Die
Blechabwicklungen

Eine Sammlung praktischer Methoden

zusammengestellt von

Johann Jaschke
Ingenieur in Graz

Zweite, erweiterte Auflage

Mit 215 Textfiguren

Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH
1915

Die
Blechabwicklungen

Eine Sammlung praktischer Methoden

zusammengestellt von

Johann Jaschke
Ingenieur in Graz

Zweite, erweiterte Auflage

Mit 215 Textfiguren

Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH
1915

Additional material to this book can be downloaded from http://extras.springer.com

ISBN 978-3-662-24208-7 ISBN 978-3-662-26321-1 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-662-26321-1

Alle Rechte, insbesondere das der
Übersetzung in fremde Sprachen, vorbehalten.

Vorwort zur zweiten Auflage.

Das Erscheinen der zweiten Auflage legt Zeugnis von der Lebensfähigkeit des Buches ab. Ich habe diese Auflage wesentlich erweitert und die neu hinzugefügten Abwicklungen vorher praktisch erprobt, so daß nur Zuverlässiges aufgenommen erscheint.

Die mathematischen Ableitungen in kleinerer Schrift drucken zu lassen, wie dies eine freundliche Besprechung empfahl, konnte ich mich nicht entschließen, trotzdem diese Kritik meinte, daß hierdurch das Buch nur für den Konstrukteur bestimmt ist. Derjenige, der nicht über die nötigen mathematischen Kenntnisse verfügt, wird diese Ableitungen ebenso überschlagen, als wenn sie kleiner gedruckt seien. Dies bestätigen auch die Aussagen von einer Reihe Anreißern in verschiedenen Betrieben und eine Reihe von Zuschriften.

Sämtlichen Herren, die mich durch Zuschriften auf Verbesserungen aufmerksam machten, sei an dieser Stelle mein wärmster Dank ausgesprochen. Ganz besonders zu Dank bin ich Herrn Ing. Hermann Burkhardt, Eßlingen, für seine Bemühungen und Ratschläge verpflichtet und statte ihm an dieser Stelle meinen herzlichsten Dank ab.

Graz, im November 1914.

Johann Jaschke.

Inhaltsverzeichnis.

Seite

Einleitung 1

I. Zylindrische und prismatische Körper 3

II. Konische Körperformen 28

III. Die Umdrehungsflächen 56

IV. Schraubenfläche 65

Einleitung.

Hat der Konstrukteur seine Arbeit vollendet, so wandert die fertige Zeichnung in die Werkstätte. Hier werden nun die in der Zeichnung im Bilde enthaltenen Körperformen in die Wirklichkeit versetzt, die gezeichneten Gebilde nehmen nach und nach Körperformen an, bis sie fertig vor den Augen der Menschen liegen. Diese Übertragung von der Zeichnung in die Wirklichkeit nimmt nun die verschiedensten Formen an, je nach dem Materiale, aus dem der zukünftige Körper bestehen, und je nach der Arbeitsmethode, nach der dieses Material verarbeitet werden soll.

Die Gefäße nun, die zur Erzeugung von Dampf, die zu Kochzwecken, zur Aufbewahrung und zur Fortleitung von Flüssigkeiten dienen, und viele andere Gefäße, deren Zweck und Verwendung hier Nebensache ist, werden aus einzelnen Blechen zusammengenietet oder zusammengeschweißt, um so ein brauchbares Ganzes zu bilden und seiner Bestimmung zugeführt zu werden. Da nun diese Gefäße die verschiedensten Formen annehmen und sehr oft nicht aus ebenen Flächen zusammengesetzt sind, so ergibt sich die zwingende Notwendigkeit, alle diese verschiedenartigsten Körperformen in die Ebene zurückzuführen, sie abzuwickeln.

In der Werkstätte besorgen diese Geschäfte meist eine eigene Gruppe von Arbeitern, die Anreißer, Aufreißer. Diese Leute müssen nun immer in der Lage sein, alle Körperformen in die Ebene, auf das ebene Blech, zu legen. Diese Arbeit ist nun oftmals sehr schwierig, dagegen oft wieder sehr leicht, je nach der Natur des herzustellenden Körpers. Daß für diese Arbeiten nur tüchtige und gut geschulte Arbeiter zu verwenden sind, liegt klar zutage. Ebenso klar ist es, daß die Arbeit des Abwickelns eine wichtige ist und sich nie umgehen läßt, mag sie in manchen Fällen auch noch so langwierig sein. Aber nicht nur der Anreißer in der Werkstätte muß gut abwickeln können, nein, auch der Konstrukteur muß die Sache gründlich verstehen. Er muß sich im Bureau die Größe der notwendigen Bleche bestimmen können und sich in diesem Falle nicht auf andere Menschen verlassen, denn er muß dann die Bleche, die ja immer erst vom Walzwerk von Fall zu Fall bestellt werden, bestellen und die Verantwortung dafür übernehmen können. Außerdem muß er auch in der Lage sein, die Arbeiten in der Werkstätte zu kontrollieren und etwaige Fehler aufdecken können. Daraus läßt sich nun ableiten, daß es für einen tüchtigen Konstrukteur unerläßlich ist, gut abwickeln zu können.

Im folgenden sollen nun eine ganze Reihe von Methoden, Abwicklungen durchzuführen, angegeben und beschrieben werden. Vorerst sollen jedoch einige Erläuterungen hierzu gegeben werden. Werden Abwicklungen durchgeführt, so müssen dieselben immer auf die neutrale Faserschicht, d. i. auf die Mitte des Bleches, bezogen werden, da sich bei der Formgebung die einen Faserschichten strecken, also länger werden, während die andern sich stauchen, also verkürzen. Zwischen beiden liegt nun eine Faserschicht, die ihre Länge nicht ändert, die unverändert, die neutral bleibt, und dies ist bei den Blechen die Mitte. Um eine gute Abwicklung zu erhalten, ist es notwendig, eine genaue Zeichnung in möglichst großem Maßstabe zu besitzen, und bei der Durchführung der Abwicklung ist peinlichste Genauigkeit geboten. Je genauer die Arbeit, desto genauer ist die entstehende Abwicklung und desto rascher und leichter kann die Verarbeitung besorgt werden. Bei vielen solchen Abwicklungen ist es nun oft nur notwendig, daß der Konstrukteur eine flüchtige Skizze besitzt und alle notwendigen Größen rechnerisch ermittelt. Dies findet jedoch nur für einfache Körperformen Anwendung, da sonst der rechnerische Vorgang zu unbequem und schwierig sich gestalten würde. In folgenden Zeilen soll auch auf die rechnerische Ermittlung der Abwicklung eingegangen werden, wenn es notwendig erscheint.

I. Zylindrische und prismatische Körper.

Die Abwicklungen von Zylinder und Prismen ergeben eine mannigfache Vielfältigkeit und können meistens auch auf rechnerischem Wege ermittelt werden. Sie sind meist einfach und harmlos und stellen an die Kenntnisse des Abwickelnden keine großen Anforderungen. Sie können jedoch unter Umständen auch sehr verzwickt werden, besonders wenn es sich um mannigfach gekrümmte Rohrleitungen handelt. Diese Abwicklungen werden ebenfalls in diesem Abschnitte behandelt werden.

Die einfachste Abwicklung ist die eines Zylinders, wie er in Fig. 1 und 2 dargestellt ist. Seine Abwicklung zeigt uns die Fig. 3. Der dargestellte Zylinder ist ein Kreiszylinder vom Durchmesser D und der Länge l. Die Größe des hierzu erforderlichen Bleches ist leicht bestimmt. Wie uns Fig. 3 lehrt, ist die Abwicklung eines zu seiner Grundfläche senkrecht stehenden Zylinders ein Rechteck, dessen Länge gleich ist dem Umfange des Zylinders $D\pi$ und dessen Breite mit der Länge l des Zylinders identisch ist. Die Länge l des Zylinders kann immer unmittelbar aus der Zeichnung entnommen werden, während der Umfang rechnerisch bestimmt wird. Zur Ermittlung des Umfanges eines Kreises dient folgende Formel:

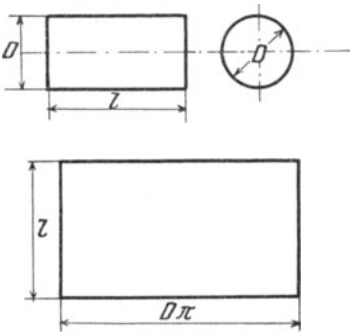


Fig. 1—3.

$$U = D \,.\, \pi,$$

wobei D der Durchmesser des Kreises und π die Ludolphsche Zahl ist. Letztere ist gleich $\pi = 3,\ 141592\ \ldots\ .$ Für die Berechnung des Kreisumfanges benutzt man jedoch immer Tabellen, welche für einen gegebenen Durchmesser sofort den Umfang ablesen lassen. Solche Tabellen stehen in der „Hütte“ und in jedem Ingenieurkalender, so daß man nur beim Fehlen einer Tabelle von obiger Formel Gebrauch machen wird.

Wie beim Kreiszylinder, so ist bei jedem anderen Zylinder, der auf seiner Grundfläche senkrecht steht, die Abwicklung ein Rechteck, mag die Grundfläche wie immer gestaltet sein. Es handelt sich in jedem einzelnen Falle nur um die Bestimmung der Länge des Umfanges. Denselben er-

mittelt man meistens durch Rechnung, selten dagegen durch unmittelbares Abmessen der Zeichnung.

Um den Kreisumfang zu bestimmen, ist eben eine Formel gegeben worden. Dem Kreise ähnlich ist nun die Ellipse, und für den Umfang derselben soll ebenfalls eine Formel gegeben werden. Bezeichnet, wie in Fig. 4, $2a$ die große Achse und $2b$ die kleine Achse der Ellipse, so ist der Umfang:

$$U = \pi (a+b) \cdot \left[1 + \frac{1}{4}\left(\frac{a-b}{a+b}\right)^2 + \frac{1}{64}\left(\frac{a-b}{a+b}\right)^4 + \frac{1}{256}\left(\frac{a-b}{a+b}\right)^6 + \ldots\right].$$

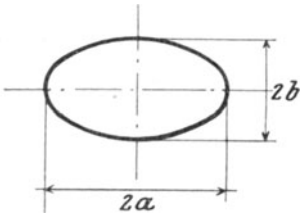


Fig. 4.

Da nach dieser Formel die Rechnung zu umständlich ist, so ist es notwendig, dieselbe umzuformen, und zwar geschieht dies dadurch, daß man aus dem Binom $(a+b)$ den Faktor a heraushebt und die Brüche $\left(\frac{a-b}{a+b}\right)$ durch a abkürzt und man den Bruch $\frac{b}{a} = n$ setzt.

$$U = a \,.\, \pi (1+n) \cdot \left[1 + \frac{1}{4}\left(\frac{1-n}{1+n}\right)^2 + \frac{1}{64}\left(\frac{1-n}{1+n}\right)^4 + \frac{1}{256}\left(\frac{1-n}{1+n}\right)^6 + \ldots\right]$$

oder für

$$\pi (1+n) \cdot \left[1 + \frac{1}{4}\left(\frac{1-n}{1+n}\right)^2 + \frac{1}{64}\left(\frac{1-n}{1+n}\right)^4 + \ldots..\right] = u$$

gesetzt, ergibt $U = a\,u.$

Der Faktor u gibt die Größe des Umfanges einer Ellipse mit der großen Halbachse $a = 1$, und ist derselbe aus folgender Tabelle zu entnehmen:

(Siehe die Tabelle Seite 5.)

Beispiel: Es sei der Umfang einer Ellipse mit den beiden Halbachsen $a = 540$, $b = 135$, somit $\frac{b}{a} = n = \frac{135}{540} = 0{,}25$. Für $0{,}25 = n$ ist $u = 4{,}2892$, daher $U = 4{,}2892 \,.\, 540 = 2316{,}168$.

Ergibt sich für n eine mehr als zweistellige Zahl, so ist zu interpolieren, zum Beispiel:

$a = 260$, $b = 125$, daher $n = \frac{125}{260} = 0{,}4654$;

für $n = 0{,}46$ ist $u = 4{,}7450$,
„ $n = 0{,}47$ „ $u = 4{,}7695$,
daher die Differenz $f = 245$.

Dividiert man die Differenz durch 100 und multipliziert mit 54, so erhält man

$$2{,}45 \,.\, 54 = 132{,}3;$$

n	u	n	u	n	u	n	u	n	u
0,00	4,0000	0,20	4,2020	0,40	4,6026	0,60	5,1054	0,80	5,6723
01	0011	21	2186	41	6258	61	1324	81	7020
02	0038	22	2356	42	6492	62	1596	82	7317
03	0078	23	2531	43	6728	63	1870	83	7615
04	0131	24	2710	44	6966	64	2145	84	7915
05	0194	25	2892	45	7207	65	2421	85	8215
06	0267	26	3078	46	7450	66	2699	86	8516
07	0348	27	3268	47	7695	67	2978	87	8819
08	0438	28	3462	48	7942	68	3259	88	9122
09	0535	29	3659	49	8191	69	3541	89	9426
0,10	4,0640	0,30	4,3859	0,50	4,8442	0,70	5,3824	0,90	5,9732
11	0752	31	4062	51	8695	71	4108	91	6,0038
12	0870	32	4269	52	8950	72	4394	92	0345
13	0994	33	4478	53	9207	73	4681	93	0653
14	1125	34	4692	54	9466	74	4969	94	0962
15	1261	35	4908	55	9726	75	5258	95	1271
16	1403	36	5126	56	9988	76	5549	96	1582
17	1550	37	5347	57	5,0252	77	5841	97	1893
18	1702	38	5571	58	0518	78	6134	98	2205
19	1859	39	5797	59	0785	79	6428	99	2518

die zu u für $n = 0{,}46$ addiert, ergibt:

$$n = 0{,}4654 \quad u = 4{,}7450$$
$$132$$
$$U = 4{,}7582$$

und $$U = 4{,}7582 \,.\, 260 = 1237{,}132.$$

Ist die Grundfläche des Zylinders durch eine andere geschlossene Kurve begrenzt, so ist dieselbe bezüglich ihrer Länge mathematisch zu behandeln oder die Kurve wird möglichst groß und genau aufgezeichnet und hernach gemessen.

Um zum eigentlichen Thema dieser Schrift zurückzukehren, sei ein Zylinder abgewickelt, wie ihn Fig. 5 vor Augen führt. Der Zylinder steht nicht mehr senkrecht auf seiner Grundfläche, sondern schief. Da sein Querschnitt, welcher senkrecht zu seiner Achse geführt ist, einen Kreis darstellt, so muß die Grundfläche eine Ellipse bilden. Um diesen Zylinder abzuwickeln, zerlegt man sich denselben in 3 Teile, in 2 gleiche Zylinderhufe von der Höhe b und den Kreiszylinder von der Länge l.

Nun teilt man den Umfang des Kreises, wie Fig. 5 zeigt, in eine beliebige Anzahl gleichgroßer Teile. Je größer nun der Kreis ist, desto mehr Teile wird man wählen. Von diesen Teilungspunkten zieht man zur Achse des Zylinders parallele Linien, wie durch den Punkt *1* die

Linie *1—1'*, durch *2*, *2—2'* usw. Bemerkt sei noch, daß die Linie *6—12'* senkrecht auf der Achse des Zylinders steht. Hat man alle Punkte bezeichnet und alle Parallelen gezogen, so schreitet man zur Abwicklung. Man zieht eine gerade Linie *12'—12'* (Fig. 6) und trägt auf derselben die Teile der Kreislinie von *12'* über *1'*, *2'* .... *12'* auf und errichtet in den einzelnen Punkten Senkrechte auf die Linie *12'—12'*. Nach aufwärts trägt man die Länge *l* des durch die Teilung erhaltenen senkrechten Kreiszylinders auf und zieht durch den so erhaltenen Punkt eine zu *12'—12'* parallele Linie und erhält so die Abwicklung des Teilzylinders.

Von den Punkten *12'*, *1'*, *2'*, *3'*, ... *12'* trägt man nun die Strecken $\overline{12'\,12}$, $\overline{1'\,1}$, $\overline{2'\,2}$ .... $\overline{12'\,12}$, welche man aus Fig. 5 abnimmt, auf. Verbindet man die so erhaltenen Punkte *12*, *1*, *2* .... *12* durch eine Kurve,

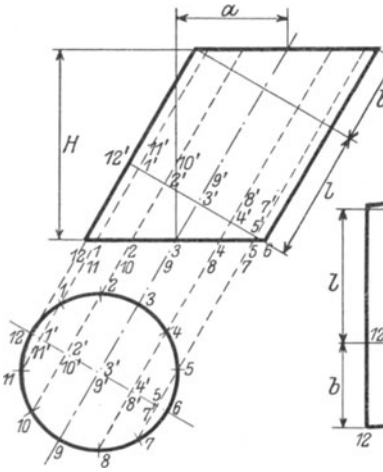


Fig. 5.

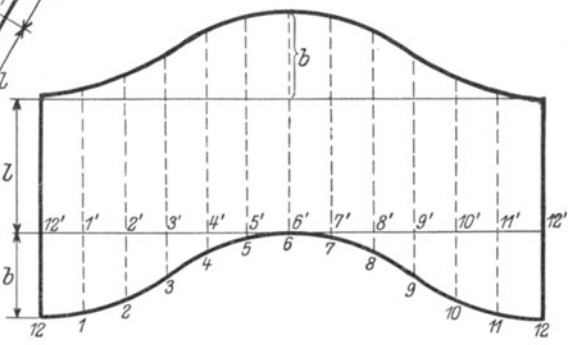


Fig. 6.

so erhält man die untere Begrenzungslinie der Abwicklung. Die obere Begrenzungslinie erhält man, in dem man die Strecke $(l + b)$ in den Zirkel nimmt und von den Punkten *12*, *1*, *2*, *3*, ... *12* dieselbe auf den entsprechenden Senkrechten aufträgt.

Da nun meist die Höhe H des Zylinders und dessen Verschiebung a gegeben ist, so kann man die Größe $(l + b)$ leicht rechnerisch wie folgt ermitteln:

$$l + b = \sqrt{H^2 + a^2}.$$

Die Größe von b ergibt sich aus

$$H : a = D : b;$$

daraus wird

$$b = \frac{a \,.\, D}{H},$$

wobei D den Durchmesser des Zylinders bedeutet.

Die Größen $\overline{1'1}$, $\overline{2'2}$ .... lassen sich ebenfalls rechnerisch bestimmen, jedoch ist dies schon so umständlich, daß man die rechnerische Lösung nahezu nie verwendet. Der Vollständigkeit halber sei sie hier jedoch angeführt.

Es verhält sich $\overline{12'12} : \overline{1'1} = \overline{12'6} : \overline{1'6}$ oder da $\overline{12'12} = b$ u. $\overline{12'6} = D$:

$$b : \overline{1'1} = D : \overline{1'6},$$

ebenso

$$b : \overline{2'2} = D : \overline{2'6},$$

$$b : \overline{3'3} = D : \overline{3'6},$$

usw. bis

$$b : \overline{5'5} = D : \overline{5'6},$$

und, wie Fig. 5 lehrt, sind die Größen $\overline{7'7} = \overline{5'5}$, $\overline{8'8} = \overline{4'4}$ .... $\overline{11'11} = \overline{1'1}$.

Es handelt sich jetzt um die Bestimmung von $\overline{1'6}$, $\overline{2'6}$ .... $\overline{5'6}$. Wie aus Fig. 5 hervorgeht, sind diese Größen die Höhen von Kreisabschnitten u. zw.: $\overline{1'6}$ vom Kreisabschnitt *1*, *2*, *3*, *4*, *5*, *6*, *7*, *8*, *9*, *10*, *11*, $\overline{2'6}$ von *2*, *3*, *4*, *5*, *6*, *7*, *8*, *9*, *10* usw. bis $\overline{5'6}$ von *5*, *6*, *7*. Die Größen lassen sich nun sehr einfach aus folgenden Angaben bestimmen. Da bekanntlich jeder Kreis in 360^0 eingeteilt wird, so entspricht in diesem Fall ein Teil einem Winkel von 30^0, d. i. $\frac{360}{n}$, wobei n die Anzahl der Teile bedeutet. Für die Strecke $\overline{5'6}$ haben wir nun, wenn, wenn $D = 2R$:

$$\overline{5'6} = R - \sqrt{R^2 - R^2 \sin^2 \alpha} = R - R\sqrt{1 - \sin^2 \alpha},$$

$$= R(1 - \cos \alpha) = R \text{ sin vers } \alpha;$$

also

$$\overline{5'6} = R \text{ sin vers } 60^0,$$

da der Bogen, zu dem die Höhe $\overline{5'6}$ gehört, 2 Teile groß ist. Die Werte für sin vers entnimmt man Tabellen, die in allen Hilfsbüchern, wie „Hütte“ usw. stehen; jedoch sind die Werte aus den Kolonnen mit der Überschrift „Bogenhöhe zu nehmen, da der Ausdruck sin vers nahezu nicht gebräuchlich ist.

Wie für die Strecke $\overline{5'6}$ gezeigt, wiederholt sich derselbe Vorgang bei allen andern.

Sind die Größen $\overline{1'6}$, $\overline{2'6}$, $\overline{3'6}$ .... $\overline{11'6}$ bestimmt, so sind die Größen $\overline{1'1}$, $\overline{2'2}$ .... $\overline{5'5}$ aus den oben angeführten Proportionen sehr leicht bestimmt. Wie ersichtlich, ist der Vorgang der rechnerischen Abwicklung sehr langwierig und wird daher fast nie verwendet.

Schneiden sich zwei Zylinder, so kann dies auf mehrere Arten geschehen, in einem rechten Winkel oder einem beliebigen anderen, auch können die Durchmesser der beiden sich schneidenden Zylinder gleich groß oder verschieden sein.

Die Fig. 7 stellt zwei sich schneidende, und zwar unter einem rechten Winkel sich schneidende Zylinder von gleichem Durchmesser dar.

Die Projektion der Schnittlinie, Verschneidungslinie, auf die Ebene, in der die Achsen der sich schneidenden Zylinder liegen, ist immer eine gerade Linie. Wir ersehen aus Fig. 7, daß sich jeder Zylinder für sich nach der vorher dargelegten Methode abwickeln läßt, und zugleich ist daraus ersichtlich, daß, wenn die Zylinder gleich lang sind, die beiden Abwicklungen vollständig gleich sein müssen. Fig. 8 zeigt eine einfache Methode, um die Abwicklung rasch durchführen zu können. Sie bestimmt allerdings nur 9 Punkte, und zwar folgendermaßen: Auf einer Linie werden von einem Punkte *0* aus 8 gleichgroße Teile aufgetragen. Fig. 8 zeigt nur deren 4, also die Hälfte. Die Summe dieser 8 Teile ist gleich dem Umfange des Zylinders, also $D\pi$. In den so erhaltenen Punkten *0, 1, 2, 3, 4—7, 0* werden senkrechte Linien errichtet; nach abwärts trägt man die kürzeste Erzeugende (l) des Zylinders auf, während aufwärts

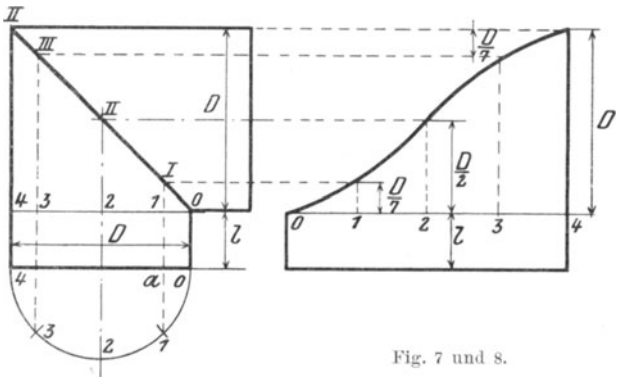


Fig. 7 und 8.

folgende Größen in nachstehender Reihenfolge aufzutragen sind: Punkt

$$0—0,\ 1—\frac{D}{7},\ 2—\frac{D}{2},\ 3—\frac{6D}{7},\ 4—D,\ 5—\frac{6D}{7},\ 6—\frac{D}{2},\ 7—\frac{D}{7},\ 0—0.$$

Diese Größen lassen sich aus der bei der Abwicklung der in Fig. 5 dargestellten Zylinderform angegebenen rechnerischen Methode leicht bestimmen, wie folgt, ebenso kann man diese Werte nach Gutdünken vermehren. Wie leicht einzusehen ist, ist

$$\overline{4\,IV} = D,$$

daher

$$\overline{1\,I} : D = \overline{0\,1} : D,$$

das heißt

$$\overline{1\,I} = \overline{0\,1},$$

was ja sein muß, da die Linie *0 IV* den rechten Winkel halbiert.

Aus dem angehängten Grundrisse ergibt sich:

$$\overline{a\,0} = \frac{D}{2} \sin \text{vers } 45 = {}^1/_2\, D \,.\, 0{,}293 = 0{,}146\, D \sim {}^1/_7\, D.$$

Die Strecke $\overline{a\,0}$ des Grundrisses ist gleich der Strecke $\overline{0\,1}$ des Aufrisses, daher auch gleich $\overline{1\,I}$. Wie man leicht erkennt, ist dieser Wert von $^1/_7\ D$ ungenau, und zwar etwas zu klein, da $^1/_7 = 0{,}143$. Der Unterschied liegt im Tausendstel und beträgt bei 1 m Durchmesser 3 mm.

Fig. 9 zeigt zwei sich schneidende Zylinder von gleichem Durchmesser, deren Achsen jedoch einen Winkel α einschließen. Die Abwicklung läßt sich wieder auf jene von Fig. 5 zurückführen, sie bietet daher nichts Neues und wird hier deshalb auch nicht durchgeführt. Es sei nur die rechnerische Bestimmung angeführt. Die Größe von b ergibt sich aus

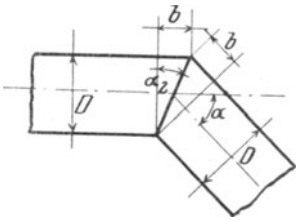


Fig. 9.

$$b = D \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \cdot$$

Alle anderen Größen werden wie früher bestimmt.

Wir schreiten nun zu den Abwicklungen von sich schneidenden Zylindern von ungleichen Durchmessern, und zwar zuerst zu dem Fall, in welchem beide Achsen einen rechten Winkel bilden, wie dies bei den in Fig. 10 und 11 dargestellten Zylindern der Fall ist.

Der große Zylinder mit dem Radius R wird von dem kleinen mit dem Radius r durchdrungen. Der bei der Abwicklung dieser Zylinder

Fig. 10.

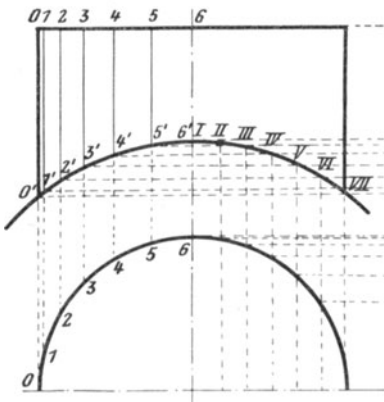
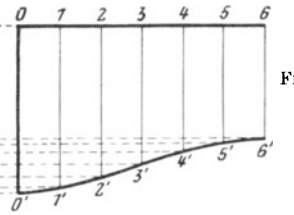


Fig. 11.

Fig. 12.



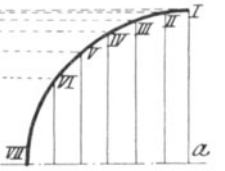


Fig. 13.

einzuhaltende Vorgang ist folgender: Der Grundriß des kleinen Zylinders, ein Kreis mit dem Radius r, wird in eine Anzahl gleicher Teile geteilt und durch jeden so erhaltenen Punkt eine gerade Linie gezogen, welche zur Achse des kleinen Zylinders im Aufriß parallel laufen. Diese Linien schneiden nun die beiden Begrenzungen des Zylinders in den Punkten *0* und *0'*, *1* und *1'*, *2* und *2'*, *3* und *3'* .... Hierauf zieht man eine gerade Linie, trägt den Umfang des kleinen Zylinders auf derselben auf und teilt

in dieselbe Anzahl Teile wie den Kreis des Grundrißes. In jedem Punkte wird eine Senkrechte errichtet und auf denselben der Reihe nach die Strecken $\overline{0\,0'}$, $\overline{1\,1'}$, $\overline{2\,2'}$ aus Fig. 10 usw. aufgetragen oder man projiziert, wie dies die Fig. 10 und 12 zeigen. Auf diese Weise erhält man die gesuchte Abwicklung. Fig. 12 zeigt uns nur ein Viertel der ganzen Abwicklung.

Ist auf diese Weise der kleinere Zylinder abgewickelt, so wird zur Bestimmung des Ausschnittes im Mantel des größeren Zylinders geschritten. Die Abwicklung des größeren Zylinders erfolgt genau so wie bei Fig. 1. Um den Ausschnitt zu erhalten, teilt man den Kreisbogen *I—VII* (Fig. 10), in eine Anzahl gleicher Teile und projiziert dieselben in den Grundriß (Fig. 11). Verlängert man die Mittellinie des kleinen Zylinders, wie Fig. 11 und 13 zeigt, und errichtet auf derselben in einem Punkte *a* eine

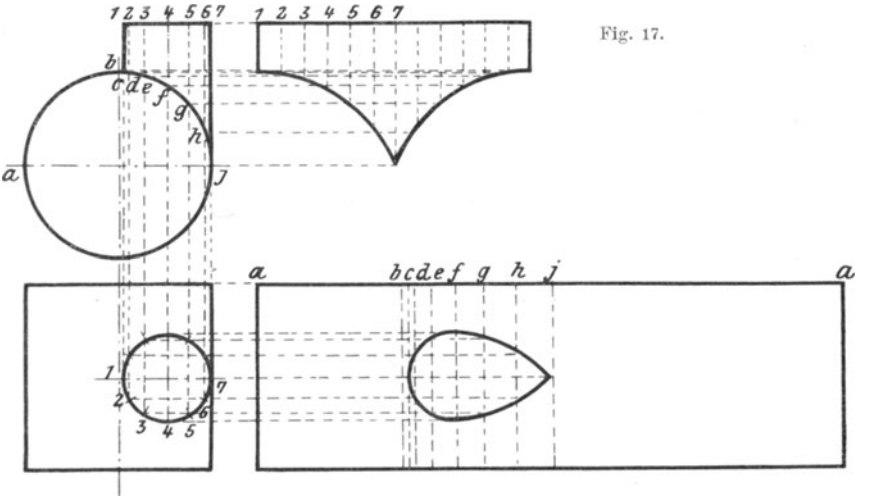


Fig. 17.

Fig. 14 und 15. Fig. 16.

Senkrechte, so erhält man die beiden Mittel des Ausschnittes. Von *a* aus trägt man der den Fig. 11 und 13 gemeinsamen Mittellinie die Länge der Teile von *I—VII* aus Fig. 10 auf und errichtet in diesen Punkten senkrechte Linien. Aus dem Grundrisse (Fig. 11) werden nun der Reihe nach die Punkte *I—VII* in die Fig. 13 projiziert. Durch Verbindung der so erhaltenen Punkte durch eine in sich geschlossene Kurve erhält man die Grenzlinie des Ausschnittes.

Dies ist der Vorgang, wenn sich die Achsen der beiden Zylinder tatsächlich schneiden. Kreuzen sich nun die beiden Zylinderachsen, wie in Fig. 14 und 15, so gelangt man durch denselben Vorgang, wie bereits beschrieben, zum Ziele. Dies zeigt uns nun die Figurengruppe Fig. 14, 15, 16 und 17.

In Fig. 18 und 19 ist ein Zylinder dargestellt, der mittels eines Bördels oder Flansches an einen größeren Zylinder anschließt. Es handelt

sich in diesem Falle hauptsächlich um die Abwicklung des Flansches. Dieselbe ist nun sehr einfach, wenn auch die beiden Bördelradien r^1 und r^2 nicht gleich groß sind.

Auf einer geraden Linie $a\,b$ (Fig. 21) trägt man den Umfang eines Kreises auf, dessen Durchmesser gleich ist $D + s$, teilt denselben in eine Anzahl gleicher Teile und errichtet in jedem Punkte Senkrechte. In Fig. 20 sehen wir ein Viertel dieses Kreises wie aus der Kote $r = \frac{D + s}{2}$ hervorgeht. Es ist dies der Grundriß der neutralen Faserschicht des Zylinders. Dieser Kreis wird in dieselbe Anzahl Teile geteilt, wie in Fig. 21, und diese Punkte in die Fig. 18 projiziert. In Fig. 18 und 19 zeichnet man auch die neutrale Faserschicht ein. Aus Fig. 19 projiziert man den Anfang des Bördels bei *6* in die Fig. 18. Schlägt nun durch den so erhaltenen Punkt *6* einen Kreis, bis derselbe bei *0* schneidet.

Fig. 18.

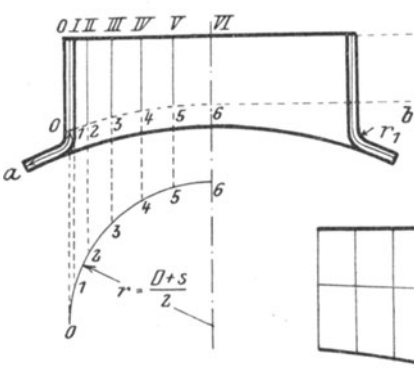


Fig. 19.

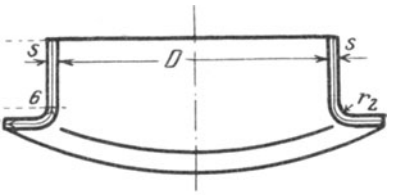


Fig. 20.

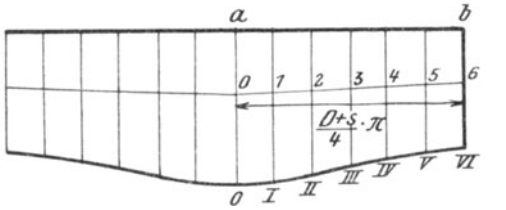


Fig. 21.

Fällt dieser Schnittpunkt unter den Beginn des Bördels in Fig. 18, so hat man von der Fig. 18 auszugehen und in die Fig. 19 zu projizieren, und zwar schlägt man dann in Fig. 18 durch den Punkt *0* (Beginn des Bördels) einen Kreis und projiziert den Punkt *6* in die Fig. 19. Hierauf mißt man die Längen der neutralen Faser von *6*—*b* und von *0*—*a* und trägt diese Längen von den Punkten *a* und *b* (Fig. 21) auf den zugehörigen Senkrechten auf. Verbindet man die so erhaltenen Punkte *0* und *6* durch eine gerade Linie, so erhält man die Punkte *1*, *2*, *3*, *4*, *5*. Von diesen Punkten trägt man die Längen $\overline{0\,0}$, $\overline{I\,1}$, $\overline{II\,2}$, $\overline{III\,3}$ usw. aus Fig. 18 auf den jeweiligen Vertikalen auf. Durch Verbinden dieser neu erhaltenen Punkte *I*, *II* . . . . *VI* durch eine Kurve erhält man die Begrenzung der Abwicklung.

Genau so geht man vor, wenn sich die Achsen der beiden Zylinder nicht schneiden, sondern nur kreuzen.

Die Fig. 22 und 23 führen uns um zwei Zylinder vor, welche sich schneiden, und deren Achsen einen Winkel, welcher kleiner bezw. größer ist als 90°.

Der Vorgang ist, wie aus den Fig. 22, 23 und 24 leicht ersichtlich, derselbe wie vorher. In Fig. 22 schlägt man einen Kreis, dessen Durch-

Fig. 22.

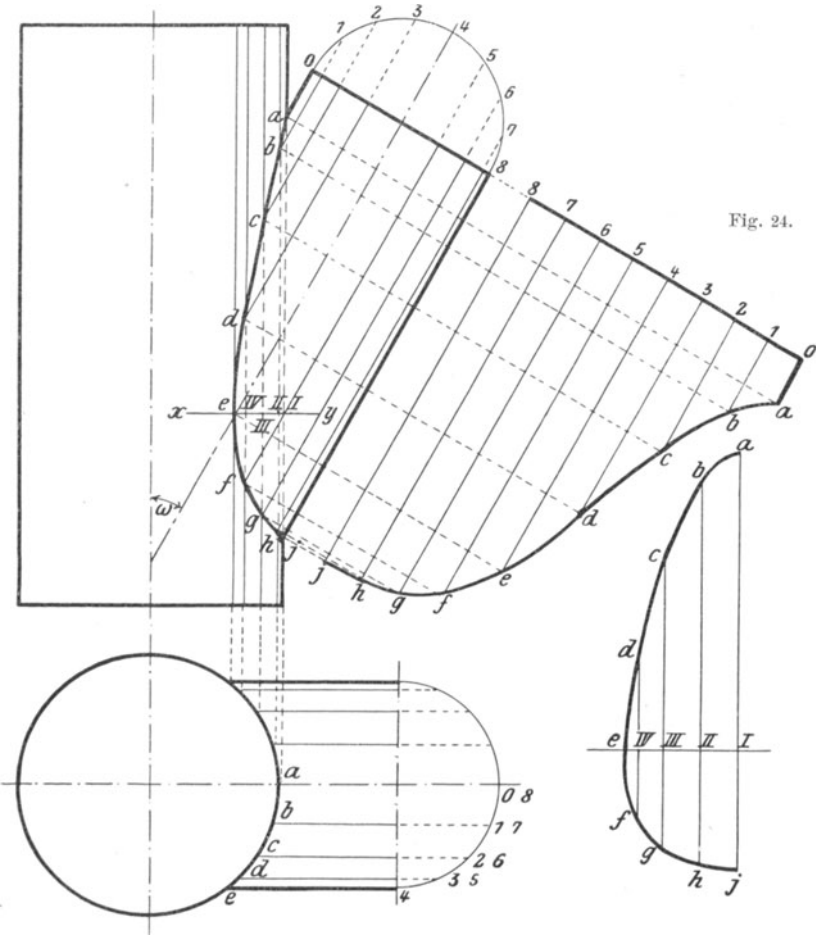


Fig. 24.

Fig. 23.

Fig. 25.

messer gleich dem des kleineren Zylinders ist, und teilt denselben in eine Anzahl gleicher Teile, numeriert die so erhaltenen Punkte und zieht durch dieselben zur Achse des kleineren Zylinders parallele Linien. Dasselbe macht man im Grundriß, in Fig. 23, und projiziert sodann die so erhaltenen Punkte *a*, *b*, *c*, *d* . . . . *j* in die Fig. 22. Verbindet man nun in

Fig. 22 die Punkte von *a*—*j* durch eine Kurve, so erhält man die Verschneidungskurve der beiden Zylinder.

Auf der geraden Linie *8*—*0* in Fig. 24 trägt man der Reihe nach die Länge der Teile des Zylinderumfanges von *0*—*8* auf. Die Linie *0*—*8* steht senkrecht auf der Achse des kleinen Zylinders, somit laufen die durch die einzelnen Punkte der Linie *0*—*8* gezogenen Linien parallel mit der Achse des Zylinders. Die Punkte *a*—*j* werden dann wie gewöhnlich projiziert.

Um den Ausschnitt im großen Zylinder zu bestimmen, wird wie folgt vorgegangen. Im Aufriß (Fig. 22) zieht man durch *e* eine zur Achse des großen Zylinders senkrecht stehende Linie *x y*, auf der die Punkte

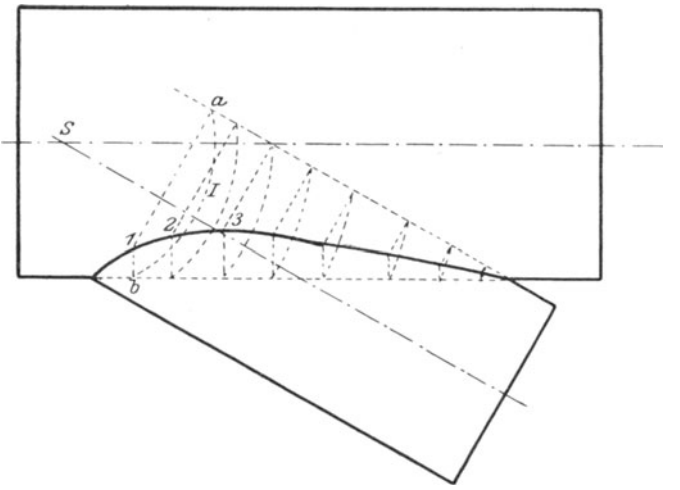


Fig. 26.

I, *II*, *III*, *IV* liegen. Auf einer geraden Linie *I*—*e* (Fig. 25) trägt man nun der Reihe nach von *I*—*II* die Strecke *a b* (Fig. 23), von *II*—*III* die von *b c*, von *III*—*IV* *c d* und von *IV*—*e* *d e* auf, errichtet in den so erhaltenen Punkten *I*—*e* Senkrechte und trägt auf denselben nach aufwärts die Strecken *Ia*, *IIb*, *IIIc*, *IVd* aus Fig. 22 auf. Nach abwärts dagegen trägt man die Strecken *Ij*, *IIh*, *IIIg*, *IVf* auf. Durch Verbinden der Punkte *a*—*j* erhält man dann die Begrenzung des Ausschnittes.

Die rechnerische Lösung ist in diesem Falle noch umständlicher, wie beim vorhergehenden und zeitraubend, so daß es nutzlos ist, dieselbe hier anzuführen. In diesem Falle führt die graphische Lösung leichter und schneller zum Ziel.

In Fig. 26 ist eine andere Art des Aufsuchens der Schnittlinie zwischen zwei Zylindern dargestellt. Es wurden, um einen Vergleich zu ermöglichen, dieselben Zylinder, wie sie Fig. 22 zeigt, gewählt. Im

Schnittpunkte S der beiden Zylinderachsen setzt man mit dem Zirkel ein und beschreibt konzentrische Kreise mit beliebigen Halbmessern und zwar so, daß sie die strichlierten Zylinderkanten schneiden, Kreis I in a und b. Von a und b aus fällt man auf die zugehörigen Zylinderachsen Senkrechte und im Schnittpunkte 1 dieser Linien erhält man einen Punkt der Schnittlinie. Dies, für eine Anzahl Kreise durchgeführt, ergibt eine Reihe von Punkten, durch welche die Schnittlinie leicht gelegt werden kann.

Fig. 27.

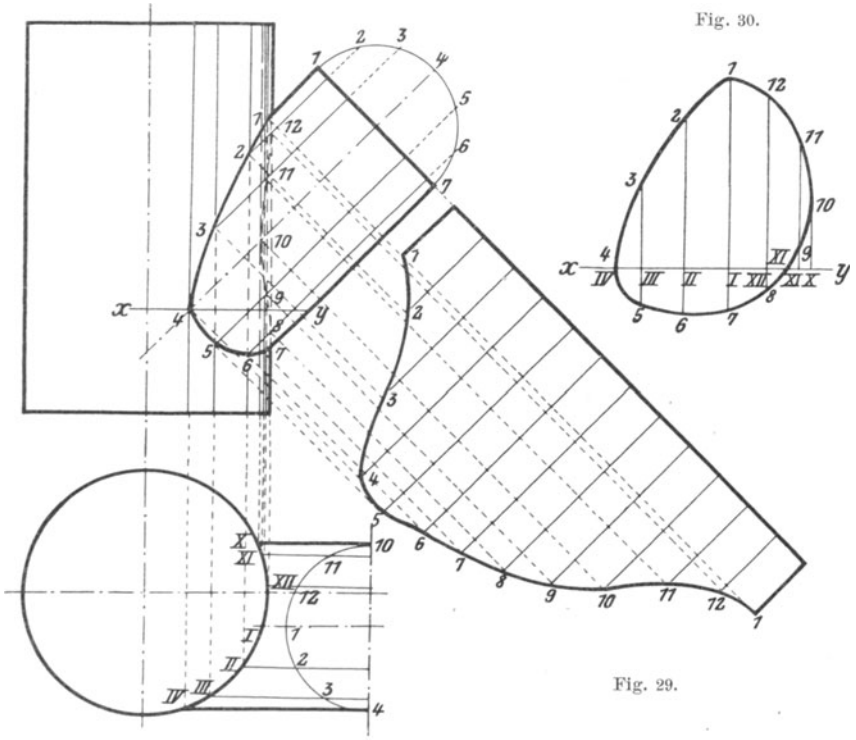


Fig. 28.

Fig. 30.

Fig. 29.

Dieses Verfahren kann nur bei Zylindern mit sich schneidenden Achsen Verwendung finden, niemals bei solchen mit sich kreuzenden Achsen, wie Fig. 27, 28.

Tritt nun der Fall ein, daß sich die beiden Zylinderachsen nicht schneiden, sondern nur kreuzen, so führt dasselbe Verfahren ebenso rasch und leicht zum Ziele, wie Fig. 22—25. Die Fig. 27—30 zeigen uns den Vorgang noch einmal. Es ist jedoch nicht nötig, diesen Vorgang nochmals zu beschreiben, da die Abbildungen alles klar und deutlich erkennen lassen.

Früher wurden schon Fälle besprochen, in denen sich Zylinder von gleichem Durchmesser geschnitten haben und zwar schnitten sich die Achse unter einem rechten bezw. spitzen Winkel. Dabei war jedoch immer vor-

Additional information of this book

(Die Blechabwicklungen;

978-3-662-24208-7; 978-3-662-24208-7_OSFO1) is provided:

http://Extras.Springer.com

ausgesetzt, daß die beiden Zylinderachsen in der Bildebene liegen, so daß also die Schnittlinie immer eine gerade Linie wurde. Im folgenden sei nun der Fall behandelt, indem sich die Achsen der beiden Zylinder unter einen spitzen Winkel schneiden, eine Achse in der Bildebene liegt, d. h. zu beiden Bildebenen parallel ist, während die Achse des zweiten Zylinders gegen jede Bildebene geneigt ist, so daß nirgends ihre wahre Größe ersichtlich ist.

Die Fig. 31 und 32 stellen eine solche Verbindung vor, bei der allerdings noch ein dritter Zylinder vorhanden ist, welcher mit dem ersten parallel läuft. Dies hat jedoch keine Schwierigkeit im Gefolge, es wiederholt sich hierbei derselbe Vorgang zweimal.

Den Punkt 0_2 als Mittelpunkt benützend, beschreibet man einen Kreis, dessen Durchmesser gleich dem des Zylinders ist und teilt diesen Kreis in eine Anzahl gleiche Teile und bezeichnet jeden mit einer Ziffer. Durch diese einzelnen Punkte zieht man nun Parallele zur Zylinderachse. Dasselbe macht man, indem man 0_1 und 0_3 als Kreismittelpunkt benutzt, dabei ist es notwendig immer die gleiche Anzahl Teile zu verwenden, jedoch nicht notwendig ist die gleiche Bezeichnung. Alle zu den Achsen der Zylinder parallele Linien schneiden sich in zwei geraden Linien $e\,f$ und $g\,h$. Hierauf projiziert man die Punkte i und k von Fig. 31 in die Fig. 32 und macht den Abstand $k\,n$ gleich $i\,k$. Verlängert man die Linie $e\,f$ und errichtet in einem Punkt eine Senkrechte darauf, benutzt dann 0_4 als Mittelpunkt für einen Kreis dessen Durchmesser gleich dem Zylinderdurchmesser ist, teilt diesen Kreis in dieselbe Anzahl Teile wie die drei anderen, zieht die entsprechenden Parallelen, wie dies Fig. 33 zeigt, und projiziert die Punkte i und n von Fig. 32 in die Fig. 33 und verbindet die so erhaltenen Punkte i_1 und n_1 durch eine gerade Linie, so erhält man eine Reihe Punkte, welche, in die Fig. 32 zurückprojiziert, die Verschneidungspunkte bezw. Verschneidungslinie ergeben.

Diese Punkte sind in Fig. 32 entsprechend hervorgehoben. Parallel zur Zylinderachse $k\,0_2$ zieht man eine Reihe von parallelen Linien, deren jeweiliger Abstand einem der oben erwähnten Kreisteile gleich ist, so daß man von *1—1* den Umfang des Zylinders abgewickelt hat. Alsdann werden die einzelnen Punkte — Verschneidungspunkte — von Fig. 32 in die Fig. 35 projiziert. Durch verbinden der so erhaltenen Punkte mittels einer Kurve erhält man eine Begrenzungslinie der Abwicklung. Auf den Linien *1*, *2*, *3—15*, *16*, *1* trägt man die Länge L auf und erhält so eine neue Reihe Punkte, welche, durch eine Kurve verbunden, die zweite Begrenzung der Abwicklung ergeben. Die fehlenden zwei Begrenzungslinien werden durch die beiden Geraden *1*, *1* dargestellt. Die Länge von L ermittelt man als Diagonale eines Prismas, dessen Seiten a, b und c sind, aus folgender Gleichung:

$$L = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}.$$

Um die Abwicklung Fig. 36 zu bekommen, hat man denselben Vorgang einzuhalten. Wichtig bei dieser Abwicklung ist die gleiche Bezeichnung der einzelnen Punkte in den zusammengehörigen Figuren, z. B. Fig. 32, Kreis 0_2 und Fig. 33.

Etwas einfacher gestaltet sich die ganze Arbeit, wenn man nachfolgende Methode befolgt. In Fig. 31 und 32 haben wir Grund- und Aufriß der sich schneidenden Zylinder gegeben. Fig. 37 gibt uns den fehlenden Kreuzriß und aus diesem läßt sich nun ein viertes Bild leicht ermitteln, aus dem wieder die Abwicklung nach bereits bekannten Vorbildern entwickelt werden kann.

Wie bereits gesagt, zeigt uns Fig. 37 den fehlenden Kreuzriß zu den Fig. 31 und 32. Aus diesem Kreuzriß läßt sich nun sehr einfach ein viertes Bild der sich schneidenden Zylinder entwerfen (Fig. 38). Betrachten wir diese Figur genauer, so finden wir alte Bekannte, die es uns leicht machen, die gesuchten Abwicklungen zu konstruieren. Der hierbei eingeschlagene Weg ist sehr leicht in der Figurengruppe zu verfolgen. Beim Vergleiche der hier gefundenen Abwicklung (Fig. 39) mit Fig. 35 findet man, daß beide identisch sind, ebenso die Fig. 40 und 36. Es läßt sich dies leicht mit Hilfe eines Stück Pauspapiers, auf welches man die beiden Abwicklungen Fig. 35 und 36 oder Fig. 39 und 40 kopiert, nachweisen.

Der in den Fig. 37—40 dargelegte Vorgang ist ungleich einfacher als derjenige der Fig. 31—36 und wird deshalb auch öfter angewendet.

In Fig. 41 sehen wir einen Zylinder *A*, von dem 2 andere Zylinder, *B* und C, abzweigen, wobei alle 3 denselben Durchmesser haben. Da die Achsen der 3 Zylinder in einer Ebene liegen, so gestaltet sich der ganze Vorgang des Abwickelns sehr einfach und ist derselbe für den Zylinder *B* durchgeführt. Fig. 42 zeigt die Abwicklung dieses Zylinders, während Fig. 43 diejenige des Zylinders *A* veranschaulicht. Während die Fig. 42 durch einfache Projektion abgeleitet ist, wurden die einzelnen Längen für die Fig. 43 aus Fig. 41 mit dem Meßzirkel entnommen. Die Abstände *12*, *23*, *34* .... *11 12*, *12 1* auf den geraden Begrenzungslinien der Abwicklungen (Fig. 42 und 43) stellen die Länge der einzelnen Kreisteile vor, so daß die bezügliche Strecke *1—1* die Länge des Zylinderumfanges darstellt.

Wie die Fig 42 und 43 zeigen, sind beide Abwicklungen nicht gleich; dies würde dann der Fall sein, wenn

$$\alpha = \beta = 360 - (\alpha + \beta)$$

wäre, d. h. $\alpha = \beta = 120^0$. Ist, wie in dem gezeichneten Falle, $\beta = \frac{360 - \alpha}{2} = 180 - \frac{\alpha}{2}$, so sind die Abwicklungen für die Zylinder *B* und *C* gleich, während diejenige des dritten Zylinders anders ist. Ist α nicht gleich β und β nicht gleich $180 - \frac{\alpha}{2}$, also jeder der 3 Winkel verschieden groß.

Additional information of this book

(Die Blechabwicklungen;

978-3-662-24208-7; 978-3-662-24208-7_OSFO2) is provided:

http://Extras.Springer.com

so sind auch alle Abwicklungen verschieden und müssen einzeln durchgeführt werden.

Die Figurengruppe 31—36 gibt uns die Abwicklungsmethode unter der Voraussetzung, daß zwei Zylinder zur Grund- und Aufrißebene parallel sind und zwar so, daß der schrägverlaufende Zylinder die Verbindung von zwei parallelen Zylindern darstellt. Fig. 44—45 stellt uns nun vor eine ähnliche Aufgabe, wobei es sich nicht um die Verbindung von zwei

Fig. 41.

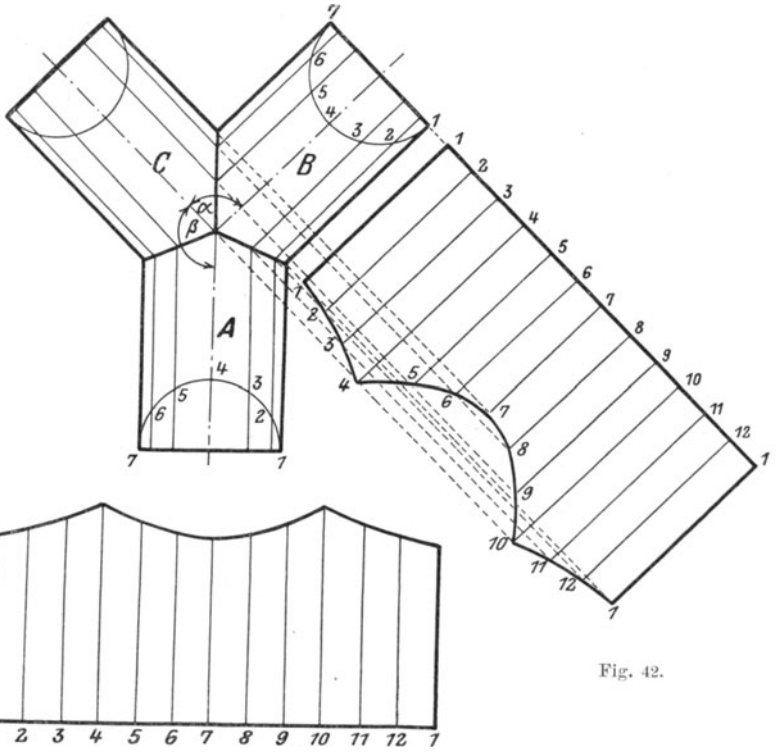
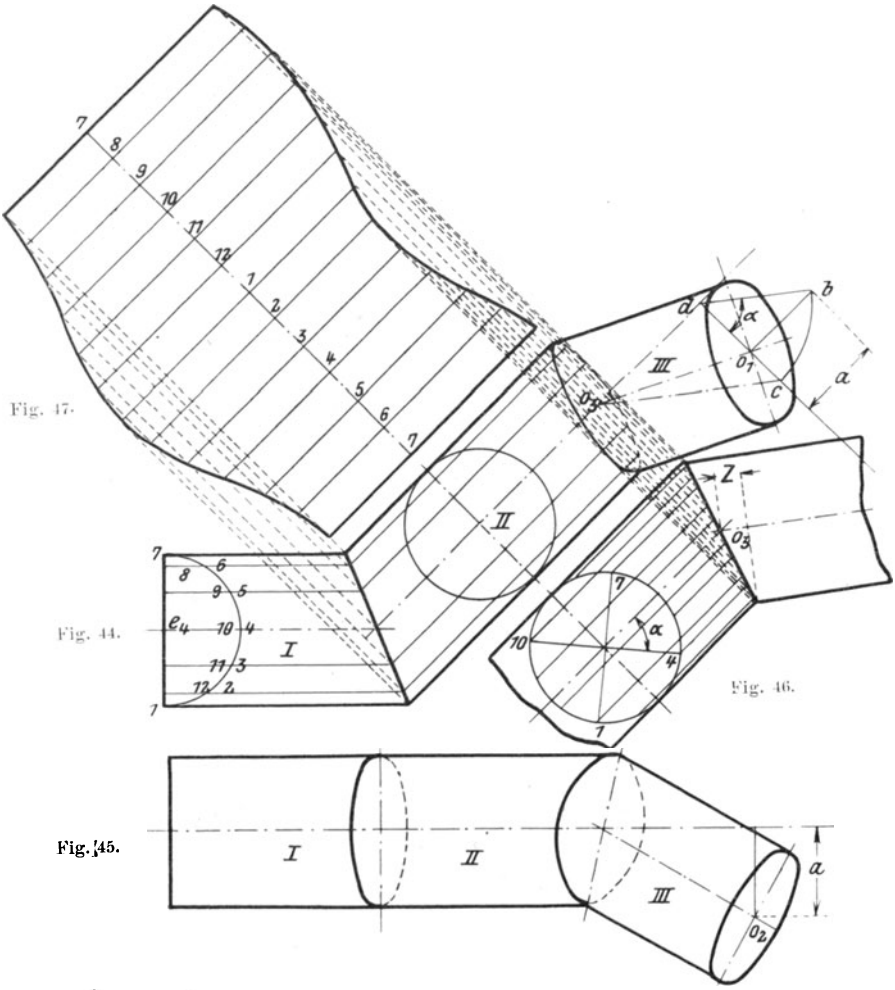


Fig. 42.

Fig. 43.

parallelen Zylindern handelt, sondern ein horizontaler Zylinder soll mit einem dritten zu keiner Bildebene parallel verlaufenden Zylinder verbunden werden. Die Fig. 44—45 zeigen die geforderte Zylinderanordnung. Zunächst müssen wir uns das Hilfsbild (Fig. 46) konstruieren, um einesteils die Begrenzungslinie der Abwicklung des Zylinders *II*, andererseits die wirkliche Länge des Zylinders *III* zu erhalten, welch beide aus den gegebenen Bildern entweder gar nicht oder nur ungenau abgenommen werden können. Wir müssen uns zuerst die richtige Lage der Zylinder *II* und *III* zueinander suchen. Vom Punkte 0_1 fällen wir eine senkrechte Linie auf die Achse des Zylinders *II* (Fig. 44), diese schneidet in *d*. Auf diese

Gerade $O_1 d$ errichten wir in O_1 abermals eine Senkrechte, also eine Parallele zur Achse des Zylinders *II*. Ähnlich machen wir es in Fig. 45



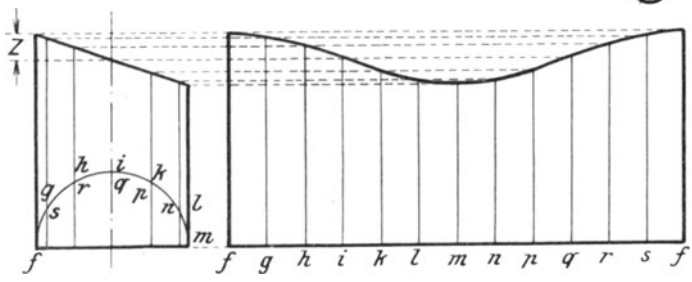


Fig. 48a. Fig. 48.

und entnehmen von hier die Länge a und tragen dieselbe in Fig. 44 von 0_1—b auf. Setzen wir nun in d ein und schlagen einen Kreis durch b, bis dieser die Linie $d\,0_1$ in c schneidet, und verbinden c mit 0_3, so erhalten wir die wirkliche Lage der Achsen der Zylinder *II* und *III* zueinander und außerdem in $0_3\,c$ die wirkliche Länge der Zylinderachse *III*. Um das Bild nicht undeutlich zu machen, projiziert man sich am besten die beiden so erhaltenen Achsen weiter hinaus, wie in Fig. 46. Hierauf zeichnet man die beiden Zylinder entsprechend ein.

Den Hilfshalbkreis in Fig. 44 mit dem Mittelpunkt e_4 haben wir in 6 gleiche Teile geteilt. Entsprechend teilen wir den Hilfskreis in Fig. 46 in 12 gleiche Teile. Um nun die so bezeichneten Teile der Kreise e_4 und Fig. 46 in Einklang zu bringen, hat man vorerst in Fig. 46 eine Drehung der Hauptachsen um den Winkel α vorzunehmen und danach die Teile aufzutragen und zu numerieren. Dabei ist jedoch zu beachten, daß man die Drehung und Numerierung richtig ausgeführt. Wie dies auszuführen ist, hängt von den jeweiligen Verhältnissen ab und läßt sich durch eine kurze Überlegung immer leicht und sicher bestimmen. Man muß sich nur festlegen, wie die Achse des Zylinders *III* gedreht wurde, entsprechend ist die Drehung in Fig. 46 durchzuführen. Blickt man in der Richtung der Achse des Zylinders *III* vom Punkte 0_3 aus, so ist in unserem Falle die Drehung im Sinne des Uhrzeigers erfolgt, folglich erfolgt die Drehung in Fig. 46 ebenfalls im Sinne des Uhrzeigers, wobei man jedoch die gleiche Blickrichtung beibehalten muß.

Hat man dies durchgeführt und die Teilung des Hilfskreises vorgenommen, so zieht man die entsprechenden parallelen Linien und projiziert die einzelnen Größen in die Fig. 47 und 48, wobei auf den Linien *7*—*7* und *f*—*f* die gleiche Zahl Teile wie im Hilfskreis aufträgt, also den Umfang derselben. Die Fig. 47 gibt uns die Abwicklung des Zylinders *II*, Fig. 48 diejenige des Zylinders *III*. Die Abwicklung des Zylinders *I* läßt sich leicht durch einfaches Projizieren, wie solches bereits beschrieben ist, finden.

Es tritt nun des Öfteren auch der Fall ein, daß bei Rohrabzweigungen der rechte Winkel vermieden werden soll, die beiden Rohre jedoch unter einem rechten Winkel aufeinander stoßen müssen. Hier ist man somit gezwungen, ein sogen. Zwickelblech einzusetzen, wie uns dies in Fig. 49 und 50 veranschaulicht wird. Hier handelt es sich um zwei Zylinder, die gleich große Durchmesser haben.

Um dieses Zwickelblech abzuwickeln, geht man folgendermaßen vor. Man teilt den Hilfshalbkreis der Fig. 49 in eine Anzahl gleicher Teile, hier in acht, und zieht die entsprechenden Parallelen. Diese treffen die Schnittlinie zwischen Zwickel und Zylinder in *A*, *B*—*E*. Ebenso werden im Zwickel Parallele als Fortsetzung der Zylindergeraden von *A*—*E* ausgezogen und im zweiten Zylinder entsprechend. Die Mittellinie des Zwickels sei in *a*—*e* gegeben. Wir zeichnen nun den Schnitt durch

diese Mittellinie, wie er uns oben seitwärts von Fig. 49 gegeben ist. Wie dies zu machen ist, ergibt sich aus den beiden Fig. 49 und 50 sehr leicht.

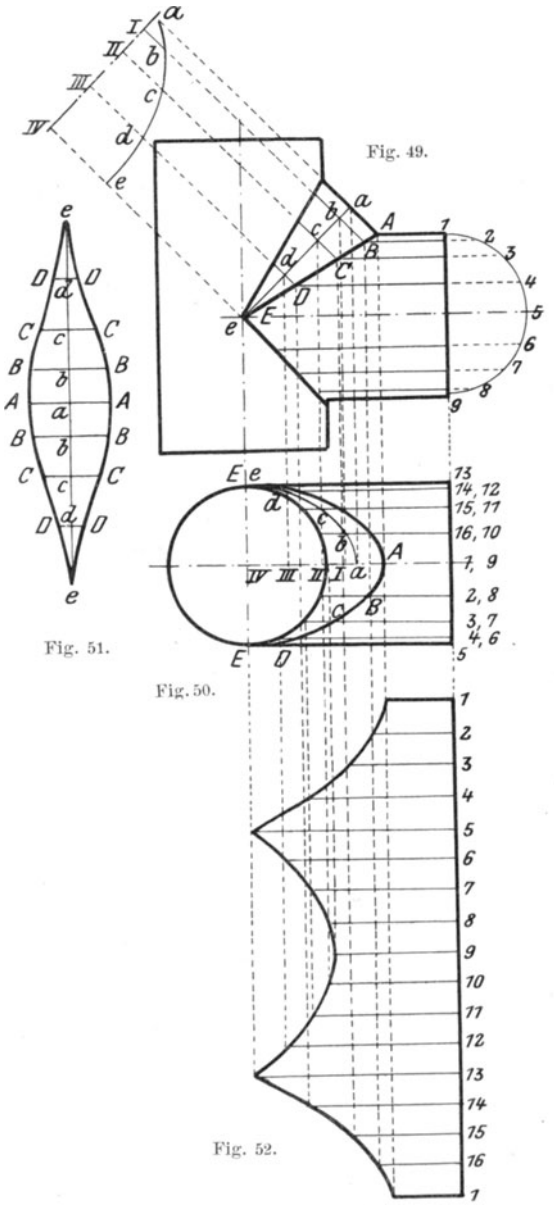


Fig. 49.

Fig. 51.

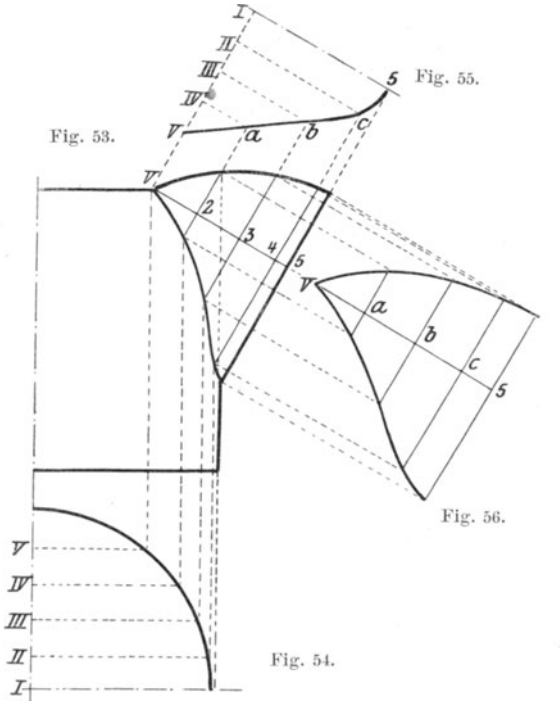
Fig. 50.

Fig. 52.

Die Größen $I\,b$, $II\,c$, $III\,d$ und $IV\,e$ der oberen Nebenfigur entsprechen denjenigen der Fig. 50, d. h. diese Größen sind in beiden gleich groß. Fig. 51 zeigt die Abwicklung des Zwickelbleches. Auf einer Linie $e\,e$ werden von e ausgehend die einzelnen Längen $e\,d$, $d\,c$, $c\,b$, $b\,a$, $a\,b$ . . . . $d\,e$ aufgetragen, dieselben werden aus der oberen Nebenfigur entnommen, in diesen so erhaltenen Punkten Senkrechte errichtet und darauf die Größen $a\,A$, $b\,B$ . . . . $e\,E$ aus Fig. 49 aufgetragen. Durch Verbinden der so gefundenen Punkte erhält man die Abwicklung. Fig. 52 zeigt die Abwicklung des Zylinders, die auf bekannte Weise ermittelt wurde.

Nebenstehende Abwicklung zeigt in Fig. 53 einen Zylinder mit angesetztem Ausgußblech, dessen Querschnitt in Fig. 55 gegeben ist. Der Vorgang beim Abwickeln ist leicht aus den Figuren erkenntlich und so einfach, daß er nicht mehr beschrieben werden braucht. Fig. 54 dient zur Ermittlung der Zylinderabwicklung. Fig. 56 zeigt die Hälfte der Abwicklung des Ausgußbleches.

Da es oft notwendig erscheint, eine Rohrleitung aus ihrer Richtung abzulenken, so ist man gezwungen, Krümmer einzubauen. Diese Krümmer baut man nahezu immer so, daß sich dieselben möglichst der Kreisform in ihrem Achsenzuge nähern. Bei Gasleitungen weniger, dagegen mehr bei Druckwasserleitungen. Gegeben für einen solchen Krümmer ist meistens der Achsenwinkel α oder β (Fig. 57). Trägt man auf beiden Winkelschenkeln die Länge T auf und errichtet auf deren Endpunkten Senkrechte, so schneiden sich dieselben in einem Punkte, welcher der Mittelpunkt eines Kreises ist, der die beiden Achsen tangiert. Da nun ein Krümmer, der diesen Kreis zur Achse hat, nur schwer herzustellen ist, so setzt man denselben aus kurzen Zylindern zusammen, deren Achsen Tangenten an dem Kreise sind (Fig. 57). Die Bestimmung dieser kurzen Zylinder, Schüsse, erfolgt am besten in der Weise, daß der Anfangs- und Endschuß je die Hälfte eines Mittelschusses sind, somit ergibt sich von selbst, daß der Kreisbogen AB und mit ihm der Winkel α in eine Anzahl gleicher Teile geteilt wird, die durch 2 teilbar ist.



Der graphische Vorgang des Abwickelns ergibt sich sehr einfach und ist bereits bekannt. Fig. 58 und 59 stellen die Abwicklungen je eines End- bezw. Anfangsstückes und eines Mittelstückes dar.

Falls der Krümmer keinerlei Knicke aufweist, so ist er als Umdrehungsfläche anzusehen und dessen Abwicklung findet sich Seite 64.

Da bei großem Durchmesser der Leitung der Radius R des Krümmungskreises oft sehr groß angenommen werden muß, andernfalls bei kleinem Winkel α der Radius R ebenfalls sehr groß wird, so ist man in diesen Fällen auf die Rechnung angewiesen, da eine zeichnerische Lösung entweder gar nicht möglich ist oder sich nur sehr ungenau bestimmen läßt. Gegeben ist fast immer nur α und T wird entsprechend groß angenommen. Daraus ergibt sich nun der Radius R mit

$$R = T \cdot \operatorname{cotg} \frac{\alpha}{2} \cdot$$

Nun nimmt man die Anzahl der Schüsse mit n an und teilt dann den Winkel α durch $2n - 2$, so erhalten wir den Teilwinkel γ mit

$$\gamma = \frac{\alpha}{2n - 2} \cdot$$

Hieraus erhalten wir sofort die Länge des Anfangsschusses:

$$t = R \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2n - 2},$$

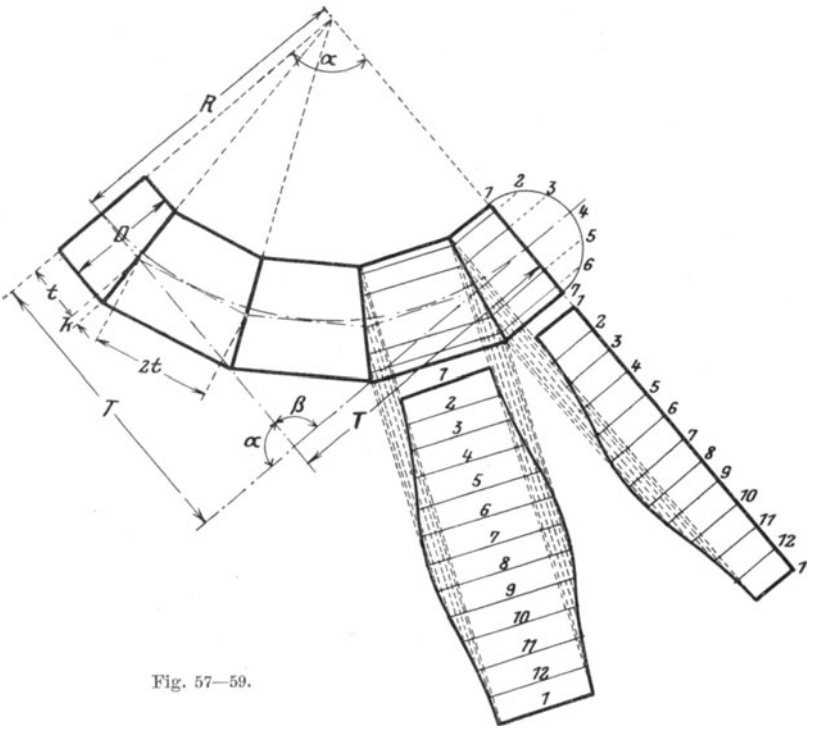


Fig. 57—59.

während die Länge eines Mittelschusses gleich $2t$ wird. Die Verlängerung bezw. Verkürzung k erhält man aus

$$k = \frac{D}{2} \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2n - 2} \cdot$$

Hat man diese Größen berechnet, so kann man die einzelnen Schüsse vollständig genau aufzeichnen und abwickeln.

Es kann nun aber der Fall eintreten, daß der Winkel α nicht gegeben ist, sondern nur der Grund- und Aufriß der beiden Achsen, wie Fig. 60 und 61

Es sind dann aber die nötigen Bestimmungskoten a, a_1, b, b_1 usw. gegeben, aus denen man den Winkel, den die beiden Achsen einschließen,

bestimmen kann. Die zeichnerische Lösung wird in diesem Falle noch ungenauer und ist daher noch weniger zu gebrauchen, es bleibt uns als einziges genaues Hilfsmittel nur die rechnerische Lösung übrig. Um diese nun leicht und sicher durchzuführen, entwirft man sich am besten ein perspektivisches Bild, wobei man den Knickpunkt der Leitung *0* als Mittelpunkt eines räumlichen Koordinatensystems auffaßt. Dies ist in Fig. 62 gezeigt. Die beiden Geraden seien mit *I* und *II* bezeichnet.

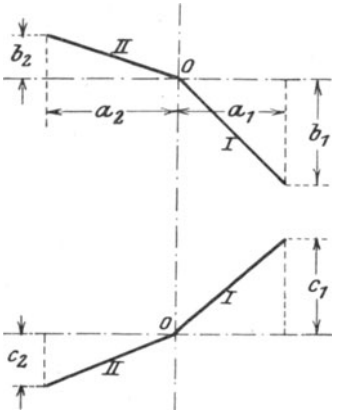


Fig. 60 und 61.

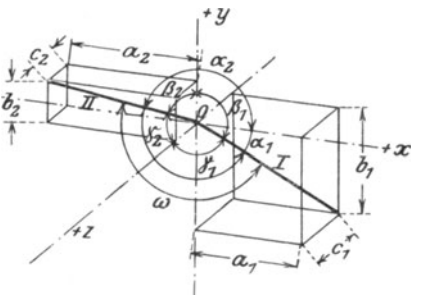


Fig. 62.

Zuerst handelt es sich um die Bestimmung der Hilfswinkel α_1, β_1, γ_1 und α_2, β_2, γ_2, es sind dies Winkel, die die Achsen *I* und *II* mit den + Richtungen von x, y und z einschließen.

Es ergeben sich:

$$\cos \alpha_1 = \frac{a_1}{L_I}, \qquad \cos (180 - \alpha_2) = \frac{a_2}{L_{II}},$$

$$\cos (180 - \beta_1) = \frac{b_1}{L_I}, \qquad \cos \beta_2 = \frac{b_2}{L_{II}},$$

$$\cos (180 - \gamma_1) = \frac{c_1}{L_I}, \qquad \cos \gamma_2 = \frac{c_2}{L_{II}}.$$

Hierin sind L_I und L_{II} die wirklichen Längen der beiden Achsen *I* und *II*, welche sich aus folgenden Gleichungen ergeben:

$$L_I = \sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2}, \qquad L_{II} = \sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2}.$$

Der Winkel ω, den die beiden Achsen tatsächlich einschließen, berechnet sich aus

$$\cos \omega = \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 + \cos \beta_1 \cos \beta_2 + \cos \gamma_1 \cos \gamma_2.$$

Hat man nun ω, L_I und L_{II} gefunden, so ist man sehr leicht in der Lage, den erforderlichen Krümmer aufzuzeichnen und die übrigen Größen wie vorhergehend zu bestimmen, wobei $\alpha = 180 - \omega$ wird. Die Größen L_I und L_{II} werden sich sehr selten, fast nie, als gleich groß

ergeben, man nimmt dann die kürzere Länge als T an und läßt auf der längeren Seite den letzten Schuß etwas länger, und zwar um die Länge $L_I—L_{II}$ bezw. $L_{II}—_I$.

Wenn man diese Rechnung durchführt, darf man jedoch nicht sofort in die oben gegebenen Gleichungen für $\cos \alpha_1 \ldots . \cos \gamma_2$ die Bestimmungskoten einsetzen, sondern man muß vielmehr das perspektivische Bild entwerfen und an Hand desselben diese Gleichungen für jeden Fall richtig stellen, da sich dieselben entsprechend ändern, wenn die eine oder die andere der beiden Achsen in einen anderen Raum kommen.

Es ist nun klar, daß der oberste Punkt des Krümmers, wenn er im Raume fertig montiert liegt, in einer Ebene sich befindet, die lotrecht zur Grundrißebene steht und durch die Achse *II* geht. Wenn wir den Krümmer, nach Bestimmung von ω, in einer Ebene zeichnen, so ist dieser oberste Punkt verdreht, und zwar um denselben Winkel, den die durch beide Achsen gelegte Ebene, mit der vorhin besprochenen lotrechten Ebene einschließt.

Um den Winkel λ, den diese beiden Ebenen einschließen, zu finden, müssen wir die Gleichungen der beiden Ebenen aufstellen. Die Gleichung einer Ebene, die durch zwei durch ihre Winkel α_1, β_1, γ_1 und α_2, β_2, γ_2 gegebenen Graden geht, lautet:

$$(x - x_1)(\cos\beta_1 \cos\gamma_2 - \cos\beta_2 \cos\gamma_1) + (y - y_1)(\cos\gamma_1 \cos\alpha_2 - \cos\gamma_2 \cos\alpha_1) + \\ + (z - z_1)(\cos\alpha_1 \cos\beta_2 - \cos\alpha_2 \cos\beta_1) = 0,$$

wobei x_1, y_1, z_1 die Koordinaten des Knickpunktes bedeuten, in unserem Falle $= 0$, so daß die Gleichung der Krümmerebene lautet:

$$x(\cos\beta_1 \cos\gamma_2 - \cos\beta_2 \cos\gamma_1) + y(\cos\gamma_1 \cos\alpha_2 - \cos\gamma_2 \cos\alpha_1) + \\ + z(\cos\alpha_1 \cos\beta_2 - \cos\alpha_2 \cos\beta_1) = 0$$

oder kurz geschrieben

$$A_1 x + B_1 y + C_1 z = 0.$$

Die Gleichung, welche durch die Achse *II* geht und lotrecht zur Grundrißebene steht, lautet:

$$x \cos\gamma_2 - z \cos\alpha_2 = 0$$

oder

$$A_2 x - C_2 z = 0.$$

Der Winkel λ, den beide Ebenen einschließen, ergibt sich aus:

$$\cos\lambda = \frac{A_1 A_2 - C_1 C_2}{\sqrt{(A_1^2 + B_1^2 + C_1^2) \cdot (A_2^2 + C_2^2)}}.$$

Fällt die lotrechte Ebene, die durch *II* geht, mit der Aufrißebene zusammen, so lautet die Formel für $\cos\lambda$:

$$\cos\lambda = \frac{C_1}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2}}.$$

Allgemein lautet die Formel für $\cos \lambda$:

$$\cos \lambda = \frac{A_1 A_2 + B_1 B_2 + C_1 C_2}{\sqrt{(A_1^2 + B_1^2 + C_1^2) \cdot (A_2^2 + B_2^2 + C_2^2)}}.$$

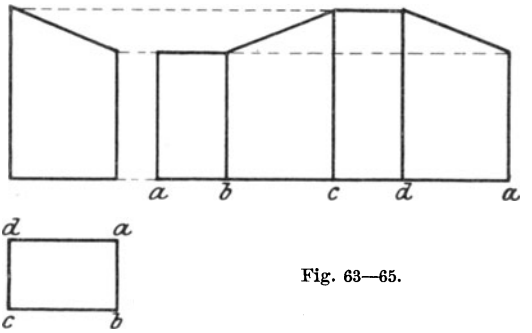
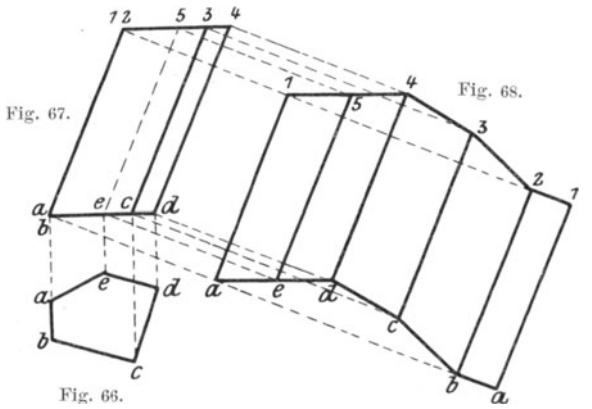


Fig. 63—65.

Setzt man die Werte aus obigen Formeln ein, so ergibt sich die zuerst angeführte Formel, da $B_2 = 0$, $C_2 = -C_2$ wird.

Hiermit seien die Zylinder abgeschlossen und es werden jetzt die Abwicklungen von prismatischen Körpern behandelt. Da die Prismen mit den Zylindern verwandt sind, so bleibt der Vorgang beim Abwickeln so ziemlich derselbe. Die Abwicklung eines geraden senkrechten Prismas ist ein Rechteck, dessen Länge gleich dem Umfang der Grundfläche und



dessen Breite gleich der Höhe des Prismas ist, also genau wie beim Zylinder. Fig. 65 zeigt die Abwicklung eines Prismas, dessen Grundriß in Fig. 64 und sein Aufriß in Fig. 63 dargestellt ist. Wie Fig. 63 veranschaulicht, ist das Prisma schräg abgeschnitten. Hat man ein schräges Prisma abzuwickeln, so ist der hierbei zu beobachtende Vorgang folgender: Es sei ein schiefes fünfseitiges Prisma, dessen Grundriß Fig. 66 und dessen Aufriß Fig. 67 darstellt. Auf die schrägen Seiten des Prismas, also *a 1*, *b 2*, *c 3*,

e 4, *d 5*, zieht man in den Endpunkten senkrechte Linien. Hierauf nimmt man eine Linie an, die parallel zu den Seiten *a 1*—*d 5* läuft. Diese schneidet die Senkrechten in *a* und *1*. Nun nimmt man im Grundriß (Fig. 66) die Strecke *a b* in den Zirkel und schneidet von *a* (Fig. 68) aus auf der Senkrechten, die durch *b* in Fig. 67 geht, ab und erhält so den Punkt *b*. Durch *b* (Fig. 68) zieht man eine Parallele, welche in 2 schneidet. Dies führt man so weiter

Fig. 70.

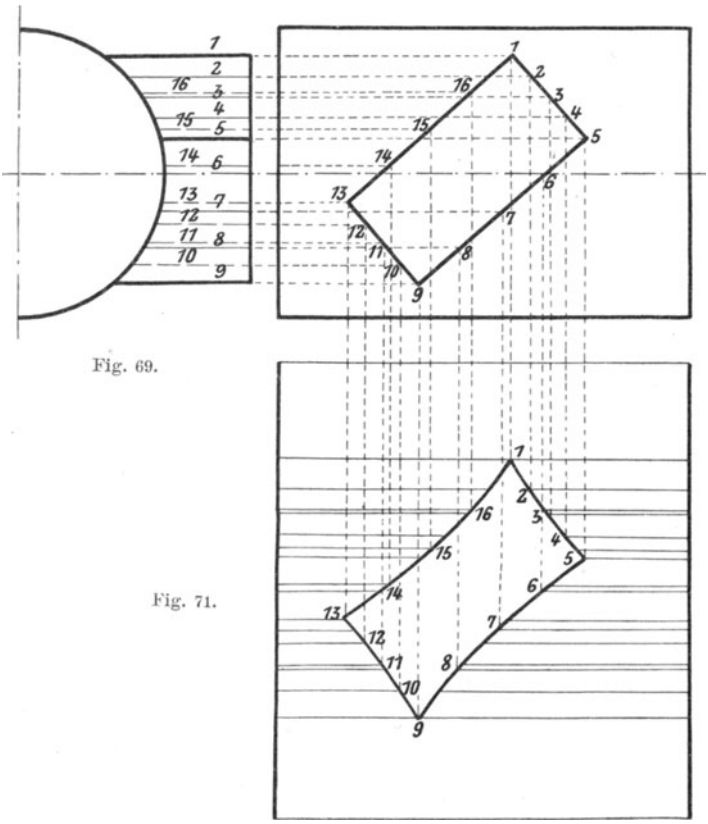


Fig. 69.

Fig. 71.

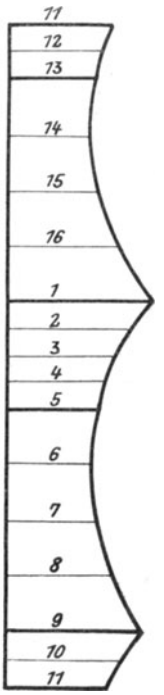


Fig. 72.

durch, bis man wieder bei *a* bezw. *1* angekommen ist, und erhält so die Abwicklung des schrägen Prismas.

Die Fig. 69 und 70 stellen einen Zylinder mit anschließendem Prisma vor. Der Abwicklungsgang ist derselbe wie bei einem Zylinder mit Zylinderanschluß, nur mit dem Unterschiede, daß beim Zylinderanschluß der ganze Umfang des Anschlußzylinders in eine Anzahl gleicher Teile geteilt wird, während hier jede Seite des Anschlußprismas in je eine Anzahl gleicher Teile geteilt wird. Fig. 72 gibt uns die fertige Abwicklung des Anschlußprismas, während Fig. 71 die Abwicklung des Ausschnittes im Hauptzylinder darstellt.

Fig. 73 zeigt einen Zylinder mit einem prismatischen Anschluß, dessen Ecken abgerundet sind und der überdies noch geknickt erscheint. Die Fig. 74 und 75 zeigen die nötigen Abwicklungen, und ist der hierbei beobachtete Vorgang aus den Abbildungen leicht zu entnehmen.

Fig. 74.

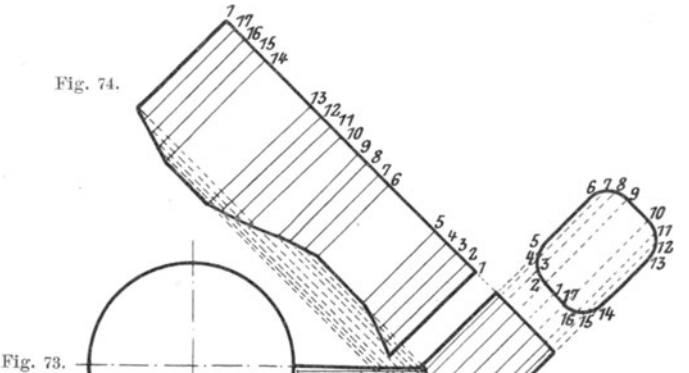


Fig. 73.

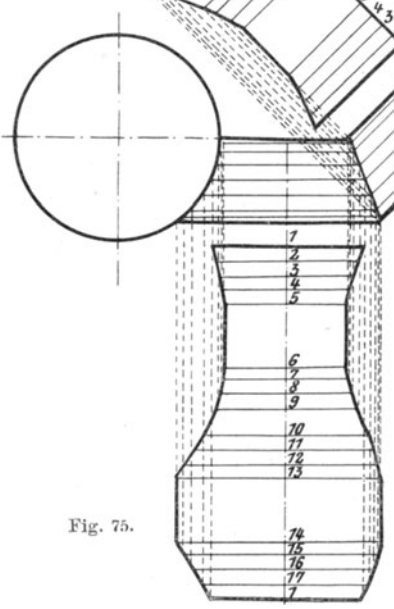


Fig. 75.

Aus den bis jetzt gegebenen Bildern für Abwicklungen von Prismen ist zu entnehmen, daß der Abwicklungsvorgang immer gleich dem entsprechenden Vorgange beim Abwickeln von nur zylindrischen Körperformen ist. Es ist daher unnötig, weiter darauf einzugehen und sei hiermit das Kapitel über Zylinder und Prismen abgeschlossen.

II. Konische Körperformen.

Während die Zylinder und Prismen verhältnismäßig einfach abzuwickeln waren, gestalten sich die Abwicklungen der konischen Körper ungleich schwieriger. Allerdings sind die Abwicklungen der einfachen Grundformen, ebenso einfach als leicht herzustellen, während verschiedene Körperformen gans neue Abwicklungsmethoden erheischen. Die Abwicklungen selbst sind ganz verschiedengestaltig und weichen in der Form vollständig von den bereits bekannten Abwicklungen ab.

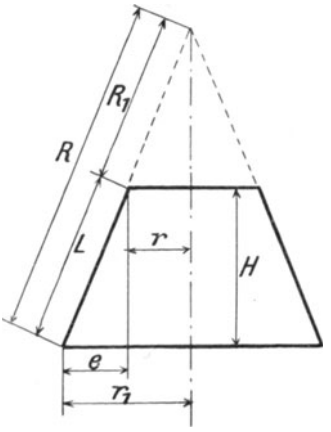


Fig. 76.

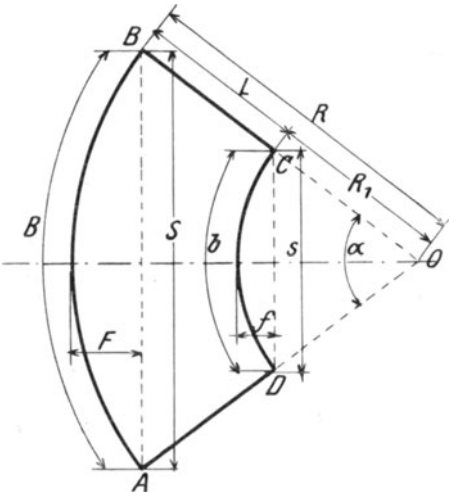


Fig. 77.

Der einfachste konische Körper ist ein Kreiskegel bezw. Kegelstumpf, wie Fig. 76 einen solchen zeigt.

Da die Abwicklung eines Kegelstumpfes die zweimalige Kegelabwicklung ist, so sei mit derselben begonnen.

Die Abwicklung eines geraden Kreiskegels ist immer ein Kreisausschnitt (Fig. 77), dessen Radius R gleich ist der Länge der kegelerzeugenden R in Fig. 76, und dessen Bogenlänge B gleich ist dem Umfange $2\,r_1\,\pi$ der Grundfläche des Kegels. Beim Kegelstumpf ist es dasselbe, nur für zwei Kegel, dem Hauptkegel, weniger dem abgeschnittenen Kegel. Um die Abwicklung des Kegelstumpfes (Fig. 76) zu finden, muß

man zuerst den Radius R bestimmen, mit demselben einen Kreisbogen schlagen (Fig. 77) und darauf den Umfang des großen Grundkreises, d. i. $2r_1\pi$, auftragen. Hiernach nimmt man R_1 in den Zirkel und macht einen zum erstgezeichneten Kreis konzentrischen Kreis. Verbindet man die Punkte A, B mit dem Mittelpunkte 0, so erhält man durch die Schnitte mit dem Kreise R_1 die Punkte C, D, und mit ihnen ist die Abwicklung gegeben. Die Bogenlänge $C\,D$ ist gleich der Länge des Umfanges des kleineren Kreises, $d\,.\,i\,.\,2r\,.\,\pi$.

Da es oft unmöglich ist, die Länge R zeichnerisch zu bestimmen, oder da die zeichnerische Bestimmung von R zu ungenau wird und damit ebenso die Abwicklung, so ist man genötigt, die notwendigen Größen rechnerisch zu ermitteln. Zunächst wird die Länge L bestimmt:

$$L = \sqrt{e^2 + H^2}.$$

R läßt sich nun aus folgender Proportion ermitteln:

$$L : R = e : r_1,$$

$$R = \frac{L\,.\,r_1}{e}.$$

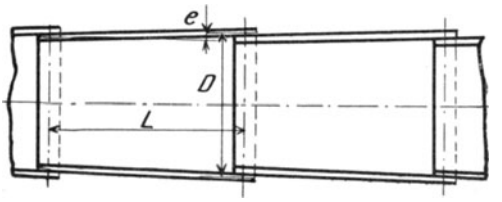


Fig. 78.

Aus R und dem Umfange des großen Kreises B läßt sich nun der Zentriwinkel α in Fig. 77 festlegen:

$$\alpha = \frac{B}{\frac{2\,R\,\pi}{360}} = \frac{180\,B}{R\,\pi} = \frac{180\,.\,2r_1\,\pi}{R\,\pi},$$

$$\alpha = \frac{360\,r_1}{R},$$

oder Bogen $\alpha = \text{arc}\,\alpha = \frac{2\,r_1\,\pi}{R}$, wobei man den arc α rechnet und den zugehörigen Winkel aus Tabellen aufschlägt.

Es ergibt sich dann:

$$S = 2\,R \sin\frac{\alpha}{2},$$

$$s = 2\,R_1 \sin\frac{\alpha}{2},$$

$$F = R - R\cos\frac{\alpha}{2} = R\left(1 - \cos\frac{\alpha}{2}\right) = R \sin\text{vers}\,\frac{\alpha}{2},$$

$$f = R_1 - R_1\cos\frac{\alpha}{2} = R_1\left(1 - \cos\frac{\alpha}{2}\right) = R_1 \sin\text{vers}\,\frac{\alpha}{2}.$$

$$S : s = R : R_1,$$

$$F : f = R : R_1, \quad F : f = B : b.$$

In jedem Ingenieurkalender, z. B. „Hütte“, „Uhland“, finden sich hierzu eigene Tabellen, welche in einer Spalte den Winkel α enthalten und die zugehörigen Werte für $2 \sin \frac{\alpha}{2}$ in der Spalte Sehnenlänge zu finden sind, $\left(1 - \cos \frac{\alpha}{2}\right) = \text{sin vers} \frac{\alpha}{2}$ findet sich unter Bogenhöhe und arc α unter Bogenlänge.

Ist die Konizität $2e$ sehr klein, wie z. B. bei konischen Blechschüssen, wie solche Fig. 78 zeigt, so wird der Radius R sehr groß, die Länge L unterscheidet sich fast gar nicht von H, ebenso wird F sehr klein. Für diesen Fall sei in nachstehendem eine Formel für F abgeleitet:

$$B : b = R : (B - L),$$
$$b\,R = B\,.\,R - B\,L,$$
$$R\,(B - b) = B\,L,$$
$$R = \frac{B\,L}{B - b},$$
$$F = R\left(1 - \cos \frac{\alpha}{2}\right) = R\,(1 - \cos \beta),$$

wobei
$$\beta = \frac{\alpha}{2}.$$

Wir entwickeln nun den Wert $\cos \beta$ aus folgender Reihe:

$$\cos \beta = 1 - \frac{\beta^2}{1\,.\,2} + \frac{\beta^4}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,4} - \frac{\beta^6}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,4\,.\,5\,.\,6} + \ldots.$$

In dieser Reihe ist für β der Wert $\frac{B}{2R}$ zu setzen:

$$\cos \beta = 1 - \frac{\frac{B^2}{4R^2}}{2} + \frac{\frac{B^4}{16R^4}}{24} - \frac{\frac{B^6}{64R^6}}{720} + \ldots.$$

$$\cos \beta = 1 - \frac{B^2}{8R^2} + \frac{B^4}{384R^2} - \frac{B^6}{46080R^6} + \ldots.$$

Da nun der Wert R im Verhältnis zu B immer sehr groß ist und infolgedessen sein Quadrat, seine vierte bezw. sechste Potenz noch viel größer werden, so macht man keinen großen Fehler, wenn man in der Reihe für den $\cos \beta$ alle Werte vom zweiten Glied abwärts vernachlässigt, so daß man hat:

$$\cos \beta = 1 - \frac{B^2}{8R^2}.$$

Dies in die Gleichung für F eingesetzt, ergibt:

$$F = R\left(1 - 1 + \frac{B^2}{2R^2}\right),$$
$$F = \frac{B^2}{8R^2},$$

und R den Wert $\frac{B\,L}{B-b}$ eingesetzt, ergibt:

$$F = \frac{B^2}{8 \cdot \frac{B\,L}{B-b}} = \frac{B^2 \,.\, (B-b)}{8\,B\,L} = \frac{B\,.\,(B-b)}{8\,L}.$$

Für B und b die entsprechenden Werte eingesetzt:

$$B = 2\,r_1\,\pi = D\,\pi$$
$$b = (2\,r_1 - 2\,e)\,\pi = (D - 2\,e)\,\pi,$$

daher

$$F = \frac{D\,\pi\,.\,[D\,\pi - (D-2\,e)\,\pi]}{8\,L} = \frac{D\,\pi\,.\,[D\,\pi - D\,\pi + 2\,e\,\pi]}{8\,L},$$

$$F = \frac{D\,\pi\,.\,2\,e\,\pi}{8\,L} = \frac{D\,\pi^2\,.\,e}{4\,L}$$

und da nun $\frac{\pi^2}{4}$ ungefähr gleich $\frac{5}{2}$ ist:

$$F = \frac{5}{2} \cdot \frac{D\,.\,e}{L}.$$

Diese Formel gilt nur dann, wenn der ganze konische Schuß aus einem Blech hergestellt ist. Besteht er nun aus zwei Blechen im Umfange, so ergibt sich F mit

$$F_1 = \frac{5}{8} \cdot \frac{D\,.\,e}{L}.$$

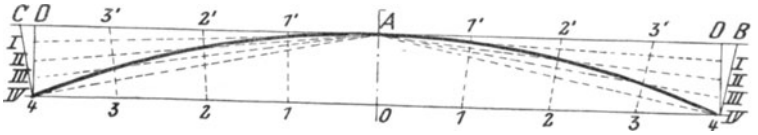


Fig. 79.

Wird R sehr groß, so ist selten ein so großer Stangenzirkel vorhanden und wenn, so ist mit einem solchen Ungetüm schwer zu operieren.

Manchmal ist aber auch der Radius R nicht gegeben, sondern nur die Sehnenlänge und die Höhe des Bogens. Nachstehend seien nun drei Methoden angegeben, um ohne Zirkel die Kreisbogen richtig zu zeichnen. Man ziehe eine gerade Linie *4—0—4* (Fig. 79) und errichte darauf im Punkte *0* eine Senkrechte und trage die Bogenhöhe auf *0—A*. Nun zieht man durch *A* zur Linie *4—0—4* eine Parallele. Von *0* aus trägt man nach beiden Seiten je die Hälfte der Sehnenlänge auf und teilt jede Hälfte in eine Anzahl gleicher Teile. In *4* und *4* errichtet man auf die Linie *4—0—4* Senkrechte und teilt die Strecke *D—4* in dieselbe Anzahl Teile. Nun verbindet man die Punkte *I, II, III* und *IV* mit *A*. Auf die Linien *A 4* werden in jedem Endpunkte, d. i. 4, Senkrechte errichtet, welche die durch *A* gehende Linie in den Punkten *B* und *C* schneiden. Die Strecken

AB und AC werden in dieselbe Anzahl Teile geteilt wie 04; hierauf verbindet man Punkte $11'$, $22'$ usw. Die Schnittpunkte der gleichbezeichneten Linien ergeben Punkte des Kreisbogens. Nimmt man nun eine biegsame Latte, so kann man dieselbe so biegen, daß sie alle Punkte berührt, und danach kann man nun den Kreisbogen ziehen.

Eine andere Methode ist in Fig. 80 dargestellt.

Auf einer geraden AC trägt man zu beiden Seiten des Punktes 0 je die Hälfte der Sehnenlänge auf. In 0 errichtet man eine Senkrechte auf AC und trägt darauf die Bogenhöhe auf. Hierauf zieht man die Linien AB und BC. Sodann benutzt man A und C als Mittelpunkte für Kreise, deren Radien, welche gleich groß, jedoch beliebig gewählt werden.

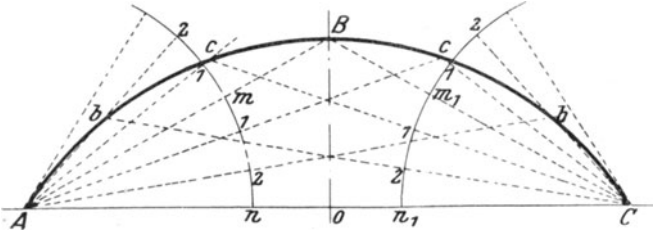


Fig. 80.

Diese Kreise schneiden die Linien $A—0—C$, BA und BC in den Punkten n, n_1 und m, m_1. Die Bogenlängen m, n und m_1, n_1 teilt man in eine gleiche Anzahl gleicher Teile. Von m bezw. m_1 trägt man nach außen auf den Kreisbogen ebensoviele Teile auf, als der Bogen m, n bezw. m_1, n_1 aufweist. Verbindet man diese Punkte nun mit A und C, so ergeben die Schnittpunkte der gleichnamigen Strahlen in b, c weitere Punkte des Kreisbogens A, B, C. Mit Hilfe einer biegsamen Latte läßt sich der Kreisbogen ebenfalls leicht zeichnen.

Diese Art der Aufsuchung des Kreisbogens läßt sich noch vereinfachen. Zieht man von B in Fig. 80 zu den Punkten A und C Linien, so schließen beide einen bestimmten Winkel ein. Nimmt man nun zwei gerade Latten und befestigt sie so gegeneinander, daß sie die Schenkel des Winkels ABC bilden und läßt den Schenkel AB entlang des Punktes A gleiten und den Schenkel BC an dem Punkte C, so beschreibt der Punkt B eine genaue Kreislinie. Befestigt man im Punkte B an den Latten einen Schreibstift, so läßt sich auf die geschilderte Art sofort die Kreislinie ziehen.

Es kommt oftmals vor, einen Kegelstumpf abwickeln zu müssen, bei dem der Radius R sehr groß wird und kann dies auf folgende Weise tun. Man zieht zur Seite $\overline{AD}$ in Fig. 81 eine parallele Linie durch den Punkt C und erhält so den Punkt E. Hierauf wickelt man in Fig. 82 einen Kegel ab, mit der Seite $\overline{BC}$ und dem Durchmesser $\overline{EB}$. $C'B'bB''C'$ sei diese Abwicklung. Auf $\overline{B'C'}$ trägt man nun die Hälfte von $\overline{EB}$ auf und erhält H, ebenso die Hälfte von $\overline{BA}$ und erhält J. Auf die beiden Seiten $\overline{C'B'}$, $\overline{C'B''}$ errichtet man Senkrechte in den Punkten B'', B' und erhält

so den Punkt F. Die Sehne $\overline{B'B''}$ wird verlängert. Nun zieht man eine Linie durch die Punkte H und b und zu dieser eine Parallele durch J und erhält im Schnittpunkte mit $\overline{B'F}$ den Punkt G. Von diesem errichtet man eine Senkrechte auf die verlängerte Sehne $B'B''$ und trägt $\overline{dB'}$ nach der anderen Seite auf und erhält in $\overline{B'B'}$ die wahre Sehnenlänge des abzuwickelnden Kegelstumpfes. Zieht man noch die zweite Linie $\overline{GB'}$, errichtet auf dieselbe im neuen Punkte B' eine Senkrechte und trägt hierauf $B'C'$ auf, so haben wir die zweite der beiden geraden Begrenzungslinien gefunden. Auf der Sehne trägt man von d nach f die Hälfte von $\overline{EB}$ (Fig. 81) auf, von d bis g die Hälfte von $\overline{AB}$ (Fig. 81) und von d bis e die Pfeilhöhe $\overline{ab}$ (Fig. 82) des Hilfskegels. Von f nach e zieht man eine Linie und parallel hinzu durch g auch eine Linie und erhält so den Punkt A'.

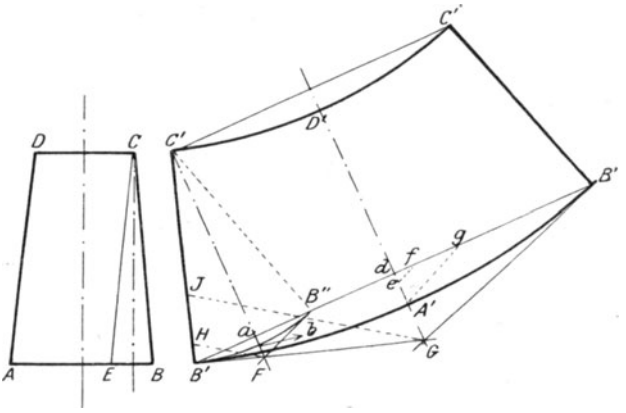


Fig. 81. Fig. 82.

Es sind nun von der kreisförmigen Begrenzungslinie drei Punkte B', A' und B' gegeben, durch welche man auf die bereits beschriebene Art einen Kreisbogen legen kann. Trägt man noch auf der Linie dG von A' die Strecke $\overline{AB}$ (Fig. 81) auf, so gibt D' den dritten Punkt des oberen Kreisbogens.

Falls die Linien HF und JG mit der Geraden $B'G$ zu ungenaue Schnittpunkte ergeben sollten, so trägt man anstatt der Hälften von $\overline{AB}$ und $\overline{EB}$ (Fig. 81) immer die ganzen Strecken auf.

Nun wollen wir einen Kegel abwickeln, dessen Grundfläche eine Ellipse ist (Fig. 84). Zunächst teilt man ein Viertel des Ellipsenumfanges in eine Anzahl gleicher Teile. Zur Teilung genügt ein Viertel der Ellipse, da sich der Vorgang naturgemäß für alle 4 Viertel gleich bleibt. Hiernach zieht man die Strahlen *02*, *03* .... *06*. Nun setzt man in *0* mit Zirkel ein und schlägt durch *1*—*6* Kreisbogen, welche die Mittellinie *07* schneiden, und projiziert diese so erhaltenen Punkte in den Aufriß (Fig. 83) und verbindet die neu erhaltenen Punkte *1*—6 mit der Spitze S des Kegels.

Auf einer geraden Linie markiert man den Punkt S_1 (Fig. 85) und trägt

Fig. 83.

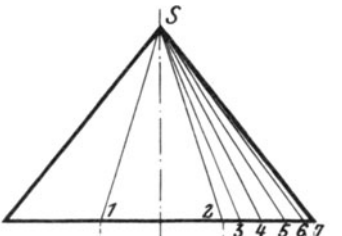
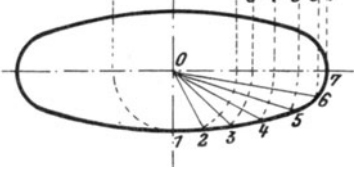


Fig. 84.



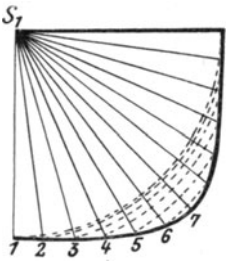


Fig. 85.

von S_1 aus auf derselben Strecke $S\,1$ aus Fig. 83 auf. Sodann schlägt man mit den Strecken $S\,2$, $S\,3$, $S\,4$ .... $S\,7$ Kreisbogen, indem man S_1 als Mittelpunkt benutzt. Nimmt man nun einen Teil (12) des Ellipsenumfanges in den Zirkel und schneidet, von *1* ausgehend (Fig. 85), auf den einzelnen Kreisbogen ab, so erhält man die Punkte *1*, *2*, *3*, *4* .... *7*. Durch Verbinden dieser Punkte mittels einer Kurve erhält man die gesuchte Begrenzungslinie. Fig. 85 gibt nur die Hälfte der Abwicklung.

Fig. 86.

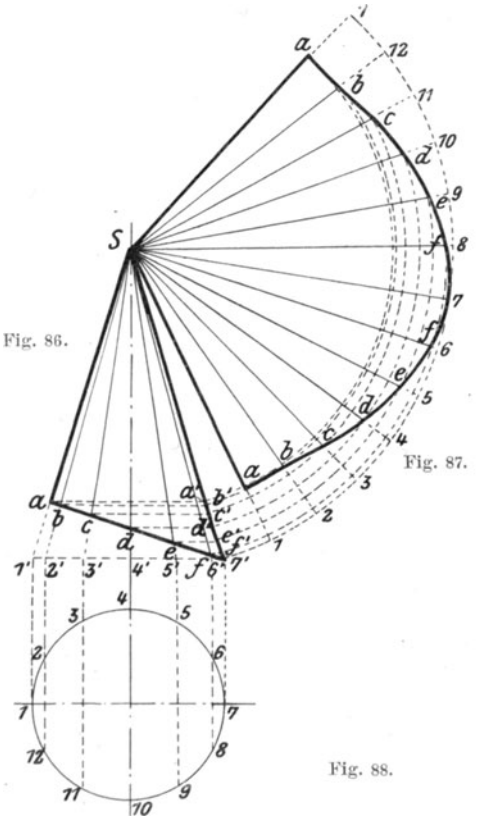


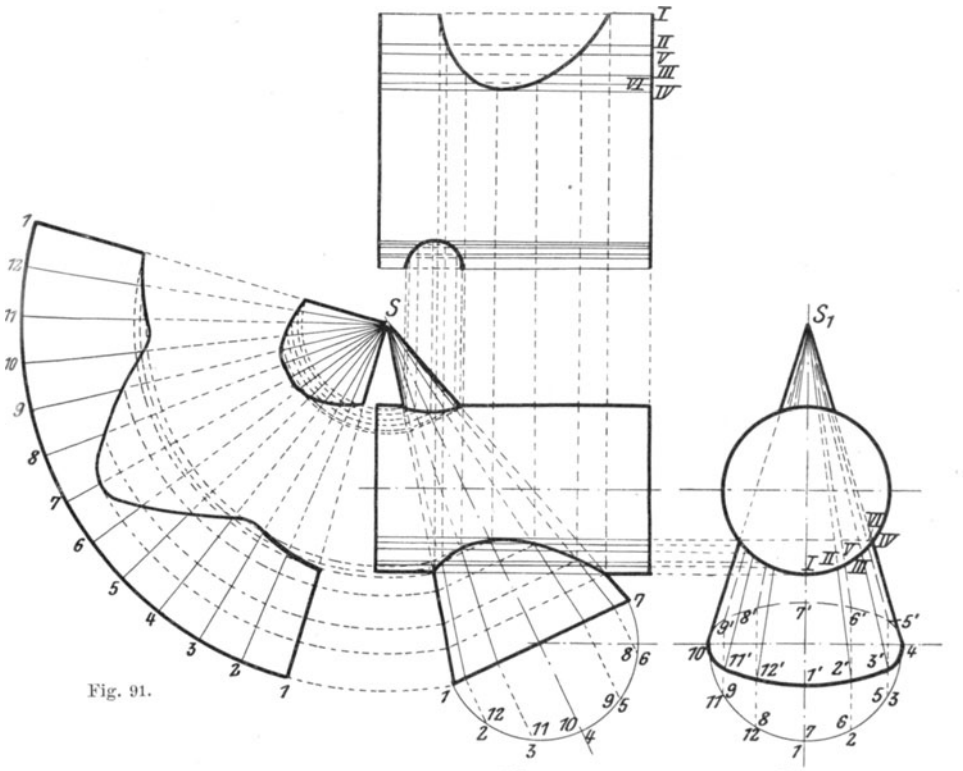
Fig. 87.

Fig. 88.

Ist der Kreiskegel schräg abgeschnitten, so geht man wie folgt vor: Der Grundriß (Fig. 88) wird in eine Anzahl gleicher Teile geteilt und diese Teile werden in den Aufriß (Fig. 86) projiziert. Die Punkte *2'*, *3'*, *4'* .... *7'* werden mit der Spitze *S* verbunden. Diese Verbindungslinien schneiden sich mit der Linie *a 7'*, dem Aufriß der schrägen neuen Grundfläche, in den Punkten *b*, *c*, *d*, *e*, *f*. Durch diese Punkte zieht man

Parallele zu *1'*, *7'* und erhält so die Schnittpunkte *a'*, *b'*, *c'*, *d'*, *e'*, *f'*. Man setzt nun in *S* ein und schlägt mit *S 7'* als Radius einen Kreisbogen und trägt darauf genau dieselbe Anzahl Teile auf, als man im Grundriß hat, ebenso ist die Größe der Teile gleich, so daß die Bogenlänge *1—1* in Fig. 87 gleich ist dem Umfang des Grundrißkreises (Fig. 88). Zieht man nun die Strahlen *2 S*, *3 S*, *4 S* .... *12 S*, *1 S* und die konzentrischen Kreise durch *a'*, *b'*, *c'*, *d'*, *e'*, *f'*, so erhält man in den Schnittpunkten *a*, *b*, *c*, *d* .... Punkte der die Abwicklung begrenzenden Kurve.

Fig. 92.



In Fig. 89 und 90 ist die Durchdringung eines Kegels mit einem Zylinder abgewickelt, und zwar stößt der Kegel schräg durch den Zylinder. In den Fig. 89 und 90 zieht man die Hilfshalbkreise und teilt sie in gleiche Anzahl gleicher Teile und zieht die Strahlen *1' S*, *2' S*, *3' S* ...., bezw. *1' S_1*, *2' S_1* .... Die Schnittpunkte dieser Strahlen mit dem Zylinder projiziert man aus der Fig. 90 in die Fig. 89, wie dies für einen Punkt gezeigt ist. Man erhält so die Schnittlinien in Fig. 89. Um die Abwicklung (Fig. 91) zu erhalten, geht man ebenso vor wie es für die Fig. 87 beschrieben ist. Der ganze Vorgang ist den Fig. 89 und 91 leicht zu ent-

nehmen. Fig. 92 zeigt die Hälfte der Abwicklung des Zylinders, wobei zu bemerken ist, daß die einzelnen Strahlen *I II*, *II III*, *III IV* .... *VII VIII* aus der Fig. 90 entnommen sind.

Fig. 94.

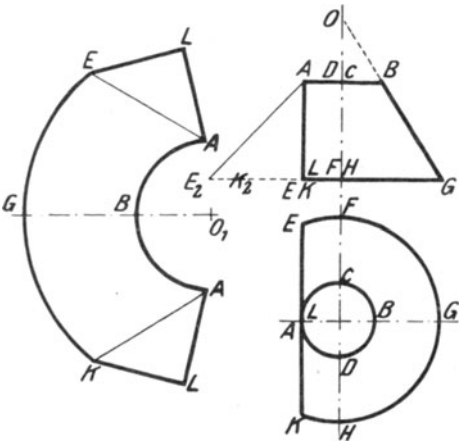


Fig. 95.

Fig. 93.

Es möge nun ein Kegel abgewickelt werden, der einseitig abgeschnitten ist, wie es die beiden Fig. 93 und 94 zeigen. Zuerst verlängert man im Aufriß (Fig. 94) die Seite BG, bis sie die Mittellinie des Konus in O schneidet. Nun verlängert man die Linie EG und trägt von E aus die Strecke $\overline{EL}$, im Grundrisse (Fig. 93) gemessen, auf und verbindet E_2 mit A. Auf einer Linie nimmt man den Punkt O_1 an und schlägt einen Kreisbogen, dessen Radius gleich ist OG (Fig. 94 und 95). Ebenso zieht man einen konzentrischen Kreis mit dem Radius OB. Von B aus trägt man nach beiden Seiten je die Hälfte des Kreisumfanges $ABCD$ (Fig. 93) auf und erhält so die Punkte AA. Nimmt man AE_2 aus Fig. 94 in den Zirkel und schneidet damit von AA in Fig. 95 auf dem äußeren

Fig. 97.

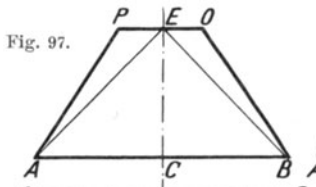
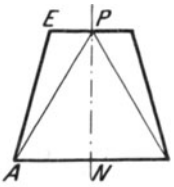


Fig. 98.



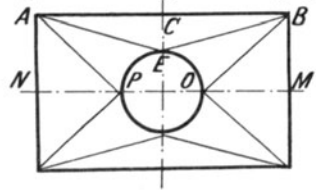


Fig. 96.

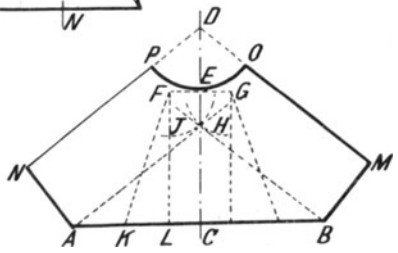


Fig. 99.

Kreise ab, so sind damit die Punkte E und K gefunden worden. Mit der Strecke AL aus Fig. 94 im Zirkel setzt man in AA (Fig. 95) ein und beschreibt Kreisbogen. Mit EA aus Fig. 93 schneidet man von E und K aus ab und findet so die Punkte LL. Verbindet man noch K mit L und A,

ebenso E mit L und A durch gerade Linien, so ist hiermit die Abwicklung beendet.

Die Fig. 96—98 zeigen einen Konus, der vom rechteckigen Querschnitt auf den runden übergeht. Die Konstruktion ist vollständig verschieden von den uns bereits bekannten. Zuerst zeichne man die Linie DC (Fig. 99) und trage darauf EC gleich EA aus (Fig. 98) auf. In E und in C werden Senkrechte auf DC errichtet. Von C aus wird nach beiden Seiten je die Hälfte der Längsseite des Rechteckes aufgetragen. Von E trägt man nach rechts und links ein Achtel des Kreisumfanges auf. Diese Punkte $AFGB$ werden miteinander verbunden. Von C bis K trage man die halbe kleine Seite auf und errichte Linien senkrecht auf

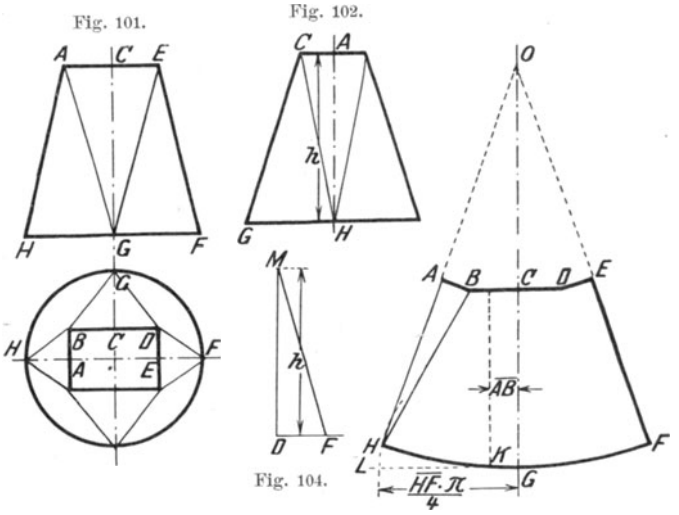


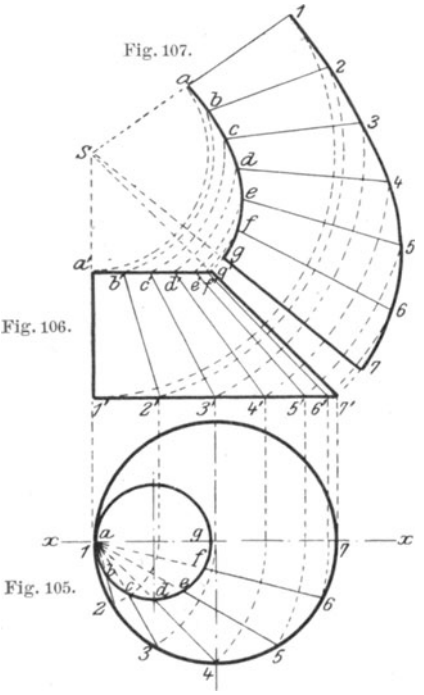
Fig. 103.

AB, welche durch F und G gehen. Mit F und G als Mittelpunkte und einem Radius gleich LK beschreibe man Kreise. Von A und B ziehe man Tangenten an diese Kreise und errichte auf diese Tangenten in den Punkten A und B Senkrechte. Auf diesen werden je die Hälfte der kurzen Rechtecksseite aufgetragen. In den Punkten M und N werden Senkrechte auf AN und BM errichtet, diese schneiden sich im Punkte D. Mit D als Mittelpunkt und einem Radius gleich DE zieht man durch E einen Kreis. Es ergibt nun die Fig. 99 die Hälfte der Abwicklung.

Anschließend daran sei die Abwicklung der Umkehrung der vorigen Konusse gegeben. Fig. 100—102 zeigen einen Konus, der unten rund und oben viereckig ist. Auf einer Linie OG trägt man GC aus Fig. 102 auf, errichtet in beiden Punkten Senkrechte auf OG (Fig. 103). Von G aus trägt man ein Viertel des Kreisumfanges auf. Von C aus dagegen die Hälfte der Längsseite des Rechteckes. Im Abstande AB, gleich der halben kurzen Rechtecksseite, zieht man eine Parallele zu CG. Man setzt in K

ein und schlägt durch L einen Kreisbogen. Auf einer Geraden DM (Fig. 104) wird h aus Fig. 102 aufgetragen und im Punkte D eine Senkrechte errichtet, auf dieser die Strecke DF aus Fig. 100 aufgetragen. Hierauf nimmt man MF in den Zirkel und schneidet von B (Fig. 103) aus ab, so den Punkt H erhaltend. Man nimmt HA in Fig. 101 in den Zirkel, setzt in H (Fig. 103) ein und beschreibt einen Kreisbogen. Mit der halben kurzen Rechtecksseite im Zirkel schneidet man von B aus auf diesen Kreis ab, um den Punkt A zu erhalten. Die Linie HA wird verlängert bis zum Schnittpunkte *0*, und zieht nun den Kreisbogen HGF, dabei *0* als Mittelpunkt benutzend. Auf diese Weise ist die Abwicklung erhältlich. Fig. 103 gibt die Hälfte der Abwicklung.

Fig. 107.



Die Fig. 105 und 106 zeigen einen schiefen Kegel. Dieser läßt sich auf folgende Art abwickeln.

Man teilt den großen Kreis, Fig. 105, in eine Anzahl gleicher Teile und zieht die nötigen Verbindungslinien zum Punkte *1*, in deren Schnittpunkten mit dem kleinen Kreis wir die Punkte *a*—*g* und zugleich die entsprechende Teilung des kleinen Kreises erhalten. Nun setzt man in *1*, Fig. 105, mit dem Zirkel ein und beschreibt eine Anzahl Kreise, die durch die Punkte *2*—*6* gehen und an der Linie *x*—*x* endigen. Von dieser Linie aus projiziert man die so erhaltenen Punkte in die Fig. 106, die Punkte *1'*—*7'* erhaltend. Die Punkte *1'*—*7'*, Fig. 106, werden mit der Spitze S des Kegels verbunden, wobei man zugleich die Punkte *a'*—*g'* erhält. Jetzt benützt man S als Mittelpunkt und zieht sowohl durch die Punkte *1'*—*7'*, als auch durch die Punkte *a'*—*g'* Kreise. Man nimmt einen Teil *1*—*2* des großen Kreises in den Zirkel und schneidet vom angenommenen Punkte *7*, Fig. 107, der jedoch auf dem durch den Punkte *7'* gehenden Kreise liegen muß, nach dem durch *6'* gehenden Kreise ab, hierauf von *6*, Fig. 107, nach dem durch *5'* gehenden Kreise usw. Von den so gewonnenen Punkten *7*—*1*, Fig. 107, die man vorher durch eine Kurve verbunden hat, zieht man nach S Linien, in deren Schnittpunkten mit den zugehörigen Kreisen man die Punkte *g*—*a* erhält, welche ebenfalls durch eine Kurve verbunden werden. Die so gewonnene Abwicklung wird durch Fig. 107 gezeigt.

Einen ähnlichen Fall zeigen die Fig. 108—109. Der hier abzuwickelnde Kegel hat schiefe Grundflächen, deren Projektionen in der Draufsicht Kreise sind. Zuerst bestimmt man den wahren Umfang der großen Grundfläche in Fig. 109, indem man auf die Linie $\overline{1—9}$ im Punkte $5'$, also in der Mitte, eine Senkrechte fällt und hierauf den Halbmesser des großen Kreises, Fig. 108, aufträgt. Durch die Punkte *1*, *5*, *9* legt man die halbe Ellipse, wie gezeichnet, und teilt diese in eine Anzahl gleicher Teile und projiziert die Punkte *2—8* auf die Linie $\overline{1—9}$ zurück und von hier auf die Linie $y—y$ und zieht von diesen Punkten Linien zur Spitze *S*. Mit *S* als Mittelpunkt zieht man durch die auf der Linie $y—y$ liegenden Punkte Kreise, wählt auf dem *9*-Kreise den neuen Punkt *9* und mit einem Teil $\overline{1—2}$ aus Fig. 109 schneidet man wie vorher beschrieben ab. Man verbindet die so erhaltenen Punkte *9—1* durch eine Kurve, Fig. 110, und zieht von ihnen Linien zur Spitze *S*. Auf diesen Linien trägt man aus Fig. 109 die entsprechenden Größen auf, für Punkt *5* z. B. $\overline{5''—5'''}$. Man kann auch in *S* einsetzen und durch $5'''$ und die entsprechenden weiteren Punkte einen Kreis ziehen bis zum Schnitte mit der entsprechenden Geraden in Fig. 110. Diese neue Punktreihe gibt wieder eine Kurve. Fig. 110 zeigt die halbe Abwicklung.

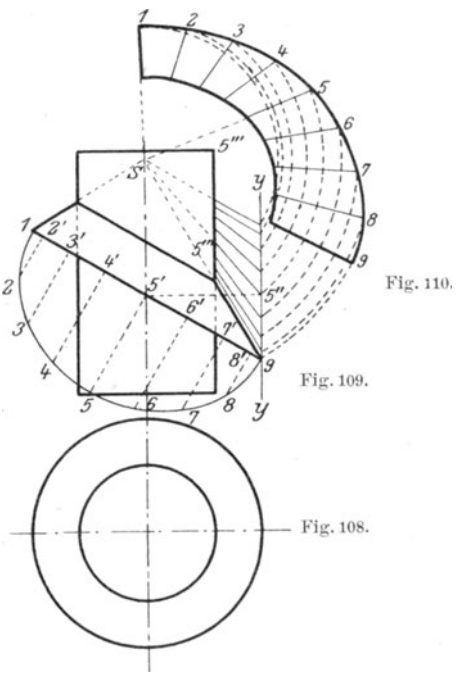


Fig. 110.

Fig. 109.

Fig. 108.

Des öfteren ist es nötig einen konischen Krümmer in eine Rohrleitung einzubauen. Um denselben leicht abwickeln zu können und in jedem Schusse die gleiche Verjüngung zu erhalten, wird man ihn ähnlich wie Fig. 111 bauen. Gegeben ist der Krümmungskreis $h—i—j—k$ mit dem Mittelpunkte *M*. Man wählt zuerst die Schußzahl, hier *3* und zwar sind $h—i$, $i—j$ und $j—k$ je ein Drittel des Kreisbogens. Durch h und i, i und j, j und k zieht man Gerade. Von i bis k'' trägt man die Sehnenlängen $\overline{i—j}$ und $\overline{j—k}$ auf; von i bis h' die Sehne $\overline{i—h}$ und j bis k' die Sehne $\overline{j—k}$; von j bis h'' die Sehnen $\overline{i—j}$ und $\overline{h—i}$, so daß die Längen $\overline{h—k''}$, $\overline{h'—k'}$ und $\overline{h''—k}$ einander gleich sind und immer die Summe der Sehnen $\overline{h—i}$, $\overline{i—j}$, $\overline{j—k}$ geben. Diese Linien sind nun immer die Mittellinien für drei gleichgroße Kegelstümpfe, welche die beiden zu verbindenden Querschnitte als Grundflächen haben und deren Schnittlinien Gerade sind, welche

jedoch nicht durch Punkte i und j gehen. Die Anschlußzylinder verschneiden sich mit den Endkegeln in Geraden, die durch h und k gehen.

Steckt man die so gewonnenen Schüsse nach Art der Fig. 112 zusammen, so erhält man einen einzigen Kegel, dessen Abwicklung Fig. 113 zeigt, samt den Schnittlinien m—n und o—p. Die Stücke $\overline{a—a'}$ usw. werden aus Fig. 111 abgenommen. Die Abwicklung des Kegels selbst ist bekannt und leicht durchzuführen.

Die Fig. 114 und 115 zeigen einen Kegelstumpf wie ein solcher bereits in Fig. 105—107 abgewickelt wurde. Hier ist er benützt eine neue Art der Abwicklung zu erklären, mit deren Hilfe sich dann auch

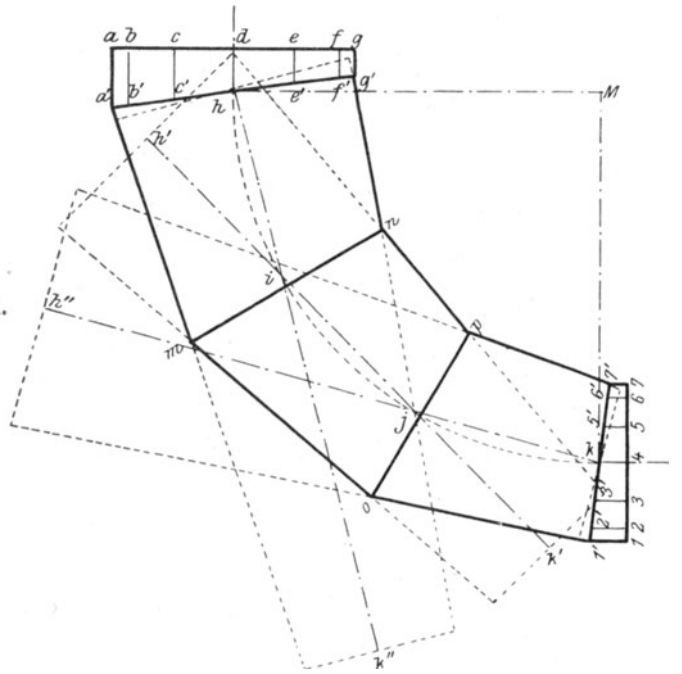
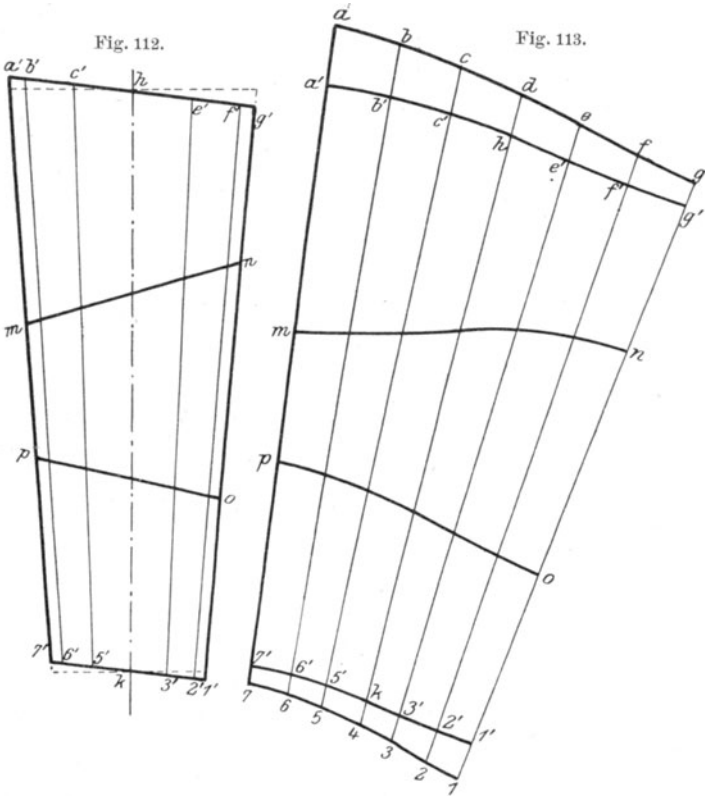


Fig. 111.

die allerschwierigsten Körperformen abwickeln lassen, es ist die Dreiecksmethode. Sie zerlegt die abzuwickelnde Fläche in einzelne schmale Dreiecke und erhält die Abwicklung durch einfaches Aneinanderreihen dieser Dreiecke. Für dieses Beispiel ist der Vorgang äußerst einfach.

Beide Kreise werden in die gleiche Anzahl Teile geteilt (Fig. 115) und diese in den Aufriß projiziert. Dann verbindet man diese Punkte im Grundriß wechselseitig, so daß die dargestellte Zickzacklinie entsteht. Ebenso macht man es im Aufriß und numeriert dann die einzelnen Geraden. Neben dem Aufriß entwickelt man sich eine kleine Nebenfigur, indem man eine zur Grundfläche Senkrechte errichtet. Nun zieht man eine Linie (Fig. 116) und trägt darauf die Länge der Linie *13* aus Fig. 114 auf. Die Länge *12* aus Fig. 115 trägt man in der Nebenfigur von X aus

auf und nimmt die Strecke *12 y* in den Zirkel, setzt in *a* (Fig. 116) ein und beschreibt einen Kreisbogen. Ebenso nimmt man jetzt einen Teil des kleinen Kreises in den Zirkel und schneidet von *h* aus ab, so den Punkt *i* erhaltend. Nun trägt man die Strecke *11* aus Fig. 115 von *X* aus in der Nebenfigur auf, nimmt *11 y* in den Zirkel, setzt in *i* ein und beschreibt einen Bogen. Mit einem Teil des großen Kreises im Zirkel schneidet man von *a* aus ab, so *b* erhaltend. Auf diese Weise wird die



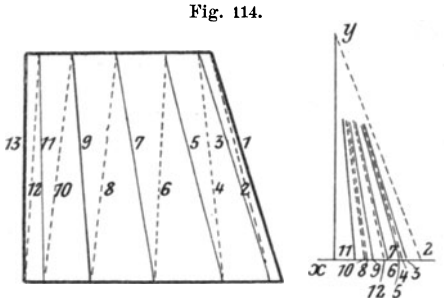
ganze Abwicklung durchgeführt. Fig. 116 gibt abermals nur die Hälfte der Abwicklung.

Es seien noch einige Abwicklungen mit Hilfe der Dreiecksmethode durchgeführt, um die Sache anschaulicher zu machen.

Nun sei ein Konus abgewickelt, wie ihn die Fig. 117—119 darstellen. Man teilt wieder die beiden Grundflächen in eine gleiche Anzahl gleicher Teile (Fig. 117 und 119) und zieht die entsprechenden Verbindungslinien, wie uns die Fig. 118 klar macht. Ebenso werden diese Strahlen in dem Grundrisse (Fig. 117) gezogen. In der Fig. 120 werden die wirklichen Längen dieser Verbindungslinien gefunden. Man trägt von der vertikalen

Linie *A* aus auf den horizontalen, durch die Punkte *a*—*h* gehenden Linien die Länge des Grundrisses der zu diesem Punkte gehörigen Verbindungslinien. Die schrägen Linien ergeben dann die wirkliche Länge derselben. Fig. 121 zeigt die ganze Abwicklung. Die Länge der Strecken *1 a*, *1 b*, *b 2*, *2 c*, *c 3*, *3 d* .... werden aus Fig. 120 entnommen. Die Längen *12*, *23* .... nimmt man aus Fig. 117, während die Strecken *a b*, *b c*, *c d* .... aus der Fig. 119 stammen.

Fig. 114.



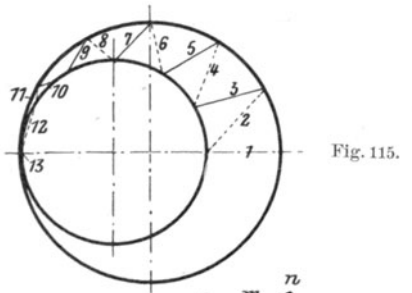


Fig. 115.

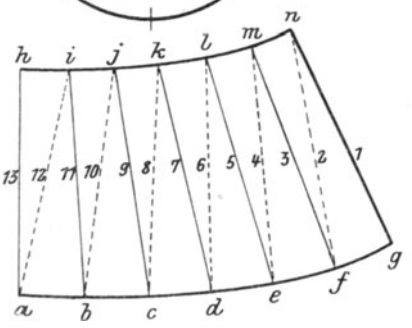


Fig. 116.

Genau derselbe Vorgang wurde eingehalten bei der Abwicklung des Konus, wie ihn Fig. 122 und 123 zur Darstellung bringen. Auch hier wurden die beiden Grundflächen in eine gleiche Anzahl gleicher Teile geteilt, die Verbindungslinien gezogen, in der Fig. 124 die wahre Länge derselben bestimmt und hierauf nach dem geschilderten Vorgange die Abwicklung (Fig. 125) entworfen. Fig. 125 ist nur die halbe Abwicklung.

Die Abwicklung eines Konus, der an einen Zylinder anschließt, ist ebenfalls nicht schwer zu finden. Fig. 126 zeigt einen Kreiszylinder mit konischem Anschluß. Zuerst müssen wir uns die Verschneidungslinie konstruieren, da dieselbe für die Abwicklung sehr wichtig ist. Zu diesem Zwecke teilen wir den Hilfshalbkreis in eine Anzahl gleicher Teile (zwischen *1* und *2*, ferner *6* und *7* ist ein Teilpunkt ausgelassen, so daß die Strecke *12* bezw. *67* doppelt so groß ist als *23*, *45*...., dies geschah nur deshalb, um die Figur zu vereinfachen). Dann zieht man die entsprechenden Kegelstrahlen durch die Spitze S_1 und durch jeden Punkt laufend. Sobald dies getan ist, entwickelt man den Grundriß (Fig. 127), indem man die Punkte *1*—*7* und die Spitze herunterprojiziert, die entsprechenden Strahlen zieht und dieselben mit dem Zylinderkreis des Grundrisses zum Schnitte bringt. Diese Schnittpunkte *a*—*g* werden nun in die Fig. 126, Aufriß, projiziert. Der weitere Vorgang ist sehr leicht

Fig. 118.

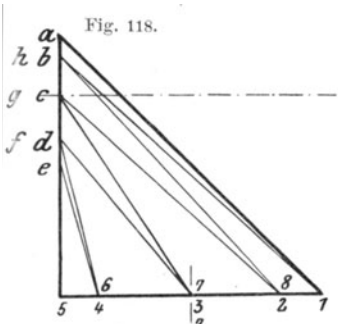


Fig. 119.

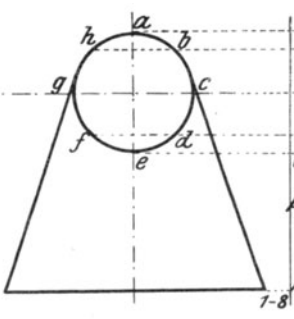
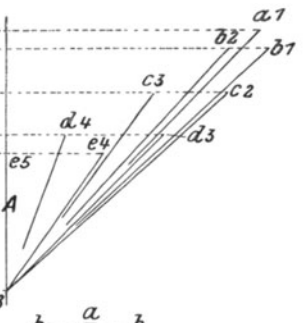


Fig. 120.



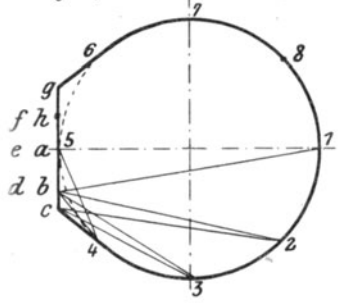


Fig. 117.

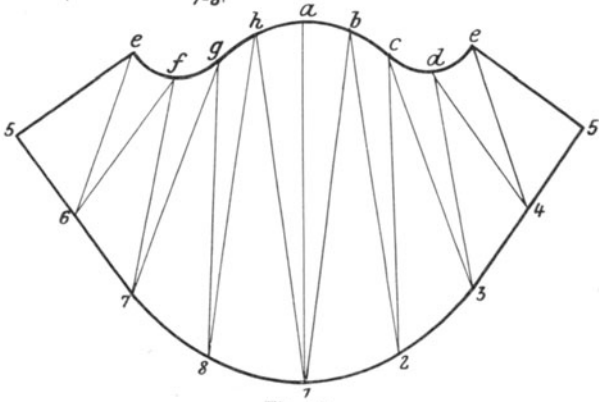


Fig. 121.

Fig. 122.

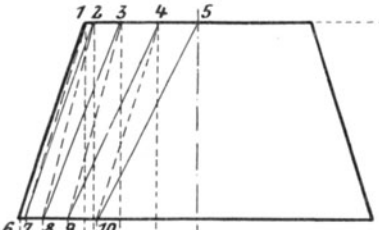


Fig. 123.

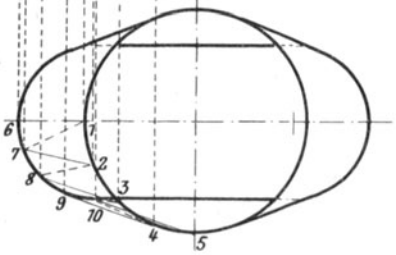


Fig. 124.

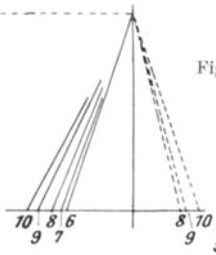
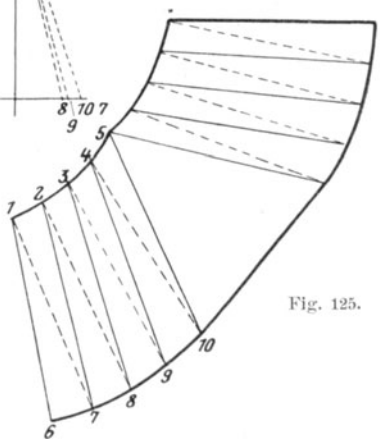


Fig. 125.



den Figuren zu entnehmen. Fig. 128 gibt die ganze Abwicklung des Kegels.

Fig. 126.

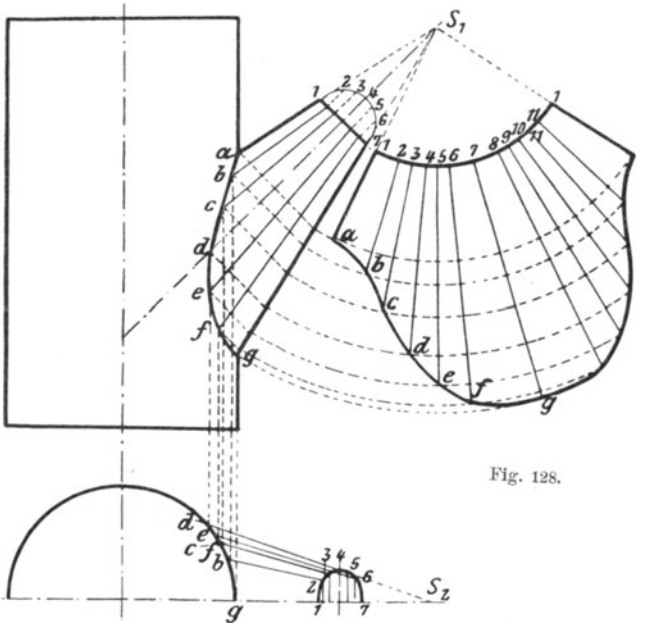


Fig. 128.

Fig. 127.

Fig. 129.

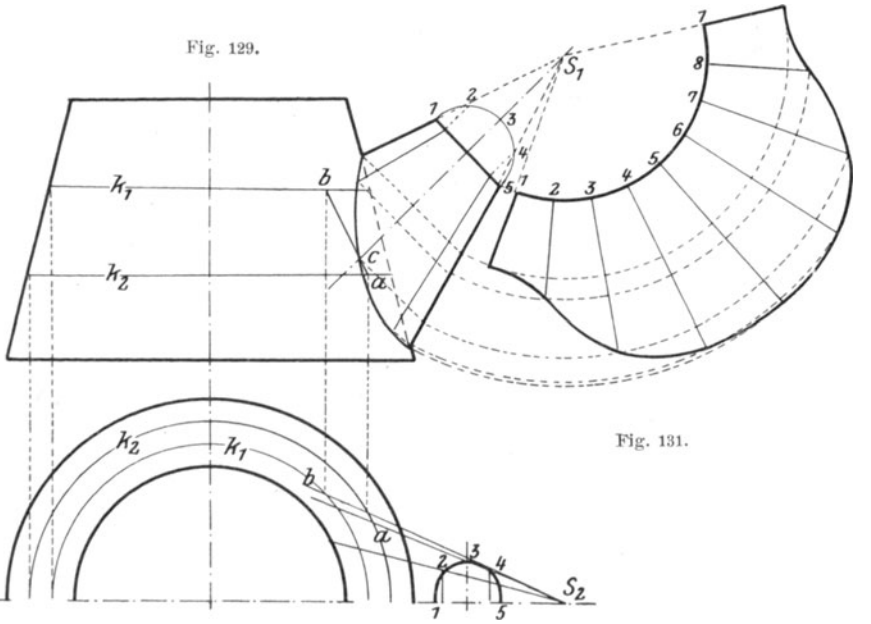


Fig. 131.

Fig. 130.

Ähnlich ist die Abwicklung, wenn statt des Zylinders abermals ein Konus auftritt, also zwei sich schneidende Konusse erscheinen. Es handelt sich hier hauptsächlich um die Bestimmung der Verschneidungslinie. Hat man den Hilfskreis geteilt und die entsprechenden Kegelstrahlen gezogen (Fig. 129), so entwickelt man den Grundriß (Fig. 130). Um nun die Lage eines Punktes der Verschneidungslinie, z. B. c zu finden, nimmt man zwei Grenzkreise k_1 und k_2 im Aufrisse (Fig. 129) an, sucht dann deren Schnittpunkte a und b im Grund-

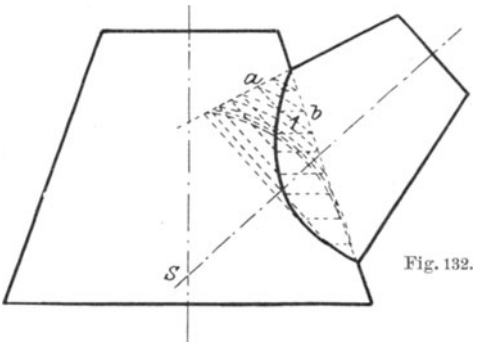


Fig. 132.

Fig. 133.

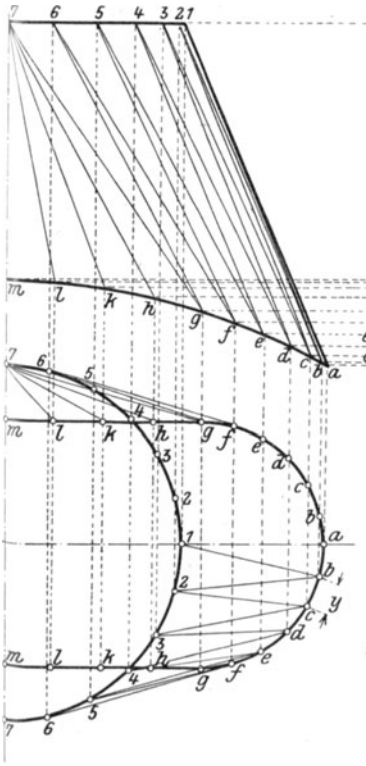


Fig. 134.

Fig. 135—138.

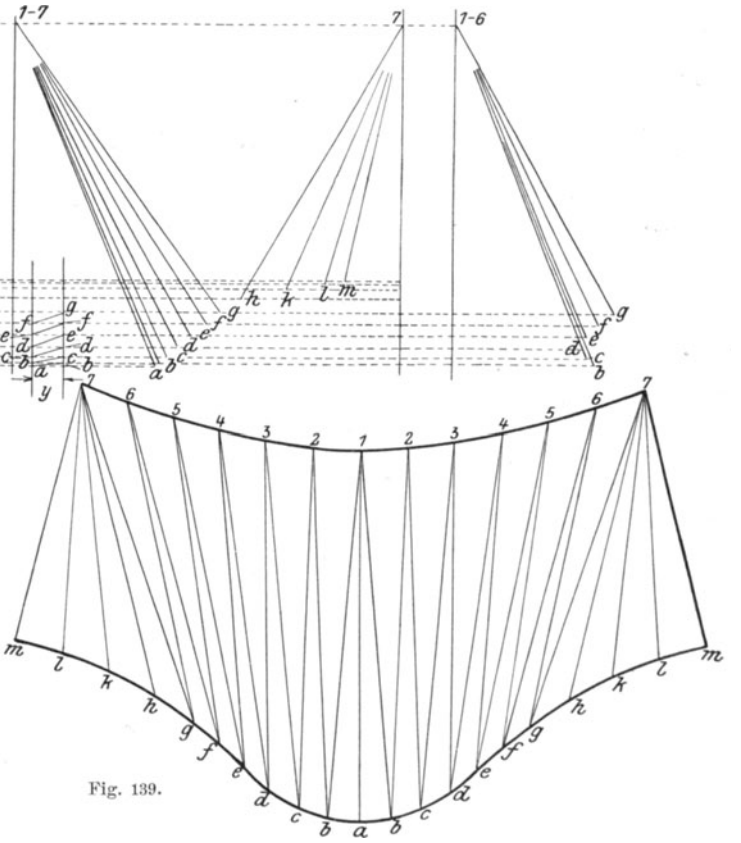


Fig. 139.

risse und projiziert dieselben in den Aufriß. Verbindet man im Aufriß die beiden Punkte a und b, so gibt der Schnittpunkt mit dem ent-

sprechenden Kegelstrahl in c einen Punkt der gesuchten Verschneidungslinie. Der Abstand der beiden Grenzkreise k_1 und k_2 wird man klein wählen, da sich dadurch die Genauigkeit wesentlich erhöht. In Fig. 129 wurde er deshalb so groß angenommen, um die Deutlichkeit des Bildes zu heben. So wie der Punkt c sind alle anderen Punkte zu suchen. Das Abwickeln selbst ist wie früher und aus der Figur ersichtlich. Fig. 131 veranschaulicht die ganze Abwicklung des Konus. Der in Fig. 26 gegebene Vorgang zum Aufsuchen der Verschneidungslinie hat auch hier Giltigkeit, wie in Fig. 132 gezeigt. Bezüglich der Erklärung gilt hier auch das auf Seite 13 gesagte.

Ebenso kann dieser Vorgang in den Fig. 126 und 127 angewendet werden.

Schließt sich ein Konus an einen Zylinder oder anderen Körper an, so kann man meist nur bei einer Grund- bezw. Deckelfläche die Teile abmessen und als wirkliche Länge in die Abwicklung einführen, während für die zweite Grund- oder Deckelfläche die wahre Größe der Teile erst gesucht werden muß. In Fig. 133 und 134 sehen wir einen Konus, der bei seinem Anschluß an einen Zylinder einen ovalen Querschnitt besitzt, um dann auf einen kreisrunden überzugehen und oben eben abzuschließen. Aus dem Grundrisse (Fig. 134) entnehmen wir, daß das Oval aus zwei, durch gerade Linien verbundenen Halbkreisen besteht. Der ganze Vorgang des Abwickelns ist derselbe, wie bereits beschrieben, nur daß noch die Bestimmung der wahren Länge der Teile des Ovals hinzukommt. Da das Oval mit einem Halbkreis abschließt, wird derselbe in eine Anzahl gleicher Teile geteilt, ebenso der gerade Teil des Ovals, so daß man die Punkte a—m erhält. Auch der Kreis des oberen Querschnittes wird in gleiche Teile geteilt, wobei die Zahl der Teile mit der des Ovals nicht übereinzustimmen braucht, wie dies auch in diesem Beispiele nicht der Fall ist. Man verbindet nun den Punkt *1* mit a und b und dann wechselweise weiter, bis man beim Punkt *7* anlangt. Die noch übrigen Punkte h bis m werden alle mit *7* verbunden.

In den Fig. 136, 137 und 138 sind die wahren Längen dieser Verbindungslinien entwickelt, und zwar so, daß man auf den Horizontalen die jeweiligen Längen aus dem Grundrisse aufträgt. Die wahre Länge der Teile *1—2*, *2—3*, *3—4* .... lassen sich direkt dem Grundrisse entnehmen, während wirkliche Größen der Teile g—h, h—k, k—l und l—m aus dem Aufriß zu entnehmen sind, da die Linie g—m parallel zur Aufrißebene läuft. Die wahre Länge der Teile a—b, b—c, c—d, d—e, e—f und f—g läßt sich aus keinem Bilde direkt finden, sondern muß in einer separaten Fig. 135 entwickelt werden. Der Abstand der beiden parallelen Linien ist gleich der Länge eines Teiles, also a—b oder b—c .... Die schrägen Linien ergeben dann die wahre Länge dieser Teile. In Fig. 131 sehen wir die Hälfte der Abwicklung, die genau so wie früher gefunden wurde.

Ein schönes Beispiel für die Dreiecksmethode ist die Abwicklung eines konischen Zwischenstückes, wie dasselbe in Fig. 140 und 141 dar-

Additional information of this book

(Die Blechabwicklungen;

978-3-662-24208-7; 978-3-662-24208-7_OSFO3) is provided:

http://Extras.Springer.com

gestellt ist. Der hierbei eingehaltene Vorgang ist folgender: Zuerst konstruiert man sämtliche Verschneidungslinien auf das genaueste. Zieht dann in Fig. 140 den Hilfshalbkreis und teilt denselben in eine Anzahl gleicher Teile und führt dieselben auf die Verschneidungslinie zurück. Dasselbe macht man mit dem zweiten Hilfshalbkreis bei der zweiten Verschneidungslinie. Nun werden die so erhaltenen Punkte direkt und wechselweise verbunden, so ein Netz von Linien erhaltend, das die vordere Hälfte des Zwischenstückes überspannt. Die Fig. 142 ist genau dasselbe Bild wie Fig. 140, nur ist dort das Liniennetz über den hinteren Teil des Zwischenstückes gezeichnet. Hierauf entwickelt man die Fig. 143. Man verlängert die Achse *0 0* der Fig. 142 und schlägt einen Kreis, dessen Mittelpunkt in dieser Verlängerung liegt und dessen Durchmesser gleich der Größe *B* in Fig. 141 ist. Dann wird der Abstand *E* (aus Fig. 146) aufgetragen und man erhält so den Mittelpunkt eines Kreises mit dem Durchmesser *A* (Fig. 141). Weiter zieht man eine Linie *SS*, welche mit der gleichnamigen Linie in Fig. 142 parallel läuft. Nun überträgt man die Verschneidungslinie aus Fig. 142 in die Fig. 143, zieht den Hilfshalbkreis mit dem Radius *C*, teilt diesen Halbkreis in dieselbe Anzahl Teile (bereits in Fig. 140 und 141 geschehen) führt diese Teilpunkte auf Ellipse und von hier auf den Kreis *B*. Dasselbe Verfahren wird mit einem Hilfskreis, dessen Radius gleich *D* ist, durchgeführt.

Ist dies geschehen, so zeichnet man die beiden Fig. 144 und 145. Die großen Kreise werden mit dem Durchmesser *B*, die kleinen mit dem Durchmesser *A* gezeichnet. Die Verbindungslinien je zweier Kreismittelpunkte laufen mit *0 0* (Fig. 142) parallel, während der Abstand der Kreismittelpunkte gleich *E* ist. Die Punkte *1—16* und $a—0_2$ sind aus Fig. 143 übertragen. Nun werden die einzelnen Punkte genau so verbunden, wie es in den Fig. 140 und 142 geschehen ist. Die Abstände *1—2*, *2—3* .... *15—16*, *16—1* und *a—b*, *b—c* .... *p—q*, *q—a* sind die in die Abwicklung einzuführenden wahren Längen, wobei diese Längen in den Fig. 144 und 145 gemessen werden müssen. Nun bestimmt man die wahre Länge der Verbindungslinien *1—a*, *a—2*, *a—16* .... usw. Zu diesem Zwecke zieht man in den Fig. 140 und 142 durch alle Teilpunkte Linien, welche senkrecht auf *0 0* stehen, und dann einige Linien U, U_1, U_2 ..., parallel mit *0 0* laufend. Auf den auf *0 0* senkrecht stehenden Linien trägt man von U bezw. U_1, U_2 .... die Strecken *1—a*, *a—2*, *2—b*, *b—3* .... aus den Fig. 144 und 145 entsprechend auf, und zwar so, daß auf einer Linie, die durch *k* geht, nur die Längen aufgetragen werden, die sich eben in *k* vereinigen, also *11—k* und *k—10*, ebenso bei allen anderen Punkten. Da die Endpunkte dieser Strecken enge zusammenfallen, so nimmt man eben mehrere Linien U an. Die gezeichneten schrägen Linien ergeben die wahre Länge der Verbindungslinien.

Nachdem nun alle Größen bestimmt sind, kann man die Abwicklung selbst zeichnen. Es geschieht dies wie früher. Auf einer Linie *1—a* trägt

man die Länge *1—a* aus Fig. 140 auf. Von *1* aus schlägt man einen Bogen mit der Länge *1—2* (Fig. 144), von *a* aus einen mit der Länge *a—2* (Fig. 140). Der Schnittpunkt ergibt den Punkt *2*. Ebenso verfährt man bei Bestimmung sämtlicher Punkte.

Fig. 149 und 150. Fig. 151. Fig. 152.

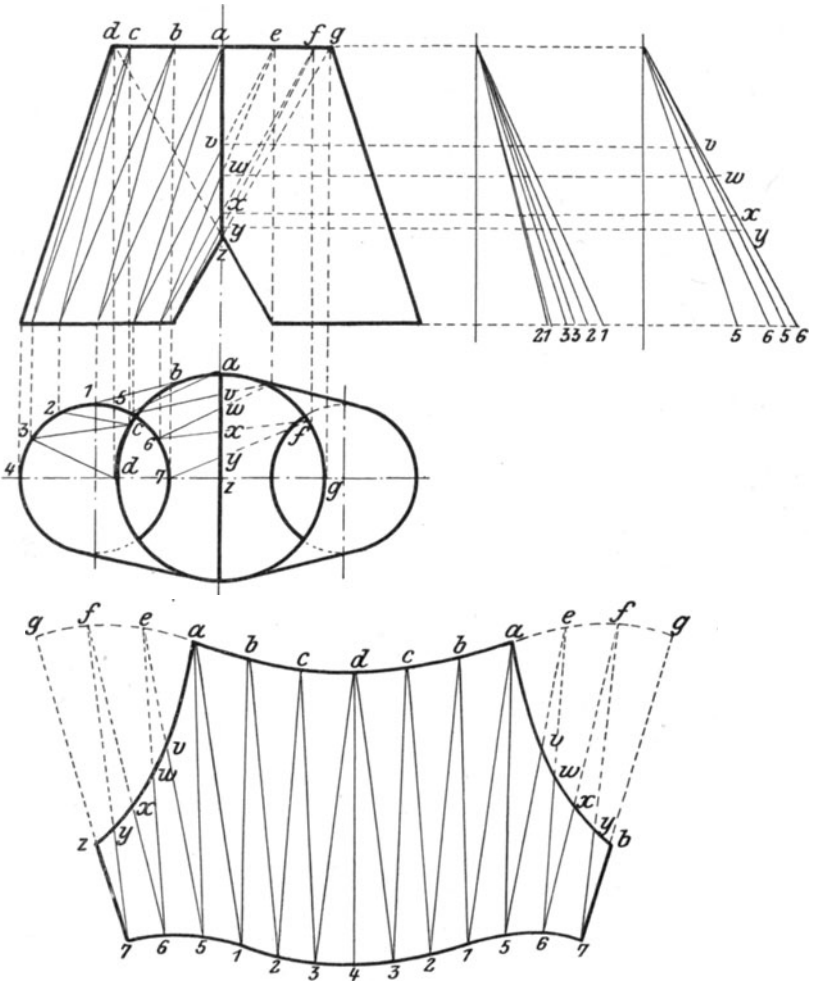


Fig. 153.

Die Abwicklungen der beiden Zylinder, welche durch dieses Zwischenstück verbunden werden, sind in den Fig. 147 und 148 abgebildet.

Eine andere öfters vorkommende Verbindung von zwei Konussen zeigt das in Fig. 149 und 150 dargestellte Hosenrohr, dessen Abwicklung auch mittels der Dreiecksmethode gefunden wird. So ein Hosenrohr wird aus zwei Blechen hergestellt, und zwar für jeden Konus eines. Die Abwicklung

ber beiden Konusse ist vollständig gleich. Zuerst wickelt man den schiefen Konus *a—g*, *1—7* ab, und zwar wie es bei Anwendung der Dreiecksmethode üblich ist. Hierauf ist der in der Abwicklung Fig. 153, als auch in den Fig. 149 und 150 punktierte Teil des Konus zu bestimmen. Wie dies

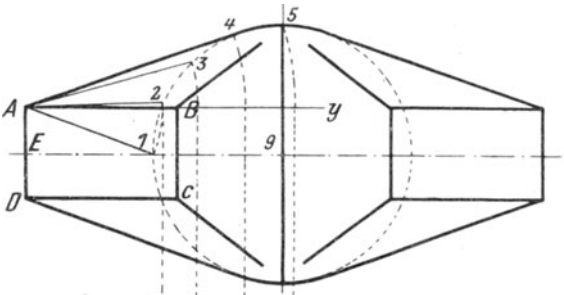


Fig. 154.

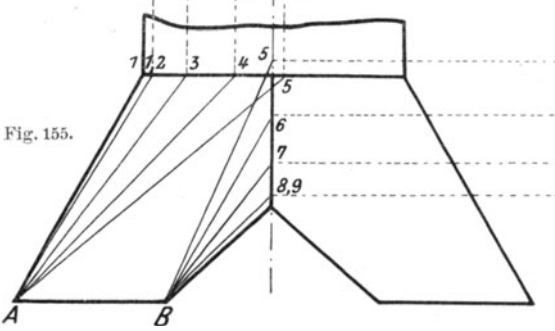


Fig. 155.

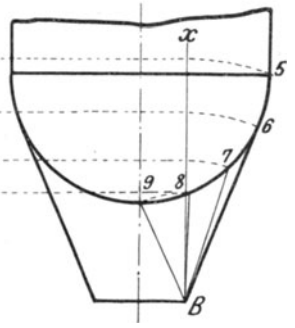


Fig. 156.

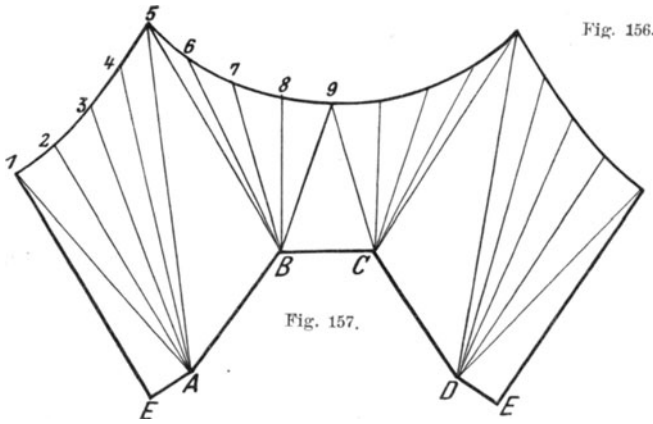
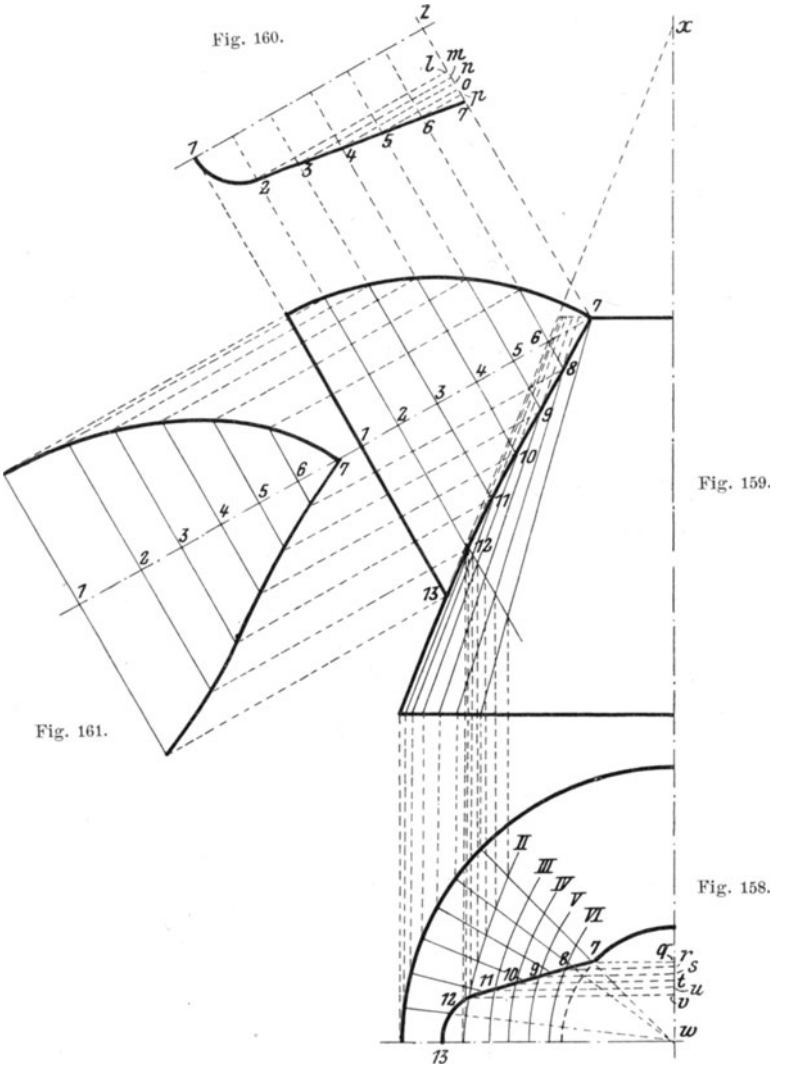


Fig. 157.

geschieht, ist aus den Fig. 149, 151 und 152 leicht zu ersehen und braucht keine weitere Erklärung hierzu gegeben zu werden.

Eine andere Art eines Hosenrohres zeigen die Fig. 154—156. Hier geht der runde Querschnitt in den rechteckigen über. Die Abwicklung selbst wird wieder mit der Dreiecksmethode durchgeführt. Im Aufrisse (Fig. 154) und im Kreuzrisse (Fig. 156) teilt man einen Viertelkreis in

eine Anzahl gleicher Teile und zieht die Verbindungsstrahlen *A1*, *A2* .... *A5*, bezw. *B5*, *B6* .... *B9*. Im Aufriß werden diese Strahlen um den Punkt *A* in die Gerade *AY* gedreht und von dort erst in den Grundriß gelotet. Im Querschnitt werden die Strahlen um den Punkt *B* in die Gerade *BX*



gedreht und dann ebenfalls in den Grundriß (Fig. 155) gelotet. Zieht man im Grundrisse die Verbindungslinien dieser neu erhaltenen Punkte mit den Punkten *A* bezw. *B*, so ergeben diese Verbindungsstrahlen die wahren Längen der in die Abwicklung (Fig. 157) einzutragenden Längen *A1*, *A2* .... *A5* bezw. *B5*, *B6* .... *B9*. Die Längen *1—2*, *2—3*, *3—4* .... *8—9* ergeben sich unmittelbar aus den Fig. 154 und 156.

Bei den Zylindern wurde ein Fall beschrieben, in welchem ein Zylinder mit einem Ausguß versehen war. Der analoge Fall für den Konus ist in Fig. 158 und 159 dargelegt. Wie man sieht, handelt es sich hier hauptsächlich um die Bestimmung der Verschneidungslinie *7—13* in der Fig. 159. Fig. 160 stellt den Querschnitt des Ausgusses dar. Die Linie *1—z* wird in eine Anzahl gleicher Teile geteilt und durch dieselben Senkrechte auf *1—z* errichtet. Dadurch erhalten wir die Punkte *2 .... 7*. Hierauf zieht man durch diese Punkte *2—7* parallele Linien zu *1—z*, so die Punkte *l—p* erhaltend. Die Abstände *k—l*, *l—m .... p—7* trägt man im Grundrisse, von *w* ausgehend, auf und erhält die Punkte *v—q*. Durch diese Punkte werden Horizontale durchgeführt. Im Schnittpunkte von *q* mit dem kleinen Kreise erhält man den Punkt *7*. Von *w* aus zieht man durch *7* einen Strahl, bis derselbe den großen Kreis schneidet, und teilt das Bogenstück zwischen diesem Schnittpunkte und der Horizontalen in eine Anzahl gleicher Teile und zieht die entsprechenden Strahlen. Im

Fig. 162.

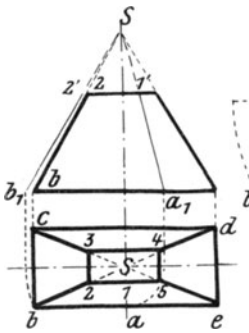


Fig. 163.

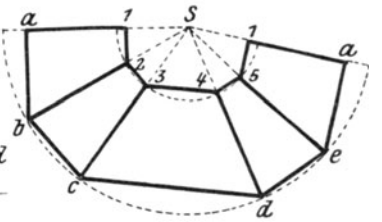


Fig. 164.

Aufriß sind diese Strahlen ebenfalls zu bestimmen. Lotet man die Schnittpunkte dieser durch *x* gehenden Strahlen mit den durch die Punkte *2—7* gehenden Linien aus Fig. 159 in die Fig. 158 auf die zugehörigen Strahlen, so erhält man durch verbinden dieser Punkte die Kurven *II .... VI*. Die Schnittpunkte dieser Kurven mit den durch die Punkte *v—q* gehenden Horizontalen ergeben Punkte der Verschneidungslinie und brauchen nur in den Aufriß gelotet zu werden, um, durch eine Kurve verbunden, die Verschneidungslinie zu geben. Die weitere Entwicklung der Abwicklung ist sehr einfach und bereits bekannt. Fig. 161 zeigt den halben Ausguß abgewickelt.

Bisher sind Konusse mit nur runden oder runden und eckigen Querschnitten besprochen worden, es verbleiben somit nur noch diejenigen mit rein eckigen Querschnitten, also die Pyramiden- und ähnlichen Körperformen. In Fig. 162 und 163 ist eine Pyramide gegeben. Bei derselben schneiden sich alle Seitenflächen in der Spitze *S*, es sind daher die Punkte *b c d e* von dieser Spitze gleichweit entfernt, sie liegen also auf

einem Kreise, allerdings nur, wenn es sich um eine gerade Pyramide handelt, d. h. wenn die Spitze S senkrecht über dem Mittelpunkt der Grund-

Fig. 165.

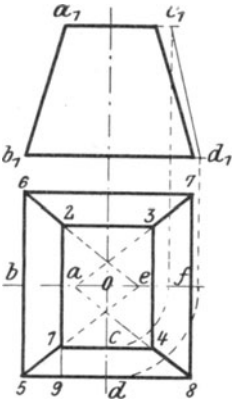


Fig. 166.

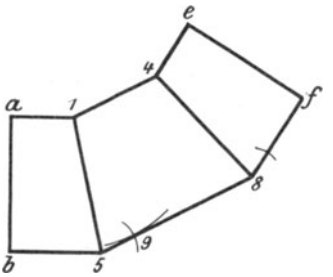


Fig. 167.

fläche liegt. Um nun die in Fig. 162 und 163 gegebene Pyramide bezw. deren Stumpf abzuwickeln, braucht man nur zwei konzentrische Kreise zu

Fig. 169.

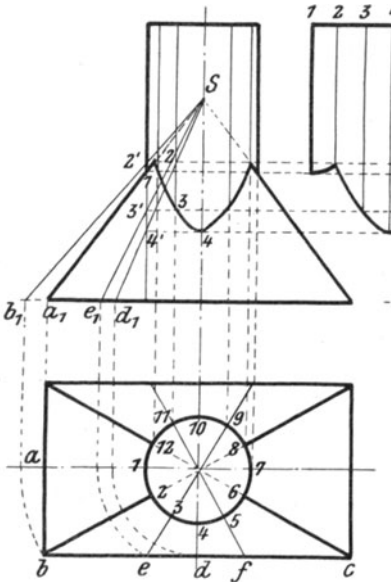
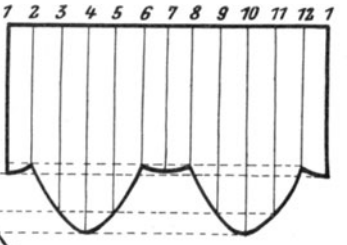


Fig. 168.

Fig. 170.



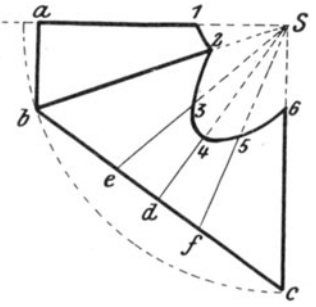


Fig. 171.

ziehen, deren Radien gleich Sb_1 und $S2'$ (Fig. 162) sind. Auf diesen Kreisen trägt man dann die Längen der Seiten als Sehnen auf und erhält so die Abwicklung, wie in Fig. 164 gezeigt.

Anders ist die Sache, wenn sich die Seitenflächen nicht in einem Punkte schneiden. Fig. 165 und 166 zeigen einen solchen Körper. Hier

brauchen wir nur die wirkliche Länge von c—d und e—f zu bestimmen. Die Länge von e—f oder, was dasselbe ist, von a—b kann man direkt aus Fig. 165 entnehmen, während c—d durch eine einfache Drehung wie, dies Fig. 166 zeigt, leicht gefunden werden kann. Nun trägt man auf einer geraden Linie die Strecke a—b aus Fig. 165 (a_1—b_1) auf, errichtet darauf Senkrechte und auf diesen trägt man die halben langen Seiten nach rechts und links auf, so die Punkte *1* und *5* (Fig. 167) erhaltend. Von *5* aus, als Mittelpunkt, schlägt man einen Kreisbogen mit dem Radius *5*—*9*, ebenso von *1* aus mit c_1—d_1. Den sich ergebenden Schnitt-

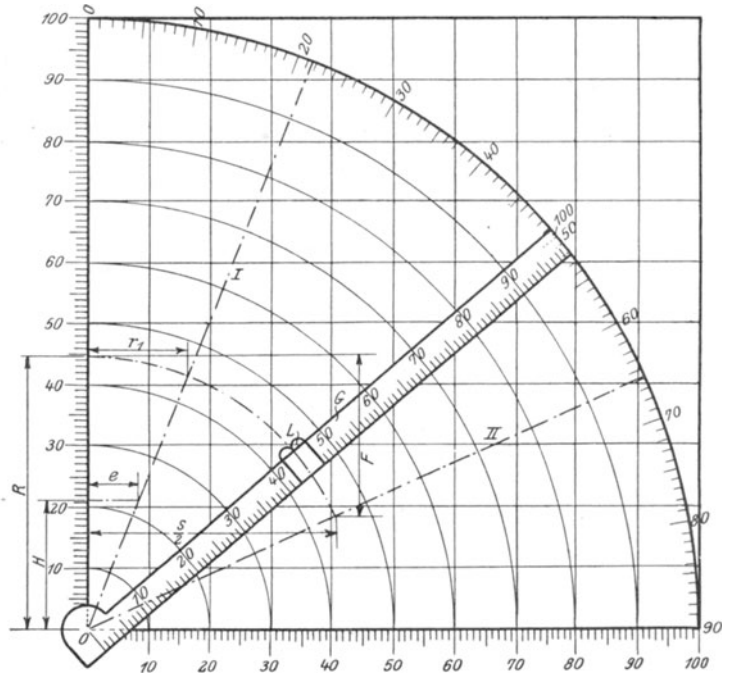


Fig. 172.

punkt verbindet man mit *5*, parallel zu dieser Verbindungslinie zieht man durch *1* eine Linie und trägt von *1* aus die Länge *1*—*4* und von *5* die Länge *5*—*8* auf. Von *8* aus schlägt man einen Kreisbogen mit dem Radius *1*—*9* und von *4* aus mit a_1—b_1. Den Schnittpunkt verbindet man mit *8* und zieht durch *4* hierzu eine Parallele und trägt die Längen *4*—*e*, *8*—*f* auf und verbindet die Punkte *e* und *f* und erhält so die Abwicklung. In Fig. 167 ist nur die Hälfte dargestellt.

In Fig. 168 und 169 sehen wir eine Pyramide mit aufgesetztem Zylinder. Die Durchführung dieser Abwicklung ist ebenfalls nicht schwer und ergibt sich leicht aus den Bildern. Der Kreis im Grundriß wird in eine Anzahl gleicher Teile geteilt und dann die entsprechenden Strahlen

α	β	Differenz für 0,1°	α	β	Differenz für 0,1°	α	β	Differenz für 0,1°	α	β	Differenz für 0,01°
1	3,150	0,3132	24	73,206	0,2862	47	131,652	0,2106	69	166,048	0,1098
2	6,282	0,3132	25	76.068	0,2844	48	133,758	0,2088	70	169,146	0,1044
3	9,414	0,3150	26	78,912	0,2808	49	135,846	0,2034	71	170,190	0,1008
4	12,565	0,3150	27	81,720	0,2790	50	137,880	0,1998	72	171,198	0,0936
5	15,714	0,3096	28	84,510	0,2754	51	139,878	0.1962	73	172,134	0,0900
6	18,810	0,3132	29	87,264	0,2736	52	141,840	0,1908	74	173,034	0,0828
7	21,942	0,3114	30	90,000	0,2700	53	143,748	0,1872	75	173,862	0,0792
8	25,056	0,3096	31	92,700	0,2682	54	145,620	0,1836	76	174,654	0,0738
9	28,152	0,3096	32	95,982	0,2646	55	147,456	0,1764	77	175,392	0,0666
10	31,248	0,3096	33	98,028	0,2628	56	149,220	0,1746	78	176,058	0,0630
11	34,344	0,3078	34	100,666	0,2572	57	150,966	0,1674	79	176,688	0,0576
12	37,422	0,3078	35	103,228	0,2576	58	152,640	0,1656	80	177,264	0,0522
13	40,500	0,3042	36	105,804	0,2520	59	154,296	0,1584	81	177,786	0,0468
14	43,542	0,3042	37	108,324	0,2502	60	155,880	0,1548	82	178,254	0,0396
15	46,584	0,3024	38	110,826	0,2448	61	157,428	0,1512	83	178,640	0,0360
16	49,608	0,3024	39	113,274	0,2430	62	158,940	0,1440	84	179,010	0,0306
17	52,632	0,2988	40	115,704	0,2394	63	160,380	0,1904	85	179,316	0,0252
18	55,620	0,2988	41	118,098	0,2340	64	161,784	0,1350	86	179,568	0,0180
19	58,608	0,2952	42	120,438	0,2322	65	163,134	0,1296	87	179,748	0,0144
20	61,560	0,2952	43	122,760	0,2286	66	164,430	0,1260	88	179,892	0,0072
21	64,512	0,2916	44	125,046	0,2232	67	165,690	0,1206	89	179,964	0,0036
22	67,428	0,2918	45	127,278	0,2196	68	166,896	0,1152	90	180,000	.....
23	70,326	0,2880	46	129,474	0,2178						

gezogen, man findet so die Punkte *1—12* und *a—f*. Die letzteren Punkte dreht man in die Horizontale und lotet in den Aufriß, so die Punkte a_1, b_1, e_1 und d_1 erhaltend. Diese Punkte verbindet man mit der Spitze und erhält so die Punkte *2'*, *3'* und *4'*. Durch Projizieren erhält man dann die Punkte *2*, *3* und *4* und weiter die Abwicklung des Zylinders (Fig. 170). Die Abwicklung der Pyramide findet man wie bereits beschrieben, bestimmt sich auch die Punkte *d*, *e*, *f* und verbindet dieselben mit *S*. Auf die durch *S* gehenden Strahlen trägt man nun die Längen b_1—*2'*, a_1—*1*, e_1—*3'* .... usw. auf. Fig. 171 zeigt nur einen Bruchteil der Abwicklung.

Zum Schlusse sei noch ein Hilfsmittel zum Abwickeln von Kreiskegeln mitgeteilt. Es ist dies eine Art Rechenschieber, den sich jedermann leicht machen kann. In Fig. 172 ist dieser Schieber dargestellt. Man nimmt eine quadratische Platte und zeichnet darauf ein Quadrat mit 100 Seitenlänge. Der Einfachheit halber nimmt man diese Seite mit 1000 mm Länge an, so daß die Entfernung der Teilstriche auf der horizontalen und vertikalen Teilung gleich 10 mm ist. Mit *0* als Mittelpunkt zeichnet man auch den Viertelkreis mit 100 Halbmesser und teilt denselben in 90°. Hierauf macht man den Gleitarm *G*, ebenfalls 100 lang mit der entsprechenden Teilung. Auf diesem Gleitarm wird der Läufer *L* befestigt. Der Gleitarm *G* wird im Punkte *0* drehbar auf der Grundplatte befestigt und zwar so, daß die eine (obere) Seite in jeder Stellung einen Halbmesser darstellt. Der Läufer *L* ist auf dem Gleitarm *G* verschiebbar.

Die hier benützten Bezeichnungen entsprechen genau den in Fig. 76, Seite 28 gebrauchten.

Auf der vertikalen Teilung liest man die Höhe *H* ab, auf der horizontalen dagegen *e* und dreht den Gleitarm *G* bis er die Stellung *I* erhält. Hierauf wird der Läufer *L* solange verschoben, bis man auf der Horizontalteilung die Größe r_1 ablesen kann. Auf der Teilung des Gleitarmes kann man dann sofort die Größe *R* ablesen.

Hat man auf der Gradteilung die entsprechende Ablesung gemacht, so sucht man in umstehender Tabelle diesen Wert unter α und entnimmt den entsprechenden Wert für β. Der Gleitarm *G* wird jetzt solange gedreht, bis auf der Gradteilung der Winkel β abzulesen ist, so daß der Gleitarm *G* in seine Stellung *II* gelangt.

Auf der horizontalen Teilung kann man nun sofort $\frac{S}{2}$ ablesen und auch *F*. Verschiebt man nun den Läufer *L* um die Strecke *L* (Fig. 76), so kann man sofort die Werte $\frac{s}{2}$ und *f* ablesen.

Wird der Kegel aus *2*, *3*, *4* .... Blechen gemacht, so stellt man den Gleitarm auf den Winkel $\frac{\beta}{2}$, $\frac{\beta}{3}$, $\frac{\beta}{4}$ ....

(Siehe die Tabelle auf S. 54.)

III. Die Umdrehungsflächen.

Von Umdrehungsflächen werden nur die Kugel und das Ogival öfters in der technischen Praxis verwendet und es werden daher nur die diesbezüglichen Abwicklungen besprochen werden. Diese Abwicklungen, es sei gleich Anfangs gesagt, entbehren der Genauigkeit, mit der andere entwickelt wurden, und zwar aus dem Grunde, weil hier Faktoren mitwirken, die sich nicht festlegen lassen, so die Dehnung des Materials, welche beim Bombieren des Bleches immer eintritt. Dabei können die Abwicklungen nur annähernd genau sein und kann die Bearbeitung des Bleches erst im fertig bombierten Zustande vorgenommen werden.

Fig. 173.

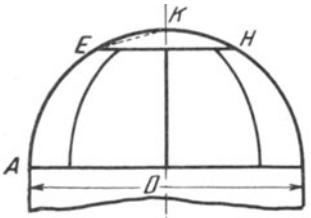
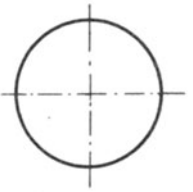


Fig. 176.



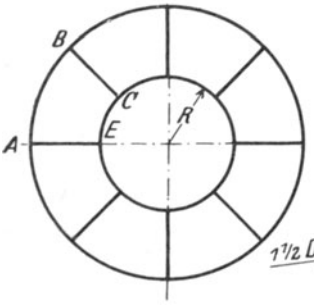


Fig. 174.

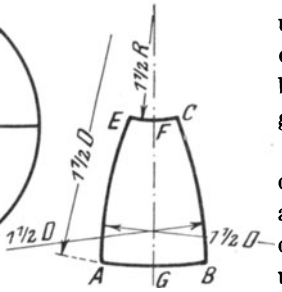


Fig. 175.

Wird ein Körper durch eine Halbkugel abgeschlossen, so wird dieselbe aus einer Kalotte und einer Anzahl gleicher Segmente hergestellt (Fig. 173, 174).

Die Abwicklung einer solchen Kalotte ist ein Kreis (Fig. 176), dessen Durchmesser gleich ist dem Bogen $E\,H$ (Fig. 173), wenn man von der Dehnung absieht. Nachdem man aber das Blech bombiert hat, d. h. ihm Kugelgestalt gegeben hat, so entdeckt man, daß das Blech eigentlich zu groß war. Für den Fall, daß der Radius R gleich ist dem vierten Teil des Kugeldurchmessers, also $R = {}^1/_4\,D$, so gibt uns Fig. 177 diejenige Größe, um welche $2\,R$ beim Aufreißen größer zu nehmen ist, als es die Fig. 173 bezw. 174 angibt. Trifft obige Voraussetzung nicht zu, so geht man nicht fehl, wenn man als Radius die Länge $E\,K$ nimmt, und zwar die Sehne $E\,K$.

Trifft obige Voraussetzung zu, so findet man die Abwicklung des Kugelsegments, wie es Fig. 175 zeigt, wobei die Länge $F\,G$ gleich ist $^1/_6\,D\,\pi$, also dem sechsten Teile des größten Kugelkreises, während $A\,B$ gleich ist dem größten Kugelkreis, geteilt durch die Anzahl der Segmente, ebenso ist $E\,C$ gleich dem Umfange eines Kreises mit dem Radius R, geteilt durch die Anzahl der Segmente.

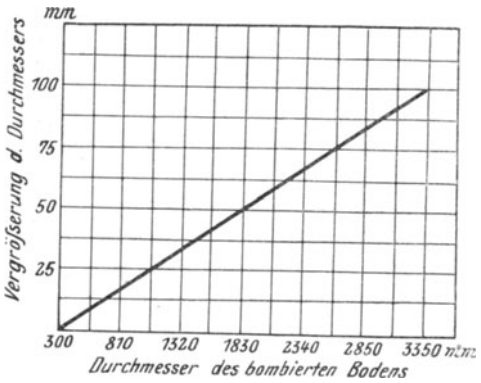


Fig. 177.

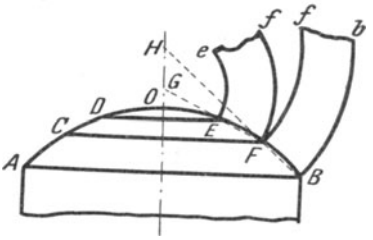


Fig. 178.

Wird der Durchmesser D der Kugel sehr groß, so ist man nicht mehr in der Lage, obige Voraussetzung einzuhalten, da man sonst ein zu großes Rundblech erhalten würde und man ist daher gezwungen, den Radius R kleiner anzunehmen und die Zahl der Segmente zu vergrößern, unter Umständen auch noch diese Segmente zu unterteilen. Es kommt dies auch dann vor, wenn es sich um keine ganze Kugel bezw. Halbkugel handelt, wie in Fig. 178.

Fig. 179.

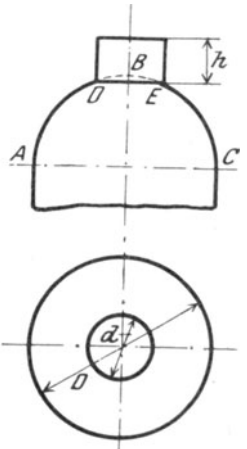


Fig. 180.

Die Abwicklung der Kalotte ist bereits gegeben. Die anderen Schüsse werden nun so abgewickelt, daß man einfach den eingeschriebenen Konus abwickelt, wie dies Fig. 178 zeigt.

Falls es sich nicht um zu große Durchmesser handelt, kann man die zuerst gegebene Abwicklung immer noch benutzen, selbst wenn die dort gemachte Voraussetzung nicht zutrifft. Es werden dabei die Bleche etwas zu breit, da der $R = 1^1/_2\,D$ größer, als eben angegeben, wird. Will man jedoch dies vermeiden, so kann man die Kugel ebenso abwickeln, wie es später für das Ogival angegeben ist.

Es kann der Fall eintreten, daß an einem Kugelboden ein Zylinder anschließt. Tritt der Zylinder senkrecht in die Kugel, d. h. geht die Achse des Zylinders durch das Kugelmittel, wie in Fig. 179 und 180, so ist die Schnittlinie zwischen Kugel und Zylinder ein Kreis von gleichem

Durchmesser mit dem Zylinder. Das von der Kugel übrigbleibende Stück wird, wie bereits besprochen, abgewickelt. Der abzuwickelnde Zylinder ist ebenfalls nach dem unter Zylinder Gesagtem abzuwickeln.

In Fig. 179 und 180 ist der Fall gezeichnet, daß die Achse des Zylinders mit der vertikalen Achse der Kugel zusammenfällt. In Fig. 181 ist dies nicht der Fall, hier ist die Achse geneigt (der Zylinder ist nicht gezeichnet). Der Aufriß der Schnittlinie stellt sich die Gerade GH dar. Die Kugelsegmente werden wie gewohnt abgewickelt, und zwar so, daß man sich die Kugel zuerst ergänzt denkt bis zur Linie GG_1. Dann projiziert man die Punkte L, N und K auf den Kreis, so L_1, N_1, K_1 erhaltend. In der Abwicklung (Fig. 183) nimmt man dann von den entsprechenden Seiten die Längen $G_1—L_1$, $G_1—N_1$ und $G_1—K_1$ weg und verbindet diese Punkte durch eine Kurve und erhält die Abwicklung. Ebenso ist die Abwicklung für sämtliche Segmente durchzuführen. Wie leicht zu ersehen, ist die Abwicklung für je 2 Segmente gleich.

Fig. 181.

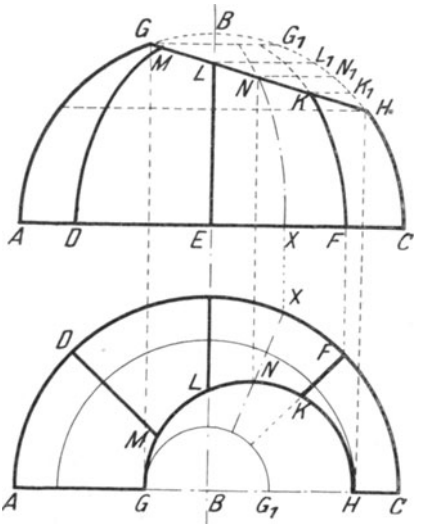
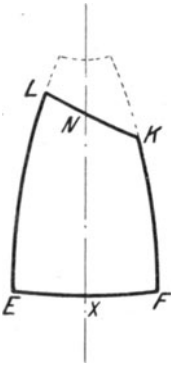


Fig. 182.

Fig. 183.



Tritt der Zylinder schief in die Kugel, so daß die Zylinderachse nicht durch das Kugelmittel geht, dann ist die Schnittlinie kein Kreis mehr, sondern eine geschlossene krumme Kurve. Der Aufriß der Verschneidungslinie stellt dann keine Gerade vor, sondern ebenfalls eine Kurve (Fig. 184). In diesem Falle handelt es sich um die Bestimmung der Schnittkurve im Aufriß. Man zieht den Hilfshalbkreis für den Zylinder und teilt denselben in eine beliebige Anzahl gleicher Teile und zieht die entsprechenden Parallelen. Durch den Kugelmittelpunkt O zieht man eine Senkrechte auf die Achse des Zylinders, welcher in M geschnitten wird. Wo die Geraden *1* und *5* die Kugel treffen, sind natürlich zwei Punkte der Kurve. Um den Punkt F, d. h. den Durchstoßpunkt der Geraden *3* mit der Kugel zu finden, setzt man in M mit dem Zirkel ein und schlägt

durch K einen Kreis bis zum Schnitt mit der Geraden *1* bezw. *5* und lotet diesen Schnittpunkt auf die Gerade *3* zurück, und erhält so einen Punkt F, der auf der Kurve liegt. Um E zu erhalten, setzt man in N ein, schlägt einen Kreis durch H bis zum Schnitte mit der Zylinderachse und lotet dann zurück. So wie den Punkt F findet man auch den Kurvenpunkt G. Kugel und Zylinder sind nun nach bekannten Methoden abzuwickeln.

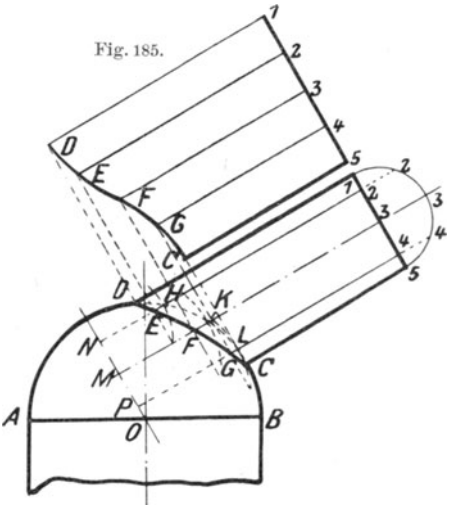


Fig. 185.

Fig. 184.

Sehr einfach gestaltet sich die Abwicklung eines Prismas, welches in eine Kugel eintritt. Fig. 186 und 187 stellen einen solchen Fall dar, während Fig. 188 die Abwicklung des Prismas darstellt. Da ein Prisma von ebenen Flächen begrenzt wird, so sind die Schnittlinien eben Stücke eines Kreises. Dabei ist es gleichgültig, ob die Achse des Prismas durch den Kugelmittelpunkt geht oder nicht. In Fig. 186 und 187 ist ein vierseitiges Prisma dargestellt und ersieht man sehr leicht, wie die entsprechenden Radien gefunden werden. Die Fig. 189 und 190 zeigen einen ähnlichen Fall, nur geht die Achse des Prismas nicht durch den Kugelmittelpunkt. Aus diesen Figuren ist leicht zu ersehen, wie die Schnittlinien zu suchen sind, d. h. die zugehörigen Radien. Fig. 191 ist die Abwicklung des Prismas.

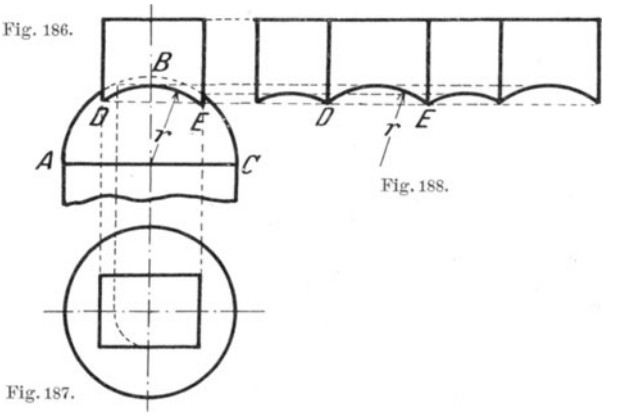


Fig. 186.

Fig. 188.

Fig. 187.

Umstehende Fig. 192 und 193 zeigen uns eine Kugel mit aufgesetztem Konus, und zwar den Fall, daß der Konus die Kugel senkrecht trifft, d. h. die Achse des Konus geht durch den Mittelpunkt der Kugel. In diesem Falle ist die Abwicklung sehr einfach, sowohl was die Kugel, als auch was den Konus anbelangt, da die diesbezüglichen Abwicklungen zu den einfachsten Fällen gehören, also

absolut gar keine Schwierigkeiten bieten. Anders ist der Fall, wenn der

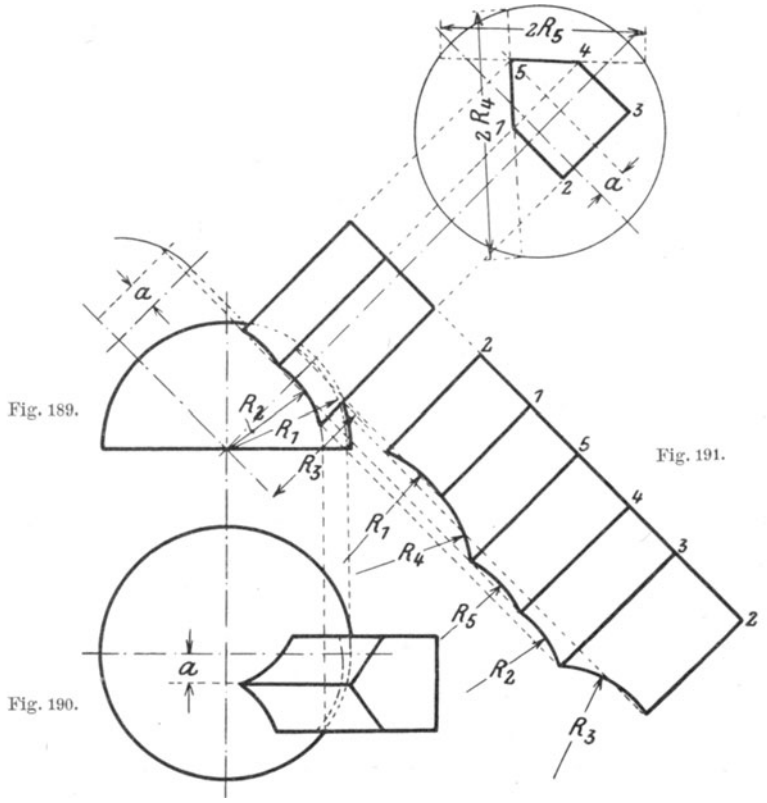


Fig. 189.

Fig. 191.

Fig. 190.

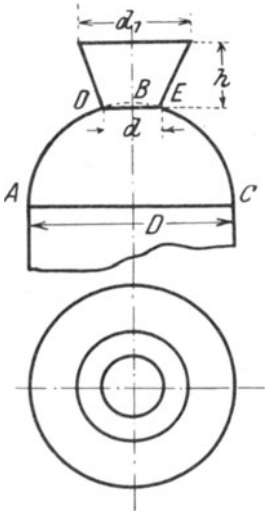


Fig. 192 und 193.

Konus schief in die Kugel tritt, wie in Fig. 194. Um die Abwicklungen, beide für Kugel und Konus, finden zu können, muß zuerst die Schnittlinie bestimmt werden. Dieselbe ist durch eine Kurve dargestellt. Zwei Punkte der Kurve sind sofort gefunden, es sind dies *d* und *g*. Schnell ist auch der Punkt *a* gefunden. Vom Mittelpunkt *O* der Kugel fällt man eine Senkrechte auf die Achse des Konus, setzt dann in *M* ein und schlägt durch *N* einen Kreisbogen, und erhält so die Punkte *11* und *22*. Diese Punkte, miteinander verbunden, ergeben im Schnittpunkte ihrer Verbindungslinie mit der Konusachse den Punkt *a*. Um die anderen Punkte zu finden, geht man wie folgt vor: Durch *O* zieht man eine Parallele zur Konusachse, setzt in O_1 ein und schlägt mit dem

Kugelradius einen Halbkreis. Im Punkte M_1 einsetzend, zieht man einen Halbkreis, der durch *1* und *7* geht, also den größten Konusdurchmesser zum Durchmesser hat. Diesen letzteren Kreis teilt man in eine Anzahl gleicher Teile. Es sei nun der Punkt *b* gesucht. Man zieht durch *3* und M_1 eine Gerade, fällt von 0_1 aus auf diese Gerade eine Senkrechte, so den Punkt B erhaltend. In M_1 wird eingesetzt und mit $M_1 B$ als Radius ein Kreisbogen geschlagen, um den Punkt B_2 zu erhalten, welcher Punkt auf die Gerade OM projiziert wird, B_1. Nun nimmt man die

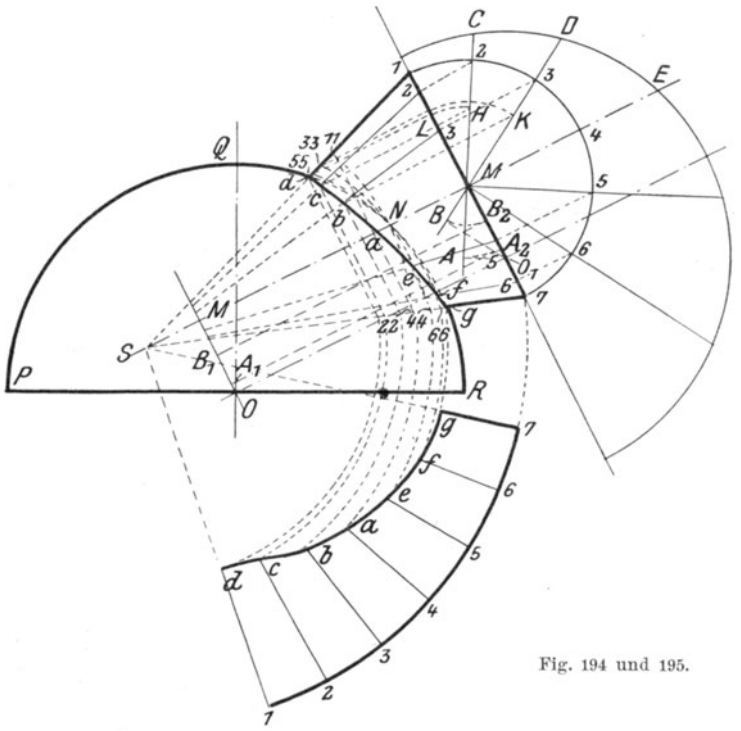


Fig. 194 und 195.

Strecke BD in den Zirkel, setzt in B_1 ein und zieht einen Kreisbogen, welcher uns die Schnittpunkte *33* und *44* gibt. Durch *33* zieht man eine Parallele zur Konusachse und bekommt L, in M_1 einsetzend und durch L einen Kreisbogen schlagend, erhalten wir K, welcher, auf die Gerade *3 S* gelotet, den gesuchten Punkt *b* ergibt.

Einfacher ist es, den Punkt *33* direkt auf die Gerade *3 S* zu loten. Auf diese Weise werden sämtliche Punkte gefunden. Fig. 195 zeigt die Hälfte der Konusabwicklung. Wie Fig. 184 und 194 zeigen, sind die Schnittlinien zwischen Kugel und Zylinder einerseits und Konus andererseits sehr flache Kurven, so daß man keinen Fehler macht, wenn man statt derselben eine Gerade oder einen flachen Kreisbogen setzt.

Eine zweite Umdrehungsfläche, die vielfach gebraucht wird, ist das Ogival (Fig. 196, 197), das oben immer durch eine Kugelkalotte abgeschlossen wird. Man teilt die Ogivalhöhe OL in zwei bis vier Teile und zieht durch diese Punkte horizontale Linien. Hierauf bestimmt man die diesen Abschnitten zukommenden eingeschriebenen Kegel.

Auf einer Linie trägt man die Bogenlänge AB auf (Fig. 196) und bekommt so die Punkte H und K (Fig. 198). Dann bestimmt man die

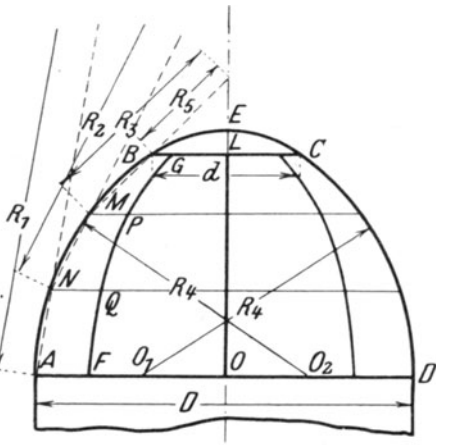


Fig. 196.

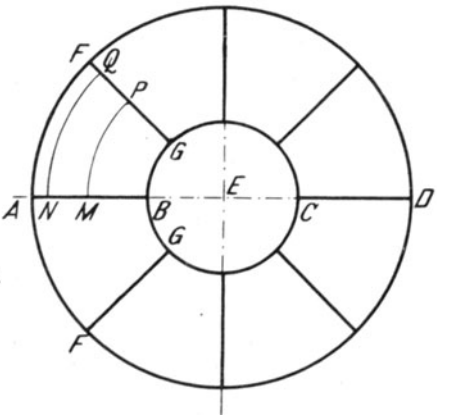


Fig. 197.

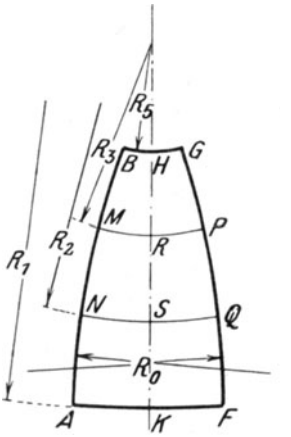


Fig. 198.

Punkte R und S, indem man die Bogenstücke BM, MN aus Fig. 196 aufträgt. Nun nimmt man R_5 in den Zirkel und schlägt durch H einen Kreisbogen, wobei man in der Linie HK einsetzt. Auf diesem Kreise trägt man nach beiden Seiten je die halbe Bogenlänge BG aus Fig. 197 auf, so B und G erhaltend. Nun schlägt man mit R_1, R_2 und R_3 durch K, S, R die entsprechenden Bogen und trägt dann beiderseits je die Hälfte der Bogenlängen AF, NQ und MP aus Fig. 197 auf und erhält so die

Punkte *A*, *N*, *M*, *F*, *Q*, *P*. Durch diese Punkte legt man einen Kreisbogen, dessen Radius R_0 etwas größer ist als $3\ R_4$.

Auf dieselbe Weise läßt sich auch die Kugel abwickeln.

In Fig. 199 und 200 sehen wir eine Umdrehungsfläche, die beim Bau von Braupfannen Verwendung findet. Es dreht sich hier der Kreisbogen *1—7* um die vertikale Achse.

Um diese Fläche abwickeln zu können, teilt man zuerst den Bogen *1—7* in Fig. 199 in 2 Teile und zieht an diesen Punkt die Tangente *T*, welche die vertikale Achse in $\overline{A}$ schneidet. Weiter teilt man die beiden Hälften des Bogens in eine Anzahl gleicher Teile und zieht die entsprechenden Parallelkreise, welche man auf den Grundriß Fig. 200 überträgt. Hier ist angenommen, daß die ganze Umdrehungsfläche, von der nur ein Viertel gezeichnet ist, aus 6 Blechen besteht.

Fig. 199.

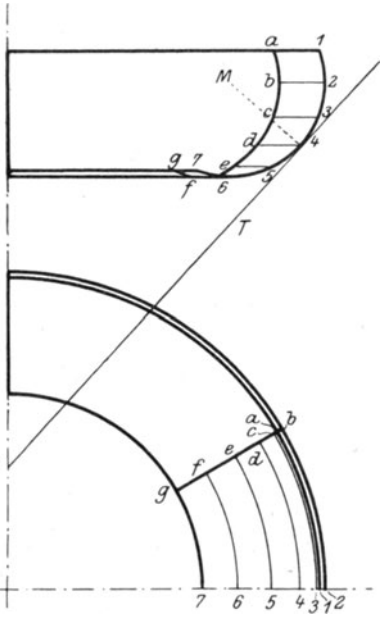


Fig. 200.

Nun zieht man in Fig. 201 eine Gerade und zeichnet einen

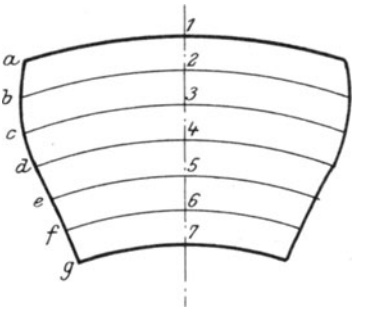


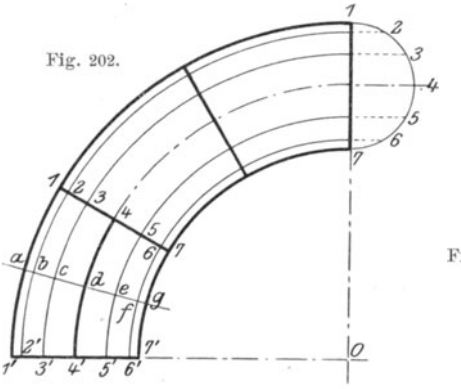
Fig. 201.

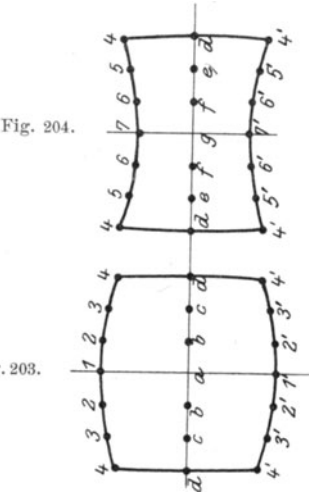
Kreisbogen mit der Strecke $\overline{4A}$ (Fig. 199) als Halbmesser und dessen Mittelpunkt auf der Geraden liegt. Man erhält so den Kreis *4* (Fig. 201). Von *4* trägt man nach auf- und abwärts die einzelnen Teile des Bogens *1—7* (Fig. 199) auf und zieht zu *4* parallele Kreisbogen. Im Grundriß (Fig. 200) mißt man die Längen *1—a*, *2—b*, *3—c* . . . . *7—g* und trägt die Größen auf den Kreisen *1—7* in Fig. 201 rechts und links von der Geraden auf. Man erhält so die Punkte *a—g*, welche durch eine Kurve verbunden, eine Grenzlinie der Abwicklung bilden. Fig. 201 zeigt die entsprechende Abwicklung.

Auf Seite 22 haben wir einen Krümmer abgewickelt, der aus einzelnen Zylinderstücken zusammengesetzt worden ist (Fig. 57—59). Es ist jedoch auch möglich, diesen Krümmer so zu bauen, daß er eine Umdrehungsfläche bildet, wie dies Fig. 202 zeigt.

Auch dieser Krümmer wird aus einzelnen Blechen hergestellt. Hier sind 3 Schüsse angenommen, deren jeder aus 2 Blechen besteht.

Nun teilt man den Hilfshalbkreis — es ist vorausgesetzt, daß der Krümmer kreisförmigen Querschnitt besitzt — in Fig. 202 in eine Anzahl gleicher Teile, lotet die Teilpunkte auf die Linie *1—7—0* zurück und zieht die Hilfskreise. Hierauf zieht man die Linie *a—b*, welche den Schuß halbiert. Auf einer Linie *d—a—d*, Fig. 203, errichtet man in *a* eine Senkrechte und trägt die Größe der Teile des Hilfskreises von *a* aus nach rechts und links auf, so die Punkte *b*, *c*, *d* erhaltend. Von *a* trägt





man auf den Senkrechten die Länge des Kreisbogens *a—1* und *a—1'*, Fig. 202, nach auf- und abwärts auf und erhält die Punkte *1* und *1'*. Von *b* aus zieht man Kreisbogen mit dem Halbmesser gleich dem Bogen *b—2* in Fig. 202 und von *1* und *1'* aus solche, deren Halbmesser gleich einem Teile des Hilfskreises ist. Wo sich diese Bogen schneiden, erhält man die Punkte *2*. Hierbei sind natürlich die Punkte *b* und *1* sowie *1'* als Mittelpunkte für die Kreisbogen aufzufassen. So fährt man fort, bis alle Punkte bestimmt sind. Durch die Punkte *4*, *d*, *4'* legt man einen flachen Kreisbogen. Fig. 203 und 204 geben die Abwicklungen der beiden Bleche.

IV. Schraubenfläche.

Eine ziemlich seltene Aufgabe ist es, eine Schraubenfläche abzuwickeln. Fig. 205, 206 stellt uns eine solche dar. Die Abwicklung ist in Fig. 207 gezeigt, sie stellt einen Teil eines Kreisringes dar.

Fig. 205. Fig. 206.

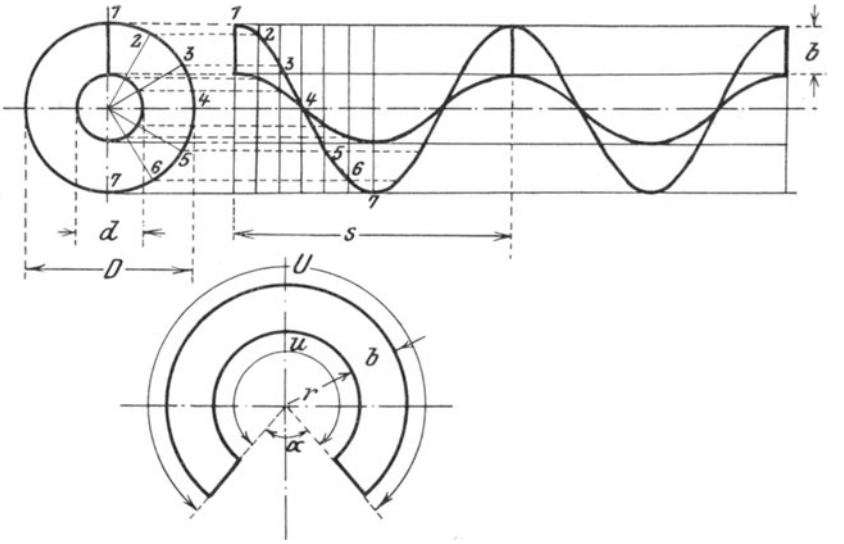


Fig. 207.

Fig. 208.

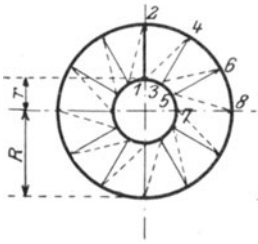
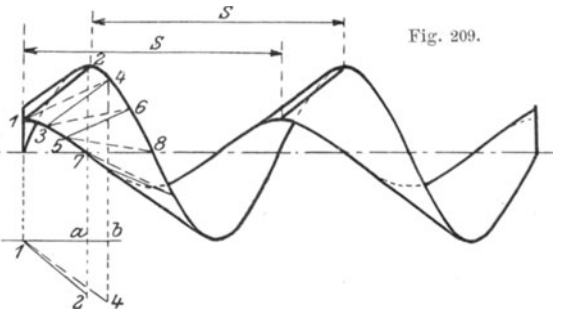


Fig. 209.



Die Größe des Radius r ergibt sich wie folgt:

s sei die Steigung der Schraubenfläche,

D und d die Durchmesser,

U und u die zugehörigen Längen der Schraubenlinien, gemessen an den Zylindern D und d,

$b = \frac{D-d}{2}$ die Breite der Schraubenfläche.

$$U = \sqrt{D^2\pi^2 + s^2} = (r + b) \text{ arc } (360 - \alpha),$$
$$u = \sqrt{d^2\pi^2 + s^2} = r \text{ arc } (360 - \alpha),$$
$$U : u = (r + b) \text{ arc } (360 - \alpha) : r \text{ arc } (360 - \alpha),$$
$$U : u = (r + b) : r,$$

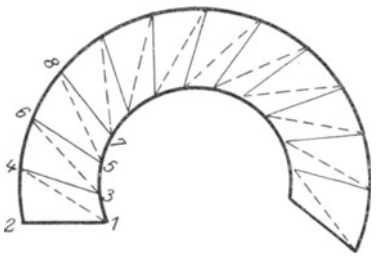


Fig. 210.

$$r = \frac{b\,u}{U - u}, \qquad R = r + b.$$

Hat man r gefunden, so findet man leicht R. Man zieht hierauf die beiden konzentrischen Kreise und trägt darauf U bezw. u auf.

Die in Fig. 208 und 209 dargestellte Schraubenfläche ist eine sog. schiefe Schraubenfläche, weil die Begrenzungslinien eines Schraubenganges nicht wie bei Fig. 205 und 206 senkrecht zur Schraubenachse, sondern schief steht. Die Abwicklung dieser Fläche erfolgt wieder mit Hilfe der Dreiecksmethode. Die Strecke *a—2* ist gleich *1—2* in Fig. 208, ebenso

Fig. 212. Fig. 214. Fig. 215.

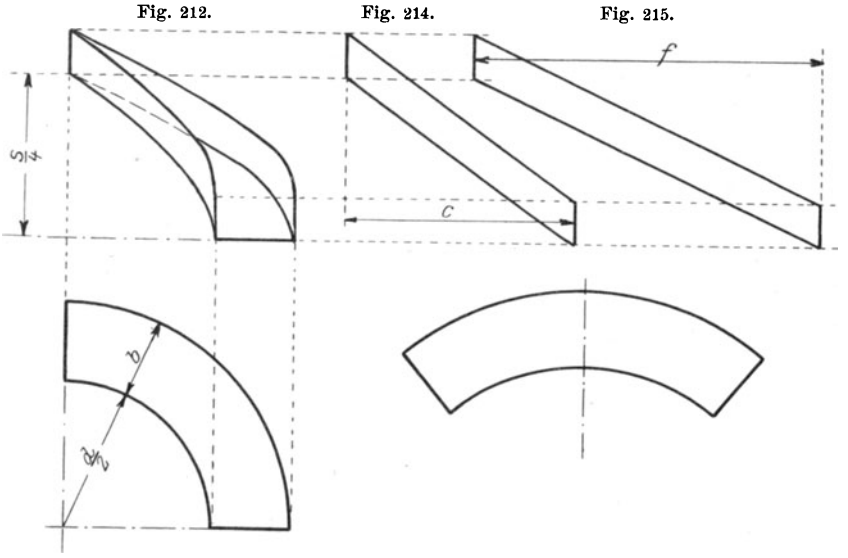


Fig. 211. Fig. 213.

b—4 gleich *1—4* in Fig. 208. Die Länge der Teile *1—3*, *3—5* . . . . in Fig. 210 ist gleich $\frac{\sqrt{4r^2\pi^2 + s^2}}{n}$ und der Teile *2—4*, *4—6* . . . . Fig. 210 ist gleich $\frac{\sqrt{4R^2\pi^2 + s^2}}{n}$, wobei n die Anzahl der Teile, in welche die Schraubenfläche zerlegt wurde. Der weitere Vorgang des Abwickelns ist bekannt. Fig. 210 gibt die Abwicklung eines Ganges.

Vorstehend abgewickelte Schraubenflächen finden Verwendung zu Förder- und Transportschnecken.

Als Abflußrinne verwendet finden wir die Schraubenfläche in Fig. 211 und 212. Allerdings ist hier nur ein Viertel verwendet. Die Abwicklung des Grundbleches (Fig. 213), wird wie zuvor auf Seite 65 beschrieben gefunden. Die Abwicklungen der beiden Seitenflächen zeigen die Fig. 214 und 215 und sind so einfach, daß sich jede Beschreibung erübrigt.

$$c = \frac{\sqrt{d^2\pi^2 + s^2}}{4}, \qquad f = \frac{\sqrt{(d + 2b)^2\pi^2 + s^2}}{4}.$$