_1$ folgt $J_1 = \frac{N_1}{E_{k1}}$,

$$J_1 = \frac{10416}{5000} = 2,08 \text{ A,}$$

$$J_2 = \frac{10000}{200} = 50 \text{ A.}$$

Zu c): Der Kupferverlust beträgt 3%, d. i. $\frac{3}{100}$ von N_1 , also

$$N_{cu} = 10416 \cdot \frac{3}{100} = 312,5 \text{ W.}$$

Der Eisenverlust ist $N_e = 10416 \cdot \frac{1}{100} = 104,2 \text{ W}$. Nun ist

$$J_1^2 R_1 = \frac{312,5}{2} \text{ oder } R_1 = \frac{312,5}{2 \cdot 2,08^2} = 36 \Omega,$$

$$J_2^2 R_2 = \frac{312,5}{2}, \quad R_2 = \frac{312,5}{2 \cdot 50^2} = 0,06 \Omega.$$

Zu d): Die Kupferquerschnitte sind

$$q_1 = \frac{J_1}{s} = \frac{2,08}{1} = 2,08 \text{ mm}^2,$$

$$q_2 = \frac{J_2}{s} = \frac{50}{1} = 50 \text{ mm}^2.$$

Zu e): Aus Formel (99) beziehungsweise (99a) folgt

$$E_1 = E_{k1} - J_1 R_1 = 5000 - 2,08 \cdot 36 \approx 4925 \text{ V.}$$

$$E_2 = E_{k2} + J_2 R_2 = 200 + 50 \cdot 0,06 = 203 \text{ V.}$$

Zu f): Die primäre Windungszahl folgt aus Formel (96),

$$w_1 = \frac{E_1 \cdot 10^8}{4,44 \cdot f \cdot \Phi_0} = \frac{4925 \cdot 10^8}{4,44 \cdot 50 \cdot 0,6 \cdot 10^6},$$

$$w_1 = 3720 \text{ Windungen.}$$

Aus $E_1 : E_2 = w_1 : w_2$ folgt

$$w_2 = w_1 \frac{E_2}{E_1} = 3720 \frac{203}{4925} = 152 \text{ Windungen.}$$

280. Ein an ein öffentliches Elektrizitätswerk angeschlossener Transformator von 10 [20] kVA ist 400 [200] Std. im Jahre vollbelastet, 500 [800] Std. läuft er mit halber Belastung, 800 [600] Std. mit $\frac{1}{4}$ Belastung, die übrige Zeit des Jahres hingegen ist er sekundär unbelastet. Sein Wirkungsgrad ist $\eta = 0,94$ [0,97] und die Verluste verteilen sich:

a) 4 [2] $\%$ Eisenverlust, 2 [1] $\%$ Kupferverlust;

b) 2 [1] $\%$ Eisenverlust, 4 [2] $\%$ Kupferverlust.

Wie groß ist in jedem Falle der Jahreswirkungsgrad?

Lösung: Unter Jahreswirkungsgrad versteht man den Quotienten $\eta_j = \frac{\text{Nutzarbeit im Jahre}}{\text{primär eingeleitete Arbeit im Jahre}}$.

Verluste werden stets von der primär eingeleiteten Leistung berechnet. Diese ist bei induktionsfreier Belastung $\frac{10000}{0,94} \approx 10620 \text{ W}$,

daher ist für a) der Eisenverlust $N_e = \frac{10620 \cdot 4}{100} = 424,8 \text{ W}$,

der Kupferverlust $N_{cu} = \frac{10620}{100} \cdot 2 = 212,4 \text{ W}$.

Das Jahr hat $24 \cdot 365 \approx 8700$ Std. Die Nutzarbeit ist

bei voller Belastung $400 \cdot 10000 = 4\,000\,000$ Wh,
 „ halber Last . . $500 \cdot \frac{1}{2} \cdot 10000 = 2\,500\,000$ „
 „ Viertellast . . . $800 \cdot \frac{1}{4} \cdot 10000 = 2\,000\,000$ „
 Nutzarbeit im Jahre = $8\,500\,000$ Wh.

Die primär eingeleitete Arbeit ist: Nutzarbeit + Verluste.

Eisenverluste $8700 \cdot 424,8 = 3\,700\,000$ Wh.

Die Kupferverluste sind nur vorhanden bei sekundärer Belastung und wachsen mit $J_1^2 R_k$, d. h. mit dem Quadrat des Stromes; da der Strom angenähert proportional der induktionsfreien Belastung wächst, so ist der Stromwärmeverlust im Jahre

$$400 \cdot 212,4 + 500 \cdot \frac{1}{4} \cdot 212,4 + 800 \cdot \frac{1}{16} \cdot 212,4 = 124\,000 \text{ Wh,}$$

$$\text{mithin } \eta_j = \frac{8\,500\,000}{8\,500\,000 + 3\,700\,000 + 124\,000} = 0,69.$$

Lösung für b): Die Verluste sind

$$N_e = \frac{10\,620 \cdot 2}{100} = 212,4 \text{ W,}$$

$$N_{cu} = \frac{10\,620 \cdot 4}{100} = 424,8 \text{ „}$$

daher

$$j = \frac{8\,500\,000}{8\,500\,000 + 8700 \cdot 212,4 + \left(400 \cdot 424,8 + 500 \cdot \frac{1}{4} \cdot 424,8 + 800 \cdot \frac{1}{16} \cdot 424,8\right)} = 0,8.$$

Bemerkung: Aus dieser Aufgabe erkennt man, daß bei einem Transformator, der das ganze Jahr primär angeschlossen ist, die Eisenverluste klein sein müssen, um einen hohen Jahreswirkungsgrad zu erzielen.

281. Wie groß ist der Verlust durch Stromwärme in 1 kg Kupferdraht [Aluminiumdraht], wenn die Stromdichte 0,8 [1,5] (3) A beträgt?

Lösung: Der Stromwärmeverlust ist $N_{cu} = J^2 R_e$, wenn J die durch den Draht fließende Stromstärke und R_e den Echtwiderstand von 1 kg Kupferdraht bedeutet. Ist s die Stromdichte, q der Drahtquerschnitt in Quadratmillimetern, so ist

$$J = qs \quad \text{und} \quad R_e = \frac{\rho l}{q},$$

$$\text{also} \quad N_{cu} = (qs)^2 \frac{\rho l}{q} = \rho q l s^2.$$

Da $1 \text{ kg} \equiv 1000 \text{ Gramm} = \gamma q l$ ist, ist $q l = \frac{1000}{8,9}$ ($\gamma = 8,9$ spez. Gewicht des Kupfers) [$\gamma = 2,64$],

$$\text{also } N_{cu} = \rho \frac{1000}{8,9} s^2 = \frac{0,02 \cdot 1000}{8,9} s^2 = 2,25 s^2 = k_1 s^2. \quad (101)$$

Da jedoch in dickeren, vom Wechselstrom durchflossenen Drahnten Wirbelströme auftreten, die den Verlust etwas vergrößern, so werde $k_1 = 2,6$ gesetzt, was einem Werte von $\rho = 0,023$ entspricht. Es ist also $N_{cu} = 2,6 \cdot 0,8^2 = 1,62 \text{ W}$.

282. Ein Kerntransformator besitzt die in Abb. 147 dargestellten Abmessungen. Auf jeden Kern sind primär 1248

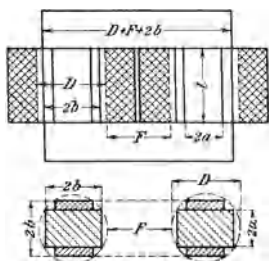


Abb. 147.

[720] (704) Windungen von $1,13$ [9,1] ($1,68$) mm^2 Querschnitt und sekundär 64 [80] (52) Windungen von $19,7$ [72,8] (198) mm^2 Querschnitt gewickelt. Wie groß ist der Füllfaktor f_k , wenn derselbe definiert ist durch die Gleichung:

$$f_k = \frac{W_1 q_1 + W_2 q_2}{F l}, \quad (102)$$

und $F = 13,5$ [9] (13) cm, $l = 22$ [58,4] (45) cm ist.

Lösung: Da q_1 und q_2 in Quadratmillimetern angegeben sind, sind auch l und F in Millimetern einzusetzen, $W_1 = 2 \cdot 1248$ und $W_2 = 2 \cdot 64$:

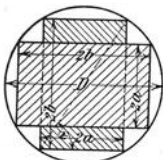


Abb. 148.

$$f_k = \frac{2 \cdot 1248 \cdot 1,13 + 2 \cdot 64 \cdot 19,7}{135 \cdot 220} = 0,179.$$

283. Als Querschnitt des Eisens wählt man gern den in Abb. 148 gezeichneten. Es soll nun bei gegebenem Durchmesser D des umschriebenen Kreises der Flächeninhalt ein Maximum werden. Wie groß sind hiernach die Seiten, ausgedrückt durch den Durchmesser?

Lösung: Ist F der gesuchte Inhalt, so ist

$$F = 8 a b - 4 a^2.$$

Es ist aber $2 a = D \cos \alpha$, $2 b = D \sin \alpha$, also

$$F = 2 D^2 \cos \alpha \sin \alpha - D^2 \cos^2 \alpha = \text{Max.},$$

oder

$$F = D^2 \sin 2 \alpha - D^2 \cos^2 \alpha = \text{Max.},$$

$$\frac{dF}{d\alpha} = 0 = 2 \cos 2\alpha + 2 \cos \alpha \sin \alpha$$

$$2 \cos 2\alpha + \sin 2\alpha = 0$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = -2$$

$$2\alpha = 180 - 63^\circ 30' = 116^\circ 30'$$

$$\alpha = 58^\circ 15'$$

$$a = 0,263 D, \quad b = 0,425 D$$

$$F = 8 \cdot 0,263 D \cdot 0,425 D - 4 \cdot 0,263^2 D^2 = 0,616 D^2.$$

Wenn der Kern aus einzelnen Blechen aufgebaut wird, so ist der Eisenquerschnitt $Q_e = 0,9 F$.

284. Wie groß ist der Eisenfüllfaktor f_e wenn derselbe definiert ist durch die Gleichung

$$f_e = \frac{Q_e}{\frac{\pi D^2}{4}} \quad (103)$$

Lösung: Setzt man $Q_e = 0,9 \cdot 0,616 D^2$, so wird

$$f_e = \frac{0,9 \cdot 0,616 D^2 \cdot 4}{\pi D^2} = 0,71.$$

285. Bestimme den Eisenquerschnitt und Eisenfüllfaktor für $D = 10$ [12] (14) cm, wenn der Querschnitt zwei Spalte von je 0,5 cm Weite erhält (Abb. 149).

Lösung: Bezeichnet c die Weite beider Spalte, so ist

$$F = 2a \cdot 2b + 2a(2b - c) - 4a^2,$$

oder

$$Q_e = 0,9 F;$$

$$Q_e = 0,9 [4ab + 4ab - 2ac - 4a^2] = 0,9 \cdot [(8ab - 4a^2) - 2ac],$$

oder wenn man für a und b die in Aufgabe 283 gefundenen Werte setzt:

$$Q_e = 0,9 (0,616 D^2 - 2c \cdot 0,263 D).$$

Für $D = 10$ cm und $c = 1$ cm ist $Q_e = 0,9 (61,6 - 5,26) = 50,6 \text{ cm}^2$.

$$f_e = \frac{50,6}{10^2 \frac{\pi}{4}} = 0,645.$$

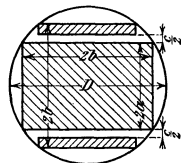


Abb. 149.

§ 35. Die mehrphasigen Wechselströme.

A. Zweiphasige Ströme.

Zweiphasige Ströme sind zwei einphasige, deren EMK um $\frac{1}{4}$ einer Periode (90°) gegeneinander verschoben sind. Die Vektoren der beiden EMK stehen also senkrecht aufeinander.

Zur Fortleitung sind 4 Leitungen erforderlich, für jede Phase eine Hin- und Rückleitung. Werden die beiden Phasen in voneinander unabhängigen Wicklungen $a_1 e_1, a_2 e_2$ erzeugt, so kann man die beiden Rück-

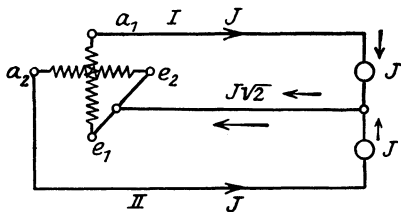


Abb. 150.

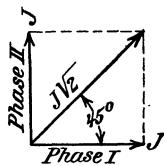


Abb. 151.

leitungen zu einer vereinigen, in der dann die Summe der beiden Ströme fließt (Abb. 150). Ist J der effektive Strom in einer Phase (Gleichheit der Belastung in beiden vorausgesetzt), so ist $J\sqrt{2}$ der Strom in der gemeinsamen Rückleitung (Abb. 151).

Die Leistung der beiden Phasen ist

$$N = 2 E J \cos \varphi. \quad (104)$$

Spannungsverlust.

Ist R_3 der Echtwiderstand einer Leitung, J der in derselben fließende Strom, so ist der Spannungsverlust in dieser Leitung $J R_3$ und, bei Verwendung von 4 Leitungen, der Spannungsverlust in Hin- und Rückleitung $2 J R_3$.

Werden nur 3 Leitungen benutzt, und ist δ_1 der Spannungsverlust in einer Außenleitung, δ_2 der Spannungsverlust in der gemeinsamen Leitung, so ist der Spannungsverlust in beiden Leitungen $\delta_1 + \delta_2$ (arithmetisch addiert die momentanen Werte und geometrisch die effektiven Werte). Da der Spannungsverlust immer mit der Richtung des Stromes im Vektordiagramm zusammenfällt, so bilden δ_1 und δ_2 einen Winkel von 45° miteinander und die Resultierende δ folgt aus der Gleichung (Abb. 152):

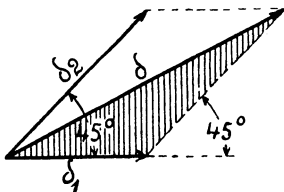


Abb. 152.

$$\delta = \sqrt{\delta_1^2 + \delta_2^2 + 2 \delta_1 \delta_2 \cos 45^\circ},$$

$$\delta = \sqrt{\delta_1^2 + \delta_2^2 + \delta_1 \delta_2 \cdot \sqrt{2}}.$$

Soll $\delta_2 = \delta_1$, d. h. der Spannungsverlust in der gemeinsamen Leitung, gleich dem Spannungsverlust in der Einzelleitung sein, so muß auch

$$J\sqrt{2} R_2 = J R_1$$

sein, woraus $R_2 = \frac{R_1}{\sqrt{2}}$
 folgt. Da nun $R_2 = \frac{e l}{q_2}$ und $R_1 = \frac{e l}{q_1}$ ist, gilt auch $\frac{e l}{q_2} = \frac{e l}{\sqrt{2} q_1}$, oder
 $q_2 = q_1 \sqrt{2}$.

In diesem Falle wird

$$\delta = \sqrt{2 \delta_1^2 + \delta_1^2 \sqrt{2}} = \delta_1 \sqrt{2 + \sqrt{2}} = 1,845 \delta_1$$

$$\delta = J R_{\Omega} \cdot 1,845 \text{ Volt,} \tag{105}$$

wo R_{Ω} den Widerstand einer Außenleitung bezeichnet.

B. Dreiphasige Ströme.

Dreiphasige Ströme (auch Drehströme genannt) sind drei einphasige Ströme, deren EMK um je $\frac{1}{3}$ (120°) einer Periode gegeneinander verschoben sind. Die Vektoren der EMK bilden den Winkel von 120° miteinander.

Für die momentanen Werte gelten die Gleichungen:

$$e_1 = E_{\max} \sin \alpha.$$

$$e_2 = E_{\max} \sin (\alpha + 120^\circ) = E_{\max} \left(\frac{1}{2} \sqrt{3} \cos \alpha - \frac{1}{2} \sin \alpha \right),$$

$$e_3 = E_{\max} \sin (\alpha + 240^\circ) = E_{\max} \left(-\frac{1}{2} \sqrt{3} \cos \alpha - \frac{1}{2} \sin \alpha \right).$$

Die Addition ergibt: $e_1 + e_2 + e_3 = 0$.

Dasselbe Gesetz gilt auch, bei gleicher Belastung der drei Phasen, für die Ströme, also ist

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0.$$

Sternschaltung.

Sind die drei Phasen in der durch Abb. 153 dargestellten Weise verbunden, so nennt man diese Schaltung die Sternschaltung oder offene Verkettung.

Ist E_p die Phasenspannung, d. h. die gemessene Spannung zwischen Anfang a_1 und Ende e_1 einer Phase, E_k die Spannung zwischen zwei Leitungen, so gilt die Gleichung

$$E_k = E_p \sqrt{3} \tag{106}$$

Die Leistung ist

$$\left. \begin{aligned} N &= 3 E_p J \cos \varphi \\ \text{oder } N &= \sqrt{3} \cdot E_k J \cos \varphi \end{aligned} \right\} \tag{107}$$

Gleichheit in allen drei Phasen wird vorausgesetzt.

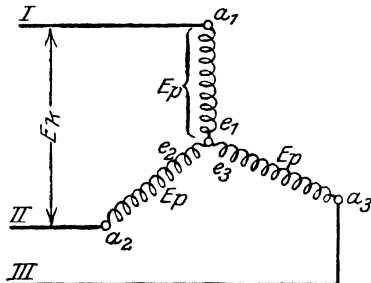


Abb. 153.

¹⁾ E_k ist der Spannungsunterschied zwischen a_1 und a_2 . Aus der Abb. 153 ist ersichtlich, daß die Spannung zwischen $a_2 e_2$ von der Spannung zwischen $a_1 e_1$ subtrahiert werden muß. Die geometrische Subtraktion ist in Abb. 154 dargestellt. Die Rechnung ergibt Formel (106).

Dreieckschaltung.

Sind die drei Phasen in der durch Abb. 155 dargestellten Weise verbunden, so nennt man diese Schaltung Dreieckschaltung oder geschlossene Verkettung.

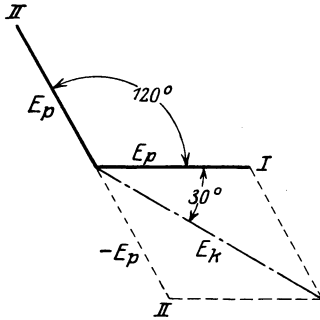


Abb. 154.

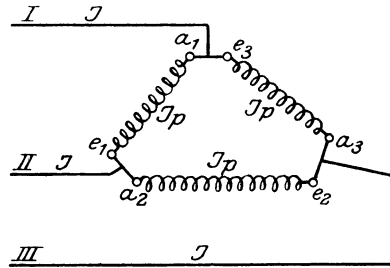


Abb. 155.

Bei der Dreieckschaltung sind Phasenspannung und Leitungsspannung identisch, also ist

$$E_p = E_k;$$

für die Ströme gilt jedoch die Gleichung

$$J_p = \frac{J}{\sqrt{3}}. \quad (108)$$

Die Leistung ist

$$N = 3 E_k J_p \cos \varphi$$

oder

$$N = \sqrt{3} E_k J \cos \varphi \quad \text{wie in (107).}$$

Spannungsverlust.

Ist $J R_Q$ der Spannungsverlust in einer Leitung (R_Q = Widerstand dieser Leitung), so ist der Spannungsverlust in zwei Leitungen:

$$\delta = J R_Q \sqrt{3}. \quad (109)$$

Beziehung zwischen Gleich- und Drehstrom-Spannung.

Wird der Drehstrom einer mit drei Schleifringen versehenen Gleichstrommaschine entnommen, so besitzt der Anker Dreieckschaltung. Ist E die EMK des Gleichstromes, so ist die zwischen zwei Schleifringen gemessene Drehstromspannung bei stromlosem Anker und sinusförmigem Verlauf der EMK

$$E_k = \frac{E \sqrt{3}}{2 \sqrt{2}} = 0,613 E. \quad (110)$$

Ist kein sinusförmiger Verlauf anzunehmen, so hängt das Verhältnis $\frac{E_k}{E} = f_g$ von dem Verhältnis $g = \frac{c_p}{t_p}$ ab, wie dies die Tabelle 11 angibt.

Tabelle 11.

$g =$	0,5	0,6	0,66	0,7	0,8
$f_g =$	0,7	0,66	0,64	0,62	0,59

Stromstärke im Draht.

Fließt in einer Leitung der Strom J , im Ankerdraht der Strom i_a , so ist bei Schleifenwicklung

$$i_a = \frac{J}{p \sqrt{3}} \tag{111}$$

und bei Reihenschaltung (Wellenwicklung)

$$i_a = \frac{J}{\sqrt{3}}. \tag{111a}$$

286. Ein zweiphasiger Wechselstrom wird durch drei Leitungen fortgeleitet (Abb. 156). Die beiden Außenleiter haben je 1Ω Widerstand, der gemeinsame Mittelleiter $0,8 \Omega$. In dem Außenleiter I fließt ein Strom von $10 [12] (8) \text{ A}$, in dem andern (III) ein Strom von $5 [7] (6) \text{ A}$. Gesucht wird:

- a) der Strom in der gemeinsamen Leitung II,
- b) die Spannungsverluste in den einzelnen Leitungen,
- c) der Spannungsverlust in je einer Phase.

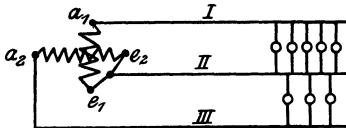


Abb. 156.

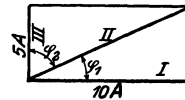


Abb. 157.

Lösungen:

Zu a): In der gemeinsamen Leitung II fließt die geometrische Summe der Ströme aus Leitung I und III. Da diese Ströme zweiphasige sind, so stehen die Vektoren senkrecht aufeinander, also ist (Abb. 157):

$$J = \sqrt{10^2 + 5^2} = 11,2 \text{ A.}$$

Zu b): Der Spannungsverlust in Leitung I ist $\delta_1 = 10 \cdot 1 = 10 \text{ V}$, in der Leitung II $\delta_2 = 11,2 \cdot 0,8 = 8,96 \text{ V}$ und in der Leitung III $\delta_3 = 5 \cdot 1 = 5 \text{ V}$.

Zu c): Der Spannungsverlust in der ersten Phase ist die geometrische Summe aus δ_1 und δ_2 , wobei zu bemerken ist, daß der Spannungsverlust stets mit seinem Stromvektor zusammenfällt, d. h. δ_1 liegt in der Richtung des Stromes der Leitung I, δ_2 liegt in der Richtung des Stromes der Leitung II,

und beide bilden, wie Abb. 157 zeigt, den $\sphericalangle \varphi_1$ miteinander. Die Abb. 158 zeigt die Konstruktion, aus welcher (s. $\triangle OAC$) folgt:

$$\delta_{I\text{II}} = \sqrt{\delta_1^2 + \delta_2^2 + 2\delta_1\delta_2 \cos \varphi_1}$$

$$\delta_{I\text{II}} = \sqrt{10^2 + 8,96^2 + 2 \cdot 10 \cdot 8,96 \cdot \frac{10}{11,2}} = 18,5 \text{ V.}$$

In gleicher Weise ist (Abb. 159)

$$\delta_{I\text{III}} = \sqrt{5^2 + 8,96^2 + 2 \cdot 5 \cdot 8,96 \cdot \frac{5}{11,2}} = 12,01 \text{ V,}$$

wo $\cos \varphi_1$ und $\cos \varphi_2$ sich aus Abb. 157 ergeben.

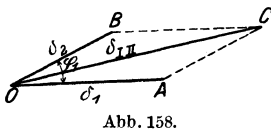


Abb. 158.

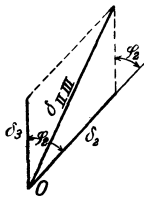


Abb. 159.

287. Die beiden induktionsfreien Widerstände $R_1 = 10$ [15] (22) Ω und $R_2 = 15$ [10] (11) Ω sind, wie Abb. 160 zeigt, mit den drei Klemmen ABC eines Drehstromgenerators verbunden, der in

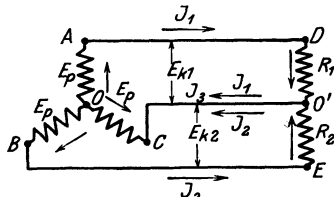


Abb. 160.

jeder Phase eine Spannung von 80 [127] (110) V erzeugt. Gesucht wird:

- der Strom in der Leitung \overline{AD} und Leitung \overline{BE} ,
- der Strom in der Leitung $\overline{CO'}$.

Lösungen:

Zu a): Der Strom im Widerstand R_1 ist

$$J_1 = \frac{\text{Spannung zwischen } D \text{ und } O'}{R_1},$$

der Strom im Widerstande R_2 ist

$$J_2 = \frac{\text{Spannung zwischen } E \text{ und } O'}{R_2}.$$

Sehen wir vom Spannungsverlust in den Zuleitungen ab, so ist der Spannungsunterschied zwischen D und O' die Dif-

ferenz der beiden Spannungen \overline{AO} und \overline{CO} , ebenso die Spannung zwischen E und O' die Differenz der Spannungen \overline{BO} und \overline{CO} , welche beiden Differenzen in Abb. 161 dargestellt sind. Aus der Abbildung geht hervor, daß die Spannung

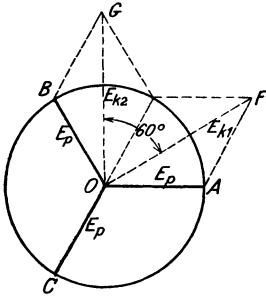


Abb. 161.

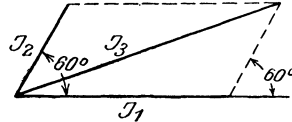


Abb. 162.

$$\overline{DO'} = 80\sqrt{3} = 138 \text{ V} = \overline{OF}$$

und die Spannung

$$\overline{EO'} = 80\sqrt{3} = 138 \text{ V} = \overline{OG}$$

ist, und daß $\sphericalangle GOF = 60^\circ$ ist. Es ist also

$$J_1 = \frac{138}{10} = 13,8 \text{ A,}$$

$$J_2 = \frac{138}{15} = 9,2 \text{ A.}$$

Zu b): Die Abb. 160 zeigt, daß in der Leitung $\overline{CO'}$ die geometrische Summe aus J_1 und J_2 fließt, wobei die Ströme denselben Winkel einschließen wie die Spannungen \overline{OF} und \overline{OG} , also 60° . In Abb. 162 ist die Diagonale der gesuchte Summenstrom

$$J_3 = \sqrt{13,8^2 + 9,2^2 + 2 \cdot 9,2 \cdot 13,8 \cdot \frac{1}{2}} = 20 \text{ A.}$$

288. Eine Drehstrommaschine erzeugt 120 [220] (190) V zwischen je zwei Leitungen und soll 150 [180] (110) Glühlampen à 50 W speisen. Gesucht wird:

- a) die Stromstärke in den Zuleitungen,
- b) die Stromstärke in den Lampen, wenn dieselben in Dreieckschaltung verbunden sind (Abb. 163),
- c) die Spannung der Lampen bei Sternschaltung (Abb. 164).

Lösungen:

Zu a): Die erforderliche Leistung der Drehstrommaschine ist $N = 150 \cdot 50 = 7500 \text{ W}$,

also

$$\sqrt{3} E_k J = 7500,$$

woraus

$$J = \frac{7500}{\sqrt{3} \cdot 120} = 36 \text{ A}$$

folgt.

Zu b): Die Stromstärke in jedem Lampenzweig ist:

$$J_p = \frac{J}{\sqrt{3}} = \frac{36}{\sqrt{3}} = 20,8 \text{ A.}$$

Zu c): Die Spannung der Lampen ist

$$E_p = \frac{E_k}{\sqrt{3}} = \frac{120}{\sqrt{3}} = 69,4 \text{ V.}$$

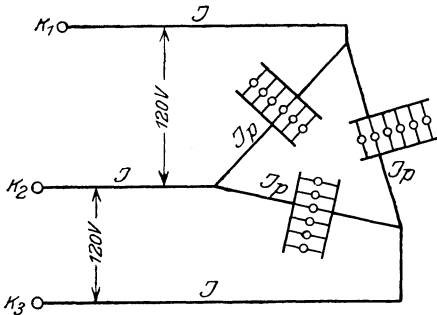


Abb. 163.

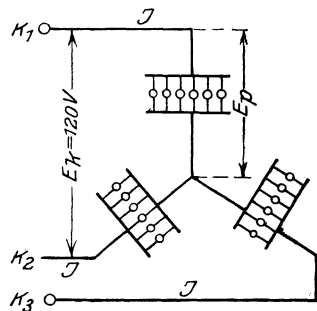


Abb. 164.

289. Ein Drehstrommotor soll 40 [25] (10) PS leisten. Derselbe wird an 120 [190] (220) V und 50 Perioden angeschlossen. Welche Stromstärke muß ihm pro Phase zugeführt werden, wenn man den totalen Wirkungsgrad $\eta = 0,92$ [0,9] (0,87) und den Leistungsfaktor $\cos \varphi = 0,9$ setzt?

Lösung:

$$N_m = 40 \cdot 735 = 29400 \text{ W,}$$

$$N_m = \sqrt{3} E_k J \eta \cos \varphi,$$

also

$$J = \frac{29400}{\sqrt{3} \cdot 120 \cdot 0,92 \cdot 0,9} = 171,5 \text{ A.}$$

290. Welche Spannung herrscht an den Enden einer Phase, wenn die Wicklung des Motors der vorigen Aufgabe in Sternschaltung ausgeführt ist?

Lösung:

$$E_p = \frac{E_k}{\sqrt{3}} = \frac{120}{\sqrt{3}} = 69,4 \text{ V.}$$

291. Für welche Stromstärke müssen die Drähte des Motors berechnet werden, wenn Dreieckschaltung gewählt wird?

Lösung:
$$J_p = \frac{J}{\sqrt{3}} = \frac{171,5}{\sqrt{3}} = 99 \text{ A.}$$

292. Der Anker einer mit Sternschaltung versehenen Drehstrommaschine hat pro Phase einen Widerstand von 2 [0,5] (0,08) Ω . Die wirksame EMK beträgt daselbst 2000 [220] (120) V. Wie groß ist

- die Phasenspannung bei 20 [30] (150) A Strom,
- die Spannung zwischen zwei Leitungsklemmen?

Lösungen:

Zu a): Der Spannungsverlust in einer Phase ist $JR = 20 \cdot 2 = 40 \text{ V}$, folglich die Phasenspannung $2000 - 40 = 1960 \text{ V}$.

Zu b): Erste Lösung: Die Spannung zwischen zwei Klemmen a_1 und a_2 (Abb. 165) ist

$$1960 \cdot \sqrt{3} = 3395 \text{ V.}$$

Zweite Lösung: Der Spannungsverlust in einer Phase beträgt 40 V, folglich in beiden $40 \cdot \sqrt{3} = 69,3 \text{ V}$. Die wirksame EMK in beiden Phasen ist

$$2000 \cdot \sqrt{3} = 3464,3 \text{ V,}$$

folglich die gesuchte Klemmenspannung

$$3464,3 - 69,3 = 3395 \text{ V.}$$

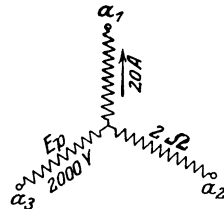


Abb. 165.

293. Eine Drehstrommaschine befindet sich 300 [400] (500) m von dem Beleuchtungsgebiet entfernt. An den Klemmen der Maschine herrscht ein Spannungsunterschied von 200 [300] (400) V, während in jeder der drei 4 [3] (5) mm dicken Leitungen ein Strom von 20 [15] (40) A fließt. Gesucht wird:

- die Leistung der Maschine,
- der Widerstand einer Leitung,
- der Spannungsverlust in zwei Leitungen,
- die Spannung der Lampen bei Dreieckschaltung.

Lösungen:

Zu a): $N = E_k J \cos \varphi \sqrt{3}$, oder da $\cos \varphi = 1$ ist,

$$N = 200 \cdot 20 \cdot \sqrt{3} = 6928 \text{ W.}$$

$$\text{Zu b): } R_g = \frac{\rho l}{q} = \frac{0,018 \cdot 300}{12,56} = 0,43 \, \Omega.$$

$$\text{Zu c): } \delta = JR_g \sqrt{3} = 20 \cdot 0,43 \sqrt{3} = 14,9 \text{ V.}$$

Zu d): Die Lampenspannung ist

$$E_L = 200 - 14,9 = 185,1 \text{ V.}$$

294. Eine Drehstrommaschine befindet sich 100 [200] (500) m weit von dem Beleuchtungsgebiete entfernt, woselbst 120 [240] (180) Lampen à 50 [54] (16) W in Dreieckschaltung geschaltet sind. Die Lampen brauchen zum normalen Brennen 200 [220] (110) V Klemmenspannung. Gesucht wird:

- der Strom in jeder Leitung,
- der Widerstand einer Leitung, wenn der Spannungsverlust 2 % der Lampenspannung betragen darf,
- der Querschnitt einer Leitung.

Lösungen:

Zu a): Die in den Lampen verbrauchte Leistung ist

$$N = 120 \cdot 50 = 6000 \text{ W.}$$

Dieselbe ist bestimmt durch die Formel

$$N = E_k J \sqrt{3},$$

woraus
$$J = \frac{6000}{200 \sqrt{3}} = \frac{30}{\sqrt{3}} = 17,3 \text{ A folgt.}$$

Zu b): Der Spannungsverlust in zwei Leitungen einer Phase ist

$$\delta = 200 \cdot \frac{2}{100} = 4 \text{ V.}$$

Andererseits ist
$$\delta = JR_g \sqrt{3} \quad \text{oder} \quad R_g = \frac{4}{17,3 \sqrt{3}} = \frac{2}{15} \, \Omega.$$

Zu c): Aus $R_g = \frac{\rho l}{q}$ folgt

$$q = \frac{\rho l}{R_g} = \frac{0,018 \cdot 100 \cdot 15}{2} = 13,5 \text{ mm}^2.$$

295. Es sind die Leitungsquerschnitte für die Angaben der vorigen Aufgabe zu berechnen, wenn

- Gleichstrom oder einphasiger Wechselstrom,
- zweiphasiger Wechselstrom mit 4 resp. 3 Leitungen,

- c) Drehstrom mit Dreieckschaltung,
 d) Drehstrom mit Sternschaltung
 gewählt wird.

Lösungen:

Zu a): Bei Gleichstrom bzw. einphasigem Wechselstrom fließt in der Leitung der Strom

$$J = \frac{6000}{200} = 30 \text{ A.}$$

Da $J R_g = 4 \text{ V}$ ist, wird $R_g = \frac{4}{30} \Omega$, wo R_g den Widerstand der ganzen Leitung bezeichnet. Der Querschnitt q wird also

$$q = \frac{0,018 \cdot 200 \cdot 30}{4} = 27 \text{ mm}^2.$$

Die beiden Leitungen zusammen besitzen mithin den Querschnitt $Q = 2 \cdot 27 = 54 \text{ mm}^2$.

Zu b): Bei zweiphasigem Strom werden die Lampen in zwei gleiche Teile geteilt, so daß in jeder Phase nur 3000 W zu leisten sind. Bei Verwendung von 4 Leitungen erhält also jede Leitung den Widerstand, der aus der Gleichung

$$2 J R_g = 4 \text{ V,}$$

$$R_g = \frac{2}{15} \Omega \quad (R_g \text{ Widerstand einer Leitung})$$

folgt. Der Querschnitt dieser Leitung wird

$$q = \frac{0,018 \cdot 100}{2} \cdot 15 = 13,5 \text{ mm}^2.$$

Daher $Q = 4 \cdot 13,5 = 54 \text{ mm}^2$.

Werden hingegen nur 3 Leitungen (Abb. 166) verwendet, so fließt in der gemeinsamen Leitung der Strom $J\sqrt{2} = 15\sqrt{2}$ und ihr Querschnitt muß $q\sqrt{2}$ sein, damit der Spannungsverlust in beiden Leitungen gleich groß ist. Der Spannungsverlust in einer Phase ist dann nach Formel (105)

$$\delta = 1,845 J R_g = 4 \text{ V,}$$

$$R_g = \frac{4}{1,845 \cdot 15} = 0,1445 \Omega,$$

mithin $q = \frac{0,018 \cdot 100}{0,1445} = 12,45 \text{ mm}^2$.

Der Querschnitt der gemeinsamen Leitung ist also

$$q\sqrt{2} = 20,5 \text{ mm}^2,$$

und der Querschnitt aller Leitungen

$$Q = 2 \cdot 12,45 + 20,5 = 45,4 \text{ mm}^2.$$

Zu c): Der Querschnitt q einer Leitung ist in Aufgabe 294 berechnet, nämlich $q = 13,5 \text{ mm}^2$, so daß der gesamte Querschnitt

$$Q = 3 \cdot 13,5 = 40,5 \text{ mm}^2$$

wird.

Zu d): Wenn die Spannung der Lampen 200 V beträgt, so ist die Spannung zwischen zwei Leitungen

$$200\sqrt{3} = 347 \text{ V}.$$

Rechnet man hiervon 2% Spannungsverlust, so ist derselbe

$$\delta = 6,94 \text{ V}.$$

Die Stromstärke in einer Leitung ist

$$J = \frac{6000}{\sqrt{3} \cdot 347} = 10 \text{ A}.$$

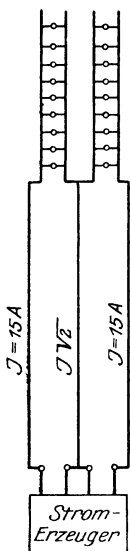


Abb. 166.

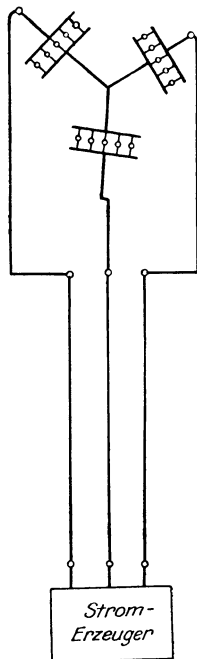


Abb. 167.

Der Widerstand R_g einer Leitung ist also aus $\delta = JR_g\sqrt{3}$

$$R_g = \frac{6,94}{\sqrt{3} \cdot 10} = 0,4 \Omega,$$

mithin

$$q = \frac{0,018 \cdot 100}{0,4} = 4,5 \text{ mm}^2.$$

Der Querschnitt aller Leitungen ist demnach

$$Q = 3 \cdot 4,5 = 13,5 \text{ mm}^2.$$

Bemerkung: Da die Sternschaltung bloß ein gleichzeitiges Brennen aller Lampen zuläßt, so kann man sie nur in wenigen Fällen anwenden. Nimmt man jedoch noch eine vierte Leitung hinzu, welche den Knotenpunkt der Lampen mit dem entsprechenden Punkte der Maschine, oder

des Transformators verbindet, so sind sämtliche Phasen unabhängig voneinander geworden. (Vgl. Abb. 243.)

Da die vierte Leitung nur dann von einem Strome durchflossen wird, wenn eine ungleichmäßige Belastung der Phasen eintritt, so genügt hierfür der halbe Querschnitt einer Außenleitung.

296. Ein Drehstromtransformator (Abb. 168) wird primär an eine Klemmenspannung von 40 [60] (120)V und 60 [50] (50) Perioden angeschlossen. Die sekundäre Spannung soll 65 [220] (380) V betragen. Die Wicklungen sind primär und sekundär in Sternschaltung verbunden. Der Querschnitt eines Kerns beträgt 20 cm^2 . Gesucht wird:

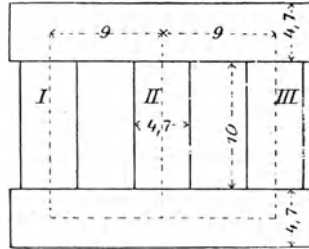


Abb. 168.

a) die Kraftlinienzahl wenn die Kraftliniendichte 5000 [7000] (6500) Gauß ist,

b) der Verlust im Eisen, wenn die Eisenverluste der Abb. 145 entsprechen,

c) der Verlust im Kupfer, wenn bei 500 W sekundärer induktionsfreier Belastung $\eta = 0,9$ sein soll,

d) die primären und sekundären Ströme,

e) die primären und sekundären Echtwiderstände der Wicklungen einer Phase, wenn die Kupferverluste zu gleichen Teilen auf beide Wicklungen verteilt werden,

f) die EMK einer Phase,

g) die Windungszahlen einer Phase.

h) der Kurzschlußwiderstand.

Lösungen:

Zu a): Die Kraftlinienzahl einer Phase (eines Kerns) ist

$$\Phi_0 = \mathfrak{B}_e Q_e = 5000 \cdot 20 = 10^5 \text{ Maxwell.}$$

Zu b): Das Gewicht des Eisens besteht aus dem Gewicht der drei Kerne $3 \cdot 20 \cdot 10 \cdot 7,8$ und dem Gewicht der Joche $2 \cdot 20 \cdot 22,7 \cdot 7,8$.

$$G_e = (3 \cdot 20 \cdot 10 + 2 \cdot 20 \cdot 22,7) 7,8 = 11740 \text{ g} \equiv 11,74 \text{ kg.}$$

Die Abb. 145 ergibt bei 60 Perioden für 1 kg Eisen und $\mathfrak{B}_e = 5000$ einen Verlust von 1,2 W, also ist der Eisenverlust

$$N_e = 1,2 \cdot 11,74 = 14,1 \text{ W.}$$

Zu c): Der Wirkungsgrad ist $\eta = \frac{N_2}{N_2 + N_e + N_{cu}}$,

hieraus folgt

$$N_{cu} = \frac{N_2 - N_2 \eta - N_e \eta}{\eta} = \frac{500 - 500 \cdot 0,9 - 14,1 \cdot 0,9}{0,9} = 41,4 \text{ W.}$$

$$\text{Zu d): } \sqrt{3} \cdot E_{k_1} J_1 = N_1 = \frac{N_2}{\eta} \quad \text{oder} \quad J_1 = \frac{500}{0,9 \cdot \sqrt{3} \cdot 40} = 8 \text{ A.}$$

$$\sqrt{3} \cdot E_{k_2} J_2 = N_2, \quad J_2 = \frac{500}{\sqrt{3} \cdot 65} = 4,45 \text{ A.}$$

$$\text{Zu e): } 3 J_1^2 R_1 = \frac{N_{cu}}{2}, \quad R_1 = \frac{41,4}{3 \cdot 2 \cdot 8^2} = 0,108 \Omega,$$

$$3 J_2^2 R_2 = \frac{N_{cu}}{2}, \quad R_2 = \frac{41,4}{3 \cdot 2 \cdot 4,45^2} = 0,35 \Omega.$$

Zu f): Da die Wicklungen in Sternschaltung verbunden sind, so gilt für die EMK der primären Phase

$$E_{p_1} = \frac{40}{\sqrt{3}} - J_1 R_1 = \frac{40}{\sqrt{3}} - 8 \cdot 0,108 = 22,36 \text{ V,}$$

und der sekundären

$$E_{p_2} = \frac{65}{\sqrt{3}} + J_2 R_2 = \frac{65}{\sqrt{3}} + 4,45 \cdot 0,75 = 39,06 \text{ V.}$$

Zu g): Für jede Phase, d. h. für jeden Kern, gilt die Gleichung

$$E_{p_1} = \frac{4,44 \Phi_0 W_1 f}{10^8},$$

$$\text{woraus } W_1 = \frac{E_{p_1} \cdot 10^8}{4,44 \Phi_0 f} = \frac{22,36 \cdot 10^8}{4,44 \cdot 10^5 \cdot 60} = 84 \text{ Windungen}$$

folgt. (Es werden also primär auf jeden Kern 84 Windungen gelegt.)

$$\text{Aus} \quad E_{p_1} : E_{p_2} = W_1 : W_2$$

folgt

$$W_2 = W_1 \frac{E_{p_2}}{E_{p_1}} = 84 \frac{39,06}{22,36} = 147 \text{ Windungen pro Kern.}$$

Zu h): Der Kurzschlußwiderstand R_k einer Phase ist Gl. (100)

$$R_k = R_1 + R_2 \left(\frac{W_1}{W_2} \right)^2 = 0,108 + 0,35 \left(\frac{84}{147} \right)^2 = 0,222 \Omega.$$

297. Der Transformator der Aufgabe 296 wird primär in Dreieckschaltung verbunden, sekundär bleibt Sternschaltung.

Die primär eingeleitete Leistung wird so einreguliert, daß die primären Windungen von 8 A Strom durchflossen werden. Gesucht:

- die primäre und sekundäre EMK,
- die Kraftlinienzahl, Kraftliniendichte und der Eisenverlust,
- die primär eingeleitete Leistung und der Wirkungsgrad,
- die sekundäre Phasenspannung,
- die sekundäre Stromstärke und der Kupferverlust in zweiter Annäherung.

Lösungen:

Zu a): Die pro Phase erzeugte primäre EMK ist

$$E_{p_1} = E_{k_1} - J_1 R_1,$$

$$E_{p_1} = 40 - 8 \cdot 0,108 = 39,14 \text{ V.}$$

Die sekundäre EMK folgt aus der Proportion

$$E_{p_1} : E_{p_2} = W_1 : W_2,$$

$$E_{p_2} = E_{p_1} \frac{W_2}{W_1} = 39,14 \frac{147}{84} = 68,5 \text{ V.}$$

Zu b): Aus
$$E_{p_1} = \frac{4,44 \Phi_0 W_1 f}{10^8}$$

folgt
$$\Phi_0 = \frac{39,14 \cdot 10^8}{4,44 \cdot 84 \cdot 60} = 1,75 \cdot 10^6 \text{ Maxwell,}$$

$$\mathfrak{B}_e = \frac{\Phi_0}{Q_e} = \frac{1,75 \cdot 10^5}{20} = 8750 \text{ Gauß.}$$

Die Abb. 145 ergibt für $\mathfrak{B}_e = 8750$ $v_e = 3 \text{ W}$, also ist der Eisenverlust (Gewicht 11,74 kg s. Aufg. 296)

$$N_e = 3 \cdot 11,74 = 35,22 \text{ W.}$$

Zu c): $N_1 = \sqrt{3} E_{k_1} J_1$ wo $J_1 = 8\sqrt{3}$ ist,

also
$$N_1 = \sqrt{3} \cdot 40 \cdot 8 \cdot \sqrt{3} = 960 \text{ W.}$$

Der Wirkungsgrad werde zunächst unter der Annahme berechnet, daß die sekundäre Stromstärke dieselbe ist wie in Aufgabe 296, dann ist

$$\eta = \frac{N_2}{N_1} = \frac{N_1 - \text{Verluste}}{N_1} = \frac{960 - 35,22 - 41,4}{960} = \frac{883,4}{960} = 0,92.$$

Zu d): Die sekundäre Spannung an den Enden einer Phase ist

$$E_{k_2} = E_{p_2} - J_2 R_2 = 68,5 - 4,45 \cdot 0,35 = 66,94 \text{ V.}$$

(Die Leitungsspannung $66,94\sqrt{3} = 116 \text{ V.}$)

Zu e): Aus $3 E_{k_2} J_2 = N_2 = 883,4$ folgt $J_2 = \frac{883,4}{3 \cdot 66,94} = 4,4$ A
 und somit $N_{cu} = 3 \cdot 8^2 \cdot 0,108 + 3 \cdot 4,4^2 \cdot 0,35 = 41,1$ W.

298. Ein Drehstromtransformator besitzt primär 2500 [3000] (2000) Windungen pro Phase (pro Kern), durch welche $2 \cdot 10^6$ Kraftlinien bei 50 Perioden hindurchgehen. Gesucht wird:

- die primäre EMK einer Phase,
- die sekundäre Windungszahl bei Sternschaltung, wenn die sekundäre Spannung zwischen zwei Leitern 380 [220] (440) V betragen soll,
- die sekundäre Windungszahl pro Phase, wenn die sogenannte Zickzack-Schaltung angewendet wird.

Lösungen:

$$\text{Zu a) } E_{p_1} = \frac{4,44 \Phi_0 W_1 f}{10^8} = \frac{4,44 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 2500 \cdot 50}{10^8} = 11100 \text{ V.}$$

Zu b) Bei 380 V zwischen zwei Außenleitern beträgt die Phasenspannung $\frac{380}{\sqrt{3}} = 220$ V, also gilt $E_{p_1} : E_{p_2} = W_1 : W_2$, woraus $W_2 = W_1 \frac{E_{p_2}}{E_{p_1}} = 2500 \frac{220}{11100} \approx 50$ Windungen pro Kern.

Zu c) Um bei primärer Sternschaltung, aber bei ungleicher Belastung der drei Phasen einen guten Spannungsausgleich zu erhalten, wendet man sekundär die sogenannte Zickzack-Schaltung an, die darin besteht, daß man die W_2 -Windungen einer Phase zu gleichen Teilen auf zwei verschiedene Kerne verteilt (Abb. 169). Ist x die EMK, die in den

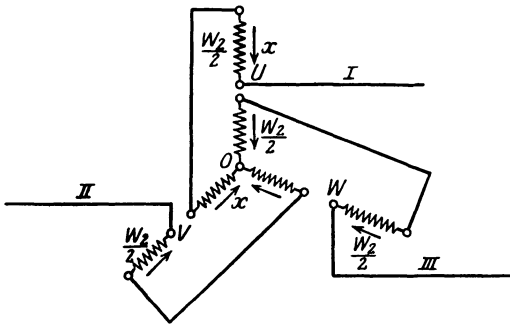


Abb. 169.

$\frac{W_2}{2}$ -Windungen eines Kerns erzeugt wird, so ist $x\sqrt{3}$ die EMK einer Phase (z. B. zwischen U und O), da sich ja die EMK zweier Kerne geometrisch subtrahieren und zwar als Drehströme unter

Winkeln von 120° (vgl. Abb. 154). Es ist also $x\sqrt{3} = 220$ V oder $x = 127$ V. Für eine Phase gilt die Proportion:

$$11100 : 127 = 2500 : \frac{W_2}{2} \quad \text{oder} \quad \frac{W_2}{2} = \frac{2500 \cdot 127}{11100} = 28,6 \text{ Windungen,}$$

oder auf jeden Kern kommen in zwei Abteilungen gewickelt
 $W_2 = 2 \cdot 28,6 = 57,2$ Windungen.

§ 36. Berechnung der Transformatoren.

Transformatoren müssen so berechnet werden, daß 1. ihr Wirkungsgrad ein hoher ist, 2. die Verluste, die sich in Wärme umsetzen zu der ausstrahlenden, also abkühlenden Oberfläche in einem bestimmten Verhältnisse stehen und 3. der Materialverbrauch ein Minimum ist.

Wir nehmen einen Koeffizienten

$$\beta = \frac{G_e}{G_{cu}} = \frac{\text{Gewicht des Eisens}}{\text{Gewicht des Kupfers}} \quad (112)$$

willkürlich an. Der billigste Transformator ist der, bei dem der Preis des Eisens etwa gleich dem Preise des Kupfers ist. Ist M_e der Preis von 1 kg bearbeiteten Eisens, M_{cu} der Preis von 1 kg Kupfer (Aluminium), so ist der gesamte Eisenpreis $P_e = G_e M_e$ und der gesamte Kupferpreis $P_{cu} = G_{cu} M_{cu}$. Bei Gleichheit der Preise wird $M_e G_e = M_{cu} G_{cu}$ oder

$$\frac{G_e}{G_{cu}} = \beta = \frac{M_{cu}}{M_e} = \frac{\text{Preis v. 1 kg Kupfer}}{\text{Preis v. 1 kg Eisen}}.$$

Bezeichnet

N_e den Verlust im Eisen (Hysteresis + Wirbelströme)

N_{cu} den Verlust im Kupfer (Aluminium) durch Stromwärme,

v_e und v_k die entsprechenden Größen pro kg,

so setze man

$$\alpha = \frac{N_e}{N_{cu}} = \frac{v_e G_e}{v_k G_{cu}} = \frac{v_e}{v_k} \beta. \quad (113)$$

Für $\alpha = 1$ wird der Wirkungsgrad ein Maximum; doch wählt man für Transformatoren, die primär ununterbrochen angeschlossen sind, α kleiner Eins, wodurch der Jahreswirkungsgrad wächst (s. Aufg. 280).

Aus der sekundär abgegebenen Leistung N_2 läßt sich die Gleichung

$$\left. \begin{aligned} D^2 Fl &= \frac{0,575 \cdot 10^6 N_2}{f \mathfrak{B}_e s f_e f_k} = R \text{ einphasiger Wechselstrom}^1), \\ D^2 Fl &= \frac{0,385 \cdot 10^6 N_2}{f \mathfrak{B}_e s f_e f_k} = R \text{ Drehstrom} \end{aligned} \right\} \quad (114)$$

herleiten. (Bedeutung von f_k siehe Formel (102), von f_e Formel (103).

$$^1) \quad N_2 = E_2 J_2 = \frac{4,44 \Phi_0 W_2 f}{10^8} J_2 = \frac{4,44 f W_2 J_2}{10^8} Q_e \mathfrak{B}_e.$$

Nach der Formel (102) ist $f_k = \frac{W_1 q_1 + W_2 q_2}{100 Fl}$, wo F und l in cm ein-

Man nimmt bei 50 Perioden \mathfrak{B}_e zwischen 5000 und 7000 bei gewöhnlichen Blechen und $\mathfrak{B}_e = 10000$ und mehr bei legierten Blechen an, d. h. etwa so, daß $v_e = 1,25$ bis 2 W ist.

Die Verluste im Eisen entnimmt man am einfachsten einer Verlustkurve, wie eine solche in Abb. 145 dargestellt ist, oder wie sie aus der Verlustziffer (vgl. Aufgabe 277) berechnet werden kann.

Durch die Annahme der Werte von α und β und des Wertes v_e (oder \mathfrak{B}_e) ist auch die Stromdichte s festgelegt. Denn nach Formel (101) ist

$$v_k = k_1 s^2, \quad \text{also} \quad s = \sqrt{\frac{v_k}{k_1}}, \quad \text{oder, da nach (113)} \quad v_k = v_e \frac{\beta}{\alpha} \quad \text{ist,}$$

$$s = \sqrt{\frac{v_e \beta}{k_1 \alpha}}. \quad (115)$$

Nach Abb. 170 ist das Eisengewicht des Einphasentransformators

$$G_e = [2 Q_e l + 2 Q_e (F + 1,85 D)] \frac{7,8}{1000} \text{ kg}$$

oder
$$G_e = 2 Q_e (l + F + 1,85 D) \frac{7,8}{1000}.$$

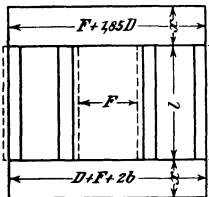


Abb. 170.

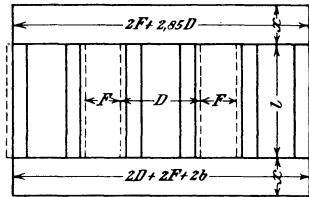


Abb. 171.

Aus Formel (103) folgt $Q_e = \frac{\pi D^2}{4} f_e,$

also
$$\left. \begin{aligned} G_e &= 0,012 f_e D^2 (l + F + 1,85 D) && \text{Einphasentransformator.} \\ G_e &= 0,006 f_e D^2 (3l + 4F + 5,7 D) && \text{Drehstromtransformator.} \end{aligned} \right\} (116)$$

zusetzen sind. Berücksichtigt man die, bei voller Belastung, angenähert richtige Gl. $J_1 W_1 = J_2 W_2$ und setzt $J_1 = q_1 s,$ $J_2 = q_2 s,$ so wird

$$f_k = \frac{2 q_2 s W_2}{100 F l s} = \frac{2 J_2 W_2}{100 F l s} \quad \text{oder} \quad J_2 W_2 = \frac{100 F l s f_k}{2},$$

mithin
$$N_2 = \frac{4,44 f}{10^8} \frac{100 F l s f_k}{2} Q_e \mathfrak{B}_e.$$

Nach der Definition des Eisenfüllfaktors f_e [Formel (103)] ist

$$Q_e = f_e \frac{\pi D^2}{4}, \quad \text{also} \quad N_2 = \frac{4,44 f \pi F}{10^6 \cdot 2 \cdot 4} l s f_k f_e \mathfrak{B}_e D^2,$$

woraus die obige Gl. (114).

Das Kupfergewicht des Einphasentransformators besteht aus zwei Hohlzylindern vom äußeren Durchmesser $D + F$ und dem inneren D und der Länge l , aber multipliziert mit dem Füllfaktor f_k , Formel (102)

$$G_{cu} = 2l \left[\frac{\pi}{4} (D + F)^2 - \frac{\pi}{4} D^2 \right] \frac{8,9}{1000} f_k,$$

$$\text{oder } \left. \begin{aligned} G_{cu} &= 0,014 f_k F l (2D + F) && \text{Einphasentransformator.} \\ G_{cu} &= 0,021 f_k F l (2D + F) && \text{Drehstromtransformator.} \end{aligned} \right\} \quad (117)$$

Dividiert man die Gl. (116) und (117) durch einander, so erhält man

$$\left. \begin{aligned} \frac{D^2 (l + F + 1,85 D)}{F l (2D + F)} = S &= 1,165 \frac{f_k}{f_e} \beta \\ \text{Für Drehstrom ist} \quad S &= 3,5 \frac{f_k}{f_e} \beta \end{aligned} \right\} \quad (118)$$

Berechnet man aus Gl. (114) den Wert $F = \frac{R}{D^2 l}$ und setzt diesen in (118) ein, so ergibt die Auflösung der erhaltenen Gleichung nach l den Wert:

$$\left. \begin{aligned} l &= D \left[\frac{RS}{D^4} - 0,925 + \sqrt{\left(\frac{RS}{D^4} - 0,925 \right)^2 + \frac{RS}{D^4} \frac{1}{S} \left(\frac{RS}{D^4} - 1 \right)} \right] && \text{Einphas.-} \\ l &= \frac{D}{3} \left[\frac{RS}{D^4} - 2,85 + \sqrt{\left(\frac{RS}{D^4} - 2,85 \right)^2 + 3 \frac{RS}{D^4} \frac{1}{S} \left(\frac{RS}{D^4} - 4 \right)} \right] && \text{Drehstr.-} \end{aligned} \right\} \text{Transf. (119)}$$

Aus Gl. (119) läßt sich l berechnen, da für den leichtesten Transformator $\frac{RS}{D^4} = k$ eine bekannte Größe ist¹⁾. Der Durchmesser D ist dann

$$D = \sqrt[4]{\frac{RS}{k}}. \quad (120)$$

Die Gl. (114) gestattet jetzt F zu berechnen. Die Gl. (116) gibt das Eisengewicht, während das Kupfergewicht anstatt aus (117) bequemer aus $G_{cu} = \frac{G_e}{\beta}$ berechnet wird.

Die Verluste sind nun $N_e = v_e G_e$ und $N_{cu} = v_k G_{cu}$, der Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{N_3}{N_2 + N_e + N_{cu}}.$$

Die Oberfläche des Transformators besteht aus den zylindrischen Oberflächen der Spulen und den Endflächen derselben; außerdem kann die ganze Eisenoberfläche als Kühlfläche angesehen werden. Wir schreiben angenähert:

¹⁾ Nach ETZ 1918, S. 210, ist k abhängig von S , und zwar ist für einphasige Transformatoren

$S = 0,6$	$0,8$	1	$1,2$	$1,4$	$1,6$	2
$k = 2,14$	$2,04$	$1,95$	$1,88$	$1,8$	$1,76$	$1,72$

Für Drehstromtransformatoren gelten für S und k die dreifachen Werte.

$$\left. \begin{aligned} O &= 2\pi l(D+F) + \pi F(2D+F) + 2U(l+F+1,85D) \\ &\quad \text{Einphasentransformator,} \\ O &= 3\pi l(D+F) + \frac{3\pi}{2} F(2D+F) + U(3l+4F+5,7D) \\ &\quad \text{Drehstromtransformator,} \end{aligned} \right\} \quad (121)$$

unter U den Umfang des Eisenquerschnittes, einschließlich der Luftspalte, verstanden.

Die spezifische Kühlfläche ist,

$$O' = \frac{O}{N_e + N_{cu}} \quad (122)$$

und die Tabelle 12 gibt die Temperaturerhöhung.

Tabelle 12. Temperaturzunahme eines Transformators.

Anzahl der cm ² pro Watt Leistungsverlust O'	Temperaturzunahme für einen Transformator	
	in einem Ölkasten	in einem geschlossenen Kasten ohne Öl
15	62 Grad	89 Grad
20	55 "	76 "
25	49 "	67 "
30	45 "	61 "
35	42 "	55 "
40	38 "	52 "
45	35 "	48 "
50	33 "	44 "
55	31 "	41 "
60	28 "	38 "

Für einen in einem perforierten Gehäuse eingeschlossenen Transformator gelten die Zahlen der ersten Reihe.

299. Es soll ein einphasiger Transformator für 40 kVA bei 50 Perioden berechnet werden. Derselbe wird primär an 5000 V angeschlossen und muß sekundär 100 V bei voller Belastung geben.

Lösung: Wir wählen als Type einen Kerntransformator, dessen Kernquerschnitt die in Abb. 172 dargestellte Gestalt mit

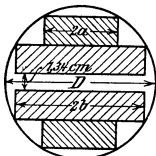


Abb. 172.

Sein Eisen-Füllfaktor ist $f_e = 0,64$ (vgl. Aufgabe 285). Die Joche erhalten einen rechteckigen Querschnitt mit einem Luftspalt von 1 cm Weite. Damit wir mit Luftkühlung auskommen, nehmen wir, unter Voraussetzung halblegierter Bleche von 0,5 mm Dicke, $\mathfrak{B}_e = 6000$ und $s = 0,8215$ A an. Der Verlust pro Kilogramm Eisenblech ist dann nach Abb. (145) $v_e = 1,195$ W

und $v_k = 2,6 \text{ s}^2 = 2,6 \cdot 0,8215^2 = 1,74 \text{ W}$.

Wir wählen Gl. (112) $\beta = \frac{G_e}{G_k} = 1,185$

und erhalten Gl. (113)

$$\alpha = \frac{v_e}{v_k} \beta = \frac{1,195}{1,74} \cdot 1,185 \approx 0,82.$$

Den Füllfaktor f_k setzen wir versuchsweise 0,35.

Aus (114) folgt $R = \frac{0,57 \cdot 10^6 \cdot 40\,000}{50 \cdot 6000 \cdot 0,8215 \cdot 0,64 \cdot 0,35} = 0,414 \cdot 10^6$.

Die Gl. (118) gibt $S = 1,165 \frac{0,35}{0,64} 1,185 = 0,755$,

mithin $RS = 0,414 \cdot 10^6 \cdot 0,755 = 0,313 \cdot 10^6$.

Nach der Fußnote Seite 229 ist $k = 2$, d. h. wir setzen

$$\frac{RS}{D^4} = 2$$

und erhalten $D^2 = \sqrt{\frac{RS}{2}} = \sqrt{\frac{0,313 \cdot 10^6}{2}} = 396 \text{ cm}^2$.

$$D = \sqrt[3]{396} = 19,8 \text{ cm} \quad (2a = 2 \cdot 0,263 \cdot 19,8 = 10,4 \text{ cm}, \\ 2b = 2 \cdot 0,425 \cdot 19,8 = 16,8 \text{ cm}) \quad (\text{vgl. Aufg. 283}).$$

Die Formel (119) gibt

$$l = 19,8 \left[2 - 0,925 + \sqrt{(2 - 0,925)^2 + \frac{2 \cdot 1}{0,755}(2 - 1)} \right] = 60 \text{ cm}.$$

Aus Gl. (114) folgt

$$F = \frac{0,414 \cdot 10^6}{396 \cdot 60} = 17,4 \text{ cm}.$$

Die Gl. (116) gibt

$$G_e = 0,012 \cdot 0,64 \cdot 396 (60 + 17,4 + 1,85 \cdot 19,8) = 346 \text{ kg}.$$

$$\text{Gl. (112)} \quad G_{cu} = \frac{346}{1,185} = 292 \text{ kg}.$$

Die Verluste sind nun

$$N_e = v_e G_e = 1,195 \cdot 346 = 414 \text{ W}$$

$$N_{cu} = v_k G_{cu} = 1,74 \cdot 292 = 510 \text{ W}$$

$$N_e + N_{cu} = 924 \text{ W}$$

demnach der Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{40\,000}{40\,000 + 414 + 510} = 0,982.$$

Um aus Gl. 121 die abkühlende Oberfläche zu erhalten, müssen wir noch den Umfang U des Querschnittes berechnen. Derselbe ist nach Abb. 172, wenn wir den Luftspalt als eine Länge ansehen:

$$U = 4(2b - 2a) + 4 \cdot 2a + 2b = 10b$$

$$U = 10 \cdot 0,425 \cdot 19,8 = 84 \text{ cm}$$

$$(Gl. 121) \quad O = 2\pi \cdot 60(19,8 + 17,4) + \pi \cdot 17,4(2 \cdot 19,8 + 17,4) + 2 \cdot 84(60 + 17,4 + 1,85 \cdot 19,8).$$

$$O = 36200 \text{ cm}^2.$$

Die spezifische Kühlfläche ist nach Formel (122)

$$O' = \frac{36200}{924} = 39,2 \text{ cm}^2.$$

Die Temperaturzunahme dürfte daher nach Tabelle 12 etwa 38 Grad C betragen, was zulässig ist, so daß wir weiter rechnen können.

Bemerkung. Wäre die Temperaturerhöhung zu groß geworden, so hätte man B_e und s verkleinern müssen.

Der Querschnitt unseres Kerns ist

$$Q_e = \frac{\pi D^2}{4} f_e = \frac{\pi \cdot 19,8^2}{4} \cdot 0,64 = 201 \text{ cm}^2.$$

Denselben Querschnitt erhalten die Joche, die einen Luftspalt von 1 cm Breite bekommen. Der Querschnitt ist ein Rechteck von der Tiefe $2b$ und der Höhe x (Abb. 170), es muß also

$$x \cdot (2b - 1) 0,9 = 201 \text{ sein,}$$

$$\text{mithin} \quad x = \frac{201}{0,9(16,8 - 1)} = 14,2 \text{ cm.}$$

Die maximale Kraftlinienzahl ist $\Phi_0 = 201 \cdot 6000 = 1,206 \cdot 10^6$. Bei 40000 VA ist

$$J_2 = \frac{N_2}{E_{k_2}} = \frac{40000}{100} = 400 \text{ A.}$$

Die primäre Stromstärke folgt aus

$$\eta = \frac{N_2}{E_{k_1} J_1}, \quad \text{nämlich} \quad J_1 = \frac{40000}{5000 \cdot 0,982} = 8,15 \text{ A.}$$

Die Widerstände R_1 und R_2 der beiden Wicklungen folgen aus den Kupferverlusten, die wir für beide gleich groß annehmen wollen, es ist also zu setzen:

$$J_1^2 R_1 = \frac{510}{2} = 255 \quad \text{und ebenso} \quad J_2^2 R_2 = 255,$$

$$J_1 R_1 = \frac{255}{8,15} = 31,4 \text{ V}, \quad J_2 R_2 = \frac{255}{400} = 0,637 \text{ V}.$$

Die elektromotorischen Kräfte sind

$$E_1 = E_{k_1} - J_1 R_1 = 5000 - 31,4 = 4968,6 \text{ V},$$

$$E_2 = E_{k_2} + J_2 R_2 = 100 + 0,637 = 100,64 \text{ V}.$$

Aus
$$E_1 = \frac{4,44 \Phi_0 W_1 f}{10^8}$$

folgt
$$W_1 = \frac{4968,6 \cdot 10^8}{4,44 \cdot 1,206 \cdot 10^6 \cdot 50} = 1855 \text{ Windungen}.$$

Die Proportion $E_1 : E_2 = W_1 : W_2$ gibt

$$W_2 = \frac{100,64 \cdot 1855}{4968,6} \approx 38 \text{ Windungen}.$$

Sekundäre Wickelung. Man legt gewöhnlich die dicken Windungen auf den Kern, in unserem Falle also auf jeden Kern 19 Windungen. Die Kernlänge ist $l = 600 \text{ mm}$, also beträgt die zur Verfügung stehende Wickellänge etwa 580 mm .

Der Querschnitt des Kupfers folgt in erster Näherung aus

$$q_2 = \frac{J_2}{s} = \frac{400}{0,8215} = 490 \text{ mm}^2.$$

Um zu starke Leiter zu vermeiden, zerlegen wir den Querschnitt in 4 gleiche Teile, d. h. wir wickeln auf jeden Kern $4 \cdot 19 = 76$ Windungen und schalten je 4 Leiter parallel. Der Querschnitt eines Leiters ist dann $\frac{490}{4} = 122,5 \text{ mm}^2$. Wenn

wir 19 Leiter nebeneinander legen, so darf die Breite eines Leiters einschließlich Isolierung nur $580 : 19 = 30,5 \text{ mm}$ betragen, also die reine Kupferbreite etwa $29,5 \text{ mm}$, die Kupferdicke $122,5 : 29,5 = 4,15 \text{ mm}$. Unser Leiterquerschnitt ist also ein Rechteck von $29,5 \times 4,15 \text{ mm}^2$ unbesponnen, und $30,5 \times 5,15$ besponnen. Wir haben 4 Lagen aufzuwickeln, so daß die Höhe dieser etwa $4 \cdot 5,15 = 20,6 \text{ mm}$ beträgt.

Auf den Eisenkern kommt zunächst ein runder Pappzylinder von etwa 3 mm Wandstärke, so daß der äußere Durchmesser dieses Zylinders 205 mm beträgt. Der Durchmesser der bewickelten Spule ist dann

$$205 + 2 \cdot 20,6 = 246,2 \text{ mm}$$

geworden.

Die mittlere Windungslänge ist sonach

$$l_m = \frac{\pi(205 + 246,2)}{2 \cdot 1000} = 0,706 \text{ m},$$

die auf beide Schenkel aufgewickelte, einfache Drahtlänge

$$L_2 = 0,706 \cdot 38 = 26,8 \text{ m}.$$

Wir wollen nun endgültig den Querschnitt so bestimmen, daß der Verlust $J_2^2 R_2 = 255$ ist, also

$$R_2 = \frac{255}{400^2} = 0,00159 \Omega.$$

Aus

$$R_2 = \frac{\rho L_2}{q_2} \quad \text{folgt} \quad q_2 = \frac{\rho L_2}{R_2} = \frac{0,023 \cdot 26,8}{0,00159} = 387 \text{ mm}^2.$$

Behalten wir die Kupferbreite von 29,5 mm bei, so kann die Dicke

$$387 : (4 \cdot 29,5) = 3,3 \text{ mm}$$

werden. Die Höhe der vier Lagen ist dann nur $4 \cdot 4,3 = 17,2$ mm und der äußere Durchmesser der sekundären Wicklung

$$205 + 2 \cdot 17,2 \approx 240 \text{ mm}.$$

Primäre Wicklung. Der innere Durchmesser der primären, zylindrischen Pappspule sei 250 mm. Wird die Wandstärke 5 mm angenommen, so ist der äußere Durchmesser des Zylinders 260 mm.

In 1855 Windungen werden 5000 V Spannung erzeugt, es kommen daher auf eine Windung

$$\frac{5000}{1855} = 2,7 \text{ V}.$$

Nun sollen zwei übereinanderliegende Drähte nicht mehr als 100—150 V Spannungsunterschied besitzen, so daß über die erste Windung höchstens die $100 : 2,7 = 37$. Windung kommen darf. Wir dürfen also in eine Lage nebeneinander nur 18 Drähte legen.

Der zu erwartende Drahtquerschnitt ist in erster Näherung

$$q_1 = \frac{J_1}{s} = \frac{8,15}{0,8215} = 9,8 \text{ mm}^2,$$

wozu ein runder Draht von 3,5 mm Durchmesser gehört. Derselbe ist besponnen etwa 4 mm dick. Rechnen wir vorläufig für die End- und Zwischen-Scheiben 60 mm Dicke, so bleiben

für die Drähte $600 - 60 = 540$ mm, es können also nebeneinander $540 : 4 = 135$ Drähte liegen. Übereinander kommen dann

$$\frac{1855}{2} : 135 = 6,8 \text{ Lagen.}$$

Wir wählen 8 Lagen und legen in jede Abteilung 17 Drähte nebeneinander, so daß auf eine Spule $8 \cdot 17 = 136$ Windungen kommen. Bei 928 Windungen pro Kern sind dann 7 solcher Spulen vorhanden. Da aber $7 \cdot 136 = 952$ ist, so müssen auf 6 Spulen je 4 Windungen weniger aufgewickelt werden.

Die Dicke der Wicklung ist jetzt $8 \cdot 4 = 32$ mm, also der äußere Spulendurchmesser $260 + 2 \cdot 32 = 324$ mm und die Länge der mittleren Windung

$$l_m = \frac{260 + 324}{2} \cdot \pi = 292 \pi \approx 920 \text{ mm.}$$

Die primär aufgewickelte Drahtlänge ist

$$L_1 = 0,92 \cdot 1855 = 1700 \text{ m.}$$

Aus $J_1^2 R_1 = 255$ folgt nun in zweiter Annäherung

$$R_1 = \frac{255}{8,15^2} = 3,84 \Omega$$

und hieraus

$$q_1 = \frac{0,023 \cdot 1700}{3,84} = 10,2 \text{ mm}^2$$

$$d_1 = 3,6 \text{ mm, } d_1' = 4,1 \text{ mm.}$$

Nebeneinander liegen $7 \cdot 17 = 119$ Drähte, die eine Wickellänge von $119 \cdot 4,1 = 490$ mm beanspruchen. Es stehen 600 mm Kernlänge zur Verfügung, so daß für die End- und Zwischenscheiben $600 - 490 = 110$ mm bleiben. Wir machen jede der 6 Zwischenscheiben 5 mm dick, es bleiben dann für die beiden Endscheiben $110 - 30 = 80$ mm, also für jede Endscheibe 40 mm.

Die Wicklungshöhe ist nun $4,1 \cdot 8 = 32,8 \approx 33$ mm geworden, daher der äußere Spulendurchmesser $260 + 66 = 326$ mm, während für $D + F = 198 + 174 = 372$ mm vorhanden sind. Zwischen den Spulen der beiden Kerne bleibt mithin ein Zwischenraum von

$$372 - 326 = 46 \text{ mm.}$$

300. Es ist ein Drehstromtransformator für eine Leistung von 20 kVA, der an eine Klemmenspannung von 3000 V und

50 Perioden angeschlossen wird, zu berechnen. Die sekundäre Spannung zwischen zwei Leitungen soll 220 V betragen, dagegen werden Lampen angeschlossen, deren Spannung nur $\frac{220}{\sqrt{3}} = 127$ V ist. Der Transformator wird in ein Gefäß mit Ölfüllung gesetzt.

Lösung: Die sekundäre Wicklung muß wegen des Lampenanschlusses in Sternschaltung ausgeführt werden. Da gewöhnlich nur drei Hochspannungsleitungen vorgesehen sind, muß die primäre Wicklung, um einen guten Spannungsausgleich zu ermöglichen, Dreieckschaltung erhalten.

Wir wollen hochlegierte Bleche von 0,5 mm Dicke verwenden und wählen $\mathfrak{B}_e = 11000$. Dann ist der Hysteresisverlust pro kg nach Tafel II $f' = 97$ und mit $\eta' = 0,0008$ (Gl. 22a)

$$N_H = \frac{97}{7,8} \cdot \frac{50}{100} \frac{0,0008}{0,0033} = 1,5 \text{ W},$$

der Wirbelstromverlust

$$N_W = \frac{0,5 (0,5 \cdot 50 \cdot 11000)^2}{10^{10}} \cdot \frac{1}{7,8} \approx 0,5 \text{ W},$$

also ist

$$v_e = 1,5 + 0,5 = 2 \text{ W}.$$

Wählen wir $\alpha = 0,55$ und $\beta = 2,2$, so wird nach Gl. (113)

$$v_k = v_e \frac{\beta}{\alpha} = \frac{2 \cdot 2,2}{0,55} = 8 \text{ W}$$

und es ist Gl. (115)

$$s = \sqrt{\frac{8}{2,6}} = 1,75 \text{ A}.$$

Wir nehmen als Querschnitt den in Abb. 172 dargestellten mit einem Luftspalt von 1,34 cm an, für welchen $f_e = 0,64$ ist. Schätzen wir $f_k = 0,35$, so wird nach Gl. (114)

$$R = \frac{0,385 \cdot 10^6 \cdot 20000}{50 \cdot 11000 \cdot 1,75 \cdot 0,64 \cdot 0,35} = 0,036 \cdot 10^6,$$

und nach (118)

$$S = 3,5 \frac{0,35}{0,64} \cdot 2,2 = 4,23,$$

also

$$RS = 0,036 \cdot 10^6 \cdot 4,23 = 15,2 \cdot 10^4.$$

Nach der Fußnote auf S. 229 ist für $S = 4,23$ $k \approx 5,34$ zu nehmen und somit wird

$$D^4 = \frac{15,2 \cdot 10^4}{5,34} = 2,86 \cdot 10^4, \quad D^2 = 169 \text{ cm}^2 \quad \text{und} \quad D = 13 \text{ cm.}$$

Die Gl. (119) gibt

$$l = \frac{13}{3} \left[5,34 - 2,85 + \sqrt{(5,34 - 2,85)^2 + 5,34 \frac{1}{4,23} (5,34 - 4)} \right]$$

$$l = 23 \text{ cm.}$$

Die Gl. (114) gibt
$$F = \frac{0,036 \cdot 10^6}{169 \cdot 23} = 9,3 \text{ cm.}$$

Aus (116) folgt

$$G_e = 0,006 \cdot 0,64 \cdot 169 (3 \cdot 23 + 4 \cdot 9,3 + 5,7 \cdot 13) = 117,5 \text{ kg.}$$

Aus (112)

$$G_{cu} = \frac{117,5}{2,2} = 53,6 \text{ kg.}$$

Die Verluste sind: $N_e = v_e G_e = 2 \cdot 117,5 = 235 \text{ W,}$

$$N_{cu} = v_k G_{cu} = 8 \cdot 53,6 = 428,8 \text{ W,}$$

$$N_e + N_{cu} = 663,8 \text{ W.}$$

$$\eta = \frac{20000}{20000 + 663,8} = 0,97.$$

Die Kühlfläche ist nach Gl. (121)

$$O = 3 \pi \cdot 23 (13 + 9,3) + \frac{3 \pi}{2} \cdot 9,3 (2 \cdot 13 + 9,3)$$

$$+ \overbrace{(10 \cdot 0,425 \cdot 13)}^U (3 \cdot 23 + 4 \cdot 9,3 + 5,7 \cdot 13)$$

$$O = 18500 \text{ cm}^2 \quad \text{und} \quad O' = \frac{18500}{663,8} \approx 28 \text{ cm}^2.$$

Temperaturerhöhung $\vartheta \approx 44$ Grad nach Tabelle 12.

Wir verteilen den Stromwärmeverlust $N_{cu} = 428,8 \text{ W}$ auf beide Wicklungen zu gleichen Teilen. Es kommen dann auf jede Wicklung rund 215 W. Es ist demnach $3 J_1^2 \cdot R_1 = 215,$

$J_1 \cdot R_1 = \frac{215}{3 J_1}$, wo J_1 den Strom in der primären Wicklung bezeichnet, der aus der Gleichung $3 J_1 \cdot 3000 = \frac{20000}{\eta}$ folgt, näm-

lich $J_1 = \frac{20000}{0,97 \cdot 3 \cdot 3000} = 2,3 \text{ A,}$ also ist

$$J_1 \cdot R_1 = \frac{215}{3 \cdot 2,3} = 31,2 \text{ V}$$

und die primäre EMK einer Phase $E_1 = 3000 - 31,2 = 2969 \text{ V}$ (Dreieckschaltung).

Die sekundäre Stromstärke einer Phase (Sternschaltung) ist

$$J_2 = \frac{20000}{\sqrt{3} \cdot 220} = 52,5 \text{ A.}$$

Aus $3 J_2^2 \cdot R_2 = 215$ ergibt sich $J_2 \cdot R_2 = \frac{215}{3 \cdot 52,5} = 1,365 \text{ V}$, also

ist die sekundäre Phasenspannung $E_2 = \frac{220}{\sqrt{3}} + 1,365 \approx 128,4 \text{ V}$.

Der Eisenquerschnitt ist $Q_e = \frac{\pi D^2}{4} f_e = \frac{\pi \cdot 13^2}{4} \cdot 0,64 = 85 \text{ cm}^2$,
mithin

$$\Phi_0 = 85 \cdot 11000 = 935000 \text{ Maxwell.}$$

Aus der Gleichung

$$E_1 = \frac{4,44 \Phi_0 W_1 f}{10^8}$$

folgt $W_1 = \frac{2969 \cdot 10^8}{4,44 \cdot 935000 \cdot 50} = 1435$ Windungen pro Kern.

Nach Formel (95) ist

$$W_2 = 128,4 \cdot \frac{1435}{2969} = 62 \text{ Windungen pro Kern.}$$

Der Querschnitt des Kupferleiters ist in erster Annäherung

$$q_2 = \frac{J_2}{s} = \frac{52,5}{1,75} = 30 \text{ mm}^2.$$

Wir versuchen zwei Lagen Kupferband aufzuwickeln. Die zur Verfügung stehende Wicklungslänge beträgt etwa 210 mm, die Breite des Bandes darf demnach besponnen höchstens sein

$$210 : 31 = 6,8 \text{ mm;}$$

die Dicke wird also etwa 5 mm sein, daher die Wicklungshöhe etwa 10 mm. Nehmen wir eine Papierspule von 3 mm Wandstärke an, so ist der äußere Durchmesser derselben

$$130 + 6 = 136 \text{ mm.}$$

Der mittlere Durchmesser der Spule ist demnach 146 mm und

die mittlere Windungslänge $l_m = \frac{\pi \cdot 146}{1000} = 0,458$ m; die aufgewickelte Drahtlänge also

$$L_2 = 0,458 \cdot 62 = 28,4 \text{ m.}$$

Es war $J_2 R_2 = 1,365$ V, also ist $R_2 = \frac{1,365}{52,5} = 0,026 \Omega$ und demnach in zweiter Näherung

$$q_2 = \frac{0,023 \cdot 28,4}{0,026} = 25,2 \text{ mm}^2.$$

Wir wählen $q_2 = 5,8 \times 4,4 = 25,2 \text{ mm}^2$ unbesponnen
und $6,8 \times 5,4$ besponnen.

Der äußere Durchmesser der sekundären Spule ist nun
 $136 + 2 \cdot 10,8 \approx 158$ mm.

Primäre Wicklung. Die primäre Wicklung werde auf eine Papierspule von 5 mm Wandstärke gewickelt, deren innerer Durchmesser 160, der äußere also 170 mm ist. Der Durchmesser der bewickelten Spule darf $D + F = 130 + 93 = 223$ mm nicht übersteigen, so daß eine Wickelhöhe von

$$\frac{220 - 170}{2} = 25 \text{ mm}$$

zur Verfügung steht.

Der Durchmesser der mittleren Windung ist

$$170 + 25 = 195 \text{ mm,}$$

daher die mittlere Windungslänge $\frac{195 \pi}{1000} = 0,614$ m

und die primäre Drahtlänge

$$L_1 = 0,614 \cdot 1435 = 880 \text{ m.}$$

Aus $J_1 R_1 = 31,2$ V folgt

$$R_1 = \frac{31,2}{2,3} = 13,5 \Omega$$

und somit $q_1 = \frac{0,023 \cdot 880}{13,5} = 1,49 \text{ mm}^2,$

$d = 1,38$ mm, abgerundet 1,4 mm, $d' = 1,7$ mm.

In jeder Windung werden $3000 : 1435 \approx 2$ V erzeugt, also darf bei 100 V Spannungsunterschied zwischen zwei übereinanderliegenden Drähten erst der Draht 50 über dem Draht 1

liegen, d. h. wir unterteilen die primäre Wicklung und legen in jede Teilspule höchstens 25 Drähte in eine Lage.

Da die Wicklungshöhe nur 25 mm betragen darf, so können höchstens $25 : 1,7 \approx 14$ Lagen übereinander angeordnet werden; nebeneinander liegen dann $1435 : 14 = 102$ Drähte. Eine Unterteilung in 4 Spulen würde also genügen. Um jedoch bei dieser Type auch mit höherer Spannung auszukommen, wollen wir 6 Spulen anordnen und die Länge der Spule für 18 nebeneinanderliegende Drähte, also zu $18 \cdot 1,7 = 30,6$ mm festsetzen.

Die Wickellänge aller 6 Spulen ist $30,6 \cdot 6 = 183,6$ mm, während 230 mm zur Verfügung stehen. Legen wir zwischen je 2 Spulen eine Isolation von 2 mm, so bleiben für die Endscheiben $230 - 194 = 36$ mm, was genügt.

Die Joche besitzen einen rechteckigen Querschnitt von der Breite $2b$ und der Höhe x . Da nach Aufg. 283 $b = 0,425 D$ ist, ist die Breite

$$2 \cdot 0,425 \cdot 13 = 11,1 \text{ cm.}$$

Die Höhe folgt aus $x = \frac{85}{0,9(11,1 - 1,4)} = 9,75$ cm,

wo 1,4 cm die Breite des Luftspaltes ist.

§ 37. Berechnung der Drehstrommotoren.

Theorie des Ständers.

- Gegeben: 1. die Nutzleistung (mechanische Leistung) des Motors in Watt = N_m ,
 2. die Klemmenspannung zwischen zwei Leitungen = E_k ,
 3. die Periodenzahl des Drehstromes = f .

Polzahl. Schickt man durch die Windungen des Ständers eines richtig gewickelten Motors einen mehrphasigen Strom, so erzeugt derselbe ein rotierendes magnetisches Feld, dessen Drehzahl von der Anordnung der Wicklung abhängt. Ist n_1 die minutliche Drehzahl des rotierenden Feldes, p die Anzahl der durch die Wicklung erhaltenen Nordpole, so ist

$$\frac{n_1 p}{60} = f. \quad (123)$$

Abbildung und Wicklungsschema s. S. 294.

Für $f = 50$ erhält man:

Tabelle 13.

p	1	2	3	4	5	6
n_1	3000	1500	1000	750	600	500

Hiernach kann man p als gegeben zu n_1 ansehen. Die Drehzahl n_2 des Läufers ist um wenige Prozent kleiner.

Stromstärke. Die Stromstärke J_1 in einer Zuleitung folgt aus der Gleichung:

$$\sqrt{3} E_k J_1 \cos \varphi = \frac{N_m}{\eta}.$$

$$J_1 = \frac{N_m}{\sqrt{3} E_k \eta \cos \varphi}.$$
(124)

Tabelle 14¹⁾.

Leistung in kW		0,2	1,5	7,5	50	100
cos φ bei Um- drehungen	1500	0,70	0,83	0,85	0,90	0,90
	1000	0,66	0,78	0,83	0,88	0,89
	750	—	0,74	0,81	0,87	0,88
	500	—	—	—	0,83	0,85
η bei Um- drehungen	1500	0,725	0,825	0,85	0,9	0,91
	1000	0,695	0,81	0,84	0,90	0,91
	750	0,645	0,785	0,835	0,895	0,91
	500	—	—	—	0,89	0,905

Magnetisierungsstrom. Ist Φ_1 die pro magnetischen Kreis im Ständereisen erzeugte Kraftlinienzahl, \overline{AW} die zugehörige Ampere-windungszahl, so ist bekanntlich [vgl. Formel (27)]

$$\Phi_1 \mathfrak{R} = \sum \mathfrak{L} l = 0,4 \pi \overline{AW}.$$

\overline{AW} ist die Ampere-windungszahl eines magnetischen Kreises. Diese setzt sich aber aus den Ampere-windungen aller drei Phasen zusammen.

In Abb. 173 sei $\overline{AO} = J_{\mu \max}$ die augenblickliche, maximale Stromstärke in der ersten Phase, dann fließt in der zweiten und dritten der augenblickliche Strom $\overline{OD} = \frac{1}{2} J_{\mu \max}$, also ist die momentane Ampere-windungszahl

$$\overline{AW} = J_{\mu \max} \xi + \frac{J_{\mu \max}}{2} \xi + \frac{J_{\mu \max}}{2} \xi = 2 J_{\mu \max} \xi,$$

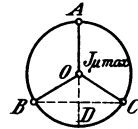


Abb. 173.

wo ξ die Windungszahl eines Spulenpaares einer Phase ist.

Bezeichnet W die gesamte Windungszahl einer Phase eines $2p$ -poligen Motors, so ist

$$\xi = \frac{W}{p},$$

also

$$\overline{AW} = 2 J_{\mu \max} \frac{W}{p} = 2 J_{\mu} \sqrt{2} \frac{W}{p}, \quad \text{wo } J_{\mu} = \frac{J_{\mu \max}}{\sqrt{2}}$$

ist. Hiermit wird

$$\sum \mathfrak{L} l = 0,4 \pi \cdot 2 J_{\mu} \sqrt{2} \frac{W}{p} = 3,55 J_{\mu} \frac{W}{p};$$

¹⁾ Siehe DIN 2650 und 2651.

hieraus
$$J_\mu = \frac{p \sum \mathfrak{S} l}{3,55 W}. \quad (125)$$

$\sum \mathfrak{S} l$ bezieht sich auf den Ständerkern, die Ständerzähne, den Luftzwischenraum, die Läuferzähne und den Läuferkern, also in Zeichen (Abb. 174)

$$\sum \mathfrak{S} l = \mathfrak{S}_{a_1} l_{a_1} + \mathfrak{S}_{z_1} l_{z_1} + \mathfrak{S}_g l_g + \mathfrak{S}_{z_2} l_{z_2} + \mathfrak{S}_{a_2} l_{a_2}.$$

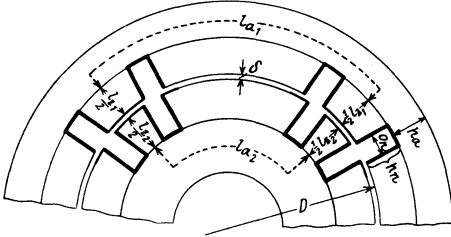


Abb. 174.

Bei einem neu zu berechnenden Motor sind die Größen \mathfrak{S} und l unbekannt und wir beschränken uns daher auf das Glied für den Luftzwischenraum. Hier ist $\mathfrak{S}_g = \mathfrak{B}_g$ die größte Induktion im Luftzwischenraum, l_g der Kraftlinienweg in demselben. Da die Kraftlinien nicht nur von Zahnkopf zu Zahnkopf, sondern auch durch die Nuten gehen, so muß man den Weg im Zwischenraum $k_1 2 \delta$ setzen, wo k_1 aus Gl. (XIX) § 39 berechnet werden kann. Ein Durchschnittswert ist $k_1 = 1,13$.

Um den weggelassenen Gliedern Rechnung zu tragen, multiplizieren wir noch mit einem Faktor α ($\alpha > 1$) und erhalten

$$J_\mu = \frac{p \mathfrak{B}_g 2 \delta \cdot 1,13 \alpha}{3,55 W},$$

$$J_\mu = 0,64 \frac{\mathfrak{B}_g p \delta \alpha}{W}. \quad (125 a)$$

$\alpha = 1,2$ bis $2,5$, meistens $1,4$ bis 2 .

Luftspalt. Um einen großen Leistungsfaktor zu erzielen, soll der Luftzwischenraum möglichst klein werden. Als kleinster Wert dürfte

$$\delta = 0,2 + 0,001 D \text{ mm} \quad (126)$$

angenommen werden. (D Durchmesser der Ständerbohrung.)¹⁾

Nutenzahl. Die Nutenzahl ist bestimmt durch die Formel

$$k_1 = m 6 p, \quad (127)$$

für den Ständer, $k_2 = (m \pm 1) 6 p$ für den Läufer, wo gewöhnlich $m = 3$ oder 4 gesetzt wird.

Elektromotorische Kraft. Ist $m = 3$ die Anzahl der Nuten pro Pol und Phase, so gehen von den durch den Strom erzeugten Kraftlinien in einem bestimmten Augenblick alle durch die in $a a'$ (Abb. 175) liegenden Windungen, während durch die Windungen in $\bar{b} \bar{b}'$ beziehungsweise $\bar{c} \bar{c}'$ weniger Kraftlinien gehen. Ist Φ_1 die Kraftlinienzahl, die

¹⁾ Siehe DIN 2650 und 2651.

durch $\overline{aa'}$ geht, so gelangen durch $\overline{bb'}$ resp. $\overline{cc'}$ nur $\Phi = \Phi_1 \cos \beta$ Kraftlinien. Bei $m = 3$ und $p = 1$ ist z. B. die Nutenzahl $k_1 = 3 \cdot 6 = 18$, also

$$\beta = \frac{360^\circ}{18} = 20^\circ \quad \left(\text{allgemein } \beta = \frac{360}{k_1} \right).$$

Die EMK, die im Mittel während einer halben Periode in den Windungen $\overline{aa'}$, $\overline{bb'}$, $\overline{cc'}$ erzeugt wird, ist nach Formel (32) S. 90:

$$E_m = \frac{4 \Phi_1 f W}{10^8} \frac{1}{3} + \frac{4 (\Phi_1 \cos \beta) f W}{10^8} \frac{1}{3} + \frac{4 (\Phi_1 \cos \beta) f W}{10^8} \frac{1}{3}$$

$$E_m = \frac{4 \Phi_1 W f}{10^8} \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3} \cos \beta \right) = \frac{4 \Phi_1 W f}{10^8} \cdot 0,96.$$

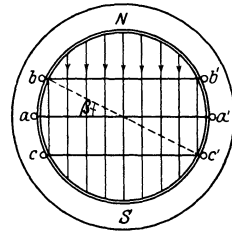


Abb. 175.

Da bei sinusförmigem Verlauf der EMK der Effektivwert

$$E_{p1} = 1,11 E_m \text{ ist, so wird}$$

$$E_{p1} = \frac{4,44 \Phi_1 W f}{10^8} \cdot 0,96 \text{ oder allgemein } E_{p1} = \frac{4,44 \Phi_1 W f}{10^8} f_w.$$

Führt man anstatt der Windungszahl W die Drahtzahl z_1 pro Phase ein, so ist $W = \frac{z_1}{2}$ zu setzen, und man erhält für die in den Drähten einer Phase erzeugten EMK unter Berücksichtigung, daß $\frac{4,44}{2} f_w = 2,1$ ist die Formel

$$E_{p1} = \frac{2,1 \Phi_1 f z_1}{10^8} \quad (128)$$

Der für $m = 3$ hergeleitete Wicklungs-Faktor $f_w = 0,96$ ändert sich nur wenig für andere Werte von m , wie dies die folgende Tabelle 15 zeigt:

Tabelle 15.

m	1	2	3	4	5	6	8
f_w	1	0,966	0,96	0,957	0,956	0,955	0,955

so daß wir die Gleichung (128) für jeden Wert von m als richtig ansehen wollen.

Angenähert ist $E_{p1} = \frac{E_k}{\sqrt{3}}$ bei Sternschaltung, und $E_{p1} = E_k$ bei Dreieckschaltung, genauer (vgl. Formel 93a S. 188)

$$E_{p1} = \frac{E_k}{\sqrt{3}} - J_1 R_1 \cos \varphi. \quad (128a)$$

Widerstand einer Phase. Den Widerstand einer Phase kann man folgendermaßen bestimmen: Die in den Motor einzuleitende Leistung folgt aus der Gleichung $N_k = \frac{N_m}{\eta}$. Die Differenz $N_k - N_m$ stellt sämtliche

Verluste dar: Stromwärme im Ständer und Läufer $N_1 + N_2$, Eisen- und Reibungsverluste. Die letzteren sind angenähert gleich der Leistungsaufnahme bei Leerlauf. Die Angaben der Tabelle 16 gestatten den Leerlauf in einfacher

Tabelle 16. Leerlauf pro PS.

Leistung in PS	$\frac{1}{2}$	1	2	3	10	50	100
Leerlauf pro PS in Watt	140	100	80	78	65	35	30

Weise zu berechnen. Ist derselbe N_0 , dann ist der Verlust durch Stromwärme

$$N_1 + N_2 = N_k - N_m - N_0,$$

woraus

$$N_1 = N_k - N_m - N_0 - N_2$$

folgt. N_2 wird vorher nach Formel (149) berechnet.

Der Widerstand einer Ständerphase folgt somit aus Gleichung $3 J_1^2 R_1 = N_1$

$$R_1 = \frac{N_1}{3 J_1^2}. \quad (129)$$

Streuung. Im Ständer werden Φ_1 Kraftlinien erzeugt, in den Luftzwischenraum gelangen jedoch nur Φ_0 Kraftlinien, weil wegen der Streuung $\Phi_0 \tau_1$ Kraftlinien verloren gehen; es ist also

$$\Phi_1 = \Phi_0 (1 + \tau_1) \quad (130)$$

$(\tau_1 \approx 0,03).$

Kerndicke. Bezeichnet h_a die radiale Dicke des Ständers über den Nuten (Abb. 174 u. 177), b_1 die Eisenlänge ohne Luftschlitze, \mathfrak{B}_a die Induktion daselbst, so ist

$$h_a = \frac{\Phi_1}{2 \cdot 0,9 b_1 \mathfrak{B}_a} \quad (131)$$

($\mathfrak{B}_a = 6000$ bis 10000 bei 50 Perioden); jedoch soll $h_a \leq \frac{D}{2p}$ sein.

Kraftliniendichte im Luftzwischenraum. Der Querschnitt des Luftzwischenraumes ist ein Rechteck mit den Seiten: Polteilung t_p und Ständerlänge b , also

$$Q_{\mathfrak{Q}} = t_p b = \frac{\pi D}{2} b.$$

Die mittlere Kraftliniendichte im Luftzwischenraum ist demnach

$$\mathfrak{B}_m = \frac{\Phi_0}{Q_{\mathfrak{Q}}}.$$

Ist

$$f' = \frac{\text{mittlere Kraftliniendichte}}{\text{maximale Kraftliniendichte}} = \frac{\mathfrak{B}_m}{\mathfrak{B}_{\mathfrak{Q}}},$$

so wird

$$\mathfrak{B}_{\mathfrak{Q}} = \frac{\mathfrak{B}_m}{f'} = \frac{\Phi_0}{f' Q_{\mathfrak{Q}}}$$

$$\mathfrak{B}_{\mathfrak{Q}} = \frac{\Phi_0}{f' t_p b}. \quad (132)$$

Würde die Kraftliniendichte sich nach dem Sinusgesetz ändern, also der Gleichung

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{B}_\Omega \sin \alpha$$

entsprechen, so wäre $f' = \frac{2}{\pi} = 0,635$ und

$$\mathfrak{B}_\Omega = \frac{\Phi_0 p}{D b}. \tag{132a}$$

Wie aber aus der Aufgabe 228 hervorgeht, wird durch das Eisen die Sinuskurve abgeflacht und infolgedessen ist f' wesentlich größer. Man findet hierfür Werte, die zwischen 0,64 und 0,745 liegen. Als Durchschnittswert wollen wir $f' = 0,67$ setzen.

Durchmesser und Länge. Setzt man in der Gleichung für die Nutzleistung:

$$N_m = 3 E_{p1} J_1 \eta \cos \varphi$$

für E_{p1} den in Gl. (128) gefundenen Wert, so wird

$$N_m = 3 J_1 \eta \cos \varphi \frac{2,1 \Phi_0 (1 + \tau_1) z_1 f}{10^8}.$$

Nach 132 ist $\Phi_0 = \mathfrak{B}_\Omega t_p b f'$, nach 123 $f = \frac{n_1 p}{60}$

$$N_m = 3 \cdot 2,1 \cdot (1 + \tau_1) \frac{n_1 p z_1 \cdot J_1 \eta \cos \varphi}{60 \cdot 10^8} \mathfrak{B}_\Omega \frac{\pi D}{2 p} b f'.$$

Führt man die Amperestabzahl durch die Gleichung $\overline{AS} = \frac{3 z_1 J_1}{\pi D}$ ein, so wird

$$N_m = \frac{2,1 (1 + \tau_1) \eta \cos \varphi \cdot \pi^2 f'}{2 \cdot 60 \cdot 10^8} \mathfrak{B}_\Omega \cdot \overline{AS} \cdot D^2 b n_1,$$

oder, wenn man die angenommenen Größen zur Größe C zusammenfaßt,

also
$$C = \frac{2,1 \cdot (1 + \tau_1) \eta \cos \varphi \pi^2 f' \mathfrak{B}_\Omega \cdot \overline{AS}}{2 \cdot 60 \cdot 10^8}$$

setzt:
$$N_m = D^2 b n_1 C.$$

Kennt man für eine Anzahl ausgeführter Motoren N_m , D , b und n_1 , so läßt sich hierzu C berechnen. In dieser Weise entstand die Abb. 176. Die untere Kurve gibt die Werte von C für Motoren bis 10 PS, die obere von 10 bis 1000 PS. Sie gilt für Motoren mit Kupferdrähten. Sollen die Motoren eine Aluminiumwicklung erhalten, so sind die Werte mit 0,6 bis 0,7 zu multiplizieren. Ist C hiernach als bekannt anzusehen, so ist jetzt:

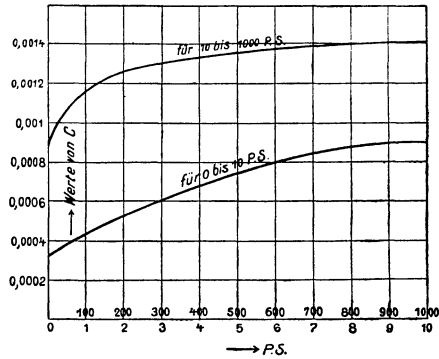


Abb. 176.

$$D^2 b = \frac{N_m}{C n_1}. \quad (133)$$

Diese Gleichung gestattet, zu einem angenommenen Werte von b den zugehörigen Wert von D zu berechnen. Zulässig ist jeder Wert von D , für welchen

$$v = \frac{\pi D n_1}{60} < 25 \text{ m}$$

wird.

Hobart zeigt, daß die Materialkosten ein Minimum werden (für Motoren über 10 PS), wenn man

$$b = 1,4 t_p = 1,4 \frac{\pi D}{2 p} \quad (133 a)$$

setzt, es wird dann

$$D^2 \frac{1,4 \pi}{2 p} = \frac{N_m}{C n_1},$$

und

$$D = 0,76 \sqrt[3]{\frac{N_m p}{C n_1}}. \quad (133 b)$$

Nutenabmessungen.

Ständer (Stator).

A. Rechteckige Nut. Bezeichnet t_1 die Nutenteilung, d. h. die Entfernung zweier Nutenmitten, gemessen auf dem zum Durchmesser D der Statorbohrung gehörigen Kreisumfang, k_1 die Nutenzahl, so ist (Abb. 177)

$$t_1 = \frac{\pi D}{k_1}. \quad (134)$$

Die durch einen Zahn austretende, maximale Kraftlinienzahl erzeugt im Luftzwischenraum unter diesem Zahn die maximale Kraftliniendichte \mathfrak{B}_Ω und ist $\mathfrak{B}_\Omega t_1 b$, wo $t_1 b$ die Austrittsfläche der Kraftlinien unter dem Zahn vorstellt, wenn b die Länge des Stators bezeichnet. Diese Kraftlinienzahl kommt aus der engsten Stelle des Zahnes und erzeugt dort die maximale Kraftliniendichte $\mathfrak{B}_{z \max}$. Der Eisenquerschnitt des Zahnes ist $c_1 0,9 b_1$, wo b_1 die Eisenlänge, also die Länge b abzüglich der eventuellen Luftschlitze bezeichnet, demnach ist die austretende Kraftlinienzahl $\mathfrak{B}_{z \max} 0,9 b_1 c_1$. Durch Gleichsetzen erhält man $\mathfrak{B}_{z \max} 0,9 b_1 c_1 = \mathfrak{B}_\Omega t_1 b$, woraus die Zahnstärke

$$c_1 = \mathfrak{B}_\Omega \frac{t_1 b}{0,9 b_1 \mathfrak{B}_{z \max}} \quad (135)$$

folgt. Für $\mathfrak{B}_{z \max}$ setzt man

15000 bis 18000 bei 40 bis 60 Perioden

und 16000 bis 20000 bei 20 bis 30 Perioden.

Die Nutenweite o_n ist nun

$$o_n = t_1 - c_1. \quad (136)$$

Die Drahtzahl pro Nut ist $Z_n = \frac{3 z_1}{k_1}$; sie muß auf eine ganze Zahl abgerundet werden.

Drahtquerschnitt. Um aus dem Widerstand R_1 (Formel (129)) den Drahtquerschnitt q_1 zu berechnen, muß man die pro Phase aufgewickelte Drahtlänge kennen. Man schätzt zunächst die Länge einer Ständerwindung nach der Formel

$$2l_1 = 2b + 3t_p + (10 \text{ bis } 20) \text{ cm.} \quad (137)$$

Die aufgewickelte Drahtlänge einer Phase ist dann $L_1 = \frac{z_1}{2} 2l_1$.

Aus $R_1 = \frac{\rho L_1}{q_1}$ folgt nun

$$q_1 = \frac{\rho L_1}{R_1} \text{ mm}^2. \quad (138)$$

Um dem Echtwiderstand Rechnung zu tragen, setze man für warmes Kupfer $\rho = 0,023$ und für Aluminium $\rho = 0,04$.

Kennt man den Drahtquerschnitt q_1 , so läßt sich jetzt der Nutenquerschnitt folgendermaßen bestimmen: Ist h_n die Nuttiefe (Abb. 177), so ist der Nutenquerschnitt $Q_n = h_n o_n$.

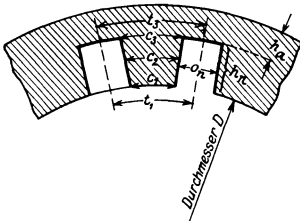


Abb. 177.

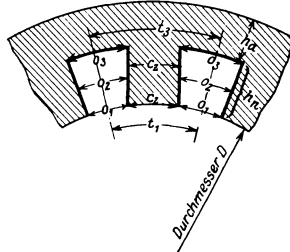


Abb. 178.

Definiert man als Nutenfüllfaktor die Größe:

$$f_k = \frac{\text{Kupferquerschnitt pro Nut}}{\text{Nutenquerschnitt}} = \frac{Q_k}{Q_n},$$

so folgt hieraus, bei angenommenem f_k ,

$$Q_n = \frac{Q_k}{f_k} = \frac{\frac{3z_1}{k_1} q_1}{f_k}. \quad (139)$$

Aus $Q_n = h_n o_n$ folgt

$$h_n = \frac{Q_n}{o_n}. \quad (140)$$

Man findet für f_k Werte, die zwischen 0,2 und 0,4 liegen. Je mehr Drähte in eine Nut kommen, desto kleiner wähle man f_k .

B. Trapezförmige Nut. Anstatt die Nut rechteckig und den Zahn trapezförmig zu machen, kann man auch umgekehrt verfahren, wodurch erreicht wird, daß die Kraftliniendichte auf der ganzen Zahnlänge konstant bleibt. Ist wieder Q_n der bekannte Nutenquerschnitt in mm^2 , h_n die Nuttiefe o_1, o_2, o_3 , die Nutenbreite unten, in der Mitte und oben, ausgedrückt in mm, so ist (Abb. 178)

$$Q_n = \frac{o_3 + o_1}{2} h_n.$$

Nun ist $o_1 = t_1 - c_z$, $o_3 = t_3 - c_z$ wo c_z die aus Gl. (135) zu berechnende Zahnstärke bedeutet und

$$t_3 = \frac{\pi(D + 2h_n)}{k_1} \text{ ist, also } o_3 = \frac{\pi(D + 2h_n)}{k_1} - c_z,$$

folglich
$$Q_n = \left[\frac{\pi(D + 2h_n)}{k_1} - c_z + t_1 - c_z \right] \frac{h_n}{2}$$

oder
$$Q_n = \left(\frac{\pi D}{k_1} + \frac{2\pi h_n}{k_1} - c_z + t_1 - c_z \right) \frac{h_n}{2},$$

$$Q_n = \left(t_1 + \frac{2\pi h_n}{k_1} - c_z + t_1 - c_z \right) \frac{h_n}{2} = \left(t_1 - c_z + \frac{\pi h_n}{k_1} \right) h_n,$$

$$Q_n = o_1 h_n + \frac{\pi h_n^2}{k_1}.$$

Nach h_n aufgelöst:

$$h_n = -\frac{k_1 o_1}{2\pi} + \sqrt{\left(\frac{k_1 o_1}{2\pi} \right)^2 + \frac{Q_n k_1}{\pi}}. \tag{140}$$

$$o_3 = \frac{\pi(D + 2h_n)}{k_1} - c_z,$$

während o_1 aus (136) $o_1 = t_1 - c_z$ folgt.

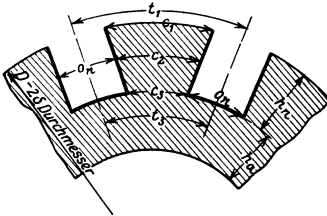


Abb. 179.

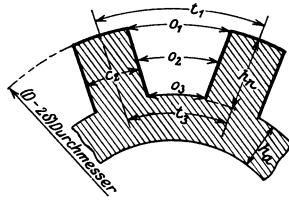


Abb. 180.

Läufer (Rotor).

A. Rechteckige Nut. Ist wieder t_1 die Nutenteilung des Rotors an der Oberfläche, so ist hier Formel (134) zu schreiben

$$t_1 = \frac{\pi(D - 2\delta)}{k_3} \tag{134}$$

Innerhalb einer Nutenteilung geht die Kraftlinienzahl $t_1 \mathfrak{B}_3 b$ vom Luftzwischenraum in den Läuferzahn und erzeugt an der engsten Stelle desselben eine Kraftliniendichte $\mathfrak{B}_{z \max}$. Diese Kraftlinienzahl geht durch den Querschnitt $c_3 0,9 b_1$ (Abb. 179), also gilt die Gleichung

$$t_1 \mathfrak{B}_3 b = 0,9 b_1 c_3 \mathfrak{B}_{z \max},$$

woraus

$$c_3 = \mathfrak{B}_3 \frac{t_1 b}{0,9 b_1 \mathfrak{B}_{z \max}} \tag{135}$$

folgt, wo $\mathfrak{B}_{z \max}$ bis 20000 angenommen werden darf.

Ist wieder der Nutenquerschnitt Q_n bekannt, so ist

$$Q_n = o_n h_n \quad \text{und} \quad o_n = t_3 - c_3 = \frac{\pi(D - 2\delta - 2h_n)}{k_2} - c_3,$$

$$\text{also} \quad Q_n = \left[\frac{\pi(D - 2\delta - 2h_n)}{k_2} - c_3 \right] h_n = \left[\frac{\pi(D - 2\delta)}{k_2} - \pi \frac{2h_n}{k_2} - c_3 \right] h_n$$

$$\text{oder} \quad Q_n = \left(t_1 - c_3 - \frac{2\pi h_n}{k_2} \right) h_n = (t_1 - c_3) h_n - \frac{2\pi h_n^2}{k_2},$$

$$\text{woraus} \quad h_n = \frac{k_2(t_1 - c_3)}{4\pi} \pm \sqrt{\left[\frac{k_2(t_1 - c_3)}{4\pi} \right]^2 - \frac{Q_n k_2}{2\pi}} \quad (140)$$

$$\text{folgt. Damit wird} \quad o_n = \frac{Q_n}{h_n}.$$

B. Trapezförmige Nut. Bei trapezförmigen Nuten soll der Zahn überall die gleiche Zahnstärke c_z erhalten, nur darf die Induktion \mathfrak{B}_z 10 bis 15000 nicht übersteigen. Die Zahnstärke folgt wieder aus der Gl. (135) (s. Abb. 180)

$$c_z = \mathfrak{B}_z \frac{t_1 b}{0,9 t_1 \mathfrak{B}_z},$$

während die Nutenbreite oben $o_1 = t_1 - c_z$

$$\text{und unten} \quad o_3 = t_3 - c_z = \frac{\pi(D - 2\delta - 2h_n)}{k_2} - c_z$$

$$\text{ist. Umgeformt} \quad o_3 = \frac{\pi(D - 2\delta)}{k_2} - \frac{2\pi h_n}{k_2} - c_z = t_1 - c_z - \frac{2\pi h_n}{k_2}.$$

Der Flächeninhalt der Nute ist

$$Q_n = \frac{o_1 + o_3}{2} \cdot h_n = \left[(t_1 - c_z) + \left(t_1 - c_z - \frac{2\pi h_n}{k_2} \right) \right] \frac{h_n}{2},$$

$$Q_n = \left(t_1 - c_z - \frac{\pi h_n}{k_2} \right) h_n$$

$$Q_n = (t_1 - c_z) h_n - \frac{\pi h_n^2}{k_2},$$

$$h_n^2 - \frac{(t_1 - c_z) k_2}{\pi} h_n = - \frac{Q_n k_2}{\pi}, \quad \text{oder nach } h_n \text{ aufgelöst,}$$

$$h_n = \frac{(t_1 - c_z) k_2}{2\pi} \pm \sqrt{\left[\frac{(t_1 - c_z) k_2}{2\pi} \right]^2 - \frac{Q_n k_2}{\pi}}. \quad (140)$$

Je tiefer die Nuten im Vergleich zur Breite ausfallen, desto größer wird die Streuung. Man wird also mit dem Minuszeichen der Wurzel in Formel (140) (Läufer) rechnen, um die Streuung zu vermindern.

Ist h_n bekannt, so kann man die Nutenbreite o_3 berechnen aus der Formel

$$o_3 = \frac{\pi(D - 2\delta - 2h_n)}{k_2} - c_z.$$

C. Runde Nut. Für runde Nuten folgt die Zahnstärke c_2 (s. Abb. 181) an der engsten Stelle aus Formel (135). Die Nutenweite o_n ist

$$o_n = t_2 - c_2 = \frac{\pi(D - 2\delta - o_n)}{k_2} - c_2$$

oder nach o_n aufgelöst

$$\begin{aligned} o_n k_2 &= \pi(D - 2\delta) - \pi o_n - k_2 c_2, \\ o_n &= \frac{\pi(D - 2\delta) - k_2 c_2}{k_2 + \pi}. \end{aligned} \quad (140)$$

Für die Isolation der Nuten rechnet man bei Spannungen bis 250 V eine Lage aus Mikaleinen 0,2 mm und eine Lage Preßspan 0,3 mm. Bei Spannungen über 250 V bis 600 V ist zwischen diese Lagen noch eine Lage Ölleinen von 0,15 mm einzulegen.

Länge einer Windung. Kennt man die Nutenabmessungen, so läßt sich jetzt die Länge einer Ständerwindung berechnen nach der Formel

$$2l_1 = 2 \left\{ b + \frac{3}{2} h_n + m o_n + \frac{\pi}{2p} (D + 2h_n + m o_n) \right\}, \quad (141)$$

wo der Zuschlag $\frac{3}{2} = 20$ bis 40 mm, je nach Höhe der Windung, zu nehmen ist. Siehe Abb. 182 u. 183.

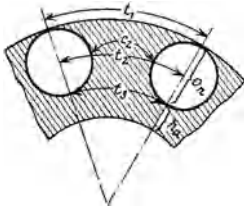


Abb. 181.

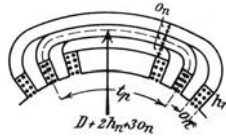


Abb. 182.

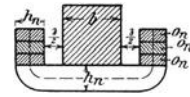


Abb. 183.

Eisenverluste. Die Verluste durch Hysterisis und Wirbelströme hängen außerordentlich von der Bearbeitung ab und können nur angenähert berechnet werden. Hobart gibt zu ihrer Berechnung, richtiger Schätzung, die Formel

$$N_e = \frac{1,1 \mathfrak{B}_a f G}{10^5} \text{ Watt}, \quad (142)$$

wo G das Gewicht der Bleche, vor dem Ausstanzen der Nuten, in kg bezeichnet und wie folgt berechnet wird:

$$G = \left[(D + 2h_n + 2h_a)^2 \frac{\pi}{4} - \frac{D^2 \pi}{4} \right] \frac{0,9 b_1 7,8}{1000} \text{ kg}. \quad (143)$$

Theorie des Läufers.

A. Phasenläufer.

Der Einfachheit halber möge vorausgesetzt werden, daß sich die Kraftliniendichte im Luftzwischenraum nach dem Sinusgesetz ändert, also der Gleichung $\mathfrak{B} = \mathfrak{B}_0 \sin \alpha$

folgt. Befindet sich nun ein Draht im Felde mit der Dichte \mathfrak{B} (Abb. 184), so wird in ihm eine EMK induziert

$$e = \frac{\mathfrak{B} b v}{10^8} \text{ Volt (vgl. Formel (29)).}$$

Ist n_1 die Umdrehungszahl des Feldes pro Minute, n_2 die des Läufers, so ist, da beide in gleichem Sinne rotieren:

$$v = \frac{\pi D (n_1 - n_2)}{60} = \frac{\pi D n}{60},$$

wenn $n = n_1 - n_2$ gesetzt wird.

Sind nun pro Phase z_2 hintereinandergeschaltete Drähte gleichzeitig derselben Induktion unterworfen, so ist

$$e_2 = z_2 \frac{\mathfrak{B} b \pi D n}{60 \cdot 10^8} \quad \text{oder}$$

$$e_2 = \frac{z_2 \mathfrak{B} b \pi D n}{60 \cdot 10^8} \sin \alpha.$$

Die EMK ist also veränderlich und vollendet eine Periode, wenn α alle Werte von 0 bis 360 Grad durchlaufen hat, d. h. wenn im stillstehend gedachten Felde des Ständers der sich rückwärts drehende Läufer eine Umdrehung ausgeführt hat. Es ist also $\frac{n}{60}$ die Periodenzahl des Läuferstromes für eine 2polige Maschine. Für die mehrpolige Maschine gibt die Gleichung

$$\frac{n p}{60} = f_2 = \frac{(n_1 - n_2) p}{60} \tag{144}$$

die Periodenzahl der entstandenen EMK im Läufer. Da nun $n = n_1 - n_2$ eine kleine Zahl, so ist auch die Periodenzahl f_2 sehr klein. Die Verluste durch Hysteresis und Wirbelströme können vernachlässigt werden, und der Scheinwiderstand der Phase ist sehr nahezu gleich ihrem Echtwiderstand.

Bezeichnet E_{p2} den effektiven Wert der EMK einer Läuferphase, so wird derselbe, wie auf Seite 243 gezeigt, gefunden

$$E_{p2} = \frac{2,1 \Phi_0 f_2 z_2}{10^8},$$

während für den Ständer
$$E_{p1} = \frac{2,1 \Phi_0 (1 + \tau_1) f z_1}{10^8}$$

war. Durch Division folgt

$$\frac{E_{p2}}{E_{p1}} = \frac{f_2 z_2}{f z_1 (1 + \tau_1)}$$

wo nach (144)

$$f_2 = \frac{(n_1 - n_2) p}{60}$$

und nach (123)

$$f = \frac{n_1 p}{60}$$

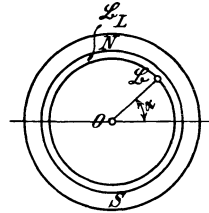


Abb. 184.

ist, also
$$\frac{f_2}{f} = \frac{n_1 - n_2}{n_1} = \sigma, \quad (145)$$

σ heißt die Schlüpfung. Hiermit wird

$$\frac{E_{p_2}}{E_{p_1}} = \frac{\sigma z_2}{z_1(1 + \tau_1)}.$$

Ist $n_2 = 0$ also $\sigma = 1$ so wird E_{p_2} ein Maximum, nämlich

$$E'_{p_2} = E_{p_1} \frac{z_2}{z_1(1 + \tau_1)} \quad (146)$$

und somit
$$E_{p_2} = E'_{p_2} \sigma. \quad (146a)$$

Die Bürstenspannung bei Stillstand ist $E'_{p_2} \sqrt{3}$ wenn der Läufer Sternschaltung besitzt. Angaben über $E'_{p_2} \sqrt{3}$ siehe DIN. VDE. 2651.

Dividiert man E_{p_2} durch den Echtwiderstand R_2 einer Phase, so erhält man den Strom daselbst

$$J_2 = \frac{E_{p_2}}{R_2}.$$

Der Verlust durch Stromwärme in den drei Läuferphasen ist

$$N_2 = 3 J_2^2 R_2 = 3 (J_2 R_2) J_2 = 3 E_{p_2} J_2. \quad (147)$$

Mechanische Leistung des Läufers.

Der Drehstrommotor kann bei festgehaltenem Läufer als Transformator aufgefaßt werden, der die in den Ständer eingeleitete elektrische Leistung von der Phasenspannung E_{p_1} umsetzt in die elektrische Leistung von der Phasenspannung E'_{p_2} . Die abgegebene Leistung ist $3 E'_{p_2} J_2$, wo J_2 nur von dem Widerstande des Läuferstromkreises abhängt. Dreht sich der Läufer, so besteht diese Leistung aus der elektrisch abgegebenen Leistung $3 E_{p_2} J_2$ und der mechanischen Leistung N_a , es ist also

$$3 E'_{p_2} J_2 = N_a + 3 E_{p_2} J_2,$$

oder

$$N_a = 3 E'_{p_2} J_2 - 3 E_{p_2} J_2$$

oder auch (F. 146a)

$$N_a = 3 E'_{p_2} J_2 (1 - \sigma) \text{ Watt}^1). \quad (148)$$

¹⁾ Drehmoment. Die mechanische Leistung des Motors ist, wenn P die Umfangskraft in Dyne und $2r$ den Läuferdurchmesser in cm bezeichnet

$$N_a = P \frac{2r\pi n_2}{60 \cdot 10^7} \text{ Watt (vgl. Aufgaben 130 bis 132).}$$

Durch Gleichsetzen wird:

$$\frac{P 2r\pi n_2}{60 \cdot 10^7} = 3 E'_{p_2} J_2 (1 - \sigma), \quad \text{oder da } E'_{p_2} = \frac{2,22 \Phi_0 z_2 f}{10^8}$$

und aus (145) $n_2 = n_1 (1 - \sigma)$ ist

$$P r \frac{2\pi n_1 (1 - \sigma)}{60 \cdot 10^7} = 3 \cdot 2,22 \frac{\Phi_0 z_2 \cdot n_1 P}{10^8 \cdot 60} J_2 (1 - \sigma),$$

$$P r = \frac{3 p z_2}{2 \sqrt{2} \cdot 10} \Phi_0 J_2 \text{ Dyne} \times \text{cm},$$

d. h. das Drehmoment ist proportional der Kraftlinienzahl und dem Läuferstrom. (Vergl. Formel 49.)

Dividiert man (147) und (148) durch einander, so erhält man:

$$N_2 = N_a \frac{\sigma}{1 - \sigma}. \quad (149)$$

Die mechanische Leistung N_a des Rotors ist größer als die Nutzleistung N_m um den Betrag der Reibungsverluste N_R . Die Verluste durch Lagerreibung kann man angenähert nach der Formel

$$N_{R\mathfrak{z}} = \frac{(0,08 \div 0,1) \sqrt{n_1}}{100} N_m \text{ Watt} \quad (150)$$

berechnen. Hierzu kommt noch, bei dauernd aufliegenden Bürsten, der Verlust durch Bürstenreibung

$$N_{RB} = 0,29 F_b v_k \text{ Watt}, \quad (150 a)$$

wo F_b die gesamte Auflagefläche der Bürsten in cm^2 und v_k die Umfangsgeschwindigkeit des Schleifringes in Metern bezeichnet. Es ist also

$$N_a = N_m + N_R. \quad (151)$$

Die von der Wicklung des Ständers aufgenommene Leistung ist $3 E_{p_1} J_1$; sie ist größer, als die auf den Läufer übertragene Leistung $3 E'_{p_2} J_2$ um den Betrag der Eisenverluste; wir schreiben daher, um Gleichheit zu erhalten:

$$3 E_{p_1} J_1 \lambda = 3 E'_{p_2} J_2$$

oder, unter Berücksichtigung von (146)

$$3 E_{p_1} J_1 \lambda = 3 E_{p_1} \frac{z_2}{z_1 (1 + \tau_1)} J_2.$$

$$J_1 z_1 (1 + \tau_1) \cdot \lambda = J_2 z_2,$$

woraus

$$z_2 = \lambda \frac{J_1 z_1 (1 + \tau_1)}{J_2} \quad (152)$$

folgt.

Für λ kann man bei der Nennleistung etwa $0,85 \div 0,9$ setzen.

J_2 kann gemäß der Tabelle 17 gewählt werden.

Tabelle 17. Stromstärke im Läufer.

Leistung in PS	2	3	5	6	7,5	15	20	25	30	50
Strom im Läufer	8	9	12	13	13,5	29	32	40	48	76

Für die Länge $2l_2$ einer Läuferwindung kann man, ohne die Nutenabmessungen zu kennen, setzen

$$2l_2 = 2b + 2t_p + (10 \div 20) \text{ cm}, \quad (153)$$

oder, wenn man die Nutenabmessungen kennt, genauer

$$2l_2 = 2 \left\{ b + \delta + \frac{\pi}{2} h_n + m o_2 + \frac{\pi}{2} p (D - 2h_n - m o_3) \right\}, \quad (153 a)$$

wo δ einen Zuschlag (vgl. Abb. 182 und 183) und o_2 die mittlere Nutenweite bezeichnet.

Die pro Phase aufgewickelte Drahtlänge ist

$$L_2 = \frac{z_2}{2} 2 l_2 .$$

Der Widerstand dieser Läuferwicklung ist

$$R_{2w} = \frac{\rho L_2}{q_2} .$$

Der Widerstand R_2 einer Läuferphase besteht aus dem Widerstand der Wicklung R_{2w} und dem Übergangswiderstand R_b zwischen Schleifring und Bürste, also $R_2 = R_{2w} + R_b$. Er folgt aus der Gl. (147) $R_2 = \frac{N_2}{3 J_2^2}$.

Die Gleichung $R_{2w} = R_2 - R_b = \frac{\rho L_2}{q_2}$ gibt den Drahtquerschnitt

$$q_2 = \frac{\rho L_2}{R_2 - R_b} . \tag{154}$$

Für Kupfer ist $\rho = 0,02$, für Aluminium $\rho = 0,035$ zu setzen, da wegen der kleinen Periodenzahl mit einer Widerstandszunahme für Wechselstrom nicht zu rechnen ist.

Die Drahtzahl pro Nut ist $\frac{3 z_2}{k_2}$ (ganze Zahl) also der Drahtquerschnitt pro Nut

$$Q_k = q_2 \frac{3 z_2}{k_2} .$$

Unter Annahme des Nutenfüllfaktors (S. 247) folgt der Nutenquerschnitt $Q_n = \frac{Q_k}{f_k}$ und hieraus die Nutenabmessungen aus Formel 140.

B. Kurzschlußläufer.

Bezeichnet R_{Ω} den Widerstand eines Stabes einschließlich einer Endverbindung, so ist in den vorangegangenen Formeln zu setzen

$$R_2 = \frac{k_2}{3} R_{\Omega} \quad \text{und} \quad z_2 = \frac{k_2}{3} .$$

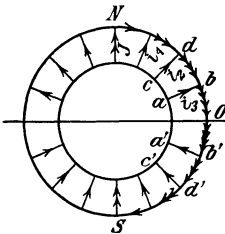


Abb. 185.

Strom im Ring. In Abb. 185 seien die beiden Ringe durch die konzentrischen Kreise und die Stäbe durch die radialen Linien ab, cd usw. dargestellt.

In jedem Stabe fließt ein Strom

$$i = J_{\max} \sin \alpha \quad (\text{s. Abb. 184}).$$

In dem Ringstück bb' (Abb. 185) fließt

$$i_1 + i_2 + .$$

die Summe der Ströme aus den einzelnen Stäben zwischen N und O .

Man findet diese Summe, wenn man den Mittelwert von i , d. i. $\frac{2}{\pi} J_{\max}$ mit der Anzahl der zugehörigen Stäbe multipliziert. Sind k_2 Stäbe vorhanden, so addieren sich bei der zweipoligen Anordnung die Ströme

in $\frac{k_2}{4}$ Stäben (allgemein in $\frac{k_2}{2 \cdot 2 p}$), also ist der Maximalwert des Stromes, der in dem Ringstück $\overline{b b'}$ fließt,

$$(J_r)_{\max} = \frac{2}{\pi} J_{\max} \frac{k_2}{4 p}, \text{ oder der effektive Wert}$$

$$J_r = \frac{(J_r)_{\max}}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\pi} J_2 \frac{k_2}{4 p} = J_2 \frac{k_2}{2 p \pi}. \quad (155)$$

Gleichung für R_{Ω} . Bezeichnet R_r den Widerstand beider Ringe, so ist der Verlust durch Stromwärme im Läufer

$$N_2 = J_2^2 R_s k_2 + J_r^2 R_r,$$

wo R_s den Widerstand eines Stabes ohne Endverbindungen bezeichnet.

$$N_2 = J_2^2 R_s k_2 + \left(\frac{J_2 k_2}{2 p \pi} \right)^2 R_r$$

$$N_2 = J_2^2 k_2 \left(R_s + R_r \frac{k_2}{(2 p \pi)^2} \right).$$

Andererseits ist $N_2 = J_2^2 R_{\Omega} k_2$.

Der Widerstand eines Stabes mit seiner Verbindung ist demnach

$$R_{\Omega} = R_s + R_r \frac{k_2}{(2 p \pi)^2}. \quad (156)$$

Berechnet man den Stabquerschnitt q_s nach der Formel

$$q_s = \frac{\rho}{R_{\Omega}} \left(l_s + \frac{D_r}{p} \right) \quad (157)$$

so wird das Kupfervolumen des Läufers ein Minimum.

D_r ist der mittlere Durchmesser des Ringes; l_s und D_r sind in Metern einzusetzen.

$$l_s \approx b + 20 \text{ mm.}$$

Temperaturerhöhung. Die Temperaturerhöhung kann nach Hobart in folgender einfacher Weise berechnet werden. Es sei D der Durchmesser des Ständers, $L = b + 0,7 t_p$, alle Maße in dm, so ist die ausstrahlende Oberfläche

$$O = \pi D L \text{ dm}^2$$

und die Temperaturerhöhung ϑ :

$$\vartheta = \frac{\text{Gesamtverlust}}{\pi D L (1,44 \text{ bis } 1,85)} \quad \text{für halb offene Motoren,} \quad (158)$$

für ganz geschlossene Motoren sind anstatt 1,44 bis 1,85 etwa die halben Werte einzusetzen.

Das Heylandsche Diagramm.

Bestimmt man aus der Gleichung für die eingeleitete Leistung

$$N_k = \sqrt{3} E_k J_1 \cos \varphi \text{ den Wert}$$

$$\cos \varphi = \frac{N_k}{\sqrt{3} E_k J}$$

Da wir voraussetzen, daß E_k konstant bleibt, so ist $\overline{CC'}$ ein Maß für die eingeleitete Leistung.

Wir sehen, daß die eingeleitete Leistung ein Maximum ist, wenn der Punkt C in Abb. 186 nach F kommt.

Aus der Gl. (125 a) folgt die Proportionalität zwischen J_μ und \mathfrak{B}_Ω und da ferner [nach Gl. (128)] \mathfrak{B}_Ω proportional Φ_0 und dieses [nach Gl. (132)] proportional E_{p1} ist, so ist auch J_μ proportional E_{p1} . Man kann hiernach \overline{OA} bzw. \overline{OG} als ein Maß für die Phasenspannung ansehen. Wir haben demnach folgende Maßstäbe:

1. $1 A = a$ mm (willkürlich gewählt).
 \overline{OG} mm sollen E_{p1} Volt sein,
 ? „ sind 1 Volt.

2. $1 V = \frac{\overline{OG}}{E_{p1}} = b$ mm.

Die eingeleitete Leistung werde gemessen durch die Länge \overline{MF} mm, es sollen also sein:

$$\overline{MF} \text{ mm} = 3 E_{p1} \frac{\overline{MF}}{a} \text{ Watt},$$

1 " " "

3. $1 \text{ mm} = \frac{3 E_{p1}}{a} \text{ Watt}$ und umgekehrt: $1 \text{ Watt} = \frac{a}{3 E_{p1}} \text{ mm}$.

Für E_{p1} ist in 2. und 3. bei Sternschaltung $\frac{E_k}{\sqrt{3}}$ und bei Dreieckschaltung E_k zu setzen.

Trägt man in G an \overline{OG} (Abb. 187) einen Winkel α derart an, daß $\text{tg } \alpha = R_1 \Omega$

ist und beschreibt um den Mittelpunkt M_1 einen Kreis (II), der durch A und G geht, so ist $\overline{EE'}$ im Wattmaßstabe gemessen, die auf den Läufer übertragene mechanische Leistung N_a . Der Winkel α wird angetragen, indem man von G aus $1 A$ (d. h. a mm) nach links abträgt, in dem Endpunkte eine Senkrechte errichtet und diese gleich R_1 Volt d. i. $b R_1$ mm macht. Die Verbindungslinie dieses Punktes mit G geht durch M_1 .

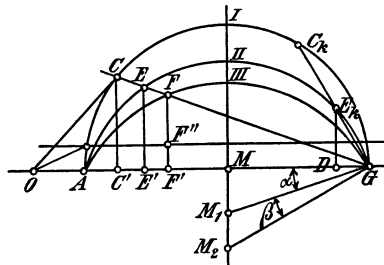


Abb. 187.

Ist R_2 der Widerstand einer Phase des Läufers einschließlich des Übergangswiderstandes der Bürste, R_2' der Widerstand einer Phase unter der Voraussetzung, daß Ständer und Läufer gleichviel Windungen besäßen, wie dies in dem obigen Diagramm vorausgesetzt wird, so ist dann

$$R_2' = R_2 \left[\frac{z_1}{z_2} (1 + \tau_1) \right]^2 \tag{162}$$

Trägt man in G an \overline{OG} einen Winkel $(\alpha + \beta)$ derart an, daß

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = R_1 + R_2' = R_k$$

ist, so erhält man in M_2 den Mittelpunkt des Kreises III (Abb. 187), für welchen $\overline{FF'}$ im Wattmaßstabe gemessen die gebremste Leistung darstellt, allerdings ohne Berücksichtigung der Verluste im Eisen und ohne Reibungsverluste.

Bezeichnet N_0 diese Verluste und zieht man im Abstände N_0 Watt eine Parallele zu \overline{OG} , so ist unter Berücksichtigung aller Verluste $\overline{FF''}$ die gebremste Leistung. Die mit dem Wattmeter bei Leerlauf gemessene Leistung, abzüglich der Stromwärme $3 J_0^2 R_1$, gibt die Leerlaufverluste N_0 .

Wird nun unser Motor immer mehr und mehr belastet, so wandert der Punkt C auf dem Kreise I immer weiter nach rechts und kommt schließlich nach C_k , wo $\overline{C_kG}$ Tangente an den Kreis III geworden, also

$$\overline{C_kG} \perp \overline{M_2G}$$

ist. In diesem Falle ist $\overline{FF'} = 0$ geworden, d. h. der Läufer steht still, und es bedeutet demnach $\overline{OC_k}$ den Strom bei festgehaltenem Läufer, also den Kurzschlußstrom, unter Berücksichtigung der Verluste.

$\overline{E_kD}$ ist die auf den Läufer übertragene Leistung, die proportional dem Drehmoment ist. Es stellt demnach $\overline{E_kD}$ ein Maß für das Anzugsmoment des Motors dar.

Die Schlüpfung ist der Quotient $\frac{\overline{EF}}{\overline{EG}}$. (Eine andere Art der Darstellung der Schlüpfung siehe Aufgabe 312 Abb. 195.)

Das über das Diagramm Gesagte gilt in gleicher Weise für den Phasen- wie für den Kurzschlußläufer. Nur ist bei letzterem zu berücksichtigen, daß

$$R_2 = \frac{k_2}{3} R_\Omega$$

also Formel (161)

$$J_2 = \overline{AC} \frac{3 z_1 (1 + \tau_1)}{k_2}$$

und Formel (162)

$$R_2' = R_2 \left[\frac{3 z_1 (1 + \tau_1)}{k_2} \right]^2 \quad \text{wird.}$$

Bei einem richtig berechneten, nicht zu kleinem Motor, soll bei voller Belastung die Stromlinie \overline{OC} Tangente an den Kreis I sein, denn dann ist $\cos \varphi$ ein Maximum. Für diesen Fall ist (Abb. 186, S. 256)

$$\operatorname{tg} \varphi_m = \frac{\overline{OD}}{\overline{DM}} = \frac{J_1}{r} = \frac{J_1}{J_\mu \frac{1 - \tau}{2 \tau}},$$

also

$$\frac{J_1}{J_\mu} = \frac{1 - \tau}{2 \tau} \operatorname{tg} \varphi_m = \frac{1 - \tau}{2 \tau} \frac{\sin \varphi_m}{\cos \varphi_m} = \frac{1 - \tau}{2 \tau} \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \varphi_m}}{\cos \varphi_m}.$$

Setzt man, wie oben gezeigt Formel (160)

$$\cos \varphi_m = \frac{1 - \tau}{1 + \tau},$$

so wird

$$\frac{J_1}{J_\mu} = \frac{1-\tau}{2\tau} \frac{\sqrt{1-\left(\frac{1-\tau}{1+\tau}\right)^2}}{\frac{1-\tau}{1+\tau}} = \frac{1-\tau}{2\tau} \frac{\sqrt{4\tau}}{\frac{1-\tau}{1+\tau}(1+\tau)} = \frac{\sqrt{\tau}}{\tau} = \frac{1}{\sqrt{\tau}}$$

$$J_\mu = J_1 \sqrt{\tau}. \quad (163)$$

Zur Berechnung von τ kann man sich bei offenen Nuten der empirischen Formel:

$$\tau = \frac{3}{H^2} + \frac{\delta}{H t_p} \frac{O_s + O_\Omega}{2} + \frac{6\delta}{b} \quad (164)$$

bedienen, wo $H = \frac{k_1 + k_2}{4p}$ ist. Alle Längenmaße sind in cm einzusetzen.

Der Wert τ_1 kann gleich τ_2 , also $\tau_1 = \frac{\tau}{2}$ geschätzt werden. O_s und O_Ω sind die Nutenöffnungen im Ständer bzw. Läufer.

Um der Gl. (163) Genüge zu leisten, muß \mathfrak{B}_Ω entsprechend berechnet werden. Aus (125a) folgt mit $z_1 = 2W$,

$$z_1 = \frac{0,64 \mathfrak{B}_\Omega p \delta \alpha \cdot 2}{J_\mu}.$$

Die Gl. (130) und (132) geben $\Phi_1 = (1 + \tau_1) t_p b f' \mathfrak{B}_\Omega$, beide Werte in (128) eingesetzt

$$E_{p1} = \frac{2,1 (1 + \tau_1) t_p b f' \mathfrak{B}_\Omega f}{10^8} \cdot \frac{2 \cdot 0,64 \mathfrak{B}_\Omega \delta p \alpha}{J_\mu}$$

hieraus

$$\mathfrak{B}_\Omega = \sqrt{\frac{E_{p1} J_\mu \cdot 10^8}{2,1 (1 + \tau_1) \cdot 2 \cdot 0,64 t_p b f' f \delta p \alpha}}$$

$$\mathfrak{B}_\Omega = 7340 \sqrt{\frac{E_{p1} J_\mu}{t_p b f \delta p \alpha}}, \quad (165)$$

wo $1 + \tau_1 = 1,03$, $f' = 0,67$ gesetzt wurde.

301. Wie groß ist die Schlüpfung eines 4 [6] (8)-poligen Drehstrommotors, der 1450 [950] (720) Umdrehungen bei 50 Perioden macht, und wie groß ist die Periodenzahl des Läuferstroms?

Lösung: Die Schlüpfung σ folgt aus der Gl. (145)

$$\sigma = \frac{n_1 - n_2}{n_1}, \quad \text{wo} \quad n_1 = \frac{60 f}{p} = \frac{60 \cdot 50}{2} = 1500 \text{ ist,}$$

$$\text{also} \quad \sigma = \frac{1500 - 1450}{1500} = 0,033 \quad \text{oder} \quad 100 \sigma = 3,3\%.$$

Die Periodenzahl f_2 des Läuferstromes folgt aus Formel (145)

$$f_2 = f \sigma = 50 \cdot 0,0333 = 1,666 \text{ Perioden.}$$

302. Ein 6 [4] (8)-poliger Drehstromerzeuger (Generator) macht 980 [1460] (750) Umdrehungen pro Minute, ein von diesem gespeister Drehstrommotor 1430 [720] (700) Umdrehungen. Wie groß ist hiernach die Polzahl des Motors und die Schlüpfung?

Lösung: Die Periodenzahl des Drehstromes ist [Formel (71)]

$$f = \frac{980 \cdot 3}{60} = 49, \quad \text{oder} \quad 60f = 2940;$$

Setzt man angenähert $n_1 = n_2 = 1430$ und löst (123) nach p auf, so erhält man $p = \frac{60 \cdot 49}{1430} = 2,06$, d. h. es ist $2p = 4$,

also wird $n_1 = \frac{2940}{2} = 1470$, demnach

$$\sigma = \frac{1470 - 1430}{1470} = 0,0272.$$

303. Wie groß ist in der vorigen Aufgabe die Periodenzahl des Läuferstromes?

Lösung: Es ist

$$f_2 = \frac{(n_1 - n_2)p}{60} = \frac{1470 - 1430}{60} \cdot 2 = 1,333 \dots$$

304. Um die Schlüpfung eines 4 [6] (4)-poligen Motors zu bestimmen, legte man an die Schleifringe des Läufers ein Westonvoltmeter, welches 40 [60] (80) Ausschläge in einer Minute machte. Die Tourenzahl des 4 [6] (6)-poligen Generators war 1500 [1000] (1000). Wie groß ist hiernach die Schlüpfung?

Lösung: Wegen der geringen Periodenzahl des Läufers macht ein Westongalvanometer während jeder Periode einen Ausschlag nach einer Seite, also ist die Anzahl der Ausschläge nach dieser Seite hin unmittelbar die Periodenzahl f_2 . In unserem Falle ist $f_2 = 40$ pro Minute und da $f_2 = (n_1 - n_2)p$, so ist

$$n_1 - n_2 = \frac{f_2}{p} = \frac{40}{2} = 20,$$

mithin
$$\sigma = \frac{n_1 - n_2}{n_1} = \frac{20}{1500} = 0,0133.$$

Bemerkung. Ersetzt man das Galvanometer durch ein Telephon, so ist die Anzahl der Schwebungen doppelt so groß, wie die der Ausschläge des Westongalvanometers. Dasselbe gilt für ein Weicheiseninstrument.

305. Ein Drehstrommotor hat eine Ständerbohrung D von 120 [200] (340) mm, eine Breite b von 60 [93] (140) mm, die Nutenzahl des Ständers ist $k_1 = 36$ [36] (54), die Nutenzahl des Läufers ist $k_2 = 37$ [54] (72), die Drahtzahl pro Phase des Ständers $z_1 = 180$ [288] (216), die des Läufers $z_2 = \frac{37}{3}$ (Kurzschlußläufer) [180] (144), der Luftzwischenraum δ ist 0,3 [0,5] (0,75) mm, die Polzahl 4 [6] (6). Gesucht wird:

- die Polteilung,
- der Streuungskoeffizient, wenn die Nutenöffnungen $0_s = 1$ [3] (3) mm $0_g = 1$ [2] (2) mm sind,
- der Magnetisierungsstrom, wenn der Vollaststrom 8,5 [7,3] (32) A beträgt, und dieser Strom dem größten Werte von $\cos \varphi$ entsprechen soll,
- der Durchmesser des Heylandschen Diagramms.
- die Stromstärke in einem Stabe [eine Phase] (einer Phase) des Läufers,
- $\cos \varphi_m$.

Lösungen:

$$\text{Zu a): } t_p = \frac{\pi D}{2p} = \frac{\pi \cdot 120}{4} = 94,2 \text{ mm.}$$

Zu b): Der Streuungskoeffizient folgt aus der Gl. (164), wo $H = \frac{36 + 37}{4 \cdot 2} = 9,125$ ist, also

$$\tau = \frac{3}{9,125^2} + \frac{0,03}{9,125 \cdot 9,42 \frac{0,1 + 0,1}{2}} + \frac{6 \cdot 0,03}{6} = 0,0695.$$

Zu c): Aus (163) folgt

$$J_\mu = J \sqrt{\tau} = 8,5 \sqrt{0,0696} = 2,24 \text{ A.}$$

Zu d): Gl. (159) liefert:

$$2r = J_\mu \frac{1 - \tau}{\tau} = 2,24 \frac{1 - 0,0695}{0,0695} = 30,1 \text{ A.}$$

Zu e): Man zeichne (Abb. 188) einen Halbkreis mit dem Durchmesser $\overline{AG} = 2r = 30,1 \text{ A}$, z. B. $1 \text{ A} = 2 \text{ mm}^1$), trage an A nach links das Stück $\overline{OA} = J_\mu = 2,24 \text{ A}$, d. i. 4,48 mm an,

¹⁾ In der Abbildung ist nur der halbe Maßstab angewendet, dem Leser ist aber zu empfehlen, den oben angegebenen, oder einen noch größeren Maßstab zu benutzen.

und mache $\overline{OC} = 8,5 \text{ A}$, d. i. 17 mm, dann wird gemessen $\overline{AC} = 16 \text{ mm}$, d. i. $\overline{AC} = 8 \text{ A}$, es ist demnach (161) für Kurzschlußläufer (S. 258)

$$J_2 = 8 \frac{3 z_1}{k_2} (1 + \tau_1) = \frac{8 \cdot 3 \cdot 180 \cdot 1,0347}{37} = 121 \text{ A.}$$

Zu f): $\cos \varphi_m = \frac{1 - \tau}{1 + \tau} = \frac{1 - 0,0695}{1 + 0,0695} = 0,876.$

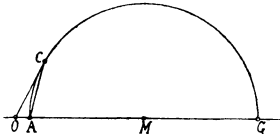


Abb. 188.

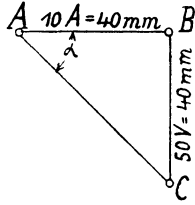


Abb. 189.

306. Einen Widerstand von $5 [0,7] (1,2) \Omega$ durch die Gleichung $\text{tg } \alpha = R$ darzustellen, wenn

$$\begin{aligned} 1 \text{ A} &= 4 [3] (2) \text{ mm}, \\ 1 \text{ V} &= 0,8 [1] (1,5) \text{ mm ist.} \end{aligned}$$

Lösung:

$$\text{tg } \alpha = 5 \Omega = \frac{5 \text{ V}}{1 \text{ A}} = \frac{50 \text{ V}}{10 \text{ A}},$$

d. i. $\frac{50 \cdot 0,8 \text{ mm}}{10 \cdot 4 \text{ mm}} = \frac{40 \text{ mm}}{40 \text{ mm}} = \frac{BC}{AB}$ (Abb. 189).

Wie groß ist der Widerstand R , wenn in der Abb. 189 $1 \text{ A} = 3 [2] (0,5) \text{ mm}$, $1 \text{ V} = 2 [1,5] (4) \text{ mm}$ vorstellt?

Lösung:

$$\text{tg } \alpha = \frac{BC}{AB} = \frac{40 \text{ mm}}{40 \text{ mm}}, \quad \text{d. i.} \quad \frac{(40 : 2) \text{ V}}{(40 : 3) \text{ A}} = \frac{20 \text{ V}}{13,33 \text{ A}} = 1,5 \Omega.$$

307. Zeichne in Aufgabe 305 das Heylandsche Diagramm mit allen drei Kreisen, wenn noch folgende Werte gegeben sind: $R_1 = 0,3 [0,5] (0,115) \Omega$, $R_2 = 0,00166 [0,195] (0,056) \Omega$ und $E_k = 60 [220] (338) \text{ V}$. Sternschaltung vorausgesetzt.

Lösung: Der Voltmaßstab bei Sternschaltung ist bestimmt durch die Gleichung

$$1 \text{ V} = \frac{OG}{E_k} \sqrt{3} = \frac{65 \cdot \sqrt{3}}{60} = 1,87 \text{ mm},$$

Lösungen:

Für den Wattmaßstab gilt die Gleichung:

$$1 \text{ mm} = \frac{3 E_{p1}}{a} = \frac{3 \cdot 60}{2 \cdot \sqrt{3}} = 52 \text{ W}.$$

Zu a): Die zum Strome $\overline{OC} = 8,5 \text{ A}$ gehörige Nutzleistung ist $\overline{FF'}$ = 12 mm gemessen, also $12 \cdot 52 = 624 \text{ W} \equiv 0,85 \text{ PS}$.

Zu b): Die Nutzleistung wird ein Maximum für \overline{MH} . Da $\overline{MH} = 17 \text{ mm}$, so ist die größte Nutzleistung

$$N_m = 17 \cdot 52 = 885 \text{ W} \equiv 1,2 \text{ PS}.$$

Bemerkung: Weder bei a noch bei b sind die Eisen- und Reibungsverluste berücksichtigt.

Zu c): Der Kurzschlußstrom \overline{OC}_k wird erhalten, indem man in G auf $\overline{M_2G}$ eine Senkrechte errichtet, die den ersten Kreis in C_k schneidet. Die Messung ergibt

$$\overline{OC}_k = 56 \text{ mm}, \text{ d. i. } 56 : 2 = 28 \text{ A}.$$

309. Es soll an einem fertigen Motor das Heylandsche Diagramm aufgenommen werden. Zu diesem Zweck mißt man:

1. bei Leerlauf die Spannung E_k , den Strom J_0 und die eingeleitete Leistung N_0 ,

2. bei festgehaltenem Läufer die Spannung E'_k , den Kurzschlußstrom i_k und die eingeleitete Leistung N_k . Hieraus berechnet man $\cos \varphi_0$ und $\cos \varphi_k$ aus den Gleichungen:

$$\cos \varphi_0 = \frac{N_0}{\sqrt{3} E_k J_0};$$

$$\cos \varphi_k = \frac{N_k}{\sqrt{3} E'_k i_k}.$$

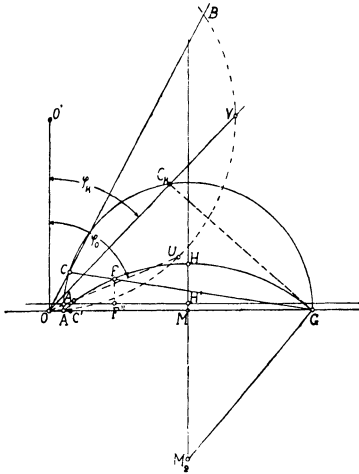


Abb. 191.

Die Winkel φ_0 und φ_k trägt man im Punkte O an die Vertikale $\overline{OO'}$ (Abb. 191) an, auf dem freien Schenkel des $\sphericalangle \varphi_0$ die Länge $\overline{OA_0} = J_0$, auf dem

Schenkel des $\sphericalangle \varphi_k$ die Stromstärke $\overline{OC}_k = J_k$ auf, die man bei normaler Spannung E_k erhalten hätte. Da die Kurzschlußstromstärken sehr nahezu proportional den Spannungen wachsen,

so folgt die Stromstärke J_k aus der Proportion $i_k : J_k = E'_k : E_k$, nämlich $J_k = i_k \frac{E_k}{E'_k}$, man macht also $\overline{OC_k} = J_k$. Nun zeichnet man einen Kreis, der durch die Punkte A_0 und C_k hindurchgeht, und dessen Mittelpunkt auf der zu $\overline{OO'}$ senkrechten \overline{OG} liegt. Man findet bekanntlich seinen Mittelpunkt, indem man über $\overline{A_0C_k}$ die Mittelsenkrechte errichtet und diese bis zum Schnitt M mit \overline{OG} verlängert.

Errichtet man auf $\overline{C_kG}$ in G eine Senkrechte, so liefert diese den Mittelpunkt M_2 des Kreises III.

Will man noch den Kreis II zeichnen, so muß der Widerstand R_1 einer Phase gemessen werden.

Beispiel: Gemessen wurde:

1. bei Leerlauf (Sternschaltung)

$$E_k = 220 \text{ V, (normale Spannung) } J_0 = 1,25 \text{ A, } N_0 = 140 \text{ W;}$$

2. bei festgehaltenem Läufer

$$E'_k = 110 \text{ V, } i_k = 11,35 \text{ A, } N_k = 1550 \text{ W.}$$

$$\text{Hiernach ist } \cos \varphi_0 = \frac{140}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 1,25} = 0,237,$$

$$\cos \varphi_k = \frac{1550}{\sqrt{3} \cdot 110 \cdot 11,35} = 0,717,$$

$$\text{und } J_k = 11,35 \frac{220}{110} = 22,7 \text{ A.}$$

Um die $\sphericalangle \varphi_0$ und φ_k in Abb. 191 bequem anzutragen, nehme man 50 mm in den Zirkel und beschreibe hiermit um O' einen Halbkreis, der durch O hindurchgeht. Nimmt man jetzt 23,7 mm in den Zirkel und beschreibt von O aus einen Kreisbogen, der den Kreis in U schneidet, so ist $\sphericalangle UOO' = \sphericalangle \varphi_0$, ebenso ist $\sphericalangle VOO' = \sphericalangle \varphi_k$, wenn $\overline{OV} = 71,7$ mm gemacht ist. Auf diesen Strecken trage man im Amperemaßstab,

z. B. 1 A = 2 mm = a ,

$\overline{OA_0} = 1,55$ A, d. i. 3,1 mm und $\overline{OC_k} = 22,7$ A, d. i. 45,4 mm ab.

Die Mittel-Senkrechte über $\overline{A_0C_k}$ liefert den Mittelpunkt M . Der Kreis um M mit dem Radius $\overline{MA_0}$ ist Kreis I. Den Mittelpunkt M_2 des Kreises III findet man, indem man in G auf $\overline{C_kG}$ eine Senkrechte errichtet und diese bis M_2 verlängert.

Eine durch A_0 gezogene Parallele zu \overline{OG} berücksichtigt die Verluste durch Reibung, Hysterisis, Wirbelströme und Stromwärme, welche letztere meistens vernachlässigt wird.

310. Beantworte folgende Fragen:

- a) Welche Leistung könnte man maximal bremsen?
- b) Welche normale Leistung besitzt der Motor, wenn diese nur die Hälfte der maximalen sein soll?
- c) Mit welcher Stromstärke arbeitet hierbei der Motor?
- d) Wie groß ist der zugehörige $\cos \varphi$?
- e) Wie groß ist der zugehörige Wirkungsgrad?

Lösungen:

Bestimme zunächst den Wattmaßstab. Da unser Motor Sternschaltung besitzt, so ist

$$E_{p1} = \frac{220}{\sqrt{3}} = 127 \text{ V,}$$

also
$$1 \text{ mm} = \frac{3 E_{p1}}{a} = \frac{3 \cdot 127}{2} = 191 \text{ W.}$$

Zu a): Die maximal zu bremsende Leistung ist durch die Strecke $\overline{HH'}$ gegeben, diese ist 11 mm lang, also

$$N_{\max} = 11 \cdot 191 = 2100 \text{ W.}$$

Zu b):
$$N_m = \frac{2100}{2} = 1050 \text{ W} = \overline{FF''} = 5,5 \text{ mm.}$$

Zu c): Man verbinde F mit G und verlängere bis C , dann ist \overline{OC} der gesuchte Strom. Es ist $\overline{OC} = 9 \text{ mm}$,

also
$$J_1 = \frac{9}{2} = 4,5 \text{ A.}$$

Zu d): Lege einen Millimetermaßstab zwischen O und C und lies die Länge \overline{OCB} in mm ab, es ist dann gemessen

$$\cos \varphi = \frac{89}{100} = 0,89.$$

Zu e):
$$\eta = \frac{\overline{FF''}}{\overline{CC'}} = \frac{5,5}{8} \approx 0,7.$$

311. Zeichne das Diagramm und beantworte dieselben Fragen, wenn bei dem mit Sternschaltung versehenen Motor gemessen wurden:

1. Leerlauf: $E_k = 220$ [220] V, $J_0 = 5,4$ [8,7] A. $N_0 = 350$ [700] W.

2. Läufer, fest: $E_k' = 98$ [64] V, $i_k = 40$ [48,2] A, $N_k = 2050$ [1560] W [$R_1 = 0,108 \Omega$].

312. Es soll ein Drehstrommotor für 10 kW (13,5 PS) und 1000 Touren bei 50 Perioden berechnet werden. Die Wicklung besteht aus Aluminiumdrähten [Kupferdrähten].

Wir berechnen den Motor für 380 V und Sternschaltung. Wird er dann in Dreieckschaltung verwendet, so kann er an 220 V angeschlossen werden. Um Textwiederholungen zu vermeiden, sind am Rande links die angewendeten Formelnummern angegeben worden, bei denen dann das übrige nachgelesen werden kann.

Wir entnehmen der Abb. 176 $C = 0,0009$ für Kupfer und multiplizieren diesen Wert mit etwa 0,6, setzen also für Aluminium $C = 0,00054$. Man erhält:

$$(133b) D = 0,76 \sqrt[3]{\frac{10000 \cdot 3}{0,00054 \cdot 1000}} = 28,9 \text{ cm abgerundet } D = 29 \text{ cm,}$$

$$(123) p = \frac{60 \cdot 50}{1000} = 3, \quad t_p = \frac{\pi D}{6} = \frac{\pi \cdot 29}{6} = 15,2 \text{ cm,}$$

$$(133a) \quad b = 1,4 t_p = 21,3 \text{ cm.}$$

$$(126) \delta = 0,2 + 0,001 D = 0,2 + 0,001 \cdot 290 \approx 0,5 \text{ mm,}$$

$$(127) k_1 = m \cdot 6 p = 3 \cdot 6 \cdot 3 = 54, \quad k_2 = 2 \cdot 6 \cdot 3 = 36 \text{ Nuten}$$

$$(164) \quad \tau = \frac{3}{7,5^2} + \frac{6 \cdot 0,05}{21,3} = 0,067,$$

$$\text{wo} \quad H = \frac{k_1 + k_2}{4 p} = \frac{90}{12} = 7,5 \text{ war.}$$

$$(160) \quad (\cos \varphi)_{\max} = \frac{1 - 0,067}{1 + 0,067} = 0,876.$$

Wir rechnen jedoch vorsichtigerweise nur mit

$$\cos \varphi = 0,85 \quad \text{und wählen} \quad \eta = 0,86.$$

$$(124) \quad J_1 = \frac{10000}{\sqrt{3 \cdot 380 \cdot 0,85 \cdot 0,86}} = 20,8 \text{ A.}$$

$$(163) \quad J_{II} = 20,8 \sqrt{0,067} = 5,4 \text{ A.}$$

Die Verluste sind

$$N_k - N_m = \frac{10000}{0,86} - 10000 = 1600 \text{ W.}$$

Der Verlust bei Leerlauf beträgt pro PS etwa 60 W (Tab. 16) also für 13,5 PS

$$N_0 = 60 \cdot 13,5 = 810 \text{ W.}$$

Die Verluste durch Stromwärme sind daher

$$N_1 + N_2 = 1600 - 810 = 790 \text{ W.}$$

Die Drehzahl eines solchen Motors geben die Kataloge zu 960 an, also ist die Schlüpfung σ

$$(145) \quad \sigma = \frac{n_1 - n_2}{n_1} = \frac{1000 - 960}{1000} = 0,04.$$

Die Verluste durch Lagerreibung sind

$$(150) \quad N_R = \frac{0,1\sqrt{1000}}{100} \cdot 10000 = 316 \text{ W.}$$

Demnach die mechanische Leistung des Läufers

$$(151) \quad N_a = N_m + N_R = 10000 + 316 = 10316,$$

$$(149) \quad N_2 = 10316 \frac{0,04}{0,96} = 430 \text{ W.}$$

Für den Verlust durch Stromwärme im Ständer bleibt mithin

$$N_1 = 790 - 430 = 360 \text{ W.}$$

$$\text{Nach (129)} \quad R_1 = \frac{N_1}{3 J_1^2} = \frac{360}{3 \cdot 20,8^2} = 0,277 \Omega.$$

$$\text{Nach (128a)} \quad E_{p1} = \frac{380}{\sqrt{3}} - 20,8 \cdot 0,277 \cdot 0,85 = 215 \text{ V.}$$

$$(165) \quad \mathfrak{B}_g = 7340 \sqrt{\frac{215 \cdot 5,4}{15,2 \cdot 21,3 \cdot 0,05 \cdot 50 \cdot 3 \cdot 1,45}} = 4200,$$

wo $\alpha = 1,45$ geschätzt wurde.

$$(125a) \quad W = \frac{z_1}{2} = \frac{0,64 \cdot 4200 \cdot 0,05 \cdot 3 \cdot 1,45}{5,4} = 108,$$

$$z_1 = 216. \quad Z_1 = \frac{3 z_1}{k_1} = \frac{3 \cdot 216}{54} = 12 \text{ Drähte pro Nut.}$$

$$(128) \quad \Phi_1 = \frac{215 \cdot 10^8}{2,1 \cdot 50 \cdot 216} = 940000,$$

$$(130) \quad \Phi_0 = \frac{940000}{1,03} = 913000.$$

$$\text{Probe: (132)} \quad \mathfrak{B}_g = \frac{913000}{21,3 \cdot 15,2 \cdot 0,67} = 4200.$$

Da es denkbar ist, daß der Motor später in Kupfer gewickelt werden soll, so nehmen wir die Zahninduktionen im Ständer und Läufer klein an, etwa $\mathfrak{B}_{z\max} = 15300$,

$$(134) \quad t_1 = \frac{\pi D}{k_1} = \frac{\pi \cdot 29}{54} = 1,69 \text{ cm}, \quad b = b_1 \text{ (ohne Luftspalt)},$$

$$(135) \quad c_1 = \frac{4200 \cdot 1,69}{0,9 \cdot 15300} = 0,52 \text{ cm},$$

$$(136) \quad o_n = t_1 - c_1 = 1,69 - 0,52 = 1,17 \text{ cm}.$$

Nach (137) $2l_1 = 2 \cdot 21,3 + 3 \cdot 15,2 + 20 = 108,2 \text{ cm}$,

daher ist die pro Phase aufgewickelte Drahtlänge

$$L_1 = 1,082 \cdot \frac{216}{2} = 117 \text{ m},$$

und der Drahtquerschnitt

$$(138) \quad q_1 = \frac{\rho L_1}{R_1} = \frac{0,04 \cdot 117}{0,277} = 16,9 \text{ mm}^2.$$

Mit $d = 4,6 \text{ mm}$ wird endgültig $q_1 = 16,5 \text{ mm}^2$

$$Q_k = 12 \cdot 16,5 = 198 \text{ mm}^2.$$

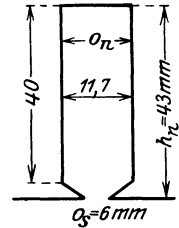


Abb. 192.

Nimmt man den Nutenfüllfaktor (Seite 247) $f_k = 0,39$ an, so wird der Nutenquerschnitt $Q_n = \frac{198}{0,39} = 504 \text{ mm}^2$, daher nach

$$(140) \quad h_n = \frac{504}{11,7} = 43 \text{ mm}^2 \text{ (Abb. 192)}.$$

Die Länge einer Windung ist jetzt genauer (141)

$$2l_1 = 2 \left\{ 21,3 + 4 + \frac{\pi}{2} \cdot 4,3 + 3 \cdot 1,17 + \frac{\pi}{6} (29 + 2 \cdot 4,3 + 3 \cdot 1,17) \right\}$$

$$2l_1 = 114,4 \text{ cm}$$

und die aufgewickelte Drahtlänge pro Phase

$$L_1 = 2l_1 \frac{z_1}{2} = 1,144 \cdot 108 = 124 \text{ m},$$

daher der endgültige Widerstand einer Phase

$$R_1 = \frac{0,04 \cdot 124}{16,5} = 0,3 \Omega.$$

Nehmen wir $\mathfrak{B}_a = 7000$ an, so wird

$$(131) \quad h_a = \frac{940000}{2 \cdot 0,9 \cdot 21,3 \cdot 7000} = 3,5 \text{ cm} \quad \left(h_a < \frac{29}{6} \right).$$

Die Abmessungen der Statorbleche sind in Abb. 193 dargestellt. Das Gewicht der Bleche vor dem Ausstanzen ist:

$$(143) \quad G = \left(44,6^2 \frac{\pi}{4} - 29^2 \frac{\pi}{4} \right) \frac{0,9 \cdot 21,3 \cdot 7,8}{1000} = 134 \text{ kg}.$$

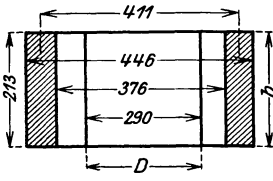


Abb. 193.

Der Wattverlust im Eisen

$$(142) \quad N_E = \frac{1,1 \cdot 7000 \cdot 50 \cdot 134}{10^5} = 515 \text{ W}.$$

Zählen wir hierzu die schon berechneten Verluste durch Lagerreibung, so betragen die Verluste bei Leerlauf

$$N_0 = 515 + 316 = 831 \text{ W}$$

(nach Tabelle 16 wurden 810 W geschätzt).

Der Läufer erhält $k_2 = 36$ Nuten von rechteckigem Querschnitt. Sein äußerer Durchmesser ist $D - 2\delta = 290 - 1 = 289$ mm. Die Nutenteilung an der Oberfläche ist

$$(134) \quad t_1 = \frac{\pi \cdot 28,9}{36} = 2,52 \text{ cm}.$$

Mit $\mathfrak{B}_{z \max} = 15300$ erhält man

$$(135) \quad c_3 = \frac{4200 \cdot 2,52}{0,9 \cdot 15300} = 0,77 \text{ cm},$$

$$(153) \quad 2l_2 = 2 \cdot 21,3 + 2 \cdot 15,2 + 15 = 88 \text{ cm}.$$

Wählen wir nach Tabelle 17 $J_2 = 21$ A, so folgt aus (152), wenn $\lambda(1 + \tau_1) = 0,9$ gesetzt wird,

$$z_2 = \frac{0,9 \cdot 20,8 \cdot 216}{21} = 194,4,$$

abgeändert in 192, damit $\frac{3z_2}{k_2} = \frac{3 \cdot 192}{36} = 16$ eine ganze Zahl wird.

Die aufgewickelte Länge pro Phase ist daher

$$L_2 = 0,88 \cdot \frac{192}{2} = 85 \text{ m}.$$

Die Stromwärme im Läufer war oben zu 430 W ermittelt worden, so daß $3 J_3^2 R_2 = 430$, somit

$$R_2 = \frac{430}{3 \cdot 21^2} = 0,326 \Omega.$$

Da jedoch bei dauernd aufliegenden Bürsten in diesem Widerstand noch der Bürstenübergangswiderstand enthalten ist, und dieser für eine weiche Kohlenbürste etwa 0,4 V Spannungsverlust beim Übergang des Stromes vom Schleifring zur Bürste verursacht (siehe Anhang), so wird der Bürstenwiderstand

$R_b = \frac{0,4}{21} = 0,019 \Omega$, also der Widerstand der Wick-

lung $R_{2w} = 0,326 - 0,019 = 0,307 \Omega$. Aus $R_{2w} = \frac{\rho L_2}{q_2}$ folgt

$$q_2 = \frac{0,035 \cdot 85}{0,307} = 9,7 \text{ mm}^2, \quad d = 3,5 \text{ mm}.$$

Der Querschnitt aller Drähte in einer Nut wird

$$Q_k = 16 \cdot 9,7 = 155 \text{ mm}^2.$$

Nimmt man $f_k = 0,36$ an, so wird der Nutenquerschnitt

$$(139) \quad Q_n = \frac{155}{0,36} = 430 \text{ mm}^2.$$

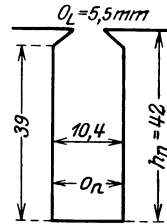


Abb. 194.

Die Nutentiefe bei rechteckiger Nut ist nach (140)

$$h_n = \frac{36(25,2 - 7,7)}{4\pi} - \sqrt{\left(\frac{36 \cdot 17,5}{4\pi}\right)^2 - \frac{430 \cdot 36}{2\pi}} = 42 \text{ mm}.$$

Die Nutenweite $o_n = \frac{430}{42} = 10,4 \text{ mm}$. (Abb. 194.)

Die Länge einer Windung ist jetzt genauer (153 a)

$$2l_2 = 2 \left\{ 21,3 + 4 + \frac{\pi}{2} \cdot 4,2 + 2 \cdot 1,04 + \frac{\pi}{6} (28,9 - 2 \cdot 4,2 - 2 \cdot 1,04) \right\}$$

$$2l_2 = 87,26 \text{ cm}.$$

Die pro Phase aufgewickelte Drahtlänge $L_2 = 0,8726 \cdot \frac{192}{2} = 84 \text{ m}$.

Der Widerstand einer Phase ist $R_{2w} = \frac{0,035 \cdot 84}{9,7} = 0,303 \Omega$.

Hierzu kommt noch der Übergangswiderstand zwischen Bürste und Schleifring, der zu $R_b = 0,019 \Omega$ ermittelt wurde. Wir haben also mit dem Widerstand $R_2 = 0,303 + 0,019 = 0,322 \Omega$ zu rechnen, wenn die Schleifringe nicht kurzgeschlossen sind.

Der innere Durchmesser des Läufers wird, wenn man auch hier wieder $h_a = 3,5$ cm setzt $D_i = 28,9 - 2 \cdot 4,2 - 2 \cdot 3,5 = 13,6$ cm.

Der Durchmesser der Welle kann nach der Formel

$$d_w = (20 \div 32) \sqrt[3]{\frac{N_m}{n_1}} = (20 \div 32) \sqrt[3]{\frac{10000}{1000}} = 42 \div 69 \text{ mm}$$

berechnet werden. Wir nehmen $d_w = 69$ mm.

Berechnung des Magnetisierungsstromes.

Die Kraftlinienlängen sind (Index 1 Ständer, Index 2 Läufer), vgl. Abb. 174:

$$l_{a1} = 41,1 \frac{\pi}{6} + 3,5 = 25 \text{ cm}, \quad l_{a2} = 17,1 \frac{\pi}{6} + 3,5 = 12,5 \text{ cm}.$$

$$l_{z1} = 2 \cdot 4,3 = 8,6 \text{ cm}, \quad l_{z2} = 2 \cdot 4,16 = 8,32 \text{ cm}.$$

$$l_Q = 2 \delta k_1 = 2 \cdot 0,05 \cdot 1,13$$

($k_1 = 1,13$ Durchschnittswert, sonst Formel (XIX) Seite 305).

Zu $\mathfrak{B}_a = 7000$ gehört nach Tafel I $\mathfrak{H}_a = 1,8$.

Da die Zähne keilförmig verlaufen, berechnen wir \mathfrak{B}_z für die Zahnwurzel, die Zahnmitte und für oben, suchen die zugehörigen Werte \mathfrak{H} in Tafel I und rechnen mit dem Werte

$$\mathfrak{H}_z = \frac{\mathfrak{H}_1 + 4 \mathfrak{H}_2 + \mathfrak{H}_3}{6},$$

\mathfrak{H}_1 kleinster, \mathfrak{H}_2 mittlerer, \mathfrak{H}_3 größter Wert. (Vgl. Seite 304). Die Werte von \mathfrak{B}_z findet man aus Formel (135), die man sinngemäß anzuwenden hat. Wir berechnen c_3 , c_2 , c_1

$$\text{Zahnwurzel} \quad c_3 = \frac{\pi \cdot 37,6}{54} - 1,17 = 1,12;$$

$$\mathfrak{B}_{z3} = \frac{1,69 \cdot 4200}{0,9 \cdot 1,12} = 7050.$$

$$\text{Zahnmitte} \quad c_2 = \frac{\pi \cdot 33,3}{54} - 1,17 = 0,77 \text{ cm};$$

$$\mathfrak{B}_{z2} = \frac{1,69 \cdot 4200}{0,9 \cdot 0,77} = 10500.$$

$$\text{Zahnende} \quad \mathfrak{B}_{z\max} = 15300 \text{ (bekannt).}$$

Hierzu gehört nach Tafel I: $\xi_3 = 1,85$, $\xi_2 = 5,6$, $\xi_1 = 40$,

$$\text{also } \xi_z = \frac{1,85 + 4 \cdot 5,6 + 40}{6} \approx 11.$$

Für den Läufer wird:

$$\mathfrak{B}_{z1} = \frac{2,52 \cdot 4200}{0,9 (2,52 - 1,04)} = 7950,$$

$$\mathfrak{B}_{z2} = \frac{2,52 \cdot 4200}{0,9 (2,39 - 1,04)} = 8700.$$

$$\mathfrak{B}_{z \max} = 15\,300 \text{ (bekannt).}$$

$$\xi_1 = 2,4, \quad \xi_2 = 3,2, \quad \xi_3 = 40.$$

$$\xi_z = \frac{2,4 + 4 \cdot 3,2 + 40}{6} = 9,2.$$

$$\begin{aligned} \sum \xi l &= \xi_{a1} l_{a1} + \xi_{z1} l_{z1} + \xi_3 l_3 + \xi_{z2} l_{z2} + \xi_{a2} l_{a2} \\ &= 1,8 \cdot 25 + 11 \cdot 8,6 + 4200 \cdot 2 \cdot 0,05 \cdot 1,13 \\ &\quad + 9,2 \cdot 8,32 + 1,8 \cdot 12,5 = 714. \end{aligned}$$

$$(125) \quad J_\mu = \frac{3 \cdot 714}{3,55 \cdot 108} \approx 5,7 \text{ A.}$$

$$(159) \quad 2r = 5,7 \frac{1 - 0,067}{0,067} = 79,3 \text{ A.}$$

Angenommen $1 \text{ A} = 2 \text{ mm}$, so wird im Heylandschen Diagramm (Abb. 195) $\overline{OG} = 2(5,7 + 79,3) = 170 \text{ mm}$ (Kreis I)

$$1 \text{ V} = \frac{\overline{OG} \sqrt{3}}{E_k} = \frac{170 \sqrt{3}}{380} = 0,776 \text{ mm}, \quad 1 \text{ mm} = \frac{380 \sqrt{3}}{2} = 329 \text{ W},$$

$$10\,000 \text{ W} = 30,4 \text{ mm}.$$

$$R_1 = \operatorname{tg} \alpha = 0,3 \Omega = \frac{0,3 \cdot 0,776}{2} = \frac{11,6 \text{ mm}}{100 \text{ mm}} = \frac{\overline{NH}}{GN} \text{ (Abb. 195).}$$

$$(162) \quad R_2' = 0,322 \left[\frac{216}{192} \cdot 1,03 \right]^2 = 0,43 \Omega.$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = R_1 + R_2' = 0,3 + 0,43 = 0,73 \Omega,$$

$$\text{d. i.} \quad \frac{0,73 \cdot 0,776 \text{ mm}}{2 \text{ mm}} = \frac{28,4}{100} = \frac{\overline{NT}}{GN}.$$

Nach diesen Angaben ist das Heylandsche Diagramm in Abb. 195 gezeichnet und erkennen wir aus demselben, daß die Stromstärke für 10000 W Belastung 20 A pro Phase beträgt.

Die Schlüpfung läßt sich im Heylandschen Diagramm mit einem Millimetermaß für jede beliebige Belastung sofort ablesen, wenn man folgende Konstruktion ausführt: Man errichte auf $\overline{M_2G}$ in G (Abb. 195) eine Senkrechte, die den Punkt C_k liefert. Fällt man von C_k ein Lot auf $\overline{M_1G}$, so schneidet dieses die Linie \overline{AG} in L . Zieht man zu C_kL eine Parallele \overline{PS} , welche bis zum Schnitt S mit der Verlängerung von $\overline{C_kG}$ gleich 100 mm ist, so ist auf dieser das Stück \overline{PQ} in Millimetern gemessen, die Schlüpfung in Prozenten, also der Wert 100σ .

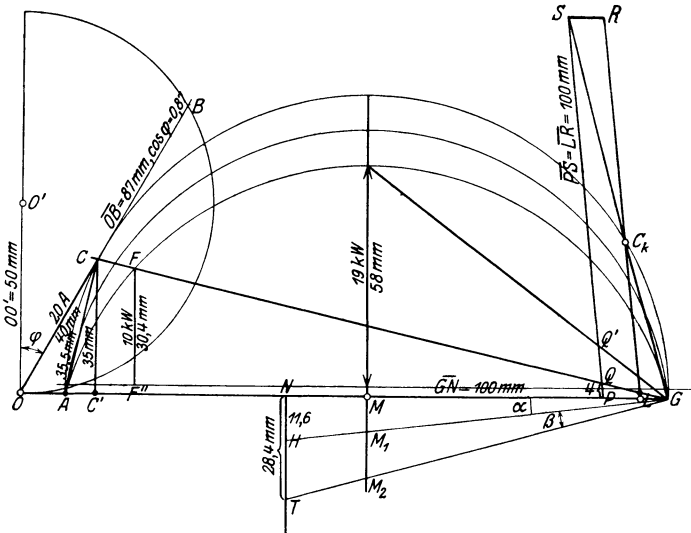


Abb. 195.

Die Ausmessung von \overline{PQ} gibt 4 mm, demnach ist $\sigma = 0,04$. Würde unser Motor immer mehr und mehr belastet werden, so würde seine Schlüpfung bis auf $\overline{PQ'} = 14$ mm, also auf 0,14 zunehmen, um bei weiterer Belastung stehen zu bleiben.

$$\text{Der Wirkungsgrad ist } \eta = \frac{\overline{FF''}}{\overline{CC'}} = \frac{30,4 \text{ mm}}{35 \text{ mm}} = 0,87.$$

Die Berechnung des Wirkungsgrades aus den Verlusten ist folgende:

Stromwärmeverlust im Ständer

$$3 J_1^2 R_1 = 3 \cdot 20^2 \cdot 0,3 = 360 \text{ W.}$$

Die Stromstärke im Läufer ist (161)

$$J_2 = \frac{35,5}{2} \cdot \frac{216}{192} \cdot 1,03 = 20,6 \text{ A.}$$

Stromwärmeverlust im Läufer

$$3 J_2^2 R_2 = 3 \cdot 20,6^2 \cdot 0,322 = 406 \text{ W.}$$

Die Leerlaufverluste betragen 831 W, also Gesamtverluste

$$360 + 406 + 831 = 1597.$$

Demnach
$$\eta = \frac{10000}{11597} = 0,87.$$

Die Verluste setzen sich in Wärme um und erhöhen die Temperatur des Motors. Die Temperaturerhöhung ist (158)

$$\vartheta = \frac{1597}{\pi 2,9 \cdot (2,13 + 0,7 \cdot 1,52) (1,44 \div 1,85)} \\ = 37 \div 28,8 \text{ Grad Celsius.}$$

Berechnung des Anlaßwiderstandes.

Wir wollen einen Vollanlasser mit $n = 8$ Stufen berechnen¹⁾. Die größte elektromotorische Kraft pro Phase ist

$$(146) \quad E'_{p2} = \frac{380}{\sqrt{3}} \frac{192}{216 \cdot 1,03} = 190 \text{ V.}$$

Die normale Stromstärke beträgt $J_2 = 20,6 \text{ A}$, folglich ist nach dem Ohmschen Gesetz

$$R_2 + x = \frac{190}{20,6} = 9,2 \Omega.$$

¹⁾ Fortsetzung der Fußnote von Seite 123.

Anlaufstrom von Mehrphasenmotoren. Beim betriebsmäßigen Anlauf sollen dem Netz nicht mehr Volt-Ampere entnommen werden, wie

Volt-Ampere pro PS:

3500	bei Motoren von	0,5— 1	PS	} für geringe Anzugskraft	
3000	" " " "	über 1 — 1,5	"		
2500	" " " "	1,5— 2	"		
1600	" " " "	2 — 5	"		
1400	" " " "	5 — 15	"		
1000	" " " "	15	"		
3200	" " " "	2 — 5	"		} für hohe Anzugskraft.
2900	" " " "	5 — 15	"		
2500	" " " "	15	"		

Unter der Zahl der Volt-Ampere ist das Produkt aus Stromstärke, Betriebsspannung und dem der Stromart entsprechenden Zahlenfaktor zu verstehen. (Bei Drehstrom ist derselbe $\sqrt{3}$. Zusatz des Verfassers.)

Die Formel (51) auf S. 117 gibt

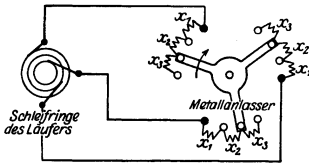


Abb. 196.

$$\frac{J'_a}{J_a} = \sqrt[8]{\frac{9,2}{0,322}} = \sqrt[8]{28,5} = 1,52,$$

wo 0,322 der Widerstand einer Läuferphase einschließlich des Übergangswiderstandes der Bürste ist. Nach Formel (52) S. 118 werden nun die einzelnen Stufen (Abb. 196 dargestellt für 3 Stufen):

$$x_1 = \left(\frac{J'_a}{J_a} - 1 \right) R_2 = 0,52 \cdot 0,322 = 0,167 \, \Omega,$$

$$x_2 = \frac{J'_a}{J_a} x_1 = 1,52 \cdot 0,167 = 0,254,$$

$$x_3 = \frac{J'_a}{J_a} x_2 = 1,52 \cdot 0,254 = 0,386,$$

$$x_4 = \frac{J'_a}{J_a} x_3 = 1,52 \cdot 0,386 = 0,586,$$

$$x_5 = \frac{J'_a}{J_a} x_4 = 1,52 \cdot 0,586 = 0,894,$$

$$x_6 = \frac{J'_a}{J_a} x_5 = 1,52 \cdot 0,894 = 1,360,$$

$$x_7 = \frac{J'_a}{J_a} x_6 = 1,52 \cdot 1,36 = 2,070,$$

$$x_8 = \frac{J'_a}{J_a} x_7 = 1,52 \cdot 2,07 = 3,140,$$

Wäre der Motor beim Anlassen nicht vollbelastet, so würde er in sehr kurzer Zeit die der Stufe des Anlassers entsprechende Drehzahl erreichen, was vielfach unerwünscht ist. In diesem Falle ordnet man noch eine, oder auch mehrere Vorstufen an. Nehmen wir beispielsweise an, der Motor braucht anstatt 20,6 A nur 15 A, so müßte der Widerstand einer Phase mit Vorschaltwiderstand sein:

$$R_2 + x + x' = \frac{190}{15} = 12,7 \, \Omega,$$

wir hätten also in die Vorstufen zu legen

$$x' = 12,7 - (R_2 + x) = 12,7 - 9,2 = 3,5 \, \Omega.$$

313. Welche Drehzahlen nimmt der Motor an, wenn der Widerstand x_1 , $x_1 + x_2$, $x_1 + x_2 + x_3$ eingeschaltet wird, und wie groß ist im letzten Falle der Wirkungsgrad des Motors?

Lösung: Das Drehmoment ist nach Seite 252 proportional dem Produkte aus Φ_0 und J_2 . Bleibt also das Drehmoment konstant, so bleibt bei konstantem Φ_0 (konstanter Spannung) auch J_2 konstant, gleichgültig welche Drehzahl der Motor macht. Nun ist aber

$$J_2 = \frac{E'_{p2} \sigma}{R_2 + \Sigma x},$$

woraus

$$\sigma = \frac{J_2 (R_2 + \Sigma x)}{E'_{p2}}$$

folgt, wo Σx die Summe der einzelnen eingeschalteten Anlaßwiderstände bezeichnet. Für die erste Stufe ist $\Sigma x = x_1 = 0,167 \Omega$, also $R_2 + x_1 = 0,322 + 0,167 = 0,489$, demnach

$$\sigma_1 = \frac{20,6 \cdot 0,489}{190} = 0,053.$$

Die zugehörige Drehzahl folgt aus Formel

$$\frac{n_1 - n_2}{n_1} = \sigma, \quad n_2 = n_1 - n_1 \sigma,$$

wo $n_1 = 1000$ ist,

$$n_2 = 1000 - 1000 \cdot 0,053 = 947.$$

Ist $\Sigma x = x_1 + x_2 = 0,167 + 0,254 = 0,421 \Omega$, so wird

$$\sigma_2 = \frac{20,6 \cdot 0,743}{190} = 0,0805.$$

Drehzahl $n_2 = 1000 - 80,5 \approx 919,5$.

Für $\Sigma x = x_1 + x_2 + x_3$ wird $R_2 + \Sigma x = 1,129$, also

$$\sigma_3 = \frac{20,6 \cdot 1,129}{190} = 0,122.$$

Drehzahl $1000 - 122 = 878$.

Wirkungsgrad. Da die Stromstärke J_2 dieselbe geblieben ist, also im Diagramm (Abb. 195) die Länge \overline{AC} denselben Wert hat, so haben auch $\overline{OC} = J_1 = 20$ A und $\cos \varphi = 0,87$ die gleichen Werte behalten, d. h. die in den Ständer eingeleitete Leistung ist $N_k = 380 \cdot 20 \cdot 0,87 \sqrt{3} = 11500$ W. Die mechanische Leistung ist $N_m = N_k - \text{Verluste}$. Diese sind:

Stromwärme im Ständer $N_1 = 360$ W,

Reibung und Eisenverluste $N_0 = 831$ „

und Stromwärme im Läufer und Anlasser

$$N_2 = 3 J_2^2 (R_2 + x_1 + x_2 + x_3) = 3 \cdot 20,6^2 \cdot 1,129 = 1440 \text{ W},$$

also $N_1 + N_2 + N_0 = 2631 \text{ W}$, demnach

$$N_m = 11500 - 2631 = 8869 \text{ W},$$

$$\eta = \frac{N_m}{N_k} = \frac{8869}{11500} = 0,77.$$

Bemerkung 1: Aus dieser Aufgabe erkennt man, daß durch Einschalten von Widerstand in den Läuferkreis die Drehzahl reguliert werden kann, wobei allerdings der Wirkungsgrad sehr erheblich abnimmt.

Bemerkung 2: Der gewöhnliche Anlasser darf zum Regulieren nicht benutzt werden, da er den Strom auf die Dauer nicht verträgt.

314. Es soll ein 1 PS-Motor mit Kurzschlußläufer für 380 V und ca. 1500 Umdrehungen bei 50 Perioden berechnet werden. Wicklungsmaterial Kupfer [Aluminium].

Lösung: Aus (123) folgt $p = \frac{60 \cdot 50}{1500} = 2$

Aus Abb. 176 wird $C = 0,00057$ entnommen, so daß

$$(133) \quad D^2 b = \frac{735}{0,00057 \cdot 1500} = 864.$$

Für $D = 12 \text{ cm}$ (willkürlich angenommen) wird

$$b = \frac{864}{12^2} = 6 \text{ cm}; \quad t_p = \frac{\pi \cdot 12}{4} = 9,42 \text{ cm}$$

(Umfangsgeschwindigkeit 9,42 m).

Wir wählen (127) $k_1 = 36$ Nuten, $k_2 = 34$ Nuten¹⁾. Der kleinste Luftzwischenraum ist nach (126) $\delta = 0,2 + 0,001 \cdot 12 = 0,32 \text{ mm}$ oder abgerundet 0,4 mm. Nach (164) wird

$$\tau = \frac{3}{8,75^2} + \frac{6 \cdot 0,04}{6} = 0,079, \quad \text{wo} \quad \frac{k_1 + k_2}{4p} = \frac{36 + 34}{4 \cdot 2} = 8,75 \text{ ist.}$$

$$(160) \quad \cos \varphi_m = \frac{1 - 0,079}{1 + 0,079} = 0,853.$$

Bei kleinen Motoren ist es nicht möglich, mit der normalen Stromstärke J_1 in der Tangente des Heylandschen Diagramms zu arbeiten, da sonst der Motor nicht genügend überlastungsfähig wird, demnach fällt der Leistungsfaktor wesentlich kleiner

¹⁾ Die Nutenzahl des Kurzschlußläufers soll nach ETZ. 1921, Heft 48 bei gerader Polpaarzahl um p , bei ungerader Polpaarzahl um $2p$ niedriger gemacht werden als die Nutenzahl des Ständers. Hierdurch wird das Drehmoment beim Anlauf günstig beeinflußt.

aus als der maximale; wir schätzen $\cos \varphi = 0,82$ und suchen $\eta = 0,77$ zu erreichen. Mit diesen Annahmen wird

$$J_1 = \frac{735}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 0,82 \cdot 0,77} = 1,77 \text{ A.}$$

Da J_μ noch unbekannt ist, kommt Gl. (165) nicht in Frage, sondern wir nehmen erfahrungsgemäß $\mathfrak{B}_\Omega = 5100$ an und berechnen aus (132) $\Phi_0 = 5100 \cdot 9,42 \cdot 6 \cdot 0,67 = 193\,000$, aus (130) $\Phi_1 = 193\,000 \cdot 1,04 = 200\,000 = 2 \cdot 10^5$ Maxwell.

Die eingeleitete Leistung ist $N_k = \frac{735}{0,77} = 957$ W, die Nutzleistung $N_m = 735$ W, also sind die Verluste

$$N_k - N_m = 957 - 735 = 222 \text{ W.}$$

Schätzen wir den Leerlaufverlust nach Tabelle 16 auf 100 W, so bleibt für den Verlust durch Stromwärme

$$N_1 + N_2 = 222 - 100 = 122 \text{ W.}$$

Der Reibungsverlust ist nach (150)

$$N_{R\Omega} = 735 \frac{0,1 \sqrt{1500}}{100} = 29 \text{ W,}$$

die mechanische Leistung des Läufers ist nach (151)

$$N_a = 735 + 29 = 764 \text{ W.}$$

Die Kataloge der Firmen geben die Drehzahl eines 4 poligen 1 PS-Motors zu 1425 an, was einer Schlüpfung

$$(145) \quad \sigma = \frac{1500 - 1425}{1500} = 0,05$$

entspricht. Mit diesem Werte ist nach (149) der Stromwärmeverlust im Läufer $N_2 = 764 \frac{0,05}{0,95} = 40$ W. Für den Stromwärmeverlust im Ständer bleiben

$$N_1 = 122 - 40 = 82 \text{ W.}$$

$$\text{Aus (129)} \quad R_1 = \frac{82}{3 \cdot 1,77^2} = 8,65 \Omega.$$

$$\text{Aus (128 a) folgt } E_{p1} = \frac{380}{\sqrt{3}} - 1,77 \cdot 8,65 \cdot 0,82 = 207,4 \text{ V.}$$

$$\text{Aus (128)} \quad z_1 = \frac{207,4 \cdot 10^8}{2,1 \cdot (2 \cdot 10^5) \cdot 50} = 986,$$

abgerundet 984 oder

$$Z_1 = \frac{3 z_1}{k_1} = \frac{3 \cdot 984}{36} = 82 \text{ Drahnte pro Nut.}$$

Die Nutenteilung ist nach (134) $t_1 = \frac{\pi \cdot 12}{36} = 1,05 \text{ cm.}$

Wir wollen die Nut trapezförmig machen, so daß der Zahn überall denselben Querschnitt erhält. Man darf dann aber, um nicht zu viel magnetomotorische Kraft für den Zahn zu verbrauchen, \mathfrak{B}_z nicht allzu groß nehmen, etwa $\mathfrak{B}_z = 14\,500$. Die Gl. (135) gibt die Zahnstärke

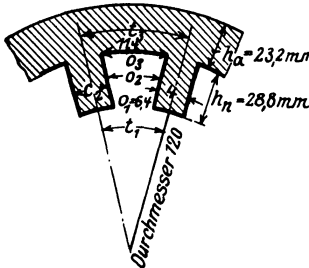


Abb. 197.

$$c_2 = \frac{5\,100 \cdot 1,05}{0,9 \cdot 14\,500} = 0,41 \text{ cm}$$

(Abb. 197).

Die Nutenweite ist

$$o_1 = t_1 - c_2 = 1,05 - 0,41 = 0,64 \text{ cm.}$$

Die Länge einer Windung ist schätzungsweise (Formel 137)

$$2l_1 = 2b + 3t_p + 20 = 12 + 28,3 + 20 = 60,3 \text{ cm,}$$

die pro Phase aufgewickelte Drahtlänge $L_1 = 0,603 \frac{984}{2} = 296 \text{ m,}$
demnach der Drahtquerschnitt

$$q_1 = \frac{0,023 \cdot 296}{8,65} = 0,78 \text{ mm}^2.$$

Hierzu $d = 1 \text{ mm}$ oder $q_1 = 0,785 \text{ mm}^2$.

Der Kupferquerschnitt einer Nut ist

$$Q_k = 0,785 \cdot 82 = 64,4 \text{ mm}^2.$$

Da der Draht sehr dünn ist, die Anzahl der Drahnte pro Nut groß, so muß der Nutenfüllfaktor klein gewählt werden, etwa $f_k = 0,25$, hiermit wird der Nutenquerschnitt (139)

$$Q_n = \frac{64,4}{0,25} = 257,6 \text{ mm}^2.$$

Die Nutentiefe h_n ist (140)

$$h_n = -\frac{6,4 \cdot 36}{2\pi} + \sqrt{\left(\frac{6,4 \cdot 36}{2\pi}\right)^2 + \frac{257,6 \cdot 36}{\pi}} = 28,8 \text{ mm.}$$

Die Nutenteilung oben ist

$$t_3 = \frac{\pi(D + 2h_n)}{k_1} = \frac{\pi(120 + 2 \cdot 28,8)}{36} = 15,5 \text{ mm.}$$

Die Nutenweite oben $o_3 = 1,55 - 0,41 = 1,14$ cm,

$$o_2 = (11,4 + 6,4) : 2 = 8,9 \text{ mm.}$$

Die Abb. 198 gibt die wahre Gestalt der Nute, die mit einer Öffnung o_s von 2 mm versehen ist.

Die Länge einer Windung ist nun genauer (141):

$$\begin{aligned} 2l_1 &= 2 \left\{ 6 + 2 + \frac{\pi}{2} \cdot 2,88 + 3 \cdot 0,89 + \frac{\pi}{4} (12 + 2 \cdot 2,88 + 3 \cdot 0,89) \right\} \\ &= 62,3 \text{ cm.} \end{aligned}$$

$$L_1 = 0,623 \frac{984}{2} = 305 \text{ m}$$

und hiermit endgültig

$$R_1 = \frac{0,023 \cdot 305}{0,785} = 8,95 \Omega.$$

Die Höhe h_a über den Nuten wird, unter der Annahme $\mathfrak{B}_a = 8000$,

$$(131) \quad h_a = \frac{2 \cdot 10^5}{2 \cdot 0,9 \cdot 6 \cdot 8000} = 2,32 \text{ cm} \quad \left(h_a < \frac{12}{4} \right).$$

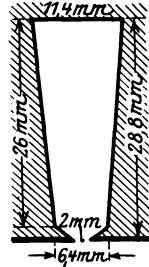


Abb. 198.

Das Gewicht der Statorbleche vor dem Ausstanzen der Nuten ist

$$(143) \quad G_e = \left(22,4^2 \frac{\pi}{4} - 12^2 \frac{\pi}{4} \right) \frac{0,9 \cdot 6 \cdot 7,8}{1000} = 11,9 \text{ kg.}$$

$$\text{Der Eisenverlust (142) } N_E = \frac{1,1 \cdot 8000 \cdot 50 \cdot 11,9}{10^5} = 52,4 \text{ W,}$$

$$\text{also } N_0 = N_E + N_R = 52,4 + 29 = 81,4 \text{ W.}$$

Läufer (1. Art der Berechnung).

Die Nutenteilung an der Oberfläche ist (134)

$$t_1 = \frac{\pi \cdot 119,2}{34} = 11 \text{ mm} \quad (\text{s. Abb. 181}).$$

Nimmt man die Induktion $\mathfrak{B}_{z \max} = 18000$ an, so folgt aus (135)

$$c_2 = \frac{1,1 \cdot 5100}{0,9 \cdot 18000} = 0,347 \text{ cm}$$

und aus (140) der Durchmesser der runden Nut

$$o_n = \frac{\pi \cdot 119,2 - 3,47 \cdot 34}{34 + 3,14} = 6,9 \text{ mm;}$$

der Durchmesser des runden Kupferstabes kann also 6,8 mm gemacht werden, so daß der Stabquerschnitt

$$q_s = \frac{6,8^2 \pi}{4} = 36,3 \text{ mm}^2$$

wird. Die Stablänge dürfte etwa $l_s = 7,5$ cm sein, somit der Stabwiderstand $R_s = \frac{0,02 \cdot 0,075}{36,3} = 0,0000414 \Omega$.

Gl. (152) nach J_2 aufgelöst und beachtet, daß $z_2 = \frac{k_2}{3}$ ist,

$$J_2 = \frac{0,9 \cdot 1,77 \cdot 984 \cdot 3}{34} = 138 \text{ A,}$$

wo $\lambda(1 + \tau_1) = 0,9$ vorläufig geschätzt wurde.

Bezeichnet R_{Σ} den Widerstand eines Stabes einschließlich Endverbindung, so ist der Stromwärmeverlust im Läufer, der bekanntlich 40 W beträgt, $k_2 J_2^2 R_{\Sigma} = 40$, woraus

$$R_{\Sigma} = \frac{40}{34 \cdot 138^2} = 0,0000617 \Omega$$

folgt. (156) gibt

$$R_r = (R_{\Sigma}^1 - R_s) \frac{(2p\pi)^2}{k_2} = \frac{0,0000203 \cdot 12,56^2}{34} = 0,000094 \Omega.$$

Da nun der Widerstand der Ringe $R_r = \frac{2 \rho l_r}{q_r}$ ist, wird der Ringquerschnitt

$$q_r = \frac{2 \cdot 0,02 \cdot 0,104 \pi}{0,000094} = 139 \text{ mm}^2,$$

wo $l_r = D_r \pi = 0,104 \pi$ ausgedrückt in Meter zu setzen ist.

Die Ringabmessungen seien $8,2 \times 17 = 139 \text{ mm}^2$.

Das Gewicht der beiden Ringe ist: $G_r = 2 \cdot 139 \cdot 0,104 \pi \cdot 8,9 = 810 \text{ g}$.

Das Gewicht der Stäbe $G_s = 36,3 \cdot 0,075 \cdot 8,9 \cdot 34 = 824 \text{ g}$, also das Kupfergewicht des Läufers $810 + 824 = 1634 \text{ g}$.

Die Stromdichte im Stabe ist $s_s = \frac{138}{36,3} = 3,82 \text{ A}$. Der Strom

im Ringe ist (155) $J_r = 138 \frac{34}{4\pi} = 375 \text{ A}$, daher die Stromdichte

im Ringe $s_r = \frac{375}{139} = 2,7 \text{ A}$.

Läufer (2. Art der Berechnung).

Das Kupfergewicht soll ein Minimum werden. Dann ist der Stabquerschnitt (nach 157)

$$q_s = \frac{0,02}{0,0000617} \left(0,075 + \frac{0,104}{2} \right) = 41,2 \text{ mm}^2,$$

hierzu gehört der Durchmesser 7,24 mm oder abgerundet 7,2 mm,

also $q_s = 41 \text{ mm}^2$. Der Nutendurchmesser ist $x = 7,3 \text{ mm}$ zu machen. Der Stabwiderstand wird

$$R_s = \frac{0,02 \cdot 0,075}{41} = 0,000036 \Omega. \quad \text{Aus (156)}$$

$$R_r = 0,0000257 \frac{12,56^2}{34} = 0,000119 \Omega$$

$$q_r = \frac{2 \cdot 0,02 \cdot 0,104 \pi}{0,0000119} = 110 \text{ mm}^2.$$

Abmessungen $7,8 \times 14,1 = 110 \text{ mm}^2$.

$$\left. \begin{aligned} G_r &= 110 \cdot 0,104 \pi \cdot 8,9 \cdot 2 = 640 \text{ g} \\ G_s &= 41 \cdot 0,075 \cdot 8,9 \cdot 34 = 927 \text{ g} \end{aligned} \right\} G_r + G_s = 1567 \text{ g}.$$

Ersparnis gegen 1. Art der Berechnung: $1634 - 1567 = 67 \text{ g}$.

$$s_s = \frac{138}{41} = 3,37 \text{ A}, \quad s_r = \frac{375}{110} = 3,4 \text{ A}.$$

Diese Rechnung berücksichtigte nicht die größte Induktion zwischen zwei Nuten. Sie tritt ungefähr in dem Teilkreise, der durch die Nutenmitten geht, auf. Für diesen ist die Nutenteilung

$$t_2 = \frac{\pi (119,2 - 7,3)}{34} = 10,32 \text{ mm},$$

daher die Zahnstärke an dieser Stelle

$$c_2 = 10,32 - 7,3 = 3,02 \text{ mm}.$$

Aus (135) folgt

$$\mathfrak{B}_{z \max} = \frac{1,1 \cdot 5100}{0,9 \cdot 0,302} = 20600.$$

Diese Induktion ist noch zulässig, so daß wir auch diese Rechnungsergebnisse ausführen lassen könnten. Sollte aber $\mathfrak{B}_{z \max}$ wesentlich größere Werte annehmen, so ist nur die erste Art der Läuferberechnung zulässig, d. h. wir müssen auf die Bedingung des Kupferminimums verzichten. — Die weitere Rechnung legt die Abmessungen der ersten Berechnungsart zugrunde. —

Welle. Der Wellendurchmesser folgt aus der Formel

$$d_w = (20 \div 32) \sqrt[3]{\frac{N_m}{n_1}} = (20 \div 32) \sqrt[3]{\frac{735}{1500}} = 15,6 \div 25 \text{ mm}.$$

Wir wählen $d_w = 25 \text{ mm}$ und machen den inneren Durchmesser D_i der Läuferbleche gleichfalls 25 mm . Die Abmessungen der Ständer- und Läuferbleche sind aus der Abb. 199 zu entnehmen.

Berechnung des Magnetisierungsstromes J_μ mit $\mathfrak{B}_{z \max} = 18000$ im Läufer.

$$l_{a1} = \frac{22,4 + 17,76}{2} \cdot \frac{\pi}{4} + 2,3 = 18 \text{ cm}, \quad \mathfrak{B}_{a1} = 8000, \quad \mathfrak{S}_{a1} = 2,4,$$

$$l_{z1} = 2 \cdot 2,88 = 5,76 \text{ cm}, \quad \mathfrak{B}_{z1} = 14500, \quad \mathfrak{S}_{z1} = 24,4'$$

$$l_Q = 2 \cdot 1,13 \cdot 0,04 = 0,0904 \text{ cm}, \quad \mathfrak{B}_Q = 5100,$$

$$l_{a2} = \frac{6,5\pi}{4} + 4 = 9,1 \text{ cm}, \quad Q_{a2} = 0,9 \cdot 6 \cdot 4 = 21,6 \text{ cm}^2,$$

$$\mathfrak{B}_{a2} = \frac{193000}{2 \cdot 21,6} = 4460, \quad \mathfrak{S}_{a2} = 1.$$

Um \mathfrak{S}_{z2} zu berechnen, zeichne man in großem Maßstabe zwei nebeneinanderliegende Läufernuten im Schnitt auf (Abb. 200), entnehme dieser Abbildung die eingezeichneten Längen (1, 0,43, 0,34, 0,43 1 cm) und berechne für die hierzu gehörenden Querschnitte \mathfrak{B}_z aus (135). Man erhält

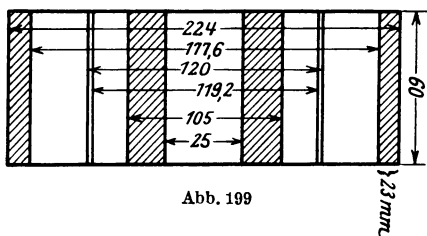


Abb. 199

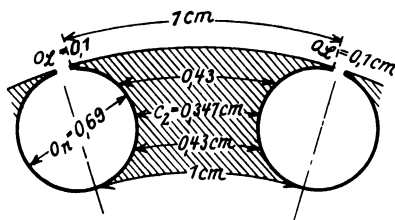


Abb. 200.

für 1 cm

$$\mathfrak{B}_{z1} = \frac{1,1 \cdot 5100}{0,9 \cdot 1} = 6250,$$

$$\mathfrak{S}_{z1} = 1,8,$$

für 0,43 cm

$$\mathfrak{B}_{z2} = \frac{11 \cdot 5100}{0,9 \cdot 0,43} = 14500,$$

$$\mathfrak{S}_{z2} = 26,5,$$

für 0,34 cm

$$\mathfrak{B}_{z \max} = \frac{11 \cdot 5100}{0,9 \cdot 0,34} = 18000,$$

$$\mathfrak{S}_{z3} = 115.$$

Mit diesen Werten wird die magnetomotorische Kraft für den halben Zahn, aber für beide Pole gerechnet

$$2 \frac{1,8 + 4 \cdot 26,5 + 115}{6} \cdot 0,35 = 25,97.$$

In derselben Weise erhält man die magnetomotorische Kraft für die untere Zahnhälfte, die in unserm Falle ebenso groß ist, also ist

$$\mathfrak{S}_{z2} l_{z2} = 2 \cdot 25,97 \approx 52.$$

$$\Sigma \xi l = 2,4 \cdot 18 + 24,4 \cdot 5,76 + 5100 \cdot 0,0904 + 52 + 1 \cdot 9,1 = 705,4,$$

$$\text{also nach (125)} \quad J_{\mu} = \frac{2 \cdot 705,4 \cdot 2}{3,55 \cdot 984} = 0,8 \text{ A.}$$

Heylandsches Diagramm.

$$(159) \quad 2r = 0,8 \frac{0,921}{0,079} = 9,35 \text{ A.}$$

$$\overline{OA} = 0,8 \text{ A, (Abb. 201)}$$

$$\overline{OG} = \overline{OA} + \overline{AG} = 10,15 \text{ A.}$$

Wir wählen $1 \text{ A} = 20 \text{ mm} = a \text{ mm.}$

$$\overline{OG} = 10,15 \cdot 20 = 203 \text{ mm,}$$

$$\text{also} \quad 1 \text{ V} = \frac{203 \cdot \sqrt{3}}{380} = 0,925 \text{ mm} = b \text{ mm.}$$

$$1 \text{ mm} = \frac{\sqrt{3} \cdot 380}{20} = 33 \text{ W,} \quad 1 \text{ PS} = \frac{735}{33} = 22,4 \text{ mm.}$$

$$R_1 = \operatorname{tg} \alpha = 8,95 \Omega,$$

$$\text{d. i.} \quad \frac{8,95 \text{ V}}{1 \text{ A}} = \frac{8,95 \cdot 0,925 \text{ mm}}{1 \cdot 20 \text{ mm}} = 0,414 = \frac{41,4 \text{ mm}}{100 \text{ mm}} = \frac{\overline{NH}}{\overline{NG}}.$$

Um den Kreis III zu erhalten, berechnen wir zunächst

$$R_2 = \frac{k_2}{3} R_3 = \frac{34}{3} \cdot 0,0000617 = 0,00071 \Omega \text{ und (162)}$$

$$R_2' = R_2 \left[\frac{3z_1(1 + \tau_1)}{k_2} \right]^2 = 0,00071 \left[\frac{3 \cdot 984 \cdot 1,04}{34} \right]^2 = 5,81 \Omega.$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = R_1 + R_2' = R_k = 8,95 + 5,81 = 14,76 \Omega$$

$$= \frac{14,76 \cdot 0,925}{20} = \frac{68 \text{ mm}}{100 \text{ mm}} = \frac{\overline{NT}}{\overline{NG}}.$$

Die Abb. 201 gibt das Diagramm mit allen drei Kreisen. Parallel zu \overline{AG} ist in 3 mm Abstand, d. i. etwa 100 W, eine Gerade gezogen worden, von der aus $\overline{FF''} = 22,4 \text{ mm}$ (1 PS) eingetragen wurde. Die Verbindungslinie von G mit F gibt den Punkt C . Die Ausmessung von \overline{OC} ist 35,4 mm oder 1,77 A. Die Länge $\overline{AC} = 30 \text{ mm}$, d. i. 1,5 A, gibt den Wert, der in

Eisen- und Reibungsverluste sind, wie vorher, 100 W
also Stromwärme $343 - 100 = 243 \text{ W} = 3 J_x^2 (R_1 + R_2') = 3 J_x^2 \cdot 14,76$

oder
$$J_x = \sqrt{\frac{243}{3 \cdot 14,76}} = 2,34 \text{ A.}$$

Für einen Strom von $\overline{OC}_x = 2,34 \text{ A}$ gibt das Diagramm:
Nutzleistung 1,4 PS, $\cos \varphi = 0,85$, $\eta = 0,76$, $\sigma = 0,07$.

§ 25 a. Umwicklung von Drehstrommotoren.

(Fortsetzung von § 25, S. 138.)

1. Soll ein Drehstrommotor, der für die Klemmenspannung E_{k_1} in Sternschaltung ausgeführt war, umgewickelt werden für die Spannung E_{k_2} bei gleichem Wicklungsmaterial, z. B. Kupfer, so kann dies durch sinn-gemäße Anwendung der Formeln 66 und 67 auf S. 139 geschehen, wo bei Drehstromwickelungen $a_1 = a_2$ zu setzen ist. Es wird also der neue Drahtquerschnitt $q_2 = q_1 \frac{E_{k_1}}{E_{k_2}}$ und die neue Drahtzahl pro Phase $z_1' = z_1 \frac{E_{k_1}}{E_{k_2}}$. Die Läuferwicklung bleibt ungeändert.

2. In manchen Fällen ist eine Umwicklung nicht nötig, nämlich dann, wenn $E_{k_2} = \frac{E_{k_1}}{\sqrt{3}}$ ist. Hier genügt eine Umschaltung von Stern auf Dreieck.

Beispiele sind: 380 V auf 220 V, oder 220 V auf 127 V, 190 V auf 110 V.

Ist ein für 380 V gewickelter Motor anstatt an 220 V an 190 V anzuschließen, so geht es nicht an, diesen Motor von Stern auf Dreieck umzuschalten und dann an 190 V anzuschließen, da die Leistung mit dem Quadrat der Spannung abnimmt, also die neue Leistung nur $\left(\frac{190}{220}\right)^2 = 0,864$ der alten wäre. Ist jedoch der Motor 4polig gewickelt, so schaltet man die beiden Spulen, die zu einer Phase gehören, nicht hintereinander, sondern parallel, dann ist der Motor für die halbe Spannung passend, also für 190 V. Würde man jetzt noch anstatt der Sternschaltung die Dreieckschaltung ausführen, so könnte der Motor an 110 V angeschlossen werden.

3. Manchmal ist nur das Eisengestell in seinen Abmessungen, also der Durchmesser D , die Ankerlänge b (eventuell auch b_1 , wenn Luftspalte vorhanden sind), die Polpaarzahl, die Nutenabmessungen von Ständer und Läufer und ihre Anzahl gegeben. Der Motor soll für eine Spannung E_k und Periodenzahl f gewickelt werden, wobei auch die Leistung anzugeben ist. — Man berechnet aus den Angaben die Polteilung t_p , die Nuten-teilungen $t_1 = \frac{\pi D}{k_1}$ und $t_2 = \frac{\pi(D - 2\delta)}{k_2}$, nimmt eine Induktion, z. B. die Zahninduktion im Läufer, oder auch Ständer an und löst Gl. (135) nach B_g auf. Die Gl. (132) gibt dann Φ_0 bzw. Φ_1 Gl. (130), die Gl. (128) z_1 , wobei etwa

$E_{k1} = \frac{E_k}{\sqrt{3}} - \frac{E_k}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{10}$ zu schätzen ist, z_1 ist so abzurunden, daß die Drahtzahl pro Nut $\frac{3 z_1}{k_1}$ eine ganze Zahl wird. Wird der Nutenfüllfaktor f_k angenommen, so wird der Drahtquerschnitt $q = f_k \cdot h_n \cdot c_n \cdot \frac{3 z_1}{k_1}$. Schätzt man die Stromdichte, so ist die Stromstärke $J = q s_d$ ($s_d \approx 3 \text{ A}$).

Die Drahtzahl im Läufer ist willkürlich, ebenso der Querschnitt; nur wird die Nut vollgewickelt. Die Gl. (164) gibt τ , die Gl. (125a) J_μ .

4. In neuerer Zeit wird häufig verlangt, daß die neue Wicklung aus einem anderen Material bestehen soll, wie die alte. Z. B. ist eine Aluminiumwicklung in eine Kupferwicklung umzuändern. In diesem Falle wird die Leistung des Motors vergrößert, während die Verluste dieselben bleiben müssen, um die alte Temperaturerhöhung zu erzielen. Es wäre aber nicht richtig, die Aluminiumwicklung einfach durch eine Kupferwicklung von gleicher Windungszahl und Drahtstärke zu ersetzen, denn dann würde Kreis I des Heylandschen Diagramms der gleiche bleiben. Wenn also bei dem Aluminiummotor die Stromstärke der normalen Leistung in die Tangente des Kreises fiel, was doch immer anzustreben war, so würde die größere zulässige Stromstärke des Kupfermotors weit über die Tangente hinausfallen, wodurch der Leistungsfaktor verkleinert, vor allem aber die Überlastbarkeit verringert würde.

Man muß entsprechend der größeren Stromstärke auch den Magnetisierungsstrom vergrößern, so daß immer die Gl. (163) $J_\mu = J \sqrt{\tau}$ erfüllt wird. Man erreicht dies durch Verkleinerung der Windungszahl einer Phase, wie dies die folgende Herleitung zeigt: Es sei J_μ der Magnetisierungsstrom des Aluminiummotors, J der zugehörige Vollaststrom, von dem angenommen wird, daß er in die Tangente des Heylandschen Diagramms fällt, J_μ' und J' seien dieselben Größen für den Kupfermotor, so ist [Gl. (163)] $J_\mu = J \sqrt{\tau}$ und auch $J_\mu' = J' \sqrt{\tau}$, oder auch

$$\frac{J_\mu}{J_\mu'} = \frac{J}{J'} \quad (\text{a})$$

Nach (125a) ist

$$J_\mu = \frac{0,64 \mathfrak{B}_\Omega \delta p \alpha}{W}, \quad J_\mu' = \frac{0,64 \mathfrak{B}_\Omega' \delta p \alpha'}{W'}$$

(wegen der Änderung von \mathfrak{B}_Ω ändert sich auch α), hieraus

$$\frac{J_\mu}{J_\mu'} = \frac{\mathfrak{B}_\Omega W' \alpha}{\mathfrak{B}_\Omega' W \alpha'}, \quad (\text{b})$$

wo $W = \frac{z_1}{2}$, $W' = \frac{z_1'}{2}$ ist.

Die Gl. (128) (S. 243) lehrt, daß bei gleichem E_{p1} auch $\Phi_1 z_1$ konstant bleiben muß, d. h. es muß sein $\mathfrak{B}_\Omega z_1 = \mathfrak{B}_\Omega' z_1'$, woraus $\mathfrak{B}_\Omega' = \mathfrak{B}_\Omega \frac{z_1}{z_1'}$ folgt. Dies in Gl. (b) eingesetzt gibt

$$\frac{J_\mu}{J_\mu'} = \frac{\mathfrak{B}_\Omega z_1'^2 \alpha}{\mathfrak{B}_\Omega z_1^2 \alpha'} = \frac{z_1'^2}{z_1^2} \frac{\alpha}{\alpha'} = \frac{J}{J'} \quad (\text{c})$$

Die Verluste durch Stromwärme müssen für den alten und neuen Motor die gleichen bleiben (eigentlich sollten sie für den neuen etwas kleiner werden, da ja wegen der höheren Induktionen die Eisenverluste zunehmen), d. h.

$$3 J^2 R_1 = 3 J'^2 R_1',$$

$$\text{wo} \quad R_1 = \frac{\varrho L_1}{q} = \frac{\varrho \frac{z_1}{2} 2 l_1}{q} \quad \text{und} \quad R_1' = \frac{\varrho' L_1'}{q'} = \frac{\varrho' \frac{z_1'}{2} 2 l_1}{q'}$$

ist. Der Querschnitt q' ist so zu bestimmen, daß der gesamte Kupferquerschnitt einer Nut ebenso groß ist, wie der Aluminiumquerschnitt vorher war, oder was dasselbe ist, der Nutenfüllfaktor kann in beiden Wicklungen derselbe bleiben. In Zeichen $q z_1 = q' z_1'$ oder $q' = q \frac{z_1}{z_1'}$.

Hiermit wird $\frac{3 J^2 \varrho l_1 z_1}{q} = \frac{3 J'^2 \varrho' l_1 z_1'}{q \frac{z_1}{z_1'}}$, vereinfacht $J^2 z_1^2 \varrho = J'^2 z_1'^2 \varrho'$,

$$\text{oder} \quad \frac{J}{J'} = \frac{z_1'}{z_1} \sqrt{\frac{\varrho'}{\varrho}}. \quad (166)$$

Die Gl. (c) wird demnach

$$\frac{z_1'}{z_1} \sqrt{\frac{\varrho'}{\varrho}} = \frac{z_1'^2}{z_1^2} \frac{\alpha}{\alpha'}$$

oder

$$\frac{z_1'}{z_1} = \frac{\alpha'}{\alpha} \sqrt{\frac{\varrho'}{\varrho}}. \quad (167)$$

Schätzt man $\alpha' : \alpha = 1,2$, setzt man ferner $\varrho' = 0,023$, $\varrho = 0,04$, so wird

$$z_1' = 0,9 z_1. \quad (167 a)$$

Alle Induktionen nehmen in dem Verhältnis $\frac{z_1}{z_1'}$ zu.

Der Läufer wird mit derselben Windungszahl und demselben Drahtdurchmesser gewickelt wie der alte.

315. Gegeben das Eisengestell eines Drehstrommotors: $D = 16,08$ cm, $b = b_1 = 10$ cm, $k_1 = 36$ rechteckige Nuten mit den Abmessungen $o_n = 10$ mm, $h_n = 25$ mm, $\delta = 0,5$ mm, $2p = 4$. Der Läufer besitzt 25 runde Kupferstäbe von je 10 mm Durchmesser, der Querschnitt der Ringe ist $q_r = 160$ mm². Der Ständer soll eine neue Kupferwicklung erhalten und an 260 V 50 Perioden angeschlossen werden.

Lösung:

$$t_p = \frac{\pi \cdot 16,08}{4} = 12,5 \text{ cm}, \quad t_1 = \frac{\pi \cdot 16,08}{36} = 1,4 \text{ cm}.$$

Angenommen wurde $\mathfrak{B}_{z \max} = 19000$ im Ständer, dann wird Gleichung

$$(135) \quad \mathfrak{R}_q = \frac{19\,000 \cdot 4 \cdot 0,9}{14} = 4900; \quad (c_1 = t_1 - o_n = 4 \text{ mm});$$

$$(132) \quad \Phi_0 = 4900 \cdot 10 \cdot 12,5 \cdot 0,67 = 410\,000;$$

$$(130) \quad \Phi_1 = 1,03 \cdot 410\,000 = 424\,000;$$

$$(128) \quad z_1 = \frac{\left(\frac{260}{\sqrt{3}} - 10^0/0\right) \cdot 10^8}{2,1 \cdot 50 \cdot 424\,000} = 304, \text{ abger. } 300$$

oder 25 Drähte pro Nut. Wird $f_k = 0,35$ angenommen, so ergibt sich

$$q = \frac{(25 \cdot 10) 0,35}{25} = 3,5 \text{ mm}^2, \quad d = 2,1 \text{ mm}, \quad d' = 2,6 \text{ mm}.$$

Mit $s_d = 3$ wird $J = 3,5 \cdot 3 = 10,5 \text{ A}$. Da nach Gl. (164) $\tau = 0,082$ ist, wird $(\cos \varphi)_{\max} = 0,85$ und

$$N_k = \sqrt{3} \cdot 260 \cdot 10,5 \cdot 0,85 = 4000 \text{ W}.$$

Die Länge einer Windung folgt aus Gl. (141)

$$2l_1 = 2 \left\{ 10 + 2 + \frac{\pi}{2} \cdot 2,5 + 3 + \frac{\pi}{4} (16,08 + 5 + 3) \right\} = 75,6 \text{ cm},$$

daher die pro Phase aufgewickelte Drahtlänge

$$L_1 = 0,756 \cdot \frac{300}{2} = 113 \text{ m}.$$

Der Echtwiderstand einer Phase wird

$$R_1 = \frac{0,023 \cdot 113}{3,5} = 0,742 \ \Omega.$$

Der Widerstand eines Laufferstabes ist

$$R_s = \frac{\varrho l_s}{q_s} = \frac{0,02 \cdot 0,11}{78,5} = 0,000\,028 \ \Omega.$$

Der Widerstand der beiden Ringe ist

$$R_r = \frac{2 \cdot \varrho l_r}{q_r} = \frac{2 \cdot 0,02 \cdot (0,15 \pi)}{160} = 0,000\,118 \ \Omega.$$

Der Widerstand eines Stabes samt Endverbindung [Formel (156)]

$$R_q = 0,000\,028 + 0,000\,118 \frac{25}{(4 \pi)^2} = 0,000\,046\,7 \ \Omega.$$

Der Diagrammwiderstand des Lauffers ist nach Gl. (162)

$$\begin{aligned} R_2' &= \frac{k_2}{3} R_q \left[\frac{3 z_1}{k_2} (1 + \tau_1) \right]^2 \\ &= \frac{25}{3} \cdot 0,000\,046\,7 \left(\frac{3 \cdot 300 \cdot 1,04}{25} \right)^2 = 0,55 \ \Omega. \end{aligned}$$

Der Stromwärmeverlust im Ständer und Läufer folgt dann aus der Formel $3J^2(R_1 + R_2')$

$$N_{cu} = 3 \cdot 10,5^2 (0,742 + 0,55) = 430 \text{ W.}$$

Die Verluste bei Leerlauf sind, wenn man die eingeleiteten Watt der Rechnung zugrunde legt, $\left(\frac{4000}{735} = 5,4 \text{ PS}\right)$ nach Tabelle 16 etwa 75 W pro PS, im ganzen also $5,4 \cdot 75 = 405 \text{ W}$. Die Gesamtverluste sind demnach $430 + 405 = 835 \text{ W}$. Die gebremste Leistung daher $4000 - 835 = 3165 \text{ W}$, der Wirkungs-

$$\text{grad } \eta = \frac{3165}{4000} = 0,791.$$

Die Temperaturerhöhung wird nach Gl. (158)

$$\vartheta = \frac{835}{\pi \cdot 1,608 \cdot (1 + 0,88)(1,44 \div 1,85)} = 61 \div 46 \text{ Grad.}$$

316. Der in Aufgabe 312 berechnete Aluminiummotor soll eine Kupferwicklung erhalten.

Lösung: Es war

$$z_1 = 216 \quad \text{oder} \quad 12 \text{ Drähte pro Nut.}$$

Wir nehmen nach Gl. 167 a

$$z_1' = 0,9 z_1 \quad z_1' = 0,9 \cdot 216 = 194,4$$

und runden die Drahtzahl pro Nut auf eine ganze Zahl ab

$$\frac{3 \cdot 194,4}{54} = 10,8$$

abgerundet auf 10, also ist $z_1' = 10 \cdot 18 = 180$.

Der Drahtquerschnitt wird $q' = q \frac{z_1}{z_1'} = 16,5 \frac{216}{180} \approx 20 \text{ mm}^2$ also $d = 5 \text{ mm}$, und $q' = 19,6 \text{ mm}^2$. (Diese Abrundung vergrößert den Stromwärmeverlust.)

Die Stromstärke im Stator ist nach Gl. (166)

$$J' = J \frac{z_1}{z_1'} \sqrt{\frac{\varrho}{\varrho'}} = 20 \cdot \frac{216}{180} \sqrt{\frac{0,04}{0,023}} = 31,6 \text{ A.}$$

Die aufgewickelte Drahtlänge ist $L_1 = 1,144 \cdot 90 = 103 \text{ m}$.

Der Echtwiderstand einer Phase $R_1' = \frac{0,023 \cdot 103}{19,6} = 0,121 \Omega$.

Alle Induktionen ändern sich im Verhältnis 216 : 180, es werden:

$$\mathfrak{B}_\sigma' = 5050, \quad \mathfrak{B}_{z_{\max}} = 18400, \quad \mathfrak{B}_a = 8400,$$

EMK im Läufer $E'_{p_2} = 228 \text{ V}$, $\Sigma \mathfrak{B} l = 1106$, $J'_\mu = 10,4 \text{ A}$.

Da der Läufer dieselbe Wicklung erhält wie der Aluminiummotor, nur aus Kupfer hergestellt, so ändert sich der Widerstand der Phase in

$$R_{2w} = 0,303 \frac{0,02}{0,035} = 0,172 \Omega,$$

wozu noch der Bürstenwiderstand $R_b = 0,019 \Omega$ kommt, also ist der neue Läuferwiderstand $R_2 = 0,191 \Omega$.

Hiermit kann das Heylandsche Diagramm berechnet werden. Begnügt man sich mit dem Kreise I, so kann man ohne weiteres Abb. 195 benutzen, wenn man die Maßstäbe für Ampere und Watt ändert. Es ist $\overline{OA} = 11,4 \text{ mm}$ (Abb. 195). Ist nun $1 \text{ A} = a' \text{ mm}$, so sollen jetzt $\frac{\overline{OA}}{a'}$ mm = 10,4 A (J'_μ) sein, also ist

$$a' = \frac{11,4}{10,4} = 1,095 \text{ mm.}$$

$$1 \text{ mm} = \frac{\sqrt{3} \cdot 380}{1,095} = 600 \text{ W.}$$

Für $J' = 31,6 \text{ A}$ Ständerstrom, wird $\cos \varphi = 0,865$ und der Läuferstrom

$$J_2 = \frac{30,5}{1,095} \cdot \frac{180}{192} 1,03 = 26,9 \text{ A.}$$

Die Verluste werden: $3 J^2 R_1 = 3 \cdot 31,6^2 \cdot 0,121 = 365 \text{ W}$

$$3 J_2^2 R_2 = 3 \cdot 26,9^2 \cdot 0,191 = 415 \text{ "}$$

Verlust im Eisen $515 \frac{216}{180} = 620 \text{ "}$

Verlust durch Reibung 316 "

 Summa 1716 W

Eingeleitet werden: $\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 31,6 \cdot 0,865 = 18000 \text{ W,}$

gebremst werden: $18000 - 1716 = 16284 \text{ W.}$

$$\eta = \frac{16284}{18000} = 0,905.$$

§ 38. Wechselstrommaschinen.

A. Wechselstrommaschinen mit rotierendem Anker.

Wechselstrommaschinen für Leistungen bis etwa 100 kVA, deren Spannung 500 V nicht übersteigt, werden vorteilhaft mit rotierendem Anker ausgeführt. Die Wicklung ist eine Schleifen- oder auch Wellenwicklung, und es werden zur Abnahme von ein- oder zweiphasigem

Wechselstrom solche Lamellen, auf denen in einem bestimmten Augenblick gleichnamige Bürsten aufliegen, mit einem Schleifring zur Abnahme des Wechselstroms verbunden. Bei Drehstrom allerdings sind bei zweipoliger Anordnung die mit den Schleifringen zu verbindenden Lamellen um 120° voneinander entfernt.

Verzichtet man auf die Abnahme von Gleichstrom, so werden die Kollektorlamellen weggelassen und es sind dann nur die Zuführungspunkte zu den Lamellen, die sogenannten Knotenpunkte mit den Schleifringen zu verbinden.

Hat die Wicklung K Knotenpunkte (Kollektorlamellen), so ist zur Entnahme von einphasigem, zweiphasigem und dreiphasigem Strom nach dem in Abb. 202 dargestellten Schema zu verbinden.

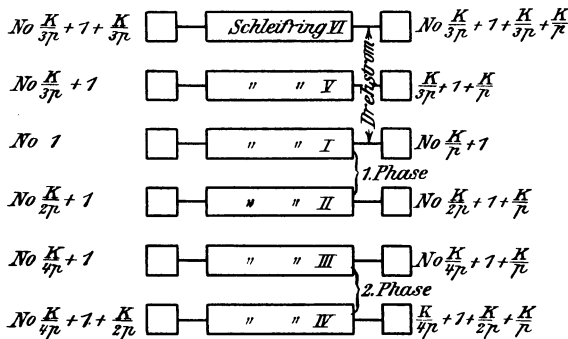


Abb. 202.

Bei Schleifenwicklung ist jeder Schleifring mit p Knotenpunkten (Lamellen), die den Abstand $\frac{K}{p}$ voneinander haben, verbunden, während bei Reihenschaltung nur eine Verbindung pro Schleifring vorhanden ist.

Ist J die einem Schleifring entnommene Stromstärke, so ist die Stromstärke i_a im Ankerdraht bei Schleifenwicklung und einphasigem Strom

$$i_a = \frac{J}{2p}, \quad \text{bei Drehstrom } i_a = \frac{J}{\sqrt{3} \cdot p}.$$

Bei Reihenschaltung ist entsprechend

$$i_a = \frac{J}{2}, \quad i_a = \frac{J}{\sqrt{3}}.$$

Bezeichnet E die EMK des Gleichstromes, E_p die des Wechselstromes pro Phase, so besteht zwischen E_p und E ein konstantes Verhältnis $f_g = \frac{E_p}{E}$, das aus den Tabellen 10 und 11 entnommen werden kann. Hiernach ist

$$E_p = f_g E = f_g \frac{\Phi_0 n z}{60 \cdot 10^8} \frac{p}{a}. \quad (168)$$

B. Wechselstrommaschinen mit ruhendem Anker.

Für größere Leistungen und höhere Spannungen werden die Wechselstrommaschinen mit rotierendem Magnetsystem und feststehendem Anker ausgeführt. Die Magnete sind Elektromagnete, denen zur Erregung Gleichstrom durch Schleifringe zugeführt wird.

Die Wicklung des Ankers einer einphasigen Maschine zeigt für 4 Pole die Abb. 203. Jede Spulenseite ist in einem Loch oder einer Nut untergebracht (die Drähte sind gewöhnlich einzeln durch die Löcher eingezogen worden). Einlochwicklung. Man kann jedoch auch eine Spulenseite auf 2 Löcher verteilen. Zweilochwicklung Abb. 204. Aus Gründen der Herstellung stanzt man auch die nicht erforderlichen punktierten Löcher ein. Werden dieselben gleichfalls bewickelt, so erhält man eine zweiphasige Maschine.

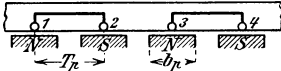


Abb. 203.

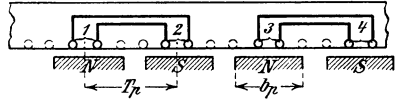


Abb. 204.

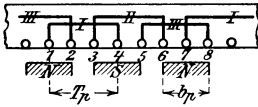


Abb. 205.

Verteilt man die Spulenseite auf 3 Löcher, so erhält man eine Dreilochwicklung usw. Ist m die Anzahl der Löcher pro Spulenseite, so ist die Nutenzahl der ein- resp. zweiphasigen Maschine

$$k = m 4 p.$$

Die Abb. 205 zeigt schematisch eine Drehstromwicklung mit einem Loch pro Spulenseite. Dasselbe Schema gilt auch für Drehstrommotoren.

Numeriert man die Nuten fortlaufend, so heißt das Wicklungsschema:

I. Phase	II. Phase	III. Phase
(a_1) 1 — 4	(a_2) 3 — 6	(a_3) 5 — 8
7 — 10	9 — 12	11 — 14
13 — 16	15 — 18	17 — 20
⋮	⋮	⋮

Die Anfänge sind $a_1 = 1$, $a_2 = 3$ und $a_3 = 5$. Die Enden e_1, e_2, e_3 stehen rechts in der p -ten Zeile jeder Phase.

Die Numerierung ging von 1 bis k und die Nutenzahl war

$$k = 6 p.$$

Ist wieder m die Anzahl der Löcher pro Spulenseite, so gilt dasselbe Schema, wenn man m -Löcher zu einer Nummer zusammenfaßt. Die Nutenzahl ist allerdings [vgl. Formel (127)]

$$k = m 6 p.$$

Die Stromstärke, die der Maschine entnommen wird, ist auch die Stromstärke im Draht bei einphasigem Wechselstrom und bei Drehstrom,

wenn bei letzterem die Enden in Sternschaltung verbunden werden. Bei Dreieckschaltung fließt im Draht nur der Strom $i_a = \frac{J}{\sqrt{3}}$.

Der Mittelwert der EMK einer Phase ist nach Formel (76)

$$E_m = \frac{4 \Phi_0 f W}{10^8} f_w$$

(Werte von f_w Tabelle 18).

Ist E_p der effektive Wert, so besteht zwischen E_p und E_m ein Verhältnis, das von der Kurvenform der EMK abhängt (siehe Aufg. 230)

und welches wir mit f_B bezeichnen wollen, d. h. wir setzen $\frac{E_p}{E_m} = f_B$, so

wird also
$$E_p = f_B E_m,$$

$$E_p = f_B \cdot f_w \frac{4 \Phi_0 f W}{10^8} \text{ Volt.} \tag{169}$$

(Werte von f_B siehe Tabelle 19.)

Tabelle 18. Werte von f_w .

I. Einphasige Maschinen.

Anzahl der Löcher pro Pol	3	4	4	5	5	5	6	6	6	6	7	7	7	7	8	8	8	8
Anzahl der bewickelten Löcher pro Pol	2	2	3	2	3	4	2	3	4	5	2	3	4	5	2	3	4	5
Werte von f_w	0,866	0,925	0,804	0,913	0,872	0,766	0,966	0,91	0,833	0,744	0,977	0,935	0,873	0,810	0,985	0,952	0,906	0,856

II. Zweiphasige Maschinen.

Anzahl der Löcher pro Pol und Phase (m)	2	3	4	5	6
f_w	0,924	0,91	0,906	0,905	0,903

III. Drehstrom-Maschinen.

Anzahl der Löcher pro Pol und Phase (m)	2	3	4	5	6
f_w	0,966	0,96	0,958	0,957	0,955

Tabelle 19. Werte von f_B .

$g = \frac{c_p}{t_p}$	Werte von f_B für Abb. 204			Werte von f_B für Abb. 205		
	○	○○	○○○	○	○○	○○○
0,5	1,41	1,22	1,19	1,41	1,29	1,26
0,6	1,29	1,15	1,12	1,29	1,19	1,18
0,7	1,2	1,08	1,06	1,2	1,12	1,11
0,8	1,12	1,03	1,01	1,12	1,05	1,05

Für eine Sinuskurve $f_B = 1,11$.

§ 39. Berechnung der Gleich- und Wechselstrommaschinen.

Gegeben die Nutzleistung N_k in Volt-Ampere, die Klemmenspannung E_k , die Tourenzahl n und bei Wechselstrom die Periodenzahl f . Angenommen wird der elektrische Wirkungsgrad η_e und bei Motoren auch der totale Wirkungsgrad η (siehe Tabelle 7). Die Verluste durch Stromwärme werden willkürlich auf Anker und Magnet verteilt, wodurch bei Gleichstrom die Größen J_n , R_a , R_n und E als bekannt anzusehen sind.

Die Polzahl der Gleichstrommaschinen ist etwa so zu wählen, daß Maschinen bis ungefähr 60 kW 4 polig, bis 150 kW 6 polig usw. ausgeführt werden. Ist man im Zweifel, so rechnet man die Maschine zweimal durch, das eine Mal mit $2p$ Polen, das andere Mal mit $2p+2$ und sieht zu, welche Ausführung billiger geworden ist.

Bei Wechselstrom folgt die Polzahl aus der Gleichung (vgl. 71)

$$\frac{n p}{60} = f. \quad (I)$$

Wir nehmen ferner an die Amperestabzahl \overline{AS} pro Zentimeter des Ankerumfanges [Formel (40)], die Kraftliniendichte \mathfrak{B}_g im Luftzwischenraum und die Größe

$$g = \frac{\text{Polbogen}}{\text{Polteilung}} = \frac{c_p}{t_p}, \quad \text{wo } t_p = \frac{\pi D}{2p} \text{ ist.}$$

Zur Erleichterung der Annahmen von \overline{AS} und \mathfrak{B}_g dienen die Abb. 206 und 207.

Die Ankerdimensionen D und b lassen sich dann durch die Gleichung ausdrücken [vgl. auch Formel (133)]:

$$D^2 b = \frac{N_k 60 \cdot 10^8}{n g \eta_e \pi^2 \overline{AS} \mathfrak{B}_g \cos \psi} K. \quad (II)$$

¹⁾ Die Ankerleistung ist bei A -phasigem Wechselstrom

$$N_a = A E_p J \cos \psi,$$

worin A die Anzahl der Phasen, E_p die EMK einer Phase, J den Strom im Draht und ψ den Winkel, welchen die Vektoren E_p und J miteinander einschließen, bedeutet. Nun ist nach Gl. (169) $E_p = f_w \cdot f_B \frac{4 \Phi_0 z f}{2 \cdot 10^8}$, wo z die Drahtzahl einer Phase ist; ferner

$$\Phi_0 = Q_g \mathfrak{B}_g = b g \frac{\pi D}{2p} \mathfrak{B}_g,$$

folglich

$$N_a = A J \cos \psi \frac{b g \pi D}{2p} \mathfrak{B}_g \frac{z f 4 f_m f_B}{2 \cdot 10^8}.$$

Ersetzt man $f = \frac{n p}{60}$ und führt $\frac{A z J}{\pi D} = \overline{AS}$ ein, so wird

$$N_a = \frac{\pi^2 D^2 b g \cos \psi n \mathfrak{B}_g \overline{AS}}{60 \cdot 10^8} f_w \cdot f_B.$$

Für den Faktor K setze man:

$K = 1$ bei Gleichstrom,

$K = \frac{1}{f_g}$ bei Gleichstromwicklungen zur Entnahme von einphasigem Strom,

$K = \frac{2}{3 f_g}$ " " " " " Drehstrom,

$K = \frac{1}{f_w f_B}$ bei Wechselstromwicklungen nach Abb. 204—205.

Bei Gleichstrom resp. induktionsfreier Belastung, oder, wenn die Leistung N_k in Volt-Ampere gegeben ist, setze man $\cos \psi = 1$; bei induktiver Belastung kann in erster Annäherung $\cos \psi = \cos \varphi$ gesetzt werden.

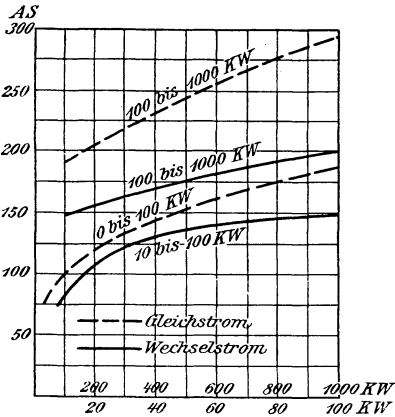


Abb. 206.

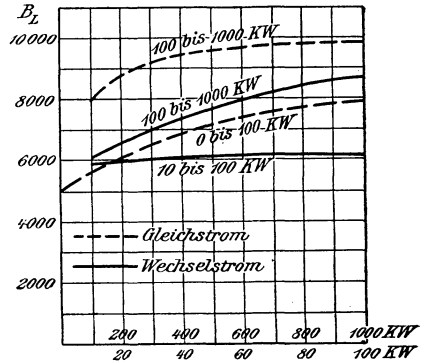


Abb. 207.

Die willkürliche Zerlegung von $D^2 b$ in Faktoren liefert D und b .

Für D ist jeder Wert zulässig, bei dem

$$v = \frac{\pi D n}{60} \leq 2000 \text{ bis } 2500 \text{ cm ist.}$$

(Direkt gekuppelte Wechselstrommaschinen erreichen $v = 35$ m, Turbogeneratoren bis 100 m Umfangsgeschwindigkeit.)

Ist N_k die Nutzleistung, die um den Stromwärmeverlust im Anker kleiner ist als die Ankerleistung, so ist der elektrische Wirkungsgrad

$$\eta_e = \frac{N_k}{N_a} \text{ oder } N_a = \frac{N_k}{\eta_e}.$$

Löst man nach $D^2 b$ auf, so erhält man die Gl. II.

Bemerkung: Bei Wechselstrommaschinen ist η_e sehr groß, denn beträgt der Verlust durch Stromwärme z. B. 2%, so ist $\eta_e = 0,98$. Die Ankerleistung hat mit den übrigen Verlusten nichts zu tun. Bei den sich selbst erregenden Gleichstrommaschinen hat dagegen der Anker auch den Stromwärmeverlust im Magneten zu decken.

Der Querschnitt des Luftzwischenraumes ist $Q_{\Omega} = b c_p = b g \frac{\pi D}{2p}$.

Soll derselbe ein Quadrat werden, wobei dann der Querschnitt des Magnetschenkels rund genommen werden kann, so ist $b = c_p = g \frac{\pi D}{2p}$ in Gleichung (II) einzusetzen.

Für Gleichstrom erhält man dann

$$D = 730 \sqrt[3]{\frac{N_k p}{\eta_e g^2 n B_{\Omega} A S}}. \quad (\text{II a})$$

Stromstärke. Die Leistung in (VA) ist

$$N_k = E_k J \text{ bei Gleichstrom,}$$

$$N_k = A E_p J \text{ bei mehrphasigem Strom,}$$

woraus sich die Stromstärke berechnen läßt.

Für einen Gleichstrommotor ist

$$J = \frac{N_m}{\eta E_k} \quad (N_m \text{ Nutzleistung}).$$

Drahtzahl. Aus Formel (40) $\overline{AS} = A \frac{z i_a}{\pi D}$ folgt

$$z = \frac{\overline{AS} \pi D}{A i_a}. \quad (\text{III})$$

A Anzahl der Phasen, bei Gleichstrom $A = 1$, $i_a = \frac{J_a}{2\alpha}$ Gleichstrom und einphasigem Wechselstrom mit rotierendem Anker, bei Drehstrom $i_a = \frac{J}{\alpha \sqrt{3}}$, bei ruhendem Anker $i_a = J$.

Lamellenzahl. Die Kollektorlamellenzahl einer Gleichstrommaschine sei [Formel (64)]

$$K \approx (0,038 \text{ bis } 0,04) z \sqrt{i_a}. \quad (\text{IV})$$

Beachte Tabelle 8 auf S. 136.

Nutzenzahl. Die Nutzenzahl ist unter Benutzung der Tabelle 9 für Gleichstromanker [Formel (62)]

$$k = \frac{s}{u_n}, \quad (\text{V})$$

(u_n Anzahl der Spulenseiten pro Nute) und für ruhende Wechselstromwicklung

$$k = A m 2 p. \quad (\text{V})$$

Bemerkung. Die Lamellenzahl $K = \frac{s}{2}$ muß der Wicklungsformel 59 genügen; $\frac{Az}{k}$ ist auf eine ganze Zahl abzurunden.

Kraftlinienzahl.

$$\Phi_0 = \frac{60 \cdot 10^8 E a}{n z p} \quad (\text{VI})$$

[siehe Formel (60)] Gleichstrom, wo $E = E_k \pm J_a R_a \pm 2 e_b$ für Nebenschlußdynamo resp. Motor ist (e_b siehe Anhang).

Für die Wechselstrommaschine mit rotierendem Anker und Gleichstromwicklung ist statt E zu setzen $\frac{E_p}{f_g}$.

Für ruhende Wechselstromanker folgt aus Gl. (169)

$$\Phi_0 = \frac{E_p 10^8}{4 f_B f_w W f}, \quad (\text{VI})$$

wo $W = \frac{z}{2}$ die Windungszahl einer Phase bezeichnet. Die größte Kraftlinienzahl entspricht dem größten Werte von E resp. E_p und es kann schätzungsweise $E_p = 1,25 E_k$ werden, wenn man E_k bei $\cos \varphi = 0,8$ noch erzielen will. (Bei Sternschaltung ist dann $E_p = 1,25 \frac{E_k}{\sqrt{3}}$.)

Bemerkung: Wir haben zuerst z und dann Φ_0 berechnet, wir hätten aber ebensogut $\Phi_0 = \mathfrak{B}_z Q_z$ berechnen und dann VI nach z oder auch E auflösen können.

Nutendimensionen. Ist t_1 die Nutenteilung an der Ankeroberfläche, so gilt für diese die Formel

$$t_1 = \frac{\pi D}{k}. \quad (\text{VII})$$

Bezeichnet \mathfrak{B}_z die Kraftliendichte im Luftzwischenraum, so tritt innerhalb einer Zahnteilung t_1 in einen Zahn die Kraftlinienzahl $\mathfrak{B}_z t_1 b$ ein, die durch die engste Stelle im Zahn, also durch den Eisenquerschnitt c_3 , $0,9 b_1$ hindurch muß (Abb. 208), wo b_1 die Ankerlänge ohne Luftschlitze bedeutet. Die Zahnstärke an der engsten Stelle ist mithin

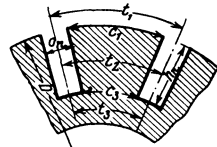


Abb. 208.

$$c_3 = \frac{\mathfrak{B}_z t_1 b}{0,9 b_1 \mathfrak{B}_{z \max}} \quad [\text{vgl. Formel (135)}]. \quad (\text{VIII})$$

wo $\mathfrak{B}_{z \max}$ (18000 bis 20000 bei 60 bis 40 Perioden, und 21000 bis 23000 bei 30 bis 20 Perioden und Gleichstrom), angenommen wird.

Setzt man den Nutenquerschnitt Q_n als bekannt voraus, so gelten die für den Drehstromläufer in Formel (140) entwickelten Formeln auch für den rotierenden Anker, während die dort für den Ständer hergeleiteten Formeln (140) für den feststehenden Anker gelten. Hiermit sind die Nutenabmessungen bekannt.

Kerndicke. Die Kerndicke ist

$$h_a = \frac{\Phi_0}{2 \cdot 0,9 b_1 \mathfrak{B}_a}, \quad (\text{IX})$$

wo \mathfrak{B}_a angenähert der Kurve (Abb. 209) zu entnehmen ist.

Der innere Durchmesser des rotierenden Ankers ist:

$$D_i = D - 2 h_n - 2 h_a.$$

Der äußere Durchmesser des feststehenden Ankers ist:

$$D_a = D + 2 h_n + 2 h_a.$$

Eisenverluste. Die Berechnung der Eisenverluste fällt ungenau aus, da dieselben von der Bearbeitung abhängen. Wir schätzen sie lieber nach den Erfahrungen an ausgeführten Maschinen, wozu die Abb. 210 dient. In derselben sind die Eisenverluste pro Kilogramm Ankergewicht in Abhängigkeit von $\frac{B_a f}{10^5}$ dargestellt. Bezeichnet u die Abszisse zur Ordinate $\frac{B_a f}{10^5}$, so ist der Eisenverlust:

$$N_E = u G. \quad (X)$$

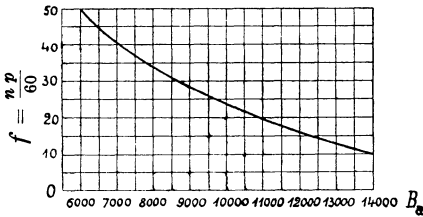


Abb. 209.

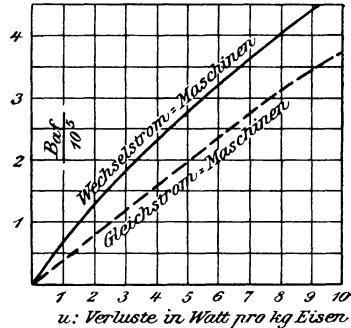


Abb. 210.

Das Gewicht G besteht aus dem Gewicht G_a des Kerns und dem Gewicht G_z der Zähne. Ist 7,8 das spezifische Gewicht des Eisens, so ist

$$\left. \begin{aligned} G_a &= \left\{ \frac{\pi}{4} D_a^2 - \frac{\pi}{4} (D + 2 h_n)^2 \right\} \frac{0,9 b_1 7,8}{1000} \\ G_z &= \left\{ \frac{\pi}{4} (D + 2 h_n)^2 - \frac{\pi}{4} D^2 - k Q_n \right\} \frac{0,9 b_1 7,8}{1000} \end{aligned} \right\} \text{ ruhender Anker,}$$

$$\left. \begin{aligned} G_a &= \left\{ (D - 2 h_n)^2 \frac{\pi}{4} - D_i^2 \frac{\pi}{4} \right\} \frac{0,9 b_1 7,8}{1000} \\ G_z &= \left\{ \frac{D^2 \pi}{4} - (D - 2 h_n)^2 \frac{\pi}{4} - k Q_n \right\} \frac{0,9 b_1 7,8}{1000} \end{aligned} \right\} \text{ rotierender Anker.}$$

Drahtquerschnitt. Die Länge einer Windung einer ruhenden Ankerwicklung ist nach Formel (141)

$$2 l_1 = 2 \left\{ b + \delta + \frac{\pi}{2} h_n + m o_2 + \frac{\pi}{2} p (D + 2 h_n + m o_2) \right\}. \quad (XI)$$

Für die Gleichstrom-Mantelschablonen-Wicklung und Stabanker gilt (vgl. Formel (65) S. 137)

$$2 l_1 = 2 b + 3 t_p. \quad (XI)$$

Die aufgewickelte Drahtlänge ist pro Phase

$$L_a = 2 l_1 W = l_1 z.$$

Aus der Gleichung für den Widerstand R_{aw} folgt der Querschnitt des Drahtes:

$$q = \frac{\varrho L_a}{(2a)^2 R_{aw}} \quad \text{Gleichstromwicklung} \quad (\text{XII})$$

und
$$q = \frac{\varrho L_a}{R_{aw}} \quad \text{Wechselstromwicklung.} \quad (\text{XII})$$

Bemerkung: Wir hatten R_{aw} als bekannt angesehen. War dies nicht der Fall, so hätte man auch q berechnen können aus der Gleichung

$$q = \frac{i_a}{s_a},$$

wo man für dünne Kupferdrähte $s_a = 5$ und für dicke etwa $s_a = 2,5$ setzt.

Man findet dann aus Gl. (XII) den Widerstand und aus der Gleichung $J_a^2 R_{aw}$ den Verlust durch Stromwärme.

Für Wechselstrom hat man den Wert von R_{aw} bei Einphasenmaschinen mit 1,5 bis 2,5, bei Mehrphasenmaschinen mit 1,2 bis 2 zu multiplizieren, um den Echtwiderstand zu erhalten.

Temperaturerhöhung.

Die Verluste $J_a^2 R_a + N_E$ bewirken eine Temperaturerhöhung ϑ des Ankers, die von der abkühlenden Oberfläche abhängt. Da bei der jetzt am meisten gebräuchlichen Mantel-Schablonenwicklung die Spulenköpfe gut ventiliert sind, trägt zur Erwärmung des Ankereisens, außer dem Verlust N_E , nur der Teil des Drahtes zur Stromwärme bei, der im Eisen eingebettet ist, also der Teil

$$J_a^2 R_{aw} \frac{2b}{2l_1} \quad [2l_1 \text{ Länge einer Windung, vgl. Formel (XI)].$$

Bezeichnet man die zur Temperaturerhöhung beitragenden Verluste mit N_ϑ , so ist

$$N_\vartheta = N_E + J_a^2 R_{aw} \frac{2b}{2l_1}. \quad (\text{XIII})$$

Die Temperaturerhöhung eines rotierenden Ankers folgt dann aus der Formel:

$$\vartheta_a = \frac{CN_\vartheta}{O(1 + 0,1v)}, \quad (\text{XIV})$$

wo v die Umfangsgeschwindigkeit in Metern, O die Oberfläche in Quadratcentimetern bezeichnet.

Für Maschinen bis etwa 20 kW kann man setzen:

$$O = \pi D b + \frac{\pi D^2}{4} \cdot \{2 + \text{Anzahl der Luftschlitze}\}. \quad (\text{XV})$$

Für Maschinen mit ruhender Ankerwicklung ist

$$\vartheta_a = \frac{CN_\vartheta}{O} \quad (\text{XIV})$$

und
$$O = \pi b(D_a + D) + \frac{\pi}{4}(D_a^2 - D^2) \cdot \{2 + \text{Anzahl der Luftschlitze}\}. \quad (\text{XV})$$

Für C findet man Werte von 400 bis 550 bei Maschinen mit Lager-
schildern, 300 bis 425 bei Maschinen mit besonderen Lagern und 200 bis
250 bei Maschinen mit ruhender Wicklung.

Magnete.

Wenn in den Anker Φ_0 Kraftlinien pro Pol eintreten sollen, so
müssen Φ_s Kraftlinien erzeugt werden, weil ein Teil der erzeugten Linien
seinen Weg nicht durch den Anker nimmt. Bei den meisten modernen
Maschinen kann man setzen $\Phi_s = 1,2 \Phi_0$.

Sind Wendepole vorhanden, so ist anstatt 1,2 etwa 1,35 zu nehmen.
Man nimmt die Induktion \mathfrak{B}_s im Schenkel an, und zwar für

schmiedeeiserne Schenkel $\mathfrak{B}_s =$	15000 bis 17000,
Stahlguß =	14000 " 17000,
Gußeisen =	6000 " 8500.

Die kleineren Werte gelten für kleinere Maschinen.

Der Querschnitt Q_s des Schenkels wird sodann

$$Q_s = \frac{\Phi_s}{\mathfrak{B}_s}. \quad (\text{XVI})$$

Die Länge des Schenkels muß schätzungsweise angenommen werden.

Im Joch teilen sich die Kraftlinien. Ist \mathfrak{B}_j die Induktion daselbst,
so ist der Jochquerschnitt Q_j

$$Q_j = \frac{\Phi_s}{2 \mathfrak{B}_j}. \quad (\text{XVII})$$

$\mathfrak{B}_j =$	12000 bis 15000 für Schmiedeeisen,
11000 "	14000 " Stahlguß,
5000 "	8000 " Gußeisen.

Luftzwischenraum.

Um möglichst wenig Windungen auf dem Magneten zu erhalten,
muß man den Luftzwischenraum klein nehmen. Hierdurch wächst aber
bei Gleichstrom die Wirkung der Querwindungen. Um nun eine funken-
freie Stromwendung ohne Wendepole zu erzielen, muß $\mathfrak{B}_g - \mathfrak{B}_q > \mathfrak{B}_k$ sein
(vgl. S. 107).

Löst man die Gl. (46) nach δ auf, so ergibt sich für Gleichstrom-
maschinen ohne Wendepole

$$\delta = 0,63 \frac{c_p \overline{AS}}{\mathfrak{B}_q} \quad (\text{XVIII})$$

als kleinster zulässiger Luftzwischenraum, wo $\alpha = 1$ gesetzt wurde.

Bei Wechselstrommaschinen kann man setzen

$$\delta = (0,6 - 1,2) \frac{t_p \overline{AS}}{\mathfrak{B}_g} [\overline{AS} \text{ Formel (40)}]. \quad (\text{XVIII})$$

Polschuhe.

Da in den Enden massiver Polschuhe Wirbelströme entstehen, muß
man dieselben häufig aus Blechen zusammensetzen.

Die Notwendigkeit tritt ein, wenn bei offenen Nuten

$$\frac{o_n}{\delta} \geq 2 \text{ ist } (o_n \text{ Nutenbreite, } \delta \text{ Luftzwischenraum}).$$

Amperewindungszahl.

Die Berechnung der Amperewindungen geschieht nach der Formel

$$\Sigma \mathfrak{S} l = \mathfrak{F} = 0,4 \pi A \overline{W}.$$

Zerlegt man die Summe in die Addenden: Ankerkern, Ankerzahn, Luftzwischenraum, Magnetschenkel und Joch, so heißt die Gleichung

$$\mathfrak{S}_a l_a + \mathfrak{S}_z l_z + \mathfrak{S}_\delta l_\delta + \mathfrak{S}_s l_s + \mathfrak{S}_j l_j = 0,4 \pi A \overline{W}.$$

Die Kraftlinienlängen l_a, l_z, l_s und l_j sind hierbei aus einer nach Maß ausgeführten Skizze zu entnehmen. Über die Berechnung der Glieder $\mathfrak{S}_a l_a, \mathfrak{S}_s l_s$ und $\mathfrak{S}_j l_j$ ist nichts Neues zu bemerken. (Vgl. § 16.)

Zähne.

Solange die maximale Induktion in den Zähnen den Wert von 18000 nicht überschreitet, ist für \mathfrak{S}_z der Wert einzusetzen, den man für den mittleren Zahnquerschnitt $\overline{B} B'$ (Abb. 211) erhält. Die Zahnstärke $\overline{B} B' = c_2$ folgt aus VIII: $c_2 = t_2 - o_n$, wenn man

$$t_2 = \frac{\pi (D - h_n)}{k}$$

setzt.

$$\mathfrak{S}_{z2} = \frac{\mathfrak{S}_z t_1 b}{0,9 b_1 - (t_2 - o_n)}.$$

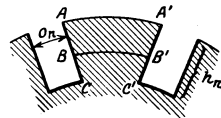


Abb. 211.

Übersteigt jedoch die Zahninduktion den Wert von 18000, so ist folgendes zu bemerken: Infolge der hohen Induktion ist der magnetische Widerstand des Zahnes so groß, daß der magnetische Widerstand der Luft in der Nut nicht mehr als unendlich groß hiergegen angesehen werden kann. Es gehen also sehr viele Kraftlinien durch die Nut, und der Quotient $\frac{\Phi}{Q_z} = \mathfrak{S}_z$ stellt jetzt nur die scheinbare Induktion im Zahn vor, die wirkliche ist kleiner.

Es sei Φ die Kraftlinienzahl, die durch einen Zahnquerschnitt Q_z und Nutenquerschnitt Q_N hindurchgeht, $\mathfrak{S}_{z,w}$ die wirkliche Zahninduktion und \mathfrak{S}_n die Kraftliniendichte in der Nut, so ist $\Phi = \mathfrak{S}_{z,w} Q_z + \mathfrak{S}_n Q_N$

oder
$$\frac{\Phi}{Q_z} = \mathfrak{S}_{z,w} + \mathfrak{S}_n \frac{Q_N}{Q_z}.$$

Nun ist $\frac{\Phi}{Q_z} = \mathfrak{S}_z$ die scheinbare Zahninduktion,

also
$$\mathfrak{S}_z = \mathfrak{S}_{z,w} + \mathfrak{S}_n \frac{Q_N}{Q_z}.$$

1) $Q_N = b o_n$ ist nicht zu verwechseln mit $Q_n = h_n o_n$.

In Abb. 212 sind, entsprechend dieser Gleichung, als Abszissen die scheinbaren Induktionen (\mathfrak{B}_z), als Ordinaten die wirklichen Induktionen ($\mathfrak{B}_{z,n}$) aufgetragen für verschiedene Werte von $\frac{Q_N}{Q_z}$.

Um nun die magnetomotorische Kraft für die Zähne zu erhalten, bestimmt man den Wert \mathfrak{H}_1 für den Zahnkopf, \mathfrak{H}_3 für die Zahnmitte und \mathfrak{H}_3 für die Zahnwurzel und setzt $\mathfrak{H}_z = \frac{\mathfrak{H}_1 + 4\mathfrak{H}_2 + \mathfrak{H}_3}{6}$, dann ist $\mathfrak{F}_z = \mathfrak{H}_z 2h_n$ der gesuchte Wert von $\mathfrak{H}_z l_z$ für die Zähne¹⁾.

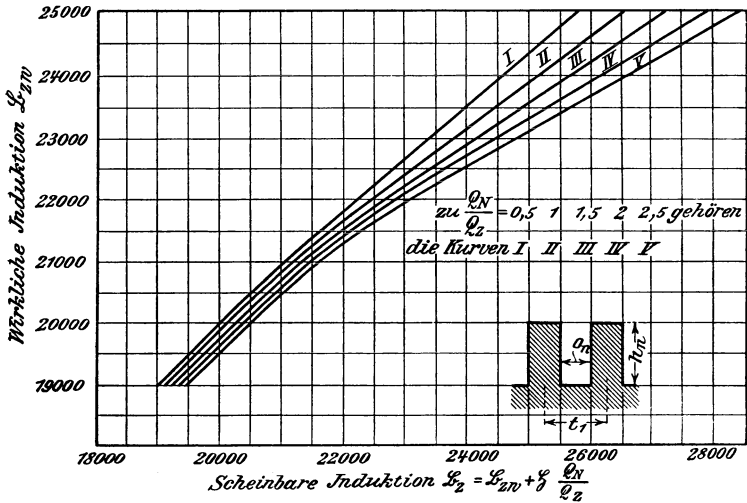


Abb. 212.

Luft.

Für den Luftzwischenraum war die dem Anker zugekehrte Fläche des Polschuhes gesetzt worden, also

$$Q_\Omega = \frac{\pi D}{2p} g b = c_p b,$$

es ist dann $\mathfrak{B}_\Omega = \frac{\Phi_0}{Q_\Omega}$ die Induktion im Luftraum.

¹⁾ Da sich bei rechteckigem Nutenquerschnitt der Zahnquerschnitt fortwährend ändert, so ist für die magnetomotorische Kraft eines Zahnes zu setzen:

$$\mathfrak{F}_z = \int_0^{h_n} \mathfrak{H} dh.$$

Jedes bestimmte Integral läßt sich als Flächeninhalt deuten, den man nach der Simpsonschen Regel näherungsweise finden kann, wie oben geschehen.

Die Kraftlinien gehen zum größten Teil durch den Zahn, eine große Zahl aber auch durch die Nut. Um daher die magnetomotorische Kraft für den Luftzwischenraum zu erhalten, hat man \mathfrak{B}_g mit dem mittleren Wege der Kraftlinien zu multiplizieren:

$$\mathfrak{F}_g = \mathfrak{B}_g 2 \delta k_1,$$

wo $2 \delta k_1$ den mittleren Weg in der Luft vorstellen soll. Wir berechnen k_1 aus der Formel

$$k_1 = \frac{t_1}{(t_1 - o_n) + x \delta}. \quad (\text{XIX})$$

Hier ist $t_1 = \frac{\pi D}{k}$ die Nutenteilung, o_n die Nutenbreite und δ der Abstand vom Ankerreisen bis zum Polschuh. Den Wert von x entnimmt man der Abb. 213, in welcher x als Ordinate zur Abszisse $\frac{o_n}{\delta}$ aufgetragen ist.

Die magnetomotorische Kraft eines magnetischen Kreises ist:

$$\mathfrak{F} = \mathfrak{F}_a l_a + \mathfrak{F}_z 2 h_n + \mathfrak{B}_g 2 \delta k_1 + \mathfrak{F}_s l_s + \mathfrak{F}_j l_j,$$

$$\mathfrak{F} = 0,4 \pi \overline{AW} \quad \text{und hieraus} \quad \overline{AW} = 0,8 \mathfrak{F}.$$

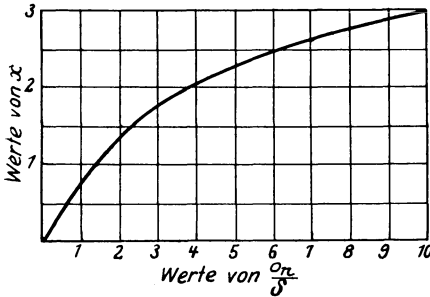


Abb. 213.

Wegen der Ankerrückwirkung muß diese Zahl vermehrt werden bei Gleichstrom um

$$X = (1 - g) t_p \overline{AS}, \quad (\text{XX})$$

wo \overline{AS} jedoch für 25% Überlastung einzusetzen ist [s. Formel (43) S. 106].

Die Windungszahl für beide Schenkel ist

$$2 W = \frac{\overline{AW} + X}{J_n}.$$

Ferner ist bekannt $R_n = \frac{E_k}{J_n}$, also auch der Widerstand R eines Schenkels.

Magnetwicklung.

Bezeichnet l die Länge der Wicklung, h die Höhe derselben (Abb. 214, 215), d' die Dicke des bespannenen Drahtes, alle Maße in Millimetern, so ist (vgl. Aufg. 143)

$$\frac{l}{d'} \frac{h}{d'} \frac{\pi d'^2}{4} s_a = \overline{AW}_I$$

die Amperewindungszahl eines Schenkels, wenn s_a die Stromdichte bedeutet. Setzt man $d' = \alpha d$, so wird

$$\frac{l}{\alpha d} \frac{h}{\alpha d} \frac{\pi d^2}{4} s_a = \overline{AW}_I$$

oder
$$h s_a = \frac{\alpha^2 4 \overline{A W_I}}{\pi l} . \quad (\text{a})$$

Ferner ist
$$q s_a = J_n . \quad (\text{b})$$

Die Länge der mittleren Windung ist $\left(\frac{2a + 2b + h\pi}{1000}\right)$ Meter, also die Länge von W Windungen

$$L = \frac{2a + 2b + h\pi}{1000} W \text{ Meter.}$$

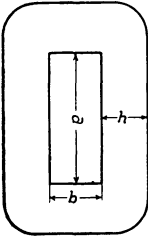
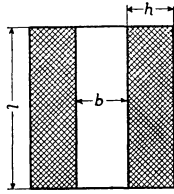


Abb. 214 u. 215.



Der Widerstand dieser Wicklung ist

$$R = \frac{\rho L}{q} = \frac{\rho}{q} \frac{2a + 2b + h\pi}{1000} W \text{ Ohm}$$

oder
$$q = \frac{\rho}{R} \frac{2a + 2b + h\pi}{1000} W . \quad (\text{c})$$

Dividiert man Gl. (a) durch Gl. (b), so gibt dies

$$\frac{h}{q} = \frac{4 \alpha^2 W}{\pi l} , \quad \text{wo} \quad \frac{\overline{A W_I}}{J_n} = W$$

ist, multipliziert mit der Gl. (c) liefert

$$h = \frac{4 \alpha^2 W^2 \rho (2a + 2b + h\pi)}{\pi l R 1000}$$

oder
$$\frac{h}{2a + 2b + h\pi} = \frac{4 \alpha^2 \rho W^2}{1000 \pi l R} . \quad (\text{XXI})$$

Für eine kreisrunde Spule vom Durchmesser D_s ist

$$2a + 2b + h\pi = (D_s + h)\pi ,$$

also
$$\frac{h}{D_s + h} = \frac{4 \alpha^2 \rho W^2}{1000 l R} . \quad (\text{XXIa})$$

Hat man aus (XXI) oder (XXIa) die Größe h berechnet, so ist

$$q = \frac{\pi l h}{4 \alpha^2 W} . \quad (\text{XXII})$$

Diese Berechnungsart setzt die Kenntnis des Widerstandes R eines Schenkels voraus. Man kann jedoch auch die Höhe h als bekannt annehmen, es läßt sich dann hieraus die mittlere Länge einer Windung berechnen, nämlich

$$l_m = \frac{2a + 2b + h\pi}{1000} \text{ Meter.}$$

Ist W die zunächst noch unbekannt Windungszahl eines Schenkels, R der Widerstand derselben, so ist

$$R = \frac{\rho L}{q} = \frac{\rho (l_m W)}{q} ,$$

andererseits ist

$$R = \frac{R_n}{2 p} = \frac{1}{2 p} \frac{e}{J_n} ,$$

also
$$\frac{1}{2p} \frac{e}{J_n} = \frac{e l_m W}{q}$$
 oder
$$q = \frac{e l_m W J_n 2p}{e}.$$

Nun ist $W J_n = \overline{AW}_1$ die Amperewindungszahl eines Schenkels, also

$$q = \frac{e l_m 2p \overline{AW}_1}{e}, \quad (\text{XXII a})$$

wo e die Erregerspannung bezeichnet.

Ist s_d die Stromdichte im Draht, so ist

$$J_n = q s_d. \quad (\text{XXIII})$$

Man findet $s_d = 1,2 - 2,2 \text{ A}$, und es liegt gewöhnlich s_d zwischen 1,4 und 1,7 A.

Erwärmung der Magnetwicklung.

Der in einer Spule in Wärme umgesetzte Verlust ist $N_{cu} = J_n^2 R$. Er führt eine Temperaturerhöhung herbei, die sich für feststehende Magnete aus der Formel

$$\vartheta_m = \frac{C \cdot \text{Verlust}}{\text{Oberfläche}} = \frac{C N_{cu}}{O} \quad (\text{XXIV})$$

berechnen läßt. Unter Oberfläche hat man die Mantelfläche und eine Seitenfläche (in cm^2) zu verstehen ($\vartheta_m \leq 60^\circ$). Für C hat man zu setzen $C = 450 \div 500$ für ganz offene Maschinen, für Maschinen mit Lager-
sohildern ist $C = 550 \div 650$ und für halbgeschlossene $C = 700 \div 750$.

Für Maschinen mit rotierendem Magneten ist

$$\vartheta_m = \frac{C N_{cu}}{O(1 + 0,1 v)}. \quad (\text{XXIV})$$

Für C kann man 600 bis 800 bei normal dicken Spulen und 350 bis 600 bei dünnen, gut ventilierten Spulen, bei Spulen aus Flachkupfer 300 bis 400 setzen ($\vartheta_m < 50^\circ$).

Kollektor und Bürsten.

Ist D_k der Kollektordurchmesser und K die Anzahl der Lamellen, t_k die Lamellenbreite einschließlich Isolation (Abb. 216), so ist

$$\pi D_k = t_k K$$

($t_k = 4$ bis 7 mm). Hieraus folgt

$$D_k = \frac{t_k K}{\pi}. \quad (\text{XXV})$$

Die Umfangsgeschwindigkeit ist

$$v_k = \frac{\pi D_k n}{60}. \quad (\text{XXVI})$$

Wird v_k angenommen, etwa 8 bis 10 m, so folgt hieraus D_k .

Die Bürstenbreite c_B ist (Abb. 216)

$$c_B = (2 \div 3,5) t_k. \quad (\text{XXVII})$$

Nimmt man die Stromdichte s_b der Bürste, je nach der Spannung der Maschine, an (s. Anhang), so ist die Auflagefläche f_b pro Bürstenstift ($2G$ -Stifte)

$$f_b = \frac{J_a}{s_b G} \quad (\text{XXVIII})$$

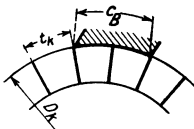


Abb. 216.

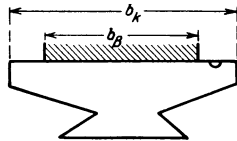


Abb. 217.

Die Länge der Bürsten in axialer Richtung ist (Abb. 217)

$$b_B = \frac{f_b}{c_B} \quad (\text{XXIX})$$

und die Kollektorlänge

$$b_k = b_B + 20 \text{ mm.} \quad (\text{XXX})$$

Die am Kollektor auftretenden Verluste sind:

a) Stromwärme $N_{cu k}$

$$N_{cu k} = 2 e_b J_a \text{ Watt,} \quad (\text{XXXI})$$

b) Reibung N_{Rk}

$$N_{Rk} = 0,29 \cdot 2 G f_b v_k \text{ Watt.} \quad (\text{XXXII})$$

Beide Verluste erhöhen die Temperatur des Kollektors. Es ist

$$\vartheta_K = \frac{(120 \div 150) (N_{cu k} + N_{Rk})}{\pi D_k b_k (1 + 0,1 v_k)} \quad (\text{XXXIII})$$

v_k ist in Metern einzusetzen.

Wendepole.

Der funkenfreie Gang einer Gleichstrommaschine ist nur gewährleistet, wenn $\mathfrak{B}_\delta - \mathfrak{B}_q > \mathfrak{B}_k$ ist (vgl. S. 107). Bei manchen Maschinen, z. B. Zusatzmaschinen, Nebenschlußmotoren, deren Drehzahl in weiten Grenzen reguliert werden soll, ist diese Bedingung bei gehöriger Schwächung des Feldes nicht mehr möglich zu erfüllen, und man muß dann besondere Hilfspole (Wendepole) zur Stromwendung benutzen. Dieselben stehen in der neutralen Zone und werden vom Ankerstrom erregt.

Man kann soviel Wendepole wie Hauptpole, oder auch nur halb soviel verwenden.

Die Amperewindungszahl eines Wendepoles, wenn $2p$ Pole angebracht werden, ist

$$\overline{AW}_w = \overline{AS} \left(\frac{1}{2} t_p + 7,8 \delta_w \frac{b}{b_w} + \frac{c_w}{4} \right), \quad (\text{XXXIV})$$

bei nur p Wendepolen ist

$$\overline{AW}_w = \overline{AS} \left(\frac{1}{2} t_p + 15,6 \delta_w \frac{b}{b_w} + \frac{c_w}{4} \right). \quad (\text{XXXIV a})$$

Es bedeutet b Ankerlänge, b_w Wendepollänge, c_w Wendepolbogen und δ_w Wendepolluftzwischenraum.

Man macht gewöhnlich $b_w = b$, doch findet man auch andere Ausführungen, z. B. $b_w = \frac{2}{3} b$. Der Luftzwischenraum δ_w ist in der Regel gleich δ .

Der Polbogen c_w ¹⁾ kann nach der folgenden Formel angenähert berechnet werden:

$$c_w = \frac{D}{D_k} \left\{ b_B + t_k \left(\frac{u_n}{2} - \frac{a}{p} \right) \right\} + t_1. \quad (\text{XXXV})$$

b_B Bürstenbreite, t_k Lamellenteilung, t_1 Nutenteilung, u_n Anzahl der Spulenseiten pro Nut. Das letzte Glied bleibt bei Schleifenwicklung oder auch Wellenwicklung weg, falls bei dieser der Ausdruck $y_n = \frac{y_s - 1}{u_n}$ ebenfalls eine ganze Zahl wird.

Vorausberechnung der Charakteristiken.

Man berechnet zu einer Anzahl angenommener Werte ϕ_0 die zugehörigen EMK und Amperewindungen pro magnetischen Kreis, und zwar unter der Voraussetzung, daß der Anker keinen Strom abgibt. Trägt man die Amperewindungen als Abszissen und die zugehörigen EMK als Ordinaten in ein rechtwinkliges Koordinatensystem ein, so erhält man die Leerlauf- oder statische Charakteristik. Wird nun dem Anker ein Strom entnommen, so wird er selbst zu einem Magneten und schwächt das magnetische Feld. Bei Gleichstrom tritt diese Schwächung durch die richtige Verschiebung der Bürsten ein und ist

$$X \leq (1 - g) t_p \overline{AS} \quad (\text{s. Formel XX}).$$

Bei Wechselstrom wird die Schwächung nur durch Phasenverschiebung hervorgebracht und läßt sich für einen magnetischen Kreis ausdrücken durch die Formel

$$X = \frac{k_0 f_w J W A \sin \psi}{p}, \quad (\text{XX})$$

wo

$$k_0 = 0,9 \frac{\sin(90 g)^\circ}{g \frac{\pi}{2}}, \quad (\text{XXXVI})$$

W die Windungszahl einer Phase, A die Anzahl der Phasen, ψ der Phasenverschiebungswinkel zwischen Strom und EMK und $g = \frac{c_p}{t_p}$ ist.

In Abb. 218 sei \overline{OB} die Leerlaufcharakteristik für Gleich- oder Wechselstrom, X die schwächende Amperewindungszahl, so ist die strichpunktierte Kurve die sog. dynamische Charakteristik, d. h. die Ordinaten dieser Kurve stellen die EMK des Ankers vor, wenn denselben ein bestimmter Strom entnommen wird.

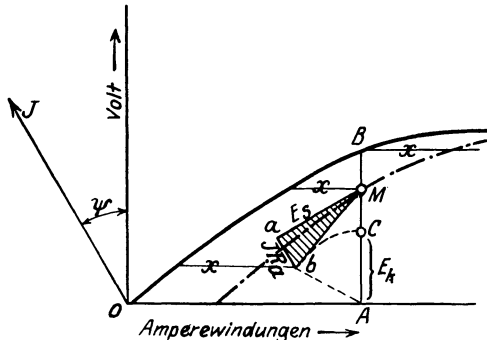


Abb. 218.

die Ordinaten dieser Kurve stellen die EMK des Ankers vor, wenn denselben ein bestimmter Strom entnommen wird.

¹⁾ ETZ. 1909, S. 465.

Die Klemmenspannungskurve findet man für Gleichstrom, indem man von jeder Ordinate den Spannungsverlust $J_a R_a + J_b R_b$ abzieht, wobei zu bemerken ist, daß der Bürstenwiderstand R_b von der Stromstärke abhängt, und zwar so, daß das Produkt $J_a R_b$ für eine bestimmte Bürstensorte einen konstanten Wert besitzt, also

$$J_a R_b = e_b = 2 \cdot 0,4 \div 2 \cdot 1,5 \text{ V.}$$

Angaben hierüber s. Anhang.

Für Wechselstrom findet man die Klemmenspannungskurve folgendermaßen:

Man trage an die Ordinatenachse (Abb. 218) den $\sphericalangle \psi$ an (angenähert $\psi = \varphi$, wo φ gegeben ist), ziehe durch den Punkt M eine Senkrechte auf \overline{OJ} und mache diese gleich der EMK der Selbstinduktion E_s , also $\overline{Ma} = E_s$, ziehe durch a eine Parallele zu \overline{OJ} und mache sie gleich $J R_a = \overline{ab}$, dann ist $\overline{Ab} = E_k$. Trägt man \overline{Ab} auf \overline{AM} von A aus ab, so ist C ein Punkt der Klemmenspannungskurve. Die Richtigkeit der Konstruktion ergibt sich aus dem Diagramm der Wechselstrommaschine Abb. 114, Aufgabe 250. Bei der Wiederholung der Konstruktion für andere Punkte beachte man, daß das $\triangle Mab$ parallel mit sich verschoben wird, und da nur der Punkt b gesucht wird, so braucht man auch nur Mb parallel mit sich zu verschieben, um die Klemmenspannung \overline{Ab} zu erhalten.

Vorausberechnung der Selbstinduktion E_s .

Wir begnügen uns mit einer empirischen Formel für den Selbstinduktionskoeffizienten L der Maschine

$$L = (2 \div 3) \frac{W^2}{p \cdot m} \cdot \frac{2,5b + t_p}{10^8} \text{ Henry.} \quad (\text{XXXVII})$$

Ist dieser bekannt, so ist

$$E_s = L \omega J.$$

317. Es soll ein Nebenschlußmotor für eine Leistung von 110 kW (150 PS) und 500 Umdrehungen berechnet werden. Die Type muß durch Änderung des Schaltungsschrittes zum Anschluß an 440 V, 220 V und 110 V geeignet sein. Wendepole sind vorzusehen. Material: Anker und Pole aus Blechen, Joche aus Stahlguß.

Lösung für 440 V. Wir schätzen $\eta_e = 0,95$ und $\eta = 0,91$, nehmen $g = 0,76$, $\mathfrak{B}_\mathfrak{z} = 7500$ und $\overline{AS} = 335$ an. (Da Wendepole angenommen sind, kann \overline{AS} den Wert der Abb. 206 wesentlich überschreiten). Die Anzahl der Pole sei $2p = 6$.

Die Gl. (II), S. 296, gibt mit $K = 1$

$$D^2 b = \frac{110000 \cdot 10^8 \cdot 60}{500 \cdot 0,76 \cdot 0,95 \pi^2 7500 \cdot 335} = 72500.$$

Wir entscheiden uns für $D = 57$ cm, also $b = 22,4$ cm, es wird dann

$$t_p = \frac{\pi \cdot 57}{6} = 29,8 \text{ cm}, \quad c_p = g t_p = 0,76 \cdot 29,8 = 22,7 \text{ cm},$$

$$Q_{\Omega} = b c_p = 22,4 \cdot 22,7 = 508 \text{ cm}^2.$$

Aus $E_n J = \frac{N_m}{\eta}$ folgt

$$J = \frac{110000}{440 \cdot 0,91} = 276 \text{ A}.$$

Schätzt man den Verlust durch Stromwärme in der Erregerwicklung auf $1,14\%$ der eingeleiteten Leistung, so ist

$$E_k J_n = \frac{110000}{0,91} \cdot \frac{1,14}{100} = 1385 \text{ W},$$

$$J_n = \frac{1385}{440} = 3,15 \text{ A}, \quad \text{demnach } J_a \approx 276 - 3 = 273 \text{ A}.$$

Wir wählen für 440 V Reihenschaltung, setzen also $a = 1$.

„ „ „ 220 V Reihenparallelschaltung mit $a = 2$.

„ „ „ 110 V „ „ $a = 4$.

Für 440 V ist demnach die Stromstärke im Draht (Stab)

$$i_a = \frac{273}{2} = 136,5 \text{ A},$$

welche Stromstärke nach Tabelle 8 auf einen Stabanker hinweist.

$$\text{Aus (III) folgt } z = \frac{335 \cdot \pi \cdot 57}{136,5} = 440 \text{ Drähte oder Stäbe d. s.}$$

3 Spulenseiten.

Es ist dann für

$$a = 1, \quad y_1 + y_2 = \frac{440 \pm 2}{3} = 146,$$

$$y_1 = y_2 = 73.$$

Der Kollektorschritt ist, da die Lamellenzahl

Schema
 1 — 74 — ○ — 147
 3 — 76 — ○ — 149
 ⋮ ⋮ ⋮

$$K = \frac{z}{2} = 220, \quad y_k = \frac{220 \pm 1}{3} = 73.$$

$$\text{Der Nutenschritt } y_n = \frac{73 - 1}{4} = 18,$$

wenn $u_n = 4$ (Tabelle 9), also die Nutenzahl $k = \frac{440}{4} = 110$ ist.

daher der Querschnitt q des Drahtes

$$q = \frac{\rho L_a}{4 R_{aw}} = \frac{0,02 \cdot 294}{4 \cdot 0,049} = 30 \text{ mm}^2.$$

Da $u_n = 4$ ist, so ist der Querschnitt aller Stäbe in einer Nut $Q_k = 4 \cdot 30 = 120 \text{ mm}^2$. Schätzen wir den Nutenfüllfaktor $f_k = 0,5$, so wird der Flächeninhalt einer Nut

$$Q_n = \frac{120}{0,5} = 240 \text{ mm}^2,$$

also nach (140) die Nutentiefe

$$h_n = \frac{(16,25 - 6,56) 110}{4 \pi} - \sqrt{85^2 - 4200},$$

$$h_n = 85 - 55 = 30 \text{ mm}.$$

Die Nutenbreite

$$o_n = \frac{240}{30} = 8 \text{ mm}.$$

Da 2 Stäbe nebeneinander liegen müssen, darf ein Stab nur 2,5 mm dick werden, seine Breite ist demnach $30 : 2,5 = 12 \text{ mm}$. Die Abmessungen unseres Stabes sind daher besponnen 3×13 ; zur Isolation vom Eisen kann dann noch eine Schicht von 2 mm Dicke verwendet werden. h_n genügt, um in dem Anker noch 2 mm tiefe Eindrehungen für Bandagen anzubringen.

Luftzwischenraum. Ohne Wendepole müßte sein

$$\mathfrak{B}_g - \mathfrak{B}_q \geq 7 \cdot 335 = 2345,$$

$$\mathfrak{B}_q = 7500 - 2345 = 5155,$$

demnach nach (XVIII)

$$\delta = \frac{0,63 \cdot 22,7 \cdot 335}{5155} = 0,93 \text{ cm}.$$

Bei Anwendung von Wendepolen braucht auf diese Gleichung jedoch keine Rücksicht genommen zu werden und wir setzen deshalb willkürlich

$$\delta = 0,5 \text{ cm}.$$

Die Eisenhöhe unterhalb der Zähne ist mit $\mathfrak{B}_a = 9500$ (s. Abb. 219) Formel (IX):

$$h_a = \frac{3,8 \cdot 10^6}{2 \cdot 0,9 \cdot 22,4 \cdot 9500} \approx 10 \text{ cm},$$

also der innere Durchmesser der Ankerbleche

$$D_i = 57 - 6 - 20 = 31 \text{ cm}.$$

Das Kerngewicht ist:

$$G_a = \left[(57 - 6)^2 \frac{\pi}{4} - \frac{31^2 \pi}{4} \right] \frac{0,9 \cdot 22,4 \cdot 7,8}{1000} = 203 \text{ kg.}$$

Das Gewicht der Zähne:

$$G_z = \left(57^2 \frac{\pi}{4} - 51^2 \frac{\pi}{4} - 110 \cdot 2,4 \right) \cdot \frac{0,9 \cdot 22,4 \cdot 7,8}{1000} = 74,2 \text{ kg.}$$

mithin $G = 277 \text{ kg}$. Die Abb. 210 ergibt für

$$\frac{\mathfrak{B}_a f}{10^5} = \frac{9500 \cdot 500 \cdot 3}{10^6 \cdot 60} \approx 2,4$$

den Wert $u = 6,3 \text{ W}$ pro kg, also ist der Eisenverlust

$$N_E = 277 \cdot 6,3 = 1740 \text{ W.}$$

Zur Temperaturerhöhung trägt von der Stromwärme nur der Verlust

$$\frac{2b}{2l_1} J_a^2 R_{aw} = \frac{44,8}{134} \cdot 3645 = 1225 \text{ W}$$

bei; die zu erwartende Temperaturerhöhung ist demnach (XIV):

$$\vartheta_a = \frac{300 \cdot (1225 + 1740)}{9110 \cdot (1 + 0,1 \cdot 15)} = 39^\circ,$$

wo (XV) $O = \pi 57 \cdot 22,4 + \frac{2 \cdot \pi 57^2}{4} = 9110 \text{ cm}^2$

und $v = \frac{\pi 57 \cdot 500}{100 \cdot 60} = 15 \text{ m}$

ist.

Die Polschuhe könnten aus massivem Eisen gefertigt sein, da $\frac{o_n}{\delta} = \frac{8}{5} = 1,6 < 2$ ist. Wir wollen jedoch Pol und Polschuhe aus 1 mm dicken Blechen herstellen und sie an das Joch anschrauben. Die Abmessungen der Polfläche sind schon bekannt, nämlich Polbogen $c_p = 22,7 \text{ cm}$ und Pollänge $b = 22,4 \text{ cm}$.

Magnete.

Wir schätzen den Streukoeffizienten, wegen der Wendepole 1,35, so daß

$$\Phi_s = 1,35 \cdot 3,8 \cdot 10^6 \approx 5,2 \cdot 10^6$$

wird.

Nimmt man $\mathfrak{B}_s = 17000$ an, so wird (XVI)

$$Q_s = \frac{5,2 \cdot 10^6}{17000} = 306 \text{ cm}^2 = 22,4 \times 0,95 \cdot 14,3,$$

dann ist die Zahnstärke $t - 0,8 = c_z = 0,83$ cm 0,74 0,66
 und die Zahninduktion nach (VIII) $\mathfrak{B}_z = 16400$ 18400 20600
 hierzu gehört nach Abb. 212 $\mathfrak{B}_{zw} = 16400$ 18400 20400
 wo $Q_N = 0,8 \cdot 22,4 = 17,92$,

$$Q_z = 0,74 \cdot 0,9 \cdot 22,4 = 14,9, \quad \text{also} \quad \frac{Q_N}{Q_z} = \frac{17,92}{14,9} = 1,2$$

war, d. h. es galt in Abb. 212 die Kurve II.

Die zu den Induktionen \mathfrak{B}_{zw} gehörigen Werte von ξ_z sind 70, 130 und 220, also ist

$$\xi_z = \frac{70 + 4 \cdot 130 + 220}{6} = 135.$$

Der Faktor k_1 in Formel (XIX) ist

$$k_1 = \frac{t_1}{(t_1 - o_n) + x \delta},$$

$$\text{wo } x = 1,0 \text{ aus der Abb. 213 zu } \frac{o_n}{\delta} = \frac{0,8}{0,5} = 1,6$$

gehört; es ist also

$$k_1 = \frac{1,63}{1,63 - 0,8 + 1 \cdot 0,5} = 1,23.$$

Mit diesen Werten wird die magnetomotorische Kraft eines magnetischen Kreises:

$$\mathfrak{F} = 4,0 \cdot 31,5 + 135 \cdot 6 + 1,23 \cdot 1 \cdot 7500 + 85 \cdot 40 + 27 \cdot 64 \approx 15400$$

und die Amperewindungszahl

$$\overline{AW} = 15400 \cdot 0,8 = 12333 + \text{Zuschlag} \approx 13000.$$

Nun war $J_n = 3,15$ A, also ist die Windungszahl für zwei Schenkel

$$13000 : 3,15 = 4140$$

oder für einen Schenkel

$$W = 2070.$$

$$\text{Die Formel (XXI) gibt, wenn man } R = \frac{1}{6} \cdot \frac{440}{3,15} = 23,2 \Omega$$

$l = 170$ mm und $\alpha^2 = 1,3$ setzt,

$$\frac{h}{2(148 + 229) + h\pi} = \frac{4 \cdot 1,3 \cdot 0,02 \cdot 2070^2}{1000 \pi \cdot 170 \cdot 23,2} = 0,0355;$$

hieraus folgt

$$h = \frac{754 \cdot 0,0355}{0,889} = 30 \text{ mm}.$$

Die Formel (XXII) liefert

$$q = \frac{\pi \cdot 170 \cdot 30}{4 \cdot 1,3 \cdot 2070} = 1,49 \text{ mm}^2,$$

$d = 1,38 \text{ mm}$, was auf $1,4 \text{ mm}$ abgerundet werden muß, besponnen $d' = 1,6 \text{ mm}$ und $q = 1,54 \text{ mm}^2$.

Es liegen nebeneinander

$$170 : 1,6 = 106 \text{ Drähte}$$

übereinander $2070 : 106 = 19,5$ vollgewickelt 20 Lagen,

so daß aufgewickelt werden pro Schenkel

$106 \cdot 20 = 2120$ Windungen, deren Höhe $h = 20 \cdot 1,6 = 32 \text{ mm}$ ist.

Die aufgewickelte Drahtlänge ist

$$L_m = \frac{(2a + 2b + h\pi)}{1000} W = \frac{2 \cdot 148 + 2 \cdot 229 + 32 \cdot \pi}{1000} 2120,$$

$$L_m = 1810 \text{ m} \quad \text{und} \quad R_n = \frac{0,02 \cdot 6 \cdot 1810}{1,54} = 141 \Omega,$$

$$J_n = \frac{440}{141} = 3,13 \text{ A},$$

daher die wirklich erreichbare Amperewindungszahl

$$\overline{AW} = 3,13 \cdot 4240 = 13\,250 \text{ Amperewindungen.}$$

Temperaturerhöhung.

Die Temperaturerhöhung eines ruhenden Magnetschenkels folgt aus der Formel (XXIV)

$$\vartheta_m = \frac{CN_{cu}}{O},$$

wo O die Mantelfläche und eine Seitenfläche bedeutet. Die Mantelfläche ist (vgl. Abb. 214 und 215, S. 306)

$$(2a + 2b + 2h\pi)l = (2 \cdot 229 + 2 \cdot 148 + 2 \cdot 32\pi) \cdot 170 = 162\,000 \text{ mm}^2.$$

Die Seitenfläche: $2ah + 2bh + h^2\pi$

oder

$$h(2a + 2b + h\pi) = 32 \cdot (2 \cdot 229 + 2 \cdot 148 + 32\pi) = 27\,400 \text{ mm}^2,$$

also O in cm^2 ; $O = 1894 \text{ cm}^2$.

$$N_{cu} = \frac{440 \cdot 3,13}{6} = 230 \text{ W},$$

$$\vartheta_m = \frac{(450 \div 500) \cdot 230}{1894} = 54,5 \text{ bis } 60,7 \text{ Grad.}$$

Bemerkung 1: Die Temperaturerhöhung bleibt wahrscheinlich unter diesen Werten, da ja die große Amperewindungszahl (13250) gar nicht erforderlich ist und man durch Vorschalten eines Widerstandes die Stromstärke J_n herabsetzen muß, um die gewünschte Drehzahl zu erreichen.

Bemerkung 2: Die Bürsten stehen in der neutralen Zone. Verschiebt man sie um einen kleinen Betrag im entgegengesetzten Sinne der Drehung, so wirkt der Ankerstrom schwächend auf das magnetische Feld und man kann hierdurch konstante Drehzahl für alle Belastungen erhalten.

Kollektor und Bürsten.

Legen wir eine Umfangsgeschwindigkeit von 10 m der Rechnung zugrunde, so wird der Kollektordurchmesser nach (XXVI)

$$D_k = \frac{10 \cdot 60}{\pi \cdot 500} \approx 0,38 \text{ m}$$

und die Lamellenteilung

$$t_k = \frac{\pi D_k}{K} = \frac{\pi \cdot 380}{220} = 5,44 \text{ mm.}$$

Ist die Glimmerisolation zwischen 2 Lamellen 0,7 mm dick, so wird eine Lamelle $5,44 - 0,7 = 4,74$ mm.

Wird die Bürstenauflage gleich 3 Lamellenbreiten gewählt [Formel (XXVII)], so ist $c_B = 3 \cdot 5,44 \approx 16$ mm.

Jede von den 6 Bürsten hat $\frac{273}{3} = 91$ A zu leiten. Wird die Stromdichte zu $s_b = 10$ A pro cm^2 gewählt, was einem $e_b = 0,5$ V (s. Anhang) entspricht, so ist die Auflagefläche pro Bürstenstift (XXVIII)

$$f_b = \frac{91}{10} = 9,1 \text{ cm}^2$$

und die Bürstenlänge (XXIX)

$$b_B = 9,1 : 1,6 = 5,7 \text{ cm.}$$

Wir wählen pro Stift zwei Kohlen mit

$$f_b = (1,6 \times 3) \cdot 2 = 9,6 \text{ cm}^2.$$

Die Kollektorlänge ist nach Formel (XXX)

$$b_k = 6 + 2 = 8 \text{ cm.}$$

Der Stromwärmeverlust ist nach Formel (XXXI)

$$N_{cu k} = 2 \cdot 0,5 \cdot 273 = 273 \text{ W,}$$

der Verlust durch Reibung nach (XXXII)

$$N_{Rk} = 0,29 \cdot 6 \cdot 9,6 \cdot 10 = 167 \text{ W,}$$

daher die zu erwartende Temperaturerhöhung (XXXIII)

$$\vartheta_K = \frac{(120 \div 150) 440}{\pi \cdot 28 \cdot 8 (1 + 0,1 \cdot 10)} = 28 \text{ bis } 35^\circ \text{ C.}$$

Bemerkung: Beim Aufzeichnen dieser Maschine ist die Kollektorlänge für 110 V Spannung zugrunde zu legen, da für diese Spannung die Abmessungen des Kollektors am größten ausfallen und das Maschinenmodell für alle drei Spannungen (440, 220, 110 V) passen soll.

Wendepole.

Wir nehmen soviel Wende- als Hauptpole, setzen $\delta_w = \delta = 0,5 \text{ cm}$, $b_w = 14 \text{ cm}$ und erhalten aus Formel (XXXV) den Wendepolbogen

$$c_w = \frac{57}{38} \left\{ 1,6 + 0,544 \left(\frac{4}{2} - \frac{1}{3} \right) \right\} = 4 \text{ cm.}$$

Das letzte Glied der Formel (XXXV) bleibt weg, da

$$y_n = \frac{y_2 - 1}{u_n} = \frac{73 - 1}{4} = 18$$

eine ganze Zahl ist.

Die Amperewindungszahl eines Wendepoles ist nun angenähert nach Formel (XXXIV)

$$\overline{AW}_w = 335 \left(\frac{1}{2} \cdot 29,8 + 7,8 \cdot 0,5 \cdot \frac{22,4}{14} + \frac{4}{4} \right) = 7450,$$

daher die Windungszahl eines Wendepoles

$$W_w = \frac{\overline{AW}_w}{J_a} = \frac{7450}{273} = 27.$$

Wählen wir eine Stromdichte $s_w = 4,25$, so wird der Querschnitt des Leiters

$$q_w = \frac{273}{4,25} = 64 \text{ mm}^2.$$

Wir nehmen einen Blechstreifen von 160 mm Breite und $64 : 160 = 0,4 \text{ mm}$ Dicke. Derselbe wird auf den Wendepol aufgelegt mit einem eingelekten Isolierstreifen von 0,2 mm Dicke. Die aufgewickelte Höhe ist

$$h_w = 0,6 \cdot 27 = 16,2 \text{ mm}$$

und die mittlere Länge einer Windung

$$2 \cdot 4,5 + 2 \cdot 14,5 + 1,62 \pi = 43 \text{ cm,}$$

also die aufgewickelte Streifenlänge für alle Pole

$$L_w = 0,43 \cdot 27 \cdot 6 \approx 70 \text{ m.}$$

Der Widerstand der hintereinandergeschalteten Pole ist

$$R_w = \frac{0,02 \cdot 70}{64} = 0,0219 \, \Omega,$$

der Stromwärmeverlust bei voller Belastung

$$J_a^2 R_w = 273^2 \cdot 0,0219 = 1620 \text{ W.}$$

Die EMK bei voller Belastung ist jetzt

$$E_g = 440 - 273(0,048 + 0,0219) - 1 = 419,9 \text{ V,}$$

was mit der Berechnung (420 V) gut übereinstimmt.

Die Verluste, bei voller Belastung sind:

Stromwärme in der Ankerwicklung . . .	3645 W
" " " Wendepolwicklung . . .	1620 "
" " " Nebenschlußwicklung . . .	1385 "
Eisenverluste	1740 "
Kollektorverluste	440 "
Verluste durch Lagerreibung	2240 "
	Sa. 11070 W.

Mechanische Leistung $N_m = 110\,000 \text{ W,}$

eingeleitete " $N_k = 121\,070 \text{ "}$

$$\eta = \frac{110\,000}{121\,070} = 0,91,$$

wie angenommen.

Die Verluste durch Lagerreibung wurden berechnet nach der Formel

$$N_{R\Omega} = \frac{0,1\sqrt{n}}{100} \cdot N_m = \frac{0,1\sqrt{500}}{100} \cdot 110\,000 = 2240 \text{ W.}$$

318. Es ist ein Drehstromgenerator für 150 kVA zu berechnen, der 6000 V Klemmenspannung auch bei $\cos \varphi = 0,7$ geben soll. Die Periodenzahl sei 50, die Drehzahl 600.

Lösung: Die Polzahl folgt aus $\frac{n p}{60} = f$, $p = \frac{60 \cdot 50}{600} = 5$, also $2 p = 10$. Wir wählen entsprechend den Abb. 206 und 207 $\overline{AS} = 184$, $\mathfrak{B}_\Omega = 6000$. Für eine Dreilochwicklung, also $m = 3$, ist der Wicklungsfaktor $f_w = 0,96$ (Tabelle 18). Wir wollen die Polschuhe derart abschrägen, daß die EMK einen sinusförmigen Verlauf ergibt, dann ist der Formfaktor $f_B = 1,11$. Der elektrische Wirkungsgrad werde zu $\eta_e = 0,965$ und das Verhältnis

$g = \frac{c_p}{t_p} = 0,65$ angenommen. Für induktionsfreie Belastung ist

$$\cos \psi \approx 1, \text{ also wird nach (II) mit } K = \frac{1}{f_w f_B} = \frac{1}{0,96 \cdot 1,11}$$

$$D^2 b = \frac{150\,000 \cdot 60 \cdot 10^8}{600 \cdot 0,65 \cdot 0,965 \pi^2 \cdot 184 \cdot 6000 \cdot 1} \cdot \frac{1}{0,96 \cdot 1,11} = 202\,500.$$

Die Ankerlänge sei $b = 25$ cm, dann wird $D \approx 90$ cm.

$$t_p = \frac{\pi \cdot 90}{10} = 28,3 \text{ cm,}$$

$$c_p = g t_p = 0,65 \cdot 28,3 = 18,4 \text{ cm} \left(\frac{b}{c_p} = \frac{25}{18,4} = 1,36 \text{ gut!} \right).$$

Die Umfangsgeschwindigkeit $v = \frac{\pi D n}{60} = \frac{\pi \cdot 90 \cdot 600}{60} = 28,3$ m

ist zulässig. Die drei Phasen sollen in Sternschaltung verbunden werden, dann ist die Stromstärke in einer Phase

$$J = \frac{N_k}{\sqrt{3} \cdot E_k} = \frac{150\,000}{\sqrt{3} \cdot 6000} = 14,4 \text{ A.}$$

Die Drahtzahl z einer Phase folgt jetzt aus Gl. (III):

$$z = \frac{184 \cdot \pi \cdot 90}{3 \cdot 14,4} = 1200 \text{ also } W = 600.$$

Der Luftquerschnitt unter einem Pol ist

$$Q_g = b c_p = 25 \cdot 18,4 = 460 \text{ cm}^2,$$

daher die Kraftlinienzahl $\Phi_0 = 6000 \cdot 460 = 2,76 \cdot 10^6$. Die Gl. (169) gibt die erzeugte EMK pro Phase

$$E_p = \frac{1,11 \cdot 0,96 \cdot 4 \cdot 2,76 \cdot 10^6 \cdot 600 \cdot 50}{10^8} = 3520 \text{ V.}$$

Die Nutenzahl ist $k = m 6 p = 3 \cdot 6 \cdot 5 = 90$ Nuten.

Die Drahtzahl pro Nut $Z_n = \frac{3 \cdot 1200}{90} = 40$.

Das Stromvolumen einer Nut $40 \cdot 14,4 = 576$ A ist eine zulässige Größe.

Der Stromwärmeverlust im Anker ist

$$\frac{150\,000}{0,965} - 150\,000 = 5500 \text{ W} = 3 J^2 R_e,$$

hieraus der Echtwiderstand einer Phase

$$R_e = \frac{5500}{3 \cdot 14,4^2} = 8,87 \Omega.$$

Der mit Gleichstrom gemessene Widerstand R_g ist bestimmt durch die Gleichung $R_e = 1,5 R_g$ (vgl. S. 301),

$$\text{woraus} \quad R_g = \frac{R_e}{1,5} = \frac{8,87}{1,5} = 5,9 \, \Omega \quad \text{folgt.}$$

Die Länge einer Windung ist

$$2l_1 = 2 \cdot 25 + 3 \cdot 28,3 + 40 = 174,9 \text{ cm.}$$

Die Zeichnung ergibt $2l_1 = 184 \text{ cm}$, mit welchem Werte weiter gerechnet werden soll. Die aufgewickelte Drahtlänge einer Phase ist $L_1 = 600 \cdot 1,84 = 1104 \text{ m}$ und der Drahtquerschnitt

$$q = \frac{0,02 \cdot 1104}{5,9} = 3,74 \text{ mm}^2,$$

Drahtdurchmesser $d = 2,3$ resp. $2,8 \text{ mm}$, $q = 4,1 \text{ mm}^2$.

Der Querschnitt aller Drähte einer Nut ist

$$Q_k = 40 \cdot 4,1 = 164 \text{ mm}^2.$$

Bedenkt man, daß die Spannung (6000 V) hoch ist und daß viele Drähte in einer Nut (40) liegen, so nehme man den Nutenfüllfaktor klein, etwa $f_k = 0,22$ an und erhält für den Flächeninhalt des Nutenquerschnitts

$$Q_n = \frac{Q_k}{f_k} = \frac{164}{0,22} = 755 \text{ mm}^2 \equiv 7,55 \text{ cm.}$$

Die Nutenteilung ist $t_1 = \frac{\pi \cdot 90}{90} = 3,14 \text{ cm}$. Die Zahnstärke

$$\text{folgt aus Gl. (VIII)} \quad c_1 = \frac{6000 \cdot 3,14 \cdot 25}{0,9 \cdot 17000 \cdot 23} = 1,34 \text{ cm,}$$

wo $b = 25 \text{ cm}$, $b_1 = 23 \text{ cm}$ gesetzt wurde unter Annahme zweier Luftschnitte von je 1 cm Weite. Die Induktion $\mathfrak{B}_{\text{max}} = 17000$ ist klein gewählt, da nicht vergessen werden darf, daß die Berechnung für induktionsfreie Belastung durchgeführt wird, später aber die Klemmenspannung noch bei $\cos \varphi = 0,7$ erreicht werden muß, die Kraftlinienzahl also bedeutend ansteigt. Die Nutenweite ist nun $o_n = t_1 - c_1 = 3,14 - 1,34 = 1,80 \text{ cm}$, die Nutentiefe

$$h_n = \frac{Q_n}{o_n} = \frac{755}{18} = 42 \text{ mm} \quad (\text{Abb. 221}).$$

Die Kerndicke folgt aus Gl. (IX)

$$h_a = \frac{2,76 \cdot 10^6}{2 \cdot 0,9 \cdot 23 \cdot 7000} = 9,5 \text{ cm,} \quad \text{wenn } \mathfrak{B}_a = 7000 \text{ angenommen}$$

wurde. Der Außendurchmesser der Bleche wird somit

$$D_a = 900 + 2 \cdot 42 + 2 \cdot 95 = 1174 \text{ mm} \quad (\text{Abb. 222}).$$

Das Gewicht des Kerns ist

$$G_a = \left\{ \frac{\pi}{4} 117,4^2 - \frac{\pi}{4} 98,4^2 \right\} \frac{0,9 \cdot 23 \cdot 7,8}{1000} = 516 \text{ kg.}$$

Das Gewicht der Zähne ist

$$G_z = \left\{ \frac{\pi}{4} 98,4^2 - \frac{\pi}{4} 90^2 - 90 \cdot 7,55 \right\} \frac{0,9 \cdot 23 \cdot 7,8}{1000} = 84 \text{ kg.}$$

Das Eisengewicht $G_a + G_z = G_E = 600 \text{ kg.}$

Die Abb. 210 ergibt für $\frac{\mathfrak{B}_a f}{10^5} = \frac{7000 \cdot 50}{10^5} = 3,5$ den Verlust u pro kg Eisen, $u \approx 6,6$ Watt, somit der Eisenverlust $N_E = 600 \cdot 6,6 = 3960 \text{ W.}$

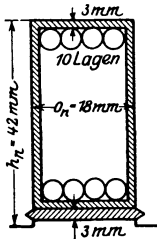


Abb. 221.

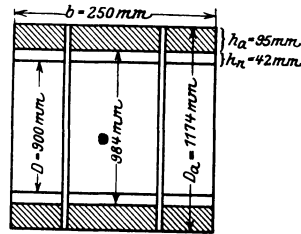


Abb. 222.

Die abkühlende Oberfläche nach (XV)

$$O = \pi \cdot 25 (117,4 + 90) + \frac{\pi}{4} (117,4^2 - 90^2) \{2 + 2\} = 33\,900 \text{ cm}^2.$$

Zur Temperaturerhöhung tragen bei die Verluste

$$N_\vartheta = 3960 + 5500 \frac{2 \cdot 25}{184} = 5400 \text{ W.}$$

Die Temperaturerhöhung der ruhenden Ankerwicklung ist nach Formel (XIV)

$$\vartheta_a = \frac{(200 \div 250) \cdot 5400}{33\,900} = 31,7 \text{ bis } 39,7 \text{ Grad.}$$

Der Luftzwischenraum folgt aus (XVIII)

$$\delta = (0,6 \div 1,2) \frac{28,3 \cdot 184}{6000} = 0,52 \text{ bis } 1,04 \text{ cm,}$$

angenommen $\delta = 0,8 \text{ cm.}$

Damit eine Dreilochwicklung eine EMK von angenähert sinusförmigen Verlauf gibt, müssen die Polschuhe, wie die Abb. 223 zeigt, abgeschrägt werden, und zwar soll sein

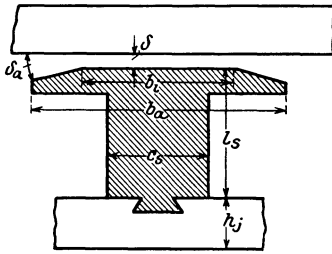


Abb. 223.

$$b_a = \frac{2}{3} t_p$$

$$\text{und } b_i = \frac{1}{3} t_p \quad \delta_a = 1,5 \delta;$$

dies gibt

$$b_a = \frac{2}{3} \cdot 28,3 = 18,8 \text{ cm},$$

$$b_i = 9,4 \text{ cm}, \quad \delta_a = 1,5 \cdot 0,8 = 1,2 \text{ cm}.$$

Der Mittelwert für den Luftzwischenraum ist dann noch

$$\delta_m = 1,125 \delta = 0,9 \text{ cm}.$$

Bildet man $\frac{o_n}{\delta} = \frac{18}{8} = 2,25$, so erkennt man, daß die Polschuhe aus Blechen hergestellt werden müssen.

Pole und Polrad.

Wir machen Pole und Polschuhe aus einem Stück und setzen sie mit Schwalbenschwanz in das Polrad aus Stahlguß ein.

Schätzt man den Streukoeffizienten auf 1,35, so wird die im Magneten zu erzeugende Kraftlinienzahl

$$\Phi_s = 1,35 \cdot 2,76 \cdot 10^6 = 3,74 \cdot 10^6,$$

$$\mathfrak{B}_s = 15000 \text{ gibt } Q_s = \frac{3,74 \cdot 10^6}{15000} = 250 \text{ cm}^2,$$

$$c_s = \frac{250}{25} = 10 \text{ cm}; \quad l_s = 18 \text{ cm} \text{ wird angenommen.}$$

Ist die Induktion im Polrad $Q_j = 11400$; so wird die radiale Jochdicke h_j bei einer angenommenen Jochbreite $b_j = 35 \text{ cm}$,

$$h_j = \frac{3,74 \cdot 10^6}{2 \cdot 35 \cdot 11400} = 4,7 \text{ cm}.$$

Berechnung der magnetomotorischen Kräfte.

Die Kraftlinienlängen sind im Ankerkern (Abb. 224):

$$l_a = \frac{\pi \cdot 107,9}{10} + 9,5 = 43,3 \text{ cm}, \quad \text{im Zahn } l_z = 2 \cdot 4,2 = 8,4 \text{ cm},$$

im Luftzwischenraum:

$$2 \delta_m \cdot k_1 [k_1 \text{ s. Formel (XIX)}]$$

$$k_1 = \frac{3,14}{1,34 + 1,25} = 1,21, \text{ also } l_{\Omega} = 2 \cdot 0,9 \cdot 1,21 = 2,18 \text{ cm,}$$

im Magnetpol: $2 \cdot 18 = 36 \text{ cm,}$

im Radkranz: $l_j = \frac{\pi \cdot 47,7}{10} + 4,7 = 19,7 \text{ cm.}$

Die Querschnitte sind:

$$Q_a = 2 \cdot 0,9 \cdot 23 \cdot 9,5 = 384 \text{ cm}^2, \quad Q_{\Omega} = 460 \text{ cm}^2, \quad Q_s = 250 \text{ cm}^2,$$

$$Q_j = 2 \cdot 35 \cdot 4,7 = 328 \text{ cm}^2.$$

Die magnetomotorische Kraft eines magnetischen Kreises ist:

$$\mathfrak{F} = \mathfrak{H}_a l_a + \mathfrak{H}_z l_z + \mathfrak{H}_{\Omega} l_{\Omega} + \mathfrak{H}_s l_s + \mathfrak{H}_j l_j,$$

wo
$$\mathfrak{H}_z = \frac{\mathfrak{H}_1 + 4 \mathfrak{H}_2 + \mathfrak{H}_3}{6}$$

zu setzen ist. Wir berechnen \mathfrak{B}_{z1} an der engsten Stelle des Zahnes, \mathfrak{B}_{z2} in der Zahnmitte und \mathfrak{B}_{z3} am Zahnfuß. Die Formel (VIII) gibt

$$\mathfrak{B}_z = \frac{t_1 \mathfrak{B}_{\Omega} \cdot b}{0,9 b_1 c_z},$$

wo für c_z entweder c_1 oder c_2 oder c_3 zu setzen ist.

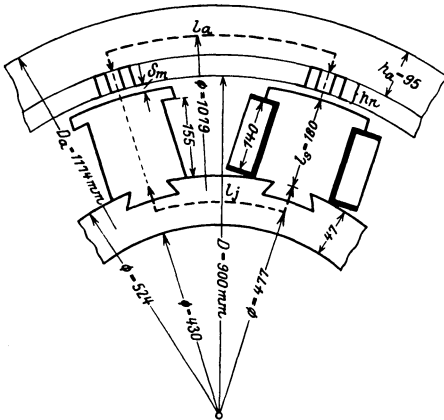


Abb. 224.

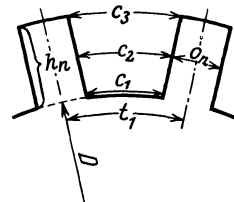


Abb. 225.

Es ist:

$$c_1 = \frac{\pi D}{k} - o_n = \frac{\pi \cdot 90}{90} - 1,8 = 1,34 \text{ cm,}$$

$$c_2 = \frac{\pi(D + h_n)}{k} - o_n = \frac{\pi \cdot 94,2}{90} - 1,8 = 1,48 \text{ cm,}$$

$$c_3 = \frac{\pi(D + 2h_n)}{k} - o_n = \frac{\pi \cdot 98,4}{90} - 1,8 = 1,63 \text{ cm.}$$

Für $\Phi_0 = 2,76 \cdot 10^6$ erhält man:

$$\mathfrak{B}_a = \frac{2,76 \cdot 10^6}{384} = 7200, \text{ hierzuz nach Tafel I (Ankerblech A) } \mathfrak{S}_a = 2,$$

$$\mathfrak{B}_g = \frac{2,76 \cdot 10^6}{460} = 6000, \text{ daher } \mathfrak{B}_{z1} = \frac{3,14 \cdot 6000 \cdot 25}{0,9 \cdot 23 \cdot 1,34} = 17000.$$

$$\mathfrak{B}_{z2} = \frac{3,14 \cdot 6000 \cdot 25}{0,9 \cdot 23 \cdot 1,48} = 15400, \quad \mathfrak{B}_{z3} = \frac{3,14 \cdot 6000 \cdot 25}{0,9 \cdot 23 \cdot 1,63} = 14000.$$

$$\mathfrak{S}_1 = 85, \quad \mathfrak{S}_2 = 45, \quad \mathfrak{S}_3 = 20,3$$

$$\text{somit} \quad \mathfrak{S}_z = \frac{85 + 4 \cdot 45 + 20,3}{6} = 47,5,$$

$$\mathfrak{B}_s = \frac{1,35 \cdot 2,76 \cdot 10^6}{250} = 14900, \quad \mathfrak{S}_s = 30 \text{ (Kurve A).}$$

$$\mathfrak{B}_j = \frac{1,35 \cdot 2,76 \cdot 10^6}{328} = 11400, \quad \mathfrak{S}_j = 16 \text{ (Kurve b Stahlguß).}$$

$$\mathfrak{F} = 2 \cdot 43,3 + 47,5 \cdot 8,4 + 6000 \cdot 2,18 + 30 \cdot 36 + \\ + 16 \cdot 19,7 = 14963.$$

Die Amperewindungszahl ist $\overline{AW}_0 = 0,8 \mathfrak{F} = 11969$.

In dieser Weise sind zu verschiedenen angenommenen Werten von Φ_0 die zugehörigen Werte von \overline{AW}_0 berechnet worden, und zwar für

$$\begin{array}{c|c|c|c} \Phi_0 = 1 \cdot 10^6 & 2 \cdot 10^6 & 3 \cdot 10^6 & 3,25 \cdot 10^6 \\ \hline \overline{AW}_0 = 3865 & 8050 & 14400 & 17550 \end{array}$$

wo allerdings für \mathfrak{S}_z kurzerhand \mathfrak{S}_{z2} gesetzt wurde.

Charakteristiken.

Wir zeichnen AN_0 als Abszissen und Φ_0 als Ordinaten in ein rechtwinkliges Koordinatensystem ein und erhalten so die Leerlaufcharakteristik (Kurve I, Abb. 226). Um die dynamische Charakteristik für 14,4 A bei $\cos \varphi = 0,7$ zu erhalten, berechnen wir aus Formel (XXXVI)

$$k_0 = \frac{0,9 \sin(90 \cdot 0,65)^0}{0,65 \cdot \frac{\pi}{2}} = \frac{0,9 \sin 58,5^0}{0,65 \cdot \frac{\pi}{2}} = 0,445.$$

(XX) ergibt

$$X = \frac{0,445 \cdot 0,96 \cdot 14,4 \cdot 600 \cdot 3 \cdot 0,8}{5} = 1770 \text{ Amperewindungen}$$

(0,8 = $\sin \psi$ geschätzt).

parallel mit sich verschoben, also \overline{ab} und \overline{bc} nicht gezeichnet, sondern nur die Parallele zu \overline{ac} , d. i. $\overline{a'c'} = \overline{ac}$.

Aus der Abb. 226 liest man ab:

1. Um bei Leerlauf 3470 V Phasenspannung ($3470\sqrt{3} = 6000$ V Leitungsspannung) zu erzielen, braucht man 12000 Amperewindungen; belastet man bei dieser Erregung mit $\cos\varphi = 0,7$, so sinkt die Klemmenspannung pro Phase auf 2680 V, also ist der prozentuale

$$\text{Spannungsabfall: } \frac{3470 - 2680}{3470} \cdot 100 = 22,8\%.$$

2. Um bei voller Belastung mit $\cos\varphi = 0,7$ die Klemmenspannung auf 3470 V zu bringen, sind 16500 \overline{AW} erforderlich. Schaltet man bei dieser Erregung die Belastung aus, so steigt die Spannung auf 4000 V, und die prozentuale Spannungserhöhung ist:

$$\text{Spannungserhöhung: } \frac{4000 - 3470}{3470} \cdot 100 = 15,2\%.$$

Wollte man die Spannung bei 14,4 A auf 3700 V erhöhen, so wäre die erforderliche Amperewindungszahl auf etwa 19200 gestiegen. Diese Amperewindungszahl würde auch noch genügen für eine Spannung von 3500 V und eine Steigerung der Stromstärke um 25%. Wir legen daher 19200 Amperewindungen der Berechnung der Magnetwindungen zugrunde.

Erregerwicklung.

Schätzen wir die zur Erregung erforderliche Leistung N_{er} auf 3% der Nutzleistung (150 kW), so ist

$$N_{er} = 0,03 \cdot 150000 = 4500 \text{ W.}$$

Diese Leistung werde durch eine Nebenschlußmaschine von $e = 110$ V Spannung erzeugt, dann ist die Erregerstromstärke

$$J_n = \frac{4500}{110} = 40,9 \text{ A}$$

und die Windungszahl eines Schenkels

$$\frac{19200}{2 \cdot 40,9} = 235,$$

der Widerstand einer Spule bei Hintereinanderschaltung aller Schenkel

$$\frac{110}{40,9 \cdot 10} = 0,269 \Omega.$$

Die Länge der mittleren Windung ist (vgl. die Abb. 214 u. 215)

$$l_m = \frac{2(a+b) + h\pi}{1000} = \frac{2(100 + 250) + 40\pi}{1000} = 0,826 \text{ m,}$$

wo $h = 40 \text{ mm}$ geschätzt wurde. Die Länge des auf einen Schenkel gewickelten Drahtes ist $0,826 \cdot 235 = 195 \text{ m}$, daher der Querschnitt des Drahtes

$$q = \frac{0,02 \cdot 195}{0,269} = 14,5 \text{ mm}^2, \quad d = 4,3, \quad d' = 4,8 \text{ mm.}$$

Es lassen sich nebeneinander etwa 28 Drähte und übereinander $235 : 28 = 8,4$ Lagen legen.

Die Wickelhöhe ist $h = 4,8 \cdot 8,9 = 43,2 \text{ mm}$.

Die Polteilung am Radkörper ist (Abb. 224) $\frac{524\pi}{10} = 164 \text{ mm}$,

daher der Raum für zwei nebeneinander liegende Spulen $164 - 100 = 64 \text{ mm}$ oder für eine Spule 32 mm , während $43,2 \text{ mm}$ gebraucht werden. Wir wickeln daher die Spulen konisch. Die Polteilung an der Unterkante des Polschuhes ist $\frac{834\pi}{10} = 262$, also

für zwei Spulenseiten $262 - c_3 = 162 \text{ mm}$ und für eine 81 mm . Wir nehmen 75 mm oben und 25 mm unten. Der mittlere Raum besitzt dann die Wickelhöhe $\frac{75 + 25}{2} = 50 \text{ mm}$, was genügt.

Der ungefähre Umfang ist $700 + 2 \cdot 40 \cdot \pi = 950 \text{ mm}$, daher die Mantelfläche $95 \cdot 14 = 1330 \text{ cm}^2$, hierzu kommen noch $82,6 \cdot 4 = 330 \text{ cm}^2$ Stirnfläche, so daß die abkühlende Oberfläche $O = 1660 \text{ cm}^2$ beträgt. Die zu erwartende Temperaturerhöhung ist dann nach (XXIV für einen Pol)

$$\vartheta_m = (600 \div 800) \frac{450}{1660(1 + 0,1 \cdot 28,3)} = 42 \div 58 \text{ Grad C.}$$

Nachdem alle Daten des Generators berechnet sind, soll noch die Frage beantwortet werden: Welche Stromstärke entsteht beim Eintreten eines Kurzschlusses, wenn eine bestimmte Erregung eingeschaltet ist?

Antwort: Bei Kurzschluß ist die Klemmenspannung Null, und von der Abb. 114 Seite 173 bleibt nur das $\triangle OAA'$ übrig, in welchem $\overline{OA} = JR_e$ und $\overline{AA'} = JL\omega$ ist; die EMK einer Phase E_0 ist gleich \overline{OA} geworden, der $\sphericalangle \psi = \sphericalangle AOA'$. Ist bei einer bestimmten Erregung der Kurzschlußstrom $J = 14,4 \text{ A}$, so ist

$$\overline{OA} = 128 \text{ V} \quad \text{und} \quad \overline{AA'} = E_s = 294 \text{ V,}$$

daher $\overline{OA} = E_{pk} = \sqrt{128^2 + 294^2} = 320 \text{ V}$

und $\sin \psi = \frac{\overline{AA'}}{\overline{OA}} = \frac{294}{320} = 0,92.$

Die Gegenamperewindungen beim Kurzschluß und der geringen Erregung sind nach (XX Seite 309)

$$X = \frac{0,445 \cdot 0,96 \cdot 14,4 \cdot 600 \cdot 3 \cdot 0,92}{5} = 2040.$$

Die wirksame Amperewindungsanzahl erzeugt 320 V. Trägt man diese Voltzahl in Abb. 226 als Ordinate der Kurve I ein, so ist die zugehörige Abszisse die wirksame Amperewindungsanzahl, hier 1000, die wirkliche Amperewindungsanzahl ist aber immer $X + \overline{AW}$, also $2040 + 1000 = 3040$. Errichtet man in 3040 eine Senkrechte und macht dieselbe in einem beliebigen Maßstabe (z. B. 1 A = 1 mm) gleich 14,4 A, so ist der Punkt K ein Punkt der sogenannten Kurzschlußkurve. Diese ist sehr nahezu eine Gerade, die durch den Koordinatenursprung O hindurchgeht (Kurve IV). Man erkennt aus derselben, daß, wenn der Generator mit 12 000 \overline{AW} erregt wird, eine Kurzschlußstromstärke von 56 A eintritt; bei 16 500 Erregung steigt die Kurzschlußstromstärke auf etwa 92 A.

IV. Leitungsberechnung.

§ 40. Berechnung der Gleichstromleitungen.

Man unterscheidet Verteilungsleitungen, das sind die Leitungen, an welche die Stromverbraucher unmittelbar angeschlossen werden und Speiseleitungen, d. s. Leitungen, die von der Stromquelle zu gewissen Punkten, „den Speisepunkten“, der Verteilungsleitungen geführt werden. In Abb. 227 ist BDC eine Verteilungsleitung mit den Anschlüssen

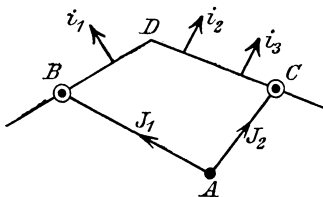


Abb. 227.

i_1, i_2, i_3 Ampere, \overline{AB} und \overline{AC} sind zwei Speiseleitungen, die von der Stromquelle A zu den Speisepunkten B und C führen und in denen die Ströme J_1 und J_2 fließen. (Der Leser muß sich alle Leitungen doppelt ausgeführt denken, da ja immer eine Hin- und Rückleitung erforderlich ist.)

Der Querschnitt der Leitungen läßt sich aus dem zulässigen Spannungsverlust leicht berechnen. Der zulässige Spannungsverlust beträgt bei den Verteilungsleitungen etwa 2 bis 3% der Netz- oder Lampenspannung, bei den Speiseleitungen geht man bis zu 15%. Die Spannung in den Speisepunkten wird von der Zentrale aus stets auf

gleicher Höhe erhalten; der Spannungsverlust in den Speiseleitungen ist daher nur eine Frage der Wirtschaftlichkeit. In den Verteilungsleitungen dagegen hängt die Spannung an den Lampen eines Konsumenten von der augenblicklichen Belastung der Leitung ab und, um geringe Spannungsschwankungen zu erzielen, müssen die Spannungsverluste gering bleiben. Ist E_n die Lampenspannung, δ der Spannungsverlust, p_E der angenommene, prozentuale Spannungsverlust, so ist

$$\delta = E_n \frac{p_E}{100}. \tag{I}$$

Speiseleitungen.

Ist Q der Querschnitt einer Speiseleitung in mm^2 , $2l$ ihre Länge in m (Hin- und Rückleitung), J der in B gebrauchte Strom (Abb. 228), so ist $\delta = JR = J \frac{\rho 2l}{Q}$, woraus

$$Q = \frac{2\rho}{\delta} J l \tag{II}$$

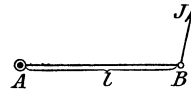


Abb. 228.

folgt. Jl heißt das Strommoment.

Aufgaben hierzu 62–65.

Von Interesse ist hier nur der Fall, daß 2 Speiseleitungen bis zu einem gewissen Punkte B (Abb. 229) gemeinsam verlaufen und sich dort trennen in die Leitungen BC und BD . In den Speisepunkten C und D werden die Ströme i_1 und i_2 gebraucht. Der gesamte Spannungsverlust von A bis C resp. von A bis D sei δ Volt.

Die Querschnitte der Leitungsstücke AB , BC , BD (Abb. 229) lassen sich leicht nach Formel (II) berechnen, wenn man den Spannungsverlust von A bis B willkürlich δ_1 setzt ($\delta_1 < \delta$), dann ist der Spannungsverlust von B bis C resp. von B bis D $\delta - \delta_1$ und die Querschnitte werden nach (II)

$$Q = \frac{2\rho}{\delta_1} (i_1 + i_2) l,$$

$$q_1 = \frac{2\rho}{\delta - \delta_1} i_1 l_1, \quad q_2 = \frac{2\rho}{\delta - \delta_1} i_2 l_2.$$

Das Volumen der Leitungen ist

$$V = 2(Ql + q_1 l_1 + q_2 l_2).$$

Wird der Querschnitt in mm^2 und die Länge in m gesetzt, so erhält man V in cm^3 .

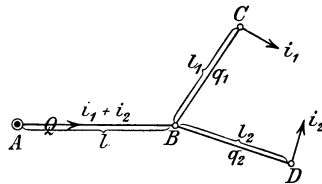


Abb. 229.

319. Zwei Speiseleitungen sind auf 300 m Länge zu einer Leitung vereinigt und führen von da zu den 100 m resp. 200 m entfernten Speisepunkten C und D , in denen 120 A bzw. 80 A verbraucht werden (Abb. 230). Welchen Querschnitt erhalten die drei Leitungsstücke AB , BC und BD , wenn der gesamte Spannungsverlust 10% der Netzspannung betragen darf und diese 220 V ist. Wie groß ist das Volumen der Leitungen für Kupfer [Aluminium] (Eisen)? $\rho = [0,03] (0,1)$.

Lösungen:

Der Spannungsverlust von A bis C resp. A bis D ist nach (I)

$$\delta = 220 \frac{10}{100} = 22 \text{ V.}$$

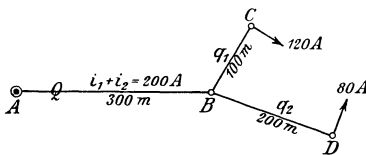


Abb. 230.

Wir zerlegen ihn willkürlich in $\delta_1 = 12 \text{ V}$ und $\delta - \delta_1 = 22 - 12 = 10 \text{ V}$ und erhalten aus (II), wenn man für Kupfer, wie üblich,

$$\rho = 0,0175 = \frac{1}{57} \text{ setzt:}$$

$$Q = \frac{2 \cdot 0,0175}{12} \cdot (120 + 80) \cdot 300 = 175 \text{ mm}^2,$$

$$q_1 = \frac{2 \cdot 0,0175}{10} \cdot 120 \cdot 100 = 42 \text{ mm}^2,$$

$$q_2 = \frac{2 \cdot 0,0175}{10} \cdot 80 \cdot 200 = 56 \text{ mm}^2.$$

Das Volumen der Leitungen wird:

$$V = 2(175 \cdot 300 + 42 \cdot 100 + 56 \cdot 200) = 135\,800 \text{ cm}^3.$$

320. Wie gestalten sich die Fragen der vorigen Aufgabe, wenn man den Spannungsverlust δ_1 entsprechend der Formel

$$\delta_1 = \frac{\delta}{1 + \sqrt{\frac{i_1 l_1^2 + i_2 l_2^2}{(i_1 + i_2) l^2}}} \text{ Volt} \quad (\text{III})$$

wählt?

Lösungen:

$$\delta_1 = \frac{22}{1 + \sqrt{\frac{120 \cdot 100^2 + 80 \cdot 200^2}{(120 + 80) 300^2}}} = 14,72 \text{ V}$$

$$\delta - \delta_1 = 22 - 14,72 = 7,28 \text{ V.}$$

$$Q = \frac{2 \cdot 0,0175}{14,72} \cdot (120 + 80) \cdot 300 = 143 \text{ mm}^2,$$

$$q_1 = \frac{2 \cdot 0,0175}{7,28} \cdot 120 \cdot 100 = 57,8 \text{ mm}^2,$$

$$q_2 = \frac{2 \cdot 0,0175}{7,28} \cdot 80 \cdot 200 = 77 \text{ mm}^2.$$

$$V = 2(143 \cdot 300 + 57,8 \cdot 100 + 77 \cdot 200) = 128\,160 \text{ cm}^3.$$

Wir verbrauchen also nach (320) weniger Kupfer und zwar:

$$135800 - 128160 = 7640 \text{ cm}^3 \text{ oder etwa } 68 \text{ kg.}$$

Die Wahl von δ_1 nach Formel (III) gibt nämlich für das Leitungsvolumen einen kleinsten Wert¹⁾.

Berechnung der Verteilungsleitungen.

1. Fall. Einseitige Stromzuführung mit ungleichförmig verteilter Belastung.

Es sei in Abb. 231 $BCDE$ eine Verteilungsleitung mit dem Speisepunkt B und den Anschlüssen $i_1, i_2, i_3 \dots$ dargestellt. Die Widerstände der Leiterstücke BC, CD, DE seien R_1, R_2, R_3 . In dem Leiterstück BC fließen die Ströme $i_1 + i_2 + i_3$, in CD noch $i_2 + i_3$ und in DE der Strom i_3 . Der gesamte Spannungsverlust δ von B bis E ist demnach

$$\delta = (i_1 + i_2 + i_3) R_1 + (i_2 + i_3) R_2 + i_3 R_3$$

oder auch umgeformt

$$\delta = i_1 R_1 + i_2 (R_1 + R_2) + i_3 (R_1 + R_2 + R_3).$$

Besitzt die Leitung von B bis E denselben Querschnitt q , was angenommen werden soll, so ist:

$$R_1 = \frac{\rho 2 l_1}{q}, \quad R_1 + R_2 = \frac{\rho 2 l_2}{q},$$

$$R_1 + R_2 + R_3 = \frac{\rho 2 l_3}{q},$$

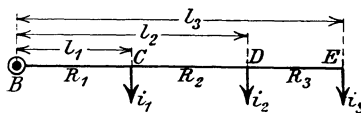


Abb. 231.

demnach $\delta = \frac{2\rho}{q} (i_1 l_1 + i_2 l_2 + i_3 l_3)$, oder nach q aufgelöst

$$q = \frac{2\rho}{\delta} (i_1 l_1 + i_2 l_2 + i_3 l_3). \tag{IV}$$

Man merke sich die Bildung des Klammerausdruckes und beachte, daß er bei mehr Stromabnahmestellen sich in gleicher Weise fortsetzt, also zu den obigen Addenden noch die Addenden $i_4 l_4, i_5 l_5 \dots$ hinzukommen. Der Klammerausdruck heißt die Momentensumme in bezug auf den Speisepunkt B .

¹⁾ Das Volumen der Leitungen ist $V = 2(Ql + q_1 l_1 + q_2 l_2)$; setzt man für die Querschnitte ihre Werte aus Gl. (II), so wird

$$V = 2 \left(\frac{2\rho}{\delta_1} (i_1 + i_2) l^2 + \frac{2\rho}{\delta - \delta_1} i_1 l_1^2 + \frac{2\rho}{\delta - \delta_1} i_2 l_2^2 \right).$$

Man macht V zu einem Minimum, wenn man den nach δ_1 gebildeten Differentialquotienten gleich Null setzt.

$$0 = -\frac{(i_1 + i_2) l^2}{\delta_1^2} + \frac{i_1 l_1^2}{(\delta - \delta_1)^2} + \frac{i_2 l_2^2}{(\delta - \delta_1)^2}.$$

Die Auflösung nach δ_1 ergibt die Gl. (III).

321. Einer Verteilungsleitung wird im Punkt B Strom zugeführt, der in den Punkten C, D, E, F, G in den in Abb. 232 angegebenen Stromstärken gebraucht wird. Die zwischen den Strecken eingeschriebenen Zahlen geben die Längen derselben an, z. B. $BC = 15$ m, $CD = 20$ m usw.

Welchen Querschnitt erhält diese Leitung aus Kupfer [Aluminium], wenn die Netzspannung 163 [220] V, der prozentuale Spannungsverlust 2% [3] hiervon beträgt?

$$\text{Lösung: } \delta = E_n \frac{\rho_E}{100} = 163 \cdot \frac{2}{100} = 3,26 \text{ V. (Formel (I).)}$$

$$q = \frac{2 \cdot 0,0175}{3,26} (10 \cdot 15 + 5 \cdot 35 + 20 \cdot 65 + 10 \cdot 80 + 20 \cdot 100)$$

$$q \approx 50 \text{ mm}^2.$$

Beachte durch Vergleich von Abb. 232 mit 231

$$l_1 = 15, \quad l_2 = 15 + 20 = 35, \quad l_3 = 15 + 20 + 30 = 65 \text{ usw.}$$

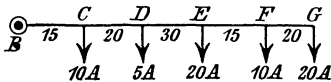


Abb. 232.

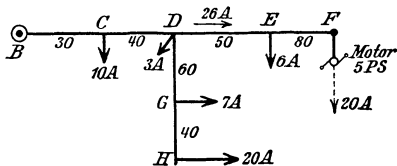


Abb. 233.

322. Einer Verteilungsleitung wird im Punkt B Strom zugeführt, der in den Punkten C, D, E, F in der in Abb. 233 eingezeichneten Stärke entnommen wird. Außerdem zweigt in D die Verteilungsleitung DH mit ihren Stromabnahmestellen G und H ab. Welchen Querschnitt erhalten die beiden Leitungen BF und DH , wenn die Netzspannung 225 V und der Spannungsverlust $\delta = 6$ V beträgt.

Lösung: Wir berechnen zunächst den Querschnitt der Leitung BF , wobei wir den in der Leitung DG fließenden Strom von 27 A als Belastung des Punktes D ansehen, es werden also in D im ganzen 30 A entnommen. In F ist ein 5 PS-Motor angeschlossen. Rechnet man, wenn man den Wirkungsgrad des Motors nicht kennt, etwa 900 W pro PS, so verbraucht unser Motor $5 \cdot 900 = 4500$ W, welches Produkt gleich $E_n J$ ist, also ist die Stromstärke, die der Motor gebraucht,

$$J = \frac{4500}{225} = 20 \text{ A, was in Abb. 233 bei } F \text{ angeschrieben steht.}$$

Mit diesen Werten wird nach (IV)

$$q = \frac{2 \cdot 0,0175}{6} (10 \cdot 30 + 30 \cdot 70 + 6 \cdot 120 + 20 \cdot 200) = 41,6 \text{ mm}^2.$$

Da es diesen Querschnitt nicht gibt (vgl. Tabelle 4 auf S. 24), runden wir auf 50 mm^2 ab, führen also die Leitung BF mit 50 mm^2 aus.

Zur Berechnung der Leitung DH ist die Kenntnis des zulässigen Spannungsverlustes in DH erforderlich, denn wir wissen nur, daß von B bis H 6 V verloren gehen dürfen. Wir berechnen also zunächst den Spannungsverlust in der Leitung BD . Zu dem Zweck untersuchen wir, welcher Strom in BD fließt. Offenbar ist dies der in C gebrauchte Strom von 10 A , der in D gebrauchte $3 \text{ A} +$ dem Strom, der in den Leitungen DG und DE , d. i. $27 + 26$, also 56 A , fließt. Die Belastung des Punktes D beträgt also 56 A , wobei jetzt die Leitungen DH und DF fortgelassen werden können, man erhält hierdurch Abb. 233a und für diese ist nach (IV)

$$\delta_{BD} = \frac{2 \cdot 0,0175}{50} (10 \cdot 30 + 56 \cdot 70) = 3,02 \text{ V}.$$

Der Spannungsverlust in der Leitung DH ist jetzt

$$\delta_1 = \delta - \delta_{BD} = 6 - 3,02 = 2,98 \text{ V},$$

mithin der Querschnitt der Leitung DH , wobei jetzt die Momentensumme auf den Punkt D bezogen wird,

$$q_{DH} = \frac{2 \cdot 0,0175}{2,98} (7 \cdot 60 + 20 \cdot 100) = 28,4 \text{ mm}^2,$$

wofür (nach Tabelle 4) $q_{DH} = 35 \text{ mm}^2$ zu wählen ist.

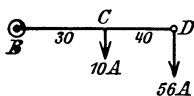


Abb. 233 a.

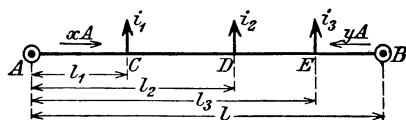


Abb. 234.

2. Fall. Zweiseitige Stromzuführung mit ungleichförmig verteilter Belastung.

In Abb. 234 seien i_1 , i_2 , i_3 die Belastungen einer Verteilungsleitung, A und B Speisepunkte, die auf genau gleicher Spannung erhalten werden. Wir müssen zunächst feststellen, welchen Anteil jeder Speisepunkt an der Stromlieferung hat. Setzen wir voraus, daß die Leitung zwischen A und B überall den gleichen Querschnitt hat, so läßt sich der von A ausgehende Stromanteil x leicht berechnen, da ja die Summe aller

Spannungsverluste zwischen A und B gleich Null sein muß. In dem Leiterstück AC fließt der Strom x , demnach ist der Spannungsverlust in demselben $x \frac{\rho 2l_1}{q}$; in CD fließt der Strom $x - i_1$, also ist der Spannungsverlust daselbst $(x - i_1) \frac{\rho 2(l_2 - l_1)}{q}$, in DE fließt der Strom $x - i_1 - i_2$. der Spannungsverlust ist $(x - i_1 - i_2) \frac{\rho 2(l_3 - l_2)}{q}$ usf. Der gesamte Spannungsverlust zwischen A und B ist daher:

$$\begin{aligned} \delta_{A-B} = 0 &= \frac{2\rho}{q} x l_1 + \frac{2\rho}{q} (x - i_1) (l_2 - l_1) + \frac{2\rho}{q} (x - i_1 - i_2) (l_3 - l_2) \\ &\quad + \frac{2\rho}{q} (x - i_1 - i_2 - i_3) (l - l_3), \end{aligned}$$

oder nach x aufgelöst

$$x = (i_1 + i_2 + i_3) - \frac{i_1 l_1 + i_2 l_2 + i_3 l_3}{l}.$$

Setzt man zur Abkürzung $i_1 + i_2 + i_3 + \dots = J$

$$i_1 l_1 + i_2 l_2 + i_3 l_3 + \dots = \Sigma i l,$$

so wird für beliebig viele Stromabnahmestellen

$$x = J - \frac{\Sigma i l}{l}.$$

Um y zu finden, bedenke man, daß $x + y = J$ ist, demnach wird

$$y = \frac{\Sigma i l}{l} \quad (\text{V})$$

Man beachte, daß in dieser Gleichung die Strommomentensumme, wie aus der Abb. 234 hervorgeht, immer von der dem Strom y gegenüberliegenden Seite aufgestellt werden muß.

Kennt man x und y , so läßt sich leicht der Konsumpunkt bestimmen, der von beiden Seiten Strom erhält. In diesem Punkte, dem Schwerpunkte der Leitung, ist der Spannungsverlust am größten, nämlich gleich dem zulässigen Spannungsverlust δ .

323. Es ist der Querschnitt der Aluminiumleitung AB in Abb. 235a zu berechnen, wenn die Netzspannung in A und B auf genau 110 V gehalten wird und der zugelassene Spannungsverlust 2% der Lampenspannung nicht überschreiten soll? $\rho = 0,03$.

Lösung: $E_n = 110$, $p_E = 2\%$, also $\delta = 110 \cdot \frac{2}{100} = 2,2$ V.

$$y = \frac{30 \cdot 40 + 40 \cdot 90 + 20 \cdot 120}{160} = 45 \text{ A,}$$

$$x = \Sigma i - 45 = 90 - 45 = 45 \text{ A.}$$

Von *A* nach *C* fließen 45 A; da in *C* 30 A gebraucht werden, fließen in *CD* nur noch $45 - 30 = 15$ A. In *D* werden jedoch 40 A gebraucht, also muß der Speisepunkt *B* die fehlenden 25 A liefern. Der Konsumpunkt *D* bekommt von beiden Seiten Strom, ist demnach der gesuchte Schwerpunkt. Wir ändern an der Stromverteilung nichts, wenn wir jetzt in *D* uns die Leitung geteilt denken (Abb. 235 b) und nun den Querschnitt der Leitung *AD* nach Fall 1 berechnen.

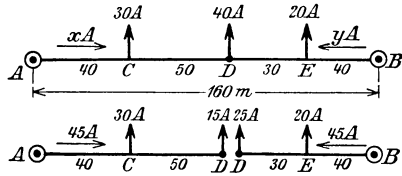


Abb. 235 a u. b.

$$q = \frac{2 \varrho}{\delta} (i_1 l_1 + i_2 l_2) = \frac{2 \cdot 0,03}{2,2} (30 \cdot 40 + 15 \cdot 90) = 69,5 \text{ mm}^2.$$

Denselben Querschnitt erhält man auch für das Leiterstück *BD*, nur muß man die Momentensumme auf *B* beziehen, also

$$q = \frac{2 \cdot 0,03}{2,2} (20 \cdot 40 + 25 \cdot 70) = 69,5 \text{ mm}^2.$$

Die Abrundung geschieht gemäß Tabelle 4 auf 70 mm², wodurch an der Stromverteilung nichts geändert wird, nur fällt der Spannungsverlust δ etwas kleiner aus.

In gleicher Weise erfolgt die Berechnung, wenn in einem Punkt *D* eine neue Leitung *DG* (Abb. 236) abzweigt; denn die Ströme *x* und *y* bleiben dieselben, gleichgültig ob der Strom $i_1 + i_2 + i_3 + \dots$ unmittelbar in *D* oder in den Konsum-Punkten der Leitung *DG* entnommen wird. Ist *D* zufällig der Schwerpunkt, so darf natürlich der zulässige Spannungsverlust nicht von *A* bis *D* eintreten, sondern von *A* bis *G*. Man muß ihn also in zwei Addenden zerlegen, nämlich in δ_1 von *A* bis *D* und in $\delta - \delta_1$ von *D* bis *G*. Geschieht dies willkürlich, so ist das Volumen der Leitungen größer, als wenn δ_1 nach der Formel

$$\delta_1 = \frac{\delta}{1 + \sqrt{\frac{Bl}{AL}}} \quad \text{(VI)}$$

bestimmt wird¹⁾.

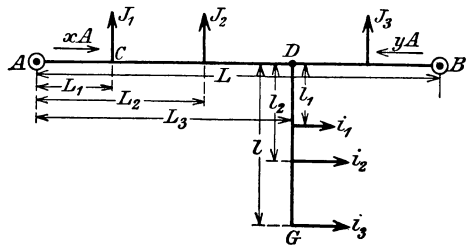


Abb. 236.

¹⁾ Der Querschnitt der Leitung *AB* ist

$$Q = \frac{2 \varrho}{\delta_1} (J_1 L_1 + J_2 L_2 + \dots + J_x L_x) = \frac{2 \varrho}{\delta_1} A. \quad \text{(Forts. der Fußnote siehe nächste Seite.)}$$

Es ist hierin

$$A = J_1 L_1 + J_2 L_2 + \dots + J_x L_x$$

$$B = i_1 l_1 + i_2 l_2 + \dots$$

J_x ist der Strom, der in D von A her kommt.

324. Berechne die Querschnitte der Kupferleitungen, wenn die Belastungen der Abb. 237 a entsprechen bei einer Netzspannung von 220 V und einem zulässigen Spannungsverlust von 2%.

Lösung: $E_n = 220$ V, $p_E = 2\%$, also $\delta = 220 \cdot \frac{2}{100} = 4,4$ V.

$$L = 120 \text{ m}, \quad l = 70 \text{ m}.$$

$$y = \frac{30 \cdot 40 + 35 \cdot 70 + 50 \cdot 100}{120} = 72,08 \text{ A}.$$

$$x = 115 - 72,08 = 42,92 \text{ A}.$$

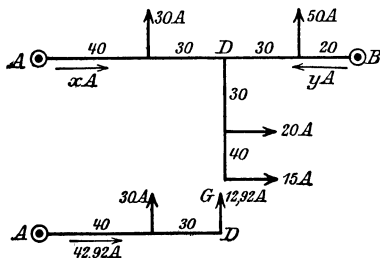


Abb. 237 a u. b.

D ist Schwerpunkt und

$$J_x = 42,92 - 30 = 12,92 \text{ A}$$

folglich (Abb. 237 b),

$$A = 30 \cdot 40 + 12,92 \cdot 70 = 2104$$

und (Abb. 237 a).

$$B = 20 \cdot 30 + 15 \cdot 70 = 1650$$

$$\delta_1 = \frac{4,4}{1 + \sqrt{\frac{1650 \cdot 70}{2104 \cdot 120}}} = 2,63 \text{ V}.$$

$$\delta - \delta_1 = 4,4 - 2,63 = 1,77 \text{ V}.$$

Der Querschnitt der Leitung AB wird hiermit:

$$q_{AB} = \frac{2 \cdot 0,0175}{2,63} (30 \cdot 40 + 12,92 \cdot 70) = 28 \text{ mm}^2.$$

Der Querschnitt der Leitung DG ist

$$q = \frac{2 \rho}{\delta - \delta_1} (i_1 l_1 + i_2 l_2 + \dots + i_3 l_3) = \frac{2 \rho}{\delta - \delta_1} B.$$

Das Volumen

$$V = 2 \{ Q L + q l \} = 2 \left\{ \frac{2 \rho}{\delta_1} A L + \frac{2 \rho}{\delta - \delta_1} B l \right\}.$$

Nach δ_1 differenziert und $= 0$ gesetzt gibt die Gleichung

$$0 = -\frac{A l}{\delta_1^2} + \frac{B l}{(\delta - \delta_1)^2}.$$

Die Auflösung nach δ_1 gibt Gl. (VI).

Der Querschnitt der Leitung DG :

$$q_{\overline{DG}} = \frac{2 \cdot 0,0175}{1,77} \cdot (20 \cdot 30 + 15 \cdot 70) = 32,6 \text{ mm}^2.$$

Das Volumen beider Leitungen:

$$V_{\min} = 2(28 \cdot 120 + 32,6 \cdot 70) = 11284 \text{ cm}^3.$$

325. Häufig macht man (Abb. 236) den Querschnitt der Leitung DG gleich dem Querschnitt der Leitung AB . Wie groß ist in der vorigen Aufgabe der Spannungsverlust δ_1 zu machen und wie groß wird der Querschnitt und das Volumen der Leitungen?

Lösung: Die Stromverteilung bleibt die gleiche, es ist daher nach Abb. 237 a

$$q_{\overline{AB}} = \frac{2 \varrho}{\delta_1} A,$$

und der Querschnitt von DG

$$q_{\overline{DG}} = \frac{2 \varrho}{\delta - \delta_1} B.$$

Durch Gleichsetzen erhält man $\frac{2 \varrho}{\delta_1} A = \frac{2 \varrho}{\delta - \delta_1} B$,

woraus
$$\delta_1 = \frac{\delta}{1 + \frac{B}{A}} \quad (\text{VII})$$

folgt.

$$\delta_1 = \frac{4,4}{1 + \frac{1650}{2104}} = 2,465 \text{ V}, \quad \delta - \delta_1 = 1,94 \text{ V}.$$

$$q_{\overline{AB}} = \frac{2 \cdot 0,0175}{2,465} \cdot 2104 \approx 30 \text{ mm}^2;$$

$$q_{\overline{DG}} = \frac{2 \cdot 0,0175}{1,94} \cdot 1650 \approx 30 \text{ mm}^2.$$

$$V = 2 \cdot (30 \cdot 120 + 30 \cdot 70) = 11400 \text{ cm}^3.$$

326. Eine zu einem Ringe geschlossene Leitung $ACDEA$ ist wie die Abb. 238a zeigt, belastet. Die Stromzuführung geschieht in A . Der größte Spannungsverlust soll 3 V nicht überschreiten. Welchen Querschnitt erhält die Ringleitung und die Leitung EH , wenn beide aus Kupfer bestehen?

Lösung: Man kann sich durch einen Schnitt, den man durch den Speisepunkt A legt, die Aufgabe auf den Fall 2 zurückgeführt denken, dann ist der Strom, der von A nach E fließt:

$$y = \frac{\sum i l}{l} = \frac{30 \cdot 20 + 50 \cdot 100 + 40 \cdot 160}{200} = 60 \text{ A,}$$

$$x = 120 - 60 = 60 \text{ A.}$$

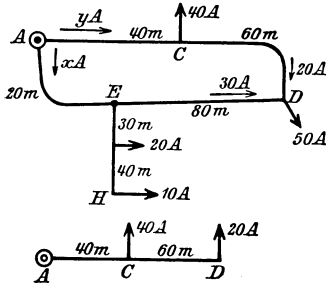


Abb. 238 a u. b.

Von A nach C fließen 60 A, in C werden 40 A gebraucht, also fließen von C nach D noch 20 A. Da in D jedoch 50 A gebraucht werden, kommen 30 A von der anderen Seite her. Es ist also D der Schwerpunkt der Leitung.

Soll der Spannungsverlust von A bis D 3 V betragen, so wird der Querschnitt der Ringleitung (vgl. Abb. 238 b)

$$Q = \frac{2 \cdot 0,0175}{3} (40 \cdot 40 + 20 \cdot 100) = 42 \text{ mm}^2.$$

Der Spannungsverlust von A bis E , für das 20 m lange Stück gerechnet, ist

$$\delta_{AE} = \frac{2 \cdot 0,0175}{42} \cdot 60 \cdot 20 = 1 \text{ V.}$$

Der Spannungsverlust von A bis H darf 3 V betragen, also ist der Spannungsverlust in der Leitung EH

$$\delta_{EH} = 3 - 1 = 2 \text{ V,}$$

somit der Querschnitt der Leitung EH

$$q_{EH} = \frac{2 \cdot 0,0175}{2} (20 \cdot 30 + 10 \cdot 70) = 22,8 \text{ mm}^2.$$

Der Spannungsverlust in der Leitung ED , in der 30 A von E nach D fließen, ist

$$\delta_{ED} = \frac{2 \cdot 0,0175}{42} 30 \cdot 80 = 2 \text{ V,}$$

was wir wußten, da ja der Spannungsverlust in AED 3 V betragen muß.

Das Dreileitersystem wird durch Abb. 239 veranschaulicht. Die eingezeichneten Zahlen mögen Lampen oder auch Stromstärken bedeuten. So erhält z. B. der Anschluß A 60 Lampen, der Anschluß B 100 Lampen,

was in der üblichen Abb. 240 mit nur einer Leitung, richtig angeschrieben ist. Bei gleicher Belastung der Netzhälften fließt in dem Mittelleiter (Nulleiter) kein Strom, bei ungleicher Belastung nur die Differenz der Ströme in den Außenleitern. Ist bei nur einem Konsumpunkt, z. B. B , der Strom im Außenleiter J und R_{Σ} der Widerstand dieses einen Leiters, so ist der Spannungsverlust in demselben $J R_{\Sigma}$. Rechnet man mit einer Differenz der Belastungen von höchstens 15%, so fließt im Mittelleiter der Strom $0,15 J$ und verursacht einen Spannungsverlust $0,15 J R_{\Sigma 0}$, also ist der Spannungsverlust bis zu den Lampen einer Netzhälfte

$$\delta = J R_{\Sigma} + 0,15 J R_{\Sigma 0} = J \varrho \frac{l}{q} + 0,15 J \varrho \frac{l}{q_0},$$

wo q_0 den Querschnitt des Mittelleiters bezeichnet. Man setzt gewöhnlich $q_0 = \frac{q}{2}$ und erhält dann

$$\delta = \frac{J \varrho l}{q} (1 + 0,3), \quad \text{oder nach } q \text{ aufgelöst:}$$

$$q = \frac{1,3 \varrho}{\delta} J l. \quad (\text{Beachte: } J \text{ ist der Strom im Außenleiter nach}$$

Abb. 239.) Sind mehrere Stromabnehmer angeschlossen, so ist an Stelle von Jl zu setzen $\Sigma J l$.

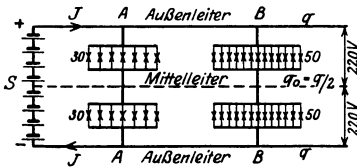


Abb. 239.

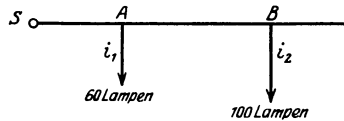


Abb. 240.

Bezieht man jedoch, wie es üblich ist, auf die Abb. 240, so steht dort der Stromverbrauch (oder die Lampenzahl) des Konsumenten, der auf beide Netzhälften gleichmäßig verteilt ist, also der doppelte Strom i , es ist demnach an Stelle von J der Wert $\frac{i}{2}$ zu setzen und man erhält:

$$q = \frac{0,65 \varrho}{\delta} \Sigma i l. \quad (\text{VIII})$$

327. An ein Dreileiternetz von 440 V Spannung zwischen den beiden Außenleitern sind angeschlossen in A 400 Glühlampen à 50 W, in B 300 Glühlampen à 60 W und ein Motor von 20 PS Nutzleistung. Welchen Querschnitt erhalten die Außenleiter, wenn der Spannungsverlust $p_E = 2,5\%$ der Lampenspannung beträgt.

Lösung: Die Lampenspannung ist 220 V also der Spannungsverlust

$$\delta = 220 \cdot \frac{2,5}{100} = 5,5 \text{ V.}$$

Die Stromstärke, die der Anschluß *A* braucht (bezogen auf Abb. 240) ist

$$i_1 = \frac{400 \cdot 50}{220} = 91 \text{ A.}$$

Rechnet man pro PS etwa 900 W, so braucht der Anschluß *B* die Wattzahl

$$300 \cdot 60 + 20 \cdot 900 = 36\,000 \text{ W}$$

und die Stromstärke ist

$$i_2 = \frac{36\,000}{220} = 164 \text{ A,}$$

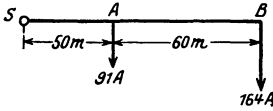


Abb. 241.

demnach wird, wenn die Längen der Abb. 241 gelten, nach Formel (VIII):

$$q = \frac{0,65 \cdot 0,0175}{5,5} (91 \cdot 50 + 164 \cdot 110) = 46,7 \text{ mm}^2$$

abgerundet nach Tabelle 4 auf 50 mm².

Bemerkung: Man beachte, daß laut Herleitung in dem berechneten Außenleiter immer nur die halbe Stromstärke fließt und der Motor an die beiden Außenleiter angeschlossen ist.

§ 41. Wechselstromleitungen.

a) Induktionsfreie Belastung.

Hat man es mit einphasigem Wechselstrom zu tun, so gelten bei induktionsfreier Leitung (kurzer Leitung) und induktionsfreier Belastung die Formeln (I) bis (VIII). Bei Drehstrom muß man zwischen Dreieck- und Sternschaltung unterscheiden.

α) Dreieckschaltung. Ist *J* der Strom in einer Leitung, Gleichheit der Belastung der drei Phasen vorausgesetzt, so ist der Spannungsverlust in einer Phase [Formel (109)]

$$\delta = J \cdot R_{\text{q}} \sqrt{3} = \frac{J \varrho l}{q} \sqrt{3}$$

oder

$$q = \frac{\varrho \sqrt{3}}{\delta} \Sigma J l, \quad (\text{IX})$$

wo das Σ -Zeichen für mehrere Belastungsstellen gilt. Der Strom in einer Phase ist $J_p = \frac{J}{\sqrt{3}}$, und wenn man auf die übliche Abb. 240 zurückgeht,

hat man $i = 3 J_p = 3 \cdot \frac{J}{\sqrt{3}}$ zu setzen, denn es ist *i* der Strom, den ein

Konsument bei einem Zweileitersystem erhalten würde. Setzt man also

$$J = \frac{i}{3} \sqrt{3}, \text{ so erhält man } q = \frac{\rho \sqrt{3}}{\delta} \Sigma \frac{i}{3} \sqrt{3} l$$

$$q = \frac{\rho}{\delta} \Sigma i l. \tag{IXa}$$

328. Es ist der Querschnitt einer Drehstromleitung zu berechnen, wenn die Lampen in Δ geschaltet und die Belastungen in Lampen  50 W angegeben sind (s. Abb. 242). Die Spannung der Lampen beträgt 220 V und der Spannungsverlust soll 2% der Lampenspannung nicht berschreiten.

Lösung: Es ist

$$\delta = \frac{2}{100} \cdot 220 = 4,4 \text{ V.}$$

Die Stromstärke in einer Lampe ist $\frac{50}{220} = 0,227 \text{ A}$ also von 120 Lampen $120 \cdot 0,227 = 27,3 \text{ A}$, von 180 Lampen = 41 A, von 90 Lampen = 20,5 A, welche Zahlen eingeklammert in Abb. 242 angegeben sind. Aus Gl. (IXa) folgt:

$$q = \frac{0,018}{4,4} \cdot (27,3 \cdot 50 + 41 \cdot 100 + 20,5 \cdot 140) = 34 \text{ mm}^2$$

abgerundet nach Tabelle 4 auf 35 mm².

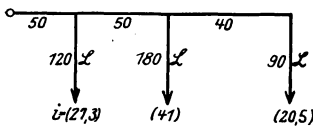


Abb. 242.

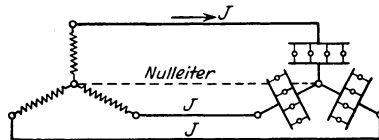


Abb. 243.

Bemerkung: Der Wert $\rho = 0,018$ soll dem Echtwiderstand bei Wechselstrom Rechnung tragen.

β) Sternschaltung mit viertem Leiter. Bei Sternschaltung der Lampen mit viertem Leiter (Nulleiter) (Abb. 243) fließt, bei gleicher Belastung der drei Phasen, kein Strom in demselben. Ist J der Strom im Außenleiter, so ist der Spannungsverlust in einem Außenleiter und dem Nulleiter, also in einer Phase

$$\delta = J \cdot R_{\Sigma} = J \cdot \frac{\rho l}{q}$$

oder

$$q = \frac{\rho}{\delta} \Sigma J l, \tag{X}$$

wo die Momentensumme für mehrere Konsumstellen gilt.

Kann die gleiche, maximale Belastung der drei Phasen nicht angenommen werden (Glühlampen), so fließt in dem vierten Leiter Strom,

dessen Stärke wir auf 0,15 J im ungünstigsten Falle schätzen wollen. Der Spannungsverlust ist jetzt

$$\delta = JR_Q + 0,15 JR_0 = J \frac{\rho l}{q} + 0,15 J \frac{\rho l}{q_0}.$$

Man setzt häufig $q_0 = \frac{q}{2}$, dann wird

$$\delta = \frac{1,3 \rho}{q} J l$$

oder nach q aufgelöst und $\Sigma J l$ geschrieben

$$q = \frac{1,3 \rho}{\delta} \Sigma J l. \quad (\text{Xa})$$

In beiden Formeln (X), (Xa) bedeutet J den Leitungsstrom und δ den Spannungsverlust in einer Phase. Führt man den Strom eines Anschlusses ein (Abb. 240), so muß man für J den Wert $J = \frac{i}{3}$ setzen und erhält anstatt (X) die Formel

$$q = \frac{\rho}{3 \delta} \Sigma i l, \quad (\text{Xb})$$

gültig für gleiche Belastung, und anstatt (Xa) die Formel

$$q = \frac{0,43 \rho}{\delta} \Sigma i l, \quad (\text{Xc})$$

gültig für ungleiche Belastung.

329. Wie gestaltet sich der Querschnitt in Aufgabe 328 bei Sternschaltung der 220 Volt-Lampen?

Lösung: Nach (Xc) ist

$$q = \frac{0,43 \cdot 0,018}{4,4} \cdot (27,3 \cdot 50 + 41 \cdot 100 + 20,5 \cdot 140) = 14,7 \text{ mm}^2,$$

abgerundet $q = 16 \text{ mm}^2$.

$$q_0 = \frac{q}{2} = \frac{14,7}{2} \text{ mm}^2 \text{ abgerundet auf } 10 \text{ mm}^2 \text{ (Tabelle 4).}$$

NB. Der Querschnitt aller Leitungen in 328 war

$$Q = 3 \cdot 35 = 105 \text{ mm}^2.$$

Der Querschnitt aller Leitungen in 329 ist

$$Q = 3 \cdot 16 + 10 = 58 \text{ mm}^2;$$

hieraus erkennt man die Ersparnis an Leitungsmaterial bei Sternschaltung mit viertem Leiter.

b) Induktive Belastung.

330. Die in Aufgabe 252 behandelte Belastung ist 500 m vom Speisepunkt (Transformator) entfernt und mit diesem durch eine 25 mm^2 dicke Kupferleitung verbunden.

Gesucht:

- der Echtwiderstand der Leitung,
- der Spannungsverlust in derselben (absolut und in Prozenten der Endspannung),
- der Leistungsverlust durch Stromwärme (absolut und in Prozenten der Leistung am Ende der Leitung),
- die Spannung am Anfang der Leitung.

Lösungen:

$$\text{Zu a): } R_g = \frac{\varrho \cdot 2l}{q} = \frac{0,018 \cdot 2 \cdot 500}{25} = 0,72 \, \Omega,$$

Zu b): Die Stromstärke wurde in Aufgabe 252, Frage f, $J = 27,5 \text{ A}$ ermittelt, also ist der Spannungsverlust

$$\delta = J R_g = 27,5 \cdot 0,72 = 19,8 \text{ V.}$$

Da die Endspannung $E_2 = 500 \text{ V}$ ist, so ist der prozentuale Spannungsverlust hiervon

$$p_E = \frac{19,8 \cdot 100}{500} = 3,96\%.$$

Zu c): Der Verlust durch Stromwärme ist

$$N_{cu} = J^2 R_g = 27,5^2 \cdot 0,72 = 545 \text{ W.}$$

Die Wirkleistung der beiden Stromverbraucher (Aufgabe 252) ist $2000 + 8000 = 10000 \text{ W}$, also ist der prozentuale Leistungsverlust:

$$p_N = \frac{545 \cdot 100}{10000} = 5,45\%.$$

Zu d): Die Spannung E_1 am Anfang der Leitung ist die geometrische Summe aus der Endspannung $E_2 = 500 \text{ V}$ und dem Spannungsverlust $\delta = 19,8 \text{ V}$. Die Spannung E_2 bildet mit J den $\sphericalangle \varphi_e$, wo $\cos \varphi_e = 0,73$ ist (Aufgabe 252, Lösung zu e), während δ in die Richtung des Stromes fällt, dies gibt für E_1 die Diagonale aus beiden (Abb. 244). Aus der Abbildung folgt: $E_1 = \sqrt{E_2^2 + \delta^2 + 2 \delta E_2 \cos \varphi_e}$. Da δ immer klein sein wird im Vergleich zu E_2 , so kann δ^2 gegen E_2^2 vernachlässigt werden (in unserem Falle $19,8^2$ gegen 500^2), es ist dann angenähert (Entwicklung nach $\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{1}{2}x$),

$$E_1 = E_2 + \delta \cos \varphi_e, \quad (\text{XI})$$

$$E_1 = 500 + 19,8 \cdot 0,73 = 514,4 \text{ V.}$$

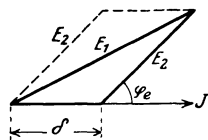


Abb. 244.

Bemerkung: Man beachte, daß der prozentuale Spannungsverlust p_E nicht denselben Zahlenwert besitzt, wie der prozentuale Leistungsverlust p_N (was bei Gleichstrom immer der Fall war), und daß der Spannungsunterschied $E_1 - E_2$ zwischen Anfang und Ende der Leitung nicht δ , sondern $\delta \cos \varphi_e$ ist.

331. Beantworte dieselben Fragen, wenn die beiden Motoren in Aufgabe 252 an ein Drehstromnetz von 500 V durch drei 10 mm² dicke, 500 m lange Kupferleitungen an den Speisepunkt angeschlossen sind.

Lösungen:

Zu a): Der Widerstand einer Leitung ist

$$R_{\Omega} = \frac{0,018 \cdot 500}{10} = 0,9 \Omega.$$

Zu b): Aus der Scheinleistung $\overline{OC} = 13750 \text{ VA}$ (Aufgabe 252, Lösung zu d) folgt der Leitungsstrom aus

$$\sqrt{3} \cdot E_2 J = 13750,$$

$$J = \frac{13750}{\sqrt{3} \cdot 500} = 15,9 \text{ A},$$

daher ist der Spannungsverlust in einer Phase

$$\delta = J R_{\Omega} \sqrt{3} = 15,9 \cdot 0,9 \cdot \sqrt{3} = 24,8 \text{ V},$$

und $p_E = \frac{24,8}{500} \cdot 100 = 4,06 \text{ ‰}$.

Zu c): Der Verlust durch Stromwärme ist

$$N_{cu} = 3 J^2 R_{\Omega} = 3 \cdot 15,9^2 \cdot 0,9 = 684 \text{ W},$$

und $p_N = \frac{684}{10000} \cdot 100 = 6,84 \text{ ‰}$.

Zu d): $E_1 = 500 + 24,8 \cdot 0,73 = 518 \text{ V}$.

Berechnung des Leitungsquerschnitts bei induktiver Belastung.

1. Berechnung auf Spannungsabfall. Verlangt wird, daß der Spannungsunterschied $E_1 - E_2$ einen gegebenen Prozentsatz der Netzspannung E_2 nicht überschreitet. Es sei p_E dieser Prozentsatz, so ist $E_1 - E_2 = \frac{p_E}{100} E_2$ eine bekannte Größe.

Der Spannungsverlust in einer Wechselstromleitung, in der der Strom J fließt, ist $\delta = J R_{\Omega} = J \rho \frac{2l}{q}$, wenn $2l$ die Länge der Hin- und

Rückleitung bezeichnet. Nun ist nach (XI) $\delta = \frac{E_1 - E_2}{\cos \varphi} = \frac{p_E}{100} \cdot \frac{E_2}{\cos \varphi}$, also wird

$$q = \frac{200 \rho}{p_E E_2} J l \cos \varphi, \tag{XII}$$

Ist anstatt des Stromes J die Wirkleistung N am Ende der Leitung gegeben, so ist $J = \frac{N}{E_2 \cos \varphi}$, also wird

$$q = \frac{200 \rho}{p_E E_2^2} N l. \tag{XIII}$$

Für Drehstrom mit Dreieckschaltung ist [Formel (109)]

$$\delta = J R_{\Sigma} \sqrt{3} = J \cdot \rho \frac{l}{q} \sqrt{3} \quad \text{oder nach Formel (XI)} \quad \delta = \frac{p_E}{100} \cdot \frac{E_2}{\cos \varphi}$$

gesetzt

$$q = \frac{100 \rho \sqrt{3} J l \cos \varphi}{p_E E_2} \tag{XIIa}$$

Für J kann man setzen

$$J = \frac{N_3}{\sqrt{3} \cdot E_2 \cos \varphi},$$

also wird auch

$$q = \frac{100 \rho N l}{p_E E_2^2} \tag{XIIIa}$$

} Δ Schaltung

Für Drehstrom mit Sternschaltung ist, da ja bei gleicher Belastung der drei Phasen im Nulleiter kein Strom fließt,

$$\delta = J R_{\Sigma} = \frac{J \rho l}{q},$$

$$q = \frac{J \rho l}{\delta} = \frac{J \rho l}{\frac{p_E}{100} \frac{E_{p_2}}{\cos \varphi}},$$

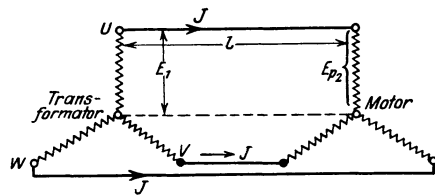


Abb 245.

$$q = \frac{100 \rho J l \cos \varphi}{p_E E_{p_2}}, \tag{XIIb}$$

wo E_{p_2} die Spannung einer Phase, also die Lampenspannung ist. Die Drehstromleistung ist $N = 3 E_{p_2} J \cos \varphi$, aus welcher

$J = \frac{N}{3 E_{p_2} \cos \varphi}$ folgt, mithin auch

$$q = \frac{100 \rho N l}{3 p_E E_{p_2}^2} \tag{XIIIb}$$

} λ Schaltung.

Sind mehrere Anschlüsse vorhanden, so ist in den Formeln (XII) und (XIII) $\Sigma J l \cos \varphi$ beziehungsweise $\Sigma N l$ zu setzen. Die letzte Formel ist vorzuziehen, da in derselben $\cos \varphi$ nicht vorkommt.

2. Berechnung auf Leistungsverlust. Es ist der prozentuale Stromwärmeverlust der Querschnittsberechnung zugrunde zu legen.

Ist N die abgegebene Wirkleistung, N_{cu} der Stromwärmeverlust in der Leitung, so soll $N_{cu} = p_N \cdot \frac{N}{100}$ Watt eine bekannte Größe sein, wo p_N den prozentual zugelassenen Verlust bedeutet.

Für einphasigen Wechselstrom ist:

$$N_{cu} = J^2 R_Q = J^2 \frac{2 \varrho l}{q},$$

mithin wird

$$q = 2 \varrho \frac{J^2 l}{N_{cu}} \quad q = \frac{200 \varrho J^2 l}{p_N N}.$$

Der Leitungsstrom J folgt aus der Gl. $J = \frac{N}{E_2 \cos \varphi}$. Setzt man diesen Wert ein, so wird

$$q = \frac{200 \varrho N l}{p_N E_2^2 \cos^2 \varphi}. \tag{XIV}$$

Für Drehstrom ist: $N_{cu} = 3 J^2 R_Q = 3 J^2 \varrho \frac{l}{q}$ oder

$$q = \frac{3 J^2 \varrho l}{N_{cu}} = \frac{300 \varrho J^2 l}{p_N N}.$$

Wird $J = \frac{N}{\sqrt{3} E_2 \cos \varphi}$ gesetzt, wo E_2 die Spannung zwischen zwei Außenleitern am Ende der Leitung bezeichnet (gültig für λ und Δ Schaltung), so erhält man

$$q = \frac{100 \varrho N l}{p_N E_2^2 \cos^2 \varphi}. \tag{XIV a}$$

Sind an die Leitung mehrere Verbraucher mit induktiver Belastung (Motoren) angeschlossen, so berechne man für jeden Stromabnehmer den Leitungsstrom $i = \frac{N}{E_n \cos \varphi}$ für einphasigen und $i = \frac{N}{\sqrt{3} \cdot E_n \cos \varphi}$ für

Drehstrom, wo für E_n die Spannung zwischen zwei Außenleitern, d. i. die

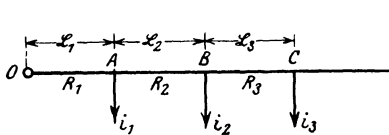


Abb. 246.

Netzspannung zu setzen ist. Sind nun i_1, i_2, i_3, \dots die aus den Leistungen ermittelten Ströme der Stromabnehmer $A, B, C, R_1, R_2, R_3, \dots$, die Widerstände der Leiterstücke $\overline{OA}, \overline{AB}, \overline{BC}, \dots$ (Abbildung 246), so fließt

in dem Leiterstück \overline{OA} der Strom $J_1 = i_1 + i_2 + i_3 + \dots$
 in dem Leiterstück \overline{AB} der Strom $J_2 = i_2 + i_3 + \dots$
 in dem Leiterstück \overline{BC} der Strom $J_3 = i_3 + \dots$ } geometrisch addiert.

Der Verlust durch Stromwärme ist mithin bei einphasigem Strom:

$$N_{cu} = J_1^2 R_1 + J_2^2 R_2 + J_3^2 R_3 + \dots$$

Nun ist

$$R_1 = \frac{2\varrho \mathcal{L}_1}{q}, \quad R_2 = \frac{2\varrho \mathcal{L}_2}{q}, \quad R_3 = \frac{2\varrho \mathcal{L}_3}{q}$$

usw., also wird

$$N_{cu} = \frac{2\varrho}{q} (J_1^2 \mathcal{L}_1 + J_2^2 \mathcal{L}_2 + J_3^2 \mathcal{L}_3 + \dots) = \frac{2\varrho}{q} \Sigma J^2 \mathcal{L},$$

woraus

$$q = \frac{2\varrho}{N_{cu}} \Sigma J^2 \mathcal{L} \quad (\text{XV})$$

folgt. N_{cu} erhält man aus der Angabe

$$N_{cu} = p_N \frac{\Sigma N}{100}, \quad \text{wo } \Sigma N \text{ die Summe der}$$

Wirkleistungen der einzelnen Anschlüsse bedeutet. Für Drehstrom ohne vierten Leiter gilt

$$q = \frac{3\varrho}{N_{cu}} \Sigma J^2 \mathcal{L}. \quad (\text{XVa})$$

Bemerkung: Man beachte die Bildung der Ströme J und die Leitungslängen \mathcal{L} (Abb. 246). Die arithmetische Summe bei Berechnung der Ströme J gibt etwas zu große Werte, ist aber bei Berechnung des Querschnittes genügend genau.

332. An eine Drehstrommaschine sind 200 m von der Stromquelle entfernt 50 Glühlampen à 40 W und ein 10 PS-Motor angeschlossen, für welchen der Wirkungsgrad 0,85 und der Leistungsfaktor $\cos \varphi = 0,9$ angegeben ist. Welchen Querschnitt erhalten die Leitungen, wenn der prozentuale Spannungsunterschied $p_E = 5\%_0$ der Endspannung von 220 V betragen darf.

Lösung I: In Formel (XIIIa) für Drehstrom Δ Schaltung ist zu setzen $p_E = 5$, $E_2 = 220$ V. Die Leistung N ist die Leistung der Glühlampen $50 \cdot 40 = 2000$ W und des 10 PS-Motors

$$\frac{10 \cdot 735}{0,85} = 8660 \text{ W} \quad \text{also} \quad N = 2000 + 8660 = 10660 \text{ W.}$$

Demnach

$$q = \frac{100 \cdot 0,018 \cdot 10660 \cdot 200}{5 \cdot 220^2} = 15,9 \text{ mm}^2,$$

abgerundet nach Tabelle 4 auf $q = 16 \text{ mm}^2$.

Lösung II: Die Berechnung nach (XIIa) für Δ Schaltung ist folgende: Die Lampen brauchen den Leitungsstrom $\frac{2000}{\sqrt{3} \cdot 220} = 5,3 \text{ A}$,

der Motor den Leitungsstrom $\frac{10 \cdot 735}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 0,85 \cdot 0,9} = 25,2 \text{ A}$, also

fließt in jedem Leiter die geometrische Summe beider, die aber ohne wesentlichen Fehler $J = 5,3 + 25,2 = 30,5$ A gesetzt werden kann.

Der Leistungsfaktor folgt angenähert aus der Gleichung

$$\cos \varphi = \frac{8660 + 2000}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 30,5} = 0,92,$$

hiermit wird nach (XIIa)

$$q = \frac{100 \cdot 0,018 \cdot \sqrt{3} \cdot 30,5 \cdot 200 \cdot 0,92}{5 \cdot 220} = 15,9 \text{ mm}^2.$$

333. Wie groß wird der Querschnitt jedes Leiters in Aufgabe 332, wenn man bei gleicher Lampenspannung Sternschaltung anwendet?

Lösung: Der Motor muß für $220 \sqrt{3} = 380$ V gewickelt sein, da er ja an die Außenleiter angeschlossen wird. Wir nehmen an, daß alle Lampen brennen.

Die Lampen brauchen dann in jeder Leitung den Strom

$$\frac{2000}{3 \cdot 220} = 3,04 \text{ A} \left(\text{d. i. } \frac{5,3}{\sqrt{3}} = 3,04 \right),$$

der Motor den Strom

$$\frac{10 \cdot 735}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 0,9 \cdot 0,85} = 14,6 \text{ A} \left(\frac{25,2}{\sqrt{3}} \right).$$

In jeder Außenleitung fließt also angenähert der Strom

$$J = 17,64 \text{ A},$$

$$\cos \varphi = \frac{8660 + 2000}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 17,64} = 0,92.$$

Nach XII b (Sternschaltung) ist

$$q = \frac{100 \cdot 0,018 \cdot 17,64 \cdot 200 \cdot 0,92}{5 \cdot 220} = 5,3 \text{ mm}^2,$$

abgerundet 6 mm².

Die Formel (XIIIb) hätte einfacher ergeben

$$q = \frac{100 \cdot 0,018 \cdot 10660 \cdot 200}{3 \cdot 5 \cdot 220^2} = 5,3 \text{ mm}^2.$$

(Über die Abmessung des vierten Leiters siehe Aufgabe 338.)

334. An eine einphasige Wechselstromleitung sind die in Abb. 247 eingezeichneten Motoren angeschlossen, wobei die Netzspannung 220 V sein soll. Welchen Querschnitt erhält die

Leitung, wenn der Stromwärmeverlust 6,9% der gesamten angeschlossenen Leistung betragen darf?

Lösung: Wir berechnen zunächst die Wirkleistungen, die die einzelnen Stromabnehmer gebrauchen

$$N_1 = \frac{5 \cdot 735}{0,83} = 4430 \text{ W,}$$

$$N_2 = \frac{3 \cdot 735}{0,8} = 2760 \text{ W,}$$

$$N_3 = \frac{4 \cdot 735}{0,82} = 3590 \text{ W.}$$

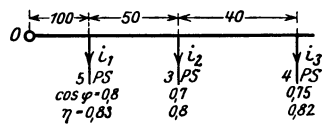


Abb. 247.

Die Stromstärken folgen dann aus $E_n i \cos \varphi = N$,

$$i_1 = \frac{4430}{220 \cdot 0,8} = 25,2 \text{ A,} \quad i_2 = \frac{2760}{220 \cdot 0,7} = 17,9 \text{ A,}$$

$$i_3 = \frac{3590}{220 \cdot 0,75} = 21,8 \text{ A,}$$

daher angenähert

$$J_1 = 25,2 + 17,9 + 21,8 = 64,9 \text{ A,}$$

$$J_2 = 17,9 + 21,8 = 39,7 \text{ A,} \quad J_3 = 21,8 \text{ A.}$$

Die gesamte Nutzleistung der Leitung ist

$$N_1 + N_2 + N_3 = 10780 \text{ W,}$$

demnach ist

$$N_{cu} = \frac{6,9}{100} \cdot 10780 = 744 \text{ W,}$$

also nach (XV)

$$q = \frac{2 \cdot 0,018}{744} (64,9^2 \cdot 100 + 39,7^2 \cdot 50 + 21,8^2 \cdot 40) = 25 \text{ mm}^2.$$

335. Berechne den Querschnitt der Leitungen, wenn die Motoren an ein Drehstromnetz von 220 V zwischen zwei Außenleitern angeschlossen werden, die übrigen Angaben aber die der Aufgabe 334 sind.

Lösung: Die Leistungen sind dieselben geblieben, die Ströme aber sind

$$i_1 = \frac{4430}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 0,8} = 14,5 \text{ A,} \quad i_2 = \frac{2760}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 0,7} = 10,35 \text{ A,}$$

$$i_3 = \frac{3590}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 0,75} = 12,6 \text{ A,}$$

demnach

$$J_1 = i_1 + i_2 + i_3 = 37,5 \text{ A,} \quad J_2 = i_2 + i_3 = 22,95 \text{ A,} \quad J_3 = 12,6 \text{ A.}$$

Nach Formel (XVa) ist

$$q = \frac{3 \cdot 0,018}{744} (37,5^2 \cdot 100 + 22,95^2 \cdot 50 + 12,6^2 \cdot 40) = 12,5 \text{ mm}^2,$$

abgerundet 16 mm^2 (Tabelle 4).

Durch diese Abrundung sinkt der Kupferverlust auf

$$N_{cu} = \frac{3 \cdot 0,018}{16} (37,5^2 \cdot 100 + 22,95^2 \cdot 50 + 12,6^2 \cdot 40) = 585 \text{ W}$$

oder
$$\frac{585 \cdot 100}{10780} = 5,44 \%$$

336¹⁾. An eine einphasige Wechselstromleitung sind zwei Stromabnehmer angeschlossen, der erste mit 60 Lampen à 100 W

und einem 10 PS-Motor,

für welchen $\cos \varphi_1 = 0,85$,

$\eta = 0,83$ ist, der zweite

mit 81 Lampen à 100 W

und zwei Motoren von je

4 PS $\cos \varphi_2 = 0,6$ und

$\eta = 0,8$. Die Entfernungen

vom Speisepunkte betragen

200 bzw. 400 m (Abb. 248).

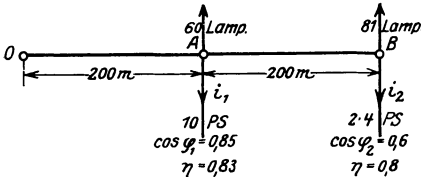


Abb. 248.

Gesucht wird: für den ersten Anschluß in A

- die Wirkleistung der Glühlampen,
- die Wirkleistung des Motors,
- die Scheinleistung des Motors,
- die Blindleistung des Motors,
- die Wirkleistung beider Belastungen,
- die Blindleistung beider Belastungen,
- die Scheinleistung des ersten Anschlusses,
- der Leistungsfaktor des ersten Anschlusses,
- dieselben Größen für den zweiten Anschluß in B,
- die Scheinleistung beider Anschlüsse,
- der Stromverbrauch jedes Anschlusses, wenn mit der Netzspannung von 220 V gerechnet wird,
- der Strom in der Leitung OA und in der Leitung AB,
- der Querschnitt der Leitung, wenn der Stromwärmeverlust 10% der Wirkleistung betragen darf,
- der Spannungsverlust von O bis A und der von A bis B,
- die Spannung am Anfang der Leitung, wenn in B die Spannung 220 V sein soll?

¹⁾ Dem Leser wird empfohlen, vor dieser Aufgabe noch einmal Aufgabe 252 zu rechnen.

Lösungen:

Zu a): Die Wirkleistung der Glühlampen ist

$$60 \cdot 100 = 6000 \text{ W} = \overline{OB} \quad (\text{Abb. 249}).$$

Zu b): Die Wirkleistung des Motors ist

$$\frac{10 \cdot 735}{0,83} = 8850 \text{ W} = \overline{OA}'.$$

Zu c): Die Scheinleistung des Motors ist

$$N_s = \frac{8850}{0,85} = 10400 \text{ VA} = \overline{OA}.$$

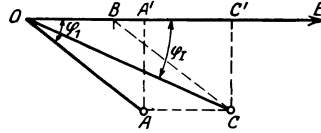


Abb. 249.

Zu d): Die Blindleistung ist

$$\overline{AA}' = \sqrt{10400^2 - 8850^2} = 5460 \text{ VA}.$$

Zu e): Die Wirkleistung beider ist

$$\overline{OB} + \overline{OA}' = 6000 + 8850 = 14850 \text{ W} = \overline{OC}'.$$

Zu f): Die Blindleistung des ersten Anschlusses ist

$$\overline{CC}' = \overline{AA}' = 5460 \text{ VA}.$$

Zu g): Die Scheinleistung des ersten Anschlusses ist

$$N_{sI} = \overline{OC} = \sqrt{(\overline{OC}')^2 + (\overline{CC}')^2} = \sqrt{14850^2 + 5460^2} = 15800 \text{ VA}.$$

$$\text{Zu h).} \quad \cos \varphi_I = \frac{\overline{OC}'}{\overline{OC}} = \frac{14850}{15800} = 0,94.$$

Zu i): (Bezeichnungen beziehen sich wieder auf Abb. 249.)

$$\text{a)} \quad 81 \cdot 100 = 8100 \text{ W} = \overline{OB},$$

$$\text{b)} \quad \frac{2 \cdot 4 \cdot 735}{0,8} = 7350 \text{ W} = \overline{OA}'.$$

$$\text{c)} \quad \overline{OA} = \frac{7350}{0,6} = 12250 \text{ VA}.$$

$$\text{d)} \quad \overline{AA}' = \sqrt{12250^2 - 7350^2} = 9740 \text{ VA}.$$

$$\text{e)} \quad \overline{OB} + \overline{OA}' = 8100 + 7350 = 15450 \text{ W} = \overline{OC}'.$$

$$\text{f)} \quad \overline{CC}' = \overline{AA}' = 9740 \text{ VA}.$$

$$\text{g)} \quad N_{sII} = \overline{OC} = \sqrt{15450^2 + 9750^2} = 18300 \text{ VA}.$$

$$\text{h)} \quad \cos \varphi_{II} = \frac{\overline{OC}'}{\overline{OC}} = \frac{15450}{18300} = 0,84.$$

Zu k): Die Scheinleistung der beiden Anschlüsse in A und B ist die geometrische Summe aus N_{sI} und N_{sII} , d. i. \overline{OC} aus \overline{OC}_I und \overline{OC}_{II} (Abb. 250).

Es ist in dieser Abbildung:

$$\overline{OC}' = \overline{OC}'_I + \overline{OC}'_{II} = 14\,850 + 15\,450 = 30\,300 \text{ W},$$

$$\overline{CC}' = \overline{C}_I \overline{C}'_I + \overline{C}_{II} \overline{C}'_{II} = 5460 + 9740 = 15\,200 \text{ VA}$$

und somit die Scheinleistung beider Anschlüsse

$$\overline{OC} = \sqrt{(\overline{OC}')^2 + (\overline{CC}')^2} = \sqrt{30\,300^2 + 15\,200^2} = 33\,900 \text{ VA}.$$

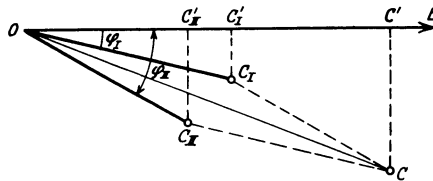


Abb. 250.

Zu l): Dividiert man die Scheinleistungen durch die Spannung 220 V, so ergeben sich die Ströme für jeden Anschluß:

$$i_1 = \frac{15\,800}{220} = 71,8 \text{ A}, \quad i_2 = \frac{18\,300}{220} = 83,5 \text{ A}.$$

Zu m): Im Leiterstück \overline{OA} (Abb. 248) fließt die geometrische Summe der Ströme i_1 und i_2 , die man erhält, wenn man Scheinleistung beider Anschlüsse durch die Spannung 220 V dividiert, also

$$J_1 = \frac{33\,900}{220} = 154 \text{ A}, \quad J_2 = i_2 = 83,5 \text{ A}$$

(Bei arith. Addition wäre gewesen $J_1 = 71,8 + 83,5 = 155,3 \text{ A}$.)

Zu n): 10% der gesamten Wirkleistung ist 10% von

$$\overline{OC}' \text{ (Abb. 250)} = 10 \cdot \frac{30\,300}{100} = 3030 \text{ W} = N_{eu}$$

und nach Formel XV

$$q = \frac{2 \cdot 0,018}{3030} \cdot (154^2 \cdot 200 + 83,5^2 \cdot 200) = 73 \text{ mm}^2.$$

abgerundet auf normalen Querschnitt (Tabelle 4) $q = 70 \text{ mm}^2$.

Zu o):

$$\delta_1 = J_1 R_{\Omega_1} = 154 \cdot \frac{0,018 \cdot 200 \cdot 2}{70} = 15,8 \text{ V,}$$

$$\delta_2 = J_2 R_{\Omega_2} = i_2 \cdot R_{\Omega_2} = 83,5 \cdot \frac{0,018 \cdot 200 \cdot 2}{70} = 8,6 \text{ V.}$$

Zu p): Der Spannungsunterschied zwischen Anfang der Leitung und dem ersten Abnehmer A ist:

$$E_1 - E_2 = \delta_1 \cos \varphi_I = 15,8 \cdot 0,94 = 14,9 \text{ V}$$

und zwischen dem Konsumenten A und B :

$$E_2 - E_3 = \delta_2 \cos \varphi_{II} = 8,6 \cdot 0,84 = 7,3 \text{ V.}$$

Also, da in B 220 V sein sollen, so ist

$$(E_1 - E_2) + (E_2 - E_3) = 14,9 + 7,3 = 22,2 \text{ V,}$$

mithin $E_1 = E_3 + 22,2 = 242,2 \text{ V}$ und in A ist sie dann $242,2 - 14,9 = 227,3 \text{ V}$.

337. Welchen Querschnitt erhalten die Leitungen, wenn Drehstrom mit Sternschaltung verwendet wird, man aber mit Rücksicht auf die 220 V-Lampen nur mit 3% Spannungsunterschied rechnen soll?

Lösung: Der Querschnitt eines Außenleiters folgt aus der Formel XIII b:

$$q = \frac{100 \rho \sum N l}{3 p_E E_{p_2}^2},$$

wo $p_E = 3$, $E_{p_2} = 220 \text{ V}$ ist,

$$q = \frac{100 \cdot 0,018}{3 \cdot 3 \cdot 220^2} \left(\frac{N_1}{13850} \cdot 200 + \frac{N_2}{15450} \cdot 400 \right) = 37 \text{ mm}^2,$$

abgerundet 35 mm².

Bemerkung: Welchen Querschnitt der Mittelleiter erhalten soll, ist noch nicht erörtert, denn $\frac{37}{2} \approx 16 \text{ mm}^2$ ist entschieden zu viel, da ja die Motoren den Mittelleiter nicht belasten.

338. Berechne den Querschnitt der Leitungen für Drehstrom mit vierem Leiter, wenn die Lampen in Aufgabe 336 eigene Leitungen erhalten sollten, bei einem Spannungsunterschied von 3% der 220 V betragenden Lampenspannung.

Lösung: Die 60 Lampen in A (Abb. 248) brauchen 6000 W, also erhält der Konsumpunkt A den Strom $i_1 = \frac{6000}{220} = 27,3 \text{ A}$.

Die Lampen in B verbrauchen 8100 W, also ist der erforderliche Strom $\frac{8100}{220} = 36,9 \text{ A}$, mithin ist nach Formel (Xc), wenn

man $\delta = \frac{3}{100} \cdot 220 = 6,6 \text{ V}$ setzt,

$$q = \frac{0,43 \cdot 0,018}{6,6} (27,3 \cdot 200 + 36,9 \cdot 400) = 23,7 \text{ mm}^2.$$

Der Querschnitt des vierten Leiters ist $q_0 = \frac{q}{2} \approx 10 \text{ mm}^2$. Wir würden daher die Außenleiter, entsprechend der Aufgabe 337, mit 35 mm^2 und den Mittelleiter mit 10 mm^2 ausführen.

Anhang.

Nützliche Angaben.

1. Stromdichte, Übergangsspannungen und Übergangswiderstände von Bürsten. Es bezeichne s_b die Stromdichte pro cm^2 , e_b den Spannungsverlust zwischen Bürste und Kollektor oder Schleifring, so ist:

a) Für Kupferbürsten: $s_b = 10$ bis 25 A, $e_b = 0,017$ bis $0,03$ V, $s_{b\text{max}} = 40$ A, wobei $e_b = 0,04$ V wird.

b) Kohlebürsten.

1. Sehr weiche Kohlen: $s_b = 8$ bis 11 A, $e_b = 0,4$ bis $0,6$ V.

2. Mittelharte Kohlen: $s_b = 5$ bis 7 A, $e_b = 0,9$ bis $1,1$ V.

3. Sehr harte Kohlen: $s_b = 4$ bis 6 A, $e_b = 1,2$ bis $1,5$ V.

Der Übergangswiderstand ist hiernach pro cm^2 $\frac{e_b}{s_b}$ und für die ganze Auflagefläche f_b einer Bürste

$$R_b = \frac{e_b}{s_b f_b} = \frac{e_b}{i}.$$

2. Temperaturzunahme.

Die Temperaturzunahme darf bei isolierten Wicklungen, Kollektoren und Schleifringen nicht überschreiten:

bei Baumwollisolierung	50 Grad C,	Höchste Temperatur	85 Grad C,
„ Papierisolierung	60 „ C,		95 „ C,
„ Isolierung durch Emaille, Glimmer, Asbest und deren Präparate	80 „ C,		105 „ C.

Bei ruhenden Wicklungen sind um 10 Grad höhere Werte zulässig. Bei Straßenbahnmotoren dürfen obige Werte um 20 Grad erhöht werden.

3. Dicke der Bespinnung für runde Dynamodrähte.

Zweimal mit Seide besponnen:

$$d' - d = 0,075 \text{ mm},$$

gültig für $d = 0,1$ bis 1 mm.

Mit Baumwolle

a) einmal besponnen:

$$d' - d = 0,12 \mid 0,15 \mid 0,2 \mid 0,3 \text{ mm},$$

gültig für $d = 0,1$ bis 4 mm.

b) Zweimal besponnen:

$$d' - d = 0,2 \mid 0,25 \mid 0,3 \mid 0,4 \mid 0,5,$$

gültig für $d = 0,3$ bis 4 mm.

Je dünner die Bespinnung, desto teurer der Draht.

4. Spezifische Gewichte.

Aluminium	2,64	Kupfer	8,9
Eisen, Stahl	7,7–7,8	Quecksilber	13,6.

Tabelle für Cosinus

Grad	Cosinus			Tangens		
	0'	20'	40'	0'	20'	40'
0	1,000	1,000	1,000	0,000	0,006	0,012
1	1,000	1,000	1,000	0,017	0,023	0,029
2	0,999	0,999	0,999	0,035	0,041	0,047
3	0,999	0,998	0,998	0,052	0,058	0,064
4	0,998	0,997	0,997	0,070	0,076	0,082
5	0,996	0,996	0,995	0,087	0,093	0,099
6	0,995	0,994	0,993	0,105	0,111	0,117
7	0,993	0,992	0,991	0,123	0,129	0,135
8	0,990	0,989	0,989	0,141	0,146	0,152
9	0,988	0,987	0,986	0,158	0,164	0,170
10	0,985	0,984	0,983	0,176	0,182	0,188
11	0,982	0,981	0,979	0,194	0,200	0,206
12	0,978	0,977	0,976	0,213	0,219	0,225
13	0,974	0,973	0,972	0,231	0,237	0,243
14	0,970	0,969	0,967	0,249	0,256	0,262
15	0,966	0,964	0,963	0,268	0,274	0,280
16	0,961	0,960	0,958	0,287	0,293	0,299
17	0,956	0,955	0,953	0,306	0,312	0,318
18	0,951	0,949	0,947	0,325	0,331	0,338
19	0,946	0,944	0,942	0,344	0,351	0,357
20	0,940	0,938	0,936	0,364	0,371	0,377
21	0,934	0,931	0,929	0,384	0,391	0,397
22	0,927	0,925	0,923	0,404	0,411	0,418
23	0,921	0,918	0,916	0,424	0,431	0,438
24	0,914	0,911	0,909	0,445	0,452	0,459
25	0,906	0,904	0,901	0,466	0,473	0,481
26	0,899	0,896	0,894	0,488	0,495	0,502
27	0,891	0,888	0,886	0,510	0,517	0,524
28	0,883	0,880	0,877	0,532	0,539	0,547
29	0,875	0,872	0,869	0,554	0,562	0,570
30	0,866	0,863	0,860	0,577	0,585	0,593
31	0,857	0,854	0,851	0,601	0,609	0,617
32	0,848	0,845	0,842	0,625	0,633	0,641
33	0,839	0,835	0,832	0,649	0,658	0,666
34	0,829	0,826	0,822	0,675	0,683	0,692
35	0,819	0,816	0,812	0,700	0,709	0,718
36	0,809	0,806	0,802	0,727	0,735	0,744
37	0,799	0,795	0,792	0,754	0,763	0,772
38	0,788	0,784	0,781	0,781	0,791	0,800
39	0,777	0,773	0,770	0,810	0,819	0,829
40	0,766	0,762	0,759	0,839	0,849	0,859
41	0,755	0,751	0,747	0,869	0,880	0,890
42	0,743	0,739	0,735	0,900	0,911	0,922
43	0,731	0,727	0,723	0,933	0,943	0,955
44	0,719	0,715	0,711	0,966	0,977	0,988
45	0,707	0,703	0,699	1,000	1,012	1,024

und Tangens.

Grad	Cosinus			Tangens		
	0'	20'	40'	0'	20'	40'
46	0,695	0,690	0,686	1,036	1,048	1,060
47	0,682	0,678	0,673	1,072	1,085	1,098
48	0,669	0,665	0,660	1,111	1,124	1,137
49	0,656	0,652	0,647	1,150	1,164	1,178
50	0,643	0,638	0,634	1,192	1,206	1,220
51	0,629	0,625	0,620	1,235	1,250	1,265
52	0,616	0,611	0,606	1,280	1,295	1,311
53	0,602	0,597	0,592	1,327	1,343	1,360
54	0,588	0,583	0,578	1,376	1,393	1,411
55	0,574	0,569	0,564	1,428	1,446	1,464
56	0,559	0,554	0,550	1,483	1,501	1,520
57	0,545	0,540	0,535	1,540	1,560	1,580
58	0,530	0,525	0,520	1,600	1,621	1,643
59	0,515	0,510	0,505	1,664	1,686	1,709
60	0,500	0,495	0,490	1,732	1,756	1,780
61	0,485	0,480	0,475	1,804	1,829	1,855
62	0,469	0,464	0,459	1,881	1,907	1,935
63	0,454	0,449	0,444	1,963	1,991	2,020
64	0,438	0,433	0,428	2,050	2,081	2,112
65	0,423	0,417	0,412	2,145	2,177	2,211
66	0,407	0,401	0,396	2,246	2,282	2,318
67	0,391	0,385	0,380	2,356	2,394	2,434
68	0,375	0,369	0,364	2,475	2,517	2,560
69	0,358	0,353	0,347	2,605	2,651	2,699
70	0,342	0,337	0,331	2,747	2,798	2,850
71	0,326	0,320	0,315	2,904	2,960	3,018
72	0,309	0,303	0,298	3,078	3,140	3,204
73	0,292	0,287	0,281	3,271	3,340	3,412
74	0,276	0,270	0,264	3,487	3,566	3,647
75	0,259	0,253	0,248	3,732	3,821	3,914
76	0,242	0,236	0,231	4,011	4,113	4,219
77	0,225	0,219	0,214	4,331	4,449	4,574
78	0,208	0,202	0,197	4,705	4,843	4,989
79	0,191	0,183	0,179	5,145	5,309	5,485
80	0,174	0,168	0,162	5,671	5,871	6,084
81	0,156	0,151	0,145	6,314	6,561	6,827
82	0,139	0,133	0,128	7,115	7,429	7,770
83	0,122	0,116	0,110	8,144	8,556	9,010
84	0,105	0,099	0,093	9,514	10,08	10,71
85	0,087	0,081	0,076	11,43	12,25	13,20
86	0,070	0,064	0,058	14,30	15,60	17,17
87	0,052	0,047	0,041	19,08	21,47	24,54
88	0,035	0,029	0,023	28,64	34,37	42,96
89	0,017	0,012	0,006	57,29	85,94	171,9

Additional material from *Aufgaben und Lösungen aus der Gleich- und Wechselstromtechnik*,

ISBN 978-3-662-35833-7, is available at <http://extras.springer.com>



Elektrische Maschinen. Von Prof. **Rudolf Richter**, Direktor des Elektrischen Instituts Karlsruhe. In zwei Bänden.

Erster Band: **Allgemeine Berechnungselemente. Die Gleichstrommaschinen.** Mit 453 Textabbildungen. (640 S.) 1924.

Gebunden RM 27.—

Elektromaschinenbau. Berechnung elektrischer Maschinen in Theorie und Praxis. Von Dr.-Ing. **P. B. Arthur Linker**, Hannover. Mit 128 Textfiguren und 14 Anlagen. (312 S.) 1925. Gebunden RM 24.—

Elektrotechnische Meßkunde. Von Dr.-Ing. **P. B. Arthur Linker**. Dritte, völlig umgearbeitete und erweiterte Auflage. Mit 408 Textfiguren. (583 S.) 1920. Unveränderter Neudruck. 1923.

Gebunden RM 11.—

Elektrotechnische Meßinstrumente. Ein Leitfaden. Von **Konrad Gruhn**, Oberingenieur und Gewerbestudienrat. Zweite, vermehrte und verbesserte Auflage. Mit 321 Textabbildungen. (227 S.) 1923.

Gebunden RM 7.—

Messungen an elektrischen Maschinen. Apparate, Instrumente, Methoden, Schaltungen. Von Oberingenieur Dipl.-Ing. **Georg Jahn**. Fünfte, gänzlich umgearbeitete Auflage des von **R. Krause** begründeten gleichnamigen Buches. Mit 407 Abbildungen im Text und auf einer Tafel. (401 S.) 1925.

Gebunden RM 21.—

Wirkungsweise der Motorzähler und Meßwandler mit besonderer Berücksichtigung der Blind-, Misch- und Scheinverbrauchs-messung. Für Betriebsleiter von Elektrizitätswerkstätten, Zählertechniker und Studierende. Von Direktor Dr.-Ing. und Dr.-Ing. e. h. **J. A. Möllinger**. Zweite, erweiterte Auflage. Mit 131 Textabbildungen. (244 S.) 1925.

Gebunden RM 12.—

Die elektrische Kraftübertragung. Von Oberingenieur Dipl.-Ing. **Herbert Kyser**. In 3 Bänden.

Erster Band: **Die Motoren, Umformer und Transformatoren.** Ihre Arbeitsweise, Schaltung, Anwendung und Ausführung. Zweite, umgearbeitete und erweiterte Auflage. Mit 305 Textfiguren und 6 Tafeln. (432 S.) 1920. Unveränderter Neudruck. 1923. Gebunden RM 15.—

Zweiter Band: **Die Niederspannungs- und Hochspannungs-Leitungsanlagen.** Ihre Projektierung, Berechnung, elektrische und mechanische Ausführung und Untersuchung. Zweite, umgearbeitete und erweiterte Auflage. Mit 319 Textfiguren und 44 Tabellen. (413 S.) 1921. Unveränderter Neudruck. 1923. Gebunden RM 15.—

Dritter Band: **Die maschinellen und elektrischen Einrichtungen des Kraftwerkes und die wirtschaftlichen Gesichtspunkte für die Projektierung.** Zweite, umgearbeitete und erweiterte Auflage. Mit 665 Textfiguren, 2 Tafeln und 87 Tabellen. (942 S.) 1923.

Gebunden RM 28.—

Aufgaben aus der Maschinenkunde und Elektrotechnik.

Eine Sammlung für Nichtspezialisten nebst ausführlichen Lösungen.
Von Ingenieur Prof. **Fritz Süchting**, Clausthal. Mit 88 Textabbildungen. (251 S.) 1924. RM 6.60; gebunden RM 7.50

Technische Elementar-Mechanik.

Grundsätze mit Beispielen aus dem Maschinenbau. Von Regierungsbaumeister a. D. Prof. Dipl.-Ing. **Rudolf Vogdt**, Aachen. Zweite, verbesserte und erweiterte Auflage. Mit 197 Textfiguren. (164 S.) 1922. RM 2.50

Grundzüge der technischen Mechanik des Maschineningenieurs.

Ein Leitfaden für den Unterricht an maschinentechnischen Lehranstalten. Von Prof. Dipl.-Ing. **P. Stephan**, Regierungsbaumeister. Mit 283 Textabbildungen. (166 S.) 1923. RM 2.50

Analytische Geometrie

für Studierende der Technik und zum Selbststudium. Von Prof. Dr. **Adolf Heß**, Winterthur. Mit 140 Abbildungen. (179 S.) 1925. RM 7.50

Angewandte darstellende Geometrie

insbesondere für Maschinenbauer. Ein methodisches Lehrbuch für die Schule sowie zum Selbstunterricht. Von Studienrat **Karl Keiser**, Leipzig. Mit 187 Abbildungen im Text. (164 S.) 1925. RM 5.70

Lehrbuch der Mathematik.

Für mittlere technische Fachschulen der Maschinenindustrie. Von Prof. Dr. **R. Neuendorff**, Oberlehrer an der Staatlichen Höheren Schiff- und Maschinenbauschule, Privatdozent an der Universität Kiel. Zweite, verbesserte Auflage. Mit 262 Textfiguren. (280 S.) 1919. Gebunden RM 7.35

Freytags Hilfsbuch für den Maschinenbau

für Maschineningenieure sowie für den Unterricht an technischen Lehranstalten. Unter Mitarbeit zahlreicher Fachleute herausgegeben von Prof. **P. Gerlach**. Siebente, vollständig neu bearbeitete Auflage. Mit 2484 in den Text gedruckten Abbildungen, 1 farbigen Tafel und 3 Konstruktionstafeln. (1502 S.) 1924. Gebunden RM 17.40

Taschenbuch für den Maschinenbau.

Bearbeitet von zahlreichen Fachleuten. Herausgegeben von Ingenieur Prof. **Heinrich Dubbel**, Berlin. Vierte, erweiterte und verbesserte Auflage. Mit 2786 Textfiguren. In zwei Bänden. (1739 S.) 1924. Gebunden RM 18.—

Kurzer Leitfaden der Elektrotechnik für Unterricht und Praxis in allgemeinverständlicher Darstellung. Von Ing. **Rudolf Krause**. Vierte, verbesserte Auflage, herausgegeben von Prof. **H. Vieweger**. Mit 375 Textfiguren. (278 S.) 1920. Gebunden RM 6.—

Kurzes Lehrbuch der Elektrotechnik. Von Prof. Dr. **Adolf Thomälen**, Karlsruhe. Neunte, verbesserte Auflage. Mit 555 Textbildern. (404 S.) 1922. Gebunden RM 9.—

Die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik. Von Prof. Dr. **Gustav Benischke**. Sechste, vermehrte Auflage. Mit 633 Abbildungen im Text. (698 S.) 1922. Gebunden RM 18.—

Hilfsbuch für die Elektrotechnik. Unter Mitwirkung namhafter Fachgenossen bearbeitet und herausgegeben von Dr. **Karl Strecker**. Zehnte, umgearbeitete Auflage. **Starkstromausgabe**. Mit 560 Abbildungen. (751 S.) 1925. Gebunden RM 13.50

Angewandte Elektrizitätslehre. Ein Leitfaden für das elektrische und elektrotechnische Praktikum. Von Prof. Dr. **P. Eversheim**, Bonn. Mit 215 Textfiguren. (222 S.) 1916. RM 6.30

Elektrische Starkstromanlagen. Maschinen, Apparate, Schaltungen, Betrieb. Kurzgefaßtes Hilfsbuch für Ingenieure und Techniker sowie zum Gebrauch an technischen Lehranstalten. Von Studienrat Dipl.-Ing. **Emil Kosack**, Magdeburg. Sechste, durchgesehene und ergänzte Auflage. Mit 296 Textfiguren. (342 S.) 1923. RM 5.50; gebunden RM 6.90

Schaltungsbuch für Gleich- und Wechselstromanlagen. Dynamomaschinen, Motoren und Transformatoren, Lichtanlagen, Kraftwerke und Umformerstationen. Ein Lehr- und Hilfsbuch. Von Studienrat Dipl.-Ing. **Emil Kosack**, Magdeburg. Zweite, erweiterte Auflage. Mit 257 Abbildungen im Text und auf 2 Tafeln. Erscheint im Frühjahr 1926.

Grundzüge der Starkstromtechnik. Für Unterricht und Praxis. Von Dr.-Ing. **K. Hoerner**. Mit 319 Textabbildungen und zahlreichen Beispielen. (262 S.) 1923. RM 4.—; gebunden RM 5.—

Die Elektrotechnik und die elektromotorischen Antriebe. Ein elementares Lehrbuch für technische Lehranstalten und zum Selbstunterricht. Von Dipl.-Ing. **Wilhelm Lehmann**. Mit 520 Textabbildungen und 116 Beispielen. (458 S.) 1922. Gebunden RM 9.—

Ankerwicklungen für Gleich- und Wechselstrommaschinen.

Ein Lehrbuch von **Rudolf Bichter**, Professor an der Technischen Hochschule Karlsruhe, Direktor des Elektrotechnischen Instituts. Mit 377 Textabbildungen. (436 S.) 1920. Berichtigter Neudruck. 1922.

Gebunden RM 14.—

Die Berechnung von Gleich- und Wechselstromsystemen.

Von Dr.-Ing. **Fr. Natalis**. Zweite, völlig umgearbeitete und erweiterte Auflage. Mit 111 Abbildungen. (220 S.) 1924. RM 10.—

Die symbolische Methode zur Lösung von Wechselstromaufgaben. Einführung in den praktischen Gebrauch. Von **Hugo Ring**, Ingenieur der Firma Blohm & Voß, Hamburg. Mit 33 Textfiguren. (58 S.) 1921. RM 2.30

Die Hochspannungs-Gleichstrommaschine. Eine grundlegende Theorie. Von Elektro-Ingenieur **Dr. A. Bolliger**, Zürich. Mit 53 Textfiguren. (86 S.) 1921. RM 3.—

Die Elektromotoren in ihrer Wirkungsweise und Anwendung. Ein Hilfsbuch für die Auswahl und Durchbildung elektromotorischer Antriebe. Von **Karl Meller**, Oberingenieur. Zweite, vermehrte und verbesserte Auflage. Mit 153 Textabbildungen. (167 S.) 1923. RM 4.60; gebunden RM 5.40

Der Drehstrommotor. Ein Handbuch für Studium und Praxis. Von Prof. **Julius Heubach**, Direktor der Elektromotorenwerke Heidenau, G. m. b. G. Zweite, verbesserte Auflage. Mit 222 Abbildungen. (611 S.) 1923. Gebunden RM 20.—

Die Transformatoren. Von Prof. Dr. techn. **Milan Vidmar**, Ljubljana. Zweite, verbesserte und vermehrte Auflage. Mit 320 Abbildungen im Text und auf einer Tafel. (770 S.) 1925. Gebunden RM 36.—

Die asynchronen Wechselfeldmotoren. Kommutator- und Induktionsmotoren. Von Prof. Dr. **Gustav Benischke**. Mit 89 Abbildungen im Text. (118 S.) 1920. RM 4.20

Berichtigung.

- Seite 64: Formel 15 soll heißen $\Phi = 4 \pi m$ Maxwell
" 97: Zeile 7 von unten. Schreibe ζq anstatt Hq
" 101: " 10 " oben. (s. § 24) anstatt (§ 25)
" 106: Formel (40) \overline{AS} = Amperestabzahl pro cm Ankerumfang
" 177: Seitenüberschrift § 31 Zerlegung des Stromes in Komponenten
" 178: Zeile 6 von oben, lies s. Aufgabe 336
" 269: " 8 " unten, $h_n = 43$ mm
" 294: Verbessere in Abb. 203 bis 205 T_p u. b_p in t_p u. c_p
" 311: Zeile 8 von unten, lies s Spulenseiten anstatt 3 Spulenseiten.