

NATURWISSENSCHAFTLICHE
MONOGRAPHIEN UND LEHRBÜCHER

HERAUSGEGEBEN VON
DER SCHRIFTFÜHRUNG DER „NATURWISSENSCHAFTEN“

NEUNTER BAND
EINFÜHRUNG IN DIE GEOPHYSIK
III
DYNAMISCHE OZEANOGRAPHIE

VON
A. DEFANT



BERLIN
VERLAG VON JULIUS SPRINGER

1929

EINFÜHRUNG IN DIE GEOPHYSIK

III

DYNAMISCHE OZEANOGRAPHIE

VON

PROFESSOR DR. A. DEFANT

DIREKTOR DES INSTITUTS UND MUSEUMS FÜR MEERESKUNDE · BERLIN

MIT 87 TEXTABBILDUNGEN



BERLIN

VERLAG VON JULIUS SPRINGER

1929

ISBN 978-3-7091-5649-0 ISBN 978-3-7091-5681-0 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-7091-5681-0

ALLE RECHTE, INSBESONDERE DAS DER ÜBERSETZUNG
IN FREMDE SPRACHEN, VORBEHALTEN.

COPYRIGHT 1929 BY JULIUS SPRINGER IN BERLIN.

DEN NORWEGISCHEN
UND SCHWEDISCHEN KOLLEGEN
IN FREUNDSCHAFT
GEWIDMET

Vorwort.

Die Entwicklung der Ozeanographie ist dank der Fortschritte meereskundlicher Messungen und der Bearbeitungsmethoden ozeanographischen Beobachtungsmaterials bei jenem wichtigen Wendepunkt angelangt, bei dem von der mehr beschreibenden Betrachtungsweise zu einer strengeren Behandlung gesetzlicher Erscheinungen übergegangen werden kann. Die Ozeanographie folgt in dieser fortschreitenden Entwicklung immer mehr ihrer Schwesterdisziplin, der Meteorologie, die diesen Übergang bei der Behandlung einzelner Probleme schon in vielen Fällen erfolgreich durchgeführt hat. Im vorliegenden Buche habe ich versucht, eine Zusammenstellung unserer Kenntnisse der Bewegungserscheinungen im Meere auf theoretisch-physikalischer Grundlage zu geben. Einige Lücken, die sich hierbei ergeben haben, habe ich versucht, auszufüllen. Die Anfänge zu dieser Arbeit reichen schon in die Zeit zurück, als ich an der Universität Innsbruck im Verbande mit anderen geophysikalischen Themen auch über Physik des Meeres Vorlesungen hielt. Meine Berufung an das Institut und Museum für Meereskunde an der Universität Berlin, und meine Teilnahme an den letzten Profilen der Deutschen Atlantischen Expedition auf dem Forschungsschiff „Meteor“ gaben mir Gelegenheit, mich noch eingehender mit diesen Problemen der Ozeanographie zu befassen. Letzten Endes waren es die Vorträge, die ich für die wissenschaftlichen Teilnehmer und für die Offiziere an Bord des „Meteor“ hielt, die dazu führten, die hydrodynamischen Grundlagen der ozeanischen Bewegungen durcharbeiten und übersichtlich zusammenzustellen. Diese Vorträge gaben so den Grundstock zu dieser „Dynamischen Ozeanographie“. Die Behandlung des Stoffes ist, wo es anging, mathematisch-physikalisch; wo die vorliegenden Untersuchungen es gestatteten, ist aber stets eine Verbindung mit den in der Natur vorgehenden Erscheinungen gesucht und Beispiele aus den tatsächlichen Verhältnissen gegeben worden. Der Hauptteil des Buches befaßt sich mit den eigentlichen Strömungen des Meeres, mit den Kräften, die sie hervorrufen und erhalten, mit den verschiedenen Modifikationen, die sie auf der rotierenden Erde durch Bodenmorphologie und Reibung erfahren und mit den

Methoden, die gestatten, das Stromfeld aus dem Aufbau des Meeres zu ermitteln. Insbesondere das Problem der großen ozeanischen Zirkulation, dem heutzutage das größte Interesse entgegengebracht wird, ist Gegenstand dieses Hauptteils. Die Darstellung der Dynamik periodisch ablaufender Wasserbewegungen, die mit den Wellen und Gezeiten verknüpft sind, wurde kürzer gefaßt, da Zusammenstellungen unserer Kenntnisse darüber schon vorliegen. Hier wurde vor allem das Grundsätzliche gegeben und gleichzeitig versucht, die neuesten Ergebnisse der Forschung in das System der Lehre einzuordnen.

Die Ozeanographie hat bisher bei den deutschen Geophysikern noch recht wenig Beachtung gefunden, und der Grund hierfür mag wohl hauptsächlich darin liegen, daß die Literatur über die ozeanographischen Ergebnisse der verschiedenen Expeditionen außerordentlich zerstreut ist und bisher keine Zusammenstellungen auf dynamischer Grundlage gegeben worden sind. Wenn dieses Buch das Interesse an ozeanographischer Forschung bei den Geophysikern in etwas stärkerem Grade erwecken würde, wäre der Zweck des Buches erfüllt.

Berlin, Ostern 1929.

A. Defant.

Inhaltsverzeichnis.

	Seite
Einleitung	I
1. Aufgabe und Einteilung der dynamischen Ozeanographie . .	1
2. Ausmaße des Meeres, senkrechte Gliederung; Meeresoberfläche	2
I. Der Aufbau des Meeres	4
1. Das Schwerfeld	4
2. Das Druckfeld	7
3. Das Massenfild	10
4. Praktische Methode der dynamischen Verarbeitung ozeano- graphischer Beobachtungen	13
II. Kräfte und hydrodynamische Gleichungen	15
1. Kräfte, die Bewegungen auslösen und erhalten bzw. zu beein- flussen vermögen	15
2. Die hydrodynamischen Gleichungen	18
III. Statik des Meeres	21
1. Bedingungen des statischen Gleichgewichtes	21
2. Das angenäherte statische Gleichgewicht im Meer; die Grund- lage aller ozeanographischen Berechnungen	22
3. Verschiedene Arten des Gleichgewichtes. Gestörtes Gleich- gewicht und Rückkehr zu demselben	23
4. Adiabatische Temperaturänderungen bei vertikalen Verschie- bungen; vertikales Gleichgewicht im Meer; Stabilität	25
IV. Kinematik des Meeres	33
1. Die Darstellung des Bewegungszustandes des Meeres; das Stromfeld	33
2. Die Divergenz des Stromfeldes; Zusammenhang mit der Kon- tinuitätsgleichung	40
3. Der Lehrsatz von M. Knudsen	44
4. Kinematische Wirkungen der Bodenkonfiguration und Küsten- gestaltung	46
V. Allgemeine Dynamik der Meeresströmungen	55
1. Stationäre Strömungen in einem homogenen Meer ohne Reibung	55
2. Einfluß der Änderung der Meerestiefe und der Kugelgestalt der Erde auf stationäre reibungslose Ströme im homogenen Meer	59
3. Oszillierende Strömungen im stationären Zustand	63
4. Allgemeine Betrachtungen über die Wirkung der Reibung bei Meeresströmungen	64
5. Stationäre Ströme im homogenen Meer bei Reibung und Ein- wirkung äußerer Kräfte	67
a) Reine Triftströme	68
b) Triftströmungen und Reibungstiefe nach den Beobachtungen	72
c) Gradientströme	76

	Seite
6. Ekmans Theorie der Meeresströmungen; Elementarstrom. Einfluß der Bodenkonfiguration bei winderzeugten Meeres- strömungen	79
7. Die ungeordnete Bewegung des Wassers in den Meeres- strömungen	89
VI. Stationäre Ströme im geschichteten Ozean	97
1. Stabile Diskontinuitätsflächen im Meer	97
2. Stationäre Ströme im geschichteten Meer	103
3. Wassermassen verschiedenen spezifischen Volumens in stabiler Lagerung	107
a) Ruhende schwerere Wassermasse im bewegten leichteren Wasser	108
b) Ruhende Wassermasse geringerer Dichte eingebettet in be- wegte schwerere Wassermassen	110
c) Stationäre Massenverhältnisse im Ozean bei Wassermassen, die in Rotation begriffen sind	110
VII. Dynamik der Konvektionsströme	116
1. Die Zirkulationstheorie von V. Bjerknes	117
2. Anwendung des Zirkulationsprinzips zur Berechnung der Ge- schwindigkeitsverteilung in stationären Strömen	120
3. Das Gesetz der parallelen Solenoidfelder	123
4. Ekmans Konvektionsströme (mit Berücksichtigung der Reibung)	125
VIII. Die ozeanische Zirkulation	129
1. Atmosphärische Einflüsse an der Meeresoberfläche und dadurch hervorgerufene Meeresströmungen	129
2. Die ozeanische Troposphäre und die ozeanische Stratosphäre; das Stromsystem eines hydrosphärischen zirkularen Wirbels	136
3. Die troposphärischen Strömungen der einzelnen Ozeane	142
4. Die stratosphärische Zirkulation im allgemeinen und in den Ozeanen	147
IX. Die Wellenbewegungen im Meere	154
1. Einleitung. Einteilung der Wellen	154
2. Theorie der Meereswellen. Vergleich mit den Beobachtungen	157
3. Entstehung, Umformung und Ausbreitung der Wellen; Bran- dung.	165
4. Stehende Wellen. Theorie und Auftreten derselben	175
5. Interne Wellen	185
X. Die Gezeiten und die Gezeitenströme	190
1. Übersicht über die Theorie der Gezeiten	190
2. Die Gezeiten in Buchten und Kanälen (Nebenmeeren)	192
3. Der Einfluß der Erddrehung auf die Gezeiten	197
4. Einfluß der Reibung auf Gezeiten und Gezeitenströme	201
5. Die Gezeiten der Ozeane	208
6. Quantitative Schätzung des Verbrauches an Gezeitenenergie im Weltmeer durch Reibung	213
Namenverzeichnis	217
Sachverzeichnis	219

Einleitung.

1. Aufgabe und Einteilung der dynamischen Ozeanographie.

Die Ozeanographie ist als geographische Spezialdisziplin dank der großen Fortschritte in der Technik meereskundlicher Forschung der neueren Zeit und der intensiven und modern exakten Bearbeitung der Beobachtungen der älteren und neueren Tiefseeexpeditionen allmählich bei jenem Entwicklungsstadium der Forschung angelangt, in dem von der qualitativen Beschreibung der Erscheinungen zu einer *quantitativen* Erfassung derselben übergegangen werden kann. Es ist selbstverständlich, daß dies zu einer mehr mathematisch-physikalischen Behandlung der Probleme der Ozeanographie führen muß, für die bisher nur teilweise die notwendige hydrodynamische Formulierung gegeben war. Die Meteorologie als Schwesterdisziplin hat diesen Übergang zum großen Teile schon vollzogen und ist in der theoretischen Behandlung ihrer wichtigsten Probleme schon viel weiter fortgeschritten als die Ozeanographie.

Die theoretische Erfassung der Erscheinungen und die Klarlegung der Dynamik derselben wird aber andererseits auch vielfach auf Anlage und Durchführung der Beobachtungen von neueren Expeditionen zurückwirken und damit die Ozeanographie in ihren Bestrebungen, die Meere in ihrem Aufbau und in ihren Bewegungen völlig klar zu legen, mächtig fördern. Die Theorie soll auch hier wie sonst in den Naturwissenschaften uns als Ersatz für Versuche und Experimente dienen, die in der Natur auszuführen uns verwehrt ist. Sie lassen die höchst selten rein in Erscheinung tretenden Wirkungen einer Variation der Variablen näher beleuchten und studieren und durch eine richtige Zusammenfassung dieser Wirkungen die tiefer liegenden Ursachen erkennen, welche den Erscheinungen zugrunde liegen.

Der Inhalt dieses Buches bildet vor allem die Statik des Meeres und die Dynamik der ozeanographischen Bewegungen, das ist jener Teil der Ozeanographie, dem heutzutage das größte Interesse entgegengebracht wird. Die Behandlung des Stoffes ist, wo es anging, mathematisch-physikalisch. Wo irgendwie es die vorliegenden Untersuchungen gestatteten, ist aber eine Verbindung mit den in der Natur tatsächlich vorkommenden Erscheinungen gesucht und Beispiele für die theoretischen Erwägungen gegeben worden. Den Beobachtungsergebnissen soll die Leitung für die theoretische Behandlung der Erscheinungen zufallen; dann ist die Verbindung mit der Wirklichkeit stets gegeben.

Eine Spaltung des Inhaltes ergibt sich von selbst durch die Trennung der nicht periodisch von den periodisch verlaufenden Erscheinungen. Erstere sind durch beständige, letztere durch periodisch wirkende Kräfte hervorgerufen und erhalten; zu den ersteren gehören die Meeresströmungen, zu den letzteren die Wellen in ihrer Gesamtheit. Für diese gibt es schon zusammenfassende Darstellungen, so daß ihre Behandlung in diesem Buche kürzer gehalten werden konnte. Der Hauptteil des Buches befaßt sich deshalb mit der Dynamik der nicht periodischen ozeanographischen Bewegungen.

2. Ausmaße des Meeres, senkrechte Gliederung; Meeresoberfläche.

Infolge der bedeutenden Niveauunterschiede, welche die feste Erdrinde aufweist, ist keine Überlagerung der Lithosphäre durch die Hydrosphäre der Erde vorhanden; die Wassermassen erfüllen die tiefen Becken der Erdkruste und geben einen Teil derselben als Festland frei. Von den 510 Mill. qkm der gesamten Erdoberfläche entfallen 149 Mill. qkm auf das feste Land, 361 Mill. qkm auf das Meer; das prozentuale Verhältnis ist 70,8% Meer gegen 29,2% Land (2,43 : 1). Die vertikale Gliederung der Erdkruste, die durch die Statistik der einzelnen Höhen- und Tiefenstufen erfaßt wird, zeigt die auffallende gesetzmäßige Erscheinung, daß es zwei Hauptniveaus gibt, die besonders häufig vorkommen, während die anderen sich in ihrer Häufigkeit, wie es der Zufall verlangt, um diese zwei Niveaus herumgruppieren. Diese beiden Maxima liegen bei einer Erhebung von etwa 100 m und bei einer Tiefe von 4700 m. Das erste Niveau entspricht der mittleren Oberflächenhöhe des *Kontinentalblocks*, das letztere der mittleren Tiefe der *Tiefseebecken*. Nur ein kleiner Teil der Erdoberfläche (kaum 10%) entfällt auf den Abfall von der Kontinentaltafel zur Tiefsetafel und auch dieser Steilabfall scheint mit Zunahme der Lotungen sich noch schroffer zu gestalten; die Zweiteilung der Erdrinde tritt dadurch immer deutlicher hervor.

Ein Teil des Kontinentalblocks — allerdings nur ein kleiner — ist mit Wasser bedeckt; es ist dies das Gebiet der *Schelfe* zwischen Kontinentalrand und Steilabfall zur Tiefsee, der zumeist erst bei einer Tiefe von etwa 200 m einsetzt. Die Schelfe tragen in der Hauptsache die Neben- und Randmeere (Flachsee), die etwa 6% der Erdoberfläche ausmachen und die den Schauplatz vieler interessanter ozeanographischer Erscheinungen abgeben, die erst bei geringer Meerestiefe in auffallender Weise sich ausbilden können. Von Interesse ist noch zu erwähnen, daß das Volumen des Weltmeeres sich zu 1370 Mill. cbkm berechnet¹, was zu einer mittleren Tiefe des Meeres von rund 3800 m führt; insbesondere weist der Pazifische Ozean (180 Mill. qkm Fläche) eine mittlere Tiefe

¹ KOSSINA, E.: Die Tiefen des Weltmeeres. Veröff. Inst. Meereskde. N. F. A, Nr. 9. Berlin 1921.

von 4030 m, der Atlantische Ozean (106,5 Mill. qkm) eine solche von 3330 m und der Indische Ozean (75 Mill. qkm) eine solche von 3900 m auf¹.

Als Nullpunkt für Abmessungen in vertikaler Richtung gilt die Meeresoberfläche im Zustande des völligen Gleichgewichtes (*ideales Meeresniveau*). Wenn man von den Störungen, welche die Oberfläche des Meeres in Unruhe bringen, völlig absieht, entspricht dieses Niveau einem Teile des *Geoids*, das ist jener Fläche, auf der die Richtung der Schwere überall senkrecht steht. Das ideale Meeresniveau fällt somit mit einer Fläche gleichen Schwerepotentials, dessen Wert hierfür zumeist Null gesetzt wird, zusammen. Das *physikalische Meeresniveau*, von dem aus alle Messungen tatsächlich ausgeführt werden, weicht davon um einen verhältnismäßig kleinen Betrag, der durch die Bewegungen des Meeres und durch den wechselnden Druck der Atmosphäre bedingt ist, ab. Es ist festzuhalten, daß die Topographie des physikalischen Meeresniveaus nicht aus den Ergebnissen der Lotungen abgeleitet werden kann und deshalb stets mehr oder minder unbestimmt bleibt (siehe S. 59).

Der praktische Ausgangspunkt für Höhenmessungen kleinerer Teile der Erdoberfläche ist das *Mittelwasser* an einer ausgewählten Station. In Deutschland gilt als Normal-Null (NN) ein Horizont, der 66 mm über dem Mittelwasser von Swinemünde steht. Die Mittelwässer der verschiedenen Stationen müssen durch Präzisionsnivellements miteinander verbunden werden, um vergleichbar zu sein. Bei kleineren Entfernungen der Stationen voneinander bietet dies keine Schwierigkeiten, bei großen wächst die Unsicherheit wesentlich. Die Ermittlung dieser Unterschiede ist eine Aufgabe der internationalen Erdmessung. Höhenangaben werden häufig auch auf das sogenannte *Kartennull* bezogen. Auch die Lage dieses Horizontes ist bei den einzelnen Nationen verschieden festgesetzt; in Deutschland liegt das Kartennull in der Ebene des mittleren Springniedrigwassers. Die Höhen- und Tiefenangaben in den Seekarten und in den Gezeitentafeln sind zumeist auf Kartennull bezogen².

¹ Betreffs der Erklärung des Auftretens der zwei Hauptniveaus der Erdrinde und der Frage der Entstehung der Kontinente und Ozeane. Siehe PREY, MAINKA und TAMS: Einführung in die Geophysik, S. 241. Berlin: Julius Springer 1922.

² Siehe hierüber: Deutsche Gezeitentafeln, herausgeg. von der Deutschen Seewarte in Hamburg.

I. Der Aufbau des Meeres.

Für alle hydrographischen Untersuchungen ist die Kenntnis der Verteilung der Masse und der durch diese Verteilung bedingten Anordnung der inneren Kräfte eine unbedingte Voraussetzung. Das Massenfeld im Meer ist durch die Verteilung der Dichte bzw. des spezifischen Volumens des Meerwassers, das innere Kräftefeld durch die Verteilung der Druckkräfte, durch das Druckfeld, gegeben. Als einzige äußere Kraft konservativer Natur kommt außerdem die Schwere hinzu, so daß drei veränderliche Größen: *Schwere*, *Druck* und *spezifisches Volumen* in erster Linie in Betracht zu ziehen sind. Über diese Felder wollen wir uns zunächst näher orientieren.

1. Das Schwerefeld.

Die einzige äußere Kraft, von welcher die Gleichgewichtsbedingungen und im wesentlichen auch die Bewegungen im Meere abhängen, ist die Schwere. Sie tritt bekanntlich als Resultierende der Anziehungskräfte der Erdmasse und der Zentrifugalkraft der Erdrotation auf; ihre Verteilung auf der Erdoberfläche ergibt sich aus den Ergebnissen der Pendelversuche. Der normale Wert der Schwere (msec^{-2}) im Meeresniveau ist nach HELMERT¹ durch die Formel

$$g_0 = 9,80616 (1 - 0,00264 \cos 2\varphi + 0,000007 \cos^2 2\varphi) \quad (1.1)$$

gegeben. Die Schwere ist am Äquator am kleinsten, an den Polen am größten, was eine Folge der Abplattung und Rotation der Erde ist.

Bei Bestimmung der Änderungen der Schwere beim Eindringen in das Meer ist auf die Masse des Meerwassers selbst Rücksicht zu nehmen. In erster Annäherung genügt es, die Erde als Kugel vom Radius a zu betrachten. In einer Tiefe z tritt dann nur die Anziehung der Kugelschale $a-z$ in Erscheinung. Ist M die Masse der Erde, m jene der Kugelschale $a-z$, g_0 die Schwere im Meeresniveau, g jene in der Tiefe z , dann sind $g_0 = k \frac{M}{a^2}$ und in erster Annäherung

$$g = g_0 + \frac{2g_0z}{a} \left(1 - \frac{ma}{2Mz} \right).$$

Der Bruch in der Klammer ergibt sich zu $\frac{3}{2} \frac{\varrho}{\varrho_m}$, wenn ϱ_m die mittlere Dichte der Erde und ϱ jene der Kugelschale bedeuten. Setzt man

¹ Enzykl. d. math. Wiss. VI/1, H. 2 (1910).

$\rho_m = 5,5$ und ρ gleich der mittleren Dichte des Meerwassers 1,05 (Dichte des Meerwassers in etwa 5000 m Tiefe), so wird

$$g = g_0 + 0,000\ 002\ 202\ z. \quad (1.2)$$

Formel (1.2) gibt die normale vertikale Änderung der Schwerkraft im Meere mit genügender Genauigkeit. Infolge von besonderer lokaler Massenanhäufung in der Nähe eines Punktes können Abweichungen vom normalen Wert der Schwere und ihrer vertikalen Änderung auftreten; aber diese Abweichungen werden nur klein sein und können vernachlässigt werden. Es ist auch zu bedenken, daß durch die Einstellung der Massen der Erdkruste im hydrostatischen Gleichgewicht die Verteilung der Schwerkraft innerhalb des Meeres überhaupt wesentlich einfacher ist, als wenn dies nicht der Fall wäre. Durch die Formeln (1.1) und (1.2) ist für jeden Punkt des Meeres die Schwere gegeben.

Eine Fläche, die überall senkrecht auf die Richtung der Schwere (Lotlinie) steht, nennt man eine *Niveaufläche*. Die Hauptniveaufläche der Schwere ist als freie Oberfläche einer Flüssigkeit im Gleichgewichtszustande das *ideale Meeresniveau*. In dieser Niveaufläche selbst gibt es keine Kraftkomponente, so daß eine Verschiebung eines Massenpunktes längs derselben ohne Arbeitsleistung möglich ist. Die Niveauflächen sind somit als „eben“ zu betrachten. Es gibt unendlich viele Niveauflächen innerhalb des Meeres und jede derselben ist eindeutig durch die konstante Arbeitsleistung bestimmt, die durch die Verschiebung der Masseneinheit vom Meeresniveau zu irgendeinem Punkte der neuen Niveaufläche notwendig ist. Diese Arbeitsleistung ist — gh , wenn h die kürzeste Entfernung eines Punktes der betrachteten Niveaufläche vom Meeresniveau längs der Lotlinie ist. *Die Niveauflächen sind anders ausgedrückt Flächen gleichen Schwerepotentials*; dem Meeresniveau wird hierbei das Schwerepotential Null zugesprochen. Das ganze Meer kann man sich auf diese Weise durchsetzt denken von einer Schar von Äquipotentialflächen der Schwere, jede getrennt von der nächsten durch eine Einheitschichte des Potentials. Die Dicke dieser Schichte variiert aber mit der Breite und mit der Tiefe, da g mit diesen sich ändert.

Die Niveauflächen sind zu unterscheiden von den Flächen gleicher geometrischer Tiefe unter dem Meeresniveau. Beide Flächenscharen schneiden sich; da letztere nicht senkrecht zur Lotlinie stehen, würde auf sie, wären sie fest und glatt, eine Kugel nicht in Ruhe bleiben, sondern infolge der Kraftkomponente der Schwere längs der Fläche vom Äquator zum Pole rollen.

Die Eigenschaft der Niveauflächen „eben“ zu sein, macht sie in der Statik und Dynamik des Meeres zu Koordinatenflächen besonders geeignet. Die dritte Koordinate hat sodann die Richtung des Lotes, das stets senkrecht auf den Niveauflächen steht. Es erscheint als besonders praktisch, zur Fixierung der Lage einer beliebigen Niveaufläche gegen-

über der Hauptniveauläche des Meeresniveaus ihren Potentialwert selbst, jedoch als positive Größe, einzuführen und diese Zahl als dritte Koordinate zu nehmen. Als Koordinaten eines beliebigen Punktes im Meere treten somit in diesem Koordinatensystem die Breite φ und Länge λ des Fußpunktes der Projektion des betrachteten Punktes auf das Meeresniveau längs der Lotlinie und der Potentialwert gh der Niveauläche, auf welcher der Punkt selbst liegt, auf.

Als Hauptniveaulächen wollen wir jene bezeichnen, deren Potentialwert sich um die Einheit des Potentials oder ein Vielfaches davon unterscheiden. Da die Schwere ungefähr 10 msec^{-2} beträgt, tritt eine Änderung des Potentialwertes gh um eine Einheit dann ein, wenn die Masseneinheit um ungefähr $\frac{1}{10} \text{ m}$ fällt. Die Hauptniveaulächen sind deshalb um $\frac{1}{10} \text{ m}$ oder um ein Vielfaches davon voneinander entfernt. V. BJERKNES¹ hat diese Arbeits- oder Potentialeinheit 1 *dynamischen Dezimeter* genannt; sie ist äquivalent einer Arbeitsleistung bei der Hebung der Masseneinheit um rund $\frac{1}{10} \text{ m}$. Vielfache bzw. Bruchteile des dynamischen Dezimeters sind das dynamische Meter oder das dynamische Zentimeter. Niveaulächen sind somit auch Flächen gleicher dynamischer Tiefe unterhalb des Meeresniveaus. Die dynamische Tiefe ist nicht identisch mit der gewöhnlichen geometrischen Tiefe; letztere ist eine *reine* Länge, erstere eine Potentialgröße, hat also die Dimension einer Arbeit (ml^2t^{-2}). Als praktische Einheit für die dynamische Tiefe empfiehlt es sich das dynamische Meter zu wählen. In einer dynamischen Tiefe D herrscht dann, da

$$D = \frac{gh}{10} \quad (1.3)$$

ist, ein Potential

$$\Phi = -10 D. \quad (1.4)$$

Da die Schwere an verschiedenen Punkten des Meeres verschieden groß ist, ist die Länge, die einem dynamischen Meter entspricht, nicht überall gleich groß. Die geometrischen Entfernungen zwischen den Hauptniveaulächen sind größer am Äquator und in der Nähe des Meeresniveaus, wo g relativ klein ist, klein an den Polen und am Meeresgrund, wo g groß ist. Der Normalwert der Schwere ist $9,8 \text{ msec}^{-2}$; deshalb entspricht die Einheit des Schwerepotentials, das ist 1 dyn. Dezimeter, einer Länge von 1,02 gewöhnlichem Dezimeter oder 1 geom. Dezimeter ist gleich 0,98 dyn. Dezimeter. Der zahlenmäßige Unterschied zwischen dyn. Meter und geom. Meter ist deshalb ungefähr 2%, ein Betrag, der bei den hydrographischen Berechnungen *nicht* vernachlässigt werden kann.

Die normalen Beziehungen zwischen geometrischen und dynamischen Tiefen können mittels der Formeln (1. 1) und (1. 2) leicht gefunden wer-

¹ Dynamische Meteorologie und Hydrographie. 1. Teil, Vieweg & Sohn. 1912.

den. V. BJERKNES hat darnach Tabellen für die Umrechnung von den einen zu den anderen Größen gegeben, auf die hier verwiesen sein soll¹.

2. Das Druckfeld.

Als statischer Druck in einer bestimmten Tiefe h wird jene Kraft definiert, deren Größe durch das Gewicht der Wassersäule vom Querschnitt τ vom Meeresniveau bis zur Tiefe h gegeben ist. Ignorieren wir den auf der Oberfläche des Meeres lastenden Luftdruck, so ist das Gewicht der Wassersäule h pro Einheitsfläche $p = \bar{\rho}gh$, wenn man mit $\bar{\rho}$ die mittlere Dichte des Wassers in der Säule h bezeichnet. Nach (1. 3) können wir für gh die in dyn. Metern ausgedrückte dynamische Tiefe D einführen. Dann ist $p = k \cdot 10\bar{\rho}D$, worin k eine zur Festlegung der Druckeinheit freie Konstante ist. Bezeichnet man den Druck einer Säule reinen Wassers von 1 dyn. Meter Höhe als „1 Dezibar“, dann wird $k = 1/10$ und

$$p = \bar{\rho} D. \quad (1. 5)$$

In dieser Formel ist dann p in Dezibareinheiten gegeben, wenn D in dyn. Metern eingesetzt wird. Ihr kann auch die Form

$$D = \bar{\alpha} p \quad (1. 6)$$

gegeben werden; hierin bedeutet α das mittlere spezifische Volumen der Wassersäule und (1. 6) gibt die dynamische Tiefe in dyn. Metern, wenn p in dbar eingeführt wird.

Der Definition des Dezibars gemäß ist dann ein Bar der Druck einer Wassersäule von 10 dyn. Metern; in CGS entspricht diesem Drucke 1 Million Dyn. pro Quadratcentimeter, was nur etwa 1% kleiner ist als die praktische Druckeinheit „1 Atmosphäre“². Unterabteilungen von 1 Dezibar sind 1 Zentibar und 1 Millibar, was Drucken von 1 dyn. Dezimeter und 1 dyn. Zentimeter Wasser entsprechen.

Es ist festzuhalten, daß mit Eindringen in das Meer längs der Lotlinie um je 1 m das Schwerepotential um nahezu 1 dyn. Meter kleiner, der Druck hingegen um 1 Dezibar größer wird. Den Definitionsformeln (1. 5) und (1. 6) kann bei Variablen ρ und α auch die integrale Form

$$p = \int \rho dD \quad (1. 5 a)$$

und

$$D = \int \alpha dp \quad (1. 6 a)$$

gegeben werden, wobei die Integrale auf die ganze Wassersäule h zu erstrecken sind.

¹ BJERKNES, V. und SANDSTRÖM, J. W.: Statik der Atmosphäre und Hydrosphäre. Anhang: Tabellen 3—6 H. Braunschweig 1912.

² Der Druck einer Atmosphäre entspricht dem Druck einer Quecksilbersäule von 760 mm Länge von 0° C in 45° Br. am Meeresniveau. Pro Quadratcentimeter ergibt dies $13,596 \times 980,6 \times 76$ Dyn = 1 013 250 Dyn pro Quadratcentimeter. 10^6 Dyn pro Quadratcentimeter ist 1 Bar, so daß 1 Dyn pro Quadratcentimeter gleich 1 Mikrobar wird, was dem Druck von 10 dyn. Mikron Wasser entspricht.

Zur Orientierung über den innigen Zusammenhang zwischen den geometrischen Tiefen, den Werten des Potentials (dynamischen Tiefen) und den Drucken seien in folgender Tabelle die zusammengehörigen Werte dieser Größen für ein homogenes Meer von 0° C und 35‰ Salzgehalt gegeben.

Homogenes Meer von 0° C und 35‰ Salzgehalt.

Druck in Dezibar	geom. Tiefe in m	dyn. Tiefe in dyn. m	Druck in Dezibar	geom. Tiefe in m	dyn. Tiefe in dyn. m
0	0	0	800	792	777
100	99	97	900	891	874
200	198	194	1000	990	970
300	298	292	1200	1187	1164
400	397	389	1400	1385	1357
500	496	486	1600	1582	1551
600	595	583	1800	1779	1744
700	693	680	2000	1975	1936

Unter diesen vereinfachten Verhältnissen ist der Unterschied zwischen den Zahlenwerten des Druckes in Dezibar und jenen der geometrischen Tiefe in Metern ungefähr 1%. Er bleibt meistens von dieser Größenordnung auch bei komplizierteren Anordnungen von Temperatur und Salzgehalt, so daß es im allgemeinen erlaubt ist, diesen Unterschied zu ignorieren und für den Druck in Dezibar und für die geometrische Tiefe in Metern, in der dieser auftritt, dieselbe numerische Zahl zu nehmen. Hingegen beträgt der Unterschied zwischen dynamischen Metern und geometrischen Metern fast 2%, zwischen den ersteren und den Drucken in Dezibar fast 3%; das sind Beträge, die bei hydrodynamischen Untersuchungen in keiner Weise zu vernachlässigen sind.

Die Formeln (1. 5) und (1. 6) bzw. (1. 5a) und (1. 6a) geben im Falle des statischen Gleichgewichtes die einfachsten Beziehungen zwischen Druck, Schwerepotential und spezifischem Volumen; die ersteren gestatten bei Kenntnis der vertikalen Massenverteilung für die verschiedenen dynamischen Tiefen den Druck in Dezibar zu ermitteln, die letzteren die dynamischen Tiefen zu berechnen, in denen ein bestimmter Druck herrscht.

Das Schwerepotential ist durch Äquipotentialflächen und Potentialschichten von der Dicke eines dyn. Meters festgelegt worden. Analog dazu kann das Druckfeld durch Flächen gleichen Druckes (*isobare Flächen*) und durch Druckschichten von 1 dbar festgelegt werden. Im allgemeinen werden sich diese Flächenscharen gegenseitig schneiden. Die isobaren Flächen enthalten dann verschiedene Werte des Schwerepotentials und diese Schnittlinien auf den isobaren Flächen sind die *dynamischen Isobathen*. Sie werden zumeist von 5 zu 5 dyn. Millimetern ausgezogen. Diese Art der Darstellung entspricht den gewöhnlichen *topographischen Karten* mit dem Unterschiede, daß hier die Kurven Linien

gleicher dynamischer Tiefe (gleichen Schwerepotentials) einer isobaren Fläche sind.

Die Schnittlinien auf den Niveaulächen sind Linien gleichen Druckes (*Isobaren*) und geben die Verteilung des Druckes in einem bestimmten Niveau; diese Darstellung entspricht den Isobarenkarten in der Meteorologie. Während aber letztere in der Meteorologie üblicher sind, hat sich in der modernen dynamischen Ozeanographie, namentlich bei den Untersuchungen über Meeresströmungen, als praktische Methode die Darstellung in *Karten der dynamischen Topographie bestimmter isobarer Flächen* eingebürgert.

V. BJERKNES¹ hat hervorgehoben, daß die isobaren Flächen Flächen gleichen *Seedruckes*, nicht Flächen gleichen Gesamtdruckes sind, da der Druck der Atmosphäre, der im Mittel rund 10 Dezibar beträgt, nicht mitberücksichtigt ist. Weiter beziehen sich die topographischen Darstellungen stets auf das *physikalische* Meeresniveau, von dem aus die Messungen ausgeführt werden, und nicht auf das *ideale* Meeresniveau vom Schwerepotential Null. Da die Topogra-

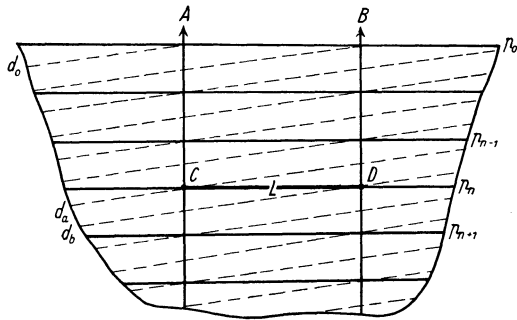


Abb. 1. Vertikaler Querschnitt durch ein Meeresbecken mit den ozeanographischen Stationen A und B. System der isobaren Flächen und der Flächen gleicher dyn. Tiefe.

phie des physikalischen Meeresniveaus unbekannt ist, sind die Darstellungen immer praktisch nur *relative Topographien* bezogen auf die unbekannte Topographie des physikalischen Meeresniveaus. Es ist deshalb zu beachten, daß bei der Darstellung der Druckverteilung längs eines Niveaus es sich genau genommen nicht um die Drucktopographie auf einer wahren Niveauläche, sondern auf einer Fläche gleicher dynamischer Tiefe unter dem physikalischen Meeresniveau handelt. Die Abweichungen sind sehr gering, aber wir können der Unbestimmtheit in der absoluten Darstellung der verschiedenen Topographien nicht entgehen.

Es ist einleuchtend, daß die Gedrängtheit der Isobaren auf einer Niveauläche oder die Gedrängtheit der dynamischen Isobathen auf einer isobaren Fläche ein Maß für die potentielle Energie, die in dieser Fläche (bzw. Schichte) zur Verfügung steht, anzusehen ist. Dies soll durch Abb. 1 näher erläutert werden. Die Punkte A und B seien zwei ozeanographische Stationen, die L km voneinander entfernt sind. Entsprechend dem früheren kann man die Flächen gleicher geometrischer Tiefe als

¹ Dyn. Meteorologie und Hydrographie. 1. Teil, S. 113.

isobare Flächen ansehen. Sie sind in der Abbildung als horizontale Linien eingezeichnet. Die punktierten Linien stellen die Flächen gleicher dynamischer Tiefe (gleichen Schwerepotentials) dar derart, daß die isobare Fläche p_n in A in einer dynamischen Tiefe d_a , in B hingegen in der dynamischen Tiefe d_b angetroffen wurde. Dann sind nach (1.6) $d_a = \bar{\alpha} p_n$ und $d_b = \bar{\alpha}_b p_n$, so daß $d_b - d_a = p_n (\bar{\alpha}_b - \bar{\alpha}_a)$ ist. $d_b - d_a$ entspricht aber dem Unterschied der potentiellen Energie zwischen den Punkten C und D unter A und B und wird sich, falls keine anderen Kräfte entgegenwirken, längs der Strecke L in Arbeit umsetzen. Die Kraft pro Masseneinheit, die auf diese Weise durch die Schwere zwischen den Punkten C und D zur Verfügung steht, ergibt sich zu

$$K = \frac{d_b - d_a}{L} = p_n \frac{\bar{\alpha}_b - \bar{\alpha}_a}{L}. \quad (1.7)$$

Man erkennt, daß die Zahl der Äquipotentialschichten, die in einer isobaren Einheitsschicht enthalten sind, ein direktes Maß für die verfügbare Energie ist.

3. Das Massenfild.

Das Massenfild ist durch die Verteilung der Dichte oder seines reziproken Wertes, des spezifischen Volumens gegeben. Die Dichte (ml^{-3}) ist definiert als Masse pro Volumeinheit, das spezifische Volumen ($m^{-1}l^3$) als Volumen der Masseneinheit. Beide Größen sind Funktionen von drei Veränderlichen: Druck p , Temperatur t und Salzgehalt S ; beide Größen werden nicht unmittelbar durch direkte Beobachtung gewonnen, sondern durch Rechnung aus den beobachteten Elementen abgeleitet. Was durch direkte Messung (mittels Aräometer) ermittelt werden kann, ist die Dichte einer Wasserprobe bei der Temperatur bei ihrer Bestimmung; aber in neuerer Zeit pflegt man zumeist nur die oben drei erwähnten Größen direkt zu bestimmen und die Dichte bzw. das spezifische Volumen daraus zu berechnen. Die Temperatur selbst ergibt sich aus direkter, instrumenteller Beobachtung, der Salzgehalt aus dem Gehalt der Wasserprobe an Chlor, der mittels Titration bestimmt wird. Zwischen Salzgehalt S und Chlor Cl , beide in Promill des Gewichtes, besteht nach M. KNUDSEN die Beziehung:

$$S = 0,030 + 1,8050 Cl.$$

Was man bei hydrographischen Untersuchungen benötigt, ist in erster Linie die Dichte *in situ*, das ist jene Dichte, welche das Wasser bei der Tiefentemperatur und bei dem entsprechenden Druck an Ort und Stelle im Meere tatsächlich aufweist. Ihre Ermittlung erfordert stets eine Rechnung, die mittels Tabellen wesentlich erleichtert werden kann.

Statt der Dichte ρ_{stp} und des spezifischen Volumens α_{stp} wird in der praktischen Ozeanographie für die Dichte die Größe $\sigma_{stp} = (\rho_{stp} - 1) 10^3$ und für das spezifische Volumen die Größe $\delta_{stp} = (\alpha_{stp} - 0,97) 10^5$ an-

gegeben; z. B. wird für die Dichte 1,02674 nur 26,74 und für das spezifische Volumen 0,97396 nur 396 geschrieben.

Mit Hilfe der von MARTIN KNUDSEN¹ gegebenen Tabellen oder mit den nach diesen von A. SCHUMACHER² entworfenen graphischen Tafeln ermitteln die Ozeanographen zumeist für die Dichte zunächst die Größe σ_{sto} ; für die Bestimmung der Dichte in situ muß eine Berücksichtigung der Zusammendrückbarkeit des Wassers nachträglich erfolgen. Die Zusammendrückbarkeit des Seewassers ist nicht allein von dem Drucke, sondern auch von der Temperatur und in geringerem Grade auch vom Salzgehalt abhängig: je wärmer und salziger das Wasser ist, desto weniger läßt es sich komprimieren. Untersuchungen über die Zusammendrückbarkeit des Meerwassers bei den verschiedenen Kombinationen von Druck, Temperatur und Salzgehalt liegen von V. W. EKMAN³ vor. Zur Bestimmung der Dichtewerte in situ ist die Verschmelzung der Tabellen von KNUDSEN mit jenen von EKMAN erforderlich. Die ausführlichsten Tabellen zur Berechnung sowohl der Dichte als auch des spezifischen Volumens in situ haben V. BJERKNES und J. W. SANDSTRÖM⁴ gegeben. Sie reduzieren den ungeheuren Umfang der sonst erforderlichen Tabellen dadurch, daß sie nur die Abweichungen der Dichte bzw. des spezifischen Volumens von jenem Wert bestimmen und angeben, der in einem homogenen Meer von 0° C und 35‰ Salzgehalt vorhanden wäre. Tabuliert sind deshalb nur die Größen $\varepsilon = \rho_{st\beta} - \rho_{35,0,0}$ und $\delta = \alpha_{st\beta} - \alpha_{35,0,0}$, was immerhin noch eine erheblich große Anzahl von Einzeltabellen erfordert, aber doch noch überblickbar ist; die Größen ε und δ werden als *Anomalien der Dichte* und *des spezifischen Volumens* bezeichnet.

Das Verfahren von BJERKNES und SANDSTRÖM läßt sich aber, wie TH. HESSELBERG und H. U. SVERDRUP⁵ gezeigt haben, vereinfachen, wenn man direkt von den nach den KNUDSENSchen Tabellen bestimmten Werten σ_{sto} bzw. α_{sto} ausgeht. Die Korrekturen für die Kompressibilität lassen sich dann in je drei kleinen Tabellen unterbringen.

Die Massenverteilung im Meere kann in geeigneter Weise durch Zeichnung der Flächen gleichen spezifischen Volumens (*isostere Flächen*) oder gleicher Dichte (*isopyknische Flächen*) dargestellt werden. Meistens wird die Darstellung durch isostere Flächen bevorzugt. In einem Vertikal-

¹ Hydrographische Tabellen. Kopenhagen 1901 und Publ. d. Circ. Nr. 11. Kopenhagen 1904.

² Ann. Hydrogr. u. mar. Meteor. 1922, S. 305.

³ EKMAN, V. W.: Die Zusammendrückbarkeit des Meerwassers usw. Publ. d. Circ. Nr. 49. Kopenhagen 1908 und Tables for Sea-water under pressure. Ebenda 1910.

⁴ Dynam. Meteorologie u. Hydrographie. I. Teil, mit Tabellenanhang. Braunschweig 1912.

⁵ HESSELBERG, TH. und SVERDRUP, H. U.: Beitrag zur Berechnung der Druck- und Massenverteilung im Meere. Bergens Museums Aarbok 1914/15, mit entsprechenden Tabellen.

schnitt erscheinen sie als krumme Linien; diese zugleich dargestellt mit den Isobaren nennt man einen *dynamischen Schnitt*; ein Beispiel hierfür steht in Abb. 2, die einen Vertikalschnitt senkrecht durch den Golfstrom von Kap Florida bis Gun Cay enthält¹.

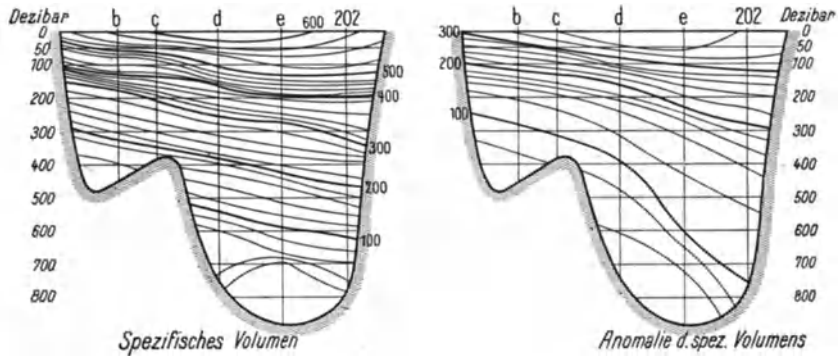


Abb. 2a. Dynamischer Vertikalschnitt durch den Golfstrom auf dem Querschnitt Kap Florida bis Gun Cay. Lage des Querschnitts in Abb. 2b.

Das System der isobaren und isosteren Kurven zerlegen den Querschnitt in eine Schar krummliniger Parallelogramme, das System der

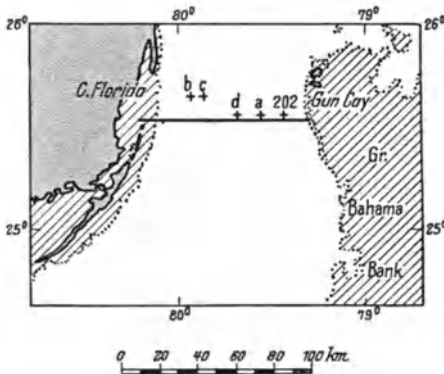


Abb. 2b. Lage des Querschnitts und der Stationen des dyn. Schnittes durch den Golfstrom von Kap Florida bis Gun Cay.

entsprechenden Flächen der Raum in Parallelepiped. V. BJERKNES² hat ihnen den Namen *isobar-isostere Röhren* gegeben; als Einheitsröhren oder *Solenoid* pflegt man sie zu bezeichnen, wenn die Flächen für Differenzen Eins des Druckes und des spezifischen Volumens gezeichnet sind. Die Solenoiden haben dieselben Eigenschaften wie die isobaren und isosteren Flächen; sie müssen entweder in sich selbst zurückkehren oder gegen die Grenzflächen

enden. Jede in sich geschlossene Kurve in einem dynamischen Querschnitt enthält eine Anzahl Solenoiden, deren Zahl eindeutig durch die Einheiten, die für das spezifische Volumen und für den Druck gewählt wurden, bestimmt ist. Ist das Massenfeld durch Linien gleicher

¹ Siehe WÜST, G.: Florida- und Antillenstrom; eine hydrodynamische Untersuchung. Veröff. Inst. Meereskde. N. F. A, H. 12. 1924.

² BJERKNES, V.: Das dynamische Prinzip der Zirkulationsbewegungen in der Atmosphäre. Meteor. Z. 1900, S. 102.

Größe δ im Intervall der Einheit von δ (in CGS 10^{-5}), das Druckfeld durch Isobaren im Intervall eines Dezibars (in CGS 10^{+5} dyn pro Quadratcentimeter) gegeben, so bildet ein Parallelogramm zwischen Isosteren und Isobaren 1 Solenoid des CGS. In der Praxis wird zumeist jede 20. Isostere und jede 20. Isobare dieser Einheiten gezeichnet, so daß dann ein Flächenelement zwischen zwei Isobaren und zwei Isosteren 400 CGS-Solenoiden enthält. Den Solenoiden kann ein bestimmtes Vorzeichen zugesprochen werden, je nachdem bei einem Umlauf um das Solenoid im positiven Drehungssinn (entgegen dem Sinn des Uhrzeigers) auf der Isostere, die den *höheren* Wert des spezifischen Volumens aufweist, der höhere Druck *vor* oder *nach* dem niedrigeren kommt. Im ersteren Fall soll das Solenoid positiv, im letzteren negativ sein.

Die Zahl der Solenoiden, die eine geschlossene Kurve in einem dynamischen Schnitt in sich schließt und bei denen jedes mit dem ihm zukommenden Vorzeichen in Rechnung zu stellen ist, hängt, wie ohne weiteres zu sehen ist, von der Gedrängtheit und Neigung der Flächen gegeneinander ab; da die Isobaren nahezu als horizontale Ebenen auftreten, ist die Zahl in erster Linie durch die Gedrängtheit und Neigung der Isosteren bestimmt.

Es kann leicht gezeigt werden, daß die Anzahl A , der von einer geschlossenen Kurve s umfaßten Solenoiden durch das Integral $-\int adp$ längs der Kurve s gegeben ist. Denn trägt man in ein rechtwinkliges Koordinatensystem mit p als Abszisse und mit a als Ordinate eine geschlossene Kurve s' derart ein, daß in jedem ihrer Punkte der Zusammenhang zwischen entsprechenden Werten p und a jedes Punktes der Kurve s wiedergegeben ist, so wird jedes Flächenelement (Solenoid) des dynamischen Schnittes innerhalb der Kurve s im rechtwinkligen Koordinatensystem (pa) in ein rechtwinkliges Flächenelement innerhalb der Kurve s' abgebildet. Der Anzahl der Flächenelemente innerhalb s , das ist A , entspricht die gleiche Zahl der Flächenelemente innerhalb s' ; ihre Summen ist aber die Fläche innerhalb s , das ist aber das Integral $\int adp$. Das negative Vorzeichen kommt daher, daß, während in der positiven Richtung der Abszissenachse der Druck zunimmt, in der positiven Richtung der Ordinatenachse das spezifische Volumen *abnimmt*. Die von der Kurve s' umschlossene Fläche muß deshalb mathematisch das negative Vorzeichen aufweisen.

4. Praktische Methode der dynamischen Verarbeitung ozeanographischer Beobachtungen.

Zur dynamischen Verwertung ozeanographischer Beobachtungen gehört in erster Linie neben der Ermittlung des spezifischen Volumens bzw. der Dichte die Berechnung der dynamischen Tiefe gegebener Drucke oder die Berechnung des Druckes gegebener dynamischer Tiefen. Zur

praktischen Berechnung der dynamischen Tiefe gegebener Hauptisobarenflächen ist zunächst zu bemerken, daß die Drucke in Dezibar zahlenmäßig identisch mit den geometrischen Tiefen, von denen Beobachtungen vorliegen, sind. Die Integrale der Definitionsgleichungen (I. 5a) und (I. 6a) verwendet man sodann als Summen kleiner Intervalle und setzt z. B. für

$$D = \frac{\epsilon_0 + \epsilon_1}{2} \Delta p_1 + \frac{\epsilon_1 + \epsilon_2}{2} \Delta p_2 + \dots \quad (\text{I. 6a})$$

Die Δp sind durch die vorgegebenen Tiefen der Beobachtungsstufen,

Station b des Vertikalschnittes III (Kap Florida — Gun Cay).

I	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0	23,3	36,15	2415	585	2439,0	50	121 950	—	0,00000	321	0
50	22,5	36,25	2463	537	2506,5	50	125 375	121 950	48,78050	295	15 400
100	20,0	36,25	2550	450	2631,5	100	263 150	247 275	97,52725	231	28 550
200	12,0	35,50	2713	287	2745,5	100	274 550	510 425	194,89575	113	45 726
300	8,5	34,99	2778	222	2809,0	100	288 900	784 975	292,15025	93	56 001
400	7,1	34,95	2840	160				1065 875	389,34125	76	64 426

die a durch die für diese Tiefen ermittelten spezifischen Volumina gegeben. Zur raschen Aufarbeitung eines großen ozeanographischen Materials bedient man sich eines Rechenschemas, das wir an einem praktischen Beispiel erläutern wollen. Wir nehmen hierzu die Beobachtungen auf Station *b* des früher erwähnten und in Abb. 2 dargestellten Vertikalschnittes durch den Golfstrom von Kap Florida bis Gun Cay.

Kolonne 2 und 3 enthalten die Beobachtungen von Temperatur und Salzgehalt in den Tiefenstufen 1. Aus den Tabellen von BJERKNES bzw. aus denen von HESSELBERG-SVERDRUP erhält man unmittelbar den Ausdruck $(1 - \alpha_{stp}) 10^5$, der in Kolonne 4 steht; Kolonne 5 gibt dann das spezifische Volumen in situ und Kolonne 11 die Anomalie δ desselben. Der Mittelwert der Werte $(1 - \alpha_{stp}) 10^5$ für die aufeinanderfolgenden Tiefen bzw. Druckintervalle Δp (Kolonne 7) steht in Kolonne 6. Kolonne 8 enthält das Produkt $(1 - \alpha_{stp}) 10^5 \cdot \Delta p$, während Kolonne 9 die jeweilige Summe dieser Werte bis zu den entsprechenden Drucken der Kolonne 1 zeigt. Nun ist aber $\Sigma (1 - \alpha_{stp}) 10^5 \Delta p$, da $\Sigma \alpha \Delta p = D$ die dynamische Tiefe ist, gleich $(p - D) 10^5$. Daraus kann dann D ohne weiteres berechnet werden (Kolonne 10). Kolonne 12 enthält die Anomalie ϵ der dynamischen Tiefe der gegebenen Drucke, das ist die Abweichung

der tatsächlichen dynamischen Tiefen gegenüber jenen in einem homogenen Meer von 0° C und 35‰ Salzgehalt.

In ganz analoger Weise kann die Berechnung des Druckes für gegebene dynamische Tiefen durchgeführt werden. Grundlage hierfür ist die Formel (1,5a); es empfiehlt sich hier von den Dichtewerten auszugehen.

II. Kräfte und hydrodynamische Gleichungen.

1. Kräfte, die Bewegungen auslösen und erhalten bzw. zu beeinflussen vermögen.

Die Kräfte, die Bewegungen des Meerwassers auslösen und erhalten, sind verschiedene und können zweckmäßig in zwei allgemeine Gruppen eingeteilt werden: *innere* und *äußere Kräfte*.

1. Die *inneren Kräfte* haben ihren Ursprung in der Massenverteilung innerhalb des Meeres und stehen so in naher Beziehung zu dem physikalischen Aufbau desselben. Änderungen in diesem Aufbau treten durch Änderungen der Temperatur- oder Salzgehaltverteilung ein. Der durch solche Änderungen gestörte Aufbau strebt, falls er früher im Gleichgewicht war, nun einer neuen Gleichgewichtslage zu und löst dadurch Bewegungen aus. Das System der inneren Kräfte im Meere kann auf mannigfache Art gestört werden. In erster Linie ist es die eine Grenzfläche des Meeres, die Meeresoberfläche, an der diese Störungen vor sich gehen. Durch Absorption und Abgabe von Wärme (Sonnenstrahlung, Ausstrahlung, Gegenstrahlung der Atmosphäre, Wärmeleitung von dieser aus usw.) wird die Temperaturverteilung der obersten Wasserschichten geändert. Durch Verdunstung an der Meeresoberfläche wird der Salzgehalt an dieser gesteigert; durch Zufuhr von Frischwasser (Regen- und Schneefall, Flußwasser und Eisschmelze) wird er vermindert. Am Boden des Meeres sind derartige Störungen nicht in diesem Umfange zu erwarten; eine Wärmezufuhr erfolgt von seiten des festen Erdbodens durch die Erdwärme, aber ihr Einfluß dürfte im allgemeinen gering sein (siehe S. 31). Gegenüber diesen mehr an den Grenzflächen vor sich gehenden Änderungen des physikalischen Zustandes können Verschiebungen desselben im Inneren des Meeres namentlich durch die Wirkung der Turbulenz der bewegten Wassermassen erfolgen; dieser Faktor ist bisher wenig beachtet worden.

Die Klasse der inneren Kräfte ändert in erster Linie den Aufbau des Meeres und führt zu Änderungen in der Dichteverteilung innerhalb desselben. Die Kraft, die vom Aufbau des Meeres allein abhängt, ist die *Gradientkraft*. Nach den Grundlagen der Hydrodynamik ist *die Kraft pro Volumeinheit*, die durch den Druck der Flüssigkeit erzeugt wird, durch den *Druckgradienten* G gegeben; er ist definiert als die *Abnahme des Druckes p längs der Normale n einer isobaren Fläche*:

$$G = - \frac{dp}{dn} . \quad (2. 1)$$

Die Richtung der Normalen ist positiv in der Richtung wachsender Werte von p . Um die Druckkraft pro *Masseneinheit* zu haben, muß der Druckgradient mit dem spezifischen Volumen α multipliziert werden.

$$\alpha G = -\alpha \frac{dp}{dn}. \quad (2. 2)$$

Die isobaren Flächen geben durch die Richtung ihrer Normalen, die isobaren Einheitsschichten durch ihre Dicke ein vollständiges Bild des Feldes des Druckgradienten.

In Analogie zum Druckgradienten kann eine Vektorgröße B durch die Gleichung

$$B = \frac{d\alpha}{dn} \quad (2. 3)$$

definiert werden; n ist auch hier in der Richtung zunehmenden spezifischen Volumens zu nehmen und steht senkrecht auf die *isosteren* Flächen. Der Vektor B wurde von V. BJERKNES¹ als Beweglichkeitsvektor bezeichnet.

2. *Äußere Kräfte*, die stromerzeugend bzw. -erhaltend wirken, sind in erster Linie die Luftströmungen, die fluterzeugenden Kräfte von Sonne und Mond (Gezeitenkräfte) und die Änderungen des Luftdrucks. Die Luftströmungen vermögen in zweifacher Weise zu Strömungen des Meeres Veranlassung zu geben: Zunächst direkt durch den tangentialen Druck der Luftströmung auf die Meeresoberfläche, wodurch infolge Reibung ein reiner Triftstrom hervorgerufen wird, dann aber in Verbindung mit den Grenzflächen der Ozeane (Küsten) durch Hervorrufung von Gradientenströmen. Diese sind Folge der Wasserstauungen an den Küsten und bei weitem der wichtigste Ausfluß der äußeren Kräfte, da ihnen die Erhaltung der mehr oder minder beständigen Zirkulation namentlich in den oberen Schichten der Ozeane zufällt.

Die Gruppe der äußeren Kräfte ist nicht imstande auf direktem Wege Änderungen im physikalischen Charakter des Wassers hervorzurufen, aber sie zwingen die Wassermassen einer bestimmten Stromrichtung zu folgen und bedingen dadurch in unhomogenem Wasser, direkt oder im Gefolge von Grenzbedingungen, eine Deformation im inneren Aufbau der Meere. Nur dadurch können auch sie den Aufbau des Meeres stören und wieder Veranlassung zu inneren Strömen geben. Als Beispiel hierfür sei der Fall einer Luftströmung gegen Land erwähnt, bei der leichteres Oberflächenwasser gegen eine Küste getrieben wird und dadurch eine Schiefstellung der vielleicht früher horizontalen Isosteren bedingt wird.

Neben diesen direkten Kräften sind noch solche *sekundärer* Natur zu erwähnen, denen an sich keine stromauslösende Wirkung zukommt, die aber für die Ausbildung der schließlichen Wasserversetzungen eine ausschlaggebende Bedeutung besitzen. Es sind dies:

1. Die Scheinkraft, die durch die Erdrotation bedingt ist: *die ab-*

¹ Meteor. Z. 1900, S. 102.

lenkende Kraft der Erdrotation, die sofort in Wirkung tritt, wenn Bewegung auftritt, und

2. Die *Reibung*, die sowohl als Grenzflächenreibung als auch als Turbulenzreibung sich bemerkbar macht und die gegenüber der ablenkenden Kraft der Erdrotation, die mehr die Bewegungsrichtung beeinflusst, die Geschwindigkeit der Strömung verringert. Ihre Wirkungsweise wird später (S. 64 u.) eingehend besprochen werden.

Der Einfluß der Erdrotation, der ein Ausfluß der Kraft von Coriolis ist, ist gleichwertig einer Kraft, die zur Geschwindigkeit der bewegten Masse *senkrecht* steht. Und zwar ist ihre Wirkungsrichtung auf der nördlichen Halbkugel nach rechts, auf der südlichen nach links, also in beiden Fällen in eine Richtung, welche der Azimutbewegung der Sonne entspricht. Um die Ausdrücke rechts und links zu vermeiden und eine einheitliche Ausdrucksweise zu ermöglichen hat V. W. EKMAN¹ als Drehungsrichtungen in der Horizontalen die Bezeichnungen *cum sole* und *contra solem*, d. h. *mit* und *gegen* die azimutale Bewegungsrichtung der Sonne eingeführt. Wir schließen uns hier dieser Ausdrucksweise an.

Bezeichnet man mit v die Geschwindigkeit der bewegten Masse in bezug auf die Erde, mit ω die Winkelgeschwindigkeit der Erdrotation ($= 7,29 \cdot 10^{-5} \text{ sec}^{-1}$), mit φ die geographische Breite (positiv auf beiden Hemisphären), so ist die *horizontale* Komponente dieser ablenkenden Kraft $2\omega v \sin \varphi$ und ist senkrecht *cum sole* von der Geschwindigkeitsrichtung gerichtet².

Unter dem Einfluß der ablenkenden Kraft der Erdrotation beschreibt ein Körper auf der Erdkugel bei Fehlen jeglicher anderer Kräfte eine annähernd kreisförmige Bahn (Trägheitskreis). Die Zeit eines vollen Umlaufes ist gleich der *halben* Umlaufzeit eines FOUCAULTSchen Pendels und wird ein halber *Pendeltag* oder 12 Pendelstunden genannt. Der Durchmesser des Kreises, das ist die größtmögliche Versetzung, die der Körper dadurch erleiden kann, ist $2r = \frac{2v}{2\omega \sin \varphi}$. Eine gleichförmige, geradlinige Bewegung ist auf der rotierenden Erde bei Vorhandensein einer konstanten Kraft K_0 nur möglich, wenn diese der ablenkenden Kraft der Erdrotation das Gleichgewicht hält. Sie muß deshalb ebenfalls

¹ EKMAN, V. W.: Über die Horizontalzirkulation bei winderzeugten Meeresströmungen. Arch. Math. Astr. o. Fys. Bd. 17, Nr. 26. Stockholm 1923.

² Es gibt auch eine Vertikalkomponente der ablenkenden Kraft der Erdrotation. Positiv gegen den Erdmittelpunkt gerechnet ist sie $2\omega W \cos \varphi$, wenn W die Westkomponente der Geschwindigkeit bedeutet. Gegenüber der Schwere g ist sie sehr klein und ist gleichwertig einer Vermehrung bzw. einer Verminderung derselben, indem nun die Beschleunigung gegen den Erdmittelpunkt $g + 2\omega W \cos \varphi$ wird (siehe SPRUNG: Lehrbuch der Meteorologie. S. 28. Hamburg 1885). Sie kann in ihrer Wirkung auch gleich einer Dichteänderung im Verhältnis $(g + 2\omega W \cos \varphi) : g$ gesetzt werden. Am Äquator und bei $v = 30 \text{ cm sec}^{-1}$ erreichen diese Dichteänderungen kaum 5 Einheiten der 6. Dezimale; sie sind deshalb wohl zu vernachlässigen.

zur Geschwindigkeit des Körpers senkrecht stehen und pro Masseneinheit die Größe $2\omega v_0 \sin \varphi$ haben. Bei einer willkürlichen Anfangsgeschwindigkeit v wird unter diesen Verhältnissen der Körper eine zyklonale Bewegung ausführen, die sich aus einer geradlinigen, durch die Kraft K_0 bedingten gleichförmigen Bewegung v_0 und einer Kreisbewegung mit einer Umlaufdauer von 12 Pendelstunden und der Geschwindigkeit $v - v_0$ zusammensetzt. Die letztere Bewegung entspricht dem Trägheitskreis, aber die durch diese bedingte Stromversetzungen sind klein und können meistens vernachlässigt werden (siehe S. 63)¹. Diese Beziehungen gelten nicht in der Umgebung des Äquators, wo die ablenkende Kraft der Erdrotation sehr klein ist.

2. Die hydrodynamischen Gleichungen.

Die Grundgleichungen für die theoretische Erfassung der verschiedenartigen Zustände, in denen sich die Flüssigkeitsmassen eines Meeres befinden können, sind die Hauptgleichungen der Hydrodynamik in ihrer allgemeinsten Form. Die Bewegungsgleichungen beziehen sich hier nicht wie in der Mechanik auf ein einzelnes Massenteilchen der Flüssigkeit, sondern auf verschiedene Massenteilchen, die nacheinander durch einen bestimmten Punkt im Raume hindurchgehen. Sie beschreiben die Bewegung an einem festen Punkt durch Angabe des Geschwindigkeitsvektors an diesem in Abhängigkeit von den inneren und äußeren Kräften. Zu den Bewegungsgleichungen kommt noch die Kontinuitätsgleichung hinzu. Sie beruht auf der Bedingung der Kontinuität der Materie bei flüssigen Körpern und besagt nicht mehr, als daß aus einem im Inneren der Flüssigkeit beliebig abgegrenztem Raum zu jeder Zeit ebensoviel ausströmt als durch andere Teile der Grenzfläche einströmt; eventuelle Überschüsse in der einen oder anderen Richtung müssen sich durch Änderung der Dichte im abgegrenzten Raum äußern. Bei inkompressiblen reinen Flüssigkeiten können solche Änderungen nicht vorkommen.

In einem im Raume ruhenden, rechtwinkligen Koordinatensystem, dessen xy -Ebene horizontal, die positive y -Achse in der positiven Drehrichtung (contra solem) von der positiven x -Achse und z positiv gegen den Erdmittelpunkt liegen, haben die hydrodynamischen Grundgleichungen die Form:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} &= X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \Delta^2 u \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} &= Y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\mu}{\rho} \Delta^2 v \\ \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} &= Z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\mu}{\rho} \Delta^2 w \end{aligned} \right\} \quad (2.4)$$

¹ Floridastraße, $\varphi = 26^\circ$, $v - v_0 = 2,5 \text{ m sec}^{-1}$ ergibt $2r = 78 \text{ km}$. Für $\varphi = 2^\circ$ und $v - v_0 = 0,3 \text{ m sec}^{-1}$ wird $2r = 118 \text{ km}$. Siehe EKMAN, V. W.: Meeresströmungen. Handb. d. phys. u. techn. Mechanik von Auerbach und Hort. Bd. 5/1, S. 180. (1927).

Hierzu kommt die Kontinuitätsgleichung:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} = 0. \quad (2.5)$$

In diesen Gleichungen bedeuten X , Y , Z die Komponenten der äußeren Kräfte pro Masseneinheit, t die Zeit, μ der als konstant angenommene Reibungskoeffizient und das Symbol

$$\Delta^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

Die Gleichungen gelten allgemein für das Innere einer Flüssigkeit mit der wesentlichen Beschränkung, daß die Bewegungen derselben *stetig* vor sich gehen. Diese Beschränkung beinhaltet die Bedingung, daß die Flüssigkeitsteilchen, die in einem Zeitmomente auf einer *kontinuierlichen* Fläche lagen, in jedem Zeitpunkt auf einer solchen Fläche liegen; insbesondere werden Teilchen, welche der Oberfläche der Flüssigkeit angehörten, stets Bestandteile dieser Oberfläche bleiben. Infolge der freien Verschiebbarkeit der Flüssigkeitsteilchen sind aber auch diskontinuierliche Bewegungen möglich; für diese verlieren die Gleichungen (2. 4) ihre Gültigkeit.

Für die Verhältnisse an der Oberfläche müssen in jedem besonderen Fall bestimmte Oberflächenbedingungen aufgestellt werden. Ebenso sind auch Flächen, in denen Stetigkeitsunterbrechungen stattfinden, als *Grenzflächen* zu behandeln. In solchen Fällen zerfällt auf diese Weise die Flüssigkeit in mehrere, besonders zu behandelnde Teile, an deren Grenzflächen besondere Bedingungen zu erfüllen sind.

Wird die Flüssigkeit als inkompressibel angesehen — für viele Erscheinungen in der Ozeanographie kann man sich mit dieser Vereinfachung begnügen —, so ist in (2. 4) und (2. 5) die Dichte ρ konstant zu setzen und die Kontinuitätsgleichung nimmt die Form:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2.6)$$

an.

Die relative Flachheit der Meere berechtigt in den meisten Fällen in den Gleichungen (2. 4) weitere vereinfachende Annahmen einzuführen. Deren wichtigste ist, daß die *vertikale* Komponente der Geschwindigkeit, sowie der Beschleunigung gegenüber den horizontalen Komponenten vernachlässigt werden können. Dann kann im allgemeinen die Reibung, die zwischen *nebeneinander* gleitenden Wassermassen auftritt, vernachlässigt und nur jene zwischen *übereinander* liegenden bewegten Wasserschichten berücksichtigt werden. Die Glieder, die w enthalten, fallen dann in den Gleichungen (2. 4) weg und es bleibt als dritte der Bewegungsgleichungen, wenn man als äußere Kraft nur die beständig wirkende Schwere in Rechnung stellt:

$$g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = 0. \quad (2.7)$$

Der Druck in der Tiefe ist dann *statisch*, aus dem Gewicht der darüberliegenden Wasserschichten gegeben. Gleichung (2. 7) bildet die Grundlage der Statik des Meeres.

Da die Bewegungen der Wassermassen im Meere auf der *rotierenden* Erde vor sich gehen, treten in den X , Y und Z der Gleichungen (2. 4) neben der Schwere und eventuellen anderen äußeren Kräften noch die entsprechenden Glieder der *ablenkenden Kraft der Erdrotation* hinzu. Berücksichtigen wir bloß die horizontale Komponente derselben (siehe S. 17), dann ist für

$$X = 2\bar{\omega}v \quad \text{und für} \quad Y = -2\bar{\omega}u \quad (2. 8)$$

zu setzen. $\bar{\omega}$ ist die Winkelgeschwindigkeit der Rotation der Wassermasse. Für eine Wasserschichte in einer geographischen Breite φ ist $\bar{\omega} = \omega \sin \varphi$; die Kontinuitätsgleichung ändert sich durch die Rotation, falls die Ausdehnung der Wasserschichte klein ist, nicht.

Will man die Bewegungsgleichungen ganz allgemein für einen Ozean, der die ganze oder einen ausgedehnten Teil der rotierenden Erde einnimmt, ableiten, dann empfiehlt es sich, Polarkoordinaten zu verwenden; nimmt man die freie Oberfläche im Zustand des Gleichgewichtes (S. 3) als Bezugsfläche (mit genügender Genauigkeit eine Kugelfläche mit dem Erdradius a) und bezeichnet mit Θ die Poldistanz ($\Theta = 90^\circ - \varphi$), wo φ die geographische Breite ist, mit λ die geographische Länge eines Punktes auf ihr und mit z die Höhe *über* dieser Fläche, mit u , v , w die *relativen* Geschwindigkeitskomponenten längs der drei Achsen, so ist zunächst:

$$u = (a + z) \frac{d\varphi}{dt}, \quad v = a \sin \Theta \frac{d\lambda}{dt} \quad \text{und} \quad w = \frac{dz}{dt} \quad (2. 9)$$

und ganz allgemein

$$\left. \begin{aligned} \frac{du}{dt} - 2\omega v \cos \Theta &= -\frac{1}{a+z} \frac{\partial}{\partial \Theta} \left(\frac{p}{\rho} + \Omega \right) \\ \frac{dv}{dt} + 2\omega u \cos \Theta &= -\frac{1}{a \sin \Theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} \left(\frac{p}{\rho} + \Omega \right) \\ \frac{dw}{dt} + 2\omega v \sin \Theta &= -\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{p}{\rho} + \Omega \right) \end{aligned} \right\} \quad (2. 10)$$

Hierin ist Ω das Potential der äußeren Kräfte. Da die Tiefe des Meeres klein gegen die Dimensionen der Erde ist, kann in der ersten Gleichung $a + z$ durch a ersetzt werden.

Für die Kontinuität der Massen ist es an sich gleichgültig, ob die Erde sich dreht oder nicht; die Winkelgeschwindigkeit der Erde wird deshalb in der Kontinuitätsgleichung nicht auftreten. Anders verhält es sich aber durch die Wahl des Koordinatensystems auf der Kugel. Durch die Änderung des Querschnittes, den Strömungen einerseits bei meridionalen Bewegungen durch die Konvergenz der Meridiane, andererseits bei vertikalen Verschiebungen durch die Divergenz der Erdradien erleiden, treten in der Kontinuitätsgleichung zwei Glieder mehr auf als

früher und machen sie dadurch sehr kompliziert. Ihr kann die Form

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} + \frac{1}{a \sin \vartheta} \left[\frac{\partial \varrho u \sin \vartheta}{\partial \vartheta} + \frac{\partial \varrho v}{\partial \lambda} \right] + \frac{\partial \varrho w}{\partial z} + \frac{2 \varrho w}{a} = 0 \quad (2. 11)$$

gegeben werden.

Im Gliede $-\frac{u}{a} \cotg \vartheta$, der sich durch Differentiation des ersten Gliedes des Klammersausdruckes ergibt, ist der Einfluß der Konvergenz der Meridiane, durch $\frac{2 \varrho w}{a}$ jener der Divergenz der Erdradien gegeben. Da die vertikalen Bewegungen zurücktreten und die Meere sehr flach sind, kommt diesem Gliede keine besondere Bedeutung zu. Bei Meeresbewegungen in Becken mäßig großer Ausdehnung kann auch vom ersteren Gliede abgesehen werden, nicht aber, wenn es sich um ausgedehnte ozeanische Bewegungen handelt (siehe S. 61).

III. Statik des Meeres.

1. Bedingungen des statischen Gleichgewichtes.

Wenn eine Flüssigkeit im Zustand der Ruhe verharrt, sind die einzigen Kräfte, die auf sie einwirken, die Schwerkraft und die Druckkraft. Die Bedingungen des inneren Gleichgewichtes sind sodann erfüllt, wenn diese wirkenden Kräfte keine Resultierende in horizontaler Richtung aufweisen, wenn demnach beide in bezug auf die Masseneinheit einander gleich- oder entgegengesetzt gerichtet sind. Mathematisch ausgedrückt heißt dies, daß

$$g = \alpha G \quad (3. 1)$$

sein muß; diese Gleichung ist mit der Gleichung (2. 7) identisch, die besagt, daß der Druck in der Tiefe durch das Gewicht der darüberliegenden Wassermassen gegeben ist. Sie kann direkt in einfacher Weise aus dieser Bedingung abgeleitet werden. In einer vertikalen Wassersäule (Abb. 3) herrsche infolge des Gewichtes der darüber lastenden Wassermassen in der Tiefe z der Druck p_1 .

Geht man um die sehr kleine Strecke dz tiefer, so wird ein Druck p_2 herrschen, der sich von p_1 nur um das Gewicht der kleinen Wassersäule dz unterscheidet. Ist ϱ die Dichte des Wassers, dann ist $p_2 = p_1 + g \varrho dz$. Andererseits ist aber $p_2 = p_1 + \frac{\partial p}{\partial z} dz$, woraus sich durch Eliminierung von p_2 und p_1 die Gleichung (2. 7) ergibt.

Dieser Grundgleichung kann auch, wenn man mit $d\Phi$ und dp den Zuwachs des Potentials und des Druckes längs eines Linienelementes ds bezeichnet, die Form

$$d\Phi = -\alpha dp \quad (3. 2)$$

gegeben werden.

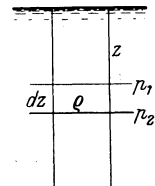


Abb. 3.

Diese Gleichung läßt in einfacher Weise den Zusammenhang von Druckfeld, Schwerepotential und Massenverteilung im Falle des statischen Gleichgewichtes erkennen. Da die Gradienten des Potentials und des Druckes einander entgegengesetzt gerichtet sind, erstere aber senkrecht auf den Niveaulächen, letztere auf den isobaren Flächen stehen, müssen im Zustande des Gleichgewichtes beide Flächenscharen zusammenfallen. So muß auch jede unendlich dünne Potentialschichte $d\Phi$ mit einer unendlich dünnen isobaren Schichte dp zusammenfallen und das Verhältnis ihrer Dicke ist nach Gleichung (3. 2) konstant und mit negativen Vorzeichen versehen gleich dem mittleren spezifischen Volumen in dieser Schichte. Daraus folgt, daß auch das spezifische Volumen in dieser Schichte überall gleich sein muß, d. h. auch die isosteren Flächen müssen im Falle des statischen Gleichgewichtes dieselbe Lage wie die isobaren und die Niveaulächen haben. Gleichung (3. 2) besagt, daß das Potential sich in der Richtung der Flächennormale a mal so rasch ändert, wie der Druck, und zwar, daß bei wachsendem Potential der Druck abnimmt. Stellt man die Felder durch Einheitsschichten dar, so müssen auf jede isobare Einheitsschicht a äquipotentielle Schichten entfallen.

Als notwendige und hinreichende Bedingungen für das statische Gleichgewicht ergeben sich daraus die Sätze:

1. Die isobaren, isosteren und die Äquipotentialflächen müssen zusammenfallen.

2. Die Zahl, die das mittlere spezifische Volumen einer isobaren Einheitsschicht angibt, gibt zugleich auch die Anzahl der äquipotentiellen Einheitsschichten an, die in der isobaren Einheitsschicht enthalten sind.

V. BJERKNES hat ein Massenfeld, in dem die isosteren und isobaren Flächen stets zusammenfallen als „*barotrop*“, ein solches, bei dem die ersteren gegen die letzteren geneigt sind, sich also gegenseitig schneiden, als „*baroklin*“ bezeichnet. Homogene Wassermassen sind stets barotrop; unhomogene aber nur im Falle des statischen Gleichgewichtes, so daß man sagen kann, Barotropie ist eine notwendige Bedingung für das Bestehen des inneren Gleichgewichtes im Meere.

2. Das angenäherte statische Gleichgewicht im Meer.

Die Grundlage aller ozeanographischen Berechnungen.

Die Grundgleichung der Statik (2.7) gilt anscheinend nur bei Fehlen jeglicher Bewegung in vertikaler und horizontaler Richtung. Sie gestattet in diesem Falle den Druck aus der dynamischen Tiefe zu berechnen. Da aber die Bewegungen im Meere — von wenigen Ausnahmen abgesehen — im allgemeinen außerordentlich langsam und in der Hauptsache in horizontalen Bahnen vor sich gehen, verlaufen sie in großer Nähe des statischen Gleichgewichteszustandes. Die Abweichungen davon sind, wenn kleine Teile des Meeres betrachtet werden, so gering, daß sie kaum festgestellt werden können. Vergrößert man aber die betrachtete

Meeresfläche (den Abstand der Stationen), so ändern sich die Verhältnisse und wir müssen z. B. in merklich größere dynamische Tiefen hinabgehen, um denselben Druck zu finden. Wir können dies auch so ausdrücken: für kleine Teilgebiete kann man die Flächen gleichen Druckes, des Schwerpotentials und des spezifischen Volumens als zusammenfallend ansehen, für große Gebiete tritt aber eine deutliche Trennung und gegenseitige Neigung ein. Die Gleichgewichtsbedingungen sind auf diese Weise bei jeder vertikalen oder nahezu vertikalen Linie erfüllt; bewegt man sich in horizontaler Richtung, dann ändert sich aber schrittweise von vertikaler zu vertikaler Linie dieses scheinbare Gleichgewicht.

Diese Sätze sind die Grundlage aller *praktischen* Arbeiten der Ozeanographie. Sie gestatten uns, *ohne Kenntnis der Bewegungen* nach hydrostatischen Methoden das Druckfeld und das Massenfild in jeder Vertikalen, also im ganzen Meere, zu bestimmen und aus diesen Verteilungen sodann die Bewegungen der Wassermassen abzuleiten.

3. Verschiedene Arten des Gleichgewichtes. Gestörtes Gleichgewicht und Rückkehr zu demselben.

Soll eine bestimmte Wassermasse in vertikaler Richtung in Ruhe verharren, muß sie, wenn sie in andere Wassermassen eingebettet ist, darin schweben; die Bedingung dafür ist, daß ihr Gewicht gleich dem Gewichte des verdrängten Wassers ist (Archimedisches Prinzip). Ist die betrachtete Wassermenge leichter als die umgebenden Wassermassen, so erleidet sie einen Auftrieb, der sie zum Aufsteigen zwingt, ist sie schwerer als die Umgebung, dann sinkt sie. Dies folgt ohne weiteres aus den hydrodynamischen Bewegungsgleichungen, wenn wir fragen, welcher vertikalen Beschleunigung $\frac{dw}{dt}$ die hervorgehobene Wassermasse unterliegt, wenn sie im Anfangszustand in Ruhe war. Die betrachtete Wassermenge habe das spezifische Volumen α und stehe unter einem Druck p . Dann gibt Gleichung (2. 4), wenn wir die Reibung vernachlässigen,

$$\frac{dw}{dt} = g - \alpha \frac{dp}{dz}.$$

Die umgebenden Wassermassen, in denen sie eingebettet ist, seien im statischen Gleichgewichtszustand; im gleichen Niveau sei bei demselben Druck p das spezifische Volumen α' . Für diese Umgebung gilt die statische Grundgleichung $g = \alpha' \frac{dp}{dz}$. Aus diesen zwei Gleichungen folgt

$$\frac{dw}{dt} = g \frac{\alpha' - \alpha}{\alpha'}.$$
(3. 3)

Die Beschleunigung in vertikaler Richtung (Abtrieb bzw. Auftrieb) ist somit proportional dem Unterschied der spezifischen Volumina zwischen umgebendem Meer und betrachtetes Wasserteilchen. Relativ

leichte Wassermassen $a > a'$ unterliegen einem Auftrieb ($\frac{dw}{dt} < 0$), relativ schwere $a < a'$ hingegen einem Abtrieb ($\frac{dw}{dt} > 0$). Die Größe dieser Kräfte ist durch obigen Ausdruck gegeben. Ihre Größenordnung ist bei Wassermassen von 1‰ Unterschied im Salzgehalt und gleicher Temperatur oder 10° Temperaturunterschied und gleichem Salzgehalt rund 1 cm sec^{-2} .

Die hervorgehobene Wassermenge bleibt in Ruhe, wenn kein Unterschied im spezifischen Volumen mit der Umgebung besteht. Bei vertikalen Verschiebungen aus der Gleichgewichtslage können Änderungen des spezifischen Volumens der verschobenen Wassermenge eintreten derart, daß die Wasserprobe entweder wieder in der neuen Lage das spezifische Volumen der Umgebung oder ein größeres oder ein kleineres spezifische

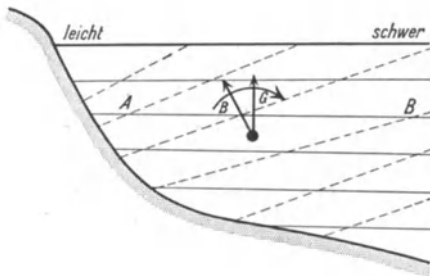


Abb. 4. Vertikalschnitt durch eine Wassermasse in der Nähe einer Küste. Gestörtes Gleichgewicht.

Volumen aufweist. Im ersten Falle bleibt die Wasserprobe auch in ihrer neuen Lage in Ruhe (*indifferentes* Gleichgewicht), im zweiten erlangt sie bei der Verschiebung eine derartig gerichtete vertikale Beschleunigung, daß sie entweder in die Anfangslage zurückkehrt (*stabiles* Gleichgewicht) oder sich nun immer mehr von dieser entfernt (*labiles* Gleichgewicht).

Die Bedingungen für das Auftreten des einen oder des anderen Gleichgewichtszustandes werden im folgenden Abschnitt näher erläutert werden.

Die Lage der isosteren Linien (Flächen) in einem dynamischen Vertikalschnitt geben sofort Aufschluß über die Richtung der durch die Dichteunterschiede sich einstellenden Beschleunigungen. In Abb. 4, die einen Schnitt durch eine Wassermasse in der Nähe einer Küste gibt, ist die Massenverteilung durch die geneigten Isosteren gegeben; die Isobaren sind horizontal und das Gleichgewicht gestört. In ein- und demselben Niveau ist bei A das Wasser spezifisch leichter als in B. Nach dem früheren wird in A das Wasser trachten emporzusteigen; in B hingegen, wo es schwerer ist als an jeder Stelle im gleichen Niveau in der Nähe der Küste, unterliegt es einer Beschleunigung nach abwärts. Die inneren Kräfte des gestörten Gleichgewichts streben somit danach, die Massenverteilung jener des statischen Gleichgewichtes näher zu bringen. Die Isosteren müssen zu diesem Zwecke in die *horizontale* Lage gebracht werden und die Kräfte, die dies anstreben, sind um so größer, je stärker die Isosteren gegen die Niveaulächen geneigt sind. Nach den Gleich-

gewichtsbedingungen müssen die isotheren Schichten auch überall gleich *dick* sein. Dies verlangt, daß die Wasserteilchen innerhalb der einzelnen isotheren Schichten sich von den mächtigeren Partien gegen die weniger dicken verschieben. Wenn die Schichten überall gleiche Dicke und die Isotheren horizontal, d. h. mit den Äquipotentialflächen und mit den isobaren Flächen zusammenfallen, dann ist wieder der innere Gleichgewichtszustand erreicht. Die sich ausbildende Zirkulation ist am stärksten zu Anfang und erlahmt allmählich, bis sie schließlich aufhört. Die Richtung der Wasserversetzung, die durch die inneren Kräfte bedingt ist, zeigt bei einem zweifach geschichteten Wasser die Abb. 5.

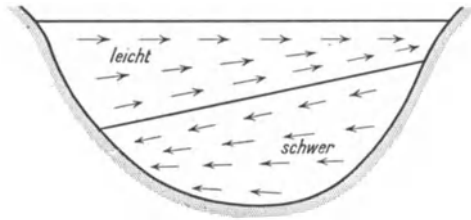


Abb. 5. Richtung der Wasserbewegung beim Ausgleich einer Gleichgewichtsstörung in zweifach geschichtetem Wasser.

Zeichnen wir uns im Druck- und Massenfeld die Richtung des Druckgradienten G und die des Beweglichkeitsvektor B (siehe S. 16) ein, so erfolgt die sich einstellende Zirkulation stets auf dem *kürzesten* Wege von B zu G . Mit der Größe der Kräfte und mit der Stärke der Zirkulation werden wir uns später eingehender beschäftigen.

4. Adiabatische Temperaturänderungen bei vertikalen Verschiebungen; vertikales Gleichgewicht im Meer; Stabilität.

Wird eine Menge Meerwassers im Meer in vertikaler Richtung verschoben, so ändert sich der Druck, unter dem die Wassermasse steht. Beim Aufsteigen wird der Druck geringer, das Wasser expandiert und leistet hierbei Arbeit gegen den äußeren Druck. Es kühlt sich dadurch ab, falls es nicht Gelegenheit hat von den umgebenden Wassermassen Wärme aufzunehmen. Beim Sinken in tiefere Lagen erwärmt es sich durch Kompression. Sieht man von äußeren Wärmequellen ab, so erfolgen diese Temperaturänderungen *adiabatisch*. Die Temperaturänderung, die unter diesen Verhältnissen bei einer vertikalen Verschiebung um 1000 m eintritt, wird *adiabatischer Temperaturgradient* δt genannt. V. W. EKMAN¹ hat zuerst die adiabatischen Temperaturänderungen des Meerwassers näher studiert und später nach neuen Konstantenbestimmungen eine Neuberechnung der adiabatischen Temperaturgradienten vorgenommen². Nach der Formel von Lord KELVIN ist die

¹ EKMAN, V. W.: Publ. d. Circ. Nr. 23. Kopenhagen 1905. Siehe auch HELLAND-HANSEN: The ocean waters. Internat. Rev. d. Hydrobiol. Suppl., Ser. I, H. 2, S. 5.

² EKMAN, V. W.: Der adiabatische Temperaturgradient im Meer. Ann. Hydr. u. mar. Meteor. 1914, S. 340.

Temperaturdifferenz pro Zentimeter vertikaler Verschiebung durch die

$$\text{Beziehung} \quad 10^{-5} \delta t = \frac{T e}{A c_p} g$$

gegeben; hierin bedeuten T die absolute Temperatur des Wassers ($273 + t^\circ \text{C}$), e sein thermischer Ausdehnungskoeffizient, c_p die spezifische Wärme bei konstantem Druck (bei 0°C und Atmosphärendruck und $\sigma = 28$ ist $c_p = 0,941$), A das mechanische Wärmeäquivalent (bei 15°C $41,9 \cdot 10^6$) und g die Schwerebeschleunigung ($980,6 \text{ cm sec}^{-2}$). Die Änderungen von e und c_p mit Druck und Temperatur müssen in Rechnung gezogen werden.

EKMANN hat nach dieser Beziehung den adiabatischen Temperaturgradienten für verschiedene Dichten und Temperaturen des Meerwassers und für Tiefen von 0—10 000 m berechnet und tabuliert; ein Auszug davon für $\sigma = 28$ (Salzgehalt $34,85\text{‰}$) steht in folgender Tabelle.

Adiabatischer Temperaturgradient im Meer
für 1000 m bei $\sigma = 28$.

Tiefe in m	-2°	0°	2°	4°	6°	8°	10°	15°	20°
0	0,016 ⁰	0,035 ⁰	0,053 ⁰	0,078 ⁰	0,087 ⁰	0,103 ⁰	0,118 ⁰	0,155 ⁰	0,190 ⁰
1 000	0,036	0,054	0,071	0,087	0,103	0,118	0,132	0,166	0,199
2 000	0,056	0,073	0,089	0,104	0,118	0,132	0,146	0,177	0,207
3 000	0,075	0,091	0,106	0,120	0,133	0,146	0,159	0,188	—
4 000	0,093	0,108	0,122	0,135	0,147	0,159	0,170	0,197	—
5 000	0,110	0,124	0,137	0,149	—	—	—	—	—
6 000	0,120	0,140	0,152	0,163	—	—	—	—	—
7 000	—	0,155	0,165	0,175	—	—	—	—	—
8 000	—	0,169	0,178	0,187	—	—	—	—	—
9 000	—	0,182	0,191	0,198	—	—	—	—	—
10 000	—	0,194	0,202	0,209	—	—	—	—	—

Ein Beispiel möge diese Tabelle erläutern: Philippinen-Graben, 9788 m, $\sigma = 28$, $t = 2,60^\circ \text{C}$. Welche Temperatur nimmt das Wasser an, wenn es nach der Meeresoberfläche adiabatisch heraufgeholt wird?

Abkühlung	mittl. Tiefe	Temperaturabnahme	Temperatur in
bis 8000 m	8900 m	$1,788 \times 0,191^0 = 0,341^0$	8000 m = $2,26^0$
von 8000—6000 m	7000 „	$2 \times 0,165^0 = 0,330^0$	6000 „ = $1,93^0$
„ 6000—4000 „	5000 „	$2 \times 0,136^0 = 0,272^0$	4000 „ = $1,66^0$
„ 4000—2000 „	3000 „	$2 \times 0,103^0 = 0,206^0$	2000 „ = $1,45^0$
„ 2000— 0 „	1000 „	$2 \times 0,066^0 = 0,132^0$	0 „ = $1,32^0$

Das Wasser kühlt sich durch Expansion beim Aufsteigen von 9788 m bis zum Meeresniveau von $2,60^\circ$ auf $1,32^\circ$, somit um $1,28^\circ \text{C}$ ab.

Nach HELLAND-HANSEN wird jene Temperatur, die eine Wassermasse annehmen würde, wenn sie *adiabatisch* bis zur Meeresoberfläche (0 m Tiefe, 1 Atmosphärendruck) verschoben wird, als *potentielle* Temperatur bezeichnet. Die potentielle Temperatur im Philippinen-Graben

betrug somit nach dem früheren Beispiel $1,32^{\circ}\text{C}$. Tafeln zur raschen Ermittlung der potentiellen Temperatur finden sich bei HELLAND-HANSEN¹ und bei G. SCHOTT². Die potentielle Temperatur ist eine Größe, die, falls keine Mischungen und keine Änderung des Salzgehaltes und des Wärmehaltes erfolgt, bei ein und derselben Wassermasse und bei irgendwelchen Verschiebungen sich *nicht* ändert. Sie kann somit als Invariante angesehen werden, die häufig zur Feststellung des Ursprungsgebietes der Wassermassen dienen kann.

Befindet sich ein Meer in ständiger vertikaler Durchmischung, dann würde die Temperaturverteilung in ihm, falls man von einer Beeinflussung durch äußere Wärmequellen absehen kann, einem stationären Zustand zustreben, in dem das Temperaturgefälle dem *adiabatischen* entspricht; die Temperatur muß in diesem Falle, wie man leicht erkennen kann, mit der Tiefe um einen kleinen Betrag zunehmen. Der Gleichgewichtszustand ist dann *indifferent*, da bei vertikalen Verschiebungen ein Wasserteilchen durch Volumveränderung stets die Temperatur der Umgebung annimmt, somit auch in der neuen Lage im Gleichgewicht mit dieser steht. Die potentielle Temperatur ist ja in diesem Falle in der ganzen Wassermasse *konstant*. Bei einer potentiellen Temperatur von 0°C und $\sigma = 28$ (konstanter Salzgehalt $34,85\%$) ist z. B. der indifferente Gleichgewichtszustand thermisch durch folgende Temperaturverteilung gegeben:

Tiefe in km:	0	1	2	3	4	5	6
Temp. in $^{\circ}\text{C}$:	0	0,044	0,108	0,190	0,290	0,406	0,538
		Tiefe in km:	7	8	9	10	
		Temp. in $^{\circ}\text{C}$:	0,686	0,848	1,024	1,212.	

Bei der Beurteilung der Gleichgewichtsverhältnisse im Meer ist auf die Temperaturänderungen, denen das Wasser bei vertikalen Verschiebungen unterworfen ist, Rücksicht zu nehmen. Wir haben früher gesehen, daß ein Wasserteilchen mit dem spezifischen Volumen α innerhalb einer umgebenden Wassermasse mit dem spezifischen Volumen α' einer vertikalen Beschleunigung unterliegt, die proportional dem Ausdruck $\frac{\alpha' - \alpha}{\alpha'}$ ist.

Betrachten wir nun in einem Meer ein Wasserteilchen, das sich um die Strecke Δz unterhalb eines beliebigen Niveaus z befindet und verschieben wir es aufwärts nach z , so soll es dort angelangt das spezifische Volumen α annehmen, während im Meere selbst an dieser Stelle das spezifische Volumen α' herrscht. Dann erlangt es dort eine vertikale Beschleunigung proportional $\frac{\alpha' - \alpha}{\alpha'}$. Ist dieser Ausdruck negativ, so wird es einem Auftrieb ausgesetzt, es verläßt dauernd seine Stellung;

¹ loc. cit. S. 52.

² SCHOTT, G.: Adiabatische Temperaturänderungen in großen Meerestiefen. Ann. Hydr. u. mar. Meteor. 1914, S. 321.

das Gleichgewicht war vor der Verschiebung *labil*. Wenn er aber positiv ist, dann unterliegt es einem Abtrieb und es kehrt zur früheren Lage zurück; das Gleichgewicht war *stabil*. Setzen wir an Stelle der spezifischen Volumina die Dichten ϱ und ϱ' , so erkennt man, daß der Ausdruck $\frac{\varrho - \varrho'}{\varrho}$ ein Maß für die Stabilitätsverhältnisse im Meere auf der kleinen Strecke Δz ist.

TH. HESSELBERG¹ hat den Ausdruck

$$E = \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{\varrho - \varrho'}{\varrho} \cdot \frac{1}{\Delta z} = \frac{1}{\varrho} \frac{\partial \varrho}{\partial z} \quad (3.4)$$

kurz als *Stabilität* bezeichnet, da er proportional der Beschleunigung ist, mit welcher ein Teilchen, das eine Strecke 1 von seiner Lage entfernt wurde, nach seiner ursprünglichen Lage zurückstrebt. Wir wissen, daß die Bewegungen in den Strömungen der Meere ungeordnet sind, daß während der Bewegung die Teilchen nach allen Richtungen hin und her geworfen werden; es werden deshalb vertikale Verschiebungen stets vorkommen und E gibt dann ein Maß dafür, mit welcher Stabilität die Schichten übereinander lagern. Wo E positiv ist, sind die Schichten stabil aufeinander gelagert und durch vertikale Verschiebungen wird an der Schichtung nichts geändert, selbst dann nicht, wenn durch eine turbulente Bewegung die Teilchen von einer Schichte in eine andere hineingeworfen werden.

In Gebieten, wo die Größe E negativ ist, werden die Schichten sich beim kleinsten Anstoß — ein solcher ist immer notwendig² — umlagern, selbst dann wenn die Dichte nach oben abnimmt. Ausgedehnte Gebiete

mit $E = 0$ werden kaum vorkommen. Zwischen Gebieten mit negativen E und solchen mit positiven, wird es Flächen geben, in denen $E = 0$ sein wird. Wird ein Teilchen, das auf einer solchen Fläche liegt, nach der Seite mit positiven E verschoben, so wird es zur Fläche zurückkehren; wird es aber nach der Seite mit negativem E bewegt, dann wird es sich immer weiter von dieser Fläche entfernen.

Der Ausdruck für die Stabilität wird wesentlich komplizierter für die Verhältnisse im Meer als für jene in der Atmosphäre, da hier die Dichte in komplizierterer Weise mit dem Druck, mit der Temperatur und mit

¹ HESSELBERG, TH.: Über die Stabilitätsverhältnisse bei vertikalen Verschiebungen in der Atmosphäre und im Meer. Ann. Hydr. u. mar. Meteor. 1918, S. 118.

² EKMAN, V. W.: Über den Begriff der stabilen Schichtung. Meteor. Z. 1920, S. 22.

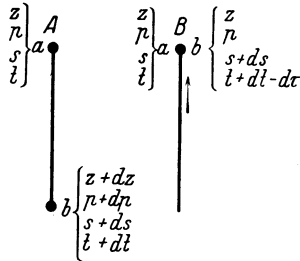


Abb. 6.

dem Salzgehalt variiert. HESSELBERG und SVERDRUP¹ haben einen relativ einfachen Ausdruck für die Stabilität entwickelt, der die Berechnung von Stabilitätswerten einfacher gestaltet. In der Tiefe z (siehe Abb. 6 A) befinde sich ein Wasserteilchen a unter dem Druck p und mit einem Salzgehalt s und einer Temperatur t ; in der Tiefe $z+dz$ beim Teilchen b sei der Druck $p+dp$, der Salzgehalt $s+ds$, die Temperatur $t+dt$. Wird nun b zum Teilchen a hinaufgeschafft (Abb. 6 B), so kommt es unter den Druck p ; sein Salzgehalt bleibt aber $s+ds$; seine Temperatur sinkt aber infolge Expansion adiabatisch um den Betrag $d\tau$. Der Unterschied der Dichte des Teilchen b in seiner neuen Lage gegenüber a ist

$$\rho_{p, s+ds, t+dt} - \rho_{p, s, t} = \frac{\partial \rho}{\partial s} ds + \frac{\partial \rho}{\partial t} (dt - d\tau).$$

Als Ausdruck für die Stabilität erhält man deshalb

$$E = \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial \rho}{\partial s} \frac{ds}{dz} + \frac{\partial \rho}{\partial t} \left(\frac{dt}{dz} - \frac{d\tau}{dz} \right) \right]. \quad (3.5)$$

Falls man einen Fehler von einigen Prozent zuläßt, kann man in diesem Ausdruck den Faktor $\frac{1}{\rho}$ weglassen. Die Änderungen des Salzgehaltes und der Temperatur mit der Tiefe ergeben die hydrographischen Beobachtungen. Die Werte von $\frac{\partial \rho}{\partial s}$ und $\frac{\partial \rho}{\partial t}$, sowie den vertikalen adiabatischen Temperaturgradienten $\frac{\partial \tau}{\partial z}$ kann man hydrographischen Tabellen bzw. den Tafeln von EKMAN entnehmen. HESSELBERG und SVERDRUP haben für die ersteren Ausdrücke eigene Tabellen gegeben, auf die hier verwiesen sei.

Wenn der Salzgehalt mit der Tiefe konstant ist ($\frac{ds}{dz} = 0$), dann wird aus (3.5)

$$E = \frac{\partial \rho}{\partial t} \left(\frac{dt}{dz} - \frac{d\tau}{dz} \right).$$

Da $\frac{\partial \rho}{\partial t}$ eine negative Größe ist, wird das Gleichgewicht stabil, indifferent oder labil, je nachdem

$$\frac{dt}{dz} < \frac{d\tau}{dz}$$

$$\frac{dt}{dz} > \frac{d\tau}{dz}$$

ist. $\frac{d\tau}{dz}$, der adiabatische Temperaturgradient ist immer positiv. Wenn die Temperatur im Meere mit zunehmender Tiefe abnimmt oder ihre Zunahme kleiner ist als die adiabatische, dann ist das Gleichgewicht stabil. Labil wird er erst bei einer Temperaturzunahme größer als die adiabatische.

¹ HESSELBERG, TH. und SVERDRUP, H. U.: Die Stabilitätsverhältnisse des Seewassers bei vertikalen Verschiebungen. Bergens Mus. Aarb. 1914/15, Nr. 15.

HESSELBERG und SVERDRUP haben in der früher erwähnten Arbeit ein Beispiel für die Stabilitätsverhältnisse an einer Station im Atlantischen Ozean gegeben, das charakteristisch ist, weshalb es hier wieder gegeben sei.

Stabilitätsverhältnisse im Atlantischen Ozean;
28° 37' NBr. und 19° 8' W. v. Gr. (28. Mai 1910).

Tiefe in m	Temp. °C	Salzgh. ‰	10 ⁸ E	Tiefe in m	Temp. °C	Salzgh. ‰	10 ⁸ E
0	19,2	36,87		500	11,85	35,64	
10	19,31	36,85	- 440	600	10,80	35,54	130
25	19,34	36,83	- 150	800	9,09	35,39	100
50	19,24	36,79	- 13	1000	8,01	35,37	89
75	18,65	36,79	610	1200	7,27	35,42	84
100	18,24	36,78	390	1400	6,40	35,35	48
150	17,50	36,56	34	2000	4,52	35,15	39
200	16,45	36,40	270	3000	2,84	34,92	11,2
300	14,52	36,02	160	4000	2,43	34,90	7,6
400	13,08	35,77	120	5000	2,49	34,90	1,3
			150				

Man erkennt, daß von der Oberfläche bis 50 m negative Stabilität vorhanden war; die Ursache davon ist die rasche Temperaturzunahme mit der Tiefe in diesen Oberflächenschichten bei abnehmendem Salzgehalt. Dann aber ist zwischen 50 und 75 m die Stabilität sehr groß. Dazwischen ist eine Schichte mit $E=0$; Teilchen dieser Fläche, die sie nach aufwärts verlassen, steigen bis zur Oberfläche, während solche, die nach abwärts bewegt werden, zu ihr zurückkehren. Nur die oberen 50 m nehmen somit an einer Umlagerung teil. Unterhalb 50 m nimmt die Stabilität im großen und ganzen ab und erreicht in den tiefsten Lagen wieder sehr kleine Werte. Zwischen 4 und 5000 m ist der Salzgehalt konstant, die Temperatur nimmt etwas zu, trotzdem ist das Gleichgewicht noch stabil, weil die Temperaturzunahme kleiner als die adiabatische ist.

Die Verteilung der Stabilität ist in diesem Beispiele typisch. Die Oberflächenschichten sind die Stellen oft wechselnder Stabilität; hier kommen oft Schichten negativer Stabilität neben solchen großer positiver Stabilität vor. Unterhalb dieser Oberflächenschichten ist zumeist große Stabilität vorhanden, die mit der Tiefe ziemlich regelmäßig abnimmt; die großen Tiefen zeigen Verhältnisse, die nahe dem *indifferenten* Gleichgewicht stehen.

Vom besonderen Interesse ist die Berechnung der Stabilität in den großen Meerestiefen der Tiefseeegräben oder einzelner sehr tiefer Meeresbecken, deren Wassermassen von einer bestimmten Tiefe ab als mehr oder minder abgeschlossen anzusehen sind. Hier findet man sehr häufig, ja sogar als Regel bei nahezu konstantem Salzgehalt eine geringe Temperaturzunahme mit der Tiefe, die mit der adiabatischen verglichen

werden kann. Für den Philippinen- und den Neupommern-Graben nach den Beobachtungen des V. S. „Planet“, sowie für die großen Tiefen des Mittelmeeres liegen derartige Vergleiche von G. SCHOTT¹ und B. SCHULZ² vor. G. WÜST³ hat für den Philippinen- und für den Bougainville-Graben eine neue Zusammenfassung der Bodenbeobachtungen der V. S. „Planet“ gegeben, die eine etwas geringere Zunahme der Temperatur mit der Tiefe ergibt.

Es scheint, daß die Temperaturzunahme dort, wo sie in den Tiefsee-gräben auftritt, etwas stärker als die adiabatische ist und daß sich mit der kleinen Salzgehaltsabnahme, die sich zumeist vorfindet, eine geringe *negative Stabilität* ergibt. Durch den Umstand, daß keine Serienbeobachtungen an einzelnen Stationen für diese Tiefsee-gräben derzeit zur Verfügung stehen, sondern der Aufbau nur aus einer Zusammenfassung einer größeren Zahl von Bodenbeobachtungen abgeleitet wird, wird die Genauigkeit der Werte, auf die sich die Betrachtung stützt, nicht sehr groß. Berücksichtigt man den mittleren Fehler der einzelnen Werte, so kann man nur behaupten, daß sich die *Wassermassen der Tiefsee-gräben in ihrem Aufbau praktisch nicht sehr weit vom indifferenten Gleichgewicht* befinden. In den großen Tiefen der ostatlantischen Mulde bleibt die Temperaturzunahme stets etwas hinter dem adiabatischen Betrag zurück. Die Stabilität der Wassermassen ist hier noch positiv, aber der Zustand ist ebenfalls nur ganz wenig vom indifferenten Gleichgewicht entfernt.

Als Beispiel für solche Zustände sei in folgender Tabelle der Aufbau der Wassermassen und die Stabilität im Philippinen-Graben ab 4000 m nach den neueren Werten von G. WÜST gegeben:

Philippinen-Graben:		Temperatur, Salzgehalt und Stabilität						
Tiefe in m	4000	5000	6000	7000	8000	9000	9788	
Temperatur °C . . .	1,66	1,55*	1,64	1,83	2,06	2,30	2,48	
Salzgehalt ‰ . . .	34 + ,70	,68	,68	,68	,67	,66	,66	
Dichte σ_t	27 + ,78	,77	,77	,75	,73	,70	,68	
Stabilität $E \cdot 10^8$	+2,9	+1,1	-0,7	-2,1	-2,0	-1,		

Es ist nicht ausgeschlossen, daß man in diesen nahezu adiabatischen oder schwach überadiabatischen Temperaturgradienten in den tiefen Mulden der Weltmeere und in den Tiefsee-gräben eine Wirkung des Wärmestromes sehen darf, der vom Meeresboden gegen das darüberlagernde Meerwasser gerichtet ist und dessen Wärme dem Meere allmählich zugute kommt. Die sekundlich aus dem Erdinnern dem Meere zufließende Wärmemenge läßt sich zu $Q = -2,1 \cdot 10^{-6}$ gcal cm⁻² berechnen⁴. Diese

¹ SCHOTT, G.: Adiabatische Temperaturänderungen in großen Meerestiefen. Ann. Hydr. u. mar. Meteor. 1914, S. 21.

² SCHULZ, B.: Die Beurteilung des vertikalen Gleichgewichts im Meere. Ann. Hydr. u. mar. Meteor. 1917, S. 93.

³ Veröff. Inst. Meereskde zu Berlin. N. F., H. 20. 1929.

⁴ Die geothermische Tiefenstufe zu 45 m angenommen; Wärmeleitungs-

Wärmemenge kommt zunächst nur den bodennächsten Wasserschichten zu und würde sich dort aufspeichern, bis sich ein derartiges Temperaturgefälle einstellt, daß die pro Zeiteinheit zugeführte Wärmemenge der nach oben weggeschafften gleich wird. Nimmt man an, daß die Wassermassen in völliger Ruhe sind, dann wäre das stationäre Temperaturgefälle im Gleichgewichtszustand als Quotient der sekundlich zugeführten Wärmemenge und des gewöhnlichen physikalischen Wärmeleitungskoeffizient des Wassers gegeben:

$$\frac{dt}{dz} = - 2,1 \cdot 10^{-5} : 1,4 \cdot 10^{-3} = - 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C pro cm.}$$

Auf diese Weise berechnet W. SCHMIDT¹, daß die Temperaturabnahme nach oben $1\frac{1}{2}^\circ\text{C}$ auf je 10 m betragen müßte oder, daß in einem Tiefseegraben ab 5000 m am Boden (10 000 m) durch die Erdwärme die Temperatur auf über 700°C steigen müßte. Aus der geringen Temperaturzunahme von etwa 1° auf 400 m, die man tatsächlich findet, schließt W. SCHMIDT, daß diese tiefen Schichten nicht in völliger Ruhe sind, sondern durch die bewegten Wassermassen die Wärme rascher weggeschafft wird. Er nimmt an, daß auch diese tiefsten Wasserschichten in den Austausch durch die ungeordnete Bewegung (siehe S. 89) und dadurch in die allgemeinen Strömungen der unteren Schichten einbezogen werden. Er berechnet, daß ein Austausch von rund $4 \text{ cm}^2 \text{ g sec}^{-1}$ genügt, um den gefundenen überadiabatischen Temperaturgradienten zu erklären.

Demgegenüber scheint es aber wohl möglich, daß auch dann, wenn die Wassermassen dieser in der Hauptsache abgeschlossenen Tiefseegräben und Tiefseemulden — und nur in diesen findet man das überadiabatische oder nahezu adiabatische Temperaturgefälle — nicht an der Horizontalzirkulation der Tiefsee teilnehmen, also horizontal als ruhend anzusehen sind, durch die fortdauernde Wärmezufuhr von unten sich in ihnen konvektive Vertikalströmungen einstellen, welche die Wärme nach oben schaffen. Konvektion stellt sich nur bei labilem Gleichgewichtszustand ein und solange wird die Wärme sich in den bodennahen Wasserschichten aufspeichern, bis ein solcher Zustand erreicht wird. Dann aber findet in vertikaler Richtung ein fortwährender Platzwechsel auf- und absteigender Wasserteilchen statt und diese Konvektionszirkulation wird durch die vom Erdboden zufließende Energie erhalten. Ein überadiabatischer Temperaturgradient ist eine notwendige Folge dieser Konvektion.

koeffizient der Tiefengesteine = 0,0097 abs. Einh. Das negative Vorzeichen, weil der Wärmestrom nach aufwärts gerichtet ist.

¹ SCHMIDT, W.: Wirkung der ungeordneten Bewegung im Wasser der Meere und Seen. Ann. Hydr. u. mar. Meteor. 1917, S. 368; insbesondere § 19, oder: Der Massenaustausch in freier Luft und verwandte Erscheinungen. Probleme der kosmischen Physik, Bd. 7, S. 26. Hamburg 1925.

IV. Kinematik.

i. Die Darstellung des Bewegungszustandes des Meeres; das Stromfeld.

Zur Charakterisierung der Bewegungen der Wassermassen im Meer gibt es zwei Möglichkeiten: Entweder man verfolgt ein Wasserteilchen auf der Bahn, die es im Laufe der Zeit zurücklegt; die Aneinanderreihung aller dieser Punkte gibt eine *Trajektorie* der Wasserbewegung; die Entfernung zweier vom betrachteten Teilchen zu bestimmten Zeiten erreichten Punkte ist ein Maß für die Geschwindigkeit längs derselben.

Oder man betrachtet zu einem bestimmten Zeitmomente die Verteilung des Geschwindigkeitsvektors im ganzen Raume: *das Stromfeld*. Dies erfolgt am besten, indem man sich einerseits das *Feld* des Skalars *der Geschwindigkeit* in einem Horizontal- oder Vertikalschnitt durch Linien gleicher Geschwindigkeit, im ganzen Meeresraum durch Flächen gleicher Geschwindigkeit zeichnet, andererseits das Feld der Stromrichtung durch *Stromlinien* darstellt. Die Stromlinie ist eine Kurve im Raum, welche die Eigenschaft aufweist, daß die Tangente an irgend-einem Punkte derselben die Richtung der Strömung an dieser Stelle angibt. Das Stromfeld gibt somit ein Bild der augenblicklichen Wasserbewegung.

Stromlinien und Trajektorien der Wasserbewegung können grund-verschieden sein; identisch sind sie nur dann, wenn erstere sich mit der Zeit nicht ändern, was nur bei stationären Strömungen der Fall ist.

Beide Arten der Untersuchungsmöglichkeit sowie der Darstellung sind bei den Bewegungen der Wassermassen im Meer angewandt worden. Die Untersuchungen der Meeresströmungen durch Ermittlung der Trajektorien der Wasserbewegung entsprechen ungefähr der Methode der *Flaschenposten*. Durch die Festlegung der von einem Schwimmkörper (verkorkte Flasche) zurückgelegten Bahn gibt sie allerdings bloß Auskunft über die Strömungen an der Meeresoberfläche und auch da nur dann, da nicht jede Flasche für sich längere Zeit verfolgt werden kann, wenn durch *systematische* Arbeit die Ergebnisse einer großen Zahl von Flaschenversuchen vorliegt. Eigentlich wäre es notwendig, daß bei dieser Methode ein Schwimmkörper (Flasche, Wrack u. dgl.) längere Zeit direkt verfolgt wird; dann wären die Ergebnisse viel wertvoller, als wenn nur Auslege- und Auffangsort der Schwimmkörper gegeben sind. Im letzteren Falle setzen die gezeichneten Flaschenposten die Kenntnis der Wege schon voraus, tragen also zur Ermittlung der Strombahnen nur wenig oder nichts bei. Bei stationären Strömungen geben diese Versuche mehr oder minder ein wirkliches Bild der Oberflächenströmungen; Details im Strombilde und genaue Stromgrenzen können aber nach dieser Methode kaum gewonnen werden. Abb. 7 gibt das Bild der durch zahlreiche

Flaschenposten ermittelten Trajektorien der oberflächlichen Wasserbewegung in einem Teil des Nordatlantischen Ozeans.

Zur Festlegung des Stromfeldes, d. i. der Geschwindigkeitsverteilung und der Stromlinien bedarf es einer großen Zahl von Strommessungen; hierbei beschränkt man sich wegen der Kleinheit der vertikalen Bewegungen fast ausnahmslos auf die Ermittlung der horizontalen Komponente der Strömungen. Richtung und Geschwindigkeit der Strömung wird meistens aus den Stromversetzungen der Schiffe (aus dem Unterschied zwischen astronomischem und geißtem Besteck) abgeleitet; relativ selten sind noch die Ermittlungen der Strömungen aus direkten Messungen mittels Strommesser.

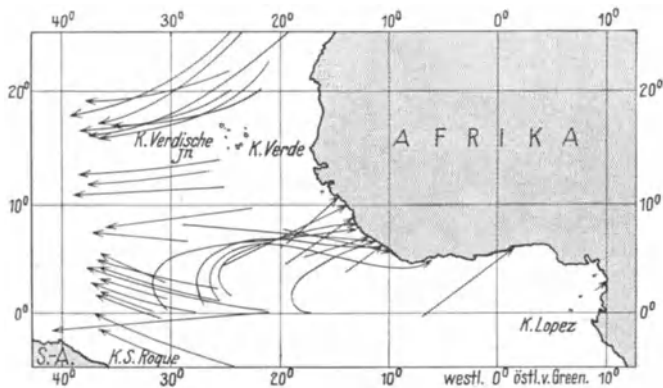


Abb. 7. Flaschenposten im nord- und südäquatorialen, sowie im Guinea-Strom östlich 40° westl. v. Gr.

Im Meere sind die Stromlinien im allgemeinen räumliche Kurven; ihre Neigung gegen die Niveauflächen ist aber im allgemeinen außerordentlich klein. In der Nähe der Küsten und des Meeresbodens müssen sie sich der Form der Grenzfläche anschmiegen. Es ist zu beachten,

1. daß verschiedene Stromlinien sich nicht schneiden dürfen,
2. daß die Stromlinien im Stromfelde weder anfangen noch endigen können, es sei denn in den gleich zu betrachtenden singulären Punkten und Linien und
3. daß die Stromlinien stetig gekrümmte Kurven darstellen, abgesehen von gewissen Unstetigkeitslinien, bei deren Überschreitung sie oft geknickt sind.

Die einfachsten *Singularitäten*, die im Stromfeld vorkommen und mit denen man in der Praxis auch auskommt, sind folgende (siehe Abb. 8):

1. Die *Konvergenzlinie* kann einseitig (Abb. 8a) oder zweiseitig (Abb. 8c) sein. Sie scheinen in den meisten Fällen dadurch zu entstehen, daß schweres Wasser unter eine Strömung leichteren Wassers längs einer schiefen *Gleitfläche* untertaucht (Abb. 8d) oder leichteres Wasser über schwereres vordringt (Abb. 8e).

2. Auch die *Divergenzlinien* können einseitig (Abb. 8 b) oder zwei-
seitig (Abb. 8 c mit umgekehrten Pfeilrichtungen) sein. Die einseitigen

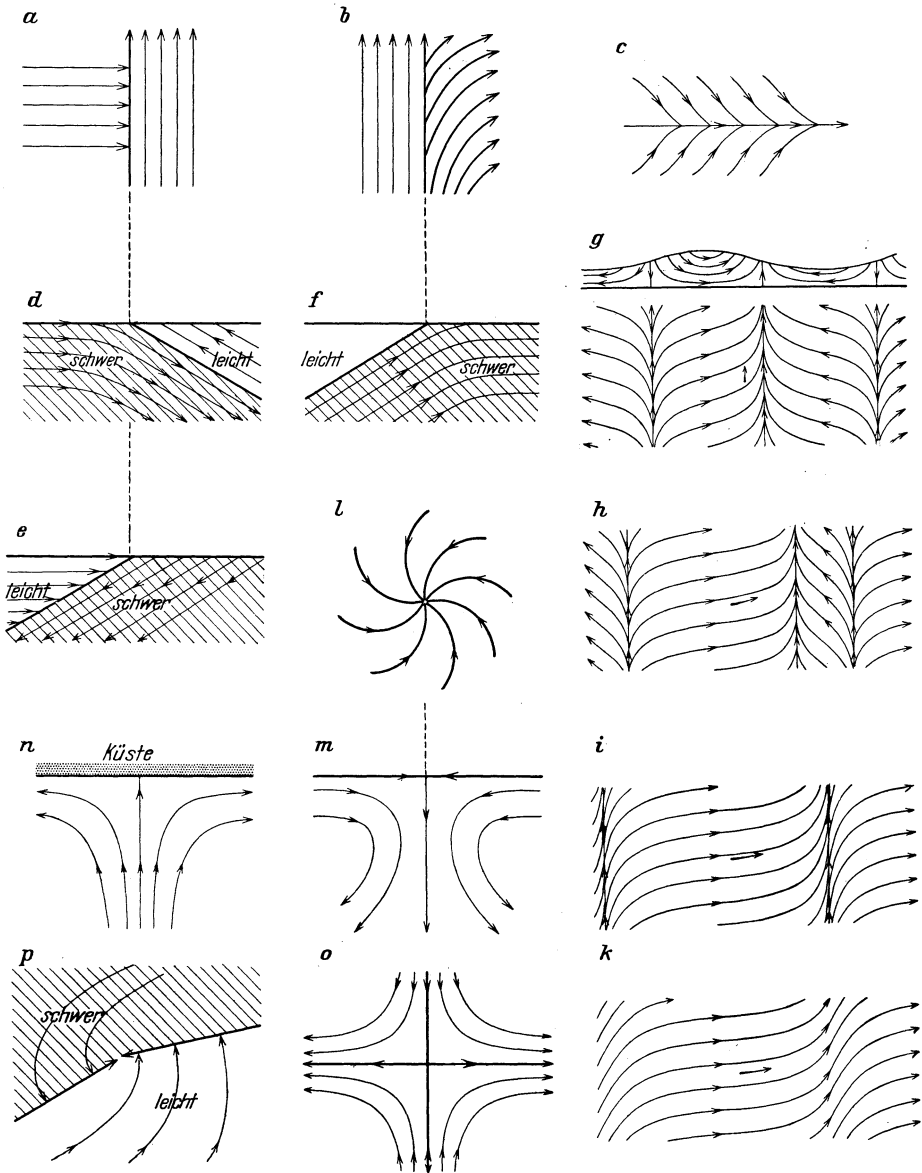


Abb. 8. Singularitäten des Stromfeldes.

sind wohl die Folge des Aufsteigens von Wasser längs einer Gleitfläche (Abb. 8 f).

3. *Abwechselnde, einander parallele Konvergenz- und Divergenzlinien*

kommen bei *Wellenbewegungen* vor. Abb. 8 *g* stellt (nach BJERKNES) unter bestimmten Annahmen die Stromlinien im Vertikalschnitt und an der Meeresoberfläche für diesen Fall dar. Die Wellenfront ist den Divergenz- und Konvergenzlinien parallel. Wenn die Welle von links nach rechts fortschreitet, entsprechen die Streifen mit Bewegung von links nach rechts den Wellenbergen, die Streifen mit entgegengesetzter Bewegung den Wellentälern. Zur Erhöhung der Deutlichkeit ist angenommen, daß das Wasser eine schwache Bewegung in der Richtung der Konvergenz- und Divergenzlinien hat. Wenn das Wasser außerdem noch eine allgemeine Bewegung senkrecht zur Wellenfront, etwa von links nach rechts, hat, so hat das zur Folge, daß die Streifen mit Bewegung von links nach rechts an Breite zunehmen, die Streifen mit entgegengesetzter Bewegung an Breite abnehmen (Abb. 8 *h*). Ist die allgemeine Bewegung gerade so stark wie die stärkste Bewegung im Wellental, so verschwinden die Streifen mit Bewegung von links nach rechts völlig und es bleibt in jedem Wellental nur eine Linie mit gleichzeitiger Konvergenz und Divergenz (Konvergenz-Divergenz-Linie) mitten im Wellental übrig (Abb. 8 *i*). Dieser Fall scheint besonders häufig zu sein. Noch stärkere Bewegung senkrecht zur Wellenfront läßt die Konvergenz-Divergenzlinien verschwinden und läßt nur wellenförmigen Verlauf der Stromlinien übrig (Abb. 8 *k*).

4. *Konvergenzpunkte* (Abb. 8 *l*). Ihnen entspricht im Meeresraum eine Strömung wie sie durch Abb. 8 *m* (im Aufriß) schematisch dargestellt ist. Die ablenkende Kraft der Erdrotation bedingt meist eine Krümmung der Stromlinien *contra solem* (zyklonischer Wirbel). In einem Konvergenzpunkte können eine oder mehrere Konvergenzlinien münden und das Strombild dadurch wesentlich komplizieren (Abb. 8 *p*).

5. *Divergenzpunkte*. Die einfachsten Strombilder erhält man, wenn in Abb. 8 *l* und *m* die Pfeilrichtungen umgedreht werden. Die Krümmung ist dann zumeist *cum sole* (antizyklonischer Wirbel).

6. *Neutrale Punkte*. Ihre einfachste Form tritt ein, wenn ein Strom direkt gegen die Küste gerichtet ist und sich hier teilt (Abb. 8 *n*). An Stelle der Küste kann auch eine zweite ruhende oder bewegte Wassermasse treten, die von der ersteren durch eine Unstetigkeitsfläche getrennt ist. Wenn zwei Strömungen vor einander ausweichen, entsteht ein Strombild der Form Abb. 8 *o*. Vertikale Bewegungen können, brauchen aber nicht mit neutralen Punkten aufzutreten.

Alle Singularitäten stehen in inniger Beziehung zu dem dazugehörigen Geschwindigkeitsfeld. Überall dort, wo sich Stromlinien schneiden, muß die Stromgeschwindigkeit auf Null herabgehen. Divergenz- und Konvergenzpunkte sowie neutrale Punkte bedeuten also zugleich *Stromstillen*. Die Linien gleicher Stromgeschwindigkeit sind um diese stets geschlossen. In den singulären Linien hat die Stromgeschwindigkeit stets kleinere Werte als auf beiden Seiten. Die Linien gleicher Geschwindigkeit sind

also an den Kreuzungsstellen mit einer singulären Linie immer mehr oder minder gebogen.

Beim Entwurf eines Stromfeldes sind vor allem die allgemeinen Eigenschaften desselben zu beachten und zunächst aus den Beobachtungen wenn möglich die Lage und ungefähre Form der Singularitäten abzuleiten. Denn durch diese sind die Grundpfeiler des Liniensystems festgelegt; die weitere Arbeit ist dann, vorausgesetzt daß genügend Beobachtungen zur Verfügung stehen, nicht schwer. J. W. SANDSTRÖM¹ hat eine genaue Konstruktionsmethode für Stromlinien gegeben, auf die wir aufmerksam machen; in den meisten Fällen wird bei einiger Übung die direkte Interpolation der Richtung genügen.

Für eine *synoptische* Darstellung von *Augenblicksbildern* der Strömungen des Meeres fehlt derzeit wohl jegliches Beobachtungsmaterial, auch dann, wenn wir uns auf die Oberfläche des Meeres beschränken. Wenn man aber die allgemeinen Meeresströmungen als stationär ansieht, — was sie ja auch im allgemeinen sind — dann können Beobachtungen, die zu verschiedenen Zeiten über 24 Stunden (das Etmaal der Stromversetzung) in derselben Jahreszeit gewonnen wurden, zusammengelegt werden, um ein Strombild der Strömung zu gewinnen. Für periodische Strömungen (Gezeitenströme) können die Beobachtungen nur für gleiche Phasen derselben zusammengefaßt werden, will man nicht durch Mittelbildung das Bild der periodischen Strömung verwischen. Auch für solche Durchschnittsdarstellungen steht nur Beobachtungsmaterial der Meeresoberfläche zur Verfügung. Bisher ist nach den strengen hydrodynamischen Gesichtspunkten aber nur wenig von diesem Material verarbeitet worden. In den früheren Darstellungen pflegte man die Strömungen verschiedenster Herkunft ineinander übergehen zu lassen und gewann dadurch die ungenaue und unhaltbare Vorstellung großer ozeanischer Wirbel, bei denen die Annahme eines im Wesen horizontalen Kreislaufes der Wassermassen der Oberflächenschichten allein genügte. Die genaue Analyse von Stromfeldern nach der BJERKNESSENsche Methode ist außer von der norwegischen Schule vor allem von A. MERZ und seinen Schülern² angewandt worden; sie hat die meisten dieser großen Wirbel in Konvergenz- und Divergenzlinien und -punkten aufgelöst und gezeigt, daß und

¹ SANDSTRÖM, J. W.: Über die Bewegung der Flüssigkeiten. Ann. Hydr. u. mar. Meteor. 1909, S. 242.

² MICHAELIS, GEORG: Die Wasserbewegung an der Oberfläche des Indischen Ozeans im Januar und Juli. Veröff. Inst. Meereskde 1923, N. F., Reihe A, H. 8. — MEYER, HANS H. F.: Die Oberflächenströmungen des Atlantischen Ozeans im Februar. Ebenda 1923, H. 11. — WÜST, G.: Florida- und Antillenstrom. Ebenda 1925, H. 12, Fig. 6. — WILLIMZIK, M.: Die antarktischen Oberflächenströmungen zwischen 50° und 110° östl. Länge. Ebenda 1927, H. 17. — Dieselbe: Die Strömungen im subtropischen Konvergenzgebiet des Indischen Ozeans. Ebenda 1929, H. 14.

auf welche Weise auch die tieferen Wasserschichten zur Ausbildung des Stromsystems der Oberfläche mitwirken.

Ein Beispiel einer modernen Stromdarstellung möge in Abb. 9 gegeben sein; sie enthält eine Darstellung der Strömungen der Oberfläche südlich Afrikas im Monate Mai nach A. MERZ¹. Das Beobachtungsmaterial dazu waren die vom holländischen Meteorologischen Institut in DE BILT veröffentlichten Stromversetzungen. Das Stromfeld zeigt deutlich in einer sich über den ganzen Ozean erstreckenden Konvergenzlinie

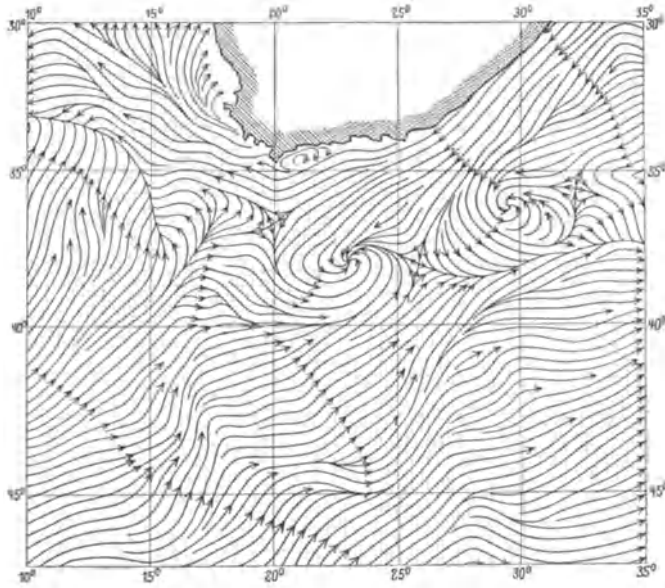


Abb. 9. Stromlinien südlich Afrikas im Mai nach A. MERZ.

die Stromgrenze zwischen dem Agulhasstrom südlich Afrikas und der breiten Westwindtrift der Südhemisphäre. Der bogige Verlauf dieser Stromgrenze ist durch Wirbelbildungen kleinerer Ausdehnung und durch Schwingungen im Grenzgebiet beider Strömungen hervorgerufen. Beim Untersinken der schwereren Wassermassen der Westwindtrift unter den nördlicheren Warmwassergebieten ist ein Ineinandergreifen und Einwirbeln der beiden Wasserarten von vornherein zu erwarten.

Daß im Grenzgebiete zwischen zwei Strömungen es zur Ausbildung auch ausgedehnter vertikaler Wirbel kommt, die teilweise aus Konvergenzpunkten und Konvergenzlinien bestehen, zeigt auch besonders schön die Zirkulation der Oberflächenschichten der Norwegischen See

¹ MERZ, A.: Die Deutsche Atlantische Expedition auf dem Vermessungs- und Forschungsschiff „Meteor“. Sitzsber. preuß. Akad. Wiss., Physik.-math. Kl. Bd. 31, S. 573. 1925.

in ihrer Darstellung durch HELLAND-HANSEN und FRIDTJOF NANSEN¹. Sie beruht auf der Auswertung von Temperatur- und Salzgehaltbeobachtungen und ist in Abb. 10 wiedergegeben.

Die Wassermassen des Meeres lagern in den meisten Fällen im stabilen Gleichgewicht übereinander. Eine Wasserschicht wird deshalb nur einem äußeren Zwange folgend ihre Lage ändern und es ist klar, daß



Abb. 10. Zirkulation an der Oberfläche der Norwegischen See nach
BJ. HELLAND-HANSEN und FR. NANSEN.

die Ströme, soweit es möglich ist, lieber um ein Hindernis herum ihren Weg nehmen als über dasselbe hinweg. Deshalb zeigen überall die Stromlinien die Neigung den Niveaulinien zu folgen, die durch die Form der Grenzfläche, namentlich durch die Topographie des Bodens gegeben sind. Die Gestaltung des Bodens nimmt so einen hervorragenden Einfluß auf die Meeresströmungen. Ihr Einfluß äußert sich zuweilen sogar über mehrere Tausend Meter bis zur Oberfläche des Meeres. Dies zeigt sich

¹ HELLAND-HANSEN and NANSEN, FRIDTJOF: The Norwegian Sea. Kristiania 1909, S. 9.

sehr deutlich auch darin, daß die Verteilung des Salzgehaltes und der Temperatur, die ja von den Meeresströmungen abhängt, oft eine auffallende Übereinstimmung mit der Bodenkonfiguration aufweist und direkt den bathymetrischen Kurven folgt. Die Ursache dieser Erscheinung liegt, wie später gezeigt wird (S. 60 u. 83), in erster Linie darin, daß Ströme bei wechselnder Tiefe des Meeres sich nur längs der Niveaulinien des Meeresbodens stationär erhalten können. Dies ist eine direkte Folge der Kontinuitätsgleichung.

Für die kinematische Erforschung der Ozeane ist das eingehende Studium der Stromfelder, insbesondere des Verlaufes der Konvergenz- und Divergenzlinien und des Grades ihrer Veränderlichkeit sehr von Nutzen. J. W. SANDSTRÖM¹ hat darauf aufmerksam gemacht, daß Konvergenzlinien manchmal dadurch deutlich sichtbar werden, daß schwim-

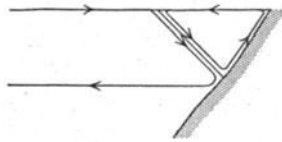
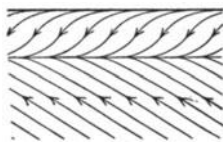


Abb. 11. Konvergenzlinie im Ozean. Links: Stromlinien der Oberfläche, rechts: Bewegungen in einem Vertikalschnitt.

mende Gegenstände, wie Schaum, Seetang, Holz u. dgl. von den zwei Strömen gegen diese Gebiete getrieben werden und sich da ansammeln. Ein bekanntes Beispiel ist die Konvergenzlinie

im Gullmarfjord, welche die Grenze zwischen dem etwas brackischen Küstenwasser und dem salzigeren Seewasser weiter draußen anzeigt. Sie kommt dadurch zustande, daß der Wind das leichtere Oberflächenwasser des Gullmarfjords gegen die steile Küste der Insel Bornö treibt und das salzigere Unterwasser frei gibt. Die Stromverhältnisse an der Meeresoberfläche und im Vertikalschnitt sind in Abb. 11 veranschaulicht. Auch im offenen Meere werden solche Konvergenzlinien auf weite Strecken hin sichtbar; FRIDTJOF NANSEN² hat auf die deutlich sichtbare Konvergenzlinie am Rande des ostgrönländischen Polarstromes, wo das salzigere und deshalb schwerere Wasser des Irmingerstromes unter das kalte, aber leichte Oberflächenwasser des Polarstromes untertaucht, hingewiesen. Das Strombild wird hier den Abb. 8 a und d entsprechen.

2. Die Divergenz des Stromfeldes; Zusammenhang mit der Kontinuitätsgleichung.

Das Stromfeld auf einer Niveaufläche gibt Auskunft über die horizontale Bewegungskomponente der Wassermassen. Da das Wasser bei horizontalen Bewegungen mit großer Annäherung als inkompessibel

¹ SANDSTRÖM, J. W.: Windströme im Gullmarfjord. Sven. Hydr.-biol. Komm. Skr. 2. 1905.

² Siehe BJERKNES, V.: Dyn. Meteorologie u. Hydrographie. 2. Teil, Kinematik, S. 57, Anmerkung.

angesehen werden kann, ist leicht einzusehen, daß einander sich nähernde oder entfernende Stromlinien mit vertikalen Wasserversetzungen verbunden sein müssen, die so klein sie auch sein mögen, hier nicht vernachlässigt werden können. Aber nicht nur bei konvergierenden bzw. divergierenden Stromlinien sind solche Vertikalbewegungen zu erwarten. Sie treten auch bei Geschwindigkeitsänderungen längs paralleler Strombahnen auf. Solche Stauungen oder Saugungen von Wassermassen spielen bei den Meeresströmungen und bei ihrer Erklärung eine große Rolle, so daß es angezeigt erscheint, etwas eingehender darauf einzugehen.

In Abb. 12 seien AA' und BB' zwei Stromlinien, ds und ds' zwei Elemente davon; AB und $A'B'$ seien zwei Linien gleicher Geschwindigkeit V und V' und die zwischen den beiden benachbarten Stromlinien liegenden Teile seien δn und $\delta n'$. Die Wassermenge, die aus der Elementarfläche $ABA'B'$

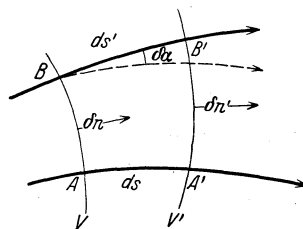


Abb. 12. Berechnung der Divergenz des Stromfeldes.

= $\delta n ds$ pro Flächeneinheit ausfließt, nennt man die *Divergenz des Stromfeldes* und bezeichnet sie mit $\text{div } V$; sie ist ein Maß für die Divergenz und Konvergenz sowohl der Stromlinien als auch der Geschwindigkeitsverteilung. Zahlenmäßig ist sie gegeben durch die Wassermenge, die bei $A'B'$ mehr ausfließt, als bei AB einfließt, also ist

$$\text{div } V = \frac{1}{\delta n ds} [V' \delta n' - V \delta n].$$

Nun ist aber

$$V' = V + \frac{\partial V}{\partial s} ds \quad \text{und} \quad \delta n' = \delta n + \frac{\partial \delta n}{\partial s} ds.$$

Vernachlässigt man Größen zweiter Ordnung, so wird

$$\text{div } V = \frac{\partial V}{\partial s} + \frac{V}{\delta n} \frac{d \delta n}{ds} = \frac{1}{\delta n} \frac{\partial}{\partial s} (V \delta n). \quad (4.1)$$

Ist die Geschwindigkeit längs den Stromlinien überall dieselbe, so ist $\frac{\partial V}{\partial s} = 0$; bezeichnet man mit $\delta \alpha$ den elementaren Winkel zwischen den Tangenten der zwei benachbarten Stromlinien, so wird

$$\text{div } V = \frac{V}{\delta n} \cdot \frac{d \delta n}{ds} = V \frac{\delta \alpha}{\delta n}. \quad (4.2)$$

Negative Divergenz tritt auf, wenn die Stromlinien in der Stromrichtung gesehen, sich nähern, positive, wenn sie sich voneinander entfernen (Kurvendivergenz).

Verlaufen die Stromlinien parallel, dann ist in (4.1) $\delta n = \text{konst.}$ und

$$\text{div } V = \frac{\partial V}{\partial s}. \quad (4.3)$$

Die Divergenz entstammt dann nur der Geschwindigkeitsänderung in der Richtung der Stromlinien (Geschwindigkeitsdivergenz). Bei Ge-

schwindigkeitsabnahme in dieser Richtung findet eine *Stauung*, bei Geschwindigkeitszunahme eine *Saugung* der Wassermassen ein.

Zerlegt man das Geschwindigkeitsfeld in zwei aufeinander senkrechte Komponenten u und v parallel der x - und y -Richtung des Koordinatensystems, so ist, da dann die Stromlinien jeder Komponente parallel verlaufen, für jede derselben die Divergenz durch $\frac{\partial u}{\partial x}$ und $\frac{\partial v}{\partial y}$ gegeben und die Divergenz des gesamten Stromfeldes ist

$$\operatorname{div} V = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}. \quad (4.4)$$

Für eine Zerlegung eines Stromfeldes auf das Koordinatensystem von geographischer Breite und Länge auf der Erdkugel gilt dies nicht; bei einer solchen Darstellung mit nord-südlicher und ost-westlicher Komponente muß bei Berechnung der Divergenz auch die Divergenz der Meridiane in Rechnung gestellt werden. Bei Berücksichtigung auch der *vertikalen* Komponente des Stromfeldes tritt zur Berechnung der *räumlichen Divergenz* zu (4.4) rechts noch das Glied $\frac{\partial w}{\partial z}$ hinzu.

Zu jedem Stromfeld gehört ein bestimmtes Divergenzfeld der Wasserbewegung. Auf die praktischen Methoden seiner Ermittlung können wir hier nicht näher eingehen und verweisen auf die ausführlichen Darlegungen darüber in V. BJERKNES' dynamischer Meteorologie und Hydrographie II. Teil (S. 130 ff.).

Die Divergenz eines Stromfeldes steht in inniger Beziehung zu der Kontinuitätsgleichung. In ihrer allgemeinsten Form lautet diese (S. 19)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} = 0.$$

Nimmt man an, daß keine zeitliche Änderung in der Dichte der Wassermassen durch die Strömung eintritt, daß also in dieser Hinsicht stationäre Verhältnisse herrschen, dann ist $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$. Weiters wollen wir den *totalen* Massentransport in der ganzen Wassersäule von der Oberfläche ($z = 0$) bis zum Meeresboden ($z = h$) einführen¹ und bezeichnen diesen mit S ; dann sind die Komponenten desselben in der x - und y -Richtung S_x und S_y gegeben durch die Beziehungen

$$S_x = \int_0^h \rho u dz, \quad S_y = \int_0^h \rho v dz \quad \text{und} \quad S = \sqrt{S_x^2 + S_y^2}. \quad (4.5)$$

Multipliziert man nun die Kontinuitätsgleichung mit dz und integriert sie von 0 bis h , so wird aus ihr

$$\frac{\partial S_x}{\partial x} + \frac{\partial S_y}{\partial y} + \rho_h w_h - \rho_0 w_0 = 0; \quad (4.6)$$

¹ EKMAN, V. W.: Über Horizontalzirkulationen bei winderzeugten Meeresströmungen. Ark. Mat. Astr. o. Fys. Bd. 17, Nr. 26. 1903.

w_0 und ρ_0 sind Vertikalgeschwindigkeit und Dichte an der Meeresoberfläche, w_h und ρ_h die entsprechenden Werte am Meeresboden; w_h ist aber gleich Null. Bezeichnet man ferner mit ζ die vertikale Erhebung der Meeresoberfläche zu einer bestimmten Zeit über dem Gleichgewichtsniveau (positiv nach oben), dann ist $w_0 = -\frac{\partial \zeta}{\partial t}$ und aus (4. 6) wird:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \operatorname{div} S. \quad (4. 7)$$

Die Divergenz des Stromfeldes bzw. des Massentransportes ist somit stets verbunden mit vertikalen Verlagerungen der Meeresoberfläche, die sich in einfacher Weise aus der Beziehung (4. 7) ermitteln lassen. Insbesondere ist ein stationärer Zustand der Meeresoberfläche ($\zeta = \text{konst.}$) durch

$$\operatorname{div} S = 0 \quad (4. 8)$$

festgelegt, d. h. *bei stationärer Meeresoberfläche muß die totale Strommenge divergenzfrei sein.* Damit ist nicht gesagt, daß in jeder horizontalen Schichte das Stromfeld divergenzfrei sein muß; nur in der Gesamtheit der ganzen Wassersäule muß der Überschuß an Zufuhr in einer Schichte durch einen entsprechenden Fehlbetrag an Zufuhr in einer anderen Schichte ausgeglichen sein. Innerhalb der Wassersäule gleicht sich dies durch Vertikalbewegungen aus, die auf die Lage der Meeresoberfläche unwirksam sind. Gleichung (4. 7) enthält auch den Fall, daß an der Meeresoberfläche eine Wassermasse hinzutritt oder verschwindet, z. B. durch Niederschlag und Verdunstung oder durch Zufuhr aus Flüssen. Die Wirkung dieser Faktoren ist aber in den meisten Fällen sehr klein (siehe S. 136).

Falls u und v einer *homogenen* Wassersäule überall gleich groß sind, die Tiefe des Meeres h im Gleichgewichtszustand als konstant angesehen werden kann, wird, wie man leicht zeigen kann, aus (4. 7)

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = -h \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right). \quad (4. 9)$$

Diese Form der Kontinuitätsgleichung läßt sich sehr einfach auch direkt ableiten, indem man den Massenfluß in einen prismatischen Raum berechnet, welcher das elementare Rechteck $\delta x \delta y$ zur Basis hat und bis zur Oberfläche des Wassers h reicht. Gleichung (4. 9) kann man benutzen, um zu beurteilen, mit welcher Genauigkeit das Stromfeld bekannt sein muß, um zeitliche Änderungen in der Höhe der Meeresoberfläche zu bestimmen oder anders ausgedrückt, um *aus dem horizontalen Massentransport auf den vertikalen zu schließen.* Man erkennt aus (4. 9) sogleich, daß zur Berechnung der Änderungen von ζ mit der Zeit die Verteilung von u und v um so genauer gegeben sein muß, je tiefer das Meer ist. Bei größeren Tiefen wird deshalb die Methode, Höhenverlagerungen der Meeresoberfläche aus dem Stromfeld zu bestimmen, unbrauchbar werden.

Sind u und v periodisch mit der Zeit, wie es bei Gezeitenerscheinungen der Fall ist, so wird auch ζ periodisch und zwar von derselben Periode wie diese. Nach dem früheren können wir der Gleichung (4. 9) auch die Form

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = - \frac{h}{\sigma \delta n} \frac{\partial}{\partial s} (V \partial n) \quad (4. 10)$$

geben. Ist $V = V_0 \cos(\sigma t + \varepsilon)$ und $\zeta = \zeta_0 \sin(\sigma t + \varepsilon)$. Dann geht (4. 10) in die Gleichung

$$\zeta_0 = - \frac{h}{\sigma \delta n} \frac{\partial}{\partial s} (V_0 \delta n) \quad (4. 11)$$

über. Diese Beziehung gestattet zu ermitteln, wie genau die horizontale Stromverteilung bekannt sein muß, um eine damit verbundene vertikale Gezeit daraus berechnen zu können¹. Es können folgende Fälle eintreten:

1. *Parallele Stromlinien*; dann ist $\delta n = \text{konst.}$ und $\zeta_0 = - \frac{h}{\sigma} \frac{\partial V_0}{\partial s}$.

Es soll $\zeta_0 = 1$ m, die Entfernung der zwei Stationen $ds = 50$ km und $h = 50$ m sein; für die halbtägige Gezeit $\sigma = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{12.3 \text{ St.}}$ wird das notwendige $\delta V_0 = - 14 \text{ cm sec}^{-1} = - 1/4 \text{ Sm/St.}$ Die Abnahme der horizontalen Geschwindigkeit liegt vollständig innerhalb des Bereiches der Meßbarkeit.

2. *Konstante Geschwindigkeit V_0* längs der Stromlinien; dann ist $\zeta_0 = - \frac{h V_0}{\sigma \delta n} \delta \alpha$. Wählt man wie früher $\zeta_0 = 1$ m, $\delta n = 50$ km, $h = 50$ m und für $V_0 = 0,5 \text{ msec}^{-1}$, so wird $-\delta \alpha = 0,284$ Winkleinheiten oder rund 16 Bogengrade. Die Konvergenz der Stromlinien ist so groß, daß sie sich in der Gezeitenstromdarstellung deutlich zeigen muß.

Die Kontinuitätsgleichung gestattet deshalb aus Gezeitenstromdarstellungen die dazugehörige vertikale Gezeit mit genügender Genauigkeit zu bestimmen, falls die Tiefe des Meeres nicht zu groß ist. Für die Nordsee hat diese Methode zu sehr befriedigenden Ergebnissen geführt; für Gezeiten auf den Schelfen — nur für solche Gebiete sind derzeit Gezeitenstromdarstellungen gegeben worden — dürfte sie stets benutzbar sein.

Bei *unhomogenem* Wasser, insbesondere bei Vorhandensein von geschichteten Wassermassen mit Grenzflächen könnte man die Kontinuitätsgleichung in entsprechender Form für die einzelnen Schichten und mit den notwendigen Grenzbedingungen für die Grenzflächen selbst in ähnlicher Weise benutzen. Es ist dies bisher nicht versucht worden.

3. Der Lehrsatz von M. Knudsen.

Die Kontinuitätsgleichung bezieht sich auf die Wassermassen im allgemeinen; bei stationären Zuständen muß aber auch in bezug auf den

¹ DEFANT, A.: Ann. Hydr. u. mar. Meteor. 1925, S. 231.

Salzgehalt eine ähnliche Beziehung gelten, die sich dann auf den Salztransport bezieht. Die Ableitung der Beziehungen für die einfachsten Fälle hat MARTIN KNUDSEN¹ gegeben.

Bezeichnet man mit σ das Gewichtsverhältnis zwischen Salz und Salzwasser, so daß $\rho\sigma$ die Gewichtsmenge von Salz pro Volumeinheit ist, multipliziert man ferner die Kontinuitätsgleichung mit der Größe σdz und integriert von der Meeresoberfläche, die als stationär angenommen wird ($\zeta = \text{konst.}$), bis zum Meeresboden, so erhält man²

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_0^h \rho \sigma dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_0^h \rho \sigma u dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_0^h \rho \sigma v dz = 0,$$

Die Integrale des zweiten und dritten Gliedes können als Komponenten eines Vektors Σ , den man Salzstrommenge nennen könnte, auffassen. Das erste Integral gibt die Änderung des Salzgehaltes innerhalb der Wassersäule, der durch Zufuhr von den Seiten oder auch von oben erfolgt. Bezeichnen wir es mit Δ , dann lautet die Kontinuitätsgleichung in bezug auf den Salzstrom in allgemeiner Form.

$$\frac{\partial \Delta}{\partial t} + \frac{\partial \Sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \Sigma_y}{\partial y} = \frac{\partial \Delta}{\partial t} + \text{div } \Sigma = 0. \quad (4. 12)$$

Zu ihr tritt noch die gewöhnliche Kontinuitätsgleichung in bezug auf die Wassermenge in der Form (4. 8).

Der hydrographische Lehrsatz von KNUDSEN ist ein spezieller Fall dieser Beziehung. Sind in Abb. 13 A und B zwei senkrechte Querschnitte durch eine Meeresstraße oder eine Flußmündung und bedeuten i und i' die Wassermengen pro Zeiteinheit des nach außen setzenden Oberstromes mit den mittleren Salzgehalten s und s' in A und B , u und u' und z und z' die entsprechenden Größen des nach innen setzenden Unterstromes, so ergeben sich unter der Voraussetzung stationärer Verhältnisse $\Delta = 0$ und der Konstanz des Salzgehaltes auf der einen Seite der Querschnitte aus den zwei Gleichungen $\text{div } S = 0$ und $\text{div } \Sigma = 0$ die Relationen von KNUDSEN in der Form

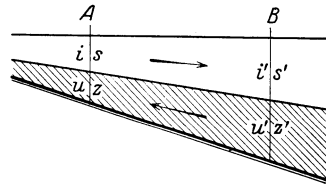


Abb. 13.

$$i' = i \frac{1 - \frac{s}{z}}{1 - \frac{s'}{z'}}, \quad u = i \frac{s}{z}, \quad u' = i' \frac{s'}{z'} \frac{1 - \frac{s}{z}}{1 - \frac{s'}{z'}}. \quad (4. 13)$$

¹ KNUDSEN, M.: Ein hydrographischer Lehrsatz. Ann. Hydr. u. mar. Meteor. 1900, S. 316.

² Siehe EKMAN, V. W.: Meeresströmungen. Handb. d. phys. u. techn. Mechanik. Herausgeg. von Fr. Auerbach und W. Hort, Bd. 5, S. 199.

Ist i , sowie die Verteilung des Salzgehaltes des Ober- und Unterstromes an zwei Querschnitten gegeben, so läßt sich die mittlere Stromverteilung im Querschnitt angenähert berechnen; insbesondere erhält man einen Überblick über die im Ober- und Unterstrom bewegten Wasser- und Salz mengen. Bei Flußmündungen kann man den Querschnitt A so weit landeinwärts legen, daß am Boden Salzwasser fehlt; dann ist i die Wasserführung des Flusses, $s = 0$, $u = 0$ und

$$i' = i \frac{z'}{z' - s'} \quad \text{und} \quad u' = i \frac{s'}{s' - z'}.$$

Diese Beziehungen sind direkt praktisch benutzbar. Zum Beispiel war für einen Längsschnitt durch die Götaelf $s' = 18$, $z' = 22\text{‰}$, demnach $i' = 5,5 i$ und $u' = 4,5 i$; also $i' : u' = 11 : 9$. Die Dicke des Oberstromes war 3 m, jene des Unterstromes 9 m, so daß die Geschwindigkeit des Oberstromes sich zu jener des Unterstromes wie fast 4 : 1 verhält¹.

Betrachtete man die Verhältnisse größerer Becken, bei denen eine erhebliche Wasserzufuhr durch Niederschlag, Verdunstung oder durch Flüsse vorhanden ist, so geht eine Vernachlässigung von A nicht mehr an. R. WITTING² und J. GEHRKE³ haben diese Fälle näher untersucht. WITTING hat die ausführlichen Gleichungen auf die Mündung der Bottnischen Seen angewandt, um die Größe der während der verschiedenen Quartale abfließenden und einkommenden Wassermassen abzuleiten. GEHRKE zeigt, daß man den Lehrsatz von KNUDSEN mit gewissen Erweiterungen auch auf entsprechende Probleme an ozeanischen Küsten anwenden kann und führt die entsprechenden Rechnungen für ein großes Gebiet des Golfstromes westlich und nordwestlich Irlands aus.

Es ist klar, daß die Ergebnisse nur eine Übersicht über mittlere Verhältnisse bieten können, daß aber aus der Kontinuitätsgleichung allein keine weiteren Schlüsse auf den inneren Zusammenhang der Erscheinungen gezogen werden kann.

4. Kinematische Wirkungen der Bodenkonfiguration und Küstengestaltung.

Die Art der äußeren Begrenzung des Meeres, das Relief des Bodens und die Küstenform üben auf die Strömungen des Wassers, insbesondere auf ihre äußere Gestalt einen sehr großen Einfluß aus. Wenn wir zu-

¹ EKMAN, W.: Ein Beitrag zur Erklärung und Berechnung des Stromverlaufes an Flußmündungen. Öfver. kgl. Vet. Akad. Förh. Stockholm 1899, Nr. 5.

² WITTING, R.: Der Bottnische Meerbusen. Ann. Hydr. u. mar. Meteor. 1906, S. 415.

³ GEHRKE, J.: Mean velocity of the Atlantic currents running north of Scotland and through the English Channel. Publ. d. Circ. Nr. 40. Kopenhagen 1907.

nächst von der Reibung und der ablenkenden Kraft der Erdrotation absehen — ihr Einfluß wird später behandelt —, so wird bei jeder stationären Strömung (Potentialströmung) das Wasser in unmittelbarer Umgebung des Bodens und der Küste diesen folgen müssen, d. h. die der äußeren Begrenzung nächsten Stromlinien müssen sich dem Boden und der Küste anschmiegen. Dadurch ist bei dem nahezu inkompressibeln Wasser die Möglichkeit gegeben, daß sich die Störungen im geradlinigen Verlauf der Strömung noch in großen Entfernungen von der Küste und vom Meeresboden bemerkbar machen. Die Wirkung solcher Störungen im Relief wollen wir zunächst im Falle einer stationären Strömung (ohne Reibung und ablenkende Kraft) im folgenden etwas näher beleuchten.

Bei einer im wesentlichen horizontalen Strömung handelt es sich am Meeresboden in erster Linie um den Einfluß von vertikalen Erhebungen und Einsenkungen desselben auf solche Strömungen. Wir wissen, daß man in den allermeisten Fällen die vertikalen Störungen im Meeresboden als kleine Unregelmäßigkeiten, somit in vertikaler Hinsicht als klein gegenüber der Meerestiefe auffassen kann. Hydrodynamisch lassen sich dann die Wirkungen derselben auf eine horizontale Strömung leicht berechnen, indem man die Gestalt des Bodens wellenförmig annimmt¹.

Ist diese wellenförmige Bodengestaltung² durch

$$y = -h + \gamma \cos \kappa x \quad (4. 14)$$

gegeben, so zeigt sich, daß bei einer Strömung mit einer Horizontalgeschwindigkeit c über diesen Boden alle Stromlinien bis zur Oberfläche wellenförmig sind und die Schwankungen des Bodens allerdings mit verschiedenem vertikalen Maßstab mitmachen. Die freie Oberfläche entspricht selbst einer Stromlinie und ihr Profil ergibt sich zu

$$y = \frac{\gamma}{\cosh \kappa h \left(1 - \frac{g}{\kappa c^2} \operatorname{tag} h \kappa h \right)} \cos \kappa x. \quad (4. 15)$$

Der Nenner kann positiv oder negativ sein, je nachdem $c \geq \left(\frac{g}{\kappa} \operatorname{tag} h \kappa h \right)^{1/2}$ ist. Der Ausdruck rechts ist aber die Fortpflanzungsgeschwindigkeit von Wellen auf *ruhigem* Wasser von gleichförmiger Tiefe h , welche die gleiche Länge haben wie die Schwankungen des Bodenniveaus (siehe S. 158). Wir erhalten somit das Resultat: Ist die Stromgeschwindigkeit kleiner als diejenige solcher freier Wellen, dann ist der Nenner negativ und die Erhebungen und Senkungen der Oberfläche sind denjenigen des Meeresbodens gerade umgekehrt: Bei Bodenerhebungen Senkung der Ober-

¹ LAMB: Lehrb. d. Hydrodynamik, § 244, S. 477.

² Koordinatenursprung in der ungestörten Oberfläche, γ klein gegen h , $\kappa = \frac{2\pi}{\lambda}$, λ die Länge der Bodenwellen.

fläche und umgekehrt. Im anderen Falle sind die Schwankungen unten und oben gleichsinnig.

· Hat die Stromgeschwindigkeit c genau den Wert der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der freien Wellen, dann verschwindet der Nenner und die Amplitude der Schwankungen der Oberfläche wird theoretisch unendlich (Resonanzerscheinung). Bei passenden Werten von c können somit die Schwankungen an der Oberfläche wesentlich größer sein als die des Bodens.

Ist die Länge der Bodenwellen groß gegenüber der Tiefe des Meeres, so reduziert sich die kritische Geschwindigkeit auf den Wert \sqrt{gh} . Bei einiger Tiefe des Meeres ist dieser Wert von c so groß, daß der Nenner in praktischen Fällen stets eine große negative Zahl wird, d. h. die Schwankungen an der Oberfläche sind invers und sehr klein. In der Nähe des Bodens sind aber die Schwankungen der Stromlinien von derselben Größenordnung wie dort, sie werden mit der Entfernung vom Boden immer kleiner. Die Abnahme für ein Meer von 4000 m Tiefe ist durch folgende Zahlen gegeben:

Tiefe in m:	4000	3500	3000	2500	2000	1500	1000	500	0
Amplitude der Schwankung in %:	100	73	53	37	26	18	11	5	-0,04

Bodenschwankungen von 500 m Höhenunterschied in 4000 m äußern sich demnach z. B. in 2000 m Tiefe noch in welligen Stromlinien mit einer vertikalen Amplitude von 130 m. Bei stetigen Änderungen von Temperatur und Salzgehalt in der Vertikalen müssen sich diese welligen Stromlinien durch ebensolchen welligen Verlauf von Temperatur und Salzgehalt äußern. Die Isothermen und Isohalinen im Vertikalschnitt zeigen dann stationäre Wellen, das sind solche, die ihren Ort zeitlich nicht ändern. Es ist nicht ausgeschlossen, daß manche beobachtete vertikale Schwankungen dieser Elemente auf einen derartigen Einfluß der Bodentopographie zurückzuführen sind. Ein Beispiel hierfür ist in Abb. 14 gegeben, die nach A. MERZ¹ den westlichen Teil des Temperaturprofils durch den Südatlantischen Ozean auf 35° südl. Br. wiedergibt. Die Isothermen zeigen große, mehrere hundert Meter umfassende vertikale Schwankungen; sie scheinen am stärksten im Grenzgebiete zwischen dem antarktischen Zwischenstrom und dem Tiefenstrom ausgebildet zu sein und eine ziemlich stabile Lage zu haben, was auf topographische Ursachen zurückzuführen sein dürfte.

Ist das Wasser geschichtet, ist z. B. in einer gegebenen Tiefe eine Diskontinuitätsfläche vorhanden, die eine leichtere Oberschicht von einer unteren schwereren trennt, so ist die Möglichkeit gegeben, daß an

¹ MERZ, A.: Die Deutsche Atlantische Expedition auf dem Vermessungs- und Forschungsschiff „Meteor“. Sitzgsber. preuß. Akad. Wiss., Physik.-math. Kl. Bd. 31. Berlin 1925.

dieser Grenzfläche die Störungen der Bodenform sich in wesentlich stärkerem Grade bemerkbar machen als an der Oberfläche. Es sind sogar Fälle möglich, in denen an der Oberfläche praktisch keine Störungen durch die Bodenform auftreten, an der Grenzfläche in relativ kleiner Entfernung unter der Oberfläche hingegen diese so groß sind, daß es zu Wirbelbildungen und inneren Brandungserscheinungen kommen kann. In hydrodynamischer Hinsicht kann man diesen Fall in ähnlicher Weise behandeln wie den früheren¹.

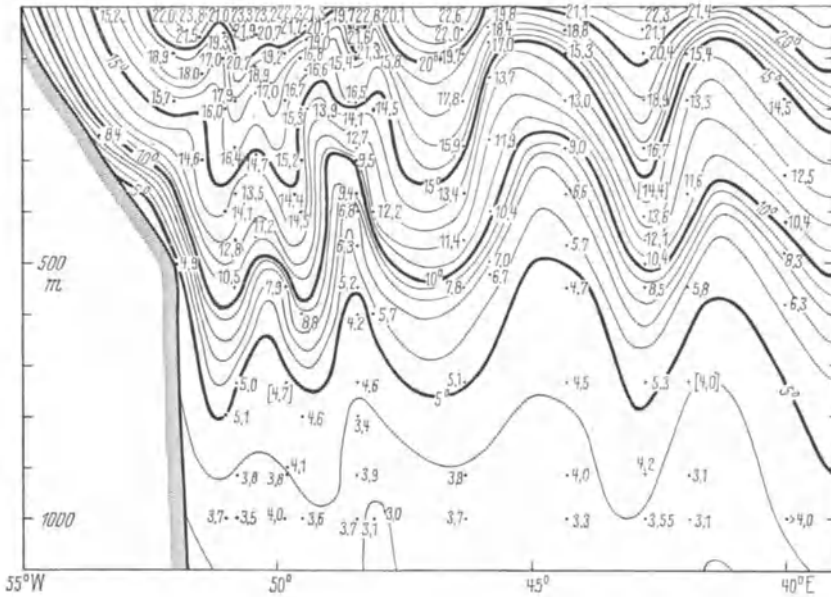


Abb. 14. Temperaturprofil durch den Südatlantischen Ozean auf 35° S. (nach A. MERZ).

Der Koordinatensprung liege nun in der ungestörten Grenzfläche; die wellenförmige Bodengestaltung kann dann bei einer Tiefe — h der unteren Wassermasse mit der Dichte ρ durch die Gleichung (4. 14) angesetzt werden. Die obere Wassermasse habe die Dicke h' und ihre Dichte sei ρ' . Ist die Geschwindigkeit der wie früher die ganze Wassermasse umfassenden Strömung c , dann ergibt sich, daß die Stromlinien in beiden Wassermassen entsprechend der Bodenform gewellt sind, insbesondere aber, daß die Grenzfläche an diesen Schwankungen vollständig teilnimmt. Die Amplitude dieser wellenförmigen Stromlinien zeigt im Nenner einen Ausdruck von der Form:

$$N = c^4 \left(\omega \omega' + \frac{g'}{\rho} \right) - c^2 (\omega + \omega') \frac{g}{z} + \left(1 - \frac{\rho'}{\rho} \right) \frac{g^2}{z^2}. \quad (4. 16)$$

¹ DEFANT, A.: Theoretische Überlegungen und experimentelle Untersuchungen zum Aufbau hoher Zyklonen und Antizyklonen. Sitzgsber. Akad. Wiss. Wien, Math.-naturwiss. Kl. Bd. 132, S. 83. 1923.

Hierbei ist $\omega = \coth \kappa h$ und $\omega' = \coth \kappa h'$. Dieser Ausdruck N gleich Null gesetzt ist aber wieder die Bedingungsgleichung für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit c freier Wellen von der Länge $\lambda = 2\pi:\kappa$ an der Oberfläche bzw. an der Grenzfläche der *ruhenden* Wassermasse (siehe S. 186). Daraus kann geschlossen werden, daß, wenn die Stromgeschwindigkeit über dem gewellten Boden der Fortpflanzungsgeschwindigkeit *freier* Wellen an der Oberfläche oder an der Grenzfläche entspricht, die von der Bodenform erzwungenen Schwankungen an der Oberfläche bzw. an der Grenzfläche sehr groß werden, ja wesentlich größer werden können, als der Amplitude des wellenförmigen Bodens entspricht. Kleine Störungen am Meeresboden sind so unter bestimmten Umständen von großen wellenförmigen, stationären Verlagerungen der Grenzfläche

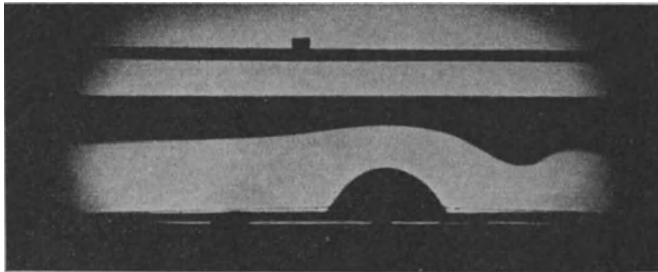


Abb. 15a. Wellenbildung an der Grenzfläche ungleich dichter Flüssigkeiten. Relative Bewegung der Flüssigkeiten gegenüber dem dunklen Segment am Boden des Troges 7 cm/sec nach rechts.

begleitet. Nach der Beziehung (4. 16) gibt es *zwei* solche Geschwindigkeiten, bei denen dies eintritt; die eine ist sehr groß und kommt praktisch nicht in Frage, die andere aber ist klein und liegt innerhalb des Bereiches der beobachteten Stromgeschwindigkeiten im Meer. Im allgemeinen ist die Länge der Bodenstörung groß gegenüber der Meerestiefe; dann sind mit genügender Genauigkeit die kritischen Geschwindigkeiten durch die Ausdrücke

$$c_1 = \sqrt{g(h+h')} \quad \text{und} \quad c_2 = \sqrt{\left(1 - \frac{\rho'}{\rho}\right) \frac{ghh'}{h+h'}} \quad (4. 17)$$

gegeben. c_1 gibt immer große Werte, c_2 aber relativ kleine und gerade bei diesen sind an der *Grenzfläche* die Schwankungen am größten, während sie an der Oberfläche praktisch verschwinden. Zum Beispiel wird bei $\rho - \rho' = 1 \cdot 10^{-3}$, $h' = 50$ m und $h = 100$ m der Wert von c_2 $0,58 \text{ msec}^{-1}$, d. i. eine Geschwindigkeit, die in der Natur leicht vorkommen kann.

Solche Schwankungen an einer Grenzfläche bedingt durch Störungen in der Bodenform lassen sich auch experimentell im Laboratorium nachweisen; die Versuche sind äußerst lehrreich. Abb. 15a gibt die Photographie eines solchen. Die relative Geschwindigkeit der geschichteten

Flüssigkeit gegenüber dem dunklen Segment am Boden des Troges war 7 cm sec^{-1} von links nach rechts. Während an der Grenzfläche (Dichtesprung $15 \cdot 10^{-3}$) nach dem Hindernis am Boden eine kräftige Einsenkung erfolgt, ist die Oberfläche völlig ungestört und eben. Mit Steigerung der Geschwindigkeit stellen sich sogar innere Brandungserscheinungen (Überstürzen der Welle, Abb. 15 b) ein, ein Vorgang der deutlich verfolgt werden kann.

In der Natur liegt vielleicht der Fall häufiger so, daß die Stromgeschwindigkeiten in den zwei Wasserarten verschieden groß sind oder auch verschieden gerichtet sind. Auch diesen Fall kann man rechnerisch verfolgen. Ist die Stromgeschwindigkeit in der oberen Wassermasse c' , in der unteren c , dann lautet der der Beziehung (4. 16) entsprechende

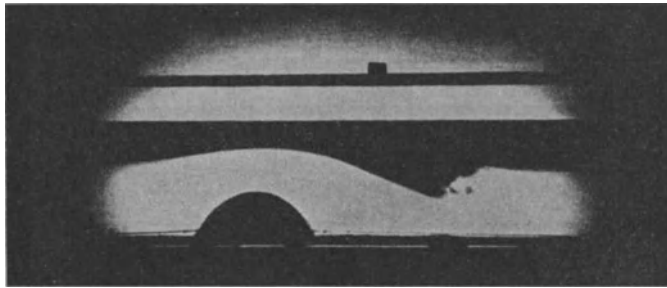


Abb. 15 b. Wellenbildung mit Brandungserscheinungen an der Grenzfläche ungleich dichter Flüssigkeiten. Relative Bewegung der Flüssigkeiten gegenüber dem dunklen Segment am Boden 8 cm/sec nach rechts.

Nenner im Ausdruck für die Amplitude der Schwankungen der Stromlinien

$$N = c^2 c'^2 \left(\omega \omega' + \frac{\rho' c'^2}{\rho c^2} \right) - (\omega c^2 + \omega' c'^2) \frac{g}{z} + \left(1 - \frac{\rho'}{\rho} \right) \frac{g^2}{z^2}. \quad (4. 18)$$

Bei Stromgeschwindigkeiten c und c' , die $N = 0$ machen, werden auch hier die Schwankungen der Grenzfläche theoretisch unendlich. Wenn wieder die Länge der Bodenwelle groß gegen die Tiefe des Meeres ist, dann reduziert sich diese Bedingung für große stationäre Wellen an der Sprungschicht mit genügender Genauigkeit auf

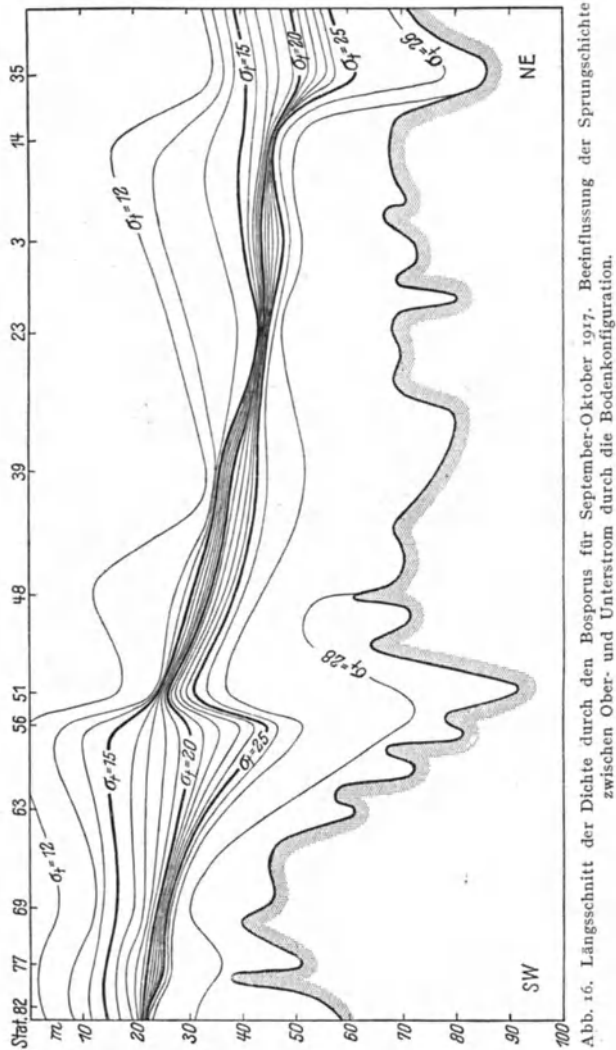
$$c^2 h'^2 + c'^2 h^2 = \left(1 - \frac{\rho'}{\rho} \right) g h h'. \quad (4. 19)$$

Werte der Stromgeschwindigkeit, die diese Gleichung angenähert erfüllen, sind stets bei Bodenstörungen von bedeutenden Schwankungen der Grenzfläche zwischen den zwei Strömen begleitet.

Ein treffliches Beispiel hierfür sind die Verhältnisse im Bosphorus. Abb. 16 gibt einen nach den Beobachtungen von A. MERZ von L. MÖLLER¹

¹ MÖLLER, L.: MERZ, A., Hydrographische Untersuchungen in Bosphorus und Dardanellen. Veröff. Inst. Meereskde zu Berlin 1928. Reihe A, H. 18.

bearbeiteten Längsschnitt durch diese Meerenge. Die Linien sind Isopyknen und zeigen mit großer Deutlichkeit das Vorhandensein einer Sprungschichte zwischen dem Oberstrom, der die oberen Wassermassen vom Schwarzen Meer gegen das Marmarameer mit einer Geschwindigkeit



zwischen 1 und 2 msec^{-1} abführt, und dem Unterstrom, der in entgegengesetzter Richtung von SW gegen NO gerichtet ist; seine Geschwindigkeit liegt zwischen 0,5 und 1 msec^{-1} . Die Bodenkonfiguration längs der Meerenge ist sehr kompliziert und zeigt einerseits am Ausgang in das Marmarameer, andererseits am Ausgang in das Schwarze Meer

Störungen in vertikaler Richtung bedeutender Art. Diese spiegeln sich auch in der Anordnung der Isopyknen in der Nähe der Sprungschicht wieder; einerseits ist an diesen Stellen der Sprung der Dichte zwischen Ober- und Unterstrom nicht so gut ausgebildet, wie bei ruhigerem Verlauf des Bodens, was auf stärkere Turbulenz an diesen Stellen hinweist, andererseits schmiegen sich die Isopyknen deutlich der Bodenform an und zeigen dadurch, daß die Stromlinien im Ober- und im Unterstrom der Bodenform folgen.

Diese Schwankungen in der Lage der Grenzfläche sind wohl durch die Störungen der Bodenform bedingt. Man erkennt, daß die Geschwindigkeiten die Gleichung (4. 19) nahezu erfüllen, so daß auch in theoretischer Hinsicht mit großen Schwankungen an der Grenzfläche zu rechnen ist. Denn bei den Stationen 56 und 51 ist $q - q'$ etwa $15 \cdot 10^{-3}$ bei $q = 1,028$, $h' = 25$ m und $h = 45$ m. Wählt man den Beobachtungen gemäß $c' : c = 2$, dann ergibt die Gleichung (4. 19) als kritische Geschwindigkeit der Oberströmung $1,77$ m sec^{-1} , was der mittleren beobachteten Geschwindigkeit entspricht. Auch die Geschwindigkeit der Unterströmung liegt mit $0,88$ m sec^{-1} innerhalb der beobachteten Werte. Die Schwankungen der Grenzfläche sind somit ohne Zweifel durch die Bodenstörungen hervorgerufen.

Genau wie am Meeresboden die Stromlinien in vertikaler Richtung der Bodenform sich anschmiegen müssen, tun sie dies in horizontaler Richtung in Küstennähe bei welligem Verlauf der Küste. Erst in größerer Entfernung von derselben werden sie sich unabhängig von derselben entwickeln können. Im allgemeinen folgen tatsächlich auch die Stromlinien der Küstenform namentlich bei geringerer Stromgeschwindigkeit, wie sie meistens vorhanden ist. Von gewissen Werten der letzteren an, bei bestimmter Stromrichtung gegen den Küstenverlauf und entsprechender Begünstigung durch die Küstenform wird gemäß der Kontinuitätsgleichung der Ersatz für das abströmende Wasser nicht vom nachfolgenden Strom geliefert, sondern von der Seite oder von unten herbeigeht. Dies führt zur Ausbildung von *Kompensationsströmen*. In horizontaler Richtung sind es vor allem *Standwirbel*, die dadurch entstehen und in der Nähe der Küste der Strömung ein ganz anderes Gepräge geben, als draußen in größerer Entfernung von dieser. Solche Ersatzströme kleinerer Ausdehnung führen den Namen „*Neerströme*“ und finden sich namentlich dort, wo bei einer dem allgemeinen Küstenverlauf nahezu parallelen stärkeren Strömung die Küste eine Einbuchtung aufweist. Diese ist dann der Sitz einer rückläufigen Gegenströmung (Neer). Ein Beispiel eines solchen Neerwirbels ist in Abb. 17 nach A. MERZ¹ gegeben; die Figur zeigt eine Skizze der Dardanellenengen zwischen Nagara und Tschanak; die Pfeile geben die in 50 m Tiefe

¹ MERZ, A.: Meereskunde, Wirtschaft und Staat. Meereskunde, Bd. 14, H. 157. Berlin 1925.

gemessene Strömung an. Die starke, durch kräftige Pfeilschäfte bezeichnete Hauptströmung durchheilt strahlenförmig in der Richtung vom Ägäischen zum Marmarameer die Weitung zwischen den beiden Engen, während in der Bucht zur Linken ein Standwirbel mit schwachem rückkehrenden Strom ausgebildet ist. Auch im Bosphorus zeigen sich sowohl im Ober- wie im Unterstrom solche Standwirbel in den Ausbuchtungen der Meerenge¹.

Solche Standwirbel sind als *stationäre Wirbel* anzusehen. Es läßt sich zeigen, daß solche Wirbel hydrodynamisch durchaus möglich sind und

eine stationäre Bewegungsform darstellen. Für den zweidimensionalen Fall gibt Abb. 18 eine mögliche Form der Stromlinien innerhalb des Wirbels. Sie entspricht ganz den Verhältnissen in Standwirbeln; es muß aber hervorgehoben werden, daß innerhalb dieser hydrodynamischen Wirbel die Wassermenge stets dieselbe bleibt und kein Übertritt in die

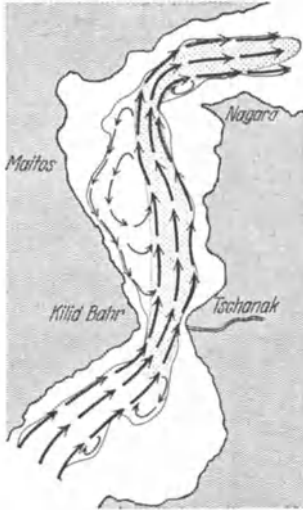


Abb. 17. Dardanellenenge zwischen Nagara und Tschanak. Unterstrom in 50 m Tiefe mit Standwirbel. Die punktierte Fläche in der Enge hat Schotterboden.

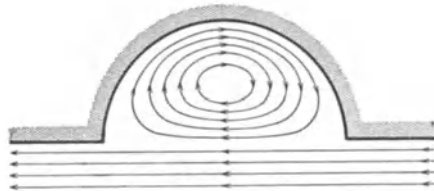


Abb. 18. Stationärer Wirbel in einer halbkreisförmigen Bucht.

Hauptströmung, wie man es häufig in Standwirbeln in der Natur sieht, erfolgt. Diese Übertritte sind stets eine Folge von Pulsationen im Hauptstrom; auf diese Weise wirkt dieser auf den Standwirbel ein und reguliert dadurch seine Ausdehnung.

Auch im großen sind Kompensationsströme von Bedeutung. Bei der Erklärung mancher Meeresströmungen spielen sie eine große Rolle; wir werden später darauf zurückkommen.

¹ MERZ, A.: Die Strömungen von Bosphorus und Dardanellen. Verh. d. 20. dtsh. Geogr. Tag. Juni 1921. Weitere Beispiele in der eingehenden Bearbeitung dieser Strömungen von L. MÖLLER; A. MERZ, Hydrogr. Untersuchungen in Bosphorus und Dardanellen. Veröff. Inst. Meereskde zu Berlin 1928, Reihe A, Heft 18.

V. Allgemeine Dynamik der Meeresströmungen.

1. Stationäre Strömungen in einem homogenen Meer ohne Reibung.

Die allgemeine Bewegung der Wassermassen in einem homogenen Meer ($\rho = \text{konst.}$) erfolgen, wenn man von einem Einflusse der Reibung absieht, bei Berücksichtigung der ablenkenden Kraft der Erdrotation gemäß den Beziehungen (2. 4) und (2. 8) nach den Gleichungen

$$\frac{du}{dt} = 2\omega \sin \varphi v - \alpha \frac{\partial p}{\partial x} \quad \frac{dv}{dt} = -2\omega \sin \varphi u - \alpha \frac{\partial p}{\partial y}. \quad (5. 1)$$

Diese Gleichungen können als die Grundgleichungen für reibungslose Meeresströmungen angesehen werden. Im einfachsten Fall, daß die Wassermassen in geraden Bahnen mit *konstanter* Geschwindigkeit

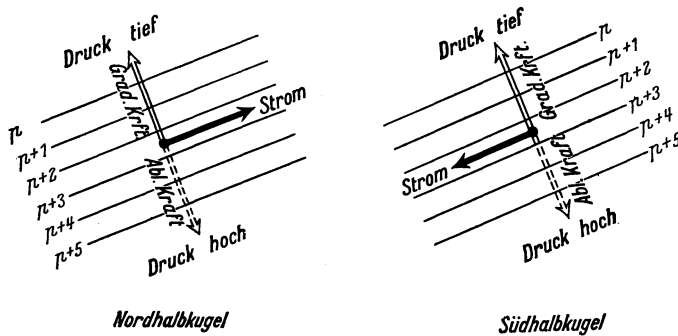


Abb. 19. Kräfte- und Stromdiagramm bei stationären Strömungen in einem homogenen Meer ohne Reibung.

$c = \sqrt{u^2 + v^2}$ strömen (stationäre Ströme), verschwinden die Beschleunigungen rechts und die Gleichungen nehmen die Form:

$$-2\omega \sin \varphi v = -\alpha \frac{\partial p}{\partial x} \quad \text{und} \quad 2\omega \sin \varphi u = -\alpha \frac{\partial p}{\partial y} \quad (5. 2)$$

an.

Diese Gleichungen besagen, daß für jede Koordinatenrichtung die ablenkende Kraft der Erdrotation gleich und entgegengesetzt der Gradientenkraft ist. Dies muß natürlich auch für die totale Gradientenkraft gelten. Das totale Druckgefälle ist, wenn n die Normale zu den isobaren Flächen ist,

$$\frac{\partial p}{\partial n} = \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial p}{\partial y}\right)^2},$$

und aus (5. 2) folgt

$$2\omega \sin \varphi c = \pm \alpha \frac{\partial p}{\partial n}. \quad (5. 3)$$

Bei beschleunigungslosen Bewegungen halten sich Druckgradient pro Masseneinheit und ablenkende Kraft der Erdrotation das Gleichgewicht. Für die Nord- und Südhemisphäre gilt in diesem Falle die in Abb. 19 gegebene Verteilung von Kräfte und Strömung. Diese Figur kann nach beliebiger Himmelsrichtung orientiert sein. In ihr sind die Geraden ρ , $\rho+1$, $\rho+2$, . . . Linien gleichen Druckes, Isobaren auf einer Niveaufläche. Die Ströme folgen den Isobaren, so daß die Darstellung der isobaren Linien auf der Niveaufläche sofort über die Richtung des Stromes orientiert.

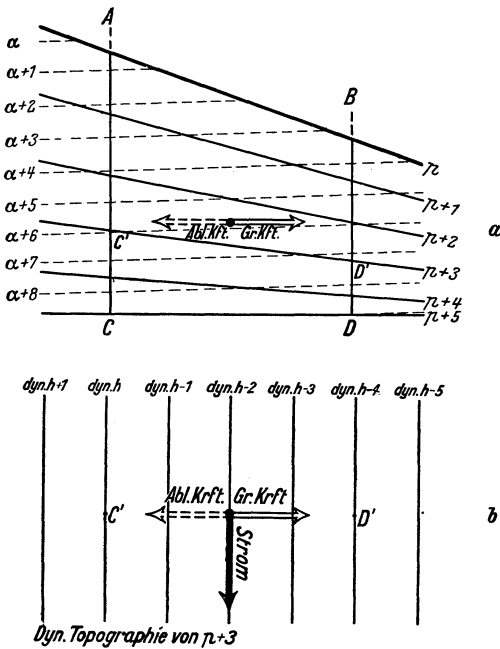


Abb. 20. Zur Erklärung der dynamischen Topographie einer isobaren Fläche.

schematischen Fall näher zu orientieren. In Abb. 20 a stelle CD eine Fläche gleichen Druckes, z. B. $\rho+5$ dar; sie sei horizontal, also zusammenfallend mit einer Niveaufläche; längs CD herrsche somit kein Druckgefälle, also auch keine Bewegung. An ihre Stelle können wir uns auch den Meeresboden denken, und das Wasser knapp darüber wäre sodann bewegungslos. Über C lagere eine Wassersäule leichteren Wassers (größeres spezifisches Volumen), über D hingegen eine solche schwereren Wassers (kleineres spezifisches Volumen). Der Übergang des spezifischen Volumens innerhalb der Wassermasse zwischen C und D erfolge stetig. Dann stellen die ausgezogenen Linien in Abb. 20 a die Isosteren dar und geben die Massenverteilung im Meere. Da der Druck in einer Säule leichteren Wassers *langsamer* mit der Höhe

Die Gedrängtheit der Isobaren ist ein Maß für die Stärke des Stromes; Richtung und Stärke der Strömung sind somit durch das Druckfeld auf einer Niveaufläche vollständig gegeben.

An Stelle dieser Darstellung durch Isobaren auf einer Niveaufläche wird in der dynamischen Ozeanographie zumeist die Darstellung der dynamischen Topographie einer isobaren Fläche angewandt. Es ist vielleicht angezeigt, sich über die Lage der isobaren Flächen im Raum und über die Darstellungsmethode durch die dynamische Topographie einer isobaren Fläche an einem

abnimmt, als in einer solchen schwereren Wassers, werden die isobaren Flächen im Meer eine Neigung von C gegen D aufweisen. Die freie Oberfläche wird bei konstantem Atmosphärendruck mit einer isobaren Fläche zusammenfallen, und bei stationären Verhältnissen wird über C das Meer höher stehen müssen als über D . Das Druckgefälle ist überall von C gegen D gerichtet, und bei beschleunigungsloser Bewegung muß diesem Gefälle die ablenkende Kraft der Erdrotation das Gleichgewicht halten. Die Strömung wird deshalb auf der Nordhalbkugel von der Seitenebene gegen den Leser gerichtet sein.

Da die dynamische Tiefe einer bestimmten Isobarenfläche stets von der *horizontal gedachten* Meeresoberfläche aus gezählt wird, wird sie an der Station A , die dem Punkte C entspricht, stets größer sein als an der Station B , die dem Punkte D entspricht. Die relative dynamische Topographie einer bestimmten Isobarenfläche (siehe S. 9) wird somit die Form Abb. 20 *b* aufweisen. Die Isobarenfläche $p+3$ habe z. B. in C' die dynamische Tiefe von 725,00 dyn. m in D' aber 724,75 dyn. m. Es ist also auch hier ein Gefälle von höheren Werten gegen niedrigere vorhanden, und man gelangt auch bei dieser Darstellungsweise zur Regel: *Bei stationärer reibungsloser Bewegung strömt das Wasser längs den dynamischen Isobathen derart, daß, wenn man dem Strom den Rücken kehrt, auf der Nordhemisphäre links die niedrigen, rechts die höheren dynamischen Isobathen liegen.* Die Gedrängtheit der Isobathen gibt zugleich Auskunft über die Stärke der Strömung.

Ein Beispiel für eine derartige Darstellung der dynamischen Topographie ist in Abb. 21 gegeben¹. Sie zeigt die relative Topographie der 750 Dezibar Fläche im Gebiete südlich der Neufundlandbank, wo der Labradorstrom und der Golfstrom in unmittelbare Nähe geraten. Das Grenzgebiet zwischen beiden Strömen ist durch eine Rinne und ein zentrales Gebiet geringer dynamischer Tiefe gekennzeichnet: südlich davon, dieses Gebiet zyklonisch umkreisend, der Golfstrom, nördlich davon längs der Großen Bank vordringend der Labradorstrom, dem Golfstrom in die Flanke fallend. Die dynamischen Isobathen, die hier mit einem Pfeil versehen sind, können bei stationärem Strom als *Stromlinien* aufgefaßt werden, orientieren uns somit sofort über Richtung und Stärke der Strömung.

Die hier abgeleiteten Gesetze gelten nur für Gebiete, in denen die ablenkende Kraft der Erdrotation wirksam ist, also für die ganze Erde, mit Ausnahme eines kleinen Streifens auf beiden Seiten des Äquators. Bei der Anwendung der gefundenen Ergebnisse ist darauf Rücksicht zu nehmen.

Es ist vielleicht von Interesse, zu bemerken, daß die allgemeinen

¹ Nach SMITH, ED. H.: A practical method for determining ocean currents. Coast Guard Bull. Nr. 14, Dec. 1925, Fig. 19, S. 39.

Gleichungen (5. 1) eine Integration für den Fall gestatten, daß durch die Wasserbewegung die Druckverteilung nicht geändert wird. Dann ist nämlich die Druckkraft zeitlich konstant, und man kann ermitteln, welche Geschwindigkeit Wasserteilchen unter Einwirkung einer Gradientenkraft annehmen können¹. Wird die erste der Gleichungen mit u , die zweite mit v multipliziert und beide addiert und bezeichnet man die totale Geschwindigkeit wie oben mit c , so ergibt sich

$$\frac{1}{2} \frac{dc^2}{dt} = -\alpha \left(\frac{\partial p}{\partial x} u + \frac{\partial p}{\partial y} v \right).$$

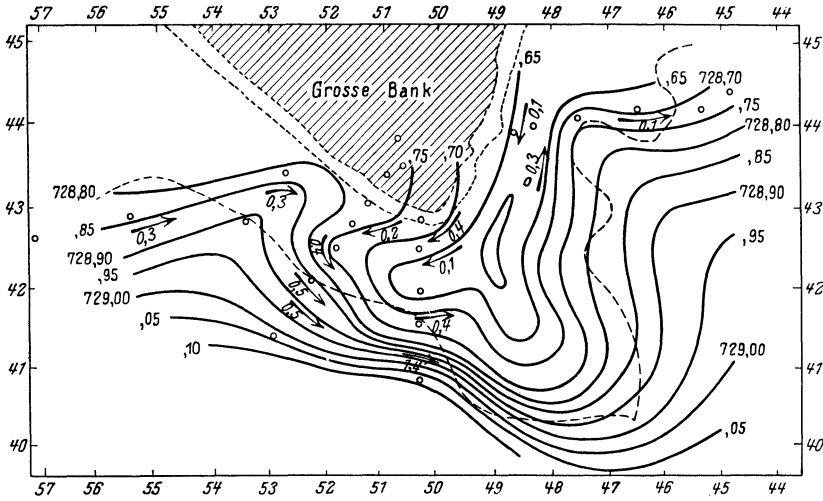


Abb. 21. Dynamische Topographie der 750 Dezibar Fläche südlich der Neufundlandbank nach den Beobachtungen vom 5. bis 7. Mai 1922 (nach E. H. SMITH).

Nun ist aber allgemein

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial p}{\partial y},$$

so daß, wenn die Druckverteilung stationär ist ($\frac{\partial p}{\partial t} = 0$), obige Gleichung in die Form $\frac{1}{2} dc^2 = -\alpha dp$ übergeht. Wenn ein Wasserteilchen längs einer Niveaufläche sich von einer Stelle, an der der Druck p_0 bis zu einer Stelle, an der der Druck p_1 herrscht, bewegt, so ändert sich seine Geschwindigkeit von c_0 auf c_1 , und es ist $c_1^2 = c_0^2 + 2\alpha(p_0 - p_1)$.

Im homogenen Wasser ist der Druckunterschied in einer beliebigen Tiefe durch die Neigung der Wasseroberfläche gegeben, so daß, wenn ζ die Erhebung über dem ungestörten Meeresniveau im statischen Gleichgewichtszustand ist, $p_0 - p_1 = \frac{g}{\alpha} (\zeta_0 - \zeta_1)$ wird und bei $c_0 = 0$ $c_1^2 = 2g(\zeta_0 - \zeta_1)$.

¹ Die entsprechenden Rechnungen für atmosphärische Verhältnisse stammen von M. MARGULES, Denkschr. Wien. Akad. Bd. 73, S. 338. 1901.

Die Geschwindigkeit, welche ein Wasserteilchen durch die Gradientenkraft annimmt, ist dieselbe, als wenn es wie auf einer schiefen Ebene ohne Reibung um den vertikalen Abstand $\zeta_0 - \zeta_1$ herabglitte¹. Zusammengehörige Werte sind in folgender Tabelle gegeben:

$p_0 - p_1$ in Zentibar:	0,01	,02	,05	,10	,50	1,00	1,50
$\zeta_0 - \zeta_1$ in cm:	0,1	0,2	0,5	1,0	5,0	10,0	15,0
c_1 in cm sec ⁻¹ :	14	20	31	44	98	139	312

Diese Zahlen lassen beurteilen, welche Geschwindigkeiten im Ozean durch Druckgefälle maximal hervorgerufen werden können; sie zeigen, daß schon minimale Neigungen der Meeresoberfläche Meeresströmungen von einer Stärke hervorrufen können, wie sie tatsächlich vorkommen, sie zeigen uns aber auch, daß die Genauigkeit der Tiefenmessung zu gering ist, um solche Gefälle festzustellen, daß es also unmöglich erscheint, die absolute Topographie der Meeresoberfläche aus Tiefenmessungen allein abzuleiten (siehe S. 9).

2. Einfluß der Änderung der Meerestiefe und der Kugelgestalt der Erde auf stationäre reibungslose Ströme im homogenen Meer.

Die bisherigen Überlegungen gelten ganz allgemein. Nimmt man die Kontinuitätsgleichung hinzu, so können verschiedene Einflüsse von äußeren Begrenzungen des Meeres näher untersucht werden. Die früheren abgeleiteten Gleichungen müssen sodann auf die ganze Wassermasse vom Meeresgrund bis zur Oberfläche bezogen werden. Dies läßt sich bei homogenem Wasser in sehr einfacher Weise durchführen.

In diesem Falle ist das Druckgefälle in einer beliebigen Tiefe durch die Neigung der Meeresoberfläche allein festgelegt. Bedeutet wieder ζ die vertikale Erhebung (positiv nach oben) über das ungestörte Meeresniveau im Zustand des statischen Gleichgewichts ($z = 0$) und $z = h$ der Meeresboden, so ist der Druck an einem beliebigen Punkt in der Tiefe z

¹ Obige Beziehung zwischen Druckgefälle und Geschwindigkeitsänderung läßt sich auch ohne weiteres aus der BERNOULLISCHEN Gleichung der Hydrodynamik ableiten. Denn für stationäre Bewegungen einer inkompressiblen Flüssigkeit nimmt diese die Form $\frac{p}{\rho} = -\frac{1}{2}c^2 + \text{konst.}$ an, was direkt obiger Beziehung entspricht. Sie zeigt, daß bei stationärer Bewegung entlang einer Stromlinie der Druck dort am größten ist, wo die Geschwindigkeit am kleinsten ist, und umgekehrt. Dieser etwas paradoxe Satz wird verständlich, wenn man bedenkt, daß beim Übergang von höherem auf niedrigeren Druck ein Wasserteilchen eine Beschleunigung erfahren, also die Geschwindigkeit zunehmen muß. Die Beziehung in der Form $\frac{1}{2}(c_1^2 - c_0^2) = g(\zeta_1 - \zeta_0)$ besagt, daß die potentielle Energie eines Wasserteilchens rechts vollständig in eine entsprechende Zunahme der kinetischen Energie links übergeführt wird.

durch $p = g\rho(z + \zeta)$ gegeben und die Gleichungen (5. 1) nehmen, wenn man $k = \frac{g}{2\omega \sin \varphi}$ setzt, die Form

$$u = -k \frac{\partial \zeta}{\partial y} \quad \text{und} \quad v = +k \frac{\partial \zeta}{\partial x} \quad (5. 4)$$

an.

Im ganzen homogenen Meer bis zum Meeresboden hinab herrscht, da in diesen Gleichungen z nicht vorkommt, dieselbe Stromgeschwindigkeit (u, v). Für stationäre Strömung ist aber noch die Kontinuitätsgleichung zu erfüllen. Nehmen wir diese in bezug auf die ganze Wassersäule bis zum Meeresboden, so ist sie durch die Gleichung (4. 9) gegeben, in der stationären Verhältnissen entsprechend $\zeta =$ zeitlich konstant zu setzen ist. Man erkennt dann, daß die Werte von u und v nach den Gleichungen (5. 4) die Kontinuitätsgleichung identisch erfüllen.

Bei *konstanter* Meerestiefe geben somit die Beziehungen (5. 4) die Richtung und Stärke stationärer Ströme in einem homogenen Meer; sie unterliegen in ihrer Richtung in bezug auf die Tiefe keiner Beschränkung. Sind Begrenzungen des Meeres (Küsten), welche als vertikale Wände gedacht sind, vorhanden, so erfordern die Grenzbedingungen, daß die Erhebung ζ über dem ungestörten Niveau längs dieser Küsten konstant ist.

Die Verhältnisse ändern sich, wenn die Meerestiefe veränderlich ist (h Funktion von x und y). Die Gleichungen (5. 4) bleiben bestehen, so daß auch in diesem Fall die Stromlinien mit den Linien gleicher Erhebung über dem ungestörten Niveau des Meeres identisch sind. Die Kontinuitätsgleichung nimmt aber bei variabler Tiefe nach den Beziehungen (4. 5) bis (4. 7) die Form

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = - \left(\frac{\partial h u}{\partial x} + \frac{\partial h v}{\partial y} \right) \quad (5. 5)$$

an. Stationäre Verhältnisse ($\zeta =$ zeitlich konstant) führen mit den Gleichungen (5. 4) zur Bedingungsgleichung

$$\frac{\partial h}{\partial y} \frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial \zeta}{\partial y} = 0. \quad (5. 6)$$

Ihr mathematischer Inhalt ist, daß die Kurven gleicher Meerestiefe h und die Kurven gleicher Erhebung ζ einander *parallel* verlaufen. Stationäre (reibungslöse) Ströme sind in einem homogenen Meer bei variabler Tiefe nur möglich, wenn *die Topographie der Meeresoberfläche in relativem Maßstab mit jener des Meeresbodens* zusammenfällt. Die stationären Ströme müssen überall parallel den bathymetrischen Kurven (Niveaulinien des Meeresbodens) verlaufen. Stromlinien, Linien gleicher Tiefe und Linien gleicher Erhebung über das ungestörte Meeresniveau sind identisch. Die Stromstärke ist frei und hängt nur vom absoluten Wert von ζ ab. Sind Begrenzungen vorhanden, so ist für die Möglichkeit stationärer Ströme notwendig, daß die Umgrenzung selbst eine bathymetrische Kurve ist, daß also längs derselben die Tiefe konstant ist.

In ähnlicher Weise kann man auch untersuchen, unter welchen Bedingungen in einem die *kugelförmige* Erde ganz oder teilweise bedeckenden Ozean stationäre reibungslose Ströme möglich sind. Nach den Bewegungsgleichungen (2. 10) sind dann die den Gleichungen (5. 4) entsprechenden Formeln für die meridionale und zonale Komponente der Geschwindigkeit

$$u = -\frac{h}{a \sin \theta} \frac{\partial \zeta}{\partial \lambda} \quad \text{und} \quad v = \frac{h}{a} \frac{\partial \zeta}{\partial \theta}. \quad (5. 7)$$

Die Kontinuitätsgleichung (2. 11) reduziert sich für variable Tiefe h und Berücksichtigung der Kleinheit von h gegenüber a in ähnlicher Weise wie früher auf die Form

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = -\frac{1}{a \sin \theta} \left(\frac{\partial h \sin \theta u}{\partial \theta} + \frac{\partial h v}{\partial \lambda} \right) \quad (5. 8)$$

Stationäre, reibungslose Bewegungen sind nur möglich, wenn

$$\frac{\partial h \sec \theta}{\partial \lambda} \frac{\partial \zeta}{\partial \theta} - \frac{\partial h \sec \theta}{\partial \theta} \frac{\partial \zeta}{\partial \lambda} = 0 \quad (5. 9)$$

ist.

Diese Bedingung enthält den Einfluß variabler Tiefe und der Kugelgestalt der Erde auf stationäre Ströme in einem homogenen Meer. Der Gleichung (5. 9) kann auch diese Form gegeben werden:

$$\frac{\partial h}{\partial \lambda} \frac{\partial \zeta}{\partial \theta} - \frac{\partial h}{\partial \theta} \frac{\partial \zeta}{\partial \lambda} - h \operatorname{tag} \theta \frac{\partial \zeta}{\partial \lambda} = 0. \quad (5. 10)$$

Die ersten zwei Glieder links sind identisch mit der Bedingungsgleichung für ebene Koordinaten, enthalten also nur den Einfluß der veränderlichen Tiefe; der Ausdruck $h \operatorname{tag} \theta \frac{\partial \zeta}{\partial \lambda}$ enthält dann den Einfluß der Kugelgestalt der Erde; er ist am größten in äquatorialen Breiten (θ nahe an 90°), am kleinsten in hohen Breiten (θ nahe an 0°). Einige spezielle Fälle sind von Interesse:

1. Wenn h konstant ist (konstante Meerestiefe), ist (5. 10) identisch erfüllt, wenn $\frac{\partial \zeta}{\partial \lambda} = 0$ ist. Es sind nur Strömungen *längs der Breitenkreise* (*zonale Ströme*) möglich.

2. Die Tiefe ist eine Funktion von θ allein; sie hängt nur von der geographischen Breite ab. Es ist $\frac{\partial h}{\partial \lambda} = 0$; in der Tiefenverteilung herrscht Symmetrie zum Pol. Dann muß nach (5. 10) entweder $\frac{\partial \zeta}{\partial \lambda} = 0$ oder $\frac{\partial h}{\partial \theta} + h \operatorname{tag} \theta = 0$ sein. Die erste Gleichung führt zum früheren Fall zonaler Ströme; die zweite hat eine Lösung $h = H \cos \theta$, wenn H die Meerestiefe am Pol ($\theta = 0^\circ$) ist. In diesem Fall sind $\frac{\partial \zeta}{\partial \theta}$ und $\frac{\partial \zeta}{\partial \lambda}$ vollständig frei, also auch ζ selbst. Bei diesem Bodengefälle (am Pol Tiefe H , allmählich abnehmend auf Null am Äquator) sind stationäre, reibungs-

lose Strömungen *aller Richtungen* im Ozean möglich. Es verhält sich demnach in diesem Fall auf der gekrümmten Erde genau so, wie in einem Meere *konstanter* Tiefe. Der Einfluß der Änderung der Tiefe und der Einfluß der Kugelgestalt der Erde heben sich gerade gegenseitig auf: In höheren Breiten vermögen geringe Änderungen in der Tiefe den Einfluß der Krümmung der Erde aufzuheben; er ist deshalb hier gering. Am stärksten äußert sich dieser in niedrigen Breiten, wo nur zonale Strömungen möglich sind. Die Tiefenverteilung $H \cos \Theta$ enthält für jede Breite das *kritische Bodengefälle*, bei dem der Einfluß der Kugelgestalt aufgehoben wird. Dieses Gefälle in meridionaler Richtung läßt sich auch sehr einfach aus $h \operatorname{tag} \Theta : a$ berechnen. Folgende Tabelle gibt für Tiefen von 5000 und 3000 m einige Werte desselben für verschiedene Breiten.

Poldistanz Θ	Geogr. Breite φ	Kritisches Bodengefälle	
		$h = 5000 \text{ m}$	$h = 3000 \text{ m}$
20°	70°	1 : 3500	1 : 5810
30°	60°	1 : 2190	1 : 3670
40°	50°	1 : 1520	1 : 2540
50°	40°	1 : 1070	1 : 1780
60°	30°	1 : 735	1 : 1220
70°	20°	1 : 464	1 : 773
80°	10°	1 : 224	1 : 373

Zu denselben Werten des kritischen Bodengefälles ist V. W. EKMAN¹ auf ganz anderem Wege gelangt, als er, wie später dargelegt wird, die Horizontalzirkulation winderzeugter Meeresströmungen unter den Einfluß der Reibung auf der gekrümmten Erde und bei veränderlicher Tiefe untersuchte. Man kann diese Werte mit den Werten des tatsächlichen Bodengefälles vergleichen. Ein Bodengefälle von 1 : 200 kann über ausgedehnte Gebiete des Meeres, vom Steilabfall der Kontinente abgesehen, als Maximum angesehen werden. 1 : 400 ist schon ein ziemlich großer Wert, wenn er auch im Atlantischen Ozean häufiger vorkommt. Man erkennt mit EKMAN aus obiger Tabelle, daß bis 3° oder 4° Breite — in Meeresgebieten mit mäßigen Böschungswinkeln noch weiter vom Äquator ab — das Bodenrelief für die Stromrichtung von geringer Bedeutung ist im Verhältnis zu der Neigung der stationären Ströme sich zonal zu bewegen. In 10—20° Breite ist diese Neigung mit dem Einfluß der Bodenkonfiguration im allgemeinen als gleichwertig anzusehen. In höheren Breiten (ab 40°) wird aber neben dem Einfluß ganz schwacher Bodengefälle die Neigung zu zonalen Bewegungen von untergeordneter Bedeutung. Stationäre, reibungslose Ströme bevorzugen in niedrigen Breiten zonale Bewegungen, in höheren Breiten neigen sie mehr, den Niveaulinien des Meeresboden zu folgen.

¹ EKMAN, V. W.: Ark. f. Math. Astr. o. Fys. Bd. 17, Nr. 26. 1923, S. 41.

3. Oszillierende Strömungen im stationären Zustand.

Wenn Wassermassen in breiten Räumen strömen und im wesentlichen in ihren Grenzen nicht beeinflußt sind, zeigt es sich in der Regel, daß die Strömungen nicht den kürzesten Weg nehmen, sondern meistens in wellenförmigen Bewegungen, Oszillationen, vor sich gehen. Die gerade, einfache Strömung erscheint überlagert von einer Welle; das Stromfeld hat dann eine Form, die den Abb. 8 $g-k$ entspricht. Besonders begünstigt wird die Ausbildung solcher Wellenformen an der Grenzfläche verschiedenartiger Wassermassen. Solche Wellenbildungen in vertikaler Richtung, bedingt durch Störungen im Bodenrelief, sind früher besprochen worden. Aber auch in horizontaler Richtung scheinen Wellenformen außerordentlich leicht sich zu bilden. Sie entstehen durch Wirkung der Zentrifugalkraft. Hat sich an irgendeiner Stelle der Grenzfläche eine kleine Ausbiegung aus der geraden Stromrichtung gebildet, dann wird durch die Zentrifugalkraft das Wasser immer mehr nach außen gedrängt; in den Einbuchtungen solcher Wellen bilden sich dann häufig auch Wirbel verschiedener Ausdehnung. Ein schönes Beispiel hierfür sind die Wellen- und Wirbelbildungen an der Grenze zwischen Agulhasstrom und Westwindtrift südlich Afrikas in Abb. 9.

Die Strömung einer Flüssigkeit, verbunden mit Oszillationen, als zweidimensionales Problem behandelt, hat F. M. EXNER¹ näher untersucht. In den allgemeinen Bewegungsgleichungen (5. 1) wird, da stationäre Verhältnisse vorausgesetzt werden, $\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial v}{\partial t} = 0$. Außerdem tritt die Kontinuitätsgleichung in der Form $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$ hinzu, da die Oberfläche stets als eben angesehen wird. Eine genaue Lösung läßt sich nur für den Fall der nicht rotierenden Wassermasse geben (Vernachlässigung der ablenkenden Kraft der Erdrotation). Da zeigt sich, daß die Stromlinien nur für den Fall geradlinig verlaufen, als im Anfangsstadium *keine Querbewegungen zur allgemeinen Strömung* vorhanden sind. Bei jeder anderen Anfangsbedingung erhält man oszillatorische Bewegungen in der Wassermasse. Es scheint deshalb die geradlinige Strömung ein spezieller, nicht sehr wahrscheinlicher Fall zu sein. Der *stabileren und wahrscheinlicheren Bewegungszustand* einer strömenden Wassermasse ist das *Pendeln um eine mittlere Bewegungsrichtung*. Dies scheint nach den neueren Bearbeitungen der Stromversetzungen auch bei den Meeresströmungen tatsächlich der Fall zu sein.

EXNER hat auch das Problem mit Berücksichtigung der ablenkenden Kraft der Erdrotation unter vereinfachenden Annahmen behandelt. Er konnte zeigen, daß im wesentlichen die früher besprochenen Ergebnisse

¹ EXNER, F. M.: Über oszillierende Strömungen in Wasser und Luft. Ann. Hydr. u. mar. Meteor. 1919, S. 155.

bestehen bleiben. Die Länge der wellenförmigen Pendelungen der Stromlinien um die mittlere Linie hängen von den manigfachen Verhältnissen ab; Reibung wird sie verkleinern; aber sie werden sich stets durch geringe Unregelmäßigkeiten in der Strömung neu bilden können.

4. Allgemeine Betrachtungen über die Wirkung der Reibung bei Meeresströmungen.

Reibungseinflüsse können sich in den Meeresströmungen einerseits durch Strömen des Wassers über festen Boden (äußere Grenzflächenreibung), andererseits durch innere Reibung geltend machen. Die natürlichste Annahme, die in bezug auf die erste Art der Hemmung, der Meeresströmungen unterliegen, ist, daß das Gleiten der Wassermassen über der festen Unterlage einen tangential wirkenden Widerstand hervorruft, den man proportional der Relativgeschwindigkeit setzen kann. In diesem Fall ist beim Übergang vom Boden zum strömenden Wasser ein Sprung in der Geschwindigkeit vorhanden; im allgemeinen kann dieser aber als klein angesehen werden. Das Verhältnis zwischen der tangentialen Kraft und der Relativgeschwindigkeit wird *Koeffizient der gleitenden Reibung* genannt.

Der Mechanismus, durch den eine Dissipation der Energie einer Meeresströmung durch Grenzflächenreibung am Boden erfolgt, dürfte nicht wesentlich von jenem verschieden sein, durch den die Strömungsenergie eines Flusses durch Reibung an den Wänden seines Bettes vermindert wird. Im letzteren Falle setzen die Hydrauliker die Reibungskraft pro Quadratcentimeter proportional der Dichte der Flüssigkeit und dem Quadrate der Geschwindigkeit, während der Proportionalitätsfaktor k konstant und nur abhängig von der Natur des Bodens ist. Zahlreiche empirische Formeln geben die Abhängigkeit dieser Grenzflächenreibung von den Dimensionen des Bettes und seiner Neigung, und G. J. TAYLOR¹ hat versucht diese Verhältnisse an natürlichen Gerinnen auf die Verhältnisse der Meeresströmungen auf Schelfgebieten zu übertragen. Die Größenordnung der Konstanten k ergibt sich hierbei für Tiefen von etwa 50—100 m zu 0,002. Für Überschlagsrechnungen genügen die rohen Annahmen völlig.

Was die innere Reibung betrifft, so handelt es sich hier um jene Reibung, die eine Wasserschicht durch Einwirkung der unmittelbar darüber und darunter liegenden Wassermassen erfährt. Der Einfluß des festen Bodens tritt bei dieser Betrachtung dadurch in Erscheinung, daß, da Gleitung nicht vorhanden sein soll, die dem Boden unmittelbar aufliegenden Wasserschichten durch diesen in Ruhe gehalten werden. Die innere Reibung bedingt in den bewegten Wassermassen immer einen Ausgleich der Bewegungen, indem jede Wasserschicht ihre Bewegung

¹ TAYLOR, G. J.: Tidal friction in the Irish sea. Philos. Trans. roy. Soc. London (A), Bd. 220. 1919.

auf die andere zu übertragen trachtet. Solange dieser Ausgleich der Geschwindigkeiten durch bloßen Austausch der einzelnen Moleküle vor sich geht, ist es die *innere molekulare Reibung*, die den physikalischen Zähigkeitskoeffizienten festlegt. Wird der Ausgleich aber durch größere Wassermassen bei der ungeordneten, turbulenten Bewegung in Form kleiner und größerer Wirbel und Querströmungen besorgt, dann spricht man von *virtueller innerer Reibung (Turbulenzreibung)*. Es ist einleuchtend, daß die letztere Art von innerer Reibung viel wirksamer ist als die molekulare Reibung, der für die Dynamik der Meeresströmungen fast keine Bedeutung zukommt. Zum späteren Vergleich mit dem Koeffizienten der virtuellen Reibung sei hier erwähnt, daß der molekulare Reibungskoeffizient für reines Wasser bei 0°C $0,0178\text{ cm}^{-1}\text{ gsec}^{-1}$ beträgt. Er nimmt rasch ab, wenn die Temperatur zunimmt; bei 17°C ist er $0,0109$. Nach E. RUPPIN und O. KRÜMMEL¹ ist er für Meerwasser von

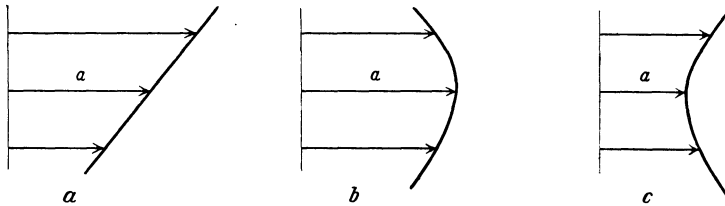


Abb. 22. Die drei Haupttypen der Geschwindigkeitsdiagramme.

35‰ Salzgehalt um etwa 5% größer; sein Verhalten gegenüber Temperaturänderungen bleibt gleich.

Da im allgemeinen nur horizontale Bewegungen betrachtet werden, wird sich die Reibung auf die beim horizontalen Übereinanderströmen von Wassermassen beschränken. Bei gegebenem Geschwindigkeitsdiagramm einer Strömung läßt sich sogleich angeben, in welcher Richtung die Reibungskraft in jeder Schicht wirkt. Die drei allgemeinsten Arten solcher Geschwindigkeitsdiagramme sind in Abb. 22 gegeben². In *a* ist die Geschwindigkeit des mittleren Stromfadens *a* das Mittel der Geschwindigkeiten der anschließenden unteren und oberen Wassermassen; der beschleunigende Einfluß der oberen Schicht ist gleich dem verzögernden der unteren, und der Reibungseinfluß verschwindet bei einer derartigen Verteilung der Stromgeschwindigkeiten. Gerade diese Art von Stromdiagrammen ist typisch für die großen Strömungen der Meere. Im Falle *b* ist die Geschwindigkeit der mittleren Schichten größer als die der anliegenden. Letztere wirken deshalb durch die innere Reibung verzögernd auf die mittleren Stromfäden ein. Im Falle *c* hingegen trachten die

¹ Wiss. Untersuch. d. Kieler Komm. Bd. 9, S. 29. 1905. Siehe auch KRÜMMEL: Handb. d. Ozeanographie, 2. Aufl. Bd. 1, S. 282.

² Siehe SANDSTRÖM, W. J.: The hydrodynamics of Canadian Atlantic waters. Canad. Fish. Exp. 1914/15, S. 253.

angrenzenden Wasserschichten größerer Geschwindigkeit die innere, weniger bewegte Wassermasse mitzuziehen; die Reibung beschleunigt die Geschwindigkeit von a . Es läßt sich leicht zeigen, daß, wenn die Wasserteilchen einer Strömung durch eine *konstante* innere Reibungskraft in ihrer Bewegung verzögert werden, das Geschwindigkeitsdiagramm die Form einer Parabel annimmt.

Es ist vielleicht angezeigt, die Fälle b und c stationärer Strömungen auch durch ein entsprechendes Kräfteediagramm in einer Niveauläche bzw. längs einer isobaren Fläche zu veranschaulichen. Bei reibungsloser, stationärer Strömung hält die Gradientkraft der ablenkenden Kraft der Erdrotation das Gleichgewicht. Bei Reibung tritt zu diesen zwei Kräften

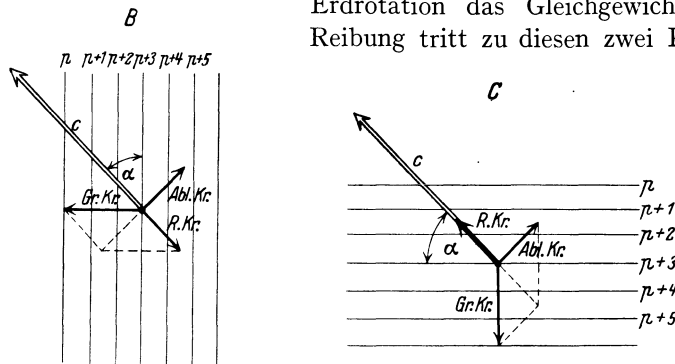


Abb. 23. Kräfteediagramm und Stromrichtung: B bei verzögerndem, C bei beschleunigendem Einfluß der Reibung.

noch die Reibungskraft hinzu. Die Kräfteverteilung für die Fälle B und C steht für die Nordhemisphäre in Abb. 23. Nun ist die Stromrichtung gegen die Richtung der Isobaren bzw. der dynamischen Isobathen um den Winkel α geneigt: in B in der Drehrichtung *cum sole*; in C in der Richtung *contra solem*. Aus diesen Darstellungen folgt sogleich, daß die Reibungskraft $R = 2\omega \sin \varphi c \operatorname{tag} \alpha$ ist. Für reibungslose Strömungen ist $\alpha = 0$ und R verschwindet. Die Richtung der Reibungskraft ist in obigen Darstellungen gerade entgegengesetzt der Stromrichtung angenommen; ob dies stets zutrifft, kann nicht bestimmt behauptet werden; denn leider sind keine genügende Beobachtungen vorhanden, um die Größe und die Schwankungen des Ablenkungswinkels α unter verschiedenen Stromverhältnissen zu untersuchen. Zu diesem Zwecke wäre die genaue Kenntnis des Stromfeldes und des Massenfeldes in speziellen Fällen notwendig. Die Wirkung der Reibungskraft scheint aber $2\text{--}5 \text{ cmsec}^{-1}$ (etwa $0,05\text{--}0,07$ Knoten) nicht zu übersteigen.

Ist die Strömung nicht beschleunigungslos, so läßt sich zeigen, daß die Reibung danach strebt, die Geschwindigkeit zeitlich zu verringern. Nimmt man die Reibungskraft proportional der Geschwindigkeit an — diese Annahme ist mehr als ein mathematischer Notbehelf anzusehen und entspricht nur angenähert der Wirklichkeit — und setzt sie

gleich $-kc$, so kommt auf die linke Seite der allgemeinen Bewegungsgleichungen (5. 1) zur ersten $+ku$, zur zweiten $+kv$ hinzu. Multipliziert man die erste Gleichung sodann mit u , die zweite mit v und addiert sie, so wird, stationäre Verhältnisse vorausgesetzt, analog den Überlegungen auf S. 58

$$\frac{1}{2} \frac{dc^2}{dt} + kc^2 = -\alpha \frac{dp}{dt}.$$

Bewegt sich ein Wasserteilchen längs einer Isobare, so ist $\frac{dp}{dt} = 0$ und $c = c_0 e^{-kt}$.

Die Geschwindigkeit nimmt in der Wassermasse, auf die die ablenkende Kraft der Erdrotation und die Reibung wirken, allmählich ab, bis sie völlig aufgezehrt ist. Da k von der Größenordnung 10^{-6} bis 10^{-7} sec^{-1} ist, wird $e^{-kt} = 0.1$ für t rund $2\frac{1}{2}$ —25 Tage. Die Abnahme der Bewegung erfolgt demnach relativ langsam.

5. Stationäre Ströme im homogenen Meer bei Reibung und Einwirkung äußerer Kräfte.

Als äußere Kräfte, die stromerzeugend wirken, sind, abgesehen von den fluterzeugenden Kräften, die Luftströmungen und die örtlichen und zeitlichen Änderungen des Luftdruckes an der Oberfläche des Meeres genannt worden. Es ist darauf hingewiesen worden, daß durch die Winde einerseits reine Triftströme hervorgerufen werden, andererseits aber auch durch Stauung der Wassermassen an den Grenzen der Meere zu Gradientenströmungen Veranlassung gegeben wird. Letztere sind auch eine Folge der Luftdruckänderungen an der Oberfläche der Meere, weshalb man ihre Wirkung unter den Gradientenströmungen einreihen kann. Um die Wirkung der Luftströmungen auf die Wassermassen der Meere hervortreten zu lassen, ist es angezeigt, von inneren Kräften zunächst gänzlich abzusehen, die Wassermassen als *homogen* und inkompressibel zu betrachten. Dadurch vereinfacht sich das Problem in rechnerischer Beziehung wesentlich. Die im folgenden gegebenen Entwicklungen stammen fast ausschließlich von V. W. EKMAN¹, der zuerst in strenger Weise den Einfluß der ablenkenden Kraft der Erdrotation und der Reibung auf die Meeresströmungen berücksichtigt hat. Da im Ausdruck für die ablenkende Kraft der Erdrotation $\sin \varphi$ vorkommt, gelten sie nicht für Verhältnisse in sehr niedrigen Breiten und am Äquator, da unter den gegebenen Umständen hier stationäre Strömungen überhaupt nicht möglich sind.

¹ EKMAN, V. W.: On the influence of the earth rotation on ocean currents. Ark. f. Math. Astr. o. Fys. Bd. 2, Nr. 11. 1907. Beiträge zur Theorie der Meeresströmungen. Ann. Hydr. u. mar. Meteor. 1906, S. 423ff. Dynamische Gesetze der Meeresströmungen; Vorträge aus dem Gebiete der Hydro- und Aerodynamik. Herausgeg. v. TH. v. KÁRMÁN und LEVI-CIVITA. Innsbruck 1922.

a) *Reine Triftströme.*

Eine Luftströmung vermag in zweifacher Weise das Meerwasser, über das sie streicht, in Bewegung zu setzen: Erstens durch Reibung, durch welche die Oberfläche einem Tangentialdruck in der Windrichtung ausgesetzt wird, und zweitens durch den Winddruck, der auf die Wellenkämme ausgeübt wird. Da beide Einwirkungen im allgemeinen in derselben Richtung gehen, kann man sie zu einer einzigen Kraft zusammenfassen. Es ist zu untersuchen, welche Bewegungen sich in einem homogenen Meer unter Einwirkung einer solchen *konstanten* Kraft stationär einstellen. Wenn keine inneren Kräfte vorhanden sind und die Oberfläche als eben angesehen wird, gibt es kein Druckgefälle im Meer und $\frac{\partial p}{\partial x}$ und $\frac{\partial p}{\partial y}$ verschwinden. Eine Vorbedingung für die stets ebene Oberfläche ist, daß das Meer unendlich ausgedehnt sei; denn sonst kann es zu Stauungen und dadurch zu besonderen Strömungen kommen. Die auf solche Art sich einstellenden Strömungen nennt man *reine Triftströme*. Die Grundgleichungen dafür sind bei Berücksichtigung der Reibung die Gleichungen (2. 4), in denen stationären Verhältnissen gemäß $\frac{du}{dt} = \frac{dv}{dt} = 0$ und für $X = 2\omega \sin \varphi v$ und $Y = -2\omega \sin \varphi u$ zu setzen ist. Der Reibungskoeffizient μ wird als konstant angenommen. Dies besagt, daß die innere Reibung den Gleitgeschwindigkeiten benachbarter Wasserschichten proportional gesetzt wird. Die Gleichungen nehmen dann die Form:

$$\frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + 2\omega \sin \varphi v = 0 \quad \text{und} \quad \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - 2\omega \sin \varphi u = 0. \quad (5. 11)$$

In vertikaler Richtung herrscht statisches Gleichgewicht. Setzt man

$$\pi \sqrt{\frac{\mu}{\rho \omega \sin \varphi}} = D, \quad (5. 12)$$

so wird die allgemeine Lösung der Gleichungen (5. 11)

$$\left. \begin{aligned} u &= C_1 e^{+\frac{\pi}{D} z} \cos\left(\frac{\pi}{D} z + c_1\right) + C_2 e^{-\frac{\pi}{D} z} \cos\left(\frac{\pi}{D} z + c_2\right) \\ v &= C_1 e^{+\frac{\pi}{D} z} \sin\left(\frac{\pi}{D} z + c_1\right) - C_2 e^{-\frac{\pi}{D} z} \sin\left(\frac{\pi}{D} z + c_2\right) \end{aligned} \right\} \quad (5. 13)$$

C_1 und C_2 , c_1 und c_2 sind freie Konstante zur Erfüllung der Grenzbedingungen. Nimmt man an, daß der Tangentialdruck des Windes T in der Richtung der $+y$ -Achse (Windrichtung) wirkt, und daß an der Oberfläche die Geschwindigkeit der Meeresströmung V_0 ist, dann lautet die Lösung für *unendliche Tiefe* des Meeres

$$\left. \begin{aligned} u &= V_0 e^{-\frac{\pi}{D} z} \cos\left(45^\circ - \frac{\pi}{D} z\right) \quad \text{und} \\ v &= V_0 e^{-\frac{\pi}{D} z} \sin\left(45^\circ - \frac{\pi}{D} z\right). \end{aligned} \right\} \quad (5.14)$$

Sie zeigt, daß die Richtung der stationären Triftströmung an der Oberfläche des Meeres ($z = 0$) um 45° *cum sole* von der Windrichtung liegt; dieser Winkel nimmt mit wachsender Tiefe zu, während gleichzeitig die Geschwindigkeit der Strömung rasch abnimmt. In der Tiefe D hat die Stromrichtung sich um 180° *cum sole* gedreht und die Geschwindigkeit ist dort auf $e^{-\pi} = \frac{1}{23}$ des Oberflächenwertes gesunken. Da ein Zwanzigstel der Oberflächengeschwindigkeit im allgemeinen eine zu vernachlässigende Größe ist, kann die Tiefe D als ein, wenn auch etwas willkürliches Maß für die Tiefe des Triftstromes genommen werden. Die Größe D , die von der Tiefe des Meeres unabhängig und nur von dem Reibungskoeffizienten und der Breite φ abhängig ist und die Dimension einer Länge besitzt, nennt EKMAN die *Reibungstiefe*. Sie spielt in der Theorie der Meeresströmungen eine fundamentale Rolle.

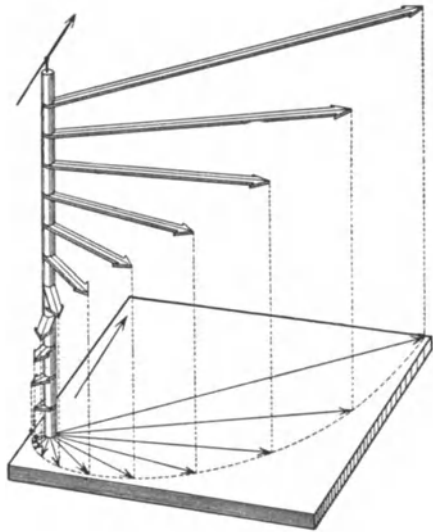


Abb. 24. Vertikale Stromverteilung in einem reinen Triftstrom (nach V. W. EKMAN).

Die Beziehung zwischen μ und D kann dazu benutzt werden, um aus der Reibungstiefe den Reibungskoeffizienten μ zu berechnen. Insofern kann D auch als ein Maß der inneren Reibung angesehen werden. Denn man kann ohne weiteres schließen, daß bei Beeinflussung einer horizontalen Wasserschicht durch Reibung von einer benachbarten aus die Größe D die Tiefe ausdrückt, bis zu der die Wirkung der Reibung im beträchtlichen und meßbaren Grade in die erstere Schicht eindringt. In auffallender Weise enthält die Beziehung (5.12) nicht T , d. b. die Triftstromtiefe wäre unabhängig von der Windstärke, die den Strom erzeugt und gegen die Reibung unterhält. Da dies paradox erscheint, sei darauf aufmerksam gemacht, daß diese Unabhängigkeit nur eine scheinbare ist. Denn mit der Windstärke wächst, wie wir später hören werden, der Reibungskoeffizient μ und damit auch D .

Die Bewegung, die durch die Gleichungen (5.14) gegeben ist, ist in

Abb. 24 veranschaulicht. Die an dem Stative befestigten Pfeile, die auch auf die Fußplatte projiziert sind, stellen die Stromgeschwindigkeit an der Oberfläche sowie in den Tiefenhorizonten von $0,1 D$, $0,2 D$ usw. dar; der befiederte Pfeil an der Spitze des Stativs gibt die Richtung des die Strömung erzeugenden Windes an.

Die Theorie ergibt ferner, daß die Oberflächengeschwindigkeit V_0 mit dem vom Winde ausgeübten Tangentialdruck T in der Beziehung

$$V_0 = \frac{\pi T}{D \rho \sqrt{2} \omega \sin \varphi} \quad (5.15)$$

steht; die erzwungene Oberflächengeschwindigkeit ist demnach dem Tangentialdruck T des Windes direkt und der Reibungstiefe D verkehrt proportional.

Von Interesse ist ferner die Ermittlung der mittleren Strommenge und ihrer Richtung (siehe S. 42). Bei unendlicher Tiefe sind die Integrale bis ins Unendliche zu erstrecken, aber nach den obigen Darlegungen tragen die Glieder unterhalb der Tiefe D nur unbedeutend bei. Bei beliebig orientiertem Koordinatensystem gegenüber der Windrichtung erhält man:

$$S'_x = c T_y \quad \text{und} \quad S'_y = -c T_x, \quad \text{wenn } c = \frac{1}{2 \omega \sin \varphi} \quad (5.16)$$

gesetzt wird.

Die Strommenge eines reinen Triftstromes ist nur abhängig vom Winddruck T und gänzlich unabhängig, in welcher Art die innere Reibung im Wasser wirkt. Sie steht *senkrecht cum sole* auf die Richtung des erzeugenden Windes.

Die gefundenen Beziehungen eines reinen Triftstromes beruhen auf einigen Annahmen, die einer Überprüfung bedürfen.

1. Es wurde angenommen, daß der Reibungskoeffizient μ eine Konstante ist, was wohl kaum der Fall ist. EKMAN hat nachweisen können, daß diese Ungenauigkeit die gefundenen Ergebnisse nicht wesentlich einflußt; eine exakte Lösung für den Fall, daß die Reibung dem *Quadrat* der Gleitgeschwindigkeit proportional ist, weicht von der oben gegebenen nur unwesentlich ab. Der Ablenkungswinkel des Oberflächenstromes von der Windrichtung ist nun $49,1^\circ$ statt 45° , und jede Bewegung verschwindet in der *endlichen* Tiefe von $1,25 D$, während sie früher theoretisch, über D aber fast unmerklich, bis ins Unendliche reicht. Die Strommenge und ihre Richtung bleiben ungeändert, sind somit von der einen oder anderen Reibungsannahme unabhängig.

Die Annahmen einer Reibungskraft proportional dem Quadrate der Gleitgeschwindigkeit der Schichten verlangt einen gegen die Oberfläche zu wachsenden Wert von μ . Dies entspricht nicht ganz den tatsächlichen Verhältnissen in der Wirklichkeit; denn im allgemeinen nimmt μ in der Nähe der Begrenzungsfläche der Flüssigkeit an Größe ab. D. BRUNT und

H. SOLBERG¹ haben deshalb versucht die Gesetze eines reinen Triftstromes für den Fall zu finden, daß der Reibungskoeffizient mit der Entfernung von der Oberfläche zunimmt. Entsprechende Lösungen konnten nur unter vereinfachenden Annahmen gefunden werden; SOLBERG gibt eine genaue Lösung für die Annahme $\mu = a(z+b)^2$, worin a und b Konstante sind. Der Ablenkungswinkel zwischen Wind und Trift an der Oberfläche liegt nun zwischen 0° und 45° und nimmt mit Zunahme der Konstante a ab.

2. Die Meerestiefe wurde als unendlich vorausgesetzt. EKMAN hat auch Lösungen für endliche Tiefen gegeben; es bleiben dann in (5. 13)

auch die e -Potenzen mit positiven Exponenten bestehen. Ein wesentlicher Unterschied gegen den Fall unendlicher Meerestiefe tritt erst auf, wenn die Meerestiefe *kleiner* als die Reibungstiefe ist. Abb. 25 gibt die Geschwindigkeitsverteilung in Vektordarstellung für reine Windtriftströmungen bei Meerestiefen von $d = 0,1 D$, $0,25 D$, $0,5 D$ und $1,25 D$. Die zehn Punkte auf jeder Kurve stellen die Endpunkte der Geschwindigkeitsvektoren für Tiefen von $0,0 d$, $0,1 d$, $0,2 d$ usw. bis $0,9 d$. Die gestrichelte Kurve bei $1,25 D$ gilt für $d = 2,5 D$, während der andere Teil mit der für $1,25 D$ zusammenfällt.

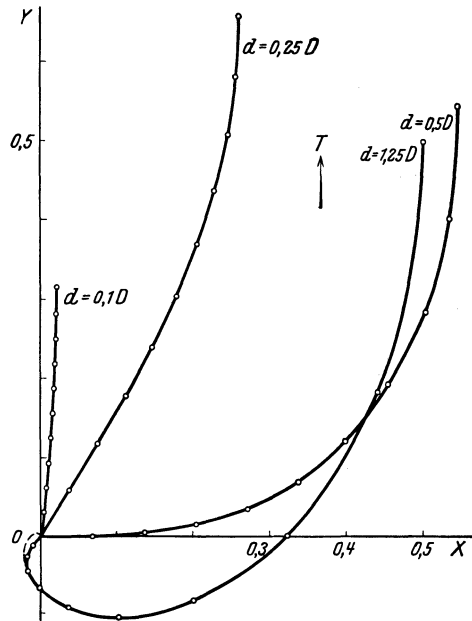


Abb. 25. Windtriftströmungen bei Meerestiefen d kleiner oder nahezu gleich der Reibungstiefe D .

Diese Kurve weicht von der für unendliche Tiefe praktisch nicht mehr ab. Bei kleinen Meerestiefen ist die Stromrichtung beinahe so, wie wenn keine Erdrotation vorhanden wäre, d. h. der Strom hat nahezu dieselbe Richtung wie der Wind. Mit steigender Meerestiefe wird der Ablenkungswinkel größer und weicht dann relativ wenig von 45° ab.

3. Eine dritte Annahme war, daß ein stationärer Bewegungszustand schon erreicht ist. Diese Annahme dürfte bei beständigen Meeresströmungen im allgemeinen als erfüllt anzusehen sein. Es ist aber von Interesse, zu wissen, mit welcher Geschwindigkeit ein reiner Triftstrom sich bei

¹ Quart. J. roy. Soc. 1920, S. 183 und Förh. 57. Skand. Naturf. Göteborg 1923 (1924).

plötzlich einsetzendem Wind aus der Ruhe heraus entwickelt. Eine Lösung dieses Falles hat in der EKMANschen Arbeit J. FREDHOLM¹ gegeben. Die Luftströmung setzt plötzlich mit bestimmter Stärke und Richtung ein und bleibt dann konstant. Dann wird in jeder Tiefe eine Strömung erzeugt, die natürlich nicht sofort Größe und Richtung des stationären Stromes an dieser Stelle annimmt, sondern um diesen schließlichen Endzustand pendelt. Die Spitze der Geschwindigkeitsvektoren beschreiben bei der Vektordarstellung der Geschwindigkeit in jeder Tiefe eine Spirallinie cum sole, die vom Nullpunkt ausgeht; jede Windung der Spirale wird in 12 Pendelstunden zurückgelegt. Der Ausschlag der Schwingung wird der Spirale gemäß kleiner und kleiner, bis der Geschwindigkeitsvektor schließlich von dem stationären Zustand praktisch nicht mehr abweicht. Diese quasiperiodischen Schwingungen sind an der Oberfläche am größten und nehmen mit der Tiefe ab, aber was bedeutsam ist, die Abweichungen von der Mittellage (stationärer Fall) erfolgen in allen Tiefen für die gleiche Zeit in gleicher Richtung. Sie besitzen ein gewisses Interesse, als ihre Periode in hohen Breiten jener der halbtägigen Gezeiten ähnlich ist (in 74° Br. ist sie dieser gleich, in höheren kürzer, in niedrigeren länger).

4. Inwieweit eine Schichtung des Wassers auf die Ausbildung von reinen Triftströmen von Einfluß ist, hat DEFANT² kürzlich untersucht. Es läßt sich zeigen, daß in horizontal geschichtetem Wasser bei der tatsächlich im Meer vorkommenden Zunahme der Dichte mit der Tiefe der stationäre Triftstrom von dem bei homogenem Wasser auftretenden sowohl was seine Richtung als auch was seine Geschwindigkeit betrifft, um so kleine Beträge abweicht, daß von diesen Abweichungen stets abgesehen werden kann.

b) Triftströmungen und Reibungstiefe nach den Beobachtungen.

Die Prüfung der Theorie der Triftströmungen von EKMAN an der Erfahrung ist nicht leicht durchzuführen, da Triftströme im Meere rein und unbeeinflußt durch andere Umstände kaum vorkommen dürften. Namentlich infolge der Begrenzungen der Meere werden durch Wassertransport Niveauunterschiede in der Meeresoberfläche (Stauerscheinungen) hervorgerufen, und die Voraussetzungen für einen reinen Triftstrom sind dann nicht mehr vorhanden. Es läßt sich aber, wie H. THORADE³ zeigen konnte, auch in den Fällen, in denen die Voraussetzungen für einen reinen Triftstrom nicht ganz zutreffen, der Triftstrom von der tatsächlich vorhandenen Strömung abscheiden und diesen namentlich in bezug

¹ In EKMAN, V. W.: Ark. f. mat., astr. o. fys. Bd. 2, Nr. 11. 1906, S. 15.

² DEFANT, A.: Triftströme bei geschichtetem Wasser. Z. f. Geophysik 1927, S. 310.

³ THORADE, H.: Die Geschwindigkeit von Triftströmungen und die EKMANsche Theorie. Ann. Hydr. u. mar. Meteor. 1914, S. 379.

auf der ihn erzeugenden Luftströmung näher untersuchen. Drei Ergebnisse der EKMANSchen Theorie sind es, die einer Prüfung durch die Beobachtungen zugänglich sind:

1. Die Ablenkung der Strömung um etwa 45° cum sole von der Windrichtung. 2. Die Reibungstiefe und 3. die Beziehung zwischen dem an der Meeresoberfläche wirkenden Tangentialdruck (Windgeschwindigkeit) und der Geschwindigkeit des reinen Triftstromes an der Meeresoberfläche.

Was den ersten Punkt betrifft, so wird die geforderte Ablenkung sowohl der Größe als auch der Richtung nach durch eine große Zahl von Untersuchungen tatsächlich durch die Erfahrung bestätigt. O. KRÜMMEL¹ hat in seinem Handbuch der Ozeanographie diese Untersuchungen einer eingehenden Würdigung unterzogen und findet, daß die Beobachtungen im Mittel folgende Werte für den Ablenkungswinkel α ergeben:

in Breiten zwischen	$5^\circ-20^\circ$ N	$\alpha = 44^\circ$	nach rechts
„ „ „	$10^\circ-20^\circ$ S	$\alpha = 49^\circ$	„ links
„ „ „	$40^\circ-50^\circ$ S	$\alpha = 44^\circ$	„ „ .

Namentlich P. H. GALLÉ² hat mit Hilfe eines überaus reichen Materials aus allen Teilen des Indischen Ozeans die Unabhängigkeit des Ablenkungswinkels von der geographischen Breite bestätigt; in geschlossenen und flachen Meeresteilen hängt aber der Ablenkungswinkel der Theorie gemäß von dem Verhältnis $d : D$ ab; da die Reibungstiefe mit wachsender Windstärke zunimmt, ist zu erwarten, daß der Ablenkungswinkel *kleiner* wird, wenn der Wind stärker wird. R. WITTING³ hat dies tatsächlich mit Hilfe der Beobachtungen auf finnischen Feuerschiffen nachgewiesen; er findet $\alpha = 34^\circ - 7,5 \sqrt{w}$, worin α der Ablenkungswinkel und w die Windstärke in msec^{-1} bedeuten.

Die Beobachtungen gestatten ferner die Ermittlung des Verhältnisses der Geschwindigkeit des Oberflächenstromes zur Windgeschwindigkeit. MOHN⁴ war wohl der erste, der aus den äquatorialen Strömungen des Atlantischen Ozeans den Windfaktor zu bestimmen versuchte; nach ihm haben NANSEN aus der Trift der „Fram“ im Nördlichen Eismeer, GALLÉ aus den Beobachtungen im Indischen Ozean, DINKLAGE aus den Beobachtungen des Feuerschiffes „Adlergrund“, WITTING aus Beobachtungen an finnischen Feuerschiffen Untersuchungen über diesen Faktor vorgenommen. Die eingehendste Untersuchung stammt von THORADE⁵, der für die Kalifornische Strömung, für den Kanarenstrom und für den So-

¹ KRÜMMEL, O.: Handbuch der Ozeanographie, 2. Aufl. Bd. 2, S. 451. 1911.

² GALLÉ, P. H.: Zur Kenntnis der Meeresströmungen. Mededeel. en Verh. Kon. Ned. Met. Inst. Utrecht 1913, Nr. 2.

³ WITTING, R.: Zur Kenntnis des vom Winde erzeugten Oberflächenstromes. Ann. Hydr. u. mar. Meteor. 1909, S. 202.

⁴ Siehe Literatur hierüber in KRÜMMEL, O.: Handbuch der Ozeanographie, 2. Aufl. Bd. 2, S. 546. 1911.

⁵ loc. cit. S. 72.

malistrom den Faktor Stromstärke : Windstärke ermittelte. Er konnte unzweifelhaft nachweisen, daß ein Triftstrom bei gleichem Wind um so größere Geschwindigkeit aufweist, je näher er sich dem Äquator befindet. Nach der EKMANSCHEN Theorie soll der Windfaktor verkehrt proportional $\sqrt{\sin \varphi}$ sein. Tatsächlich scheint dies, wie THORADE auch aus älteren Beobachtungen nachwies, der Fall zu sein. Wenn v die Stromgeschwindigkeit und w die Windgeschwindigkeit (beide in cmsec^{-1}) bedeuten, so müßte der Theorie gemäß

$$v : w = \lambda / \sqrt{\sin \varphi} \quad (5. 17)$$

und λ eine Konstante sein. Die Beobachtungen ergeben für Winde über 3 Beaufort für λ nach

MOHN	NANSEN	DINKLAGE	WITTING	und	THORADE
0,0103	0,0127	0,0127	0,0160		0,0126.

Die Übereinstimmung ist völlig befriedigend, namentlich wenn man bedenkt, daß die Höhe, in der der Wind gemessen wurde, in den einzelnen Fällen gewiß nicht dieselbe war; F. M. EXNER¹ hat recht, wenn es hervorhebt, daß die Höhe der Windmessung für die Größe des Windfaktors von einiger Bedeutung ist und daß keine bessere Übereinstimmung zu erwarten ist, ehe diese Höhe nicht stets gleich gewählt wird².

Von besonderem Interesse ist die Bestimmung der Reibungstiefe D , da durch sie der Reibungskoeffizient gegeben ist. KRÜMMEL³ gibt als Mächtigkeit des Triftstromes in 8° N. Br. etwa 150 m an, W. BRENNECKE⁴ hat bei der Eistrift der „Deutschland“ im Weddellmeer D zu ungefähr 50 m gefunden; aus gewissen Beobachtungen findet EKMAN in Überschlagsrechnung für die Reibungstiefe D in m die Beziehung

$$D = \frac{7,6 w}{\sqrt{\sin \varphi}} \quad (5. 18)$$

(w Windgeschwindigkeit in msec^{-1}).

THORADE hat aus seinen Untersuchungen für Windstärken über 3 Beaufort dieselbe Beziehung ableiten können. Über die Größenordnung

¹ EXNER, F. M.: Zur Kenntnis der untersten Winde über Land und Wasser und der durch sie erzeugten Meeresströmungen. Ann. Hydr. u. mar. Meteor. 1912, S. 22.

² Für schwächeren Wind (bis zur Stärke 3 Beaufort) entspricht die Beziehung $v = \frac{0,26 \sqrt{w}}{\sqrt{\sin \varphi}}$ besser den Beobachtungen. Auch WITTING fand, daß die Stromgeschwindigkeit eher der Quadratwurzel der Windgeschwindigkeit proportional zu setzen ist. Hingegen bestätigen die Untersuchungen von C. S. DURST (Quart. J. roy. Met. Soc. Bd. 50. 1924) innerhalb der Windgeschwindigkeiten von 2—12 msec^{-1} die lineare Beziehung.

³ KRÜMMEL, O.: Handbuch. Bd. 2, S. 462.

⁴ BRENNECKE, W.: Die ozeanographischen Arbeiten der Deutschen Antarktischen Expedition 1911/12. Aus d. Arch. d. Deutschen Seewarte 1921.

von D sind wir also ziemlich gut orientiert, aber nur über diese, nicht über Einzelheiten, die von großem Interesse wären. Aus den Gleichungen (5. 17) und (5. 18) folgt durch Elimination von w eine Beziehung zwischen Reibungstiefe und Geschwindigkeit des Triftstromes an der Oberfläche

$$D = 600 v. \quad (5. 19)$$

Sie besagt, daß die Reibungstiefe gleich der Wegstrecke ist, die das Oberflächenwasser des reinen Triftstromes in etwa 600 sec. = 10 Minuten zurücklegt; bemerkenswert ist, daß in (5. 19) die Breite φ explicite nicht vorkommt. Als die am häufigsten vorkommenden Werte von D sind die zwischen 50 und 200 m anzusehen; für geringere Windgeschwindigkeiten tritt nach THORADE an Stelle von (5. 18) die kompliziertere Beziehung

$$D = \frac{3,67 \sqrt{w^3}}{\sqrt{\sin \varphi}}.$$

Daß bei den mitgeteilten Werten der Reibungstiefe kaum der Koeffizient der molekularen inneren Reibung (Zähigkeit) bei dieser Erscheinung in Betracht kommt, zeigt sich schon daraus, daß für einen mittleren Wert desselben $\mu = 0,014$ die Reibungstiefe in m $D = \frac{0,44}{\sqrt{\sin \varphi}}$ ausfallen würde.

Würde *nur* diese Reibung wirken, dann würde sich der Einfluß des Windes bei der Erzeugung der Meeresströmungen nur in einer Schichte von 44 cm am Pol, von etwa 70 cm in niedrigen Breiten geltend machen. Die große beobachtete Reibungstiefe läßt erwarten, daß in erster Linie *Turbulenzreibung* hier im Spiele ist und durch diese die erste oberflächliche Einwirkung der Luftströmungen auf die Wassermassen der tieferen Schichten übertragen wird. Mit dieser Übertragung werden wir uns später eingehender beschäftigen (S. 89).

Es ist hier der Platz zu erwähnen, daß vor EKMAN K. ZÖPPRITZ¹ als erster eine rationelle Theorie der Triftströme gegeben hat, die im Wesen auf dieselben Voraussetzungen beruhte, wie jene EKMAN'S; nur der Einfluß der Erdrotation wurde *nicht* in Rechnung gestellt. Die völlige *Nicht*übereinstimmung der Folgerungen seiner Theorie mit den Beobachtungen beweist, wie außerordentlich einschneidend der Einfluß der Erddrehung bei der Ausbildung der Meeresströmungen ist. Der ZÖPPRITZschen Windtheorie kommt deshalb heute nur noch historisches Interesse zu.

Aus der Reibungstiefe kann der virtuelle Reibungskoeffizient (Koeffizient der Scheinreibung, Austausch der ungeordneten Bewegung siehe S. 92) berechnet werden. THORADE findet aus seinen Untersuchungen über Triftströme (alles in CGS):

$$\begin{array}{l} \text{für Windstärken unter 3 Beaufort: } \mu = 1,02 \cdot 10^{-6} w^3 \\ \text{für stärkere Winde} \quad \quad \quad \mu = 4,3 \cdot 10^{-4} w. \end{array}$$

¹ Ann. Physik. Bd. 3, S. 582. 1878. Ann. Hydr. u. mar. Meteor. 1878, S. 239.

Die Einzelwerte weisen eine starke Streuung um diese mittleren Werte auf; eine Extrapolation insbesondere auf $w = 0$ ist kaum erlaubt. Folgende Zahlenwerte stammen von W. SCHMIDT¹:

w	1	3	5	7	10	20	msec^{-1}
μ	(1)	28	110	220	430	1720	$\text{cm}^{-1}\text{g sec}^{-1}$.

Man erkennt, daß der Wind den Koeffizienten der Scheinreibung rasch vergrößert. Wahrscheinlich gelten die höheren Werte nur für die durch den Wind besonders erregten und in großer ungeordneter Bewegung stehenden oberflächlichen Schichten; für tiefere liegt μ wohl meistens zwischen 50 und 100. Rechnungen aufgebaut auf einen mittleren Wert des Reibungskoeffizienten bedürfen stets entsprechenden Vorbehaltes.

c) Gradientströme.

Im homogenen Meere können bei Abwesenheit jeglichen Windeinflusses Ströme nur hervorgerufen werden, wenn die Meeresoberfläche einen Winkel gegen die Horizontale aufweist, d. h. wenn eine Neigung der Oberfläche gegen die Niveauläche vorhanden ist. Dann ist in der ganzen Wassermasse ein gleichförmiges Druckgefälle vorhanden, das die Größe $g\varrho \sin \gamma$ oder, da der Neigungswinkel γ stets sehr klein ist, mit genügender Genauigkeit $g\varrho\gamma$ besitzt. Eine auf diese Weise erregte Meeresströmung nennt man einen *Gradientstrom*. Falls keine Reibung am Boden oder ein vollkommenes Gleiten des Wassers an den Unebenheiten des Bodens vorhanden ist, ist die Geschwindigkeit G des in der ganzen Wassermasse gleichförmigen Gradientstromes nach den Beziehungen (5. 3), da $a \frac{\partial b}{\partial n} = g\gamma$ ist, durch

$$G = gc\gamma \tag{5. 20}$$

gegeben; hierbei ist $c = \frac{1}{2\omega \sin \varphi}$. Seine Richtung ist senkrecht *cum sole* vom Druckgradient.

Ist Reibung am Boden vorhanden, ist zu erwarten, daß sich diese nach den Überlegungen im vorigen Abschnitt nur in einer Schichte äußern wird, die der Reibungstiefe D entspricht. Da am Boden die Geschwindigkeit auf Null herabgehen soll, wird in dieser Schichte die Geschwindigkeit des Gradientstromes vom Werte $gc\gamma$ allmählich auf Null abfallen. Die Art dieses Abfalles läßt sich durch eine einfache Überlegung aus der Geschwindigkeitsverteilung eines reinen Triftstromes ableiten. Nehmen wir für einen Augenblick an, daß das Wasser in Ruhe wäre und kein Druckgradient in ihr wirke, daß hingegen der Meeresboden mit der Geschwindigkeit $-G$ sich bewege; dann würde sich, wenn die Meerestiefe größer als die Reibungstiefe ist, ein Bodenstrom entwickeln, der einem reinen Triftstrom (siehe Abb. 24) entspricht, nur mit dem Unterschiede,

¹ SCHMIDT, W.: loc. cit., S. 32.

daß oben und unten vertauscht sind und statt des nun vom bewegten Boden ausgeübten Tangentialdruckes die Geschwindigkeit am Boden — G gegeben ist. Fügt man dem so erhaltenen Stromsystem für die ganze Wassermasse die Geschwindigkeit $+G$ wieder hinzu, die durch den Gradienten erzeugt ist, dann treten keine neuen Reibungskräfte hinzu und die Bewegung entspricht allen Bedingungen des Gradientstromes mit Reibung am Boden. Natürlich läßt sich der Gradientstrom bei konstantem μ mathematisch in ähnlicher Weise aus den Gleichungen (2. 4) bzw. (5. 1) berechnen, wie der Triftstrom.

Außer der ablenkenden Kraft der Erdrotation tritt nun als einzige äußere Kraft die Gradientkraft hinzu. Die Lösung kann für beliebige Tiefe d des Meeres gegeben werden. Abb. 26 veranschaulicht in derselben Art wie Abb. 24 den Gradientstrom bei großer Meerestiefe. Man erkennt *zwei* Stromgebiete oberhalb und unterhalb des Niveaus D über dem Meeresboden: in der oberen Schichte herrscht der ungestörte Gradientstrom, wie wenn keine Reibung vorhanden wäre: konstante Geschwindigkeit G senkrecht cum sole vom Druckgradienten. EKMAN hat ihn den „gleichförmigen Tiefenstrom“ oder schlechthin *Tiefenstrom* genannt; seine Kom-

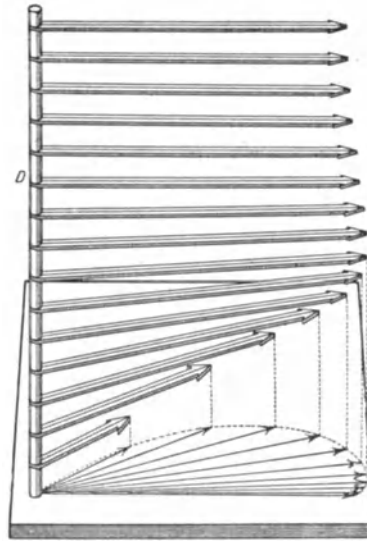


Abb. 26. Vertikale Stromverteilung in einem reinen Gradientenstrom (V. W. EKMAN).

ponenten sind durch die Gleichungen (5. 4) schon gegeben. In der unteren Schichte herrscht der *Bodenstrom*; dessen Geschwindigkeit fällt entsprechend einer logarithmischen Spirale gegen den Boden ab und zeigt, was sehr beachtenswert ist, überall eine Komponente in der Richtung des Druckgradienten; hier wird also die zur Überwindung der Reibung erforderliche Arbeit geleistet; diese ist aber von der Meerestiefe unabhängig, wenn die Meerestiefe größer als D ist. Im System Tiefenstrom — Bodenstrom kann der Tiefenstrom zum Ausgleich des Oberflächengefälles (Niveaudifferenz, die ihn erzeugt) nichts beitragen; nur der Bodenstrom ist dazu befähigt, da er eine Komponente von höherem Niveau aufweist.

Die gesamte Strommenge S'' eines Gradientstromes zeigt eine Komponente in der Richtung des Gefälles $B\gamma$ und eine senkrecht hierzu, in der Richtung des Tiefenstromes $b\gamma$; diese ist die größere. Die Buchstaben B und b bedeuten, wenn $\bar{\rho}''$ und $\bar{\rho}$ Mittelwerte von ρ für das Gebiet des

Bodenstromes bzw. des gesamten Gradientstromes, D'' die untere Reibungstiefe und $k=gc$ sind,

$$B = \frac{1}{2\pi} k q'' D'' \quad \text{und} \quad b = k \bar{q} d - B. \quad (5.21)$$

Bei freier Orientierung des Koordinatensystems sind diese Komponenten der Strommenge

$$S''_x = B \gamma_x + b \gamma_y \quad \text{und} \quad S''_y = B \gamma_y - b \gamma_x. \quad (5.22)$$

Für Meerestiefen kleiner als die Reibungstiefe werden die Verhältnisse komplizierter. Abb. 27, die wie die entsprechende Abb. 25 zu lesen ist, gibt den Gradientenstrom in Vektordarstellung für die Tiefen $d = 0,25 D$, $0,5 D$ und $1,25 D$. Der Ablenkungswinkel zwischen Strom und Gradient-

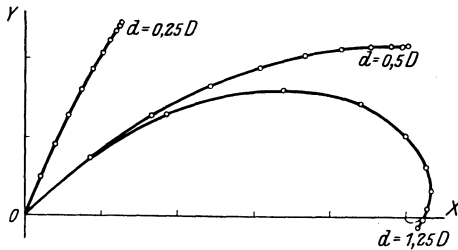


Abb. 27. Gradientenströme bei Meerestiefen d kleiner oder nahezu gleich der Reibungstiefe D .

richtung, die mit der $+y$ -Achse zusammenfällt, wird mit wachsender Meerestiefe größer. Die gestrichelte Kurve in der Fortsetzung der Kurve für $1,25 D$ gilt für die Tiefe $2,5 D$ und weicht von jener für große Meerestiefen nicht mehr ab. Die Kurven für Tiefen größer als $1,25 D$ zeigen alle die Eigentümlichkeit, daß

das Wasser knapp unter der Oberfläche sogar eine allerdings kleine Komponente *gegen* das Oberflächengefälle aufweist, eine Erscheinung, die auch bei entsprechenden Problemen der dynamischen Meteorologie schon aufgefallen ist.

Es muß noch hervorgehoben werden, daß die Reibungstiefe D' eines reinen Triftstromes (obere Reibungstiefe) und jene des Bodenstromes D'' (untere Reibungstiefe) nicht gleich zu sein brauchen, es auch nicht sein werden. Eine empirische Bestimmung der unteren Reibungstiefe wäre nur möglich durch genaue systematische Messungen der Ströme in den tieferen Schichten bis hinab zum Boden. Solche Messungen liegen derzeit noch nicht vor, wenn auch die Technik hierfür schon entwickelt ist. Es ist zu erwarten, daß D'' mit der Geschwindigkeit des Tiefenstromes zunimmt. In Analogie zum Ausdruck für die obere Reibungstiefe in (5.19) setzt EKMAN vorläufig als noch ziemlich unsichere Arbeitshypothese die untere Reibungstiefe zu

$$D'' = 600 G. \quad (5.23)$$

Auch die untere Reibungstiefe ist, wie zu erwarten, unabhängig von der geographischen Breite; eine Abhängigkeit von der Art des Untergrundes ließe sich nur durch eingehende systematische Untersuchungen feststellen.

**6. Ekmans Theorie der Meeresströmungen; Elementarstrom.
Einfluß der Bodenkonfiguration bei winderzeugten
Meeresströmungen.**

Der reine Triftstrom und der Gradientstrom bilden die Elemente der Meeresströmungen in einem homogenen Meere. Jedes Element für sich allein wird nur ganz ausnahmsweise auftreten; in den meisten Fällen werden beide zugleich vorhanden sein und jeder *stationäre Meeresstrom* in einem homogenen Meere wird sich zusammensetzen *aus einem reinen Triftstrom* und *einem Gradientstrom*. Diese Zusammensetzung ist eine einfach lineare. Wenn die Meerestiefe d größer als die obere und untere Reibungstiefe zusammen ist, dann sind im resultierenden Stromsystem *drei* Strometagen zu unterscheiden: 1. einen *Bodenstrom* von der Mächtigkeit D'' , 2. darüber bis zum Niveau D' unter der Oberfläche einen *Tiefen-*

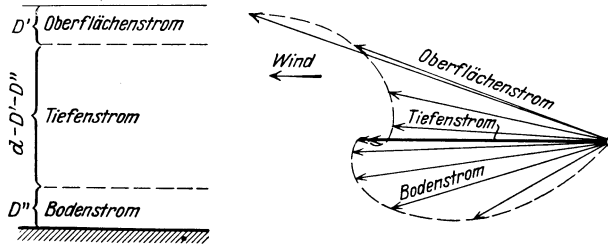


Abb. 28. Aufbau des Elementarstromes (nach V. W. EKMAN).

strom mit der konstanten Geschwindigkeit G innerhalb der ganzen Schichte und 3. in der Oberschichte D' einen *Oberflächenstrom*; seine Geschwindigkeit ist in den einzelnen Niveaus die Resultierende aus der gleichförmigen Geschwindigkeit des Tiefenstromes und der eines reinen Tiefenstromes. Bodenstrom und Tiefenstrom sind die Teile eines Gradientstromes, der von der Oberflächenneigung abhängt; der Triftstrom ist die Wirkung eines Luftstromes an der Oberfläche. Das aus Bodenstrom, Tiefenstrom und Oberflächenstrom zusammengesetzte vertikale Strombild nennt EKMAN den *Elementarstrom*.

Die Elemente des Elementarstromes sind im allgemeinen voneinander nicht unabhängig. Sollen *stationäre* Verhältnisse herrschen, so muß die in irgendeinem Meeresteil einströmende Wassermenge gleich der im gleichen Zeitraum ausströmenden sein. Der durch den Wind erregte Wassertransport muß durch den durch die Neigung der Oberfläche bedingten Gradientstrom gerade kompensiert werden. Diese Bedingung aus der Kontinuitätsgleichung und die Grenzflächenbedingungen bestimmen in den einzelnen Fällen die Entwicklung der drei Strometagen und dadurch die Meeresströmung in allen Tiefen. Abb. 28 veranschaulicht den Elementarstrom in seinen einzelnen Teilen; die Figur rechts gibt die Stromschichtung, die links die Verteilung der Geschwindigkeit

in Vektordarstellung. Der Tiefenstrom ist durch den dicken Pfeil in der Mitte gegeben, die Pfeile für den Oberflächenstrom und den Bodenstrom geben Richtung und Stärke der Strömung für äquidistante Tiefen von $0,2 D'$ bzw. D'' , $0,4 D'$ bzw. D'' usw. Die Verteilung ist unter der Annahme berechnet, daß eine Luftströmung parallel einer langgestreckten, geraden Küste weht und *die Küste jeden Wassertransport senkrecht zu ihr verhindert*; dann ist nur zur Ausbildung eines Oberflächengefälles senkrecht zur Küste Veranlassung gegeben. Da der Tiefenstrom parallel der Küste verläuft, muß der durch die Windtrift bedingte Wassertransport gegen die Küste gerade durch den Bodenstrom kompensiert werden. Solange wird der Wasserspiegel an der Küste steigen, bis der Gradientstrom dieser Forderung genügt. Abb. 28 gibt die Stromverteilung, falls D' und D'' einander gleich sind; wenn dies nicht der Fall ist, erfährt die Geschwindigkeitsverteilung nicht unbeträchtliche Verschiebungen.

Die Theorie der Meeresströmungen ist erst vollständig, wenn unter den gegebenen äußeren Verhältnissen (Winde) das ganze Stromsystem im Meere berechnet, d. h. für jeden Ort der Aufbau des Elementarstromes angegeben werden kann. EKMAN¹ hat für zwei ideale Fälle die Aufgabe vollständig gelöst. Es handelt sich im ersten Falle um die Meeresströmungen vor einer unendlich langen, geraden Küste, die von einem Luftstrom, der unter einem beliebigen Winkel zur Küste einfällt, stationär erhalten werden. Im zweiten Fall wird ein geschlossenes, von Küsten ringsum begrenztes Meeresgebiet untersucht. In beiden Fällen kann die Lösung unter den verschiedenen Annahmen über die gleichförmige Tiefe und über obere und untere Reibungstiefe gegeben werden.

Die Bedingung für stationäre Verhältnisse in winderzeugten Meeresströmungen lassen sich ganz allgemein ansetzen. Bei zeitlich konstanter Höhe der Meeresoberfläche ist schon in Gleichung (4. 8) die *kinematische* Bedingung in der Form $\text{div } S = 0$ abgeleitet worden. S ist hier die *totale* Strommenge. Besteht der Strom aus einem reinen Triftstrom und einem Gradientenstrom, deren Strommengen S' und S'' sind, so muß, da die Teile des Elementarstromes für sich nicht divergenzfrei sind,

$$\text{div } S' + \text{div } S'' = 0 \quad (5. 24)$$

sein.

Sind Küsten vorhanden, dann tritt die *Randbedingung* hinzu, die fordert, daß längs der Küste

$$S'_n + S''_n = 0 \quad (5. 25)$$

sei. Der Index n bedeutet, daß die Komponenten der Strommengen senkrecht zur Küste zu nehmen sind. Hierbei ist natürlich vorausgesetzt, daß der Abfall des Meeresbodens zur Tiefe d an der Küste plötzlich er-

¹ EKMAN, V. W.: Über Horizontalzirkulation bei winderzeugten Meeresströmen. Ark. f. mat. astr. o. fys. Bd. 17, Nr. 26. 1923.

folgt, daß wir es also mit senkrechten Festlandswänden zu tun haben, wie es in roher Annäherung im Verhältnis Tiefsee-Kontinentalsockel in Wirklichkeit der Fall ist¹.

Die Aufgabe geht darauf hinaus, aus diesen Bedingungsgleichungen mit Berücksichtigung der Gleichungen (5. 16) (Strommenge des reinen Triftstromes S'), (5. 22) (Strommenge des Gradientstromes S'') und (5. 20) (Geschwindigkeit des Tiefenstromes) die Neigung der Meeresoberfläche γ als Funktion des Ortes oder, was dasselbe ist, die Topographie der Meeresoberfläche ζ gegenüber dem ungestörten Meeresniveau zu bestimmen. Damit sind die Gradientströme festgelegt; die Triftströme sind unmittelbar aus der gegebenen Luftströmung bestimmt. Die in S' und S'' vorkommenden Größen: Meerestiefe d , untere und obere Reibungstiefe D' und D'' sind aber *keine Konstanten*, sondern selbst Funktionen des Ortes und D'' überdies noch eine unbekannte Funktion der Geschwindigkeit des Tiefenstromes G , bzw. der Neigung γ . Die unter Berücksichtigung aller dieser Verhältnisse schließlich sich ergebende partielle Differentialgleichung für ζ mit Randbedingung ist mathematisch so kompliziert, daß selbst unter sehr vereinfachenden Annahmen über die Windverteilung und die Form des Meeresbeckens eine allgemeine Lösung nicht gegeben werden kann. Man muß sich beschränken, die Wirkungen einzelner Faktoren zu untersuchen und diese Teilergebnisse an der Erfahrung zu prüfen.

Für ein Meeresgebiet, das klein genug ist, um rechtwinklige Koordinaten (x -Achse gegen Osten, y -Achse polwärts) und die Vernachlässigung der Erdkrümmung zu rechtfertigen², leitet EKMANS bei konstant ange-setzter unterer Reibungstiefe D'' folgende Differentialgleichung³ für ζ ab:

$$\mathcal{A}\zeta - \frac{g c \rho}{B} \left(\frac{\partial d}{\partial x} \frac{\partial \zeta}{\partial y} - \frac{\partial d}{\partial y} \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right) = \frac{C}{B} \text{curl } T. \quad (5. 26)$$

¹ Die Randbedingung (5. 25) kann leicht in eine passendere Form umgewandelt werden. Wenn zunächst die $+y$ -Achse in die Küstenlinie gelegt wird, so ist unter Berücksichtigung von (5. 22) und Einführung von ζ als Erhebung des Wasserspiegels über dem ungestörten Meeresniveau statt der Neigung γ (siehe S. 60)

$$S''_n = -\sqrt{B^2 + b^2} \left(\frac{\partial \zeta}{\partial x} \cos \beta + \frac{\partial \zeta}{\partial y} \sin \beta \right),$$

wobei $b : B = \tan \beta$ gesetzt ist. Läßt man ν eine Richtung sein, die mit der Normalen n den Winkel β contra solem bildet, so nimmt die Gleichung (5. 25) die Form

$$S''_n = \sqrt{B^2 + b^2} \frac{\partial \zeta}{\partial \nu}$$

an. S''_n ist eine durch die Windverteilung gegebene Funktion längs der Küstenlinie.

² Die örtlichen Unterschiede der Schwere und der geogr. Breite sind vernachlässigt worden.

³ \mathcal{A} der LAPLACESche Operator, $\text{curl } T = \frac{\partial T_x}{\partial x} - \frac{\partial T_y}{\partial y}$.

In einem Meer gleichförmiger Tiefe verschwindet der Klammerausdruck und die Gleichung nimmt die Form der POISSONSCHEN Gleichung an. Wenn man hingegen noch die Abhängigkeit der unteren Reibungstiefe von der Geschwindigkeit des Tiefenstromes berücksichtigen will (entsprechend der Beziehung (5. 23)), dann treten zu (5. 26) noch Glieder hinzu und die Gleichung verliert ihren linearen Charakter.

Die Gleichung (5. 26) und die Randbedingung (5.25) bestimmen das ganze Stromsystem im Meere. Für einzelne einfache Fälle hat EKMAN in der früher zitierten Abhandlung die Lösung gegeben; zwei Fälle wollen wir später näher besprechen; die Randbedingung ist aber in ihnen nur längs einer nicht geschlossenen Randkurve erfüllt.

Außer der Differentialgleichung für die Meeresoberfläche (5. 26) hat EKMAN aus den Ausdrücken für die Größen $\text{div } G$ und $\text{curl } G$ wichtige Schlüsse allgemeinerer Art über den Charakter der Tiefenströme in ihrer Abhängigkeit von den die Ströme erregenden Winden, der Bodentopographie und der Krümmung der Erde abgeleitet.

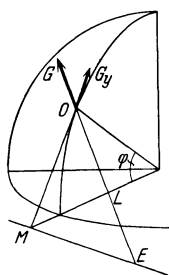


Abb. 29.

Zunächst konnte er zeigen, daß, soweit es auf $\text{div } G$ ankommt, der Tiefenstrom in großer Annäherung als *homogen* angesehen werden kann, wenn die Ausdehnung des betrachteten Meeresgebietes im Vergleich zum Erdradius klein ist. Er findet

$$\text{div } G = -\frac{G_y}{a \text{ tag } \varphi} = \pm \frac{G}{L},$$

wobei nach nebenstehender Abb. 29 L die Strecke OE ist. O ist der betrachtete Punkt im Meere. L ist sowohl in mittleren und hohen Breiten, als auch in niedrigen eine sehr große Länge, namentlich wenn die Tiefenströme mehr zonalen Richtung sind. Der Tiefenstrom ist also in der Hauptsache *divergenzfrei*.

Statt $\text{curl } G$ bestimmt EKMAN eine Größe W , die zwar mit ihm nicht identisch, aber doch dem Vorzeichen und der Größenordnung nach in den Hauptfällen übereinstimmen dürfte. Er bezeichnet W als Quasiwirbel, der wenn er *positiv* ist, einem *Wirbel contra solem* entspricht¹. W kann in die Summe dreier Glieder

$$W = W_T + W_d + W_\varphi \quad (5. 27)$$

aufgelöst werden.

W_T hängt nur von den Winden, W_d nur von der Bodentopographie, W_φ von der Krümmung der Erde ab; sie stellen demnach der Reihe nach die *anemogene*, die *topographische* und die *planetarische Wirbelwirkung* dar. Wir wollen jedes Glied für sich besprechen.

¹ EKMAN, V. W.: Meeresströmungen. Handbuch d. phys. u. techn. Mechanik. Herausgeg. von Auerbach u. Hort. Bd. 5, S. 196.

W_T ergibt sich nach (5. 28) als proportional curl T .

$$W_T = \frac{c^2 g}{B} \text{curl } T; \tag{5. 28}$$

es ist somit eine enge Beziehung zwischen dem Wirbelfeld des Winddruckes und des Tiefenstromes vorhanden. Falls T proportional der Windstärke wäre, würde die anemogene Wirbelwirkung durch (5. 28) von vornherein gegeben sein.

Für die topographische Wirbelwirkung findet EKMAN den Ausdruck

$$W_d = G \frac{2\pi}{D''} \frac{\partial d}{\partial s}, \tag{5. 29}$$

worin $\frac{\partial d}{\partial s}$ das Bodengefälle in der Richtung des Tiefenstromes bedeutet. Gleichung (5. 29) besagt, daß dort, wo der Tiefenstrom über *wachsende* (abnehmende) *Tiefe* strömt, ein *Wirbel contra solem* (cum sole) entsteht, bzw. daß bei Tiefenstrom längs der Niveaulinien des Bodens keine Ablenkung eintritt. Letztere Beziehung haben wir schon als Bedingung für stationäre, reibungslos verlaufende Gradientenströme bei variabler Meerestiefe kennengelernt (S. 60). Bei wind-erzeugten Meeresströmen muß der Tiefenstrom derselben Bedingung folgen, was zu erwarten war. Die ablenkende Wirkung des Bodengefalles hat EKMAN in anschaulicher Weise bei einigen partikulären Lösungen der Differentialgleichung (5. 26) zeigen können; sie beanspruchen einiges praktische Interesse, weshalb hier zwei charakteristische Fälle ohne die dazugehörigen mathematischen Entwicklungen näher besprochen werden sollen.

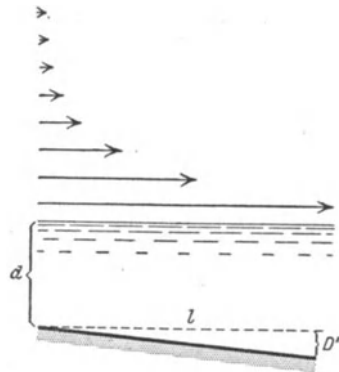


Abb. 30. Unten: Vertikalschnitt parallel der Küstenlinie durch ein Meer veränderlicher Tiefe. Oben: Horizontalschnitt durch das Feld des Tiefenstromes.

Abb. 30 soll einen durch ein Meer gelegten Vertikalschnitt parallel zu einer in west-östlicher Richtung verlaufenden Küstenlinie darstellen. Der Meeresboden möge eine gegen Osten abfallende Ebene mit dem Gefälle $D'' : l$ sein. In derselben Richtung (parallel der Küstenlinie) wehe ein örtlich konstanter Wind. Der obere Teil der Figur gibt im Horizontalschnitt das Feld des Tiefenstromes. Die ausgezogenen Pfeile sind unter der Voraussetzung $D'' = \text{konstant}$ berechnet; auch die nähere Berücksichtigung der Abhängigkeit D'' von G ist möglich. Die Stromlinien sind in beiden Fällen *geradlinig*, die *Geschwindigkeit nimmt mit wachsender Küstenentfernung rasch ab*, im ersten Fall gemäß der Exponentialfunktion $e^{-\frac{2\pi}{l} y}$. Der Tiefenstrom wird praktisch auf ein Randgebiet längs der Küste beschränkt.

Abb. 31 ist in derselben Weise zu verstehen. Der Meeresboden ist hier wellblechförmig; Küstenverlauf und Windrichtung sind senkrecht zum Kamm der Bodenwellen. In genügender Entfernung von der Küste weist das Stromfeld *sinusförmige* Stromlinien auf und zwar ist für die Amplitude dieser stationären Schwingungen die *absolute* Amplitude der Bodenwellen maßgebend. Die Meerestiefe selbst ist hier, wie im früheren Fall ohne jede Bedeutung. Die Geschwindigkeit in der Küstenrichtung ist konstant und geringer als die Geschwindigkeit in einem Meer mit gleichmäßiger Tiefe. Der Geschwindigkeitsausfall ist im Maximum bei einem Tiefenunterschied gleich $\frac{1}{2}D''$ schon 20%, bei einem Tiefenunterschied $2D''$ aber 30%. Die Stromlinien weichen hierbei immer mehr von dem geraden Küstenverlauf ab.

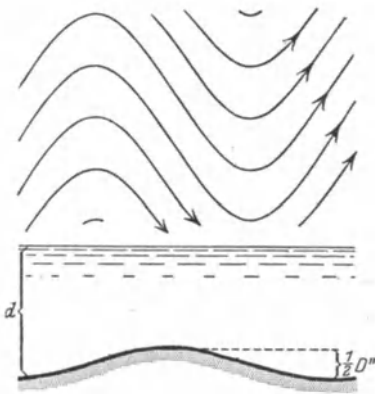


Abb. 31. Unten: Vertikalschnitt parallel der Küstenlinie; Meeresboden wellblechförmig. Oben: Horizontalschnitt durch das Feld des Tiefenstromes.

Man würde erwarten, daß für die topographische Wirbelwirkung nicht die absoluten, sondern eher die zur Meerestiefe relativen Tiefenunterschiede ausschlaggebend sind, daß somit bei gleicher Größe der Bodentörung die Störungen im Stromfeld des Tiefenstromes um so größer ausfallen, je seichter das Meer ist. Dies trifft nicht zu. Die Meerestiefe selbst ist belanglos, nur die absolute Größe der Bodentörung kommt in Betracht. Die Einwirkung der Bodentopographie umfaßt den ganzen Tiefenstrom, ob er in einem wenig tiefen Meer nur eine dünne Schicht, oder in einem tiefen Meer einige tausend Meter umfaßt. Dies erklärt sich daraus, daß der Tiefenstrom divergenzfrei ist, so daß die Kompensation des gestörten Gleichgewichts der Meeresoberfläche nur durch Bodenströme gemäß der Kontinuitätsgleichung erzielt werden kann.

Da die anemogene Wirbelwirkung an sich klein ist, wird auch die topographische in der Hauptsache bei einem Zurücktreten der planetarischen Wirbelwirkung sich in der Weise äußern, daß die Tiefenströme, das ist der Hauptteil der Gradientströme, *angenähert den Niveaulinien des Meeresboden* folgen. Der reibungslose Gradientstrom folgt derselben Bedingung.

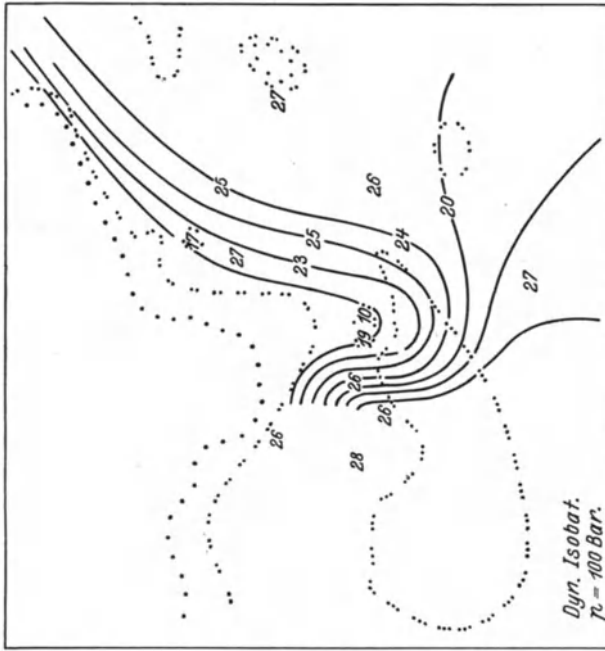
Die ozeanographischen Befunde in mittleren und hohen Breiten scheinen in manchen Fällen dieser Bedingung, diesem von EKMAN ermittelten topographischen Zwange zu entsprechen. HELLAND-HANSEN

und FR. NANSEN¹ haben bei der Bearbeitung der Strömungen des östlichen Nord-Atlantischen Ozeans gefunden, daß an vielen Stellen Richtungsänderungen des Tiefenstromes und Bodenkonfiguration im Sinne der EKMANSchen Theorie zusammentreffen oder daß mit Vorliebe, wenn die Verhältnisse es gestatten, der Tiefenstrom den Niveaulinien des Bodens folgt. Ein typisches Beispiel für die Beeinflussung der Stromrichtung durch die Bodentopographie ist jene scheinbar unmotiviert Biegung der Strombahnen mitten im freien Ozean südlich von Neufundland. HELLAND-HANSEN und NANSEN² haben nachgewiesen, daß dies keine Zufälligkeit, sondern nach der Temperatur- und Salzgehaltverteilung zu schließen, eine ständige großartige Erscheinung darstellt. HELLAND-HANSEN und EKMAN deuten diese Umbiegung der Strombahnen als eine direkte Folge der Bodentopographie. Abb. 32 zeigt in der Karte links die dynamische Topographie der 100-Bar Isobathe im Gebiete des Nordatlantischen Ozeans und innerhalb derselben südlich Neufundlands die auffallende Biegung der Isobathen. Die Isobathen können gemäß den Ausführungen in Kapitel V, Abschnitt 1 bei stationären Verhältnissen, die hier auch anzunehmen sind, als Stromlinien aufgefaßt werden. Im Kärtchen rechts ist der Teil südlich von Neufundland mit den Tiefenlinien für 1000, 2000 und 3000 englischen Faden (ein-, zwei-, und dreifach punktiert) in vergrößertem Maßstab wiedergegeben; jede zweite Stromlinie ist der Deutlichkeit wegen hier ausgelassen worden. Folgt man dem Strome in der Stromrichtung, so findet man zunächst beim Übergang auf geringere Tiefen eine starke Ablenkung nach rechts, dann bei wachsender Tiefe eine Umbiegung nach links und schließlich ein Anschmiegen an die Niveaulinien des Bodens. Dies entspricht völlig den Sätzen EKMANS. Der Einwand, daß die Südwärtsbiegung der Stromlinien einfach in der Weise eine Wirkung der Bodentopographie sei, daß wegen der Küste auf der linken Seite notwendigerweise ein Ausweichen nach rechts eintreten müsse, ist nicht stichhaltig; denn der dem Strome zur Verfügung stehende Raum ist zu groß, um eine solche ausschlaggebende Wirkung zu erzwingen.

Die EKMANSche Ablenkung läßt sich, wenn eine einfache Erklärung notwendig erscheint, vielleicht so zu verstehen, daß sie eine Folge des gestörten Gleichgewichtes zwischen Gradientkraft und ablenkender Kraft der Erdrotation darstellt. Geht ein Strom, bei dem dieses Gleichgewicht bei gleichförmiger Tiefe besteht, allmählich auf geringere Tiefe über, so muß der Kontinuität wegen die Geschwindigkeit zunehmen und mit ihr wächst die ablenkende Kraft der Erdrotation; es muß des-

¹ HELLAND-HANSEN, B. and NANSEN, FR.: The eastern North Atlantic Ocean. Geofys. Publ. Bd. 4, Nr. 2. Oslo 1926.

² Zuerst 1912 in: The depth of the oceans. 1912, Kap. 5, S. 267, später in: Rep. on the scient. Res. of the „Micheal Sars“ N. Atl. deep sea exp. 1910. Bd. 1.



Rechts: Stromlinien südlich Neufundlands und Tiefenlinien für 1000, 2000 und 3000 engl. Faden (ein-, zwei- und dreifach punktiert).

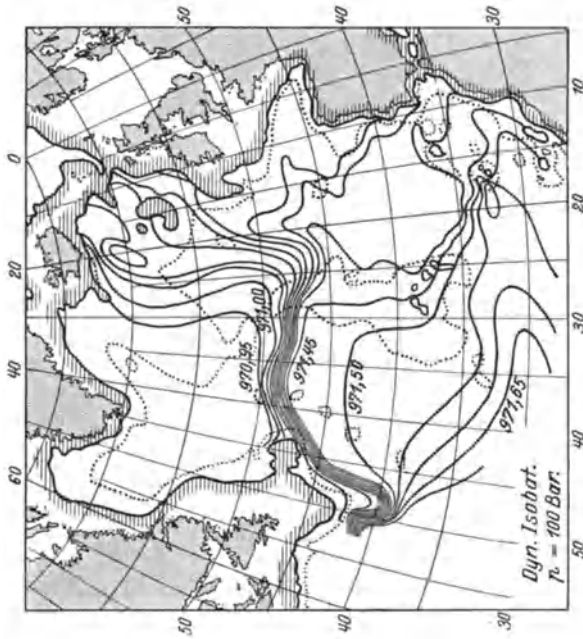


Abb. 32. Links: Dynamische Topographie der isobaren Fläche von 1000-Bar. nach HELLAND-HANSEN und EKMAN.

halb bei anfänglich ungestörtem Druckgefälle in diesem Falle eine Ablenkung des Stromes contra solem erfolgen, bei Tiefenzunahme aber eine solche cum sole.

Die dritte Wirbelwirkung war die planetarische. Hierfür hat EKMANS den Ausdruck:

$$W_{\varphi} = \frac{1}{aB \operatorname{tag} \varphi} [-b G_y + c^2 g T_x]$$

gefunden. Der erste Klammersausdruck ist meistens größer als der zweite; er gibt den Ausschlag. Die normale Wirkungsweise der Erdkrümmung geht auf die Erzeugung von gegen Westen konvexen und gegen Osten konkaven Strombahnen aus; nur reine zonale Ströme bleiben von der Erdkrümmung unbeeinflusst (siehe S. 60). EKMANS hat auch die kombinierte topographische und planetarische Wirbelwirkung berechnet und das „kritische Bodengefälle“ bestimmt, das dadurch gegeben ist, daß topographische und planetarische Wirbelwirkung sich gerade gegenseitig aufheben. Das Ergebnis ist völlig identisch mit dem für reibungslos verlaufende Gradientenströme in Kapitel V Abschnitt 2 bereits gegebenen. Es läßt sich auch zeigen, daß die hier eingeführten Vereinfachungen einen Einfluß der Reibung außer Betracht setzen, so daß der für reibungslose Ströme gültige übrig bleibt; wir verweisen deshalb auf die früheren Darlegungen.

V. W. EKMANS hat neuerdings darauf aufmerksam gemacht, daß die von ihm gegebene Theorie der Meeresströmungen in einem homogenen Meer nur gilt, wenn die Ströme völlig *beschleunigungsfrei* sind. Namentlich das Ergebnis der Theorie, daß die Tiefenströme für jeden Teil des Meeres divergenzfrei sein müssen, hängt mit der Annahme zusammen, daß die Beschleunigungen des Wassers vernachlässigbar sind. Wenn dies auch zumeist erlaubt sein dürfte, gibt es doch Fälle, in denen die vorkommenden Größen von der Größenordnung dieser Beschleunigung werden können; die Außerachtlassung der letzteren ist aber dann nicht mehr korrekt. EKMANS hat in einer vorläufigen Mitteilung¹ die Richtlinien angegeben, nach welcher Richtung die bisherigen Ergebnisse in diesen Fällen zu verbessern sind. Als Beispiel weist er auf den früher, in Abb. 31 besprochenen Fall hin, in dem eine Strömung über wellblechförmigen Boden strömt und für den die verbesserte Theorie Modifikationen in zwei Punkten bedingt: Erstens werden die Amplituden der wellenförmig gestalteten Stromlinien, also die Abweichungen von der mittleren Stromrichtung verkleinert, und zweitens erfolgt eine Änderung in der Phase derart, daß der obere Teil der Abb. 31 gegenüber dem unteren etwas nach rechts verschoben wird. Diese beiden Änderungen gegenüber den früheren Ergebnissen hängen von der Tiefe des

¹ EKMANS, V. W.: Note on the theoretical courses of ocean-currents. J. du cons. intern. pour l'expl. d. l. mer. Bd. 3, Nr. 1. 1928.

Wassers, der Geschwindigkeit der Strömung und von der Breite der Bodenwellen ab. Es zeigt sich allgemein, daß solange der Ausdruck $\frac{\pi d}{D'' \tau}$ ein kleiner Bruch ist, die Änderungen gegen früher unbedeutend sind, aber beträchtlich werden, wenn er von der Größenordnung 1 oder mehr wird. Hierbei sind wie bisher d die Wassertiefe, D'' die untere Reibungstiefe und τ die Zeit in Pendelstunden (siehe S. 17), die der Tiefenstrom braucht, um eine Wellenlänge der Bodenstörung zu durchströmen. Der obige Ausdruck wird wahrscheinlich in den tatsächlichen ozeanischen Verhältnissen relativ groß, wenn die Tiefenströme nicht zu schwach sind und jene Fälle ausgenommen werden, in denen große topographische Störungen vorhanden sind.

Die Hauptergebnisse der Untersuchungen EKMANS betreffs der Dynamik der Tiefenströme sind mit Rücksicht auf die letzten Einschränkungen etwa folgende¹:

Die Tiefenströme haben die Tendenz, namentlich in niedrigen Breiten den Parallelkreisen zu folgen (Überwiegen der zonalen Ströme in niedrigen Breiten). Sie haben weiter die Neigung, namentlich in den höheren Breiten, sich der Bodenkonfiguration anzuschmiegen derart, daß die Stromlinien den Tiefenlinien des Bodens folgen. Bei Stromrichtung gegen wachsende Tiefen erfolgt eine Ablenkung der Strömung contra solem, bei Stromrichtung gegen abnehmende Tiefen findet das umgekehrte statt. Außerdem bewirkt aber unruhige Bodentopographie eine allgemeine Herabsetzung der Geschwindigkeit der Tiefenströme. Im gleichen Grade, als die Geschwindigkeit der Tiefenströme gegenüber den Oberflächenströmen klein wird, verlieren die planetarische und die topographische Wirbelwirkung an Einfluß und auf die Tiefenströme gewinnen andere, vielleicht auch die inneren Kräfte einen ausschlaggebenden Einfluß.

Die EKMANSche Theorie der Meeresströmungen eines *homogenen* Meeres enthält alle Umstände, die eine nähere Berücksichtigung verdienen; es ist nicht leicht anzugeben, in welcher Richtung seine Theorie zu vervollständigen wäre; ihre weitere Ausbildung hängt mehr von der mathematischen Lösung von Differentialgleichungen mit Randbedingungen ab, weniger von der Beibringung ozeanographischen Beobachtungsmaterials. Allerdings ist zur Prüfung ihrer theoretischen Folgerungen die Durchführung kleinerer ozeanographischer Expeditionen notwendig, die in systematischer Weise das Material zur Erfassung einzelner Probleme beibringen sollen und die in ihrer Bearbeitung im Anschluß an die Theorie Ergebnisse ganz allgemeiner und prinzipieller Natur liefern könnten. Nach reiflicher Überlegung der Problemstellung und der

¹ Siehe die ausgezeichnete Übersicht in EKMANS, V. W.: A survey of some theoretical investigations on ocean-currents. J. d. cons. intern. pour l'explor. d. l. mer. Bd. 3, Nr. 3. 1928.

Arbeitsmethoden, die zur Sammlung eines für solche Prüfungen besonders geeigneten Materials ausgebildet sind, wäre die Entsendung solcher Expeditionen ein dringendes ozeanographisches Bedürfnis.

7. Die ungeordnete Bewegung des Wassers in den Meeresströmungen.

Den Hydraulikern war es lange bekannt, daß die Bewegungen des fließenden Wassers nicht eigentlich fließend, sondern mehr rollend, pulsierend und wirbelnd ist. Nur in kapillaren Röhren fließt das Wasser ruhig und laminar, in allen größeren Röhren und Kanälen bilden sich beständig unzählige Wirbel, in denen ein Teil der Bewegungsenergie aufgezehrt wird. Genau wie am Festland in den Flüssen und Strömen sich das Wasser fast ausnahmslos *turbulent* bewegt, werden auch die Bewegungen des Wassers in den Strömungen der Meere wirbelnd und turbulent sein. Nach den Gleichungen der Hydrodynamik wäre zu erwarten, daß bei gleichmäßig wirkender Kraft sich *laminare* Strömungen einstellen. Dies scheint aber nur bei sehr kleinen Geschwindigkeiten oder bei kleinen Querschnitten der Fall zu sein. Bei größeren Geschwindigkeiten und Strömungen in größeren Räumen wird die Bewegung turbulent. Die Strömung ist durchsetzt von einer Unmenge kleiner Wirbel und die Stromfäden zeigen fortwährende Verschlingungen. Bei Strommessungen mit dem EKMAN-MERZ Strommesser kann man deutlich die pendelnde Bewegung des Strommesserflügels beobachten, der unausgesetzt pulsatorische Schwingungen um eine mittlere Lage ausführt. Sie stammen von der Turbulenz der Strömung; die dazugehörigen Schwankungen der Geschwindigkeit könnten fortlaufend nur durch Registrierung der Umdrehungsgeschwindigkeit des Propellers nachgewiesen werden. Zum Studium des inneren Aufbaues der Meeresströmungen wäre wohl ein Verfolgen der einzelnen Wasserteilchen auf ihren vielfach verschlungenen Bahnen notwendig. Dies scheint aber zunächst ganz ausgeschlossen. Man muß sich begnügen, die ungeordnete Bewegung der Wassermassen im Meere auf statistischem Wege zu erfassen und vor allem die Wirkungen der ungeordneten Bewegung auf die verschiedenen Erscheinungen zu studieren.

Mit der ungeordneten, turbulenten Bewegung der Wassermassen sind stets Mischungsprozesse verbunden, die nicht nur auf die Geschwindigkeitsverteilung der Bewegung eingreifen, sondern auch wesentlich die Verteilung der den Wassermassen anhaftenden Eigenschaften beeinflussen. In der Ozeanographie scheint man sich viel früher als in der Meteorologie klar gewesen zu sein, welche Bedeutung diesen Mischungsprozessen der turbulenten Bewegung für die Dynamik der Erscheinungen zukommt. Aber diese Untersuchungen scheinen den Meteorologen unbekannt geblieben zu sein; denn von dieser Seite aus hat man sich

wesentlich später damit beschäftigt, was dann allerdings eine vertiefte Behandlung der Fragen zur Folge hatte.

J. GEHRKE¹ hat wohl zuerst in grundlegenden Untersuchungen versucht, sich ein Bild darüber zu machen, wie sich durch die Turbulenz der Bewegung ein vertikaler Wärmetransport einstellt. Er zeigte, daß dieser Wärmetransport dem vertikalen Temperaturgradienten und der Wärmekapazität der Volumeinheit proportional gesetzt werden kann. Dieser Ansatz entspricht dem der Wärmeleitungsgleichung, aber der Proportionalitätsfaktor ist nicht der Koeffizient der physikalischen Wärmeleitung, sondern ein Faktor, der nur von der Turbulenz der Bewegung abhängt; in ihm kann auch die Wirkung der durch eine eventuelle instabile Schichtung bedingten Konvektion eingeschlossen werden. Diesen Faktor, der wesentlich größer als der Koeffizient der molekularen Wärmeleitung ist, nennt GEHRKE *Vermischungsintensität*. Seine Dimension ist $\text{cm}^2\text{sec}^{-1}$ und stimmt hierin überein mit jener des MAXWELLSchen kinematischen Reibungskoeffizienten.

Nach GEHRKE hat vor allem J. P. JACOBSEN² sich mit den durch Turbulenzerscheinungen verbundenen Prozessen der scheinbaren Wärmeleitung und der scheinbaren Diffusion eingehend befaßt und zuerst die bedeutungsvolle Tatsache ausgesprochen, daß alle diese Prozesse in derselben Weise ablaufen und von der Einwirkung ein und derselben Vermischungsintensität abhängen. Der Vermischungskoeffizient einer turbulenten Strömung ist ein und derselbe, ob man ihn aus den Veränderungen der Temperatur, des Salzgehaltes oder anderer im Wasser gelöster oder mechanisch in ihr suspendierter Stoffe bzw. Organismen ableitet. JACOBSEN ist der Ansicht, daß die Bewegungsmenge, die ja für die Turbulenz- (Schein-) Reibung maßgebend ist, sich nicht ganz so verhält, wie die früher erwähnten Größen, die einer Vermischung unterliegen. Nur bei der Bewegungsmenge nimmt JACOBSEN bei der Überführung der Wasserteilchen von Schicht zu Schicht einen sofortigen und vollständigen Ausgleich an, nicht aber bei der Überführung der anderen Größen. Bei diesen wäre es denkbar, daß bei den durch die Turbulenz erfolgenden Verschiebungen der einzelnen Wasserteilchen ein völliger Ausgleich nicht sogleich eintritt und daß die Teilchen in ihre Ursprungsschicht zurückkehren mit Werten der Größen, die nicht ganz der Verschiebungsstrecke aus ihrer Gleichgewichtslage entsprechen. Die Ver-

¹ GEHRKE, J.: Beitrag zur Hydrographie des Finnischen Meerbusens. Finnl. Hydrobiol. Unters. III. Helsingfors 1909. — On vertikale Varmestrømme i Havet. Grundtrækkene af Blandings-processernes teori. Diss. Kopenhagen 1912.

² JACOBSEN, J. P.: Beitrag zur Hydrographie der dänischen Gewässer. Medd. Komm. Havundersøgelser, Ser. Hydrogr. Bd. 2, Nr. 2. Kopenhagen 1913. — Hydrogr. Investigations in Faeroe Waters. Ebenda Nr. 4. Kopenhagen 1915. — Hydrographische Untersuchungen in Randesfjord. Ebenda Nr. 7. Kopenhagen 1918.

mischungsintensitäten der Bewegungsgröße (kinematischer Reibungskoeffizient) müßte dann stets größer ausfallen als jener derselben turbulenten Strömung, bestimmt aus Temperatur, Salzgehalt usw. Einige Messungsreihen JACOBSENS scheinen dies tatsächlich zu bestätigen.

Umfassende Untersuchungen über die turbulente Bewegung in den Strömungen der verschiedenen Medien und über die damit zusammenhängenden Erscheinungen in den mannigfachsten Gebieten der Naturwissenschaften verdankt man W. SCHMIDT¹, der nahezu gleichzeitig mit G. J. TAYLOR² wohl ohne Kenntnis der früheren, für die Ozeanographie so wichtigen Untersuchungen von GEHRKE und JACOBSEN die Anwendungsmöglichkeit der Wirkungen der ungeordneten Bewegung auf die Verteilung der in den Medien aufgelösten bzw. suspendierten Stoffe wesentlich erweiterte.

Aus seiner Ableitung der entsprechenden Beziehungen erkennt man deutlich, daß sie für alle, dem in ungeordneter Bewegung befindlichen Medium anhaftenden Eigenschaften in derselben Weise gelten. Für unsere Anwendungen auf das Meer kommt als Medium nur das Wasser desselben in Betracht. Durch die ungeordnete Bewegung desselben in den Strömungen wird nicht nur ein Ausgleich der Bewegungsgröße in der Richtung des stärksten Geschwindigkeitsgefälles herbeigeführt, auch jede dem Wasser anhaftende Eigenschaft wird in der Richtung der stärksten Änderung derselben auf die benachbarten Massen übertragen und dadurch eine Ausgleichsströmung in dieser Richtung bedingt.

Greifen wir eine bestimmte Eigenschaft des Meerwassers s , die durch eine, der Masseneinheit derselben hinzutretende Größe S hervorgerufen sei, heraus; zwischen s und S bestehe eine lineare Beziehung in der Form $dS = \sigma ds$. Es gilt dann für s die Mischungsregel, d. h. mischen sich zwei Wassermassen m und m' mit den entsprechenden Eigenschaften s und s' , so gleichen sich diese auf den Wert $(ms + m's') : (m + m')$ aus. Die Eigenschaft s habe ein Gefälle in der Richtung z , die wir hier der Einfachheit halber mit der Vertikalen zusammenfallen lassen wollen. Im Gefolge der ungeordneten Bewegung des Wassers werden durch ein horizontales Flächenstück f , das senkrecht auf das Gefälle $\frac{ds}{dz}$ steht, Wasserteilchen von unten nach oben, sowie von oben nach unten hin-

¹ SCHMIDT, W.: Der Massenaustausch bei der ungeordneten Strömung in freier Luft und seine Folgen. Sitzgsber. Akad. Wiss. Wien, Math.-naturwiss. Kl. Bd. 126. 1917. — Die Wirkungen der ungeordneten Bewegung im Wasser der Meere und Seen. Ann. Hydr. u. mar. Meteor. 1917, S. 367. — Der Massenaustausch in freier Luft und verwandte Erscheinungen. Probl. d. kosm. Physik. Bd. 7. Hamburg 1925.

² TAYLOR, G. J.: Eddy motion in the atmosphere. Philos. Trans. A, 215. 1915. — Phenomena connectet with turbulence in the lower atmosphere. Proc. roy. Soc. London (A). Bd. 94. 1918. — Diffusion by continuous movements. Proc. Math. Soc. London, Ser. 2, Bd. 20. 1922.

durchtreten. Jedes wird von der Größe S pro Masseneinheit die Menge $\sigma \left(s \pm \frac{ds}{dz} h \right)$ mitführen; s ist der Wert von s an der Fläche selbst und h der ursprüngliche Abstand des Wasserteilchens von der Fläche; das positive Vorzeichen gilt für Teilchen, die von oben nach unten, das negative für solche, die von unten nach oben durch die Fläche hindurchtreten. Solcher Teilchen werden in der Zeit t viele sein, so daß im Mittel die Fläche f von einem Strom S von unten nach oben durchsetzt wird, der sich als die Differenz der von unten nach oben und der von oben nach unten hindurchtretenden Mengen S_1 und S_2 ergibt. Zieht man die einzelnen Summen zusammen, so erhält man

$$S = S_1 - S_2 = -\sigma \frac{\sum m h}{f t} \cdot \frac{ds}{dz} = -\sigma A \frac{ds}{dz}, \quad (5.30)$$

wobei die Summation \sum nun über *alle* durch die Fläche in irgendeiner Richtung verschobenen Wasserteilchen zu erstrecken und

$$A = \frac{\sum m h}{f t} \quad (5.31)$$

zu setzen ist. Die Größe A ist von der betrachteten Eigenschaft völlig unabhängig; sie beschreibt oder mißt die Lebhaftigkeit des Austausches zwischen benachbarten Wasserschichten. W. SCHMIDT bezeichnet sie deshalb als „Größe des Austausches“ oder kurz als *Austausch*. Die Dimension derselben ist $cm^{-1}g \text{ sec}^{-1}$. Die Vermischungsintensität μ , die JACOBSEN benützt, stellt sich als A/ρ dar; A stimmt hingegen mit den von G. J. TAYLOR eingeführten Größen „Eddy conductivity“ κ oder „Eddy diffusivity“ K überein.

Die Beziehung (5.30) ist von allgemeiner Bedeutung; stammen die Werte einzelner Eigenschaften $s', s'', s''' \dots$ und die dazu gehörigen Mengen $S', S'', S''' \dots$ vom gleichen Ort und derselben Zeit, so muß der Wert A , der ein Kennzeichen für den Grad der Mischung ist, für alle diese Prozesse derselbe sein. Kennt man für ein Paar S und $\frac{ds}{dz}$, dann ist A gegeben und sogleich folgt für jede andere Eigenschaft aus dem gegebenen Gefälle das Abwandern der entsprechenden Größe S . Als Eigenschaften s , die dem Meereswasser anhaften und die der Mischungsregel folgen, nennt W. SCHMIDT: Die Stromgeschwindigkeit, die Temperatur, den Salzgehalt, den Gehalt an Gasen, an Lebewesen (Plankton). Die entsprechenden Größen S sind dann der Reihe nach: Die Bewegungsgröße, die Wärmemenge, die Salzmenge, die Gasmenge und die Anzahl der Lebewesen. Die Größe σ hat hier stets den Wert τ ; nur bei der Temperatur stellt sie die spezifische Wärme vor, die aber für Seewasser auch bei sehr großem Salzgehalt um weniger als $1/10$ von τ abweicht.

JACOBSEN bezweifelt, wie bereits erwähnt, daß der Austausch berechnet aus dem Abwandern der Bewegungsgröße derselben sei, wie der

berechnet aus dem Abwandern der anderen Größen, da der Ausgleich zwischen den Eigenschaften der bewegten Wasserteilchen und der Umgebung während der vertikalen Verschiebung der ersteren bei der Bewegungsgröße vollständig, nicht aber bei den anderen Eigenschaften ist. Es ist in Anbetracht der Tatsache, daß Wassermassen verschiedenen Charakters sich so ungern völlig vermischen, nicht zu bezweifeln, daß ein solcher Unterschied vielleicht existieren kann; dann würde die ungeordnete Bewegung *zwei* Turbulenzgrößen bestimmen: die eine gibt die Überführung der Bewegungsgröße und legt den virtuellen Reibungskoeffizienten fest, die andere gibt die Überführung der Wärme, des Salzgehaltes usw. und legt den Austausch dieser Eigenschaften von Schichte zu Schichte fest. Da man derzeit aus den gegebenen Beobachtungen höchstens die Größenordnung des Austausches ermitteln kann, läßt sich nichts Bestimmtes aussagen, ob die Auffassung JACOBSENS den Tatsachen besser entspricht und ein Unterschied zwischen beiden Größen tatsächlich vorhanden ist. Nur systematische Untersuchungen könnten darüber Aufschluß geben.

Der Austausch ist natürlich keine Konstante, er dürfte von Schichte zu Schichte, wahrscheinlich auch zeitlich stark verschieden sein. Bei seiner Bestimmung ist auf diese Veränderungen Rücksicht zu nehmen.

Die Beziehung (5. 30) bezieht sich auf das Durchwandern von S durch die Flächeneinheit. Man kann nun fragen nach den zeitlichen Änderungen der Eigenschaften s pro Masseneinheit, die durch das Zusammenwirken von Gefälle und ungeordneter Bewegung bedingt sind. Bei konstantem Gefälle und konstantem Austausch ist natürlich keine zeitliche Änderung in der Eigenschaft s längs z zu erwarten; bei veränderlichem Gefälle und veränderlichem Austausch läßt sich leicht berechnen, welche Menge von S in der kleinen Zeit dt in einem Elementarprisma dz stecken bleibt; sie gibt dann auch die zeitliche Änderung von s selbst. Man erhält

$$\frac{ds}{dt} = \frac{1}{\rho} \left(A \frac{d^2s}{dz^2} + \frac{dA}{dz} \frac{ds}{dz} \right). \quad (5. 32)$$

Meistens kann man mit genügender Annäherung A über einen größeren Höhenbereich konstant setzen; dann wird

$$\frac{ds}{dt} = \frac{A}{\rho} \frac{d^2s}{dz^2}. \quad (5. 33)$$

Diese Beziehung ist dieselbe, die in der Theorie der Wärmeleitung bzw. der Diffusion auftritt, nur ist der Wärmeleitungskoeffizient bzw. der Diffusionskoeffizient durch A ersetzt. Die in diesen Theorien¹ ausgeführten mathematischen Ableitungen können somit ohne weiteres hier übernommen werden und geben uns dann Auskunft über die Wirkungen

¹ Siehe z. B. RIEMANN-WEBER: Die partiellen Differentialgleichungen der Physik. Bd. 2, § 31ff.

der *Scheinleitung*, der *Scheindiffusion* und der *virtuellen Reibungseinflüsse*.

Bei Benützung der Formel (5. 33) ist natürlich zu bedenken, ob im betrachteten Volumelement dz nicht noch durch andere Umstände zeitliche Änderungen der Eigenschaft s erfolgen können. Temperaturänderungen können sich so durch Absorption von Strahlung und durch Ausstrahlung einstellen, Salzgehaltsänderungen durch Einströmen bzw. Ausströmen salzreicheren oder salzärmeren Wassers von der Seite her; Änderungen im Gasgehalt können eintreten durch den Verbrauch des Gases durch Lebewesen. Auf der rechten Seite von (5. 33) tritt dann noch ein Glied hinzu, das diese Umstände näher berücksichtigt. Bei passenden Verhältnissen sind aber dann im Volumelement auch *stationäre Zustände* möglich, deren Bedingungen durch die erweiterte Gleichung (5. 33) bei Nullsetzung von $\frac{ds}{dt}$ gegeben sind¹.

Die nähere Kenntnis der Dynamik von Prozessen, in denen A eine Rolle spielt, führt zu einer *zahlenmäßigen* Bestimmung der Größe A . Solche Berechnungen sind bisher nur vereinzelt durchgeführt worden, wobei man sich der verschiedensten Methoden bediente. H. THORADE² und W. SCHMIDT³ geben tabellarische Übersichten davon, auf die wir hier verweisen. Die Einzelwerte gehen noch weit auseinander und in keiner Weise ist derzeit noch der Austausch A in seiner Abhängigkeit von den verschiedenen Begleitumständen bekannt; nähere Untersuchungen sind hier dringend erwünscht. Deutlich läßt sich nur erkennen, daß durch stabile Schichtung der Austausch wesentlich herabgesetzt wird. Von den großen Werten, die bei Triftströmen gelten (siehe S. 76), kann er im stabil geschichteten Wasser auf kleine Werte zwischen 20 und 1, bei Sprungschichten sogar auf noch wesentlich kleinere Werte, schließlich auch auf Null herabgehen.

Eine ozeanographisch interessante Methode hat kürzlich JACOBSEN⁴ mitgeteilt, auf die hier näher eingegangen werden soll; denn sie gibt einen tieferen Einblick in das Wesen der Turbulenz und der davon schwer zu trennenden Konvektion.

Die für die molekulare Wärmeleitung und Diffusion gültigen Gesetze werden entsprechend den früheren Erörterungen auch für die Mischungsvorgänge gültig angenommen. Namentlich soll die Verlagerung der einzelnen Wasserteilchen beim Mischungsvorgang entsprechend dem MAXWELLSCHEN Verteilungsgesetz erfolgen. Man denke sich nun aus dem Meer eine vertikale

¹ Siehe hierzu DEFANT, A. Veröff. d. Inst. f. Meereskde. A. Heft 19, 1929.

² THORADE, H.: Ungeordnete Bewegung und Mischung im Meere. Naturwiss. 1923, S. 1001.

³ SCHMIDT, W.: loc. cit. 1925, S. 111.

⁴ JACOBSEN, J. P.: Eine graphische Methode zur Bestimmung des Vermischungskoeffizienten im Meer. Gerlands Beitr. z. Geophysik. Bd. 16, S. 404. 1927.

Säule von 1 cm² Querschnitt und aus ihr im Punkte *A* ($z = 0$, Abb. 33) und im Punkte *B* in der Entfernung z von *A* (positiv nach abwärts) je einen Würfel von 1 cm Höhe herausgeschnitten. Dann werden im Verlaufe des Vermischungsprozesses in t sec q cm³ Wasser in den Würfeln bei *A* und *B* ihren Platz vertauschen. Den Verhältnissen bei der Diffusion analog wird

$$q = k e^{-\alpha^2 z^2} \quad (5.34)$$

gesetzt. Da das Wasser als inkompressibel angenommen ist, muß die Wassermenge in den Würfeln stets 1 cm³ einnehmen und das Integral von $-\infty$ bis $+\infty$ über $q dz$ muß deshalb 1 sein; daraus ergibt sich

$$\alpha^2 = \pi k^2. \quad (5.35)$$

Die Salzmenge des Würfels *B* ist $\frac{\rho S}{1000}$, wenn *S* der Salzgehalt in ‰/100 ist, der Salzzuwachs in der Zeit t hingegen nach (5.33).

$$m = \frac{A t}{1000} \frac{d^2 S}{dz^2}. \quad (5.36)$$

Für den Würfel bei *A* gelten entsprechende Beziehungen m_0 und S_0 . Die Salzmenge m_0 kann auch durch q ausgedrückt werden; der gesamte Salzgehalt im Würfel *A* nach der Zeit t (ursprüngliche Menge + Salzzuwachs) ist durch die Überführung des Salzgehaltes beim Vertauschen der Plätze der Wasserteilchen zustande gekommen; es muß deshalb

$$\frac{\rho S_0}{1000} + m_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{S}{1000} q dz$$

sein. Setzt man mit genügender Genauigkeit im letzten Ausdruck

$$S = S_0 + \left(\frac{dS}{dz}\right)_0 z + \frac{1}{2} \left(\frac{d^2 S}{dz^2}\right)_0 z^2$$

und führt für q den früheren Ausdruck ein, dann ergibt sich

$$m_0 = \frac{1}{4 \pi k^2} \frac{\rho}{1000} \left(\frac{d^2 S}{dz^2}\right)_0.$$

Der Vergleich mit der Beziehung (5.36) für den Punkt *A* ($z = 0$) ergibt

$$k = \frac{1}{\sqrt{4 \pi \frac{A}{\rho} t}}. \quad (5.37)$$

Damit ist in (5.34) q durch A ausgedrückt.

Diese Beziehungen können nun auf die Temperatur und Salzgehaltverteilung in der Vertikalen Anwendung finden. Eine vertikale Säule von 1 m² Querschnitt wird in Würfel von 1 m³ abgeteilt. Die Mittelpunkte dieser Würfel sollen mit +1, +2, +3 . . . bzw. -1, -2, -3 . . . bezeichnet werden. Abb. 34 stelle die Beziehung Salzgehalt—Temperatur in der betrachteten Vertikalsäule dar¹. Jeder Punkt gibt Temperatur und Salzgehalt für den betreffenden, gleich bezifferten Würfel an. Der Nullwürfel ($z = 0$) ist in

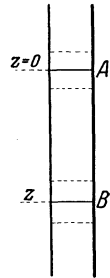


Abb. 33.

¹ Über die Bedeutung der *ST*-Diagramme in der Ozeanographie siehe HELLAND-HANSEN, B.: Nogen hydrografiske metoder. For. ved de skand. Naturf. Juli 1916, S. 357, und HELLAND-HANSEN, B. und NANSEN, FR.: The eastern North-Atlantic. Geof. Publ. Bd. 4, Nr. 2. Oslo 1925.

dem Punkte stärkster Krümmung A gelegt. Der Krümmungsradius in A (Zentrum o , Krümmungsradius $AO = r$) schmiege sich in guter Annäherung an die ST -Kurve an. Die Temperatur- und Salzgehaltverteilung sei ferner eine solche, daß die Länge der Kreisbögen zwischen je zwei benachbarten Punkten stets die gleiche sei (Winkel α).

Gesucht wird zunächst die Lage des Punktes im ST -System, der Temperatur und Salzgehalt des Nullwürfels nach t sec darstellt. Zwei Punkte B und C in den Entfernungen z und $z + dz$ vom Nullniveau schneiden ein Volumen von dz m³ heraus. Von diesem Volumen geht nach dem früheren in t sec die Wassermenge qdz in den Nullwürfel über; von dem symmetrisch dazu liegenden Volumen B_1C_1 geht ebenfalls die Menge qdz in den Nullwürfel über. Temperatur und Salzgehalt der Wassermenge, die sich durch Vermischung dieser zwei Mengen bildet, liegen nach der Mischungsregel in

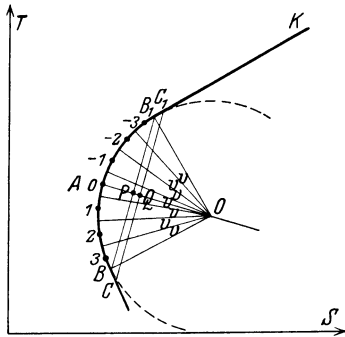


Abb. 34.

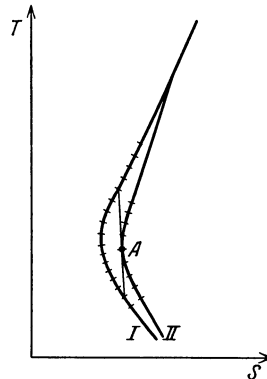


Abb. 35. JACOBSSENS METHODE DER ERMITTLUNG DER AUSTAUSCHGRÖßE.

den Punkten PQ , welche die Schnittpunkte von BB_1 und CC_1 mit AO bilden. Setzt man $AP = x$, so läßt sich aus der Abbildung leicht finden:

$$x = r - r \cos(z \cdot \alpha) \mp \frac{1}{2} r \alpha^2 z^2. \quad (5.38)$$

Die Wassermenge $2qdz$ hat demnach die Koordinaten des Punktes auf der kleinen Strecke $PQ = dx$. Entsprechendes gilt für andere Punktepaare oberhalb und unterhalb des Nullwürfels, so daß man schließen kann, daß im Nullpunkte nur Wassermengen zusammen kommen, deren Temperatur- und Salzgehaltverhältnisse durch die Linie AO gegeben sind. Die Vermischung aller dieser Differentialmengen gibt die Koordinaten ST des Nullwürfels nach t sec bzw. seine Lage durch die Entfernung Z auf AO . Z ist einerseits nach der Mischungsregel durch $Z = \int_0^{\infty} 2qdz$ gegeben, woraus

$$Z = \frac{A t}{q} r \alpha^2 \quad (5.39)$$

folgt. Andererseits schneidet die durch Z auf AO senkrecht gezogene Sehne aus der TS -Kurve ein Bogenstück mit dem Zentriwinkel $s \cdot \alpha$ heraus. Damit ist analog zu (5.38)

$$Z = r - r \cos\left(\frac{s}{2} \cdot \alpha\right) \mp \frac{1}{8} r \alpha^2 s^2.$$

Der Vergleich mit der Beziehung (5.39) ergibt den Austausch A zu

$$A = \frac{q}{8t} s^2. \quad (5.40)$$

Die Formel (5. 40) läßt sich ohne weiteres zu einer praktischen Bestimmung von A verwenden, wenn für verschiedene, aufeinander folgende Zeiten das ST -Diagramm für dieselbe Wassersäule gegeben ist. Abb. 35 stelle zwei solche Diagramme dar; I möge die primäre Verteilung, II die nach t sec sein. Sie zeigt die Veränderung im Aufbau der Wassersäule nach t sec. Die Querschnitte sind die Tiefenmarken zur Bestimmung von s . Die Tangente in A schneidet die Kurve I in zwei bestimmten Tiefenmarken, deren Differenz dann s ist. Die Kenntnis von s gibt nach (5. 40) die Größe des Austausches A , der diese Veränderungen in der Wassersäule hervorgerufen hat. Die Methode gilt zunächst nur für Meeresgebiete, die nahezu stromlos sind; aus fortlaufenden Serienmessungen an einer Station läßt sich so zahlenmäßig der vertikale Austausch bestimmen. Eine Übertragung der Methode auf Meeresgebiete mit *stationären Strömen* ist möglich; dann entsprechen I und II ST -Diagrammen, die für zwei örtlich in der Richtung des Stromes aufeinander folgenden Stationen gefunden wurden. So werden sich z. B. aus den genauen ST -Diagrammen im meridionalen Verlaufe des antarktischen Zwischenstromes, welche die Bearbeitung der Beobachtungen der Deutschen Atlantischen Expedition auf „Meteor“ liefern wird, die Austauschwerte dieses Tiefenstromes ableiten lassen und uns dadurch einen Einblick geben über Geschwindigkeit und Turbulenz der Wasserbewegung in relativ tiefen Schichten.

VI. Stationäre Ströme im geschichteten Ozean.

1. Stabile Diskontinuitätsflächen im Meer.

Die theoretischen Untersuchungen EKMANS geben ein sehr genaues Bild der Meeresströmungen, die sich in einem *homogenen* Meer einstellen können. Seinen Untersuchungen wird in dieser Hinsicht nicht mehr viel hinzuzufügen sein. Die Einführung der *Homogenität* ist natürlich nur ein Notbehelf der Theorie; er ermöglicht die Rechnungen möglichst weit zu führen, so daß ein Vergleich mit den Beobachtungen vorgenommen werden kann. Der Übergang vom homogenen zum geschichteten Ozean führt zur Behandlung der Fragen nach der Stabilität von Diskontinuitätsflächen innerhalb des Meeres. Es zeigt sich nämlich, daß man bei der Betrachtung von Fällen der Wirklichkeit mit einem *stetigen* Aufbau des Meeres oft nicht auskommt und daß es zweckmäßiger ist, im Aufbau *Unstetigkeitsflächen* einzuführen; bei ihrer Überschreitung ändern sich die physikalisch-chemischen Eigenschaften der Wassermassen um endliche Beträge. Das ist natürlich auch nur ein *schematisches* Bild, das man einführt, aber es kann doch oft der Wirklichkeit recht nahe kommen und läßt dann die Verhältnisse klar hervortreten.

Diese Betrachtungsweise führt zum Begriff des „Wasserkörpers“, das sind räumlich mehr oder minder ausgedehnte Wassermassen mit eindeutig charakteristisch-physikalisch-chemischen Eigenschaften. Der Einfachheit halber kann man diese Wasserkörper in ihrem Inneren als homogen ansehen, aber verschiedene Wasserkörper liegen dann im Meere nebeneinander und der Übergang von einem zum anderen bildet die

Grenzfläche; durch die Lage dieser Grenzflächen ist der räumliche Aufbau des Meeres gegeben.

Die Beobachtungen lehren, daß solche Grenzflächen, wenn auch nicht als unetwete Sprünge der Wassereigenschaften, als vielmehr als rasche Übergänge auf kurzer Strecke oft zu finden sind, zeitlich und örtlich konstant sind, so daß man sie als stationäre Erscheinungen ansehen muß. Ihr Auftreten ist an die *Singularitäten* des Stromfeldes gebunden und die Konvergenz- und Divergenzlinien sind meistens die Spuren solcher Grenzflächen an der Oberfläche des Meeres.

Untersucht man die Gesetze des Nebeneinanderlagerns solcher Wasserkörper im Meer, so bedeutet dies in der allgemeinen Theorie der Meeresströmungen das Fallenlassen der Annahme der Homogenität und, wenn die Atmosphäre über dem Meere als bewegungslos angesehen wird, die Betrachtung der Einflüsse nur *innerer* Kräfte, die stromerzeugend oder stromerhaltend wirken sollen.

Der Ozean bestehe aus zwei Wasserkörpern, deren spezifisches Volumen sich um einen endlichen Wert unterscheidet. Man kann sich die Frage vorlegen, ob sich diese nebeneinander in einem *stationären* Bewegungszustand befinden können. Es zeigt sich, daß dies tatsächlich der Fall ist. Entsprechende Rechnungen sind für die Atmosphäre von H. v. HELMHOLTZ¹ und M. MARGULES² ausgeführt worden. V. BJERKNES³ hat eine allgemeinere Darstellung dieses wichtigen Problems gegeben. Die Berechnungen lassen sich ohne weiteres auf diskontinuierliche Übergänge des spezifischen Volumens und der Strömungen von Wassermassen übertragen und auf entsprechende Verhältnisse in den Meeren anwenden⁴.

Es handelt sich in erster Linie um die Ermittlung der *Form* und *Lage der Grenzfläche*, an der die verschiedenen dichten Wasserkörper zusammenkommen. Es ist leicht einzusehen, daß bei ruhenden Wassermassen die Grenzfläche *horizontal* verlaufen wird und daß bei stabilem Gleichgewichtszustand der leichtere Wasserkörper oben, der schwerere unten sein muß. Zwei ruhende Wasserarten verschiedener Dichte können *nebeneinander* nie im Gleichgewichte stehen, auch dann nicht, wenn jede für sich im stabilen Gleichgewichte sich befindet. Nur bei einem bestimmten Bewegungszustand ist ein stationärer Zustand möglich und auch dann steht die Grenzfläche, welche beide Wasserkörper trennt, nicht etwa senkrecht zwischen beiden, sondern liegt *schief*, derart daß

¹ HELMHOLTZ, H. v.: Über atmosphärische Bewegungen. Sitzsber. preuß. Akad. Wiss., Physik.-math. Kl. 1888.

² MARGULES, M.: Über Temperaturschichtung in stationär bewegter und ruhender Luft. Meteor. Z. Hannband, S. 243. 1906.

³ BJERKNES, V.: Geofys. Publ. Bd. 2, Nr. 4. Oslo 1921.

⁴ DEFANT, A.: Stabile Lagerung ozeanischer Wasserkörper und dazugehörige Stromsysteme. Veröff. Inst. Meereskde, N. F., A, H. 19. Berlin 1929.

die dichtere Wasserart *keilförmig* unter die weniger dichte zu liegen kommt. Die Lage der Grenzfläche hängt also vom Bewegungszustand und dem Aufbau der beiden Wasserkörper ab. Es läßt sich leicht einsehen, daß eine *stabile* Lage der Diskontinuitätsfläche nur möglich ist, wenn an ihr eine kinematische und eine dynamische Grenzbedingung erfüllt sind. Erstere besagt, daß keine Geschwindigkeitskomponente senkrecht zur Grenzfläche vorhanden sein darf, da sonst eine Verschiebung derselben eintreten müßte. Wenn man mit n die Richtung der Normalen zur Grenzfläche und mit u, v, w die Geschwindigkeitskomponenten in der unteren dichteren und mit u', v', w' die entsprechenden Größen in der oberen Wassermasse bezeichnet, dann ist der mathematische Ausdruck für die kinematische Grenzbedingung:

$$(u - u') \cos(nx) + (v - v') \cos(ny) + (w - w') \cos(nz) = 0. \quad (6.1)$$

Die dynamische Bedingung verlangt, daß an der Diskontinuitätsfläche Druck und Gegendruck einander gleich sind:

$$p - p' = 0. \quad (6.2)$$

Bezeichnet man mit $\dot{u}, \dot{v}, \dot{w}$ die totalen Beschleunigungskomponenten längs der Koordinatenachsen, so folgt aus den Bewegungsgleichungen (2.4) bei Vernachlässigung der Reibungsglieder ganz allgemein:

$$dp = \rho [(X - \dot{u}) dx + (Y - \dot{v}) dy + (Z - \dot{w}) dz]. \quad (6.3)$$

X, Y, Z sind die Komponenten der äußeren Kräfte, bei einem rotierenden System (Erde) kann man sich damit auch die Komponenten der scheinbaren, von der Rotation herrührenden Kräfte (ablenkende Kraft der Erdrotation) verbunden denken. Setzt man in (6.3) $dp = 0$, so erhält man die Gleichung der *isobaren Flächen während der Bewegung* der Wassermasse. Sind zwei Wasserkörper vorhanden, so kommt zu Gleichung (6.3) eine analoge für die zweite Wasserart dp' hinzu und $dp' = 0$ ist sodann die Gleichung der isobaren Flächen in diesem zweiten Wasserkörper. Da für die Grenzfläche die Beziehung (6.2) gelten muß, ergibt sich als dynamische Bedingungsgleichung für diese:

$$[(\rho X - \rho' X') - (\rho \dot{u} - \rho' \dot{u}')] dx + [(\rho Y - \rho' Y') - (\rho \dot{v} - \rho' \dot{v}')] dy + [(\rho Z - \rho' Z') - (\rho \dot{w} - \rho' \dot{w}')] dz = 0. \quad (6.4)$$

Durch die Gleichung (6.3) und eine analoge für dp' und durch (6.4) sind die Neigungswinkel der isobaren Flächen in beiden Wasserkörpern, sowie jener der Grenzfläche zwischen denselben gegeben. Wenn die zwei Wassermassen jede für sich *homogen* sind, sind die isobaren Flächen sowie die Grenzfläche *ebene Flächen*. Die Ausdrücke dafür werden einfacher, wenn man die y -Achse des Koordinatensystems tangential zu der betrachteten Fläche legt; dann wird die Neigung der isobaren Flächen in der xz -Ebene:

$$\frac{dz}{dx} = \text{tag } \beta = - \frac{X - \dot{u}}{Z - \dot{w}} \quad (6.5)$$

und die Neigung der Grenzfläche:

$$\frac{dz}{dx} = \text{tag } \gamma = - \frac{(\rho X - \rho' X') - (\rho' u - \rho' u')}{(\rho Z - \rho' Z') - (\rho w - \rho' w')} \quad (6.6)$$

Die Ausdrücke (6.5) und (6.6) gelten ganz allgemein. Wir wollen nun den einfachen Fall betrachten, daß die zwei Wasserarten *beschleunigungslos* und *geradlinig* parallel der y -Achse¹ strömen und daß jede Wasserart für sich in der z -Richtung im statischen Gleichgewicht sich befindet. Dann sind nach den Gleichungen (2.7) und (2.8)

$$\begin{aligned} X &= lv, & Z &= g \\ X' &= lv', & Z' &= g \end{aligned} \quad \text{und} \quad u = w = u' = w' = 0$$

zu setzen und die Gleichungen (6.5) und (6.6) gehen über in die Gleichungen

$$\text{tag } \beta = -\frac{l}{g} v, \quad \text{tag } \beta' = -\frac{l}{g} v' \quad \text{und} \quad \text{tag } \gamma = -\frac{l}{g} \frac{\rho v - \rho' v'}{\rho - \rho'}. \quad (6.7)$$

Führt man in die letzte Gleichung an Stelle der Dichte ρ das spezifische Volumen α ein, dann wird

$$\text{tag } \gamma = -\frac{l}{g} \frac{v \alpha' - v' \alpha}{\alpha' - \alpha}. \quad (6.8)$$

Die Neigungen der isobaren Flächen, sowie der Grenzfläche sind voneinander verschieden und im allgemeinen schneidet die Diskontinuitätsfläche zwischen den beiden Wasserkörpern die isobaren Flächen sowohl der leichteren wie der schwereren Wasserart. Die Diskontinuitätsfläche fällt mit einer derselben nur dann zusammen, wenn in beiden Wassermassen die Geschwindigkeiten gleich groß sind ($v = v'$). Sonst ist die Neigung der Grenzfläche um so größer, je weniger sich die zwei Wasserarten unterscheiden und je verschiedener ihre Geschwindigkeiten sind.

Die Neigung der isobaren Flächen ist hingegen um so größer, je größer die Geschwindigkeit der betreffenden Wassermasse selbst ist und sie ist unabhängig vom Vorhandensein einer anderen Wasserart. Bewegen sich die Wassermassen mit verschiedener Geschwindigkeit, so ist die Neigung der isobaren Flächen in beiden Wassermassen verschieden und sie ändert sich *sprunghaft* an der Diskontinuitätsfläche selbst. Dies äußert sich im *Druckfeld* durch einen *Knick der Isobaren*.

Folgende Beispiele mögen einen Überblick über die Größenordnung der Neigungswinkel sowohl der isobaren Flächen, wie der Diskontinuitätsfläche in Fällen geben, die den natürlichen Verhältnissen nahe kommen.

Eine Wassermasse von 0° C und 34‰ Salzgehalt ströme in 45° NBr.

¹ Das Koordinatensystem ist entsprechend der Bemerkung vor den Gleichungen (2.4) so orientiert, daß, wenn z. B. die $+x$ -Achse gegen Osten gerichtet ist, die $+y$ -Achse gegen Norden, die $+z$ -Achse gegen den Erdmittelpunkt weist. $+u$ bedeutet dann einen Oststrom, $+v$ einen Nordstrom. Weiters wird im folgenden $2\omega \sin \varphi = l$ gesetzt.

mit einer Geschwindigkeit von 1 m sec^{-1} an eine ruhende Wassermasse von ebenfalls 0° C , aber 35 ‰ Salzgehalt vorbei. Dann sind

$$\alpha = 0,97264, \quad \alpha' = 0,97340; \quad v = 0 \text{ und } v' = +1$$

und der Neigungswinkel der Grenzfläche wird bei stationärer Strömung $\gamma = 0^\circ 46' 13''$. Die schwerere Wassermasse schiebt sich in einem sehr spitzen Winkel unter die leichtere ein; die Grenzfläche verläuft sehr nahe dem Horizont, sie steigt nur um $13,5 \text{ m}$ auf 1 km an. Die isobaren Flächen liegen in der ruhenden Wassermasse horizontal, in der bewegten steigen sie gegen Osten an, allerdings, da β' sich zu $0^\circ 0' 2,2''$ ergibt, nur sehr wenig, so daß die Abweichung von den Niveaulächen auch in der bewegten Wassermasse nur sehr gering ist (1 cm auf 1 km). In Abb. 36 ist sowohl die Neigung der Grenzfläche als auch die der isobaren Flächen übertrieben gezeichnet, um die Verhältnisse deutlicher hervortreten zu lassen.

Um die Wirkung verschiedener Temperatur der Wasserarten bei gleichem Salzgehalt zu verdeutlichen, vertauschen wir die obere Wassermasse durch eine solche von ebenfalls 35 ‰ Salzgehalt, geben ihr aber nun eine Temperatur von 10° C . Dann ist $\alpha' = 0,97373$ und bei denselben Werten der anderen Größen wird jetzt $\gamma = 0^\circ 32' 13''$. Die Neigung der Grenzfläche ist also derselben Größenordnung.

Bei beiden Fällen muß die freie Oberfläche der Wassermassen durch eine isobare Fläche gebildet sein; die Meeresoberfläche ist deshalb nur im Gebiete der dichteren Wasserart *horizontal*, in der bewegten steigt sie gegen Osten an, aber ihre Neigung ist gemäß der Neigung der isobaren Flächen außerordentlich gering.

Wir wollen ein anderes Beispiel besprechen, das Verhältnissen in der Natur recht nahe kommt. Im Europäischen Nordmeer strömt der kalte, salzarme Ostgrönlandstrom parallel der Ostküste Grönlands gegen Süden; gegen das freie Meer nimmt seine Stärke mit Entfernung vom Hauptstromstrich ziemlich rasch ab, ja die mittleren Partien des europäischen Meeres kann man fast als unbewegt ansehen¹. Folgende Abb. 37 zeigt nach den Beobachtungen der „Belgica“-Expedition und der Beobachtungen AMUNDSENS die Lage der Isopyknen in einem Quer-

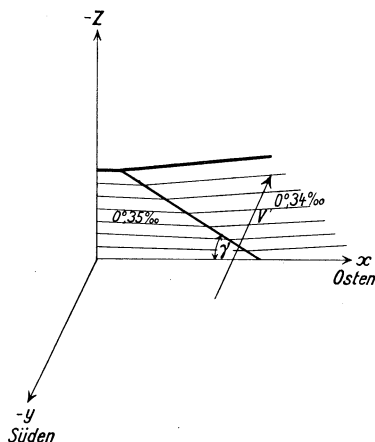


Abb. 36. Stationäre Lage der Grenzfläche, isobare Flächen und phys. Meeresniveau in zwei bewegten Wasserkörpern.

¹ HELLAND-HANSEN, B. and NANSEN, FR.: The norwegian sea. Report on norweg. fish. and mar. invest. Bd. 2. Kristiania 1909.

schnitt senkrecht zur Strömung. Die Isopyknen steigen im Bereiche des Ostgrönlandstromes allgemein von Westen gegen Osten mit einem mittleren Gefälle von etwa 1 zu 300 an. Sie grenzen so keilförmig das wärmere, aber salzreichere Wasser des Atlantischen Stromes der mittleren Partien des europäischen Nordmeeres gegen das leichtere Polarwasser ab. Diese Neigung der Isopyknen entspricht völlig den hier dargelegten theoretischen Überlegungen. Nehmen wir der Einfachheit halber beide

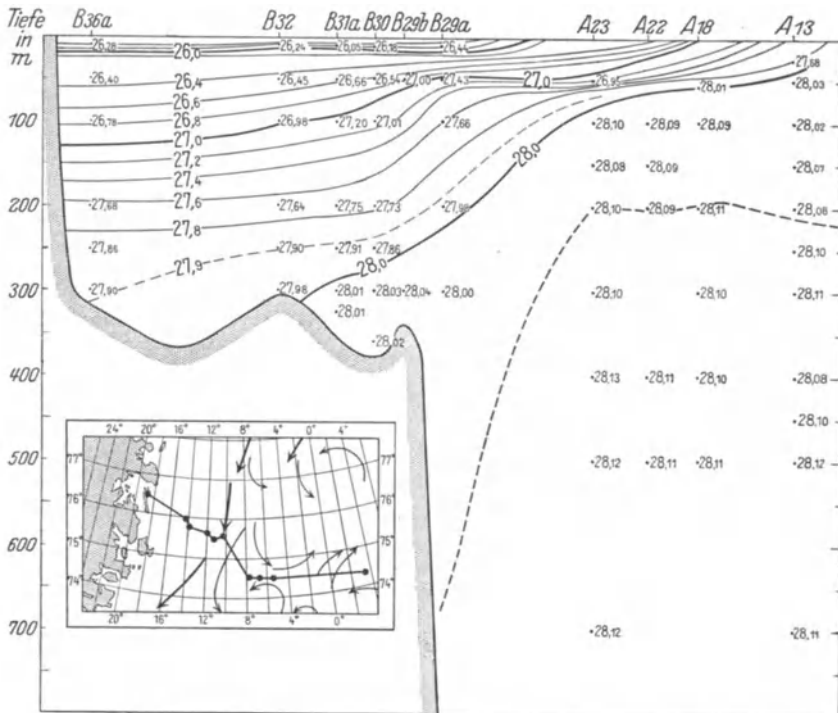


Abb. 37. Verteilung der Isopyknen in einem Querschnitt senkrecht zum Ostgrönlandstrom nach Beobachtungen der „Belgica“-Expedition und Beobachtungen AMUNDSENS. Im Nebenkärtchen: Lage des Schnittes und der Stationen.

Wasserarten: Polarwasser und Golfstromwasser als *homogen* an, so müssen wir dem ersteren den Beobachtungen gemäß die Dichte $\sigma = 27,1$ und eine Geschwindigkeit von etwa 20 cm/sec nach Süden geben, während das zweite bei $\sigma = 28,1$ bewegungslos sei. Damit ist in Formel (6. 7) für die Neigung der Grenzfläche zwischen beiden Arten alles gegeben: $\varphi = 73^\circ \text{ N}$, $\rho = 1,0271$ und $v = 0,2$, weiters $\rho' = 1,0281$ und $v' = 0$. Diese Werte ergeben als Neigungswinkel $\gamma = 0^\circ 10' 8''$; die Grenzfläche verhält sich somit *stationär* bei einem Anstieg von 1 : 340 gegen Osten. Dies entspricht in befriedigender Weise mit dem früher mitgeteilten, aus den Beobachtungen abgeleiteten Werte für die Neigung der Isopyknen.

Nehmen wir die atlantischen Wassermassen in den mittleren Partien des europäischen Nordmeeres als stromlos an, so liegen in ihm die isobaren Flächen *horizontal*, während im Gebiete des Ostgrönlandstromes sie gegen Westen ansteigen müssen. Nach der ersten Formel (6.7) wird (abgesehen vom Vorzeichen) $\beta = 0^{\circ} 0' 0,6''$, was einer Neigung von rund 10 cm auf 25 km entspricht. Daraus kann gefolgert werden, daß unter diesen vereinfachenden Annahmen das physikalische Meeresniveau an der Ostküste Grönlands etwa 25 cm höher liegen würde als in den zentralen Partien des europäischen Nordmeeres.

Geht man im Vertikalschnitt weiter gegen Osten, so kommt man in das Gebiet des nach Nordosten setzenden Atlantischen Stromes und schließlich in das Gebiet des Norwegischen Küstenstromes. Den theoretischen Überlegungen gemäß müssen die isobaren Flächen und die Meeresoberfläche nun gegen Osten ansteigen und gleichzeitig die isosteren Flächen sich in dieser Richtung senken. Die vorhandenen Beobachtungen zeigen, daß dies wirklich der Fall ist. Das zentrale Gebiet des europäischen Nordmeeres ist so durch eine etwa nord-südlich verlaufende *Rinne niedrigen Wasserstandes* ausgezeichnet.

Zusammenfassend kann man die Verhältnisse bei stationären Strömen in einer zweifach geschichteten Wassermasse auf der Nordhemisphäre folgendermaßen beschreiben: *In jedem Wasserkörper für sich besteht ein Gradientenstrom; blickt man in der Richtung der Strömung, so steigen die isobaren Flächen von links nach rechts an. Angrenzende Wasserkörper bewegen sich im stationären Zustand derart, daß sich die leichtere Wasserart in Form eines sehr spitzigen Keils über dem dichteren Wasserkörper ausdehnt, während letzterer keilförmig unter der leichteren Wasserart liegt. Blickt man von der dichteren Wassermasse zu der weniger dichten, so bewegt sich erstere relativ zur zweiten nach rechts.* Für Verhältnisse auf der Südhemisphäre ist in diesen Regeln rechts und links zu vertauschen.

2. Stationäre Ströme im geschichteten Meer.

Sind nicht zwei Wasserarten vorhanden, sondern deren unendlich viele, derart, daß ein stetiger Übergang des spezifischen Volumens gegeben ist, dann wird im stationären Zustand eine bestimmte Neigung der *isosteren Flächen* mit einer horizontalen Strömung verbunden sein. M. MARGULES hat für Luftmassen mit horizontalem Temperaturgefälle die entsprechenden Gleichgewichtsbedingungen in Differentialform aufgestellt. Die Übertragung der kurzen Ableitung auf geschichtete Wassermassen ist leicht durchführbar. Für diese läßt sich aber die Rechnung weiter entwickeln und auf diese Weise eine praktisch wichtige Beziehung zwischen Schichtung und Geschwindigkeitsverteilung innerhalb des stationären Stromes ableiten.

In vertikaler Richtung herrsche im Meere statisches Gleichgewicht;

die Grundgleichung hierfür ist $g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = 0$. Die Stromrichtung falle mit der y -Achse zusammen; dann ist die Bewegungsgleichung für einen stationären, geradlinigen Strom durch $lv - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0$ gegeben. Damit beide Gleichungen gleichzeitig bestehen, muß $\frac{\partial}{\partial x} \rho g = \frac{\partial}{\partial z} l \rho v$ sein. Für ein Gebiet, das klein genug ist, um $\rho = \text{konst.}$ zu setzen, und durch Einführung des spezifischen Volumens, wird die Bedingung für stationären Strom

$$\frac{\partial v}{\partial z} = v \frac{\partial l g \alpha}{\partial z} - \frac{g}{l} \frac{\partial l g \alpha}{\partial x}. \quad (6.9)$$

Stationäre Bewegung stellt sich demnach nur ein, wenn eine bestimmte Geschwindigkeitsänderung mit der Tiefe vorhanden ist, die aber von der *Massenverteilung innerhalb des Meeres, von seinem Aufbau* abhängig ist. Welchen Einfluß diese besitzt, läßt sich sehr einfach überblicken, wenn man eine Massenverteilung betrachtet, die durch unter sich *parallele* isostere Flächen, die gegen die Niveaulächen um einen bestimmten Winkel geneigt sind, gegeben ist. Ist $\frac{d\alpha}{dn}$ der Bewegungsvektor (Aszendanz des spezifischen Volumens, siehe S. 16, Gleichung (2.3)) und schließt dieser mit der $+x$ -Achse den Winkel γ ein, so ist

$$\frac{\partial \alpha}{\partial z} = -\frac{d\alpha}{dn} \sin \gamma \quad \text{und} \quad \frac{\partial \alpha}{\partial x} = \frac{d\alpha}{dn} \cos \gamma,$$

somit

$$\frac{\partial \alpha}{\partial x} = -\frac{\partial \alpha}{\partial z} \cotg \gamma.$$

Gleichung (6.9) nimmt unter Berücksichtigung dieser Beziehungen die Form

$$\frac{\partial v}{\partial z} = \left(v + \frac{g}{l} \cotg \gamma \right) \frac{\partial l g \alpha}{\partial z} \quad (6.10)$$

an. Da die Neigung der *isobaren* Flächen entsprechend der Gleichung (6.7) durch $\text{tag } \beta = -\frac{l}{g} v$ gegeben ist, schließt der Gradientvektor $-\frac{dp}{dn}$ mit der $+x$ -Achse den Winkel $\varepsilon = 90 + \beta$ ein derart, daß $\cotg \varepsilon = \frac{l}{g} v$ wird. Gleichung (6.10) läßt sich demnach umformen in

$$\frac{\partial v}{\partial z} = +\frac{g}{l} (\cotg \gamma + \cotg \varepsilon) \frac{\partial l g \alpha}{\partial z} = \frac{g}{l} \frac{\sin(\gamma + \varepsilon)}{\sin \gamma \sin \varepsilon} \frac{\partial l g \alpha}{\partial z}. \quad (6.11)$$

Da die Größe $\frac{\partial \log \alpha}{\partial z}$ stets *negativ* ist, hängt die Entscheidung, ob die Geschwindigkeit mit der Tiefe zu- oder abnimmt, nur von dem Winkel zwischen den Vektoren des Druckgradienten G und der Bewegungsgröße B ab. Man kann vier Fälle unterscheiden, die in Abb. 38 wiedergegeben sind. Zwei davon betreffen die Fälle, bei denen die Geschwindig-

keit v eine positive Größe ist; bei der Wahl des Koordinatensystems sind dies die Fälle mit Strömen von Süden nach Norden. Die zwei anderen Fälle haben negatives v und betreffen Ströme von Norden nach Süden. Für die Fälle a und d ergibt die Beziehung (6. 11) eine *Zunahme* der Geschwindigkeit mit der Tiefe, für die Fälle b und c hingegen eine *Abnahme* mit der Tiefe. Alle vier Fälle lassen sich in folgende, für die Nordhemisphäre gültige, einfache Regel zusammenfassen:

Dreht man dem Strome den Rücken und fallen (steigen) die Isosteren von links nach rechts, so ist im stationären Strome eine Abnahme (Zunahme) der Geschwindigkeit mit der Tiefe vorhanden.

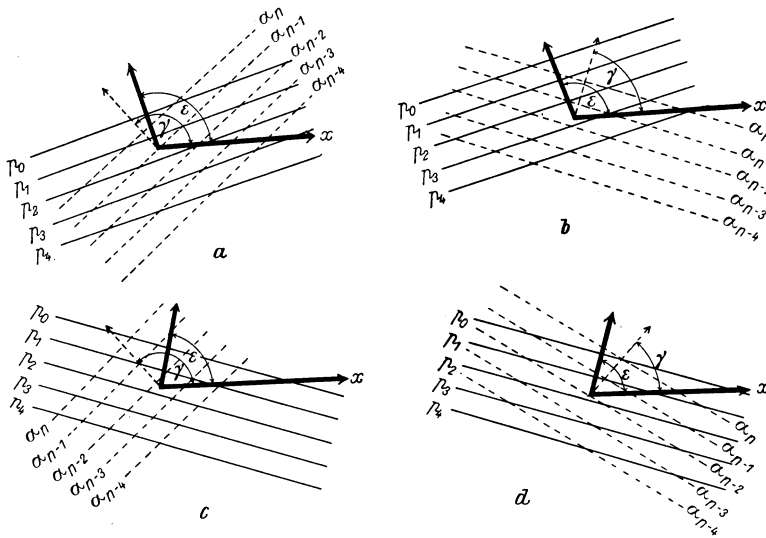


Abb. 38. Verschiedene Lagerung ozeanischer Wassermassen zu den isobaren Flächen. In den Fällen a und d Zunahme, in den Fällen b und c Abnahme der Geschwindigkeit mit der Tiefe.

Aus den früheren Abschnitten ist bekannt, daß die Neigung der *isobaren* Flächen gegen die Niveaulächen außerordentlich klein ist und stets gegen die Neigung der *Isosteren* vernachlässigt werden kann. Es läßt sich deshalb mit genügender Genauigkeit $\beta = 0^\circ$ oder 180° , $\varepsilon = 90^\circ$ oder 270° setzen und aus (6. 11) wird

$$\frac{\partial v}{\partial z} = \frac{g}{l} \cotg \gamma \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial z}. \quad (6. 12)$$

In dieser Formel enthält $\cotg \gamma$ den Einfluß der *Neigung* der *Isosteren* und $\frac{\partial \alpha}{\partial z}$ den Einfluß der *Gedrängtheit* derselben pro Längeneinheit auf die Geschwindigkeitsänderung mit der Tiefe. Bei konstantem γ läßt die Gleichung (6. 12) eine Integration zu. Sind die Werte der Geschwindigkeit und des spezifischen Volumens im Niveau 0 v_0 und α_0 , im Niveau 1 v_1 und α_1 , so ergibt (6. 12)

$$v_o - v_1 = + \frac{g}{l} \cotg \gamma \log \frac{\alpha_o}{\alpha_1} \quad (6. 13 a)$$

oder, da α_1 und α_o nur sehr wenig verschieden sind ($\alpha_1 - \alpha_o = \Delta \alpha$), mit genügender Genauigkeit

$$v_o - v_1 = + \frac{g}{l} \cotg \gamma \frac{\Delta \alpha}{\alpha_1}. \quad (6. 13 b)$$

Diese Beziehung gestattet bei stationären Verhältnissen aus der gegebenen Massenverteilung die vertikale Änderung der Stromgeschwindigkeit, also die *relative Geschwindigkeitsverteilung* zu berechnen; sie gibt aber keinen Aufschluß über die absolute Geschwindigkeit; dazu muß wenigstens für *eine* Tiefe die Geschwindigkeit selbst zahlenmäßig gegeben sein. Die Beziehung ist völlig äquivalent einer ähnlichen Beziehung, die V. BJERKNES und W. SANDSTRÖM aus dem Zirkulationsatz abgeleitet haben und mit der wir uns später noch befassen werden (siehe S. 120)

Auch die Gleichung (6. 9) läßt sich in der Transformation

$$\alpha \frac{\partial v}{\partial z} = v \frac{\partial \alpha}{\partial z} - \frac{g}{l} \frac{\partial \alpha}{\partial z}$$

benutzen, um von Schichte zu Schichte die vertikale Geschwindigkeitsänderung zu ermitteln. Sind an zwei Stationen in der Entfernung L im Niveau o die spezifischen Volumina α_o und α'_o , in der Tiefe h die entsprechenden Werte α_1 und α'_1 gefunden worden, dann ergibt sich daraus als praktisch verwertbare Formel zur zahlenmäßigen Ermittlung der Geschwindigkeitsverteilung

$$v_o (\alpha_1 + \alpha'_1) - v_1 (\alpha_o + \alpha'_o) = \frac{gh}{lL} (\alpha_o - \alpha'_o + \alpha_1 - \alpha'_1). \quad (6. 14)$$

Diese Formel ist praktischer als (6. 13b), weil eine genaue Ermittlung der Neigung der Isothermen auf Schwierigkeiten stößt, die dadurch vermieden werden. Außerdem ist zu empfehlen, die vertikale Entfernung h (die Schichtendicke) nicht zu groß zu wählen und womöglich schrittweise von Schichte zu Schichte zu rechnen.

Als Beispiel für die praktische Berechnung soll die vertikale Geschwindigkeitsverteilung innerhalb der Stationen b und c im Querschnitt des Golfstromes Kap Florida—Gun Cay (siehe S. 12, Abb. 2) ermittelt werden. Das Beobachtungsmaterial (siehe die Tabelle auf S. 14) steht in den ersten Spalten folgender Tabelle; die Entfernung der zwei Stationen ist $L = 8,7$ km. Die Berechnung der Geschwindigkeit in den verschiedenen Tiefen ist unter der Annahme erfolgt, daß in 400 m die Geschwindigkeit $v_{400} = 0$ ist. Mit dieser durch direkte Beobachtungen gestützten Annahme liefert dann die Gleichung (6. 14) schrittweise die Geschwindigkeit für die anderen Niveaus bis zur Oberfläche.

G. WÜST¹ hat für dieselben Stationen die Geschwindigkeitsverteilung nach der BJERKNES-SANDSTRÖMSCHEN Methode (siehe S. 121) berechnet und

¹ loc. cit., S. 12.

Golfstrom: Querschnitt Kap Florida — Gun Cay.
Berechnung der vertikalen Geschwindigkeitsverteilung.

Tiefe in m	Station b α	Station c α'	$L = 8,7$ km $\alpha' - \alpha$	h	$\alpha_0 - \alpha'_0$ $+ \alpha_1 - \alpha'_1$	v in cm sec ⁻¹
0	0,97 585	0,97 608	$23 \cdot 10^{-5}$	50	$27 \cdot 10^{-5}$	106
50	537	541	4	50	10	93
100	450	456	6	100	28	88
200	287	309	22	100	40	63
300	222	240	18	100	28	26
400	160	170	10			0

genau dieselben Werte erhalten. Die aus der gegebenen Massenverteilung berechnete Geschwindigkeitsverteilung im ganzen Querschnitt stimmt mit der aus den Strommessungen abgeleiteten, wie WüST zeigen konnte, gut überein; wir kommen später noch darauf zurück.

Werden stationäre Verhältnisse vorausgesetzt, so sind *relative Stromverteilung* und *Massenverteilung* im Meer *im gegenseitigen Abhängigkeitsverhältnis*; ist der Aufbau des Meeres gegeben, so sind die Stromverhältnisse festgelegt und aus dem ersteren können nach der wichtigen Formel (6. 14) die letzteren berechnet werden. Es ist damit die Möglichkeit gegeben, aus der Massenverteilung allein ein Bild der Wasserversetzung in den verschiedenen Tiefen des Ozeans zu gewinnen; dies ist um so wertvoller, als die direkten Messungen der Stromelemente mit mehr oder minder großen Schwierigkeiten verbunden sind so, daß diese Messungen stets nur als eine angenehme Kontrolle der Berechnungen anzusehen sein werden.

3. Wassermassen verschiedenen spezifischen Volumens in stabiler Lagerung.

Zur Beurteilung auffallender Lagerung von Wassermassen innerhalb solcher von anderen spezifischen Volumens ist es wichtig festzustellen, welche Stromverhältnisse in ihrem Bereiche und in der Umgebung solcher Massen vorhanden sein müssen, damit sie keinen Auf- und Abtrieb erleiden, somit *in stationärer Lagerung* verharren. Auch hier lassen sich Überlegungen, die zuerst für verschieden temperierte Luftmassen ausgeführt wurden, direkt auf die Verhältnisse in den Ozeanen übertragen. Entsprechende Rechnungen liegen von F. M. EXNER¹ und V. BJERKNES² vor. Es ist zunächst vorteilhaft, *streifenförmig* angeordnete Wassermassen größeren oder geringeren spezifischen Volumens, die keine Bewegung aufweisen sollen und in bewegten Massen anderen spezifischen Volumens eingebettet sind, zu betrachten. Gefragt ist

¹ EXNER, F. M.: Dynamische Meteorologie 1917, S. 159, 1. Aufl.

² BJERKNES, V.: On the dynamics of the circular vortex with applications to the atmosphere and atmospheric vortex and wave motions. Geof. Publ. Bd. 2, Nr. 4. Oslo 1921.

nach Richtung und Größe der Geschwindigkeit auf beiden Seiten der ruhenden Wassermasse und nach der Form und Neigung der Grenzfläche zwischen den beiden Wasserarten. Die Antwort läßt sich leicht aus den vorhergehenden theoretischen Überlegungen ableiten.

a) *Ruhende schwerere Wassermasse im bewegten leichteren Wasser.* Abb. 39, die für die Nordhemisphäre gilt, gibt diese Verhältnisse in einem Querschnitt der senkrecht zu den Strömen gelegt ist, wieder. Die Abbildung ist unabhängig vom Azimut, kann demnach beliebig orientiert werden. Die Stromrichtung der leichteren Wassermassen auf beiden Seiten der schwereren in der Mitte ist bei stationären Verhältnissen durch die Regeln in den vorhergehenden Abschnitten sofort gegeben; aus der Stromverteilung folgt dann die Neigung der isobaren Flächen:

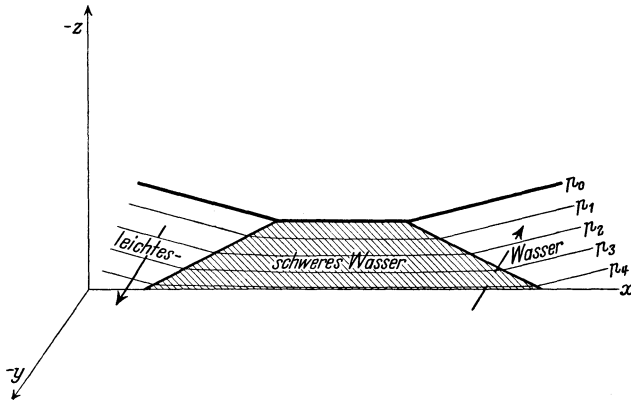


Abb. 39. Ruhender schwerer Wasserkörper eingebettet in bewegtes leichteres Wasser. Lage der Grenzflächen und der isobaren Flächen, sowie des phys. Meeresniveaus.

in der schweren Wassermasse muß im gleichen Niveau der Druck niedriger sein als auf beiden Seiten und deshalb wird die Meeresoberfläche dort tiefer stehen als rechts und links. Das physikalische Meeresniveau zeigt in diesem Falle eine langgestreckte Einbuchtung und die schwerere Wassermasse in der Mitte verbreitet sich nach rechts und links um so mehr, in je tiefere Niveaus man hinabsteigt.

Wenn der schwerere Wasserkörper in der Mitte nicht stromlos ist, muß zur Erhaltung des stationären Zustandes den Strömen der leichteren Wasserart auf beiden Seiten noch diese Bewegungskomponente der schwereren Wassermasse hinzugefügt werden; dann zeigen aber auch die isobaren Flächen und die Oberfläche des Meeres im Bereich der schwereren Wassermasse eine bestimmte Neigung, die von der Richtung der Strömung in dieser abhängt.

Ähnliche Verhältnisse, wie sie hier schematisch mit zwei Wasserarten verschiedenen spezifischen Volumens behandelt wurden, herrschen tatsächlich im Gebiete des Labrador- und des Golfstromes. Abb. 40 gibt

nach E. H. SMITH¹ die Massenverteilung auf einem nord-südlichen Querschnitt durch die west-östlich verlaufenden Strömungen südlich der Gr. Neufundland-Bank

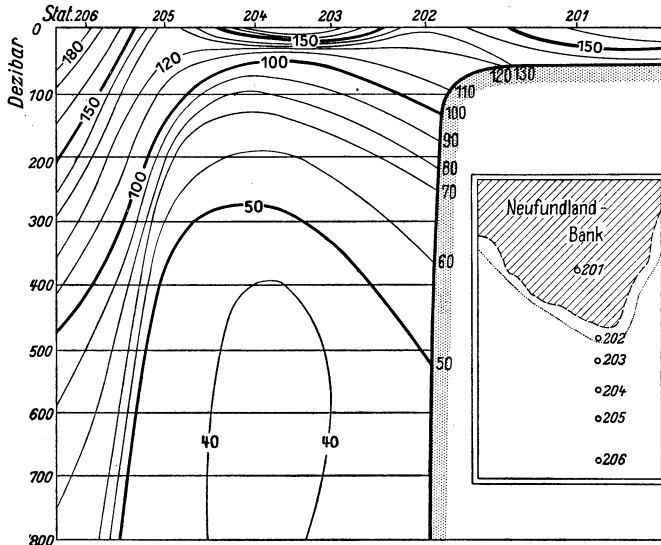


Abb. 40. Verteilung der Anomalie des spezifischen Volumens in einem Meridionalschnitte südlich der Gr. Neufundland-Bank (nach E. H. SMITH).

der Neufundlandbank. Eine Masse schwereren Wassers ist auf der Nord- und Südseite flankiert von solchen größeren spezifischen Volumens. Im Gebiete der Stationen 205 und 206 bewegt sich die leichtere Wassermasse aus der Zeichen-ebene heraus (gegen den Leser, Golfstrom), im Gebiete der Stationen 203 und 202 in die Zeichen-ebene hinein (vom Leser weg, Labradorstrom). Die Neigung der isobaren Flächen berechnet unter der Annahme, daß in 750 m Tiefe kein Strom vorhanden ist, gibt Abb. 41. Im Bereiche der schweren Wassermasse, die entsprechend der schematischen Abb. 39 in den tie-

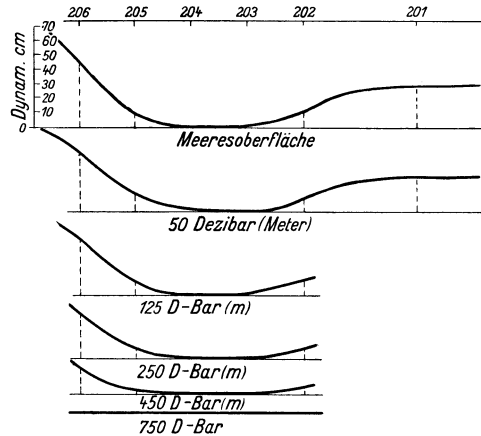


Abb. 41. Form der Meeresoberfläche und der isobaren Flächen auf dem Querschnitt südlich der Gr. Neufundland-Bank.

¹ SMITH, E. H.: A practical method for determining ocean currents. Coast Guard Bull. Nr. 14. Washington 1926.

feren Schichten nach Norden und Süden auskeilt, herrscht in einer Niveaufläche überall tieferer Druck als nördlich und südlich und die Topographie der Meeresoberfläche zeigt eine Einbuchtung an dieser Stelle.

Alle Querschnitte südlich der Neufundlandbank, senkrecht auf die vorhandenen Ströme zeigen diese Einsenkung so, daß in der dynamischen Topographie der Meeresoberfläche diese Stelle als eine rund um die Neufundlandbank verlaufende *stationäre Rinne niedrigen Wasserstandes* erscheint¹. Diese Verhältnisse sind eine ausgezeichnete Illustration für den in Abb. 39 gegebenen schematischen Fall.

b) Bei *ruhender Wassermasse geringerer Dichte eingebettet in bewegte schwerere Wassermassen* liegen die Verhältnisse, wie sie schematisch

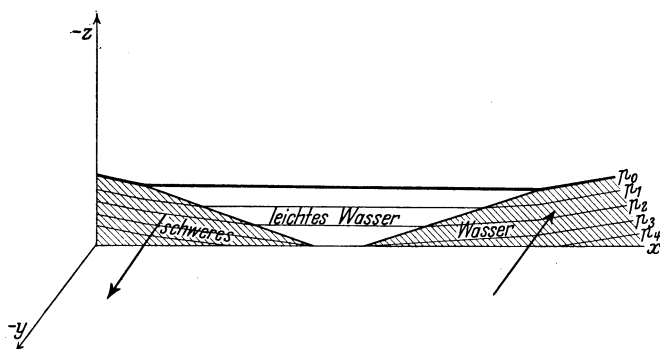


Abb. 42. Ruhender, leichterer Wasserkörper eingebettet in bewegte, schwere Wassermasse. Form der Grenzfläche, der isobaren Flächen und des phys. Meeresniveaus.

in Abb. 42 gezeichnet sind. Auch in diesem Falle zeigen die isobaren Flächen und die Meeresoberfläche eine Einsenkung im Bereich der in der Mitte liegenden leichteren Wassermasse; aber die Lage der Grenzfläche zwischen beiden Wasserarten ist wesentlich verschieden von früher. Die leichtere Wasserart nimmt in den oberen Schichten viel mehr Raum ein und die schwereren Massen schieben sich nun von beiden Seiten keilförmig darunter ein. Ein Beispiel aus der Wirklichkeit ist mir für diesen Fall nicht bekannt.

c) Von besonderem Interesse ist die Untersuchung *stationärer Massenverhältnisse im Ozean bei Wassermassen*, die *in Rotation* begriffen sind. V. BJERKNES nennt solche Systeme zirkulare Wirbel; er hat sie eingehend untersucht in der früher zitierten Abhandlung und eine Anwendung auf die Atmosphäre als ganzes und auf die atmosphärischen Zyklonen und Antizyklonen gegeben. In ähnlicher Weise lassen sich die Ergebnisse auf rotierende Wassermassen anwenden.

Zunächst sollen die Verhältnisse bei Rotation zweier Wassermassen verschiedenen spezifischen Volumens um eine vertikale Achse bei

¹ International ice observation and ice patrol service in the North Atlantic ocean; Season 1926. Coast Guard Bull. Nr. 15. Washington 1927.

rotierender Erde klargelegt werden. Da bei zirkularem Wirbel völlige Symmetrie in bezug auf die vertikale Achse vorhanden ist, genügt es die Verhältnisse in einer Meridianebene (xz) anzugeben. Für einen Punkt der x -Achse der allgemein die Entfernung r von der Rotationsachse besitzt, sei v bzw. v' die Rotationsgeschwindigkeit, je nachdem der Punkt der oberen oder der unteren Wassermasse angehört; die Geschwindigkeit sei positiv bei antizyklonischer Rotation (im Sinne des Uhrzeigers, *cum sole*), negativ bei zyklonischer Rotation (*contra solem*). Die allgemeine Gleichung für die Neigungen der isobaren Flächen und der Grenzfläche (6. 5) und (6. 6) gelten auch hier. Neben der ablenkenden Kraft der Erdrotation tritt nun noch die Zentrifugalkraft hinzu; es ist also zu setzen:

$$X = lv - \frac{v^2}{r}, \quad Z = g, \quad \dot{u} = \dot{w} = 0$$

und

$$X' = lv' - \frac{v'^2}{r}, \quad Z' = g, \quad \dot{u}' = \dot{w}' = 0.$$

Die Neigung der isobaren Flächen in der Meridianebene ist dann durch

$$\text{tag } \beta = - \frac{lv - \frac{v^2}{r}}{g},$$

die der Grenzfläche in der Meridianebene durch

$$\text{tag } \gamma = - \frac{l}{g} \frac{\alpha' v - \alpha v'}{\alpha' - \alpha} - \frac{1}{rg} \frac{\alpha' v^2 - \alpha v'^2}{\alpha' - \alpha}$$

gegeben. Man kann nun die verschiedensten Arten zirkularer Wirbel untersuchen; in erster Linie interessieren die Fälle, in denen entweder bei zyklonischer oder antizyklonischer Rotation 1. die obere leichtere Wassermasse oder 2. die untere schwerere Wassermasse die *größere* Rotationsgeschwindigkeit aufweist. Bei gegebenen spezifischen Volumen α und α' , sowie gegebener Geschwindigkeit der Rotation lassen sich dann die Neigungen der isobaren Flächen und jene der Diskontinuitätsfläche berechnen. F. M. EXNER und V. BJERKNES haben für Luftmassen verschiedener Temperatur solche Rechnungen durchgeführt. Für Wassermassen verschiedenen spezifischen Volumens sind die Rechnungen ganz analog auszuführen. Es sollen hier keine Zahlenwerte gegeben werden, sondern nur in einigen Fällen schematisch der Verlauf der isobaren Flächen und der Diskontinuitätsfläche besprochen werden. Abb. 43 gibt vier Fälle, zwei bei zyklonischer und zwei bei antizyklonischer Rotation. Bei rascher rotierenden Oberflächenschichten (Abb. 43, a und b) — das sind die Fälle, die den Verhältnissen im Ozean wirklich entsprechen werden — hat man bei zyklonischer Bewegung mit einem *Ansaugen* der schwereren, unteren Wassermasse zu tun; die Diskontinuitätsfläche hebt sich und weist die geringste Tiefe im Zentrum des Wirbels auf; die untere, schwerere Wassermasse sammelt sich möglichst

um die Rotationsachse. Gleichzeitig zeigt aber die Meeresoberfläche und die isobaren Flächen eine Einsenkung um die Rotationsachse.

Bei antizyklonischer Bewegung wird bei Aufwölbung der Meeresoberfläche und der isobaren Flächen die Diskontinuitätsfläche nach abwärts gebogen; im Zentrum des Wirbels liegt sie am tiefsten; hier sammelt sich die obere leichtere Wassermasse möglichst nahe der Rotationsachse und wir haben in den zentralen Teilen des Wirbels eine tief reichende Ansammlung leichteren Wassers.

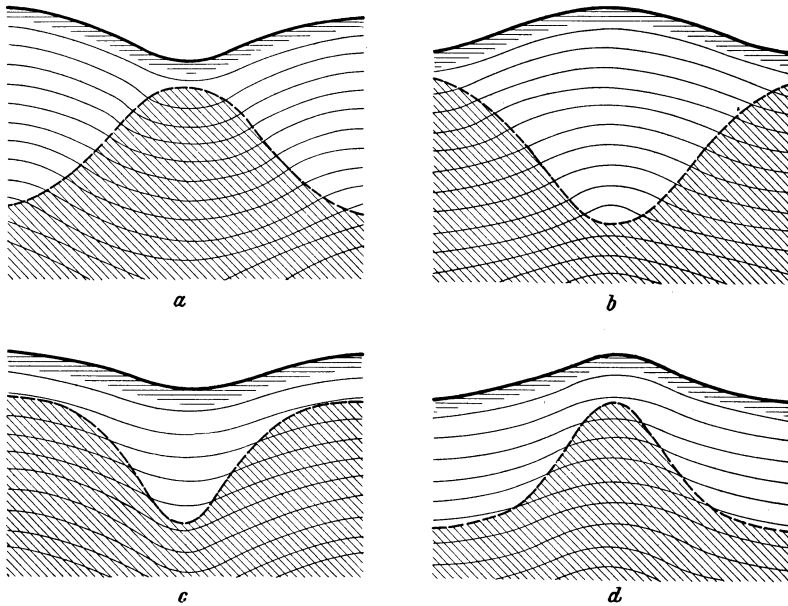


Abb. 43. Form der Meeresoberfläche, der isobaren Flächen und der Grenzfläche bei rotierenden Wasserkörpern.

Bei rascher rotierender Oberschicht	$\left\{ \begin{array}{l} a \text{ bei zyklonischer Rotation} \\ b \text{ bei antizyklonischer Rotation.} \end{array} \right.$
Bei rascher rotierender Unterschicht	

Bei rascherer Rotation der unteren Wasserart sind die Verhältnisse gerade umgekehrt (Abb. 43 *c* und *d*). Bei zyklonischer Bewegung findet ein Hinabsaugen der oberen leichteren Wasserart längs der Rotationsachse statt, bei antizyklonischer Bewegung ein Emporsaugen der unteren, schwereren Wassermasse. Da in den Oberflächenschichten der Meere die Geschwindigkeit im allgemeinen größer ist als in der Tiefe, dürften diese Fälle weniger praktisches Interesse besitzen.

d) In Wirklichkeit findet man selten sprungweise Übergänge des spezifischen Volumens. Aber auch bei *stetigem Übergang* ergeben sich ganz ähnliche Verhältnisse. Die Neigung der Isosteren und der Isobaren bei zirkularen stationären Wirbeln läßt sich in ähnlicher Weise wie im

Abschnitt 2 dieses Kapitels berechnen. Die Bewegungsgleichung hat nun die Form

$$lv - \frac{v^2}{r} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} = 0;$$

zu ihr tritt wieder die statische Grundgleichung. In analoger Rechnung findet man die Beziehung:

$$\frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{g}{l - \frac{2v}{r}} [\cotg \varepsilon + \cotg \gamma] \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial z},$$

worin ε und γ dieselbe Bedeutung haben wie dort. Bei den großen Krümmungsradien r der Wirbelbahnen überwiegt l stets gegenüber $\frac{2v}{r}$, so daß auch hier dieselbe Regel gilt, wie bei geradlinigen Strömen: Stellt man sich mit dem Rücken im Strom, so fallen (steigen) im statio-

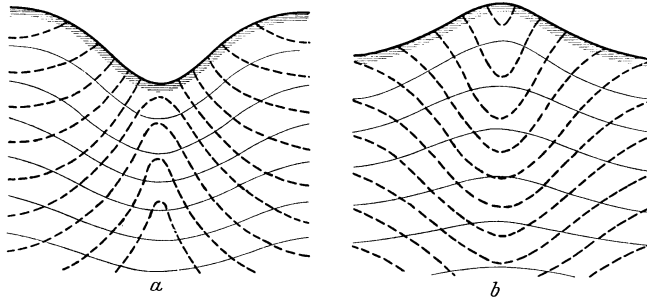


Abb. 44. Rotierende, stetig geschichtete Wassermassen. Form der Meeresoberfläche, der isobaren und der isosteren Flächen bei Abnahme der Rotationsgeschwindigkeit mit der Tiefe.

a Zyklonische } Rotation.
b Antizyklonische }

nären Wirbel die Isosteren von links nach rechts, wenn eine Abnahme (Zunahme) der Geschwindigkeit mit der Tiefe vorhanden ist (Nordhemisphäre). Die Verteilung der isosteren und isobaren Flächen in einem zyklonischen und einem antizyklonischen Wirbel der Nordhemisphäre bei *Abnahme* der Stromgeschwindigkeit mit der Tiefe ist schematisch in Abb. 44 a und b gegeben.

Eine Anwendung der hier gegebenen Theorie findet sich vielleicht in jenen Gebieten des Meeres, deren Oberflächenschichten, bedingt durch die Luftströmungen der unteren Atmosphärenschichten eine Rotationsbewegung, sei es im zyklonischen oder im antizyklonischen Drehungssinn, aufweisen. Insbesondere im Gebiete zwischen den Äquatorialströmen (als Folge der Passatströmungen) und der Westtrift der gemäßigten Breiten (als Folge der Westwindtrift) jeder Hemisphäre bilden sich in den oberen leichteren Wasserschichten der Ozeane teilweise wenigstens antizyklonische Kreisläufe aus. Bei stationären Verhältnissen müßten dann in diesen Gebieten nach Abb. 44 b die *isosteren Flächen* im zentralen

Teile des antizyklonischen Wirbels eine Einbuchtung nach *abwärts* zeigen. Das ausgedehnte antizyklonische Wirbelgebiet im Nordatlantischen Ozean, dessen Zentrum in etwa 25° — 25° N. Br. liegt, sowie das entsprechende schwächer ausgebildete des Südatlantischen Ozeans in etwa 25° — 30° S. Br.¹ sind bis in tiefere Niveaus hinab von Warmwasseransammlungen begleitet, die mit entsprechenden, bis etwa 600—800 m Tiefe reichenden Ausbuchtungen der Isosteren nach abwärts verbunden sind. Darunter ist ein schwaches allgemeines, im Äquatorialgebiet *nicht* unterbrochenes Isosterengefälle von Norden nach Süden vorhanden (siehe Abb. 150).

Diese Ausbuchtungen müssen als eine Folge der antizyklonischen Wirbel angesehen werden und sind als *stationäre* Erscheinungen aufzufassen, solange keine

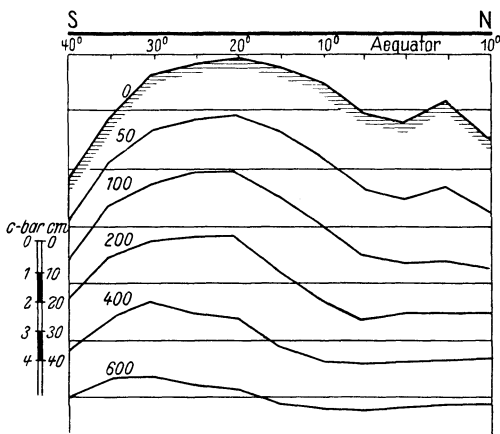


Abb. 45. Druckflächen und phys. Meeressniveau in einem Meridionalschnitt des Atlantischen Ozeans auf 30° west. v. Gr. (nach MERZ und WÜST).

radialen Wasserversetzungen im Wirbel vorhanden sind.

Mit der Ausbuchtung der isosteren Flächen nach unten muß nach Abb. 44, *b* eine Aufwölbung der isobaren Flächen verbunden sein, wenn die oberen Schichten die größere Rotationsgeschwindigkeit zeigen, was im betrachteten Fall gewiß zutrifft. Auch dies scheint in den Subtropen des Atlantischen

Ozeans der Fall zu sein. Abb. 45 gibt nach A. MERZ und G. WÜST² die Druckunterschiede in einem Meridionalschnitt durch den Atlantischen Ozean auf 30° w. L. v. Gr. von 40° S. bis 10° N. bis zu Tiefen von 600 m und gleichzeitig einen meridionalen Schnitt durch die physikalische Meeresoberfläche für dieses Gebiet. Die Aufwölbung der isobaren Flächen im antizyklonalen Konvergenzgebiet des Südatlantischen Ozeans in 25° — 30° Br. tritt deutlich in Erscheinung; für das antizyklonale Konvergenzgebiet des Nordatlantischen Ozeans ist ebenfalls ein Anstieg der isobaren Flächen in 20° — 30° Br. vorhanden. Es ist nicht zu bezweifeln, daß die Aufwölbung der Druckflächen in diesen

¹ Siehe Abb. 58 auf Seite 143 aus MEYER, H. F.: Die Oberflächenströmungen im Atlantischen Ozean im Februar. Veröff. Inst. Meereskde, H. 11. Berlin 1923.

² MERZ, A. und WÜST, G.: Die Atlantische Vertikalzirkulation. 3. Beitr. Z. Ges. Erdkde. Berlin 1923, S. 132.

Meeresteilen wenigstens zum Hauptteil durch die *stationäre* Zirkulation bedingt ist.

Ausgedehnte zyklonische Rotationen finden sich nach den Karten der Oberflächenströmungen des Atlantischen Ozeans (siehe Abb. 58) in den Grenzgebieten zwischen Westwindtrift und Polarströmen. Namentlich im Südatlantischen Ozean sind diese zyklonischen Wirbel sehr gut entwickelt und in ihnen müßte der Theorie entsprechend eine *Aufwölbung* der Isothermen in den zentralen Gebieten vorhanden sein. Tatsächlich zeigen die von G. Wüst für die ost- und westatlantische Mulde entworfenen Längsschnitte der Temperatur und des Salzgehaltes (siehe für den Salzgehalt die Abb. 60 und 61), die in ihren südlichsten Teilen diese zyklonischen Wirbel schneiden, eine Aufwölbung der Temperatur in den zentralen Teilen der Wirbel, was wohl dynamisch durch die zyklonische Rotation der Oberflächenschichten bedingt sein wird. Daß diese Gebiete zeitweise die Stellen der Bildung des kalten Bodenwassers sein sollen (siehe S. 148), wird sicher durch den Umstand begünstigt, daß hier die kalten Unterschichten dynamisch in geringere Tiefen emporgehoben werden.

J. W. SANDSTRÖM¹ hat zuerst darauf hingewiesen, daß die durch die antizyklonischen Luftströmungen der subtropischen Hochdruckgürtel bedingten antizyklonalen Meeresströmungen die leichteren und wärmeren Oberflächenschichten nach dem Zentrum des antizyklonischen Kreislaufes pressen und dort eine Anhäufung des warmen Oberflächenwassers hervorrufen. Er hat diese Erscheinung auch experimentell nachweisen können.

In einem Troge, der in konstanter Rotation gehalten wird, befinden sich zwei Flüssigkeiten verschiedener Dichte; die obere leichtere wird, um sie von der unteren deutlich abzuheben, mit Tusche gefärbt. Die freie Oberfläche der Flüssigkeiten bekommt infolge der Zentrifugalkraft der Rotation eine schwache, aber deutliche Krümmung (siehe Abb. 46a). Läßt man nun einen Luftstrom vertikal von oben auf die Wasseroberfläche herabblasen (am besten durch ein feines Sieb einer Gießkanne), so wirkt dieser auf die rotierende Wasseroberfläche wie eine Antizyklone auf die Meeresoberfläche. Bald stellt sich die Wirkung auf die Grenzfläche beider Wasserarten ein: es bildet sich eine Anhäufung des leichteren Wassers der

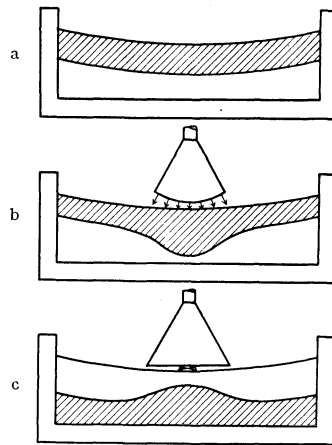


Abb. 46. Versuche mit rotierendem geschichtetem Wasser bei Windstille, antizyklonischer bzw. zyklonischer Luftbewegung (nach J. W. SANDSTRÖM).

¹ SANDSTRÖM, J. W.: Über die Anhäufung des warmen Meerwassers in den Roßbreiten. Ark. f. mat., astr. o. fys. Bd. 9, Nr. 32. 1914, oder: The hydrodynamics of Canadian waters. Can. fish. Exp. 1914/15, S. 241.

Oberschicht rund um die Rotationsachse des Wirbels aus (Abb. 46b). In gleicher Weise läßt sich die Wirkung einer zyklonischen Luftbewegung studieren. Entsprechend der Abb. 46c steigt nun die untere schwere Wassermasse längs der Rotationsachse empor und bildet eine Aufwölbung. Zur besseren Sichtbarmachung derselben wird bei diesem Versuch die untere Wassermasse gefärbt.

Diese Versuche lassen den Schluß zu, daß, wenn über einem Meeresgebiet auch längere Zeit eine Zyklone oder eine Antizyklone lagert, entsprechende vertikale Verschiebungen der Wassermassen im Meere erfolgen müssen und zwar wird im Bereiche einer Zyklone das Oberflächenwasser fortgetrieben, das Tiefenwasser emporgesaugt; die Isosteren werden eine Aufwölbung zeigen. Im Bereiche einer Antizyklone zieht sich hingegen das Oberflächenwasser zusammen und gewinnt in den zentralen Teilen an Mächtigkeit, während das Tiefenwasser verdrängt wird; die Isosteren fallen in diesem Fall gegen die zentralen Teile des Hochdruckgebietes ab. Manche beobachtete unperiodische Änderung in der Temperatur oder im Salzgehalt in den oberen Meeresschichten oder in einer Sprungschicht daselbst kann in solchen vertikalen Verschiebungen, bedingt durch unperiodische meteorologische Erscheinungen ihren Grund haben.

VII. Dynamik der Konvektionsströme.

Im vorhergehenden Kapitel ist nachgewiesen worden, daß bei Vernachlässigung von Reibungseinflüssen im stationären Bewegungszustand zu einer gegebenen Massenverteilung eine bestimmte Geschwindigkeitsverteilung gehört. Dieses gesetzmäßige Verhältnis ist eine Folge der Schichtung im Meere und führt zu einer praktisch auswertbaren Beziehung, welche die *relativen* Geschwindigkeiten, mit denen sich Horizontalschichten übereinander bewegen, zu ermitteln gestattet, nicht aber die *absoluten* Geschwindigkeiten relativ zur Erde. In den folgenden Abschnitten wird zuerst die von V. BJERKNES angegebene und von seinen Schülern weiter ausgebauten Zirkulationstheorie behandelt, die im Wesen zu denselben Schlüssen führt; sie gewährt insofern einen Vorteil, als sie den in Wirklichkeit oft mehr oder minder komplizierten Aufbau des *inneren* Kraftfeldes über kleinere Einzelheiten hinweg leicht zu überblicken gestattet und dadurch namentlich zu wertvollen qualitativen und zum Teil auch quantitativen Vergleichen der stromerzeugenden *inneren* Kräfte an verschiedenen Orten oder zu verschiedenen Zeiten führt. Ein Satz von EKMANN und HELLAND-HANSEN zeigt, wie man von der relativen Geschwindigkeitsverteilung unter gewissen Bedingungen zur Kenntnis der absoluten Geschwindigkeitsverteilung gelangen kann. Ein Schritt weiter in die Theorie der Konvektionsströme führen dann EKMANN'S Untersuchungen. Sie gestatten die Reibung insoweit zu berücksichtigen, daß der Reibungskoeffizient als *konstant* angesetzt wurde. Wenn auch diese Annahme bei geschichtetem Wasser noch weniger

paßt als bei homogenem, so geben doch die Ergebnisse einen Einblick in den Aufbau dieser Konvektionsströme, die durch Solenoidfelder erzeugt, die dadurch gegebene Gleichgewichtsstörung wieder auszugleichen suchen. Es ist möglich einfache *typische* Fälle vollständig zu lösen; sie können als Grundlage zur Behandlung von komplizierteren Fällen, die in Wirklichkeit vorkommen, dienen.

1. Die Zirkulationstheorie von V. Bjerknes.

Jede Abweichung von den in III, 1 gegebenen Bedingungen des statischen Gleichgewichtes führt zum Auftreten von inneren Kräften, welche die Zurückführung des gestörten Gleichgewichtes in die Gleichgewichtslage besorgen, wenn die die Störung verursachenden Kräfte gänzlich wegfallen oder nachlassen. Die Bestimmung dieser Kräfte in ihrer Abhängigkeit von der Massenverteilung liefert in einfacher Weise eine von V. BJERKNES und J. W. SANDSTRÖM¹ entwickelte Theorie, die auf einen von Lord KELVIN eingeführten Begriff der *Zirkulation* zurückgeht.

Man betrachtet in einer in Bewegung befindlichen Flüssigkeit eine zusammenhängende Kette von Flüssigkeitsteilchen, die auf einer in sich geschlossenen Kurve s liegen mögen. Die Geschwindigkeit eines Flüssigkeitsteilchens sei U und U_t die zur Kurve s tangentialen Komponente derselben. Die Summe aller dieser Geschwindigkeitskomponenten längs der Kurve s wird als die *Zirkulation* C längs der Kurve s definiert, so daß die Gleichung besteht

$$C = \int^s U_t ds, \quad (7. 1)$$

wobei ds ein Linienelement der Kurve bedeutet und das Integral längs der in sich geschlossenen Kurve s zu nehmen ist. Die Zirkulation kann somit als das Produkt der durchschnittlichen tangentialen Geschwindigkeitskomponente und der Gesamtlänge der Kurve aufgefaßt werden. Die zeitliche Änderung der Zirkulation $\frac{dC}{dt}$ kann mittels der Bewegungsgleichungen (ohne Reibung) leicht umgeformt werden. Man erhält, da

$$\frac{dC}{dt} = \int^s \left(\frac{du}{dt} dx + \frac{dv}{dt} dy + \frac{dw}{dt} dz \right)$$

ist,

$$\frac{dC}{dt} = \int^s (X dx + Y dy + Z dz) - \int^s \alpha dp. \quad (7. 2)$$

¹ BJERKNES, V.: Über einen hydrodynamischen Fundamentalsatz und seine Anwendung, besonders auf die Mechanik der Atmosphäre und des Weltmeeres. Kon. Sven. Vet. Akad. Handl. Bd. 31, Nr. 4. Stockholm 1898. — Cirkulation relativ zur Erde. Oefvers. of kon. Vet. Akad. Förh. Nr. 10. Stockholm 1901. — Das dynamische Prinzip der Zirkulationsbewegung in der Atmosphäre. Meteor. Z. 1900, S. 97. — BJERKNES, V. und SANDSTRÖM, J. W.: Über die Darstellung des hydrographischen Beobachtungsmaterials durch Schnitte usw. Götb. kongl. Vet. o. Vittershatssank. Handl., Ser. 4, Bd. 3. Göteborg 1901.

Der zeitliche Zuwachs der Zirkulation ist nach (7. 2) nur unter bestimmten Umständen von Null verschieden. Das erste Integral verschwindet *stets*, wenn die äußeren Kräfte ein Potential besitzen. Da im Meer als solche nur die Schwerkraft in Betracht kommt, wird das erste Integral stets Null sein. Das zweite Integral wird längs einer geschlossenen Kurve nur dann Null, wenn das spezifische Volumen α längs derselben *konstant* ist; trifft aber die Kurve s auf Massen verschiedenen spezifischen Volumens, dann verschwindet das Integral nie. Wir können somit für inhomogene Wassermassen im Meer

$$\frac{dC}{dt} = - \int^s \alpha d\phi \quad (7. 3)$$

setzen. Die Bedeutung des Integrals in (7. 3) ist am leichtesten zu erkennen, wenn man die Kurve s als *eben* voraussetzt. Die Gültigkeit der Überlegungen ist aber nicht an diese Annahme gebunden. Besonderes Interesse beansprucht der Fall, daß s aus zwei *vertikalen* Linien und zwei *isobaren* Linien (die nahezu auf Niveauflächen verlaufen) gebildet ist. Eine dieser nahezu horizontalen Linien kann auch mit der Meeresoberfläche zusammenfallen. Die vertikalen Linien befinden sich an den ozeanographischen Stationen A und B . Der Druck an der oberen isobaren Linie (Meeresoberfläche) sei p_0 , jener an der unteren p_1 ; an der Station A trete er in der dynamischen Tiefe d_a , an der Station B in der dynamischen Tiefe d_b auf. Da längs der zwei isobaren Linien $d\phi = 0$ ist, tragen diese zwei Stücke von s zum Integral nichts bei und

$$- \int^s \alpha d\phi = \left[- \int_{p_1}^{p_0} \alpha d\phi \right]_A + \left[- \int_{p_0}^{p_1} \alpha d\phi \right]_B.$$

Nun ist definitionsgemäß nach Gleichung (1. 6a)

$$d_a = \left[\int_{p_0}^{p_1} \alpha d\phi \right]_A$$

und analoges gilt für d_b , so daß

$$- \int^s \alpha d\phi = d_a - d_b \quad (7. 4)$$

wird.

Die rechte Seite der Gleichung (7. 3) bedeutet demnach den Unterschied der *dynamischen* Tiefen der beiden Punkte auf der unteren isobaren Linie, die ein Stück der betrachteten Kurve s ist. Bei Kenntnis dieser Tiefen ist die zeitliche Zunahme der Zirkulation längs der Kurve s gegeben.

Das Integral in (7. 3) hat noch eine weitere Deutungsmöglichkeit. Die Fläche, welche die in sich geschlossene Kurve s umfaßt, wird durch die isobaren und isosteren Kurven in Solenoide geteilt und nach den Ausführungen in I, 3 (S. 13) ist das Integral $-\int^s \alpha d\phi$ gleich der Anzahl

A der von der Kurve s umschlossenen Solenoide. Für Gleichung (7. 3) erhält man demnach den einfachen Ausdruck

$$\frac{dC}{dt} = d_a - d_b = A. \quad (7. 5)$$

Die bisherigen Betrachtungen gelten nur für ein *ruhendes* Koordinatensystem und C bedeutet die Zirkulation in bezug auf dieses. Wollen wir sie auf die rotierende Erde beziehen, so ist zu beachten, daß die gegebenen Geschwindigkeiten solche *relativ zur Erde* sind. Um die Geschwindigkeiten in bezug auf ruhendes Koordinatensystem zu erhalten, muß noch die Geschwindigkeit der Erdrotation hinzugefügt werden und C zerfällt so in die Zirkulation C_r relativ zur Erde und die Zirkulation C_e der Erdoberfläche selbst. Letztere Zirkulation läßt sich in einfacher Weise ermitteln und es ergibt sich, wenn S die Projektion der Kurvenfläche s auf die Äquatorebene bedeutet, $C_e = 2\omega S$, so daß $C = C_r + 2\omega S$ wird.

Die Zirkulation relativ zur Erde — diese interessiert uns in erster Linie — hängt somit nicht nur von der Massenverteilung, sondern auch von der Erdrotation ab. Sie wird auch von der Reibung beeinflusst; man kann hierfür das Symbol R einführen, das verschwindet, wenn die Reibung für die Bewegung bedeutungslos wird. Gleichung (7. 3) nimmt somit für die Verhältnisse auf der Erde die Form

$$\frac{dC_r}{dt} = A - 2\omega \frac{dS}{dt} - R \quad (7. 6)$$

an. Das erste Glied rechts enthält den Einfluß der Massenverteilung und ist in einfacher Weise durch die von der Kurve s umfaßte Zahl von Solenoiden gegeben. Das zweite Glied bringt den Einfluß der Erdrotation auf die Bewegung zum Ausdruck. Man sieht, daß die Änderung der Projektion der Kurve s wie eine zirkulationserzeugende Kraft wirkt. Wird der Flächeninhalt kleiner, so nimmt die Zirkulation zu, wird er größer, so nimmt sie ab. Das negative Vorzeichen im Reibungsglied R soll bezeugen, daß die Reibung stets zirkulationszerstörend wirkt, also in der Regel in der entgegengesetzten Richtung wirkt, wie die Massenverteilung.

Der Vorzug dieser Darstellung liegt vor allem darin, daß durch sie die *Totalwirkung* der Massenverteilung auf die Bewegung der Flüssigkeit über die kleinen Einzelheiten derselben hinweg hervorgehoben wird. Die Brauchbarkeit der Methode ist auf Bewegungsverhältnisse beschränkt, in denen die Reibung vernachlässigt werden kann. Denn eine genaue explizite Darstellung des Reibungsgliedes ist so kompliziert, daß sie für Anwendungen ungeeignet wird.

2. Anwendung des Zirkulationsprinzips zur Berechnung der Geschwindigkeitsverteilung in stationären Strömen.

Wir wollen folgenden einfachen Fall betrachten. In Abb. 47 bestehe die in sich geschlossene Kurve s aus zwei Stationsvertikalen AC und BD und aus zwei isobaren Linien AB und CD , deren Abweichungen von Niveaulinien zu vernachlässigen sind. Die Fläche S , die Projektion der Fläche s auf die Äquatorebene erhält man in einfacher Weise, wenn man die Projektion σ der Fläche s auf die eben gedachte Meeresoberfläche mit dem Sinus der geographischen Breite φ multipliziert; es ist demnach $S = \sigma \sin \varphi$. Zur zeitlichen Änderung dieser Fläche S tragen deshalb nur die Geschwindigkeitskomponenten senkrecht auf die Fläche

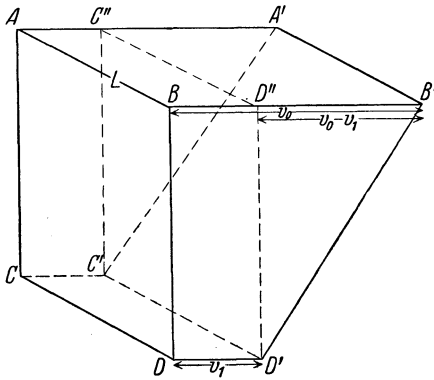


Abb. 47.

$ABCD$ etwas bei, nicht aber Tangentialkomponenten, da diese keine Änderung der Fläche σ bedingen. Auch kann man bei der Berechnung dieser Änderung von σ die vertikalen Bewegungskomponenten gegenüber den horizontalen vernachlässigen. Ist die Stromgeschwindigkeit im oberen Niveau auf der Strecke AB im Mittel v_o , im unteren Niveau auf der Strecke CD jedoch v_u , so bewegt sich in der Zeiteinheit die Strecke AB nach $A'B'$, die Strecke CD nach $C'D'$; die Änderung der Projektion der Fläche $ABCD$ auf die Meeresoberfläche wird, wie aus der Figur unmittelbar zu ersehen ist, $A'B'C'D'$. Es ist deshalb, wenn L die Entfernung der zwei Stationen A und B ist,

$$\frac{d\sigma}{dt} = (v_o - v_u) L.$$

Werden nun *stationäre* Verhältnisse vorausgesetzt, die Reibungseinflüsse vernachlässigt, so folgt mit Rücksicht auf die Gleichungen (7. 5) und (7. 6) die Beziehung

$$v_o - v_u = \frac{d_a - d_b}{2 \omega \sin \varphi L}. \quad (7. 7)$$

Die Beziehung besagt, daß aus der Verteilung von Druck und spezifischem Volumen in einem vertikalen Querschnitt im Meer der *Unterschied* der mittleren Geschwindigkeitskomponenten senkrecht zum Querschnitt berechnet werden kann. Aber wieder ist nur der *relative* Unterschied zwischen beiden Schichten gegeben. Erst wenn aus direkten Strombeobachtungen in irgendeiner Tiefe ein absoluter Wert gegeben ist, oder aus anderen Beobachtungen der Schluß gezogen werden kann, daß in irgendeiner Schichte keine Bewegung vorhanden sein kann

(„Nullschichte“), lassen sich für sämtliche Niveaus die *absoluten* Werte der Geschwindigkeit angeben. Es ist wichtig darauf hinzuweisen, daß diese dynamische Berechnung nur die Geschwindigkeitskomponenten *senkrecht* zum Querschnitt gibt und daß die Methode für äquatoriale Gebiete unbrauchbar wird, weil im Nenner des Ausdruckes (7. 7) der Sinus der geographischen Breite steht. Wenn die Richtung des tatsächlichen Stromes gegeben ist und der Querschnitt mit den gegebenen Stationen *A* und *B* den Winkel β mit dieser Richtung einschließt, läßt sich die *totale* Geschwindigkeit des Stromes *V* aus der berechneten Komponente *v* senkrecht zum Querschnitt *AB* bestimmen; denn

$$V = \frac{v}{\cos \beta}.$$

Die Beziehung (7. 7) ist inhaltlich identisch mit der früher abgeleiteten Formel (6. 14) und läßt sich auch mit großer Annäherung in diese überführen. Die mittels der einen und der anderen Formel berechneten Werte von *v* stimmen völlig miteinander überein.

Bei der praktischen Durchführung der Rechnungen nach Formel (7. 7) ist zu beachten, daß $d_a - d_b$ in Einheiten des Potentials auszudrücken ist, demnach in dynamischen Dezimetern, wenn das Meter die Längeneinheit ist. Außerdem kann an Stelle von d_a und d_b die Anomalie der dynamischen Tiefe ε_a bzw. ε_b gesetzt werden.

Als Beispiel soll wieder aus den Beobachtungen an den Stationen *b* und *c* im Querschnitt des Golfstromes zwischen Kap Florida und Gun Cay die vertikale Geschwindigkeitsverteilung berechnet werden. Die für die gegebenen Druckstufen berechnete Anomalie der dynamischen Tiefe ε (siehe II, 4, S. 14) ergibt für die Stationen *b* und *c* die in folgender Tabelle mitgeteilten Werte. In Formel (7. 7) ist entsprechend der geographischen Breite $2\omega \sin \varphi = 6,287 \times 10^{-5}$ und $L = 8,7 \times 10^3$ m, so daß der Nenner $54,7 \times 10^{-2}$ wird. $\varepsilon_b - \varepsilon_c$ ist in dyn.dm zu nehmen; die Werte der Tabelle sind deshalb mit 10 zu multiplizieren. Für die erste Stufe, der der Geschwindigkeitsunterschied zwischen der Oberfläche und 400 m Tiefe entspricht, ist somit zu setzen: 57,25 : 54,7

Golfstrom: Querschnitt Kap Florida—Gun Cay.
Berechnung der vertikalen Geschwindigkeitsverteilung.

Drucke in d bar	Anomalie der dyn. Tiefe		Intervall	$A = \varepsilon_b - \varepsilon_c$	$v_0 - v_1$ in msec ⁻¹	Tiefe in m
	Station b	Station c		in 10 ⁻⁵ dyn. m		
0	0	0	0.—400	5725	1,05	0
50	15 400	16 075	50—400	5050	0,93	50
100	28 550	29 475	100—400	4800	,88	100
200	45 750	48 075	200—400	3400	,62	200
300	56 050	60 375	300—400	1400	,26	300
400	64 500	70 225			,00	400
500	—	78 675				

= $1,05 \text{ msec}^{-1}$. Wird wieder den direkten Strombeobachtungen gemäß angenommen, daß die Wassermassen in 400 m Tiefe stromlos sind, so gibt $1,05 \text{ msec}^{-1}$ direkt die Oberflächengeschwindigkeit an. Die aus den Werten der Tabelle berechneten Werte stimmen vollständig mit denen nach der Formel (6. 14) berechneten überein (siehe Tabelle auf S. 107).

Die für den ganzen Querschnitt zwischen Kap Florida und Gun Cay aus der Massenverteilung ermittelten Geschwindigkeiten dienten G. Wüst¹ dazu, die in Abb. 48 rechts durch Linien gleicher Geschwindigkeit gegebene Geschwindigkeitsverteilung im Golfstrom zu zeichnen. Abb. 48 links gibt hingegen die Stromverteilung nach den vorhandenen direkten Strombeobachtungen. Man findet sowohl hinsichtlich der Verteilung

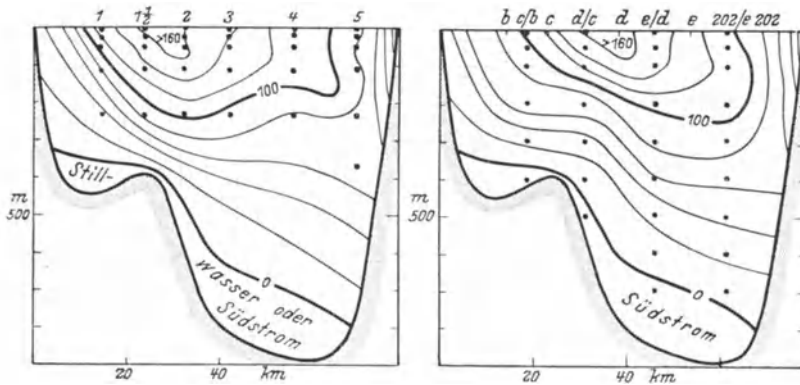


Abb. 48. Geschwindigkeitsverteilung im Golfstrom im Querschnitt Kap Florida-Gun Cay nach G. Wüst. Komponente senkrecht zum Querschnitt in cm sec^{-1} : links nach den Beobachtungen, rechts nach der Berechnung.

als auch hinsichtlich der absoluten Beträge eine weitgehende Übereinstimmung. Sie erklärt sich daraus, daß die Voraussetzungen für die dynamische Bearbeitung des vorliegenden Beobachtungsmateriales im gegebenen Falle in besonders hohem Maße erfüllt sind. Der stationäre Zustand dürfte völlig erreicht sein und Wind und Turbulenz werden hier von ganz untergeordneter Bedeutung sein. Die geringen Unterschiede in der Verteilung der Geschwindigkeiten können wohl auf die Unzulänglichkeit und Ungleichzeitigkeit der Beobachtungen geschoben werden, haben aber überhaupt keine Bedeutung.

Da für diesen Fall in Abb. 2 die Darstellung des spezifischen Volumens gegeben ist, hier für denselben Querschnitt die Geschwindigkeitsverteilung hinzugekommen ist, fehlt für eine vollständige dynamische Bearbeitung dieses Querschnittes durch den Golfstrom nur noch die Darstellung der isobaren Flächen und der Meeresoberfläche. Sie

¹ Wüst, G.: Florida- und Antillenstrom. Veröff. Inst. Meereskde, H. 12. Berlin 1924.

sei deshalb hier in Abb. 49 gegeben. Die Berechnung stößt auf keine Schwierigkeiten; es ist nur zu berücksichtigen, daß die Nullschicht sich von 400 m im westlichen Teil auf 700 m im östlichen Teil des Querschnittes senkt und dementsprechend eine entsprechende Überführung der Werte an den Sprungstellen einzutreten hat. Die Figur zeigt, daß die isobaren Flächen entsprechend einem Nordstrom von Westen gegen Osten ansteigen und ebenso auch die Meeresoberfläche bis etwa zur Mitte des Querschnittes in dieser Richtung ansteigt; dann erfolgt ein geringer Abfall, der in der Art der Geschwindigkeitsverteilung in diesen Oberflächenschichten

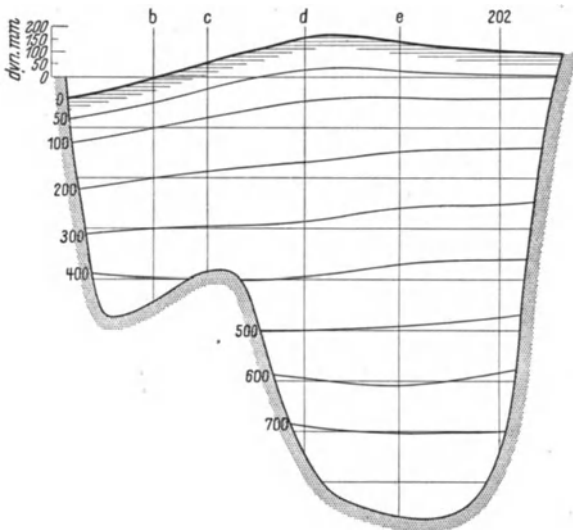


Abb. 49. Physikalisches Meeressniveau und isobare Flächen im Querschnitt durch den Golfstrom zwischen Kap Florida und Gun Cay.

begründet ist. An der Westseite des Golfstromes bei Kap Florida steht so das Wasser um etwa 30 cm tiefer als in der Mitte und an der Ostseite des Querschnittes. Dem durch diese Neigung der Oberfläche gegebenen Druckgefälle von Osten gegen Westen hält die ablenkende Kraft der Erdrotation, die bei Nordstrom nach Osten wirkt, gerade das Gleichgewicht. In jeder Schicht muß bei stationären Verhältnissen dieser Gleichgewichtszustand herrschen; da die Geschwindigkeit mit der Tiefe abnimmt, muß auch das Gefälle der isobaren Flächen mit der Tiefe abnehmen, was tatsächlich der Fall ist.

3. Das Gesetz der parallelen Solenoidfelder.

Die Solenoidfelder, die im offenen Meer auftreten, geben, wie in den vorhergehenden Abschnitten gezeigt wurde, die Möglichkeit die relativen *Geschwindigkeitsunterschiede* der übereinander gelagerten bewegten Wasserschichten zu berechnen. Über die absolute Stromrichtung und Stromgeschwindigkeit bleibt man im allgemeinen noch im unklaren. Diese Schwierigkeit, die im Wesen der Theorie begründet ist, hilft ein Satz zu umgehen, den HELLAND-HANSEN und EKMAN¹ bei der eingehenden

¹ EKMAN, J. W.: Horizontalzirkulation bei winderzeugten Meeresströ-

den Bearbeitung und Diskussion der ozeanographischen Beobachtungen des Nordatlantischen Ozeans, insbesondere des Golfstromgebietes abgeleitet haben und dem EKMAN den Namen „Gesetz der parallelen Solenoidfelder“ gegeben hat.

Die horizontale Verteilung der Temperatur, dargestellt für einzelne Tiefenhorizonte durch Isothermen, und jene des Salzgehaltes, dargestellt durch Isohalinen, sowie die Verteilung des spezifischen Volumens (der Dichte), dargestellt durch Isosteren (Isopyknen) zeigen *alle* die auffallende Erscheinung, daß sie in einem Tiefenhorizont untereinander parallel sind, und daß diese Parallelität auch in bezug auf die verschiedenen Tiefenlagen bestehen bleibt. Aber nicht genug damit; auch die dynamischen Isobathen sind in allen Tiefenlagen zueinander und auch zu den früher erwähnten Kurvensystemen der Isothermen, Isohalinen und Isosteren parallel.

Diese Tatsache läßt den Schluß zu, daß auch die *Geschwindigkeitsvektoren diesen Kurvensystemen folgen und sie mit den Tangenten zu den dynamischen Kurven untereinander und in allen Tiefenlagen parallel sind.*

Dieser Satz der „parallelen Solenoidfelder“ gibt somit Aufschluß über die *absolute Stromrichtung* im Bereich des Tiefenstromes, d. h. für jenen Teil des Ozeans der außerhalb der Reibungstiefe einerseits eines Triftstromes, andererseits eines Bodenstromes liegt.

Der Beweis dieses Satzes ist nicht schwierig, wenn man sich der Gültigkeitsbedingungen stets bewußt bleibt. Vorausgesetzt wird ein beschleunigungsloser, stationärer Bewegungszustand, bei dem die Reibungseinflüsse keine wesentliche Rolle spielen und die bewegten Wassermassen während der Bewegung keiner Veränderung ihres physikalischen Charakters unterworfen sind. Außerdem soll der Neigungswinkel der isosteren Flächen groß im Verhältnis zu den größten Neigungswinkeln der Strombahnen sein. Es wird also ein einigermaßen *gleichförmiges Solenoidfeld* gefordert, das nicht durch *Sprungschichten* (Diskontinuitätsflächen) gestört ist, wodurch ja von vornherein eine Teilung in mehrere voneinander verschiedene Wassergebiete eintritt. In jeder Schichte für sich, vorausgesetzt, daß ihre Dicke genügend groß ist, gilt in diesem Falle der Satz der parallelen Solenoidfelder, nicht aber für das ganze System.

Unter diesen Voraussetzungen kann zunächst nach der BJERKNES-SANDSTRÖMSCHEN Formel oder nach der Beziehung (6. 14) für zwei senkrecht übereinander liegende Punkte B und C der Geschwindigkeitsunterschied $v_c - v_b$ berechnet werden; die Richtung dieses Vektors ist durch die horizontale Tangente T_b an die durch den Punkt B hindurchgehende isostere bzw. isobare Fläche gegeben.

mungen. Ark. f. mat., astr. o. fys. Bd. 17, Nr. 26. S. 66. Stockholm 1923. Siehe auch EKMAN: Meeresströmungen. Handb. d. phys. u. techn. Mechanik. Herausgeg. von Auerbach und Hort, Bd. 5, S. 192.

Da stationäre Verhältnisse vorausgesetzt sind, muß die Wasserbewegung überall parallel zu den isotheren, isothermen und isohalinen Flächen verlaufen, da sonst diese versetzt würden. Es muß deshalb die Geschwindigkeit v_b selbst längs T_b gerichtet oder ihr gerade entgegengesetzt sein; eine andere Richtung ist ausgeschlossen. Wenn dies nun für alle Niveaus gelten muß, und da in stabil geschichtetem Wasser nur ein *stetiger* Übergang von einer Schichte zur andern möglich ist, läßt sich sogleich einsehen, daß *alle* Tangenten an die erwähnten Kurvensysteme untereinander gleich oder gerade entgegengesetzt gerichtet sein müssen und in ihnen auch die Wasserversetzung erfolgen muß. Sie liegen alle für einen Punkt in derselben Vertikalebene, die dadurch auch die *absolute* Stromrichtung angibt.

Im freien Ozean außerhalb von ausgedehnten Mischgebieten wird dieser wichtige Satz bei stabil geschichtetem Meere, wenn keine gegenseitige Abgrenzung von Wassermassen verschiedenen Charakters durch mehr oder minder gut ausgebildete Diskontinuitätsflächen vorhanden ist, wohl allgemeine Geltung beanspruchen können. HELLAND-HANSEN und FR. NANSEN¹ haben gezeigt, daß die Parallelität der dynamischen Kurvensysteme im östlichen Nordatlantischen Ozean dort, wo stationäre Verhältnisse zu erwarten sind, wirklich vorhanden ist und deutlich in allen Karten zum Ausdruck kommt. Die Voraussetzung der beschleunigungslosen Bewegung verlangt, daß die Krümmung der Stromlinien gering ist; an scharfen gebogenen Küstenlinien oder dort, wo durch die Konfiguration der Küstenlinie Ströme verschiedener Richtung nahe aneinander geraten, können deshalb Abweichungen von diesem Gesetze wohl leicht eintreten.

4. Ekmans Konvektionsströme (mit Berücksichtigung der Reibung).

In der bisherigen Darstellung der Konvektionsströme ist keine Rücksicht auf Reibungseinflüsse genommen worden. Will man sich von diesen Einflüssen ein Bild machen — und dies ist notwendig, da ohne Dissipation von mechanischer Energie kein Ausgleich von horizontalen Druckdifferenzen möglich ist — so ist es am vorteilhaftesten, die Lösung einfacherer typischer Probleme nach den gewöhnlichen hydrodynamischen Methoden zu suchen und die Ergebnisse mit jenen, die ohne Berücksichtigung der Reibung sich ergeben, zu vergleichen. EKMAN² war es wieder, der in dieser Richtung die Theorie der Meeres-

¹ HELLAND-HANSEN, H. and NANSEN, FR.: The eastern North Atlantic. Geof. Publ. Bd. 4, Nr. 2. Oslo 1926.

² EKMAN, V. W.: On the influence of the earth's rotation on ocean-currents. Ark. f. math. astr. o. fys. Bd. 2, Nr. 11. Stockholm 1905; insbesondere S. 26. Siehe auch Beiträge zur Theorie der Meeresströmungen. 5. Abschn. Ann. Hydr. u. mar. Meteor. 1906, S. 566.

strömungen mächtig gefördert hat. Allerdings gelingt es auch hier, übersichtliche Resultate nur zu geben, wenn der Reibungskoeffizient als *konstant* angenommen wird, eine Annahme, die für geschichtetes Wasser wohl nur als eine rohe Annäherung an die Wirklichkeit angesehen werden kann. Es ist nicht möglich, an dieser Stelle alle von ihm durchgerechneten Fälle näher zu besprechen. Es genügt zwei einfache Fälle herauszuheben, um das Wesentliche zu erkennen.

Im ersten wollen wir annehmen, daß das spezifische Volumen *gleichmäßig* mit der Tiefe abnimmt und daß die isosteren Flächen unter bestimmtem Winkel geneigte *parallele* Ebenen darstellen. Die Neigung der Oberfläche und die Massenverteilung im Meer bedinge, daß auch die isobaren Flächen geneigte Ebenen sind und daß ihre Neigung mit der Tiefe derart abnehme, daß in einer bestimmten Tiefe *kein Druckgefälle* mehr vorhanden sei; die isobare Fläche verlaufe hier *horizontal*. Die Bewegungsgleichungen für *stationäre* Verhältnisse entsprechen dann den Gleichungen (5. 11), nur daß auf deren rechten Seiten statt der Null der Druckgradient (abhängig von der Tiefe z) zu stehen kommt. Man kann diesen Gleichungen nach EKMAN die Form

$$\frac{D^2}{2\pi^2} \frac{d^2 u}{dz^2} + v = v_0 \quad \text{und} \quad \frac{D^2}{2\pi^2} \frac{d^2 v}{dz^2} - u = -u_0$$

geben, wobei D die Reibungstiefe ist und

$$u_0 = -c\alpha \frac{\partial p}{\partial y} \quad \text{und} \quad v_0 = c\alpha \frac{\partial p}{\partial x}$$

nach den Gleichungen (5. 2) die Komponenten der Geschwindigkeit bei reibungsloser Bewegung des Wassers bedeuten. Legt man das Koordinatensystem so, daß die x -Achse parallel den isobaren Flächen verläuft, so ist $\frac{\partial p}{\partial x} = 0$ und den früheren Annahmen gemäß muß dann $-\frac{\partial p}{\partial y} = b(d - z)$ sein, wo d die Tiefe angibt, in der das Druckgefälle verschwindet und die demnach *stromlos* ist. Die Ausdrücke für u und v als Lösung der Differentialgleichungen sind recht kompliziert; ihre Aufschreibung erübrigt sich. Abb. 50 gibt in üblicher Vektordarstellung für verschiedene Werte von d die Geschwindigkeitsverteilung im Konvektionsstrom für 10 äquidistante Tiefen $0,1 d, 0,2 d, 0,3 d \dots$ bis d , in welcher Tiefe die Geschwindigkeit gleich Null ist.

Es ist bemerkenswert, daß die Bewegung, wie die Tiefe d der Wasserschicht sein mag, sehr nahe *in einer Ebene* vor sich geht; die Reibung beeinflusst in erster Linie die *Richtung* dieser Ebene zur Richtung des Druckgefälles: je größer die Schichtdicke d ist, desto geringer ist der Einfluß der Reibung, desto mehr tritt jener der ablenkenden Kraft der Erdrotation hervor. Bei einer Dicke der Wasserschicht, die etwa doppelt so groß als die Reibungstiefe ist, ist die Abweichung vom reibungslosen Fall nur sehr gering: *der Strom steht senkrecht cum sole vom Druckgradienten und seine Geschwindigkeit nimmt nahezu linear mit der Tiefe ab.*

Derartig einfache homogene Solenoidfelder wie das im gerade behandelten Falle kommen in Wirklichkeit wohl kaum vor; aber in den meisten Fällen wird sich eine leidliche Übereinstimmung mit der Wirklichkeit erzielen lassen, wenn man zu Superpositionen der Wirkungen eines homogenen Solenoidfeldes (eines reinen Konvektionsstromes) und eines reinen Staustromes (Gradientstromes) übergeht. Da die Strommenge bei Konvektionsströmen auch bei größerer Dicke der Wasserschicht eine wenn auch nur kleine Komponente senkrecht zu den Isobaren zeigt, sind bei Meeresgebieten, die von Küsten begrenzt sind, *stationäre* Konvektionsströme nur möglich, wenn, wie früher, die Strommenge senkrecht zur Küste verschwindet, bzw. bei allseitig begrenzten Meeren die totale Strommenge in beliebiger Richtung Null wird. Zur Erfüllung dieser Bedingung kann ein reiner Staustrom hinzu genommen werden; er muß sich sowohl nach Richtung als nach Stärke derart einstellen, daß kein Wassertransport senkrecht zur Küste erfolgt. Solche Fälle hat EKMAN eingehend untersucht.

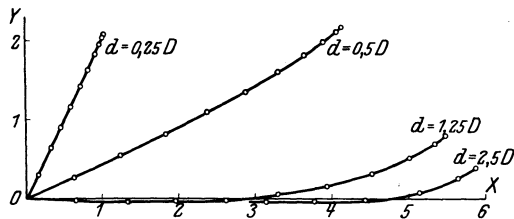


Abb. 50. Konvektionsströme mit Berücksichtigung der Reibung bei kleinen Wassertiefen (nach EKMAN).

Die ozeanographischen Beobachtungen haben gezeigt, daß die im freien Ozean auftretenden stärkeren Solenoidfelder in den meisten Fällen sich nur auf eine verhältnismäßig *dünne Oberflächenschichte* (von vielleicht einigen 100 m Dicke) beschränken, hingegen in den darunter liegenden Wassermassen die Unterschiede in der Temperatur und im Salzgehalt nur gering sind derart, daß sie allerdings nur in erster Annäherung als homogen aufgefaßt werden können. EKMAN hat namentlich für einzelne solche Fälle die entsprechenden Stromdiagramme konstruiert und auch theoretisch so nachweisen können, daß im allgemeinen sich die *Meeresoberfläche* so einstellen wird, daß *der von den Dichteunterschieden in den Oberflächenschichten bedingte Druckgradient an der unteren Grenze der Wasserschicht ganz oder nahezu verschwindet und von ihr aus gegen die Oberfläche wächst*. Der Fall, daß das Druckgefälle in der Mitte der Oberflächenschicht Null wird und deshalb nun in der oberen und unteren Hälfte entgegengesetzte Richtungen hat und daher auch entgegengesetzte Stromrichtungen in der Oberflächenschicht vorhanden sind, scheint recht unwahrscheinlich zu sein. Dieses Ergebnis gibt in manchen Fällen bei der dynamischen Auswertung von ozeanographischen Beobachtungen eine Andeutung, wo Nullschichten des Druckgefälles zu erwarten sind. Dies ist besonders wichtig; denn nur durch Festsetzung dieser gelingt es bei Konvektionsströmungen von relativen zu absoluten Werten der Geschwindigkeit überzugehen.

Im Elementarstrom eines aus einer *inhomogenen Deckschicht* und *homogenen* Tiefenwasser bestehenden Meeres lassen sich nach EKMAN¹ analog den Verhältnissen im homogenen Meer nun *drei* gesonderte *Stromkonstituenten* unterscheiden:

1. Der *Staustrom*: das ist der Strom, der ohne Wind entsteht, wenn die Meeresoberfläche und die isosteren Flächen der Deckschichte so gedreht werden, daß das Druckgefälle überall gleich gerichtet und in den verschiedenen Niveaus zur Dichte proportional wird; im homogenen Tiefenwasser bleibt dieses Druckgefälle konstant.

2. Der *Konvektionsstrom*: das ist jener Strom, der zum Vorhergehenden hinzutritt, wenn Oberfläche und isostere Flächen nun wieder ihre tatsächliche Lage einnehmen, und

3. der reine *Triftstrom*: das ist jener Strom, der beim Einsetzen des tatsächlichen Windes hinzugefügt werden muß.

Diese drei Konstituenten machen den Elementarstrom im inhomogenen Meer aus; der reine Triftstrom unterscheidet sich bei genügender Dicke der inhomogenen Deckschicht kaum von dem in homogenen Wasser (bei gleicher Reibungstiefe). Der Konvektionsstrom ist nicht beschränkt auf die Deckschicht; entsprechend der Reibungstiefe dringt er als „interner Triftstrom“ etwas in die homogene Tiefenschicht ein. Nach dem früher erwähnten Satze wird die Geschwindigkeit des Oberflächenstromes durch die inhomogene Deckschicht im allgemeinen beträchtlich vergrößert; die Einwirkung auf tiefere Schichten ist aber auf eine verhältnismäßig dünne Schicht beschränkt. Unterhalb des internen Triftstromes herrscht nur der Staustrom (gleichförmiger Tiefenstrom mit dazugehörigem Bodenstrom), der in erster Linie eine Folge der Neigung der Meeresoberfläche ist. Reicht diese nur dazu aus, im Druckgefälle die Inhomogenität der Deckschicht aufzuheben, dann fehlt der Tiefenstrom.

J. W. SANDSTRÖM² hat experimentell den Einfluß der *Schichtung* der Wassermassen bei winderzeugten Strömen festzustellen versucht und zeigen können, daß der Luftstrom in der Oberflächenschicht zunächst eine Zirkulation in derselben Richtung, in der die Luftströmung wirkt, hervorruft, daß aber dann, durch Reibung bedingt, in der unteren Wasserschicht eine schwächere Zirkulation in entgegengesetzter Richtung ausgelöst wird, die wieder der Anlaß zu weiteren Zirkulationen in tieferen Schichten werden kann, falls solche vorhanden sind. Die Zirkulationen alternieren in direktem und indirektem Sinn, wobei sie immer schwächer werden. SANDSTRÖM versucht auch experimentell zu

¹ Siehe EKMAN, V. W.: Meeresströmungen. Handb. d. phys. u. techn. Mechanik. Herausgeg. von F. Auerbach und W. Hort, Bd. 5, S. 193. 1927.

² SANDSTRÖM, J. W.: Dynamische Versuche mit Meerwasser. Ann. Hydr. u. mar. Meteor. 1908, S. 6. Siehe auch SANDSTRÖM, J. W.: The hydrodynamics of Canadian Atl. Waters. Can. Fish. Exp. 1914/15. Ottawa 1918.

zeigen, wie Strömungen, die durch innere Solenoidfelder (als Wirkung von internen Kälte- und Wärmequellen) erzeugt sind, durch Luftströmungen an der Oberfläche der Wassermasse modifiziert werden können. Die Übertragung der Ergebnisse seiner sehr instruktiven Versuche auf die Wirklichkeit leidet darunter, daß bei den Versuchen im Laboratorium natürlich die Wirkungen der ablenkenden Kraft der Erdrotation nicht in Erscheinung treten und außerdem nur Bewegungen in *einer* Richtung, nämlich in der des engen Troges erfolgen können. In der Natur sind aber die Weltmeere breit genug, um notwendige Kompensationsströme auch in der Horizontalen zu ermöglichen und nicht in der Vertikalen allein, wie in den Versuchen von SANDSTRÖM. Es ist deshalb in der Anwendung der gewonnenen Ergebnisse einige Vorsicht geboten, schon deshalb, weil die Strömungen sich nur einstellen bei deutlich geschichteten Wassermassen (Vorhandensein von markanten Sprungschichten), nicht aber bei stetiger Änderung des spezifischen Volumens mit der Tiefe. Es ist nicht leicht aus Laboratoriumsversuchen allein Entscheidungen zu treffen, ob den Dichteunterschieden oder den Luftströmungen an der Oberfläche der Meere die größere Bedeutung bei der Erzeugung und Erhaltung von Meeresströmungen zukommt.

VIII. Die ozeanische Zirkulation.

1. Atmosphärische Einflüsse an der Meeresoberfläche und dadurch hervorgerufene Meeresströmungen.

Die Quelle aller Störungen im Meere, als deren Ausfluß man die Strömungen desselben ansehen kann, liegt in den Grenzflächen des Meeres einerseits gegen die umhüllende Atmosphäre, anderseits gegen die Lithosphäre, der die Wassermassen aufliegen. An der Bodenfläche des Meeres sind die Veränderungen, denen die überlagernden Wassermassen unterliegen, außerordentlich geringfügig und dadurch fast bedeutungslos, abgesehen vielleicht von einem kleinen Einfluß der Erdwärme, der sich in abgeschlossenen Becken in der vertikalen Temperaturverteilung äußern kann (siehe S. 31). Die weitaus wichtigere Grenzfläche ist jene gegen die Lufthülle der Erde, die Oberfläche des Meeres. Sonnenstrahlung und Ausstrahlung, Verdunstung, Niederschlag und Eisschmelze sind hier wirksam und auch die Luftströmungen greifen hier ein. Es ist aber recht auffällig und höchst bedeutsam, daß die Einwirkung dieser Faktoren in erster Linie auf die Grenzfläche und auf eine recht dünne Oberflächenschicht beschränkt bleibt und nur indirekt die tieferen Schichten von den ausgelösten Störungen erfaßt werden.

Als eine der Hauptursachen der ozeanischen Zirkulation hat man schon frühzeitig den Wärmeunterschied zwischen Äquator und Pol angesehen. Man erkannte eine gewisse Analogie mit den Verhältnissen in der Atmosphäre, wo dieser Unterschied als alleinige Ursache der

atmosphärischen Zirkulation erscheint. Der Wärmeunterschied zwischen Äquator und Pol ist bekanntlich auf die Verschiedenheit in der Verteilung der Sonnenstrahlung und der atmosphärischen Strahlung längs eines Meridians zurückzuführen. Damit ist aber auch die Verschiedenheit noch einer anderen Größe gegeben, die kräftig auf die ozeanische Zirkulation zurückwirkt. Es ist dies der meridionale Unterschied von Verdunstung weniger Niederschlag. Er zeigt auf jeder Hemisphäre ein Maximum in den Roßbreiten (25° — 30° Br.) und zwei Minima, eines in hohen Breiten und ein zweites am Äquator (Kalmzone). Beide Erscheinungen werden zu Quellen von Störungen im Meer und wir wollen sehen, wie sie zusammenwirken zur Erzeugung meridionaler Wasserversetzungen.

Mit der Frage, wie Erwärmung und Abkühlung, also aus rein *thermischen* Ursachen in einer Wassermasse eine in sich geschlossene Zirkulation entstehen kann,

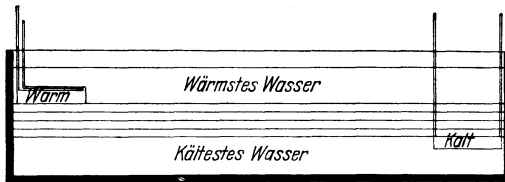


Abb. 51. Wärmequelle oberhalb der Kältequelle: Keine thermische Wasserzirkulation.

hat sich J. W. SANDSTRÖM¹ eingehend befaßt; seine Überlegungen konnte er durch ausgezeichnete Versuche stützen. In theoretischer Hinsicht hat später V. BJERKNES² in

eleganter Weise die Grundlagen dieser thermischen Zirkulation behandelt. Zwei Versuche SANDSTRÖMS machen sofort mit dem wesentlichen bekannt.

1. Versuch (Abb. 51): In einer Wanne, gefüllt mit einer einzigen Wasserart, sind zwei Wärmequellen vorhanden: Bei „warm“ eine Wärmequelle (von heißem Wasser durchflossene Röhren), bei „kalt“ eine Kältequelle (von Eiswasser durchflossene Röhren). Die Wärmequelle sei *höher* als die Kältequelle. Bei der Einschaltung der Wärmequellen kommen zunächst die Wasserschichten oberhalb von warm und unterhalb von kalt in heftige Bewegung, die Schicht dazwischen bleibt in Ruhe. Konvektive Bewegungen führen oben das erwärmte Wasser bis zur Oberfläche, unten bis zum Boden. Wenn die obere Schicht die Temperatur der Wärmequelle, die untere Schicht jene der Kältequelle (im Gleichgewicht zwischen Wärmezufuhr und -abfuhr) angenommen haben, dann tritt in der ganzen Wanne Ruhe ein. Das Wasser hat eine stabile Lagerung angenommen, indem *die Temperatur*

¹ SANDSTRÖM, J. W.: Dynamische Versuche mit Meerwasser. Ann. Hydr. u. mar. Meteor. 1908, S. 6.

² BJERKNES, V.: Über thermodynamische Maschinen, die unter der Mitwirkung der Schwerkraft arbeiten. Abh. sächs. Ges. Wiss., Bd. 35, Nr. 1. 1916.

in ihr *mit der Tiefe abnimmt*. Die Zirkulation erlischt demnach nach einiger Zeit vollständig.

2. Versuch (Abb. 52): In derselben Wanne: Unten Wärmequelle, oben Kältequelle. Das Wasser setzt sich im ganzen Gefäß in heftige Bewegung; doch beschränkt sich die Zirkulation schließlich auf die Schicht zwischen warm und kalt, und zwar in der Richtung von warm zu kalt oben, von kalt zu warm unten; über warm steigt das Wasser auf, unter kalt sinkt es ab. Unterhalb der Wärmequelle findet sich eine Schicht kalten Bodenwassers, oberhalb der Kältequelle eine solche warmen Oberwassers; in beiden Schichten ist keine Bewegung vorhanden. Auf den Entstehungsvorgang der Zirkulation brauchen wir hier nicht einzugehen; man erkennt sogleich: Eine durch thermische Ursachen sich bildende *stationäre* Zirkulation stellt sich ein, wenn das Niveau der Wärmequelle *unterhalb* des Niveaus der Kältequelle liegt. Die Zirkulation ist auf den Raum *zwischen* beiden Niveaus beschränkt; an ihr nehmen die Wassermassen oberhalb und unterhalb dieser Niveaus *nicht* teil.

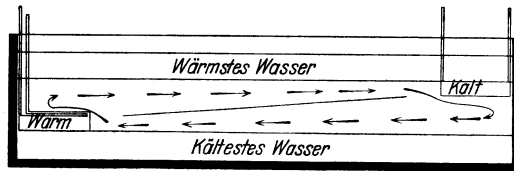


Abb. 52. Wärmequelle unterhalb der Kältequelle: Ausbildung einer stationären Zirkulation.

SANDSTRÖM hat seine Versuche noch mannigfach modifiziert und

stets das gerade erwähnte Prinzip bestätigt gefunden. Insbesondere konnte er zeigen, daß eine Wärme- bzw. Kältequelle *allein* nie zu *stationären* Zirkulationen führt, sondern nach einiger Zeit ein stationärer Ruhezustand sich einstellt, der erhalten bleibt, solange die Temperatur der Wärmequelle sich nicht ändert. H. JEFFREYS¹ hat die allgemeine Gültigkeit des SANDSTRÖMSCHEN Prinzips angezweifelt und nachzuweisen versucht, daß auch Temperaturunterschiede in *einer* Niveaufläche, die zeitlich erhalten bleiben, stets eine Zirkulation oben von warm zu kalt, unten von kalt zu warm hervorrufen. Dies folgt übrigens schon aus den Überlegungen in Kapitel III, Absch. 3. Es besteht aber kein Zweifel, daß diese Zirkulationen wesentlich gefördert und verstärkt werden, wenn die Stelle einer Wärmezufuhr *tiefer* als die eines Wärmezuges liegt, namentlich dann, wenn hierbei die Wirkungen der Wärmeleitung und Turbulenz etwas zurücktreten. Gerade dies ist aber im Ozean der Fall. Die Wärmezufuhr erfolgt hier in erster Linie durch die Sonnenstrahlung, die Wärmeabgabe durch die Ausstrahlung gegen die Atmosphäre. Beide beschränken ihre Wirkung in der Hauptsache auf die Grenzfläche von Luft und Meer, auf die Meeresoberfläche; größere Meeres-

¹ JEFFREYS, H.: On fluid motions produced by differences of temperature and humidity. Quart. J. roy. Met. Soc. Bd. 51. Oct. 1925.

tiefen werden davon nicht betroffen. Ein- und Ausstrahlung gleichen sich wenigstens teilweise an jeder Stelle aus, und die Stellen, an denen die Wärmezufuhr die Wärmeabfuhr übersteigt oder umgekehrt, werden deshalb im *nahezu gleichen Niveau* liegen. Diese Bedingungen sind für das Zustandekommen von kräftigen thermischen Maschinen, die sich in stärkeren Zirkulationen äußern würden, wie V. BJERKNES näher ausgeführt hat, *sehr ungünstig*. Eine thermisch betriebene Zirkulation zwischen den Polen und Äquator wird recht schwach ausfallen und kann nur insofern zustandekommen, als die Erwärmung in den äquatorialen Gegenden in ein tieferes Niveau hinabzudringen vermag. Die Steilheit der Sonnenstrahlung in niedrigen Breiten, die größere Durchsichtigkeit der tropischen Meere, vielleicht auch die stärkere Durchmischung und Verdunstung in diesen Gebieten wirken wohl in dieser Richtung. Man kann aber trotzdem nur auf schwache thermisch betriebene Ströme im Meere rechnen; sie beschränken sich auf eine Oberflächenschicht von relativ geringer Mächtigkeit.

Bisher haben wir nur thermisch betriebene Zirkulationen ins Auge gefaßt. Im Meer können aber auch Unterschiede durch Veränderung des Salzgehaltes entstehen. Die Quelle dieser Veränderungen liegt in der Verdunstung, die den Salzgehalt erhöht, und im Niederschlag, Eisschmelze und Flußwasserzufuhr, die den Salzgehalt erniedrigen. Zunahme des Salzgehaltes bedingt eine Zunahme der Dichte, sie wirkt deshalb bei konstanter Temperatur in der Wassermasse wie eine Kältequelle, Zufuhr von Süßwasser wirkt hingegen wie eine Wärmequelle. Damit eine *haline* Zirkulation größerer Intensität entstehen kann, muß die „Kältequelle“ der Verdunstung an der Oberfläche, die „Wärmequelle“ der Süßwasserzufuhr in der Tiefe, unterhalb des Niveaus der Verdunstung liegen. Da die Niederschläge, die Eisschmelze und die Süßwasserzufuhr durch die Flüsse auch an der Oberfläche wirken, wird auch die *haline* Zirkulation nur ganz schwach in Erscheinung treten; sie wird in den Oberflächenschichten von salzarmen Gebieten gegen salzreiche, unterhalb hingegen von salzreichen Gebieten zu salzarmen gehen.

In Wirklichkeit sind natürlich die thermischen und halinen Bedingungen gleichzeitig vorhanden; auf einem Meridian haben wir dann schematisch folgende Verhältnisse zu erwarten:

Breite:	60°	50°	40°	30°	20°	10°	0°
Überwiegen							
von:Wärmeabfuhr.....			Wärmezufuhr.....		
Überwiegen							
von:	Salzgehalt- verringern (Niederschlag, Eisschmelze)			Salzgehalt- vermehrung (Verdunstung)		Salzgehalt- verringern (Niederschlag, Flußwasser ¹).	

¹ Auf die Zone zwischen 10° N und 10° S entfallen vom gesamten, dem Ozean zukommenden Flußwasser der große Teil von 35%.

Thermische und haline Zirkulation wirken demnach nicht immer zusammen, im Gebiete zwischen Äquator und Roßbreiten gehen sie in derselben Richtung; Temperatur und Salzgehalt unterstützen sich. In diesen Breiten ist aus diesen Gründen mit einer stärkeren thermohalinen Zirkulation zu rechnen: an der Oberfläche wird das Wasser polwärts, darunter äquatorwärts verfrachtet. Polwärts der Roßbreiten wirken aber beide Faktoren in der Zirkulationserzeugung gegeneinander. Die resultierende Zirkulation wird, wenn überhaupt, nur schwach in Erscheinung treten.

Aber auch in den niedrigen Breiten wird die thermohaline Zirkulation nur eine ganz dünne Oberflächenschicht umfassen. In keiner Weise kann sich eine Zirkulation ausbilden, welche den ganzen Ozeanraum einnimmt und in der in äquatoriale Breiten die Wassermassen von größeren Tiefen aufsteigend, polwärts gehen und in hohen Breiten absinkend und äquatorwärts fließend den Ring schließen. Es ist noch nicht lange her, daß man in diesem alten LENZschen¹ Schema das Wesen der gesamten ozeanischen Zirkulation sah. Die neueren Untersuchungen haben eindeutig festgelegt, daß davon keine Spur vorhanden ist. Die symmetrische Zirkulation, bedingt durch Temperatur und Salzgehalt, ist nur in einer ganz dünnen Oberflächenschicht der Tropen und Subtropen vorhanden; auf diesen Rest schrumpft das alte Bild der großartigen thermischen Vertikalzirkulation zusammen.

Für den Atlantischen Ozean zeigen die von G. WÜST² entworfenen meridionalen Salzgehaltschnitte ganz deutlich, wie aus dem äquatorialen Kalmengebiet das hochoberwärmte, salzarme Oberflächenwasser mit einer Mächtigkeit von kaum 50 m nach dem benachbarten Subtropengebiet abfließt, wogegen sich von dort Ströme kühleren, salzreichen Wassers unter den polwärts fließenden Wasser gegen die Kalmenzonen vorschieben. Abb. 53 gibt zur Erläuterung hierzu den Salzgehaltschnitt in der Ostatlantischen Mulde von 20° S bis 20° N bis 300 m Tiefe. Die Achse dieser Zirkulation dürfte in 75 bis 100 m, ihre Unterfläche bei etwa 150 bis 200 m Tiefe liegen. Auch die anderen Ozeane zeigen ganz ähnliche Verhältnisse³. Die thermohaline Zirkulation ist demnach eine

¹ LENZ, E.: Bericht über die ozeanischen Temperaturen in verschiedenen Tiefen. Bull. Class. hist.-philos. Ac. sc. Petersburg, Bd. 3. 1847, Suppl. S. 11—12. Die in der Literatur mitgeteilten graphischen Darstellungen sind nach den textlichen Angaben von E. LENZ angefertigt worden. Siehe z. B. MERZ, A. und WÜST, G.: Die atlantische Vertikalzirkulation. Z. Ges. Erdkde, H. 1/2. Berlin 1922.

² WÜST, G.: Der Ursprung der atlantischen Tiefenwässer. Sonderband zur Hundertjahrfeier der Ges. f. Erdkde. Berlin 1928.

³ Siehe hierzu die Salzgehaltschnitte des Indischen und Pazifischen Ozeans, in: DEFANT, A.: Die systematische Erforschung des Weltmeeres. Sonderband zur Hundertjahrfeier der Ges. f. Erdkde. Berlin 1928.

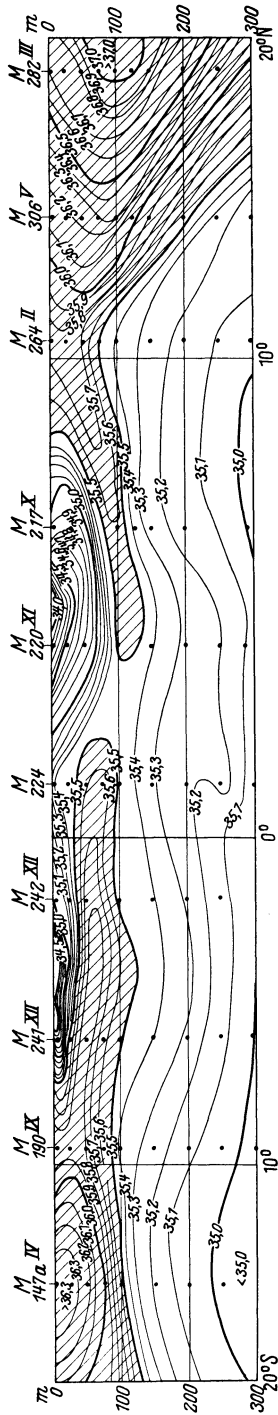


Abb. 53. Thermohaline Zirkulation im Atlantischen Ozean (Salzgehaltschnitt durch die Ostatlantische Mulde von 20°S bis 20°N.).

ganz oberflächliche Erscheinung; die unteren Schichten der Ozeane sind an ihr nicht beteiligt.

Als zweiter wichtiger Faktor der ozeanischen Zirkulation sind früher die *Luftströmungen* genannt worden; durch sie entstehen Windtriftströmungen im EKMANschen Sinne. Es ist nicht zu bezweifeln, daß gegenüber der eben besprochenen thermohalinen Zirkulation die durch die Luftströmungen hervorgerufenen Meeresströmungen die wichtigeren und für die schließliche Gestaltung des Stromsystems der Ozeane die ausschlaggebenden sind. Zu den über alle Ozeane gut ausgebildeten Passaten der Nord- und Südhemisphäre gehören in jedem Ozean als fast reine Ost-Westströme der *nordäquatoriale* und der *südäquatoriale* Strom. Die Ablenkung von rund 45° cum sole von der NE- bzw. SE-Richtung der Luftströmung entspricht in den meisten Fällen der theoretischen Forderung. Der großen Beständigkeit der Passate gemäß ist auch die Beständigkeit dieser äquatorialen Ströme groß. Dem Westwindgürtel der atmosphärischen Zirkulation mit seinen vorwiegend westlichen bis südwestlichen Winden auf der Nordhalbkugel, den westlichen bis nordwestlichen Winden auf der Südhalbkugel entspricht die *Westwindtrift* der gemäßigten Breiten, deren Beständigkeit aber hinter jener der Passatströme zurückbleibt; sind doch auch die Luftströmungen hier recht variabler Richtung und Stärke. In den polaren Breiten scheinen wieder den häufigen östlichen Luftströmungen dieser Gebiete folgend, mehr gegen Westen gerichtete Wasserversetzungen (*Polarströme*) vorzukommen.

Auch dieses durch die atmosphärische Zirkulation erzwungene ozeanische Stromsystem kann nach den theoretischen Ergebnissen EKMANs nur die oberste, etwa

300 m mächtige Schicht des Ozeans umfassen, insbesondere dann, wenn die einzelnen Stromglieder rein zonal verlaufen würden, was beim Vorhandensein eines den ganzen Erdball umspannenden Weltmeeres sicher der Fall wäre. Dann wäre auch die Kontinuitätsbedingung von selbst erfüllt und es gäbe keine Veranlassung zur Ausbildung von Stauströmen.

J. W. SANDSTRÖM hat in seinen Trogversuchen auch die Wirkung von Luftströmungen auf geschichtetes Wasser experimentell nachzugehen versucht; seine Versuche sind sehr instruktiv und interessant, aber die Anwendungsmöglichkeit auf die ausgedehnten Wassermassen der freien Ozeane bleibt recht fraglich, da die Bedingungen der Versuche kaum erfüllt sind. Bei diesen Versuchen kann die Wirkung der ablenkenden Kraft der Erdrotation, von der wir wissen, welche wichtige Rolle sie spielt, nicht in Erscheinung treten; weiter erzwingt die Schmalheit des Troges eine Kompensation nur in der Vertikalen. Die freien Ozeane sind aber breit genug, um Kompensationen zonaler Wasserversetzungen auch in der *Horizontalen* zuzulassen, ja diese werden sich sogar leichter einstellen, wenn zufällig die Luftströmungen und die Festlandkonfiguration solche begünstigen. Dies scheint in manchen Fällen tatsächlich sich zu ereignen. Dann sind rückkehrende Ströme in der Tiefe nicht notwendig und die erforderliche Kompensation wird in kreisenden Strömen, die großen *Wirbeln* entsprechen, durchgeführt. So erzwingt der in der Hauptsache meridionale Verlauf der Ostküsten der Kontinente eine Umbiegung der gegen die Küste anlaufenden äquatorialen Ströme *polwärts* und dadurch einen teilweisen Übertritt dieser Wassermassen in die Westwindtrift der gemäßigten Breiten. An den Westküsten der Kontinente kehren dann diese Wassermassen zu den äquatorialen Strömen zurück. Die Störungen, die auf diese Weise in der zonalen Ausbildung des durch die Winde erzwungenen Stromsystems durch die Kontinente hervorgerufen werden, beschränken sich aber im allgemeinen auf Küstennähe. So ordnen sich die Wasserversetzungen in den subtropischen Teilen aller Meere zu ausgedehnten *stationären antizyklonischen Wirbeln*, die recht bedeutsam für den Aufbau des Meeres an diesen Stellen sind. Im verhältnismäßig schmalen Atlantischen Ozean sind diese antizyklonischen Wirbel, namentlich jener der Nordhemisphäre, sehr gut ausgebildet, im Indischen und noch mehr im Pazifischen nehmen sie den Charakter ausgedehnter *Konvergenzlinien* zwischen äquatorialem Strom und Westwindtrift an.

Zwischen Westwindtrift und Polarströmen dürfte es örtlich zur Ausbildung zyklonischer Wirbel kommen, doch sind wir über die Lage derselben noch sehr wenig informiert. Auf diese Stromverhältnisse kommen wir später noch zurück.

Das durch die Luftströmungen erzwungene Stromsystem der Meeresoberfläche überlagert sich der schwachen thermohalinen Zirkulation.

Äußerlich ist im Strombild letztere kaum zu erkennen, vielleicht nur an einigen Stellen in einer geringen, polwärts gerichteten Komponente der äquatorialen Ströme. Wir kommen dadurch zur alten Streitfrage, ob die Winde oder die ungleichmäßige Verteilung der Dichte die wichtigste Ursache der Meeresströmungen ist. Die Beantwortung dieser Frage ist nach den Erörterungen dieses Abschnittes nicht schwer. Wenn wir den Winden den größeren Einfluß bei der Ausbildung der *horizontalen* Zirkulation zuerkennen, so wollen wir nicht die Wichtigkeit der Dichteunterschiede für die *vertikale* Zirkulation zurücktreten lassen und wir werden im folgenden sehen, welche große Bedeutung gerade in den tiefen ozeanischen Schichten die inneren Kräfte für die Zirkulation dieser Schichten besitzen.

Es ist vielleicht hier der Platz, die Frage kurz zu beantworten, ob Verdunstung und Niederschlag, abgesehen von der besprochenen halinen Zirkulation, nicht dadurch unmittelbar Strömungen nennenswerter Stärke im Meer hervorrufen könnten, daß der Überschuß von *Wasser* von den Niederschlagsgebieten und Flußmündungen zu den Verdunstungsgebieten abwandern muß. V. W. EKMAN¹ hat in theoretischer Hinsicht sich eingehend mit diesem Problem befaßt und ist zum Ergebnis gekommen, daß „Verdunstungsströme“ Maximalgeschwindigkeiten von höchstens 1—2 cm/sec, wahrscheinlich aber nur Bruchteile dieser Größe aufweisen können. Unmittelbare Ströme, die durch eine Höhenänderung der Meeresoberfläche infolge Zufluß durch Niederschlag oder Verlust durch Verdunstung erzwungen werden, können deshalb, gegenüber den durch andere Umstände hervorgerufenen Niveauänderungen völlig vernachlässigt werden.

2. Die ozeanische Troposphäre und die ozeanische Stratosphäre; das Stromsystem eines hydrosphärischen zirkularen Wirbels.

Die ozeanische Zirkulation steht gewiß im innigen Zusammenhang mit dem inneren Aufbau des Meeres; ja letzteren müssen wir direkt in seinem stationären Zustand als eine Folge der ozeanischen Bewegungen auffassen. In ganz charakteristischer Weise ist dieser Aufbau in der vertikalen Temperatur- und Salzgehaltverteilung durch eine *Zweiteilung* charakterisiert. Abb. 54 gibt in schematischer Form eine Vertikalcurve der Temperatur, wie sie typisch für alle drei Ozeane in den Breiten zwischen 40° N und 40° S ist. Die obere Schichte *A* und *B*, der ich den Namen einer *ozeanischen Troposphäre*² gegeben habe, ist gekennzeichnet durch hohe Temperaturen und hohen Salzgehalt (Warmwasser); sie reicht von

¹ EKMAN, V. W.: Können Verdunstung und Niederschlag im Meere merkliche Kompensationsströme verursachen? Ann. Hydr. u. mar. Meteor. 1926, S. 261.

² DEFANT, A.: Die systematische Erforschung des Weltmeeres. Sonderband zur Hundertjahrfeier der Ges. f. Erdkde. Berlin 1928.

der Oberfläche durchschnittlich bis zu Tiefen von 500 bis 800 m; von der unteren Schicht *C*, der *ozeanischen Stratosphäre*, die bis zum Meeresboden reicht, ist sie getrennt durch eine deutliche *Sprungschicht* in diesen Elementen. Die Troposphäre ist an sich wieder untergeteilt in eine obere Störungszone *A*, wo Vermischung und Konvektion, die von der Oberfläche ausgehen, die Hauptrolle spielen, und eine untere Zone *B*, die der Sitz der subtropischen Unterwasser ist. Die Grenze zwischen Tropo- und Stratosphäre ist wohl dort anzusetzen, wo die größte vertikale Änderung der Temperatur- und des Salzgehaltes zu finden ist¹.

Diese Zweiteilung im Aufbau des Ozeans erinnert an die Zweiteilung der Atmosphäre in Tropo- und Stratosphäre. Auch hier ist die Troposphäre die Schicht mit kräftiger Temperaturabnahme mit der Höhe und zugleich der Sitz und Schauplatz der atmosphärischen Zirkulation; in der isothermen Stratosphäre sind die Luftmassen schicht- und blätterförmig übereinander gelagert und diese

nehmen nur indirekt an der atmosphärischen Zirkulation der Troposphäre teil. Auch im Weltmeer ist die ozeanische Troposphäre der Sitz und der Schauplatz der hauptsächlichsten ozeanischen Zirkulation, während in der ozeanischen Stratosphäre die Wassermassen in blättriger Struktur in der Hauptsache isotherm lagern; ihre schwache Zirkulation ist in erster Linie durch kleine örtliche Unterschiede in der Verteilung des Salzgehaltes, weniger durch solche der Temperatur bedingt.

Durch diesen Vergleich zwischen atmosphärischer und ozeanischer

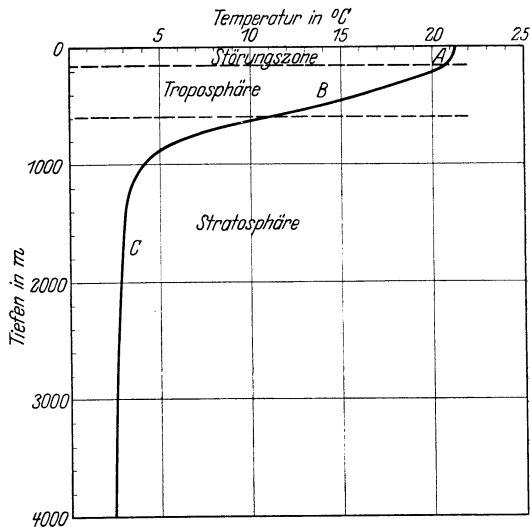


Abb. 54. Vertikaler Aufbau des Meeres in den Breiten zwischen 40°N und 40°S.

¹ In der eben zitierten Arbeit ist im dort gegebenen schematischen Bilde der vertikalen Temperaturverteilung die Grenze zwischen Tropo- und Stratosphäre vielleicht etwas zu tief angesetzt worden. Es gehört zweifellos die Zone der arktischen und antarktischen Zwischenströme mit der ihnen zukommenden Temperaturabnahme mit der Tiefe noch zur Stratosphäre, wie dies die Verteilung des Salzgehaltes unzweideutig zeigt. Siehe hierzu: Wüstr, G.: Schichtung und Tiefenzirkulation des Pazifischen Ozeans. Veröff. Inst. Meereskunde, N. F., A, H. 20. Berlin 1929.

Zirkulation und durch Übertragung der atmosphärischen Bezeichnungen auf ozeanische Verhältnisse soll nicht der Eindruck erweckt werden, daß etwa die Ursachen für diese Zweiteilungen auf gleiche Umstände zurückzuführen sind. Allerdings rein formal ist diese Ähnlichkeit auch nicht und in beiden Fällen sind doch Sonnenstrahlung und Ausstrahlung, die als letzte Ursachen hierfür verantwortlich zu machen sind.

Der durch die vertikale Temperaturverteilung gegebene Aufbau des Meeres hat in den tropischen und subtropischen Breiten stets die charakteristische Form der Abb. 54 und, wie in der Atmosphäre der Übergang von Troposphäre zur Stratosphäre eine der wichtigsten Grenzflächen der Lufthülle ist, wird auch der Grenzfläche zwischen Troposphäre und Stratosphäre im Ozean eine große Bedeutung zukommen: Sie trennt das „Warmwasser“ der Troposphäre, das immer wieder in den tropischen und subtropischen Breiten der Ozeane gebildet wird, vom „Kaltwasser“ der Stratosphäre, das seinen Ursprung in den höheren und hohen Breiten beider Hemisphären hat.

Die Grenzfläche zwischen Tropo- und Stratosphäre nimmt bei bestimmten Strömungen innerhalb derselben eine ganz bestimmte Lage ein. Wir können sie leicht näher verfolgen, wenn wir annehmen, daß nur *zonale* Bewegungen vorhanden sind, die ja in einer die ganze Erdfeste umspannenden *Hydrosphäre* in sich selbst zurücklaufen. In diesem Falle steht nichts im Wege diese Hydrosphäre als einen zirkularen Wirbel mit der Erdachse als Zentralachse im Sinne von V. BJERKNES¹ aufzufassen. Durch die Luftströmungen an der Oberfläche der Hydrosphäre werden in diesem Falle in der Hauptsache Strömungen längs der Breitenkreise hervorgerufen, die sich auf die Troposphäre beschränken. Die Winkelgeschwindigkeiten dieser Bewegungen werden für jeden Breitenkreis verschieden groß sein, aber sie werden nur wenig von der Winkelgeschwindigkeit der Erdrotation abweichen. Die Hydrosphäre wollen wir aus *zwei* Wasserarten: Warmwasser und Kaltwasser bestehend annehmen; dann gibt es in diesem hydrosphärischen zirkularen Wirbel *drei Hauptschichtgrenzen*, und zwar:

1. Die *Bodenfläche* des Ozeans; sie ruht auf der Lithosphäre auf und ist durch die Morphologie der letzteren festgelegt.

2. Die *Oberfläche* des Ozeans ist die Trennungsfäche zwischen Hydrosphäre und Atmosphäre und bildet als Gleichgewichtsfläche zwischen den Anziehungskräften der Erde und der Zentrifugalkraft der Erdrotation eine Niveaufäche der Schwere; im Falle des Gleichgewichtes muß sie auch mit der isobaren Fläche des Seedruckes Null zusammenfallen.

3. Im Inneren der Hydrosphäre liegt die *Grenzschicht zwischen Troposphäre und Stratosphäre*. Sie ist charakterisiert durch die gut

¹ BJERKNES, V.: On the dynamics of the circular vortex usw. Geofys. Publ. Bd. 2, Nr. 4. Oslo 1921.

ausgesprochene Sprungschicht in der vertikalen Temperatur- und Salzgehaltverteilung.

Insbesondere mit der Lage dieser Grenzfläche wollen wir uns näher befassen. In der Oberschicht der Troposphäre herrschen in den verschiedenen Breiten verschiedene Bewegungen, und zwar sind sie polwärts von etwa 25° N und 25° S gegen Osten (Oststrom), zwischen 25° N und 25° S hingegen gegen Westen (Weststrom) gerichtet. Die zonalen Bewegungen der Stratosphäre sind gering und können gegen die der Troposphäre vernachlässigt werden. Bezogen auf die Stratosphäre, der demnach die Winkelgeschwindigkeit der Erdrotation zukommt, weisen die Wassermassen der Troposphäre der höheren Breiten eine übernormale, jene der Subtropen und Tropen eine unternormale Winkelgeschwindigkeit auf. Diesen Bewegungen gegenüber verlangt die Theorie eine Neigung der Grenzfläche zwischen Troposphäre und Stratosphäre gegenüber den isobaren Flächen, und zwar muß sie im Gebiete der unternormalen Geschwindigkeiten stärker, im Gebiete der übernormalen Geschwindigkeiten hingegen weniger geneigt sein als diese. Dies bedingt eine Lage der

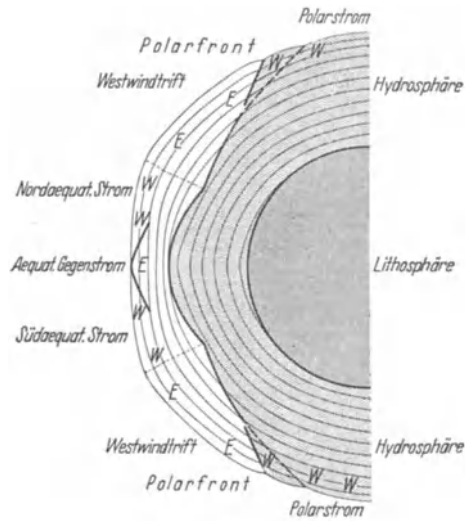


Abb. 55. Die Hydrosphäre aufgefaßt als zirkularer Wirbel. Stromgebiete und Lage der Hauptgrenzflächen sowie Form der isobaren Flächen.

Grenzfläche, wie sie schematisch in Abb. 55 gegeben ist. Von etwa 500 bis 600 m Tiefe am Äquator senkt sie sich in etwa 25° N und 25° S bis etwa 1000 m und steigt dann etwas rascher an, um in höheren Breiten die Oberfläche zu erreichen. Die Ausdehnung der Troposphäre (Warmwasserschicht) ist demnach nicht allein durch die klimatischen Bedingungen an die Breiten zwischen etwa 40° N und S gebunden; auch der Umstand, daß die in der Hauptsache zweifach geschichtete Hydrosphäre an der Rotation der Erde teilnimmt, trägt zu dieser Lagerung bei. Insbesondere erzwingen diese Bewegungen eine Warmwasseransammlung in den Subtropen bis in größere Tiefen, die somit *dynamisch* bedingt ist. Die Beobachtungen bestätigen in allen Ozeanen diese Forderung.

Man findet meistens unter den äquatorialen Oberflächenströmen einen *äquatorialen Gegenstrom*, der gegen Osten gerichtet ist. Wahrscheinlich ist er ein Kompensationsstrom, der die gegen Westen geführten

Wassermassen des Oberstromes teilweise wieder ostwärts zurückbringt. Zwischen Ober- und Unterstrom ist eine Grenzfläche vorhanden; sie liegt ziemlich oberflächlich, im Mittel nur etwa 150 m und weniger; sie muß den Bewegungen gemäß gegen die Pole hin abfallen. Sie ist ebenfalls in Abb. 55 schematisch eingetragen. Die Beobachtungen in den verschiedenen Ozeanen ergeben ein Gefälle von etwa 1 : 5000. Folgende kleine Tabelle gibt zusammengehörige Werte des Unterschiedes im spezifischen Volumen und in der Geschwindigkeit, die beim Übergang von oberen Weststrom zum unteren Oststrom vorhanden sein müssen, um die Grenzfläche in der erwähnten Neigung zu erhalten.

Unterschied in der Anomalie des spez.

Volumens	150	200	250	300	350
Unterschied in der Geschwindigkeit cm/sec	10,5	14,0	17,5	25,0	24,5

Zusammengehörige Werte von Salzgehalt und Temperatur, die obigen Unterschied der Anomalie ergeben, sind:

Unterschicht: Salzgehalt 35‰ , Temperatur: 10°	10°	10°	10°	10°	10°
Oberschicht: „ 36‰ , „ $20,7^{\circ}$	$22,7^{\circ}$	$24,4^{\circ}$	$26,1^{\circ}$	$27,7^{\circ}$	

Diese zusammengehörigen Werte von Temperatur und Salzgehalt liegen alle im Bereiche der tatsächlichen Verhältnisse und zeigen dadurch, daß die Ansammlung schwereren, kälteren Wassers der unteren Troposphäre in den Schichten knapp unter dem Äquator ebenfalls *dynamisch* durch die äquatorialen Ströme der Oberfläche und den äquatorialen Gegenstrom der Unterschicht bedingt ist. Im stationären Zustand, wie er wohl im Mittel besteht, sind schematisch im äquatorialen Gebiet die Stromverhältnisse und die Lagerung der Wassermassen durch nebenstehende Abb. 56 gegeben. Sie stellt einen meridionalen Schnitt quer zum Äquator dar. Bei dieser Anordnung der Grenzfläche muß die Temperatur den Ausschlag geben, was wohl auch den vorhandenen starken Temperaturdifferenzen entspricht. Steigert sich der Geschwindigkeitsunterschied der Ströme oder der Unterschied im Charakter der Wassermassen, so kann die Neigung der äquatorialen Grenzfläche sich derart verstärken, daß sie die Oberfläche erreicht und in zwei Teile zerfällt: Die äquatorialen Westströme beider Hemisphären sind dann getrennt durch eine verhältnismäßig schmale Zone des nun bis zur Oberfläche reichenden äquatorialen Gegenstromes; sein Bereich wird aber rasch größer, wenn man in tiefere Schichten hinabgeht; er keilt gegen Norden und Süden aus.

Eine zweite wichtige Grenzfläche der Troposphäre trennt in höheren Breiten die Warmwassermassen der Troposphäre von den Kaltwassermassen der polaren Oberflächenschichten. Den Luftströmungen an der Meeresoberfläche entsprechend, bewegen sich im zirkularen Wirbel die Troposphärenschichten nach Osten (Westwindtrift), die polaren Wassermassen hingegen nach Westen (polaren Osttrift). An ihrer Grenz-

fläche findet ein sehr rascher Übergang von Temperatur und Salzgehalt statt: die *polare Grenzfläche*. Den Bewegungen gemäß muß sie sich vom Pol gegen die niedrigen Breiten senken derart, daß sich das kalte, schwe-

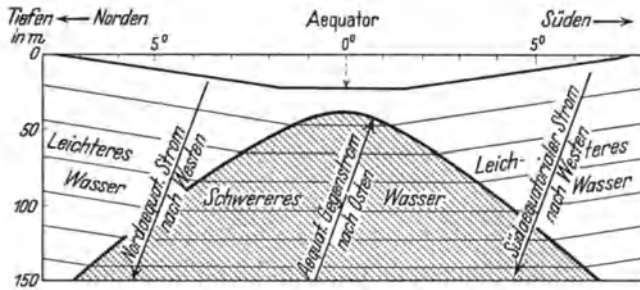


Abb. 56. Stromverhältnisse und Lagerung der Wassermassen in äquatorialen Gebieten.

re Polarwasser keilförmig unter die warmen, leichteren Wassermassen der Westwindtrift einschiebt. In diesem Falle würde die Temperatur den Ausschlag geben. Dies ist nicht immer der Fall. Es kommen Lage-

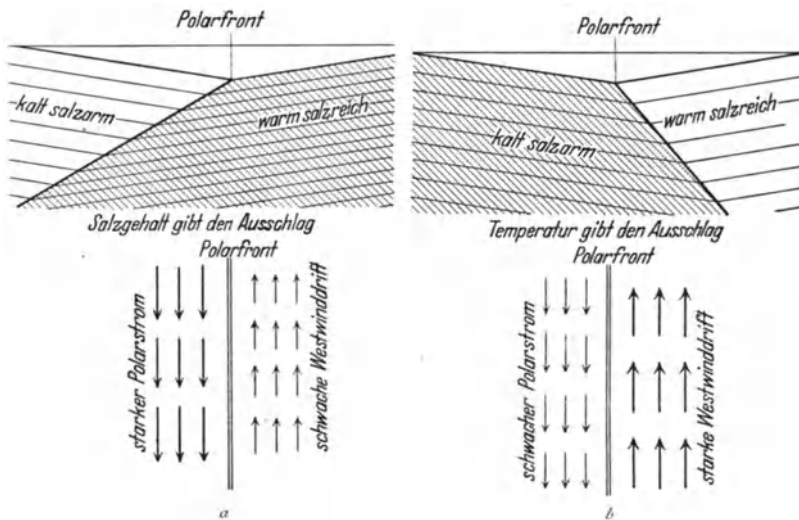


Abb. 57. Aufbau des Meeres in der Nähe der Polarfront (Nordhemisphäre). In *a* gibt der Salzgehalt den Ausschlag: starker Polarstrom und schwächere Westwindtrift. In *b* gibt die Temperatur den Ausschlag: starke Westwindtrift und schwächerer Polarstrom.

rungen von Wassermassen in diesen hohen Breiten vor, wo der Salzgehalt den Ausschlag gibt. Dann schiebt sich das schwerere Wasser der wärmeren Trift unter dem leichteren Polarwasser ein. Es können dann die kompliziertesten Verhältnisse sich ergeben; die Strömungen stehen aber in allen Fällen in völliger Übereinstimmung mit der Theorie. (Siehe S. 103.) An der Meeresoberfläche kommt das Polarwasser dicht an die

Westwindtrift heran: dies ist die *ozeanische Polarfront*, die auch in allen Ozeanen tatsächlich zu finden ist. Der Aufbau des Meeres in der Nähe derselben ist in Abb. 57 gegeben, und zwar sowohl im Falle des Überwiegens des Temperatureinflusses als auch im Falle des Überwiegens des Salzgehalteinflusses.

3. Die troposphärischen Strömungen der einzelnen Ozeane.

Der Hydrosphäre der Erde stehen nicht so viel Wassermassen zur Verfügung, daß ein die Lithosphäre allgemein bedeckender Ozean möglich wäre. Der hydrosphärische zirkulare Wirbel wird durch das Auftreten der Kontinente in seiner vollständigen Ausbildung gehemmt. Aber diese Störungen sind nicht sehr bedeutend und in jedem Ozean bleibt der Grundzug des Stromsystems des hydrosphärischen Wirbels erhalten. Die durch die Kontinente gestörten zonalen Strömungen erfahren an der Küste Ablenkungen, die, wie bereits erwähnt, an den Ostküsten polwärts, an den Westküsten hingegen äquatorwärts gehen. Der Kontinuitätsbedingung, die im zirkularen Wirbel durch die in sich zurückkehrenden zonalen Ströme von selbst erfüllt ist, wird hier durch Ausbildung großer *horizontaler Wirbel* mit ausgesprochenen *Konvergenz- und Divergenzlinien* Genüge getan. Namentlich in dieser Richtung sind in den einzelnen Ozeanen Abweichungen von den Verhältnissen des zirkularen Wirbels zu erwarten. Folgende kurze Bemerkungen sollen die *troposphärische* Zirkulation der einzelnen Ozeane skizzieren.

Atlantischer Ozean. Eine nach hydrodynamischen Gesichtspunkten durchgeführte Bearbeitung der Stromversetzungen der Oberfläche im Monat Februar hat H. H. F. MEYER¹ gegeben. Sie ist im verkleinerten Maßstab in Abb. 58 wiedergegeben. Nordäquatorialer und Südäquatorialer Weststrom sind hier in mächtiger Entwicklung vorhanden; der äquatoriale Gegenstrom tritt an der Oberfläche nur jahreszeitlich im östlichen Teil in äquatorialen Breiten von etwa 5° N auf (*Guineastrom*). Die mit ihm dynamisch verbundene Aufwölbung der Isothermen im äquatorialem Gebiet zeigen meridionale Schnitte² recht deutlich.

Die ausgesprochene meridionale Längserstreckung des Ozeans und die immerhin geringe Breite desselben bedingen an der Westseite des Ozeans die Umbiegung der zonalen Wasserversetzung im nordäquatorialen Strom nach Norden, im südäquatorialen Strom nach Süden und dadurch die Ausbildung von zwei großen *Wirbeln* mit Konvergenzlinien im Gebiete zwischen den äquatorialen Strömen und der Westwindtrift. Besonders auf der Nordhemisphäre ist dieser antizyklonale Wirbel gut

¹ MEYER, HANS H. F.: Die Oberflächenströmungen des Atlantischen Ozeans im Februar. Veröff. Inst. Meereskde, N. F., A, H. 11. 1923. Karte mit einigen Verbesserungen und eingetragenen Konvergenzlinien im Sonderband der Z. Ges. Erdkde, Hundertjahrfeier, Berlin 1928.

² Siehe Wüst, G.: loc. cit., S. 133.

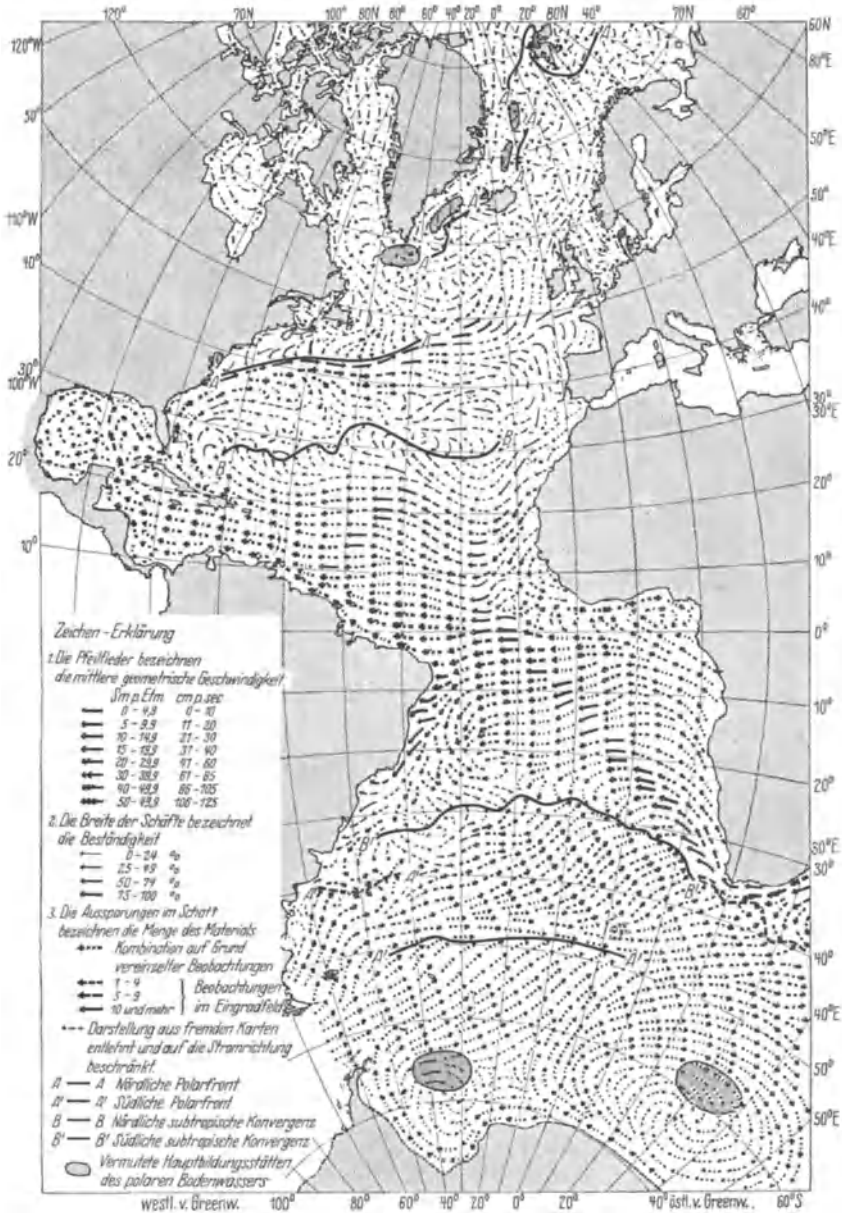


Abb. 58. Oberflächenströmungen des Atlantischen Ozeans im Monat Februar (nach H. H. F. MEYER).

ausgebildet; er ist ursächlich mit einer noch tiefer reichenden Ansammlung der troposphärischen Wassermassen, als sie im zirkularen Wirbel normal vorgesehen ist, verknüpft. Mitbeteiligt an dieser wird aber gewiß

auch der in dieser Breite erfolgende Zufluß warmen, salzreichen Wassers aus dem Mittelmeere durch die Straße von Gibraltar sein.

Die Polarfront zeigt sich durch deutliche Konvergenzen der Stromlinien im Norden wie im Süden; wie zu erwarten ist, ist aber die Polarfront, namentlich im Norden, nur streckenweise ausgebildet. In den Schnitten tritt die polare Grenzfläche durch eine Zusammendrängung der Isothermen und Isohalinen auf kleinem Raum deutlich hervor. Im Norden ist die Polarfront als Grenze zwischen Golfstrom und Labradorstrom eine längst bekannte Erscheinung; neuere Untersuchungen liegen in den Arbeiten des International Ice Patrol Service vor¹. Die polare Grenzfläche und die Polarfront tritt im Europäischen Nordmeer nur rudimentär auf; schärfer erscheint sie als Grenze zwischen Ostgrönlandstrom und Atlantischen Strom (siehe Abb. 37), dann auch südlich Spitzbergen in geschlossener Ausbildung in der Barentsee².

Die südliche Polarfront ist an der Oberfläche, wie in der Abb. 58 angegeben, zwischen 45° W und 5° E in etwa 50° SBr. als Konvergenzlinie gut ausgebildet; im Gebiete zwischen 60° und 40° W ist sie als Grenze zwischen dem Falkland- und Brasilstrom nach Norden (etwa auf 40° SBr.) verschoben. Auch in meridionalen Schnitten tritt die polare Grenzfläche als rascher Übergang der Temperatur und des Salzgehaltes deutlich in Erscheinung; hier scheint bei der Lagerung die Temperatur den Ausschlag zu geben (siehe Abb. 57).

Indischer Ozean. Es ist zu erwarten, daß im Indischen Ozean seiner größeren zonalen Ausdehnung zufolge die Hauptströmungen des zirkularen Wirbels noch deutlicher hervortreten als im Atlantischen Ozean. Das ist auch der Fall. Aber die Änderungen der Zirkulationsverhältnisse in der Atmosphäre über den nordhemisphärischen Teil des Indischen Ozeans (Nordostmonsun im Winter, Südwestmonsun im Sommer) ist ursächlich verknüpft mit einer Änderung im Zirkulationssystem der ozeanischen Troposphäre. Mit außerordentlicher Raschheit reagieren die troposphärischen Strömungen auf die geänderten Luftströmungen der einzelnen Jahreszeiten.

Die Strömungsverhältnisse an der Oberfläche des Indischen Ozeans haben eine eingehende Untersuchung und moderne Darstellung in der Arbeit von G. MICHAELIS³ erfahren; für den südlichen, bis zur Antarktis reichenden Teil sind auch die Arbeiten von M. WILLIMZIK⁴ zu erwähnen.

¹ International ice observation and ice patrol service in the North Atl. ocean. U. S. coast guard, season 1926. Washington 1927; insbesondere die Untersuchungen von ED. H. SMITH.

² B. SCHULZ u. A. WULFF, Hydrographie u. Oberflächenplankton des westl. Barentsmeeres im Sommer 1927, Ber. d. Deutschen wiss. Kom. f. Meeresforschung, N. F. Bd. 4, H. 5, Berlin 1929.

³ MICHAELIS, G.: Die Wasserbewegungen an der Oberfläche des Indischen Ozeans im Januar und Juli. Veröff. Inst. Meereskde, N. F., A, H. 8. Berlin 1923.

⁴ WILLIMZIK, M.: Die antarktischen Oberflächenströmungen zwischen

Die Oberflächenströmungskarten zeigen zunächst polwärts 10° SBr. keine großen jahreszeitlichen Änderungen: von 10° bis 22° S den südäquatorialen Strom, dann südlich 30° die kräftige Westwindtrift; zwischen beiden die Ausbildung eines ausgedehnten *antizyklonischen* Wirbels. Die Störungen, bedingt durch die Kontinente, beschränken sich wieder nur auf einen schmalen Küstenstreifen. Die Polarfront im Süden ist gekennzeichnet durch eine hier besonders scharf hervortretende Konvergenzlinie; aber ihre Lage wird entsprechend den Schwankungen der atmosphärischen Zirkulation in dieser Durchzugszone der Zyklonen und Antizyklonen großen meridionalen Verlagerungen unterliegen. Vielleicht liegt darin der verschiedene Ansatz derselben bei den einzelnen Forschern. Nach den ausführlichen Darlegungen von W. MEINARDUS¹ über die meridionalen Temperaturgradienten und nach den entsprechenden von G. SCHOTT² über die meridionalen Salzgehaltgradienten liegt im Indischen Ozean die Polarfront, der hier der Name „Meinarduslinie“ gegeben wurde, in 45° bis 48° S. Die südliche Lage der Konvergenzlinie in der Darstellung von M. WILLIMZIK namentlich im westlichen Teil des Ozeans dürfte nicht richtig sein.

Im nördlichen Teil des Ozeans sind im Winter die Verhältnisse des zirkularen Wirbels recht deutlich vorhanden: zwischen dem nordäquatorialen und südäquatorialen Strom durchzieht in einer schmalen Zone beiderseits 5° S den ganzen Ozean der äquatoriale Gegenstrom. Der großen Intensität der Ströme wegen ist zu erwarten, daß die Neigung der äquatorialen Grenzfläche sich derart verstärkt, daß sie die Meeresoberfläche schneidet und der Gegenstrom an die Oberfläche hervortritt. Die Aufwölbung der Isothermen, die damit verbunden ist, kommt in meridionalen Temperaturschnitten deutlich hervor.

Die Stromverhältnisse des Sommers sind im Norden entsprechend den geänderten Luftströmungen etwas anders gestaltet. Der Südwestmonsun bedingt eine breite, den ganzen Ozean nördlich des Äquators umfassende Ostströmung und zwischen dieser und dem südäquatorialen Weststrom entwickelt sich ein großer *Wirbel*, der aber in der Lage der Troposphärenengrenze keinen wesentlichen Einfluß äußern wird, da sein Zentralgebiet gerade über dem Äquator liegt.

Pazifischer Ozean. Die gewaltige Ausdehnung des Pazifischen Ozeans, der sich in zonaler Richtung von 40° N bis 40° SBr. durchschnittlich über 130° erstreckt, zeigt den Stromaufbau des hydrosphärischen zirkul-

50° O und 110° O. Veröff. Inst. Meereskde, N. F., A, H. 17. Berlin 1927. Die Stömungen im subtropischen Konvergenzgebiet des Indischen Ozeans. Ebenda. H. 14, Berlin 1929.

¹ MEINARDUS, W.: Seefahrt des „Gauss“. Deutsche Südpolar-Exp., Bd. 3 S. 544. 1923.

² SCHOTT, G.: Die Verteilung des Salzgehaltes im Oberflächenwasser der Ozeane. Ann. Hydr. u. mar. Meteor. 1928, H. 5.

laren Wirbels der Troposphäre in ausgezeichneter Weise. Wenn diese Verhältnisse überhaupt irgendwo zu einer charakteristischen Ausbildung gelangen können, so muß es in diesem Ozean der Fall sein, in dem so gewaltige Wassermassen zur Verfügung stehen. Eine moderne Darstellung der Stromverhältnisse der Oberfläche für den Nordsommer findet sich in der Karte der Oberflächenströmungen der Ozeane in der Länderkunde von H. LAUTENSACH¹; sie beruht auf einem ersten vorläufigen Entwurf von A. MERZ. Für den Nordwinter hat H. H. F. MEYER versucht, die Stromverhältnisse der Oberfläche zur Darstellung zu bringen².

Die zwei meridionalen Temperaturschnitte, die auf Grund der wenigen Serienmessungen, die hier vorhanden sind, entworfen werden konnten³, zeigen übereinstimmend die geringe Mächtigkeit der Troposphäre in diesem Ozean. Stellenweise schrumpft sie auf einen nahezu un stetigen Übergang von einer dünnen Oberschicht zur Stratosphäre zusammen. Besonders im Westpazifischen ist die tiefer reichende Warmwasseransammlung zwischen Westwindtrift und äquatorialen Strömen (in 25° S und 28° NBr.) deutlich zu erkennen, sowie auch die Aufwölbung der Isothermen in 8° bis 10° N, die wieder mit der Achse des im Pazifischen Ozean stets gut entwickelten äquatorialen Gegenstromes zusammenfällt. Während aber die äquatorialen Ströme (Nordost- und Südostpassattrift) und der äquatoriale Gegenstrom *unvermittelt* aneinander grenzen, ist die Grenze zwischen Westwindtrift und den äquatorialen Strömen sehr verworren und neigt zur Ausbildung von Wirbeln; allerdings treten sie wohl wegen der großen Ausdehnung des Ozeans nicht so in Erscheinung, wie z. B. im Atlantischen Ozean. Die erstere Tatsache ist eine Folge des Umstandes, daß die Grenze zwischen dem äquatorialen Strom und dem Gegenstrom ursächlich auf eine mehr oder minder scharfe *Grenzfläche*, welche die Meeresoberfläche schneidet, zurückzuführen ist, während zwischen Westwindtrift und äquatorialem Strom dies nicht der Fall ist; hier kommen Wassermassen nahezu gleichen physikalisch-chemischen Charakters zusammen und dies fördert die Aufrollung zu kleinen Wirbeln.

Die Polarfront und die polare Grenzfläche ist im Norden in etwa 40° Br. sowohl in den Stromkarten wie in den Schnitten zu sehen; weniger klar sind die Verhältnisse im Süden; wahrscheinlich liegt die Polarfront hier südlich 50° S, also ziemlich nahe der Antarktis, und von diesen

¹ LAUTENSACH, H.: Länderkunde. Karte 41 u. 42, S. 792. Gotha: J. Perthes 1926.

² MEYER, H. H. F.: Karte im Atlas des Bibliographischen Institutes in Leipzig 1928.

³ Meridionalschnitte durch den Pazifischen Ozean von G. Wüst in: DEFANT, A.: Die systematische Erforschung des Weltmeeres. Sonderband der Z. Ges. Erdkde zur Hundertjahrfeier. Berlin 1928.

Breiten liegen noch zu wenig Beobachtungen vor, um eine genaue Feststellung vorzunehmen. Das Untertauchen der polaren Wassermassen erfolgt nach den Salzgehaltsschnitten sehr langsam und nicht so unvermittelt, wie z. B. im Indischen Ozean. Dies deutet ebenfalls darauf hin, daß die südliche Polarfront hier nicht so gut ausgebildet ist, wie in den anderen Ozeanen und daß der Übertritt polaren Wassers an der Meeresoberfläche nach Norden durch die kräftige Entwicklung der südlichen Westwindtrift behindert ist. Sehr flach schiebt sich so das polare Wasser der antarktischen Breiten unter die wärmere Westwindtrift ein.

Die durch die Festländer bedingten Störungen beschränken sich wieder nur auf einen sehr schmalen Küstenstreifen; sie vermögen kaum das Strombild zu stören, das im Wesen mit jenem des zirkularen Wirbels übereinstimmt.

4. Die stratosphärische Zirkulation im allgemeinen und in den Ozeanen.

Im schematischen Bild des hydrosphärischen zirkularen Wirbels wird vorausgesetzt, daß keine Verbindung zwischen Troposphäre und Stratosphäre vorhanden sei; der Lagerung der Troposphäre im zirkularen Wirbel (siehe Abb. 55) entsprechend reicht die Stratosphäre in den höheren Breiten der Nord- und Südhemisphäre bis zur Meeresoberfläche heran; hier hat sie eine Verbindung mit der größten Störungsfläche der Erde, mit der Grenzfläche zwischen Hydro- und Atmosphäre. Wir hatten früher angenommen, daß in der ozeanischen Stratosphäre die Wassermassen größtenteils in Ruhe, ihrem spezifischen Gewichte entsprechend schicht- und blätterförmig übereinandergelagert sind. Dies ist natürlich nur der Fall, wenn keine Störungen an irgendeiner Grenze der Stratosphäre erfolgen, die diese Lagerung ständig beeinflussen können. Solche Störungen sind aber dort, wo die Stratosphäre bis zur Meeresoberfläche reicht, das ist in den hohen Breiten beider Hemisphäre, direkt zu erwarten. Hier werden durch Ausstrahlung und Eisschmelze, durch Verdunstung und durch die bedeutenden Niederschläge dieser Zone und vielleicht noch durch andere atmosphärische Erscheinungen fortgesetzt Änderungen im physikalisch-chemischen Charakter der Wassermassen hervorgerufen, und diese in ihrem Gleichgewicht gegenüber der Umgebung gestörten Wassermassen suchen sich dann *in der Stratosphäre* jene Schicht aus, die ihrem geänderten spezifischen Gewichte entspricht.

Findet die Erzeugung solcher Wassermassen in bedeutender Menge und fortgesetzt statt, dann nimmt diese Verfrachtung zur neuen Gleichgewichtslage den Charakter einer mehr oder minder starken Strömung in der Stratosphäre an, die sich, da die Temperatur in ihr nur geringe örtliche Änderungen aufweist, hauptsächlich in der Verteilung des Salzgehaltes äußern wird. Auf diese Weise entsteht eine *ozeanische Tiefenzir-*

kulation in der Stratosphäre, die nur mittelbar mit den Strömungen der Troposphäre zusammenhängt.

In den Gebieten polwärts der Polarfront werden an der Oberfläche des Meeres zwei Arten von Wassermassen erzeugt: einerseits durch die ergiebigen *Niederschläge* der hohen Breiten in der Nähe der Polarfront und durch *Eisschmelze* Wassermassen *geringen Salzgehaltes* bei relativ niedriger Temperatur, anderseits in der Nähe der Packeisgrenze durch die bedeutende *Ausstrahlung* namentlich in den langen, trockenen Polarnächten Wassermassen *sehr niedriger Temperatur* bei normalem Salzgehalt. Erstere Wassermassen sind leicht, letztere schwer; erstere werden deshalb in der Stratosphäre die oberen, letztere die untersten Schichten einzunehmen trachten.

So entsteht polwärts der Polarfront, *an der polaren Grenzfläche absinkend*, die oberen Schichten der Stratosphäre erfüllend, ein relativ kalter, salzarmer Strom. Wenn er vom nördlichen Polarmeer ausgeht, wird er *arktischer*, wenn er vom südlichen Polarmeer ausgeht, *antarktischer Zwischenstrom* genannt. Seine Mächtigkeit wird nicht groß sein; denn die zur Verfügung stehenden Massen sind nicht genügend, um bedeutende Schichten zu erfüllen; er wird besonders in der Verteilung des Salzgehaltes hervortreten, weniger in der der Temperatur, da er in Gebiete vordringt, die an sich der Temperatur des Ursprungsgebietes nahe kommen. Es ist auch zu erwarten, daß überall dieser Zwischenstrom in der ihm zukommenden Schicht zu finden ist, da überall in den Breiten polwärts der Polarfront die Erzeugung solchen Wassers vor sich gehen kann. Die Erscheinung des polaren Zwischenstromes wird so zu einer allgemeinen. Äquatorwärts vordringend werden sich seine Wassermassen mit den unteren Wasserschichten der Troposphäre und im stärkeren Grade mit jenen der oberen Stratosphäre mischen; seine Energie wird deshalb allmählich bei zunehmendem Salzgehalt erlöschen.

Die zweite Wasserart ist schwer; sie sinkt bei günstiger vertikaler Temperaturverteilung (Herbst und Vorwinter) konvektiv in die Tiefe und erfüllt die bodennahen Schichten der Stratosphäre: das sind die *kalten Bodenströme*. Ihre Entstehung entspricht völlig den Versuchen von FRIDTJOF NANSEN¹, der auf diese Art zum erstenmal das kalte Bodenwasser der nördlichen Teile des Nordatlantischen Ozeans erklärt hat. Die Entstehungsgebiete für das Bodenwasser können örtlich durch die Bedingungen für die Entwicklung kalten Oberflächenwassers und der Konvektion sehr beschränkt und festumrissen sein. Die Bodenströme werden deshalb nicht so universeller Natur sein können, wie der polare Zwischenstrom. Die Ausbreitung dieser Wassermassen äquatorwärts

¹ NANSEN, F.: Das Bodenwasser und die Abkühlung des Meeres. Int. Rev. d. Hydrobiol. u. Hydrogr., Bd. 5. 1912.

hängt außerdem ganz von der Morphologie des Meeresbodens ab; dort, wo sie sich unbehindert oder durch das Bodengefälle begünstigt ausbreiten können, kann man sie sogar in den äquatorialen tiefen Schichten der Stratosphäre finden, dort, wo sie durch Schwellen oder Rücken aufgehalten werden, stauen sie sich, können völlig aufgehalten und zur Stagnation gezwungen werden.

Diesen beiden mehr äquatorwärts vor sich gehenden Wasserverfrachtungen muß schon aus Kontinuitätsgründen in der Stratosphäre eine Wasserverfrachtung polwärts gegenüberstehen; ihr stehen die ausgedehnten mittleren Schichten der Stratosphäre zur Verfügung, aber diese Bewegungen werden deshalb nicht groß sein können, wenn sie überhaupt meßbar sind. Sie werden den schichtförmigen Aufbau der mittleren Stratosphärenschichten kaum stören können.

In den einzelnen Ozeanen können derzeit nur einzelne meridionale Schnitte der Temperatur und des Salzgehaltes entworfen werden, aus denen die stratosphärische Tiefenzirkulation erschlossen werden kann. Erst die Bearbeitung der Ergebnisse der Meteorexpedition zusammen mit den immerhin zahlreichen Serienmessungen des Nordatlantischen wird wenigstens für diesen Ozean auch eine *räumliche* Erfassung dieser Zirkulation geben. Bis dahin sind wir aber auf meridionale Schnitte allein angewiesen. Für den Atlantischen Ozean liegen vor die von G. Wüst¹ bearbeiteten Temperatur- und Salzgehaltschnitte durch die westliche und östliche Atlantische Mulde. Insbesondere die Salzgehaltschnitte (Abb. 59 u. 60) zeigen die außerordentlich kräftige Entwicklung des antarktischen Zwischenstromes, dessen Wassermassen sich von 50° SBr. in einer Tiefe von 800 bis 1000 m und in einer Mächtigkeit von rund 600 m äquatorwärts vorschieben und sich mit Wasser der Umgebung vermischend, bei zunehmendem Salzgehalt bis 10°, ja 20° NBr. verfolgen lassen. Der arktische Zwischenstrom ist hingegen nur rudimentär entwickelt, im Westen tritt er etwas besser hervor, da sich ja hier wenigstens in der Baffinsbai ein größeres Kältereservoir vorfindet.

Zwischen 25° und 40° NBr. reicht im Atlantischen Ozean, ursächlich verknüpft mit der subtropischen Konvergenz in den Oberflächenströmen, die warme, salzreiche Troposphäre bis in tiefere Schichten und die Tatsache, daß der antarktische Zwischenstrom in etwa 20° NBr. sein Ende findet und der arktische nur in schwacher Weise höchstens bis 45° N einen Einfluß äußern kann, läßt die Möglichkeit zu, daß hier im Zwischengebiet, wo kein polares Wasser die Troposphäre gegen die Stratosphäre abriegelt, eine Wasseransammlung höherer Temperatur und größeren Salzgehaltes auch *in der Stratosphäre* stattfinden kann. Auch der Zufluß warmen und salzreichen Wassers aus dem Mittelmeer trägt zu dieser

¹ Wüst, G.: Der Ursprung der Atlantischen Tiefenwässer. Sonderband der Z. Ges. Erdkde zur Hundertjahrfeier. Berlin, Mai 1928.

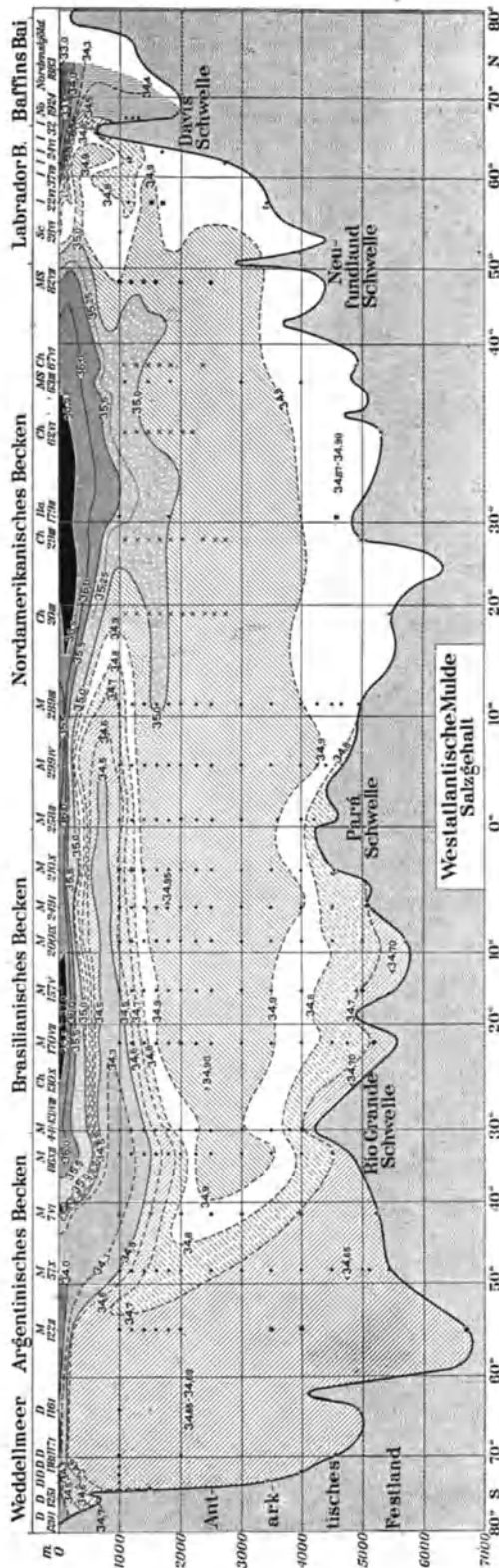


Abb. 59. Salzgehalt-Längsschnitt durch die westliche Mulde des Atlantischen Ozeans (nach G. Wüst).

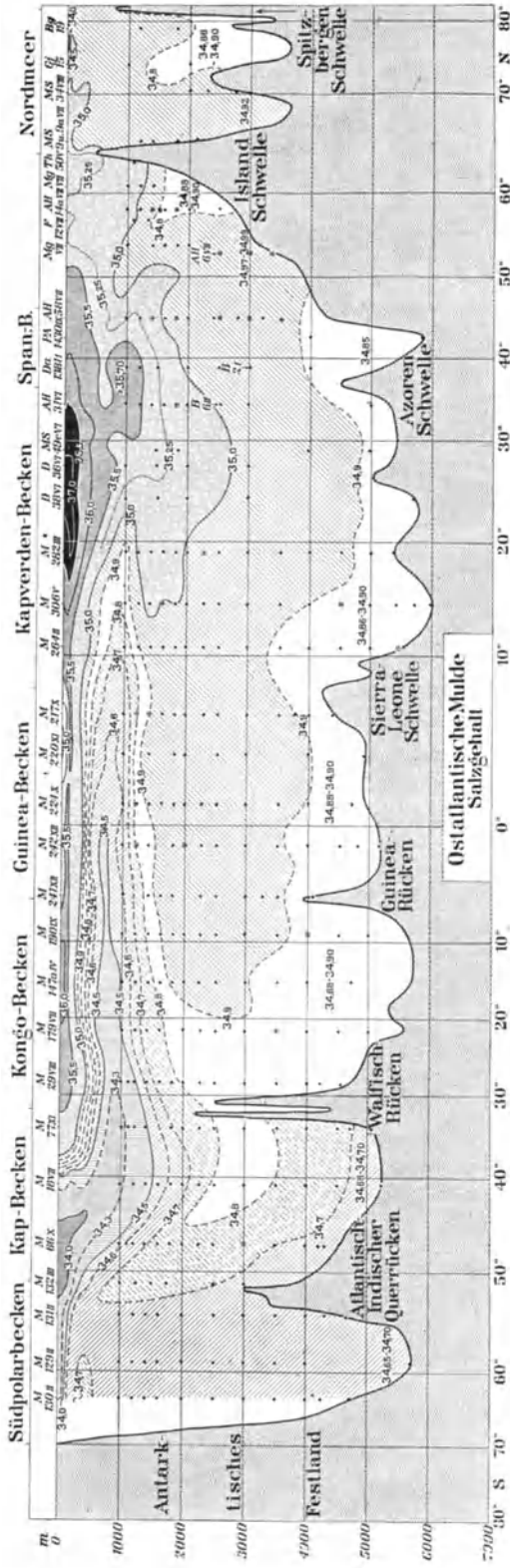


Abb. 69. Salzgehalt-Längsschnitt durch die östliche Mulde des Atlantischen Ozeans (nach G. W. ST).

Ansammlung bei. Damit ist aber in der Stratosphäre ein hauptsächlich meridionaler Gegensatz in der Temperatur und besonders im Salzgehalt zwischen den antarktischen Breiten im Süden und den Breiten zwischen 30° und 40° N gegeben. In diesem Gegensatz ist die kräftige Ausbildung des *Antarktischen Zwischenstromes* in den obersten Stratosphärenschichten und die Ausbildung eines *nordatlantischen Tiefenstromes*, der in rund 2000 m von der Warmwasseransammlung nach Süden setzt, begründet. Auch der arktische Zwischenstrom wird einen Kompensationsstrom nach Norden erfordern und tatsächlich zeigen die Salzgehaltschnitte einen nach Norden setzenden schwachen Anteil des Atlantischen Tiefenstromes. Aber die Hauptsache bleibt: *Die zum Äquator unsymmetrische Tiefenzirkulation im Atlantischen Ozean*. Die Umkehrpunkte der Wasserverfrachtung sind einerseits die stratosphärischen Meeresteile südlich 50° SBr. (Antarktisches Meer), anderseits die stratosphärischen Meeresteile zwischen 30° und 40° NBr.

Die Meeresräume unterhalb dieser Tiefenströme (unterhalb etwa 2500 m) sind erfüllt zum Teil mit nordatlantischem, zum Teil mit antarktischem *Bodenwasser*. Letzteres ist, weil kälter, schwerer; es nimmt deshalb die tiefsten Schichten ein und schiebt sich als *antarktischer Bodenstrom*, wo keine Hindernisse sich ihm in den Weg stellen, nordwärts unter das leichtere atlantische Bodenwasser ein.

Die stratosphärische Zirkulation des *Indischen Ozeans* ist naturgemäß auf die Südhalbkugel beschränkt. Antarktischer Zwischenstrom und Bodenstrom sind wieder gut ausgebildet, dazwischen der polwärts gerichtete indische Tiefenstrom, der von den warmen und salzreichen subtropischen und tropischen Meeresteilen ausgeht und wieder wie im Atlantischen Ozean mehr die Schicht knapp unter dem Zwischenstrom bevorzugt, während die Wassermassen darunter wohl fast bewegungslos lagern dürften¹. Die warmen und sehr salzreichen Zuflüsse aus dem Roten Meer und dem Persischen Golf tragen hier zur Erzeugung eines meridionalen Dichteunterschiedes und dadurch zur Verstärkung der stratosphärischen Zirkulation sehr wesentlich bei.

Erst der *Pazifische Ozean* läßt eine annähernd symmetrische Ausbildung der polaren Zwischenströme erwarten. Dies bestätigen auch die von G. WÜST² entworfenen zwei meridionalen Schnitte für Temperatur und Salzgehalt. Die derzeit vorhandenen Serienmessungen reichen noch aus, das Vorhandensein dieser polaren Zwischenströme, die in

¹ Es liegen derzeit vor: Ein meridionaler Salzgehaltschnitt (von Kaiser-Wilhelm-II.-Land nach Sokotra) von G. SCHOTT, Ann. Hydr. u. mar. Meteor. 1926, S. 417. Weiter ein meridionaler Temperatur- und Salzgehaltschnitt (von 55° S, 15° E nach 8° N, 77° E); sowie ein zonaler Temperaturschnitt in 28° bis 38° Br. von L. MÖLLER; siehe Sonderband der Z. Ges. Erdkde zur Hundertjahrfeier. Berlin, Mai 1928, S. 479ff.

² Sonderband der Z. Ges. Erdkde zur Hundertjahrfeier. Berlin, Mai 1928.

äquatorialen Breiten nahezu zusammenkommen und so das troposphärische Wasser des Pazifischen besonders stark gegen die tieferen Schichten ab schnüren, festzustellen. Über die Wasserbewegungen in den tieferen Schichten des Pazifischen wissen wir aber fast nichts, da die Beobachtungen nicht so tief hinabreichen. Aus der Anordnung einzelner Werte ist zu schließen, daß in den äquatorialen Gebieten im Mischgebiet zwischen arktischem und antarktischem Zwischenstrom das Wasser absinkt und daß es in den noch tieferen Schichten als polwärts gerichtete Tiefenströme die Zirkulation schließt. Die stratosphärische Zirkulation wäre demnach im Pazifischen Ozean *symmetrisch* zum Äquator im Gegensatz zum unsymmetrischen Aufbau derselben im Atlantischen. Zukünftige Expeditionen können hier erst genaue Aufklärung bringen.

Die bisherigen Untersuchungen über die ozeanische Zirkulation, die sich vornehmlich auf Meridionalschnitte der Temperatur und des Salzgehaltes stützen, lassen erkennen, welche große Bedeutung für die stratosphärische Zirkulation den *polaren Meeren*, insbesondere dem den ganzen Erdumfang umfassenden antarktischen Meere zukommt. Nicht minder große Wichtigkeit für die Zirkulation der tieferen ozeanischen Schichten scheinen aber jene Meeresgebiete zu besitzen, in die sich die salzreichen, warmen Wassermassen der subtropischen und tropischen Nebenmeere ergießen. Durch die große Dichte dieser in den Unterströmen der Verbindungsmeerengen dem freien Ozean zufließenden Wassermassen kommt hier den benachbarten Schichten der Stratosphäre eine sinkende Tendenz zu und dies bildet die *zweite Quelle* für eine Einleitung einer stratosphärischen Zirkulation. Diese Zuflüsse sind aber noch aus einem anderen Grunde von Bedeutung. Durch die Mischung der von ihnen verfrachteten Wassermassen mit troposphärischen Massen, die sich nur wenig in der Temperatur und im Salzgehalt unterscheiden, entsteht hier eine Verbindung zwischen Troposphäre und Stratosphäre. Auf diese Stellen ist in erster Linie ein nicht gering zu schätzender direkter Wasseraustausch zwischen den ozeanischen Hauptschichten beschränkt. Im Atlantischen ist es der Zufluß aus dem Mittelmeere in der Straße von Gibraltar, der die subtropische, an sich schon tief reichende Ansammlung von warmem und salzreichem Wasser erheblich verstärkt und zum Ausgangspunkt des Atlantischen Tiefenstromes macht, im Indischen sind es die warmen und salzreichen Ausflüsse aus dem Roten Meer und aus dem Persischen Golf, die diese Rolle übernehmen. Im Pazifischen fehlen entsprechende Randmeere in den Subtropen und deshalb auch der meridionale Gegensatz im Salzgehalt der tieferen Schichten, in dem die Kräfte für eine energische stratosphärische Zirkulation liegen.

Die genaue und sorgfältige Analyse der ozeanographischen Reihenmessungen hat unsere Anschauungen gegenüber dem einfachen Schema einer zum Äquator symmetrischen Zirkulation wesentlich geändert und einen tieferen Einblick in den Aufbau der Ozeane und in den möglichen

Bewegungen ihrer Wassermassen gewährt. Aber alle diese Kenntnisse sind in der Hauptsache noch *qualitativer* Natur, von den stratosphärischen Strömungen kennen wir auch nur die meridionalen Komponenten, hingegen nichts von einem Wasseraustausch in zonaler Richtung, der sicher besteht und von Meeresgebiet zu Meeresgebiet verschieden sein wird. Das Ziel jeder Wissenschaft ist die *quantitative* Erfassung aller Erscheinungen in bezug auf ihre Entstehungsbedingungen, wie in bezug auf ihren örtlichen, wie zeitlichen Verlauf. Erst die eingehende Bearbeitung von *systematisch* gesammelten Beobachtungen neuerer Expeditionen wird die Möglichkeit geben, auch in bezug auf die ozeanische Zirkulation in diesem Sinne weiter zu kommen und ein quantitatives Bild derselben ergeben¹.

IX. Die Wellenbewegungen im Meere.

1. Einleitung. Einteilung der Wellen.

In diesem und im folgenden Kapitel werden im Gegensatz zu den in den vorhergehenden Abschnitten besprochenen Meeresströmungen Erscheinungen behandelt, die *periodisch* ablaufen; das sind solche, bei denen nach einer bestimmten Zeit der Bewegungsvorgang in der Hauptsache sich wiederholt, so daß durch passend angelegte Beobachtungen über diesen Zeitraum das Wesentliche der Erscheinung völlig erfaßt werden kann. Man bezeichnet diese Erscheinungen als *Wellen*; sie sind, soweit sie von einem festen Punkt aus verfolgt werden können und es sich hauptsächlich um die Ermittlung von periodisch verlaufenden, vertikalen Wasserstandschwankungen handelt, leichter zu beobachten als die Meeresströmungen. Auch die hydrodynamische Theorie der Wellen ist des physikalischen Interesses an diesen Erscheinungen wegen wesentlich weiter entwickelt worden; doch bemerkt man, wenn man sich eingehender damit befaßt, daß die Anwendung der gewonnenen theoretischen Ergebnisse und der Vergleich mit den Tatsachen der Beobachtung manches zu wünschen übrig lassen. Es zeigt sich auch hier der Übelstand, daß die Theoretiker die Fortführung der Theorie sich angelegen sein lassen und mit Abschluß derselben ihr Interesse an der Sache erlahmt, die Verarbeiter von Beobachtungsmaterial aber meistens

¹ Anmerkung bei der Korrektur: Nach Fertigstellung des Manuskriptes sind noch zwei wichtige Untersuchungen erschienen, die unsere Kenntnisse der ozeanischen Zirkulation des Indischen und des Pazifischen Ozeans wesentlich vertiefen. In Anbetracht der obigen kurzen Darlegungen über die Zirkulation dieser Ozeane sei hier auf diese zwei Arbeiten besonders verwiesen:

Wüst, G.: Schichtung und Tiefenzirkulation des Pazifischen Ozeans auf Grund zweier Längsschnitte. Veröff. d. Instituts f. Meereskunde zu Berlin, N. F. A. H. 20, 1929; und Möller, L.: Zirkulation des Indischen Ozeans auf Grund der Temperatur- und Salzgehalts- Tiefenmessungen und Oberflächenstrombeobachtungen. Ebenda, H. 21, 1929.

zu wenig theoretisch geschult sind, um die Ergebnisse der Theorie bis in Einzelheiten zu verwerten. Ein innigeres Zusammenarbeiten von Beobachtung und Theorie würde hier, wie überall, sehr fördernd wirken.

Bei den Wellen des Meeres ist die einzige Kraft, welche die einzelnen Teilchen in der Nähe ihrer Gleichgewichtslage festzuhalten trachtet, die *Schwerkraft*; sie sucht die in der Welle liegende Gleichgewichtsstörung wieder rückgängig zu machen. Man bezeichnet deshalb diese Wellen als *Gravitationswellen* im Gegensatz z. B. zu den elastischen, bei denen die inneren Molekularkräfte, oder zu den Kapillarwellen, bei denen die Oberflächenspannung diese Rolle innehat.

Auch diese Gravitationswellen können in *fortschreitende* und *stehende Wellen* eingeteilt werden. Bei den ersteren vollführt jedes Wasserteilchen innerhalb einer bestimmten Zeit (Periode der Welle) genau dieselbe Bewegung (Orbitalbahn); aber die Phase dieser Bewegung ist für alle Teilchen verschieden, sie verspätet sich für Teilchen in der Fortpflanzungsrichtung der Welle um einen bestimmten Betrag, der von der Geschwindigkeit der *Fortwanderung der Wellenform* abhängig ist. Bei

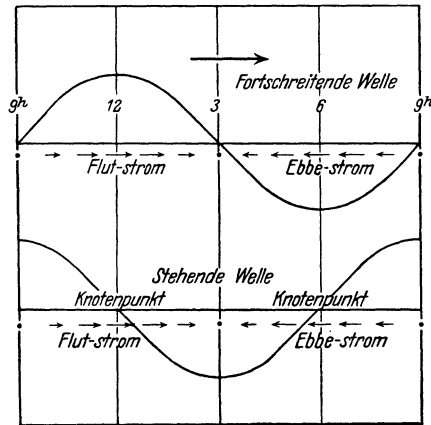


Abb. 61. Horizontale Stromkomponenten bei fortschreitenden und stehenden Wellen.

stehenden Wellen hingegen ist die Phase der Orbitalbewegung für alle Teilchen gleich, aber das Ausmaß dieser Bewegung ist für alle verschieden; es gibt solche, bei denen in vertikaler Richtung überhaupt keine Bewegung vorhanden ist (Knotenpunkte) und solche, bei denen diese ein Maximum erreicht (Schwingungsbäuche). Auch die Verteilung der zur Welle gehörenden horizontalen Bewegungskomponenten ist bei fortschreitenden und stehenden Wellen grundverschieden. Abb. 61 gibt diese Verhältnisse graphisch wieder. Bei fortschreitenden Wellen herrscht innerhalb des ganzen Wellenberges ein Strom in der Fortpflanzungsrichtung der Welle, im ganzen Wellental ein Strom dagegen; Kentern des Stromes (Änderung der Stromrichtung) erfolgt im Moment, in dem das Teilchen durch die Gleichgewichtslage hindurchgeht. Bei stehenden Wellen hingegen kentert überall der Strom gleichzeitig. In den Knotenpunkten sind aber die horizontalen Bewegungen am größten, in den Schwingungsbäuchen am kleinsten (Null); Kentern der Strömung erfolgt bei Hoch- bzw. Niedrigwasser, während die größten Werte der Geschwindigkeit auftreten, wenn die Wasseroberfläche sich in der Gleichgewichtslage befindet.

Der Einteilung der Wellen in fortschreitende und stehende steht eine andere, in *freie und erzwungene Wellen* gegenüber. Bei dieser Einteilung wird auf die Art der Entstehung und Erhaltung der Welle Gewicht gelegt. Freie Wellen sind solche, die durch einen einmaligen Impuls erregt, unabhängig von der Einwirkung äußerer Kräfte sich entwickeln und weiter bestehen. Ihre Bestimmungsstücke (Periode und Form der Welle) sind bei abgeschlossenen Wassermassen einzig und allein von den *Dimensionen* der in Schwingungen versetzten Wassermasse abhängig. Innere Reibung und Grenzflächenreibung lassen freie Wellen langsam erlöschen, sie bedingen außerdem eine kleine Verlängerung der Periode.

Erzwungene Wellen entstehen unter fortdauernder Einwirkung einer äußeren Kraft; insbesondere erzeugen periodisch ihre Richtung ändernde Kräfte (z. B. die fluterzeugenden Kräfte von Sonne und Mond) periodische Verschiebungen der Wassermassen, die zu Wellen Veranlassung geben. *Die Periode der erzwungenen Wellen ist stets identisch mit der Periode der erzeugenden Kraft*; ihre Amplitude und ihre Phase hängen aber nicht allein von den entsprechenden Größen der periodischen Kraft ab, sondern in wesentlicher Weise auch von den Dimensionen der in Schwingungen versetzten Wassermasse oder, was dasselbe bedeutet, von der Periode ihrer *freien* Schwingungen. Die Amplitude der erzwungenen Wellen ist um so größer, je näher die Periode der Kraft der Periode der freien Wellen kommt. Sind beide gleich, dann steigt die Amplitude allmählich immer mehr und mehr an (*Resonanz*).

Die Phase der erzwungenen Wellen ist gleichsinnig mit jener der Kraft nur dann, wenn die Periode der erzwungenen Schwingungen (der Kraft) größer ist als die Periode der freien Schwingungen; ist dies nicht der Fall — die Periode der Kraft ist kürzer als die der freien Wellen — dann ist die Phase um eine halbe Periode von jener der Kraft verschieden: die erzwungenen Wellen sind in bezug auf die Kraft umgekehrt. Diese Eigenschaften der erzwungenen Wellen sind ein Ausfluß eines sehr allgemeinen dynamischen Prinzips und sehr wichtig zum richtigen Verständnis mancher Wellenerscheinungen.

In einer dritten Einteilung der Wellen tritt bei der Unterscheidung als charakteristisches Merkmal das Verhältnis der Länge der Welle (λ) zur Tiefe des Wassers (h), auf dem die Wellen vorhanden sind, auf. Die Wellenlänge wird hier sozusagen als Maßstab genommen. Bei Wellen im „tiefen“ Wasser ($h =$ ein Vielfaches von λ) nimmt die Größe der Orbitalbewegung der einzelnen Wasserteilchen mit der Tiefe rasch ab; in mäßiger Tiefe verschwindet sie praktisch und die Störung der Welle beschränkt sich auf eine relativ dünne Oberflächenschicht: *Oberflächenwellen*. Im flachen Wasser (h klein gegenüber λ) ist die Bewegung der Wasserteilchen in der ganzen Wasserschicht bis zum Grunde nahezu gleich groß; die Bewegung gleicht mehr einem Hin- und Her-

schieben von ganzen Wassersäulen, wobei diese bald dünner und höher, bald dicker und niedriger werden. Man spricht in diesem Fall von *langen Wellen*.

Oberflächenwellen und lange Wellen sind natürlich nur die extremen Fälle einer kontinuierlichen Reihe; es gibt einen stetigen Übergang von der einen zur anderen Art, aber diese Übergangszone ist schmal, so daß die Charakterisierung durch „kurze“ und „lange“ Wellen sehr passend ist. Oberflächenwellen und lange Wellen unterscheiden sich hauptsächlich in ihrer Fortpflanzungsgeschwindigkeit (siehe S. 159); bei ersteren ist sie abhängig von der Wellenlänge und nahezu unabhängig von der Wassertiefe, bei letzteren ist sie hingegen unabhängig von der Wellenlänge und nur abhängig von der Wassertiefe. In diesem Unterschiede liegt die Ursache mancher charakteristischer Erscheinungen der Meereswellen.

Schließlich wäre noch darauf aufmerksam zu machen, daß wir in der Natur strenggenommen stets nur Wellen an der Grenzfläche zweier Medien beobachten können. Denn auch die freie Oberfläche von Wassermassen ist eine Grenzfläche zwischen den Medien Wasser und Luft. Die Ignorierung des oberen Mediums ist in den meisten Fällen bei der geringen Dichte der Luft gegen Wasser wohl gestattet, aber nicht immer, namentlich bei solchen Erscheinungen, bei denen die Möglichkeit einer Einwirkung der bewegten Luft auf Ausbildung und Erhaltung, auf Fortpflanzung und Form der Wellen gegeben ist.

2. Theorie der Meereswellen. Vergleich mit den Beobachtungen.

Die Theorie der Wellenbewegung in Flüssigkeiten wurde zunächst vom Standpunkte betrachtet, daß die Bewegungen der einzelnen Teilchen stationär und wirbelfrei sind, daß sie also aus dem Zustande der Ruhe (aus einem stabilem Gleichgewichtszustande) durch Einwirkung gewöhnlicher Kräfte hervorgerufen sind. Es existiert dann ein Geschwindigkeitspotential φ und die Kontinuitätsgleichung nimmt die Form

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = 0 \quad (9.1)$$

an¹. An Stelle der drei Bewegungsgleichungen tritt die BERNOULLISCHE Gleichung

$$\frac{p}{\rho} = \frac{\partial \varphi}{\partial t} - g y - \frac{1}{2} q^2 + F(t). \quad (9.2)$$

¹ Wir legen hier den Koordinatenursprung stets in das ungestörte Niveau, die x -Achse in die ungestörte Oberfläche, die y -Achse positiv nach oben. Die Geschwindigkeiten längs der Koordinatenachsen sind $u = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}$, $v = -\frac{\partial \varphi}{\partial y}$ die totale Geschwindigkeit sei q . Außerdem existiert die Stromfunktion ψ , die ebenfalls die Gleichung $\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 0$ erfüllt; hierbei ist

$$u = -\frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = +\frac{\partial \psi}{\partial x}.$$

In ihr ist für das Schwerepotential einfach gy gesetzt worden, da die kleinen Bewegungen jedenfalls dies rechtfertigen. Zu diesen Gleichungen kommen noch die Bedingungen, die an *Grenzflächen* (Oberfläche und eventuelle innere Grenzflächen) zu erfüllen sind. Sie sind zweierlei Art: die kinematische besagt, daß die Bewegungen senkrecht zur Grenzfläche stetig sein und mit der Vertikalkomponente der Bewegung der Grenzfläche übereinstimmen müssen; die dynamische hingegen verlangt, daß an den Grenzflächen Druck und Gegendruck einander gleich sein müssen.

Begnügt man sich zunächst mit dem Fall kleiner Amplituden¹ der Störung, dann nehmen diese Grenzbedingungen besonders einfache Formen an und die Gesetze der Wellenbewegung erhält man auf sehr bündige Weise vermittels der von Lord RAYLEIGH angegebenen Methode der stationären Wellenbewegung. In der x -Richtung wird eine gleichförmige Strömung mit der Geschwindigkeit c angenommen; dieser Strömung sollen kleine Störungen überlagert sein, die periodisch in bezug auf x die Wellenlänge $\lambda = \frac{2\pi}{\kappa}$ haben sollen. Dann kann der Gleichung (9. 1) entsprechend

$$\frac{\varphi}{c} = -x - C \cosh \kappa (y + h) \sin \kappa x$$

und

$$\frac{\psi}{c} = -y + C \sinh \kappa (y + h) \cos \kappa x$$

gesetzt werden. Diese Gleichungen erfüllen auch die Bedingungen, daß auf dem ebenen Grund ($y = -h$) die Bewegung diesem folgt und daß das Profil der Oberfläche $y = C \sinh \kappa h \cos \kappa x$ der Stromlinie $\psi = 0$ entspricht. Die Gleichung (9. 2) ergibt sodann mit der Grenzbedingung für die Oberfläche eine Beziehung zwischen c und λ und fixiert dadurch die Wellenlängen λ der möglichen stationären Wellen auf einem Strome von gegebener gleichförmiger Tiefe h und gegebener Geschwindigkeit c . Diese Beziehung ist

$$c = \left(\frac{g\lambda}{2\pi} \operatorname{tanh} \frac{2\pi h}{\lambda} \right)^{1/2}. \quad (9. 3)$$

Man erkennt, daß reelle Werte von $\frac{2\pi}{\lambda}$ nur dann möglich sind, wenn c kleiner als \sqrt{gh} ist. Gibt man nun dem ganzen System eine Geschwindigkeit $-c$ parallel der x -Achse, dann erhält man *fortschreitende Wellen* der Wellenlänge λ auf ruhigem Wasser und (9. 3) gibt ihre Fortpflanzungsgeschwindigkeit.

Wenn $\lambda < 2h$ ist, ist mit großer Annäherung $\operatorname{tanh} \kappa h = 1$ und die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der *Oberflächenwellen* wird

¹ Die durch die Welle bedingten Verrückungen der Teilchen sollen im Vergleiche zur Wellenlänge selbst klein sein.

² Für die nähere Durchführung der Rechnung siehe LAMB, H.: Lehrb. d. Hydrodynamik, 2. Aufl., § 227ff.

$$c = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}}; \quad (9.4)$$

sie ist unabhängig von der Tiefe und proportional der Wurzel aus der Wellenlänge. Ist T die Periode der Welle und $\sigma = \frac{2\pi}{T}$, dann ist, da stets

$$c = \frac{\lambda}{T} \text{ ist, } c = \frac{gT}{2\pi}. \quad (9.5)$$

Ist anderseits λ groß im Vergleich zu h , dann wird bald $\kappa h = \kappa h$, so daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit *langer Wellen* unabhängig von der Wellenlänge wird:

$$c = \sqrt{gh}. \quad (9.6)$$

Man kann ohne Schwierigkeit aus den Werten des Geschwindigkeitspotentials die Verrückungskomponenten eines Wasserteilchens nach den zwei Koordinatenachsen berechnen und dadurch die *Orbitalbahn* derselben ermitteln. Es zeigt sich, daß die Bahnen aller Teilchen Ellipsen sind, die in der Zeit $T = \frac{2\pi}{\sigma} = \frac{\lambda}{c}$ durchlaufen werden; es ist dies dieselbe Zeit, die die Wellenform benötigt, um die Strecke einer Wellenlänge zurückzulegen. Beide Halbachsen dieser elliptischen Bahnen nehmen mit der Tiefe ab; am Grunde muß die vertikale Achse ja verschwinden. Bei großer Wassertiefe ($h > \frac{1}{2}\lambda$) arten die Ellipsen zu Kreisen aus, die mit konstanter Winkelgeschwindigkeit σ durchlaufen werden; der Radius dieser Kreise nimmt sehr rasch mit der Tiefe ab, so daß die Wellenbewegung sich nur auf eine dünne Oberflächenschicht beschränkt.

Da in der Natur die Wellenamplitude bei ausgewachsenen Wellen immerhin so groß werden kann, daß sie nicht mehr im Verhältnis zur Wellenlänge als klein anzusehen ist, muß die Beschränkung auf kleine Bewegungen bei zunehmender Amplitude fallen gelassen werden. In erster Linie handelt es sich hier, welche zeitlich *permanente Wellenform* der Bedingung der gleichförmigen Fortpflanzung der Welle genügt. STOKES¹ hat in einer klassischen Arbeit die Grundlagen dieser Theorie gegeben, die wieder am bequemsten nach RAYLEIGH'S Methode der stationären Bewegung behandelt wird.

Für den Fall unbegrenzter Wassertiefe kann für

$$\frac{\varphi}{c} = -x + \beta e^{\kappa y} \sin \kappa x \quad \text{und} \quad \frac{\psi}{c} = -y + \beta e^{\kappa y} \cos \kappa x$$

gesetzt werden. Die Gleichung des Wellenprofils der gestörten Oberfläche $\psi = 0$ wird allmählich durch schrittweise Annäherung aus der Form

$$y = \beta e^{\kappa y} \cos \kappa x = \beta \left(1 + \kappa y + \frac{1}{2} \kappa^2 y^2 + \dots \right) \cos \kappa x$$

¹ STOKES: On the theory of oscillatory waves. Mat. and phys. Pap. I, S. 197; siehe auch LAMB, H.: Lehrb. d. Hydrodynamik, 2. Aufl., § 246.

erhalten. Setzt man $\beta(1 + \alpha^2 \beta^2) = a$, so wird schließlich bei Berücksichtigung der Glieder der Ordnung $\frac{a^3}{\lambda^3}$

$$y - \frac{1}{2} \alpha a^2 = a \cos \alpha x + \frac{1}{2} \alpha a^2 \cos 2 \alpha x + \frac{3}{8} \alpha^3 a^3 \cos 3 \alpha x + \dots \quad (9.7)$$

Bei steigender Wellenamplitude entfernt sich somit das Wellenprofil immer mehr von der Form einer einfachen Cos-Welle; soweit die Glieder in (9.7) hingeschrieben sind, entspricht das Wellenprofil jenem einer *Trochoide*, bei der der Umfang des rollenden Kreises $\lambda = \frac{2\pi}{\alpha}$ und die Armlänge des erzeugenden Punktes a ist.

Durch die Bewegungsgleichung (9.2) läßt sich auch die Bedingung gleichförmigen Druckes längs des Wellenprofils $\psi = 0$ in einfacher Weise erfüllen; sie ergibt eine Beziehung zwischen Fortpflanzung des Wellenzuges und der Wellenlänge in der Form

$$c = \left[\frac{g\lambda}{2\pi} (1 + \alpha^2 a^2) \right]^{1/2}. \quad (9.8)$$

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit solcher Wellen permanenten Profils ist etwas größer als die von Wellen kleinster Amplitude (siehe Gleichung (9.4)) und nimmt etwas mit steigender Amplitude zu.

Schon die trochoidale Form zeigt, daß im Wellenprofil die Kämme schärfer, die Täler flacher sind als bei dem einfachen harmonischen Verlauf der äußeren Wellenumgrenzung. Diese Eigentümlichkeit steigert sich bei weiter zunehmender Amplitude, wo dann auch die Trochoide nicht mehr den Bedingungen genügt. Würde nämlich die Trochoide auch weiterhin genau dem Wellenprofil entsprechen, dann hätte die Grenzform an den Kämmen Spitzen (Zykloide), wie sie die GERSTNERschen Wellen in ihrer Grenzform aufweisen. J. H. MICHELL¹ hat das extreme Wellenprofil, das sich überhaupt einstellen kann, näher untersucht und, wie schon STOKES nachweisen konnte, gefunden, daß das Profil bei größter Wellenamplitude an den Kämmen *scharfe* Winkel von 120° besitzt; hierbei war das Verhältnis der Höhe zur Länge dieser Wellen 0,142, etwa $\frac{1}{7}$ und ihre Wellengeschwindigkeit 1,2mal größer als bei Wellen sehr geringer Höhe.

Abb. 62 gibt die Änderung des Wellenprofils bei steigender Wellenamplitude in drei Fällen graphisch wieder; die oberste Kurve ist bei sehr kleiner Wellenhöhe ein einfacher harmonischer Wellenzug, die zweite Kurve gibt eine Trochoide, bei der $\frac{a}{\lambda} = 0,070$ ist und die dritte Kurve die extreme Welle MICHELLS, bei der zum Vergleich fein punktiert eine harmonische Welle und gestrichelt eine trochoidale Welle gleicher Amplitude eingezeichnet ist. Die Abbildung gibt die Formen der Wellen-

¹ MICHELL, J. H.: The highest waves in water. *Philosophic. Mag.*, Ser. 5, Bd. 36, S. 430. 1893.

profile, wie sie sich *nacheinander* bei zunehmender Amplitude einstellen müssen.

Die STOKESSchen Wellen permanenten Typus haben, worauf besonders zu achten ist, die Eigentümlichkeit, daß sie in bezug auf das ungestörte Wasser ein gewisses Bewegungsmoment in der Richtung der Fortpflanzung der Wellen besitzen. Dies besagt, daß die Orbitalbahnen bei diesen fortschreitenden Wellen nicht in sich geschlossen sind, sondern daß neben solchen ein langsames, aber stetiges Fließen des Wassers in der Richtung der Wellenbewegung vorhanden ist. Diese Strömung nimmt aber von der Oberfläche nach unten sehr rasch ab. Für die Entstehung solcher Wellen permanenten Typus kann dieser

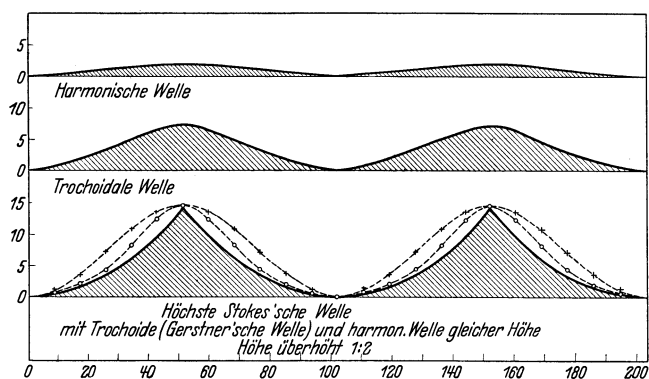


Abb. 62. Änderung des Wellenprofils bei steigender Wellenamplitude.

$$\left(\begin{array}{l} \lambda = 102, \quad \frac{h}{\lambda} \\ \text{bei der harmonischen Welle } 0,0196 \\ \text{bei der trochoidalen Welle } 0,070 \\ \text{bei höchster STOKESSchen Welle (MICHELL) } 0,142 \end{array} \right).$$

Umstand jedoch nicht als ungünstig angesehen werden. Die äußere Ursache der Wellenbewegung (siehe später) ist doch im Auftreten einer Luftströmung an der Oberfläche des Wassers gegeben, die an sich schon eine stetige Wasserbewegung (Windtrift) erzeugt, die hier zusammen mit der einsetzenden Wellenbewegung zur Wellenbildung notwendig erscheint. Beide Momente ergänzen sich, so daß die STOKESSche Wellentheorie mehr Beachtung, als ihr bisher zugewendet wurde, verdient.

In den Vordergrund des Interesses stand bei den Praktikern bisher mehr die Wellentheorie von GERSTNER¹, die später unabhängig von RAKINE entwickelt wurde. Für unendliche Wassertiefe ergibt sie eine mögliche Form der Wellenbewegung, bei der aber die Bewegung nicht wirbelfrei ist, wie es bei den STOKESSchen Wellen der Fall ist. Hierbei kommt noch hinzu, daß diese Wirbelbewegung der Umdrehung der Teilchen in ihren kreisförmigen Orbitalbahnen gerade *entgegengesetzt* ist. Für die Entwicklung solcher Wellenformen ist dieser Umstand nicht

¹ Abh. böhm. Ges. Wiss. 1802.

günstig, ganz abgesehen davon, daß sich aus der Ruhe heraus eine solche Wirbelbewegung durch gewöhnliche Kräfte nicht einstellen kann. Es kann gezeigt werden, daß als Grundlage für die Entstehung von Wellen der GERSTNERSchen Form eine ursprüngliche horizontale Bewegung des Wassers erforderlich ist, die der schließlichen Fortpflanzungsrichtung der erzeugten Wellen gerade entgegengesetzt ist. Der Wind ruft aber eher eine stetige horizontale Strömung in der Richtung der Wellenbewegung hervor, so daß auch dies nicht für die GERSTNERSchen Wellen spricht.

Die Wellenprofile der GERSTNERSchen Wellen sind *Trochoiden*, die Orbitalbahnen Kreise, deren Radius in geometrischer Reihe mit zunehmender Tiefe abnehmen.

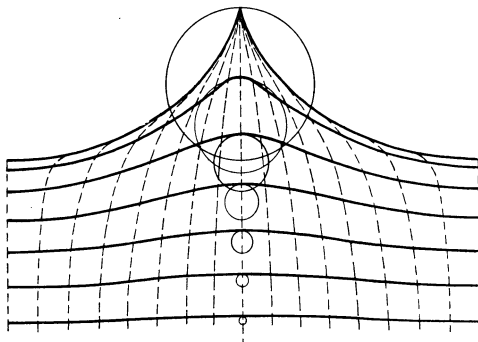


Abb. 63. Wellenprofile der GERSTNERSchen Wellen (Trochoiden). Die Kreise sind Orbitalbahnen, die gestrichelten Linien Wellenfäden beim Durchgang der Welle.

Abb. 63 gibt in den dünnen Kreisen diese Orbitalbahnen der Wasserteilchen in verschiedenen Tiefen, die gestrichelten Linien die Form, die eine vertikale Teilchenkette beim Vorübergang einer Welle nacheinander einnimmt¹, die dick ausgezogenen Linien geben mögliche Wellenprofile bei zunehmender Wellenamplitude; die

oberste zeigt die extreme, noch zulässige Form (Zyklode) bei der in den Kämmen Spitzen auftreten. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der GERSTNERSchen Wellen ist gleich jener der STOKESSchen bei sehr kleiner Amplitude (Formel (9. 4)).

Ein Vergleich der Beobachtungstatsachen mit den Ergebnissen der Theorie muß sich zunächst beschränken auf jene Bestimmungsstücke der Wellen, die sich in relativ einfacher Weise von Bord eines Schiffes aus durch unmittelbare Beobachtung (Schätzung) oder durch Messung ermitteln lassen. Es sind dies die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen c , ihre Periode T , die Wellenlänge λ und die Wellenhöhe h . Sie sind hier ungefähr in jener Reihenfolge angesetzt, die der Genauigkeit ihrer Bestimmung entspricht. Sind diese Größen durch Beobachtungen gegeben, dann lassen die Gleichungen (9. 4) und (9.5) eine erste Prüfung der Theorie zu. Folgende Tabelle ist nach den zahlreichen Beobachtungen, die PÄRIS in den verschiedenen Meeren vorgenommen hat, zusammengestellt.

¹ Betreffs der näheren Bewegungsvorgänge in fortschreitenden, trochoidalen Wellen siehe THORADE, H.: Ann. Hydr. u. mar. Meteor. 1920, S. 273.

Meeresgebiet	Geschwindigkeit in m/sec			Wellenlänge in m			Periode in sec		
	beobachtet	berechnet aus		beobachtet	berechnet aus		beobachtet	berechnet aus	
		$\sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}}$	$\frac{gT}{2\pi}$		$\frac{2\pi c^2}{g}$	$\frac{gT^2}{2\pi}$		$\sqrt{\frac{2\pi\lambda}{g}}$	$\frac{2\pi c}{g}$
Atlantisches Passatgebiet	11,2	10,8	10,5	65	70	61	5,8	6,0	6,2
Indisches Passatgebiet	12,6	13,1	13,7	96	88	104	7,6	7,3	6,9
Südatl. Westwindgebiet	14,0	15,5	17,1	133	109	163	9,5	8,6	7,8
Indisches Westwindgebiet	15,0	15,2	13,7	114	125	104	7,6	8,0	8,3
Ostchinesisches Meer	11,4	11,9	12,4	79	72	86	6,9	6,6	6,3
Westl. Stiller Ozean	12,4	13,6	14,7	102	85	121	8,2	7,5	6,9

Diese Tabelle und auch andere Zusammenstellungen älterer und neuerer Beobachtungen¹ zeigen bei Zusammenfassung von vielen Beobachtungen zu Mittelwerten für diese im allgemeinen eine leidlich gute Übereinstimmung zwischen Beobachtung und Theorie bei den Werten der Geschwindigkeit und der Periode; weniger gut ist sie bei den Wellenlängen. Daraus ist geschlossen worden, daß die Trochoidentheorie eine ausreichende Bestätigung durch die Beobachtungen gefunden hat. Das Verhältnis von Wellenhöhe zu Wellenlänge hat PARIS aus etwa 4000 Messungen auf dem offenen Ozean im allgemeinen Mittel zu 1 : 30 bestimmt, wobei die größten Wellenhöhen etwa 12—14 m betragen.

Es ist klar, daß eine Prüfung der Theorie aus den vier oben erwähnten Bestimmungsstücken der Wellen allein stets mangelhaft bleiben muß, da ja jede der früher dargelegten Theorien für den Zusammenhang zwischen Fortpflanzungsgeschwindigkeit und Wellenlänge bzw. Periode bei Oberflächenwellen in erster Annäherung dasselbe Ergebnis liefert. Ausschlaggebender ist das *Wellenprofil*, dessen genaue Ermittlung erst durch stereophotogrammetrische Aufnahmen der Meeresoberfläche möglich wurde². Die Ausbeute dieser Methode, die sich mit der Zeit wohl zu kinematographischen stereophotogrammetrischen Wellenaufnahmen erweitern wird, ist vorläufig noch sehr gering. Die Ergebnisse der Meteor-expedition, die zahlreiche solche Aufnahmen ausgeführt hat, stehen derzeit nur in vorläufigen Mitteilungen zur Verfügung³.

Die aus den Schichtplänen in der Fortpflanzungsrichtung der Wellen

¹ Siehe KRÜMMEL: Ozeanographie, 2. Aufl., 2. Teil, S. 40ff.

² LAAS, W.: Die photographische Messung der Meereswellen. Veröff. Inst. Meereskde, N. F., A, Nr. 7. Berlin 1921.

³ SCHUMACHER, A.: Die stereophotogrammetrischen Wellenaufnahmen der Deutschen Atlantischen Expedition. Verh. d. ozeanogr. Konferenz in Berlin. Ergänzungsh. d. Z. Ges. Erdkde. Berlin 1928.

entnommenen Schnitte zeigen übereinstimmend, daß die tatsächlichen Wellenprofile von Trochoidenkurven gleicher Höhe, mit denen sie verglichen werden können, wesentlich abweichen; am ehesten war eine Übereinstimmung noch bei *schwacher* Dünung zu finden (Abb. 64, die obersten zwei Profile mit überlagerten kleinen Windseen; Meteaufnahme vom 8. Juli 1926, $22^{\circ} 9' S$, $29^{\circ} W$); bei größerer Wellenhöhe und kürzerer Wellenlänge läßt sich das Wellenprofil nur stückweise durch eine Trochoide wiedergeben (Abb. 64, die mittleren zwei Profile Windsee;

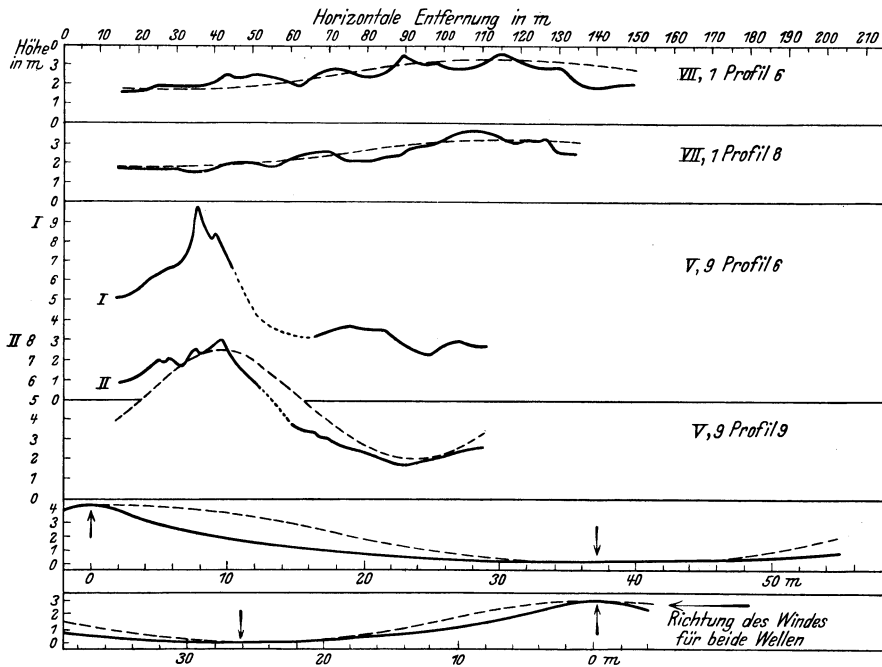


Abb. 64. Vergleich von auf stereophotogrammetrischem Wege ermittelten Wellenprofilen mit Trochoidenkurven gleicher Höhe.

Meteoraufnahme vom 23. Januar 1926, $59^{\circ} S$, $63^{\circ} 4' W$), was natürlich nicht viel besagt. Es ist auffallend, daß gerade im Wellenscheitel die Abweichungen von der Trochoide am größten sind; es zeigt sich, daß in den meisten Fällen bei etwas größerer Wellenhöhe sowohl die lee- wie die luvwärts gelegene Wellenböschung in der Nähe des Scheitels *unter* der Trochoide liegt (siehe Abb. 64, die untersten zwei Profile: Zwei Profile von Hochseewellen nach photographischen Aufnahmen an Bord des „Planet“¹). Nach der STOKESSchen Theorie und nach der extremen Wellenform von MICHELL ist aber eigentlich gerade eine solche Abweichung zu erwarten (siehe Abb. 62), was bisher durch die unberechtigte Annahme,

¹ Die Forschungsreise „Planet“ 1906/07, Bd. 7, Ozeanographie; E. KOHL-SCHÜTTER, S. 135.

daß die GERSTNERSche Trochoidentheorie die Wellenform richtig wiedergeben müsse, von allen Forschern übersehen wurde.

Beim Wellenprofilvergleich zwischen Theorie und Beobachtung ist aber bisher noch etwas unberücksichtigt geblieben, was von Bedeutung ist. Die theoretischen Wellenprofile sind unter der Annahme berechnet worden, daß die Wasseroberfläche von der darüberliegenden Luftschicht unbeeinflusst sei. Dies ist nur der Fall, wenn die Luft gegenüber dem Wasser völlig in Ruhe ist. Wind und Welle sind aber stets miteinander zusammen da und eine Beeinflussung der leicht beweglichen Wellenoberfläche durch die Luftströmung darüber deshalb durchaus möglich. Daß die dem Winde zugewandte Wellenböschung durch den Winddruck etwas eingedrückt wird, ist ohne weiteres einzusehen. Aber auch auf der leewärts gelegenen Böschung wird ähnliches eintreten. Bewegt sich der Wind rascher als die Welle, so entsteht hinter dem Wellenkamm der bekannte Hinderniswirbel, wie er in Abb. 65 angedeutet ist. Die Folge dieses Wirbels wird eine Beeinflussung des Wellenprofils in dem Sinne

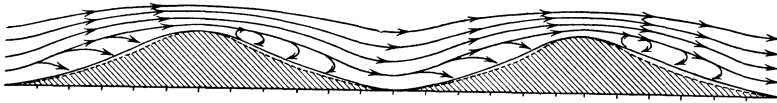


Abb. 65. Beeinflussung des Wellenprofils durch die Luftströmung darüber.

sein, daß durch den hier erzeugten Überdruck ebenfalls eine Eindrückung gegenüber einer Gleichgewichtslage eintreten wird. Die von KOHLSCHÜTTER und SCHUMACHER gefundene beiderseitige Verjüngung des Profils im Wellenscheitel läßt sich unter Berücksichtigung der Wellenform nach der STOKESSchen Theorie und eines sicher vorhandenen Windinflusses erklären. Nähere Untersuchungen sind aber erst möglich, wenn ein reicheres Material an stereophotogrammetrischen Wellenaufnahmen vorliegen wird.

3. Entstehung, Umformung und Ausbreitung der Wellen, Brandung.

Schon primitive Beobachtungen lassen erkennen, daß der Wind, der über die Oberfläche einer glatten Wasserschicht bläst, auf dieser eine Wellenbewegung erzeugt und erhält. Es ist aber bisher nicht möglich gewesen, mehr als eine allgemeine Erklärung zu geben, welchen Umständen in erster Linie die Erzeugung der Wellenbewegung zuzuschreiben ist. Die Hydrodynamiker haben nachgewiesen, daß es unter dem gemeinsamen Einfluß von Schwere und Oberflächenspannung eine minimale Wellengeschwindigkeit von 23,2 cm/sec und eine minimale Wellenlänge von 1,73 cm gibt; Werte unter diesen können bei der Wellenbildung nicht vorhanden sein. Man hat daraus geschlossen, daß ein Wind von geringerer Geschwindigkeit als 23,2 cm/sec nicht imstande

ist, Wellen, die zufällig entstanden sind, zu verstärken; solche Wellen würden unter Einwirkung der Zähigkeit (Reibung) um so rascher vernichtet, je kleiner ihre Wellenlänge ist. Diese Schlußfolgerungen standen in Übereinstimmung mit Beobachtungen von SCOTT RUSSELL¹, der den Prozeß der ersten Wellenentstehung und ihrer weiteren Entwicklung genau, ausführlich und äußerst anschaulich beschrieben hat.

Nach ihm vermag eine Luftströmung von weniger als $\frac{1}{2}$ Meile pro Stunde (23 cm/sec) kaum die Glätte der spiegelnden Oberfläche zu stören; gelegentliche kleine Störungen (Kräuselwellen) verschwinden sofort wieder. Erst wenn der Wind eine Geschwindigkeit zwischen $\frac{1}{2}$ und 2 Meilen pro Stunde (etwa 23 bis 90 cm/sec) angenommen hat, zeigen sich kleine Wellen, die dem gemeinsamen Einfluß von Oberflächenspannung und Schwere zuzuschreiben sind. Regelmäßige Wellen mit Wellenlängen von etwa 5 cm treten nach SCOTT RUSSELL erst auf, wenn die Windgeschwindigkeit auf etwa 2 Meilen pro Stunde (etwa 90 cm/sec) gestiegen ist. Diese Wellen, bei denen der Einfluß der Kapillarität gegenüber dem der Schwere schon zurücktritt, wachsen dann unter Einwirkung des Windes rasch an.

Diese Beobachtungen von SCOTT RUSSELL scheinen wohl mehr auf Schätzungen als auf direkte Messungen zu beruhen und bedürfen sowohl was die Festsetzung der minimalen Windstärken, bei der Wellenbildung eintritt, als auch was die theoretische Deutung der ersten Wellen, die sich bilden, einer Überprüfung. H. JEFFREYS hat die von Lord KELVIN und später von H. HELMHOLTZ gegebene Theorie der Wellenbildung an der Grenze zweier mit bestimmten Geschwindigkeiten sich bewegenden Flüssigkeiten² weiter entwickelt und ist zu sehr interessanten Schlußfolgerungen betreffs der Faktoren, die zur Wellenbildung beitragen, gelangt. Ist die Dichte und die Geschwindigkeit der oberen Flüssigkeit ρ' und U' , hingegen ρ und U diese Größen für die untere Flüssigkeit und bezeichnet man die Größe $\frac{\rho U + \rho' U'}{\rho + \rho'}$ als die mittlere Geschwindigkeit der beiden Strömungen, so haben Wellen an der Grenzfläche gegenüber dieser Geschwindigkeit eine Geschwindigkeit c , welche durch

$$c^2 = c_0^2 - \frac{\rho \rho'}{(\rho + \rho')^2} (U - U')^2$$

gegeben ist. c_0 ist hierbei die Wellengeschwindigkeit, wenn die Flüssigkeiten ohne Bewegung sind ($U = U' = 0$); siehe S. 185, Gl. (9. 19).

Aus dieser Beziehung folgt, daß der Wert von c imaginär wird, wenn

$$U - U' > \left(\frac{g \lambda}{2\pi} \frac{\rho^2 + \rho'^2}{\rho \rho'} \right)^{1/2}$$

¹ SCOTT RUSSELL: On waves. Brit. Assoc. Report. 1844, S. 317.

² Siehe LAMB, H.: Hydrodynamik, 2. Aufl., §§ 232 und 265.

wird. Dies deutet auf Labilität der Störung hin und zeigt, da der rechte Ausdruck mit λ unbegrenzt abnimmt, daß der *geringste* Wind genügt, um auf einer Wasseroberfläche Kräuselwellen zu erzeugen.

Dies gilt aber nur solange, als keine weiteren Einflüsse vorhanden sind, welche die Wellenbildung beeinflussen können. Da anscheinend durch die Beobachtungen eine *minimale* Wellengeschwindigkeit gegeben ist, bei der Wellen auf einer glatten Wasseroberfläche sich zu bilden beginnen, scheinen diese Einflüsse bei der Wellenbildung von ausschlaggebender Bedeutung zu sein. Um nun entscheiden zu können, welcher Art die Einflüsse sind und welchem derselben die Hauptrolle zufällt, untersucht JEFFREYS¹ der Reihe nach mehrere dieser Einflüsse auf theoretischem Wege. Zunächst wird der Einfluß der *Kapillarität*, die neben der Schwere in Erscheinung tritt, wenn die Wellenlängen klein sind, behandelt. Er findet, daß eine glatte Oberfläche noch verträglich ist, wenn $U - U' = 640$ cm/sec beträgt. Erst für eine Geschwindigkeit, die diesen Wert übersteigt, tritt die Bildung kleiner Wellen auf, die mit einer Geschwindigkeit von 23,2 cm/sec wandern und deren Wellenlänge 1,8 cm beträgt.

Der zweite Einfluß, den JEFFREYS näher untersucht, liegt im *regellos wirbelnden Verhalten* des Windes; die Turbulenz desselben greift in die Wellenbewegung durch Ausbildung normaler und tangentialer Zugkräfte ein, die gewiß die Wellenbildung fördern. Eine plausible Annahme über diese Zugkräfte, die aus der Theorie der Drucke, die von einer Strömung auf eine ebene Lamelle ausgeübt werden, übernommen wurde, führt JEFFREYS zur Abschätzung dieses Einflusses der Turbulenz. Bedeutet s eine Zahl, die den Anteil der Welle angibt, der der Wirkung des Windes ausgesetzt ist, so wird die kritische Windgeschwindigkeit, bei der Wellenbildung beginnt, gegeben durch

$$V = 73 s^{-1/3} \text{ cm/sec,} \quad \text{wobei für die Wellenlänge die Beziehung}$$

$$\lambda = 3,67 s^{-2/3} \text{ cm} \quad \text{besteht. Folgende kritische Werte der}$$

Geschwindigkeit V gehören zu folgenden Längen der Initialwellen:

V cm/sec:	104	110	116
s	: 0,318	0,269	0,229
λ cm	: 8,0	8,8	9,8

Wellenbildung setzt also hier wesentlich früher ein, als bei alleiniger Berücksichtigung der kapillaren Kräfte und der Schwere.

Der dritte Einfluß, den JEFFREYS untersucht, betrifft die *Grenzflächenreibung*, die er nach den Ansätzen auf S. 64 proportional der Dichte der Flüssigkeit und dem Quadrate der Geschwindigkeit ansetzt. Hier ergibt die Theorie, daß der kleinste Wert der Windgeschwindigkeit, der Wellenbildung verursacht, 480 cm/sec und die Länge dieser ersten Wellen 140 cm beträgt.

¹ JEFFREYS, H.: On the formation of water waves by wind. Proc. roy. Soc. Lond. (A), Bd. 107. 1925 and Bd. 110. 1926.

Zur Prüfung dieser theoretischen Ergebnisse hat JEFFREYS instrumentelle Beobachtungen über Wellenbildung vorgenommen; sie zeigten, daß regelmäßige Wellen erst bei einer Windgeschwindigkeit von 116 bis 122 cm/sec auftraten; Kräuselungen erschienen auf einem Weiher erst bei Geschwindigkeit von 110 cm/sec. Diese Geschwindigkeiten sind vielfach kleiner als jene, die bei alleiniger Einwirkung der kapillaren Kräfte bzw. der Grenzflächenreibung als Minimalgeschwindigkeiten zur Erzeugung von Wellen als notwendig gefunden wurden. Hingegen ist, wie obige Zusammenstellung zeigt, eine befriedigende Übereinstimmung, mit den Werten der Turbulenztheorie vorhanden. Der springende Punkt der Beweisführung wäre durch einen Vergleich der theoretisch ermittelten und beobachteten Länge der Wellen, die bei der kritischen Windgeschwindigkeit auftreten, zu erbringen. Leider zeigt sich, daß die Messung dieser Wellenlängen sehr schwierig ist; meistens bildet sich durch Wind eine ganze Gruppe von wandernden Wellen und in dieser laufen die längeren schneller als die kürzeren, so daß die Vorderseite der Gruppe von längeren, die Rückseite von kürzeren gebildet wird. JEFFREYS hat stets auf der Rückseite der Gruppen beobachtet und bei Windgeschwindigkeiten von 120 cm/sec Wellenlängen zwischen 6 und 8 cm gefunden. Diese Werte sind etwas kürzer als die theoretisch geforderten, aber es ist wahrscheinlich, daß die Mehrzahl der Wellen in der Mitte einer Gruppe der theoretischen Länge sehr nahe kommt. Die Beobachtungen JEFFREYS erlauben den Schluß, daß weder den Kapillarkräften noch der Grenzflächenreibung, sondern in erster Linie der ungeordneten Bewegung der Luft im Winde (seiner Turbulenz) und der Verschiedenheit des Winddruckes in Front und im Rücken der Wellen der Hauptanteil bei der Bildung und Erhaltung der Wasserwellen zukommt. Noch einige andere Punkte der Wellenbildung, auf die hier nicht näher eingegangen werden kann, finden durch die Turbulenztheorie eine befriedigende Erklärung. Aber weitere Beobachtungen sind wohl noch notwendig, um die Widersprüche, die zwischen den Beobachtungen von SCOTT RUSSELL und JEFFREYS bestehen, aufzuklären.

Die Hypothese, daß die Wellenbildung und ihre Erhaltung in erster Linie eine Wirkung der Turbulenz des Windes ist, erklärt die Tatsache, daß in einiger Entfernung vom Lande bei einigermaßen bewegter See die Wellen nicht in regelmäßigen langkämmigen Zügen erscheinen, sondern die Meeresoberfläche in der Regel ein wirres Durcheinander von Wellentälern und Wellenbergen (Kreuzsee) darstellt, wobei die Länge des Kammes jeder Welle von der Größenordnung der Entfernung zweier aufeinander folgender Wellen ist. Im tiefen Wasser ist somit die Wellenerscheinung ein *dreidimensionales* Phänomen. Da nachgewiesenermaßen (G. J. TAYLOR, W. SCHMIDT u. a.) die Turbulenzstärke des Windes in seiner Richtung, wie senkrecht dazu, nahezu gleich groß ist, wird die Turbulenz Wellenbildung nach beiden Richtungen hervor-

rufen und erhalten, was tatsächlich die Beobachtungen zeigen. Die Wellen verschiedener Länge und Höhe, sowie verschiedener Fortpflanzungsrichtung überlagern sich und ergeben so die *Kreuzsee*. Aber es ist klar, daß sich die höheren Wellen gemäß der größeren Energie¹ gegenüber Turbulenz und Reibung länger als die niedrigen halten werden. Deshalb ist auch der windgeschützte Abhang einer großen Welle meistens glatter als der dem Wind ausgesetzte.

Es ist vielleicht hier der Platz, auf eine Erscheinung hinzuweisen, die, wie es den Anschein hat, ziemlich häufig aufzutreten pflegt. Es zeigt sich, daß, abgesehen von der dreidimensionalen Ausbildung der Wellen selbst, nicht alle einander folgenden Wellen gleiche Höhe haben, sondern bei stark bewegter See die hohen Wellen *gruppenweise* auftreten und diese Gruppen getrennt sind von einem Raume, in dem die Wellen auffallend niedrig sind. Auf welche Weise diese Aufeinanderfolge erfolgt, variiert stark; meistens ist die dritte oder vierte Welle die höchste; an der Küste Guineas scheint die siebente oder achte das Maximum zu bringen, an der Westküste Zentralamerikas soll die vierte oder fünfte die höchste sein. Diese Erscheinung läßt sich als reine Interferenzerscheinung verstehen. Die Superposition zweier einfacher fortschreitender Wellensysteme gleicher Amplitude ergibt

$$\begin{aligned} \eta &= a \sin(\kappa x - \sigma t) + a \sin(\kappa' x - \sigma' t) \\ &= 2a \cos \left[\frac{1}{2}(\kappa - \kappa')x - \frac{1}{2}(\sigma - \sigma')t \right] \sin \left[\frac{1}{2}(\kappa + \kappa')x - \frac{1}{2}(\sigma + \sigma')t \right] \quad (9.9) \end{aligned}$$

Man erkennt, daß, wenn $\kappa \neq \kappa'$ ist, aber doch sehr nahe gleich, die Überlagerung einer Welle gleicht, deren Wellenlänge und Periode den Mittelwerten dieser Größen der beiden Einzelwellen entsprechen, deren Amplitude aber stark, von 0 bis $2a$, schwankt. Die Wasseroberfläche bietet dann das Aussehen einer Reihe von *Wellengruppen*, welche in gleichen Abständen von Streifen fast ungestörten Wassers getrennt sind. Jede Gruppe bewegt sich für sich mit einer bestimmten Geschwindigkeit. Der Abstand der Mittelpunkte zweier aufeinander folgender Gruppen ist $\frac{2\pi}{\kappa - \kappa'}$, die Zeit, welche eine Gruppe benötigt um diese Strecke zu durchlaufen ist $\frac{2\pi}{\sigma - \sigma'}$, so daß die „Gruppengeschwindigkeit“

$U = \frac{\sigma - \sigma'}{\kappa - \kappa'}$ ist². Wählt man $\lambda' = \lambda + \Delta\lambda$ und läßt $\Delta\lambda$ klein sein, berücksichtigt ferner die Beziehungen (9.4) und (9.5), so erhält man nach einigen Umformungen mit genügender Genauigkeit

$$U = \frac{1}{2}c. \quad (9.10)$$

¹ Bei Wellen der Höhe $2a$ ist die Wellenenergie pro Einheit der Meeresoberfläche $\frac{1}{2}g\rho a^2$.

² Siehe LAMB: Hydrodynamik, 2. Aufl., § 234.

Die Wellengruppen wandern mit der *halben* Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen; ihr gleich wird ihre Geschwindigkeit, nur dann, wenn c von λ unabhängig ist. Richtet man die Aufmerksamkeit auf einzelne Wellen, so bemerkt man, daß ihre Lage innerhalb einer Gruppe nicht gleich bleibt, sondern daß sie durch die Gruppe fortschreiten, wobei jede einzelne zuerst an Höhe zu, dann abnimmt; sie wandern gleichsam von der Hinterseite auf die Vorderseite der Gruppe, so daß dadurch Untersuchungen über die Fortpflanzungsgeschwindigkeit solcher Wellen schwierig werden.

Diese einfachen theoretischen Überlegungen gewähren manchen Einblick in Wellengruppen, die an der Oberfläche des Meeres häufig sich einstellen und dürften bei dem Phänomen der Wiederkehr besonders hoher Wellenberge manches verständlich machen. Abb. 66 gibt die Aufzeichnungen eines Petravíč-Pendels, das an Bord des „Meteor“ bei gestoppten Maschinen die Hebungen und Senkungen des Schiffes durch die anrollenden Wellen registrierte. Die Aufzeichnungen können als eine Registrierung der vorbeiziehenden Wellen gedeutet werden; man erkennt das Auftreten von Wellengruppen, die im obigen Sinne als einen Ausfluß der Überlagerung zweier nahezu gleich langer Wellensysteme aufzufassen sind.

Die Erfahrung zeigt, daß bei zunehmender Windstärke die Höhe der Wellen rasch wächst und verhältnismäßig bald die Wellen auf ihren Kämmen *Schaumbildung* zeigen. Meistens wird diese Schaumbildung als eine selbstverständliche Folgerung aus der Trochoidentheorie der Wellen hingestellt: Steigert sich die Höhe der Welle über jene Höhe, die durch die Spitzenzykloide gekennzeichnet ist, so muß es in den Kämmen zu diskontinuierlichen Bewegungen der Wasserteilchen kommen, was sich im Zusammenfallen des Wellenkammes und in Schaumbildung äußert. Nach den Ausführungen über die Änderung des Wellenprofils mit steigender Wellenhöhe ist diese Erklärung aber kaum haltbar. Die Ursache des Schäumens in den Wellenkämmen wird leicht verständlich, wenn man etwas tiefer in das Wesen des Wellenvorganges selbst eindringt.

Es sei in Abb. 67 W eine sich in horizontaler Richtung ausdehnende wellenförmige Wand; sie begrenze einen von links nach rechts gehenden Flüssigkeitsstrom. Durch die Bewegung der Flüssigkeit werden Druckkräfte auf die Wand ausgeübt, und zwar wird, da an den Stellen B (größerer Querschnitt) die Geschwindigkeit der Strömung

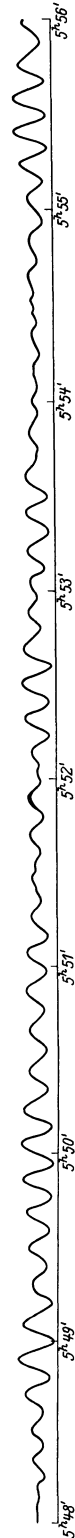


Abb. 66. Aufzeichnung anrollender Wellen durch ein Petravíč-Pendel. „Meteor“ 30. März 1925, nachm.

kleiner als an den Stellen T (kleiner Querschnitt) ist, bei B ein Überdruck, bei T ein Unterdruck erzeugt. Die Strömung ruft demnach eine derartige Verteilung von Druckkräften auf die Wand hervor, daß sich die vorhandenen Ausbiegungen durch sie vergrößern würden. Wäre die Wand unendlich biegsam und dehnbar, so könnte die Strömung sich so nicht halten (Flattern der Segel!). Wirkt nun in der Flüssigkeit in der Richtung S die Schwere, so erzeugt diese ebenfalls Druckkräfte, die nach unten hin zunehmen. Zur Erhaltung der gewellten Oberfläche müßte an den Stellen T der Druck größer sein als an den Stellen B .

Strömung und Schwere erzeugen demnach Druckdifferenzen zwischen B und T und es ist klar, daß man eine Stromgeschwindigkeit der Flüssigkeit finden kann, bei der sich die aus beiden Ursachen sich ergebenden Druckdifferenzen zwischen B und T gerade aufheben. Dann kann man die Wand W entfernen, ohne daß die Flüssigkeitsoberfläche sich ändern würde. Wir haben dann eine Flüssigkeitsströmung mit wellenartig gekrümmter Oberfläche, wie sie hinter Stromhindernissen aufzutreten pflegt. Denkt man sich den ganzen Vorgang von einem Beobachter aus beschrieben,

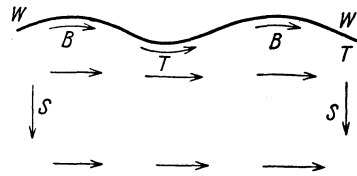


Abb. 67.

der sich mit der inneren Geschwindigkeit der Strömung nach rechts bewegt, so ist dies der gewöhnliche Fall fortschreitender Wellen: Die Flüssigkeit in der Tiefe ruht für den Beobachter und die Berge B und die Täler T der Wellen wandern mit der konstanten Geschwindigkeit nach links.

Die Möglichkeit des Wellenvorganges¹ beruht also darauf, daß die statisch und dynamisch zwischen Oberflächenpunkten verschiedener Höhe erzeugten Druckdifferenzen sich stets gerade aufheben. Dies gilt natürlich nur bei *stationären* Verhältnissen, wenn die Luftbewegung über der Wasseroberfläche genau der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen entspricht. Bei nicht stationären Verhältnissen, also bei wachsender Windstärke, wird zwar der Strömungsüberdruck in der Welle gleich bleiben, aber der Unterdruck in der rascher strömenden Luft darüber wird größer. In den Wellenkämmen ist dann ein Drucküberschuß auf Seite des Wassers vorhanden und die Grenze zwischen Luft und Wasser wird sich nach oben verschieben. Die Welle wird an Höhe zunehmen. Wenn aber dieser Drucküberschuß die Oberflächenspannung des Wassers übertrifft, erfolgt die Verschiebung stürmisch und un stetig: Das Wasser mischt sich mit Luft, es bildet sich Schaum auf den Wellenkämmen. Man kann deshalb die Schaumbildung, die meist bei einer Windstärke

¹ Siehe EINSTEIN, A.: Elementare Theorie der Wasserwellen und des Fluges. Naturwiss. 1916, S. 509.

Beaufort 4 einsetzt, als eine *Saugwirkung* der Luft gegen das Wasser ansehen. Dieser Art von Schaumbildung, die die Teile der Wellenkämme auf der Vorder- wie Hinterseite der Welle regelmäßig einnimmt, steht jene Schaumbildung gegenüber, die sich einstellt, wenn durch Steigerung der unsymmetrischen Wellenform ein Überkippen des Wellenkammes eintritt; hier sind es äußere Umstände, die eine Unstetigkeit in die Wellenbewegung tragen. Wir kommen darauf noch zurück.

Die ungleichmäßige, von der Wellenlänge abhängige Fortpflanzungsgeschwindigkeit der im Windgebiet entstandenen Wellensysteme bedingt in der weiteren Ausbreitung derselben eine Auslese der langen Wellen gegenüber den kurzen. Die „Windsee“ muß ihren Charakter ändern, wenn sie dem direkten Windeinfluß entzogen wird. Die kleinen Unebenheiten, die mit der Unruhe des Windes zusammenhängen, verschwinden allmählich und es bleiben die langkämmigen Wellen mit abgerundeten Formen und Perioden, die im gewöhnlichen Seegang ganz von den kürzeren Wellen unterdrückt werden, übrig. Diesen Seegang nennt man „Dünung“.

Die größten Störungen erleiden die Wellen, wenn sie im Bereich von Flachküsten auf seichtes Wasser gelangen; sie bedingen die Erscheinung der *Brandung*. Es ist höchst auffallend, daß, während in größerer Entfernung von der Küste gegen den freien Ozean hinaus die Wellenbewegung äußerst unregelmäßig ist und die Kreuzsee die hauptsächlichste und häufigste Art der Bewegung darstellt, in Küstennähe der Typus der Wellenbewegung sich durchaus ändert. In einiger Entfernung von der Küste drehen sich die Wellenkämme parallel zur Küstenlinie und bilden sich zu *langkämmigen* Wellenserien um, die nun parallel zur Strandlinie dieser zueilen, bis sie sich überschlagen (Brandung).

Eine genaue mathematische Analyse dieser Erscheinung ist wegen einiger Schwierigkeiten noch nicht genügend ausgeführt worden, obgleich Anfänge hierzu vorliegen; aber in qualitativer Hinsicht läßt sich manches aus einfachen Fällen und aus Beobachtungen und Versuchen ableiten. Bekanntlich sind bei ebenem Boden und größerer Wassertiefe die Orbitalbahnen in Wellen größerer Amplitude im allgemeinen Ellipsen, deren Ebenen senkrecht zur Wellenfront und senkrecht zum ungestörten Wasserniveau stehen (siehe S. 159). Die horizontale Achse ist die größere, die vertikale die kleinere. Pflanzt sich das Wellensystem parallel zu einer sanft abfallenden Strandfläche fort, so müssen mit Annäherung an die Küste die Orbitalbahnen sich immer mehr aus der senkrechten Ebene herausneigen, bis sie ganz in die Ebene der Strandfläche fallen. Die transversale horizontale Komponente der Bewegung wird in diesen geneigten Ellipsen die vertikale übersteigen, wenn der Winkel, den die Orbitalbahn mit der Vertikalen bildet, 45° überschreitet. Zu dieser infolge abnehmender Tiefe auftretenden Umlegung der Orbitalbahnen kommt noch der Umstand hinzu, daß die Geschwindigkeit der Fort-

pflanzung der Wellen bei abnehmender Wassertiefe ebenfalls abnimmt. In der Nähe des Strandes werden gegen weiter draußen die Wellenkämme zurückbleiben und sich allmählich parallel zur Strandlinie stellen.

Die vertikalen Verschiebungen innerhalb der Wellen bleiben natürlich für ihre Fortpflanzung dynamisch stets die ausschlaggebenden, aber in geometrischer Beziehung werden die Verhältnisse der Bewegung am deutlichsten, wenn sie in ihrer horizontalen Projektion betrachtet und zur Darstellung gebracht werden. Abb. 68 gibt nach V. BJERKNES¹ ein Beispiel einer solchen Darstellung, und zwar in *A* für eine Welle, die sich westwärts, in *B* für eine solche, die sich ostwärts bewegt; die Strandfläche (punktiert), auf der die Wellen auflaufen, ist in beiden Fällen gegen Norden geneigt; im Falle *A* ist die Orbitalbewegung zyklonisch

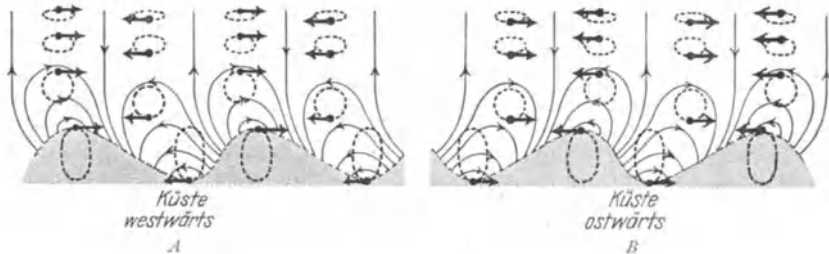


Abb. 68. Auflaufen der Welle auf einen sehr flachen Strand. Horizontale Komponente der Stromlinien und der Orbitalbahnen. *A*: westwärts, *B*: ostwärts wandernde Welle.

im Falle *B* hingegen antizyklonisch. Die ausgezogenen Linien geben die Stromlinien der Bewegung; die Front der Welle ist in Küstenferne senkrecht zum Küstenverlauf; mit Annäherung an die Strandlinie dreht sie sich immer mehr ihr parallel; die Wellen laufen an der Strandfläche in *A* der Reihe nach von Osten gegen Westen, in *B* von Westen gegen Osten auf.

Das oben erwähnte Phänomen der Ausbildung einer *langkämmigen Brandung* aus der Kreuzsee in offene See hat H. JEFFREYS² kürzlich zum Gegenstand einer sehr interessanten theoretischen Untersuchung gemacht. Es läßt sich wohl denken, daß diese auffällige Erscheinung entweder eine Wirkung des Umstandes ist, daß die Höhe der Wellen, wenn sie sich gegen den sanft ansteigenden Strand zu bewegen, schließlich mit der Tiefe des Wassers vergleichbar wird, oder daß die Reduktion der Wassertiefe eine wesentlich stärkere Vergrößerung der Amplituden langkämmiger Wellen als jener der kurzkämmigen Wellen bedingt. H. JEFFREYS zeigt, daß die erstere Alternative die richtige ist.

¹ BJERKNES, V.: On the dynamics of the circular vortex usw. Geofys. Publ., Bd. 2, Nr. 4. Oslo 1921.

² JEFFREYS, H.: On water waves near the shore. Philosophic. Mag., Bd. 48. 1924.

Es hat schon AIRY¹ gezeigt, daß, im Falle daß die Wellenamplitude gegenüber der mittleren Wassertiefe nicht mehr klein ist, selbst bei sonst unveränderten Verhältnissen die Wellen nicht mehr ohne Gestaltveränderung sich fortpflanzen. Da die Wellengeschwindigkeit mit zunehmender Erhebung größer wird, wird auch die Wellenneigung auf der Vorderseite steiler, auf der Hinterseite sanfter. Dies steigert sich, bis ein Zustand eintritt, in dem die vertikalen Beschleunigungen gegenüber den horizontalen nicht mehr vernachlässigt werden können. Die Welle überschlägt sich schließlich und bricht nach vorne über.

In theoretischer Hinsicht läßt sich der Anfang der Ausbildung eines unsymmetrischen Wellenprofils leicht geben; es zeigt sich, daß zum einfachen Wellensystem noch ein zweites Glied hinzutritt, das eine Verlängerung der Zeit des Fallens und eine Verkürzung der Zeit des Steigens des Wasserspiegels bedingt. Das entsprechende Wellenprofil ist durch die Gleichung (9. 11) gegeben.

$$\eta = a \cos \kappa (x - ct) + \frac{3}{4} \frac{g \kappa a^2}{c^2} x \sin 2 \kappa (x - ct). \quad (9. 11)$$

Daß ein Zusatzglied x außerhalb der trigonometrischen Funktion auftritt, deutet darauf hin, daß die Annäherung bei Erreichung eines gewissen x ungültig wird. Aber schon dies zeigt, daß die Unsymmetrie des Wellenprofils immer stärker wird und nach Ablauf einer nur relativ wenige Wellenlängen umfassenden Strecke ein Umkippen der Welle erfolgt. Dies wird der Fall sein, wenn $\frac{3}{4} \frac{g \kappa a}{c^2} x$ der Einheit vergleichbar wird, so daß dann in der Folge das zweite Glied das Übergewicht erhalten würde. Die Strecke, die die Welle zurücklegen kann, ohne umzukippen, ist somit in roher Annäherung $\frac{4}{3} \frac{c^2}{g \kappa a}$.

Das in (9. 11) gegebene Wellenprofil gilt nur für einfache Wellenzüge *zweidimensionaler* Form. JEFFREYS untersucht in ganz ähnlicher Form die Verhältnisse bei einer Kreuzsee (dreidimensionales Wellensystem), wo die noch ungestörte Wellenform etwa durch

$$\eta = b \cos \kappa' (x - c't) \cos \mu y$$

gegeben ist. Er findet nun, daß, wenn b der Tiefe des Wassers vergleichbar wird, auch hier eine Umformung der Wellenprofile eintritt, und zwar wird in erster Annäherung das Wellenprofil

$$\eta = b \cos \kappa' (x - c't) \cos \mu y + \frac{3}{8} \frac{g \kappa' b^2 c'^2}{c^4} x \sin 2 \kappa' (x - c't) \cos 2 \mu y. \quad (9. 12)$$

Auch hier gilt die Annäherung nur, solange der Ausdruck $\frac{3}{8} \frac{g \kappa' b c'^2}{c^4} x$ mit der Einheit vergleichbar bleibt. Ein Umkippen der Wellenkämme

¹ AIRY: Tides and waves, § 198; siehe auch LAMB: Hydrodynamik, 2. Aufl., § 185.

erfolgt also hier etwa in einer Entfernung, die der Größe $\frac{3}{8} \frac{c^4}{g \kappa' b c'^2}$ entspricht.

Um zu sehen, welches Wellensystem sich länger hält, ob ein zweidimensionales oder ein dreidimensionales, bilden wir das Verhältnis der entsprechenden Strecken bis zum Zusammenbruch der Wellen; es ist $\frac{\kappa' c'^2 b}{2 \kappa a c^2}$. Da c' jedenfalls größer als c ist, solange μ nicht groß gegen κ' ist, wird dieses Verhältnis größer als $\frac{\kappa' b}{2 \kappa a}$ sein.

Nun folgt aus den Beobachtungen, daß fern von der Küste die langkämmigen Wellen so gering an Höhe sind, daß sie gegenüber den kurz-kämmigen Wellen der Kreuzsee fast unbeachtet bleiben; b ist somit vielmals größer als a . Außerdem erscheinen die kurz-kämmigen Wellen der Kreuzsee als kurzweilig gegenüber den langen Wellenlängen der langkämmigen Wellen; es ist somit $\kappa' > \kappa$. Aus beiden Gründen ist dann das obige Verhältnis sehr groß, d. h. mit Vorrücken eines komplizierten Wellensystems auf seichtem Wasser werden die kurz-kämmigen Wellenbestandteile relativ rasch (auf kurzer Strecke) durch Zusammenbruch vernichtet, während langkämmige Wellen (Dünungen) lange erhalten bleiben, jedenfalls noch lange nach Verschwinden der Kreuzsee. Einfache Zahlenbeispiele zeigen, daß der Wasserstreifen vor der Küste, der *nur* von langkämmigen Wellen (Dünungen) beherrscht wird, leicht 500 bis mehr als 1000 m breit sein kann.

Die zweite Alternative, die früher erwähnt wurde, führt nicht zu einer Erklärung der regelmäßigen Brandungswellen, da es theoretisch nicht möglich ist, nachzuweisen, daß die vergrößernde Wirkung einer zunehmenden Tiefenverkleinerung des Wassers auf die Amplitude für kurz-kämmige Wellen anders wäre als für langkämmige Wellen. Die Ausbildung einer regelmäßigen Brandung ist somit eine Erscheinung, die in erster Linie darauf zurückzuführen ist, daß langkämmige Wellen bei kleiner werdender Wassertiefe sich länger ungestört erhalten als kurz-kämmige Kreuzsee.

4. Stehende Wellen. Theorie und Auftreten derselben.

Trifft eine fortschreitende Welle auf eine senkrechte Wand, so wird sie nach den Gesetzen der Physik reflektiert, d. h. es bildet sich eine in der entgegengesetzten Richtung fortschreitende Welle aus, die durch Überlagerung mit der einfallenden bei *totaler* Reflexion eine *stehende* Welle ergibt. Ist η_1 die nach links sich fortpflanzende Welle, die bei $x = 0$ auf eine senkrechte Wand trifft, so wird η_2 die reflektierte und $\eta = \eta_1 + \eta_2$ die resultierende Welle, die den Charakter einer stehenden Welle besitzt:

$$\begin{aligned} \eta_1 &= a \cos(\sigma t - \kappa x), & \eta_2 &= a \cos(\sigma t + \kappa x), \\ \eta &= \eta_1 + \eta_2 = 2 a \cos \kappa x \cos \sigma t. \end{aligned} \tag{9. 13}$$

Die Schwingungsbäuche dieser stehenden Welle treten an den Stellen $x = \frac{n\lambda}{2}$, $n=0, 1, 2 \dots$ auf, während die Knotenpunkte sich an den Stellen $x = (n+1)\frac{\lambda}{4}$ einstellen.

Die Verteilung der bei stehenden Wellen auftretenden vertikalen Bewegungen der Wasserteilchen ist grundverschieden von jener bei fortschreitenden Wellen: während bei diesen die Wasserteilchen auf der Vorderseite eines Wellenberges sich nach aufwärts, auf der Hinterseite nach abwärts bewegen, ist in den Schwingungsbäuchen einer stehenden Welle *überall* aufwärts bzw. abwärts gerichtete Bewegung vorhanden. Im Inneren der Flüssigkeit bewegen sich die Teilchen nicht mehr in geschlossenen Orbitalbahnen, die in sich zurücklaufen, sondern die Teilchen gehen durch dieselben Punkte der Bahn wieder zurück, durch die sie vorwärts gegangen sind. Die Verteilung der horizontalen

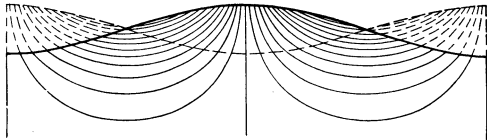


Abb. 69. Stromlinien einer zweiknotigen stehenden Welle.

Komponente der Bewegung ist schon in Abb. 61 zur Darstellung gebracht worden und dort auch besprochen worden: in den Knotenpunkten sind die horizontalen Bewegungen der Wasserteilchen am größten, in den Schwingungsbäuchen verschwinden sie ganz. Die Stromlinien in einer zweiknotigen stehenden Welle sind in Abb. 69 dargestellt; eine nähere Erläuterung derselben erübrigt sich nach dem obigen.

Da die horizontalen Bewegungen in Schwingungsbäuchen verschwinden, wird der Schwingungsvorgang nicht gestört, wenn an diesen Stellen senkrechte Wände angebracht werden. Die Wassermasse wird dadurch abgeschlossen und die stehende Welle zur *freien* Schwingung des Systems. Ihre Periode kann, wenn die Tiefe des Wassers klein gegenüber der Wellenlänge ist, wenn man es also mit *langen Wellen* zu tun hat, sofort hingeschrieben werden. Ist die eine Wand bei $x=0$, so kann die nächste bei $x=\frac{\lambda}{2}$ gesetzt werden; die Schwingung ist dann *einknotig* und, da bei langen Wellen $c = \frac{\lambda}{T} = \sqrt{gh}$ ist, wird

$$T = \frac{\lambda}{\sqrt{gh}} \text{ oder}$$

$$T = \frac{2l}{\sqrt{gh}}. \quad (9.14)$$

Die einknotige Schwingung hat die längste Schwingungsdauer, mehrknotige sind kürzer; es läßt sich leicht zeigen, daß bei n Knoten

$$T = \frac{T_1}{n} \text{ ist.}$$

Diese freien Schwingungen einer abgeschlossenen Wassermasse (Trog konstanten rechteckigen Querschnittes) würden, einmal erregt, unendlich lange Zeit anhalten. Die innere Reibung und die Grenzflächenreibung an den Trogwänden bedingen eine Abnahme der Amplitude der Schwingungen und schließlich ein Erlöschen derselben. Auch die Periode der freien Schwingungen wird durch Reibungseinflüsse etwas verlängert. Unter Annahme einer den Horizontalgeschwindigkeiten der Wasserteilchen proportionalen Reibung läßt sich zeigen, daß die Schwingungsdauer T_r sich aus der ohne Reibung ermittelten Dauer T nach der Formel

$$T_r = T \left(1 + \frac{\beta^2 T^2}{32 \pi^2} + \dots \right) \quad (9. 15)$$

berechnen läßt¹; β ist die Reibungskonstante, deren Größenordnung bei Seen und Meeresbuchten bei etwa $10^{-5} \text{ msec}^{-1}$ liegt.

Stehende Wellen als freie Schwingungen kommen in der Natur überall dort vor, wo mehr oder minder abgeschlossene Wassermassen vorhanden sind, in erster Linie in Seen, Meeresbuchten und Kanälen. Schon im 18. Jahrhundert sind solche periodisch vor sich gehenden Schwankungen des Wasserspiegels des Genfer Sees beschrieben worden; FOREL hat hier gegen Ende des vorigen Jahrhunderts seine klassischen Arbeiten über die „Seiches“, wie dort diese Schwankungen genannt werden, ausgeführt. Durch ausgedehnte Untersuchungen ist später nachgewiesen worden, daß die Seiches in Seen eine ganz allgemeine Erscheinung sind und zwar nicht nur die einknotige, sondern auch die mehrfach knotigen Schwankungen fast stets mit mehr oder minder großer Regelmäßigkeit zu finden sind. Man erkannte auch bald, daß die einfache Formel (9. 14), die nur für Seen mit konstantem rechteckigen Querschnitt gilt, die Schwingungsdauer selbst bei Einführung einer mittleren Tiefe des Sees für h nur angenäherte Werte geben kann. Der Vergleich der theoretisch ermittelten Werte mit den beobachteten war in vielen Fällen nicht sehr befriedigend. Versuche, die wechselnde Breite und Tiefe des Sees, also die morphologische Konfiguration des Seebeckens in Rechnung zu stellen, wurden mehrfach unternommen, aber erst CHRYSTAL² hat eine umfassende Theorie der stehenden Wellen in unregelmäßig geformten Gefäßen gegeben, die eine Übertragung auf wirkliche Verhältnisse gestattet.

Legt man senkrecht des Talweges des Sees möglichst eng eine große Zahl (n) von Querschnitten und bezeichnet man die Breite dieser Querschnitte an der Oberfläche des Sees der Reihe nach mit b_1, b_2, \dots, b_n , die Querschnittsflächen selbst mit S_1, S_2, \dots, S_n , und die Oberfläche

¹ Siehe WITTING, R.: Tidvattnen i österjön och finska viken. Helsingfors 1911.

² CHRYSTAL: Some results in the math. theory of seiches. Proc. roy. Soc. Edinburgh, Bd. 25, S. 328. 1904. On the hydrodyn. theory of seiches. Trans. roy. Soc. Edinburgh, Bd. 41, S. 599. 1905.

des Sees vom nullten bis zum i -ten Querschnitt mit v_i , so kann man eine Kurve konstruieren, deren Punkte als Abszisse diese v_i , als Ordinaten die Produkte $\sigma_i = b_i S_i$ haben¹. Diese Kurve nennt man die *Normalkurve* des Sees. CHRYSTAL hat nun nachweisen können, daß die Schwingungen eines unregelmäßig gebauten Sees dieselben sind wie jene eines Sees von rechteckigem Querschnitt, bei dem die Normalkurve dem Talweg des Sees (Längsprofil) entspricht. Die weitere Aufgabe der Theorie ist nun die Normalkurve wirklicher Seen mathematisch fixierbaren Kurven möglichst gut anzupassen. Für einfache Längsprofile hat CHRYSTAL die Lösung gegeben, und zwar für folgende Fälle:

Längsprofile:

wagrecht $h = h_0$, konvexparabolisch $h = h_0 \left(1 + \frac{x^2}{a^2} \right)$
 zweigeneigte Gerade $h = h_0 \left(1 \pm \frac{x}{a} \right)$, konkavparabolisch $h = h_0 \left(1 - \frac{x^2}{a^2} \right)$.

Setzt man $T_0 = \frac{2l}{\sqrt{g h_0}}$, so haben in solchen Seen die Haupt- und die Oberschwingungen folgende Werte:

		Eigenperiode:	T_1	$T_2 : T_1$	$T_3 : T_1$	$T_4 : T_1$
bei einem Längs- profil	{	wagrecht	1,000 T_0	0,500	0,333	0,250
		konvexparabolisch .	0,950 T_0	0,472	0,312	0,234
		konkavparabolisch .	1,110 T_0	0,577	0,408	0,317
		zwei geneigte Gerade	1,305 T_0	0,628	0,434	0,343

Man erkennt, daß konvexe Formen gegenüber dem einfachen rechteckigen Trog die Dauer aller Schwingungen verkürzen, konkave hingegen sie verlängern; auch sind bei konkaven Formen die Entfernungen sich entsprechender Knotenlinien geringer als bei konvexen.

Für die Anwendungen der CHRYSTALSchen Theorie auf bestimmte Seebecken ist zunächst die Ermittlung der Normalkurve erforderlich, sodann ein möglichst guter Ersatz derselben durch Teilstücke aus den eben besprochenen einfachen Längsprofilen und sodann die Lösung einer mehr oder minder komplizierten transzendenten Gleichung, deren Wurzeln die Schwingungsdauer der einzelnen Wellen gibt. Die Methode hat infolge dieser Schwierigkeiten bisher keine große Anwendung gefunden; dort, wo sie benutzt wurde, waren ihre Ergebnisse gut, die Übereinstimmung mit den Beobachtungen durchaus befriedigend.

Eine weitere Methode ist von DEFANT² angegeben worden; sie geht auf eine numerische Integration der vom Zeitfaktor befreiten hydro-

¹ Der nullte Querschnitt ist das eine Ende des Sees; n ist der letzte Querschnitt, das andere Ende; seine Fläche schrumpft auf Null zusammen. So sind S_0 und S_n und deshalb auch σ_0 und σ_n Null, hingegen v_n ist die Oberfläche des ganzen Sees.

² DEFANT, A.: Neue Methode zur Ermittlung der Eigenschwingungen (Seiches) von abgeschlossenen Wassermassen (Seen, Buchten usw.). Ann. Hydr. u. mar. Meteor. 1918, S. 78.

dynamischen Gleichungen hinaus. Da sie die unregelmäßigsten Querschnittsänderungen vollauf zu berücksichtigen gestattet und auf einen Schlag die Art des ganzen Schwingungsvorganges (Periode, Lage der Knotenlinien, Größe der horizontalen und vertikalen Verschiebungen an allen Stellen des Sees) gibt, ist sie der CHRYSTALSchen überlegen.

Für ein Becken veränderlicher Breite b und veränderlichen Querschnittes S sind, wenn η die vertikalen Verlagerungen an der Oberfläche und ξ die horizontalen Verschiebungen bedeuten, die Bewegungs- und Kontinuitätsgleichung¹ durch die Beziehungen

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad \text{und} \quad \eta = -\frac{1}{b} \frac{\partial S \xi}{\partial x} \quad (9.16)$$

gegeben.

Sind ξ und η periodisch:

$$\xi = \xi(x) \cos \frac{2\pi}{T} t \quad \text{und} \quad \eta = \eta(x) \cos \frac{2\pi}{T} t,$$

so kann für endliche Änderungen $\Delta \xi$ und $\Delta \eta$ den Gleichungen (9.16) die Form (9.17) gegeben werden:

$$\Delta \eta = \frac{4\pi^2}{gT^2} \Delta x \xi \quad \text{und} \quad \xi = -\frac{1}{S} \int_0^x \eta b dx. \quad (9.17)$$

Diese Beziehungen gestatten eine schrittweise Berechnung von ξ und η für das ganze Becken, falls außer den Abmessungen des Sees die Periode T der freien Schwingungen gegeben ist. Sind die Querschnitte sehr eng gelegt, so ist erlaubt anzunehmen, daß sich zwischen den einzelnen Querschnitten die beiden Größen in erster Annäherung *linear* ändern. Dann nehmen die Beziehungen (9.17) die zur Rechnung bequemere Form² (9.18) an:

$$\eta_2 = \eta_1 + \alpha \frac{\xi_1 + \xi_2}{2}, \quad \xi_2 = -\frac{1}{S_2 \left(1 + \frac{\alpha v_2}{4S_2}\right)} \left[q_1 + \left(\eta_1 + \alpha \frac{\xi_1}{4} \right) v_2 \right], \quad (9.18)$$

$$q_2 = q_1 + \frac{\eta_1 + \eta_2}{2} v_2.$$

Die Bestimmung von T für ein Seebecken kann folgendermaßen durchgeführt werden: Man bestimmt zunächst einen angenäherten Wert T aus der Formel (9.14), wo für h etwa die mittlere Tiefe des Sees genommen wird. Dann ist die Größe α fixiert. Für das eine Ende des

¹ Siehe LAMB: Hydrodynamik, 2. Aufl., § 183, oder DEFANT, A.: Gezeitenprobleme des Meeres in Landnähe. Probleme der kosm. Physik, Bd. 6. Hamburg 1925.

² $\alpha = \frac{4\pi^2}{gT^2} \Delta x$, die mit dem Index 1 bzw. 2 versehenen Größen sind die Werte für zwei aufeinander folgende Querschnitte; nur v_i ist die Oberfläche des Sees zwischen dem $(i-1)$ und dem i ten Querschnitt. q_0 ist Null zu setzen.

Sees, von dem man die Rechnung ($x = 0$) beginnt, muß $\xi = 0$ sein; η wählt man willkürlich zu etwa 100 cm. Die eine Grenzbedingung ist somit erfüllt. Die Beziehungen (9. 18) gestatten nun die schrittweise Berechnung von ξ und η für alle Querschnitte bis zum letzten, dem anderen Ende des Sees. Falls das gewählte T richtig die Schwingungsdauer der einknotigen Seiche angibt, müßte sich für diesen Querschnitt ξ bzw. q_n zu Null ergeben; dann wäre auch an diesem Ende die notwendige Grenzbedingung erfüllt. Wenn dies nicht der Fall ist, muß T etwas

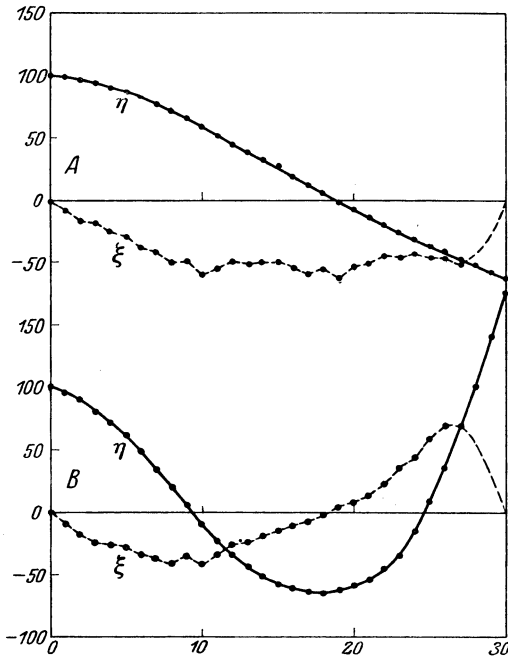


Abb. 70. Schwingungsformen des Gardasees. η Amplitude der vertikalen, ξ der horizontalen Verrückungen. 0 Nordende, 30 Südende des Sees. A: Einknotige Schwingung $T_1=39,8$ Minuten. B: Zweiknotige Schwingung $T_2=22,6$ Minuten.

abgeändert werden und die Rechnung jedesmal so lange wiederholt werden, bis sie erfüllt ist. Es zeigt sich, daß der richtige Wert für T bald zwischen zwei Werten eingeschlossen wird, so daß er bis zur gewünschten Genauigkeit bestimmt werden kann. Die schließliche Rechnung ergibt neben T die ganze Verteilung von ξ und η längs des Sees, also neben den vertikalen Verschiebungen der Oberfläche auch die zu diesen Schwingungen gehörigen Strömungen¹ innerhalb des Sees.

Abb. 70 gibt als Beispiel die nach dieser Methode ermittelten Schwin-

gungsformen des Gardasees für die einknotige und zweiknotige Schwan-

gung. Die Methode liefert, wie man sieht, alles was zur Festlegung der Erscheinung wünschenswert erscheint.

Ist eine Wassermasse nicht allseitig abgeschlossen, sondern steht

¹ Da $\xi = \xi(x) \cos \frac{2\pi}{T} t$ und die Geschwindigkeit der horizontalen Verschiebung $v = \frac{d\xi}{dt}$ ist, wird $v = -\frac{2\pi}{T} \xi(x) \sin \frac{2\pi}{T} t$, so daß $\frac{2\pi}{T} \xi$ die Amplitude der Strömungen ist, die zu den Seespiegelschwankungen gehören. Diese Geschwindigkeiten sind bisher im Zusammenhang mit den Seiches selbst noch nie gemessen worden; sie hängen natürlich von der Amplitude der letzteren ab und dürften von der Größenordnung von etwa 10 cm/sec sein.

sie an einer oder mehreren Stellen mit einer größeren, wesentlich ausgedehnteren in Verbindung, so kann es in ihr ebenfalls zu freien Schwingungen kommen. Bei diesen stehenden Wellen in *Meeresbuchten* und *Kanälen* ist zu beachten, daß an der Mündung in das freie Meer das zu den Schwingungen nötige Wasserquantum stets aus horizontaler Richtung aus diesem bezogen werden kann; es muß deshalb an dieser Stelle immer eine *Knotenlinie* vorhanden sein. Die längste Schwingungsdauer einer solchen Meeresbucht muß demnach dieselbe sein, wie die eines Beckens, das aus zwei zur Mündung symmetrischen Hälften besteht. Ist die Länge der Bucht l , ihr Querschnitt rechteckig und konstant (Tiefe h), dann ist

$$T = \frac{4l}{\sqrt{gh}}.$$

Für Wasserbecken, deren Öffnung gegen die offene See groß, kommt in Analogie zum Verhalten von Luftschwingungen in einseitig offenen Pfeifen zur Periode T noch eine Mündungskorrektur hinzu, welche die Periode verlängert. Dieser Faktor ist um so größer, je breiter die Mündung der Bucht zur Länge derselben ist. Nach RAYLEIGH'S Untersuchungen¹ hat er für verschiedene Werte des Verhältnisses Breite:Länge folgende Größe:

$\frac{\text{Breite}}{\text{Länge}}$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{20}$
Mündungsfaktor:		1,320	1,261	1,217	1,187	1,163	1,106	1,064

Für sehr breite Buchten gibt diese Korrektur recht viel aus (bei $b = l$ bis zu 32%). Es ist bisher nicht versucht worden zu prüfen, ob Erfahrung und Theorie hier tatsächlich in Übereinstimmung stehen.

Für beiderseitig offene Kanäle sind an beiden Enden Knotenlinien vorhanden und bei der Länge l des Kanals ist die längste Schwingung der Dauer $T = \frac{2l}{\sqrt{gh}}$.

Zur Bestimmung der Periode solcher Meeresbuchten und Kanäle läßt sich die früher besprochene Methode der schrittweisen Annäherung ohne weiteres anwenden; die Grenzbedingung, die bei richtiger Wahl von T am Ende der Rechnung, an der Mündung sich von selbst ergeben muß, ist, daß bei freiem ξ hier $\eta = 0$ sein muß. Bei Kanälen muß hingegen an *beiden* Enden bei freiem ξ $\eta = 0$ sein.

Es ist nicht zu bezweifeln, daß solche Schwingungen von Buchten und Kanälen ebenso häufig sind wie die Seiches in Seen. Die gezackten Kurven, die von scheinbar wenig geschützten Gezeitenpegeln geliefert werden, sind in den allermeisten Fällen auf solche freie Schwingungen mehr oder minder abgeschlossener Wassermassen zurückzuführen. Die Ja-

¹ Siehe RAYLEIGH: Theorie des Schalles, übersetzt von F. NEESEN, 2. Teil, § 265.

paner HONDA, TERADA, YOHIDA und ISITANI¹ haben eine eingehende Untersuchung der Schwingungen in den vielen Meeresbuchten der japanischen Küste vorgenommen und zwar die auftretenden Schwingungsdauern nicht nur durch Pegelbeobachtungen festgestellt, sondern in

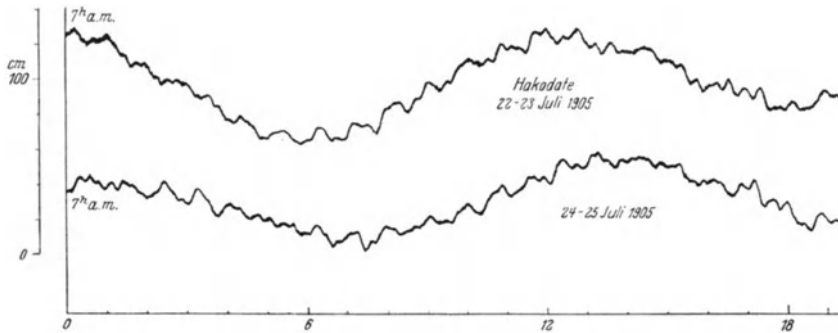


Abb. 71a. Gezeitenkurven in der Bucht von Hakodate mit überlagerten kurzperiodischen Schwankungen der Wassermassen der Bucht selbst.

einzelnen Fällen auch den ganzen Schwingungsvorgang experimentell an Modellen verfolgt. Als Beispiel seien in der Abb. 71 ein Teil der Gezeitenkurven eines in der Bucht von Hakodate (Küste von Hokkaido)

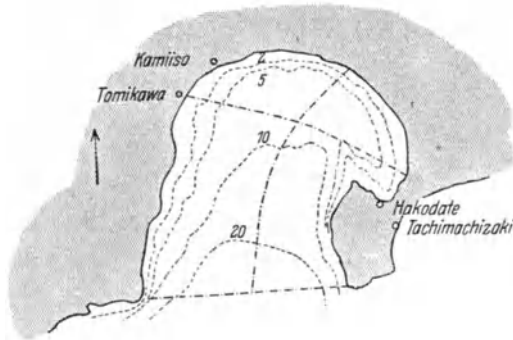


Abb. 71b. Die Bucht von Hakodate; Tiefenverhältnisse und Längsachsen der ein- und zweiknotigen Schwingungsform.

aufgestellten Pegels reproduziert, die deutlich das Vorhandensein von kurzen Seespiegelschwankungen der Bucht selbst aufweisen. Nähere Untersuchungen ergaben, daß nach den Registrierungen die Hauptschwingung (Knotenlinie an der Mündung) eine Dauer von 45,5 bis 57,5 min, die Querschwingung hierzu eine solche von 21,9 bis 24,5 min besaß. Die berechneten Perioden sind 45,3 und 23,6 min; das Modell ergab hierfür 47,0 und 23,6 min. Die Strombahnen der häufigsten und auch im Modell am leichtesten erregbaren Schwingungen sind in Abb. 72 dargestellt.

Auch bei wesentlich komplizierteren morphologischen Verhältnissen lassen die an Modellen ausgeführten experimentellen Untersuchungen den Schwingungsvorgang der einzelnen möglichen Wellen und die am

¹ Journ. of the College of Sc. Bd. 24. Imp. Univ. Tokio.

leichtesten sich einstellenden, also in der Natur am häufigsten auftretenden Schwingungen feststellen. Die früher erwähnten japanischen Forscher haben auf diese Art z. B. auch die Bucht von San Francisco näher untersucht. Abb. 73 gibt die Strombahnen der am leichtesten erregbaren stehenden Welle der ganzen Bucht: eine zweiknotige Schwingung von 38 bis 48 min Dauer.

Zur Auslösung von Schwingungsbewegungen in Seen und Buchten gehören gewisse Störungskräfte; wir wissen über diese sehr wenig. Kurzperiodische Schwankungen des Luftdruckes und des Windes (Turbulenz), die man durch Variographen und Druckanemometer messend verfolgen kann, scheinen nach Untersuchungen, die an schottischen Seen ausgeführt worden sind, einigen Einfluß zu haben. Den größten Einfluß haben wohl die Berg- und Talwinde, bzw. die Land- und Seewinde, die durch Wasserstau gegen die eine Seite eines Sees eine Schiefstellung des Gleichgewichtsniveaus bringen. Beim Nachlassen der Ursache gleicht sich das gestörte Niveau in Form von Seespiegelschwankungen aus¹. Es hat wenig Sinn nach direkten Ursachen für die stets vorhandenen Seespiegelschwankungen zu suchen, nachdem R. EMDEN² gezeigt hat, eine wie verschwindend kleine Energiemenge gegenüber bei anderen Naturerscheinungen in Umsatz kommenden Energiemengen notwendig ist, um eine Seichesbewegung hervorzurufen und in Gang zu halten.

In anderer Beziehung ist eine theoretische Untersuchung von

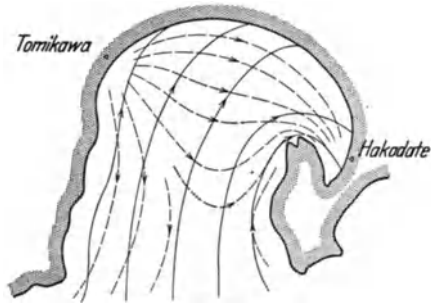


Abb. 72. Schwingungsformen der Wassermassen in der Bucht von Hakodate.

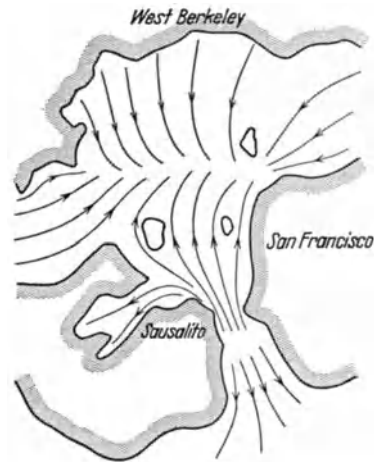


Abb. 73. Dreiknotige Schwingung in der Bucht von San Francisco (nach Versuchen der Japaner).

¹ DEFANT, A.: Theoretische Überlegungen über Seespiegelschwankungen in Seen und Meeresbuchten. Ann. Hydr. u. mar. Meteor. 1916, S. 29.

² EMDEN, R.: Der Energiegehalt der Seiches. Jahrb. d. St. Gallischen naturwiss. Ges. 1905.

J. PROUDMAN und A. T. DOODSON¹ von Interesse, in der gezeigt wird, daß beim plötzlichen Einsetzen eine Druckstörung oder eines Windes an der Oberfläche eines Sees sich sofort Seiches entwickeln. Die Gleichgewichtsstörung, die *stationär* zur Druckstörung oder zur Luftströmung paßt, stellt sich nicht sofort ein, sondern der Wasserspiegel geht über dieses neue Gleichgewichtsniveau hinaus und pendelt dann mit der Periode der freien Schwingungen um dieses Niveau. Da Reibungseinflüsse angenommen werden, nimmt natürlich die Amplitude dieser Schwingungen allmählich ab, bis schließlich das neue Gleichgewicht praktisch erreicht ist. Abb. 74 gibt zwei Beispiele, die PROUDMAN und DOODSON berechnet haben; im ersten Fall wird die Wirkung eines plötzlich

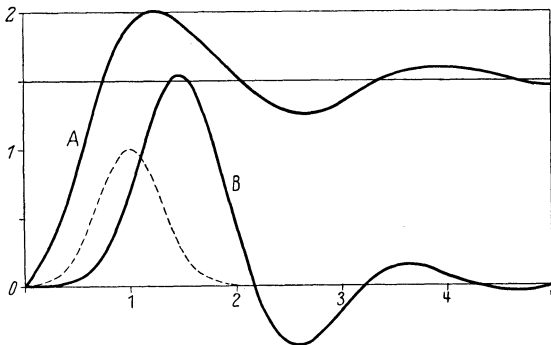


Abb. 74. A: Luvseitiger Anstau des Wassers in einem Becken bei gleichmäßig anhaltendem Wind. Neue Gleichgewichtslage bei 1,5. B: Wirkung einer kurzen Böe (punktirierte Linie, Dauer 2 Zeiteinheiten). (Nach PROUDMAN und DOODSON.)

einsetzenden, aber dann gleichmäßig anhaltenden Windes auf die Oberfläche eines Seebekens gegeben. Wie die Kurve A zeigt, erfolgt an der luvseitigen Küste ein *Anstau* des Wassers, der anfangs über die bei der Abszisse 1,5 gegebenen neuen Gleichgewichtslage hinaus-

geht, um nun um diese Lage mit einer Schwingungsdauer von etwas weniger als zwei Einheiten der Zeitskala² zu pendeln. Im zweiten Falle ist die Wirkung einer *kurzen Böe* angegeben; die punktirierte Linie gibt den Verlauf der Windstörung selbst: ein rascher Anstieg der Windstärke bis zum Zeitpunkt 1, dann Abfall auf Null bis zum Zeitpunkt 2. Die Störung des Wasserspiegels am luvseitigen Ende des Sees ist durch die voll ausgezogene Kurve B gegeben: Rascher Anstau des Wassers, der nach Abflauen der Böe in freie Schwingungen abklingt.

Man erkennt aus diesen theoretischen Berechnungen, daß bei ganz einfachen und gewöhnlichen Veränderungen der atmosphärischen Verhältnisse an der Oberfläche von Seen und Meeresbuchten die Wasseroberfläche sofort mit Seespiegelschwankungen reagiert, daß diese demnach Naturerscheinungen ganz allgemeiner Art sind.

¹ PROUDMAN, J. and DOODSON, A. T.: Time-relations in meteorological effects on the sea. Proc. math. Soc. London, Ser. 2, Bd. 24, Part 2. 1924.

² Bei einem Becken, dessen Tiefe z. B. 20 m und dessen Länge 100 km beträgt, entspricht die Einheit der Zeitskala bei einem Reibungskoeffizienten von 436 cm²/sec 2.2 Stunden. Die Schwingungsdauer des Beckens nach der Formel (9. 14) ist 3,96 Stunden.

5. Interne Wellen.

Da im Massenaufbau der Meere und Seen nicht selten Diskontinuitätsflächen vorhanden sind, ist es kaum zu bezweifeln, daß an ihnen interne Wellen zur Ausbildung gelangen, ja wir müssen erwarten, daß sie sich sehr häufig einstellen werden, da die Kräfte, die notwendig sind, bei geringem Dichteunterschied der zwei Flüssigkeiten periodische Verschiebungen der Grenzfläche zwischen beiden hervorzurufen, nur sehr klein zu sein brauchen. Dadurch kann auch die Amplitude dieser Wellen sehr groß werden. Die inneren Wellen sind nur schwer zu beobachten; denn nur durch zeitlich und räumlich sehr engabständige Aufnahmen des vertikalen Aufbaues der Wassermassen sind sie zu erfassen und nur an der Hand solcher systematischer Beobachtungen sind ihre Eigenschaften näher zu studieren.

Für die Dynamik solcher interner Wellen ist zu beachten, daß die kinematische und die dynamische Grenzbedingung (siehe Seite 158) außer an der freien Oberfläche nun auch an der inneren Grenzfläche erfüllt sein müssen. Unter Beachtung dieser Grenzbedingungen ist die Theorie der inneren Wellen nach der Methode der stationären Bewegung leicht durchzuführen¹. Sind zwei unendlich ausgedehnte Flüssigkeiten (Dichte der oberen ρ' , der unteren ρ) gegeben, so ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit von Wellen der Länge λ an der gemeinschaftlichen Grenzfläche gegeben durch

$$c^2 = \frac{g\lambda}{2\pi} \frac{\rho - \rho'}{\rho + \rho'}. \quad (9. 19)$$

Da beim Fehlen der oberen Flüssigkeit die Fortpflanzungsgeschwindigkeit durch Formel (9. 4) gegeben ist, ersieht man, daß das Vorhandensein einer Deckschichte eine Verminderung der Geschwindigkeit der Wellen vorgeschriebener Wellenlänge λ im Verhältnis $\sqrt{\frac{1-s}{1+s}}$ bewirkt; hierbei ist $s = \rho' : \rho$. Wie groß dieser Faktor ist, zeigt ein Zahlenbeispiel: Bei $\rho' = 1,027$ und $\rho = 1,028$, somit einem Dichteunterschied von 10^{-3} , wird $c = \frac{1}{45,3} c_0$, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der internen Wellen ist rund 45mal kleiner als die der Wellen an der freien Oberfläche. Strombahnen und Orbitalbahnen bei einer fortschreitenden inneren Welle an der Grenze zweier Flüssigkeiten sind nach V. BJERKNES in Abb. 75 gegeben.

In den meisten Fällen, die in der Natur vorkommen, wird die untere und die obere Flüssigkeit beschränkt sein (Dicke ihrer Schichten h und h'), so daß neben der inneren Grenzfläche in der Höhe $h+h'$ über dem Boden eine *freie* Oberfläche da ist. Die Grenzbedingungen an beiden Flächen ergeben als Bedingungsgleichung zwischen c und $\kappa = \frac{2\pi}{\lambda}$ die Gleichung:

¹ LAMB: Hydrodynamik, 2. Aufl., § 231 ff.

$$c^4 \left(\coth \kappa h' \coth \kappa h + \frac{\varrho'}{\varrho} \right) - c^2 (\coth \kappa h' + \coth \kappa h) \frac{g}{\kappa} + \left(1 - \frac{\varrho'}{\varrho} \right) \frac{g^2}{\kappa^2} = 0. \quad (9.20)$$

Das ist eine quadratische Gleichung in c^2 ; es gibt somit *zwei* Wellensysteme, die bei vorgeschriebener Wellenlänge möglich sind. Ihre Bedeutung erkennt man, wenn man besondere Fälle behandelt.

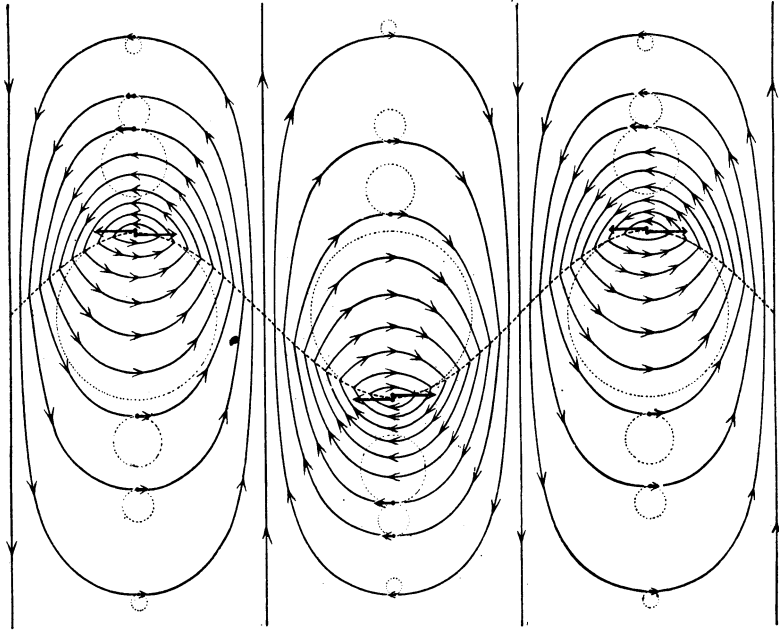


Abb. 75. Strombahnen und Orbitalbahnen bei einer fortschreitenden Welle an der Grenzfläche zweier Flüssigkeiten.

Ist die Tiefe der unteren Flüssigkeit groß gegen die Wellenlänge, so ist κh groß, für $\coth \kappa h$ kann 1 gesetzt werden und die Wurzeln der obigen Gleichung sind

$$c_1^2 = \frac{g\lambda}{2\pi} \quad \text{und} \quad c_2^2 = \frac{\varrho - \varrho'}{\varrho \coth \kappa h' + \varrho'} \cdot \frac{g\lambda}{2\pi}. \quad (9.21)$$

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit c_1 ist dieselbe wie im Falle einer einzigen Flüssigkeit, die Wellenamplitude ist an der Oberfläche am größten, die Verschiebung der Teilchen nimmt rasch mit der Tiefe ab. Beim zweiten Wellensystem handelt es sich um Wellen, die an der gemeinsamen Grenzfläche ihre größte Ausbildung besitzen, also eigentliche *interne* Wellen. Die Amplitude an der freien Oberfläche ist klein und im Verhältnis zu jener an der Grenzfläche durch den Wert $-\left(\frac{\varrho}{\varrho'} - 1\right)e^{-\kappa h'}$ gegeben. Wenn sich ϱ von ϱ' wenig unterscheidet, ist dies eine sehr kleine Zahl.

Handelt es sich, wie es bei internen Wellen zumeist der Fall ist, um *lange Wellen*, so ergibt die Beziehung (9.20) mit einigen erlaubten Vernachlässigungen als Wurzeln:

$$c_1^2 = g(h + h') \quad \text{und} \quad c_2^2 = \left(1 - \frac{\rho'}{\rho}\right) \frac{hh'}{h + h'} g. \quad (9.22)$$

Auch hier gibt c_1 die Fortpflanzungsgeschwindigkeit von Wellen an der Oberfläche, wie wenn nur eine Flüssigkeit der Höhe $(h + h')$ vorhanden wäre, c_2 gibt die Geschwindigkeit der internen Wellen; sie ist unabhängig von der Wellenlänge, nur abhängig vom Dichtesprung und hauptsächlich von der Dicke h' der Deckschicht¹. Folgender Tabelle kann man für einen Dichtesprung von $2 \cdot 10^{-3}$ und verschiedener Dicke der Deckschicht die Geschwindigkeit der internen Wellen entnehmen; außerdem ist die Länge der Wellen angegeben, wenn die Periode 1 Stunde beträgt.

Fortpflanzungsgeschwindigkeit interner Wellen bei einem Dichtesprung $2 \cdot 10^{-3}$.

Höhe der Deckschicht . . .	25	50	100	200	300	400 m
c_2 in cm/sec	65	100	135	185	225	260 cm/sec
Bei $T = 1$ St. Wellenlänge .	2,3	3,6	4,9	6,7	8,2	9,4 km

Diese Tabelle zeigt, daß die internen Wellen etwas längerer Periode — und nur solche kann man mit genügender Genauigkeit feststellen — stets *sehr lang* sind, und daß es sehr sorgfältig angestellter, systematischer Beobachtungen bedarf, um sie zu erfassen.

Bisher sind ozeanische interne Wellen durch fortlaufende Serienmessungen mehrfach nachgewiesen worden, in erster Linie durch HELLAND-HANSEN und FR. NANSEN² im Norwegischen Meer und im Nordatlantischen Ozean, später auf den Ankerstationen der „Meteor“-Expedition. Insbesondere die Beobachtungen auf der Ankerstation 288, die DEFANT³ bearbeitet hat, zeigen deutlich an der Sprungschicht in etwa 90 m Tiefe das Vorhandensein von großen internen Wellen langer Periode, die an die Gezeitenperiode erinnert (Abb. 76, obere Kurve). Sie waren überlagert von Wellen kürzerer Periode ($2\frac{1}{4}$ Stunden, Abb. 76, untere Kurve), die wohl freie Wellen an der Diskontinuitätsfläche waren und als *eine den Meereswellen an der Oberfläche analoge Erscheinung an der Sprungfläche* aufzufassen sind. Die Geschwindigkeit dieser Wellen ergibt sich bei einem Dichtesprung von $2 \cdot 10^{-3}$ und $h' = 90$ m zu etwa

¹ Bei einigermaßen großem h reduziert sich c_2^2 auf $\left(1 - \frac{\rho'}{\rho}\right) gh'$.

² HELLAND-HANSEN, BJ. and NANSEN, FR.: The Norwegian Sea. Report on Norw. Fish. and mar. Inv. Bd. 2. 1909. — The eastern North-Atlantic. Geofys. Publ. Bd. 4, Nr. 2. 1926.

³ DEFANT, A.: Bericht über kurzperiodische Schwankungen von Temperatur und Salzgehalt in den obersten Wasserschichten des Ozeans. Ber. d. Deutschen Atlantischen Expedition auf „Meteor“, 1925—1927, S. 286.

130 cm/sec; die Länge der Wellen war demnach rund $10\frac{1}{2}$ km. Ursachen für die Erregung solcher Wellen gibt es viele: geringe Störungen an der Oberfläche des Meeres (Luftdruckschwankungen, Windstöße usw.), die im Rhythmus der Periode vorkommen, vermögen sie mit beträchtlicher Amplitude zu erzeugen. Die Diskontinuitätsfläche ist aber stets der Träger der internen Wellen.

Daß Wellenbewegungen großen Stils an inneren Grenzflächen vor-

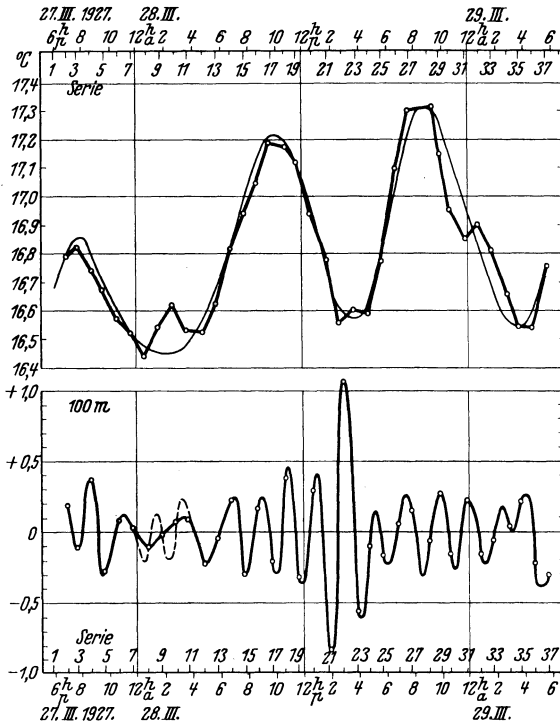


Abb. 76. Analyse der Serienbeobachtungen auf der „Meteor“-Ankerstation 288. Obere Kurve: Schwankungen langer Periode mit Gezeitencharakter; untere Kurve: Freie Wellen an der Sprungfläche (Periode etwa $2\frac{1}{4}$ Stunden).

kommen, steht jetzt wohl fest. In vielen Fällen ist nachgewiesen worden, daß neben den kleineren Wellen auch solche größerer Periode vorhanden sind, die, wie es den Anschein hat, Gezeitencharakter besitzen. Ob es sich in diesen Fällen um wirkliche Gezeitenwellen (hervorgehoben durch direkte Einwirkung der fluterzeugenden Kräfte auf die Grenzfläche) handelt, steht nicht fest, manches spricht dagegen. Auf eine Möglichkeit der Ausbildung von Verschiebungen der

Grenzfläche, denen dann der scheinbare Charakter von inneren Wellen zukommt, möchte ich kurz hinweisen.

Nach den Ausführungen in Kapitel VI ist die Neigung einer Grenzfläche zwischen zwei Wasserkörpern in stationärer Lagerung fest gegeben, wenn Aufbau und Strömungen die Beziehung (6.8) erfüllen. Nimmt man die untere Wassermasse als bewegungslos ($v=0$) an, dann ist die Höhe h der Grenzfläche in einer Entfernung L vom Schnitt mit der Horizontalen gegeben durch

$$h = \frac{lL}{g} \frac{\alpha}{\alpha' - \alpha} v'.$$

Ändert sich die Stromgeschwindigkeit der oberen Wassermasse, so ändert sich auch h , und zwar ist

$$dh = \frac{lL}{g} \frac{\alpha}{\alpha' - \alpha} dv'.$$

Nimmt man

$$l = 10^{-4}, \quad \frac{\alpha}{\alpha' - \alpha} = 10^3 \quad \text{und} \quad dv' = 20 \text{ cm/sec},$$

dann wird $dh = 2 \cdot 10^{-3} L$ oder in einer Entfernung von $L = 10$ km ist $dh = 20$ m. Periodische Schwankungen der Stromgeschwindigkeit in der leichten Deckschicht sind demnach von ganz bedeutenden Verlagerungen der Grenzfläche begleitet. Daß aber solche periodische Schwankungen in der Richtung und in der Geschwindigkeit der Oberflächenströmungen (Gezeitenströme) vorhanden sind, steht außer Zweifel. Die Schwankungen der Grenzfläche wären aber dann nur indirekt durch die Gezeitenkräfte bedingt.

Interne Wellen können in abgeschlossen Wassermassen auch als *stehende* Wellen ausgebildet sein. Ihre Periode ist dann durch

$$T_n = \frac{2l}{n} \sqrt{\frac{\rho}{(\rho - \rho')g} \left(\frac{1}{h} + \frac{1}{h'} \right)} \quad (9.23)$$

gegeben. Solche interne stehende Wellen müssen in Seen und Meeresbuchten (Nebenmeere), in denen eine Sprungschicht eine lange Zeit des Jahres vorhanden ist, eine weit verbreitete Erscheinung sein. E. M. WEDDERBURN¹ hat für schottische Seen, F. M. EXNER² für den Wolfgangsee solche interne Wellen nachgewiesen und ihre Periode näher ermittelt; die Übereinstimmung mit der Theorie war befriedigend. Daß auch hier natürlich die Beckenform Einfluß auf die Schwingungsdauer hat, ist selbstverständlich; WEDDERBURN hat deshalb die CHRYSTALSche Theorie auch auf innere Wellen angewendet. Bekannt sind die inneren Wellen, die OTTO PETERSSON³ im Gulmarfjord der bohusländischen Küste während der Zeit vom 30. Januar bis zum 25. März 1909 feststellte: An der ausgesprochenen Grenzfläche zwischen leichtem Fjordwasser ($\sigma = 23$) und schwererem Wasser aus dem Skagerrak ($\sigma = 27$) waren Schwingungen einer Hauptperiode von 14 Tagen und einer Amplitude von rund 25 m vorhanden. WEDDERBURN hat sie als stehende Wellen eines einseitig offenen Beckens gedeutet, und die Rechnung hat seiner Vermutung recht gegeben: Die Länge der Bucht ist 200 km, $h' = 20$ m, die Mündungsbreite 50 km: die theoretische Periode der Hauptwelle ist dann bei $h = 100$ m bzw. 200 m 13,9 bzw. 14,2 Tage.

In Verbindung mit den internen Wellen steht die Erscheinung des *Totwassers*. Es tritt da auf, wo sich vor Flußmündungen oder im Be-

¹ WEDDERBURN, E. M.; Trans. roy. Soc. Edinburgh, Bd. 29, S. 420, 1905; Proc. roy. Soc. Edinburgh Bd. 28, 1907 und Bd. 29, 1909.

² EXNER, F. M.: Sitzgsber. Akad. Wiss. Wien, Math.-naturwiss. Kl., Bd. 117. 1908. ³ Publ. d. Circ. Nr. 47. Kopenhagen 1909.

reiche schmelzenden Treibeises eine seichte Schicht schwach salzigen oder süßen Wassers über solches von größeren Salzgehalt lagert. Schiffe, die in langsamer Fahrt, wie Segler bei mäßigem Wind, sich durch diese Oberschichte hindurchbewegen müssen, werden auf das empfindlichste in ihrem Vorwärtskommen und im Kurshalten behindert und vermögen die Fahrtgeschwindigkeit kaum auf 1 Knoten zu halten. Die Schiffer haben den Eindruck, als ob sie die ganze Oberschicht mit sich schleppen müßten. Auffallenderweise werden Dampfer und Segler, die mehr als 4 bis 5 Knoten Fahrt machen, vom Totwasser nicht erfaßt. Diese Erscheinung ist überall in den norwegischen Fjorden bekannt, seltener in der Ostsee und im Kattegat, aber auch in der Kongomündung kennt man sie. Versuche, die W. EKMAN¹ vorgenommen hat, lassen keinen Zweifel über die Ursache des Totwassers. Bei Bewegung des Schiffes durch die obere, seichte Deckschicht werden *innere* Wellen erzeugt, deren Unterhaltung die lebendige Kraft des Schiffskörpers aufzehrt. Nur wenn das Schiff seine Geschwindigkeit so weit hinaufsetzen kann, daß die an sich kleine Fortpflanzungsgeschwindigkeit der inneren Wellen überschritten wird, dann entstehen keine inneren Wellen und es gibt kein Totwasser.

In theoretischer Hinsicht ist schon früher erwähnt worden, daß im System zweier übereinanderlagernder Flüssigkeiten zwei Wellengattungen erzeugt werden können, deren Längen $\lambda = \frac{2\pi}{\alpha}$ mit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit c der Störung durch die Beziehungen (9. 21) gegeben sind. Man kann leicht zeigen, daß in der zweiten Gleichung bei gegebenem c (Geschwindigkeit des Schiffes) λ nur reell ist, wenn $c^2 < \frac{\rho - \rho'}{\rho} g h'$ ist. Es gibt also nur Totwasser, wenn c unter diesem Wert liegt. Übersteigt c diesen Wert, dann wird nur eine Gattung von Wellen (jene an der Oberfläche) erzeugt, und der Wellenwiderstand ist praktisch derselbe, wie wenn nur eine einzige Flüssigkeit vorhanden wäre. Wenn c unter den kritischen Wert fällt, entstehen an der Grenzfläche innere Wellen, bei denen die Amplitude an der gemeinsamen Grenzfläche sehr groß sein kann. Dann ist auch der Wellenwiderstand bedeutend größer, als wenn nur eine Flüssigkeit da ist.

X. Die Gezeiten und die Gezeitenströme.

1. Übersicht über die Theorie der Gezeiten.

Die das ganze Weltmeer umfassende Erscheinung der Gezeiten, charakterisiert durch ein periodisches Steigen und Fallen des Wasserspiegels, durch den regelmäßig vor sich gehenden Wechsel von Ebbe und

¹ EKMAN, W.: On dead-water. Scient. Res. of the Norw. North Polar Exp. Part. 14. Christiania 1904. — Über Totwasser. Ann. Hydr. u. mar. Meteor. 1904, S. 562.

Flut, ist eines der großartigsten Phänomene unseres Erdballs. Es ist die einzige Erscheinung, die mit voller Sicherheit auf die Einwirkung *kosmischer Kräfte* zurückzuführen ist. An sich ist die Ebbe und Flut an einer freien Küste des Ozeans eine relativ einfache Erscheinung, die dort, wo sie kräftig auftritt, schon frühzeitig den Schiffahrt treibenden Menschen auffallen mußte. Zu einem der schwierigsten Probleme der Geophysik wird sie erst, wenn man versucht, in das ganze System der Gezeitenerscheinungen, insbesondere was ihre geographische Verbreitung betrifft, einzudringen. Die Beeinflussung der Ebbe und Flut durch die außerordentlich komplizierte Land- und Meerverteilung verwickelt, wenn auch dies völlig gesetzmäßig vor sich geht, das Phänomen derart, daß man bis heute noch von keiner in jedem Punkte befriedigenden Lösung desselben sprechen kann. Die klassischen Arbeiten der hervorragendsten Gelehrten, von NEWTON und DANIEL BERNOULLI angefangen, bis herab zu LAPLACE und GEORG HOWARD DARWIN haben in erster Linie nur theoretischen Wert. Sie haben uns mit großer Vollkommenheit das Kräftesystem, auf das die Gezeiten zurückzuführen sind, kennen gelernt, sie haben die wichtigen dynamischen Grundsätze aufgestellt, die für ein Verständnis und eine Erklärung der durch die fluterzeugenden Kräfte bedingten erzwungenen Schwingungen einer abgeschlossenen Wassermasse, wie es das Weltmeer als Ganzes ist, unbedingt zu berücksichtigen sind. Aber eine direkte Anwendung dieser grundlegenden theoretischen Ergebnisse auf die tatsächlichen Verhältnisse der beobachteten Gezeiten ist schwierig und ergab nur ganz allgemeine Gesichtspunkte, die zwar nicht entbehrt werden können, aber doch in Anbetracht der Kompliziertheit der Erscheinungen nicht vollauf befriedigten.

Ich will hier nicht näher auf die „Gleichgewichtstheorie“ und auf die „dynamische Theorie“ der Gezeiten eingehen. Man findet ausgezeichnete Darstellungen darüber in fast allen Lehrbüchern der Hydrodynamik¹, insbesondere möchte ich verweisen auf die Darlegungen von A. PREY, der im 4. Bande dieser Naturwissenschaftlichen Monographien und Lehrbücher² eine ausführliche und sehr klare Übersicht über die mathematischen Theorien der Gezeiten gegeben hat. Im folgenden möchte ich in einigen Abschnitten auf eine neuere Betrachtungsweise und auf neue Erklärungsversuche der Gezeiten einzelner Meeresteile näher eingehen, die, völlig auf dem Standpunkte der dynamischen Theorie stehend, mehr von geophysikalischen Gesichtspunkten aus die tatsächlichen Verhältnisse, wie sie in der Wirklichkeit vorkommen, berücksichtigen und deshalb auch unser Verständnis der Meeresgezeiten und ihrer geographischen Ausbildung wesentlich gefördert haben.

¹ Z. B. LAMB: Lehrb. d. Hydrodynamik, 2. Aufl., § 168—225.

² PREY, MAINKA und TAMS: Einführung in die Geophysik. Naturwiss. Monogr. u. Lehrbücher. Berlin: Julius Springer 1922.

2. Gezeiten in Buchten und Kanälen (Nebenmeeren).

Kanalförmige Meeresteile, die durch eine mehr oder minder große Öffnung mit dem freien Ozean in Verbindung stehen, zeigen häufig Gezeiten, die recht kompliziert erscheinen und scheinbar wenig mit den Gezeiten des offenen Meeres zusammenhängen. Das meiste, was wir über den Gezeitenablauf wirklich kennen, ist in der Hauptsache auf solche kleine Meeresteile beschränkt; in diesen ist es eben noch möglich, einerseits aus den Beobachtungen an nicht zu weit voneinander abstehenden Küstenorten, andererseits bei der zumeist geringen Tiefe auch aus den Ermittlungen der Gezeit für küstenferne Punkte und aus Gezeitenstrommessungen an solchen sich ein detailliertes Bild des Gezeitenablaufes zu entwerfen. Dadurch sind aber Meeresteile bis zur Größe kleinerer Nebenmeere, die Buchten- oder Kanalform aufweisen, einer etwas genaueren mathematisch-physikalischen Erfassung und Behandlung des Problems der Gezeiten zugänglich¹. Die Faktoren, die bei der Ausbildung der tatsächlichen Gezeitenerscheinung im wesentlichen mitspielen, sind vier: 1. die Einwirkung der fluterzeugenden Kräfte, 2. das Mitschwingen der fast abgeschlossenen Wassermasse mit den Nachbargebieten (offener Ozean), 3. die Einwirkung der Erdrotation und 4. der Einfluß der Reibung (Turbulenz- und Grenzflächenreibung).

Die entsprechenden Differentialgleichungen der Bewegung wären zusammen mit der Kontinuitätsgleichung im allgemeinsten Fall unter Berücksichtigung dieser vier Faktoren zu integrieren. Erdrotation und Reibung erscheinen als Faktoren zweiter Ordnung, und, wenn sie auch einen stark modifizierenden Einfluß auf das schließliche Bild der Gezeiten ausüben, ist es zunächst empfehlenswert von ihnen abzusehen. Die Gezeiten in einem langgestreckten Meeresbusen sind dann *zweifachen* Ursprungs:

1. Die in der Längsrichtung des Kanals wirkende Komponente der periodischen fluterzeugenden Kraft ruft horizontale und vertikale Wasserversetzungen hervor, die den Bewegungsgleichungen und der Kontinuitätsgleichung *langer* Wellen genügen müssen. Zur ersten der Gleichungen (9. 16) kommt in diesem Falle noch die periodische Kraft $X = f \cos(\sigma t + \varepsilon)$ hinzu; hierbei ist $\frac{f}{g}$ die maximale Hubhöhe nach der „Gleichgewichtstheorie“ und $T = \frac{2\pi}{\sigma}$ die Periode der fluterzeugenden Kraft. Man nennt diesen Anteil die *selbständige Gezeit* des Meerbusens.

2. Ist im freien Ozean vor der Mündung des Meerbusens eine Gezeit mit bestimmter Amplitude und Phase vorhanden, so veranlaßt diese

¹ Eine Zusammenfassung der bei diesen Untersuchungen angewandten Methoden und die Ergebnisse der Anwendung auf eine große Zahl von Nebenmeeren hat A. DEFANT in „Gezeitenprobleme des Meeres in Landnähe“ gegeben. Probleme der kosm. Physik, Bd. 6. Hamburg 1925.

ein Mitschwingen der Wassermassen des Meerbusens. Die horizontalen und vertikalen Bewegungen müssen hier mit den entsprechenden Grenzbedingungen an der Mündung den Gleichungen (9. 16) genügen. Die Perioden dieser *Mitschwingungszeiten* sind natürlich identisch mit jenen der fluterzeugenden Kräfte; denn auch die Gezeiten im freien Ozean sind durch diese erregt worden; aber die Phasen können und werden in den meisten Fällen Unterschiede aufweisen; sie sind es, die die Trennung zwischen Mitschwingungs- und selbständiger Gezeit notwendig machen.

Selbständige und Mitschwingungszeit haben den Charakter von *stehenden Wellen*, solange im Kraftausdruck $X = f \cos(\sigma t + \varepsilon)$ die Amplitude f als Konstante angesehen werden kann, was für nicht zu lang ausgedehnte Meere ohne weiteres erlaubt ist. Beide Komponenten sind *erzwungene Wellen*, hängen deshalb in ihren Amplituden und im Gangunterschied in erster Linie ab vom Verhältnis der Periode der freien Schwingung des Systems zu jener der Kraft $T_f : T_z = \nu$. Schon der einfache Fall eines rechteckigen Meeresbeckens der Länge l und der konstanten Tiefe h zeigt die charakteristischen Eigenschaften dieser beiden Teilzeiten. Bedeutet $y = x/l$ und ist $y = 0$ am geschlossenen Ende und 1 an der Mündung in den freien Ozean, so sind die horizontalen und vertikalen Verschiebungen der Wasserteilchen ξ und η durch folgende Gleichungen gegeben:

Selbständige Gezeit:	Mitschwingungszeit:
$\xi = \frac{2f}{\sigma^2 \cos \nu \pi} \sin \frac{\nu \pi}{2} y \sin \nu \pi \left(1 - \frac{y}{2}\right) \cos(\sigma t + \varepsilon)$	$\xi = -Z \frac{l \sin \nu \pi y}{\nu \pi h \cos \nu \pi} \cos(\sigma t + \varepsilon)$
$\eta = \frac{f T_z \sqrt{g h}}{2 \pi g \cos \nu \pi} \sin \nu \pi (y - 1) \cos(\sigma t + \varepsilon)$	$\eta = Z \frac{\cos \nu \pi y}{\cos \nu \pi} \cos(\sigma t + \varepsilon).$

Abb. 77 zeigt die Amplitudenverteilung η für beide Komponenten (Längsschnitt des Beckens bei Hoch- bzw. Niedrigwasser) für verschiedene Werte von ν . *Resonanz* (Anwachsen der Amplituden zu theoretisch unendlich großen Werten) tritt in beiden Fällen ein, wenn ν die Werte $1/2, 3/2, 5/2, \dots$ usw. annimmt. Die Amplitude der selbständigen Gezeit erweist sich als proportional der Quadratwurzel aus der Tiefe der Wassermasse h und ist im allgemeinen recht klein, mit Ausnahme natürlich in unmittelbarer Umgebung der Resonanzwerte. Da die Amplituden der Gezeit an der Mündung in den freien Ozean Z meistens erhebliche Werte aufweist, gibt in den meisten Fällen die Mitschwingungszeit den Ausschlag.

Für unregelmäßig geformte Meeresbecken gibt die numerische Integrationsmethode, die früher zur Ermittlung der Eigenperiode ganz abgeschlossener Wassermassen benutzt wurde, die Möglichkeit die Längsschwingungen der selbständigen Gezeit und der Mitschwingungszeit ohne die geringste Schematisierung der Gestaltverhältnisse zu berechnen. Es sind daher hier gute, mit den Beobachtungen überein-

stimmende Ergebnisse zu erwarten, wie es tatsächlich auch die Anwendungen der Methode beweisen. Die Gleichungen, die zur Berechnung von ξ_2 und η_2 aus den Werten des vorhergehenden Querschnittes ξ_1 und η_1 zu benützen sind, haben hier folgende Form:

$$\xi_2 = - \frac{1}{S_2 \left(1 + \frac{\alpha v_2}{4 S_2} \right)} \left[q_1 + \left(\eta_1 + \frac{\alpha}{2} \xi_1 + \frac{\Delta H}{2} \right) v_2 \right], \quad (10.1)$$

$$\eta_2 = \eta_1 + \alpha \frac{\xi_1 + \xi_2}{2} + \Delta H \quad \text{und} \quad q_2 = q_1 + \frac{\eta_1 + \eta_2}{2} v_2.$$

Die zu erfüllenden Grenzbedingungen sind bei der selbständigen Gezeit, daß am geschlossenen Ende

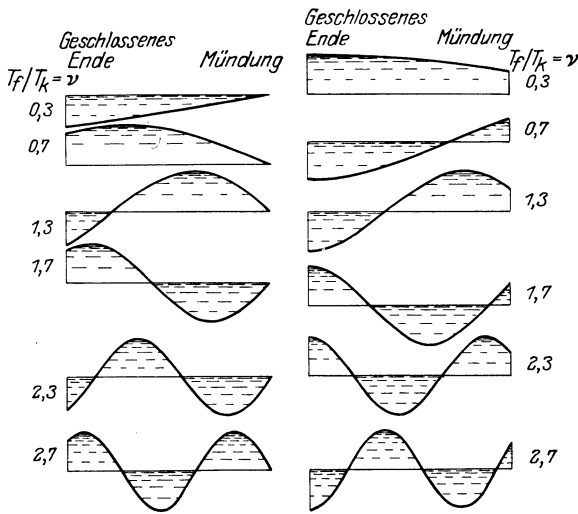


Abb. 77. Amplitudenverteilung der selbständigen Gezeiten (links) und der Mitschwingungsgezeiten (rechts) eines rechteckigen Meeresbeckens gleichförmigen Tiefs.

geschlossenen Ende (Querschnitt 0) $\xi = 0$ und am offenen Ende (Mündung) $\eta = 0$ ist. Für ΔH ist der Ausdruck $\frac{f}{g} \Delta x$ zu setzen.

Für die Mitschwingungsgezeit gelten dieselben Gleichungen, nur ist in ihnen $\Delta H = 0$ zu setzen (s. Gleichungen (9.18)). Als Grenzbedingungen sind hier am geschlossenen

Ende $\xi = 0$ und η willkürlich zu wählen; am Schlusse der Rechnung ist dann die Übereinstimmung mit der äußeren Gezeit auf einfache Weise durch einen Reduktionsfaktor herbeizuführen.

Voraussetzung der Methode war bisher, daß im betrachteten Meeresbecken die fluterzeugende Kraft in der Richtung des Talweges des Beckens überall *synchron* wirkt. Man erkennt sofort, daß man die Kraft längs des Talweges bei langen und beliebig geformten Kanälen, wo sie nicht synchron und überall gleichgerichtet ist, leicht in zwei periodische Komponenten mit vorgeschriebener Epoche zerlegen kann (z. B. mit den Epochen 0^h und 3^h bezüglich eines fixen Meridians)¹. Diese Partialkräfte sind dann synchron, und die Rechnung kann wie früher angegeben

¹ R. v. STERNECK bezeichnet diese Zerlegung in synchrone Teile die „Zerlegungstheorie der Gezeiten“.

durchgeführt werden. Die ΔH können hier für die Mittelpunkte aller Querschnitte aus den Gleichungen der Gleichgewichtstheorie für die Erhebung H der Niveauläche über der Gleichgewichtsfläche leicht bestimmt werden.

Die Ergebnisse der Berechnungen für die einzelnen Teilkomponenten müssen dann natürlich mit ihren entsprechenden Epochen zusammengefaßt werden und ergeben sodann die *Längsschwingung* des Beckens unter Einwirkung aller in Betracht gezogenen Faktoren. Bei diesen theoretischen Überlegungen ist zu beachten, daß das Ergebnis der Theorie, daß die Wassermassen dieser einseitig offenen Meeresbecken bei der selbständigen Gezeit und bei der Mitschwingungszeit nur in Form *stehender Wellen* reagieren, an die Annahme einer *totalen Reflexion* der Wellen an der inneren Begrenzung des Beckens gebunden ist. Wenn durch Energieverluste oder durch andere Umstände die Reflexion nicht total ist, dann haben die Mitschwingungszeit und die selbständige Gezeit nicht mehr die Form stehender Welle allein, sondern sie ergeben sich als die Superposition zweier orthogonaler stehender Wellen (Phasenunterschied gleich $\frac{1}{4}$ der Periode); die Mitschwingungszeit hat so den Charakter einer einfachen stehenden Welle eingebüßt. Die Gezeitenverhältnisse sind dann, wie DEFANT¹ letzthin an einigen einfachen Beispielen zeigen konnte, wesentlich komplizierter als bei totaler Reflexion.

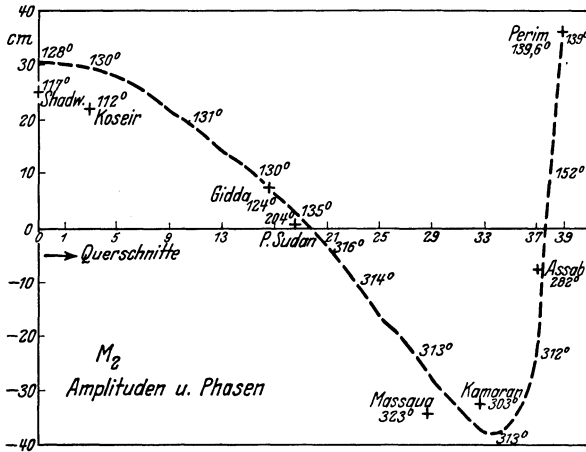
Nach den dargelegten Methoden sind bisher eine große Zahl von Nebenmeeren näher untersucht worden und stets haben die manchmal recht verwickelten Gezeitenerscheinungen derselben, namentlich was die Längsschwingungen betrifft, eine vollauf befriedigende Erklärung gefunden.

Wie ausgezeichnet die Übereinstimmung zwischen Beobachtung und Theorie sein kann, möge bei dem allerdings besonders einfachen Fall des Roten Meeres die Abb. 78 zeigen. Das Rote Meer kann als ein recht einfach gebauter, einseitig mit dem Arabischen Golf in Verbindung stehender Kanal von relativ einfach morphologischem Bau aufgefaßt werden. Die mittlere Tiefe desselben ist 476 m, seine Länge von der Mündung in der Straße von Bab-el-Mandeb bis zur Spitze der Sinai-Halbinsel 1950 km. Die Eigenperiode des ganzen Kanals ergab sich, nach mehreren Methoden² berechnet, zu rund 13 Stunden, kommt also der Periode der halbtägigen Gezeiten recht nahe. Die Halbtagsgezeiten werden deshalb kräftig, die Eintagsgezeiten weniger stark in Erscheinung treten. Dies zeigen auch die Beobachtungen. Die Zusammenfassung der für die Partialtiden M_2 und K_1 berechneten Mitschwingungs- und

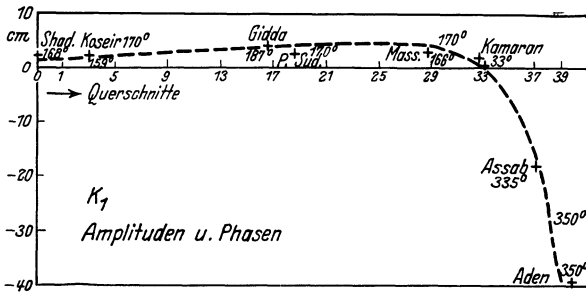
¹ DEFANT, A.: Mitschwingungszeit und Gezeitenreibung. Ann. Hydr. u. mar. Meteor. 1928, S. 274.

² DEFANT, A.: Untersuchungen über die Gezeitenerscheinungen in Mittel- und Randmeeren, in Buchten und Kanälen, 2. Teil. Die Gezeiten des Roten Meeres. Denkschr. Wien. Akad., Bd. 6. 1919.

selbständigen Gezeiten, die durchschnittlich wie 1:3 bzw. wie 1:4 stehen, ergaben Verteilungen von Amplitude und Phase, wie sie in der Abb. 78 gegeben sind; hierbei sind die Amplituden bei Phasen zwischen 180° und 360° auf der negativen Ordinatenachse eingetragen worden,



Amplituden und Phasen der halbtägigen Gezeit M_2 .



Amplituden und Phasen der eintägigen Gezeit K_1 .

Abb. 78. Beobachtete und theoretische Gezeiten des Roten Meeres.

beziehen, befriedigend. Die Längsschwingung des Roten Meeres erklärt sich also völlig aus der Überlagerung von selbständigen Gezeiten und Mitschwingungsgezeiten mit den großen Gezeiten im Golf von Aden. Da letztere die bedeutenderen sind, erkennt man, daß viel Gezeitenenergie von außen bezogen wird und nicht, wie noch KRÜMMEL³ glaubte, vom Arabischen Meer her kein oder nur sehr wenig Gezeiteneinfluß auf die Wassermassen des Roten Meeres übergeht.

¹ DEFANT, A.: Gezeiten und Gezeitenströmungen im Roten Meer. Ann. Hydr. u. mar. Meteor. 1926, S. 185.

² VERCELLI, FR.: Ann. idrogr., Bd. II. Genova 1925.

³ KRÜMMEL: Handb. d. Ozeanographie, 2. Aufl. Bd. 2, S. 382,

um den Gegensatz in den einzelnen Teilen des Meeres besser hervortreten zu lassen¹. Die Kreuze (+) geben die Amplitude und Phase von M_2 und K_1 für einzelne Stationen nach den Werten der harmonischen Analyse, die FR. VERCELLI² abgeleitet hat. Die Übereinstimmung zwischen Theorie und Beobachtung ist, wie man sofort erkennt, in Anbetracht, daß die Werte der harmonischen Analyse sich auf relativ kleine Beobachtungszeiträume

3. Der Einfluß der Erddrehung auf die Gezeiten.

Auf die mit den vertikalen Gezeiten verbundenen horizontalen Wasserverschiebungen wirkt die ablenkende Kraft der Erdrotation; da die Verschiebungen innerhalb einer Gezeitenperiode die Richtung ändern, bedingt die Erddrehung insoweit eine tief eingreifende Modifikation der Gezeitenwelle, als nun die Erscheinung als dreidimensional aufgefaßt werden muß. Die allgemeinen Bewegungsgleichungen nehmen dann die allgemeinere Form (5. 1) an; zu ihnen kommt noch die Kontinuitätsgleichung in der Form (4. 9), bzw. bei veränderlicher Tiefe h in der Form (5. 5) hinzu. Bezeichnet man mit ζ die vertikale Verlagerung der Wasseroberfläche vom Gleichgewichtsniveau aus, so lassen sich diese Gleichungen leicht in die Form (10. 2) bringen ($l = 2\omega \sin \varphi$):

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} - lv &= -g \frac{\partial \zeta}{\partial x} & \frac{\partial \zeta}{\partial t} &= -\left(\frac{\partial hu}{\partial x} + \frac{\partial hv}{\partial y}\right). \\ \frac{\partial v}{\partial t} + lu &= -g \frac{\partial \zeta}{\partial y} \end{aligned} \quad (10. 2)$$

Eine Integration derselben läßt sich für einige einfache Fälle geben. Lord KELVIN¹ hat gezeigt, daß für einen unendlich langen, geraden Kanal konstanter Tiefe die Gleichungen (10. 2) durch (10. 3) befriedigt werden.

$$\zeta = \zeta_0 e^{-\frac{l}{c}y} \cos(\sigma t - \kappa x), \quad u = \frac{g}{c} \zeta, \quad v = 0, \quad (10. 3)$$

wobei $c = \sqrt{gh}$ ist. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Welle wird durch die Erddrehung somit *nicht* beeinflusst. Der Exponentialfaktor bei der Amplitude zeigt aber, daß diese und mit ihr die horizontale Geschwindigkeit u von der einen Seite des Kanals zur anderen abnimmt, und zwar hat jene Seite die kleinere Amplitude, die in bezug auf die Rotation nachfolgt. Ist die Breite des Kanals b , so sind die Amplituden auf beiden Seiten ζ_0 und $\zeta_0 e^{-\frac{l}{c}b}$. Numerische Beispiele mögen den Einfluß der Erddrehung veranschaulichen: Für $l = 2\omega = 1, 456 \times 10^{-4}$ (also am Pol), $g = 9,82 \text{ m/sec}^2$ und $h = 50 \text{ m}$, wird $c = 22,1 \text{ m/sec}$ und daraus folgt

bei einer Breite des Kanals b :	10	100	1000 km
ζ_0 :	1,0	1,0	1,0 „
$\zeta_0 \exp -\frac{l}{c}b$:	0,94	0,51	0,002 „

Das Verhältnis der horizontalen Geschwindigkeit in der Längsrichtung des Kanals — Querströmungen gibt es nicht — ist dasselbe. Man erkennt², daß bei zunehmender Breite des Kanals das Fortschreiten

¹ Siehe LAMB: Hydrodynamik, 2. Aufl., § 207.

² Die Werte der obigen Zahlenfolge gelten auch für andere geographische Breiten, wenn die Breite des Kanals im Verhältnis zu $\sin \varphi$ vergrößert wird.

der Gezeitenwelle sich praktisch auf die eine Seite des Kanals beschränkt. Die Wellenkämme pflanzen sich aber im ganzen Wellenbereich stets senkrecht zur Längsrichtung des Kanals fort.

Für einen Kanal mit Tiefen, die von der Breite desselben abhängen, hat J. PROUDMAN¹ eine Lösung der Gleichungen (10. 2) gegeben; in einem solchen Kanal treten natürlich nun *Querströmungen* auf, die an den Kanalrändern verschwinden müssen. Die Gezeitenströmungen nehmen also hier den Charakter von *Drehströmen* an, die in der ganzen Kanalbreite nicht im gleichen Drehungssinn durchlaufen werden.

Die Theorie der Gezeitenwellen in einem rotierenden, einseitig geschlossenen Kanal konstanter Tiefe hat G. I. TAYLOR² gegeben. Wenn auch nur in den einfachsten Fällen eine praktische Benutzbarkeit seiner Lösung vorhanden sein dürfte, so zeigt sie doch, wie die Gezeitenerscheinungen unter genauer Berücksichtigung der Erddrehung sich im Innern eines Meerbeckens gestalten. Die TAYLORSchen Entwicklungen hier wiederzugeben ist unmöglich, der Grundgedanke ist folgender: Wenn keine Rotation vorhanden ist, ergeben die eindringende und die reflektierte Welle einfacher Form als Schwingung des einseitig offenen Kanals eine stehende Welle. Bei Rotation hat aber die eindringende Welle die Form einer KELVINSchen Welle. Es zeigt sich, daß die Reflexion einer solchen Welle an einem geschlossenen Ende des Kanals nicht mehr in so einfacher Weise vor sich gehen kann, wie im Falle keiner Rotation. Denn die Superposition zweier in entgegengesetzter Richtung wandernder Wellen KELVINSchen Typus geben an keiner Stelle des Kanals auf einem Querschnitt überall eine horizontale Wasserbewegung Null, wo dann eine feste Schranke ohne Störung der Wasserbewegung gesetzt werden könnte. Es wird deshalb im innersten Kanalteil bei totaler Reflexion eine Abweichung von den sonst einfachen Verhältnissen eintreten, und dieses Störungsgebiet wird sich vom Innern über einen bestimmten Teil des Kanals ausdehnen, der von der Periode der Welle und der Breite des Kanals abhängig ist.

Die theoretischen Ergebnisse TAYLORS³ sind recht verwickelt und überblickbar nur dann, wenn für spezielle Fälle numerische Beispiele durchgerechnet werden. TAYLOR hat selbst einen Fall mitgeteilt; er entspricht angenähert der Nordsee: Rechteckige Bucht 53° NBr., Breite 465 km, Tiefe 74 m. Abb. 79 gibt die Verteilung der Flutstundenlinien und der Huhhöhen der Halbtagsgezeit in der etwa doppelt so langen wie

¹ PROUDMAN, J.: Tides in a channel. *Philosophic. Mag.*, Bd. 49. 1925.

² TAYLOR, G. I.: Tidal oscillations in gulfs and rectangular basins. *Proc. Math. Soc. London*, Ser. 2, Bd. 20. 1920.

³ Eine einfachere mathematische Darstellung findet man in DEFANT, A.: Gezeitenprobleme des Meeres in Landnähe. *Probleme der kosm. Physik*, Bd. 6. Hamburg 1925.

breiten Bucht. Die Verteilung der Flutstundenlinien ist äußerst charakteristisch. Die Gezeitenwelle läuft scheinbar entgegen dem Sinn des Uhrzeigers (Nordhalbkugel) rund um die Bucht herum; ihre Fortpflanzungsgeschwindigkeit ist hierbei etwas größer als die einer normalen KELVINSchen Welle in einem Kanal gleichförmiger Tiefe. So entstehen sternförmige Verteilungen der Flutstundenlinien, die man *Amphidromien* nennt. Die angenommene Länge des Kanals läßt zwei zur Entwicklung gelangen; die äußere entspricht der normalen Überlagerung zweier in entgegengesetzter Richtung laufender KELVINScher Wellen, die innere, vor der Begrenzung, ist anderer Art und auf ihr Gebiet beschränkt sich auch jener Teil der Gezeitenwelle, der durch die totale Reflexion am Ende des Kanal gestört erscheint.

Die gestrichelten Linien geben die Verteilung der Hubhöhen: die größten Werte findet man an den Rändern (Küsten); mit Entfernung davon nehmen sie regelmäßig ab; im Zentrum der Amphidromien müssen sie ja Null werden. Die Art der Gezeitenströmungen gibt Abb. 80. Im äußeren

Teil der Bucht, wohin keine Störung durch das innere Ende des Kanals reicht, verlaufen sie überall parallel der Küste; die äußere Amphidromie ist somit entsprechend dem Aufbau der KELVINSchen Wellen frei von Querströmungen, Die innere Amphidromie zeigt hingegen *Drehströme*, in denen die Querströmungen um so kräftiger werden,

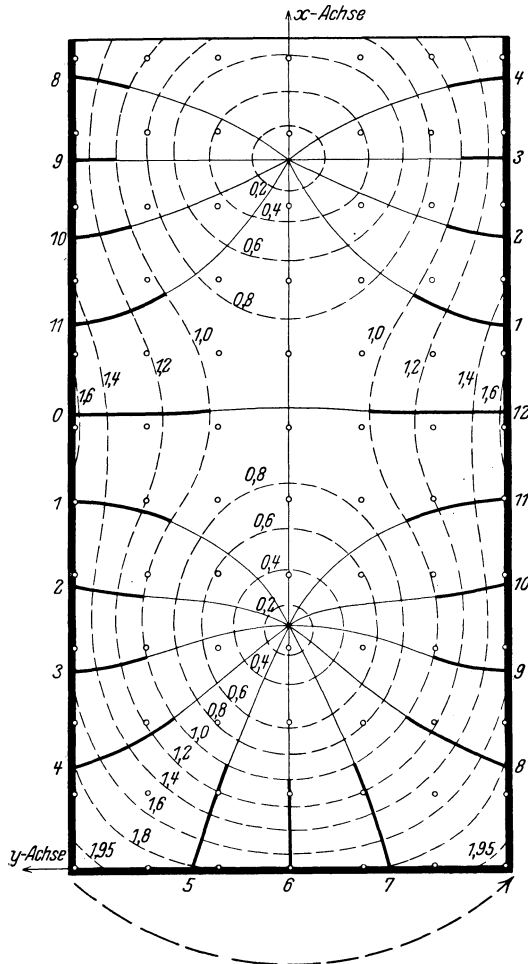


Abb. 79. Flutstundenlinien und Hubhöhen der Halbtagszeit in einer etwa doppelt so langen wie breiten Bucht auf der rotierenden Erde (nach G. I. TAYLOR). Der Pfeil unter der Abb. gibt die Richtung der Rotation.

je näher man dem geschlossenen Ende des Kanals kommt; hier verlaufen sie dann wieder ganz parallel der Küste¹.

Eine Lösung der Differentialgleichungen für Becken variabler Tiefe ist in Erweiterung der Ergebnisse TAYLORS bisher nicht gegeben worden.

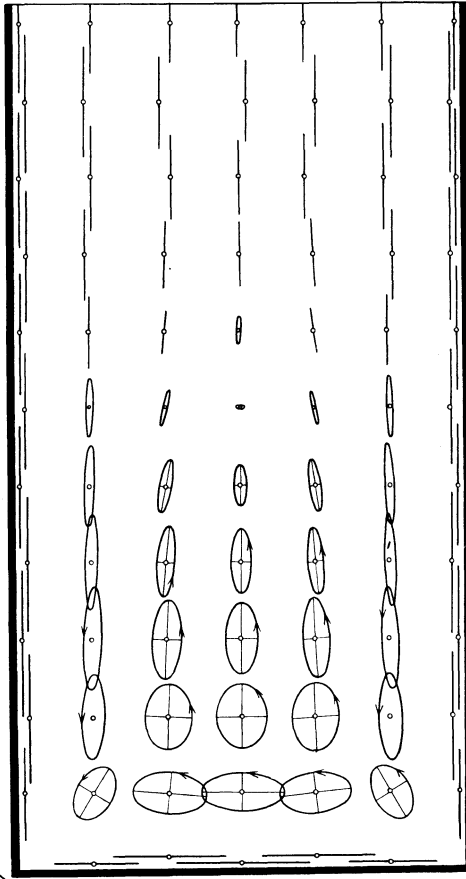


Abb. 80. Gezeitenströme (Stromfiguren) in den Gezeiten der Abb. 79 (nach G. I. TAYLOR).

Trotzdem geben aber seine Feststellungen wertvolle Fingerzeige, wie sich die tatsächlichen Gezeiten erklären lassen und inwieweit Einzelheiten auf eine Wirkung der Erddrehung gesetzt werden können.

Eine angenäherte Berücksichtigung der Wirkung der ablenkenden Kraft der Erdrotation auf die Wasserverschiebungen der nach den früher dargelegten Methoden ermittelten Längsschwingungen von Meeresbecken unregelmäßiger Gestalt läßt sich in leichter Weise angeben. Wenn die horizontale Verschiebung in der Längsrichtung an einem Punkt des Kanals $\xi = \xi_0 \cos(\sigma t + \varepsilon)$ ist, dann ist die Geschwindigkeit dieser Verschiebung

$$u = \sigma \xi_0 \cos\left[\sigma\left(t + \frac{T}{4}\right) + \varepsilon\right].$$

Die ablenkende Kraft im Betrage $2\omega u \sin \varphi$ wirkt in horizontaler Richtung

senkrecht auf die Längsrichtung des Kanals. Die Resultierende aus Erdschwere g und ablenkender Kraft ist um den Winkel α gegen die Vertikale geneigt, und es ist $\tan \alpha = \frac{2\omega \sin \varphi}{g} u$. Wenn nun die jeweilige Niveau-

¹ Die Verteilung der Ströme über die ganze Bucht für vier Phasenzeiten findet man in DEFANT, A.: Grundlagen einer Theorie der Nordseegezeiten. Ann. Hydr. u. mar. Meteor. 1923.

fläche des Wassers stets senkrecht auf die resultierende Kraft stehen soll (keine Querströme), dann wird auch die Niveaufläche, die jeweilige Meeresoberfläche, mit der Horizontalen den Winkel α einschließen. Aus den Werten u kann α stets berechnet werden und, da u periodisch schwankt, wird auch die Wasseroberfläche quer zur Längsrichtung entsprechend diesen Schwankungen hin und her schaukeln. Die ablenkende Kraft der Erdrotation erzeugt somit *Querschwingungen*, deren Amplituden an den Küsten am größten sind und bei einer Breite b des Kanals aus $\frac{b}{2}$ tag α leicht bestimmt werden können. Da u längs des Kanals verschiedene Werte aufweist, werden die Querschwingungen nicht überall gleichen Ausmaßes sein: An den Knotenlinien, an denen u ein Maximum erreicht, sind sie stets am stärksten ausgebildet. Gerade dort, wo die Längsschwingung zurücktritt, treten sie somit am kräftigsten auf und dadurch auch hier am deutlichsten in Erscheinung. Die Phase der Querschwingungen ist gegen die der Längsschwingung um ein Viertel der Periode verschoben. Es ist deshalb einzusehen, daß die Überlagerung von Längs- und Querschwingungen zu *Amphidromien* führen muß. Wo der Einfluß der ablenkenden Kraft der Erdrotation nicht voll zur Geltung kommen kann (kleine Breite, geringe Geschwindigkeiten in den Längsschwingungen, Nähe des Äquators), wird die Gezeit mehr den Charakter einer stehenden Welle beibehalten, dort aber wo er ganz in Erscheinung tritt, nimmt sie das Bild einer entlang der Küste laufenden Welle an; die Gezeitenströme treten als Drehströme auf.

4. Einfluß der Reibung auf Gezeiten und Gezeitenströme.

Der Einfluß der Reibung auf die Gezeiten ist gegenüber jenem der Erddrehung klein und deshalb nicht so ausschlaggebend; dies trifft vor allem zu, wenn die Tiefe des Meeres groß ist. Dann sind die horizontalen Geschwindigkeiten klein und recht gleichmäßig in der ganzen Wassermasse verteilt, so daß durch innere Reibung wenig an Wellenenergie verloren geht. Erst dort, wo die Wassertiefe klein wird (Schelfmeere), vermögen die Unebenheiten des Bodens die Gezeitenströmungen in ihrer gleichmäßigen Ausbildung zu stören; doch auch hier beschränkt sich die Wirkung in der Hauptsache auf eine bestimmte Schicht über dem Boden. Auch hier wird es wie bei den Untersuchungen EKMANS über Gradientenströme (Kap. V/5 c; S. 76) eine untere *Reibungstiefe* geben, in der ein gewisser Energiebetrag der Bewegung durch Reibung vernichtet wird. Die durch die Unebenheiten des Bodens und der Küstenflächen erzwungene Turbulenz der Bewegung wird in erster Linie an der Herabsetzung der Energie beteiligt sein.

Der erste und einfachste Versuch die Wirkung von Reibungseinflüssen auf die Gezeiten *hydrodynamisch* zu erfassen, ist schon frühzeitig gemacht worden. Den Differentialgleichungen (9. 16) für die horizontale Ver-

schiebung der Wassermassen ξ kann auf der rechten Seite noch ein Glied von der Form $-\beta \frac{\partial \xi}{\partial t}$ eingefügt werden. Diese Grenzflächenreibung wird somit der *Geschwindigkeit der Strömung proportional* angenommen; β hängt wohl von der Wassertiefe und von der Beschaffenheit des Bodens ab; bei Tiefen zwischen 30 und 100 m ist seine Größenordnung $5 \times 10^{-5} \text{ sec}^{-1}$. Es ist nicht zu erwarten, daß man dem Charakter der Reibungskräfte, die bei den Gezeiten eine merkliche Verzögerung der Geschwindigkeiten bedingen, durch Einführung eines solchen Reibungsgliedes im vollen Maße gerecht wird. Aber trotzdem wird diese mehr notbehelfsmäßige Darstellung in manchen Fällen ein gutes Bild der Wirkung kleiner dissipativer Kräfte geben können.

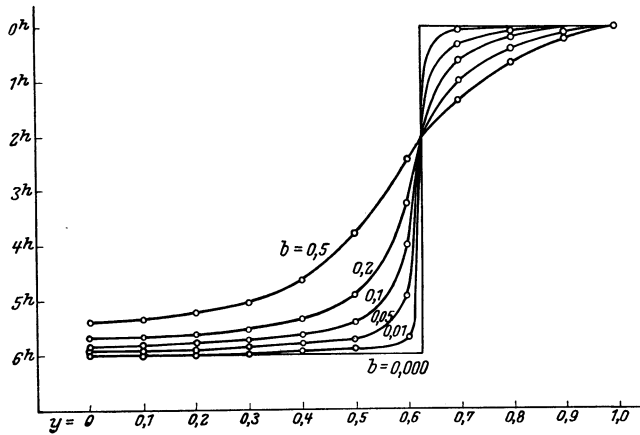


Abb. 81. Phasenverteilung bei der Mitschwingungszeit in einem einseitig offenen Kanal ($\nu=0,8$) bei verschiedenen Reibungsverhältnissen.

Dies um so mehr, als in dieser Form dann die Gleichungen integrierbar bleiben und so die Rechnung bis zum Schluß durchgeführt werden kann. Ein Vergleich mit den Ergebnissen, die ohne Reibungseinfluß abgeleitet wurden, läßt die Wirkung der Reibung um so deutlicher in Erscheinung treten.

Bei einseitig offenen Wasserbecken wird durch die Reibung sowohl die selbständige Gezeit als auch die Mitschwingungszeit beeinflusst, und zwar zeigt die Lösung für einfache Kanäle konstanten Querschnittes¹, daß sowohl die Amplituden- wie die Phasenverteilung längs des Kanals Änderungen erfahren, die um so bedeutender sind, je stärker die Reibung ist. Insbesondere in der Nähe der Knotenlinien, wo ja die horizontale Verschiebung der Wassermassen am größten ist, wirkt sich der Einfluß

¹ DEFANT, A.: Untersuchungen über Gezeitenerscheinungen usw. 4. Teil: Der Einfluß der Reibung auf die Gezeiten der Randmeere. Denkschr. Wien. Akad., Bd. 96. 1919.

der Reibung am stärksten aus. Der Phasensprung um eine halbe Periode wird aufgehoben; an seine Stelle tritt ein allmählicher Übergang: Aus einer stehenden Welle wird eine fortschreitende, die scheinbar von der Mündung aus in das Meeresbecken hinein sich fortpflanzt. Die Knotenlinie verschwindet ebenfalls in der Amplitudenverteilung; man erkennt nur ihre Stelle daran, daß in ihrem Bereiche die Hubhöhen auf ein Minimum herabgehen. Aber dieses Minimum wird um so schwächer, je größer die Reibung ist. Abb. 81 und 82 geben die Phasen- und Amplitudenverteilung bei der halbtägigen Mitschwingungszeit eines Kanals, in dem $\nu = 0,8$ ist und bei $y = 1$ Verbindung mit dem offenen Ozean besteht; die Amplitude sei hier 100 cm und die Phase 0^h . Man sieht, wie die bei $y = 6,25$ fallende Knotenlinie der reibungslosen Gezeit bei verschiedenen

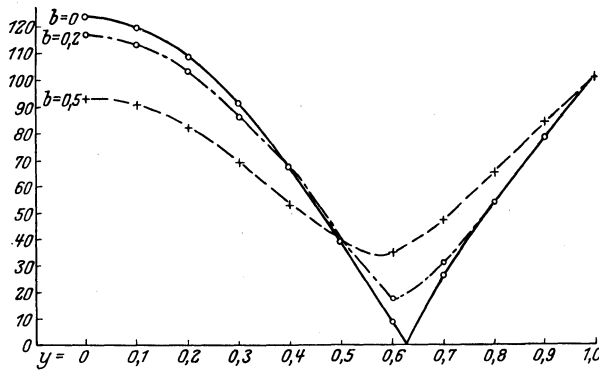


Abb. 82. Amplitudenverteilung bei der Mitschwingungszeit bei einem einseitig offenen Kanal ($\nu = 0,8$) bei verschiedenen Reibungsverhältnissen.

Reibungsverhältnissen ($b = \frac{\beta T}{2\pi}$) allmählich verloren geht und an ihre Stelle ein stetiger Übergang in den Amplituden wie in den Phasen sich einstellt.

Auch für unregelmäßig gestaltete Meeresbecken läßt sich eine Methode angeben, welche eine schrittweise numerische Integration der Differentialgleichungen ermöglicht; nur ist hier die tatsächliche Durchführung der Rechnung schon sehr langwierig und mühsam.

Einen tieferen Einblick in die Wirkungsweise der Reibung auf die Gezeiten und namentlich auf die Gezeitenströme erhält man erst, wenn man die Bewegung der Wassermassen in den einzelnen Schichten vom Boden bis zur Oberfläche unter Berücksichtigung der Reibung näher untersucht. Die Bewegungsgleichungen nehmen dann ihre allgemeinste Form (10.4) an:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} - l v - \mu \frac{\partial u^2}{\partial z^2} &= -g \frac{\partial \zeta}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial t} + l u - \mu \frac{\partial v^2}{\partial z^2} &= -g \frac{\partial \zeta}{\partial y} \end{aligned} \quad \frac{\partial \zeta}{\partial t} = - \int_0^h \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) dz \quad (10.4)$$

μ ist der Koeffizient der Turbulenzreibung (siehe Kap. V, S. 92). Eine allgemeine Lösung für lange Wellen in einer *unbegrenzten* Wasserschicht gleichförmiger Tiefe hat kürzlich H. U. SVERDRUP¹ gegeben. Die Hauptergebnisse seiner Untersuchungen, die eine eingehende hydrodynamische Analyse der in ausgedehnten Meeren² vorgenommenen Beobachtungen über Gezeit und Gezeitenströmungen ermöglichen, lassen sich in übersichtlicher Weise in folgenden Abbildungen zusammenfassen:

1. In einem *Kanal gleichförmiger Tiefe* sind bei Vernachlässigung der Reibung lange Wellen jeglicher Periode möglich. Die Gesetze der

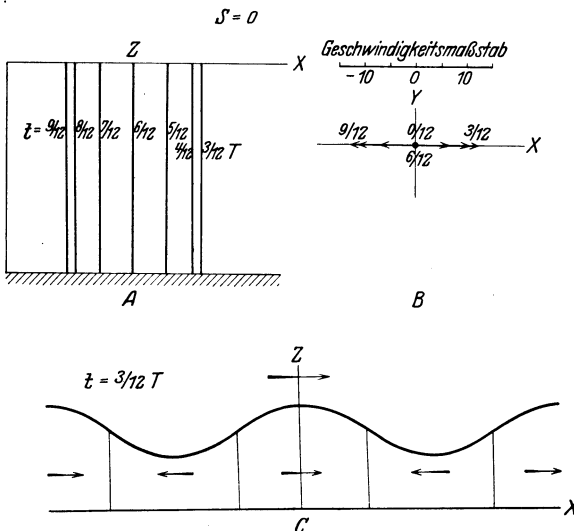


Abb. 83a. Gezeiten in einem Kanal gleichförmiger Tiefe bei Vernachlässigung der Reibung (nach H. U. SVERDRUP). A Lage eines vertikalen Stromfadens in verschiedenen Phasen. B Stromdiagramm, für alle Tiefen gleich. C Wellenform und Stromverteilung.

und Richtung. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Welle hängt nur von der Tiefe ab ($c = \sqrt{gh}$). Eine Hälfte der Energie ist in kinetischer, die andere in potentieller Form vorhanden. Der einzige Unterschied gegenüber den Verhältnissen in einem nicht rotierenden Kanal ist, daß die Amplitude der Gezeit quer zum Kanal verschieden ist (Gezeitenwelle KELVINSchen Typus, siehe S. 197). Die Wirkung der Trägheitskräfte der Rotation drücken die Welle auf die rechte Seite bei einem Rotationssinn entgegen dem Uhrzeigersinn, auf die linke bei einem solchen im Sinne des Uhrzeigers.

2. In einer *rotierenden Wasserschicht unbegrenzter Ausdehnung* sind fortschreitende Gezeitenwellen nur möglich, wenn die Periode der Welle

¹ SVERDRUP, H. U.: Dynamic of tides on the north siberian shelf. Geofys. Publ., Bd. 4, Nr. 5. Oslo 1926.

² Reflexionseinflüsse mögen darin stark zurücktreten.

kürzer ist als die Hälfte der Rotationsdauer der Wasserschicht. Ist s das Verhältnis dieser zwei Größen¹, so muß demnach $s < 1$ sein. Abb. 83 b gibt die Verhältnisse, wenn $s = 0,6$ ist. Der Gezeitenstrom ist auch hier noch in allen Tiefen derselbe, aber er nimmt die Form eines *Drehstroms* an, der im Sinne des Uhrzeiger herumgeht, wenn die Wasserschicht entgegen dem Sinn des Uhrzeigers rotiert (und umgekehrt). Die Stromfigur ist eine Ellipse. Die maximale Geschwindigkeit tritt wieder im Wellenberg bzw. im Wellental auf, sie hängt nun aber außer von der Amplitude und der Wassertiefe noch vom Verhältnis s ab. Die Richtung der maximalen Geschwindigkeit fällt mit der Fortpflanzungsrichtung der Welle zusammen, und das Verhältnis der größten zur klein-

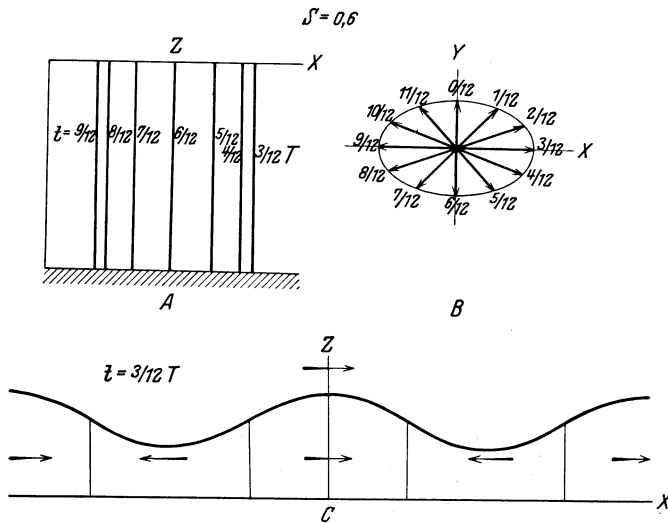


Abb. 83b. Gezeiten in einer rotierenden ($s=0,6$), unbegrenzten Wasserschicht bei Vernachlässigung der Reibung (nach H. U. SVERDRUP). A B C wie bei Abb. 83a.

sten (Halbachsen der Stromellipse) ist s und ist konstant in allen Schichten bis zum Boden. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Welle ist

$$\text{nun } c = \sqrt{gh} \sqrt{\frac{1}{1-s}}$$

3. *Reibungseinflüsse* modifizieren in großem Ausmaße diese Ergebnisse. Abb. 83 c gibt das Wesentliche für eine rotierende Wasserschicht unbegrenzter Ausdehnung. Ist die Wassertiefe groß (größer als die untere Reibungstiefe), so bewegen sich die oberen Schichten so, wie wenn keine Reibung vorhanden wäre. Die Stromfiguren sind wieder Ellipsen. In der Bodenschicht, in der sich der Reibungseinfluß erst bemerkbar macht, tritt der stärkste Gezeitenstrom vor den Wellenbergen bzw.

¹ Somit ist $s = \frac{2 \omega \sin \varphi}{2 \pi} T$ oder gleich $\frac{2 T \sin \varphi}{T_0}$; hierin ist T_0 die Dauer eines Sterntages und T die Periode der Gezeit.

Wellentälern ein, und zwar ist er nach rechts von der Richtung der Fortpflanzung der Welle gerichtet, wenn der Rotationssinn entgegen dem Uhrzeiger ist. Die Stromfigur bleibt eine Ellipse auch in diesen Tiefenschichten, aber das Verhältnis von Maximum zu Minimum ist kleiner als bei Abwesenheit der Reibung; die Ellipse nähert sich dem Kreise. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Welle ist natürlich durch die Reibung vermindert; sie hängt außer von der Wassertiefe und vom Reibungskoeffizienten auch noch von der Wellenlänge ab. Die längsten Wellen werden am stärksten zurückgehalten. Die Amplitude der Welle

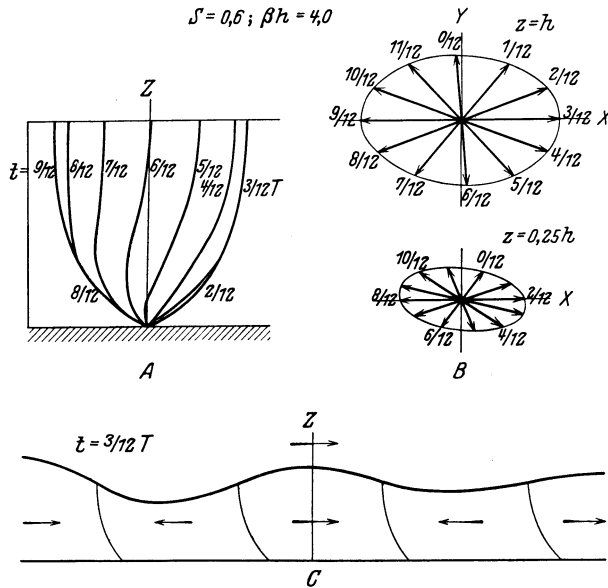


Abb. 83c. Gezeiten in einer rotierenden ($s = 0,6$), unbegrenzten Wasserschicht mit berücksichtigter Reibung ($\beta h = 4,0$) (nach H. U. SVERDRUP). A Lage eines vertikalen Stromfadens in verschiedenen Phasen. B Stromfiguren an der Oberfläche und in einer Tiefe gleich $3/4$ der Wassertiefe. C Wellenform und Stromverteilung.

nimmt in der Richtung der Fortpflanzung ebenfalls ab; die Dämpfung hängt aber auch von der Periode der Welle ab; im allgemeinen werden die kürzeren Wellen auf einer gegebenen Strecke stärker gedämpft als die längeren.

Diese theoretischen Ergebnisse SVERDRUPS, die kürzlich auch von H. THORADE¹ auf einem anderen Wege eine Bestätigung erfahren haben, gestatten manche Ergebnisse der Strombeobachtungen zu erklären, wenn auch einige Grundlagen der Theorie nicht immer ganz erfüllt sein mögen und die sehr spärlichen und schwierigen Beobachtungen noch nicht gestatten, alle Einzelheiten der Theorie zu prüfen und quantitativ abzuwägen. In der Mehrzahl der Fälle zeigt sich, daß beim Fort-

¹ THORADE, H.: Wie wirken Erdumdrehung und Reibung auf Gezeitenströme? Ann. Hydrol. u. mar. Meteor. 1929, S. 1.

schreiten der Gezeitenwelle auf den Kontinentalschelfen längs der Küsten eine Rotation des Gezeitenstromes auf der Nordhemisphäre im Sinne des Uhrzeigers, auf der Südhemisphäre gegen den Sinn des Uhrzeigers vorkommt, während in den äquatorialen Gebieten der Strom rein alternierend ist. Dies würde darauf hinweisen, daß die Erdrotation in erster Linie hierfür verantwortlich zu machen ist, und daß in den wenigen Fällen, wo dies nicht zutrifft, die Gezeitenwelle durch Interferenzen und Reflexionen gestört ist. Über

einen längeren Zeitraum fortgesetzte Strombeobachtungen sind auf alle Fälle notwendig, um eine Entscheidung zu treffen, ob die Drehströme durch Interferenz oder durch die Erddrehung allein bedingt sind. Auch Strombeobachtungen an einer Station, ausgeführt in verschiedenen Tiefen, vermögen Aufschluß zu geben, welche Faktoren bei der Ausgestaltung des Strombildes ausschlaggebend sind. SVERDRUP weist auf die Strommessungen von HELLAND-HANSEN¹ vom 7. und 8. August 1906 auf der Ling Bank (58° 17' N. Br., 2° 27' östl. v. Gr., nördliche Nordsee) hin, die deutlich zeigen, daß hier in erster

Linie Erddrehung und Reibung die Gezeitenwelle ganz im Sinne der Theorie beeinflusst haben. Abb. 84 gibt die Beobachtungsergebnisse in Stromfiguren für 2 m und 75 m als Beispiel. SVERDRUP hat weiter durch die Messungen während der Eisdrift der „Maud“ auf den Nordsibirischen Schelf, H. THORADE durch die Bearbeitung der in der Deutschen Bucht ausgeführten Strombeobachtungen noch andere Fälle gegeben, die recht interessant sind; in großen Zügen bestätigen sie die Theorie, wenn auch in Einzelheiten manches noch unklar bleibt.

Die zahlenmäßige Ermittlung des virtuellen Reibungskoeffizienten (Austausch) ergab Zahlen, deren Größenordnung mit den bisher aus den Meeresströmungen bestimmten sich einigermaßen decken. SVERDRUP findet Werte zwischen 500 und $1000 \text{ cm}^{-1} \text{ g sec}^{-1}$; in den bodennahen Schichten scheint nach ihm und auch nach THORADE der Koeffizient rasch auf kleinere Werte herabzugeben.

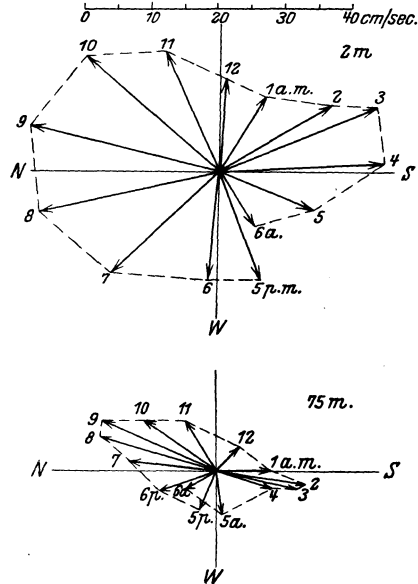


Abb. 84. Stromfiguren des 7. und 8. Aug. 1906 auf der Ling Bank (nach HELLAND-HANSEN).

¹ Bergens Mus. Aarb. 1907, Nr. 15.

5. Die Gezeiten der Ozeane.

Über den Verlauf der Gezeiten innerhalb der weiten Flächen der Ozeane ist derzeit noch wenig bekannt. Zwar kennt man durch die Beobachtungen die Stellen, an denen die Flutstundenlinien das Festland und die Inseln der Ozeane treffen, aber die unermeßlichen Gebiete der freien Meeresflächen sind jeder Beobachtung fast unzugänglich. An einer Bestimmung der vertikalen Gezeit an küstenfernen Stellen bei einigen Tausend Meter Wassertiefe ist ganz abgesehen von der Kleinheit der Gezeitenamplituden im freien Ozean kaum zu denken; möglich bleibt nur die Ermittlung der Gezeitenströme, da nun die Verankerung eines Schiffes auf große Tiefen ausführbar ist. Dadurch, daß man die Beobachtungen an den Küsten und Inseln miteinander in Beziehung setzt, gelingt auch eine Festlegung der Flutstundenlinien für die ganzen Ozeane, aber es ist einleuchtend, daß hier der Phantasie viel Spielraum gelassen ist, namentlich, wenn nicht auch Ergebnisse theoretischer Überlegungen herangezogen werden.

R. A. HARRIS¹ hat zuerst eine vollständige Isorrhachienkarte der Halbtagstiden gegeben; er folgte dem schon von FERREL ausgesprochenen Gedanken, daß zwischen je zwei benachbarten Meeresteilen einfache Schaukelbewegungen vorhanden sind, die er aber in ziemlich freier Weise aus den Ozeanen ausschneidet. „Selbständige Schwingungsgebiete“ sollten nebeneinander liegen und sich gegenseitig nicht weiter beeinflussen. Die Grenzen derselben waren hierbei nicht etwa durch morphologische Verhältnisse vorgegeben, sondern gingen ganz frei durch die ausgedehnten Wasserflächen der Ozeane. Schon G. H. DARWIN² hat gewichtige theoretische Bedenken gegen diesen Vorgang der Abteilung nach selbständigen Schwingungsgebieten geäußert. In neuerer Zeit hat dann R. STERNECK³ neue Weltkarten der Flutstundenlinien für die Halb- und Eintagsgezeiten entworfen; er stützte sich hierbei auf ein großes Material von Küstenbeobachtungen und versuchte auf Grund des *Prinzips der Zerlegung* der beobachteten Gezeitenbewegung in zwei *orthogonale Schwingungssysteme* eine systematische Ordnung in das Chaos der Beobachtungswerte zu bringen.

Ist an irgendeiner Stelle des Meeres die Gezeitenbewegung

$$\eta = a \cos(\sigma t - \kappa),$$

so kann diese in zwei Bewegungen η_1 und η_2 derselben Periode, aber mit willkürlich angenommenen Epochen κ_1 und κ_2 zerlegt werden.

¹ HARRIS, R. A.: Manual of tides, Part 4B. U. S. Coast and Geod. Sur. Ann. Rep., Append. Washington 1904.

² Nature (Lond.), Bd. 66, S. 445. 1902.

³ STERNECK, R.: Die Gezeiten der Ozeane. Sitzgsber. Akad. Wiss. Wien, Math.-naturwiss. Kl. 1920, S. 131 und 1921, S. 363. Siehe auch: Neue Weltkarten der Flutstundenlinien. Ann. Hydr. u. mar. Meteor. 1922, S. 145.

Besonders einfach ist eine orthogonale Zerlegung, worin $\kappa_1 = 0^\circ$ und $\kappa_2 = 90^\circ$ gewählt wird. Dann ist $\eta_1 = a \cos \kappa \cos \sigma t$ und $\eta_2 = a \sin \kappa \sin \sigma t$. Die Bestandteile η_1 und η_2 an sämtlichen Stellen des Meeres für sich betrachtet bilden *stehende* Wellen. Jede für sich muß bis auf die Randbedingung den Differentialgleichungen der Bewegung genügen; die Knotenlinien von η_1 und η_2 bilden je ein System von Parallelkurven, durch die in ausreichender Weise eine *Beschreibung* der Tatsachen gegeben ist. Die neuen Isorrhachienkarten STERNECKs geben diese Darstellung; in Abb. 85 sind die Knotenlinien der Halbtagsgezeiten wiedergegeben; der Schnittpunkt zweier Knotenlinien muß natürlich das Zentrum einer Amphidromie sein. Auf diese Weise kommen im Atlantischen Ozean zwei, im Indischen vier, im Pazifischen sechs vollständig ausgebildete Amphidromien zustande. Nachdem durch diese Darstellung jede dritte Flutstundenlinie als Knotenlinie gegeben erscheint, ist es leicht auch die übrigen Linien einzuzichnen und eine vollständige Karte der Flutstundenlinien zu entwerfen. Beim Ausziehen dieser Linien beginnt aber die Phantasie schon stark in Erscheinung zu treten, so daß noch manches recht unsicher und ungeklärt bleibt.

Die Zerlegung der Gezeitenwelle in zwei orthogonale Schwingungssysteme ist natürlich rein formaler Natur. Die *physikalische* Bedeutung dieser Zerlegung liegt in erster Linie darin: Da die Gezeiten der großen Ozeane sich gegenseitig beeinflussen müssen und überall namentlich auf den großen Schelfgebieten und im Eise der Arktis und Antarktis ganz bedeutende Energiemengen (siehe S. 207) verloren gehen, werden die Gezeiten des Weltmeeres auch, wenn sie Schwingungen einer in sich abgeschlossenen Wassermasse allerdings recht komplizierter Konfiguration sind, nicht mehr den Charakter einer einfachen stehenden Welle haben, trotzdem sich aber darstellen lassen als eine Überlagerung eines orthogonalen Systems von stehenden Wellen.

Eine nähere hydrodynamische Untersuchung haben bisher nur die Gezeiten des Atlantischen Ozeans, über die man noch am besten informiert ist, erfahren. Man kann diesen Ozean im großen und ganzen als einen langgestreckten, einseitig offenen Kanal riesiger Dimensionen auffassen; er würde beginnen im Norden im Arktischen Meer bei der Beringstraße, Querschnittsengen würden bei Spitzbergen und Franz Josefs-Land und dann bei Island und den Faröer-Inseln vorhanden sein; südwärts zieht er sich dann zwischen Amerika und Europa—Afrika hin, bis er im breiten, rund um die Erde sich erstreckenden Meeressgürtel der Südhemisphäre mündet. Abb. 86 zeigt die Flutstundenlinienverteilung des Atlantischen Ozeans in Greenwicher Zeit nach der STERNECKschen Darstellung¹. Man erkennt deutlich im nördlichen Teil zwei voll-

¹ STERNECK, R.: Die Gezeiten des Atlantischen Ozeans. Ann. Hydr. u. mar. Meteor. 1920, S. 390.

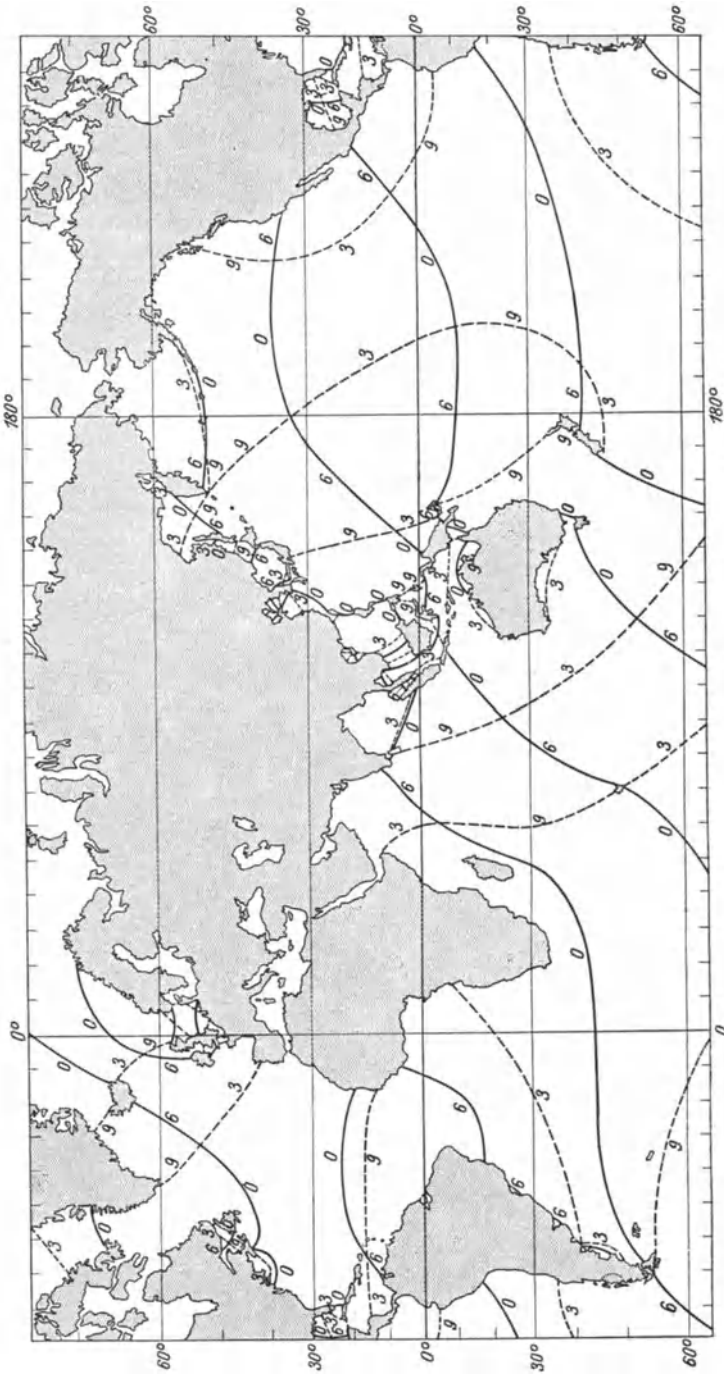


Abb. 85. Knotenlinien der ozeanischen Halbtagstidezeiten (nach R. STERNECK).

ständig ausgebildete Amphidromien, deren östliche die Faröer-Inseln zum Zentrum hat, während der Mittelpunkt der westlichen in der Breite von Irland liegt und von der Mitte des Ozeans etwas gegen Westen verschoben erscheint (54° NBr, 34° westl. v. Gr.). Diese Amphidromie ist ungemein regelmäßig ausgebildet und umfaßt den ganzen nördlichen Atlantischen Ozean; an ihr schließt sich im Süden ein ausgedehntes Gebiet gleichmäßiger Hafenzeit. In den südlichen Teilen hat dann der Verlauf der Flutstundenlinien den Charakter einer gegen Norden fortschreitenden Welle, doch läßt sich aus dem Umstande, daß in 20° NBr. die Isorhachien für $9^{\frac{1}{2}}$, $10^{\frac{1}{2}}$ und $11^{\frac{1}{2}}$ auf ganz engem Raum zusammengedrängt sind, schließen, daß auch hier das scheinbare Fortschreiten der Welle nichts anderes als das Ergebnis der Zusammensetzung zweier stehenden Wellen ist.

DEFANT¹ hat zuerst den Versuch unternommen, die Gezeiten dieses Ozeans durch Längs- und Querschwingungen zu erklären, indem er ihn zusammen mit dem Arktischen Meer als einseitig offenen Kanal auffaßt. Die Längsschwin-

gungen sind dann die Überlagerung einerseits der unter der Einwirkung der fluterzeugenden Kräfte sich ausbildenden selbständigen Gezeiten, andererseits der Mitschwingungsgezeiten mit den periodischen Schwankungen der Wassermassen im äußersten Süden. Hierzu kommen Querschwingungen bedingt durch die Erddrehung und solche selbständiger Art zwischen den Küsten Amerikas und Europa-Afrikas. Die numerischen Berechnungen zeigen eindeutig, daß viele charakte-

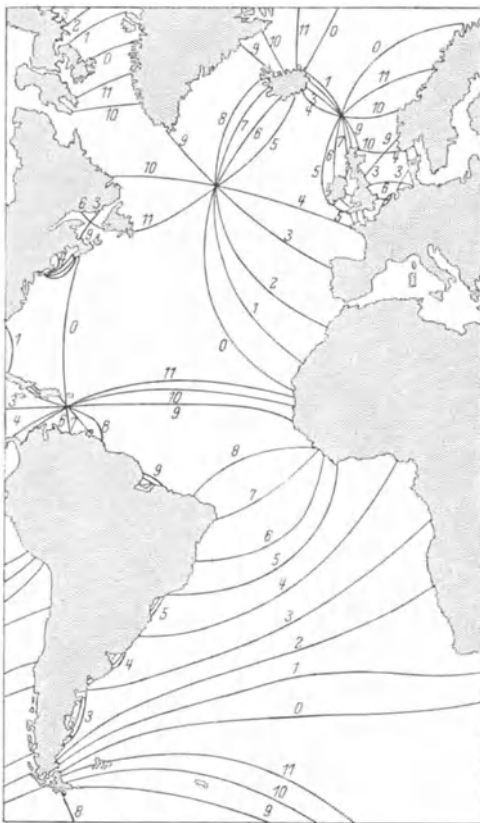


Abb. 86. Flutstundenlinien des Atlantischen Ozeans in Greenwicher Zeit (nach R. STERNECK).

¹ DEFANT, A.: Die Gezeiten des Atlantischen Ozeans und des Arktischen Meeres. Ann. Hydr. u. mar. Meteor. 1924, S. 153.

ristische Eigenschaften der atlantischen Gezeiten dadurch eine einfache Deutung erfahren; insbesondere die Zahl der Knotenlinien ist dadurch festgelegt und ihre Lage innerhalb des großen Kanals fällt sehr nahe mit den Zentren der Amphidromien bzw. mit den Stellen einer Zusammendrängung der Flutstundenlinien zusammen. Es besteht kein Zweifel, daß der Grundgedanke dieser hydrodynamischen Erklärung der atlantischen Gezeiten einen wahren Kern besitzt.

R. STERNECK¹ hat später auf einige Punkte hingewiesen, in denen Unstimmigkeiten mit den Ergebnissen dieser Theorie vorhanden sind und hat seinerseits versucht, durch Annahmen etwas gekünstelt erscheinender „Dreiecksschwingungen“ die Übereinstimmung besser zu gestalten. Auf alle Fälle läßt sich aber STERNECKS Annahme, den Atlantischen Ozean erst bei der Island-Faröer Schwelle beginnen zu lassen, nicht

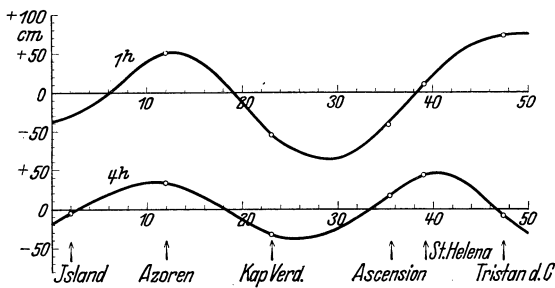


Abb. 87. Längsschwingungen des Atlantischen Ozeans.

halten. Es steht fest, daß ein großer Teil der Gezeitenenergie über diese Schwelle in das Norwegische Meer und weiter in das Arktische Meer eindringt. Die Annahme einer totalen Reflexion der vor-

dringenden Welle an dieser Stelle des Atlantischen Ozeans entspricht in keiner Weise den Beobachtungen².

DEFANT und STERNECKS Untersuchungen können nur als erste Versuche eine Deutung der Gezeiten des Atlantischen Ozeans angesehen werden. Denn beide berücksichtigen in keiner Weise die gewiß sehr beachtenswerte Tatsache, daß von der über das Norwegische Meer und über die Baffinbai in das Arktische Meer eindringenden Gezeitenenergie ein *sehr großer Teil* in den ausgedehnten Schelfgebieten dieses Meeres vernichtet wird. Aber nicht allein auf diesen Schelfen geht Energie verloren; das Polarmeer ist zum größten Teil von Eismassen bedeckt und durch Reibung an dieser enormen Eisdecke geht bestimmt ein weiter bedeutender Anteil der einfallenden Energie verloren. Es ist also nicht zu erwarten, daß die vom Atlantischen Ozean bei der Island-Schwelle in das Nordmeer übertretende Gezeitenenergie wieder vom Nordmeer zurückkommt, wie es der Fall sein müßte, wenn an der inneren Begrenzung des Kanals totale Reflexion erfolgen würde. Dadurch entstehen aber im eigentlichen Atlantischen Ozean Gezeitenverhältnisse,

¹ STERNECK, R.: Zur Theorie der halbtägigen Gezeiten des Atlantischen Ozeans. Ann. Hydr. u. mar. Meteor. 1926, S. 1.

² Siehe hierzu: Ann. Hydr. u. mar. Meteor. 1926, S. 133.

die abgesehen vom Einfluß der Erdrotation und eventueller Querschwingungen sich in der Längsrichtung als eine Superposition zweier orthogonaler stehender Wellen, die gegeneinander um einen bestimmten Betrag verschoben sind, auffassen lassen. Dies beweisen auch die Beobachtungen von Stationen, die in der Nähe der Mittellinie des Atlantischen Ozeans liegen. Folgende Tabelle enthält für diese die Amplitude (η) und die auf Greenwich bezogene Hafenzzeit H (in Einheiten von 1,025 Stunden). Abb. 87 zeigt eine graphische Darstellung dieser Beobachtungen längs der Mittelachse des Meeres. Diese Beobachtungen fügen sich ohne weiteres in zwei Wellenzügen ein, die etwas gegeneinander

Station	φ	λ	η cm	H Mond- stund.	r_1 cm	r_2 cm
Westl. Azoren (Mittel aus 8 Stationen)	38,7° N	28,5° W	60	2,10	+50,3	+32,7
Westl. Kapverdische Inseln (2 Stationen)	17,0° N	25,2° W	63	8,02	-54,2	-32,1
Ascension	7,9° S	14,4° W	45	6,33	-42,3	+15,5
St. Helena	15,9° S	5,7° W	45	3,48	+12,1	+43,3
Tristan da Cunha	37,0° S	12,3° W	75	0,82	+74,7	-7,1

verschoben sind, und diese können als Gezeitenkomponenten eines Kanals aufgefaßt werden, der mit einem Meer (Arktisches Meer) in Verbindung steht, in dem Reibungseinflüsse von ausschlaggebender Bedeutung sind. Die Rückwirkung dieses Energieverbrauches auf die Gezeiten des Atlantischen Ozeans legt das Bild der Gezeiten dieses Ozean fest.

6. Quantitative Schätzung des Verbrauches an Gezeitenenergie im Weltmeer durch Reibung.

Die Frage nach dem Gesamtbetrag an Gezeitenenergie, der im Weltmeer durch Reibungseinflüsse jeglicher Art verbraucht wird, hat eine gewisse Bedeutung für die Erklärung der säkularen Beschleunigung von Sonne und Mond; diese erfordert einen Energieverbrauch von $1,39 \times 10^{19}$ erg/sec¹, der unmöglich von einer Flutreibung im festen Erdkörper geliefert werden kann, da die feste Erde gegenüber Kräften von der Periode der Gezeitenerscheinungen als vollkommen elastisch anzusehen ist². Es müssen deshalb in erster Linie die Gezeiten der Ozeane hierfür in Betracht kommen. Eine Abschätzung der Energiemengen, die hier zur Verfügung stehen, läßt sich leicht geben. Die Komponenten der Gezeitenströme u und v müssen im freien Ozean (Bodenschichten ausgeschlossen) den Bewegungsgleichungen:

$$\frac{du}{dt} - 2\omega \sin \varphi v = g \frac{\partial}{\partial x} (\bar{\xi} - \zeta) \quad \text{und} \quad \frac{dv}{dt} + 2\omega \sin \varphi u = g \frac{\partial}{\partial y} (\bar{\xi} - \zeta)$$

¹ Siehe JEFFREYS, H.: The Earth. Kap. 14/3, S. 216. Cambridge 1924.
² PREY, MAINKA und TAMS: Einführung in die Geophysik, 1. Teil, Kap. 5 S. 183. Berlin 1922.

genügen; hierin ist $\bar{\zeta}$ die Höhe der Flut in der Gleichgewichtstheorie der Gezeiten und legt so das fluterzeugende Potential fest. Falls Resonanzerscheinungen ausgeschlossen sind, was im offenen Ozean wohl der Fall ist, wird ζ von der Größenordnung $\bar{\zeta}$ sein; dann sind u und v von der Größenordnung $\frac{g\bar{\zeta}}{\omega R}$, wenn R der Erdradius ist. Da $\bar{\zeta}$ für die Mond- und Sonnenflut zusammen im Maximum 39 cm ist, werden u und v von der Größenordnung 1 cm/sec. Da die Reibungskraft

$$k\rho(u^2 + v^2)$$

ist¹ und entgegen der Resultierenden der Geschwindigkeit wirkt, wird der Energieverbrauch pro Flächeneinheit

$$k\rho(u^2 + v^2)^{\frac{3}{2}}.$$

ρ ist die Dichte des Wassers und k liegt nach den Untersuchungen BAZINS an natürlichen Gerinnen zwischen 0,002 und 0,0016. Der Energieverbrauch pro cm² wird somit von der Größenordnung 0,004 erg/sec sein. Die Fläche des Weltmeeres ist fast $3,62 \times 10^{18}$ cm², so daß der Gesamtverbrauch im Weltmeer von der Größenordnung 10^{16} erg/sec wird. Dies ist nur ein sehr kleiner Bruchteil des Betrages, der für die säkulare Beschleunigung der Gestirne benötigt wird. Der Hauptteil der Gezeitenreibung kann somit nicht von der Dissipation der Gezeitenenergie im *freien* Ozean stammen.

H. JEFFREYS hat darauf hingewiesen, daß diese Überlegungen nur solange gelten, als ζ nicht wesentlich größer als $\bar{\zeta}$ wird. Wir wissen aber, daß die morphologischen Verhältnisse der Meeresbecken in manchen Fällen eine wesentliche Vergrößerung der Hubhöhen durch Resonanz und durch Verminderung der Wassertiefe erzwingen. Diese Verhältnisse müssen gesondert berücksichtigt werden. Denn, wenn dies auch nur für kleine Flächen gegenüber der gesamten Meeresfläche der Fall ist, so kann doch, da die Geschwindigkeitswerte weit über 1 cm/sec gehen, eine Kompensation beider Faktoren derart erfolgen, daß der Gesamtbetrag an Energieverlust wesentlich vergrößert wird. Es ist ja zu bedenken, daß der Dissipationsbetrag pro Flächeneinheit proportional der dritten Potenz der Geschwindigkeit ist und dies vielleicht ausschlaggebend wird. Durch die Untersuchungen G. I. TAYLORS, der den Energieverlust bei den Gezeiten der Irischen See zahlenmäßig ermittelt hat, haben diese Schlußfolgerungen eine Bestätigung erfahren. Wenn die Geschwindigkeit $v = V \cos \sigma t$ der periodische Gezeitenstrom ist, wird der Betrag der Energiezerstreuung nach dem obigen $k\rho V^3 \cos^3 \sigma t$; der Mittelwert von $\cos^3 \sigma t$ für eine ganze Periode ist $\frac{4}{3}\pi$, so daß für $V = 2\frac{1}{2}$ Knoten = 114 cm/sec sich ein mittlerer Energieverlust von 1300

¹ TAYLOR, G. I.: Tidal friction in the Irish sea. Philos. Trans. roy. Soc. London (A), Bd. 220, S. 1. 1919.

erg/sec ergibt; für die ganze Irische See liefert dies den Betrag von $5,2 \times 10^{17}$ erg/sec.

TAYLOR hat noch nach einer zweiten Methode den Energieverlust durch Reibungseinflüsse bestimmt. Wir wollen hier nur den Grundgedanken derselben wiedergeben. Durch die Gezeitenwelle wird Gezeitenenergie der Irischen See einerseits durch das südliche Einfallstor (Arklow—Bardsey-Insel), anderseits durch das nördliche Einfallstor (Red Bay—Mull of Cantire) zugeführt. Sie kann zahlenmäßig ermittelt werden, wenn die Gezeitenverhältnisse auf diesen zwei Strecken gegeben sind. Zu dieser Energiezufuhr kommt noch die Energiezufuhr, die durch die fluterzeugenden Kräfte den Wassermassen direkt übertragen wird. Dieser Betrag kann ebenfalls leicht bestimmt werden. Der einzige Energieverlust in dieser sonst abgeschlossenen Wassermasse ist der durch Reibung im weitesten Sinne des Wortes. Da stationäre Verhältnisse vorhanden sind, muß Zufuhr und Verlust an Energie sich aufheben; wenn erstere gegeben ist, so ist auch der Betrag der Dissipation an Gezeitenenergie durch Reibung bekannt. TAYLOR findet auf diesem Wege für die Irische See pro cm^2 einen Energieverlust von 1530 erg/sec, was für die ganze Oberfläche dieses Nebenmeeres 6×10^{17} erg/sec ergibt. Dieser Wert stimmt mit dem auf anderem Wege ermittelten innerhalb der Fehler der Bestimmung überein.

Man erkennt sogleich, daß der Energieverbrauch in der Irischen See ungefähr 60mal größer ist, als jener, der für den ganzen *freien* Ozean gefunden wurde, so daß die Mutmaßung, daß die Gezeitenströme in den Nebenmeeren und auf den Schelfgebieten für die von den Astronomen geforderte Gezeitenreibung ausschlaggebend werden, richtig sein dürfte; gibt doch schon die kleine Irische See $\frac{1}{20}$ des geforderten Betrages. Allerdings ist, wie JEFFREYS hervorhebt, der Betrag für die Irische See unter Benützung von Springtidenwerten errechnet worden; sie ergeben natürlich ein Maximum. Es läßt sich zeigen, daß dieser Wert mit 0,51 multipliziert werden muß, um ihn auch für mittlere Verhältnisse gültig zu machen.

TAYLORS Methode hat JEFFREYS¹ benützt, um für viele Nebenmeere den Verbrauch an Gezeitenenergie zu ermitteln und dadurch zu einer Schätzung des Gesamtwertes zu kommen. Die Berechnungen beziehen sich auf Springtiden. Folgende Tabelle gibt in Einheiten von 10^{18} erg/sec die Werte für die einzelnen Nebenmeere:

Europäische Meere:	Asiatische Meere:	Nordamerikan. Meere:
Irische See. 0,6	Südl. Chinasee . . . klein	Hudson Straße . . . 0,2
Englischer Kanal. . . 1,1	Gelbes Meer 1,1	Hudsonbai klein
Nordsee 0,7	Ochotskisches Meer 0,4	Foxstraße 1,4
	Bering Meer 15,0	Fundybai 0,4
	Malakka Straße . . . 1,1	

¹ Philos. Trans. roy. Soc. London (A), Bd. 221, S. 239. 1920.

Der totale Energieverbrauch ergibt sich für Springtiden zu 22×10^{18} erg/sec, mit der Reduktion auf mittlere Verhältnisse $1,1 \times 10^{19}$ erg/sec, also 80% des Wertes, der gefordert wird zur Erklärung der säkularen Beschleunigung des Mondes. Es ist aber wohl anzunehmen, daß der Energieverbrauch noch in anderen Meeresteilen, die in obiger Zusammenstellung fehlen, so bedeutend ist, daß er etwas zum Gesamtverbrauch beiträgt; namentlich der Patagonische Schelf, der Nordamerikanische Archipel, sowie die ausgedehnten Schelfgebiete der Barentsee und der weite Nordsibirische Schelf werden obige Zahl etwas vergrößern. Andererseits fällt in obiger Tabelle der besonders hohe Wert für das Bering-Meer auf, für ein Gebiet, in dem die Gezeitenverhältnisse wohl noch recht mangelhaft bekannt sind. Aber wenn auch dieser Wert verkleinert würde, es fehlt in der Schätzung noch manches, was zu berücksichtigen wäre. An vielen Küsten, in den Fjorden Norwegens, Grönlands, und anderer Küstengebiete wird sicher viel Gezeitenenergie durch Reibung aufgezehrt und unberücksichtigt geblieben sind vor allem die enormen Reibungsverluste an den ausgedehnten Eisflächen der Arktis und Antarktis, von denen wir jetzt nach den Untersuchungen SVERDRUPS wissen, wie ausschlaggebend sie sind. Fassen wir alles zusammen, so können wir wohl annehmen, daß der von den Astronomen zur Erklärung der säkularen Beschleunigung der Gestirne geforderte Betrag an Gezeitenreibung auch jetzt noch im obigen Sinne durch die Flutreibung zur Verfügung steht.

Namenverzeichnis.

- | | | |
|---|--|---|
| <p>AIRY, G. B. 174.
 AMUNDSEN, R. 101, 102.</p> <p>BERNOULLI, D. 59, 157, 191.
 BJERKNES, V. 6, 7, 9, 11, 12, 14, 16, 22, 36, 40, 42, 98, 106, 107, 110, 111, 116, 117, 124, 130, 132, 138, 173, 185.
 BRENNECKE, W. 74.
 BRUNT, D. 70.</p> <p>CHRYSTAL, G. 177, 178, 179, 189.</p> <p>DARWIN, G. H. 191, 208.
 DEFANT, A. 44, 49, 72, 94, 98, 133, 136, 146, 178, 179, 183, 187, 192, 195, 196, 198, 200, 202, 211, 212.
 DINKLAGE, L. E. 73, 74.
 DOODSON, A. T. 184.
 DURST, C. S. 74.</p> <p>EINSTEIN, A. 171.
 EKMAN, V. W. 11, 17, 18, 25, 26, 28, 29, 42, 45, 46, 62, 67, 69, 70, 71, 73, 74, 75, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 87, 88, 89, 97, 116, 123, 124, 125, 128, 136, 190, 201.
 EMDEN, R. 183.
 EXNER, F. M. 63, 74, 107, 111, 189.</p> | <p>FERREL, W. 208.
 FREDHOLM, J. 72.</p> <p>GALLÉ, P. H. 73.
 GEHRKE, J. 46, 90.
 GERSTNER, F. J. von 160, 161, 162, 165.</p> <p>HARRIS, R. A. 208.
 HELLAND-HANSEN, Bj. 25, 26, 27, 39, 84, 85, 95, 101, 116, 123, 125, 187, 207.
 HELMERT, F. G. 4.
 HELMHOLTZ, H. von 98, 166.
 HESELBERG, Th. 11, 14, 28, 29, 30.
 HONDA, K. 182.</p> <p>ISITANI, D. 182.
 JACOBSON, J. P. 90, 92, 93, 94.
 JEFFREYS, H. 131, 166, 167, 168, 173, 174, 213, 214, 215.</p> <p>KELVIN, Lord 25, 117, 166, 197, 199.
 KNUDSEN, M. 10, 11, 44, 45.
 KOHLSCHÜTTER, E. 164, 165.
 KOSSINA, E. 2.
 KRÜMMEL, O. 65, 73, 74, 163, 196.</p> <p>LAAS, W. 163.
 LAMB, H. 47, 158, 159, 166, 169, 174, 179, 185, 191, 197.</p> | <p>LAPLACE, P. S. 191.
 LAUTENSACH, H. 146.
 LENZ, E. 133.</p> <p>MAINKA, C. 3, 191, 213.
 MARGULES, M. 58, 98, 103.
 MEINARDUS, W. 145.
 MERZ, A. 37, 38, 48, 51, 53, 54, 89, 114, 135, 146.
 MEYER, H. H. F. 37, 114, 142, 146.
 MICHAELIS, G. 37, 144.
 MICHELL, J. H. 160, 164.
 MÖLLER, L. 51, 54, 152, 154.
 MOHN, H. 73, 74.</p> <p>NANSEN, Frj. 39, 40, 73, 74, 85, 95, 101, 125, 146, 187.
 NEWTON, J. 191.</p> <p>PÂRIS 162, 163.
 PETTERSSON, O. 189.
 PREY, A. 3, 191, 213.
 PROUDMAN, J. 184, 198.</p> <p>RAKINE, W. J. M. 161.
 RAYLEIGH, Lord 158, 159, 181.
 RUPPIN, E. 65.
 RUSSELL, Scott 166, 168.</p> <p>SANDSTRÖM, J. W. 7, 11, 37, 41, 65, 106, 115, 117, 124, 128, 129, 130, 135.</p> |
|---|--|---|

- | | | |
|--|--|---|
| SCHMIDT, W. 32, 76, 91,
92, 94, 168. | STOKES, G. G. 159, 161,
162, 164. | VERCELLI, Fr. 196. |
| SCHOTT, G. 27, 31, 145,
152. | SVERDRUP, H. U. 11, 14,
29, 30, 204, 205, 206,
207, 216. | WEDDERBURN, E. W.
189. |
| SCHULZ, B. 31, 144. | TAMS, E. 3, 191, 213. | WILLIMZIK, M. 37, 144.
145. |
| SCHUMACHER, A. 11,
163, 165. | TAYLOR, G. J. 64, 91, 92,
168, 198, 200, 214,
215. | WITTING, R. 46, 73, 74,
177. |
| SMITH, E. H. 57, 58,
109, 144. | TERADA, T. 182. | WÜST, G. 12, 31, 37, 106,
114, 122, 133, 137,
142, 146, 149, 152,
154. |
| SOLBERG, H. 71. | THORADE, H. 72, 73, 74,
75, 94, 162, 206, 207. | ZÖPPRITZ, K. 75. |
| SPRUNG, A. 17. | | |
| STERNECK, R. 194, 208,
209, 211, 212. | | |

Sachverzeichnis.

- Ablenkende Kraft der Erdrotation 17, 192, 197.
 Abtrieb 23.
 Adiabatische Temperaturänderungen 25.
 Adiabatischer Temperaturgradient 25.
 Äquatorialer Gegenstrom 139, 141, 145, 146.
 Äquatorialströme 113.
 Äquipotentialfläche 8.
 Agulhas-Strom 38.
 Amphidromie 199, 201.
 Amplitude der Welle 156, 159.
 Anemogene Wirbelwirkung 82
 Anomalie der Dichte 11.
 — des spez. Volumens 11.
 Antarktischer Zwischenstrom 148.
 Archimedisches Prinzip 23.
 Arktischer Zwischenstrom 148.
 Atlantischer Ozean 3, 30, 85, 86, 113, 114, 125, 133, 142, 149, 211.
 — Strom 103.
 Atmosphäre, eine — 7.
 Atmosphärische Einflüsse 129.
 Aufbau des Meeres 4, 98, 104.
 Auftrieb 23.
 Ausbreitung der Wellen 165.
 Ausmaße des Meeres 2.
 Ausstrahlung 148.
 Austausch 92.
 — in Tiefseegräben 32.
 Bar 7.
 Baroklines Massenfeld 22.
 Barotropes Massenfeld 22.
 Belgica-Expedition 101, 102.
 Berechnung der Geschwindigkeiten n. dem Zirkulationsprinzip 120.
 Bewegungsgröße 90.
 Bewegungszustand des Meeres 33.
 Bodengefälle, kritisches 62, 87.
 Bodenkonfiguration u. Stromlinien 46, 83.
 Bodenstrom 77.
 — antarktischer 148, 152.
 — arktischer 148.
 Bosphorus 51, 52, 54.
 Bottnisches Meer 46.
 Bougainville-Graben 31.
 Brandung 165, 173.
 Chrystalsche Theorie der Seiches 177.
 Contra solem 17.
 Coriolis' Kraft 17.
 Cum sole 17.
 Dardanellen 53, 54.
 Deckschichte 128.
 Deutsche Atlantische Expedition 38, siehe Meteor-Exp.
 Dezibar 7.
 Dichte in situ 10.
 Diffusion, scheinbare 90.
 Diskontinuitätsfläche 19, 48, 97, 124, 137, 138, 158, 185.
 Divergenz des Stromfeldes 40.
 Divergenzfeld 42.
 Divergenzlinie 35, 98.
 Divergenzpunkt 36.
 Drehströme 198, 205.
 Druckfeld 7, 100.
 Druckgefälle und maximale Geschwindigkeit 59.
 Druckgradient 15, 16.
 Dünung 172.
 Dynamik der Meeresströmungen 55.
 Dynamischer Schnitt 12.
 Dynamische Tiefe 6.
 — Topographie isobarer Flächen 9, 56.
 Eddy conductivity 92.
 Eddy diffusivity 92.
 Eigenperiode abgeschlossener Wassermassen 177, 193.
 Eisschmelze 148.
 Elementarstrom 79, 128.
 Energiegehalt der Seiches 183.
 Entstehung der Wellen 165, 170.
 Erdkrümmung und Stromrichtung 16, 87.
 Erdwärme 31.
 Flaschenposten 33.
 Florida, Kap — bis Gun Cay 12, 14, 106, 107, 121, 122, 123.
 Floridastraße 18.
 Fluterzeugende Kräfte 192.
 Flutreibung 213.
 Flutstundenlinien, Weltkarte der — 208, 210.
 Fortwandern der Wellenform 155.
 Freie Welle 50.

- Gardasee 180.
 Gegenstrom, äquatorialer 139, 141.
 Geoid 2.
 Geometrische Tiefe 6.
 Gerstnersche Welle 160, 162.
 Geschwindigkeitsdiagramm 65.
 Geschwindigkeitsdivergenz 41.
 Geschwindigkeitspotential 157.
 Geschwindigkeitsverteilung, vertikale 105.
 Gesetz der parallelen Solenoidfelder 123.
 Gezeiten 190.
 — theorie 190.
 — in Buchten und Kanälen 192.
 — selbständige — 192.
 — Mitschwingungs- 193.
 — u. ablenkende Kraft der Erdrotation 197.
 — und Reibung 201.
 — der Ozeane 208.
 Gezeitenenergie 213.
 Gezeitenreibung 195, 201, 213.
 Gezeitenstrom 37, 190, 201.
 — u. Divergenz 44.
 Gleichgewicht, Bedingungen desselben 21.
 — indifferentes 24, 27, 30.
 — labiles 24, 28.
 — stabiles 24, 28.
 Gleitfläche 34.
 Gliederung, senkrechte, des Meeres 2.
 Golfstrom 12, 14, 46, 57, 102, 106, 107, 121, 144.
 Gradientkraft 15.
 Gradientstrom 16, 76.
 Gravitationswellen 155.
 Grenzfläche 19, 48, 50, 98, 138, 158, 185.
 Grenzflächenreibung 64, 167, 192.
 Guinea-Strom 34, 142.
 Gullmarfjord 40.
 Hakodate (Bucht von) 182.
 Homogenes Meer 8, 55, 97.
 Hydrodynamische Gleichungen 15, 18, 20.
 Hydrosphäre als zirkularer Wirbel 138.
 Indischer Ozean 3, 144, 152.
 Isobathen, dynamische 8, 57.
 Isobar-isostere Röhre 12.
 Isobare Flächen 8, 101, 108, 109, 110, 112, 123.
 Isopyknische Fläche 11.
 Isostere Fläche 11, 56, 103.
 Kaltwasser 137, 138.
 Kältequelle 130.
 Kalmenzone 130.
 Kapillarität 167.
 Kartennull 2.
 Kentern des Stromes 155.
 Kinematik des Meeres 33.
 Knick der Isobaren 100.
 Knotenpunkt oder Knotenlinie 155, 176, 181, 210.
 Knudsens Lehrsatz 44.
 Kompensationsstrom 53.
 Kontinentalblock 2.
 Kontinuitätsgleichung 19, 21, 40, 43, 45, 59.
 Konvektion 32.
 Konvektionsstrom 116, 128.
 — mit Reibung 125.
 Konvergenzlinie 34, 98, 135.
 Konvergenzpunkt 36.
 Kreuzsee 168.
 Küstengestaltung und Stromlinien 46.
 Kugelgestalt der Erde, Einfluß auf stationäre Ströme 59.
 Kurvendivergenz 41.
 Labradorstrom 57, 144.
 Laminare Ströme 89.
 Lenzsches Zirkulationsschema 133.
 Massenfeld 10.
 — baroklines 22.
 — barotropes 22.
 Meeresboden und Stromrichtung 60.
 Meeresniveau, ideales 2, 5.
 — physikalisches 2, 9, 101, 123.
 Meeresoberfläche 2, 60, 101.
 Meerestiefe der Ozeane 3.
 — Einfluß der Änderung derselben auf stationäre Ströme 59.
 Meinardus-Linie 145.
 Meteorexpedition 38, 149, 163, 164, 170, 187, 188.
 Methode der Verarbeitung von ozeanogr. Materials 13.
 — zur Bestimmung des Austausches 94.
 Michellsche Welle 160, 161.
 Millibar 7.
 Mischungsprozesse im Meer 89.
 Mischungsregel 91.
 Mitschwingung 192.
 Mitschwingungszeiten 193.
 Mittelwasser 2.
 Mündungskorrektion 181.
 Nebenmeere 153.
 Neerstrom 53.
 Neufundlandbank 57, 85, 86, 109.

- Neupommern Graben 31.
 Neutraler Punkt 36.
 Niederschlag — Verdunstungsströme 136.
 Niveaufläche 5.
 Nordäquatorialer Strom 34, 134.
 Nordostmonsun 144.
 Normalkurve eines Sees 178.
 Normal-Null 2.
 Norwegische See 39, 101.
 Oberflächenstrom 79, 142.
 Oberflächenwellen 156, 158.
 Orbitalbahn 155, 159.
 — bei internen Wellen 186.
 Ostgrönlandstrom 40, 101, 102, 144.
 Oszillierende Ströme 63.
 Ozeangezeiten 208.
 Pazifischer Ozean 2, 145, 152.
 Pendeltag 17.
 Periode stehender Wellen 176.
 Philippinen Graben 31.
 Planetarische Wirbelwirkung 82.
 Polarfront, ozeanische 142, 144, 145, 146, 148.
 Polarströme 134, 141.
 Polarwasser 102.
 Potentialschichten 8.
 Potentielle Temperatur 26.
 Querschwingungen 201.
 Reflexion von Wellen 175, 195.
 Reibung 17, 19, 125, 192.
 — Wirkungsweise 64.
 — gleitende 64.
 — innere 64.
 — virtuelle 65.
 Reibung, Turbulenz- 65, 192.
 — Gezeiten- 195, 201, 213.
 Reibungstiefe 69, 72.
 — untere 78, 201.
 Resonanz 156, 193.
 Roßbreiten 115, 133.
 Rotes Meer, Gezeiten 196.
 Säkulare Beschleunigung von Sonne und Mond 213.
 Salzgehalt, Bestimmung 10.
 — Strommenge 45.
 Salzgehaltsschnitte 134.
 Sandströms Versuche mit geschichtetem Wasser 115, 128, 130.
 San Francisco (Bucht von) 183.
 Schaumbildung bei Wellen 170.
 Schelf 2.
 Scheindiffusion 94.
 Scheinleitung 94.
 Scheinreibung 90.
 Schwerefeld 4.
 Schwere im Meer 4.
 Schwerepotential 5.
 Schwingungsbauch 155.
 Seespiegelschwankungen 177.
 Selbständige Gezeit 192.
 Seiches in Seen 177.
 — in Meeresbuchten u. Kanälen 181.
 — Ursache derselben 183.
 — und Wind 184.
 — innere 189.
 Singularitäten des Stromfeldes 34, 35, 98.
 Solenoid 12, 13, 123.
 Spezifisches Volumen 10.
 Sprungschichte, siehe Diskontinuitätsfläche.
 Stabilität 28.
 Standwirbel 53.
 Statik des Meeres 21.
 Stationäre Ströme 55.
 — Wellen 48.
 Stationärer Wirbel 54.
 Staustrom 76, 128.
 ST-Diagramm 95.
 Stehende Wellen 155, 175, 193.
 — innere Wellen 189.
 Stereophotogrammetrische Wellenaufnahmen 163.
 Stratosphäre, ozeanische 137, 147.
 Strom, oszillierender 63.
 — zonaler 61.
 Stromablenkung 66, 73.
 Stromdarstellungen der Meeresoberfläche 38, 39.
 Strometagen 79.
 Stromfeld 33.
 Stromfigur 206, 207.
 Stromfunktion 157.
 Stromlinie 33, 57.
 Stromlinien bei Wellenbewegung 36.
 Stromkonstituenten 79, 128.
 Strommenge 42, 80.
 — bei Triftströmen 70.
 — bei Gradientströmen 77.
 Stromrichtung und Bodengefälle 16, 83.
 — — Erdkrümmung 16, 83.
 Subtropisches Unterwasser 137.
 Südäquatorialer Strom 34, 134.
 Südatlantischer Ozean 48, siehe auch Atlantischer Ozean.
 Südwestmonsun 144.
 Tiefe, dynamische 6, 8.
 — geometrische 6, 8.
 Tiefenstrom 77, 88.
 — atlantischer 48, 152.
 Tiefenzirkulation, ozeanische 147.

- Tiefseebecken 2.
Tiefseegräben, Temperaturverteilung in — 30, 31.
Theorie der Wellenbewegung 157.
Topographische Karten 8.
— Wirbelwirkung 82.
Totwasser 189.
Trägheitskreis 17.
Trajektorie 33.
Triftstrom 16, 68, 128.
Trochoide 160.
Troposphäre, ozeanische 136, 147.
Troposphärische Strömungen 142.
Turbulente Ströme 89.
Turbulenzreibung 65, 90, 192.
Turbulenz des Windes 167, 183.
Umformung der Wellen 165, 169, 172.
Unstetigkeitsflächen 19, 48, 97.
Vektor des spezifischen Volumens 16.
Verbrauch an Gezeitenenergie 213.
Verdunstungsströme 136.
- Vermischungsintensität 90.
Warmwasser 136, 138.
Wärmequelle 130.
Wasserkörper 97.
Wasserkörper in stationärer Lagerung 107.
Welle, freie 50, 156, 176.
— erzwungene 156, 193.
— fortschreitende 155, 158.
— stehende 155, 175, 189.
— kurze 157.
— lange 157, 159, 176.
— Entstehung 165, 170.
— Umformung 165, 172.
— Ausbreitung 165.
— langkämmige 172.
— stationäre 48.
— interne 185.
Wellenbewegung 154.
— Theorie der 157.
Wellenbildung 165.
— gruppen 169.
Wellenbildung an Grenzflächen 50, 51.
Wellenform 155, 160, 161.
— permanente 159.
Wellenprofil 160, 161, 163, 164.
- Wellenprofil, Beeinflussung durch die Luftströmung darüber 165.
Westwindtrift 38, 113, 134, 140, 141.
Windsee 172.
Wirbel, antizyklonischer 135, 142, 145.
— zyklonischer 135.
Wirbelwirkung, anemogene 82.
— planetarische 82.
— topographische 82.
Zentibar 7.
Zerlegungstheorie der Gezeiten 194.
Zirkulare Wirbel 110, 138.
Zirkulation 117, 129.
— haline 132.
— stratosphärische 147.
— thermische 131.
— troposphärische 142.
Zirkulationstheorie von V. Bjerknes 117.
Zonale Ströme 61.
Zwischenstrom, arktischer 148.
— antarktischer 48, 148.
Zykloide 160.