Einzelkonstruktionen aus dem Maschinenbau
Herausgegeben von Professor Dipl.-Ing. C. Volk, Berlin · Fünftes Heft

# Zahnräder

Zweiter Teil:
## Stirn- und Kegelräder mit schrägen Zähnen

Dritter Teil:
## Schraubgetriebe (Hyperbolische Räder, Schraubenräder, Schneckengetriebe)

von

**Dr. A. Schiebel †**
weiland o. ö. Professor der deutschen technischen Hochschule zu Prag

Dritte Auflage

Nach dem Tode des Verfassers unter Mitwirkung von
**R. Bock, E. Ninow und C. Volk**
neu bearbeitet von
**Ing. Dr. techn. R. Königer**
Privatdozent an der deutschen technischen Hochschule zu Prag

Mit 175 Textabbildungen

Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH
1934

**Einzelkonstruktionen aus dem Maschinenbau**
Herausgegeben von Professor Dipl.-Ing. C. Volk, Berlin · Fünftes Heft

# Zahnräder

Zweiter Teil:
## Stirn- und Kegelräder mit schrägen Zähnen

Dritter Teil:
## Schraubgetriebe (Hyperbolische Räder, Schraubenräder, Schneckengetriebe)

von
**Dr. A. Schiebel †**
weiland o. ö. Professor der deutschen technischen Hochschule zu Prag

Dritte Auflage

Nach dem Tode des Verfassers unter Mitwirkung von
**R. Bock, E. Ninow** und **C. Volk**
neu bearbeitet von
**Ing. Dr. techn. R. Königer**
Privatdozent an der deutschen technischen Hochschule zu Prag

Mit 175 Textabbildungen

Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH
1934

ISBN 978-3-662-37195-4 ISBN 978-3-662-37916-5 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-662-37916-5


Ursprünglich erschienen bei Julius Springer in Berlin 1934.

## Vorwort zur dritten Auflage.

Im April 1930 ist die 3. Auflage der Stirn- und Kegelräder mit geraden Zähnen erschienen. Leider konnte Professor Schiebel die 3. Auflage der Räder mit schrägen Zähnen nicht vollenden, am 13. August 1931 hat der Tod seinem Wirken ein Ziel gesetzt. Die Herausgabe der neuen Auflage hat Schiebels langjähriger Mitarbeiter Dr. techn. R. Königer, Prag, übernommen, unter Mitwirkung der Herren Bock, Oberingenieur der Zahnradfabrik Friedrichshafen, Berlin (Bearbeitungsfragen) und Ninow, Oberingenieur der AEG, Berlin (Turbinengetriebe), sowie des Herausgebers (Normen, Konstruktives). Die 3. Auflage mußte nicht nur die Fortschritte und Neuerungen seit 1923 bringen, sondern auch den Anschluß des Buches an die Normung und die Neuauflage des 1. Teiles herstellen.

Da aber der Umfang nicht wesentlich vermehrt werden sollte, war man gezwungen, weitgehend zu kürzen und auf die grundlegenden Arbeiten von Schiebel als Quellenwerke zu verweisen.

Der Abschnitt über die Schrägzahn-Kegelräder wurde gänzlich umgearbeitet und so aufgebaut, daß der Konstrukteur befähigt wird, den Trieb zu entwerfen und die Eingriffsverhältnisse zu beurteilen.

Die Schraubgetriebe wurden in einem besonderen, dritten Teil zusammengefaßt. Nach den Schraubenstirnrädern werden auch die Schraubenkegelräder (Hypoidräder) behandelt, über welche noch wenig praktische Erfahrungen vorliegen.

Bei den zylindrischen Schnecken wird einleitend eine allgemeine Theorie der Schraubenregelflächen gebracht und die beiden Grenzfälle der Spiralschnecke und Evolventenschnecke hervorgehoben. Auch bei den Globoidschnecken wurde auf Getriebeformen mit gekrümmten Hauptlängsprofilen eingegangen. Neuaufgenommen wurden ferner Hinweise auf geometrisch ähnliche Flankenflächen, Flüssigkeitsreibung und Schmiegungsverhältnisse.

Die Eingriffsfläche wurde nach dem zeichnerischen Verfahren von Schiebel ermittelt, also aus den Eingriffspunkten in Querschnittsebenen, rechtwinklig zur Schneckenachse. Neuere analytische Verfahren geben zwar rascher einen wertvollen Einblick in die Natur der Eingriffsfläche, führen aber im weiteren Verlauf oft zu Gleichungen, die doch nur zeichnerisch gelöst werden können.

Eine Reihe sorgfältig ausgeführter Figuren ist hinzugekommen, die dem Leser das Erkennen der tieferen Zusammenhänge erleichtern sollen. Es darf aber nicht verschwiegen werden, daß einige Kapitel ein ernstes Studium erfordern.

Berlin, Juli 1934.

**Der Herausgeber.**

# Inhaltsverzeichnis.

## Zweiter Teil:

## Stirn- und Kegelräder mit schrägen Zähnen.



## Dritter Teil:

## Schraubgetriebe.

Zweiter Teil:

# Stirn- und Kegelräder mit schrägen Zähnen.

## A. Schrägzahn-Stirnräder.

### I. Räder mit einfachen Schraubenzähnen.

#### 1. Zahnform.

Die Verzahnung der Schrägzahnräder wird durch die zugehörige Planverzahnung festgelegt. Die Planverzahnung ist die Verzahnung einer (gedachten) Zahnstange (bei Schrägzahnkegelrädern die Verzahnung einer Zahnscheibe oder eines Planrades), die im gleichen Herstellungsgang erzeugbar wäre, wie das Rad selbst.

In der Wälzebene (Abb. 1) kann der Zahnstangenzahn eine beliebige Flankenlinie $L$ aufweisen[1]; ihre Aufwicklung auf dem Wälzzylinder liefert die Flankenlinie $L_1$ vom Schraubenzahn des Rades ($L_1$ = Schnittlinie der Zahnflanke mit dem Wälzzylinder). Die Form der Zähne ermittelt man aus den zugehörigen Schnittprofilen der Zahnstange (Stirnschnitt und Normalschnitt). Von einer gekrümmten Flankenlinie $L$ macht man Gebrauch bei den Rädern mit Bogenzähnen (S. 18).

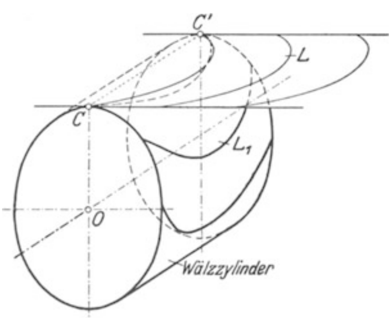



Abb. 1. Flankenlinien $L$ und $L_1$ von Zahnstange und Rad. (Flankenlinien = Schnittlinien der Zahnflanken mit den Wälzflächen.)

Die einfachste und gebräuchlichste Flankenlinie in der Planverzahnung ist eine Gerade $C c'$ (Abb. 4), die unter dem Schrägungswinkel $(90° - \beta)$ schräg gegen die Richtung $CC'$ der Wälzachse steht[2]; die Aufwicklung am Wälzzylinder ergibt dann eine zylindrische Schraubenlinie mit dem unveränderlichen Steigungswinkel $\beta$. Damit ist ein einfacher Bewegungsvorgang für das Schneidwerkzeug gegeben.

Eine weitere Vereinfachung bringt die Evolventengestaltung der Zahnfläche. Die

---

[1] Eine Übergangsform vom geraden zum Schraubenzahn findet man bei den Rädern mit Stufen- oder Staffelzähnen vor. Der gerade Zahn wird der Breite nach in $i$ gleiche Teile zerlegt; die einzelnen Zahnteile werden am Radumfang um $t/i$ versetzt (Abb. 2). Setzt man überdies noch die Zahnprofile in den äußersten Flankenteilen gegen die theoretisch richtige Flanke leicht zurück (Abb. 3), so sichert man sich bei roher Ausführung einen gleichmäßigeren Gang gegenüber den Rädern mit geraden Zähnen. Während der gerade Zahn gezwungen ist, den Eingriff in einer Teilungslänge $t$ zu besorgen, dauert die Einwirkung eines Zahnteils vom Staffelzahne nur in einem Bogen $t/i$ an. In dieser wesentlich verkürzten Einwirkungsdauer können sich nur geringere Gangunregelmäßigkeiten ausbilden.

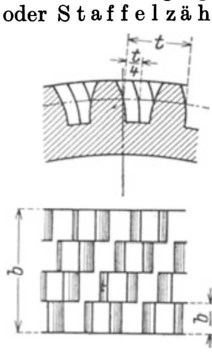



Abb. 2. Staffelzähne

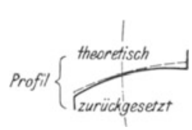



Abb. 3.

Von den Ausführungen mit Staffelzähnen ist man abgekommen. Nur Stirnräder mit zwei um die halbe Teilung versetzten Zahnkränzen führt man noch aus; für die Bearbeitung der Zahnlücken muß eine ausreichend breite Nut zwischen den beiden Zahnhälften freigelassen werden.

[2] Die meisten Bezeichnungen stimmen mit den deutschen Industrienormen überein. Da aber auch die 3. Auflage von Schiebel I zu berücksichtigen

Zahnstange erhält schräge Zähne mit ebenen Zahnflächen (Abb. 8); senkrecht zu ihrer Zahnflanke steht die Eingriffsebene des Rades, geneigt unter dem Winkel $\alpha$ gegen die Tangente an $C$ (Abb. 4). Die Eingriffsebene berührt längs $N\,n$ den Grundzylinder des Rades vom Halbmesser $r = R\cos\alpha$.

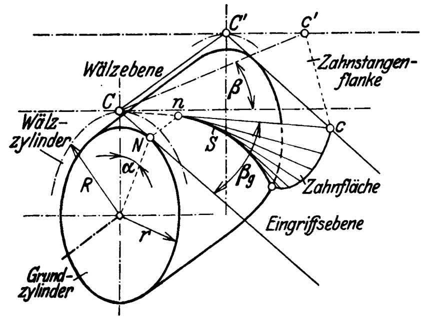



Abb. 4. Zahnstange mit gerader Flankenlinie $Cc'$; Schraubenfläche des Zahnes.

Die schräge Zahnfläche der Zahnstange schneidet die Eingriffsebene in einer Geraden $C\,c$, die als die Erzeugende der Schraubenzahnfläche angesehen werden kann. Sie durchläuft bei der Aufwicklung der Eingriffsebene am Grundzylinder die Schraubenzahnfläche, die somit eine Geradenfläche ist. Bei der Aufwicklung legt sich die Erzeugende als Schraubenlinie vom Steigungswinkel $\beta_g$ an den Grundzylinder an und bildet die Fußlinie $S$ der Zahnfläche. Zwischen den Steigungswinkeln $\beta$ und $\beta_g$ am Wälz- und Grundzylinder und dem Eingriffswinkel $\alpha$ besteht die Beziehung

$$\operatorname{tg}\beta_g = \operatorname{tg}\beta/\cos\alpha \qquad (1)$$

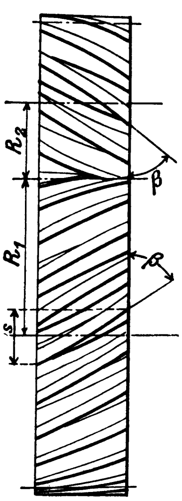



Abb. 5. Schrägzahnräder im Eingriff.

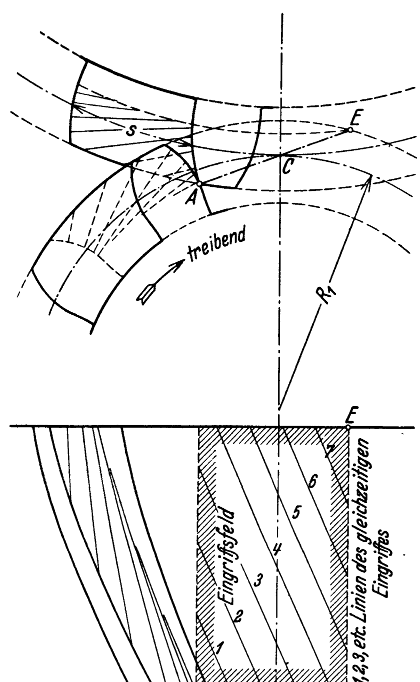



Abb. 6. Eingriffsbild des Schraubenzahnes.

Der Schraubenverlauf der Zähne eines Getriebes hat in einem Rade rechtsgängigen, im eingreifenden Rade linksgängigen Steigungssinn (Abb. 5). Die im Teilkreisbogen gemessene gegenseitige Verdrehung der beiden Stirnprofile bezeichnet man als den Sprung $s$ des Schraubenzahnes: $s = b \operatorname{ctg}\beta$ ($b$ = Zahnbreite).

Für die Zahngestaltung behalten die üblichen Verzahnungen der geraden Zähne ihre Geltung. Die Einwirkung zweier Zähne aufeinander, die sonst bei geraden Zähnen auf die Profilüberdeckung $\varepsilon_p$ (Eingriffsdauer) der Zahnflanken beschränkt bleibt, wird bei der schraubenförmigen Ausgestaltung durch die Sprungüberdeckung $\varepsilon_s = s/t$ verlängert. Es beträgt somit der gesamte Überdeckungsgrad

$$\varepsilon = \varepsilon_p + \varepsilon_s = \varepsilon_p + \frac{b}{t}\operatorname{ctg}\beta \qquad (2)$$

---

war und die Normen nur für einen Teil der gebrauchten Bezeichnungen Buchstaben vorschlagen, waren einige Unterschiede unvermeidlich.

Man beachte namentlich:

| | DIN 868 | Schiebel I 3. Aufl. | Schiebel II/III 3. Aufl. |
|---|---|---|---|
| Steigungswinkel . . . | $\gamma$ | $\beta$ | $\beta$ |
| Schrägungswinkel . . . | $\beta$ | $90° - \beta$ | $90° - \beta$ |
| Kegelwinkel . . . . . | $\delta$ | $\varphi$ | $\varphi$ |
| Gemeinsame Zahnhöhe | $y$ · Modul | — | — |
| Kopfhöhe . . . . . . | — | $\varkappa'$ · Modul | $y'$ · Modul |
| Fußhöhe (Fußtiefe) . . | — | $\varkappa''$ · Modul | $y''$ · Modul |
| Profilverschiebung . . | $x$ · Modul | $\xi$ · Modul | $x$ · Modul |

Der Eingriff beginnt in einem Punkte $A$ des in der Drehrichtung vorangehenden Flankenpaares (Abb. 6) und verbreitert sich allmählich in Linienberührungen 1, 2, 3... über die volle Zahnbreite, bis er schließlich in einem Punkte $E$ endet. Bei der Evolventenverzahnung findet eine Berührung in geraden Linien statt; zur Verdeutlichung des Eingriffsvorganges sind diese Geraden in Abb. 6 sowohl im Eingriffsfelde selbst als auch in den beiden Zahnflächen eingezeichnet.

Das allmähliche Eintreten der Zähne in die volle Belastung, das mit dem Anwachsen der Berührungslänge gleichen Schritt hält, sowie der durch den Sprung verlängerte Eingriff sichern den Rädern mit Schraubenzähnen einen weit ruhigeren Gang, als er unter sonst gleichen Umständen bei geraden Zähnen zu erwarten ist. (Bei unbearbeiteten Zähnen ist ein schwaches Zurücksetzen der Kopfflanken gegen die theoretisch richtige Form empfehlenswert, um Kanteneingriffe auszuschließen. Ungleichheiten in Profilierung und Teilung, sowie etwaige Durchbiegungen der Zähne verursachen dann beim Übergang des Eingriffs von einem Zahn auf den andern wesentlich geringere Stoßwirkungen als bei den geraden Zähnen. Ist der Sprung größer als die Teilung, so läßt sich der Eingriff bei genügender Zurücksetzung der Profile auf den Wälzpunkt allein beschränken, wodurch jegliche Zahnreibung verschwindet. Von dieser reibungsfreien Ausführung kann aber bei Kraftübertragung kein Gebrauch gemacht werden, weil die Pressung in dem Berührungspunkt der beiden Zahnflächen zu groß ausfällt.)

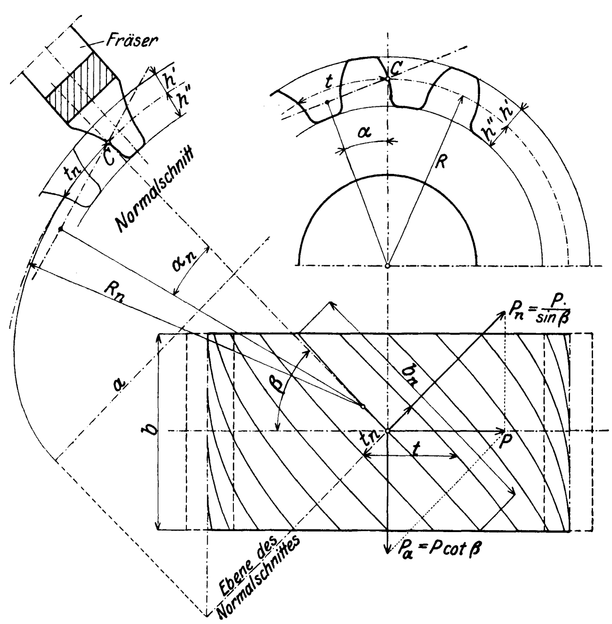



Abb. 7. Form und Maße des Schraubenzahnes.

Infolge der Schrägstellung der Zähne macht sich bei der Übertragung einer Umfangskraft $P$ ein Normaldruck senkrecht zum Zahnverlauf von $P_n = P/\sin\beta$ geltend (Abb. 7). Dieser vermehrte Druck vergrößert die Zahnreibung im Maße von $1/\sin\beta$ gegenüber jener der geraden Zähne (siehe I. Teil, Abschn. III). Es beträgt daher der Verlust durch Zahnreibungsarbeit (in v. H. der übertragenen Arbeit)

$$\mathfrak{V} = \frac{\mu\pi}{\sin\beta}\left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2}\right)\frac{\varepsilon_p}{2} \cdot 100$$

Durch den schräggerichteten Normaldruck $P_n$ wird eine axial wirkende Kraft $P_a = P\operatorname{ctg}\beta$ wachgerufen, die in der Lagerung einen zusätzlichen Reibungsverlust verursacht. Dieser Übelstand läßt größere Schrägstellungen bei einfachen Schraubenzähnen nicht zu; die Ausführungen weisen Schrägen von 10° bis 30°, also Steigungswinkel $\beta$ von 80° bis 60° auf. Größere Zahnschrägen bis zu 45° und darüber sind nur bei doppelten Schraubenzähnen zulässig, die von einem einseitigen Axialdruck frei sind.

Bei Schraubenzähnen unterscheidet man das Stirnprofil (Zahnprofil in der Radebene) mit der Stirnteilung $t$ vom Normalprofil mit der Normalteilung $t_n$, dessen Ebene rechtwinklig zu den Flankenlinien steht und den Wälzzylinder in einer Ellipse schneidet, deren halbe große Achse $a = R/\sin\beta$ und deren halbe kleine Achse $b = R$ ist.

Ihr Krümmungskreis im Punkte $C$ vom Halbmesser

$$R_n = a^2/b = R/\sin^2\beta \tag{3}$$

kann angenähert als Wälzkreis des Normalschnittes angesehen werden.

Die Zahnteilung $t_n$ im Normalschnitte, die im Gegensatz zur Stirnteilung[1] $t$ als Normalteilung bezeichnet wird, beträgt

$$t_n = t \sin\beta\,. \tag{4}$$

Im Normalschnitt kann somit die Zahngestaltung eines Rades mit Schraubenzähnen, dessen Bestimmungsgrößen $t$, $z$ und $\beta$ sind, angenähert ersetzt werden durch die Verzahnung eines geradzähnigen Stirnrades von den Bestimmungsgrößen $t_n$ und

$$z_n = \frac{2 R_n \pi}{t_n} = \frac{z}{\sin^3\beta}\,. \tag{5}$$

Dieser Umstand ermöglicht die Anwendung der Schneidwerkzeuge, mit denen die geraden Zähne bearbeitet werden. Man braucht nur den Modul $(t_n/\pi)$ des Normalschnittes nach den (genormten) Werten für die geraden Zähne zu wählen und erhält aus Gl. (3) und (5) den Teilkreishalbmesser des Rades

$$R = \frac{z}{2}\frac{1}{\sin\beta}\cdot\frac{t_n}{\pi}\,. \tag{6}$$

(Auf ein rundes Maß von $R$ muß man meist verzichten, da $1/\sin\beta$ keine ganze Zahl ist.) Die Zahnhöhe ist abhängig vom Modul des Normalschnittes zu halten. Man wähle sie bei bearbeiteten Zähnen $= 2t_n/\pi +$ Kopfspiel. Die Zahnflanken erhalten Evolventenform, wobei man mit Rücksicht auf die genormten Schneidwerkzeuge für gerade Zähne im Normalschnitt den Eingriffswinkel mit $\alpha_n = 20°$ (oder $15°$) annimmt. Der Eingriffswinkel im Stirnschnitt kann aus

$$\operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg}\alpha_n/\sin\beta \tag{7}$$

berechnet werden.

Bei $\alpha = 20°$ beginnt die Unterschneidung der Geradzähne praktisch bei $z_{\min} = 14$ (Grenzzähnezahl). Dem entspricht beim Schrägzahn ein $z'_{\min} = 14.\ \sin^3\beta$; für z.B. $\beta \approx 60°$ wird $z'_{\min} \approx 10$. Für kleinere Zähnezahlen ist Sonderverzahnung durchzuführen.

Die Übertragung der Evolventenflanke des geraden Zahnes auf den Normalschnitt des Schraubenzahnes ist nur angenähert richtig. Vollkommen genau ist hierbei nur die Tangentenlage und die Krümmung in der Flankenlinie. Dieser Umstand ist insofern wichtig, als man trotz der Annäherung doch genaue Eingriffsverhältnisse in der Wälzbahn des Zahnes bewahrt. Die Annäherung ist desto unvollkommener, je kleiner die Zähnezahl ist.

## 2. Sonderverzahnung (korrigierte Zahnform).

Die praktisch ohne schädlichen Unterschnitt erzeugbare Zähnezahl liegt (bei $\alpha = 20°$) für $\beta = 43$ bis $71°$ zwischen $z_{\min} = 5$ bis 12. Die bei kleineren Zähnezahlen erforderliche Sonderverzahnung der Schraubenzähne geht gleichfalls von der Planverzahnung, also von einer Zahnstange mit schrägen Zähnen vom Steigungswinkel $\beta_0$ aus (Abb. 8); im Normalschnitt (Zeiger $n$) besteht volle Übereinstimmung mit der Bezugszahnstange der geraden Zähne[2], also

Eingriffswinkel $\alpha_n = 15°$ oder (genormt) $= 20°$; Modul $m_n = (t_n/\pi)$, genormt.
Zahndicke auf der Profilmittellinie $= 0{,}5\, t_n =$ Zahnlückenweite.
Kopfhöhe über der Profilmittellinie $= {}^7/_6 \cdot t_n/\pi$ oder (genormt) $= t_n/\pi +$ Kopfspiel $S_k$ $(S_k \approx 0{,}2\, m_n)$.

[1] Aus $z \cdot t = \pi \cdot D$ folgt $t/\pi = D/z$; d. h.: durch Teilung des Durchmessers in $z$-Teile erhält man den Modul. Der Modul $t/\pi$ wird daher nach DIN 868 auch als „Durchmesserteilung" bezeichnet.

[2] Vgl. Schiebel, Teil I, 3. Aufl., S. 26 usf.

Im Stirnschnitt zeigt dann die Bezugszahnstange folgende Abmessungen:

Eingriffswinkel $\alpha_0$, $\operatorname{tg}\alpha_0 = \operatorname{tg}\alpha_n/\sin\beta_0$ (8)

Teilung $t_0 = (\pi/\sin\beta_0)\cdot(t_n/\pi)$ (9)

Zahndicke auf der Profilmittellinie $= 0{,}5\, t_0$,

Kopfhöhe über Profilmittellinie $= {}^7/_6 \cdot t_n/\pi$ oder $1{,}2\, t_n/\pi$ (10)

Um Unterschnitt zu vermeiden, muß die Profilmittellinie verschoben werden. Dadurch ändert sich ihr Abstand vom Wälzpunkt $C_0$ (Abb. 9). Die Profilverschiebung, die man auf den Modul $m_n$ bezieht, entspricht einer Verschiebung des die Zahnform erzeugenden Werkzeuges.

Profilverschiebung[1] $= \pm x \cdot (t_n/\pi) = x \cdot m_n$ (11)

Der bei der Erzeugung sich einstellende Teilkreis des Rades hat den Halbmesser

$$R = \frac{z}{2}\cdot\frac{t_0}{\pi} = \frac{z}{2}\cdot\frac{1}{\sin\beta_0}\cdot\frac{t_n}{\pi}\,. \qquad (12)$$

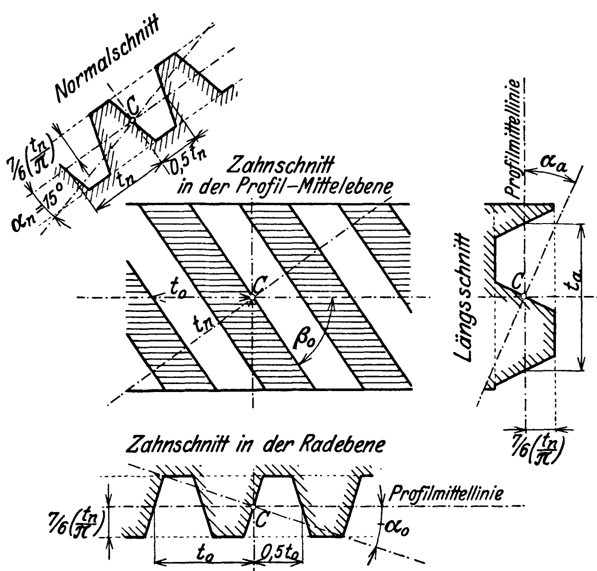
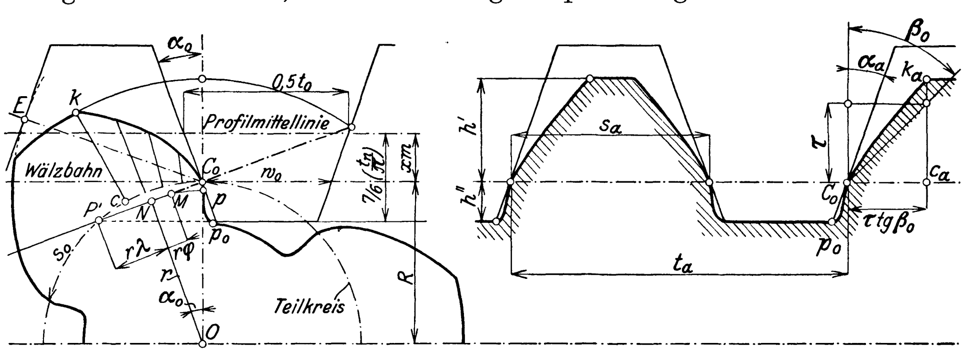



Abb. 8. Bezugszahnstange der Schraubenzähne ($\alpha_n = 15°$, nach DIN : 20°).

Der Halbmesser des zugehörigen Grundkreises ist $r = R\cos\alpha_0$. Die Fußtiefe des Zahnes (vom zugehörigen Teilkreis des Rades von $z_1$ Zähnen ab gemessen) ist $h_1'' = {}^7/_6\, m_n - x m_n = ({}^7/_6 - x)\, m_n = y_1'' \cdot m_n$ (13)

Die Kopfhöhe $h_1''$ des Zahnes außerhalb des Teilkreises wird erst durch die Paarung mit dem zweiten Rad festgelegt.

(Das Kopfspiel, hier mit ${}^1/_6\, m_n \approx 0{,}16\, m_n$ angenommen, soll zwischen $0{,}1\, m$ und $0{,}3\, m$ liegen. Genormt: $0{,}2\, m$. Eine etwaige Kopfkürzung wird meist erst nach er-




Stirnschnitt. Achsenschnitt.

Abb. 9. Nach dem Wälzverfahren geschnittene Zahnflanken. (Sonderverzahnung; $z_1 = 3$, $z_2 = 8$, $\beta_0 = 45°$, $x = 0{,}645$).

folgter Verzahnung durch Abdrehen (Schleifen) vorgenommen, da die Werkzeuge am besten vom unverminderten Kopfkreisdurchmesser aus eingestellt werden.)

Auf Grund dieser Angaben wird die Verzahnung im Stirnschnitt nach Abb. 9 gezeichnet. Die Zahnevolvente ist in der Eingriffstellung $C_0$ aufgezeichnet, wobei insbe-

[1] In Schiebel, Teil I, mit $x = \xi \cdot m$ bezeichnet.

sondere der Kopfpunkt $k$ genau zu ermitteln ist. Die Gegenflanke des Zahnes muß das Zahnstangenprofil im Punkte $E$ der Eingriffsgeraden tangieren. Die Lückenweite des Zahnes im Teilkreisbogen entspricht der Dicke $w_0$ des Zahnstangenzahnes auf der Wälzbahn; aus Stirnteilung $t_0$ vermindert um $w_0$ erhält man das Maß $s_0$ der Zahndicke am Teilkreis.

Die Zahnevolvente ist nach innen nur so weit zu zeichnen, wie die Flanke durch das Zahnstangenprofil beim Wälzverfahren rein ausgeschnitten wird.

Bestimmung des inneren Grenzpunktes $p$ (vgl. Teil I, Gl. 4):

$$P'N = r \cdot \lambda, \qquad \lambda = \frac{4}{z \cdot \sin 2\alpha_0} \cdot y'' \cdot \sin\beta_0 - \operatorname{tg}\alpha_0 \tag{14}$$

Eingriffsminderung $NM = r . \varphi$

Überführt man $M$ im Kreise auf die Zahnevolvente, so erhält man Grenzpunkt $p$. Ist $\lambda$ negativ, so ist $\varphi = -\lambda$.

Bei positiven Werten von $\lambda$ wird $\varphi$ ein Funktionswert, der auch vom Steigungswinkel $\beta_0$ abhängt, da der Eingriffswinkel $\alpha_0$ durch $\beta_0$ beeinflußt wird. Die Darstellung der Funktionswerte gibt die Abb. 11. Die einem bestimmten Steigungswinkel $\beta_0$ angehörenden Verhältniswerte $\varphi$ der Eingriffsminderungen sind als Ordinaten einer Kurve eingetragen, deren Abszissen die Verhältniswerte $\lambda$ der Zahnstangenabschnitte sind. Die Kurve $\beta_0 = 90°$ entspricht den Eingriffsminderungen der geraden Zähne.

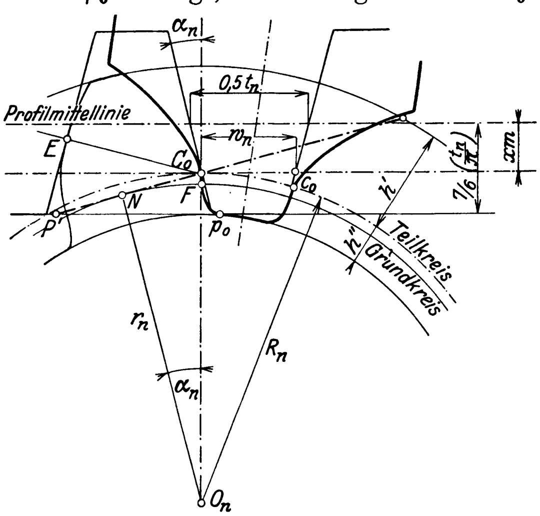


Abb. 10. Ermittlung des Formfräserprofils aus dem Normalschnitt (Verzahnung nach Abb. 9).

Der Verlauf des **F u ß a n s c h l u s s e s** $pp_0$ hängt vom Vorzeichen des Zahnstangenabschnittes ab. Ist $\lambda$ negativ, so schließt die Überführungslinie tangierend an die Evolvente an; ihre Ermittlung ist aus Abb. 25 des I. Teiles zu entnehmen. Bei positivem $\lambda$ tritt eine Unterscheidung auf, die nach Abbildung 26 des I. Teiles zu bestimmen ist.

Im Achsenschnitt (Abb. 9) besteht eine Axialteilung $t_a = t_0 \cdot \operatorname{tg}\beta_0 = t_n/\cos\beta_0$ und eine Zahndicke am Teilkreiszylinder von $s_a = s_0 \operatorname{tg}\beta_0$.

Der Axialschnitt der Zahnstange tangiert die Zahnflanke im Punkt $C_0$ des Teilkreiszylinders; der Neigungswinkel $\alpha_a$ ist bestimmt durch $\operatorname{tg}\alpha_a = \operatorname{tg}\alpha_n/\cos\beta_0 = \operatorname{tg}\alpha_0 \operatorname{tg}\beta_0$.

Bei der Ermittlung der Profilpunkte im Axialschnitt geht man in folgender Weise vor. Die Schraubenlinie des Zahnpunktes $k$ durchstößt die axiale Schnittebene im Punkte $k_a$. Der Winkelentfernung dieser beiden Punkte entspricht am Teilkreiszylinder ein Bogenmaß von $\widehat{c\,C_0} = \tau$, dem eine Axialentfernung gleichwertig ist von $\overline{C_0 c_a} = \tau \cdot \operatorname{tg}\beta_0$.

Konstruktion von $C_0 c_a$: Lotrechte durch $C_0$; $\beta_0$ und $\tau$ antragen. $ck$ aus Abb. 9 entnehmen und $c_a k_a = ck$ machen.

Soll der Schraubenzahn mit einem Formfräser geschnitten werden, so muß das **F r ä s e r p r o f i l** aus dem Eingriffsbild des Normalschnittes (Abb. 10) ermittelt werden, das aber nur eine angenäherte Zahnform liefert. Der Normalschnitt der Zahnstange weist die Abmessungen der Abb. 8 auf. Es sind die Halbmesser

$$\left.\begin{array}{ll} \text{des Teilkreises} & R_n = \dfrac{R}{\sin^2\beta_0} = \dfrac{z_n}{2}\left(\dfrac{t_n}{\pi}\right), \\ \text{des Grundkreises} & r_n = R_n \cos\alpha_n \\ \text{und die Zähnezahl} & z_n = \dfrac{z}{\sin^3\beta_0} \end{array}\right\} \tag{15}$$

Die Profilverschiebung und die Zahnhöhen sind die gleichen wie im Stirnschnitt.

Durch diese Angaben ist die Zahnevolvente festgelegt. Der Dicke $w_n$ des Zahnstangenzahnes auf der Teilgeraden ist im Bogenmaß als Lückenweite $C_0\, c_0$ des Radzahnes am Teilkreis aufzutragen.

Da bei der Bearbeitung nach dem Wälzverfahren die Fußecke des Radzahnes über das erforderliche Maß des Getriebeeingriffes ausgeräumt wird, so kann man bei der Formgebung des Fräserprofiles von der Fußlinie des Wälzverfahrens absehen und eine verlängerte Zykloide einlegen. Dadurch erreicht man einen verstärkten Fußanschluß ohne Unterschneidung. Fällt der Eingriffspunkt $P'$ des Zahnstangenkopfes außerhalb die Eingriffstrecke $NC_0$ (Abb. 10), so wird die Zahnevolvente bis zum Fußpunkte $F$ am Grundkreis geführt und daselbst die Fußlinie $Fp_0$ nach dem Vorgang der Abb. 22 im I. Teil tangierend angeschlossen.

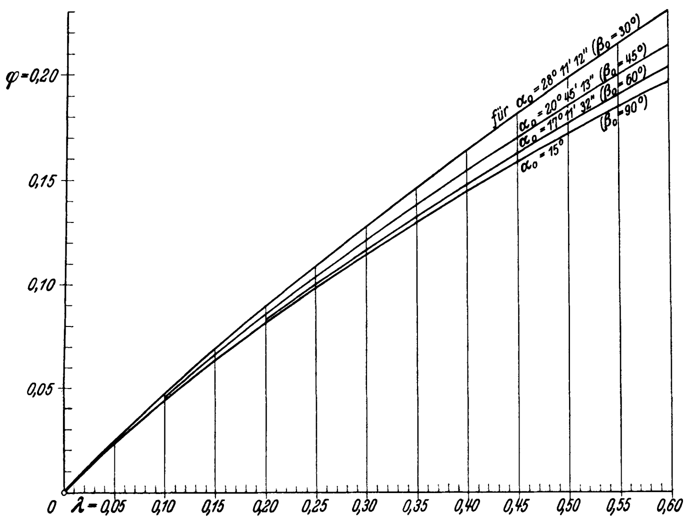


Abb. 11. Eingriffsminderung $= r \cdot \varphi$.

Liegt dagegen der Punkt $P'$ im Bereich die Strecke $NC_0$ (Abb. 12), so wird die Zahnelvolvente nur so weit geführt, wie es der Eingriff mit einer Zahnstange erfordert, deren Kopfgerade im normalen Kopfspiel $\left(1/_6 \frac{t_n}{\pi}\right)$ vom Fußkreise des Rades absteht. Das Eindrehen des Eingriffspunktes $P$ dieser Kopfgeraden auf die Zahnflanke liefert den inneren Begrenzungspunkt $p$ der Evolvente, an den dann tangierend eine verlängerte Zykloide als Fußübergang nach dem Verfahren der Abb. 23 I. Teil angelegt wird.

Die Voraussetzung für die **Eingriffsfähigkeit** zweier Räder mit Evolventenschraubenzähnen ist nicht nur gleiche Grundkreisteilung, sondern auch gleicher Steigungswinkel $\beta_g$ des Schraubenverlaufes am Grundzylinder.

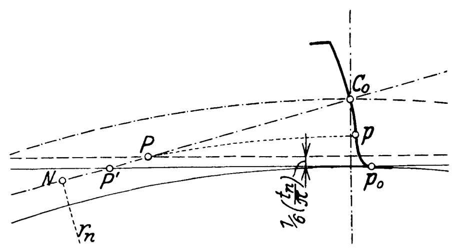


Abb. 12. Verstärkter Fußanschluß.

Erfüllt sind beide Forderungen, wenn die Zahngestaltung beider Räder eines Getriebes auf die gleiche Bezugszahnstange vom Eingriffswinkel $\alpha_n$ und Steigungswinkel $\beta_0$ bezogen wird, wobei der Schraubenverlauf im einen Rade rechtsgängig, im zweiten Rade linksgängig gehalten werden muß.

Es ist
$$\cos\beta_g = \cos\beta_0 \cdot \cos\alpha_n \tag{16}$$

Das Eingriffsbild des Normalschnittes bietet die Möglichkeit, die für eine günstige Getriebsausführung benötigten Profilverschiebungen $x\,m$ der geraden Zähne unmittelbar auch bei den Schraubenzähnen anzuwenden. Aus der Tafel der Profilverschiebungen (Abb. 35, 36, I. Teil) sind für die Zähnezahlen $z_{n1}$ und $z_{n2}$ des Normalschnittes die zugehörigen Werte $x_1$ und $x_2$ zu entnehmen[1]. Für Zähnezahlen $z_{n2} > 180$ gelten die Werte $x_1$ des Zahnstangeneingriffes (Abb. 39, I. Teil), wobei $x_2 = 0$ zu

[1] Beachte die Fußnote 2 auf S. 1.

halten ist. Alle Tafelwerte $x_1$ und $x_2$ sind nur Mindestwerte, denen man einen positiven Zuschlag hinzufügen kann. Hiervon macht man Gebrauch bei der Abrundung des Achsenabstandes, den man nur auf einen größeren Wert abändern darf. Die wirklichen Größen der Profilverschiebungen sind $x_1(t_n/\pi)$ und $x_2(t_n/\pi)$.

Aus den festgelegten Profilverschiebungen $x_1 m$ und $x_2 m$ sind die Einzelheiten des Eingriffsbildes im Stirnschnitt (Abb. 15) genau zu berechnen. Die zu verwendenden Formeln für die geraden Zähne (Gl. 12—16, I. Teil) sind insofern zu ändern, als $m$ der Teilung im Normalschnitt entspricht, nicht der Teilung $t_0$ im Stirnschnitt. Es ist

$$m_n = (t_n/\pi) = (\pi/t_0) \cdot \sin\beta_0.$$

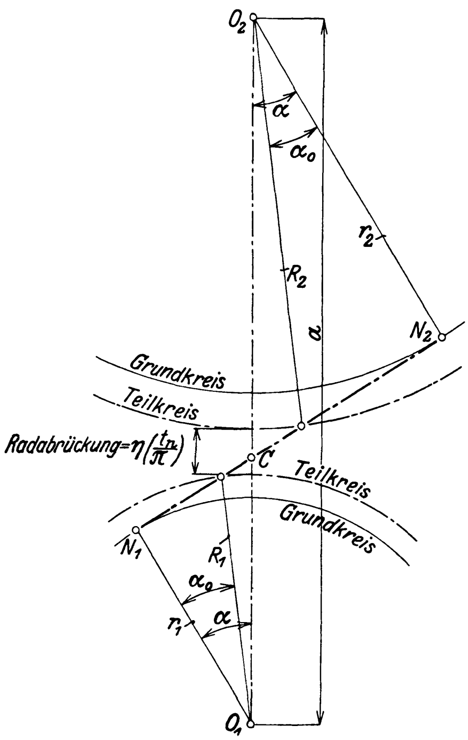



Abb. 13. Radabrückung bei Sonderverzahnung.

Bei spielfreiem Eingriff des Getriebes lauten die Gleichungen für den **Eingriffswinkel** $\alpha$ in der Radebene (gewonnen mit Hilfe der Evolvententrigonometrie aus der Forderung, daß die Summe der Zahnstärken in den Teilkreisen gleich der Teilung ist)

$$(\operatorname{tg}\alpha - \alpha) = \frac{2\operatorname{tg}\alpha_n}{z_1+z_2}(x_1+x_2) + (\operatorname{tg}\alpha_0 - \alpha_0) \qquad (17)$$

und für die **Radabrückung** (gewonnen aus der Forderung, daß die Eingriffsgerade tangierend an den Grundkreisen liegt)

$$\eta\frac{t_n}{\pi} = \frac{z_1+z_2}{2}\left(\frac{\cos\alpha_0}{\cos\alpha} - 1\right)\frac{1}{\sin\beta_0}\cdot\frac{t_n}{\pi}, \qquad (18)$$

wobei der Eingriffswinkel $\alpha_0$ der Bezugszahnstange in der Radebene nach Gl. 8 zu berechnen ist aus $\operatorname{tg}\alpha_0 = \operatorname{tg}\alpha_n/\sin\beta_0$.

Der **Achsenabstand** des spielfrei arbeitenden Getriebes setzt sich zusammen aus der Summe $(R_1+R_2)$ der Teilkreishalbmesser und der Radabrückung; er beträgt somit

$$a = R_1 + R_2 + \eta\cdot(t_n/\pi) = (R_1+R_2)\cos\alpha_0/\cos\alpha \qquad (19)$$

Die **Fußtiefen** innerhalb der Teilkreise sind

$$h_1'' = y_1''\left(\frac{t_n}{\pi}\right) = (7/6 - x_1)\left(\frac{t_n}{\pi}\right), \quad h_2'' = y_2''\left(\frac{t_n}{\pi}\right) = (7/6 - x_2)\left(\frac{t_n}{\pi}\right) \qquad (20)$$

Beim üblichen Kopfspiel von $1/6\ (t_n/\pi)$ betragen die Kopfhöhen außerhalb der Teilkreise

$$h_1' = y_1'\left(\frac{t_n}{\pi}\right) = (\eta + 1 - x_2)\left(\frac{t_n}{\pi}\right), \quad h_2' = y_2'\left(\frac{t_n}{\pi}\right) = (\eta + 1 - x_1)\left(\frac{t_n}{\pi}\right) \qquad (21)$$

In der Tafel der Profilverschiebungen kann aus den punktiert eingetragenen Linien für die Zähnezahlen $z_{n1}$ und $z_{n2}$ die Eingriffsdauer $\varepsilon_n$ des Eingriffes im Normalschnitte eingeschätzt werden. Die **Eingriffsdauer** $\varepsilon_p$ des Zahnprofils im Stirnschnitt berechnet man dann aus

$$\varepsilon_p \approx \varepsilon_n \sin^2\beta_0 \qquad (22)$$

Wegen Ungenauigkeiten der Bearbeitung wird ein **Flankenspiel** vorgesehen. Um ein Spiel $\Delta s_n$, gemessen in der Eingriffsgeraden des Normalschnittes (also senkrecht zu den Zahnflächen) zu erreichen, ist der Achsenabstand um den Betrag $\Delta a$ zu vergrößern.

$$\Delta a = \Delta s_n / 2\sin\alpha_n \qquad (23)$$

Der Achsenabstand des mit Flankenspiel laufenden Getriebes ist dann

$$a' = a + \Delta a\,.$$

**Durchrechnung eines Stirnrädergetriebes mit Schraubenzähnen, Abb. 14—16.**

Die Zähnezahlen des Getriebes seien $z_1 = 4$, $z_2 = 48$, der Eingriffswinkel $\alpha_n = 15°$, der Modul des Normalschnittes $(t_n/\pi) = 12$ mm und der Steigungswinkel am Teilzylinder $\beta_0 = 45°$.

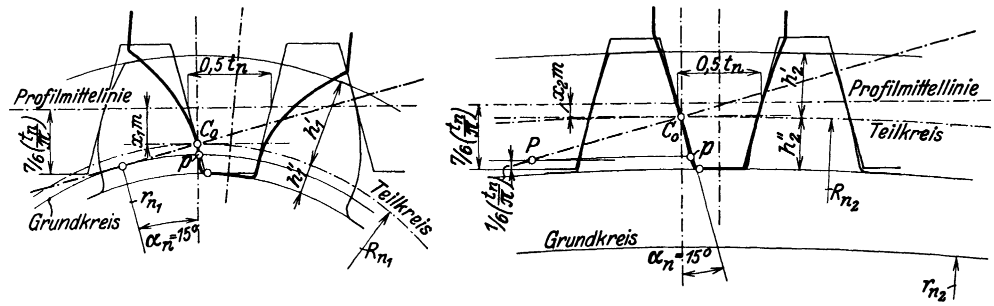



Abb. 14. Fräserprofile im Normalschnitt.

Zunächst berechnet man den Eingriffswinkel $\alpha_0$ der Bezugszahnstange im Stirnschnitt aus

$$\operatorname{tg}\alpha_0 = \operatorname{tg}\alpha_n/\sin\beta_0 \quad \text{mit} \quad \alpha_0 = 20°\,45'\,12''\,,$$

die Stirnteilung aus

$$t_0 = \left(\frac{t_n}{\pi}\right)\frac{\pi}{\sin\beta_0} = 53{,}314 \text{ mm}\,,$$

die Halbmesser der Teilkreise aus

$$R_1 = \frac{z_1}{2}\cdot\frac{1}{\sin\beta_0}\left(\frac{t_n}{\pi}\right) = 33{,}94 \text{ mm}\,, \quad R_2 = \frac{z_2}{2}\cdot\frac{1}{\sin\beta_0}\left(\frac{t_n}{\pi}\right) = 407{,}29 \text{ mm}\,,$$

also $R_1 + R_2 = 441{,}23$ mm und die Halbmesser der Grundkreise aus

$$r_1 = R_1\cos\alpha_0 = 31{,}74 \text{ mm}, \qquad r_2 = R_2\cos\alpha_0 = 380{,}86 \text{ mm}\,.$$

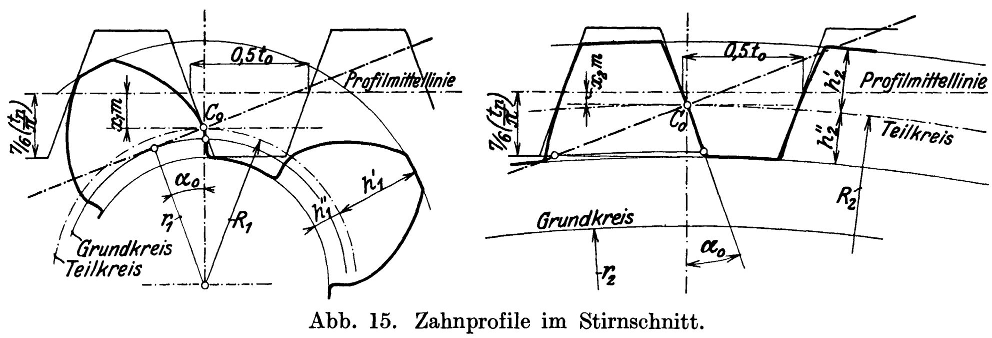



Abb. 15. Zahnprofile im Stirnschnitt.

Die Zähnezahlen des Normalschnittes sind

$$z_{n1} = z_1/\sin^3\beta_0 = 11{,}3, \qquad z_{n2} = z_2/\sin^3\beta_0 = 135{,}7\,.$$

Nun hat man für diese Zähnezahlen die zugehörigen $x_1$- und $x_2$-Werte in der Tafel (Seite 34, I. Teil) einzuschätzen. Man legt zwischen den Kurven $z = 11$ und $12$ eine dem Werte $z_{n1} = 11{,}3$ entsprechende Zwischenkurve ein und bestimmt nach dem angeschriebenen Höhenmaßstab ihre Ordinate $x_1 = +0{,}63$ auf der Abszisse $z = 135{,}7$.

In gleicher Weise ermittelt man auf einer Kurve $z_{n2} = 135{,}7$ (zwischen den Kurven $z = 128$ und $144$ liegend) den Wert $x_2 = +0{,}18$ für die Abszisse $z = 11{,}3$.

Aus der Summe $x_1 + x_2 = 0{,}81$ folgt nach Gl. 17 die Evolventenfunktion von $\alpha =$

$$(\operatorname{tg}\alpha - \alpha) = \frac{2\operatorname{tg}\alpha_n}{z_1 + z_2}(x_1 + x_2) + (\operatorname{tg}\alpha_0 - \alpha_0) = 0{,}025\,067.$$

Unter Zuhilfenahme der Zahlentafel 2 auf Seite 28, I. Teil erhält man die Größe des Eingriffswinkels im spielfrei arbeitenden Getriebe mit $\alpha = 23°\,37'\,22''$ und die Achsenentfernung

$$a = (R_1 + R_2)\frac{\cos\alpha_0}{\cos\alpha} = 450{,}34 \text{ mm}.$$

Ein etwaiges Flankenspiel von $\Delta s_n = 0{,}4$ mm wird herbeigeführt durch ein Abrücken im Betrage von $\Delta a = \Delta s_n/2 \sin \alpha_n = 0{,}77$ mm, wobei die Achsenentfernung anwächst auf $a' = a + \Delta a = 451{,}11$ mm.

Wird zur Vereinfachung des Einbaues der Räder der Achsenabstand abgerundet auf $a' = 452{,}0$ mm, so müssen die Profilverschiebungen geändert werden; ihre Ermittlung erfolgt im umgekehrten Rechnungsgange. Die spielfrei ineinanderliegenden Räder haben dann einen Achsenabstand aufzuweisen von

$$a = a' - \Delta a = 452 - 0{,}77 = 451{,}23 \text{ mm},$$

einen Eingriffswinkel nach Gleichung $\cos\alpha = \dfrac{R_1 + R_2}{a} \cos\alpha_0$ von $\alpha = 23^\circ\, 52'\, 40''$.

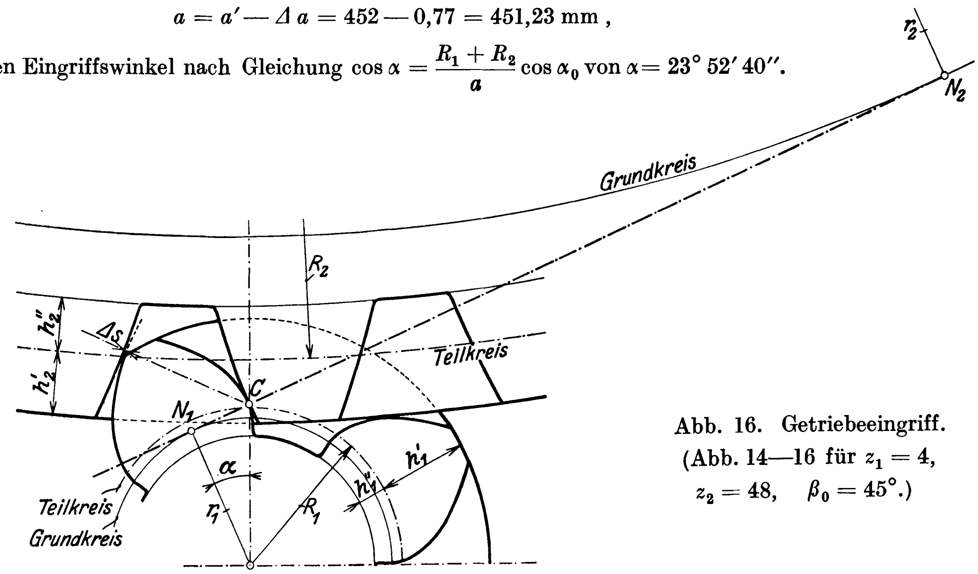



Abb. 16. Getriebeeingriff. (Abb. 14—16 für $z_1 = 4$, $z_2 = 48$, $\beta_0 = 45^\circ$.)

Nach Gl. 17 wird $x_1 + x_2 = +0{,}894$, welcher Wert gegen früher um $0{,}894 - 0{,}81 = 0{,}084$ größer ist. Da die Zahnausgestaltung des kleinen Rades in das Gebiet der spitzen Zähne fällt ($x_1$ oberhalb der Kurve $BB$ in der Tafel der Profilverschiebungen), so hat man etwa ein Drittel des Betrages auf den ursprünglichen Wert von $x_1$, den Rest auf $x_2$ aufzuteilen, also $x_1 = 0{,}63 + 0{,}030 = 0{,}660$ und $x_2 = 0{,}18 + 0{,}054 = 0{,}234$. Eine gleichmäßige Aufteilung des Zuwachses auf die ursprünglichen Werte von $x_1$ und $x_2$ ist dann vorzunehmen, wenn die Zahngestaltung im Gebiet der gleich starken Zähne ($x_1$ unterhalb der Kurve $BB$ in der Tafel) liegt.

Die Radabrückung ist $= a - (R_1 + R_2) = 451{,}23 - 441{,}23 = 10{,}00$ mm, ihr Verhältniswert zum Modul

$$\eta = \frac{10}{12} = 0{,}83$$

Fußtiefen der Zähne: $h_1'' = (^7/_6 - x_1)\, t_n/\pi = 6{,}1$ mm, $h_2'' = (^7/_6 - x_2)\, t_n/\pi = 11{,}2$ mm,
Kopfhöhen: $h_1' = (\eta + 1 - x_2)\, t_n/\pi = 19{,}2$ mm, $h_2' = (\eta + 1 - x_1)\, t_n/\pi = 14{,}1$ mm.

Die Räder erhalten somit Außendurchmesser von

$$2\,(R_1 + h_1') = 106{,}2 \text{ mm und } 2\,(R_2 + h_2') = 842{,}6 \text{ mm}$$

und sind zu schneiden mit den Profilverschiebungen

$$x_1(t_n/\pi) = 0{,}660 \cdot 12 = 7{,}9 \text{ mm}, \quad x_2(t_n/\pi) = 0{,}234 \cdot 12 = 2{,}8 \text{ mm}.$$

Beim Einbau der Räder auf den Achsenabstand $a' = 452$ mm besteht nach Annahme ein Flankenspiel von 0,4 mm.

Aus der Tafel der Profilverschiebungen kann man für diese Getriebeausführung eine Profilüberdeckung (Eingriffsdauer) für den Normalschnitt entnehmen von $\varepsilon_n = 1{,}5$; es ist daher die Profilüberdeckung der Zahnprofile im Stirnschnitt $\varepsilon_p = \varepsilon_n \sin^2 \beta_0 = 0{,}75$. Wird etwa eine Zahnbreite im Verhältnis $b/t = 2$ ausgeführt, so ist der Sprung (bei $\beta = 45^\circ$) $= b \cdot \operatorname{ctg} \beta = b$; daraus berechnet sich nach Gl. 2 der gesamte Überdeckungsgrad der Schraubenzähne mit $\varepsilon = \varepsilon_p + b/t \cdot \operatorname{ctg} \beta_0 = 0{,}75 + 2 \cdot 1{,}0 = 2{,}75$.

Beim Aufzeichnen des Getriebebildes (Abb. 16) ermittelt man zunächst die Zahnprofile aus dem spielfreien Zahnstangeneingriff (Abb. 15). Dann sind in der Achsenentfernung $a'$ die Grund-, Teil-, Fuß- und Kopfkreise beider Räder einzutragen. Der Schnittpunkt der Eingriffsgeraden, die als Tangente an die Grundkreise gezogen wird, mit der Mittenlinie liefert den Getriebe-Wälzpunkt $C$, an den die ermittelten Zahnprofile beider Räder anzulegen sind. Entsprechend dem vorausgesetzten Flankenspiel $\Delta s_n$ im Normalschnitte muß sich in der Eingriffsgeraden des Stirnschnittes ein Spiel zeigen von

$$\Delta s = \Delta s_n \sin\alpha / \sin\alpha_n = 0{,}59 \text{ mm}.$$

Sind die Zähne mit Profilfräsern zu schneiden, so muß noch das Lückenprofil des Normalschnittes (Abb. 14) zeichnerisch ermittelt werden, wobei jedes Profil gesondert aus dem spielfreien Eingriff mit der Zahnstange unter Einhalten der zugehörigen Profilverschiebung $x\, m_n$ zu bestimmen ist.

Es betragen im Normalschnitt die Halbmesser der Teilkreise

$$R_{n_1} = R_1/\sin^2\beta_0 = 67{,}88 \text{ mm}, \qquad R_{n_2} = R_2/\sin^2\beta_0 = 814{,}58 \text{ mm}$$

und der Grundkreise

$$r_{n_1} = R_{n_1}\cos\alpha_n = 65{,}56 \text{ mm}, \qquad r_{n_2} = R_{n_2}\cos\alpha_n = 786{,}80 \text{ mm}.$$

Einen genauen Einblick in das Getriebe und die Eigenschaften des Werkzeuges erhält man nur durch das eben geschilderte Verfahren. Hingegen können die Angaben, welche für die Bestellung der Räder mit genormter Zahnform erforderlich sind, bequem den Normblättern DIN 869 und 870 entnommen werden. Dort werden unterschieden Null-Räder mit der Profilverschiebung Null und V-Räder mit positiver oder negativer Verschiebung $x \cdot m$. (Im folgenden ist unter $m$ stets $m_n$ verstanden.)

Aus diesen Rädern lassen sich bilden:

1. Nullgetriebe:
   a) Reine Nullgetriebe (2 Nullräder, Teilkreisberührung in der Profilmittellinie).
   b) V-Nullgetriebe[1] (2 V-Räder von gleichgroßer, entgegengesetzter Profilverschiebung; Teilkreisberührung im Abstande $x\,m$ von der Profilmittellinie).

   Achsenabstand bei a und b: $\frac{z_1 + z_2}{2} \cdot \frac{m}{\cos\beta}$. (Dabei ist nach DIN $\beta$ der Schrägungswinkel, während bei Schiebel der Steigungswinkel mit $\beta$ bezeichnet wird!)

2. V-Getriebe:
   a) 2 V-Räder[2] mit voneinander abweichenden Verschiebungen $x_1 m$ und $x_2 m$.
   b) Kleineres Rad ein V-Rad mit $x_1 m$, größeres Rad ein Null-Rad mit $x_2 m = 0$.

   Teilkreise berühren sich nicht. Achsenabstand bei a) und b) = Summe der Teilkreishalbmesser $+ (x_1 + x_2)\,m$.

   Bei diesem Abstand besteht Flankenspiel. Bei Flankenberührung verringert sich der Abstand um einen aus DIN 870 zu entnehmenden Betrag. $x_1$ und $x_2$ werden näherungsweise aus der kleinsten praktisch ohne Unterschnitt erzeugbaren Grenzzähnezahl ermittelt. Für $\alpha = 20°$ ist $x \approx \frac{14 - z/\cos^3\beta}{17}$; $\frac{z}{\cos^3\beta}$ ist dabei die „rechnerische" Zähnezahl im Normalschnitt. (Die Grenzzähnezahlen liegen bei Schrägzähnen wesentlich tiefer als bei Geradzähnen. Für $\beta \gtrapprox 45°$ ist bei $z \approx 6$ im Stirnschnitt kein Unterschnitt zu befürchten, also keine Profilverschiebung erforderlich. Annähernd ist $z_{\min}$ für Schrägzähne $= 14 \cdot \cos^3\beta$).

**Beispiel** (vgl. S. 9 und DIN 870):

$z_1 = 4$, $z_2 = 48$, $\alpha_n = 20°$, $m_n = 12$ mm, $\beta = 45°$. $z'_{\min} = z'_g \cdot \cos^3\beta = 14 \cdot \cos^3\beta \approx 5$; $z_1$ liegt unter $z'_{\min}$, daher ist das kleine $z_1$-Rad als V-Rad auszubilden, mit positiver, nach außen gerichteter Profilverschiebung $+ x_1 \cdot m_n$.

$$x_1 = \frac{14 - 4/\cos^3\beta}{17} = 0{,}159, \qquad x_2 = 0 \text{ (Nullrad)}.$$

Es liegt ein V-Getriebe vor.

Teilkreisdurchmesser des $z_1$-Rades $= 4\,m_s = 4\,m_n/\cos\beta =$ 67,80 mm
,, ,, $z_2$ ,, = 813,60 mm
Kopfkreis Ø des $z_1$-Rades = Teilkreisdurchmesser $+ 2\,m_n + 2\,x_1\,m_n = 67{,}80 + 24 + 3{,}82 = 95{,}62$
Kopfkreis Ø des $z_2$-Rades $= 813{,}6 + 2\,m_n = 837{,}6$
Summe der Teilkreishalbmesser = 440,7
Um $x_1 \cdot m_n$ vergrößerter Achsenabstand $= 440{,}7 + 0{,}159 \cdot 12 = 442{,}61$.

## 3. Die Bearbeitung der Stirnräder mit Schraubenzähnen.

Die Verzahnung der Schrägzahnräder läßt sich auf die Verzahnung der Geradzahnräder zurückführen. Daher können auch die Bearbeitungsverfahren (Teilverfahren und Wälzverfahren) sinngemäß übertragen werden. Vgl. die Abschnitte: Das Formfräsen, das Abwälzverfahren und das Schleifen in Schiebel, Teil I, S. 65 usw.

Das Formfräsen erfolgt mit einem geformten Scheibenfräser oder Fingerfräser.

**a) Scheibenfräser.** Der Aufspanntisch der Fräsmaschine, der das Rad aufnimmt, wird unter dem Winkel $90° - \beta$ schräg gestellt (Abb. 17) und dem Rade im Teilkreis eine Umfangsgeschwindigkeit $v$ erteilt. Ist $c$ die Vorschubgeschwindigkeit des Tisches, so muß $c/v = \operatorname{tg}\beta$ sein. Bei kräftigeren Fräsmaschinen wird die Einstellung und die Vorschubbewegung dem Werkzeugträger zugewiesen.

[1] AEG-Verfahren (Zahnhöhenverschiebung).

[2] Fölmer-Verfahren. Vgl. Betrieb (1919), S. 107 u. 265.

Zum Ausschneiden einer Teilung $t$ benötigt man einen Scheibenfräser von der Normalteilung $t_n = t \sin\beta$. Die Zähnezahl $z_n$, für die der Fräser profiliert sein muß, bestimmt sich aus Gl. 5 mit $z_n = z/\sin^3\beta$, wobei $z$ = Zähnezahl des zu schneidenden Rades ist.

Dem Schneiden der Schraubenzähne mit dem Scheibenfräser für gerade Zähne haften Ungenauigkeiten an. Zunächst entspricht das Fräserprofil nur angenähert dem Normalschnitt der Zahnflanken. Dann schneidet ein Scheibenfräser nicht seine eigene Form in eine Schraubennut ein, sondern hinterläßt ein Profil, das in Kopf und Fuß etwas zurückgesetzt ist (siehe Seite 93). Je kleiner der Steigungswinkel $\beta$ ist, desto unrichtiger wird das Profil, unter 70° sollte nicht gegangen werden. Eigentlich gehört zu jedem $\beta$ und jedem $z$ ein anderes Fräserprofil, was praktisch undurchführbar ist. Geformte Scheibenfräser werden deshalb nur für untergeordnete Zwecke verwendet. Bei sehr kleiner Teilung kann man den Formfräser durch einen Formstahl ersetzen, der die Zahnlücken aushobelt, während das Rad gleichzeitig verdreht wird. Nachteile: Schwierige Herstellung der Profilschneide, rasche Abnützung.

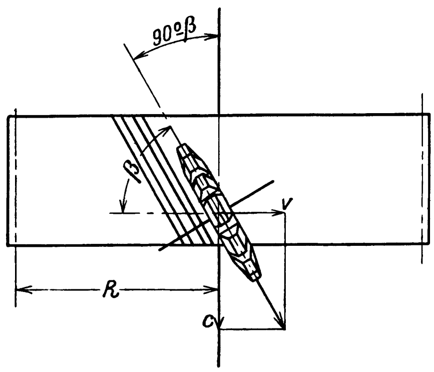


Abb. 17. Scheibenfräser.

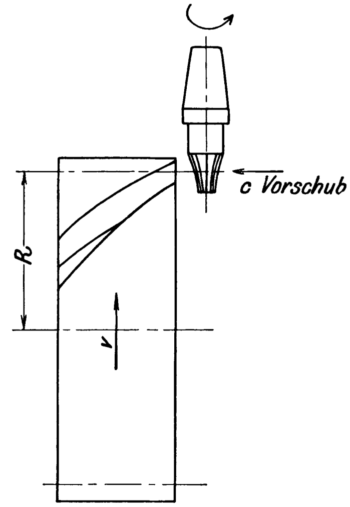


Abb. 18. Fingerfräser.

**b) Fingerfräser.** Die Fräserform (Abb. 18) entspricht dem Normalschnitt der Zähne. Der Fingerfräser arbeitet, besonders bei hartem Werkstoff, langsam und nutzt sich ziemlich rasch ab. Verwendung für Pfeilzähne (S. 16) und für größere Teilungen, die kräftige Fräser gestatten. Abnutzung durch einen Vorfräser verringern. Verfahren ist billig, Genauigkeit geringer als beim Wälzfräsen.

Am meisten verwendet wird das A b w ä l z v e r f a h r e n, dessen bei den Rädern mit geraden Zähnen erwähnte Vorteile bei den Schraubenzähnen in noch verstärktem Maße zur Geltung kommen.

**c) Aushobeln nach dem Wälzverfahren.** I. Die Zahnlücken werden mit einem Schneidwerkzeug ausgehobelt, dessen g e r a d e Schneidkanten dem Normalschnitt der Zahnstange entsprechen. Die Schnittrichtung wird in die Zahnschräge (90°—$\beta$) des Teilzylinders eingestellt; bei jedem Durchgang des Stahles wird der Schraubenzahn längs einer Geraden $k'\,k''$ tangential angeschnitten. Der Vorschub in Richtung vom Kopf zum Fuß wird durch eine abwälzende Schaltbewegung zwischen Rad und Stichelträger herbeigeführt. Besondere Vorteile bietet dies Verfahren beim Ausschneiden von Rädern mit kleiner Zähnezahl und kleiner Steigung, wobei alle übrigen Bearbeitungsverfahren ungenaue Ergebnisse liefern. Die Genauigkeit bleibt auch bei beliebig großen Profilverschiebungen erhalten.

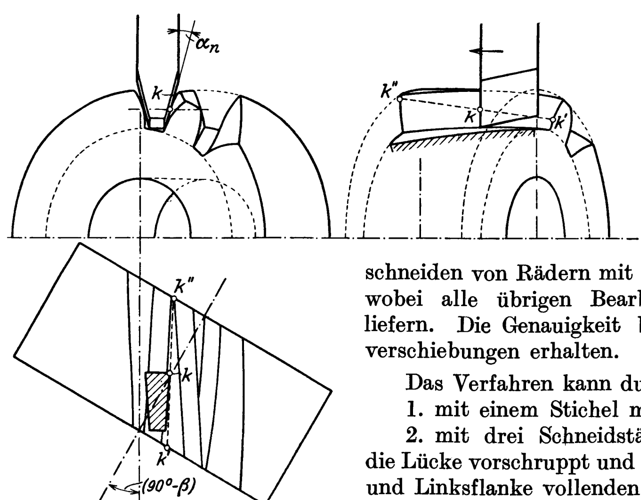


Abb. 19. Hobeln nach dem Wälzverfahren.

Das Verfahren kann durchgeführt werden

1. mit einem Stichel mit gerader Schneidkante (Abb. 19),
2. mit drei Schneidstählen und zwar einem Mittelstahl, der die Lücke vorschruppt und zwei Flankenmessern, welche die Rechts- und Linksflanke vollenden;
3. mit einem K a m m s t a h l, der dem Profil der Zahnstange entspricht und mit mehreren Schneiden gleichzeitig arbeitet. (Verfahren von S u n d e r l a n d. Stirnradhobelmaschine von M a a g.)

II. Hobeln mit einem S t o ß r a d mit Schraubenzähnen, dessen Zahnprofile durch Hinterschleifen in Schneiden umgewandelt werden. Für $\beta < 60°$ ergeben sich für das Werkzeug ungünstige Schneidwinkel. Die radialen Fußansätze des 20zähnigen Stoßrades verkürzen bei großen Zähnezahlen die Kopfevolvente. Während des Stoßens wird dem Stoßrad durch eine Führung eine Drehung erteilt. Das Verfahren, von F e l l o w s angegeben und z. B. in der Stirnradstoßmaschine der Reinecker-A.G., Chemnitz verwirklicht, eignet sich auch zur Bearbeitung von Innenverzahnung.

**d) Bearbeitung mit Abwälzfräser**[1]. Als Werkzeug dient ein Wälzfräser (Schneckenfräser, Frässchnecke), der an das zu schneidende Rad derart angesetzt wird, daß seine mittlere Schraubenlinie an der Schnittstelle in die Richtung der Zahnschräge fällt (Abb. 20). Sind $\beta$ und $\beta_s$ die Steigungswinkel des Schraubenverlaufs im Rad und Fräser, so hat man bei gleichem Steigungssinn (also beide Schraubenlinien entweder rechts- oder linksgängig) die Rad- und Fräserachse im Kreuzungswinkel $(\beta - \beta_s)$ anzustellen; bei ungleichem Steigungssinn beträgt jedoch der Kreuzungswinkel $(\beta + \beta_s)$.

Das zu schneidende Rad ist einer Drehbewegung zu unterwerfen (Abb. 21), die sich aus zwei Einzelbewegungen zusammensetzt. Zunächst muß das Rad im Übersetzungsverhältnisse, das zwischen Rad und Frässchnecke besteht, angetrieben werden. Um den Fräser längs des Schraubenverlaufs durch die Radbreite zu führen, muß eine zweite Drehbewegung zugefügt werden; ihr Anteil $v$ an der Teilkreisgeschwindigkeit des Rades hält mit der Vorschubgeschwindigkeit $c$ des Fräsers das Verhältnis ein von $\operatorname{tg} \beta = c/v$.

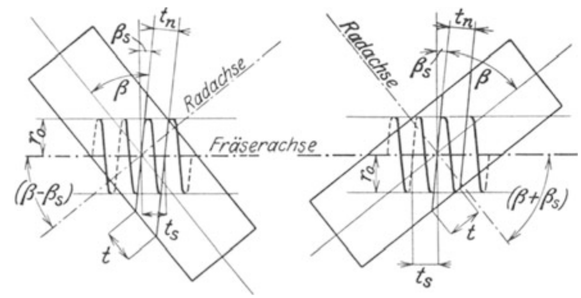



Abb. 20. Anstellung des Schneckenfräsers.

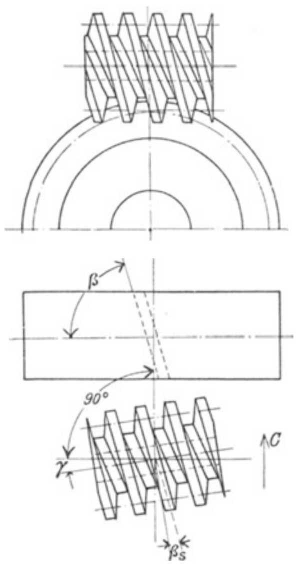


Abb. 21.

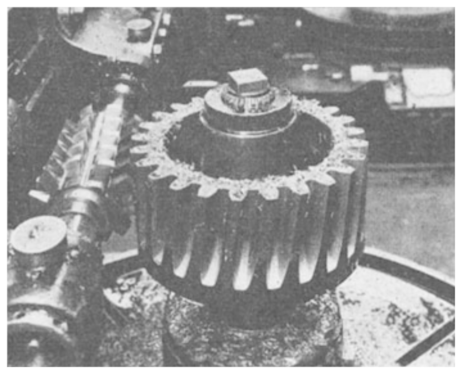


Abb. 21a.

Abb. 21 u. 21a. Bearbeitung mit Schneckenfräser.

Beide Bewegungen werden dem Rade durch ein Differentialrädergetriebe übermittelt.

Der Zusammenhang der Zahngestaltung von Rad- und Frässchnecke ist aus dem gemeinsamen Normalschnitt zu ermitteln. Die Eingriffswinkel und Teilungen seien im Normalschnitt $\alpha_n$ und $t_n$, im axialen Längsschnitt der Frässchnecke $\alpha_s$ und $t_s$, in der Radebene $\alpha$ und $t$; es bestehen folgende Beziehungen:

$$\operatorname{tg} \alpha_n = \operatorname{tg} \alpha_s \cos \beta_s = \operatorname{tg} \alpha \sin \beta, \qquad t_n = t_s \cos \beta_s = t \sin \beta.$$

Der Steigungswinkel der eingängigen Frässchnecke vom mittleren Radius $r_0$ folgt aus $\operatorname{tg} \beta_s = t_s/2\, r_0\, \pi$.

Diese Gleichungen geben den notwendigen Behelf, um zu einer vorhandenen Frässchnecke die passenden Zahn- und Radabmessungen herauszufinden oder auch für gegebene Radgrößen die zugehörige Frässchnecke auszumitteln.

Die Fräser werden mitunter, um ein Vorschruppen zu ermöglichen, an dem bei der Arbeit zuerst zum Schnitt gelangenden Ende kegelig ausgeführt, also ähnlich wie die Fräser für Schneckenräder (vgl. Abb. 139). Das gilt besonders für Abwälzvorfräser, die um 0,5—2 mm schwächere Zähne erhalten als dem fertigen Lückenprofil entspricht. Vorbearbeitung ist zu empfehlen bei großen Rädern und $\beta < 70°$.

Die Bearbeitung mit Frässchnecke liefert keine vollkommen genauen Schraubenzähne; die Ursache ist die gleiche wie beim Fräsen von geraden Zähnen. Da der Außenumriß der Schneckenfläche, in der Richtung der Schraubensteigung gesehen, nicht geradlinig ist, so zeigen die gefrästen Zahnflanken im Kopf ein leichtes Zurücktreten gegenüber dem genauen Evolventenprofil. Durch diesen Umstand leidet die Ruhe des Ganges zwar nicht in demselben Ausmaße wie bei den geraden Zähnen, weil ausschließlich der genauere Teil der Profile in der Teilkreisnähe abwechselnd über die volle Radbreite den Eingriff

[1] Das Verfahren wurde von Hermann Pfauter in Chemnitz 1897 zum Patent angemeldet. Vgl. Kutzbach: ZVDI 1927, S. 73. — Pfauter: Wälzfräsen. Berlin: Julius Springer 1933.

besorgt, doch werden damit die weiter vom Teilkreis abstehenden Flankenteile dem Eingriffe entzogen, also eigentlich überflüssig gemacht. Die Fehlerhaftigkeit wächst mit dem Steigungswinkel $\beta_s$; man soll sich auch beim Schneiden der Schraubenzähne nur mit eingängigen Frässchnecken behelfen, deren Steigungswinkel ungefähr $\beta_s = 5°$ ist. Profilverschiebungen sollen beim Schneiden mit Schneckenfräser unterbleiben, weil dadurch die Ungenauigkeit der Zahngestaltung beträchtlich größer ausfällt.

**e) Schleifen.** Schraubenzähne, die mit einem geformten Scheibenfräser hergestellt sind, können in gleicher Weise mit einer entsprechend profilierten Schleifscheibe geschliffen werden.

Die Maag-Abwälzschleifmaschine verwendet zwei unter $2\alpha$ zueinander geneigte Schleifscheiben (Teil I, Abb. 81). Die Scheiben ersetzen die Zähne der Bezugszahnstange; die Schleif bewegung längs des Zahnes kreuzt die Radachse unter dem Winkel $90° - \beta$, der Vorschub längs der Zahnevolvente wird durch Abwälzen erzeugt. Die Zahnfläche erhält Kreuzschliffstruktur.

## II. Räder mit doppelten Schraubenzähnen (doppelt-schrägen Zähnen).

### 1. Allgemeines.

Die Verwendung der Räder mit einfachen Schraubenzähnen ist wegen des auftretenden Axialdruckes $P_a$ (Abb. 7) beschränkt
auf leichtere Triebe oder
auf Räder mit großem Steigungswinkel ($\beta > 70°$).

Ordnet man je zwei Räder von gleichem Steigungswinkel mit rechts- und linksgängigen Schraubenzähnen an, so heben sich die axialen Komponenten $P_a$ auf. Die Ausführung kann auf dreifache Weise erfolgen:

a) der Radkranz ist einteilig und trägt am Umfang rechts- und linksgängige Schraubenzähne: Pfeilzähne, Pfeilräder, Abb. 22, 29.

b) der Radkranz ist zweiteilig; die Hälften stoßen in der Mitte zusammen: Winkelzähne, Winkelräder, Abb. 27, 38.

c) Es sind zwei getrennte Radkränze (Abb. 26, 44) oder zwei getrennte Räder vorhanden.

Der Seitendruck wird nur bei gleichmäßiger Anlage beider Zahnhälften vollständig aufgehoben. Die gleichmäßige Beanspruchung beider Zahnhälften wird aber nur bei sorgfältigster Ausführung und Aufstellung der Räder eintreten. Meist überläßt man es dem kleineren Rade, sich selbst genau einzustellen. Kleine Ritzel kann man etwa durch Aufsetzen auf zwei um 180° versetzte Federn verschiebbar halten. Besser ist es jedoch, die Einstellbarkeit auf die Ritzelwelle auszudehnen, was durch Anordnung einer längsverschieblichen Kupplung und Belassen eines geringen axialen Spieles in den Lagern zu erreichen ist[1].

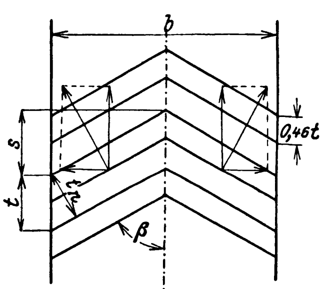


Abb. 22. Pfeilzähne.

Den Pfeilzähnen kommt eine große Widerstandsfähigkeit zu, sobald die Winkelspitze in der Drehrichtung vorangeht. Die gefährlichste Inanspruchnahme erleidet jeder Zahn beim Eintreten in den Eingriff, nachdem bei Fehlerhaftigkeit der Eingriffsbeginn immer mit Stoß einsetzt. Eine solche Stoßwirkung trifft dann den Pfeilzahn in der Winkelspitze, dem widerstandsfähigsten Teile des ganzen Zahnes. Die an den Stirnflächen liegenden Zahnteile werden bei schweren Trieben durch Seitenränder (Abb. 23) verstärkt, insbesondere dann, wenn die Räder auch in umgekehrter Drehrichtung laufen sollen.

Die größere Widerstandsfähigkeit der Pfeilzähne ist auch durch einen anderen Umstand bedingt. Die Durchbiegung der eingreifenden Zahnprofile veranlaßt ein Zurückbleiben des getriebenen Rades, das bei sonst gleicher Kraftwirkung desto größer sein muß, je weiter der Berührungspunkt der Profile vom Teilzylinder absteht, weil die Durchbiegung eines Stabes mit der dritten Potenz der Stablänge wächst. Die kleinste Gesamtdurchbiegung zeigen die im Teilzylinder sich berührenden Profile. Das Zurückstehen des getriebenen Rades muß nun aber für alle Profile der Radbreite ein gleiches sein; es folgt daraus, daß jene Profile,

[1] Ein geringer, stets nach der gleichen Seite wirkender Axialdruck begünstigt die Ruhe des Ganges.

die in der Nähe des Teilzylinders sich berühren, mehr Druck übernehmen als die Profile in den weiter abliegenden Berührungspunkten. Von einer gleichmäßigen Aufteilung des Druckes längs der Zahnberührungslinie kann somit keine Rede sein. Es stellt sich eine weit günstigere Druckverteilung ein, bei der das Maximum an Belastung dem Teilkreispunkte des Profils und das Minimum der Zahnspitze zukommt. Die Biegungsbeanspruchung des Schraubenzahnes fällt daher geringer aus als beim geraden Zahne. Schließlich wird die größere Nachgiebigkeit der Seitenteile des Winkelzahnes zur Folge haben, daß die steifere Zahnmitte mehr an Druck übernimmt, welcher Umstand ebenfalls zur Erhöhung der Widerstandsfähigkeit beiträgt.

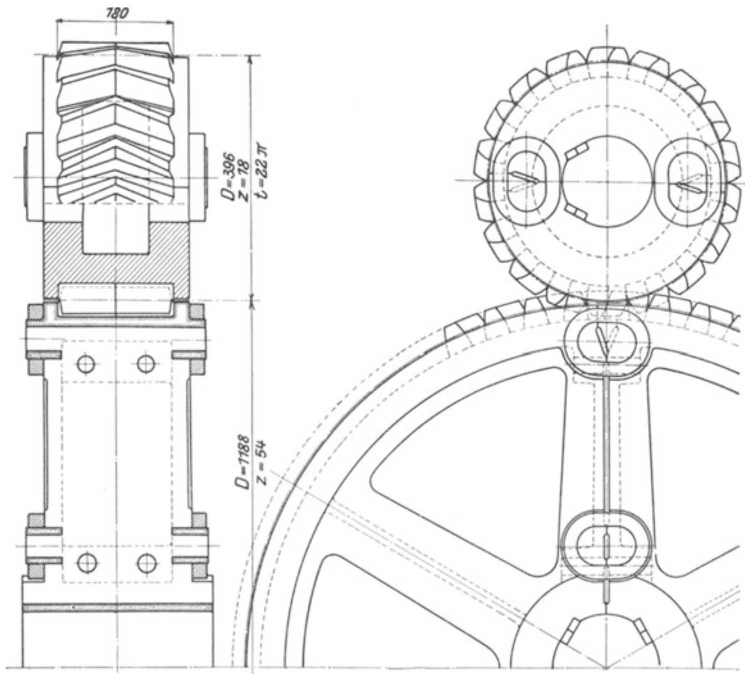


Abb. 23. Räder geteilt (nach dem Guß gesprengt). Schrumpfringe.

### 2. Räder mit unbearbeiteten Pfeilzähnen.

Für langsamlaufende, schwere, stoßende Antriebe, z. B. bei Pumpen, Walzwerken, Winden usw. werden Räder aus Gußeisen oder Stahlguß mit unbearbeiteten Zähnen ausgeführt.

Die Zahnbreite wird $b = 3t$ bis $4t$ gehalten und die Profilbemessung so gewählt, daß der Normalschnitt des Zahnes ungefähr den Abmessungen von roh gegossenen Stirnzähnen entspricht. Die Ausführungen zeigen Steigungswinkel von $\beta = 55$ bis $65°$.

Der roh gegossene Winkelzahn besitzt daher ungefähr eine Kopfhöhe von 0,25 $t$ eine Fußtiefe von 0,35 $t$ und eine Zahnstärke im Teilkreis gemessen von 0,46 $t$. Der Eingriffswinkel $\alpha$ im Stirnschnitt wird dann gemäß Gl. 7 ungefähr $\alpha = 18°$. Kleine Zähnezahlen erfordern aus später erörterten Gründen noch größere Winkel bis $\alpha = 25°$.

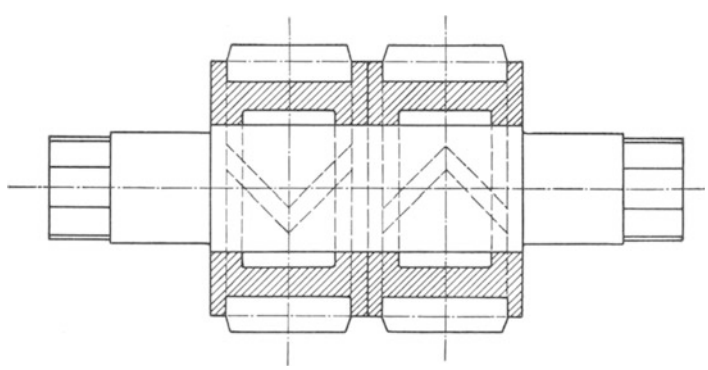


Abb. 24. Kammwalze.

Die weitgehendste Ausnutzung der Festigkeit von Pfeilzähnen findet man vor bei den Antriebsrädern der Walzwerke, den Kammwalzen. Bis etwa 800 mm Durchmesser wird das Rad mit den Lager- und Kuppelzapfen in einem Stück aus Stahlguß ausgeführt; größere Räder werden für sich hergestellt und aufgekeilt. Für Reversierwalzwerke werden mitunter zwei Räder nebeneinander aufgesetzt mit verkehrt gerichteten Winkelzähnen (Abb. 24), um dem Triebe für beide Drehrichtungen gleiche Widerstandsfähigkeit zu geben. Die Zahnbreite der Kammwalzen beträgt ungefähr $b = 5t$.

Ist der Sprung $s$ größer als die Teilung, so wird der Einfluß etwaiger Profilungenauigkeiten auf die Ruhe des Ganges wesentlich abgeschwächt. Die Ausführungen weisen einen Sprung bis zur Größe von 1,4 $t$ auf, bei kleinen Zähnezahlen beträgt er aber manchmal nur 0,5 $t$.

Bei roh gegossenen Zähnen ist die Größe des ausführbaren Sprunges, sowie auch die Ausgestaltung des Fußanschlusses an den Radboden abhängig von der Möglichkeit, das Modell für das Einformen der Zahnlücken nach innen radial herausziehen zu können; es läßt sich nämlich jede Zahnlücke nur einzeln einformen. Die Verhältnisse liegen beim kleineren Rade ungünstiger; dieses Rad bestimmt daher die mögliche Sprunggröße. Das Evolventenprofil muß nach innen mindestens so weit rein ausgegossen sein, wie der Eingriff reicht. Von dieser Stelle an kann das Profil in tangentialer Richtung bis zum Radboden geführt werden, ohne eine Störung des Eingriffes zu veranlassen. Radiale Fußansätze sind unausführbar, weil sie das Herausnehmen des Modells hindern. Um sicher zugehen, gestaltet man das Evolventenprofil zweckmäßig so weit aus, wie es ein Zahnstangeneingriff notwendig macht. Dieser Forderung entspricht in Abb. 25 eine Profillänge $AB$ bei der Zahnkopfhöhe $h'$. Über $B$ hinaus kann nun das Profil in der Tangente weitergeführt werden. Im äußersten Falle läßt sich die radiale Ausziehrichtung parallel zu diesem Tangentenanschluß halten; sie fällt dann in die Richtung der aus dem Radmittelpunkt gezogenen Senkrechten $EN$ auf die Eingriffsgerade. Da die radiale Ausziehrichtung in die Mitte der Schraubenzahnlücke verlegt wird, so erhält man durch eine zu $EN$ symmetrische Übertragung der Lücke die Größe des ausführbaren Sprunges $s$. Rechnerisch bestimmt er sich nach der Abb. 25 aus

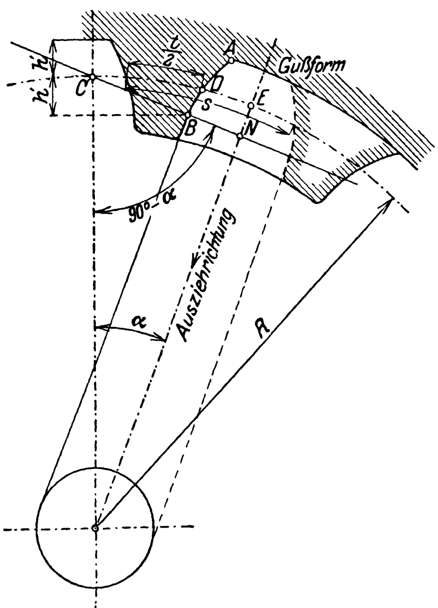


Abb. 25. Einformen des Pfeilzahnes.

$$s = \frac{t}{2} + 2\,\widehat{DE}$$

Nun ist

$$\widehat{DE} = \widehat{CE} - \widehat{CD} = \widehat{CE} - \frac{CB}{\cos\alpha} = R\,\alpha - \frac{h'}{\sin\alpha\,\cos\alpha}$$

Die Einführung der Zähnezahl $z$ ergibt schließlich

$$\frac{s}{t} \leqq \frac{1}{2} + 2\left[\frac{z}{2\,\pi}\alpha - \frac{2\,h'}{t\sin 2\,\alpha}\right].$$

Die voranstehende Formel drückt die Größe des zulässigen Sprunges aus; es ergibt sich aus ihr, daß eine Sprunggröße gleich der Teilung bei einer Kopfhöhe $h' = 0{,}25\,t$ und einem Winkel $\alpha = 22°$ sich erreichen läßt, wenn die Zähnezahl mindestens 16 beträgt. Empfehlenswert ist eine etwas kleinere Ausführung des Sprunges, um ein Streifen an den geraden Fußansätzen in $B$ beim Herausziehen des Modells zu umgehen.

## 3. Räder mit bearbeiteten Pfeil- und Winkelzähnen.

Radkränze nach Abb. 26 oder 27 werden nach dem bei den einfachen Schraubenzähnen angegebenen Verfahren geschnitten. Bei Abb. 26 muß die Nut $x$ den Auslauf des Werkzeuges ermöglichen. Die nachfolgenden Zeilen beziehen sich in erster Linie auf Pfeilzähne und bilden eine Ergänzung zu S. 12.

**Fingerfräser:** Die Zahnlücke wird über die ganze Breite in einem Schnitt ausgearbeitet. Erreicht der Fräser die Mitte des Zahnes (Pfeilspitze), so wird das Rad nach der entgegengesetzten Richtung gedreht, so daß die zweite Zahnhälfte den entgegengesetzten Schraubenverlauf erhält. Es ist nicht notwendig, den Fräser an den Stirnseiten auslaufen zu lassen, die Stirnenden können zur Verstärkung dienen. Außendurchmesser der Verstärkung = Kopfkreisdurchmesser oder (bei Verstärkung beider Räder) = Teilkreisdurchmesser (Abb. 28 u. 29).

Die Zahnlücke wird in der Pfeilspitze vom Fingerfräser nicht genügend weit ausgeschnitten (Abb. 30); im Bereiche $EE'$ der Tangierungspunkte verbleibt eine Umfangslückenweite $w'$, die kleiner ist als die Weite $w$ des eigentlichen Schraubenverlaufs. Daher ist eine Nachbearbeitung erforderlich. Dabei wird entweder die Abrundung $EE'$ (Abb. 30) so weit ausgenommen, daß eine scharfe, einspringende Winkelecke $e$ übrigbleibt, oder es wird in der Gegenseite die scharfe Zahnecke $a$ (Abb. 31) beseitigt. Da in der einspringenden Ecke die Kopfkante des Zahnes die größte Rundung aufweist (Abb. 32), so muß eine etwaige Abrundung der scharfen Winkelspitze nach einem Mittelpunkt $m$ erfolgen, der von den beiden

Wegen der Fräsermitte um die äußere Lückenweite $w_a$ absteht. Die Zahnradfabrik Augsburg fräst die Innen-Winkelspitze tiefer ein, die Spitze des Gegenzahnes liegt dann frei.

**Aushobeln nach dem Wälzverfahren:** a) Mit 2 Kammstählen, die im Winkel $90° - \beta$ eingestellt sind und von links und rechts gegen die Pfeilspitze hobeln (Maschinen der Reinecker AG., u. von D. Brown a. Sons, Huddersfield, „Sunderland" Winkelzahnrad-Hobelmaschine).

b) Mit zwei Stoßrädern: Zahnradhobelmaschine von Sykes[1] (Abb. 33). Die Schneidräder erhalten eine Drehung entsprechend der Steigung und werden abwechselnd durch je eine Zahnhälfte hindurchgestoßen. Während das eine Schneidrad nach vollzogenem Schnitt unter leichtem Abheben aus der Zahnlücke axial herausgezogen wird, führt das andere Schneidrad auf der entgegengesetzten Radhälfte den Schnittgang aus und bleibt genau in der Winkelspitze stehen. Da zwei aufeinander folgende, in entgegengesetzten Richtungen unternommene Schnitte genau auf der gleichen Stelle enden, so ist die Gewähr für einen reinen Schnitt gegeben, trotzdem ein Auslauf der Schneiden nicht besteht. Bei Beginn der Arbeit werden die Schneidräder allmählich dem Werkstück genähert, bis eine Achsenentfernung = Summe der Teilkreishalbmesser erreicht ist. Dann beginnt Drehbewegung im Übersetzungsverhältnis der Zähnezahlen.

**Schneckenfräser:** Sonderverfahren von C. Wüst: die links- und rechtsgängigen Zahnteile werden gleichzeitig geschnitten mit zwei Schneckenfräsern, die sich mit gleicher Vorschubgeschwindigkeit $c$ der Radmitte nähern. Die Zahnteile der beiden Radhälften sind um die halbe Teilung gegeneinander versetzt. Jeder Fräser gelangt bis zur Radmitte und schneidet daher etwas in die gegenüberliegende Radhälfte ein (Abb. 34 u. 35). In der Mitte wird eine schmale Nut ausgedreht, die Zahnecken werden abgerundet. Durch die Zahnversetzung gelangt man zu einer schmalen Nut und einem sehr ruhigen Gang.

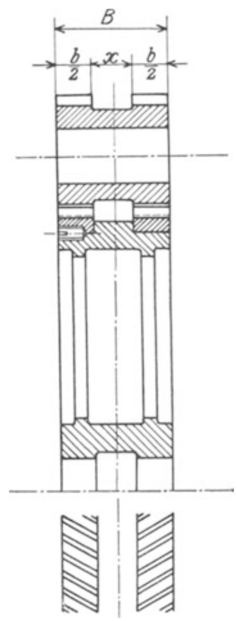


Abb. 26. Kränze mit Mittelnut für Fräserauslauf.

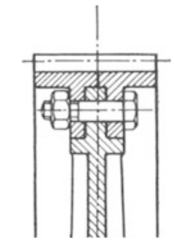


Abb. 27 a. Geteilter Kranz aus Phosphorbronze.

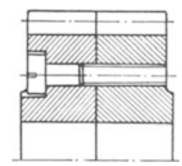


Abb. 27 b. Geteiltes Ritzel.

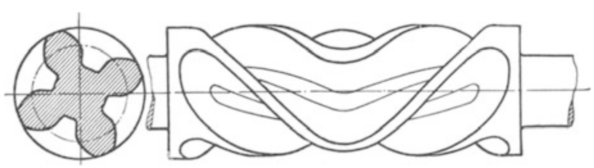


Abb. 28. Ritzel. Bearbeitung mit Fingerfräser.

Gebräuchliche Abmessungen der Wüsträder (DRP): $\beta = 67°$, Nutenbreite $x = t/2 \cdot \mathrm{tg}\,\beta = 1{,}18\,t$, nutzbare Kranzbreite $b = B - 1{,}18\,t$, Mindestzähnezahl im kleinen Rad = 15, bei hohen Drehzahlen $\approx 30$. Die Zahnräderfabrik Augsburg vorm. I. Renk führt derartige Räder aus bis $D = 4$ m, $t = 18\,\pi$, $B = 1$ m (vgl. Abb. 37).

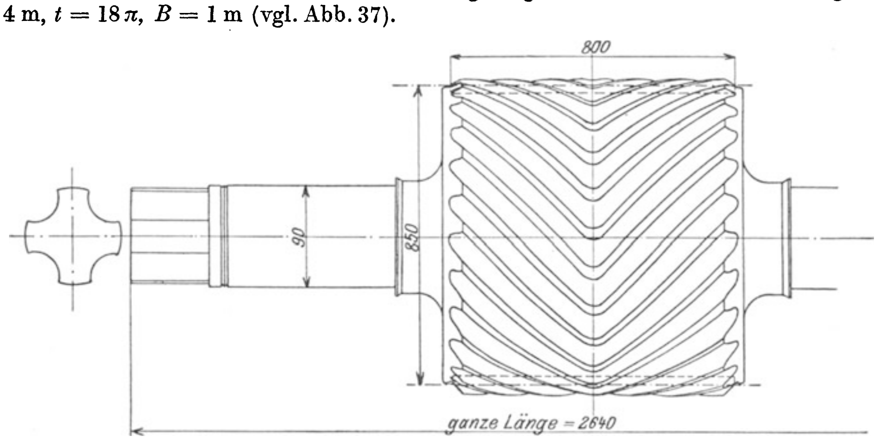


Abb. 29. Kammwalze, Siemens-Martinstahl $z = 25$, $t = 34\,\pi$.

[1] Siehe Toussaint: Das Hobeln von Pfeilrädern auf der Sykes-Zahnradhobelmaschine. ZVdI 1917, S. 306, auch Engineering Vol. CII, 1916, S. 34 und H. Hofer, Friedrichshafen: Die Sykes-Doppelschraubenradschneidmaschine. Z. Maschinenbau, 1926, S. 705.

**Ausdrehen:** Bei geringem Steigungswinkel fallen die Profile der Schraubenzähne im Längsschnitt nahezu gerade aus (Abb. 36), das Rad erhält den Charakter einer Schnecke.

Im Teilzylinder ist dann die axiale Entfernung der Zähne $t_a = t \cdot \operatorname{tg} \beta$, und die Profiltangente nimmt eine Winkellage ein von $\operatorname{tg} \alpha_a = \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta$.

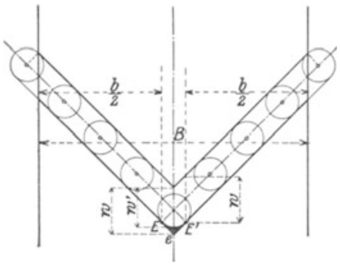


Abb. 30. Pfeilspitze.

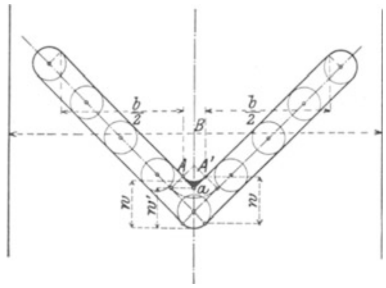


Abb. 31. Pfeilspitze.

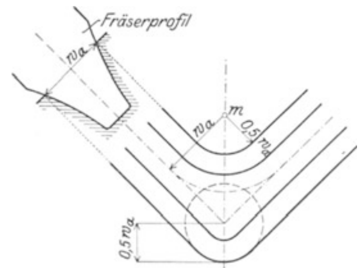



Abb. 32. Abrundung d. Pfeilspitze.

Es liegt nun der Gedanke nahe, die stark schräggestellten Zähne genau so wie die Schneckengänge durch ein Schneidwerkzeug mit gerader Schneide auszuarbeiten. Beim Ausdrehen ergibt sich dann aber eine Schraubenfläche, die im Stirnschnitt als Zahnprofil eine archimedische Spirale aufweist, falls die Richtung der Schneidkante die Radachse schneidet (vgl. S. 69).

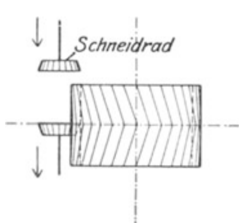



Abb. 33. Arbeitsverfahren von Sykes.

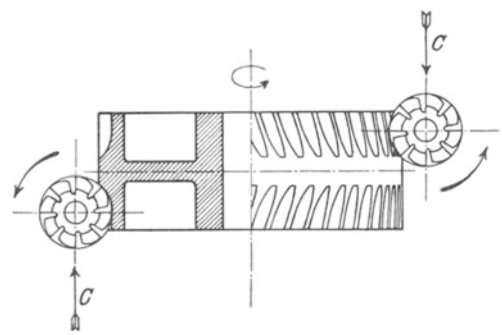



Abb. 34. Verfahren von C. Wüst.

Dieses Profil tritt gegen das richtige Evolventenprofil vor; die Eingriffslinie $E' E'$ krümmt sich im Kopf- und Fußeingriff nach derselben Seite von der erforderlichen geraden Eingriffslinie $E E$ ab. Es muß sich deshalb bei größerem $\beta$ ein fehlerhafter Eingriff einstellen, der wegen der vorstehenden Profile in ständigem Kanteneingriff der äußersten Zahnkante verläuft (siehe I. Teil, Abschnitt VII).

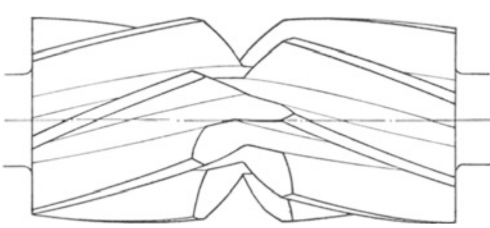


Abb. 35. Ritzel mit 7 Zähnen (neuere Ausführung hat Mittelnut und abgerundete Zahnecken).

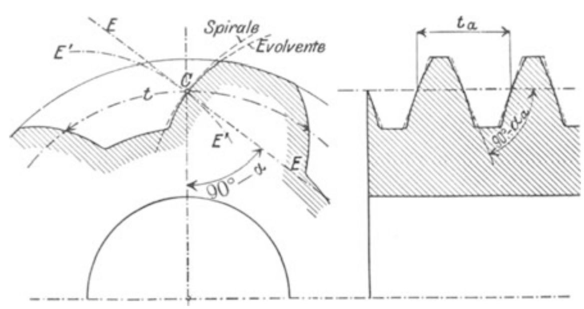



Abb. 36. Ausdrehen von Schraubenzähnen.

Aus diesem Grunde darf man das Ausdrehen der Schraubenzähne mit geradliniger Schneidkante nur bei Steigungswinkeln $\beta$ unter 30° vornehmen. Die Ritzel haben das Aussehen einer Doppelschnecke, daher die Bezeichnung „Stirnschnecke".

**Ersatz der Winkelform durch eine Bogenform:** Bearbeitung erfolgt durch kreisende Messer oder durch Fräser, die in zyklischen Kurven geführt werden (vgl. S. 40).

## III. Berechnung der Stirnräder mit Schraubenzähnen. Ausgeführte Getriebe.

### 1. Berechnung der Zahngröße.

Die Berechnung der Zahngröße kann von der Formel für die geraden Zähne ausgehen; in sinngemäßer Umformung würde sie lauten: $P_n = k\, b_n\, t_n$ und in der Überführung auf die Umfangskraft $P = k \sin\beta\, b\, t$ (vgl. Abb. 7). Somit wächst $b\,t$ mit abnehmender Steigung (zunehmender Schräge). Doch wird dieser Einfluß durch den vergrößerten Überdeckungsgrad ausgeglichen. Man kann deshalb auch für die Schraubenzähne $P = k\,b\,t$ als Ausdruck der zulässigen Zahnbelastung gelten lassen und für die Berechnung der Zahnteilung $t$ die Formeln der geraden Zähne verwenden. Demnach ermittelt man unmittelbar den für die Zahnbearbeitung maßgebenden Modul des Normalschnittes für ein Belastungsmoment $M_d$ aus

$$m_n = \left(\frac{t_n}{\pi}\right) = \text{in}\,\beta \sqrt[3]{\frac{0{,}2\ M_d}{k\,z\left(\frac{b}{t}\right)}} \quad \text{in cm}^{1}$$

und für eine Leistung von $N$ Pferdestärken bei $n$ Umdrehungen aus

$$\left(\frac{t_n}{\pi}\right) = \sin\beta \sqrt[3]{\frac{14500}{k\,z\left(\frac{b}{t}\right)} \cdot \frac{N}{n}} \quad \text{in cm}^{1}$$

In der Formel $P = k\,b\,t$ wird bei unbearbeiteten Pfeilzähnen für Gußeisen $k = 20$ und für Stahlguß $k = 40$ angenommen. Gesamtbreite $b = 3\,t$ bis $4\,t$. Bei bearbeiteten Schrägzähnen, bei denen die Breite so gewählt ist, daß immer mindestens zwei Zähne im Eingriff sind, kann man die Zähne bis zu Umfangsgeschwindigkeiten von 15 m durchschnittlich noch mit den folgenden spezifischen Größen $k$ belasten:

| | | | |
|---|---|---|---|
| Gußeisen | $k = 15$, | Phosphorbronze | $k = 25$, |
| Stahlguß | $k = 30$, | Geschmiedeter Stahl | $k = 45$. |

Bei genauerer Berechnung müssen die besonderen Betriebsbedingungen und die besonderen Güteziffern der Werkstoffe berücksichtigt werden, so daß man nicht allgemein Räder berechnen kann, sondern Räder für Werkzeugmaschinen [2], Automobilgetriebe, Bahngetriebe, Turbinengetriebe usw. Nun sind die Getriebe selbst nicht Gegenstand dieses Heftes, doch sollen an einer Getriebegruppe — den Turbinengetrieben — die Zusammenhänge gezeigt und weitere Beispiele angeschlossen werden.

### 2. Ausgeführte Getriebe.

**a) Turbinengetriebe** (Hochleistungsgetriebe). Den eigentlichen Anstoß zur planmäßigen Entwickelung dieser Getriebe gab die Einführung der Dampfturbine zum Antrieb der Schiffsschraube. Nicht unerwähnt bleiben dürfen bei einem Rückblick auf die bisherige Entwickelung, die von Westinghouse [3] ausgeführten eingehenden Versuche an dem von Melville und Macalpine entworfenen Versuchsgetriebe und die weiteren mühseligen Pionierarbeiten, welche seither auf dem Gebiet des Getriebebaues von den beteiligten Turbinenfirmen geleistet wurden.

Verzahnung. Die Getriebe werden mit einfacher oder doppelter Schrägverzahnung ausgeführt. Bei einfachen Zähnen muß der Axialschub von den angeschlossenen Maschinen oder von Drucklagern aufgenommen werden.

Die Räder für Turbinengetriebe werden nicht gehärtet, da es heute noch nicht möglich ist, Zahnräder mit Schrägverzahnung bei größeren Breiten zu schleifen. Als Zahnform [4] kommt grundsätzlich nur Evol-

[1] Schiebel: Teil I, S. 108. Siehe dort auch die Bedeutung von $k$; $t$ ist die Stirn- oder Umfangsteilung.

[2] Hofer, Friedrichshafen: Die zulässige Zahnradbeanspruchung usw. Werkstattstechnik (1931) Heft 5. — Mecke: Bahngetriebe. Mitteilungen für Bahnbetriebe (1932) Heft 15.

[3] Engineering Bd. LXXXVIII, S. 377 u. 763.

[4] Kraft: Die neuzeitliche Dampfturbine, S. 182 ff. Berlin: VDI-Verlag 1930.

ventenverzahnung in Betracht. Eingehende Forschungen und umfangreiche praktische Erfahrungen haben für Großleistungsgetriebe eine modifizierte Evolventenverzahnung herausgebildet, die bewußt ein gewisses Gleiten der Zahnflanken aufeinander anstrebt, um die Ölkeilbildung im Sinne der Reynoldschen Theorie zu fördern und somit möglichst jede metallische Berührung der Zahnflanken auszuschließen. Um eine kräftige Zahnform mit reichlichem Widerstandsmoment zu erhalten, vermeidet man die Unterschneidung der Ritzelzähne durch entsprechende Wahl der Zahnfuß und -kopfhöhen, wodurch auch die Länge der aktiven Zahnflanken, die Eingriffsdauer und die Relativgeschwindigkeit der Zähne maßgebend beeinflußt werden. Damit sich ein kräftiger Zahnfuß ergibt und keine Kerbwirkung auftreten kann, empfiehlt es sich, die Wurzel der Zähne mit einer reichlichen Abrundung zu versehen; ebenso sind die Kanten der Zahnköpfe etwas abzurunden, um ein sanftes Eingreifen der Kopfkanten und dadurch ruhigeren Gang, besseren Eintritt des Öles und größere Steifigkeit der Zähne zu erreichen. Der Eingriffswinkel $\alpha$ wird also gegen das Kopfende des Zahnes zu allmählich vergrößert. Die Abrundungen können gleich beim Schneiden der Verzahnung durch das entsprechend ausgebildete Schneidewerkzeug hergestellt werden. Das allmähliche Ineinandergreifen der Zähne in der Anlaufperiode,

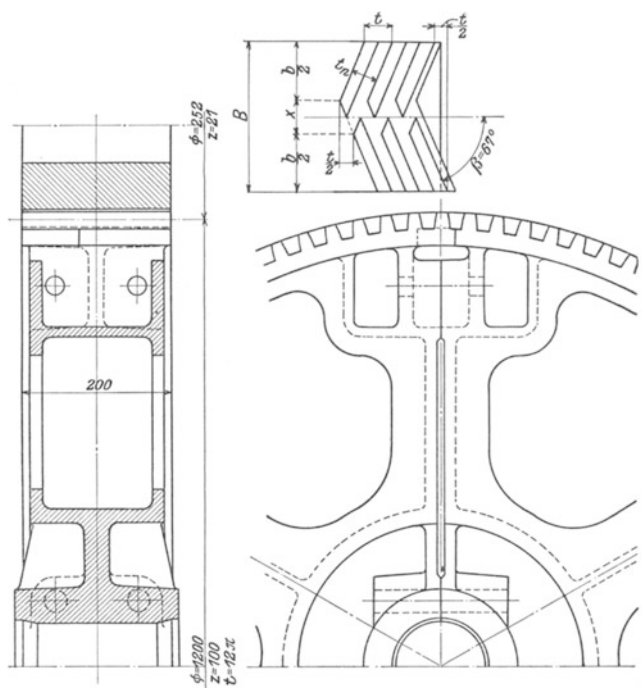



Abb. 37. Wüstrad, geteilt. Teilung durch Gesamtanordnung bedingt. Abstand der Schrauben vom Kranz möglichst gering.

$$x = \frac{t}{2} \cdot \operatorname{tg} \beta \approx 1{,}2\,t\,.$$

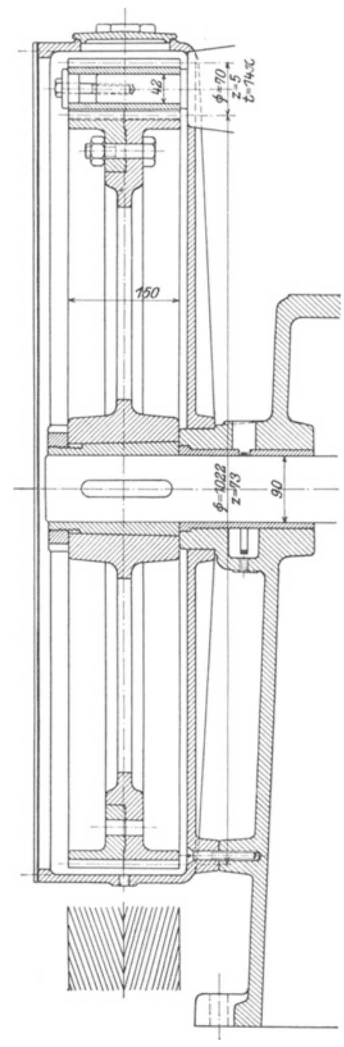



Abb. 38. Stirnschneckengetriebe. $\beta \approx 20°$. Ritzel aufgesetzt; Radkranz geteilt, Nabe auf konischer Büchse.

in welcher die relative Geschwindigkeit der Zahnflanken von Null anwächst, verhindert eine Berührung der festen Flächen, bevor ein hinreichendes Ölkissen gebildet ist, und verringert gleichzeitig den Einfluß kleiner Teilungsfehler der Verzahnung.

Die Enden der Ritzelzähne werden im allgemeinen an den Stirnseiten abgeschrägt und etwas verjüngt. Zwischen den Flanken der Zähne muß für die Wärmedehnung im Betrieb und für das Schmieröl genügendes Spiel vorhanden sein. Das Flankenspiel beträgt etwa 0,3—0,6mm, entsprechend der Modulgröße, und wird gleich bei der Herstellung der Verzahnung erzeugt, so daß der Achsenabstand der Wellen beim Zusammenbau nicht mehr verändert zu werden braucht. Für die Herstellung einer genauen Verzahnung ist es unbedingt erforderlich, daß die Bearbeitungsmaschinen in einem genügend abgesonderten, erschütterungsfreien und durch Registrierthermometer überprüften, gleichmäßig temperierten Raum aufgestellt sind. An Verzahnungen, die bei hohen Geschwindigkeiten praktisch geräuschlos arbeiten sollen, ist jede Nacharbeit an den Zahnflanken von Hand unzulässig, da hierdurch niemals eine genaue, unbedingt gleichmäßige Zahnform erzeugt werden kann. Die Verzahnungen werden, wie schon erwähnt, nach dem

Bearbeiten weder gehärtet noch geschliffen und sind deshalb, sobald sie den Frästisch verlassen haben und das Verjüngen an den Ritzel-Zahnenden erfolgt ist, betriebsbereit.

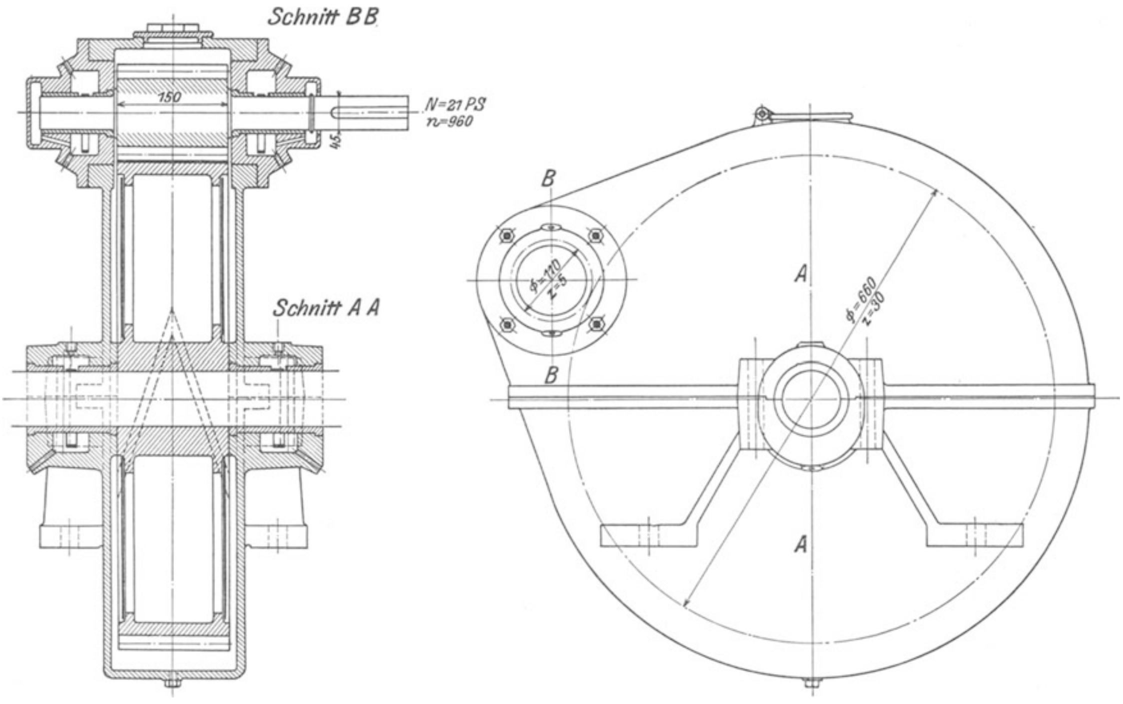



Abb. 39. Ausführung der Zahnräderfabrik Augsburg, vorm. J. Renk.

Um ein genaues Zentrischlaufen der Verzahnung zu erreichen, wird die Ausrichtung auf der Bearbeitungsmaschine mittels Mikrotastgeräten nach den geschliffenen Wellenzapfen vorgenommen. Nach Fertigstellung der Verzahnung wird auf der Bearbeitungsmaschine eine genaue Nachmessung des Teilkreisschlages ausgeführt und ein Meßschaubild hergestellt.

Der Unterschied der einzelnen Zahnteilungen eines Getriebes für hohe Umfangsgeschwindigkeiten soll im Mittel nicht über fünf Sekunden betragen, d. h. bei einem Raddurchmesser von 1000 mm höchstens etwa 0,01 mm. Die Verzahnung jedes Ritzels und jedes Rades ist nach ihrer Fertigstellung Zahn für Zahn zu untersuchen, um stets eine Gewähr für die Einhaltung der zulässigen Fehlergrenze zu haben. Hierzu werden Meßvorrichtungen, die Teilungsfehler bis auf $^1/_{1000}$ mm genau anzeigen, verwendet, das Ergebnis in einem Meßprotokoll aufgenommen und die Werte dann in einem Meßschaubild aufgetragen. Man kann den Verlauf der Ungenauigkeiten so über den ganzen Radumfang verfolgen. Schwellen die Teilungsfehler mit der gleichen periodischen Regelmäßigkeit an und ab, so gehen diese Ungenauigkeiten meistens auf solche in der Tischantriebsschnecke oder im Schneckenkranz der Bearbeitungsmaschine zurück. Somit hat man auf Grund der Meßprotokolle die Möglichkeit, gleichzeitig die Bearbeitungsmaschine zu überwachen, bei Unregelmäßigkeiten eine Herstellung weiterer fehlerhafter Zahnräder rechtzeitig zu verhin-

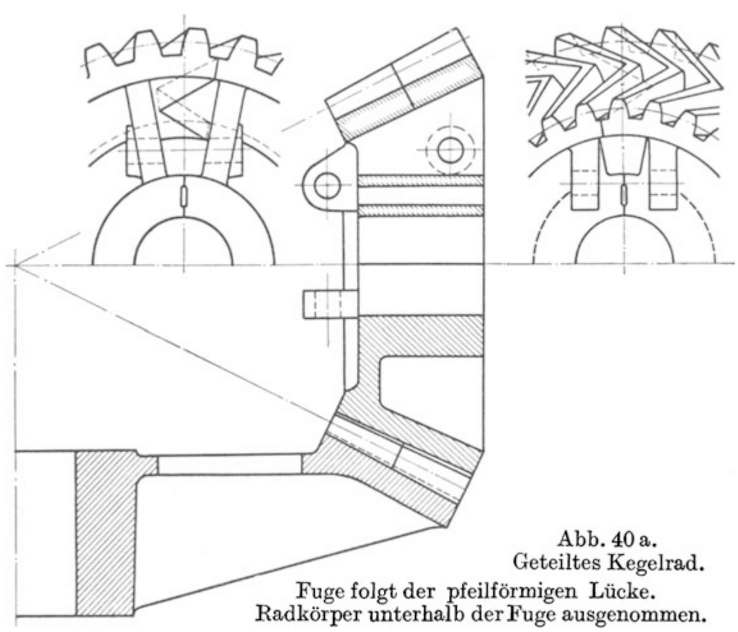


Abb. 40 a. Geteiltes Kegelrad. Fuge folgt der pfeilförmigen Lücke. Radkörper unterhalb der Fuge ausgenommen.

dern und den Genauigkeitsgrad der Bearbeitungsmaschine wieder herzustellen. Für die Abmessung der Verzahnung dieser Getriebe gelten nachstehende Verzahnungs- und Beanspruchungswerte:

Die Ritzelzähnezahl wählt man, wenn möglich, größer als 33, um gute Eingriffsverhältnisse zu erzielen. Der Modul $t_n/\pi$ wird, den vorhandenen Fräswerkzeugen entsprechend, zwischen 1,5 und 8, ab-

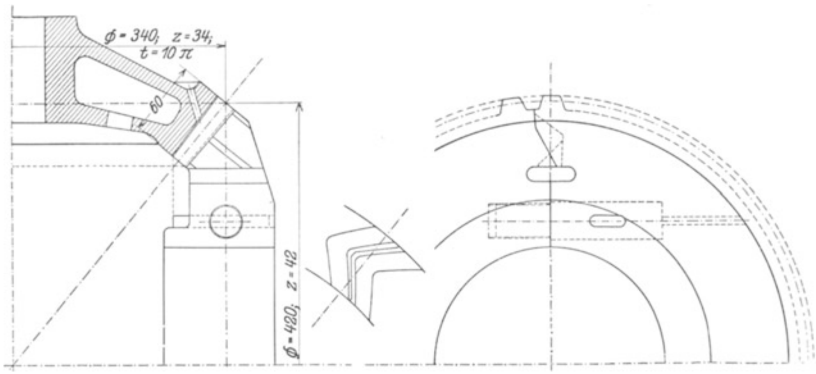



Abb. 40 b. Geteiltes Kegelrad. Teilfuge in der Mitte und an den Enden abgeflacht.

hängig von der Größe des zu übertragenden Drehmomentes, vorerst festgesetzt und der Stirnmodul aus der Zahnschrägung zwischen 20 und 25° bestimmt. Bei größerer Umfangsgeschwindigkeit ist ein größerer Schrägungswinkel zweckmäßig. Bei einfacher Schrägverzahnung verwendet man Schrägungs-

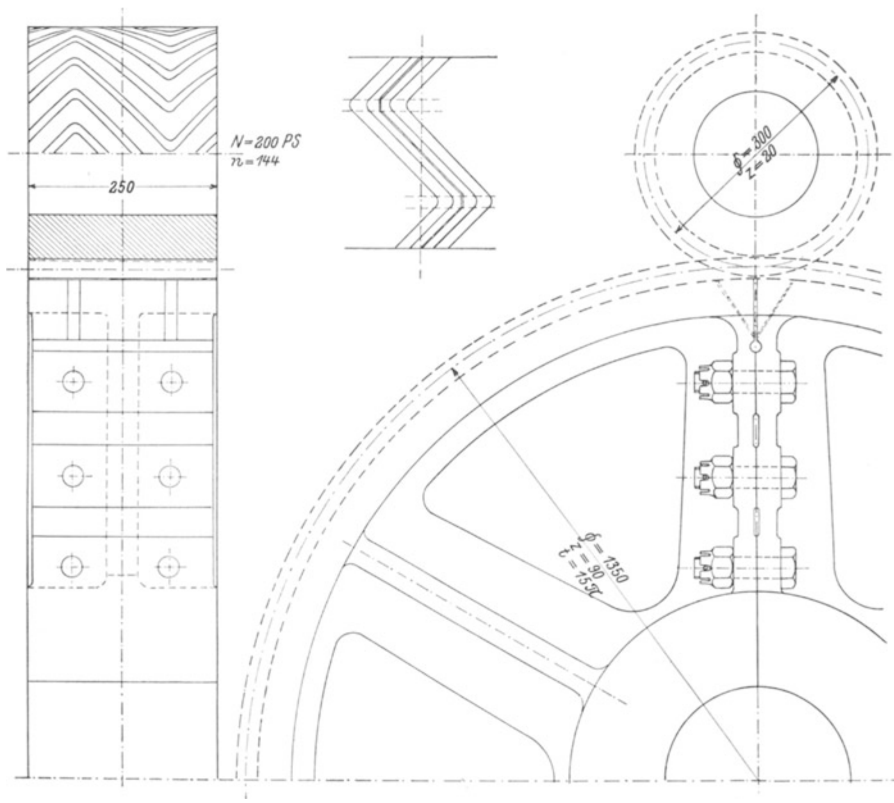



Abb. 41. Räder mit Doppelwinkelzähnen für wechselnde Drehrichtung. $P = 55\ b\ t$.
Ritzel geschmiedet, Rad aus Stahlguß.

winkel von 20°—25° wegen Kleinhaltung des Axialschubes, bei doppelter Schrägverzahnung von 30—45°. Die Zahl der zugleich in Eingriff befindlichen Zähne soll möglichst größer als 5 sein, da Getriebe, bei denen sich mehrere Zähne in Eingriff befinden, ruhiger laufen.

**Zahndruck.** Für die Beurteilung des Zahnmoduls, der Zahnbreite und des Teilkreisdurchmessers des Ritzels reicht weder die Kenntnis der auf 1 cm Zahnbreite entfallenden Zahnbelastung $p = P/b$, noch die der zulässigen Zahnbeanspruchung $k = \frac{P}{b\, t_s} = 50 \div 55\ \mathrm{kg/cm^2}$ aus. Für den zulässigen Zahndruck ist die Oberflächenbeanspruchung der arbeitenden Zahnflanken maßgebend, die von ihrem Krümmungsradius abhängt. Da der Krümmungsradius, abgesehen von einem nur geringen Einfluß der Zahnneigung und des Flankenwinkels, nur vom Ritzeldurchmesser bestimmt wird, ist der lineare Zahndruck zunächst nach seinem Verhältnis zum Ritzeldurchmesser zu beurteilen. Hierfür sind die zulässigen Grenzwerte des Zahndruckes, welche sich aus jahrelanger Erfahrung ergeben haben, einzusetzen; sie sollten mit Rücksicht auf die zur Zeit verfügbaren Baustoffe für Dauerbetrieb nicht überschritten, aber wegen der Vergrößerung der Getriebeabmessungen, des Gewichtes und Preises auch nicht unterschritten werden. Sie betragen, bezogen auf 1 cm Verzahnungsbreite für Ritzeldurchmesser unter 25 cm $p/d = 4{,}2$—$5{,}3$, über 25 cm $p/\sqrt{d} = 20{,}1$—$24{,}6$.

Ein weiterer wesentlicher Gesichtspunkt zur Bestimmung der Ritzelabmessungen ist das Verhältnis der axialen Breite der Verzahnung, und damit der freitragenden Ritzellänge $l$ zwischen den Lagerschalen, zum Ritzeldurchmesser. Damit unzulässige Durchbiegung und Verdrehung des Ritzels vermieden werden, soll der Verhältniswert $l/d = 2{,}7$ nicht überschritten werden.

Ohne Bedenken können bei genauen Verzahnungen Teilkreisgeschwindigkeiten bis 70 m/sec zugelassen werden; je höher die Umfangsgeschwindigkeit ist, desto höher muß die Genauigkeit der Verzahnung sein. Mit der Umfangsgeschwindigkeit ist auch dem Ritzeldurchmesser sowie der Leistungsübertragung nach oben eine Grenze gesetzt, über die man nur noch durch Unterteilung der Zahnbreite und Anordnung eines Mittellagers hinausgehen kann. Die Grenzleistungen solcher, nach vorstehenden Werten ausgelegten Getriebe liegen bei einer Ritzeldrehzahl von 3000 Umdr/min für zweifach gelagerte Ritzel bei 11 500 kW und für dreifach gelagerte Ritzel bei 26000 kW.

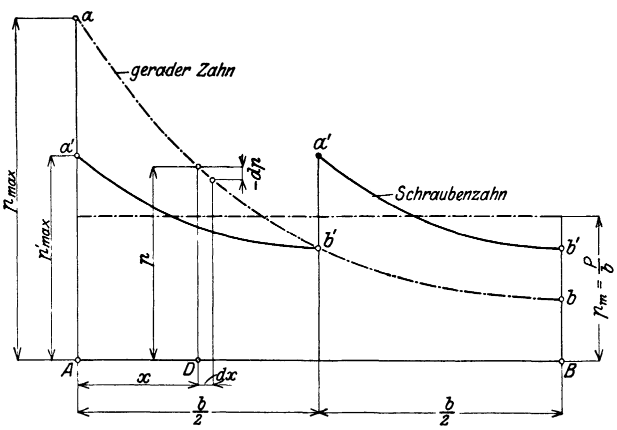


Abb. 42. Angenäherter Verlauf der Zahndruckverteilung.

Über die Formänderung des Ritzels hat Prof. S c h i e b e l in der 2. Auflage folgende Untersuchung veröffentlicht:

Als Formänderungen kommen in Betracht die Zahndurchbiegung durch den Zahndruck und die Verdrehung des Ritzels durch das Drehmoment; die Verdrehung des großen Radkörpers kann wegen der Kleinheit unberücksichtigt bleiben.

Die Zahndurchbiegung ist proportional dem Zahndrucke $p$, der die auf 1 cm Zahnbreite entfallende Umfangskraft ausdrückt. Die aus der Durchbiegung sich ergebende Ritzelverdrehung kann mit $c_1\, p$ angesetzt werden, wobei $c_1$ die Federungskonstante der Zähne bedeutet.

Die Verdrehung zweier um $dx$ abstehender Ritzelquerschnitte (Abb. 42) ist proportional dem im Ritzelquerschnitte $D$ bestehenden Drehmoment, also auch proportional der Umfangskraft $K$, die außerhalb der Ritzellänge $x$ noch auf das zweite Rad zu übertragen ist; bezeichnet $c_2$ die Federungskonstante des Ritzels, so ist die Größe der Verdrehung $= c_2\, K\, dx$.

Diese Verdrehung verursacht einen Abfall des Zahndruckes um $dp$ und stimmt wegen der Unnachgiebigkeit des großen Rades überein mit der Änderung $c_1 \cdot dp$ der Verdrehung aus dem Zahndruck, also $c_2\, K \cdot dx = -c_1 \cdot dp$.

Innerhalb der Zahnbreite $dx$ wird eine Umfangskraft abgegeben von $d\,K = -p\,d\,x$.

Die Gleichsetzung des Differentialquotienten $d\,p/d\,x$, der aus dieser Beziehung durch Differentiation erhalten wird, mit dem früher aufgestellten Werte ergibt

$$\frac{d\,p}{d\,x} = -\frac{d_2 K}{d\,x^2} = -\frac{c_2}{c_1} K\,.$$

Bezeichnet man zur Vereinfachung das Verhältnis der Federungskonstanten mit $m^2 = c_2/c_1$, so lautet die vorstehende Differentialgleichung

$$\frac{d_2 K}{d\,x^2} - m^2 K = 0\,.$$

Ihre zweifache Integration führt unter Verwendung der Grenzwerte $K = P$ für $x = 0$ und $K = 0$ für $x = b$ zu der Gleichung der mit $x$ abnehmenden Umfangskraft $K$

$$K = \frac{\mathfrak{Sin}\, m\,(b - x)}{\mathfrak{Sin}\, m\, b} P\,.$$

Der Differentialquotient dieses Ausdruckes ist der veränderliche Zahndruck

$$p = -\frac{d\,K}{d\,x} = m\,\frac{\mathfrak{Cof}\, m\,(b - x)}{\mathfrak{Sin}\, m\, b} P.$$

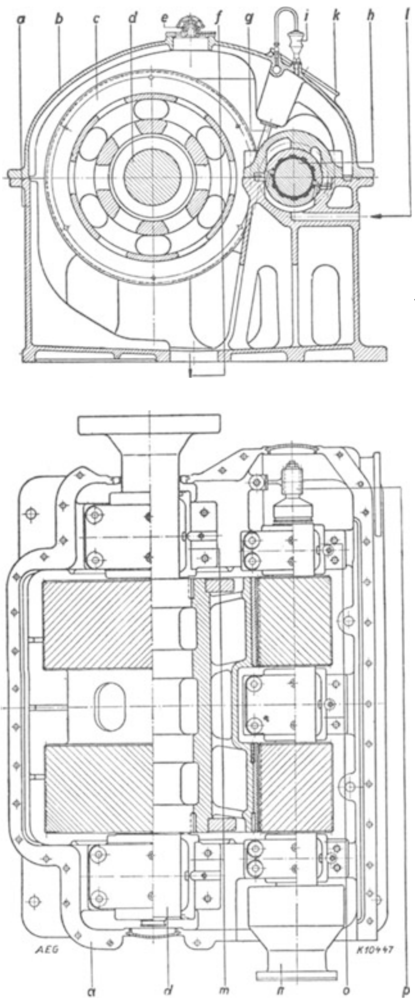
Der nach dieser Abhängigkeit sich einstellende Verlauf des Zahndruckes als hyperbolische Funktion ist in Abb. 42 durch die strichpunktierte Linie *a b* für den geraden Zahn dargestellt. In der Einführungsstelle *A* des Drehmomentes stellt sich der Höchstwert $p_{max}$ des Zahndruckes ein; gegen das entgegengesetzte Ritzelende fällt der Zahndruck allmählich ab. Die von der Linie *a b* gegen die Abszissenachse eingeschlossene Fläche stellt in ihrer Gesamtheit die übertragene Umfangskraft *P* vor; ihre Umwandlung in ein flächengleiches Rechteck ergibt in der Ordinatenhöhe den mittleren Zahndruck $p_m = P/b$.

Eine günstigere Zahndruckverteilung stellt sich bei doppelten Schraubenzähnen ein, weil jede Radseite von der Zahnbreite 0,5 *b* durch die freie axiale Einstellbarkeit des Ritzels gezwungen ist, die halbe Umfangskraft abzugeben. Behält man zur Vereinfachung des Vergleiches die Federungskonstanten in gleicher Größe bei, so lautet wegen der auf die Hälfte verminderten Grenzwerte die Gleichung des Zahndruckes:

$$p' = m \frac{\mathfrak{Cof}\, m\, (0{,}5\, b - x)}{\mathfrak{Sin}\, m\, 0{,}5\, b} \frac{P}{2}.$$

Diese Beziehung liefert die in Abb. 42 voll ausgezogenen Zahndrucklinien *a' b'* des doppelten Schraubenzahnes, die einen weniger steilen Verlauf aufweisen; die Ungleichmäßigkeit des Zahndruckes vermindert sich mit der Zahnbreite. Der Höchstwert $p'_{\max}$ des Zahndruckes an der Einführungsstelle des Drehmomentes fällt daher unter sonst gleichen Verhältnissen wesentlich kleiner aus als beim geraden Zahn. Dieser Umstand im Verein mit dem günstigeren Eingriffsverhalten macht die doppelten Schraubenzähne besonders geeignet für die großen Zahnbreiten der Großleistungsgetriebe.

Da die Federung im ungünstigen Sinne auf die Zahndruckverteilung einwirkt, so ist eine möglichst große Steifheit des Ritzels vorzusehen; man darf nicht auf zu kleine Ritzelhalbmesser und auch nicht auf zu kleine Zähnezahlen herabgehen.




a = Gehäuse-Unterteil,
b = Gehäuse-Oberteil,
c = Rad,
d = Radwelle,
e = Entlüftung des Gehäuses,
f = Ölaustritt,
g = Öldüse,
h = Ritzel,
i = Öldruckprüfer,
k = Schaudeckel,
l = Öleintritt,
m = Radwellenlager,
n = Bewegliche Kupplung,
o = Ritzellager,
p = Antriebsschnecke der Zahnrad-Ölpumpe.

**Abb. 43. Zahnradvorgelege, AEG;** $N_{\max} = 15000$ **kW,** $n = 3000/1000$ **U/min.**

W e l l e n, L a g e r u n g[1], R a d k ö r p e r. Die Lagerzapfen werden für einen Flächendruck von 7—10, max 12 kg/cm² bei einer Verdrehungsbeanspruchung von etwa 350 kg/cm² und einer Umfangsgeschwindigkeit von 40 m/sec bis 62,5 m/sec ausgeführt. Das Verhältnis $l/d$ der Lagerzapfen ist $1{,}25 \div 2$, dem spezifischen Flächendruck entsprechend.

Der Aufbau eines Rädergetriebes ist nach seinem Verwendungszweck verschieden; je nach der geforderten Übersetzung ergibt sich eine ein- oder zweistufige Bauform. Einstufige Getriebe, Abb. 43, 46 werden abhängig von der Leistung gegebenenfalls bis 20 : 1 ausgeführt. Hohe Übersetzungsverhältnisse werden durch die zweistufige (Abb. 44), oder dreistufige Bauart erzielt, ohne daß betriebstechnische Schwierigkeiten zu befürchten sind.

Bei einfacher Schrägverzahnung kann das Ritzel mit der Turbinenwelle aus einem Stück hergestellt oder mit dieser starr gekuppelt sein, weil sich die Ritzelverzahnung entsprechend der Wärmedehnung der Welle unbehindert durch die Verzahnung des Rades einstellen kann. Bei der doppelten Schrägverzahnung muß die Welle mit dem Ritzel durch eine Ausdehnungskuppelung — Doppelverzahnungs- oder Klauenkupplung — verbunden werden, damit sich das Ritzel selbsttätig und frei in die Verzahnung des Rades einstellen kann.

Der Drehsinn des Rades soll nach Möglichkeit so gewählt werden, daß die Vertikalkomponente des Zahndruckes und das Eigengewicht des Rades in gleicher Richtung wirken, da andernfalls eine Entlastung des Radgewichtes durch den Zahndruck zum „Flattern" des Rades und so zu einem unruhigen Lauf des Getriebes führen kann. Diese Forderung läßt sich allerdings nicht erfüllen, wenn z. B. von einem einzigen

[1] Siehe S c h i e b e l - K ö r n e r: Die Gleitlager und B e h r - G o h l k e: Die Wälzlager. Berlin: Julius Springer.

Ritzel zu gleicher Zeit zwei auf gegenüberliegenden Seiten angeordnete Räder angetrieben werden. Das Vorgelege ist dann so anzuordnen, daß in dem Rade mit entgegengesetzter Richtung von Umfangskraft und Eigengewicht ein genügend großer Kraftüberschuß in einer Richtung vorhanden ist.

Die Gehäuseformen müssen sich den Rädern individuell anpassen. Während einstufige Getriebe in zweiteiligen Gehäusen eingeschlossen werden, erfordern zweistufige Vorgelege größerer Leistung eine mehrfache Unterteilung ihrer Gehäuse, besonders dann, wenn bei gedrängter Bauform Ritzel- und Radwellen in verschiedenen Ebenen angeordnet sind. Die Lagerabstützungen müssen besonders steif ausgeführt und auf die Grundplatte und das Fundament herunter gezogen werden, da eine nachgiebige Lagerung der Verzahnungsteile zu Schwingungen Anlaß geben und den ruhigen Gang der Getriebe beeinflussen kann.

Die Lagerschalen sind auf ihrer Außenfläche zylindrisch, nicht kugelig, und werden im Gehäuse vollkommen starr, dabei möglichst auf ihrer ganzen Länge abgestützt, so daß die Wellen dauernd parallel bleiben und der Zahneingriff nicht gestört wird. Die Laufflächen der gußeisernen mit Weißmetall ausgegossenen Lagerschalen sind entsprechend den Ergebnissen der neueren Schmiertechnik ohne Schmiernuten auszuführen, damit die tragende Ölschicht nicht unterbrochen wird.

Während die Zähne aller Ritzel und der aus hochwertigem Stahl geschmiedeten Räder kleiner Leistung aus den vollen Körpern herausgeschnitten werden, werden auf die gußeisernen oder Stahlguß-Radkörper besondere nahtlos gewalzte Kränze aus hochwertigem Stahl warm aufgezogen. Bei der Formgebung der Radkörper ist darauf zu achten, daß beim Abkühlen nach dem Gießen und durch die Wärmedehnung im Betriebe keine Spannungen auftreten, die ein Verziehen herbeiführen können. Aus diesem Grunde werden größere Radkörper am Umfange an mehreren Stellen radial geschlitzt. Kleine Räder werden unmittelbar, größere Räder mit Schrumpfringen oder mit Konus und Mutter auf die Radwelle aufgezogen. Die Stahlkränze für die Verzahnung werden erst nach der Befestigung des Rades auf der Welle auf den Radkörper aufgezogen und auf genaues Maß gedreht. Danach wird das Rad zum ersten Male ausgewuchtet; ist die Verzahnung fertiggestellt, folgt die zweite sorgfältige Auswuchtung des Rades, das dann zum Einbau fertig ist. Für den Lauf des Getriebes ist es von besonderer Wichtigkeit, daß der Läufer der Antriebsmaschine und der Läufer der mit dem Getriebe gekuppelten Arbeitsmaschine einwandfrei ausgewuchtet sind.

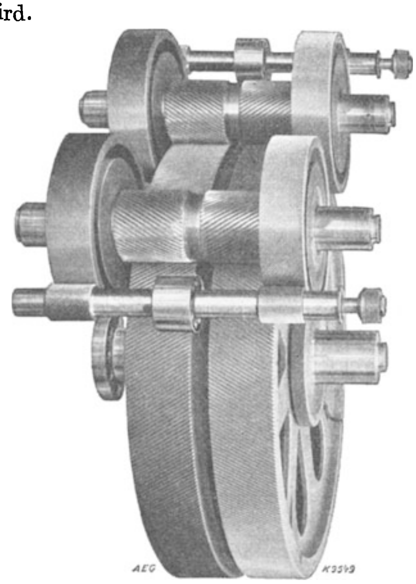


Abb. 44.
Ritzel und Räder eines zweistufigen AEG-Schiffszahnradvorgeleges.
$N$ (Welle) = 5400 PS;
$n$ = 3600/650/84 U/min.

**Baustoff.** Als Baustoff für Verzahnungen sind hauptsächlich Kohlenstoffstahl, Stahl mit geringem Nickelgehalt und Chromnickelstahl geeignet. Die rasch laufenden, höher beanspruchten Ritzel werden meist aus hartem, gegen Ermüdung sehr widerstandsfähigem Chromnickelstahl hergestellt und arbeiten mit einer etwas weicheren Radverzahnung zusammen, eine Anordnung, die sich in langjähriger Erfahrung als die beste herausgestellt hat. Für weniger hoch beanspruchte Getriebe oder die langsamen Übersetzungsstufen mehrstufiger Getriebe werden Stähle geringerer Festigkeit verwendet; der grundsätzliche Festigkeitsunterschied zwischen Ritzel- und Radverzahnung bleibt jedoch in allen Fällen gewahrt. Die Festigkeitseigenschaften der am häufigsten verwendeten Baustoffe sind in der nachstehenden Zahlentafel zusammengefaßt.

| Verwendung | Baustoff | Zerreißprobe | | | Kerbzähigkeit bei 10 kg Bärgewicht | | | Probe |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Zugfestigkeit $\sigma_B$ kg/mm² | Streckgrenze $\sigma_S$ kg/mm² | Dehnung $\delta_5$ % | Fallhöhe mm | Schlagarbeit kgm | Biegewinkel Grad | |
| Ritzel | Sonderstahl | 70 | 45 | 18 | 300 | 20 | 4 | längs zur Faser und tangential |
| Ritzel | Chrom-Nickelstahl | 85 | 50 | 15 | 300 | 20 | 4 | |
| Rad | Sonderstahl | 52÷60 | 32÷35 | 24 | 200 | 10 | 4 | tangential |
| Rad | Sonderstahl | 60÷70 | 35 | 22 | 200 | 10 | 4 | |

Festigkeitseigenschaften der Baustoffe für hochwertige Verzahnungen.

Gut bewährt hat sich auch der von der Fried. Krupp A.-G. für Großleistungsgetriebe hergestellte hochvergütete Siliziumstahl mit etwa 1,5% Siliziumgehalt und 0,4 bzw. 0,5% Kohlenstoffgehalt. Für Ritzel kommt ein solcher Stahl mit einer Festigkeit von 80—90 kg/mm², 50 kg/mm² Streckgrenze und einer Dehnung von 12% bei $l = 10\,d$ zur Verwendung, für die Zahnkränze der Räder der gleiche Stahl, jedoch mit einer Festigkeit von 60—75 kg/mm², 45 kg/mm² Streckgrenze und einer Dehnung von 14% bei $l = 10\,d$.

Festigkeitsproben sind nicht nur in axialer, sondern auch in tangentialer Richtung, also annähernd in der Richtung der Kraftwirkung zu nehmen. Ebenso sind Kerbschlagproben sowie Untersuchungen über die Gefügebildung und die Oberflächenbeschaffenheit durchzuführen; nur ein spannungsfreier und in seinem Gefüge vollkommen homogener Baustoff kann für die Herstellung hochwertiger Verzahnungsteile verwendet werden. Baustoff für Radkörper und Gehäuse ist meist Gußeisen. Für Schiffsgetriebe wird auch Stahlguß als Werkstoff verwendet. Für Gehäuseoberteile und Ölwannen größerer Gehäuse können, soweit es die Einfachheit der Konstruktionen erlaubt, geschweißte Blechkonstruktionen angewendet werden. Für Getriebe mit niedrigen Drehzahlen haben sich geschweißte Gehäuselagerungen bewährt. Für Getriebe mit hohen Drehzahlen ist ihre Verwendbarkeit noch nicht geklärt; dasselbe gilt auch für geschweißte große Räder für hohe Geschwindigkeiten.

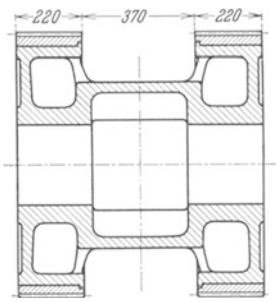


Abb. 45 a. Radkörper: Gußeisen; Kränze: vergüteter Siliziumstahl, aufgeschrumpft.

**Schmierung.** Die Ölversorgung eines Getriebes[1] ist von besonderer Wichtigkeit; sie soll für Maschinen und Getriebe gemeinsam sein. Die Größe des in der Schmierschicht zwischen den Zähnen entstehenden Druckes ist von der Zähflüssigkeit des Schmiermittels, von der relativen Verschiebegeschwindigkeit und der Krümmung der Zahnflanken abhängig. Bei gegebener Umfangsgeschwindigkeit steigt mit der Zähflüssigkeit des Schmiermittels die Belastbarkeit, also der zulässige Flächendruck.

Dem Erfordernis niedriger Zähflüssigkeit für die Lager und hoher Zähflüssigkeit für die Verzahnungen wird in hinreichendem Maße durch Verwendung von Öl mit sog. „steiler Zähflüssigkeitskennlinie" entsprochen, weil ein solches Öl einerseits in den Lagern infolge der stärkeren Erwärmung dünnflüssiger wird, während es sich andererseits in den Verzahnungen infolge ihres hohen Wirkungsgrades nur wenig erwärmt und somit dickflüssiger bleibt. Am besten eignet sich Öl von 6 Engler-Graden bei 50°.

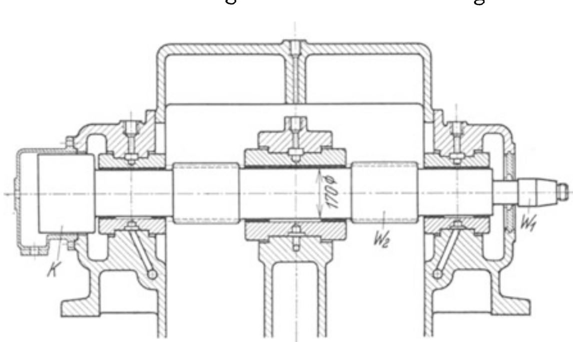


Abb. 45 b. Antriebswelle $W_1$ ($n = 7000$) geht durch die hohle Ritzelwelle $W_2$ hindurch zur Zahnkupplung $K$. Von dort wird das Drehmoment auf die beiden Ritzel übertragen.

Das Öl wird in die ineinander greifenden Zähne im allgemeinen durch Düsen eingeführt und gelangt von hier gemeinsam mit dem aus den Lagern abfließenden Öl in den Ölbehälter. Die mittlere Temperatur des zu- bzw. abfließenden Öles beträgt 35° bzw. 60°.

Die Lebensdauer von Getrieben wird häufig unrichtig beurteilt. Ist der Flüssigkeitsdruck zwischen den Zahnflanken so groß, daß der Normaldruck allein durch die Schmierschicht übertragen wird, und in keinem Punkte der Flächen unmittelbare metallische Berührung stattfindet, so kann im Betriebe auch keine Abnutzung auftreten. Der Begriff des Berührungspunktes der Zahnflanken hat bei geschmierten Flächen somit keine wörtliche Bedeutung mehr. Nur am Teilkreis, wo die Zahnflanken aufeinander abrollen, zeigt sich manchmal in den ersten Betriebsmonaten eine Veränderung der Oberfläche, eine Erscheinung, die unter dem Namen „Grübchenbildung" bekannt ist. Die Erklärung dafür ist, daß kleine, unebene Stellen besonders in der Gegend des Teilkreises höher beansprucht werden als dem mittleren Zahndruck entspricht, und sich infolge der größeren örtlichen Beanspruchung kleine Druckkegel ausbilden, in denen das Material zerstört wird. Die durch Ausbrechen der zerstörten Metallteilchen eingeleitete Bildung von Grübchen, auch „pittings" genannt, kommt aber nach den ersten Betriebsmonaten zum Stillstand und hat meist keinerlei nachteilige Wirkung.

Ebenso unschädlich ist der sich manchmal in geringem Umfange an der äußeren Kante der Ritzelzähne bildende Grat, den man sich nur durch das vom Teilkreis nach beiden Seiten gerichtete Gleiten der Zahnflanken, das ein gewisses Verdrängen des Baustoffes nach sich zieht, erklären kann. Beim getriebenen Rad, auf dessen Zahnflanken das Gleiten von beiden Seiten zum Teilkreis hin erfolgt, ist diese Erscheinung auch nicht beobachtet worden.

[1] Kraft: Richtlinien für die Schmierölversorgung einer Schiffstriebturbine. Werft-Reederei-Hafen 1923, S. 411.

Schwingungen, Geräusch. Beim Entwurf der Getriebe ist streng darauf zu achten, daß die Eigenschwingungszahlen der Anlage nicht in die Nähe der Betriebsdrehzahlen fallen. Auch mit der Frequenz der Fundamente darf keine Resonanz vorhanden sein. Alle Einflüsse, die den ruhigen und geräuschlosen Gang der umlaufenden Maschinenteile stören können, sind sorgfältig zu vermeiden. Je genauer eine Verzahnung ist, desto sicherer wird das Auftreten von tangential wirkenden periodischen Stößen vermieden, die Torsionsschwingungen erregen. Sorgfältiges Auswuchten aller kreisenden Teile einer Getriebeanlage ist unbedingt erforderlich. Die höheren kritischen Geschwindigkeiten erzeugen im allgemeinen keine ernsten Beanspruchungen.

Mit sehr hohen Geschwindigkeiten arbeitende Getriebe können nicht vollkommen lautlos laufen. Die periodische, obschon ganz allmählich vor sich gehende Be- und Entlastung der Zähne, die unvermeidlichen, wenn auch noch so kleinen Herstellungsungenauigkeiten, geringe Verlagerungen und endlich die Ventilationswirkung der Zahnkränze und die im Gehäuse herumgewirbelten Ölmengen sind wohl die hauptsächlichsten Quellen von kleinen Schwingungen in tangentialer und axialer Richtung und damit von Geräuschen. Da es sich hier um sehr hohe sekundliche Impulse handelt, sind die erzeugten Töne hoch, und es ist eine physiologische Tatsache, daß hohe, schrille Töne vom Ohr unangenehmer empfunden werden als tiefe. Der Konstrukteur muß sich daher auch mit akustischen Untersuchungen befassen und deren Ergebnisse berücksichtigen. Früher großenteils auf recht primitive, subjektive Meßmethoden angewiesen, hat man heute in den modernen elektrischen Apparaten mit Mikrophon und Tonanalysatoren objektive Meßmöglichkeiten, die Lautstärken und Tonhöhen zu bestimmen gestatten. Die Ergebnisse lassen Rückschlüsse auf die Lautquellen zu und geben so die Möglichkeit, sie durch Änderungen zu verringern oder bei späteren Ausführungen von vornherein zu vermeiden. Die Geräuschfrage stellt im Bau von Großleistungsgetrieben ein wichtiges Problem dar, da sie mitunter Meinungsverschiedenheiten zwischen Hersteller und Verbraucher auslöst.

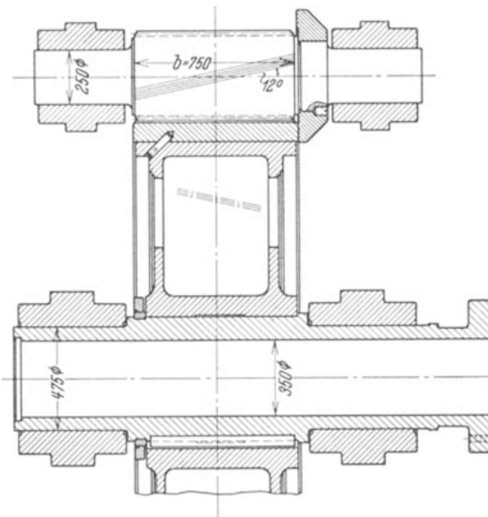


Abb. 46. Ring auf der rechten Ritzelseite dient zur Aufnahme des Axialschubes. Den Schub des Rades gegen die Radwelle nimmt ein zweiteiliger Ring auf, über den ein Schrumpfring geschoben wird.

**Berechnungsbeispiel.**

Eine Dampfturbine ($n = 5000$ U/min) treibt einen Generator von 1920 kW Nennleistung.

Da der Wirkungsgrad eines einstufigen Getriebes etwa 98% ist, erhöht sich die Leistung, für welche das Getriebe auszulegen ist, um 2%.

$N = 2670$ PS, $n = 4980/1000$ U/min, $i = 4{,}98$[1], Zähnezahlen $= 35/174$, Steigung $\beta = 45°$, Normalteilung $t_n = 4\,\pi$, Stirnteilung $t_s = 17{,}77$, Teilkreisdurchmesser $= 197{,}99/984{,}29$ mm, Umfangsgeschwindigkeit im Teilkreis 51,6 m/sec, Umfangskraft $P = 71\,620\,N/n : R = 3880$ kg ($n$ und $R$ vom Ritzel), Gesamtverzahnungsbreite $B = 430$ mm, Breite $b$ eines Kranzes $= 215$ mm, Sprung des einfachen Zahnes $s = 215$, Sprungüberdeckung $s/t_s = 12{,}1$, Zahnbelastung je cm $= P/B = 90{,}3$ kg/cm, $k = P/Bt = 50{,}8$ kg/cm², $p/d = 4{,}56$, $l/d = 2{,}58$, (siehe Fußnote 2), Achsenabstand $= 591{,}14$, Ritzellagerdurchm. $d_1 = 120$, Ritzellagerlänge $l_1 = 210$, Belastung $Q_1 = {}^1/_2$ (Zahndruck — Eigengewicht) $= 1854$ kg, Flächendruck $p = Q_1/d_1\,l_1 = 7{,}37$ kg/cm², Umfangsgeschwindigkeit 31,3 m/sec, Radwellendurchmesser $d_2 = 150$, Radwellenlagerlänge $l_2 = 260$, Belastung[3] $Q_2 = {}^1/_2$ (Zahndruck + Eigengewicht) $= 2810$, $p = Q_2/d_2\,l_2 = 7{,}21$ kg/cm², Umfangsgeschwindigkeit 7,86 m/s.

Wirkungsgrad. Der Wirkungsgrad der Getriebe ist sehr hoch. Die Reibungsverluste einschließlich der Lagerreibung betragen bei Öl mittlerer Zähflüssigkeit und für mittlere Leistungen bei einstufigen Getrieben nur 1—2%, bei zweistufigen Vorgelegen 3—4% der zu übertragenden Leistung. Die Verluste der Getriebe sind somit gering. Da die Lager der schnellaufenden Ritzel den größten Teil der Verluste

---

[1] Um zu vermeiden, daß bei ganzen Übersetzungsverhältnissen bei jeder Umdrehung des Ritzels die gleichen Zähne von Ritzel und Rad zum Eingriff kommen, wird die Radzähnezahl um einen Zahn vermehrt oder vermindert, so daß der Eingriff der gleichen Zähne zeitlich möglichst weit auseinander liegt.

[2] Das Maß $l$ setzt sich zusammen aus der Verzahnungsbreite $2 \times 215 = 430$ mm, dem Zwischenraum zwischen den beiden Verzahnungen für den Fräserauslauf $= 60$ mm und den Abständen zwischen Verzahnung und den Lagerschalen $= 2 \times 10$ mm.

[3] Da die Vertikalkomponente des Zahndruckes des Ritzels nach oben gerichtet ist, ist bei Berechnung der Ritzellagerbelastung das Ritzelgewicht in Abzug zu bringen. Bei den Radwellenlagern addieren sich die nach unten gerichtete Vertikalkomponente des Zahndruckes und das Eigengewicht.

darstellen, die Verluste in der Verzahnung selbst aber sehr gering sind, so ergeben niedrige Lagerzapfengeschwindigkeiten und hohe Lagerdrücke im allgemeinen höhere Wirkungsgrade als hohe Geschwindigkeiten und niedrige Drücke. Für die Verzahnung selbst dagegen bilden sich bei höherer Geschwindigkeit wirksame Ölkissen, die eine unmittelbare Berührung verhindern.

Wirkungsgrad für kleinere Getriebe und hohe Drehzahlen etwa 0,97, für mittlere und größere etwa 0,98; für langsamer laufende Wälzlagergetriebe etwa 0,985.

## b) Beispiele.

Abb. 43: Einstufiges Zahnradvorgelege, AEG-Turbinenfabrik, Berlin. Gesamtanordnung. Ritzelwelle mit Mittellager. Teilkreisgeschwindigkeit 70 m/sec. (Größte, bisher in einem Ritzel übertragene Leistung.)

Abb. 44: Ritzel und Räder eines zweistufigen AEG-Schiffszahnradvorgeleges.

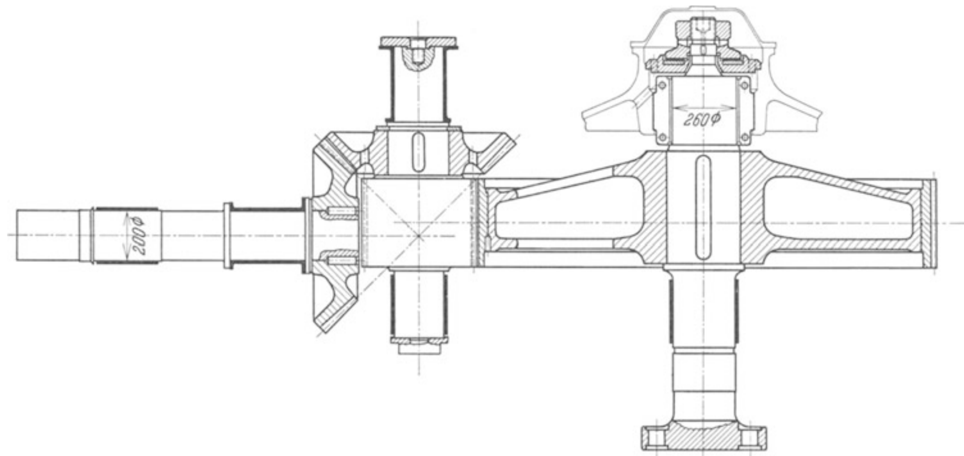



Abb. 47. Kegelrad-Stirnradgetriebe zwischen Dieselmotor und Kreiselpumpe. $N = 630$ PS, $n = 167/40$.

Verzahnungsangaben für die Schrägzahn-Stirnräder (Abb. 47).

| | Ritzel | Rad |
|---|---|---|
| Normalteilung | $8\pi$ | |
| Stirnteilung | 25,310 | |
| Zahnschräge ($90° - \beta$) | 6° 47′ 30,4″ | |
| Achsabstand | 1140 | |
| Zähnezahl | 55 | 228 |
| Zahnhöhe | 20,4 | |
| Fußhöhe | 10,6 | 11,8 |
| Kopfhöhe | 9,8 | 8,6 |
| Teilkreis ∅ | 443,11 | 1836,89 |
| Fußkreis ∅ | 421,91 | 1813,29 |
| Kopfkreis ∅ | 462,71 | 1854,09 |
| Zahnstärke im Teilkreis | 13,00 | 12,13 |

Fräser mit 20° Flankenneigung.

Abb. 45a: Getriebe zwischen Dampfturbine ($n = 7000$), Generator ($n = 1500$) und Turbopumpe ($n = 3820$); $N = 4300$. — Fried. Krupp, A. G., Essen. Abb. zeigt das große Rad, Teilkreisdurchmesser $= 864{,}474$; Teilkreisgeschwindigkeit 68 m/sec.

Abb. 45b: Antrieb und Lagerung der hohlen Ritzelwelle. Ritzel im Teilkreis 185,526 Durchmesser. Umfangsgeschwindigkeit im mittleren Lagerzapfen 62,5 m/sec. Diese ungewöhnlich hohe Geschwindigkeit verlangt natürlich eine geeignete Ausführung der Lager.

Abb. 46: Getriebe für einen Turbogenerator. 6000 kW, maximal 12 000 kW, $n = 3000/500$, Ritzeldurchm. $\approx 395{,}6$, $z_1 = 43$. Raddurchm. $\approx 2383$, $z_2 = 259$, $t_n = 9\pi$, Ausführung: Brown, Boveri u. Cie., Mannheim. —

Abb. 47: Kegelrad-Stirnradgetriebe zwischen Dieselmotor und Kreiselpumpe. Ausführung: Fried. Krupp A. G., Essen. $N = 630$ PS, $n = 167/40$. (Man hätte statt des doppelten Getriebes auch ein einfaches Kegelrädervorgelege bauen können. Da aber die Verzahnung bei so großen Schrägzahnkegelrädern (∅ $\approx 2$ m) nur mit dem Fingerfräser ausgeführt werden kann, hätte man die Ungenauigkeiten dieses Verfahrens mit in den Kauf nehmen müssen. Die Stirnräder haben einfache Schrägverzahnung mit großer Steigung, so daß sich der Axialschub in mäßigen Grenzen hält.

**c) Gestaltung der Radkörper.** Die Abb. 23—47 lassen verschiedene Bauformen erkennen, namentlich für sehr breite Räder, geteilte Räder, aufgeschrumpfte Kränze usw. Die Bildunterschriften enthalten einige Hinweise. In die Abbildungen sind auch Radkörper von Kegelrädern aufgenommen, die sich im Aufbau von den Stirnrädern nicht grundsätzlich unterscheiden.

## B. Schrägzahnkegelräder[1].

(Kegelräder mit Schraubenzähnen.)

### I. Allgemeines.

Die Gestaltung der Schraubenzähne eines Kegelrades kann — wie bei den Schrägzahn-Stirnrädern — aus dem Eingriff mit der zugehörigen (gedachten) Planverzahnung abgeleitet werden: Die bei den Stirnrädern erwähnte Zahnstange geht in ein Planrad (Zahnscheibe) über. Die Abb. 48 läßt die (z. B. rechten) Flankenlinien $L$

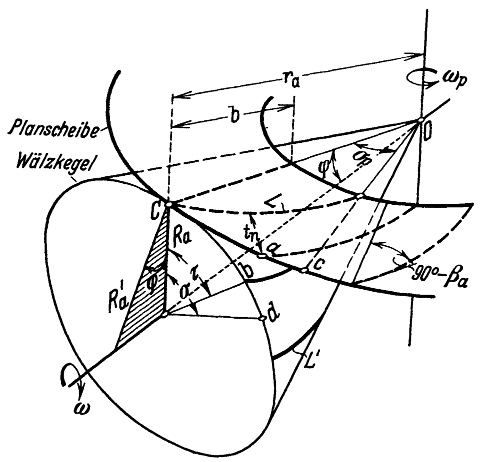



Abb. 48 a. Planscheibe und Wälzkegel.
Bogen C a = C b = Teilung.
Bogen C c = C d = Sprung.

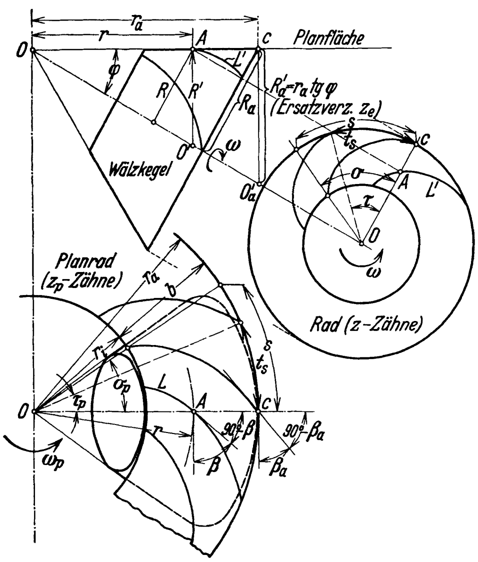



Abb. 48b. Verlauf der Flankenlinien in den Wälzflächen von Plan- und Kegelrad.

der Planverzahnung und die durch Abwälzen auf dem Wälzkegel des Kegelrades entstandenen zugehörigen Flankenlinien $L'$ des Kegelrades erkennen. Hat das treibende Rad rechts ansteigende Flankenlinien, so muß das getriebene Rad links ansteigende Flankenlinien erhalten; das gleiche gilt von den erzeugenden Planrädern. Beim treibenden Rad und gegebener Drehrichtung ist die Steigung so zu wählen, daß die axiale Komponente des Zahndruckes nach außen (von der Spitze weg) gerichtet ist, da sich sonst das Ritzel in das Rad hineinschraubt und durch die keilartige Wirkung der Zähne Brüche entstehen können. Zwei Kegelräder können nur dann genau miteinander kämmen, wenn auch die zugehörigen Planräder genau ineinanderpassen, wie Form und Abguß.

Es bestehen folgende Beziehungen (Abb. 48a u. b):

1. Wälzgeschwindigkeit im beliebigen Punkte $A$: $\omega R = \omega_p r$; $R = r \cdot \sin\varphi$, daher $\omega r \cdot \sin\varphi = \omega_p \cdot r$ und $\omega_p = \omega \cdot \sin\varphi$.

[1] Vielleicht wäre es richtiger, von Kurvenzahn-Kegelrädern zu sprechen und die Tangentenzähne (S. 35) als Sonderfall der Kurvenzähne gelten zu lassen.

2. Steigungswinkel $\beta$ und Schrägungswinkel $(90^\circ - \beta)$: Entsteht $L$ aus einer Bewegung in Richtung $CO$ mit der momentanen Geschwindigkeit $c$ und einer Drehbewegung mit der momentanen Umfangsgeschwindigkeit $v$, so ist tg $\beta = c/v = c/r\omega_p$.

3. Radbreite $b$, Größte Spitzenentfernung $r_a$, Völligkeitsgrad $b/r_a$.

4. Stirnteilung $t_s$, Achsteilwinkel $\tau$, Planteilwinkel $\tau_p$; $\tau^\circ = 360^\circ/z$, $\mathring{\tau}_p = 360^\circ/z_p$; $\tau$ (Bogenmaß) $= 2\pi/z$, $\tau_p = 2\pi/z_p$. $t_s = \tau\, R = \tau_p \cdot r = \tau \cdot r \cdot \sin\varphi$; $z_p = z/\sin\varphi$ (für den inneren und äußeren Rand ist $r$ durch $r_i$ oder $r_a$ zu ersetzen) ($t_s$ siehe Abb. 48 b).

5. Sprung $s$, Sprungwinkel $\sigma$ und $\sigma_p$, Sprungüberdeckung $\varepsilon_s = s/t_s = R_a\, \sigma/t_s = r_a\, \sigma_p/t_s$. Einfache Sprungüberdeckung bei $\sigma = \tau$ oder $\sigma_p = \tau_p$.

(Kleines $\beta$ gibt großen Sprung und günstige Überdeckung, aber auch großen Axialdruck. Die bei den Stirnrädern geschilderten Vorteile des durch den Sprung verlängerten Eingriffes im Verein mit dem allmählichen Eintreten der Zähne in die volle Belastung, kommen auch hier zur Geltung. Man erzielt ruhigen Gang, auch bei größeren Übersetzungen bis 1:10, sobald Zähne sorgfältig bearbeitet werden.

6. Normalteilung $t_n$, Eingriffswinkel im Normalschnitt $\alpha_n$, Lückenweite $w_n = w \sin\beta$. Der für die Bearbeitung maßgebende Normalschnitt wird senkrecht auf die

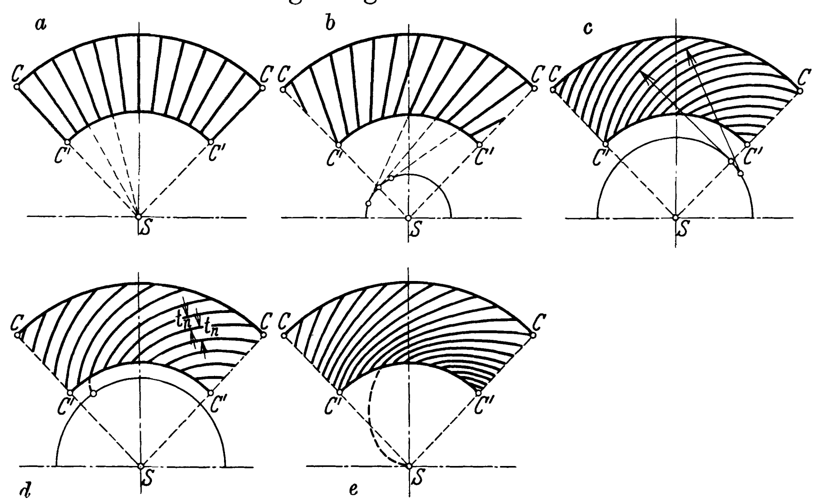



Abb. 49. Flankenlinien im Planrad für Kegelräder mit a) Geradzähnen, b) Tangentenzähnen, c) Kreisbogenzähnen, d) Evolventenzähnen, e) Spiralzähnen.

Flankenlinie gelegt (vgl. Abb. 48 a u. 53). Teilkreishalbmesser der Ersatzverzahnung $= R' = R/\cos\varphi = r\,\mathrm{tg}\,\varphi$, somit nach Gl. (3) $R_n = r\,\mathrm{tg}\,\varphi/\sin^2\beta$. Ferner ist $\mathrm{tg}\,\alpha = \mathrm{tg}\,\alpha_n/\sin\beta$ und $t = t_n/\sin\beta$.

7. Zähnezahlen, Zahnhöhen.

Kegelrad $= z$.

Kegelrad-Ersatzverzahnung: $z_e = z/\cos\varphi$ (zugehörig $R' = R/\cos\varphi$ oder $= r\,\mathrm{tg}\,\varphi$). Zähnezahl $z_n$ für den Normalschnitt: $z_n = z_e/\sin^3\beta = z/\cos\varphi \sin^3\beta$ (Gl. 5, Abb. 7). Grenzzähnezahl für praktisch unterschnittfreie Geradzahnstirnräder $= z_g'$ (für $\alpha = 15^\circ$ ist $z_g' \approx 25$, für $\alpha = 20^\circ$ ist $z_g' \approx 14$). Mit $z_n = z_g'$ wird $z = z_{min}$, somit $z_g' = z_{min}/\cos\varphi \sin^3\beta$ und $z_{min}$ für Schrägzahnkegelräder $\approx z_g' \cos\varphi \sin^3\beta$.

Für die ausführbare Mindestzähnezahl sind aber noch andere Umstände maßgebend, auf die in den folgenden Abschnitten hingewiesen wird.

Zahnhöhe der verjüngten Zähne:

a) Winkel $\beta =$ konstant.

Bedingung $\beta =$ konstant erfüllt bei logarithmischen Spiralen, nährungsweise bei Sinoiden. Verzahnungsbild bleibt geometrisch ähnlich, Zahnhöhe $h$, ferner $t$ und $w$ verjüngen sich proportional zur Spitzenentfernung $r$. Kopfhöhe $h_k$ der geraden Werkzeugschneide

$$h_k \leqq \frac{z_e}{2}\,\frac{t_s}{\pi}\,\sin^2\alpha \quad \text{(Teil I, Abb. 34).}$$

b) $\beta$ veränderlich, Änderung von $h$, $t$ und $w$ proportional zu $r$:

Die Veränderlichkeit des Steigungswinkels bringt es mit sich, daß man die Zahnform in erster Linie an jener Stelle untersuchen muß, an der $\beta$ seinen Höchstwert erreicht.

c) $\beta$ veränderlich, Änderung von $h$, $t$ und $w$ **nicht** proportional zu $r$: Untersuchung des Eingriffes ist in verschiedenen Spitzenentfernungen durchzuführen.

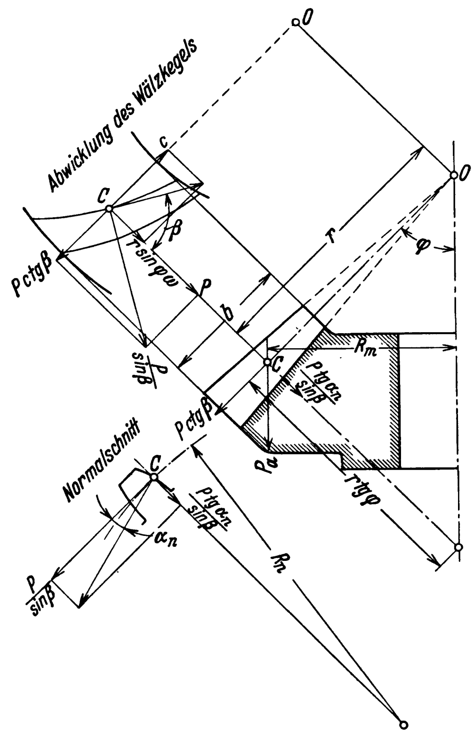


Abb. 50. Kräfteplan bei Schrägzahnkegelrädern.

Unverjüngte Zähne:

Zahnhöhe bleibt konstant. Kopf- und Fußkegel haben dann den Kegelwinkel des Wälzkegels (Abb. 62). Ausführbar bei abstandsgleichen (äquidistanten) Flankenlinien, also bei gewöhnlichen Evolenten, näherungsweise bei erweiterten Evolventen und einigen zyklischen Kurven. Dabei ist $\beta$ veränderlich, auch ändert sich das Eingriffsbild im Normalschnitt.

a) $t_n =$ konstant: Untersuchung der Verzahnung für jenen Normalschnitt im Spitzenabstand $r$, in welchem $\beta$ den Höchstwert erreicht.

b) $t_n$ veränderlich: Untersuchung des Eingriffes in verschiedenen Spitzenentfernungen.

In beiden Fällen ist die Kopfhöhe $h_k$ des geradflankigen, trapezförmigen Schneidprofils $\gtreqless \frac{z_n}{2}\,\frac{t_n}{\pi}\sin^2\alpha_n$.

8. Berechnung: Umfangskraft $P$ wirke am mittleren Halbmesser $R_m$ (Abb. 50), somit Normalkraft $= P/\sin\beta$. Durch den höheren Normaldruck wächst die Zahnreibung. Man hat den Reibungsverlust bei Geradezahnkegelrädern (Teil I) mit $1/\sin\beta$ zu multiplizieren. Aus der Umfangskraft $P$ ergeben sich folgende Kraftwirkungen: In Richtung $OC$ ... $P\operatorname{ctg}\beta$, rechtwinklig dazu ... $P\cdot\operatorname{tg}\alpha_n/\sin\beta$, in der Richtung der Radachse ... $P_a = (P/\sin\beta)\,(\cos\beta\cos\varphi + \operatorname{tg}\alpha_n\sin\varphi)$, die das Rad nach außen verschieben will. Berechnung erfolgt nach $P = k\,b\,t$, wobei $t =$ Umfangsteilung am Halbmesser $R_m$.

9. Flankenlinien: In Abb. 49 sind einige Planverzahnungen dargestellt. Man beachte das unter Punkt 6 und 7 Gesagte und die Bildunterschrift.

## II. Die Bearbeitung der Schrägzahn-Kegelräder.

Die in Abb. 49 gezeigten Planverzahnungen können mit verschiedenen Werkzeugen (Profilfräser, Hobelmesser, Wälzfräser) und verschiedenen Verfahren (Teilverfahren, Wälzverfahren) auf das Kegelrad übertragen werden. Dabei ergeben sich meist Abweichungen von der theoretisch richtigen Form des Profils und der Flankenlinien, auf die bei den einzelnen Verfahren eingegangen wird.

### 1. Kegelräder mit Spiralzähnen.

a) Flankenlinie im Planrad: archimedische Spirale; Werkzeug: geformter Fingerfräser.

Die Flankenlinie am Kegelrad ist eine konische Schraubenlinie. Sie entsteht (Abb. 51 u. 52) aus einer geradlinig gegen die Kegelspitze fortschreitenden Werkzeugbewegung (Geschwindigkeit $c =$ konstant) und einer gleichzeitigen Drehbewegung des Werkstückes mit der unveränderlichen Winkelgeschwindigkeit $\omega$. Nach Rückgang des Werkzeuges wird um eine Teilung weitergeschaltet. Das Profil des Fingerfräsers stimmt mit dem Normalschnitt der Zahnlücke im Punkte $B$ überein (Abb. 53).

Vorteile und Nachteile des Fingerfräsers siehe S. 12.

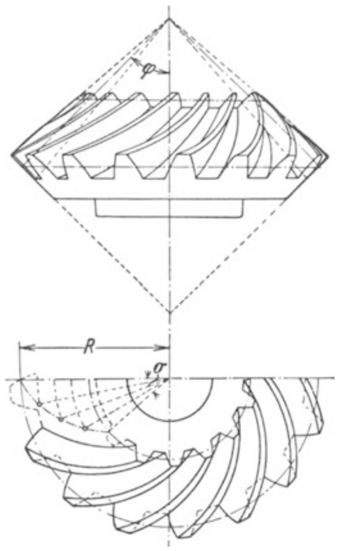


Abb. 51. Spiralkegelrad.

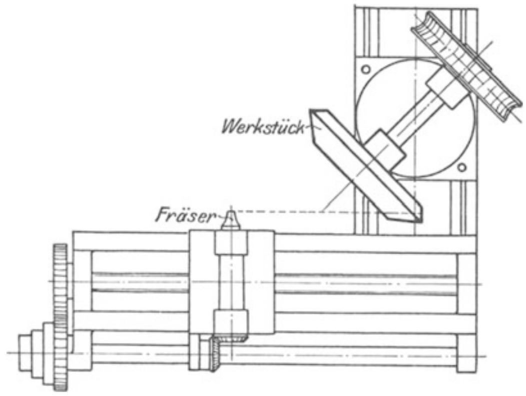



Abb. 52. Kegelradbearbeitung mit Fingerfräser.

Steigungswinkel $\beta$ folgt aus
$$\operatorname{tg}\beta = \frac{c}{r \cdot \sin\varphi \cdot \omega} \tag{24}$$

$\beta$ nimmt somit gegen die Kegelspitze zu. Da aber der Fingerfräser stets mit gleichem Profil arbeitet, ist eine proportionale Abnahme der Lückenweite nicht zu erreichen, so daß man, namentlich bei größerer Breite, mit Ungenauigkeiten rechnen muß.

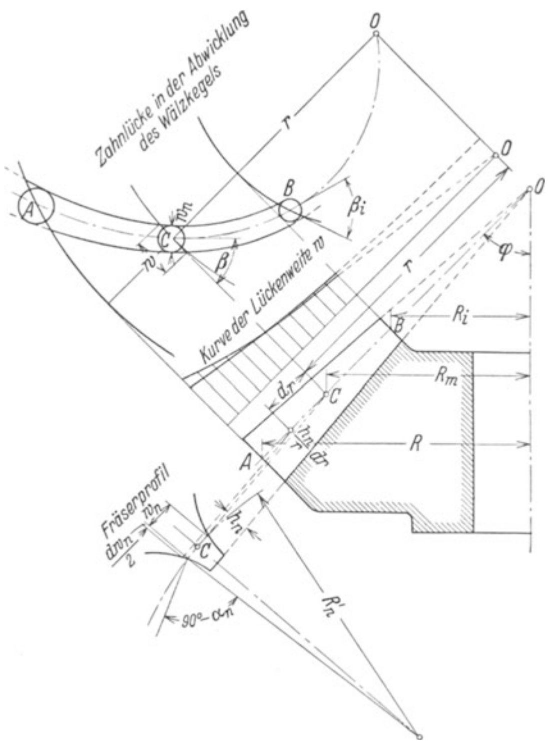



Abb. 53. Zahnlückenverlauf beim Ausschneiden mit Fingerfräser.

Um der theoretisch genauen Zahnform möglichst nahe zu kommen, muß man zunächst trachten, den Eingriff in der Flankenlinie zu sichern. Der Fräser schneidet aus der Teilkegelfläche eine Lücke aus, deren Stirnweite $w$ nicht proportional mit der Entfernung $r$ von der Kegelspitze zunimmt. In Abb. 53 ist der Verlauf der Lückenweite dargestellt, zu jeder Entfernung $r$ ist die zugehörige Stirnlückenweite $w$ als Ordinate eingetragen. Notwendig ist ein proportionaler Verlauf, der durch eine aus $O$ gezogene Gerade ausgedrückt ist. Gestaltet man nun die Verhältnisse derart, daß die sich ergebende Kurve der Lückenweiten diese Gerade in der Mitte der Zahnbreite tangiert, so nähert man sich weitgehend der gewünschten Proportionalität.

Der auf Zahnmitte stehende Fingerfräser besitzt im Teilkegelpunkt $C$ einen Durchmesser $w_n$. Die Bedingungsgleichung für den geforderten proportionalen Verlauf ergibt sich für die Lückenweite im Tangentialschnitt $w = w_n/\sin\beta$, wenn ihre Änderung der Beziehung $dw/dr = w/r$ folgt, mit
$$d\,w_n/d\,r - w_n \operatorname{ctg}\beta \cdot (d\beta/dr) = w_n/r\,. \tag{25}$$

Da der Fräser parallel zum Zahnfuß geführt wird, kommt in der Entfernung $(r + dr)$ ein Fräserdurchmesser $(w_n + d\,w_n)$ mit der Teilkegelfläche zum Schnitt, der um den Betrag $\frac{h_n}{r} \cdot d\,r$ vom ursprünglichen Fräserquerschnitt in $C$ absteht ($h_n$ = Fußhöhe der Zahnmitte.) Aus dem Umstande, daß die Evolventenflanke senkrecht auf der Eingriffsgeraden steht, folgt $dw_n = 2\frac{h_n}{r} dr \operatorname{tg}\alpha_n$. Die Gl. 24 liefert $r \operatorname{tg}\beta =$ konst, somit ist $d\beta/dr = -\sin\beta\cos\beta/r$.

Die Einführung der Werte $d\beta/dr$, $dw_n/dr$ und $w_n = t_n/2$ in die Gl. 25 ergibt schließlich die Bedingung

$$\sin^2\beta_m = 4\operatorname{tg}\alpha_n \frac{h_n}{t_n}. \tag{26}$$

Der Steigungswinkel $\beta_m$ des Schraubenzahnes wird somit abhängig vom Fräserprofil, für $h_n = 1{,}2\, t_n/\pi$ erhält man die folgenden Werte:

$\alpha_n = 15°$, 17°, 20°
$\beta_m = 39° 4'$, 45°, 48°13'

Die Profilierung des Fräsers erfolgt, wie bereits erwähnt, nach der Zahnevolventenform im Punkt $B$. Dort ist $R_n' = r_i \operatorname{tg}\varphi/\sin^2\beta_i$.

$\beta_i$ ist der Steigungswinkel in der Spitzenentfernung $r_i = r_m - b/2$. Gemäß Gl. 24 ist $\beta_i$ bestimmt durch $r_i \operatorname{tg}\beta_i = r_m \operatorname{tg}\beta_m$.

Das Zusammenziehen beider Gleichungen ergibt mit Einführung des inneren Radhalbmessers $R_i = r_i \sin\varphi$

$$R_n' = \frac{R_i}{\cos\varphi}\left[1 + \operatorname{ctg}^2\beta_m\left(\frac{R_i}{R_m}\right)^2\right]. \tag{27}$$

Das Fräserprofil ist demnach auf dem Ersatzteilkreise vom Halbmesser $R_n'$ mit der Normalteilung der Zahnmitte, $t_n = 2\frac{R_m\pi}{z}\cdot\sin\beta_m$ und einer Ersatzzähnezahl $z' = \frac{2R_n'\pi}{t_n} = \frac{z}{\sin\beta_m}\frac{R_n'}{R_m}$ zu ermitteln. Außerdem ist Gl. 26 einzuhalten.

Verwendungsbereich des Verfahrens: Zähnezahlen nicht unter 14, Übersetzungsverhältnis bis 1 : 8, Zahnbreite $b = 3\,t$. Gut geeignet für große, langsam laufende Räder mit großen Teilungen (Modul 8 bis 10), wobei kräftige Fingerfräser verwendet werden können (vgl. Beispiel S. 46). Für derartige Räder stellen sich auch die anderen Verfahren zu teuer. Der Fingerfräser eignet sich ferner zum Ausfräsen von Pfeilzahn-Kegelrädern.

b) F l a n k e n l i n i e i m P l a n r a d: reine oder angenäherte Sinoide (Abb. 54); Werkzeug: Hobelstahl.

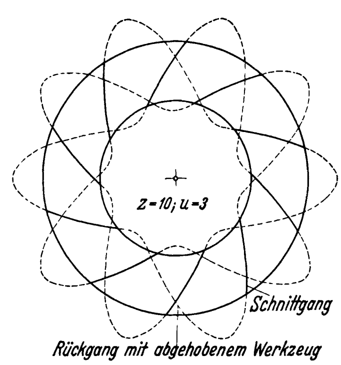


Abb. 54. Sinoiden-Flankenlinien nach H. Brandenberger.

Die Flankenlinien entstehen aus einer geradlinig gegen die Kegelspitze fortschreitenden Werkzeugbewegung, die von einer Kurbelbewegung[1] abgeleitet wird und einer gleichzeitigen Werkstückdrehung (Abb. 55).

Die fortlaufende Drehung des Werkstückes kann dazu benutzt werden, das Teilungsschalten zu ersetzen; die Bewegungen von Werkzeug und Werkstück müssen nur so bemessen sein, daß nach vollzogenem Schnitthub, und nach der Rückführung des vom Werkstück abgehobenen Messers, das Rad sich um die Teilung (oder ein vielfaches von $t$) weitergedreht hat. Dadurch wird ein stetiges, f o r t l a u f e n d e s B e a r b e i t u n g s v e r f a h r e n geschaffen, das neben wirtschaftlichen Vorteilen durch die Ersparnis an Arbeitszeit einen hohen Grad von Genauigkeit aufweist, da die unvermeidlichen Fehler, die durch das ruckweis Teilschalten entstehen, wegfallen. Es stehen alle Zähne ungefähr im gleichen Bearbeitungszustand, so daß die Fehler durch Abnützung des Werkzeuges und Erwärmung des Werkstückes auf ein Mindestmaß beschränkt werden. Auch werden Fehler, die durch den Leergang im Flankenwinkel der Zähne beim Stillsetzen und Wiederanfahren des Teilschaltgetriebes hervorgerufen werden, vermieden. (Es ist aber darauf zu achten, daß die Arbeitsmaschinen so eingerichtet werden, daß kein Druckwechsel auftritt.)

[1] Die älteren Maschinen waren mit Nockenscheibe versehen, die Zahnform wurde im Teilverfahren mit Hilfe von Schablonen erzeugt. Die Maschine von Monneret (1900) hatte Hobelschlitten mit Kurbelantrieb.

Da sich die Zähne durch den Sprung überdecken, kann — gleichmäßige Weiterdrehung des Werkstückes vorausgesetzt — der neue Schnittansatz des Messers nicht in der nachfolgenden Lücke erfolgen. Bei dem Verfahren nach Brandenberger[1] wird die Zahl $u$ der übersprungenen Teilungen so gewählt, daß sie kein gemeinschaftliches Maß mit der Zähnezahl des Rades hat und in ihr nicht enthalten ist (Abb. 54). Es werden alle Zähne einmal geschnitten, bevor derselbe Zahn zum zweiten Male an die Reihe kommt.

Je nach Antriebsart des Werkzeuges durch Kurbelschleifen oder Schubkurbeln entstehen als Flankenlinien reine oder angenäherte Sinoiden.

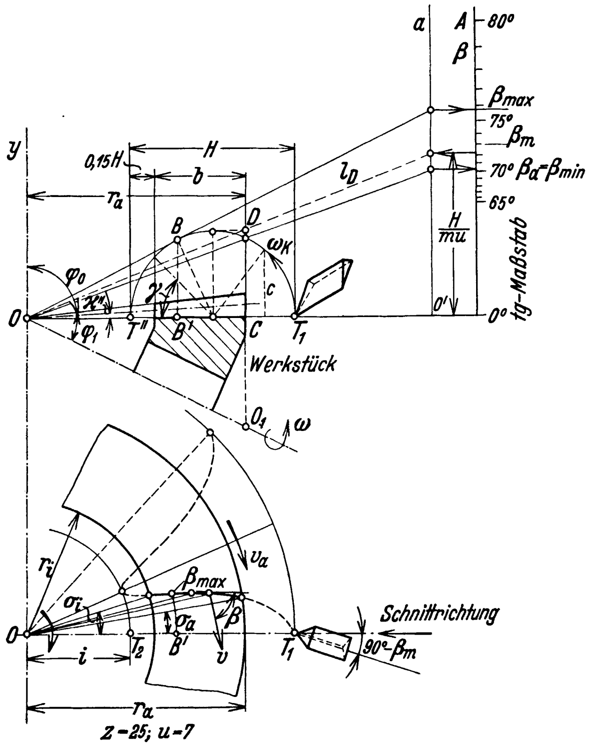



Abb. 55. Hobeln nach Episinoiden. (Ersetze nach DIN 869 $\varkappa''$ durch Zahnfußwinkel $F$).

Der Steigungswinkel $\beta$ folgt aus

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{c}{r\cdot\omega_p}$$

$$= \frac{\frac{H}{2}\cdot\omega_k\cdot\sin\gamma}{r\cdot\omega_p} = \frac{H\sin\gamma}{2\,r}\cdot\frac{\omega_k}{\omega_p} \qquad (28)$$

Dabei entspricht $c$ der Werkzeuggeschwindigkeit bei Antrieb durch Kurbelschleife. ($\omega_k$ = Winkelgeschw. der Kurbel, $\gamma$ = Kurbelwinkel.)

In Abb. 55 ist der Verlauf der Geschwindigkeiten $c$ durch die Ordinaten des Kreises über $T_1T_2$, der entsprechend einer noch zu bestimmenden günstigsten Lage des Hubes zum Werkstücke anzuordnen ist, dargestellt. Für endliche Stangenlänge wäre eine der bekannten Konstruktionen für die Geschwindigkeitskurve durchzuführen.

Da sich das Werkstück während eines Doppelhubes um den Winkel, welcher der Zahl $u$ der übersprungenen Zähne entspricht, weiter drehen muß, ist das Verhältnis

$$\frac{\omega_k}{\omega_p} = \frac{z_p}{u} = \frac{\gamma}{\sigma_1} = \frac{2\,r_a}{m\,u},$$

wobei $\sigma_1$ den dem Kurbelwinkel $\gamma$ entsprechenden Planraddrehwinkel bedeutet. Die Gleichung der Sinoide bei einem gewählten Abstand $i = \overline{OT_2}$ lautet

$$r = i + \frac{H}{2}(1+\cos\gamma),$$

wobei der Kurbelwinkel $\gamma = \sigma_1\cdot z_p/u$ ist. Daraus und aus Gl. (28) folgt der Steigungswinkel $\beta$ in Spitzenentfernung $r$ aus $\operatorname{tg}\beta = \frac{z_p}{r\cdot u}\sqrt{H(r-i)-(r-i)^2}$. Der Abstand $i$ (Hublage) ist so zu wählen, daß das passendste Bogenstück der Kurve innerhalb der Zahnbreite $b$ herausgeschnitten wird und der Steigungswinkel gegen seinen Mittelwert $\beta_m$ höchstens um $\pm 2°$ bis $\pm 3°$ schwankt[2]. Damit ist aber auch eine genügende (mit $r$ nahezu proportionale) Verjüngung der Zahndicken und Lückenweiten im Normalschnitt erreicht.

Zeichnerische Ermittlung der Hublage (Abb. 55 Aufriß): Ist $u$ die Zahl der übersprungenen Zähne, so folgt aus Gl. 28 $\operatorname{tg}\beta = \frac{H\sin\gamma}{m\cdot u}\frac{r_a}{r}$. Man errichtet an passender Stelle einen Tangentenmaßstab $A$ senkrecht

[1] DRP. 341986.

[2] Kurvenstücke mit $\beta$ gleich oder nahezu konstant decken sich ganz oder näherungsweise mit logarithmischen Spiralen.

zu $OC$, dessen Nullpunkt in $OC$ liegt und trägt die gerechnete Länge $H/mu$ auf. Damit ist der Maßstab gefunden. Wird durch Punkt $D$, dessen Abzisse $\overline{OC} = r_a$ und dessen Ordinate $\overline{CD} = H/2$ ist, von $O$ aus Strahl $l_D$ gezogen und $A$ solange nach $a$ parallel verschoben, bis $l_D$ die Maßlinie $a$ im Teilpunkt $H/mu$ schneidet, so ist der Abstand des Tangentenmaßstabes $\overline{OO'} = 2\,ra/mu$ festgelegt. Ein beliebiger Strahl von $O$ nach einem Punkt des Kurbelkreises schneidet dann auf $a$ den Wert für $\operatorname{tg}\beta$ ab. Es können so die Werte für $\beta_{max}$ und $\beta_{min}$ anschaulich bestimmt werden. Ist die vorgeschriebene Änderung $\pm 2$—$3°$ überschritten, so ist eine geänderte Hublage anzunehmen. Für $m$ ist $t_s/\pi$ zu setzen. —

Aus Abb. 55 ergibt sich auch der Sprungwinkel $\sigma_i - \sigma_a$ und die Sprungüberdeckung. Für einfache Überdeckung muß $\gamma_i - \gamma_a = 2\,\pi/u$ sein. Bei ungenügender Überdeckung ist $b/H$ zu ändern.

Nach dem Verfahren von H. Brandenberger arbeitet die Kegelradhobelmaschine der Werkzeugmaschinenfabrik Oerlikon, Schweiz. Zwei geradflankige Schneidestähle (Abb. 56) hobeln die rechte und die linke Flanke zweier Zähne nach dem Wälzverfahren. Die beiden Spiralen für Rad und Gegenrad werden unter Beibehaltung desselben Kurbelantriebes durch Umkehrung der Drehrichtung des Werkstückes hergestellt. Zur Einstellung des gewünschten Hubes ist die Kurbellänge verstellbar. Dem Verfahren wird ein Kopfkegelplanrad [1]) zugrunde gelegt (Abb. 55). Die beiden Stähle, der Vorschneider für die rechte und der Nachschneider für die linke Flanke, müssen entsprechend dem Zahnfußwinkel $F$ angeschliffen werden. Eine vollkommene Deckung der erzeugenden Planräder wird dadurch erzielt, daß die Schneidkante in einer Ebene senkrecht zur Erzeugenden des Wälzkegels liegt, somit in der Ebene der Ersatzverzahnung, Abb. 56.

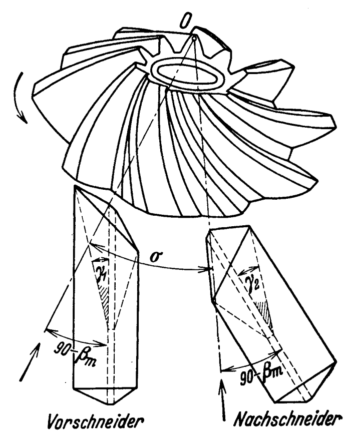


Abb. 56.
Hobeln nach dem Abwälzverfahren von H. Brandenberger.

Mit Rücksicht auf den Verlauf der Lücke muß der Schneidstichel in Richtung seiner Relativbewegung zum Werkstück, also im Winkel der mittleren Schräge $(90° - \beta_m)$ zur Bewegungsrichtung eingestellt sein. Diese Einstellung erfolgt um eine zur Bewegungsrichtung senkrechte Achse, so daß die in dieser Achse liegende Messerspitze ihre Stellung nicht ändert. —

Das Abwälzen wird dadurch erreicht, daß die Planradtrommel, welche die Messerschlittenführung trägt, sich um ihre Achse $Oy$ dreht, wobei das Werkstück eine von der Planradbewegung abhängige Zusatzbewegung im Übersetzungsverhältnis $\cos F/\sin \varphi_1$ erhält.

Verwendung. Die große Genauigkeit dieses Verfahrens ermöglicht die Herstellung von Kegelrädern mit kleinen Zähnezahlen (bis $z_1 = 4$) und großen Völligkeitsgraden (bis $b/a = 0{,}5$). Zahl der übersprungenen Zähne $u = 7, 8, 9, 11$ oder $13$. Zähnezahlen $z_1$ und $z_2$ sind entsprechend zu wählen ($u$ soll nicht in $z$ enthalten sein und kein gemeinschaftliches Maß mit $z$ haben).

## 2. Kegelräder mit Tangentenzähnen.

Flankenlinie im Planrad: Gerade, die nicht zur Kegelspitze führt, also einen Kreis vom Halbmesser $e$ berührt; Werkzeug: Hobelstahl mit gerader Schneidkante.

Die Bearbeitung erfolgt a) auf der Kegelradhobelmaschine der I. E. Reinecker, A.-G. Chemnitz (Verfahren von Bilgram, Teil I. S. 77. Drei Stähle: ein Mittelstahl für den Mittelschnitt, je ein Seitenstahl für Rechts- und Linksschnitt), b) auf der Maschine von Heidenreich und Harbeck, Hamburg (zwei Stähle, die abwechselnd schneiden und eine Lücke nach der anderen fertig hobeln; bei größeren Rädern oder hoher Genauigkeit Lücke ohne Wälzbewegung vorschruppen, dann Flanken schlichten) und c) auf der Maschine der Gleason works, Rochester (Hauptvertreter für Deutschland: Böhm u. Bormann, Berlin-Tempelhof. Werkstückbewegung fortlaufend, ohne Teil-

[1] d. i. ein Rad mit Kopfkegelwinkel $= 90°$, Wälzkegelwinkel $= 90° - F$, Zähnezahl $z_p = z \cos F/\sin\varphi$. Die Zahnprofile des Kegelrades treten am Kopf und Fuß etwas zurück; bis $F = 6°$ bedeutungslos. Vorteil: einfache Maschineneinstellung.

schaltung. Zwei wechselweise vor und zurückgehende Schneidstähle hobeln gleichzeitig an beiden Flanken).

Bei den nach dem Bilgramverfahren arbeitenden Maschinen wird das Werkstück vorerst wie bei Geradzahnkegelrädern eingestellt und mit dem Rollkegel um $(90° - \beta_a)$ nach rechts oder links verdreht (Abb. 57). Dann wird Zahnfußwinkel $F$ eingestellt (durch Schwenken des Planrades um $TT'$) und Hobelwinkel nach Steigung $\beta_m$ berichtigt. Die von der geraden Schneide des Hobelstahles durchlaufene Ebene entspricht einem schrägstehenden Planradzahn, durch den der vorbeiwälzende Zahn des Kegelrades geformt wird. Bei den beiden deutschen Maschinen entspricht die Tangente in der Planverzahnung unmittelbar der Werkzeugbewegung, während in der amerikanischen Maschine (Abb. 60) die Tangente ein möglichst gerades Stück aus einer Kurvenbahn ist, die sich aus drei einstellbaren Bewegungen zusammensetzt: aus der geradlinigen, nicht gegen die Kegelspitze gerichteten Hobelbewegung, aus einer Drehbewegung des Planrades und einer schwingenden Bewegung des Hobelstahles. Die beiden ersten Bewegungen ergeben eine Sinoide (vgl. Abb. 60) mit einem nahezu geradlinigen, etwa S-förmigem Mittelteil, die dritte Bewegung eine Achterlinie, die mit der Sinoide vereinigt, eine Gerade (Abweichung $\pm 0{,}003$ mm), tangierend an Kreis vom Halbmesser $e$ und mit gewünschtem Winkel $\beta$, ergibt [1]. —

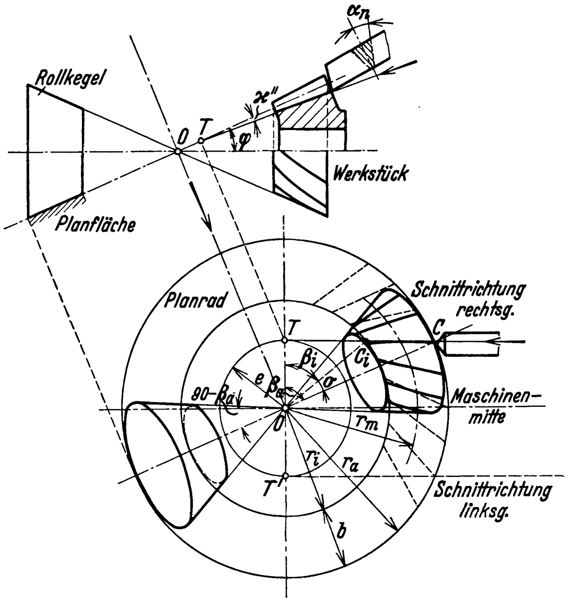



Abb. 57. Hobeln von Tangentenzähnen. Bilgramhobelmaschine, J. E. Reinecker A.-G., Chemnitz. (Ersetze $\varkappa''$ durch $F$ und $\sigma$ durch $\sigma_p$.)

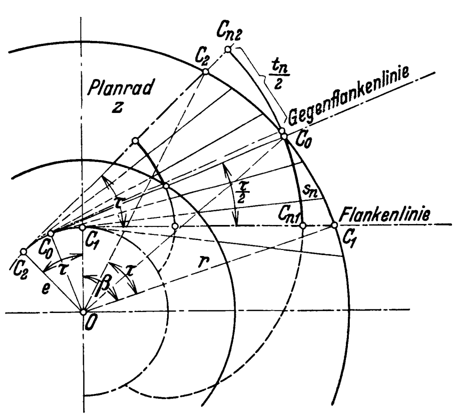



Abb. 58. Tangentenzähne. Normalteilung.

Allen drei Verfahren gemeinsam ist die Tatsache, daß die Flankenlinie im Planrad ganz oder nahezu eine Gerade ist. Somit berechnet sich für alle drei Verfahren der Steigungswinkel $\beta$ im beliebigen Spitzenabstand $r$ aus

$$\cos\beta = e/r\,. \tag{29}$$

Steigung nimmt gegen Kegelspitze ab, Schräge $(90° - \beta)$ nimmt zu.

Mittlere Steigung $\beta_m$ in halber Radbreite, also in Spitzenentfernung $r_m = r_a - b/2$.

Zur Beurteilung der Verzahnung sind die Zusammenhänge zwischen Steigung, Sprungwinkel $\sigma$, Völligkeitsgrad $b/r_a$, Lückenweite und Zahnhöhe zu untersuchen. Ein vollkommen genauer Eingriff ist nicht

[1] Während einer Umdrehung des Werkstückes vollführt der Hobel die gleiche Anzahl Doppelhübe wie die Zähnezahl $z_1$ des Werkstückes beträgt, somit erhält jeder Zahn der Reihe nach einen Schnitt. Beim Rückhub muß der Schneidstichel abgehoben werden. Der Hobelstahl ist in einer Wiege gelagert, die, um die Wälzbewegung zur Formung der Flanken zu erzeugen, um eine zur Kegelspitze verlaufende Achse schwingt. Die Wiege führt noch eine zweite schwingende Bewegung annähernd senkrecht zur Schnittrichtung aus. Die relative Bewegung der Schneidkante entspricht somit der erwähnten Achterschleife I. Durch diese Relativbewegung wird der $S$-förmige Verlauf der Episinoide II vor dem Wendepunkt $w$ zurückgedrängt und n a c h ihm vorgeschoben, bei entsprechender Wahl der Abmessungen entsteht nahezu eine Gerade.

zu erzielen, da die Erzeugungsplanräder für Rad und Gegenrad nicht genau ineinander passen. Somit kommen auch die Flankenlinien von Rad und Gegenrad nicht genau zur Deckung, es kann vorkommen, daß bei größeren Zahnbreiten die Zähne über Eck tragen[1]. Abhilfe: Flankenlinie des Ritzels durch Ändern von $e$ um 0,025—0,05 mm verschieben. Bis zu $b/r_a < 0{,}3$ ist der Fehler völlig belanglos.

Völligkeitsgrad: Aus Abb. 57 und Dreieck $OCC_i$ ersieht man: $e/r_a = \cos\beta_a = \cos\beta_m \cdot (r_m/r_a) =$

$$\cos\beta_m\left(1-\frac{b}{2r_a}\right);$$

Mit Sprungwinkel $\sigma_p = \beta_a - \beta_i$ erhält man schließlich

$$\frac{b}{r_a} = 1 - \frac{1}{(\operatorname{tg}\beta_a + \operatorname{ctg}\sigma_p)\,.\,\sin\sigma_p}\,. \tag{30}$$

Sprungüberdeckung $\varepsilon_s = \sigma_p/\tau = \sigma : 2\pi/z$, meist 1,1—1,2. Größere Werte ergeben unzulässige Schrägen.

**Zahnhöhe.** Die Verjüngung der Zahnhöhen des Planrades erfolgt angenähert proportional zum Abstand des Profiles vom Tangierungspunkt $T$, also annähernd proportional zu $r\sin\beta$ (Abb. 59). Diese Beziehung gilt bei den Kegelradzähnen nur für die Fußtiefen, da die Kopfhöhen der beiden Kegelräder durch die sich proportional zu $r$ verjüngenden Kopfkegelflächen festgelegt sind. Somit verjüngen sich die Fußtiefen rascher als die Kopfhöhen, was bei großem $b$ dazu führen kann, daß das Kopfspiel verschwindet und die Zahnköpfe am Grunde der Lücke laufen. (Eventuelle Abhilfe: Kopfkegel des Rades mit etwas größerem Winkel nachdrehen.) Stellt man die Grenzbedingung Kopfhöhe $h_1'$ des Rades = Fußtiefe $h_2''$ des Gegenrades, so erhält man ein unteres Grenzmaß für die zulässige Radbreite. Für $h'/h'' = 6/7$ und $\beta = 60°$ folgt aus der vom Verfasser abgeleiteten Beziehung $b_0/r_a =$

$$1 - \frac{\cos\beta_a}{\sqrt{1-\left(\frac{h_1'}{h_2''}\right)^2\cdot\sin^2\beta_a}} \tag{31}$$

ein $b_0/r_a \leqq 0{,}254$.

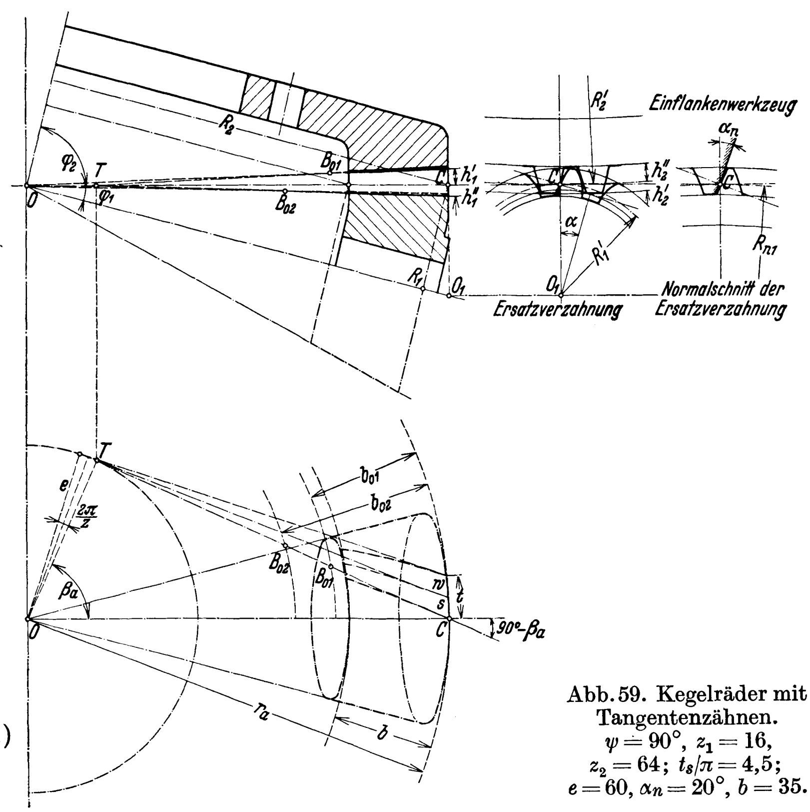



Abb. 59. Kegelräder mit Tangentenzähnen. $\psi = 90°$, $z_1 = 16$, $z_2 = 64$; $t_s/\pi = 4{,}5$; $e = 60$, $\alpha_n = 20°$, $b = 35$.

Um ein geringes Kopfspiel zu sichern muß unter diesem Verhältniswerte geblieben werden, wenn keine Kopfkürzung durchgeführt wird. Berechungsbeispiel siehe S. 46.

Normalteilung $t_n$, Lückenweite $w_n$, Abb. 58. Wird als Normalteilung der Evolventenbogen $\widehat{C_{n_1}C_{n_2}}$, den der Punkt $C_0$ beim Abwälzen der Leitgeraden $C_0C_0$ am Umfang des Kreises $e$ um den Teilungs-

[1] Man verlangt mitunter eine ballige Auflage des treibenden Zahnes am getriebenen Zahn. Es muß dann die treibende Flankenlinie etwas stärker gekrümmt sein als die getriebene.

winkel $\tau = 2\pi/z_p$ beschreibt angesehen, so ist Bogenlänge

$$t_n = (s_n + w_n) = \frac{(r \sin\beta + e\tau/2)^2}{2e} - \frac{(r\sin\beta - e\tau/2)^2}{2e},$$

was mit Einführung von $t_s = r\tau$ wieder zur Beziehung $t_n = t_s \sin\beta$ führt. — Die Lückenweite im Normalschnitt

$$w_n = \frac{(r\sin\beta + e\tau/2)^2}{2e} - \frac{r^2 \sin^2\beta}{2e} = w\left(\sin\beta + \frac{\pi}{2z_p}\cdot\cos\beta\right)$$

ist ungleich der Zahnstärke $s_n = s\left(\sin\beta - \frac{\pi}{2z_p}\cos\beta\right)$. Diese Schwächung der Zahndicke im Normalschnitt führt bei kleinen Zähnezahlen zu spitzen, messerartigen Zahnköpfen an den der Kegelspitze näher liegenden Profilen. Die Aufteilung ist daher so zu treffen, daß das größere Rad die schwachen Zähne erhält. —

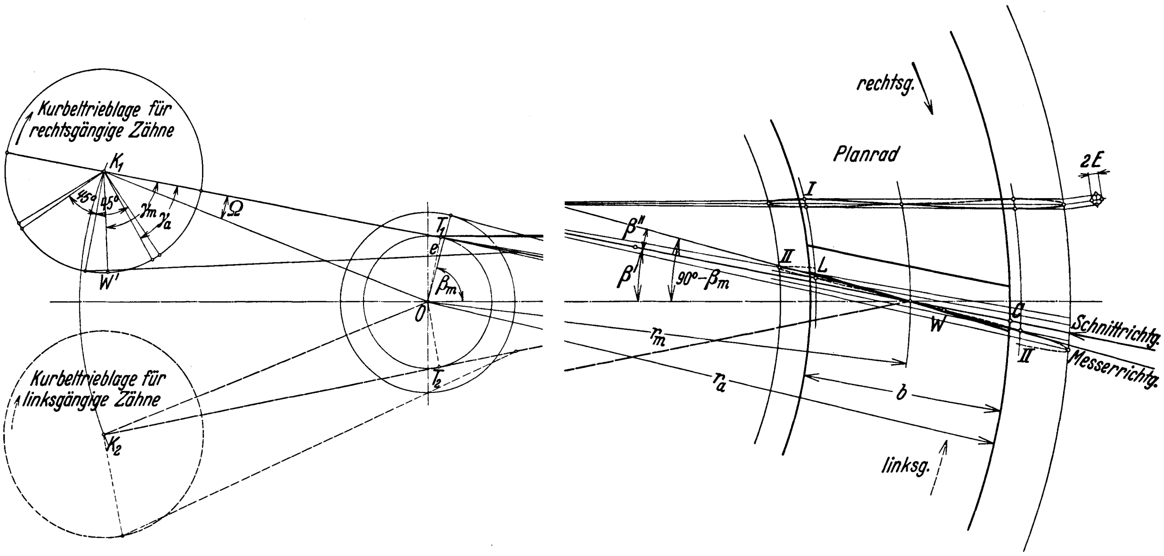



Abb. 60. Hobeln von Tangentenzähnen. (Verfahren von Gleason.)

Um das Spitzwerden der Zähne zu verhindern, kann man die Ritzelzähne im Stirnschnitt auf Kosten der Radzähne verstärken; dadurch wird auch gleichzeitig die Verminderung der Festigkeit des Zahnfußes bei auftretenden kleinen Unterschnitten ausgeglichen. Wird Sonderverzahnung mit Zahnhöhenverschiebung ausgeführt, so wird die erwähnte Radzahnverstärkung die durch die Höhenverschiebung verursachte Ungleichheit der Zahnfüße aufheben. Es können jedoch, der unproportionalen Verjüngung halber, nur für eine einzige Spitzenentfernung (meist $r_m$) gleiche Normalzahndicken herbeigeführt werden.

Verwendung. Das Verfahren nach Abb. 57 ist gut anwendbar für kleine (bis 20 ⌀) und große Räder, Übersetzungen bis 1 : 5 und Zähnezahlen über 14; bei Sonderverzahnung kann noch bei mindestens zehn Zähnen bis zu Übersetzungen 1 : 8 gegangen werden.

Die Gleason-Maschinen haben einen sehr weiten Einstellbereich, so daß bei Einzelausführung auch sehr große Kegelräder (bis Modul 20 und 2300 ⌀) bearbeitet werden können.

Der geradlinige Verlauf der Tangentialzähne ermöglicht das genaue Schleifen der Zahnflanken (Schleifen nach dem Härten). Bei der Schleifmaschine von Reinecker tritt an Stelle des Hobelstahles eine gleichprofilierte Schleifscheibe. —

## 3. Kegelräder mit Bogenzähnen.

Flankenlinie im Planrad: Kreisbogen oder von der Kreisbewegung abgeleitete zyklische Kurve.

Werkzeug: a) Messerkopf nach Abb. 61 (einstellbare Messer mit gerader Schneidkante. Größe des Messerkopfes beschränkt den Raddurchmesser auf $\leqq$ 460; Mindestzähnezahl = 10, $i$ bis 1 : 4) [1].

b) Im Kreisbogen gekrümmte, an der Stirn geschliffene Hobelstähle, die in Kreisbogen mit versetzten Mittelpunkten und gleichen Halbmessern vor- und rückwärts schwingen (Sächsische Maschinenfabrik, Chemnitz) [2].

c) Nach zyklischen Kurven geführte Schneidstähle (auch geeignet zur Herstellung von Pfeilzähnen. Raddurchmesser bis 510, $b = 60$, $i$ bis 1 : 10).

Zu a) Man wähle (Abb. 61) $\varrho$ etwa $r_a \pm r_a/4$, $\beta \approx 60°$ und mache den Sprungwinkel $\sigma_p \geqq 2\,\pi/z_p$. ($\sigma_p$ wird ermittelt aus $\sigma_p = \arcsin\left(\frac{\varrho}{e}\cdot\sin\beta_i\right) - \arcsin\left(\frac{\varrho}{e}\cdot\sin\beta_a\right)$, wobei $e$ = Exzentrizität = Om.) Völligkeitsgrad $b/r$ wähle man für kleine Räder $\leqq$ 1/3, für große Räder $\leqq$ 1/4.

Innerhalb dieser Radbreiten ändert sich $\beta$ wenig (Zunahme gegen Kegelspitze). Verfahren von Böttcher: keine Verjüngung der Zahnhöhen gegen die Spitze zu, Wälz-, Kopf- und Fußkegel haben den gleichen Kegelwinkel (Abb. 62).

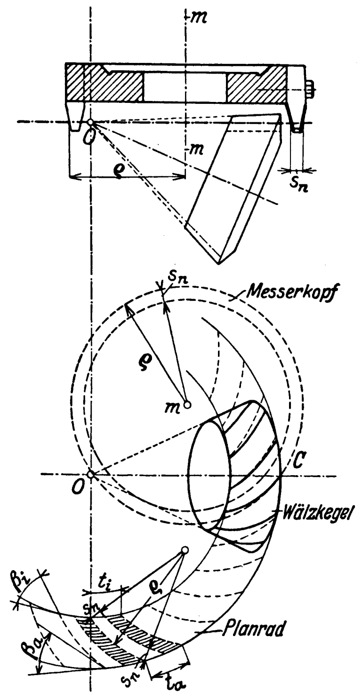



Abb. 61.
Fräser von Kreisbogenzähnen (Wälzverfahren).

Zum Schneiden des Ritzels wird ein Messerkopf verwendet, dessen Schneidflanken die Lücken des Planrades bilden. Die drehenden Messer schneiden somit gleichzeitig beiderseits, es wird der Zahn beim Abwälzen auf beiden Flanken in einem Schnittgang fertiggestellt. Diese Vereinfachung ist möglich, wenn die Steigungswinkel $\beta_a$ und $\beta_i$ (Abb. 61) an den Stirnenden des bogenförmigen Zahnverlaufes derart gewählt werden, daß am äußeren und inneren Radumfang gleiche Normalteilung besteht,

$$t_n = t_a \sin\beta_a = t_i \sin\beta_i\,.$$

Die Exzentrizität $e$ und der Fräserhalbmeser $\varrho$ ergeben sich aus den beiden quadratischen Gleichungen

$$\cos\beta_a = \frac{\varrho^2 + r_a^2 - e^2}{2\,\varrho\, r_a} \quad \text{und} \quad \cos\beta_i = \frac{\varrho^2 + r_i^2 - e^2}{2\,\varrho\, r_i}$$

Um einen genügenden Völligkeitsgrad zu erreichen, muß $\beta_a$ meist unter 60° gewählt werden. Die Normalteilung und die Normallückenweite ist dann fast konstant, da die Kreisbogen annähernd wie Evolventen verlaufen (Abb. 49).

Die Flanken der Radlücken werden durch einen zweiten Messerkopf (Abb. 62) bearbeitet, dessen Messer dem Planradzahne entsprechen und dessen Schneidflanken somit genau in jene des Messerkopfes für das Ritzel passen müssen. — Das Verfahren hat den Vorteil der einfachen und raschen Arbeit, benötigt aber für jeden Modul besondere Messer (für Massenanfertigung gleicher Räder geeignet).

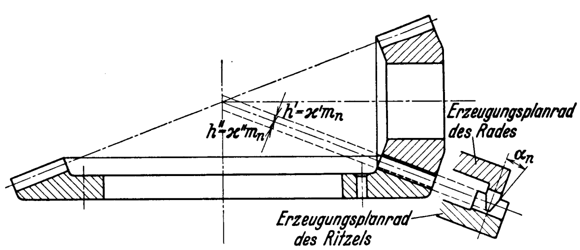



Abb. 62. Tellerrad mit Kreisbogenzähnen. Hinterachsenantrieb (Ersetze $\varkappa'$ u. $\varkappa''$ durch $y'$ u. $y''$.)

Einseitiges Schneidverfahren von Gleason: Zum Zwecke der Verbilligung wird für Rad und Gegenrad der gleiche Messerkopf verwendet. Die eine Hälfte der Schneidstichel (Abb. 61) arbeitet zunächst im Halbmesser $\varrho$ die Hohlseite aller Zähne in abwälzender Bewegung aus, worauf nach Umschaltung und Einstellung auf die richtige Zahnstärke in einem zweiten Schnittgange die andere Hälfte der Stichel mit den inneren Schneidkanten im Halb-

[1] Bearbeitungsmaschine der Gleason Works, unter Verwertung eines Patentes von Böttcher u. Geßner. Deutsche Vertretung: Böhm u. Bormann, Berlin. — Vgl. Olah: Werkstattstechnik (1924) S. 121.

[2] Hülle: Z. VDI (1925) S. 214.

messer ($\varrho - s_n$) die gewölbte Seite aller Zähne fertigstellt. — Die beiden Zahnseiten weisen somit ungleiche Krümmungshalbmesser auf, so daß die Zahnberührung mehr auf die Radmitte beschränkt bleibt. Es entsteht eine ballige Auflage.

Durch Schrägstellung des Messerkopfes können die Zähne eine Verjüngung erhalten. Da dieselben Fräsköpfe innerhalb geringer Bereiche für verschiedene Module verwendet werden können, eignet sich das einseitige Bearbeitungsverfahren besonders für Einzelherstellung.

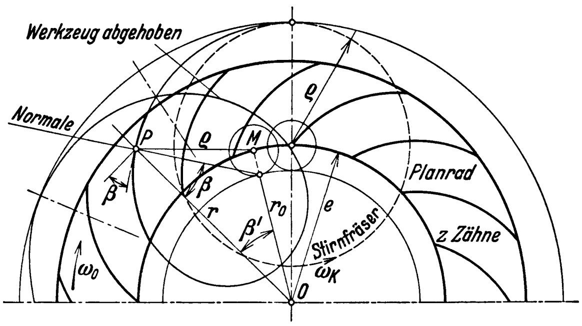



Abb. 63. Epizyklische Bogenzähne.

$$\operatorname{tg} \beta \text{ (im Punkte } P) = \frac{r_0 \sin \beta'}{r - r_0 \cos \beta'}, \quad \cos \beta' = \frac{r^2 + e^2 - \varrho^2}{2re}.$$

Zu c) Die Bearbeitungsmaschinen sind für fortlaufende Arbeit eingerichtet. Das zu schneidende Kegelrad erhält eine gleichförmige Drehbewegung um seine Achse. Diese Drehbewegung setzt sich mit der kreisenden Bewegung des Werkzeuges zusammen; die Flankenlinien im Planrad werden zu Epi- oder Hypozykloiden (Außen- oder Innenradlinien). Verwendet werden verlängerte Epizykloiden (Verfahren P. Böttcher, Abb. 63) und hypozyklische Kurven, die auch die Herstellungvon Pfeilrädern[1] gestatten.

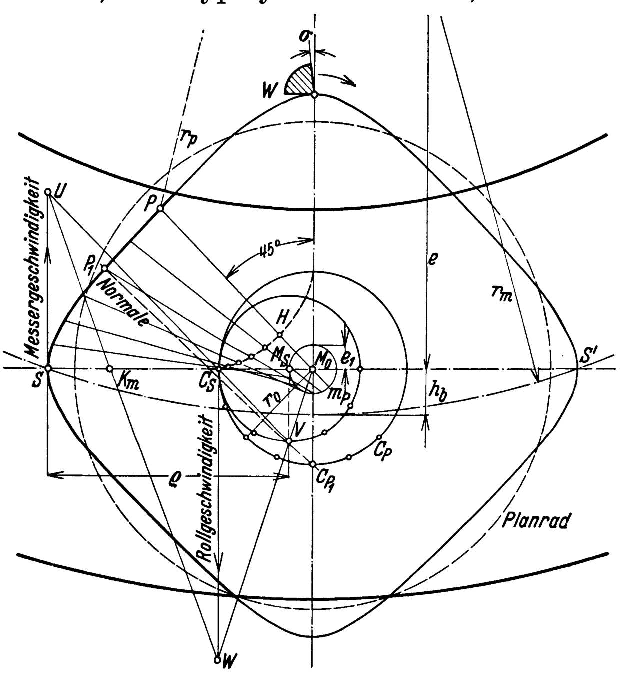



Abb. 64. Zyklische Pfeilverzahnung. Ermittlung des Krümmungsmittelpunktes $K_m$ für $S$: Mache $SU = SC_s$, ziehe $UC_sV$, Tangente an $C_s$ u. $M_0VW$. Gerade $WU$ schneidet $SM_0$ in $K_m$. Es ist $K_m S = \dfrac{(\varrho - r_0 + e_1)^2}{\frac{r_0}{e_1}(r_0 - e_1) + (\varrho - r_0 + e_1)}$

**Arbeitsverfahren der Fräsmaschine für zyklische Pfeilverzahnung von I. E. Reinecker, Chemnitz:**

Ein Planetenrad vom Halbmesser $r_0 - e_1$, drehbar um den exzentrischen Zapfen $M_s$, wälzt sich an einem innenverzahnten Rad vom Halbmesser $r_0$ ab (Abb. 64). Der Umfangspunkt $C_s$ des Planetenrades beschreibt dabei die Hypozykloide $H$, das mit dem Planetenrad verbundene Werkzeug die verlängerte Hypozykloide. Für $e_1 = r_0/4$ erhält man in jedem Quadranten einen Ast $H$, also eine sternartige Kurve (Astroide) und als verlängerte Hypozykloide ein Quadrat mit abgerundeten Ecken.

Eine Ecke wird als Flankenlinie für den Pfeilzahn gewählt; im übrigen Kurvenverlauf muß der Schneidstichel durch eine Kurvenführung abgehoben werden.

Damit die Pfeilspitze $S$ in die Mitte der Zahnbreite fällt, ist die Exzentrizität $e$ des Messerkopfes $= r_m - h_b$ zu wählen.

Eine weitere Veränderung erfahren diese Kurven durch die fortlaufende gleichförmige Drehbewegung des Werkstückes, die so bemessen wird, daß einem vollen Umlauf einer Werkzeugschneide eine Drehung des Kegelrades um den Teilwinkel entspricht. Hierdurch werden die Quadratkurven (Abb. 65) in Schleifen verzerrt, wobei sich der mittlere Steigungswinkel $\beta_m$ unbedeutend und ohne weiteren Einfluß auf die Verzahnung ändert. Die Schneidstichel werden während des Schnittes durch eine Kurvenführung derart in Richtung der Schneidkanten verschoben, daß die Stichelspitze entlang der Kante des Zahnfußkegels läuft; es findet also eine proportionale Verjüngung der Zahnhöhe statt.

[1] Böttcher: Vom Spiralkegelrad zur zyklischen Pfeilverzahnung. Maschinenbau (1927) S. 103.

Durch entsprechende Lagerung und Führung der Schneidstichel wird ferner erreicht, daß die Brust des Stichels (Abb. 64) mit der Normalen auf die Flankenlinie jederzeit den gleichen Schnittwinkel bildet.

In den Werkzeugkopf werden drei Schneidstichel eingesetzt, zwei Seitenstähle (Nr. 1 für rechte, Nr. 3 für linke Flanke) und ein Mittelstahl Nr. 2 zum Ausarbeiten der Lückenmitte. Da Stahl 3 erst 240° nach Stahl 1 zum Schnitt kommt, muß der Abstand $\varrho$ für den innenschneidenden Stahl 1 anders bemessen werden als bei Stahl 2.

Die Reinecker-Kegelrad-Fräsmaschine Modell BKF arbeitet nur mit 2 Stählen.

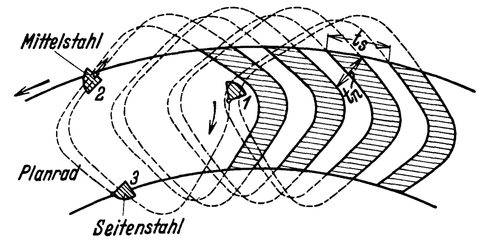



Abb. 65.
Pfeilzahn-Flankenlinien nach verlängerten Hypozykloiden. (Fortlaufende Bearbeitung.)

## 4. Kegelräder mit Flankenlinien nach Evolventen.

Flankenlinien im Planrad: gewöhnliche, verkürzte oder verlängerte Evolventen.

Werkzeug: Kegelförmiger Wälzfräser.

Die Flankenlinien $L$ im Planrad (Abb. 66) können entstehen:

a) durch Abwälzen einer Geraden $C - 1 - 2 - 3$ auf einem Grundkreis $(r_0)$[1];

b) durch Verschieben der Geraden in Pfeilrichtung mit Geschwindigkeit $v$ und Drehen des Planrades mit Grundkreis (Umfangsgeschwindigkeit am Grundkreis $= v$).

In beiden Fällen entstehen gewöhnliche Evolventen. Ferner bleibt, falls $C - 1$, $1 - 2$ usw. der Normalteilung $t_n$ entspricht, $t_n$ über die Radbreite konstant; bei $z_p$ Planradzähnen ist $z_p \cdot t_n = 2\, r_0 \pi$.

Ersetzt man die Gerade durch eine Zahnstange, so schneidet sie bei einer Bewegung nach Punkt a) oder b) die Zähne des Planrades aus. Die Zahnstange kann man durch eine als Fräser ausgeführte Schnecke ersetzen, deren Normalprofil dem Lückenprofil des Planrades entspricht.

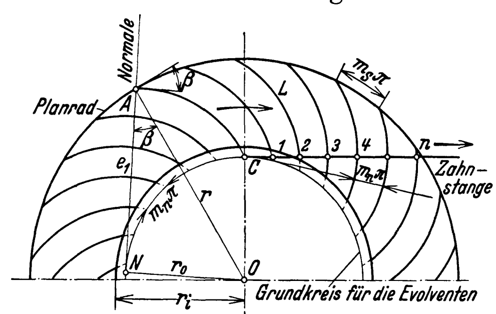



Abb. 66.
Entstehung von Evolventen-Bogenzähnen durch Abwälzen einer Zahnstange.

Es läßt sich nachweisen, daß sich verlängerte oder verkürzte Evolventen finden lassen, die mit großer Annäherung durch einen kegelförmigen Wälzfräser ausgeschnitten werden können[2]. Vgl. Abb. 67 u. 68.

Denkt man sich das Zahnstangenprofil, dargestellt durch die Kegelerzeugende $C$ 1, 2, 3 . . . $n$, mit einer am Grundkreis vom Halbmesser $r_0$ abwälzenden Geraden im Abstand $a$ fest verbunden, so beschreiben die Punkte $C$ 1, 2, 3 . . . $n$ je nachdem $a \gtrless O$, also außerhalb oder innerhalb des Grundkreises liegt, verkürzte oder verlängerte Evolventen, deren Normalen durch den jeweiligen Wälzpunkt $N$ verlaufen. Wird daher der Fräserwälzkegel mit der Kante $C$ 1, 2, 3 . . . $n$ so an die Planfläche gelegt, daß seine Spitze im Abstande $\overline{OC} = r \pm a$ vom Planradmittel $O$ entfernt ist, und daß die Gerade $C$ 1, 2, 3 . . . $n$ senkrecht zu $OC$ steht, so decken sich die in der Planfläche liegenden Normalen auf die Schraubenlinie mit den Normalen auf die Evolventen $L$. Es werden auch die augenblicklichen

---

[1] Die Ausdrücke „Grundkreis" und „Evolvente" beziehen sich hier nicht auf das Zahnprofil, sondern auf die Flankenlinien.

[2] Bei einem Kegelfräser nach Abb. 67, dessen Flankenlinien in der Abwicklung ein System archimedischer Spiralen mit der konstanten polaren Subnormalen $\overline{CN} = a = \frac{h}{2\pi \sin \gamma}$ ergeben, schneiden sich die Normalen in 1, 2, 3 usf. in einem Punkte $N$. (Vgl. Wallichs und Blaise, Z. VDI. 1927, S. 255. Der dort in der Formel für $a$ enthaltene Druckfehler wird im Einvernehmen mit den Verfassern richtig gestellt.)

Schnittrichtungen des Fräsers mit den Tangenten an die Planrad-Flankenlinien zusammenfallen[1].

Erweiterte Evolventen geben keine konstante Normalteilung. Für jenen Teil der erweiterten Evolventen, der sich dem Verlauf der gewöhnlichen Evolventen möglichst anschmiegt, ist aber $m_n = m_s \cdot \sin\beta$ nahezu konstant. Dieser Umstand hat Einfluß auf $b$ und $b/r$.

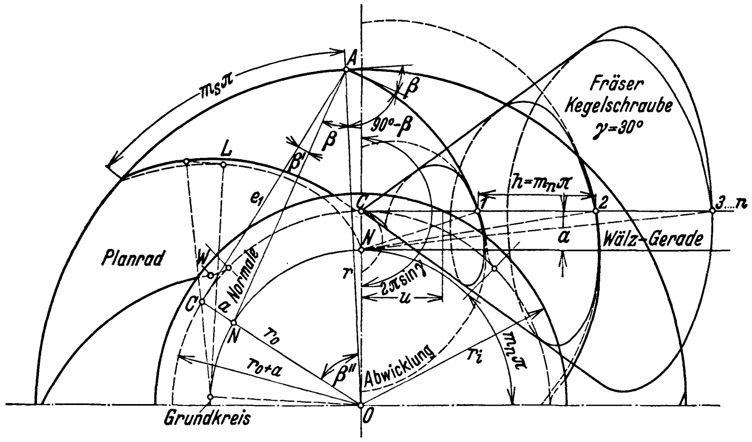



Abb. 67. Flankenlinien im Planrad nach verkürzten Evolventen. $\left(\text{Für eingängigen Schneckenfräser wird } a = \frac{m_n}{2\sin\gamma}\right)$.

Der Steigungswinkel $\beta'$ der Kegelschraubenlinie in einem Punkte im Abstande $e_1$ von der Spitze des Fräserkegels (Abb. 67) folgt aus $\operatorname{tg}\beta' = \pm a/e_1$. Das obere Vorzeichen gilt für die verkürzte Evolvente mit positivem, das untere für die verlängerte Evolvente mit negativem $a$. Im ersteren Falle ist Evolvente und Kegelschraubenlinie gegensinnig, eine rechtsgängige Kegelschraube formt ein linksgängiges Planrad, im zweiten Falle gleichsinnig, eine linksgängige Kegelschraube formt ein linksgängiges Planrad. Die Schräge $(90° - \beta)$ der Evolventenlinien für einen Punkt $A$ im Abstande $r$ vom Planradmittel $O$ und im Abstande

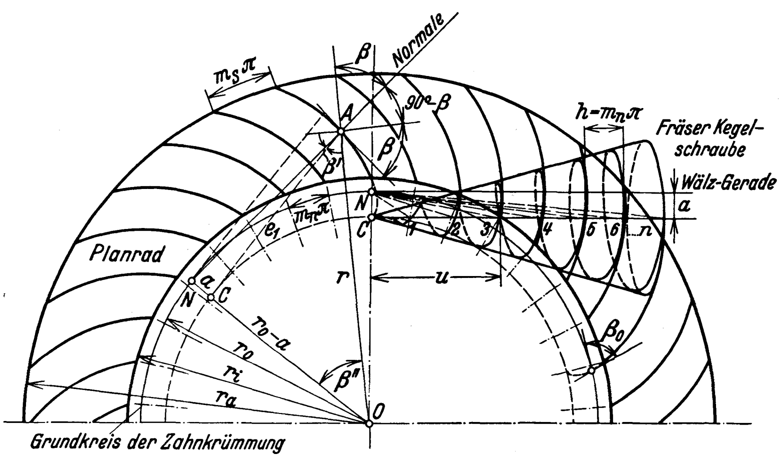



Abb. 68. Flankenlinien im Planrad nach verlängerten Evolventen.

$e_1 = \sqrt{r^2 - (r_0 \pm a)^2}$ von der Spitze der Kegelschraube ist $(90° - \beta) = \beta'' \pm \beta'$, wobei $\beta''$ aus $\cos\beta'' = r_0/r \pm a/r$ zu rechnen ist. Aus Dreieck $ONA$ ergibt sich der Steigungswinkel $\beta$ auch durch die Beziehung

$$\cos\beta = \frac{r^2 \mp r_0 a - r_0^2}{r\sqrt{r^2 \mp 2 r_0 a - r_0^2}}$$

Verkürzte Evolvente. Die verkürzte Evolvente beginnt am Kreise vom Halbmesser $(r_0 + a)$ mit dem Steigungswinkel $\beta_0 = 0$. Dann folgt ein Wendepunkt $W$ im Abstand $OW = r_w$ und mit dem Steigungswinkel $\beta_w$. Die Länge des Fahrstrahles $r_w$ stellt den kleinsten ausführbaren Innenhalbmesser des Planrades vor, da bei kleinerer Annahme die Zähne $S$-förmig gekrümmt ausfallen würden. Der Steigungswinkel $\beta_w$

[1] Das Verfahren stammt von Nikola Trbojevich. Vgl. American Mach. Eur. Vol. 59, 1923 S. 647.

am Wendepunkt $W$ wird aus

$$\cos \beta_w = 2 \sqrt{\frac{r_0 a}{r_0^2 + 3 r_0 a}}$$

bestimmt.

Der Winkel $(90° - \beta_w)$ ist dann die kleinste erreichbare Zahnschräge am inneren Planradkreise. Sie wird um so größer, je kleiner die Zähnezahl des Planrades ist, und je kleiner der Kegelwinkel des Fräsers ist. Da die Schräge im Breitenverlauf des Zahnes bis zum äußeren Planradkreis noch bedeutend zunimmt, erhält man bei kleinen Zähnezahlen große mittlere Schräge und große Achsdrücke. Meist muß $r_i$ etwas größer als $r_w$ ausgeführt werden, da die Kegelspitze auf einer Länge $u$ nicht mit Zähnen von ausreichender Höhe versehen werden kann.

Die Normalteilung verjüngt sich etwas gegen die Spitze zu. Angenähert kann jedoch der Modul der Normalteilung $m_n = m_s \sin \beta$ als konstant angenommen werden. Diese Annäherung ist allerdings bloß für jene Teile der erweiterten Evolventen zulässig, in welchen sich diese an den Verlauf der gemeinen Evolvente anschmiegen. Die Anschmiegung beeinflußt die Richtigkeit der mittels Profilwerkzeug geschnittenen Zahnlücken und ist daher auch mitbestimmend für den als Flankenlinie anwendbaren Kurventeil und damit für den erreichbaren Völligkeitsgrad.

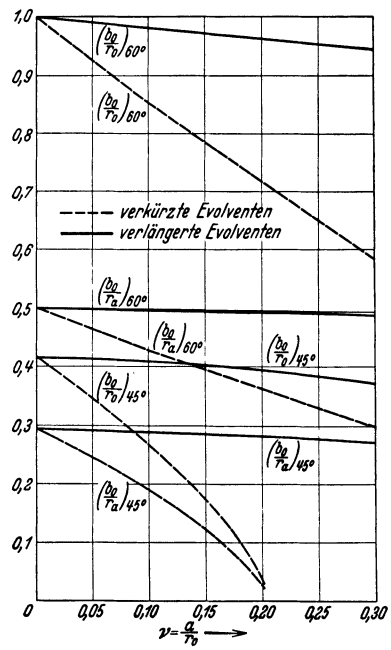



Abb. 69. Völligkeitsgrad $\frac{b_0}{r_a}$ und Breitenverhältnis $\frac{b_0}{r_0}$ für die größten Schrägungswinkel 45° und 60°.

Ermittelt man für die Winkel $(90° - \beta_a) = 45°$ und 60° die Werte von $r_a/r_0$ und das Verhältnis der theoretischen Zahnbreite $b_0 = r_a - r_0$ zu $r_0$ und $r_a$, so erhält man schließlich die im Schaubild Abb. 69 dargestellten Werte des Völligkeitsgrades $b_0/r_a$. Mit $z_p m_s \cdot \pi = 2 r_a \pi$ folgt daraus $b_0/m_s = z_p/2 \cdot b_0/r_a$.

Verlängerte Evolvente Die verlängerten Evolventen bilden eine Schleife, deren Steigungswinkel am Kreise vom Halbmesser $(r_0 - a)$ gleich 180° ist. Mit Rücksicht auf die Schleife und die unbrauchbare Fräserspitze von der Länge $u$ wählt man $r_i = r_0 + 4$ bis 5 mm (für $-a = r_0$ wird die verlängerte Evolvente zur archimedischen Spirale). Bei einer theoretischen Zahnbreite $b_0 = r_a - r_0$ ist die tatsächliche Zahnbreite $b = b_0 - 4$ bis 5 mm. Entwickelt man, wie bei der verkürzten Evolvente, für $(90° - \beta_a) = 45°$ und 60° die Werte $r_a/r_0$, $b_0/r_a$ und $b_a/r_a$, so gelangt man zu den in Abb. 69 dargestellten Völligkeitsgraden, die bedeutend größer sind als bei verkürzten Evolventen und nahezu konstant bleiben.

Palloiden. Das Fräsen der Kegelradzähne mit dem Schneckenfräser auf Grund der vorstehenden Theorie hat in dieser Form keine praktische Verwendung gefunden. Es besteht die Gefahr, daß der Fräser bereits fertiggestellte Flankenteile wegnimmt. Ferner kann sich eine nachteilige Auflage an den Zahnenden im Getriebe einstellen. Das heute einzig angewendete Verfahren mit dem Schneckenfräser von Schicht u. Preis verzichtet von vornherein auf eine theoretische Linienberührung zwischen den Zähnen; die Evolventen-Flankenlinien werden so abgeändert, daß die Zähne in Radmitte tragen.

Die Bearbeitung erfolgt in der Fräsmaschine von W. F. Klingelnberg, Remscheid.

Zur Erzeugung der hüllenden Schnitte, die sich schuppenartig um die Zahnflanken legen, wird durch Schaltung von Wechselrädern das Werkstück so gedreht, daß das Drehverhältnis vom Fräser zum Werkstück dem Verhältnisse der Werkstückzähnezahl zur Gangzahl des (meist eingängigen) Fräsers entspricht. Die Abwälzbewegung zum Erzeugen der Flankenform wird dadurch erzielt, daß der Fräser um die Planradachse geschwenkt wird und gleichzeitig über ein Differentialgetriebe eine Zusatzbewegung erhält, wobei er bei einer vollen Schwenkung um 360° soviel zusätzliche Umdrehungen ausführen muß, wie das Planrad Zähne besitzt. Die Zähne werden so in einem Arbeitsgange fertiggestellt. Der Schnitt beginnt am Halbmesser $r_a$ und endet am Halbmesser $r_i$.

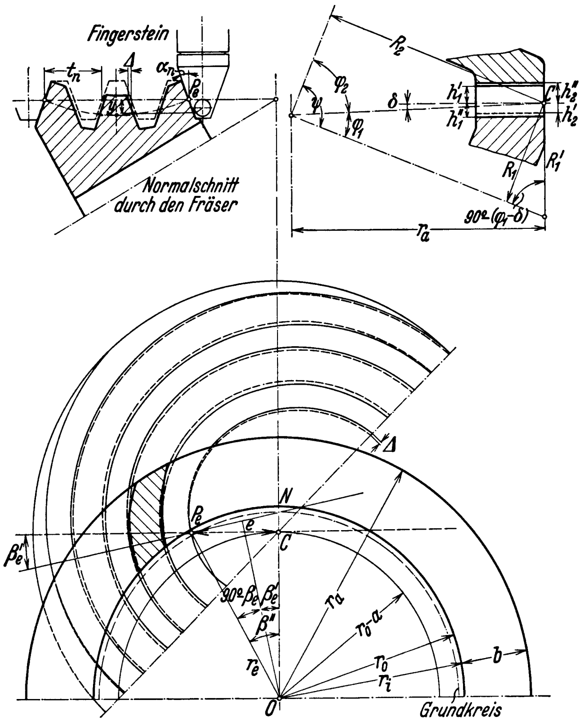



Abb. 70.
Fräsen von Palloidzähnen nach Klingelnberg. Fräser-Flankenlinien (Spiralen) in die Planfläche abgewickelt ($\Delta$ übertrieben). $P_e$ = Einstellpunkt, für den die geforderte Anfangsschräge $(90° - \beta_e)$ eintritt, und für den $\Delta = 0$ ist. $y$ = Kurbelhubweg des Schleifkörpers.

Damit die Zahnauflage in der Radmitte und nicht an den Zahnenden erfolgt, wird der Fräserkegel nicht, wie in der Abb. 70 gestrichelt eingezeichnet, mit gerader Erzeugenden ausgeführt, sondern er erhält nach Sinuslinien verlaufende schwach gekrümmte Mantellinien, die so zu legen sind, daß die erste und die letzte Schneidkante dem normalen Zahnstangenprofil entsprechen. Dadurch werden die Flanken gegen die des rein kegeligen Fräsers um eine gegen die Fräserenden abnehmende Änderung $\Delta$ verschoben, und die Abwicklungen der Kegelschraubenlinien des Fräsers erfahren eine entsprechende Zu- oder Abnahme ihrer Fahrstrahllängen $e$ um die Änderung $\Delta$. Die eingehüllten Flankenlinien, von Klingelnberg „Palloiden" genannt, fallen dann schwächer gekrümmt an der Hohlseite der Zähne und stärker gekrümmt an der gewölbten Seite aus, was zu der gewünschten balligen Auflage führt. Der Fräser schmiegt sich bei gekrümmter Mantellinie auch der Kegelschnittlinie des Normalschnittes durch den Werkstückkegel besser an.

## 5. Nacharbeiten

a) für ungehärtete Räder: Glätten (Burnishing). Das Kegelrad wird an einem gehärteten, geschliffenen „Meisterrad" abgewälzt; bei Anwendung eines bestimmten Flankendruckes werden dadurch die Flankenoberflächen glatt gepreßt;

b) für gehärtete Räder, die nicht geschliffen werden sollen oder können: Schmirgeln oder Schwingungsläppen.

Beim Schmirgeln läßt man das Getriebe unter Belastung laufen und bringt ein Schleifmittel zwischen die Flanken. Die Wirkung ist gering, da das relative Gleiten klein ist und vom Kopf und Fuß gegen die Mitte bis auf 0 abnimmt. Ergebnis ungenau. Besser wirkt das Schwingungsläppen (Maschinen von Klingelnberg, Gleason usw.), wobei die zwei Räder des Getriebes langsam abwälzen und gleichzeitig durch Exzenter so bewegt werden, daß die Flanken in geeigneter Weise aufeinander gleiten.

c) Schleifen nach dem Härten: läßt sich bei Schrägzahnkegelrädern nur bei größerer Teilung und nur bei bestimmten Flankenformen ausführen (siehe S. 38). Das Schleifen nach dem Härten soll auch die beim Glühen und Härten auftretenden Formänderungen („Verziehen") ausgleichen. Da aber nur ganz wenig weggeschliffen werden soll, ist es Aufgabe des Konstrukteurs, das Verziehen beim Härten durch geeignete Gestaltung der Räder möglichst einzuschränken (Abb. 62). In der Härterei ist gleichfalls ein sorgfältig den jeweiligen Werkstoffen angepaßtes Verfahren durchzuführen (Elektrische Öfen, Härtepressen, Preßstromverfahren, Doppelhärtung usw.)[1].

## III. Sonderverzahnung. Beispiele.

Bei Schrägzahn-Kegelrädern vermeidet man Korrekturen, die mit einer Radabrückung verbunden sind[2]. Bei genügender Zahnschräge beginnt die Gefahr des Unterschnittes erst bei kleinen Zähnezahlen, so daß in vielen Fällen eine einfache Kopfkürzung ausreicht. Für kleine Zähnezahlen und kleine Kegelwinkel führt man $V$-Nullgetriebe (S. **11**) aus, wobei also beide Räder gleich große, aber entgegengesetzt gerichtete Profilverschiebungen erhalten ($x_1 m + x_2 m = 0$). Derartige Sonderverzahnungen lassen sich sowohl bei verjüngten als auch für längs des Breitenverlaufs gleich hohen Zähnen anwenden. Bei Bestimmung von $x$ muß man von jenem Normalschnitt ausgehen, in dem der größte Steigungswinkel $\beta$ auftritt.

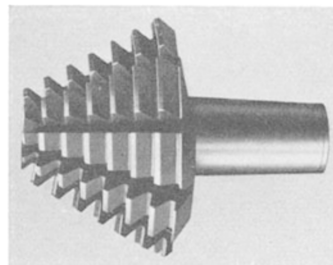


Abb. 71.
Kegelförmiger Wälzfräser (Klingelnberg).

Bei den auf S. 30, Punkt 7 angegebenen Verhältnissen muß man den Eingriff auch am inneren und äußeren Stirnende und in der Radmitte untersuchen.

Eine Korrektur ist notwendig, falls

1. ein unzulässiger Unterschnitt durch die Werkzeugkanten eintritt;
2. der Wälzpunkt die Eingriffsstrecke in zwei ungleiche Teile teilt oder absichtlich eine Teilung in bestimmtem Verhältnis herbeigeführt werden soll;
3. die Zahnköpfe spitz werden;
4. die Zähne im Normalschnitt ungleiche Fußdicken aufweisen.

Der Normalschnitt hat bei Schrägzahn-Kegelräder allerdings eine andere Bedeutung als bei Schrägzahn-Stirnrädern (Abb. 7); nur bei nahezu abstandsgleichen Flankenlinien (z. B. bei Flankenlinien nach Evolventen, Abb. 66) ist ein ebener Normalschnitt mit konstanten Lückenweiten möglich. Bei anderer Flankenlinienform ergeben sich starke Abweichungen.

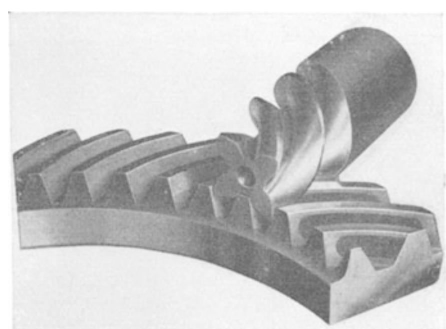


Abb. 72.
4-zähniges Ritzel, aus dem Vollen gefräst.

Bei Ermittlung der Korrekturen ist zu unterscheiden:

Bearbeitung mit Profilwerkzeugen und Bearbeitung nach dem Abwälzverfahren.

Der Unterschied in der Berechnung soll unmittelbar an den Zahlenbeispielen erörtert werden. Vor jedem Beispiel empfiehlt es sich, die zugehörigen Abschnitte über Bearbeitung durchzulesen. Die Rechnungen betreffen hauptsächlich die Zahnabmessungen, während die für die Werkzeugeinstellung maßgebenden Größen nur kurz erwähnt

[1] Dolt: Härtung von Zahnrädern. Maschinenbau (1928) S. 535. — Hofer: Werkstatts-Technik (1931) Heft 5. — Schlippe: Feinbearbeitung. Z. VDI (1931) S. 1334.

[2] Räder mit Abrückung (Änderung des Achsenwinkels) und Änderung des Eingriffswinkels (V-Getriebe nach DIN 870) sind nur bei Zähnen, die sich gegen die Spitze hin nahezu proportional verjüngen, ausführbar (Tangentialzähne, Bilgramverfahren), doch treten auch dabei Ungenauigkeiten auf.

werden. Diese sind von Fall zu Fall den Anleitungen zu entnehmen, die den verschiedenen Bearbeitungsmaschinen beigegeben werden. —

1. Schrägzahnkegelrad mit Spiralzähnen. — Werkzeug: Geformter Fingerfräser. — Achswinkel $=90°$, $z_1=14$, $z_2=56$, $\alpha_n=15°$. —

Aus $\operatorname{tg}\varphi_1=z_1/z_2$ folgt $\varphi_1=14°2'$ und $\varphi_2=75°58'$.

Nach Zahlentafel S. 33 könnten die Räder für $\beta_m=39°4'$ mit normalen Kopfhöhen ausgeführt werden. Es sei aber die maximale Steigung (am Innenrand) mit $\beta_i=54°$ vorgeschrieben.

Es ist dann für unterschnittfreie Grenzausführung nach Gl. 3, Teil I, S. 17:

$$\frac{\text{Kopfhöhe } h_2'}{\text{Stirnmodul } m_s}=\left(\frac{\cos\alpha_i}{\cos\beta_2}-1\right)\frac{z_2'}{2}.$$

(Dabei ist $\beta_2$ — den dortigen Bezeichnungen entsprechend — ein Zwischenwert, der aus $\operatorname{tg}\beta_2=(1+z_1'/z_2')\cdot\operatorname{tg}\alpha$ zu bestimmen ist.)

Man hat zu ermitteln

a) $\alpha_i$ (am Innenrand) aus $\operatorname{tg}\alpha_i=\operatorname{tg}\alpha_n/\sin\beta_i$ mit $18°19'$.

b) Zähnezahlen der Ersatzverzahnung aus $z_1'=z_1/\cos\varphi_1$ mit $z_1'=14{,}43$ und $z_2'=230{,}93$.

c) Man erhält Zwischenwert $\beta_2=19°25'$ und $h_2'\approx 0{,}76\,m_s=\dfrac{0{,}76}{\sin\beta_i}\,m_n=0{,}94\,m_n$.

d) Bei Kopfspiel $=1/6\cdot m_n=0{,}17\,m_n$ wird Fußhöhe $h_2''=(0{,}94+0{,}17)\,m_n=1{,}11\,m_n$.

e) Steigungswinkel in Radmitte nach Gl. 26: $\sin^2\beta=4\operatorname{tg}\alpha_n\cdot h_2''/t_n=4\operatorname{tg}\alpha_n\cdot 1{,}11\,m_n/\pi m_n$, woraus $\beta_m=38°$.

Damit für beide Räder ein angenähert proportionaler Verlauf der Lückenweite erzielt wird, ist $h_1'=h_2'$ und $h_1''=h_2''$ zu machen:

Für eine Teilung $t$ und eine Breite $b$ z.B. $=3\,t$ sind dann die Radabmessungen zu bestimmen. Außer dem Teilkegelwinkel $\varphi$ sind für die Bestellung der Räder auch der Kopfwinkel $K$, der Fußwinkel $F$ und der Kopfkegelwinkel $\varphi+K$ anzugeben. In der Spitzenentfernung $r_a$ ist $\operatorname{tg}K=h'/r_a=0{,}76\,m_s/r_a$. Der Fräser ist nach Gl. 27 zu profilieren. —

2. Kegelradtrieb mit Tangentialzähnen. Werkzeug: Hobelstahl mit gerader Schneide, Abwälzverfahren (Abb. 59). —

Achswinkel $=90°$, $z_1=16$, $z_2=64$, $t_s/\pi=m_s=4{,}5$, $\alpha_n=20°$. Exzentrizität $e=60$ angenommen.

a) Aus $R=z\cdot m_s$ erhält man $R_1=36$, $R_2=144$, aus $\operatorname{tg}\varphi_1=z_1/z_2$ folgt $\varphi_1=14°2'$, $\varphi_2=75°58'$.

b) Ersatzverzahnung: $R'=R/\cos\varphi$, somit $R_1'=37{,}066$, $R_2'=593{,}9$; zugehörige Zähnezahlen $z'=z/\cos\varphi$, also $z_1'=16{,}474$, $z_2'=263{,}94$.

c) Planrad: $r_a=R_2/\sin\varphi_2=148{,}45$, $z_p=2\,r_a/m_s=65{,}98$.

d) Völligkeit: Nach Gl. 30 ist

$$\frac{b}{r_a}=1-\frac{1}{(\operatorname{tg}\beta_a+\operatorname{ctg}\sigma)\cdot\sin\sigma}$$

$\beta_a$ folgt aus $\cos\beta_a=e/r_a$ mit $66°10'$; Sprungüberdeckung $\varepsilon_s$ werde vorerst mit 1,1 angenommen, dann ist Sprungwinkel $\sigma°=\varepsilon_s\cdot 360/z_p=6°\,38'48''$. Damit erhält man $b/r_a=0{,}209$; $b=31{,}026$. Wählt man $b=35$, so wird $b/r_a=0{,}236$, $\beta_i=58°\,4'$, $\sigma=\beta_a-\beta_i=8°6'$, $\varepsilon_s=1{,}48$ (reichlich) und $\beta_m$ (aus $\cos\beta_m=\dfrac{e}{r_a-b/2}$) $=62°\,44'$ (zulässig).

e) Eingriffswinkel der Ersatzverzahnung an der Stelle der größten Steigung: $\beta_{\max}=\beta_a=66°\,10'$; $\operatorname{tg}\alpha=\operatorname{tg}\alpha_n/\sin\beta_a$, $\alpha=16°19'20''$.

f) Zahnhöhe: Nach Angaben von Reinecker wird die gesamte Höhe des ungekürzten Zahnes mit $2{,}1236\,m_s$ ausgeführt. Kürzung bis $\approx 0{,}8\,(2{,}1236\,m_s)$ zulässig, doch wird dadurch die eingreifende Flanke verkürzt. Bei $\alpha_n=15°$, $z_1$ (Ritzel) $<25$, Übersetzung $i$ höher als $1:1{,}5$ oder $\alpha_n=20°$, $z_1<17$, $i$ höher als $1:1{,}5$ wird eine geringe Profilverschiebung vorgenommen. Die Gleasonworks nehmen bei $\beta\approx 60°$, $b/r_a=1/3$ und $z_1$ (Ritzel, treibend) $=9$ die Gesamthöhe des Zahnes $=1{,}888\,m_s$ bei einem Kopfspiel von $0{,}188\,m_s$. Bei $i$ niedriger als $10:25$ oder $11:20$ wird $\alpha_n=17{,}5°$, für höheres $i$ wird $\alpha_n=14{,}5°$ gewählt. Für $i$ höher als $1:1$ Profilverschiebung, damit Eingriffstrecke vor dem Wälzpunkt größer wird.

Daneben finden Zahndickenänderungen statt. Bei treibendem Großrad ($i$ bis $3:1$) findet nach Gleason keine Verschiebung statt.

g) Berechnung der Profilverschiebung $x_1 m+x_2 m=0$. Abb. 34, Teil I, S. 31 wird sinngemäß auf die Schrägzahnkegelräder angewendet. Bei Benutzung der bisher gebrauchten Bezeichnungen lautet die Gleichung für die Kopfhöhe $h_k$ der geraden Werkzeugschneide: $h_k=x m_s+\dfrac{z_1'}{2}\,m_s\sin^2\alpha$. Mit $h_k=1{,}1236\,m_s$ (siehe oben) wird $x=0{,}4737$. Zur Strecke $xm$ (Spitzenentfernung $r_a$, Planradzähnezahl $z_p$) gehört ein Winkelwert $49'$, der sich aus $\operatorname{tg}49'=x m_s/r_a=x\;2/z_p$ berechnet.

Dieser Winkelwert wird auf 2/3 $49' \sim 32'$ verringert (geringer Unterschnitt zugelassen). Ohne Verschiebung (mit Kopfhöhe $h' = m_s$) wäre

$$\operatorname{tg} K \ (K = \text{Kopfwinkel}) = \frac{h'}{r_a} = \frac{h' \cdot m_s}{m_s \cdot r_a} = \frac{2}{z_p}; \quad K = 1^\circ 44'$$

und der Fußwinkel $F$ (mit $h'' = 1{,}1236\, m_s) = 1^\circ 57'$. Nach der Verschiebung ist für das

Ritzel: $K_1 = 1^\circ 44' + 32' = 2^\circ 16'$, $F_1 = 1^\circ 57' — 32' = 1^\circ 25'$

für das Rad: $K_2 = 1^\circ 44' — 32' = 1^\circ 12'$, $F_2 = 2^\circ 29'$.

h) Kopfspiel nachprüfen. Es ist $h_1'/h_2'' = \operatorname{tg} K_1/\operatorname{tg} F_2 = 0{,}912$ und $h_2'/h_1'' = \operatorname{tg} K_2/\operatorname{tg} F_1 = 0{,}72$. Somit ist ausreichendes Kopfspiel gesichert und zwar über eine theoretische Radbreite $b_0$, die aus Gl. 31 mit $0{,}267\, r_a$ ermittelt werden kann. Bei der Ausführung ist $b$ nur $0{,}236\, r_a$.

3. Flankenlinie nach Evolventen. Werkzeug: Kegelfräser.

Achswinkel $90^\circ$, $z_1 = 8$, $z_2 = 18$. Modul $m_n = t_n/\pi = 6{,}5$, $\operatorname{tg} \varphi_1 = z_1/z_2$, daraus $\varphi_1 = 23^\circ 57' 45''$, $\varphi_2 = 66^\circ 2' 15''$.

Grund für die Korrektur: $\alpha_n$ ist konstant, $\beta$ aber stark veränderlich. Daher ändert sich der Eingriffswinkel von $r_a$ nach $r_i$. Um einen gewissen Ausgleich herbeizuführen, werden Kopf- und Fußkegel des Ritzels um einen Winkelbetrag $\delta$ verkleinert und beim Rad um den gleichen Betrag vergrößert (Abb. 70).

Klingelnberg gibt folgende Werte an (mittlere Verhältnisse):

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $z_1/z_2 =$ | 1/1 | 1/1,5 | 1/2 | 1/3 | 1/4,5 | 1/6 | 1/10 |
| $\delta \approx$ | 4° | 3°30′ | 3° | 2°30′ | 2° | 1°30′ | 1° |

Für $z_1/z_2 = 8/18 = 1:2{,}25$ wird $\delta \approx 2^\circ 30' \pm$ Abrundung. Kopf- und Fußkegel des Ritzels $= \varphi_1 — \delta \approx 23^\circ 57' 45'' — 2^\circ 30'$, abgerundet auf $21^\circ 30'$, somit für das Rad $68^\circ 30'$.

Die Radbreite soll nach Abb. 69 bestimmt werden, wozu man $a/r_0$ benötigt. Man berechne:

a) Planrad (Abb. 70): $r_a = R_2/\sin(\varphi_2 + \delta)$, $z_p = z_2/\sin(\varphi_2 + \delta) = 19{,}346$.

b) Grundkreis $r_0 = z_0\, m_n/2 = 62{,}875$.

c) Abstand $a = m_n/2 \sin\gamma$; für $\gamma = 30^\circ$ wird $a = m_n = 6{,}5$ und $a/r_0 = 2/z = 0{,}103$.

d) Radbreite: zu $a/r_0 = 0{,}103$ folgt aus Abb. 69 bei Schräge $\lesseqgtr 45^\circ$ $b_0/r_0 = 0{,}41$; somit $b_0 = 25{,}78$; mit $b = b_0 — 1{,}28 = 24{,}5$ wird $b/r_a = 0{,}277$, $r_i = 65$ und $\beta_i = \beta_{\max} \approx 73^\circ$.

e) Ersatzverzahnung: $z_1' = z_1/\cos(\varphi_1 — \delta) = 8{,}6$; $z_2' = z_2/\cos(\varphi_2 + \delta) = 49{,}11$, Zähnezahlen im Normalschnitt (Spitzenentfernung $r_i$) $z_{n1} = z_1'/\sin^3\beta = 9{,}705$, $z_{n2} = 55{,}42$.

Eingriffswinkel am inneren Planradkreis ($\beta_i = \beta_{\max}$) folgt aus $\operatorname{tg}\alpha_i = \operatorname{tg}\alpha_n/\sin\beta_i$ mit $\alpha_i = 20^\circ 27'$.

Ist Unterschnitt zu befürchten, so wird $V$-Nullgetriebe ausgeführt ($x_1 m + x_2 m = 0$). Die $x$-Werte können nach DIN 870 unter Benutzung der $z_{n1}$-Werte ermittelt oder nach Gleichung $h_k = x\, m_n + \frac{z_{n1}}{2} m_n \sin^2\alpha_n$ berechnet werden (s. Beispiel 2, Punkt g). Es wird $x \approx 0{,}6$ und $x \cdot m_n = 0{,}6 \cdot 6{,}5 = 3{,}9$.

Dritter Teil:

# Schraubgetriebe.

(Radgetriebe für sich kreuzende Achsen.)

Die Form der Verzahnung ist bestimmt durch die Grundform der beiden Radkörper, durch den Verlauf der Flankenlinien und durch das Zahnprofil. Diese Bestimmungsstücke werden bei den einzelnen Abschnitten eingehend untersucht.

## Allgemeine Übersicht.

### A. Schraubwälzgetriebe.

(Drehbewegung = treibende Hauptbewegung. Grundkörper = Umdrehungshyperboloide. Berührung in einer erzeugenden Geraden.)

Man unterscheidet:

I. Hyperboloidräder mit Zykloidenverzahnung, räumlicher Evolventenverzahnung (Räder von Beale, S. 62) und angenäherter Evolventenverzahnung. Ausführung als Kehlräder und hyperbolische Kegelräder. Die Flankenlinien der Zähne sind gerade.

II. Schraubenräder. Die Flankenlinien der Zähne sind räumliche Kurven. Die Räder können wie Räder mit schrägen Zähnen ausgebildet werden. Man unterscheidet Schraubenstirnräder und Schraubenkegelräder.

### B. Reine Schraubgetriebe.

(Fortschreitende Bewegung = treibende Hauptbewegung. Die fortschreitende Bewegung wird durch das Wälzen von Zahnstangenprofilen hervorgerufen.)

I. Zylindrische Schneckengetriebe. Grundkörper: Zylinder und Globoid.

II. Globoidschneckengetriebe. Grundkörper: Zwei Globoide (Drehkörper mit Kreisbogen als Erzeugende).

In einem Anhang werden die

Schneckengetriebe mit Rollenverzahnung

(Schraube mit Zapfenrad) behandelt.

## A. Schraubwälzgetriebe.

### I. Hyperboloidräder (Hyperbelräder).

Bei sich kreuzenden Achsen erhalten die Radausführungen mit geradlinigen Zahnflächen eine hyperbolische Grundform. Die Lage der beiden Radachsen sei festgelegt durch den Kreuzungswinkel $\psi$ und den kürzesten Abstand (Kreuzungsabstand) $a = O_1 O_2$ (Abb. **73**). Alle Größenbezeichnungen des treibenden Rades I seien durch den Zeiger 1 gekennzeichnet, jene des Rades II durch den Zeiger 2.

Für ein unveränderliches Übersetzungsverhältnis $\omega_2/\omega_1 = z_1/z_2$ ergeben sich als Wälzflächen zwei Umdrehungshyperboloide, die sich in einer auf der kürzesten Entfernung $O_1 O_2$ senkrecht stehenden Geraden, der Momentanachse $C_0 C$ berühren. Bei der Drehung rollen die Hyperboloide zwar senkrecht zur Momentanachse ohne

Gleiten ab, in der Richtung der Momentanachse findet jedoch stetes Gleiten statt[1]. Die relative Bewegung der beiden drehenden Systeme entspricht somit einer Schraubung um die Momentanachse mit einer bestimmten Winkelgeschwindigkeit $\Omega$ und einer gleichzeitigen Fortschreitungsgeschwindigkeit (Translationsgeschwindigkeit) $C$.

Die Bedingung des Rollens erfordert in jedem Punkte $C$ der Momentanachse für beide Räder gleich große Geschwindigkeitskomponenten parallel zum kürzesten Abstande $a$, also $r_1\,\omega_1 = r_2\,\omega_2$.

Führt man in diese Gleichung die Beziehung $\overline{C_0\,C} = r_1/\sin\varphi_1 = r_2/\sin\varphi_2$ ein, so erhält man den Ausdruck

$$\sin\varphi_1/\sin\varphi_2 = \omega_2/\omega_1 = z_1/z_2\,, \qquad (32)$$

der die Winkellage der Momentanachse festlegt.

Die Geschwindigkeitskomponenten des Punktes $C$ in der zur kürzesten Entfernung senkrechten Ebene sind für beide Räder $a_1\,\omega_1$ und $a_2\,\omega_2$; ihre Zusammensetzung ergibt die in die Richtung der Momentanachse fallende Fortschreitungsgeschwindigkeit $C$.

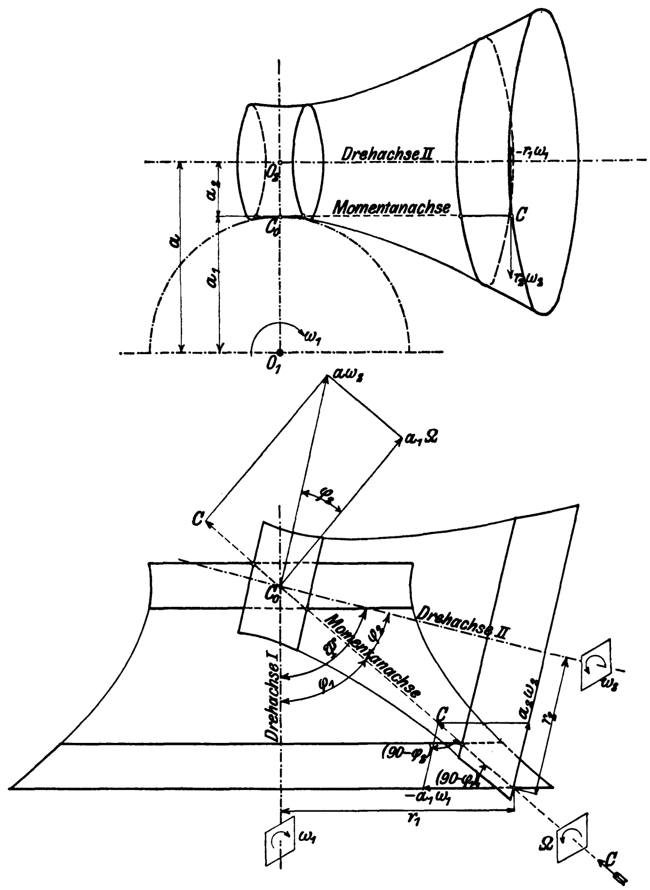



Abb. 73. Hyperboloidräder.

Das Geschwindigkeitsdreieck liefert die Beziehung $a_1\,\omega_1/a_2\,\omega_2 = \cos\varphi_2/\cos\varphi_1$, die unter Benutzung der Gl. 32 umgeformt werden kann in

$$a_1/a_2 = \operatorname{tg}\varphi_1/\operatorname{tg}\varphi_2 \qquad (33)$$

Dieser Ausdruck bestimmt die kürzesten Entfernungen $a_1$ und $a_2$ der Momentanachse gegenüber den beiden Drehachsen.

Die Gleichungen 32 und 33 ermöglichen nun die unmittelbare Berechnung der Bestimmungsstücke der Momentanachse aus den Größen der Radachsenlage und dem Übersetzungsverhältnis:

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{ctg}\varphi_1 &= \frac{\frac{z_2}{z_1} + \cos\psi}{\sin\psi}\,, & \operatorname{ctg}\varphi_2 &= \frac{\frac{z_1}{z_2} + \cos\psi}{\sin\psi} \\ a_1 &= a\,\frac{1 + \frac{z_2}{z_1}\cos\psi}{1 + 2\frac{z_2}{z_1}\cos\psi + \left(\frac{z_2}{z_1}\right)^2}\,, & a_2 &= a\,\frac{1 + \frac{z_1}{z_2}\cos\psi}{1 + 2\frac{z_1}{z_2}\cos\psi + \left(\frac{z_1}{z_2}\right)^2} \end{aligned}\right\} \qquad (34)$$

Die Wälzhyperboloide ergeben sich aus der Drehung der Momentanachse um die Radachsen.

[1] Die Ausdrücke „Wälzfläche“ und „Wälzhyperboloid“ erschöpfen also nicht die Bewegungsverhältnisse dieser Getriebe. Doch ist bei den Schraubwälzgetrieben das Wälzen die treibende Hauptbewegung.

Die Geschwindigkeiten $C$ und $\Omega$ der relativen Schraubenbewegung bestimmt man aus der relativen Geschwindigkeit des Punktes $O_1$. Die relative Geschwindigkeit dieses Punktes ist lediglich die Umfangsgeschwindigkeit $a\,\omega_2$ um die Drehachse II, da der Punkt in der Drehachse I selbst liegt. Die Komponente von $a\,\omega_2$ in der Richtung der Momentanachse ist die Fortschreitungsgeschwindigkeit $C$ und die hierzu senkrechte Komponente ist die Umfangsgeschwindigkeit $a_1\Omega$ der drehenden Relativbewegung (siehe Grundriß der Abb. 73). Somit erhält man aus dem Geschwindigkeitsdreieck

$$C = a \sin\varphi_2\,\omega_2 = a \sin\varphi_1\,\omega_1 \tag{35}$$

und die Winkelgeschwindigkeit

$$\Omega = \frac{a}{a_1}\,\omega_2 \cos\varphi_2 = \frac{a}{a_2}\,\omega_1 \cos\varphi_1 = \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2 + 2\,\omega_1\,\omega_2 \cos\psi}\;.$$

Das Verhältnis der beiden Geschwindigkeiten, das die charakteristische Größe der Schraubung darstellt, berechnet sich mit $C/\Omega = a_1 \operatorname{tg}\varphi_2$. (36)

Zur Radausführung benutzt man einen begrenzten Teil der Momentanachse, dessen Umdrehung um die Radachsen die Teilrißflächen der Räder liefert. Die Zähne müssen mit geradem Verlauf in die Richtung der Erzeugenden der Wälzflächen gelegt werden, damit bei der Bewegung das Abgleiten mit der Geschwindigkeit $C$ erfolgen kann. Einen besonderen Fall der Anordnung stellen die **Kehlräder** vor, bei denen die Radmitte in die Kreuzungsstelle der Radachsen gelegt wird.

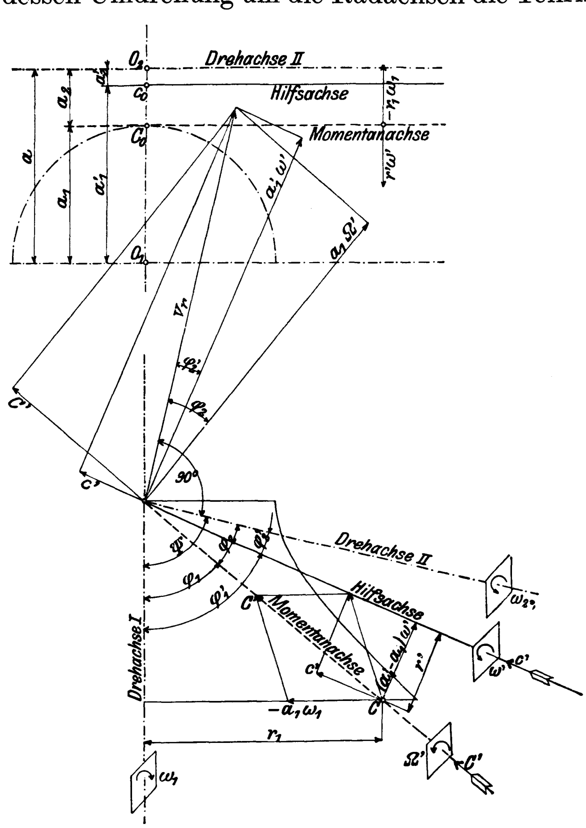



Abb. 74. Zykloidenverzahnung bei Hyperboloidrädern.

Die Räder erhalten räumliche Zykloiden- oder Evolventenverzahnung oder angenäherte Verzahnung.

Die räumliche **Evolventenverzahnung** ergibt sich aus der Annahme einer **ebenen** Eingriffsfläche parallel zu den Drehachsen; ihre Lage zwischen den Drehachsen ist vom Übersetzungsverhältnis unabhängig. Letzterer Umstand bedingt es, daß die Radausführungen mit Evolventenzähnen den Charakter der Hyperboloidräder im engeren Sinne verlieren und eigentlich in die Gruppe der Schraubenräder einzurechnen sind. Aus diesem Grunde wird die räumliche Evolventenverzahnung im Abschnitt IIb behandelt (Schraubenräder von **Beale**).

## a) Zykloidenverzahnung.

Man wählt eine aus zwei Schraubenflächen[1] zusammengesetzte Eingriffsfläche, für welche die beiden Achsen, die **Hilfsachsen**, zu ermitteln sind, [1] u. [2], S. 66. Diesen Schraubenflächen kommt die gleiche Bedeutung zu wie den Eingriffszylindern der

[1] Hyperboloide als Eingriffsflächen ergeben keine geradlinigen Zahnflächen.

Stirnräder mit Zykloidenverzahnung. Sie müssen befähigt sein, auf den Wälzhyperboloiden des Triebes abzurollen und zugleich längs der jeweiligen Berührungsgeraden abzugleiten, ein Vorgang für den Reuleaux die Bezeichnung Schroten einführte. Die Flanke des Zahnkopfes wird von der Berührungsgeraden der Anfangsstellung beim Schroten der Schraubenfläche am äußeren Umfang des Wälzhyperboloides durchlaufen, das Schroten am inneren Umfang ergibt die Fußflanke.

Um Kopf und Fuß an jedem Rade zu erhalten, ist demnach die Wahl der beiden Hilfsachsen notwendig. Jede dieser Hilfsachsen bestimmt eine Schraubenfläche, die aus der Verschraubung der Momentanachse um die Hilfsachse mit der Winkelgeschwindigkeit $\omega'$ und der Fortschreitgeschwindigkeit $c'$ hervorgeht. Die Lage einer Hilfsachse (Abb. 74), die die Radachsen innerhalb der Kreuzungslinie $O_1O_2$ kreuzen muß, sei bestimmt durch die Abstände $a_1'$ und $a_2'$ und die Kreuzungswinkel $\varphi_1'$ und $\varphi_2'$. Die charakteristische Größe $C'/\Omega'$ der relativen Schraubung der Hilfsachse um die Momentachse (Gl. 36) muß die gleiche sein wie die der beiden Räder $C'/\Omega' = C/\Omega = a_1 \operatorname{tg} \varphi_2$, wenn gleiche Bahnen, allerdings mit anderen Geschwindigkeiten, durchlaufen werden sollen. Für jeden Punkt $C$ der Momentanachse muß die Drehung um die Radachse I und um die Hilfsachse gleich große Geschwindigkeitskomponenten in der Richtung der Kreuzungslinie ergeben (Aufriß): $r_1\omega_1 = r'\omega'$. Mit $\overline{C_0C} = r_1/\sin\varphi_1 = r'/\sin(\varphi_1' - \varphi_1)$ folgt für die Winkelgeschwindigkeit $\omega'$ der Schraubung um die Hilfsachse

$$\omega'/\omega_1 = \sin\varphi_1/\sin(\varphi_1' - \varphi_1)\,. \tag{37}$$

Die oben angeführte Bedingung der Gleichheit der charakteristischen Größe der Schraubung ist erfüllt, wenn die Relativgeschwindigkeit $v_r$ des Punktes $O_1$ senkrecht zur Drehachse II gerichtet ist, denn dann schließt $v_r$ mit $a_1\Omega'$ den Winkel $\varphi_2$ ein. Die absolute Geschwindigkeit des Punktes $O_1$ ist null, es besteht daher seine Relativgeschwindigkeit $v_r$ allein aus der absoluten Geschwindigkeit um die Hilfsachse. Ihre Komponenten sind die Fortschreitgeschwindigkeit $c'$ und die Umfangsgeschwindigkeit $a_1'\omega'$, welch letztere mit $v_r$ den Winkel $\varphi_2'$ einschließt. Die Fortschreitgeschwindigkeit $c'$ ist damit bestimmt durch

$$c'/\omega' = a'_1 \operatorname{tg} \varphi_2'. \tag{38}$$

Die Unterteilung des Achsenabstandes $a$ und des Kreuzungswinkels $\psi$ durch die Hilfsachse kann aus den Geschwindigkeitsverhältnissen in der durch die Momentanachse hindurchgehenden und zu den Drehachsen parallelen Ebene bestimmt werden. Irgend ein Punkt $C$ der Momentanachse besitzt als Relativgeschwindigkeit allein die der Fortschreitung $C'$. Sie ist die Resultierende aus der negativen Umfangsgeschwindigkeit $-a_1\omega_1$ der Achse I, der Umfangsgeschwindigkeit $(a_1' - a_1)\,\omega'$ der Hilfsachse und deren Fortschreitgeschwindigkeit $c'$. Die Projektion dieser drei Komponenten auf eine zur Momentanachse senkrechte Richtung liefert bei Einführung der Beziehungen der Gl. 37 und 38

$$a_1' = a_1 \frac{\sin\varphi_1' \cos\varphi_2'}{\sin\varphi_1 \cos\varphi_2}\,.$$

Wird für $a_1$ nach Gl. 32 u. 33 der Wert

$$a_1 = a\,\frac{\sin\varphi_1 \cos\varphi_2}{\sin\psi}$$

eingesetzt, so folgt

$$a_1' = a\,\frac{\sin\varphi_1' \cos\varphi_2'}{\sin\psi}\,. \tag{39}$$

Der Eingriff der Flanken erfolgt in den einzelnen Geraden der in Anfangsstellung stehenden Schraubenfläche, wobei sein Fortschreiten der Winkelgeschwindigkeit $\omega'$ entspricht.

Auf Grund der vorstehenden Beziehungen ist die zeichnerische Ermittlung der Zahnprofile in senkrecht zur Drehachse stehenden Stirnschnitten ohne weiteres möglich, [1] und [2]. Die Lage der Hilfsachse übt auf die Zahnform den gleichen Einfluß aus wie die Größe des Eingriffskreises bei der Stirnräderverzahnung. Es treten auch die gleichen Sonderfälle auf.

### b) Angenäherte Verzahnung.

Die angenäherte Verzahnung, deren Genauigkeit besonders bei roh gegossenen Zähnen zureicht, wird für einen Ersatzkegel durchgeführt (Abb. 75 u. 76), der das Wälzhyperboloid tangiert und dessen Spitze in $O'$ liegt. Die Verzahnung ist in gleicher Weise wie bei den Kegelrädern auf die Stirnradverzahnung zurückzuführen, der man die Verhältnisse des Normalschnittes zugrunde legt. Die Spitze des Ergänzungskegels liegt in $O_1$.

Bei der Verzahnung eines Rades vom Kehlkreishalbmesser $a$ und dem Winkel $\varphi$[1] legt man zunächst die Zahnbreite $\overline{CC_i} = b_n$ (Abb. 75) fest; sie ist in Größe und Entfernung beim eingreifenden Rade die

[1] Die Zeiger 1 und 2 zur Unterscheidung der beiden Räderbezeichnungen sind fortan weggelassen.

gleiche. Aus der gewählten Entfernung $\overline{OC} = e$ ergibt sich $\overline{CM} = r = e \sin\varphi$ und $\overline{OM} = x = e \cos\varphi$. Der äußere Teilkreishalbmesser $R$ ist die Hypotenuse eines rechtwinkeligen Dreieckes mit den Katheten $a$ und $r$ (Seitenriß), daher ist

$$\overline{MC'} = R = \sqrt{a^2 + r^2}\,. \tag{40}$$

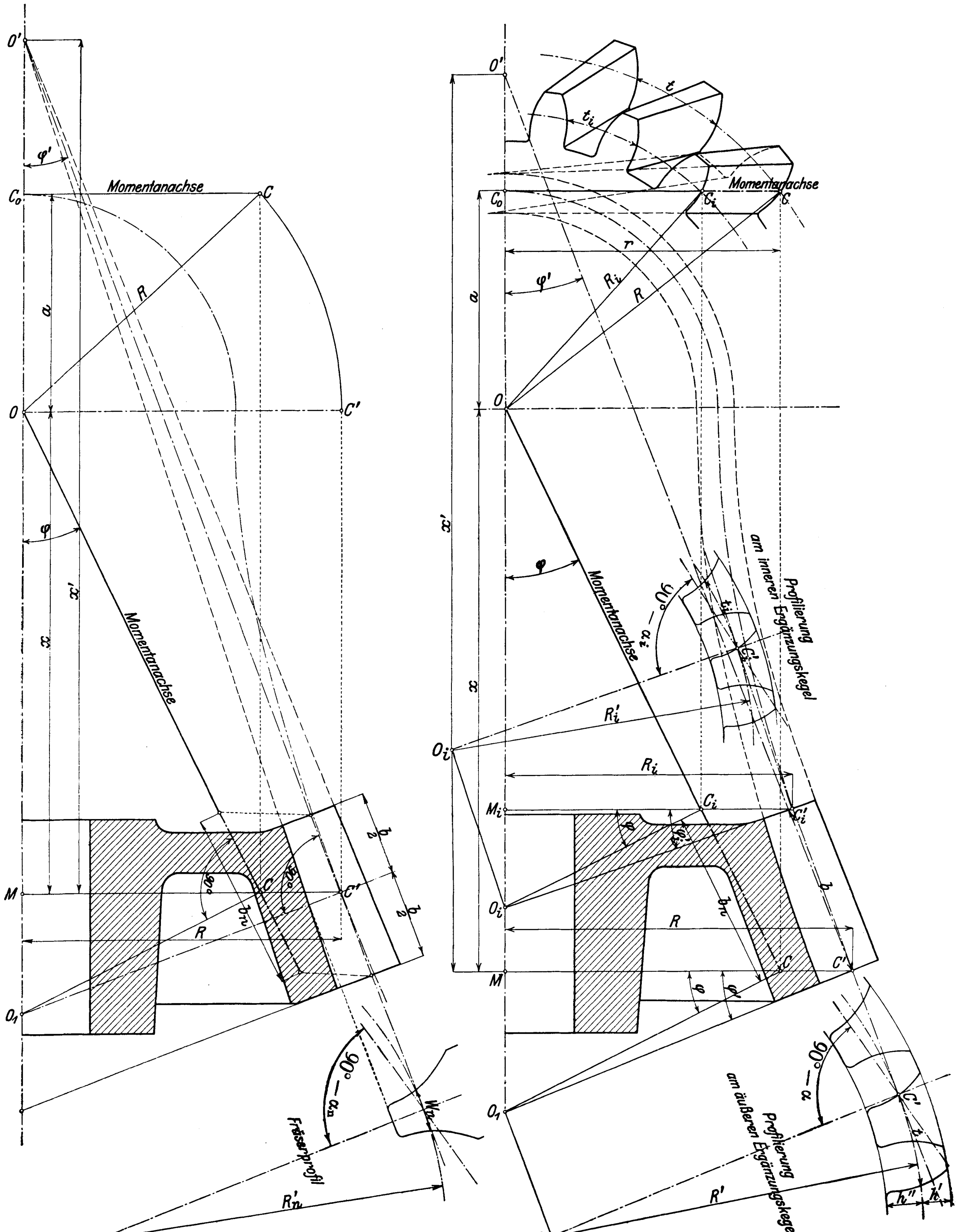



Abb. 76. Abb. 75 und 76. Angenäherte Verzahnung. Abb. 75.

Die Stirnteilungen von zwei eingreifenden Rädern fallen ungleich groß aus.

Man ermittelt $R$ für verschiedene $x$ und zeichnet die Umfangshyperbel des Wälzhyperboloides.

Durch Ziehen der Geraden $CO_1$ senkrecht auf $CO$ erhält man die Spitze des Ergänzungskegels. Seine Erzeugende $O_1C'$ steht senkrecht auf der Erzeugenden $C'O'$ des Tangierungskegels.

Die Zahnausgestaltung in $C'$ entspricht ungefähr dem Schraubenzahn eines Kegelrades vom Spitzenwinkel

$$\operatorname{tg}\varphi' = \frac{MO_1}{MC'} = \frac{r \operatorname{tg}\varphi}{R} \tag{41}$$

und da $b \cos\varphi' = b_n \cos\varphi$ ist, vom Steigungswinkel $\sin\beta = b/b_n = \cos\varphi/\cos\varphi'$. (42)

Das Zahnprofil im Ergänzungskegel ist daher ein schräger Schnitt des Schraubenzahnes unter dem Winkel $(90° - \beta)$ gegen den Normalschnitt. Die Verzahnung wird demnach in der abgewickelten Mantelfläche des Ergänzungskegels aufgezeichnet mit einem Teilkreishalbmesser $R' = C'O_1 = R/\cos\varphi'$, einem Eingriffswinkel $\operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg}\alpha_n/\sin\beta$; ($\alpha_n = 15°$ oder $20°$), einer Teilung

$$t = t_n/\sin\beta = 2R\pi/z \tag{43}$$

einer Zahndicke $19/40\,t$, einer Kopfhöhe $h_1 = O,\,3\,t_n$ und einer Fußtiefe $h_2 = 0{,}4\,t_n$.

Die Zahnprofile am inneren Ergänzungskegel ($C_i'O_i$) sind in gleicher Weise zu ermitteln ($R_i'$, $\beta_i$, $\alpha_i$, $t_i$). Werden diese beiden Endprofile so auf den beiden Ergänzungskegeln angeordnet, daß die Teilkreispunkte in die Richtung der Erzeugenden des Wälzhyperboloides fallen, und durch gerade Linien verbunden, so entstehen die Zahnflanken.

### c) Berechnung.

Bei einem Kreuzungswinkel von $\psi = 90°$ ist nach Gl. 34 $a_1/a_2 = (z_1/z_2)^2$.

Das Verhältnis der Kehlkreishalbmesser wächst daher quadratisch mit dem Übersetzungsverhältnis. Dieses Mißverhältnis in den Radgrößen mildert sich bei der Anordnung der Räder außerhalb der Kreuzungsstelle der Achsen; das Verhältnis der Teilkreishalbmesser $R$ nähert sich desto mehr dem einfachen Übersetzungsverhältnis, je größer das Verhältnis der Entfernung des Teilkreispunktes $C$ von der Kreuzungsstelle zum Achsenabstand gehalten wird. Die Hyperboloidräder treten dann dem Charakter der Kegelräder näher, so daß sich die Eingriffsverhältnisse der angenäherten Verzahnung günstiger gestalten.

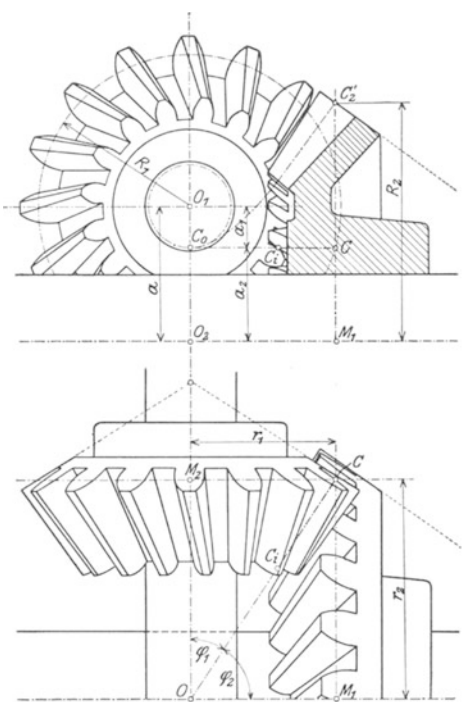


Abb. 77.
Hyperboloidgetriebe ($z_1 = 16$, $z_2 = 24$).

Die Achsenentfernung ist möglichst klein zu halten; wenn es angängig ist, rückt man die Achsenmittel so nahe aneinander, wie es die Wellenstärken zulassen (Abb. 77). Selbst bei kleineren Zähnezahlen ist es dann möglich, mit den Radgrößen, die die zulässige Zahnbelastung erfordert, noch einen halbwegs befriedigenden Eingriff zu erreichen.

In gleicher Weise wie bei den Kegelrädern geht man bei der Berechnung von den Verhältnissen der Radmitte aus (Abb. 76), für die im folgenden alle Bezeichnungen gelten sollen, die im früheren Abschnitte dem äußeren Stirnende beigelegt wurden. Aus der angegebenen Belastung wird zunächst unter angenäherter Einschätzung der unbekannten Größen aus P = kbt die Normalteilung $t_n$ in der Zahnmitte $C'$ berechnet. Wegen der Verzahnungsungenauigkeiten ist die Zahnbreite $b_n$ etwa nur mit $b_n = 2\,t_n$ zu bemessen. Die Zähnezahlen sollen zumindest so groß gehalten werden, daß die normalen Zahnausgestaltungen des Normalschnittes keine Unterschneidungen notwendig machen, da solche Unterscheidungen durch die möglichen Bearbeitungsverfahren nicht ausführbar sind.

Nachdem die gerechneten Werte $t_n$ und $b_n$ in beiden Rädern der Paarung gleich groß sein müssen, ist eine genaue Berechnung aller Radgrößen aus diesen gemeinsamen Werten erforderlich. Für die unmittelbare Bestimmung des mittleren Radhalbmessers $R$ aus $t_n$ geht man von der Gl. 43 aus, in die der Reihe nach die Beziehungen der Gl. 42, 41 und 40 eingeführt werden.

$$R = \frac{z}{2\pi} \cdot \frac{t_n}{\sin\beta} = \frac{z}{2\pi} \cdot \frac{t_n}{\cos\varphi} \frac{1}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\varphi'}} = \frac{z}{2\pi} \cdot t_n \frac{R}{\sqrt{R^2\cos^2\varphi + r^2\sin^2\varphi}} = \frac{z}{2\pi} \cdot t_n \cdot \frac{R}{\sqrt{R^2 - a^2\sin^2\varphi}},$$

Teilkreishalbmesser der Radmitte:

$$R = \sqrt{\left(\frac{z}{2\pi} t_n\right)^2 + (a\sin\varphi)^2}\,.$$

Entfernung $x$ der mittleren Radebene von der Kreuzungsstelle: $x = \operatorname{ctg}\varphi \cdot r = \operatorname{ctg}\varphi\sqrt{R^2 - a^2}$.

Das Hyperboloidrad wird in der Gestalt eines Kegelrades, dessen Teilkegel das Hyperboloid auf Radmitte tangiert, ausgeführt. Spitzenwinkel $\varphi'$ nach Gl. 41 aus:

$$\operatorname{ctg}\varphi' = \operatorname{ctg}\varphi \frac{R}{\sqrt{R^2 - a^2}}$$

Entfernung $x'$ der Kegelspitze von der mittleren Radebene

$$x' = R\operatorname{ctg}\varphi' = \operatorname{ctg}\varphi \frac{R^2}{\sqrt{R^2 - a^2}}\,.$$

Steigungswinkel $\beta$ auf Zahnmitte (nach Gl. 42) aus: $\sin\beta = \cos\varphi/\cos\varphi'$, Radbreite $b$, in der Richtung der Erzeugenden des Teilkegels gemessen, aus: $b = b_n \sin\beta$.

Die am mittleren Teilkreishalbmesser $R$ wirkend gedachte Umfangskraft $P$ äußert eine Axialkraft $P_a$, die das Rad von der Kreuzungsstelle wegzuschieben trachtet. Es ist (S. 31)

$$P_a = \frac{P}{\sin\beta}(\cos\beta\cos\varphi' + \operatorname{tg}\alpha_n \sin\varphi')\,.$$

## d) Bearbeitung.

Eine theoretisch genaue Bearbeitung der Hyperboloidradzähne nach Zykloiden ließe sich in ähnlicher Weise wie bei den Stirnrädern durch Hobeln mit Spitzstichel (siehe I. Teil) bewerkstelligen; die Verwendung von Flachsticheln ist wegen der wechselnden Tangentenlagen ausgeschlossen. Der Stichel wäre zunächst in der Anfangsstellung für die Bearbeitung der Flankenlinie des Zahnes entlang der Momentanachse scheidend zu führen und alsdann in die weiteren Schnittlagen durch eine Verschraubung um die Hilfsachse, die den Geschwindigkeiten $c'$ und $\omega'$ entspricht, zu bringen, wobei dem zu bearbeitenden Rade gleichzeitig eine mit der eigenen Winkelgeschwindigkeit $\omega_1$ übereinstimmende Verdrehung zu erteilen wäre (Abb. 74).

Umständlich wird die Durchführung durch den Wechsel der Schaltbewegung von einer Hilfsachse auf die andere, der beim Übergang der Bearbeitung von Kopf auf den Fuß notwendig wird.

Diesem Umstand ist es zuzuschreiben, daß die Praxis bisher noch nicht daran gegangen ist, sich mit dem Bau von Mechanismen für das Schneiden theoretisch genauer Zähne zu befassen.

Das Fräsen der Zähne (aus dem Ersatzkegelkörper des Rades) ist angenähert mit Scheibenfräser möglich; jede Zahnfläche der Lücke wird durch einen eigenen Schnitt fertiggestellt. Der Fräser wird parallel zur Fußkante der Zahnfläche geführt; seine Achse wird so eingestellt, daß sie auf Radmitte mit der Erzeugenden des Teilkegels den Winkel $\beta$ einschließt (Abb. 76).

Der Scheibenfräser muß einer Zahnteilung entsprechen, die etwas kleiner ist als die Normalteilung $t_n'$ an der inneren Radseite, damit er durch das kleinste Zahnlückenprofil noch hindurchgehen kann, ohne die Gegenseite anzuschneiden. Aus dem inneren Teilkreishalbmesser

$$R_i = R - \frac{b}{2}\sin\varphi'$$

berechnet sich die Teilung $t_n'$ angenähert mit

$$t_n' = t \sin\beta \frac{R_i}{R} = (2\,R - b \sin\varphi')\, \frac{\pi}{z} \sin\beta \tag{44}$$

Es ist daher der Modul des Fräsers

$$m \leqq \frac{t_n'}{\pi} = \frac{2\,R - b\sin\varphi'}{z} \sin\beta .$$

Um vorstehende Zahnprofile zu umgehen, hat man einen Fräser anzuwenden, der die Profilierung der inneren Zahnlücke aufweist. Maßgebend ist daher der Teilkreishalbmesser $R_n'$ des Normalschnittes an der inneren Radseite; seine Größe ist mit den hier gebrauchten Bezeichnungen (vgl. S. 30):

$$R_n' = \frac{R_i}{\cos\varphi' \sin^2\beta} = \frac{R - \dfrac{b}{2}\sin\varphi'}{\cos\varphi' \sin^2\beta} \tag{45}$$

Das Einsetzen der Beziehung in Gl. 44

$$\frac{z_n' t_n'}{2\,\pi} = \frac{z\, t_n'}{2\,\pi \sin\beta} \cdot \frac{1}{\cos\varphi' \sin^2\beta}$$

führt zu der Zähnezahl $z_n' = z/\cos\varphi' \sin^3\beta$, für die der Fräser zu profilieren ist.

Da das Hyperboloidrad annähernd einem Kegelrad mit Schraubenzähnen gleichkommt, so läßt es sich auch als solches mit einem Fingerfräser in gleicher Art ausschneiden. Der Fräser ist parallel zur Fußkante und in einem Schraubenverlauf, der in der Mitte dem Steigungswinkel $\beta$ entspricht, zu führen. Die Evolventenprofilierung des Fräsers ist auf einem Wälzkreishalbmesser $R_n'$ (Gl. 45) durchzuführen und die Lückenweite $w_n$ etwas größer als $0{,}5\,t_n$ wegen der sich einstellenden Ungenauigkeiten zu nehmen (Abb. 76). Es besteht nämlich ein ungleicher Schraubenverlauf; während der Steigungswinkel $\beta$ des Hyperboloidzahnes gegen die Kreuzungsstelle abnimmt, zeigt der Schraubenzahn des Ersatzkegelrades ein Zunehmen von $\beta$. Da zwei eingreifende Hyperboloidräder ungleiche Steigungswinkel aufweisen, ist ferner ein Anpassen des Winkels $\alpha_n$ an den Schraubenverlauf wie bei Kegelrädern (S. 32) nicht möglich.

Beide Bearbeitungsverfahren weisen eine Reihe von wesentlichen Fehlerquellen auf, deren Einfluß durch die Anordnung kleiner Zahnbreiten (unter $b = 2\,t$) gemildert wird.

## II. Schraubenräder.

### a) Schraubenstirnräder.

Zur Übertragung der Bewegung bei kreuzender Achsenlage eignen sich auch Stirnräder mit Schraubenzähnen. Für eine derartige Verwendung erhalten die genannten Räder den Namen Schraubenräder. (Unterschied beachten!!) Einen vollwertigen Ersatz für theoretisch genau verzahnte Hyperboloidräder bieten die Schraubenräder nicht; sie sind Getriebe mit verminderter Eingriffsfähigkeit, welcher Umstand im späteren nachgewiesen wird. Ihr Anwendungsgebiet erstreckt sich auf Übersetzungen bis 1:4; für größere Übersetzungen sind die Schneckentriebe vorzuziehen, weil sie einen besseren Eingriff aufweisen.

Jedes Rad wird symmetrisch zur Kreuzungsstelle der beiden Wellenachsen eingebaut (Abb. 78). Die Wahl der Zahnschrägen in den Winkeln $\varphi_1$ und $\varphi_2$ (bzw. der Steigungswinkel $\beta_1 = 90° - \varphi_1$ und $\beta_2 = 90° - \varphi_2$) wird so getroffen, daß die Winkelsumme dem Kreuzungswinkel $\psi$ der beiden Achsen gleich ist: $\psi = \varphi_1 + \varphi_2$.

Der Schraubenverlauf der Zähne ist in beiden Rädern gleichsinnig, also in beiden Rädern entweder rechts- oder linksgängig (Gegensatz zu den Schrägzahn-Stirnrädern, S. 2).

Bei einer Zahnberührung im Wälzpunkte[1] $C$ findet während der Bewegung ein Gleiten der Zähne in der Richtung der gemeinschaftlichen Tangente $M$ an den Schraubenverlauf der Zähne statt. Aus dem Parallelogram der Umfangsgeschwindigkeiten

[1] Vgl. Fußnote S. 49.

$R_1\omega_1$ und $R_2\omega_2$ beider Räder ergeben sich die Gleitgeschwindigkeit $C = R_1\omega_1 \sin\varphi_1 + R_2\omega_2 \sin\varphi_2$ und die Beziehung $R_1\omega_1/R_2\omega_2 = \cos\varphi_2/\cos\varphi_1 = \sin\beta_2/\sin\beta_1$.

Das Übersetzungsverhältnis ist hier somit ausgedrückt durch

$$z_1/z_2 = \omega_2/\omega_1 = R_1\cos\varphi_1/R_2\cos\varphi_2 = R_1\sin\beta_1/R_2\sin\beta_2 \tag{46}$$

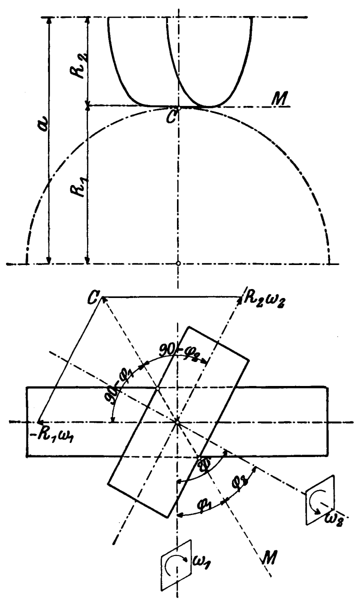


Abb. 78. Schraubenstirnräder.

Während bei den Hyperboloidrädern sowohl die Unterteilung des Kreuzungswinkels $\psi$ als auch die Unterteilung der kürzesten Entfernung $a$ durch das Übersetzungsverhältnis festgelegt ist, steht bei den Schraubenrädern die Wahl von einer der Unterteilungen frei; die andere Unterteilung ist dann durch die vorstehende Formel bestimmt, da $\psi = \varphi_1 + \varphi_2$ und $a = R_1 + R_2$ ist.

Bei der Untersuchung der Kräfteverteilung und des Wirkungsgrades sieht man der Einfachheit halber von der eigentlichen Zahnreibung ab, die die abwälzende Relativbewegung verursacht, und berücksichtigt nur den wesentlich größeren Reibungswiderstand der Gleitbewegung in der Längenrichtung der Zähne. Es stellt sich bei der Kraftübertragung senkrecht zur Zahnrichtung ein Normaldruck $N$ ein, der einen der Gleitrichtung entgegengesetzt gerichteten Reibungswiderstand $\mu N$ wachruft (Abb. 79). Beide Kraftäußerungen setzen sich zu einer resultierenden Kraft $N/\cos\varrho$ zusammen, die unter dem Reibungswinkel $\operatorname{tg}\varrho = \mu$ gegen $N$ geneigt ist. Die senkrecht auf den Drehachsen stehenden Komponenten dieser Resultierenden geben die Radumfangskräfte $P_1$ und $P_2$, während die Komponenten in den Achsenrichtungen die Axialkräfte $A_1$ und $A_2$ vorstellen, die auf die Räder zufolge der Zahnschräge einwirken.

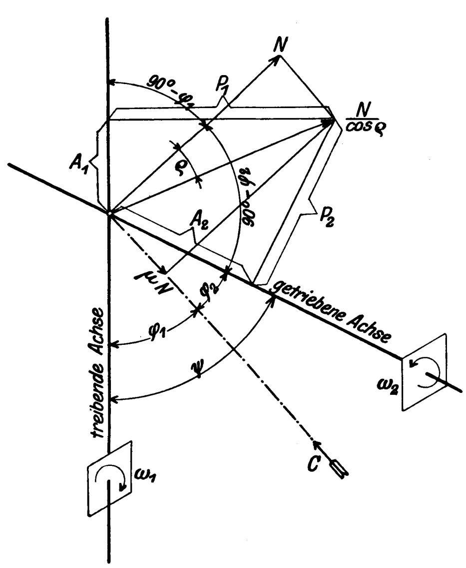


Abb. 79. Kräfteverteilung.

Es ist demnach für das treibende Rad:

die Umfangskraft $P_1 = \frac{N}{\cos\varrho}\cos(\varphi_1 - \varrho)$,

der Axialschub $A_1 = \frac{N}{\cos\varrho}\sin(\varphi_1 - \varrho)$,

und für das getriebene Rad:

die Umfangskraft $P_2 = \frac{N}{\cos\varrho}\cos(\varphi_2 + \varrho)$,

der Axialschub $A_2 = \frac{N}{\cos\varrho}\sin(\varphi_2 + \varrho)$.

Bezogen auf die Umfangskraft $P_2$ am getriebenen Rade wird:

$$P_1 = P_2\frac{\cos(\varphi_1 - \varrho)}{\cos(\varphi_2 + \varrho)}; \quad A_1 = P_2\frac{\sin(\varphi_1 - \varrho)}{\cos(\varphi_2 + \varrho)};$$
$$A_2 = P_2 \operatorname{tg}(\varphi_2 + \varrho). \tag{47}$$

Wirkungsgrad des Getriebes:

$$\eta = \frac{P_2 v_2}{P_1 v_1} = \frac{P_2 R_2 \omega_2}{P_1 R_1 \omega_1}$$

oder (Gleichungen 46 und 47)

$$\eta = \frac{\cos(\varphi_2 + \varrho)\cos\varphi_1}{\cos(\varphi_1 - \varrho)\cos\varphi_2} = \frac{1 - \mu\operatorname{tg}\varphi_2}{1 + \mu\operatorname{tg}\varphi_1}.$$

Der Wirkungsgrad ist somit von den Zahnschrägen abhängig. Zur Veranschaulichung dieser Abhängigkeit sind in Abb. 80 die Wirkungsgrade bei einer Reibungszahl von $\mu = 0{,}1$ für ein Räderpaar mit senkrecht kreuzenden Achsen (also $\varphi_1 + \varphi_2 = 90°$) eingetragen. Man ersieht aus dem Linienverlaufe, daß der Wirkungsgrad bei einer bestimmten Zahnschräge sein Maximum erlangt. Rechnerisch erhält man dieses Maximum durch Differentiation von $\eta$ nach $\varphi_1$:

$$\frac{\partial \eta}{\partial \varphi_1} = 0 = \frac{1}{\cos^2 \varphi_2}(1 + \mu \operatorname{tg} \varphi_1) - \frac{1}{\cos^2 \varphi_1}(1 - \mu \operatorname{tg} \varphi_2)\,.$$

Die weitere Ausrechnung ergibt $\operatorname{tg}(\varphi_1 - \varphi_2) = \mu$.

Die Kleinheit der Reibungszahl bedingt eine ganz geringe Winkeldifferenz $\varphi_1 - \varphi_2$; es ist daher der günstigste Wirkungsgrad zu erreichen, wenn bei beiden Rädern die Zahnschrägen in gleichen Winkeln $\varphi_1 = \varphi_2 = \psi/2$ ausgeführt werden. Gemäß Gleichung 46 entspricht dann das Verhältnis der Wälzkreishalbmesser dem Übersetzungsverhältnisse $z_1/z_2 = R_1/R_2$.

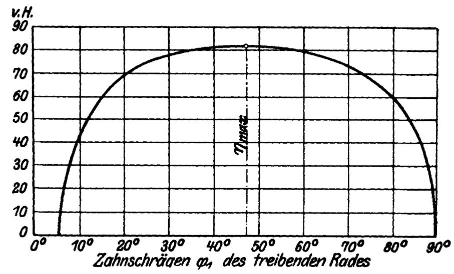


Abb. 80. Wirkungsgrad.

Doch zeigt der Linienverlauf in Abb. 80, daß der Wirkungsgrad nur unbedeutend abfällt, wenn man von der günstigsten Zahnschräge auch stärker abgeht. Bei $\psi = 90°$ und Zahnschrägen innerhalb 30—60° ändert sich der Wirkungsgrad nur wenig. Man kann die Radgrößen innerhalb dieses Winkelbereiches so auswählen, daß der passendste Getriebeaufbau erreicht wird. Ein Beispiel bietet der Steuerwellenantrieb der Gasmotoren (Abb. 83), bei dem eine zweifache Übersetzung ins Langsame durch gleich große Schraubenräder vermittelt wird ([7] und [8]).

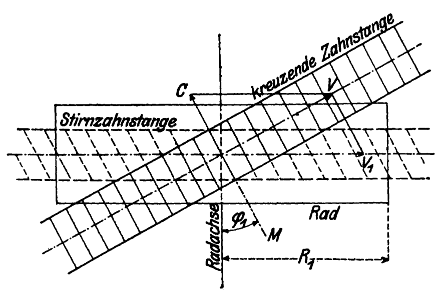


Abb. 81.
Planverzahnung der Schraubenstirnräder.

Die Eingriffsverhältnisse der Schraubenräder lassen sich mit einem Zahnstangeneingriff vergleichen. Die Flanken einer Stirnzahnstange (Abb. 81) haben gerade Erzeugende in der Richtung der Zahnschräge und verschieben sich parallel bei fortschreitendem Eingriff mit der Geschwindigkeit $v_1$. Diese Umstände bringen es mit sich, daß die Zahnflächen auch dann die gleichen Stellungen einnehmen, wenn sie senkrecht zur Zahnschräge mit einer Geschwindigkeit $v = v_1 \cos \varphi_1$ verschoben werden. Eine derartige Bewegung entspricht der Anordnung einer Zahnstange mit geraden Zähnen, deren Achsenlage zur Stirnradachse unter dem Winkel $\varphi_1$ gekreuzt ist. Die Eingriffsverhältnisse bleiben die gleichen wie bei der Stirnradzahnstange, nur findet ein Gleiten der Zähne längs ihrer Berührungskanten mit der Geschwindigkeit $C$ statt.

Für die Profilierung der Schraubenzähne ist der Normalschnitt maßgebend; die Zähne beider Räder müssen hier gleiche Normalteilung $t_n$ aufweisen. Die Stirnteilungen sind nach Gl. 4 festgelegt durch $t_n = t_1 \sin \beta_1 = t_2 \sin \beta_2$.

Bei der gebräuchlichen Evolventenverzahnung bestimmt eine unter dem Eingriffswinkel $\alpha_n$ geneigte Eingriffsgerade die Zahnflanken des Normalschnittes, und es bleibt der Eingriff im Normalschnitte auf die innerhalb der beiden Kopfkreise liegende Eingriffsstrecke $AE$ beschränkt (Abb. 82).

Der Eingriff der Schraubenzähne vom Rade $I$ mit einer kreuzenden Zahnstange vollzieht sich in einer Ebene, die durch die Eingriffsgerade $AE$ des Normalschnittes hindurchgeht. Ihre Winkelneigung $(90° - \alpha_1)$ gegen die Kreuzungslinie ist gegeben durch $\mathrm{tg}\,\alpha_1 = \mathrm{tg}\,\alpha_n / \sin\beta_1$ (Gl. 7).

Die Schraubenzähne des Rades *II* kommen mit der gleichen kreuzenden Zahnstange zum Eingriff in einer anderen Ebene, in der ebenfalls die Eingriffsgerade des Normalschnittes liegt. Eine gleiche Beziehung $\mathrm{tg}\,\alpha_2 = \mathrm{tg}\,\alpha_n / \sin\beta_2$ bestimmt die Neigung der Eingriffsebene im Rade *II*.

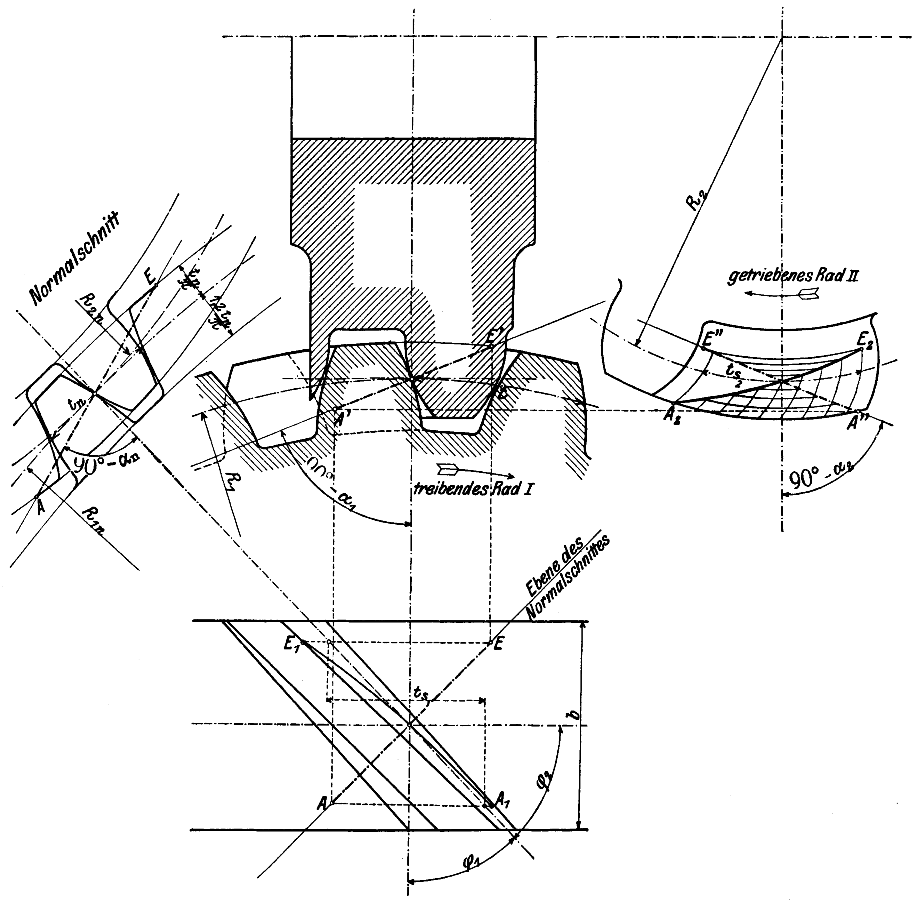



Abb. 82. Eingriffsbild der Schraubenräder. Ersetze $t_s$ durch $s$ (Sprung).

Die beiden Eingriffsebenen der Räder *I* und *II* haben somit nur die Eingriffsgerade *AE* des Normalschnittes gemeinsam. Eine Einwirkung der Schraubenzähne beider Räder kann daher nur in den einzelnen Punkten dieser Geraden erfolgen. Die Zahnflächen berühren sich momentan immer in einem Punkte, eine Linienberührung ist ausgeschlossen. Die nacheinander zur Berührung gelangenden Punkte der Zahnflächen liegen in schräg über die Zahnflächen verlaufenden Linien $A_1E_1$ und $A_2E_2$, deren Ermittlung aus dem Verzahnungsbilde ohne weiteres möglich ist.

Der übrige Teil der Zahnflächen steht gegen die richtige theoretische Ausgestaltung zurück, was aus den Verzahnungsverhältnissen in der mittleren Radebene des Rades *I* zu ersehen ist. In dieser Mittelebene ergibt sich aus der Schraubengestalt des Zahnes eine axiale Bewegung des Profils vom Rade *II*, weshalb die Verzahnung daselbst einer Evolventenzahnstange entsprechen sollte. Demnach müßten die Zahnflanken einen zur Eingriffslinie $A'E'$ senkrechten geraden Verlauf aufweisen; in Wirklichkeit treten aber die Flanken des Schraubenzahnes in gekrümmter Form zurück.

Die Länge des **Eingriffsbogens**, innerhalb dessen die gesamte Zahneinwirkung erfolgt, ist verhältnismäßig groß. Sie setzt sich zusammen aus dem Wälzkreisbogen, der einer Profildrehung von $A'$ nach $E'$ entspricht, im Betrage von $\overline{A'E'}/\cos\alpha_1$ und dem Sprung $s_1$ der Zahnprofile innerhalb der zum Eingriff gelangenden Radbreite. Die gesamte Eingriffsdauer beträgt daher

$$\varepsilon = \left(\frac{\overline{A'E'}}{\cos\alpha_1} + s_1\right)\frac{1}{t_1}.$$

Eine wesentliche Vergrößerung der Zahnbreiten über das Eingriffsgebiet $AE$ hinaus ist zwecklos. Bei einem Kreuzungswinkel der Radachsen von $90°$ ergibt sich als passende Radbreite eine Breite gleich der Umfangsteilung: $b = t$.

Beim Einlaufen der Räder verbreitert sich zwar der theoretisch eingriffsfähige Linienteil zu einem schmalen, schräg über die Zahnfläche laufenden Flächenstreifen, doch ist die dadurch erreichte Linienauflage so gering, daß man den Zahn nur mit geringem Zahndruck belasten kann, wenn man einer allzu raschen Abnutzung vorbeugen will. Die Zähne der Schraubenräder dürfen nur mit der Hälfte der bei den Stirnrädern als zulässig erachteten Zahndrücke belastet werden. Gußeiserne Schraubenräder werden nur für kleinere Zahndrücke und mäßige Umlaufsgeschwindigkeiten ausgeführt; bei größeren Anforderungen wird das rascher laufende Rad aus Stahl und das eingreifende Rad aus Phosphorbronze gefertigt.

Die Mindestzähnezahl beträgt meist 12, so daß die im Abschnitt I angeführten Grenzen für die Satzräderbemessung bei der Verzahnung des Normalschnittes gewöhnlich nicht unterschritten werden. Doch kann man mit **Sonderverzahnung**, selbst wenn sie nicht notwendig ist, bei kleinen Zähnezahlen kleinere Eingriffswinkel und längere Eingriffsdauer erzielen.

**Beispiel.** Getriebe zwischen Gasmotor-Hauptwelle und Steuerwelle, Übersetzung 2:1, $\psi = 90°$. — Die Zähnezahlen der Räder sind $z_1 = 28$, $z_2 = 14$, der Teilungsmodul und Eingriffswinkel im Normalschnitt $t_n/\pi = 10$ mm, $\alpha_n = 15°$.

Der konstruktiven Forderung, daß beide Räder gleiche Wälzkreisgröße $R_1 \approx R_2$ haben, wird entsprochen durch Erfüllung der Gl. 46:

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{R_1}{R_2}\,\frac{\sin\beta_1}{\sin\beta_2} = \operatorname{tg}\beta_1 = \operatorname{ctg}\beta_2 = 2\,.$$

Man erhält die Steigungswinkel des Zahnverlaufs auf dem Wälzzylinder mit $\beta_1 = 63°\,26'\,6''$, $\beta_2 = 26°\,33'\,54''$.

Die Zähnezahlen des Normalschnittes betragen $z_{n_1} = z_1/\sin^3\beta_1 = 39{,}1$, $z_{n_2} = z_2/\sin^3\beta_2 = 156{,}5$.

Es sind zwei Ausführungen möglich:

1. Mit Satzräderverzahnung (vgl. S. 9):

Eingriffswinkel in den Radebenen: $\operatorname{tg}\alpha_1 = \operatorname{tg}\alpha_n/\sin\beta_1$, $\alpha_1 = 16°\,40'\,37''$, $\operatorname{tg}\alpha_2 = \operatorname{tg}\alpha_n/\sin\beta_2$, $\alpha_2 = 30°\,55'\,40''$. Umfangsteilungen (Stirnteilungen):

$$t_1 = \left(\frac{t_n}{\pi}\right)\frac{\pi}{\sin\beta_1} = 35{,}12\text{ mm}\,, \qquad t_2 = \left(\frac{t_n}{\pi}\right)\frac{\pi}{\sin\beta_2} = 70{,}24\text{ mm}\,.$$

Wälzkreishalbmesser in den Radebenen:

$$R_1 = R_2 = \frac{z_1}{2}\left(\frac{t_n}{\pi}\right)\frac{1}{\sin\beta_1} = 156{,}525\text{ mm}\,.$$

Achsenabstand $a = R_1 + R_2 = 313{,}05$ mm. Wälzkreishalbmesser des Normalschnittes:

$$R_{n_1} = R_1/\sin^2\beta_1 = 195{,}6\text{ mm}, \qquad R_{n_2} = R_2/\sin^2\beta_2 = 782{,}6\text{ mm}.$$

Zahnhöhenabmessungen: Kopfhöhe $h_1 = h_2' = (t_n/\pi) = 10$ mm, Fußtiefe $h_1'' = h_2'' = {}^7/_6\,(t_n/\pi) = 11{,}7$ mm.

2. Mit Sonderverzahnung (Abb. 83):

Zu den früher errechneten Zähnezahlen $z_{n1}$ und $z_{n2}$ des Normalschnittes werden zunächst aus der Tafel (I. Teil, Abb. 35) die zugehörigen $x$-Werte der Profilverschiebungen $xm$ abgelesen von $x_1 = -0{,}08$, $x_2 = -1{,}12$, somit $x_1 + x_2 = -1{,}20$[1].

$\alpha_{n0} = 15^0$ bedeutet den Eingriffswinkel im Normalschnitt der Bezugszahnstange. Der Eingriffswinkel $\alpha_n$, der sich im Getriebeeingriff des Normalschnittes einstellt, läßt sich angenähert aus der Gl. 12 (I. Teil) der geraden Stirnradzähne berechnen.

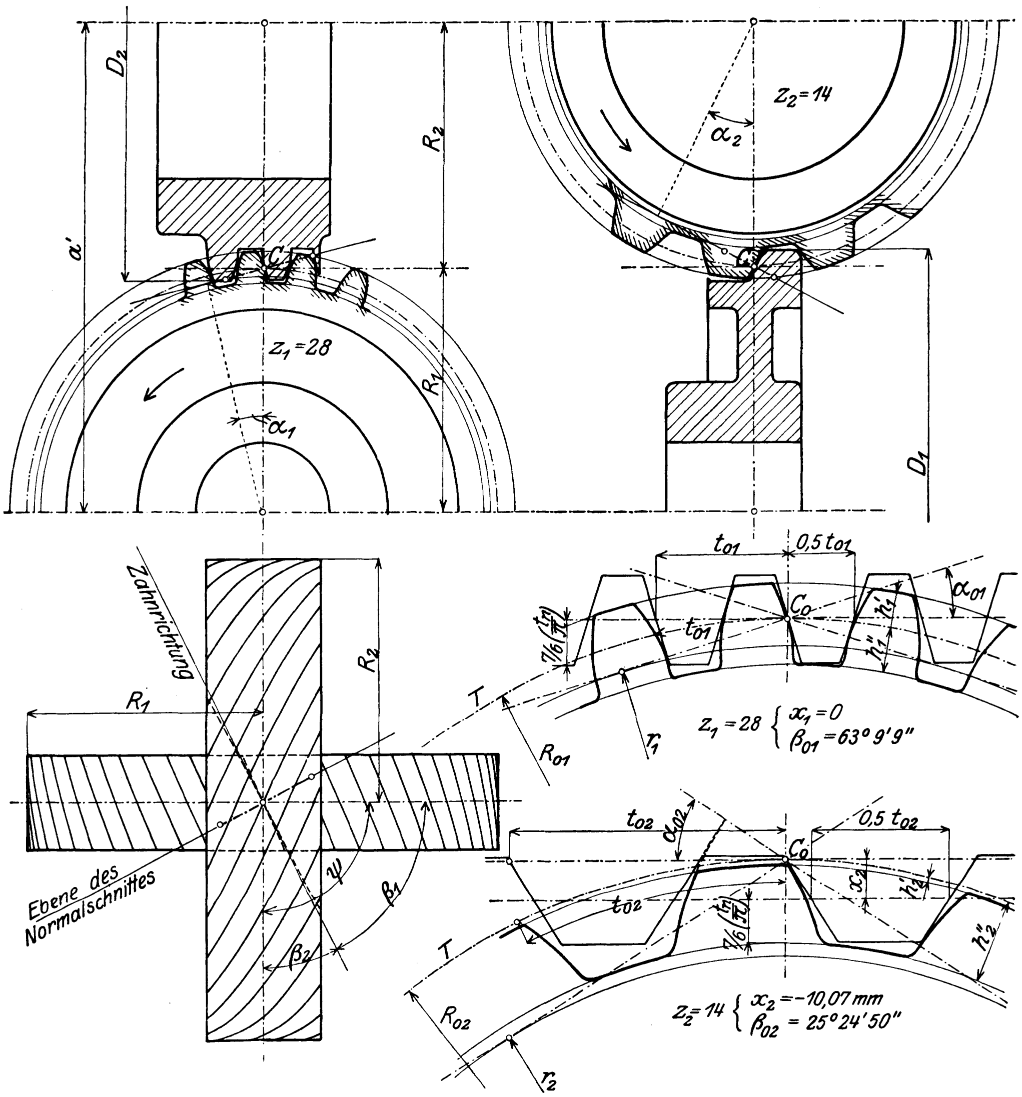



Abb. 83. Schraubenrädergetriebe mit Sonderverzahnung. $T$ = Teilkreis. — Ersetze $x_1$ und $x_2$ durch $x_1 m_n$ und $x_2 m_n$.

Es ist

$$(\operatorname{tg}\alpha_n - \alpha_n) = \frac{2 \operatorname{tg}\alpha_{n0}}{z_{n1} + z_{n2}} (x_1 + x_2) + (\operatorname{tg}\alpha_{n0} - \alpha_{n0}) = 0{,}002\,862.$$

Aus Zahlentafel auf S. 28 (I. Teil) ergibt sich daraus $\alpha_n = 11^\circ\, 40'\, 0''$.

Achsenabstand

$$a' = \left(\frac{z_1}{2} \frac{1}{\sin\beta_1} + \frac{z_2}{2} \frac{1}{\sin\beta_2}\right) \frac{\cos\alpha_{n0}}{\cos\alpha_n} \left(\frac{t_n}{\pi}\right) = 308{,}7 \text{ mm},$$

[1] Schiebel berechnet im Teil I die Profilverschiebung $x$ aus $\xi \frac{t}{\pi}$, die Deutschen Industrienormen setzen die Verschiebung $= x \frac{t}{\pi}$; diese Unterschiede sind zu beachten. Dem Minuszeichen entspricht eine Annäherung des Rades an die Bezugszahnstange.

abgerundet auf $a' = 310$ mm. Mit $a' = 310$ erhält man aus vorstehender Gleichung den geänderten Eingriffswinkel des Normalschnittes mit $\alpha_n = 12^\circ\, 44'\, 0''$.

Aus den angenommenen Steigungswinkeln $\beta_1$ und $\beta_2$ der Zähne im Wälzzylinder ergeben sich die Steigungswinkel $\beta_{01}$ und $\beta_{02}$ auf den Teilzylindern

$$\cos\beta_{01} = \frac{\cos\alpha_n}{\cos\alpha_{n0}}\cos\beta_1\,, \qquad \cos\beta_{02} = \frac{\cos\alpha_n}{\cos\alpha_{n0}}\cos\beta_2$$

mit $\beta_{01} = 63^\circ\, 9'\, 9''$, $\qquad \beta_{02} = 25^\circ\, 24'\, 50''$.

Die Eingriffswinkel der Bezugszahnstange in den Radebenen berechnet man aus

$$\operatorname{tg}\alpha_{01} = \operatorname{tg}\alpha_{n0}/\sin\beta_{01}, \qquad \operatorname{tg}\alpha_{02} = \operatorname{tg}\alpha_{n0}/\sin\beta_{02}$$

mit $\alpha_{01} = 16^\circ\, 42'\, 57''$, $\qquad \alpha_{02} = 31^\circ\, 58'\, 44'$.

Zugehörige Funktionswerte: $(\operatorname{tg}\alpha_{01} - \alpha_{01}) = 0{,}008\,570$, $\quad (\operatorname{tg}\alpha_{02} - \alpha_{02}) = 0{,}066\,219$.

Eingriffswinkel des Getriebes in den Radebenen:

$$\operatorname{tg}\alpha_1 = \operatorname{tg}\alpha_n/\sin\beta_1, \qquad \operatorname{tg}\alpha_2 = \operatorname{tg}\alpha_n/\sin\beta_2,$$

$$\alpha_1 = 14^\circ\, 10'\, 42'', \qquad \alpha_2 = 26^\circ\, 48'\, 24''.$$

Zugehörige Funktionswerte: $(\operatorname{tg}\alpha_1 - \alpha_1) = 0{,}005\,178$, $\quad (\operatorname{tg}\alpha_2 - \alpha_2) = 0{,}037\,417$.

Die Forderung, daß im Normalschnitte des Getriebes die Summe aus den Zahndicken und dem tangentiellen Spiel $\Delta s_n$ gleich der Teilung ist, ergibt:

$$(x_1 + x_2)\operatorname{tg}\alpha_{n0} + \frac{\Delta s_n}{2\cos\alpha_{n0}\left(\frac{t_n}{\pi}\right)} = \frac{z_1}{2}\left[(\operatorname{tg}\alpha_1 - \alpha_1) - (\operatorname{tg}\alpha_{01} - \alpha_{01})\right] +$$

$$+ \frac{z_2}{2}\left[(\operatorname{tg}\alpha_2 - \alpha_2) - (\operatorname{tg}\alpha_{02} - \alpha_{02})\right]$$

Das Einsetzen der vorher berechneten Winkelwerte liefert für die rechte Seite der Gleichung den Wert $-0{,}249\,08$.

Bei einem Flankenspiel von etwa $\Delta s_n = 0{,}4$ mm ist

$$\frac{\Delta s_n}{2\cos\alpha_{n0}\left(\frac{t_n}{\pi}\right)} = 0{,}020\,71\,,$$

also $(x_1 + x_2)\operatorname{tg}\alpha_{n0} = -0{,}249\,08 - 0{,}020\,71 = -0{,}269\,79$.

Der daraus sich ergebende Wert von $x_1 + x_2 = -1{,}007$ weist gegen den ursprünglichen Wert der Tafelablesung von $-1{,}20$ einen Unterschied von $+0{,}193$ auf, der ungefähr zu gleichen Teilen auf die ursprünglichen Werte aufzuteilen ist.

Die auszuführenden $x$-Werte betragen demnach $x_1 = 0$, $x_2 = -1{,}007$.

Halbmesser der Teilkreise:

$$R_{01} = \frac{z_1}{2}\,\frac{1}{\sin\beta_{01}}\left(\frac{t_n}{\pi}\right) = 156{,}93\text{ mm}\,, \qquad R_{02} = \frac{z_2}{2}\,\frac{1}{\sin\beta_{02}}\left(\frac{t_n}{\pi}\right) = 163{,}14\text{ mm}\,,$$

Halbmesser der Grundkreise: $r_1 = R_{01}\cos\alpha_{01} = 150{,}28$ mm, $\quad r_2 = R_{02}\cos\alpha_{02} = 138{,}36$ mm, Stirnteilungen auf den Teilkreisen:

$$t_{01} = \left(\frac{t_n}{\pi}\right)\frac{\pi}{\sin\beta_{01}} = 35{,}21\text{ mm}\,, \qquad t_{02} = \left(\frac{t_n}{\pi}\right)\frac{\pi}{\sin\beta_{02}} = 73{,}20\text{ mm}\,.$$

Aus $R_{01} + R_{02} = 320{,}07$ und dem u n v e r ä n d e r t[1] bleibenden $a' = 310$ folgt ein Übergreifen $f$ der Teilkreise um 10,07 mm. Für spielfreien Eingriff (zur Berechnung der Zahnhöhen erforderlich), wäre: $10{,}07 + \Delta s_n/2\sin\alpha_{n0} = 10{,}94$.

$$\text{Somit Verhältniswert } \eta = \frac{-10{,}94}{\left(\frac{t_n}{\pi}\right)} = -1{,}094\,.$$

**Kopfhöhen** $= h_1' = (\eta + 1 - x_2)\left(\frac{t_n}{\pi}\right) = +9{,}13$ mm, $\qquad h_2' = (\eta + 1 - x_1)\left(\frac{t_n}{\pi}\right) = -0{,}94$ mm,

**Fußtiefen** $= h_1'' = (7/6 - x_1)\left(\frac{t_n}{\pi}\right) = +11{,}67$ mm, $\qquad h_2'' = (7/6 - x_2)\left(\frac{t_n}{\pi}\right) = +21{,}74$ mm,

Gesamtzahnhöhe: $h' = 20{,}80$ mm.

[1] Schraubenräder vertragen keine Änderung des Achsenabstandes, weil eine solche Verschiebung auch eine Änderung des Steigungswinkels bedingt.

Außendurchmesser der Räder: $D_1 = 2\,(R_{01} + h_1') = 332{,}1$ mm, $\quad D_2 = 2\,(R_{02} + h_2') = 324{,}4$ mm.

Die Zähne sind zu schneiden

mit den Profilverschiebungen $\quad x_1\left(\frac{t_n}{\pi}\right) = 0\,,\quad$ und $\quad x_2\left(\frac{t_n}{\pi}\right) = -10{,}07$ mm,

und den Steigungswinkeln $\quad \beta_{01} = 63^\circ\,9'\,9''$, $\quad \beta_{02} = 25^\circ\,41'\,50''$.

Für die etwaige Ermittlung der Fräserprofile wären noch die Halbmesser der Teilkreise im Normalschnitt zu berechnen aus

$$R_{n1} = R_{01}/\sin^2\beta_{01} = 197{,}1 \text{ mm}, \qquad R_{n2} = R_{02}/\sin^2\beta_{02} = 885{,}6 \text{ mm}.$$

Aus der Zeichnung läßt sich der gesamte Überdeckungsgrad ermitteln im Werte von $\varepsilon = 2{,}8$. Dieser bei der Anwendung der Sonderverzahnung erhaltene Wert ist größer als der bei der Satzräderverzahnung erreichte Wert, der nur 2,1 beträgt. Auch der Vergleich der Eingriffswinkel fällt wegen der kleineren Werte zugunsten der Sonderverzahnung aus.

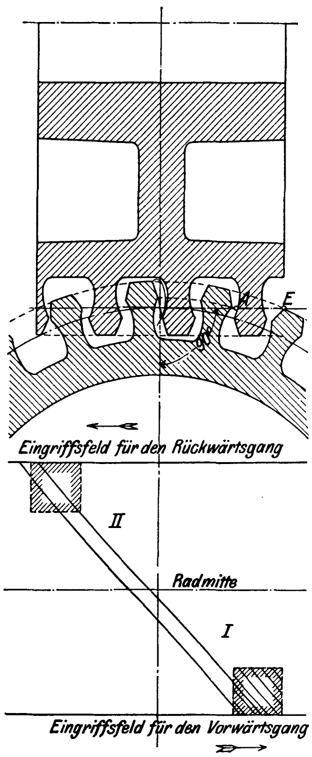



Abb. 84.
Schraubenräder von Beale.

## b) Schraubenräder von Beale [3].

Die Schraubenzähne der Räder sind nach Evolventen derart profiliert, daß der Grundkreis der Evolventen mit dem Wälzkreis zusammenfällt. Der Evolventenverlauf erstreckt sich somit nur auf die Zahnköpfe, und es liegen die Eingriffsebenen in den Winkeln $\alpha_1 = \alpha_2 = 0^\circ$. Der letztere Umstand bringt es nun mit sich, daß die Eingriffsebenen beider Räder zusammenfallen. Es können daher derartige Schraubenzähne in fortschreitendem Linieneingriff aufeinander einwirken. Das Eingriffsfeld wird jedoch durch zwei Umstände bedeutend eingeengt (Abb. 84).

Zunächst erfolgt der Eingriff von Evolventenprofilen, die auf dem Wälzkreis aufstehen, nur auf einer Seite der Zentralen. Diese Beschränkung besteht bei beiden Rädern; das Eingriffsgebiet liegt daher in einem Quadranten *I*, der von den Radmitten bis zu den Kopfkreisabschnitten *E* beider Räder reicht. Das Eingriffsgebiet der Gegenflanken für den Rückwärtsgang liegt verkehrt symmetrisch im Quadranten *II*.

Eine weitere Schmälerung des Eingriffsgebietes ist bedingt durch die großen Unterschneidungen der Zähne, die für das ungehinderte Vorbeigehen der Zahnspitzen notwendig sind. Da auch die Zahnköpfe von der Unterschneidung betroffen werden, so wird der Eingriff von der Radmitte bis *A* ausgeschaltet. Als wirkliches Eingriffsfeld verbleibt somit ein Flächenstreifen innerhalb der Abgrenzungen *A* und *E* (in Abb. 84 durch Schraffen hervorgehoben). Der Eingriff des Zahnes beginnt in einem Punkte; der weitere Eingriff vollzieht sich in Linienberührungen, und es hört der Eingriff schließlich wieder in einem Punkte auf.

Die Radbreiten müssen das Eingriffsfeld umspannen. In den Eingriff tritt eigentlich nur der außen liegende Teil der Zahnbreite, die Zahnmitte bleibt vom Eingriff vollständig ausgeschaltet. Ein weiterer Übelstand ist der kleine Eingriffsbogen der Zähne, den man nur wenig über die Teilungslänge zu bringen vermag. Aus diesen Gründen muß die Konstruktion der Bealeschen Schraubenräder als unpraktisch hingestellt werden.

## c) Schraubenkegelräder (Hypoidräder).

Wird ebenso wie bei den Schraubenstirnrädern auf Linienberührung verzichtet, so können auch Kegelräder mit Schraubenzähnen für Getriebe mit sich kreuzenden Achsen verwendet werden. Sie finden für den Antrieb des Differentialgetriebes von Kraftfahrzeugen Anwendung und werden auch als Hypoidräder bezeichnet.

Auch die Eingriffsverhältnisse der Schraubenkegelräder können am besten untersucht werden, wenn sie auf die beiden erzeugenden Planräder bezogen werden, die den Abwicklungen der Wälzkegel entsprechen und die so gestaltet sein müssen, daß sie richtig miteinander kämmen. Die Wälzfläche des Hyperboloidplanrades kann man sich dadurch entstanden denken, daß eine Gerade, die die Drehachse senkrecht kreuzt, sich um diese dreht. Das Hyperboloid schrumpft dann zu einer Planfläche zusammen, die sich um den Kehlkreis erstreckt, dessen Halbmesser gleich dem Kreuzungsabstand $a_0$ der erzeugenden Geraden ist (Abb. 85). Die Wälzhyperboloide aller mit dem Planhyperboloidrad kämmenden Räder werden dann zu Kegel- oder Zylinderflächen, die die Planfläche in einer Erzeugenden berühren, deren Kreuzungsabstand gleich $a_0$ ist und die nach Gl. 32 mit der Momentanachse zusammenfällt.

Bei der Herstellung der Hypoidräder wird das große Rad wie ein gewöhnliches Kegelrad an seinem Planrade abgewälzt, also so, daß seine Achse die Planradachse schneidet, wogegen das Ritzel in geschränkter Lage geschnitten wird. Die Berührungserzeugende $O_1 P$ kreuzt die Planradachse in einem Abstande $a_0$, Abb. 87. Dieser Abstand entspricht nicht dem Kreuzungsabstand der Trieblage, er muß abhängig von den Radabmessungen ermittelt werden.

In Abb. 85 und 86 sind die Wälzkegel des Getriebes dargestellt. Die Getriebeachsen kreuzen sich, wie zumeist üblich, unter 90°, der Kreuzungsabstand ist $a$. Die Abwickelung der Wälzkegel der beiden Räder in die Planfläche ist in Abb. 87 durchgeführt. Die Planfläche wird durch die beiden Kegelkanten $r_1$ und $r_2$ gelegt, die sich im Punkte $P$ der Radmitten schneiden. Wie aus dem Aufrisse (Abb. 85) ersichtlich ist, kann die Planfläche im allgemeinen nicht eine Berührungsebene beider Wälzkegel sein. Der Fehler der angenäherten Annahme einer gemeinsamen Planfläche ist um so größer, je kleiner der Kegelwinkel $\varphi_2$ und je größer der Kreuzungsabstand $a$ gewählt wird. Bei genügend großem Winkel $\varphi_2$ schneidet der Wälzkegel des Ritzels die Planfläche in zwei sehr nahe aneinander liegenden Erzeugenden.

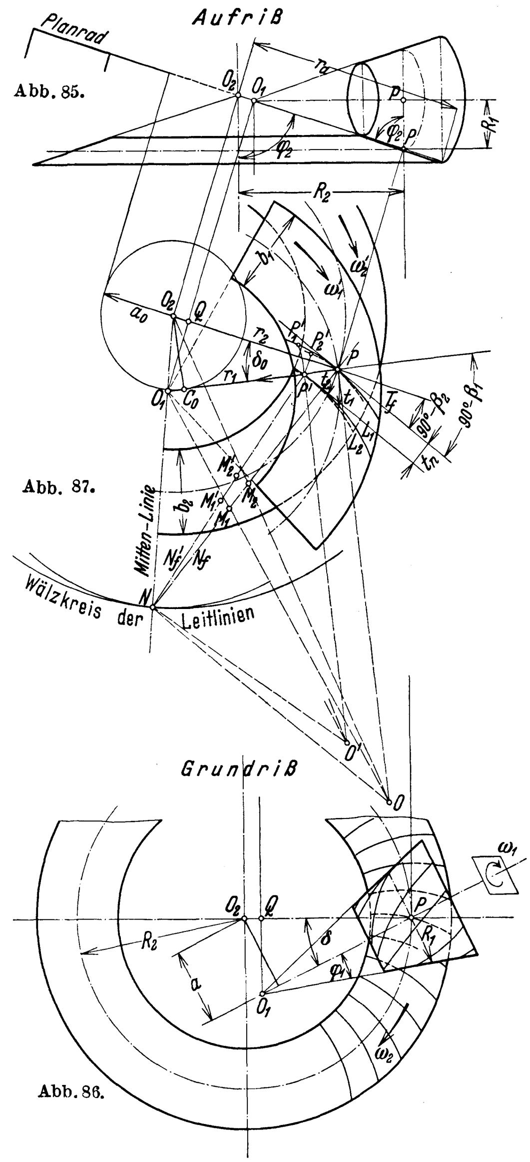



Abb. 85—87. Schraubenkegelräder (Hypoidräder).

Das Übersetzungsverhältnis des Getriebes ist $i = z_1/z_2$. Zähnezahlen der beiden erzeugenden Planräder: $z_{01} = z_1/\sin\varphi_1$, $z_{02} = z_2/\sin\varphi_2$.

Übersetzungsverhältnis der Planräder:

$$\frac{\omega_2'}{\omega_1'} = i_0 = \frac{z_1 \sin\varphi_2}{z_2 \sin\varphi_1} = i\,\frac{\sin\varphi_2}{\sin\varphi_1} = \frac{r_1 R_2}{r_2 R_1} \tag{48}$$

Wie aus Teil II, S. 29 hervorgeht, ist eine Linienberührung zwischen den Zähnen derartiger Triebe unmöglich, weil sich die beiden erzeugenden Planräder nicht decken. Der Eingriff beschränkt sich in der gezeichneten Stellung auf den Punkt $P$.

Die Triebeinstellung in der Abbildung erfolgt bei rechtwinkliger Achsenkreuzung so, daß die Aufrißprojektion der Kegelspitze $O_1$ des Ritzels in der Erzeugenden $O_2P$ des Radkegels erscheint. Da aber die Erzeugende $O_1P$ im Grundriß den Abstand $a$ von der Radachse $O_2$ haben muß, ergibt sich aus $\overline{O_1 p} = R_1 \operatorname{tg}\varphi_2$ (im Aufriß) $= \overline{QP} = R_1 \operatorname{ctg}\varphi_1 \cos\delta$ (im Grundriß) die Beziehung $\sin\delta = a/R_2$ und

$$\operatorname{tg}\varphi_2 = \operatorname{ctg}\varphi_1 \sqrt{1 - a^2/R_2^2}$$

oder

$$\operatorname{tg}\varphi_1 \operatorname{tg}\varphi_2 = \cos\delta. \tag{49}$$

Einer der beiden Kegelwinkel ist anzunehmen, am besten $\varphi_2$, der möglichst groß zu wählen ist. Anhaltspunkt für die Wahl: Bei rechtwinklig schneidenden Achsen wird $\operatorname{tg}\varphi_2 = z_2/z_1$. $\varphi_1$ wird aus Gl. 49 gerechnet.

Zur Bearbeitung ist das Planrad des Ritzels $O_1$ zu dem des Rades so einzustellen, daß die Planradachse $O_2$ im Abstande $a_0$ von der Erzeugenden $r_1$ senkrecht gekreuzt wird. Aus Abb. 86 und 87 folgt $\overline{O_1Q} = R_1 \operatorname{ctg}\varphi_1 \sin\delta = r_1 \sin\delta_0$;
$\delta_0$ ist der Einstellwinkel für die Bearbeitung des Ritzels.

Es ist $\sin\delta_0 = a_0/r_2$; mit $R_1 = r_1 \sin\varphi_1$ und $R_2 = r_2 \sin\varphi_2$ wird

$$a_0 = a \cdot \cos\varphi_1/\sin\varphi_2. \tag{50}$$

Da in der Radmitte die Normalteilung an beiden Rädern gleich sein muß, ist $t_n = t_1 \sin\beta_1 = t_2 \sin\beta_2$. ($\beta_1$ und $\beta_2$ = Steigungswinkel, Modul der Stirnteilung $= t_1/\pi = 2R_1/z_1$.) Somit ist das Übersetzungsverhältnis des Triebes, so wie bei den Schraubenstirnrädern

$$i = R_1 \sin\beta_1 / R_2 \sin\beta_2. \tag{51}$$

Da der Einstellwinkel $\delta_0$ gleich der Differenz der Steigungswinkel sein muß, wird

$$\sin\delta_0 = \sin(\beta_2 - \beta_1) = a_0/r_2 \tag{52}$$

$\beta_1$ und $\beta_2$ werden nach den Gl. 51 und 52 am besten zeichnerisch, durch Eintragen der Kurven für die Kreisfunktionen, ermittelt.

Die Radbreite, gemessen an der Erzeugenden, wird für das Ritzel etwas größer als für das Rad gehalten (Abb. 87). Die Völligkeitsgrade des Rades wird auf

$$b/r_a = 1/3{,}5 \text{ bis } 1/3 \text{ beschränkt.} \tag{53}$$

Der Verlauf der Flankenlinien kann aus dem Eingriff der beiden erzeugenden Planräder $O_1$ und $O_2$ abgeleitet werden. Die Leitlinien $L_1$ und $L_2$ der Planräder ergeben, auf die entsprechenden Wälzkegel gewickelt, die Flankenlinien. Die Leitlinien entsprechen den Profilen eines Planhyperboloidgetriebes, sie müssen bei der Drehung der beiden Planräder ohne Gleiten aufeinander abwälzen. Wird daher im Eingriffspunkt $P$ die gemeinsame Flankentangente $T_f$ unter den Zahnschrägen $(90° - \beta_1)$ gegen $r_1$ und $(90° - \beta_2)$ gegen $r_2$ geneigt eingezeichnet, so ergibt der Schnittpunkt der Flankennormalen $N_f$ mit der Mittenlinie $O_1O_2$ der beiden Planräder den Wälzpunkt $N$, durch den im weiteren die gemeinsamen Flankennormalen stets verlaufen müssen. Die Strecken $O_1N$ und $O_2N$ sind die Wälzkreishalbmesser der beiden Planräder, ihr Längenverhältnis entspricht dem Übersetzungsverhältnis $i_0$ (Gl. 48) des Planhyperboloidgetriebes. Wie die Abbildung zeigt, entsteht ein Innengetriebe.

Die Eingriffslinie dieses Plantriebes kann nicht frei gewählt werden, sie soll wegen der Fortschreitbewegung der Schraubung mit seiner Momentanachse $O_1P$ zusammenfallen. Somit ist ein solches Getriebe nur für größere Spitzenentfernungen $r_1$ und $r_2$ ausführbar, weil die Eingriffslinie Tangente an Kreis $a_0$ ist und in Spitzennähe sehr stark gekrümmte Leitlinien entstehen. Dadurch wird der Völligkeitsgrad $b/r_a$ beschränkt.

Durch die gegebene Eingriffslinie sind zwar die Krümmungshalbmesser der Leitlinien festgelegt, ihr Verlauf ist aber noch nicht bestimmt. Der Eingriffspunkt $P$ wandert längs der Eingriffslinie gegen $O_1$ zu, während die Flankennormale $N_f$ stets durch $N$ verläuft. Somit liegen die Geschwindigkeitspole $O$ für die Bewegung der Normalen in einer Parabel, deren einzelne Punkte als Schnittpunkte der Senkrechten in $P, P' \ldots$ auf $PO_1$ mit der Senkrechten auf $N_f$ in $N$ gefunden werden [4]. Die Krümmungsmittelpunkte $M$ müssen aber auf der Verbindungslinie $OO_1$ bzw. $OO_2$ liegen. Somit werden sie als Schnittpunkte der Diagonalen $OO_1$ und $OO_2$ mit der Normalen auf $N_f$ in $N$ gefunden.

Um den tatsächlichen Verlauf der Leitlinien festzulegen, müssen die Eingriffspunkte, z. B. Punkt $P'$ gemäß den Ausführungen des I. Teiles, Abb. 4 zurückgedreht werden. Ein Rückdrehwinkel $(\tau_1)$ kann unter Beachtung der Stetigkeit der Leitlinien gewählt werden. Der zweite wird am besten gerechnet, weil die Lage der Wälzkreise eine genaue zeichnerische Ermittlung meist nicht zuläßt. Es ist $\tau_2/\tau_1 = i_0$ ($i_0$ = Übersetzung des Plantriebes).

$O_1 P$ ist nur die Momentanachse des Plantriebes. Für das Hypoidgetriebe stellt sich eine andere durch $P$ verlaufende Achse ein, die gegen $O_1 P$ unter einem Winkel geneigt ist, der um so größer ist, je kleiner der Kegelwinkel $\varphi_2$ gewählt wird. Diese Unstimmigkeit kann zum Teil dadurch ausgeglichen werden, daß man die Eingriffslinie bei der Bearbeitung etwas verlegt, oder daß man den Radkegelwinkel so groß wählt, daß der Fehler bedeutungslos wird.

Zur Bearbeitung der Flanken nach den ermittelten Leitlinien eignet sich für große Räder die Hobelmaschine der Gleason works (siehe S. 36), die eine weitgehende Einstellungsmöglichkeit besitzt. Bei kleineren Rädern kann die Fräsmaschine von Gleason verwendet werden. Die Messer kreisen um die Krümmungsmittelpunkte $M_1$ und $M_2$. Die Leitlinien sind dann durch Kreise ersetzt, und die Übertragung ist nur im Radmittel richtig, was aber bei geringen Radbreiten praktisch bedeutungslos ist (vgl. S. 39).

Ein besonderer Fall der Triebanordnung liegt vor, wenn die Mittenlinie $O_1 O_2$ durch den Punkt $C_0$ (Abb. 87) verläuft, wenn also die Spitze $O_1$ des Wälzkegels im Kreuzungspunkt der Ritzelachse mit der Radachse liegt. Es tritt dann das im Teil II, S. 41 ausführlich geschilderte Verhalten von Kegelrädern mit Bogenzähnen nach allgemeinen Evolventen ein. Dem Abstand $a$ der Abb. 68 entspricht die Strecke $O_1 N$ und der Kreis um $O_2$ mit dem Halbmesser $O_2 N$ entspricht dem Grundkreis der Zahnkrümmung.

Mit der Maschine von W. F. Klingelnberg (S. 43) bearbeitete Hypoidräder kann man sich dadurch entstanden denken, daß im Getriebe der Kegelfräser durch ein in der Kopfhöhe um das Kopfspiel vermindertes, sonst aber gleichgestaltetes Kegelrad ersetzt wird.

Die Flanke des Rades ist stärker gekrümmt als jene des Ritzels, es wird daher im Abwälzverfahren ein Teil der Gegenflanke weggeschnitten. Meist wird die konkave Flanke des Ritzels als treibend angeordnet, sie ist flacher als die getriebene konvexe Flanke.

Der Steigungssinn der Zähne ist so zu wählen, daß der Axialdruck das Ritzel auszurücken trachtet.

Der Unterschied in den Steigungswinkeln an den beiden Flanken bringt es mit sich, daß die Eingriffswinkel $\alpha_1$ und $\alpha_2$ des Stirnschnittes verschieden ausfallen, wenn die Eingriffswinkel des Normalschnittes gleich gehalten werden. Ein Ausgleich wird dadurch geschaffen, daß man bei den gebräuchlichen Steigungswinkeln des Ritzels $\beta_1 = 55°, 50°, 45°$, und des Rades $\beta_2 = 85°, 80°, 75°$ die Flanken mit einem Eingriffswinkel des Normalschnittes $\alpha_n = 17^1/_2°$ an der konkaven und $20°$ an der konvexen Seite ausführt.

Die sonstigen Ermittlungen des Eingriffes stimmen mit jenen der Kegelräder mit Schraubenzähnen überein. (S. auch [9]).

Man beschränke den Kreuzungsabstand auf $a = 0{,}16\, r_{a2}$ bis $0{,}2\, r_{a2}$. Der Wert 0,25 stellt etwa die obere Grenze der Ausführungsmöglichkeit dar. Übersetzung bis 1 : 6, kleinste Zähnezahlen $\approx 8$.

Die oben angeführten Werte für die Steigungswinkel halten die sehr großen Axialdrücke in erträglichen Grenzen. Der Wirkungsgrad ist bei Übersetzungen ins Langsame besser als bei umgekehrter Anordnung; es kann bei Steigungswinkeln $\beta_1 < 30°$ sogar Selbsthemmung eintreten, wenn das große Rad treibend ist. Neben der Wälzbewegung an den Zahnprofilen vergrößert die Gleitbewegung in der Richtung der Flankenlinien den Reibungswiderstand. Die Wege dieser beiden Bewegungen verhalten sich zueinander (Dreieck $t_n - t_1' - t_2$ bei $P$ in Abb. 87), wie

$$t_n : t_n (\operatorname{ctg} \beta_1 - \operatorname{ctg} \beta_2).$$

Dieses Gleiten längs der Flanken wirkt vorteilhaft für das Einlaufen des Triebes, die Räder lassen sich schnell und gut läppen (s. II. Teil, II 5).

Die Berechnung der Zähne erfolgt wie bei den Kegelrädern [5][1].

Mit Planhyperboloidrädern können auch Stirnräder mit Schraubenzähnen gepaart werden. An Stelle des erzeugenden Planrades für das als Stirnrad ausgebildete

[1] Kräfteverhältnisse und Wahl des Belastungswertes $k$ siehe Schraubenstirnräder.

Ritzel tritt dann eine Zahnstange [6, 9]. Derartige Triebe werden im Werkzeugmaschinenbau verwendet.

### Schrifttum zu Hyperboloidgetriebe und Schraubenräder.

1. Disteli: Über instantane Schraubengeschwindigkeiten usw. Z. Mathematik u. Physik 1904.
2. Crain, Rudolf: Schraubenräder mit geradlinigen Eingriffsflächen. Berlin 1907.
3. Olivier: Théorie des engrenages, ferner auch American Machinist 1890.
4. Steward, L. und Ernest Wildhaber: The Design and Manufacture of Hypoid Gears, Vol. 64 (1926). S. 857. American Machinist Eur. Ed.
5. Bussien: Automobiltechnisches Handbuch, 13. Aufl., S. 302, Abschn. Zahnräder. Berlin: M. Krayn 1931.
6. Kutzbach: Zahnrädererzeugung, S. 26. Berlin: VDI-Verlag 1925.
7. Schalfke: Die Bestimmung des kleinsten Achsabstandes bei Schraubenrädern, S. 1120. Maschinenbau 1928.
8. Szabo: The Graphical Solution of Helical Gear Problems. American Machinist Eur. Ed. 1924, S. 391. Vol. 60 und S. 529, Vol. 61.
9. Lindemann: Hypoidräder und ihre Verwandschaft mit Spiralkegelrädern. Automob.-techn. Z. Heft 21 u. 22. Berlin: M. Krayn 1933.

## B. Reine Schraubgetriebe.

### I. Zylindrische Schneckengetriebe.

#### a) Die Verzahnung.

**1. Allgemeines.** Das Schneckengetriebe ist ein Zahngetriebe für sich kreuzende Achsen. Der eine Getriebeteil, die Schnecke (Wurm) wird als ein- oder mehrgängige Schraube ausgestaltet. Das eingreifende Schneckenrad oder Mutterrad (Wurmrad) erhält Zähne, deren Verlauf sich dem Muttergewinde der Schraube nähert. Die Annäherung ist um so vollkommener und der Eingriffsverlauf desto günstiger, je größer die Übersetzung ist. Dies hängt mit der Lage der Momentanachse zusammen, die bei großen Übersetzungen sehr nahe an die Schneckenachse herantritt (s. S. 49). Bei der relativen Schraubung des Getriebes um die Momentanachse verschraubt sich dann die Schnecke ungefähr in ihrer eigenen Schraubenfläche.

Jeder Schraubengang bedeutet für die Schnecke einen Zahn; das Übersetzungsverhältnis $i$ ist daher, ausgedrückt durch die Gangzahl $z_1$ und die Radzähnezahl $z_2$, $= z_2/z_1$.

Wegen des Abstands zwischen Eingriffort und Momentanachse vollzieht sich der Zahneingriff unter verhältnismäßig großen Gleitgeschwindigkeiten. Dieser Umstand verursacht beträchtliche Reibungsverluste, die erheblich größer bei Übersetzungen ins Schnelle als ins Langsame ausfallen. Übertragungen von der Radwelle aus lassen sich nur mit steilgängigen Schnecken und ungünstigeren Wirkungsgraden bewerkstelligen; bei kleinen Schneckensteigungen tritt sogar Selbsthemmung ein, das Andrehmoment an der Radwelle vermag nicht mehr die Reibungswiderstände des Getriebes zu überwinden.

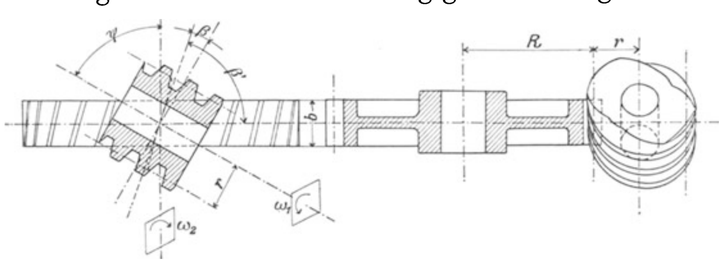



Abb. 88. Schneckentrieb für einen Kreuzungswinkel $\psi$.

Schneckengetriebe sind für alle Kreuzungswinkel der Wellenachsen ausführbar (Abb. 88), doch wird meist Kreuzung im rechten Winkel ausgeführt (Abb. 89). Es stellt sich dann ein sehr einfaches Eingriffsbild in der Radmittelebene ein (Abb. 90). Die drehende Schnecke zeigt hier ein gleichmäßiges Wandern der unveränderlichen Zahnprofile in axialer Richtung; es vollzieht sich somit ein regelrechter Zahn-

**stangeneingriff** der Schneckenlängsprofile mit den Zahnprofilen der Radmitte. Die im Mittelschnitt bestehenden Wälzbahnen bestimmen nun die Wälzflächen des Getriebes, den Wälzzylinder des Rades mit dem Halbmesser $R$ und die Wälzebene der Schnecke, welche den Wälzzylinder des Rades in der „Wälzachse“ $CC'$ berührt.

Die Zahnteilung ist festgelegt durch $2R\pi = z_2 t$.

Die Ganghöhe $h$ ist $z_1 t$.

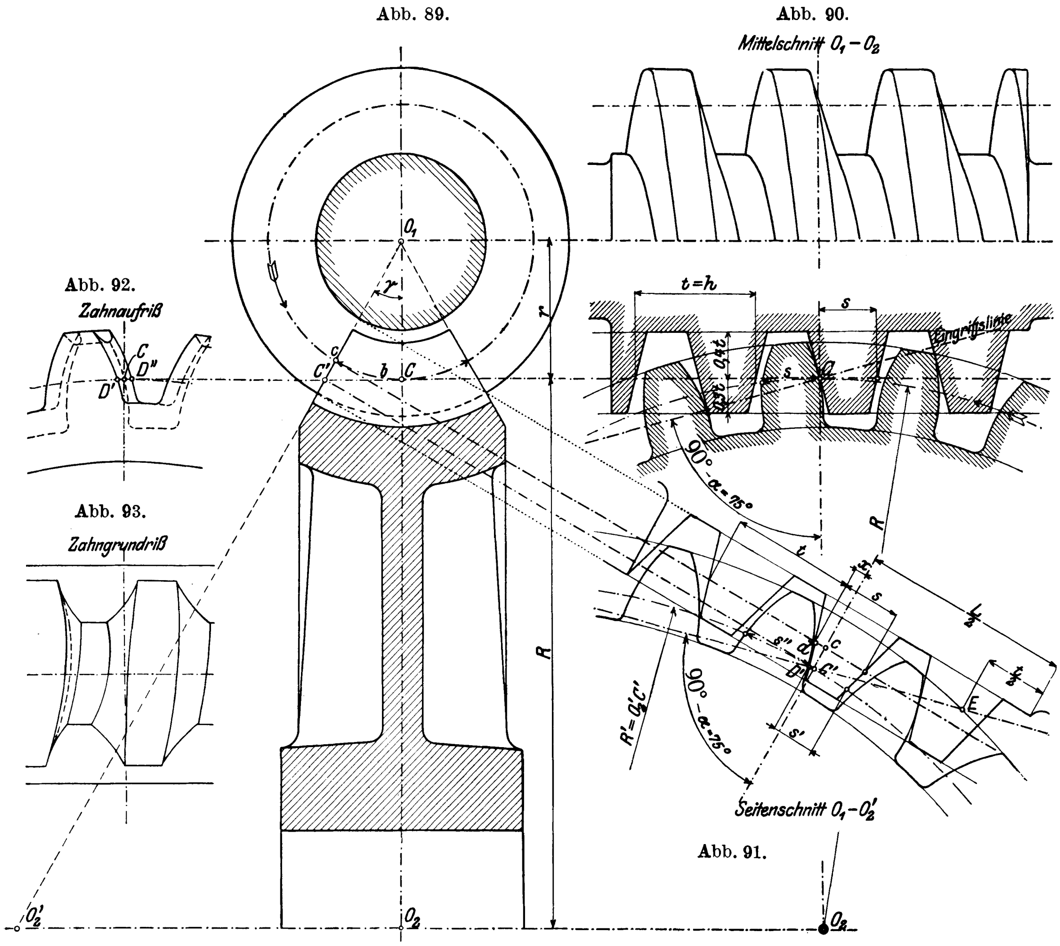



Abb. 89—93. Schneckengetriebe mit unbearbeiteten Zähnen.

Der Steigungswinkel $\beta$ der am Teilzylinder $r$ liegenden Schraubenlinie wird innerhalb 5° bis 30°, bei der Evolventenschnecke bis 45° ausgeführt.

Es ist $$\operatorname{tg}\beta = h/2r\pi \tag{54}$$

Ein rundes Maß für die Radgröße $R$ erhält man bei Ganghöhe $h =$ Vielfaches von $\pi$. Da aber die Ganghöhe einer auf der Drehbank geschnittenen Schnecke ein Vielfaches der Leitspindelganghöhe (englisch Zoll) ist, wird $R$ meist keine ganze Zahl. Soll der Achsabstand $R + r$ ein rundes Maß sein, so ist $r$ zu verändern.

**2. Spiral-Schneckengetriebe[1] mit unbearbeiteten oder nur angenähert richtig bearbeiteten Radzähnen.** Als Eingriffslinie wird im Mittelschnitt eine unter dem Winkel $\alpha = 15°$ oder $20°$ geneigte Eingriffsgerade angenommen. Die damit im Mittelschnitt bedingte Evolventenverzahnung liefert ein gerades Profil für die Zahnstange, also ein trapezförmiges Ganggewinde für die Schnecke, wodurch ihre genaue Herstellung erleichtert wird.

[1] Die Einteilung in Spiral- und Evolventenschnecken wird im nächsten Abschnitt erläutert.

Das Zahnbild im Mittelschnitte wird vollständig übereinstimmend mit der Stirnradverzahnung gestaltet und bemessen. Die Zahnhöhe wird $0{,}7\,t$ bzw. $2{,}2\,\frac{t}{\pi}$ gehalten; geringere Zahnhöhen empfehlen sich bei großen Schneckensteigungen. Die Zahndicke $s$ muß bei roh gegossenen Zähnen kleiner als $0{,}5\,t$ bemessen werden, weil die Ungenauigkeit der nur angenähert richtigen Profile einen reichlichen Spielraum notwendig macht.

In der einfachsten Ausführung werden die Radzähne auf den zylindrischen Radkranz (Abb. 88) unter einem Schrägungswinkel $(90° - \beta)$ aufgesetzt, so daß sie in die Richtung der Schneckensteigung fallen. Diese unvollkommene Gestaltung, die bloß auf Radmitte ein richtiges Profil aufweist, ist nur bei wenig gebrauchten und langsam laufenden Trieben möglich (nur Punktberührung). Bei Rädern mit gegossenen, unbearbeitet bleibenden Zähnen werden die Profile angenähert auf folgende Weise bestimmt:

Die Außen- und Innenbegrenzung des Zahnes wird konzentrisch zu den Schneckenumrissen gehalten (Abb. 89); an den Seiten wird der Zahn radial gegen den Schneckenmittelpunkt $O_1$ abgegrenzt. Die Stirnprofile der Radzähne liegen dann auf Kegelflächen; ihre Bestimmung auf den abgewickelten Mantelflächen (Abb. 91) erfolgt angenähert wie bei den Kegelrädern. Die durch die Seitenkante des Zahnes gelegte Schnittebene $O_1 O_2'$ (Abb. 89) schneidet die Schnecke in der gleichen Profilierung wie der Mittelschnitt, doch sind zufolge des Schraubenverlaufes innerhalb des Winkels $\gamma$ die Schneckenprofile gegen die Lage im Mittelschnitt um den Betrag $x = h \cdot \gamma / 2\pi$ axial verschoben (Abb. 91). Das angenäherte Stirnprofil der Radzähne ermittelt man im Seitenschnitt $O_1 — O_2'$ aus dem ebenen Eingriff der Zahnstangenprofile der Schnecke mit den abgewickelten Stirnprofilen des Rades. Im Seitenschnitt ist der Wälzpunkt nicht $c$ sondern $C'$, da $C'$ der Schnittpunkt der Wälzachse mit der Kegelmantellinie $O_2' O_1$ ist; $O_2' C' = R'$ ist der Halbmesser des Radwälzkreises. Der Eingriffswinkel $\alpha$ bleibt wegen der ungeänderten Form der Zahnstangenprofile bestehen. Das auf diesen Grundlagen ermittelte Radzahnprofil, das mit entsprechenden Kopf- und Fußkreisen abzugrenzen ist, wird nun an das eingezeichnete, um $x$ verschobene Zahnstangenprofil angelegt. Um den dadurch ermittelten Betrag stehen die im Teilzylinder des Rades liegenden Profilpunkte $C$ und $D'$ (Abb. 92) voneinander ab. Rechts- und Linksprofile besitzen die gleiche Gestalt, nur sind sie in der entgegengesetzten Richtung vom Mittelprofil verschoben. Durch das Hinausrücken von $c$ nach $C'$ im Seitenschnitt (Abb. 91) wird die Zahndicke in der Zahnstange von $s$ auf $s'$ vermindert, es ist daher die Dicke $s''$ des Radzahnes auf die Zahndickensumme des Mittelschnittes zu ergänzen: $s' + s'' = 2s$. Die Zahnflanken des Modelles müssen bei der nun festgelegten Gestalt des Radzahnes so verlaufen, daß die ermittelten Stirn- und Mittelprofile eingehalten werden.

Die Schneckenlänge $L$ läßt man etwa um $0{,}5\,t$ über den äußersten Eingriffspunkt $E$ (Abb. 91) hinausreichen, damit das daselbst eingreifende Schneckenprofil genügend widerstandsfähig ist.

Das Verfahren ist ungenau, weil die Annahme des ebenen Ersatzeingriffes im Seitenschnitte nicht zutrifft. Die Zähne liegen anfangs nur in den Ecken an, erst bei vorgeschrittenem Verschleiße entstehen ausgedehntere Auflageflächen. Die Zahnbreite, im Bogen am Wälzkreis gemessen (Abb. 89), darf daher nur etwa $b = 1{,}5\,t$ betragen.

**3. Die Eingriffsverhältnisse genau bearbeiteter Schneckengetriebe.** Der Schneckeneingriff läßt sich einwandfrei auch für die außerhalb der Mitte liegenden Radebenen auf den Eingriff einer Zahnstange mit dem Rade zurückführen. Eine solche senkrecht zur Radachse stehende Ebene schneidet aus der Schnecke Längsprofile heraus, die sich aus den Entstehungsgesetzen der Schraubenfläche ermitteln lassen. Nach dem allgemeinen Verzahnungsgesetze der Stirnräder können nun aus dem ermittelten Längsprofile die Eingriffslinie, das zugehörige Radzahnprofil und die sonstigen Eingriffsverhältnisse festgestellt werden.

Die Flanken der Schnecke werden, der einfachen Bearbeitung halber, als Schraubenregelflächen ausgeführt. Diese entstehen bei der Schraubung eines die Schneckenachse unter einem unveränderlichen Winkel $\varphi$ kreuzenden geraden Strahles um diese. Der Erzeugenden kommt bei den auf der Drehbank hergestellten Schnecken auch die Bedeutung der geraden Schneidkante des Drehstahles zu. Ihr Kreuzungsabstand $a$ von der Schneckenachse ist gleichzeitig der Halbmesser des Kehlzylinders der Schraubenregelfläche. (Bei „offener" Schraubenregelfläche ist $a > 0$.)

Alle Schraubenregelflächen gleicher Ganghöhe $h$ bilden bei gleichem Kreuzungswinkel $\varphi$ die Schar eines Systemes, in welchem der Kreuzungsabstand $a$ der Parameter ist. Für dieses System läßt sich ein Abstand $\varepsilon$ finden, in dem der erzeugende Strahl stets Tangente an die Schraubenlinie des Kehlzylinders ist (Abb. 94a). Es muß sodann der Steigungswinkel der Kehlschraubenlinie gleich $(90° - \varphi)$ sein, woraus mit $\operatorname{tg}\beta_\varepsilon = \operatorname{ctg}\varphi = h/2\,\varepsilon\pi$ der Halbmesser des Kehlzylinders sich aus

$$\varepsilon = \frac{h}{2\pi}\operatorname{tg}\varphi \qquad (55)$$

bestimmt. Bedeutet $\beta$ den Steigungswinkel irgend einer Schraubenlinie am Halbmesser $r$ des Systemes, z. B. am Teilzylinder, so kann, da allgemein $\operatorname{tg}\beta = h/2r\pi$ gilt, Gl. 55 auch durch

$$\varepsilon = r\operatorname{tg}\beta\operatorname{tg}\varphi \qquad (56)$$

ausgedrückt werden. Eine Schraubenregelfläche, deren Erzeugende den Kreuzungsabstand $a = \varepsilon$ von der Achse besitzt, ist eine in die Ebene abwickelbare offene Schraubenregelfläche. Die Erzeugende wälzt sich bei der Schraubung an der Schraubenlinie des hier als Grundzylinder bezeichneten Kehlzylinders vom Halbmesser $\varepsilon$ ohne Gleiten als Tangentenstrahl ab. Die Größe $\varepsilon$ ist bestimmend für das ganze System.

Da sich im Schnitte senkrecht zur Schneckenachse, im Stirnschnitte (Abb. 94 Seitenriß), die Erzeugende $e_0$ stets als Tangente an den $\varepsilon$-Kreis darstellen muß, und sie sich weiter am Grundzylinder abwälzt, muß das Stirnprofil, das ist der Stirnschnitt der abwickel-

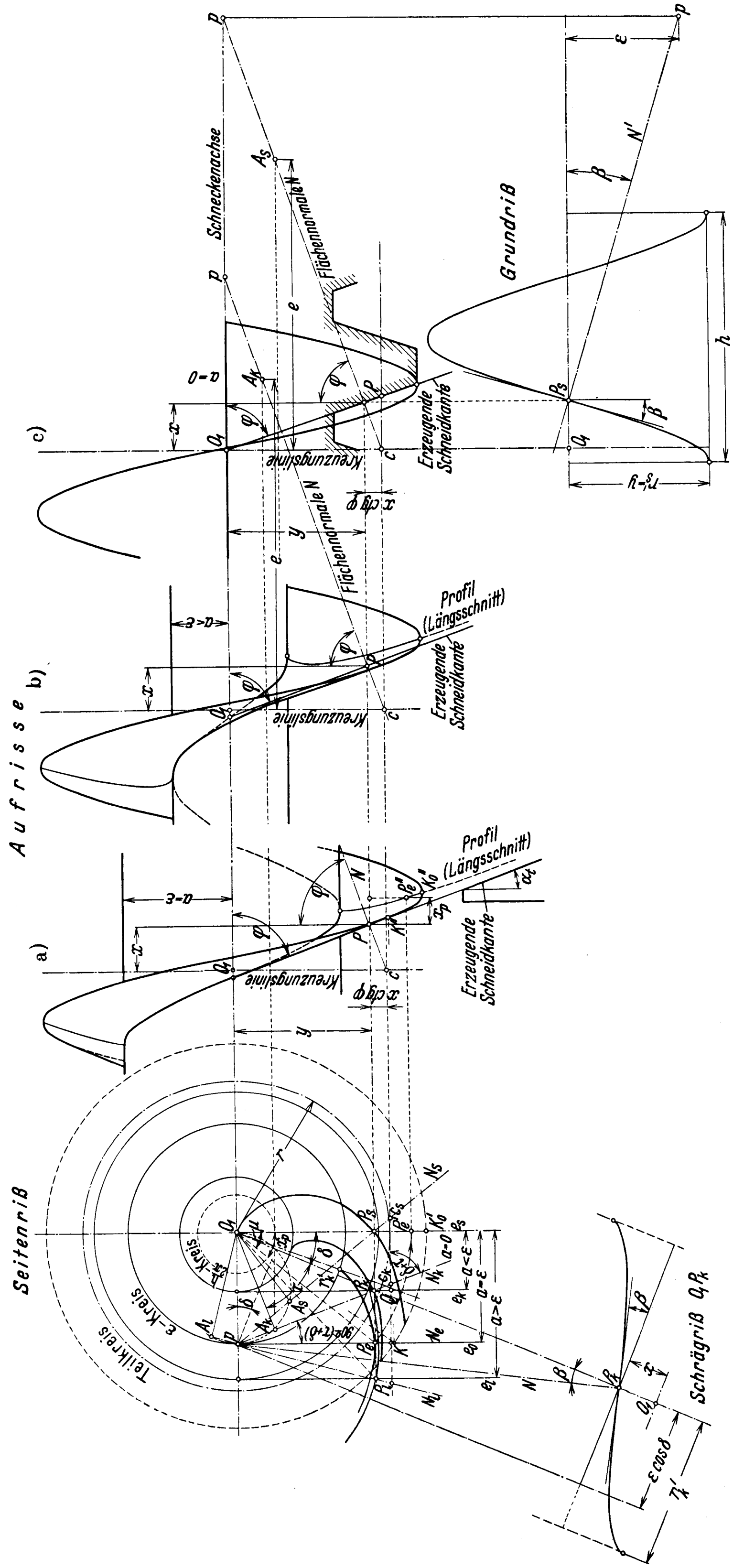



Abb. 94. Schnecken-Schraubenregelflächen. a) Flanke der Evolventenschnecke; b) der verlängerten Evolventenschnecke; c) der Spiralschnecke.

baren Schraubenfläche, eine gemeine (gespitzte) Evolvente des Grundkreises mit dem Halbmesser $\varepsilon$ sein. Schnecken mit derartigen Flanken sollen daher Evolventenschnecken genannt werden. Sie verhalten sich wie Stirnräder mit Schraubenzähnen und Evolventenprofilen, deren Zähnezahl gleich der Gangzahl der Schnecke ist [1 und 5].

Denkt man sich mit der Erzeugenden $e_0$ in den verschiedenen Abständen $(a-\varepsilon)$, $(\varepsilon - a)$ und $\varepsilon$ die Strahlen $e_l$, $e_k$ und $e_s$ parallel und fest verbunden, so beschreiben sie beim Abwälzen der Geraden $e_0$ an der Grundzylinderschraubenlinie, bei $a>0$, die im allgemeinen nicht abwickelbaren offenen Schraubenregelflächen. Die Stirnprofile sind dann bei $a>\varepsilon$ verkürzte (gestreckte) Evolventen, bei $a<\varepsilon$ verlängerte Evolventen der gemeinen Evolvente des Grundkreises $\varepsilon$. Im besonderen Falle $a=0$, dem Falle der geschlossenen Schraubenregelfläche, schneidet die Erzeugende die Schneckenachse, das Stirnprofil wird zur archimedischen Spirale. Diese Schnecken sollen daher Spiralschnecken genannt werden; sie werden am häufigsten angewendet. Die verkürzte Evolvente $(a>\varepsilon)$ besitzt einen Wendepunkt[1] und ihre zugeordnete Schneckenfläche ist ungeeignet.

Alle Schnecken mit gleichem Kreuzungswinkel $\varphi$ der Erzeugenden zur Achse und den gleichen Verhältniswerten $a/\varepsilon$ ($a/\varepsilon \lesseqgtr 1$ bis $a/\varepsilon = 0$) und $\varepsilon/r$, wobei $r$ den Halbmesser des Teilzylinders bedeutet, sind sowohl bezüglich ihrer Flanken als auch ihrer Eingriffsfläche geometrisch ähnlich. Gemäß Gl. 56 sind es somit auch alle Flächen gleicher Winkel $\varphi$ und $\beta$ bei gleichem Verhältnis $a/\varepsilon$.

Aus dem Entstehungsgesetze der Schraubenregelflächen geht hervor, daß das Längsprofil der Schneckenfläche, das durch den ebenen Schnitt im Abstand $a$ parallel zur Schneckenachse entsteht, stets geradlinig begrenzt ist. Diese Schnittebenen sind Berührungsebenen des Kehlzylinders (Tangentialschnitte) und schneiden als solche die zugehörige Flanke in Erzeugenden, die unter dem Winkel $\varphi$ gegen die Achse geneigt sind. Die durch die Schneckenachse geführten ebenen Haupt-Längsschnitte schneiden die Flanken im mittleren Längsprofil, das nur bei $a=0$, also bei der Spiralschnecke, geradlinig ausfällt.

Die Profile des mittleren Längsschnittes und auch die Profile der nicht im Abstand $a$ geführten Längsschnitte lassen sich punktweise aus dem allgemeinen Gesetz der Schraubenlinie finden, wonach der Drehung eines Punktes um den Winkel $\mu$ eine axiale Verschiebung $x_p$ gemäß dem Verhältnisse $\mu : 2\pi = x_p : h$, also im Betrage

$$x_p = h/2\pi \cdot \mu \tag{57}$$

entspricht. Man legt um $O_1$ einen Kreis mit dem gerechneten Halbmesser $h/2\pi$. Soll der an dem Halbmesser $O_1 P_e$ (Abb. 94 Seitenriß) liegende Punkt des mittleren Längsschnittes gefunden werden, so ist die Bogenlänge, welche die Schenkel des Winkels $P_e O_1 P_e'$ auf dem $h/2\pi$-Kreise herausschneiden, gleich der axialen Verschiebung $x_p$ und der Punkt $P_e''$ liegt im Abstand $O_1 P_e$ von der Schneckenachse und in der axialen Entfernung $x_p$ vom Aufriß $P$ des Punktes $P_e$ (Abb. 94a). Auf gleiche Weise wurde in der Abbildung die Lage des Kopfpunktes $K_0''$ ausgehend von Punkt $K$ ermittelt.

Die Längsprofile verlaufen im allgemeinen asymptotisch zu der durch den Winkel $\varphi$ gegebenen Richtung. Bei Evolventenschnecken beginnt das Profil senkrecht zur Erzeugenden des Grundzylinders, bei verlängerten Evolventenschnecken (Abb. 94b) tangential zur Erzeugenden des Kehlzylinders und schleifenförmg, bei Spiralschnecken (Abb. 94c) fällt das nunmehr gerade mittlere Stirnprofil mit der Erzeugenden zusammen (vgl. auch [1], S. 121).

Auf ähnliche Weise wie das Evolventensystem kann auch ein zykloidisches System von Schraubenregelflächen aufgestellt werden, das auf das Abwälzen eines Kreises an der Grundzylinderschraubenfläche begründet wird. Derartige Zykloidenschnecken werden aber nicht mehr ausgeführt, da ihre Bearbeitung zu umständlich ist [2].

Stribeck [3] führte die erste genaue Untersuchung des Spiralschneckentriebes durch. Sein Verfahren wurde von Ernst [2] weiter ausgebildet, doch fällt auch dieses immer noch umständlich aus. Im folgenden wurde das Verfahren von Schiebel [4 u. 5] benutzt und auf eine allgemeine Behandlung der Schraubenregelflächen erweitert. Bei diesem Verfahren wird die zeichnerische Untersuchung durch rechnerische Ergebnisse vereinfacht ([6] [7]).

---

[1] Vgl. auch II. Teil, II 4.

Aufstellung der allgemeinen Eingriffsgleichung. Die auf einem Punkte der Schneckenfläche errichtete Flächennormale nimmt in der Eingriffslage $P'$ des Punktes eine bestimmte Raumstellung $N'$ ein (Abb. 95), die sich aus dem Verhalten des Eingriffes in den einzelnen senkrecht zur Radachse gelegten Schnittebenen ableiten läßt. In diesen Radschnitten arbeiten die aus der Schnecke herausgeschnittenen Längsprofile als Zahnstangen mit den Zahnprofilen des Rades zusammen. Die Wälzkreise aller Radschnitte haben den gleichen Halbmesser $R$, weil die axial fortschreitende Bewegung der Schneckenprofile, die der Drehung der Schraubenfläche gleichkommt, in allen Schnitten gleich groß ist.

Im Aufriß der Abb. 95 ist das Profil eingezeichnet, das die durch $P'$ gehende Radebene aus der Schneckenfläche herausscheidet. Die Spur dieser Schnittebene geht im Seitenriß durch $P'$, parallel zu $O_1O_2$. Soll im Schneckenpunkt $P'$ (Aufriß) Eingriff bestehen, so muß nach dem Verzahnungsgesetz der Stirnräder die Projektion seiner Profilnormalen durch den Wälzpunkt $C$ gehen. Da sich aber die Profilnormale $P'C$ des Aufrisses mit der Projektion der Flächennormalen deckt, besteht die Bedingung, daß die in die Längsansicht der Schnecke projizierte Flächennormale durch $C$ gehen muß. Räumlich findet dieses Verhalten seinen Ausdruck durch das Eingriffsgesetz:

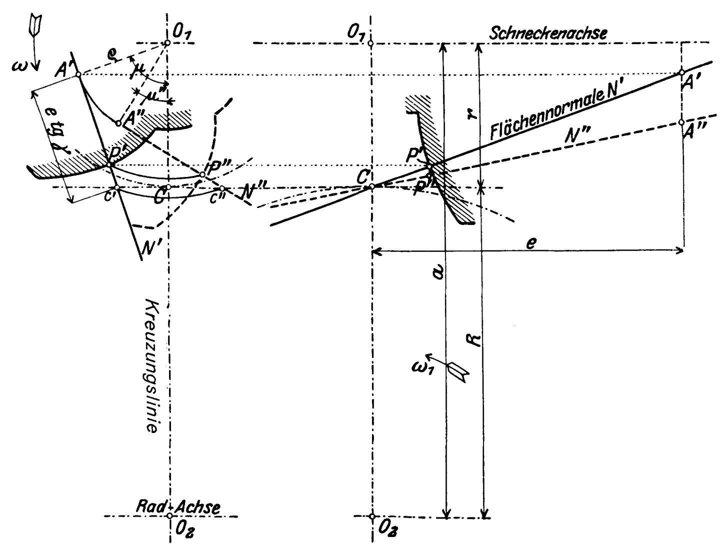


Abb. 95. Eingriffslagen der Flächennormalen. $c'C$ = Wälzachse.

„Ein Punkt der Schneckenfläche tritt dann in Eingriff, wenn seine Flächennormale eine Gerade, die Wälzachse, schneidet, die durch den Wälzpunkt $C$ parallel zur Radachse verläuft.“

Die Wälzachse ist bei der räumlichen Schneckenverzahnung gleichbedeutend dem Wälzpunkt der ebenen Stirnradverzahnung; sie entspricht der Berührungsgeraden der Wälzebene der Zahnstange mit dem Wälzzylinder des Schraubenrades.

Den mathematischen Ausdruck für das Eingriffsgesetz liefert die Projektion des Streckenzuges $O_1A'c'$ im Seitenriß auf die Kreuzungslinie $O_1O_2$. Die Eingriffslage der Flächennormalen $N'$ kreuzt hier im Abstand $\varrho$, der mit $O_1O_2$ den Winkel $\mu$ einschließt, die Schneckenachse im Punkte $A'$ und schneidet in $c'$ die Wälzachse. Liegt die Kreuzungsstelle $A'$ in der axialen Länge $e$ von $O_1O_2$ und kreuzt die Flächennormale die Schneckenachse unter dem Winkel $\gamma$, so beträgt $A'c' = e \operatorname{tg} \gamma$. Das Eingriffsgesetz lautet dann

$$\varrho \cos \mu + e \operatorname{tg} \gamma \sin \mu = r \,. \tag{58}$$

Die Eingriffslage einer Flächennormale wird nach dieser Gleichung aus ihren durch die besondere Art der verwendeten Schraubenfläche gegebenen Bestimmungsstücken $e$, $\varrho$ und $\gamma$ dadurch ermittelt, daß im Schneckenquerschnitt ein rechter Winkel von den Schenkellängen $\varrho$ und $e \operatorname{tg} \gamma$ so einzudrehen ist, daß der Schenkelendpunkt $c'$ auf die Wälzachse fällt. Im allgemeinen gelangt jeder Schneckenpunkt zweimal, in $P'$ und $P''$, in Eingriff, da außer der Eingriffslage $N'$ noch eine zweite ($N''$) unter dem Winkel $\mu''$ besteht.

Für ein System von Regelschraubenflächen mit dem Kreuzungswinkel $\varphi$ der Erzeugenden (Abb. 94) ist ohne weiteres aus dem Entstehungsgesetz des Evolventensystems der Stirnprofile zu erkennen, daß sich die Profilnormalen $N_{s,k,e,l}$ in den Punkten $P_{s,k,e,l}$ die auf einer Geraden im Abstande $y$ von $O_1$ liegen, alle im Punkte $p$ des Grundkreises der Evolvente schneiden. Dieser Punkt liegt daher an dem nach Gl. 55 zu berechnenden Halbmesser $\varepsilon$, der parallel zur Geraden $P_s P_e P_l$ verläuft. Und die Normale auf die Längsprofile fällt im Aufriß (Abb. 94 a, b, c) für alle Punkte $P_{s,k,e,l}$ mit der Normalen in $P$ auf die Erzeugende zusammen. Auf diese einfache Weise sind die Risse der Flächennormalen zu finden. Diese liegt, wie aus dem Seitenrisse zu ersehen ist, nur im Falle der Evolventenschnecke ($a=\varepsilon$), gleichzeitig mit der Erzeugenden in der Berührungsebene an den Kehlzylinder. Die Flächennormale muß aber auch senkrecht auf der Schraubenlinie des Punktes $P$ stehen, allerdings projiziert sich der rechte Winkel nur im Falle der Spiralschnecke im Grundriß in wahrer Größe (Abb. 94 c). Die Gleichsetzung der Werte, die man für die axiale Entfernung zwischen den Punkten $P$ und $p$ aus dem Aufriß und Schrägriß herausrechnen kann, ergibt die Beziehung

$$y \operatorname{tg} \varphi = \varepsilon \operatorname{ctg} \beta \cos \delta .$$

Hierin bedeutet $\delta$ den Winkel, den der dem Punkte $P$ zugehörige Halbmesser $r'$, an dem der Steigungswinkel $\beta$ besteht (Abb. 94 Seitenriß), mit dem Seitenriß der Erzeugenden einschließt ($\sphericalangle P_k O_1 P_s$). Es ist $\sin\delta = a/r'$. Mit $y = r' \cos\delta$ ist Gleichung 56 erfüllt: $r' \operatorname{tg}\varphi = \varepsilon \operatorname{ctg} \beta$.

$P_k$ sei ein Schneckenpunkt am Halbmesser $r_k'$ in der axialen Entfernung $x$ von der Kreuzungslinie. Der Halbmesser $r_k'$ schließt mit der Tangente an den Kehlkreis $a$ den Winkel $\delta$ ein und mit dem Kreuzungsabstand $\varrho$ der Normalen, den Winkel $\tau$ ein. Der Winkel der Profilnormalen $N_k$ zur Projektion des erzeugenden Strahles $e_k$ ist $90-(\tau+\delta)$. Er berechnet sich aus $\sin(\tau+\delta) = r_k' \cos\tau/\varepsilon$. Die Bestimmungsstücke der Eingriffsgleichung 58 können nun für den allgemeinen Fall der offenen schiefen Schraubenregelfläche ($a<\varepsilon$) der Abbildung entnommen werden. Der Kreuzungsabstand $\varrho$ der Normalen von der Schneckenachse $O_1$ ist $\varrho = r_k' \cos\tau$. Der Abstand $e \operatorname{tg}\gamma = \overline{A_k c_k} = \overline{A_k P_k} + \overline{P_k c_k}$ folgt mit $\overline{A_k P_k} = r_k' \sin\tau$ und $\overline{P_k c_k} = \overline{P_k Q}/\sin(\tau+\delta)$, bei der aus dem Aufriß zu entnehmenden Strecke $\overline{P_k Q} = x \operatorname{ctg}\varphi$ mit $e \operatorname{tg}\gamma = r_k' \sin\tau + x \operatorname{ctg}\varphi/\sin(\tau+\delta)$.

Somit lautet die allgemeine Eingriffsgleichung für die Schraubenregelfläche

$$r_k' \cos\tau \cos\mu + \left(r_k' \sin\tau + \frac{x \operatorname{ctg}\varphi}{\sin(\tau+\delta)}\right) \sin\mu = r$$

und in weiterer Vereinfachung

$$\left.\begin{aligned} & r_k \cos(\mu-\tau) + \frac{x \operatorname{ctg}\varphi}{\sin(\tau+\delta)} \sin\mu = r . \\ & \text{Hierin ist} \\ & \sin(\tau+\delta) = \frac{r_k'}{\varepsilon} \cos\tau \quad \text{und} \quad \sin\delta = a/r_k'. \end{aligned}\right\} \qquad (59)$$

Für die Spiralschnecke ist $\delta = 0$, für die Evolventenschnecke ist $(\tau+\delta) = 90°$. Die Evolventenschnecke bietet getriebemäßig gegenüber der Spiralschnecke keine weiteren Vorteile. Sie läßt sich wohl einwandfrei mit gerade-profilierten Scheiben schleifen, doch benötigen die Werkzeuge zur Hinterarbeitung der Frässchnecke gekrümmte Profile, deren Genauigkeit schwer zu erhalten ist.

Da schräge Achsenlagen selten angewendet werden, soll im folgenden die Untersuchung auf den Fall der rechtwinkeligen Achsenkreuzung beschränkt bleiben.

### 4. Die Eingriffsverhältnisse der Spiralschnecken.

Profile der Schneckenfläche: Da die Flanken der Spiralschnecke nach geschlossenen Schraubenregelflächen verlaufen, die durch Schraubung einer die Schneckenachse im Winkel $\varphi = (90° - \alpha)$ schneidenden Gerade um diese entstehen, liefern die Längsschnitte durch die Achse gerade, unter dem halben Flankenwinkel $\alpha$ geneigte Zahnstangenprofile (Abb. 94 c). Die beiden Zahnflanken werden durch zwei symmetrisch liegende Strahlen erzeugt.

Das Stirnprofil der Schnecke ist nach den Ausführungen des vorigen Abschnittes eine archimedische Spirale. Zwischen dem Wälzpunkt $C$ (Abb. 96) des geraden Längsprofiles und einem beliebigen andern Profilpunkte $S$, der am Halbmesser $r'$ liegt, besteht ein axialer Abstand von $(r'-r)\operatorname{tg}\alpha$.

Die Schraubenlinie des Punktes $S$ trifft die durch $C$ gelegte Stirnebene im Punkte $S_0$; gemäß Gl. 57 ist

$$\frac{\delta}{2\pi} = \frac{(r'-r)\operatorname{tg}\alpha}{h}$$

($\delta$ = Winkelabstand von der Längsmittelebene). Die Einführung der Größe $\varepsilon$ aus Gl. 55 ergibt $\delta\ \varepsilon = r' - r$. Man trägt daher zur Ermittlung der Spirale den radialen Abstand $(r' - r)$ der Punkte im Bogenmaß auf dem $\varepsilon$-Kreis auf und projiziert die Punkte $s$ radial von $O_1$ nach $S_0$ auf die Kreise vom zugehörigen Halbmesser $r'$, Abb. 98

Die Eingriffspunkte: Bei Spiralschnecken ist $a = 0$ und Winkel $\varphi = (90° - \alpha)$. Somit ist der Winkel $\delta$ (Abb 94) gleich 0, und man erhält aus Gl. 59 mit

$$r' \cos(\mu - \tau) + \frac{x \operatorname{tg} \alpha}{\sin \tau} \sin \mu = r \tag{60}$$

die Eingriffsgleichung für die Spiralschnecke, die in dieser Form eine einfache zeichnerische Ermittlung des Eingriffes erlaubt.

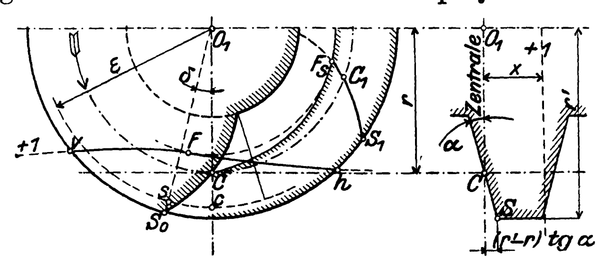


Abb. 96. Stirnprofil der Spiralschneckenfläche. $O_1 C$ = Kreuzungslinie. Unterscheide $\delta$ in Abb. 96 von $\delta$ in Abb. 94 u. Gl. 59.

Die Bestimmung der Eingriffslage (Abb. 97) eines Schneckenpunktes $P$, der an einem Halbmesser $r'$ und in einer axialen Entfernung $x$ von der Kreuzungslinie (Zentrale) liegt, wird auf Grund der Eingriffsgleichung 60 im Schneckenstirnschnitt vollzogen. Das Vorzeichen für $x$ sei positiv im vorderen und negativ im hinteren Schneckenteil. Als vorderer Teil sei jene durch die Mittelstirnebene der Schnecke gebildete Längshälfte bezeichnet, in der das Schneckenrad (seinem Drehsinn gemäß) den Eingriff beginnt. Man trägt (nach Gl. 55) $\varepsilon = \frac{h}{2\pi} \cdot \operatorname{ctg} \alpha$ senkrecht zu $O_1 P$ auf und erhält in $p\,P$ die Projektion der Flächennormalen $N$. Das Lot $\varrho$ schließt mit der Kreuzungslinie den Winkel $\tau$ ein. Von $P$ aus wird, nach auswärts bei $+x$ und nach einwärts bei $-x$, der Wert $\overline{PQ} = x \operatorname{tg} \alpha$ aufgetragen. Eine Senkrechte auf $QO_1$ in $Q$ schneidet $P\,p$ in $R$ und es ist $\overline{PR} = \overline{PQ}/\sin\tau = x \operatorname{tg}\alpha/\sin\tau$.

Die Eingriffslagen $P'$ und $P''$ des Punktes $P$ werden dadurch erhalten, daß man von $R$ die Tangenten $RS'$ und $RS''$ an den Kreis $r$ zieht und die Tangierungspunkte $S'$ und $S''$ von $O_1$ radial auf den $r'$-Kreis herausprojiziert. Die zweite Eingriffslage $P''$ kann man auch einfach durch Übertragen der Strecke $\overline{RP'} = \overline{RP''}$ finden.

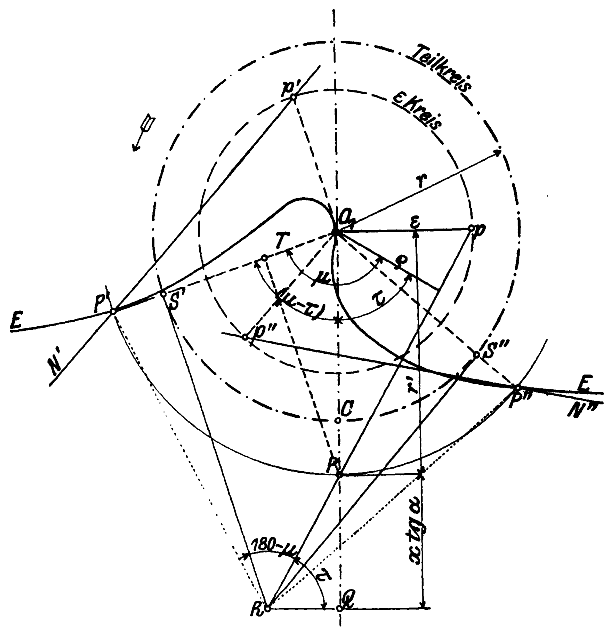



Abb. 97. Ermittlung der Eingriffspunkte der Spiralschnecke.

Die Ermittlung des Schnittpunktes $p'$ einer zu $P'O_1$ Senkrechten $O_1 p'$ auf dem $\varepsilon$-Kreis gestattet schließlich das Eintragen der Flächennormalen $N'$ bei Eingriffstellung $P'$.

Darstellung der Eingriffsfläche. Dehnt man die Eingriffsermittlung auf mehrere Schneckenpunkte aus, die bei gleichem axialen Abstand $x$ von $C$ in verschiedenen Radien $r'$ liegen, so erhält man durch die Verbindung aller Eingriffspunkte die Eingriffslinie $EE$ des Schneckenstirnschnittes im Abstand $x$, wie in Abb. 97 eingezeichnet. Die gesamte Eingriffsfläche wird durch eine Schar von Eingriffslinien dargestellt (Abb. 98, 103), die den in gleichen axialen Zwischenabständen liegenden Stirnschnitten angehören.

Um mit wenig Hilfslinien auszukommen, ist es vorteilhaft die Eingriffslagen nur solcher Punkte zu bestimmen, die einerseits in einem Vielfachen $n$ von etwa $^1/_{10}$ der Teilung $t$ radial vom Teilkreis $r$ abstehen (also $r' = r \pm n \cdot 0{,}1t$) und andererseits in Stirnschnitten liegen, deren Entfernung $x$ ein Vielfaches von $0{,}1t\cdot\mathrm{ctg}\,\alpha$ ist, also $x=\pm n\cdot 0{,}1t\cdot\mathrm{ctg}\,\alpha$. Es fallen nämlich bei diesen Annahmen die einzelnen Punkte $P$ und $Q$ zusammen. Für die Konstruktion sind nur zwei Linienscharen (Abb. 98) notwendig, die eine Schar der geraden Linien zieht man von $p$ durch die einzelnen Punkte $P$ und die andere Schar errichtet man in den einzelnen Punkten $Q$ senkrecht zur Kreuzungslinie. Die Schnittpunkte der beiden Scharen ergeben die Punkte $R$, von denen aus, ohne Linienzug mit bloßer Handhabung des Zeichendreieckes, die Eingriffspunkte ermittelt werden.

Die in den erwähnten Abständen gewählten Stirnebenen sind in der Längsansicht der Schnecke (Abb 99) mit 0, +1, +2, ..., —1, —2, ... bezeichnet; die zugehörigen Eingriffslinien in Abb. 98 sind gleich bezeichnet. Die Eingriffslinie 0 der Schneckenmitte ist eine Gerade, die übrigen Eingriffslinien verlaufen kurvenförmig. Sie geben ein Bild von der Gestalt der Eingriffsfläche.

Für den Verlauf der Eingriffslinien ist allein die Lage des Punktes $p$, des Poles des Systemes, maßgebend; seine Entfernung $\varepsilon$ von $O_1$ ist gemäß Gl. 56 bei einem halben Flankenwinkel $\alpha$ des Schneckenlängsprofiles ausgedrückt durch

$$\varepsilon=\frac{h}{2\pi}\mathrm{ctg}\,\alpha=r\,\mathrm{tg}\,\beta\,\mathrm{ctg}\,\alpha \tag{61}$$

Aus dieser Beziehung ist zu entnehmen, daß der Pol $p$ am Teilkreise $r$ liegt, wenn Steigungswinkel $\beta$ und Eingriffswinkel $\alpha$ gleich groß sind. Bei kleinerer Steigung liegt der Pol innerhalb des Teilkreises; wie Abb. 98 zeigt, nähern sich dann alle Eingriffslinien asymptotisch der mittleren Eingriffsgeraden $gg$. Bei Steigungswinkeln $\beta$, die größer als $\alpha$ sind, fällt jedoch der Pol außerhalb des Teilkreises $r$ (Abb. 114); die Eingriffslinien aller Stirnschnitte gehen dann in der Projektion durch einen gemeinsamen Punkt $E$. Seine Lage erhält man, wenn man von $p$ aus eine Tangente an den Teilkreis $r$ zieht und den Tangierungspunkt radial von $O_1$ aus auf die mittlere Eingriffsgerade projiziert.

Aus der Schar der Eingriffslinien in den Stirnschnitten läßt sich die Eingriffslinie jeder beliebigen Radebene senkrecht zur Radachse ermitteln. Im Seitenriß der Abb. 118 sei $+I$ die Spur einer solchen Ebene; man hat die in dieser Spur liegenden Punkte der einzelnen Eingriffslinien auf die zugehörigen Schneckenstirnschnitte +1, +2, ... hinüber zu projizieren. Die Verbindung der einzelnen Punkte ergibt die Eingriffslinie der Radebene $+I$.

Die Eingriffsfläche der Spiralschnecke ist eine gekrümmte Fläche, die zwei Gerade in den Mittelschnitten von Schnecke und Rad aufweist. Eine dritte Gerade, die parallel zur Schneckenachse verläuft und durch den Punkt $E$ hindurchgeht (Abb. 114) stellt sich bei $\beta>\alpha$ ein. Die Mittelebene der Schnecke zerschneidet die Eingriffsfläche in die Teile der vorderen und hinteren Schneckenhälfte, die Radmittelebene in die der vorderen und hinteren Radhälfte. Vorn ist jene Radhälfte, in die die Schneckenprofile bei der Drehung zuerst eintreten.

Die Eingriffsfläche verläuft desto flacher, je weiter sie von der Radmittelebene zurücksteht. Vordere Radebenen weisen daher stärker geneigte Eingriffslinien auf als die hinteren Radebenen.

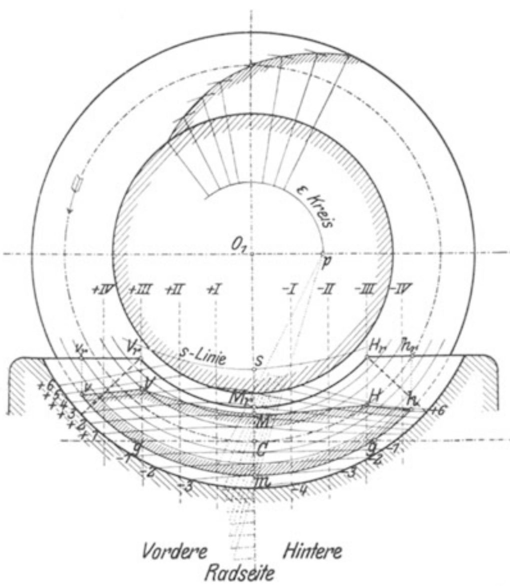
Die Ermittlung der Radzahnfläche. Bei der Ermittlung der einer bekannten Schneckenfläche zugehörigen Radzahnfläche bezieht man diese auf eine solche Lage, in der sie im Wälzpunkt $C$ mit der Schneckenfläche im Eingriff steht.

Die durch einen Eingriffspunkt $P$ gehende Schraubenlinie trifft das Mittelprofil der Schnecke in $P'$ (Abb. 119). Während der Eingriff von $P$ nach $C$ fortschreitet, vollführt das Mittelprofil eine axiale Bewegung $pC$. Dabei dreht sich das Rad um die gleiche Länge $\widehat{p_1C}=\overline{pC}$ im Wälzkreise $R$, und der Streckenzug $O_2p_1P$ kommt in die Lage $O_2CP_r$. Der Punkt $P_r$ ist nun der eingreifende Punkt der Radzahnfläche, deren Lage einer mittleren Eingriffsstellung im Wälzpunkt $C$ entspricht.

Die Größe $C_p$ kann auf Grund der rechnerischen Ermittlung des axialen Abstandes $y$ der Punkte $P$ und $p$ einfacher gefunden werden. Steht $P$ im Winkel $\delta$ von der Radmittelebene ab, so ist sein axialer Abstand von $P'$ gemäß Gl. 57 gleich $\frac{h}{2\pi}\delta$, und da jener des Punktes $P'$ von $p$ gleich $(r'-r)\,\mathrm{tg}\,\alpha$ ist, wird

$$y=\frac{h}{2\pi}\,\delta-(r'-r)\,\mathrm{tg}\,\alpha.$$

**Abb. 98. Seitenriß.** Abb. 98—100. Eingriffsfeld. **Abb. 99. Aufriß.**



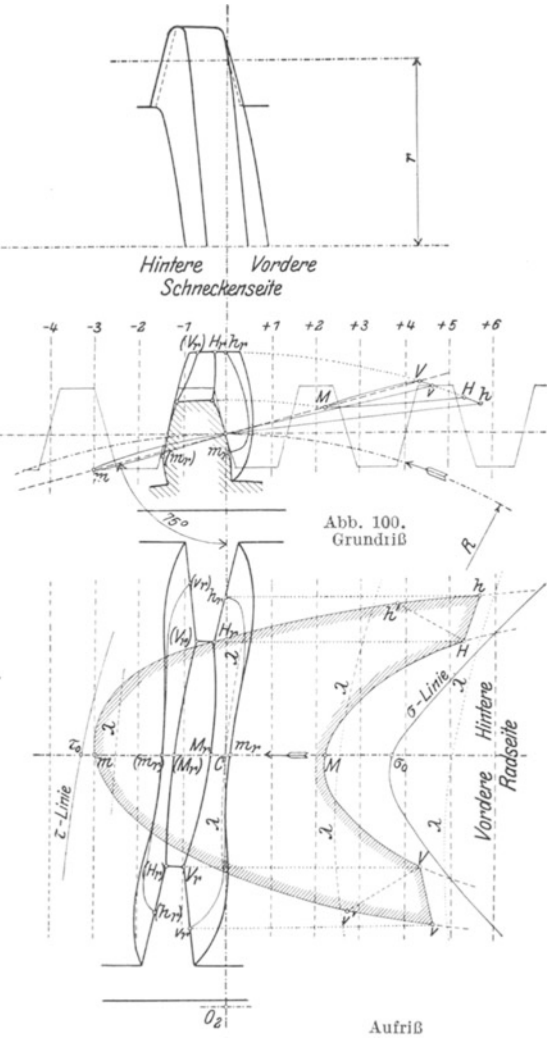
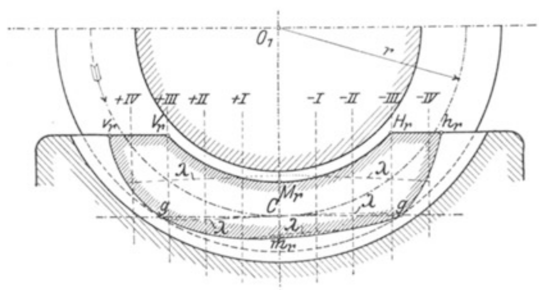




Abb. 101. Eingreifende Radzahnfläche.



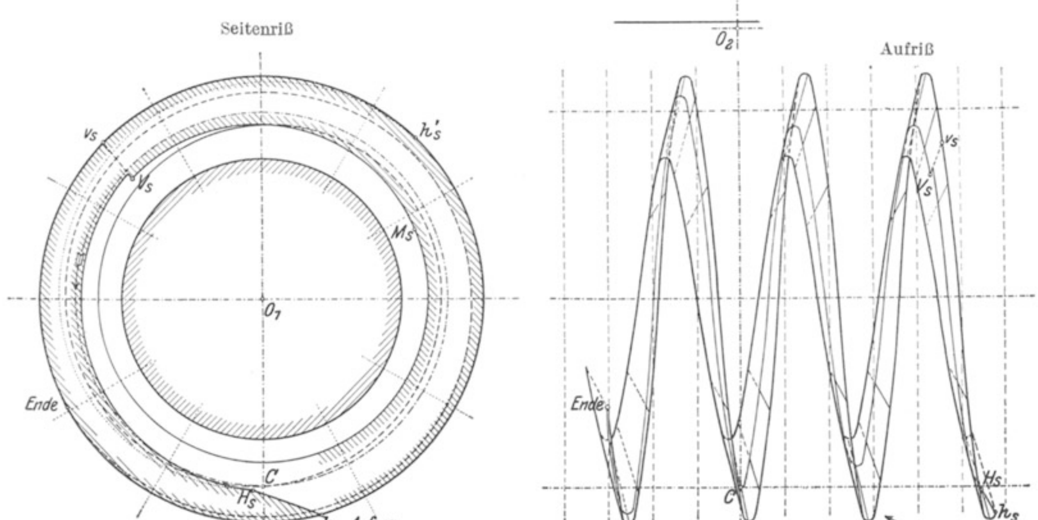




Abb. 102. Eingreifende Schneckenfläche.

Abb. 98—102. Eingängige Schnecke, $\beta = 6°$, $z_2 = 30$.

Zeichnerisch werden die Glieder dieser Gleichung gefunden, wenn man nach den Ausführungen zu Gl. 57 den $h/2\pi$-Kreis und eine durch $C$ unter dem Winkel $\alpha$ gegen die Zentrale geneigte Hilfsgerade im Seitenriß einträgt. Die Bogenlänge $\widehat{ST}$ am $h/2\pi$-Kreis ist dann

$$\widehat{ST} = \frac{h}{2\pi}\delta$$

und die Hilfsgerade schneidet aus der im Abstand $r'$ errichteten Senkrechten zur Zentralen eine Strecke von $\overline{P'Q'} = (r' - r)\operatorname{tg}\alpha$ heraus. Der gesuchte Radwälzkreisbogen wird durch zeichnerische Summierung $\widehat{Cp_1} = x + y = x + \widehat{ST} - P'Q'$ gefunden.

Die so ermittelte ganze Zahnfläche ist in Abb. 99 und 100 dargestellt. Sie zeigt vor und hinter der Radmitte einen ungleichen, zur Gegenfläche am gleichen Zahn verkehrt symmetrischen Verlauf.

Verlauf der Linien des gleichzeitigen Eingriffes. Diese Linien werden als Schnitte der Eingriffsfläche mit irgend einer Lage der Schneckenfläche erhalten. Man schneidet beide Flächen durch eine Anzahl von Ebenen, 0, + 1, + 2, ... senkrecht zur Schneckenachse und bringt ihre Schnittlinien miteinander zum Schnitte. Die Verbindung der erhaltenen Schnittpunkte liefert die Linien $\lambda\lambda$ (Abb. 100 u. 103) des gleichzeitigen Eingriffes. Da die Schneckenfläche an mehreren Stellen in die Eingriffsfläche eintritt, ergeben sich zu jeder Schneckenlage mehrere Eingriffslinien. Aus der Lage der schwach gekrümmten Linien ist zu ersehen, wie der Eingriff im Sinne des eingezeichneten Bewegungspfeiles fortschreitet.

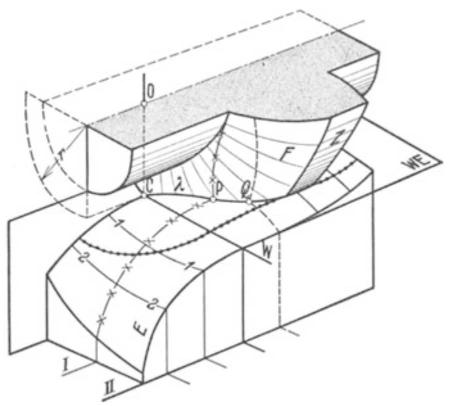



Abb. 103. Eingriffsfläche, schematisch. — $OC$ = Kreuzungslinie, $CW$ = Wälzachse, $WE$ = Wälzebene, $F$ = beliebige Flankenfläche, $E$ = Eingriffsfläche rechte Hälfte.
............ Grenze des Eingriffsfeldes (Schnitt von $E$ mit $Z$).
× × × × × × (durch $P$): Schnitt einer Längsebene mit $E$ und $F$.
— — — — — — (durch $Q$): Schnitt einer Querebene mit $E$ und $F$.
$CPQ = \lambda$ = Linie gleichzeitigen Eingriffes.

Zeichnerische Ermittlung: Das Stirnprofil der Schnecke, das für alle Stirnschnitte gleiche Gestalt besitzt (Abb. 96), steht bei einem Stirnschnitt im Abstande $x$ von der Schneckenmitte, vom Stirnprofil der Mitte im Bogenmaß ab um

$$\widehat{CC_1} = 2r\pi\frac{x}{h}.$$

Man kopiert das Stirnprofil auf Pauspapier und legt es in $C_1$ auf; sein Schnitt mit der Eingriffslinie der zugehörigen Stirnschnittebene liefert einen Punkt der Linien des gleichzeitigen Eingriffes. Derart wurden im Getriebe der Abb. 98 die einzelnen Punkte ermittelt und in den zugehörigen Grundriß (Abb. 100) übertragen.

Bestimmung des Eingriffsfeldes. Die Drehflächen, die die äußeren Zahnbegrenzungen von Rad und Schnecke umhüllen, schneiden aus der Eingriffsfläche das Eingriffsfeld heraus, in dem sich die eigentliche Einwirkung der Zahnflächen aufeinander vollzieht. Bei weniger eingehenden Untersuchungen genügt die Feststellung des wichtigsten Risses des Feldes, des Feldgrundrisses (Abb. 100).

Der Kreisumfang $vmh$ (Abb. 98), das ist die Projektion des Kopfzylinders der Schnecke, bestimmt die Abgrenzung des Feldes im Seitenriß. Durch das Übertragen der Abstände, die die in den Außenkreis der Schnecke fallenden Punkte der einzelnen Eingriffslinien 0, + 1, + 2, ... von der Radmittelebene einnehmen, auf die Spuren der zugehörigen Stirnebenen im Grundrisse (Abb. 100) gelangt man zu einer Punktreihe, deren Verbindungslinie $vmh$ die Begrenzung des Feldgrundrisses durch den äußeren Schneckenumfang ergibt. Die Linie schließt das Feld auf der hinteren Schneckenseite vollständig ab. Auf der vorderen Seite wird die Abgrenzung erst durch den Einschnitt der Radumhüllungsfläche geschlossen; seine punktweise Ermittlung erfolgt in den einzelnen Radebenen 0, + I, + II, ... .

In Abb. 118 ist z. B. $A_r$ der äußerste Zahnpunkt der Radebene + I. Es wird ihre Eingriffslinie im Aufrisse bestimmt und zum Schnitt mit dem Radkreise gebracht, auf dem $A_r$ liegt. Der Schnittpunkt $A$ ist dann ein Abgrenzungspunkt des Feldes. Durch Projizieren auf die Spur der zugehörigen Radebene bringt man ihn zur Darstellung im Seiten- und Aufrisse. Für die Ermittlung genügt das Einzeichnen von

Abb. 104—108. Ausführung mit Profilverschiebung.

Abb. 104.

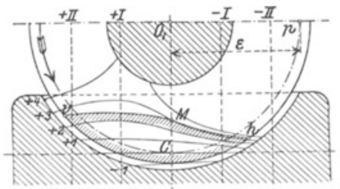


Abb. 107.

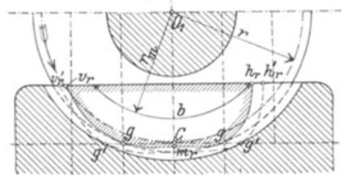


Abb. 105.

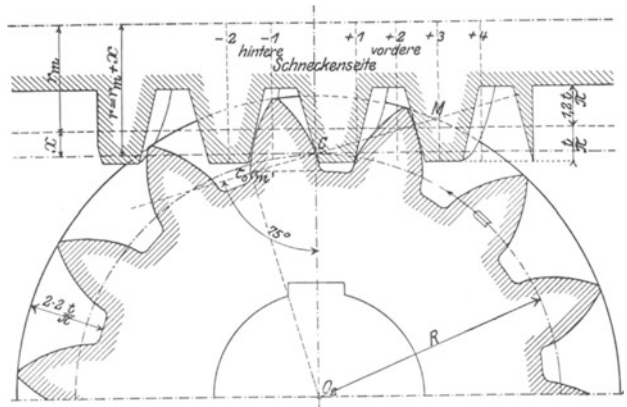



Abb. 108.

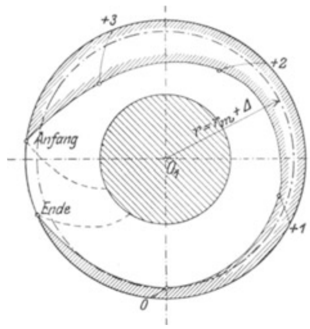



Abb. 106.

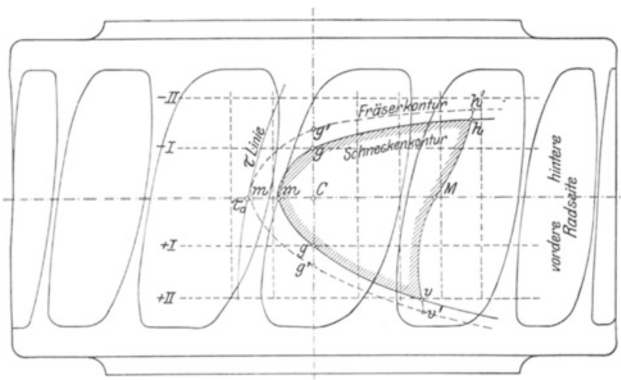



Abb. 109—113. Ausführung ohne Profilverschiebung.

Abb. 109.

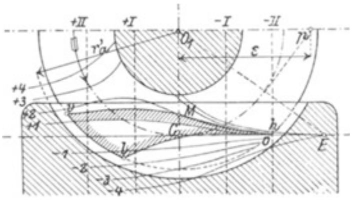


Abb. 112.

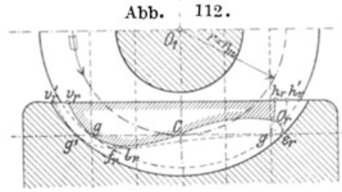


Abb. 110.

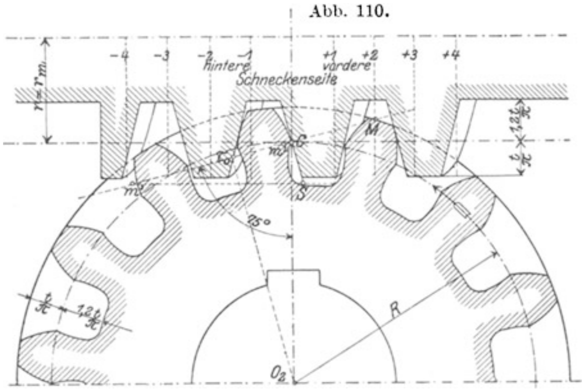



Abb. 113.

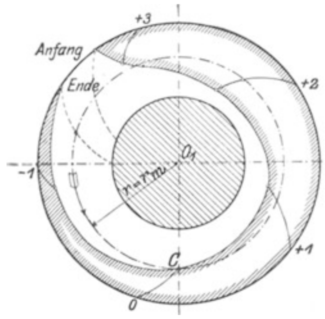



Abb. 111.

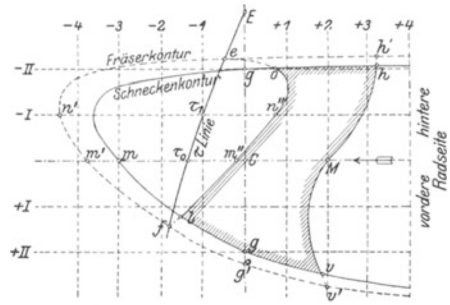



Abb. 104—113. Zweigängige Schnecke. $\beta_m = 18° 40'$, $z_2 = 14$.

jenem Teile der Eingriffslinie, der voraussichtlich im Bereiche des Schnittes A liegt, also in dem Fall der Abb. 118 von dem Teile zwischen den Stirnebenen + 1 und + 2. Die einzelnen Radebenen werden zweckmäßig so gelegt, daß sie besonders charakteristische Punkte der Zahnumgrenzung enthalten, wie z. B. die Punkte $V_r$ und $H_r$ (Abb. 98). Die Umhüllungsfläche der mittleren, zur Schnecke konzentrischen Zahnbegrenzung $V_r\,M_r\,H_r$ schneidet die Eingriffsfläche in der Linie $V\,M\,H$ (Abb. 100), und die zylindrischen Seitenbegrenzungen schließen das Eingriffsfeld vollends in den beiden Linienteilen $v\,V$ und $H\,h$ ab.

Der Feldgrundriß hat die Gestalt eines Hufeisens, dessen Schenkel in der vorderen Schneckenhälfte liegen. Die Achse der Figur liegt ungefähr senkrecht zum Schraubenverlauf des Zahnes. Bei größerer Steigung der Schnecke ist daher die Figur mehr gegen die mittlere Radebene verdreht. Weil der Feldteil in der vorderen Schnecken-

Abb. 114. Seitenriß.

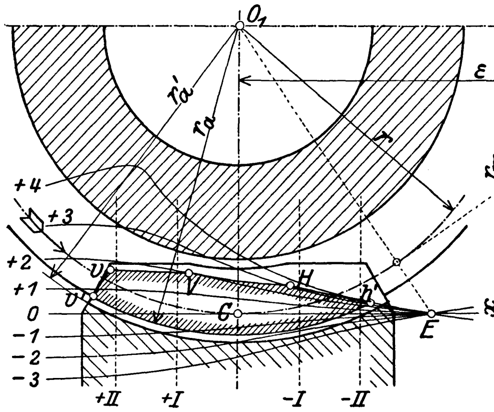



Abb. 115. Aufriß.

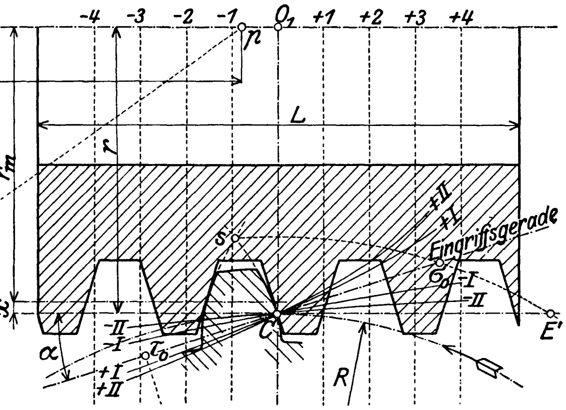



Abb. 117. Eingreifende Radzahnfläche.

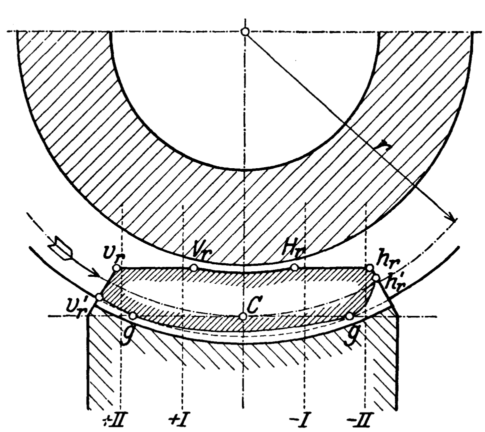



Abb. 116. Grundriß des Eingriffsfeldes.

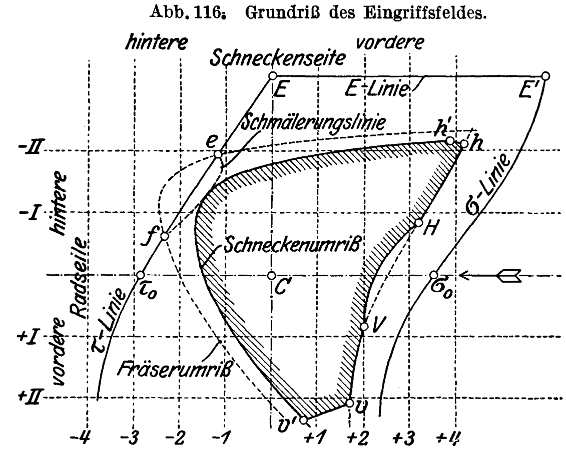



Abb. 114—117. Achtgängige Schnecke. $\beta = 30^0$, $z_2 = 24$.
(Ersetze $x$ durch $xm$).

hälfte länger und breiter als der hintere Feldteil ist, besteht in der vorderen Hälfte eine größere Eingriffsdauer, und es vollzieht sich hier der Eingriff auch in längerer Linienberührung der Zahnflächen, was aus den Linien $\lambda\lambda$ des gleichzeitigen Eingriffes (Abb. 100) zu ersehen ist.

Die Eingriffslinien in den hinteren Radebenen verflachen sich mit zunehmender Entfernung von der Radmitte (Abb. 115), während in den vorderen Radebenen ein steilerer Anstieg auftritt, so daß sich hier ein größerer Zahndruck einstellt. Der um den Wälzpunkt zentral liegende Teil des Feldes bietet somit das beste Eingriffsverhalten. Die Ungleichmäßigkeit im Verlauf der Eingriffslinien nimmt mit der Polentfernung $\varepsilon$ zu. Gemäß Gl. 61 wächst $\varepsilon$ mit dem Steigungswinkel $\beta$, größere Eingriffswinkel $\alpha$ dagegen mindern die Entfernung. Es läßt sich daher das ungleichmäßige Eingriffsverhalten großer Schneckensteigungen durch die Ausführung eines größeren

Eingriffswinkels mildern. Doch ist eine leidliche Gleichmäßigkeit nur dann zu wahren, wenn der Eingriff auf einen verhältnismäßig kleineren Feldausschnitt beschränkt bleibt, was durch eine entsprechend große Ausführung der Schnecke zu erreichen ist. Bei wachsender Steigung ist das Verhältnis von Schneckenhalbmesser zu Teilung zu vergrößern.

Bestimmung der eingreifenden Radzahnfläche. Der zur Berührung gelangende Teil der Radzahnfläche reicht bis zur Außenbegrenzung des Zahnes. Inwieweit die Zahnfläche nach innen zum Eingriff herangezogen wird, hängt nur vom Außenumfang der Schnecke ab.

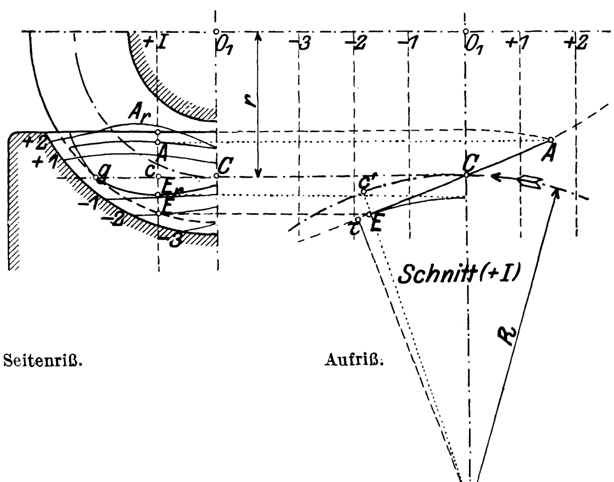


Abb. 118.
Eingriffslinie der Radebene.

Punktweise Bestimmung der Feldbegrenzung (Abb. 118). Der Außenkreis der Schnecke begrenzt im Punkte $E$ den Eingriffsbereich der Eingriffslinie von der Radebene $+$ I. In der Spur dieser Ebene im Seitenrisse reicht daher das Zahnfeld bis zu einem Punkte $E_r$, der im Halbmesser $O_2 E$ von der Radachse absteht. Seine Aufsuchung erfolgt durch das Übertragen des radialen Abstandes $c' E$ vom Wälzkreise nach $c E$. Man führt zweckmäßig die Ermittlung nur für solche Punkte $E$ durch, in denen die Eingriffslinien des Seitenrisses den Außenkreis der Schnecke treffen.

Für das in den Abb. 98—100 dargestellte Getriebe ist in Abb. 101 das Radzahnfeld schraffiert eingezeichnet; die Zahnfeldpunkte sind durch die Buchstaben der zugehörigen Eingriffsfeldpunkte mit hinzugefügtem Zeiger $r$ bezeichnet. Die innere Begrenzungslinie des Zahnfeldes berührt den Außenkreis in zwei Punkten $g g$, die auf der Eingriffsgeraden der Schneckenmitte liegen; in diesen Punkten dringt der Eingriff am weitesten in den Zahnfuß ein. Man ersieht weiter, daß sich die vordere Hälfte des Zahnes mit einer größeren Fläche am Eingriffe beteiligt als die hintere Hälfte.

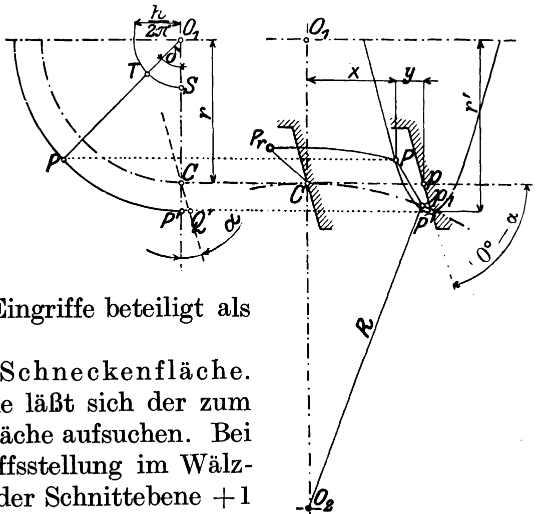


Abb. 119.
Ermittlung eines Radzahnpunktes.

Bestimmung der eingreifenden Schneckenfläche. Mit Hilfe des Stirnprofiles der Schnecke läßt sich der zum Eingriff gelangende Teil der Schneckenfläche aufsuchen. Bei einer Lage der Schnecke in der Eingriffsstellung im Wälzpunkte $C$, befindet sich das Stirnprofil der Schnittebene $+1$ (Abb. 96) in der Lage $C_1 S_1$, die von der Zentralstellung des Profils im Teilkreisbogen

$$\widehat{C C_1} = 2 r \pi \frac{x}{h}$$

absteht. Der im Eingriffsfelde sich befindende Teil der Eingriffslinie für die Schnittebene $+1$ sei $v F h$. Überführt man den der Schneckenachse $O_1$ zunächst liegenden Punkt $F$ und die weitesten Punkte $v$ und $h$ in Kreisen auf das Querprofil $C_1 S_1$, so erhält man in der Profillänge $F_s S_1$ den tatsächlich zum Eingriff kommenden Profilteil; $F_s$ und $S_1$ sind Punkte der Begrenzungslinie des eingreifenden Schneckenfeldes.

Für die vollständige Feldermittlung hat man demnach zunächst die Teilkreispunkte der Stirnprofile für die einzelnen Schnittebenen 0, + 1, + 2, ... in einer eigenen Querschnittfigur der Schnecke (Abb. 102, Seitenriß) einzutragen. Dann entnimmt man mit dem Zirkel die radialen Abstände der im Eingriffsfelde liegenden Eingriffslinienteile aus Abb. 98 und überträgt sie in die Abb. 102 durch Einstechen auf die zugehörigen Stirnprofile, deren einzelne Lagen man sich durch das Auflegen eines auf Pauspapier kopierten Profiles auf die entsprechenden Teilkreispunkte verschafft. Die eingestochenen Punkte sind schließlich durch Linienzüge zu verbinden.

Eine noch deutlichere Vorstellung erlangt man durch das Übertragen der Begrenzungslinie auf die Längsprojektion der Schneckenfläche (Abb. 102 Aufriß).

Aus den Darstellungen des Schneckenfeldes (Abb. 102) und des Eingriffsfeldes ist zu ersehen, daß der Eingriff in der hinteren Radseite zuerst einsetzt; der Schneckenpunkt $h_s$ beginnt hier den Eingriff im Feldpunkte $h$. Von $V_s v_s$ an wirken die Punkte der Schneckenfläche auf beide Radseiten ein. Der zum Eingriff herangezogene Teil der Zahnhöhe verbreitert sich im weiteren bis zu einem Maximum und nimmt dann allmählich ab, bis er in einem Punkte des Außenumfanges aufhört.

Der größere Teil des Schneckenfeldes liegt auf der vorderen Schneckenseite. Es gelangt daselbst nicht nur eine größere Windungslänge der Schraube zur Einwirkung, sondern es wird auch ein größerer Teil der Zahnhöhe ausgenützt. Auf der hinteren Schneckenseite liegen die zum Eingriff kommenden Punkte sämtlich außerhalb des Teilzylinders $r$. Die Eingriffslänge der vorderen Schneckenseite bestimmt somit die Ausführungslänge der Schnecke.

Bei mehrgängigen Schnecken setzt sich die gesamte eingreifende Schneckenfläche aus den gleich begrenzten Teilfeldern der einzelnen Schneckengänge zusammen (Abb. 108, 113).

Beschränkungen des Eingriffsgebietes. Die Entwicklung der beiden Radzahnflanken ist nur bis zu ihrer Schnittlinie möglich. Abb. 115 zeigt in $s$ den Schnittpunkt der Profile der mittleren Radebene; die Zahnspitze $s$ kommt in $\sigma_0$ zum Eingriff. Die gleiche Ermittlung für die übrigen Radebenen liefert bei Übertragen der einzelnen Punkte $s$ in den radialen Abständen von der Radachse die $s$-Linie des Seitenrisses (Abb. 98) und die Eingriffspunkte $\sigma$ die im Grundrisse (Abb. 100) die $\sigma$-Linie bilden. In der vorderen Schneckenseite kann die Eingriffsfläche nur bis zur $\sigma$-Linie verwertet werden. Eine einfachere, annähernde Ermittlung kann durch Legen eines Radkreises durch die mittlere Spitze $s$ getroffen werden (Abb. 115); der Kreis schneidet dann aus den Eingriffslinien des Aufrisses die Punkte $\sigma$ ab, die in den Grundriß zu übertragen sind (Abb. 116).

Die Zahnprofilierung ist weiter nur bis zu den der Radachse zunächst liegenden Punkten (z. B. Punkt $\tau_0$ Abb. 115) der Eingriffslinien möglich, da sonst rückläufige Profile entstünden. Das Aufsuchen dieser Punkte $\tau$ in allen Radebenen führt im Grundriß (Abb. 116) zur $\tau$-Linie, die das verwendbare Eingriffsgebiet auf der hinteren Schneckenseite abschließt. Die $\tau$-Linie kommt eigentlich erst bei steilen Schneckenflächen in der Nähe von 30° Steigungswinkel praktisch zur Geltung. (Über ein verfeinertes Verfahren zur Aufsuchung der $\tau$-Linie siehe Schrifttum [7].)

Für eine Radebene im Abstande $CE$ von der Mitte (Abb. 114) besteht schließlich eine gerade Eingriffslinie $EE'$, die den Radwälzkreis tangiert (s. S. 74). Die Zahnflanke des Rades beschränkt sich hier auf ein bloßes Kopfprofil, das nur in der vorderen Schneckenseite mit dem in der Schneckenwälzbahn sich bewegenden Zahnstangenpunkt eingreift. Hinter der Radebene $EE'$ verlaufen die Eingriffslinien in entgegengesetzter Neigung. Der Radzahn kann hier nicht mehr ausgestaltet werden, da die Flanken der Schnecke in ihn eindringen. Die zur Schneckenachse parallele Gerade $EE'$, die $E$-Linie, schließt in $E$ an die $\tau$-Linie an (Abb. 116). Sie begrenzt den verwendbaren Teil der Eingriffsfläche auf der hinteren Radseite. Durch den Punkt $E$ ist auch die Grenze für den Außenumfang der Frässchnecke festgelegt, da weiter auswärts liegende Zahnteile aus einem Fräserschnitt nicht mehr entstehen können.

Bei zu naher Lage des Punktes $E$ schafft gemäß Gl. 61 ein größerer Eingriffswinkel $\alpha$ Abhilfe. Es könnten so Schneckensteigungen bis 45° ausgeführt werden. Weil aber durch große Eingriffswinkel der Zahndruck zu groß wird, ist dieses Mittel nur in beschränktem Maße anwendbar. Eine nennenswerte Steigerung des Wirkungsgrades gegenüber den Ausführungen von 30° ist nicht zu erreichen.

Das verwendbare Gebiet der Eingriffsfläche liegt nach diesen Feststellungen zwischen der $\sigma$-, $\tau$- und $E$-Linie.

**5. Die Eingriffsverhältnisse der Evolventenschnecken.** Die Profile der Schneckenfläche. Eine Berührungsebene an den Kehlzylinder $r_k$ der abwickelbaren Schraubenregelfläche, nach der die Flanken der Evolventenschnecke gebildet sind (vgl. [8] und [9]), schneidet diese im Tangentialprofil (Abb. 120) und zwar in geraden Strahlen, die stets Tangenten an die Schraubenlinie des Kehlzylinders bleiben[1]. Es besteht am Halbmesser des Kehlzylinders, der hier als Grundzylinder bezeichnet werde, ein Schraubensteigungswinkel $\beta_k$,

$$\operatorname{tg}\beta_k = \frac{h}{2\pi r_k} = \operatorname{tg}\alpha_t\,,$$

der den Kreuzungswinkel $\varphi = (90° - \alpha_t)$ der Erzeugenden zur Schneckenachse auf 90° ergänzt, und der gleich dem Flankenwinkel $\alpha_t$ des geraden Zahnprofiles des Tangentialschnittes ist. Die beiden Flanken eines Zahnes werden nämlich durch zwei um 180° gegeneinander versetzte Tangentenstrahlen erzeugt, die die Schneckenachse im Winkel $\varphi$ kreuzen. Der Tangentialschnitt des Schneckenzahnes weist daher ein gerades und ein gekrümmtes Profil auf.

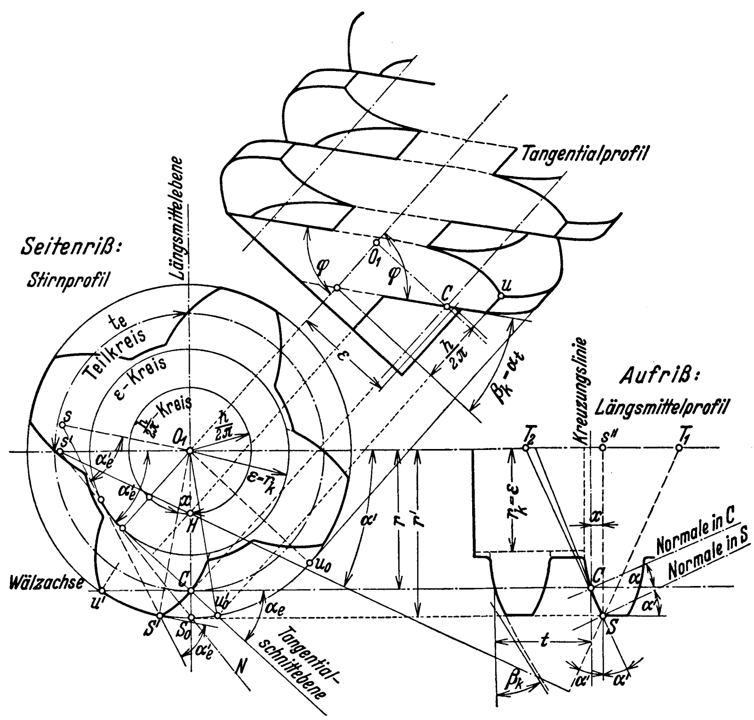



Abb. 120. Viergängige Evolventenschnecke, $a_n = 20°$, $\beta = 23° 55'$.

Der Halbmesser $r_k$ des Grundzylinders ist bei der Evolventenschnecke nach den Ausführungen des Absatzes 3 gleich der Größe $\varepsilon$. Nach Gl. 55 und 56 wird somit

$$r_k = \varepsilon = r \operatorname{tg}\beta \operatorname{tg}\varphi = r \operatorname{tg}\beta \operatorname{ctg}\alpha_t = \frac{h}{2\pi}\operatorname{ctg}\alpha_t\,, \tag{62}$$

wobei $r$ den Teilkreishalbmesser und $\beta$ den an diesem bestehenden Steigungswinkel bedeutet.

Das Stirnprofil der Evolventenschnecke ist eine gemeine Evolvente des Grundkreises $\varepsilon$; es kann daher die Schnecke als ein Stirnrad mit Evolventen-Schraubenzähnen aufgefaßt werden (Abb. 120 Seitenriß), dessen Zähnezahl $z_1$ gleich der Gangzahl ist, dessen Zähne am Teilkreishalbmesser $r$ einen Steigungswinkel $\beta$ aufweisen, und dessen Radbreite gleich der Schneckenlänge ist.

Das Stirnprofil entsteht durch Abwälzen einer Geraden am Grundkreis $\varepsilon$, der Eingriffswinkel $\alpha_e$ des Stirnprofiles ist daher aus $\cos\alpha_e = \varepsilon / r = \operatorname{tg}\beta \operatorname{ctg}\alpha_t$ zu berechnen. Der Zahnwinkel $\alpha_e'$ eines beliebigen Punktes am Halbmesser $r'$, das ist der Winkel den die Profiltangente mit $r'$ einschließt, berechnet sich übereinstimmend aus

$$\cos\alpha_e' = \varepsilon / r' = \operatorname{tg}\beta' \operatorname{ctg}\alpha_t \tag{63}$$

[1] Percy Brown und John Bostock-Getriebe DRP. 328 656.

Wird vom Eingriffswinkel $\alpha_n$ in einem Schnitte senkrecht zur mittleren Schraubenlinie, dem **Normalschnitte**, ausgegangen, so ist (siehe Schrägzahn-Stirnräder)

$$\operatorname{tg}\alpha_e = \operatorname{tg}\alpha_n/\sin\beta \qquad (64)$$

oder mit $\cos\beta = \cos\alpha_t/\cos\alpha_n$ (siehe Gl. 16)

$$\operatorname{tg}^2\alpha_e = \frac{\operatorname{tg}^2\alpha_n}{1-\cos^2\alpha_t(1+\operatorname{tg}^2\alpha_n)}\,.$$

Stirnteilung $t_e = 2r\pi/z_1 = t_n/\sin\beta$.

Die **Profile im Längsschnitt** entstehen durch achsenparallele ebene Schnitte, sie sind außer im Abstand $\varepsilon$ stets gekrümmt.

Zur Ermittlung des mittleren Längsprofiles (Achsenschnitt) wird nach Gl. 57 um $O_1$ ein Hilfskreis mit dem Halbmesser $h/2\pi$ gelegt. Um z. B. den am Halbmesser $r'$ liegenden Punkt des Längsmittelprofiles zu finden, wird im Seitenriß der Schnittpunkt $S'$ des $r'$-Kreises mit der durch den Wälzpunkt $C$ verlaufenden Evolvente des Stirnprofiles aufgesucht und die Bogenlänge $x$, die die Schenkel des Winkels $S_0O_1S'$ auf dem $h/2\pi$-Kreise herausschneiden, im Aufriß auf der im Abstand $r'$ von der Schneckenachse gezogenen Ordinate, von der Kreuzungslinie aus, aufgetragen. Die so gefundenen Punkte $S$ ergeben durch ihre Verbindungslinie das mittlere Längsprofil.

Dieselbe Überlegung führt zur Aufsuchung der Punkte des Profiles in einer zur Längsmittelebene in beliebigem Abstande parallel geführten Ebene. Soll z. B. der am Halbmesser $r'$ liegende Punkt des Tangentialgegenprofiles aufgesucht werden, so ist im Seitenriß der Punkt $U'$ des Gegenprofiles um den Winkel $U'O_1U_0'$ zu drehen bis er in die Spurlinie $CU_0'$ der Schnittebene fällt. Die Schenkel dieses Winkels schneiden dann wieder am $h/2\pi$-Kreis die axiale Entfernung des gesuchten Punktes $U$ von der Spur $O_1C$ der Stirnebene im Tangentialschnitt heraus.

Das mittlere Längsprofil beginnt senkrecht zur Erzeugenden des Grundzylinders und verläuft asymptotisch zu der durch den Winkel $\alpha_t$ gegebenen Richtung. Die Profile fallen daher um so flacher aus je größer $\alpha_t$ ist. Die Zahnwinkel $\alpha'$ im Längsschnitt, das sind die von den Profiltangenten mit den Halbmessern $r'$ eingeschlossenen Winkel, stehen mit dem Zahnwinkel $\alpha_n'$ des Normalschnittes in der Beziehung

$$\operatorname{tg}\alpha' = \operatorname{tg}\alpha_n'/\cos\beta' \qquad (65)$$

woraus mit Benutzung der Gl. 64 folgt

$$\operatorname{tg}\alpha' = \operatorname{tg}\alpha_e'\operatorname{tg}\beta' \qquad (66)$$

Mit Einführung des Wertes für $\operatorname{tg}\alpha_e'$, berechnet aus Gl. 63, ist

$$\operatorname{tg}^2\alpha_t = \operatorname{tg}^2\beta' + \operatorname{tg}^2\alpha' \qquad (67)$$

und

$$\operatorname{tg}\alpha' = \operatorname{tg}\alpha_t\sin\alpha_e'.$$

Die Subnormale $\overline{O_1s}$ des Stirnprofiles für einen beliebigen Punkt $S'$ kann dem Seitenriß der Abb. 120 entnommen werden: $\overline{O_1s} = r'\operatorname{ctg}\alpha_e'$. Wird in dieser Gleichung für $r' = \frac{h}{2\pi}\operatorname{ctg}\beta'$, und für $\operatorname{tg}\alpha_e'$ der Wert aus Gl. 66 eingesetzt, so erhält man eine Beziehung, die eine einfache zeichnerische Ermittlung der Tangenten und Normalen des Längsprofiles zuläßt: $\overline{O_1s} = \frac{h}{2\pi}\operatorname{ctg}\alpha'$.

Man dreht einen Punkt $S'$ des Stirnprofiles in die Spur der Längsebene, z. B. für den Mittelschnitt in die Kreuzungslinie nach $S_0$ und zieht von da die Tangente an den $\varepsilon$-Kreis, wodurch die Profilnormale $S_0s'$ des Stirnschnittes in $S_0$ gefunden ist. Zieht man weiter eine Gerade von $s'$ zum Schnittpunkt $H$ des $h/2\pi$-Kreises mit der Spurlinie, so ist

$$\frac{\overline{O_1s'}}{h/2\pi} = \operatorname{ctg}(O_1s'H) = \operatorname{ctg}\alpha'.$$

Eine Normale zu $Hs'$ in $S$ ergibt im Aufriß das Spiegelbild der Profiltangente in $S$, die durch symmetrische Übertragung $T_1s'' = s''T_2$ in $T_2S$ gefunden wird. Senkrecht zu ihr verläuft die Profilnormale des Längsschnittes. Auf ähnliche Weise sind auch die Tangenten an beliebige Längsprofile in zur Schneckenachse parallel geführten Schnittebenen zu finden.

Die Profilnormalen des Stirn- und Längsschnittes sind auch die Risse der Flächennormalen. Diese liegen bei der Evolventenschnecke mit der Erzeugenden in der gleichen Berührungsebene an den Grundzylinder $\varepsilon$.

Der Flankenwinkel des Längsprofiles in den Wälzpunkten $C$ entspricht dem mittleren Eingriffswinkel $\alpha$ des Längsprofiles. Er wird nach den Gleichungen 66 und 67 berechnet aus

$$\operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg}\beta \operatorname{tg}\alpha_e$$

oder

$$\operatorname{tg}^2\alpha = \operatorname{tg}^2\alpha_t - \operatorname{tg}^2\beta\,. \tag{68}$$

Auf den mittleren Eingriffswinkel des Normalschnittes bezogen ist

$$\operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg}\alpha_n / \cos\beta\,. \tag{69}$$

Im Normalschnitt besteht der Teilungsmodul

$$\frac{t_n}{\pi} = \frac{t}{\pi}\cos\beta\,,$$

von dem die Zahnhöhenbemessungen abhängig gemacht werden.

Eingriffsgleichung. Eingriffspunkte: Bei der Evolventenschnecke sind in die allgemeine Eingriffsgleichung 59 die Werte für

$$(r_k') = r' = \varepsilon/\cos\tau\,; \qquad (\tau + \delta) = 90^\circ\,;$$
$$\varphi = 90^\circ - \alpha_t$$

einzusetzen. Die Eingriffsgleichung der Evolventenschnecke lautet daher

$$r'\cos(\mu - \tau) + x \operatorname{tg}\alpha_t \sin\mu = r \tag{70}$$

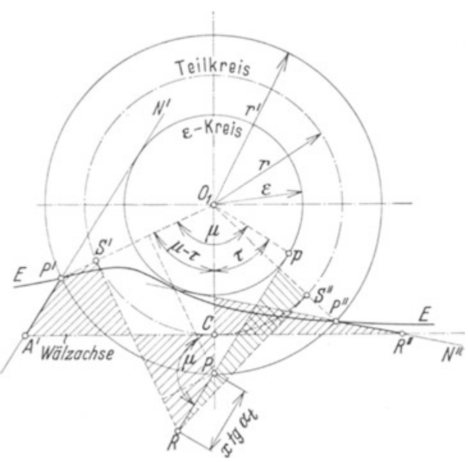



Abb. 121. Ermittlung der Eingriffspunkte der Evolventenschnecke (statt $A'$ setze $R'$).

Zeichnerische Ermittlung der Eingriffspunkte nach dem Verfahren von Ingrisch [5]. Sollen die Eingriffslagen $P'$ und $P''$ des Punktes $P$ (Abb. 121), der am Halbmesser $r'$ und in der axialen Entfernung $x$ von der Kreuzungslinie liegt, gefunden werden, so zieht man von $P$ die Tangente $Pp$ an den $\varepsilon$-Kreis (Gl. 62) und trägt den Abstand $\overline{PR} = x\operatorname{tg}\alpha_t$ von $P$ aus, bei $+x$ auswärts und bei $-x$ nach einwärts, auf ihr auf. Die Berührungspunkte $S'$ und $S''$ der von $R$ an den Teilkreis $r$ gezogenen Tangenten ergeben, radial auf den $r'$-Kreis projiziert, die Eingriffslagen $P'$ und $P''$. Das Vorzeichen für $x$ wird ebenso wie bei der Spiralschnecke (siehe Absatz 4) bestimmt. Die gleichsinnig gezogenen Tangentenstrahlen $N'$ und $N''$ von $P'$ und $P''$ aus an den $\varepsilon$-Kreis, ergeben die Projektionen der Flächennormalen.

Die Gleichheit der in Abb. 121 schraffierten Figuren ergibt eine einfachere Ermittlung der Eingriffslinie $E\,E$ im axialen Abstand $x$ von der Kreuzungslinie. Werden an den Grundkreis $\varepsilon$ mehrere Tangenten $N'\,N''\,\ldots$ gelegt und ihre Schnittpunkte $R'\,R''\,\ldots$ mit der Wälzachse $R'\,C\,R''$ ermittelt und wird sodann von den Punkten $R', R''\,\ldots$ aus der Abstand $x\operatorname{tg}\alpha = R'\,P', R''\,P''\,\ldots$ gleichsinnig aufgetragen, so ergeben die Punkte $P', P''\,\ldots$ den Verlauf der Eingriffslinie $E\,E$.

Eingriffsfläche. Die Eingriffslinien werden wie bei den Spiralschnecken in mehreren, in gleichen axialen Abständen (am besten 10 mm) voneinander entfernten Stirnebenen $-2$, $-1$, $0$, $+1$, $+2$, ... bestimmt (Abb. 122) und sodann in der dort beschriebenen Weise die Eingriffslinien in den Längsebenen $I$, $II$, ... im Aufriß (Abb. 123) aufgesucht. Man erhält so eine Darstellung der Eingriffsfläche, die eine Geradenfläche ist, gebildet aus den die Wälzachse schneidenden Flächennormalen. In der vorderen Radseite ist sie stärker gewölbt während sie, weil sich die Eingriffslinien 1, 2, ... der Wälzachse asymptotisch nähern, in der hinteren Radseite flach verläuft.

Die weitest entfernten Punkte dieser Eingriffslinien von der Wälzebene $O\,C$ liegen in der vorderen, den Grundzylinder $\varepsilon$ berührenden Radebene und zwar in der Geraden

$\Lambda\Lambda$, die (Abb. 123) gegen die Schneckenachse um den Flankenwinkel $\alpha_t$ des Tangentialschnittes geneigt ist und die Gipfellinie der Wölbung bildet.

Die Eingriffslinie in der axialen Entfernung von der Kreuzungslinie

$$+x' = \frac{\sqrt{r^2 - \varepsilon^2}}{\operatorname{tg} \alpha_t},$$

in Abb. 122 Linie $+3$, berührt den $\varepsilon$-Kreis in einem Punkte $\tau'$. Wird der Tangentenabschnitt $+x' \operatorname{tg} \alpha_t$ größer als $\sqrt{r^2 - \varepsilon^2}$, so stellen sich je zwei Berührungspunkte ein, zwischen welchen ein nicht eingriffsfähiger, rückläufiger Teil der Eingriffslinie liegt, der somit den Eingriff unterbricht.

Diese Punkte $\tau'$ sind aber auch die Maximalpunkte der gewölbten Eingriffslinien in den Radebenen. Diese sind in der vorderen Schneckenseite gegen die Schneckenachse konvex gekrümmt, bis auf die gerade Eingriffslinie $\Lambda\Lambda$. Die in der Radmittelebene liegende Eingriffslinie $O$ verläuft asymptotisch zu der in der gleichen Ebene gelegenen Erzeugenden des Grundzylinders $\varepsilon$.

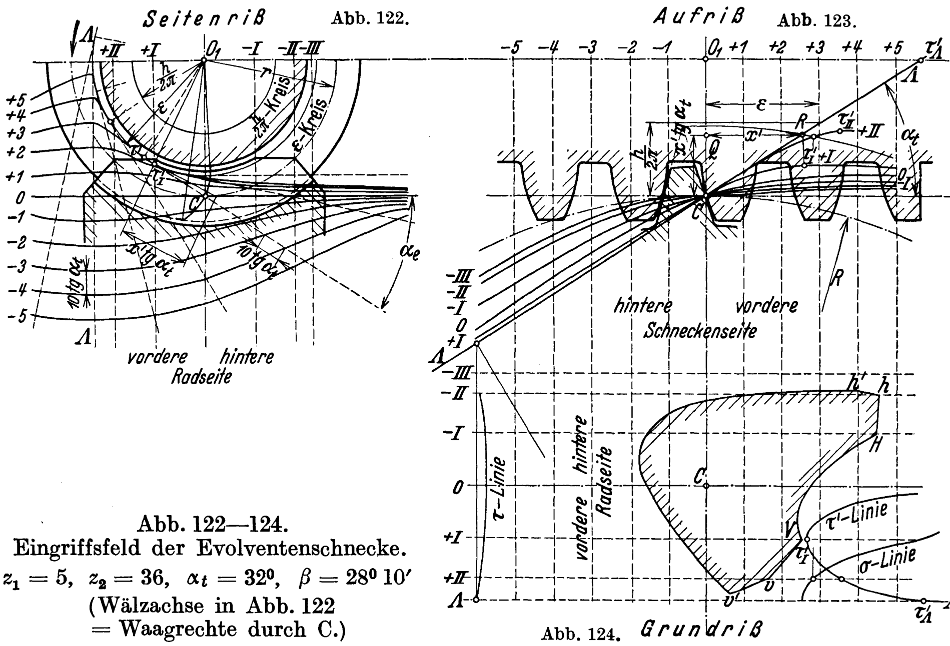



Abb. 122—124.
Eingriffsfeld der Evolventenschnecke.
$z_1 = 5$, $z_2 = 36$, $\alpha_t = 32^0$, $\beta = 28^0\,10'$
(Wälzachse in Abb. 122
= Waagrechte durch C.)

Die Maximapunkte $\tau'$ werden im Aufriß durch Hinüberloten der Schnittpunkte, z. B. $\tau'_I$ (Abb. 122), der Seitenrißspuren $0, +I, +II, \ldots$ mit dem $\varepsilon$-Kreise gefunden. Die axiale Entfernung $x'$ des Punktes $\tau'_I$ im Aufriß von der Kreuzungslinie ergibt sich aus dem rechtwinkligen Dreiecke $CQR$, das über der $\Lambda$-Linie errichtet wird und dessen Kathete $\overline{CQ}$ gleich dem Tangentenabschnitt des Kreuzrisses $x' \operatorname{tg} \alpha_t$ gemacht wird.

In ihrer Gesamtheit bilden die Punkte $\tau'$ die Berührungslinie der Eingriffsfläche mit dem Grundzylinder. Diese stellt, in den Grundriß übertragen, als $\tau'$-Linie die Begrenzung des eingriffsfähigen Gebietes der Eingriffsfläche in der vorderen Schneckenseite vor.

Da die Eingriffslinien der Stirnebenen die Wälzachse nie im Endlichen schneiden können, entfällt die bei Spiralschnecken auftretende $E$-Linie (s. Absatz 4).

Die Wölbung der Eingriffsfläche an der vorderen Radseite wird um so steiler und die Fläche liegt um so unsymmetrischer, je weiter ihre Gipfellinie, die $\Lambda$-Linie, von der Schneckenachse entfernt ist und desto näher der Wälzpunkt $C$ an den Grundzylinder heranrückt. In einem (praktisch unbrauchbaren) äußersten Falle, $\varepsilon_{\min} = 0$, herrscht vollkommene Symmetrie zum Haupt-Längsschnitt und die Eingriffslinien $\pm 1, \pm 2, \ldots$ der Stirnschnitte werden zu Konchoiden, deren in der Haupt-Längsschnittebene gelegene Wölbung um so flacher ausfällt, je größer der Halbmesser $r$ ist. Im anderen äußersten Falle, $\varepsilon_{\max} = r$, zerfällt die Eingriffsfläche in zwei einzelne Teile. Das hat seinen Grund im unterbrochenen Eingriff in den Längsebenen der hinteren Radseite. Die Linien $-I, -II, \ldots$ schneiden die zur Schneckenachse parallele Gerade durch $C$ schon vor $C$ (Abb. 123), sie sind auch nur bis zu diesem Schnittpunkt eingriffsfähig, weil bei weiterer Ausgestaltung die Flanken der Radzähne in die der Schnecke dringen würden [5].

Aus dem Vorhergehenden folgt, daß eine günstig gestaltete Eingriffsfläche erzielt wird, wenn der Unterschied $r - \varepsilon$ groß gehalten wird. Diese Forderung kann aber auch nur begrenzt erfüllt werden, weil bei gegebener Steigung, wie aus Gl. 62 ersichtlich ist, $\varepsilon$ nur durch Vergrößerung des Eingriffswinkels $\alpha_t$ des Tangentialschnittes vermindert werden kann. Mit $\alpha_t$ wächst aber auch der mittlere Eingriffswinkel $\alpha$ des Längsschnittes, dessen Größe den Normaldruck auf die Zahnflanken beeinflußt.

Ermittlung des Radzahnprofiles: Das Zahnprofil des Längsmittelschnittes des Radzahnes wird am einfachsten in der Eingriffslage im Wälzpunkt $C$ aufgesucht (Abb. 125). Der mit dem Schneckenpunkt $P_s$ in Eingriff kommende Radzahnpunkt $P_r$ kann in derselben Weise wie bei Stirnrädern mit Hilfe der mittleren Eingriffslinie bestimmt werden.

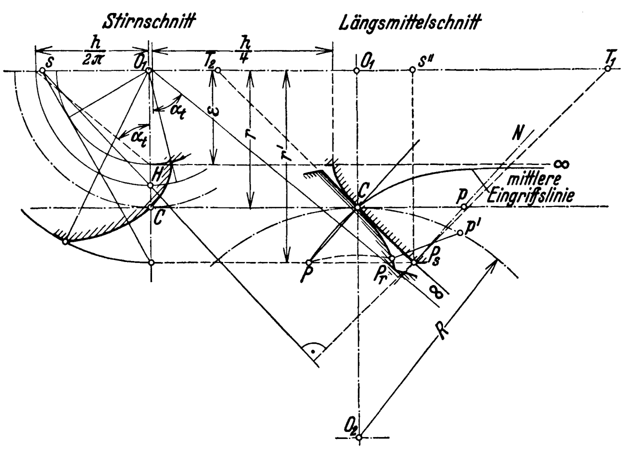



Abb. 125. Ermittlung des Radzahnprofils beim Evolventenschneckentrieb. (Verhältnis R : r übertrieben.)

Genauer fällt die zeichnerische Ermittlung aus, wenn die Profilnormale $N$ im Punkte $P_s$ bestimmt (s. S. 82) und sodann durch $C$ eine Parallele zu $N$ gezogen wird. Der Schnittpunkt $P$ dieser Parallelen mit der achsenparallelen Ordinate durch $P_s$ ist ein Punkt der Eingriffslinie. Das Profillot $PC$ ist dann um das Radmittel $O_2$ um den Betrag $\widehat{Cp'} = \overline{Cp}$ zurückzudrehen, so daß es nach $P_r\,p'$ fällt.

Die Punkte $P_r$ geben durch ihre Verbindungslinie das Radzahnprofil, das im allgemeinen einen Wendepunkt besitzt. Der konkave Profilteil kommt erst bei größeren Steigungswinkeln und vor allem bei großen Zähnezahlen des Rades zur Geltung. Die eingreifenden Flankenteile berühren sich dann im Achsialschnitt nicht mehr konvex auf konvex, sondern annähernd gerade oder weiterhin konkav auf konvex (vgl. Abb. 123). Dieser Umstand ist anscheinend vorteilhaft für die Anschmiegung der beiden Flanken, von der zum Teil das Entstehen einer tragfähigen Ölschichte abhängt, die flüssige Reibung ermöglicht. Für die Schmiegungsverhältnisse ist aber nicht der Axialschnitt, sondern der Schnitt in der Gleitrichtung maßgebend.

Die Gleitrichtung kann nach den Ausführungen des Abschnittes AI (Gl. 32 u. f.) aus dem Geschwindigkeitsdreieck (Abb. 126) gefunden werden. Bei einem Achsenwinkel des Triebes $\psi = 90°$ ist die Winkelgeschwindigkeit $\Omega$ der relativen Drehung um die Momentanachse $\Omega = \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2}$ und die Geschwindigkeit der Schiebung in deren Richtung

$$c = a\,\frac{\omega_1\,\omega_2}{\Omega}\,.$$

Ein Eingriffspunkt $P$, dessen kürzeste Entfernung von der Momentanachse $\xi$ sei, besitzt die aus dem Geschwindigkeitsdreieck mit den Seiten $c$ und $v_\xi = \xi\,\Omega$ resultierende Gleitgeschwindigkeit und Gleitrichtung.

Ermittlung der Gleitgeschwindigkeit $v_g$ und der Profile in der Gleitebene ($N v_g$) bei rechtwinkliger Achsenkreuzung (Abb. 126) [5]. 1. Ermittlung der Risse $O'$ und $O''$ der Momentanachse $O$; Kreuzungsabstand $a_1 = a\,(\omega_2/\Omega)^2$; Kreuzungswinkel $\varphi_1$ aus $\operatorname{tg}\varphi_1 = \omega_2/\omega_1 = z_1/z_2$. 2. Aufsuchen der Längsprofile der Schnecke in verschiedenen Radebenen ... $-II$, $-I$, $0$, $+I$, $+II$ ... (s. S. 82 u. 84), daraus 3. der entsprechenden Längsprofile der Radzähne (s. S. 85). 4. Einzeichnen der Risse $N''N'$ der Flächennormalen $N$, z. B. für Punkt $P$ ($P'P''$) in Radebene + III (s. S. 82). 5. Schiebungsgeschwindigkeit $c = a\frac{\omega_1\omega_2}{\Omega} = a\frac{\omega_1\omega_2}{\sqrt{\omega_1^2+\omega_2^2}}$; $c' = c$ erscheint im Grundriß in wahrer Größe. Richtung parallel zur Momentanachse. 6. Ermittlung des Abstandes $\xi$ des Punktes $P$ von der Momentanachse $O$: Die senkrechte Ebene $P'm$ ergibt $P'm = \xi'$. Umlegen des Punktes $m$ in den Grundriß, $m\,m' = P''p''$ ergibt Größe $\xi = P'm'$. 7. Drehungsgeschwindigkeit $v_\xi = \xi\,\Omega$ ist senkrecht zu $\xi$ aufzutragen; die Projektion von $v_\xi$ auf $P'm$ liefert $v'_\xi$ und mit Benutzung der Ordinate $y$ auch $v''_\xi$. 8. Aus dem Geschwindigkeitsdreieck resultiert die Gleitgeschwindigkeit $v_g$ durch ihre Risse $v'_g$ und $v''_g$ und damit auch die Gleitrichtung, ferner die Gleitebene ($N v_g$). 9. Die Schnittlinien $S$ dieser Ebene mit den Radebenen projizieren sich im Grundriß in deren Spuren ... $-II$, $-I$, $0$, $+I$, $+II$ ... in $S'_0\ S'_1$ ....., im Aufriß in $S''_0\ S''_1$ ... 10. Die Schnittpunkte von $S''_0\ S''_1$ ... mit den entsprechenden Längsprofilen ergeben schließlich die Profilpunkte $P_s$ und $P_r$ der Profile in der Gleitebene ($N v_g$). Die gleiche Konstruktion gilt für alle Schnecken mit Flanken nach Schraubenregelflächen.

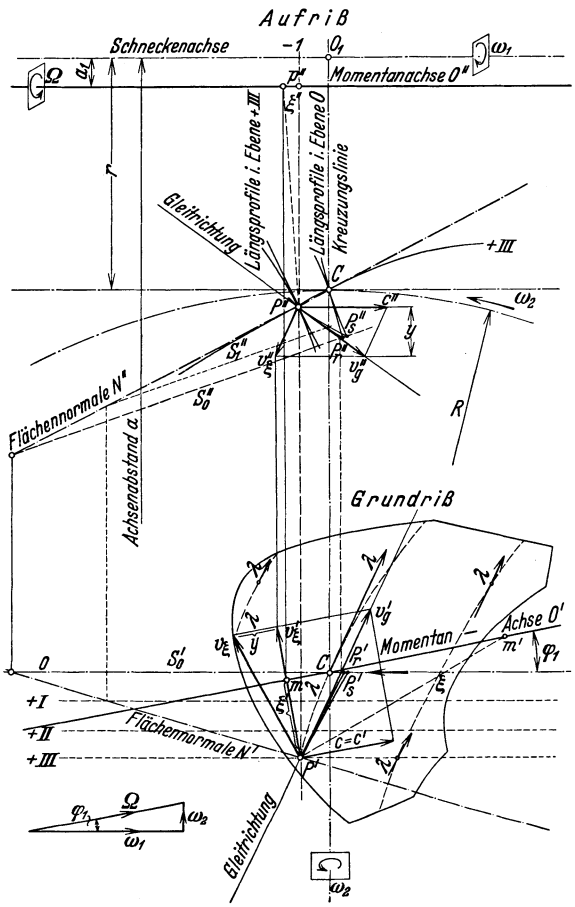



Abb. 126. Gleitgeschwindigkeit und Flankenanschmiegung. (Evolventenschnecke $z_1 = 6$, $z_2 = 36$, $\alpha_t = 30°$, $\beta = 26°\,34'$.)

In das Eingriffsfeld wurden in der Abb. 126 auch die Linien $\lambda\lambda$ des gleichzeitigen Eingriffes eingetragen (siehe S. 76). Beim Fortschreiten des Eingriffes in der Richtung des gezeichneten Pfeiles wälzen die Flanken der Schnecke und der Radzähne längs dieser Berührungslinien aufeinander ab. Das Entstehen höherer Drücke in der Ölschicht zwischen den Flanken wird durch die relative Gleitbewegung in der Richtung $v_g$ teils günstig und teils schmälernd beeinflußt, je nachdem ihre Komponente auf die Flächennormale im Sinne des Fortschreitens des Eingriffes oder entgegengesetzt gerichtet ist. (Die Spiralschnecke zeigt, wie alle Schnecken mit Flanken nach Schraubenregelflächen im üblichen Ausführungsgebiet — Kehlzylinder wesentlich kleiner als Wälzzylinder —, ein ganz ähnliches Verhalten wie die Evolventenschnecke in der Abbildung. Über andere Untersuchungsangaben siehe Schrifttum [1].)

Das Eingriffsfeld. Die Linien $\lambda$ des gleichzeitigen Eingriffes, das Eingriffsfeld und die eingreifende Radzahn- und Schneckenfläche werden für die Evolventenschnecke genau ebenso wie für die Spiralschnecke bestimmt (S. 72).

In Abb. 124 sind die $\sigma$-Linie und $\tau$-Linie eingezeichnet.

Als weitere beschränkende Linie tritt bei Evolventenschnecken die Berührungslinie der Eingriffsfläche mit dem Grundzylinder, die $\tau'$-Linie auf. Sie wird als Verbindungslinie der Maximapunkte der Eingriffslinien in den Radebenen (siehe S. 84) in der vorderen Schnecken -und Radseite gefunden. Da die Punkte $\tau'$ jene Eingriffspunkte sind, die den kürzesten Abstand von der Schneckenachse haben, begrenzt die $\tau'$-Linie das unterschnittfreie Gebiet für die Schneckenfläche; eine Entwicklung des Eingriffsfeldes über die $\tau'$-Linie hinaus ergibt rückläufige Profile.

Der Umstand, daß die $E$-Linie bei Evolventenschnecken entfällt, läßt größere Radbreiten als bei Spiralschnecken zu und schafft auch weiter einen günstigeren Verlauf der $\tau$-Linie bei größeren Steigungswinkeln. Es stellt sich z.B. bei einer dreigängigen Evolventenschnecke mit einem mittleren Eingriffswinkel $\alpha = 15°$, einem Steigungswinkel $\beta = 23°$ und normalen Zahnhöhen, noch bei 20 Zähnen keine Unterschneidung ein, ja eine solche bleibt selbst bei 14 Zähnen noch in erträglichen Grenzen.

6. **Die Außenbegrenzung der Zahnflächen.** Die Zahnflächen von Rad und Schnecke sollen so begrenzt werden, daß das von ihren Umrissen herausgeschnittene Eingriffsfeld durchweg im Bereiche des verwendbaren Eingriffsgebietes liegt. Etwaige herausreichende Teile des Eingriffsfeldes deuten auf überflüssig groß ausgestaltete Zahnflächen, was überdies zu einer Einbuße an Eingriff führt, wenn die $\tau$-Linien überschritten werden.

Die Belastungsgröße eines Triebes hängt auch von der Zahnpressung in den Berührungslinien aller eingreifenden Zähne ab. Je mehr Zähne gleichzeitig in Eingriff stehen und je größer die Berührungslängen sind, mit desto kleinerem Raddurchmesser kann man das Auslangen finden. Dieser Umstand spricht für möglichst große Eingriffsfelder.

Das kleinste Eingriffsfeld wird bei einer durchweg zylindrischen Außenbegrenzung der ganzen Radbreite im Halbmesser des mittleren Radschnittes (Abb. 107) erhalten. Ein solcher Radumriß schließt das von der Schnecke ausgeschnittene Feld (Abb. 106) mit einer schwach gekrümmten Linie ab, die ungefähr in der Schneckensteigung verläuft. Das Eingriffsfeld lagert sich um den Wälzpunkt $C$ in abgerundeter Flächenentwicklung ohne Gabelung und nimmt den wertvollsten Teil der ganzen Eingriffsfläche ein, da in der Nähe der Zentralen die besten Eingriffsverhältnisse bestehen. Auch setzt der Eingriff kurz nach Beginn in voller Radbreite ein und die Berührungslängen nehmen nur allmählich ab. Der auf das zentrale Gebiet zusammengedrängte Eingriff bedarf nur einer kurzen Schneckenlänge, weshalb sich der Einfluß geringfügiger Fehler in der Schneckenganghöhe und der Achsenschränkung weniger fühlbar macht. Man braucht dann keine so hohen Anforderungen an die Güte der Herstellung zu stellen. Unumgänglich notwendig wird diese Ausführung bei kleinen Zähnezahlen, wo die Zahnflanken beinahe in eine Spitze auslaufen.

Bei größerer Zähnezahl rückt die $\sigma$-Linie in der vorderen Schneckenseite weiter nach vorn, das frei werdende Eingriffsgebiet läßt sich durch außen im Kreise konzentrisch zum Schneckenkern begrenzte Zähne ausnützen. Damit die seitlichen Zahnteile noch eine genügende Kopfstärke bewahren, darf man im äußersten Falle mit der Zahnumspannung $V_r\,M_r\,H_r$ (Abb. 98) nur soweit gehen, daß das Eingriffsfeld in den Punkten $V$ und $H$ (Abb. 100) knapp vor der $\sigma$-Linie endet. Den Seitenabschluß der Zähne begrenzt man zweckmäßig zylindrisch. Die einzelnen Teile des nunmehr nach vorne gabelförmig verlängerten Feldes sind aber um so wertloser, je weiter sie von der Schneckenmitte abstehen. Es wird dann nämlich die Berührungslänge kleiner und die Gleitgeschwindigkeit größer. Da ferner eine kleine Winkelabweichung in der Schneckenachsenlage und eine fehlerhafte Ganghöhe um so fühlbarer werden, je weiter der Eingriff nach vorn gelegt wird, ist es gerechtfertigt, die Feldverlängerung nicht bis zur äußersten Grenze auszudehnen. Wie weit man gehen darf, hängt von der Genauigkeit der Werkstättenausführung ab.

Die Schneckenlänge ist, damit das Eingriffsfeld ganz ausgenützt wird, durch den vordersten Eingriffspunkt $h$ (Abb. 100) der hinteren Radseite bestimmt, weil das Feld auf dieser stets länger ist als auf der vorderen Radseite. Diese Ungleichheit der Längen, die mit der Steigung zunimmt (vgl. Abb. 100 mit Abb. 116), kann man umgehen, wenn man die Schnecke auf die Länge des Eingriffsfeldes auf der vorderen Radseite kürzt. Eine solche gekürzte Schnecke bewahrt zwar vor den Unannehmlichkeiten größerer Schneckenlängen bei ungenauen Ausführungen, sie ist jedoch nicht besonders zu empfehlen. Das eingreifende Zahnfeld auf der hinteren Radseite reicht nicht mehr bis zur äußeren Zahnbegrenzung $H_r h_r$ (Abb. 101); daselbst bleibt ein vom Eingriff unberührter Flächengrat übrig, der bei abgenutzten Zähnen zu Anständen führt. Wenn nur kurze Schnecken als zulässig erachtet werden, ist es besser, auch die Zähne soweit, zu kürzen, daß die hintere Radzahnhälfte voll bestrichen wird.

Bei zylindrischer Seitenabgrenzung geht der Eingriff vom Anfangspunkte $h_s$ (Abb. 102) mit kurzem Übergange bereits in $H_s$ auf die ganze Kopfhöhe der Schneckenfläche über. Wie der Feldgrundriß in Abb. 100 zeigt, kommt gleich nach dem Eingriffsbeginn eine beträchtliche Linienberührung in den vordersten Teilen der Gabelausläufe des Feldes zustande. Weniger günstig erweist sich eine kegelige Seitenbegrenzung der Radzähne, in Abb. 98 gestrichelt eingezeichnet. Die zugehörigen Begrenzungslinien $v'H$ und $Hh'$ des Eingriffsfeldes (Abb. 100) lassen die Gabelenden in spitzen Zipfeln auslaufen, so daß anfänglich nur ein verminderter Streifen der Schneckenfläche zum Eingriff kommt. Die äußere Begrenzungslinie seiner sichelförmigen Gestalt ist in Abb. 102 gepunktet eingezeichnet; sie nähert sich vom Anfangspunkt $H_s$ des Eingriffes nur allmählich dem äußeren Schneckenumfange, den sie erst in $h_s'$ erreicht. Es wird daher der vorderste Teil der Schnecke nur ungenügend ausgenützt. Auch üben die scharfen Zahnecken $V_r$ und $H_r$ (Abb. 98), wie sie der senkrechte Flächenabschluß durch die Kegelflächen hervorruft, leicht die Wirkung einer Meißelschneide aus. Die zylindrische Seitenumhüllung des Rades ist daher vorzuziehen.

Aus Abb. 101 ist zu ersehen, daß die Zahnteile außerhalb $v_r$ und $h_r$ zum Eingriffe nichts beitragen; man kann sie daher ohne Einbuße an Eingriff durch eine kegelige Endbegrenzung der Radseiten (Abb. 117) beseitigen, wobei an Fräsarbeit und Radbreite gespart wird.

### 7. Unterschneidung und Profilverschiebung.

Radzähne: Im Absatz 4 wurde als Ort aller Punkte der Eingriffsfläche, die der Radachse zunächst liegen, die $\tau$-Linie bestimmt. Die Zahnpunkte jenes Teiles der Schneckenfläche, dessen Eingriffsbereich außerhalb die $\tau$-Linie fällt (Abb. 111), beschreiben Bahnen, die in den Fuß der Radzähne eindringen. Die Zähne (Abb. 110) werden unterschnitten, wobei auch ein Teil der eingriffsfähigen Zahnfläche verloren geht. Der Eingriff erstreckt sich daher nicht mehr bis zur $\tau$-Linie, sondern er hört früher auf.

Wie der Verlauf der $\tau$-Linie zeigt, tritt bei Evolventenschnecken (Abb. 124) bei normaler Kopfhöhenbemessung keine Unterscheidung ein. Bei der Spiralschnecke kann sich aber bei mittleren Steigungen schon bei $\alpha = 15°$ und $z_2 < 36$, und bei $\alpha = 20°$ und $z_2 < 20$ das Eingriffsgebiet verringern, sobald die Kopfhöhen beider Getriebeteile gleich groß ausgeführt werden.

Da die Zahnlücken des Rades mit einer Frässchnecke ausgearbeitet werden, deren Umriß bis an den Grund der Lücken reicht, so bilden sich noch größere Unterschneidungen aus, als für den freien Durchgang der Triebschnecke notwendig sind. Die Verminderung des Eingriffsgebietes bestimmt daher der Außenzylinder der Frässchnecke vom Halbmesser $r_a'$ (Abb. 109), dessen Einschnitt in die Eingriffsfläche (in Abb. 111 gestrichelt) auf gleiche Weise ermittelt wird, wie die Begrenzung des Eingriffsfeldes der Triebschnecke.

Die Festlegung der Eingriffsminderung im Radmittelschnitte (Abb. 110) erfolgt nach der Anleitung im I. Teil, Abschnitt I C. Die Kopfgerade $Sm'$ der Frässchnecke schneidet die mittlere Eingriffslinie im Punkte $m'$; es reicht die Eingriffsstrecke um die Länge $\tau_0 m'$ über den dem Radmittelpunkt $O_2$ zunächst liegenden Grenzpunkt $\tau_0$ des möglichen Eingriffes hinaus. Durch die Unterschneidung wird der Bereich des wirklichen Eingriffes um $\tau_0 m''$, ungefähr gleich $0{,}5\tau_0 m'$ gekürzt. Da dieses Verhältnis in der Projektion ungeändert bleibt, kann man im Feldgrundriß (Abb. 111) den Punkt $m''$ der neuen Begrenzung durch Übertragen von $0{,}5\tau_0 m'$ nach $\tau_0 m''$ auffinden. Dieser Vorgang ist nur dann annähernd genau, wenn die mittlere Eingriffslinie, wie bei der Spiralschnecke, eine Gerade ist oder wenn sie nur schwach gekrümmt verläuft. Er läßt sich auch für alle außerhalb der Mitte liegenden Radebenen verwenden, wenn die Krümmung der zugehörigen Eingriffslinien nicht zu groß ist. (Bei der Evolventenschnecke liegt die gerade Eingriffslinie in der Radebene im Abstand $\varepsilon$ von der Schneckenachse.) Man hat, z. B. in der Radebene — I, die Hälfte der zwischen Fräserkontur und $\tau$-Linie liegenden Strecke $n'\tau_1$ von dem Punkte $\tau_1$ aus nach $\tau_1 n''$ aufzutragen. Die Verbindung aller in den einzelnen Radebenen erhaltenen Punkte liefert eine Linie, die in den Schnittpunkten $e$ und $f$ von Fräserkontur und $\tau$-Linie endet und im Verlauf $l\,m''\,o$ die schmälere Begrenzung des Eingriffsfeldes darstellt. Diese endgültige Begrenzung ist in Abb. 109 in den Seitenriß projiziert; es ist zu ersehen, daß der Außenkreis der Schnecke das Feld nur bis zu den Punkten $l$ und $o$ begrenzt, zwischen denen die einwärts tretende Schmälerungslinie das Feld verringert.

Aus dem Eingriffsfeld $v'f\,l\,o\,e\,h'$ der Frässchnecke (Abb. 111) läßt sich nun nach den Angaben auf Seite 79 das Zahnfeld des Radzahnes (Abb. 112) ermitteln, in dessen Umsäumung die eigentliche Zahnfläche von der Frässchnecke angeschnitten wird. Ihren Anschluß an den Lückenboden vermittelt eine Übergangsfläche, die von den am Außenhalbmesser $r_a'$ liegenden Fräserpunkten beim Durchlaufen ihrer Kopfbahnen ausgearbeitet wird. Die Begrenzungslinie des Zahnfeldes ist in den gestrichelt eingezeichneten seitlichen Linienteilen $v_r' f_r$ und $h_r' e_r$ am ausgeschnittenen Zahne nicht wahrzunehmen, da hier die Übergangsfläche tangential an die Zahnfläche anläuft. Nur in dem Linienteile $f_r\,l_r\,o_r\,e_r$, der dem über die $\tau$-Linie hinausreichendem Einwirkungsgebiete der Frässchnecke entspricht, macht sich eine scharfe Abgrenzungslinie der Zahnfläche bemerkbar. Die hier einsetzende Unterschneidung durch die Übergangsfläche hindert die volle Ausbildung der Zahnfläche, die bis zur gestrichelt eingezeichneten Linie $f_r\,e_r$ reichen würde, wenn sich der Eingriff durchwegs bis zur $\tau$-Linie vollziehen könnte.

Die kleinere Triebschnecke berührt das ausgefräste Zahnfeld innerhalb der engeren Seitenbegrenzungen $v_r l_r$ und $h_r o_r$ bis zur Unterschneidungslinie. Der durch die Unterschneidung bedingte Verlust ist stets in der hinteren Radhälfte größer, es hängt dies mit dem flacheren Verlauf der Eingriffsfläche in der hinteren Radseite zusammen. Das eingreifende Schneckenfeld erfährt eine Einbuße an Intensität der Wirkung, da wegen des durch die Unterschneidung verloren gegangenen Zahnflächenteiles, ein großer Teil der Schneckenpunkte nur einmal zum Eingriff gelangt, während sonst ein zweifacher Eingriff zustande käme.

Die Größe der Unterschneidung nimmt mit der Länge des über die $\tau$-Linie hinausreichenden Fräserfeldes zu. Diese Länge fällt bei kleinen Zähnezahlen größer aus, da die $\tau$-Linie näher an die Schneckenmitte herantritt. Weiter wächst die Unterschneidung mit der Steigung, weil die Eingriffsfläche der hinteren Radseite sich schneller verflacht. Der Fräserausschnitt in der Eingriffsfläche entfernt sich weiter von der Schneckenmitte, und die $\tau$-Linie nimmt einen stärker geneigten Verlauf an; beide Umstände tragen zur Verlängerung des übergreifenden Feldes bei.

Einem nachteiligen Unterschnitt der Radzähne, bei dessen Eintreten der Eingriff auf der hinteren Schneckenseite so beeinträchtigt wird, daß die Schnecke nur in ganz kleinen Berührungslängen zu fassen vermag, kann durch eine Profilverschiebung (wie bei den Evolventenstirnrädern) begegnet werden. Der Längsschnitt der Frässchnecke weist das Profil der Bezugszahnstange auf (Abb. 105). Man läßt den Radwälzkreis die Wälzebene der Schnecke im Abstand $r$ tangieren, die um den Betrag $x\,m$ von der Profilmittellinie im Halbmesser $r_m$ weiter absteht. Eine solche Profilverschiebung ist erlaubt, weil für alle Schneckenpunkte eine gleiche axiale Fortbewegung besteht.

Das Eingriffsfeld wird durch die Profilverschiebung gegen die vordere Schneckenseite gerückt (Abb. 106), wodurch die Eingriffsbetätigung in eine ungünstigere Zone fällt. Übermäßige Verschiebungen sind daher zu vermeiden. Die Zähne werden spitzer, dafür jedoch am Fuße kräftiger. Die Verkleinerung des eingreifenden Schneckenfeldes (Abb. 108) ist von geringerer Bedeutung, die Schnecke wird ausgiebiger ausgenützt, weil ein größerer Teil der Schneckenpunkte zweimal in Eingriff treten kann und (Abb. 107) die ganze Zahnfläche zum Eingriff herangezogen wird. Wegen des kleineren Außendurchmessers der Schnecke wird ferner die um den Fußpunkt liegende

Zahnfläche dem Eingriff rasch entzogen. Durch längeres Verbleiben dieses Flächenteiles im Eingriff tritt daselbst leicht streifiges Aufrauhen und rascher Verschleiß auf.

Bei Spiralschnecken mit Profilverschiebung können noch Zähnezahlen bis 12 herunter ausgeführt werden.

Die Unterschneidung der Radzähne entfällt gänzlich, wenn der Fräsereinschnitt in der Eingriffsfläche die $\tau$-Linie berührt (Abb. 106). Das ist ohne Änderung der Frässchnecke durch eine bestimmte Profilverschiebung erreichbar. Diese könnte zeichnerisch gefunden werden, wenn man die $\tau$-Linie in den Seitenriß einträgt. Der Kopfzylinder der Frässchnecke darf dann den Seitenriß der $\tau$-Linie eben noch berühren. $\tau$-Linie sehr genau ermitteln! (Vgl. [10]).

Eine leichte Unterschneidung ist zulässig, insofern sie sich nur auf den außer Eingriff bleibenden Zahnteil beschränkt. Diese Grenze ist dann erreicht, wenn die Schmälerungslinie tangierend an das Eingriffsfeld heranrückt (Abb. 116).

Zahlentafel für $z_{1\,min}$ und $\xi$ nach Wolff [42].

| Steigungs-winkel ° $\beta_m$ | Mindestgangzahl $z_{1\,min}$ | | | | Wert $\xi$ | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | volle Schnecke | | aufgesetzte Schnecke | | | | |
| | Radzähne: | | Radzähne: | | | | |
| | Guß-eisen | P-Bronze | Guß-eisen | P-Bronze | $z_1 = 1$ | $z_1 = 2$ | $z_1 = 3$ |
| 6 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0,65 | 0,83 | 1,00 |
| 8 | 1 | 1 | 2 | 2 | 0,55 | 0,83 | 1,00 |
| 10 | 1 | 1 | 2 | 2 | 0,43 | 0,78 | 1,00 |
| 12 | 2 | 2 | 3 | 3 | 0,30 | 0,73 | 1,00 |
| 14 | 2 | 2 | 3 | 3 | — | 0,68 | 0,96 |
| 16 | 2 | 2 | 3 | 4 | — | 0,63 | 0,89 |
| 18 | 2 | 3 | 4 | 4 | — | 0,50 | 0,83 |
| 20 | 3 | 3 | 4 | 5 | — | 0,31 | 0,72 |
| 22 | 3 | 3 | 5 | 5 | — | — | 0,63 |
| 24 | 3 | 4 | 5 | — | — | — | 0,46 |
| 26 | 3 | 4 | — | — | — | — | 0,31 |

Eine angenäherte Ermittlung der Profilverschiebung kann bei Spiralschnecken mit geradem mittleren Längsprofil nach der im Teil I, Abschn. I D 3 zu Abb. 34 angeführten Gleichung getroffen werden. Bezeichnet $y$ das Verhältnis der Kopfhöhe $h'$ der geradprofilierten Frässchnecke zum Teilungsmodul $t/\pi$ und $\alpha$ den halben Flankenwinkel, so ist die Profilverschiebung bei $z_2$ Radzähnen

$$xm = \left(y - \frac{z_2}{2}\sin^2\alpha\right)\frac{t}{\pi}$$

Dabei würde aber der Fräser in den hinteren seitlichen Radebenen die Zähne unterschneiden, weil sich das Eingriffsfeld ungefähr im Steigungswinkel $\beta$ schräg gegen die Radmittelebene stellt. Die Kopfkante des Fräsers darf daher den Wälzpunkt $C$ nur in einem kleineren Betrag übergreifen (Abb. 144), statt von $R\sin^2\alpha$ nur etwa $R\sin^2\alpha_n\cos\beta$. Hierin bedeutet $\alpha_n$ den Eingriffswinkel des Normalschnittes, der zu dem des Längsschnittes $\alpha$ in der Beziehung $\operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg}\alpha_n/\cos\beta$ steht. Die Profilverschiebung ist daher (mit $y = y_n\cos\beta$)

$$x \cdot t/\pi = \left(y_n - \frac{z_2}{2}\cdot\sin^2\alpha_n\right)\frac{t}{\pi}\cdot\cos\beta.$$

Für die gebräuchliche Bemessung $y_n = 1{,}17$ und $\alpha_n = 15°$

ist $$x \cdot t/\pi = (1{,}17 - 0{,}033\,z_2)\frac{t}{\pi}\cos\beta$$

für $\alpha_n = 20°$ $$x \cdot t/\pi = (1{,}17 - 0{,}058\,z_2)\frac{t}{\pi}\cos\beta. \tag{71}$$

Eine genaue Untersuchung, die zu geringeren $x$-Werten führt, wurde von Wolff [10] angestellt. Bei normaler Ausführung ($\alpha = 15°$, Zahnkopfhöhe $= t/\pi$, Zahnfußtiefe $= {}^7/_6\,t/\pi$) und bei abgerundeten Fräserzahnköpfen ($\varrho = 0{,}2\,t$) berechnet er für $z_1 = 1$ bis $z_1 = 3$ die Profilverschiebung aus

$$x \cdot t/\pi = z_1 t\left(\frac{0{,}15}{z_1} - \xi\frac{0{,}01}{z_1/z_2}\right) \tag{72}$$

Der Wert 0 ergibt die Grenzzähnezahl, bei negativem Wert entfällt die Profilverschiebung.

Schnecke: Eine Unterschneidung der Schneckenzähne kann bei Evolventenschnecken auftreten, wenn das Eingriffsfeld den Ort aller der Schneckenachse zunächst liegenden Eingriffspunkte, das ist nach den Ausführungen des Absatzes 5, S. 86 die $\tau'$-Linie, überschreitet. Mit der Länge des über die $\tau'$-Linie hinausreichenden Eingriffsfeldes nimmt die Größe der Unterschneidung zu. Diese Länge fällt bei kleinen Gangzahlen größer aus und nimmt auch mit dem Steigungswinkel zu. Bei Unterschneidungen wird bei der üblichen Zahnhöhenaufteilung eine Profilverschiebung der Schnecke notwendig (Abb. 127). Man läßt den Radteilkreis eine Wälzebene der Schnecke im Abstand $r$ tangieren, die um den Betrag $-xm$ von der Profilmittellinie im Halbmesser $r_m$ gegen die Schneckenachse heranrückt. Für den mittleren Eingriffswinkel im Längsschnitt $\alpha = 15°$ und für verschiedene Gangzahlen $z_1$ können die passenden Verhältniswerte $-x$ dieser Profilverschiebung $xm$ dem Schaubild Abb. 129 entnommen werden.

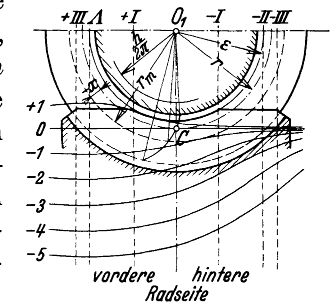



Abb. 127. Seitenriß.

Durch die Profilverschiebung wird das Eingriffsfeld gegen die hintere Schneckenseite verschoben, so daß es sich gleichmäßiger um den Wälzpunkt $C$ legt (Abb. 128). Übermäßige Profilverschiebungen der Schnecke sind aber zu vermeiden, weil sonst die Gefahr der Unterschneidung der Radzähne eintreten würde, da das Eingriffsfeld näher an die $\tau$-Linie heranrückt. So überschneidet z. B. das Eingriffsfeld des Fräsers für $z_2 = 12$ in der Abbildung bereits, wenn auch unbedeutend, die $\tau$-Linie.

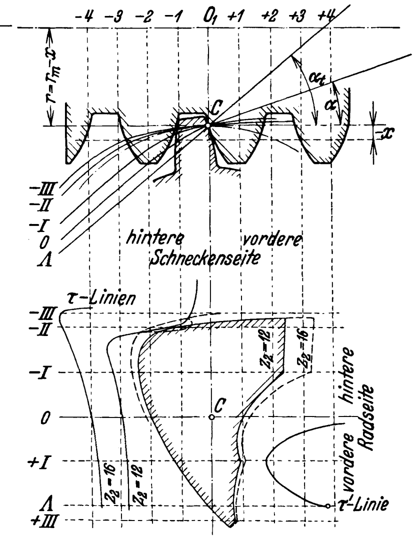



Abb. 128. Auf- und Grundriß.

Abb. 127 u. 128. Evolventenschnecke mit Profilverschiebung. (Ersetze $-x$ durch $-xm$)

b) Bearbeitung der zylindrischen Schneckengetriebe.

**1. Schnecke.** Beim Ausdrehen der Schnecke mit dem nach dem Lückenprofil gebildeten Schneidstahl (Abb. 130) verursacht die Verschiedenheit in den Steigungswinkeln $\beta_a$ und $\beta_i$ am äußeren und inneren Schneckenumfang ungleiche Winkellagen $\delta$ der beiden Seitenrücken des Schneidstahles gegenüber den Schraubenflächen. Auf der einen Rückenseite verringert sich der Winkel $\delta_a$ von außen nach innen auf den Betrag $\delta_i = \delta_a - (\beta_i - \beta_a)$, während auf der Gegenseite die Änderung im umgekehrten Sinne erfolgt. Da eine zu große Verschiedenheit in den Rückenwinkeln den Schnittvorgang ungünstig beeinflußt und eine übermäßige Verjüngung des Stahlquerschnittes am Fußende erfordert, so beschränke man $(\beta_i - \beta_a)$ auf 6 bis 7°.

Evolventenschnecken können bei kleinen Grundkreishalbmessern $\varepsilon$ mit einflankigen Drehstählen geschnitten werden, wobei die Schneidkanten sich mit den erzeugenden Strahlen der Flankenflächen (abwickelbare Schraubenregelflächen) decken, Abb. 131e. Die zugehörige Frässchnecke (zum Bearbeiten der Radzähne) hat dann gegekrümmte Schneidkanten, deren Genauigkeit schwer zu erreichen und zu erhalten ist. Bei großen Halbmessern des Grundzylinders fallen ferner die Schneidwinkel ungünstig aus. Der Anstellwinkel folgt aus Gl. 68. Es ist $\mathrm{tg}^2\alpha_t = \mathrm{tg}^2\alpha + \mathrm{tg}^2\beta$.

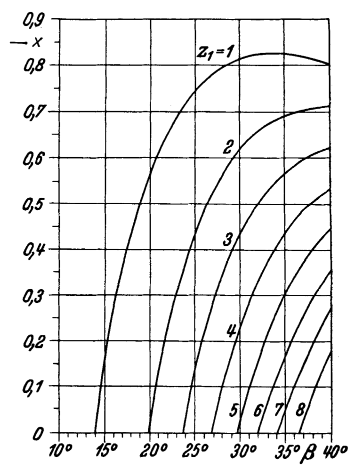



Abb. 129. $x$-Werte bei Evolventenschnecken, $\alpha = 15°$.

Da aber die Evolventenschnecke, wie S. 81 angeführt, nichts anderes ist als ein Evolventen-Stirnrad mit Schraubenzähnen, kann sie auch im Abwälzverfahren sowohl durch Hobeln als auch nach dem Stoßverfahren von Sykes oder mit dem Schneckenfräser bearbeitet werden. Maßgebend ist der Steigungswinkel $\beta_m$ und der Eingriffswinkel des Stirnschnittes $\alpha_e$ (Gl. 64).

Für die Bestimmung des Werkzeuges geht man von dem Eingriffswinkel $\alpha_n$ des Normalschnittes aus, der bei kleineren Steigungen in den üblichen Größen von 15° und 20° gehalten wird, bei größeren Steigungen aber wachsend mit diesen größer gewählt wird (25°, $27^1/_2$° und 30°).

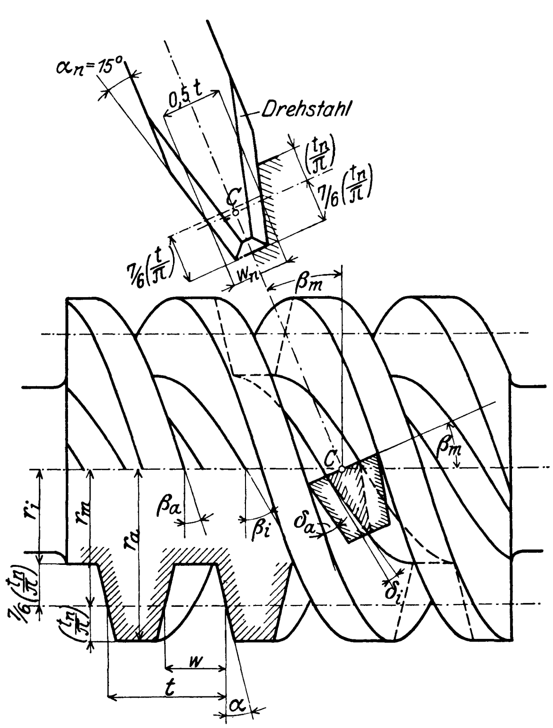



Abb. 130. Ausdrehen der Schnecke mit profiliertem Schneidestahl.

Man erhält den mittleren Eingriffswinkel $\alpha$ im axialen Längsschnitt aus

$$\operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg}\alpha_n/\cos\beta = \operatorname{tg}\beta \cdot \operatorname{tg}\alpha_e .$$

Die weitere Bearbeitung der Evolventenschnecke erfolgt so wie bei einem Stirnrade mit Schraubenzähnen.

Beim Ausdrehen der reinen Spiralschnecke mit profiliertem Schneidstahl, dessen Schneidkanten sich in einem Punkt der Schneckenachse (Durchdringungspunkt $c$ mit der Ebene des Normalschnittes, Abb. 131 a) schneiden, wird das Profil im Achsenlängsschnitt nahezu gerade (vgl. [15]!). Es ist die Lückenweite im Normalschnitt

$$w_n \approx \frac{t \cos\beta_m}{2} = 2\,r\,\operatorname{tg}\alpha_n$$

und

$$\operatorname{tg}\alpha_n \approx \frac{\pi}{2\,z_1}\sin\beta . \qquad (73)$$

Daraus ergeben sich folgende Werte von $\beta_m$:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | $z_1 =$ | 1 | 2 | 3 | 4 |
| für $\alpha_n = 15°$ | $\beta_m =$ | 9° 50′ | 20° | 30° 50′ | (43°) |
| und $\alpha_n = 20°$ | ,, | 13° 20′ | 27° 40′ | (45°) | — |

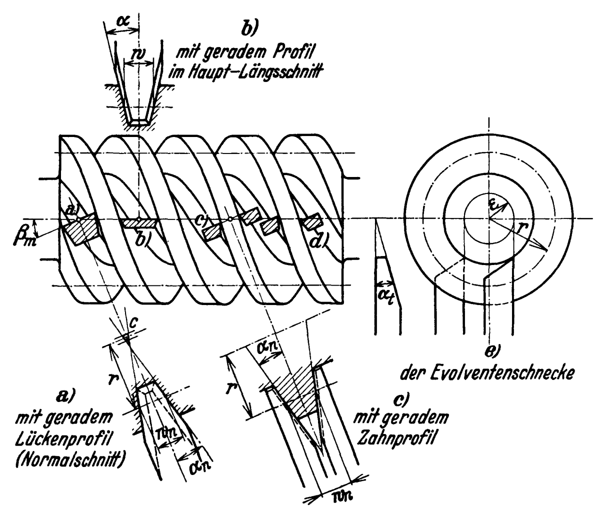



Abb. 131. Ausdrehen der reinen ($b$ und $d$) und der angenäherten Spiralschnecke ($a$ und $c$) und der Evolventenschnecke ($e$).

Bei der reinen Spiralschnecke wachsen somit die Steigungswinkel mit der Gangzahl rasch an. Bei der angenäherten Spiralschnecke sind die Schneidverhältnisse um so schlechter, je größer der Kreuzungsabstand der Schneidkante von der Schneckenachse ist. Hermann Pfauter [11] in Chemnitz empfiehlt den Winkel $\alpha$ abhängig vom Steigungswinkel $\beta_m$ zu wählen:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $\beta_m \leqq$ | 10° | 10°—25° | 25°—30° | 35° |
| $\alpha_n$ | 15° | 20° | 25° | 30°, |

wodurch der Kreuzungsabstand so gering wird, daß sein Einfluß verschwindet. Bei Verwendung der Gangzahlen nach dem Schaubild Abb. 145 wird er selbst bei $\beta_m = 25°$ nur etwa $0{,}09\,w_n$.

Wird die Gl. 73 nicht eingehalten, so zeigen die Schnecken im axialen Längsschnitt gekrümmte Profile.

Beim Formfräsen der Schnecke wird ein Fräser verwendet, dessen Fräsprofil mit dem geradlinigen Schneidprofil des Drehstahles, also mit dem Normalschnitt der Zahnlücke senkrecht zur mittleren Schraubensteigung übereinstimmt. Der Fräser ist entweder ein Scheibenfräser, dessen Drehachse senkrecht zur mittleren Steigung eingestellt wird (Abb. 132), oder ein kegelförmiger Fingerfräser mit der Drehachse senkrecht zur Schneckenachse. Mit dem allmählichen Vorschub des Fräsers in der Richtung der Schneckenachse wird gleichzeitig ein entsprechend großer Drehvorschub des Werkstückes eingeleitet, so daß die gewünschte Steigung erreicht wird.

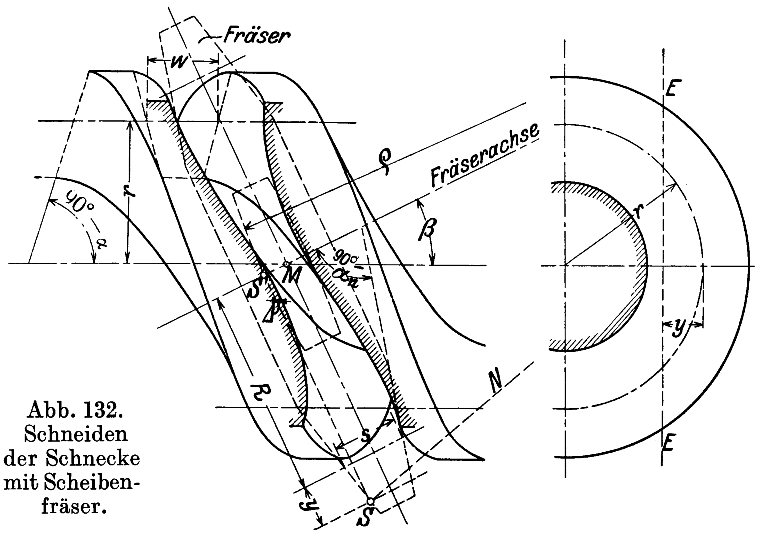



Abb. 132. Schneiden der Schnecke mit Scheibenfräser.

Da die Steigungswinkel außerhalb des Teilzylinders nicht mehr mit der Winkeleinstellung des Fräsers übereinstimmen, so stellen sich Einschnitte des Fräsers in die Flanken ein, die das gerade Profil abändern.

In Abb. 132 ist der Schnitt der Schnecke mit einer Ebene $EE$ dargestellt, die um $y$ vom Teilzylinder absteht. Über der Mitte $M$ der Lücke sei ein Scheibenfräser im mittleren Steigungswinkel $\beta$ eingestellt. Seine Schneidkanten liegen in einer Kegelfläche vom Winkel $(90°-\alpha_n)$, wobei $\operatorname{tg}\alpha_n = \operatorname{tg}\alpha \cos\beta$ ist. Seine Stärke $s$ im Radius $R$, der an den Teilzylinder heranreicht, ist $s = w \cos\beta$. Der Schnitt der eitlichen Kegelfläche des Fräsers mit der Ebene $EE$ ist eine Hyperbel, deren Scheitel $S'$ durch den im Radius $(R + y)$ liegenden Punkt $S$ festgelegt ist. Legt man in $S$ auf die Kegelkontur des Fräsers eine Normale, so bestimmt deren Schnitt mit der Fräserachse den Mittelpunkt $m$ für die Scheitelkrümmung der Hyperbel. Die Schnittlinie der Fräserfläche ist somit annähernd ein Kreis vom Halbmesser $\varrho = m S'$. Er schneidet in die Schnittkurve ein, die die Schneckenfläche in der Ebene $EE$ aufweist. Der größte Betrag $\Delta$ des Eindringens in axialer Richtung gibt das Maß an, um welches der Profilpunkt im Abstand $y$ vom Teilzylinder gegen die gerade Richtung des Schneckenprofiles zurücktritt. Das Profil der gefrästen Schnecke fällt daher nicht gerade aus, es erleiden Zahnkopf und Fuß Verschwächungen (Abb. 133). Bei Verwendung von Scheibenfräsern wird diese Ungenauigkeit bei Steigungswinkeln über 10° bereits fühlbar [1] u. [2]. Eine wesentlich geringere Profiländerung verursacht der Fingerfräser wegen der kleinen Krümmungsradien; unter 20° Steigungswinkel ist der Einfluß verschwindend klein [43]. Doch steht seiner praktischen Verwendung die rasche Abnützung des kleinen Fräskörpers entgegen.

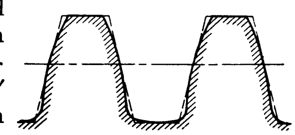


Abb. 133. Formgefräste Profile.

Bei größeren Steigungswinkeln wird daher der Scheibenfräser nur zum Vorschneiden benutzt, das genaue Fertigdrehen erfolgt mit dem profilierten Schneidstahl.

Eine gerade Flanke der Schnecke wäre nur mit einem Fräser zu erreichen, dessen Profilpunkte gegen den Normalschnitt der Zahnlücke um den Betrag des jeweiligen Einschneidens zurückgesetzt sind. Die Ermittlung ist umständlich, die Ausführung schwierig.

Zwischen den Spiralschnecken und Evolventenschnecken liegen die verlängerten Evolventenschnecken, für die annähernde Bearbeitungsverfahren (wie bei Stirnrädern mit Schraubenzähnen) angewendet werden [12]. H. Pfauter in Chemnitz verwendet für die Massenanfertigung kleinerer Schnecken bis zu mittleren Steigungswinkeln Schneidräder (Abb. 134), die mit hinterschliffenen Evolventenzähnen versehen sind. Das Verfahren ist somit jenem von Sykes (s. Abb. 33) ähnlich. (Auf die

Übereinstimmung der Triebschnecke mit der zum Ausschneiden der Radzahnlücken erforderlichen Frässchnecke wird auch im nächsten Abschnitt hingewiesen.)

**2. Bearbeitung des Rades.** Das Ausfräsen der Radzahnlücken bei Spiralschneckentrieben in der gleichen Art wie bei Schraubenrädern liefert nur eine rohe Annäherung, da die Radzahnflächen keinen eigentlichen Schraubenverlauf aufweisen. Ein etwaiges Vorschneiden der Zahnlücken mit einem Scheibenfräser, der in der Schneckensteigung schräg an das Rad angestellt, allmählich diesem genähert wird, schont zwar die Frässchnecke bei der Fertigbearbeitung, ist aber umständlich und zeitraubend.

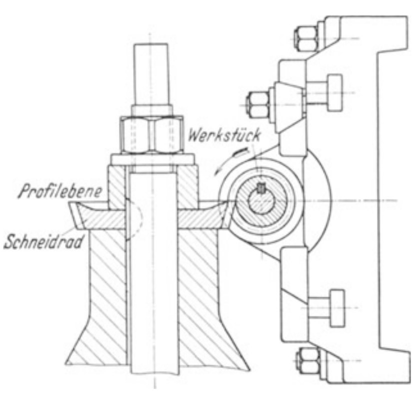



Abb. 134. Ausschneiden der Schnecke mit Schneidrad (für Massenanfertigung).

Allgemein üblich ist das unmittelbare Ausschneiden der Radzähne aus dem vollen Radkranz mit einer der Triebschnecke gleich gestalteten Frässchnecke. (Nur der Außenhalbmesser der Frässchnecke ist um den Betrag des Kopfspieles vergrößert.) Fräser und Rad werden zwangsläufig im Übersetzungsverhältnis des Triebes gedreht und einander langsam soweit genähert, bis der Fräser die Lage der Triebschnecke im Getriebe einnimmt. Dieses einfache Verfahren führt wegen der großen Schneidenzahl des Werkzeuges rasch zum Ziele. Es wird durch den Umstand ermöglicht, daß beim Schneckentrieb in allen Punkten des Eingriffsbereiches eine genügend große und meist günstig gerichtete Gleitgeschwindigkeit herrscht.

Die Lücken der Frässchnecke (und auch deshalb der Triebschnecke) müssen im Normalschnitt gerade Profile erhalten (Abb. 131a). Das wird durch Ausdrehen mit einem Schneidstahl erzielt, dessen beide geradlinige Schneidprofile dem normalen Zahnstangenzahn hinsichtlich Modul $t_n/\pi$ und Eingriffswinkel ($\alpha = 15°$ oder $20°$) nachgebildet sind. Es ist hierbei zu beachten, daß der Schneckenzahn im Normalschnitt gekrümmte Profile aufweist. Mit dem gleichen Werkzeug wird die Frässchnecke ausgedreht. Ihre Spannuten werden senkrecht zum Lückenverlauf geführt.

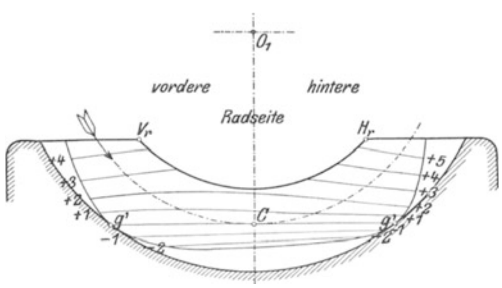



Abb. 135. Frässchnecke und Radzahn.

Bei der Bearbeitung des Rades mit der der Triebschnecke nachgebildeten Frässchnecke wird eine regelrechte, eingriffsfähige Zahnfläche nur in einem Teile des Radzahnes ausgearbeitet, dem eingreifenden Zahnfelde, das nach den früheren Angaben ermittelt werden kann. Die Umgrenzung dieses eingriffsfähigen Gebietes (Abb. 135) reicht in zwei Punkten $g'$, die im Halbmesser des Radwälzkreises liegen, bis an den Lückenboden heran. Die Übergangsfläche von der Umgrenzung bis zum Lückenboden wird nur von den am Außenzylinder der Frässchnecke liegenden Schneidenden gestaltet.

Da nur einzelne Profile der Schneckenfläche als Schneidkanten im Fräser ausgebildet sind, so kann die Zahnfläche nicht vollständig sauber ausgeschnitten werden. Abb. 136 zeigt in übertriebener Darstellung die Lage von zwei benachbarten Fräserschneiden beim Durchgang durch die Radmittelebene. Das Anschneiden des mittleren Radzahnprofils erfolgt in den Punkten $p_1'$ und $p_2'$ der Eingriffsgeraden. Die Schnitte fallen in den zugehörigen Zahnprofilpunkten $p_1$ und $p_2$ tangential an den theoretischen Evolventenverlauf aus. Aus der Bearbeitung gehen daher Zahnflächen mit flächigem Aussehen hervor. In der Übergangsfläche gehen die Schneidenenden nicht mehr tangential vorbei, so daß eine ungünstige Stufenbildung auftritt.

Die Tangierungslinien der Fräserschnitte verlaufen sehr ähnlich den Eingriffslinien der Schneckenstirnschnitte. Man kann daher unmittelbar aus dem Eingriffsbild des Stirnschnittes die Bearbeitungsverhältnisse beurteilen. Auf der vorderen Radseite, auf der sich die Eingriffslinien weiter voneinander halten, fällt die Bearbeitung weniger vollkommen aus als auf der hinteren Seite, wo die Schnitte mit wachsender Steigung einander näher treten (vgl. Abb. 98 mit 114).

Bei Steigungen über 20° werden diese ungünstigen Verhältnisse bereits fühlbar, man muß daher der Zahnumgrenzung, der Ausführung der Frässchnecke und auch der Art der Fräserzuführung ein besonderes Augenmerk widmen.

Die Zuführung des Fräsers kann entweder durch parallele Verschiebung der Fräserachse oder durch Hineinschrauben des Fräsers in axialer Richtung erfolgen.

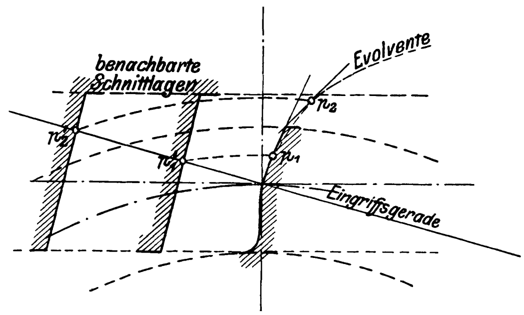


Abb. 136. Fräsen der Radzähne (flächiger Schnitt).

Bei dem erstgenannten Fräsverfahren mit radialem Vorschub gelangt ein Schnekenfräser in der üblichen Form (siehe Teil I, S. 72) zur Anwendung. Der Fräser wird dem Rade gleichmäßig so lange genähert, bis die richtige Schnittiefe erreicht ist. Dann wird der Vorschub ausgeschaltet und die Zähne werden in soviel Radumdrehungen, als der Gangzahl der Schnecke entspricht, fertig geschnitten. Abb. 137 zeigt im Radmittelschnitte die einzelnen Lückenausnehmungen. Hierbei schneiden die Fräserkanten das eigentliche Zahnprofil $k\,f$ in den Punkten der Eingriffsgeraden $KE$ an, den in $f$ anschließenden Flankenübergang zum Lückenboden arbeiten die Kopfpunkte der Fräserschneiden längs der Strecke $ME$ aus. Die Bearbeitung des Gegenprofils erfolgt in den Strecken $E'K'$ und $E'M$. Weniger gleichmäßig passen sich die Lückenausschnitte an das endgültige Zahnprofil in den seitlichen Radschnitten an, da sich hier die Gestalt der Eingriffslinien beim Annähern der Frässchnecke ändert. Doch wird außerhalb der Radmitte die gesamte Zahnfläche erst beim letzten Schnitt ausgestaltet.

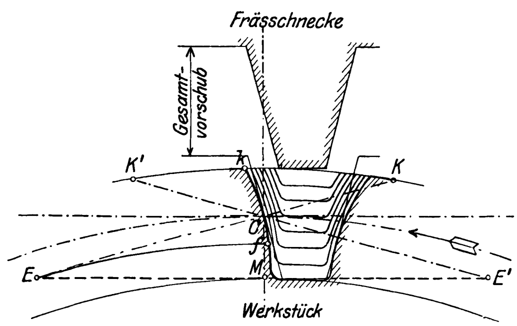


Abb. 137. Fräsen der Radzähne bei radialem Vorschub.

Selbst wenn die Triebschnecke gekürzt ausgeführt wird, muß dennoch die Frässchnecke so lang bemessen werden, wie es das Eingriffsfeld erfordert, sonst werden die Zähne unvollkommen ausgeschnitten.

Der radiale Vorschub des Fräsers kann bei großen Steigungen verursachen, daß vor Eintritt des richtigen Abstandes seiner Achse zur Radachse, wegen des von außen nach innen zunehmenden Steigungswinkels am Fräser, richtige Flankenteile weggeschnitten werden. H. Pfauter in Chemnitz empfiehlt daher das Radialverfahren nur bis zu Steigungswinkeln von 6° bis 8°.

Da die gesamte Zahnfläche erst in der Fräserendstellung geformt wird, so läßt sich eine genügend glatte Zahnfläche nur durch eine große Zahl von Schneidkanten im Fräser erreichen. Man gibt ihm deshalb so viel Spannuten wie es die Rücksicht auf eine längere Verwendungsdauer und eine hinreichende Festigkeit zuläßt.

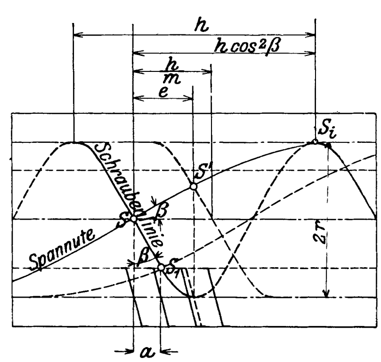


Abb. 138. Anordnung der Spannuten. (Ersetze $\frac{h}{m}$ durch $\frac{h}{z_1}$.)

Bei mehrgängigen Schnecken nimmt die Windungslänge innerhalb einer Ganghöhe nur wenig zu, so daß bei gleicher Rückenlänge der Schneidzähne die Schneidkanten eines Schraubenganges und mithin auch ihre Schnitte erheblich weiter auseinanderfallen, als bei der sonst gleichen eingängigen Schnecke. Eine Besserung erzielt man durch Ausführung einer Radzähnezahl, die kein Vielfaches der Gangzahl ist. Jeder Radzahn tritt dann nach einer Radumdrehung in einen anderen Schraubengang ein. (Übersetzungsverhältnis von einer ganzen Zahl abweichend zu wählen!)

Am gleichmäßigsten wird der Schnitt, sobald die Schneidkanten aller Schraubengänge axial gleich weit voneinander entfernt sind.

Bei einer Spannutenzahl $i$ (Abb. 138) stehen zwei aufeinanderfolgende Schneiden $S$ und $S_1$ eines Schraubenganges in einer Axialentfernung

$$a = \frac{h \cos^2 \beta}{i}.$$

Die Schneiden $S$ und $S'$ zweier benachbarten Gänge einer $z_1$ gängigen Schnecke, die an der gleichen Spannute liegen, haben einen axialen Abstand von

$$e = \frac{h \cos^2 \beta}{z_1}.$$

Ist dieser ein Vielfaches $Z$ vom Abstand $a$, so fallen die Schneidkanten aller Gänge in gleiche Schnittlagen. Damit dies verhindert wird, also eine gleichmäßige Verteilung der Schneiden erreicht wird, muß der Abstand $e$ um einen der Ganzahl $z_1$ entsprechenden Teilbetrag größer oder kleiner sein.

$$\frac{h \cos^2 \beta}{z_1} = \frac{h \cos^2 \beta}{i}\left(Z \pm \frac{1}{z_1}\right).$$

Aus dieser Bedingung bestimmt sich die richtige Spannutenzahl mit $i = z_1 Z \pm 1$.
Für eine dreigängige Schnecke ($z_1 = 3$) ergeben z. B. die Summen- und Differenzwerte unter Variation der Vielfachen $Z = 2, 3, 4, 5$ folgende günstige Nutenzahlen: $i = 5, 7, 8, 10, 11, 13, 14, 16$. Die Ausführung nach den Zahlen 6, 9, 12, 15 würde zu gröberer Bearbeitung führen.

Die Schneckenfläche läßt eine Verschraubung in sich selbst zu, es ist deshalb auch eine a x i a l e  Z u f ü h r u n g s a r t des Fräsers möglich. Die Fräserachse wird in die endgültige Achsenentfernung eingestellt und der Fräser durch allmähliche Verschraubung dem Werkstück genähert. Zu der Drehbewegung, die der Fräserachse aus dem Übersetzungsverhältnis des Triebes zukommt, muß dann noch eine zweite Drehbewegung hinzugefügt werden. Ihre Größe muß im Verein mit dem Axialvorschube des Fräsers so bemessen werden, daß sich der Fräser in seiner eigenen Gestalt verschraubt. Um eine Entlastung der vorangehenden Schneiden zu bewirken, die sonst den größten Teil der Fräsarbeit übernehmen müßten, wird die Frässchnecke im vorderen Teil kegelförmig abgenommen. Das Verfahren rührt von I. E. R e i n e c k e r in Chemnitz her [13].

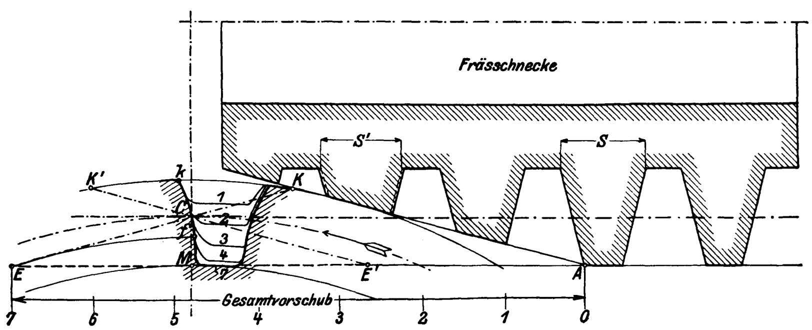



Abb. 139. Fräsen der Radzähne bei axialem Vorschub.
(Fußdicke $s$ gegen $s'$ allmählich verringert.)

Abb. 139 zeigt den Schnittverlauf in der Radmittelebene. Der Fräser beginnt den Anschnitt in Stellung $A$ und beendet ihn nach einem Gesamtvorschub $AE$. In den einzelnen Zwischenstellungen 1, 2, 3 ... sind die Lückenausschnitte bis zu den gleichbezeichneten Umrissen vorgeschritten. Das Ausarbeiten der Lücke geht in der ersten Hälfte des Vorschubes sehr rasch. In der Stellung 4 ist die Lücke beinahe ganz ausgenommen; von da ab beschränkt sich die Bearbeitung auf eine geringe Spanabnahme am Lückenboden und den anschließenden Flankenfußteilen. Der zylindrische Endteil des Fräsers wird somit nur unbedeutend ausgenützt; die Hauptarbeit leistet der kegelförmige Teil, der den Werkstoff aus der Lücke herausschafft und die Flanke profiliert.

Eine gleichmäßigere Beanspruchung aller Schneidkanten kann man nur durch ein Zurücksetzen der Schneiden im kegelförmigen Teile erzielen. Bei einem derartig gestalteten Fräser besorgt dann der konische Teil das Vorschruppen der Zähne, während dem hinteren Teile die Fertigbearbeitung vorbehalten bleibt.

Während beim radialen Zuschub die Fräserschneide nur in einem einzigen Schnitte die endgültige Zahnfläche trifft, wird durch den axialen Vorschub jede Fräserschneide in viele Schnittlagen gebracht, so daß die Flanken viel glatter ausfallen.

Auf einer für axialen Vorschub eingerichteten Fräsmaschine läßt sich auch das Schneckenrad mit einem einzigen Stichel, dem Schlagmesser, das dem Schneckenzahnprofil nachgebildet ist, bearbeiten. Die zugehörige Triebschnecke (reine Spiralschnecke) wird mit einem nach dem geraden Zahnstangenprofil des axialen Längsschnittes profilierten Drehstahl ausgearbeitet (Abb. 131b). Das Schlagmesser zur Bearbeitung der Radzähne müßte jedoch dem gekrümmten Profile des Normalschnittes entsprechen, was teuer, ungenau und umständlich zu erreichen ist. Dieses Verfahren ist daher nur auf untergeordnete Triebe mit sehr kleinen Steigungswinkeln zu beschränken, bei welchen die Krümmung des Normalprofiles zugunsten einer geraden Schneidflanke vernachlässigt werden kann. Bei größeren Steigungswinkeln werden auch die Schnittwinkel an den beiden Flanken des Drehstahles für die Schnecke zu ungleich.

Sollen die Radzähne mit einem geradflankigen, trapezförmigen Schlagmesser richtig bearbeitet werden, so muß der Drehstahl zur Bearbeitung der Triebschnecke so eingestellt werden, daß seine Profilebene im Normalschnitt durch die Zahnmitte verläuft (Abb. 131c). Er wird entweder als ein den Schneckenzahn umfassendes Zweiflankenwerkzeug ausgeführt, oder durch zwei Halbstähle ersetzt. Es entstehen dann offene Schraubenregelflächen.

**3. Einlaufen, Härten und Schleifen des Getriebes.** Die beträchtlichen Gleitgeschwindigkeiten im Schneckeneingriff ermöglichen es, den flächigen Fräserschnitt an den Radzähnen beim Einlaufen des fertig eingebauten Triebes in kurzer Zeit zu beseitigen. Schleifmittel wie Schmirgel, Glaspulver u. dgl. dürfen nicht verwendet werden, weil die Verschiedenheiten im Eingriffsbilde eine gleichmäßige Einwirkung nicht zustande kommen lassen; die Folge wäre die Zerstörung von tragfähigen Flächenteilen. Das Gehäuse ist reichlich mit gewöhnlichem Maschinenöl anzufüllen. Das Einlaufen erfolgt bei hohen Geschwindigkeiten (4 m) und allmählich gesteigertem Zahndrucke. Da die verschleißenden Späne die Lagerflächen gefährden, so muß nach Bedarf eine gründliche Reinigung des Gehäuseinnern mehrmals vorgenommen und die Ölfüllung erneuert werden. Als eingelaufen ist das Getriebe anzusehen, wenn auf den Radzähnen das eingreifende Feld vollständig angeschliffen ist. Um ein vollständiges Glätten und Verdichten der Flanken zu erzielen, wird das Getriebe zuletzt noch bei starker Belastung in dickem Zylinderöl laufen gelassen.

(Bei roh gegossenen Zähnen kann man die mangelnde Bearbeitung durch das Einlaufen ersetzen, das aber längere Zeit erfordert. Ein passend geleitetes Einlaufverfahren [14], das man etwa durch helfendes Nacharbeiten unterstützen kann, ergibt auch hier sauber angeschliffene Zahnflächen in geometrisch richtigem Verlaufe.)

Für sehr schnellaufenden Schnecken werden manchmal spiegelglatte, glasharte Flanken verlangt. Es wird dann als Werkstoff für die Schnecke ein einsetzbarer Chromnickelstahl (2,5—4,5% Ni) gewählt, der eine Oberflächenhärte von 550—650 Brinell besitzt. Den Schneckenkranz gießt man aus einer nickelhaltigen, eisen- und zinkfreien Phosphorbronze, die eine Brinellhärte von 100—120 erhalten soll. Wegen der höheren Abkühlgeschwindigkeit, die ein dichtes und feines Gefüge schafft, wird der Kranz auch durch Schleuderguß in sich drehenden wassergekühlten Formen hergestellt.

Auf das Härten der Schnecke muß eine Fertigbearbeitung durch Schleifen erfolgen. Damit die Triebschnecke genau mit der Frässchnecke übereinstimmt, was nach dem Härten und auch nach dem Nachschleifen des schon länger benutzten Fräsers niemals der Fall ist, wird nach dem Vergleichsverfahren von W. F. Klingelnberg in Remscheid der Fräser auf die Schleifmaschine aufgespannt und es werden seine Flankenwinkel, Zahndicke und Steigung abgetastet. Die so erhaltenen Größen des gleichsam als Lehre verwendeten Fräsers dienen nun zur Einstellung der Maschine für das Schleifen der Triebschnecke.

Zum Schleifen der Schnecke werden Kegelscheiben, die dem Scheibenfräser oder Fingersteine, die dem Fingerfräser ähnlich sind, verwendet. Aus den schon erörterten Gründen ist es unmöglich, mit einer gerade profilierten Schleiffläche Spiralschnecken einwandfrei zu schleifen. Diese verlangen gekrümmte Profile, die schon bei der Herstellung und beim Abrichten (mit Diamant) nach eingetretener Abnutzung Schwierigkeiten bereiten. Man verzichtet daher häufig auf unbedingte Richtigkeit und verwendet Scheiben mit geradem Profil.

Hingegen erlaubt die Evolventenschnecke ein vollkommen richtiges Schleifen mit kegel-, plan-, oder zylinderflächigen Schleifkörpern, weil sich an die Erzeugende der abwickelbaren Schraubenregelfläche eine Berührungsebene legen läßt, die auch zugleich eine Berührungsebene der abwickelbaren Drehfläche des Schleifkörpers sein kann. Es läßt sich sogar eine doppelkegelige Schleifscheibe auffinden, deren Achse parallel zur Schneckenachse verläuft, und deren Kegelflächen zwei Erzeugende besitzen, die mit je einer der Erzeugenden der beiden Flankenflächen der Evolventenschnecke zusammenfallen, so daß bei der Drehung der Schnecke und bei dem der Steigung entsprechenden Vorschub der Schleifscheibe, beide Flanken der Evolventenschnecke auf einmal geschliffen werden können [1]. Auch die Zähne des Evolventenschneckenrades lassen das Schleifen mittels geradlinig profilierter Schleifkörper zu.

### c) Die Berechnung der zylindrischen Schneckengetriebe.

**1. Kräfte, Wirkungsgrad.** Unter der Annahme, daß die Kraftübertragung nur im Punkte $C$ stattfindet, erhält man folgende Kräfte (Abb. 140):

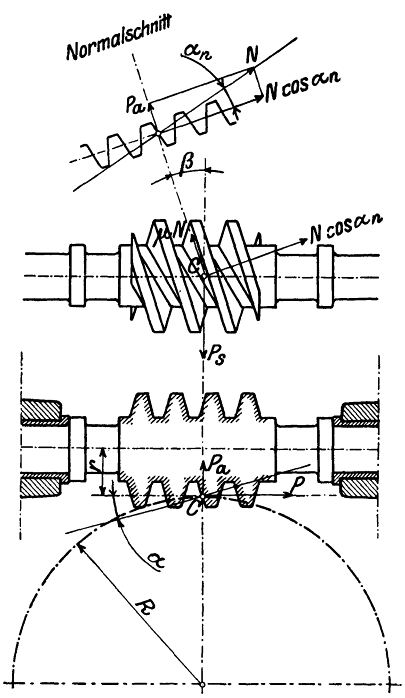



Abb. 140. Kräfteplan des Schneckengetriebes.

Normaldruck $N$, im Normalschnitt liegend, Winkel $(90° - \alpha_n)$ zur Kreuzungslinie.

Reibungswiderstand $\mu N$, in der Tangentenrichtung an mittlere Schraubenlinie vom Steigungswinkel $\beta$.

Daraus folgt die Axialkraft $P =$ Umfangskraft am Halbmesser $R =$ Zahndruck.

Es ist $P = N\cos\alpha_n\cos\beta - \mu N\sin\beta$.

$P_s =$ Umfangskraft am Halbmesser $r$ der Schnecke $= N\cos\alpha_n\sin\beta + \mu\cdot N\cdot\cos\beta$.

Radialkraft $P_a = N\cdot\sin\alpha \approx P\ \mathrm{tg}\,\alpha$.

Mit $\cos\alpha_n \approx 1$ und $\mu = \mathrm{tg}\,\varrho$ erhält man Umfangskraft an der treibenden Schneckenwelle

$$P_s = P\,\frac{\sin\beta + \mu\cos\beta}{\cos\beta - \mu\sin\beta} = P\,\mathrm{tg}\,(\beta + \varrho) \qquad (74)$$

$M =$ Antriebsmoment an Schneckenwelle

$$= P\cdot r\cdot\mathrm{tg}\,(\beta+\varrho) \qquad (75)$$

oder (bei Einführung der Ganghöhe $h$)

$$M = P\cdot r\,\frac{h + 2\pi r\mu}{2\pi r - h\mu}$$

Theoretischer Wirkungsgrad $\eta = \dfrac{\mathrm{tg}\,\beta}{\mathrm{tg}\,(\beta+\varrho)}$ ; (76)

(berücksichtigt nur die Zahnreibung).

Reibungszahl $\mu$ (im Mittel) für Gußeisen auf Gußeisen $> 0{,}1$, für Stahl auf Phosphorbronze $> 0{,}03$.

Bei ungünstigen Verhältnissen sind die Werte zu erhöhen, unter günstigen Bedingungen sind sie im Beharrungszustand bei höheren Geschwindigkeiten kleiner.

Geeignete Beschaffenheit des Schmieröles, richtiger Eingriff, mäßige Zahnpressungen und höhere Gleitgeschwindigkeiten vermindern die Reibungszahl. Zwischen den Zahnflanken muß stets eine dünne Ölschichte verbleiben, damit sich die wesentlich geringere Flüssigkeitsreibung einstellt. Dickflüssiges Schmieröl ist dem dünnflüssigen vorzuziehen, weil die Ölschichte weniger leicht durch die Pressung aus der Eingriffsstelle herausgedrückt wird. Für die Beurteilung der Zähigkeit ist die Erwärmung des Triebes in Betracht zu ziehen (s. Gl. 78).

Bei kleineren Umfangsgeschwindigkeiten der Schnecke hat das Öl Zeit aus den Druckstellen zu entweichen, so daß bis zu einer bestimmten Grenze die Reibungszahl bei zunehmender Geschwindigkeit kleiner wird. Darüber hinaus wird die Reibung jedoch größer, weil das Öl durch die Fliehkraft abgeschleudert wird. Zur Bildung eines Ölkeiles zwischen den eingreifenden Flanken bedarf es einer gewissen Weg-länge und Zuführungsrichtung. Der Eintritt des Ausklinkens der Unebenheiten der beiden, je nach der Bearbeitung mehr oder weniger rauhen Gleitflächen, ist daher bei sonst gleichen Verhältnissen von der Anschmiegung der Zahnflächen abhängig. Die Anschmiegung wird bestimmt durch die Profilkrümmungen beider Triebteile in einer Schnittebene, die durch die Richtung der augenblicklichen Gleitgeschwindigkeit und die Flächennormale in dem zu untersuchenden Eingriffspunkte gegeben ist (siehe S. 85 usf.).

Bei richtig bearbeiteten, gehärteten Stahlschnecken, die auf Radkränzen aus Phosphorbronze laufen und harte und glatte Flanken besitzen, tritt halbflüssige Reibung schon bei kleineren Geschwindigkeiten ein. Er zeigt sich beim Versuche dadurch an, daß von einer bestimmten Umlaufgeschwindigkeit an die Reibungszahl nahezu unverändert bleibt oder bei wachsender Geschwindigkeit sehr schwach fällt. So zeigen die Versuche Stribecks mit einer derartigen zweigängigen Schnecke [3] ($r = 41$ mm, $\operatorname{tg}\beta = 0{,}16$) innerhalb der Umlaufgeschwindigkeiten $v = 1{,}5$—6m/sec den fast konstanten Wert $\mu = 0{,}02$, die von Gruson [16] ($z_1 = 3$, $2r = 55$ mm, $\operatorname{tg}\beta = 0{,}3281$, $b = 55$ mm, Öltemperatur 70° C) innerhalb $v = 1{,}5$ m/sec bis 4,5 die Werte $\mu = 0{,}025$ bis 0,02, während Westberg [17] an einer steilgängigen Schnecke sogar $\mu = 0{,}01$ feststellte.

Nach Gleichung 76 ist der Wirkungsgrad $\eta$ abhängig vom Steigungswinkel $\beta$ (Abb. 141). Je größer $\beta$ ist, desto günstiger wird $\eta$; steilgängige Schnecken sind daher vorzuziehen. Der Höchstwert von $\eta$ ist ungefähr bei 45° erreicht. Aus der Abbildung ist zu ersehen, daß bei kleinem $\mu$ der Wirkungsgrad für $\beta > 30°$ nur mehr schwach zunimmt. Man geht deshalb bei Spiralschnecken, bei denen sich bei großen Steigungen Bearbeitungsschwierigkeiten einstellen, nicht über diesen Winkel hinaus. Evolventenschnecken werden mit Steigungswinkeln bis zu 35°, sogar 45°, ausgeführt.

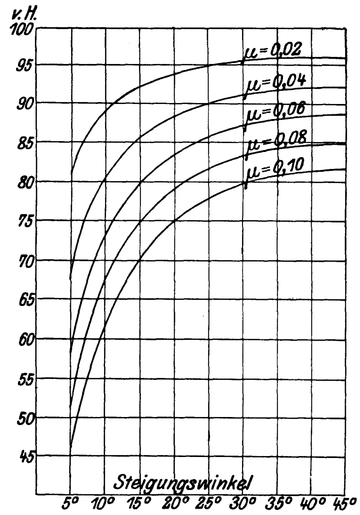


Abb. 141. Wirkungsgrade $\eta$.

Die Reibungswiderstände in den Trag- und Spurlagern der Rad- und Schneckenwellen vergrößern das Antriebsmoment $M$ an der Schneckenwelle auf $M_s = M(1+\varphi)$.

Der Gesamtwirkungsgrad des Getriebes ist dann

$$\eta_s = \frac{\eta}{1+\varphi} \tag{77}$$

$\varphi \approx 0{,}1 - 0{,}02$ (kleinster Wert nur bei guter Schmierung der Lager und bei Kugelspurlagern der Schneckenwelle).

Für Stahlschnecken und Räder aus Phosphorbronze, bei denen die gebräuchlichen Geschwindigkeiten nur wenig die Größe von $\mu$ beeinflussen, zeigt sich für den Wirkungsgrad $\eta_s$ innerhalb Leerlauf und größter zulässiger Belastung die in Abb. 142 angedeutete Abhängigkeit von der übertragenen Leistung $N$.

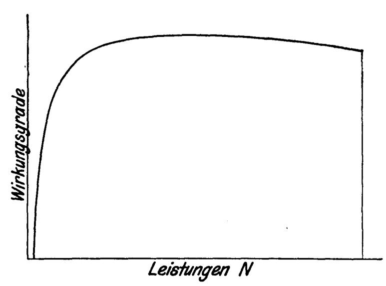


Abb. 142. Gesamtwirkungsgrad $\eta_s$.

Versuchsergebnisse:

1. [18] $2r = 80$mm, $z_1 = 2$, $\beta = 18°25'$, Umfangsgeschw. bis 6m/sec, $\eta_s = 68-87\%$. (Kammlager).
2. [3] $2r = 82$, $z_1 = 2$, $\operatorname{tg}\beta = 0{,}16$, Umfangsgeschw. 1,5—6m/sec, $\eta_s = 90\%$. (Kugelspurlager).
3. [17] $2r = 95$, $z_1 = 5$, Ganghöhe 185, ,, $\eta_s = 96\%$.
4. [19] $2r = 76{,}6$, $z_1 = 3$, $\beta = 17°34'$, ,, $\eta_s = 65-84\%$.
5. [21] $z_2 : z_1 = 23:6$, (Wälzlager, Evolventen-Sch.) $\eta_s = 97\%$.

Die hohen Wirkungsgrade der Laboratoriumsversuche werden in den Ausführungen der Praxis nie erreicht; geringe Ausführungs- und Aufstellungsfehler, die bei Stirnrädern lediglich das Ganggeräusch verstärken, schmälern bei Schneckengetrieben schon wesentlich den Wirkungsgrad, der übrigens auch durch rascher einsetzenden Verschleiß bei sorgloser Wartung vermindert wird.

Beim Entwurfe empfiehlt es sich daher, die Wirkungsgrade $\eta_s$ unter Annahme größerer Reibungsverluste zu berechnen. Für unbearbeitete Zahnausführungen ist $\varrho = 7°$ ($\mu = 0{,}12$) und $\varphi = 0{,}1$ (Gl. 77) zu nehmen. Bei bearbeiteten Zähnen (Schnecke aus Stahl, Radkranz aus Phosphorbronze und Längskugellager) sind bei normaler Belastung und Gleitgeschwindigkeiten über 1,5 m die Werte $\varrho = 3°$ ($\mu = 0{,}05$) und $\varphi = 0{,}02$ einzuführen; bei den üblichen Abmessungen der Schnecken (Abb. 145) ergeben sich für die Gangzahlen $z_1$ Wirkungsgrade $\eta_s$ von

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $z_1 =$ | 1 | 2 | 3 | 4 | |
| $\eta_s =$ | 71,7 | 79,5 | 82,6 | 84,3 | für volle Schnecken, |
| | 63,2 | 75,8 | 81,0 | 83,6 | für aufgesetzte Schnecken. |

(Gleichwertige doppelte Stirnräderübersetzungen haben also höhere Wirkungsgrade.) [22].

Bei steilgängigen Schnecken lassen sich die Triebe auch zum Übersetzen ins Schnelle verwenden. Die treibenden Zähne sind dann die Radzähne im Steigungswinkel ($90° - \beta$). Zum Hervorrufen einer am Schneckenhalbmesser $r$ wirkenden Umfangskraft $P_s$ ist am Wälzkreise des treibenden Schneckenrades eine Umfangskraft $P$ erforderlich, die sich nach Gl. 74 bestimmt aus

$$P = P_s \operatorname{tg}(90° - \beta + \varrho) = P_s \operatorname{ctg}(\beta - \varrho).$$

Der Wirkungsgrad eines derart umgekehrten Triebes ist

$$\eta = \frac{\operatorname{tg}(90° - \beta)}{\operatorname{tg}(90° - \beta + \varrho)} = \frac{\operatorname{ctg}\beta}{\operatorname{ctg}(\beta - \varrho)}.$$

Bei einem Steigungswinkel $\beta$ von 30° läßt sich noch ein ziemlich günstiger Wirkungsgrad erzielen, doch darf man die Triebe wegen der ungünstigeren Eingriffsverhältnisse der steilgängigen Schnecken nicht zu hoch belasten.

Wird der Steigungswinkel $\beta$ kleiner als der Reibungswinkel $\varrho$ gehalten, also $\operatorname{tg}\beta \lesseqgtr \mu$, so vermag ein an der Radachse wirkendes Drehmoment keine Drehung mehr hervorzubringen, der Schneckentrieb ist selbsthemmend.

Selbsthemmende Triebe können bei geringen Schneckengeschwindigkeiten wegen der Unveränderlichkeit der Reibungszahl nur Wirkungsgrade unter 50% aufweisen. Bei größeren Geschwindigkeiten sinkt $\mu$ und es wird $\operatorname{tg}\beta > \mu$. Dieser Umstand ermöglicht es, noch selbsthemmende Schneckengetriebe zu bauen, deren Wirkungsgrad im Beharrungszustand bis 70% beträgt. (Doch ist dann keine sichere Selbsthemmung vorhanden.)

**2. Zulässige Belastung.** Die Radzähne werden gewöhnlich aus einem weicheren Baustoffe gefertigt, während die Schnecke eine möglichst große Härte aufweisen soll. Für die Berechnung der Zahnteilung sind deshalb die Verhältnisse der Radzähne maßgebend. Somit ist wie bei den geraden Zähnen die zulässige Zahnbelastung $P = k\,b\,t$.

Als Zahnbreite $b$ ist die Bogenlänge des Zahnes im Kreis vom Halbmesser $r$ anzusehen; sie beträgt bei normalen Zahnausführungen, entsprechend Abb. 144, etwa $b = 2{,}5\,t$.

Die Versuche von Gruson [16] an drei Schneckengetrieben mit den Zahnbreiteverhältnissen $b/t = 3{,}1$, 2,17 und 1,67, zeigten bei 2,17 bezüglich der Erwärmung des Triebes das beste Verhalten, das sich auch bei steigender Zahnbelastung $k$ und zunehmender Umlaufsgeschwindigkeit nur wenig änderte. Da bei größeren Breiten fernab vom Wälzpunkt $C$ liegende Teile des Eingriffsfeldes herangezogen werden, in denen ungünstige Reibungsverhältnisse auftreten, hat es keinen Zweck die Zahnbreite übermäßig zu vergrößern. Andererseits verursachen zu kleine Breiten wegen der kurzen Linien $\lambda\lambda$ des gleichzeitigen Eingriffes hohe Pressungen. Bei großen Umlaufsgeschwindigkeiten ist dieser Einfluß für die Erwärmung überwiegend, weshalb schnellaufende Triebe eher größere Zahnbreiten erhalten können.

Die verhältnismäßig günstigen Eingriffsverhältnisse des Schneckentriebes (auch bei kleineren Breiten stehen mindestens zwei Zähne gleichzeitig im Eingriff) gestatten es, die Werte $k$ höher als bei geraden Zähnen zu wählen, sobald die Festigkeit allein maßgebend ist. Zuverlässig sicher sind die Werte

$k = 25$ für Radzähne aus Gußeisen,
$k = 40$ „ „ „ Phosphorbronze,
$k = 50$ „ „ „ Aluminiumbronze.

Eine Überschreitung der Werte um 1/4 bei vorübergehenden Höchstbelastungen ist noch zulässig. Die äußerst widerstandsfähige Aluminiumbronze eignet sich besonders für stoßweise Belastungen.

Für Dauerbetriebe ist vor allem die zulässige Erwärmung und die Abnutzung (Lebensdauer) zu berücksichtigen. Die Getriebeabmessungen müssen größer gehalten werden, damit die durch die Reibungsarbeit erzeugte Wärme abgeleitet werden kann und der Trieb nicht heiß läuft. Die zulässige Temperatur im Gleichgewichtszustande hängt von der Beschaffenheit des Öles ab. Gewöhnlich läßt man eine Temperatursteigerung auf 60—80° C zu. Bei gedrängten Abmessungen kann man die Ableitung der Wärme durch häufige Erneuerung der Ölfüllung, Ölumlauf oder Ölrückkühlung unterstützen.

Für Dauerbetrieb, bei mäßigen Umlaufgeschwindigkeiten und sorgfältiger Ausführung kann $k \approx {}^3/_4$ der angegebenen $k$-Werte betragen. Kleineres $k$ ist angezeigt bei Zähnezahlen unter 30 und $\beta$ über 20° (kleinere Eingriffsfelder).

(Genau ausgeführte Schneckentriebe mit sorgfältiger Schmierung können bis zu den an die Festigkeitsgrenze reichenden $k$-Werten belastet werden, wenn kurze Betriebszeit mit längeren Stillständen abwechselt [23]).

Die Umlaufgeschwindigkeit $v$ am Teilkreis der Schnecke soll bei gußeisernen Radzähnen 3 m/sec nicht überschreiten. Tadellos ausgeführte Stahlschnecken die mit Radzähnen aus Phosphorbronze kämmen, können mit $v$ bis 10 m/sec laufen. Maßgebend für die Erwärmung ist die mittlere Gleitgeschwindigkeit, die bei rechtwinkeliger Achsenkreuzung mit $v_g = v/\cos\beta$ eingesetzt werden kann. Als überschläglichen Vergleichswert gibt Kutzbach [24] an für gußeiserene Triebe

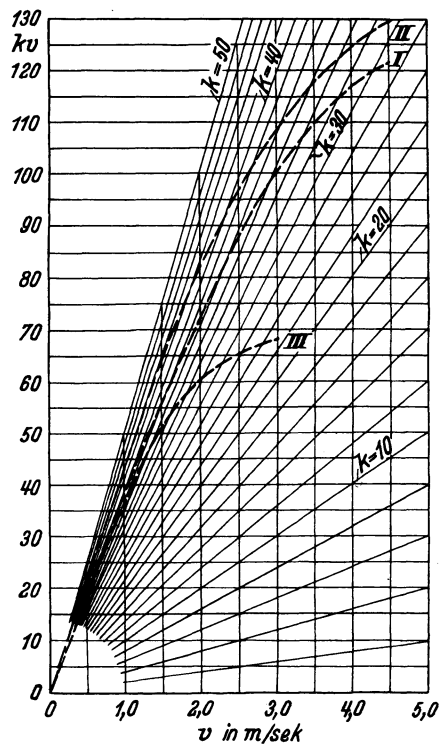



Abb. 143. Belastungswerte $k$ nach Gruson. $z_1 = 3$, $z_2 = 60$, $\beta = 18°\,10'$, $\alpha = 14°\,30'$, $r = 27{,}5$.

$k = \dfrac{40}{1 + v_g/2}$ und für Stahlschnecken auf Bronzezähnen $k = \dfrac{60}{1 + v_g/2}$

Völlig eindeutige Angaben für die zulässigen Werte von $k$ sind zur Zeit nicht möglich, da Versuche nur für einige Ausführungsgrößen vorliegen.

Versuche von Gruson [16] lieferten die in Abb. 143 im Schaubilde eingetragenen Belastungswerte $k$ und spezifischen Reibungsarbeiten $k\,v$, abhängig von der Umlaufsgeschwindigkeit der Schnecke $v$, wenn die Öltemperatur 70° C nicht überschreiten soll. Je nach dem verwendeten Öl kann die Temperatur, und damit der Wert $k$, nach oben oder unten etwas abgeändert werden.

Stribeck [3] sieht als maßgebend für die Erwärmung jenen Betrag der Reibungsarbeit an, der auf 1 cm² des eingreifenden Teiles der Schneckenfläche entfällt. Dieser spezifische Betrag darf einen zulässigen Wert, den die Art der Wärmeableitung und die Güte des Schmiermittels beeinflußt, nicht überschreiten. Die Leistung, die ein Schneckentrieb ohne Gefahr des Warmlaufens übernehmen kann, ist sodann

$$N = x\,z_1\,t^2\,.$$

Die an einer bearbeiteten ein- und zweigängigen Stahlschnecke ($r = 41$ mm, $t = 13\,\pi$, Rad aus Phosphorbronze, $z_2 = 30$) vorgenommenen Versuche ergaben eine Abhängigkeit des Wertes $x$ von der Gangzahl $z_1$ und der Umlaufszahl $n$ der Schnecke, die in der folgenden Tabelle niedergelegt ist.

Werte von $x$:

Die Temperatur des Schmieröles beträgt 60° C nach einer Betriebsdauer von durchschnittlich

| $n$ | 15 Minuten | | 30 Minuten | | 45 Minuten | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | $z_1 = 1$ | $z_1 = 2$ | $z_1 = 1$ | $z_1 = 2$ | $z_1 = 1$ | $z_1 = 2$ |
| 352 | 0,35 | 0,40 | 0,26 | 0,34 | 0,19 | 0,26 |
| 542 | 0,45 | 0,49 | 0,36 | 0,42 | 0,26 | 0,31 |
| 745 | 0,49 | 0,56 | 0,42 | 0,49 | 0,30 | 0,34 |
| 991 | 0,51 | 0,60 | 0,45 | 0,54 | 0,33 | 0,36 |
| 1476 | 0,52 | 0,63 | 0,46 | 0,57 | 0,34 | 0,37 |

Bei Dauerbetrieb sind nur 0,8 von den für 45 Minuten Betriebsdauer angeführten Beträgen zulässig.

Nach Versuchen von Bach und Roser [19] und Berechnungen von Braun ist bei einer Temperaturerhöhung $(t_0 - t_1)$ der Wert $k = P/b\,t = a\,(t_0 - t_1) + b$ worin

$$a = \frac{0{,}0669}{v} + 0{,}4192 \quad \text{und} \quad b = \frac{109{,}1}{v + 2{,}75} - 24{,}92\,. \tag{78}$$

Diese Beziehung gestattet die Ermittlung des Wertes $k$ aus einer angenommenen Temperaturerhöhung bei Trieben ähnlicher Abmessungen ($z_1 = 3$, $z_2 = 30$, $r = 76{,}6$).

Neben der Erwärmung ist für die zulässige Belastung die Abnutzung der Flanken von großer Bedeutung. Es tritt bei höheren Geschwindigkeiten ein rascher Verschleiß durch Aufrauhen der Flanken auf. Einigen Aufschluß über den Eintritt dieses Fressens geben die Versuche von Gruson. Gehärtete Stahlschnecken, die mit gußeisernen Rädern zusammenarbeiteten, konnten bei einem Belastungswert $k = 25$ nur bis zu einer Geschwindigkeit $v = 3{,}5$ m/sec zufriedenstellend laufen. Die Versuche mit Stahlgußrädern und auch mit gehärteten Stahlgußradkränzen zeigten nach kurzer Laufdauer den Beginn des Fressens. Die geringste Abnutzung ergab die Stahlschnecke auf Radzähnen aus Phosphorbronze.

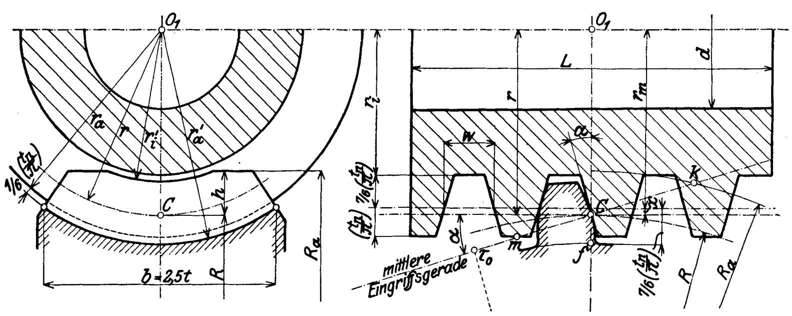


Abb. 144. Fünfgängige Schnecke. $z_2 = 28$. (Ersetze x durch x m.)

**3. Triebabmessungen.** An der Radwelle sei: Drehmoment $M_d = PR$, Leistung $= N$ Drehzahl $= n$. Dann ist

$$\frac{t}{\pi} = \sqrt[3]{\frac{0{,}2\,M_d}{k \cdot z_2 \frac{b}{t}}}\ \text{(cm)} \quad \text{oder} \quad = \sqrt[3]{\frac{14\,500}{k \cdot z_2 \frac{b}{t}} \cdot \frac{N}{n}}\ \text{(cm)}$$

$b/t$ meist $\approx 2{,}5$. —

Die Radzähnezahl $z_2$ ist bei gegebener Übersetzung abhängig von der Schneckengangzahl $z_1$. Bei größerer Gangzahl $z_1$ ist der Wirkungsgrad günstiger, der Raddurchmesser nimmt aber mit $\sqrt[3]{z_1^2}$ zu. $z_2$ soll kein Vielfaches von $z_1$ sein (s. S. 95).

Umlaufszahl $n_s$ der Schneckenwelle $= n \cdot z_2/z_1$.

Antriebsmoment an der Schneckenwelle: $M_s = M_d/\eta_s \cdot z_1/z_2$; einzuführende Leistung $N_s = N/\eta_s$ ($\eta_s$ = Getriebewirkungsgrad).

Die Schneckenwelle ist auf Verdrehung und Biegung zu berechnen. Für normale Verhältnisse wird

$$d = \sqrt[3]{\frac{M_s}{0{,}2 \cdot 120}} \quad \text{oder} \quad d = \sqrt[3]{3000\frac{N_s}{n_s}}\ \text{in cm} \tag{79}$$

Zur Vereinfachung des Werkzeugsatzes ist es vorteilhaft, die nach $t/\pi$ abgestuften Zahngrößen der Stirnräder auch auf die Schnecken zu übertragen.

Siehe Werkzeuggestaltung S. 91 u. 92.

Die **Zahnhöhe** wird abhängig gemacht vom Modul des Normalschnittes. Es betragen: die Kopfhöhe $= t_n/\pi$, die Fußtiefe $= {}^7/_6 \frac{t_n}{\pi}$, daher die gesamte Zahnhöhe $= 2^1/_6 \frac{t_n}{\pi}$ und das Kopfspiel der Zähne $= {}^1/_6 \frac{t_n}{\pi}$. Demnach erhält die Schnecke einen Außenhalbmesser $r_a = r_m + t_n/\pi$ und einen Innenhalbmesser $r_i = r_m - {}^7/_6 \frac{t_n}{\pi}$.

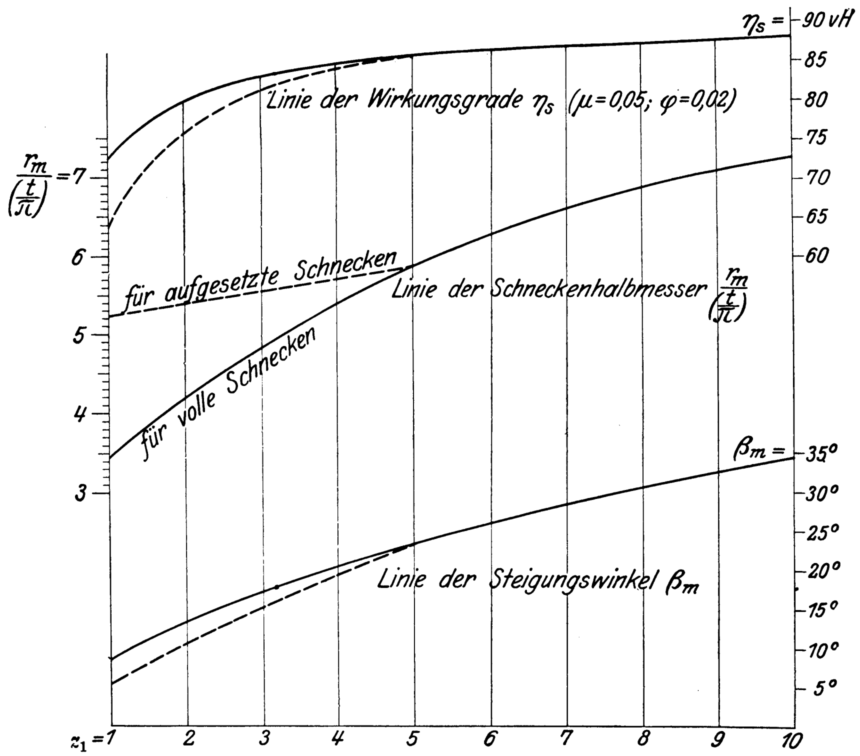



Abb. 145. Ausführungsgrößen der Schnecke.

Der Modul und die Zahnhöhe nehmen mit wachsendem $\beta$ ab. Dieser Umstand bietet einen zweifachen Vorteil. Das Ausschneiden der Schnecke wird erleichtert durch den geringeren Unterschied $(\beta_a - \beta_i)$ in den Steigungswinkeln von Kopf- und Fußschraubenlinie (s. S. 91). Weiter bleibt der Eingriff auf ein kleineres aber wertvolleres Gebiet der Eingriffsfläche beschränkt (s. S. 79).

Den wirkungsvollsten Einfluß auf die Herstellung und den Eingriff übt aber der **mittlere Schneckenhalbmesser** $r_m$ aus. Die Schneckengröße muß der Zunahme an Steigung folgen, der Winkelunterschied $(\beta_a - \beta_i)$ von äußerer und innerer Steigung muß innerhalb eines zulässigen Grenzwertes verbleiben. Aus den Gleichungen

$$r_a - r_i = 2^1/_6 \frac{t_n}{\pi}, \qquad \frac{z_1}{2}\frac{t}{\pi} = r_a \operatorname{tg} \beta_a = r_i \operatorname{tg} \beta_i$$

folgt
$$\frac{z_1}{2}(\operatorname{ctg} \beta_a - \operatorname{ctg} \beta_i) = 2^1/_6 \cos \beta_m .$$

Der Wert von $\beta_m$ ist einzuführen in das Verhältnis: (80)

$$\frac{r_m}{t/\pi} = \frac{z_1}{2} \operatorname{ctg} \beta_m .$$

In Abb. 145 sind die Werte $\frac{r_m}{t/\pi}$ eingezeichnet, unter Annahme eines allmählich von 6° auf 7° steigenden Winkelunterschiedes $(\beta_a - \beta_i$.

$\beta_m$ steigt von 8° 22′ bei $z_1 = 1$ bis auf 34° 26′ bei $z_1 = 10$ an. Eine weitere Linie zeigt die zugehörigen Getriebewirkungsgrade (einschließlich der Verluste durch Lagerreibung), die unter Annahme $\mu = 0,05$ und $\varphi = 0,02$ ermittelt sind. Die dargestellten Verhältniswerte geben eine einfache und sichere Grundlage zur Bemessung der Schneckengröße; sie gestatten eine anstandslose Bearbeitung und ergeben günstige Eingriffsverhältnisse.

Bei der zehngängigen Spiralschnecke ist bei dem angeführten Größenverlauf die Grenze der Ausführbarkeit erreicht. Die das verwendbare Eingriffsgebiet einengende Linie *EE* (s. S. 80) tritt hier bereits an den Außenumfang der Frässchnecke heran. Die Evolventenschnecke wird auch noch bis zu Steigungswinkeln von 45° ausgeführt, da bei ihr die *EE*-Linie entfällt.

Bis zur Gangzahl 4 sind die benötigten Halbmesser so klein, daß die Schneckengänge aus dem verstärkten Wellenkörper herausgeschnitten werden müssen. Erst die fünfgängige Schnecke läßt sich als eigener Teil ausbilden und auf die Welle aufsetzen. Beharrt man bei kleiner Gangzahl auf der Durchführung einer aufgesetzten Schnecke, so muß der Halbmesser $r_m$ so weit vergrößert werden, daß Platz für die Nabenstärke ($\approx 2\,t/\pi$) und die aus Festigkeitsrücksichten benötigte Wellenstärke erhalten bleibt. Die Verhältniswerte der mittleren Halbmesser von aufgesetzten Schnecken sind in der Abb. 145 gleichfalls eingetragen. Aufgesetzte Schnecken sind bequemer zu bearbeiten und leichter auszubauen. Der größere Halbmesser ergibt günstigeren Eingriff, doch erniedrigt er den Steigungswinkel und damit den Wirkungsgrad des Getriebes. ($z_{1\,\min}$ siehe Zahlentafel S. 90.)

Abmessungen des Rades. Halbmesser $R = z_2\,t/2\pi$.

Die Abgrenzung der Radzahnhöhe erfolgt konzentrisch zur Schneckenrundung. Halbmesser der inneren Kreisbegrenzung $= r_a' = r_a + {}^1/_6\,\frac{t_n}{\pi}$; der äußeren Kreisbegrenzung $r_i' = r_i + {}^1/_6\,\frac{t_n}{\pi}$.

Der Halbmesser $R_a = R + h$ (Abb. 144) hängt von der Zähnezahl, der Schneckenlänge und dem Genauigkeitsgrad der Ausführung ab (s. S. 87). Jedenfalls darf die äußere Zahnbegrenzung nur soweit reichen, daß die zugehörige Schneckenlänge zum Bestreichen der Radzähne längs des vollen Eingriffsfeldes genügt. Beim Herausrücken der äußeren Zahnbegrenzung wird zwar der Eingriff länger, aber ungünstiger, und etwaige Ausführungsfehler machen sich deutlicher bemerkbar. Besonders störend sind die Teilungsfehler, die sich aus dem Verziehen der Frässchnecke beim Härten ergeben. Dadurch wird der Getriebeeingriff auf die äußersten Schneckengänge beschränkt, so daß die seitlichen Kopfteile der Radzähne stark angegriffen werden und die für den Eingriff wertvolle Schneckenmitte gar nicht zum Gleiten gelangt. Aus diesem Grunde empfiehlt es sich die Schneckenlänge und dementsprechend auch $h$ nur so groß zu halten, daß der Eingriff auf etwa 2,5—3,5 Teilungen beschränkt bleibt [25].

Im Mittel sei $\qquad h = 1{,}5\,\frac{t_n}{\pi}\,, \qquad$ also $\qquad R_a = R + 1{,}5\,\frac{t_n}{\pi}\,. \qquad (81)$

Dabei verbleibt an den Radseiten noch eine genügende Kopfstärke der Zähne. Bei Spiralschnecken und $z_2 < 20$ ist der Radzahn entsprechend Abb. 107 außen gerade begrenzt (vgl. Abb. 98 mit eingekehltem Radzahn). Diese gerade Abgrenzung hat bei noch kleineren Zähnezahlen vom Schneckenkern einen Abstand, der größer als das normale Kopfspiel $\left({}^1/_6\,\frac{t_n}{\pi}\right)$ ist. Damit ist eine genügende Kürzung der gesamten Zahnhöhe erreicht und ein unzulässig spitzer Verlauf der Zahnköpfe in den Radseiten verhindert.

Für Schnecken nach Abb. 145 ist $b$ (gemessen in der Sehne des Fußkreises) $= 2{,}5\,t$.

In diesem Bereiche ist dann der Zahn seitlich durch radiale Gerade abzugrenzen (Abb. 144). Damit beseitigt man nicht nur die außer Eingriff verbleibenden Zahnecken, sondern auch (bei Steigungswinkeln über 25°) das unbrauchbare Zahngebiet.

Für die Bemessung der Schneckenlänge $L$ ist die Eingriffslänge in der vorderen Schneckenseite maßgebend[1].

[1] Schneckenlänge $L$ folgt angenähert aus

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $z_2 =$ | 12 | 24 | 36 | 48 | 60 | $> 72$ |
| $L/t =$ | 3,2 | 4,0 | 4,8 | 5,2 | 5,6 | 6,0 |

Abb. 146 zeigt den Grundriß der Eingriffsfelder bei verschiedenen Übersetzungen. Der Vergleich der ein- und sechsgängigen Schnecke zeigt, daß sich die Eingriffslänge mit der Gangzahl nur wenig ändert. Dagegen beeinflußt die Radzähnezahl $z_2$ merklich die vordere Länge des Eingriffsfeldes.

Größe des Überdeckungsgrades (Eingriffsdauer), Abb. 144: Das Eingriffsfeld weist (senkrecht zur Schraubensteigung $\beta$ gemessen) eine Länge auf von ungefähr $\overline{km}/\cos\beta$ wobei $\overline{km}$ der Abschnitt auf der mittleren Eingriffsgeraden ist, den der Außenkreis des Rades mit dem Halbmesser $R_a$ im Punkte $k$ und die Kopfgerade der Schnecke im Punkte $m$ abgrenzen. Wegen der Schrägstellung der Zähne führt diese Feldlänge zu einer Eingriffslänge von $\overline{km}/\cos^2\beta$. Es beträgt daher der Überdeckungsgrad

$$\varepsilon = \frac{\overline{km}}{\cos^2\beta \cdot t\cos\alpha}\,. \tag{82}$$

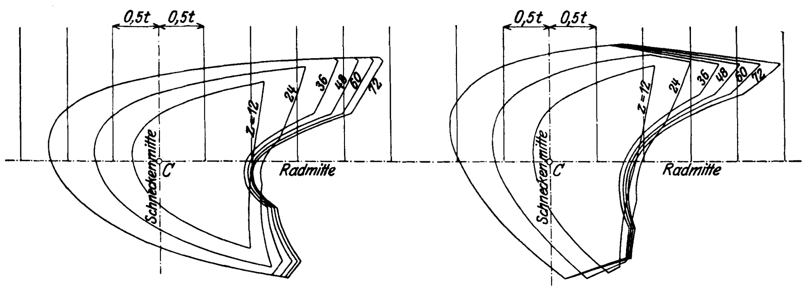
Eine übersichtliche Zusammenfassung der vorstehenden Bemessungseinzelheiten und eine Anleitung zu ihrer Anwendung bietet die folgende Berechnung eines in Abb. 144 dargestellten Spiralschneckentriebes für eine abzugebende Leistung von $N = 26$ PS. Umlaufzahl der Schneckenwelle $n_s = 750$, der Radwelle $\approx 130$.

Verlangt wird gedrängte Ausführung mit höherem Wirkungsgrad, daher $z_1 = 5$ gewählt. Man erhält Radzähnezahl $z_2 = \frac{750}{130} \cdot 5 \approx 28$, Umlaufszahl der Radwelle $n = n_s \frac{z_1}{z_2} = 134$.

Bei $k = 40$ (Radzähne aus Phosphorbronze) und $b = 2{,}5\,t$ wird

$$\frac{t}{\pi} = \sqrt[3]{\frac{14\,500}{k\,z_2\,\frac{b}{t}}\,\frac{N}{n}} \approx 1\ \text{cm}\,.$$

Für das Ausdrehen der Schnecke ist somit ein Drehstahl vom Modul 10 mm zu nehmen. Die genaue Übertragung der diesem Modul entpsrechenden Zahnteilung von 31,4 mm auf die Ausführung ist jedoch unmöglich, wenn die Schnecke auf einer Drehbank mit Leitspindel nach engl. Zoll geschnitten wird. Dann muß für die Teilung der nächst liegende Wert gewählt werden von $t = 1^1/_4''$ $= 31{,}75$ mm.




Eingängige Schnecke. Sechsgängige Schnecke.

Abb. 146. Feldgrundrisse bei verschiedenen Übersetzungen.

Zu dieser Teilung gehört eine Ganghöhe der Schnecke $h = z_1 t = 6\,^1/_4'' = 158{,}8$ mm und ein Teilkreishalbmesser des Rades von $R = z_2\,t/2\pi = 141{,}5$ mm.

Aus Abb. 145 entnimmt man für die fünfgängige Schnecke: $\frac{r_m}{t/\pi} = 5{,}8$. Mittlerer Schneckenhalbmesser $r_m = 5{,}8\,t/\pi = 58$ mm, mittlerer Steigungswinkel (Gl. 54) $\beta_m = 23°\,19'$[1].

Für $\alpha_n = 15°$ (Normalschnitt) ergibt sich aus $\operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg}\alpha_n/\cos\beta_m$ ein Zahnwinkel der Schnecke im axialen Längsschnitt von $\alpha = 16°\,16'$.

Aus dem Modul des Normalschnittes: $\frac{t_n}{\pi} = \frac{t}{\pi}\cos\beta_m = 10 \cdot 0{,}918 = 9{,}2$ mm berechnet man die Schneckenhalbmesser: außen $r_a = r_m + t_n/\pi = 58 + 9{,}2 \approx 67$ mm und innen

$$r_i = r_m - {}^7/_6\,\frac{t_n}{\pi} = 58 - 10{,}6 \approx 47\ \text{mm}.$$

Die Lückenweite der Schnecke am mittleren Halbmesser (Abb. 130) ist näherungsweise [15]

$$w = \frac{w_n}{\cos\beta_m} = \frac{0{,}5\,t - {}^7/_6\left[\frac{t}{\pi} - \frac{t_n}{\pi}\right] 2\operatorname{tg}\alpha_n}{\cos\beta_m} = 16{,}6\ \text{mm}.$$

Das Verhältnis $w/t = 16{,}6/31{,}75 = 0{,}52$ entfernt sich nur wenig vom normalen Werte 0,5.

Aus $\beta_m = 23°\,19'$ und $\varrho = 3°$ (vorsichtige Annahme) wird $\eta = \operatorname{tg}\beta/\operatorname{tg}(\beta + \varrho) \approx 0{,}87$.

[1] Vgl. Zahlentafel S. 90, für $\beta_m \approx 23°$ ist $z_{1\,\min} = 5$.

Gesamtwirkungsgrad (einschl. Lagerreibung) $= 0{,}87/1{,}02 \approx 0{,}85$.
Aufzuwendende Leistung an Schneckenwelle $N_s = N/\eta_s = 26/0{,}85 \approx 30{,}5$ PS.

$$\text{Schneckenwelle: } d = \sqrt[3]{3000\,\frac{N_s}{n_s}} \approx 5\ \text{cm}\,.$$

Nabenstärke $= r_i - 0{,}5\,d = 22$ mm (ausreichend).
Kreisbegrenzung der Radzähne: Mit Kopfspiel $1/6 \cdot t_n/\pi \approx 2$ wird $r_a' = 67 + 2$ und $r_i' = 47 + 2$.

Ferner ist $h = 1{,}5\,t_n/\pi = 13{,}8$ und $R_a = 141{,}5 + 13{,}8 \approx 155$.
Schneckenlänge (Fußnote S. 104): $L = 4{,}2\,t = 130$.
Zahnbreite $b = 78$.

Nach Abb. 144 ist $\overline{k\,m} = 61$ mm, somit $\varepsilon$ (nach Gl. 82) $= 2{,}4$.

Profilverschiebung: Nach Wolff [42] ist bei $z_1 = 5$ keine Profilverschiebung erforderlich (Gl. 72). Nach Gl. 71 ergibt sich eine Verschiebung um $\approx 2$ mm.

### d) Die Konstruktion der zylindrischen Schneckengetriebe.

Die Vervollkommnung in der Herstellung und in der Konstruktion haben den Schneckengetrieben zu günstigeren Wirkungsgraden verholfen, so daß sie den mehrfachen Stirnradübersetzungen in wirtschaftlicher Beziehung nicht wesentlich nachstehen. Gegenüber den Rädervorgelegen bieten sie die Vorteile geringen Raumbedarfes und geräuschlosen Ganges. Zahnbrüche sind nicht zu befürchten; bei knapper Bemessung, Überlast und schlechter Schmierung kann aber starke Abnutzung und Heißlaufen eintreten. Hauptanwendungsgebiete: Kranbau, Aufzugsbau, Werkzeugmaschinen, Achsenantrieb.

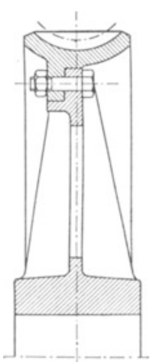


Abb. 147. Radkörper Gußeisen, Bronzekranz mit Flansch. Berechnung der Schrauben wie bei Scheibenkupplungen.

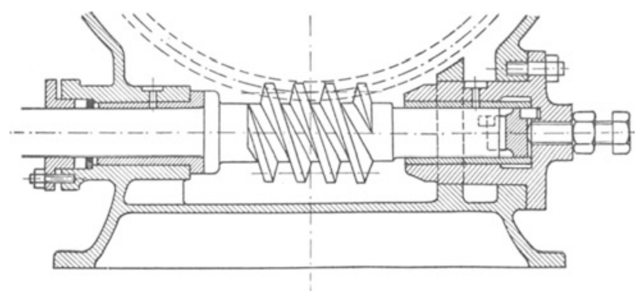


Abb. 148. Geeignet für kleinere Leistungen. Aufnahme des Achsdruckes (rechts) durch Spurlager. Bund (links) für unbelasteten Rücklauf. Hoher Ölstand, daher Stopfbüchse.

Bei geringen Leistungen und unterbrochenem Betrieb ermöglichen die Schneckentriebe die Verwendung raschlaufender, leichter und billiger Elektromotoren.

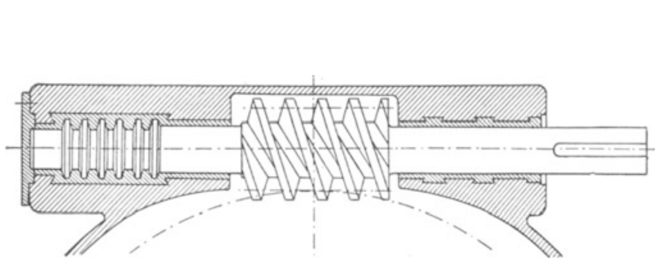


Abb. 149. Oben liegende Schnecke. Aufnahme des Achsdruckes durch Kammlager.

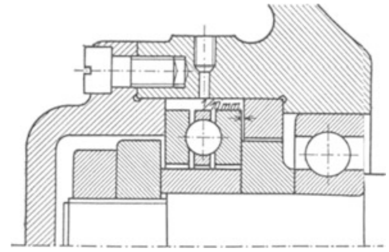


Abb. 150. Querkugellager und einreihiges Längskugellager für wechselnden Druck (Wechsellager).

Die Abb. 147—163 zeigen die große Mannigfaltigkeit ausgeführter Getriebe. Durch die Bildunterschriften werden einige kennzeichnende Einzelheiten hervorgehoben.

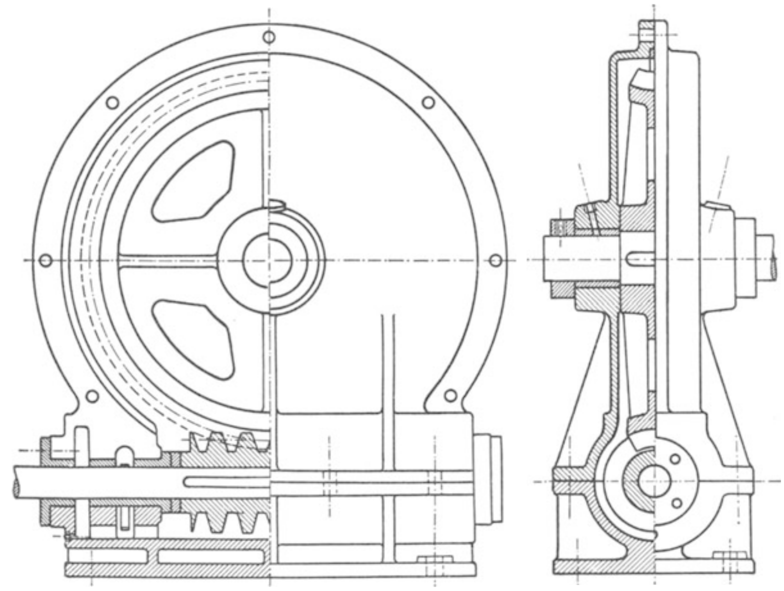


Abb. 151.
Dreiteiliges Gehäuse. Loser Ring zum Abstützen der aufgesetzten Schnecke. Schnecke und Schmierringe erhalten das gleiche Öl.

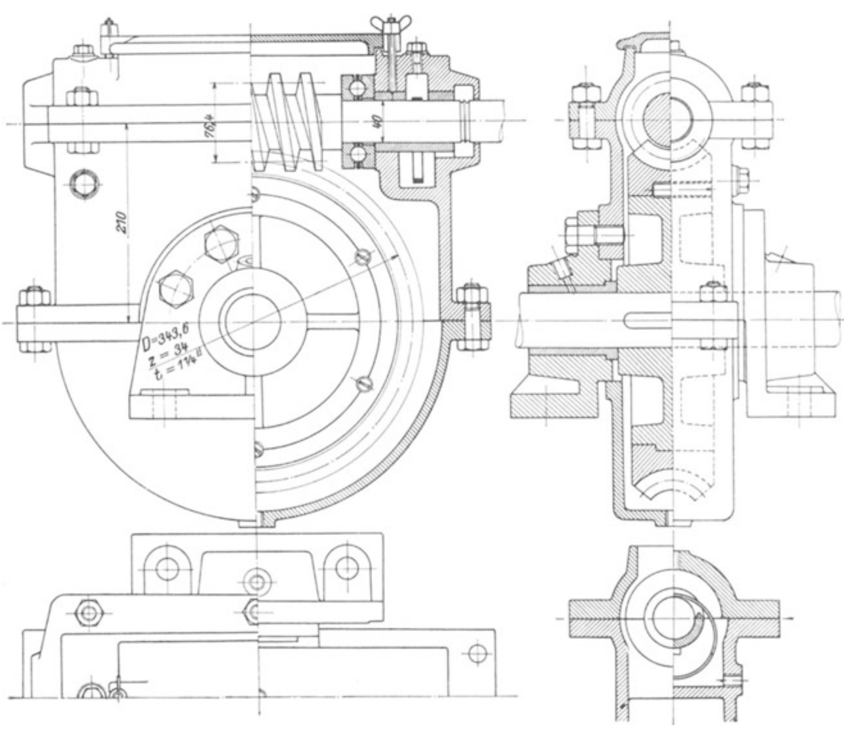



Abb. 152.
Aufgeschrumpfter Radkranz mit Sicherungen. Schneckenwelle mit Ringschmierlager. Zwischen Welle und Längskugellager etwas Spiel lassen, wegen Wärmedehnung der Schnecke. Schnecke im Betrieb gut zugänglich. Die Füße an den Seitenlagern gestatten Änderung der Bauhöhe.

In ihrer Gesamtheit stellen diese Angaben die Konstruktionsregeln für den Entwurf dar.

Man beachte:

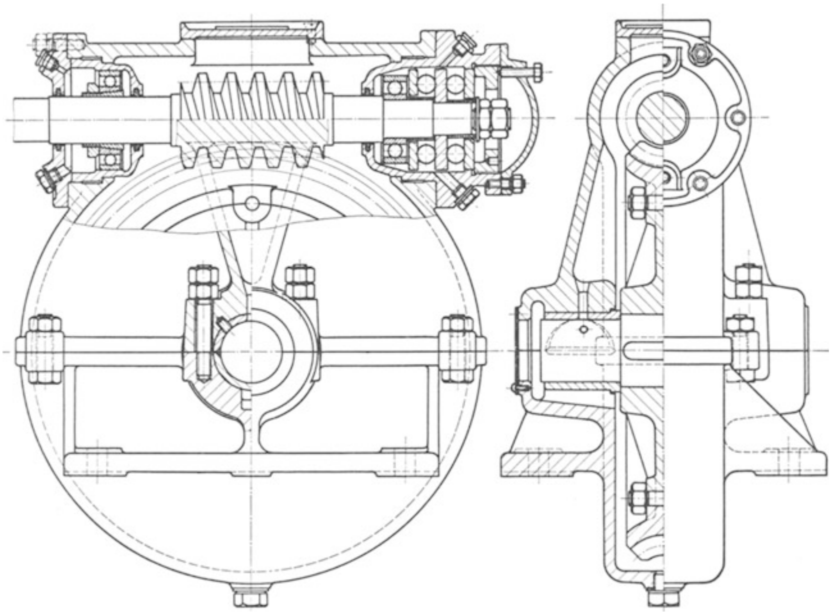


Abb. 153. Radkranz mit Paßschrauben. Zweireihiges Wechsellager in besonderem Gehäuse. Linkes Querlager mit Spannhülse, freie Ausdehnung der Schneckenwelle. (El. A. G. vorm. Kolben & Co., Prag.)

a) bei der Schnecke: Aufnahme des Achsdruckes, einseitigen Druck, Druckwechsel. Dreh- und Längshalt aufgesetzter Schnecken;

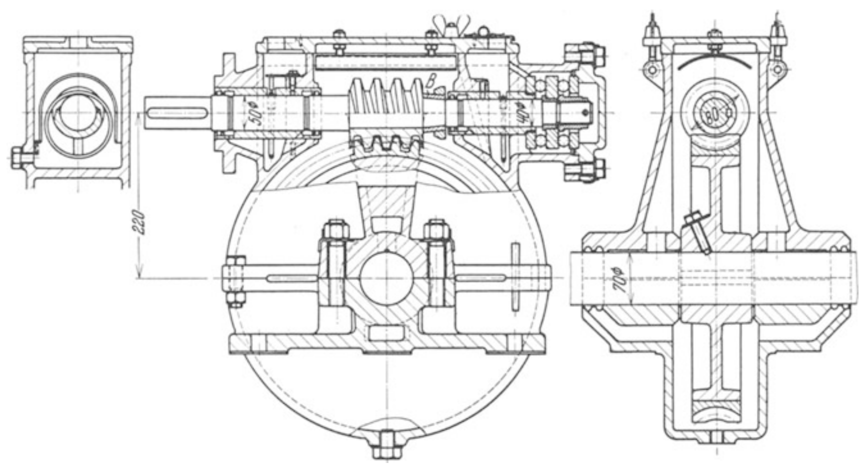


Abb. 154. Kranz (Ph.-Bronze) aufgeschrumpft, Schnecke aufgepaßt, mit Feder. Längshalt durch zweiteiligs Buchse *B*, durch Ring zusammengehalten. Schmierung beachten. (Maschinenfabrik Oerlikon.)

b) beim Schneckenrad: Radkörper mit Bronzekranz; Kranz aufgeschraubt, aufgepreßt, geschrumpft; Sicherung gegen Lockerwerden. (Bei schlechter Schrumpfung und hoher Betriebstemperatur kann sich der Kranz durch Erwärmung lösen);

c) bei den Wellen: Lagerung[1], Aufnahme des Achsdruckes[1], Einhalten des Kreu-

[1] Näheres über Lager siehe S c h i e b e l: Die Gleitlager und B e h r - G o h l k e: Die Wälzlager. Berlin: Julius Springer.

zungsabstandes und der Radlage (mittlere Radebene muß durch Schneckenachse gehen);

d) bei der Schmierung: Zufuhr des Öles, Abfließen, Kühlung, Sammeln. Fernhalten abgeriebener Metallteilchen von den Lagerstellen. Getrennte Ölzufuhr. Verschiedene Ölsorten für Lager und Schnecke.

e) Bei den Gehäusen: Herstellung und Bearbeitung. Einteilige und mehrteilige Gehäuse. Bearbeitung der Trennfugen und Lagerstellen. Genauigkeit; öldichter und staubdichter Abschluß. Zusammenbau, Aufstellung, Gewicht.

Die Gehäuseform ist meist von der Eigenart und Lage der treibenden und getriebenen Bauteile abhängig. Für eine einzige Anordnung: „Welle waagerecht, Schnecke

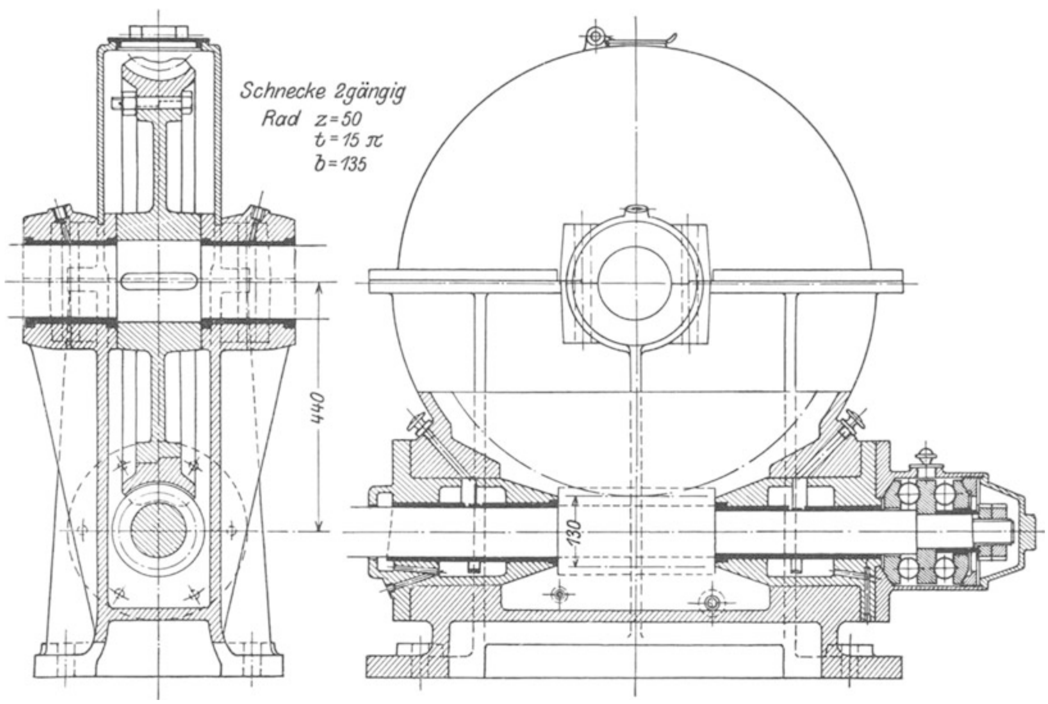



Abb. 155. $N$ (Dauerbetrieb) = 40 PS, $n$ = 510. — Zahnräderfabrik Augsburg, vorm. J. Renk. Aufgeschobener Radkranz mit Paßschrauben. Zweireihiges Wechsellager. Getrennte Schmierung.

unten liegend" zeigt Abb. 162 die Formenreihe und Abb. 163 einige aus Grundform *b* und *e* hervorgehende Gehäuse. Ähnliche Skizzen wären vor der Konstruktion auch in anderen Fällen anzufertigen, also für obenliegende Schnecke, lotrechte Schneckenradwelle, dreiteilige Gehäuse, geschweißte Gehäuse usw.

## II. Globoidschneckengetriebe.

Der Längsschnitt einer Globoidschnecke (Globoidschraube) zeigt eine zum Radmittelpunkte konzentrisch angeordnete Profilierung. Die gerade Erzeugende der Schneckenflanke kann sich so verschrauben, daß sie die Schneckenachse stets schneidet; es entstehen dann, übereinstimmend mit der zylindrischen Spiralschnecke, Globoidschnecken mit geraden Längsprofilen (Abb. 165). Das Ausschneiden der Schneckenfläche erfolgt durch einen Stichel, dessen Schneidkante in der Radmittelebene eine Drehung um die Radachse ausführt, während gleichzeitig die Schnecke im Übersetzungsverhältnis des Triebes angetrieben wird. Auf der einen Schneckenseite nimmt der Schneidstahl in der Entfernung $x$ eine senkrecht zur Schneckenachse stehende Stellung ein; bis zu dieser Lage bleibt die Schneckenfläche konvex, darüber hinaus wird sie konkav. Die Fläche zeigt daher zu beiden Seiten der Schnekkenmitte einen ungleichen Verlauf; auf der erhabenen Seite besteht durchwegs konvexe Flächenentwicklung, auf der hohlen Seite stellt sich in der Entfernung $x$

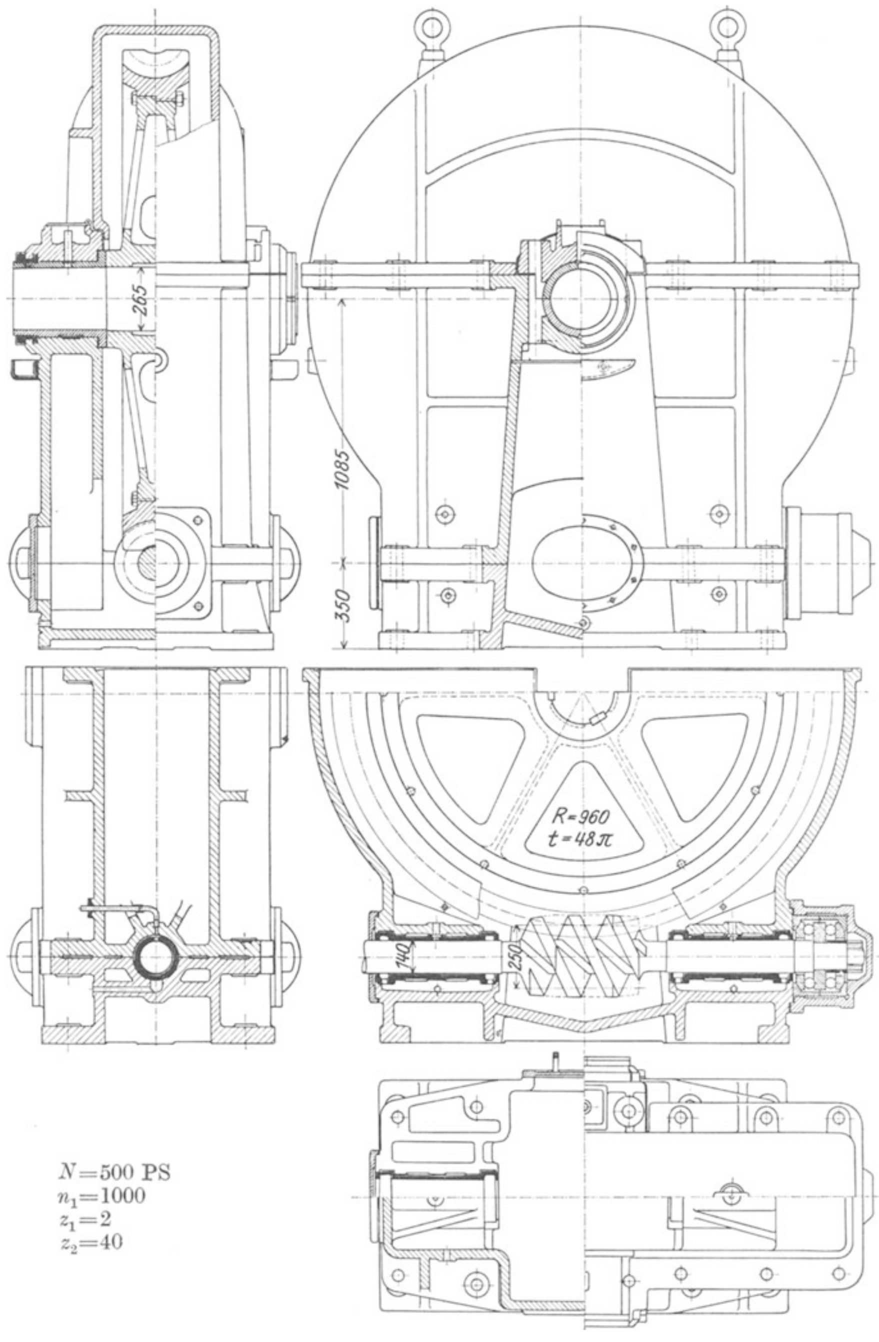



Abb. 156.
Antrieb eines Wellrohrwalzwerkes, Zahnräderfabrik O. Gruson & Co., Magdeburg-Buckau. Lager der Schneckenwelle mit Druckschmierung. Lagerschalen der Radwelle sind mit Stellmuttern versehen. (Mitte Rad über Mitte Schnecke!)

eine konkave Gestaltung ein. Die Globoidschneckenfläche weist eine veränderliche Steigung auf; die größeren Schneckendurchmesser an den Seiten bewirken, daß die Steigung von der Mitte weg abnimmt.

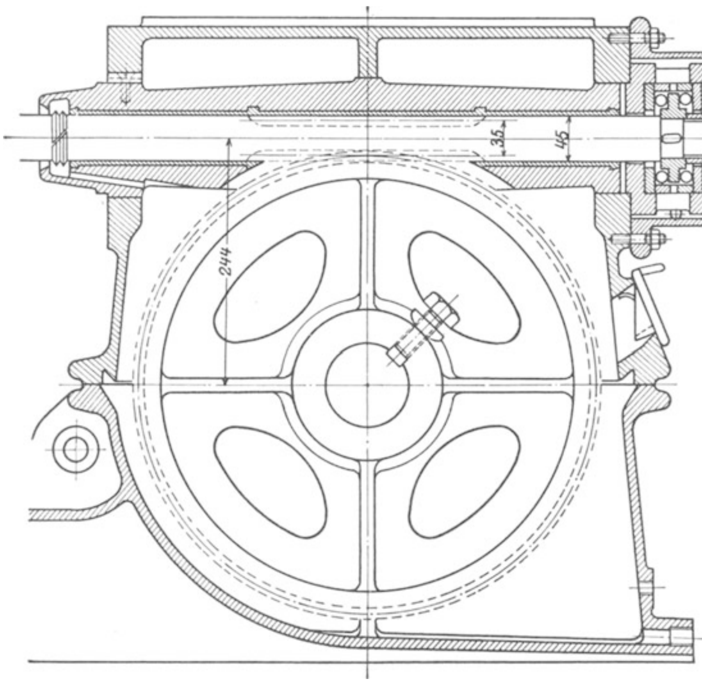



Abb. 157. Ausführung der Maschinenfabrik Carl Flohr, Berlin. Schneckenwelle mit eingeschnittenen Gängen, in langer Lagerhülse geführt. Die Welle nur auf Drehung, nicht auf Biegung beansprucht. Daher kleiner ∅, hohe Übersetzung. Eingriff ungünstig. Vermehrte Reibung.

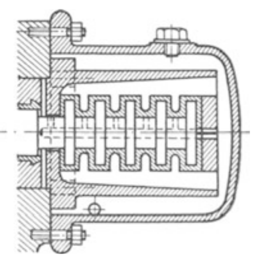
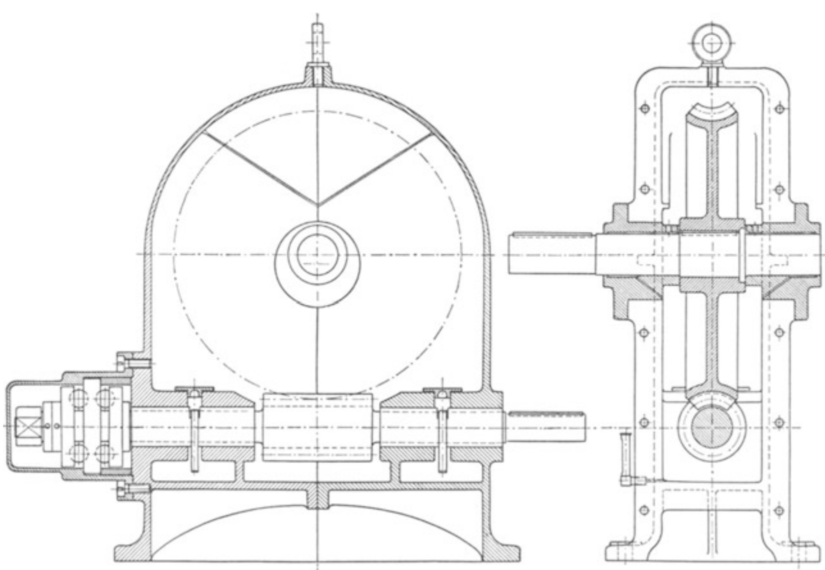


Abb. 158. Kammlager mit Weißmetallausguß. Längsschlitze (nicht schraffiert) dienen zum Eingießen.



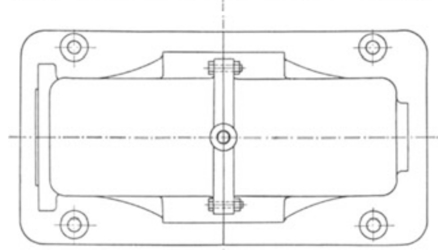


Abb. 159. Ausführung von E. Stolzenberg & Co., Berlin. Wechsellager mit festgehaltener Mittelscheibe. Bund an der Radwelle. Einstellen der Radlage durch Lagerbrillen.

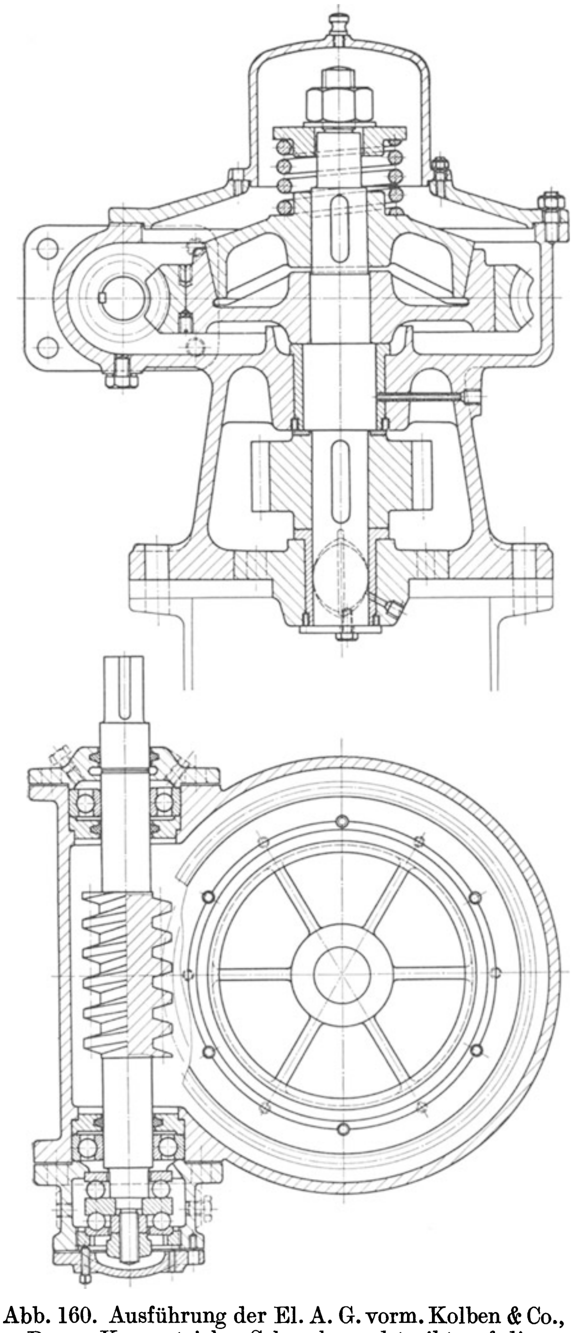


Abb. 160. Ausführung der El. A. G. vorm. Kolben & Co., Prag. Kranantrieb. Schneckenrad treibt auf die lotrechte Radwelle über eine Rutsch-Kupplung. Bei anderer Bauart ruht Radwelle auf nachstellbarem Spurlager.

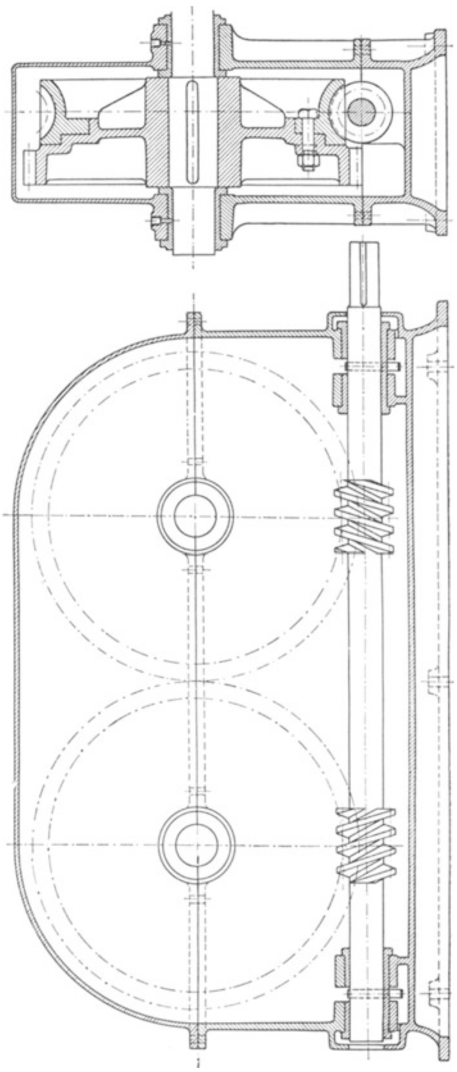


Abb. 161. Zwillings-Schneckengetriebe. Links- und rechtsgängige Schnecken zum Ausgleich des Axialdruckes. Schneckenwelle einstellbar gelagert. Kupplung der Radwellen durch Stirnräder [27—29].

Da die Bewegung der Stichelschneide mit der Raddrehung übereinstimmt, so fällt die Zahnform des Globoidrades (Mutterrad) im Mittelschnitte mit der Schneckenprofilierung zusammen. Beim Durchgang durch das Schneckengebiet verbleibt das Mittelprofil der Radzähne beständig in Auflage auf voller Zahnhöhe. Die einzelnen Profillagen stellen daher die Eingriffslinien vor, die Radmittelebene ist die **Eingriffsfläche** des Getriebes. Damit ist die Möglichkeit einer Zahnauflage in tangentialer

Flächenberührung außerhalb der Radmittelebene ausgeschlossen. In den Radseiten können nur noch Auflagen der äußeren Schneckenkanten vorkommen; diese Art der Einwirkung ist aber wegen der schabenden Wirkung unerwünscht. So bestechend also das Eingriffsbild des Mittelschnittes aussieht, so unvollkommen gestaltet sich der Eingriff in den seitlichen Radteilen.

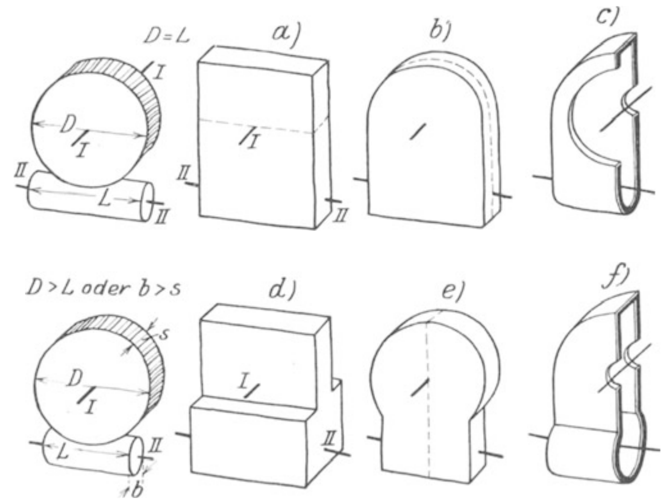



Abb. 162[1]. Gehäuseformen (Formenreihe) für ,,Welle I und II waagerecht, Schnecke unten".

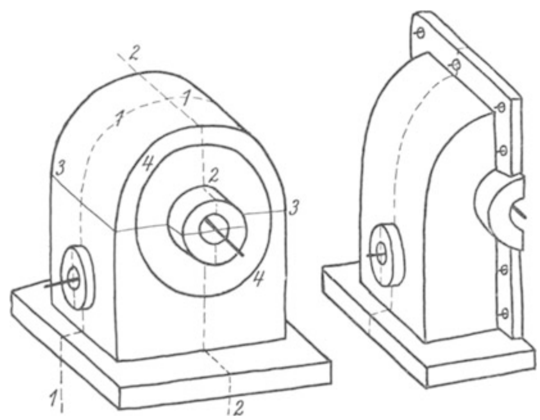
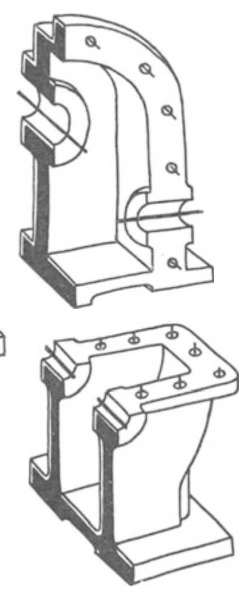



Abb. 163. Ausgeführte Gehäuse nach Grundform ,,b" u. „e" der Abb. 162. Lage der Teilfuge:

1—1 (vgl. Abb. 138, 174).
2—2 (vgl. Abb. 159).
3—3 (vgl. Abb. 155).
Ausführung mit Deckel: 4—4.

Das Verhalten der Zahnprofile außerhalb der Radmitte erhellt aus einem schrägen Seitenschnitte $O_1C'$ (Abb. 164), dessen Ebene durch die Schneckenachse gelegt wird. Das Zurückführen des Eingriffes in einer solchen Ebene auf die Stirnradverzahnung in der Art, wie sie bei den zylindrischen Schnecken gehandhabt wird, ist zwar nur ein angenäherter Behelf, der aber für die Beurteilung dieser Getriebeausführung hinreicht.

[1]) Aus C. Volk: Die maschinentechnischen Bauformen und das Skizzieren in Perspektive. Berlin: Julius Springer, 5. Auflage, 1930.

Der in Abb. 166 nur im Umriß eingezeichnete Schnitt $O_1\,C'$ der Schnecke stimmt mit dem Mittelschnitte überein; die Bewegung des Schneckenprofils entspricht daher der Drehung um einen Mittelpunkt, der von $O_1$ um den Betrag des Achsenabstandes $(r+R)$ absteht. Für die Raddrehung besteht ein anderer Mittelpunkt; es ist dies der Durchstoßpunkt der Radachse mit der Schnittebene, der von $O_1$ um $O_1\,O_2{}'$ entfernt ist. Die Drehungen der Schnecken- und Radprofile um die beiden auseinanderliegenden Mittelpunkte weisen nun im Punkte $O_1$ der Schneckenachse eine gleich große Umfangsgeschwindigkeit auf; dorthin ist daher die Teilkreisberührungsstelle für den einer Stirnradverzahnung gleichkommenden Bewegungsvorgang zu verlegen. Es ist $O_1$ der Berührungspunkt der Teilkreise von Schnecke und Rad. Halbmesser $= O_1\,O_2$ bzw. $O_1\,O_2'$.

Die Ermittlung des Radzahnprofils, das der Schnecke im Seitenschnitte $O_1\,C'$ freien Durchgang gewährt, kann nun in der Weise erfolgen, daß man die einzelnen Relativlagen aufsucht, die das Schneckenprofil gegenüber dem Radzahn, auf die Mittelstellung in $C'$ bezogen, einnimmt. Die Gesamtheit aller dieser Lagen umhüllt dann die Radzahnflanke.

Das äußerste Profil der Schneckenfläche auf der hohlen Seite steht im Punkte $H$. Der durch $H$ gelegte Halbmesser $Hh$ des Schneckenteilkreises gibt das Bogenmaß $\widehat{O_1\,h}$ an, das der Bewegung des Schneckenprofils von $H$ nach der Mittellage $C'$ entspricht. Die gleiche Bogenlänge $\widehat{O_1\,h_1} = \widehat{O_1\,h}$ durchläuft dabei das Rad im eigenen Teilkreise. Durch den Punkt $h_1$ ist die Relativstellung des Schneckenprofils $H$ im Rade gekennzeichnet. Die Verdrehung des Profils $H$ um den Radmittelpunkt in einem Betrage, der der Bogenlänge $O_1 h_1$ am Radteilkreise entspricht, liefert daher die Relativlage $H'$ gegenüber der auf Mittelstellung $C'$ stehend gedachten Radzahnflanke. In gleicher Art läßt sich die Relativstellung $E'$ auf der erhabenen Seite ermitteln. Diese beiden Relativlagen $H'$ und $E'$ der äußersten Profile zeigen im Verein mit dem mittleren Profile $C'$, daß ein umhülltes Radzahnprofil und somit auch eine tangentiale Zahnberührung im Seitenschnitte nicht zustande kommt. Da das äußerste Profil der hohlen Seite relativ am weitesten vortritt, so kann im äußersten Falle das Radzahnprofil nur bis zur Lage $H'$ herantreten. Eine Berührung der anderen Schneckenprofile ist dabei aber ausgeschlossen, weil ihre Relativlagen sämtlich gegen $H'$ zurücktreten.

Abb. 167. Abb. 165.

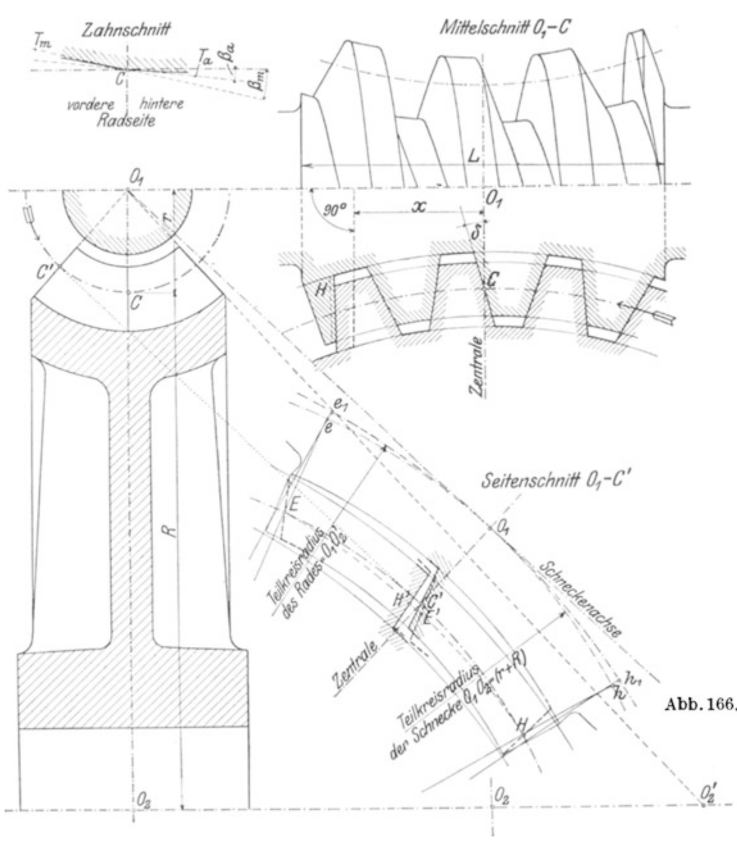



Abb. 166.

Abb. 164.

Abb. 164—167. Globoidschnecke mit geradlinigen Mittelprofilen.

Eine passende Ausgestaltung der Zahnflächen erlangt man durch das Ausschneiden des Radkörpers mit einem Schneckenfräser, der der Globoidschnecke in der Form nachgebildet ist. An der Fertigstellung der Zahnflächen beteiligen sich dabei lediglich die Schneidkanten der hohlen Gangseiten, weil diese Kanten relativ am weitesten gegen die Radzähne vortreten. Aus einer derartigen Bearbeitung gehen Zähne hervor, die zu beiden Seiten der Radmitte eine ungleiche Flächenentwicklung aufweisen.

Ein regelrechter Eingriff mit Flächenberührung besteht daher selbst im Mittelschnitte nicht; die Schneckenfläche legt sich hier nur auf eine ausspringende Kante des Zahnes an. Neben dieser andauernden Auflage kommen noch vorübergehende Kantenauflagen auf den seitlichen Radzahnflächen zustande, an der sich die Kanten der Schneckenausläufe in den hohlen Flächenseiten beteiligen.

Die Globoidschnecke in einer Ausführung, bei der die theoretische Flächenform eingehalten wird, ist wegen des Entfalles jeglicher Flächenberührung nur für die Übertragung kleiner Kräfte verwendbar. Die schabende Wirkung der ausspringenden

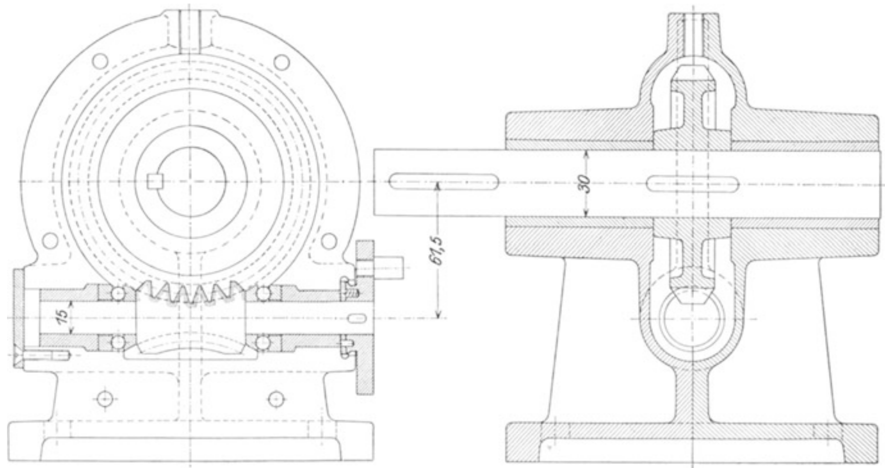



Abb. 168. Ausführung der Maschinenfabrik Pekrun, Coswig.

Zahnkante läßt eine stärkere Belastung nicht zu; außerdem verschleißt die Kante sehr rasch.

Abb. 168 veranschaulicht die konstruktive Ausführung eines kleinen Globoidschneckengetriebes der Maschinenfabrik Pekrun.

Um die Globoidschnecke einer stärkeren Belastung zugänglich zu machen, bedarf es einer Änderung der Schneckengestalt, deren Ziel die Beseitigung der ausspringenden Mittelkante im Radzahne ist. Diese Änderung betrifft hauptsächlich die hohle Seite der Schneckenfläche, die von der Schneckenmitte an in allmählich wachsendem Betrage zurückgesetzt wird (siehe gestricheltes Profil $H$ in Abb. 165). Die Relativlagen $H'$ (Abb. 166), die die einzelnen Schneckenprofile gegenüber dem Radzahne einnehmen, treten dann näher an $C'$, so daß in den Seitenschnitten eingehüllte Radzahnprofile zustande kommen. Auch die ausspringende Mittelkante verschwindet aus der Zahnfläche, die nun eine einheitliche Ausbildung aufweist. Durch die Änderung der Schneckenfläche wird zwar die ständige Profillage im Mittelschnitte zum Teil beseitigt, man gewinnt aber dafür die wertvollere Flächenberührung in den Radseiten.

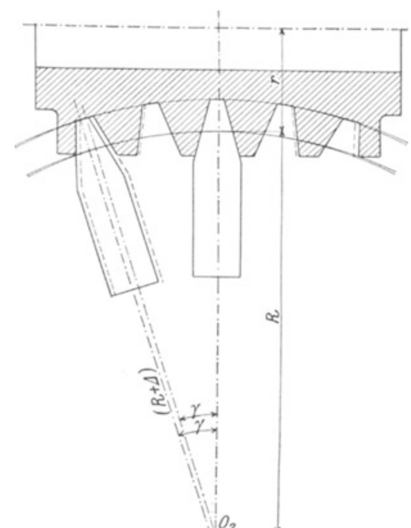



Abb. 169.
Ausdrehen der Hindleyschnecke.

Es bestehen gegenwärtig zwei Verfahren für die Herstellung verbesserter geradeprofilierter Globoidgetriebe; ihre Erzeugnisse sind unter dem Namen Hindleyschnecke und Lorenzschnecke bekannt.

Die Hindleyschnecke [30] wird zunächst als regelrechte Globoidschnecke ausgeschnitten. Zur Beschleunigung der Arbeit werden mehrere Stichel am Umfang einer Scheibe derart eingespannt, daß ihre geraden Schneidkanten in einem Vielfachen der Teilung voneinander abstehen (Abb. 169). Das Ausschneiden des vollen Schneckenkörpers erfolgt durch allmähliches Nähern der Stichelscheibe bis zum Achsenabstand $(R + r)$ des Triebes; Schnecke und Stichelscheibe werden dabei im Übersetzungsverhältnis des Triebes gedreht.

Ihre Vollendungsgestalt erlangt die Hindleyschnecke durch ein neuerliches Ausdrehen mit derselben Stichelscheibe in gleichem Übersetzungsverhältnis, wobei aber die Stichel um einen kleinen Betrag $\Delta$ radial weiter nach außen aufgesetzt werden. Die Annäherung der Stichelscheibe endet etwas früher in der Achsenentfernung $(r + R + \Delta)$. Die Stellung des herausgezogenen Stichels, der sich in der Fertiglage um den Mittelpunkt $O_2'$ dreht, weist eine parallele Verschiebung zu der Lage (in Abb. 169 gestrichelt eingezeichnet) auf, die der Stichel in der gleichen Winkellage $\gamma$ beim ersten Ausdrehen einnimmt. Das zweite Ausdrehen führt daher zu einer Lückenerweiterung der Schnecke; während die erhabenen Flächenseiten der Schnecke unberührt bleiben, dringt der Stichel in die hohlen Flächenseiten ein und schneidet desto mehr weg, je weiter er sich von der Schneckenmitte entfernt.

Beim zweiten Ausdrehen der hohlen Gangflächen halten die Stichelschneiden ungefähr jene Bewegung ein, die den Radzahnprofilen in zwei zur Radmitte symmetrisch liegenden Seitenschnitten $O_1 O_2'$ (Abb. 164) zukommt. Die Lage dieser Seitenschnitte ist durch die Bedingung bestimmt: $O_1 O_2' = r + R + \Delta$.

Auf der hohlen Gangseite vollzieht sich daher die ständige Auflage der vollen Zahnhöhe nicht in der Radmitte, sondern in den beiden erwähnten Seitenschnitten, wodurch eine bessere Anschmiegung der Zahnflächen erzielt wird. Die gebrachte Erklärung ist zwar nicht vollständig zutreffend, doch legt sie in einfacher Weise die Eingriffsverbesserung klar.

Das Ausfräsen der Radzähne mit einem der Arbeitsschnecke gleichbearbeiteten Fräser liefert unmittelbar noch keinen zufriedenstellenden Flächeneingriff. Erst durch ein kräftiges Einschleifen gelingt es, eine halbwegs leidliche Flächenberührung zustande zu bringen.

Die Zahnhöhe der Hindleyschnecke beträgt 0,9 der Teilung. Um ein zu tiefes Ausschneiden der seitlichen Zahnteile zu umgehen, wird die Schnecke außen zylindrisch abgedreht (Abb. 169).

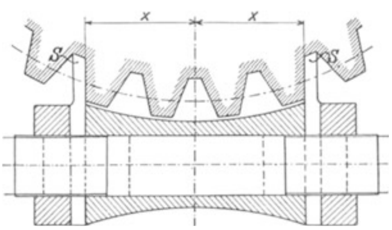


Abb. 170.
Verfahren von Lorenz, Ettlingen.

In anderer Weise erfolgt das Ausschneiden der Hindleyschnecke nach dem Verfahren von Lanchester [32]. Die ursprüngliche Form der Frässchnecke, die sich als reine Globoidschneckenfläche beim Ausdrehen mit einem um die Radachse drehenden Messer ergibt, wird durch eine Nacharbeit in eine zweckmäßigere Gestaltung überführt. Die abgeänderte Frässchnecke dient nicht nur zum Fertigschneiden der Radzähne, sondern auch zum Ausschneiden der Zähne einer mit dem Schneckenrad übereinstimmenden Stahlscheibe, die den Fräser für das Ausschneiden der Triebschnecke bildet [33].

Nach dem Verfahren der Maschinenfabrik Lorenz in Ettlingen [43] werden die Radzähne durch zwei Stichel $S$ mit einseitigen geraden Schneidkanten ausgeschnitten, von denen jeder eine Zahnflächenseite bearbeitet (Abb. 170). Die Stichel werden in die Fräswelle radial eingesteckt und durch aufgeschraubte Muttern festgehalten. Die Einlage eines auswechselbaren Zwischenstückes gestattet es, die Schneidkanten in die jeweilig passende Entfernung $x$ zu bringen. Stichelwelle und Rad werden im Übersetzungsverhältnis des Getriebes gedreht und das Ausschneiden erfolgt unter allmählichem Heranführen des Werkstückes.

Bei diesem Verfahren wird eigentlich nur ein einziges Schneckenprofil zur Ausgestaltung der Zahnfläche herangezogen, wodurch eine einheitliche Flächenentwicklung ohne Kantenbildung erreicht wird. Auch kommt man dem Verlaufe des regelrechten Globoidzahnrades sehr nahe, da die formgebende Profilkante aus dem äußeren Teile der hohlen Gangseite entnommen wird, deren Profile zufolge ihrer am weitesten vortretenden Relativlagen sich hauptsächlich an der Zahnflächenausgestaltung beteiligen.

Das Ausschneiden der Schneckenflächen erfolgt durch einen geradlinigen Stichel, dessen Drehbewegung entlang der Schnecke zwei Stahlbänder vermitteln, die sich auf einem Bogensegment abwälzen. Durch passende Ausgestaltung des Bogensegmentes ist es möglich, die Stichelbewegung in den einzelnen Entfernungen von Schneckenmitte so abzuändern, daß ein inniges Anschmiegen der Schnecke an die Radzähne erzielt wird. Die geometrisch richtige Form der Schneckenfläche, die der Erzeugung der Radzähne entspricht, ist natürlich nach diesem einfachen Verfahren nicht zu erreichen; auch hier muß das Einlaufen erst die Unzulänglichkeiten der Herstellung beseitigen.

Eine streng theoretische Untersuchung, bei der aus der geometrischen Gestalt der Radzahnfläche die zugehörige Eingriffsfläche ermittelt wird, führt zu der auch durch Versuche [34] bestätigten Erkenntnis, daß die Eingriffsverhältnisse des Lorenzgetriebes weniger vollkommen sind als bei den zylindrischen Schnecken. Es ist auch ein anderes Ergebnis nicht zu erwarten, da sich doch ausgiebige Besserungen bei dem geringfügigen Abgehen von der reinen Globoidschneckenfläche, deren Eingriffsverhalten ungünstig ist, nicht einstellen können. Das Eingriffsgebiet der Lorenzschnecke hat zwar eine große Ausdehnung, es wird aber hinsichtlich Ort und Art des Eingriffes nicht vollwertig ausgenützt. Insbesondere fehlt hier der auf Getriebemitte konzentrierte Eingriff, wie er sich bei den zylindrischen Schnecken zeigt.

Immerhin muß aber die Lorenzschnecke als die beste der im Rahmen der Globoidgetriebe liegenden Ausführungen bezeichnet werden. Ausführliche Versuche hat Lindner [35] an einem dreigängigen Schneckengetriebe (mittl. Steigungswinkel $= 24^\circ 40'$, $t = 1^1/_4''$, Übersetzung 1:11) durchgeführt. Bei durchschnittlich 800 Umdrehungen der Schnecke wurde die Bremsleistung bis auf 13 PS gesteigert; die

Öltemperatur im Gehäuse erhöhte sich dabei bis auf 67° C. Als mittlerer Wirkungsgrad ergab sich ein Wert von 88%.

Weitere Versuche an einem eingängigen Getriebe (Steigungswinkel = 10°, $t = 1''$, Übersetzung 1 : 24) liegen von Moog [34] vor. Bei diesen Versuchen wurde festgestellt, welchen Einfluß Beschaffenheit des Öles, Temperatur, Gleitgeschwindigkeit und Zahndruck auf die Größe des Wirkungsgrades ausüben; der höchste Wirkungsgrad betrug 87,8%.

Die Lorenzschnecke (Abb. 171) weist eine Zahnhöhe von ungefähr 0,6 der Teilung auf; die Neigung der geraden Profilkanten wird innerhalb 15—20° gehalten. Die Radumgrenzung ist zylindrisch.

Das Wechsellager ist einstellbar, da bei der Globoidschnecke die Schneckenmittelebene genau in die Kreuzungsstelle der beiden Drehachsen gelegt werden muß. Die allergeringste Verschiebung der Schnecke verändert das Eingriffsbild. Auch in dieser Beziehung zeigt sich eine Überlegenheit der zylindrischen Schnecke, die keine genaue Einstellung in Achsenrichtung verlangt.

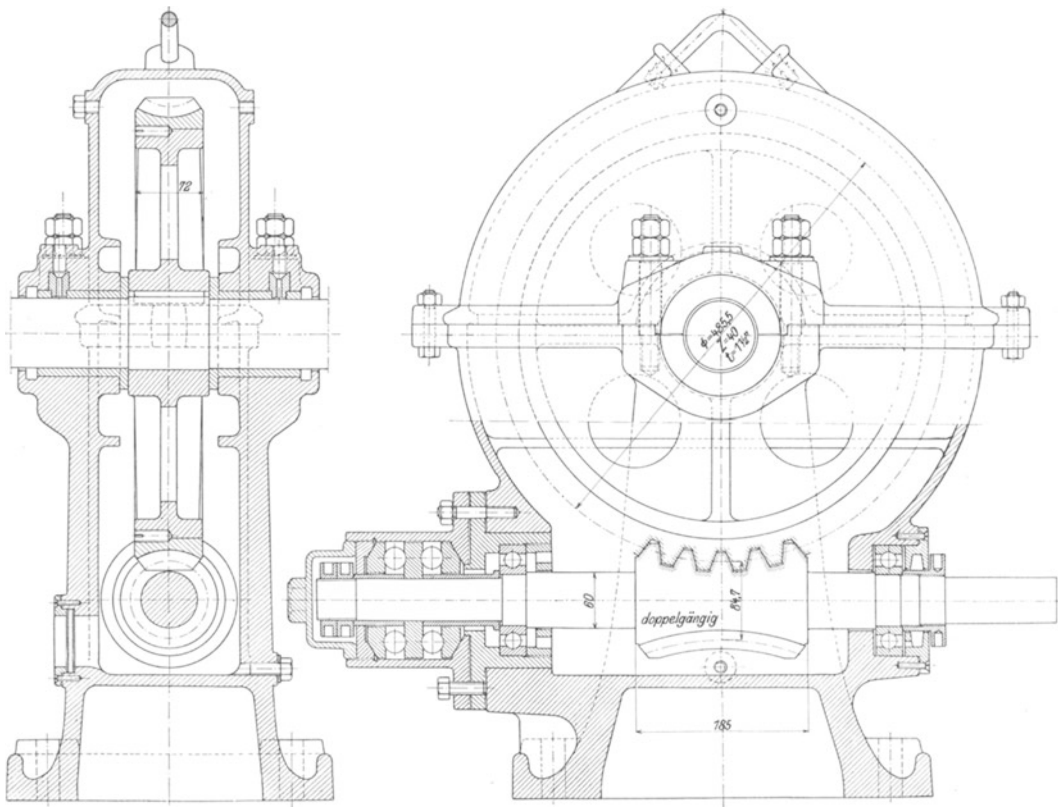



Abb. 171. Ausführung der Maschinenfabrik Lorenz in Ettlingen.

Neben den geradeprofilierten Schnecken wird im Kraftfahrzeugbau die Globoidschnecke mit gekrümmtem Längsmittelprofil verwendet. Kreuzt der erzeugende Strahl bei seiner Schraubenbewegung so die Schneckenachse, daß er stets Tangente an eine Schraubenlinie bleibt und sein Berührungspunkt sich längs dieser Schraubenlinie am Kehlgloboid fortbewegt, so entsteht, übereinstimmend mit der zylindrischen Evolventenschnecke im weiteren Sinne, eine Flanke mit gekrümmten Längsmittelprofilen.

Da aber auch bei diesen Trieben die Eingriffsfläche auf die Radmittelebene zusammenschrumpft, können bessere Eingriffsverhältnisse nur durch Abänderung der theoretischen Gestalt der Flanke erzielt werden. Bei der Bostock-Schnecke wird das Längsmittelprofil gleich dem einer zylindrischen Evolventenschnecke festgelegt, deren Grundkreishalbmesser $\varepsilon$ (Abb. 172) gleich dem kleinsten Halbmesser des Kehlgloboides in Schneckenmitte ist.

Von einem Wälzpunkt kann hier nicht gesprochen werden, weil sich die Flanken in voller Höhe aufeinander auflegen. Die Zahnräderfabrik Augsburg wählt als Teilkreishalbmesser des Rades bei ihrem Bostock-Renkgetriebe [43] den äußeren Radhalbmesser $R$ an der Auskehlung des Radzahnes in Radmitte. Am entsprechenden Teilkreishalbmesser $r$ der Schnecke bestehen Steigungswinkel von 20—49° bei Gangzahlen von 2—5. Die Zahndicke im Teilriß ist so zu wählen, daß am mittleren Schnekkenhalbmesser $r_m$ die Lückenweite von ungefähr $0{,}5t$ entsteht. Die mittleren Eingriffswinkel des Längsschnittes werden, um das Einbringen von Schleifkörpern zu ermöglichen, groß gehalten, sie betragen, zunehmend mit $\beta$, etwa 25—30°.

Durch diese Bearbeitung entstehen Eingriffsfelder, die nach den Untersuchungen von G. Maschmeier [37] fast nur auf der hinteren Schneckenseite liegen, ein zentraler Eingriff tritt nicht auf.

Die Hansa Lloyd-Werke in Bremen lassen dem Härten der Stahlschnecke ein Schleifverfahren folgen [38], bei dem die planflächige Schleifscheibe in der Schneckenmitte so eingestellt wird, daß sie die Flanke in der geraden Erzeugenden berührt. Sie ist also gegen die Schneckenachse im Winkel $(90° - \alpha_t)$ geneigt, wobei $\alpha_t$ der Eingriffswinkel des Tangentialschnittes der zylindrischen Evolventenschnecke gemäß Gl. 62 u. 68 ist. Die Scheibe schwingt während des Schleifens um die Radachse und zwar von der Mitte aus nach jener Seite, an der die Scheibenneigungen möglichst mit der Steigung der Kehlschraubenlinien übereinstimmen. Beim Schleifen der Gegenflanke wird die Schnecke umgespannt.

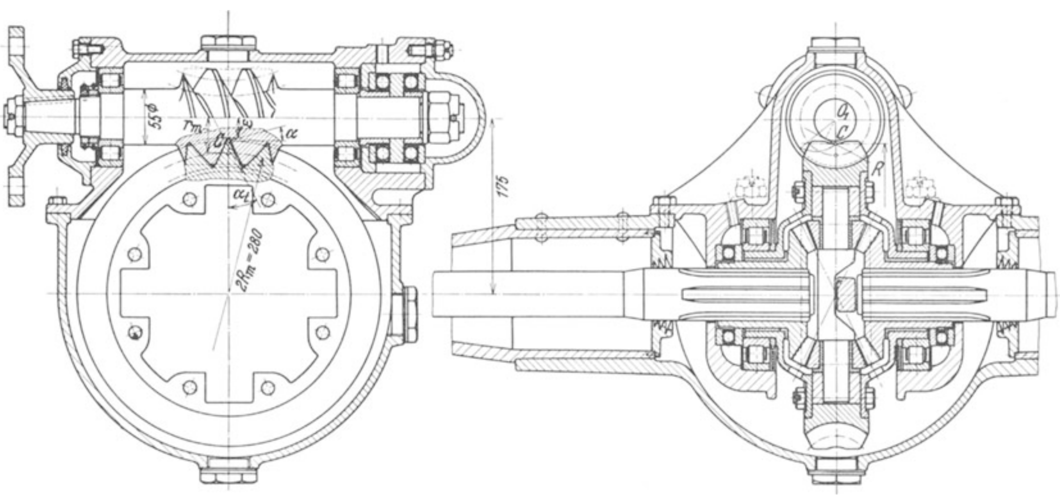



Abb. 172. Bostock-Renk Globoid-Schneckengetriebe. Antrieb einer Hinterachse. Ausführung der Zahnräderfabrik Augsburg vorm. J. Renk. $N = 19$ *PS*, $n = 1000$, $z_1/z_2 = {}^2/_{25}$, $\beta = 28°$, $\alpha_n = 14° 30'$. (Schneckenenden außen zylindrisch abgedreht, s. Seite 116.)

Das Bostockgetriebe, das sehr große Steigungswinkel erlaubt, zeigt gute Wirkungsgrade. (Vgl. Schrifttum [37]). Laboratoriumsversuche stellten Werte von $\eta$ bis 96,8 % fest, die jedoch im Betriebe wohl kaum erreicht werden können. In neuerer Zeit wird die Bostockschnecke als Antrieb für das Differentialgetriebe an den Hinterachsen von Lastwagen (Abb. 172) verwendet.

### III. Anhang: Schneckengetriebe mit Rollenverzahnung.

Die verhältnismäßig große Gleitbewegung in der Zahnauflage der Schneckengetriebe legt den Gedanken nahe, zwecks Herabminderung der Reibungsverluste die Radzähne durch Rollen zu ersetzen. Um einen nennenswerten Gewinn durch rollende Reibung zu erzielen, muß der Rollendurchmesser wesentlich größer als die Zahnstärke der Schnecke gehalten werden. Die Größe des Rollendurchmessers im Teilriß ist bestimmt durch die Lückenweite der Schnecke im Normalschnitt, dem Schnitte senkrecht zur Schneckensteigung. Die Neigung der Schneckenfläche bedingt eine Auflage der Rollen außerhalb des Mittelschnittes.

Von den Ausführungen der Rollengetriebe mit zylindrischer Schnecke sei hier nur die Konstruktion von Hirth [39] erwähnt. Ein Ring, der außerhalb der Rollen das Rad in ganzer Breite umschließt, ermöglicht eine äußere Lagerung der Rollenbolzen; außerdem gibt der Ring den Rollen einen axialen Halt. Die Schneckengänge treten durch Öffnungen des Ringes in das Bereich der Rollen ein [43].

Eine ideale Form für Rollenzähne besitzt die Globoidschnecke, die für einen solchen Verwendungszweck viel besser geeignet ist als für Flächeneingriff in festen Radzähnen. Da die Globoidschraubenfläche aus der Drehung eines Profils um die Radachse hervorgeht, so erzielt man bei gleicher Profilierung der Rolle eine ständige Kantenauflage in voller Profilhöhe, wodurch die Belastungsfähigkeit des Triebes erhöht wird. Nachteilig ist die große Empfindlichkeit des Triebes hinsichtlich der genauen axialen Einstellung.

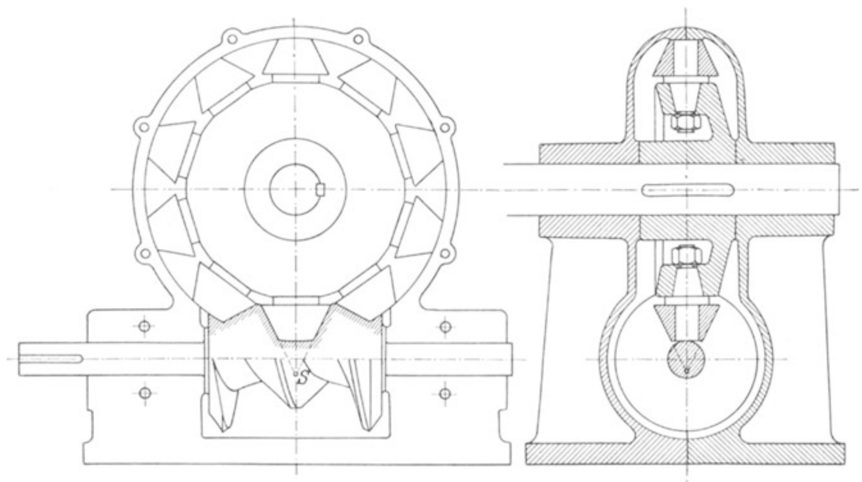



Abb. 173. Schneckengetriebe mit kegelförmigen Rollenzähnen. Maschinenfabrik Pekrun, Coswig (ältere Ausführung).

Die zu den Rollenzähnen passende Schneckengestaltung erreicht man in voller Genauigkeit durch Ausschneiden mit einem Fräser, dessen Form mit der Rollenfläche übereinstimmt. Weniger vollkommen ist das Ausdrehen der Schnecke mit einem Stichel, da die Rollen außerhalb des Mittelschnittes aufliegen.

Abb. 173 zeigt eine ältere Ausführung der Maschinfabrik Pekrun in Coswig. Die kegelförmigen Zahnrollen sind auf Zapfen aufgesteckt, die im Radkranze durch Schraubenmuttern festgehalten werden. Die Rollen werden am Gehäuseinnern und am Schneckengrund geführt.

Eine neuere Ausführung der Pekruntriebe [40] weist wesentliche Verbesserungen auf (Abb. 174). Die Führung der Rollen wird einem seitlich angebrachten Ringe übertragen. Der Führungsring ist exzentrisch eingesetzt, so daß die Rollen sich beim Heraustreten aus der Schnecke radial nach außen verschieben. Da die Bolzen schwach verjüngt sind, wird durch die Verschiebung dem Öl Gelegenheit zum Eintritt in Rollenbohrungen geboten und gleichzeitig die Schmierschichte in der inneren Rollenstirnfläche erneuert [43].

Kegelförmige Rollen (Abb. 173) ergeben die geringsten Gleitgeschwindigkeiten am Rollenumfang. In einer Lage, bei der die Kegelspitze $S$ in die Schneckenachse eintritt, herrscht in der ganzen Kantenauflage ein reines Abwälzen. Außerhalb dieser Lage, die man zweckmäßig zwischen die Mittel- und Endstellung des Eingriffes einlegt, bestehen Geschwindigkeitsunterschiede zwischen Schnecke und Rolle, so daß neben dem Abrollen ein in den einzelnen Berührungspunkten verschieden großes Abgleiten zustande kommt. Ein weiteres Gleiten verursacht das Anliegen der Rolle außerhalb des Mittelschnittes. Dazu gesellt sich schließlich noch das Gleiten beim

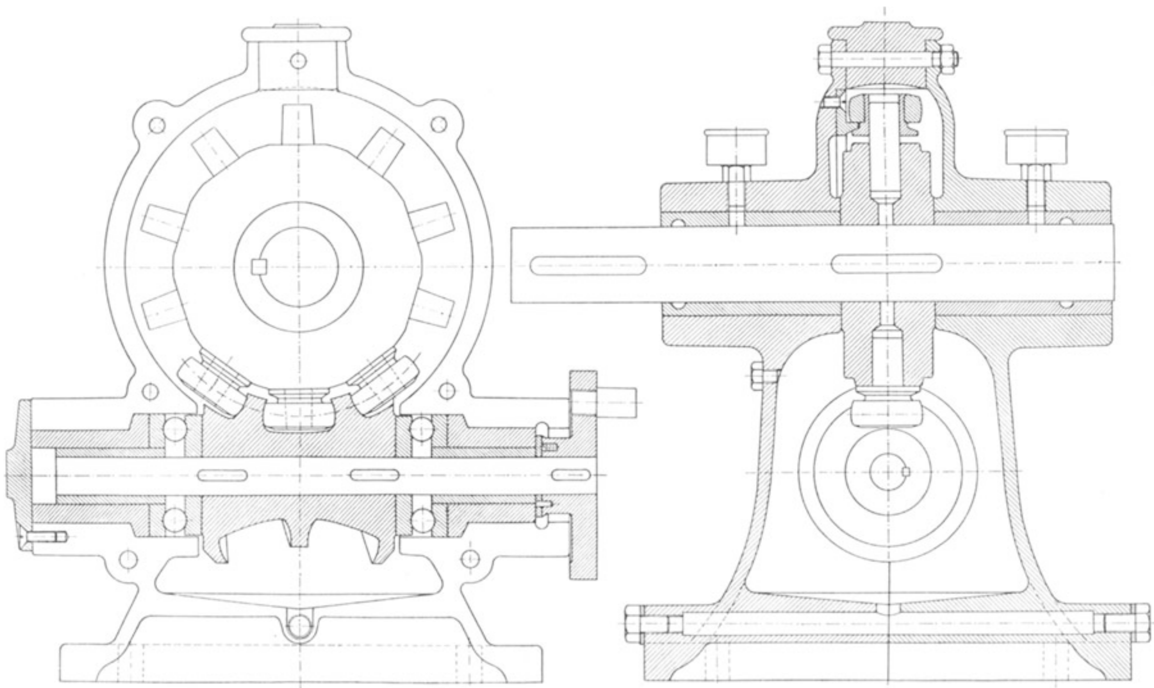


Abb. 174. Schneckengetriebe mit kugelförmigen Rollenzähnen.

Eingriffsbeginn während der Beschleunigung der Rolle von der Ruhe bis zu der erforderlichen Drehgeschwindigkeit.

Kegelrollen verursachen auch größere Reibungsverluste an der inneren Stirnauflage, da der schräg gerichtete Zahndruck die Stirnseite mit einer größeren Axialkomponente belastet. In dieser Hinsicht ist eine Kugelgestalt der Rolle vorteilhafter. Abb. 174 zeigt die Konstruktion eines solchen Triebes. Das Gehäuse besteht aus zwei zur Radmitte symmetrisch ausgebildeten Hälften. Der Ölraum unter der Schnecke ist sehr groß gehalten; dadurch wird dem Öl eine große Abkühlungsfläche geboten. Außer der Schneckenwellenlagerung in Büchsen aus Phosphorbronze werden auch Ausführungen mit Kugeltraglagern (Abb. 175) geliefert. Die Länge der Schnecke, die an den seitlichen Enden zylindrisch abgegrenzt ist, wird gewöhnlich so groß bemessen, daß stets zwei Rollen im Eingriffe verweilen.

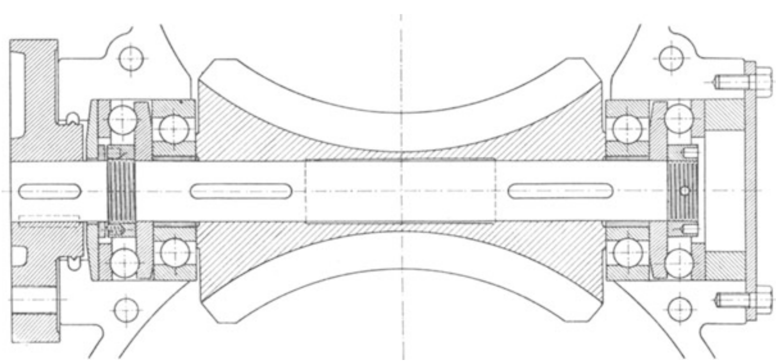


Abb. 175. Ausführung der Maschinenfabrik Pekrun, Coswig.

Vorgenommene Messungen an Pekrungetrieben ergaben Wirkungsgrade von 90—95%. Moog [34] hat den Einfluß der freien Rollendrehung untersucht. Für die gleiche Bremsleistung erfordert ein Pekrungetriebe den Mehrbetrag an zugeführter Leistung von 52%, sobald die Rollen festgelegt werden.

Die Pekrungetriebe werden in Übersetzungen von 1:3 bis 1:20 ausgeführt; bei den kleinen Übersetzungen kommen mehrgängige Schnecken in Anwendung. Zur Überwindung sehr großer Übersetzungen werden zwei Getriebe vereint.

## Schrifttum zu Schneckengetrieben.

1. Altmann: Schraubengetriebe. Berlin: VDI-Verlag 1932.
2. Ernst: Eingriffsverhältnisse der Schneckengetriebe. Berlin: Julius Springer 1901, auch Z. VDI 1900, S. 1229 u. f.
3. Stribeck: Versuche mit Schneckengetrieben. Z. VDI 1897, S. 936 u. 968.
4. Schiebel: Die Eingriffsverhältnisse der Zahnräder. Techn. Bl., Z. d. polytechnischen Vereines Prag 1902.
5. Ingrisch: Untersuchung der Eingriffsverhältnisse bei der Evolventenschnecke. Dissertation an der deutschen technischen Hochschule in Prag 1927.
6. Stübler: Geometrische Probleme bei der Verwendung von Schraubenflächen in der Technik. Z. Mathematik u. Physik, 60. Bd., S. 244. Leipzig 1912.
7. Vogel: Eingriffsgesetze und analytische Berechnungsgrundlagen des zylindrischen Schneckentriebes mit geradflankigem Achsenschnitt. Berlin: VDI-Verlag 1933.
8. Evolventenschnecken. Engineering 1919, S. 651 und 1912, S. 151.
9. Pohl, W. M.: Graphical Determination of Worm Gear Contact. Amer. Mach. Eur. Ed. Vol. 77, S. 130 E (1933).
10. Wolff: Über die Erzielung günstiger Eingriffsverhältnisse an Schneckentrieben. Dissertation an der technischen Hochschule zu Aachen 1923.
11. Pfauter: Wälzfräsen. Berlin: Julius Springer 1933.
12. Shaw, F. W.: Worm Gear Generation. Amer. Mach., Eur. Ed. (1931) S. 701.
13. Fischer: Werkzeugmaschinen auf der Weltausstellung in Paris. Z. VDI 1901, S. 308.
14. Stribeck: Versuche mit Schneckengetrieben. Z. VDI 1898, S. 1156.
15. Vogel: Die analytische Berechnung der Gewindedrehstähle usf. Werkstattstechnik 1933, S. 275.
16. Gruson, R.: Untersuchung von Schneckengetrieben. Dissertation an der technischen Hochschule zu Berlin 1926.
17. Westberg: Schneckengetriebe mit hohem Wirkungsgrade. Z. VDI 1902, S. 915.
18. Stodola: Schweizer Bauzeitung 1895, S. 16.
19. Bach und Roser: Untersuchung eines dreigängigen Schneckengetriebes. Mitt. Forsch.-Arb. Heft 6, S. 22 (1902) und Z. VDI 1903, S. 221.
20. Baumann: Hierzu graphische Zusammenstellung der Versuchsergebnisse. Z. VDI 1903, S. 536.
21. Brown, David, and Sons: Automobil Worm Gearing 1926, S. 16.
22. Ernst: Die Hebezeuge auf der Industrie- und Gewerbeausstellung in Düsseldorf. Z. VDI 1902, S. 1551 u. f.
23. Schiffner: Schneckengetriebe für aussetzenden Betrieb. Fördertechn. u. Frachtverk. XXV. Bd. (1932) S. 51.
24. Kutzbach: Schraubgetriebe in „Die Hütte", II. Bd. 25. Aufl. S. 211.
25. — Betriebserfahrungen an Schneckengetrieben. Z. VDI 1912, S. 806.
26. Fröhlich: Maschinelle Einrichtungen für das Eisenhüttenwesen. Z. VDI 1906, S. 1856.
27. — The Sprague wormgeared electric elevators. Amer. Mach., November 1896.
28. Altmann: Parallelschaltung von Schneckengetrieben. Z. VDI 1928, S. 606.
29. — A Balanced Worm Gear Drive for Ship Propulsion. The Engineer Bd. 144 (1927) S. 665.
30. — The construction of Hindley worm. Amer. Mach. 1897, März und April.
31. Kammerer: Mechanische Arbeitsübertragung. München 1923.
32. Lanchester: Worm Gear. Engineering, Vol. C, S. 201.
33. Hyde: The Variation in Efficiency of a Worm Gear. Department of Scientific and Industrial Research, London 1920.
34. Moog: Die Globoidschneckengetriebe. Z. für Werkzeugmaschinen und Werkzeuge XV. Jahrg. S. 205.
35. Lindner: Globoidschnecken. Z. VDI 1902, S. 644.
36. Duhnsen, W.: Ermittlung der Berührungsverhältnisse von Globoidschneckentrieben. München und Berlin: R. Oldenbourg 1930.
37. Maschmeier: Untersuchungen an Zylinder- und Globoidschneckentrieben. Dissertation an der Technischen Hochschule zu Berlin 1930.

38. Friedmann: Schneckentriebe für Kraftfahrzeuge. Z. VDI 1928, S. 527.
39. Bach: Maschinenelemente.
40. Pekrun: Globoidschneckengetriebe. Z. VDI 1912, S. 442.
41. Budnick, A.: Genaue Zahnradabwälzfräser. Masch.-Bau 1934, S. 73.
42. Rötscher: Die Maschinenelemente, 2. Bd. Berlin: Julius Springer 1929.
43. Vogel, Berechnung des Fingerfräsers. Z. VDI, 1934, S. 156.
44. Patentschriften:

| | | |
|---|---|---|
| DRP. | 328 656 | Brown—Bostockgetriebe. |
| „ | 81 418 | Schneckenradfräser mit axialem Vorschub. |
| „ | 85 079 | |
| „ | 135 434 | Schneckengetriebe von C. Flohr, Berlin. |
| „ | 109 119 | Lorenz-Globoidschnecke. |
| „ | 424 478 | F. J. Bostock und Swimfon Branley Moore, Globoidschnecke. |
| „ | 138 768 | Rollengetriebe von Hirth. |
| „ | 148 733 | Pekrun-Getriebe. |
| „ | 212 725 | |
| „ | 214 530 | |