

C. Pfleiderer

# Die Kreiselpumpen

# Die Kreiselpumpen

Von

**C. Pfeiderer**

Dr.-Ing., Professor an der Technischen  
Hochschule Braunschweig

Mit 355 Abbildungen



Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH

1924

Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzung  
in fremde Sprachen, vorbehalten.

Copyright 1924 by Springer-Verlag Berlin Heidelberg  
Ursprünglich erschienen bei Julius Springer in Berlin 1924

ISBN 978-3-662-42863-4      ISBN 978-3-662-43147-4 (eBook)  
DOI 10.1007/978-3-662-43147-4

## Vorwort.

Dieses Buch über Kreiselpumpen, das für Studium und praktischen Gebrauch bestimmt ist, berücksichtigt die Bedürfnisse des Ingenieurs. Der Gegenstand bringt es mit sich, daß besonderes Gewicht auf die Klärung hydraulischer Vorgänge gelegt werden muß, deren Erkenntnis sich in neuerer Zeit wesentlich erweitert und vertieft hat. Dieser Entwicklung, die eine erhöhte Wertschätzung der Verfahren der mathematischen Hydrodynamik zur Folge hatte, ist es zuzuschreiben, daß die Behandlungsweise verschiedentlich die bisher bei den Kreiselpumpen gewohnten Bahnen verläßt, was dem Leser vielleicht anfänglich Schwierigkeiten bereiten mag, aber sachlich notwendig war. Im übrigen setzt das Buch in Mathematik und Hydrodynamik nur die Kenntnisse voraus, die dem heute an Technischen Hochschulen von den Maschineningenieuren verlangten Wissen entsprechen.

An den Anfang des Buches ist eine kurze, elementare Behandlung der Strömungslehre gestellt, weil die Kenntnis einiger grundlegender Strömungsvorgänge und der Gesetze über den Einfluß der Reibung Voraussetzung ist für ein tieferes Verständnis der in einer Pumpe sich abspielenden Strömungsvorgänge und erst die zeitgemäße Behandlung der vorliegenden Aufgaben ermöglicht. Bei der Berechnung der Schauflung konnte an dem Einfluß der Auseinanderstellung der Schaufeln, d. h. der Endlichkeit ihrer Zahl, nicht vorbeigegangen werden, weil bei den als Pumpen verwendeten Kreiselmaschinen die Schaufelzahl die Leistung weitgehend beeinflußt und die Nichtberücksichtigung dieses Umstandes den Konstrukteur ganz und gar vom Versuchsstand abhängig macht. Obwohl aussichtsreiche Anfänge in der Literatur vorliegen, diese Aufgabe ziemlich exakt in Anlehnung an die Tragflügeltheorie zu lösen und damit die ganze Turbinenberechnung auf dieser aufzubauen, ist hierfür doch die elementare, von Euler begründete und nach Z e u n e r benannte Turbinentheorie (Stromfadentheorie) als Grundlage beibehalten, weil das andere Verfahren heute noch nicht bis zu einer praktischen Anwendbarkeit entwickelt ist. Doch dürfte die abgeleitete Schaufelberechnung den tatsächlichen Verhältnissen ebenfalls gerecht werden und um so leichter verständlich sein, als sie bekannte Begriffe zu benutzen gestattet. Die Axialräder mit weiter Schaufelteilung sind jedoch nach der Tragflügeltheorie — allerdings auf empirischer Grundlage — behandelt.

Das Aufzeichnen der nur in ihren Anfangs- und Endbedingungen aus den vorgeschriebenen Leistungsverhältnissen errechneten Schaufel, gleichgültig, ob sie einfach oder räumlich gekrümmt ist, wird nicht bloß nach dem üblichen, mehr auf dem Gefühl beruhenden und deshalb willkürlichen Verfahren angegeben, sondern es wird auch gezeigt, wie der ganze Schaufelverlauf rechnerisch festgelegt werden kann.

Unter den Leitvorrichtungen ist auch dem Spiralgehäuse Beachtung geschenkt, weil dieses im Kreiselpumpenbau sehr häufig angewendet wird und über seine Berechnung sich verschiedentlich falsche Anschau-

ungen in der Literatur vorfinden. Das Verhalten der Pumpe unter wechselnden Betriebsbedingungen ist an Hand der Linien konstanter Drehzahl ( $V_x$ ,  $H_x$ -Kurven, Drosselkurven) untersucht und für deren zeichnerische Ermittlung ein geeignetes Verfahren abgeleitet. Dabei ist auch die bisher nicht beachtete Tatsache berücksichtigt, daß diese Linien für eine und dieselbe Pumpe kongruent sind.

Neben den verschiedenen in der Pumpe auftretenden Verlusten ist auch der Erscheinung der Kavitation nachgegangen und ihre rechnerische Behandlung versucht, da sie den Wirkungsgrad erheblich beeinflussen kann. Die Betrachtung der Verluste führt zur Festlegung der Grenzen für die Anwendung der Kreiselpumpe und zur Ableitung der spezifischen Drehzahl. Die Schnellläufer sind entsprechend ihrer heute gestiegenen Bedeutung eingehend berücksichtigt.

Der Achsschub und seine Aufhebung sind theoretisch wie konstruktiv ziemlich ausführlich behandelt. Bei der Besprechung der einzelnen Bauteile ist auch der kritischen Drehzahl der Welle, ebenso der neueren Lagertheorie, die von Reynolds und seinen Nachfolgern ausgebildet ist, Aufmerksamkeit geschenkt. Der kritischen Drehzahl kommt zwar bei Kreiselpumpen nicht die große Bedeutung zu, wie bei anderen Kreiselmaschinen. Doch erschien es angebracht, gerade die besonderen Umstände zu klären, die die geänderte Stellung der kritischen Drehzahl bedingen. Ferner sind bis heute nur verhältnismäßig wenig Lager von Kreiselpumpen, insbesondere Spurlager, nach den neueren Erkenntnissen ausgebildet. Da aber gerade bei Kreiselpumpen die Bedingungen für ihre Berücksichtigung besonders günstig zu sein scheinen, so dürfte eine Behandlung dieser heute noch viel zu wenig beachteten Theorie gerechtfertigt sein.

Den Schluß bildet die Besprechung der verschiedenen Bauformen der Kreiselpumpen und einiger Pumpwerksanlagen an Hand von Ausführungen.

An die Industrie, die mich bereits durch Überlassung zeichnerischer Unterlagen für die besprochenen Ausführungen in dankenswerter Weise unterstützte, wende ich mich noch mit der Bitte, mir die Erfahrungen mitzuteilen, die sie bei der Anwendung der angegebenen neuen und alten Rechenverfahren, sowie bezüglich der Berichtigungszahlen macht. Die praktische Bewährung ist für die Brauchbarkeit einer Berechnungsart entscheidend.

Meinen beiden früheren Assistenten, Dipl.-Ing. Closterhalfen und Dipl.-Ing. Buschhorn, danke ich für ihre eifrige Mitarbeit bei der Herstellung der Abbildungen und bei der Ausarbeitung der Rechnungsbeispiele. Von Herrn Closterhalfen sind insbesondere die Studienzeichnungen zu den Abb. 75, 82, 83, 84, 151 bis 157 c, 172 bis 176 angefertigt.

Auch der Verlagsbuchhandlung Julius Springer sei an dieser Stelle gedankt für das gegenüber meinen Wünschen stets gezeigte verständnisvolle Entgegenkommen.

Möge das Buch dem Lernenden ein Führer und dem Ingenieur eine Stütze sein.

Braunschweig, im Herbst 1924.

**Pfleiderer.**

# Inhaltsübersicht.

	Seite
Einleitung . . . . .	1
<b>A. Einige physikalische Eigenschaften von Flüssigkeiten.</b>	
1. Spezifisches Gewicht . . . . .	4
2. Verdampfen und Gefrieren . . . . .	4
3. Luftgehalt, elektrische Eigenschaften . . . . .	5
<b>B. Strömung einer reibungsfreien Flüssigkeit.</b>	
4. Satz von Bernoulli . . . . .	5
5. Freie Strömung in ebenen Kanälen . . . . .	7
a) Geradliniger Kanal mit unveränderlichem Querschnitt; b) Gekrümmter Kanal konstanten Querschnitts und konstanter Krümmung; c) Gekrümmter Kanal mit beliebig veränderlichem Querschnitt.	
6. Einige bemerkenswerte Strombilder über ebene Strömung . . . . .	13
7. Freie Strömung in Rotationshöhlräumen . . . . .	15
a) ohne Rotationskomponente; b) mit Rotationskomponente.	
8. Das übertragene Drehmoment . . . . .	18
<b>C. Strömung der wirklichen Flüssigkeiten.</b>	
9. Zähigkeit der Flüssigkeiten . . . . .	19
10. Laminare und turbulente Strömung . . . . .	21
a) Bandströmung; b) Flechtströmung.	
11. Das Ähnlichkeitsgesetz . . . . .	23
12. Reibungswiderstand in Rohrleitungen . . . . .	24
13. Reibungswiderstand in Kanälen beliebigen Querschnitts . . . . .	26
14. Änderung der Grundlagen der Abschnitte 5 bis 8 durch die Reibung . . . . .	26
15. Allgemeines über verengte und erweiterte Kanäle . . . . .	28
16. Druckhöhenverlust durch Querschnitts- und Richtungsänderung . . . . .	30
a) Erweiterungen; b) Verengungen; c) Krümmer gleichen Querschnitts; d) Plötzliche Querschnitts- und Richtungsänderungen.	
17. Reibungsarbeit umlaufender Scheiben . . . . .	35
18. Die Förderhöhe einer Pumpe . . . . .	39
19. Die Kennlinie der Rohrleitung . . . . .	41
20. Die Rotation mit Wasser gefüllter Gefäße . . . . .	43
<b>D. Das Laufrad nach der elementaren Theorie der Kreiselräder.</b>	
21. Absolute und relative Bewegung, stoßfreier Eintritt . . . . .	44
22. Verluste und Wirkungsgrade . . . . .	47
23. Die übertragene Arbeit bei unendlicher Schaufelzahl . . . . .	49
24. Pumpe ohne Eintrittsleitrad . . . . .	51
25. Reaktions- und Aktionswirkung . . . . .	51
26. Wahl des Schaufelwinkels $\beta_2$ am Austritt . . . . .	52
27. Energiegleichung für die Relativströmung . . . . .	56
28. Berechnung der Radabmessungen . . . . .	57
a) Eintritt; b) Austritt: $\alpha$ ) Annahme einer bestimmten Radbreite $b_2$ am Austritt, $\beta$ ) Annahme einer bestimmten Meridianschwindigkeit $c_{2m} = c_2 \sin \alpha_2$ .	
29. Entwurf der Laufschaufel . . . . .	61
a) Kreisbogenschaufel . . . . .	62
b) Punktweise errechnete Schaufel . . . . .	65

	Seite
30. Wirkungsfreie Schaufelenden . . . . .	67
31. Mangelnde Übereinstimmung der Ergebnisse der elementaren Theorie mit der Wirklichkeit . . . . .	69

### E. Einfluß der endlichen Zahl der Laufschaufln.

32. Allgemeines über Druck- und Geschwindigkeitsverteilung . . . . .	70
33. Ursache der Leistungsabnahme mit abnehmender Schaufelzahl . . . . .	74
34. Aufstellung der Gleichungen . . . . .	78
35. Sonderfälle . . . . .	82
36. Bestimmung des Strombildes . . . . .	84
37. Angenäherte Ermittlung der Schaufelarbeit und der Ablenkung . . . . .	86
a) Rechenverfahren entsprechend einem Vorschlag von Stodola . . . . .	88
b) Anderes Verfahren . . . . .	89
c) Vergleich beider Verfahren . . . . .	95
38. Ermittlung der Übertreibungswinkel . . . . .	96
39. Näherungsgleichung für die Förderhöhe in Abhängigkeit von Raddurchmesser und Drehzahl . . . . .	97
40. Zahlenbeispiel für eine Radialpumpe . . . . .	98
Ergänzende Betrachtungen . . . . .	102

### F. Die Leitvorrichtungen.

41. Die Geschwindigkeit am Austritt aus dem Laufrad . . . . .	103
42. Leitrad . . . . .	104
Zahlenbeispiel; Typische Ausführungsformen.	
42a. Glatte Leitring . . . . .	113
43. Spiralgehäuse . . . . .	115
a) Berechnung unter Annahme der Form der äußeren Begrenzung in jedem Spiralquerschnitt . . . . .	116
b) Berechnung unter punktwieser Bestimmung der äußeren Begrenzung eines jeden Spiralquerschnitts . . . . .	120
44. Spiralgehäuse mit kreisförmigem Querschnitt . . . . .	120
45. Eintrittsleitvorrichtung . . . . .	122

### G. Allgemeine Beziehung zwischen Wassermenge, Förderhöhe und Drehzahl. Kennfläche.

46. Entstehung der Drosselkurve . . . . .	123
46a. Die Schaufelarbeit $H_{th,z}$ bei beliebigem Stoßzustand . . . . .	123
47. Berechnung der Drosselkurve ( $V_x$ -, $H_x$ -Kurve) . . . . .	127
a) Kanalreibung einschl. Krümmungs- und Umsetzungsverluste . . . . .	127
b) Stoßverluste . . . . .	128
c) Konstruktion der Drosselkurve . . . . .	132
48. Die Kennfläche . . . . .	132
49. Die Kongruenz der Drosselkurven . . . . .	135
50. Allgemeine Gültigkeit des Kongruenzgesetzes . . . . .	136
51. Das Affinitätsgesetz, Kurven gleichen Wirkungsgrades, Kurve des hydraulischen Wirkungsgrades . . . . .	139
52. Bestimmung des Betriebspunktes . . . . .	142
53. Labiler Arbeitsbereich . . . . .	144
54. Bedingungen für die Entstehung der verschiedenen Formen der Drosselkurve . . . . .	146
55. Gleichwertige Öffnung . . . . .	149
56. Radsereien . . . . .	150
57. Die Nutzleistung . . . . .	151
58. Der Kraftbedarf . . . . .	151

	Seite
59. Die Regelung . . . . .	153
I. Regelung durch Änderung der Drehzahl . . . . .	153
II. Regelung bei unveränderlicher Drehzahl . . . . .	156
a) Drosselung in der Druckleitung; b) Drosselung in der Saugleitung;	
c) Drehbare Leitschaufeln; d) Verstellbare Laufschaufeln; e) Teil-	
weise Beaufschlagung; f) Einführung geringer Luftmengen in die	
Saugleitung.	

**H. Die einzelnen Verluste und ihr Einfluß auf den Bau der Pumpe.**

60. Die hydraulischen Verluste . . . . .	159
a) Schaufelzahl; b) Raddurchmesser und Radbreite.	
61. Die Radreibung . . . . .	162
62. Der Spaltverlust . . . . .	163
63. Einfluß des Spaltverlusts auf den Verlauf der Drosselkurve . . . . .	169
64. Die größte zulässige Saughöhe, Kavitation . . . . .	171
65. Schlußfolgerungen für den Bau der Pumpe: Grenzen der Anwen-	
dung der Kreiselpumpe . . . . .	180
66. Einfluß der Mehrstufen- und Mehrstromanordnung auf den Wirkungs-	
grad der Pumpe . . . . .	183
a) Mehrstufenanordnung; b) Mehrstromanordnung.	
67. Die spezifische Drehzahl . . . . .	187

**J. Laufräder mit doppelt gekrümmter Schaufelfläche.**

68. Entwurf der Radbegrenzung . . . . .	190
69. Entwurf der Schaufelfläche . . . . .	193
a) Abwicklung der Schaufelenden auf Kegelflächen und ihre Ausbildung	
nach Kreisbögen . . . . .	194
b) Punktweise errechnete Schaufel . . . . .	196
c) Axialschnitte und Schreinerschnitte . . . . .	198
70. Das winkeltreue Abbild der Strombahnen . . . . .	199
71. Schaufelung nach Lawaczek . . . . .	200
72. Zahlenbeispiel für eine doppelt gekrümmte Schaufel . . . . .	202
a) Abwicklung der Schaufelenden auf Kegelflächen; b) Punktweise Er-	
rechnung der Schaufel; c) Ergänzende Betrachtungen.	
73. Entwurf der Schaufel unter Annahme der freien Strömung als Meridian-	
strömung . . . . .	209
74. Einfluß des Verlaufs der Ein- und Austrittskante auf das betriebliche	
Verhalten . . . . .	210
75. Verfahren der punktweisen Errechnung der Schaufel, wenn die Ein-	
und Austrittskanten im Grundriß radial verlaufen . . . . .	213

**K. Die Axialpumpe.**

76. Berechnung auf Grund der Turbinentheorie . . . . .	217
Wahl der Winkel . . . . .	219
Grenzen der Anwendung der Axialpumpe . . . . .	221
77. Berechnung auf Grund der Tragflügeltheorie . . . . .	224
a) Der einzelne Tragflügel im unbegrenzten Raum; b) Die Reihe von	
Flügeln (Flügelgitter); c) Anwendung auf das Kreisrad.	
d) Zahlenbeispiel . . . . .	232

**L. Der Ausgleich des Achsschubes.**

78. Berechnung des Achsschubes . . . . .	237
a) Radialpumpen; b) Axialpumpen.	
79. Ausgleich durch entsprechende Ausbildung und Anordnung der Lauf-	
räder . . . . .	240
80. Ausgleich durch Verwendung eines für alle Stufen gemeinsamen Organs	247
81. Berechnung der besonderen Ausgleichsvorrichtung . . . . .	254
82. Ausgleich bei Pumpen mit senkrechter Welle . . . . .	258

<b>M. Die Konstruktion der einzelnen Bauteile</b>		Seite
83. Wahl der Baustoffe . . . . .		259
84. Das Laufrad . . . . .		265
85. Die Berechnung der Welle mit Rücksicht auf kritische Drehzahl . . . . .		268
a) Kritische Geschwindigkeit für ein einzelnes Rad auf gewichtsloser Welle . . . . .		268
Einfluß des Eigengewichts, Zusammenhang zwischen Formänderung durch Gewichtswirkung und kritischer Drehzahl, Vollkommen ausgewuchtete Welle, Biegungsschwingungen und kritische Drehzahl.		
b) Mehrere Einzelräder auf gewichtsloser Welle . . . . .		272
c) Einfluß des umgebenden Mittels auf die kritische Drehzahl . . . . .		272
d) Graphische Ermittlung der kritischen Drehzahl einer beliebig belasteten Welle von beliebig veränderlichem Querschnitt . . . . .		276
Abgekürzte Bestimmung der kritischen Drehzahl . . . . .		281
e) Einfluß der Schiefstellung der Räder . . . . .		283
f) Einfluß der antreibenden Welle und des Fundaments . . . . .		285
86. Die Lager . . . . .		286
a) Spurlager (Gleitlager) . . . . .		286
b) Halslager (Gleitlager) . . . . .		292
c) Kugellager . . . . .		296
87. Die Stopfbüchsen . . . . .		298
88. Das Gehäuse . . . . .		298
89. Aufstellung . . . . .		301
90. Armaturen, Anlassen . . . . .		302
<b>N. Ausgeführte Kreiselpumpen.</b>		
91. Einstufige Pumpen ohne Leitrad (Niederdruckpumpen) . . . . .		303
a) Doppelseitiger Einlauf; b) Einseitiger Einlauf.		
92. Einstufige Pumpen mit Leitrad (Mitteldruckpumpen) . . . . .		313
a) Doppelseitiger Einlauf; b) Einseitiger Einlauf.		
93. Mehrstufige Pumpen . . . . .		318
94. Pumpen mit senkrechter Welle . . . . .		333
95. Pumpen höherer Schnellläufigkeit . . . . .		341
96. Sonderbauarten . . . . .		354
a) Schaltbare Pumpen; b) Kreiselpumpen auf Automobilen (Feuerlöschpumpen); c) Schmutzwasserpumpen; d) Säurepumpen.		
<b>O. Ausgeführte Anlagen.</b>		
97. Vergleich zwischen Kreiselpumpe und Kolbenpumpe . . . . .		363
98. Wasserversorgung von Gemeinden und industriellen Betrieben . . . . .		367
a) Elektrischer Betrieb; b) Dampfantrieb, Kondensationspumpen;		
c) Antrieb durch Gas- und Ölmaschinen.		
99. Hauswasserversorgung . . . . .		375
100. Wasserhaltung in Bergwerken . . . . .		377
101. Preßwasseranlagen . . . . .		379
102. Kesselspeisung . . . . .		381
103. Hydraulische Kraftspeicherung . . . . .		387
104. Entwässerungsanlagen . . . . .		390

## Einleitung.

Pumpen sind Vorrichtungen zum Fördern von Flüssigkeiten. Ihre Aufgabe liegt also in der gleichen Richtung wie die der eigentlichen Fördermaschinen, beispielsweise der Lasthebemaschinen. Ihre Wirkungsweise ist aber eine ganz andere, weil Flüssigkeiten sich in Rohrleitungen jeder beliebigen Form unter verhältnismäßig geringem Kraftaufwand fortbewegen lassen. In die betreffende Rohrleitung, die den Ausgangspunkt mit dem Bestimmungsort verbindet, wird die Pumpe eingeschaltet, damit sie auf die Flüssigkeit die zu ihrer Fortbewegung nötigen Kräfte ausübt, nämlich auf der einen Seite saugend, auf der andern drückend wirkt. Sie verursacht dadurch eine Drucksteigerung in der Rohrleitung auf der Austrittsseite der Pumpe (Druckstutzen) und eine Drucksenkung auf der Eintrittsseite in die Pumpe (Saugstutzen). Demnach muß als Zweck der Pumpe, wenn man ihre Wirkung getrennt von der der Rohrleitung betrachtet, bezeichnet werden, flüssige oder gasförmige Körper aus einem Raum mit niederer Spannung in einen Raum mit höherer Spannung zu befördern. Der zu überwindende Druckunterschied, ausgedrückt in Meter Flüssigkeitssäule, stellt die Förderhöhe der Pumpe dar.

Beschränkt man sich auf tropfbare Flüssigkeiten, so liegt offenbar der umgekehrte Vorgang vor wie bei den Wasserkraftmaschinen, mit denen die Pumpen auch hinsichtlich ihres Aufbaus weitgehende Ähnlichkeit besitzen. Wie dort unterscheidet man auch hier zwei große Hauptgruppen, nämlich:

1. Die Kolbenpumpen als Umkehrung der (allerdings nicht mehr in Gebrauch befindlichen) Wassersäulenmaschinen. Das Kennzeichen ist hier der im geschlossenen zylindrischen Gefäß hin und her gehende Kolben, der die Pressungsenergie des Fördermittels unmittelbar erzeugt.

2. Die Kreiselpumpen als Umkehrung der Wasserturbinen.

Zu diesen beiden wichtigsten Ausführungsformen gesellen sich einige weitere von untergeordneter Bedeutung, bei welchen Antriebsmaschine und Pumpe gewissermaßen vereinigt sind und welche deshalb bei den Wasserkraftmaschinen keinen entsprechenden Vertreter haben, wie Strahlpumpen, Widder, Mammutpumpen usw.

Das vorliegende Buch befaßt sich ausschließlich mit den Kreiselpumpen für tropfbare Flüssigkeiten. Die Darlegungen beziehen sich auf Wasser als Förderflüssigkeit, wenn nichts anderes vermerkt ist.

Bei den Kreiselpumpen wird die verlangte Pressungsenergie durch ein umlaufendes, mit Schaufeln besetztes Rad erzeugt. Infolge der Einwirkung der Schaufeln auf das Wasser wird eine Steigerung sowohl

des Druckes als auch der Geschwindigkeit hervorgerufen. Um auch die Geschwindigkeitszunahme für die Druckerhöhung nutzbar zu machen, wird das aus dem Laufrad austretende Wasser durch ruhende Kanäle geführt, welche sich allmählich erweitern und dadurch die Geschwindigkeit

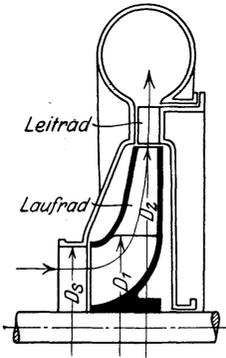


Abb. 1. Radialpumpe mit Leitrad.

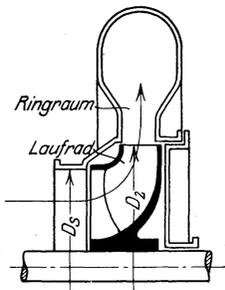


Abb. 2. Pumpe mit axialem Eintritt und radialem Austritt ohne Leitrad.

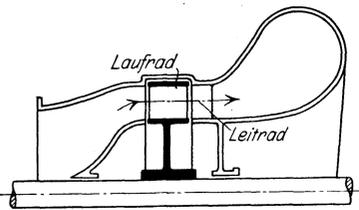


Abb. 3. Axialpumpe.

Mit wachsender Förderhöhe erreicht man für eine bestimmte Wassermenge schließlich die Grenze, bei welcher es nicht mehr zweckmäßig ist, ein einziges Rad zu verwenden. Zwar läßt sich für jede noch so große Förderhöhe und jede beliebige Drehzahl ein zugehöriges Laufrad ausrechnen. Aber seine Verwendung ist nur unter Inkaufnahme eines hohen Kraftverbrauchs und ungünstiger Bauformen möglich. Deshalb ist

in Druck umsetzen. Die Gesamtheit dieser fest mit dem Gehäuse verbundenen Leitkanäle bezeichnet man als Leitrad oder Leitapparat. In manchen Fällen ist nur ein einziger Leitkanal als Ringraum um das Rad angeordnet, der dann die Form eines Spiralrohrs besitzt.

Eine schematische Übersicht über die möglichen Anordnungen geben die Abb. 1 bis 4. Das Laufrad kann radial von innen nach außen beaufschlagt sein (Abb. 1). Hier verlaufen die Stromlinien in ihrer Radialprojektion auf eine Axialebene (Meridianschnitt) im wesentlichen nur radial von innen nach außen. Das Wasser strömt in axialer Richtung an das Laufrad heran und wird im Rad in die radiale Richtung umgelenkt. Diese Ausführungsart, die auch als Zentrifugalpumpe bezeichnet wird, bildet die Regel, weil dann die Zentrifugalkräfte in der Durchflußrichtung, also druckerhöhend wirken. Die umgekehrte Beaufschlagungsrichtung — radial von außen nach innen — ist zwar theoretisch möglich, verbietet sich aber bei Kreiselpumpen wegen der entstehenden konstruktiven und betrieblichen Nachteile. Häufig findet man aber die axiale Eintrittsrichtung bei radial auswärts gerichtetem Austritt (Abb. 2), die der Laufradform der Francis-Turbine entspricht. In manchen Fällen bietet auch die axiale Beaufschlagung (Abb. 3) Vorteile. Besonders in neuerer Zeit wird dieser Ausführungsform Beachtung geschenkt.

Das Wasser strömt dem Laufrad durch das Einlaufrohr meist ohne besondere Führung zu. Doch kommt es auch vor, daß vor dem Radeintritt ebenfalls feststehende Leitschaufeln angeordnet sind, die das Wasser dem Rad in bestimmter Weise zuführen sollen und deren Gesamtheit das Eintrittsleitrad bildet (Abb. 4).

es unter Umständen notwendig, eine gegebene Förderhöhe dadurch zu bewältigen, daß man mehrere Einzelräder hintereinander schaltet, also die Mehrstufenanordnung verwendet, wodurch sich die Förderhöhe des einzelnen Rades entsprechend verringert. Hierbei sitzen dann die Laufäder auf gemeinsamer Welle (Abb. 5).

Ebenso wie bei großen Förderhöhen eine Unterteilung des Druckes notwendig ist, kann bei großen Wassermengen eine Unterteilung der Fördermenge, also die Parallelschaltung mehrerer Räder am Platze sein. Man erhält auf diese Weise die Mehrstromanordnung, wobei gemäß Abb. 5a in der Regel doppelseitig beaufschlagte Einzelräder zur Anwendung gebracht werden.

Da es sich bei Kreiselpumpen um Strömungsvorgänge in ruhenden und bewegten Kanälen handelt, so wollen wir, ehe wir uns mit der

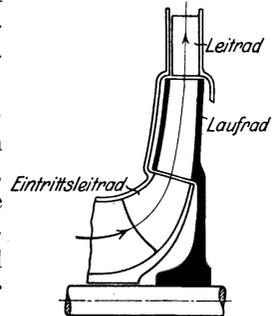


Abb. 4. Radialpumpe mit Leitrad am Ein- und Austritt.

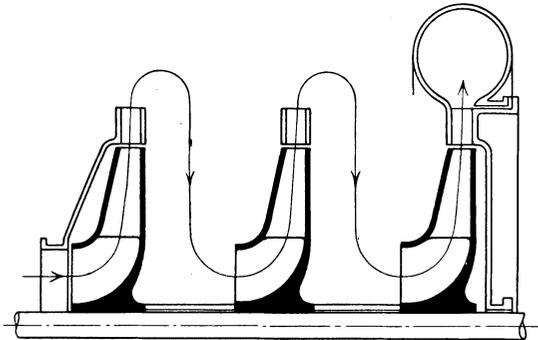


Abb. 5. Mehrstufenanordnung.

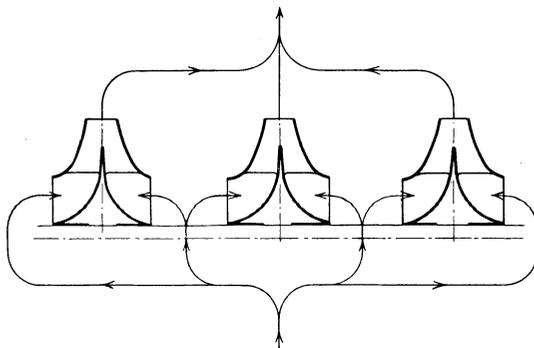


Abb. 5a. Mehrstromanordnung.

Pumpe selbst befassen, die für Strömungen von Flüssigkeiten geltenden grundlegenden Gesetze ableiten, wobei wir mit der Betrachtung einiger für den vorliegenden Zweck besonders wichtiger physikalischer Eigenschaften der Flüssigkeiten, besonders des Wassers, beginnen wollen.

## A. Einige physikalische Eigenschaften von Flüssigkeiten<sup>1)</sup>.

### 1. Spezifisches Gewicht.

Das spezifische Gewicht wird bei technischen Rechnungen vielfach als konstant betrachtet, beispielsweise für Wasser zu  $\gamma = 1000 \text{ kg/m}^3$  angenommen, was strenggenommen nur für destilliertes Wasser mit einer Temperatur von  $4^\circ \text{C}$  und einem Druck von 760 mm Quecksilbersäule richtig ist. Die Änderung in Abhängigkeit des Druckes ist verhältnismäßig gering und beträgt bei  $0^\circ \text{C}$  für jede Atmosphäre ( $10\,000 \text{ kg/m}^2$ ) etwa 42,2 Millionstel seines Anfangswertes.

Bedeutender sind die Änderungen unter dem Einfluß der Temperatur, so daß sie bei Pumpen, die warmes Wasser fördern, unter Umständen beachtet werden müssen. Das spezifische Gewicht beträgt

bei	0	4	10	20	40	60	80	100	120 °C
	999,9	1000,0	999,7	998,2	992,2	983,2	971,8	958,4	943,5 kg/m <sup>3</sup>

Die in aufgelöstem Zustand enthaltene Luft ändert diese Zahlen nicht. Dagegen sind Salze und Säuren von beträchtlichem Einfluß. So beträgt z. B. für Seewasser bei  $15^\circ$  je nach seinem Salzgehalt  $\gamma = 1020 \div 1030 \text{ kg/m}^3$ . Auch der Einfluß von Beimengungen wie Schlamm, Sand oder ungelöster Luft, d. h. Luftblasen, bedarf gegebenenfalls der Berücksichtigung.

### 2. Verdampfen und Gefrieren.

Der kleinstmögliche Druck in einem mit Flüssigkeit erfüllten Raum ist der der vorhandenen Temperatur entsprechende Dampfdruck der Flüssigkeit, der aus den Dampf tafeln entnommen werden kann. Er beträgt beispielsweise für Wasser

bei	0	10	20	30	50	70	100 °C
	0,063	0,125	0,236	0,429	1,25	3,17	10,33 m Wassersäule

Bei Erreichung dieses Druckes fängt das Wasser an, Dampf zu bilden, der Loslösung von der Wand (Kavitation), Einengung des Strömungsquerschnittes, also auch Nachlassen der Pumpenleistung und des Wirkungsgrades zur Folge hat. Meist tritt auch Anfressen des Materials ein, teils weil sich an den Stellen kleinsten Druckes auch die im Wasser enthaltenen Gase ansammeln und eine chemische Einwirkung ausüben, teils weil dort ein schlagartiges Auftreffen des Wassers auf die Wand stattfindet, das auch in eine bohrende Einwirkung übergehen kann. Diese Loslösungserscheinungen müssen, wie die obigen Zahlen zeigen, insbesondere beim Fördern heißer Flüssigkeiten beachtet werden.

<sup>1)</sup> Vgl. Landolt-Börnstein: Physikalisch-chemische Tabellen. 5. Aufl. Berlin: Julius Springer 1923.

Bei tiefen Temperaturen kann die Flüssigkeit einfrieren, was insofern eine Gefahr bedeutet, als hierdurch das Volumen sich um etwa 9% vergrößert<sup>1)</sup> und die Möglichkeit besteht, daß das Pumpengehäuse oder die Rohrleitung Risse bekommen. Stillstehende Pumpen müssen deshalb während der kalten Jahreszeit entwässert werden. Jede Pumpe muß also mit den nötigen Entwässerungsanschlüssen versehen sein.

### 3. Luftgehalt.

Luft kann in aufgelöstem Zustand oder in Form von Bläschen sich im Wasser befinden. Aus dem Henry-Daltonschen Gesetz ergibt sich, daß in jedem Volumen Wasser, das mit Gasen in Berührung ist, ein Gasvolumen in Lösung sich befindet, dessen verhältnismäßige Größe bei wechselndem Druck gleich bleibt. Da Gase ihr Volumen umgekehrt proportional mit dem Druck ändern, so muß bei abnehmendem Druck sich ein Gasvolumen aus dem Wasser ausscheiden, das der Volumenzunahme gleich ist, und zur Blasenbildung führen. Beispielsweise erfolgt in der Saugleitung einer Pumpe eine solche Druckabnahme. Falls die für die Ausscheidung erforderliche Zeit zur Verfügung steht, wird also am Eintritt in die Pumpe ausgeschiedene Luft vorhanden sein, die den Strömungsquerschnitt um einen gewissen, allerdings meist sehr kleinen Betrag verengt und unter Umständen wegen ihres Sauerstoffgehaltes auch die im vorigen Abschnitt erwähnten Anfressungen des Materials hervorruft. Umgekehrt wird bei wachsendem Druck Luft absorbiert werden.

Mit abnehmender Temperatur nimmt die Lösungsfähigkeit von Luft im Wasser zu. 1 m<sup>3</sup> Wasser kann bei einem Druck von 760 mm Q.-S. die folgenden Gasmengen in Kubikmeter von 0° und 760 mm lösen:

bei	0	10	20	30	50	70	100° C
	0,029	0,023	0,019	0,016	0,013	0,012	0,011 m <sup>3</sup>

Bei den in Kreiselpumpen beobachteten Anfressungen des Materials spielen auch, wie im Abschnitt 83 an einigen Beispielen gezeigt werden wird, elektrische Spannungsunterschiede eine Rolle, da sich im Wasser häufig Säuren oder Salze gelöst befinden, die zusammen mit den verschiedenen zur Verwendung gelangten Metallen — neben ihrem rein chemischen Einfluß — elektrolytische Wirkungen hervorrufen.

## B. Strömungen einer reibungsfreien Flüssigkeit.

### 4. Satz von Bernoulli.

Obwohl tatsächlich jede Flüssigkeit sowohl an der Kanalwand als auch zwischen ihren einzelnen Teilchen Reibungskräften unterworfen ist, so seien doch zunächst zur Erleichterung der Untersuchung die Strömungsvorgänge einer idealen Flüssigkeit, die keine Reibung besitzt, betrachtet. Die Strömung sei ferner stationär, d. h. das durch

<sup>1)</sup> Chwolson: Physik 1905, III, S. 595.

einen beliebigen Querschnitt  $F$  in der Zeiteinheit durchfließende Flüssigkeitsvolumen  $V$  bleibe unveränderlich, so daß die Kontinuitätsgleichung besteht:

$$V = F \cdot c = \text{Const.} \quad (1)$$

Ist hierin die Geschwindigkeit  $c$  über den Querschnitt  $F$  veränderlich, so gilt diese Gleichung für Stromröhren kleinsten Querschnitts. Unter einer Stromröhre wird die Gesamtheit der Strombahnen verstanden, die durch eine geschlossene Kurve hindurchgehen.

Jedes Wasserteilchen einer Strömung besitzt eine gewisse Energie, die sich aus folgenden drei Teilen zusammensetzt:

a) **Energie der Lage.** Diese rührt vom Eigengewicht  $G$  des betrachteten Teilchens her. Wählt man eine beliebige wagrechte Ebene unterhalb des Kanals als Bezugsebene und besitzt das Teilchen den Abstand  $z$  von dieser, so ist gegenüber der Bezugsebene eine Arbeitsfähigkeit vorhanden im Betrage von  $G \cdot z$ .

b) **Energie des Druckes.** Auch der Druck  $p$  befähigt zur Arbeitsleistung, was schon daraus ersichtlich ist, daß das Teilchen vermöge dieses Druckes auf die Höhe  $\frac{p}{\gamma}$  gehoben werden könnte, entsprechend dem Energiebetrag  $G \cdot \frac{p}{\gamma}$ . Die Länge  $\frac{p}{\gamma}$  bezeichnet man als Druckhöhe.

c) **Energie der Bewegung.** Vermöge seiner Geschwindigkeit  $c$  könnte das Teilchen, wenn es in senkrechter Richtung abgelenkt würde, seine Entfernung von der Bezugsebene vergrößern um  $\frac{c^2}{2g}$ , wo  $g$  die Erdbeschleunigung bedeutet, also die Arbeit leisten  $G \cdot \frac{c^2}{2g}$ . Die Größe  $\frac{c^2}{2g}$  bezeichnet man als Geschwindigkeitshöhe.

Der gesamte Energieinhalt des Teilchens beträgt somit

$$E = Gz + G \frac{p}{\gamma} + G \frac{c^2}{2g} = G \left( z + \frac{p}{\gamma} + \frac{c^2}{2g} \right).$$

Da Reibung fehlt, so bleibt dieser Energieinhalt unveränderlich, falls keine Arbeit geleistet wird. Also besteht die Beziehung

$$z + \frac{p}{\gamma} + \frac{c^2}{2g} = \text{Const.} \quad (2)$$

Diese Gleichung drückt den Satz von Bernoulli aus, wonach in einer reibungsfreien Flüssigkeit längs der ganzen Strömung die Summe der geodätischen Höhe, Druckhöhe und Geschwindigkeitshöhe konstant bleibt.

Gl. (2) gilt allgemein nur für ein und dasselbe Flüssigkeitsteilchen auf seinem ganzen Weg und wegen des angenommenen stationären Charakters der Strömung auch für den ganzen Stromfaden. Trifft man noch die weitere Bestimmung, daß in dem betrachteten Kanal sämtliche Flüssigkeitsteilchen beim Eintritt den gleichen Energieinhalt besitzen, so gilt die Bernoullische Gleichung auch für die ganze Flüssigkeit.

Eine solche Strömung, bei der alle Wasserteilchen den gleichen Energieinhalt besitzen, nennt man auch eine freie Strömung oder Potentialströmung. Sie hat unter anderem die besondere Eigenschaft, auf deren Nachweis hier nicht eingegangen werden soll, daß sie wirbelfrei ist, d. h. die einzelnen Teilchen keine Drehbewegung ausführen<sup>1)</sup>.

Werden die bezüglichen Größen am Eintritt in den Kanal mit dem Fußzeichen 1, am Austritt aus dem Kanal mit dem Fußzeichen 2 bezeichnet, so kann die Bernoulli-Gleichung auch geschrieben werden:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{c_1^2}{2g} = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{c^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{c_2^2}{2g}. \quad (2a)$$

### 5. Freie Strömung in ebenen Kanälen.

Die Stromlinien seien ebene Kurven; es handle sich also um eine ebene Strömung. Ferner sei der Einfachheit halber angenommen, daß die Änderung der Höhenlage der einzelnen Wasserteilchen auf ihrem Weg durch den Kanal, also ihrer Lagenenergie, gegenüber ihrem gesamten Energieinhalt vernachlässigbar klein sei. Strenggenommen gelten also die folgenden Betrachtungen nur für wagrechte Kanäle. In Wirklichkeit ist diese Voraussetzung für alle Strömungen in den Kanälen von Kreiselpumpen mit genügender Genauigkeit erfüllt. Gl. (2a) nimmt dann mit  $z_1 = z_2 = z$  die einfache Form an

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{c_1^2}{2g} = \frac{p}{\gamma} + \frac{c^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{c_2^2}{2g}, \quad (3)$$

d. h. die Summe von Druck- und Geschwindigkeitshöhe ist konstant.

Wir werden den Verlauf der Strömung auf zweierlei Weise zu beschreiben versuchen. Einerseits werden wir auf analytischem Wege Druck und Geschwindigkeit in jedem Punkt bestimmen, und andererseits auf zeichnerischem Weg die Stromlinien, das Strombild, ermitteln, das ein recht anschauliches Bild der Strömung gibt. Wir stellen das Strombild dar, indem wir die ganze Strömung in Teilströme (Stromröhren) derart zerlegen, daß jeder Teilstrom die gleiche Wassermenge führt, und die Stromlinien, welche diese Stromröhren begrenzen, aufzeichnen. Je größer der Abstand der Stromlinien ist, um so kleiner ist die Geschwindigkeit und um so größer nach Gl. (3) der Druck.

Die Anschaulichkeit dieses Bildes können wir erhöhen, indem wir eine Schar von Kurven, welche die Stromlinien stets senkrecht schneiden, d. h. ihre Normallinien, einzeichnen. Diese sind gleichzeitig Linien gleichen Potentials, aber nicht etwa gleichen Drucks oder gleicher Geschwindigkeit.

**a) Geradliniger Kanal mit unveränderlichem Querschnitt.** Gemäß Gl. (1) ist  $c$ , also auch  $p$  konstant. Hat der Kanal rechteckigen Querschnitt, so erhält man offenbar das Strömungsbild, wenn man die Höhe  $y$  des Kanals in ebensoviel gleiche Teile  $\Delta y$  teilt als Stromröhren

<sup>1)</sup> Föppl: Technische Mechanik Bd. IV. Leipzig. — Lamb: Lehrbuch der Hydrodynamik. Leipzig und Berlin.

beabsichtigt sind und durch die Teilpunkte die Parallelen zur Kanalbegrenzung zieht (Abb. 6).

**b) Gekrümmter Kanal konstanten Querschnitts und konstanter Krümmung.** Es handle sich um einen in sich geschlossenen Kanal,

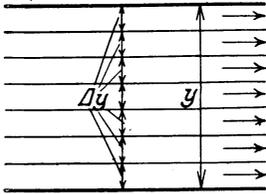
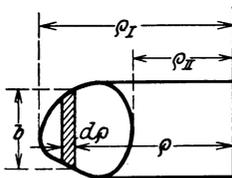


Abb. 6. Geradliniger Kanal mit rechteckigem Querschnitt.

also eine Strömung im Rotationshohlraum, die in Ebenen senkrecht zur Achse erfolgt und wobei offenbar die Strombahnen einen gemeinsamen Krümmungsmittelpunkt haben. Infolge der Krümmung der Strombahnen entstehen Zentrifugalkräfte der Wasserteilchen, die einen mit zunehmendem Abstand  $\varrho$  von der Krümmungsachse (Abb. 7) zunehmenden Druck hervorrufen. Der Zunahme des Druckes muß nach Gl. (3) eine Abnahme der Geschwindigkeit entsprechen, die demnach über

den Querschnitt nicht mehr gleichmäßig verteilt sein kann.

Schneiden wir aus dem Kanal durch zwei den sehr kleinen Winkel  $d\varphi$  einschließende Axialebenen und zwei Zylinderflächen vom Halbmesser



$\varrho$  und  $\varrho + d\varrho$  das sehr kleine Element  $ABCD$  (Abb. 7), dessen Höhe gleich  $b$ , heraus, so ist dessen Volumen, wenn die unendlich kleinen Größen höherer Ordnung vernachlässigt werden,

$b \cdot \varrho \, d\varphi \, d\varrho$ , also seine Masse  $dm = \frac{\gamma}{g} b \varrho \, d\varphi \, d\varrho$  und seine Zentrifugalkraft

$$dC = dm \frac{c^2}{\varrho} = \frac{\gamma}{g} c^2 b \, d\varphi \, d\varrho.$$

Dieser entspricht die Druckzunahme auf dem Wegelement  $d\varrho$

$$dp = \frac{dC}{df} = \frac{dC}{b \cdot \varrho \cdot d\varphi} = \frac{\gamma}{g} \frac{c^2}{\varrho} d\varrho.$$

Andererseits ergibt die Ableitung der Gl. (3)

$$\frac{1}{\gamma} dp + \frac{c \, dc}{g} = 0, \quad (3a)$$

so daß nach Elimination von  $dp$

$$\frac{d\varrho}{\varrho} + \frac{dc}{c} = 0. \quad (4)$$

Abb. 7. Gekrümmter Kanal konstanten Querschnitts und konstanter Krümmung.

Daraus folgt durch Integration, wenn zur Bestimmung der Integrationskonstanten am Außenrand, also für  $\varrho = \varrho_I$ , gesetzt wird  $c = c_I$ :

$$\ln \frac{\varrho}{\varrho_I} = \ln \frac{c_I}{c},$$

also

$$\varrho c = \varrho_I c_I = \text{const.} \quad (5)$$

Die Größe  $\rho c$  stellt das Geschwindigkeitsmoment oder den Drall der Flüssigkeit für die Masse 1 dar. Das Gesetz der Gl. (5), das auch als Flächensatz bezeichnet wird, drückt also aus, daß in einer freien Strömung mit gemeinsamem Krümmungsmittelpunkt der Stromlinien der Drall konstant ist.

Die Geschwindigkeit  $c$  verteilt sich gemäß diesem Gesetz nach einer gleichseitigen Hyperbel mit der Drehachse als Asymptote (Abb. 7). Sie wächst also mit abnehmendem Radius  $\rho$  sehr stark und würde in der Drehachse sogar unendlich groß werden<sup>1)</sup>.

Die damit verbundene Druckänderung läßt sich mit Hilfe von Gl. (3) ausrechnen, wenn dort  $c$  aus Gl. (5) eingesetzt wird. Ist am Außenrand  $c = c_I$  und  $p = p_I$ , so wird

$$p = p_I - \gamma \frac{c_I^2}{2g} \left[ \left( \frac{\rho_I}{\rho} \right)^2 - 1 \right]. \quad (6)$$

Der Druck nimmt also, wie zu erwarten, mit abnehmendem  $\rho$  ebenfalls ab und würde mit  $\rho = 0$  sogar gleich  $-\infty$  werden. Da der Druck aber (vgl. S. 4) nicht einmal gleich Null werden kann, sondern höchstens gleich dem Dampfdruck  $p_d$  des Wassers, so wird bei festgehaltenem Druck  $p_I$  am Außenrand, von einem gewissen Halbmesser  $\rho_{\min}$  ab, an dem  $p = p_d$  ist, Hohlraumbildung eintreten. Der Wert von  $\rho_{\min}$  ist aus Gl. (6) zu errechnen.

e) **Gekrümmte Kanäle mit veränderlichem Querschnitt.** Gl. (5) und (6) gelten nur, wenn alle Wasserbahnen einen gemeinsamen Krümmungsmittelpunkt haben. Dies ist in verhältnismäßig wenigen Ausnahmefällen und nicht einmal in einem Rohrkrümmer der Fall (Abb. 12). Wie unrichtig die allgemeine Anwendung der Gl. (5) sein würde, zeigt die Strömung in einem sich verengenden Kanal nach Abb. 11, in dem offenbar die Bahnen im allgemeinen gekrümmt sind bis auf den mittleren Wasserfaden, für den  $\rho = \infty$ , also nach Gl. (5) die Geschwindigkeit gleich Null sein müßte.

Damit im Kanal mit veränderlichem Querschnitt die Strömung in allen Teilen eben bleibt, muß sich strenggenommen die Änderung auf die Querschnittsabmessung parallel zur Krümmungsebene beschränken, also der Kanal seitlich durch Ebenen parallel zur Krümmungsebene begrenzt sein. Doch sind die folgenden Ableitungen zum Teil auch für Kanäle beliebig veränderlichen Querschnitts anwendbar, wenn nur die Geschwindigkeitskomponente in der Krümmungsebene berücksichtigt wird.

---

<sup>1)</sup> Obwohl die Stromlinien gekrümmt sind, ist die betrachtete Strömung doch drehungs-, d. h. wirbelfrei. Da nämlich die Geschwindigkeit des Wassers an der Kante  $AB$  des Elements (Abb. 7) nach Gl. (4) kleiner ist um  $-dc = c \frac{d\rho}{\rho}$  als an der inneren Kante  $CD$ , so führt das Element eine relative Drehung aus entgegengesetzt dem Drehsinn der Strömung mit der Winkelgeschwindigkeit  $-\frac{dc}{d\rho} = \frac{c}{\rho} = \omega$ , also gleich, aber entgegengesetzt der Winkelgeschwindigkeit des Bahnpunktes gerichtet. Unendlich kleine Schwimmkörper im Wasser bleiben sich somit parallel und gleichen die Krümmung der Bahnform durch eine relative Drehung wieder aus. (Vgl. Föttinger: Jahrb. Schiffsbaut. Ges. 1918, S. 387 ff.)

Obwohl der Krümmungsmittelpunkt  $O$  (Abb. 8) der Stromfäden seine Lage ändert, kann Gl. (4) doch benutzt werden, wenn beachtet wird, daß dort  $d\rho$  den Abstand zweier benachbarter Stromfäden bedeutet. Die Normallinien sind jetzt im allgemeinen gekrümmte Linien, und  $y$

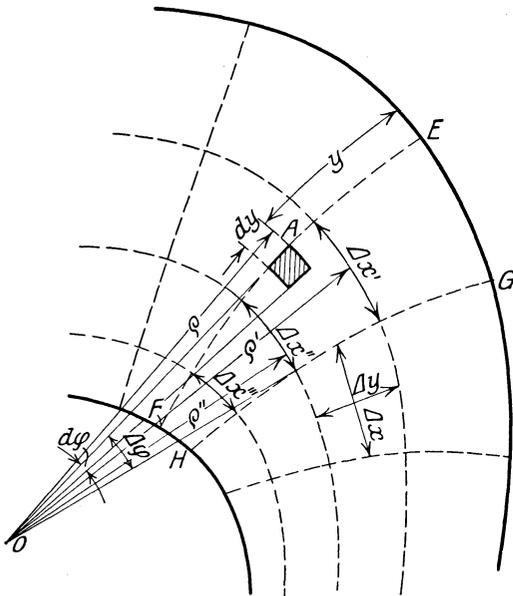


Abb. 8. Ebene Strömung bei veränderlichem Krümmungsmittelpunkt.

stelle die in die Gerade abgewinkelte Länge  $EA$  der Normallinie vom äußeren Rand bis zu dem betrachteten Punkt  $A$  dar, so daß also  $dy$  positiv ist, wenn nach dem Krümmungsmittelpunkt hin fortgeschritten wird. Dann ist offenbar  $d\rho = -dy$  zu setzen, so daß Gl. (4) jetzt lautet

$$-\frac{dy}{\rho} + \frac{dc}{c} = 0.$$

Es liegen also drei Veränderliche, nämlich  $c$ ,  $y$  und  $\rho$ , vor. Wird die Integration längs der betrachteten Normallinie von  $E$  bis  $A$  ausgeführt und bezeichnet  $c_I$  wieder die Geschwindigkeit am Außenrand, also für  $y = 0$ , so ergibt sich

$$\ln \frac{c}{c_I} = \int_0^y \frac{dy}{\rho}$$

oder

$$c = c_I e^{\int_0^y \frac{dy}{\rho}}. \quad (10)$$

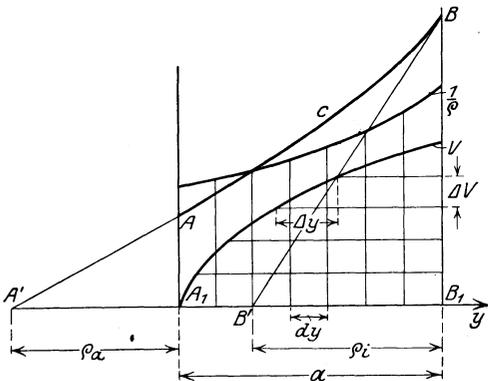


Abb. 9. Diagramm für den Entwurf des Strombildes.

zungsweise entworfen und diesem die Krümmungshalbmesser  $\rho$  entnommen werden. Zeichnet man dann für einige Normallinien die Kurve der  $\frac{1}{\rho}$  in Abhängigkeit von  $y$  (Abb. 9), so stellt die Fläche unter dieser

<sup>1)</sup> Ein neues Verfahren der graphischen Integration, angewandt auf Strömungen usf. Dissertation, Oldenbourg 1914 oder Z. f. d. ges. Turbinenwes. 1915, S. 73.

Linie bis zu jedem Abszissenpunkt den Wert des Integrals dar. Der Wert der Konstanten  $c_I$  kann nun für jede Normallinie aus der Bedingung errechnet werden, daß durch jeden Querschnitt die vorgeschriebene Wassermenge  $V$  hindurchgehen muß. Hat der Kanal überall die gleiche Breite  $b$  und ist die Länge der Normallinie über den ganzen Querschnitt gleich  $a$ , so muß also sein

$$V = \int_0^a c \, dy \, b = c_I b \int_0^a e^{\int_0^y \frac{dy}{\varrho}} \, dy,$$

womit  $c_I$  bestimmt ist. Mit Hilfe der jetzt aus Gl. (10) errechneten Geschwindigkeiten  $c$  kann das entworfene Strombild geprüft und berichtigt werden, worauf das Verfahren gegebenenfalls zu wiederholen ist. Der Druck  $p$  ist wieder aus Gl. (6) zu bestimmen.

Die Berichtigung des Strombildes wird erleichtert, wenn man in Anlehnung an einen von Bauersfeld<sup>1)</sup> für einen andern Fall der Strömung gemachten Vorschlag (vgl. S. 17) in Abb. 9 auch die Kurve der Geschwindigkeiten  $c$  einträgt. Die Tangenten an diese Kurve haben,

wie sich unmittelbar aus Gl. (10) durch Bildung des Ausdruckes  $c : \frac{dc}{dy}$  ableiten läßt, die Eigenschaft, daß das von ihnen und der Ordinate des Berührungspunktes aus der Abszissenachse abgeschnittene Stück (Subtangente) gleich dem Krümmungshalbmesser  $\varrho$  ist. Dieser ist aber für die Endpunkte der Normallinie genau bekannt, da die Wandbegrenzung gegeben ist. Sind  $\varrho_a$  und  $\varrho_i$  die Krümmungshalbmesser der Wand in den Endpunkten der betrachteten Normallinie, so muß also in Abb. 9  $A_1A' = \varrho_a$  und  $B_1B' = \varrho_i$  sein. Hiernach läßt sich die  $c$ -Kurve auch ohne Benutzung der Gl. (10) zunächst schätzungsweise einzeichnen. Auf den Maßstab kommt es dabei nicht an. Dieser kann nachträglich leicht bestimmt werden, weil zu dem Stück  $dy$  die Wassermenge  $dV = b \cdot dy \cdot c = b \cdot df$ , wobei  $df$  die zu  $dy$  gehörige senkrechte Teilfläche der  $c$ -Kurve, also die gesamte Wassermenge  $V = b \cdot f$  ist, wenn  $f$  die ganze Fläche unter der  $c$ -Kurve bedeutet. Man erhält auch die Teilstrecken  $\Delta y$  für die Aufzeichnung des Strombildes, wenn man den Verlauf der Kurve der  $V$  einzeichnet, die Endordinate in gleiche Teile  $\Delta V$  einteilt und auf die  $V$ -Kurve überträgt. Nachher kann auch für Zwischenpunkte nachgeprüft werden, ob die Subtangente der  $c$ -Kurve gleich dem Krümmungshalbmesser ist. Diese Untersuchung muß gleichfalls für mehrere Normallinien durchgeführt werden.

Eine weitere wertvolle Kontrolle bildet das im nachstehenden abgeleitete Ähnlichkeitsgesetz.

Die Ähnlichkeit des Strombildes der ebenen Strömung in den kleinsten Teilen<sup>2)</sup>. Wir beschränken uns wieder auf Kanäle

<sup>1)</sup> Bauersfeld: Die Konstruktion der Francis-Schaukel nach der Lorenzschon Turbinentheorie und ihre Eigenschaften. Z. V. d. I. 1912, S. 2046.

<sup>2)</sup> Vgl. Mises: Theorie der Wasserräder. Leipzig 1908; ferner Kaplan: Die zweidimensionale Turbinentheorie usw. Z. f. d. ges. Turbinenwes. 1912, S. 533.

rechteckigen Querschnitts und gleicher Querschnittsbreite (senkrecht zur Krümmungsebene), also auf Strömungen zwischen parallelen Ebenen. Da jede Stromröhre die gleiche Wassermenge führt, so muß ihre Weite  $\Delta y$  der Gleichung genügen:

$$\Delta y c = \text{const.} \quad (11)$$

Mit Rücksicht darauf, daß  $\Delta y$  klein ist, kann für die einzelne Stromröhre in jedem Querschnitt ein gemeinsamer Krümmungsmittelpunkt sämtlicher Stromlinien angenommen und damit die für diesen Fall geltende Gl. (5) angewandt werden. Wir betrachten die Verhältnisse längs einer beliebigen Normallinie  $GH$  und bezeichnen in den Schnittpunkten dieser Normallinie mit zwei aufeinanderfolgenden Stromlinien die Geschwindigkeiten mit  $c'$  und  $c''$ , die Krümmungshalbmesser mit  $\varrho'$  und  $\varrho''$ . Dann ist nach Gl. (5)

$$\varrho' c' = \varrho'' c''$$

oder, wenn mit dem zu dem benachbarten Kurvenviereck gehörigen Zentriwinkel  $\Delta\varphi$  multipliziert wird,

$$\varrho' \Delta\varphi \cdot c' = \varrho'' \Delta\varphi \cdot c'',$$

also weil  $\varrho' \cdot \Delta\varphi = \Delta x'$ ,  $\varrho'' \Delta\varphi = \Delta x''$  (Abb. 8),

$$\Delta x' \cdot c' = \Delta x'' \cdot c''.$$

Für die nächstfolgende Stromröhre ergibt sich sinngemäß

$$\Delta x'' \cdot c'' = \Delta x''' \cdot c'''$$

usw. Daraus kann geschlossen werden, daß allgemein gilt

$$\Delta x c = \text{const.} \quad (12)$$

Aus Gl. (11) und (12) folgt

$$\frac{\Delta x}{\Delta y} = \text{const.} \quad (13)$$

Im Strombild einer ebenen Strömung bilden somit die unmittelbar benachbarten Stromlinien und Normallinien Rechtecke mit konstantem Seitenverhältnis, sofern diese Rechtecke genügend klein sind. Ist also eines dieser Vierecke ein Quadrat, so sind sämtliche Kurvenvierecke Quadrate<sup>1)</sup>.

Dieser Satz zeigt auch, daß die Strömung in gekrümmten Kanälen der Strömung in geradlinigen Kanälen in den kleinsten Teilen ähnlich ist; sie ist also das konforme Abbild der geradlinigen Strömung<sup>2)</sup>.

Besonders bequem ist es, für die Kurvenvierecke die quadratische Form zu wählen, weil dann deren einbeschriebenen Kreise zu Hilfe genommen werden können (vgl. Abb. 12).

<sup>1)</sup> Die mathematische Hydrodynamik weist nach, daß in dem nach dem obigen Satz konstruierten Strombild zwischen den aufeinanderfolgenden Normallinien die Potentialunterschiede gleich groß sind und sich eine mögliche Strömung ergibt, wenn die Stromlinien mit den Normallinien vertauscht werden.

<sup>2)</sup> Vgl. auch Leo Lewent: Konforme Abbildung. Leipzig und Berlin 1912; ferner Th. Meyer: Z. ang. Math. Mech. 1923, S. 136.

Von Runge stammt nach Angabe von Hochschild<sup>1)</sup> die folgende Konstruktion.

Ist eine Stromlinie und deren Schnittpunkte  $A$ ,  $B$ ,  $C$  mit den benachbarten Normallinien bekannt (Abb. 10), so lassen sich Punkte  $F$  und  $G$  der benachbarten Stromlinien finden, indem man den Halbierungspunkt  $D$  der Sehne  $AC$  mit  $B$  verbindet,  $DB$  um sich selbst verlängert bis  $E$ , von  $E$  ein Lot auf  $AC$  fällt und auf diesem nach beiden Seiten  $AD$  abträgt.

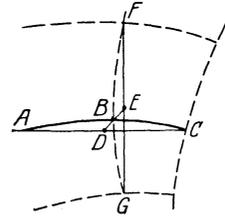


Abb. 10. Konstruktion des Strombildes nach Runge.

In dem Sonderfall, daß die innere und äußere Kanalbegrenzung nach Kreisen, die in sich geschlossen sind, aber nicht konzentrisch zu sein brauchen, geformt ist, erhält man die Stromlinien und Normallinien als Kreisscharen, die sich senkrecht schneiden. Die Konstruktion des Strombildes ist hier außerordentlich einfach, weil der geometrische Ort der Mittelpunkte von Kreisen, die zwei gegebene Kreise senkrecht schneiden, die „Potenzlinie“ oder „Chordale“ ist<sup>2)</sup>. Allerdings kommt der Fall eines in sich geschlossenen Kanals mit gleichbleibender Krümmung beider Kanalwände kaum vor, der Wert dieser Konstruktion darf also nicht überschätzt werden. Auf Kanäle, die nur für ein kurzes Stück nach einem Kreis begrenzt sind, ist sie, wie die Betrachtung der späteren Abb. 12 lehrt, nicht anwendbar.

Liegt der erste Entwurf des Strombildes nach einem der auf dem Ähnlichkeitsgesetz beruhenden Verfahren vor, so bildet ein gutes Mittel für die Prüfung der Richtigkeit des Verlaufs das Einzeichnen der in die Kurvenvierecke einbeschriebenen Kreise.

Für praktische Zwecke ist eines der im Anschluß an Gl. (10) beschriebenen Verfahren im allgemeinen vorzuziehen, weil es hier nicht nötig ist, die Kurvenvierecke so klein zu wählen, wie es das Ähnlichkeitsgesetz voraussetzt. Letzteres führt nur dann zum Ziel, wenn das Strombild in stark vergrößertem Maßstab aufgezeichnet wird.

## 6. Einige bemerkenswerte Strombilder über ebene Strömung.

Abb. 11 zeigt das Strömungsbild für einen geraden Kanal mit veränderlicher Breite<sup>3)</sup>. Die strichpunktierten Linien sind Linien gleicher Geschwindigkeit, also auch solche gleichen Druckes. Das Bild zeigt deutlich, daß die weitverbreitete Anschauung, Druck und Geschwindigkeit seien über den Kanalquerschnitt gleichmäßig verteilt, selbst dann unrichtig ist, wenn die Kanalachse geradlinig ist. Die Abweichungen sind am größten an den Stellen mit starker Wandkrümmung.

<sup>1)</sup> Vgl. die in Anmerkung 3 angegebene Arbeit.

<sup>2)</sup> Lüttmann: Kreistrajektorien, ein Ersatz für exakte Stromfunktionen. Z. f. d. ges. Turbinenwes. 1910, S. 390; ferner Weber-Wellstein: Enzyklopädie der Elementarmathematik. Leipzig und Berlin.

<sup>3)</sup> Entnommen aus Hochschild: Versuche über die Strömungsvorgänge in erweiterten und verengten Kanälen. Mitt. über Forschungsarb. Heft 114, S. 35.

Ein Krümmer mit rechteckigem Querschnitt, der an beiden Enden in geradlinige Kanäle einmündet, ist in Abb. 12 dargestellt.

Würden die geraden und gekrümmten Kanalteile je für sich betrachtet, so müssen die geraden Kanalstrecken Stromlinien mit gleich-

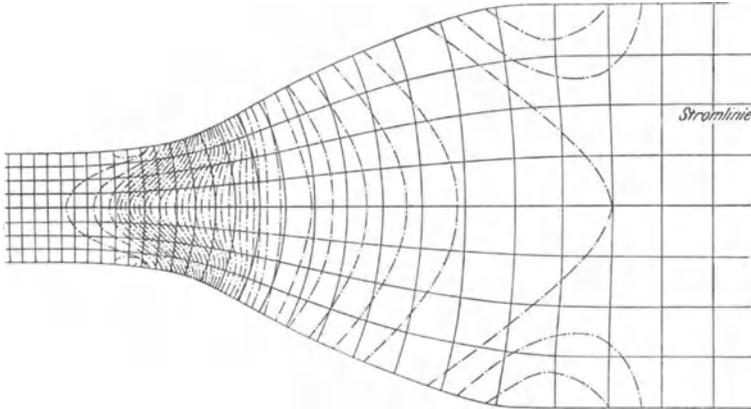


Abb. 11. Freie Strömung im geraden Kanal mit veränderlicher Breite.

mäßigem Abstand, der gekrümmte Kanal — wegen der ungleichen Geschwindigkeitsverteilung — Stromlinien mit ungleichem Abstand haben. Dann würde aber an den Übergangsstellen eine Unstetigkeit  $x$  im Verlauf der Stromlinien eintreten.

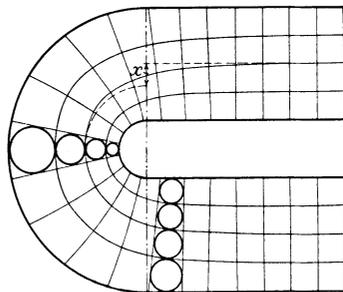


Abb. 12. Freie Strömung in einem Krümmer mit rechteckigem Querschnitt.

Da dies unmöglich ist, so müssen schon im geraden Kanal vor und nach dem Krümmer die Stromlinien in die gekrümmte Form übergehen. Die Strömung in einem gekrümmten Kanal wirkt also auf die Strömung in den anschließenden geraden Strecken ein. Die Einwirkung wird, mathematisch ausgedrückt, erst im Unendlichen abklingen, tatsächlich aber schon in geringer Entfernung vor und hinter dem Krümmer nahezu verschwinden. Das Bild ist von

grundlegender Wichtigkeit deshalb, weil danach zu vermuten ist, daß auch in einem Schaufelkanal am Aus- und Eintritt die Strömung im Mittel nicht die Richtung des letzten und ersten Schaufelelements besitzt, sondern so erfolgt, daß die Richtungsänderung verringert wird. Man ersieht daraus, daß beim Entwurf eines Strombildes die Anschlußströmungen mit in die Betrachtung einbezogen werden müssen.

Einen weiteren wichtigen Sonderfall der ebenen Strömung stellt die Zentralströmung Abb. 13 dar, die beispielsweise am Umfang eines Kreisrades entsteht, da dort Wasser mit einer bestimmten radialen und tangentialen Geschwindigkeitskomponente austritt und zwischen parallelen Wänden weiterströmt.

Für diese Strömung läßt sich auch nachweisen, daß die Neigungswinkel  $\alpha$  der Stromlinien gegen die Parallelkreise konstant sind, was dann auch für die Normallinien zutreffen muß. Beide Kurvenscharen sind also logarithmische Spiralen. Der Beweis ergibt sich aus folgender einfachen Betrachtung.

Bezeichnet man mit  $V$  das sekundliche Wasservolumen, mit  $c_m$  und  $c_u$  die radiale und tangentiale

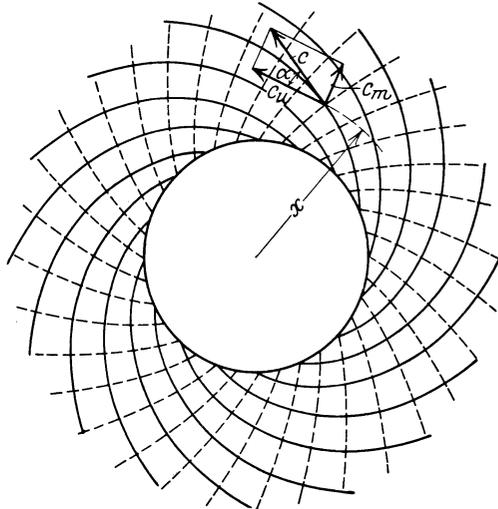


Abb. 13. Zentralströmung zwischen parallelen Wänden.

Komponente der Geschwindigkeit im Radius  $x$  (Meridian- und Umfangskomponente),  $b$  die Kanalbreite, so kann die Untersuchung so erfolgen, als ob sich eine Radialströmung über eine Rotationsströmung lagerte. Deshalb ist einerseits

$$V = 2\pi x b c_m, \quad c_m = \frac{V}{2\pi x b}.$$

Andererseits nach dem Flächensatz Gl. (5) S. 8

$$c_u = \frac{\text{const}}{x},$$

also

$$\text{tg } \alpha = \frac{c_m}{c_u} = \frac{V}{\text{const} \cdot 2\pi b} = \text{Const}. \quad (16)$$

## 7. Freie Strömung in Rotationshohlräumen.

Der Strömungszustand ist hier längs eines Parallelkreises derselbe. Es ist üblich, diese Strömung darzustellen durch ihre Radialprojektion auf eine durch die Drehachse gelegte Ebene (Meridianschnitt), wobei dann allerdings nur die Geschwindigkeitskomponenten in bezug auf diese Meridianebene, die Meridiankomponenten  $c_m$ , in die Erscheinung treten, während die Umfangskomponenten  $c_u$  verschwinden.

a) **Strömung ohne Rotationskomponente  $c_u$ .** Wir betrachten im Meridianschnitt den unendlich kleinen Ausschnitt  $ABCD$  (Abb. 14 und 15), dem ein Wasserring vom gleichen Querschnitt entspricht.

Infolge der Krümmung der Bahn entstehen Zentrifugalkräfte, die eine Druckabnahme in Richtung der Krümmungsmittelpunkte bewirken. Mit den Bezeichnungen der Figur ist der Querschnitt des Ringes

$$df = dx \cdot dy = \rho d\varphi \cdot dy$$

und damit die auf die Längeneinheit entfallende Zentrifugalkraft, wenn die Geschwindigkeit an der betrachteten Stelle gleich  $c_m$  ist,

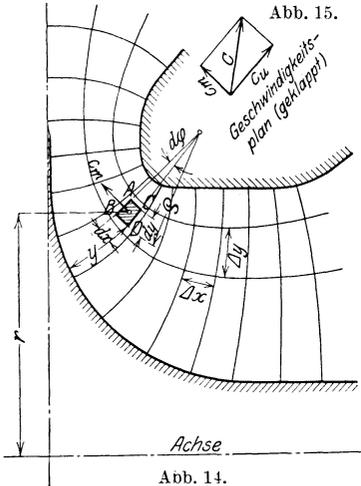


Abb. 14 und 15. Meridianschnitt durch eine freie Strömung im Rotationshohlraum.

$$dC = \frac{\gamma}{g} \cdot df \cdot \frac{c_m^2}{\rho} = \frac{\gamma}{g} \cdot d\varphi \cdot dy \cdot c_m^2,$$

also die Druckzunahme auf die Länge  $dy$  der Normallinie

$$dp = \frac{dC}{dx \cdot 1} = \frac{dC}{\rho d\varphi} = \frac{\gamma}{g} \frac{c_m^2}{\rho} dy,$$

die aber negativ zu setzen ist, falls die positiven  $y$ -Werte nach dem Krümmungsmittelpunkt hin, also entgegengesetzt zu  $dC$  gerichtet sind, was im Einklang mit den früheren Betrachtungen angenommen werden soll.

Wird diese Gleichung wieder mit der Ableitung der Energiegleichung, d. h. entsprechend Gl. (3a) S. 8, vereinigt mit

$$\frac{1}{\gamma} dp + \frac{c_m \cdot dc_m}{g} = 0,$$

so erhält man die Differentialgleichung

$$-\frac{dy}{\rho} + \frac{dc_m}{c_m} = 0, \quad (17)$$

die vollkommen mit der für ebene Strömungen erhaltenen übereinstimmt. Demnach gelten auch für die Bestimmung von Geschwindigkeit und Druck die früheren Gleichungen, nämlich

$$c_m \rho = c_{mI} \rho_I, \quad (18)$$

falls die Wasserfäden im Meridianschnitt konzentrische Kreise sind und

$$c_m = c_{mI} e^{\int_0^y \frac{dy}{e}} \quad (19)$$

bei beliebiger Form des Meridianschnitts. Das Fußzeichen  $I$  bezieht sich wieder auf den Kanalrand, von dem aus  $y$  gemessen wird, also auf die nicht auf der Seite des Krümmungsmittelpunktes liegende Begrenzung. Mit der Geschwindigkeit ist auch der Druck aus Gl. (6), S. 9 bestimmt.

Für das Aufzeichnen des Strombildes gelten aber jetzt andere Regeln als beim ebenen Kanal, denn die Gleichheit der Wassermenge  $q$  der einzelnen Stromröhre führt, da

$$q = 2\pi r \Delta y c_m,$$

zu folgender Bedingungsgleichung an Stelle von Gl. (11)

$$r \Delta y c_m = \text{Const}, \quad (20)$$

und weil andererseits Gl. (12) bestehen bleibt, so gilt für die Kurvenvierecke des Strombildes

$$\frac{\Delta x}{\Delta y} = r \cdot \text{const}. \quad (21)$$

Im Meridianschnitt bilden also die Stromlinien mit den Normallinien Rechtecke, deren Seitenverhältnis ihrer Entfernung von der Drehachse proportional ist. Die bei der ebenen Strömung bestehende Ähnlichkeit der Kurvenvierecke ist also nicht mehr vorhanden, vielmehr nähern sich die Stromlinien gegenseitig mit zunehmendem Abstand von der Drehachse, wie auch Abb. 14<sup>1)</sup> zeigt.

Das Aufzeichnen des Strombildes erfolgt im übrigen nach dem gleichen Verfahren, wie S. 10ff. für die ebene Strömung angegeben wurde. Nur wird das Gesetz der Gl. (21) nicht mehr die Dienste leisten wie früher das Ähnlichkeitsgesetz<sup>2)</sup>. Man ist also im wesentlichen auf Gl. (19) angewiesen, wobei der Wert des Integrals wieder auf Grund eines vorläufigen Entwurfs des Strombildes zu ermitteln ist. Dabei wird wieder die Heranziehung der  $c_m$ -Kurven von Nutzen sein, weil deren Subtangente auch hier gleich dem Krümmungshalbmesser ist. Für den vorliegenden Fall ist dieses Verfahren auch von Bauersfeld in Vorschlag gebracht worden. Es ist nur zu beachten, daß jetzt die Fläche unter der  $c_m$ -Kurve nicht mehr die Wassermenge vorstellt, sondern, da  $dV = 2\pi r \cdot dy \cdot c_m$ , so müssen die Ordinaten der  $c_m$ -Kurve auf das  $2\pi r$ fache überhöht werden. Im übrigen bleibt der früher beschriebene Untersuchungsgang genau bestehen.

**b) Strömung mit Rotationskomponente  $c_u$ .** Liegt neben der bisher betrachteten Meridianströmung auch ein Kreisen um die Achse vor, so kann man die Strömung so entstanden denken, daß man über die Meridianströmung die Rotationsströmung lagert, d. h. die Geschwindigkeiten geometrisch und die Drücke zahlenmäßig addiert<sup>3)</sup>. An den Meridiangeschwindigkeiten  $c_m$ , die jetzt die Komponenten der resultierenden Geschwindigkeit in bezug auf die Meridianebene bedeuten, ändert sich dann nichts, folglich auch nichts an den vorstehend abgeleiteten Ergebnissen.

Offenbar kann die resultierende Strömung nur dann eine solche gleichen Energieinhalts sein, also der Bernoulli-Gleichung genügen, wenn die zu der freien Meridianströmung hinzukommende kreisende Strömung ebenfalls frei ist; daraus folgt, daß für die kreisende Strömung der Flächensatz gelten muß. Wenn  $c_u$  die Umfangskomponente im Halbmesser  $r$  bedeutet, so muß demnach sein:

$$c_u r = \text{Const}. \quad (22)$$

<sup>1)</sup> Das Bild stellt den Ringraum des im Abschnitt 72 berechneten Laufrades mit anschließendem Saug- und Druckraum dar.

<sup>2)</sup> Vgl. auch Broszko: Z. V. d. I. 1913, S. 679. Dort sind Hilfskonstruktionen auf Grund des Gesetzes der Gl. (21) angegeben.

<sup>3)</sup> Vgl. Prasil: Schweiz. Bauztg. 1903, S. 283.

Damit sind die Geschwindigkeiten  $c_u$  und unter Zuhilfnahme der Bernoulli-Gleichung die Drücke bekannt. Auch hier können mit abnehmendem  $r$  die Geschwindigkeiten  $c_u$  unzulässig anwachsen und damit der Druck unzulässig sinken. Deshalb muß bei Strömungen in Rotations-hohlräumen (z. B. Rohren) entweder die Entstehung des Kreisens des Wassers verhindert oder der Hohlraum nicht bis zur Achse erstreckt, also ein Kern angeordnet werden.

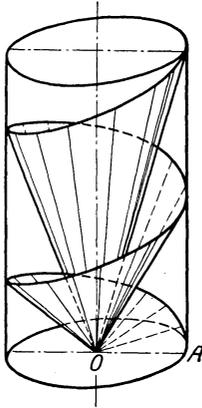


Abb. 16. Axialströmung mit kreisender Bewegung im kreiszylindrischen Raum (übereinstimmend mit der Strömung hinter einem richtig konstruierten Axialrad).

Eine Strömung im kreiszylindrischen Raum, bei der sich eine axiale Durchflußströmung mit konstanter Geschwindigkeit  $c_m$  über eine kreisende Bewegung lagert, stellt Abb. 16 dar. Die räumlichen Stromlinien sind Schraubenlinien, deren Steigung wegen der theoretisch unbegrenzt anwachsenden Umfangsgeschwindigkeit nach der Achse hin bis auf Null abnimmt. Daß in Wirklichkeit bei Überschreiten einer gewissen Geschwindigkeit Loslösen des Wassers und Hohlraumbildung im Kern eintritt, ist bereits betont worden. Die eingezeichnete gewundene Fläche wird von Wasserteilchen beschrieben, die am Eintritt durch den Halbmesser  $OA$  hindurch gehen. Das Bild ist für den Pumpenkonstrukteur deshalb wichtig, weil es die Strömung des aus dem Laufrad einer Axialpumpe tretenden Wassers veranschaulicht<sup>1)</sup>, sofern, wie verlangt werden muß, jedes Wasserteilchen im Rad die gleiche Energie aufnimmt.

### 8. Das übertragene Drehmoment.

Aus den vorangegangenen Betrachtungen ergibt sich, daß bei freier Strömung im Rotationshohlraum die Umfangskomponente  $c_u$  sich nach dem Satz vom gleichbleibenden Drall ändert. Es liegt demnach beim Übergang von einem Durchmesser zum andern eine Beschleunigung des Wassers in der Umfangsrichtung vor, die sich aus der Ableitung der Gl. (22)

$$r dc_u + c_u dr = 0$$

errechnet zu

$$q_f = \frac{dc_u}{dt} = -\frac{c_u}{r} \cdot \frac{dr}{dt}.$$

Wird aber (beispielsweise durch das Laufrad einer Pumpe) Arbeit auf das Wasser übertragen, so muß diese der freien Strömung entsprechende Beschleunigung  $q_f$  gesteigert werden um eine Zwangsbeschleunigung<sup>2)</sup>  $q_z$ , so daß die ganze Beschleunigung

$$q = q_f + q_z = \frac{dc_u}{dt},$$

<sup>1)</sup> Vgl. Föttinger: Neue Grundlagen für die Behandlung des Propellerproblems. Jahrb. d. Schiffbautechn. Gesellsch. 1918, S. 425. Julius Springer.

<sup>2)</sup> Vgl. Lorenz: Neue Theorie und Berechnung der Kreisräder. München und Berlin 1911; oder Thomann: Die Wasserturbinen und Turbinenpumpen. Stuttgart 1921.

also

$$q_z = \frac{dc_u}{dt} - q_f = \frac{dc_u}{dt} + \frac{c_u}{r} \frac{dr}{dt}. \quad (23)$$

Dem Zeitelement  $dt$  entspreche das Wegelement  $dx$  im Meridianschnitt. Ist  $Q$  in Kilogramm die in der Sekunde durch das Rad fließende Wassermenge, so befindet sich auf der Wegstrecke  $dx$  die Menge  $Q \cdot \frac{dx}{c_m} = Q dt$ , auf welche die Umfangskraft ausgeübt wird:

$$dP = dm q_z = \frac{Q}{g} dt q_z = \frac{Q}{g} \left( dc_u + \frac{c_u}{r} dr \right),$$

so daß das übertragene Drehmoment auf der Wegstrecke  $dx$  beträgt

$$dM = dP \cdot r = \frac{Q}{g} (r dc_u + c_u dr)$$

oder

$$dM = \frac{Q}{g} d(r c_u). \quad (24)$$

Das ganze übertragene Moment zwischen zwei beliebigen Halbmessern  $r_1$  und  $r_2$  (beispielsweise zwischen dem Ein- und Austritt des Rades) ergibt sich also durch Integration der Gl. (24) zu

$$M = \frac{Q}{g} (r_2 c_{2u} - r_1 c_{1u}), \quad (25)$$

wenn  $c_{1u}$  und  $c_{2u}$  die in den Radien  $r_1$  und  $r_2$  vorhandenen Werte von  $c_u$  sind.

Mithin ist das ausgeübte Drehmoment gleich der Zunahme des Dralls der sekundlichen Durchflußmenge.

Aus Gl. (25) ergibt sich als Spezialfall für die freie Strömung der Satz von der Unveränderlichkeit des Dralls, denn mit  $M = 0$  wird  $r_2 c_{2u} = r_1 c_{1u}$ .

## C. Strömung der wirklichen Flüssigkeiten.

### 9. Zähigkeit der Flüssigkeiten.

Es werde nun der Beantwortung der Frage näher getreten, wie sich die Verhältnisse gestalten, wenn die Reibung berücksichtigt wird. Reibung ist stets vorhanden, teils infolge der Zähigkeit der Flüssigkeit, teils infolge der Rauheit der Wand. Die Zähigkeit verhindert, daß zwei Stromflächen 1 und 2 (Abb. 17), die in einem gewissen gegenseitigen Abstand  $\Delta x$  sich befinden, einen Geschwindigkeitsunterschied aufweisen können, ohne daß in den Stromflächen Schubspannungen, also Kräfte entstehen, die das Geschwindigkeitsbild beeinflussen. Schneidet man durch Ebenen senkrecht zu den beiden Stromflächen das Flüssigkeitselement  $ABCD$  so heraus, daß sein

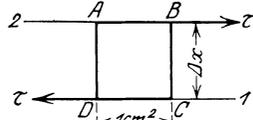


Abb. 17.

Querschnitt parallel zu den Stromflächen gleich  $1 \text{ cm}^2$  ist, so sind die in den Endflächen  $AB$  und  $CD$  wirkenden Schubkräfte die Schubspannungen  $\tau$ . Letztere sind nach dem Poiseulleschen Gesetz proportional dem Geschwindigkeitsunterschied  $\Delta v$  in den Endflächen und umgekehrt proportional dem Abstand  $\Delta x$  der Flächen, also

$$\tau = \eta \frac{\Delta v}{\Delta x}. \quad (1)$$

Der Beiwert  $\eta$  stellt offenbar diejenige Schubspannung dar, die bei einem Geschwindigkeitsunterschied  $\Delta v = 1 \text{ cm}$  im Abstand  $\Delta x = 1 \text{ cm}$ ,

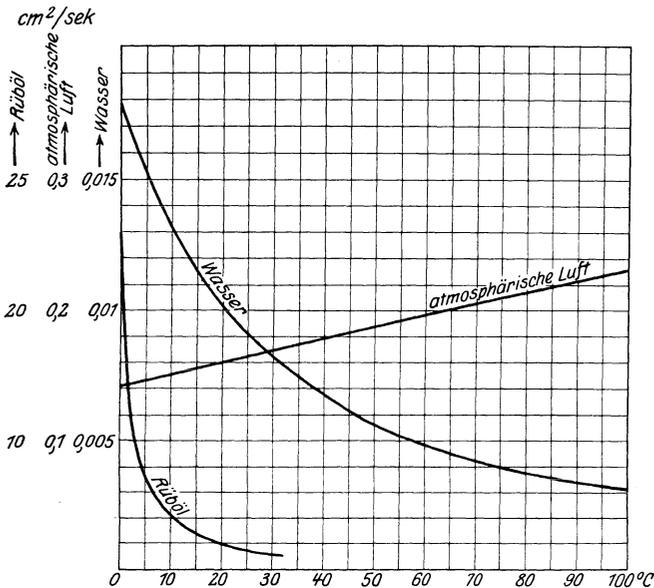


Abb. 18. Kinematische Zähigkeit  $Z$  in  $\text{cm}^2/\text{sec}$  für Wasser, Rüböl und Luft beim Druck  $1 \text{ kg}/\text{cm}^2$ .

vorhanden ist. Man bezeichnet ihn als „Zähigkeit“ der Flüssigkeit.

Er besitzt die Dimension  $\frac{\text{Kraft} \cdot \text{Zeit}}{\text{Länge}^2}$ , also mit m, sec, kg als Einheiten  $\text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{sec}$ . Vielfach findet man  $\eta$  in  $\text{Dyn} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{sec}$  angegeben. Es ist dann zu beachten, daß  $\eta$  in  $\text{Dyn} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{sec}$  das  $\frac{9.81000}{100000} = 98,1$ fache von  $\eta$  in  $\text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{sec}$  beträgt.

Für praktische Zwecke bequemer ist die sogenannte „kinematische Zähigkeit“, nämlich Zähigkeit  $\eta$  durch Dichte  $\frac{\gamma}{g}$

$$Z = \frac{\eta g}{\gamma}, \quad (2)$$

deren Dimension offenbar  $\frac{\text{Länge}^2}{\text{Zeit}}$  ist <sup>1)</sup>. Dieser Begriff ist deshalb besonders geeignet, weil die von den Schubkräften erzeugten Geschwindigkeitsänderungen umgekehrt proportional der Masse sind.

Sowohl die Zähigkeit  $\eta$  als auch die kinematische Zähigkeit  $Z$  sind Zahlen, die für jede Flüssigkeit bestimmte Werte besitzen. Sie sind von der Temperatur und dem Druck abhängig. Der letztere Einfluß ist aber bei tropfbaren Flüssigkeiten verschwindend, so daß nur die Temperatur beachtet zu werden braucht. In Abb. 18<sup>2)</sup> sind die Zahlenwerte der kinematischen Zähigkeit  $Z$  in  $\text{cm}^2/\text{sec}$  für Wasser, Rüböl und Luft in Abhängigkeit von der Temperatur aufgetragen.

## 10. Laminare und turbulente Strömung (Bandströmung und Flechtströmung).

a) **Bandströmung.** Fassen wir die Strömung in einem zylindrischen Rohr vom Halbmesser  $r$  ins Auge, so wird, falls der Strömungszustand örtlich und zeitlich konstant ist, auch der Druckverlust (Gefällverlust) infolge der Reibung überall gleich groß sein. Dieser betrage für das laufende Meter Rohrlänge  $h_r$  in Meter Flüssigkeitssäule. Wir wollen ferner annehmen, daß der Druck über einen Rohrquerschnitt gleich groß sei. Unserer Betrachtung legen wir die Vorstellung zugrunde, daß wie bei unseren früheren Untersuchungen die Stromlinien parallel zur Rohrachse verlaufen, die Strömung also laminar sei.

Um die Geschwindigkeitsverteilung über einen Rohrquerschnitt zu ermitteln, schreiben wir Gl. (1) in der Form

$$\tau = -\eta \frac{dv}{dx}, \quad (3)$$

d. h. wir nehmen  $\Delta x$  als unendlich klein an und berücksichtigen durch das negative Vorzeichen, daß die Geschwindigkeit nach dem Rand hin abnehmen wird.

Betrachten wir in der Strömung einen Kreiszyylinder vom Halbmesser  $x$  und der Länge  $l$  m, dessen Achse mit der des Rohres zusammenfällt (Abb. 19), so wirkt auf dessen Endfläche der Druckunterschied  $\gamma h_r$ , also die Kraft  $\pi x^2 \gamma h_r$  und an dessen Mantelfläche die Schubkraft

$$\tau \cdot 2\pi x = -\eta \frac{dv}{dx} 2\pi x.$$

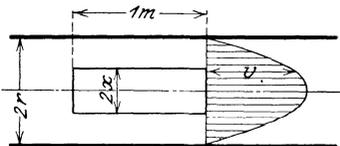


Abb. 19. Bandströmung (laminare Strömung).

Da Massenkkräfte fehlen, so sind beide Kräfte gleich, also

$$-\eta \frac{dv}{dx} 2\pi x = \pi x^2 \cdot \gamma h_r, \quad \text{also} \quad v = -\frac{\gamma h_r}{4\eta} x^2 + C.$$

<sup>1)</sup> In der Literatur wird dieser Wert auch vielfach mit  $\nu$  bezeichnet.

<sup>2)</sup> Entnommen aus der Arbeit von Blasius: Das Ähnlichkeitsgesetz bei Reibungsvorgängen in Flüssigkeiten. Mitt. üb. Forschungsarbeiten Heft 131.

Die Integrationskonstante  $C$  ergibt sich aus der Überlegung, daß an der Wand also für  $x = r$  die Geschwindigkeit Null zu erwarten ist; damit wird

$$v = \frac{\gamma \bar{h}_r}{4 \eta} (r^2 - x^2) = \frac{\bar{h}_r g}{4 Z} (r^2 - x^2). \quad (4)$$

Aus der Form dieser Gleichung entnehmen wir:

1. Der Gefällverlust  $\bar{h}_r$  ist der Geschwindigkeit proportional.
2. Die Geschwindigkeit wächst nach der Mitte des Rohres hin nach einer Parabel.

Die bisherigen Versuche haben dieses Gesetz nur für verhältnismäßig kleine Rohrdurchmesser bei nicht zu großer Geschwindigkeit bestätigt. Osborne Reynolds<sup>1)</sup> hat an Versuchen mit Glasröhren durch Einführen von Farbstoff in die Achse nachgewiesen, daß der Farbstoff bei kleinen Geschwindigkeiten geradlinig blieb, während er sich bei größeren in Wellenform auflöste und über die ganze strömende Menge verteilte. Der laminare Charakter der Strömung besteht also nur bei kleinen Geschwindigkeiten und kleinen Querschnitten.

**b) Flechtströmung.** Bei großen Geschwindigkeiten wird die Wasserbewegung unruhig. Es lagert sich über die geordnete Bewegung eine unregelmäßig wirbelnde Nebenbewegung. Die Wirbel, welche die Flüssigkeit durchsetzen, gehen von einer sehr dünnen, an der Wand fest haftenden „Grenzschicht“ aus. Diesen Strömungszustand, der im Kreiselpumpenbau fast ausschließlich auftritt, bezeichnet man als „turbulent“.

Aus der großen Zahl von Versuchen über turbulente Strömung sind folgende Ergebnisse besonders hervorzuheben<sup>2)</sup>.

1. Die Turbulenz bewirkt, daß sich die Geschwindigkeit viel gleichmäßiger über den Querschnitt verteilt, als es bei laminarer Bewegung der Fall ist. Das Verhältnis der Höchstgeschwindigkeit zur mittleren Geschwindigkeit beträgt etwa nur 1,16 bis 1,23 gegenüber 2 bei laminarer Geschwindigkeit. Abb. 20 gibt die Geschwindigkeitsverhältnisse für laminare und turbulente Strömung bei gleicher mittlerer Geschwindigkeit  $c$ . Bemerkenswert ist die verhältnismäßig hohe Geschwindigkeit der turbulenten Strömung nahe der Wand.

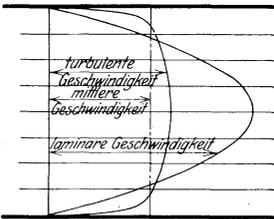


Abb. 20. Geschwindigkeitsverteilung bei laminarer und turbulenter Strömung für gleiche mittlere Geschwindigkeit im Kreisquerschnitt.

In einer überaus dünnen Grenzschicht fällt sie wie plötzlich auf Null ab. Es ist also mit hinreichender Annäherung zulässig, die turbulente Strömung in größerem Abstand von einer Wand nach den Gesetzen der freien Strömung zu verfolgen, während man in der Nachbarschaft einer Wand auf die Reibung achten muß. Karman<sup>3)</sup> gelang es, folgende mit

<sup>1)</sup> Philosoph. Transactions Bd. 174. London 1883.

<sup>2)</sup> Vgl. v. Mises: Elemente der technischen Hydrodynamik.

<sup>3)</sup> Z. ang. Math. Mech. 1921, S. 233. Vgl. auch Prasil: Z. f. d. ges. Turbinenwes. 1918, S. 221.

den tatsächlichen Verhältnissen in befriedigender Übereinstimmung stehende Gleichung für die Geschwindigkeitsverteilung turbulenter Strömung in einem kreisförmigen Rohr aufzustellen:

$$v = v_{\max} \left(1 - \frac{x}{r}\right)^{\frac{1}{7}}. \quad (5)$$

2. Der Gefällverlust wächst annähernd mit dem Quadrat der Geschwindigkeit. Der Reibungsverlust einer Leitung von der Länge  $l$  und dem Durchmesser  $d$  kann aus der Gleichung bestimmt werden

$$H_r = \lambda \frac{l}{d} \frac{c^2}{2g}. \quad (6)$$

$c$  ist hierin die mittlere Geschwindigkeit, d. h. der Quotient aus Durchflußmenge durch Querschnitt,  $\lambda$  eine Zahl, deren Abhängigkeit im nächsten Abschnitt festgestellt wird.

### 11. Das Ähnlichkeitsgesetz.

Reynolds hat zur Frage der Abhängigkeit des Gefällverlustes von den Rohrabmessungen den Satz gefunden, daß die Widerstandszahl  $\lambda$  der Gl. (6) nur abhängig ist von dem Ausdruck  $\frac{cd}{Z}$  und der Rauigkeit der Wand<sup>1)</sup>. Die Größe  $\frac{cd}{Z}$ , die dimensionslos ist, nennt man die Reynoldssche Zahl. Besonders wichtig ist, daß die Art der Flüssigkeit, ob sie tropfbar flüssig oder gasförmig ist, keine Rolle spielt.

Dieses Gesetz läßt sich noch in folgender erheblich allgemeinerer Form ausdrücken.

Für genau geometrisch ähnliche Körper (bei denen also auch die etwaigen Oberflächenrauigkeiten geometrisch ähnlich sind) und für gleiche Reynoldssche Zahlen  $\frac{cd}{Z}$  erhält man auch die gleiche Widerstandszahl  $\zeta$ , falls der Widerstand durch die Beziehung

$$H_w = \zeta \frac{c^2}{2g} \quad (6a)$$

ausgedrückt wird. Für die Größe  $d$  ist hierbei irgendeine passend ausgewählte Länge am Körper zu nehmen. In diesem Fall ist auch das Strömungsbild in allen Teilen ähnlich. Man kann diesen Satz auch so ausdrücken, daß bei geometrisch ähnlichen Körpern die Größe  $\zeta$  der Gl. (6a) nur eine Funktion der Reynoldsschen Zahl ist.

Die Gültigkeit dieses Gesetzes ist durch eine große Zahl von Versuchen erhärtet<sup>2)</sup>. Ihm unterliegt jeder Fließvorgang, sofern nicht die

<sup>1)</sup> Philosoph. Transactions Bd. 174, S. 935. 1883; Bd. 186, S. 123. 1895. London.

<sup>2)</sup> Vgl. auch Prandtl: Ergebnisse der Aerodynamischen Versuchsanstalt zu Göttingen.

Schwerkraft eine erhebliche Rolle spielt (wie beispielsweise bei der Wellenbewegung). Mit seiner Hilfe ist es beispielsweise auch möglich, Versuchsergebnisse an Modellen, z. B. Kreiselrädern, auf große Ausföhrungen zu übertragen, gleichgültig, ob die Versuche mit Luft oder Wasser angestellt sind. Es ist also dazu geeignet, Erfahrungsmaterial richtig zu ordnen und die Versuchsdurchföhrung zu erleichtern.

Aus diesen Betrachtungen folgt auch, daß der Übergang vom laminaren zum turbulenten Gebiet durch einen bestimmten Wert der Reynoldsschen Zahl gekennzeichnet sein muß. Für glatte Rohre fand Reynolds den Übergangswert

$$\frac{cd}{Z} = 1920 \div 2040^1), \quad (7)$$

also im Mittel 2000. Als kritische Geschwindigkeit oder Grenzgeschwindigkeit wird jeder Wert von  $c$  bezeichnet, der Gl. (7) genügt. Beispielsweise ist für Wasser von  $20^\circ\text{C}$  ( $Z = 0,01\text{ cm}^2/\text{sec}$ ) in einem Rohr von  $d = 2\text{ cm}$  die Grenzgeschwindigkeit

$$c = \frac{2000 \cdot 0,01}{2} = 10\text{ cm/sec}.$$

Man erkennt daran, daß bei den im Kreiselpumpenbau wichtigen Fällen, sofern es sich um die Bewegung von Wasser handelt, die Geschwindigkeiten weit oberhalb der kritischen liegen. Dagegen fällt die Bewegung von Öl in Schmierleitungen meist tief in das laminare Gebiet, weil für Öl  $Z$  etwa von der Größenordnung  $3\text{ cm}^2/\text{sec}$  ist.

Von der Grenzgeschwindigkeit bis zu einer Geschwindigkeit entsprechend einer Reynoldsschen Zahl = 4000 ist der Zustand unbestimmt, d. h. es kann sowohl laminare wie turbulente Strömung aufrechterhalten werden. Bei Überschreitung dieses Wertes für  $\frac{cd}{Z}$  kann mit ziemlicher Sicherheit auf den Eintritt der turbulenten Strömung und der Gültigkeit der zugehörigen Gesetze gerechnet werden.

## 12. Reibungswiderstand in Rohrleitungen.

Nach dem Ähnlichkeitsgesetz ist  $\lambda$  in Gl. (6) nur eine Funktion der Reynoldsschen Zahl und der Rauigkeit der Wand. Bei Kreiselpumpen und Turbinen dürften auch die Wanderschütterungen einen vorläufig allerdings unbekanntem Einfluß ausüben. Von der großen Zahl von Gleichungen, die vorgeschlagen worden sind, sollen nur diejenigen erwähnt werden, deren Aufbau das Ähnlichkeitsgesetz berücksichtigt, da dann auch die größte Genauigkeit zu erwarten sein wird. Dies trifft einerseits für das Potenzgesetz von Blasius<sup>2)</sup>, andererseits für das parabolische Gesetz von Mises zu.

<sup>1)</sup> Vgl. v. Mises a. a. O. S. 51; ferner G. De Marchi: Z. ang. Math. Mech. 1923, S. 150.

<sup>2)</sup> Vgl. die in der Fußbemerkung 2 S. 21 erwähnte Arbeit.

Für glatte Rohre aus Messing, Kupfer, Blei, Glas fand Blasius

$$\lambda = 0,3164 \left( \frac{Z}{cd} \right)^{0,25}, \quad (8)$$

woraus für Wasser von 20° C mit  $Z = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{sec}$

$$\lambda = \frac{0,0100}{(cd)^{0,25}}. \quad (9)$$

Der Druckverlust  $H_r$  wird demnach gemäß Gl. (6)

$$H_r = 0,3164 \left( \frac{Z}{d} \right)^{0,25} \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{c^{1,75}}{2g} \quad (10)$$

oder für Wasser

$$H_r = 0,0100 \cdot \frac{l}{d^{1,25}} \frac{c^{1,75}}{2g}. \quad (11)$$

$H_r$  wächst also nicht mit dem Quadrat, sondern der 1,75<sup>ten</sup> Potenz der Geschwindigkeit.

Das Blasius'sche Gesetz gibt die Verhältnisse für glatte Rohre in dem turbulenten Geschwindigkeitsbereich gut wieder<sup>1)</sup>. Bei Röhren mit rauher Wand erhält man aber für turbulente Strömungen annähernd quadratische Abhängigkeit des Druckgefälles von der Geschwindigkeit. Für diese Verhältnisse sind die Gleichungen von Mises besonders wertvoll, weil sie sich auf Wandungen von verschiedener Rauigkeit anwenden lassen:

$$\lambda = 0,0096 + 4\sqrt{\varrho} + 1,7 \sqrt{\frac{Z}{cd}}, \quad (12)$$

also für Wasser von 20° C mit  $Z = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{sec}$

$$\lambda = 0,0096 + 4\sqrt{\varrho} + \frac{0,0017}{\sqrt{cd}}. \quad (13)$$

Darin bedeutet  $\varrho$  die relative Rauigkeit, nämlich das Verhältnis der absoluten Rauigkeit  $K$  (einer dem Mittel aus den Unebenheiten der Wand verhältnismäßigen Länge) zum Rohrdurchmesser  $d$ , also

$$\varrho = \frac{K}{d}, \quad (14)$$

wo  $K$  der nachstehenden, von Mises aufgestellten Zahlentafel I zu entnehmen ist.

<sup>1)</sup> Neuerdings wird von Fromm in Z. ang. Math. Mech. 1923, Heft 5, S. 343 auf Grund von Versuchen an rechteckigen Rohren  $\lambda = 0,399 \left( \frac{Z}{cd} \right)^{0,27}$  angegeben. Nach Stanton und Pannell [Phil. Trans. Roy. Soc. London (A) Bd. 214, S. 199. 1914] besitzt die Formel  $\lambda = 0,0072 + 0,6104 \left( \frac{Z}{cd} \right)^{0,35}$  eine höhere Genauigkeit als das reine Potenzgesetz, was insbesondere bei sehr großen Reynoldsschen Zahlen ( $> 100\,000$ ) zum Ausdruck kommt. Dies ist von Jakob und Erk (Z. V. d. I. 1924, S. 581) bestätigt worden.

**Zahlentafel I.**  
**Absolute Rauigkeit  $K$  verschiedener Wandungen.**  
 Nach Mises.

Material	10 <sup>8</sup> $K$ in m
Glas . . . . .	0,4 bis 1,6
Gezogenes Messing, Blei, Kupfer . . . . .	0,4 „ 2,0
Zement, geschliffen . . . . .	15 „ 30
Zement, roh. . . . .	40 „ 80
Gasrohr . . . . .	40 „ 100
Asphaltiertes Blech- oder Gußrohr . . . . .	60 „ 120
Gußrohr, neu . . . . .	200 „ 400
Gußrohr, gebraucht . . . . .	500 „ 1000
Blechrohr, genietet. . . . .	400 „ 1000

Die Gl. (8) bis (14) gelten für das turbulente Gebiet, also etwa für  $\frac{cd}{Z} \geq 5000$ . Nach Versuchen von Schiller<sup>1)</sup> scheint bei sehr rauhen Rohren für hohe Reynoldssche Zahlen  $\lambda$  annähernd konstant zu sein. Die Rauigkeit wurde bei diesen Versuchen durch Einschneiden von Löwenherz-Gewinde hervorgerufen.

### 13. Reibungswiderstand in Kanälen beliebigen Querschnitts.

Die vorstehenden, für das Kreisrohr gültigen Gleichungen können auch auf Kanäle mit beliebiger Querschnittsform übertragen werden, wenn der Quotient: Fläche durch Umfang eingeführt wird, welcher beim Kreis den

Wert  $\frac{F}{U} = \frac{d}{4}$  besitzt. Man nimmt nun an, daß der Widerstand auch für andere Querschnitte ermittelt werden kann, wenn in Gl. (6) bis (14) für  $d$  der Ausdruck

$$d = \frac{4F}{U}, \quad (15)$$

d. h. 4 mal Fläche durch Umfang des Querschnitts gesetzt wird. Die Größe  $\frac{F}{U}$  wird vielfach „hydraulischer Radius“ genannt. Beobachtungen über die Zulässigkeit dieses Verfahrens sind neuerdings von Schiller in der vorerwähnten Arbeit mit Rohren verschiedener Querschnittsformen gemacht worden. Hierbei ergab sich eine so gute Annäherung an das Blasius'sche Gesetz, daß nach Ansicht von Schiller noch ein tieferer theoretischer Zusammenhang vermutet werden muß. Die Übereinstimmung ist jedenfalls für Reynoldssche Zahlen, die erheblich über dem Grenzpunkt liegen, eine gute.

### 14. Änderung der Grundlagen der Abschnitte 5 bis 8 durch die Reibung.

Um den Reibungswiderstand zu berücksichtigen, wird der Gleichung von Bernoulli für die Reibungsströmung Gl. (2), S. 6 vielfach die folgende Form gegeben:

$$z + \frac{p}{\gamma} + \frac{c^2}{2g} + H_r = z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{c_1^2}{2g}. \quad (16)$$

<sup>1)</sup> Z. ang. Math. Mech., Februarheft 1923 oder Z. V. d. I. 1923, S. 623.

Dabei ist  $H_r$  der Druckhöhenverlust, der in dem betrachteten Querschnitt der Leitung gegenüber dem durch das Fußzeichen 1 gekennzeichneten Punkt entstanden ist. Da  $c$  die mittlere Geschwindigkeit

$c = \frac{\int dF \cdot v}{F}$  bedeutet, so enthält aber Gl. (16) einen Fehler, der dadurch bedingt ist, daß das Glied  $\frac{c^2}{2g}$  nicht mit  $\frac{1}{2g} \frac{\int dm \cdot v^2}{m}$  übereinstimmt.

Hierin ist  $m = \frac{Q}{g} = F \cdot \frac{\gamma}{g} c$  die in der Sekunde durchfließende Wassermasse und  $v$  die in den einzelnen Querschnittspunkten vorhandene Geschwindigkeit, die sich etwa gemäß Abb. 20 ändert. Man kann aber den Fehler berichtigen, wenn man einen Beiwert  $\alpha$  einführt und schreibt

$$z + \frac{p}{\gamma} + \alpha \frac{c^2}{2g} + H_r = z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \alpha \frac{c_1^2}{2g}, \quad (17)$$

worin  $\alpha$  sich bestimmt aus

$$\alpha = \frac{\int dm v^2}{m c^2} = \frac{\int dF \cdot v^3}{F \cdot c^3}. \quad (18)$$

Bazin giebt für Kanäle mit rechteckigem Querschnitt und turbulenter Strömung

$$\begin{aligned} \text{bei glatter Wand} \quad \alpha &= 1,038, \\ \text{bei rauher Wand} \quad \alpha &= 1,122. \end{aligned}$$

Aus dem Verteilungsgesetz der Karmanschen Formel Gl. (5) würde für den kreisförmigen Querschnitt folgen

$$\alpha = 1,0449.$$

Nach Burgers scheinen diese Werte noch etwas zu niedrig zu sein<sup>1)</sup>.

Eine allgemeine Verfolgung von Strömungsvorgängen in der für die ideale Flüssigkeit durchgeführten Weise ist nicht möglich, schon deshalb nicht, weil die neue Form der Energiegleichung sich mit der Feststellung der durchschnittlichen Verhältnisse eines Querschnitts begnügt. Die Strömung hat jedenfalls den Charakter einer freien Strömung, d. h. einer Strömung mit gleichem Energieinhalt der einzelnen Teilchen, verloren. Man kann aber durch die Betrachtung von Einzelfällen sich ein Bild von den eintretenden Änderungen machen, wie ja bereits für das prismatische Rohr geschehen ist.

Bei Strömungen in gekrümmten Kanälen wird das Strombild der Abb. 8 oder 12 durch die Geschwindigkeitsabnahme an der Kanalwand verändert werden. Da die Zentrifugalkraft der an der Wand strömenden Wasserteilchen nicht mehr ausreichen wird, um den Zentrifugalkräften der in der Mitte strömenden, ungehemmten Teilchen das Gleichgewicht zu halten, so werden diese sich nach außen drängen und die dort mit geringer Geschwindigkeit strömenden Teilchen nach der Krümmungsachse hin schieben. Es entsteht damit die in Abb. 21 dargestellte Nebenströmung, welche sich über die ungefähr der Potential-

<sup>1)</sup> Burgers: Über das Geschwindigkeitsglied in der Bernoullischen Gleichung. Z. ang. Math. Mech. 1923, S. 276.

strömung entsprechende Durchflußbewegung lagert<sup>1)</sup>. Daß dadurch der Verlauf der Stromlinien erheblich geändert wird, zeigt Abb. 22, welche die Stromlinien für die parallel zur Krümmungsebene gelegte Mittel-ebene eines Krümmers mit rechteckigem Querschnitt nach den Versuchen von Cordier darstellen<sup>2)</sup>. Man erkennt deutlich, wie die Wasserfäden nach außen drängen und dadurch eine erhebliche Verringerung ihrer Krümmung hervorrufen<sup>3)</sup>. Die Geschwindigkeitszunahme nach der Krümmungssachse hin wird dadurch verkleinert. Die Geschwindig-

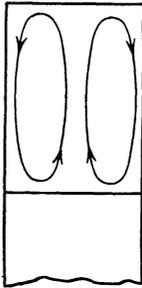


Abb. 21.

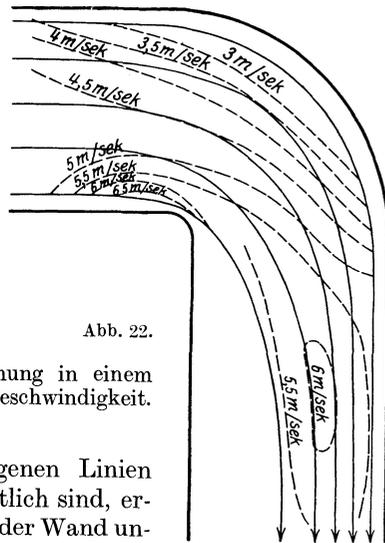


Abb. 22.

Abb. 21 und 22. Wirkliche Strömung in einem Krümmer bei 4,18 m/sec mittlerer Geschwindigkeit.

keiten, die aus den eingetragenen Linien gleicher Geschwindigkeit ersichtlich sind, ergeben aber, wenn man von den der Wand unmittelbar benachbarten Stellen absieht, ungefähr die Zunahme nach der Seite des Krümmungsmittelpunktes hin, die sich auf Grund des Verlaufs der Stromlinien nach den für die freie Strömung abgeleiteten Gleichungen einstellen müßte. Besonders bemerkenswert ist, daß hinter dem Krümmer noch eine Zone starker Geschwindigkeitssteigerung auftritt. Diese wiederholte Geschwindigkeitsumsetzung wird naturgemäß erhebliche Energieverluste zur Folge haben.

## 15. Allgemeines über verengte und erweiterte Kanäle.

Handelt es sich um einen verengten Kanal, also um eine Umsetzung von Druck in Geschwindigkeit, so wird der Vorgang trotz der Wandreibung im wesentlichen die Eigenart einer freien Strömung be-

<sup>1)</sup> Vgl. auch die Arbeiten von Isachsen in Ziviling. 1896, S. 353 und Z. V. d. I. 1911, S. 215.

<sup>2)</sup> Cordier: Strömungsuntersuchungen an einem Rohrkrümmer. Dissertation München 1910 oder Z. f. d. ges. Turbinenwes. 1914, S. 129. Vgl. auch die sehr eingehende Arbeit von Lell: Z. f. d. ges. Turbinenwes. 1914, S. 129.

<sup>3)</sup> Da die Ablösung der der Krümmungssachse am nächsten liegenden Stromröhren einsetzen sollte, so dürfte auch die im Abschnitt 15 behandelte Loslösung der Strömung im erweiterten Kanal auf den Vorgang von Einfluß sein.

halten, weil die beschleunigenden Kräfte stets in Richtung der Bewegung wirken. Die Strömungsverluste werden in diesem Falle sehr klein sein, und zwar auch kleiner als bei gleichförmiger Bewegung, wo die von der Wand ausgehenden Wirbel Geschwindigkeitsrichtungen erzeugen können, die von der der Hauptströmung abweichen. Dieser günstigste Fall der Umsetzung von Druck in Geschwindigkeit liegt in der Wasserturbine vor, wodurch deren guter Wirkungsgrad erklärlich wird.

Am ungünstigsten liegen die Verhältnisse bei der Umsetzung von Geschwindigkeit in Druck, die im Fall der Kreiselpumpe die Regel bildet d. h. bei dem erweiterten Kanal (Diffusor). Eine reibungslose freie Flüssigkeit wird sich entsprechend dem Strombild der Abb. 11 verlangsamen müssen, falls die dadurch entstehende Druckerhöhung auf Grund der an den Kanalenden vorhandenen Bedingungen auch tatsächlich möglich ist<sup>1)</sup>. Bei der wirklichen Flüssigkeit wird sich infolge der Wandreibung ein rasch fortschreitender Kern bilden, der von langsam fließendem Wasser umgeben ist. Die langsam strömenden Teilchen werden nicht imstande sein, den gleichen Druck zu erreichen, den die rasch strömenden Teilchen des Kerns überwinden können. Der Druckausgleich kann deshalb am Ende des Erweiterungsteils auch noch nicht abgeschlossen sein, sondern hier ist immer noch der rasch fort-

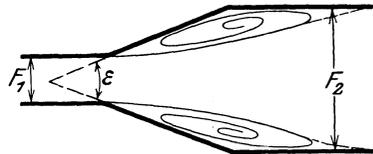


Abb. 23. Strömung im erweiterten Kanal.

schreitende Kern, der von langsamer fließender Flüssigkeit umgeben ist, vorhanden. Die Strömungsverhältnisse des prismatischen Kanals werden also erst weit hinter der Übergangsstelle erreicht werden<sup>2)</sup>. Es besteht ferner die Gefahr, daß in der Nähe der Wand Rückströmen der Flüssigkeit und damit Wirbelbildung eintritt<sup>3)</sup> (Abb. 23).

Die in Abb. 11 S. 14 dargestellte Geschwindigkeitsverteilung wird also für den Fall der Umsetzung von Druck in Geschwindigkeit ziemlich gut zutreffen, aber bei der umgekehrten Strömungsrichtung unbrauchbar sein.

Die Gefahr der Rückströmung des Wassers wird um so größer sein, je größer der Erweiterungswinkel  $\epsilon$ . Man kann also durch Wahl kleiner Erweiterungswinkel die Umsetzungsverluste verringern. Für ein gegebenes Erweiterungsverhältnis wird aber dadurch die Länge des Kanals vergrößert, also die Wandreibung gesteigert. Die Summe beider Verluste wird somit bei einem bestimmten Winkel  $\epsilon$  einen Mindestwert annehmen. Wo aber der Wasserweg aus baulichen Gründen länger sein muß, als dem zu diesem günstigsten Winkel gehörenden Diffusor zuzüglich einer für den Geschwindigkeitsausgleich dienenden Wegstrecke entspricht, wird eine weitere Verkleinerung von  $\epsilon$  Vorteile bringen.

<sup>1)</sup> Andernfalls wird sich um einen mit parallelen Stromfäden eintretenden Strahl ein mit einer „Fremdflüssigkeit“ angefüllter toter Wasserraum bilden.

<sup>2)</sup> Vgl. hierzu den Bericht über die Krönerschen Versuche S. 32.

<sup>3)</sup> Ein Versuch im Prüffeld der Techn. Hochschule in Zürich mit einem Kanal von  $20 \times 40$  mm an der engsten Stelle bei durchgehend 20 mm Höhe ergab Ablösung, wenn der Erweiterungswinkel  $14^\circ$  überschritt (vgl. Stodola, Dampf- und Gasturbinen, 6. Aufl., Nachtrag S. 23. Berlin: Julius Springer 1924).

## 16. Druckhöhenverluste durch Querschnitts- und Richtungsänderungen.

Bei Querschnitts- oder Richtungsänderungen kommen, wie die Betrachtungen in den beiden vorausgegangenen Abschnitten gezeigt haben, zur reinen Kanalreibung noch zusätzliche Verluste hinzu, die durch die unvermeidliche Umsetzung von Geschwindigkeit in Druck oder umgekehrt bedingt sind. Wir geben dieser zusätzlichen Verlusthöhe, deren Charakter ein anderer ist wie der der Wandreibung, die Form

$$h_v = \zeta \cdot \frac{c^2}{2g}, \quad (19)$$

wobei  $c$  die mittlere Geschwindigkeit im Anfangsquerschnitt bedeutet. Hierin kann  $\zeta$ , abgesehen von der Kanalform und der Rauigkeit der Wand, nur von der Reynold'schen Zahl abhängig sein, falls eine Änderung mit der Geschwindigkeit überhaupt besteht. Hochschild fand bei seinen Versuchen an erweiterten Kanälen<sup>1)</sup>, daß die Verluste der Geschwindigkeitshöhe, also dem Quadrat der Geschwindigkeit proportional sind. Kröner<sup>2)</sup> bekam nirgends eine quadratische Abhängigkeit von der Geschwindigkeit, sondern erhielt stets einen Exponenten, der kleiner als 2 war. Da beide Experimentatoren Kanalreibung und Umsetzungsverlust nicht getrennt haben, so mußte in der Tat der zu erwartende Exponent zwischen 1,75 und 2 liegen, falls  $\zeta$  konstant ist. Mit Rücksicht darauf, daß über diesen Punkt das zur Verfügung stehende Versuchsmaterial sehr dürftig ist, nehmen wir an, daß  $\zeta$  von der Reynold'schen Zahl tatsächlich unabhängig ist. Bei allen jetzt zu behandelnden Übergangsformen darf der Beiwert  $\zeta$  in Gl. (19) nicht bloß die Verluste berücksichtigen, die im Übergangsstück selbst auftreten, sondern wesentlich ist, daß die vorher und nachher eintretenden zusätzlichen Verluste ebenfalls darin enthalten sind. Die reine Rohrreibung dagegen muß stets gesondert berücksichtigt werden. Hierdurch unterscheidet sich die Zahl  $\zeta$  der Gl. (19) von der der Gl. (6a).

**a) Erweiterungen (Diffusoren).** Hinsichtlich des Wertes  $\zeta$  liegt noch keine brauchbare Formel vor, was bei der verwickelten Art des Vorgangs auch kaum anders zu erwarten ist. Zwar hat Lang<sup>3)</sup> auf Grund der Versuche von Fliegner für kegelige Diffusoren die Gleichung aufgestellt

$$\zeta = (1 - n)^2 \cdot \sin \varepsilon, \quad (20)$$

wobei  $\varepsilon$  der Erweiterungswinkel und  $n$  das Verhältnis des kleinsten zum größten Querschnitt, also gleich  $\frac{F_1}{F_2}$  ist (Abb. 23). Die Formel soll bis  $\varepsilon = 30^\circ$  gelten. Aber sie ist auch für kleinere Werte von  $\varepsilon$  sehr ungenau. Andres<sup>4)</sup> erhielt für kegelförmige Rohre den in Abb. 24 angegebenen Verlauf der Linie  $\zeta$  in Abhängigkeit des Erweiterungswinkels. In das Diagramm ist auch die Linie der Reibungszahl  $\zeta_r$  eingetragen, aus der sich der Anteil der reinen Wandreibung  $H_r = \zeta_r \frac{c^2}{2g}$  errechnet, und zwar

<sup>1)</sup> Vgl. Fußbemerkung 3 S. 13.

<sup>2)</sup> Mitt. über Forschungsarb. Heft 222.

<sup>3)</sup> Hütte, I. Bd., 24. Aufl., S. 378.

<sup>4)</sup> Mitt. über Forschungsarb. Heft 76.

für zwei Werte von  $\lambda$  in Gl. (6), nämlich  $\lambda = 0,02$  und  $\lambda = 0,05$ . Die Summe der Ordinaten der  $\zeta$ - und  $\zeta_r$ -Kurve gibt ein Bild des Verlaufs des Gesamtverlustes, der einmal einen Kleinstwert bei  $\varepsilon = 7^\circ$ , das andere Mal bei  $\varepsilon = \text{rd. } 9^\circ$  ergibt<sup>1)</sup>. Hält man das Gebiet zwischen diesen beiden Werten als günstigstes fest, so müßte sein

$$\frac{d_2 - d_1}{l} = 0,12 \div 0,16. \quad (21)$$

Der Erweiterungswinkel kann offenbar um so größer sein, je größer  $\lambda$ , also je rauher die Wand ist. Kegelige Diffusoren erwiesen sich günstiger als solche, bei denen das Rohr anfangs schwächer, dann stärker erweitert war. Also kann die Neigung über die ganze Erweiterung beibehalten werden. Auch hatte die Höhe der Geschwindigkeit keinen Einfluß. Es ist also nicht nötig, bei großen Geschwindigkeiten kleine Erweiterungswinkel zu nehmen. Eine gewisse Rotation des Wassers, die sich über die Durchflußbewegung lagert und sich häufig von selbst einstellt, verringert die Loslösungsfahr. Der Einfluß von Gittern, Sieben u. dgl., die der Beruhigung dienen sollten, erwies sich als nachteilig. Rechteckige Querschnitte ergaben einen schlechteren Wirkungsgrad als kreisrunde (weil die Rotation sich nicht ausbilden kann), und zwar war die Umsetzung um so schlechter, je mehr sie sich von der quadratischen Form entfernten, d. h. je flacher sie waren. Die Umwandlung von Geschwindigkeit in Druck wurde weiter begünstigt durch glatte Wandungen und einen allmählichen Übergang vom prismatischen Teil des Kanals zum Erweiterungsteil. Dies wird verständlich, wenn man bedenkt, daß plötzliche Richtungsänderungen nach den Darlegungen des Abschnitts 5 Hohraumbildung zur Folge haben müssen ( $\rho = 0$ ). Von Bedeutung erwies sich auch der herrschende Druck insofern, als geringer Unterdruck schon eine Verschlechterung ergab, was sich

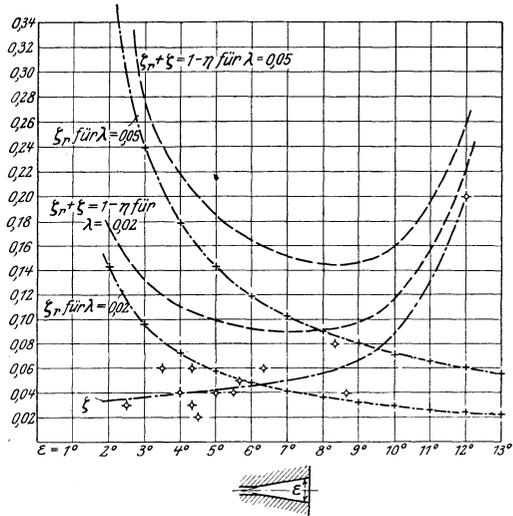


Abb. 24. Abhängigkeit der Widerstandszahlen vom Erweiterungswinkel für kegelförmige Rohre nach Andres.

als nachteilig. Rechteckige Querschnitte ergaben einen schlechteren Wirkungsgrad als kreisrunde (weil die Rotation sich nicht ausbilden kann), und zwar war die Umsetzung um so schlechter, je mehr sie sich von der quadratischen Form entfernten, d. h. je flacher sie waren. Die Umwandlung von Geschwindigkeit in Druck wurde weiter begünstigt durch glatte Wandungen und einen allmählichen Übergang vom prismatischen Teil des Kanals zum Erweiterungsteil. Dies wird verständlich, wenn man bedenkt, daß plötzliche Richtungsänderungen nach den Darlegungen des Abschnitts 5 Hohraumbildung zur Folge haben müssen ( $\rho = 0$ ). Von Bedeutung erwies sich auch der herrschende Druck insofern, als geringer Unterdruck schon eine Verschlechterung ergab, was sich

<sup>1)</sup> Vgl. auch E. Lyon: Transactions of the American society of mechanical engineers Bd. 43, 1921, S. 1245—1248. (Auszug in Z. ang. Math. Mech. 1923, Heft 5, S. 394), wo Versuche an 7 konisch erweiterten Saugrohren mit einem Öffnungswinkel zwischen  $4^\circ$  und  $12^\circ$  beschrieben sind und bei  $8^\circ$  der beste Wirkungsgrad erhalten wurde.

durch das Ausscheiden der Luft (vgl. S. 4) erklären läßt. Das beginnende Ausscheiden der Luft war auch sofort an einem rasselnden Geräusch erkennbar.

Hochschild fand die Untersuchungen von Andres bestätigt.

An rechteckigen Rohren aus Eisenblech, die von Luft durchströmt waren, hat Kröner Versuche angestellt, die zeigen, daß die Energie-

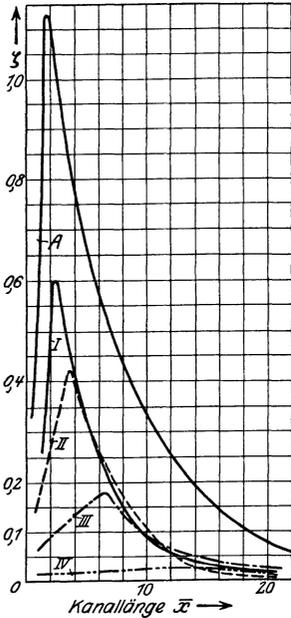


Abb. 25. Widerstandszahlen nach Kröner für die Strömung im erweiterten Kanal mit anschließender prismatischer Fortsetzung, bezogen auf eine Kanallänge gleich der Breite des engsten Querschnitts.

verluste, bezogen auf die Längeneinheit, vom engsten Querschnitt an sehr stark zunehmen, am Ende der Erweiterung ihren Größtwert erreichen und erst in der anschließenden prismatischen Kanalstrecke, und zwar in einer Entfernung gleich der mehrfachen Diffusorlänge, allmählich auf die für prismatische Kanäle üblichen Werte zurückgehen. Den Verlauf der Verlustzahlen (bezogen auf eine Kanallänge gleich der Breite des engsten Querschnitts) über die Kanalachse als Abszisse gibt Abb. 25 für fünf verschiedene Kanalformen. Kurve A entspricht einem Kanal mit plötzlicher Erweiterung nach Art der Abb. 29, Kurve I dem Erweiterungswinkel  $\varepsilon = 90^\circ$ , II  $45^\circ 8'$ , III  $24^\circ$ , IV  $11^\circ 6'$ . Man sieht, wie stark die Verluste mit dem Erweiterungswinkel abnehmen. Der Höchstwert der Kurven I bis IV liegt etwa am Ende der Erweiterung des Kanals. Also tritt der Verlust zum großen Teil erst nach dem Ende der Erweiterung ein. Bei den großen Erweiterungswinkeln zeigten sich manchmal starke Druckschwankungen, die auf ein Hin- und Herpendeln zwischen zwei Strömungszuständen schließen ließen. Dieser fortwährende Wechsel war in geringem Maß auch noch beim Kanal

mit der kleinsten Erweiterung zu beobachten und läßt den labilen Charakter der verzögerten Wasserströmung erkennen.

Riffart<sup>1)</sup> hat die Untersuchungen von Andres, Hochschild, Kröner, von denen die beiden letzteren im Prandtl'schen Laboratorium der Universität Göttingen stattfanden, an der gleichen Stelle fortgesetzt und sich mit Luftströmungen in Diffusoren kegelförmiger Form beschäftigt. Er fand den von Andres festgestellten ungünstigen Einfluß eines plötzlichen Übergangs vom prismatischen zum erweiterten Kanal bestätigt. Ein Diffusor mit vorausgegangener Einschnürung und guter Abrundung am Einlauf ergab 15,7% Verluste, während ein solcher

<sup>1)</sup> Mitt. über Forschungsarb. Heft 257.

mit gleichem Erweiterungsteil, der ohne Übergang an das zylindrische Zulaufrohr angeschlossen war, Verluste von 32,5% der am Einlauf vorhandenen Geschwindigkeitshöhe aufwies. Der Versuch, den Wirkungsgrad durch Einbau von sieben Verteilern, die als Strahlrichter oder Drallerzeuger wirken sollten, zu heben, war ohne Erfolg und ergab sogar eine Vergrößerung der Verluste. Der Vergleich dieses Ergebnisses mit den Versuchen von Andres führt zu dem Schluß, daß eine kreisende Bewegung des Wassers nur dann Vorteile bringt, wenn sie vor dem Eintritt in den Diffusor erzeugt wurde.

b) **Verengungen.** Zusätzliche Verluste treten hier, wie im Abschnitt 15 dargelegt wurde, nicht auf, also ist  $\zeta = 0$ .

c) **Krümmern gleichen Querschnitts<sup>1)</sup>.** Beim Kreis- bzw. Rechteckquerschnitt (Abb. 26) gilt

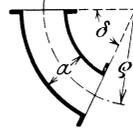


Abb. 26. Krümmer.

$$\zeta = 0,13 + 0,16 \left(\frac{a}{\rho}\right)^{3,5} \quad \text{für den Kreisquerschnitt,} \quad (22)$$

$$\zeta = 0,124 + 0,274 \left(\frac{a}{\rho}\right)^{3,5} \quad \text{für den rechteckigen Querschnitt,} \quad (23)$$

also unabhängig vom Umlenkungswinkel  $\delta$ , was für  $\delta$  zwischen 30 und 180° vorbehaltlich der Berichtigung durch weitere Versuche als zutreffend angesehen werden kann. Die Verlustziffer wächst also mit abnehmendem Krümmungshalbmesser sehr stark. Wird die Wandreibung mit einbezogen, so wird, da der Kanal sich mit zunehmendem  $\rho$  verlängert, also die Reibung sich vergrößert, die Gesamtreibung bei einem günstigsten Wert des Verhältnisses  $\frac{a}{\rho}$  einen Mindestwert besitzen, der für  $\delta = 90^\circ$  ungefähr bei  $\rho = 2 \div 4a$  zu liegen scheint<sup>2)</sup>.

Versuche mit Krümmern veränderlichen Querschnitts (gekrümmte Diffusoren), die den Leitkanälen von Kreiselpumpen entsprechen, liegen trotz ihrer Wichtigkeit noch nicht vor.

d) **Plötzliche Querschnitts- und Richtungsänderung.** In diesen Fällen handelt es sich, wie beispielsweise beim Kniestück (Abb. 27),

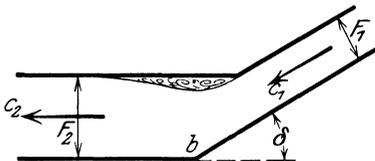


Abb. 27. Kniestück.

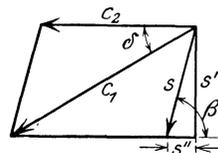


Abb. 28.

um stoßartige Überführung einer Geschwindigkeit  $c_1$  in die Geschwindigkeit  $c_2$ . Wie aus Abb. 28 ersichtlich ist, kann dies durch Hinzufügen einer Stoßkomponente  $s$  erreicht werden, die den geometrischen (vektoriellen) Unterschied der Geschwindigkeiten  $c_1$  und  $c_2$  bedeutet und des-

<sup>1)</sup> Hütte, des Ingenieurs Taschenbuch I.

<sup>2)</sup> v. Mises: Elemente der technischen Hydrodynamik, S. 163. Leipzig und Berlin 1914.

halb durch die Schreibweise  $s = \bar{c}_1 - \bar{c}_2$  dargestellt werden soll. Wenn nun auch die hinter dem Kniestück stattfindende Einschnürung des Strahls den plötzlichen Übergang von  $c_1$  auf  $c_2$  verhindern wird, ferner der auf die Ecke  $b$  treffende Wasserfaden bei genauer Untersuchung des Strömungsbildes sich so stark verlangsamen wird, daß auch dort von einem Stoß nicht gesprochen werden kann, so werden doch infolge der Wirbel und der starken Geschwindigkeitsumsetzungen starke Verluste auftreten, welche in folgendem Ausdruck berücksichtigt werden dürfen<sup>1)</sup>:

$$h_v = \varphi \frac{s^2}{2g} = \varphi \frac{(\bar{c}_1 - \bar{c}_2)^2}{2g}, \quad (24)$$

worin der Beiwert  $\varphi$ , soweit das dürftige Erfahrungsmaterial überhaupt einen Schluß zuläßt, gesetzt werden kann

$$\begin{aligned} \varphi &= 0,7 \div 1,0 && \text{für Kniestück, Abb. 27,} \\ &= 1,2 \div 1,3 && \text{für plötzliche Erweiterungen, Abb. 29,} \\ &= 0,4 \div 0,5 && \text{für plötzliche Verengungen nach Abb. 30.} \end{aligned}$$

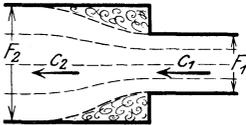


Abb. 29. Plötzliche Erweiterung.

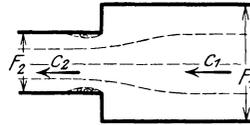


Abb. 30. Plötzliche Verengung.

Im Falle der Erweiterung wird das Vorzeichen von  $s$  offenbar negativ,  $h_v$  aber wieder positiv.

<sup>1)</sup> Man kann sich Gl. (24) auf folgende Weise ableiten. Der Verlust an Geschwindigkeitshöhe beträgt  $\frac{c_1^2 - c_2^2}{2g}$ . Dafür entsteht aber eine Druckzunahme, denn bei der Vernichtung der Stoßgeschwindigkeit  $s$  durch den zunächst als unelastisch betrachteten Stoß erzeugt die Komponente  $s'' = s \cos \beta$  parallel zur Stoßfläche (Abb. 28) eine Stoßkraft und damit einen Druckzuwachs. Die Stoßkraft beträgt nach dem Satz vom Antrieb, wenn  $Q = \gamma F_2 c_2$  das sekundliche Durchflußgewicht darstellt,

$$P = \frac{Q}{g} s \cos \beta = \frac{\gamma}{g} c_2 F_2 s \cos \beta,$$

welche Kraft über dem Querschnitt  $F_2$  die Druckzunahme in Meter W.-S. erzeugt

$$\Delta H = \frac{P}{\gamma F_2} = \frac{1}{g} c_2 s \cos \beta.$$

Also ist der ganze Energieverlust

$$h_v = \frac{c_1^2 - c_2^2}{2g} - \frac{c_2 s \cos \beta}{g},$$

oder weil nach dem Kosinussatz

$$c_1^2 = c_2^2 + s^2 + 2 c_2 s \cos \beta,$$

so wird

$$h_v = \frac{s^2}{2g}.$$

Da tatsächlich der Vorgang, wie bereits oben dargelegt, nicht als unelastischer Stoß stattfindet, so ist der Beiwert  $\varphi$  der Gl. (24) eingeführt, der zugleich die Möglichkeit bietet, die Erfahrung zu berücksichtigen.

Über Kniestücke liegt nur Erfahrungsmaterial für gleichbleibenden Querschnitt vor<sup>1)</sup>. Die Verschiedenheit der Beiwerte  $\varphi$  für den Fall der Verkleinerung oder Vergrößerung des Querschnitts beim geraden Rohr läßt den Schluß zu, daß auch beim Kniestück ähnliche Unterschiede vorhanden sein werden.

### 17. Reibungsarbeit umlaufender Scheiben.

Das im Förderwasser umlaufende Rad einer Kreiselpumpe ist an seinen Seitenwänden Reibungskräften ausgesetzt, die einen nicht unbeträchtlichen Teil der zugeführten Arbeit verzehren. Die Reibungskräfte verleihen der Flüssigkeit ebenfalls eine gewisse Geschwindigkeit, die zur Folge hat, daß — abgesehen von andern in der Pumpe vorhandenen Strömungen — eine Umlaufbewegung der Flüssigkeit im Raum zwischen Rad und Gehäuse stattfindet (Abb. 31). Die beschleunigten Teilchen werden wahrscheinlich infolge ihrer Zentrifugalkraft nach außen geschleudert und andern Teilchen Platz machen, die nun ebenfalls beschleunigt werden. Da die Wasserteilchen auf ihrem Wege ihre Geschwindigkeit durch Reibung und Wirbel allmählich verlieren, wird es von großem Einfluß sein, ob der Umlaufweg kurz ist, d. h. ob sie, wenn sie wieder an die Scheibe herantreten, noch einen beträchtlichen Teil ihrer vorher erhaltenen Geschwindigkeit besitzen oder nicht. Offenbar wird ein im unendlich großen Raum umlaufendes Rad die größte Reibungsarbeit verursachen, weil die herantretenden Teilchen keine Geschwindigkeit im Sinne der Drehbewegung des Rades besitzen. Umgekehrt wird ein Rad, welches sich seitlich und am Umfang eng an die Gehäusewand anschließt, wenig Reibung verzehren.

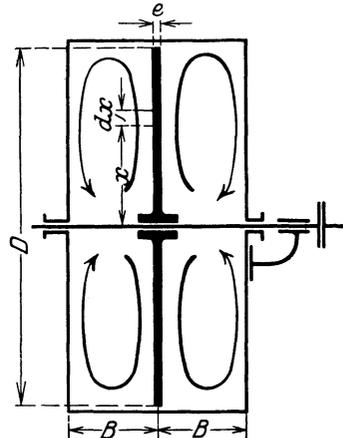


Abb. 31. Reibung umlaufender Scheiben.

Für die rechnerische Ermittlung der Radreibung kann man von den in der Literatur bekannt gewordenen Ergebnissen von Schleppversuchen ausgehen. In Anlehnung an unsere früheren Betrachtungen benutzen wir für die Reibungskraft, bezogen auf das Quadratmeter der geschleppten Fläche, den Ausdruck

$$q = \lambda_f \gamma \cdot \frac{v^2}{2g}, \quad (25)$$

wo  $v$  die Geschwindigkeit der geschleppten Fläche, bezogen auf das ruhende Wasser, bedeutet. Der Beiwert  $\lambda_f$  muß nach dem Ähnlichkeits-

<sup>1)</sup> Bei gleichbleibendem Querschnitt der Kniestücke wird auch die von Weisbach herrührende Beziehung für den Beiwert  $\zeta$  der Gl. (19) benutzt

$$\zeta = \sin^2 \frac{\delta}{2} + 2 \sin^4 \frac{\delta}{2}.$$

(Hütte Bd. I).

gesetz eine Funktion der Reynoldsschen Zahl und der Rauigkeit der Wand sein. Ist  $l$  die Länge der geschleppten Fläche in der Bewegungsrichtung, so wird diese Vergleichszahl ausgedrückt werden können durch  $\frac{vl}{Z}$ . In Anlehnung an die Blasius'sche Gleichung (Gl. (8) S. 25) setzen wir

$$\lambda_f = k \cdot \left( \frac{Z}{vl} \right)^\alpha, \quad (26)$$

wo  $k$  und  $\alpha$  nur von der Rauigkeit der geschleppten Fläche abhängige Werte sind.

Gemäß Gl. (26) nimmt  $\lambda_f$  und damit auch der spezifische Schleppwiderstand  $\rho$  mit zunehmender Länge  $l$  ab, was mit der Erfahrung gut übereinstimmt<sup>1)</sup> und so zu erklären ist, daß mit zunehmender Länge der geschleppten Fläche die Strömung durch die Reibung sich mehr und mehr verlangsamt und deshalb die vorderen Flächenteilchen wirksamer sind als die hinteren. Bei der Bestimmung der Reibungsarbeit der umlaufenden Scheibe muß man aber zunächst die Verhältnisse längs eines beliebigen Parallelkreises betrachten, und hier ist jedes Element des Umfangs dem andern gleichwertig. Wir helfen uns dadurch, daß wir in Gl. (26)  $l = 1$  setzen und damit den Mittelwert des dem vordersten Flächenteil von 1 m Tiefe entsprechenden Widerstands zugrunde legen. Es ist zu erwarten, daß der hierdurch gemachte Fehler dadurch einigermaßen ausgeglichen wird, daß die Beiwerte  $k$  und  $\alpha$  an Hand von Versuchen bestimmt werden.

Mit  $l = 1$  gibt die Vereinigung der Gl. (25) und (26)

$$\rho = k \frac{\gamma}{g} Z^\alpha v^{2-\alpha}. \quad (27)$$

Wir machen nun weiter die Annahme, daß die mit der Scheibe in Berührung kommenden Flüssigkeitsteilchen keine nennenswerten Rotationskomponenten besitzen und legen damit die Verhältnisse zugrunde, wie sie bei dem im unbegrenzten Raum umlaufenden Rad vorliegen. Dann ist an einem Parallelkreis vom Halbmesser  $x$  (Abb. 31) die Schleppgeschwindigkeit  $v = x\omega$ , wenn  $\omega$  die Winkelgeschwindigkeit bedeutet, und die Reibungskraft längs einer Ringfläche von der Breite  $dx$  mit der beiderseitigen Oberfläche  $4\pi x dx$ ,  $dR = 4\pi x dx \rho$ , also das zugehörige Moment unter Benutzung von Gl. (27)

$$dM = dR x = 4\pi k \frac{\gamma}{g} Z^\alpha \omega^{2-\alpha} x^{4-\alpha} dx,$$

also das ganze Moment der Reibung

$$M = \int_0^{\frac{D}{2}} dM = 4\pi k \frac{\gamma}{g} Z^\alpha \omega^{2-\alpha} \frac{\left(\frac{D}{2}\right)^{5-\alpha}}{5-\alpha} \quad (28)$$

<sup>1)</sup> Werte von  $k$  und  $\alpha$  sind bekannt geworden einerseits durch die Prandtl'schen Versuche an stoffbespannten Flächen in der Luftströmung (vgl. Prandtl: Ergebnisse der aerodynamischen Versuchsanstalt in Göttingen, S. 120. München und Berlin 1921) und durch Versuche von Gebers in Wasserströmung (vgl. Schiffbau Bd. 9. 1908).

und die Reibungsarbeit in PS

$$N_r = \frac{M \omega}{75} = \frac{4\pi k}{(5 - \alpha)75} \frac{\gamma}{g} \left( \frac{Z}{\omega \frac{D}{2}} \right)^\alpha \cdot \omega^3 \left( \frac{D}{2} \right)^5. \quad (29)$$

Besitzt die Scheibe die Dicke  $e$ , so tritt wegen der Reibung an der Stirnfläche das Moment  $M' = D\pi e \cdot \varrho \cdot \frac{D}{2}$  hinzu. Setzt man den Wert für  $\varrho$  ein und addiert  $\frac{M'\omega}{75}$  zu  $N_r$ , so erhält man

$$N_r = \frac{\pi k}{600} \frac{\gamma}{g} \left( \frac{Z}{\omega \frac{D}{2}} \right)^\alpha \omega \cdot D^4 \left( \frac{D}{5 - \alpha} + e \right), \quad (30)$$

oder wenn man die konstanten Glieder zu einem Beiwert  $\psi$  zusammenfaßt

$$N_r = \psi \omega^{3-\alpha} \left( \frac{D}{2} \right)^{4-\alpha} \left( \frac{D}{5 - \alpha} + e \right). \quad (31)$$

Um die Beiwerte  $\psi$  und  $\alpha$  zu bestimmen, benutzen wir die ausführlichen Versuche von A. H. Gibson und A. Ryan<sup>1)</sup> mit Scheiben von 305 und 230 mm Durchmesser bei 5 mm Dicke in Wasser. Hierbei wurde gleichzeitig der Einfluß der Oberflächenbeschaffenheit der Scheibe und des Gehäuses untersucht. Die Werte von  $\psi$  und  $\alpha$  der Gl. (31) sind in nachfolgender Zahlentafel als Durchschnittswerte aus einer großen Zahl von Versuchen angegeben und beziehen sich auf Meter und Kilogramm als Einheiten.

Zahlentafel 2.

Werte von  $\psi$  und  $\alpha$  in Gl. (31) nach den englischen Versuchen.

	Um- fangs- geschw. m/sec	Rad aus					
		Bronze, bearbeitet und poliert		Gußeisen mit Sand- strahl gereinigt, gestrichen, lackiert		Gußeisen ungerei- nigt, unbearbeitet, ungestrichen	
		$\psi$	$\alpha$	$\psi$	$\alpha$	$\psi$	$\alpha$
Gehäuse mit Sand- strahl gereinigt, ge- strichen, lackiert	3,05	0,0114	0,15	0,0107	0,06	0,0101	0
	7,1	0,0120	0,16	0,0115	0,09	0,0113	0,04
	9,15	0,0126	0,17	0,0122	0,12	0,0127	0,09
	12,20	0,0132	0,18	0,0127	0,16	0,0138	0,14
	15,25	0,0135	0,20	0,0128	0,20	0,0148	0,19
Gehäuse ungeputzt unbearbeitet, un- gestrichen	3,05	0,0103	0,08	0,0102	0,03	0,0115	0
	7,1	0,0128	0,11	0,0119	0,06	0,0116	0,02
	9,15	0,0138	0,14	0,0123	0,09	0,0118	0,04
	12,20	0,0148	0,17	0,0126	0,12	0,0118	0,07
	15,25	0,0152	0,20	0,0129	0,15	0,0119	0,09

<sup>1)</sup> Min. Proc. Inst. Civ. Eng. Bd. 179, Teil I. 1909/10. Außerdem liegen Versuche vor von Wagner im Bericht über die VI. ordentl. Hauptvers. des Schiffsbau-techn. Vereins 1905. (Vgl. auch Biel: Mitt. über Forschungsarb. H. 42.)

Das Verhältnis  $\frac{B}{D}$  (Abb. 31) betrug hierbei etwa 0,05. Der Abstand

$B$  von der Wand war also verhältnismäßig klein. Die Zahlen  $\psi$  und  $\alpha$  nehmen mit zunehmender Umfangsgeschwindigkeit zu. Von besonderer Wichtigkeit ist der Einfluß der Oberflächenbeschaffenheit. Aus den Zahlen ergibt sich zunächst in Übereinstimmung mit früheren Feststellungen (vgl. S. 25), daß  $\alpha$  sich mit zunehmender Rauigkeit mehr und mehr der Null nähert. Ferner zeigen die Versuche, daß bei glattem und dichtem Guß die Bearbeitung der Laufräder auf Drehbänken oder Schleifmaschinen keine nennenswerte Verringerung der Radreibung

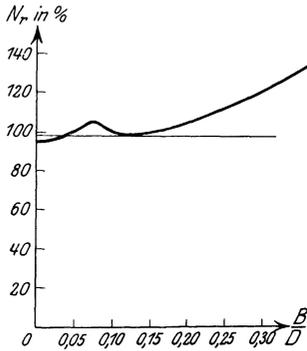


Abb. 32. Einfluß des seitlichen Abstandes  $B$  von der Wand auf die Radreibung.

gegenüber der einfachen Reinigung mit Sandstrahl und anschließendem Streichen und Lackieren bewirkt, während ein geputztes, aber unbearbeitetes und ungestrichenes Rad eine Erhöhung des Reibungswiderstandes um 20% verursacht. Eine glatte Scheibe in einem unbearbeiteten Gehäuse gibt, wie zu erwarten, einen ebenso großen Widerstand als eine rohe Scheibe im glatten Gehäuse. Die Verringerung der Rauigkeit des Gehäuses hat eine größere Wirkung in Verbindung mit einem glatten als mit einem rohen Rad.

Aus den mit verschiedenen Breiten  $B$  durchgeführten englischen Versuchen ergibt sich nach Angabe von Weil die in Abb. 32<sup>1)</sup>

dargestellte Abhängigkeit der Radreibung von dem Breitenverhältnis  $\frac{B}{D}$ .

Wie zu erwarten, nimmt die Reibung mit der Annäherung der Gehäusewand an das Rad stetig ab, um bei dem Verhältnis  $\frac{B}{D} = 0,11$  einen

Kleinstwert zu erreichen. Bei weiterer Verminderung von  $B$  zeigt sich wieder ein kurzes Ansteigen der Reibungsarbeit, das bei sehr kleinen Werten von  $B$  wieder in ein Abfallen übergeht. Für den Konstrukteur folgt hieraus die Regel, den Radabstand  $B$  nicht wesentlich größer als  $0,11 D$  zu machen.

Auch hinsichtlich des radialen Spiels zwischen Gehäuse und Wand erwies sich eine möglichst weitgehende Verkleinerung als vorteilhaft.

Die obige Zahlentafel gibt die Möglichkeit, für verschiedene Verhältnisse die Radreibung aus Gl. (31) zu berechnen, wobei dem jeweiligen Rauigkeitsgrad der Oberflächen und der Umfangsgeschwindigkeit entsprechend die Zahlen  $\psi$  und  $\alpha$  zu wählen sind.

Die getroffene Vereinfachung, daß die Längeneinheit im Ausdruck der Reynoldsschen Zahl gleich 1 gesetzt wurde, bildet zweifellos eine

<sup>1)</sup> Vgl. Weil: Die Reibungsarbeit rotierender Scheiben. Z. f. d. ges. Turbinenwes. 1920, S. 404.

Schwäche der vorstehenden Ableitung. Sie mag den Grund dafür bilden, daß aus den Versuchen eine verhältnismäßig große Veränderlichkeit von  $\psi$  und  $\alpha$  mit der Umfangsgeschwindigkeit sich ergibt. Karman ist es neuerdings gelungen, eine Ableitung zu finden, die die gemachte Vernachlässigung vermeidet<sup>1)</sup>. Die sich ergebende Gleichung lautet für das Moment  $M$  an Stelle der Gl. (28)

$$M = 0,0728 \frac{\gamma}{g} \left( \frac{Z}{\omega \frac{D}{2}} \right)^{\frac{1}{5}} \omega^2 \left( \frac{D}{2} \right)^5, \quad (32)$$

woraus sich mit  $Z = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{sec}$  für Wasser die Reibungsarbeit in PS ergibt

$$N_r = \frac{M\omega}{75} = 0,00623 \omega^{2,8} \left( \frac{D}{2} \right)^{4,6}. \quad (33)$$

Die Zahlenwerte sind hierin aus einer Arbeit von Schmidt<sup>2)</sup> über Reibungswiderstand glatter Scheiben errechnet.

In den meisten praktischen Fällen ist jedoch zur Berechnung der Radreibung keine hohe Genauigkeit erforderlich. Außerdem wird in Wirklichkeit die Umfangsgeschwindigkeit des aus dem Rad tretenden Wassers sowieso eine Änderung gegenüber den Rechnungsgrundlagen herbeiführen. Es ist deshalb im allgemeinen zulässig,  $\alpha = 0$  zu setzen. Man erhält dann die übliche Gleichungsform

$$N_r = \psi \cdot \omega^3 \left( \frac{D}{2} \right)^5,$$

wobei der Zahlenwert  $\psi$  bei Zugrundelegung der sich aus den englischen Versuchen für das polierte Rad und das unbearbeitete Gehäuse ergebenden mittleren Reibungsbeträge gleich 0,004 zu setzen ist. Damit folgt,

wenn gleichzeitig  $\omega = \frac{2u}{D}$  eingesetzt wird

$$N_r = 0,001 u^3 D^2. \quad (34)$$

Soll auch die Gesamtbreite  $e = e_1 + e_2 + e_3 + e_4$  (Abb. 33) berücksichtigt werden, so ist in Anlehnung an Gl. (31) zu schreiben

$$N_r = 0,001 u^3 \cdot D(D + 5e). \quad (35)$$

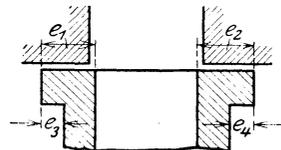


Abb. 33.

Infolge der Vernachlässigung von  $\alpha$  werden Gl. (34) und (35) bei größeren Umfangsgeschwindigkeiten (etwa über 15 m/sec) zu große, bei kleinen Umfangsgeschwindigkeiten etwas zu kleine Werte liefern.

## 18. Die Förderhöhe einer Pumpe.

Um die Pumpe richtig zu beurteilen, darf man die in der anschließenden Rohrleitung auftretenden Verluste nicht der Pumpe zur Last legen, denn die Rohrleitung wechselt mit den örtlichen Verhältnissen und wird

<sup>1)</sup> Z. ang. Math. Mech. 1921, S. 247 oder Abhandlungen aus dem aerodynamischen Institut an der Techn. Hochschule Aachen 1. Lieferung 1921.

<sup>2)</sup> Z. V. d. I. 1921, S. 441.

meist auch von einem andern Hersteller geliefert als die Pumpe. Deshalb wäre es unrichtig, als Förderhöhe den geometrischen Höhenunterschied zwischen Saug- und Druckwasserspiegel zu betrachten, sondern man muß hierfür den unmittelbar auf den Austritt und Eintritt bezogenen Druckunterschied einsetzen. Bei dieser Auffassung ist die Wirkung der Pumpe von der der Rohrleitung getrennt.

Da man beim Versuch die Förderhöhe durch Messung des Drucks am Saug- und Druckstutzen feststellt, so wird sie häufig auch als manometrische Förderhöhe bezeichnet. Dabei muß aber berücksichtigt werden, daß die Geschwindigkeit am Ein- und Austritt, ebenso die Höhenlage des Ein- und Austrittsstutzens verschieden sein können. Deshalb wird als Förderhöhe am besten der nutzbare Energieunterschied von 1 kg Förderflüssigkeit am Aus- und Eintritt betrachtet.

Wählt man als Bezugsebene den Saugwasserspiegel und bezeichnet man die Ablesung des Manometers am Einlauf in Meter W.-S. mit  $H_e$ , am Auslauf mit  $H_a$ , die zugehörigen Geschwindigkeiten mit  $c_e$ ,  $c_a$ , so ist unter Bezugnahme auf Abb. 34 der nutzbare Energieinhalt für 1 kg am Austritt, da dieser sich aus Druck-, Lagen- und Geschwindigkeitsenergie zusammensetzt,

$$E_a = H_a + y + e_s + \frac{c_a^2}{2g}$$

und am Eintritt

$$E_e = H_e + e_s + \frac{c_e^2}{2g},$$

also die Förderhöhe der Pumpe

$$H = E_a - E_e = H_a + y + \frac{c_a^2}{2g} - H_e - \frac{c_e^2}{2g}. \quad (36)$$

Die Drücke  $H_a$  und  $H_e$  sind bedingt durch die Drücke  $H'$  und  $H''$  am Anfangs- und Endpunkt der Rohrleitung, die Höhenlage der Meßpunkte und die Bewegungswiderstände  $H_{sw}$  und  $H_{dw}$  in der Saug- und Druckleitung insofern, als

$$H_e = H' - e_s - H_{sw},$$

$$H_a = H'' + e_d + H_{dw}.$$

Damit ergibt Gl. (36)

$$H = H'' + e_d + H_{dw} + y + \frac{c_a^2}{2g} - H' + e_s + H_{sw} - \frac{c_e^2}{2g}$$

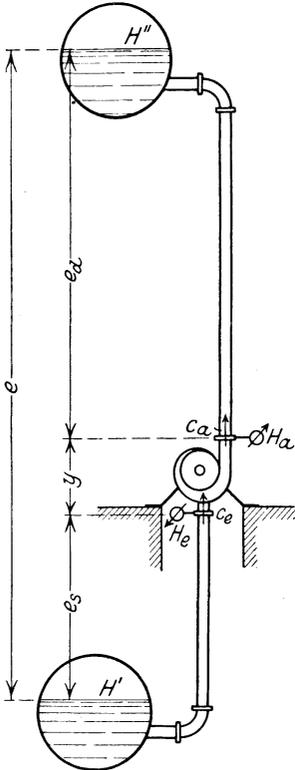


Abb. 34.

oder, wenn die Reihenfolge der Glieder verändert wird:

$$\begin{aligned}
 H &= (H'' - H') + (e_d + y + e_s) + (H_{dw} + H_{sw}) + \frac{c_a^2 - c_e^2}{2g}, \\
 H &= (H'' - H') + e + H_w + \frac{c_a^2 - c_e^2}{2g}.
 \end{aligned}
 \tag{37}$$

Die Förderhöhe  $H$  einer Pumpe ist also gleich der Summe von

1. dem Druckunterschied der Räume über dem Saug- und Druckwasserspiegel,
2. dem geodätischen Höhenunterschied zwischen Druck- und Saugwasserspiegel,
3. dem Strömungswiderstand in der gesamten Rohrleitung (ausgeschlossen Pumpe),
4. dem Unterschied der Geschwindigkeitshöhen am Aus- und Eintritt.

Stehen Saug- und Druckwasserspiegel unter Atmosphärendruck, so ist der erste Anteil gleich dem negativen Unterschied des Luftdrucks, also praktisch gleich Null, d. h.

$$H = e + H_w + \frac{c_a^2 - c_e^2}{2g}. \tag{38}$$

### 19. Die Kennlinie der Rohrleitung.

Wechselt die Wasserlieferung der Pumpe, so ändern sich in Gl. (38) die beiden letzten Glieder, weil sich die Geschwindigkeit proportional zur Wassermenge ändert. Es ist nun für das betriebliche Verhalten einer Kreiselpumpe von großer Wichtigkeit, zu wissen, nach welchem Gesetz die Förderhöhe mit der Wassermenge  $V_x$  (in  $\text{m}^3/\text{sec}$ ) schwankt. Die Kurve, welche den Verlauf der Förderhöhe  $H$  in Abhängigkeit der Wassermenge  $V_x$  angibt, bezeichnen wir als „Kennlinie der Rohrleitung“, da sie einer bestimmten Rohrleitung eigentümlich ist, gleichgültig, welche Pumpenart verwendet und an welcher Stelle der Rohrleitung die Pumpe angeordnet ist.

Da das letzte Glied der Gl. (38) meist vernachlässigbar klein ist, wird die Änderung der Förderhöhe im wesentlichen durch den Strömungswiderstand  $H_w$  bedingt. Dieser setzt sich zusammen einerseits aus der Rohrreibung  $H_r$ , die aus der Summe der Reibungshöhen der einzelnen Rohrstücke gleichen Durchmessers zu bestimmen ist und gemäß Gl. (6) sich ergibt aus

$$H_r = \sum \lambda \frac{l}{d} \frac{c^2}{2g}, \tag{39}$$

andererseits aus den Widerständen durch Querschnitts- und Richtungsänderung, die sich mit dem Quadrat der Geschwindigkeit, also auch dem Quadrat der Wassermenge, ändern [vgl. Gl. (19)]. Der Reibungsanteil  $H_r$  ist insbesondere bei rauen Leitungen ebenfalls näherungsweise vom Quadrat der Wassermenge abhängig. Die genaue Beziehung für  $\lambda$  ist durch die Misessche Gl. (13) ausgedrückt. Für überschlägliche Rechnungen, insbesondere bei Leitungen mit verhältnismäßig

häufiger Querschnitts- und Richtungsänderung (Krümmungen, Verzweigungen, Absperrungen), ist es deshalb zulässig, das quadratische Gesetz zugrunde zu legen und zu schreiben

$$H_w = \text{const} \cdot V_x^2. \quad (39a)$$

Die Kennlinie der Rohrleitung (Abb. 35) ist dann eine Parabel, deren Scheitel  $S$  auf der Ordinatenachse im Abstand  $e$  vom Nullpunkt liegt.

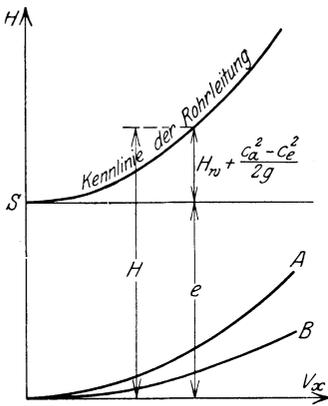


Abb. 35.

Wenn größere Genauigkeit notwendig ist, kann  $\lambda$  in Gl. (39) aus der Misesschen Gl. (13) bestimmt werden

$$\lambda = 0,0096 + 4\sqrt{\varrho} + \frac{0,0017}{\sqrt{c d}}, \quad (40)$$

wo  $\varrho = \frac{K}{d}$  und  $K$  aus der Zahlentafel S. 26 zu entnehmen ist. Mit dem Wert von  $\lambda$  aus Gl. (40) nimmt Gl. (39), wenn gleichzeitig  $c = \frac{V_x}{\frac{1}{4}\pi d^2}$  gesetzt und die für eine gegebene Leitung konstanten Größen zusammengefaßt werden, die Form an

$$H_r = k_1 V_x^2 + k_2 V_x^{1,5}, \quad (41)$$

wo

$$k_1 = \frac{8}{\pi^2 g} \sum \frac{l \left( 0,0096 + 4\sqrt{\frac{K}{d}} \right)}{d^5}, \quad (42)$$

$$k_2 = \frac{0,0068}{\pi^{1,5} \cdot g} \sum \frac{l}{d^{4,5}}. \quad (43)$$

Zu  $H_r$  kommt noch der Anteil der Verlusthöhe durch Richtungs- und Querschnittsänderung, die wieder proportional  $V_x^2$  ist und also den Beiwert  $k_1$  noch etwas erhöht. Ihr Einfluß besteht also gewissermaßen darin, daß die absolute Rauigkeit  $K$  der Leitung vergrößert wird. Die Reibungshöhe  $H_w$  setzt sich demnach aus 2 Teilen zusammen, von denen der eine mit der Liefermenge nach einer Parabel  $A$ , der andere nach einer semikubischen Parabel  $B$ , nämlich der 1,5<sup>ten</sup> Potenz von  $V_x$ , wächst (Abb. 35). Sie ist also selbst keine Parabel.

In vielen Fällen ist dem Konstrukteur die gesamte Widerstandshöhe für eine bestimmte Wassermenge angegeben. Sind außerdem die Abmessungen der Leitung bekannt, so kann die maßgebende relative Rauigkeit  $K$ , die dann auch die Richtungs- und Querschnittsänderungen mit einschließt, rückwärts aus Gl. (41) mit  $H_r = H_w$  errechnet werden. Dies dürfte in den meisten Fällen der zweckmäßige Weg sein. Liegt die Angabe der Widerstandshöhe  $H_w$  für eine bestimmte

Wassermenge nicht vor, so muß  $K$  aus der Zahlentafel S. 26 entnommen und neben  $H_r$  die Summe der einzelnen Widerstände

$$H_v = \sum h_v = \sum \zeta \cdot \frac{c^2}{2g} = \frac{V_x^2}{2g} \sum \frac{\zeta}{F^2}$$

errechnet werden, womit sich dann  $H_w = H_r + H_v$  ergibt.

### 20. Die Rotation von mit Wasser gefüllten Gefäßen.

Wir denken uns ein mit Wasser gefülltes rotierendes Gefäß, in welchem das Wasser relativ zum Gefäß in Ruhe ist, und stellen uns die Aufgabe, die Druckverteilung im Gefäß zu bestimmen. Offenbar muß infolge der Zentrifugalkraft der Wasserteilchen eine Zunahme des Drucks von innen nach außen stattfinden. Als Beispiel wählen wir das Laufrad einer Pumpe, das am Austritt abgeschlossen ist (Abb. 36), so daß kein Durchfluß stattfindet.

Wir betrachten einen Kreisring vom inneren Halbmesser  $r$ , der Dicke  $dr$  und der Höhe gleich der beliebigen Breite  $b$  des Rades. Schneidet man aus diesem Kreisring durch zwei Axialebenen ein Teilchen von der Länge  $dl$  heraus,

so ist seine Masse  $dm = dr dl \cdot b \cdot \frac{\gamma}{g}$  und seine Zentrifugalkraft

$$dC = dm r \omega^2 = dr dl \cdot b \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \frac{\gamma}{g},$$

also die durch die Zentrifugalkraft hervorgerufene Druckzunahme auf die radiale Länge  $dr$

$$dp = \frac{dC}{dl \cdot b} = \frac{\gamma}{g} \cdot r \omega^2 dr.$$

Durch Integration zwischen dem Eintrittsradius  $r_1$  und dem beliebigen Radius  $r$  folgt, wenn der Druck am Eintritt mit  $p_1$  bezeichnet wird, als Druckzunahme gegenüber dem Eintritt

$$p - p_1 = \frac{\gamma}{g} \omega^2 \frac{r^2 - r_1^2}{2} \quad (44)$$

oder in Meter W.-S. ausgedrückt

$$h - h_1 = \frac{p - p_1}{\gamma} = \frac{\omega^2}{2g} (r^2 - r_1^2). \quad (45)$$

Ist die Umfangsgeschwindigkeit am Eintritt  $u_1 = r_1 \omega$ , am Radius  $r$   $u = r \omega$ , so kann offenbar auch geschrieben werden

$$h - h_1 = \frac{u^2 - u_1^2}{2g}. \quad (46)$$

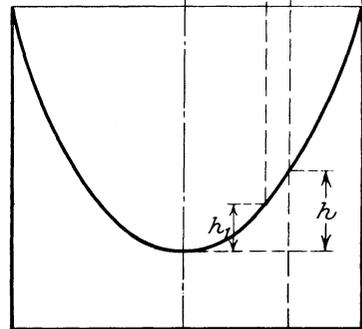
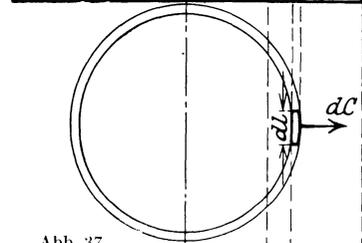
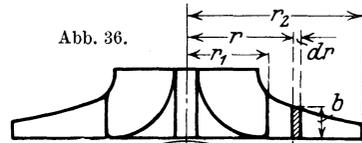


Abb. 37 a.

Abb. 36, 37, 37 a. Rotation von mit Wasser gefüllten Gefäßen.

Die Gl. (44) läßt erkennen, daß der Druck im Rad nach einer Parabel zunimmt. Diese Parabel kann man herstellen, wenn man ein oben offenes, zylindrisches Gefäß mit Wasser füllt und rotieren läßt. Die Oberfläche des Wassers bildet dann (Abb. 37 a) ein Rotationsparaboloid, dessen Ordinaten den Druckhöhen  $h$  entsprechen, dessen erzeugende Parabel also durch Gl. (45) dargestellt ist. In der Abbildung sind die Druckhöhen  $h$  und  $h_1$  auf den Scheitel der Parabel bezogen.

Dieser Vorgang der Wasserbewegung ist im Gegensatz zu den in Abschnitt 5 und 7 behandelten Fällen der Strömung im Rotationshohlraum (vgl. Fußbemerkung S. 9) nicht mehr als freie Strömung, d. h. nicht als wirbelfrei zu betrachten. Tatsächlich führt hier auch jedes Teilchen eine Drehung mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  aus. Das Wasser bildet gewissermaßen einen einzigen Wirbel von der Geschwindigkeit  $\omega$ . Die Bernoullische Gleichung hat in diesen Fällen keine Gültigkeit mehr.

## D. Das Laufrad nach der elementaren Theorie der Kreiselräder.

### 21. Absolute und relative Bewegung, stoßfreier Eintritt.

Das durch die Schaufeln des Laufrades strömende Wasser besitzt in bezug auf einen Beobachter, der die Bewegung des Rades an der betreffenden Stelle mitmacht, einen anderen Strömungszustand als für einen in der ruhenden Umgebung befindlichen Beobachter. Man nennt die Geschwindigkeit des Wassers gegenüber dem ruhenden Beobachter die absolute und die Geschwindigkeit des Wassers, die der sich mit dem Rade bewegendem Beobachter in seiner unmittelbaren Nähe wahrnimmt, die relative. Bezeichnet<sup>1)</sup> für irgendeine Stelle des Laufrades

- $u$  die Umfangsgeschwindigkeit (Führungsgeschwindigkeit), d. h. die Geschwindigkeit, mit der sich ein Punkt des Laufrades bewegt,
- $c$  die absolute Geschwindigkeit des Wassers,
- $w$  die relative Geschwindigkeit des Wassers,
- $\alpha$  den Winkel zwischen  $u$  und  $c$ ,
- $\beta$  den Winkel zwischen  $w$  und der negativen  $u$ -Richtung,

und unterscheidet man durch das Fußzeichen

- 0 eine Stelle kurz vor dem Eintritt in die Laufkanäle,
- 1 eine Stelle kurz hinter dem Eintritt in die Laufkanäle,
- 2 eine Stelle kurz vor dem Austritt aus den Laufkanälen,
- 3 eine Stelle kurz hinter dem Austritt aus den Laufkanälen,

so entsteht die absolute Geschwindigkeit  $c$  durch vektorielle Addition von  $w$  und  $u$ , d. h.  $c$ ,  $w$ ,  $u$  bilden nach Größe und Richtung ein Parallelogramm (Abb. 38), dessen Diagonale die absolute Geschwindigkeit  $c$  und dessen Seiten die relative Geschwindigkeit  $w$  und die Führungsgeschwindigkeit  $u$  nach Größe und Richtung darstellen. Dadurch sind die drei

---

<sup>1)</sup> Gemäß den für den Turbinenbau bestehenden Vereinbarungen (Berliner Konferenz vom 10. Januar 1906).

Geschwindigkeiten auch die Seiten eines Dreiecks. Für den Eintritt und Austritt sind die Geschwindigkeitspläne in Abb. 38 ebenfalls eingetragen.

Der Weg des Wassers relativ zum Rad ist, wenn wir unendlich viele Schaufeln voraussetzen, dargestellt durch die Laufschaufel  $AB$ . Der Schaufelanzug liegt also in der Richtung der Relativgeschwindigkeit  $w_1$  unter dem Winkel  $\beta_1$  zum Umfang, ebenso das Schaufelende in der Richtung von  $w_2$  unter dem Winkel  $\beta_2$  zum Umfang. Da zur Vermeidung von Verlusten gefordert werden muß, daß der Eintritt ohne Stoß erfolgt, muß also die Zusammensetzung der absoluten Eintrittsgeschwindigkeit  $c_1$  mit der Umfangsgeschwindigkeit  $u_1$  eine Richtung der relativen Eintrittsgeschwindigkeit  $w_1$  gleich der Richtung des ersten Schaufelelements ergeben, was allerdings nur für eine bestimmte Liefermenge, die man als die normale bezeichnet, möglich ist.

Der Weg, den ein Wasserteilchen für den in der ruhenden Umgebung befindlichen Beobachter beschreibt, d. h. der absolute Wasserweg  $AB'$ , beginnt am Eintritt mit der Richtung der absoluten Geschwindigkeit  $c_1$  unter dem Winkel  $\alpha_1$  und endet am Umfang mit der Richtung der absoluten Geschwindigkeit  $c_2$  unter dem Winkel  $\alpha_2$ . Wenn also das Wasserteilchen im Rad am Punkt  $x$  angelangt ist, hat es in der ruhenden Umgebung den Punkt  $x'$  erreicht. Dabei ist  $xx'$

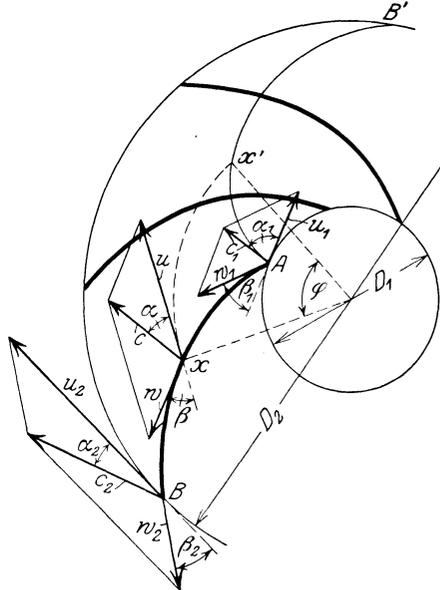


Abb. 38.

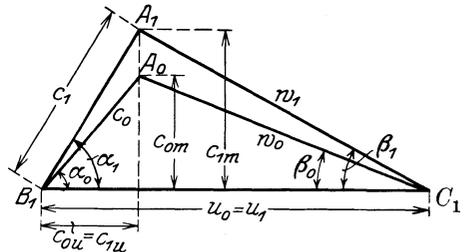


Abb. 39. Geschwindigkeitsdiagramm für den Eintritt.

die Bahn des festen Radpunktes  $x$  in der Zeit  $t$ , die das Element braucht, um von  $A$  nach  $x$  zu gelangen, so daß also der Zentriwinkel  $\varphi$  des Bogens  $xx'$  bei konstanter Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  gleich  $\omega t$  ist.

Das Wasser besitzt unmittelbar vor den Laufschaufeln die Geschwindigkeit  $c_0$ , die wegen der Verengung durch die endliche Dicke der Schaufel nicht mit der kurz hinter dem Eintritt gemessenen Geschwindigkeit  $c_1$  übereinstimmt. Auf jeden Fall müssen deshalb die Geschwindigkeitskomponenten

$$c_{0m} = c_0 \sin \alpha_0 = w_0 \sin \beta_0 \quad \text{und} \quad c_{1m} = c_1 \sin \alpha_1 = w_1 \sin \beta_1,$$

die senkrecht zum Umfang gerichtet sind (Abb. 39), d. h. die in die Meridianebene fallenden Komponenten, der Gleichung genügen,

$$c_{1m} = c_{0m} \frac{t_1}{t_1 - \sigma_1}, \quad (1)$$

worin  $t_1$  die Länge des Bogens des Eintrittskreises zwischen zwei aufeinanderfolgenden Schaufelspitzen, d. h. die Schaufelteilung am Eintritt, und  $\sigma_1$  die in Richtung des Umfangs dieses Parallelkreises gemessene

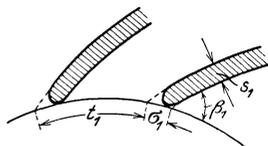


Abb. 40.

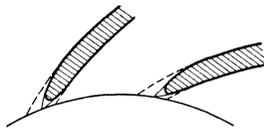


Abb. 41.

Abb. 40 und 41. Eintrittsende der Laufschaukel.

Schaufelstärke (Abb. 40). Ist  $z$  die Schaufelzahl des Laufrades und  $D_1$  der Durchmesser des Eintrittskreises, so errechnet sich  $t_1$  aus

$$t_1 = \frac{\pi D_1}{z}. \quad (2)$$

Ebenso besteht zwischen der senkrecht zur Schaufelfläche gemessenen Schaufelstärke  $s_1$  und  $\sigma_1$  die Beziehung

$$\sigma_1 = \frac{s_1}{\sin \beta_1}. \quad (3)$$

Die beiden Geschwindigkeiten  $c_1$  und  $c_0$  werden beide auf den Eintritt, also auf den gleichen Punkt, bezogen. Um den Übergang ohne Stoß zu ermöglichen, ist es zweckmäßig, die Schaukel am Eintritt gut abzurunden (Abb. 40 oder 41). Eine scharfe Zuspitzung, wie in Abb. 41 angedeutet, bringt nach den an Tragflügeln gemachten Erfahrungen keine Verbesserung, sondern eher eine Verschlechterung des Wirkungsgrades mit sich. Auch ist sie empfindlicher gegen geringe Abweichungen der relativen Eintrittsgeschwindigkeit von der Schaufelrichtung und weniger widerstandsfähig gegen Abnutzung. In Abb. 39 ist das Geschwindigkeitsdiagramm unter der Annahme gezeichnet, daß das Wasser beim Eintritt in die Verengung die Umfangskomponente  $c_{0u} = c_{1u}$ , also auch seinen Drall  $rc_u$  beibehält. Der im Abschnitt 8 abgeleitete Ausdruck für das übertragene Drehmoment [Gl. (24) oder (25)] läßt erkennen, daß in diesem Fall an den Schaufelspitzen keine Umfangskraft entsteht, also wahrscheinlich ein günstiger Übergang vorhanden ist.

Am Austritt findet umgekehrt eine Verlangsamung der Meridiankomponente

$$c_{2m} = w_2 \sin \beta_2 = c_2 \sin \alpha_2 \quad \text{auf} \quad c_{3m} = w_3 \sin \beta_3 = c_3 \sin \alpha_3$$

statt (Abb. 42), so daß

$$c_{3m} = c_{2m} \frac{t_2 - \sigma_2}{t_2}, \quad (4)$$

wobei angenommen ist, daß die Schaufelenden den in Abb. 43 gestrichelt eingetragenen Verlauf besitzen. Da bei Geschwindigkeitsverzögerungen nach den früheren Darlegungen (S. 31) eine ganz allmähliche Querschnittsänderung gefordert werden muß, ist hier — im Einklang mit den Ergebnissen der Versuche an Tragflächenprofilen — ein schlanker, spitzer Auslauf am Platz, wie den ganz gezeichneten Linien der Abb. 43 entspricht. Der

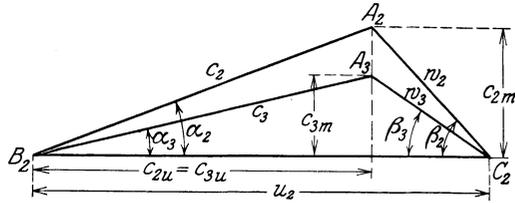


Abb. 42. Geschwindigkeitsdiagramm für den Austritt.

Zuschärfungswinkel  $\delta_2$  muß also so klein genommen werden, als die Rücksichten auf Herstellung und Abnutzung gestatten.

Ist die Schaufel am Austritt in der besprochenen Weise zugeschärft, so dürfte sich eine Berücksichtigung der endlichen Schaufelstärke erübrigen, also  $c_{3m} = c_{2m}$  zu setzen sein. Als Austrittsrichtung ist dann die der Winkelhalbierenden des Zuschärfungswinkels  $\delta_2$  zu nehmen. Ist keine oder nur eine schwache Verjüngung vorhanden, so erscheint zwar die Berücksichtigung der Querschnittsverengung durch die Schaufelenden geboten. Doch ist es nicht möglich, genau anzugeben, wie das Geschwindigkeitsdiagramm durch das Aufhören der Verengung beeinflusst wird, da Gl. (4) hierfür allein nicht genügt.

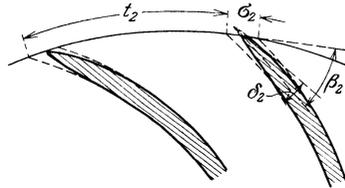


Abb. 43. Austrittsende der Laufschaufel.

Unter der Annahme, daß nach dem Verlassen des Laufkanals keine Arbeitsaufnahme mehr stattfindet, kann wieder unter Bezugnahme auf den Ausdruck für das übertragene Drehmoment der Drall  $rc_u$  als konstant betrachtet, also  $c_{2u} = c_{3u}$  gesetzt werden. Damit geht das Austrittsdreieck  $A_2B_2C_2$  (Abb. 42) über in  $A_3B_2C_2$ , woraus zu ersehen ist, daß sowohl die absolute als auch die relative Geschwindigkeit ihre Richtung ändern. Ein Stoß braucht trotz des Richtungswechsels von  $w_3$  gegen  $w_2$  nicht angenommen zu werden, weil sich eine gewisse Strecke hinter den Schaufelenden tote Wasserräume bilden, also der Übergang nicht plötzlich erfolgt.

## 22. Verluste und Wirkungsgrade.

Der Arbeitsbedarf der Pumpe ist um die Verluste größer als die Nutzleistung in gehobenem Wasser. Diese ist in  $\text{mkg/sec}$  gleich  $QH$ , sofern  $Q$   $\text{kg/sec}$  auf  $H$  m gefördert werden. Unter den Verlusten spielen die Hauptrolle die sogenannten hydraulischen Verluste, die auf

dem Weg des Wassers in Form von Druckhöhenverlusten durch Reibung, Querschnitts- und Richtungsänderung sich bemerkbar machen. Während die Druckverluste in den anschließenden Rohrleitungen bereits in der vorgeschriebenen Förderhöhe mit berücksichtigt werden, sind die hydraulischen Verluste der Pumpe selbst, also die zwischen dem Einlauf- und Auslaufstutzen der Pumpe auftretenden Druckverluste durch Strömungswiderstände, die mit  $Z_h$  in Meter bezeichnet seien, nicht darin enthalten. Die von den Laufschaufeln übertragene Arbeit in mkg für jedes Kilogramm Wasser, d. h. die spezifische Schaufelarbeit ist also<sup>1)</sup>  $H_{th} = H + Z_h$ . Da  $H_{th}$  gleichzeitig die Förderhöhe einer Pumpe ohne hydraulische Verluste darstellt, hat dieser Wert auch die Bedeutung einer theoretischen Förderhöhe.

Zu den hydraulischen Verlusten  $Z_h$  kommen noch die Verluste hinzu, die die Förderhöhe des Rades nicht oder erst in zweiter Linie beeinflussen. Das sind zunächst Undichtheitsverluste, die dadurch entstehen, daß an den Abdichtungsstellen zwischen Laufrad und Gehäuse aus betrieblichen Gründen ein kleiner Zwischenraum, der Spalt, vorhanden sein muß, durch den Wasser in den Saugraum zurückfließt (Abb. 128, S. 168). Um diese Spaltwassermenge  $Q_{sp}$  muß die vom Laufrad geförderte Wassermenge größer sein als die verlangte. Der entsprechende Energieverlust, der sogenannte Spaltverlust, ist also gleich  $Q_{sp} \cdot H_{th}$ .

Weiter sind zu berücksichtigen die Reibung des Wassers an den Außenwänden des Rades, d. h. die Radreibung, welche  $Z_r$  in mkg/sec betrage, und schließlich die Lagerreibung samt der Reibung an den Stopfbüchsen und Zwischendichtungen (mechanische Reibung), die insgesamt den sekundlichen Arbeitsverbrauch  $Z_m$  ausmachen sollen. Die gesamte zugeführte sekundliche Arbeit beträgt also

$$L = QH_{th} + Q_{sp} \cdot H_{th} + Z_r + Z_m. \quad (5)$$

Entsprechend diesen Verlusten unterscheidet man folgende Wirkungsgrade

a) den **hydraulischen Wirkungsgrad**, als das Verhältnis der tatsächlich erreichten Förderhöhe  $H$  zur theoretischen Förderhöhe  $H_{th}$

$$\eta_h = \frac{H}{H_{th}} = \frac{H}{H + Z_h} = \frac{1}{1 + \frac{Z_h}{H}}, \quad (6)$$

welcher die hydraulischen Verluste  $Z_h$  berücksichtigt;

b) den **Gesamtwirkungsgrad**, als das Verhältnis der Nutzleistung zur verbrauchten Leistung

$$\eta = \frac{QH}{L} = \frac{QH}{(Q + Q_{sp})H_{th} + Z_r + Z_m}, \quad (7)$$

der offenbar kleiner ist als  $\eta_h$ , weil er alle Verluste umfaßt<sup>2)</sup>.

<sup>1)</sup> Der Größe  $H_{th}$  entspricht bei Turbinen die auf 1 kg Arbeitsflüssigkeit entfallende Arbeit  $L_u$  am Radumfang, die insbesondere bei Dampfturbinen eine Rolle spielt. (Vgl. A. Stodola: Dampf- und Gasturbinen. 1. bis 5. Aufl. Berlin.)

<sup>2)</sup> Eine Beziehung zwischen  $\eta$  und  $\eta_h$  ist S. 69, Fußbemerkung 1, abgeleitet.

### 23. Die übertragene Arbeit bei unendlicher Schaufelzahl.

Wenn man sich die Aufgabe stellt, die Förderhöhe  $H$  aus den Geschwindigkeitsverhältnissen am Ein- und Austritt auszurechnen, so ist die Lösung nur auf dem Weg über die von den Schaufeln auf 1 kg Wasser übertragene Arbeit, d. h. die theoretische Förderhöhe  $H_{th}$ , möglich, aus der sich dann  $H$  nach Annahme des hydraulischen Wirkungsgrades  $\eta_h$  mit Hilfe der Gleichung errechnet

$$H = \eta_h H_{th}. \quad (7a)$$

Im Einklang mit der elementaren Turbinentheorie wollen wir zunächst annehmen, daß die relativen Ein- und Austrittsgeschwindigkeiten  $w_1$  bzw.  $w_2$  überall unter den Winkeln  $\beta_1$  bzw.  $\beta_2$  des ersten bzw. letzten Schaufelelements geneigt seien, also der Strömungszustand längs eines Parallelkreises der gleiche sei. Dies setzt unendliche Schaufelzahl voraus, wie später noch näher gezeigt wird (Abschnitt 32 ff.). Da die so bestimmte, auf 1 kg Wasser bezogene Arbeit der Laufschaufeln von dem wirklichen Wert erheblich abweicht, werde sie mit  $H_{th\infty}$  bezeichnet. Sie ergibt sich offenbar als Unterschied des Energieinhaltes von 1 kg Wasser am Austritt aus dem Laufrad gegenüber dem Eintritt ins Laufrad zuzüglich der in den Laufkanälen auftretenden Verlusthöhe  $Z_I$ , die einen Teil der hydraulischen Verluste  $Z_h$  darstellt. Die Energiezunahme kann nur bestehen einerseits in einer Druckzunahme  $H_{p\infty}$ , dem Spaltüberdruck, andererseits einer Zunahme der Geschwindigkeitshöhe, entsprechend der Änderung der absoluten Geschwindigkeit  $c_0$  vor den Laufschaufeln auf die Geschwindigkeit  $c_2$  am Laufradaustritt, also ist

$$H_{th\infty} = H_{p\infty} + \frac{c_2^2 - c_0^2}{2g} + Z_I. \quad (8)$$

Der am Laufradaustritt herrschende Überdruck  $H_{p\infty}$  ist entstanden einerseits durch die Fliehkräfte des mit dem Laufrad kreisenden Wassers, welches, falls das Wasser im Rad in Ruhe wäre, gemäß Gl. (46) S. 43 eine Druckzunahme  $\frac{u_2^2 - u_1^2}{2g}$  hervorrufen würde, andererseits dadurch, daß sich über diese Rotation eine relative Durchflußströmung lagert, wobei die Eintrittsgeschwindigkeit  $w_0$  auf die Austrittsgeschwindigkeit  $w_2$  abnimmt, also die Druckhöhe sich vergrößert um  $\frac{w_0^2 - w_2^2}{2g}$ . Da beide Bewegungen nebeneinander stattfinden, so addieren sich die Drücke. Wird noch die durch Reibung, Querschnitts- und Richtungsänderung bedingte Verlusthöhe  $Z_I$  berücksichtigt, so ergibt sich als gesamter Druckzuwachs

$$H_{p\infty} = \frac{u_2^2 - u_1^2 + w_0^2 - w_2^2}{2g} - Z_I. \quad (9)$$

<sup>1)</sup> Da es sich um eine Strömung mit Reibung handelt, müßte eigentlich der S. 27 erwähnte Beiwert  $\alpha$  eingeführt, also  $\alpha \frac{w_0^2 - w_2^2}{2g}$  geschrieben werden, der aber wegen seiner Kleinheit vernachlässigt werden kann.

Der gesamte Arbeitsbedarf ist also nach Gl. (8)

$$H_{th\infty} = \frac{u_2^2 - u_1^2 + w_0^2 - w_2^2 + c_2^2 - c_0^2}{2g} \quad (10)$$

Bemerkenswert ist, daß die Verlusthöhe  $Z_I$  hierauf ganz einflußlos ist und nur die tatsächlich auftretenden Geschwindigkeiten maßgebend sind.

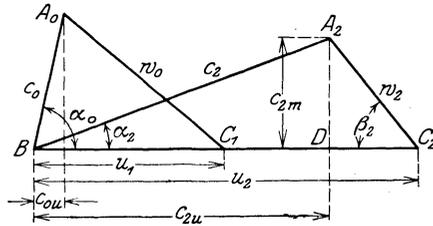


Abb. 44. Geschwindigkeitsdiagramm für Ein- und Austritt.

In den Geschwindigkeitsdreiecken  $A_0BC_1$  und  $A_2BC_2$  (Abb. 44) ist nun nach dem Kosinussatz

$$\begin{aligned} w_0^2 &= u_1^2 + c_0^2 - 2u_1c_0\cos\alpha_0, \\ w_2^2 &= u_2^2 + c_2^2 - 2u_2c_2\cos\alpha_2. \end{aligned}$$

Damit wird Gl. (10)

$$H_{th\infty} = \frac{1}{g} (u_2c_2\cos\alpha_2 - u_1c_0\cos\alpha_0) \quad (11)$$

oder, weil  $c_2\cos\alpha_2$  und  $c_0\cos\alpha_0$  die Umfangskomponenten  $c_{2u}$  bzw.  $c_{0u}$  der austretenden Flüssigkeit darstellen

$$H_{th\infty} = \frac{1}{g} (u_2c_{2u} - u_1c_{0u}). \quad (12)$$

Gl. (12) ergibt sich auch aus der S. 19 abgeleiteten Eulerschen Gleichung [Gl. (25)] für das übertragene Drehmoment, wenn mit  $\omega$  durchmultipliziert und berücksichtigt wird, daß  $M\omega = Q \cdot H_{th\infty}$ . Sie bildet die Grundlage für die Berechnung der Kreiselmassen und wird deshalb als Hauptgleichung bezeichnet.

In den für die theoretische Förderhöhe entwickelten Ausdrücken kommt das spezifische Gewicht der Flüssigkeit nicht vor. Daraus folgt, daß die Förderhöhe einer Pumpe, ausgedrückt in Meter Flüssigkeitssäule, von der Art der Flüssigkeit unabhängig, beispielsweise für Wasser, Öl und Luft die gleiche ist<sup>1)</sup>. Demgemäß wird auch das Fördervolumen unabhängig von der Art der Flüssigkeit sein. Dagegen ist der

Kraftbedarf  $\frac{\gamma V \cdot H}{\eta}$  dem spezifischen Gewicht proportional.

<sup>1)</sup> Für die einzelnen Verluste und somit auch die wirkliche Förderhöhe trifft dies nicht ganz zu, weil nach dem Reynoldsschen Gesetz die Reibungsziffern nur dann übereinstimmen, wenn das Produkt aus kinematischer Zähigkeit und Geschwindigkeit das gleiche ist (vgl. Abschnitt 11). Dies ist besonders bei Flüssigkeiten von verhältnismäßig großer Zähigkeit, z. B. Öl, zu beachten.

### 24. Pumpe ohne Eintrittsleitrad.

Strömt das Wasser ohne besondere Führungsschaufeln dem Rade zu, so kann in der Regel  $\alpha_0 = 90^\circ$  gesetzt werden. Die absolute Eintrittsgeschwindigkeit ist dann gleichzeitig Meridiangeschwindigkeit (Abb. 45). Da

$$c_0^2 = w_0^2 - u_1^2,$$

so lauten jetzt Gl. (9) und (10)

$$H_{p\infty} = \frac{u_2^2 - w_2^2 + c_0^2}{2g} - Z_I, \quad (12a)$$

$$H_{th\infty} = \frac{u_2^2 - w_2^2 + c_2^2 - c_0^2}{2g} \quad (13)$$

und Gl. (11), da  $\cos \alpha_0 = 0$ ,

$$H_{th\infty} = \frac{u_2}{g} c_2 \cos \alpha_2 = \frac{u_2}{g} c_{2u}. \quad (14)$$

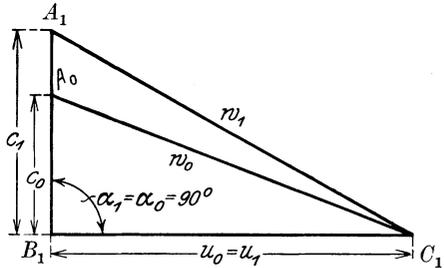


Abb. 45. Eintrittsdiagramm bei senkrechtem Eintritt.

Da das Fehlen des Eintrittsleitapparates die Regel bildet, stellt Gl. (14) die gebräuchlichste Form der Hauptgleichung bei Kreiselpumpen dar.

Zur Frage, ob die Annahme eines Winkels  $\alpha_0 = 90^\circ$  bei freier Zuströmung berechtigt ist, liegen folgende Unterlagen vor. Blaß<sup>1)</sup> hat bei Ventilatoren den senkrechten Eintritt bestätigt gefunden, wobei er den Luftstrom durch Einführung von Rauch sichtbar machte. Haimann<sup>2)</sup> stellte durch Fähnchenmessung an einer Pumpe Abweichungen von 0,5 bis 8°, im Mittel 5° 30' in der Drehrichtung fest. Erst bei ganz geringen Wassermengen zeigten sich größere Abweichungen infolge des Einflusses der Reibung an den Seitenwänden, bis bei vollständigem Abschluß der Druckleitung die Geschwindigkeit vor dem Rad tangential wurde. Da demnach die Abweichungen gering sind, dürfte die Annahme senkrechten Eintritts für praktische Zwecke zulässig sein. Mit Rücksicht darauf, daß nach Gl. (12) die Vorrotation die Schaufelarbeit verringert, also die notwendige Umfangsgeschwindigkeit  $u_2$  vergrößert, wird allerdings von manchen Konstrukteuren zur Erhöhung der Sicherheit der Rechnung auch ein Winkel  $\alpha_0$  von nur etwa 85° angenommen. Dabei muß aber beachtet werden, daß auch der Winkel  $\beta_1$  sich vergrößert und deshalb unter Umständen ein Eintrittsstoß hervorgerufen wird.

### 25. Reaktions- und Aktionswirkung.

Man kann die Kreiselpumpen wie die Turbinen in zwei große Hauptgruppen einteilen. Hat der Spaltüberdruck  $H_{p\infty}$  in Gl. (10) einen positiven Wert, d. h. ist der Druck an der Austrittsseite des Laufrades

<sup>1)</sup> Zur Theorie der Zentrifugalpumpen und Ventilatoren. Z. f. d. ges. Turbinenwes. 1907, S. 470.

<sup>2)</sup> Beitrag zur Kenntnis der Abhängigkeit des Wirkungsgrades von den Umdrehungszahlen einer Kreiselpumpe auf Grund von Versuchen. Dissertation 1916.

höher als an der Eintrittsseite, so spricht man von Pumpen mit Überdruck- oder Reaktionswirkung. Hier stellt die Druckenergie des austretenden Wassers einen wesentlichen Bestandteil der zugeführten Energie dar. Die Drucksteigerung in dem darauffolgenden Leitrad und damit auch die Geschwindigkeit  $c_2$  am Laufradaustritt kann also entsprechend kleiner sein.

Ist dagegen der Spaltdruck gleich dem Druck am Radeintritt, so liegt Gleichdruck- oder Aktionswirkung vor. Hierbei ist die ganze zugeführte Energie in der Geschwindigkeit  $c_2$  des austretenden Wassers enthalten und demnach eine erhebliche Geschwindigkeitsverlangsamung im Leitrad notwendig. Da diese nach Abschnitt 15 und 16 mit Verlusten verknüpft ist, so werden Gleichdruckpumpen trotz des Wegfalls des Spaltverlustes einen schlechteren Wirkungsgrad aufweisen als Überdruckpumpen. Sie sind offenbar nur dort am Platze, wo die Erzeugung der Geschwindigkeit der Endzweck ist, wie beispielsweise bei Ventilatoren für Belüftungszwecke oder bei solchen Pumpen, deren Laufräder nur auf einem Teil des Umfangs beaufschlagt werden können, z. B. deshalb, weil es sich um kleine Wassermengen im Vergleich zur Förderhöhe handelt. Im letzteren Fall würde ein Überdruck wegen der Verbindung zwischen Spalt- und Eintrittsraum durch die nicht beaufschlagten Kanäle nicht aufrecht erhalten werden können.

Im allgemeinen arbeiten Kreiselpumpen stets mit Überdruckwirkung. Da nach Gl. (14)

$$u_2 = \frac{g H_{th\infty}}{c_2 \cos \alpha_2},$$

so ist ihre Umfangsgeschwindigkeit verhältnismäßig groß, weil  $c_2$  klein ist. Reaktionspumpen brauchen also eine größere Drehzahl bzw. einen größeren Raddurchmesser als Aktionspumpen.

Es ist auch der Fall denkbar, daß der Spaltdruck negativ, also der Druck im Spalt kleiner als am Eintritt ist. Solche Pumpen haben offenbar die Nachteile der Aktionspumpen in erhöhtem Maße.

## 26. Wahl des Schaufelwinkels $\beta_2$ am Austritt.

Der Schaufelwinkel  $\beta_1$  am Eintritt ist ziemlich eindeutig bestimmt, da die Größen  $u_1$ ,  $\alpha_1$ ,  $c_1$  durch die vorliegenden Verhältnisse zwischen engen Grenzen vorgeschrieben sind. Der Winkel  $\beta_2$  und eine weitere Größe können aber gewählt werden, weil zur Bestimmung des Austrittsdreiecks drei Größen nötig sind und bis jetzt die einzige Bedingung durch die Hauptgleichung ausgedrückt ist.

Es entsteht nun die Frage: Soll  $\beta_2$  kleiner, gleich oder größer als  $90^\circ$  gewählt werden? Die diesen drei Möglichkeiten entsprechenden Schaufelformen sind in Abb. 46, 47 und 48 gezeichnet. Der Eintrittswinkel  $\beta_1$  ist in allen drei Fällen gleich groß angenommen. Wie man erkennt, ist die Schaufel mit  $\beta_2 < 90^\circ$  rückwärts gekrümmt, mit  $\beta_2 = 90^\circ$  und  $\beta_2 > 90^\circ$  nach vorwärts gekrümmt. Der Schaufelkanal ist offenbar sehr verschieden und entspricht der unter das zugehörige Schaufelbild

gezeichneten Form bei Zugrundelegung einer geraden Mittellinie gleicher Länge. Bei Abb. 46 ist der Laufkanal länger und weniger stark erweitert als bei Abb. 47 und 48, und es entsteht — im Hinblick auf das S. 31 Besprochene — die Frage, ob das Wasser der in Abb. 47 und 48 vorliegenden starken Erweiterung überhaupt wird folgen können und ob nicht Loslösungserscheinungen selbst dann eintreten, wenn senkrecht zur Zeichenebene der Kanal sich verjüngt. Zwar kann man, wie in Abb. 48 durch Strichelung angedeutet, die Verhältnisse durch Anwendung veränderlicher Wandstärke bessern, aber der Kanal ist immer noch zu kurz und seine Krümmung zu stark. Die Kanalformen der



Abb. 46. Rückwärts gekrümmte Schaufel,  
 $\beta_2 < 90^\circ$ .

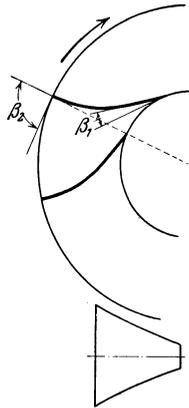


Abb. 47. Senkrecht endigende Schaufel,  
 $\beta_2 = 90^\circ$ .

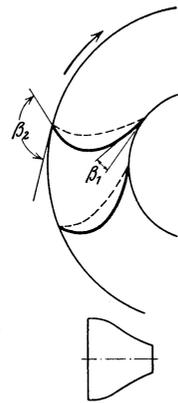


Abb. 48. Vorwärts gekrümmte Schaufel,  
 $\beta_2 > 90^\circ$ .

Abb. 47 und 48 sind wohl für den umgekehrten Strömungsvorgang, also die Turbinen, geeignet, weil hier starke Verengungen keine Verschlechterung bedeuten und kurze Kanäle die Reibung verringern. Für den Fall der Pumpe dürfte aber die zurückgebogene Schaufel am Platze sein<sup>1)</sup>.

Der Winkel  $\beta_2$  hat aber auch einen weitgehenden Einfluß auf die Förderhöhe. In Abb. 49 sind die Geschwindigkeitsdreiecke für den Austritt bei fünf verschiedenen Winkeln  $\beta_2$  entsprechend den fünf Punkten  $A, B, C, D, E$ , wobei  $\overline{AC} = \overline{CE}$ , aufgezeichnet. Die Umfangsgeschwindigkeit  $\overline{LM} = u_2$  ist in allen fünf Fällen die gleiche, ebenso die Geschwindigkeitskomponente senkrecht zum Radumfang (d. h. die in die Meridianebene fallende Komponente)  $c_{2m} = c_2 \sin \alpha_2$ . Unter Annahme senkrechten Wassereintritts in das Rad ist nach Gl. (14) die

<sup>1)</sup> Nach neueren Versuchen von Brown, Boveri & Cie. an Turbokompressoren soll die „Totraumbildung“ im Laufkanal auf den Wirkungsgrad keinen nachteiligen Einfluß ausüben, was aber den an ruhenden Kanälen erzielten, im Abschnitt 16 erwähnten Ergebnissen widerspricht und jedenfalls die rechnerische Vorausbestimmung der Leistung erschwert (vgl. Fußbemerkung S. 77).

theoretische Förderhöhe  $H_{th\infty}$  proportional der Umfangskomponente  $c_{2u} = c_2 \cos \alpha_2$ , d. h. der Reihe nach den Strecken  $Null, \overline{AB}, \overline{AC}, \overline{AD}$  und  $\overline{AE}$ . Im ersten Fall mit  $\sphericalangle \beta_2 = \sphericalangle AML$  würde also überhaupt keine Energie auf das Wasser übertragen. Dieser Winkel stellt somit den Kleinstwert für  $\beta_2$  dar, der aber nicht erreicht werden darf. Bei Unterschreitung dieses Wertes wird  $H_{th\infty}$  negativ, d. h. das Laufrad arbeitet als eine radial nach auswärts beaufschlagte Turbine. Mit zunehmendem Winkel  $\beta_2$  nimmt  $H_{th\infty}$  zu. Vorwärts gekrümmte Schaufeln geben also bei gleicher Förderhöhe eine größere theoretische Förderhöhe als rückwärts gekrümmte

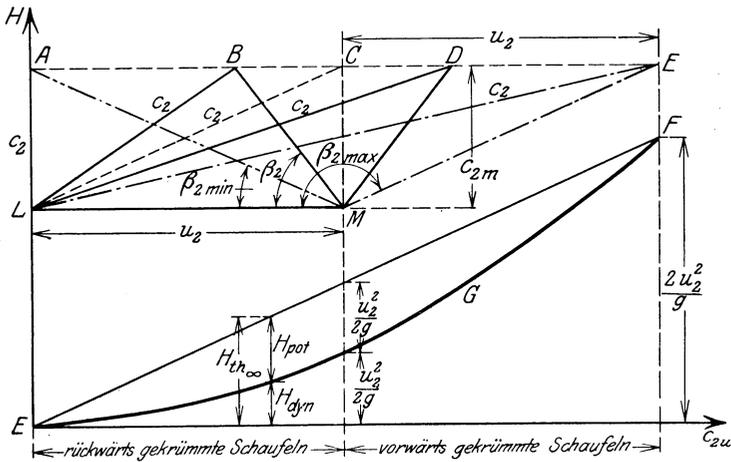


Abb. 49 und 50. Druckenergie  $H_{pot}$  am Radaustritt und Gesamtenergie  $H_{th\infty}$  bei verschiedenen Winkeln  $\beta_2$ .

Schaufeln. Aber aus Abb. 49 ist gleichzeitig zu ersehen, daß auch die absolute Austrittsgeschwindigkeit  $c_2$  zunimmt, also ein steigender Anteil von  $H_{th\infty}$  durch Geschwindigkeitshöhe dargestellt ist und demnach die Reaktionswirkung abnimmt. Je größer  $\beta_2$  wird, um so mehr nähert sich die Pumpe der Freistrahlpumpe und hat auch die im vorausgegangenen Abschnitt besprochenen Nachteile, die mit der Notwendigkeit der Umsetzung großer Geschwindigkeiten in Druck verknüpft sind. Die großen Umsetzungsverluste bringen es auch mit sich, daß die tatsächliche Förderhöhe nicht in dem Maße steigt, wie es der Zunahme der Schaufelarbeit entspricht<sup>1)</sup>. Infolgedessen muß sich auch der Wirkungsgrad verschlechtern.

Um einen weiteren Einblick zu bekommen, wollen wir die Meridianschwindigkeit am Ein- und Austritt aus dem Rad gleich groß an-

<sup>1)</sup> Vgl. hierzu auch die in der Fußbemerkung 1, S. 51, angegebene Arbeit von Blaeß.

nehmen, so daß  $c_{2m} = c_2 \sin \alpha_2 = c_0$ . Dann wird der in Form von Druckenergie zugeführte Anteil der Radarbeit nach Gl. (9)

$$H_{\text{pot}} = H_{p\infty} + Z_I = \frac{u_2^2 - u_1^2 + w_0^2 - w_2^2}{2g} \quad (15)$$

oder, weil  $w_0^2 - u_1^2 = c_0^2 = c_{2m}^2$ ,

$$H_{\text{pot}} = \frac{1}{2g} (u_2^2 - w_2^2 + c_{2m}^2) = \frac{1}{2g} [u_2^2 - (u_2 - c_{2u})^2]. \quad (15a)$$

Der in Form von Geschwindigkeitsenergie vorhandene Anteil der Radarbeit ergibt sich aus

$$H_{\text{dyn}} = \frac{c_2^2 - c_0^2}{2g} = \frac{c_2^2 - c_{2m}^2}{2g} = \frac{c_{2u}^2}{2g}. \quad (16)$$

Die Gl. (15a) und (16) gestatten, die Größen  $H_{\text{pot}}$  und  $H_{\text{dyn}}$  in Abhängigkeit von  $c_{2u}$  darzustellen, da  $u_2$  konstant ist. Dies kann gemäß Abb. 50 in der Weise geschehen, daß zunächst der Verlauf von  $H_{\text{th}\infty}$ , der nach Gl. (14) eine Gerade  $EF$  ist, und dann der Verlauf von  $H_{\text{dyn}}$  nach Gl. (16) als Parabel  $EGF$  eingetragen wird. Es ist dann der Unterschied beider Ordinaten  $H_{\text{th}\infty} - H_{\text{dyn}} = H_{\text{pot}}$ . Die Abb. 50 ist so mit Abb. 49 vereinigt, daß die Abszissen zu den Punkten  $A, B, C$  sich durch einfaches Fällen der Lote auf die  $c_{2u}$ -Achse ergeben. Man erkennt deutlich die Zunahme von  $H_{\text{th}\infty}$  und  $H_{\text{dyn}}$  mit wachsendem  $\beta_2$ , also mit wachsender Vorwärtskrümmung und den verhältnismäßig großen Druckanteil  $H_{\text{pot}}$  bei Rückwärtskrümmung.

Von besonderer Wichtigkeit sind die durch die drei Punkte  $A, C$  und  $E$  dargestellten Grenzfälle, für welche die Werte nachstehend besonders angegeben sind. Es ist für

$$\begin{aligned} c_{2u} = 0, & \quad H_{\text{th}\infty} = 0, & \quad H_{\text{pot}} = 0, & \quad H_{\text{dyn}} = 0, \\ c_{2u} = u_2, & \quad H_{\text{th}\infty} = \frac{u_2^2}{g}, & \quad H_{\text{pot}} = \frac{u_2^2}{2g} = \frac{H_{\text{th}\infty}}{2}, & \quad H_{\text{dyn}} = \frac{H_{\text{th}\infty}}{2}, \\ c_{2u} = 2u_2, & \quad H_{\text{th}\infty} = \frac{2u_2^2}{g}, & \quad H_{\text{pot}} = 0, & \quad H_{\text{dyn}} = H_{\text{th}\infty}. \end{aligned}$$

Das Verhältnis zwischen  $H_{\text{pot}}$  und  $H_{\text{th}\infty}$ , der sogenannte Reaktionsgrad, nimmt also mit zunehmendem  $\frac{c_{2u}}{u_2}$  ab, ist mit  $\frac{c_{2u}}{u_2} = 0$  gleich 1, mit  $\frac{c_{2u}}{u_2} = 1$  gleich  $\frac{1}{2}$  und mit  $\frac{c_{2u}}{u_2} = 2$  gleich 0. Da im letzteren Fall  $H_{\text{pot}} = 0$  ist, so würde bei fehlender Kanalreibung  $Z_I$  die Freistrahlpumpe vorliegen. In Wirklichkeit wird Kanalreibung stets vorhanden sein und deshalb gemäß Gl. (15) bereits ein negativer Spaltdruck vorliegen. Freistrahlwirkung ist also schon bei  $c_{2u} < 2u_2$  vorhanden.

Zusammenfassend kann gesagt werden, daß rückwärts gekrümmte Schaufeln zwar für gleiche Förderhöhe eine größere Umfangsgeschwindigkeit, also bei gleicher Drehzahl auch ein größeres Rad und größeres Gehäuse fordern als vorwärts gekrümmte Schaufeln. Sie arbeiten aber mit besserem Wirkungsgrad infolge der günstigeren Form des Laufkanals,

der geringeren Umsetzung von Geschwindigkeit in Druck und der mit der kleineren Geschwindigkeit verbundenen geringeren Kanalreibung im Leitrad. Die durch die größere Umfangsgeschwindigkeit bedingte Zunahme der Radreibung [Gl. (34) und (35), S. 39] und der durch das Wachsen des Spaltdrucks bedingte größere Spaltverlust vermögen die größeren Schaufelverluste im allgemeinen wohl nicht auszugleichen. Es kommt noch hinzu, daß die vorwärts gekrümmte Schaufel unter Umständen labiles Verhalten der Pumpe im Betrieb zur Folge hat. Zum Teil hängt das mit der ungenügenden Wasserführung und der notwendigen starken Erweiterung der Leitkanäle (vgl. die S. 32 besprochenen Versuche von Kröner), zum Teil mit Vorgängen zusammen, auf die später (Abschnitt 53) noch näher eingegangen wird.

Aus diesen Gründen findet man heute fast nur rückwärts gekrümmte Schaufeln bei Kreiselpumpen in Verwendung. Übliche Werte sind  $\beta_2 = 20 \div 50^\circ$ . Nur im Ventilatorenbau hat sich die vorwärts gekrümmte Schaufel zum Teil halten können<sup>1)</sup>, was wohl damit zusammenhängt, daß es sich dort häufig nur um Luftbewegung, also Geschwindigkeits-, nicht Druckerzeugung, handelt.

## 27. Energiegleichung für die Relativströmung.

Die Gl. (9) für den Spaltdruck läßt sich auch dazu verwenden, den Druck an einem beliebigen Parallelkreis abzuleiten, wenn an Stelle von  $u_2, c_2, w_2$  die Geschwindigkeiten  $u, c, w$ , die an diesem Parallelkreis herrschen, eingesetzt werden. Ist in Meter W.-S.  $h$  der an diesem Parallelkreis herrschende Druck und  $h_0$  der am Eintrittskreis herrschende Druck, so ist bei Vernachlässigung der Reibung, d. h. mit  $Z_I = 0$

$$h - h_0 = \frac{u^2 - u_1^2 + w_0^2 - w^2}{2g}$$

oder

$$h + \frac{w^2 - u^2}{2g} = h_0 + \frac{w_0^2 - u_1^2}{2g} = \text{Const.} \quad (17)$$

Hält man nicht an der Annahme unendlicher Schaufelzahl fest, sondern gestattet man, daß die einzelnen Wasserfäden eine verschiedene Form besitzen, also auch  $w$  und  $h$  an verschiedenen Punkten eines Parallelkreises verschieden sind, so gilt diese Gleichung zunächst nur für einen und denselben Wasserfaden. Falls aber die Anfangswerte  $h_0, u_1, w_0$ , also auch der Wert Const, für alle Fäden gleich sind, was bei Kreiselmaschinen immer der Fall ist, muß Gl. (17) wieder für die ganze Flüssigkeit gelten.

Diese Gleichung stellt die Energiegleichung für die Relativströmung dar. Falls die Höhenlage der betrachteten Wasserteilchen sehr verschieden ist, muß beiderseits der Höhenunterschied gegenüber einer Bezugsebene zugezählt werden. Gl. (17) tritt in rotierenden Kanälen an die Stelle der Gleichung von Bernoulli, die hier nicht mehr gültig sein

<sup>1)</sup> Vgl. Karrer: Schweiz. Bauzg. 1918, Hütte des Ing.-Taschenbuchs II.

kann, weil die Zentrifugalkräfte den Charakter der Strömung als freie Strömung (Potentialströmung) aufheben. Der Unterschied gegenüber der Gleichung von Bernoulli liegt in dem Glied  $-\frac{u^2}{2g}$ . Hieraus folgt auch, daß die aus der Gleichung von Bernoulli abgeleiteten Verfahren zur Ermittlung der Strombilder für rotierende Kanäle nicht mehr anwendbar sind. Für einen und denselben Parallelkreis, also  $u = \text{const}$ , nimmt Gl. (17) aber offenbar wieder die Form der Bernoulli-Gleichung an.

### 28. Berechnung der Radabmessungen.

In der Regel sind Wassermenge  $V$  in  $\text{m}^3/\text{sec}$ , Förderhöhe  $H$  in Meter und die minutliche Drehzahl  $n$  gegeben. Aus  $H$  erhält man nach Annahme von  $\eta_h$  mit Gl. (7a)  $H_{\text{th}}$  und daraus in einer später zu besprechenden Weise (Abschnitt 37)  $H_{\text{th}\infty}$ . Bei der Berechnung des Laufrades ist nun folgendermaßen vorzugehen, wobei angenommen sei, daß es sich um radiale Beaufschlagung, also eine Radform der Abb. 51 handelt.

a) **Eintritt.** Der Durchmesser  $D_s$  des Einlaufrohres bestimmt sich unter Zugrundelegung einer Geschwindigkeit  $c_s$  des zufließenden Wassers, die entsprechend den vorliegenden Verhältnissen zu wählen ist. Von Wichtigkeit ist hierbei insbesondere die Saughöhe insofern, als große Wassergeschwindigkeiten die Erreichung der verlangten Saughöhe unter Umständen in Frage stellen (Abschnitt 64). Andererseits darf die Geschwindigkeit auch nicht zu klein sein, weil sonst  $D_s$  sehr groß wird und damit eine ungünstige Radform entsteht oder, wenn einmal eine bestimmte Radform gewählt werden soll, auch der äußere Durchmesser  $D_2$ , also die ganze Pumpe, zu große Abmessungen erhält. Übliche Werte sind

$$c_s = 2 \div 4 \text{ m/sec,}$$

wobei aber in Grenzfällen auch eine Unter- oder Überschreitung dieser Zahlen zulässig ist. Insbesondere wird man bei sehr großen Fördermengen oder Drehzahlen unter Verzicht auf große Saughöhen bisweilen zu höheren Werten gezwungen sein.

Die in die Rechnung einzuführende Wassermenge  $V'$  ist um das Spaltwasser größer zu nehmen als  $V$ . Der Zuschlag kann zwischen 3 und 10% gewählt werden, wobei die kleineren Werte für große Wassermengen mit kleinen Förderhöhen und die größeren Werte für kleine Wassermengen mit großen Förderhöhen in Frage kommen, also

$$V' = 1,03 \div 1,1 V.$$

Die angegebenen Ziffern werden unter Umständen auch erheblich über- oder unterschritten. Im einzelnen Falle kann der zu erwartende Spaltverlust mittels Gl. (15) des Abschnitts 62 ermittelt werden.

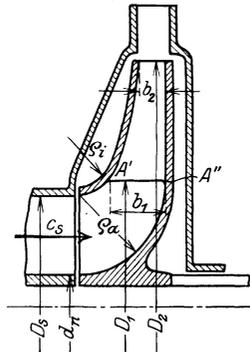


Abb. 51. Radialrad.

Ist der Durchmesser  $d_n$  der Laufradnabe unter Berücksichtigung des Wellendurchmessers gewählt (vgl. Abschnitt 85), so bestimmt sich  $D_s$  aus

$$c_s \left( \pi \frac{D_s^2}{4} - \pi \frac{d_n^2}{4} \right) = V'. \quad (18)$$

Aus  $D_s$  ergibt sich der Eintrittsdurchmesser  $D_1$ , auf dem die Schaufelspitzen liegen, auf Grund der Überlegung, daß die Wasserfäden an dieser Stelle im Meridianschnitt möglichst wenig gekrümmt sein sollen, denn die Krümmungen der Stromfäden erzeugen die S. 16 besprochenen und in dem späteren Abschnitt 60 eingehend behandelten Geschwindigkeits- und Druckänderungen längs der Eintrittskante, die bewirken, daß stoßfreier Eintritt höchstens an einem Punkt der Eintrittskante erreicht werden kann. Um die Eintrittsbreite  $b_1$  errechnen zu können, ist noch die Eintrittsgeschwindigkeit  $c_0$  oder allgemein bei nicht senkrechter Zuströmung mit Eintrittsleitapparat  $c_{0m} = c_0 \sin \alpha_0$  zu wählen.  $c_{0m}$  sollte nicht kleiner als  $c_s$  sein, denn vom Saugrohr bis zum Radeintritt läßt man die Geschwindigkeit anwachsen, weil die Geschwindigkeit im Saugrohr mit Rücksicht auf die Rohrreibung kleiner gewählt werden muß, als im Radeinlauf zweckmäßig wäre. Wäre also  $c_{0m} < c_s$ , so würde wieder eine Geschwindigkeitsabnahme und damit doppelte Geschwindigkeitsumsetzung stattfinden, die streng vermieden werden muß. Zwar wird im gekrümmten Radeinlauf die Geschwindigkeit nach der Seite der Krümmungsmittelpunkte hin anwachsen und deshalb die verlangte stetige Zunahme nur für den Mittelwert der Geschwindigkeit zutreffen. Aber es ist anzunehmen, daß die Umsetzungsverluste im Mittel einen Kleinstwert besitzen, wenn sie für die mittlere Geschwindigkeit am kleinsten sind. Meist wird  $c_{0m}$ <sup>1)</sup> gleich oder wenig größer als  $c_s$  genommen. Damit ist

$$b_1 = \frac{V'}{D_1 \pi \cdot c_0 \sin \alpha_0}, \quad (19)$$

wobei in der Regel  $\alpha_0 = 90^\circ$  zu setzen ist.

Zur Berücksichtigung der Schaufelstärke ist  $c_1$  nach Gl. (1) zu ermitteln. Für  $\alpha_0 = 90^\circ$  wird

$$c_1 = c_0 \frac{t_1}{t_1 - \sigma_1}. \quad (19a)$$

Der Verengungsfaktor  $\frac{t_1}{t_1 - \sigma_1}$  ist vorbehaltlich späterer Berichtigung zunächst mit 1,15 bis 1,25 — bei kleineren Pumpen mehr, bei großen weniger — anzunehmen.

Weil nun

$$u_1 = \frac{\pi D_1 n}{60},$$

<sup>1)</sup> Häufig findet man  $c_0$  oder  $c_s$  auch in Abhängigkeit von der Förderhöhe angegeben, indem gesetzt wird  $c_0 = \varepsilon \sqrt{2gH}$  mit  $\varepsilon = 0,1$  bis  $0,3$ . Derartige Regeln sind im Bau von Francis-Turbinen angebracht. Im Pumpenbau mit den in viel weiteren Grenzen schwankenden Werten für  $H$  und  $V$  führen sie zu Geschwindigkeiten, die teils mit Rücksicht auf die Abmessungen, teils mit Rücksicht auf die Saughöhe nicht anwendbar sind.

so ist das Geschwindigkeitsdreieck (Abb. 39) bestimmt und damit der Schaufelwinkel  $\beta_1$  gegeben durch

$$\operatorname{tg} \beta_1 = \frac{c_1 \sin \alpha_1}{u_1 - c_1 \cos \alpha_1} = \frac{c_{1m}}{u_1 - c_0 \cos \alpha_0} \quad (20)$$

oder bei  $\alpha_1 = \alpha_0 = 90^\circ$  (Abb. 45)

$$\operatorname{tg} \beta_1 = \frac{c_1}{u_1}. \quad (21)$$

Es kann nun der angenommene Faktor  $\frac{t_1}{t_1 - \sigma_1}$  nachgeprüft und berichtigt werden, wenn die Schaufelstärke  $s_1$  und Schaufelzahl  $z$  angenommen werden; denn es ist

$$\sigma_1 = \frac{s_1}{\sin \beta_1}, \quad t_1 = \frac{\pi D_1}{z}.$$

Erforderlichenfalls ist die Rechnung zu wiederholen. Über die Wahl der Schaufelzahl vgl. Abschnitt 60a.

**b) Austritt.** Für die Schaufelbemessung am Austritt ist zunächst die Hauptgleichung in der Form der Gl. (12) maßgebend. Der Winkel  $\beta_2$  kann entsprechend den Ergebnissen des Abschnitts 26, also am besten zwischen  $20$  und  $50^\circ$  angenommen werden. Damit das Geschwindigkeitsdreieck (Abb. 42) bestimmbar ist, muß noch eine weitere Größe gewählt werden. In manchen Lehrbüchern wird dafür der Winkel  $\alpha_2$  der absoluten Austrittsgeschwindigkeit eingesetzt. Doch ist diese Größe wenig geeignet, weil sie je nach den Leistungsverhältnissen zwischen weiten Grenzen schwankt. Da der Konstrukteur bestimmte Radformen erzielen will, so ist es mit Rücksicht auf die Abkürzung der Rechnung richtiger, die Annahme so zu treffen, daß sich die dadurch bedingte Radform voraussehen läßt. Deshalb empfiehlt es sich, entweder von der Radbreite  $b_2$  oder der Meridiangeschwindigkeit  $c_{2m} = c_2 \sin \alpha_2$  (Abb. 44) auszugehen. Die Räder werden meist so ausgeführt, daß sich die Radbreite nach dem Austritt zu verringert, obwohl sich dadurch der Raddurchmesser vergrößert. Große Austrittsbreiten haben den Nachteil, daß die Kanalquerschnitte sich nach außen zu stark vergrößern, also das Wasser der starken Erweiterung unter Umständen nicht folgt. Ferner wird die Meridiangeschwindigkeit  $c_{2m}$  klein, wodurch sich auch der Winkel  $\alpha_2$  verkleinert, also die Leitkanäle verengen. Auch bei Pumpen ohne Austrittsleitschaufeln ist dieser geringe Winkel  $\alpha_2$  nicht vorteilhaft, weil der Reibungsweg des Wassers im Ringraum sich verlängert. Aus diesen Gründen verbietet sich auch die Ausführung der seitlichen Begrenzung des Laufrades so, daß die Kanalquerschnitte quadratische Form erhalten, obwohl dadurch die Umsetzungsverluste verringert würden.

Im folgenden sollen die zur Berechnung nötigen Gleichungen für die beiden häufigsten Fälle der Annahme von  $b_2$  oder  $c_{2m}$  entwickelt werden. Falls andere Voraussetzungen zu machen sind, ist die Rechnung sinngemäß umzugestalten.

$\alpha$ ) Annahme einer bestimmten Radbreite  $b_2$  am Austritt. Ist  $b_2$  gewählt, so ist die Umfangsgeschwindigkeit  $u_2$  und damit der Außendurchmesser  $D_2$  auf folgendem Wege zu bestimmen. Es ist, wenn die Schaufelverengung am Austritt berücksichtigt wird:

$$\pi D_2 b_2 c_2 \sin \alpha_2 = V' \cdot \frac{t_2}{t_2 - \sigma_2}, \quad (22)$$

ferner

$$u_2 = \frac{\pi D_2 \cdot n}{60},$$

also

$$u_2 \cdot c_2 \sin \alpha_2 = \frac{V' \cdot n}{60 \cdot b_2} \frac{t_2}{t_2 - \sigma_2}. \quad (23)$$

Setzt man hierzu G. (12) in etwas anderer Form

$$u_2 c_2 \cos \alpha_2 = g H_{\text{th}\infty} + u_1 c_0 \cos \alpha_0, \quad (24)$$

so folgt durch Division

$$\text{tg} \alpha_2 = \frac{V' \cdot n \cdot \frac{t_2}{t_2 - \sigma_2}}{60 b_2 (g H_{\text{th}\infty} + u_1 c_0 \cos \alpha_0)}, \quad (25)$$

womit  $\alpha_2$  bestimmt ist. Weil nun nach Abb. 44

$$u_2 = \overline{BD} + \overline{DC}_2 = \overline{A_2 D} (\text{ctg} \alpha_2 + \text{ctg} \beta_2) = c_2 \sin \alpha_2 (\text{ctg} \alpha_2 + \text{ctg} \beta_2),$$

so folgt durch Einsetzen des Wertes von  $c_2 \sin \alpha_2$  aus dieser Gleichung in Gl. (23)

$$u_2 = \sqrt{\frac{V' \cdot n}{60 b_2} (\text{ctg} \alpha_2 + \text{ctg} \beta_2) \frac{t_2}{t_2 - \sigma_2}} \quad (26)$$

oder nach Gl. (25)

$$u_2 = \sqrt{g H_{\text{th}\infty} + u_1 c_0 \cos \alpha_0 + \frac{V' \cdot n}{60 b_2} \text{ctg} \beta_2 \cdot \frac{t_2}{t_2 - \sigma_2}}, \quad (27)$$

welch letzterer Ausdruck auch unmittelbar aus Gl. (23) und (24) abgeleitet werden kann, wenn benutzt wird, daß

$$u_2 = c_2 \cos \alpha_2 + c_2 \sin \alpha_2 \cdot \text{ctg} \beta_2.$$

Für senkrechten Wassereintritt, d. h.  $\alpha_0 = 90^\circ$ , vereinfacht sich Gl. (27) zu

$$u_2 = \sqrt{g H_{\text{th}\infty} + \frac{V' \cdot n}{60 b_2} \text{ctg} \beta_2 \cdot \frac{t_2}{t_2 - \sigma_2}}. \quad (27 \text{ a})$$

Der Verengungsfaktor  $\frac{t_2}{t_2 - \sigma_2}$  kann bei guter Zuschärfung gleich 1 gesetzt werden. Ist  $u_2$  errechnet, so ist  $D_2$  gegeben durch

$$D_2 = \frac{60 u_2}{\pi n}. \quad (28)$$

$\beta$ ) Annahme einer bestimmten Meridiangeschwindigkeit  $c_{2m} = c_2 \sin \alpha_2$ . Dieser Fall liegt insbesondere dann vor, wenn

$c_{2m}$  gleich oder annähernd gleich  $c_{1m} = c_1 \sin \alpha_1$  gemacht werden soll. Der Rechnungsgang ist hier folgender. Es ist (Abb. 44)

$$c_2 \cos \alpha_2 = \overline{BC}_2 - \overline{DC}_2 = \overline{BC}_2 - \frac{\overline{A_2 D}}{\operatorname{tg} \beta_2} = u_2 - \frac{c_{2m}}{\operatorname{tg} \beta_2},$$

also gemäß der Hauptgleichung

$$g H_{\text{th}\infty} = u_2 \left( u_2 - \frac{c_{2m}}{\operatorname{tg} \beta_2} \right) - u_1 c_0 \cos \alpha_0,$$

oder

$$u_2^2 - u_2 \frac{c_{2m}}{\operatorname{tg} \beta_2} = g H_{\text{th}\infty} + u_1 c_0 \cos \alpha_0, \quad (29)$$

woraus

$$u_2 = \frac{c_{2m}}{2 \operatorname{tg} \beta_2} + \frac{1}{2} \sqrt{\left( \frac{c_{2m}}{\operatorname{tg} \beta_2} \right)^2 + 4(g H_{\text{th}\infty} + u_1 c_0 \cos \alpha_0)}. \quad (30)$$

Das negative Zeichen vor der Wurzel kann wegfallen, weil  $u_2$  negativ würde. Für senkrechten Wassereintritt wird

$$u_2 = \frac{c_{2m}}{2 \operatorname{tg} \beta_2} + \frac{1}{2} \sqrt{\left( \frac{c_{2m}}{\operatorname{tg} \beta_2} \right)^2 + 4g H_{\text{th}\infty}}, \quad (30a)$$

womit  $D_2$  nach Gl. (28) und  $b_2$  nach Gl. (22) gegeben sind.

Es ist anzustreben, daß  $D_2$  gleich oder wenig größer als  $2D_1$  wird, weil dann einerseits für die Unterbringung der Schaufeln genügend radialer Spielraum vorhanden ist, andererseits mit Rücksicht auf die Radreibung nach Gl. (34) des Abschnitts 17 kleine Durchmesser erwünscht sind. Ergibt sich  $D_2$  zu groß, so ist der Übergang zur Mehrstufenanordnung (Abb. 5) ins Auge zu fassen, ist  $D_2$  zu klein, so kann die Mehrstromanordnung (Abb. 5a) am Platze sein. Bei mehrstufigen Pumpen wird aus den in Abschnitt 66 angegebenen Gründen  $D_2$  größer zugelassen, und zwar um so größer, je höher die Stufenzahl ist.

Der Verlauf der Radbegrenzung zwischen  $b_1$  und  $b_2$  wird häufig so bestimmt, daß die Meridianschwindigkeit  $c_m = c \sin \alpha$  stetig von  $c_{1m}$  auf  $c_{2m}$  übergeht. Es genügt aber auch, wenn die Verbindung nach Schätzung eingetragen wird.

Bei mehrstufigen Pumpen ist in den vorstehenden Gleichungen für  $H_{\text{th}\infty}$  der auf eine Stufe entfallende Anteil, also bei  $i$  Stufen

$$\Delta H_{\text{th}\infty} = \frac{H_{\text{th}\infty}}{i},$$

zu setzen.

## 29. Entwurf der Laufschaufel.

Da nur die Schaufelwinkel  $\beta_1$  und  $\beta_2$  am Ein- und Austritt vorgeschrieben sind, so ist es theoretisch einerlei, wie die Verbindung der Schaufelenden erfolgt. In Wirklichkeit müssen aber die für die Geringhaltung der entstehenden Verluste, nämlich der Kanalreibung und der Umsetzungsverluste, maßgebenden Gesichtspunkte beachtet und demnach verlangt werden, daß

1. der Kanal nicht unnötig lang,
2. die notwendige Querschnittsänderung stetig und unter Vermeidung starker Erweiterungen durchgeführt wird<sup>1)</sup>.

Man kann nun im einzelnen den Schaufelverlauf auf zwei verschiedene Arten festlegen. Bei dem ersten älteren Verfahren wird in Abweichung von der bisherigen Voraussetzung angenommen, daß die Geschwindigkeit sich über jeden Kanalquerschnitt  $xy$  (Abb. 52) (also nicht über jeden Parallelkreis) gleichmäßig verteilt. Der Entwurf des Kanals, der vom Eintrittsquerschnitt  $AC$  bis zum Austrittsquerschnitt  $DE$  sich erstreckt, erfolgt also nach den für ruhende prismatische Kanäle gültigen Gesetzen.

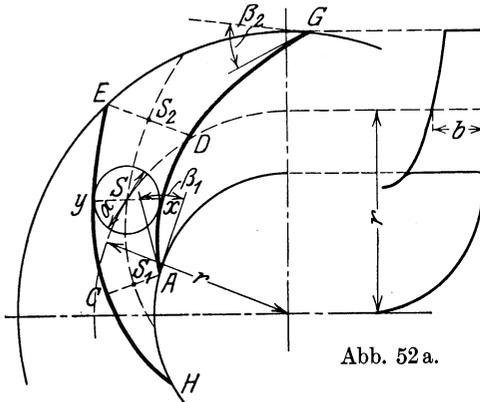


Abb. 52.

Abb. 52 a.

Die Schaufelenden  $CH$  und  $DG$  werden somit eigentlich als wirkungslos angesehen und bisweilen als Kreisevolventen<sup>2)</sup> ausgebildet. Diese können durch Kreisbögen ersetzt und überhaupt die ganze Schaufel aus Kreisbögen zusammengesetzt werden.

Bei der nach diesem ersten Verfahren ausgebildeten Schaufel, die wir als „Kreisbogenschaufel“ bezeichnen wollen, ist der Verlauf zwischen Eintritt und Austritt bis zu einem

gewissen Grade willkürlich. Auch läßt sich die vorausgesetzte Wirkungsfreiheit der Schaufelenden tatsächlich nicht erreichen. Infolge der freien Wahl des Verlaufs ist es schwer, die mit einer bestimmten Schaufflung gemachten Erfahrungen genügend sicher auf andere Ausführungen zu übertragen. Diesen Nachteilen hilft das zweite neuere Verfahren ab, das sich auch insofern an die Voraussetzungen der elementaren Kreisradtheorie besser anpaßt, als es Gleichheit des Strömungszustandes über einen Parallelkreis, also unendliche Schauffelzahl, annimmt. Hierbei wird die Schaufel längs ihrer ganzen Länge festgelegt, indem eine bestimmte Gesetzmäßigkeit des Verlaufs irgendeiner Größe, z. B. einer Geschwindigkeit vom Eintritt bis zum Austritt, vorgeschrieben wird. Diese Schaufel, bei der — wenigstens in der Regel — offenbar keine Kreisbögen entstehen können, wollen wir als „punktweise errechnete Schaufel“ bezeichnen.

### a) Kreisbogenschaufel.

Wird für den Einlauf eine Kreisevolvente, die als Kreisbogen gezeichnet ist, verwendet, so ist zu beachten, daß eine solche Kurve von

<sup>1)</sup> Vgl. Fußbemerkung S. 53.

<sup>2)</sup> Vgl. Neumann: Die Zentrifugalpumpen. Berlin 1912. Die Einführung der Evolventen ist auf Zeuner (Vorlesungen über Theorie der Turbinen. Leipzig 1899 zurückzuführen.

den Punkten einer Geraden beschrieben wird, die, ohne zu gleiten, sich auf einem Kreis, dem Erzeugungskreis, abwälzt. Hiernach ist der Halbmesser dieses Erzeugungskreises mit Bezug auf Abb. 53

$$\overline{OE} = \frac{d_1}{2} = \overline{OA_2} \sin \beta_1 = \frac{D_1}{2} \sin \beta_1,$$

$$\text{also} \quad d_1 = D_1 \sin \beta_1. \quad (31)$$

Weiter ist bei  $z$  Schaufeln die Kanalweite  $a_1$  einschließlich der Schaufelstärke  $s_1$ , da der Abstand zweier Evolventen stets gleich der Länge des zugehörigen Abwälzungsbogens

$$a_1 + s_1 = \frac{d_1 \pi}{z}. \quad (32)$$

Daraus ergibt sich folgende einfache Konstruktion des Ersatzkreisbogens:

Teilung des Eintrittskreises vom Durchmesser  $D_1$  in ebenso viele gleiche Teile, als Schaufeln verwendet werden. Ziehen der Tangenten von drei Teilpunkten  $A_1, A_2, A_3$  an den Erzeugungskreis, dessen Durchmesser  $d_1$  nach Gl. (31) bestimmt wurde. Abtragen der Strecken  $s_1$  und  $a_1 + s_1$ , die nach Gl. (32) errechnet werden, von den Teilpunkten aus auf den verlängerten Tangenten bis  $B_1, B_2, B_3$  bzw.  $C_2, C_3$ . Schlagen von Kreisen, welche durch  $A_1$  und  $C_2$  bzw.  $A_2$  und  $C_3$  gehen und deren Mittelpunkte in möglichster Nähe der Schnittpunkte  $E$  der Tangenten liegen. Soll die Schaufel überall gleich stark werden, so werden noch die konzentrischen Kreise  $B_1 F_2, B_2 F_3$  gezeichnet<sup>1)</sup>.

Die Evolvente hat, obwohl sie tatsächlich nicht wirkungsfrei ist (vgl. Abschnitt 30), den Vorzug, daß sie eine parallele Führung der gegenüberliegenden Schaufelwände gestattet, was für den Einlauf des Wassers jedenfalls bei ruhenden Kanälen günstig<sup>2)</sup>, also wahrscheinlich auch für bewegliche Kanäle von Vorteil ist und eine leichte Messung der Einlaufweite ermöglicht. Ob diese parallele Führung der Schaufel am Einlauf auch dann noch zweckmäßig ist, wenn die Radbreite  $b$  nach außen abnimmt, erscheint allerdings fraglich, weil dann der Kanal-

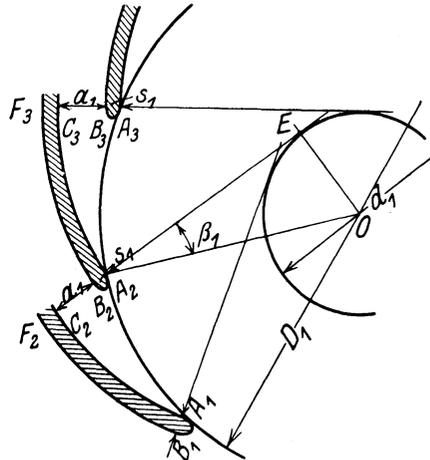


Abb. 53. Konstruktion der Eintrittsevolventen.

<sup>1)</sup> Hierbei wird der Winkel  $\beta_1$  an der Schaufelrückseite verwirklicht. Soll er sich, wie es strenggenommen richtig ist, auf die Mittellinie zwischen Vorder- und Rückseite beziehen, so ist von den Teilpunkten  $A_1, A_2, A_3$  nach beiden Seiten  $\frac{s_1}{2}$  und nach außen  $a_1 + \frac{s_1}{2}$  abzutragen.

<sup>2)</sup> Vgl. auch den Bericht über die Versuche von Andres im Abschnitt 16.

querschnitt am Anfang ebenfalls abnimmt, um anschließend unter Umständen wieder zuzunehmen. Bei Rädern, die sich nach außen verjüngen, dürfte es sich deshalb häufig empfehlen, den Eintrittskreisbogen mit einem größeren Halbmesser als dem des Ersatzkreisbogens der Evolvente zu zeichnen.

Die Fortsetzung der Schaufel von dem in dieser Weise gezeichneten Eintrittsverlauf aus kann durch eine beliebige stetige Linie oder einen zweiten Kreisbogen erreicht werden. In beiden Fällen muß darauf geachtet werden, daß der äußere Kreis unter dem vorgeschriebenen Winkel  $\beta_2$  geschnitten wird, wobei strenggenommen die Mittellinie der

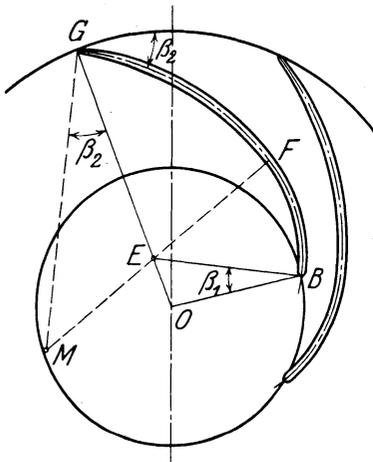


Abb. 54. Kreisbogenschaufel aus zwei Kreisbögen.

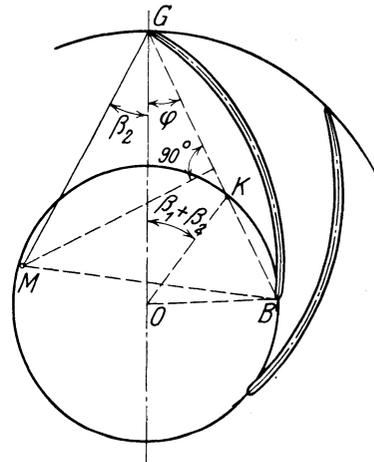


Abb. 55. Kreisbogenschaufel aus einem Kreisbogen.

Schaufel maßgebend ist (Abb. 54). Der Kreisbogen muß durch Probieren bestimmt werden, indem an einem beliebigen Radius  $OG$  der Winkel  $\beta_2$  angetragen und von einem Punkt  $M$  des freien Schenkels dieses Winkels aus der durch  $G$  gehende und die Mittellinie des Eintrittsverlaufs berührende Kreis geschlagen wird. Der Berührungspunkt  $F$  sollte in der Nähe des Punktes  $C$  (Abb. 52) des Eintrittsquerschnitts liegen.

Es ist auch möglich, mit einem einzigen Kreisbogen für die ganze Schaufel auszukommen, wenn nach folgender Konstruktion verfahren wird<sup>1)</sup> (Abb. 55).

Antragen des Winkels  $\beta_1 + \beta_2$  in  $O$  an den beliebigen Radius  $OG$ . Ziehen einer Geraden  $GK$  durch den Schnittpunkt  $K$  des freien Schenkels dieses Winkels mit dem Eintrittskreis bis zum zweiten Schnittpunkt  $B$ . Mittellot auf  $GB$ , welches im Schnitt mit dem freien Schenkel

<sup>1)</sup> Aus Quantz: Kreiselpumpen, S. 16. Berlin: Julius Springer 1922.

des an  $GO$  in  $G$  angetragenen Winkels  $\beta_2$  den gesuchten Mittelpunkt  $M$  ergibt<sup>1)</sup>.

Die Verwendung zweier Kreisbögen gewährt eine etwas größere Anpassungsfähigkeit als die Verwendung eines einzigen Kreisbogens.

Ist die Schaufel entworfen, so wird bei diesem Verfahren die stetige Änderung des Kanalquerschnitts nachgeprüft. In einem beliebigen Punkt  $S$  der Kanalmittellinie  $S_1S_2$  (Abb. 52), welche die Schwerpunkte der Querschnitte verbindet, kann man die Breite des Kanals näherungsweise<sup>2)</sup> gleich dem Durchmesser  $a$  des einbeschriebenen Kreises setzen. Der Querschnitt besitzt die Form eines Trapezes von der Höhe  $a$  und der mittleren Breite  $b$  gleich der Radbreite im Punkt  $S$ , die aus dem Radquerschnitt (Abb. 52a) entnommen wird. Man erhält nun ein Bild vom Querschnittsverlauf, wenn man zur Abwicklung von  $S_1S$  als Abszissen die Werte  $ab$  als Ordinaten aufträgt (Abb. 56). Die erhaltene Kurve wird als brauchbar angesehen, wenn sie stetig ansteigend oder stetig fallend vom Anfangs- auf den Endwert übergeht. Wagrechte Tangenten sollen nur an den Endpunkten auftreten.

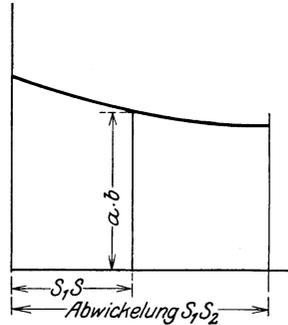


Abb. 56. Untersuchung des Verlaufs der Kanalquerschnitte.

Das Erweiterungsverhältnis  $\frac{a_2 - a_1}{l}$ ,

wo  $l = \overline{S_1S_2}$ , darf mit Rücksicht auf das S. 31 Ausgeführte nicht zu groß, d. h.  $l$  muß genügend lang sein. Dies läßt sich um so leichter ermöglichen, je größer die Schaufelzahl ist.

**b) Punktweise errechnete Schaufel.**

Aus dem gezeichneten Verlauf der Schaufel lassen sich alle wichtigen Größen für jeden Punkt der Schaufel ermitteln, z. B. für den Punkt  $P$  (Abb. 57)

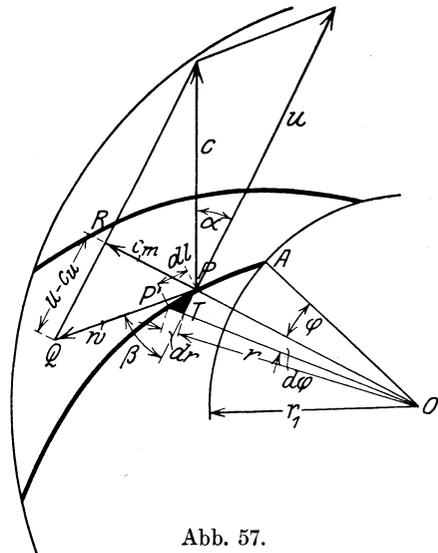


Abb. 57.

$$c_m (= c \sin \alpha) = \frac{V'}{2r\pi b} \cdot \frac{t}{t - \sigma}$$

<sup>1)</sup> Die Richtigkeit dieser Konstruktion folgt daraus, daß  $\beta_1 + \beta_2 + \varphi = \sphericalangle OKB = \sphericalangle OBK$ ,  $\beta_2 + \varphi = \sphericalangle MGB = \sphericalangle MBG$ , also durch Subtraktion

$$\beta_1 = \sphericalangle OBK - \sphericalangle MBG = \sphericalangle OBM.$$

<sup>2)</sup> Tatsächlich müßte die in die Gerade abgewinkelte Normallinie genommen werden.

und aus dem Dreieck  $PQR$

$$w = \frac{c_m}{\cos \beta}, \quad u - c_u = c_m \operatorname{ctg} \beta,$$

womit weil  $u = r\omega$ , auch  $c_u$  und der Drall  $rc_u$  bestimmt sind. Ebenso läßt sich umgekehrt auch die Schaufel und die seitliche Radbegrenzung festlegen, wenn zu dem Radius  $r$  als Abszisse der Verlauf von zwei dieser Größen vorgeschrieben wird. Ist die seitliche Radbegrenzung gegeben, d. h. liegt das Rad im Axialschnitt vor, so genügt es, den Verlauf einer Größe (die naturgemäß von  $b$  unabhängig sein muß) anzunehmen. Im ersteren Fall wird man zweckmäßigerweise für die eine Größe  $c_m$  wählen und die  $c_m$ -Kurve als stetige Verbindung der aus der Rechnung bekannten Anfangs- und Endwerte in das Diagramm (Abb. 76b) eintragen. Damit ist zu jedem Radius auch  $b$  bekannt durch die Gleichung

$$b = \frac{V'}{2r\pi c_m} \frac{t}{t - \sigma}, \quad (33)$$

wenn die Linie des Verengungsfaktors  $\frac{t}{t - \sigma}$  vorher gleichfalls nach Schätzung in das Diagramm eingetragen wird. Für diese kann zunächst eine angenäherte Gerade gewählt werden, deren Anfangs- und Endweite unter Annahme von  $s_1$  und  $s_2$  ermittelt werden. Der Einfluß der Zuspitzung wird, wie in Abb. 76b angegeben, dadurch berücksichtigt, daß die Kurve bei  $r = r_2$  allmählich auf Null abfällt.

Wird nun zur Bestimmung der Schaufel beispielsweise der Verlauf der Relativgeschwindigkeit  $w$  (als Verbindungslinie von  $w_1$  und  $w_2$ ) angenommen, so ist auch die Linie der Winkel  $\beta$  gegeben durch

$$\sin \beta = \frac{c_m}{w}. \quad (34)$$

Es könnte nun die Schaufel durch schrittweises Weitergehen um kleine Teilbeträge  $\Delta r$  und jedesmaliges Antragen des Winkels  $\beta$  erhalten werden. Doch ist dieses Verfahren mühsam und ungenau. Besser ist es, zu den einzelnen Radien  $r$  den zugehörigen Winkel  $POA = \varphi$  (Abb. 57) zu ermitteln und an  $OA$  anzutragen. Die sehr einfache Bestimmung von  $\varphi$  ergibt sich aus folgender Überlegung.

Es ist in dem schwarz angelegten Dreieck  $PP'T$ , dessen Seite  $PT$  den Bogen im unendlich kleinen Zentriwinkel  $d\varphi$  darstellt und das bei  $T$  rechtwinklig ist,

$$\overline{PT} = r d\varphi$$

und andererseits

$$\overline{PT} = \frac{\overline{P'T}}{\operatorname{tg} \beta}.$$

Da nun  $\overline{P'T}$  den unendlich kleinen Zuwachs  $dr$  des Radius  $r$  bedeutet, so kann nach Gleichsetzen dieser beiden Ausdrücke geschrieben werden:

$$r d\varphi = \frac{dr}{\operatorname{tg} \beta},$$

woraus

$$d\varphi = \frac{dr}{r \operatorname{tg} \beta}, \quad (35)$$

also durch Integration zwischen  $r_1$  und  $r$ , wenn gleichzeitig mit  $\frac{180}{\pi}$  multipliziert wird, damit sich  $\varphi$  in Graden ergibt

$$\varphi^\circ = \frac{180}{\pi} \int_{r_1}^r \frac{dr}{r \operatorname{tg} \beta}. \quad (36)$$

Dieses Integral kann in sehr einfacher Weise graphisch ausgewertet werden, wenn die Linie der  $\frac{1}{r \operatorname{tg} \beta}$  aufgezeichnet (Abb. 76b) und die unter der Linie liegenden Flächenstreifen addiert werden. Die Integration wird am besten an Hand einer tabellarischen Rechnung durchgeführt. Ist auf diese Weise auch der Verlauf von  $\varphi$  in Abhängigkeit von  $r$  bekannt, so kann die Schaufel punktweise genau auf verhältnismäßig einfache Weise erhalten werden.

Statt der Relativgeschwindigkeit  $w$  kann auch beispielsweise der Verlauf entweder des Wertes  $rc_u$  oder der Absolutgeschwindigkeit  $c$  oder der Winkel  $\beta$  angenommen werden. Die Annahme von  $rc_u$  ist deshalb besonders empfehlenswert, weil — bei senkrechter Zuströmung des Wassers — sein Anfangswert stets Null ist und sein Verlauf gleichzeitig ein Bild von dem übertragenen Drehmoment gibt (vgl. Abschnitt 8).

Über den günstigsten Verlauf dieser Linien kann erst dann ein Urteil gefällt werden, wenn auf Grund einer allgemeinen Anwendung dieses Verfahrens genügend Erfahrungsstoff gesammelt ist. Es dürfte sich auch empfehlen, wenn die Linie der  $c_m$ ,  $w$ ,  $rc_u$  und  $\beta$  für solche Schaufelformen ermittelt wird, deren Verhalten im günstigen oder ungünstigen Sinn genau bekannt ist<sup>1)</sup>.

### 30. Wirkungsfreie Schaufelenden.

Da es vielfach von Wert ist, den Schaufelverlauf zu kennen, bei dem keine Arbeit übertragen oder aufgenommen wird, werde im nachstehenden das zugehörige Gesetz festgelegt. Eine Arbeitsübertragung findet nach Abschnitt 8 offenbar nicht statt, wenn das Geschwindigkeitsmoment konstant ist, also

$$rc_u = r_1 c_{1u} = \text{const} \quad \text{oder} \quad c_u = c_{1u} \frac{r_1}{r}.$$

Daneben muß die Meridiankomponente der Gleichung genügen

$$2r\pi b \cdot c_m \cdot \frac{t - \sigma}{t} = V' = 2r_1\pi b_1 c_{1m} \frac{t_1 - \sigma_1}{t_1},$$

<sup>1)</sup> Das Verfahren ist in ähnlicher Weise schon längere Zeit im Wasserturbinenbau im Gebrauch (vgl. Wagenbach: Z. f. d. ges. Turbinenwes. 1907, S. 305) und von Riebensahr in seiner Dissertation „Über die Ausbildung der Laufräder schnellaufender Niederdruck-Zentrifugalpumpen“, München 1909, angewandt worden. Die Aufzeichnung der Schaufel erfolgte aber stets ohne rechnerische Bestimmung des Winkels  $\varphi$  durch schrittweises Aneinanderreihen der Winkel  $\beta$ .

also wenn die endliche Schaufeldicke vernachlässigt, d. h.  $\sigma$  und  $\sigma_1$  gleich Null gesetzt werden,

$$r b c_m = \frac{V'}{2\pi} = r_1 b_1 c_{1m}.$$

Somit ist

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{c_m}{u - c_u} = \frac{r_1 b_1 c_{1m}}{r b \left( r \omega - c_{1u} \cdot \frac{r_1}{r} \right)},$$

andererseits nach Abb. 57

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\overline{P'T}}{TP} = \frac{dr}{r d\varphi}.$$

Die Gleichsetzung der beiden für  $\operatorname{tg} \beta$  erhaltenen Ausdrücke ergibt

$$d\varphi = \frac{b \left( r \omega - c_{1u} \frac{r_1}{r} \right) dr}{r_1 b_1 c_{1m}}. \quad (37)$$

Diese Gleichung kann integriert werden, wenn die Abhängigkeit der Radbreite  $b$  von  $r$  bekannt ist. Folgende Sonderfälle seien näher betrachtet.

a)  $b = b_1 = \text{const.}$  Die Integration zwischen 0 und  $\varphi$  bzw.  $r_1$  und  $r$  ergibt

$$\varphi = \frac{r^2 - r_1^2}{r_1 c_{1m}} \frac{\omega}{2} - \frac{c_{1u}}{c_{1m}} \ln \frac{r}{r_1}. \quad (38)$$

Die rechte Seite dieser Gleichung stellt die Differenz der Polarwinkel einer parabolischen Spirale ( $\varphi = k \cdot r^2$ ) und einer logarithmischen Spirale dar. Ist  $c_{1u} = 0$ , so fällt die logarithmische Spirale weg, so daß die parabolische Spirale das wirkungsfreie Schaufelende am Eintritt bedeutet, falls  $b$  konstant und  $\alpha_0 = 90^\circ$  ist.

b)  $c_m = c_{1m} = \text{const.}$  Die Integration der Gl. (37) ergibt, weil

$$b = \frac{b_1 r_1}{r}, \quad \varphi = \frac{r - r_1}{c_{1m}} \omega - \left( 1 - \frac{r_1}{r} \right) \frac{c_{1u}}{c_{1m}}. \quad (39)$$

Also entsteht in diesem Fall die Schaufel aus der Differenz der Polarwinkel einer archimedischen ( $\varphi = k r$ ) und einer hyperbolischen Spirale ( $r \varphi = k$ ). Die letztere fällt wieder weg, wenn das Wasser radial strömt, und es bleibt die archimedische Spirale als Schaufelverlauf.

Bei einem beliebigen Verlauf der Breite  $b$  kann die wirkungsfreie Schaufel durch graphische Integration der Gl. (37) gefunden werden.

Versucht man die Schaufelenden hiernach auszubilden<sup>1)</sup>, so erhält man im allgemeinen Formen, die eine ungünstige Wasserführung versprechen. Es ist auch nicht bekannt geworden, daß mit solchen Schaufeln bessere Erfolge als mit den längs ihrer ganzen Länge wirksamen Schaufeln erzielt worden wären.

<sup>1)</sup> Infolge der Auseinanderstellung der Schaufeln wird — analog dem Strömungsvorgang der Abb. 12 — die Strömung in dem arbeitübertragenden Teil des Kanals auf die Enden zurückwirken, so daß bei endlicher Schaufelzahl die volle Wirkungsfreiheit der abgeleiteten Kurven nicht bestehen bleibt.

Die im Hauptabschnitt E angestellten Betrachtungen werden zeigen, daß die Strömung an den beiden Endpunkten jeder Schaufel sich von selbst auf Wirkungsfreiheit einstellt.

Bemerkenswert ist, daß auch bei konstanter Radbreite nicht die Evolvente die Form der wirkungsfreien Schaufel darstellt, sondern eine Spirale mit sehr stark abnehmendem Neigungswinkel  $\beta$ .

### 31. Mangelnde Übereinstimmung der Ergebnisse der elementaren Theorie mit der Wirklichkeit.

Die Wirkungsgrade  $\eta$  ausgeführter Pumpen mittlerer Größe liegen zwischen 65 und 75%. Infolge des Spaltverlustes, der Radreibung und Lagerreibung werden die hydraulischen Wirkungsgrade  $\eta_h$  um etwa 7 bis 15% größer, d. h. zu 70 bis 90%, im Mittel also zu 80% zu erwarten sein<sup>1)</sup>. Rechnet man aber aus Versuchen  $H_{th\infty}$  unter Benutzung der Gl. (11) aus und bestimmt  $\frac{H}{H_{th\infty}}$ , so findet man erheblich kleinere Werte, die etwa zwischen 60 und 70% liegen<sup>2)</sup>. Man würde also, wollte man die nach dem Gesamtwirkungsgrad  $\eta$  möglichen Werte von  $\eta_h$  benutzen, einen zu kleinen Wert für  $H_{th\infty}$  bekommen und mit der danach gebauten Pumpe die verlangte Förderhöhe nicht erreichen. Hieraus folgt, daß  $H_{th\infty}$  nicht mit der tatsächlichen spezifischen Schaufelarbeit  $H_{th}$  übereinstimmt, sondern größer ist. Der Unterschied kann nur auf mangelnde Übereinstimmung der bisher verfolgten Theorie mit der Wirklichkeit zurückzuführen sein, die damit zusammenhängt, daß infolge der endlichen Schaufelzahl die vorausgesetzte Gleichheit des Strömungszustandes längs eines Parallelkreises nicht mehr vorhanden ist, sondern der Druck auf der Vorderseite der Schaufel höher sein muß

<sup>1)</sup> Man darf aber die prozentualen Anteile des Spaltverlustes, der Rad- und Lagerreibung nicht einfach zum Gesamtwirkungsgrad  $\eta$  zuschlagen, um  $\eta_h$  zu erhalten, wie das vielfach geschieht, sondern der Zusammenhang ist gemäß folgender Überlegung ein anderer.

Aus Gl. (7) S. 48 folgt

$$\eta = \frac{1}{\left(1 + \frac{Q_{sp}}{Q}\right) \frac{H_{th}}{H} + \frac{Z_r + Z_m}{QH}}$$

Es sei nun

$$\zeta_{sp} = \frac{Q_{sp}}{Q} \quad \text{oder} \quad Q_{sp} = \zeta_{sp} Q,$$

$$\zeta_r + \zeta_m = \frac{Z_r}{L} + \frac{Z_m}{L} = \frac{Z_r + Z_m}{Q \cdot H} \eta \quad \text{oder} \quad \frac{Z_r + Z_m}{QH} = \frac{\zeta_r + \zeta_m}{\eta}.$$

Setzt man diese Werte in die Gleichung für  $\eta$  ein und bestimmt  $\eta_h = \frac{H}{H_{th}}$ , so ergibt sich

$$\eta_h = \frac{1 + \zeta_{sp}}{1 - (\zeta_r + \zeta_m)} \eta. \quad (39a)$$

Mit  $\zeta_{sp} = 0,05$ ,  $\zeta_r + \zeta_m = 0,1$  würde also  $\eta_h = 1,167 \eta$ , beispielsweise mit  $\eta = 0,7$ ,  $\eta_h = 0,82$ .  $\eta_h$  ist also kleiner, als sich aus der einfachen Addition der Verluste zu  $\eta$  ergibt.

<sup>2)</sup> Vgl. Busse: Z. f. d. ges. Turbinenwes. 1909, S. 20; ferner Gutmann: ebenda 1915, S. 277; Müller, Z. f. d. ges. Turbinenwes. 1919, S. 173 usw.

als auf der Rückseite, damit die Schaufel eine Kraft auf das Wasser ausüben kann.

Man hat bisher den Einfluß der endlichen Kanalweite dadurch berücksichtigt, daß man unter Beibehaltung der Rechenverfahren der elementaren Turbinentheorie entweder den in die Rechnung eingeführten Wert für  $\eta_h$  kleiner annahm, als der Wirklichkeit entspricht, oder<sup>1)</sup> indem man für den Austrittsdurchmesser den Durchmesser des durch die Schwerpunkte  $S_2$  (Abb. 52) der Austrittsquerschnitte  $DE$  der Laufkanäle gehenden Parallelkreis setzte. Offenbar wird dieser Durchmesser um so kleiner, je geringer die Schaufelzahl ist, so daß auch der aus der Hauptgleichung errechnete Wert für  $H_{th\infty}$  sich verringert. Dieses letztere Verfahren leitete sich aus der auch S. 62 besprochenen älteren Anschauung ab, daß die Einwirkung der Schaufel im Eintrittsquerschnitt  $AC$  beginne und im letzten Kanalquerschnitt  $DE$  aufhöre. Es gibt aber nur dann mit abnehmender Schaufelzahl eine genügende Abnahme der Schaufelarbeit, solange der Winkel  $\beta_2$  weit von  $90^\circ$  abliegt. Ist  $\beta_2$  beispielsweise gleich  $90^\circ$ , so ist der Durchmesser des Schwerpunktkreises nahezu gleich  $D_2$ , so daß der Unterschied in der Schaufelarbeit nahezu verschwindet. Tatsächlich ist aber bei senkrecht endigender Schaufel die Minderleistung sogar größer als bei der rückwärts gebogenen Schaufel, wie im nächsten Hauptabschnitt nachgewiesen werden wird. Bei beiden Rechnungsarten wird ein unrichtiges Bild über den Strömungsvorgang hervorgerufen, das bei der Bestimmung der Leitschaufeln sowie anderer Abmessungen und bei der Beurteilung des betrieblichen Verhaltens der Pumpe zu falschen Schlußfolgerungen führt<sup>2)</sup>.

Wir werden versuchen, im nächsten Hauptabschnitt zu brauchbaren Ergebnissen, die auch hinsichtlich Einfachheit der Berechnungsverfahren nicht hinter den bisherigen zurückstehen, zu gelangen, indem wir die Strömungsvorgänge im Kreisrad mit endlicher Schaufelzahl noch näher ins Auge fassen.

## E. Einfluß der endlichen Zahl der Laufschaufeln.

### 32. Allgemeines über Druck- und Geschwindigkeitsverteilung.

Würde die Flüssigkeitspressung auf beiden Seiten der Laufschaufel gleich groß sein, so würde keine resultierende Kraft auf sie ausgeübt werden, also auch keine Arbeitsübertragung stattfinden. Daraus folgt, daß der Druck in Wirklichkeit auf der Vorderseite der Schaufel größer sein muß als auf der Rückseite der Schaufel. Aus der in Abschnitt 27 abgeleiteten Energiegleichung für die Relativströmung der reibungsfreien Flüssigkeit

$$h + \frac{w^2 - u^2}{2g} = \text{Const} \quad (1)$$

<sup>1)</sup> Vgl. die in Fußbemerkung 2, S. 62, erwähnte Arbeit von Neumann.

<sup>2)</sup> Tatsächlich müßte bei diesem Verfahren auch die in die Rechnung einzuführende Wassermenge von der wirklichen abweichen (vgl. S. 103).

folgt aber, daß längs eines Parallelkreises, also bei konstantem  $u$ , die Geschwindigkeit  $w$  zunehmen muß, wenn der Druck  $h$  abnimmt. Die Relativgeschwindigkeit muß sich also längs eines Parallelkreises, etwa wie in Abb. 58a angegeben, verteilen. Von der in der elementaren Theorie vorausgesetzten Gleichheit der Geschwindigkeit längs eines Parallelkreises (Abb. 58) ist also bei endlicher

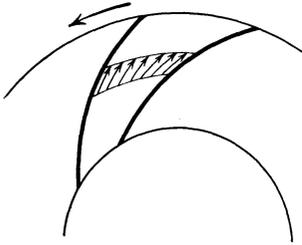


Abb. 58. Verteilung der Relativgeschwindigkeit nach der elementaren Turbinentheorie.

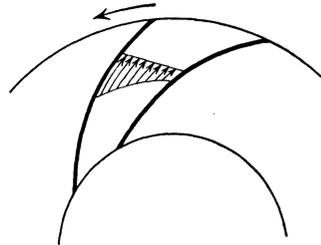


Abb. 58a. Wirkliche Verteilung der Relativgeschwindigkeit (für eine reibungslose Flüssigkeit).

Schaufelzahl keine Rede, sondern stets ist die Relativgeschwindigkeit auf der Schaufelrückseite größer als auf der Schaufelvorderseite.

Man kann sich diese Geschwindigkeitsunterschiede auch auf andere Weise<sup>1)</sup> erklären, wenn man sich die Folgen der der Gl. (1) zugrunde liegenden Reibungslosigkeit der Flüssigkeit vergegenwärtigt. Das Wasser fließt dem Rad als freie Strömung, also ohne Wirbel zu, d. h. die Wasserteilchen führen keine Drehbewegung aus (selbst wenn sie in gekrümmten Bahnen fortschreiten). Beim Eintritt in die Laufkanäle wird zwar das Wasser in der Umfangsrichtung beschleunigt, aber da es infolge der fehlenden Reibung keine Schubkräfte aufzunehmen vermag, so kann es in seiner Absolutbewegung auch keine Drehung annehmen. Aber gerade deshalb wird es in seiner Relativbewegung, also in bezug auf das sich drehende Rad, eine Drehbewegung, d. h. einen Wirbel besitzen. Die Verhältnisse mögen an Hand der Abb. 59<sup>2)</sup> näher veranschaulicht werden. Ein Schwimmkörper  $AB$  in dem als Kugel gezeichneten Wasserteilchen

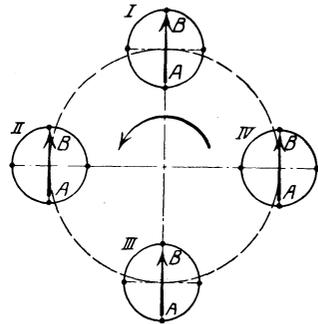


Abb. 59. Relative Drehbewegung eines Wasserteilchens entgegengesetzt zur Drehrichtung des Rades.

<sup>1)</sup> Vgl. Kucharski: Strömungen einer reibungsfreien Flüssigkeit. München und Berlin 1918; oder Strömungen im rotierenden Kanal. Z. f. d. ges. Turbinenwes. 1917, S. 201.

<sup>2)</sup> Vgl.: BBC-Mitteilungen April 1919 bis Juni 1920.

wird in einer drehungsfreien Strömung dauernd seine Richtung beibehalten; aber gegenüber dem zugehörigen Parallelkreis eine relative Drehbewegung ausführen, entgegengesetzt zur Drehrichtung des Rades. Ist er in der Stellung *I* radial gerichtet, so steht er in der Stellung *II* tangential, in *III* wieder radial, aber zur Drehrichtung um  $180^\circ$  gedreht, und in *IV* wieder tangential usw.

Denkt man sich nun den Schaufelkanal beiderseits abgeschlossen, so wird das reibungslose Wasser relativ zum Rad dauernd eine kreisende

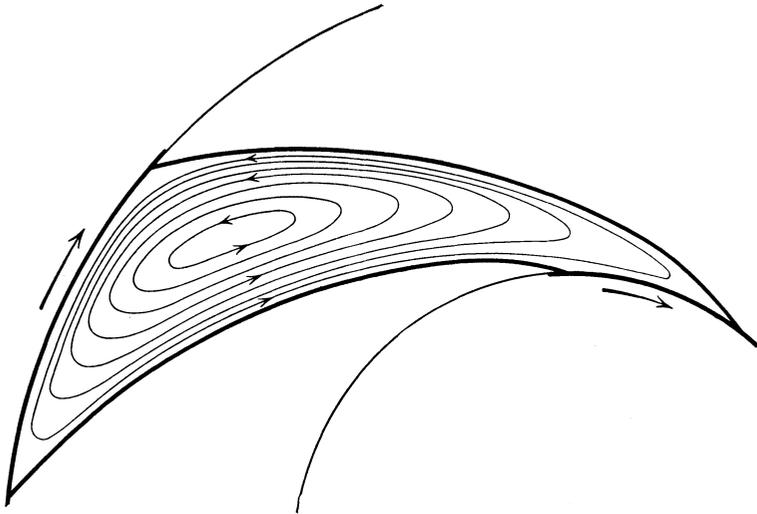


Abb. 60. Strömungsbild des im Laufkanal eingeschlossenen Wassers (relativer Kanalwirbel).

Bewegung um einen in Ruhe befindlichen Kern ausführen, wie in Abb. 60 durch die eingezeichneten Stromlinien veranschaulicht ist. Damit ist der relative Kanalwirbel in anschaulicher Weise sichtbar gemacht. Jedes Teilchen muß eine relative Drehbewegung mit der negativen Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  ausführen.

In dem an den Enden offenen Kanal lagert sich nun die Durchflußströmung über einen derartigen Wirbel, der sich aber jetzt über den Radumfang hinaus erstreckt. Die resultierende Strömung erhält man, wenn man nach den Gesetzen der Hydraulik für jeden Punkt die Geschwindigkeiten geometrisch addiert<sup>1)</sup>. Die über die Wirbelströmung gesetzte Durchflußströmung verläuft ganz nach den für ruhende Kanäle gültigen Gesetzen, ist also wirbelfrei. Somit wird die resultierende Strömung ebenfalls den Wirbel  $\omega$  besitzen.

Die Geschwindigkeiten der Wirbelströmung an der Vorderseite der Schaufel sind entgegengesetzt zur Durchflußgeschwindigkeit gerichtet.

<sup>1)</sup> Die Drücke dürfen aber nicht addiert werden, weil ihre Änderung proportional dem Quadrat der Geschwindigkeit ist.



lieferung unter eine gewisse Grenze sinkt. Allerdings wird die Schaufelform hierauf einen großen Einfluß haben und offenbar das Rückströmen um so später eintreten, je größer im ruhenden Kanal die Geschwindigkeit an der Vorderseite der Schaufel als die Geschwindigkeit an der Rückseite ist. Rückwärts gekrümmte Schaufeln verhalten sich beispielsweise günstiger wie vorwärts gekrümmte Schaufeln, weil die Geschwindigkeitsänderungen im ruhenden, rückwärts gekrümmten Kanal und beim Kanalwirbel

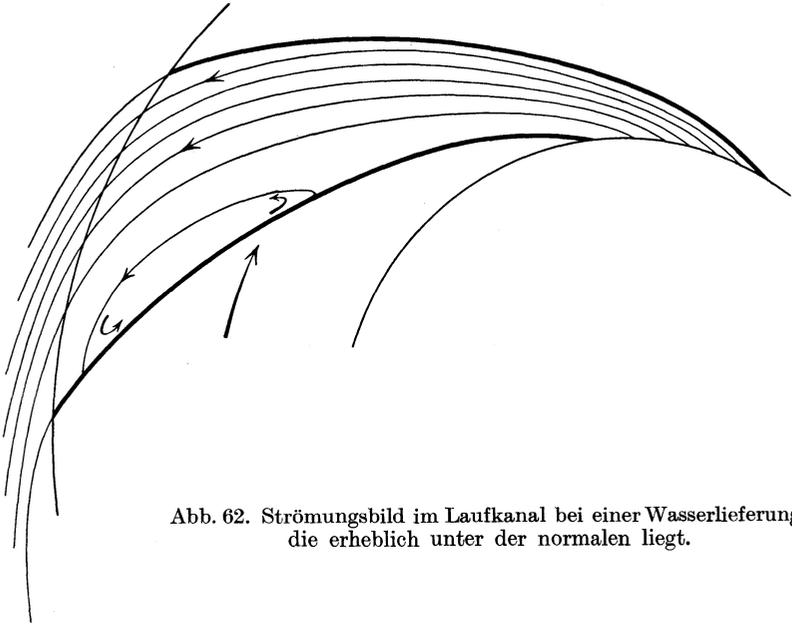


Abb. 62. Strömungsbild im Laufkanal bei einer Wasserlieferung, die erheblich unter der normalen liegt.

entgegengesetzt verlaufen, also sich teilweise aufheben, während sie beim vorwärts gekrümmten Kanal sich gegenseitig verstärken. Da das Rückströmen des Wassers den Wirkungsgrad erheblich verschlechtert, so gibt diese Feststellung eine weitere Ergänzung zu dem schon früher (Abschnitt 26) begründeten ungünstigen Verhalten der Pumpen mit vorwärts gekrümmten Schaufeln.

### 33. Ursache der Leistungsabnahme mit abnehmender Schaufelzahl.

Wie aus Abb. 60 ersichtlich, ist die Geschwindigkeit der reinen Wirbelströmung am äußeren Umfang entgegengesetzt zur Umfangsgeschwindigkeit des Rades gerichtet. Die reine Durchflußströmung wird also dort entgegengesetzt zur Drehrichtung abgelenkt und demnach die Umfangskomponente  $c_{2u}$  der absoluten Austrittsgeschwindigkeit um einen gewissen Betrag  $\kappa_2 u_2$  verringert. In Abb. 61 sind die Geschwindigkeitsdiagramme eingezeichnet.  $A_2 B_2 C_2$  ist das Geschwindigkeitsdreieck, das bei unendlicher Schaufelzahl zutreffen würde und der früher im Hauptabschnitt D vertretenen Anschauung entspricht. Die

Relativgeschwindigkeit  $w_2$  ist demnach unter dem Winkel  $\beta_2$  der Schaufel gerichtet und entspricht einer längs des ganzen Austrittsumfanges vorhandenen gleichen Geschwindigkeit. Infolge des Kanalwirbels wird diese Relativgeschwindigkeit  $w_2$  entgegengesetzt zur Drehrichtung abgelenkt, so daß der tatsächlich am Austritt herrschende Strömungszustand, nachdem sich die Geschwindigkeiten ausgeglichen haben, dem Geschwindigkeitsdreieck  $A'_2B_2C_2$  mit der Relativgeschwindigkeit  $w'_2$  entspricht. Die Absolutgeschwindigkeit  $c'_2 = \overline{B_2A'_2}$  besitzt hierin eine Umfangskomponente  $c'_{2u}$ , die um  $\kappa_2 u_2 = \overline{A'_2A_2}$  kleiner als  $c_{2u}$  ist, so daß auch das übertragene Drehmoment gemäß Gl. (25) S. 19, da dort  $c'_{2u}$  an Stelle von  $c_{2u}$  tritt, um einen entsprechenden Betrag sich verringert hat. Die Punkte  $A_2$  und  $A'_2$  liegen auf einer Parallelen zu  $u_2$ , weil die Wassermenge und demnach auch die Meridiankomponente  $c_{2m}$  dieselbe ist.

Die Ursache der Ablenkung kann man sich aber auch noch auf andere Weise unabhängig vom Kanalwirbel erklären. Wie aus der Verschiedenheit des Abstandes der Stromlinien der Abb. 61 sich ergibt, ist längs der Normallinie  $DE$  die Geschwindigkeit bei  $D$  kleiner als bei  $E$ . Das ist auch nicht anders zu erwarten, weil zur Ermöglichung

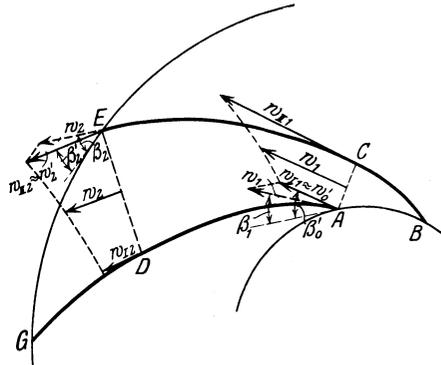


Abb. 63. Die zur Ablenkung führende Geschwindigkeitsverteilung am Ein- und Austritt.

der Arbeitsübertragung der Druck bei  $D$  im allgemeinen größer sein muß als bei  $E$ . Da der Punkt  $E$  schon unter dem Spaltdruck steht, so wird die zugehörige Geschwindigkeit  $w_{II2}$  (Abb. 63) nach Gl. (1) sich wenig von der nach dem Ausgleich vorhandenen Geschwindigkeit  $w'_2$  unterscheiden können, während die Geschwindigkeit  $w_{I2}$  des im Punkt  $D$  befindlichen Wasserteilchens ganz erheblich kleiner ist und deshalb, wie auch aus dem Verlauf der benachbarten Stromröhre sich ergibt, nach dem Austritt hin erheblich zu nehmen muß. Innerhalb des „Schrägabschnitts“  $EDG$  findet also eine Umsetzung von Druck in Geschwindigkeit statt. Da die Kanalbreite sich in der Nähe von  $D$  wenig ändert, wird der Mittelwert der längs der Normallinie  $DE$  vorhandenen Geschwindigkeiten annähernd mit  $w_2$  übereinstimmen müssen, so daß diese wesentlich kleiner ist als die am Umfang sich ergebende Ausgleichsgeschwindigkeit  $w'_2 \approx w_{II2}$ . Aus der Bedingung  $w_2 < w'_2$  folgt die Notwendigkeit der Ablenkung nach rückwärts, weil

$$w'_2 \sin \beta'_2 = w_2 \sin \beta_2 = c_{2m},$$

also  $\beta'_2 < \beta_2$  sein muß. Dabei ist aber im Auge zu behalten, daß die Umlenkung sich auf eine gewisse Wegstrecke verteilt.

Ist die endliche Schaufelstärke am Austritt nicht zu berücksichtigen, so kann in dem Dreieck  $A'_2B_2C_2$  das Fußzeichen 2 mit Strich durch das

Fußzeichen 3, beispielsweise  $c'_2$  durch  $c_3$  ersetzt, werden. Andernfalls ist aus dem Dreieck  $A'_2B_2C_2$  das Dreieck  $A_3B_2C_2$  in der S. 47 im Anschluß an Abb. 42 besprochenen Weise abzuleiten. In allen Fällen ist aber  $c'_{2u} = c_{3u}$ .

Werden die gleichen Überlegungen auf den Eintritt übertragen, so findet man, daß das eintretende Wasser ebenfalls eine Ablenkung entgegengesetzt zur Drehrichtung erfahren muß (Abb. 61). Man kann sich dies in Anlehnung an die zuletzt angestellte Betrachtung folgendermaßen klarmachen. Im Punkt  $A$  (Abb. 63) ist der Druck größer, also die Relativgeschwindigkeit  $w_{I1}$  kleiner als im Punkt  $C$  der Eintrittsnormallinie. Im „Schrägabschnitt“  $ABC$  findet also ebenfalls eine Beschleunigung des Wassers statt. Nun stimmt aber der Druck bei  $A$  ungefähr mit dem Eintrittsdruck überein, also kann  $w_{I1}$  nur wenig verschieden sein von der Relativgeschwindigkeit  $w'_0$  des herankommenden Wassers<sup>1)</sup>. Andererseits muß die mittlere Geschwindigkeit längs der Normallinie mit der Relativgeschwindigkeit  $w_1$  annähernd übereinstimmen, die bei gleich verteilter, unter dem Schaufelwinkel  $\beta_1$  gerichteter Strömung vorhanden sein müßte, denn auch am Eintritt ändert sich die Kanalweite meist nur sehr wenig und gar nicht bei Verwendung von Evolventen. Also ist  $w'_0 < w_1$ , und weil  $w'_0 \sin \beta'_0 = w_1 \sin \beta_1 = c_{1m}$  sein muß, so ist der Schaufelwinkel  $\beta_1$  kleiner als der Winkel  $\beta'_0$ , unter dem die Relativgeschwindigkeit des herankommenden, nicht abgelenkten Wassers gerichtet ist und der mit dem in Abschnitt 28 berechneten Winkel  $\beta_1$  übereinstimmt. Die dortigen Rechenverfahren geben also Eintrittswinkel  $\beta_1$ , die um den Betrag der Ablenkung zu groß sind, und somit auch zu weite Kanäle am Eintritt.

Auch wenn das Bild des Kanalwirbels herangezogen wird, kommt man zum gleichen Ergebnis. Die Wirbelgeschwindigkeit ist am Eintritt entgegengesetzt gerichtet wie am Austritt (Abb. 60). Da das Wasser am äußeren Umfang beim Verlassen des Kanalwirbels in im Sinne dieses Wirbels abgelenkt wird, so muß es beim Eintritt in den relativen Wirbel, damit sich die Impulse ausgleichen, eine Umfangskomponente  $\varkappa_1 u_1$  entgegengesetzt zur Geschwindigkeitsrichtung des Wirbels, also entgegengesetzt zur Drehrichtung, erhalten.

Auf die Leistungsaufnahme im Rad hat die Eintrittsablenkung aber keinen Einfluß, sofern keine Stoßverluste entstehen, weil es theoretisch gleichgültig ist, wie die Strömung des Wassers zwischen dem gegebenen Eintritts- und dem festgelegten Austrittszustand erfolgt. Aber trotzdem muß die Eintrittsablenkung beachtet werden, weil der Schaufelwinkel  $\beta_1$  um  $\beta'_0 - \beta_1$  kleiner wird als der aus der Annahme unendlich vieler Schaufeln berechnete Winkel, ebenso wie am Austritt der tatsächliche Schaufelwinkel  $\beta_2$  größer sein muß, als der tatsächlichen Relativströmung des austretenden Wassers entspricht. Da die Winkeländerung am Eintritt eine Abnahme, am Austritt eine Zunahme der Umfangskomponenten der Geschwindigkeit

<sup>1)</sup>  $w'_0$  ist zahlenmäßig gleich der Geschwindigkeit  $w_1$  des Hauptabschnitts D und unterscheidet sich von  $w_0$  nur durch die Berücksichtigung der endlichen Schaufeldicke gemäß Abb. 39 oder 45.

keit bedingt (vgl. Abb. 61), so kann man mit Bezug auf Gl. (11) S. 50 zusammenfassend sagen, daß die Folge der Endlichkeit der Schaufelzahl die Notwendigkeit einer Übertreibung der Schaufelwinkel am Ein- und Austritt im Sinne einer Leistungsvergrößerung oder umgekehrt eine Ablenkung des Wasserstroms am Austritt im Sinne einer Leistungsverkleinerung ist.

Die Eintrittsablenkung ist meist verhältnismäßig klein und braucht deshalb in der Regel nicht berücksichtigt zu werden.

Bemerkenswert ist noch die aus der Betrachtung des Strombildes Abb. 61 und aus den angestellten Überlegungen sich ergebende Tatsache, daß im Punkt *D* des Laufkanals der Druck höher ist als im Spalt und im Punkt *C* des Laufkanals (Abb. 63) niedriger ist als vor dem Radeintritt. Die letztere Feststellung wird bei der Bestimmung der zulässigen Saughöhe zu beachten sein.

Es handelt sich nun zunächst darum, Anhaltspunkte für die rechnerische Verfolgung dieser Vorgänge zu erhalten. Dabei soll so vorgegangen werden, daß zunächst die allgemeinen Gleichungen aufgestellt werden; anschließend soll aber, da diese für praktische Zwecke ungeeignet sind, ein genügend einfaches Näherungsverfahren abgeleitet werden, das die Auseinanderstellung der Schaufeln bei der Berechnung der Radabmessungen zu berücksichtigen gestattet<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Die vorstehenden Betrachtungen setzen voraus, daß die Erweiterung des Laufkanals nicht den Betrag erreicht, bei welchem die im Abschnitt 15 behandelte Loslösung der Wasserströmung von der Wand eintritt. Das dürfte für die üblichen, nach außen sich verengende Räder mit rückwärts gekrümmten Schaufeln zutreffen, da dort die Relativgeschwindigkeit vom Eintritt nach dem Austritt wenig zunimmt, bei parallelwandigen Rädern, also gleichbleibender Breite *b*, aber nicht immer der Fall sein, besonders dann nicht, wenn die Erweiterung des Kanals die bei ruhenden Kanälen als zulässig erkannten Beträge überschreitet. Eine solche Ablösung bewirkt eine Vergrößerung der relativen Austrittsgeschwindigkeit  $w_2$ . Dadurch wird bei rückwärts gekrümmten Schaufeln  $c_{2u}$  verkleinert, bei vorwärts gekrümmten aber vergrößert, so daß sich auch die Schaufelarbeit entsprechend ändert. Man kann also durch Annahme einer bestimmten Ablösung die Minderleistung bei rückwärts gekrümmten Schaufeln erklären, bei senkrecht endigenden oder vorwärts gekrümmten Schaufeln aber nicht.

Solange die „Totraumbildung“, die aber mit der der Abb. 62 nichts zu tun hat, noch nicht einmal im ruhenden Kanal geklärt ist, erscheint es aber nicht möglich, sie im rotierenden Kanal zur Rechnungsgrundlage zu machen. Nach Versuchsergebnissen, die an Turbokompressoren der Firma Brown, Boveri & Cie. mit parallelwandigen Rädern gewonnen worden sind (La Technique moderne Bd. 15, S. 65f. 1923, oder Ostertag: Kolben- und Turbokompressoren, 3. Aufl. Berlin 1923, Stodola: Dampf- und Gasturbinen, Nachtrag zur 5. oder 6. Aufl., S. 23, Berlin 1923), steht jedoch fest, daß diese Vorgänge Beachtung verdienen. Bei dem gegenwärtigen Stand unserer Kenntnisse kann aber nur so viel gesagt werden, daß stark erweiterte Laufkanäle eine gewisse Vergrößerung der relativen Austrittsgeschwindigkeit  $w_2$  ein Austrittsdiagramm gegenüber der Rechnung verlangen. Bei den folgenden Untersuchungen bleibt die Ablösung zunächst unberücksichtigt. Im Laboratorium der Technischen Hochschule Braunschweig sind Versuche zur weiteren Klärung im Gange.

Während der Drucklegung dieses Buches erschien die Dissertation von Oertli: Untersuchung der Wasserströmung durch ein rotierendes Zellenkreisrad, Zürich 1923, bei der die Flüssigkeitsströmung mit Hilfe der Photographie im Bilde festgehalten ist, die aber zur Klärung des Sachverhalts noch nicht ausreicht.

### 34. Aufstellung der Gleichungen.

Die Untersuchungen dieses und der beiden folgenden Abschnitte sollen nur dazu dienen, die Betrachtungen der beiden vorangegangenen Abschnitte näher zu begründen. Bei der Berechnung des Laufrades werden sie nicht verwendet.

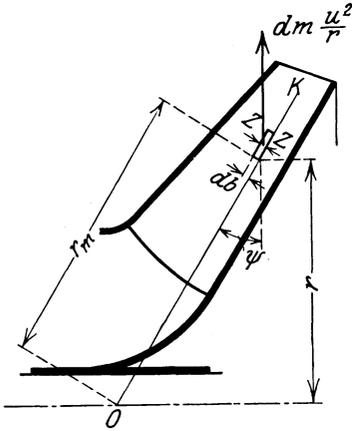


Abb. 64.

Es werde der etwas allgemeinere Fall eines Kreiselrades betrachtet, bei dem nicht die reine radiale Strömung vorliegt, sondern die Stromlinien im Meridianschnitt zwar geradlinig, aber unter einem Winkel  $\psi$  gegen den Radius geneigt, verlaufen (Abb. 64, Konus-schaufel). Es ergeben sich dann die Radialschaufel und Axialschaufel als Spezialfälle mit  $\psi = 0^\circ$  und  $\psi = 90^\circ$ . Die Stromfäden liegen in diesem Falle auf Kegelflächen. Wir betrachten den Schnitt nach einer solchen Fläche in

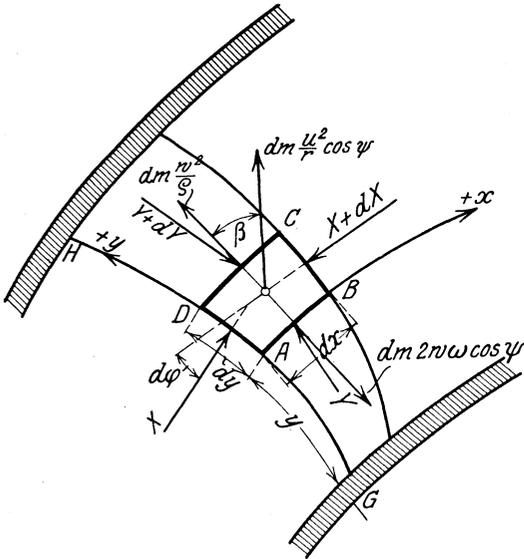


Abb. 65. Abwicklung nach der Kegelfläche OK.

der Abwicklung (Abb. 65). Entsprechend dem Vorgehen in den Abschnitten 5 und 7 verwenden<sup>1)</sup> wir als Koordinaten einerseits die Richtung der relativen Stromlinien in der Abwicklung ( $x$ -Koordinaten), andererseits die Richtung ihrer Normallinien ( $y$ -Koordinaten). Es werde das Kräftegleichgewicht an einem unendlich kleinen Massenelement  $dm$  untersucht, das in Abb. 65 durch den Ausschnitt  $ABCD$  dargestellt ist. Das betrachtete Element, welches bei  $A$  die Länge  $dx$ , die Breite  $dy$  und die Dicke  $db$  (Abb. 64 und 66) besitze, unterliegt normal zu seinen Begrenzungsflächen den von der Flüssigkeitspressung her-

<sup>1)</sup> Vgl. auch die in der Fußbemerkung S. 10 erwähnte Dissertation von Flügel.



Hierin ist zu setzen:

$$d\varphi = \frac{dx}{\varrho}, \quad (4)$$

$$dm = db \cdot dx \cdot dy \cdot \frac{\gamma}{g}, \quad (4a)$$

ferner für  $X$  und  $Y$  die oben in den Gl. (2) angegebenen Werte, so daß

$$dY = \frac{\partial Y}{\partial y} dy = \frac{\partial (db)}{\partial y} dy dx p + db \frac{\partial (dx)}{\partial y} dy p + db dx \frac{\partial p}{\partial y} dy. \quad (5)$$

Dabei ist mit Bezug auf Abb. 66

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial (dx)}{\partial y} dy &= \overline{DC} - \overline{AB} = \overline{DC} - \overline{DC'} = \overline{CC'} = \overline{BC} \cdot d\varphi \\ &= dy d\varphi = dy \frac{dx}{\varrho}. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Analog wird

$$\frac{\partial (db)}{\partial y} dy = dy d\varepsilon. \quad (7)$$

Setzt man die Werte der Gl. (2), (4) bis (7) in Gl. (3) ein, so erhält man, wenn mit  $dx dy db$  durchdividiert wird,

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\gamma}{g} \left( \frac{w^2}{\varrho} + \frac{u^2}{r} \cos \beta \cos \psi - 2w\omega \cos \psi \right). \quad (8)$$

In dieser Gleichung besteht zwischen den drei Veränderlichen  $p = \gamma h$ ,  $w$  und  $u$  die durch die Energiegleichung für die Relativströmung, d. h. Gl. (1), gegebene Beziehung, deren partielle Ableitung nach  $y$  lautet

$$\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\gamma}{g} \left( w \frac{\partial w}{\partial y} - u \frac{\partial u}{\partial y} \right) = 0. \quad (9)$$

Da

$$u = r\omega, \quad \text{also} \quad u \frac{\partial u}{\partial y} = r\omega^2 \frac{\partial r}{\partial y},$$

oder wenn die Entfernung von der Spitze des Kegels (Abb. 64) mit  $r_m$  bezeichnet wird

$$u \frac{\partial u}{\partial y} = r\omega^2 \frac{\partial r}{\partial r_m} \frac{\partial r_m}{\partial y} = \frac{u^2}{r} \cos \psi \cos \beta,$$

so kann Gl. (9) auch geschrieben werden

$$\frac{\partial p}{\partial y} = -\frac{\gamma}{g} \left( w \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{u^2}{r} \cos \psi \cos \beta \right).$$

Durch Subtraktion dieser Gleichung von Gl. (8) folgt

$$0 = \frac{\gamma}{g} \left( \frac{w^2}{\varrho} - 2w\omega \cos \psi + w \frac{\partial w}{\partial y} \right)$$

oder

$$\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{w}{\varrho} - 2\omega \cos \psi = 0. \quad (10)$$

Dies ist die Differentialgleichung der Relativströmung, die eine sehr einfache Deutung gestattet. In ihr ist  $\partial w$  der Mehrbetrag der Relativgeschwindigkeit im Punkt  $D$  (Abb. 65) gegenüber  $A$ , also  $\frac{\partial w}{\partial y}$  die Winkelgeschwindigkeit, mit welcher der Punkt  $D$  sich entgegengesetzt der Drehbewegung des Rades um den Punkt  $A$  dreht, ferner  $\frac{w}{\rho}$  die Winkelgeschwindigkeit der Drehung des Elements  $ABCD$  infolge der Krümmung der Relativbahn<sup>1)</sup>. Das arithmetische Mittel beider, welches nach Gl. (10) beträgt  $\frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{w}{\rho} \right) = \omega \cos \psi$ , stellt die Winkelgeschwindigkeit der Drehbewegung des betrachteten Flüssigkeitselements dar<sup>2)</sup>.

Die im vorangegangenen Abschnitt durchgeführten Überlegungen finden sich also bestätigt, wonach im Schaufelkanal ein relativer Wirbel entgegengesetzt zur Drehbewegung des Rades entsteht. Die Geschwindigkeit des Wirbels ist  $\omega \cos \psi$ , also bei radialer Beaufschlagung ( $\psi = 0^\circ$ ) gleich  $\omega$ . Bei axialer Beaufschlagung ( $\psi = 90^\circ$ ) ist  $\omega \cos \psi = 0$ , der Wirbel also verschwunden.

Da die Radbreite  $b$  in Gl. (10) nicht vorkommt, so kann ausgesagt werden, daß die seitliche Begrenzung der Laufkanäle dieses Ergebnis nicht beeinflußt. Insbesondere ist es gleichgültig, ob die Radbreite konstant ist oder nicht, sofern man von den dadurch bedingten geringen Änderungen von  $\psi$  für die einzelnen Stromfäden absieht.

Der Krümmungsradius  $\rho$  der Stromlinie wird im allgemeinen mit  $y$  veränderlich sein. Die Auflösung der Gl. (10) erfolgt mit Hilfe des integrierenden Faktors

$$\mu = \rho e^{\int \frac{dy}{\rho}}.$$

Das Integral lautet, wenn für  $y = 0$ , d. h. an der Vorderseite der Schaufel,  $w = w_I$  gesetzt wird,

$$w = w_I e^{-\int_0^y \frac{dy}{\rho}} + 2\omega \cos \psi e^{-\int_0^y \frac{dy}{\rho}} \int_0^y e^{\int_0^y \frac{dy}{\rho}} \cdot dy \quad (11)$$

oder, wenn gesetzt wird<sup>3)</sup>

$$A \equiv e^{\int_0^y \frac{dy}{\rho}}, \quad (11a)$$

$$w = \frac{1}{A} \left( w_I + 2\omega \cos \psi \int_0^y A dy \right). \quad (12)$$

Nach der im Hauptabschnitt B abgeleiteten Gl. (10) S. 10 ist das erste Glied auf der rechten Seite von Gl. (11) die Geschwindigkeit bei

<sup>1)</sup> Vgl. auch die Fußbemerkung S. 9.

<sup>2)</sup> Vgl. Föppl: Techn. Mechanik Bd. 4, S. 385ff.

<sup>3)</sup> Zu Gl. (11) ist bereits Flügel in seiner S. 10 erwähnten Dissertation gelangt.

freier Durchflußströmung durch einen ruhenden Kanal. Das negative Vorzeichen des Exponenten ist dadurch zu erklären, daß der Krümmungsmittelpunkt jetzt nach der negativen  $y$ -Richtung angenommen ist. Das zweite Glied der Gl. (11) ändert sich mit dem Wirbel  $\omega \cos \psi$ . Allerdings stellt dieses Glied nicht die Geschwindigkeitsverteilung des reinen Wirbels dar, sondern einer Strömung, die sich mit  $w_I = 0$ , also bei beginnender Richtungsumkehr der Stromfäden (vgl. Abb. 62), einstellt. Man könnte aus Gl. (11) auch die Geschwindigkeitsverteilung des reinen Wirbels ableiten, wenn  $w_I$  so bestimmt würde, daß die Durchflußmenge gleich Null, d. h.  $\int_0^a w dy \cdot b = 0$ , wo  $a$  die Länge der Normallinie  $GH$  ist.

### 35. Sonderfälle.

Bei den folgenden Betrachtungen nehmen wir radiale Beaufschlagung als vorliegend an, d. h. wir setzen  $\psi = 0^\circ$ ,  $\cos \psi = 1$ . Da  $\omega$  nur gemeinsam mit  $\cos \psi$  vorkommt, so treffen die folgenden Überlegungen auch für den allgemeinen Fall zu, wenn an Stelle von  $\omega$  der Wert  $\omega \cos \psi$  gesetzt wird. Gl. (12) lautet jetzt

$$w = \frac{1}{A} \left( w_I + 2\omega \int_0^y A dy \right). \quad (12a)$$

Ist der Krümmungshalbmesser  $\varrho$  der Stromfäden konstant, so wird  $A = e^{\frac{y}{\varrho}}$  und damit

$$w = 2\omega\varrho - (2\omega\varrho - w_I)e^{-\frac{y}{\varrho}}. \quad (12b)$$

Diese Annahme steht aber selbst dann mit der Wirklichkeit nicht im Einklang, wenn die Schaufeln nach Kreisbögen geformt sind.

Einen lehrreichen Einblick bietet die Untersuchung des Falles, daß  $\varrho = \infty$ , also die Stromlinien geradlinig verlaufen, was möglich ist, wenn die Wandungen des Kanals parallel und unendlich lang sind. Hier wird  $A = 1$  und also

$$w = w_I + 2\omega y. \quad (13)$$

Die Geschwindigkeit wächst somit proportional mit  $y$  und ist an der einen Kanalwand um  $2\omega a$  größer als an der andern, wenn  $a$  die Kanalweite bedeutet. Der Verlauf der Geschwindigkeit entspricht der Geraden  $AB$  der Abb. 67. Die mittlere Geschwindigkeit ist  $\overline{CD} = w_m = w_I + \omega a$ . Man erkennt auch, daß sich über die reine Durchflußströmung von der gleichförmigen Geschwindigkeit  $w_m$  (Rechteck  $EF GH$ ), die reine Wirbelströmung von der Größe  $w = 2\omega \left( y - \frac{a}{2} \right)$  (geschränktes Viereck  $ABGH$ ) lagert<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Das Strömungsbild wird erhalten, wenn das Trapez  $EFBA$  durch Parallelen zum Kanal in Flächen gleicher Größe geteilt wird. In Abb. 67 und 68 liegt der umgekehrte Drehsinn vor wie bei Abb. 60 bis 62 und 69.

Ist  $w_1 < 0$  (Abb. 68), so tritt Rückströmen ein. Längs der Stromlinie  $OO$  besteht die Geschwindigkeit Null. Auf ihren beiden Seiten ist sie entgegengesetzt gerichtet.

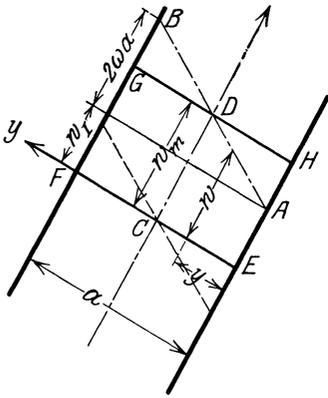


Abb. 67. Geschwindigkeitsverteilung im rotierenden parallelwandigen Kanal.

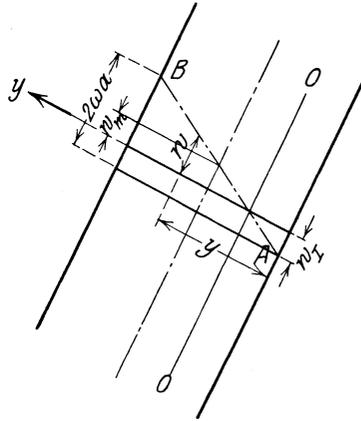


Abb. 68. Geschwindigkeitsverteilung im rotierenden parallelwandigen Kanal bei geringer Durchflußmenge.

Es besitze nun ein solcher Kanal eine endliche Länge, die aber doch so groß sei, daß im Innern des Kanals die Geschwindigkeitsverhältnisse des unendlich langen Kanals herrschen, und die Strömung sei in der Nähe der beiden Endquerschnitte derart, daß dort gleichförmige Geschwindigkeit herrscht, was ja den an den beiden Enden eines Laufkanals vorliegenden Verhältnissen entspricht. Ist nun die Durchflußmenge so klein, daß die vorher besprochenen Rückströmungserscheinungen auftreten, so werden sich diese, wenn der Geschwindigkeitsausgleich an den Enden bestehen bleibt, nur innerhalb eines beschränkten Gebiets des Kanals bemerkbar machen können. Es entsteht also ein Gebiet, in dem die Flüssigkeit in geschlossenen Bahnen kreist (Abb. 69)<sup>1)</sup>. Die Stromlinie, welche dieses Gebiet umgrenzt, verzweigt sich an der Kanalwand nach zwei entgegengesetzten Richtungen und dringt in das Innere des Kanals so weit ein, daß dort eine erhebliche Einschnürung der Strömung entsteht. Auf diese Weise erklärt sich wieder die Form des bereits betrachteten Strombildes im Laufkanal des Kreisrades Abb. 62.



Abb. 69. Strömung im rotierenden parallelwandigen Kanal endlicher Länge bei gleichmäßiger Geschwindigkeitsverteilung an den Enden.

Der Ausgleich der Geschwindigkeiten in einer gewissen Entfernung vom Rad ist dadurch bedingt, daß die Absolutströmung wirbelfrei ist,

<sup>1)</sup> Vgl. die in der Fußbemerkung 1, S. 71, erwähnte Arbeit von Kucharski.

weil sie es am Eintritt war<sup>1)</sup>. Auch setzt die Energiegleichung für die Relativbewegung, d. h. Gl. (1), auf der sich die ganze Untersuchung aufbaut, voraus, daß mit  $u = \text{Const}$ , also längs eines Parallelkreises, die Bernoulli - Gleichung gilt, somit die Energieaufnahme jedes Wasser-teilchens im Rad die gleiche ist. Eine Flüssigkeit mit gleichem Energie-inhalt der einzelnen Fäden ist aber stets wirbelfrei. Allerdings wird bei einer Pumpe mit Austrittsleitrad dieser Ausgleich durch die Leitschaufel stark beeinflußt werden.

### 36. Bestimmung des Strombildes.

Kucharski ist es gelungen, auf rein analytischem Wege das Strom-bild einer Relativströmung für den Sonderfall zu ermitteln, daß das Rad mit geradlinigen, radial gestellten Schaufeln versehen ist und im un-begrenzten Flüssigkeitsraum umläuft<sup>2)</sup>. Im allgemeinen Fall ist man auf graphisch-rechnerische Verfahren angewiesen, wobei man in ähnlicher Weise wie in Abschnitt 5 und 7 für die freie Strömung beschrieben, aber unter Zugrundelegung der Gl. (12) vorzugehen hat. Die bei der freien Strömung vorhandene Kontrolle, daß die Subtangente der  $w$ -Kurve gleich dem Krümmungshalbmesser der Stromlinien sein muß, ist hier nicht anwendbar. Auch sind die von den Stromlinien und Normallinien gebildeten Kurvenvierecke nicht mehr ähnlich, sondern sie unterliegen dem in der Fußbemerkung<sup>3)</sup> abgeleiteten Gesetz der

<sup>1)</sup> Nach einem der Helmholtz'schen Wirbelsätze bleibt in einer reibungsfreien Flüssigkeit die Wirbelstärke konstant. War ein Wasserteilchen am Anfang einer Strömung wirbelfrei, so muß es stets, gleichgültig wie die Strömung verläuft, wirbelfrei bleiben.

<sup>2)</sup> Vgl. die in der Fußbemerkung 1, S. 71, erwähnte Arbeit von Kucharski.

<sup>3)</sup> Faßt man eine Stromröhre kleinen Querschnitts ins Auge, so kann für diese mit genügender Annäherung in jedem Querschnitt für alle Stromfäden der gleiche Krümmungsmittelpunkt angenommen, also  $\varrho = \varrho_l + y$  gesetzt werden, womit Gl. (12a) übergeht in

$$w = w_l \frac{\varrho_l}{\varrho_l + y} + \omega \frac{y}{\varrho_l + y} (2\varrho_l + y) = w_l \frac{\varrho_l}{\varrho} + \omega \frac{y}{\varrho} (2\varrho_l + y). \quad (14)$$

Ist die Weite der Röhre  $\Delta y$  (Abb. 70), so ist die Geschwindigkeit an ihrer Rückwand

$$w = w_l \frac{\varrho_l}{\varrho} + 2\omega \frac{\Delta y}{\varrho} \left( \varrho_l + \frac{\Delta y}{2} \right).$$

Falls  $\varrho_l$  genügend groß gegenüber  $\Delta y$  ist, kann  $\frac{\Delta y}{2}$  gegen  $\varrho_l$  vernachlässigt werden, zumal das zweite Glied der rechten Seite klein gegenüber dem ersten ist. Also wird

$$w \varrho = w_l \varrho_l + 2\omega \Delta y \cdot \varrho_l = (w_l + 2\omega \Delta y) \varrho_l.$$

Ferner ist (Abb. 70)

$$\frac{\Delta x}{\Delta x_l} = \frac{\varrho}{\varrho_l}$$

und somit

$$w \cdot \Delta x = (w_l + 2\omega \Delta x) \Delta x_l.$$

Wendet man nun dieses Gesetz auf die mittleren Stromfäden zweier aufeinander-folgender Stromröhren an (Abb. 71) und unterscheidet man die zugehörigen Größen durch die Fußzeichen 1 und 2, so kann geschrieben werden

$$w_2 \Delta x_2 = w_1 \Delta x_1 + 2\omega \Delta y \cdot \Delta x_1. \quad (15)$$

Gl. (16). Aus dem Strombild kann mittels Gl. (1) auch der Druckverlauf längs der Schaufelwände und daraus der resultierende Schaufeldruck als Unterschied der Drücke auf die Vorder- und Rückseite, also auch die Schaufelarbeit, errechnet werden.

Damit das Bild richtig ist, muß es neben der Gl. (12) noch folgenden Grenzbedingungen genügen:

1. Die Abströmung an den Schaufelenden muß tangential erfolgen. Daher darf an diesen Stellen kein Geschwindigkeitsunterschied auf beiden Seiten der Schaufel vorhanden, d. h.  $\Delta y$  muß für die dort zusammenkommenden Stromröhren gleich sein. Für den Einlauf ist diese Bedingung nur bei stoßfreiem Eintritt erfüllt. Die Kurve des Schaufeldrucks wird in diesem Falle an beiden Enden mit Null beginnen und nach dem Kanalinnern ansteigen.

2. In einer durch die Verhältnisse gegebenen Entfernung vor und hinter dem Laufrad müssen die Geschwindigkeiten der einzelnen Stromröhren über einen Parallelkreis ausgeglichen sein. Bei Pumpen mit Leitschaufeln wird diese Entfernung wahrscheinlich kleiner sein als bei Pumpen ohne Leitschaufeln. Nach erfolgtem Ausgleich haben die Stromlinien die Form der Relativbahnen der einfachen Zentralströmung,

Nun ist aber, wenn die durch die einzelne Stromröhre fließende, für jede Röhre gleiche Wassermenge bei der Breite  $b = 1$  gleich  $q$  ist,

$$w_2 \cdot \Delta y_2 = w_1 \cdot \Delta y_1 = q, \quad (15a)$$

also nach Division von Gl. (15) und (15a), wenn gleichzeitig  $\Delta y_1$  statt  $\Delta y$  geschrieben wird,

$$\frac{\Delta x_2}{\Delta y_2} = \frac{\Delta x_1}{\Delta y_1} + \frac{2\omega}{q} \cdot \Delta y_1 \cdot \Delta x_1. \quad (16)$$

Aus dieser Gleichung ergibt sich, daß die Breite  $\Delta y_1$ ,  $\Delta y_2$  usw. der Kurvenvierecke mit zunehmendem Abstand von der Schaufelvorderwand kleiner wird.

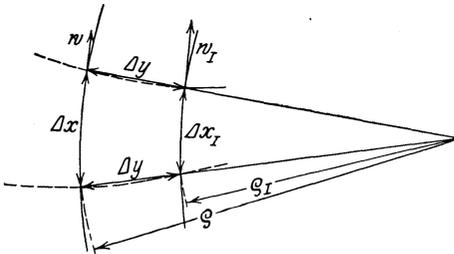


Abb. 70.

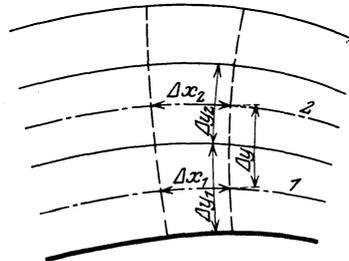


Abb. 71.

Bei der Anwendung der Gl. (16) muß beachtet werden, daß  $q$  seine Vorzeichen wechselt, sobald die Richtung der Geschwindigkeit sich umkehrt.

Zur gleichen Beziehung gelangte v. Mises auf anderem Wege in seinem Buch „Theorie der Wasserräder“ (Leipzig 1908, S. 37).

Ist die Radbreite  $b$  veränderlich, so tritt an Stelle der Gl. (15a) und (16)

$$w_2 \cdot \Delta y_2 b_2 = w_1 \Delta y_1 b_1 = q, \\ \frac{\Delta x_2}{\Delta y_2 \cdot b_2} = \frac{\Delta x_1}{\Delta y_1 b_1} + \frac{2\omega}{q} \Delta y_1 \cdot \Delta x_1. \quad (16a)$$

deren Absolutwege bei gleichbleibender Kanalbreite logarithmische Spiralen sind. Ihr Verlauf entspricht dem der wirkungsfreien Schaufel, deren Gleichung im Abschnitt 30 abgeleitet ist. Die Neigung der Stromlinien außerhalb des Laufkanals muß deshalb mit zunehmendem Halbmesser sehr stark abnehmen.

Das vorstehende Verfahren der Bestimmung der Schaufelarbeit ist aber für das Bedürfnis des praktischen Ingenieurs zu schwierig und zu zeitraubend. Stodola<sup>1)</sup> hat für die Ermittlung des Strombildes der Wirbelströmung das schon von Kucharski erwähnte anschauliche Analogon dieses Strömungsvorgangs mit der gespannten Membran angewandt, die über der Kanalbegrenzung in entsprechender Weise festgehalten und durch Flüssigkeitsdruck deformiert wird. Aber auch dieses Verfahren dürfte nur für den Laboratoriumsversuch geeignet sein. Es muß deshalb versucht werden, einfache und für den technischen Gebrauch geeignete Näherungsverfahren zu erhalten, zumal es auf den bisherigen Wegen doch nicht möglich ist, den Einfluß der Reibung zu berücksichtigen, die das Bild wahrscheinlich erheblich verändert, und — bei starker Erweiterung der Laufkanäle — auch die Loslösung der Strömung von der Wand Einfluß nimmt<sup>2)</sup>.

### 37. Angenäherte Ermittlung der Schaufelarbeit und der Ablenkung.

Die Aufgabe besteht offenbar darin, die Abnahme  $\kappa_2 u_2$  der Umfangskomponente der Austrittsgeschwindigkeit zu bestimmen, aus welcher sich die tatsächliche Umfangskomponente ergibt zu

$$c'_{2u} = c_{3u} = c_{2u} - \kappa_2 u_2. \quad (17)$$

Da hierbei angenommen ist, daß am Radumfang die Geschwindigkeitsunterschiede sich ausgeglichen haben, so kann die Schaufelarbeit  $H_{th}$  aus der für unendlich viele Schaufeln abgeleiteten Hauptgleichung ermittelt werden, falls  $c_{3u}$  anstelle von  $c_{2u}$  gesetzt wird; also

$$H_{th} = \frac{1}{g} (c_{3u} u_2 - c_{0u} u_1) \quad (18)$$

oder bei senkrechtem Eintritt

$$H_{th} = \frac{u_2}{g} c_{3u}. \quad (19)$$

Hierbei ist

$$H_{th} = \frac{H}{\eta_h}. \quad (20)$$

Die Leistungsabnahme infolge der endlichen Schaufelzahl ist hiernach

$$H_{th\infty} - H_{th} = \frac{u_2}{g} \cdot \kappa_2 u_2 = \kappa_2 \frac{u_2^2}{g}. \quad (21)$$

Das Austrittsdiagramm erhält jetzt die in Abb. 72 dargestellte Form (vgl. auch Abb. 61), wobei  $A_2 B_2 C_2$  das der elementaren Theorie

<sup>1)</sup> Stodola: Die Dampfturbinen. 5. Aufl. S. 824. Berlin: Julius Springer 1923.

<sup>2)</sup> Vgl. Fußbemerkung S. 77.

entsprechende und  $A'_2B_2C_2$  das den wirklichen Verhältnissen Rechnung tragende Geschwindigkeitsdreieck bedeutet.

Auch am Eintritt tritt eine Änderung der Umfangskomponente um einen Betrag  $\kappa_1 u_1$  ein, die aber nur insofern von Bedeutung ist, als dadurch der Winkel des stoßfreien Eintritts verändert wird. Das zugehörige Diagramm ist in Abb. 73 angegeben, worin  $A'_0B_1C_1$  die Ver-

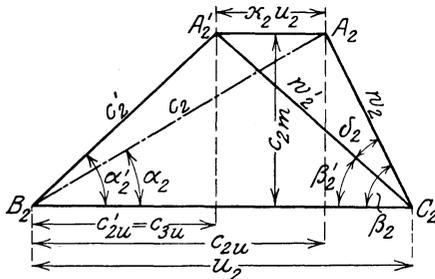


Abb. 72. Geschwindigkeitsdiagramm für den Laufradaustritt bei Berücksichtigung der Ablenkung.

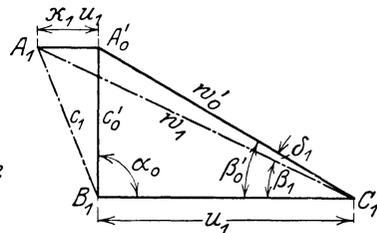


Abb. 73. Geschwindigkeitsdiagramm für den Laufradeintritt bei Berücksichtigung der Ablenkung.

hältnisse ohne Berücksichtigung der Ablenkung,  $A_1B_1C_1$  mit Berücksichtigung der Ablenkung wiedergibt.

Zusammenfassend kann gesagt werden, daß die Geschwindigkeitsdreiecke  $A'_2B_2C_2$  und  $A'_0B_1C_1$  maßgebend sind für die Leistung und die Winkel der Leitschaufeln, die Dreiecke  $A_2B_2C_2$  und  $A_1B_1C_1$  für die Winkel der Laufschaufeln.

Um die einzelnen Bezeichnungen klar auseinanderhalten zu können, seien sie im folgenden zusammengestellt.

Es bezieht sich

das Fußzeichen 0 auf den unbeeinflussten Strömungszustand vor dem Radeintritt (Dreieck  $A_0B_1C_1$ , Abb. 45, S. 51);

das Fußzeichen 0 mit Strich (beispielsweise  $c'_0$ ) auf eine Strömung an dem durch die Schaufelstärke verengten Radeintritt, aber ohne

Annahme einer Ablenkung (Dreieck  $A'_0B_1C_1$ ), also  $c'_0 = c_0 \frac{t_1}{t - \sigma_1}$

(Verhältnisse wie bei unendlicher Schaufelzahl, nur daß dort hierfür das Fußzeichen 1 verwendet werden konnte);

das Fußzeichen 1 auf eine Strömung an dem durch die Schaufelstärke verengten Radeintritt mit einer gleichmäßigen Ablenkung sämtlicher Stromfäden, so daß die Relativbahnen unter dem bei stoßfreiem Eintritt sich ergebenden Schaufelwinkel  $\beta_1$  gerichtet sind (Dreieck  $A_1B_1C_1$ );

das Fußzeichen 2 auf eine Strömung an dem durch die Schaufelstärke verengten Radaustritt, wobei die Relativbahnen gleichmäßig unter dem Schaufelwinkel  $\beta_2$  gegen den Umfang geneigt sind (Dreieck  $A_2B_2C_2$ , Verhältnisse wie bei unendlicher Schaufelzahl);

das Fußzeichen 2 mit Strich (beispielsweise  $c'_2$ ) auf eine Strömung an dem durch die Schaufelstärke verengten Radaustritt unter

Berücksichtigung der durch das Aufhören des Schaufeldrucks hervorgerufenen Ablenkung und unter der Annahme, daß die Strömungsunterschiede schon am Radumfang ausgeglichen seien (Dreieck  $A_2 B_2 C_2$ );

das Fußzeichen 3 auf den gleichen Strömungszustand wie vorher, aber unter Berücksichtigung der durch das Aufhören der Schaufelverengung eintretenden Verlangsamung (das zugehörige Geschwindigkeitsdreieck  $A_3 B_2 C_2$  ergibt sich aus  $A'_2 B_2 C_2$  in der gleichen Weise wie in Abb. 42, S. 47 das Dreieck  $A_3 B_2 C_2$  aus  $A_2 B_2 C_2$ ).

**a) Rechenverfahren entsprechend einem Vorschlag von Stodola<sup>1)</sup>.**

Hier wird das einfache, im Abschnitt 35 abgeleitete Ergebnis benutzt, daß in einem parallelwandigen geradlinigen Kanal von der Weite  $a_2$  die Geschwindigkeit des äußeren Fadens des reinen Wirbels  $a_2 \omega$  ist. Werden die gleichen Verhältnisse für die Strömung des austretenden Wassers zugrunde gelegt, indem für  $a_2$  die Kanalweite am Austritt gesetzt wird, so ist die mittlere Geschwindigkeit des Wirbels  $\frac{a_2 \omega}{2}$ , da die Geschwindigkeit nach Gl. (13) proportional mit dem Abstand von der Kanalmitte anwächst. Die Abnahme der Umfangskomponente wird nun gleich dieser mittleren Wirbelgeschwindigkeit gesetzt, wobei aber, um die Erfahrung berücksichtigen zu können, noch ein Beiwert  $\varepsilon$  eingeführt wird, so daß

$$\kappa_2 u_2 = \varepsilon \frac{a_2 \omega}{2}. \quad (22)$$

Da nun näherungsweise

$$a_2 = t_2 \sin \beta_2 = \frac{D_2 \pi}{z} \sin \beta_2, \quad (23)$$

so wird

$$\kappa_2 u_2 = \varepsilon \frac{\omega D_2 \pi}{2z} \sin \beta_2 = \varepsilon \frac{u_2 \pi}{z} \sin \beta_2 \quad (24)$$

oder

$$\kappa_2 = \varepsilon \frac{\pi}{z} \sin \beta_2. \quad (25)$$

Um sichere Angaben über die Größe dieser Berichtigungszahl  $\varepsilon$  machen zu können, liegt noch nicht ausreichendes Versuchsmaterial vor. Die Durchrechnung einiger in der Literatur zugänglicher und eigener Versuche ergab für Hochdruckpumpen  $\varepsilon = 0,8 \div 1,2^2$ ). Bei geringen Schaufelzahlen  $z$ , insbesondere aber großem Wert für das Verhältnis  $\frac{u_2}{c_{u2}}$  (Niederdruckpumpen), sind kleine Werte am Platze und

die angegebenen Zahlen noch erheblich zu unterschreiten. Für die wirkungslose Schaufel (vgl. Abschnitt 30) muß offenbar  $\varepsilon = 0$  sein. Auch die Radform, beispielsweise ob die Schaufel in radialer Richtung

<sup>1)</sup> Vgl. Stodola: Die Dampfturbinen. 5. Aufl. S. 1045. Berlin: Julius Springer 1923.

<sup>2)</sup> Die Unsicherheit in der Bearbeitung von Versuchen liegt in der Schwierigkeit, den Spaltverlust, die Rad- und Lagerreibung richtig einzusetzen.

kurz oder lang ist, kommt bei dieser Rechnungsweise nicht zum Ausdruck, obwohl anzunehmen ist, daß sie von erheblichem Einfluß ist. Außerdem ist sie nur für Radialräder verwendbar, weil bei Axialrädern der Kanalwirbel fehlt<sup>1)</sup>.

### b) Anderes Verfahren.

Die Mängel der vorstehenden Rechnungsweise, die in der starken Veränderlichkeit des Beiwertes  $\varepsilon$  von 0 bis 1,2, ihrer Beschränkung auf Radialpumpen und der fehlenden Rücksichtnahme auf die Form der Schaufel bestehen, lassen es wünschenswert erscheinen, die Lösung noch auf anderem Wege zu versuchen.

Die Heranziehung des Kanalwirbels zur Ermittlung der Ablenkung führt leicht zu Widersprüchen, wie die Betrachtung des Falles der Axialschaufel oder der wirkungsfreien Schaufel zeigt. Bei der Axialpumpe fehlt der Kanalwirbel, obwohl ein Schaufeldruck und damit eine Ablenkung vorhanden ist. Die wirkungsfreie Radialschaufel kann nach Gl. (1) keine Geschwindigkeitsunterschiede über einen Parallelkreis und deshalb auch keine Ablenkung erzeugen, obwohl der Kanalwirbel nach wie vor bestehen bleibt<sup>2)</sup>. Diese Schwierigkeiten vermeidet man, wenn man vom Schaufeldruck ausgeht, wie im folgenden geschehen soll.

Nimmt man — vorbehaltlich späterer Berichtigung — an, daß der Druck, den die Schaufel auf das Wasser ausübt, über ihre ganze Länge

<sup>1)</sup> Die im Abschnitt 28 für die Schaufelberechnung abgeleiteten Gleichungen müssen bei Verwendung dieses Verfahrens abgeändert werden, weil  $H_{th\infty}$  nicht bekannt wird. Derselbe Gedankengang wie dort führt zu folgenden Gleichungen an Stelle der Gl. (25), (27), (27 a), falls  $b_2$  angenommen wird:

$$\operatorname{tg} \alpha_3 = \frac{V' \cdot n \frac{t_2}{t_2 - \sigma_2}}{60 b_2 (g H_{th} + u_1 c_0 \cos \alpha_0)}, \quad (26)$$

$$u_2 = \sqrt{\frac{1}{1 - \kappa_2}} \sqrt{g H_{th} + u_1 c_0 \cos \alpha_0 + \frac{V' \cdot n}{60 b_2} \operatorname{ctg} \beta_2 \frac{t_2}{t_2 - \sigma_2}} \quad (27)$$

und mit  $\alpha_0 = 90^\circ$

$$u_2 = \sqrt{\frac{1}{1 - \kappa_2}} \sqrt{g H_{th} + \frac{V' \cdot n \cdot \operatorname{ctg} \beta_2}{60 b_2} \frac{t_2}{t_2 - \sigma_2}}, \quad (27 a)$$

ferner an Stelle der Gl. (30) und (30 a), falls  $c_{2m}$  angenommen wird:

$$u_2 = \frac{1}{2(1 - \kappa_2)} \left[ \frac{c_{2m}}{\operatorname{tg} \beta_2} + \sqrt{\left( \frac{c_{2m}}{\operatorname{tg} \beta_2} \right)^2 + 4(1 - \kappa_2)(g H_{th} + u_1 c_0 \cos \alpha_0)} \right] \quad (28)$$

und mit  $\alpha_0 = 90^\circ$

$$u_2 = \frac{1}{2(1 - \kappa_2)} \left[ \frac{c_{2m}}{\operatorname{tg} \beta_2} + \sqrt{\left( \frac{c_{2m}}{\operatorname{tg} \beta_2} \right)^2 + 4(1 - \kappa_2) g H_{th}} \right]. \quad (29)$$

<sup>2)</sup> Der Widerspruch, der natürlich nur ein scheinbarer sein kann, klärt sich auf, wenn berücksichtigt wird, daß die wirkungslose Schaufel stark nach rückwärts gekrümmt ist und deshalb in der Durchflußströmung des ruhenden Kanals Geschwindigkeitsunterschiede entstehen, die bei der Rotation dadurch verschwinden, daß die des reinen Kanalwirbels hinzugefügt werden.

gleichmäßig verteilt sei, so ist es offenbar möglich, aus der gegebenen Pumpenleistung diesen Druck zu berechnen und damit unter Anlehnung an die S. 75 angestellten Überlegungen mit Hilfe der Kontinuitätsbedingung einen Ausdruck für die Ablenkung zu bekommen.

Bezeichnet man mit  $K$  diesen unveränderlichen Schaufeldruck für die Längeneinheit der Schaufel und ist der Pressungsunterschied auf ihrer Vorder- und Rückseite gleich  $\Delta h$ , so ist

$$K = \gamma \Delta h \cdot b = \gamma \cdot \Delta h_2 b_2 = \gamma \cdot \Delta h_1 \cdot b_1. \quad (30)$$

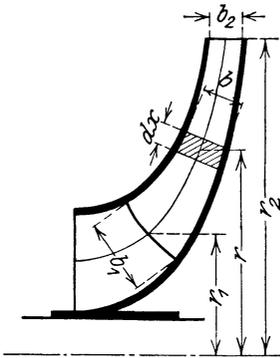


Abb. 74.

Auf die Schaufelfläche von der sehr kleinen mittleren Länge  $dx$  im Meridianschnitt (Abb. 74), entfällt nun, gleichgültig, wie groß der zugehörige Neigungswinkel  $\beta$  gegen den Parallelkreis ist, das Moment des Schaufeldrucks

$$dM = \gamma \cdot \Delta h \cdot b \, dx \cdot r = K \cdot dx \, r,$$

also ist das gesamte arbeitende Moment für  $z$  Schaufeln

$$M = z \int_{r_1}^{r_2} K \, dx \, r = z K \int_{r_1}^{r_2} r \, dx. \quad (31)$$

Das letzte Integral ist nun nichts anderes als das statische Moment des mittleren Wasserfadens im Meridianschnitt, bezogen auf die Drehachse. Wird dieses mit  $S$  bezeichnet, so ist

$$M = z \cdot K \cdot S. \quad (32)$$

Andererseits ist  $M$  durch die sekundliche Schaufelarbeit  $\gamma V' \cdot H_{\text{th}}$  gegeben, nämlich

$$M = \frac{\gamma V' H_{\text{th}}}{\omega}.$$

Durch Gleichsetzen dieser beiden Ausdrücke erhält man

$$K = \frac{\gamma \cdot V' H_{\text{th}}}{z \omega S}. \quad (33)$$

Die Vereinigung von Gl. (30) und (33) ergibt, wenn gleichzeitig

$$V' = 2 r_2 \pi b_2 \cdot c_{2m} \quad \text{und} \quad \omega = \frac{u_2}{r_2}$$

eingeführt wird, als Schaufeldruck am Austritt

$$\Delta h_2 = \frac{V' \cdot H_{\text{th}}}{z \omega S b_2} = \frac{2 r_2^2 \pi c_{2m} H_{\text{th}}}{z S \cdot u_2} \quad (34)$$

und ebenso mit

$$V' = 2 r_1 \pi b_1 \cdot c_{0m} \quad \text{und} \quad \omega = \frac{u_1}{r_1}$$

als Schaufeldruck für den Eintritt

$$\Delta h_1 = \frac{2 r_1^2 \pi c_{0m} \cdot H_{\text{th}}}{z S \cdot u_1}. \quad (35)$$

Diese beiden Druckunterschiede sind an den Schaufelspitzen vorhanden gedacht. Da aber die Bedingungen des tangentialen Abströmens am Austritt bzw. des stoßfreien Eintritts Gleichheit der Drücke beiderseits der Schaufelspitzen verlangen, so muß dort der Schaufeldruck tatsächlich gleich Null sein und nach der Mitte zu anwachsen (vgl. S. 85). Wir tragen dem Rechnung, indem wir einerseits den betrachteten Punkt von den Schaufelspitzen weg und um ein sehr kurzes Stück in den Kanal hinein verlegen (Abb. 74 a) und andererseits die Werte der Gl. (34) und (35) mit einer Zahl  $\tau < 1$  multiplizieren, die durch den Versuch bestimmt werden soll und dadurch gleichzeitig die Möglichkeit bietet, sich der Erfahrung anzupassen.

Austritt. Die auf der Vorder- und Rückseite der Schaufel in den beiden Punkten  $E'$  und  $G'$  vorhandenen Geschwindigkeiten seien mit  $w'_{I2}$  und  $w_{II2}$  bezeichnet. Da diese sich auf Punkte des gleichen Parallelkreises beziehen, so muß nach der Energiegleichung sein

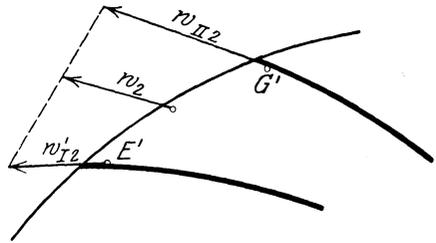


Abb. 74 a.

$$\Delta h_2 = \frac{1}{2g} (w_{II2}^2 - w'_{I2}{}^2) = \frac{w_{II2} + w'_{I2}}{2} \cdot \frac{w_{II2} - w'_{I2}}{g}. \quad (36)$$

Die Geschwindigkeit  $w_2$  des Geschwindigkeitsdiagramms  $A_2B_2C_2$  (Abb. 72) ist die mittlere unter dem Schaufelwinkel  $\beta_2$  gerichtete Geschwindigkeit, also gleich  $\frac{1}{2}(w_{II2} + w'_{I2})$ , falls lineare Geschwindigkeitsverteilung angenommen wird. Unter dieser Voraussetzung ist auch  $w_{II2} - w'_{I2} = 2(w_{II2} - w_2)$ . Damit gibt Gl. (36)

$$w_{II2} = w_2 + \frac{g}{2} \cdot \frac{\Delta h_2}{w_2}. \quad (37)$$

Wie bereits S. 75 geschehen, setzen wir  $w_{II2} \approx w'_2$ . Es wird also, wenn gleichzeitig die erwähnte Berichtigungszahl  $\tau$  eingeführt wird,

$$w'_2 = w_2 + \tau \frac{g}{2} \cdot \frac{\Delta h_2}{w_2} = w_2 \left( 1 + \tau \frac{g}{2} \cdot \frac{\Delta h_2}{w_2^2} \right) = w_2 \left( 1 + \tau \frac{g}{2} \frac{\Delta h_2}{c_{2m}^2} \sin^2 \beta_2 \right), \quad (38)$$

wobei berücksichtigt ist, daß gemäß Abb. 72  $w_2 = \frac{c_{2m}}{\sin \beta_2}$ . Damit ergibt sich, wenn aus Gl. (34) der Wert für  $\Delta h_2$  eingesetzt wird,

$$w'_2 = w_2 (1 + y \sin^2 \beta_2) = \frac{c_{2m}}{\sin \beta_2} (1 + y \sin^2 \beta_2), \quad (39)$$

worin gesetzt ist

$$y = \tau \cdot \frac{g}{2} \cdot \frac{\Delta h_2}{c_{2m}^2} = \frac{\tau \cdot \pi g \cdot r_2^2 \cdot H_{th}}{zS \cdot u_2 \cdot c_{2m}}. \quad (40)$$

Da jetzt neben  $w_2$  auch  $w'_2$  bekannt ist, so könnte in Abb. 72 der Punkt  $A'_2$  durch Schlagen des Kreisbogens aus  $C_2$  mit  $w'_2$  als Halbmesser im Schnitt mit der durch  $A_2$  gehenden Parallelen zu  $u_2$  erhalten werden.

Wir wollen im folgenden die Abnahme  $\kappa_2 u_2$  der Umfangskomponente ausrechnen, indem wir benutzen, daß die Geschwindigkeiten  $w_2$  und  $w_2'$  das Dreieck  $A_2 A_2' C_2$  bilden müssen, dessen Höhe  $c_{2m}$  ebenfalls bekannt und dessen dritte Seite gleich  $\kappa_2 u_2$  ist. Es ist

$$\overline{A_2 A_2'} = \kappa_2 u_2 = \sqrt{w_2'^2 - w_2^2 \sin^2 \beta_2} - w_2 \cos \beta_2$$

oder mit Bezug auf Gl. (39), wenn zugleich  $w_2 = \frac{c_{2m}}{\sin \beta_2}$  gesetzt wird,

$$\begin{aligned} \kappa_2 u_2 &= \frac{c_{2m}}{\sin \beta_2} \sqrt{(1 + y \sin^2 \beta_2)^2 - \sin^2 \beta_2} - c_{2m} \operatorname{ctg} \beta_2 & (40a) \\ &= c_{2m} \operatorname{ctg} \beta_2 \sqrt{1 + 2y \operatorname{tg}^2 \beta_2 + y^2 \operatorname{tg}^2 \beta_2 \sin^2 \beta_2} - c_{2m} \operatorname{ctg} \beta_2 \\ &= c_{2m} \operatorname{ctg} \beta_2 (1 + y \operatorname{tg} \beta_2) \sqrt{1 - \frac{y^2 \sin^2 \beta_2 - 2y \operatorname{tg} \beta_2 (\operatorname{tg} \beta_2 - 1)}{(1 + y \operatorname{tg} \beta_2)^2}} \\ &\quad - c_{2m} \operatorname{ctg} \beta_2. \end{aligned}$$

Der Wert des Bruches unter der Wurzel ist für die in Betracht kommenden Winkel  $\beta_2$  stets kleiner als 1, so daß bei Entwicklung der Wurzel in eine unendliche Reihe hinter dem zweiten Glied abgebrochen werden kann. Damit wird

$$\begin{aligned} \kappa_2 u_2 &= c_{2m} \operatorname{ctg} \beta_2 (1 + y \operatorname{tg} \beta_2) \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{y^2 \sin^2 \beta_2 - 2y \operatorname{tg} \beta_2 (\operatorname{tg} \beta_2 - 1)}{(1 + y \operatorname{tg} \beta_2)^2} \right) - c_{2m} \operatorname{ctg} \beta_2 \\ &= c_{2m} y \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{y \sin \beta_2 \cos \beta_2 - 2(\operatorname{tg} \beta_2 - 1)}{1 + y \operatorname{tg} \beta_2} \right) & (41) \end{aligned}$$

oder, wenn gesetzt wird

$$a = \frac{1}{2} \frac{y \sin \beta_2 \cos \beta_2 - 2(\operatorname{tg} \beta_2 - 1)}{1 + y \operatorname{tg} \beta_2} = \frac{1}{2} \cos^2 \beta_2 + \frac{\sin^2 \beta_2 + 1 - 2 \operatorname{tg} \beta_2}{2(1 + y \operatorname{tg} \beta_2)}, \quad (41a)$$

$$\kappa_2 u_2 = c_{2m} y (1 - a). \quad (42)$$

Damit wird nach Einsetzen des Wertes von  $y$  aus Gl. (40)

$$\kappa_2 u_2 = \tau \pi (1 - a) \frac{g}{z} \frac{r_2^2}{S} \frac{H_{\text{th}}}{u_2}. \quad (42a)$$

Der Wert  $a$  nimmt, wie die Betrachtung der Gl. (41a) erkennen läßt, mit wachsendem Winkel  $\beta_2$  ab, erreicht bei einem wenig über  $45^\circ$  liegenden Wert von  $\beta_2$  den Wert Null um bei weitersteigendem Winkel  $\beta_2$  negativ zu werden. Daraus folgt, daß mit zunehmendem  $\beta_2$  der Wert  $\kappa_2 u_2$  anwächst, also die Abnahme der Radararbeit durch die Auseinanderstellung der Schaufel bei sonst gleichen Verhältnissen (gleiche Schaufelzahl, gleiches Radprofil) um so größer ist, je weniger die Schaufel nach rückwärts gekrümmt ist. Besitzt  $\beta_2$  den kleinstmöglichen Wert der wirkungsfreien Schaufel, wobei  $H_{\text{th}} = 0$ ,  $y = 0$ , so ist auch  $\kappa_2 u_2 = 0$ , wie zu erwarten. Ist  $\beta_2 = 90^\circ$ , so gibt Gl. (40a)

$$(\kappa_2 u_2)_{90^\circ} = c_{2m} \sqrt{(1 + y)^2 - 1},$$

während Gl. (42), weil  $\alpha$  schon zu groß ist, einen etwas größeren Wert, nämlich  $c_{2m}(1 + y)$  liefert.

Mit Rücksicht darauf, daß die vorstehende Betrachtung wegen ihres Näherungscharakters nur dazu dienen kann, einen Anhalt über den Einfluß der einzelnen Größen zu liefern, im übrigen aber Versuche an ausgeführten Pumpen maßgebend sein müssen, ferner der Konstrukteur sich meist an bestimmte Austrittswinkel hält, so werde gesetzt:

$$\tau \pi(1 - a) \equiv \psi, \quad (42b)$$

wobei  $\psi$  als eine Erfahrungszahl aufzufassen ist, die im wesentlichen von  $\beta_2$  abhängt und um so größer zu wählen ist, je größer  $\beta_2$  ist, also je steiler die Schaufel endigt. Damit wird

$$\kappa_2 u_2 = \psi \frac{g}{z} \frac{r_2^2}{S} \cdot \frac{H_{th}}{u_2}. \quad (43)$$

Es ergibt sich nun als spezifische Minderleistung

$$\kappa_2 \frac{u_2^2}{g} = \frac{\psi}{z} \cdot \frac{r_2^2}{S} H_{th}, \quad (44)$$

die zur spezifischen Schaufelarbeit  $H_{th}$  zuzuzählen ist, um den der unendlichen Schaufelzahl entsprechenden Wert  $H_{th\infty}$  zu erhalten, also

$$H_{th\infty} = H_{th} \left( 1 + \frac{\psi}{z} \cdot \frac{r_2^2}{S} \right). \quad (45)$$

Demnach ist der zu  $H_{th}$  zu machende Zuschlag, der nötig ist, um die Berechnung des Laufrades nach den der elementaren Theorie entsprechenden Gleichungen des Abschnitts 28 durchführen zu können, bei gleichem  $\beta_2$  umgekehrt proportional der Schaufelzahl  $z$  und dem Quotienten  $\frac{S}{r_2^2}$ , wobei  $S$  das statische Moment des Wasserfadens (in bezug auf die Achse) bedeutet. Schaufeln, welche in Richtung der Stromfäden des Axialschnitts kurz sind, haben also eine größere Minderleistung wie lange Schaufeln, da  $\frac{S}{r_2^2}$  klein ist. Die Minderleistung bleibt die gleiche, solange

$$\frac{r_2^2}{zS} = \text{Const.} \quad (46)$$

Die Gl. (44) bis (46) werden verständlich, wenn man beachtet, daß der Schaufeldruck um so kleiner wird, je größer die Schaufelzahl  $z$  und das statische Moment  $S$  sind, und daß ferner die Schaufeln um so enger stehen, die Führung des Wassers also um so besser ist, je kleiner der Halbmesser  $r_2$  des Rades.

Der Ausdruck für die Minderleistung nach Gl. (44) läßt erkennen, daß diese für die wirkungslose Schaufel gleich Null wird, wie verlangt werden muß; denn es ist in diesem Falle  $H_{th} = 0$  zu setzen.

Für die Radialschaufel ist  $S = \int_{r_1}^{r_2} dr \cdot r = \frac{1}{2}(r_2^2 - r_1^2)$ , also

$$\kappa_2 u_2 = 2\psi \cdot \frac{g}{z} \cdot \frac{r_1}{r_2^2 - r_1^2} \frac{H_{\text{th}}}{u_2}, \quad (47)$$

$$H_{\text{th}\infty} = H_{\text{th}} \left( 1 + 2 \frac{\psi}{z} \frac{r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \right). \quad (48)$$

Für den vielfach üblichen Wert  $r_2 = 2r_1$  wird

$$\kappa_2 u_2 = \frac{8}{3} \psi g \cdot \frac{H_{\text{th}}}{z \cdot u_2}, \quad (49)$$

$$H_{\text{th}\infty} = H_{\text{th}} \left( 1 + \frac{8}{3} \frac{\psi}{z} \right). \quad (50)$$

Wie die Nachrechnung verschiedener Versuche an Pumpen mit Austrittsleitrad erkennen läßt, kann für rückwärts gekrümmte Schaufeln gesetzt werden

$$\psi = 0,8 \div 1,0. \quad (51)$$

Nach den im Anschluß an Gl. (42a) durchgeführten Überlegungen, sollte  $\psi$  um so größer genommen werden, je größer der Winkel  $\beta_2$  ist, weil  $a$  in Gl. (42b) abnimmt. Für den von der Wasserströmung voll ausgefüllten Laufkanal muß dies auch zutreffen. Da aber  $\psi$  außerdem den Einfluß einer möglichen Strahlablösung auf die Leistung berücksichtigen muß und die dadurch hervorgerufene Minderleistung um so kleiner ist, je näher der Winkel  $\beta_2$  an  $90^\circ$  ist, so kann, so lange kein ausreichendes Versuchsmaterial vorliegt, hierüber mit Sicherheit nichts ausgesagt werden.

Die angegebenen Werte von  $\psi$  gelten für Pumpen mit Austrittsleitrad. Für Pumpen ohne Leitrad dürfte häufig mit etwas größeren Werten von  $\psi$  zu rechnen sein, weil die Förderhöhe erfahrungsgemäß meist etwas kleiner ist als bei Leitradpumpen.

Es bedarf wohl kaum des Hinweises, daß bei mehrstufigen Pumpen in Gl. (42) bis (50) für  $H_{\text{th}}$  die theoretische Förderhöhe einer Stufe, also bei  $i$  Stufen  $\Delta H_{\text{th}} = \frac{H_{\text{th}}}{i}$ , zu setzen ist.

Eintritt. Sofern die gleichen Vernachlässigungen als zulässig angesehen werden wie am Austritt, ergibt sich analog der Gl. (43) für die allgemeine Radform

$$\kappa_1 u_1 = \psi \frac{g}{z} \frac{r_1^2}{S} \frac{H_{\text{th}}}{u_1} = \psi \frac{g}{z} \frac{r_1}{\omega S} H_{\text{th}}, \quad (52)$$

für die Radialschaufel mit  $S = \frac{1}{2}(r_2^2 - r_1^2)$

$$\kappa_1 u_1 = 2\psi \frac{g}{z} \frac{1}{\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 - 1} \cdot \frac{H_{\text{th}}}{u_1} \quad (53)$$

und für die Radialschaufel, bei welcher  $r_2 = 2r_1$ .

$$\kappa_1 u_1 = \frac{2}{3} \psi \cdot \frac{g}{z} \cdot \frac{H_{\text{th}}}{u_1}. \quad (54)$$

Die Radararbeit wird durch die am Eintritt entstehende Ablenkung nicht beeinflusst; deshalb braucht der Ausdruck  $\kappa_1 \frac{u_1^2}{g}$  hier nicht bestimmt zu werden.

Sofern für  $\psi$  der gleiche Wert wie am Austritt gewählt werden dürfte, würde gemäß Gl. (43) und (52) sein

$$\kappa_1 u_1 = \kappa_2 u_2 \frac{r_1}{r_2}, \quad (54a)$$

also auch, weil

$$\begin{aligned} u_2 \frac{r_1}{r_2} &= u_1, \\ \kappa_1 &= \kappa_2. \end{aligned} \quad (54b)$$

Wahrscheinlich wird aber  $\psi$  am Eintritt kleiner sein als am Austritt, weil einerseits  $\beta_1$  stets kleiner als  $\beta_2$  ist und andererseits der Schaufelanzug im allgemeinen der wirkungsfreien Schaufel näher kommt als das Schaufelende.

### Vergleich der beiden Verfahren.

Werden die beiden unter a) und b) besprochenen Verfahren an dem Ergebnis der eingehenden Rechnungen von Kucharski für ein Rad mit geraden, nach dem Radmittelpunkt gerichteten Schaufeln nachgeprüft, indem einerseits der Beiwert  $\varepsilon$  des Verfahrens a), andererseits der Beiwert  $\psi$  des Verfahrens b) errechnet wird, so hat man eine gewisse Möglichkeit zu prüfen, inwieweit der Einfluß der Schaufelzahl zutreffend berücksichtigt ist. Aus den von Kucharski für  $\mu = \frac{H_{th}}{H_{th\infty}} = \frac{c_{3u}}{c_{2u}}$  erhaltenen Zahlenwerten<sup>1)</sup> ergibt sich, da  $\beta_2 = 90^\circ$ , also  $c_{2u} = u_2$  und  $\mu = \frac{u_2 - \kappa_2 u_2}{u_2} = 1 - \kappa_2$ , einerseits nach Gl. (25)  $\varepsilon = (1 - \mu) \frac{z}{\pi}$ , andererseits, da die Schaufeln bis nach der Achse laufen, also in Gl. (48)  $r_1 = 0$  ist,  $\psi = \frac{z}{2} \left( \frac{1}{\mu} - 1 \right)$ . Damit erhält man

für	$z = 2$	3	4	5	6	8	10	12	16	20,
da	$\mu = 0,5$	0,58	0,63	0,68	0,71	0,76	0,8	0,83	0,87	0,89
	$\varepsilon = 0,32$	0,4	0,47	0,51	0,55	0,61	0,63	0,65	0,67	0,7
	$\psi = 1$	1,08	1,12	1,17	1,23	1,25	1,25	1,23	1,20	1,23 <sup>2)</sup> .

Somit sind die  $\psi$ -Werte innerhalb des praktisch wichtigen Bereichs der Schaufelzahlen nahezu unveränderlich, während  $\varepsilon$  sich ziemlich stark ändert. Daß  $\psi$  im allgemeinen größer ist, als in Gl. (51) angegeben, erklärt sich aus dem großen Schaufelwinkel  $\beta_2 = 90^\circ$  und steht im Einklang mit der oben gemachten Feststellung, daß  $\psi$  mit zunehmendem Winkel  $\beta_2$  ebenfalls zunimmt. Mit Rücksicht darauf, daß die Werte der Gl. (51) aus den an ausgeführten Leitradpumpen gewonnenen

<sup>1)</sup> Vgl. a. a. O. Abb. 53, S. 122.

<sup>2)</sup> Der unregelmäßige Verlauf der  $\psi$ -Werte oberhalb  $z = 5$  ist darauf zurückzuführen, daß die zugrunde liegende Kurve der  $\mu$ -Werte in kleinem Maßstabe gezeichnet ist und deshalb Ungenauigkeiten bei der Entnahme von  $\mu$  unvermeidlich sind.

Ergebnissen abgeleitet sind und auch die Reibung und die Möglichkeit der Strahlablösung mit einschließen, während die Kucharskischen Rechnungen sich auf eine Pumpe ohne Leitschaufeln und die ideale Flüssigkeit beziehen, ist die Übereinstimmung als eine überraschend gute zu bezeichnen.

Da dieses Verfahren trotz seiner Einfachheit den Einfluß der Schaufelform berücksichtigt, sowohl für radiale als axiale Beaufschlagung gilt und die Rechenverfahren der elementaren Turbinentheorie, die wegen ihrer allgemeinen Verbreitung nicht ohne triftigen Grund durch andere ersetzt werden dürfen, übernimmt, so wird ihm im folgenden der Vorzug gegeben.

### 38. Ermittlung der Übertreibungswinkel.

Am Austritt ergibt sich der Übertreibungs- oder Ablenkungswinkel  $\delta_2 = \beta_2 - \beta'_2$  aus dem Dreieck  $A_2 A'_2 C_2$  der Abb. 72 nach dem Sinussatz zu

$$\sin \delta_2 = \sin(180 - \beta_2) \cdot \frac{\kappa_2 u_2}{w_2} = \frac{\kappa_2 u_2}{c_{2m}} \sin \beta_2 \sin \beta'_2 = \frac{\kappa_2 u_2}{c_{2m}} \sin(\beta'_2 + \delta_2) \cdot \sin \beta'_2,$$

woraus

$$\operatorname{tg} \delta_2 = \frac{\sin^2 \beta'_2}{\frac{c_{2m}}{\kappa_2 u_2} - \sin \beta'_2 \cos \beta'_2} \quad (55)$$

oder auch

$$\operatorname{tg} \delta_2 = \frac{\sin^2 \beta_2}{\frac{c_{2m}}{\kappa_2 u_2} + \sin \beta_2 \cos \beta_2} \quad (56)$$

Gl. (55) gestattet, den tatsächlichen Schaufelwinkel  $\beta_2 = \beta'_2 + \delta_2$  zu berechnen, nachdem  $\beta'_2$  aus der Hauptgleichung und  $\kappa_2 u_2$  aus den Gl. (43) oder (47) oder (49) ermittelt ist.

Für den Eintritt folgt in entsprechender Weise aus dem Dreieck  $A'_0 A_1 C_1$  der Abb. 73

$$\sin \delta_1 = \frac{\kappa_1 u_1}{c_{1m}} \sin(\beta'_0 - \delta_1) \sin \beta'_0,$$

woraus

$$\operatorname{tg} \delta_1 = \frac{\sin^2 \beta'_0}{\frac{c_{1m}}{\kappa_1 u_1} + \sin \beta'_0 \cos \beta'_0} \quad (57)$$

und analog der Gl. (55)

$$\operatorname{tg} \delta_1 = \frac{\sin^2 \beta_1}{\frac{c_{1m}}{\kappa_1 u_1} - \sin \beta_1 \cos \beta_1} \quad (58)$$

Da  $\beta'_0$  den Schaufelwinkel für unendliche Schaufelzahl bedeutet (der im Hauptabschnitt D mit  $\beta_1$  bezeichnet wurde), kann aus Gl. (57) der Winkel der wirklichen Schaufel  $\beta_1 = \beta'_0 - \delta_1$  errechnet werden.

Aus den Gleichungen für  $\delta_1$  und  $\delta_2$ , wie auch aus den Geschwindigkeitsdiagrammen Abb. 72 und 73, folgt, daß die nötige Übertreibung der Schaufel um so größer ist, je näher der Schaufelwinkel bei  $90^\circ$  ist. Dazu kommt, daß (wenigstens bei fehlender Strahlablösung) auch die

Komponente  $\varkappa_2 u_2$  in diesem Fall, wächst, weil  $\psi$  zunimmt. Senkrecht endigende Schaufeln ergeben also unter sonst gleichen Verhältnissen die größte Ablenkung und die größte Minderleistung (trotz des fehlenden Schrägabschnitts). Diese Feststellung ist insofern bemerkenswert, als sie zeigt, daß die bisher vielfach übliche Berechnungsweise des Laufrades unter Zugrundelegung des Schwerpunktskreises des Austrittsquerschnitts der Schaufelkanäle als wirksamer Austrittskreis zu falschen Anschauungen führt (vgl. S. 70).

### 39. Näherungsgleichung für die Förderhöhe in Abhängigkeit von Raddurchmesser und Drehzahl.

Bei der Berechnung des Raddurchmessers  $D_2$  aus der nach den Gl. (27), (27a) oder (30), (30a) des Abschnitts 28 ermittelten Umfangsgeschwindigkeit kann es eintreten, daß  $D_2$  gegenüber  $D_1$  sich zu groß oder zu klein ergibt und deshalb eine andere Bauart der Pumpe, z. B. Mehrstufenanordnung oder Mehrstromanordnung oder axiale Beaufschlagung am Eintritt usw., gewählt werden muß. Damit der Konstrukteur nun von vornherein übersehen kann, welche Bauart sich im Einzelfall empfiehlt, ist eine überschlägliche Ermittlung des Außendurchmessers zweckmäßig. Diese läßt sich ermöglichen durch die Gleichung

$$H = v \frac{u_2^2}{2g}, \quad (59)$$

die<sup>1)</sup> sich unmittelbar aus Gl. (19) und (20) ergibt, wenn  $c_{3u}$  sich proportional mit  $u_2$  ändert, also die Winkel gleichbleiben. Setzt man

$$u_2 = \frac{\pi D_2 n}{60} \quad \text{und faßt man die Zahlenwerte in der Konstanten } k \text{ zusammen, so wird auch} \quad H = k \cdot n^2 D_2^2. \quad (60)$$

In Gl. (59) und (60) kann auf Grund der Erfahrung gesetzt werden

$$v = 0,93 \div 1,1 \quad \text{bzw.} \quad k = 1,3 \div 1,5 \cdot 10^{-4} \quad \text{für Pumpen mit Austrittsleitrad,}$$

$$v = 0,70 \div 1,0 \quad \text{bzw.} \quad k = 1,0 \div 1,4 \cdot 10^{-4} \quad \text{für Pumpen ohne Austrittsleitrad,}$$

sofern mit dem Meter als Längeneinheit gerechnet wird.

Die Zahlen gelten für Radialräder normaler Abmessungen und üblicher Winkelverhältnisse.

<sup>1)</sup> Hierin ist für  $\alpha_0 = 90^\circ$

$$v = 2\eta_h \frac{\operatorname{tg} \beta_2}{\operatorname{tg} \alpha'_2 + \operatorname{tg} \beta_2} (1 - \varkappa_2), \quad (61)$$

denn nach Abb. 72 ist

$$c_{3u} = \frac{c_{2m}}{\operatorname{tg} \alpha'_2}, \quad u_2 - \varkappa_2 u_2 = c_{2m} \left( \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha'_2} + \frac{1}{\operatorname{tg} \beta_2} \right),$$

woraus nach Elimination von  $c_{2m}$

$$c_{3u} = u_2 (1 - \varkappa_2) \frac{\operatorname{tg} \beta_2}{\operatorname{tg} \alpha'_2 + \operatorname{tg} \beta_2} \quad (62)$$

und damit gemäß Gl. (19)

$$H = \eta_h \cdot H_{th} = \eta_h \frac{\operatorname{tg} \beta_2}{\operatorname{tg} \alpha'_2 + \operatorname{tg} \beta_2} (1 - \varkappa_2) \frac{u_2^2}{g}. \quad (63)$$

#### 40. Zahlenbeispiel für eine Radialpumpe.

Es soll das Laufrad einer mehrstufigen Pumpe für eine Fördermenge von  $Q = 30$  l/sec auf eine Förderhöhe  $H = 84$  m bei einer Drehzahl  $n = 1450$ /min berechnet werden. Ein Eintrittsleitapparat fehle, also ist  $\alpha_0 = 90^\circ$ .

**a) Eintritt.** (Vgl. S. 57.) Unter Berücksichtigung eines vorläufig geschätzten, später auf Festigkeit und Vermeidung der kritischen Drehzahl (vgl. Abschnitt 85) nachzuprüfenden Wellendurchmessers ergibt sich ein Durchmesser der Nabe von  $d_n = 60$  mm. Mit einem Spaltverlust von 5% wird die der Berechnung zugrunde zu legende Wassermenge  $V' = 1,05 \cdot 0,030 = 0,0315$  m<sup>3</sup>/sec. Wird die Einlaufgeschwindigkeit zu  $c_s = 2,5$  m/sec angenommen, so berechnet sich der Saugrohdurchmesser  $D_s$  aus Gl. (18) S. 58 zu  $D_s = 0,14$  m = 140 mm.

Der Einlaufdurchmesser  $D_1$  kann damit gleich 155 mm gesetzt werden. Ist die Geschwindigkeit vor den Schaufelspitzen  $c_0 = c_s = 2,5$  m/sec, so wird nach Gl. (19) S. 58  $b_1 = 0,0259$  m. Die Abrundung erfolge, um eine Geschwindigkeitsverkleinerung zu vermeiden, nach unten, so daß  $b_1 = 25$  mm ausgeführt wird, entsprechend  $c_0 = 2,5 \frac{25,9}{25} = 2,59$  m/sec. Der Verengungsbeiwert  $\frac{t_1}{t_1 - \sigma_1}$  sei vorläufig zu 1,15 geschätzt, womit  $c'_0 = 2,59 \cdot 1,15 = 2,98$  m/sec, und weil  $u_1 = \frac{\pi \cdot 0,155 \cdot 1450}{60} = 11,78$  m/sec, so ist das Eintrittsdreieck bestimmt, und es wird  $\text{tg } \beta'_0 = \frac{2,98}{11,78} = 0,253$ . Da die Eintrittsablenkung nicht berücksichtigt werden soll, so ist  $\beta_1 = \beta'_0 = 14^\circ 12'$ . Ist die Schaufelzahl  $z = 7$ , so wird  $t_1 = \frac{155 \cdot \pi}{7} = 69,5$  mm; ferner ist bei einer Schaufelstärke  $s = 3$  mm

$$\sigma_1 = \frac{3}{\sin \beta_1} = \frac{3}{0,245} = 12,3 \text{ mm},$$

so daß

$$\frac{t_1}{t_1 - \sigma_1} = 1,215.$$

Damit wird endgültig

$$c'_0 = c_1 = 2,59 \cdot 1,215 = 3,15 \text{ m/sec}, \quad \text{tg } \beta_0 = \frac{3,15}{11,78} = 0,267,$$

$$\beta_0 = \beta_1 = 15^\circ 00'.$$

**b) Austritt.** Da die Pumpe mehrstufig ist, muß zunächst die Stufenzahl und daraus die Förderhöhe der einzelnen Stufe ermittelt werden. Zu diesem Zweck werde  $D_2$  vorläufig angenommen zu  $D_2 = 2 D_1 = 0,31$  m<sup>1</sup>). Damit ergibt sich als überschlägliche Förderhöhe einer Stufe nach Gl. (60) mit  $k = 1,4 \cdot 10^{-4}$ ,  $\Delta H = 1,4 \cdot 10^{-4} \cdot 1450^2 \cdot 0,31^2 = 28,3$  m, also Stufenzahl  $i = \frac{84}{28,3} \approx 3$ . Die Förderhöhe einer Stufe beträgt also  $\Delta H = \frac{84}{3} = 28$  m.

<sup>1)</sup> Bei mehrstufigen Pumpen kann zur Verringerung der Stufenzahl, also Verbilligung der Pumpe,  $D_2$  auch größer als  $2 D_1$ , nämlich bis  $3 D_1$ , gewählt werden, da mit steigender Stufenzahl der Einfluß der Radreibung in den Hintergrund tritt. (Vgl. Abschnitt 66.)

Der Wirkungsgrad  $\eta$  dieser Pumpe kann etwa zu 70–72% angenommen werden. Werden Spaltverlust, Rad- und Lagerreibung ausgeschlossen<sup>1)</sup>, so kann ein hydraulischer Wirkungsgrad  $\eta_h = 0,85$  erwartet werden, womit die spezifische Schaufelarbeit eines Rades sich zu

$$\Delta H_{th} = \frac{28}{0,85} = 33,0 \text{ m errechnet. Für die weitere Berechnung sei angenommen}$$

die Meridiangeschwindigkeit am Austritt (Fall  $\beta$ , S. 60) zu  $c_{2m} = c_2 \sin \alpha_2 = 2,8 \text{ m/sec}$ , ferner der Schaufelwinkel  $\beta_2 = 30^\circ$ . Da die Ablenkung am Austritt berücksichtigt werden muß, so ist auf die Ergebnisse des Abschnitts 37 Bezug zu nehmen und die Schaufelarbeit  $\Delta H_{th\infty}$  zu ermitteln. Es ergibt sich gemäß Gl. (50) S. 94, wenn der

$$\text{Beiwert } \psi = 0,86 \text{ gewählt wird, } \Delta H_{th\infty} = 33 \cdot \left(1 + \frac{8}{3} \frac{0,86}{7}\right) = 43,8 \text{ m.}$$

Nummehr erhält man nach Gl. (30a) (S. 61) folgende Umfangsgeschwindigkeit:

$$u_2 = \frac{2,8}{2 \cdot 0,577} + \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{2,8}{0,577}\right)^2 + 4 \cdot 9,81 \cdot 43,8} = 2,43 + 20,83 = 23,3 \text{ m/sec}^2),$$

$$\text{also } D_2 = \frac{60 \cdot 23,3}{\pi \cdot 1450} = 0,308 \text{ m} = 308 \text{ mm und nach Gl. (22), wenn}$$

$$\text{die Schaufelspitzen zugeschärft, also } \frac{t_2 - \sigma_2}{t_2} = 1 \text{ gesetzt wird, die Aus-} \\ \text{trittsbreite } b_2 = \frac{0,0315}{\pi 0,308 \cdot 2,8} = 0,0116 \text{ m} = \text{rd. } 12 \text{ mm.}$$

Das Rad ist in Abb. 75 und 76 dargestellt.

Oberhalb der Mittellinien ist die Konstruktion für den Fall der Kreisbogenschaufel [Verfahren a), S. 62] und unterhalb der Mittellinie für den Fall der punktweise errechneten Schaufel [Verfahren b), S. 65] durchgeführt.

Die Kreisbogenschaufel besteht aus zwei Kreisbögen mit den Mittelpunkten  $M$  und  $E$ . Der Kreisbogen am Einlauf besitzt einen etwas größeren Halbmesser als der Ersatzkreisbogen der Evolvente, weil die Radbreite sich nach außen verjüngt. Der Verlauf der Kanalquerschnitte  $ab$  in Abhängigkeit des mittleren Wasserfadens ist in Abb. 76a als Gerade angenommen und danach der Verlauf der

Radbreite  $b$  aus  $\frac{(ab)}{a}$  berechnet. Auf diese Weise ist die Radbegrenzung in Abb. 75 oben entstanden.

Für die punktweise errechnete Schaufel ist von der Linie der Relativgeschwindigkeit  $w$  und der Linie der Meridiangeschwindigkeit  $c_m$  ausgegangen, wie aus Abb. 76b ersichtlich ist. Die  $c_m$ -Linie dient hier zur Ermittlung des Verlaufs der Radbreite  $b$  gemäß Gl. (33) S. 66.

<sup>1)</sup> Wobei Gl. (4) des Abschnitts 61 und Gl. (15) bis (17) des Abschnitts 62 zu Hilfe genommen werden können. Die für die Berechnung von  $\eta_h$  zu benutzende Formel ist in der Fußbemerkung 1, S. 69, durch Gl. (39a) angegeben.

<sup>2)</sup> Bei Benutzung des Stodolaschen Verfahrens würde sich mit  $\varepsilon = 0,89$  (welcher Wert dem gewählten  $\psi$  entspricht) finden nach Gl. (25) S. 88  $\alpha_2 = 0,199$  und nach Gl. (29) der Fußbemerkung S. 89  $u_2 = 23,3 \text{ m/sec}$ , also der gleiche Wert wie oben.

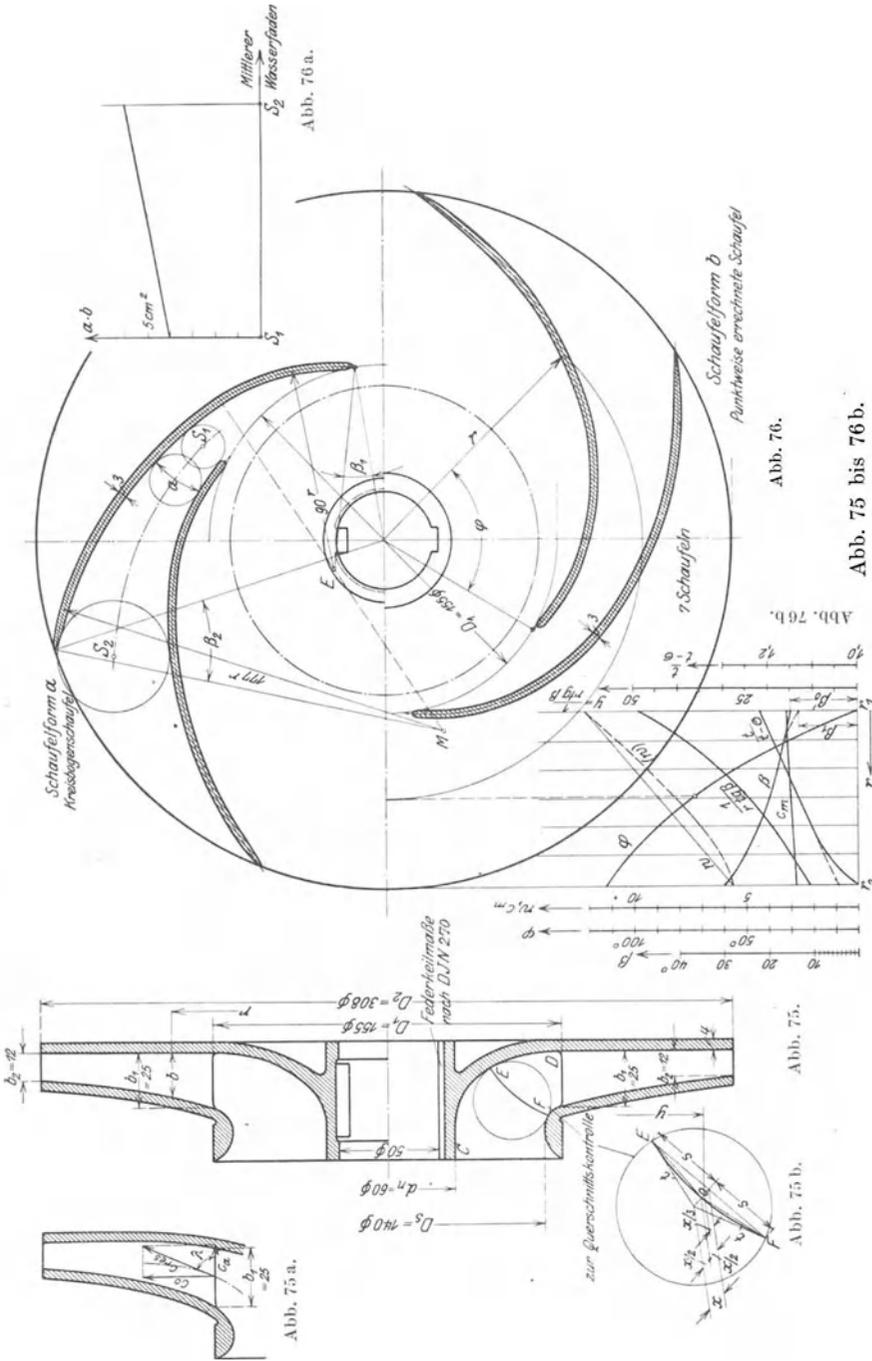


Abb. 75 und 76. Laufrad einer dreistufigen Pumpe für 30 Usec auf 84 m bei 1450 Umdr./min. Oberer Teil: Kreisbogenschaukel (Ausführung mit angegossener Paßfeder). Unterer Teil: Punktweise errechnete Schaufel (Ausführung mit genuteter Nabe). — Abb. 75 a. Einströmrichtung liegt nicht in einer Ebene senkrecht zur Achse. Maßgebend für die Berechnung der zylindrischen Schaufel ist die Geschwindigkeitskomponente  $c_0$ . — Abb. 75 b. Einfache Bestimmung des Einlaufquerschnitts  $F = 2\pi y(s+t)$ . — Abb. 76 a. Verlauf der Kanalquerschnitte der Kreisbogenschaukel. — Abb. 76 b. Diagramm zur punktweise errechneten Schaufel.

Die Grenzwerte der  $c_m$ -Linie sind  $c_{1m} = c'_0 = 3,15$ ,  $c_{2m} = 2,8$  m/sec. Die Anfangs- und Endwerte der  $w$ -Linie sind

$$w'_0 = \sqrt{u_1^2 + c'_0{}^2} = \sqrt{11,78^2 + 2,98^2} = 12,13 \text{ m/sec,}$$

$$w_2 = \frac{c_{2m}}{\sin \beta_2} = \frac{2,8}{0,5} = 5,6 \text{ m/sec.}$$

Die Berechnung der Winkel  $\varphi$  erfolgt am besten tabellarisch, wie in folgender Zahlentafel angegeben ist.

Zahlentafel.  
Berechnung des Schaufelverlaufs.

$r$ m	$c_m$ m/sec	$w$ m/sec	$\beta$ aus Gl. (34) S. 66	$B = \frac{1}{r \operatorname{tg} \beta}$ m <sup>-1</sup>	$\Delta f = \Delta r \cdot \frac{B_n + B_{n+1}}{2}$	$\Sigma \Delta f$	$\varphi = \frac{180}{\pi} \Sigma \Delta f$
0,0775	3,15	12,13	15° 00'	48,2	0,000	0,000	0°
0,0900	3,09	11,04	16° 15'	38,1	0,539	0,539	30,9°
0,1030	3,03	9,95	17° 44'	30,3	0,419	0,958	54,9°
0,1160	2,97	8,86	19° 35'	24,2	0,354	1,312	75,2°
0,1285	2,92	7,78	22° 02'	19,2	0,271	1,583	90,7°
0,141	2,85	6,69	25° 12'	15,1	0,215	1,798	103°
0,154	2,80	5,6	30° 00'	11,2	0,171	1,969	113°

Die zusammengehörigen Werte von  $r$  und  $\varphi$  ergeben die in der unteren Hälfte der Abb. 76 gezeichnete Schaufel. Die Werte von  $\beta$  und  $\varphi$  sind auch in Abb. 76b eingetragen. Dieses Diagramm braucht neben der Linie der  $\frac{t_1 - \sigma_1}{t_1}$  aber eigentlich nur die beiden Kurven zu

enthalten, von denen ausgegangen ist, also im vorliegenden Falle die  $w$ - und  $c_m$ -Kurve. Die Einzeichnung der anderen Kurven erleichtert aber die Auffindung von Rechenfehlern.

In Abb. 75 und 75a sind zwei verschiedene Querschnittsformen dargestellt. Die Querschnittsform der Abb. 75a besitzt am Einlauf eine sanftere Krümmung als die Querschnittsform der Abb. 75, so daß eine gleichmäßigere Geschwindigkeitsverteilung über die Einlaufbreite zu erwarten ist als bei letzterer. Da die in Richtung der Achse gemessenen Radbreiten durchweg gleich sind, ist auch in beiden Fällen die radiale Geschwindigkeitskomponente dieselbe, so daß bei gleicher Lage der Einlaufkante auch der Schaufelverlauf der gleiche ist. Es darf aber nicht übersehen werden, daß bei der Querschnittsform der Abb. 75a die resultierende Eintrittsgeschwindigkeit größer geworden ist, entsprechend einer Verengung der senkrecht zu den Stromlinien gemessenen Radbreite. Deshalb darf der Neigungswinkel  $\lambda$  der Stromlinien am Eintritt nicht allzu weit von 90° abweichen. Auch sollte diese Neigung für die rechte und linke Wand nicht sehr verschieden sein.

Der Verlauf der Radwand am Einlauf von  $C$  bis  $D$ , Abb. 75, entspricht einem stetigen Übergang der Geschwindigkeit  $c_s$  auf  $c_0$ <sup>1)</sup>, kann

<sup>1)</sup> Die Weite  $FE$  der Einlaufquerschnitte kann mit genügender Genauigkeit durch Einzeichnen des beide Wände berührenden Kreises bestimmt werden. Die jeweilige Weite ist dann die Länge der von beiden Berührungspunkten auslaufenden

aber auch nach Kreisbögen begrenzt werden. Das Rad mit Kreisbogenschaufeln (obere Hälfte der Abb. 75 und 76) ist mit angegossenem Keil versehen, während die Radnabe der punktweise berechneten Schaufel (untere Hälfte der Abb. 75 und 76) mit Nute und Paßfedern gezeichnet ist. Die erstere Konstruktion ermöglicht, wie ersichtlich, eine etwas schwächere Bemessung der Nabe (vgl. auch Abb. 82d, S. 109). Zur Vermeidung einseitiger Massenverteilung sowie des Krummziehens der Welle beim Einfräsen der Nuten empfiehlt es sich, zwei um  $180^\circ$  versetzte Nuten vorzusehen. Für die Federkeile der Kreiselpumpen und Turbo-gebläse ist in den deutschen Industrienormen ein besonderes Normenblatt, DIN. 270, enthalten.

**c) Ergänzende Betrachtungen.** Die nach beiden Verfahren gezeichneten Schaufeln besitzen, wie ersichtlich, einen ganz ähnlichen Verlauf. Die  $w$ -Kurve der Kreisbogenschaufel ist aus der gezeichneten Schaufel in der S. 65/66 besprochenen Weise rückwärts bestimmt und des Vergleichs halber in Abb. 76b gestrichelt eingetragen. Würde sie zugrunde gelegt, so würde das zweite Verfahren genau die Kreisbogenschaufel liefern.

Es ist noch von Interesse, den Schaufelwinkel  $\beta_1$  unter Berücksichtigung der Eintrittsablenkung zu kennen. Da nach Gl. (54), sofern  $\psi = 0,6$  geschätzt wird,  $\alpha_1 u_1$  sich zu 1,58 m/sec bestimmt, so gibt Gl. (57), weil  $\beta'_0 = 15^\circ$ ,  $c_{1m} = 3,15$  m/sec,  $\text{tg } \delta_1 = 0,029$ ,  $\delta_1 = 1^\circ 40'$ , also  $\beta_1 = 15^\circ - 1^\circ 40' = 13^\circ 20'$ . Wie man sieht, ist im vorliegenden Falle die Eintrittsablenkung nicht ganz unerheblich.

Für die Ablenkung  $\delta_2$  am Austritt bestimmt sich, weil nach Gl. (49)  $\alpha_2 u_2 = 4,6$  m/sec, aus Gl. (56)  $\text{tg } \delta_2 = 0,240$ , also  $\delta_2 = 13^\circ 30' = \beta_2 - \beta'_2$ .

Bei dem obigen Verfahren der punktweisen Berechnung der Schaufel ist die Eintrittsablenkung  $\delta_1$  vernachlässigt worden. Soll sie berücksichtigt werden, so ist die aus der Tabellenrechnung erhaltene  $\beta$ -Kurve am Eintritt entsprechend dem für  $\beta_1$  erhaltenen Wert, wie in Abb. 76b gestrichelt angedeutet, zu korrigieren, ohne daß im übrigen Rechnungsgang eine Änderung eintritt.

Die zugrunde gelegte  $w$ -Kurve enthält die der unendlichen Schaufelzahl entsprechenden Geschwindigkeiten. Die wirkliche relative Austrittsgeschwindigkeit beträgt, falls der Ausgleich dicht hinter dem Rad vorhanden ist,

$$w'_2 = w_3 = \sqrt{c_{3m}^2 + (u_2 - c_{3u})^2},$$

woraus sich mit  $c_{3u} = \frac{g \cdot \Delta H_{th}}{u_2}$  nach Einsetzen der Zahlenwerte  $w_3 = 9,81$  m/sec errechnet. Würde ferner die Eintrittsablenkung ins Auge gefaßt, so müßte kurz hinter dem Radeintritt eine mittlere relative Geschwindigkeit angenommen werden von

$$w_1 = \sqrt{(u_1 + \alpha_1 u_1)^2 + c_0'^2} = 13,8 \text{ m/sec}.$$

Das Geschwindigkeitsdiagramm des Rades ist in Abb. 77 angegeben. In Abb. 78 ist die  $w$ -Kurve der punktweise errechneten Schaufel nochmals eingezeichnet und auch die Übergangslinie auf die soeben berechneten Grenzwerte  $w_3$  und  $w_1$  gestrichelt angegeben. Es ist hierbei aber zu beachten, daß  $w_1$  nur ein gedachter Mittelwert ist und der Ausgleich am Austritt erst in einiger Entfernung vom Rade erfolgt ist.

In das gleiche Diagramm ist der Verlauf  $rc_u$ , der nach den S. 66 gemachten Angaben errechnet ist, eingetragen. Auch hier ist am Austrittsende der Übergang auf  $rc_{u3}$  gestrichelt angedeutet.

Linie, die die Stromfäden möglichst senkrecht schneidet. Man kann diese Länge nach Closterhalfen in einfacher Weise als das arithmetische Mittel aus dem Durchmesser  $2t$  und der Sehne  $EF = 2s$ , d. h. aus  $t + s$  erhalten (Abb. 75b). Der Schwerpunkt der Normallinie  $EF$  liegt vom Kreismittelpunkt in zwei Drittel des Abstands der Sehne. Damit ist, wenn  $y$  der Halbmesser des Schwerpunktkreises,  $F = 2\pi y(s + t)$ .

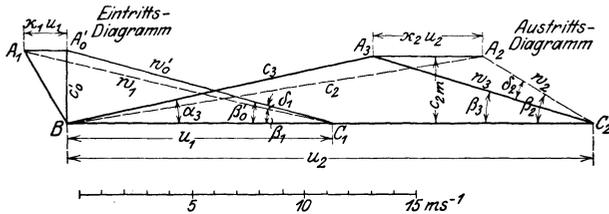


Abb. 77. Geschwindigkeitsdiagramm der berechneten Pumpe für den Ein- und Austritt.

Ein Rückblick über die Rechnung zeigt, daß die älteren Verfahren, die die Ablenkung nicht berücksichtigen, selbst dann zu fehlerhaften Schaufelabmessungen führen müssen, wenn durch Wahl eines entsprechend kleinen Rechnungswertes von  $\eta_n$  ein genügend großer Wert von  $H_{th}$  benutzt wird; denn hierbei erhält man im günstigsten Fall ein richtiges Dreieck  $A_2B_2C_2$ , also den richtigen Schaufelwinkel  $\beta_2$ , aber einen falschen Wert für den Winkel  $\alpha_3$  des austretenden Wassers, also unrichtige Leitschaufeln. Offenbar würde dieser Fehler nur dann behoben werden können, wenn gleichzeitig größere Rechnungswerte für die Wassermenge  $V'$ , also die Meridianschwindigkeit  $c_{3m}$ , benützt würden. Dieser Gebrauch scheint von einzelnen Firmen des Kreiselpumpenbaues auch tatsächlich geübt zu werden. Er gibt dann richtige Werte für  $\beta_2$  und  $\alpha_3$ , wenn das zugehörige Geschwindigkeitsdreieck mit dem Dreieck übereinstimmt, das in Abb. 77 durch Verlängerung von  $BA_3$  und  $C_2A_2$  entsteht. Aber diese große Wassermenge  $V'$  gilt nicht für den Eintritt ins Laufrad und liefert eine falsche Umfangskomponente  $c_{3u}$ .

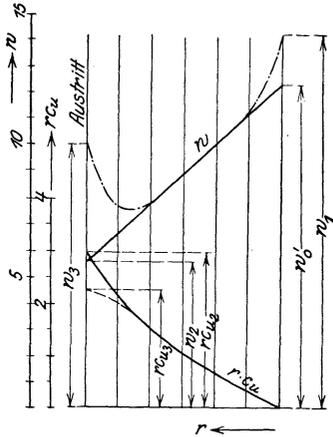


Abb. 78.  $w$ - und  $rc_u$ -Kurven der berechneten Kreisbogenschaufel unter Berücksichtigung der durch die Ablenkung bedingten Änderungen (gestrichelt und strichpunktiert eingetragen).

## F. Die Leitvorrichtungen.

### 41. Die Geschwindigkeit am Austritt aus dem Laufrad.

In der Absolutströmung besteht der Kanalwirbel nicht. Vielmehr liegt, da die am Laufradaustritt vorhandenen Geschwindigkeitsunterschiede in geringer Entfernung vom Laufrad als ausgeglichen angesehen werden können, am Austritt eine homogene Strömung nach Art der S. 15 besprochenen Zentralströmung vor, die sich bei gleichbleibender Breite  $b$  in logarithmischen Spiralen unter dem Winkel  $\alpha_3$  bewegt. Wäre die Strömung schon am Radumfang ausgeglichen, so würde bei gleichem Energieinhalt dort die Geschwindigkeit vorhanden sein

$$c_3 = \sqrt{c_{3u}^2 + c_{3m}^2}, \quad (1)$$

worin  $c_{3u}$  aus der neuen Form der Hauptgleichung [Gl. (18) und (19), S. 86] zu bestimmen ist, also für  $\alpha_0 = 90^\circ$  sich ergibt zu

$$c_{3u} = \frac{g H_{th}}{u_2}. \quad (2)$$

$c_{3m}$  ist gegeben durch

$$c_{3m} = \frac{V}{\pi D_2 b_2}, \quad (3)$$

welcher Wert mit  $c_{2m} \cdot \frac{t_2 - \sigma_2}{t_2}$  übereinstimmt, falls von dem geringen Einfluß des Spaltverlustes abgesehen wird.

Die Geschwindigkeit  $c_3$  ist in möglichst verlustloser Weise in Druck umzusetzen. Allgemein ist bei der Umsetzung der Austrittsgeschwindigkeit in Druck zu beachten, daß die Komponente  $c_{3m}$  meist so klein ist, daß ihre Umsetzung in Druck kaum eine Rolle spielt und vielfach auch nicht einmal zweckmäßig ist. In der Regel handelt es sich also um Verwertung der Umfangskomponente  $c_{3u}$ . Die Verlangsamung kann geschehen entweder in einem am Umfang angeordneten System von ruhenden Kanälen, d. h. einem Leitrad, oder zwischen glatten Wänden oder in einem Spiralgehäuse, dessen Wirkung noch durch eine angeschlossene konische Erweiterung ergänzt werden kann und das dann nichts anderes ist als ein aus einem einzigen Kanal bestehendes Leitrad. Die die Fortsetzung der Laufradwände bildenden seitlichen Führungswände werden zur Vermeidung des Kantenstoßes in allen Fällen so ausgeführt, daß ihr Abstand (Abb. 79)

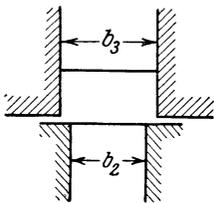


Abb. 79. Übergang vom Laufrad zum Leitrad.

Abstand (Abb. 79)

$$b_3 = b_2 + 1 \div 2 \text{ mm}. \quad (4)$$

Der Einfluß dieser Verbreiterung auf die Komponente  $c_{3m}$  der Gl. (3) kann unberücksichtigt bleiben, da er gering ist und bei Leitschaufeln dadurch eine erwünschte Vergrößerung der Eintrittsweite eintritt.

## 42. Leitrad.

Zwischen Laufradumfang und Leitschaufeln läßt man vielfach einen Zwischenraum von einigen Millimetern, damit Fremdkörper nicht zur Beschädigung der Schaufeln führen. Es mag auch sein, daß der Wirkungsgrad hierdurch günstig beeinflusst wird, weil eine Zone für den Ausgleich der Geschwindigkeiten geschaffen wird.

Man findet auch die Ansicht vertreten, daß es zweckmäßig sei, die Spalte möglichst klein zu machen, weil angenommen wird, daß dann die durch die endliche Schaufelstärke bedingte Verlangsamung beim Austritt aus dem Laufrad und die Wiederbeschleunigung beim Eintritt in das Laufrad vermieden werde<sup>1)</sup>. Dieser Überlegung liegt die Vorstellung zugrunde, daß die Leitschaufeln als Fortsetzung der Laufradwände gedacht werden können. Tatsächlich werden wohl, wenn der Spalt sehr eng ist und die Laufradwände nicht zugespitzt oder verjüngt ausgeführt sind, die sich an die Laufradwände anschließenden Totwasserräume eine starke Verengung des Leitradeintritts und damit eine Überbeschleunigung des Wassers hervorrufen. Am günstigsten dürfte

<sup>1)</sup> Pfarr: Die Turbinen für Wasserkraftbetrieb. 2. Aufl. S. 100. Berlin: Julius Springer 1912.

deshalb die Zuschärfung der Laufschaufeln in Verbindung mit einem kurzen Zwischenraum sein.

Nach dem Austritt aus dem Laufrad bilden die Absolutbahnen des Wassers gemäß Abschnitt 6 logarithmische Spiralen, deren Neigungswinkel gegen den Umfang sich bestimmt aus

$$\operatorname{tg} \alpha_3 = \frac{c_{3m}}{c_{3u}}, \quad (5)$$

wo  $c_{3u}$  und  $c_{3m}$  durch Gl. (2) und (3) gegeben sind. Diese Bahnform bleibt bei stoßfreiem Eintritt in das Leitrad auch nach dem Eintritt trotz der endlichen Dicke der Leitschaufeln bestehen, weil diese in gleicher Weise die Umfangs- und die Meridiankomponente vergrößert, also der Winkel  $\alpha_3$  sich nicht ändert. Vorausgesetzt ist hierbei, daß die Seitenwände im Abstand  $b_3$  parallel bleiben.

Wenn die Strömung ihren Charakter als freie Strömung bis zur Erreichung des Eintrittsquerschnitts  $BC$  behalten soll, so muß also der Eintrittsverlauf  $AC$  der Leitschaufel als logarithmische Spirale ausgebildet werden. Diese logarithmische Spirale kann aber mit genügender Annäherung durch eine Kreisevolvente ersetzt werden, sofern die Schaufelteilung  $t_4$  nicht zu groß ist. Es wird dadurch die zeichnerische Durchführung vereinfacht, da die Evolvente durch einen Kreisbogen nach der S. 63 angegebenen Konstruktion dargestellt werden kann. Die Evolvente besitzt allerdings eine mit zunehmendem Halbmesser abnehmende Neigung der Bahn, so daß entweder zu kleine Eintrittsweiten  $a_3$  entstehen, falls an den Schaufelspitzen der richtige Winkel  $\alpha_3$  verwirklicht wird, oder ein Eintrittsstoß in Kauf genommen werden muß, falls die richtige Neigung etwa im Schwerpunkt des Eintrittsquerschnitts  $AC$  (also im Durchmesser  $D_5$ ) angewendet wird. Mit Rücksicht darauf, daß  $c_{3m}$  nach Gl. (3) etwas zu groß ermittelt wird, da dort  $b_3$  an Stelle von  $b_3$  verwendet ist und also auch  $\alpha_3$  etwas zu groß ist, erscheint es richtig, die Rechnung so durchzuführen, daß  $\alpha_3$  am Durchmesser  $D_4$  der Leitschaufelspitzen erscheint. Es dürften sich dann im Eintrittsquerschnitt  $AC$  die Unterschiede ungefähr gerade ausgeglichen haben.

Damit ist der Durchmesser des Erzeugungskreises der Evolvente zu rechnen aus

$$d_l = D_4 \sin \alpha_3 \quad (6)$$

und die Eintrittsweite  $a_3$  aus

$$a_3 + s_4 = \frac{d_l \pi}{z_l}. \quad (7)$$

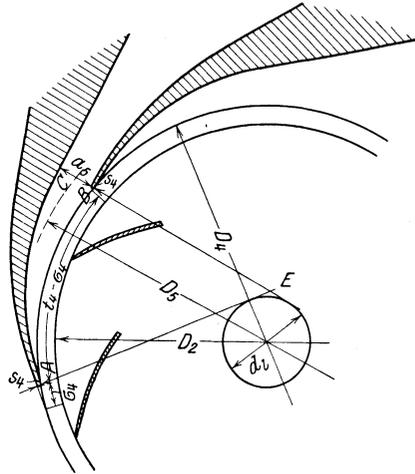


Abb. 80. Konstruktion des Einlaufs der Leitschaufeln als Evolvente.

Die Schaufelstärke  $s_4$  ist verhältnismäßig klein, und zwar etwa zu 2 bis 4 mm anzunehmen.

Die Zahl  $z_l$  der Leitschaufeln ist so zu wählen, daß sie mit der Zahl  $z$  der Laufschaufeln keinen ganzzahligen Faktor gemeinsam hat, um gleichzeitiges Überdecken mehrerer Leitschaufelspitzen durch die Laufschaufelenden zu vermeiden. Kleine Leitschaufelzahlen vermindern die Reibung, vergrößern aber den Erweiterungswinkel des Leitkanals, falls die Kanallänge und die Geschwindigkeitsverlangsamung gleich bleiben sollen.

Nunmehr ergibt sich der Eintrittsverlauf  $AC$ , wenn man von den Teilpunkten  $A, B$  usw. des Kreises vom Durchmesser  $D_4$  aus die Tangenten an den Erzeugungskreis legt (Abb. 80) und aus der Nähe ihrer Schnittpunkte  $E$  Kreisbögen so beschreibt, daß an diesen Tangenten die vorgeschriebene Kanalweite einschließlich der Schaufelstärke, d. h.  $a_5 + s_4$  erscheint.

Bei der Formgebung des Leitkanals zwischen dem Eintrittsquerschnitt  $BC$  und dem Austritt sind die in Abschnitt 15 und 16 angegebenen Gesichtspunkte zu beachten.

Die parallele Ausbildung am Eintritt wird durch Verwendung der Evolvente und gute Abrundung der Schaufelspitzen gesichert. Die Querschnittserweiterung muß stetig sein, und der Erweiterungswinkel sollte an keiner Stelle eines Längsschnittes  $10^\circ \div 12^\circ$  wesentlich überschreiten, weil bei großen Erweiterungen Loslösen des Strahls, Hin- und Herpendeln zwischen zwei Bewegungszuständen eintritt. Dadurch entstehen ziemlich lange Kanäle, die bei mehrstufigen Pumpen leichter unterzubringen sind wie bei einstufigen Pumpen, weil dort der Umföhrungskanal, der das Leitrad mit dem Laufrad der nächsten Stufe verbindet, als Verlängerung des Leitkanals ausgebildet werden kann. Die Wandung soll ferner möglichst glatt sein. Weiter ist von Wichtigkeit, daß Richtungsänderungen auf das unbedingt nötige Maß beschränkt werden, also die Kanalmittellinie geradlinig ist<sup>1)</sup>. Quadratische Querschnitte am Eintritt in die Leitkanäle sind für die Geschwindigkeitsumsetzung im allgemeinen günstiger als rechteckige.

Die Weiterführung des Wassers von den Leitkanälen ab zum Austrittsstutzen oder der nächsten Stufe hat unter stetiger Verlangsamung oder mit gleichbleibender Geschwindigkeit zu erfolgen. Keinesfalls sollte eine Wiedenumsetzung von Druck in Geschwindigkeit eintreten. Auch ist im Auge zu behalten, daß der größte Teil der den Leitschaufeln zugeordneten Umsetzung von Geschwindigkeit in Druck erst in dem darauffolgenden Führungskanal stattfindet (vgl. Abb. 25, S. 32).

Zahlenbeispiel. Für das im Abschnitt 40 behandelte Laufrad ist das zugehörige Leitrad zu entwerfen.

<sup>1)</sup> Daß das Wasser starken Erweiterungen und Krümmungen tatsächlich nicht folgt, geht aus einer Beobachtung von Euler (Z. f. d. ges. Turbinenwes. 1916, S. 117) hervor. Abb. 81 zeigt das Leitrad einer vierstufigen Pumpe von 200 mm Laufraddurchmesser, die einige Monate in einer Braunkohlenzeche zum Fördern von stark schlammhaltigem Wasser im Betrieb gewesen war. Die Leitschaufeln

Nach Gl. (2), (3) und (5) ist, wenn die früher errechneten Zahlenwerte übernommen werden,

$$c_{3u} = \frac{9,81 \cdot 33,0}{23,3} = 13,9 \text{ m/sec}, \quad c_{3m} = \frac{0,030}{\pi \cdot 0,308 \cdot 0,012} = 2,6 \text{ m/sec},$$

$$\operatorname{tg} \alpha_3 = \frac{2,6}{13,9} = 0,187, \quad \alpha_3 = 10^\circ 36'.$$

Wird ferner gewählt  $D_4 = 308 + 7 = 315 \text{ mm}$ ,  $s_4 = 3 \text{ mm}$ ,  $z_l = 9$ , so geben die Gl. (6) und (7)  $d_l = 315 \cdot \sin 10^\circ 36' = 58,0 \text{ mm}$ ,

$$a_5 + s_4 = \frac{58,0 \cdot \pi}{9} = 20,2, \quad a_5 = 20,2 - 3 = 17,2 \text{ mm}.$$

In Übereinstimmung mit Gl. (4) werde  $b_3 = 12 + 1 = 13 \text{ mm}$  gewählt.

von etwa 5 mm Wandstärke, die nach innen zu abnimmt, sind, wie ersichtlich, stark gekrümmt, also auch die Leitkanäle stark erweitert. Es ist nun in hohem Maße bemerkenswert, daß infolge von Ablagerungen der Leitkanal eine Form erhalten hat, die den oben gestellten Bedingungen, also einer beschränkten Erweiterung und



Abb. 81. Leitrad einer Pumpe mit stark erweiterten Kanälen, bei dem die eingetretene Strömung aus Schlammablagerungen ersichtlich ist.

geradlinigem Verlauf, entspricht, wie aus der Abbildung, insbesondere unten links, deutlich zu sehen ist. Am Eintritt war der lichte Querschnitt unverändert geblieben. Da der Schlamm sich nur an den Stellen absetzen kann, die nicht vom strömenden Wasser berührt werden, so ist damit die Form des Wasserstroms deutlich sichtbar gemacht, und es ist anzunehmen, daß der Wirkungsgrad sich durch die Ablagerungen nicht verschlechtert, sondern verbessert hat.

Hinsichtlich der Ausführung des Leitrades sollen einige besonders typische Formen behandelt werden.

In Abb. 82 und 82a ist das berechnete Leitrad so entworfen, wie es sich ergibt, wenn die oben aufgestellten

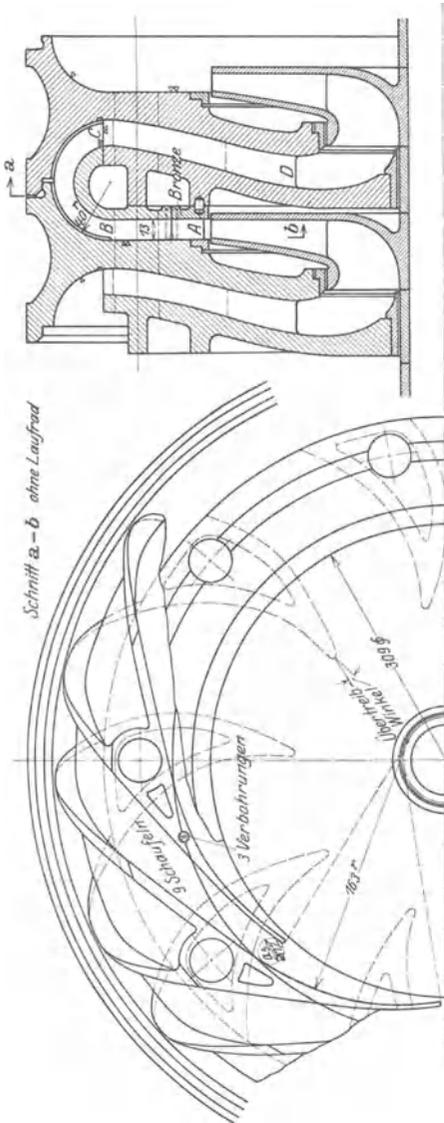


Abb. 82.

Abb. 82 a.

Abb. 82 und 82a. Leitrad zum Laufrad der Abb. 75 und 76 mit den Umführungsschaufeln als Fortsetzung.

Richtlinien streng beachtet werden. Dabei sind auch die Rippen, die in dem radial nach innen gerichteten Teil des Umführungskanals liegen, als Fortsetzung der Leitschaufeln ausgebildet, so daß der Erweiterungswinkel die Grenze von  $10^\circ$  nirgends zu überschreiten braucht. Da die Querschnitte hinter dem Punkt *B* sich nach beiden Seiten erweitern, ist dort, wie der in Abb. 82 b gezeichnete Querschnittsverlauf erkennen läßt, eine raschere Querschnittsvergrößerung möglich als in den eigentlichen Leitkanälen. Das letzte Stück des Umführungskanals ist, wie Abb. 82 b zeigt, ohne Geschwindigkeitsänderung ausgebildet, so daß dieser Teil des Kanals einschließlich seiner Fortsetzung bis zum nächsten Laufrad für den Ausgleich der Geschwindigkeitsunterschiede zur Verfügung steht, was nach den S. 32 besprochenen Versuchen erwünscht ist. Der erste Teil des Kanals, in dem die hohen Geschwindigkeiten herrschen, konnte geradlinig ausgebildet werden. Da in dem folgenden Teil sich die Richtungsänderungen bis zum Austritt erstrecken, sind die

Schaufelenden bei *D* (Abb. 82a) im Sinne einer Verstärkung der Ablenkung zu übertreiben, um tatsächlich radialen Eintritt des Wassers in das nächste Rad zu erhalten. Die zur Verbindung der einzelnen Gehäuseringe (vgl. S. 319) notwendigen Anker sind durch die Leit- und

Umführungsschaufeln hindurchgelegt. Diese Anordnung setzt voraus, daß für die Leitschaufeln ein reichlicher radialer Zwischenraum angestrebt wird (was für die Geschwindigkeitsumsetzung zweifellos von Vorteil ist), ohne daß zu große Außendurchmesser entstehen. Bei kleinerer

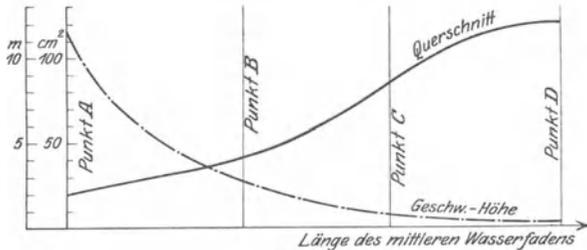


Abb. 82b. Verlauf der Querschnitte und Geschwindigkeitshöhen zum Leitrad der Abb. 82 und 82a.

radialer Erstreckung der Leitschaufeln könnte der Raum für die Lagerflanschen an den Gehäuseenden zu klein werden, so daß in diesem Fall die Anker am Umfang angeordnet werden müssen, wie dies aus Abb. 82c,

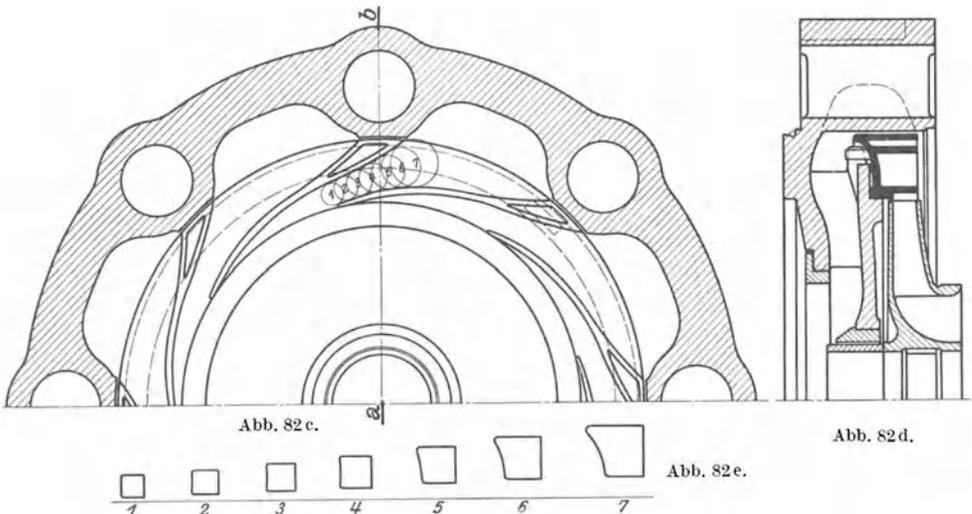


Abb. 82c und 82d. Leitrad von Ehrhardt & Seher A.-G., Saarbrücken.  
Abb. 82e. Aufeinanderfolge der Kanalquerschnitte zum Leitrad der Abb. 82c und 82d.

82d oder den später folgenden Konstruktionszeichnungen des Abschnitts 93 ersichtlich ist.

Die Schaufelspitzen bestehen aus Bronze, um eine leichtere Herstellung der dünn auslaufenden Schaufeln zu ermöglichen, ferner glatte Wände und größere Widerstandsfähigkeit gegen Abnutzung an der Stelle der größten Geschwindigkeit zu erzielen. Gegenüber der Herstellung des ganzen Leitrades aus Bronze entstehen allerdings zusätzliche Kosten für das Modell und die Bearbeitung des inneren Leittrings,

die nicht in allen Fällen durch die erzielte Ersparnis an Bronze ausgeglichen werden dürften.

Die Ausführung geringer Erweiterungswinkel wird erleichtert, wenn der Leitkanal sich auch nach der Seite verbreitert und dem Querschnitt überall angenäherte quadratische Form<sup>1)</sup> gegeben wird. Diese Bauweise ist aus der in Abb. 82c bis 82e angegebenen Konstruktion der Firma Ehrhardt & Schmer A.-G., Saarbrücken, ersichtlich.

In Abb. 83 und 83a ist auf die unmittelbare Verbindung zwischen Leitschaufeln und Umföhrungsrippen verzichtet, also ein schaufelloser Zwischenraum zugelassen. Die Austrittsgeschwindigkeit aus den Leitschaufeln kann aber auch hier verwertet werden, wenn einerseits die Enden der Leitschaufeln nicht zu dick und andererseits der Anfang der Umföhrungsschaufeln in die Richtung des ankommenden Wassers gebogen ist. Die erste Bedingung zwingt dazu, gekrümmte Leitkanäle zuzulassen und die Zahl der Leitschaufeln zu vergrößern, weil sonst

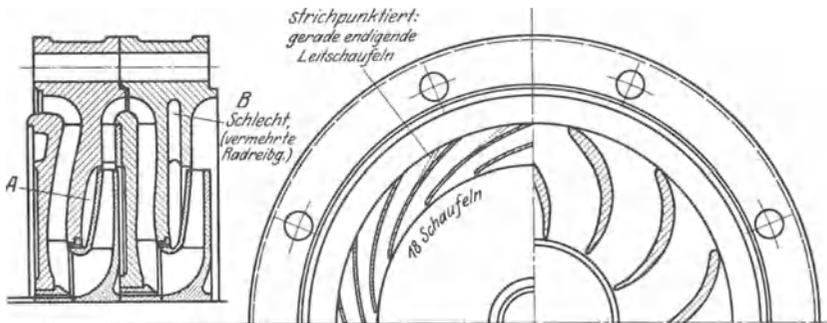


Abb. 83.

Abb. 83 a.

Abb. 83 und 83a. Leitrad ohne unmittelbare Verbindung mit den Umföhrungskanälen. Gehäusering *A* richtig, *B* falsch.

der Erweiterungswinkel (wie aus den gestrichelt eingezeichneten Schaufeln ersichtlich ist) zu groß wird. Je größer die Zahl der Leitschaufeln ist, um so kleiner ist auch die Krümmung<sup>2)</sup>. Auch hier dürfte eine geringe Übertreibung der Krümmung der Umföhrungsschaufeln am Platze sein. Ob die Nachteile der gekrümmten Form der Leitkanäle und der größeren Schaufelzahl durch die geringere Reibung in dem schaufellosten Zwischenraum ausgeglichen werden, vermag nur der Versuch zu entscheiden. Es wäre aber verfehlt, aus dem Verlauf der in Abb. 82b dargestellten Werte der Geschwindigkeitshöhen zu schließen, daß wegen der geringen Geschwindigkeitsenergie am Ende der eigentlichen Leitschaufeln die weitere Wasserföhrung gleichgültig sei und es beispielsweise den Wirkungsgrad nicht beeinträchtige, wenn die Umföhrungsschaufeln einfach geradlinig und radial angeordnet würden

<sup>1)</sup> Da der kreisförmige Querschnitt nach den Versuchen von Andres sich noch günstiger erweist als der quadratische, dürfte auch der allmähliche Übergang vom Rechteck auf die Ellipse Vorteile bringen. Der Kreis selbst kann wegen der Platzverhältnisse nicht oder nur auf einer kurzen Erstreckung verwirklicht werden.

<sup>2)</sup> Diese Ausführung eignet sich besonders für Turbokompressoren, weil dort viele dünne Schaufeln aus Blech möglich sind.

(wie das auch vielfach geschieht); denn die Geschwindigkeitsumsetzung erfolgt nach Abb. 25 hauptsächlich erst hinter der Erweiterung, so daß eine stetige Wasserführung notwendig erscheint. Von den beiden Ausführungsformen *A* und *B* der Gehäuseringe ist die Form *B* unzweck-

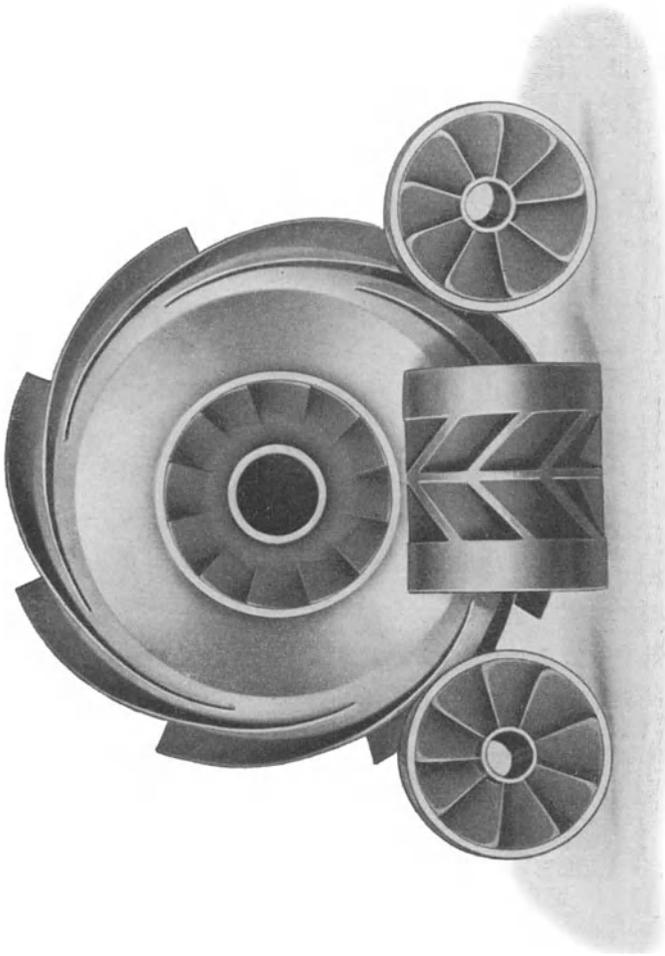


Abb. 83b. Leitrad und verschiedene Laufräder (Maschinenbauanstalt Essen, Wernert & Co., G. m. b. H.).

mäßig, weil die radiale Verlängerung des Spaltraums mit den eingebauten Rippen die Radreibung begünstigt (vgl. Abschnitt 17).

Abb. 83b zeigt ein Leitrad der Maschinenbauanstalt Essen, Wernert & Co., G. m. b. H., bei dem unter Verzicht auf geradlinige Wasserführung die Leitschaufeln in die Krümmung hineingelegt sind.

Eine von der bisher besprochenen grundsätzlich verschiedene Wasserführung besitzt das Leitrad nach Abb. 84 und 84a. Während bisher das Strömungsbild im Meridianschnitt des Leit- und Umführungskanals

ungefähr das gleiche ist wie in einem Krümmer mit einer Richtungsänderung um  $180^\circ$ , erfolgt hier der Übergang von der radial auswärts gerichteten zur radial einwärts gerichteten Strömung so, daß die Wasserfäden, die beispielsweise am Laufradaustritt auf der linken Kanalwand liegen, nach der Richtungsumkehr um  $180^\circ$  immer noch an der linken Seite sind. Man kann sich den Vorgang so vorstellen, daß das aus dem Laufrad austretende Wasser überhaupt nicht wesentlich radial auswärts geführt, sondern gleich in axialer Richtung abgelenkt wird. Würde das Wasser seinen Abstand von der Achse beibehalten, so würde es schraubenförmige Bahnen in einem zylindrischen Hohlraum beschreiben, die man dann an irgendeiner Stelle in die radiale Richtung nach innen ablenken kann. Wie aus Abb. 84 a und 84 b ersichtlich ist, erfolgt die Verbreiterung des Querschnitts sofort nach der Umlenkung in die axiale Richtung, und zwar nach beiden Seiten, so daß ohne

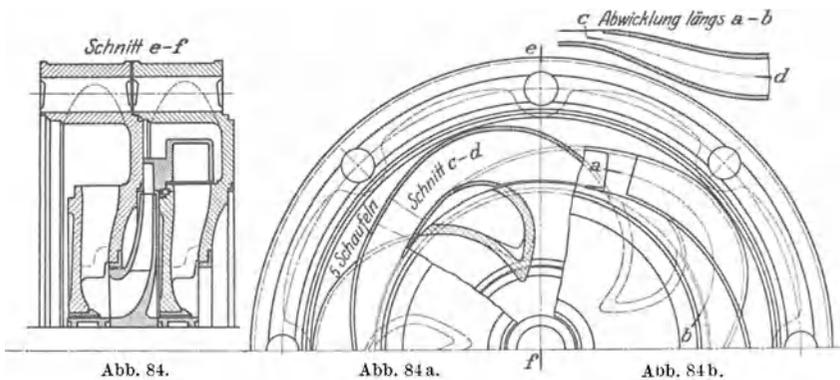


Abb. 84, 84 a und 84 b. Leitrad mit axialer Ablenkung des Wassers dicht hinter dem Laufrad.

Überschreitung des zulässigen Erweiterungswinkels eine wirksame Geschwindigkeitsverlangsamung herbeigeführt wird. Die Zahl der Leitschaufeln muß hier verhältnismäßig klein sein, weil es sonst nicht möglich ist, die Leitkanäle aneinander vorbeizuführen. Diese Bauweise des Leitrades, die in anderer Weise in Abb. 277 bis 279 angewendet ist, gestattet die radiale Ausdehnung des Leitrades weitgehend einzuschränken. Anzunehmen ist aber, daß der Wirkungsgrad durch die Unmöglichkeit, den ersten Teil des Leitkanals geradlinig auszuführen, ungünstig beeinflusst wird.

Das Leitrad der letzten Stufe und das einstufiger Pumpen wird im allgemeinen so ausgeführt, daß auf die radial einwärts führende Fortsetzung verzichtet wird, wie aus den Abb. 254 f., der Abschnitte 92 und 93 ersichtlich ist. Für den Fall der Anwendung der Leitschaufelform nach Abb. 83 und 83 a empfiehlt es sich, das Wasser zum Druckstutzen mittels Spiralgehäuses weiterzuführen, weil dadurch eine stetige Querschnittsänderung, also auch günstige Fortsetzung der Umwandlung der Geschwindigkeit in Druck ermöglicht wird. Der Gewinn dürfte aber nur bei einstufigen Pumpen nennenswert sein.

Bei der Leitradkonstruktion entsprechend Abb. 82 und 82a oder 82c und 82d sind wegen der starken Verdickung der Leitschaufelenden die Voraussetzungen für die Anwendung des spiralförmigen Auslaufs nicht so günstig wie bei Leitschaufeln nach Abb. 83, 83a.

Bei sämtlichen Leitradkonstruktionen ist anzustreben, daß mindestens die Leitschaufelspitzen der Bearbeitung zugänglich sind, da hier die größten in der Pumpe vorkommenden Wassergeschwindigkeiten herrschen. Aus diesem Grunde sind die Anfänge der Leitschaufeln (im Gegensatz zu den Laufschaufeln) meist nur an eine Seitenwand angegossen, damit sie von der anderen Seite her leicht — am besten durch die Fräsmaschine — bearbeitet werden können.

#### 42a. Glatter Leitring.

Die beiderseits die Fortsetzung der Laufradwände bildenden Wände des Leittrings (Abb. 85), die als Rotationsflächen ausgebildet sind, können parallel sein oder beliebige Form besitzen. Ihr Verlauf beeinflußt die Komponente  $c_m$  der Geschwindigkeit in der Meridianebene (Abb. 85a) nach der Gleichung

$$V = 2r\pi b \cdot c_m = D_2\pi b_2 \cdot c_{3m}$$

oder

$$c_m = c_{3m} \frac{D_2 \cdot b_2}{2rb} \quad (8)$$

Für die Änderung der Umfangskomponente  $c_u$  kommt aber nur der Flächensatz in Frage, also

$$c_u r = c_{3u} \cdot \frac{D_2}{2},$$

$$c_u = c_{3u} \frac{D_2}{2r} \quad (9)$$

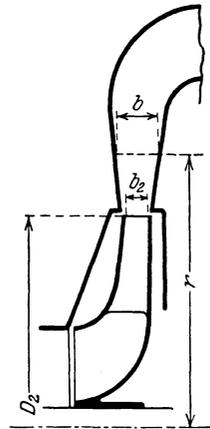


Abb. 85. Leitring.

Die Umfangskomponente nimmt also im umgekehrten Verhältnis zum Halbmesser  $r$  ab. Hierbei ist es vollkommen gleichgültig, welchen Querschnitt der Leitring besitzt. Da die Umfangskomponente für die Umwandlung der Geschwindigkeit in Druck ausschlaggebend ist, so kann ausgesagt werden, daß der Wert eines glatten Leittrings ausschließlich von seiner radialen Erstreckung abhängt und nicht etwa davon, ob er sich nach außen verbreitert oder verengt. Auch eine Fortsetzung in axialer Richtung ist zwecklos, ja sogar schädlich, weil dadurch lediglich eine Verlängerung des Reibungsweges hervorgerufen wird.

Die Umfangskomponente  $c_u$  kann auch auf zeichnerischem Wege ermittelt werden, wenn gemäß Abb. 85 b die Richtung der Geschwindigkeit  $c_3$  bis zum Schnittpunkt  $A$  mit dem betrachteten Parallelkreis verlängert und diese Geschwindigkeit  $c_3$

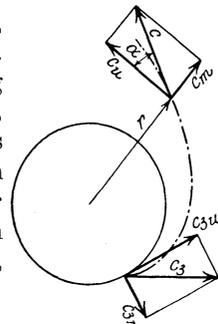


Abb. 85 a.

selbst bis zu diesem Punkt  $A$  verschoben wird. Die Umfangskomponente der so verschobenen Geschwindigkeit  $c_3$  ist dann auch die Umfangskomponente  $c_u$  der vorläufig noch unbekanntes Geschwindigkeit  $c$ , die selbst nicht mit  $c_3$  übereinstimmt, weil ihre Meridiankomponente  $c_m$  nach Gl. (8) zu errechnen ist<sup>1)</sup>.

Über die Wirkung eines glatten Ringraums liegen Versuche von Herbert<sup>2)</sup> mit der in Abb. 258, 259, S. 317 dargestellten einstufigen Kreiselpumpe vor, wobei das vorhandene Leitrad einmal beibehalten und das andere Mal durch einen glatten Leitring ohne Schaufeln ersetzt wurde. Bei der Wassermenge des stoßfreien Eintritts in das Laufrad war die Förderhöhe und der Wirkungsgrad wesentlich niedriger als

mittels Leitapparat (vgl. die Kurven I und III der späteren Abb. 115a). Das Ergebnis besserte sich aber bei gesteigerter Wasserlieferung, wo die Förderhöhe größer war als die mit der Leitschaufelpumpe erhaltene und beinahe ebenso groß als der mit Leitschaufeln erzielte Größtwert.

Daß bei Leitschaufeln und glattem Leitring die Schaufelarbeit verschieden sein wird, ergibt sich aus der verschiedenen Form des Kanalwirbels (vgl. S. 85). Die bei kleinen Wassermengen vorhandene Verschlechterung der Wirkung des Leitringes kann man sich vielleicht dadurch erklären, daß die Nei-

gung der die Wasserbahnen bildenden logarithmischen Spiralen ebenfalls sich verkleinert, der Reibungsweg des Wassers sich also verlängert. Bemerkenswert ist die wesentlich höhere Schluckfähigkeit der mit Leitring versehenen Pumpe. Diese ist der Leitradpumpe als gleichwertig zu betrachten, wenn es sich um große Wassermengen auf verhältnismäßig geringe Förderhöhen handelt. Kleine und mittlere Wassermengen auf verhältnismäßig große Höhen werden aber durch die Leitschaufel stets mit besserem Wirkungsgrad bewältigt als durch die Pumpe mit

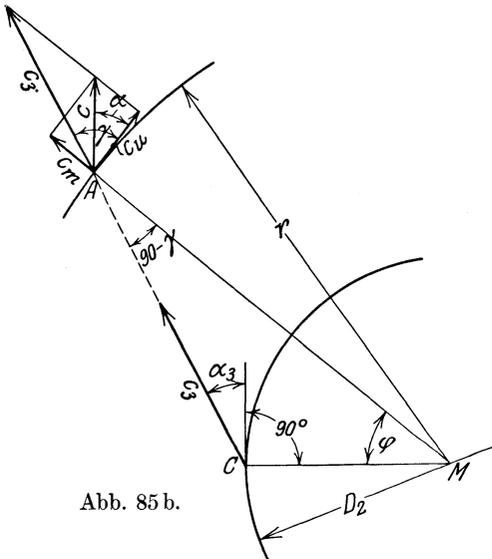


Abb. 85 b.

<sup>1)</sup> Der Beweis ergibt sich mit den Bezeichnungen der Abb. 85 b, da nach dem Sinussatz im Dreieck  $MCA$

$$\sin(90 - \gamma) = \sin(90 + \alpha_3) \frac{D_2}{r}, \quad \text{also} \quad \cos \gamma = \cos \alpha_3 \frac{D_2}{2r},$$

somit

$$c_u = c_3 \cos \gamma = c_3 \cdot \cos \alpha_3 \frac{D_2}{2r} = c_{3u} \cdot \frac{D_2}{2r}$$

übereinstimmend mit Gl. (9).

<sup>2)</sup> Beitrag zur Theorie der Zentrifugalpumpen. Dissertation, München 1913. Ferner Z. f. d. ges. Turbinenwes. 1913, S. 481.

Leitring. Doch auch in diesem Falle wird man zum Leitring übergehen müssen, wenn es sich um Förderung unreiner Flüssigkeiten handelt, weil hier die Leitkanäle sich verstopfen oder stark abnützen.

### 43. Spiralgehäuse.

Bei einstufigen Pumpen und in der letzten Stufe mehrstufiger Pumpen empfiehlt es sich, das Wasser durch einen spiralförmigen Ringraum abzuführen, der um das Leitrad oder auch unmittelbar um das Laufrad herum angeordnet ist. In letzterem Falle tritt das Spiralgehäuse an die Stelle des Leitrades. Die Berechnung eines solchen Spiralgehäuses darf nicht unter Zugrundelegung gleicher mittlerer Geschwindigkeit für sämtliche Querschnitte der Spirale erfolgen, wie es sehr häufig geschieht und wobei der Querschnitt sich proportional dem Beaufschlagungsbogen vergrößert.

Dies zeigt schon folgende einfache Überlegung. Wegen der Fliehkräfte der mit einer Umfangskomponente strömenden Wasserteilchen muß der Druck von innen nach außen zu-, also die Geschwindigkeit abnehmen. Hiernach wird die mittlere Geschwindigkeit eines jeden Spiralquerschnitts um so kleiner, je mehr der Querschnitt sich vergrößert, falls der Strömungszustand längs des Laufradumfangs der gleiche ist. Letztere Bedingung muß aber erfüllt werden, damit die Strömung im Laufrad stationär bleibt und sämtliche Laufkanäle gleichzeitig unter den günstigsten Bedingungen (stoßfreier Eintritt) arbeiten können. Sie hat zur Folge, daß auch längs jeden Parallelkreises in der Spirale der gleiche Strömungszustand herrscht, d. h. die Strömung muß achsensymmetrisch sein.

Zunächst folgt aus dieser Überlegung, daß für jeden Punkt des Spiralgehäuses der Flächensatz gelten muß; also

$$c_u r = K \quad (9a)$$

ist. Für eine leitradlose Pumpe ist

$$K = c_{3u} \cdot \frac{D_2}{2}. \quad (10)$$

Ist ein Leitrad vorhanden, so ist  $K$  aus dem Produkt der für den Austritt aus dem Leitrad geltenden Werte von  $c_u$  und  $r$  zu bestimmen.

Ferner sind die Seitenwände des Spiralgehäuses strenggenommen nach Rotationsflächen auszubilden.

Im ganzen liegt also der gleiche Strömungszustand vor wie bei dem vorher betrachteten Leitring. Man kann auch das Spiralgehäuse zur Entstehung bringen, wenn man in einem Leitring, bei dem die Meridiane der Leitflächen eine ganz beliebige Form besitzen

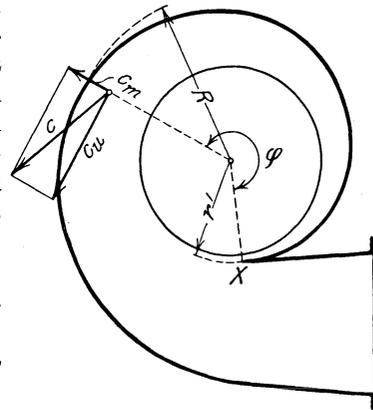


Abb. 86.

mögen, von einer Leitfläche zur andern eine Leitlinie  $AB$  (Abb. 87) zieht und die durch diese gehenden Stromlinien materiell ausführt. Legt man diese Leitkurve in die Nähe des Laufrades, so kann sie als Eintrittskante  $X$  (Abb. 86) in die Spirale betrachtet werden. Haben die spiralförmigen Strombahnen, von ihrer Ausgangskante  $X$  aus gerechnet, einen Winkel  $\varphi$  größer als  $360^\circ$  durchlaufen, so ist zusammen mit den Seitenflächen ein vollständiges Spiralgehäuse entstanden, das die gesamte Flüssigkeitsmenge aufgenommen hat<sup>1)</sup>.

Die äußere Begrenzung  $AB$  der einzelnen Spiralquerschnitte zwischen den unveränderlich bleibenden Meridianlinien der Seitenflächen entsteht aus der Gesamtheit der Durchstoßpunkte der durch die angenommene Leitlinie gehenden Strombahnen mit der jeweiligen Meridianebene. Ihre Bestimmung gestaltet sich sehr zeitraubend, wenn die Seitenflächen nicht parallel sind, da sie in diesem Falle ihre Form längs der Spirale ändert. Eine recht bedeutende Vereinfachung wird erzielt, wenn diese Änderung nicht berücksichtigt wird, was in

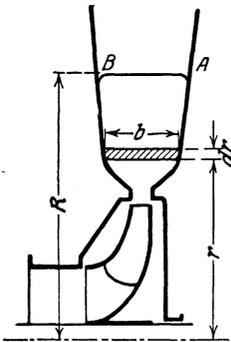


Abb. 87.

den meisten Fällen zulässig sein dürfte. Hierbei wird die Begrenzung  $AB$  in jedem Meridianchnitt als Linie gleichen oder ähnlichen Charakters so angenommen und ihre Lage so bestimmt, daß dem kreisenden Wasser jeweils der notwendige Durchtrittsquerschnitt zur Verfügung steht.

a) Berechnung unter Annahme der Form der äußeren Begrenzung in jedem Spiralquerschnitt. Die wandernde äußere Begrenzung  $AB$  wird bei der Rechnung am besten zunächst geradlinig und parallel zur Achse angenommen und nachher die gewünschte Kurve so eingezeichnet, daß sie die Gerade vermittelt (vgl. Abb. 88).

Wir betrachten den Schnitt nach einer unter dem beliebigen Winkel  $\varphi$  (Abb. 86) zum Anfangspunkt  $X$  der Spirale gelegten Meridianebene und in diesem den Flächenstreifen  $df = b dr$ , der einer sehr kleinen Änderung  $dr$  des Halbmessers  $r$  entspricht.

In diesem ist die Wassergeschwindigkeit senkrecht zum Querschnitt nach Gl. (9 a)  $c_u = \frac{K}{r}$  und somit die durchfließende Wassermenge

$$dV_\varphi = df c_u = \frac{b dr K}{r}.$$

Ist  $r'$  der Halbmesser, auf dem der Anfang  $X$  der Spirale liegt, so tritt durch den betrachteten Querschnitt zwischen dem Halbmesser  $r'$  und der äußeren Begrenzung mit dem Halbmesser  $R$  die Wassermenge

$$V_\varphi = \int_{r=r'}^{r=R} dV_\varphi = K \int_{r'}^R \frac{b dr}{r}.$$

<sup>1)</sup> Vgl. auch Kucharski: a. a. O.

Diese stimmt überein mit der Wassermenge, die auf einem dem Zentriwinkel  $\varphi$  entsprechenden Bogen des Radumfangs aus dem Rade tritt. Also ist auch

$$V_{\varphi} = \frac{\varphi^{\circ}}{360} \cdot V,$$

wenn  $V$  das sekundliche Fördervolumen der Pumpe,  $\varphi^{\circ}$  den in Graden gemessenen Wert von  $\varphi$  bedeutet. Durch Gleichsetzen der beiden vorstehenden Ausdrücke ergibt sich

$$\varphi^{\circ} = \frac{360 K}{V} \cdot \int_{r'}^R \frac{b \, dr}{r}. \quad (11)$$

Aus Gl. (11) kann man den Verlauf von  $\varphi$  in Abhängigkeit von  $R$ , also die Form der Spirale in folgender einfachen Weise ermitteln.

Es wird in einem rechtwinkligen Koordinatensystem zu  $r$  als Abszisse der zu dem gewählten Verlauf  $EF$  der Seitenwandungen gehörige Wert von  $\frac{b}{r}$  als Ordinate aufgetragen (Abb. 88 und 88a). Die zwischen  $r'$  und einem beliebigen Wert  $r = R$  liegende, durch die zugehörigen Ordinaten begrenzte Fläche  $GHCD^1$ ) stellt den zu dem gewählten Radius  $R$  gehörigen Wert des Integrals der Gl. (11) dar, so daß auch  $\varphi$  gegeben ist. Die Bestimmung der Flächeninhalte erfolgt wieder am besten tabellarisch (vgl. S. 101). Es steht also nichts im Wege, den Verlauf der  $\varphi$ -Kurve in Abhängigkeit von  $R$  einzutragen und aus dieser die zu den Schnitten  $I$  bis  $VIII$  der Abb. 88b gehörigen Werte von  $R$  zu entnehmen. Die gewählten gekrümmten Begrenzungslinien der einzelnen Querschnitte, deren Radialprojektion in Abb. 88 gezeichnet ist, können nun so eingetragen werden, daß die Größe der durch die (gestrichelt gezeichnete) Gerade begrenzten Fläche nicht geändert wird.

Ist  $b$  konstant, so entsteht, wie nicht anders zu erwarten ist (vgl. S. 15) eine logarithmische Spirale.

Der Übergang von dem meist unregelmäßigen Endquerschnitt der Spirale zur kreisrunden Öffnung des Druckstutzens hat so zu erfolgen, daß der Querschnitt stetig zunimmt<sup>2)</sup>. Trotzdem wird sich in vielen Fällen eine teilweise Wiederbeschleunigung der Geschwindigkeit nicht vermeiden lassen, weil am äußeren Umfang der Spirale die Geschwindigkeiten erheblich kleiner sind als innen, im Austrittsquerschnitt des Druckstutzens aber gleichmäßige Geschwindigkeitsverteilung herrscht. Die Spirale, einschließlich der konischen Erweiterung, wirkt genau so wie die Leitschaufel des Leitrades. Der einzige Unterschied ist der, daß der spiralige Teil der Leitschaufel kurz ist und durch eine Evolvente ersetzt wird. Zweckmäßigerweise macht man den von der Spirale durchlaufenen Winkel etwas größer als  $360^{\circ}$ , um Rückwirkungen des Übergangs auf die Strömung im Laufrad zu vermeiden.

<sup>1)</sup> In Abb. 88 ist zunächst die Integration vom Laufradumfang aus vorgenommen.

<sup>2)</sup> In Abb. 88 bis 88b ist der größte halbe Erweiterungswinkel  $\arctg \frac{h}{l}$   
 $= \arctg \frac{37}{370} = 5^{\circ} 40'$ .



Da in Gl. (12) und (13)  $\alpha_3$  sich mit zunehmender Breite  $b$  verringert, so verkleinert sich der Erweiterungswinkel  $\varepsilon$  beim Durchströmen durch die Erweiterung, sofern  $\delta$  gleich bleibt. Deshalb erscheint es zulässig, für  $\varepsilon$  größere Werte zuzulassen als bei geraden Kanälen. Ferner ist anzunehmen, daß eine eintretende Strahlablösung nur die Umsetzung von  $c_m$  beeinflusst, die von untergeordneter Bedeutung ist, während die Umsetzung von  $c_u$ , auf die es fast allein ankommt, nur wenig beeinträchtigt wird. Deshalb braucht man hier auf eine obere Grenze von  $\varepsilon$  nicht so streng zu achten, wie es etwa beim Leitrad notwendig war.

Der bei der vorstehenden Berechnung des Spiralgehäuses zugrunde gelegte Flächensatz wird in seiner Gültigkeit beeinträchtigt durch die Reibung. Diese wird eine noch stärkere Verlangsamung der äußeren Stromfäden, deren Reibungsweg am längsten ist, gegen die inneren mit sich bringen, als es die Rechnung ergibt. Danach kann es vielleicht vorteilhaft sein, die Spirale etwas stärker zu erweitern, als der Rechnung entspricht.

Die ausgeführte Gehäuseform kann, wie auch Gl. (11) zeigt, nur für ein bestimmtes Verhältnis  $\frac{V}{K}$ , d. h. ein bestimmtes Verhältnis  $\frac{c_{2m}}{c_{3u}}$ , oder einen bestimmten Winkel  $\alpha_3^1$ , der bei einer richtig berechneten Pumpe zu der Wassermenge des stoßfreien

Eintritts in das Laufrad gehört, die beabsichtigte Wirkung haben. Für abweichende Betriebsverhältnisse ist es dann entweder zu knapp oder zu reichlich bemessen, wie das übrigens auch beim Leitrad der Fall ist. Nur der Leitring besitzt, wenn man von der Reibung absieht, für alle Liefermengen die gleiche Wirkung.

Da die Verlangsamung der Strömung im Spiralgehäuse nach dem Flächensatz erfolgt, so wird in den Fällen, in denen die Spirale sich im Vergleich zum Raddurchmesser stark erweitern kann, eine recht wirksame Verzögerung eintreten. Dies ist bei schnelllaufenden Niederdruckpumpen meist der Fall. Dort ist also ein besonderes Leitrad in Verbindung mit einem Spiralgehäuse in der Regel überflüssig und unter Umständen nicht einmal möglich, weil bei richtiger Durchrechnung der Endquerschnitt der Spirale sich zu groß ergeben würde. Bei den ausgesprochenen Schnellläufern, beispielsweise den im Abschnitt 76 behandelten Axialpumpen, kann auch ohne Leitrad das Spiralgehäuse zu große Abmessungen erhalten, so daß man entweder beim Übergang auf den Druckstutzen eine Querschnittsverkleinerung zulassen oder die Spirale enger, als den Austrittsverhältnissen aus dem Laufrad entspricht, ausführen muß. In letzterem Falle wird das Laufrad ungleich beaufschlagt werden, was wahrscheinlich den Wirkungsgrad beeinträchtigt. Bei der S. 232/37 berechneten Pumpe sind diese Schwierigkeiten dadurch umgangen, daß die Umfangskomponente des austretenden Wassers durch Anwendung eines Eintrittsdralls vergrößert wurde.

Unter allen Umständen ist daran festzuhalten, daß Leiterschaukeln in Verbindung mit einem Spiralgehäuse entbehrlich sind, wenn man mit dem Spiralgehäuse allein einen ausreichenden Austrittsquerschnitt der Spirale erhält.

Das in den Abb. 88, 88a, 88b berechnete Gehäuse gehört zu dem in Abschnitt 72 errechneten Laufrad mit einem Austrittsdrall  $K = c_{3u} \cdot r_2 = 1,015 \text{ m}^2/\text{sec}$  und einer Wassermenge  $V = 250 \text{ l/sec}$  (vgl. Abb. 149, 150). Der seitliche Verlauf  $EF$  der Querschnittsbegrenzung (Abb. 88) ist so gewählt, daß im Endquerschnitt  $I$  eine mittlere Geschwindigkeit von  $3,05 \text{ m/sec}$  entsteht, die in der konischen Erweiterung auf  $2,6 \text{ m/sec}$  verkleinert wird. Die Geschwindigkeit im äußersten Punkt des Querschnitts  $I$  beträgt auf Grund der Gleichheit des Dralls nur  $2,08 \text{ m/sec}$ ,

1) Also für eine bestimmte Parabel gleichen Wirkungsgrades im  $V_x H_x$ -Diagramm (vgl. Abschnitt 51).

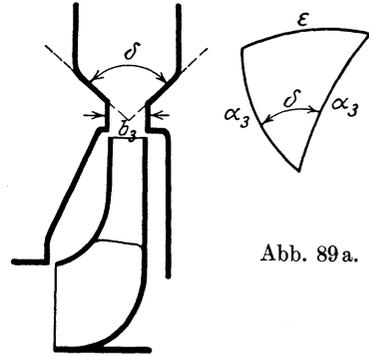


Abb. 89.

Abb. 89 a.

so daß im Erweiterungsteil auch eine gewisse, allerdings nicht ganz zu vermeidende Wiedenumsetzung von Druck in Geschwindigkeit stattzufinden scheint. In Wirklichkeit wird wohl die geradlinige Strömung des Erweiterungsteils bereits auf die Verhältnisse zwischen den Querschnitten *I* und *VIII* zurückwirken und einen gewissen Ausgleich der Geschwindigkeiten herbeiführen.

Der durch die notwendigen Querschnittsverhältnisse bedingte Winkel  $\delta$  beträgt  $60^\circ$ , dem nach Gl. (12), weil  $\alpha_3 = 27^\circ 34'$ , ein Erweiterungswinkel  $\varepsilon$  der Strombahnen von  $26^\circ 20'$  am Anfang des Erweiterungsteils entspricht. Würde dieser Erweiterungswinkel beibehalten, so müßte die Erweiterung im Meridianschnitt nicht geradlinig, sondern wie in Abb. 88 gestrichelt eingetragen erfolgen.

Die Eintrittskante *X* der Spirale ist nicht unmittelbar an den Laufradumfang gelegt, sondern in einer gewissen Entfernung angeordnet, teils um die Verlangsamung des Wassers zu begünstigen, teils den bei wechselnder Wassermenge eintretenden Stoß zu mildern.

**b) Berechnung unter punktweiser Bestimmung der äußeren Begrenzung eines jeden Spiralquerschnitts.** Die Anwendung dieses von Kucharski angeregten Verfahrens, bei dem die Schnittpunkte der die Spiralwand bildenden Stromfäden mit den einzelnen Meridianebenen zu bestimmen sind, ist nur in Ausnahmefällen nötig. Da für die äußeren Stromfäden

$$c_u = \frac{K}{R} = \frac{R d\varphi}{dt} \quad \text{und} \quad c_m = \frac{dx}{dt},$$

wobei *x* die Länge der Stromfäden in der Meridianströmung ist, so folgt durch Elimination von *dt*

$$d\varphi = \frac{K \cdot dx}{R^2 \cdot c_m}, \quad (14)$$

also

$$\varphi = K \int \frac{dx}{c_m R^2}. \quad (15)$$

Aus dieser Gleichung ist für jeden Stromfaden die Abhängigkeit des Winkels  $\varphi$  von *R* (in absolutem Bogenmaß) zu bestimmen, was auf graphischem Wege zu geschehen hat, nachdem vorher durch den Entwurf des Strombildes der Meridianströmung, gemäß dem im Abschnitt 7 angegebenen Verfahren, die Werte von  $c_m$  ermittelt sind.

Diese exakte, aber sehr zeitraubende Bestimmung der Form des Spiralgehäuses ist für die in Abb. 175 bis 176c gezeichnete Axialpumpe, und zwar sowohl für die Saug- und Druckspirale, durchgeführt.

#### 44. Spiralgehäuse mit kreisförmigem Querschnitt.

Aus den Betrachtungen des vorstehenden Abschnitts ergibt sich, daß Rohrspiralen mit kreisförmigem Querschnitt den zu stellenden Bedingungen insofern nicht gerecht werden, als die Strömung nicht zwischen Rotationsflächen erfolgt. Weil diese Gehäuseformen aber sehr häufig verwendet werden und wegen ihrer einfachen Querschnittsform der mathematischen Behandlung zugänglich sind, so wird im folgenden ihre Berechnung unter der Voraussetzung durchgeführt, daß trotz des Fehlens der Achsensymmetrie am Umfang des Laufrades gleichmäßige Geschwindigkeits- und Druckverhältnisse herrschen.

Da dann der Flächensatz auch hier gilt, so muß jeder Spiralquerschnitt der Gl. (11) genügen. Dabei beziehe sich die untere Grenze  $r'$  des Integrals auf den der Achse am nächsten gelegenen Punkt des Kreisquerschnitts (Abb. 89b), wobei  $r'$  mit  $\varphi$  veränderlich sein kann. Das Integral läßt sich jetzt allgemein auswerten. Mit den Bezeichnungen der Abbildung ist

$$\left(\frac{b}{2}\right)^2 + (r - a)^2 = \varrho^2.$$

Wird der sich hieraus für  $b$  ergebende Wert in das Integral eingesetzt, so folgt

$$\int_{r'}^R \frac{b \, dr}{r} = 2 \int_{a-\varrho}^{a+\varrho} \frac{\sqrt{\varrho^2 - (r-a)^2} \, dr}{r} = 2\pi(a - \sqrt{a^2 - \varrho^2}), \quad (16)$$

also nach Gl. (11)

$$\varphi^\circ = \frac{720 K}{V} \pi(a - \sqrt{a^2 - \varrho^2}), \quad (17)$$

worin für eine Pumpe ohne Leitschaufeln

$$K = \frac{D_2}{2} \cdot c_{3u}.$$

Aus Gl. (17) kann der zu einem beliebigen Radius  $\varrho$  gehörige Winkel  $\varphi$  ermittelt werden. Auch läßt sich der zu bestimmten Werten von  $\varrho$  und  $\varphi$  gehörige Abstand  $a$  ausrechnen. Da der kleinste Abstand  $r' = a - \varrho$  häufig unmittelbar gegeben ist, so ist es zweckmäßig,  $a = r' + \varrho$  zu setzen, womit Gl. (17) die folgende Form erhält

$$\varphi^\circ = \frac{720 K}{V} \pi[r' + \varrho - \sqrt{r'(r' + 2\varrho)}]. \quad (18)$$

Für den Entwurf der Spirale ist es am bequemsten,  $\varphi$  anzunehmen und danach  $\varrho$  auszurechnen. Deshalb benützt man Gl. (17) oder (18) am besten in der Form

$$\varrho = \sqrt{2a \frac{\varphi^\circ}{C} - \left(\frac{\varphi^\circ}{C}\right)^2}, \quad (19)$$

$$\varrho = \frac{\varphi^\circ}{C} + \sqrt{2r' \frac{\varphi^\circ}{C}}, \quad (20)$$

worin

$$C \equiv \frac{720 \pi K}{V}. \quad (21)$$

Ist  $a$  bzw.  $r'$  verhältnismäßig groß gegenüber  $\varrho$ , so kann in Gl. (19) auch  $\left(\frac{\varphi^\circ}{C}\right)^2$  vernachlässigt und geschrieben werden

$$\varrho \approx \sqrt{2a \frac{\varphi^\circ}{C}}. \quad (22)$$

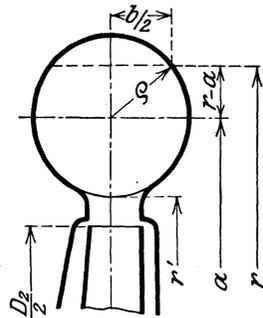


Abb. 89b. Spiralgehäuse mit kreisförmigem Querschnitt.

Die Gültigkeit der Gleichungen (17) bis (22) wird nicht beeinträchtigt, wenn die Meridiangeschwindigkeit des Wassers beim Eintritt in die Spirale nicht radial von innen nach außen, sondern schräg zur Achse gerichtet ist.

Die vielfach übliche Rechnungsweise, den Spiralquerschnitt proportional mit  $\varphi$  zunehmen zu lassen, würde die Gleichung  $\rho = \text{const} \sqrt{\varphi}$  liefern, die auch nicht mit der Näherungsgleichung (22) übereinstimmt, weil  $a = r' + \rho$  im allgemeinen mit  $\varphi$  zunimmt.

#### 45. Eintrittsleitvorrichtung.

Wenn dem Wasser eine von  $90^\circ$  abweichende Eintrittsrichtung gegeben werden soll, ist eine Leitvorrichtung am Eintritt in das Laufrad anzuordnen. Man hat sich hiervon vielfach Vorteile versprochen, weil, wie Abb. 90 zeigt, die Möglichkeit besteht, die relative Eintritts-

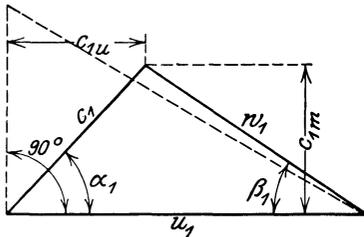


Abb. 90.

geschwindigkeit  $w_1$  bei gleicher Geschwindigkeit  $c_1$  oder  $c_{1m}$  erheblich zu verkleinern, also die Kanalweite am Eintritt zu vergrößern und damit die Reibung in den Laufkanälen zu verringern. Da aber die durch die Eintrittsleitschaufeln verursachte Widerstandshöhe hinzukommt, so ist es zweifelhaft, ob durch diese Maßnahme im ganzen eine Verbesserung des Wirkungs-

grades erreicht wird. Auch muß nach der Hauptgleichung die Umfangsgeschwindigkeit der Pumpe erhöht, also die Drehzahl gesteigert werden, damit die gleiche Förderhöhe erreicht wird wie bei senkrechtem Eintritt. Hierdurch entstehen weitere zusätzliche Reibungsverluste. Es kommt noch hinzu, daß die Widerstände der Eintrittsleitvorrichtung die erreichbare Saughöhe verringern und die Pumpe im ganzen an Einfachheit verliert. Infolgedessen wird von der Anwendung einer Eintrittsleitvorrichtung wenig Gebrauch gemacht.

Die Ablenkung des Wassers kann mittels Leitschaufeln oder Rohrspiralen erfolgen. Im Gegensatz zum Austrittsleitrad hat die Eintrittsleitvorrichtung die Aufgabe, nur die Richtung und nicht Druck und Geschwindigkeit zu ändern, da die Verringerung des Drucks die Saugfähigkeit und damit auch den Wirkungsgrad beeinträchtigt. Wird eine Vergrößerung der Eintrittsgeschwindigkeit zugelassen, so ist im einzelnen Falle zu erwägen, ob die vergrößerte Eintrittsgeschwindigkeit bei senkrechtem Eintritt, also ohne Hinzunahme der Leitvorrichtung, nicht die gleichen günstigen Verhältnisse liefern würde, da ja der Eintrittsdurchmesser sich verringert. Liegen die Austrittskanten der Leitschaufeln nicht auf einem Kreiszyylinder, so daß die einzelnen Punkte verschiedenen Abstand von der Drehachse haben, so muß die Umfangskomponente des austretenden Wassers dem Flächensatz genügen, d. h. es muß das Produkt  $c_{0u} \cdot r$  aus Umfangskomponente und Abstand von der Drehachse für jedes Wasserpartikelchen das gleiche sein. Dementsprechend sind die Flächen der Eintrittsleitschaufeln auszubilden (vgl. auch Abb. 16).

## G. Allgemeine Beziehung zwischen Wassermenge, Förderhöhe und Drehzahl. Kennfläche.

### 46. Entstehung der Drosselkurve.

Für die Benutzung einer Kreiselpumpe ist es außerordentlich wichtig zu wissen, wie sie sich verhalten wird, wenn die Fördermenge von der normalen abweicht, weil zu erwarten ist, daß die Förderhöhe sich ändern wird, sobald sich die Wassermenge oder Drehzahl ändert, während bei Kolbenpumpen diese Abhängigkeit nicht besteht. Auch hat man ein Interesse daran, eine bestimmte Pumpengröße für möglichst vielseitige Verhältnisse zu verwenden, abgesehen davon, daß Schwankungen der drei Größen Wassermenge, Förderhöhe und Drehzahl in jedem Pumpwerk auftreten werden.

Wir führen diese Untersuchung so durch, daß wir zunächst die Drehzahl gleich groß lassen und feststellen, wie sich hierbei die Förderhöhe mit der Wassermenge ändert. Diese Abhängigkeit kann man bei einer ausgeführten Pumpe auf dem Versuchsstand leicht feststellen, wenn man bei konstanter Drehzahl die Wassermenge durch verschiedene Einstellung eines in die Druckleitung eingebauten Drosselschiebers ändert und die zusammengehörigen Werte von Wassermenge  $V_x$  und Förderhöhe  $H_x$  mißt. Wir bezeichnen deshalb diese Kurve, welche die Linie gleicher Drehzahl im  $(V_x H_x)$ -Diagramm darstellt, als Drosselkurve. Die Gesamtheit der Drosselkurven für sämtliche möglichen Drehzahlen bilden in einem räumlichen Koordinatensystem mit den Koordinaten  $V_x$ ,  $H_x$ ,  $n$  eine Fläche, die Kennfläche, die über das Verhalten der Pumpe im ganzen möglichen Betriebsgebiet Auskunft gibt.

Bei den nachfolgenden Untersuchungen sind alle Veränderlichen gegenüber dem Zustand des stoßfreien Eintritts durch das Fußzeichen  $x$  unterschieden.

#### 46 a. Die Schaufelarbeit $H_{thx}$ bei beliebigem Stoßzustand.

Wir beschränken uns auf den Fall senkrechten Eintritts des Wassers in das Laufrad, wofür die Hauptgleichung die Form besitzt

$$H_{th} = \frac{u_2}{g} c_{3u} = \frac{u_2}{g} (c_{2u} - \kappa_2 u_2) \quad (1)$$

oder

$$H_{th} = H_{th\infty} - \kappa_2 \frac{u_2^2}{g}, \quad (2)$$

wo

$$H_{th\infty} = \frac{u_2}{g} c_{2u}. \quad (3)$$

Die vorstehenden Gleichungen geben die Schaufelarbeit für 1 kg Wasser auch dann an, wenn die Liefermenge von der normalen abweicht, weil der Verlust durch den Eintrittsstoß den gleichen Charakter hat wie die in den Laufkanälen auftretenden hydraulischen Verluste  $Z_I$ , die gemäß den Ableitungen des Abschnitts 23 aus der Hauptgleichung

herausfallen und es auch einerlei ist, wie die Bahn des Wassers zwischen Ein- und Austritt verläuft, d. h. ob Unstetigkeiten infolge des Stoßes auftreten oder nicht.

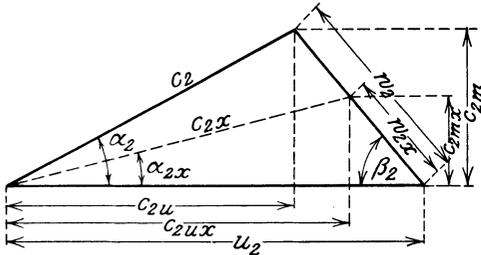


Abb. 91. Austrittsdiagramm bei nicht stoßfreiem Eintritt und unendlicher Schaufelzahl.

Dementsprechend können die Größen, welche sich mit der Wassermenge ändern, ohne weiteres das Fußzeichen  $x$  erhalten. Auf der rechten Seite von Gl. (3) ändert sich nun  $c_{2u}$ , d. h.  $c_{2ux}$  mit der Wassermenge  $V_x$ . Die gegenseitige Abhängigkeit findet sich aus dem Austrittsdiagramm Abb. 91,

wenn beachtet wird, daß der Schaufelwinkel  $\beta_2$ , also auch die Richtung von  $w_{2x}$ , bestehen bleibt und die Meridiankomponente sich proportional mit  $V_x$  ändert, nämlich

$$c_{2mx} = w_{2x} \cdot \sin \beta_2 = \frac{V_x}{\pi D_2 \cdot b_2} \quad (4)$$

Der Verengungsbeiwert  $\frac{t_2 - \sigma_2}{t_2}$  ist hierin, ebenso bei den folgenden Untersuchungen, gleich 1 gesetzt. Aus Gl. (4) folgt

$$c_{2ux} = u_2 - c_{2mx} \cdot \operatorname{ctg} \beta_2 = u_2 - \frac{V_x \operatorname{ctg} \beta_2}{\pi D_2 b_2}, \quad (5)$$

also nach Gl. (3)

$$H_{th \infty x} = \frac{u_2}{g} \left( u_2 - \frac{V_x \operatorname{ctg} \beta_2}{\pi D_2 b_2} \right). \quad (6)$$

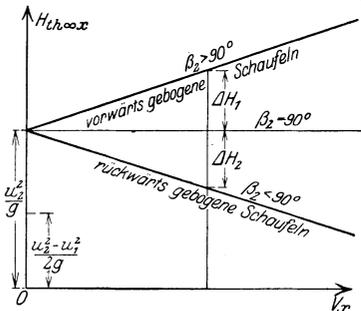


Abb. 92. Verlauf der spezifischen Schaufelarbeit in Abhängigkeit der Wassermenge bei konstanter Drehzahl und unendlicher Schaufelzahl.

Diese Gleichung gibt die Abhängigkeit der spezifischen Schaufelarbeit einer Pumpe mit unendlich vielen Schaufeln von der Wassermenge  $V_x$  an. Sie stellt offenbar eine Gerade dar.

Das zweite Glied in der Klammer wechselt sein Vorzeichen, wenn  $\beta_2$  durch  $90^\circ$  hindurchgeht. Daraus ergibt sich der in Abb. 92 eingetragene Verlauf der Schaufelarbeit für  $\beta_2 \leq 90^\circ$ , d. h. für rückwärts gebogene, senkrecht endigende und vorwärts gebogene Schaufeln. Die Schaufelarbeit für 1 kg nimmt also mit zunehmender Wassermenge  $V_x$

bei Rückwärtskrümmung ab, bei Vorwärtskrümmung zu und bleibt konstant gleich  $\frac{u_2^2}{g}$  bei senkrechter Endigung der Schaufel. Bei gleicher

Umfangsgeschwindigkeit und Wassermenge ist die Schaufelarbeit vorwärts gekrümmter Schaufeln in Übereinstimmung mit dem S. 54

Gesagten um  $\Delta H_1$  größer, die rückwärts gekrümmter Schaufeln um  $\Delta H_2$  kleiner als die senkrecht endigender Schaufeln.

Sofern vom Eintrittsstoß abgesehen wird, stellt  $H_{th\infty x}$  auch die theoretische Förderhöhe dar. Die Zunahme dieser mit zunehmender Wassermenge, wie es bei der vorwärts gekrümmten Schaufel der Fall ist, steht im Widerspruch damit, daß die Vergrößerung der Wassermenge auf dem Versuchsstand durch eine Vergrößerung des Drosselquerschnitts hervorgerufen wird und läßt neben den in Abschnitt 26 festgestellten Nachteilen ein labiles Verhalten der vorwärts gekrümmten Schaufeln befürchten (vgl. S. 149).

Ist der Drosselschieber geschlossen, also  $V_x = 0$ , so geben alle drei Schaufelarten den Wert  $\frac{u_2^2}{g}$  für die spezifische Schaufelarbeit an. Wird der Eintrittsstoß mit  $\frac{u_1^2}{2g}$  (vgl. S. 129) in Abzug gebracht, so ist die theoretische Förderhöhe  $\frac{2u_2^2 - u_1^2}{2g}$ . Auf S. 43 ist für die Drucksteigerung in einem mit Wasser gefüllten Rad ohne Durchfluß nach Gl. (46) der Ausdruck  $\frac{u_2^2 - u_1^2}{2g}$  abgeleitet, also etwa die Hälfte des aus der Hauptgleichung folgenden Wertes. Der Widerspruch klärt sich auf, wenn berücksichtigt wird, daß in dieser Ableitung Durchfluß des Wassers angenommen ist, der zwar jetzt unendlich klein ist, aber jedenfalls zur Folge hat, daß das am Radumfang vorhandene Wasser mit der absoluten Geschwindigkeit  $u_2$  umläuft. Somit wird neben der statischen Druckhöhe  $\frac{u_2^2 - u_1^2}{2g}$  eine Geschwindigkeitshöhe von  $\frac{u_2^2}{2g}$ , im ganzen also der Energiezuwachs  $\frac{2u_2^2 - u_1^2}{2g}$ , vorhanden sein. Diese Betrachtung zeigt, daß, wenn infolge der Reibung die Rotation im Spalt vernichtet würde, im Augenblick des Schieberabschlusses ein starker Druckabfall eintreten müßte. Man bezeichnet den Betriebszustand bei abgeschlossenem Schieber deshalb auch als Schwebezustand. Daß beim Versuch in Wirklichkeit kein Druckabfall wahrgenommen wird, liegt daran, daß auch bei abgeschlossenem Schieber eine Wassermenge gleich dem Spaltverlust gefördert wird und vielleicht auch der Kanalwirbel einen Flüssigkeitsaustausch zwischen Spaltraum und Laufkanal herbeiführt (vgl. Abb. 62).

Die **Berücksichtigung der endlichen Schaufelzahl** erfolgt nach Gl. (2) dadurch, daß die entsprechende spezifische Minderleistung gemäß Gl. (44), S. 93 in Abzug gebracht wird, nämlich

$$\kappa_{2x} \frac{u_2^2}{g} = H_{th\infty x} - H_{thx} = \frac{\psi}{z} \frac{r_2^2}{S} H_{thx}. \quad (6a)$$

Setzt man nun der Abkürzung halber

$$\frac{\psi}{z} \frac{r_2^2}{S} \equiv p, \quad (7)$$

welcher Ausdruck für die Radialschaufel, da hier  $S = \frac{1}{2}(r_2^2 - r_1^2)$ , zu schreiben ist

$$\frac{2\psi}{z} \frac{1}{1 - \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2} = p, \tag{7a}$$

so ist

$$H_{thx} = \frac{H_{th\infty x}}{1 + p} \tag{7b}$$

oder mit Bezug auf Gl. (6)

$$H_{thx} = \frac{1}{1 + p} \frac{u_2}{g} \left( u_2 - \frac{V_x \operatorname{ctg} \beta_2}{\pi D_2 b_2} \right). \tag{7c}$$

Die Zahl  $p$  ändert sich nur insoweit mit  $V_x$ , als  $\psi$  gemäß Gl. (42b) bzw.  $a$  gemäß Gl. (41 a), S. 93 bzw. 92 sich ändert, wobei nur das Verhalten der Größe  $y$  der Gl. (41 a) von Einfluß sein kann, da alle übrigen Größen in dieser Gleichung von  $V_x$  unabhängig sind. Wie Gl. (40) zeigt, wird  $y$  mit abnehmendem  $c_{2mx}$  zunehmen, also  $a$  abnehmen.

Dementsprechend wird  $\psi$  mit abnehmendem  $V_x$  sich etwas verkleinern. Im Einklang mit der in Abschnitt 37 vertretenen Auffassung betrachten wir aber  $\psi$  und damit auch  $p$  als konstant. Die

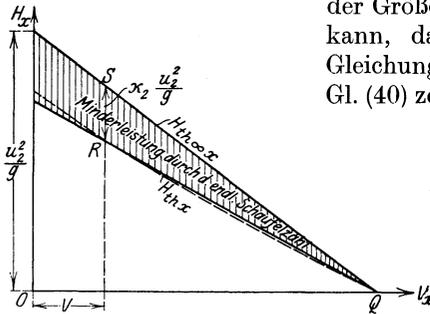


Abb. 93. Einfluß der endlichen Schaufelzahl auf den Verlauf der Schaufelarbeit.

Linie der  $H_{thx}$  erscheint dann als eine Gerade  $QR$  (Abb. 93), die die  $V_x$ -Achse im selben Punkt  $Q$

schneidet wie die Linie der  $H_{th\infty x}$ , und die leicht aufgezeichnet werden kann, wenn auf der Ordinate der normalen Wassermenge das von der Berechnung des Laufrades oder Gl. (44), S. 93 her bekannte Stück

$\overline{SR} = \kappa_2 \frac{u_2^2}{g} = H_{th\infty} - H_{th}$  abgetragen wird. Die gestrichelte Linie des

Diagramms entspricht dem Verlauf, wie er sich bei Berücksichtigung der Änderung von  $\psi$  unter Zugrundelegung der für das Beispiel des Abschnitts 40 geltenden Zahlenwerte ergeben würde. Die Unterschiede lassen die getroffene Vereinfachung als zulässig erscheinen<sup>1)</sup>.

Die Abnahme  $\kappa_{2x} u_2$  der Umfangskomponente des aus dem Rad tretenden Wassers kann mit Hilfe von Gl. (6a) und (7) auch geschrieben werden

$$\kappa_{2x} u_2 = g p \frac{H_{thx}}{u_2}$$

oder nach Gl. (1)

$$\kappa_{2x} u_2 = p c_{3ux}. \tag{7d}$$

<sup>1)</sup> Der gemachte Fehler hat auf die sich ergebende Form der Drosselkurve insofern nur einen verschwindenden Einfluß, als die Stoßverluste bei einer Vergrößerung der Minderleistung sich kleiner ergeben und umgekehrt.

Da die Wassermenge des stoßfreien Eintritts

$$V = \pi D_2 b_2 \cdot c_{2m}, \quad \text{also} \quad \pi D_2 b_2 = \frac{V}{c_{2m}}, \quad (7e)$$

und gemäß Abb. 93a

$$\left. \begin{aligned} u_2 &= \overline{B_2 D} + \overline{DE} + \overline{EC_2} = c_{3u} + p c_{3u} + c_{2m} \operatorname{ctg} \beta_2 \\ &= c_{2m} (1 + p) \operatorname{ctg} \alpha_3 + c_{2m} \operatorname{ctg} \beta_2, \end{aligned} \right\} \quad (7f)$$

also

$$c_{2m} = \frac{u_2}{(1 + p) \operatorname{ctg} \alpha_3 + \operatorname{ctg} \beta_2}, \quad (8)$$

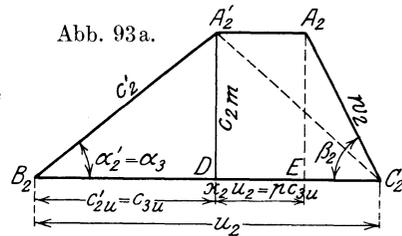
so folgt

$$H_{thx} = \frac{u_2^2}{g} \frac{1}{1 + p} \left[ 1 - \frac{V_x}{V} \frac{\operatorname{ctg} \beta_2}{(1 + p) \operatorname{ctg} \alpha_3 + \operatorname{ctg} \beta_2} \right], \quad (9)$$

welcher Ausdruck für manche Zwecke bequemer ist als Gl. (7c), weil an Stelle der Veränderlichen  $V_x$

die sog. Füllung  $\frac{V_x}{V}$  getreten ist.

$\alpha_3$  ist der Winkel der Leitschaufeln, also unveränderlich.



### 47. Berechnung der Drosselkurve.

Um die Linie der Förderhöhe  $H_x$  zu erhalten, sind von den Werten der spezifischen Schaufelarbeit  $H_{thx}$  sämtliche hydraulischen Verluste in Abzug zu bringen, nämlich

- a) die Kanalreibung  $H_{rx}$  einschließlich der Krümmungsverluste und der Verluste durch Umsetzung der Geschwindigkeit in Druck  $H_{ux}$ ;
- b) die Stoßverluste  $H_s$  beim Eintritt in das Lauf- und Leitrad.

#### a) Kanalreibung einschließlich Krümmungs- und Umsetzungsverluste $H_{rx} + H_{ux}$ .

Im Zustand des stoßfreien Eintritts sind diese Verluste in dem hydraulischen Wirkungsgrad  $\eta_h$  berücksichtigt, der aus dem Entwurf der Pumpe bekannt ist. Für die normale Wassermenge  $V$  ist also

$$H_r + H_u = (1 - \eta_h) H_{th}.$$

Diese Verluste ändern sich mit der Wassergeschwindigkeit, also auch der Wassermenge  $V_x$ , nach einer parabelähnlichen Kurve mit einem Exponenten zwischen 1,75 und 2 (vgl. Abschnitt 19). Nimmt man der Einfachheit halber das quadratische Gesetz an, so kann die Linie der  $H_{rx} + H_{ux}$  als eine durch den bekannten Punkt  $P$  (Abb. 94) gehende Parabel  $OP$  mit der Ordinatenachse als Hauptachse und dem Ursprung als Scheitel gezeichnet werden. Sofern der Kanalwirbel den Gesamtbetrag der Reibung nicht wesentlich ändert, erscheint die Zugrundelegung des Exponenten 2 zulässig, weil einerseits die Krümmungs-

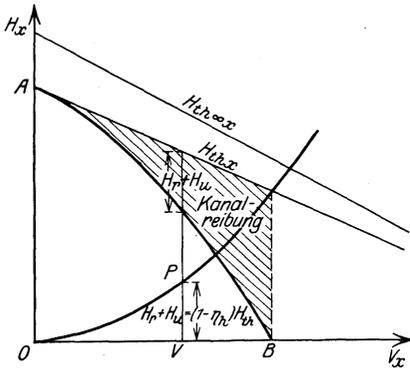


Abb. 94. Einfluß der Kanalreibung auf den Verlauf der Förderhöhe in Abhängigkeit der Wassermenge bei konstanter Drehzahl.

und Umsetzungsverluste ziemlich genau mit dem Quadrat der Geschwindigkeit wachsen und bei rauher Wand auch die reine Reibung sich dem quadratischen Gesetz nähert. Ist die Parabel gezeichnet, so können ihre Ordinaten von denen der  $H_{thx}$ -Geraden in Abzug gebracht werden, und man erhält für den Verlauf der Linie der  $H_{thx} - H_{rx} - H_{ux}$  die nach der positiven  $V_x$ -Achse hin abfallende Kurve  $AB$ , welche die  $H_{thx}$ -Gerade in  $A$  berührt und offenbar wiederum eine Parabel sein muß.

Die Gleichung dieser Linie lautet also:

$$H_{rx} + H_{ux} = (1 - \eta_h) H_{th} \left( \frac{V_x}{V} \right)^2. \tag{9a}$$

Hierin ist nach Gl. (9), wenn dort  $V_x = V$  gesetzt wird,

$$H_{th} = \frac{u_2^2}{g} \frac{\text{ctg } \alpha_3}{(1 + p) \text{ctg } \alpha_3 + \text{ctg } \beta_2}, \tag{10}$$

also

$$H_{rx} + H_{ux} = (1 - \eta_h) \frac{u_2^2}{g} \frac{\text{ctg } \alpha_3}{(1 + p) \text{ctg } \alpha_3 + \text{ctg } \beta_2} \left( \frac{V_x}{V} \right)^2 \tag{11}$$

oder, wenn für  $V$  der Wert aus Gl. (7e) und für  $u_2$  aus Gl. (7f) eingesetzt wird,

$$H_{rx} + H_{ux} = \frac{1 - \eta_h}{g} \frac{[(1 + p) \text{ctg } \alpha_3 + \text{ctg } \beta_2] \text{ctg } \alpha_3}{\pi^2 D_2^2 b_2^2} V_x^2. \tag{12}$$

Man könnte daran denken, diese Verluste auch durch Einzelrechnung unter Benutzung der in Abschnitt 16 abgeleiteten Gleichungen zu ermitteln. Doch wäre diese Rechnung sehr umständlich. Sie würde auch nicht zu einem befriedigenden Ergebnis führen, weil die einzelnen Widerstandszahlen, die in die Gleichungen für die Kanalreibung und die Verluste durch Richtungs- und Querschnittsänderungen einzusetzen wären, nicht genügend genau bekannt sind, ganz abgesehen davon, daß der Genauigkeitsgrad von vornherein darunter leidet, daß auch hier der Einfluß des Kanalwirbels in befriedigender Weise nicht erfaßt werden kann.

### b) Stoßverluste.

Wenn im folgenden von Stoß gesprochen wird, so ist darunter der Vorgang verstanden, der bei der plötzlichen Richtungsänderung der mittleren Geschwindigkeit am Ein- und Austritt des Laufrades sich abspielt. Daß hierbei die einzelnen Fäden tatsächlich eine stetige Umlenkung erfahren, ist bereits S. 34 betont und durch Einführung des Beiwertes  $\varphi$  in die dortige Gl. (24) berücksichtigt worden. Dieser Beiwert  $\varphi$  soll auch bei der folgenden Untersuchung benutzt werden.

$\alpha$ ) Laufradeintritt. Weicht die absolute Eintrittsgeschwindigkeit  $c_{1x}$  von der Geschwindigkeit  $c_1$  ab, die mit der Umfangsgeschwindigkeit  $u_1$  eine in die Richtung des Schaufelwinkels  $\beta_1$  fallende Relativgeschwindigkeit  $w_1$  gibt (Abb. 95), so entsteht ein neues Geschwindigkeitsdreieck  $x B_1 C_1$ , und es muß offenbar eine plötzliche Umlenkung von dem Winkel  $\beta_{1x}$  auf den unveränderlichen Schaufelwinkel  $\beta_1$ , also ein Stoß, auftreten. Der Einfluß der endlichen Schaufelzahl auf den Stoßvorgang bleibe am Eintritt unberücksichtigt. Da vor und nach dem Stoß die Meridiankomponente gleich groß, nämlich gleich  $c_{1x}$  ist, so liegt der Endpunkt  $y$  der Relativgeschwindigkeit nach dem Stoß auf der durch  $x$  zu  $u_1$  gezogenen Parallelen. Die Stoßkomponente  $xy = s_1$  bewirkt nach Gl. (24), S. 34 einen Druckhöhenverlust von

$$h_{s1} = \varphi \cdot \frac{s_1^2}{2g}. \quad (13)$$

Nach Abb. 95 ist nun

$$s_1 = \overline{B_1 C_1} - \overline{D C_1} = \overline{B_1 C_1} - \overline{D y} \cdot \operatorname{ctg} \beta_1 = u_1 - c_{1x} \operatorname{ctg} \beta_1$$

und, weil  $c_{1x} = \frac{V_x}{\pi D_1 b_1 \frac{t_1 - \sigma_1}{t_1}}$ ,

$$s_1 = u_1 - \frac{V_x \operatorname{ctg} \beta_1}{\pi D_1 b_1} \frac{t_1}{t_1 - \sigma_1},$$

also gemäß Gl. (13)

$$h_{s1} = \frac{\varphi}{2g} \left( u_1 - \frac{V_x \operatorname{ctg} \beta_1}{\pi D_1 b_1} \frac{t_1}{t_1 - \sigma_1} \right)^2. \quad (14)$$

Wird nun  $V = \pi D_1 b_1 c_1 \frac{t_1 - \sigma_1}{t_1} = \pi D_1 b_1 u_1 \operatorname{tg} \beta_1 \frac{t_1 - \sigma_1}{t_1}$  eingeführt,

indem  $\pi D_1 b_1$  aus Gl. (14) eliminiert wird, so folgt

$$h_{s1} = \frac{\varphi}{2g} u_1^2 \left( 1 - \frac{V_x}{V} \right)^2. \quad (15)$$

$\beta$ ) Leitradeintritt. Es sei zunächst angenommen, daß das Leitrad ohne Abstand auf das Laufrad folge, also  $D_2 = D_4$  (Abb. 80) sei. Auch hier wird ein Stoß auftreten, sobald die Meridiangeschwindigkeit  $c_{2mx}$  von der normalen Geschwindigkeit  $c_{2m}$  abweicht. Die relative Austrittsgeschwindigkeit  $w_{2x} = \overline{C_2 X}$  (Abb. 96) behält die durch den unveränderlichen Schaufelwinkel  $\beta_2$  vorgeschriebene Richtung  $C_2 A_2$



Der gesamte Stoßverlust ergibt sich nun aus

$$H_s = h_{s1} + h_{s2}, \quad (19)$$

wobei  $h_{s1}$  und  $h_{s2}$  aus Gl. (14) und (18) zu bestimmen sind. Ist die Wassermenge des stoßfreien Eintritts für Lauf- und Leitrad die gleiche, was aber nicht unbedingt der Fall zu sein braucht, so ist gemäß Gl. (15) und (18a)

$$H_s = \frac{\varphi}{2g} \left(1 - \frac{V_x}{V}\right)^2 \left[ u_1^2 + \left( \frac{u_2}{1+p} \cdot \frac{D_2}{D_4} \right)^2 \right]. \quad (20)$$

Hieraus folgt mit  $V_x = V$ ,  $H_s = 0$  wie zu erwarten und mit  $V_x = 0$

$$H_{s0} = \frac{\varphi}{2g} \left[ u_1^2 + \left( \frac{u_2}{1+p} \cdot \frac{D_2}{D_4} \right)^2 \right]. \quad (21)$$

Gl. (20) stellt eine Parabel dar, deren Achse senkrecht zur  $V_x$ -Achse und deren Scheitel im Endpunkt der Abszisse  $V_x = V$  liegt<sup>1)</sup> (Abb. 97).

Werden die Ordinaten der Stoßparabel von den Ordinaten der zuletzt bestimmten Kurve  $AB$  abgezogen, so ist die erhaltene Kurve  $CDE$  die gesuchte Drosselkurve. Diese berührt die Linie  $AB$  im Punkt  $D$  der Ordinate der stoßfreien Wasserlieferung und stellt wieder eine Parabel mit der Hauptachse parallel zur Ordinatenachse dar.

Die erhaltene Form der Drosselkurve ist insofern noch nicht endgültig, als der Spaltverlust nicht berücksichtigt ist. Da dieser aber bei guten Pumpen nur eine geringe Verschiebung hervorruft und das Ergebnis bei seiner Berücksichtigung an Durchsichtigkeit erheblich verliert, so wird vorläufig nicht darauf eingegangen (vgl. Abschnitt 63).

Die Erfahrungszahl  $\varphi$  ist bei Benutzung der Gl. (19) bis (21), wie sich aus der Durchrechnung verschiedener Versuche ergibt, zu setzen:

- $\varphi = 0,58$  bis  $0,68$ , sofern eine nachträgliche, besondere Berücksichtigung des Spaltverlustes nicht erfolgt;
- $\varphi = 0,60$  bis  $0,70$ , sofern der Einfluß des Spaltverlustes auf den Verlauf der Drosselkurve nach der in Abschnitt 63 angegebenen Rechnung berücksichtigt wird.

Für leitradlose Pumpen wäre eigentlich  $D_4 = \infty$  einzuführen, womit nach Gl. (16)  $h_{s2} = 0$  würde. Doch gelten die vorstehenden Gleichungen hierfür nicht, weil die Reibungsverluste im Leitring nicht

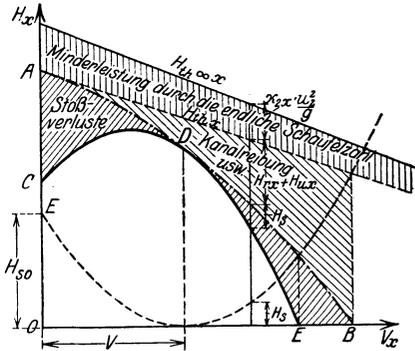


Abb. 97. Entstehung der Drosselkurve, d. h. der Linie der Förderhöhen  $H_x$  in Abhängigkeit der Wassermengen  $V_x$  aus der Linie der Schaufelarbeiten  $H_{tx}$  bei konstanter Drehzahl.

<sup>1)</sup> Ist die Wassermenge des stoßfreien Eintritts für Lauf- und Leitrad nicht die gleiche, so ergibt Gl. (19) eine Parabel, die die  $V_x$ -Achse überhaupt nicht mehr berührt.

dem parabolischen Gesetz der Gl. (9a) folgen, sondern mit abnehmender Wassermenge zunehmen, da der Reibungsweg (und bei rückwärts gekrümmten Schaufeln auch die Geschwindigkeit) zunimmt. Diese Verluste verhalten sich hier also ähnlich wie die Stoßverluste.

Bei Pumpen mit Spiralgehäuse statt des Leitrades treten am Austritt Stoßverluste auf, sobald die Wassermenge von der normalen abweicht (vgl. Abschnitt 43), so daß hier  $h_{s2}$  größer als bei Pumpen mit Leitring zu erwarten ist.

Zuverlässige rechnerische Unterlagen können aber für Pumpen mit Leitring oder Spiralgehäuse zur Zeit nicht angegeben werden. Allerdings ist bei den Pumpen ohne Leitschaufeln das Bedürfnis für die Vorausbestimmung der Drosselkurve auch nicht so groß wie bei den Leitradpumpen.

### c) Konstruktion der Drosselkurve.

Um die Drosselkurve einer Pumpe zu zeichnen, wird zunächst die Gerade der  $H_{thx}$  eingetragen, und zwar am einfachsten als Verbindungslinie ihrer Schnittpunkte mit den beiden Koordinatenachsen, deren Entfernung vom Nullpunkt nach Gl. (7c) auf der  $V_x$ -Achse gleich  $u_2 \pi D_2 b_2 \operatorname{tg} \beta_2$ , auf der  $H_x$ -Achse gleich  $\frac{u_2^2}{(1+p)g}$  sind. Dann werden die Reibungsparabel [Gl. (9a)] und die Stoßparabel [Gl. (19)] zugefügt. Beide sind gegeben durch ihren Scheitel, Achse und einen Punkt. Der Scheitel der Reibungsparabel ist der Nullpunkt, der der Stoßparabel der Endpunkt der Abszisse  $V$  gleich der Wassermenge des stoßfreien Eintritts. Der weitere Punkt der Reibungsparabel ist der Punkt  $P$  (Abb. 94) mit den Koordinaten  $V, (1 - \eta_h)H_{th}$ , wobei der hydraulische Wirkungsgrad  $\eta_h$  aus dem Entwurf der Pumpe bekannt ist. Für die Stoßparabel ist als weiterer Punkt ihr Schnittpunkt  $E$  mit der Ordinatenachse am besten geeignet (Abb. 97), dessen Ordinate  $H_{s0}$  durch Gl. (20) gegeben ist. Die Aufzeichnung beider Parabeln erfolgt nach einem der bekannten Verfahren<sup>1)</sup>, worauf die Drosselkurve erhalten wird, wenn die Ordinaten der beiden Parabeln von denen der  $H_{thx}$ -Linie abgezogen werden.

## 48. Die Kennfläche.

Aus den Gl. (7c), (12), (19) [bzw. (14) und (18)] ergibt sich

$$H_x = H_{thx} - (H_{rx} + H_{ux}) - H_s. \quad (22)$$

Setzt man in den die einzelnen Glieder der rechten Seite ersetzenden Ausdrücken  $u_1 = \frac{\pi D_1 n}{60}$ ,  $u_2 = \frac{\pi D_2 n}{60}$ , so erhält man, wenn man die Gleichung nach den drei Veränderlichen  $H_x, V_x, n$  ordnet, als Gleichung der Kennfläche

$$H_x = k_1 n^2 - 2 k_2 n V_x - k_3 V_x^2. \quad (23)$$

<sup>1)</sup> Vgl. „Hütte“, des Ingenieurs Taschenbuch.

Hierin sind die Beiwerte  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$  für eine und dieselbe Pumpe konstant, nämlich

$$k_1 = \frac{\pi^2}{g \cdot 60^2} \left[ \frac{D_2^2}{1+p} - \frac{\varphi}{2} D_1^2 - \frac{\varphi}{2} \frac{D_2}{D_1^2} \frac{1}{(1+p)^2} \right], \quad (24)$$

$$k_2 = \frac{1}{120g} \left[ \frac{\text{ctg} \beta_2}{b_2(1+p)} - \varphi \frac{D_2^2(1+p) \text{ctg} \alpha_3 + \text{ctg} \beta_2}{D_4^2 b_2(1+p)^2} - \varphi \frac{\text{ctg} \beta_1}{b_1} \frac{t_1}{t_1 - \sigma_1} \right], \quad (25)$$

$$k_3 = \frac{1 - \eta_k}{g} \frac{(1+p) \text{ctg} \alpha_3 + \text{ctg} \beta_2}{\pi^2 D_2^2 b_2^2} \text{ctg} \alpha_3 + \frac{\varphi}{2g} \left( \frac{(1+p) \text{ctg} \alpha_3 + \text{ctg} \beta_2}{\pi D_4 b_2} \right)^2 + \frac{\varphi}{2g} \left( \frac{\text{ctg} \beta_1}{\pi D_1 b_1} \right)^2 \cdot \left( \frac{t_1}{t_1 - \sigma_1} \right)^2. \quad (26)$$

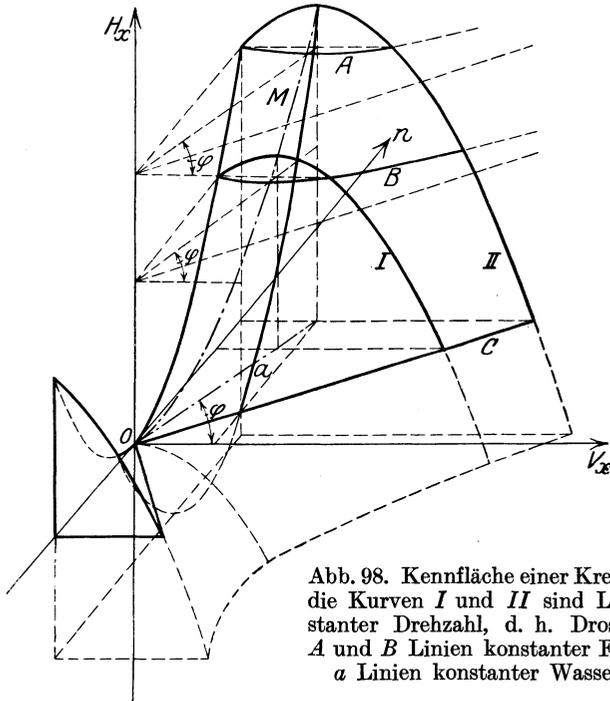


Abb. 98. Kennfläche einer Kreiselpumpe; die Kurven I und II sind Linien konstanter Drehzahl, d. h. Drosselkurven, A und B Linien konstanter Förderhöhe, a Linien konstanter Wassermenge.

$k_2$  dürfte wohl im allgemeinen negativ sein. Gl. (23) läßt erkennen, daß die Kennfläche ein hyperbolisches Paraboloid darstellt, dessen Hauptachse mit der  $H_x$ -Achse und dessen Scheitel mit dem Ursprung zusammenfällt. Seine durch die  $H_x$ -Achse gehende Symmetrieebene bildet mit der  $(V_x H_x)$ -Ebene einen Winkel  $\varphi$ , der sich bestimmt aus

$$\text{tg} 2\varphi = \frac{2k_2}{k_3 + k_1}. \quad (27)$$

In Abb. 98 ist die Kennfläche dargestellt, soweit sie auf der positiven Seite der  $(nH_x)$ -Ebene verläuft. Die  $(V_x H_x)$ -Ebene ist dabei als

durchsichtig angenommen, dagegen nicht die  $(V_x n)$ -Ebene. Die strichpunktierte Linie  $OM$  ist die Schnittparabel mit der vorhin erwähnten Symmetrieebene. Die Drosselkurven ( $I$  und  $II$ ), die als Linien gleicher

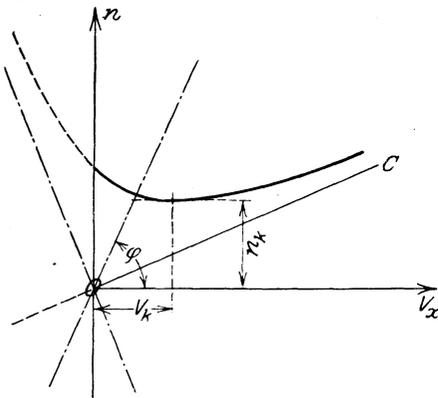


Abb. 99. Abhängigkeit der Drehzahl von der Wassermenge bei konstanter Förderhöhe.

Drehzahl im  $(V_x H_x)$ -Diagramm aufzufassen sind, entstehen als Schnittlinien durch Ebenen parallel zur  $(V_x H_x)$ -Ebene.

Die wagrechten Schnittebenen, die parallel zur  $(V_x n)$ -Ebene sind, ergeben Hyperbeln ( $A, B$ ), deren Asymptoten sich auf der  $H_x$ -Achse schneiden und unter sich parallel sind<sup>1)</sup>. Auch diese Kurven sind von praktischer Bedeutung, weil sie das Verhalten der Pumpe bei unveränderlicher Förderhöhe erkennen lassen, wenn die Wassermenge durch Änderung der

Drehzahl geregelt wird. In Abb. 99 ist eine solche Hyperbel herausgezeichnet. Bemerkenswert ist, daß mit abnehmender Wassermenge die Drehzahl zunächst ebenfalls sinkt, um dann einen Kleinstwert  $n_k$  zu erreichen, der der wagrechten Tangente entspricht. Von hier ab muß trotz weiterer Abnahme der Fördermenge die Drehzahl wieder wachsen,

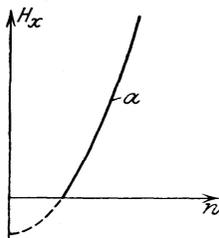


Abb. 100. Abhängigkeit der Förderhöhe von der Drehzahl bei konstanter Wassermenge.

wenn die Pumpe nicht abschnappen soll. Diese kleinstmögliche Drehzahl und die zugehörige Wassermenge  $V_k$  müssen als kritische Werte bezeichnet werden. Allerdings wird, wenn infolge der unvermeidlichen Drehzahlschwankungen des Antriebsmotors beim Betrieb in der Nähe des kritischen Punktes Abschnappen eingetreten ist, die dadurch entstandene Entlastung des Motors häufig von selbst wieder die notwendige Steigerung herbeiführen. Doch ist offenbar das Arbeiten in der Nähe dieses Punktes mit Leistungsschwankungen verknüpft<sup>2)</sup>, wie in Abschnitt 53 und 59, II noch näher gezeigt wird. Ist die Förderhöhe gleich Null, d. h. gießt die Pumpe auf der Höhe des

Saugwasserspiegels wieder aus, so erhält man statt des Hyperbelzweiges die durch den Ursprung gehende, mit der Asymptote zusammenfallende Gerade  $OC$  (Abb. 98).

Schnittebenen parallel zur  $(n H_x)$ -Ebene ergeben Parabeln  $\alpha$  (Abb. 100). Diese lassen erkennen, wie die Drehzahl zu ändern ist, damit die

<sup>1)</sup> Die Gleichung der Asymptoten, die für alle Schnittebenen die gleiche ist, lautet

$$\frac{n}{V_x} = \frac{1}{k_1} (k_2 \pm \sqrt{k_2^2 + k_1 k_3}).$$

<sup>2)</sup> Vgl. auch Wagenbach: Z. f. d. ges. Turbinenwes. 1913, S. 262.

Liefermenge konstant bleibt, wenn die Förderhöhe Schwankungen unterworfen ist.

Auch die Schnitte durch die  $H_x$ -Achse sind beachtenswert. Sie stellen Parabeln dar mit dem Ursprung als Scheitel, für welche offenbar das Verhältnis  $\frac{V_x}{n}$ , also auch das Verhältnis der Wassergeschwindigkeit zur Umfangsgeschwindigkeit, und, wie später gezeigt wird (Abschnitt 51), auch der Wirkungsgrad konstant ist. Unter dieser Parabelschar haben besondere Bedeutung einerseits die (nicht gezeichnete) Parabel des stoßfreien Eintritts, die die Punkte der normalen Wasserlieferungen  $V$  verbindet, andererseits die in der Symmetrieebene liegende Parabel  $OM$ , die durch die höchsten Punkte der Drosselkurven hindurchgeht.

#### 49. Die Kongruenz der Drosselkurven.

Gl. (23) stellt die Gleichung der Drosselkurve dar, wenn  $n$  festgehalten wird. Da es sich um Parabeln handelt, ist ihre Form durch den Parameter eindeutig bestimmt. Dieser beträgt

$$p = \frac{1}{2k_3} \quad (28)$$

und ist offenbar für eine bestimmte Pumpe konstant, weil  $k_3$  konstant ist. Hieraus leitet sich der wichtige Satz ab:

Die Drosselkurven einer und derselben Pumpe sind für sämtliche Drehzahlen kongruent<sup>1)</sup>.

Werden die Drosselkurven auf die dazu parallele  $(V_x, H_x)$ -Ebene projiziert, so erhält man also eine Schar kongruenter Parabeln (Abb. 101), die gegenseitig so angeordnet sind, daß ihr Scheitel auf der Parabel  $OM$  liegt und ihre Achsen parallel sind.

Ist also die Drosselkurve  $AB$  für eine beliebige Drehzahl  $n$  gegeben, so ist sie auch für jede andere Drehzahl bekannt. Man braucht nur den höchsten Punkt  $A$  der gegebenen Kurve zu bestimmen, durch diesen die Parabel  $OAM$  zu legen, deren Hauptachse die  $H_x$ -Achse ist. Man erhält dann die Drosselkurve für irgendeine Drehzahl  $n_1$ , wenn man die gegebene Kurve parallel mit sich verschiebt, bis ihr Scheitel mit einem Punkt  $A_1$  der Parabel  $OM$  zusammenfällt, für welchen die Abszisse

$$V_{a1} = V_a \frac{n_1}{n}. \quad (29)$$

Damit ist es auf einfache Weise möglich, eine Pumpe über ihr ganzes Verwendungsgebiet zu beurteilen, wenn ihr Verhalten für eine Drehzahl bekannt ist (vgl. Abschnitt 59, I).

<sup>1)</sup> Dieses Gesetz gilt auch für die Förderung gasförmiger Körper, wenn an die Stelle von  $H_x$  die Arbeit für 1 kg Gas gesetzt wird.

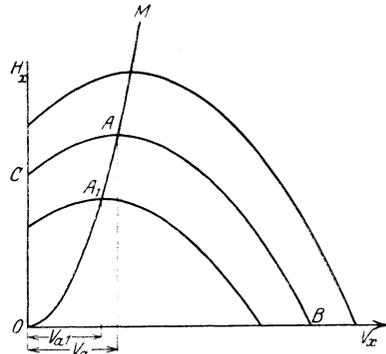


Abb. 101. Die verschiedenen Lagen der Drosselkurven einer Pumpe entstehen durch parallele Verschiebung, wobei der höchste Punkt  $A$  auf der Parabel  $OM$  sich bewegt.

### 50. Allgemeinere Gültigkeit des Kongruenzgesetzes.

Man sollte annehmen, daß das Gesetz von der Kongruenz der Drosselkurven in Wirklichkeit nicht ganz zutreffen wird, weil seine Ableitung verschiedene Vernachlässigungen enthält, die darin bestehen, daß der Spaltverlust nicht berücksichtigt ist, die Reibung nicht genau dem quadratischen Gesetz folgt und der Kanalwirbel bei den kleinen Wassermengen (vgl. Abb. 62) weitere, durch die Rechnung schwer zu fassende Abweichungen verursacht. Bei Pumpen ohne Leitrad folgt

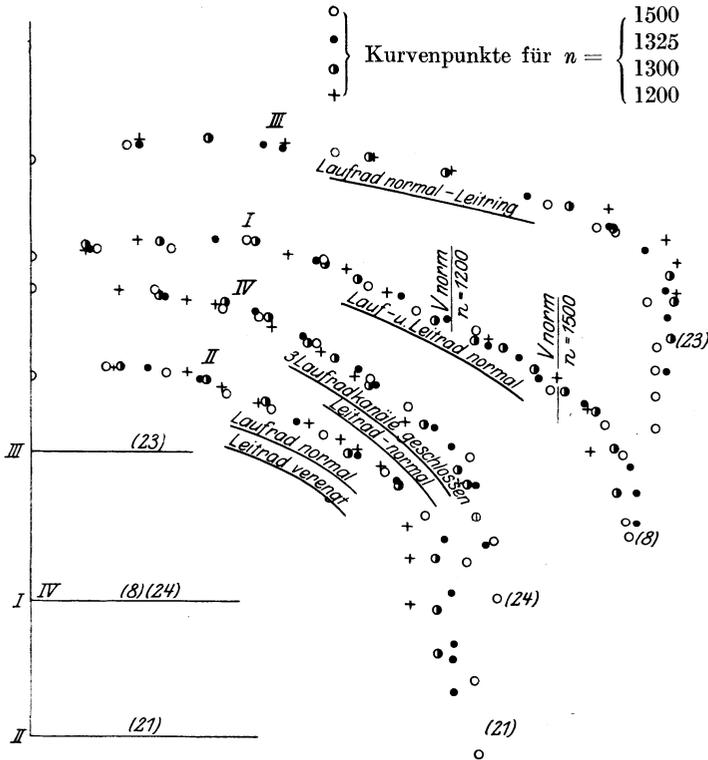


Abb. 102. Nachprüfung des Kongruenzgesetzes an den Herberichs Versuchen.

die Reibung im Leitring ebenfalls keinem Potenzgesetz, weil mit abnehmender Wassermenge sich die Geschwindigkeit vergrößert und der Reibungsweg verlängert.

Zur Nachprüfung sind die S. 114 erwähnten Herberichs und eigene Versuche herangezogen. Erstere beziehen sich unter anderem auf

- I. eine einstufige Pumpe mit Leitrad, 175 mm Anschlußweite, die in Abb. 258, 259 gezeichnet ist;
- II. die gleiche Pumpe mit verengtem Leitrad;
- III. „ „ „ ohne Leitrad mit Leitring;
- IV. „ „ „ mit Leitrad, aber drei Laufkanäle verschlossen.

Die Versuche wurden jedesmal bei 1200, 1300, 1375 und 1500 Umdrehungen durchgeführt. In Abb. 102 sind die Versuchspunkte, wie sie

nach der parallelen Verschiebung auf die Drosselkurve mit der Drehzahl 1375 zu liegen kommen, eingetragen. Der Koordinatenursprung der einzelnen Kurven liegt bei dem mit der gleichen römischen Ziffer

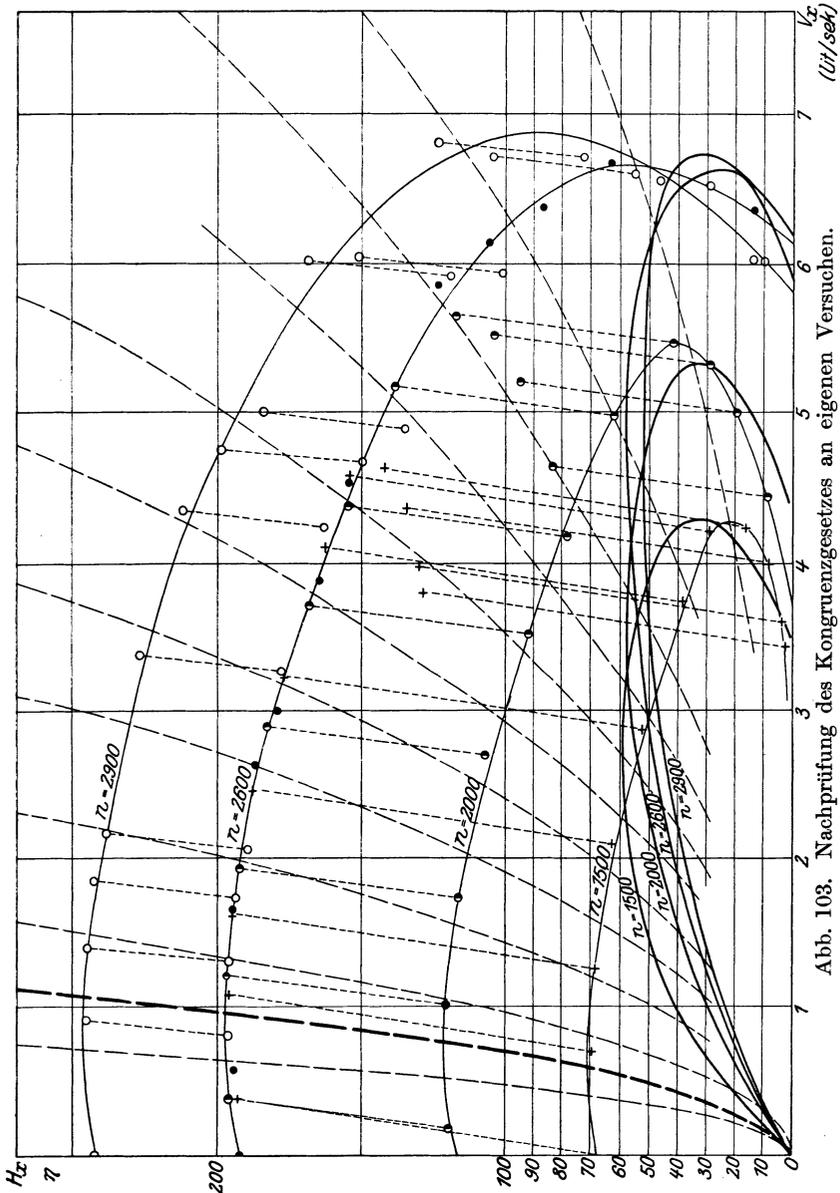


Abb. 103. Nachprüfung des Kongruenzgesetzes an eigenen Versuchen.

versehenen Punkt. Man erkennt, daß die Übereinstimmung durchweg eine gute ist, selbst in den Fällen III und IV, für die die Ableitung des Kongruenzgesetzes nicht gültig ist. Nur bei Wassermengen, die erheblich größer als die normale sind, sind Streuungen der Versuchspunkte

vorhanden. Diese kommen aber für den Betrieb kaum in Frage, da dort die Wirkungsgrade schon sehr stark abfallen.

An einer als Kesselspeisepumpe verwendeten neunstufigen Pumpe des dem Verfasser unterstehenden Laboratoriums der Technischen Hochschule Braunschweig wurde das in Abb. 103 dargestellte Ergebnis erzielt, wobei die Verschiebung auf die der Drehzahl  $n = 2600$  entsprechende Drosselkurve ebenfalls eine überraschend gute Übereinstimmung innerhalb des gleichen Gebiets ergab. Die Heranziehung weiterer in der Literatur zugänglicher Versuche hatte den gleichen Erfolg.

Es darf deshalb geschlossen werden, daß das Kongruenzgesetz, das bisher merkwürdigerweise in der Literatur noch nicht erwähnt worden

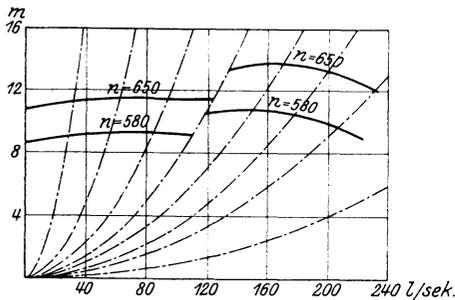


Abb. 104. Unstetiger Verlauf der Drosselkurven.

ist, für den in Betracht kommenden Arbeitsbereich der Pumpe mit einer sehr weitgehenden und für praktische Zwecke durchaus genügenden Genauigkeit zutrifft.

Aus Abb. 102 und 103 ist ersichtlich, daß bei wesentlicher Überschreitung der normalen Fördermenge die Drosselkurve nicht mehr dem Parabelgesetz folgt, sondern wesentlich stärker abfällt, in Abb. 103 sogar bei

Erreichung einer größten Fördermenge sich wieder zurückbiegt. Der Grund liegt zum Teil in den später (Abschnitt 64) noch eingehender zu behandelnden Loslösungserscheinungen des Wassers infolge Dampfbildung (Kavitation), die auch schon S. 4 erwähnt wurden und die um so früher eintreten, je größer die Saughöhe ist. Die Dampfbildung verursacht eine Verkleinerung des wirksamen Eintrittsquerschnitts in die Laufkanäle, unter Umständen auch in die Leitkanäle und damit ein Zurückgehen der Wassermenge. Da das Abfallen der Drosselkurve bei Leitradpumpen früher erfolgt als bei Pumpen ohne Leitrad, ist auch zu vermuten, daß der Eintrittsstoß in die Leitkanäle bei Wassermengen über der normalen eine größere Druckverminderung verursacht, als dem für das Arbeitsgebiet unter der Normalleistung gültigen Stoßkoeffizienten  $\varphi$  der Gl. (16) entspricht.

Bei Leitradpumpen beobachtet man hin und wieder auch einen sprunghaften Verlauf der Drosselkurve in der Nähe ihres höchsten Punktes, also bei Fördermengen unter der normalen, wie Abb. 104 zeigt, deren Kurven an der Pumpe der Abb. 254, 255 erhalten wurden<sup>1)</sup>. Diese Unstetigkeit ist, wie schon S. 32 erläutert wurde, durch den labilen Charakter der Umsetzung von Geschwindigkeit in Druck bedingt und dann zu erwarten, wenn die Leit- oder Laufkanäle zu stark erweitert

<sup>1)</sup> Vgl. Reichel: Z. f. d. ges. Turbinenwes. 1908, S. 124. Ähnliche Kurven sind in Veröffentlichungen von Rateau: ebenda 1911, S. 139; Barbezat: ebenda 1912, S. 257 angegeben.

werden, weil sich dann tote Wasserräume (vgl. Abb. 81) bilden. Die willkürliche Einstellung der Strömung bringt es mit sich, daß hier das Kongruenzgesetz nicht mehr mit der gleichen Genauigkeit zutrifft wie bei den stetigen Drosselkurven. Doch ist auch hier noch eine gewisse Übereinstimmung vorhanden.

### 51. Das Affinitätsgesetz, Kurven gleichen Wirkungsgrades, Kurve des hydraulischen Wirkungsgrades.

Neben der sehr weitgehenden Verwandtschaft zwischen den Drosselkurven einer Pumpe, die durch das Kongruenzgesetz ausgedrückt ist, besteht noch eine weitere Beziehung, die der Vollständigkeit halber angeführt sei.

Lassen wir mit der Drehzahl die Wassermenge und Förderhöhe einer Pumpe derart sich ändern, daß die Geschwindigkeitspläne (Abb. 95 und 96) ähnlich bleiben, so müssen sich alle Geschwindigkeiten proportional der Drehzahl  $n$  ändern. Da dies auch für die Stoßkomponenten  $s_1$  und  $s_2$  zutrifft, wird in diesem Falle die Pumpe stets unter dem gleichen Stoßzustand arbeiten. Weil ferner die Wassermenge proportional der Geschwindigkeit ist, so muß sein, wenn  $i_1, i_2, i_3$  Zahlen bedeuten, die für eine bestimmte Pumpe konstant sind:

$$V_x = i_1 n \quad (30)$$

und somit nach der Gleichung der Kennfläche [Gl. (23)]:

$$H_x = (k_1 - 2k_2 \cdot i_1 - k_3 i_1^2) n^2 = i_2 n^2. \quad (31)$$

Sind demnach zu irgendeiner Drehzahl  $n_1$ , Förderhöhe  $H_{x1}$  und Wassermenge  $V_{x1}$  bekannt, so lassen sich für irgendeine andere Drehzahl  $n$  die entsprechenden Werte finden aus:

$$H_x = H_{x1} \frac{n^2}{n_1^2}, \quad (32)$$

$$V_x = V_{x1} \cdot \frac{n}{n_1}. \quad (33)$$

Diese beiden Gleichungen können dazu verwandt werden, aus einer gegebenen Drosselkurve die für eine andere Drehzahl gültige abzuleiten. Man wird allerdings meist vorziehen, zu diesem Zweck das wesentlich bequemere Kongruenzgesetz zu verwenden.

Gemäß Gl. (30) und (31) ist ferner

$$\frac{V_x^2}{H_x} = \frac{i_1^2}{i_2} = i_3. \quad (34)$$

Also ändern sich Förderhöhe und Wassermenge bei gleichem Stoßzustand nach einer Parabel, deren Scheitel im Ursprung liegt und die offenbar auch aus der Kennfläche nach Schnittebenen durch die  $H_x$ -Achse erhalten werden.

Aus dem Gang der Untersuchung folgt auch, daß für jede dieser Parabeln die „Füllung“  $\frac{V_x}{V}$  die gleiche ist. In den Abb. 103 und 104 sind die Parabeln gleichen Stoßzustandes eingetragen.

Man bezeichnet das durch die Gl. (32), (33), (34) ausgedrückte Gesetz als Affinitätsgesetz. Man kann dieses Gesetz dazu verwenden, um die zugeordneten Punkte auf den einzelnen Drosselkurven zu finden. Bei den Herbertschen Versuchen haben sich Abweichungen nur für große Füllungen  $\frac{V_x}{V}$ , die erheblich größer als 1 sind, ergeben.

Das Affinitätsgesetz ist also innerhalb der gleichen Grenzen gültig, die im vorhergegangenen Abschnitt für das Kongruenzgesetz nachgewiesen wurden.

Die Parabeln gleichen Stoßzustandes oder gleicher Füllung sind ferner gleichzeitig Linien gleichen Wirkungsgrades, denn es ist auch, wie unmittelbar aus der Hauptgleichung folgt, die spezifische Radarbeit  $H_{thx} = i_4 n^2$ ; ferner der Spaltverlust  $V_{spx} = i_6 \sqrt{H_x} = i_6 \cdot \sqrt{i_2} \cdot n$  und die Radreibung in mkg/sec nach Gl. (34) des Abschnitts 17

$$A_r = \text{const } u_3^3 \cdot D_3^2 = i_5 n^3, \quad (35)$$

also der Wirkungsgrad ausschließlich Lagerreibung (der als indizierter oder innerer Wirkungsgrad aufzufassen ist):

$$\left. \begin{aligned} \eta_i &= \frac{V_x \gamma H_x}{(V_x + V_{spx}) H_{thx} + A_r} = \frac{i_1 n \cdot \gamma \cdot i_2 n^2}{(i_1 n + i_6 \sqrt{i_2} \cdot n) i_4 n^2 + i_5 n^3} \\ &= \frac{i_1 i_2 \cdot \gamma}{(i_1 + i_6 \sqrt{i_2}) i_4 + i_5} = \text{Const.} \end{aligned} \right\} (36)$$

¶ Hieraus folgt, daß längs jeder Parabel, deren Achse die  $H_x$ -Achse und deren Scheitel der Ursprung ist, und ebenso für jeden bestimmten Wert der Füllung  $\frac{V_x}{V}$  der innere Wirkungsgrad der Pumpe konstant ist.

Von besonderer Wichtigkeit ist die Parabel des stoßfreien Eintritts, die gezeichnet werden kann, wenn für eine Drehzahl  $V$  und  $H$  gegeben sind.

Das abgeleitete Gesetz von der Unveränderlichkeit des Wirkungsgrades längs einer Parabel gleicher Füllung findet man auf dem Versuchsstand nicht vollkommen bestätigt. Vielmehr verlaufen die Linien gleichen Wirkungsgrades, wie in Abb. 105<sup>1)</sup> durch die ellipsenförmigen Linien angegeben ist. In der Abbildung ist der beste Wirkungsgrad mit  $\eta_m$  bezeichnet und die anderen Wirkungsgrade in Bruchteilen dieses Wertes ausgedrückt.

Der abweichende Verlauf der Linien gleichen Wirkungsgrades ist zunächst darauf zurückzuführen, daß die dargestellten Wirkungsgrade die Gesamtwirkungsgrade  $\eta$  sind, also auch die Lager- und Stopfbüchsenreibung mit einschließen. Diese müßten der dritten Potenz

<sup>1)</sup> Vgl. Janßen: Z. V. d. I. 1912, S. 1895.

der Drehzahl proportional sein, wenn sie sich gleich verhalten sollen, wie bei den übrigen Verlusten vorausgesetzt wurde. In Wirklichkeit wächst aber die Lagerreibung innerhalb des in Frage kommenden Gebiets etwa nach einem Geradliniengesetz<sup>1)</sup> und wird im Zustand der kritischen Drehzahl der Welle<sup>2)</sup> infolge Anschleifens der Zwischendichtungen plötzlich stark anwachsen. Außerdem sind aber noch andere Voraussetzungen unvollkommen erfüllt, insofern, als die Kanalreibung nicht genau dem quadratischen Gesetz folgt und Kanalwirbel wie Kavitation Erscheinungen hervorrufen können, die erhebliche Verschlechterungen des Wirkungsgrades bedingen. Da die Reibungszahl  $\lambda$  (vgl. Abschnitt 12) mit zunehmender Geschwindigkeit abnimmt, so müßte das abweichende Verhalten der Reibung eine Verschlechterung des Wirkungsgrades mit abnehmender Drehzahl bedingen. Daß andererseits nach oben der Wirkungsgrad nicht unbegrenzt wächst, dürfte auf das Eintreten der Kavitationserscheinungen zurückzuführen sein.

Aus den in Abb. 105 angegebenen Wirkungsgradkurven ist ersichtlich, daß für jede Pumpe ein günstigster Betriebspunkt  $A$  vorhanden ist, von dem aus nach allen

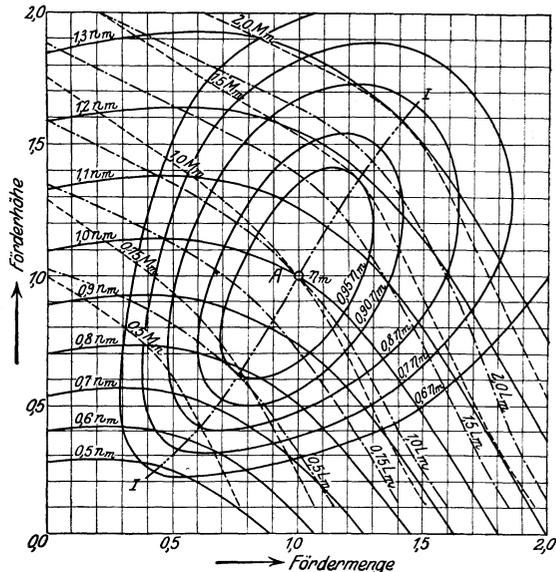


Abb. 105. Kennlinien einer Kreiselpumpe.

Seiten ein allmähliches Abfallen des Wirkungsgrades eintritt. Aus der langgestreckten Form der Kurven gleichen Wirkungsgrades ergibt sich allerdings, daß dieses Abfallen ungefähr längs der Parabel gleichen Wirkungsgrades am geringsten ist. Liegt diese Darstellung für ein bestimmtes Pumpenmodell vor, so kann bei Annahme eines Mindestwertes für den Wirkungsgrad durch die Kurve dieses Wirkungsgrades ein bestimmtes Verwendungsgebiet der Pumpe umgrenzt werden, welches um so größer ist, je kleiner dieser Mindestwert ist. Für jede Drehzahl liegt der günstigste Betriebspunkt im Schnitt der zu der Drehzahl

<sup>1)</sup> Man kann unter Zugrundelegung dieses Geradliniengesetzes für die Lagerreibung und des Gesetzes der dritten Potenz für den übrigen Arbeitsverbrauch diese beiden Arbeiten für eine gegebene Pumpe näherungsweise voneinander trennen, wenn der Kraftbedarf für zwei auf derselben Stoßparabel liegende Betriebspunkte durch den Versuch ermittelt ist. Vgl. Müller: Z. f. d. ges. Turbinenwes. 1919, S. 173; Z. V. d. I. 1921, S. 993.

<sup>2)</sup> Vgl. Abschnitt 85.

gehörigen Drosselkurve mit der strichpunktiierten Linie  $I-I$ , die angenähert mit einer Parabel gleichen Stoßzustandes übereinstimmt.

Man kann den Wert einer solchen Darstellung noch wesentlich erhöhen, wenn man in der aus Abb. 105 ersichtlichen Weise noch die Kurven gleicher Antriebsleistung  $L$  und gleichen Drehmoments  $M$ , die durch den Versuch zu ermitteln sind, einträgt,<sup>4</sup> da dann für jeden Betriebspunkt auch die Art und Stärke des Antriebsmotors angegeben werden können.

Da längs einer Parabel gleichen Stoßzustandes die Fördermenge mit der ersten, die Förderhöhe mit der zweiten und demnach die Nutzleistung mit der dritten Potenz der Drehzahl wächst, so ändert sich bei einer kleinen Änderung  $\Delta n$  der Drehzahl, wenn die kleinen Glieder höherer Ordnung vernachlässigt werden, die Liefermenge im gleichen

Verhältnis mit  $\Delta n$ , die Förderhöhe mit  $2 \Delta n$  und die Nutzleistung mit  $3 \Delta n$ .

Der Verlauf des hydraulischen Wirkungsgrades

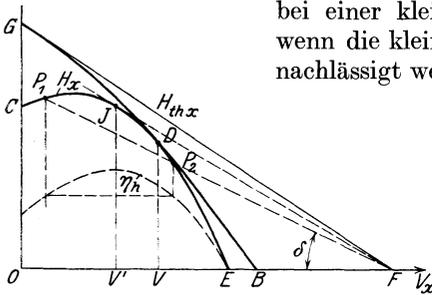


Abb. 106. Bestimmung des hydraulischen Wirkungsgrades. Wassermenge  $V'$  des besten hydraulischen Wirkungsgrades ist kleiner als die Wassermenge  $V$  des stoßfreien Eintritts.

läßt sich, wenn die

Linie der Schaufelarbeiten als Gerade  $FG$  (Abb. 106) und die Drosselkurve  $CDE$  gegeben sind, aus dem Verhältnis der beiderseitigen Ordinaten leicht aus-

rechnen. Für zwei Punkte  $P_1$  und  $P_2$  der Drosselkurve, die auf der gleichen, durch  $F$  gehenden Geraden liegen, ist offenbar das Ordinatenverhältnis das gleiche und um so größer, je größer der Winkel  $\delta = \sphericalangle P_1 FO$  ist. Der GrößtWert von  $\eta_h$  liegt also beim Berührungspunkt  $J$  der von  $F$  an die Drosselkurve gezogenen Tangente. Er kann offenbar nicht beim Betriebspunkt  $D$  des stoßfreien Eintritts auftreten, sondern bei einer Wassermenge  $V'$ , die kleiner ist. Die Erklärung hierfür bildet die starke Zunahme der Reibung mit zunehmender Wassermenge, während der Eintrittsstoß sich in der Nähe des stoßfreien Eintritts nur wenig ändert. Da Spaltverlust, Rad- und Lagerreibung von der jeweiligen Wasserlieferung nahezu unabhängig sind, so wird der GrößtWert des Gesamtwirkungsgrades  $\eta$  bei einer größeren Wassermenge liegen als der von  $\eta_h$  und unter Umständen sogar bei einer größeren Wassermenge als der stoßfreie Eintritt. Jedenfalls zeigt aber diese Betrachtung, daß der beste Wirkungsgrad nicht beim stoßfreien Eintritt zu liegen braucht.

## 52. Bestimmung des Betriebspunktes.

Die von der Pumpe zu überwindende Förderhöhe setzt sich gemäß Abschnitt 19 zusammen aus einem statischen Anteil, nämlich dem Höhenunterschied zwischen Saug- und Druckwasserspiegel, und einem

dynamischen Anteil, der Widerstandshöhe der Rohrleitung, die sich mit der Wassermenge ändert. Infolgedessen verläuft die Förderhöhe im  $(V_x, H_x)$ -Diagramm nach einer parabelähnlichen Kurve  $GB$  (Abb. 107), der Kennlinie der Rohrleitung, die in der im Abschnitt 19 angegebenen Weise bestimmt werden kann. Das Arbeiten der Pumpe findet offenbar statt im Schnittpunkt  $B$  dieser Linie mit der zu der vorliegenden Drehzahl gehörigen Drosselkurve, aus dem sich auch die tatsächliche Förderhöhe ergibt. Es wird nun im allgemeinen damit gerechnet werden müssen, daß dieser Betriebspunkt  $B$  nicht mit dem Punkt des stoßfreien Eintritts zusammenfällt. Dies wird aber erreicht, wenn man den Schnittpunkt der Parabel des stoßfreien Eintritts mit der Kennlinie der Rohrleitung als Betriebspunkt wählt und die Pumpe mit der zu diesem Punkt gehörigen Drehzahl laufen läßt.

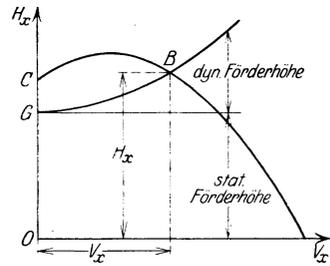


Abb. 107. Bestimmung des Betriebspunktes.

Von besonderer Wichtigkeit ist die Bestimmung des Betriebspunktes, wenn gleichzeitig mehrere Pumpen in dasselbe Netz arbeiten. Da in der Drosselkurve die Abszissen nur die Fördermengen einer Pumpe darstellen, so werden an der Kennlinie der Rohrleitung, die in das Pumpendiagramm eingetragen wird, entweder die Abszissen entsprechend zu verkleinern oder die Ordinaten entsprechend zu vergrößern sein, wenn statt einer mehrere Pumpen arbeiten. Legt man der dynamischen Förderhöhe ein quadratisches Gesetz zugrunde, so erscheint beispielsweise bei zwei gleichen Pumpen der dynamische Anteil auf das Vierfache erhöht, bei drei gleichen Pumpen auf das Neunfache usw., wie Abb. 108 zeigt, in der die Kennlinien der Rohrleitung für eine, zwei und drei Pumpen mit  $I$ ,  $II$  und  $III$  bezeichnet sind. Dadurch tritt eine Verschiebung des Betriebspunktes  $B_1$  bzw.  $B_2$  bzw.  $B_3$  ein in dem Sinne, daß mit zunehmender Zahl der Pumpen die Wasserlieferung der einzelnen Pumpe abnimmt, beispielsweise von  $V_1$  auf  $V_3$ , falls drei Pumpen statt einer betrieben werden. Mit  $n$  Pumpen kann also bei gleichbleibender Drehzahl noch lange nicht die  $n$ -fache Wassermenge einer Pumpe gefördert werden. Ferner ist stoßfreier Eintritt nur bei einem Betriebszustand möglich. Die Unterschiede sind offenbar um so größer einerseits, je flacher die Drosselkurve verläuft, und andererseits, je größer der dynamische Anteil der Förderhöhe ist.

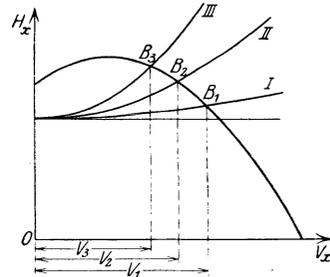


Abb. 108. Verkleinerung der Lieferung einer Pumpe mit zunehmender Zahl der im Betrieb befindlichen Pumpen.

Bei wechselndem Parallelbetrieb mehrerer Kreiselpumpen sind also einerseits steil verlaufende Drosselkurven, andererseits weite Rohrleitungen empfehlenswert.

Diese Vorgänge sind sinngemäß auch beim Zusammenarbeiten von Kreisel- und Kolbenpumpen zu beachten. Der Betriebspunkt  $B$  wird hier, da die Kolbenpumpe bei jeder Förderhöhe das gleiche Volumen  $V_{k0}$  (Abb. 109) fördert, erhalten, wenn die Kennlinie der Rohrleitung um das Fördervolumen  $V_{k0}$  der Kolbenpumpe in Richtung der negativen  $V_x$ -Achse verschoben wird. Beim Abstellen der Kolbenpumpe tritt auch hier eine recht bedeutende Steigerung der Wasserlieferung der Kreiselpumpe von  $V$  auf  $V'$  ein.

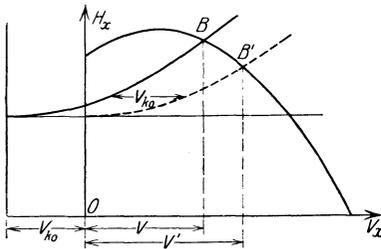


Abb. 109. Zusammenarbeiten von Kreiselpumpe und Kolbenpumpe.

### 53. Labiler Arbeitsbereich.

Da man an die Drosselkurve eine wagrechte Tangente ziehen kann, so sind innerhalb eines gewissen Bereiches zu jeder Förderhöhe  $H_2$  zwei Liefermengen  $V_2$  und  $V'_2$  (Abb. 110) möglich. Der Kurvenzweig  $AC$  zwischen Berührungspunkt  $A$  und Ordinatenachse hat unter gewissen Betriebsbedingungen labilen Charakter, während der übrige Teil der Kurve stabil ist. Dies möge an einer Pumpe mit nur statischer Förderhöhe, d. h. mit kurzer und weiter Rohrleitung, an Hand der Abb. 110 erläutert werden<sup>1)</sup>, in der die linke Seite die Drosselkurve der auf der rechten Seite dargestellten Pumpe bedeutet. Letztere fördert Wasser nach dem Sammelbehälter  $R$  und von da nach einer Verbrauchsstelle  $T$ .

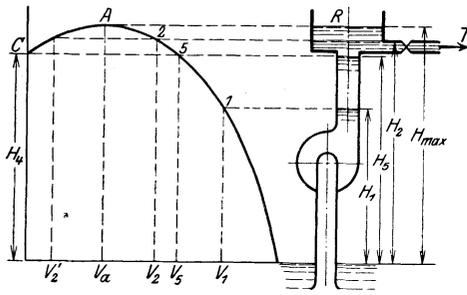


Abb. 110. Labiles Arbeiten der Pumpe zwischen den Betriebspunkten  $A$  und  $C$  bei konstanter Förderhöhe.

Die Drosselkurve ist so gezeichnet, daß ihre  $V_x$ -Achse mit dem Wasserspiegel des Saugbehälters, der sich stets auf gleichbleibender Höhe befindet, zusammenfällt und demnach die durch den jeweiligen Wasserspiegel in der Druckleitung gelegten Wagrechten die Drosselkurve im zugehörigen Betriebspunkt schneiden.

Beim Beginn des Förderns sei die Pumpe angefüllt bis zur Höhe  $H_1$ . Sie wird deshalb im Punkt  $I$  zu arbeiten anfangen und die Druckleitung zunächst auffüllen bis zur Höhe  $H_2$ , auf welcher das Wasser zur Verbrauchsstelle abfließen kann. Während dieser Zeit ist der Betriebspunkt von  $I$  nach  $2$  gewandert und die Fördermenge von  $V_1$  auf  $V_2$  gesunken. Ist diese Wassermenge gerade gleich dem Bedarf, so tritt Beharrungszustand ein. Ist sie aber größer als der Bedarf, d. h. fördert die Pumpe mehr als verbraucht wird, so steigt der

1) Vgl. BBC-Mitteilungen April 1919 bis Juni 1920.

Wasserstand im Sammelbehälter, und der Betriebspunkt nähert sich dem höchsten Punkt  $A$ . Hierbei verkleinert sich die Fördermenge weiter, die Pumpe paßt sich also dem Verbrauch an. Ist die Verbrauchsmenge aber kleiner als  $V_a$ , so möchte der Wasserstand im Behälter  $R$  weiter steigen, was aber nicht möglich ist, da im Punkt  $A$  bereits der höchste Stand erreicht ist. Die Pumpe kommt dadurch aus dem Gleichgewicht, sie „schnappt ab“ und fördert überhaupt nicht mehr. Da sie dadurch ihre Förderhöhe bis auf  $H_4$  verkleinert, so steht jetzt der Wasserstand im Behälter zu hoch, und es tritt eine Umkehrung des Wasserstroms ein. Der Behälter entleert sich also durch die Pumpe nach dem Saugraum, soweit die Wassermenge nicht nach der Verbrauchsstelle abfließen kann. Erst wenn der Wasserstand in der Druckleitung auf die Höhe  $H_4$  gesunken ist, tritt wieder eine Förderung ein, die im Punkt  $C$  der Drosselkurve beginnt, aber auf den Punkt  $\delta$  überspringt. Druckleitung und Behälter werden also wieder aufgefüllt. Solange aber eine kleinere Menge als  $V_a$  verbraucht wird, wird sich das Spiel in gleicher Weise wiederholen.

Bei unveränderlicher Förderhöhe  $H$ , also einer Kennlinie der Rohrleitung, die parallel zur  $V_x$ -Achse verläuft, kann die Pumpe also auf dem Kurvenzweig  $AC$  nicht arbeiten, weil dieser einen labilen Charakter trägt. Günstiger liegen die Verhältnisse bei der gekrümmten Form dieser Kennlinie, die die Regel bildet. Zunächst sind hier, wie Abb. 111 zeigt, zwei verschiedene Schnittpunkte mit der Drosselkurve, also zwei verschiedene Liefermengen, nur auf einem kurzen Zweig  $CE$  der Drosselkurve möglich. Sucht man die vorherige Überlegung auf diesen Fall zu übertragen, indem man eine gewisse Reibungshöhe in der Rohrleitung annimmt, so muß auf der durch den jeweiligen Wasserspiegel gehenden Wagrechten die Reibungsparabel im Schnitt mit der  $H_x$ -Achse aufgesetzt werden. Beim Steigen des Wasserspiegels wird nun der Betriebspunkt offenbar auf der Drosselkurve wandern, bis die Reibungsparabel die Drosselkurve berührt, d. h. bis zum Punkt  $B$ . Hier wird, falls die Liefermenge noch zu groß sein sollte, wieder Abschnappen und Rückströmen eintreten. Letzteres wird sich aber wenig bemerkbar machen können, weil mit der Umkehrung der Strömungsrichtung auch die Reibungshöhe ihr Vorzeichen wechselt und also jedenfalls nur wenig Überdruck zur Erzeugung der Rückwärtsbewegung zur Verfügung steht. Die Periodenzahl der Schwankungen wird deshalb kleiner sein als vorher. In grundsätzlicher Beziehung bleibt aber der Vorgang der gleiche. Nach erfolgter Entleerung wird die Pumpe zunächst im Punkt  $C$ , dann im Punkt  $E$  wieder anspringen, worauf im Punkt  $B$  das Abschnappen eintritt usw. Dieser Punkt, der je nach der Form der Kennlinie der Rohrleitung zwischen dem Punkt  $C$  und dem höchsten Punkt der Drosselkurve wandert, kann demnach als der „kritische Punkt“ bezeichnet werden.

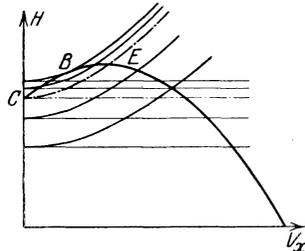


Abb. 111. Verkürzung des labilen Kurvenzweigs  $CB$  bei gekrümmter Kennlinie der Rohrleitung.

Besitzt die Pumpe gesonderten Antrieb, so wird infolge der im Augenblick des Abschneppens eintretenden Entlastung der Motor schneller laufen und dadurch das Rückströmen verhindert oder doch geschwächt werden.

Daß auf dem Kurvenzweig  $CB$  ein stabiles Arbeiten nicht möglich ist, zeigt auch folgende Überlegung. Wird die Liefermenge der Pumpe durch Änderung der Drehzahl geregelt, so wird bei einer Steigerung der Drehzahl die Drosselkurve gehoben von  $CB$  nach  $C'B'$  (Abb. 112) und bei einer Verminderung gesenkt nach  $C''B''$ . Die Regelung muß nun stets so bewerkstelligt werden, daß eine Änderung der Liefermenge durch eine gleichsinnige Änderung der Drehzahl herbeigeführt wird. Arbeitet aber die Pumpe auf dem Zweig  $CB$ , beispielsweise im Punkt  $D$ ,

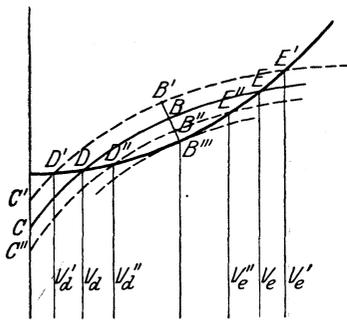


Abb. 112. Verhalten bei Regelung durch Änderung der Drehzahl im labilen Gebiet.

so nimmt bei einer Steigerung der Drehzahl die Liefermenge ab von  $V_d$  auf  $V_d'$  und wird bei einer weiteren Steigerung sogar gleich Null. Umgekehrt hat eine Abnahme der Drehzahl eine Zunahme des Volumens auf  $V_d''$  zur Folge. Bei einer weiteren Abnahme würde allerdings die Kennlinie berührt und anschließend die Pumpe zum Abschneppen kommen.

Betrachtet man die Wirkung solcher Reguliervorgänge auf dem rechts vom Berührungspunkt  $B$  gelegenen Zweig, so entspricht einer Zunahme der Drehzahl auch eine Zunahme der Liefermenge und umgekehrt. Dieser Kurvenzweig verhält sich also stabil, während der Zweig  $CB$  labil ist.

Wenn nun der statische Teil der Förderhöhe so klein ist, daß der Leerlaufdruck der Pumpe nicht überschritten wird, so werden die labilen Erscheinungen offenbar überhaupt nicht auftreten können<sup>1)</sup>. Die Drosselkurve ist in diesem Falle über das ganze Betriebsgebiet stabil. Solche Verhältnisse liegen im ausgesprochensten Maße vor bei der Untersuchung der Pumpe auf dem Versuchsstand, weil hier im allgemeinen fast die ganze Förderhöhe durch Drosselung des Regulierschiebers erzeugt, also der statische Anteil gleich Null oder jedenfalls sehr klein ist.

#### 54. Bedingungen für die Entstehung der verschiedenen Formen der Drosselkurve.

Die verschiedenen Verwendungszwecke einer Kreiselpumpe stellen auch verschiedene Anforderungen an die Form der Drosselkurve. Bei schwankender Förderhöhe, aber gleichbleibender Wassermenge ist ein

<sup>1)</sup> Bei Turbokompressoren wird allerdings auch in diesem Falle abwechselndes Fördern und Rückströmen (Pumpen) beobachtet, weil das Rohrnetz infolge der Elastizität des Fördermittels beim Abschneppen sich ähnlich wie ein unmittelbar an die Pumpe angebauter Druckwindkessel verhält und deshalb die Kennlinie der Leitung bei plötzlichen Änderungen der Liefermenge nicht maßgebend ist.

möglichst steiler Verlauf, bei schwankendem Wasserbedarf und gleichbleibender Förderhöhe ein flacher Verlauf erwünscht. Wir wollen im folgenden die Bedingungen, die zur Erlangung bestimmter Formen führen, ableiten. Wir benützen zu diesem Zweck eine Gleichungsform der Kennfläche, bei der als Abszissen nicht das Volumen  $V_x$ , sondern die Füllung  $\frac{V_x}{V}$  auftritt, weil der erhaltene Ausdruck für alle Drehzahlen derselbe ist, der Einfluß letzterer also ausscheidet. Unter Zuhilfenahme von Gl. (9), (11) und (20) ergibt sich aus Gl. (22)

$$\frac{gH_x}{u_2^2} = k'_1 - 2k'_2 \frac{V_x}{V} - k'_3 \left(\frac{V_x}{V}\right)^2, \quad (37)$$

worin

$$k'_1 = \frac{1}{1+p} - \frac{\varphi}{2} \left[ \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2 + \left(\frac{D_2}{D_4}\right)^2 \left(\frac{1}{1+p}\right)^2 \right], \quad (38)$$

$$k'_2 = \frac{1}{2(1+p)} \frac{\text{ctg} \beta_2}{(1+p) \text{ctg} \alpha_3 + \text{ctg} \beta_2} - \frac{\varphi}{2} \left[ \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2 + \left(\frac{D_2}{D_4}\right)^2 \left(\frac{1}{1+p}\right)^2 \right], \quad (39)$$

$$k'_3 = (1 - \eta_h) \frac{\text{ctg} \alpha_3}{(1+p) \text{ctg} \alpha_3 + \text{ctg} \beta_2} + \frac{\varphi}{2} \left[ \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2 + \left(\frac{D_2}{D_4}\right)^2 \left(\frac{1}{1+p}\right)^2 \right]. \quad (40)$$

Die Ausdrücke für  $k'_2$  und  $k'_3$  können, falls Gl. (10) herangezogen wird, auch geschrieben werden

$$k'_2 = \frac{1}{2(1+p)} - \frac{1}{2} \frac{gH_{\text{th}}}{u_2^2} - \frac{\varphi}{2} \left[ \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2 + \left(\frac{D_2}{D_4}\right)^2 \left(\frac{1}{1+p}\right)^2 \right], \quad (39a)$$

$$k'_3 = (1 - \eta_h) \frac{gH_{\text{th}}}{u_2^2} + \frac{\varphi}{2} \left[ \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2 + \left(\frac{D_2}{D_4}\right)^2 \left(\frac{1}{1+p}\right)^2 \right], \quad (40a)$$

$H_{\text{th}}$  bedeutet die der Normalleistung entsprechende spezifische Schaufelararbeit.

Gl. (37) gibt die Förderhöhe als Vielfaches von  $\frac{u_2^2}{g}$  in Abhängigkeit der Füllung  $\frac{V_x}{V}$  an. Auf beiden Seiten der Gleichung stehen reine Zahlen. Die Zahl der Veränderlichen ist auf zwei, nämlich  $\frac{gH_x}{u_2^2}$  und  $\frac{V_x}{V}$ , reduziert. Die Gleichung stellt eine Parabel dar. Ihr Parameter ist  $p' = \frac{1}{2k'_3}$ . Der reziproke Wert  $\frac{1}{p'} = 2k'_3$  kann als Maß für die Krümmung im höchsten Punkt dieser Kurve betrachtet werden. Als Maß der Krümmung der Drosselkurve ist dann das  $\frac{u_2^2}{g}$ -fache anzusehen, da ihre Abszissen ein konstantes Vielfaches der Füllung sind. Die Drosselkurve selbst wird also um so flacher, je kleiner das Produkt  $u_2^2 k'_3$  ist, wobei der Wert von  $k'_3$  aus Gl. (40) oder (40a) zu ersehen ist. Im einzelnen wird somit die flache Form gefördert durch

1. Weglassen der Austrittsleitschaufeln, also Verwendung von Leitring oder Spiralgehäuse, da dann  $\frac{D_2}{D_4}$  sehr klein ist. Daß dies

zutrifft, zeigt der Vergleich der beiden Drosselkurven *I* und *III* in Abb. 102 oder 115a. Im gleichen Sinne wirkt ein großer Zwischenraum zwischen Lauf- und Leitschaufeln, weil der Stoß auf die Leitschaufeln sich verringert;

2. einen kleinen Eintrittsdurchmesser  $D_1$  des Laufrades gegenüber dem Austrittsdurchmesser  $D_2$ ;

3. kleine Umfangsgeschwindigkeit des Rades im Vergleich zur Förderhöhe, d. h. wenig zurückgebogene Schaufeln bei möglichst großer Austrittsbreite  $b_2$ , also auch kleine Leitradwinkel  $\alpha_3$ ;

4. einen möglichst guten hydraulischen Wirkungsgrad, also große Pumpen mit weiten, sorgfältig ausgebildeten und geglätteten Lauf- und Leitkanälen.

Einen weiteren Einblick gewährt die Heranziehung des Anlaufdruckes  $H_0$ , der sich mit  $V_x = 0$ , also im Schnittpunkt der Drosselkurve mit der  $H_x$ -Achse ergibt. Aus Gl. (37) erhält man mit  $V_x = 0$

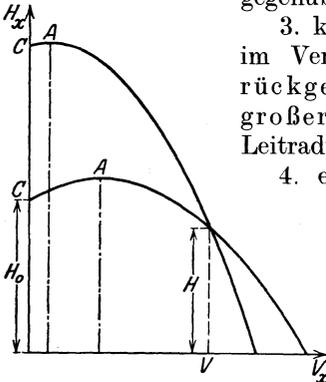


Abb. 112a. Einfluß der Umfangsgeschwindigkeit auf die Form der Drosselkurve. Die steile Kurve entspricht etwa dem Verhältnis  $\frac{u_2}{\sqrt{2gH}} = 1,3$ , die flache Kurve dem Verhältnis  $\frac{u_2}{\sqrt{2gH}} = 0,9$ . Verkürzung des labilen Zweiges CA.

$$\left. \begin{aligned} H_0 &= \frac{u_2^2}{g} k' \\ &= \frac{u_2^2}{g} \left\{ \frac{1}{1+p} - \frac{\varphi}{2} \left[ \left( \frac{D_1}{D_2} \right)^2 + \left( \frac{D_2}{D_4} \right)^2 \left( \frac{1}{1+p} \right)^2 \right] \right\} \end{aligned} \right\} (41)$$

Mit  $\varphi = 0,6$ ,  $\frac{D_2}{D_4} = 1$  folgt hieraus für Leitradpumpen

$$H_0 = \frac{u_2^2}{g} \left( \frac{0,7 + p}{(1+p)^2} - 0,3 \frac{D_1^2}{D_2^2} \right). \quad (42)$$

Bei gleichem Durchmesser Verhältnis wächst also der Anlaufdruck mit dem Quadrat der Geschwindigkeit unabhängig von den gewählten Schaufelwinkeln. Man hat es somit in der Hand, den Leerlaufdruck beliebig groß zu machen. Der Übergang zum Betriebspunkt der Normalleistung wird nun, wie auch Abb. 112a zeigt, um so steiler abfallen, je größer  $H_0$  gegen  $H$  ist.

Die Drosselkurve wird also in der Nähe der Wassermenge des stoßfreien Eintritts um so steiler, je größer das Verhältnis  $\frac{H_0}{H}$  oder je größer die Umfangsgeschwindigkeit  $u_2$ , also das Verhältnis  $u_2/\sqrt{2gH}$  ist. Steile Drosselkurven bedingen also stark zurückgebogene Schaufeln bei sich nach außen möglichst verjüngenden Radprofilen. Da dann offenbar auch eine Annäherung des höchsten Punktes an die Ordinatenachse stattfindet, so tritt gleichzeitig eine Verkürzung des labilen Zweiges der Kurve ein.

Über die Maßnahmen, die zu einer Verkürzung des labilen Teils der Drosselkurve führen, erhält man weiter Auskunft, wenn man den zu dem höchsten Punkt  $A$  gehörigen Füllungsgrad  $\frac{V_a}{V}$  bestimmt, der durch Nullsetzen der Ableitung der rechten Seite der Gl. (37) sich ergibt zu

$$\frac{V_a}{V} = -\frac{k'_2}{k'_3};$$

Das labile Kurvenstück fällt also weg, wenn  $k'_2 \leq 0$ . Der Wert  $k'_3$  kann offenbar nicht gleichzeitig Null werden. Unter Bezugnahme auf Gl. (39a) kann also ausgesagt werden, daß der labile Zweig sich verkürzt bei Einhaltung folgender Bedingungen:

1. Weglassen der Leitschaufeln oder großer Zwischenraum zwischen Lauf- und Leitschaufeln;
2. kleines Durchmesser Verhältnis  $\frac{D_1}{D_2}$ ;
3. große Umfangsgeschwindigkeit (in Übereinstimmung mit dem früheren Ergebnis).

Da sonach geringe Umfangsgeschwindigkeiten den Leerlaufdruck verringern und den labilen Zweig verlängern, andererseits aber die vorwärts gekrümmten Schaufeln gemäß Abschnitt 26 kleinere Umfangsgeschwindigkeiten bedingen als rückwärts gekrümmte Schaufeln, so kann im Einklang mit der aus Abb. 92 gezogenen Schlußfolgerung festgestellt werden, daß den labilen Charakter der Drosselkurve die Vorwärtskrümmung erhöht, die Rückwärtskrümmung erniedrigt.

Axialpumpen<sup>1)</sup>, bei denen  $D_2 = D_1$  ist, geben nach den vorstehenden Betrachtungen stark gekrümmte Drosselkurven mit geringem Leerlaufdruck und ausgesprochenem labilem Zweig (Abb. 163). Diese beiden Merkmale werden aus später zu erörternden Gründen allerdings häufig nicht beobachtet (vgl. Abschnitt 76).

### 55. Gleichwertige Öffnung.

Eine Pumpe, welche in ein Rohrnetz ohne geometrischen Höhenunterschied fördert, besitzt eine Förderhöhe, die sich nur aus Strömungswiderständen zusammensetzt und sich deshalb näherungsweise mit dem Quadrat der Wasserlieferung ändert. Der Betriebspunkt liegt also bei verschiedenen Drehzahlen auf einer Parabel gleichen Stoßzustandes. Eine solche Pumpe wird nach den Untersuchungen des Abschnitts 51 bei allen Drehzahlen mit dem gleichen inneren Wirkungsgrad arbeiten.

Man kann den Widerstand des Rohrnetzes ersetzen durch eine dicht hinter der Pumpe angeordnete, unter dem Förderdruck stehende Öffnung, die sog. „gleichwertige Öffnung“ oder Drosselöffnung, durch welche das Wasser unmittelbar ins Freie ausgießt. Sie dient als Maßstab für die Leitungsfähigkeit des Netzes und für die Größe der Pumpe. Jeder gleichwertigen Öffnung entspricht eine bestimmte Parabel gleichen Stoß-

<sup>1)</sup> Vgl. auch Wagenbach: Z. f. d. ges. Turbinenwes. 1913, S. 241.

zustandes und bei jeder Pumpe eine bestimmte Füllung  $\frac{V_x}{V}$ . Bei der Darstellung der Drosselkurve im vorangegangenen Abschnitt nach Gl. (37) könnten die Abszissen also auch die gleichwertigen Öffnungen bedeuten. Aus dem Parabelgesetz ergibt sich auch, daß für jede gleichwertige Öffnung oder Füllung das Verhältnis  $\frac{V_x}{\sqrt{H}}$  konstant ist. Man nennt diese Zahl auch „das Temperament der Rohrleitung“<sup>1)</sup>.

Der Begriff der gleichwertigen Öffnung hat insbesondere Bedeutung für Ventilatoren oder Gebläse, weil bei der Förderung von Luft Höhenunterschiede meist vernachlässigt werden können<sup>2)</sup>.

### 56. Radserien.

Ein bestimmtes Rad läßt sich, wie Abb. 105 erkennen läßt, für ein sehr ausgedehntes Betriebsgebiet verwenden, wobei die Grenzen durch

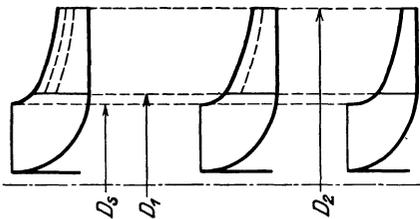


Abb. 113. Radserien.

die Rücksicht auf den Wirkungsgrad gegeben sind. Man kann nun den Anwendungsbereich eines Radmodells und des zugehörigen Gehäuses dadurch erheblich steigern, daß man die Radbreite unter Beibehaltung der Schaufelform ändert, was bei der Herstellung der Gußform des Rades ohne schwierige Modelländerung vorgenommen werden kann.

Werden hierbei Aus- und Eintrittsbreite in beliebiger, voneinander unabhängiger Weise geändert, so erhält man jedesmal neue Geschwindigkeitsverhältnisse und andere Leitschaufelprofile. Beides bleibt bestehen, wenn die seitliche Begrenzung des beschauften Teils des Laufrades stets nach dem Verlauf der Stromfäden des breitesten Rades erfolgt (Abb. 113). Beim Radialrad mit einfach gekrümmten Schaufeln verlangt diese Bedingung gleichbleibendes Verhältnis zwischen Ein- und Austrittsbreite. In diesem Falle bleibt die Förderhöhe gleich. Es können auch die Drosselkurven näherungsweise aus denen des ursprünglichen Rades bestimmt werden, wenn die Abszissen proportional zur Änderung der Radbreiten geändert werden.

Diese Änderung der Radbreiten beeinflußt nicht die Einlaufweite vom Durchmesser  $D_s$ . Deshalb wird sie sich nur im Sinne einer Verkleinerung der Abmessungen des normalen Rades bewegen können. Sie wird aber häufig dann am Platze sein, wenn die dem Gehäusemodell entsprechende Wassermenge in Verbindung mit hohen Drehzahlen, also großen Förderhöhen, vorkommt.

<sup>1)</sup> Blaeß: Z. f. d. ges. Turbinenwes. 1907, S. 548.

<sup>2)</sup> Vgl. Regeln für Leistungsversuche an Ventilatoren und Kompressoren, herausgegeben vom V. d. I. S. 62, ebenso Hübner: Z. f. d. ges. Turbinenwes. 1911, S. 504.

Man erhält auf diese Weise Radserien gleichen Durchmessers, die das Verwendungsgebiet des betreffenden Schaufel- und Gehäusemodells im  $(V_x H_x)$ -Diagramm nach der  $H_x$ -Richtung erheblich ausdehnen. Die Verringerung der Radbreiten verlangt nur die entsprechende Verschiebung der inneren Dichtungsflächen des Rades am Gehäuse.

Wenn man so für jeden Raddurchmesser das zugehörige Gebrauchsgebiet — unter Berücksichtigung der Möglichkeit des Hintereinander- oder vielleicht auch Parallelschaltens mehrerer Räder — abgrenzt, so kann man mit einer kleinen Zahl von Raddurchmessern und Gehäusemodellen das ganze Verwendungsgebiet beherrschen. Die Kreiselpumpe eignet sich deshalb besonders gut zur Anwendung der „Serienfabrikation“.

### 57. Die Nutzleistung.

Die Nutzleistung, also die Leistung der Pumpe, gemessen in gehobenem Wasser, ergibt sich aus dem Verlauf der Drosselkurve durch Bildung des Ausdrucks

$$L_n = V_x \gamma H_x \text{ in mkg/sec.}$$

Um einen Überblick über die Nutzleistung einer Pumpe zu erhalten, empfiehlt es sich, die Kurven gleicher Nutzleistung, deren Gleichung  $V_x H_x = \text{Const}$  ist, in das  $(V_x H_x)$ -Diagramm einzutragen. Diese stellen, wenn man vom Spaltverlust absieht, gleichseitige Hyperbeln dar (Abb. 114). Da jede dieser Hyperbeln die Drosselkurve in zwei Punkten schneidet, so sind stets zwei Punkte gleicher Leistung vorhanden. Die berührende Hyperbel gibt die größte Nutzleistung und ihr Berührungspunkt  $D$  den zugehörigen Betriebspunkt an<sup>1)</sup>. Die Hyperbeln können unabhängig vom Maßstab eingetragen werden.

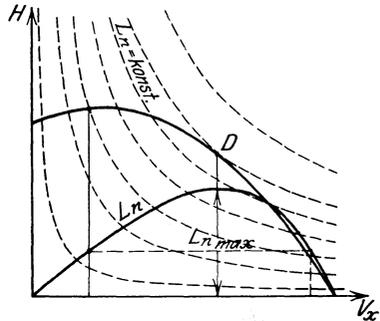


Abb. 114. Die Nutzleistung  $L_n$ .

### 58. Der Kraftbedarf.

Der Kraftbedarf bestimmt sich aus der Summe der Schaufelarbeit  $V_x \gamma H_{thx}$ , die die hydraulischen Verluste und den Arbeitsaufwand für den Spaltverlust bereits enthält, der Rad- und Lagerreibung. Die Größe  $V_x \gamma H_{thx}$  verläuft im  $(V_x H_x)$ -Diagramm als eine durch den Ursprung gehende Parabel, weil die Linie der  $H_{thx}$  eine Gerade darstellt. Für  $\beta_2 = 90^\circ$ , also die senkrecht endigende Schaufel, wobei  $H_{thx} = \text{Const}$ , wird sie eine Gerade  $B$  (Abb. 115). Bei rückwärts gekrümmter Schaufel verläuft sie

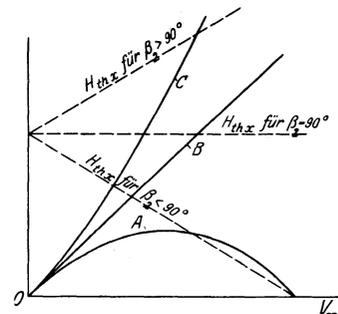


Abb. 115. Einfluß des Schaufelwinkels  $\beta_2$  auf den Kraftbedarf.

- Kurve A  
Radararbeit  $V_x \gamma H_{thx}$  für  $\beta_2 < 90^\circ$ ;
- Kurve B  
Radararbeit  $V_x \gamma H_{thx}$  für  $\beta_2 = 90^\circ$ ;
- Kurve C  
Radararbeit  $V_x \gamma H_{thx}$  für  $\beta_2 > 90^\circ$ .

<sup>1)</sup> Vgl. Blaß: Z. f. d. ges. Turbinenwes. 1907, S. 532.

unterhalb dieser Geraden, erreicht einen Größtwert, um dann wieder auf Null abzunehmen. Bei vorwärts gekrümmter Schaufelung liegt sie oberhalb von *B* und steigt unbegrenzt an. Beide Parabeln berühren die Gerade *B* im Punkt *O*<sup>1)</sup>.

Die stetige Zunahme der Schaufelarbeit bei vorwärts gekrümmter Schaufel bringt die Gefahr mit sich, daß der Antriebsmotor überlastet wird, falls die Wasserlieferung stark

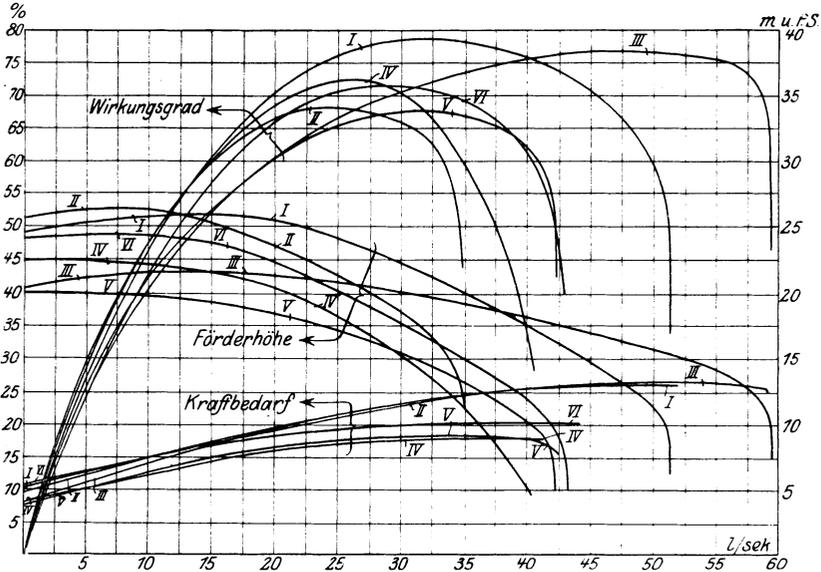


Abb. 115a. Drosselkurven, Wirkungsgrad- und Kraftbedarfskurven der Versuchspumpe von Herbert, Abb. 258, bei der Drehzahl 1200/min.

- Kurve I Lauf- und Leitrad normal;
- .. II Laufrad normal, Leitrad verengt, wie in Abb. 259 gestrichelt angegeben;
- .. III Laufrad normal, Leitring;
- .. IV drei Laufkanäle ganz geschlossen (Abb. 117 a), Leitrad normal;
- .. V drei Laufkanäle ganz geschlossen (Abb. 117 a), Leitring;
- .. VI drei Laufkanäle nur am Eintritt geschlossen (Abb. 117 b), Leitrad normal.

anwächst. Es ist dies ein weiterer Grund, der gegen Verwendung dieser Schaflungsart spricht. (Vgl. Abschnitt 26, S. 74, 149, 177.)

In Abb. 115a sind die von Herbert an der Pumpe Abb. 258<sup>2)</sup>, 259 erhaltenen Linien des gesamten Kraftbedarfs zusammen mit den Drosselkurven und Wirkungsgradkurven für die verschiedenen unter der Abbildung angegebenen Änderungen von Lauf- bzw. Leitrad eingetragen. Ebenso sind in Abb. 115b für eine Pumpe mit vorwärts gekrümmten Schaufeln die Kraftbedarfskurven (*L*) für mehrere Drehzahlen neben den Drosselkurven angegeben<sup>3)</sup>. Weil die Abszissen den Spaltverlust

<sup>1)</sup> In der Abbildung laufen die Linien der  $H_{thx}$  in einem Punkt der Ordinatenachse zusammen, was nur bei den Linien der  $H_{th\infty x}$  unbedingt der Fall sein muß.

<sup>2)</sup> Vgl. Fußbemerkung 2, S. 114.

<sup>3)</sup> Entnommen aus Biel: Die Wirkungsweise der Kreiselpumpen und Ventilatoren. Mitt. über Forschungsarb. H. 42, Abb. 18.

nicht mehr enthalten und die Rad- und Lagerreibung mit berücksichtigt ist, so laufen diese Kurven des gesamten Kraftbedarfs nicht mehr durch den Ursprung, sondern ergeben eine Leerlaufarbeit von etwa ein Drittel der Arbeit bei Normallast. Da aber Rad- und Lagerreibung von der Fördermenge nahezu unabhängig sind und ebenso — wenigstens bei rückwärts gekrümmten Schaufeln — der Spaltverlust sich mit wechselnder Wasserlieferung nur wenig ändert, so ist zu verstehen, daß der Charakter der auf dem Versuchsstand ermittelten Kurven des gesamten Kraftbedarfs mit dem der in Abb. 115 angegebenen Kurven der Schaufelarbeit im großen ganzen übereinstimmt.

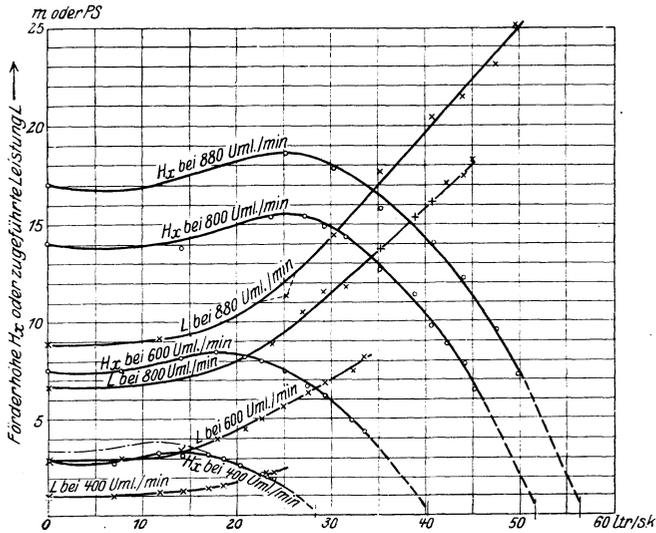


Abb. 115b. Drosselkurven und Kraftbedarfskurven einer Pumpe mit vorwärts gekrümmten Schaufeln bei verschiedenen Drehzahlen.

Auch hier kann man durch Einzeichnen einer Schar gleichseitiger Hyperbeln, die man mit der  $H_{thx}$ -Linie zum Schnitt bringt, die Wassermengen für gleiche Schaufelarbeit erhalten, die mit einer gewissen Annäherung auch für gleiche Gesamtarbeit zutreffen werden.

## 59. Die Regelung.

Die Anpassung der Pumpenleistung an den Verbrauch hängt in erster Linie davon ab, ob die Drehzahl der Pumpe geändert werden kann oder nicht.

### I. Regelung durch Änderung der Drehzahl.

Kann die Drehzahl bei Steigerung des Wasserverbrauchs erhöht, bei Verringerung des Wasserverbrauchs vermindert werden, wie dies für den Fall gesonderten Antriebs durch einen Gleichstrommotor mit Nebenschlußregelung oder durch irgendeine Kraftmaschine (Dampfturbine, Kolbendampfmaschine usf.) möglich ist, so arbeitet die Pumpe stets

unter den bestmöglichen Verhältnissen, weil die Abweichung des Betriebspunktes von der Parabel des besten Wirkungsgrades (vgl. Abschnitt 51) sich auf ein Mindestmaß beschränkt. Die vorgenommene Drehzahländerung bewirkt eine Verschiebung der Drosselkurve im Sinne einer Verringerung der Stoßverluste, gleichgültig, ob es sich um eine Regelung nach oben oder unten handelt. Außerdem fällt die Notwendigkeit des Drosselns fort. Die Verkleinerung der Verluste gegenüber der nachher zu besprechenden Regelung durch Drosseln bei unveränderlicher Drehzahl wird dadurch nicht ausgeglichen, daß der Motor nicht bei seiner normalen Drehzahl arbeitet. Dies ist selbst dann nicht der Fall, wenn bei Antrieb durch Elektromotoren, beispielsweise Drehstromasynchronmotoren, die Änderung der Drehzahl durch Drosselung des Ankerstromkreises erfolgen muß. Wie groß die Kraftersparnis bei der Regelung durch Änderung der Drehzahl ist, zeigen folgende Versuchszahlen, bei denen eine unveränderliche Förderhöhe von 25,8 m und eine normale Drehzahl von 1375 angenommen ist<sup>1)</sup>.

#### Vergleich zwischen Drehzahl- und Drosselregelung.

n	Q kg/sec	Drehzahlregelung		Drosselregelung Kraftbedarf PS	Mehrbedarf an Kraft bei Drosselregelung gegenüber Drehzahlregelung %	Änderung der Wassermenge bei einer Änderung der Drehzahl um 1% %
		Kraftbedarf PS	Wirkungsgrad %			
1200	15	8,5	61	12	41	4,96
1300	32	14,3	76,3	17	18,9	3,85
1375	40,5	18,7	75	18,7	0	—

Die letzte Spalte zeigt auch, daß die prozentuale Änderung der Wassermenge ein Vielfaches der Änderung der Drehzahl ist. Die Empfindlichkeit ist noch größer, wenn die Drosselkurven weniger steil verlaufen wie bei der Versuchspumpe.

Um ein Bild über die Leistung einer Pumpe bei verschiedenen Drehzahlen zu erhalten, empfiehlt es sich, die  $(n, V_x)$ -Kurve zu bestimmen. Hierbei ist die Kenntnis der Kennlinie der Rohrleitung notwendig.

Für den einfachsten Fall einer unveränderlichen Förderhöhe, also einer sehr kurzen und reichlich weiten Rohrleitung, ist die  $(n, V_x)$ -Linie bereits im Abschnitt 48 (Abb. 99) als Stück einer Hyperbel ermittelt.

Für die allgemeine Form der Kennlinie der Rohrleitung entsteht die  $(n, V_x)$ -Linie als Projektion der Schnittlinie der zu der Pumpe gehörigen Kennfläche mit dem durch die Kennlinie der Rohrleitung senkrecht zur  $(V_x, H_x)$ -Ebene gelegten Zylinder. Das Aufzeichnen der  $(n, V_x)$ -Linie geschieht am besten nach folgendem einfachen Verfahren, wobei angenommen ist, daß die Kennlinie  $BC$  der Rohrleitung gegeben und für eine Drehzahl die Drosselkurve der Pumpe ermittelt ist (Abb. 116).

Wir gehen von dem in Abschnitt 49 abgeleiteten Satz der Kongruenz der Drosselkurven aus und zeichnen die bekannte Drosselkurve

<sup>1)</sup> Entnommen aus der in der Fußbemerkung S. 114 erwähnten Arbeit.

auf durchsichtiges Papier oder schneiden sie aus einem steifen Karton heraus. Wird die Drosselkurve nun so parallel mit sich verschoben, daß ihr höchster Punkt  $A$  (Abb. 116) sich auf der zugehörigen Parabel  $OAM$  gleichen Stoßzustandes bewegt, so erhält man die Drehzahlen zu den Schnittpunkten  $C_1, C_2, C_3$  usw. mit Linie  $BC$  in den Abszissen  $a_1, a_2, a_3$  usw. der jeweiligen Lagen des Punktes  $A$ , die nur als Ordinaten auf den durch die Punkte  $C_1, C_2, C_3$  usw. gezogenen Senkrechten abgetragen werden müssen, um die  $(n, V_x)$ -Linie zu erhalten. Der zugehörige Maßstab ist dadurch bekannt, daß die Drehzahl des Betriebspunktes  $C$  in der zu der Anfangslage der Drosselkurve gehörigen

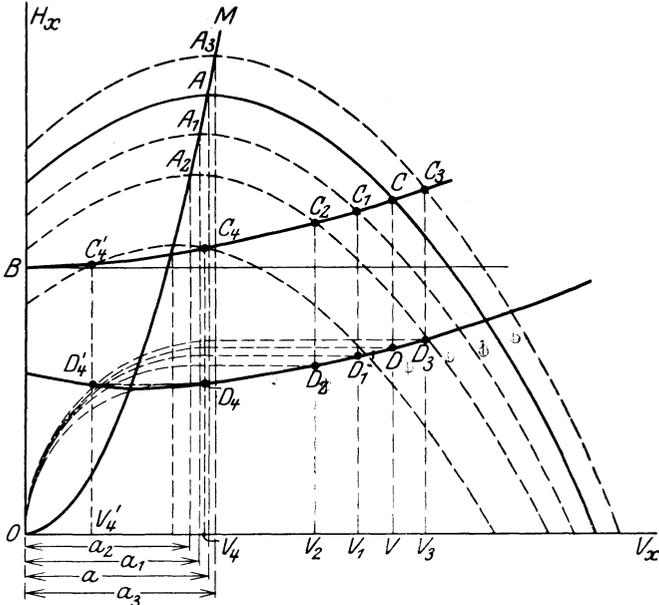


Abb. 116. Bestimmung der Abhängigkeit der Drehzahl von der Wassermenge bei Drehzahlregelung, wenn die Form der Kennlinie der Rohrleitung beliebig ist.

Drehzahl  $\bar{n}$  gegeben ist und der Strecke  $a$  entspricht. Für die tief gelegenen Stellungen der Drosselkurve ergeben sich wieder zwei Schnittpunkte  $C_4$  und  $C'_4$ . Die gesuchte  $(n, V_x)$ -Kurve bekommt deshalb, ebenso wie die der Abb. 99, eine horizontale Tangente, deren Berührungspunkt wieder einen kritischen Punkt bedeutet insofern, als bei der geringsten Unterschreitung der zugehörigen Drehzahl die Pumpe abschnappt.

Die weitgehende Gültigkeit des Kongruenzgesetzes läßt erwarten, daß die so bestimmte Kurve der Drehzahlen sehr genau ist, insbesondere dann, wenn die zugrunde gelegte Drosselkurve durch den Versuch ermittelt ist und das Betriebsgebiet, in dem sich die Kavitationserscheinungen zu zeigen pflegen, nicht in Betracht kommt.

Wenn mehrere Pumpen in ein gemeinsames Netz arbeiten, so ist es mit Rücksicht auf den Kraftverbrauch zweckmäßig, alle Pumpen

gleichmäßig zu regeln, weil dann die Abweichung von der Parabel des stoßfreien Eintritts am kleinsten ist. Die Ermittlung der Linie der Drehzahlen hat hierbei unter Berücksichtigung des S. 143 Ausgeführten sinngemäß in gleicher Weise wie oben besprochen zu geschehen, indem die Kennlinie der Rohrleitung entsprechend überhöht gezeichnet wird.

Die Drehzahl wird bei Kreiselpumpen meist von Hand eingestellt. Nur für den Fall der Kesselspeisung sind die später (S. 384f.) behandelten selbsttätig wirkenden Regelungseinrichtungen gebräuchlich.

## II. Regelung bei unveränderlicher Drehzahl.

**a) Drosselung in der Druckleitung.** Das einfachste Mittel der Regelung, sofern es sich um eine Verringerung der Wassermenge handelt, bildet der Regulierring der Druckleitung, also die Drosselung des

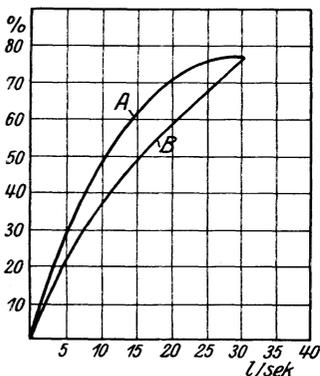


Abb. 117.

Kurve A Wirkungsgrade der Pumpe ohne Drosselung;  
Kurve B Wirkungsgrade der Pumpe bei Drosselung auf gleichbleibende Förderhöhe.

Druckwasserstroms. Mit der dadurch bedingten Verringerung des Drucks ist naturgemäß eine Energievernichtung verknüpft, wie ja auch aus der S. 154 angegebenen Zahlentafel hervorgeht.

In Abb. 117 ist der Verlauf der Wirkungsgrade aus Abb. 115a aufgetragen, einmal bezogen auf die von der Pumpe tatsächlich erzeugte Förderhöhe (Kurve A), das andere Mal auf die durch den Drosselschieber eingestellte gleichbleibende Förderhöhe, die mit der normalen übereinstimmt (Kurve B). Man sieht, daß die Wirtschaftlichkeit ganz bedeutend zurückgeht. Bei zwei Drittel der normalen Leistung beträgt der Wirkungsgrad nur noch 59% gegenüber 77% bei Vollast.

Deshalb ist dieses Verfahren nur da am Platze, wo das zuerst besprochene nicht möglich ist. Bei seiner Verwendung sind Drosselkurven mit möglichst flachem Verlauf anzustreben (vgl. Abschn. 54). Bei flachen Drosselkurven werden die Ergebnisse nicht unwesentlich günstiger als in Abb. 117 angegeben, weil die Versuchspumpe eine ziemlich steile Drosselkurve hatte.

**b) Drosselung in der Saugleitung.** Der Betrag der Drosselung muß hier ebenso groß sein wie in der Druckleitung. Um die abgedrosselte Förderhöhe vergrößert sich aber der Unterdruck vor dem Radeintritt, und zwar wird für denselben Regulierbereich die Drucksenkung um so größer sein müssen, je größer die Förderhöhe ist. Deshalb wird bei Pumpen für mittlere und große Förderhöhen die Abdrosselung des Saugstroms im allgemeinen so stark sein müssen, daß der Dampfdruck des Wassers erreicht wird, also Loslösen des Wassers eintritt. Hierdurch wird eine zusätzliche Verschlechterung des Wirkungsgrades neben einer starken Abnützung des Materials verursacht (vgl. S. 3). Außerdem bringen die hohen Luftleeren vor der Pumpe die Gefahr des Eindringens von Luft durch die Stopfbüchse und sonstige undichte Stellen

mit sich, wodurch die Wirkung weiter herabgesetzt, aber vor allen Dingen die Gefahr des Abreißen der Saugwassersäule und des Versagens der Pumpe eintritt. Da die übrigen Verluste die gleichen sind wie beim Drosseln in der Druckleitung, so ist die Drosselung in der Saugleitung zu verwerfen<sup>1)</sup>.

**c) Drehbare Leitschaufeln.** Der starke Rückgang des Wirkungsgrades bei Drosselregelung liegt zum Teil auch an dem Stoß des Wassers beim Eintritt in die Lauf- und Leitkanäle. Von diesen sind die Stoßverluste beim Eintritt in die Leitkanäle die größten. Um sie zu vermeiden, könnte man daran denken, drehbare Leitschaufeln nach Art der bei Wasserturbinen üblichen Finkschen Drehschaufeln vorzusehen, die an Stelle eines Drosselschiebers oder zusammen mit einem solchen verwendet werden.

Infolge der Verkleinerung der Stoßverluste wird die Drosselkurve der Abb. 97 sich mehr dem Verlauf der Linie *ADB* nähern. Die Förderhöhen werden also vom Betriebspunkt der Normalleistung nach beiden Seiten sich vergrößern und die Wirkungsgrade, bezogen auf die größeren gewordenen Förderhöhen, besser sein als bei Drosselregelung. Eine andere Frage ist, ob die Wirkungsgrade, bezogen auf die verlangten Förderhöhen, sich heben werden. Falls die Drehzahl die gleiche bleibt, ist dies zu verneinen, da die Förderhöhen nur von der Kennlinie der Rohrleitung abhängig sind und die Radararbeit durch die Veränderung der Leitschaufelstellung nur insoweit beeinflusst werden kann, als eine Rückwirkung auf die Strömung im Laufrad stattfindet. Da diese Rückwirkung nur schwach sein kann, so muß eben die Energie, welche durch Vermeidung des Leitschaufelstoßes gespart wird, durch eine gleichzeitige stattfindende Drosselung bzw. durch zu enge Leitschaufelstellung vernichtet werden<sup>2)</sup>. Da der Kraftbedarf sich demnach nur unwesentlich verringert, so ist es fraglich, ob die Inkaufnahme der umständlichen und teuren Einrichtung, die besonders bei mehrstufigen Pumpen schwierig durchzubilden sein wird, sich rechtfertigt.

**d) Verstellbare Laufschaufeln.** In grundsätzlicher Hinsicht wesentlich günstiger verhält sich die Regelung durch Verstellung der Laufschaufeln, weil diese Maßnahme unmittelbar die Leistungsaufnahme des Rades beeinflusst. Die Ausführung stellt aber wesentlich höhere Anforderungen an die konstruktive Durchbildung und beeinträchtigt

<sup>1)</sup> Anders liegen die Verhältnisse, wenn es sich um die Förderung gasförmiger Körper handelt, wo der entstehende Unterdruck die erwähnten Nachteile nicht zur Folge hat, dafür aber die mit der Abnahme des spezifischen Gewichts des angesaugten Gases verbundene Vergrößerung des spezifischen Volumens den Eintrittsstoß mildert und die Reibung an den Seitenwänden und in den Schaufelkanälen verkleinert.

<sup>2)</sup> Eine der ersten Leitschaufelpumpen, nämlich die von Osborne Reynolds im Jahre 1875 entworfene, besaß bereits drehbare Leitschaufeln. Die praktische Ausführung verzichtete aber später auf die Verstellbarkeit wegen ihrer geringen Vorteile. (Z. f. d. ges. Turbinenwes. 1912, S. 391.) Bei Turbokompressoren finden neuerdings Drehschaufeln Eingang (BBC-Mitteilungen 1920, S. 66; 1922, S. 123). Ihr Zweck ist dort allerdings in erster Linie der, das „Pumpen“ zu vermeiden, weil der höchste Punkt der Drosselkurve mit abnehmender Leitschaufelweite näher an die Ordinatenachse heranrückt und damit der labile Zweig sich verkürzt.

die Einfachheit und Betriebssicherheit nicht unerheblich. Deshalb ist diese Maßnahme bisher nur wenig durchgeführt worden<sup>1)</sup>.

e) **Teilweise Beaufschlagung.** Mit der vorstehenden Regelungsart verwandt ist die Regelung durch Abschließung einzelner Laufzellen, also Anwendung teilweiser Beaufschlagung. Nach den im Anschluß an Abb. 115a erwähnten Versuchen IV, V und VI wurden bei vollkommenem Abschluß von einem Drittel der Laufkanäle, gemäß Abb. 117a, 20% gegenüber der Drehschaufelregelung gespart, sofern die Leitschaufeln beibehalten wurden. Ohne Leitschaufeln war der Gewinn kleiner. Wurde die gleiche Zahl von Laufkanälen nur am Ein-

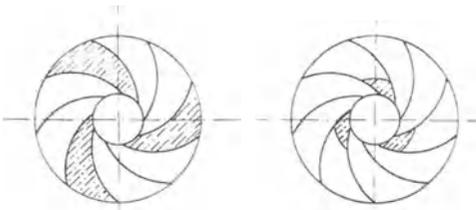


Abb. 117 a.

Abb. 117 b.

Abb. 117 a, 117 b. Regelung durch Abschließen einzelner Laufkanäle.

tritt abgeschlossen (Abb. 117b), so war die Wirkung schlechter, weil offenbar in den geöffneten Laufkanälen (Abb. 60) ein kraftverzehrender Flüssigkeitsaustausch mit dem Spaltraum in Tätigkeit treten konnte; doch wurden immerhin noch 9% gegenüber Drehschaufelregelung gespart.

Diese Art der Beeinflussung der Leistung ist bei der im Gang befindlichen Pumpe allerdings nicht anwendbar. Sie empfiehlt sich aber dort, wo Änderungen in der Pumpenlieferung für längere Zeit getroffen werden müssen.

f) **Einführung geringer Luftmengen in die Saugleitung.** Hierdurch wird die nutzbare Fördermenge verringert, einerseits um das durch die Luft verdrängte Wasservolumen, andererseits dadurch, daß das spezifische Gewicht des in das Rad eintretenden Gemisches von Luft und Wasser kleiner ist als Wasser und sich dementsprechend die Förderhöhe verringert. Letzterer Einfluß ist hinsichtlich seiner Wirkung der Verringerung der Drehzahl zu vergleichen, während der erstere die Aufwendung nutzloser Verdichtungsarbeit bedeutet. Dieses Reguliervorgehen ist also wirtschaftlicher als die Drosselung und ist jederzeit anwendbar, verlangt aber vorsichtige Handhabung, weil die Wassersäule in der Saugleitung leicht abreißt. Nach vorliegenden Versuchen<sup>2)</sup> kann die Fördermenge mit wachsendem Luftzutritt bis auf etwa 70% der normalen verringert werden, ohne daß der Wirkungsgrad sich wesentlich verschlechtert. Hierbei betrug die zugeführte Luftmenge 3,5%. Die Wasserförderung hörte plötzlich auf, als die Luftmenge 3,75% der geförderten Wassermenge erreichte.

<sup>1)</sup> Eine Ausführung der Firma C. Enke, Schkeuditz, bei der die Laufschaufeln in radialer Richtung mittels Schrauben verstellt werden, findet sich in der Z. f. d. ges. Turbinenwes. 1906, S. 116 beschrieben.

<sup>2)</sup> Z. V. d. I. 1919, S. 492.

## H. Die einzelnen Verluste und ihr Einfluß auf den Bau der Pumpe.

### 60. Die hydraulischen Verluste.

Inwieweit die hydraulischen Verluste durch den Schaufelverlauf beeinflußt werden, ist in den Abschnitten 26, 29, 41 besprochen worden. Ungeklärt ist noch der Einfluß der Schaufelzahl und der Größe des Raddurchmessers  $D_2$ .

a) **Schaufelzahl.** Zwar bringt eine geringe Schaufelzahl den Vorteil einfacher Herstellung und einer Verkleinerung der Reibungsfläche mit sich; aber die Wasserführung wird verschlechtert. Ferner erhöhen weite Kanäle den Schaufeldruck, der, obwohl er die Arbeitsübertragung auf das Wasser besorgt, doch nicht über eine gewisse Grenze steigen sollte, weil sonst die im Abschnitt 37 berechnete Minderleistung  $\kappa_2 \cdot \frac{u_2^2}{g}$  wächst und deshalb die Umfangsgeschwindigkeit, also entweder der Raddurchmesser oder die Drehzahl, und somit auch die Radreibung vergrößert werden muß. Dazu kommt, daß hohe Schaufeldrücke die Saugfähigkeit der Pumpe verringern (vgl. Abschnitt 64), wodurch die Gefahr der Kavitation, also einer erheblichen Steigerung der Verluste, bedingt ist. Von einer gewissen unteren Grenze der Schaufelzahl ab wird deshalb eine weitere Verkleinerung der Schaufelzahl die Gesamtverluste erhöhen.

Eine genaue rechnerische Festlegung der günstigsten Schaufelzahl ist nicht möglich. Da die Saughöhe schwankt, muß sie sich offenbar auch nach den örtlichen Verhältnissen richten. Betrachtet man die Rücksicht auf Vermeidung der Kavitation als maßgebend, so würde Gl. (35), S. 90 liefern

$$z \geq \frac{2r_1^2 \pi}{S} \frac{c_{0m}}{u_1} \cdot \frac{H_{th}}{\Delta h_1} = \frac{2r_1^2 \pi}{S} \frac{c_{1m}}{u_1} \frac{t_1 - \sigma_1}{t_1} \frac{H_{th}}{\Delta h_1},$$

wobei der Schaufeldruck  $\Delta h_1$  bei großen Saughöhen kleiner als bei geringen Saughöhen zu wählen wäre. Setzt man  $\Delta h_1 \leq 1,5 \pi m$ ,  $\frac{t_1 - \sigma_1}{t_1} = 1$ ,  $\frac{c_{1m}}{u_1} = \text{tg} \beta_1$  (senkrechter Wassereintritt), so erhält man als untere Grenze für die Schaufelzahl

$$z \geq \frac{4r_1^2}{3S} \cdot \text{tg} \beta_1 H_{th} \quad (1)$$

und bei der Radialschaufel mit  $S = \frac{1}{2}(r_2^2 - r_1^2) = \frac{1}{8}(D_2^2 - D_1^2)$

$$z \geq \frac{8 \cdot \text{tg} \beta_1 \cdot H_{th}}{3 \left[ \left( \frac{D_2}{D_1} \right)^2 - 1 \right]}. \quad (2)$$

Von Vidmar<sup>1)</sup> stammt die folgende, eine obere Grenze festlegende Beziehung, die von der Kleinhaltung der Kanalreibung ausgeht:

$$z < 10 D_2 \pi . \quad (3)$$

Um die Schaufelarbeit  $H_{th}$  zu vergrößern, ohne den Eintrittsquerschnitt der Laufkanäle zu verengen, werden bisweilen auch Zwischenschaufeln angewendet, die vom Radumfang ausgehen und nicht ganz so lang sind wie die eigentlichen Schaufeln (Abb. 255). Ihre Wirkung ist aber schlechter als die der eigentlichen Schaufeln, weil ihre geringe Länge die Entstehung erheblicher Druckunterschiede infolge der Rückwirkung der anschließenden Strömungen erschwert (vgl. Abb. 12).

Für die Leitschaufeln mit ihren großen Eintrittsgeschwindigkeiten ist es angebracht, die Schaufelzahl nicht wesentlich größer als die der Laufschaufeln zu nehmen. Zur Vermeidung gleichzeitigen Überdeckens der Leit- und Laufschaufelenden sollen ferner beide Schaufelzahlen keinen gemeinsamen ganzzahligen Faktor haben.

**b) Raddurchmesser und Radbreite.** Ist die Drehzahl nicht vorgeschrieben, so kann der Raddurchmesser so gewählt werden, daß die Verluste am kleinsten sind. Um eine Vergleichsgrundlage für das Verhalten der hydraulischen Verluste zu haben, werde angenommen, daß die Schaufelwinkel am Umfang und die Schaufelzahlen stets die gleichen seien, womit auch das Austrittsdiagramm ziemlich unverändert bleibt,

falls die Förderhöhe sich nicht ändert. Wird ferner das Verhältnis  $\frac{D_2}{D_1}$

beibehalten, so bleiben auch die Geschwindigkeiten am Eintritt von der Größe des Durchmessers unberührt. Da nach Gl. (22), S. 60, das Produkt  $D_2 b_2$  gleich bleibt, so muß die Radbreite mit zunehmendem  $D_2$  abnehmen. Ferner besitzt das größere Rad die längeren Kanäle; deshalb wird im ganzen auch die Kanalreibung größer sein. Die Krümmungs- und Umsetzungsverluste im Laufrad haben bei rückwärts gekrümmten Schaufeln nur geringen Einfluß und werden außerdem nur wenig verschieden sein. Falls der innere Durchmesser  $D_s$  immer noch groß genug ist, wird also das Rad mit dem kleinen Durchmesser stets die kleineren Kanalverluste aufweisen. Dieses Ergebnis gilt aber nicht mehr, wenn  $\frac{D_2}{D_1}$  sich ändert, weil die Vergrößerung des Eintrittsdurchmessers die relative Eintrittsgeschwindigkeit und die Minderleistung [nach Gl. (48) des Abschnitts 37] vermehrt, ferner die Saugfähigkeit verringert.

Wenn man auf Grund der vorstehenden Überlegung den Raddurchmesser weitgehend verringert, so muß die Breite  $b_1$  des Rades am Eintritt entsprechend vergrößert werden, falls die Eintrittsgeschwindigkeit  $c_1$  beibehalten wird. Es ist nun nicht ratsam, mit dem Breitenverhältnis  $\frac{b_1}{D_1}$  zu hoch zu gehen, und zwar aus folgenden Gründen:

<sup>1)</sup> Theorie der Kreiselpumpe. Braunschweig 1922.

Infolge der Krümmung der Stromfäden im Meridianschnitt längs der Eintrittskante  $A'A''$  (Abb. 51) tritt die in Abschnitt 7 besprochene ungleiche Verteilung der Geschwindigkeiten auf, die nach Gl. (19), S. 16 zu berechnen wäre und eine Zunahme von  $A''$  bis  $A'$  ergibt. Die Unterschiede sind um so beträchtlicher, je größer die Radbreite  $b_1$  ist. Eine genaue Rechnung würde ergeben, daß schon bei Rädern mittlerer Breite die Geschwindigkeit bei  $A'$  ein Mehrfaches derjenigen bei  $A''$  sein kann. Zwar gilt dieses Gesetz nur für reibungslose Strömung. Aber das Vorhandensein der Reibung wird den Gesamtcharakter des Bildes nur wenig ändern.

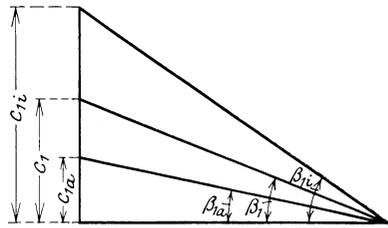


Abb. 118. Änderung der relativen Eintrittsgeschwindigkeit infolge der Krümmung der Stromfäden.

Die Verschiedenheit der Eintrittsgeschwindigkeit  $c_{1i}$  am inneren Wasserfaden bei  $A'$ ,  $c_1$  am mittleren und  $c_{1a}$  am äußeren Faden bei  $A''$  bewirkt, daß die zugehörigen Relativgeschwindigkeiten einen durchaus verschiedenen Winkel  $\beta_{1i}$ ,  $\beta_1$  und  $\beta_{1a}$  (Abb. 118) bilden. Die Schaufelfläche müßte also zur Erzielung stoßfreien Eintritts auch bei Radialrädern doppelt gekrümmt sein. Falls der Winkel  $\beta_1$  aber, wie es der Regel entspricht, überall derselbe ist, so arbeitet nur ein mittlerer Wasserfaden stoßfrei, die andern mit mehr oder weniger starkem Eintrittsstoß. Denkt man sich einzelne der den Stromlinien entsprechenden Rotationsflächen materiell ausgeführt, so entstehen Teilräder, die unter ganz verschiedenen Bedingungen arbeiten, aber mit einer gewissen, wenn auch ziemlich rohen Annäherung die gleiche Drosselkurve besitzen, weil die Schaufelwinkel die gleichen sind. Das im Punkt  $A'$  anschließende Teilrad mit der großen Wassergeschwindigkeit, also der großen, auf die Breite  $b_1$  umgerechneten Wassermenge  $V_i$  (Abb. 119), wird nur die kleine Förderhöhe  $H_i$  erzeugen, die sogar, wenn die Fördermenge  $V_0$  überschritten ist, negativ werden kann. Umgekehrt wird das an der Radnabe, also im Punkt  $A''$ , anschließende Teilrad wegen der kleinen zugehörigen Wassermenge  $V_a$  eine Förderhöhe  $H_a$  besitzen, die um  $\Delta H$  größer ist als die der normalen Wassermenge  $V$  entsprechende Höhe  $H$ . Soll nun die Pumpe gegen diese Förderhöhe  $H$  arbeiten, so wird offenbar das an der offenen Radwand strömende Wasser den Gegendruck nicht überwinden können, sondern zurückströmen müssen. Der Förderstrom wird sich also etwa, wie Abb. 119a zeigt, einstellen,

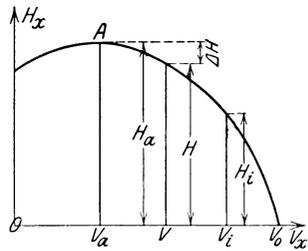


Abb. 119.

Denkt man sich einzelne der den Stromlinien entsprechenden Rotationsflächen materiell ausgeführt, so entstehen Teilräder, die unter ganz verschiedenen Bedingungen arbeiten, aber mit einer gewissen, wenn auch ziemlich rohen Annäherung die gleiche Drosselkurve besitzen, weil die Schaufelwinkel die gleichen sind. Das im Punkt  $A'$  anschließende Teilrad mit der großen Wassergeschwindigkeit, also der großen, auf die Breite  $b_1$  umgerechneten Wassermenge  $V_i$  (Abb. 119), wird nur die kleine Förderhöhe  $H_i$  erzeugen, die sogar, wenn die Fördermenge  $V_0$  überschritten ist, negativ werden kann. Umgekehrt wird das an der Radnabe, also im Punkt  $A''$ , anschließende Teilrad wegen der kleinen zugehörigen Wassermenge  $V_a$  eine Förderhöhe  $H_a$  besitzen, die um  $\Delta H$  größer ist als die der normalen Wassermenge  $V$  entsprechende Höhe  $H$ . Soll nun die Pumpe gegen diese Förderhöhe  $H$  arbeiten, so wird offenbar das an der offenen Radwand strömende Wasser den Gegendruck nicht überwinden können, sondern zurückströmen müssen. Der Förderstrom wird sich also etwa, wie Abb. 119a zeigt, einstellen,

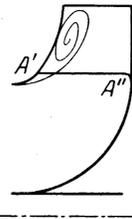


Abb. 119a. Rückströmen infolge der großen Radbreite.

wobei in der Nähe der offenen Radwand ein mit Wirbeln erfüllter Raum vorhanden ist. Dadurch ist gleichzeitig eine gewisse Selbsthilfe eingetreten insofern, als die Krümmung der Stromfäden am Eintritt gemildert ist.

Es ist demnach nicht zweckmäßig, den Raddurchmesser so stark zu verkleinern, daß die Radbreite im Vergleich zum Durchmesser zu sehr anwächst. Da mit steigender Geschwindigkeit der Druck fällt, so kann an der offenen Radwand außerdem der Druck leicht bis auf den der Wassertemperatur entsprechenden Dampfdruck sinken, also Kavitation eintreten.

Die besprochenen Vorgänge sind in der Praxis schon häufig beobachtet worden<sup>1)</sup>. Darauf deuten auch die Patente hin, die sich mit ihrer Vermeidung beschäftigen<sup>2)</sup>.

Falls die Vergrößerung des Raddurchmessers (durch Anwendung geringer Drehzahlen oder starker Rückwärtskrümmung der Schaufeln usw.) nicht möglich ist und die Parallelschaltung mehrerer Einzelräder (Mehrstromanordnung) nicht in Betracht kommt, bildet eine wirksame Abhilfemaßnahme die Anwendung veränderlicher Schaufelneigung am Eintritt, also die doppelt gekrümmte Schaufel. Dabei kann die Einlaufkante auch aus der Zone der Krümmung herausgelegt werden, indem von der reinen Radialschaukel zu der am Eintritt axial beaufschlagten Schaufel übergegangen wird, die dann im Meridianschnitt nach Art der Francis-Schaukel der Wasserturbine geformt ist. Bei Ventilatoren wird auch die Unterteilung der Eintrittsströmung durch Leitflächen angewandt, die als Rotationsflächen mit den bei gleichmäßiger Geschwindigkeitsverteilung auftretenden Stromlinien als Erzeugenden ausgebildet und bis zu den Laufschaufeln geführt sind<sup>3)</sup>.

## 61. Die Radreibung.

In Abschnitt 17 ist festgestellt worden, daß die Radreibung mit einer Vergrößerung des seitlichen und radialen Zwischenraums zwischen Rad und Gehäuse über  $B = 0,11 D_2$  hinaus zunimmt (vgl. Abb. 32). Besonders nachteilig sind Rippen in diesen Seitenräumen (vgl. Abb. 83). Auch hinsichtlich der Art der Bearbeitung der Rad- und Gehäusewände konnte wichtiges Versuchsmaterial beigebracht werden.

Die für die Radreibung in PS abgeleitete Gl. (35) des Abschnitts 17 kann auch geschrieben werden

$$N_r = 0,001 \left( \frac{D_2 + 5e}{D_2} \right) u_2^3 D_2^3. \quad (4)$$

Für die üblichen Radformen kann als Mittelwert  $\frac{D_2 + 5e}{D_2} = 1,1$  gesetzt werden, womit

$$N_r = 0,0011 u_2^3 D_2^3. \quad (4a)$$

<sup>1)</sup> Vidmar hat an einem Ventilator das Vorhandensein des Rückstroms aus dem Laufrad durch den Versuch nachgewiesen (Z. f. d. ges. Turbinenwes. 1913, S. 150).

<sup>2)</sup> Beispielsweise DRP. 191 055, 258 364.

<sup>3)</sup> Vgl. Z. f. d. ges. Turbinenwes. 1913, S. 568.

Nun ist nach Gl. (59), S. 97  $H = \nu \frac{u_2^2}{2g}$ , worin  $\nu$  für ähnlich gebaute Räder konstant ist. Also wird, wenn  $u_2 = \sqrt{\frac{2gH}{\nu}}$  gesetzt wird,

$$N_r = 0,0011 \left( \frac{2gH}{\nu} \right)^{\frac{3}{2}} D_2^2 = \text{rd.} \frac{0,1}{\nu^{\frac{3}{2}}} H^{\frac{3}{2}} D_2^2. \quad (5)$$

Die Radreibung wächst also bei gegebener Förderhöhe  $H$  mit dem Quadrat des Durchmessers, d. h. proportional der Größe der Radfläche. Es ist somit auch hinsichtlich der Radreibung von Vorteil, den Raddurchmesser so klein wie möglich zu machen, d. h. hohe Drehzahlen zu nehmen.

## 62. Der Spaltverlust.

Das Vorhandensein des Spaltüberdrucks bedingt an den Abdichtungsstellen des inneren und äußeren Laufradumfangs eine Rückströmung von Wasser nach dem Saugraum, den sog. Spaltverlust. Die

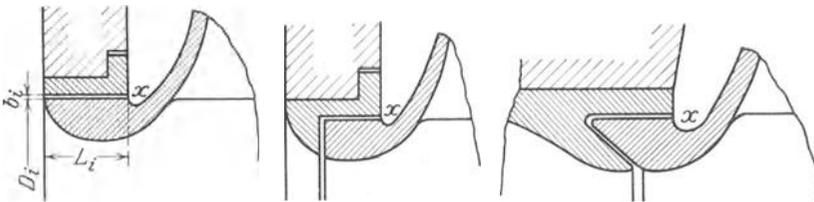


Abb. 120.

Abb. 120 a.

Abb. 120 b.

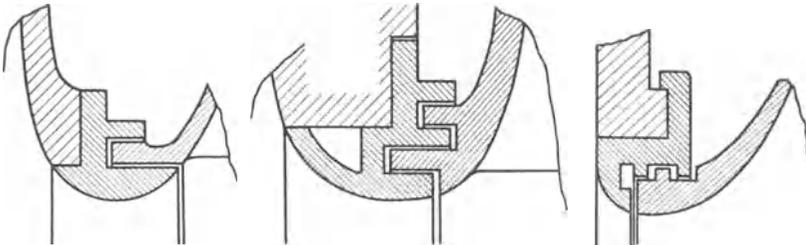


Abb. 121.

Abb. 122.

Abb. 123.

Abb. 120—123. Ausführungsformen der Abdichtung am inneren Spalt. Abb. 123 ist nur bei Teilung des Gehäuses nach einer Axialebene anwendbar.

Abdichtung geschieht vorwiegend am inneren Spalt. Am äußeren Umfang läßt sich keine wirksame Hemmung des Verluststroms durchführen, teils wegen des mit dem großen Umfang und dem verhältnismäßig weiten Spalt verbundenen reichlichen Undichtheitsquerschnitts, teils wegen der kurzen Spaltlänge, die notwendig ist, damit die Radreibung nicht unzulässig groß wird. In Abb. 120—123 sind einige der gebräuchlichsten Ausführungsformen der Abdichtung des inneren Spalts dargestellt, wovon Abb. 123 wagrecht geteiltes Gehäuse voraussetzt.

Auch regelrechte Stopfbüchsen mit Weichpackung sind, wenigstens im Ausland, angewandt worden<sup>1)</sup>.

Wird der Undichtheitsquerschnitt des äußeren und inneren Umfangs mit  $F_a$  bzw.  $F_i$  bezeichnet und ist der Spaltüberdruck gleich  $H_p$ , der Druck zwischen den beiden Spalten überall gleich  $H_x$ , so besteht wegen der Gleichheit der durch beide Spalte tretenden Wassermenge die Beziehung

$$\mu_i F_i \sqrt{2g H_x} = \mu_a F_a \sqrt{2g (H_p - H_x)},$$

woraus

$$H_x = \frac{H_p}{1 + \left(\frac{\mu_i F_i}{\mu_a F_a}\right)^2}. \quad (6)$$

Hierin bedeuten  $\mu_i$ ,  $\mu_a$  die Ausflußziffern, die einerseits die Reibung, andererseits die Kontraktion des Wassers im Spalt infolge des scharfkantigen Einlaufs bei  $x$  (Abb. 120) berücksichtigen sollen. Man kann diese Zahl  $\mu$  aus der Überlegung errechnen<sup>2)</sup>, daß das ganze beiderseits des Spaltes vorhandene Gefälle  $\Delta H$  verbraucht wird:

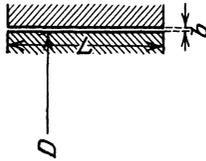


Abb. 124.

1. zur Erzeugung der Geschwindigkeitshöhe  $1,5 \frac{c^2}{2g}$ ,

wobei der Zuschlag von  $0,5 \frac{c^2}{2g}$  die Kontraktion be-

rücksichtigt, deren Einfluß ebenso groß angenommen ist wie beim Einlauf in zylindrische Röhren;

2. zur Überwindung der Reibungswiderstände auf der Spaltlänge  $L$  (Abb. 124), die nach den für turbulente Strömung geltenden Gl. (6) und (15), des Hauptabschnitts C errechnet werden können, da infolge der Rotation des Wassers gegenüber den Spaltwänden die Geschwindigkeit auch bei sehr engen Spaltwänden über der kritischen liegen wird. Daher ist

$$\Delta H = 1,5 \frac{c^2}{2g} + \lambda L \frac{U}{4F} \cdot \frac{c^2}{2g}, \quad (7)$$

worin

$$\frac{U}{F} = \frac{2D\pi}{D\pi b} = \frac{2}{b},$$

also

$$c = \mu \sqrt{2g \Delta H} = \frac{1}{\sqrt{\frac{\lambda L}{2b} + 1,5}} \sqrt{2g \Delta H}.$$

woraus

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{\frac{\lambda L}{2b} + 1,5}}. \quad (8)$$

In dieser Gleichung ist  $\lambda$  wegen der von der Rotation herrührenden Erzitterungen verhältnismäßig groß zu nehmen. Nach den Versuchen von Becker genügt der Mittelwert  $\lambda = 0,08$ , der sich von  $b$  ziemlich

<sup>1)</sup> Z. V. d. I. 1921, S. 473.

<sup>2)</sup> Vgl. Becker: Strömungsvorgänge in ringförmigen Spalten. Z. d. V. I. 1907, S. 1133.

unabhängig ergab, aber, wie nach Früherem [Gl. (8) oder (12), S. 25] zu erwarten, mit zunehmender Geschwindigkeit etwas abnahm.

Wird der Spalt durch Labyrinthnuten unterbrochen (Abb. 125), so sind lange Nuten zu vermeiden. In Abb. 126, welche den Wert kurzer Nuten veranschaulichen soll, ist  $AB$  der Druckverlauf ohne Nut,  $ACDB'$  der Druckverlauf mit Nut. Man erkennt, daß die Nut keinen Vorteil mehr bringt, wenn ihre Länge den Wert  $CG$  erreicht oder überschreitet. Dabei ist noch nicht berücksichtigt, daß nach den Versuchen von Just<sup>1)</sup> der Druckabfall  $AC$  bei langen Nuten kleiner ist als bei kurzen, weil ein Teil der Geschwindigkeitshöhe infolge Diffusorwirkung zurückgewonnen wird. Wichtig ist, daß die Nuten möglichst tief, und zwar um so tiefer sind, je größer die Spaltweite  $b$  gemacht wird. Quadratischer Querschnitt scheint empfehlenswert zu sein. Doppelseitige Nuten (Abb. 127) sind wirksamer als einseitige. Zahnartiges Ineinandergreifen (Abb. 127a) ist dann wirksamer als die einfache Nut, wenn weite Spaltbreiten  $b$  vorliegen. Die Nuten müssen naturgemäß scharfkantig sein; abgerundete Kanten verringern ihren Wert erheblich. Aus diesem Grunde wird bei glatten Nuten die Eindrehung bei  $x$  (Abb. 120, 120a, 120b)

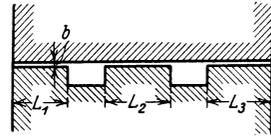


Abb. 125. Spalt mit Labyrinthnuten.

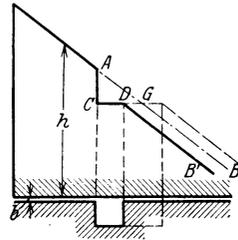


Abb. 126. Nachteil zu großer Länge der einzelnen Labyrinthnuten.

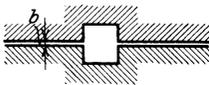


Abb. 127. Spalt mit doppelseitigen Labyrinthnuten.



Abb. 127a. Zahnartiges Ineinandergreifen der Labyrinthnuten.

vorgesehen. Wirksame Labyrinthnuten ergeben nach Just eine Abdrosselung um die Druckhöhe  $1,1 \frac{c^2}{2g}$ . Bei  $z$  Nuten tritt deshalb auf der rechten Seite der Gl. (7) noch das Glied  $z 1,1 \frac{c^2}{2g}$  hinzu, so daß sich ergibt

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{\frac{\lambda L}{2b} + 1,5 + 1,1 z}} \quad (9)$$

$L$  ist hierbei die Summe der einzelnen Spaltlängen von der Weite  $b$ , also im Falle der Abb. 125 gleich  $L_1 + L_2 + L_3$ . Bei den Versuchen von Just war allerdings der Spannungsabfall von  $z$  Nuten nicht ganz das  $z$ -fache des Spannungsabfalls von einer Nut.

Eine kräftige Wirkung ist mittels einfacher Nuten zu erzielen, wenn diese schraubenförmig angeordnet sind, so daß bei der Umdrehung eine

<sup>1)</sup> Über Labyrinthdichtungen für Wasser. Dissertation 1910; ebenso Hütte, 24. Aufl. S. 386.

Pumpwirkung entgegengesetzt der Durchflußrichtung des Spaltwassers eintritt. Die Zahl der Schraubengänge darf aber nicht zu gering sein. Deshalb ist die Anordnung nur durchführbar, wenn reichlich Platz in axialer Richtung zur Verfügung steht.

Bezeichnet man nun die Abmessungen des inneren Spaltes mit dem Fußzeichen  $i$  (Abb. 120), die des äußeren Spaltes mit dem Fußzeichen  $a$ , so ist gemäß Gl. (8)

$$\frac{\mu_i^2}{\mu_a^2} = \frac{\frac{\lambda L_a}{2b_a} + 1,5}{\frac{\lambda L_i}{2b_i} + 1,5}. \quad (10)$$

Wird den wirklichen Verhältnissen entsprechend im Mittel gesetzt  $\frac{L_a}{b_a} = 15$ ,  $\frac{L_i}{b_i} = 200$ ,  $\lambda = 0,08$ , so ergibt sich  $\frac{\mu_i^2}{\mu_a^2} = 0,221$ . Ferner dürfte  $\frac{F_a}{F_i} = 4$  angenommen werden können. Damit ist nach Gl. (6)

$$H_x = \frac{H_p}{1 + 0,221 \cdot \frac{1}{16}} = 0,985 H_p. \quad (11)$$

Da also  $H_x$  nahezu gleich  $H_p$  ist, so erscheint es im Hinblick auf den erreichbaren Genauigkeitsgrad und im Interesse der Einfachheit der Rechnung zulässig, hinter dem äußeren Spalt den vollen Spaltdruck als vorhanden anzunehmen.

Der Druck  $H_x$  ist nun in Wirklichkeit am inneren und äußeren Umfang verschieden, weil das Wasser rotiert. Dürfte man von der Reibung an den Rad- und Gehäusewänden absehen, so müßte die Strömung im Seitenraum nach dem Flächensatz, also mit gleichbleibendem Drall erfolgen. Dann wäre die Rotationskomponente am inneren Umfang, wenn  $c_{u3}$  ihr Wert am äußeren Radumfang ist,  $c_{ui} = c_{u3} \frac{D_2}{D_i}$ , und bei Annahme einer gleichbleibenden Meridiankomponente würde eine Abnahme des Drucks eintreten um

$$\Delta H_x = \frac{c_{ui}^2 - c_{u3}^2}{2g} = \frac{c_{u3}^2}{2g} \left( \frac{D_2^2}{D_i^2} - 1 \right). \quad (12)$$

Da  $\frac{D_2}{D_i}$  in der Regel etwa gleich 2 ist, so wäre die Druckabnahme recht erheblich und in den meisten Fällen sogar so groß, daß der vorhandene Überdruck aufgebraucht und ein Unterdruck sich einstellen würde. Die Strömung würde sich also umkehren, d. h. vom Saugraum nach dem Druckraum stattfinden. Dadurch würde aber wieder die Rotation des Wassers in der Nähe des inneren Umfangs verschwinden und der Druck steigen, bis die Rückströmung aufhört. Offenbar würde sich schließlich ein Beharrungszustand einstellen, bei dem ein ruhender, innerer Wasserring von einem kreisenden äußeren Wasserring umgeben ist. Bei vollkommener Reibungslosigkeit wäre also der Spaltverlust der Kreiselpumpen üblicher Abmessung entweder gleich Null oder jedenfalls sehr gering.

Das Vorhandensein der Reibung ändert den Vorgang in dem Sinne, daß das aus dem Flächensatz folgende hohe Anwachsen der Rotationskomponente des Wassers nicht eintritt. Ferner kommen noch Nebenströmungen, ähnlich der in Abb. 31 dargestellten, hinzu. Eine genaue Verfolgung der Verhältnisse ist nicht möglich. Im nachstehenden sei deshalb die Rechnung nach der im Wasserturbinenbau üblichen Weise durchgeführt, die bei einem geringen Zwischenraum zwischen Gehäuse- und Radwand auch eine gewisse Berechtigung besitzt<sup>1)</sup>.

Das Wasser zwischen Rad und Gehäuse wird als eine Scheibe aufgefaßt, die mit einer Winkelgeschwindigkeit gleich der Hälfte der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  des Rades umläuft (also gewissermaßen einen Wirbel von der Stärke  $\frac{\omega}{2}$  darstellt). Es liegt dann der in Abschnitt 20

behandelte Fall der Druckverteilung über die Radwand nach einem Rotationsparaboloid (vgl. Abb. 37a) vor. Die Randbedingung ist dadurch gegeben, daß am äußeren Radumfang der Druck gleich dem Spaltdruck ist. Infolgedessen ist nach Gl. (46), S. 43 der Druck am inneren Spalt, da dort die Umfangsgeschwindigkeit  $u_i = \frac{\pi D_i n}{60}$ ,

$$H_{p_i} = H_p - \frac{\left(\frac{u_2}{2}\right)^2 - \left(\frac{u_i}{2}\right)^2}{2g} = H_p - \frac{1}{4} \frac{u_2^2 - u_i^2}{2g}.$$

Der Spaltdruck  $H_p$  beträgt nach Gl. (12a), S. 51, wenn berücksichtigt wird, daß wegen der endlichen Schaufelzahl  $w_2'$  an Stelle von  $w_2$ , also auch  $H_p$  an Stelle von  $H_{p_\infty}$ , zu treten hat (vgl. Abb. 72), und wenn die Kanalreibung  $Z_I$  gleich Null gesetzt wird,

$$H_p = \frac{1}{2g} (u_2^2 - w_2'^2 + c_0^2). \quad (13)$$

Also ist

$$H_{p_i} = \frac{1}{2g} \left( \frac{3}{4} u_2^2 - w_2'^2 + c_0^2 + \frac{u_i^2}{4} \right). \quad (14)$$

Daraus bestimmt sich der Spaltverlust für den stoßfreien Eintritt zu

$$V_{sp} = \mu_i F_i \sqrt{2g H_{p_i}} = \mu_i D_i \pi b_i \sqrt{2g H_{p_i}}, \quad (15)$$

worin nach Gl. (8) mit  $\lambda = 0,08$  für einen Spalt ohne Labyrinthnuten

$$\mu_i = \frac{1}{\sqrt{0,04 \frac{L_i}{b_i} + 1,5}} \quad (16)$$

und für einen Spalt mit  $z$  Labyrinthnuten nach Gl. (9)

$$\mu_i = \frac{1}{\sqrt{0,04 \frac{L_i}{b_i} + 1,5 + 1,1z}}, \quad (17)$$

also z. B. mit  $L_i = 30$  mm,  $b_i = 0,2$  mm nach Gl. (16)  $\mu_i = 0,18$ .

<sup>1)</sup> Vgl. Kobes: Studien über den Druck auf den Spurzapfen der Reaktionsturbinen und Kreiselpumpen. Leipzig-Wien 1906.

Eine Verkleinerung der Spaltweite  $b_i$  verringert nach Gl. (15) die Spaltverluste weit mehr als eine Verlängerung des Spaltes oder eine Verkleinerung des Durchmessers, weil  $\mu_i$  und  $F_i$  gleichzeitig abnehmen. Da der Spaltquerschnitt  $F_i$  proportional mit  $D_i$  abnimmt, so verkleinert sich der Spaltverlust mit dem Durchmesser des Rades, falls  $\frac{D_2}{D_i}$  gleich bleibt.

Bei mehrstufigen Pumpen tritt auf der dem Einlauf entgegengesetzten Radseite ein in umgekehrter Richtung fließender Undichtigkeitsstrom infolge des Spaltes an der Durchgangsstelle der Welle zur nächsten Stufe hinzu (Abb. 128). Für die Berechnung dieses Teils des Spaltverlustes ist offenbar der Spalt an der Welle maßgebend.

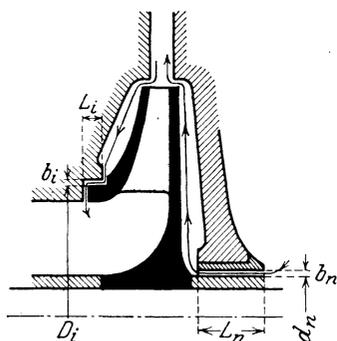


Abb. 128. Undichtigkeitsströmungen bei mehrstufigen Pumpen.

An diesem herrscht, falls wieder eine Druckverteilung nach einem Rotationsparaboloid angenommen wird und die Größen  $H$ ,  $H_p$  sich auf eine Stufe (nicht die ganze Pumpe) beziehen, ein Druckunterschied von

$$H_{p_n} = H - H_p + \frac{1}{4} \frac{u_2^2 - u_n^2}{2g},$$

wobei  $u_n$  die im allgemeinen vernachlässigbare Umfangsgeschwindigkeit der über die Welle gezogenen Büchse bedeutet.

Da  $H - H_p = \psi \frac{c_3^2}{2g}$ , wenn  $\psi$  den Wirkungsgrad des Leitrades darstellt, so wird mit  $u_n = 0$

$$H_{p_n} = \frac{1}{2g} \left( \psi c_3^2 + \frac{1}{4} u_2^2 \right), \tag{18}$$

woraus als Undichtigkeitsverlust mit den Bezeichnungen der Abb. 128

$$V_{sp_n} = \mu_n \cdot d_n \pi b_n \sqrt{2g H_{p_n}}: \tag{19}$$

$\mu_n$  ist aus Gl. (8) oder (9) zu errechnen.

Dieser Verlust beeinflusst die Schaufelarbeit nicht unmittelbar, aber er verzehrt einen Teil der kinetischen Energie des Wassers am Radaustritt, mit dem sich das Verlustwasser außerdem nach den Gesetzen des unelastischen Stoßes mischt. Der Größenordnung nach ist  $V_{sp_n}$  gegen  $V_{sp}$  im allgemeinen klein, so daß er im Hinblick auf den Genauigkeitsgrad der ganzen Rechnung in den folgenden Abschnitten nicht besonders berücksichtigt wird.

Besitzt das Laufrad mehrere Abdichtungsspalte nach dem Saugraum (vgl. Abb. 184), so ist Gl. (15) auf jeden Spalt gesondert anzuwenden. Im Falle der Abb. 184 vergrößert sich auch  $V_{sp_n}$ , weil in Gl. (19)  $H_{p_n} = H$  zu setzen ist.

Aus der Spaltwassermenge ergibt sich der entsprechende Mehrbedarf an Radarbeit zu  $V_{sp} \gamma H_{th}$ .

Zum Spaltverlust ist der Wasserverlust für die Stopfbüchsendichtung und der wesensgleiche Verbrauch für den Ausgleich des Achschubs, falls eine besondere Vorrichtung hierfür vorhanden ist, zuzuschlagen.

### 63. Einfluß des Spaltverlustes auf den Verlauf der Drosselkurve.

Liegt stoßfreier Eintritt nicht vor, so ist zunächst der Einfluß des Stoßes auf den Spaltdruck zu berücksichtigen, weil gemäß der Fußbemerkung S. 34 die Stoßkomponente

$\overline{YZ} = s_1 \cos \beta_1$  der Abb. 95 einen Druckzuwachs hervorruft. Die zugehörige Stoßkraft beträgt nach dem Satz vom

Antrieb  $P_1 = V_x \cdot \frac{\gamma}{g} s_1 \cos \beta_1$  und verteilt sich gleichmäßig über den Eintrittsquerschnitt, so daß die Drucksteigerung entsteht

$$\begin{aligned} \Delta H_p &= \frac{P_1}{\gamma f_1} = \frac{V_x}{f_1} \frac{s_1}{g} \cos \beta_1 \\ &= w'_{1x} \frac{s_1 \cos \beta_1}{g} \end{aligned}$$

oder bei senkrechtem Wassereintritt (Abb. 95)

$$\Delta H_p = \frac{w'_{1x}}{g} \cos \beta_1 (u_1 - w'_{1x} \cos \beta_1) = \frac{c_{1x} \cdot \text{ctg} \beta_1}{g} (u_1 - c_{1x} \text{ctg} \beta_1). \quad (20)$$

Hierin ist

$$c_{1x} = c_{0x} \frac{t_1}{t_1 - \sigma_1} = \frac{V_x}{\pi D_1 b_1} \frac{t_1}{t_1 - \sigma_1}.$$

Ferner tritt in Gl. (14)  $w'_{2x}$  an Stelle von  $w'_2$ , wobei nach Abb. 129

$$\left. \begin{aligned} w'_{2x} &= \overline{YF}^2 + \overline{C_2E}^2 = \overline{YF}^2 + (\overline{C_2E} + \overline{EF})^2 \\ &= \overline{YF}^2 + \left( \overline{C_2E} + \overline{EB_2} \cdot \frac{\overline{YF}}{\overline{DB_2}} \right)^2 \\ &= c_{2mx}^2 + \left( u_2 \frac{p}{1+p} + \frac{u_2}{1+p} \frac{c_{2mx}}{u_2 \text{tg} \beta_2} \right)^2 \\ &= c_{2mx}^2 + \left( u_2 \frac{p}{1+p} + c_{2mx} \frac{\text{ctg} \beta_2}{1+p} \right)^2 \\ &= \left( \frac{V_x}{\pi D_2 b_2} \right)^2 + \left( u_2 \frac{p}{1+p} + \frac{V_x}{\pi D_2 b_2} \frac{\text{ctg} \beta_2}{1+p} \right)^2. \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Also ergibt sich nach Gl. (14) und (15)

$$2g H_{p_i x} = \frac{V_{\text{sp}x}^2}{\mu_i^2 F_i^2} = k'_1 + 2k'_2 V_x - k'_3 V_x^2, \quad (22)$$

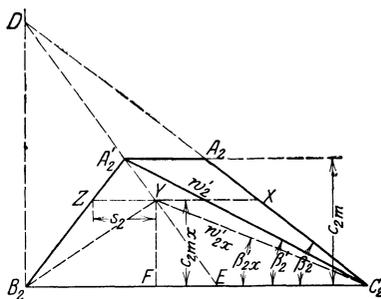


Abb. 129. Änderung der relativen Austrittsgeschwindigkeit mit der Wassermenge.



Bei vorwärts gekrümmten Schaufeln liegt wegen der damit verbundenen Freistrahlgwirkung der Übergangspunkt von der Ellipse zur Hyperbel bei kleinen Fördermengen (Abb. 131). In diesem Falle ist auch die Verzerrung der Drosselkurve durch den Spaltverlust eine wesentlich stärkere, und zwar tritt eine Aufbiegung des labilen Zweiges der Drosselkurve ein, wie sie auch von Biel an einer Pumpe mit vorwärts gekrümmten Schaufeln durch den Versuch erhalten worden ist (vgl. Abb. 115b).

Die Gültigkeit des Kongruenzgesetzes wird durch den Spaltverlust gestört. Tatsächlich scheinen aber die Abweichungen so gering zu sein, daß sie nicht beachtet zu werden brauchen.

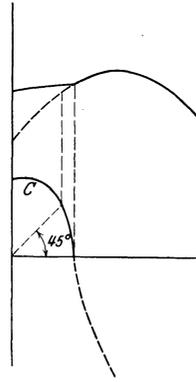


Abb. 131. Einfluß des Spaltverlustes bei vorwärts gekrümmten Schaufeln.

#### 64. Die größte zulässige Saughöhe. Kavitation.

Die größte zulässige Saughöhe ist erreicht, wenn der Druck an irgendeiner Stelle des Wasserstroms bis auf den der Wassertemperatur entsprechenden Dampfdruck sinkt, weil dann gemäß Abschnitt 2 Hohlraum-bildung (Kavitation) eintritt. Diese hat neben An-fressung des Wandmaterials Einengen des Wasserstroms, also Nach-lassen der Wasserlieferung, und Vergrößerung der hydraulischen Verluste zur Folge. Es liegt nahe, den Ort des kleinsten Drucks im höchsten Punkt *B* des Eintrittskreises vom Durchmesser  $D_1$  (Abb. 132) anzunehmen, weil dort einerseits der größte Abstand  $e'_s$  vom Saugwasserspiegel vorhanden ist und der Strömungswiderstand der Saugleitung seinen Größt-wert erreicht hat, andererseits nach der elemen-taren Kreisradtheorie die Drucksteigerung kurz nach dem Eintritt in die Laufkanäle beginnt. Bezeichnet in Meter Wassersäule

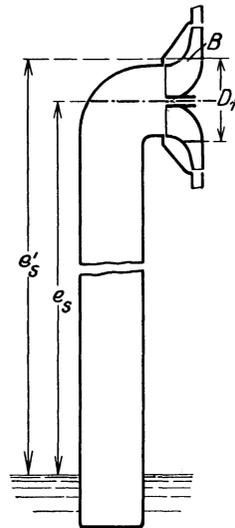


Abb. 132. Die Saughöhe  $e'_s$  einer Kreiselpumpe.

$H_t$  die der Wassertemperatur entsprechende Dampfspannung,

$A$  den Druck der äußeren Atmosphäre bzw., falls die Pumpe aus einem geschlossenen Behälter saugt, den Druck in diesem,

$H_{s,w}$  die Summe der in der Saugleitung bis zum Punkt *B* hervorgerufenen Strömungswiderstände durch Rohrreibung, Querschnitts- und Richtungsänderung einschließlich des Stoßverlustes beim Eintritt in das Laufrad, falls ein solcher vorhanden ist,

so ist der Druck im Punkte *B*

$$H_1 = A - e'_s - H_{s,w} - \frac{c_1^2}{2g}.$$

Die Grenze der zulässigen Saughöhe ist erreicht, wenn  $H_1 = H_t$ . Damit ergibt sich für den Größtwert von  $e'_s$

$$e'_{s\max} = A - H_t - H_{sw} - \frac{c_1^2}{2g}. \tag{28}$$

Berechnet man hiernach die Saughöhe für die gewöhnlichen Verhältnisse, so erhält man für  $e'_{s\max}$  Werte, die über 9 m, also weit über den in Wirklichkeit beobachteten Werten liegen.

Beispielsweise hat Verfasser die bereits S. 138 erwähnte neunstufige Hochdruckkreiselpumpe in der Weise untersucht, daß bei gleicher Dreh-

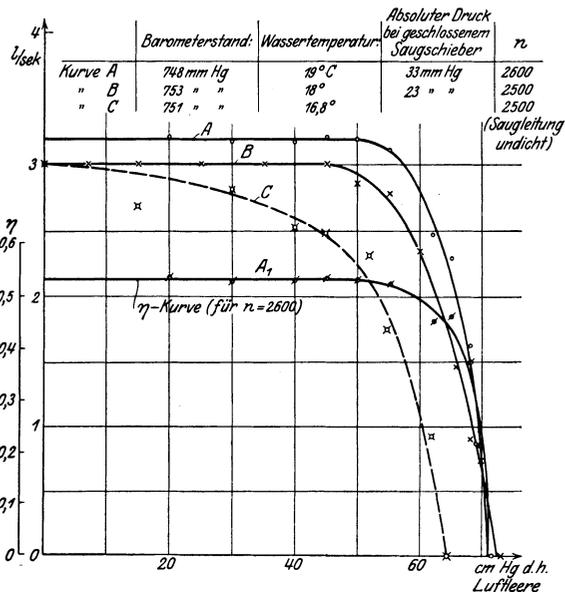


Abb. 133. Änderung der Wassermenge und des Wirkungsgrades mit der Saughöhe bei gleicher Fördermenge, Förderhöhe und Drehzahl.

zahl und bei gleichbleibender gesamter Förderhöhe der Unterdruck am Saugstutzen durch Drosselung eines Schiebers in der Saugleitung allmählich vergrößert und die Wasserlieferung gemessen wurde. Die Flanschen und Stopfbüchsen wurden hierbei sorgfältig gedichtet, so daß auch bei hohen Luftleeren keine Luft in die Pumpe eindringen konnte. Die Fördermenge muß dann offenbar so lange konstant bleiben, als keine Kavitation eintritt. Die Wasserlieferung ist in Abb. 133 in Abhängigkeit des Unterdrucks, d. h. von  $e'_s + H_{sw} + \frac{c_1^2}{2g}$  (in Zentimeter Quecksilbersäule), aufgetragen. Die Linie A bezieht sich auf 2600, die Linie B auf 2500 Umdrehungen bei den in der Abbildung angegebenen Wassertemperaturen und Barometerdrücken. Danach bleibt die Wasserlieferung mit steigendem Unterdruck konstant, bis beim Unterdruck von etwa 50 cm Quecksilbersäule = 6,8 m Wassersäule eine starke

Abnahme einsetzt und bei einem Unterdruck entsprechend dem Dampfdruck des Wassers die Förderung ganz aufhört. Der Wirkungsgrad sinkt gleichzeitig gemäß der Kurve  $A_1$ , die zu der Drehzahl 2600 gehört. Die gestrichelt gezeichnete Linie  $C$  bezieht sich auf den gleichen Versuch mit der im gewöhnlichen Betriebszustand befindlichen Pumpe, ohne daß besondere Sorgfalt auf vollkommene Dichtheit der ganzen Saugseite verwendet wurde. Man erkennt, daß die eindringende Luft ein Zurückgehen der Liefermenge sofort bei einsetzen dem Unterdruck zur Folge hat.

Aus dem Versuch geht hervor, daß Gl. (1) die zulässige Saughöhe um etwa 3 m zu groß ergibt. Man könnte vermuten, daß der Einfluß der im Wasser gelösten (nicht der durch undichte Stellen eingedrungenen) Luft das frühe Nachlassen der Fördermenge zur Folge hat. Zweifellos wird das Wasser bei der Verringerung des Druckes vom Atmosphärendruck  $A$  auf  $H_1$  einen Teil der gelösten Luft ausscheiden, weil nach den Darlegungen des Abschnitts 4 Wasser von  $20^\circ$  bei jedem Druck etwa 0,02 Raumteile Luft, bezogen auf den vorhandenen Druck, auflöst.

Da mit abnehmendem Druck das Luftvolumen auf das  $0,02 \frac{A}{H_1}$  fache vergrößert wird, so werden  $0,02 \left( \frac{A}{H_1} - 1 \right)$  Raumteile Luft sich in Form von Luftblasen ausscheiden. Die Luftausscheidung muß hier nach aber schon bei einer geringen Druckverminderung beginnen, also einen stetigen Abfall der Lieferkurve zur Folge haben. Da dies nicht wahrnehmbar ist, so kann sie jedenfalls nicht die Ursache des festgestellten, ziemlich plötzlichen Abfalls sein. Diese muß vielmehr in Dampf bildung, also einer Druckverminderung, zu suchen sein, die die bisherige Rechnung noch nicht berücksichtigt.

Die Erklärung für die verringerte Saugfähigkeit bieten die im Hauptabschnitt E behandelten Vorgänge, im besonderen die S. 76 besprochene Druck- und Geschwindigkeitsverteilung am Radeintritt. Infolge der Druckabnahme längs der Normallinie  $AC$  (Abb. 134) ist der Druck im Punkt  $C$  kleiner als am Schaufelanfang  $A$ . Kavitation wird also zuerst im Punkt  $C$  eintreten. Allerdings ist der Fall nicht unmöglich, daß von  $C$  ab nach dem Innern des Kanals eine weitere Drucksenkung eintritt<sup>1)</sup>. Bei den üblichen Radformen mit rückwärts gekrümmten Schaufeln kann aber stets damit gerechnet werden, daß der Druck hinter dem Punkt  $C$  wieder steigt.

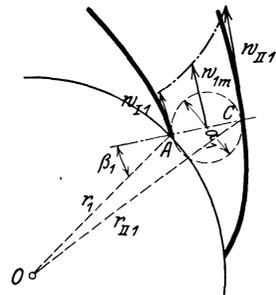


Abb. 134. Druckabnahme und Geschwindigkeitszunahme im Eintrittsquerschnitt von  $A$  bis  $C$ .

<sup>1)</sup> Dies ist denkbar bei Freistrahlpumpen und bei Pumpen mit doppelt gekrümmter Schaufelung, sofern sich die Wasserfäden hinter dem Einlauf der Achse nähern. In letzterem Falle wirken die Zentrifugalkräfte der Strömung entgegen. Maßgebend ist in allen Fällen, daß gemäß Gl. (17), S. 56

$$h_1 - h = (w^2 - w_1^2 + u_1^2 - u^2) \frac{1}{2g} \text{ positiv wird.}$$

Eine überschlägliche Berechnung der Größe des Unterdrucks  $\Delta h'$  zwischen den Punkten  $A$  und  $C$  ist möglich, wenn man von dem S. 90 in Gl. (35) entwickelten Ausdruck für den Schaufeldruck  $\Delta h_1$  am Eintritt ausgeht, da dieser im wesentlichen nur durch den Unterdruck auf der Schaufelrückseite bedingt ist<sup>1)</sup>. Setzt man den Unterdruck  $\Delta h'$  dem Schaufeldruck  $\Delta h_1$  proportional, so erhält man

$$\Delta h' = \varphi \cdot \Delta h_1 = 2\varphi \pi \frac{r_1^2 c_{0m} H_{th}}{z S u_1}. \tag{29}$$

Der konstante Beiwert  $\varphi$  soll hier auch berücksichtigen, daß der Schaufeldruck sich nicht gleichmäßig über die Länge der Schaufel verteilt, sondern an den Schaufelenden auf Null abfällt.  $\varphi$  entspricht also auch dem S. 91 eingeführten Wert  $\tau$  und dürfte gleich  $0,6 \div 0,7$  anzunehmen sein.

Für den Fall senkrechten Eintritts des Wassers in das Rad ist, sofern die Ablenkung vernachlässigt wird,

$$\frac{c_{0m}}{u_1} = \frac{t_1 - \sigma_1}{t_1} \cdot \frac{c_1}{u_1} = \frac{t_1 - \sigma_1}{t_1} \cdot \operatorname{tg} \beta_1,$$

so daß

$$\Delta h' = 2\varphi \pi \frac{t_1 - \sigma_1}{t_1} \operatorname{tg} \beta_1 \frac{r_1^2 H_{th}}{z S}. \tag{30}$$

Aus Gl. (29) ergibt sich für die Radialschaufel, weil hier

$$S = \int_{r_1}^{r_2} dr r = \frac{1}{2} (r_2^2 - r_1^2),$$

$$\Delta h' = 4\pi \varphi \frac{c_{0m}}{u_1} \cdot \frac{H_{th}}{z \left( \frac{r_2^2}{r_1^2} - 1 \right)}. \tag{31}$$

Wird  $c_{0m} = \frac{V}{2r_1 \pi b_1}$  und  $u_1 = r_1 \omega = r_1 \frac{\pi n}{30}$  eingeführt, so kann auch geschrieben werden

$$\Delta h' = 60 \varphi \frac{V H_{th}}{n z \pi (r_2^2 - r_1^2)}. \tag{31 a}$$

Ebenso wird für den Fall der Axialschaufel, weil hier  $r_1 = r_2 = r$  und  $u_1 = u_2 = u$ ,  $S = \int dx \cdot r = r \int dx = r \cdot e$ , wo  $e$  die in axialer Richtung gemessene Länge der Schaufel (Abb. 135)



Abb. 135. Schaufelung einer Axialpumpe.

$$\Delta h' = 2\varphi \pi \frac{r}{e} \frac{c_{0m}}{u} \frac{H_{th}}{z} \tag{32}$$

<sup>1)</sup> Da der den Druck erhöhende Einfluß der Zentrifugalkräfte am Eintritt nahezu verschwindet, so liegen die Verhältnisse hier ähnlich wie bei Tragflügeln, deren Auftrieb nach den gemachten Feststellungen (vgl. die spätere Abb. 171 des Abschnitts 77) in der Hauptsache durch den Unterdruck auf der Rückseite des Flügels hervorgerufen wird.

oder, weil  $\frac{2r\pi}{z}$  gleich der Schaufelteilung  $t$ ,

$$\Delta h' = \varphi \frac{t}{e} \cdot \frac{c_{0m}}{u} H_{th}. \quad (32a)$$

Bei den anderen Schaufelarten ist  $\Delta h'$  aus Gl. (30) unter Einsetzung des jeweiligen Wertes des statischen Momentes  $S$  für den Stromfaden im Meridianschnitt zu errechnen.

Im Fall der Radialschaufel ist ferner zu berücksichtigen, daß die Wasserfäden im Meridianschnitt kurz vor dem Eintritt stark gekrümmt sind (Abb. 51) und deshalb nach den Ergebnissen des Abschnitts 7 der Druck sich nicht gleichmäßig über die Eintrittskante  $A'A''$  verteilt, sondern bei  $A'$  kleiner ist als bei  $A''$ . Ist  $c_{1i}$  die Geschwindigkeit bei  $A'$  und  $c_{1m}$  die Geschwindigkeit bei gleichmäßiger Geschwindigkeitsverteilung, so ist bei  $A'$  eine Druckabnahme vorhanden im Betrage von

$$\Delta h'' = \frac{c_{1i}^2 - c_{1m}^2}{2g}. \quad (33)$$

Nimmt man der Einfachheit halber einen gemeinsamen Krümmungsmittelpunkt der Stromfäden im Meridianschnitt an, so läßt sich mit Hilfe des Flächensatzes zeigen, daß die mittlere Geschwindigkeit  $c_1$  herrscht auf dem Kreis mit dem Krümmungsradius

$$c_m = \frac{\varrho_a - \varrho_i}{\ln \frac{\varrho_a}{\varrho_i}} = \frac{b_1}{\ln \frac{\varrho_a}{\varrho_i}}, \quad (34)$$

wo  $\varrho_a$  und  $\varrho_i$  die Krümmungshalbmesser der Wandungen sind. Weil nun  $c_{1i} = c_{1m} \frac{\varrho_m}{\varrho_i}$ , so gibt Gl. (33)

$$\Delta h'' = \frac{c_{1m}^2}{2g} \left[ \left( \frac{\varrho_m}{\varrho_i} \right)^2 - 1 \right] = \frac{c_{1m}^2}{2g} \left[ \left( \frac{b_1}{\varrho_i \cdot \ln \frac{\varrho_a}{\varrho_i}} \right)^2 - 1 \right]. \quad (35)$$

Hierin ist  $c_{1m} = c_{0m} \frac{t_1}{t_1 - \sigma_1}$ .

Da die beiderseitigen Wandflächen im Meridianschnitt im allgemeinen keinen gemeinsamen Krümmungsmittelpunkt besitzen, ist man genötigt, für  $\varrho_a$  und  $\varrho_i$  nach Schätzung andere Werte, als tatsächlich vorhanden sind, einzusetzen, so daß Gl. (35) nur zur allgemeinen Orientierung geeignet ist. Die genaue Berechnung hätte unter Zugrundelegung der Gl. (19), S. 16 an Stelle des Flächensatzes zu geschehen.

Die beiden Unterdrücke  $\Delta h'$  nach Gl. (29) bis (32) und  $\Delta h''$  nach der vorstehenden Gl. (35) sind noch auf die rechte Seite der Gl. (28) zu setzen, so daß die größtmögliche Saughöhe sich bestimmt aus

$$e'_{s\max} = A - H_t - H_{sw} - \frac{c_1^2}{2g} - \Delta h' - \Delta h''. \quad (36)$$

Beispielsweise ist für die Versuchspumpe, an der das Diagramm der Abb. 133 aufgenommen wurde,

$$c_{0m} = c_0 = 2,5 \text{ m/sec}, \quad r_1 = 27,5 \text{ mm}, \quad r_2 = 72,5 \text{ mm}, \quad z = 9,$$

$$u_1 = 7,45 \text{ m/sec}, \quad H_{th} = \frac{H}{\eta_h} = \frac{20}{0,72} = 27,8 \text{ m},$$

so daß nach Gl. (31)  $\Delta h' = 2,19 \varphi$  in Meter, ferner

$$q_a = 23 \text{ mm}, \quad q_i = 11 \text{ mm}, \quad b_1 = 12 \text{ mm}, \quad c_{1m} = 2,5 \cdot 1,25 = 3,13 \text{ m/sec},$$

womit nach Gl. (35)  $\Delta h'' = 0,79 \text{ m}$ , und weil  $A = 10,18 \text{ m}$ ,  $H_t = 0,223 \text{ m}$ , so wird nach Gl. (36)

$$e'_{s \max} + H_{sw} + \frac{c_1^2}{2g} = 10,18 - 0,223 - 2,19 \varphi - 0,79 = 9,08 - 2,19 \varphi.$$

Nach Abb. 133 begann die Abnahme der Liefermenge, als dieser Wert etwa 50 cm Quecksilbersäule, also 6,8 m Wassersäule betrug. Wenn nun hierzu die Widerstände zwischen Einlaufstutzen, an dem sich das Vakuummeter befand, und Radeintritt sowie der Verlust durch den Eintrittsstoß zugezählt werden, so ergibt sich eine befriedigende Übereinstimmung zwischen Versuch und Rechnung bei Zugrundelegung eines Wertes für  $\varphi$  von  $0,6 \div 0,7$ .

Mit zunehmender Wassermenge wächst  $c_{0m}$  und damit sowohl  $\Delta h'$  als auch insbesondere  $\Delta h''$  rasch an. Das gleiche gilt für  $H_{sw} + \frac{c_1^2}{2g}$ .

Das rasche Abfallen der Drosselkurve, das in den Abb. 102 und 103 bei großen Wassermengen deutlich hervortritt, läßt sich also durch Kavitationserscheinungen am Eintritt erklären.

Aus Gl. (36) ergibt sich, daß die Saugfähigkeit einer Pumpe durch folgende Maßnahmen gesteigert werden kann:

a) **Aufstellung an einem tiefgelegenen Ort**, weil dort der Atmosphärendruck  $A$  hoch ist. Dieser schwankt zeitlich um  $\pm 5\%$  der folgenden mittleren Werte:

Höhe über dem Meer	0	500	1000	2000 m
Atmosphärendruck $A$	10,3	9,7	9,2	8,1 m Wassersäule.

Für die Berechnung maßgebend ist der um  $5\%$  verminderte Wert.

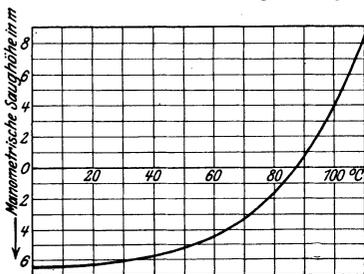


Abb. 136. Zulässige manometrische Saughöhen bei verschiedenen Wassertemperaturen.

b) **Verwendung möglichst kalten Wassers**, weil gemäß der Dampftafel des Abschnitts 2  $H_t$  groß wird. Um ein Bild über den Einfluß der Wassertemperatur zu erhalten, ist in Abb. 136 der Verlauf der größtmöglichen manometrischen Saughöhe, d. h. des Ausdrucks  $e'_{s \max} + H_{sw} + \frac{c_1^2}{2g}$ , in Abhängigkeit der Wassertemperatur dargestellt. Dabei ist ein mittlerer Atmosphärendruck von 10 m,

also  $A = 9,5$  m,  $\Delta h' + \Delta h'' = 3$  m, angenommen. Bei Überschreitung von  $85^\circ \text{C}$  muß also das Wasser der Pumpe so zulaufen, daß am Saugstutzen kein Unterdruck entsteht, d. h. der Saugwasserspiegel muß schon um die Widerstände der Saugleitung über dem Punkt  $B$  liegen.

c) **Geringhaltung der Strömungswiderstände und Dichtheit der Saugleitung**, also große lichte Weite, möglichst geringe Länge, Vermeidung scharfer Krümmungen. Für die Bemessung wird eine Wassergeschwindigkeit von 1 bis 2 m/sec zugrunde gelegt. Eine kurze, senkrecht hochsteigende Leitung ist am vorteilhaftesten. Ist eine solche infolge der örtlichen Verhältnisse ausgeschlossen, so ist die Saugleitung gegen die Pumpe ansteigend, mit mindestens 2 cm auf 1 m Länge, zu verlegen, damit sich keine Luftsäcke bilden können, die den Querschnitt verengen und zum Abschnappen der Pumpe führen können. Ist es nicht zu vermeiden, daß die Saugleitung über einen hochgelegenen Punkt geführt wird, so ist an

der höchsten Stelle eine Entlüftungseinrichtung (beispielsweise eine Strahlluftpumpe) anzuschließen. Wagrecht liegende, konische Übergangsröhre (Abb. 137) sind stets so auszuführen, daß die oberste Linie dieser Rohre wagrecht liegt. Um das Eindringen von Luft infolge von Undichtheiten zu verhindern,

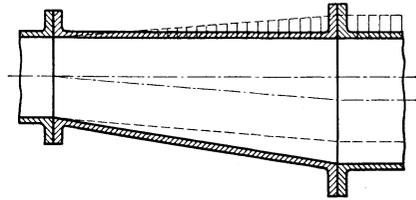


Abb. 137. Vermeidung von Luftsäcken in der Saugleitung.

sollte die Saugleitung vor dem Anschluß an die Pumpe durch Wasserdruck auf ihr Dichthalten geprüft werden. Wird sie in den Boden verlegt, so sind keine Flanschen, sondern Muffenverbindungen anzuwenden.

d) **Geeignete konstruktive Maßnahmen an der Pumpe selbst**, nämlich:

I. Bei Radialpumpen gemäß Gl. (29), (31) und (35):

1. kleines Verhältnis  $\frac{r_1}{r_2}$  oder  $\frac{D_1}{D_2}$  zwischen Eintritts- und Austrittsdurchmesser oder bei doppelt gekrümmten Schaufeln kleines Verhältnis  $\frac{r_1^2}{S}$ ,

2. große Schaufelzahl,

3. kleine Meridianschwindigkeit  $c_{0m}$ , jedoch bei starker Einlaufkrümmung nicht zu große Radbreite  $b_1$ ,

4. kleine Schaufelwinkel  $\beta_1$ ,

5. kleine theoretische Förderhöhe für das einzelne Rad, also **große Stufenzahl**, falls der Pumpe nicht ein Rad mit kleiner Förderhöhe vorgeschaltet wird, das als Zubringerpumpe arbeitet<sup>1)</sup>,

6. sanfte Krümmung der Seitenwände am Einlauf.

II. Bei Axialpumpen gemäß Gl. (32):

1. kleines Verhältnis  $\frac{r}{e}$ , also große axiale Schaufellänge  $e$  im

Vergleich zum Halbmesser  $r$ ,

<sup>1)</sup> Vgl. Z. f. d. ges. Turbinenwes. 1911, S. 140.

- 2.—5. wie bei Radialpumpen,  
6. große Umfangsgeschwindigkeit  $u$ .

Bei axialer Beschauflung fällt zwar der Einfluß der Krümmung der Stromfäden kurz vor dem Eintritt, also das Glied  $\Delta h''$ , in der Regel weg, aber das Durchmesser Verhältnis  $\frac{D_2}{D_1}$  besitzt den ungünstigsten Wert 1. Infolgedessen kann hier der Unterdruck  $\Delta h'$  recht bedeutende Werte erreichen. Zum Beispiel ergibt sich überschläglich, weil bei senkrechtem Eintritt  $\frac{c_{0m}}{u_1} = \infty \operatorname{tg} \beta_1$  und  $\frac{e}{\operatorname{tg} \beta_1}$  ungefähr gleich der Schauffellänge  $L$ , für  $\frac{L}{t} = 1$ ,  $\Delta h' = \varphi \cdot H_{\text{th}}$ , d. h. der in den Schaufeln gegenüber dem Eintritt entstehende Unterdruck ist in diesem Falle nahezu gleich der Förderhöhe. Die Verwendung von Axialpumpen für große Förderhöhen scheidet also an der Unmöglichkeit, Kavitation zu vermeiden, falls nicht sehr enge, für den Wirkungsgrad ungünstige Schaufelteilungen gewählt werden oder das Wasser unter Druck zufließt.

**Einfluß der Schaufelform.** Die bisherigen Untersuchungen geben noch keinen Aufschluß über den Einfluß des Schaufelverlaufs auf den Unterdruck  $\Delta h'$ , der zweifellos den Beiwert  $\varphi$  der Gl. (29) stark beeinflussen kann. Beispielsweise muß durch lange, wirkungsfreie Schaufelenden  $\varphi$  erheblich verkleinert werden. Es werde deshalb im folgenden für den Fall der Radialschaukel der Einfluß der Schaufelkrümmung am Eintritt etwas näher ins Auge gefaßt.

Die Drucksenkung zwischen den Punkten  $A$  und  $C$  der Abb. 134 errechnet sich nach der Energiegleichung für die Relativströmung aus

$$\Delta h' = \frac{1}{2g} (w_{II1}^2 - w_{I1}^2 - u_{II1}^2 + u_I^2), \quad (37)$$

wobei die Fußzeichen  $I$  und  $II$  sich auf die Punkte  $A$  und  $C$  beziehen. Hierin besteht zwischen  $w_{I1}$  und  $w_{II1}$  die durch Gl. (12a), S. 82 festgelegte Abhängigkeit. Um übersichtliche Gleichungen zu bekommen, werde nun ein konstanter Krümmungshalbmesser  $\varrho_1$  aller Stromfäden am Eintritt längs der Normallinie  $AC$  angenommen. Ist  $\varrho$  konstant,

so geht Gl. (12a) des Abschnitts 35, weil  $A = e^{\frac{y}{e}}$ , über in

$$w = 2 \omega \varrho - (2 \omega \varrho - w_I) e^{-\frac{y}{e}}. \quad (38)$$

Also besteht zwischen  $w_{II1}$  und  $w_{I1}$  folgende Beziehung, falls mit  $a_1$  die Kanalweite und mit  $\varrho_1$  der Krümmungshalbmesser am Eintritt bezeichnet wird,

$$w_{II1} = 2 \omega \varrho_1 - (2 \omega \varrho_1 - w_{I1}) e^{-\frac{a_1}{e_1}}. \quad (39)$$

Ferner ist in Gl. (37)  $u_1 = r_1 \omega$ ,  $u_{II1} = r_{II1} \cdot \omega$ , und weil nach dem Kosinussatz im Dreieck  $OAC$

$$r_{II1}^2 = r_1^2 + a_1^2 + 2 a r_1 \cos \beta_1,$$

so nimmt Gl. (37) folgende Form an:

$$\Delta h' = \frac{1}{2g} [w_{II1}^2 - w_{I1}^2 - a_1 \omega^2 (a_1 + 2r_1 \cos \beta_1)]. \quad (40)$$

Die mittlere Geschwindigkeit im Eintrittsquerschnitt  $w_{1m}$ , die, da am Eintritt sich die Kanalquerschnitte nur wenig ändern, näherungsweise auch gleich der Geschwindigkeit  $w_1$  des Geschwindigkeitsdiagramms gesetzt werden kann, bestimmt sich aus

$$w_{1m} = \frac{\int_0^{a_1} w dy}{a_1}$$

oder nach Gl. (38)

$$w_{1m} = 2\omega \varrho_1 + \frac{\varrho_1}{a_1} (2\omega \varrho_1 - w_{I1}) \left( e^{-\frac{a_1}{\varrho_1}} - 1 \right),$$

woraus

$$w_{I1} = 2\omega \varrho_1 - \frac{2\omega \varrho_1 - w_{1m}}{\frac{a_1}{e^{\frac{a_1}{\varrho_1}} - 1}} \cdot \frac{a_1}{\varrho_1} \quad (41)$$

und nach Einsetzen in Gl. (39)

$$w_{II1} = 2\omega \varrho_1 - \frac{2\omega \varrho_1 - w_{1m}}{\frac{a_1}{e^{\frac{a_1}{\varrho_1}} - 1}} \cdot \frac{a_1}{\varrho_1}. \quad (42)$$

Mit  $\varrho_1 = \infty$ , also der geradlinigen Schaufel, gehen Gl. (41) und (42) über in die mit Gl. (13) des Abschnitts 35 übereinstimmenden Gleichungen

$$w_{I1} = w_{1m} - \omega a_1, \quad (43)$$

$$w_{II1} = w_{1m} + \omega a_1. \quad (44)$$

Aus den Gl. (40), (41) und (42) bzw. (43) und (44) läßt sich nun der Unterdruck  $\Delta h'$  ausrechnen.

Beispielsweise ist für das im Abschnitt 40 errechnete Laufrad

$$a_1 = 18 \text{ mm}, \quad r_1 = 77,5 \text{ mm}, \quad \beta_1 = 14' 57'',$$

$$\omega = \frac{\pi \cdot 1450}{30} = 152, \quad w_{1m} = w'_0 = 12,18 \text{ m/sec.}$$

Für  $\varrho_1$  werde zunächst der Mittelwert aus den im Punkt  $A$  und  $C$  vorhandenen Krümmungshalbmessern, nämlich 163,5 mm eingesetzt.

Damit wird  $\frac{a_1}{\varrho_1} = 0,0855$ , nach Gl. (41) und (42)  $w_{I1} = 10,4$  m/sec,  $w_{II1} = 13,6$  m/sec und nach Gl. (40)  $\Delta h' = 1,23$  m.

Würde  $\varrho_1$  auf das Doppelte vergrößert, so würde sich ergeben:  $w_{I1} = 10,2$  und  $w_{II1} = 14,1$  m/sec,  $\Delta h' = 2,14$  m.

Für die geradlinige Schaufel, also  $\varrho = \infty$ , wird nach Gl. (43) und (44)  $w_{I1} = 9,44$ ,  $w_{II1} = 14,92$  m/sec,  $\Delta h' = 4,12$  m.

Daraus ist ersichtlich, daß der Unterdruck  $\Delta h'$  um so größer ist, je größer  $\varrho_1$ , d. h. je weniger die Schaufel sich nach rückwärts krümmt. Dies ist auch daraus zu erklären, daß

die Zentrifugalkräfte der Relativströmung, die dem Schaufeldruck entgegengerichtet sind, abnehmen und somit der Schaufeldruck, der ja die Ursache des Unterdrucks ist, in diesem Falle wächst. Wird  $\varrho_1$  negativ, d. h. werden die Schaufeln nach vorwärts gekrümmt, so wächst  $\Delta h'$  weiter. Vorwärts gekrümmte Schaufeln haben also eine geringere zulässige Saughöhe wie rückwärts gekrümmte Schaufeln. (Vgl. S. 152.)

### 65. Schlußfolgerungen für den Bau der Pumpe, Grenzen der Anwendbarkeit der Kreiselpumpe.

Die Radreibung ist nach Gl. (5) bei gegebener Förderhöhe dem Quadrat des Raddurchmessers  $D_2$  proportional. Das gleiche ist hinsichtlich des Spaltverlustes der Fall, weil die Spaltweite  $b_i$  in Gl. (15) proportional zu  $D_i$  und bei ähnlichen Radformen  $D_i$  und  $D_2$  ebenfalls proportional sein werden. Der Beiwert  $\mu_i$  ändert sich nicht, solange  $\frac{L_i}{b_i}$  gleich bleibt. Da gemäß Abschnitt 60b auch die hydraulischen Verluste mit abnehmendem Durchmesser kleiner werden und schließlich die Lagerreibung auch sich ähnlich verhält, so kann ausgesagt werden, daß der Raddurchmesser  $D_2$  stets so klein wie möglich genommen werden muß. Hierbei ist vorausgesetzt, daß das Verhältnis  $\frac{D_2}{\omega}$  sich nur wenig ändert und das Rad nicht zu breit wird.

Da  $D_2 = \frac{2u_2}{\omega}$  und  $u_2$  bei gleichbleibender Förderhöhe nur innerhalb gewisser Grenzen geändert werden kann, so ist diese Bedingung gleichbedeutend mit der Forderung einer möglichst hohen Drehzahl. Bei der Wahl der Pumpengröße für eine gegebene Pumpenleistung ist also bis zu einer gewissen Grenze vorteilhaft, ein Modell mit möglichst hoher Drehzahl auszuwählen. Dies gilt auch für mehrstufige Pumpen, falls die gleiche Stufenzahl zugrunde gelegt wird.

Diese Eigenschaft der Kreiselpumpe ist sehr wertvoll, da hierdurch die Abmessungen der Pumpe, also auch ihre Herstellungskosten, verringert werden und auch der unmittelbar gekuppelte Antriebsmotor, falls es sich um einen Elektromotor oder Dampfturbine handelt, sich verbilligt.

Man kann nun den Raddurchmesser nach oben begrenzen dadurch, daß man einen gewissen größten Bruchteil  $\varepsilon$  der Nutzleistung für Radreibung und Spaltverlust vorschreibt<sup>1)</sup>.

Wird in Gl. (15)  $H_{pi} = \xi H$  und  $b_i = \frac{D_i}{1000}$ ,  $D_i = \alpha D_2$  gesetzt, so wird

$$V_{sp} = \mu_i \alpha D_2 \pi \cdot \frac{D_2}{1000} \sqrt{2g \xi H} = \frac{\mu_i \alpha \pi}{1000} \sqrt{2g \xi} \cdot D_2^2 \sqrt{H}$$

<sup>1)</sup> Vgl. Vidmar: a. a. O., S. 86ff. Dort ist die Berechnung in ähnlicher Weise, aber ohne Berücksichtigung des Spaltverlustes durchgeführt.

und somit der entsprechende Energieverlust in mkg/sec

$$A_{\text{sp}} = \gamma V_{\text{sp}} \cdot \frac{H}{\eta_h} = \frac{\mu_i \alpha \pi \gamma}{1000 \eta_h} \sqrt{2g\xi} H^{\frac{3}{2}} D_2^2. \quad (45)$$

Da andererseits nach Gl. (5) die sekundliche Radreibungsarbeit

$$A_r = 75 N_r = \frac{7,5}{\nu^{\frac{3}{2}}} H^{\frac{3}{2}} D_2^2,$$

so ergibt sich als Summe beider Verluste

$$A_{\text{sp}} + A_r = a H^{\frac{3}{2}} D_2^2 \leq \varepsilon \gamma V \cdot H, \quad (46)$$

worin gesetzt ist

$$a = \frac{\mu_i \alpha \pi \gamma}{1000 \eta_h} \sqrt{2g\xi} + \frac{7,5}{\nu^{\frac{3}{2}}}. \quad (47)$$

Gl. (46) liefert als Grenzbedingung für den Durchmesser

$$D_2 \leq \sqrt{\frac{\varepsilon}{a}} \cdot \sqrt{\frac{\gamma V}{H}}, \quad (48)$$

falls Radreibung und Spaltverlust das  $\varepsilon$ fache der Nutzleistung nicht überschreiten sollen.

Weil die Größe  $\frac{V}{\sqrt{H}}$  für eine bestimmte Pumpe konstant ist, so kann auch ausgesagt werden, daß eine Kreiselpumpe nur dann als brauchbar anzusehen ist, wenn

$$D_2 \sqrt{\frac{1}{\gamma} \frac{\sqrt{H}}{V}} \leq \sqrt{\frac{\varepsilon}{a}}. \quad (49)$$

Die Einhaltung der Bedingung (48) oder (49) macht Schwierigkeiten bei kleinem Wert  $\frac{V}{\sqrt{H}}$ , d. h. kleiner Wassermenge  $V$ , im Vergleich zur Förderhöhe  $H$ , weil sie zu Raddurchmessern führt, die in diesem Falle unausführbar klein sind, teils wegen der dadurch bedingten hohen Drehzahl, teils wegen der engen Kanalquerschnitte.

Der Einfluß der Drehzahl kann gezeigt werden, wenn mittels der Näherungsgleichung für die Förderhöhe (vgl. Abschnitt 39)

$$H = k \cdot n^2 D_2^2$$

$D_2$  aus Gl. (49) eliminiert wird. Es wird dann

$$H^{\frac{3}{2}} \leq \frac{\varepsilon}{a} k \gamma V \cdot n^2. \quad (50)$$

Wählt man beispielsweise für  $n$  als oberen Grenzwert die größtmögliche Drehzahl des Drehstrommotors bei 50 Perioden in der Sekunde, also  $n = 60 \cdot 50 = 3000$ , und setzt man  $\varepsilon = 0,12$ ,  $k = 1,4 \cdot 10^{-4}$  entsprechend  $\nu = 1$ ,  $\gamma = 1000$ , ferner zur Bestimmung von  $a$  nach Gl. (48)  $\mu_i = 0,2$ ,  $\alpha = \frac{1}{2}$ ,  $\eta_h = 0,80$ ,  $\xi = 0,3$ , also  $a = 0,95 + 7,5 = 8,45$ , so wird nach Gl. (50)

$$H^{\frac{3}{2}} \leq 17900 V \quad (51)$$

oder, wenn an Stelle des Volumens das Gewicht  $Q$  in kg/sec gesetzt wird,

$$H^{\frac{3}{2}} \leq 17,9Q. \quad (52)$$

Demnach kann eine Pumpe, die  $Q = 1$  kg/sec zu fördern hat, höchstens für  $H = 17,9^{\frac{2}{3}} = 6,84$  m Förderhöhe in einem Rad gebaut werden, sofern die Verluste nicht unzulässig groß werden sollen; ebenso eine solche mit  $Q = 20$  kg/sec für  $H = 358^{\frac{2}{3}} = 50,4$  m, mit  $Q = 100$  kg/sec für  $H = 1790^{\frac{2}{3}} = 147$  m. Die Zahlen erhöhen sich, sobald man die Verlustzahl  $\varepsilon$  größer nimmt. Sie nehmen weiterhin mit steigender Wassermenge  $Q$  unbegrenzt zu, sofern die Umfangsgeschwindigkeit die für das Radmaterial zulässige Grenze nicht überschreitet.

Ist die verlangte Förderhöhe größer als der sich aus Gl. (50) ergebende Wert, so ist die mehrstufige Pumpe, deren Wirkungsgrad nach den Ergebnissen des folgenden Abschnitts dem der einstufigen Pumpe überlegen ist, berufen, Abhilfe zu schaffen. Die Stufenzahl wird man aber nur so weit steigern dürfen, als sich die dadurch bedingte Zunahme der Herstellungskosten rechtfertigt. Je kleiner  $V$  bzw.  $Q$  ist, um so mehr muß  $H$  unterteilt werden, damit Gl. (50) noch erfüllt werden kann. Daraus folgt, daß die Kreiselpumpe für sehr kleine Wassermengen im Vergleich zur Förderhöhe nicht mehr anwendbar ist. In diesem Falle muß sie der Kolbenpumpe das Feld räumen, die sich dann auch kleiner und billiger baut und dieses Anwendungsgebiet immer für sich behalten wird.

Es gibt zwar Fälle, wo es auf den Wirkungsgrad der Pumpe nicht ankommt, sondern die Einfachheit der Anordnung maßgebend ist, beispielsweise bei Pumpen mit sehr kurzer Betriebszeit. Man kommt hier bei kleinen Werten von  $\frac{V \cdot n^2}{H^3}$  auf Räder mit sehr kleinem Ein-

lauf- gegenüber dem Außendurchmesser (vgl. z. B. Abb. 260). Diese Pumpen erhalten sehr enge Leitkanäle, die deshalb häufig weggelassen werden. Dadurch wird der Wirkungsgrad noch weiter beeinträchtigt, weil bei den vorliegenden Leistungsverhältnissen Leitring oder Spiralgehäuse hinsichtlich des Wirkungsgrades ungünstiger sind als das Leitrad. Um die engen Kanäle zu vermeiden und den Raddurchmesser zu verkleinern, ohne mehrere hintereinander geschaltete Räder verwenden zu müssen, ist auch schon zu dem Mittel der partiellen Beaufschlagung bei gleichzeitiger Hintereinanderschaltung der Laufkanäle eines und desselben Rades gegriffen worden<sup>1)</sup>, ohne daß aber der Wirkungsgrad gebessert werden konnte, weil erhebliche Verluste durch Undichtheiten und durch die partielle Beaufschlagung hinzukommen.

Die untere Grenze des Durchmessers ergibt sich aus folgender Überlegung:

Da die Eintrittsgeschwindigkeit  $c_s$  des Wassers durch die Rücksicht auf die notwendige Saughöhe nicht über einen gewissen Wert gesteigert werden darf, so ist die Unterschreitung eines bestimmten

<sup>1)</sup> Vgl. DRP. 261 575, 185 261, 155 337 und 155 338.

Mindestwertes des Einlaufdurchmessers  $D_s$  unmöglich. Wird dieser festgehalten, aber der äußere Durchmesser weiter verkleinert, so wird zwar immer noch die Radreibung kleiner, aber nicht der Spaltverlust. Außerdem erhält man große Umfangsgeschwindigkeiten am Eintritt. Vor allem werden aber die Schaufeln in radialer Richtung zu kurz. Dadurch entsteht ein verhältnismäßig großer Schaufeldruck und die Gefahr der Kavitation, falls die Zahl der Schaufeln nicht stark erhöht wird. Auch muß mit dem Eintreten der in Abschnitt 60b besprochenen Rückströmungserscheinungen (vgl. Abb. 119a) gerechnet werden.

Falls die kleinen Durchmesser mit Rücksicht auf die Höhe der Drehzahl aber notwendig sind, kann man helfen, entweder durch Anwendung der doppelt gekrümmten Schaufel mit axialer Einströmung, die im Hauptabschnitt J eingehend behandelt ist, oder durch Unterteilung des Wasserstroms, also durch Anwendung der Mehrstromanordnung nach Abb. 5a. Ein sehr wirksames Mittel zur Steigerung der Drehzahl bildet ferner der Übergang zur Axialpumpe.

### 66. Einfluß der Mehrstufen- und Mehrstromanordnung auf den Wirkungsgrad der Pumpe.

a) **Mehrstufenanordnung.** Um festzustellen, wie sich der Wirkungsgrad der mehrstufigen Pumpe gegenüber der einstufigen Pumpe verhält, sollen beide Ausführungen unter der Voraussetzung miteinander verglichen werden, daß Förderhöhe und Fördermenge gleich groß sind und die Drehzahl verschieden ist. In diesem Falle wird auch der Raddurchmesser  $D_2$  übereinstimmen, falls die gleiche Einlaufgeschwindigkeit  $c_s$  und das gleiche Durchmesser Verhältnis  $\frac{D_2}{D_s}$  zugrunde gelegt werden, wie das ja in Wirklichkeit wohl annähernd auch geschehen wird.

Es beziehe sich das Fußzeichen  $I$  auf die einstufige, daß Fußzeichen  $i$  auf die mehrstufige Pumpe mit  $i$  Stufen. Da die einzelnen Stufen stets gleiche Ausführung erhalten, also  $H = i H_i$  ist, so folgt nach der Näherungsgleichung (59) des Abschnitts 39

$$u_{2I}^2 = i u_{2i}^2, \quad (53)$$

also auch

$$n_I^2 = i n_i^2 \quad \text{oder} \quad n_i = \frac{n_I}{\sqrt{i}}. \quad (54)$$

Es werden nun die einzelnen Verluste der Reihe nach betrachtet.

1. **Hydraulische Verluste.** Sofern die Schaufelwinkel in beiden Fällen nicht sehr verschieden sind, kann entsprechend Gl. (53) für alle vorkommenden Geschwindigkeiten  $v$  gesetzt werden:

$$v_I^2 = i v_i^2 \quad \text{oder} \quad v_i = \frac{v_I}{\sqrt{i}}. \quad (55)$$

Wird nun zunächst die Kanalreibung ins Auge gefaßt, so ist deren Größe gegeben durch

$$h_r = \lambda \frac{L}{d} \frac{v^2}{2g}, \quad (56)$$

worin, da es sich nicht um kreisförmige Querschnitte handelt, gemäß Abschnitt 13 zu setzen ist  $d = 4 \frac{F}{U}$ . Die Kanallänge  $L$  kann für jedes

Rad als gleich groß angesehen werden, weil ja die Raddurchmesser gleich sind. Für die  $i$ Räder der mehrstufigen Pumpe kommt also in Frage  $L_i = i L_I$ . Gemäß Gl. (55) ist  $F_i = \sqrt{i} \cdot F_I$ .  $U_i$  ist ebenfalls größer als  $U_I$ , aber nicht ganz das  $\sqrt{i}$ fache. Jedenfalls ist also  $d_i > d_I$ .

Bestimmt man den Wert von  $\lambda$  gemäß Gl. (13) des Abschnitts 12 aus

$$\lambda = 0,0096 + \sqrt{\frac{K}{d}} + \frac{0,0017}{\sqrt{v d}}, \quad (56a)$$

so ist, weil  $(vd)_I > (vd)_i$  und  $d_i > d_I$ , nicht von vornherein sicher, wie sich  $\lambda$  verhalten wird. Es werde deshalb in beiden Fällen  $\lambda$  gleich angenommen. Dann ist die Summe der Reibungshöhen aller in Betracht kommender Kanäle für die mehrstufige Pumpe

$$\sum h_{ri} = \sum \lambda \frac{i L_I}{d_i} \cdot \frac{v_i^2}{2g} = \sum \lambda \frac{L_I}{d_i} \frac{v_i^2}{2g} < \sum \lambda \frac{L_I}{d_I} \frac{v_I^2}{2g}. \quad (57)$$

Es kann demnach erwartet werden, daß die Gesamtreibung bei der mehrstufigen Pumpe kleiner als bei der einstufigen Pumpe ist.

Die Umsetzungs- und Krümmungsverluste  $h_u$  sind bei beiden Pumpen gleich, da

$$\sum h_{ui} = \sum i \cdot \zeta \cdot \frac{v_i^2}{2g} = \sum i \cdot \zeta \cdot \frac{i}{2g} = \sum \zeta \cdot \frac{v_I^2}{2g}. \quad (58)$$

Es kommen aber bei der mehrstufigen Pumpe die Übergangsverluste von einer Stufe zur anderen hinzu, die allerdings bei guten Pumpen als sehr klein anzusehen sind.

Im ganzen spricht eine gewisse Wahrscheinlichkeit dafür, daß die hydraulischen Verluste bei der mehrstufigen Pumpe kleiner als bei der einstufigen Pumpe sind.

2. Spaltverlust, Rad- und Lagerreibung. Es ist leicht einzusehen, daß nicht die Summe der Spaltverluste der einzelnen Stufen der Fördermenge gegenübergestellt werden muß, sondern nur der Verluststrom einer Stufe. Hiervon kann man sich überzeugen, wenn man sich den Verluststrom als zusammenhängendes Band durch alle Stufen hindurchgehend denkt. Alle Spaltströme sind hintereinander geschaltet, wie auch die Förderströme hintereinander geschaltet sind. Da die Raddurchmesser gleich sind, so werden in dem Ausdruck für den Spaltverlust der Gl. (15) der Spaltquerschnitt  $F_i$  und der Beiwert  $\mu_i$  für die ein- und mehrstufige Pumpe gleich sein. Deshalb ist der Spaltverlust für die mehrstufige Pumpe, weil  $(H_{pi})_i = \frac{1}{i} (H_{pi})_I$ , nach Gl. (15)

$$V_{sp_i} = \frac{V_{sp_I}}{\sqrt{i}}. \quad (59)$$

Für die Radreibung der mehrstufigen Pumpe ergibt sich gemäß Gl. (5), weil die Förderhöhe des einzelnen Rades gleich  $\frac{H}{i}$  ist,

$$N_{ri} = i \cdot \frac{0,1}{\nu^3} \cdot \left(\frac{H}{i}\right)^3 \cdot D_2^2 = \frac{1}{\sqrt{i}} \frac{0,1}{\nu^3} \cdot H^3 \cdot D_2^2 = \frac{1}{\sqrt{i}} N_{rI}. \quad (60)$$

Spaltverlust und Radreibung machen also nach Gl. (59) und (60) bei der  $i$ stufigen Pumpe nur den  $\sqrt{i}$ ten Teil der einstufigen Pumpe aus.

Die Lagerreibung dürfte bei der mehrstufigen Pumpe wegen der größeren Gewichte etwas größer sein. Ihr Einfluß tritt aber gegenüber den anderen Verlusten zurück.

Da sich die spezifische Radarbeit  $H_{th}$  im umgekehrten Verhältnis zur Stufenzahl, die Geschwindigkeit  $u_1$  im umgekehrten Verhältnis zur Wurzel aus der Stufenzahl ändert, so wird ferner bei der mehrstufigen Pumpe nach den Ergebnissen des vorstehenden Abschnitts Kavitations [vgl. Gl. (29)] und die dadurch bedingte Verschlechterung des Wirkungsgrades nicht so leicht eintreten wie bei der einstufigen Pumpe.

Wird das Ergebnis zusammengefaßt, so kann gesagt werden, daß unter den gemachten Voraussetzungen die mehrstufige Pumpe immer einen besseren Wirkungsgrad haben wird als die einstufige Pumpe. Die Wasserverluste für Abdichtung der Stopfbüchsen und den Ausgleich des Axialschubs dürften das Ergebnis nicht zuungunsten der mehrstufigen Pumpe ändern.

Die Voraussetzung der Gleichheit des Raddurchmessers ist häufig insofern nicht erfüllt, als man bestrebt sein wird, die hohe Drehzahl der einstufigen Pumpe herabzudrücken, was eine Vergrößerung ihres Raddurchmessers zur Folge hat und demnach die Verluste der einstufigen Pumpe weiter steigert.

Selbstverständlich sind die Vorteile der Mehrstufenanordnung nur so lange voll vorhanden, als der Wirkungsgrad des Antriebsmotors durch die verringerte Drehzahl nicht zu ungünstig beeinflusst wird und die Vergrößerung der Herstellungskosten von Pumpe und Motor zu der erzielten Kraftersparnis in einem annehmbaren Verhältnis steht.

Da die Verluste mit wachsendem Durchmesser nicht im selben Maße steigen wie bei der einstufigen Pumpe, so ist es offenbar zulässig, den Raddurchmesser  $D_2$  der mehrstufigen Pumpe im Verhältnis zu  $D_1$  größer zu nehmen als bei der einstufigen Pumpe, und zwar um so größer, je größer die Stufenzahl ist. Hierdurch kann gegebenenfalls die Stufenzahl in wirksamer Weise verringert werden, weil sie umgekehrt proportional mit dem Quadrat des Durchmessers sich ändert.

**b) Mehrstromanordnung (Abb. 5a).** Die Anordnung mehrerer parallel geschalteter Räder gibt die Möglichkeit, den Raddurchmesser noch weiter zu verringern, also die Drehzahl weiter zu steigern, als beim einfachen Rad möglich wäre. Der Vergleich beider Anordnungen

geschehe unter der Annahme, daß die Radabmessungen in beiden Fällen so günstig wie möglich seien, was ungefähr geometrisch ähnliche Radformen ergibt. Ferner soll wieder die Pumpenleistung, also Wassermenge und Förderhöhe, gleich sein. Da dann die Geschwindigkeitspläne übereinstimmen, so sind die Geschwindigkeiten am Ein- und Austritt des Rades gleich. Bei  $j$  Rädern ändern sich also die Querschnitte umgekehrt proportional zu  $j$ , somit die Längen, insbesondere die Durchmesser umgekehrt proportional zu  $\sqrt{j}$ . Deshalb gestalten sich die einzelnen Verluste wie folgt:

1. Hydraulische Verluste. Da in dem Ausdruck für die Reibungshöhe nach Gl. (56) der Wert  $\frac{L}{d}$  gleich bleibt, so wird eine Änderung nur insoweit eintreten, als  $\lambda$  nach Gl. (56a) sich ändert. Dies ist offenbar hinsichtlich des zweiten und dritten Gliedes dieser Gleichung der Fall, weil  $d$  proportional zu  $\sqrt{j}$  abnimmt. Dieser Einfluß wird aber dadurch erheblich verringert, daß in Wirklichkeit beim kleineren Rad auch weniger Schaufeln zur Anwendung gelangen. Die Umsetzungs- und Krümmungsverluste sind in beiden Fällen gleich.

2. Spaltverlust, Rad- und Lagerreibung. Der Spaltquerschnitt  $F_i$  eines Rades verringert sich proportional mit  $j$ . Da in Gl. (15)  $\mu_i$  und  $H_{p_i}$  bleiben, so ist der gesamte Spaltverlust der  $j$  Räder gleich dem des einzigen Rades.

Die Radreibung wird an sich ebenfalls nicht geändert, weil die Summe der Radflächen der  $j$  Räder gleich der Radfläche des einzigen Rades ist und die Umfangsgeschwindigkeiten die gleichen sind. Doch erfährt sie eine Verkleinerung auf die Hälfte durch die Anwendung des Doppelrades gegenüber dem einseitig beaufschlagten Rad.

Da die Gewichte sich mit  $\left(\frac{1}{\sqrt{j}}\right)^3$  ändern, also das gesamte Gewicht der  $j$  Räder das  $j \left(\frac{1}{\sqrt{j}}\right)^3 = \frac{1}{\sqrt{j}}$  fache des einzigen Rades ist, so wird eine entsprechende Verkleinerung der Lagerreibung zu erwarten sein, falls die Gleitgeschwindigkeit der Zapfen die gleiche bleibt.

Im ganzen ist durch die Unterteilung der Wassermenge wegen des Verhaltens der hydraulischen Verluste bei gleicher Schaufelzahl eine geringe Verschlechterung des Wirkungsgrades zu erwarten, sofern die in Vergleich gestellte einrädriige Pumpe bereits doppelseitige Beaufschlagung besitzt. Vergleicht man aber mit dem einseitig beaufschlagten Rad und läßt man eine Abnahme der Schaufelzahl zu, so ist wegen der erheblichen Verkleinerung der Radreibung und der günstigen Änderung der Kanalreibung eine Verbesserung der Wirkung vorhanden.

Die Verhältnisse verschieben sich zugunsten der Mehrstrompumpe, sobald die Drehzahl höher sein muß, als bei der angenommenen günstigsten Radform für ein Rad möglich ist. Deshalb wird die Mehrstrompumpe bei sehr hohen Drehzahlen und kleinen Förderhöhen stets mit Vorteil anzuwenden sein.

### 67. Die spezifische Drehzahl.

Da die in Abschnitt 65 entwickelten Radformen sich aus der verlangten Drehzahl ergeben und sich durch ihre Schnellläufigkeit unterscheiden, so führt man zu ihrer genaueren Kennzeichnung den Begriff „spezifische Drehzahl“ ein, der bei den Wasserturbinen schon längst im Gebrauch ist. Unter der spezifischen Drehzahl  $n_s$  versteht man<sup>1)</sup> die Drehzahl einer der ausgeführten Pumpe in allen Teilen geometrisch ähnlichen Pumpe, die so bemessen ist, daß sie bei der Förderhöhe von 1 m die Nutzleistung von 1 PS, also die Fördermenge 75 kg/sec ergibt. Dabei wird angenommen, daß der hydraulische Wirkungsgrad von geometrisch ähnlichen Pumpen bei stoßfreiem Eintritt stets der gleiche ist, auch wenn Förderhöhe, Wassermenge und Drehzahl beliebig verschieden sind<sup>2)</sup>. Man kann sich die Vergleichspumpe auf folgende Weise entstanden denken.

Die wirkliche Pumpe hat nach dem Affinitätsgesetz (vgl. Abschnitt 51) bei 1 m Förderhöhe die Drehzahl  $n_1 = \frac{n}{\sqrt{H}}$  und die Wassermenge  $V_1 = \frac{V}{\sqrt{H}}$ . Wir lassen jetzt das Laufrad unter gleichzeitiger Änderung seiner Drehzahl alle seine Abmessungen im gleichen Verhältnis so ändern, daß die Förderhöhe 1 m bestehen bleibt, aber die Nutzleistung gleich 1 PS, also die Wassermenge gleich 0,075 m<sup>3</sup>/sec wird. Die Geschwindigkeiten am äußeren und inneren Umfang müssen hierbei offenbar gleich bleiben, weil die Förderhöhe bestehen bleibt. Also muß auch die Einlaufgeschwindigkeit  $c_s$  gleich bleiben. Dies ist nur möglich, wenn das Quadrat des Durchmessers  $D_s$  und demnach auch aller Längenabmessungen im Verhältnis  $\frac{0,075}{V_1}$  vergrößert, also die Drehzahl im Verhältnis  $\sqrt{\frac{V_1}{0,075}}$  geändert wird. Die sich so ergebende spezifische Drehzahl ist also

$$n_s = n_1 \sqrt{\frac{V_1}{0,075}} = \frac{n}{\sqrt{H}} \sqrt{\frac{1000 V}{\sqrt{H} \cdot 75}}$$

oder

$$n_s = 3,65 \frac{n \sqrt{V}}{H^{\frac{3}{4}}}. \quad (61)$$

<sup>1)</sup> Vgl. Camerer: Z. f. d. ges. Turbinenwes. 1915, S. 217. Dort ist insbesondere auch der Zusammenhang zwischen spezifischer Drehzahl und dem Spaltverlust einschließlich Radreibung, allerdings in etwas anderer Weise, abgeleitet.

<sup>2)</sup> Dies trifft nach dem Reynoldsen Gesetz nur dann genau zu, wenn das Produkt aus einer Geschwindigkeit und Längenabmessung, also z. B.  $u_2 D_2 = \frac{\omega}{2} D_2^2$  gleich bleibt, d. h. die Drehzahl sich umgekehrt proportional zum Quadrat des Raddurchmessers ändert. Ferner muß auch die relative Rauigkeit  $\frac{K}{d}$  der Gl. (14) (vgl. Abschnitt 12) übereinstimmen.

Mittels dieses Begriffes kann man, genau so wie bei den Wasserturbinen, Schnellläufer, Normal- und Langsamläufer unterscheiden, falls bestimmte Grenzwerte für die spezifische Drehzahl festgelegt werden. Je größer die Wassermenge und je kleiner die Förderhöhe ist, um so größer ist bei gegebener Drehzahl die Schnellläufigkeit. Dies wird erklärlich, wenn man bedenkt, daß bei einer bestimmten Radform die Vergrößerung der Wassermenge eine Vergrößerung des Durchmessers und damit eine Verringerung der Drehzahl zur Folge hat, ebenso wie die Verkleinerung der Förderhöhe die Umfangsgeschwindigkeit und also auch die Drehzahl verkleinert. Setzt

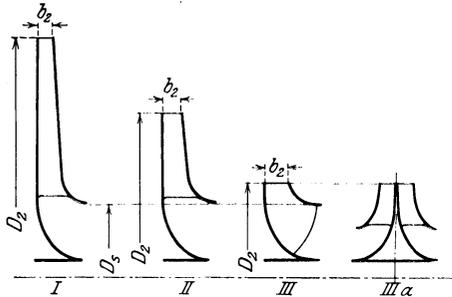


Abb. 138. Zunahme der Schnellläufigkeit von Radform I bis Radform III bzw. IIIa.

$$\text{man } V = \pi D_2 b_2 c_{2m},$$

$$H = \nu \frac{u_2^2}{2g}, \quad n = \frac{60 u_2}{\pi D_2},$$

so wird nach Gl. (61)

$$n_s = \frac{1150}{\nu^{\frac{3}{4}}} \sqrt{\frac{c_{2m} b_2}{u_2 D_2}}. \quad (62)$$

Die Schnellläufigkeit ist also nur abhängig von den beiden

$$\text{Verhältniszahlen } \frac{c_{2m}}{u_2}, \quad \frac{b_2}{D_2}$$

und dem Beiwert  $\nu$ . Je größer die Meridiangeschwindigkeit  $c_{2m}$  gegen  $u_2$  und je breiter das Rad gegenüber dem Durchmesser, um so größer ist die spezifische Drehzahl eines Rades. Die erste Bedingung verlangt bei gegebenem Schaufelwinkel  $\beta_2$  einen möglichst großen Winkel  $\alpha_3$  des in das Leitrad eintretenden Wassers gegen die Umfangersrichtung. Nach der zweiten Bedingung wird die Schnellläufigkeit der in Abb. 138 angegebenen Radformen beim Übergang von der Form I auf die Form III allmählich vergrößert. Dabei sind  $V$  und  $H$  gleich angenommen, so daß auch  $D_s$  unverändert bleibt.

Der Einfluß des Beiwertes  $\nu$  kommt dadurch zum Ausdruck, daß zunächst Pumpen mit glattem Leitring im allgemeinen schnellläufiger sind als Pumpen mit Leitschaufeln, weil nach den S. 97 angegebenen Werten  $\nu$  durchschnittlich kleiner ist. Insbesondere aber ist von Bedeutung der Schaufelwinkel  $\beta_2$  am Austritt. Je stärker die Schaufeln nach rückwärts gekrümmt sind, um so höher ist die Schnellläufigkeit. Es ist theoretisch möglich, die Drehzahl nach Belieben durch Verkleinern des Winkels  $\beta_2$  zu steigern. Für eine bestimmte Umfangsgeschwindigkeit wird die Förderhöhe um so kleiner, je näher der Schaufelverlauf an die Form der in Abschnitt 30 abgeleiteten wirkungsfreien Schaufel herankommt. Doch ist die Wirkungslosigkeit letzterer immer nur für eine bestimmte Wassermenge vorhanden. Nimmt die Wasserlieferung ab, so steigt der Druck entsprechend der zugehörigen Drosselkurve, während eine Zunahme offenbar nur möglich ist, wenn die Pumpe als eine radial von außen nach innen beaufschlagte Turbine betrieben wird.

Da in Gl. (61) ebenso wie in Gl. (50) die Größen  $n$ ,  $H$  und  $V$  nur in der Form  $\frac{n^2 V}{H^{\frac{3}{2}}}$  auftreten, so ist es offenbar möglich, diese drei Werte auszuschneiden, also die spezifische Drehzahl in Abhängigkeit der Zahl  $\varepsilon$  auszudrücken, die gemäß Gl. (46) das Verhältnis des durch Radreibung und Spaltverlust verursachten Verlustes zur Nutzleistung  $\gamma VH$  der Pumpe darstellt. Es ergibt sich

$$n_s = 3,65 \sqrt{\frac{a}{\varepsilon k \cdot \gamma}}. \quad (63)$$

Werden hierin für  $a$  und  $k$  die S. 181 angegebenen Zahlenwerte  $a = 8,45$ ,  $k = 1,4 \cdot 10^{-4}$ , die der normalen Form des Radialrades bei guter Herstellung entsprechen, ebenso  $\gamma = 1000$  eingesetzt, so erhält man

$$n_s = \frac{28,4}{\sqrt{\varepsilon}}. \quad (64)$$

Daraus geht hervor, daß die Schnellläufigkeit um so größer ist, je kleiner die Verluste sind. Dieses Ergebnis steht in Übereinstimmung mit den Schlußfolgerungen des Abschnitts 65, weil mit zunehmender Drehzahl der Durchmesser des Rades abnimmt. Nach Gl. (64) würde die spezifische Drehzahl des Radialrades bei stets gleich guter Ausführung betragen

für $\varepsilon =$	0,01	0,02	0,04	0,06	0,08	0,10	0,12	0,15	0,20
$n_s =$	284	200	142	116	100	90	82	73	63

In Wirklichkeit ist es nun nicht möglich, den Raddurchmesser auf Kosten der Radbreite so weit herunterzudrücken, daß weniger als 3% Verluste durch Undichtigkeiten und Radreibung (bezogen auf die Nutzleistung) entstehen, weil die Schaufel gegenüber dem Einlaufdurchmesser zu breit ausfallen würde. Andererseits wird man diese Verluste nicht zu sehr steigern wollen. Deshalb liegt beim einfachen Rad die Schnellläufigkeit zwischen engen Grenzen. Die Überschreitung dieser Grenzen ist aber zunächst möglich, sobald man die normale Radform verläßt und die Form *III* der Abb. 138 wählt, weil hier  $\varepsilon$  sehr klein gemacht werden kann

und mit zunehmendem Wert von  $\alpha = \frac{D_i}{D_2} \approx \frac{D_s}{D_p}$  die Größe  $a$  anwächst. Etwa dieselbe Schnellläufigkeit erzielt man durch den Übergang auf die doppelseitige Beaufschlagung gemäß der Form *IIIa*, weil hier die Radreibung in wirksamer Weise verringert wird. Weitere Zunahmen von  $n_s$  ergeben sich bei der Wahl stark rückwärts gekrümmter Schaufeln, womit  $k$  und  $\nu$  sich verkleinern und  $a$  sich weiter vergrößert. Eine ganz erhebliche Steigerung der Schnellläufigkeit ermöglicht, wie in Abschnitt 77 gezeigt werden wird, das Axialrad.

Die stärkste Beeinflussung der spezifischen Drehzahl wird aber erreicht, sobald man mehrere Räder verwendet und diese parallel oder hintereinander schaltet. Hierbei muß logischerweise die Berechnung der spezifischen Drehzahl so durchgeführt werden, als ob die ganze Pumpenleistung durch ein einziges Rad bewältigt würde. Bei Parallelschaltung ist deshalb in Gl. (61)  $V$  mit der Zahl  $j$  der Räder zu multiplizieren, so daß  $n_s$  auf das  $\sqrt{j}$ -fache eines Rades steigt. Sind die einzelnen Räder doppelseitig beaufschlagt, so muß jedes Rad doppelt gezählt werden, so daß mit  $\sqrt{2j}$  zu multiplizieren ist.

Bei der Hintereinanderschaltung bleibt  $V$  in Gl. (61) unverändert. Es tritt aber  $iH$  an Stelle von  $H$ , falls  $i$  Stufen vorhanden sind; also verkleinert sich die spezifische Drehzahl im Verhältnis  $1 : i^{\frac{3}{2}}$ , beispielsweise bei fünf Stufen auf den 3,3<sup>ten</sup>, bei zehn Stufen auf den 5,6<sup>ten</sup> Teil.

Die spezifische Drehzahl kann hiernach durch Zuhilfenahme der Mehrstrom- und Mehrstufenanordnung beliebig groß oder klein gemacht werden. Sie bezieht sich aber jetzt nicht mehr auf das einzelne Rad, sondern die Gesamtheit der in der Pumpe verwendeten Räder, wobei die Vergleichspumpe stets einstufig ist.

Nach den vorstehenden Überlegungen reihen sich die einzelnen Ausführungsformen von Kreiselpumpen hinsichtlich ihrer Schnellläufigkeit in folgender Weise aneinander, wenn man mit den Langsamläufern beginnt:

1. mehrstufige Pumpen;

2. einstufige Pumpen mit einseitiger Beaufschlagung, wobei die in Abb. 138 angegebenen verschiedenen Formen zu unterscheiden sind und eine besonders erhebliche Steigerung durch die Anwendung des Axialrades eintritt;

3. doppelseitig beaufschlagte Räder (Zwillingsräder);

4. mehrere parallel geschaltete, doppelseitig beaufschlagte Räder (Abb. 5a).

Der Einfluß des Verlustfaktors  $\varepsilon$  auf die spezifische Drehzahl ist bei parallel oder hintereinander geschalteten Rädern nicht mehr durch Gl. (63) ausdrückbar. Nur für das Zwillingrad bleibt diese Gleichung bestehen, weil für jedes Rad nur ein Spalt und eine reibende Radseite in Frage kommt, also für ein Rad  $\varepsilon$  halb so groß ist wie beim einseitig beaufschlagten Rad, falls dieses mit zwei Spalten (also Löchern in der Radnabe gemäß Abb. 184) ausgerüstet ist. Die spezifische Drehzahl erhöht sich dann auch nach Gl. (63) auf das  $\sqrt{2}$ -fache. Bei Parallelschaltung von  $j$  Einzel- oder Doppelrädern steigt  $\varepsilon$  auf das  $j$ -fache des gleich schnellläufigen Einzel- oder Doppelrades. Es müßte also in Gl. (63)  $\frac{\varepsilon}{j}$  an Stelle von  $\varepsilon$  gesetzt werden.

Bei Hintereinanderschaltung von  $i$  Rädern müßte der Durchmesser gegenüber der einrädri gen Pumpe gleicher Drehzahl den  $\sqrt{i}$ -ten Teil und also Spaltverlust und Radreibung eines Rades, weil in Gl. (46) für die Förderhöhe der  $i$ -te Teil zu setzen ist, das  $\frac{1}{i^{\frac{3}{2}}}$ -fache, also für alle  $i$  Räder das  $\frac{1}{i^{\frac{3}{2}}}$ -fache beanspruchen, so daß  $\varepsilon_i = \frac{\varepsilon_1}{i^{\frac{3}{2}}}$ . Trotz der geringen spezifischen Drehzahl der mehrstufigen Pumpe ist also ihr Verlustfaktor  $\varepsilon$  sehr klein, was mit den Ergebnissen des Abschnitts 66a übereinstimmt. Gl. (63) müßte hier geschrieben werden

$$n_{s,i} = \frac{3,65}{i^{\frac{3}{2}}} \sqrt{\frac{a}{\varepsilon_i \cdot k \gamma}}. \quad (65)$$

Diese Gleichung zeigt, wie außerordentlich wirksam die Mehrstufenanordnung die Drehzahl erniedrigt.

Von Lawaczek<sup>1)</sup> ist der Vorschlag gemacht worden, als Maß der Schnellläufigkeit das Verhältnis der Umfangsgeschwindigkeit des Laufrades zur Umfangskomponente  $c_{3u}$  des aus dem Laufrad austretenden Wassers zu nehmen, also nach Gl. (62), S. 97

$$\sigma = \frac{u_2}{c_{3u}} = \frac{1}{1 - \kappa_2} \left( 1 + \frac{\operatorname{tg} \alpha_3}{\operatorname{tg} \beta_2} \right). \quad (66)$$

Wird vorübergehend  $\kappa_2 = 0$  gesetzt, so ist diese Zahl  $\sigma \leq 1$ , je nachdem  $\beta_2 \leq 90^\circ$ . Rückwärts gekrümmte Schauffeln würden also stets den Charakter der Schnellläufigkeit haben. Diese Auffassung vernachlässigt den Einfluß des Raddurchmessers vollständig und berücksichtigt eigentlich nur die Umfangsgeschwindigkeit, nicht die Drehzahl. Sie ist deshalb für praktische Zwecke wenig geeignet.

## J. Laufräder mit doppelt gekrümmter Schauffelfläche.

### 68. Entwurf der Radbegrenzung.

Wird für eine gegebene Pumpenleistung die Drehzahl immer weiter gesteigert, so erhält das reine Radialrad mit zylindrischen Schauffeln schließlich die ungünstige Form der Abb. 119a, d. h. die Schauffeln werden im Vergleich zu ihrer radialen Länge zu breit. Man kann die

<sup>1)</sup> Z. f. d. ges. Turbinenwes. 1919, S. 25.



Was den Verlauf der Ein- und Austrittskante der Schaufel im Meridianschnitt anlangt, so wird dieser stets als Radialprojektion, d. h. als Schnitt der durch diese Kanten gehenden Rotationsfläche, mit der Meridianebene gezeichnet. Die Austrittskante stellt sich also als Parallele  $a_2 e_2$  zur Achse dar, sofern der Austrittsdurchmesser  $D_2$  aller Stromfäden der gleiche ist, was wir zunächst annehmen. Die Berechnung von  $D_2$  erfolgt genau in der gleichen Weise, wie S. 59 ff. angegeben. Der Verlauf der Eintrittskante muß so gewählt werden, daß er folgenden Bedingungen genügt:

1. Es muß die spezifische Schaufelarbeit  $H_{th}$  für sämtliche Stromfäden  $a_1 a_2$  bis  $e_1 e_2$  die gleiche sein, damit auch die Förderhöhe  $H = \eta_h H_{th}$  die gleiche ist. Dabei ist  $\eta_h$  für alle Stromfäden gleich angenommen.

2. Der Schaufeldruck soll nicht zu groß sein, weil sonst in der Nähe der Eintrittskante leicht Kavitation entsteht.

Unter Benutzung der in den Abschnitten 37 und 64 gemachten Feststellungen kann ein Anhalt über die zweckmäßige Lage der Eintrittskante auf folgende Weise erhalten werden. Die Bedingung gleicher Schaufelarbeit erscheint nach Gl. (46), S. 93 erfüllt, wenn  $\frac{r_2^2}{zS}$  konstant oder, weil  $r_2$  und  $z$  für das gleiche Rad sich nicht ändern, das statische Moment  $S = \int_{r_1}^{r_2} dx r$  der Stromlinien des Meridianschnitts von der Eintritts- bis zur Austrittskante für jeden Stromfaden das gleiche ist.

Nach Gl. (29), S. 174 beträgt der Unterdruck im Kanal gegenüber dem Eintritt

$$\Delta h' = 2 \varphi \pi \frac{r_1^2 c_{0m} H_{th}}{z S u_1} \quad (1)$$

oder, weil  $u_1 = r_1 \omega = r_1 \frac{\pi n}{30}$ ,

$$\Delta h' = 60 \varphi \frac{r_1 c_{0m} H_{th}}{z S n}, \quad (2)$$

worin  $\varphi$  vorläufig gleich 0,6 bis 0,7 gesetzt wird. Dieser Unterdruck  $\Delta h'$  darf einen Erfahrungswert nicht überschreiten, bei dessen Wahl auch darauf geachtet werden muß, ob die Kavitationsgefahr durch starke Krümmungen der Wand oder durch große Saughöhen verstärkt wird oder nicht. Offenbar ist der Faden  $a_1 a_2$  am meisten gefährdet, weil dort  $r_1$  (und bei Berücksichtigung der Krümmung auch  $c_{0m}$ ) am größten ist.

Man wird also den Verlauf der Eintrittskante so bestimmen können, daß man zunächst aus Gl. (2) unter Einsetzung von  $r_1 = \frac{D_{1a}}{2}$ ,  $c_{0m} = c_{0a}$  und unter Annahme der Schaufelzahl  $z$  den Wert des statischen Moments  $S$  errechnet:

$$S = 30 \varphi \frac{D_{1a} c_{0a} H_{th}}{z \Delta h' n}. \quad (3)$$

Dieses ist dann für alle Stromfäden gemeinsam, so daß der Verlauf der Eintrittskante festgelegt werden kann. Als Stromfäden im

Meridianschnitt werden hierbei neben den bekannten Schnittlinien der Meridianebene mit den Seitenflächen des Rades die für die weitere Durchbildung der Schaufelfläche nötigen Linien benutzt, deren Bestimmung im nächsten Abschnitt angegeben wird.

Mit Rücksicht darauf, daß die Gl. (3) nur näherungsweise richtig ist, braucht man sich aber an die so erhaltene Begrenzung keineswegs streng zu halten. Sie soll vielmehr nur einen Anhalt für den Entwurf der Schaufel bieten. Doch muß immer im Auge behalten werden, daß, wenn die einzelnen Wasserfäden auf verschiedene Höhen fördern, der Wirkungsgrad der Pumpe durch Unterströmungen beeinträchtigt wird. Offenbar wird man aber hinsichtlich der Wahl der Eintrittskante um so größere Freiheit haben, je höher die Schaufelzahl ist.

### 69. Entwurf der Schaufelfläche.

Die Schaufelfläche setzt sich aus der Gesamtheit der durch die Eintrittskante gelegten Strombahnen zusammen. Es wird aber genügen, wenn eine beschränkte Zahl dieser Strombahnen bestimmt wird, durch welche dann die Schaufelfläche mit genügender Genauigkeit hindurchgelegt werden kann. Es ist nun zweckmäßig, hierfür zunächst die auf den Seitenwandungen  $a_1 a_2$  und  $e_1 e_2$  liegenden zu nehmen und die übrigen so festzulegen, daß die zugehörigen Rotationsflächen gegenseitig Teilströme gleicher Wassermenge abgrenzen. Es könnten also die in Abschnitt 7 für den Entwurf des Strombildes abgeleiteten Verfahren angewandt werden, um diese Stromflächen, d. h. ihre Meridiane, die wir kurzerhand als Stromlinien bezeichnen wollen, zu bestimmen. Hierbei wäre stillschweigend vorausgesetzt, daß die Meridianströmung trotz der Einwirkung der Schaufeln ihren Charakter als freie Strömung behält. Da dies jedoch auch für die ideale Flüssigkeit nur unter bestimmten Bedingungen zutrifft<sup>1)</sup>, ferner die Reibung und die Endlichkeit der Schaufelzahl Abweichungen hervorrufen, so werde zunächst der einfachere Weg eingeschlagen, der auch im Wasserturbinenbau beim Entwurf von Francis-Schauflungen noch fast allgemein üblich ist und der darin besteht, daß die Geschwindigkeitsunterschiede längs der Normallinien vernachlässigt, also mit einer mittleren Geschwindigkeit für jede Normallinie gerechnet wird.

Die Bestimmung der Stromlinien im Meridianschnitt kann jetzt einfach so erfolgen, daß zunächst auf Grund des gegebenen Verlaufs der Seitenwandungen einige Normallinien nach Schätzung eingezeichnet und auf ihnen ebenso viele Teilstrecken  $\Delta b_a, \Delta b_b, \Delta b_c$  usw. abgetragen werden, als Teilströme vorgesehen sind (Abb. 139). Diese müssen der Bedingung genügen  $2\pi r_a \Delta b_a = 2\pi r_b \Delta b_b = 2\pi r_c \Delta b_c =$  usw. oder

$$r_a \Delta b_a = r_b \Delta b_b = r_c \Delta b_c = \text{usw.} \quad (4)$$

Auf Grund der so erhaltenen Stromlinien sind die zuerst angenommenen Normallinien zu überprüfen und das Verfahren gegebenenfalls zu wiederholen.

<sup>1)</sup> Vgl. Bauersfeld: Die Konstruktion der Francis-Schauflung nach der Lorenschen Turbinentheorie. Z. V. d. I. 1912, S. 2045.

Für jede Stromlinie kann anschließend Anfang und Ende des Schauffelverlaufs, d. h. der Schnittlinie der zugehörigen Rotationsfläche mit der Schauffelfläche, in der gleichen Weise, wie in Abschnitt 28 für die zylindrische Schauffel beschrieben wurde, festgelegt werden. Die Berechnung des Austrittsdurchmessers  $D_2$  muß unter Annahme des für alle Stromfäden gleichen Schauffelwinkels  $\beta_2$  nach den in Abschnitt 28 entwickelten Gleichungen schon bei der Bestimmung der Lage der Austrittskante erfolgt sein. Der Eintrittswinkel  $\beta_1$  ergibt sich aus der Bedingung der Stoßfreiheit beispielweise für die beliebige Stromlinie  $b_1 b_2$ , weil

$$u_1 = \pi \frac{D_{1b} \cdot n}{60}, \quad (5)$$

für den Fall senkrechten Eintritts<sup>1)</sup> aus

$$\operatorname{tg} \beta_1 = \frac{c_1}{u_1}. \quad (6)$$

Dabei ist zu berücksichtigen, daß nicht bloß  $u_1$ , sondern auch  $c_1 = c_0 \frac{t_1}{t_1 - \sigma_1}$  längs der Eintrittskante im allgemeinen sich ändert, weil der Einfluß der Schauffelverengung verschieden ist und die Eintrittskante im Meridianschnitt, wie aus Abb. 139 ersichtlich ist, nicht mit der Normallinie  $a_1 e_1$  zusammenzufallen braucht.

Bei der Ermittlung der Verengungsziffer  $\frac{t_1}{t_1 - \sigma_1}$  ist noch zu beachten, daß die im Schnitt nach der Stromfläche erscheinende Wandstärke  $s'_1$  (Abb. 141) wegen des schiefen Schnitts größer ist als die wirkliche Wandstärke  $s_1$  und sich ergibt aus<sup>2)</sup>

$$s'_1 = \frac{s_1}{\sin \lambda_1}, \quad (6a)$$

wobei  $\lambda_1$  den Winkel zwischen Schauffelfläche und Stromfläche am Eintritt bedeutet. Dieser bestimmt sich aus

$$\operatorname{ctg} \lambda_1 = \operatorname{ctg} \lambda'_1 \cos \beta_1, \quad (7)$$

wenn  $\lambda'_1$  den im Meridianschnitt (Abb. 140 oder 149) gemessenen Winkel zwischen Stromlinie und Eintrittskante darstellt. Damit ist

$$\sigma_1 = \frac{s'_1}{\sin \beta_1} = \frac{s_1}{\sin \beta_1 \cdot \sin \lambda_1}. \quad (8)$$

Die weitere Ausbildung der Schauffelfläche kann wieder nach den beiden Verfahren erfolgen, die schon in ähnlicher Weise bei der zylindrischen Schauffel in Abschnitt 29 unterschieden worden sind.

**a) Abwicklung der Schauffelenden auf Kegelflächen und ihre Ausbildung nach Kreisbögen.** Dieses älteste und wohl auch heute noch

<sup>1)</sup> Von der Berücksichtigung der Eintrittsablenkung infolge der endlichen Schauffelzahl soll auch hier in der Regel abgesehen werden (vgl. S. 76).

<sup>2)</sup> Wagenbach: Z. f. d. ges. Turbinenwes. 1907, S. 302.

vorwiegend angewandte Verfahren besteht darin, daß die räumlichen, auf den Rotationsflächen  $a_1 a_2$  bis  $e_1 e_2$  liegenden Schnittlinien mit der Schaufelfläche zeichnerisch so dargestellt werden, als ob sie in den die Stromflächen berührenden Kegelflächen liegen würden. Da Kegelflächen sich abwickeln lassen, kann auf diese Weise der Schaufelverlauf in der Zeichenebene angegeben werden.

Wird beispielsweise die Stromfläche  $d_1 d_2$  der Abb. 140 durch den Kegel  $Ox$ , der die Stromfläche längs des durch  $x$  gehenden Parallelkreises berührt, in der Weise ersetzt, daß irgendein Punkt  $P$  der Stromfläche durch Abwickeln der Länge  $xP = xP'$  nach dem Punkt  $P'$  der Kegelfläche übertragen wird, so kann in der Nähe des Berührungspunktes  $x$  auf eine weitgehende Übereinstimmung mit dem

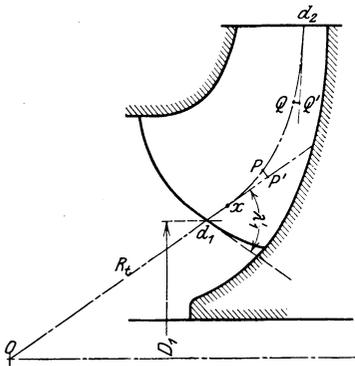


Abb. 140.

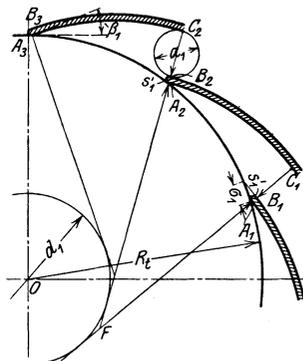


Abb. 141.

Abb. 140, 141. Abwicklung der Stromlinie auf Kegelflächen, Konstruktion des Eintrittsverlaufs.

wirklichen Verlauf gerechnet werden. Da es zunächst darauf ankommt, den Eintrittsverlauf so zu erhalten, daß stoßfreier Eintritt gewährleistet ist, so wird die Kegelfläche stets so gelegt, daß sie die Stromfläche im Eintrittskreis oder in dessen Nähe berührt.

In der Abwicklung des Kegelmantels sind die Parallelkreise Kreisbögen um den Punkt  $O$  mit der Länge der Mantellinie als Halbmesser. Der Schaufelverlauf am Eintritt (Abb. 141) kann deshalb genau so entworfen werden, als ob es sich um eine reine radiale Strömung handeln würde. Um einen gesetzmäßigen Zusammenhang zwischen dem Schaufelverlauf der einzelnen Stromflächen zu erhalten, empfiehlt es sich, Evolventen für den Eintritt zu verwenden. Der zugehörige Erzeugungskreis besitzt den Durchmesser

$$d_1 = 2 R_t \cdot \sin \beta_1, \quad (9)$$

wo  $R_t = \overline{Od_1}$  und  $\beta_1$  sich aus Gl. (6) bestimmt. Den Ersatzkreisbogen für die Evolvente erhält man nun, wenn man auf dem Umfang der Abwicklung des Eintrittskreises die Schaufelteilung  $t_1 = \frac{D_1 \pi}{z}$  abträgt

und von den Teilpunkten  $A_1, A_2, A_3$  die Tangenten an den Erzeugungskreis legt. Da

$$a_1 + s'_1 = t_1 \sin \beta_1, \quad (10)$$

so sind die Punkte  $C_1, C_2, C_3$  bekannt, womit die die Evolvente ersetzenden Kreisbögen aus einem in möglichster Nähe des Schnittpunktes  $F$  der Tangenten gelegenen Punkt geschlagen werden können. Durch Antragen von  $\sigma_1$  aus Gl. (8) oder  $s'_1$  aus Gl. (6a) ist auch der Verlauf der Schaufelvorderseite gegeben.

Ist auf diese Weise für alle Stromfäden der Eintrittsverlauf in der Abwicklung bestimmt, so wird dieser auf die Stromflächen unter Vernachlässigung der Abweichung gegenüber der Kegelfläche übertragen und die Projektion im Grundriß gezeichnet. Für das später zu berechnende Beispiel ist dies in Abb. 149 bis 150d durchgeführt. Der Verlauf der Eintrittskante  $a'_1 d'_1$  im Grundriß (Abb. 150) kann hierbei nach Belieben angenommen werden. In der Regel wird bei diesem Verfahren hierfür eine Gerade gewählt, so daß also die Eintrittskante in einer Ebene parallel zur Drehachse liegt.

Am Austritt liegen die Verhältnisse insofern einfacher, als der Schaufelwinkel  $\beta_2$  bei den hier gemachten Annahmen für alle Stromflächen derselbe ist. Der Berührungskegel ist eine auf der Drehachse senkrechte Ebene. Es steht also nichts im Wege, den Austrittsverlauf als Kreisbogen darzustellen und anschließend auf die Stromflächen zu übertragen, indem für irgendeinen Punkt  $Q'$  der Berührungsebene (Abb. 140) die Länge  $\bar{d}_2 Q'$  von  $d_2$  aus bis  $Q$  aufgewickelt wird.

Nachdem Anfang und Ende des Verlaufs der Schaufelfläche im Grundriß bestimmt sind, wird die Verbindung zunächst nach Schätzung vorbehaltlich der Berichtigung durch die am Schluß dieses Abschnitts angegebenen Verfahren eingetragen. Um hierbei die günstigste gegenseitige Lage der beiden Schaufelenden auf bequeme Weise ermitteln zu können, empfiehlt es sich, den Austritt zunächst nur auf durchsichtiges Papier zu zeichnen, weil dann ein leichtes gegenseitiges Verschieben möglich ist.

Bei gleichbleibender Wandstärke ist es vollkommen ausreichend, nur die Vorder- oder Hinterseite der Schaufelfläche darzustellen, da im Modell nur die Schaufelstärke zugefügt oder weggenommen zu werden braucht, um die andere Fläche zu erhalten.

**b) Punktweise errechnete Schaufel.** Die für die zylindrische Schaufel benutzte Gl. (36) des Abschnitts 29 ist hier nicht anwendbar, weil sie die räumliche Krümmung der Wasserbahnen nicht berücksichtigt. Die diesen Verhältnissen entsprechende Beziehung ergibt sich auf folgende Weise.

In Abb. 142 und 143 ist ein beliebiger Stromfaden sowohl durch seine Radialprojektion  $d_1 d_2$  im Meridianschnitt als auch seine Orthogonalprojektion  $d'_1 d'_2$  im Grundriß dargestellt. Betrachtet man das sehr kleine Stück  $p p_1 = dx$  im Meridianschnitt, dessen wahre Größe  $PP_1$  aus dem Seitenbild der Abb. 143 ersichtlich ist und welches im Grundriß

durch das Stück  $p'p'_1$  dargestellt ist, so ist in dem Geschwindigkeitsdreieck  $PQR$  des Seitenbildes  $\overline{PR} = c_m$ ,  $\overline{PQ} = w$  und  $\sphericalangle RQP = \beta$ , so daß

$$\sin \beta = \frac{c_m}{w}. \quad (11)$$

Ferner ist in dem sehr kleinen Dreieck  $PP'T$  der Winkel bei  $T$  ein rechter und also

$$\overline{PT} = \frac{\overline{P_1T}}{\operatorname{tg} \beta} = \frac{dx}{\operatorname{tg} \beta}.$$

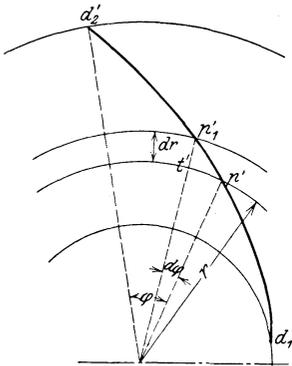


Abb. 142.

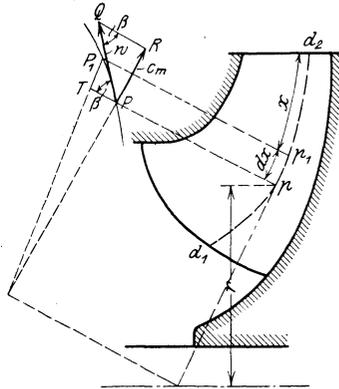


Abb. 143.

Da nun dieses Stück  $\overline{PT}$  des Parallelkreises übereinstimmt mit seiner Projektion  $p't' = r d\varphi$ , so wird

$$r d\varphi = \frac{dx}{\operatorname{tg} \beta} \quad (12)$$

oder

$$d\varphi = \frac{dx}{r \operatorname{tg} \beta}, \quad (13)$$

woraus durch Integration, wenn gleichzeitig mit  $\frac{180}{\pi}$  durchmultipliziert wird, damit sich  $\varphi$  in Graden ergibt,

$$\varphi^\circ = \frac{180}{\pi} \int_0^x \frac{dx}{r \operatorname{tg} \beta}. \quad (14)$$

$\varphi$  und  $x$  sollen hierbei, wie die Abbildung zeigt, vom Austrittspunkt des Stromfadens aus gemessen werden, also die Vorzeichen beider Größen entgegengesetzt der bei der Ableitung stillschweigend gemachten Annahme gewählt werden, wodurch aber offenbar das Ergebnis nicht beeinflusst wird.

Gl. (14) stimmt nahezu überein mit Gl. (36), S. 67. Das Verfahren der Bestimmung der Schaufel gestaltet sich demnach ebenso wie früher,

nur daß der Wert  $\frac{1}{r \operatorname{tg} \beta}$  in Abhängigkeit der rektifizierten Länge des Stromfadens des Meridianschnitts aufzutragen ist, um den zu den einzelnen Längen  $x$  bzw. Radien  $r$  gehörigen Wert des Integrals zu erhalten. Die Werte  $\frac{1}{r \operatorname{tg} \beta}$  ergeben sich mit Hilfe der aus dem Aufriß zu entnehmenden  $r$ -Kurve zusammen mit der  $\beta$ -Kurve. Letztere kann unmittelbar, unter Beachtung der bekannten Anfangs- und Endwerte, angenommen oder aus einem anderen, für den Verlauf der Schauffelfläche vorgeschriebenen Gesetz errechnet werden. Ist beispielsweise — wie für die in Abschnitt 40 errechnete Radialschaufel — der Verlauf von  $w$  und  $c_m$  in Abhängigkeit von  $x$  angenommen, so können die Winkel  $\beta$  aus Gl. (11) und damit auch die Werte  $\frac{1}{r \operatorname{tg} \beta}$  errechnet werden.

Aus den zusammengehörigen Werten von  $r$  und  $\varphi$  ergibt sich punktweise die Projektion  $d'_1 d'_2$  des Stromfadens im Grundriß. Für die anderen Stromfäden ist in gleicher Weise vorzugehen. Es muß nur dafür gesorgt werden, daß die für die einzelnen Stromfäden angenommenen Kurven eine stetige Gesamtfläche gewährleisten. Die erhaltene Schauffelfläche ist strenggenommen [im Gegensatz zum Verfahren a)] die Mittelfläche zwischen Vorder- und Rückenfläche der Schaufel, die sich im Modell durch Auftragen oder Wegnehmen der halben Schaufelstärke ergeben. Wird der Drall  $r c_u$  vorgeschrieben, so sind die Anfangs- und Endwerte für alle Stromfäden die gleichen und deshalb die Einheitlichkeit besonders leicht zu erreichen.

Das Verfahren führt verhältnismäßig schnell zum Ziel und hat den Vorzug, daß die Schauffelfläche eindeutig festliegt, wenn das zugrunde zu legende Gesetz vorgeschrieben ist. Die individuelle Auffassung des mit dem Aufzeichnen der Fläche Beauftragten ist also ausgeschaltet.

Werden in dieser Weise die Stromfäden im Grundriß von der angenommenen Austrittskante aus aufgezeichnet, so ergibt sich die Eintrittskante im Grundriß als Verbindungslinie ihrer Endpunkte. Sie kann also nur im Meridianschnitt beliebig angenommen werden, nicht im Grundriß, wie es beim Verfahren a) der Fall ist. Möglich ist aber, die Wasserfäden im Grundriß beliebig um die Achse gegeneinander zu verdrehen. Es muß jedoch darauf geachtet werden, daß sich eine stetige Fläche durch sie hindurchlegen läßt, was durch den stetigen Verlauf einer Linie, z. B. der Austrittskante, genügend gewährleistet ist.

**c) Axialschnitte und Schreinerschnitte.** Um die nach den beiden vorstehenden Verfahren ermittelten Stromlinien daraufhin prüfen zu können, ob sie einen stetigen Verlauf der Schauffelfläche ergeben, wird ein Büschel von Schnittebenen verwandt, deren Schnittlinien mit der Schauffelfläche den gewünschten Zusammenhang ohne weiteres erkennen lassen. Am bequemsten ist es, hierfür Axialebenen (Abb. 152) oder — wenn die Eintrittskante in einer Ebene parallel zur Achse

liegt — die Berührungsebenen an den die Ebene der Eintrittskante berührenden Kreiszyylinder (Abb. 150) zu wählen. Ist der notwendige allmähliche Übergang nicht vorhanden, so sind die Projektionen der Strombahnen entsprechend zu ändern. Diese Nachprüfung ist insbesondere beim Entwurf der Schaufel nach dem Verfahren a) notwendig, während bei der punktweisen Bestimmung der Schaufel der stetige Zusammenhang schon durch das Verfahren selbst in genügender Weise gewährleistet ist, so daß es sich hier nur um das Erkennen von Zeichenfehlern handeln kann.

Die Herstellung der Modelle für die Schaufel in der Werkstatt erfolgt meist dadurch, daß entsprechend zugeschnittene Brettchen gleicher Dicke, deren Ebenen senkrecht zur Achse sind, aufeinandergeleimt werden. Um die Kurven anzugeben, nach denen diese Brettchen begrenzt sein müssen, werden zum Schluß im Grundriß die Schnittlinien der Schaufelfläche durch Ebenen senkrecht zur Achse — die Schreinerschritte — (*I* bis *X*, Abb. 149, 150) gezeichnet. Der gegenseitige Abstand der Schnittebenen ist gleich der Dicke der später in der Schreinerei zu verwendenden Bretter. Auch der Verlauf dieser Linien läßt erkennen, ob eine stetige Fläche vorliegt oder nicht.

## 70. Das winkeltreue Abbild der Strombahnen.

Für jede auf einer Rotationsfläche liegende Kurve läßt sich das winkeltreue Abbild zeichnen<sup>1)</sup>. Ist die Projektion  $d_1 d_2$  einer in der Rotationsfläche mit dem Meridian  $d_1 d_2$  liegenden Kurve auf eine Ebene senkrecht zur Achse gegeben (Abb. 144 und 145), so kann man diese winkeltreu in die Ebene übertragen, wenn man auf der Rotationsfläche in gleichen Abständen  $\Delta x$  die Parallelkreise 1, 2, 3 usw. zieht, die sich im Grundriß in wahrer Größe projizieren, und diese Kreise in der Ebene beispielsweise durch parallele Geraden 1, 2, 3 usw. (Abb. 146), die im gleichen Abstand  $\Delta x$  gezogen sind, ersetzt. Die Konstruktion des winkeltreuen Bildes in Abb. 146 erfolgt schrittweise. Vom Punkt  $D_2$  ausgehend, findet man den Punkt  $F'$  auf der nächsten Parallelen 2, indem man in wagrechter Richtung um die Länge des Kreisbogenstückes  $M_1 M_2 = \Delta n_1$  der Abb. 144 weitergeht, welches durch die zu  $d_2$  und  $f'$  gehörigen Radien aus dem in der Mitte zwischen den Kreisen 1 und 2 verlaufenden Parallelkreis herausgeschnitten wird. In entsprechender Weise wird der Punkt  $G'$  auf der nächsten Parallelen erhalten usw. In umgekehrter Weise läßt sich jede Kurve der Ebene winkeltreu auf eine Rotationsfläche übertragen. Ist  $\Delta x$  genügend klein, so ist das Dreieck  $D_2 F' F_1$  der Abb. 146 dem in der Rotationsfläche liegenden entsprechenden Dreieck kongruent, so daß der Beweis der Winkelgleichheit erbracht ist.

Das Verfahren besteht gewissermaßen darin, die ringförmigen Flächenstücke zwischen den aufeinanderfolgenden Parallelkreisen um

<sup>1)</sup> Prasil: Die Bestimmung der Kranzprofile und Schaufelformen für Turbinen und Kreiselpumpen. Zürich 1907 oder Schweiz. Bauz. Bd. 48, S. 289. 1906. Wagenbach: Z. f. d. ges. Turbinenwes. 1907, S. 305.

ihren mittleren Parallelkreis aufzudrehen, bis sie kreiszylindrische Form besitzen, wie in Abb. 145 für die Ringfläche 4–5 angedeutet ist, und

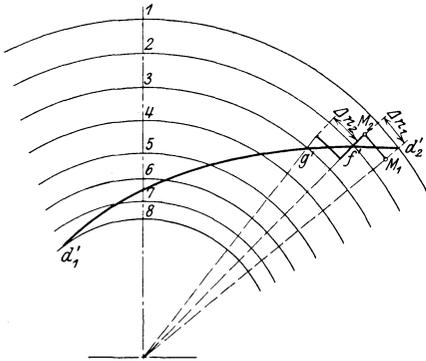


Abb. 144.

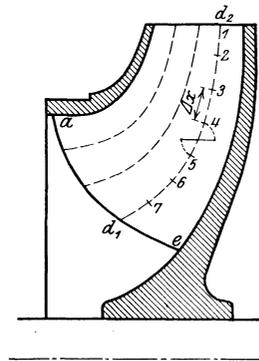


Abb. 145.

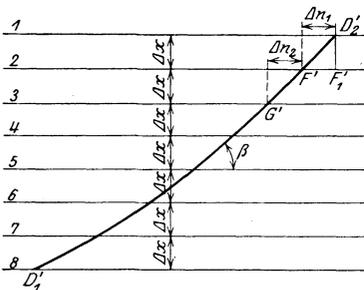


Abb. 146.

Abb. 144, 145, 146. Konstruktion des winkeltreuen Abbildes  $D_2'D_1'$  der Strombahn  $a_1a_2$ .

die Abwicklungen dieser Kreiszylinder in der Ebene aneinanderzureihen.

Die Bestimmung des winkeltreuen Abbildes ist jedenfalls dazu geeignet, den Verlauf der nur durch ihre Projektion bestimmten Stromlinien genauer kennenzulernen. Bei der punktweisen Berechnung der Schauffelfläche wird es ebenfalls vielfach verwendet, indem aus der  $\beta$ -Kurve zunächst das winkeltreue Abbild der Stromlinie ermittelt und dieses dann auf die Stromfläche

übertragen wird. Bei dem in Abschnitt 69 angegebenen Verfahren der punktweisen Errechnung ist die Benutzung des winkeltreuen Abbildes vermieden und durch die Berechnung der Winkel  $\varphi$  nach Gl. (14) ersetzt, weil die aufeinanderfolgende Übertragung von Winkeln und sehr kurzen Strecken mit Ungenauigkeiten verbunden ist, die bei der Auswertung des Integrals der Gl. (14) umgangen werden.

## 71. Schaufflung nach Lawaczek<sup>1)</sup>.

Für die vorliegenden Radformen kann nach Lawaczek, sofern die Eintrittsgeschwindigkeit rein axial gerichtet ist, die Schauffelfläche auch einfach als Schraubenfläche ausgebildet werden. Diese entsteht, wenn eine Gerade  $G$  (Abb. 147), die die Achse unter einem unveränderlichen Winkel  $\delta$  schneidet, so bewegt wird, daß sie sich gleichförmig um die Achse dreht und fortschreitet. Daß diese Fläche den zu stellenden Bedingungen tatsächlich bis zu einem gewissen Grad genügen kann,

<sup>1)</sup> Vgl. die deutsche Patentschrift 335 154, Kl. 88a.

zeigt folgende Überlegung. Stoßfreier Eintritt liegt offenbar<sup>1)</sup> vor, wenn der Steigungswinkel  $\gamma$  der Schraubenfläche an jedem Punkt der Eintrittskante gleich dem Winkel  $\beta_1$  zwischen Relativgeschwindigkeit und Umfangsgeschwindigkeit ist. Ist die Steighöhe der Schraubenfläche gleich  $h$ , so muß also die Beziehung bestehen

$$\operatorname{tg} \beta_1 = \frac{c_1}{u} = \frac{h}{2r\pi} = \operatorname{tg} \gamma \quad (15)$$

oder, weil  $u = r\omega$ ,

$$h = \frac{2\pi}{\omega} c_1. \quad (16)$$

Hiernach ist die Steighöhe  $h$  zu errechnen.  $c_1 = c_0 \frac{t_1}{t_1 - \sigma_1}$  muß über die Eintrittsbreite unveränderlich sein.

Auch die Austrittsbedingungen werden diese Fläche erfüllen, falls der Winkel  $\delta$  so gewählt wird, daß eine Ebene senkrecht zur Achse eine Schnittlinie ergibt, die am Kreis vom Durchmesser gleich dem Außendurchmesser  $D_2$  des Rades, einen Neigungswinkel gegen den Umfang gleich dem in die Rechnung eingeführten Schaufelwinkel  $\beta_2$  besitzt. Ist in der perspektivischen Darstellung der Abb. 147  $MN$  der Parallelkreis vom Radius  $r_2 = \frac{D_2}{2}$ ,  $\overline{AB} = r_2 d\varphi$  ein unendlich kleines Bogenstück desselben,  $AD$  die Spur der Erzeugenden  $G$  in der Ebene des Parallelkreises, also die Schnittlinie mit der Schraubenfläche, so ist  $\sphericalangle DCB = \delta$ ,  $\sphericalangle DAB = \beta_2$ ,  $\sphericalangle CAB = \gamma_2$  und damit  $BC = \overline{AB} \operatorname{tg} \gamma_2$ , ferner  $\overline{DB} = \overline{AB} \cdot \operatorname{tg} \beta_2 = BC \cdot \operatorname{tg} \delta = \overline{AB} \cdot \operatorname{tg} \delta \cdot \operatorname{tg} \gamma_2$ , also

$$\operatorname{tg} \beta_2 = \operatorname{tg} \delta \cdot \operatorname{tg} \gamma_2, \quad (17)$$

Weil nun entsprechend Gl. (15)

$$\operatorname{tg} \gamma_2 = \frac{h}{2r_2\pi} = \frac{c_1}{u_2}, \quad (18)$$

so folgt

$$\operatorname{tg} \delta = \operatorname{tg} \beta_2 \cdot \frac{u_2}{c_1}, \quad (19)$$

womit der Winkel  $\delta$  bestimmt ist.

Die Austrittskante der Schaufel ist offenbar unter dem Winkel  $\gamma_2$  gegen die Radwand geneigt. Damit dieser Winkel nicht zu klein und der Schaufelkanal am Austritt zu eng wird, darf also gemäß Gl. (18)  $c_1$  gegenüber  $u_2$  nicht zu klein sein. Hierin liegt eine Schwäche der Anordnung, da offenbar nur geringe Umfangsgeschwindigkeiten, also

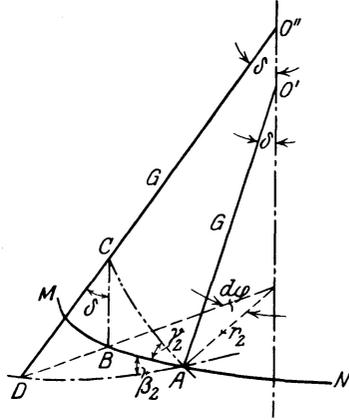


Abb. 147. Doppelt gekrümmte Schaufel nach Lawaczek.

<sup>1)</sup> Ohne Berücksichtigung der Eintrittsablängung.

kleine Förderhöhen möglich sind, wenn die Kavitationsgefahr infolge hoher Eintrittsgeschwindigkeiten nicht zu groß werden soll. Ein weiterer Nachteil liegt in der Notwendigkeit, die Schauffelfläche sehr weit in das Einlaufrohr bis in die Zone rein axialer Strömung vorzuziehen (Abb. 148), damit stoßfreier Eintritt gewahrt bleibt. Dadurch wird allerdings die Saugfähigkeit wieder gefördert (vgl. S. 177), aber die Kanalreibung vergrößert und die Wahl der Eintrittskante nach den S. 192 angegebenen Gesichtspunkten erschwert<sup>1)</sup>.

Die Schauffel hat aber den Vorzug einer sehr einfachen, klaren Formgebung, die die rechnerische und zeichnerische Arbeit erheblich vereinfacht und insbesondere auch die Herstellung des Modells und der Gußform erleichtert. Ein Ausführungsbeispiel ist in der späteren Abb. 297 angegeben.

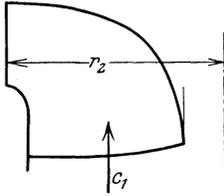


Abb. 148. Doppelt gekrümmte Schauffel nach Lawaczek.

Wesentlich anpassungsfähiger wird diese Schauffel, wenn, wie dies auch bei ihrer Anwendung im Wasserturbinenbau geschehen zu sein scheint<sup>2)</sup>, als Erzeugende der Schraubenfläche nicht bloß gerade, sondern auch gekrümmte Linien, beispielsweise Parabeln, gewählt werden. Die dadurch gegebene größere

Freiheit dürfte insbesondere dann von Wert sein, wenn die Austrittskante nicht mehr auf einem Kreiszyylinder liegt<sup>3)</sup>.

## 72. Zahlenbeispiel für eine doppelt gekrümmte Schauffel.

Es soll das doppelseitig beaufschlagte Laufrad einer Niederdruckpumpe, die zur Kühlwasserförderung bei einer Oberflächenkondensation dient, für 900 m<sup>3</sup>/h auf 16 m bei 1800 Umdr./min errechnet und entworfen werden.

Mit einem Spaltverlust von 3% ergibt sich als für die Rechnung maßgebende sekundliche Liefermenge für jede Radseite

$$V' = \frac{1,03}{2} \cdot \frac{900}{3600} = 0,1288 \text{ m}^3/\text{sec}.$$

Wird  $c_s = 4,4$  m/sec, der Wellendurchmesser  $d_n = 54$  mm gewählt, so erhält man  $D_s$  aus

$$\left( D_s^2 \frac{\pi}{4} - 0,054^2 \frac{\pi}{4} \right) \cdot 4,4 = 0,1288,$$

<sup>1)</sup> Die Berücksichtigung der Eintrittsablenkung oder der Verschiedenheit der Meridiansgeschwindigkeit am Austritt (vgl. Abschnitt 73) ist ebenfalls nicht möglich.

<sup>2)</sup> Vgl. Heidebrock: Z. V. d. I. 1923, S. 803.

<sup>3)</sup> Erfolgt der Austritt des Wassers im Meridianschnitt nicht mehr senkrecht zur Achse, sondern unter einem Winkel  $\varepsilon$  gegen den Radius, so ist an Stelle von Gl. (15) zu setzen

$$\operatorname{tg} \beta_2 = \operatorname{tg} \gamma_2 \frac{\sin \delta}{\cos(\delta - \varepsilon)}, \quad (20)$$

woraus

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\cos \varepsilon}{\operatorname{tg} \gamma_2 - \sin \varepsilon}. \quad (21)$$

womit  $D_s = 0,201$  m. Ausgeführt wird  $D_s = 200$  mm, entsprechend  $c_s = 4,42$  m/sec.

Da der Wirkungsgrad der vorliegenden Pumpe etwa 74% betragen dürfte, Radreibung und Spaltverlust aber verhältnismäßig gering sind, wird mit  $\eta_h = 0,82$  gerechnet<sup>1)</sup>. Also ist

$$H_{th} = \frac{16}{0,82} = 19,5 \text{ m.}$$

Ehe  $H_{th\infty}$  bestimmt werden kann, muß das statische Moment  $S$  in Gl. (45), S. 93 bekannt sein. Dieses ergibt sich durch die Rücksicht auf Vermeidung der Kavitation. Da das Wasser bei Kondensationsanlagen der Pumpe zuläuft, kann der Unterdruck  $\Delta h'$  am Einlauf verhältnismäßig groß angenommen werden. Mit  $\Delta h' = 4,5$  m,  $\varphi = 0,65$  gibt Gl. (3), wenn die Schaufelzahl gleich 7,  $r_1 = \frac{D_s}{2}$ ,  $c_{0m} = c_s$  gesetzt wird,

$$S = 30 \varphi \frac{D_s c_s H_{th}}{z \Delta h' n} = 30 \cdot 0,65 \frac{0,2 \cdot 4,42 \cdot 19,5}{7 \cdot 4,5 \cdot 1800} = 0,0059 \text{ m}^2.$$

Um  $H_{th\infty}$  zu erhalten, wird gemäß Gl. (60), S. 97 ein vorläufiger Raddurchmesser von 240 mm angenommen und der Beiwert  $\psi = 1,05$ , also verhältnismäßig groß gesetzt, da Leitschaufeln fehlen und der Wert  $a$  der Gl. (41a) und (42b) verhältnismäßig klein zu erwarten ist.

$$H_{th\infty} = H_{th} \left( 1 + \frac{\psi}{z} \frac{r_2^2}{S} \right) = 19,5 \left( 1 + \frac{1,05}{7} \cdot \frac{0,12^2}{0,0059} \right) = 26,6 \text{ m.}$$

Nun errechnet sich die Umfangsgeschwindigkeit nach Gl. (30a) des Abschnitts 28, wenn  $\beta_2 = 23^\circ$ ,  $c_{2m} = 4,8$  m/sec zugrunde gelegt wird,

$$u_2 = \frac{4,8}{2 \cdot 0,424} + \frac{1}{2} \sqrt{\left( \frac{4,8}{0,424} \right)^2 + 4 \cdot 9,81 \cdot 26,6} = 22,8 \text{ m/sec,}$$

womit  $D_2 = 0,239$  m. Die Annahme von  $D_2 = 240$  mm kann also aufrechterhalten werden. Dadurch ändert sich  $c_{2m}$  von 4,8 auf 4,81 m/sec, weil  $u_2$  sich entsprechend vergrößert.

Bei guter Zuschärfung, also  $\frac{t_1}{t_1 - \sigma_1} \approx 1$ , wird

$$b_2 = \frac{V'}{D_2 \pi c_{2m}} = \frac{0,1288}{0,24 \cdot \pi \cdot 4,81} = 0,0355 \text{ m} = 35,5 \text{ mm.}$$

Der Radquerschnitt kann jetzt entworfen werden (Abb. 149). Die den beiden Radhälften gemeinsame Radwand wird bis an den Umfang geführt, damit die beiderseitigen Schaufeln voneinander unabhängig bleiben, also die Herstellung erleichtert wird. Die äußere Dicke der Radwand sei 3 mm, womit als ganze Radbreite am Umfang  $3 + 2 \cdot 35,5 = 74$  mm sich ergibt. Der Verlauf der Seitenwände wird so gewählt, daß die Meridiangeschwindigkeit stetig von  $c_s = 4,42$  m/sec auf

<sup>1)</sup> Vgl. Gl. (39a), S. 69, Fußbemerkung.

$c_{2m} = 4,81$  m/sec zunimmt. Nun werden die Stromlinien eingezeichnet wobei gleiche Geschwindigkeit längs derselben Normallinie angenommen wird. Jede Radhälfte ist in drei Teilströme zerlegt, so daß vier Stromlinien  $a_1 a_2$  bis  $d_1 d_2$  vorhanden sind.

Der Verlauf der Eintrittskante, entsprechend einem unveränderlichen statischen Moment  $S = 0,0059 \text{ m}^2 = 5900 \text{ mm}^2$  für alle Stromfäden, ist in die linke Radhälfte gestrichelt eingetragen. Da geringe Änderungen zulässig sind und eine Verkleinerung des Eintrittsdurchmessers die Eintrittsverluste verringert, wird für die Ausführung die ganz gezeichnete Linie  $a_1 d_1$  zugrunde gelegt<sup>1)</sup>. Mit den dadurch bekannten Werten für den Eintrittsdurchmesser und die Geschwindigkeit  $c_0$  lassen sich die Eintrittsverhältnisse nach Gl. (5) und (6) gemäß nachstehender Zahlentafel ausrechnen. Die Verengungsziffer  $\frac{t_1}{t_1 - \sigma_1}$ , die zur Ermittlung von  $c_1 = \frac{t_1}{t_1 - \sigma_1} c_0$  notwendig ist, ist wie früher für jeden Faden zunächst anzunehmen und nach Bekanntwerden des Winkels  $\beta_1$  zu berichtigen.

Stromfäden	$D_1$ m	$u_1$ m/sec	$c_0$ m/sec	$\frac{t_1}{t_1 - \sigma_1}$	$c_1$ m/sec	$\beta_1$	$\lambda'_1$ °	$\lambda_1$ nach Gl. (7)	$\sigma_1$ nach Gl. (8)	Wiederholt		
										$\frac{t_1}{t_1 - \sigma_1}$	$c_1$ m/sec	$\beta_1$
$a_1 a_2$	0,20	18,85	4,42	1,2	5,3	15° 40'	81	81° 40'	15,0	1,20	5,30	15° 40'
$b_1 b_2$	0,167	15,75	4,45	1,2	5,34	18° 44'	53	54° 30'	15,3	1,25	5,56	19° 27'
$c_1 c_2$	0,127	11,98	4,57	1,2	5,48	24° 30'	54	56° 30'	11,6	1,24	5,70	25° 30'
$d_1 d_2$	0,082	7,71	4,88	1,22	5,96	37° 37'	75	78°	6,7	1,23	6,0	37° 55'

Die Schauffelfläche werde nun nacheinander nach beiden in Abschnitt 69 behandelten Verfahren entworfen.

**a) Abwicklung der Schauffelenden auf Kegelflächen und deren Ausbildung als Kreisbögen.** Für die Schauffelenden am Eintritt werden Evolventen verwendet, deren Erzeugungskreis sich unmittelbar aus Gl. (9) ergibt.  $\sigma_1$  ist aus obiger Zahlentafel und  $a_1 + s'_1$  aus Gl. (10) bekannt. Hiernach sind die Abwicklungen der Schauffelanfänge für die einzelnen Stromflächen in Abb. 150a bis 150d gezeichnet. Nachdem die Projektion der Eintrittskante als Gerade  $a'_1 d'_1$  im Grundriß angenommen ist, werden die Schauffelanfänge in den Grundriß übertragen, indem die gezeichneten Abwicklungen auf der Stromfläche (nicht der Kegelfläche) aufgewickelt werden. Die Projektion der Eintrittskante geht nicht durch den Mittelpunkt, d. h. sie ist nicht in einer Axialebene, sondern einer Ebene parallel zur Achse angenommen, damit der äußere Wasserfaden  $a'_1 a'_2$  gegenüber dem inneren  $d'_1 d'_2$  nicht zu lang wird<sup>2)</sup>.

<sup>1)</sup> Aus den im Abschnitt 74 angegebenen Gründen ist es aber zweifelhaft, ob die vorgenommene Verschiebung der Eintrittskante den Gesamtwirkungsgrad bessert.

<sup>2)</sup> Es kann aber auch ein gekrümmter Verlauf der Eintrittskante im Grundriß angenommen werden, wenn dies aus irgendeinem Grunde zweckmäßig erscheint.

Der Austrittsverlauf wird nun am besten auf durchsichtiges Papier nach einem Kreisbogen unter Zugrundelegung des angenommenen Winkels  $\beta_2$  eingetragen. Hierbei ist es vielfach zweckmäßig, die Austrittskante nicht parallel zur Achse, sondern gegen den Umfang geneigt laufen zu lassen, wie das die photographische Abb. 83 b, S. 111 erkennen

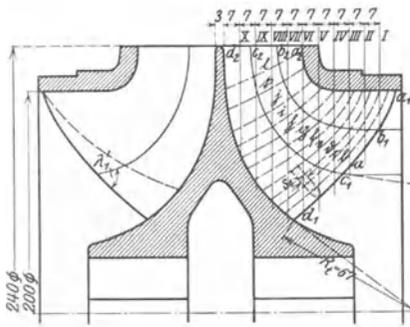


Abb. 149.

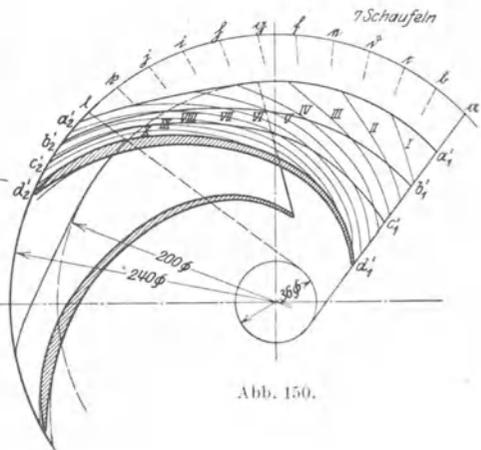


Abb. 150.

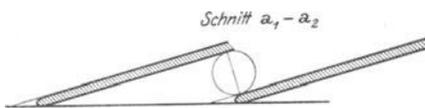


Abb. 150 a.

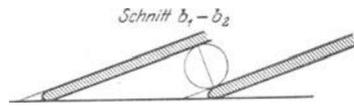


Abb. 150 b.

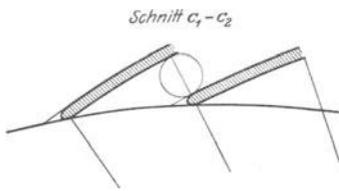


Abb. 150 c.

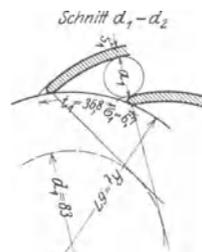


Abb. 150 d.

Abb. 149 bis 150 d. Lauftrad einer Niederdruckpumpe für 900 m<sup>3</sup>/h auf 16 m Förderhöhe bei 1800 Umdr./min mit Abwicklung der Stromfäden auf Kegelflächen und Ausbildung der Schaufelenden als Kreisbögen.

läßt, und zwar in dem Sinne, daß der äußere Faden  $a'_1 a'_2$  sich gegen den inneren noch weiter verkürzt. Die Austrittsenden der Stromlinien erscheinen dann im Grundriß gegeneinander versetzt. Nun kann durch Verschieben des Austritts- gegen den Eintrittsverlauf die passende gegenseitige Lage ermittelt und die Verbindung nach Schätzung eingetragen werden.

Die Prüfung der Stetigkeit der Flächen erfolgt anschließend durch Legung der Hilfsschnitte a bis I, wie S. 198/199 angegeben. Ist die Fläche

berichtigt, so werden noch die Schreinerschnitte I bis X nach Ebenen senkrecht zur Achse gezeichnet, mit deren Hilfe die Herstellung des Modells erfolgt.

**b) Punktweise Errechnung der Schaufel.** Wir gehen von einem angenommenen Verlauf der Relativgeschwindigkeit<sup>1)</sup> aus. Die für die einzelnen Stromlinien gültigen Kurven, deren Abszissen die vom Austrittsende aus gemessenen Längen  $x$  der Stromlinien des Meridianschnitts sind, haben als Anfangswerte die jeweilige Relativgeschwindigkeit

$$w_1 = \sqrt{u_1^2 + c_1^2},$$

die sich für

die Stromfäden $a_1 a_2$	$b_1 b_2$	
aus obig. Zahlen-	tafel errechnet zu	19,56 16,68 m/sec,
die Stromfäden $c_1 c_2$	$d_1 d_2$	
aus obig. Zahlen-	tafel errechnet zu	13,27 9,74 m/sec.

Die Endwerte sind gemeinsam gleich  $w_2 = \frac{c_2 m}{\sin \beta_2} = \frac{4,81}{0,391} = 12,3$  m/sec. Der Verlauf von  $c_m$  ist durch die vorgeschriebene Radbegrenzung gegeben.

<sup>1)</sup> Es möge auch hier darauf hingewiesen werden, daß die Annahme der  $w$ -Kurve rein willkürlich ist und man ebensogut beispielsweise vom Verlauf der Winkel  $\beta$  oder des Dralls  $r c_u$  ausgehen kann. Die Zugrundelegung des Dralls ist für doppelt gekrümmte Schaufeln sogar besonders zweckmäßig, weil diese Linie für alle Stromfäden

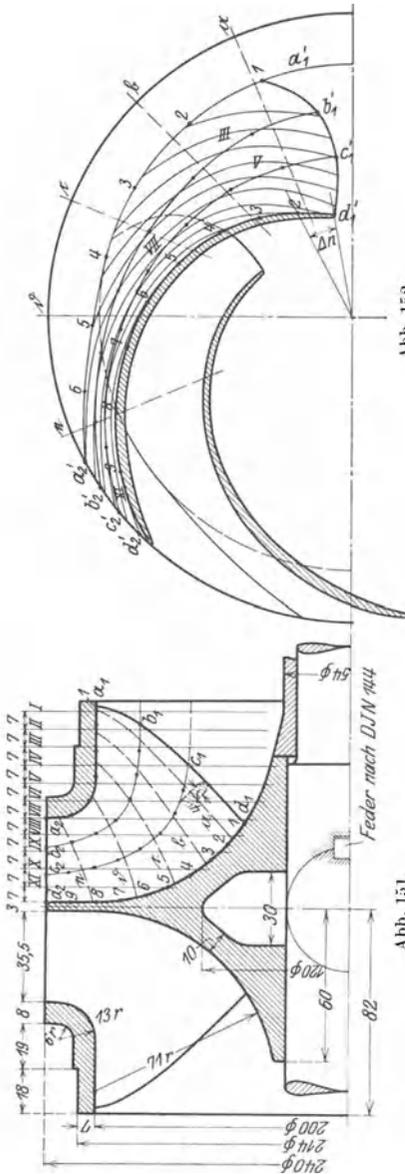


Abb. 151, 152. Laufrad für die gleiche Leistung wie Abb. 149 bis 150 d, jedoch mit punktwiser Errechnung der Schaufel.

gleiche Anfangs- und Endwerte besitzt und es deshalb erleichtert ist, den gleichartigen Charakter dieser Kurven zu wahren. Die Werte  $\text{tg} \beta$  ergeben sich

$$\text{dann aus } \text{tg} \beta = \frac{c_m}{u - c_u}.$$



Um die Einheitlichkeit des Verlaufs der anzunehmenden  $w$ -Linien zu sichern, sind sie — rein willkürlich — gerade angenommen, mit einem Übergang auf den Wert  $w_2$  kurz vor dem Austritt, entsprechend der Zuschärfung der Schaufeln. Nachdem die Linien der  $\beta$  aus Gl. (11) errechnet sind, werden die Winkel  $\varphi$  nach Gl. (14) durch Bestimmung der Flächen unter den Kurven der  $\frac{1}{r \operatorname{tg} \beta}$  bestimmt und mit den zusammengehörigen Werten von  $r$  und  $\varphi$  die Projektionen der Strombahnen im Grundriß (Abb. 152), von der Austrittskante ausgehend, die wieder um  $45^\circ$  gegen den Umfang geneigt angenommen wird, aufgezeichnet. Wie ersichtlich, ergibt sich die Eintrittskante im Grundriß als gekrümmte Linie. Die auf den Stromlinien markierten Punkte entsprechen den Abszissen 1, 2 usw. in den Diagrammen Abb. 152a bis 152d.

### c) Ergänzende Betrachtungen.

Die Form der Eintrittskante im Grundriß kann bei dem zuletzt besprochenen Verfahren durch entsprechende Wahl ihrer Radialprojektion im Meridianschnitt und der zugrunde gelegten Kurve weitgehend beeinflußt werden.

Vollkommene Freiheit in der Wahl der Projektion der Eintrittskante hat man auch beim Verfahren *b*, wenn man es so durchführt, daß man die Linie im Grundriß annimmt und nach ihr die Radialprojektion im Aufriß bestimmt. Diese Art der Durchführung ist allerdings wesentlich umständlicher als die bisher besprochene und wird im Abschnitt 74 noch an einem Beispiel gezeigt werden, wobei die Eintrittskante in einer Axialebene liegend angenommen ist.

Für den Faden  $d_1 d_2$  ist in Abb. 152d auch der Verlauf des Dralls  $r c_u$  eingezeichnet. Im gleichen Diagramm ist ferner das winkeltreue Abbild nach der in Abschnitt 70 angegebenen Weise eingetragen.

Wegen der endlichen Schaufelzahl entsprechen die in den Diagrammen erhaltenen Werte für  $w$ ,  $r c_u$  am Eintritt und Austritt nicht der Wirklichkeit, auch wenn man sie als Mittelwerte auffaßt. Hier ist sinngemäß das am Schluß des Zahlenbeispiels des Abschnitts 40 Gesagte zu beachten.

Wollte man auch für den Schaufelwinkel  $\beta_1$  am Eintritt die Ablenkung berücksichtigen, wie sie für den Austritt bereits durch Zugrundelegung der Schaufelarbeit  $H_{th\infty}$  berücksichtigt ist, so würde sich nach Gl. (52) des Abschnitts 37 ergeben, falls für sämtliche Stromfäden der Einfachheit halber der für den Faden  $a_1 a_2$  geltende Wert  $S = 0,0059 \text{ m}^2$  zugrunde gelegt und  $\psi$  schätzungsweise gleich  $0,75$  angenommen wird,

Faden	$a_1 a_2$	$b_1 b_2$	$c_1 c_2$	$d_1 d_2$
$\alpha_1 u_1$	1,84	1,54	1,17	0,76.

Damit wird, wenn in Gl. (57) des Abschnitts 38 für  $\beta'_0$  die Werte von  $\beta_1$  und für  $c_{1m}$  die Werte von  $c_1$  aus der Zahlentafel S. 204 eingesetzt werden,

$$\delta_1 \quad 1^\circ 20' \quad 1^\circ 32' \quad 2^\circ 0' \quad 2^\circ 34'.$$

Um diese Ablenkungswinkel  $\delta_1$  wären die oben errechneten Winkel  $\beta_1$  zu verkleinern und die Linien der  $\beta$  beim Verfahren *b* entsprechend zu berichtigen. Da die Werte von  $\delta_1$  aber verhältnismäßig klein sind und in bezug auf den Eintritt für  $\psi$  noch keine zuverlässigen Erfahrungsgrundlagen vorliegen<sup>1)</sup>, so wird von der Berücksichtigung vorläufig abgesehen.

Die spezifische Drehzahl der Pumpe ist nach Gl. (61), S. 187

$$n_s = 3,65 \cdot \frac{1800 \sqrt{0,25}}{16^{3/4}} = 412.$$

<sup>1)</sup> Tatsächlich müßte wohl  $\psi$  für die einzelnen Fäden verschiedene Werte haben, weil der Schaufelwinkel stark verschieden ist.

### 73. Entwurf der Schaufel unter der Annahme der freien Strömung als Meridianströmung.

Bisher ist, wie fast allgemein üblich, vorausgesetzt, daß die Meridianschwindigkeit für alle Punkte einer bestimmten Normallinie die gleiche ist. Dies trifft in Wirklichkeit nicht zu, sondern es ist wahrscheinlich, daß die Stromlinienverteilung im Meridianschnitt eine ähnliche sein wird, wie sie in Abschnitt 7 für die freie Strömung abgeleitet wurde, sofern von der Reibung zunächst abgesehen wird. Danach muß die Meridianschwindigkeit vom Faden  $a_1 a_2$  nach dem Faden  $d_1 d_2$  stark abnehmen. Wird das Strombild nach der in Abschnitt 7 angegebenen Weise entworfen, so tritt eine Verschiebung der Stromlinien, wie aus Abb. 153 ersichtlich, gegenüber den bisherigen (gestrichelt gezeichneten) ein. Bei der Bestimmung genügt es nicht, die Strömung im Rad allein zu betrachten, sondern es muß auch

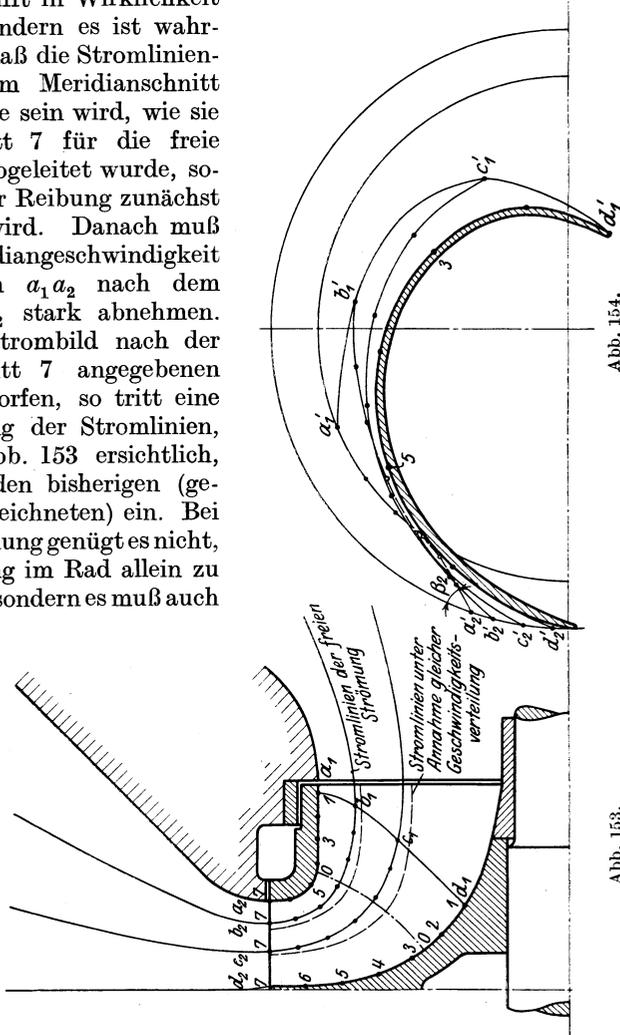


Abb. 153. Entwurf des Laufrades der Abb. 151 unter Zugrundelegung der freien Strömung als Meridianströmung.

die Wandbegrenzung des anschließenden Saugraums und Druckraums in Betracht gezogen werden. Dies ist um so mehr notwendig, als die Wandungen des anschließenden Spiralgehäuses sich meist stark erweitern<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Das Strombild, das der Abb. 153 zugrunde liegt, ist in Abb. 15 angegeben. Pfeleiderer, Kreiselpumpen.

Welche beträchtlichen Geschwindigkeitsunterschiede sich ergeben, ist in Abb. 154a für die Normallinie  $0-0$  veranschaulicht. Die Winkelverhältnisse werden deshalb sowohl am Eintritt wie Austritt andere wie früher. Insbesondere ist jetzt der Austrittswinkel  $\beta_2$  für jeden Stromfaden verschieden groß, wie unmittelbar sich aus der Gleichung

$$\operatorname{tg} \beta_2 = \frac{c_{2m}}{u_2 - c_{2u}}, \quad (20)$$

worin

$$c_{2u} = \frac{g H_{\text{th} \infty}}{u_2}, \quad (21)$$

ergibt, und zwar wird er, weil  $u_2 - c_{2u}$  gleich bleibt, von  $a'_2$  nach  $d'_2$  stark abnehmen. Ferner verlängert sich der innere Faden  $d'_1 d'_2$  gegenüber dem äußeren  $a'_1 a'_2$  erheblich, insbesondere wenn das Verfahren b) des vorigen Abschnitts beim Entwurf zugrunde gelegt wird. In Abb. 154 ist die Schaufel des vorigen Beispiels für einen geradlinigen Verlauf der  $w$ -Kurven unter Annahme der gleichen Schaufelbegrenzung im Aufriß wie bisher gezeichnet. Man sieht, wie ungünstig die Eintrittskante  $a'_1 b'_1 c'_1 d'_1$  im Grundriß verläuft.

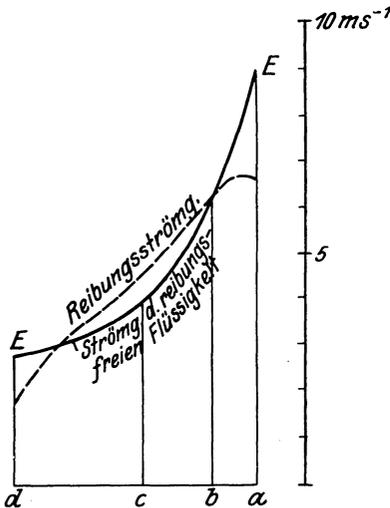


Abb. 154a. Verlauf der Meridianschwindigkeit längs der Normallinie  $0-0$  (Abb. 153).

Wollte man nun die Reibung berücksichtigen, so könnte man die  $c_m$ -Kurven der einzelnen Normallinien, wie in Abb. 154a gestrichelt angegeben, unter Beachtung der Geschwindigkeitskurve der Abb. 20 so ändern, daß die Wassermenge,

$$\text{d. h. der Ausdruck } V = \int_0^y 2r \pi dy c_m,$$

wo  $y$  die Länge der einzelnen Normallinie, gleich bleibt. Allerdings macht dann der Entwurf des Strombildes erhebliche Mehrarbeit, weil die Verfahren des Abschnitts 7 nicht mehr anwendbar sind.

Die Zugrundelegung der freien Strömung kann aber ebenfalls zu günstigen Schaufelformen führen, wenn die Lage der Austrittskante wie im nächsten Abschnitt abgeleitet gewählt wird. Dadurch können auch die Unterschiede im Austrittswinkel  $\beta_2$  gemildert oder sogar beseitigt werden.

#### 74. Einfluß des Verlaufs der Ein- und Austrittskante auf das betriebliche Verhalten.

In Abschnitt 68 ist gezeigt, wie die Eintrittskante bei der bisher besprochenen Schaufelform zu legen ist, damit die einzelnen Stromfäden dieselbe theoretische Förderhöhe  $H_{\text{th}}$  besitzen. Die tatsächliche

Förderhöhe  $H = \eta_h H_{th}$  wird aber nur dann gleich groß sein, wenn der hydraulische Wirkungsgrad übereinstimmt. Dies wird bei der verschiedenen Form der Teilträder kaum erwartet werden dürfen, da sowohl Länge wie Querschnitt der einzelnen Kanäle, ferner die Relativgeschwindigkeiten ganz verschieden sind. Am günstigsten dürfte sich der Stromfaden  $d_1 d_2$  verhalten, da hier die relative Eintrittsgeschwindigkeit am kleinsten ist.

Deshalb ist zu vermuten, daß die Strömung nicht ganz entsprechend den zugrunde gelegten Stromlinien des Meridianschnitts verläuft, sondern die Verschiedenheit der erzeugten Förderhöhe bedingt Unterströmungen, die die Wirkung nachteilig beeinflussen werden. Man könnte aber versuchen, diese Unterschiede durch Verkürzung des Fadens  $d_1 d_2$  oder Verlängerung des Fadens  $a_1 a_2$  zu beseitigen.

Noch größer werden die Unterschiede im Verhalten der einzelnen Teilkanäle, wenn die Leistung von der normalen abweicht, weil die Verschiedenheit des Eintrittsstoßes hinzukommt. Ein gewisses Bild ergibt sich aus der Bestimmung des Anlaufdrucks  $H_0$ , der sich bei geschlossenem Schieber einstellt. Dieser beträgt nach Gl. (42) des Abschnitts 54 für Leitradpumpen

$$H_0 = \frac{1}{g} \left( \frac{\pi D_2 n}{60} \right)^2 \left( \frac{0,7 + p}{(1 + p)^2} - 0,3 \frac{D_1^2}{D_2^2} \right), \quad (22)$$

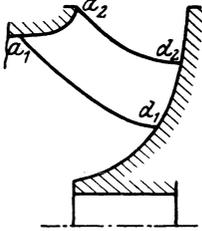
$$\text{wo } p = \frac{\psi r_2^2}{z S}.$$

Aus dieser Gleichung folgt, daß im Schwebezustand längs der Austrittskante die Förderhöhe stark verschieden ist, falls  $D_1$  sich ändert, aber  $D_2$  konstant bleibt, wie das bei den bisher behandelten Radformen der Fall ist. Der Leerlaufdruck ist am größten an der Stromlinie  $d_1 d_2$  und am kleinsten an der Stromlinie  $a_1 a_2$ . Es ist deshalb damit zu rechnen, daß der äußere Teil der Schaufel nicht imstande ist, dem vom inneren Teil erzeugten Druck das Gleichgewicht zu halten, also außen ein Rückströmen und innen ein Fördern stattfinden wird. Ähnliche Verhältnisse werden sich einstellen, wenn die Pumpe zwar fördert, aber die Fördermenge kleiner ist als die normale. Die entstehende Umlaufströmung stimmt ihrer Richtung nach mit der zuerst abgeleiteten überein, so daß sich also beide Einflüsse verstärken werden.

Abhilfe kann aber erzielt werden, wenn gleichlaufend beide Durchmesser  $D_1$  und  $D_2$  sich ändern, also auch die Austrittskante im Aufriß nicht mehr parallel zur Achse bleibt, sobald dies für die Eintrittskante nicht mehr zutrifft. Gl. (22) gibt für Pumpen mit Austrittsleitrad (das allerdings bei den vorliegenden Radformen kaum in Frage kommt) einen Anhalt über das gegenseitige Abhängigkeitsverhältnis zwischen  $D_1$  und  $D_2$ , wenn  $H_0$  für alle Wasserfäden gleich groß ist. Eine einwandfreie Beziehung läßt sich nicht aufstellen. Auch muß mit dieser Bedingung die Bedingung der Gleichheit der Förderhöhen  $H$  für Normallast vereinigt werden, die nach Gl. (46), S. 93 bei unveränderlichem  $\eta_h$  auf die Gleichheit des Ausdrucks  $\frac{r_2^2}{S}$  für alle Stromfäden führt. Solange

für die Erfüllung der ersten Bedingung keine zuverlässigen Unterlagen vorliegen, kann nur diese letztere Bedingung beachtet und eingehalten werden.

Auf diese Weise entsteht eine Schauffelform nach Art der in Abb. 155 gezeichneten, die bereits der Axialschaufel nahekommt. Der Verschiedenheit des Austrittsdurchmessers ist durch entsprechende Änderung des Schaufelwinkels  $\beta_2$  längs der Austrittskante  $a_2 d_2$  Rechnung zu tragen. Der jeweilige Wert von  $\beta_2$  ergibt sich für den Fall senkrechten Eintritts, indem zunächst  $c_{2u}$  nach der Hauptgleichung, also aus



$$c_{2u} = \frac{g H_{th\infty}}{u_2} \quad (23)$$

und damit  $\operatorname{tg} \beta_2 = \frac{c_{2m}}{u_2 - c_{2u}}$  bestimmt wird.

Strömt das Wasser dem Laufradeintritt nicht senkrecht zu, so muß der Drall  $r_1 c_{1u}$  nach dem Flächensatz längs der ganzen Eintrittskante unveränderlich sein, so daß auch  $u_1 c_{1u}$  unveränderlich ist, welcher Betrag, gemäß der allgemeinen Form der Hauptgleichung, dem Wert  $g H_{th\infty}$  der Gl. (23) noch hinzugefügt werden muß.

Falls  $\frac{r_2^2}{S}$  für alle Stromfäden nicht gleich ist, ändert strenggenommen auch  $H_{th\infty}$  seinen Wert.

Damit der den kleinsten Außendurchmesser besitzende innere Stromfaden  $d_1 d_2$  die verlangte Förderhöhe noch erreicht, muß die Drehzahl sich nach diesem richten, weil sonst der Winkel  $\beta_2$  dort leicht zu groß wird. Insbesondere ist hierauf zu achten, falls die Meridiangeschwindigkeit  $c_m$  längs derselben Normallinie gleich groß angenommen wird. Bei Zugrundelegung der Verhältnisse der freien Strömung dagegen kann sogar, wie die Betrachtungen in Abschnitt 73 gezeigt haben, Gleichheit des Winkels  $\beta_2$  für alle Stromfäden trotz der geneigten Austrittskante erzielt werden. Jedenfalls wird bei diesen Rädern die Schnellläufigkeit eine höhere sein als bei den Rädern mit überall gleichem Austrittsdurchmesser  $D_2$ .

Der Entwurf der Schaufel kann wieder nach den in Abschnitt 72 (oder 73) angegebenen Verfahren erfolgen. Im Meridianschnitt wird der Verlauf der Austrittskante angenommen und der Verlauf der Eintrittskante so bestimmt, daß das statische Moment  $S$  des äußeren Stromfadens  $a_1 a_2$  der Bedingung der Vermeidung der Kavitation gemäß Gl. (3) genügt und der Wert  $\frac{r_2^2}{S}$  oder  $\frac{D_2^2}{S}$  für alle Stromfäden annähernd gleich wird<sup>1)</sup>. Bei der punktwisen Berechnung der Schaufel wird im

<sup>1)</sup> Wegen der Verschiedenheit der Winkel  $\beta_2$  und der Werte  $c_{2m}$  wäre strenggenommen auch die Veränderlichkeit des Wertes  $\psi$  zu berücksichtigen, so daß die Bedingung der Gleichheit der Minderleistung lauten müßte  $\psi \frac{r_2^2}{S} = \text{const}$  oder gemäß Gl. (42b), S. 93  $(1 - a) \frac{r_2^2}{S} = \text{const}$ , wo  $a$  aus Gl. (41a), S. 92 sich ergibt.

Grundriß nur die Austrittskante angenommen und die Eintrittskante in der gleichen Weise, wie in Abschnitt 69b und 72 angegeben ist, bestimmt.

Das Verfahren der Abwicklung der Schaufelenden auf Kegelflächen ist wegen der unübersichtlichen Austrittsverhältnisse für diese Schaufelform nicht so gut geeignet wie die punktweise Errechnung.

Wird das Strombild im Meridianschnitt nach den Gesetzen der freien Strömung entworfen, so ergibt die punktweise Bestimmung jetzt einen erheblich günstigeren Schaufelverlauf als in Abschnitt 73 für die frühere Lage der Austrittskante erhalten wurde, weil der Faden  $d'_2 d''_2$  auch im Grundriß sich verkürzt.

### 75. Verfahren der punktweisen Errechnung der Schaufel, wenn die Ein- und Austrittskanten im Grundriß radial verlaufen.

Bauersfeld<sup>1)</sup> hat an Hand der Lorenzschen Turbinentheorie<sup>2)</sup> nachgewiesen, daß die Meridianströmung einer reibungslosen Flüssigkeit in einem Kreisrad mit unendlicher Schaufelzahl als freie Strömung verläuft, wenn die Kurven gleichen Dralls  $rc_u$  im Grundriß radial erscheinen. Obwohl die endliche Schaufelzahl und die Reibung die Gültigkeit dieses Gesetzes beeinträchtigen, so werde doch im nachstehenden der hierauf gegründete Entwurf der Schaufel beschrieben, weil daran gleichzeitig gezeigt werden kann, wie vorzugehen ist, wenn man die Eintrittskante im Grundriß annimmt und danach ihren Verlauf im Aufriß bestimmt. Dabei sei eine Schaufelform nach Art der Abb. 155 angenommen.

Die Ein- und Austrittskanten werden offenbar in Axialebenen liegen müssen, weil sie Linien gleichen Dralls sind. Ihr Verlauf ist also im Grundriß bekannt, wenn je ein Punkt gegeben ist. Wir gehen nun so vor, daß wir die Austrittskante im Aufriß und Grundriß annehmen und zunächst den Verlauf einer Stromlinie ( $c_1 c_2$ ) im Grundriß nach dem bisherigen Verfahren der punktweisen Errechnung bestimmen (Abb. 156, 157, 157a). Das Strombild der freien Meridianströmung sei nach den in Abschnitt 7 gemachten Angaben entworfen. Der Bestimmung der Schaufel werden die Kurven der  $rc_u$  und  $c_m$  zugrunde gelegt, von denen die letztere sich aus dem Strombild ergibt und die erstere unter Beachtung der bekannten Grenzwerte  $r_1 c_{1u} = 0$  und  $r_2 c_{2u} = \frac{u_2 c_{2u}}{\omega} = \frac{gH_{th\infty}}{\omega}$  anzunehmen ist (Abb. 157a)<sup>3)</sup>. Auf Grund der hiernach bestimmten Projektion  $c'_1 c'_2$  des betrachteten Stromfadens ist der Verlauf der Eintrittskante im Grundriß bekannt, und es sind nun

<sup>1)</sup> Vgl. die in der Fußbemerkung S. 193 erwähnte Arbeit.

<sup>2)</sup> Z. V. d. I. 1905, S. 1670 oder Lorenz: Neue Theorie und Berechnung der Kreisräder. München und Berlin 1906. 2. Aufl. 1911.

<sup>3)</sup> Der Wert  $c'_m$  in Abb. 157a und 157c bedeutet die Meridiangeschwindigkeit ohne Berücksichtigung der zunächst schätzungsweise anzunehmenden Schaufelverengung.

die übrigen Stromlinien so einzutragen, daß der Drall für den gleichen Winkel  $\varphi$  der gleiche ist, um dem obigen Gesetz zu genügen. Der Ver-

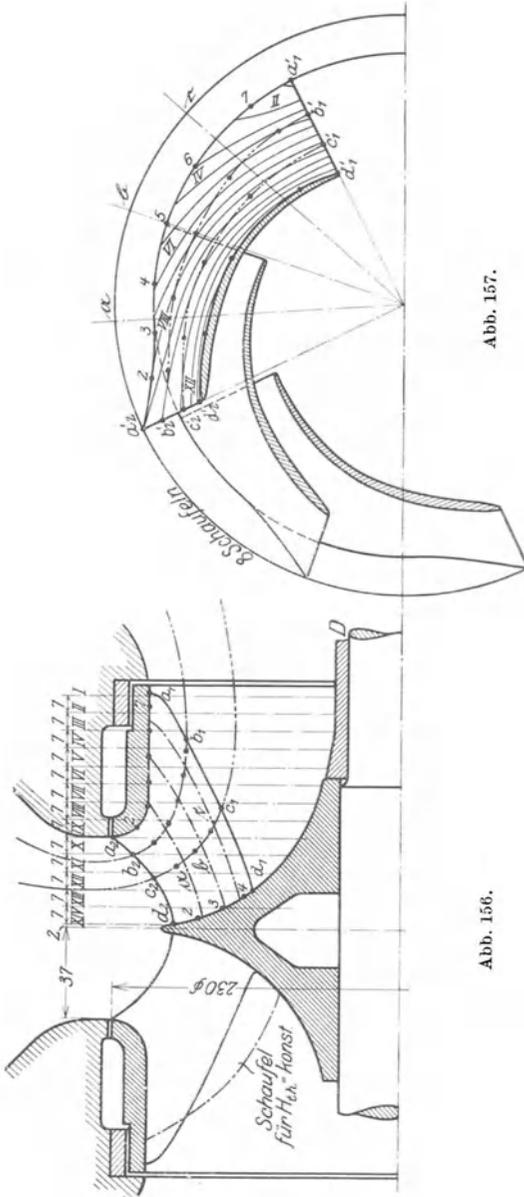


Abb. 156.

Abb. 157.

Abb. 156, 157. Laufrad für  $900 \text{ m}^3/\text{h}$  auf  $16 \text{ m}$  bei  $2510 \text{ Umdr./min}$  mit Ein- und Austrittskante in Axialebenen nach dem Verfahren von Bauersfeld.

lauf der Eintrittskante im Aufriß ist dann erst bekannt, wenn alle Stromlinien im Grundriß eingezeichnet sind.

Für alle Stromlinien gemeinsam ist die der ersten Strombahn  $c_1 c_2$  zugrunde liegende Kurve der  $r c_u$  in Abhängigkeit von  $\varphi$ , die in Abb. 157 b auf Grund der beiden in Abb. 157 a enthaltenen Kurven der  $\varphi$  und  $r c_u$  herausgezeichnet ist. Es handelt sich nun darum, aus dieser Linie die  $(\varphi, x)$ -Kurven für die noch nicht gezeichneten Stromlinien abzuleiten, da damit auch der Zusammenhang zwischen  $\varphi$  und  $r$  gegeben ist, der zum Aufzeichnen der Stromlinien im Grundriß nötig ist. Zunächst kann nur, wie in Abb. 157 c für den Faden  $a_1 a_2$  geschehen, die

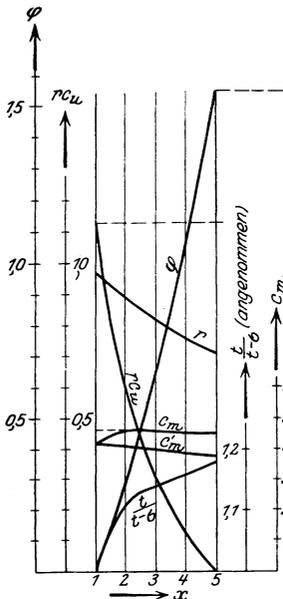


Abb. 157 a.

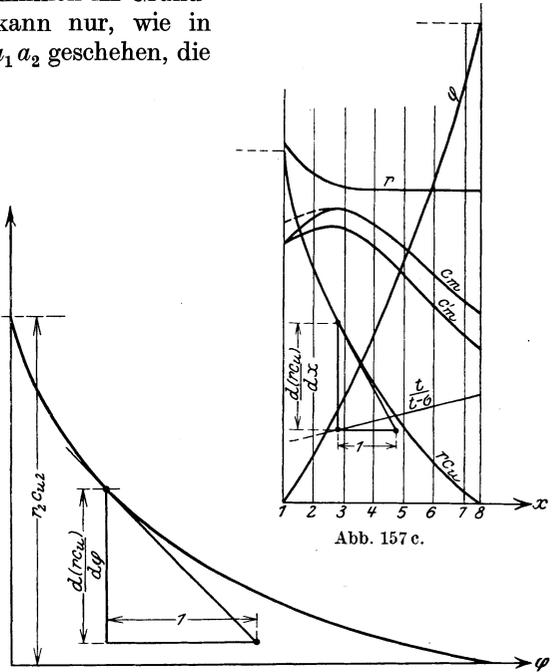


Abb. 157 b.

Abb. 157 c.

Abb. 157 a bis 157 c. Diagramme zur Schaufel nach Abb. 156, 157.

Linie der  $r$  und  $c_m$  in Abhängigkeit von  $x$  angegeben werden. Man benutzt nun Gl. (13) und schreibt sie in der Form

$$\frac{d\varphi}{dx} = \frac{1}{r \operatorname{tg} \beta} = \frac{1}{r} \frac{u - c_u}{c_m} = \frac{r^2 \omega - (r c_u)}{r^2 c_m}. \quad (24)$$

Hieraus könnte die  $(\varphi, x)$ -Kurve, wenn man mit  $x=0$ , d. h.  $\varphi=0$  beginnt, durch schrittweises Aneinanderreihen der Tangenten ermittelt werden, wobei die  $(r c_u)$ -Werte aus Abb. 157 b entnommen werden. Da die  $\varphi$ -Kurve häufig stark gekrümmt ist, ist dieses Verfahren aber ungenau. Deshalb empfiehlt es sich, nach Bauersfeld zunächst die  $(r c_u, x)$ -Kurve in Abb. 157 c zu zeichnen und Gl. (24) zu schreiben

$$\frac{d\varphi}{d(r c_u)} \frac{d(r c_u)}{dx} = \frac{r^2 \omega - (r c_u)}{r^2 c_m},$$

woraus

$$\frac{d(r c_u)}{dx} = \frac{d(r c_u)}{d\varphi} \frac{r^2 \omega - (r c_u)}{r^2 c_m}. \quad (25)$$

Hierin sind die Werte  $\frac{d(r c_u)}{d\varphi}$  unmittelbar aus Abb. 157 b bestimmt.

Die Kurve der  $r c_u$  kann mittels Gl. (25), wenn man von der Ordinatenachse aus mit dem bekannten Wert  $r_2 c_{2u}$  beginnt, schrittweise durch Anlegen der Tangenten entwickelt werden, womit auch die  $\varphi$ -Werte nach Abb. 157 b gegeben sind. Die Probe des Verfahrens liegt darin, daß man aus den erhaltenen  $(r c_u)$ -Kurven in der S. 198 besprochenen Weise zu denselben  $\varphi$ -Werten gelangen muß.

Die Schaufelung der Abb. 156 und 157 ist für die gleiche Pumpenleistung und den gleichen Verlauf der Radwände gezeichnet wie das Beispiel des Abschnittes 71. Der größte Raddurchmesser ist aber von 240 auf 230 mm erniedrigt und die Drehzahl von 1800 auf 2150/min erhöht. Die spezifische Drehzahl beträgt nach Gl. (61), S. 187  $n_s = 490$ .

Die erhaltene Lage der Eintrittskante im Aufriß ergibt einen kurzen Faden  $d_1 d_2$  und einen langen Faden  $a_1 a_2$ . Zum Vergleich ist auf die linke Seite der Abb. 156 der Verlauf der Eintrittskante für gleiches

$H_{th}$ , also mit  $\frac{r_2^2}{S} = \text{const}$ , strichpunktiert eingetragen. Daraus ergibt

sich, daß die nach dem Bauerfeldschen Verfahren gezeichnete Schaufel den Verhältnissen der endlichen Schaufelzahl wahrscheinlich insofern nicht gerecht wird, als die einzelnen Wasserfäden auf verschiedene Höhe fördern<sup>1)</sup>. Man könnte dies vielleicht zum Teil ausgleichen, indem bei den zu kurzen Fäden die Schaufelfläche über die erhaltene Eintrittskante hinaus um ein wirkungsloses Stück verlängert wird, für welches  $r c_u$ , also auch  $c_u = 0$  ist. Ferner bleibt dahingestellt, ob der schlechtere hydraulische Wirkungsgrad des Fadens  $a_1 a_2$  es nicht rechtfertigt, diesen nach der Saugseite zu verlängern, um dadurch die Minderleistung entsprechend zu verkleinern.

Auch bei diesem Verfahren wäre der schon am Schluß des Abschnittes 73 gemachte Vorschlag in Erwägung zu ziehen, das Strombild der Meridianströmung der Reibungsströmung dadurch anzupassen, daß man die  $c_m$ -Kurven der einzelnen Normallinien in Anlehnung an Abb. 20 ändert.

<sup>1)</sup> Die Berücksichtigung der etwas genaueren, in Fußbemerkung S. 212 angegebenen Beziehung  $(1 - a) \frac{r_2^2}{S} = \text{const}$  würde allerdings den Verlauf der in Abb. 156 eingetragenen Linie  $H_{th} = \text{const}$  etwas ändern.

## K. Die Axialpumpe.

### 76. Berechnung auf Grund der Turbinentheorie.

Bei den hier zu behandelnden Rädern behält der Wasserstrom beim Durchgang durch die Schaufelkanäle im wesentlichen seinen Abstand von der Drehachse bei (Abb. 3). Da also  $u_1 = u_2 = u$ , so bekommt die Hauptgleichung die vereinfachte Form

$$H_{th\infty} = \frac{u}{g} (c_2 \cos \alpha_2 - c_0 \cos \alpha_0) = \frac{u}{g} (c_{2u} - c_{0u}), \quad (1)$$

wo  $H_{th\infty}$  die bei unendlicher Schaufelzahl vorhandene Schaufelarbeit bedeutet. Das zugehörige Geschwindigkeitsdiagramm zeigt Abb. 158.

Der Kanalwirbel, der bei den Radialschaufeln gemäß Abschnitt 32 die Arbeitsübertragung auf das Wasser verständiglich machte, fehlt vollständig, weil in dem S. 81 abgeleiteten Ausdruck  $\omega \cos \psi$  für die Winkelgeschwindigkeit des Kanalwirbels  $\psi = 90^\circ$ , also  $\cos \psi = 0$ , zu setzen ist<sup>1)</sup>. Die Entstehung eines Schaufeldrucks, der die Arbeitsleistung

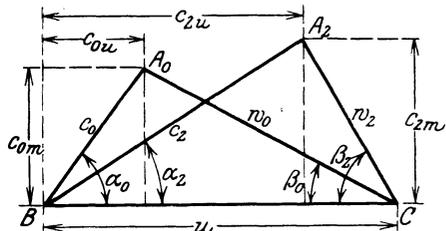


Abb. 158. Geschwindigkeitsdiagramm einer Axialpumpe für beliebigen Eintrittswinkel  $\alpha_0$ .

bedingt, ist hier nur insoweit möglich, als infolge von Richtungs- und Querschnittsänderungen Druckunterschiede auf beiden Schaufelseiten hervorgerufen werden. Es ist demnach zu vermuten, daß Axialpumpen nicht ganz so zuverlässig arbeiten wie Radialpumpen. Dies geht auch daraus hervor, daß die Zentrifugalkräfte die Druckerhöhung nicht mehr unterstützen. Daß hier die Relativströmung wirbelfrei ist, zeigt auch die Energiegleichung für die Relativströmung [Gl. (17), Abschnitt 27], welche mit  $u_2 = u_1$  die Form annimmt

$$h + \frac{w^2}{2g} = h_0 + \frac{w_0^2}{2g} = \text{Const},$$

also übereinstimmt mit der S. 6 für wirbelfreie Strömung abgeleiteten Gleichung von Bernoulli.

Aus dem Fehlen des Kanalwirbels darf aber nicht geschlossen werden, daß bei Axialpumpen die Schaufelzahl ohne Einfluß auf die Förderhöhe wäre, sondern auch hier ist eine Eintritts- und Austrittsablenkung vorhanden. Dies folgt zunächst schon aus der Betrachtung der in Abb. 12 dargestellten Strömung in einem Kreisrümmen, denn die Wasserbahnen besitzen in den Endquerschnitten des Krümmers im Mittel eine Richtung, die von der des letzten Krümmerelements in dem Sinne abweicht, daß die tatsächliche Richtungsänderung

<sup>1)</sup> Dies ist so zu verstehen, daß im Schnittbild nach einem Kreiszyylinder, dessen Achse mit der Drehachse zusammenfällt, der infolge der Drehbewegung des Rades stets auftretende relative Wirbel nicht erscheint und deshalb bei der Axialpumpe wirkungslos ist.

verringert wird. Auch die in Abschnitt 33 angestellten Betrachtungen sind, soweit sie nicht vom Kanalwirbel ausgehen, ohne weiteres auf den Fall der Axialpumpe anwendbar. Das Bild der Relativströmung wird also etwa, wie in Abb. 159 für weite Teilung angegeben ist, beschaffen sein. Das Wasser schlüpft gewissermaßen zwischen den Schaufeln so durch, daß es möglichst wenig Arbeit aufnimmt. Entsprechend den früheren Abb. 72 und 73 wird das Geschwindigkeitsdiagramm für Eintritt und Austritt die in Abb. 160 angegebene Form besitzen, falls der Eintrittswinkel  $\alpha_0$  des zuströmenden Wassers gleich  $90^\circ$  ist.

Die Untersuchungen im Abschnitt 37b gelten offenbar auch für den Fall der Axialpumpe. Somit kann die Berechnung nach den dort abgeleiteten Gleichungen, also in derselben Weise wie früher, erfolgen. Da das statische Moment der Stromfäden des Meridianschnitts

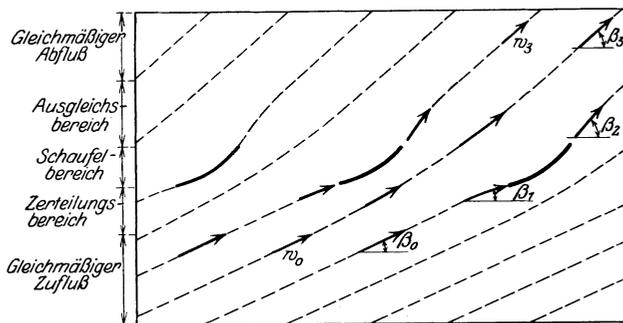


Abb. 159. Relativströmung in einer Axialpumpe weite Teilung<sup>1)</sup>.

$S = \int_0^e dx r = r e$ , wenn  $e$  die axiale Länge der Schaufel (vgl. Abb. 135), so ist gemäß Gl. (45), S. 93 die Schaufelarbeit für unendliche Schaufelzahl, die in Gl. (1) einzuführen ist, aber wieder nur die Bedeutung einer reinen Rechnungsgröße hat:

$$H_{th\infty} = H_{th} \left( 1 + \frac{\psi}{z} \frac{r}{e} \right) \quad (2)$$

oder, weil  $\frac{2r\pi}{z}$  gleich der Schaufelteilung  $t$ ,

$$H_{th\infty} = H_{th} \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{\psi}{\pi} \frac{t}{e} \right) = H_{th} \left( 1 + 0,16 \psi \frac{t}{e} \right). \quad (2a)$$

Ferner ist die Verminderung der Umfangskomponente am Austritt nach Gl. (43), S. 93

$$\kappa_2 u_2 = \psi \frac{g}{z} \frac{r}{e} \cdot \frac{H_{th}}{u} = \psi \cdot \frac{g}{z} \frac{H_{th}}{e \omega} \quad (3)$$

oder

$$\kappa_2 u_2 = 0,16 g \psi \frac{t}{e \cdot u}. \quad (3a)$$

Am Eintritt ergibt sich für  $\kappa_1 u_1$  aus Gl. (52) des Abschnitts 37 der gleiche Ausdruck. Doch ist hier  $\psi$  wahrscheinlich kleiner, weil  $\beta_1 < \beta_2$ .

<sup>1)</sup> Vgl. auch Thoma: Z. V. d. I. 1921, S. 683, Abb. 13.

Mit Rücksicht auf die geringe Größe der Eintrittsablenkung soll, solange Erfahrungsgrundlagen fehlen, gesetzt werden

$$\kappa_1 u_1 = \kappa_2 u_2. \quad (4)$$

Die Werte  $\kappa_2 u_2$  und  $\kappa_1 u_1$  sind zur Berechnung der Ablenkungswinkel  $\delta_2$  und  $\delta_1$  auf graphischem Wege oder nach den Gl. (55) bis (58), S. 96 notwendig. Die Bestimmung von  $\kappa_1 u_1$  nach Gl. (4) ist trotz der rohen Annäherung ausreichend, weil  $\delta_1$  sehr klein ist und meist vernachlässigt werden kann. Der Zahlenwert  $\psi$  wird sich auch hier etwa zwischen den Grenzen 0,80 bis 1 bewegen, sofern Leitschaufeln vorhanden sind, und ohne diese häufig etwas größer sein. Sind die Schaufelenden auf ein längeres Stück wirkungslos, d. h. als Schraubenlinien ausgebildet, so können sich auch  $\psi$ -Werte ergeben, die unter diesen Zahlen liegen.

Die wirkliche Schaufelarbeit (theoretische Förderhöhe)  $H_{th} = \frac{1}{\eta_h} H$  ergibt sich aus

$$H_{th} = \frac{u}{g} (c_{3u} - c_{0u}), \quad (5)$$

wobei  $c_{3u} = c_{2u} - \kappa_2 u_2$  die Umfangskomponente des

Wassers am Austritt nach erfolgtem Ausgleich der durch die Ablenkung bedingten Strömungsunterschiede bedeutet (Abb. 160).

**Wahl der Winkel.** Man wird den Schaufelwinkel  $\beta_1$  in der Weise bestimmen, daß man zunächst den Winkel  $\beta'_0$ , welcher die Eintritts-

ablenkung noch nicht berücksichtigt, bestimmt aus  $\operatorname{tg} \beta'_0 = \frac{c_1}{u}$  und

anschließend den Ablenkungswinkel  $\delta_1 = \beta_1 - \beta'_0$  mittels  $\kappa_1 u_1$  aus Gl. (3) und (4) ermittelt, was nach Gl. (57), S. 96 oder graphisch geschehen kann. Ebenso ergibt sich der Schaufelwinkel  $\beta_2$ , indem ent-

weder aus Gl. (5)  $c_{3u}$ , dann  $\beta'_2$  aus  $\operatorname{tg} \beta'_2 = \frac{c_{2m}}{u - c_{3u}}$  und aus Gl. (55), S. 96

$\delta_2$  errechnet wird, oder man benutzt Gl. (2) bzw. (2a) und anschließend

Gl. (1), womit  $\operatorname{tg} \beta_2 = \frac{c_{2m}}{u - c_{2u}}$ . Hierbei ist vorausgesetzt, daß die Um-

fangsgeschwindigkeit  $u$ , ebenso die Meridiangeschwindigkeit  $c_{1m}$  und  $c_{2m}$  am Ein- und Austritt angenommen sind.

Um ein überschlägliches Bild über den Verlauf der Axialschaufel zu erhalten, werde im folgenden vorübergehend  $c_{0m} = c_{1m} = c_{2m} = c_m$  angenommen, was bei reiner Axialströmung ohne Berücksichtigung der Schaufelverengung übrigens stets der Fall ist. Weil nun gemäß Abb. 158

$$c_{2u} - c_{0u} = w_0 \cos \beta_0 - w_2 \cos \beta_2 = c_{0m} \operatorname{ctg} \beta_0 - c_{2m} \operatorname{ctg} \beta_2,$$

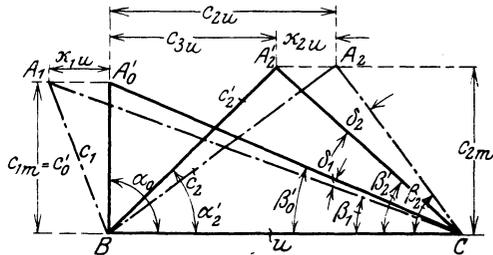


Abb. 160. Geschwindigkeitsdiagramme einer Axialpumpe für die Strömung vor und hinter den Schaufelspitzen am Ein- und Austritt für einen Eintrittswinkel  $\alpha_0 = 90^\circ$ .

so ist unter der eben gemachten Voraussetzung

$$H_{\text{th}\infty} = \frac{u}{g} c_m (\text{ctg}\beta_0 - \text{ctg}\beta_2). \quad (6)$$

Da  $\beta_0$  nahezu mit  $\beta_1$  übereinstimmt, so folgt hieraus, daß bei reinen Axialpumpen eine Arbeitsübertragung auf das Wasser nur möglich ist, wenn  $\beta_2 > \beta_1$ , also die Schaufel im Sinne der Drehrichtung, d. h. nach vorwärts gekrümmt ist. Aus Gl. (6) ist ferner zu ersehen, daß die beiden Winkel  $\beta_1$  und  $\beta_2$  um so weniger voneinander verschieden sind, je größer die Umfangsgeschwindigkeit  $u$ . Die Schaufel verläuft also um so flacher, je größer  $u$  gewählt wird. Mit zunehmender Umfangsgeschwindigkeit wird weiter der Eintrittswinkel  $\beta_1$  kleiner, wie aus der Betrachtung des Geschwindigkeitsplanes der Abb. 160 sich ergibt; somit nimmt in diesem Falle auch  $\beta_2$  ab.

Es entsteht nun die Frage, ob stark gekrümmte Schaufeln, also niedere Umfangsgeschwindigkeiten, oder schwach gekrümmte Schaufeln, also hohe Umfangsgeschwindigkeiten, für Axialpumpen günstiger sind. Hier ist auf das Ergebnis der in Abschnitt 64 angestellten Untersuchungen bezug zu nehmen, wonach die Saugfähigkeit der Axialpumpen durch die Gefahr der Kavitation sehr beeinträchtigt wird, aber durch große Umfangsgeschwindigkeit erhöht werden kann. Um die Loslösungsgefahr zu verringern und dadurch die Verwendungsmöglichkeit der Axialpumpen zu steigern, sind also hohe Umfangsgeschwindigkeiten und flache Schaufeln zweckmäßig. Diese großen Geschwindigkeiten haben auch, wie in Abschnitt 54 gezeigt wurde, die Wirkung, daß der labile Zweig der Drosselkurve sich verkürzt. Andererseits wächst aber mit der Umfangsgeschwindigkeit die relative Wassergeschwindigkeit, also der Schaufelverlust. Deshalb darf das Verhältnis  $\frac{u}{\sqrt{2gH}}$  nicht zu groß gewählt werden. Jedenfalls kann aber diese Zahl ohne weiteres bis auf 2 und mehr gesteigert werden, während sie bei Radialpumpen gemäß Abschnitt 39 nur etwa gleich 1 ist. Diese Steigerung der Umfangsgeschwindigkeit gegenüber den Radialpumpen ist hier zulässig, weil die Reibung an den Außenwänden des Rades nur gering sein kann, da die Schaufeln sich meist bis zur Nabe erstrecken, also Seitenwände fehlen (vgl. Abb. 300).

Besitzen die Schaufeln eine erhebliche radiale Erstreckung im Vergleich zum Halbmesser des Rades, so muß das Schaufelprofil entsprechend der Verschiedenheit der Umfangsgeschwindigkeit mit dem Halbmesser geändert werden. Da bei senkrechtem Eintritt  $\text{tg}\beta'_0 = \frac{c_1}{u}$ , so bekommt der Eintrittsverlauf der Schaufel die Form einer Schraubensfläche konstanter Steigung, sofern  $c_1$  konstant und die Änderung der Eintrittsablenkung  $\delta_1$  vernachlässigt wird. Der Flächenverlauf am Austritt ist durch Bestimmung der Winkel  $\beta_2$  für mehrere Stromfäden in der oben angegebenen Weise zu ermitteln. Falls von den

Gl. (2) oder (2a) für  $H_{th\infty}$  Gebrauch gemacht wird, ist zu beachten, daß sich dieser Rechnungswert mit dem Radius ändert, weil das Verhältnis  $\frac{r}{e}$  bzw.  $\frac{t}{e}$  sich ändert.

Jedenfalls nimmt entsprechend der abnehmenden Umfangsgeschwindigkeit die Schaufelkrümmung nach der Nabe hin zu. Um nicht die Grenze zu überschreiten, bei der die besprochenen Loslösungserscheinungen des Wassers eintreten, muß die Geschwindigkeit am Laufradumfang von vornherein möglichst groß gewählt werden. Aus dem gleichen Grunde ist es empfehlenswert, den Nabendurchmesser groß zu machen, da auch die Gesamtleistung des Rades dadurch wenig beeinflusst wird.

Je höher die Umfangsgeschwindigkeit  $u$  ist, um so kleiner wird nach Gl. (5) die Rotationskomponente  $c_{3u}$  des aus dem Laufrad tretenden Wassers. Am äußeren Umfang ist deshalb jedenfalls  $c_{3u}$  sehr klein. Weil ferner die Meridiansgeschwindigkeit am Ein- und Austritt nur wenig verschieden sein kann, so ist auch die absolute Austrittsgeschwindigkeit  $c_3$  nur wenig größer als die Eintrittsgeschwindigkeit  $c_0$ . Die zugeführte Arbeit äußert sich also im wesentlichen in einer Druckerhöhung, d. h. im Spaltdruck. Die Pumpe arbeitet demnach mit um so höherem Reaktionsgrad, je größer die Umfangsgeschwindigkeit ist. Vom Radumfang nach der Nabe hin wird der Spaltdruck abnehmen, weil  $c_{3u}$  zunimmt. An der Nabe kann die Pumpe unter Umständen mit Freistrahlgwirkung oder sogar Unterdruck arbeiten, womit die in Abschnitt 26 erwähnten Nachteile verbunden sind. Auch hieraus folgt wieder, daß bei Axialpumpen kleine Umfangsgeschwindigkeiten bzw. starke Krümmungen der Schaufel nicht am Platze sind.

Wegen der kleinen Umfangskomponente  $c_{3u}$  am Laufradumfang sind, wie bei jeder schnellaufenden Pumpe, Austrittsleitapparate überflüssig und ein spiralförmiger Übergang zum Druckstutzen gemäß Abschnitt 43 am zweckmäßigsten (vgl. Abb. 175). Der Strömungsverlauf des austretenden Wassers wurde bereits in Abb. 16 dargestellt. Zur leichteren Umwandlung der Rotationsgeschwindigkeit des Wassers in Druck, empfiehlt es sich aber, das Wasser in radialer, nicht axialer Richtung abzuführen.

**Grenzen der Anwendung der Axialpumpe.** Der Wirkungsgrad der Axialpumpe ist nach den bisherigen Erfahrungen schlechter als der der Radialpumpe. Inwieweit hierbei unrichtige Durchbildung der Schaufelfläche die Ursache ist, mag dahingestellt bleiben. Ist beispielsweise die Schaufel nicht in allen Teilen so durchgebildet, daß die Schaufelarbeit  $H_{th}$  für jeden Halbmesser  $r$  die gleiche, also  $H_{th\infty}$  entsprechend Gl. (2) oder (2a) verschieden ist, so entstehen Unterströmungen, die den Wirkungsgrad herabsetzen.

Aber selbst bei sorgfältigster Formgebung wird nicht zu verhindern sein, daß solche Unterströmungen sofort entstehen, sobald von der Liefermenge des stoßfreien Eintritts abgewichen wird, weil die Förderhöhe mit der Wassermenge sich längs einer Schaufel wegen der Verschiedenheit der Umfangsgeschwindigkeit verschieden ändert.

Abb. 161 zeigt die Drosselkurven einer Axialpumpe mit Leitschaufeln für den Wasserfaden am äußeren Umfang (Kurve *A*) und an der Nabe (Kurve *B*), wie sie sich aus der Rechnung nach Gl. (37) des Abschnitts 54 ergeben, falls der Nabendurchmesser halb so groß ist wie der äußere Durchmesser. Bei einer Wasserlieferung, die kleiner ist als die normale, fördern somit die äußeren Teile der Schaufeln auf wesentlich höherem Druck als die inneren Teile. Die Folge muß sein, daß das aus dem Rad tretende Wasser das Bestreben hat, den inneren Laufkanälen wieder zuzuströmen, von wo es durch die Zentrifugalkraft wieder nach außen getrieben wird. Die so entstehenden starken Unterströmungen haben zunächst zur Folge, daß die tatsächliche Drosselkurve einer Axialpumpe von den in Abb. 161 gezeichneten Formen abweicht und, wie Abb. 162 angibt, eine von der  $H_x$ -Achse aus mit wachsender Fördermenge nach der  $V_x$ -Achse abfallende Kurve darstellt. Sie führen weiter zu einer Eigentümlichkeit der Axialpumpe, die sich manchmal störend bemerkbar macht. Diese besteht darin, daß der Kraftbedarf bei der Fördermenge Null seinen Größtwert besitzt und von hier aus entweder stetig abnimmt (Abb. 162) oder in der Nähe der Normalleistung einen Kleinstwert erreicht, von dem aus wieder eine Zunahme stattfindet<sup>1)</sup>. Das Vorhandensein des größten Kraftbedarfs bei geschlossenem Schieber erschwert das Anlassen und nötigt unter Umständen zur Anordnung von Umgangsleitungen mit Regulierringen, der beim Anlassen geöffnet wird.

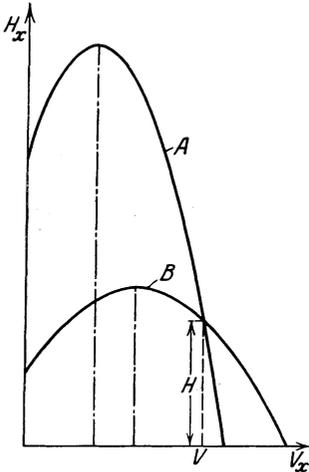


Abb. 161. Aus der Rechnung folgende Formen der Drosselkurven von Axialpumpen.

Kurve *A* gilt für den Wasserfaden am äußeren Radumfang, Kurve *B* für den Wasserfaden an der Nabe, wobei der Nabendurchmesser halb so groß als der Außendurchmesser angenommen ist.

Da die Unterströmungen unbedingt eintreten, sobald von der Wassermenge des stoßfreien Eintritts abgewichen wird, so muß die Linie der Wirkungsgrade rechts und links von diesem Betriebspunkt sehr schnell abfallen, wie auch aus Abb. 162 zu ersehen ist. Man kann diese Nachteile mildern, wenn man die Laufschaufeln drehbar anordnet, wie dies auch schon bei Turbinen und Propellern geschehen ist<sup>2)</sup>. Die Ausführung wird dadurch aber nicht unerheblich verteuert.

Infolge dieser Nachteile, zu denen sich noch die verringerte Saugfähigkeit gemäß S. 178 gesellt, wird man zur axialen Anordnung erst dann greifen, wenn die früher behandelten Radformen nicht anwendbar

<sup>1)</sup> Vgl. Neumann: Z. f. d. ges. Turbinenwes. 1917, S. 117 oder Pfeiffer: Beiträge zur Theorie und Berechnung der Schraubenpumpen auf Grund von Versuchen. Dissertation, München 1916. Abb. 162 ist dem in der Fußbemerkung 2, S. 202 erwähnten Aufsatz von Heidebrock entnommen.

<sup>2)</sup> Vgl. Oesterlen: Schnellaufende Wasserturbinen. Z. V. d. I. 1921, S. 409; Thoma: Die neuere Entwicklung der Wasserturbinen. Z. V. d. I. 1921, S. 683.

sind. Dies ist insbesondere der Fall, wenn weitgetriebene Schnellläufigkeit verlangt wird. Hier liefert die Axialpumpe die größte Steigerungsfähigkeit. Ferner ergibt das Axialrad Vorteile infolge der sehr einfachen Wasserführung von und zur Pumpe, die, wie Abb. 301, S. 348 zeigt, ohne Richtungsänderung möglich ist. Dieser Gesichtspunkt kann ausschlaggebend sein, wenn es sich um sehr große

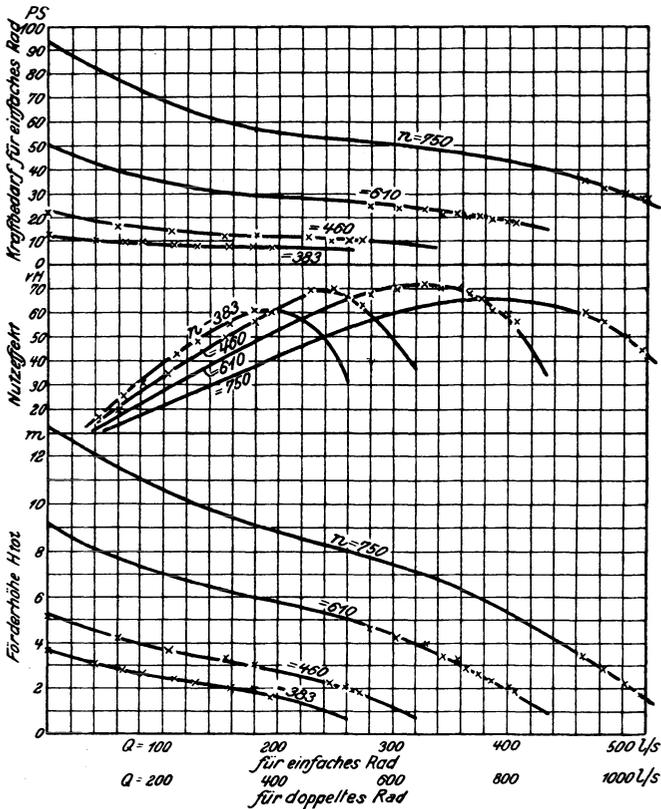


Abb. 162. Kennlinien einer Axialpumpe (Läuferform ähnlich Abb. 300).

Wassermengen handelt, ohne daß gleichzeitig hohe Schnellläufigkeit gefordert wird.

Je höher die Schnellläufigkeit ist, um so kleiner werden die Schaufelwinkel  $\beta_1$  und  $\beta_2$ , um so enger also die Kanäle und um so größer der Eintrittsstoß und die Kanalreibung. Die Entwicklung der Axialpumpen dürfte deshalb nach der Richtung einer möglichst weitgehenden Beschränkung der Schaufelzahl gehen, wie es auch bei der entsprechenden Bauart der Wasserturbine, aus der sich die Kaplan-Turbine<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> Vgl. Fußbemerkung 2 der vorhergehenden Seite.

entwickelte, der Fall war. Mit letzterer stimmt die schnellaufende Axialpumpe weitestgehend überein.

Die weite Schaufelteilung ändert an den bisherigen Betrachtungen grundsätzlich zwar nichts, aber die Ablenkung des Wassers am Ein- und Austritt wird bald so stark, daß von einer Führung des Wassers durch die Schaufel kaum mehr gesprochen werden kann. Dadurch verringert sich die Zuverlässigkeit der bisherigen auf der Kreisradtheorie aufgebauten Ableitungen, so daß es schließlich angezeigt erscheint, sich nach anderen Berechnungsgrundlagen umzusehen.

Infolge der weiten Auseinanderstellung der Schaufeln verläuft die Strömung im Bereich einer Schaufel ähnlich wie die Strömung um einen Tragflügel im unbegrenzten Luftraum. Da die Schaufeln außerdem — wie bei einem Propeller — nur an der Nabe befestigt sind, müssen sie zur Aufnahme der auf sie einwirkenden Kräfte nach der Nabe hin eine zunehmende Dicke erhalten. Infolgedessen nähern sich die Schaufelquerschnitte sehr stark den Profilen der Flugzeugtragflächen. Es ist also gerechtfertigt, die Berechnung solcher Räder in Anlehnung an die Tragflügeltheorie vorzunehmen.

### 77. Berechnung auf Grund der Tragflügeltheorie<sup>1)</sup>.

a) Der einzelne Tragflügel im unbegrenzten Raum. Wird ein Tragflügel einem Luftstrom ausgesetzt, so wirken zwei Kräfte verschiedener Art auf ihn ein, nämlich einerseits eine Kraft  $A$  (Abb. 163), die den

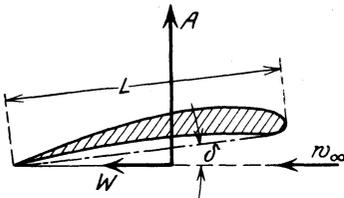


Abb. 163. Kräftewirkung auf eine Tragfläche.

Flügel senkrecht zur Richtung der herankommenden, vom Flügel unbeeinflussten Strömung zu verschieben sucht und die als „Auftrieb“ bezeichnet wird, andererseits eine Kraft  $W$ , die in der Richtung der Luftströmung wirkt und als „Widerstand“ bezeichnet wird. Der Auftrieb wird dadurch erzeugt, daß die Luftteilchen durch den Flügel senkrecht nach unten abgelenkt

werden, der Widerstand  $W$  ebenfalls durch die Ablenkung (induzierter Widerstand) und ferner durch die Reibung (Profilwiderstand).

Zwischen der Flügelfläche  $F = Lb$ , wo  $L$  die Länge des Profils,  $b$  die Breite des Flügels bedeutet, der Geschwindigkeit  $w_\infty$ , die der Flügel relativ zu den Luftteilchen in weiter Entfernung besitzt, und diesen Kräften bestehen die Beziehungen

$$A = \zeta_A \frac{\gamma}{g} F w_\infty^2, \quad (8)$$

$$W = \zeta_W \frac{\gamma}{g} F w_\infty^2. \quad (9)$$

$\zeta_A$  ist die Auftriebszahl,  $\zeta_W$  die Widerstandszahl. Beide Werte sind von der Profilform und der Stellung des Profils zur Strömungsrichtung  $w_\infty$ ,

<sup>1)</sup> Das Verfahren ist auf der von Bauersfeld für Wasserturbinen und Propeller angewandten Berechnung aufgebaut, vgl. Z. V. d. I. 1922, S. 461.

dem „Anstellwinkel“  $\delta$ , abhängig. Auf die theoretische Ermittlung dieser Zahlen soll hier nicht näher eingegangen werden. Ihre Werte sind für eine große Zahl von Profilformen ermittelt worden. Für Wasserströmung fehlen noch entsprechende Versuchsreihen, aber es ist zu vermuten, daß die Zahlen  $\zeta_A$  und  $\zeta_W$  nicht wesentlich anders ausfallen als wie für Luft, solange die Reynoldsschen Zahlen dieselbe Größenordnung besitzen, was für die vorliegenden Zwecke zutrifft.

Bei der Entnahme der Werte  $\zeta_A$  aus den Versuchen für Luftströmung ist ferner zu beachten, daß diese vom Seitenverhältnis  $\frac{L}{b}$  der

Flügelfläche abhängig sind, denn der Auftrieb wird in der Mitte des Flügels größer sein als an den Enden, weil der Druckunterschied zwischen Ober- und Unterseite sich um die Kante des Flügels herum ausgleichen kann. Auch auf den Anstellwinkel  $\delta$  muß dieses Seitenverhältnis Einfluß besitzen. Da bei den Schaufeln von Kreisrädern das seitliche Abströmen der Luft nicht auftritt, sind dort offenbar die bei unendlich großer Flügelbreite herrschenden Verhältnisse maßgebend.

Prandtl<sup>1)</sup> hat folgende Umrechnungsformeln aufgestellt, die es ermöglichen, die für irgendein Seitenverhältnis  $\frac{L}{b}$  gewonnenen

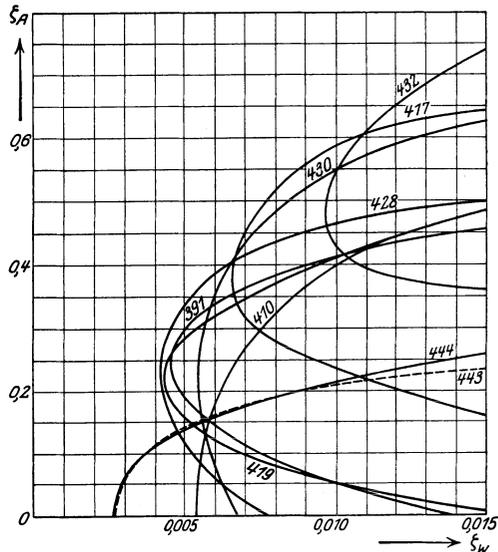


Abb. 164. Gegenseitige Abhängigkeit der Zahlen  $\zeta_A$  und  $\zeta_W$  für verschiedene Profilformen und unendlich breite Tragflächen.

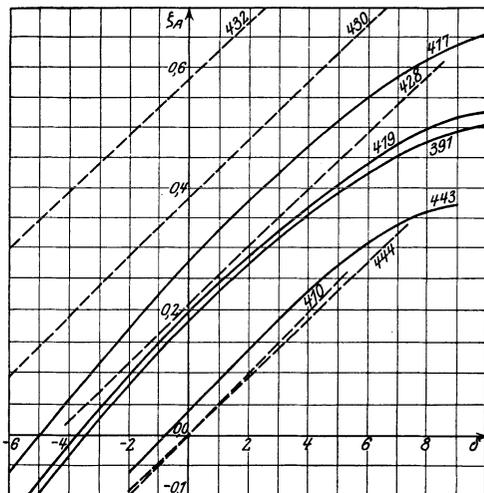


Abb. 165. Abhängigkeit der Auftriebszahl  $\zeta_A$  vom Anstellwinkel  $\delta$  für verschiedene Profilformen und unendlich breite Tragflächen.

<sup>1)</sup> Vgl. Ergebnisse der aerodynamischen Versuchsanstalt zu Göttingen. I. Lieferung. München und Berlin 1921.

Werte  $\zeta'_W$  und  $\delta'$  auf das Seitenverhältnis  $\frac{L}{b} = \frac{1}{\infty}$  umzurechnen. Zu einer bestimmten Auftriebszahl  $\zeta_A$  erhält man die zugehörigen Werte  $\zeta_W$  und  $\delta$  aus

$$\zeta_W = \zeta'_W - \frac{2}{\pi} \zeta_A^2 \frac{L}{b}, \quad (10)$$

$$\delta = \delta' - \frac{2}{\pi} \zeta_A \frac{L}{b}. \quad (11)$$

Die Richtigkeit dieser Gleichungen ist durch eine große Anzahl Versuche bestätigt.

In Abb. 164 sind für einige besonders geeignete Profilformen die Werte von  $\zeta_A$  und  $\zeta_W$ , ebenso in Abb. 165 die entsprechenden Werte  $\zeta_A$  und  $\delta$  aufgetragen, die aus der in der Fußbemerkung S. 225 angegebenen Arbeit von Prandtl entnommen und auf unendliche Flügelbreite umgerechnet sind. Die Profile selbst sind in Abb. 166 angegeben und tragen die von Prandtl benutzten Nummern, durch die auch die Kurven gekennzeichnet sind. Der Anstellwinkel  $\delta$  ist auf eine gerade Linie zu beziehen, die in Abb. 166 einer jeden Profilform beigelegt ist. Die in Abb. 165 geradlinig verlaufenden Kurven sind nach einem in der Bauersfeldschen Arbeit angegebenen Näherungsgesetz errechnet, während die übrigen den Versuchswerten genau entsprechen.

Bei der Beurteilung der Kurven der Abb. 164 ist zu beachten, daß ein Versuchspunkt um so günstiger ist, je größer der Wert  $\zeta_A/\zeta_W$ , also je steiler die nach dem Ursprung gezogene Gerade verläuft. Den besten Wirkungsgrad versprechen also für jedes Profil die Berührungspunkte der vom Ursprung an die einzelnen Kurven gezogenen Tangenten. Kleine Flächenbelastungen, die vielfach durch die Rücksicht auf Vermeidung der Kavitation bedingt sind, also kleine Werte von  $\zeta_A$ , sind zweckmäßig nur durch ganz schlanke Profile ohne Durchbiegung zu erreichen. Für größere Belastungen sind schlanke Profile ungünstig. Eine Verdickung des Profils gibt größeren Widerstand, aber auch größeren Auftrieb, wie ein Vergleich der Profile 410 und 444 zeigt. Die angegebenen Widerstandszahlen sind nur durch vollkommen glatte Oberflächen und spitze Hinterkanten zu erreichen.

**b) Die Reihe von Flügeln (Flügelgitter).** Führt man durch ein Axialrad einen Zylinderschnitt, wobei die Achsen des Rades und des Zylinders zusammenfallen, und rollt die Schnittfläche ohne Unterbrechung in die Ebene ab, so folgen die Schaufelschnitte in endlos geradliniger Reihe aufeinander. Bei der Verfolgung der Strömung um ein solches „Gitter“ können die für den einzelnen Flügel gültigen Gleichungen verwendet werden<sup>1)</sup>, falls einerseits für  $w_\infty$  der geometrische Mittelwert  $\overline{DC}$  der Geschwindigkeiten  $\overline{A_0C} = w_0$  und  $\overline{A_3C} = w_3$  eingesetzt wird, die in weiter Entfernung vor und hinter dem Gitter vorhanden

<sup>1)</sup> Vgl. Kutta: Über ebene Zirkulationsströmungen nebst flugtechnischen Anwendungen. Sitzungsberichte der Kgl. Bayerischen Akademie der Wissenschaften, Mathematisch-physikalische Klasse. München 1911, S. 108ff.

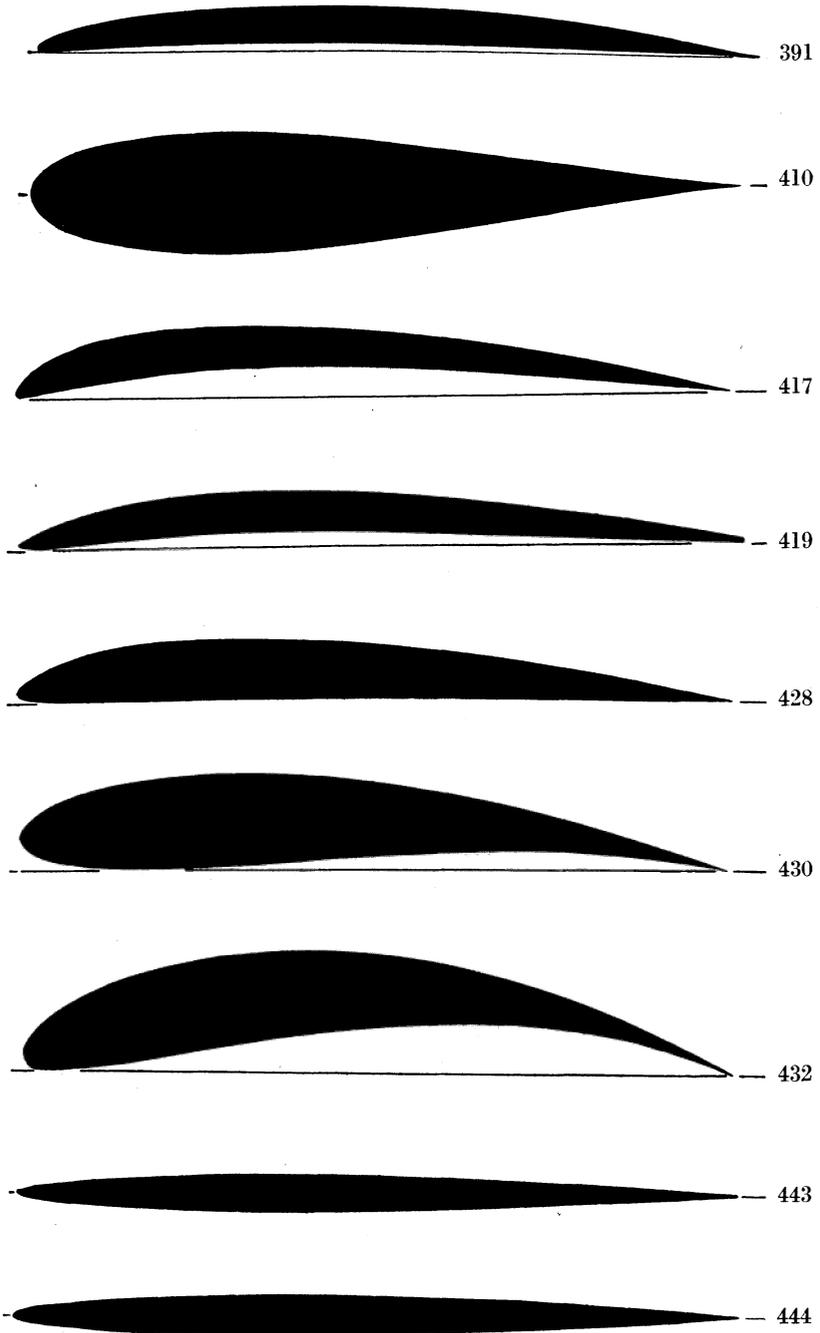


Abb. 166. Verschiedene Profilformen.

sind (Abb. 167). Ferner muß für  $\zeta_A$  ein etwas geringerer Wert  $\zeta_a$  genommen werden, weil die gegenseitige Nachbarschaft der Profile die Strömung

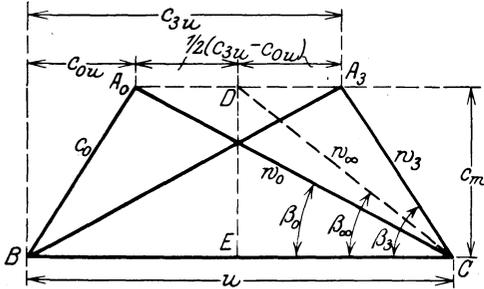


Abb. 167. Geschwindigkeitsdiagramm für die Strömung vor dem Radeintritt und hinter dem Radaustritt.

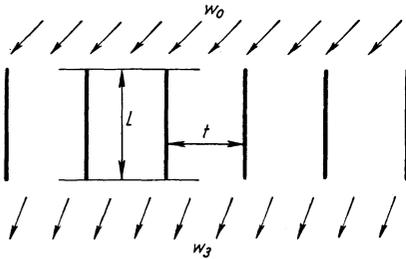


Abb. 168. Flügelgitter der Kuttaschen Rechnungen.

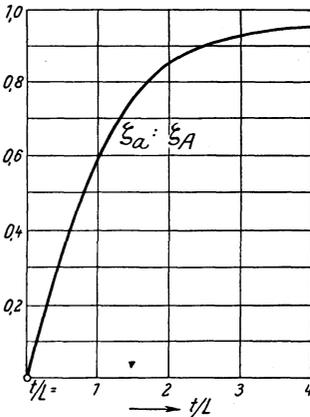


Abb. 169. Abnahme der Auftriebszahl  $\zeta_a$  mit abnehmendem Abstand der Flügel.

stets im Sinne einer Verringerung der Auftriebskraft des einzelnen Flügels beeinflusst. Die rechnerische Bestimmung dieser Abnahme ist Kutta für den Fall gelungen, daß die Profile parallel gestellte, ebene Platten gemäß Abb. 168 sind. In Abb. 169 sind die errechneten Verhältniszahlen

$$\zeta_a / \zeta_A \text{ in Abhängigkeit von } \frac{t}{L}$$

aufgetragen. Wie ersichtlich, beträgt der Auftriebswert der Platte eines Gitters bei einem Plattenabstand  $t = 2L$  nur noch 85%, bei einem Plattenabstand  $t = L$  nur noch 59% der freistehenden Platte.

Da weitere Unterlagen über die Gitterströmung nicht vorhanden sind<sup>1)</sup>, wird im folgenden die Kurve der Abb. 169 auch auf die bei Kreisrädern in der Ab-

wicklung entstehenden Gitterformen übertragen, wobei  $t$  wieder die Teilung und  $L$  die Länge des Profils ist.

c) Anwendung auf das Kreisrad. Der auf das Wasser ausgeübte Schaufeldruck ist die Resultierende  $P$  aus  $A$  und  $W$  (Abb. 170). Diese Kräfte sollen sich auf eine radiale Schaufellänge gleich der

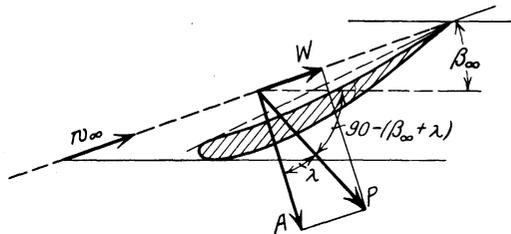


Abb. 170. Kräftewirkung an der Laufschaufel.

<sup>1)</sup> In einer Arbeit von König: Potentialströmung durch Gitter. Z. ang. Math. Mech. Bd. 2, S. 423. 1922, die dem Verfasser erst während der Drucklegung bekannt wird, ist die Kutta-Jonkowskische Theorie auf Gitter mit geneigten Schaufeln ausgedehnt worden.

Längeneinheit beziehen.  $A$  und  $P$  schließen den Winkel  $\lambda$  ein, der sich bestimmt aus

$$\operatorname{tg} \lambda = \frac{W}{A} = \frac{\zeta_w}{\zeta_A}. \quad (12)$$

$P$  bildet mit dem Umfang den Winkel  $90 - (\beta_\infty + \lambda)$ , also ist die Umfangskomponente  $P \cos[90 - (\beta_\infty + \lambda)] = P \cdot \sin(\beta_\infty + \lambda)$  und die sekundliche Arbeit  $E = P \cdot u \sin(\beta_\infty + \lambda)$ .

Wird nun ein Ausschnitt aus dem Rad betrachtet, der von zwei Zylinderschnitten mit den Halbmessern  $r$  und  $r + dr$  begrenzt ist, so ist der entsprechende Teil der sekundlichen Arbeit bei  $z$  Schaufeln  $z dE = z P dr u \sin(\beta_\infty + \lambda)$  und, falls die zugehörige Wassermenge mit  $dV$  bezeichnet wird, die Schaufelarbeit für 1 kg Wasser

$$H_{\text{th}} = \frac{z dE}{dV \gamma} = \frac{P \cdot u \sin(\beta_\infty + \lambda)}{dV \gamma} \cdot z dr. \quad (13)$$

Weil nun

$$dV = z \cdot t dr c_m,$$

ferner  $P = \frac{A}{\cos \lambda}$  und in Gl. (8)  $F = L \cdot 1 = L$ , also

$$P = \zeta_a \cdot \frac{\gamma}{g} \frac{L}{\cos \lambda} w_\infty^2,$$

so ergibt Gl. (13)

$$H_{\text{th}} = \frac{\zeta_a}{g} \frac{L}{t} \frac{u}{c_m} w_\infty^2 \frac{\sin(\beta_\infty + \lambda)}{\cos \lambda} \quad (14)$$

oder

$$\zeta_a \frac{L}{t} = \frac{g H_{\text{th}}}{w_\infty^2} \cdot \frac{c_m}{u} \frac{\cos \lambda}{\sin(\beta_\infty + \lambda)}. \quad (15)$$

Die Meridiangeschwindigkeit  $c_m$  ist am Ein- und Austritt gleich groß angenommen und bezieht sich auf die Strömung außerhalb der Schaufel, da sie den Einfluß der Schaufelverengung nicht enthält. Die spezifische Schaufelarbeit findet sich mit  $H_{\text{th}} = \frac{H}{\eta_h}$ , wobei  $\eta_h$  wie früher anzunehmen ist.  $w_\infty$  und  $\beta_\infty$  ergeben sich aus dem Geschwindigkeitsdiagramm (Abb. 167), weil nach der Hauptgleichung [Gl. (5)]

$$c_{3u} - c_{0u} = \frac{g H_{\text{th}}}{u}. \quad (16)$$

Da die Eintrittsrotation  $c_{0u}$  gegeben ist, ist jetzt auch  $c_{3u}$  bekannt, und es wird

$$w_\infty^2 = \overline{DE}^2 + (\overline{BC} - \overline{BE})^2 = c_m^2 + \left( u - \frac{c_{3u} + c_{0u}}{2} \right)^2, \quad (17)$$

$$\operatorname{tg} \beta_\infty = \frac{c_m}{u - \frac{c_{3u} + c_{0u}}{2}}. \quad (18)$$

Nachdem aus Gl. (15)  $\zeta_a \frac{L}{t}$  bestimmt ist, könnte  $\frac{L}{t}$  gewählt, der zu dem erhaltenen  $\zeta_a$  gehörige Wert  $\zeta_A$  aus Abb. 169 bestimmt und

das dazu passende Profil aus Abb. 164 ausgesucht werden. Dies ist aber nicht zweckmäßig, denn einerseits ist es vorteilhaft,  $\zeta_A$  möglichst groß zu nehmen, um  $\frac{L}{t}$ , also die Reibungsfläche, zu verkleinern, andererseits darf aber der Grenzwert des Schaufeldrucks nicht überschritten werden, bei dem Kavitation eintritt. Man wird also besser so verfahren, daß man  $\frac{L}{t}$  aus der Bedingung der Vermeidung der Dampfbildung bestimmt, um für  $\frac{L}{t}$  den kleinstmöglichen, für  $\zeta_a$  bzw.  $\zeta_A$  den größt-

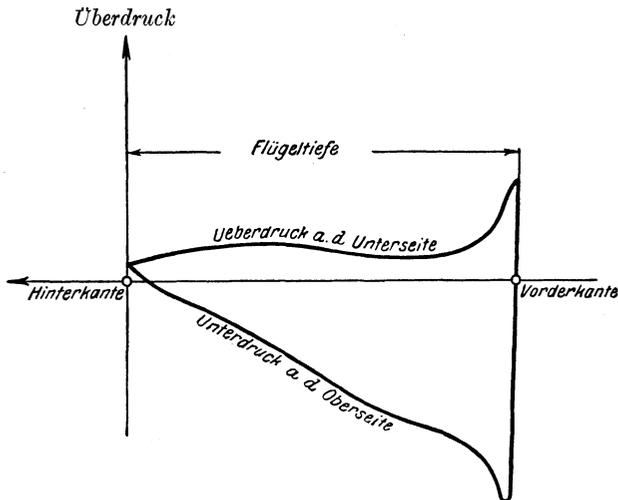


Abb. 171. Druckverteilung über ein Tragflächenprofil nach Betz.

möglichen Wert zu erhalten. Als Bedingung für die Vermeidung der Kavitation könnte die S. 175 abgeleitete Gl. (32a) benutzt werden, in der nur  $e = L \sin \beta_\infty$  und  $c_{0m} = c_m$  zu setzen wäre. Es werde hier jedoch eine von Bauersfeld angestellte Betrachtung benutzt, die sich eng an die bei Tragflügeln gemachten Beobachtungen anschließt.

Die Auftriebskraft ist nämlich im wesentlichen durch den Unterdruck auf der Saugseite der Schaufel bedingt. Das ist durch die Untersuchungen von Betz<sup>1)</sup> voll erwiesen. Abb. 171 zeigt die Druckverteilung über eines der von Betz untersuchten Profile. Um zu überschlüssigen Werten für die Abhängigkeit des Unterdrucks von  $\zeta_a$  zu gelangen, werde angenommen, daß einerseits der Unterdruck auf der Saugseite des Flügels konstant und andererseits der Überdruck auf der Druckseite, bezogen auf einen Punkt mit der Geschwindigkeit  $w_\infty$ , Null sei. Dann herrscht nach dem Satz von Bernoulli auf der Druckseite überall die Geschwindigkeit  $w_\infty$ , auf der Saugseite überall

<sup>1)</sup> Vgl. Z. Flugtechn. 1915, S. 173ff. Eine größere Zahl Messungsergebnisse ist veröffentlicht in Prandtl: Ergebnisse der aerodynamischen Versuchsanstalt zu Göttingen. II. Lieferung, S. 43 ff. München und Berlin 1923.

eine Geschwindigkeit  $w$ , die zu dem Unterdruck  $\Delta h$  in der Beziehung steht  $\Delta h = \frac{w^2 - w_\infty^2}{2g}$ . Also entsteht der Auftrieb

$$A = F \gamma \frac{w^2 - w_\infty^2}{2g},$$

woraus in Verbindung mit Gl. (8)

$$w^2 = w_\infty^2 (1 + 2 \zeta_a).$$

Wegen der in Wirklichkeit ungleichmäßigen Verteilung des Saugdrucks ist die höchste Geschwindigkeit  $w_{\max}$  größer, als dieser Gleichung entspricht, und zwar kann man setzen

$$w_{\max}^2 = w_\infty^2 (1 + K \zeta_a), \quad (19)$$

wobei der Zahlenwert  $K$  stets über 2 liegt und bei den Betz'schen Versuchen mit zunehmendem  $\zeta_A$  bis auf 4,25 angewachsen ist. Im folgenden wird  $K$  stets gleich 2,6 angenommen.

Bezieht man den Unterdruck auf die Eintrittsseite, so ist er kleiner als  $\Delta h$ , weil dort der Druck geringer und die Geschwindigkeit  $w_0$  entsprechend größer als in dem Punkt mit der mittleren Geschwindigkeit  $w_\infty$  ist. Dieser für die Beurteilung der Kavitationsgefahr maßgebende Druck ist

$$\Delta h' = \frac{w_{\max}^2 - w_0^2}{2g} = \frac{w_\infty^2 K \zeta_a + w_\infty^2 - w_0^2}{2g}. \quad (20)$$

Setzt man nun gemäß Abb. 167

$$w_\infty^2 - w_0^2 = \left( u - \frac{c_{3u} + c_{0u}}{2} \right)^2 - (u - c_{0u})^2$$

und für  $\zeta_a$  den aus Gl. (15) folgenden Wert ein, so ergibt sich

$$\frac{t}{L} = \left[ 2B + H_{th} - \frac{1}{4g} (c_{3u} + c_{0u})^2 \right] \frac{u \sin(\beta_\infty + \lambda)}{K \cdot H_{th} \cdot c_m \cos \lambda}, \quad (21)$$

worin der Wert

$$B \equiv \Delta h' + \frac{c_{0u}^2}{2g} \quad (22)$$

im Einzelfall nach Schätzung anzunehmen ist. Die Hinzunahme von  $\frac{c_{0u}^2}{2g}$  zu  $\Delta h'$  ist erfolgt, weil nach dem Flächensatz die Eintrittskomponente  $c_{0u}$  nach der Achse hin zunimmt, also der Druck abnimmt, und somit auch  $\Delta h'$  sich ändert, falls die Gefahr der Kavitation gleich bleiben soll. Bei senkrechtem Eintritt in das Rad ist in den vorstehenden Gleichungen  $c_{0u} = 0$ , also  $B = \Delta h'$ .

Ist aus Gl. (21)  $\frac{t}{L}$  ermittelt, so folgt  $\zeta_a$  aus Gl. (15) und  $\zeta_A$  aus dem Diagramm der Abb. 167, womit Profilform und Anstellwinkel aus Abb. 164 und 165 entnommen werden können. Der Winkel  $\lambda$  ist zunächst anzunehmen und am Schluß der Rechnung an Hand der Gl. (12) nachzuprüfen.

Diese Rechnung ist für mehrere Zylinderschnitte, also verschiedene Werte  $u = r\omega$  durchzuführen.

**d) Zahlenbeispiel.** Es ist das Laufrad einer doppelseitig beaufschlagten Pumpe (Abb. 175, 176) für eine Liefermenge von  $0,190 \text{ m}^3/\text{sec}$  auf  $6 \text{ m}$  Förderhöhe bei möglichst hoher Drehzahl zu berechnen. Das Gehäuse soll mit einer Eintrittsspirale versehen sein, die dem Wasser eine Eintrittsrotation im Sinne der Drehrichtung des Rades erteilt. Durch diesen Eintrittsdrall wird nach Gl. (5) die Umfangsgeschwindigkeit, somit auch die Drehzahl erhöht. Ferner wird im vorliegenden Falle der Entwurf der Austrittsspirale erleichtert, weil die große Wassermenge in Verbindung mit der kleinen Förderhöhe einen großen Austrittsdrall  $rc_{u3}$  verlangt, damit die Abmessungen der Druckspirale nicht zu groß werden. Der spirale Einlauf sorgt auch für eine gleichmäßige Zuströmung zum Rad. Der Eintrittsdrall ist  $rc_{0u} = 0,36 \text{ m}^2/\text{sec}$ .

Wird der Nabendurchmesser  $D_n$  gleich dem 0,4fachen Außendurchmesser gewählt, so ergibt sich mit  $c_m = 2,5 \text{ m}/\text{sec}$ , wenn der Spaltverlust als vernachlässigbar angesehen und berücksichtigt wird, daß sich die Förderung auf zwei Räder verteilt, ein Raddurchmesser von  $D = 0,24 \text{ m}$ .

Die Drehzahl muß so gewählt werden, daß die Umfangsgeschwindigkeit am inneren Durchmesser  $D_n = 0,4 D = \text{rd. } 100 \text{ mm}$  noch zur Überwindung der Förderhöhe ohne allzu starke Schaufelkrümmung genügt. Mit  $\eta_h = 0,8$  wird  $H_{\text{th}} = \frac{6}{0,8} = 7,5 \text{ m}$ . Da zu erwarten ist, daß an der Nabe die Teilung verhältnismäßig eng ist, kann dort die Berechnung nach der Turbinentheorie erfolgen. Mit  $\psi = 0,95$  gibt Gl. (2a), falls  $\frac{t}{e} = 2,4$  geschätzt wird,  $H_{\text{th}\infty} = 10,2 \text{ m}$ . Da

$$c_{0u} = \frac{(r \cdot c_{0u})}{r} = \frac{0,36}{0,05} = 7,2 \text{ m}/\text{sec},$$

so erhält man aus der in der Form

$$H_{\text{th}\infty} = \frac{u}{g} (u - c_m \text{ctg} \beta_2 - c_{0u})$$

geschriebenen Gl. (1), wenn  $\beta_2 = 60^\circ$  gesetzt wird,  $u = 15,2 \text{ m}/\text{sec}$ , entsprechend  $n = 2900$ . Ferner ist

$$\text{ctg} \beta_0 = \frac{u - c_{0u}}{c_m} = 3,20, \quad \beta_0 = \beta'_0 = 17^\circ 20',$$

und weil nach Gl. (3a)  $\kappa_1 u_1 = \kappa_2 u_2 = 0,23 \text{ m}/\text{sec}$ , so wird nach Gl. (57), S. 96  $\delta_1 \approx 30'$ , also  $\beta_1 = \beta_0 - \delta_1 = 16^\circ 50'$ . Der Umlenkungswinkel  $\beta_2 - \beta_1 = 43^\circ 10'$  wäre für normale Verhältnisse ziemlich hoch. Er ist aber hier zulässig, weil die Schaufel an der Nabe nur einen geringen Teil der Gesamtleistung übernimmt und mit zunehmendem Radius die Profile sehr schnell flacher werden, so daß am äußeren Umfang die Schaufel leicht eine zu geringe Neigung erhält. Der Unter-

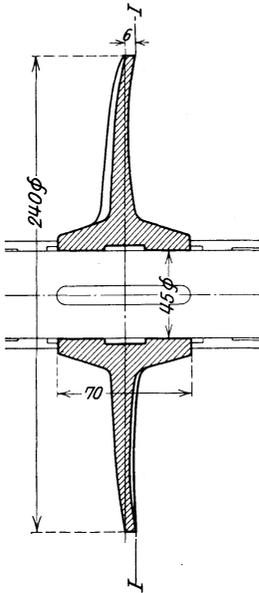


Abb. 172.

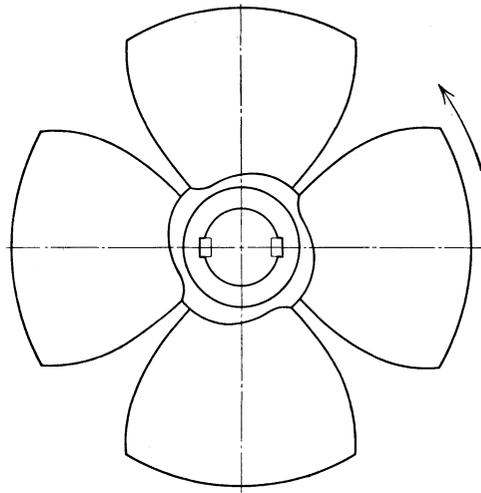


Abb. 173.

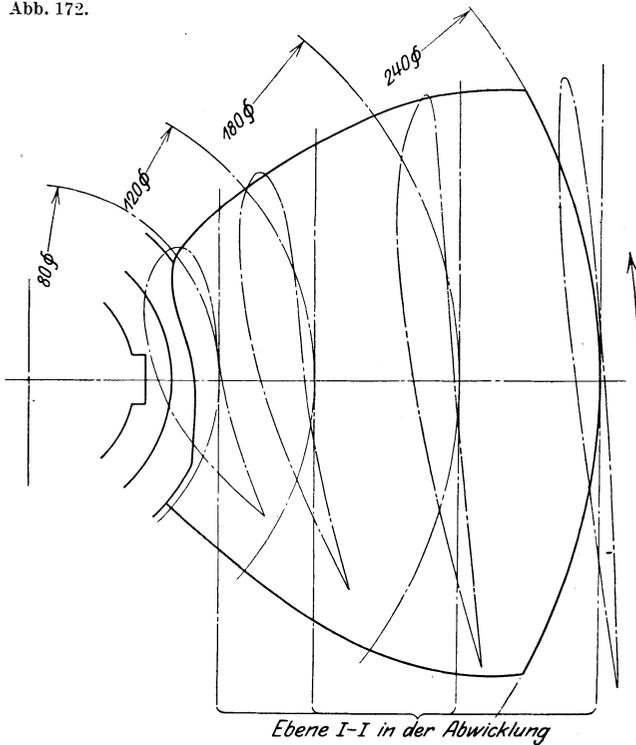


Abb. 174.

Abb. 172 bis 174. Axialrad für große Schnellläufigkeit.

druck am Radeinlauf ist nach Gl. (32a), S. 175 mit  $\varphi = 0,7 \Delta h' = 1,98 \text{ m}$ .  
Dazu tritt gemäß Gl. (22)  $\frac{c_{0u}^2}{2g} = 2,65 \text{ m}$ , so daß  $B = 4,63 \text{ m}$ .

Für das Profil am äußeren Umfang ergibt sich auf Grund der ermittelten Drehzahl  $u = 36,4 \text{ m/sec}$ , ferner  $c_{0u} = 3,0$  und nach Gl. (16)  $c_{3u} - c_{0u} = \frac{g \cdot 7,5}{36,4} = 2,02 \text{ m/sec}$ , nach Gl. (17)  $w_\infty^2 = 1055 \text{ m}^2/\text{sec}^2$ , Gl. (18)  $\beta_\infty = 4^\circ 25'$ . Wird vorbehaltlich späterer Berichtigung angenommen  $\lambda = 3^\circ$ , so liefert Gl. (21) mit  $B = 5 \text{ m}$ ,  $K = 2,6$ ,  $\frac{t}{L} = 1,53$ , ferner Gl. (15)  $\zeta_a \frac{L}{t} = 0,0373$ , damit  $\zeta_a = 1,53 \cdot 0,0373 = 0,056$ . Die Berichtigungszahl nach Abb. 169 ist  $\frac{\zeta_a}{\zeta_A} = 0,75$ , so daß  $\zeta_A = 0,0747$ . Für diesen Wert von  $\zeta_A$  erscheint nach Abb. 164 als geeignet Profil 443, welches  $\zeta_W = 0,00325$  und damit nach Gl. (12)  $\lambda = 3^\circ 20'$  liefert. Wird die Rechnung mit diesem Wert von  $\lambda$  wiederholt, so findet sich  $\frac{t}{L} = 1,58$ ,  $\zeta_a \frac{L}{t} = 0,0355$ ,  $\zeta_a = 0,0561$ ,  $\zeta_A = 0,0739$ , womit  $\zeta_W = 0,0032$ ,  $\lambda = 3^\circ 17'$ . Schließlich erhält man nach Abb. 165  $\delta = 0,78^\circ = 46'$ , also  $\beta_\infty + \delta = 5^\circ 12'$ .

Da sich die Rechnung für sämtliche Profile wiederholt, geschieht die Durchführung am besten tabellarisch. Dabei ist in Gl. (21) der Wert  $B = 5 \text{ m}$  beibehalten.

$r$ m	$w_\infty^2$ Gl. (17) m <sup>2</sup> /sec <sup>2</sup>	$\beta_\infty$ Gl. (18)	$\lambda$ ange- nommen	$\frac{t}{L}$ Gl. (21)	$\zeta_a \frac{L}{t}$ Gl. (15)	$\zeta_a$	$\frac{\zeta_a}{\zeta_A}$ Abb. 169	$\zeta_A$	Pro- fil Nr.	$\zeta_W$ Abb. 164	$\lambda$ Gl. (12)	$\delta$ Abb. 165
0,06	109,8	13° 50'	2° 10'	1,11	0,334	0,371	0,62	0,61	430	0,0133	2° 5'	4° 42'
0,09	483,5	6° 32'	2° 18'	1,24	0,091	0,112	0,67	0,167	428	0,0045	2° 18'	0° 55'
0,12	1055	4° 25'	3° 20'	1,58	0,0355	0,0561	0,76	0,0739	443	0,0032	3° 17'	0° 46'

Der Entwurf des Rades führt zu Formen, wie sie ähnlich bei Schiffspropellern üblich sind. In Abb. 172, 173, 174 ist ein Laufrad ähnlicher Art aufgezeichnet, das für die gleiche Wassermenge und Förderhöhe bestimmt ist, aber ohne Eintrittsdrall des Wassers arbeitet, so daß die Drehzahl erheblich niedriger ist und die Nabe mit kleinerem Durchmesser ausgeführt werden konnte.

Bei der dem Zahlenbeispiel entsprechenden Studienzeichnung nach Abb. 175 bis 176c sitzt zwischen beiden Rädern eine Führungsscheibe lose auf der Welle, die durch den Druckstutzen eingebracht wird. Sie nimmt nur insoweit an der Drehung teil, als durch die Reibung am Wasser und der Welle bedingt ist, und verursacht deshalb einen Mindestwert an Reibung. Auch ist ihre axiale Einstellung selbsttätig. Die angegebene Konstruktion ist neu und soll als Beispiel dafür dienen, wie in wirksamer Weise die Schnellläufigkeit einer Pumpe gesteigert werden kann.



Die Spiralen der Saug- und Druckseite sind nach dem in Abschnitt 43b angegebenen Kucharskischen Verfahren bestimmt.

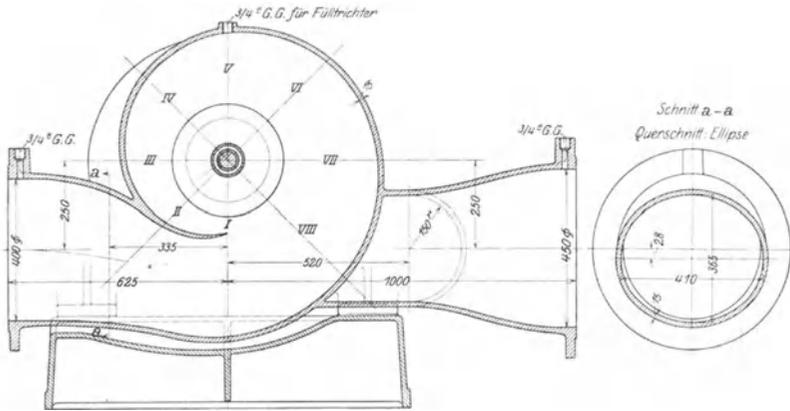


Abb. 176. Schnitte I bis VIII, vgl. Abb. 175.

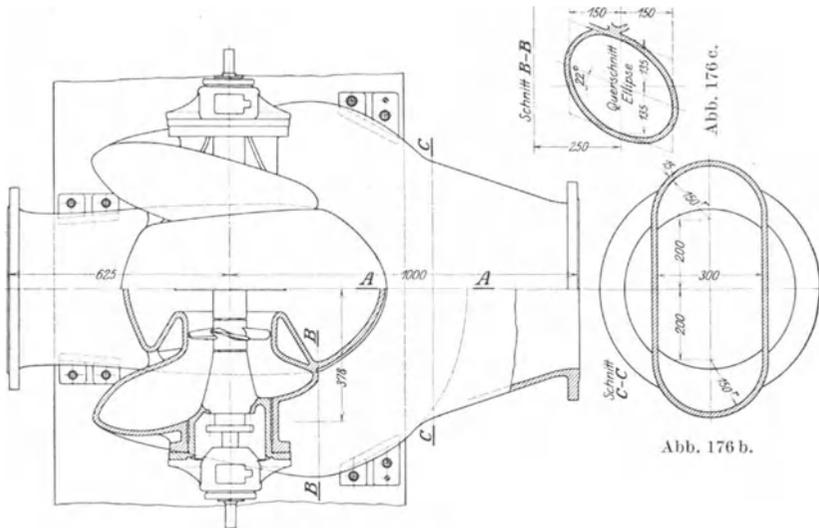


Abb. 176 a. Horizontaler Mittelschnitt.

Abb. 176 bis 176 c. Axialpumpe mit doppelseitigem Einlauf für 190 l/sec auf 6 m bei 2900 Umdr./min.

Die spezifische Drehzahl des berechneten Doppelrades beträgt nach Gl. (61), S. 187  $n_s = \frac{3,65 \cdot 2900 \sqrt{0,19}}{6^3} = 1200$  und die des einzelnen Rades  $n_s = \frac{1200}{\sqrt{2}} = 848$ . Das Axialrad übertrifft also die früher

behandelten Radformen an Schnellläufigkeit bedeutend. Doch ist es fraglich, ob eine so geringe Schaufelneigung am Umfang, wie sie nach den für  $\beta_\infty + \delta$  erhaltenen Werten dieses Laufrad besitzt, sich noch mit einem annehmbaren Wirkungsgrad verträgt. Die Vergrößerung der Neigung ist aber nur möglich, wenn die Drehzahl herabgesetzt wird. Ferner ist das Axialrad auf die Fälle beschränkt, bei denen nur eine geringfügige Saughöhe vorliegt oder das Wasser der Pumpe zuläuft, weil sonst Loslösen des Wassers von den Schaufeln eintritt. Aus dem gleichen Grund darf auch die Förderhöhe nur geringe Werte annehmen.

## L. Der Ausgleich des Achsschubes.

### 78. Berechnung des Achsschubes.

In jeder Kreiselpumpe wirkt auf den Läufer in axialer Richtung eine Schubkraft, die davon herrührt, daß sowohl die dem Überdruck ausgesetzten Seitenflächen des Rades als auch die Ein- und Austrittsgeschwindigkeit des Rades verschieden sind. Gewichtswirkungen spielen nur bei Kreiselpumpen mit senkrechter Welle eine Rolle.

a) Bei **Radialpumpen** ist die dem Spaltdruck ausgesetzte Radfläche des Spaltraumes 2, d. h. auf der Einlaufseite, kleiner als die gegenüberliegende Radfläche des Spaltraumes 1 (Abb. 177). Um den dadurch bedingten Achsschub zu errechnen, werde wie in Abschnitt 62 das Wasser in den Seitenräumen als ein zusammenhängender Körper betrachtet, der mit einer Winkelgeschwindigkeit gleich der halben Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  des Rades umlaufe. Ferner sei die vereinfachende und zulässige<sup>1)</sup> Annahme gemacht, daß der Spalt am Radumfang keine nennenswerte Abdrosselung des Spaltwasserstroms hervorbringe und demgemäß auf beiden Seiten dieses Spaltes der Spaltdruck  $H_p$  herrsche, den wir wieder aus Gl. (13) des Abschnitts 62 bestimmen.

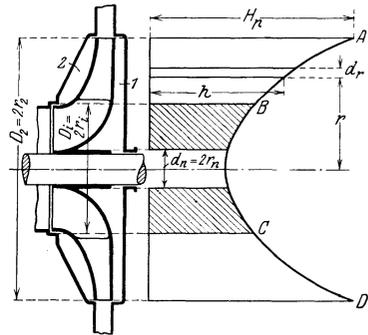


Abb. 177. Entstehung des Achsschubes bei Radialpumpen.

Infolge der Rotation der Wasserscheiben beiderseits des Rades verteilt sich, wie in Abschnitt 20 dargelegt ist, der Druck auf die Seitenflächen nach einem Paraboloid  $ABCD$ . Der Grenzwert am Radumfang ist gleich dem Spaltdruck  $H_p$ . Deshalb herrscht nach Gl. (46) des Abschnitts 20 am Parallelkreis vom Halbmesser  $r$  und der Umfangsgeschwindigkeit  $u = r\omega$  der Druck in Meter Wassersäule:

$$h = H_p - \frac{\left(\frac{u_2}{2}\right)^2 - \left(\frac{u}{2}\right)^2}{2g} = H_p - \frac{\omega^2}{8g} (r_2^2 - r^2). \quad (1)$$

<sup>1)</sup> Vgl. Gl. (11) des Abschnitts 62.

Da auf beiden Radseiten gleiche Verhältnisse angenommen sind<sup>1)</sup>, so kommt als Achsschub der Druck auf die Kreisringfläche zwischen dem inneren Spaltdurchmesser  $D_i = 2r_i$  und dem Nabendurchmesser  $d_n = 2r_n$  in Betracht, der in Abb. 177 durch die schraffierte Fläche hervorgehoben ist.

$$A_1 = \int_{r_n}^{r_i} 2r \pi dr \cdot h \gamma = \int_{r_n}^{r_i} 2r \pi dr \cdot \left( H_p - \frac{\omega^2}{8g} (r_i^2 - r_n^2) \right) \gamma, \quad (2)$$

woraus nach Durchführung der Integration

$$A_1 = \gamma \pi (r_i^2 - r_n^2) \left[ H_p - \left( r_i^2 - \frac{r_i^2 + r_n^2}{2} \right) \frac{\omega^2}{8g} \right]. \quad (3)$$

Hierin ist gemäß Gl. (13) des Abschnitts 62 bei senkrechtem Wassereintritt, den wir im folgenden stets als vorhanden annehmen,

$$H_p \approx \frac{1}{2g} (u_2^2 - w_2^2 + c_0^2). \quad (4)$$

Ferner entsteht bei Radialpumpen eine weitere Axialkraft  $A_2$  dadurch, daß das Wasser am Eintritt die axiale Geschwindigkeit  $c_s$  besitzt, während am Austritt keine achsiale Geschwindigkeitskomponente vorhanden ist. Nach dem Satz vom Antrieb ist der dadurch bedingte Ablenkungsdruck, der allerdings gegen  $A_1$  im allgemeinen sehr klein ist,

$$A_2 = \frac{\gamma V}{g} c_s. \quad (5)$$

Der gesamte Achsschub beträgt somit

$$A = A_1 - A_2. \quad (6)$$

Falls das freie Wellenende im Druck- oder Saugraum endigt, ist der auf den Wellenquerschnitt wirkende Über- oder Unterdruck noch zu berücksichtigen.

Die abgeleiteten Gleichungen gelten nur für die normale Pumpenleistung. Weicht die Liefermenge hiervon ab, so ergibt eine Verkleinerung in der Regel eine Vergrößerung des Achsschubs und umgekehrt.

Zusätzliche Achsschübe treten auf, falls die Schaufeln am Austritt schräg gestellt sind, wie es beispielsweise bei doppelt gekrümmten Schaufeln vielfach der Fall ist (vgl. Abb. 83b), und durch ungleiche Ausbildung der beiderseitigen Spalträume 1 und 2. Sind diese verschieden bemessen, so wird die in Wirklichkeit stets vorhandene Unterströmung des Wassers (vgl. Abb. 31) und damit auch die Rotation der Wasserteilchen verschieden sein, und zwar wird eine Vergrößerung des Zwischenraums in axialer oder radialer Richtung (vgl. Abschnitt 17) immer eine Verringerung der Rotation des Wassers und damit eine

<sup>1)</sup> Dies trifft bei Rädern mit einseitigem Spalt insofern nicht ganz zu, als im Spaltraum 2 gemäß Abb. 128 der Spaltstrom umgekehrt gerichtet ist wie im Spaltraum 1 und demgemäß der allerdings sehr kleine Druckabfall des äußeren Spaltes im Raum 1 eine Druckerhöhung, im Raum 2 eine Drucksenkung hervorruft.

Vergrößerung des Wasserdrucks hervorrufen. Den gleichen Einfluß haben Rippen, die an die Gehäusewand angegossen sind. Infolge dieser durch die Rechnung kaum verfolgbaren Nebeneinflüsse wird die Genauigkeit der entwickelten Gleichungen ziemlich erheblich beeinträchtigt. Doch dürfte sie annehmbar sein, wenn die Zwischenräume eng sind, weil dann auch die Zirkulationsströmungen geringer werden.

Eine weitere Änderung der axialen Kräfte kann durch starke seitliche Verschiebung des Laufrades gegenüber dem Leitrad bedingt sein (Abb. 178), weil das aus dem Laufrad tretende Wasser auf den einen Spaltraum saugend, auf den andern drückend wirkt. Doch kann dieser Einfluß nur bei großen Meridiangeschwindigkeiten  $c_{2m}$  oder großen Verschiebungswegen eine Rolle spielen.

Alle diese möglichen Vergrößerungen des Achsschubes werden am besten durch einen entsprechenden Zuschlag zu den aus Gl. (6) erhaltenen Werten berücksichtigt, der etwa zwischen 10 und 20% gewählt werden kann.

Beispielsweise würde für die in Abschnitt 40 berechnete dreistufige Pumpe der Achsschub sich folgendermaßen errechnen. Da  $r_2 = 154$ ,  $r_i = 77$ ,  $r_n = 30$  mm,  $u_2 = 23,3$ ,  $c_0 = 2,59$ ,  $c_s = 2,5$ ,  $w'_2 = w_3 = 10,15$  m/sec,  $\omega = \frac{\pi \cdot 1450}{30} = 152$ /sec,  $\gamma V = Q = 30$  kg/sec, so wird nach Gl. (4)  $H_p = 20,4$  m und nach Gl. (3)

$$A_1 = 1000 \pi (0,077^2 - 0,03^2) \left[ 20,4 - \left( 0,154^2 - \frac{0,077^2 + 0,03^2}{2} \right) \frac{152^2}{8g} \right] = 227 \text{ kg},$$

ferner nach Gl. (5)  $A_2 = \frac{30}{9,81} \cdot 2,5 = 12$  kg, also der Achsschub eines

Rades  $A = 227 - 12 = 215$  kg und der ganzen Pumpe  $3A = 645$  kg, wozu noch ein Zuschlag von 10 bis 20% zu machen ist.

b) Bei **Axialpumpen** ist zu beachten, daß der Spaltdruck sich über die Austrittsfläche des Rades nicht gleichmäßig und auch nicht nach einem Rotationsparaboloid verteilt, sondern nach der Drehachse hin wesentlich stärker abfällt, weil der Flächensatz maßgebend, also der Drall  $rc_{\tau,u}$  konstant ist (vgl. Abb. 16).

Bezieht sich (Abb. 179) das Fußzeichen  $a$  auf den äußeren,  $i$  auf den inneren Lauf radumfang, so ist der Spaltdruck im Abstand  $r$  von der Achse, da die Meridiankomponenten der Geschwindigkeit über die Austrittsfläche als gleich groß angesehen werden können,

$$H_p = H_{pa} - \frac{c_{2u}^2 - c_{2ua}^2}{2g}$$

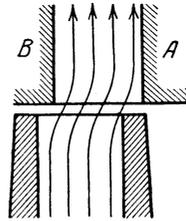


Abb. 178. Achsdruck infolge seitlicher Verschiebung des Laufrades gegenüber dem Leitrad.

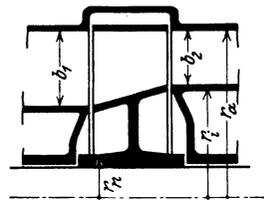


Abb. 179. Axialpumpe.

oder, weil  $c_{2u} = c_{2ua} \frac{r_a}{r}$ ,

$$H_p = H_{pa} - \frac{c_{2ua}^2}{2g} \left( \frac{r_a^2}{r^2} - 1 \right). \quad (7)$$

Der hierdurch erzeugte Schub beträgt also

$$A_1 = \int_{r_n}^{r_a} \gamma H_p 2 \pi r dr,$$

oder nach Einsetzen des Wertes für  $H_p$  aus Gl. (7) und Ausführung der Integration

$$A_1 = \gamma H_{pa} (r_a^2 - r_n^2) \pi - \pi \gamma \frac{c_{2ua}^2}{2g} r_a^2 \left( 2 \ln \frac{r_a}{r_n} + \frac{r_n^2}{r_a^2} - 1 \right). \quad (8)$$

Hierbei ist angenommen, daß Gleichheit des Dralls auch im Raum zwischen den Radien  $r_n$  und  $r_i$  vorhanden sei, was wegen der Reibung an der Rad- und Gehäusewand unter Umständen nicht aufrechterhalten werden kann. An dieser Stelle wird wahrscheinlich eine ähnliche Druckverteilung wie bei der Radialpumpe eintreten. Auch darf nicht übersehen werden, daß der Druck  $H_p$  nach Gl. (7) nicht unter den Dampfdruck des Wassers sinken kann. Eine einwandfreie Berechnung wird diesen Umständen Rechnung tragen müssen.

Ist auch am Eintritt in das Rad ein Drall des Wassers vorhanden, so kommt auf der rechten Seite der Gl. (7) noch das Glied

$$\frac{c_{1ua}^2 - c_{1u}^2}{2g} = \frac{c_{1ua}^2}{2g} \left( \frac{r_a^2}{r^2} - 1 \right)$$

hinzu, womit auch Gl. (8) sich entsprechend ändert.

Ist die Schaufelbreite am Ein- und Austritt verschieden, so tritt infolge der Änderung der Meridiangeschwindigkeit von  $c_{1m}$  auf  $c_{2m}$  eine weitere Schubkraft auf von der Größe

$$A_2 = \frac{\gamma V}{g} (c_{2m} - c_{1m}),$$

so daß der ganze Axialschub beträgt

$$A = A_1 + A_2, \quad (9)$$

zu dem wieder ein ähnlicher Zuschlag wie bei Radialpumpen zu machen ist.

### 79. Ausgleich durch entsprechende Ausbildung und Anordnung der Laufräder.

Wollte man den auf den Läufer ausgeübten axialen Schub durch ein Spurlager aufnehmen lassen, so würde dieses — besonders bei großen Förderhöhen, falls es als mehrfaches Kammlager mit glatten Ringflächen ausgebildet würde<sup>1)</sup> — beträchtliche, zur Größe der Pumpe

<sup>1)</sup> Anders liegen die Verhältnisse bei dem in Abschnitt 86a behandelten Einringlager mit Klötzen (vgl. S. 291), welches erhebliche Achsdrücke ohne Schwierigkeit aufzunehmen vermag.

in keinem Verhältnis stehende Abmessungen erhalten und ein empfindliches Konstruktionsglied bilden, das die Betriebssicherheit erheblich beeinträchtigt und viel Reibungsarbeit verzehrt. Man pflegt deshalb heute den Achsschub durch eine auf den Läufer vom Wasser ausgeübte Gegenkraft auszugleichen, wie dies auch bei andern Kreiselmaschinen, z. B. den Dampfturbinen, üblich ist. Von der Anwendung einer brauchbaren Ausgleichsvorrichtung sind die Lebensdauer und der Wirkungsgrad der Pumpe in hohem Maße abhängig. Sie bildet auch ein kennzeichnendes Merkmal der verschiedenen Bauarten.

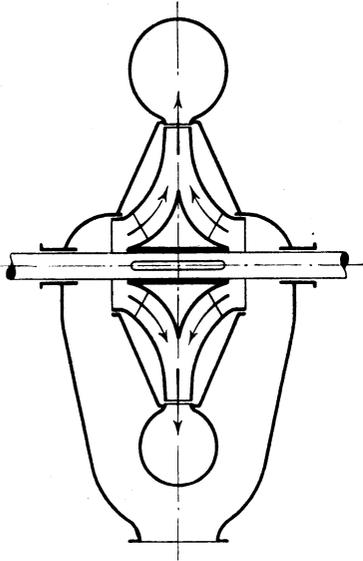


Abb. 180. Ausgleich des Achsschubs durch doppelseitige Beaufschlagung.

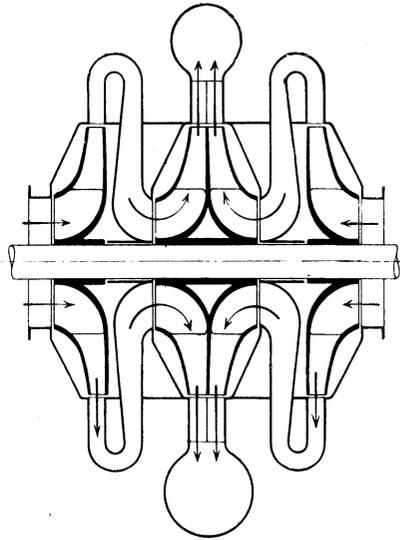


Abb. 181. Ausgleich einer mehrstufigen Pumpe durch doppelseitige Beaufschlagung (Zwillingsanordnung).

Die nächstliegende und einfachste Maßnahme besteht in der Verwendung des doppelseitigen Einlaufs in das Laufrad (Abb. 180), wobei die Druckflächen und damit auch die Drücke beiderseits dieselben sind, sofern die Spaltabmessungen genau übereinstimmen.

Bei mehrstufigen Pumpen führt die Anwendung des Doppelkreises zu schwieriger Kanalführung. Auch sind die Mehrstufenanordnung einerseits und Unterteilung des Wasserstroms andererseits zwei sich widersprechende Maßnahmen insofern, als die erstere auf Verminderung, die letztere auf Erhöhung der Drehzahl hinwirkt. Da somit die Stufenzahl größer ist als bei einseitig beaufschlagten Rädern, so ist von dieser Anordnung nur selten Gebrauch gemacht worden<sup>1)</sup>. Die in Abb. 181 angegebene Zwillingsanordnung der Räder vermeidet zwar die schwierige

<sup>1)</sup> Nämlich bei sehr großen Pumpenleistungen (vgl. Abb. 263) und bei Bohrpumpen.

Wasserführung, behält aber die Parallelschaltung je zweier entgegengesetzt beaufschlagter Einzelräder bei und besitzt infolge der Trennung der Doppelpäder die doppelte äußere Radreibungsfläche. Sie ist im

Kreiselpumpenbaunur im Ausland<sup>1)</sup> angewandt worden und hat im Inland nur bei Turbo-gebläsen Bedeutung erlangt.

Die doppelseitige Anordnung hat aber größere Verbreitung bei Verwendung einseitig beaufschlagter, durchweg hintereinandergeschalteter Räder gefunden. Die verschiedenen Schaltungsmöglichkeiten sind nach den Ausführungen der Firmen Gebr. Sulzer und Weise Söhne in den schematischen Zeichnungen Abb. 182 und 183 angegeben. Obwohl diese Pumpen wegen des einzigen inneren Schleifringes jeder Stufe und des Wegfalls jeder besonderen Ausgleichsvorrichtung mit dem dadurch bedingten Wasserverbrauch einen geringen

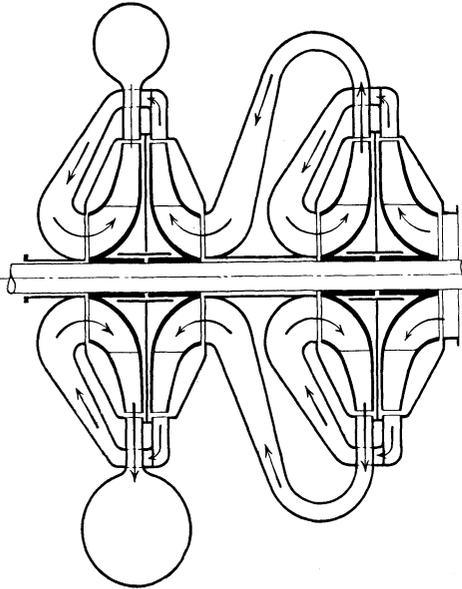


Abb. 182. Ausgleich von Gebr. Sulzer durch paarweise Gegenläufigkeit der Räder.

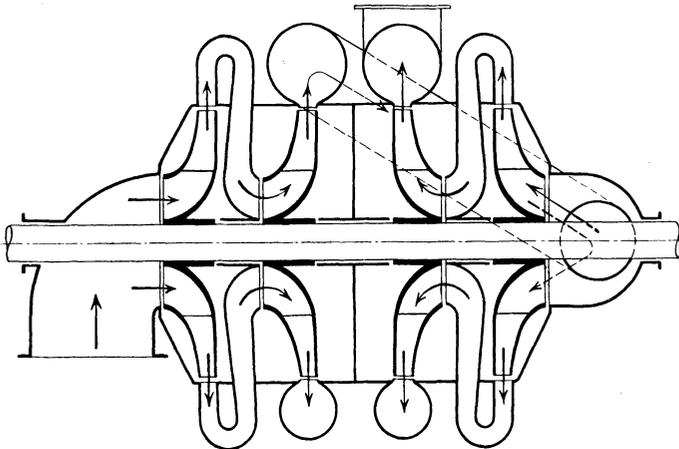


Abb. 183. Ausgleich von Weise Söhne durch gegenläufige Anordnung der ersten Hälfte der Räder zur zweiten Hälfte.

Spaltverlust aufweisen, also hinsichtlich ihres Wirkungsgrades den später zu besprechenden Anordnungen bei gleich guter Ausführung

<sup>1)</sup> Vgl. Dahme: Die Turbinenpumpen der „The Dayton Hydrant Machinery Company“ in Dayton, Ohio (U. S. A.). Z. f. d. ges. Turbinenwes. 1909, S. 245.

überlegen sind, so scheint es doch, daß sie allmählich durch andere Konstruktionen verdrängt werden. Der Grund dürfte an der mit der umständlichen Kanalführung verbundenen teuren Herstellung und großen axialen Baulänge, an der Notwendigkeit, eine gerade Stufenzahl zu verwenden, und daran liegen, daß die Links- und Rechtsräder ihr gegenseitiges Spiegelbild sind, also nach verschiedenen Modellen hergestellt werden müssen, wodurch auch die Zahl der Reserveteile sich vergrößert.

Ohne die doppelseitige Anordnung kann Ausgleich erzielt werden, wenn das einzelne, einfach beaufschlagte Rad mit einem zweiten Dichtungsspalt auf der dem Einlauf gegenüberliegenden Radwand und mit Öffnungen in der Radwand dicht an der Nabe versehen wird (Abb. 184). Der Druck im Raum 3 wird um den Durchflußwiderstand durch die Öffnungen größer sein als im Raum 4, zu- züglich einer gewissen, durch die Ablenkung des Wasserstroms in radiale Richtung bedingten Drucksteigerung, die allerdings, je nach Lage der Öffnungen, verschieden groß sein oder ganz wegfallen kann. Diese Verschiedenheiten werden verkleinert, wenn die Löcher möglichst groß gemacht und an der Einlaufseite abgerundet werden (Abb. 185). Um ihnen Rechnung zu tragen, werden die beiderseitigen Spalte nicht genau gleich ausgeführt, sondern der Durchmesser  $D'_2$  um einen geringen Betrag größer als  $D'_1$  gemacht. Werden die Löcher unter einem spitzen Winkel  $\delta$  (Abb. 185) gegen die Pumpenachse angeordnet, so entsteht durch die Zentrifugalkräfte eine gewisse Pumpwirkung, welche den Überdruck beseitigen kann.

Die Löcher in der Radwand können durch Umföhrungskanäle, die in das Pumpengehäuse eingegossen sind, entbehrt gemacht werden (Abb. 186). Bei mehrstufigen Pumpen bedingt diese Anordnung aber eine verwickelte Bauart, auch wenn die Umföhrungskanäle durch die Leitschaufeln geföhrt werden<sup>1)</sup>.

Zu erwähnen ist auch die Ausführung nach Abb. 187, bei der durch Anordnung der ruhenden Führungswand *A* und entsprechender Kröpfung der Radwand der zweite Spalt auf die innere Radseite verlegt ist. Das Wasser

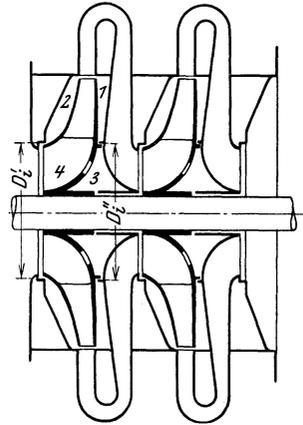


Abb. 184. Anordnung eines zweiten Dichtungsspalt und von Löchern in der Radwand.

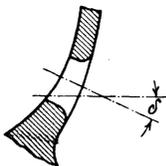


Abb. 185. Ausgleichsöffnung.

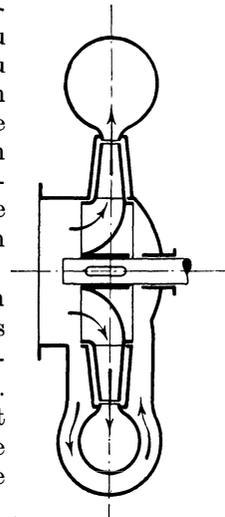


Abb. 186. Ersatz der Löcher in der Radwand durch einen Umföhrungskanal.

<sup>1)</sup> Vgl. Weil: Z. f. d. ges. Turbinenwes. 1920, S. 289ff., insbesondere Fig. 13, S. 302. Aus dem gleichen Aufsatz sind auch die Abb. 193 und 196 entnommen.

kommt hier vor dem Eintritt in die Laufschaufeln nicht mit rotierenden Teilen in Berührung, so daß keine Eintrittsrotation entstehen kann. Ferner ist die Möglichkeit gegeben, zwischen den Büchsen *A* und *B* Eintrittsleitschaufeln anzuordnen. Aber die Herstellung wird wesentlich verteuert, der Eintrittsdurchmesser vergrößert, und es ist auch eine gewisse Störung des eintretenden Wassers durch die beiden unmittelbar am Eintrittskreis austretenden Spaltströme zu erwarten. Falls von der Anwendung eines Eintrittsleitrades abgesehen wird, ist von dieser Anordnung im ganzen kein Vorteil zu erwarten.

Die bisher besprochenen Vorrichtungen werden auch bei sorgfältigster Ausbildung durch den Konstrukteur keinen vollkommenen

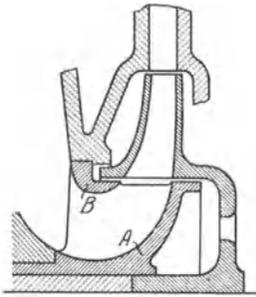


Abb. 187. Verlegung des zweiten Dichtungsspaltens auf die innere Radseite durch Anordnung der ruhenden Führungsbüchse *A*.

Ausgleich des Achsschubes herbeiführen können, weil selbst bei genauester Herstellung die Abdichtungen schon von Anfang an nicht gleich sein können und die Verschiedenheit der Abnutzung noch weitere Unterschiede bewirkt. Da von vornherein nicht übersehen werden kann, nach welcher Richtung und in welcher Größe der entstehende Achsdruck wirkt, so ist ein Spurlager nicht zu entbehren, für das bei kleinen einstufigen Ausführungen einfache Wellenbunde oder Stellringe genügen, im allgemeinen aber besondere, gut durchgebildete Lagerkonstruktionen nötig sind.

Dieses Spurlager ist selbst dann notwendig, wenn der Einfluß ungleichmäßiger Abnutzung durch unmittelbare Verbindung der beiderseitigen Druckräume ausgeschaltet wird, wie in Abb. 188<sup>1)</sup> mittels eines durch die Leitschaufel *b* hindurchgelegten Kanals *d* und der zwischen Welle und Führungsbüchse liegenden Kanäle *r*, *f* und *3* erreicht wird, denn die Unterschiede der Spaltdurchmesser, die bei der Herstellung unvermeidlich sind, die verschiedene Ausbildung der beiderseitigen Spalträume *1*, *2* und *3*, die einen verschiedenen Rotationszustand des darin befindlichen Wassers hervorrufen, und schließlich auch die Einwirkung seitens des Motors rufen doch axiale Kräfte hervor, die ein Festhalten der Welle verlangen. Die in Abb. 188 vorhandene Vergrößerung der Spalträume in radialer Richtung vermehrt außerdem nach Abschnitt 17 die Radreibung.

Man kann aber jede besondere axiale Sicherung der Welle entbehrlich machen, wenn an die zylindrische Dichtungsfläche auf beiden Seiten der Pumpe ein in einer Ebene senkrecht zur Achse liegender Dichtungsspalt *A* bzw. *B* angeschlossen wird (Abb. 189). In diesem Falle wird bei einer Verschiebung des Läufers, beispielsweise nach links, dieser radiale Spalt auf der linken Seite verengt, auf der rechten Seite erweitert, wodurch eine von links nach rechts gerichtete Gegenkraft

<sup>1)</sup> Vgl. Gutmann: Z. f. d. ges. Turbinenwes. 1912, S. 293.

entsteht, die die eingetretene Bewegung zum Stillstand bringt. Bei mehrstufigen Pumpen stellt diese Ausführung aber hohe Anforderungen

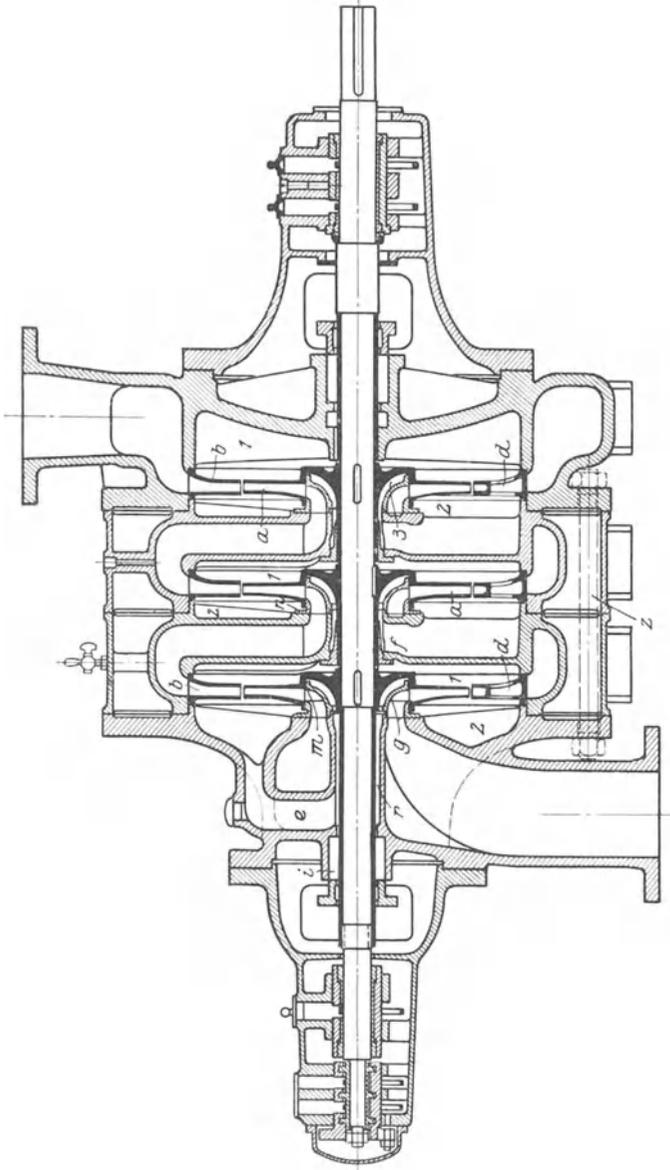


Abb. 188. Verbindung der beiderseitigen Druckräume durch Kanäle *d*, *f* und *g*.

an die Arbeitsgenauigkeit der Werkstatt, da alle Räder rechts und links gleichzeitig zur Anlage gelangen müssen. Die zuverlässige Wirkung ist allerdings nur dann gesichert, wenn auch der Spalt am äußeren

Umfang möglichst eng ist, weil die zur Sicherung der Selbsteinstellung nötigen Druckänderungen nur durch die Mitwirkung der äußeren Drosselung entstehen können.

Der Vollständigkeit halber seien noch einige Ausführungen erwähnt, die heute nur noch geschichtliche Bedeutung beanspruchen dürfen<sup>1)</sup>.

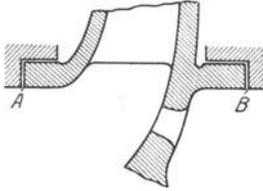


Abb. 189. Vollkommener Ausgleich durch beiderseitige Anwendung radialer Spaltflächen.

Abb. 190 zeigt die von Rateau gewählte Bauart, bei welcher der Ausgleich dadurch herbeigeführt werden soll, daß der äußere Spalt der vollen Radwand einen kleineren Durchmesser erhält als der der gegenüberliegenden Wand. Dadurch wird offenbar der Druck in dem der Einlaufseite gegenüberliegenden Raum herabgesetzt. In Abb. 191 endlich, dem Vorschlag von Kugel-Gelpke, wird der am Radeintritt auftretende Ablenkungsdruck durch den Rückdruck des in axialer Richtung aus dem Laufrad tretenden

Wassers ausgeglichen, weil die Geschwindigkeiten an beiden Stellen gleich sind. Außerdem sind die äußeren und inneren Durchmesser

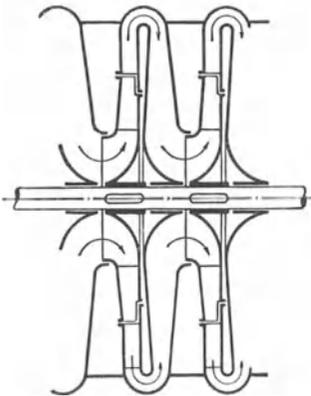


Abb. 190. Ausgleich von Rateau durch Verkleinerung des äußeren Spaltdurchmessers gegenüber dem Einlauf.

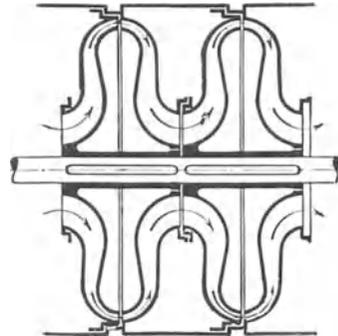


Abb. 191. Ausgleich von Kugel-Gelpke durch Verwendung axialen Austritts.

der beiderseitigen Druckräume so gewählt, daß auch die statischen Drücke sich aufheben sollen. Beide Konstruktionen haben den Nachteil, daß der Druckausgleich rechnerisch schwer zu bestimmen und deshalb nicht in befriedigender Weise zu erreichen ist. Im Fall der Abb. 190 entstehen außerdem erhebliche zusätzliche Verluste durch die seitliche Öffnung des Laufkanals.

<sup>1)</sup> Vgl. Mueller: Z. V. d. I. 1905, S. 1181ff.

## 80. Ausgleich durch Verwendung eines für alle Stufen gemeinsamen Organs.

Die bisher besprochenen Einrichtungen leiden (mit Ausnahme der Anordnung nach Abb. 189) daran, daß ein besonderes Spurlager nötig ist, auf welches schwer bestimmbare Drücke ausgeübt werden und von dem die Betriebssicherheit der Pumpe in hohem Maße abhängig ist. Ferner ist bei den Konstruktionen mit zwei Spaltdichtungen der Spaltverlust doppelt so groß wie bei der Verwendung von Rädern mit einfachem Dichtungsspalt. Dieser Nachteil ist bei den Bauarten mit doppelseitigem Einlauf oder doppelseitiger Anordnung der Laufräder zwar vermieden. Dafür ist dort aber die Herstellung teurer und der Raumbedarf größer. Um das Spurlager zu vermeiden, ohne zum zweiten Spalt oder der doppelseitigen Anordnung greifen zu müssen, wird heute bei mehrstufigen Pumpen fast von allen Firmen ein besonderes Ausgleichsorgan verwendet, das meist in einer mit der Welle umlaufenden und unter dem Förderdruck stehenden Ausgleichsscheibe besteht. Die im Turbinen- oder Turbokompressorenbau übliche Anordnung eines Ausgleichskolbens mit Labyrinthnuten in Verbindung mit einem Spurlager ist im Kreiselpumpenbau wegen der zu erwartenden starken Abnutzung des Dichtungsspalt, die den Ausgleich beeinträchtigt und den Wasserverlust erhöht, nicht am Platze.

Der nächstliegende Gedanke wäre der, diese Ausgleichsscheibe *A* unmittelbar hinter dem letzten Laufrad auf der Druckseite der Pumpe so anzuordnen, daß sie an ihrem Umfang einen radialen Spalt (d. h. mit axialem Spiel) bildet (Abb. 192). Hierbei müßte das Druckwasser des Spaltraums der letzten Stufe auf die Ausgleichsscheibe die zur Aufhebung des Axialschubes nötige Gegenkraft ausüben, wozu es vermöge seines hohen Drucks auch in der Lage ist, wenn der Durchmesser der Scheibe groß genug ist und dafür gesorgt wird, daß in dem Raum hinter der Scheibe ein weit niedrigerer Druck, etwa der der freien Atmosphäre, herrscht. Wird nun der Scheibendurchmesser, wie es aus Sicherheitsgründen zweckmäßig sein dürfte, etwas größer gemacht, als zur Aufhebung des Achsenschubs nötig ist, so entsteht ein überschüssiger Druck, der die Scheibe von ihrer Dichtungsfläche abdrängt. Dadurch wird eine größere Menge Druckwasser durch den Spalt austreten und somit der Druck auf die Scheibe sinken, bis die eingetretene Bewegung zum Stillstand kommt. Da aber dieses Sinken des Überdrucks nur möglich ist, insoweit der verhältnismäßig weite äußere Spalt des letzten Rades oder die Abflußleitung des Wassers eine Drosselwirkung ausüben oder gar der Förderdruck der Pumpe infolge der verstärkten Wasserentnahme zurückgeht,

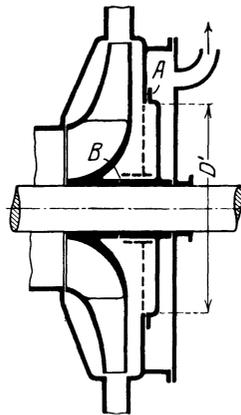


Abb. 192. Anwendung einer besonderen Ausgleichsscheibe am Ende der Pumpe.

so werden recht erhebliche Wasserverluste, die die Wirtschaftlichkeit der Anordnung unmöglich machen, ferner große axiale Verschiebungswege der Pumpenwelle, die den Wirkungsgrad weiter verschlechtern, die Folge sein. Offenbar werden aber die Verhältnisse sofort erheblich günstiger, wenn vor oder hinter oder vor und hinter der Ausgleichsscheibe der Wasserstrom gedrosselt wird, und zwar wird der Wasserverlust, ebenso wie der axiale Verschiebungsweg, um so kleiner sein, je kräftiger diese zusätzliche Drosseleinrichtung wirkt.

Im Fall der Abb. 192 ließe sich beispielsweise vor der Ausgleichsscheibe eine solche Drosselstelle unterbringen, wenn der gestrichelt eingezeichnete enge und lange Ringspalt  $B$  entlang der Nabe der Scheibe angeordnet würde. Hierauf beruhen die später zu besprechenden Konstruktionen nach Abb. 263, 274 bis 275 b.

Daß diese Ausgleichseinrichtungen nur lebensfähig sind, wenn es gelingt, den Durchtrittsquerschnitt  $F'$  des Spaltes am Umfang der Ausgleichsscheibe  $A$  weitgehend zu verkleinern, zeigt folgende einfache Betrachtung. Wird der Druck vor der Ausgleichsscheibe, der ja infolge der Zusatzdrosselung kleiner als der Druck am letzten Rad ist, gleich der Summe der Spaltdrücke  $\Delta H_p$  der  $i$ -stufigen Pumpe also gleich  $\Delta H_p \cdot i$ , gesetzt, so fließt die folgende Wassermenge ab

$$V_u = \mu' F' \sqrt{2g \Delta H_p \cdot i} = \sqrt{i} \cdot \mu' F' \sqrt{2g \Delta H_p}.$$

Ist der Spaltquerschnitt  $F'$  ebenso groß bemessen als der Querschnitt  $F_i$  des Dichtungsspalt des einzelnen Rades, so ist  $\mu' F' \sqrt{2g \Delta H_p}$  gleich dem eigentlichen Spaltverlust eines Rades und damit auch gleich dem Spaltverlust der ganzen Pumpe<sup>1)</sup>. Der durch die Ausgleichseinrichtung verursachte Wasserverlust ist in diesem Falle also gleich dem  $\sqrt{i}$ -fachen Spaltverlust der ganzen Pumpe.

Andererseits darf aber der Spalt der Scheibe  $A$  nicht zu eng sein oder, was dasselbe besagt, die zusätzliche Drosselung darf nicht zu stark sein, weil sonst die Gefahr des Anschleifens der Scheibe an der Spaltfläche besteht. Der Spalt der Scheibe  $A$  muß um so weiter sein, je größer die Schrägstellung der Scheibe infolge der Neigung der elastischen Linie der Welle oder infolge schiefer Aufkeilens ist.

Bei eintretender Abnützung der Scheibe oder der Gegenfläche wird offenbar der Läufer um den Betrag der Abnützung nach der Saugseite der Pumpe hin wandern. Diese Bewegung ist vom Standpunkt der Betriebssicherheit nur insoweit zulässig, als kein seitliches Anschleifen der Laufräder eintritt und die Laufradbreite am Austritt sich noch innerhalb der Leitradbreite befindet. Um die Abnützung möglichst zu beschränken, werden, ebenso wie bei den Spaltdichtungen der einzelnen Räder, auswechselbare Ringe eingesetzt, die aus einem gegen Abnützung besonders widerstandsfähigen Material (feinkörnige Bronze oder Kockillenguß) bestehen. Die Abnützung kann man jederzeit an der Verschiebung einer auf der Welle angebrachten Marke gegenüber dem Lager feststellen. Ist diese größer als 1 bis 1,5 mm, so muß die richtige

<sup>1)</sup> Vgl. S. 184.

Lage durch Unterlegen kalibrierter Blechringe zwischen Einsatzring und Gehäuse wieder herbeigeführt werden.

Wird die zusätzliche Drossleinrichtung hinter die Ausgleichsscheibe gesetzt, so kann sie an irgendeiner Stelle der Abflußleitung eingeschaltet werden. Abb. 193 zeigt eine Konstruktion, bei welcher die Drosselöffnung bei *b* in Form einer engen Bohrung angeordnet ist. Der Druck hinter der Ausgleichsscheibe ist hier unter Umständen erheblich höher als der Atmosphärendruck und dem Quadrat der durchfließenden Wassermenge proportional. Die Wirksamkeit dieser Anordnung ist die gleiche wie bei der bisher besprochenen. Doch haftet ihr der Nachteil an, daß die enge Öffnung *o* — besonders bei Betrieb mit hartem oder unreinem Wasser — sich leicht verstopft und dadurch die Pumpe gefährdet wird. Es muß deshalb für eine regelmäßige Reinigung der Öffnung gesorgt werden, zu welchem Zweck die Schraube neben der Öffnung vorgesehen ist.

Bei der Konstruktion der Firma Jaeger & Co. nach Abb. 269, S. 324 sind zusätzliche Drosselstellen *a* und *b* vor und hinter der Ausgleichsscheibe eingeschaltet.

Die Ausführung Abb. 272, S. 327 der Maffei-Schwartzkopff-Werke ist grundsätzlich der zuerst beschriebenen ähnlich. Nur haben der Spalt der Scheibe und der lange Ringspalt ihre Rollen vertauscht. Die Scheibe von kleinem Durchmesser stellt jetzt das zusätzliche Drosselorgan dar und ist dem am Umfang einer Ausgleichstrommel sitzenden Ringspalt vorgeschaltet.

Wird das axiale Gleichgewicht irgendwie gestört, so bewirkt der Scheibenspalt durch die eintretende Längsbewegung der Welle eine Änderung des Drucks auf den Kolben stets im Sinne des Kräfteausgleichs. Da der Ringspalt der Trommel aus Sicherheitsgründen verhältnismäßig groß sein muß, so ist auch ein beträchtlicher Verschiebungsweg des Läufers nötig, um die notwendige Querschnittsänderung des kleinen Scheibenspaltes hervorzubringen. Auch sind entsprechend große Wasserverluste zu befürchten. Diesem Nachteil kann durch eine große Länge des Trommelspaltes und Unterbringung von Labyrinthnuten entgegengewirkt werden. Doch leidet die Trommelausführung an dem grundsätzlichen Mangel, daß die Abnutzung nicht durch axiale Verschiebung des Läufers selbsttätig ausgeglichen wird. Um dem zu begegnen, hat die Firma später am äußeren Ende des Kolbens eine weitere

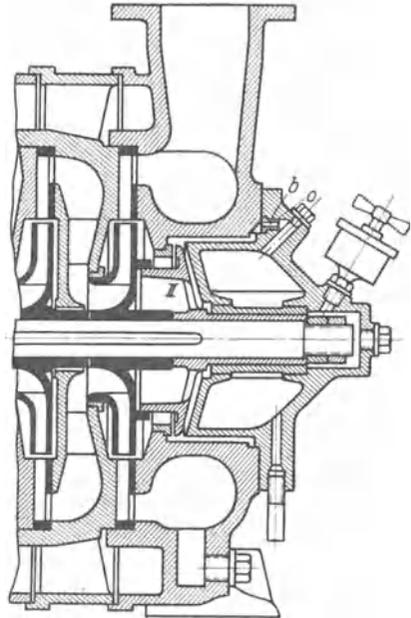


Abb. 193. Zusätzliche Drosselung hinter der Ausgleichsscheibe.

Scheibe als Hilfsdrosselstelle vorgesehen, die in Tätigkeit treten soll<sup>1)</sup>, nachdem der Kolben sich auf ein gewisses Maß abgenützt hat. Bei der neueren Ausführung der Firma sind drei Spalte *A*, *B*, *C* (Abb. 273) verwendet, von denen die beiden Spalte *A* und *C* sich so ändern, daß die regulierende Kraft verstärkt wird.

Bei der Ausgleichseinrichtung von Escher, Wyss & Cie. (Abb. 194, 195) ist die besondere Scheibe ganz vermieden dadurch, daß beide Spalte an

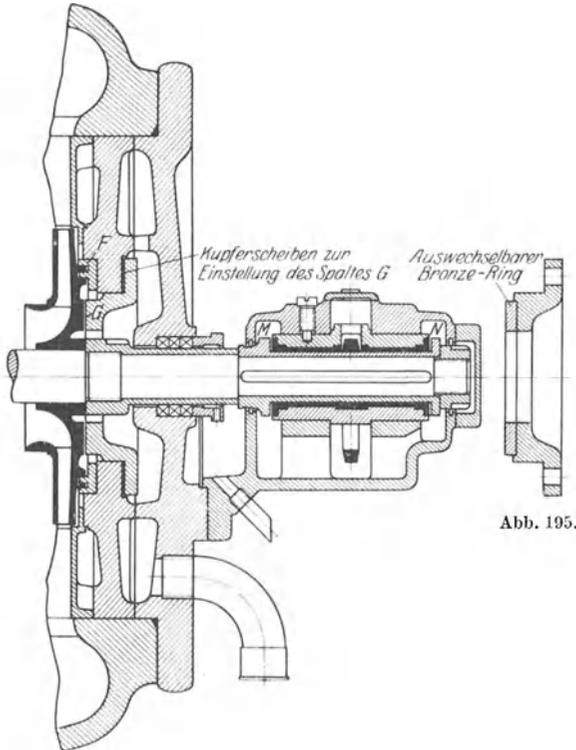


Abb. 194.

Abb. 194, 195. Ausgleichsvorrichtung von Escher, Wyß &amp; Co.

der Rückseite des letzten Rades vorgesehen sind. Der äußere Spalt ist durch den mit Nuten versehenen Ring *F* gebildet und besitzt einen gleichbleibenden Querschnitt, während der innere Spalt *G* sich mit der Läuferstellung stets so ändert, daß im Raum zwischen beiden Spalten die zur Erhaltung der Gleichgewichtslage nötige Pressung herrscht. Ist der äußere Drosselspalt *F* eng genug, was allerdings durch die Abnützung in Frage gestellt sein kann, so wird der Wasserverlust klein sein können und auch der Einstellweg kurz sein. Die Eigenschaften der Vorrichtung sind also ähnliche wie die der in Abb. 272 dargestellten, nur daß

<sup>1)</sup> Vgl. Schnabel: Z. V. d. I. 1914, S. 769.

die Baulänge kürzer und die Reibungsflächen kleiner sind. Um die Abnützung des Spaltes  $G$  leicht nachmessen zu können, sind am Lager die Bunde  $M$  und  $N$  vorgesehen, deren Anlaufen sich sofort in einer Erwärmung der linken Lagerseite bemerkbar macht und dadurch die Bedienung auf die Notwendigkeit der neuen Einstellung des Spaltes hinweisen soll. Dies wird durch Entfernung einiger der eingelegten Kupferscheiben bewerkstelligt. Ist stärkere Abnützung zu erwarten, werden sowohl am Rad als auch am Ring  $G$  leicht auswechselbare Einsätze aus Bronze (Abb. 195) angebracht.

In Abb. 196 sind beide Dichtungsstellen als radiale Spalte  $A$  und  $B$  auf beiden Seiten der Ausgleichsscheibe  $m$  angeordnet. Beide Drosselstellen ändern gleichzeitig ihren Durchgangsquerschnitt im Sinne einer Unterstützung der regulierenden Kraft. Beispielsweise wird bei einer Rechtsbewegung der Druckunterschied vor und hinter der Scheibe sowohl wegen der Verengung des großen als auch wegen der Erweiterung des kleinen Spaltes abnehmen müssen. Daraus ergibt sich ein kurzer Einstellweg. Die Abnützung der beiderseitigen Dichtungsflächen erfolgt nach entgegengesetzter Richtung und verursacht deshalb nur eine geringfügige Verschiebung des Läufers. Gleichgewicht wird stets bei einem bestimmten Verhältnis der beiden Spaltweiten vorhanden sein. Da aber die Spaltweite sich mit der Abnützung vergrößert, so ist auch eine Steigerung des Wasserverlustes die Folge. Deshalb ist es bei dieser Konstruktion besonders notwendig, die Abnützung durch rechtzeitiges Einsetzen von Unterlegscheiben unter die Platte  $K$  und die Platte des äußeren Spaltes  $B$  zu beseitigen.

Bei der aus Abb. 196a ersichtlichen Ausführung von Weise Söhne besitzen sowohl Haupt- wie Nebenspalt unveränderliche, d. h. zylindrische Drosselstrecken ( $g, f$ ) und veränderliche, d. h. radiale Drosselstrecken ( $k, s$ ). Die Hinzunahme zweier unveränderlicher Drosselstellen verringert den Wasserverlust und gestattet die Anwendung größerer Spaltweiten. Sie vergrößert aber den axialen Einstellweg. Letzterer Nachteil wird aber durch die doppelseitige Veränderlichkeit beseitigt oder mindestens gemildert, da die Änderung beider Spalte im gleichen

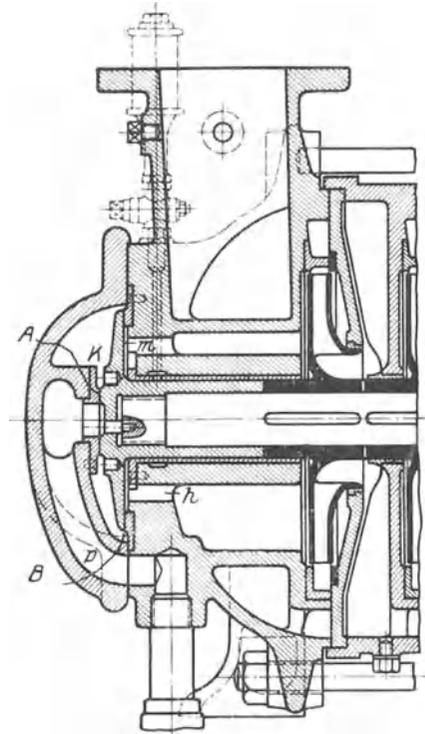


Abb. 196. Hauptspalt und Zusatzspalt sind veränderlich.

Sinne wirkt. Wie bei der vorher besprochenen Anordnung wird sich aber mit der Abnutzung der radialen Spalte der Wasserverlust vergrößern, was naturgemäß auch für die zylindrischen Spalte zutrifft.

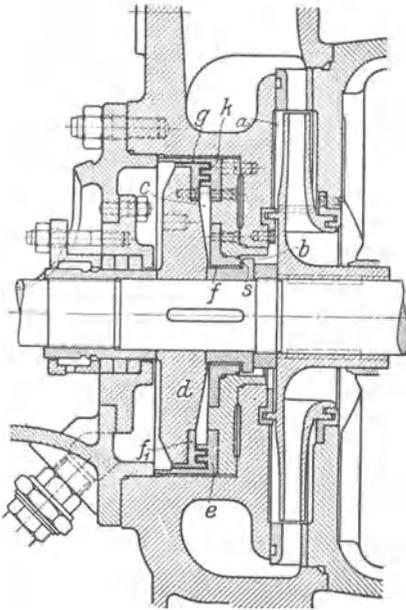


Abb. 196 a. Ausgleichsvorrichtung von Weise Söhne.

eine große Weite  $b''$  die betriebliche Sicherheit erhöht, so ist es offenbar am besten, auf die Schlitze ganz zu verzichten.

Eine ähnliche Wirkung wie die Zufügung zylindrischer Drossel­spalte hat die Verkleinerung des wirksamen Spaltumfangs, die bei der in Abb. 196 b angegebenen Ausführung von Schwade & Co., Erfurt, dadurch erzielt ist, daß sich dicht an die Ausgleichsscheibe  $A$  ein Ring  $B$  anschließt, der mit vier Schlitzen versehen ist. Hierbei ist allerdings zu bedenken, daß zwischen Ring  $B$  und Scheibe  $A$  ein Zwischenraum  $b''$  vorhanden sein muß, der das Anstreifen verhindert. Durch diesen tritt ebenfalls Wasser aus. Bei gleichem gesamten Wasserverlust oder gleicher Weite  $b'$  des radialen Spaltes muß  $b''$  um so kleiner sein, je größer die Schlitze sind. Letztere müssen sich also auf einen kleinen Teil des Spaltumfangs erstrecken. Da

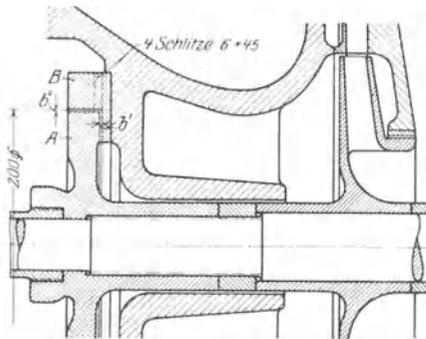


Abb. 196 b. Ausgleichsvorrichtung von Schwade & Co.

Die vorstehend besprochenen Ausführungsformen bilden nur eine kleine Auswahl aus einer großen Zahl verschiedener Konstruktionen, die nicht alle angeführt werden können, aber durchweg auf dem gleichen Grundgedanken beruhen, daß nämlich eine Ausgleichsscheibe (oder -trommel) in Verbindung mit einer oder mehreren zusätzlichen Drosselstellen verwendet wird. Bei allen diesen Entlastungsvorrichtungen darf kein Spurlager vorhanden sein. Ein besonderer Vorzug, den allerdings

die Bauart nach Abb. 193 nicht besitzt, besteht auch darin, daß die Stopfbüchse auf der Druckseite der Pumpe nicht mehr gegen wesentlichen Überdruck abgedichtet zu werden braucht.

Im Betrieb haben diese Entlastungseinrichtungen den an sie gestellten Anforderungen voll entsprochen. Die bei der Regulierbewegung des Läufers auftretenden axialen Verschiebungen sind meist außerordentlich gering, insbesondere bei der Konstruktion nach Abb. 196. Was Betriebssicherheit anlangt, so haben sich diese Ausgleichsvorrichtungen den nicht selbsttätigen Entlastungen überlegen gezeigt und die letzteren fast ganz verdrängt.

Sie lassen sich jedoch nicht anwenden, wenn stark sand- oder schlammhaltige Flüssigkeiten zu fördern sind, weil der hierbei auftretende starke Verschleiß der Spaltflächen die Wirksamkeit zu schnell beeinträchtigt. Ebenso haben sie sich als ungeeignet erwiesen, wenn der Förderdruck der Pumpe bis auf Null sinken kann, wie beispielsweise bei Feuerspritzen, weil der Axial Schub mehrstufiger Pumpen hierbei nicht verschwindet und manchmal auch seine Richtung umkehrt. Bei beweglichen Pumpen liegen die Verhältnisse — ähnlich wie bei den später zu besprechenden senkrechten Pumpen — schon deshalb schwieriger, weil die Pumpe unter Umständen mit stark geneigter Achse aufgestellt werden muß. In allen diesen Fällen muß auf die früher besprochenen Konstruktionen, die ein besonderes Spurlager besitzen, zurückgegriffen werden.

In neuerer Zeit sind auf Grund der in Abschnitt 86 dargelegten Theorie der Gleitlager neue Drucklager (vgl. Abb. 227, 228) entstanden, die außerordentlich hohe Flächenpressungen aufnehmen können und hinsichtlich Betriebssicherheit allen Anforderungen genügen. Da diese Spurlager, deren Wirkung ebenfalls auf hydraulische Vorgänge zurückzuführen ist, sich außerdem nicht oder nur sehr wenig abnutzen, keinen Wasserverlust und nur sehr wenig Reibung verursachen, so ist zu erwarten, daß sich ihre Anwendung auch im Kreiselpumpenbau durchsetzen und die jetzt üblichen Einrichtungen — wenigstens bei den großen Ausführungen — stark zurückdrängen wird.

Die Anordnung der Ausgleichsvorrichtung hat stets so zu geschehen, daß sie leicht zugänglich ist. Dies ist der Fall, wenn der Einbau an dem entgegengesetzt zur Antriebsseite gelegenen Ende der Pumpe erfolgt. Dadurch ergibt sich von selbst, daß die Kupplung mit dem Motor auf der Saugseite der Pumpe angeordnet wird, was auch den Vorteil bietet, daß der Ausbau der Pumpe ohne Lösen der gegen Undichtheiten besonders empfindlichen Saugleitung erfolgen kann (vgl. Abschnitt 64).

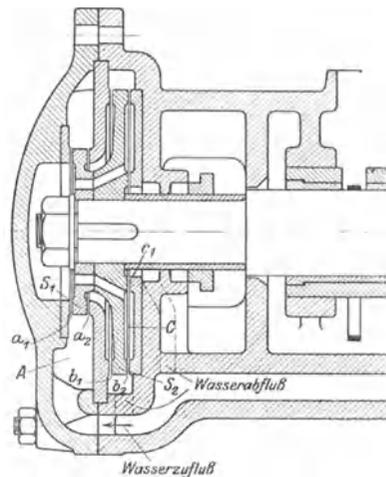


Abb. 197. Druckentlastung von Jaeger & Co. für wechselnde Richtung des Achsdrucks.

Eine andere Aufgabe als die bisher behandelte hat die in Abb. 197 gezeigte Druckentlastung der Firma C. H. Jaeger & Co.<sup>1)</sup>, da sie die in wechselnder Richtung auftretenden Seitenschübe aufhebt und demnach geeignet ist, das Drucklager für die im vorhergegangenen Abschnitt beschriebenen Ausgleichsvorrichtungen zu ersetzen. Aus der Pumpe fließt das Druckwasser bei *A* zu. Wirkt der Achsdruck beispielsweise von rechts nach links, so verengen sich die Spalte  $a_1$  und  $b_1$ , während sich die Spalte  $a_2$ ,  $b_2$  und  $c_1$  öffnen. Infolgedessen erhöht sich der Druck im Raum auf der linken Seite der Scheibe  $S_2$ , während er sich auf der anderen Seite verringert. Der Abfluß erfolgt durch die beiden gestrichelt eingezeichneten Kanäle. Wirkt der Achsschub in der umgekehrten Richtung, so gelangt das Druckwasser durch den geöffneten Spalt  $a_1$  und die Bohrungen der Scheiben  $S_1$  und  $S_2$  nach dem Raum *C*, dessen Abflußspalte  $c_1$  und  $b_2$  jetzt verengt sind, während die Zufuhr zur linken Seite von  $S_2$  sich verringert. Die Vorrichtung ist zur Erleichterung der Zugänglichkeit am Ende des Außenlagers der Pumpe eingebaut und erhält das Preßwasser durch eine besondere Leitung zugeführt.

### 81. Berechnung der besonderen Ausgleichsvorrichtung.

Die in Abschnitt 80 besprochenen Entlastungseinrichtungen wirken nur dann einwandfrei, wenn der Durchmesser der Druckscheibe (oder des Druckkolbens) etwas größer bemessen ist, als bei vollem Wasserdruck zur Aufhebung des vorhandenen Axdrucks  $iA$ , herrührend von den  $i$  Rädern der mehrstufigen Pumpe, nötig ist. Infolge der Vergrößerung des Durchmessers vergrößert sich der Austrittsspalt, aber es sinkt auch der Wasserdruck auf die Scheibe im umgekehrten Verhältnis der Druckfläche. Um nun einen allgemeinen Einblick zu erhalten, wie sich der Wasserverlust  $V_u$  bei verschiedenen Durchmessern verhält, werde die zuerst betrachtete Ausgleichsvorrichtung nach Abb. 192, die in Abb. 198 wiedergegeben ist, für den Fall betrachtet, daß der Querschnitt der Nabe vom Durchmesser  $d_n$  gegenüber der Scheibenfläche vom Durchmesser  $D'$  vernachlässigbar klein sei. Dann ist einerseits<sup>2)</sup>, wenn der Überdruck  $h$  auf die Scheibe als gleichmäßig verteilt angenommen wird,

Abb. 198. Druckausgleich mittels Scheibe und vorgeschaltetem Ringspalt.

$$iA = \gamma h \cdot \pi \frac{D'^2}{4}, \quad (10)$$

<sup>1)</sup> Vgl. Mitter: Z. V. d. I. 1913, S. 1009.    <sup>2)</sup> Vgl. Fußbemerkung S. 256.

andererseits, wenn  $b'$  die Spaltweite, also  $F' = \pi D' b'$  der Spaltquerschnitt und  $\mu'$  die für den Spalt gültige Ausflußziffer,

$$V_u = \mu' F' \sqrt{2gh} = \mu' \pi D' b' \sqrt{2gh}. \quad (11)$$

Durch Elimination von  $h$  aus diesen Gleichungen ergibt sich

$$iA = \frac{\gamma}{8g\pi\mu'^2} \left(\frac{V_u}{b'}\right)^2 \quad (12)$$

oder

$$V_u = \sqrt{\frac{8g\pi iA}{\gamma}} \mu' b'. \quad (13)$$

Da  $D'$  nicht mehr auftritt, so ist die Größe des Scheibendurchmessers ohne Einfluß auf den Wasserverlust. Dieser ist vielmehr bei gegebenem Axialschub  $iA$  proportional der Spaltweite  $b'$  und der Ausflußzahl  $\mu'$ . Demnach ist es, wenn man von der Reibungsarbeit der Scheibe an dem umgebenden Wasser abieht, vollkommen gleichgültig, wie groß der Scheibendurchmesser  $D'$  gemacht wird. Es kommt vielmehr nur darauf an, den Spalt möglichst eng zu machen, was selbsttätig geschieht, wenn eine entsprechend kräftige Zusatzdrosselung im Ringspalt verwendet wird. In Wirklichkeit aber wird die kleinstmögliche Spaltweite  $b'$  um so größer sein müssen, je größer der Scheibendurchmesser ist, weil die Gefahr des Anstreichens bei gleicher Verbiegung der Welle und gleichen Herstellungsungenauigkeiten größer wird. Auch bewirkt die endliche Größe des Durchmessers  $d_n$ , daß mit zunehmendem Durchmesser  $D'$  eine, wenn auch geringe Steigerung der Verluste stattfindet. Hiernach ist es zweckmäßig, den Scheibendurchmesser nicht allzu groß zu machen; doch ist die gemachte Feststellung von Wichtigkeit, daß im wesentlichen nur die Spaltabmessungen, insbesondere die Spaltweite  $b'$ , auf die Verluste Einfluß haben.

Es ist nun naheliegend, den Scheibendurchmesser  $D'$  so zu ermitteln, daß von einer nach Lage der Verhältnisse anzunehmenden Weite  $b'$  ausgegangen und unter Berücksichtigung der Wirkung der Zusatzdrosselung die zur Aufhebung des Achsschubs  $iA$  notwendige Scheibenfläche errechnet wird. Dabei ist zu dem aus Gl. (6) ermittelten Wert von  $A$  ein Zuschlag zu machen, der einerseits die im Anschluß an diese Gleichung erwähnten Einflüsse berücksichtigen soll und andererseits eine gewisse Sicherheit einschließt, um ein Anstreifen der Spaltfläche der Scheibe zu vermeiden. Der Wert des Zuschlags wird nach den mit den einzelnen Bauarten gemachten Erfahrungen zu bestimmen sein. Im allgemeinen dürften 30 bis 50% ausreichen, so daß mit einem Scheibendruck

$$P = 1,3 \text{ bis } 1,5 iA \quad (14)$$

zu rechnen ist. Bei der Bemessung des Zuschlags muß im Auge behalten werden, daß die angenommene Spaltweite  $b'$  nur beim Auftreten des Achsdrucks  $P$  vorhanden ist und sich mit abnehmendem  $P$  vergrößert, also im normalen Betrieb sich leicht zu große Spaltweiten und damit unnötig große Wasserverluste einstellen.

Der Rechnungsgang werde für die Anordnung nach Abb. 198 im folgenden dargelegt.

Steht am Umfang des letzten Rades vom Durchmesser  $2r_2$  der Überdruck  $H'$  über dem Druck hinter der Ausgleichsscheibe zur Verfügung, so ist entsprechend Gl. (1) der Druck am Eintritt in den Ringspalt  $B$ , wenn  $r_n = \frac{d_n}{2}$

$$h_1 = H' - \frac{\omega^2}{8g}(r_2^2 - r_n^2) \quad (15)$$

und damit, entsprechend Gl. (6) des Abschnitts 62, der Druck am Austritt aus dem Ringspalt  $B$ , wenn  $\mu_n$  die Ausflußzahl und  $F_n = \pi d_n b_n$  den Querschnitt des Spaltes bedeuten,

$$h = \frac{h_1}{1 + \left(\frac{\mu' F'}{\mu_n F_n}\right)^2} = \frac{h_1}{1 + \left(\frac{\mu' b' D'}{\mu_n b_n d_n}\right)^2}. \quad (16)$$

Bei der Berechnung von  $h_1$  aus Gl. (15) kann  $H'$ , sofern es sich um mehrstufige Pumpen handelt, gleich der um die manometrische Saughöhe verminderten Förderhöhe  $H$  der Pumpe genommen werden, da das Spaltwasser meist unmittelbar ins Freie ausgedrossen wird.

Die Ausflußziffern  $\mu'$  und  $\mu_n$  sind für Spalte ohne Labyrinthnuten aus Gl. (8) des Abschnitts 62 für Spalte mit Labyrinthnuten aus Gl. (9) des Abschnitts 62 (mit  $\lambda = 0,08$ ) zu errechnen. Insbesondere ist mit Bezug auf Abb. 198 für glatte Spalte

$$\mu' = \frac{1}{\sqrt{0,04 \frac{L'}{b'} + 1,5}}, \quad (17)$$

$$\mu_n = \frac{1}{\sqrt{0,04 \frac{L_n}{b_n} + 1,5}}. \quad (17a)$$

Da angenommen werden kann, daß der Einfluß der Rotation des Wassers auf beiden Seiten der Scheibe sich aufhebt, so wirkt auf die ganze Scheibenfläche der Überdruck  $\gamma h$ , so daß<sup>1)</sup>

$$P = \frac{\pi}{4} (D'^2 - d_n^2) \gamma h. \quad (18)$$

<sup>1)</sup> Gl. (18) und Gl. (10) setzen voraus, daß über dem ganzen Scheibenspalt von der Länge  $L'$  der Austrittsdruck herrscht. Infolge der Rotation des Wassers im Spalt und der Zunahme des Spaltquerschnitts müßte der Druck nach außen zunehmen, infolge der Reibung abnehmen. Nimmt man an, daß die Rotation des Wassers außerhalb der Scheibe die gleiche ist wie im Spalt, so kann die Rotation außer Betracht bleiben. Es ist dann die Zunahme des Drucks infolge der Querschnittsvergrößerung, wenn  $c$  die Geschwindigkeit am Eintritt

$$h_d = \frac{c^2}{2g} \left[ 1 - \left( \frac{D'}{D' + 2L'} \right)^2 \right]$$

Setzt man hierin den Wert für  $h$  aus Gl. (16) ein, so erhält man eine Gleichung, aus der sich ergibt

$$D' = \sqrt{\frac{P + \frac{\pi}{4} d_n^2 \gamma h_1}{\frac{\pi}{4} \gamma h_1 - \left(\frac{\mu' b'}{\mu_n d_n b_n}\right)^2 P}}. \quad (19)$$

Das negative Vorzeichen im Nenner unter der Wurzel beweist, daß die gemachten Annahmen nur dann einen reellen Wert für  $D'$  liefern, wenn der Bedingung genügt wird

$$\frac{\pi}{4} \gamma h_1 > \left(\frac{\mu' b'}{\mu_n d_n b_n}\right)^2 P. \quad (20)$$

Um unmögliche Werte für  $D'$  zu vermeiden, dürfte es sich empfehlen, so vorzugehen, daß  $D'$  und  $b'$  angenommen und die Abmessungen des zusätzlichen Drosselspaltes errechnet werden, indem Gl. (19) geschrieben wird

$$\mu_n b_n = \frac{\mu' b' D'}{d_n} \sqrt{\frac{P}{\frac{\pi}{4} (D'^2 - d_n^2) \gamma h_1 - P}}. \quad (21)$$

Da mit Bezug auf Gl. (17a) für einen glatten Spalt

$$\mu_n b_n = \frac{b_n}{\sqrt{0,04 \frac{L_n}{b_n} + 1,5}}, \quad (22)$$

so kann nach Ermittlung von  $\mu_n b_n$  aus Gl. (21) und Annahme von  $L_n$  die Spaltweite  $b_n$  erhalten werden.

Beispielsweise würde für die Pumpe des Abschnitts 40, da nach S. 239  $A = 215$  kg, also nach Gl. (14)  $P = 1,4 \cdot 3 \cdot 215 = 903$  kg, ferner  $H' \approx 76$  m, nach Gl. (15)  $h_1 = 69,2$  m. Werden  $b' = 0,05$  mm,  $L' = 20$  mm gewählt, so wird nach Gl. (17)  $\mu' = 0,24$ . Wird nun  $D'$  angenommen zu 200 mm = 0,20 m, so gibt Gl. (21)  $\mu_n \cdot b_n = 0,0345 \cdot 10^{-3}$  in m oder 0,0345 mm, worauf sich mit  $L_n = 80$  mm aus Gl. (22) durch Probieren  $b_n = 0,16$  mm errechnet. Der Wasserverlust würde damit, weil Gl. (16)  $h = 29,5$  m gibt,  $V_u = \mu' \pi D' \cdot b' \sqrt{2gh} = 0,182 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{sec} = 0,182 \text{ l/sec}$  betragen. Da dieser Wert sehr gering ist, kann aus Gründen der Betriebssicherheit  $b'$  vergrößert werden, womit auch  $b_n$  sich ändert. Die neue Annahme  $b' = 0,1$  mm liefert  $\mu' = 0,324$ ,  $\mu_n b_n = 0,0930$  mm,  $b_n = 0,32$  mm,  $h = 29,5$  m,  $V_u = 0,49 \text{ l/sec}$ , entsprechend 1,6% Verlust, was zulässig sein dürfte, auch wenn berücksichtigt wird,

und die Abnahme infolge der Reibung

$$h_r = \lambda \frac{L'}{4F} \cdot U \cdot \frac{c^2}{2g} = \lambda \frac{L'}{2b'} \cdot \frac{c^2}{2g} = 0,04 \frac{L'}{b'} \frac{c^2}{2g}.$$

Bei den hier vorliegenden engen Spalten dürfte im allgemeinen die Reibung überwiegen.

daß infolge des zum Achsdruck gemachten Zuschlags die tatsächliche Weite  $b'$  und demnach auch der Verlust größer sein werden, als der Rechnung entspricht. Immerhin zeigt die Rechnung, daß bei der Bauart nach Abb. 198 sehr kleine Weiten  $b'$  des Scheibenspaltes nötig sind, wenn der Wasserverlust nicht zu groß werden soll. Dagegen muß die Weite  $b_n$  des zusätzlichen Spaltes offenbar verhältnismäßig groß sein. Enge Zusatzspalte bringen die Gefahr mit sich, daß die Bedingung (20) nicht mehr erfüllt wird, also die Regulierfähigkeit überhaupt aufhört oder gemäß Gl. (19) zu große Scheibendurchmesser nötig werden. Es hat demnach auch nicht viel Zweck, den Durchgangswiderstand des Zusatzspaltes durch Anwendung von großen Spaltlängen, Labyrinthnuten usw. zu steigern. Dagegen empfiehlt es sich, die Drosselwirkung des äußeren Spaltes zu unterstützen, wie das beispielsweise bei den in Abb. 196a, 270 gezeigten Ausführungen geschieht. Doch muß beachtet werden, daß, wenn diese hinzukommende Drosselwirkung unveränderlich ist, die Empfindlichkeit beeinträchtigt, d. h. der Verschiebungsweg vergrößert wird.

Zu ähnlichen Ergebnissen würde die rechnerische Untersuchung der anderen Bauarten führen. Hierauf soll aber, weil der Gang der Rechnung grundsätzlich der gleiche bleibt, verzichtet werden.

## 82. Ausgleich bei Pumpen mit senkrechter Welle.

Hier wird der Achsdruck noch vermehrt durch die Gewichte des Läufers. Sofern die umlaufenden Teile im Wasser liegen, ist der zugehörige Auftrieb in Abzug zu bringen. Ferner ist zu beachten, daß beim Abstellen der Pumpe die entlastende Kraft der in den Abschnitten 80 und 81 besprochenen Ausgleichsvorrichtung aufhört, ehe die Pumpe zur Ruhe kommt und also das Eigengewicht ein Sinken des Läufers herbeiführt. Ist nun die für senkrechte Pumpen natürliche Anordnung gewählt, daß das Wasser von unten nach oben durch die Pumpe fließt, so ist eine solche Ausgleichseinrichtung nicht anwendbar, weil die Scheibe an ihrer Gegenfläche anstreifen würde. Die Zufügung eines Sicherheitsspurlagers, das dann nur nach unten gerichtete Kräfte aufnehmen dürfte, scheidet an der Kleinheit des Spaltes der Ausgleichsscheibe mit Rücksicht auf die unvermeidliche Abnutzung und an der Schwierigkeit der Einstellung. Die Bauarten nach Abb. 272 oder 194, bei denen der Spalt des Ausgleichsorgans zylindrische Form besitzt, machen allerdings eine Ausnahme, da hier Anstreifen auch des Zusatzspaltes nicht zu befürchten ist. Da aber das Sicherheitsspurlager doch nicht entbehrt werden kann, so findet man vorwiegend die Entlastungseinrichtungen mit unvollkommenem Ausgleich, die in Abschnitt 79 beschrieben sind, verwendet (vgl. Abschnitt 94).

Hierbei kann man auch die Gewichte ausgleichen, beispielsweise durch ungleiche Bemessung der beiderseitigen Dichtungsspalte des Rades oder Anwendung einer ungleichen Anzahl entgegengesetzt beaufschlagter Räder usw.

Die Verwendung der besonderen Ausgleichseinrichtung ist aber bei allen Bauarten möglich, wenn die Durchflußrichtung des Wassers durch

die Pumpe umgekehrt, also der Saugstutzen oben und der Druckstutzen unten angeordnet wird. Die Scheibe sitzt dann ebenfalls unten und öffnet sich nach unten, so daß der Hinzunahme eines Sicherheitsspurtagers nichts im Wege steht. Diese Anordnung hat auch den Vorzug, daß der Scheibendruck durch das Eigengewicht verringert wird, also die Entlastungskonstruktion und der Wasserverlust entsprechend kleiner ausfällt wie sonst. Infolge der Verkleinerung des Achsschubs durch das Eigengewicht empfiehlt sich diese umgekehrte Anordnung auch bei Verwendung der Ausgleichsverfahren des Abschnitts 79, bei denen sie mit Rücksicht auf die Vermeidung des Anstreichens nicht nötig wäre.

Um die Zugänglichkeit zur Entlastungskonstruktion zu bessern, kann diese von der Pumpe getrennt und an einer beliebigen Stelle der Welle angeordnet werden, wenn ihr das Druckwasser durch eine besondere Rohrleitung zugeführt wird. In diesem Falle kann das Druckwasser auch einer anderen Einrichtung entnommen werden, falls das Betriebswasser zu unrein und deshalb ein rascher Verschleiß der Spaltflächen zu befürchten ist. Erfolgt der Einbau der Ausgleichsvorrichtung oder des Drucklagers am oberen Ende einer langen Welle, so muß darauf geachtet werden, daß die mit Änderung der Temperatur eintretende Dehnung der Welle unter Umständen eine zu starke Verschiebung der Laufräder gegenüber dem Gehäuse herbeiführt.

## M. Die Konstruktion der einzelnen Bauteile.

### 83. Wahl der Baustoffe.

Die richtige Auswahl des Materials ist von besonderer Wichtigkeit, weil die Aufrechterhaltung des auf dem Versuchsstand festgestellten Wirkungsgrades davon abhängig ist, daß die Schaufeln und die verschiedenen Abdichtungsstellen durch Abnützung nicht verändert werden. Die Vorbedingungen für Abnützung sind dadurch gegeben, daß die im Wasser liegenden Gleitstellen nicht durch Öl geschmiert werden können und alle mit dem Wasser in Berührung kommenden Flächen chemischen und elektrolytischen Einwirkungen infolge der im Wasser aufgelösten Stoffe ausgesetzt sind. Bei unreinem Wasser kommen unter Umständen noch Anfressungen durch mechanische Beimengungen (Sand u. dgl.) hinzu. Alle diese Einwirkungen werden durch hohe Wassergeschwindigkeiten gefördert.

Ist das Wasser rein und handelt es sich um geringe Wassergeschwindigkeiten, wie etwa bei den sog. Niederdruckpumpen, so können Lauf- und Leiträder aus Gußeisen hergestellt werden. Falls hier die Spalte verhältnismäßig weit gemacht werden können, was insbesondere bei großen Wassermengen im Vergleich zur Förderhöhe zulässig ist, so sind auch auswechselbare Dichtungsringe nicht unbedingt erforderlich. An den Flächen, die gleiten können, wie beispielsweise der Welle beim Durchgang durch die Stopfbüchsen, sollte jedoch starker Rostansatz, der sich in langen Betriebspausen bilden kann und leicht zu

Anfressungen führt, verhindert werden. Dies kann entweder durch Verwendung eines Stahls mit Nickelzusatz oder Überziehen einer Büchse aus Bronze über die betreffende Stelle der Welle geschehen. Die Rücksicht auf Austauschbarkeit der Dichtungsflächen und insbesondere auf Vermeidung der Rostbildung in den Stopfbüchsen wird im allgemeinen zu wenig beachtet.

Bei Pumpen für große Förderhöhen führt die größere Wassergeschwindigkeit und die Notwendigkeit, die Spalte enger auszuführen,

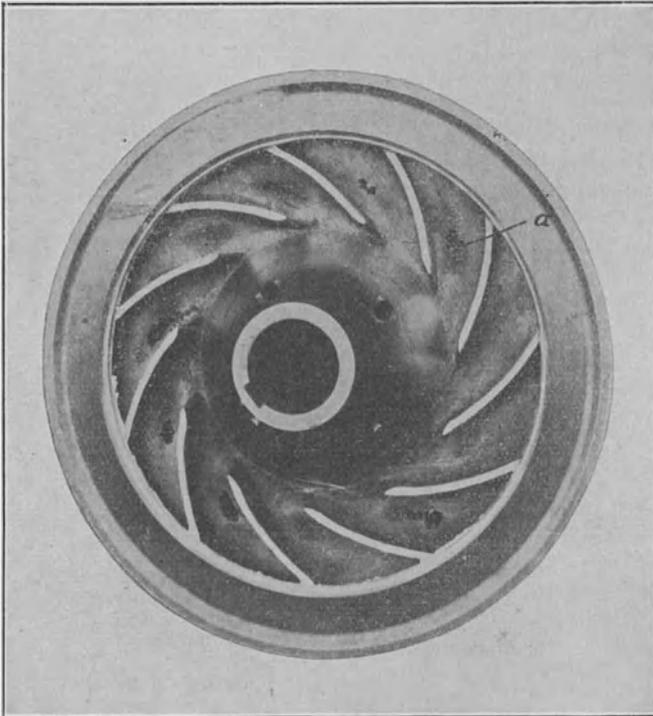


Abb. 199. Anfressungen in einem Laufrad infolge starken Gehalts des Wassers an Sauerstoff und Kohlensäure.

dazu, die Lauf- und Leiträder aus zäher Bronze herzustellen und an den Spalten auswechselbare Ringe aus einem rostsichereren Material, das gleichzeitig gegen Abnutzung besonders widerstandsfähig sein muß, vorzusehen. Für letzteren Zweck hat sich feinkörnige Bronze oder Kokillenguß besonderer Zusammensetzung als geeignet erwiesen. Falls die Welle innerhalb des Gehäuses überall durch Bronzebüchsen gegen Rostansatz gesichert ist, kann sie aus gewöhnlichem Siemens-Martin-Stahl hergestellt werden, welcher den Festigkeitsrücksichten vollkommen genügt.

Bei Wasser mit normalem Luftgehalt sind erfahrungsgemäß Anfressungen durch Gase im allgemeinen nicht zu befürchten. Anders

liegen die Verhältnisse bei sehr gasreichem Wasser. Ist neben dem Sauerstoff der Luft auch Kohlensäure vorhanden, so sind alle Bedingungen für die Entstehung von Korrosionen gegeben. Bei mehrstufigen Pumpen ist die erste Stufe mehr gefährdet wie die folgenden, weil am Eintritt in das erste Laufrad der Druck am kleinsten ist und deshalb die im Wasser gelösten Gase sich ausscheiden. Die Ausscheidung ist um so stärker, je größer die Saughöhe ist (vgl. Abschnitt 3),

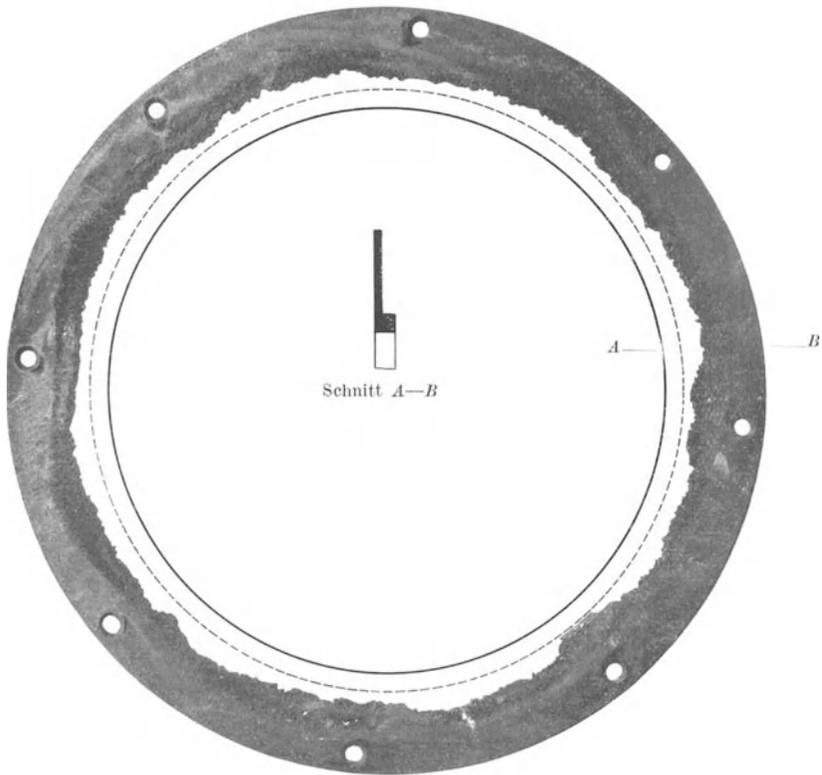


Abb. 200. Anfrassungen des gußeisernen Deckrings eines Leitrades infolge starken Gasgehalts.

und wird gefördert durch die Krümmung des Einlaufrohres, wobei die Gase am Ort des kleinsten Drucks, also der stärksten Krümmung der Stromfäden, sich in besonderem Maße ansammeln. Da die Zeit, in der sich die einzelnen Wasserteilchen im Laufrad befinden, sehr kurz ist<sup>1)</sup>,

<sup>1)</sup> Sie beträgt für das Laufrad des Abschnitts 40, da die mittlere Relativgeschwindigkeit  $\frac{w_1 + w_2}{2} = 8,86$  m/sec und die Schaufellänge 0,2 m, nur  $\frac{0,2}{8,86} = 0,023$  sec.

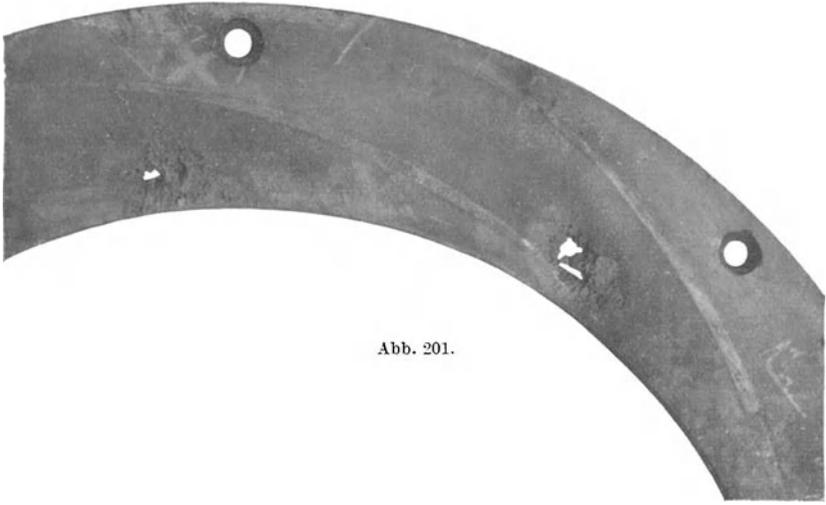


Abb. 201.

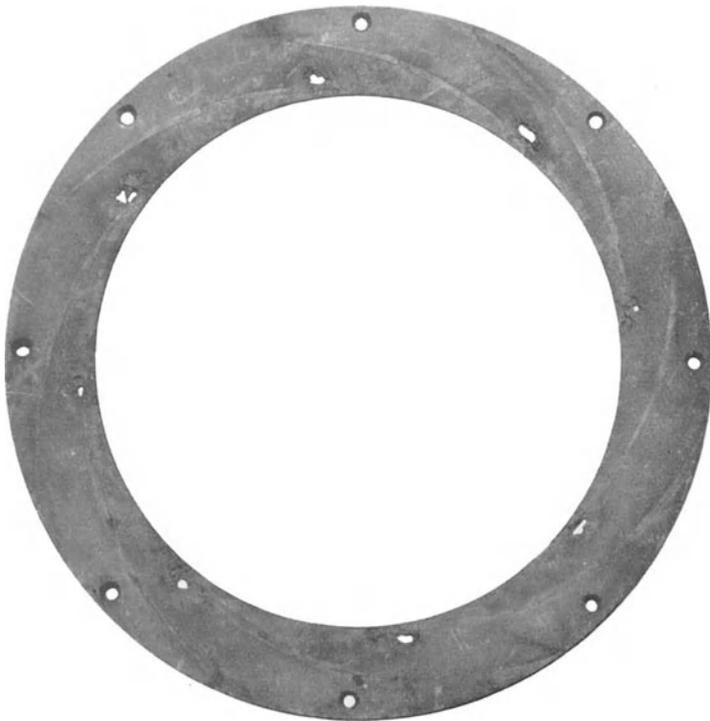


Abb. 202.

Abb. 201, 202. Anfressungen nach Ersatz des Deckrings der Abb. 200 durch einen solchen aus Bronze.

so werden die ausgeschiedenen Gase trotz der eingetretenen Druck-  
erhöhung noch größtenteils am Eintritt in das Leitrad vorhanden sein  
und dort ihre zerstörende Wirkung um so leichter fortsetzen können,  
als dort die Geschwindigkeiten am größten sind. Wie schnell sich bei  
Wasser von hohem Gasgehalt die Zerstörungen einstellen, veranschau-  
licht das Laufrad der Abb. 199<sup>1)</sup>, welches die Anfrassungen  $a$  nach  
etwa dreiwöchigem Betrieb aufwies. Die Lage der Beschädigungen  
läßt beim Vergleich mit Abb. 60 die Vermutung aufkommen, daß der  
Kanalwirbel bei diesen Vorgängen eine besondere Rolle spielt. Auch  
im Leitrad sind die Zerstörungen beträchtlich, wie die in Abb. 200  
dargestellte gußeiserne Deckscheibe einer anderen Pumpe nach zwei-  
monatigem Betrieb zeigt. Die ursprüngliche Form dieser Scheibe ist  
aus den eingezeichneten Linien und dem  
Schnitt  $AB$  ersichtlich. Die Scheibe war  
in die erste Stufe einer Pumpe der  
Firma Ehrhardt & Sehmer, A.-G., Saar-  
brücken, eingebaut. Nach Mitteilung  
dieser Firma enthielt das Förderwasser  
50 bis 60 mg Kohlensäure und 15 bis  
16 mg Sauerstoff je Liter Wasser. Die  
manometrische Saughöhe betrug 8 m.  
Abb. 201 und 202 geben eine in die  
gleiche Pumpe eingebaute Deckscheibe  
aus Bronze nach gleichfalls zweimona-  
tigem Betrieb wieder. Da demnach die  
Auswahl widerstandsfähigen Materials  
derartige Anfrassungen nicht verhindern  
kann, so müssen bei sehr gashaltigem  
Wasser andere Schutzvorkehrungen getroffen werden.

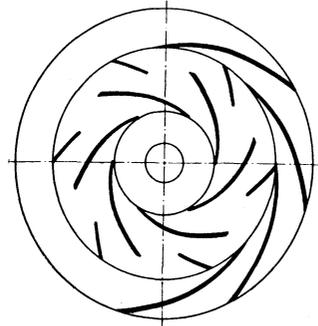


Abb. 203. Laufrad der Firma  
Ehrhardt & Sehmer für gashal-  
tiges Wasser.

Eine solche kann in der Anordnung eines Windkessels dicht vor  
der Pumpe bestehen, wobei die Gase zur Ausscheidung durch Ver-  
wendung geringer Geschwindigkeit in Verbindung mit einer Richtungs-  
änderung gezwungen werden. Ihre Entfernung aus dem Windkessel  
erfolgt durch eine Strahlpumpe, die mit dem Druckwasser der Pumpe  
betrieben werden kann.

Von der Firma Ehrhardt & Sehmer wird die in Abb. 203 dargestellte  
Anordnung der Laufschaufeln gewählt, bei der jede Schaufel in zwei  
gegeneinander versetzte Stücke geteilt ist. Hierdurch werden die Gase  
vor dem Eintritt in das Leitrad mit dem Förderwasser durchmischt,  
so daß ihre Berührung mit den Wandungen stark erschwert ist. Die  
Verwendung dieser Schaufeln bewirkte nach Angabe der Firma, daß  
die Anfrassungen nicht mehr auftraten und auch die starken Erschüt-  
terungen der Pumpe und der Rohrleitung verschwanden, die sich vorher  
in störender Weise bemerkbar gemacht hatten.

Neben den Gasen sind auch die im Wasser vorhandenen Säuren und Salze  
häufig die Ursache von Anfrassungen, wobei in erster Linie elektrolytische

<sup>1)</sup> Vgl. Fußbemerkung S. 264.

Erscheinungen, also die Art der verschiedenen, im Pumpengehäuse nebeneinander zur Verwendung gelangenden Metalle, maßgebend sind.

Wie beispielsweise Gußeisen gegenüber Bronze sich verhält, zeigt Abb. 204/205. Die Leitschaufeln aus Phosphorbronze sind mit dem Ring  $r$  aus einem Stück gegossen (Abb. 205, untere Hälfte) und liegen an der gußeisernen Wand  $w$  an. Nach kurzem Betrieb waren an der Wand die aus der unteren Hälfte der Abbildung ersichtlichen Vertiefungen  $s$  genau in der Form der Leitschaufeln vorhanden, wobei die Kanten der Vertiefungen ganz scharf waren. Die Tiefe war ungefähr so groß wie die Höhe der Schaufeln, so daß der Ring  $r$  sich bis zur Wand  $w$  verschoben hatte. Die obere Hälfte der Abbildung zeigt, in welcher einfacher Weise die Behebung des Übelstandes erfolgte.

Die Entstehung elektrischer Ströme kann verhindert werden dadurch, daß man gleiches Material für die benachbarten Teile verwendet. Bei Legierungen muß hierbei, wie die Erfahrung zeigt, auch auf die Gleichheit der Zusammensetzung geachtet werden. Da diese häufig nicht bekannt ist, so ist es nach dem Vorschlag von Koneczny und Oesch<sup>1)</sup> zweckmäßig, sich über die Möglichkeit der Entstehung elektrischer Ströme im einzelnen Falle zu vergewissern, indem man sich von den verschiedenen in der Pumpe verwendeten Materialien Elektroden anfertigt und die Spannung mißt, die sich in dem als Elektrolyt benutzten Förderwasser ergibt. Hierbei kann auch festgestellt werden, welches von beiden Materialien angegriffen wird. Allgemein ist zu sagen, daß die entstehende Spannung um so größer ist, je weiter die verwendeten Materialien in der Spannungsreihe voneinander entfernt sind. Ferner wächst die Spannung mit der Geschwindigkeit des an den

Elektroden vorbeiströmenden Elektrolyts, wodurch auch die Stärke der Erscheinungen gerade im Lauf- und Leitrad erklärlich wird.

<sup>1)</sup> Vgl. Z. f. d. ges. Turbinenwes. 1914, S. 199, woraus auch die Abb. 199, 204, 205 entnommen sind.

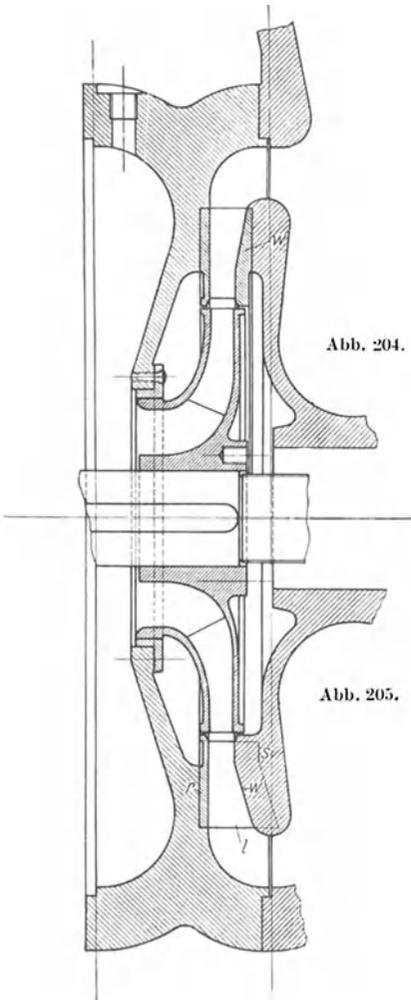


Abb. 204, 205. Anfrassungen bei säure- oder salzhaltigen Wässern infolge elektrolytischer Erscheinungen. Die Vertiefungen  $s$  haben die Höhe der Leitschaufeln.

Aus dem gleichen Grunde ist auch bei der Wahl des Materials an den Spalten der Zwischendichtungen und der Ausgleichseinrichtung auf diese Vorgänge zu achten.

Eingehende Versuche mit verschiedenen Metallegierungen in saurem Grubenwasser<sup>1)</sup> haben ergeben, daß gegen die rein chemischen Einwirkungen widerstandsfähig sind: Bleilegierungen, Stahl mit hohem Chromgehalt, Eisen mit hohem Siliziumgehalt. Nicht brauchbar erwiesen sich dagegen: graues Gußeisen, Kupferlegierungen, Nickellegierungen, Legierungen, welche Zink enthalten, besonders wenn sie in gegossener Form verwendet werden.

Bei stark durch Schlamm oder Sand verunreinigtem Wasser werden die Wände der Spalte und Stopfbüchsen in erster Linie angegriffen, während die Lauf- und Leiträder erfahrungsgemäß weniger leiden. Hartes Wasser führt bisweilen zu Ablagerungen auf den inneren Teilen, wodurch sich der Querschnitt verringert und die Reibung erhöht.

#### 84. Das Laufrad.

Die Ausbildung der Schaufeln ist in den Abschnitten 29 und 40 behandelt worden. Besonderer Wert ist auf glatte Ausführung der Kanalwände zu legen. Dies kann, wie die Erfahrung zeigt, bei sachgemäßer Durchführung schon in der Gießerei erreicht werden, ohne daß Nacharbeiten mit der Feile nötig ist, auch wenn, wie fast allgemein üblich ist, das ganze Rad aus einem Stück gegossen wird. Eine selbstverständliche Bedingung ist ferner, daß die vorgeschriebene Schaufelform sorgfältig eingehalten wird. Der schlechte Wirkungsgrad mancher Pumpe ist lediglich aus mangelnder Sorgfalt in der Ausführung, beispielsweise Rauigkeit der Kanalwand und Kernverlegung, entstanden. Laufräder für kleine Leistungen, also engen Kanälen, die auch der Gießerei Schwierigkeiten bieten, werden bisweilen so hergestellt, daß der Radkörper mit den Schaufeln getrennt von der Wand der Einlaufseite gegossen und mit dieser nachträglich vernietet wird. Dadurch werden die Laufkanäle in bequemer Weise zugänglich, allerdings auch die Herstellung nicht unwesentlich verteuert.

Die Räder werden durch Zentrifugalkräfte beansprucht. Aber die Umfangsgeschwindigkeiten sind auch bei den größten Förderhöhen noch unter der Grenze, welche zu Schwierigkeiten bei der Formgebung oder Auswahl des Materials führen würde.

Bei Zugrundelegung der Beanspruchung, die in einem mit der Umfangsgeschwindigkeit  $u$  umlaufenden Ring entsteht,

$$\sigma_u = \frac{\gamma}{g} u^2, \quad (1)$$

würde sich für Bronze mit einer zulässigen Zugbeanspruchung

$$\sigma_u = 600 \text{ kg/cm}^2, \quad \gamma = 0,0088 \text{ kg/cm}^3$$

<sup>1)</sup> The Foundry Nr. 23, 1. Dez. 1923, S. 952/53 oder Die Wärme Nr. 22, 30. Mai 1924, S. 257/58.

als größtmögliche Umfangsgeschwindigkeit ergeben

$$u = \sqrt{\frac{g}{\gamma} \cdot \sigma_u} = \sqrt{\frac{981}{0,0088} \cdot 600} = 8200 \text{ cm/sec} = 82 \text{ m/sec}, \quad (2)$$

womit nach Gl. (59) des Abschnitts 39 etwa eine Förderhöhe von 340 m durch ein Rad erreichbar sein würde.

Tatsächlich ist nun aber das Rad nicht ganz so stark beansprucht wie ein freier, mit gleicher Umfangsgeschwindigkeit umlaufender Ring, da der Belastungsfall dem einer vollen Scheibe nahekommt, welche durch die radialen, den Zentrifugalkräften entgegenwirkenden Spannungen gewissermaßen versteift wird. Allerdings bedingen diese radialen Spannungen insofern wieder eine gewisse Rücksichtnahme, als sie bei

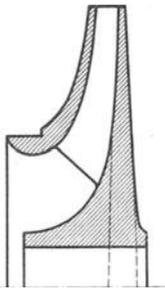


Abb. 206. Lauf-  
rad für hohe Um-  
fangsgeschwin-  
digkeiten.

gleichbleibender Dicke der Wand nach der Achse hin stark anwachsen und unter Umständen die Spannung  $\sigma_u$  des freien Rings erreichen oder überschreiten. Deshalb ist es zweckmäßig, Räder hoher Umfangsgeschwindigkeit etwa gemäß Abb. 206 auszubilden, nämlich ihre Seitenwände am Umfang dünn zu machen und nach der Nabe hin zu verdicken, ähnlich wie es die Scheibe gleicher Festigkeit verlangt. Eine einwandfreie rechnerische Verfolgung bietet sehr große Schwierigkeiten wegen der einseitigen Anordnung der Nabe und der zusätzlichen Belastung durch die Schaufeln einschließlich der offenen Radwand. Nach vorliegenden Untersuchungen<sup>1)</sup> bedeutet die einseitige Verstärkung der Nabe eines zentrisch belasteten Rades, falls die andere Seite der Nabe an bestimmte Abmessungen gebunden ist, eine Schwächung des Rades dadurch, daß

sie mit einem Spannungsanstieg auf der nicht verstärkten Seite verbunden ist. Die Schwächung erreicht bei einer gewissen einseitigen Verstärkung ihren Höchstwert, um bei weiterer einseitiger Verlängerung wieder abzunehmen. Es ist wahrscheinlich, daß für den hier vorliegenden Fall der unsymmetrischen Belastung durch die Schaufeln die Verhältnisse insofern weniger ungünstig liegen, als die einseitige Verstärkung der Nabe und Scheibe nach der Seite der Schaufeln hin erfolgt, da in diesem Falle die beiderseitigen Momente einen entgegengesetzten Drehsinn haben und sich teilweise aufheben.

Umfangsgeschwindigkeiten von der Größenordnung, die ein näheres Eingehen auf diese Verhältnisse nötig machen, kommen aber im Kreiselpumpenbau kaum vor. Wegen der ungünstigen Beanspruchung der offenen Radwand dürfte auch bei Durchführung der Verstärkung nach der Achse hin für gegossene Räder zu empfehlen sein, mit der Umfangsgeschwindigkeit nicht erheblich über den aus Gl. (2) sich ergebenden Betrag hinauszugehen, wenn dort für  $\sigma_u$  die zulässige Beanspruchung auf Zug eingesetzt wird.

<sup>1)</sup> Vgl. Honegger: Festigkeitsuntersuchungen von Kegelschalen mit linear veränderlicher Wandstärke. Dissertation, Zürich 1919; ferner BBC-Mitteilungen 1922, H. 5, S. 109.

Die Räder werden gegen Verdrehung in der Regel mit Nut und Feder gesichert und durch eine gemeinsame Mutter zusammengehalten. Die Räder müssen so befestigt sein, daß ihre Ebene genau senkrecht auf der Wellenachse steht. Schiefe Stellung beeinflußt die kritische Drehzahl und schafft eine Verdrängerwirkung des Rades gegenüber dem in den Seitenräumen befindlichen Wasser, die den Kraftbedarf erheblich vergrößert. Als Sitzart ist deshalb ein fester Sitz, etwa Treibsitz (DINorm 40 und 57) zu empfehlen, was bei in der wagrechten Mittelebene geteiltem Gehäuse ohne weiteres möglich ist und eine gute Zentrierung gewährleistet. Ist das Gehäuse ungeteilt, so wird man wegen des schwierigen axialen Ausbaues insbesondere mehrstufiger Pumpen im allgemeinen genötigt sein, den etwas lockereren Gleitsitz (DINorm 40 und 44) zu verwenden. Für die Zwischenbüchsen, die den Abstand der einzelnen Räder sichern sollen, genügt stets Gleitsitz. Da der Durchmesser der Zwischenbüchsen so klein wie möglich sein muß, um einen möglichst kleinen Eintrittsdurchmesser  $D_s$  zu erhalten [vgl. Gl. (18) des Abschnitts 28], so sind flache Federn und Nuten am Platze, wie sie neuerdings in DINorm 270 festgelegt worden sind. Aus diesem Grunde werden vielfach zwei um  $180^\circ$  versetzte Nuten vorgesehen, wodurch außerdem ein Krummwerden der Welle beim Einfräsen der Nuten verhindert wird. Beachtenswert ist auch die im oberen Teil der Abb. 75 und 76 (oder 270) ersichtliche Konstruktion, bei welcher die Feder an das Rad angegossen ist, um die Schwächung der Nabe und Zwischenbüchsen durch die Nute zu vermeiden und damit den Durchmesser  $d_n$  entsprechend verkleinern zu können.

Bei hohen Drehzahlen ist es notwendig, den Läufer vor dem Einbau auszuwuchten, d. h. durch Anbringen oder Wegnehmen von Material zu erreichen, daß die Schwerpunkte der einzelnen Massen mit der Drehachse zusammenfallen. Beispielsweise würde eine einseitige Masse vom Gewicht 0,05 kg am Radius 100 mm bei 3000 Umdrehungen je Minute eine die Welle auf Biegung belastende Zentrifugalkraft von  $0,05 \cdot 0,1 \cdot \left(\pi \frac{3000}{30}\right)^2 = 50$  kg erzeugen, die insbesondere auch wegen der dadurch bedingten Unruhe des Ganges schädlich wäre. Da die Räder eine im Vergleich zum Lagerabstand geringe axiale Erstreckung haben, genügt statisches Auswuchten der einzelnen Räder, sofern zwei um  $180^\circ$  versetzte Keilnuten vorgesehen sind. Doch dürfte auch hier das im andern Fall nicht zu umgehende dynamische Auswuchten des ganzen Läufers — insbesondere bei großen Ausführungen — von Nutzen sein<sup>1)</sup>.

Eine sorgfältige Auswuchtung ist insbesondere auch deshalb notwendig, weil sonst die eintretenden Erschütterungen der Welle es unmöglich machen, die Spalte an den Laufrädern, Zwischendichtungen und

<sup>1)</sup> Vgl. Stodola: Die Dampf- und Gasturbinen. 5. Aufl.; ferner Heydebroek: Z. V. d. I. 1916, S. 11 ff.; Lehr: Z. Masch.-Bau 1922, H. 10; Hort: Z. Masch.-Bau, Gestaltung 1922/23, H. 25/26; v. Brauchitsch: Z. ang. Math. Mech. Bd. 3, H. 2, 1923.

der Ausgleichsvorrichtung so eng zu machen, wie es zur Erzielung eines geringen Spaltverlustes notwendig ist. Nach Möglichkeit sollten am inneren Spalt 0,1 bis 0,2 mm eingehalten werden. Diese kleinen Spielräume setzen neben dem erschütterungsfreien Gang und der kräftigen Bemessung der Welle eine gut durchgebildete Fertigung nach Grenzlehren voraus, wodurch auch die gegenseitige Austauschbarkeit gesichert ist.

### 85. Die Berechnung der Welle mit Rücksicht auf kritische Drehzahl.

Die Berechnung der Welle hat zunächst den Bedingungen genügender Festigkeit und der Vermeidung unzulässiger Formänderung zu genügen. Beide Untersuchungen unterscheiden sich in nichts von der anderer Wellen<sup>1)</sup>. Die als zulässig betrachtete Durchbiegung durch das Eigengewicht muß im Einklang stehen mit den gewählten Spaltweiten und erheblich kleiner sein als diese, weil noch der Einfluß von Erschütterungen und von unvermeidlichen Herstellungsungenauigkeiten hinzukommt. Ihre Bestimmung kann, wie im nachfolgenden noch näher ausgeführt wird, vereinigt werden mit einer dritten Untersuchung, die infolge der hohen Drehzahl der Kreiselpumpe hinzukommt, nämlich der Bestimmung der kritischen Drehzahl.

Auch bei sorgfältig ausgewuchertem Läufer bleibt ein kleines Übergewicht und damit eine freie Zentrifugalkraft zurück, die eine gewisse Verbiegung der Welle hervorruft. Dadurch vergrößert sich der Abstand des Schwerpunktes von der Achse noch mehr, so daß die in gleicher

Weise wachsende Zentrifugalkraft die Welle schließlich bis zum Bruch verbiegen kann. Die hierüber folgenden Betrachtungen benützen die sehr eingehenden Arbeiten von Stodola<sup>2)</sup>, die ihrerseits wieder auf den Untersuchungen von Rankine, Reynolds, Dunkerley, Föppl u. a. aufgebaut sind.

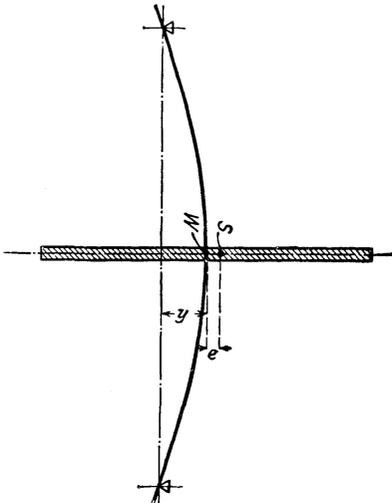


Abb. 207. Durchbiegung unter dem Einfluß der Zentrifugalkräfte, Gleichgewicht unter der kritischen Drehzahl.

#### a) Kritische Geschwindigkeit für ein einzelnes Rad auf gewichtloser Welle.

Ein Rad vom Gewicht  $G$  und der Masse  $m = \frac{G}{g}$  sei auf der gewichtlos gedachten senkrechten Welle so befestigt, daß ihr Schwerpunkt  $S$  um den Betrag  $e$  exzentrisch liege (Abb. 207). Die entstehende Zentrifugalkraft wird demnach die Welle in der Richtung von  $e$  verbiegen, wobei angenommen sei, daß das Rad bei der Verbiegung sich selbst parallel bleibt. Ist

<sup>1)</sup> Vgl. Bach: Maschinenelemente, Stuttgart, oder Dubbel: Taschenbuch für den Maschinenbau, Berlin usw.

<sup>2)</sup> Vgl. die in Fußbemerkung S. 267 erwähnte Arbeit.

die Durchbiegung der Welle im Befestigungspunkt  $W$  der Scheibe gleich  $y$ , so ist der Abstand des Schwerpunktes von der Drehachse  $y + e$  und die Zentrifugalkraft

$$P = m(y + e) \omega^2. \quad (3)$$

Da andererseits Proportionalität besteht zwischen belastender Kraft und Formänderung, so ist

$$P = \alpha y, \quad (3a)$$

wobei  $\alpha$  eine für einen bestimmten Belastungsfall unveränderliche Zahl ist, die aufgefaßt werden kann als die Kraft, die die Welle um die Längeneinheit verbiegt. Aus der Gleichheit beider Kräfte

$$m(y + e) \omega^2 = \alpha y \quad (3b)$$

folgt

$$y = \frac{m e \omega^2}{\alpha - m \omega^2}. \quad (4)$$

Steigert man  $\omega$  bis der Nenner verschwindet, d. h. bis  $\omega$  den Wert

$$\omega_k = \sqrt{\frac{\alpha}{m}} \quad (5)$$

annimmt, so wird offenbar  $y$  unendlich groß, also die Welle wird bis zum Bruch verbogen. Diese Winkelgeschwindigkeit  $\omega_k$  bezeichnet man als die „kritische“ Geschwindigkeit. Ihr entspricht die kritische Drehzahl

$$n_k = \frac{30 \omega_k}{\pi} = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{981 \cdot \alpha}{G}} = 300 \sqrt{\frac{\alpha}{G}}, \quad (6)$$

sofern mit Zentimetern als Längeneinheit gerechnet wird (Gleichung von A. Föppl).

Die Größe  $\alpha$  ist lediglich von den Wellenabmessungen und den Lagerverhältnissen abhängig. Ist beispielsweise  $J$  das Trägheitsmoment der überall gleich starken Welle,  $a$  und  $b$  die Entfernung der Scheibe von den Lagern,  $E$  der Elastizitätsmodul des Wellenmaterials, so wird für die frei aufliegende Welle

$$y = \frac{1}{3} \frac{P}{EJ} \frac{a^2 b^2}{a + b}, \quad \text{also} \quad \alpha = \frac{3JE(a + b)}{a^2 b^2}. \quad (7)$$

Setzen wir in Gl. (4) gemäß Gl. (5)  $\alpha = \omega_k^2 m$ , so wird

$$y = \frac{\omega^2}{\omega_k^2 - \omega^2} e = \frac{n^2}{n_k^2 - n^2} e. \quad (8)$$

Steigert man die Umlaufzahl über  $n_k$  hinaus (Abb. 208), so findet man, daß  $y$  zwar negativ wird, aber dem absoluten Werte nach abnimmt. Die Welle nähert sich also wieder der geraden Form. Mit  $n = \infty$  wird  $y = -e$ , d. h. der Schwerpunkt  $S$  befindet sich in der Drehachse; Befestigungspunkt  $W$  und Schwerpunkt  $S$  haben ihre Lage

vertauscht (Abb. 209). Die Schwungmasse  $m$  hat also oberhalb des kritischen Punktes mit steigender Drehzahl das Bestreben, sich gewissermaßen selbst auszuwuchten, wobei eine Durchbiegung gleich der negativen Exzentrizität  $e$  zurückbleibt.

Ruhigen Gang kann man also erzielen, wenn man die Welle unter oder über der kritischen Drehzahl laufen läßt. Im letzteren Falle hat

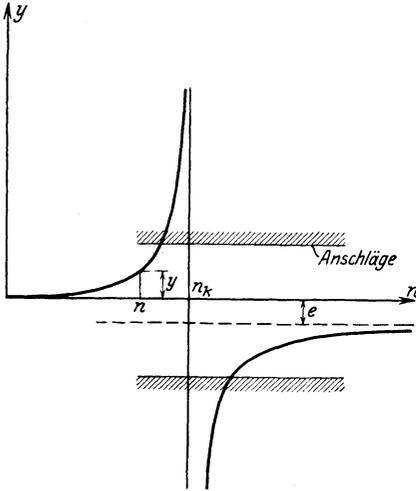


Abb. 208. Durchbiegung in Abhängigkeit der Drehzahl  $n$ .

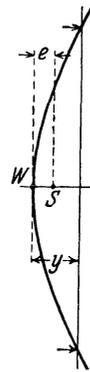


Abb. 209. Schwerpunktslage über der kritischen Drehzahl.

man nur darauf zu achten, daß bei der Inbetriebsetzung die Geschwindigkeit rasch durch den kritischen Punkt hindurchkommt, und damit zur Entstehung größerer Durchbiegungen nicht die erforderliche Zeit vorhanden ist. Unter allen Umständen muß man verhindern, daß die Welle in der kritischen Drehzahl läuft.

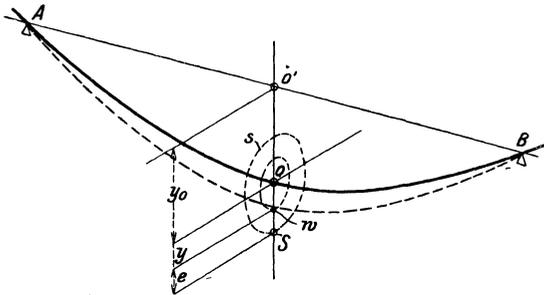


Abb. 210. Einfluß des Eigengewichts.

**Einfluß des Eigengewichts.** Ist die Welle wagrecht gelagert, so kommt die vom Eigengewicht  $G$  herrührende, stets nach abwärts gerichtete und von der Drehzahl unabhängige Durchbiegung  $y_0$  hinzu (Abb. 210). Der Schwerpunkt  $S$  der Scheibe beschreibt jetzt einen Kreis, dessen Mittelpunkt  $O$  nach abwärts um  $y_0$

gegen den Durchstoßpunkt  $O'$  der Verbindungslinie der beiden Lager verschoben ist, dessen Halbmesser aber unverändert gleich  $y + e$  ist. An dem Ergebnis der bisherigen Untersuchung ändert sich also nichts.

Eine gegebene Welle hat wagrecht oder senkrecht oder schief gestellt stets dieselbe kritische Geschwindigkeit<sup>1)</sup>.

**Zusammenhang zwischen Formänderung durch Gewichtswirkung und kritischer Drehzahl.** Die Größe der Durchbiegung durch das Eigengewicht be-

trägt nach Gl. (3a), weil nach Gl. (5)  $\alpha = \omega_k^2 m = \omega_k^2 \frac{G}{g}$

$$y_0 = \frac{G}{\alpha} = \frac{Gg}{\omega_k^2 G} = \frac{g}{\omega_k^2}. \quad (9)$$

Durch die Annahme der kritischen Geschwindigkeit ist also gleichzeitig die Formänderung herrührend vom Eigengewicht bestimmt, unabhängig davon, welche Abmessungen die Welle im einzelnen besitzt. Dieses Ergebnis wird bei Wahl der der Berechnung der Welle zugrunde zu legenden kritischen Drehzahl beachtet werden müssen.

**Vollkommen ausgewuchtete Welle.** Wenn  $e = 0$  ist, also ein vollkommen ausgewuchteter Läufer vorliegt, wird nach Gl. (3b)

$$m y \omega^2 = \alpha y, \quad (10)$$

welche Gleichung aber, weil sie mit Gl. (5) übereinstimmt, nur für die kritische Geschwindigkeit, also  $\omega = \omega_k$ , erfüllt sein kann, falls  $y$  nicht Null ist. Da  $y$  aus Gl. (10) herausfällt, so kann demnach ausgesagt werden:

Eine vollkommen ausgeglichene Welle befindet sich im kritischen Zustand bei jeder Durchbiegung im Gleichgewicht. Diese Feststellung gilt, ebenso wie die vorherige, für jeden Belastungszustand und bildet die Grundlage des nachher zu besprechenden Berechnungsverfahrens.

**Biegungsschwingungen der ruhenden Welle und kritische Drehzahl.**

Aus der kritischen Drehzahl  $n_k = \frac{30}{\pi} \omega_k$  ergibt sich als zugehörige sekundliche Umlaufzahl

$$n_{k_s} = \frac{n_k}{60} = \frac{1}{2\pi} \omega_k = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\alpha}{m}}. \quad (11)$$

Dieser Ausdruck stimmt überein mit dem für die Eigenschwingungszahl der gleichen Welle bei Biegungsschwingungen gültigen<sup>2)</sup>. Man könnte also die kritische Drehzahl durch Beobachtung der Eigenschwingungszahl ermitteln. Der kritische Zustand ist demnach nichts anderes als eine Resonanzerscheinung zwischen den Eigenschwingungen der Welle und ihren Kreisschwingungen infolge der Umdrehung.

<sup>1)</sup> Das abwechselnde Heben und Senken des Eigengewichts um den Durchmesser der Kreisbahn des Schwerpunktes ruft allerdings Geschwindigkeitsschwankungen und damit eine Störung der einfachen Kreisbahn hervor, die zu einem besonderen kritischen Zustand führen kann. Dieser tritt ein, wenn die Drehzahl die Hälfte der normalen kritischen Drehzahl erreicht hat. Er macht sich aber nur dann störend bemerkbar, wenn so erhebliche Exzentrizitäten vorliegen, wie man sie praktisch nicht zulassen wird (Stodola, 5. Aufl., S. 931). Nach O. Föppl (Grundzüge der technischen Schwingungslehre, Berlin 1923) treten ähnliche Erscheinungen durch Drehzahlschwankungen, herrührend durch ungleichmäßigem Antrieb, auf.

<sup>2)</sup> Die Beschleunigung der schwingenden Scheibe ist  $\frac{d^2 y}{dt^2}$ , also ihr Trägheitswiderstand  $m \frac{d^2 y}{dt^2}$ . Daraus folgt mit  $e = 0$ ,  $m \frac{d^2 y}{dt^2} = \alpha y$ . Das Integral dieser Gleichung ist  $y = A \cos t \sqrt{\frac{\alpha}{m}} + B \sin t \sqrt{\frac{\alpha}{m}}$ , wobei  $A$  und  $B$  Integrationskonstante sind. Die Ausschwingung  $y$  ist also immer wieder dieselbe nach  $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{\alpha}}$  sec, woraus der oben angegebene Ausdruck für  $n_{k_s} = \frac{1}{T}$  folgt.

### b) Mehrere Einzelräder auf gewichtloser Welle.

Es werde folgender einfacher Fall betrachtet (Abb. 211): Eine glatte Welle von der Länge  $4l$  sei in den Abständen  $l$  von beiden Lagern durch zwei Räder gleicher Größe belastet. Hier sind offenbar die beiden gezeichneten Formen I und II der elastischen Linie möglich. Beiden Durchbiegungslinien entsprechen auch verschiedene Werte der Zahl  $\alpha$ . Infolge der symmetrischen Belastung können die früher für 1 Scheibe entwickelten Gleichungen auch auf diesen Fall angewandt werden. Es ist

$$\text{im Fall I: } y = \frac{4}{3} \frac{Pl^3}{JE}, \quad \alpha_1 = \frac{3}{4} \frac{JE}{l^3}, \quad \omega_{k1} = \sqrt{\frac{\alpha_1}{m}}; \quad (12)$$

$$\text{im Fall II: } y = \frac{1}{6} \frac{Pl^3}{JE}, \quad \alpha_2 = \frac{6JE}{l^3}, \quad \omega_{k2} = \sqrt{\frac{\alpha_2}{m}}; \quad (13)$$

somit

$$\omega_{k2} = \sqrt{\frac{\alpha_2}{\alpha_1}} \cdot \omega_{k1} = \sqrt{8} \cdot \omega_{k1}. \quad (14)$$

Bei zwei Rädern sind also zwei kritische Drehzahlen möglich, die sich in dem besprochenen Sonderfall wie  $1:\sqrt{8} = 1:2,83$  verhalten. Das Ergebnis bleibt das gleiche, wenn die Exzentrizitäten berücksichtigt werden und diese nicht in einer Ebene liegen, falls die Exzentrizitäten als klein gegenüber der Durchbiegung angesehen werden können.

Sind die beiden Scheiben verschiedene groß und beliebig angeordnet, so werden sich zwar die Zahlenwerte ändern, aber es wird sich ebenfalls eine kritische Drehzahl erster Ordnung und eine solche zweiter Ordnung ableiten lassen.

In entsprechender Weise würde man bei drei Rädern drei Werte, bei  $n$  Rädern  $n$  verschiedene Werte für die kritische Drehzahl erhalten.

Wird die Masse der Welle mitberücksichtigt, so ergibt sich wegen der dadurch bedingten stetigen

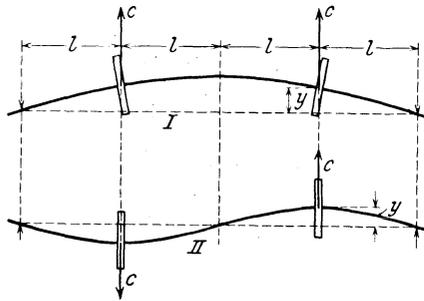


Abb. 211. Verschiedene mögliche Formen der elastischen Linie bei mehreren Einzelrädern.

Massenverteilung für jeden Läufer einer Kreiselpumpe eine unendliche Reihe von theoretisch möglichen Drehzahlen, von denen allerdings nur eine beschränkte Zahl tatsächlich wahrgenommen werden.

In diesen allgemeinen Fällen gelten die für die einfach belastete, gewichtlose Welle abgeleiteten Sätze hinsichtlich des Einflusses des Eigengewichts, Zusammenhangs zwischen Eigenschwingungszahl und kritischer Drehzahl, wie sich mathematisch nachweisen läßt, singemäß in gleicher Weise. Ferner nähern sich auch hier mit unbeschränkt gesteigerter Geschwindigkeit die Massenschwerpunkte unbegrenzt der Achse, so daß die Welle sich selbsttätig ausgleicht.

### c) Einfluß des umgebenden Mittels auf die kritische Drehzahl.

Da bei Kreiselpumpen der Läufer nahezu ganz im Wasser liegt, so sind die vorstehenden Ableitungen für diesen Fall nicht ganz zutreffend und eine Beeinflussung des Läufers durch das umgebende Wasser in zweifacher Beziehung zu erwarten.

Einerseits befindet sich das umgebende Wasser in einem gewissen Rotationszustand. Infolgedessen wird die die Welle belastende Zentrifugalkraft  $P$  um die Zentrifugalkraft der verdrängten Wassermasse

verkleinert. Würde das Wasser genau die gleiche Winkelgeschwindigkeit besitzen wie das Rad, d. h. relativ zum Rad in Ruhe sein, so könnte man die Verringerung der Zentrifugalkraft einfach dadurch berücksichtigen, daß man die Masse des Läufers um die Masse des verdrängten Wassers kleiner in die Rechnung einführen würde. Gl. (5) zeigt, daß dann die kritische Geschwindigkeit  $\omega_k$  erhöht wird. Wenn nun auch infolge des von der gemachten Annahme abweichenden Bewegungszustandes des Wassers der wirkliche Vorgang nicht durch diese einfache Rechnung erfaßt werden kann, so ist doch der Schluß be-

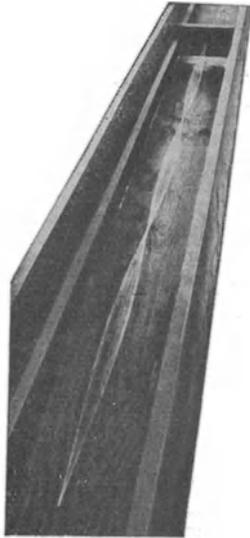


Abb. 212.

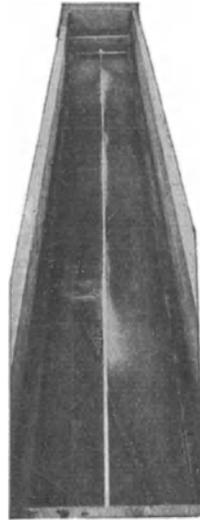


Abb. 213.

Abb. 212, 213. Geringere kritische Ausschläge in Wasser als in Luft.

rechtigt, daß die kritische Geschwindigkeit durch die Rotation des umgebenden Mittels höher gelegt wird. Zu dem gleichen Ergebnis gelangt man, wenn man von der Eigenschwingungszahl des Läufers ausgeht, weil bei jeder Ausbiegung die Scheibe in eine Zone höheren Drucks gelangt, also zum Trägheitswiderstand ihrer Masse noch äußere Kräfte hinzukommen, die die Ausbiegung zu verkleinern suchen.

Würde man in Übereinstimmung mit dem früheren Vorgehen (Abschnitt 62 und 78) annehmen, daß das den Läufer umgebende Wasser durchweg mit der halben Winkelgeschwindigkeit umlaufe wie der Läufer, so würde, weil die Zentrifugalkraft mit dem Quadrat der Winkelgeschwindigkeit wächst, offenbar nur ein Viertel der verdrängten Wassermasse in Abzug zu bringen sein. Bei einem mittleren spezifischen Gewicht des Läufermaterials von  $8 \text{ g/cm}^3$  würden also

$$\frac{100}{4 \cdot 8} \approx 3\%$$

des Läufergewichts in Wegfall kommen, also nach Gl. (5) eine Erhöhung der kritischen Drehzahl um rund  $1,5\%$  eintreten. Eine genaue rechnerische Bestimmung stößt auf Schwierigkeiten, weil tatsächlich der Rotationszustand am Einlauf, an den Seitenwänden, im Innern und am Umfang des Rades verschieden ist, so daß nur Versuche, die aber vorläufig fehlen, zuverlässige Auskunft geben können.

In zweiter Linie übt das Wasser, wie schon im Abschnitt 17 gezeigt wurde, Reibungskräfte aus. Diese erzeugen bei genau zentrischer Lage der Scheiben nur Drehmomente, die auf die Durchbiegung ohne Einfluß sind. Schwingt die Welle aber aus, so entstehen einseitig wirkende Reibungskräfte, die die Größe und Richtung der Durchbiegung ändern. Der Einfluß auf das Verhalten der Welle im kritischen Zustand besteht, wie Stodola<sup>1)</sup> nachgewiesen hat, darin, daß die Durchbiegung im kritischen Zustand endlich bleibt. Dies folgt auch aus der Eigenschaft des kritischen Zustandes als Resonanzschwingung, weil ein Teil der Schwingungsenergie fortlaufend durch Reibung verzehrt wird.

Nach Mitteilung von Stodola wurde durch die Firma Brown, Boveri & Cie. an den aus dem Schiffskörper tretenden, im Wasser frei umlaufenden Wellenteilen gewisser Torpedobootwellen die Beobachtung gemacht, daß sie erschütterungsfrei blieben, auch wenn die Drehzahl einen der kritischen Beträge erreichte.

Die Firma unternahm Versuche zur Klärung dieser Sachlage, die in Abb. 212 und 213 veranschaulicht sind. Das erste Bild zeigt die

<sup>1)</sup> Infolge der Durchbiegung  $y$  erzeugen die reibenden Oberflächenkräfte einer Scheibe mit dem Mittelpunkt  $W$ , der gleichzeitig als Wellendurchstoßpunkt

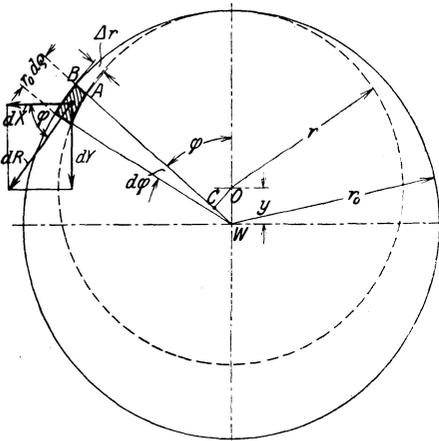


Abb. 214. Einfluß der Zähigkeit des umgebenden Mittels.

betrachtet werde, neben einem Reibungsmoment auch noch eine die Welle belastende Reibungskraft. Diese rührt daher, daß in dem sichelförmigen Teil der Oberfläche, der durch den Scheibenumfang und den einbeschriebenen Kreis um den Drehpunkt  $O$  (Durchstoßpunkt der geometrischen Achse) begrenzt ist, zwar die Komponenten  $dY$  einer zu einem sehr kleinen (schraffierten) Ausschnitt gehörigen Reibungskraft  $dR$  sich ausgleichen, aber nicht die Komponenten  $dX$  (Abb. 214), wobei  $dY$  parallel und  $dX$  senkrecht zu  $y$  gerichtet sind. Bezeichnet  $r_0$  den Halbmesser der Scheibe,  $r$  den des einbeschriebenen Kreises, so ist mit Bezug auf die Figur, wenn  $OC \perp WA$ ,

$$\begin{aligned} \Delta r &= \overline{AB} = \overline{CB} - \overline{CA} \\ &= \overline{WB} - \overline{WC} - \overline{CA} \\ &= r_0 - y \cos \varphi - r = y(1 - \cos \varphi) \end{aligned}$$

und weil der Inhalt des schraffierten Flächenelements  $df = \Delta r \cdot r_0 d\varphi = r_0 y(1 - \cos \varphi) d\varphi$ , ferner nach Gl. (25) des Abschnitts 17

$$dR = \lambda_r \frac{\gamma u^2}{2g} df = \lambda_r \cdot \frac{\gamma}{2g} \cdot (r_0 \omega)^2 \cdot r_0 y(1 - \cos \varphi) d\varphi,$$

so wird die Reibungskraft für eine Flächenseite

$$X = \int_0^{2\pi} dX = \int_0^{2\pi} dR \cdot \cos \varphi,$$

Welle bei der kritischen Drehzahl dritter Ordnung in freier Luft. Nachdem der umgebende Trog mit Wasser so weit angefüllt war, daß die Welle davon ein wenig überdeckt wurde, nahm sie bei gleicher Drehzahl nach dem zweiten Bild eine fast geradlinige Form an. Wurde noch mehr Wasser nachgefüllt, so verschwand die Ausbiegung bis auf unmerkliche Reste. Bei 2400 mm Wellenlänge und Lagerung in festen Hülsen waren die drei aufeinanderfolgenden kritischen Drehzahlen der 7 mm starken Welle in der Luft 300, 820, 1700; im Wasser 310, 850, 1700. Die kritische Drehzahl ergab sich also auch schon bei dieser Versuchsanordnung im Wasser etwas höher als in der Luft, was nach den vorher gemachten Ausführungen auf den Einfluß des von der Welle mitgerissenen und im Kreise herumgeschleppten Wassers zurückzuführen sein dürfte.

Die sehr starke Herabsetzung der Ausbiegung infolge des Einflusses der Reibung zeigt, daß bei Kreiselpumpen dem Auftreten der kritischen Drehzahl nicht die große Wichtigkeit zukommt, die sie beispielsweise bei Dampfturbinen und Turbokompressoren besitzt. Tatsächlich wird

so daß nach Einsetzen des Wertes von  $dR$  und Durchführung der Integration

$$X = -\pi \cdot \lambda_f \cdot \frac{\gamma}{2g} \cdot r_0^3 \omega^2 y. \tag{15}$$

Auf beide Flächenseiten entfällt die Kraft  $2X$ , die von jetzt an mit  $R$  bezeichnet sei, und beträgt

$$R = m' y \omega^2, \tag{16}$$

wobei

$$m' \equiv -2\pi \lambda_f \cdot \frac{\gamma}{2g} \cdot r_0^3. \tag{17}$$

Betrachtet man nun die Gesamtheit der an der Scheibe wirkenden Kräfte (Abb. 215), so muß, weil  $R$  senkrecht zu  $WO$  wirkt, die Exzentrizität  $SW = e$  unter einem von  $0^\circ$  oder  $180^\circ$  abweichenden Winkel  $\sigma$  zu  $WO$  angenommen werden. Fügt man nun die Kraft  $R$  an den Schwerpunkt  $S$  senkrecht zu  $WO$ , außerdem die Fliehkraft  $F = m \varrho \omega^2$  in Richtung  $SO$  und die elastische Gegenkraft der Welle  $P = \alpha y = m y \omega_k^2$  in Richtung  $WO$  hinzu, so erfordert das Gleichgewicht der Kräfte, daß die Resultierende aus  $R$  und  $F$  gleich und entgegengesetzt zu  $P$  sei oder mit Einführung des Winkels  $\nu$

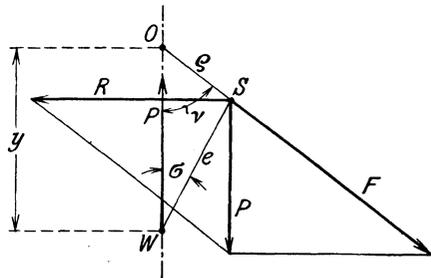


Abb. 215. Einfluß der Zähigkeit des umgebenden Mittels.

$$\left. \begin{aligned} R &= F \cdot \sin \nu, \\ P &= F \cdot \cos \nu. \end{aligned} \right\} \tag{18}$$

Setzt man die Werte von  $R$  und  $F$  ein, so erhält man mit den Bezeichnungen

$$\mu = \frac{m'}{m}, \quad \gamma = \frac{\omega_k^2}{\omega^2} \tag{19}$$

die Gleichungen

$$\mu y = \varrho \sin \nu, \quad \gamma y = \varrho \cos \nu. \tag{20}$$

Hierzu tritt aus dem Dreieck  $WOS$  die Beziehung

$$\varrho^2 + y^2 - 2 \varrho y \cos \nu = e^2. \tag{21}$$

sie hier auch nur selten beobachtet. Dies dürfte ferner dadurch bedingt sein, daß die Spalte und Dichtungen der Welle zwischen den einzelnen Stufen infolge ihrer geringen Weite schon bei kleinen Ausschlägen der Welle wie Zwischenlager wirken. Immerhin muß als feststehend angesehen werden, daß sie vorhanden ist und es zur Vermeidung rascher Abnutzung der Zwischendichtungen und zur Ruhe des Ganges der Pumpe beiträgt, wenn sie im Betrieb vermieden wird. Deshalb ist ihre Beachtung bei der Wellenberechnung anzuraten.

Im folgenden bleibt der Einfluß des umgebenden Wassers auf die Höhe der kritischen Drehzahl unberücksichtigt.

#### d) Graphische Ermittlung der kritischen Drehzahl einer beliebig belasteten Welle von beliebig veränderlichem Querschnitt.

Die rechnerische Behandlung dieses allgemeinen Falles ist undurchführbar. Wir lösen die Aufgabe auf graphischem Wege durch ein planmäßiges Annäherungsverfahren und gehen zu diesem Zwecke aus von dem S. 271 abgeleiteten Satz, daß die Welle im Zustand der kritischen Drehzahl sich bei jeder Durchbiegung im Gleichgewicht befindet, falls die Exzentrizitäten aller Massen im Wellenmittel liegen. Wir bestimmen also die kritische Drehzahl als diejenige Drehzahl, welche bei einer angenommenen elastischen Linie die Zentrifugalkräfte so groß werden läßt, daß die Welle sich gerade im Gleichgewicht befindet. Die angenommene Durchbiegungslinie ist allerdings nicht beliebig. Ist jedoch die Gleichgewichtsbedingung für eine bestimmte elastische Linie erfüllt, so trifft sie auch zu, wenn die Durchbiegungen  $y$  im gleichen Verhältnis vergrößert oder verkleinert werden, weil sowohl die inneren Kräfte als auch die Zentrifugalkräfte proportional mit der Durchbiegung wachsen.

Aus Gl. (19), (20), (21) lassen sich die Unbekannten  $y$ ,  $\varrho$ ,  $\nu$  ausrechnen. Man erhält aus (20)  $\operatorname{tg} \nu = \frac{\mu}{\gamma}$ ,  $(\mu^2 + \gamma^2) y^2 = \varrho^2$  und damit aus (21)

$$y = \frac{e}{\sqrt{(\gamma - 1)^2 + \mu^2}}. \quad (22)$$

Erreicht man die kritische Drehzahl, so ist nach (19)  $\gamma = 1$ , und  $y$  nimmt den endlichen Wert an

$$y_k = \frac{e}{\mu} = \frac{e m}{m'}. \quad (23)$$

Dabei berechnet sich der von  $y$  und  $e$  gebildete Winkel  $\sigma$  aus

$$\operatorname{tg} \sigma = \frac{\varrho \sin \nu}{y - \varrho \cos \nu} = \frac{\operatorname{tg} \nu}{\frac{1}{\gamma} - 1} = \frac{\mu}{1 - \gamma}.$$

Bei der kritischen Drehzahl ist  $\operatorname{tg} \sigma = \infty$ ; also bilden  $e$  und  $y$  einen rechten Winkel, während er unterhalb der kritischen Drehzahl ( $\gamma > 1$ ) stumpf, oberhalb der kritischen Drehzahl ( $\gamma < 1$ ) spitz ist und sich den Grenzwerten  $180^\circ$  bzw.  $0^\circ$  nähert.

Bei einem Kreisrad tritt neben der reinen Reibung die durch die Ausbiegung hervorgerufene Änderung der Energieabgabe an das Förderwasser als dämpfender Einfluß auf. Ferner kommt noch eine Verdrängerwirkung der Scheiben infolge ihrer Schiefstellung hinzu, die gerade bei Wasser starke Widerstände auslöst. Im ganzen ist also damit zu rechnen, daß nur kleine Ausschläge im kritischen Gebiet eintreten.

Zweckmäßig ist es, von der Durchbiegungslinie der Welle im Ruhezustande infolge der Gewichtsbelastungen, die nach dem Mohrschen Satze bestimmt wird, auszugehen, da ihre Form meist von der endgültigen nicht sehr verschieden ist und die Bestimmung der Formänderung durch das Eigengewicht sowieso zur Wellenuntersuchung gehört.

Sodann bestimmt man für die einzelnen Massen  $m$ , auf die auch die Masse der Welle aufzuteilen ist, da sie bei Kreiselpumpen einen verhältnismäßig großen Teil des Gesamtgewichts ausmacht, die infolge der zugehörigen Durchbiegungen  $y$  entstehenden Zentrifugalkräfte  $my\omega_0^2$ , wobei  $\omega_0$  gleich einer runden Zahl, 10 oder 100, anzunehmen ist, und zeichnet wieder nach dem Mohrschen Satze die unter dem Einfluß dieser Zentrifugalkräfte entstehende elastische Linie. Die neuen Durchbiegungen  $y'$  können mit den angenommenen nun nicht übereinstimmen, weil die zugrunde gelegte Winkelgeschwindigkeit  $\omega_0$  nicht die kritische war. Da die als Belastungen auftretenden Zentrifugalkräfte jedoch proportional sind einerseits dem Quadrat der Winkelgeschwindigkeit, andererseits den Durchbiegungen, so besteht die Gleichung

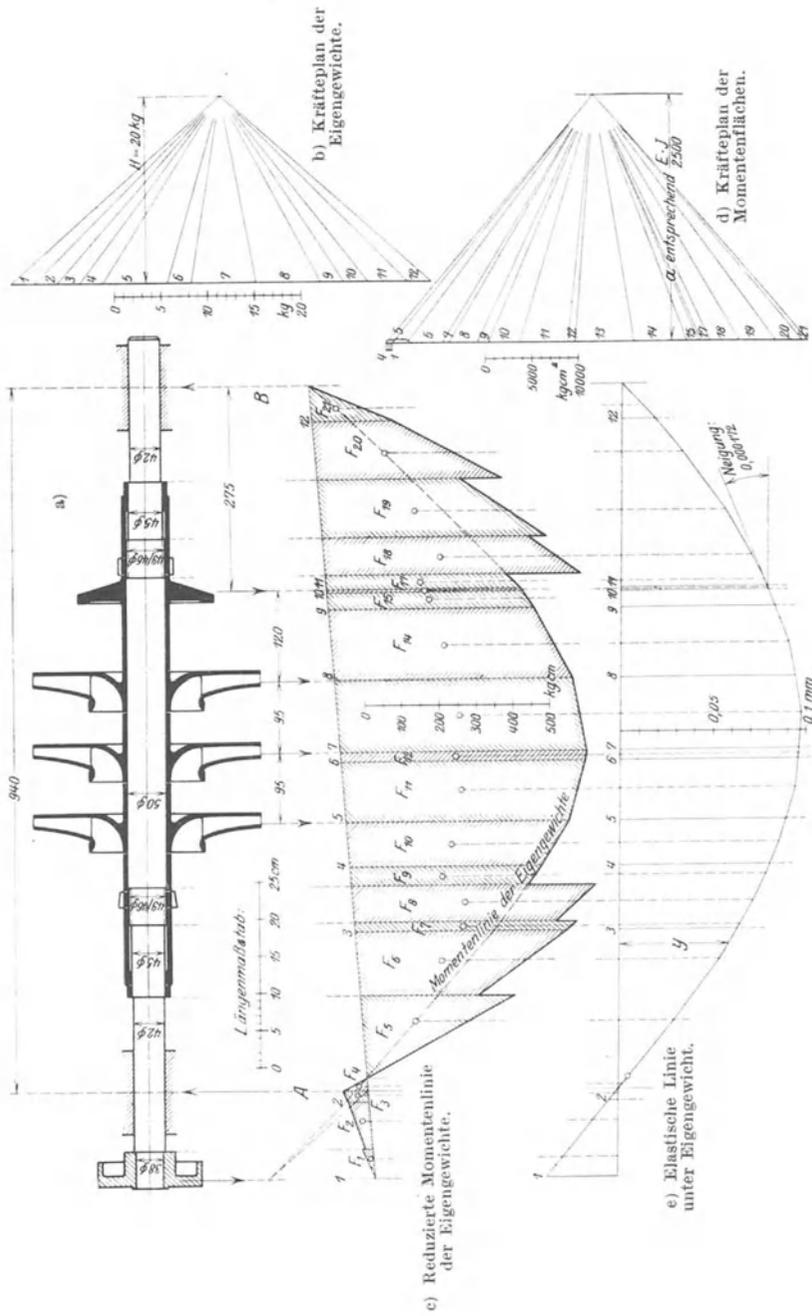
$$\omega_k^2 : \omega_0^2 = y : y',$$

also ist

$$\omega_k = \omega_0 \sqrt{\frac{y}{y'}}. \quad (24)$$

Das Verfahren ist in Abb. 216 für die Welle der in Abschnitt 40 berechneten dreistufigen Pumpe durchgeführt. Bild *a* stellt die Welle dar. In Bild *b* bis *e* ist die Bestimmung der elastischen Linie der Welle unter dem Einfluß der Eigengewichte durchgeführt. Das Gewicht des Läufers ist gemäß den Angaben der untenstehenden Zahlentafel in Einzelgewichte zerlegt, die in den Teilpunkten 1 bis 12 angreifen. Diese sind im Kräfteplan *b* mit dem Polabstand  $H = 20$  kg aufgetragen. Die hiernach bestimmte Seillinie des Bildes *c* stellt die Momentenlinie der Eigengewichte dar, und zwar erhält man die Biegemomente, wenn die aus der Zeichnung abgemessenen Ordinaten mit dem Polabstand  $H$  (im Kräftemaßstab gemessen) und dem reziproken Wert des Längenmaßstabs  $1:m$  der Zeichnung, d. h. mit  $Hm$ , vervielfacht werden. Wird nun die Verschiedenheit der Wellendurchmesser dadurch berücksichtigt, daß man die Momente auf einen gemeinsamen Durchmesser — im vorliegenden Falle den des mittleren Wellenteils — im Verhältnis  $\frac{J_m}{J}$  reduziert, wo  $J_m$  und  $J$  die Trägheitsmomente des

Querschnitts im mittleren Teil bzw. des jeweiligen Querschnitts bedeuten, so gibt die so erhaltene reduzierte Momentenfläche als neue Belastungsfläche eine Seillinie, die mit der elastischen Linie übereinstimmt, sofern der Polabstand (Horizontalzug) gleich  $J_m E$  ist, wo  $E$  den Elastizitätsmodul des Wellenmaterials bedeutet. Dementsprechend sind im Kräfteplan des Bildes *d* die (anschraffierten) trapezförmigen Teilflächen  $F_1$  bis  $F_{21}$  des Bildes *c* als Einzelkräfte in senkrechter Richtung aufgetragen. Der Polabstand ist aus zeichnerischen Gründen



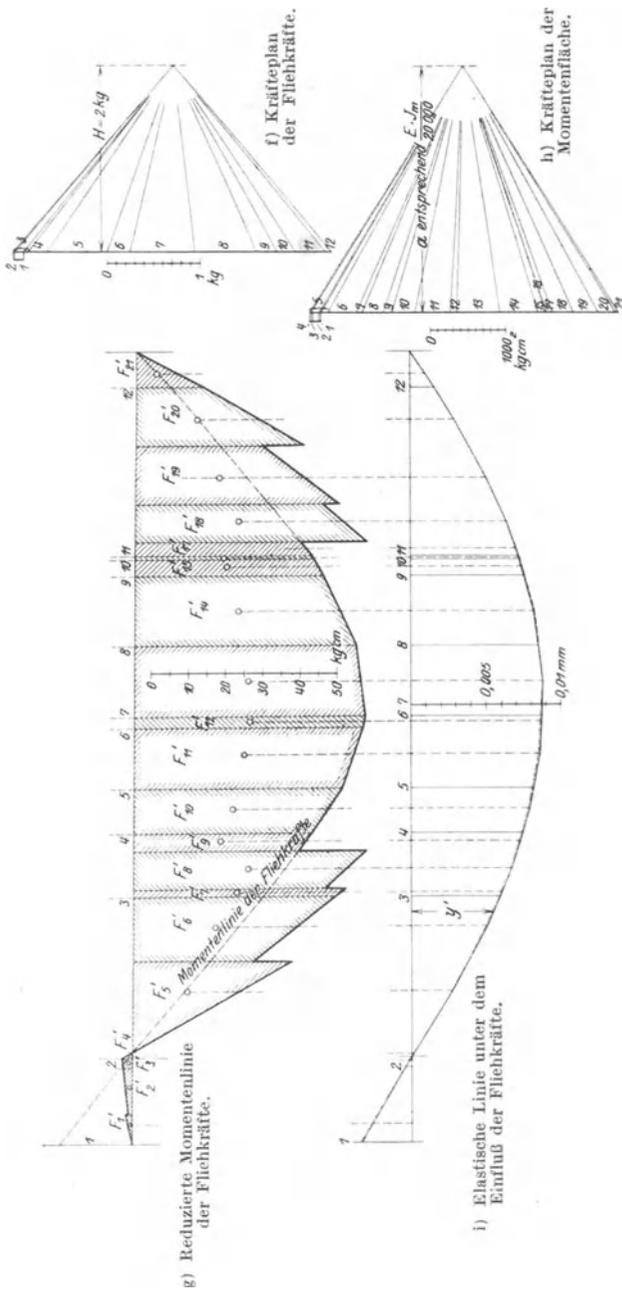


Abb. 216. Graphische Bestimmung der Durchbiegung durch das Eigengewicht und der kritischen Drehzahl für die Welle der dreistufigen Pumpe des Abschnitts 40.

kleiner, und zwar gleich  $\frac{J_m E}{2500}$  gewählt, wo  $J_m = \frac{\pi 5^4}{64} = 30,68 \text{ cm}^4$  und  $E = 21,5 \cdot 10^5$  gesetzt ist. Hiernach ist in Bild *e* eine neue Seillinie gezeichnet, die in einem auf folgende Weise zu bestimmenden Maßstab die elastische Linie der Welle unter dem Einfluß des Eigengewichts angibt.

Stellt im Kräfteplan *d*  $1 \text{ cm} = k \text{ kgcm}^2 \text{ dar}^1$ ), ist ferner der Polabstand gleich *a* in cm, so müssen die erhaltenen Durchbiegungen mit  $\frac{mka}{J_m E}$  vervielfacht werden, um die wirklichen Werte zu erhalten. Der so errechnete Maßstab ist in die Zeichnung eingetragen. Es ergibt sich eine größte Durchbiegung von 0,097 mm, ein Betrag, der mit Rücksicht auf die Dichtungsspalte bereits als reichlich anzusprechen ist, so daß eine Verstärkung der Welle erwogen werden müßte. Ferner ist von Wichtigkeit die Neigung der Welle an der Ausgleichsscheibe, die mit  $\text{tg } \delta = 0,000172$  ebenfalls verhältnismäßig groß ist.

Von der so erhaltenen elastischen Linie *e* ausgehend, wird nun die kritische Drehzahl der Welle berechnet, indem unter Annahme einer Winkelgeschwindigkeit  $\omega_0 = 100/\text{sec}$  die den Durchbiegungen entsprechenden Zentrifugalkräfte der einzelnen Massen gemäß folgender Zahlentafel errechnet und mit dieser Belastung der Welle eine neue elastische Linie auf genau die gleiche Weise wie vorher gezeichnet wird.

Punkt	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Konzentriertes Einzelgewicht <i>G</i> kg	2,5	2,5	2,5	2,5	7	2,5	7	7	2,5	2,5	4,2	2,5
Durchbiegung durch das Eigengewicht <i>y</i> cm · 10 <sup>-3</sup>	-3,8	-5,0	+6,4	8,1	9,0	9,6	9,6	9,4	8,3	8,0	7,9	1,8
Fliehkraft $\frac{G}{g} y \omega_0^2$ kg	-0,097	-0,013	+0,163	0,206	0,643	0,245	0,686	0,672	0,212	0,204	0,338	0,046

Mittels des Kräfteplans *f* ist die Momentenfläche in *g* und nach dieser mittels des Kräfteplans *h* die elastische Linie unter dem Einfluß der Fliehkkräfte in gleicher Weise wie vorhin erhalten.

Nach dem eingetragenen Maßstab beträgt die neue Durchbiegung beispielsweise im Punkt 7  $y' = 0,88 \cdot 10^{-3} \text{ cm}$ , womit, weil nach obiger

Zahlentafel  $y = 0,0096 \text{ cm}$ , gemäß Gl. (24)  $\omega_k = 100 \sqrt{\frac{0,0096}{0,0088}} = 330/\text{sec}$ ,  
entsprechend  $n_k = \frac{\omega_k \cdot 30}{\pi} = 3150$ . Die kritische Drehzahl liegt also

<sup>1)</sup> Wobei im Auge zu behalten ist, daß der Inhalt der trapezförmigen Teilflächen wegen des Maßstabs der Ordinaten und des Längenmaßstabs der Zeichnung mit  $H \cdot m^2$  zu multiplizieren ist, um den entsprechenden Wert in  $\text{kgcm}^2$  zu erhalten.

über der Betriebsdrehzahl von  $n = 1450$ , wie verlangt werden muß, so daß die Welle mit Rücksicht auf die kritische Drehzahl ausreichend bemessen sein würde.

Das Verhältnis  $\frac{y}{y'}$  müßte für alle Wellenpunkte das gleiche sein.

Da aber die erste elastische Linie  $b$  nur angenähert richtig sein kann, so ergeben sich Abweichungen. Sind diese zu groß, so ist, ausgehend von der zweiten elastischen Linie, eine neue Durchbiegungslinie zu zeichnen. Im vorliegenden Falle sind, wie der Vergleich der in  $i$  gestrichelt eingetragenen Linie der umgerechneten  $y$ -Werte mit der ausgezogenen Linie erkennen läßt, die Unterschiede so klein, daß eine Wiederholung nicht notwendig ist.

Bei der vorstehenden Untersuchung ist nicht berücksichtigt, daß der Einfluß des umgebenden Wassers eine Höherlegung der kritischen Drehzahl hervorruft, die aber nach der unter  $c$  angestellten überschläglichen Rechnung wahrscheinlich nur gering ist. Ferner ist damit zu rechnen, daß die auf der Welle sitzenden Radnaben und Büchsen eine versteifende Wirkung ausüben, die um so größer ist, je enger der Sitz und je länger die Bohrung ist. Sind die einzelnen Teile sehr stramm aufgezogen, so kann unter Umständen eine erhebliche Vergrößerung der kritischen Drehzahl eintreten, die sich auch rechnerisch feststellen läßt, wenn das Wellenträgheitsmoment über die in Betracht kommenden Strecken entsprechend vergrößert wird.

Der Einfluß der fliegend angeordneten Massen (Kupplung einschl. Wellenstumpf) erweist sich wegen der Nähe des Lagers als so klein, daß er vernachlässigt werden kann, was auch eine ziemliche Vereinfachung der Untersuchung bedeutet.

Ein anderes graphisches Verfahren, das auf der Betrachtung der Formänderungsarbeit beruht und geeignet ist, das mittels des vorstehenden Verfahrens erhaltene Ergebnis nachzuprüfen, ist von Blaess<sup>1)</sup> ausgearbeitet und von Stodola noch etwas vereinfacht worden.

**Abgekürzte Bestimmung der kritischen Drehzahl.** Die der Untersuchung vorausgehende Bestimmung der elastischen Linie durch das Eigengewicht rechtfertigt sich auch deshalb, weil man aus der Größe der Durchbiegung bereits ziemlich sichere Schlüsse in bezug auf die Höhe der zu erwartenden kritischen Drehzahl ziehen kann.

Zwischen der Durchbiegung  $y_0$  durch das Eigengewicht und der kritischen Geschwindigkeit bestehen für eine bestimmte Massenverteilung und Wellenform ganz bestimmte Beziehungen, und zwar ist für den Fall der einzelnen Scheibe auf gewichtloser Welle gemäß Gl. (9)

$$\omega_k^2 = \frac{g}{y_0}. \quad (9)$$

In ähnlicher Weise findet Stodola für die glatte, frei aufliegende Welle unter dem Einfluß ihrer Eigenmasse, wenn  $y_0$  die größte Durchbiegung bedeutet,

$$\omega_k^2 = \frac{1,275 g}{y_0}. \quad (25)$$

<sup>1)</sup> Z. V. d. I. 1914, S. 187.

Von K. Baumann stammt die mittels des eben erläuterten graphischen Verfahrens gewonnene Regel, daß für die bei Gleichdruck-Dampfturbinen vorkommende Massenverteilung und Wellenform

$$\omega_k^2 \approx \frac{1,07g}{y_0} \quad (26)$$

zu sein pflegt. Aus dem obigen Zahlenbeispiel ergibt sich, da  $y_0 = 0,0097$ , für mehrstufige Pumpen mit nicht allzuviel Stufen

$$\omega_k^2 = \frac{1,08g}{y_0}. \quad (27)$$

Der Zahlenwert in den vorstehenden Ausdrücken ist um so größer zu erwarten, je gleichmäßiger die Massen verteilt sind, weil die Fliehkräfte der in der Nähe der Auflager befindlichen Massen nur einen kleinen Einfluß auf die Durchbiegung haben. Jedenfalls sind aber die zu erwartenden Schwankungen bei den in der Praxis hauptsächlich vorkommenden Läuferformen so gering, daß in vielen Fällen Gl. (27) überhaupt eine vollkommen ausreichende Genauigkeit liefert und also nur die elastische Linie durch das Eigengewicht bestimmt zu werden braucht.

Die vorstehenden Gleichungen zeigen auch, daß die Durchbiegung der Welle unter dem Eigengewicht um so größer ist, je kleiner die kritische Geschwindigkeit  $\omega_k$  ist. Daraus ergibt sich, daß es bei Kreiselpumpen wegen der Rücksicht auf die engen Spalte nicht unbedenklich sein würde, kleine kritische Drehzahlen zu wählen. Läßt man als größte Durchbiegung  $y = 0,2$  mm zu, so erhält man für die kleinstmögliche kritische Geschwindigkeit einer Kreiselpumpe ganz unabhängig von den Längenabmessungen der Welle nach Gl. (27)

$$\omega_{k \min} = \sqrt{\frac{1,08 \cdot 981}{0,02}} = 230 \quad \text{entspr.} \quad n_{k \min} = \frac{230 \cdot 30}{\pi} = 2200. \quad (28)$$

Aus dieser Überlegung folgt auch als unbedingte Forderung, die kritische Drehzahl der Kreiselpumpen stets über die Betriebsdrehzahl zu legen, also eine sog. starre Welle zu nehmen. Da die Vergrößerung des Wellendurchmessers über eine von den Einlaufverhältnissen des Rades abhängige Grenze nicht möglich ist, so kann demnach auch die Wellenlänge nicht beliebig gesteigert werden. Man ist deshalb bei mehrstufigen Pumpen genötigt, die axiale Baulänge der einzelnen Stufe so weit wie möglich zu verkleinern. Man erkennt auch, daß die Rücksicht auf die Formänderung die Stufenzahl nach oben hin begrenzt.

Höhere kritische Drehzahlen sind demnach bei Kreiselpumpen ohne praktische Bedeutung. Ihre Bestimmung könnte auch nach dem vorstehenden Verfahren nicht erfolgen, weil dieses hierbei nicht mehr konvergent ist. Statt sich einer bestimmten Grenze zu nähern, entfernen sich bei den Wiederholungen die aufeinanderfolgenden Biegunslinien von der richtigen Form immer mehr. Stodola hat ein

besonderes Verfahren zu ihrer Bestimmung ausgearbeitet, auf das hiermit verwiesen sei<sup>1)</sup>.

Die vorstehenden Betrachtungen sind auf einstufige Pumpen mit fliegend angeordneten Rädern nicht anwendbar.

**e) Einfluß der Schiefstellung der Räder.**

Durch die Wellenbiegung werden auch die Mittelebenen der Räder gegen die Drehachse geneigt, so daß die Wirkungslinien der Fliehkräfte der einzelnen Massenelemente  $dm$  des Rades gegeneinander versetzt werden und Kräftepaare entstehen, die die Durchbiegung der Welle

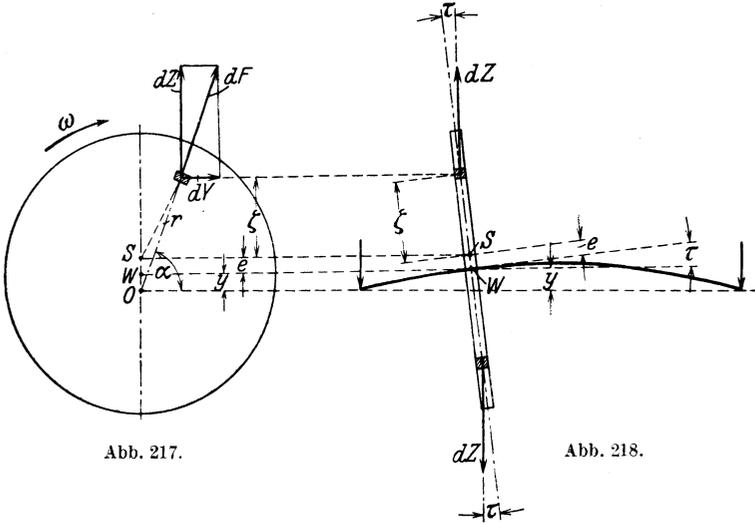


Abb. 217.

Abb. 218.

Abb. 217, 218. Schiefstellung des Rades bei Gleichlauf.

beeinflussen. Dieses Verhalten der Scheiben kann man sich auch durch ihre Kreiselwirkung erklären, da sie jeder Änderung ihrer Achsenrichtung einen Widerstand entgegensetzen müssen. Im allgemeinen wird die Scheibe mit der Welle im Beharrungszustand so umlaufen, als ob beide zusammen ein starres Gebilde wären. In diesem Falle bestimmt sich das von den Fliehkräften der Scheibe ausgeübte Moment, wenn der Neigungswinkel der elastischen Linie im Befestigungspunkt  $\tau = \frac{dy}{dx}$  und angenommen wird, daß die Scheibe genau senkrecht auf der Welle befestigt ist, mit den Bezeichnungen der Abb. 217 und 218 aus

$$\mathfrak{M} = \sum dZ \zeta \tau. \tag{29}$$

$dZ$  ist hierin die Komponente der Fliehkraft  $dF$  des Massenteilchens  $dm$  parallel zur Biegeebene, also

$$dZ = dF \cdot \sin \alpha = dm r \omega^2 \sin \alpha = dm \omega^2 (\zeta + e + y),$$

damit 
$$\mathfrak{M} = \omega^2 \tau \sum dm \zeta (\zeta + e + y). \tag{30}$$

<sup>1)</sup> Vgl. Die Dampfturbinen. 5. Aufl., S. 386.

Der Summenausdruck kann, da die Exzentrizität und die Durchbiegung im allgemeinen als sehr klein anzusehen sind, ersetzt werden durch das auf einen Durchmesser bezogene Massenträgheitsmoment  $\Theta_d$  der Scheibe, so daß

$$\mathfrak{M} = \omega^2 \tau \Theta_d. \quad (31)$$

Dieses Moment  $\mathfrak{M}$  wirkt offenbar im Sinne einer Verkleinerung von  $\tau$ , also hemmend auf die Biegung, d. h. erhöhend auf die kritische Drehzahl. Für die Rechnung ist es deshalb empfehlenswert, dem Moment ein negatives Vorzeichen zu geben.

Neben der gleichläufigen Bewegung von Welle und Scheibe gibt es, wie Stodola durch Versuche gefunden hat, noch eine zweite Bewegungsart, bei der die elastische Linie eigene Schwingungen unabhängig von der Umlaufbewegung ausführt und die Umlaufbewegung in der Regel zwar gleich groß, aber entgegengesetzt gerichtet ist wie die Schwingungsbewegung der Welle. Diese „synchrone Präzission im Gegenlauf“ kann eintreten, wenn die Nabe locker sitzt. Die bei der Bewegung zweiter Art von der Scheibe auf die Welle ausgeübten Momente sind, wie ohne Beweis mitgeteilt sei, entgegengesetzt gerichtet wie beim Gleichlauf und im Falle des synchronen Gegenlaufs dreimal so groß. Die hierbei entstehenden Ausschläge erfahren aber eine starke Dämpfung durch die äußeren und inneren Widerstände<sup>1)</sup>, weil die Welle sich unablässig in sich selbst biegen muß, so daß dieser Fall von geringer praktischer Bedeutung ist.

Die durch die Schiefstellung der Scheiben hervorgerufenen Momente lassen sich bei der Bestimmung der kritischen Geschwindigkeit nach dem unter d) behandelten graphischen Verfahren berücksichtigen, wenn die von ihnen erzeugte Momentenfläche zu derjenigen der Zentrifugalkräfte hinzugenommen wird.

Grammel<sup>1)</sup> kam durch Untersuchung einer mit Scheiben gleichmäßig dicht besetzten Welle zu dem Ergebnis, daß infolge der Kreiselwirkung unter gewissen Umständen die kritischen Geschwindigkeiten einzelner Ordnungsnummern ganz wegfallen können.

Bei Kreiselpumpen ist der Einfluß der Schiefstellung auf die kritische Drehzahl gering, weil die Laufräder in der Regel kleine Durchmesser im Vergleich zum Lagerabstand und somit ein kleines Trägheitsmoment  $\Theta_d$  besitzen. Die Anwendung des Verfahrens auf das Rechnungsbeispiel würde für den Fall des Gleichlaufs eine Erhöhung des Wertes der kritischen Geschwindigkeit um etwa 1% ergeben. Auch bei großer Stufenzahl dürfte der Einfluß kaum 5% übersteigen, so daß im allgemeinen die Berücksichtigung der Schiefstellung unterbleiben kann.

In anderer Beziehung dürfte allerdings die Schiefstellung von Bedeutung sein insofern, als sie eine verdrängende Wirkung auf das in den Seitenräumen befindliche Wasser und damit eine so wesentliche Erhöhung des Widerstands gegen die Ausschläge hervorruft, daß auch

<sup>1)</sup> Vgl. Grammel: Z. V. d. I. 1920, S 911.

ohne die in der Fußbemerkung S. 274 behandelten Einflüsse starke Störungen durch das Eintreten des kritischen Zustands bei Kreiselpumpen undenkbar sind.

#### f) Einfluß der antreibenden Welle und des Fundaments.

Ist die Pumpenwelle mit der Antriebsmaschine beweglich gekuppelt, so wird eine wesentliche Beeinflussung der kritischen Drehzahl nicht zu erwarten sein, sofern die Wellenmittel übereinstimmen. Liegt starre Kupplung vor, so muß die gemeinsame Motor- und Pumpenwelle als Welle auf drei Lagern betrachtet und könnte nach einem Verfahren von v. Borowicz<sup>1)</sup> berechnet werden. Meist sind dem Pumpenkonstrukteur aber die Abmessungen der Motorwelle nicht bekannt; auch muß dafür gesorgt werden, daß jedes Modell für möglichst verschiedene Antriebsverhältnisse verwendbar ist. Ferner ist dieses Untersuchungsverfahren ziemlich zeitraubend. Da jedoch durch die starre Kupplung

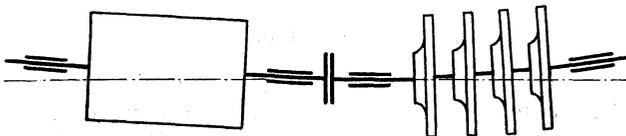


Abb. 219. Notwendigkeit der Überhöhung der Außenlager bei parallelen Kupplungsscheiben.

die kritische Drehzahl über die der Einzelwellen erhöht wird, so ist stets genügende Sicherheit vorhanden, wenn die kritischen Drehzahlen der frei aufliegenden Wellen über der Betriebsdrehzahl liegen, welche Forderung gemäß den Darlegungen S. 282 für die Pumpenwelle stets erfüllt sein muß. Können die beiden Wellen nicht mit der dadurch bedingten Steifigkeit ausgeführt werden, so besteht die Gefahr, daß die Betriebsdrehzahl mit der kritischen Drehzahl erster oder einer höheren Ordnung zusammenfällt.

Bei beweglichen Kupplungen können infolge ungenauer Ausrichtung der beiderseitigen Kupplungshälften ebenfalls Störungen eintreten, weil dann die Kupplung die Wirkung eines Kreuzgelenkantriebs besitzt. Für diesen Fall entsteht eine weitere kritische Geschwindigkeit bei dem dritten Teil der normalen kritischen Geschwindigkeit<sup>2)</sup>.

Der Zusammenbau von Motor und Pumpe sollte stets so erfolgen, daß die elastischen Linien der frei aufliegenden Wellen an der Kupplung eine gemeinsame Tangente besitzen, weil dann auch die beiderseitigen Kupplungsflanschen parallel sind. Dies bedingt, daß beim Zusammenbau von Motor und Pumpe die äußeren Lager gegenüber dem mittleren erhöht werden<sup>3)</sup>. In Abb. 219 ist die Überhöhung der

<sup>1)</sup> Beiträge zur Berechnung der kritischen Geschwindigkeiten zwei- und mehrfach gelagerter Wellen. Dissertation, München 1916 oder auch Stodola, 5. Aufl., S. 389

<sup>2)</sup> Stodola, 5. Aufl., S. 933 oder O. Föppl: Z. V. d. I. 1919, S. 866.

<sup>3)</sup> Vgl. Kieser: Z. Masch.-Bau 1922/23, H. 10, S. 342.

besseren Deutlichkeit halber übertrieben dargestellt. Diese Maßnahme entlastet die starre Kupplung von Biegungskräften. Sie ist auch bei beweglicher Kupplung zu empfehlen, weil dann keine gegenseitige Bewegung der beiden Kupplungshälften eintritt, also die Abnutzung verringert wird.

In der Regel werden bei Kreiselpumpen bewegliche Kupplungen verwendet. Die an sich einfachere starre Kupplung ist nur dann am Platze, wenn die Motorwelle die selbsttätige Einstellung der Pumpenwelle auf Axschubausgleich nicht stört.

Nach Blaess<sup>1)</sup> wird durch eine Bewegungsmöglichkeit des Fundaments, die diesem eine Schwingung senkrecht zur Wellenachse gestattet, die natürliche, auf einem absolut starren Unterbau auftretende kritische Drehzahl  $n_k$  um zwei weitere kritische Drehzahlen vermehrt, von denen die eine tiefer, die andere höher liegt als  $n_k$ . Diese Erscheinung äußert sich besonders bei verhältnismäßig leicht gebauten Fundamenten auf nachgiebiger Unterlage.

## 86. Die Lager.

Es finden sowohl Gleit- als Kugellager Verwendung. Bei Gleitlagern hat die Berechnung der Abmessungen auf die neueren Ergebnisse der theoretischen und experimentellen Forschung Rücksicht zu nehmen, die die Kenntnis des Schmierungsvorgangs auf eine neue Grundlage gebracht haben.

Nach der Theorie der Lagerreibung<sup>2)</sup>, die von Reynolds und seinen Nachfolgern aufgestellt ist, kann der Vorgang im Ölspalt so aufgefaßt werden, daß der Zapfen infolge seiner Oberflächenreibung das Öl mit sich fortreißt. Die so entstehende kräftige Pumpwirkung erzeugt in dem sich verengenden Teil des Spaltraums (Abb. 230) die zum Tragen des Zapfens erforderliche Ölpressung und verhindert damit eine unmittelbare Berührung zwischen Zapfen und Wand. Der Vorgang tritt in seiner einfachsten Form auf bei der neueren Form des Spurlagers. Dort hat die praktische Anwendung der neuen Theorie auch die meisten Erfolge erzielt.

### a) Spurlager (Gleitlager).

Der Wellenkamm  $AB$  eines ebenen Spurlagers bewege sich mit der Geschwindigkeit  $u$  gegenüber der festen Fläche  $CD$ , die sich auf ihrem Verlauf von  $C$  nach  $D$  der Kammfläche nähert (Abb. 220). Die Fläche  $AB$  reißt das an ihrer Oberfläche haftende Schmieröl in den keilförmigen Spalt hinein, wobei wegen des abnehmenden Querschnitts der Druck zuerst zunehmen, gegen das Ende aber wieder abnehmen muß, da in

<sup>1)</sup> Z. Masch.-Bau 1923, H. 24/26, S. 1009.

<sup>2)</sup> Diese findet sich zusammengestellt in Stodola: Die Dampfturbinen 5. Aufl., welche bei der Bearbeitung dieses Abschnitts hauptsächlich benützt worden ist. Die wichtigsten neueren Arbeiten sind: Sommerfeld: Z. Math. u. Physik Bd. 50, S. 124. 1904. — Michell: Z. Math. u. Physik Bd. 52, S. 123. 1905. — Freudenreich: BBC-Mitteilungen 1917, S. 1. — Gümbel: Jahrb. Schiffsbaut. Ges. 1917, S. 236; Z. f. d. ges. Turbinenwes. 1918, S. 205.

der Umgebung der Druck Null angenommen ist (Abb. 221). Die Breite des Kammes (senkrecht zur Zeichenebene) sei unendlich groß, so daß die Strömung des Öls als eine ebene betrachtet werden kann, also die Druck- und Geschwindigkeitsverhältnisse in allen Schnittebenen parallel zur Zeichenebene die gleichen seien. Wir greifen einen Streifen von der Breite  $b$  heraus und betrachten das kleine, durch zwei benachbarte Stromflächen und zwei benachbarte Ebenen senkrecht zur Bewegungsrichtung der Kammfläche begrenzte Element von der Länge  $dx$  und der Breite  $dy$  (Abb. 222). An diesem wirken zunächst senkrecht zu den Begrenzungsflächen der Flüssigkeitsdruck, der links gleich  $p$ , rechts gleich  $p'$  sei, außerdem aber in seiner unteren und oberen Begrenzungsfläche Schubspannungen  $\tau$  bzw.  $\tau'$ , die durch die Reibung hervorgerufen werden.

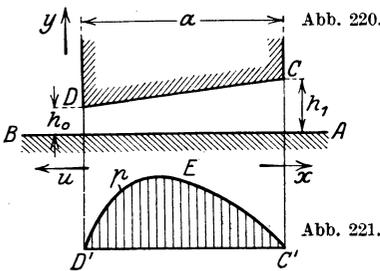


Abb. 220, 221. Keilförmiger Ölspalt eines Spurlagers mit Druckverteilung.

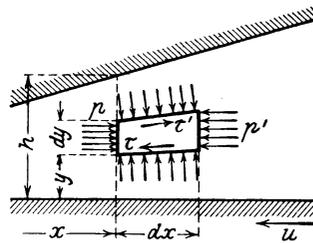


Abb. 222. Kräfte an einem Schmiermittelteilchen.

Das Gleichgewicht der Kräfte in der Richtung der Kammfläche verlangt, wenn von der sehr kleinen Neigung der oberen und unteren Fläche abgesehen wird,

$$(\tau - \tau') b dx = (p - p') b dy$$

oder, da  $\tau - \tau'$ , ebenso  $p - p'$  als Differentiale zu betrachten sind,

$$\frac{\partial \tau}{\partial y} = \frac{\partial p}{\partial x}. \quad (32)$$

Da infolge der Zähigkeit des Öls und der Enge des Spaltes die Strömung als Bandströmung erfolgt, so gilt Gl. (3) des Abschnitts 10, die hier in der Form zu schreiben ist

$$\tau = \eta \frac{\partial w}{\partial y}, \quad (33)$$

weil die Geschwindigkeit  $w$  des Öls nach oben abnimmt, aber entgegengesetzt zu  $x$  gerichtet, somit  $\partial w / \partial y$  positiv wird.

Die beiden vorstehenden Gleichungen geben als Differentialgleichung der Strömung

$$\eta \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = \frac{\partial p}{\partial x}. \quad (34)$$

Aus der Natur des ganzen Vorgangs folgt, daß  $p$  sich nur in Richtung der Kammfläche, aber nicht senkrecht dazu ändern wird, also  $\frac{\partial p}{\partial x}$  von  $y$  unabhängig ist. Deshalb können die partiellen Differentialquotienten durch totale ersetzt werden, und Gl. (34) läßt sich nach  $y$  integrieren:

$$\eta w = \frac{dp}{dx} \frac{y^2}{2} + C_1 y + C_2. \quad (35)$$

Die Integrationskonstanten  $C_1$  und  $C_2$  sind gegeben durch die Grenzbedingung, daß am Kamm und der Gegenfläche das Öl festhaftet, also  $w = -u$  für  $y = 0$ ;  $w = 0$  für  $y = h$ . Damit wird

$$w = \frac{1}{2\eta} \frac{dp}{dx} (y^2 - yh) - u \frac{h-y}{h} \quad (36)$$

und, wenn an Stelle von  $w$  das Durchflußvolumen  $q = \int_0^h w b dy$  eingeführt wird,

$$q = -\frac{b}{2} \left( \frac{1}{\eta} \frac{dp}{dx} \frac{h^3}{6} + u h \right). \quad (37)$$

Bestimmt man hieraus  $\frac{dp}{dx}$ , so läßt sich der Druckverlauf graphisch ausrechnen, wobei zwei Bedingungen einzuhalten sind, nämlich, daß sowohl für  $x = 0$  (Punkt  $D$ ) als auch für  $x = a$  (Punkt  $C$ ) der Druck  $p$  gleich dem Druck Null der Umgebung ist. Dies ist nur bei einem bestimmten Wert von  $q$  möglich, der dann als Unbekannte in der Untersuchung erscheint und hiernach zu bestimmen ist. Ist der Verlauf  $p$ , d. h. die Linie  $C'ED'$ , bestimmt, so ist der Lagerdruck  $\frac{P}{b}$ , der auf die Breite 1 der Kammfläche wirkt, gleich dem Inhalt der schraffierten Fläche (Abb. 221). Ebenso läßt sich dann die Reibungskraft

$$K_r = \int_0^a b \tau_0 dx \quad (38)$$

bestimmen, wenn die Schubspannung  $\tau_0$  am Kamm mittels Gl. (33) und (36) mit  $y = 0$  errechnet wird.

Dieses graphische Verfahren, bei dem auch die Veränderlichkeit von  $\eta$  infolge der stattfindenden Erwärmung berücksichtigt werden kann, ist zur Abschätzung des Druckverlaufs bei verwickelten Spaltformen zwar gut geeignet, aber doch ziemlich umständlich. Da in der Regel der Lagerdruck  $P$  vorgeschrieben und der zugehörige Spalt zu bestimmen ist, so ist folgender, von Freudenberg a. a. O. in Anlehnung an Reynolds' ausgearbeiteter Rechnungsgang vorzuziehen, der sich für einen geradlinigen Verlauf von  $CD$  und ein konstantes  $\eta$  aus den obigen Gleichungen ergibt und der ohne Ableitung angegeben sei.

Ist  $\bar{p} = \frac{P}{ab}$  der Mittelwert des spezifischen Lagerdrucks, so ist der kleinste Abstand  $h_0$

$$h_0 = \sqrt{\frac{6\eta u a}{\bar{p}}} \psi, \tag{39}$$

wobei  $\psi$  in Abb. 223 in Abhängigkeit von

$$m = \frac{h_1 - h_0}{h_0} \tag{40}$$

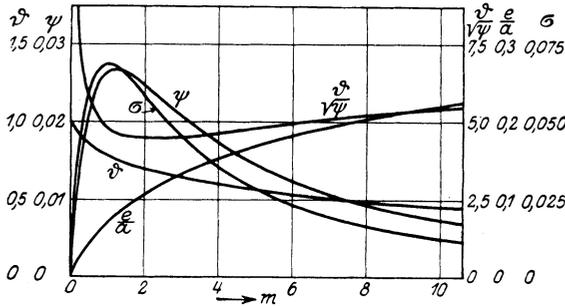


Abb. 223. Funktionen zur Gleitlagertheorie.

eingetragen ist. Auch die Reibungszahl  $\mu = \frac{K_r}{P}$  läßt sich ausrechnen aus

$$\mu = \frac{\vartheta}{\sqrt{6\psi}} \sqrt{\frac{\eta u}{\bar{p} a}}, \tag{41}$$

wo  $\frac{\vartheta}{\sqrt{\psi}}$  ebenfalls aus Abb. 223 zu entnehmen ist. Schreibt man Gl. (41) in der Form

$$\frac{\bar{p} \mu^2}{\eta} = \frac{\vartheta^2}{6\psi} \cdot \frac{u}{a}, \tag{42}$$

so ist die rechte Seite für ein gegebenes Lager konstant. Der Mindestwert der Reibungszahl tritt auf bei  $m = 2,1$ , wobei  $\frac{\vartheta}{\sqrt{\psi}} = 4,45$ .

Die ruhende Schale kann pendelnd gelagert sein, wobei eine bestimmte Exzentrizität  $e$  vorhanden sein muß (Abb. 224), damit sich die Scheibe selbsttätig auf den verlangten Wert von  $m$  einstellt. Diese Exzentrizität ergibt sich aus der in Abb. 223 eingetragenen Linie der  $\frac{e}{a}$  oder kann errechnet werden aus

$$e = \frac{a}{2} \left( 1 - \frac{\sigma}{3\psi} \right), \tag{43}$$

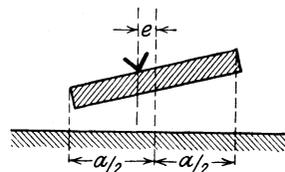


Abb. 224. Pendelnde Lagerung der Schale eines Spurlagers.

wenn  $\sigma$  aus der gleichen Abbildung entnommen wird. Fest eingestellte Schalen (Abb. 224a) haben die gleiche Wirkung wie bewegliche, falls

$m$  richtig gewählt ist. Aus Gl. (39) und (41) lassen sich die zugehörigen Werte von  $h_0$  und  $\mu$  ausrechnen. Sind mehrere Tragflächen verwendet, so muß durch breite Zwischennuten dafür gesorgt werden, daß das erwärmte Öl wieder aufgefrischt wird.

Die Gleichungen (39) bis (43) führen zu Ergebnissen, die mit der Wirklichkeit nicht ganz übereinstimmen, weil

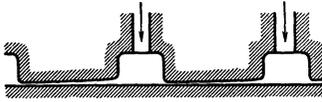


Abb. 224a. Spurlager mit unveränderlicher Neigung der Schalen.

1. die Zähigkeit des Öls im Lager infolge der Zunahme der Temperatur abnimmt. Wie beträchtlich sich die Temperatur ändert, ist in Abb. 225 nach Versuchskurven der Firma Brown, Boveri & Cie. für verschiedene Umfangsgeschwindigkeiten und Drücke angegeben. Die Folge ist eine Abnahme des spezifischen Drucks  $p$  und der Exzentrizität  $e$ , die sogar negativ werden kann;

2. die Eintrittskante des ausgeführten Lagers stets abgerundet ist, wodurch eine Drucksteigerung am Eintritt, also eine weitere Verkleinerung von  $e$  bedingt ist;

3. die Breite  $b$  des Kammes nicht unendlich groß ist. Infolgedessen wird die Strömung des Öls keine ebene und die Druckverteilung in den verschiedenen Schnittebenen parallel zur Zeichenebene der Abb. 220 eine verschiedene sein.

Der letztere Einfluß, der auch nicht bei der vorher erwähnten graphischen Integration der Gl. (37) berücksichtigt werden kann, ist von Michell und Gumbel untersucht worden. Nach Michell werden für eine Schräge, die durch den Wert  $m = 1$  in Gl. (40) gekennzeichnet ist, durch das seitliche

Kürzen die Werte von  $\bar{p}$ ,  $\mu$  und  $\frac{e}{a}$  in folgender Weise geändert:

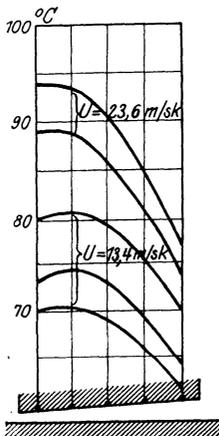


Abb. 225. Temperaturverlauf im keilförmigen Ölspace eines Spurlagers.

Bei $m = 1$	und	$\frac{b}{a} = \infty$	1	$\frac{1}{3}$
ist der mittlere Druck* . . . . .	$\bar{p} = p_0$		0,422 $p_0$	0,031 $p_0$
die Reibungszahl . . . . .	$\mu = \mu_0$		2,22 $\mu_0$	9,8 $\mu_0$
die Exzentrizität . . . . .	$\frac{e}{a} = 0,07$		0,08	0,11 .

Je schmaler also der Kamm ist, desto stärker nimmt die Reibungszahl zu und der mittlere Druck ab.

Die Linien gleichen Drucks wie auch die Stromlinien sind in Abb. 226 für das Seitenverhältnis  $a/b = 1$  dargestellt.

Michell war der erste, der die vorstehende Theorie des Spurlagers auf die Praxis anwandte. Ein derartiges Lager, das allerdings nicht dem Kreiselpumpenbau entstammt, ist in Abb. 227, 228 nach

Konstruktionen der Fr. Krupp A.-G. (Germaniawerft) angegeben. Da der Öldruck auf ein Vielfaches des beim gewöhnlichen Spurlager möglichen anwächst, so reicht stets ein einziger Druckring aus. Der Stützring, der den Achsschub aufnimmt, ist in eine Anzahl von Gleitstücken aus Siemens-Martin-Stahl zerlegt, die pendelnd gelagert sind und sich selbsttätig schräg einstellen. Sie sind (Abb. 228) mit Weißmetall gefüttert und keilförmig abgesetzt, so daß auf der Rückseite die Kippkante in Richtung eines Halbmessers entsteht. Die Ab-  
 rundung der in der Drehrichtung vorn liegenden Kanten erleichtert den Eintritt des Öls zwischen Gleitstück und Druckring. Um die Gleitstücke in ihrer Lage zu sichern, sind sie mit einem Ansatz versehen, der in einer Ringnut des Gehäuses gehalten ist. Der Druckring taucht in das im unteren Teil des Lagerbockes befindliche Öl, nimmt

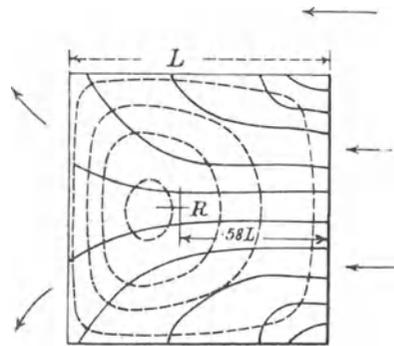


Abb. 226. Druckverteilung und Strömung im keilförmigen Ölspalt endlicher Breite.

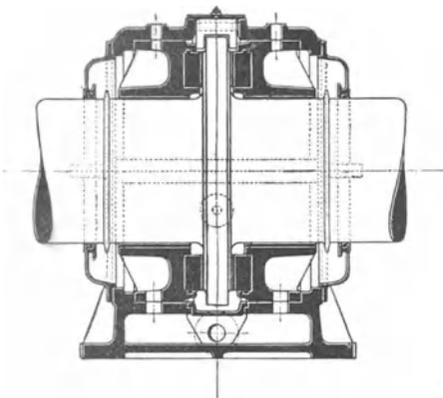


Abb. 227.

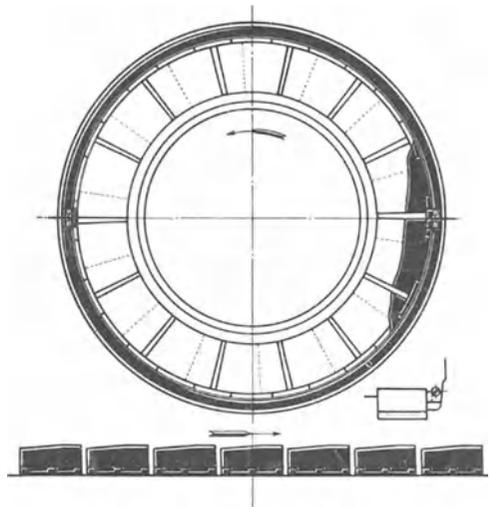


Abb. 228.

Abb. 227, 228. Einringlagers mit Druckblöcken.

einen Teil davon nach oben mit. Dort wird es vom Abstreifblech aufgefangen und auf die Gleitstücke sowie durch besondere Kanäle in die Lager geleitet. Das Öl wird in der Mitte unterhalb des Teilflansches eingeführt. Bei größeren Maschinen wird Druckschmierung angewandt.

Mit dem Michellschen Spurlager hat zuerst die amerikanische Westinghouse-Gesellschaft Versuche angestellt. Das Lager bestand aus einem Kamm von 60 auf 120 mm mit zehn Druckplatten von 67 cm<sup>2</sup> Gesamttragfläche, das bei 16,5 m/sec Umfangsgeschwindigkeit einen mittleren Druck von  $\bar{p} = 71$  at betriebssicher aufnehmen konnte. Eine Steigerung auf den ungeheuren Druck von  $\bar{p} = 490$  at war ohne üble Folgen durchführbar, und erst bei 750 at trat eine Zerstörung ein, allerdings nicht durch Heißlaufen, sondern durch seitliches Abfließen des Weißmetalls.

Im Kreiselpumpenbau ist von dieser sehr leistungsfähigen Bauart des Spurlagers nur bei großen Axialpumpen<sup>1)</sup> und bei senkrechten Pumpen (Abb. 287) Gebrauch gemacht worden. Sie dürfte aber, nachdem sie sich für die Lagerung von Propellerwellen im Schiffsbau sehr gut bewährt hat<sup>2)</sup> und schließlich für den Einbau in die deutschen Unterseeboote vorgeschrieben wurde, eine allgemeinere Verbreitung verdienen, zumal die jetzt üblichen Ausgleichsvorrichtungen für den Axial Schub einen nicht unbeträchtlichen Wasserverlust verursachen, sich abnützen und hohe Anforderungen an die Werkstattausführung stellen. Die besonderen Vorteile der Einringlager mit Klötzen sind ihr kurzer Aufbau, hohe Betriebssicherheit und fast unbegrenzte Überlastbarkeit, geringer Reibungsverlust und Ölverbrauch, leichte Einstellbarkeit, geringe Empfindlichkeit und Abnutzung. Die Lager enthalten nur einfache, leicht herstellbare Teile, für die man von einer beliebigen Stelle Ersatz schaffen kann, und sind insofern auch den Kugellagern, die gleichfalls geringe Reibung haben, vorzuziehen.

Für gewöhnliche Spurzapfenlager mit nicht unterbrochener tragender Ringfläche fand Neumann<sup>3)</sup> das Gesetz

$$\mu \bar{p} = 0,07 \quad (44)$$

bei Temperaturen von 50°, Ringeschwindigkeiten von 5 bis 20 m/sec und Lagerbelastungen  $\bar{p}$  von 1 bis 15 kg/cm<sup>2</sup>. Gl. (44) entspricht der später anzugebenden Gl. (45) von Lasche für Halslager.

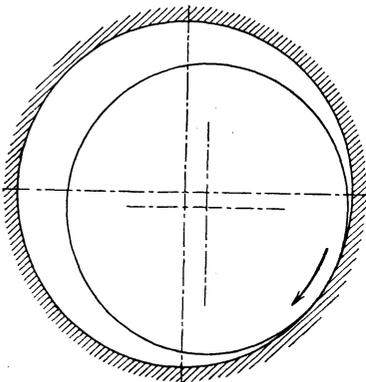


Abb. 229. Zapfenstellung im Halslager bei metallischer Reibung.

#### b) Halslager (Gleitlager).

Der in einem Halslager sich drehende Zapfen sollte nach der alten Theorie an der Schale entgegengesetzt der Drehrichtung emporklettern (Abb. 229), bis das Moment der Zapfenbelastung dem Reibungsmoment gleich geworden ist. In Wirklichkeit ist dies nur bei metallischer Reibung, also geringen Gleitgeschwindigkeiten, wie sie beim Anlaufen vor-

<sup>1)</sup> Z. V. d. I. 1920, S. 993.

<sup>2)</sup> Kraft: Z. V. d. I. 1923, S. 1006.

<sup>3)</sup> Z. V. d. I. 1918, S. 571.

kommen, der Fall. Ist die Geschwindigkeit so groß geworden, daß eine Ölschicht zwischen Zapfen und Schale bestehen bleibt, so verschiebt sich der Zapfen nach der entgegengesetzten Seite (Abb. 229a) und erzeugt den „keiligen“ Zwischenraum  $A_1A_2B_2B_1$ , in den das Schmiermittel durch die gleitende Zapfenfläche hineingezogen wird, so daß die im Polardiagramm dargestellte Verteilung des Öldrucks  $p$  entsteht. Aus Gl. (34) würde folgen<sup>1)</sup>, daß der Zapfen sich senkrecht zum Lagerdruck verschiebt, bei senkrechtem Lagerdruck also die Exzentrizität wagrecht wird. Ferner würden zwar in der unteren Schale große positive Drücke entstehen, die bis zur Fließgrenze des Materials steigen können, aber in der oberen Schale müßten sich bei hohen Lagerbelastungen beträchtliche negative Drücke einstellen, die unmöglich sind, auch wenn man die zähflüssige Beschaffenheit des Öls berücksichtigt. Die Ölschicht wird deshalb zerreißen und Luft zwischen Zapfen und Schale eindringen. Dies wird erleichtert durch das heute übliche große Lagerspiel und durch die Aussparungen, welche im Lagerdeckel in der Regel vorhanden sind. Aus diesem Grunde wird das Lager richtiger als ein halb umschlossenes behandelt, bei dem Druckverteilung und Zapfen-

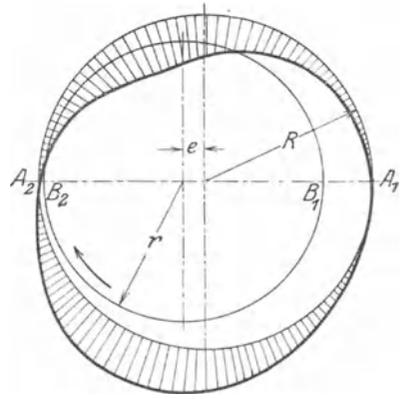


Abb. 229a. Zapfenstellung im Halslager bei Flüssigkeitsreibung. Theoretische Druckverteilung im ganz umschlossenen Halslager.

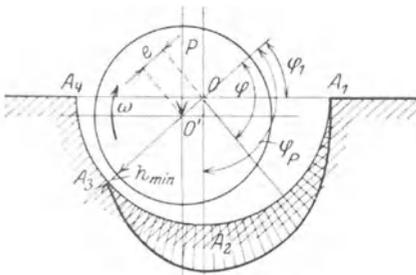


Abb. 230. Druckverteilung im halb umschlossenen Halslager.

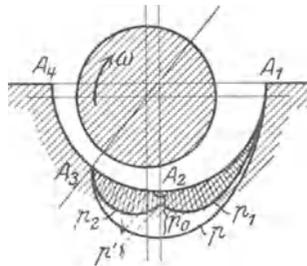


Abb. 231. Schädliche Druckflächenunterbrechung durch falsch angebrachte Schmiernuten.

einstellung etwa gemäß Abb. 230 erfolgen. Die theoretischen Ableitungen, die aus der Untersuchung dieses Falles beispielsweise von G ü m b e l erhalten worden sind, geben aber keine genügende Übereinstimmung mit der Wirklichkeit, so daß auf ihre Wiedergabe verzichtet wird.

Ein wichtiges Ergebnis dieser Theorie ist aber, daß Schmiernuten in den tragenden Flächen nicht bloß nutzlos, sondern schädlich sind. Beispielsweise bewirkt die mittlere Nut bei  $A_2$  (Abb. 231), daß der

<sup>1)</sup> Vgl. A. Michels: Z. V. d. I. 1923, S. 1100.

Druckverlauf nicht mehr der Kurve  $p$ , sondern den unstetigen Linien  $p_1$  und  $p_2$  folgt, weil durch die Nut Öl nach der Seite abgeführt wird. Der Druck ist also bei  $A_2$  von  $p_0$  auf  $p'$  gesunken und die Tragfähigkeit des Lagers entsprechend verringert. Noch schädlicher ist die Anwendung von Kreuznuten, die man merkwürdigerweise heute noch bisweilen antrifft und die Entstehung des tragenden Öldrucks in sehr wirksamer Weise verhindern. Dagegen sind Schmiernuten zur Verteilung des Öls an nicht tragenden Flächen durchaus zweckmäßig, insbesondere an der Einführungsstelle des Öls, die am Ort des kleinsten Drucks, also nicht etwa an der Unterschale angeordnet werden sollte. Selbst bei der Zuführung des Öls unter Druck muß diese Stelle des kleinsten Drucks für den Eintritt ausgewählt werden. Bei halb-

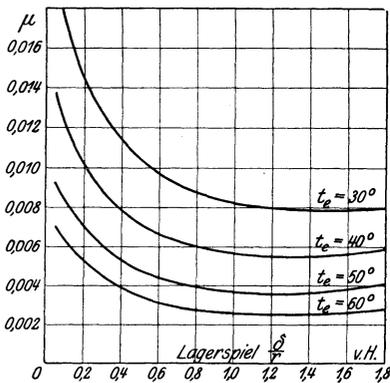


Abb. 232. Abnahme der Reibungszahl mit zunehmendem Lagerspiel.

umschlossenen Lagern ist deshalb die Unterdrucksetzung ziemlich zwecklos, bei ganz umschlossenen Lagern kann dadurch der Unterdruck in der Oberschale verringert oder beseitigt werden.

Hinsichtlich des Lagerspiels

$$\delta = R - r$$

sind Versuche von Brown, Boveri & Cie. an einem Lager von 125 mm Durchmesser, 135 mm Länge, 1300 kg Gesamtbelastung, d. h.

$\bar{p} = 7,7 \text{ kg/cm}^2$  mittlerem Druck, 3000 Umdr./min, d. h. einer Gleitgeschwindigkeit

$$u = 19,7 \text{ m/sec,}$$

bemerkenswert. Abb. 232 gibt die Abhängigkeit der Reibungszahl  $\mu$  von  $\frac{\delta}{r}$  bei verschiedenen Öltemperaturen an und läßt erkennen, daß das bisher für zu groß gehaltene Lagerspiel von 1,8% noch immer sehr günstige Reibungsverhältnisse aufweist.

Bei Lagerspielen unter 0,2% ist beobachtet<sup>1)</sup> worden, daß die Welle in Erschütterungen geriet<sup>1)</sup>. Diese waren bei einem Spiel von 0,01% so stark, daß ein Dauerbetrieb unmöglich wurde. Die Erscheinung ist dadurch zu erklären, daß die Wellenzapfen infolge der geringen Stärke des Ölbandes zwischen den Stellungen nach Abb. 229 und 229a hin und her pendeln.

Besonders wertvoll sind die klassisch gewordenen Versuche von Lasche, welcher das einfache Gesetz

$$\mu \bar{p} t = K = 2 \quad (45)$$

aufstellte mit einem Gültigkeitsbereich von  $\bar{p} = 1$  bis  $15 \text{ kg/cm}^2$ ,  $t = 30$  bis  $100^\circ \text{ C}$  Lagertemperatur, Zapfengeschwindigkeit  $u = 5$  bis

<sup>1)</sup> Vgl. Stodola: Dampf- und Gasturbinen. 5. Aufl., S. 417. Berlin: Julius Springer 1922.

20 m/sec. Damit erhält man für die in der Stunde erzeugte Reibungsarbeit des Lagers in mkg, wenn  $D$  der Durchmesser,  $L$  die Länge des Lagers,

$$A_r = 3600 \bar{p} L D \mu u = \frac{7200 L D u}{t}. \quad (46)$$

Hiernach ist die Reibungsarbeit unabhängig von der spezifischen Flächenpressung  $\bar{p}$ , dagegen proportional zur Länge des Lagers und, weil  $u = \frac{\pi D n}{60}$ , proportional dem Quadrat des Lagerdurchmessers.

Demnach ist es zweckmäßig, die Lagerabmessungen so klein wie möglich zu machen.

Da die Reibungsarbeit  $A_r$  sich in Wärme umsetzt und diese durch die Lageroberfläche der umgebenden Luft mitgeteilt wird, falls keine künstliche Kühlung besteht, so kann gesetzt werden

$$A_r = k \cdot \pi D L (t - t_0), \quad (47)$$

wobei  $t_0$  die Temperatur der Außenluft und  $k$  ein Zahlenwert, der die Rolle einer Wärmeübergangszahl spielt und die in der Stunde durch  $1 \text{ cm}^2$  der Lauffläche bei  $1^\circ \text{C}$  Temperaturunterschied nach außen gehende Wärme in mkg angibt. Bei den Versuchen von Lasche ergab sich  $k$  zwischen 2 und 6 liegend. Bei den günstigen Verhältnissen, die an einer Kreiselpumpe infolge der kalten Gehäusewände vorliegen, dürfte  $k$  etwas höher, und zwar im Mittel gleich 6, gewählt werden.

Durch Gleichsetzen der beiden Ausdrücke für  $A_r$  ergibt sich

$$t(t - t_0) = \frac{7200 u}{\pi k}, \quad (48)$$

woraus

$$t = \frac{t_0}{2} + \sqrt{\left(\frac{t_0}{2}\right)^2 + \frac{7200}{\pi k} u}. \quad (49)$$

Da die Schmierfähigkeit des Öls bei Überschreitung einer bestimmten Temperatur, die für jede Ölsorte allerdings verschieden ist, rasch abnimmt, so muß, wenn sich aus Gl. (49) zu hohe Temperaturen ergeben, zu einer Kühlung des Lagers oder des Öls gegriffen werden. Im letzteren Fall wird das Öl durch eine besondere Pumpe den Lagerflächen im Kreislauf zugeführt und außerhalb des Lagers gereinigt und gekühlt. Es ist üblich, zu künstlicher Kühlung überzugehen, wenn die Temperaturzunahme  $t - t_0$  größer als etwa  $45^\circ$ , also  $t$  größer als  $60$  bis  $70^\circ \text{C}$  sich ergibt. An und für sich wirkt eine hohe Öltemperatur, da in Gl. (46)  $t$  im Nenner steht, auf die Geringhaltung der Lagerreibung günstig ein. Bemerkenswert ist, daß neben der Außentemperatur und dem Beiwert  $k$ , der die Lagerbauart, Bewegung der umgebenden Luft berücksichtigt, nur noch die Zapfengeschwindigkeit maßgebend ist. Gl. (48) gibt mit  $t_0 = 20^\circ$ ,  $t = 65^\circ$  folgenden Grenzwert für die Zapfengeschwindigkeit  $u$ :

$$u_{\max} = \frac{65 \cdot 45 \cdot \pi k}{7200} = 1,28 k,$$

also mit  $k = 4$  bis  $8$

$$u_{\max} = 5 \text{ bis } 10 \text{ m/sec},$$

bei deren Überschreitung zu künstlicher Kühlung übergegangen werden muß.

Die Zapfenabmessungen können unter Zugrundelegung einer Flächenpressung von  $\bar{p} = 6$  bis  $16 \text{ kg/cm}^2$  bestimmt werden, wobei die größeren Werte für die kleineren Zapfengeschwindigkeiten  $u$  gelten. Das Produkt  $\bar{p}u$  sollte bei Lagern ohne künstliche Kühlung den Wert 30 nicht überschreiten.

Die Halslager werden bei Kreiselpumpen fast stets als Ringschmierlager ausgebildet, die nötigenfalls mit Wasserkühlung versehen werden. Wichtig ist ein großer Ölraum. Nur Pumpen für sehr große Leistungen und Drehzahlen, wie sie beim Antrieb durch Dampfturbinen häufig vorliegen, werden mit Umlaufschmierung ausgerüstet, weil dabei eine intensivere Kühlung der Gleitflächen möglich ist als beim Einbau der Kühlung in den Lagerkörper.

Lager, welche im Wasserraum angeordnet sind, erhalten Fettschmierung oder reine Wasserschmierung, wobei die Lagerschalen entweder aus Pockholz oder Metall bestehen oder mit Weißmetallausguß versehen sind. Bei Trinkwasserförderung ist Fettschmierung allerdings nicht zulässig.

### c) Kugellager.

Neben den Gleitlagern hat sich auch das Kugellager wegen seiner kleineren Eigenreibung, geringeren Raumbanspruchung besonders für Spurlager Eingang verschafft, da es auch hinsichtlich Betriebsicherheit den Anforderungen mehr und mehr gerecht wird, mit wenigen Handgriffen ausgewechselt werden kann und ohne Einlaufen anwendbar ist. Die Verbreitung des Kugellagers ist gerade in letzter Zeit begünstigt worden durch seinen geringen Verbrauch an Öl oder Fett. Es verursacht aber mehr Geräusch wie das Gleitlager, besonders nachdem eine gewisse Abnutzung eingetreten ist. Unter den verschiedenen Bauarten sind diejenigen zu bevorzugen, die der Formänderung der Welle folgen und sich dementsprechend selbst einstellen können.

Abb. 233<sup>1)</sup> zeigt ein vereinigttes Hals- und Spurlager für einseitigen Druck, wobei die Mittelpunkte der kugelförmigen Laufflächen des Traglagers  $b$  und der ebenfalls kugelförmigen Auflagefläche des Spurlagers  $a$  im Ring  $e$  gemeinsam sind, so daß auch der Drehpunkt der gleiche ist. Wird dieses Lager bei kleinen Pumpenleistungen verwendet, so sind Vorkehrungen zur Aufhebung des Achsdrucks innerhalb des Läufers nicht unbedingt nötig.

Vereinigte Hals- und Traglager für starke Belastungen und wechselnden Druck sind aus Abb. 234, 235 nach Bauarten der SKF.-Kugellager-Gesellschaft bzw. der Deutschen Waffen- und Munitionsfabrik ersichtlich. Bei letzterer Konstruktion werden die balligen Unterlagscheiben  $c$  durch Federn  $i$  gegen die Ringe der Kugeln gedrückt, um Durchhängen der Scheiben trotz des Richtungswechsels des Achsdrucks zu vermeiden.

<sup>1)</sup> Die Bauarten der Abb. 233, 234, 235 werden von der Maschinenfabrik Andritz A.-G. in Andritz, Steiermark, verwendet; vgl. Oesch: Z. f. d. ges. Turbinenwes. 1919, S. 2ff.

Geringe Achsdrücke, beispielsweise von kleinen Pumpen mit doppel-seitigem Einlauf, können gleichzeitig durch das Halslager, dessen Außen-ring dann gegen axiales Verschieben zu sichern ist, aufgenommen werden.

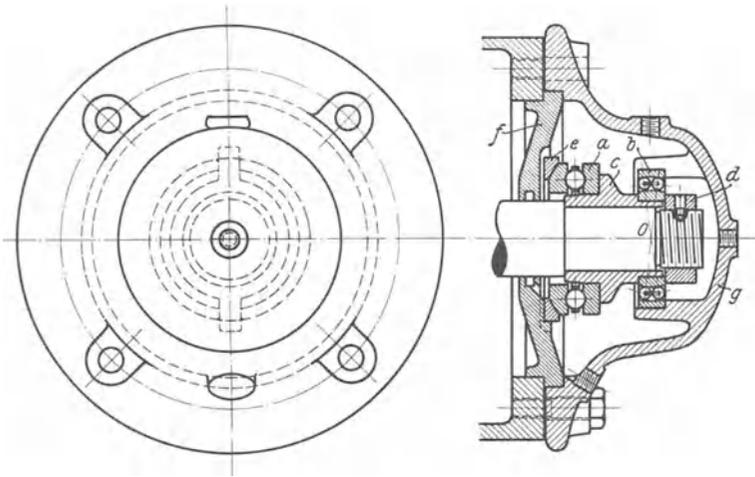


Abb. 233. Vereinigtes Hals- und Spurlager für einseitigen Druck.

Bei der Bemessung der Kugellager für Kreiselpumpen muß wegen der hohen Drehzahlen und der Möglichkeit auftretender Erschütte-

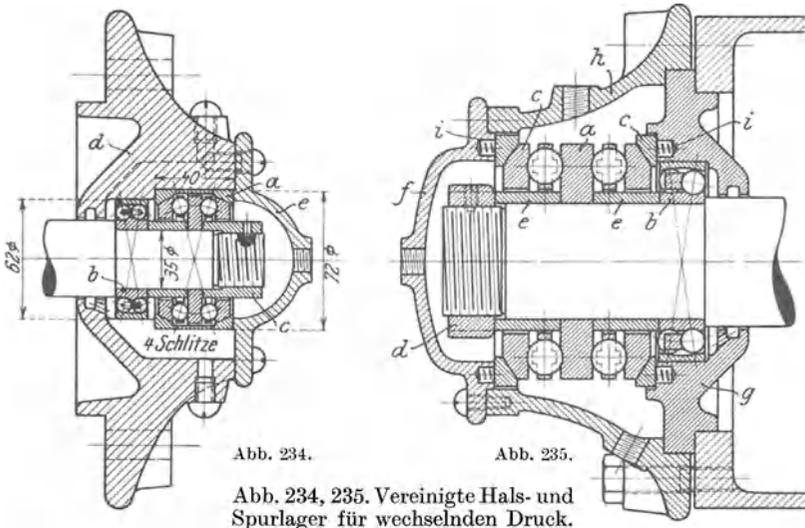


Abb. 234.

Abb. 235.

Abb. 234, 235. Vereinigte Hals- und Spurlager für wechselnden Druck.

rungen die zulässige Belastung der Kugeln entsprechend niedriger und nur mit einem Bruchteil der in den Katalogen der Kugellagerfirmen angegebenen Werte eingesetzt werden<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Symanzik: Betrieb 1921, S. 535.

### 87. Die Stopfbüchsen.

Die Abdichtung der Stopfbüchsen wird fast durchweg mittels Weichpackung bewerkstelligt. Als Stopfbüchsenmaterial ist eine reine Baumwoll- oder Asbest- oder Graphit-Baumwollpackung, nicht aber Hanf geeignet. Labyrinthstopfbüchsen sind — im Gegensatz zu der Geflogenheit bei Dampfturbinen oder Turbokompressoren — nur vereinzelt zur Anwendung gelangt<sup>1)</sup>. Dem Vorteil der geringen Reibung steht der Nachteil des größeren Wasserverlustes und der Umstand gegenüber, daß die Pumpe nach jedem Stillstand von neuem angefüllt werden muß, weil sich die obere Hälfte der Pumpe durch die Spalte des Labyrinths entleert. Hinzu kommt eine gewisse, durch mechanische und chemische Einwirkung des Wassers hervorgerufene Abnützung.

Auch mehrteilige Ringe aus Graphit, die durch Metallfedern gegen die Welle gepreßt werden, sind, wenigstens im Ausland, im Gebrauch<sup>2)</sup>.

Die Stopfbüchse der Druckseite macht im allgemeinen weniger Schwierigkeiten wie die der Saugseite, da geringes Austreten von Wasser zum Zweck der Kühlung erwünscht ist und hohe Überdrücke durch entsprechend größere Länge des Packungsraums bewältigt werden können. Besonders günstig liegen die Verhältnisse, wenn eine besondere Ausgleichsvorrichtung für den Achsschub am Druckende der Pumpe angeordnet ist, da diese den ganzen Überdruck aufnimmt und die Stopfbüchse eigentlich nur das Übertreten von Wasser zum Lager zu verhindern hat.

Die Stopfbüchse der Saugseite stellt besondere Anforderungen deshalb, weil das Eindringen von Luft, auch wenn es sich nur um Spuren handelt, auf keinen Fall zulässig ist (vgl. Abschnitt 64). Um vollkommene Abdichtung gegen Luft mit der Vermeidung des Heißblaufens zu vereinen, ist es allgemein üblich, innerhalb der Stopfbüchse einen Ringraum anzuordnen, dem Druckwasser aus der Druckleitung oder einer Zwischenstufe zugeführt wird (vgl. die Abb. 241ff. in Hauptabschnitt N), so daß die Saugstopfbüchse gegen einen geringen Überdruck abzudichten hat. Die notwendige Kühlung wird durch tropfenweises Austreten von Wasser ermöglicht.

Wünschenswert ist, daß die Welle innerhalb der Stopfbüchse durch eine Büchse aus rostbeständigem Material (Rotguß oder Bronze) gegen Anfressungen geschützt wird.

### 88. Das Gehäuse.

Die verschiedenen Gehäuseformen werden bei der Besprechung der ausgeführten Pumpen im Hauptabschnitt N behandelt. Hier sollen nur einige allgemeine Gesichtspunkte, insbesondere die Ausbildung des Einlauf- und Auslaufkanals erörtert werden. Bei allen Bauarten ist eine möglichst vielseitige Verwendbarkeit eines Modells anzustreben. Deshalb müssen die Rohrstützen so angeordnet werden, daß sie am Modell

<sup>1)</sup> Vgl. Z. V. d. I. 1910, S. 773.

<sup>2)</sup> Vgl. Power v. 27. Mai 1924, Titelblatt.

um die Achse beliebig gedreht werden können, also die Zu- und Abführung des Wassers in beliebiger Richtung möglich ist. Bei einstufigen Pumpen mit von der Drehrichtung abhängiger Stutzenstellung, z. B. mit Spiralgehäuse, ist ferner das Gehäuse in bezug auf die zur Achse senkrechte Mittelebene symmetrisch, und die Deckel sind so auszubilden, daß sie gegenseitig vertauscht werden können, weil dann eine Anpassung an die jeweilige Drehrichtung möglich ist.

In der Regel ist die Wassergeschwindigkeit in den anschließenden Rohrleitungen kleiner als im Zu- und Abführungskanal des Pumpengehäuses, weil einerseits die Absperrorgane kleine, für die Bedienung bequeme Abmessungen erhalten, Gewicht und Platzbedarf der Pumpe selbst erheblich verringert werden, andererseits die Kanalreibung infolge der kurzen Wegstrecke nicht merkbar vergrößert wird. Kurz vor und hinter der Pumpe erfolgt die Verbindung mit der Rohrleitung durch konische Übergangsröhre. Übliche Werte für die Geschwindigkeiten in den Außenleitungen sind für das Saugrohr bis 2 m/sec, für das Druckrohr 2 bis 3 m/sec, je nach Wassermenge.

Die Führung des Wassers vom Eintrittsstutzen bis zum Laufrad sollte so sein, daß die Geschwindigkeit bis kurz vor dem Laufrad unverändert bleibt und dann auf die Eintrittsgeschwindigkeit  $c_s$  anwächst, um die Strömungswiderstände klein zu halten. Doppelte Umsetzung der Geschwindigkeit ist zu vermeiden.

Einige Schwierigkeit bietet die Ausbildung des Einlaufs, wenn das Wasser nicht, wie beispielsweise in Abb. 246, in axialer Richtung an das Rad herangeführt werden kann, weil zur Verringerung der axialen Baulänge, die schon durch die Rücksicht auf die kritische Drehzahl geboten ist, die Stopfbüchse der Saugseite meist in den Saugraum hineingebaut wird, mindestens aber die Welle ein gewisses Strömungshindernis darstellt. Der einfache Saugkrümmer (Abb. 249, 250, 258), der eigentlich die nächstliegende konstruktive Lösung bildet, erfordert in axialer Richtung viel Platz. Auch nimmt er nicht genügend Rücksicht auf die Strömungsbehinderung durch die Einbauten. Er ist nur bei sehr großen Wassermengen geeignet. Bei mehrstufigen Pumpen ist die Anordnung eines Ringwulstes um den Radeinlauf gebräuchlich (Abb. 262ff.). Der dadurch entstehende Luftsack ist bei den verhältnismäßig großen Geschwindigkeiten unbedenklich. Aber alle diese Ausführungen, einschließlich des Saugkrümmers, machen schon wegen der häufigen Richtungsänderung des Wassers (vgl. Abschnitt 5 bis 7) gleichmäßige Geschwindigkeitsverteilung unmöglich. Günstigere Bedingungen würde die Rohrspirale schaffen (vgl. Abb. 175 bis 176c), die aber nur dann angewendet werden kann, wenn die dadurch hervorgerufene Eintrittsrotation des Wassers zulässig ist.

Die sorgfältige Formgebung des Einlaufs ist besonders wichtig bei Niederdruckpumpen und bei großen Saughöhen. Bei Hochdruckpumpen wird nur das erste Laufrad von den eintretenden Störungen betroffen.

Die Ausbildung des Auslaufkanals ist mit den Leitvorrichtungen zusammen (Hauptabschnitt F) behandelt worden. Bei einstufigen Pumpen ist die Austrittsspirale gegenüber dem Ringwulst vorzuziehen,

auch wenn ein Austrittsleitrad vorhanden ist, weil hier der mögliche Energiegewinn eine Rolle spielt und die Leitschaufeln stets so ausgebildet werden können, daß der für eine günstige Form des Spiralgehäuses notwendige Wert des Dralls am Leitradaustritt vorhanden ist.

Die Festigkeitsberechnung des Gehäuses hat stets unter der Annahme zu erfolgen, daß das ganze Gehäuse unter dem Förderdruck steht, weil im Augenblick des Abstellens die ganze Pumpe unter den vollen Förderdruck kommen kann. Dies empfiehlt sich auch, wenn Rückschlagklappen in der Druckleitung vorhanden sind, da diese meistens nicht ganz dicht sind. Auch muß im Auge behalten werden, daß bei geschlossenem Schieber der Druck hinter der letzten Stufe erheblich höher als der Förderdruck ist.

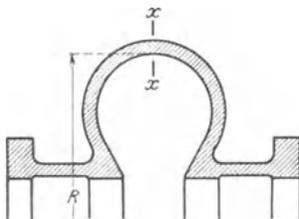


Abb. 236. Druckringwulst ohne Spansschaufeln.

Besonders ungünstig beansprucht ist der Ringwulst oder das Spiralrohr des Auslaufstutzens, falls sie nicht durch Anker oder eingegossene Rippen, die dann in Verlängerung der Leitschaufeln anzuordnen sind (Spansschaufeln, Abb. 310a), versteift werden. In diesem Falle wird der Querschnitt  $x-x$  (Abb. 236) nicht bloß auf Zug, sondern auch in einer der Rechnung allerdings nur schwer zugänglichen Weise auf Biegung belastet. Dazu kommen in der Regel noch Montierungsbelastungen,

die durch die notwendige Zusammenpressung der Einbauten bedingt sind. Die Biegungsbeanspruchung beurteilt man etwa mit doppelter Sicherheit, wenn man aus dem Ringwulst nach zwei Axialebenen einen Streifen von der mittleren Breite gleich 1 cm herauschneidet und ihn als geradlinigen bei  $x$  eingespannten und am Flansch parallel geführten Träger berechnet, der durch den gleichmäßig verteilten Flüssigkeitsdruck und eine Einzelkraft am Flansch belastet ist.

Der Saugstutzen wird in der Regel nach der Antriebseite hin verlegt. Diese Anordnung gestattet den Ausbau der Pumpe ohne Lösung von Rohrleitungen, weil die Druckleitung nicht am Deckel, sondern am Gehäuse anschließt; auch wird der Zugang zur Ausgleichsvorrichtung für den Achsschub, falls eine solche vorhanden ist, erleichtert.

Enthält das Wasser grobe Unreinigkeiten, die zur Verstopfung der Kanäle führen können, so muß das Innere der Pumpe durch besondere Maßnahmen leicht zugänglich gemacht werden (vgl. Abschnitt 96a).

Der Zusammenbau und Ausbau erfolgt meist in axialer Richtung durch Überschieben der aufeinanderfolgenden feststehenden und beweglichen Teile über die Welle. Nur in Ausnahmefällen wird die zur Achse senkrechte Ausbaurichtung gewählt, weil das Gehäuse sowie die Leiträder und Umföhrungsstücke in der wagrechten Mittelebene geteilt werden müssen, wie es bei Dampfturbinen oder Turbokompressoren wegen des größeren Gewichts der Teile notwendig und allgemein üblich ist. Man verwendet diese Ausführung aber bei großen Pumpen, die mit Dampfturbinen gekuppelt sind, teils der Einheitlichkeit mit

der antreibenden Maschine wegen, teils weil sich ein strammerer Sitz der Räder auf der Welle, der eine Schiefstellung verhindert, ermöglichen läßt, teils weil große Gewichte schwer in axialer Richtung auszubauen sind. Auch in den Fällen, in denen die Pumpe auf beiden Seiten mit anderen Maschinen gekuppelt ist, wie es häufig bei den Kühlwasserpumpen für Turbinenkondensationen der Fall ist, ist die Anwendung der wagrechten Gehäuseteilung gerechtfertigt. Hierbei müssen stets die Rohrleitungen am unteren Gehäuseteil anschließen, damit sie beim Abnehmen des Oberteils nicht gelöst zu werden brauchen (vgl. Abb. 333 bis 335).

### 89. Aufstellung.

Die Pumpe wird mit dem angekuppelten Motor in der Regel auf eine gemeinsame gußeiserne Grundplatte gesetzt, die an den Auflage-

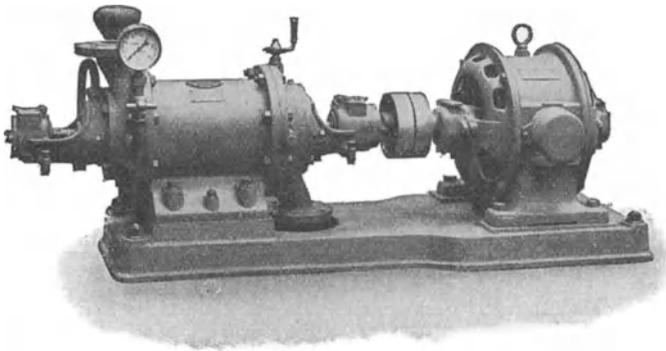


Abb. 237. Hochdruckkreiselpumpe auf gemeinsamer Grundplatte mit dem Motor.

stellen der Pumpe bearbeitet und mit Muttergewinde zum Festschrauben mittels Kopfschrauben versehen ist (Abb. 237). Dadurch wird die Aufstellung des Maschinensatzes erleichtert. Im Betrieb hat diese Grundplatte nicht mehr viel zu bedeuten, falls das Fundament genügend stark ausgeführt ist. Setzt sich das Fundament ungleichmäßig, so ist die Grundplatte meist doch nicht widerstandsfähig genug, um das Fundament wesentlich zu versteifen<sup>1)</sup>.

Manche Firmen stellen daher ihre Maschinen auf sog. Fundamentklötze, nämlich gußeiserne Platten, die im Fundament vergossen sind, so daß jede Maschine gewissermaßen ihre eigene Grundplatte hat. Wird diese Ausführung in Bergwerksbetrieben gewählt, so wird wegen der unvermeidlichen Verschiebungen des Untergrundes ein kräftiger schmiedeeiserner Rahmen in das Betonfundament eingegossen, der auch den Vorzug besitzt, daß sich die einzelnen Teile leicht durch den engen Schacht befördern lassen (Abb. 238).

Ein anderes Verfahren, an Grundplattengewicht zu sparen, besteht darin, die einzelnen Maschinen mittels sog. Flanschlager zusammen-

<sup>1)</sup> Vgl. die in der Fußbemerkung 3, S. 285 erwähnte Arbeit von Kieser.

zufügen (Abb. 305, S. 349). Der Maschinensatz ist durch die an den Lagern angeordneten Flanschen starr verbunden, und das Fundament hat nur die Aufgabe, das Ganze zu tragen. Dieses Mittel gestattet auch, Maschinen der verschiedensten Größe zusammenzufügen oder umzutauschen, ohne daß auf eine vorhandene Grundplatte Rücksicht genommen zu werden braucht, da nur die Maße der Lagerflanschen zu stimmen brauchen, die innerhalb weiter Leistungsgrenzen dieselben bleiben können.

Für den Fall der Verwendung einer gemeinsamen Grundplatte hat man darauf zu achten, daß die Fußhöhen von Motor und Pumpe ebenso wie die auf die Wellenenden und Fußflächen bezüglichen Längsmaße sich in großen feststehenden Absätzen ändern, so daß sie für

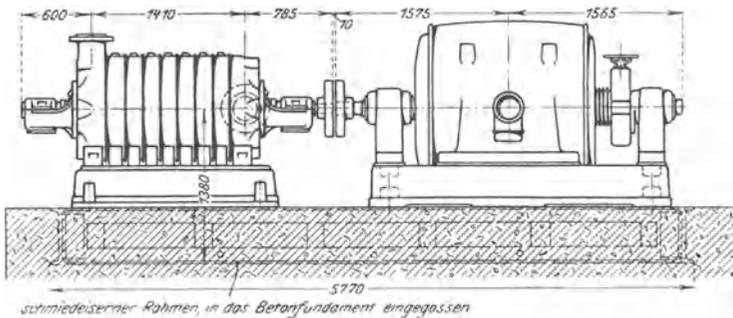


Abb. 238. Maschinensatz auf Fundamentklötzen und schmiedeeisernem Rahmen.

mehrere Maschinengrößen gleich bleiben. Dadurch wird die Zahl der Modelle für Grundplatten verringert und unter Umständen auch die Auswechslung von Motor oder Pumpe erleichtert.

## 90. Armaturen, Anlassen.

Da die Pumpe vor der Inbetriebsetzung angefüllt werden muß, empfiehlt sich die Anwendung eines als Rückschlagventil wirkenden Fußventils in Verbindung mit dem Saugkorb, der Unreinigkeiten von der Pumpe zurückhalten soll. Beide werden an der Einmündung in die Saugleitung eingebaut. Die Saugöffnung muß mindestens etwa 0,6 m unter dem tiefsten Wasserspiegel liegen, damit infolge von Strudelbildung keine Luft in die Saugleitung eindringt. Zwischen Saugkorb und Brunnensohle soll ein Abstand von mehr als 0,5 m bleiben. Der Saugkorb soll reichlich bemessen sein. Er ist öfter zu reinigen. Ist ein Fußventil nicht vorhanden, so muß das Wasser mittels einer besonderen Luftpumpe, für die eine Strahlpumpe oder Drehschieberluftpumpe oder auch die Wasserringluftpumpe<sup>1)</sup> der Siemens-Schuckert-Werke geeignet ist, angesaugt werden. Wird eine Wasserstrahlluftpumpe verwendet, so kann sie mit dem in der Druckleitung befindlichen Wasser betrieben

<sup>1)</sup> Vgl. Z. V. d. I. 1920, S. 47.

werden. In allen Fällen müssen die Räume vor und hinter dem Lauf-  
rad entlüftet und deshalb an die Luftpumpe angeschlossen werden.

Am höchsten Punkt der Pumpe sind Entlüftungshähne, am tiefsten  
Punkt Entwässerungshähne vorzusehen, und zwar bei mehrstufigen  
Pumpen in jeder Stufe. Die Entlüftungshähne sind beim Anfüllen der  
Pumpe zu öffnen, während die Entwässerungshähne für den Fall des  
Ausbaues oder bei Frostgefahr zu betätigen sind.

Unmittelbar hinter der Pumpe ist ein Absperrschieber notwendig,  
und zwar möglichst mit Rückschlagklappe, die mit einer absperrbaren  
Umlaufleitung zu versehen ist. Die Rückschlagklappe verhindert, daß  
der volle Leitungsdruck auf die Saugleitung und das dort eingebaute  
Fußventil kommt, falls die Pumpe unvermutet stehenbleibt. Die Um-  
laufleitung ermöglicht das Anfüllen der Pumpe aus der Druckleitung,  
das die Regel bildet.

Am Saug- und Druckstutzen sind Druckmeßinstrumente anzuordnen,  
deren Anzeige die Bestimmung der Förderhöhe ermöglicht und einen  
guten Anhalt über das Arbeiten der Pumpe gibt.

Pumpen, die nicht aus der Druckleitung angefüllt werden können,  
brauchen noch einen Anschluß für eine Fülleitung oder einen Füll-  
trichter mit Hahn. Dieser kann beim Fehlen des Fußventils für die  
Saugleitung der Strahlpumpe verwendet werden.

Ist die Pumpe angefüllt und entlüftet, so wird sie bei vollständig  
geschlossenen Lufthähnen und geschlossenem Absperrschieber der  
Druckleitung angelassen. Nachdem die volle Drehzahl erreicht ist,  
wird dieser Schieber langsam geöffnet, aber nur so weit, daß der Motor  
nicht zu stark belastet wird.

## N. Ausgeführte Kreiselpumpen.

Man teilt die Kreiselpumpen in Niederdruck-, Mitteldruck- und  
Hochdruckpumpen ein. Das Unterscheidungsmerkmal zwischen diesen  
Bauarten wird verschieden getroffen. Meist versteht man unter Nieder-  
druckpumpen die einstufigen Ausführungen ohne Austrittsleitrad, unter  
Mitteldruckpumpen die einstufigen Bauarten mit Leitrad, unter Hoch-  
druckpumpen die mehrstufigen Ausführungen. Ein weiteres Kenn-  
zeichen bildet die Schnellläufigkeit, d. h. die spezifische Drehzahl (vgl.  
Abschnitt 67), die, wenn man von minderwertigen Ausführungen ab-  
sieht, bei Niederdruckpumpen größer ist als bei Mitteldruckpumpen,  
und bei diesen größer als bei den Hochdruckpumpen.

### 91. Einstufige Pumpen ohne Leitrad (Niederdruckpumpen).

#### a) Doppelseitiger Einlauf.

Der doppelseitige Einlauf des Wassers ist bei genügend großer  
Schnellläufigkeit günstiger wie der einseitige Einlauf, weil der Eintritts-  
durchmesser und damit auch der Eintrittsstoß verkleinert und die Rad-  
breite im Vergleich zum Durchmesser herabgesetzt wird (vgl. Ab-  
schnitt 60b). Außerdem ist der Achsdruck bis auf geringe Reste aus-  
geglichen. Allerdings ergibt sich — wenigstens bei den kleinen und

mittleren Leistungen — die Notwendigkeit, die Zuführungskanäle in das Gehäuse hereinzulegen und damit eine ungünstige, auch in der Herstellung schwierige Kanalführung in Kauf zu nehmen, um die axiale

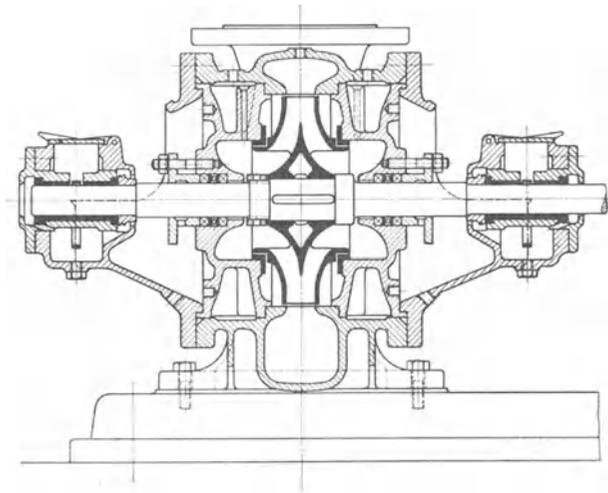


Abb. 239.

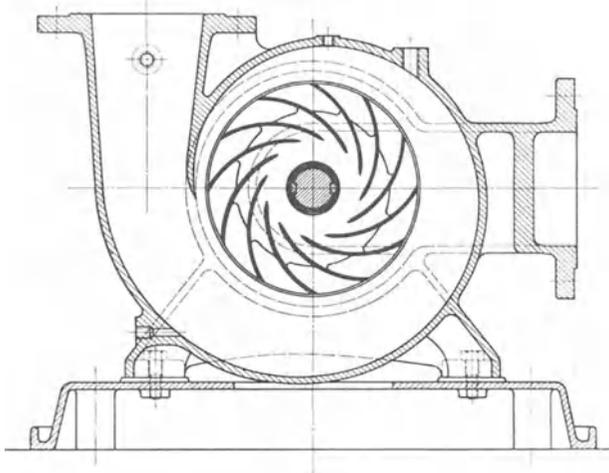


Abb. 240.

Abb. 239, 240. Niederdruckkreiselpumpe mit doppelseitigem Entwurf  
(Maschinenfabrik Eßlingen).

Baulänge zu beschränken und den Ausbau der Pumpe ohne Abnahme der Saugleitung zu ermöglichen.

In Abb. 239 bis 242 ist eine solche Ausführung der Maschinenfabrik Eßlingen dargestellt. Das Leitrad ist durch ein am Radumfang angeordnetes Spiralgehäuse ersetzt. Der restliche Achsschub ist durch

Stellringe, die mit Eindrehungen zum Abspritzen des Öls versehen sind, aufgenommen. Die Deckel sind mittels der Befestigungsflanschen der Lager festgehalten und durch Rundgummi abdichtet. Das Gehäuse ist in bezug auf die Mittelebene vollkommen symmetrisch ausgebildet, so daß Anpassung an jede Drehrichtung möglich ist.

Das photographische Bild nach Abb. 242 gibt die Anordnung für den Fall des Riemenantriebs wieder.

Bei der Pumpe der Abb. 243, die von der Firma Klein, Schanzlin & Becker A.-G., Frankenthal (Pfalz), gebaut wird, sind die Lager-

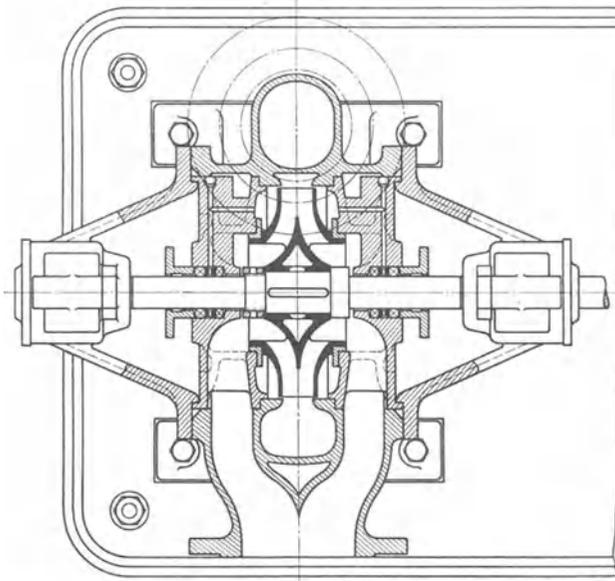


Abb. 241. Niederdruckkreiselpumpe mit doppelseitigem Einlauf (Maschinenfabrik Eßlingen).

körper durch besondere Schrauben an den Deckeln befestigt. Eine erhebliche Vereinfachung in der Herstellung, die sich bei der Verwendung für untergeordnete Zwecke rechtfertigt, bildet die große Weite des äußeren Spaltes, ferner die Befestigung des Laufrades auf der Welle ohne besondere axiale Sicherung, einfach durch einen Keil. Dieser hat Anzug, und das Laufrad wird auf die Welle gestaucht, indem Laufrad mit Welle auf eine elastische Unterlage gestoßen werden. Die Abb. 244 zeigt einen Querschnitt durch das Lagergehäuse (ohne Lagerschalen). Die langen Stöpsel *a* in den Schmierlochdeckeln haben den Zweck, ein Tanzen der Schmierringe zu verhüten. Der Achsschub ist durch Einbau zweier Kämme in das rechte Traglager aufgenommen.

Die Führung der Saugkanäle durch Gehäuse und Deckel zwingt dazu, die Ablenkung des Wassers um  $90^\circ$  unmittelbar vor dem Rad-eintritt durch eine scharfe Krümmung herbeizuführen. Dadurch



leitung gelöst werden. Für welche große Abmessungen Pumpen dieser Art gebaut werden, läßt Abb. 245 erkennen, die eine Pumpe von Gebr. Stork & Co., Hengelo (Holland), für  $250 \text{ m}^3/\text{min}$  auf  $2,5 \text{ m}$

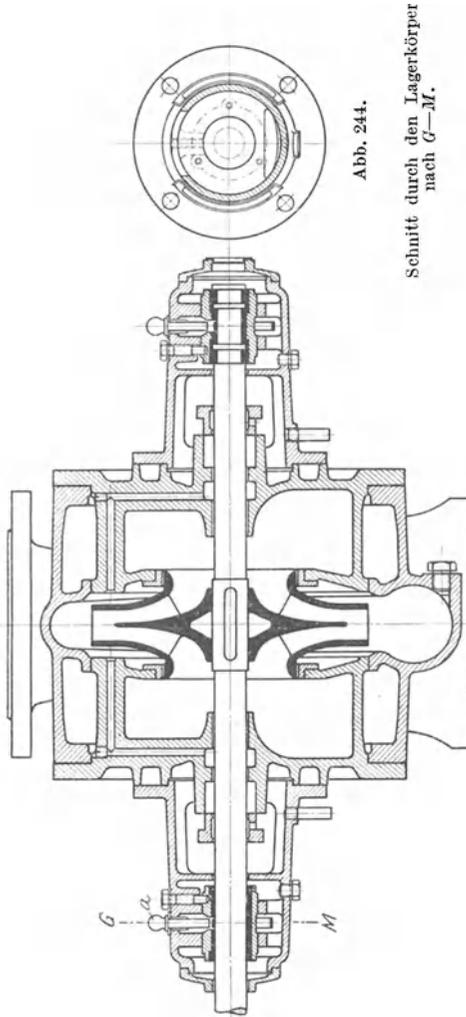


Abb. 244.

Schnitt durch den Lagerkörper nach G-M.

Abb. 243.

Abb. 243, 244. Niederdruckpumpe mit doppelseitigem Einlauf (Klein, Schanzlin & Becker A.-G., Frankenthal).

wiedergibt. Hierbei ist das Gehäuse in der wagrechten Mittelebene geteilt. Das Ansaugen des Wassers erfolgt mittels des im höchsten Punkt angebrachten Dampfstrahlluftsaugers, da bei der vorliegenden großen Weite der Saugleitung Rückschlagklappen nicht anwendbar sind.

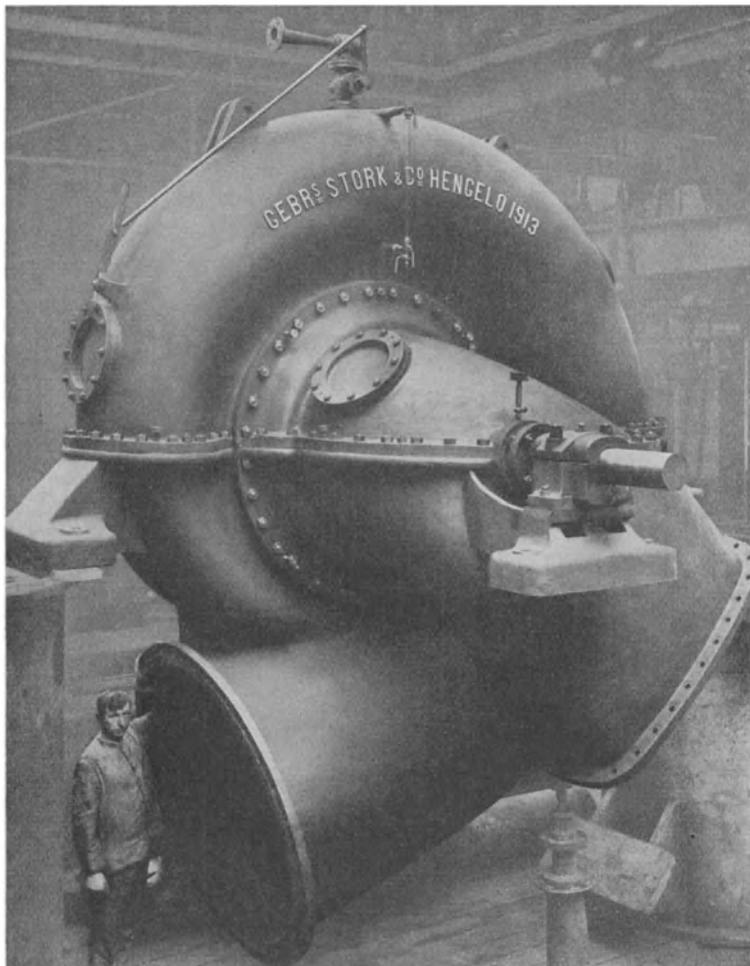


Abb. 245. Pumpe für Entwässerungsanlagen (Gebr. Stork & Co., Hengelo).  
Fördermenge  $250 \text{ m}^3/\text{min}$ .

#### b) Einseitiger Einlauf.

Bei geringerer Schnellläufigkeit, also kleinerer Wassermenge für gleiche Förderhöhe und Drehzahl, werden die Kanäle des Doppelkreisels unter Umständen zu eng. Man verwendet dann den einseitigen Einlauf, der einfachere Bauformen liefert wie der doppelseitige Einlauf. Wird nämlich der Saugstutzen entgegengesetzt der Antriebseite angeordnet (Abb. 246), so ist es möglich, das Wasser unter Weglassung einer Stopfbüchse und Vermeidung jeder Krümmung dem Rade zuzuführen. Allerdings muß das Lager der Einlaufseite im Wasserraum untergebracht werden. Im Falle der Abb. 246 ist dieses mit Metallbüchsen

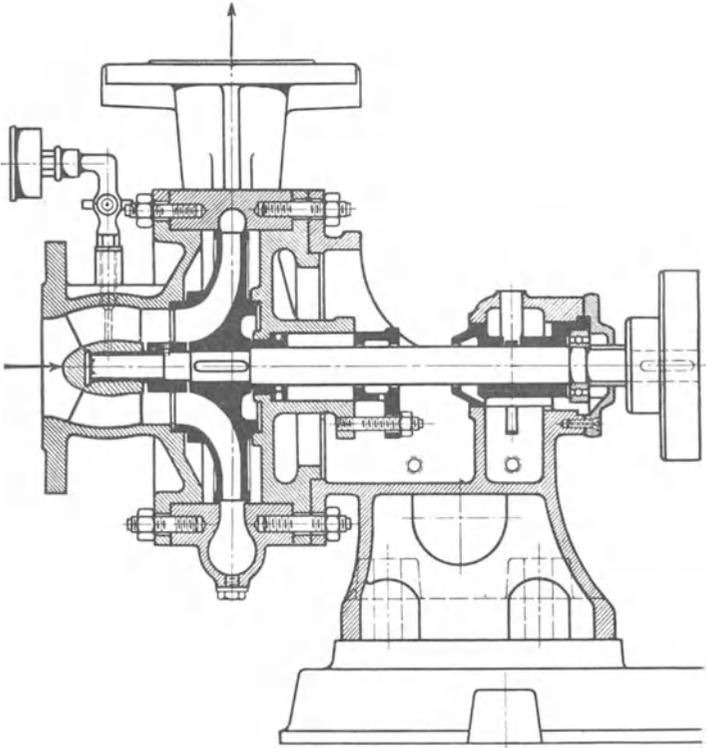


Abb. 246. Niederdruckpumpe mit einfacher Einströmung (Weise Söhne, Halle).

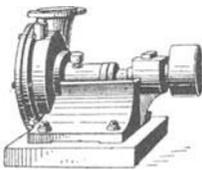


Abb. 247.

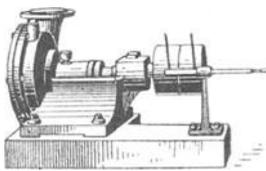


Abb. 248.

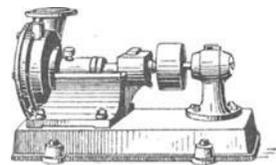


Abb. 248 a.

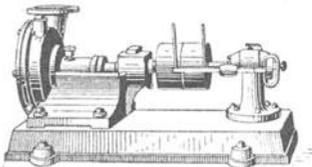


Abb. 248 b.

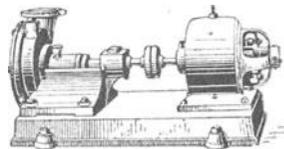


Abb. 248 c.

Abb. 247 bis 248 c. Verschiedene Anordnungen der Bauart nach Abb. 246.

versehen und erhält Fettschmierung. Bei kleinen Ausführungen findet man auch häufig fliegende Anordnung des Rades, wodurch ein vollkommen freier Einlauf erzielt wird<sup>1)</sup>. Das ganze Pumpengehäuse ist fliegend an einen Tragbock angeschraubt, so daß der Druckstutzen nach allen Seiten gedreht werden kann. Auch hier ist das Gehäuse vollkommen symmetrisch ausgebildet. Die Pumpe eignet sich gut für Massenfabrikation.

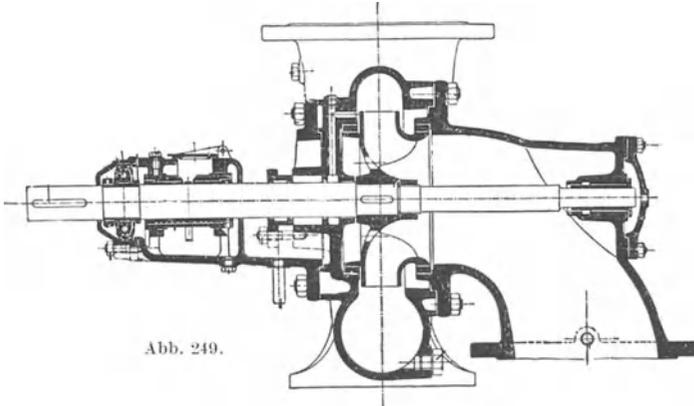


Abb. 249.

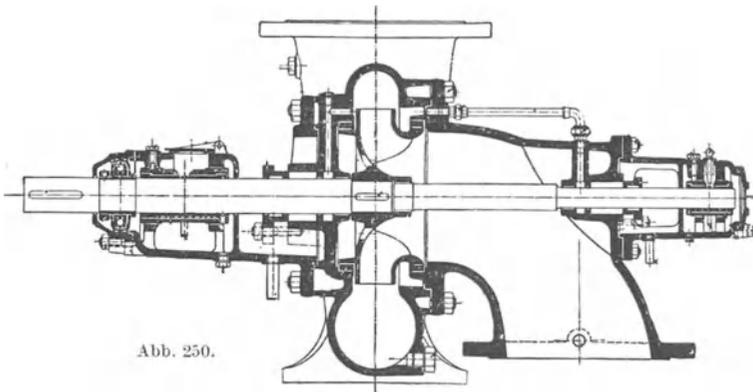


Abb. 250.

Abb. 249, 250. Ausführungen bei größerer Leistung.

Ihre vielseitige Verwendungsmöglichkeit wird durch Abb. 247 bis 248c veranschaulicht<sup>2)</sup>. Der Achsschub wird durch Löcher in der Radnabe oder durch Verbindungskanäle zwischen beiden Radseiten (vgl. Abb. 184 und 186) so weit ausgeglichen, daß noch ein nach der Saugseite hin gerichteter Schub zurückbleibt, der im Falle der Abb. 246 durch das am Kupplungsende vorhandene Kugellager aufgenommen wird.

Von der Firma Klein, Schanzlin & Becker A.-G., Frankenthal, werden neben einer Type entsprechend Abb. 246 auch die in Abb. 249, 250

<sup>1)</sup> Vgl. Z. V. d. I. 1923, S. 800.    <sup>2)</sup> Vgl. Blau: Z. V. d. I. 1910, S. 2207.

schematisch angegebenen Ausführungsformen angewendet, die sich durch bessere Lagerung auszeichnen und deshalb für größere Leistungen geeignet sind.

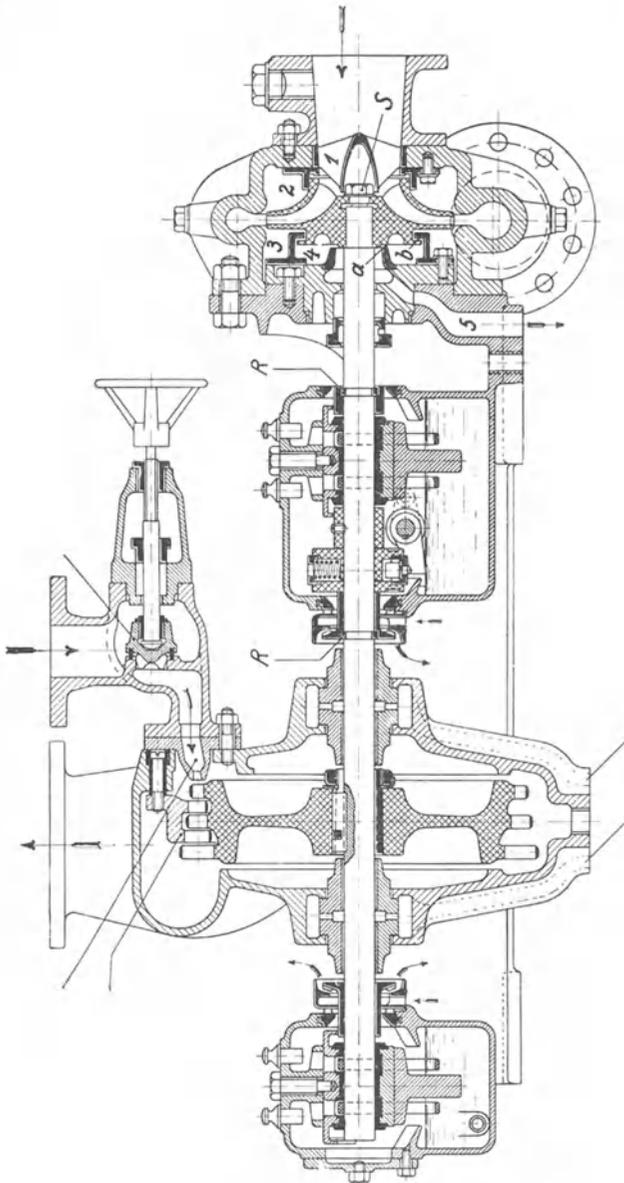


Abb. 251. Kesselspeisepumpe der AEG für  $45 \text{ m}^3/\text{h}$  auf 25 at bei 7300 Umdr./min.

Wie wenig angebracht die Bezeichnung „Niederdruckpumpen“ für diese einstufigen Pumpen ohne Leitrad sein kann, beweist die in Abb. 251 angegebene Kesselspeisepumpe der Allgem. Elektr.-Gesellschaft,

die bei 7300 Uml./min  $45 \text{ m}^3/\text{h}$  auf 250 m Höhe fördert und deren äußeres Bild aus Abb. 252 ersichtlich ist. Ihre spezifische Drehzahl errechnet sich aus Gl. (61), S. 187 zu  $n_s = 47,6$  und liegt noch unter dem Kleinstwert, bei dem diese Pumpentype ohne Leitschaufeln ausgeführt werden sollte (etwa gleich 70 bis 80). Der Wegfall der Leitschaufeln ist wohl auch nur wegen der bei der großen Wassergeschwindigkeit zu erwartenden starken Abnutzung erfolgt. Der Kreisel sitzt fliegend auf der verlängerten Turbinenwelle, die so kräftig ausgebildet

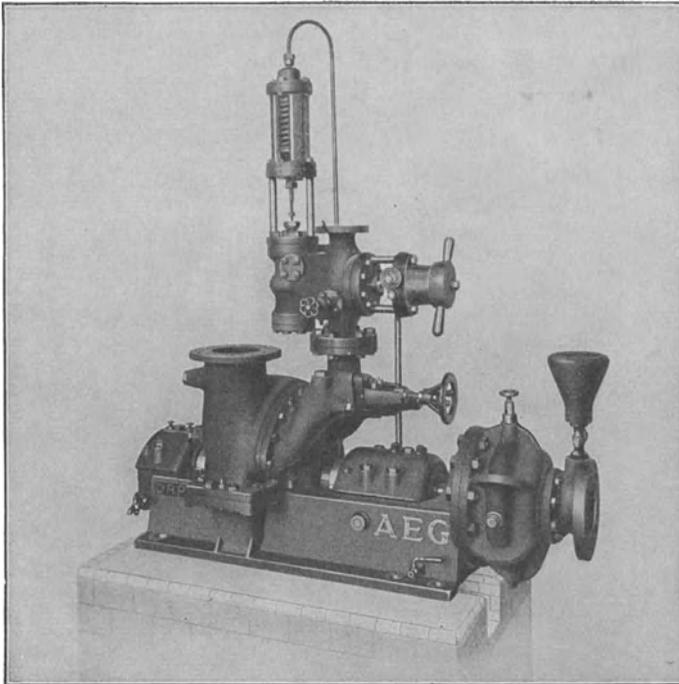


Abb. 252. Kesselspeisepumpe der AEG für  $45 \text{ m}^3/\text{h}$  auf 25 at bei 7300 Umdr./min.

ist, daß das Wasserlager überflüssig ist. Bemerkenswert ist die Ausführung des bronzenen Kreisels, der wegen der hohen Umfangsgeschwindigkeit mit einer sehr kräftigen, nach außen sich verjüngenden Radwand versehen ist (vgl. Abb. 206). Die Schaufelung besitzt einen im Vergleich zum Außendurchmesser kleinen Eintrittsdurchmesser und ist doppelt gekrümmt. Beide Maßnahmen dürften bezwecken, daß trotz der im Vergleich zur Umfangsgeschwindigkeit kleinen Wassermenge günstige Eintrittswinkel entstehen und die Kavitationsgefahr verringert wird (vgl. S. 177). Der Ausgleich des Achsdrucks erfolgt selbsttätig, denn eine Verschiebung des Rades nach der Turbine zu würde einerseits eine Verkleinerung des Ablaufquerschnitts bei  $a$  und andererseits eine Vergrößerung des Zulaufquerschnitts bei  $b$  zur Folge haben, so

daß der Druck im Raum 4 steigen würde. Diese Entlastungsvorrichtung entspricht den im Abschnitt 80 besprochenen und hat eine gewisse Ähnlichkeit mit der in Abb. 194 dargestellten. Auf die Regelung wird in Abschnitt 102 eingegangen werden.

In Abb. 253 sind die an einer Kessel Speisepumpe ähnlicher Bauart, aber mit etwas anderer Radform geringerer Drehzahl erzielten Kennlinien angegeben.

## 92. Einstufige Pumpen mit Leitrad (Mitteldruckpumpen).

Das Spiralgehäuse kann nur so lange das Leitrad ohne beträchtliche Einbuße an Wirkungsgrad ersetzen, als sich bei richtiger Durchbildung auf Grund der in Abschnitt 43 und 44 angegebenen Rechenverfahren ein genügend großer Endquerschnitt des Spiralrohrs ergibt, der keine zu starke Erweiterung beim Übergang auf den Austritt benötigt. Dies setzt verhältnismäßig große Wassermengen bei nicht zu großen Förderhöhen, also eine ausreichend hohe Schnellläufigkeit, voraus. Ist die Wassermenge kleiner bzw. die Förderhöhe größer, als dieser Bedingung entspricht, so wird die Hinzunahme des Leitrades, d. h. der Übergang zur Mitteldruckpumpe, immer Vorteile bringen. Das Hinzukommen des Leitrades bedingt eine beträchtliche Vergrößerung des Gehäusedurchmessers.

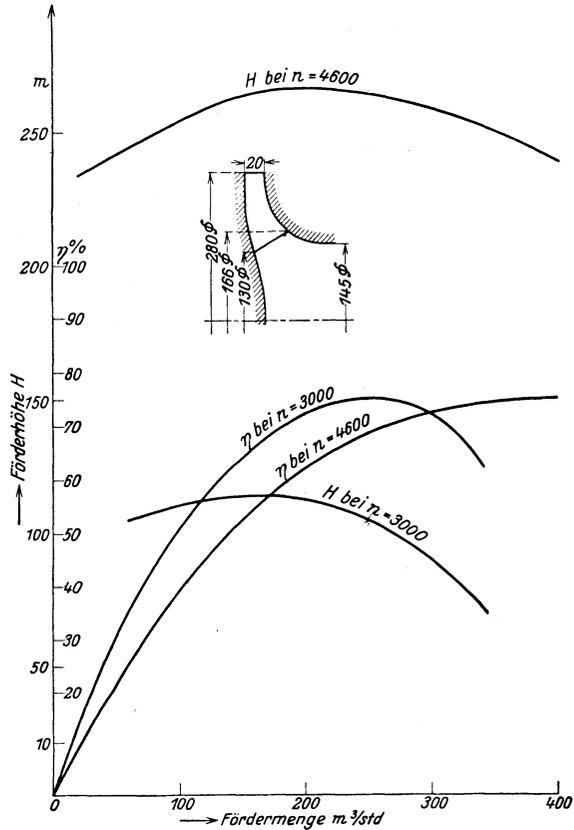


Abb. 253. Kennlinien einer Kesselspeisepumpe der Bauart nach Abb. 251 bei 3000 und 4600 Umdr./min.

### a) Doppelseitiger Einlauf.

Aus Abb. 254 und 255 ist eine derartige Ausführung von Otto Schwade & Co., Erfurt, ersichtlich. Hier ist an Stelle des Spiralgehäuses eine zur senkrechten Axialebene symmetrische Ausbildung des Gehäuses verwendet. Um gleiche Geschwindigkeiten in beiden

Hälften des Druckringraums zu erzielen, sind die Enden der Leit-  
schaufeln entsprechend umgebogen und Führungswände eingebaut. Ab-

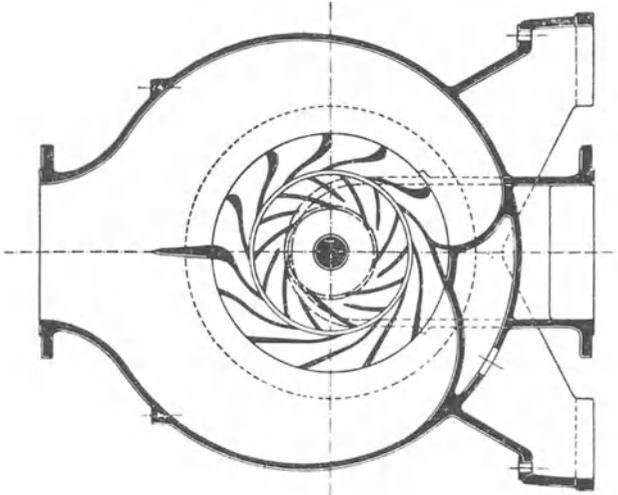


Abb. 255.

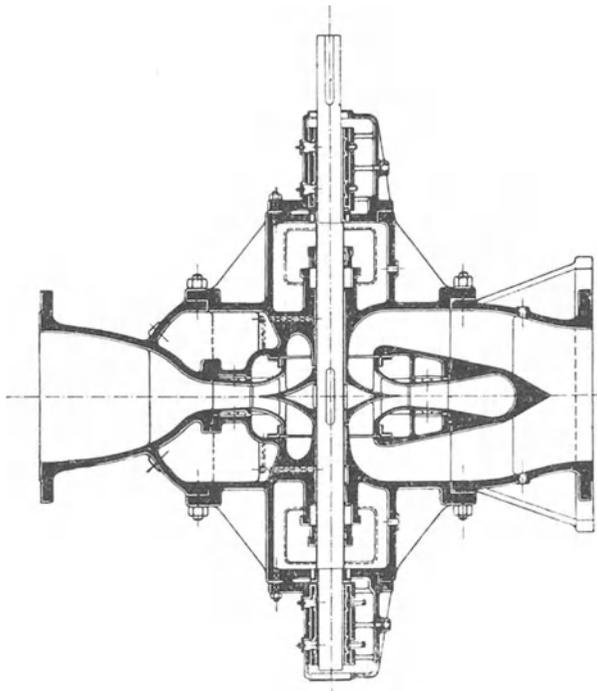


Abb. 254.

Abb. 254, 255. Mitteldruckpumpe von Otto Schwade &amp; Co., Erfurt.

gesehen davon, daß die starke Umlenkung des Wassers auf der rechten  
Seite des Ringraums die Strömung in den Leitkanälen ungünstig

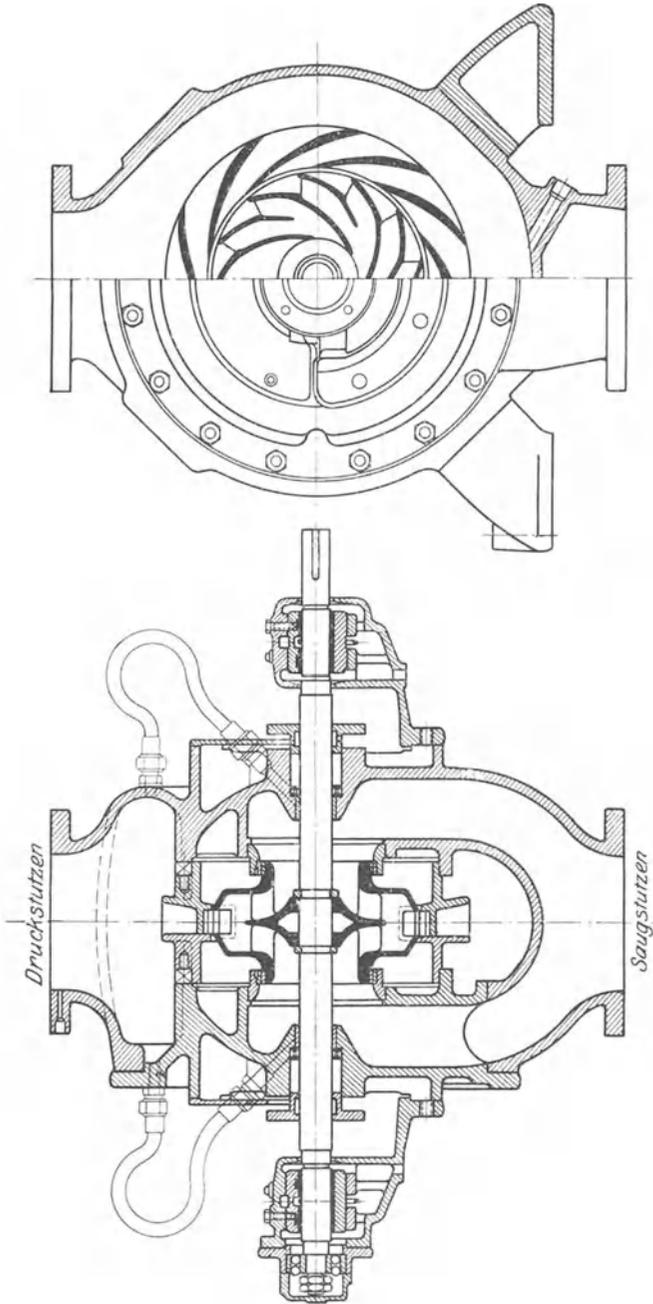


Abb. 257.

Abb. 256.

Abb. 256, 257. Mitteldruckpumpe der Rees Roturbo Mfg. Co. Ltd., Wolverhampton.

beeinflusst, wird durch die Einbauten auch der Vorteil des Ringraums gegenüber dem Spiralgehäuse, von der Drehrichtung unabhängig zu

sein, hinfällig. Deshalb ist auch das Gehäuse nach wie vor symmetrisch in bezug auf die zur Achse senkrechte Mittelebene ausgebildet.

Bei der in Abb. 256 und 257 gezeigten Ausführung der Rees Roturbo Mfg. Co. Ltd., Wolverhampton (England), ist der Ringraum am Leitradaustritt ebenfalls mit gleichbleibendem Querschnitt ausgerüstet, aber auf eingebaute Führungsschaufeln verzichtet, so daß die Gehäuseform von der Drehrichtung unabhängig bleibt. Deshalb kann auch der Gehäusedeckel der Antriebseite mit dem Gehäuse aus einem Stück bestehen, ohne daß die vielseitige Verwendungsmöglichkeit beeinträchtigt wird. Ungünstig ist, daß der Ringraumquerschnitt durch den Saugkanal stark eingeengt ist. Auch dürfte bei diesen einstufigen Pumpen ein richtig ausgebildetes Spiralgehäuse vorzuziehen sein. Die Bauweise nach Abb. 256 ist noch vor allem wegen der von der üblichen stark abweichenden Form des Laufrades bemerkenswert, dessen Breite im mittleren Teil sehr groß ausgeführt ist und sich am Umfang ziemlich plötzlich auf den üblichen Betrag verengt. Die von der Herstellerin angegebenen Vorteile dieser Anordnung kann man sich dadurch erklären, daß durch die starke Kanalverengung am Austritt des Laufrades der Druckausgleich zwischen Vorder- und Hinterseite der Schaufel (vgl. Abb. 61, S. 73) weiter in den Kanal hinein verlegt wird, so daß am Umfang die Strömung gleichmäßiger sein wird als bei den gewöhnlichen Ausführungen.

#### b) Einseitiger Einlauf.

Bei Leitradpumpen mit einseitiger Einströmung wird der Saugstutzen im Gegensatz zu den Niederdruckpumpen nach der Antriebseite verlegt, wodurch der Ausbau der Pumpe ohne Lösung der Saugleitung möglich ist und das Wasserlager durch ein Öllager ersetzt werden kann.

Bei der Ausführung der Abb. 258 von J. A. Hilpert A.-G., Nürnberg, ist das zweite Lager als Stehlager unmittelbar auf der Grundplatte befestigt. Mit dieser Pumpe sind die S. 114 und 152 erwähnten Versuche von Herbert durchgeführt worden. Lauf- und Leitrad sind in Abb. 259 dargestellt. Das Laufrad ist offen gegossen und die Seitenwand nachträglich aufgeschraubt, wobei die Schrauben durch die Schaufeln geführt wurden. Für das Leitrad sind die ausgezogenen Schaufeln maßgebend.

Eine für sehr kleine Wassermengen bestimmte Sonderausführung ist die in Abb. 260 dargestellte Mikra-Hauswasserpumpe<sup>1)</sup> von Weise Söhne, bei der das Laufrad wieder fliegend aufgesetzt ist. Der ungewöhnlich kleine Eintrittsdurchmesser ist durch die verhältnismäßig geringe Wassermenge bedingt, die etwa 1 l/sec bei 35 m Förderhöhe und 3000 Uml./min beträgt und eigentlich die mehrstufige Anordnung bedingen würde<sup>2)</sup>. Trotz der zu erwartenden hohen Radreibung ist doch noch ein Wirkungsgrad bis 48% erzielt worden, weil sowohl Lauf- als Leitkanäle vollständig bearbeitet sind. Das Rad ist deshalb mit

<sup>1)</sup> Vgl. Schmidt: Die Hauswasserversorgungsanlagen mit elektrischem Betrieb. Z. V. d. I. 1916, S. 234.

<sup>2)</sup> Vgl. Gl. (52) des Abschnitts 65.

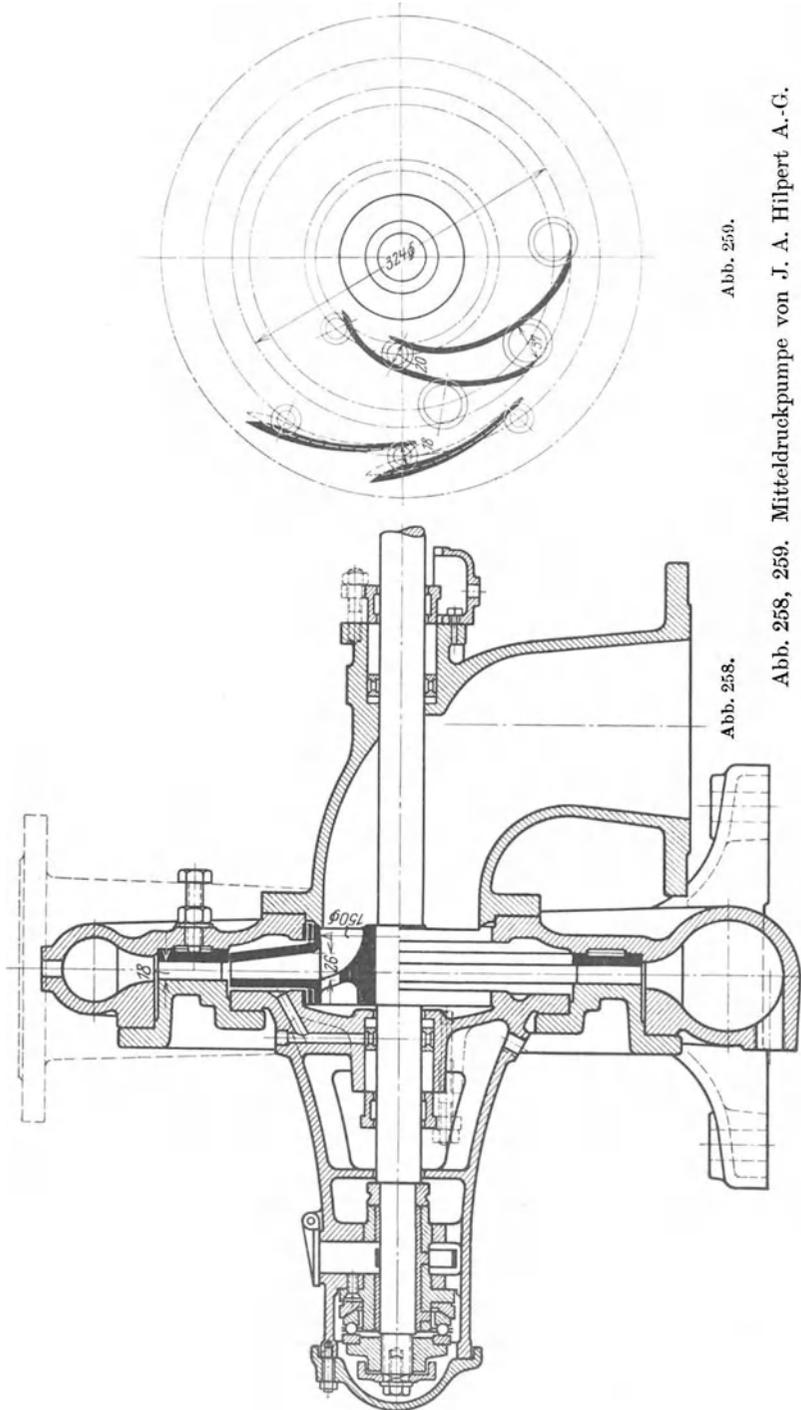


Abb. 259.

Abb. 258.

Abb. 258, 259. Mitteldruckpumpe von J. A. Hilpert A.-G.

offener Wand gegossen. Um trotz der Kleinheit der Wassermenge zu enge Leitschaufeln zu vermeiden, ist die Radbreite — ähnlich wie bei

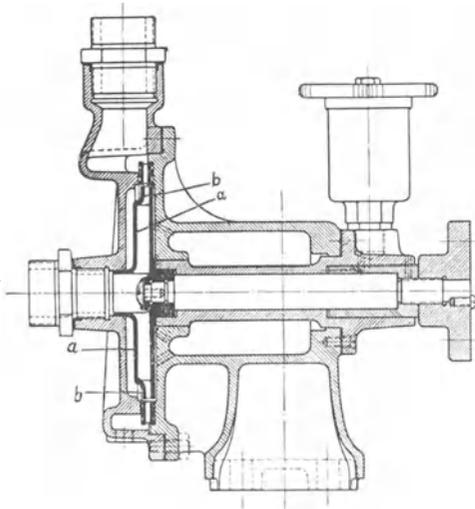


Abb. 260. Hauswasserpumpe von Weise Söhne für 1 l/sec auf 35 m bei 3000 Umdr./min.

Lager umgebenden Ringraum eine die Kühlung fördernde Umlaufströmung hervorrufen.

Abb. 256 — stark verkleinert. Der dadurch entstehende enge Kranz *b*, der noch mit Schaufeln versehen ist, ist auf den Radkörper *a* aufgezogen. Die Schaufeln sind radial gestellt, also von der Drehrichtung unabhängig. Der dadurch bedingte Eintrittsstoß kann wegen der Kleinheit des Eintrittsdurchmessers in Kauf genommen werden. Der Achsdruckausgleich ist durch die starke Radnabe von selbst gegeben. Eine Stopfbüchse ist dadurch vermieden, daß das fettgeschmierte Lager zugleich zur Abdichtung benutzt wird. Die Löcher in der Gehäusewand auf der Rückseite des Kreisels sollen in dem das

### 93. Mehrstufige Pumpen.

Neben dem Ausgleich des Achsschubes, der bereits früher behandelt ist, bildet das wesentlichste Merkmal der verschiedenen Bauarten die Art und Weise, nach welcher die einzelnen Stufen unter sich zu einem Ganzen vereinigt sind. Man unterscheidet zwei Ausführungsformen, die „Gehäusetype“ und „Ringtype“. Bei der ersteren, die die ältere ist, sind sämtliche Stufen, d. h. die Lauf- und Leiträder mit Umführungsstücken, in einem gemeinsamen Gehäuse untergebracht und durch die Gehäusedeckel zusammengehalten (Abb. 262 bis 267). Bei der Ringtype, die in Deutschland zuerst von C. H. Jaeger & Co., Leipzig, angewandt wurde, besteht das Gehäuse aus einzelnen Ringen, derart, daß jeder dieser Ringe eine Stufe umfaßt (Abb. 261). An diese Ringe sind die die Saug- und Druckstutzen enthaltenden Enden angeschlossen. Das Ganze wird in der Regel von durchgehenden Stahlbolzen zusammengehalten (Abb. 268 ff).

Als Vor- und Nachteile beider Bauarten sind folgende Gesichtspunkte zu nennen.

Bei der Gehäusetype bleibt das Gehäuse nebst den anschließenden Rohrleitungen für den Fall des Auseinanderbaues unverändert stehen. Das hat einmal den Vorzug, daß auch bei nicht ganz fachmännischer Behandlung die Pumpe nach dem Zusammenbau wieder ausgerichtet sein wird. Ferner brauchen die schweren Rohrleitungen nicht gelöst

und abgestützt zu werden; deshalb sind auch Undichtheiten der Flanschen nicht zu befürchten. Demgegenüber besteht der Nachteil, daß das Loslösen der im Gehäuse zentrierten Teile, die hintereinander in axialer Richtung ausgebaut werden müssen, häufig recht schwierig ist, weil diese nach längerer Betriebszeit infolge chemischer Einwirkungen oder Schlammablagerungen mit dem Gehäuse gewissermaßen zusammengewachsen sind. Diese feste Verbindung kann man, soweit sie von Rostansatz herrührt, hindern, wenn man das Gehäuse oder die einzusetzenden Teile mit einem Bronzefutter versieht (Abb. 265, 267) oder Eindrehungen an den Berührungsflächen anbringt, in die mittels einer kleinen Handpumpe Petroleum eingepreßt wird (Abb. 272). Zweckmäßig ist ferner, die Größe der sich berührenden Flächen auf das Not-

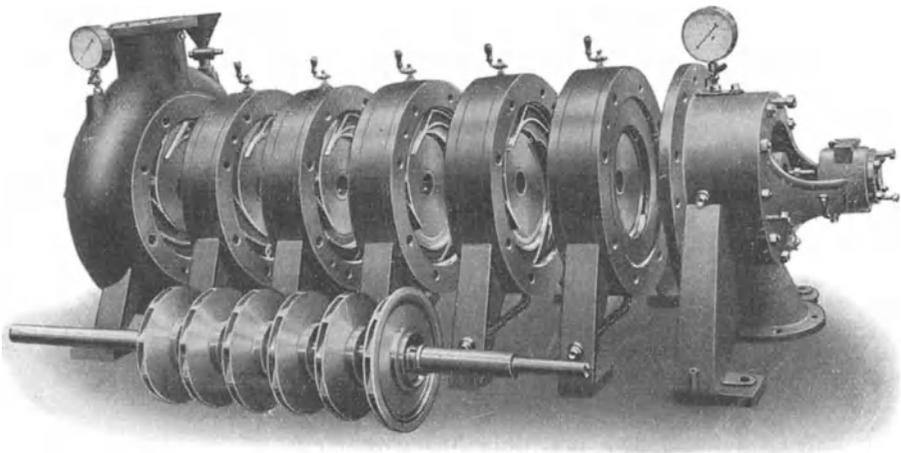


Abb. 261. Ringtype (Zschocke-Werke Kaiserslautern).

wendigste zu beschränken. Auf jeden Fall müssen in sämtlichen Teilen Gewindelöcher zum Einschrauben von Zugschrauben angebracht werden, mit deren Hilfe die einzelnen Stücke unter Benutzung eines geeigneten Widerlagers herausgezogen werden. Von Escher, Wyß & Co. wird bei besonders ungünstigen Betriebsverhältnissen das Gehäuse in der wagrechten Mittelebene geteilt.

Die Ringtype gestattet einen leichten Ausbau auch bei ungünstigen Wasserverhältnissen. Um ein Verbiegen der Welle beim Überschieben der einzelnen Gehäuseringe zu vermeiden, empfiehlt es sich, jeden Ring mit Tragfüßen zu versehen und die Bearbeitungsleisten der Grundplatte zu verlängern, so daß die Ringe beim Herausziehen geführt sind. Da die Formgebung der Zwischenstücke für jede Stufe die gleiche ist, so ist ferner Reihenherstellung möglich. Auch kann nachträglich die Stufenzahl vergrößert werden, wenn weitere Ringe mit Lauf- und Leitrad zwischengeschaltet und die Welle ausgewechselt werden. Die Ringtype ist widerstandsfähiger gegen Innendrucke, weil die mit den

Ringen verbundenen Zwischenwände eine wirksame Versteifung bilden und Gußspannungen kaum zu befürchten sind. Allerdings ist jeder Ring besonders abzudichten, doch dürfte dies bei sachgemäßer Ausführung keine Schwierigkeit machen. Es scheint, daß dieser Nachteil ebenso wie die Notwendigkeit des Wiederausrichtens der Pumpe, der Wegnahme und Abstützung der Rohrleitung beim Ausbau gegenüber den erwähnten Vorteilen gern in Kauf genommen werden. Wenigstens haben in den letzten Jahren fast alle Kreiselpumpen bauenden deutschen Firmen die Herstellung der Ringtype aufgenommen.

Die Rohranschlüsse sind bei den Pumpen mit besonderem Ausgleichsorgan für den Axdruck stets so getroffen, daß das Ausgleichs-

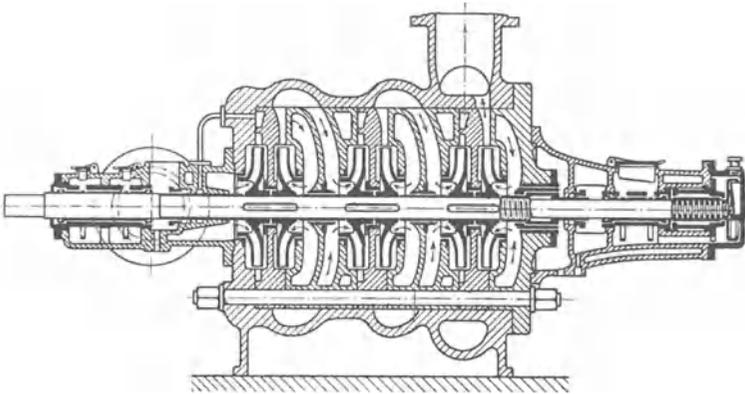


Abb. 262. 6stufige Sulzersche Kreiselpumpe, alte Bauart.

organ leicht zugänglich und deshalb am freien Ende der Pumpe angeordnet ist. Aus diesem Grunde sitzt hier stets der Saugstutzen an der Motorseite. Diese Anordnung wird auch bei Verwendung anderer Ausgleichsverfahren stets bevorzugt, falls die Gehäusetype vorliegt, weil dann beim Ausbau der Saugdeckel, an den die Saugleitung anschließt, nicht abgenommen zu werden braucht. Nur bei der Ringtype (vgl. Abb. 269) wird hin und wieder der Druckstutzen nach der Motorseite gelegt.

Die Firma Gebr. Sulzer, Winterthur und Ludwigshafen a. Rh. hat auf dem europäischen Festlande als erste im Jahre 1897 den Bau mehrstufiger Kreiselpumpen aufgenommen. Zwar bot die Anordnung damals grundsätzlich nichts Neues<sup>1)</sup>. Aber der Firma Sulzer gebührt das Verdienst, diese Pumpen in konstruktiver Beziehung wesentlich verbessert zu haben. Abb. 262 zeigt die zuerst gewählte Bauart, die auch

<sup>1)</sup> Nagel & Kaemp in Hamburg haben schon Ende der 60er Jahre Kreiselpumpen mit Leitapparaten ausgeführt, wobei größere Druckhöhen durch Hintereinanderschalten mehrerer Pumpen erreicht wurden (Doppel: Z. V. d. I. 1904, S. 1003). Auch in England sind auf Grund der Patente des auf dem Gebiet der Hydraulik wohlbekannten Osborne Reynolds (vgl. Abschn. 10 und 11) schon 1887 von der Firma Mather & Platt mehrstufige Pumpen mit Leitrad ausgeführt worden (Z. f. d. ges. Turbinenwes. 1912, S. 390).

heute noch nicht ganz verlassen ist und bei der der Achsschubausgleich nach dem Schema der Abb. 182 durchgeführt ist. Der am Hochdruckende eingebaute Ausgleichskolben sollte den nach der Saugseite gerichteten Achsschub aufheben, der infolge von Undichtheiten an den Dichtungen zwischen den sich gegenüberstehenden Rädern entsteht und der scheinbar nicht unbeträchtlich ist. Der noch verbleibende Schub wird durch ein kräftig bemessenes Kammlager aufgenommen, dem das Öl durch einen am Ende der Welle sitzenden Teller mittels einer zentralen Ausbohrung der Welle zugeführt wird. Die Lager werden

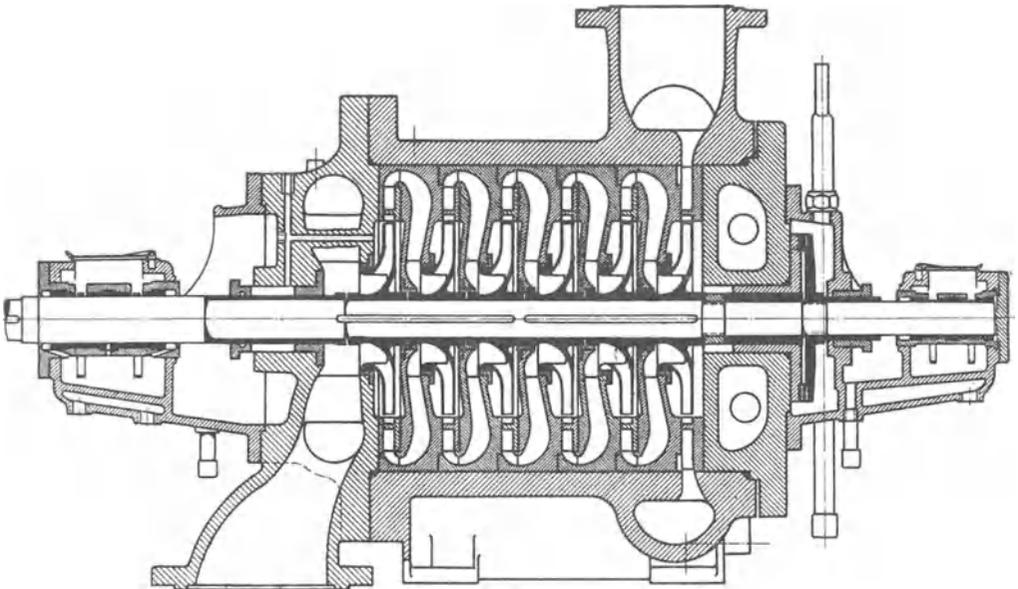


Abb. 263. Sechsstufige Sulzersche Kreiselpumpe, neue Bauart.

durch das Leckwasser der letzten Stufe gekühlt. Der Gehäusekörper ist durch Zuganker entlastet.

Die durch die gegenläufige Anordnung bedingte große Baulänge, die Notwendigkeit der Verwendung einer geraden Stufenzahl mit Rechts- und Linksmodell für Kreiselpumpe und Laufrad und die mit der Unvollkommenheit des Achsschubausgleichs verbundenen betrieblichen Schwierigkeiten führten zum Übergang auf die in Abb. 263 angegebene Konstruktion mit gleicher Strömungsrichtung in allen Stufen und einem für alle Stufen gemeinsamen Ausgleichsorgan. Der durch letzteres verursachte zusätzliche Wasserverlust wurde also in Kauf genommen. Die Verkürzung der Wellenlänge ist hier nicht bloß durch kurze axiale Baulänge der einzelnen Stufen, sondern auch durch Heranziehen der Saugstoppbüchse an das erste Laufrad und entsprechende Ausbildung des Einlaufkanals erreicht worden. Die „Gehäusetype“ ist beibehalten.

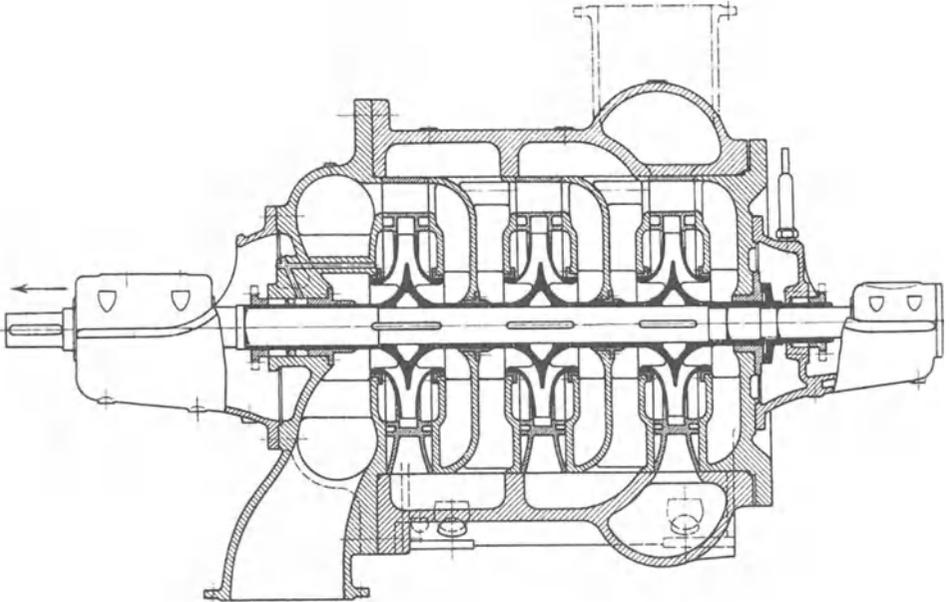


Abb. 264. Dreistufige Sulzersche Kreiselpumpe mit Doppelkreiseln für große Leistungen.

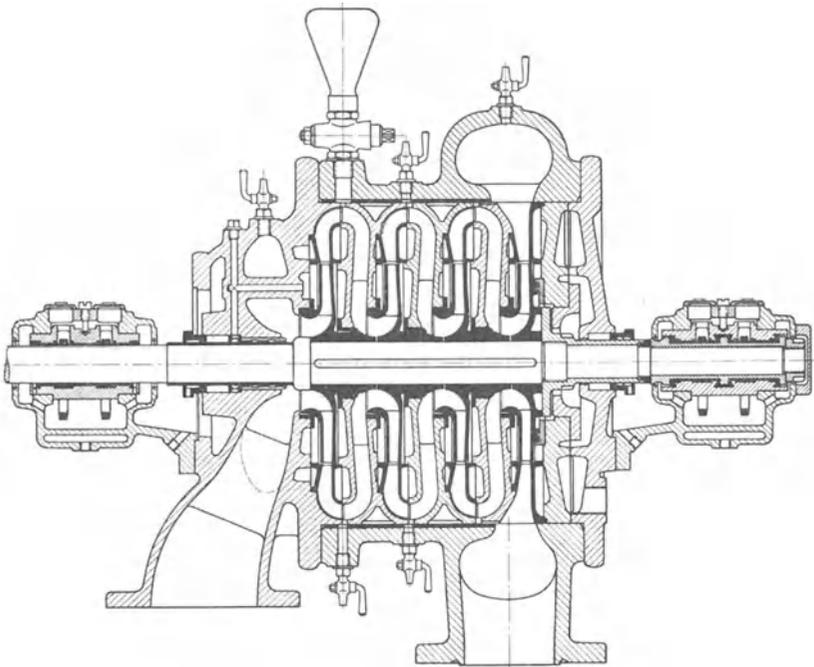


Abb. 265. Mehrstufige Kreiselpumpe von Escher, Wyß & Cie., Zürich.

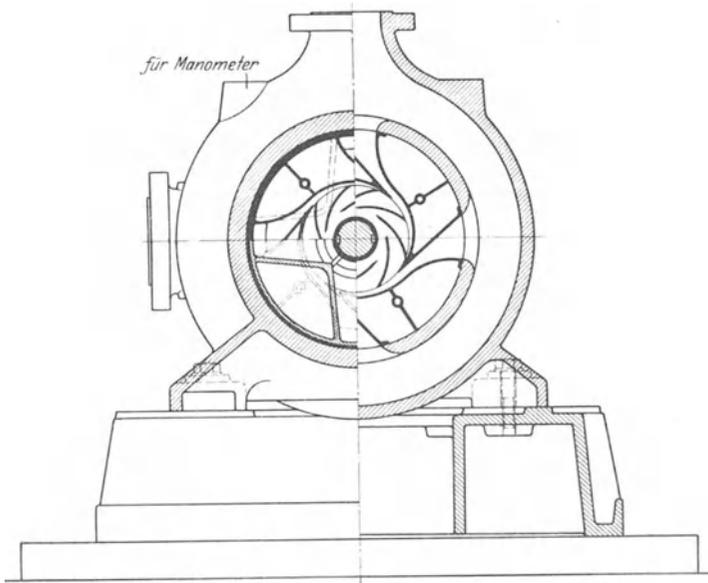


Abb. 266.

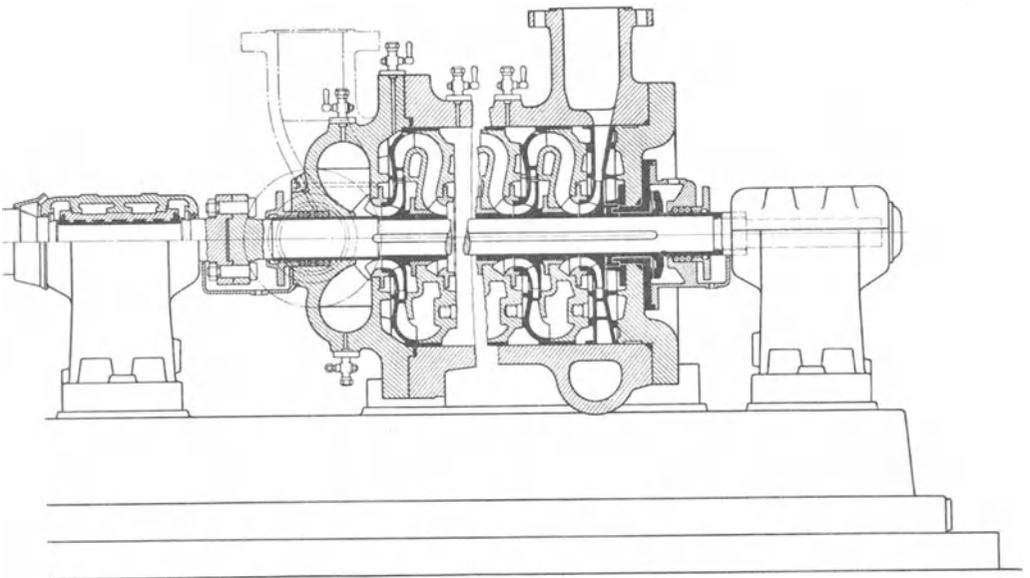


Abb. 267.

Abb. 266, 267. Sechsstufige Kreiselpumpe der Maschinenfabrik Eßlingen A.-G.

Bei Pumpen großer Leistung, wobei aber die Wassermenge so groß ist, daß die vorstehende Bauart nur eine, höchstens zwei Stufen ergeben würde, verwendet die Firma Sulzer die aus Abb. 264 ersichtliche

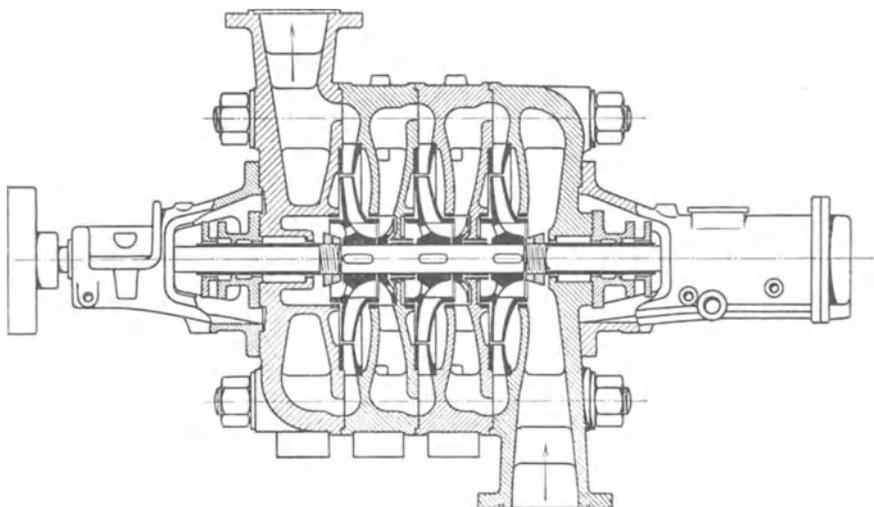


Abb. 268. Ältere Ausführung von C. H. Jaeger & Co.

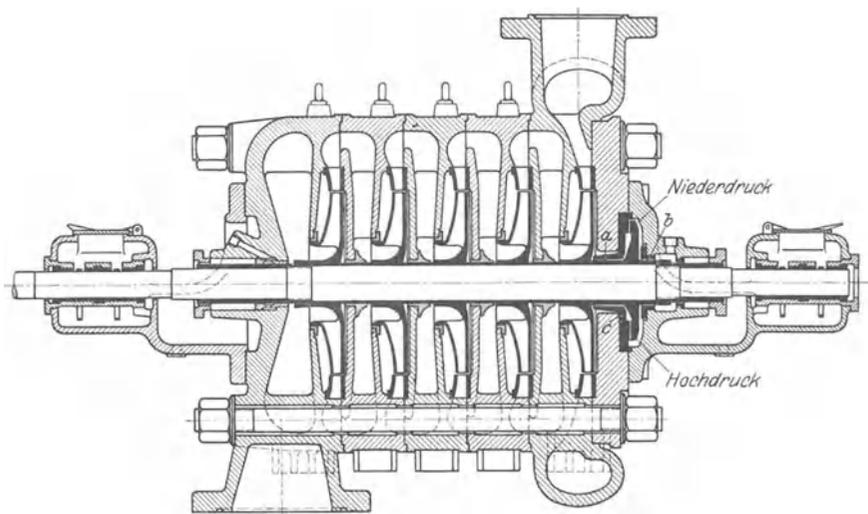


Abb. 269. Neue mehrstufige Bauart von C. H. Jaeger & Co., Leipzig.

Anordnung, bei der der Wirkungsgrad verbessert ist sowohl durch die vergrößerte Stufenzahl<sup>1)</sup> als auch den Doppelkreisel und die Verringerung des Wasserverbrauchs für den Ausgleich, da nur ein kleiner, nach

<sup>1)</sup> Vgl. Abschnitt 66a.

der Saugseite gerichteter Schub durch die am Druckende vorhandene Ausgleichsscheibe aufzunehmen ist. Die größere Baulänge und schwierigere Wasserführung kann bei den vorliegenden großen Leistungen in Kauf genommen werden. Die Pumpe, welche für das Ammoniakwerk Merseburg der Badischen Anilin- und Sodafabrik bestimmt ist, liefert  $20 \text{ m}^3/\text{min}$  auf  $300 \text{ m}$  bei  $1250 \text{ Umdr./min}$  und verbraucht dabei  $1800 \text{ PS}^1$ .

Die Gehäusetype wird auch von Escher, Wyß & Cie., Zürich, in der Ausführung nach Abb. 265 gebaut, wobei der Achsschubausgleich nach der S. 250 im Anschluß an Abb. 194 beschriebenen Einrichtung durchgeführt ist.

Die Maschinenfabrik Eßlingen A.-G. hat das einteilige Gehäuse ebenfalls beibehalten, wie aus Abb. 267 zu ersehen ist. Das Mittellager ist bei diesen großen Ausführungen für Motor und Pumpe gemeinsam. Die Wasserführung ist in Abb. 266 angegeben.

Mit der Entwicklung der Ringtype ist der Name der Firma C. H. Jaeger & Co., Leipzig, eng verknüpft. Die ältere Ausführung veranschaulicht

Abb. 268. Die Anordnung des zweiten Dichtungsringes mit Löchern in der Radnabe zum Ausgleich des Achsschubs verlangte ein reichlich bemessenes Spurlager oder eine doppelt wirkende hydraulische Entlastung nach Abb. 197. Um dieses entbehrlich zu machen und gleichzeitig die Baulänge zu verkürzen, wurden der zweite Dichtungsring des Laufrades und die Löcher ersetzt durch eine gemeinsame hydraulische Entlastungsvorrichtung (Abb. 269), wodurch es nötig wurde, die Saugseite nach dem Motor hin zu legen. Die Entlastungseinrichtung hat die Besonderheit, daß Drosselstellen *a* und *b* auf beiden Seiten der Ausgleichsscheibe vorhanden sind.

Die Abb. 270 und 271 geben Auskunft über die ebenfalls als Ringtype gebaute Hochdruckpumpe der Ehrhardt & Seher A.-G., Saarbrücken, deren Leiträder bereits in Abb. 82c, 82d gezeigt wurden.

<sup>1)</sup> Vgl. Heidebrock: Z. d. V. d. I. 1923, S. 797. Aus dem gleichen Aufsatz sind auch die Abb. 290, 295 entnommen.

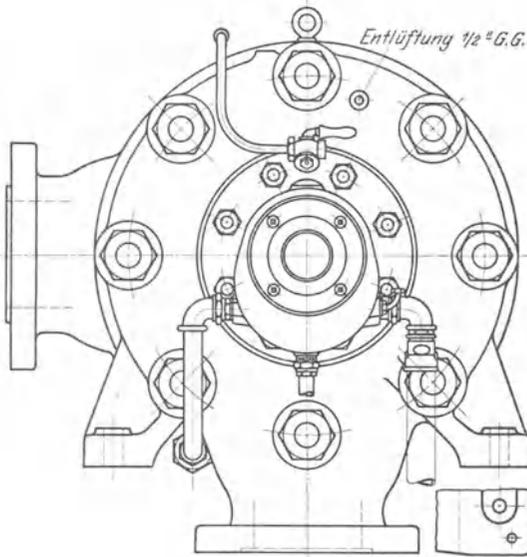


Abb. 270. Achtstufige Pumpe von Ehrhardt & Seher A.-G., Saarbrücken.

Am Umfang der Ausgleichsscheibe ist zum Schutz des Gehäuses gegen Anfressungen durch das aus dem Spalt tretende Wasser ein mit kleinem

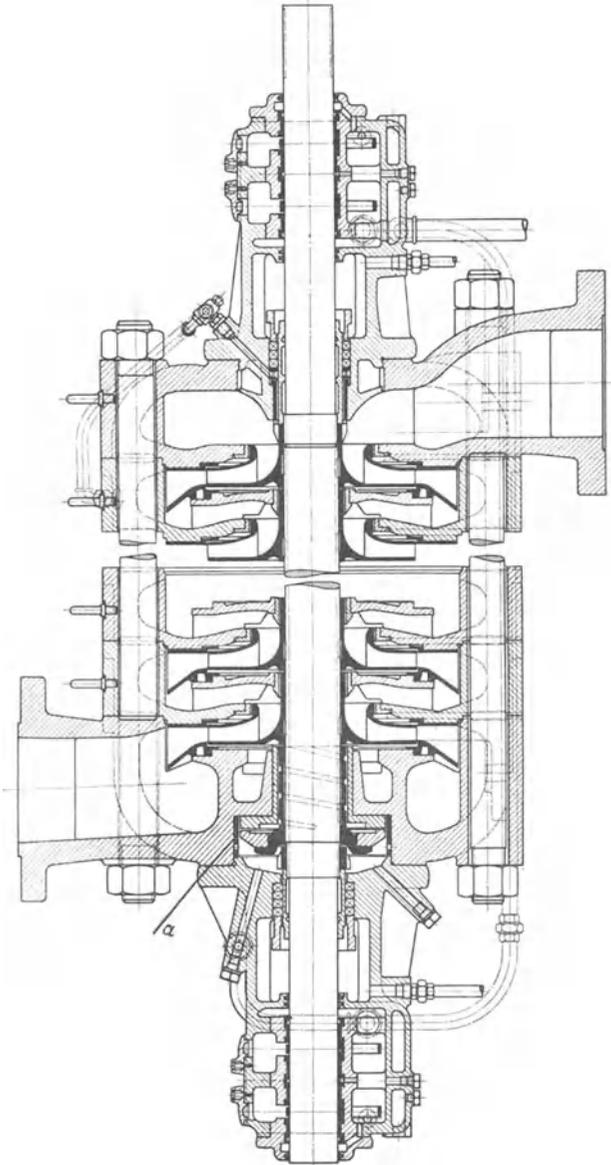


Abb. 271. Achtestufige Pumpe von Ehrhardt & Seher A.-G., Saarbrücken.

Zwischenraum anschließender auswechselbarer Ring *a* aus Bronze angeordnet<sup>1)</sup>, der den weiteren Vorteil bietet, daß die Drosselwirkung

<sup>1)</sup> Bei der Ausführung nach Abb. 269 ist dieser Ring ebenfalls vorhanden, jedoch aus einem Stück mit der Büchse *c*.

des Spaltes (allerdings auf Kosten der Empfindlichkeit) unterstützt und dadurch die zulässige Spaltweite vergrößert werden kann (vgl. S. 251f.).

Die Maffei-Schwartzkopffwerke G. m. b. H., Berlin, hatten früher das einteilige Gehäuse nach Abb. 272, dessen Entlastungsein-

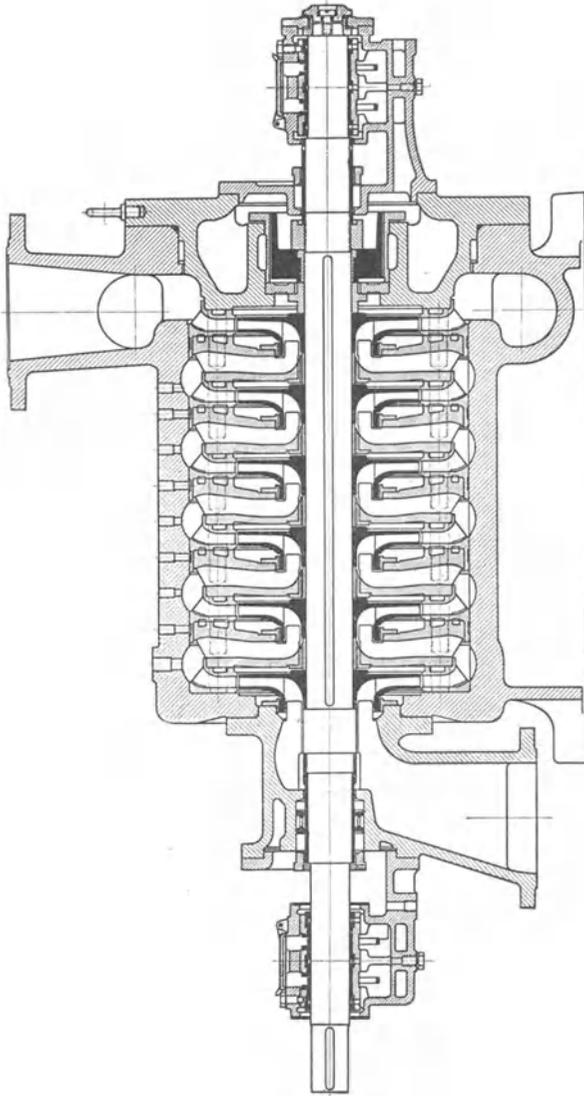


Abb. 272. Ältere Konstruktion der Maffei-Schwartzkopffwerke G. m. b. H., Berlin.

richtung S. 249 besprochen wurde und bei welchem die Einbauten an den Berührungsflächen mit dem Gehäuse Ringnuten besitzen, denen durch die in der Zeichnung ersichtlichen Bohrungen Petroleum zugeführt werden kann, damit beim Ausbau die Teile sich vom Gehäuse

besser lösen. Die Umführungsschaufeln sind, wie aus der Zeichnung ersichtlich, weit in den Radeinlauf vorgezogen. Neuerdings hat auch diese Firma, wie aus Abb. 273 ersichtlich ist, sich auf den üblichen Typ umgestellt.

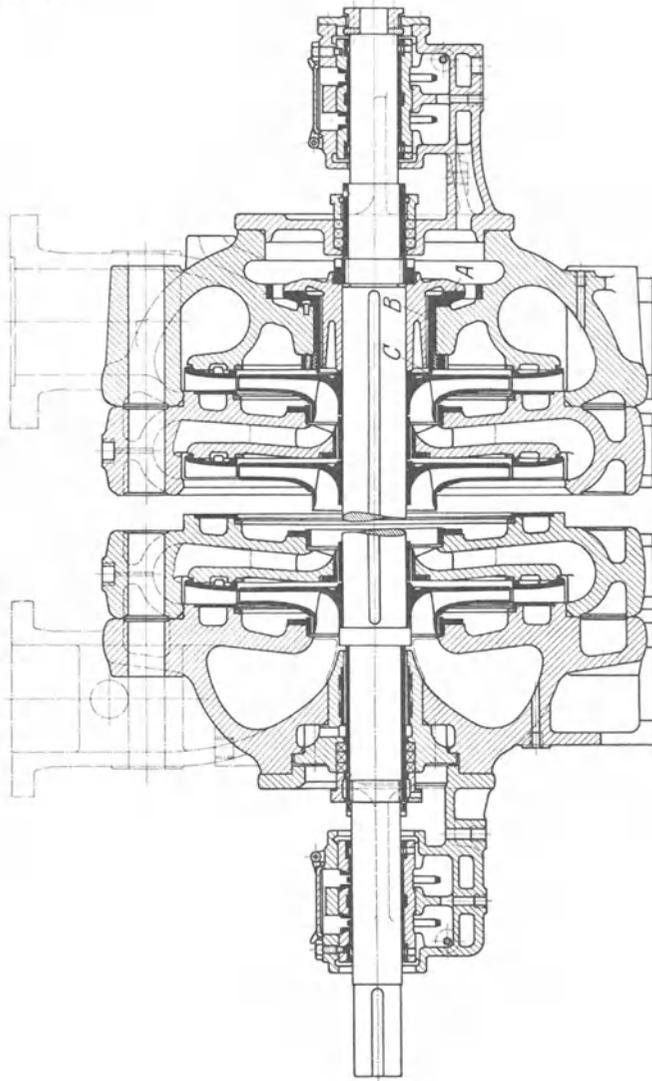


Abb. 273. Neuere Konstruktion der Maffei-Schwartzkopffwerke.

Die Firma Weise Söhne, Halle, verwandte bis vor kurzem gegenläufige Räder nach dem Schema der Abb. 183. Die Wasserführung ist hier zwar etwas einfacher als bei der alten Sulzerschen Konstruktion. Auch war nur ein geringer Undichtheitsverlust vorhanden, sofern die Dichtung zwischen den in der Gehäusemitte zusammenkommenden

Stufengruppen sorgfältig durchgeführt wurde. Trotzdem hat die Firma diese Bauart zugunsten der Anordnung des gleichsinnig durchflossenen Kreisels mit besonderem Entlastungsorgan (Abb. 196a) verlassen. An dieser Ausführung ist der gedrängte Zusammenbau in axialer und radialer Richtung hervorzuheben, der allerdings durch die Anwendung des zweiten Dichtungsspaltes auf der Rückseite der Räder etwas erschwert wird. Letzterer soll in Verbindung mit (nichtgezeichneten) Löchern in der Radnabe nur eine teilweise Entlastung hervorrufen.

Der verbleibende, stets nach der Saugseite gerichtete Achsschub wird durch die S. 251f. beschriebene Ausgleichseinrichtung aufgenommen.

In Abb. 274 und 275 ist die Ausführung der Klein, Schanzlin & Becker A.-G., Frankenthal, wiedergegeben, bei der die Ausbildung der Saug- und Druckräume von den bisher behandelten Formen abweicht. Die Pumpe der Abb. 275a ist für eine sehr große Leistung, nämlich  $46 \text{ m}^3/\text{min}$  auf 148 m

bei 985 Umdr./min (Württemberg. Landeswasserversorgung, vgl. Abschnitt 98), bestimmt und weist deshalb eine besonders sorgfältige Ausbildung des Einlaufs auf, was auch im Hinblick auf die geringe

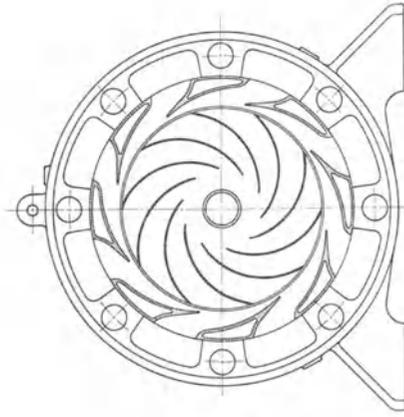


Abb. 275.

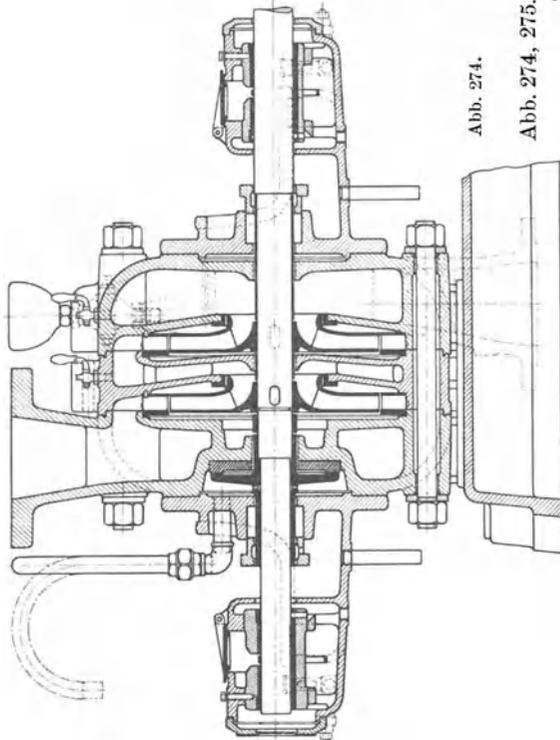


Abb. 274.

Abb. 274, 275. Zweistufige Pumpe von Klein, Schanzlin &amp; Becker A.-G., Frankenthal.



Vorhandenseins einer Ausgleichsscheibe mit einem zweiten Dichtungsring und Löchern in der Radnabe versehen, weil sonst der Durchmesser der Scheibe zu groß geworden wäre. Die Leitschaufeln sind mit (nicht gezeichneten) Durchgangskanälen zur Herbeiführung gleichen Drucks auf beiden Radseiten versehen. Daher sind auch die inneren Gegenlagerflächen für die Leiträder durchbrochen. Der an der Druckdeckelwand befestigte Ring *a* soll diese Wand vor dem Anfressen durch das an dieser Stelle (nach dem Flächensatz) mit großer Geschwindigkeit rotierende Wasser schützen. Als Hauswasserpumpe baut die gleiche Firma die in Abb. 276 dargestellte „Kleinodpumpe“, bei deren Durchbildung weniger auf Erzielung eines hohen Wirkungsgrades als auf Einfachheit und

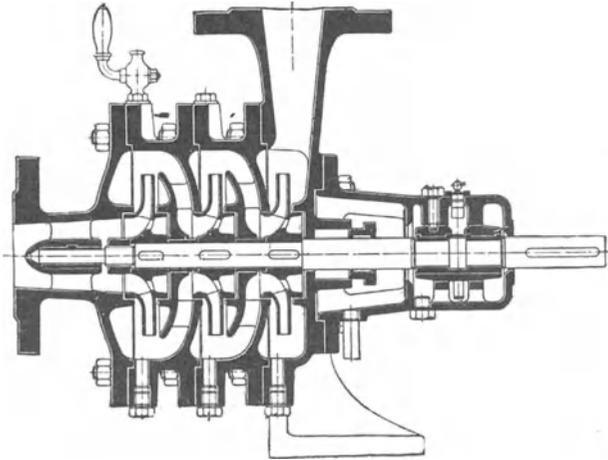


Abb. 276. Hauswasserpumpe von Klein, Schanzlin & Becker (Kleinodpumpe).

Betriebsicherheit Wert gelegt ist. Deshalb sind Leitschaufeln weggelassen und das Wasser nur in den gekrümmten Umführungskanälen geführt.

Eine von den bisher behandelten Ausführungen abweichende Bauart besitzen die Pumpen der Firma Ernst Vogel, Stockerau b. Wien, (Abb. 277), bei denen ähnliche Leitvorrichtungen verwandt sind, wie S. 112 im Anschluß an Abb. 84 besprochen wurde und die in Abb. 278, 279 in perspektivischer Ansicht dargestellt sind. Das Wasser wird zunächst in dem eigentlichen Leitrad *a* (Abb. 278 und 279), radial nach auswärts geleitet. Die Kante *gf* der Abb. 278 liegt an der zylindrischen Gehäusefläche an. Die Kante  $f_1$  bildet den Anfang der Schraubenfläche, die das Wasser in axialer Richtung weiter in die Rückführschaufeln *b* (Abb. 279) führt. Diese sind anfänglich ebenfalls nach einer Schraubenfläche geformt, biegen aber dann radial einwärts ab. Die zylindrischen und ebenen Anlageflächen am Gehäuse stellen gleichzeitig eine Begrenzungswand des Kanals dar, so daß dieser in allen Teilen zugänglich ist. Die Raumbeanspruchung in radialer Richtung ist gering, in axialer Richtung aber um so größer. Für die Wasser-

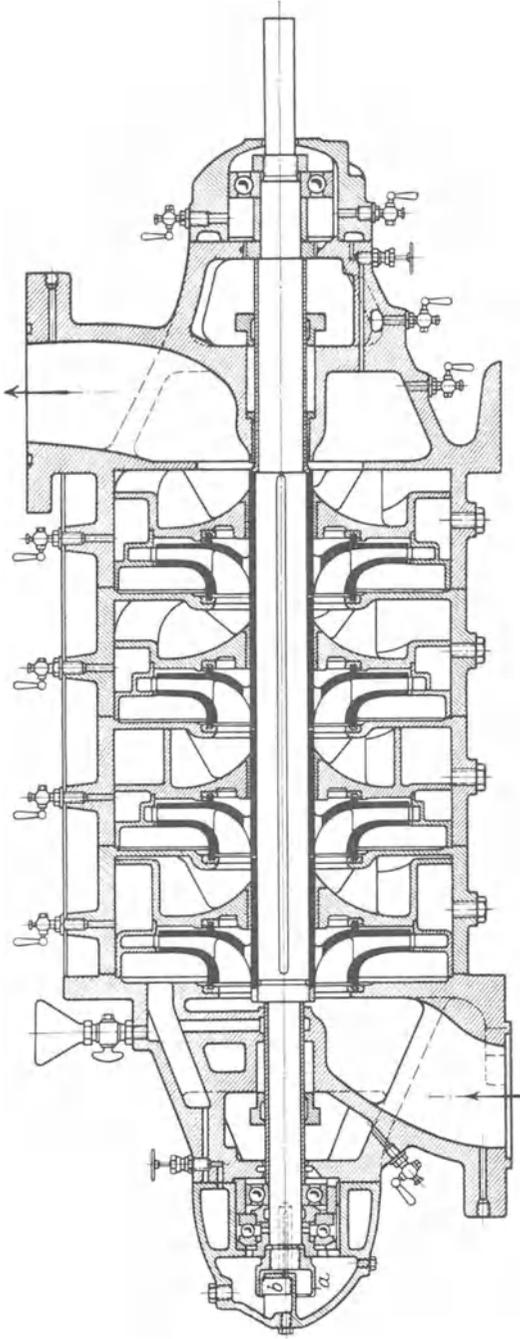


Abb. 277. Mehrstufige Pumpe von Ernst Vogel, Stockerau b. Wien.

führung ungünstig ist die unregelmäßige Form der Kanalquerschnitte an einzelnen Stellen. Wirkungsgradkurven dieser Pumpen sind nicht veröffentlicht. Für die Lagerung verwendet die Firma Vogel durchweg Kugellager. Da der Schubausgleich durch Löcher in der Radwand und einen zweiten Dichtungsspalt geschieht, ist noch ein nach beiden Seiten wirkendes Spurlager erforderlich, dem das Schmieröl durch eine zentrale Wellenbohrung aus dem am Lagerende befindlichen Ölbehälter mittels Öhring *a* und Abstreifer *b* zugeführt wird.

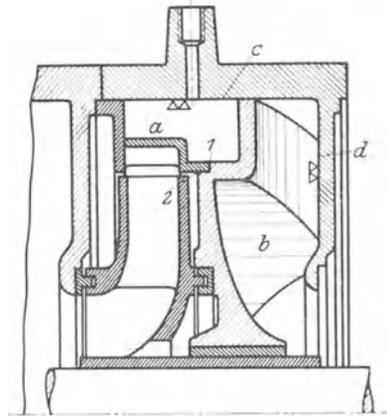


Abb. 277a. Mehrstufige Pumpe von Ernst Vogel, Stockerau b. Wien.

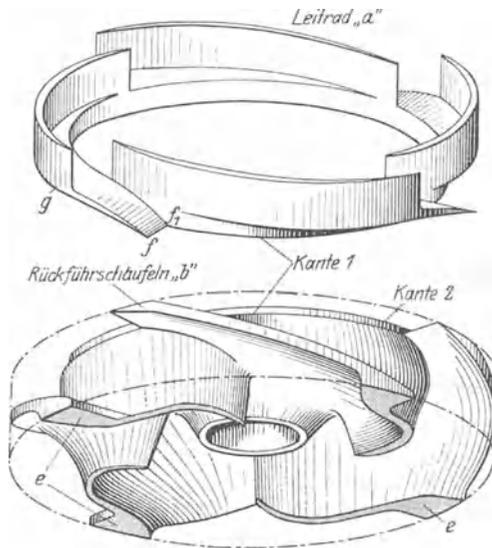


Abb. 278.

Abb. 279.

Abb. 278, 279. Perspektivische Darstellung des Leitrades und der Umführung der Pumpe nach Abb. 277, 277a. Der in Abb. 279 strichpunktiert eingezeichnete Zylinder deutet die Bearbeitungsflächen an. Der Mantel des Zylinders liegt an der Fläche *c* des Gehäuses. Die Fußflächen *e* der Schaufeln liegen an der Fläche *d* des Gehäuses.

## 94. Pumpen mit senkrechter Welle.

Der grundsätzliche Aufbau bleibt der gleiche wie bei den wagrechten Pumpen. Abb. 280 zeigt eine einstufige Pumpe der Maffei-Schwartzkopffwerke mit doppelseitigem Einlauf. Von besonderer Wichtigkeit ist das Spurlager, das hier auch das Gewicht des Läufers (abzüglich Wasserverdrängung) aufzunehmen hat, sofern nicht — etwa durch

ungleiche Bemessung der Schleifringe — auch für einen hydraulischen Ausgleich der Gewichte gesorgt ist, der aber nur ein teilweiser sein kann und beim An- und Auslaufen verlorengelht. In Abb. 280 ist das Spurlager als Kugellager ausgebildet und am Wellenende angeordnet. Pumpen dieser Art finden als Kühlwasserpumpen für Kondensationen und als Brunnenpumpen Verwendung, die mit Rücksicht auf die örtlichen Verhältnisse tief aufgestellt werden müssen. Liegen sehr große Wassermengen vor, so dürfte bei der senkrechten Anordnung der ein-

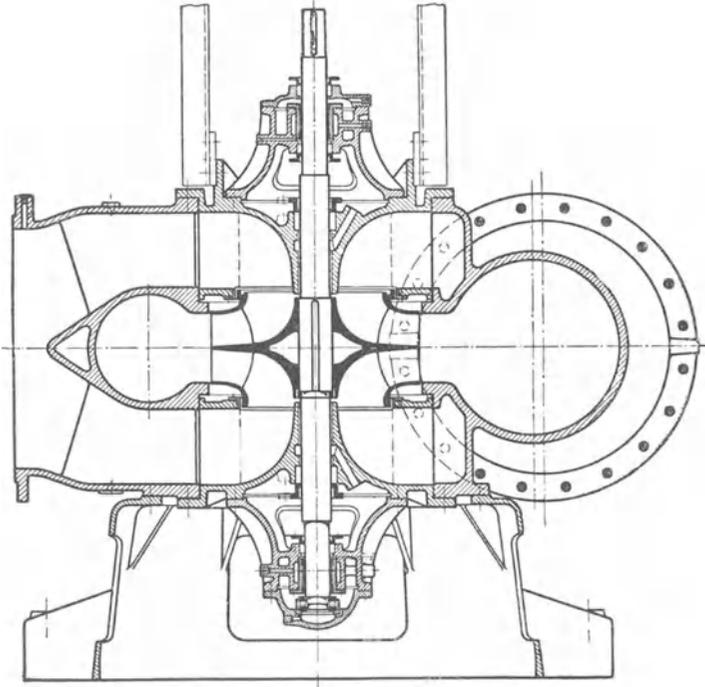


Abb. 280. Stehende Pumpe für  $60 \text{ m}^3/\text{min}$  auf  $11 \text{ m}$  bei  $490 \text{ Umdr./min}$  (Maffei-Schwartzkopffwerke).

seitig beaufschlagte Kreisel wegen der erheblich einfacheren Wasserführung vorzuziehen sein (vgl. Abb. 290, 293).

Die bei mehrstufigen Pumpen mit senkrechter Welle anwendbaren Ausgleichseinrichtungen für den Achsschub und ihr Einfluß auf den Bau der Pumpe sind schon in Abschnitt 82 behandelt.

Bei der Wasserbeschaffung aus Bohrlöchern (Abb. 281) kommt es darauf an, den Durchmesser des Gehäuses kleinzuhalten, da die Pumpe in dem meist sehr engen Bohrloch untergebracht werden muß, während die Länge des Gehäuses unbeschränkt ist<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Die Firma Sulzer verwendet deshalb hier mehrere Doppelhäder, die ähnlich wie in Abb. 264 einzeln oder gruppenweise hintereinandergeschaltet sind (vgl. Ahrens: Z. V. d. I. 1913, S. 321).

Diese Bohrlochpumpen müssen ferner so gebaut sein, daß sie zeitweise auch unter Wasser arbeiten können. Deshalb kann für die Lager nur Wasser- oder Fettschmierung verwendet werden<sup>1)</sup>. Die Verbindungswelle zwischen Motor und Pumpe ist im Steigrohr in Zwischenlagern geführt.

Ist der Pumpenschacht geräumig, so daß die Beschränkungen hinsichtlich der radialen Raumbeanspruchung wegfallen, so wird die Steigleitung als gewöhnliche Rohrleitung ausgebildet. Die Zwischenwelle zwischen Motor und Pumpe kann jetzt an der Schachtwand gelagert (Abb. 283), oder in einem rohrartigen Zwischenstück geführt werden (Abb. 284), das Motor und Pumpe verbindet<sup>2)</sup>. Dieses Zwischenstück wird vielfach auch aus Profilleisen hergestellt (Abb. 284a). Bei dem in Abb. 284 dargestellten ölgeschmierten Lager wird das Öl durch Stauwirkung aus der rotierenden Schale *a* durch das Rohr *b*, das gegen die Drehrichtung der Schale gebogen ist, in den oberen Ölraum gehoben. Was nicht zur Schmierung verbraucht wird, fließt durch das Überlaufrohr bei *c* zurück. Diese Lager arbeiten also ebenso sparsam wie Ringschmierlager.

Liegt der höchste Wasserstand genügend tief, so kann auch der Motor tiefgesetzt und mit der Pumpe durch ein kräftiges Zwischenstück verbunden werden. In Abb. 282<sup>3)</sup> ist ein solcher Maschinensatz an der Brunnenwand befestigt. Der Motor ist in diesem Falle gegen Feuchtigkeit besonders zu schützen.

<sup>1)</sup> Die Maschinenfabrik Andritz A.-G. in Andritz (Steiermark) versieht allerdings auch ihre unter Wasser arbeitenden Bohrlochpumpen mit Kugellagern (vgl. Oesch: Z. f. d. ges. Turbinenwes. 1919, S. 20).

<sup>2)</sup> Vgl. Oesch: Z. f. d. ges. Turbinenwes. 1917, S. 273 ff.

<sup>3)</sup> Die Klischees von Abb. 282 und 283 sind von der Klein, Schanzlin & Becker A.-G., die der Abb. 287 von der Ehrhard & Sehmer A.-G. zur Verfügung gestellt.

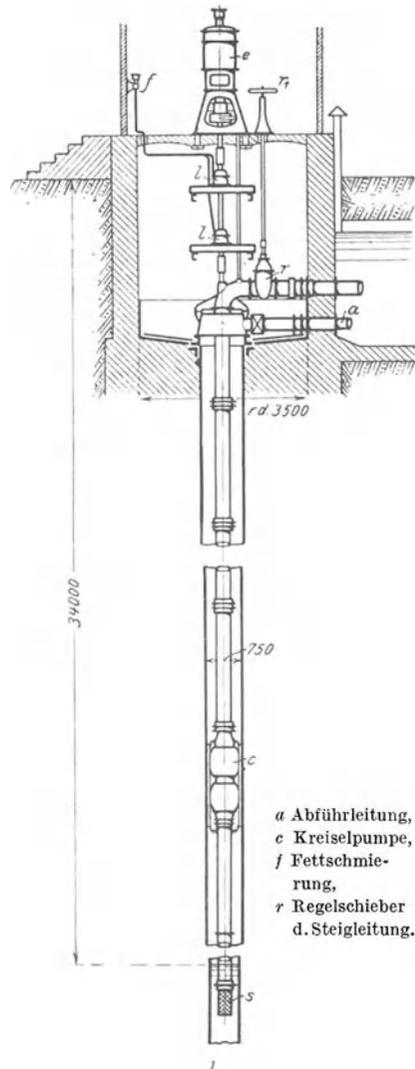


Abb. 281. Anlage einer Bohrlochpumpe für 8 m<sup>3</sup>/min auf 49 m bei 1450 Umdr./min.

Eine bemerkenswerte Sonderausführung für eine Bohrloch- oder Brunnenpumpe stellt die „Hydrokreiselpumpe“ der vereinigten

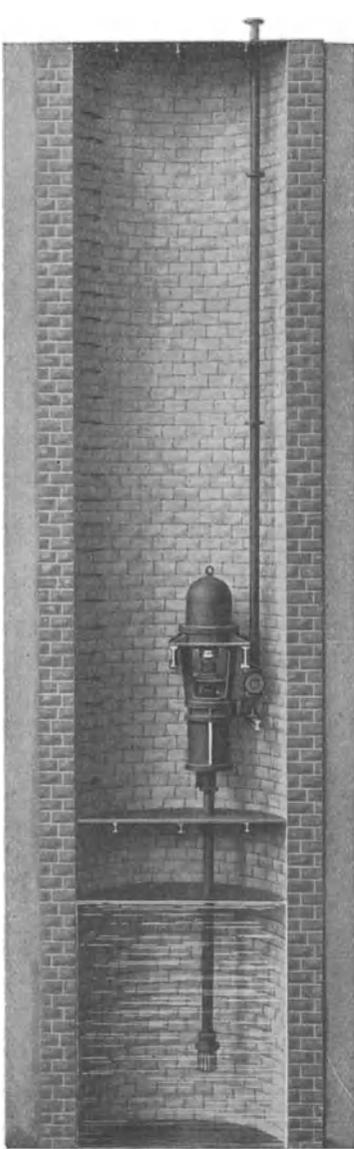


Abb. 282.

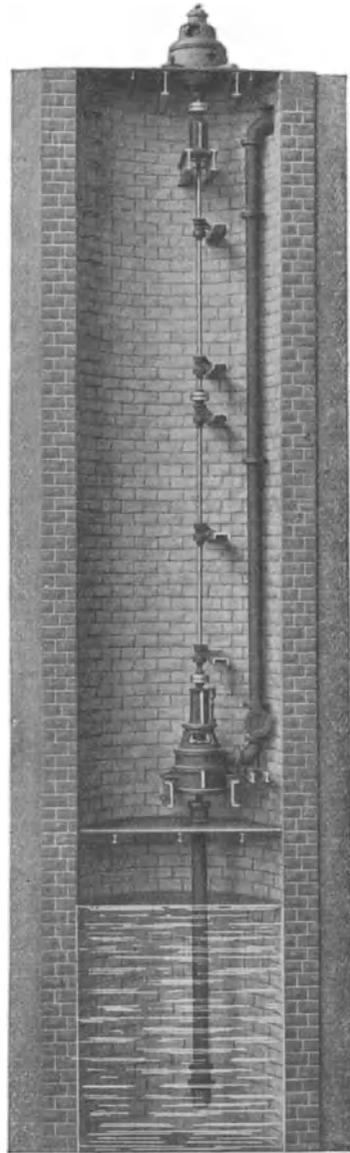


Abb. 283.

Abb. 282, 283. Brunnenpumpen im weiten Schacht.

Werke Brodnitz & Seidel A.-G. und Geue-Pumpenbau-Ges. m. b. H., Berlin, dar, die gemäß Abb. 285 aus einer mehr-

stufigen Wasserturbine und einer Kreiselpumpe besteht. Turbine und Pumpe sind in einem gemeinsamen Gehäuse

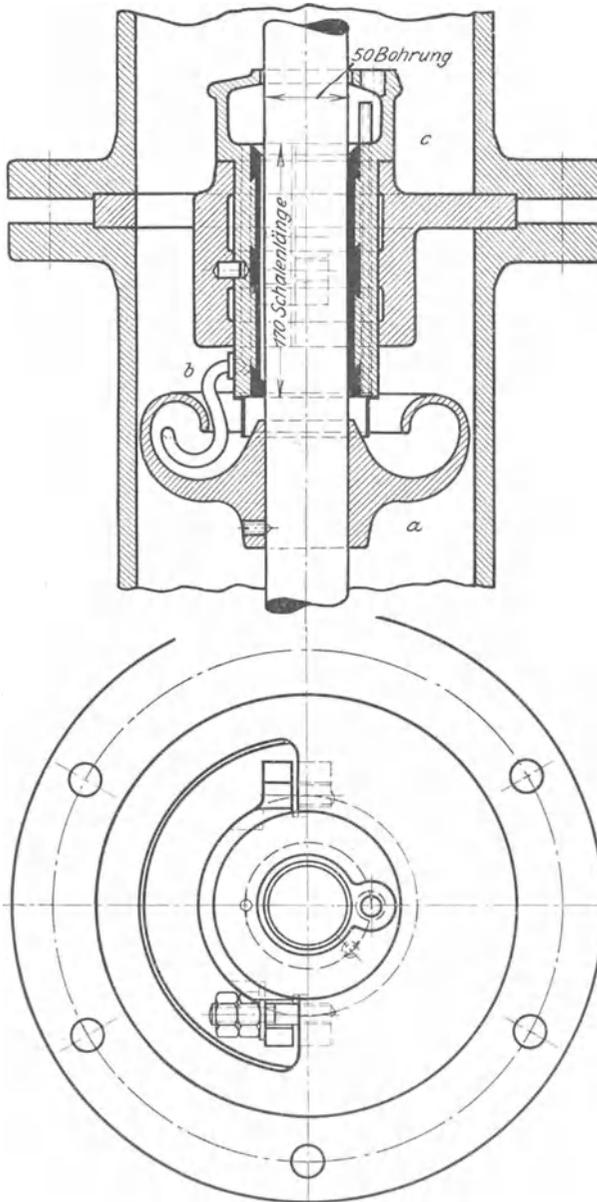


Abb. 284. Gleitlager mit Umlaufschmierung für die Verbindungswelle von Bohrlochpumpen.

Pfleiderer, Kreiselpumpen.

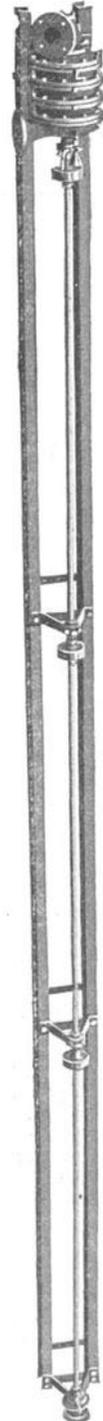


Abb. 284 a. Brunnenpumpe.

auf gemeinsamer, kurzer Welle untergebracht. Das zum Betrieb der Turbine nötige Druckwasser wird durch eine über Tage stehende elektrisch oder mittels Dampf angetriebene Kreiselpumpe erzeugt und durch das im Förderrohr liegende enge Rohr der Wasserturbine zugeführt, von wo es zusammen mit dem Förderwasser nach oben fließt. Die Anordnung erspart bei schwer zugänglichem Wasserspiegel die Verbindungswelle und dürfte in manchen Fällen trotz des höheren Kraftver-

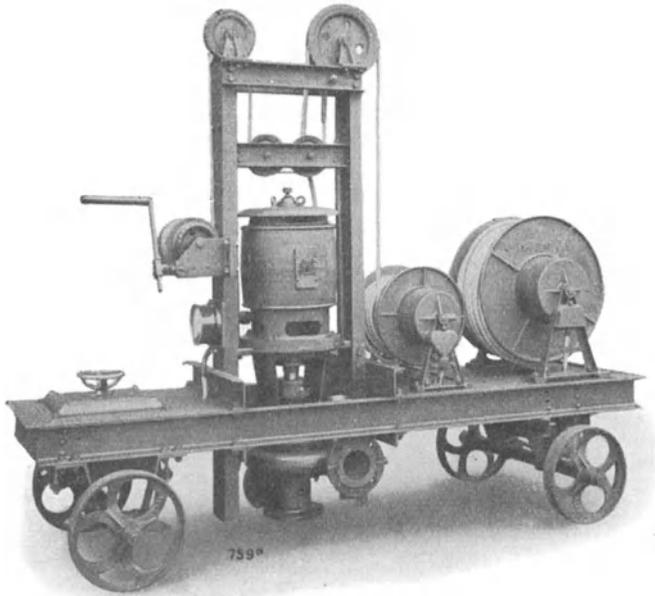


Abb. 286. Fahrbare senkrechte Pumpe der Maffei-Schwartzkopffwerke  
G. m. b. H.

brauchs Vorteile bieten. Sie hat auch als Zubringerpumpe für Feuerlöschfahrzeuge Verwendung gefunden.

Die Pumpe samt Motor kann zum schnellen Trockenlegen von Schächten und Kanälen fahrbar gemacht werden (Abb. 286) oder bei großen Tiefen in einen kräftigen Rahmen, den Hängerahmen, eingebaut werden (Abb. 287, 288), so daß sie mittels eines Seils in den Schacht beliebig weit herabgelassen und als Abteufpumpe für Bergwerke verwendet werden kann. Damit die Pumpe gerade hängt, muß für Ausgleich der Gewichte Sorge getragen werden, weshalb die Anschlüsse für die Rohrleitungen bei einigen Bauarten doppelseitig angeordnet und die Rohrleitungen innerhalb des Rahmens ebenfalls doppelseitig geführt sind. Da bei diesen beweglichen Pumpen die Förderung sand- und steinhaltigen Wassers in Frage kommt und das

besondere Spurlager doch nicht zu entbehren ist, so wird hier eine der in Abschnitt 79 behandelten Ausgleichseinrichtungen verwendet.

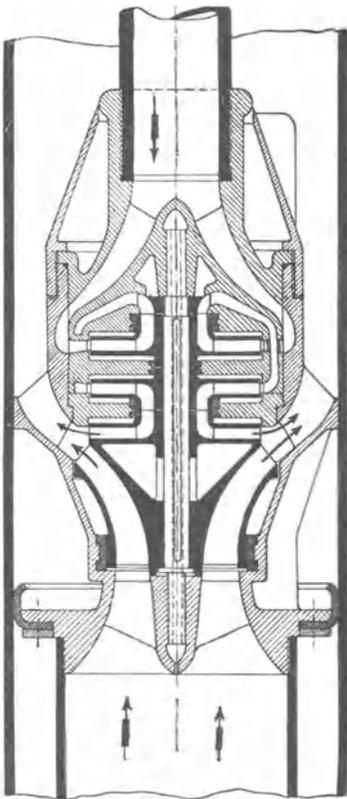


Abb. 285.



Abb. 287.

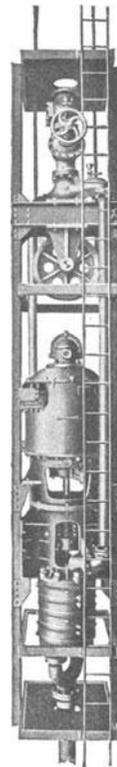


Abb. 288.

Abb. 285. Hydrokreiselpumpe der Geue-Pumpenbau-Ges. m. b. H., Antrieb der einstufigen Pumpe durch eine mehrstufige Wasserturbine.

Abb. 287. Fünfstufige Abteufpumpe im Hängerahmen für  $6 \text{ m}^3/\text{min}$  auf  $380 \text{ m}$  bei  $1480 \text{ Umdr./min}$ , gebaut von Ehrhardt & Schmer A.-G.

Abb. 288. Fünfstufige Abteufpumpe im Hängerahmen von C. H. Jaeger & Co.

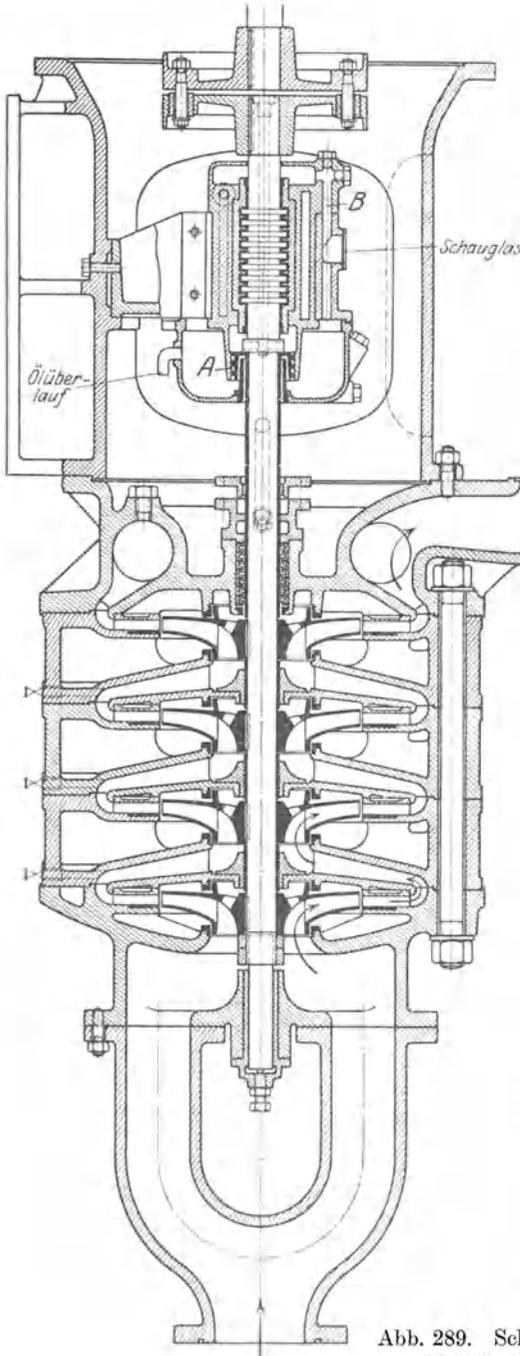


Abb. 289 zeigt die von der Firma Jaeger & Co. verwendete Pumpe, wobei die Achsschubentlastung der wagrechten Pumpe älterer Bauart beibehalten und der Saugstutzen und der Druckstutzen oben sitzen. Das kräftig bemessene Kammlager erhält Schmieröl durch die unterhalb des Lagers angeordnete Schraubpumpe *A* aus dem diese umgebenden

Sammelbehälter und fließt der Pumpe durch den mit Schauglas versehenen

Kanal wieder zu. Die Lagerschalen sind außerdem wassergekühlt. Der Ausbau der Pumpe erfolgt nach unten. An den Gehäuse ringen sind zu diesem Zweck kleine, durch Schrauben verbundene Tragösen (Abb. 288) angebracht.

Die durch das photographische Bild der Abb. 287 wiedergegebene Pumpe von Ehrhardt & Sehmer A.-G., Saarbrücken, besitzt umgekehrte Stutzenanordnung. Der dadurch bedingte Luftsack wird in Kauf genommen, weil der Achsschubausgleich erleichtert wird (vgl. Abschnitt 82). Der Ausgleich erfolgt ähnlich wie

Abb. 289. Schnitt durch eine Abteufpumpe von C. H. Jaeger & Co.

bei der Jaegerschen Pumpe mittels Löchern in der Radnabe und eines zweiten Dichtungspaltes. Der verbleibende Achsdruck wird durch ein Einscheibendrucklager (Segmentlager) der in Abschnitt 86a behandelten Art aufgenommen.

### 95. Pumpen höherer Schnellläufigkeit.

Da die antreibenden Maschinen, insbesondere die Dampfturbine, ebenso bis zu einer gewissen Grenze der Elektromotor, sich hinsichtlich ihres Wirkungsgrades, ihres Platzbedarfs und ihres Anschaffungspreises

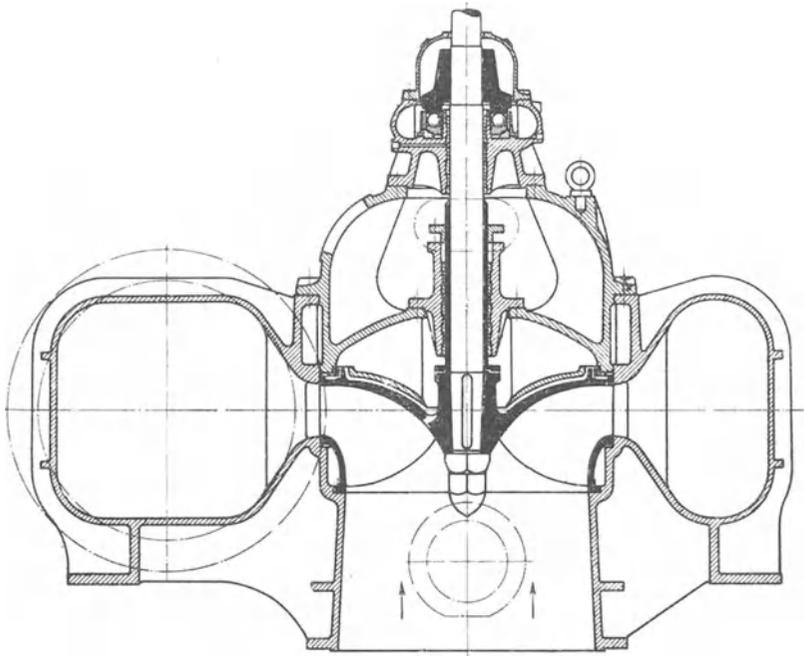


Abb. 290. Dockpumpe für  $3 \text{ m}^3/\text{min}$  auf  $7 \text{ m}$  bei  $290 \text{ Uml./min}$ . der Amag-Hilpert, Nürnberg.

um so günstiger verhalten, je größer ihre Drehzahl ist, so sucht man auch die Kreiselpumpe diesem Bedürfnis gesteigerter Schnellläufigkeit anzupassen.

Ein in den Abschnitten 68 bis 75 eingehend behandelter Weg der Steigerung der Drehzahl besteht im Übergang von der zylindrischen Schaufel auf die doppelt gekrümmte Schaufel mit annähernd axialem Einlauf, weil dadurch der Raddurchmesser erheblich verkleinert werden kann.

Abb. 290 zeigt eine von Amag-Hilpert gebaute Dockpumpe, die einseitig beaufschlagt ist. Die stehende Anordnung ist bedingt durch den Verwendungszweck, da der Motor wasserfrei über dem höchstmöglichen Wasserspiegel aufgestellt und wie bei den Brunnenpumpen

durch eine Zwischenwelle mit der Pumpe verbunden ist. Laufrad und Wellenfutter bestehen aus Bronze. Ein besonderes Leitrad ist nicht vorhanden, sondern nur einzelne leitschaufelähnliche Rippen zur Ver-

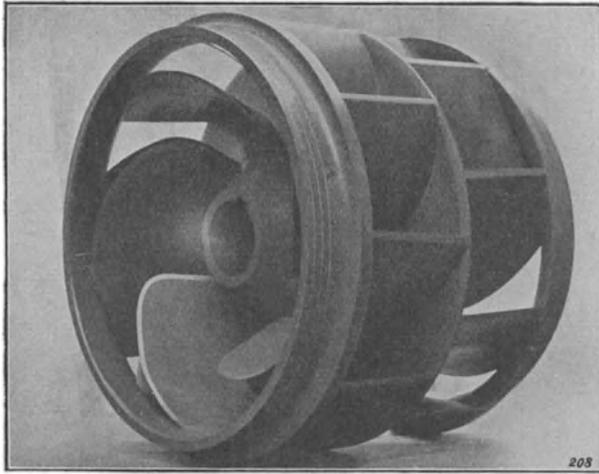


Abb. 291. Laufrad mit doppelt gekrümmter Schauffelfläche von Gebr. Stork & Co.

stärkung des Gehäuses. Über dem Laufrad befindet sich ein doppelter Gehäuseboden mit Querrippen, durch den die Rotation des Wassers über dem Rad verringert und dadurch der Saugdruck in die Nähe des Umfangs übertragen werden soll, um den Achsdruck zu verkleinern. Das als Kugellager ausgebildete Traglager läuft vollständig unter Öl.

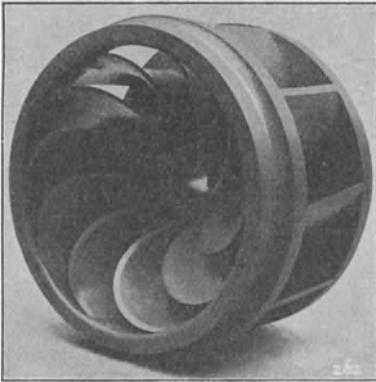


Abb. 292. Laufrad mit doppelt gekrümmter Schauffelfläche von Gebr. Stork & Co.

Die von der Firma Gebr. Stork & Co., Hengelo, angewandten Laufradformen sind aus Abb. 291 und 292 zu entnehmen.

Eine Pumpe mit schräggestellter Auslaßkante der Laufschaufel (vgl. Abschnitt 74) ist in Abb. 293<sup>1)</sup> wiedergegeben. Das Laufrad (Abb. 294), besitzt nur wenig Schauffeln und keine äußere Seitenwand. Die Pumpe leistet 910 l/sec auf 5 m bei 672 Umdr./min. Die konstruktive

Durchbildung des Gehäuses ist insofern ungünstig, als das Rad erst zugänglich ist, nachdem das ganze Spiralgehäuse abgehoben ist.

<sup>1)</sup> Z. V. d. I. 1921, S. 291.

Bei der Sulzerschen Konstruktion nach Abb. 295 ist ebenfalls Schrägstellung der Auslaßkante in Verbindung mit doppelseitigem Einlauf vorhanden. Die Einlaufkanäle sind wegen der großen Wassermenge mit einer stetigen Krümmung ausgebildet und damit die lange und deshalb besonders starke Welle in Kauf genommen (vgl. Abschnitt 85d). Die Kennlinien der Pumpe sind für verschiedene Drehzahlen in Abb. 296 angegeben, an denen die mit zunehmender Wassermenge abfallende Form der Drosselkurven und der Kurven des Kraftbedarfs, die für Axialpumpen kennzeichnend ist (vgl. S. 222), bereits auftritt. Die spezifische Drehzahl beträgt, wenn eine Fördermenge von  $0,8 \text{ m}^3/\text{sec}$  auf  $10 \text{ m}$  bei  $725 \text{ Umdr./min}$  zugrunde gelegt wird, nach Gl. (61), S. 187  $n_s = 420$ .

Pumpen mit Lawaczek-Schaufeln, deren theoretische Grundlagen in Abschnitt 71 behandelt sind, werden von der Firma Weise Söhne als Type „Myria“ gemäß Abb. 297 hergestellt. Die Leistungsverhältnisse sind aus Abb. 298 zu ersehen. Die spezifische Drehzahl errechnet sich, da  $40 \text{ m}^3/\text{min}$  auf  $8 \text{ m}$  bei  $720 \text{ Umdr./min}$  gefördert werden, zu  $n_s = 450$ , was in Anbetracht des einseitigen Einlaufs als recht beträchtlich anzusehen ist. Die Drosselkurven zeigen auch hier schon den stark abfallenden Verlauf. Auffallend ist die Verwendung des glatten Leittrings in dem als Rotationskörper ausgebildeten Gehäuse. Die zweite Seitenwand des Laufrades fehlt. Die Pumpe eignet sich für die Förderung unreinen Wassers und besitzt infolge der großen Schaufelfläche eine gute Saugfähigkeit (vgl. Gl. 29, Abschnitt 64).

Die größte Schnellläufigkeit wird bei reinen Axialrädern erreicht (vgl. Abschnitt 76 und 77). Abb. 299 zeigt das photographische Bild des Laufrades einer von Gebr. Stork & Co., Hengelo, gebauten Axialpumpe mit doppelseitiger Beaufschlagung, die als Kühlwasserpumpe für Kon-

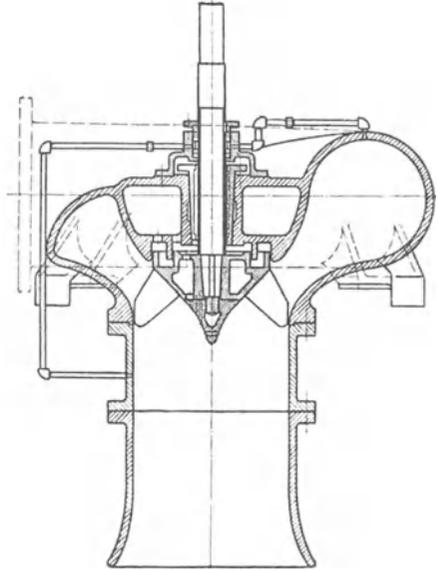


Abb. 293.

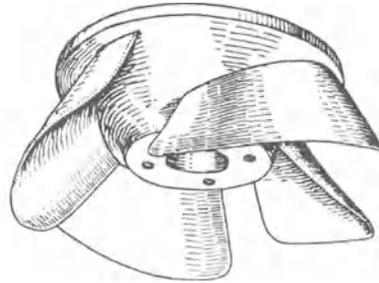


Abb. 294.

Abb. 293, 294. Rasch laufende Pumpe von J. P. Morris (Abteilung der W. Cramp & Sons Co. in Philadelphia, Pa.) mit Laufrad für  $910 \text{ l/sec}$  auf  $5 \text{ m}$  bei  $672 \text{ Umdr./min}$ .

densationsanlagen dient. In Abb. 300 sind für Läuferformen der gleichen Art und des gleichen Zweckes, die aber von der AEG Berlin gebaut sind, die erzielten Kennlinien angegeben (vgl. auch Abb. 162).

In welch gewaltigem Maße sich bei Verwendung von Axialrädern mit einfachen konstruktiven Mitteln die Wassermenge steigern läßt, wird durch die Abb. 301 bis 303 dargestellte Schraubenpumpe von Gebr. Stork veranschaulicht, die  $950 \text{ m}^3/\text{min}$  auf 0,8 bis 1,3 m bei 53 Umdr./min fördert. Die Pumpe ist, wie auch aus der späteren Abb. 348 ersichtlich ist, in die Rohrleitung eingebaut. Die Formgebung der Leit- und Laufschaufeln zeigt für einen Zylinderschnitt die Ab-

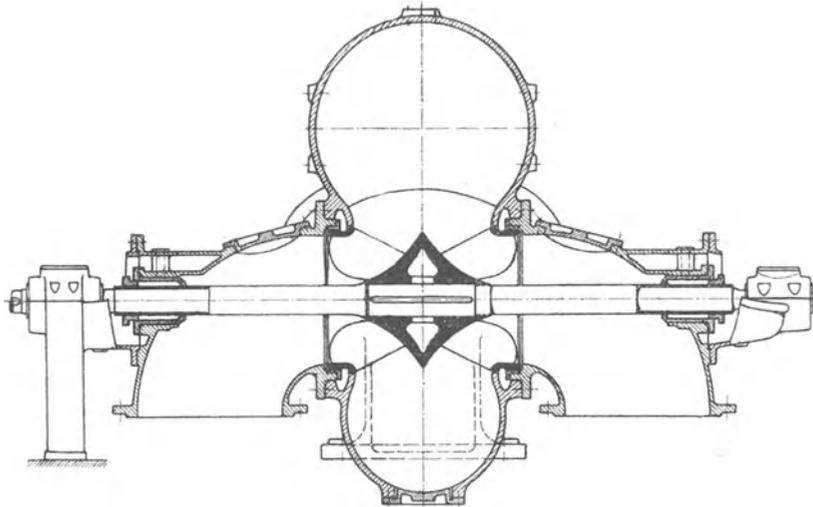


Abb. 295. Rasch laufende Niederdruckpumpe von Gebr. Sulzer, Winterthur.

wicklung Abb. 303. Eine gewisse radiale Auswärtsbewegung der Stromfäden fördert die Saugfähigkeit und den Wirkungsgrad. Die Laufschaufeln sind aus Blech hergestellt und mit dem Nabenkörper sowie der äußeren Wand verschraubt bzw. vernietet. Das Laufrad ist beiderseitig in wassergeschmierten Lagern gelagert, die in der Nabe des Eintritts- und Austrittsleitrades untergebracht sind. Das Pumpengehäuse, das annähernd den Durchmesser der anschließenden Rohrleitung besitzt, ist in der wagrechten Mittelebene geteilt. Die spezifische Drehzahl errechnet sich zu  $n_s = 770$ . Kraftbedarfsziffern und Wirkungsgrade sind nicht bekannt geworden. Eine nach denselben Gesichtspunkten durchgebildete, in Amerika gebaute und in Neuorleans aufgestellte Pumpe<sup>1)</sup> ergab bei 75 Umdr./min die Kennlinien der Abb. 304<sup>2)</sup>.

<sup>1)</sup> Z. V. d. I. 1916, S. 321 vgl. auch Engineer 1924 v. 9. 5. 24, S. 506.

<sup>2)</sup> Eine von Sulzer, Winterthur, gebaute, allerdings mit geringerer Schnellläufigkeit ausgebildete Axialpumpe für  $8 \text{ m}^3/\text{sec}$  auf 4,1 bis 5,1 m Höhe und 104 bis 112 Umdr./min für die neue Entwässerungsanlage in Codigoro ist von Müller eingehend in Schweiz. Bauzg. Bd. 74. 1919 beschrieben. Das Laufrad sitzt hier unmittelbar auf der Kurbelwelle der antreibenden Dreifach-Expansionsdampfmaschine von 800 bis 1200 PS.

Die Axialräder geben noch höhere Werte der spezifischen Drehzahl, wenn die Schaufeln gemäß den Angaben des Abschnitts 77 nach den Regeln der Tragflügeltheorie ausgebildet werden. Eine solche Pumpe ist in Abb. 175 bis 176c als Studienzeichnung durchgebildet.

Da die Axialpumpen hinsichtlich ihres Wirkungsgrades heute noch nicht ganz befriedigen, so wird ihre Anwendung trotz der durch sie

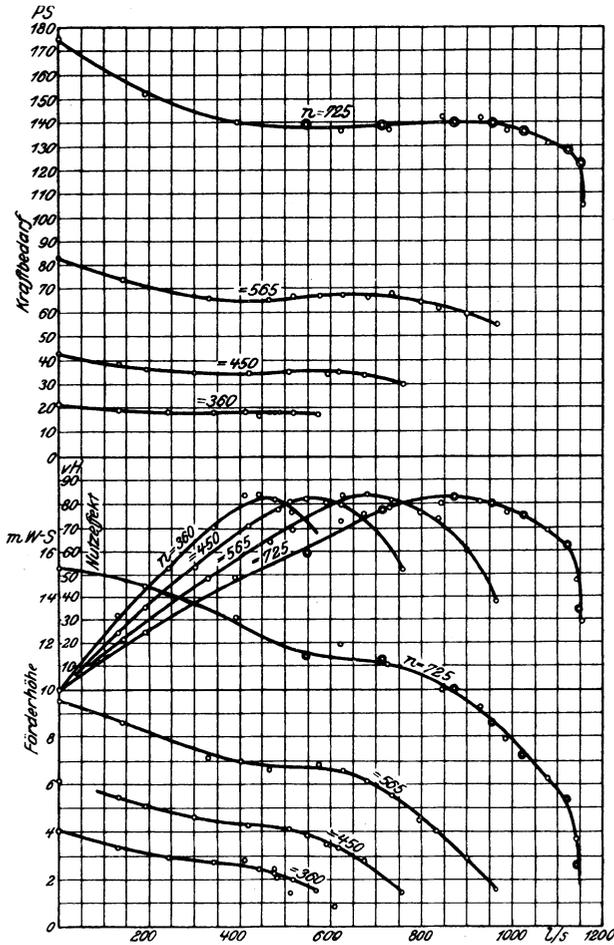


Abb. 296. Kennlinien der Pumpe nach Abb. 295.

erzielten Einfachheit der Pumpe wie der ganzen Anlage recht häufig durch den Übergang zur Mehrstromanordnung, d. h. Parallelschaltung mehrerer Radialräder, die in der Regel doppelseitig beaufschlagt sind, umgangen. Die spezifische Drehzahl wächst dann nach den Ergebnissen des Abschnitts 67 mit der Wurzel aus der Zahl der Teilströme, kann also beliebig gesteigert werden.

In Abb. 305 ist eine Mehrstrompumpe der AEG mit zwei Doppelrädern gezeichnet, die einerseits mit der Dampfturbine, andererseits mit der vereinigten Luft- und Kondensatpumpe gekuppelt ist. Das in

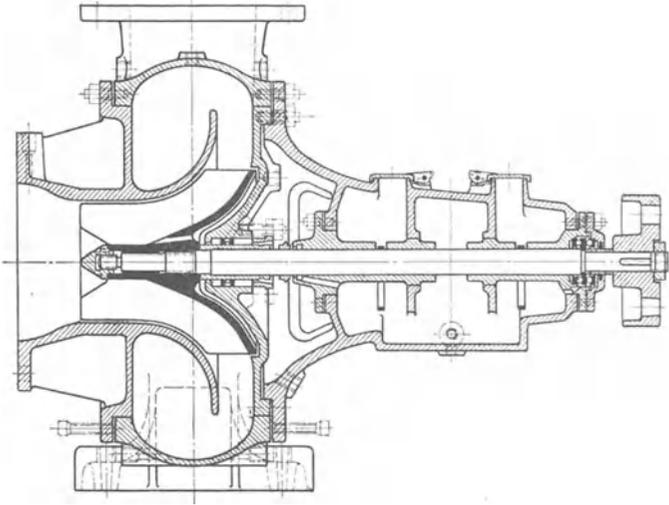


Abb. 297. Rasch laufende Niederdruckpumpen mit Lawaczeck-Schauflung von Weise Söhne.

Abb. 306 bis 307a vollständig dargestellte Gehäuse besitzt einen spiralförmigen Auslauf und ist in der Mittelebene geteilt, weil der Ausbau nur in vertikaler Richtung möglich ist. Ein Leitapparat ist aus den S. 119

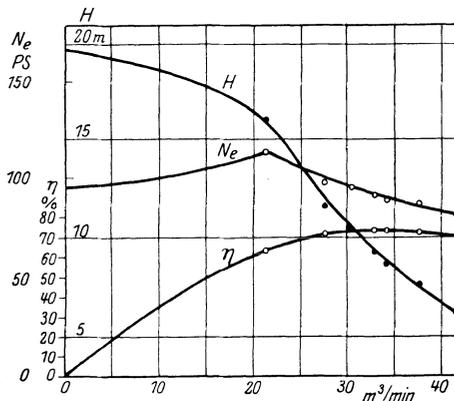


Abb. 298. Kennlinien der Pumpe nach Abb. 297.

angegebenen Gründen nicht nötig. Die Stützung auf dem Fundament geschieht durch Lagerflanschen. Hervorzuheben ist die leichte Zugänglichkeit des Pumpeninnern durch Schaulöcher. Die Laufräder sind der leichteren Herstellbarkeit halber in der Mittelebene senkrecht zur Achse geteilt.

In Abb. 308 und 309 sind die mit einer ähnlichen Pumpe unter Verwendung der eingetragenen Laufradformen erhaltenen Versuchswerte angegeben. Wie nach Abschnitt 60b nicht anders zu erwarten, ergibt die Laufradform mit längerer radialer Erstreckung erheblich bessere Wir-

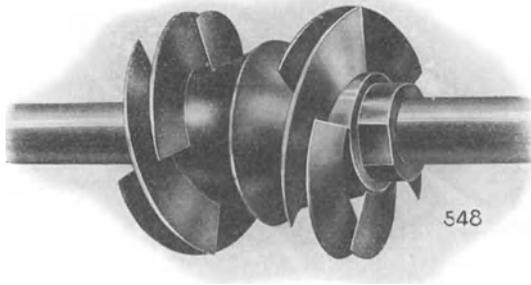


Abb. 299. Doppeltes Axialrad.

kungsgrade. In Abb. 308 sind Wirkungsgrade und Förderhöhen bei der Drehzahl 1000 für die beiden Saughöhen 0 und 3,4 m eingetragen. Die zugehörigen Wirkungsgradkurven zeigen eine Abnahme des Höchstwertes

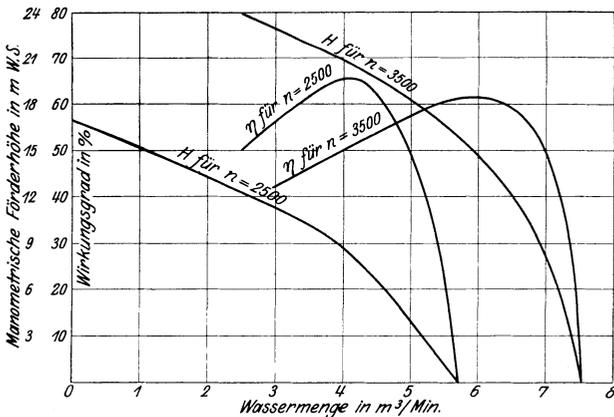


Abb. 300. Kennlinien eines Axialrades, ähnlich Abb. 299, mit Leitring ohne Leitschaufeln.

um etwa 3%, wenn die Saughöhe von 0 auf 3,4 m steigt. Daraus kann geschlossen werden, daß die Saughöhe 3,4 m bereits Kavitation erzeugt. Falls die Schaufelzahl nicht erhöht werden kann, dürfte der Übergang zur doppelt gekrümmten Schaufel eine gewisse Besserung ergeben.

Bei größeren Förderhöhen und Leistungen, wie sie häufig in Wasserversorgungsanlagen für Gemeinden vorliegen, wird meist das Laufrad mit

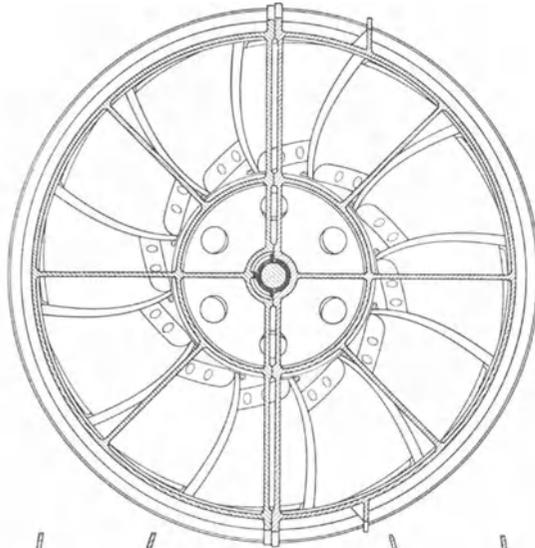


Abb. 302.

Abb. 301 bis 303. Axialpumpe für  $950\text{ m}^3/\text{min}$  auf  $0,8$  bis  $1,3$  m bei  $53$  Umdr./min, gebaut als Entwässerungspumpe von Gebr. Stork & Co., Hengelo.

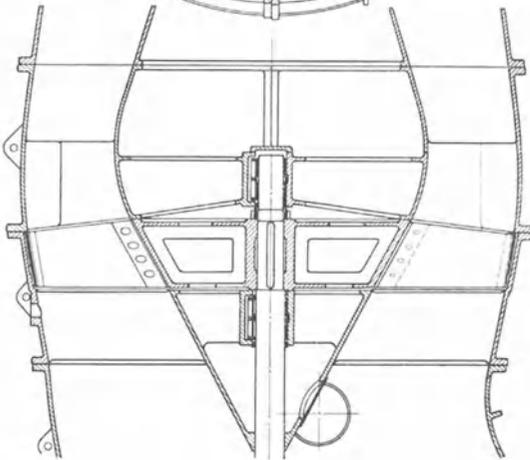


Abb. 301.



Abb. 303.

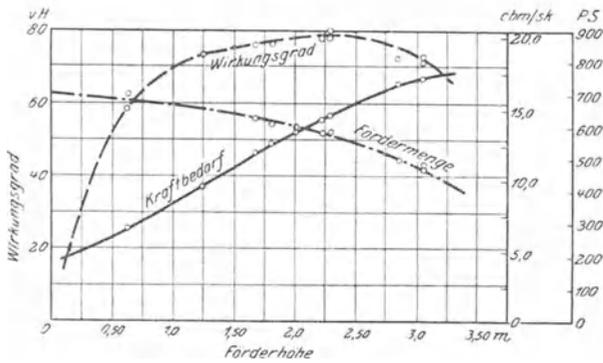


Abb. 304. Kennlinien einer ähnlichen Pumpe wie Abb. 301 bis 303.

genügend langem radialen Wasserweg bevorzugt, auch wenn eine stärkere Unterteilung des Wasserstroms als die zweifache sich nötig erweist. Damit werden die Schwierigkeiten in der Erreichung der nötigen Saughöhe verringert und im allgemeinen auch bessere Wirkungsgrade erzielt. Bei dieser Radform ist in der Regel das Leitrad günstiger als das Spiralgehäuse. Man erhält damit die typische Form der durch Dampfturbinen oder raschlaufenden Elektromotor angetriebenen Wasserwerkspumpe.

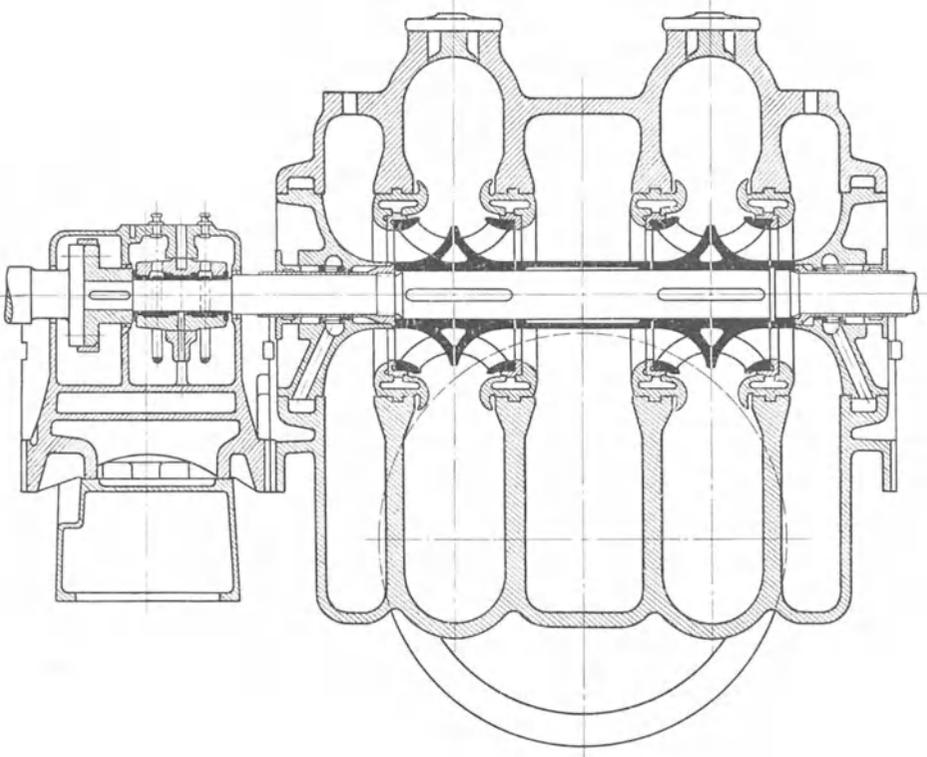
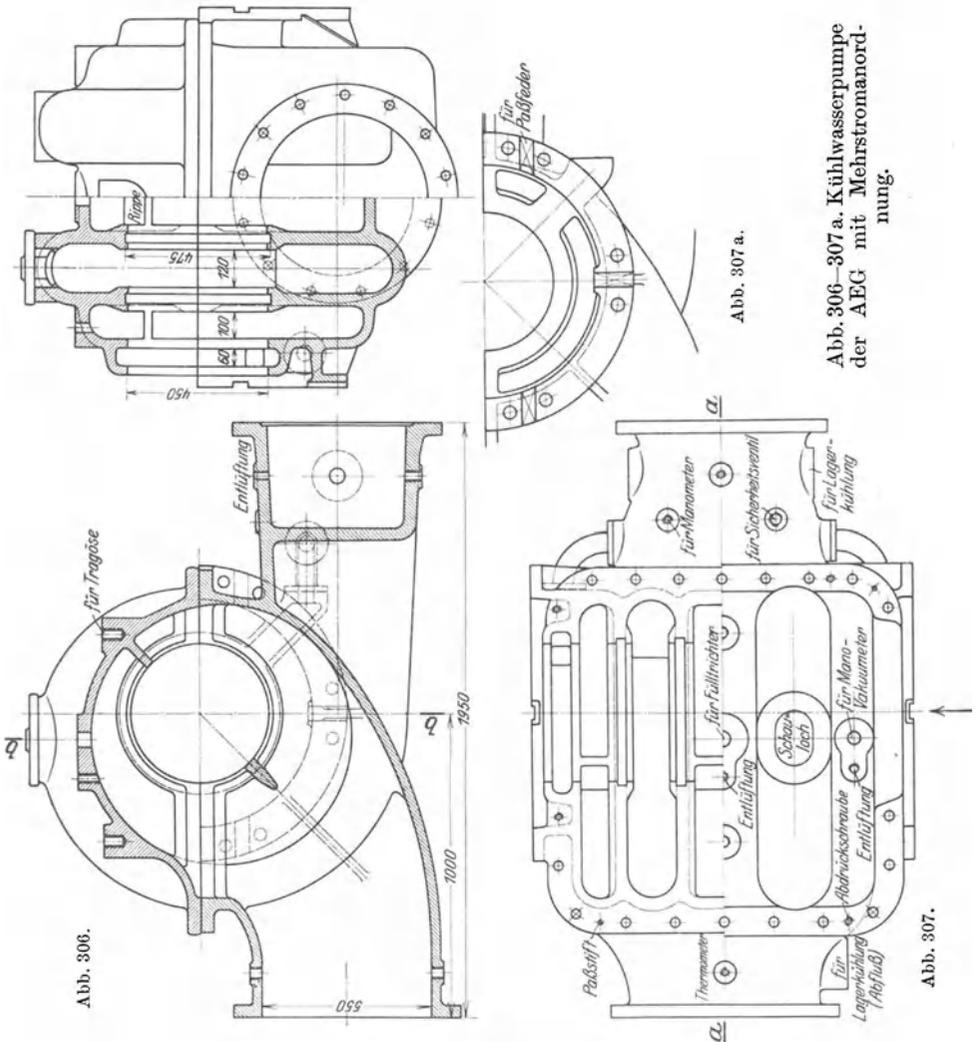


Abb. 305. Kühlwasserpumpe der AEG mit Mehrstromanordnung.

Abb. 310 und 310a zeigen eine solche Pumpe von C. H. Jaeger & Co. mit zwei Rädern, welche  $55 \text{ m}^3/\text{min}$  auf  $30 \text{ m}$  bei  $730 \text{ Umdr./min}$  liefert und ein einteiliges Spiralgehäuse mit verlängerten, der Versteifung dienenden Leitschaufeln besitzt. Das Druckwasser für die Abdichtung der Saugstoppbüchse kann sowohl aus dem Spalt- als auch dem Druckraum entnommen werden, um der Möglichkeit Rechnung zu tragen, daß bei großen Saughöhen der Spaltdruck kleiner als der Atmosphärendruck werden kann.

In Abb. 311 ist die entsprechende Ausführung der AEG dargestellt, bei der im wagrecht geteilten Gehäuse drei Räder verwendet sind. Ferner sind in die hohlen Leitschaufeln einerseits die Zuführungskanäle *A* zu den mittleren Rädern, andererseits die Ausgleichskanäle *B* gelegt.

Letztere sollen den Achsschubausgleich unabhängig von der Abnutzung machen. Die Pumpe, die im Charlottenburger Wasserwerk, Pumpwerk Beelitzhof, aufgestellt ist, liefert  $40 \text{ m}^3/\text{min}$  auf  $100 \text{ m}$  bei  $2000 \text{ Umdr./min}^1$ ). Eine Oberflächenkühlung der Schale mittels des von der Ölpumpe der



zugehörigen Dampfturbine gelieferten Öls wird (in einer heute nicht mehr üblichen Weise) dadurch hervorgerufen, daß dieses zuerst die

<sup>1)</sup> Vgl. Z. f. d. ges. Turbinenwes. 1912, S. 225. Andere Ausführungen dieser Art sind beschrieben von Brumann in Z. V. d. I. 1913, S. 1858 oder Z. f. d. ges. Turbinenwes. 1914, S. 309, ferner von Schröter: Z. f. d. ges. Turbinenwes. 1912, S. 199, 222, 234.

rippenförmig ausgebildete Lagerschale und danach den Zapfen umspült. Die Ausführung der Spaltdichtung erfolgt nach dem Schema der Abb. 123. Die Stopfbuchseinsätze *C* und die Führungswände *D* sind

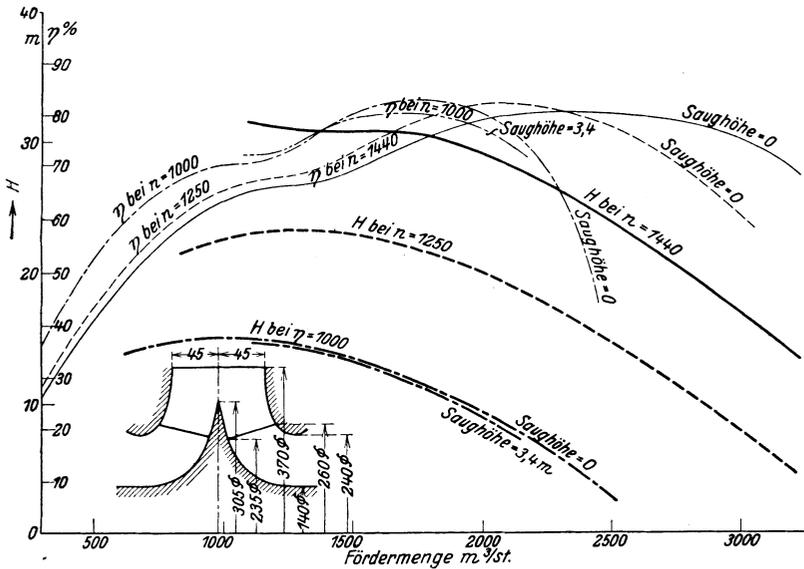


Abb. 308.

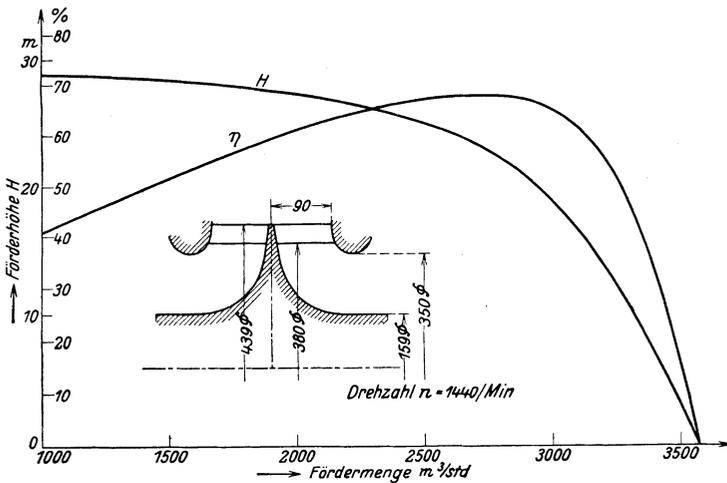


Abb. 309.

Abb. 308, 309. Kennlinien von Kühlwasserpumpen der AEG.

ebenfalls in der wagerechten Mittelebene geteilt. Letztere sind an den im Saugraum vorhandenen Rippen in Schlitzten geführt. Die gleiche Bauart ist bei der Pumpe der Abb. 232 verwendet.

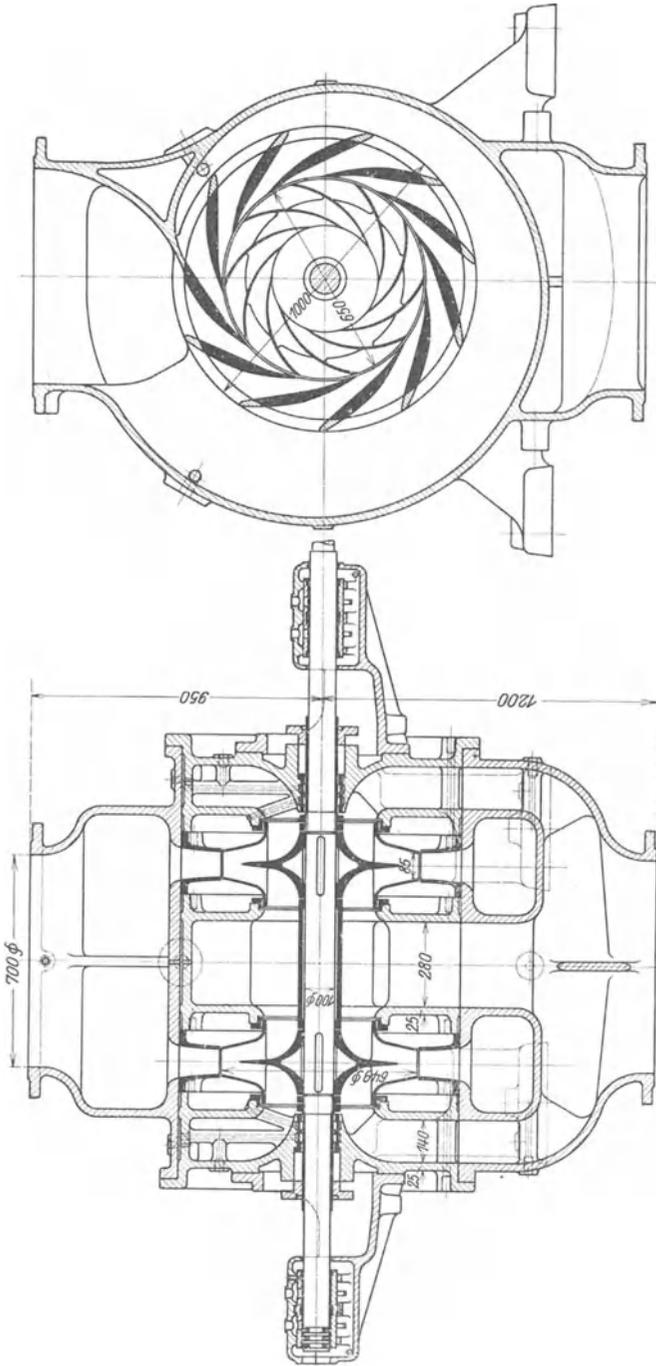


Abb. 310.

Abb. 310a.

Abb. 310, 310a. Leitradpumpe mit Mehrstromanordnung von C. H. Jaeger & Co. für  $55 \text{ m}^3/\text{min}$  auf  $30 \text{ m}$  bei  $730 \text{ Umdr./min}$ .

Den Gegensatz zu diesen Schnellläufern bilden die ausgesprochenen Langsamläufer. Es sind dies die Pumpen mit partieller Beaufschlagung

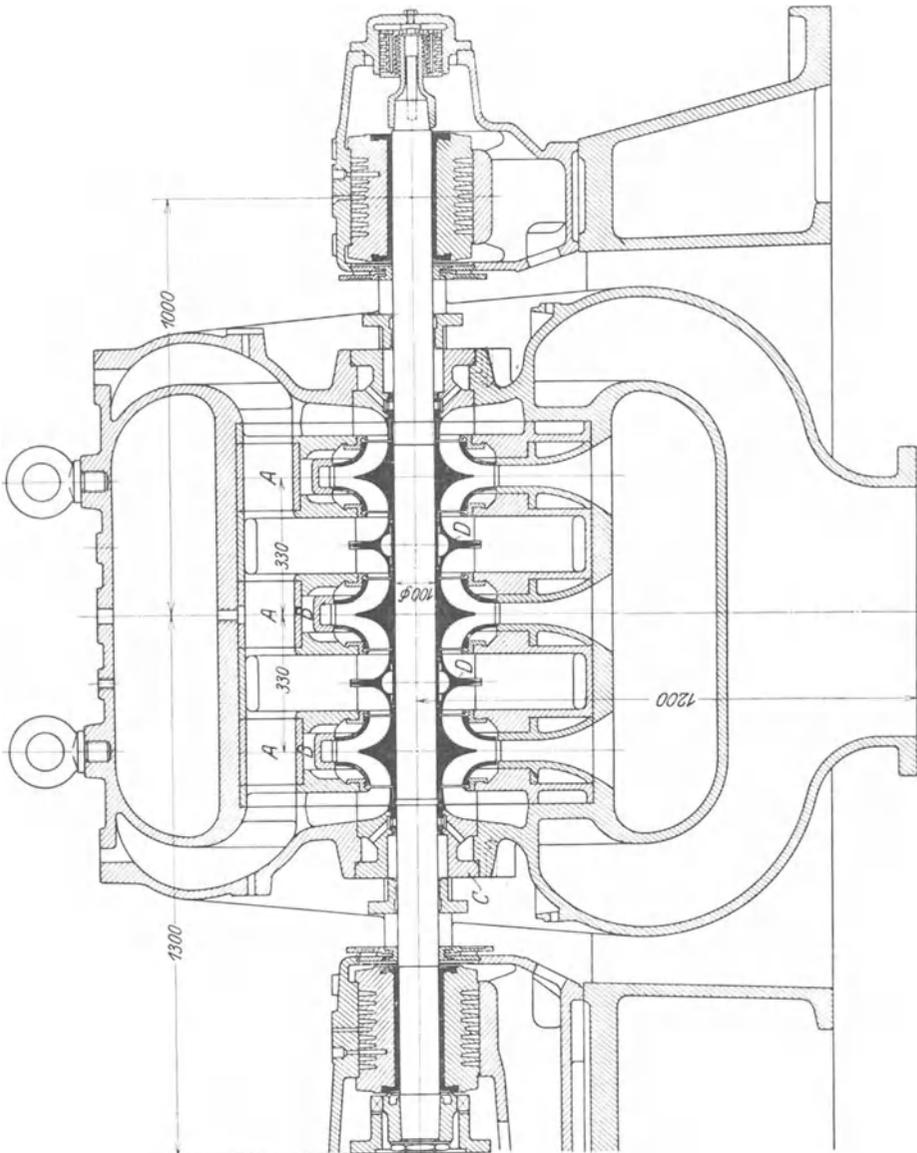


Abb. 311. Durch Dampfturbinen angetriebene Wasserwerkspumpe der AEG für  $40 \text{ m}^3/\text{min}$  auf  $100 \text{ m}$  bei  $2000 \text{ Umdr./min}$ .

des Rades oder mit mehreren Stufen in einem Rad. Da diese Bauarten aber mit Vorteil durch die Kolbenpumpe ersetzt werden und nur sehr geringe Bedeutung haben, wird nicht näher darauf eingegangen.

## 96. Sonderbauarten.

### a) Schaltbare Pumpen.

Wie vielseitig die Verwendbarkeit der Kreiselpumpe ist, geht aus ihrer Anpassungsfähigkeit an die verschiedensten Sonderzwecke hervor. Der Eigenschaft der Kreiselpumpe, daß sie bei bestimmter Drehzahl nur eine beschränkte Änderung der Förderhöhe gestattet, wird durch Wechsel in der Schaltung der einzelnen Stufen Rechnung getragen.

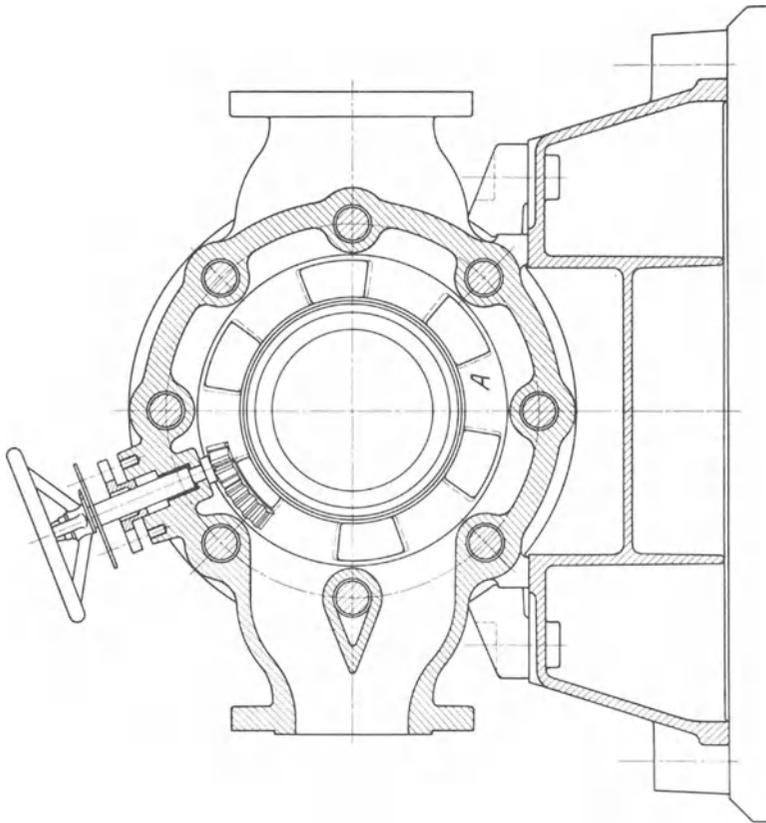


Abb. 312.

Abb. 312 und 313 stellen eine schaltbare Pumpe von Ehrhardt & Seher A.-G. dar, bei welcher zwei Stufengruppen parallel oder hintereinander arbeiten können. Die Umschaltung erfolgt durch Verstellen des gitterartig ausgebildeten Ringschiebers *A* mittels des Handrades. Da in Wasserwerken häufig die Lage der einzelnen Hochbehälter verschieden hoch ist, so ist für diese Bauarten ein gewisses Verwendungsgebiet vorhanden.

Eine noch weitergehende Anpassungsfähigkeit zeigt die in Abb. 314 und 315 angegebene Pumpe von Gebr. Stork, bei welcher sämtliche Stufen einzeln oder in Gruppen parallel oder hintereinander geschaltet

werden können. Ist die Wassermenge eines Laufrades gleich  $V$ , seine Förderhöhe gleich  $h$ , so erhält man mit einer 6stufigen Pumpe folgende Leistungsverhältnisse:

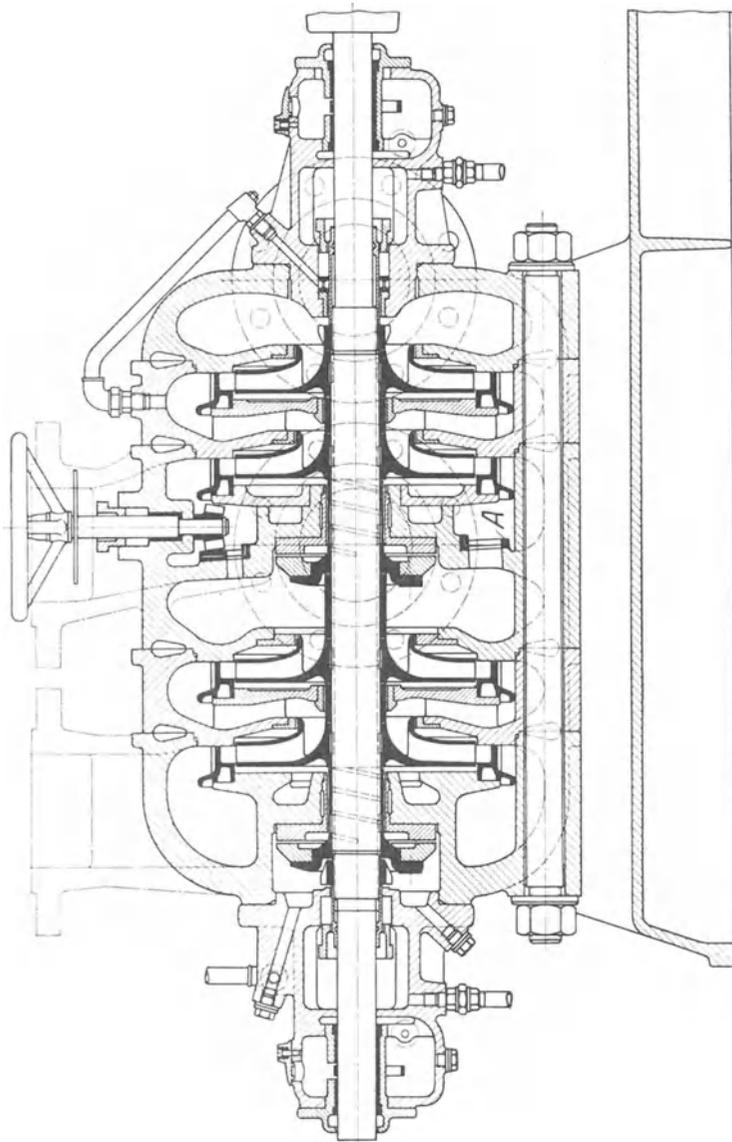


Abb. 313.

Abb. 312, 313. In zwei Gruppen schaltbare Pumpe von Ehrhardt &amp; Sehmer.

a) bei Hintereinanderschaltung sämtlicher Räder die Wassermenge  $V$  und die Förderhöhe  $6h$ ;

b) bei drei hintereinander geschalteten Gruppen zu je zwei Rädern die Wassermenge  $2V$  und die Förderhöhe  $3h$ ;

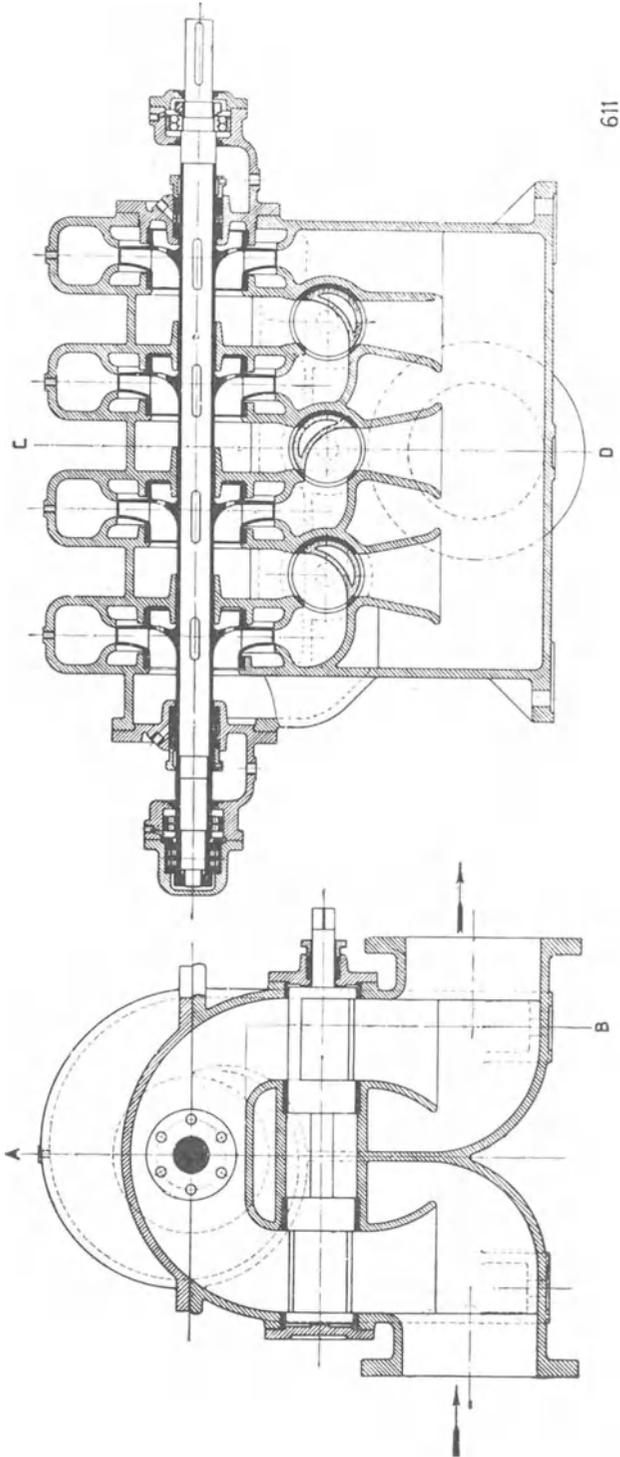


Abb. 314.

Abb. 315.

Abb. 314 und 315. In den einzelnen Stufen schaltbare Pumpen von Gebr. Stork.

- c) bei zwei hintereinander geschalteten Gruppen zu je drei Rädern die Wassermenge  $3V$  und die Förderhöhe  $2h$ ;  
 d) bei Parallelschaltung sämtlicher Räder die Wassermenge  $6V$  und die Förderhöhe  $h$ .

### b) Kreiselpumpen auf Automobilen (Feuerlöschpumpen).

Mit der Umstellung der Feuerspritzen vom Dampfantrieb auf den Antrieb durch den Automobilmotor war die Notwendigkeit des Ersatzes der Kolbenpumpe durch die Kreiselpumpe gegeben.

Bei dieser Verwendungsart sind folgende besondere Anforderungen an die Pumpe zu stellen: Möglichst geringes Gewicht, geringer Platzbedarf und die Fähigkeit der Pumpe, das Betriebswasser selbst anzusaugen, falls keine Wasserleitung zur Verfügung steht. Da die gleichwertige Öffnung (vgl. Abschnitt 55) beliebig wechselt und bei schräger Aufstellung die Eigengewichte nach verschiedenen Richtungen wirken können, so ist ferner der Achsschubausgleich mittels eines besonderen Ausgleichsorgans nicht zuverlässig genug, und man kann auf das besondere Spurlager nicht ganz verzichten. Man ist deshalb, ähnlich wie bei den senkrechten Pumpen, auf die in Abschnitt 79 behandelten Verfahren angewiesen.

Die Kleinhaltung des Gewichts bedingt aus Festigkeitsrücksichten die Ausführung des Gehäuses aus Bronze und die vorzugsweise Verwendung von Kugellagern gleich den übrigen Lagern des Automobils.

Aus Abb. 316 bis 318 ist die Feuerlöschpumpe von Ehrhardt & Sehmer in Schnitt und Ansicht ersichtlich. Für das Entlüften ist eine besondere Kapselpumpe  $A$  mit rotierendem Schieber angeordnet, die unter Vermittlung einer ausschaltbaren Reibungskupplung und eines Zahnradpaars  $B$  mit der Pumpenwelle auf der dem Antrieb gegenüberliegenden Pumpenseite verbunden ist. Beim Einschalten der Luftpumpe mittels des Handrades wird gleichzeitig der Mehrwegehahn  $C$  so gestellt, daß nicht bloß der Saugraum, sondern auch der Raum hinter dem ersten Laufrad entlüftet wird und damit der erste Kreisel vollständig unter Wasser kommt. In die Luftleitung  $D$  ist ein Filtersieb  $E$  eingeschaltet, damit keine groben Unreinigkeiten mit dem etwa eindringenden Wasser in die Luftpumpe gelangen. Diese ist so gebaut, daß sie auch ohne Schaden Wasser zu fördern vermag. Das Hauptgehäuse bildet mit den beiden Saugstutzen und dem Anguß für den Mehrwegehahn ein einziges Gußstück, in das die einzelnen Stufen eingesetzt und an das der die Druckstutzen tragende Deckel mit dem vereinigten Spur- und Traglager angeschlossen ist. Zwischen der äußeren Gehäusewand und den die einzelnen Stufen umschließenden Ringen ist ein hohler Ringraum gebildet, durch den das erwärmte Kühlwasser des Motors geleitet und rückgekühlt wird. Das Spurlager besitzt Wasserkühlung. Der die Luftpumpe umgebende Raum ist als Vorratsbehälter für das Schmieröl ausgebildet. Das Öl wird von der Luftpumpe selbsttätig angesaugt und kann mittels der Regelschraube  $F$  eingestellt werden. Saug- und Druckstutzen sind doppelt und symmetrisch zur

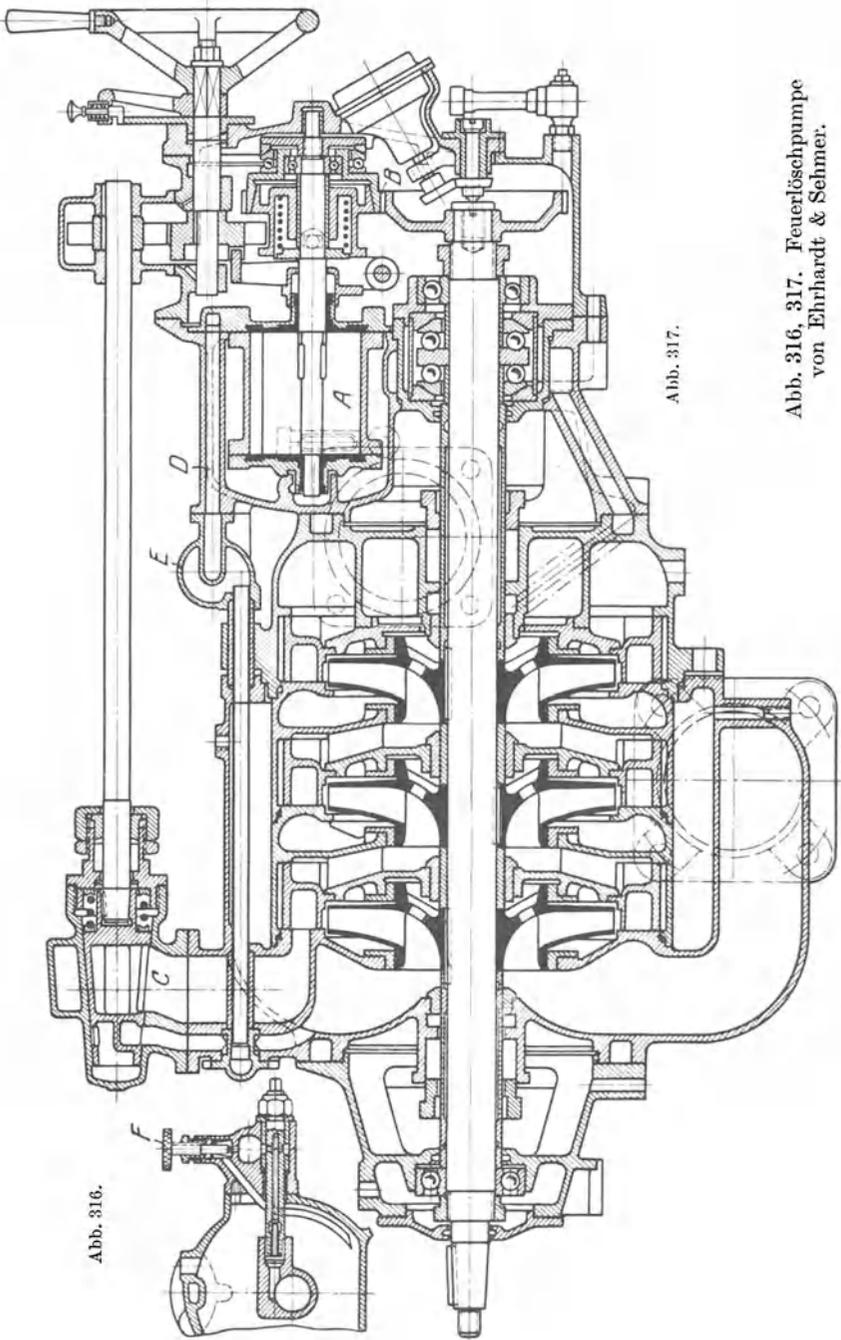


Abb. 316.

Abb. 317.

Abb. 316, 317. Feuerlöschpumpe von Ehrhardt & Schmeer.

senkrechten Mittelebene angeordnet, damit der Anschluß der Leitungen von beiden Seiten des Automobils her erfolgen kann (Abb. 318).

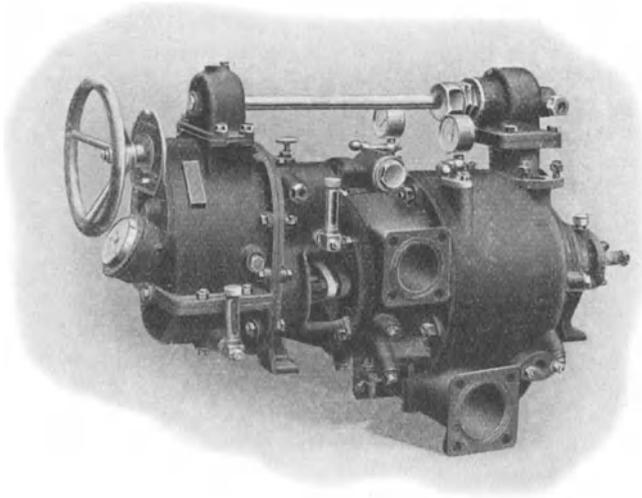


Abb. 318. Feuerlöschpumpe von Ehrhardt & Sehmer.

Eine ähnlich gebaute Feuerlöschpumpe des Bekawerks G. m. b. H., Taucha b. Leipzig, ist in Abb. 319 dargestellt<sup>1)</sup>.

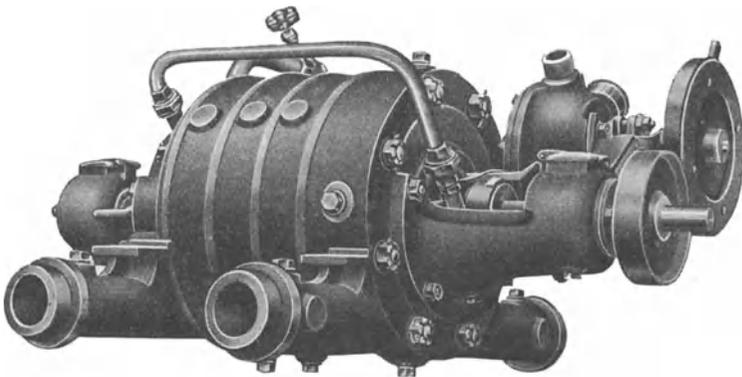


Abb. 319. Feuerlöschpumpe des Bekawerks G. m. b. H.

Beim Zusammenbau der Feuerlöschpumpe mit dem Wagen und Motor ist darauf zu achten, daß alle Teile, welche der Betriebsüberwachung bedürfen, leicht zugänglich angeordnet sind.

<sup>1)</sup> Die Sulzersche Ausführung findet sich in Z. f. d. ges. Turbinenwes. 1913, S. 156, beschrieben.

### e) Schmutzwasserpumpen.

Bei der Förderung von Schmutzwasser muß dafür gesorgt werden, daß einerseits den im Wasser vorhandenen größeren Fremdkörpern möglichst wenig Gelegenheit gegeben ist, sich in der Pumpe festzusetzen, und andererseits die Schmutzbestandteile, die sich einmal festgesetzt haben, wieder leicht entfernt werden können.

Um das Festsetzen von Fremdkörpern zu erschweren, müssen zunächst die Querschnitte für den Wasserstrom möglichst groß sein.

Abb. 320.

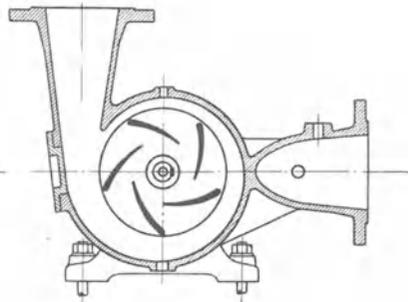
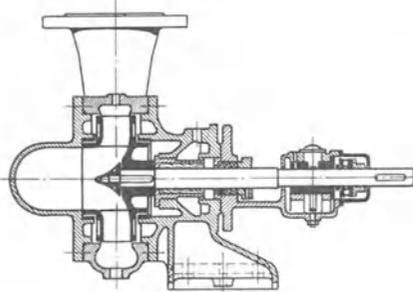


Abb. 321.

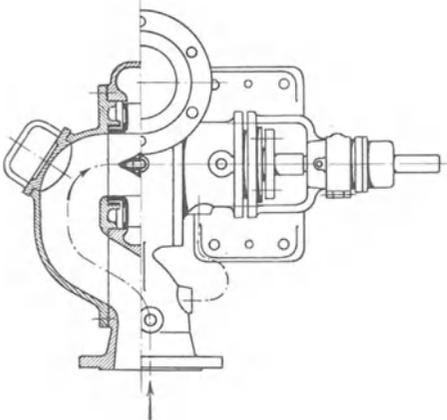
Abb. 320, 321, 322. Kanalwasser-  
pumpe von Borsig.

Abb. 322.

Daraus folgt, daß Leiträder nicht in Frage kommen, sondern das Spiralgehäuse am Platze ist. Ferner muß die Schaufelteilung groß, also die Schaufelzahl klein sein. Hinsichtlich des Schaufelanfangs ist die Beschaffenheit der Flüssigkeit insofern wichtig, als stumpfe Schaufeln sich weniger leicht abnutzen und also immer am Platze sind, wenn die Beimengungen eine starke mecha-

nische oder chemische Einwirkung ausüben<sup>1)</sup>. Bei der Förderung fadenförmiger Stoffe wird dicht vor die spitzen Schaufeln häufig ein scharfkantiger Abstreifer angebaut, an dem die hängenbleibenden Fäden zerschnitten werden.

Die zweite Bedingung verlangt leichte Zugänglichkeit aller Teile. Mehrstufen- oder Mehrstromanordnung sind zu vermeiden. Auch ist das einseitig beaufschlagte Rad vor dem Doppelrad zu bevorzugen,

<sup>1)</sup> In Z. V. d. I. 1922, S. 350, Abb. 4 und 5, ist eine Ausführung dargestellt, bei der Schaufelspitzen überhaupt vermieden sind.

weil dann bei fliegender Anordnung des Rades die Welle, welche von den faserigen Bestandteilen leicht umwickelt wird, überhaupt nicht mit dem Förderstrom in Berührung kommt und das Laufrad in einfacher Weise durch Öffnen des Gehäusedeckels zugänglich wird, wie Abb. 320 bis 322 für eine Kanalwasserpumpe der Firma Borsig erkennen läßt. Hierbei braucht auch die Saugleitung nicht gelöst zu werden, weil der Saugstutzen am Gehäuse und nicht am Deckel angebracht ist. Das bei dieser Pumpe verwendete Wasserlager verlangt Schmierung durch eine besondere Reinwasserdruckleitung oder mittels reichlicher Fettzufuhr. Das Spurlager muß so bemessen sein, daß es den ganzen Achsschub aufnehmen kann, wenn sich die in der Radnabe vorgesehenen Löcher verstopfen.

Bei derartigen Pumpen wird der Kreisel häufig ohne Seitenwand ausgeführt, damit die Laufschaufeln nach dem Öffnen des Deckels frei liegen. Stets sind Schaulöcher, die sich schnell öffnen

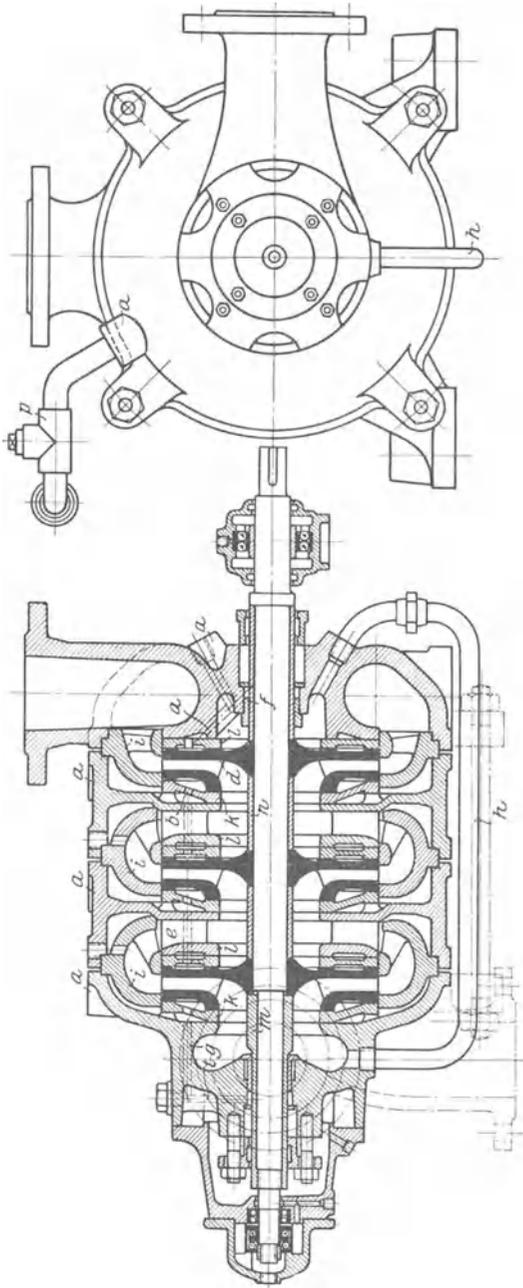


Abb. 324.

Abb. 323.

Abb. 323, 324. Mehrstufige Kreiselpumpe für Aschenmehltrübe der Maschinenfabrik Andritz.

lassen, in möglichst großer Zahl vorzusehen. Läßt sich der doppelseitige Einlauf oder die doppelseitige Lagerung nicht umgehen, so ist durch ein übergestecktes, nicht an der Drehung teilnehmendes Rohr die unmittelbare Berührung der drehenden Welle mit dem Fördergut zu verhindern, falls dieses lange Fäden enthält.

Derartige Pumpen haben in der Saugleitung meist kein Fußventil (vgl. Abschnitt 90), da sich dieses leicht verstopfen könnte. Das Anfüllen bei der Inbetriebsetzung hat deshalb durch Absaugen der Luft am höchsten Punkt mittels einer Strahlpumpe oder einer anderen Absaugevorrichtung zu erfolgen. Durch einen in den Pumpensumpf einzubauenden Rost aus Flacheisenstäben ist zu verhindern, daß in die Pumpe größere Körper gelangen, als der kleinsten vorkommenden Querschnittsweite entspricht.

Bei dickflüssigen Fördermitteln, z. B. Öl, Teer, Zuckersaft ist infolge der mit der hohen Zähigkeit verbundenen größeren Reibung die erreichbare Förderhöhe erheblich niedriger als bei Wasser.

Handelt es sich um eine Förderflüssigkeit, die eine starke mechanische Abnutzung der Kanalwände verursacht, wie beispielsweise bei Förderung von Asche, Schlacke, Sand, Kies<sup>1)</sup> usw., so sind die Wände mit einer Schicht zu umkleiden, welche die Abnutzung aufzunehmen hat.

Die Maschinenfabrik Andritz<sup>2)</sup> baut mehrstufige Pumpen nach Abb. 323 zum Fördern von Aschenmehltrübe mit einem Mischungsverhältnis zwischen zerkleinerter Schlacke und Asche zu Wasser im Verhältnis 1 : 15. Auch hier sind Verschleißwände aus besonders zähem, hartem Stahl eingesetzt. Die Schleifränder der Kreisel, ebenso wie die Stopfbüchsen, erhalten besondere Wasserspülung. Das Spülwasser tritt bei *a* in die durch die Auskleidungen *i*, *k* und *l* mit der Gehäusewand gebildeten Räume und von hier durch Bohrungen *g* bzw. *f* nach den Stopfbüchsen, durch Bohrungen *e*, *b* nach den Spalträumen. Die Zahl und Abmessungen der Schleifflächen ist möglichst beschränkt. Die Achsschubentlastung ist auf allerdings recht unvollkommene Weise dadurch angestrebt, daß mittels des Umföhrungsrohrs *h* die hintere Seite des letzten Rades mit dem Saugraum verbunden ist. Die dargestellte Pumpe liefert 660 l/min auf 25 m bei 950 Umdr./min.

#### d) Säurepumpen.

Bei Förderung von Säuren handelt es sich ebenfalls darum, alle mit dem Fördermittel in Berührung kommenden Teile einschließlich Welle mit einem Material zu umkleiden, das nicht angegriffen wird. Hierfür wird beispielsweise Hartblei verwendet. Vielfach wird das Pumpengehäuse einschließlich Laufrad ganz aus dem säurebeständigen Stoff hergestellt. Die Firma Amag-Hilpert baut derartige Pumpen aus einer siliziumhaltigen Legierung, Thermisilid, gemäß Abb. 325, wobei allerdings der Lagerbock *a* und der Gegenflansch *b* aus Gußeisen hergestellt sind. Die Berührung dieser Teile mit etwa austretender Säure wird

<sup>1)</sup> Vgl. Z. V. d. I. 1906, S. 1972; 1908, S. 2004; 1913, S. 1854.

<sup>2)</sup> A.-G. in Andritz (Steiermark). Vgl. Oesch: Z. f. d. ges. Turbinenwes. 1915, S. 124.

aber dadurch erschwert, daß die Abdichtung mittels aufgeschliffener metallischer Flächen erfolgt und die Stopfbüchse doppelt ausgebildet ist in der Weise, daß die aus der ersten Packung austretende Säure durch das zwischen beiden Packungen vorhandene Ablaufrohr abgeführt wird.

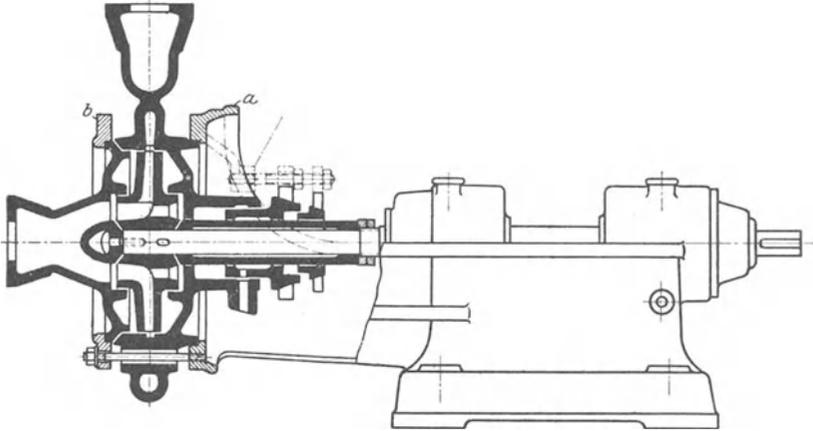


Abb. 325. Säurepumpe von Amag-Hilpert.

In der chemischen Industrie sind sogar Kreiselpumpen im Gebrauch, die bis auf die mit dem gleichen Material umkleidete Welle ganz aus Steingut bestehen<sup>1)</sup>.

## O. Ausgeführte Anlagen.

### 97. Vergleich zwischen Kreiselpumpe und Kolbenpumpe.

Die Wirkungsgrade guter Kreiselpumpen betragen je nach den Betriebsverhältnissen 65 bis 80%. Bei der Kolbenpumpe bietet es, wenn man von den kleinen Förderhöhen absieht, keine Schwierigkeit, unter den gleichen Verhältnissen 85 bis 90% zu erreichen. Trotz des größeren Kraftverbrauchs der Kreiselpumpe gibt es aber zahlreiche Fälle, in denen sie wirtschaftlicher arbeitet als die Kolbenpumpe, und zwar aus folgenden Gründen.

Die gesamten Betriebskosten setzen sich zusammen aus:

1. den Kosten der Antriebskraft, beispielsweise für Strom, Kohlen usw.;
2. den Zinsen und den Tilgungsbeträgen des Anlagekapitals (feste Betriebskosten);
3. den Kosten für Bedienung, Schmier- und Putzmaterial, Instandhaltung;
4. dem Verlust infolge Produktionsausfalls durch Betriebsstörungen.

Hiervon sind die unter 2 bis 4 erwähnten Anteile bei Kreiselpumpen im allgemeinen geringer als bei Kolbenpumpen.

<sup>1)</sup> Vgl. Lindner: Z. V. d. I. 1905, S. 1304.

Die festen Betriebskosten sind kleiner, weil zunächst die Kreiselpumpe selbst einschließlich des mit ihr unmittelbar gekuppelten Motors erheblich billiger ist als eine Kolbenpumpe mit dem meist umständlicheren Antrieb. Dies ist bedingt durch das wesentlich kleinere Gewicht der Kreiselpumpe infolge Wegfalls des Kurbeltriebs

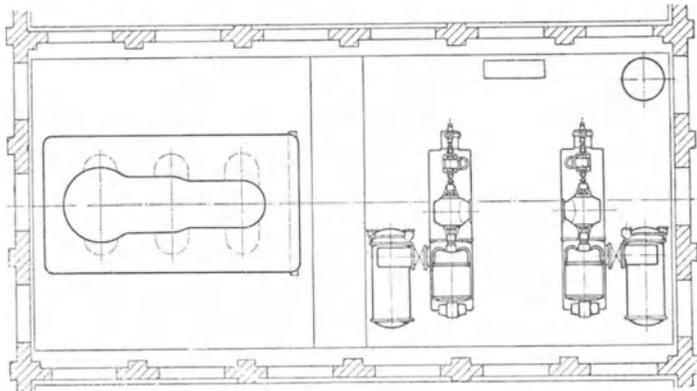
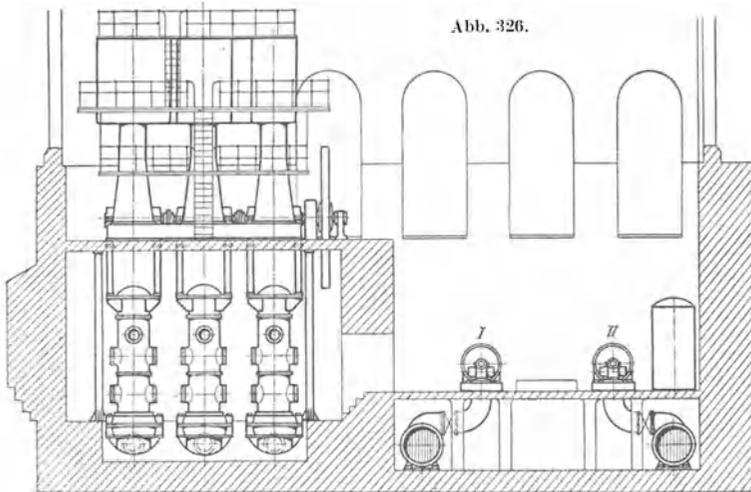


Abb. 327.

Abb. 326, 327. Pumpwerk Spillenburg der Städtischen Wasserwerke Essen a. d. R. (Jede Kreiselpumpe hat die gleiche Wasserleistung von  $1800 \text{ m}^3/\text{st}$  auf  $120 \text{ m}$  Förderhöhe wie die Kolbenpumpe.)

mit Rahmen, Schwungrad, des Windkessels und die geringeren Abmessungen des Motors. Hat der Antrieb elektrisch zu erfolgen, so beansprucht die Kolbenpumpe in der Regel noch ein Übersetzungsgetriebe, um die hohe Drehzahl des Elektromotors auf das für das Ventilspiel und die fortlaufende Beschleunigung und Verzögerung der Wassermassen zwischen den beiden Windkesseln erträgliche Maß

herabzusetzen. Liegt Dampftrieb vor, so gestattet zwar die Kolbenpumpe die unmittelbare Kupplung mit der Kolbenstange der Dampfmaschine. Aber auch dieser Maschinensatz dürfte im allgemeinen wesentlich mehr kosten als die Dampfturbine mit Kreiselpumpe, sofern gleichartige Kondensationsverhältnisse zugrunde gelegt werden. Nur die Kesselanlage wird im Falle der Kreiselpumpe entsprechend ihrem Mehrverbrauch an Dampf etwas teurer werden als im Falle der Kolbenpumpe. Die Anlagekosten werden weiter stark zugunsten der Kreiselpumpe beeinflusst durch die mit ihrem kleinen Raumbedarf verbundenen kleinen Gebäude und Fundamente. Wie erheblich dieser Unterschied

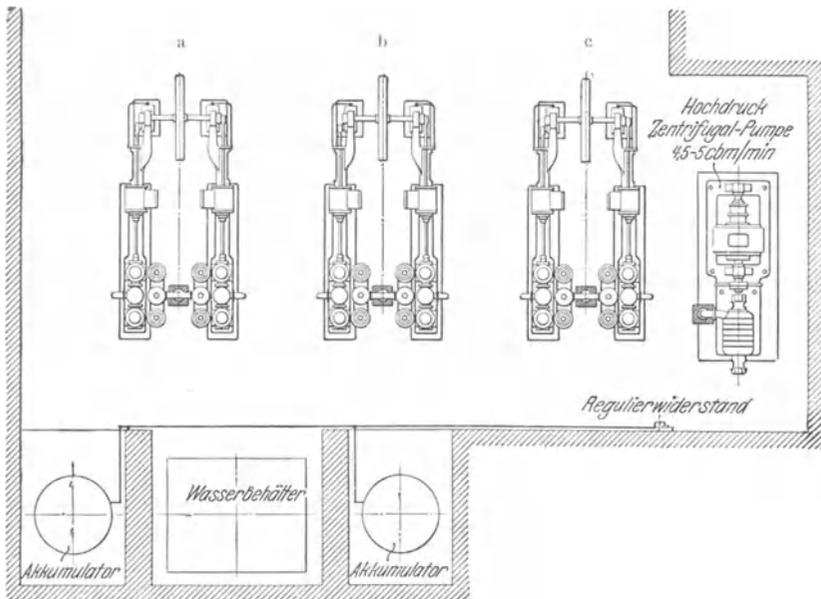


Abb. 328. Preßwasseranlage der Burbacher Hütte.

(Die drei Dampfpumpen a, b, c fördern je  $1,5 \text{ m}^3/\text{min}$ , die Kreiselpumpe  $4,5$  bis  $5 \text{ m}^3/\text{min}$  auf  $350 \text{ m}$ .)

ist, zeigt das in Abb. 326 und 327 dargestellte Pumpwerk der Städtischen Wasserwerke Essen a. d. Ruhr, wo jede der beiden durch Dampfturbinen angetriebenen Kreiselpumpen die gleiche Leistung besitzt wie die daneben untergebrachte stehende Kolbenpumpe<sup>1)</sup>. In noch höherem Maße springt der geringe Raumbedarf der Kreiselpumpe bei der in Abb. 328 wiedergegebenen Preßwasseranlage der Burbacher Hütte in die Augen, wobei die drei Kolbenpumpen zusammen nicht ganz die Leistung der Kreiselpumpe erreichen.

An Bedienung erfordert die Kreiselpumpe nur die Beaufsichtigung der Lager von Pumpe und Motor. Bei der Kolbenpumpe liegt eine

<sup>1)</sup> Brumann: Z. V. d. I. 1913, S. 1901.

wesentlich größere Zahl von Schmierstellen vor, die höhere Aufmerksamkeit und auch einen größeren Ölverbrauch bedingen.

Instandhaltungskosten entstehen bei der Kreiselpumpe höchstens durch den zeitweisen Ersatz der Schleifringe und bei sauren oder gashaltigen Wässern auch der Lauf- und Leiträder, also verhältnismäßig kleiner Maschinenteile. Bei reinem Wasser und ordnungsgemäßer Behandlung (Vermeidung von Trockenlaufen) ist aber so gut wie kein Verschleiß zu erwarten, wie eine große Zahl von mehrjährig im Betrieb befindlichen Anlagen beweisen. Dagegen bilden bei der Kolbenpumpe die Ventile ein verhältnismäßig empfindliches und des öfteren zu erneuerndes Organ.

Hieraus ergibt sich von selbst, daß mit Betriebsstörungen im ganzen auch weniger zu rechnen ist als bei Kolbenpumpen.

Da demnach die unter 2 bis 4 genannten Anteile der Betriebskosten bei Kreiselpumpen kleiner und nur der Kraftbedarf größer ist als bei Kolbenpumpen, so ist die Kreiselpumpe in allen den Fällen am Platze, wo die Kosten der Betriebskraft zurücktreten gegenüber den anderen Kosten, insbesondere für Verzinsung und Tilgung des Anlagekapitals. Das ist der Fall:

1. bei großen Wassermengen in Verbindung mit geringen Förderhöhen (Kühlwasserpumpen, Entwässerungspumpen, Dockpumpen usw.), weil hier die Kolbenpumpe ein im Vergleich zu dem kleinen Kraftbedarf sehr großes Hubvolumen, also einen schlechten Wirkungsgrad bei hohen Anschaffungskosten haben würde;

2. für jegliche andere Leistungsverhältnisse, sofern es sich um verhältnismäßig kurze Betriebsdauer handelt: Feuerlösch-, Hauswasser-, Reserveanlagen usw.

Außerdem ist die Kreiselpumpe im allgemeinen vorzuziehen, wenn nur elektrischer Antrieb möglich ist, weil das Zwischenglied, also auch dessen Kraftverbrauch, wegfällt und der rasch laufende Antriebsmotor der Kreiselpumpe — wenigstens bei Drehstrom — einen besseren Wirkungsgrad besitzt als der langsam laufende der Kolbenpumpe.

Bei sehr großen Pumpenleistungen, wie sie die Wasserversorgung der großen Städte und der Großbetriebe erfordern, ist die Kreiselpumpe häufig auch in Verbindung mit dem Dampftrieb am Platze, weil hier die Dampfturbine — besonders auf Grund der in den letzten Jahren gemachten Fortschritte — sich kaum ungünstiger verhält wie die Kolbenmaschine, so daß der Unterschied im Kohlenverbrauch verhältnismäßig klein wird, andererseits aber die geringe Raumbeanspruchung, Einfachheit der Bedienung, Sparsamkeit im Schmiermittelverbrauch und die Ölfreiheit des Kondensats um so mehr in die Waagschale fallen.

Dort, wo die Kreiselpumpe mit den schwungradlosen Dampfpumpen in Wettbewerb zu treten hat, wie bei der Kesselspeisung, ist sie hinsichtlich des Dampfverbrauchs der Kolbenpumpe auch bei mittleren Leistungen gleichwertig, weil die schwungradlosen Dampfpumpen annähernd mit Vollfüllung arbeiten, also die Expansionskraft des Dampfes nicht oder nur unvollkommen ausnützen können. Bei dem heutigen

Bestreben, auf gegebener Grundfläche möglichst viel Kesselheizfläche unterzubringen, würde in letzterem Fall die Hinzunahme des Schwungrads unzweckmäßig sein. Ferner ist der Abdampf der Antriebsturbinen ölfrei und deshalb ohne weiteres zur Vorwärmung des Kesselspeisewassers geeignet. Nur bei kleinen Speiseleistungen ist die Kolbenpumpe auch heute nicht zu verdrängen, weil die Kreiselpumpe hierbei zu hohe Drehzahlen oder ungünstige Radformen bedingen würde (vgl. Abschn. 65).

Beim Entwurf jeder Pumpwerksanlage ist es angebracht, sich an Hand einer Wirtschaftlichkeitsrechnung, die die angegebenen vier Summanden berücksichtigt, Klarheit darüber zu verschaffen, welche Pumpenart billiger im Betrieb ist. Bei der Entscheidung wird man häufig der Kreiselpumpe den Vorzug auch dann geben, wenn die Gesamtkosten etwas höher sind, weil in der Rechnung ihre betrieblichen Vorzüge schwer zum Ausdruck gebracht werden können. Ein Schließen des Druckschiebers kann keinen Bruch der Maschine oder Leitung hervorrufen wie bei der Kolbenpumpe. Auch sind Stöße und Schwingungen in der Rohrleitung, wie sie bei der Kolbenpumpe infolge ungenügenden Luftinhalts der Windkessel leicht entstehen, nicht zu befürchten.

In manchen Fällen, beispielsweise im Bergwerksbetrieb unter Tage, bei Bohrlochpumpen usw., ist der geringe Platzbedarf und die leichte Fundierung ausschlaggebend, so daß man dort heute fast ausnahmslos Kreiselpumpen verwendet. Ähnlich liegen die Verhältnisse bei Wasserwerken, die im Weichbild einer Stadt liegen, da hier die Bodenwerte erheblich ins Gewicht fallen und eine Verlegung an die Stadtgrenze wegen der Wasserverhältnisse nicht ohne weiteres möglich ist.

In gleicher Weise entscheidet der Vorzug des geringen Gewichts und geringen Raumbedarfs bei allen ortsbeweglichen Pumpen wie Feuerlöschpumpen, Senkumpen, Abteufpumpen.

Im folgenden sollen einige Beispiele von ausgeführten Anlagen mit Kreiselpumpen besprochen werden, wobei es aber aus Raummangel nicht möglich ist, der vielseitigen Verwendungsmöglichkeit auch nur annähernd gerecht zu werden.

## 98. Wasserversorgung von Gemeinden und industriellen Betrieben.

### a) Elektrischer Antrieb.

Bei Antrieb durch den Elektromotor kann die Kreiselpumpe, wie schon erwähnt wurde, sowohl bei kleinen wie großen Leistungen mit der Kolbenpumpe in Wettbewerb treten. Tatsächlich beherrscht heute die Kreiselpumpe das ganze Verwendungsgebiet der elektrisch betriebenen Wasserwerke bis herunter zur Hauswasserpumpe.

Eines der größten Förderwerke dieser Art ist durch die württembergische Landeswasserversorgung<sup>1)</sup> zur Ausführung gelangt, wobei etwa 100 Städte, geschlossene Gemeinden und Wohnplätze mit rund 450 000 Einwohnern durch ein vom württembergischen Staat in der

<sup>1)</sup> Groß: Z. V. d. I. 1922, S. 1093.

Donauniederung errichtetes Wasserwerk mit Trinkwasser beliefert werden. Sowohl das Vorpumpwerk (Langenau), welches einen Teil des Wassers aus einer weit entfernten Fassungsanlage schöpft, wie das Hauptpumpwerk (Niederstotzingen) sind ausschließlich mit Kreiselpumpen ausgerüstet, wobei deren geringer Raumbedarf und der Umstand den Ausschlag gegeben hat, daß das geförderte Wasser in den sehr langen Druckleitungen stoßfrei fließt. Der Antrieb erfolgt durch Drehstrom von 5000 Volt, 50 Perioden.

Abb. 329 gibt den Grundriß des Hauptpumpwerks wieder. Um die Leistung dem schwankenden Wasserbedarf weitgehend anpassen zu

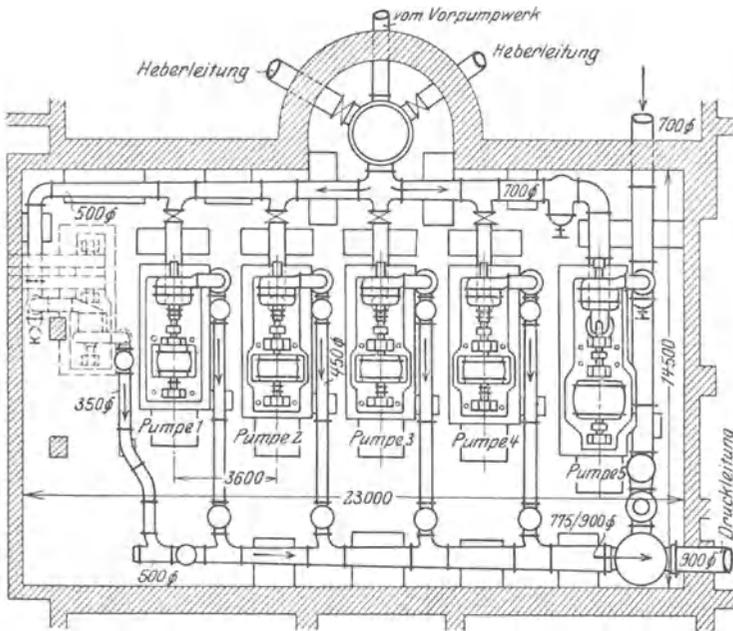


Abb. 329. Pumpenhaus Niederstotzingen der württembergischen Landeswasserversorgung.

können und die Regelung durch Drosselung möglichst einzuschränken, sind fünf Kreiselpumpen verschiedener Größe aufgestellt, wovon die kleinste  $1100 \text{ m}^3/\text{h}$  auf  $106 \text{ m}$  bei einem Kraftbedarf von  $540 \text{ PS}$  und die größte  $2300 \text{ m}^3/\text{h}$  auf  $137 \text{ m}$  bei einem Kraftbedarf von  $1500 \text{ PS}$  fördert. Die Drehzahl sämtlicher Pumpen beträgt  $985/\text{min}$ . Je nach Zahl und Größe der in Betrieb befindlichen Pumpen können die verschiedensten Leistungsverhältnisse herbeigeführt werden. Die Pumpen sind von Klein, Schanzlin & Becker A.-G., Frankenthal, geliefert. Ein Schnitt durch die größte Pumpe wurde in Abb. 275a gezeigt. Trotz der verschiedenen Leistung sind aber die Pumpen äußerlich gleich gehalten und auch in allen Teilen außer den Lauf- und Leitradern so bemessen, daß diese gegenseitig ausgewechselt werden können. Um

die Wasserlieferung beim Ausbleiben des Stroms nicht zu gefährden, wurde eine weitere durch eine 600-PS-Ölmaschine angetriebene Kreiselpumpe aufgestellt, die 900 m<sup>3</sup>/h fördert und von der Maschinenfabrik Eßlingen geliefert ist. Zur Entlüftung sämtlicher Pumpen dienen zwei besondere Luftpumpen. Im Laufe der fünf ersten Betriebsjahre hat noch keine der Kreiselpumpen versagt. Es hat sich nur ergeben, daß beim Ausbleiben des Stroms die Leistung der durch die Ölmaschine betriebenen Pumpe den Bedarf nicht ganz zu decken vermochte.

Bei sehr tief unter dem Gelände liegendem oder stark schwankendem Saugwasserspiegel muß man zur senkrechten Brunnenpumpe übergehen, die entweder im offenen Schacht gemäß Abb. 282 und 283 oder im einfachen Bohrloch nach Art der Abb. 281 aufgestellt werden kann. In letzterem Falle kommen irgendwelche Gerüste zur Stützung der Pumpe oder Zwischenwelle in Wegfall. Auch kann die Pumpe ohne weiteres unter Wasser arbeiten. Die Bohrlochpumpe ist für die Trinkwasserbeschaffung von kleinen Gemeinden oder Fabriken wegen der außerordentlichen Einfachheit der Anlage sehr geeignet. Hier ist auch die Kreiselpumpe der Kolbenpumpe deshalb überlegen, weil das schwere Gestänge der Kolbenpumpe mit den notwendigen Ausgleichsgewichten in Wegfall kommt. Die Kolbenpumpe kann in diesen Fällen wegen der Massenwirkung der Gestänge und der Unmöglichkeit, einen Windkessel in dem engen Bohrloch anzuordnen, nur mit ganz geringen Drehzahlen von wenig über 30/min arbeiten.

#### b) Dampfantrieb.

Nach den in Abschnitt 97 gemachten Ausführungen kommt die unmittelbar mit der Dampfturbine zu kuppelnde Kreiselpumpe für die Wasserversorgung hauptsächlich zur Verwendung, sobald die Leistung so groß ist, daß die Turbine hinsichtlich des Dampfverbrauchs der Kolbenmaschine einigermaßen gleichwertig ist. Da die Förderhöhen bei der Wasserversorgung meist nicht besonders groß sind, so sind große Leistungen nur möglich, wenn große Wassermengen vorliegen. Weil außerdem die Pumpe sich der Drehzahl der Turbine anzupassen hat, so liegt der ausgesprochene Schnellläufertyp vor, der in der Regel nach Mehrstromanordnung, d. h. mittels Parallelschaltung mehrerer doppelseitig beaufschlagter Räder, ausgeführt wird.

Die Abb. 330 und 331<sup>1)</sup> geben eine Übersicht über das Pumpwerk Jungfernheide der Charlottenburger Wasserwerke, dessen Einrichtung von den Maffei-Schwarzkopffwerken G. m. b. H. geliefert worden ist. Die Leistung beträgt 24 m<sup>3</sup>/min auf 69 m bei 2700 Umdr./min. Die Pumpe hat zwei parallel geschaltete Kreisel mit doppelseitigem Einlauf. Das Förderwasser der Pumpe ist zugleich das Kühlwasser für die Turbinenkondensation. Der Oberflächenkondensator ist in die Saugleitung eingeschaltet. Da das Verhältnis zwischen Kühlwasser- und Dampfgewicht sehr groß ist, tritt nur eine geringe Erwärmung des Nutzwassers, nämlich um 1,5° C, ein, die in Kauf genommen ist, da

<sup>1)</sup> Brumann: Z. V. d. I. 1913, S. 1856ff.

der Kondensator trotz sehr hoher Luftleeren dadurch stark verkleinert und der Kraftbedarf der Kondensation erniedrigt wird. Der gewährleisteteste Wirkungsgrad betrug für die Pumpe allein 75%. Mit 1 kg Dampf

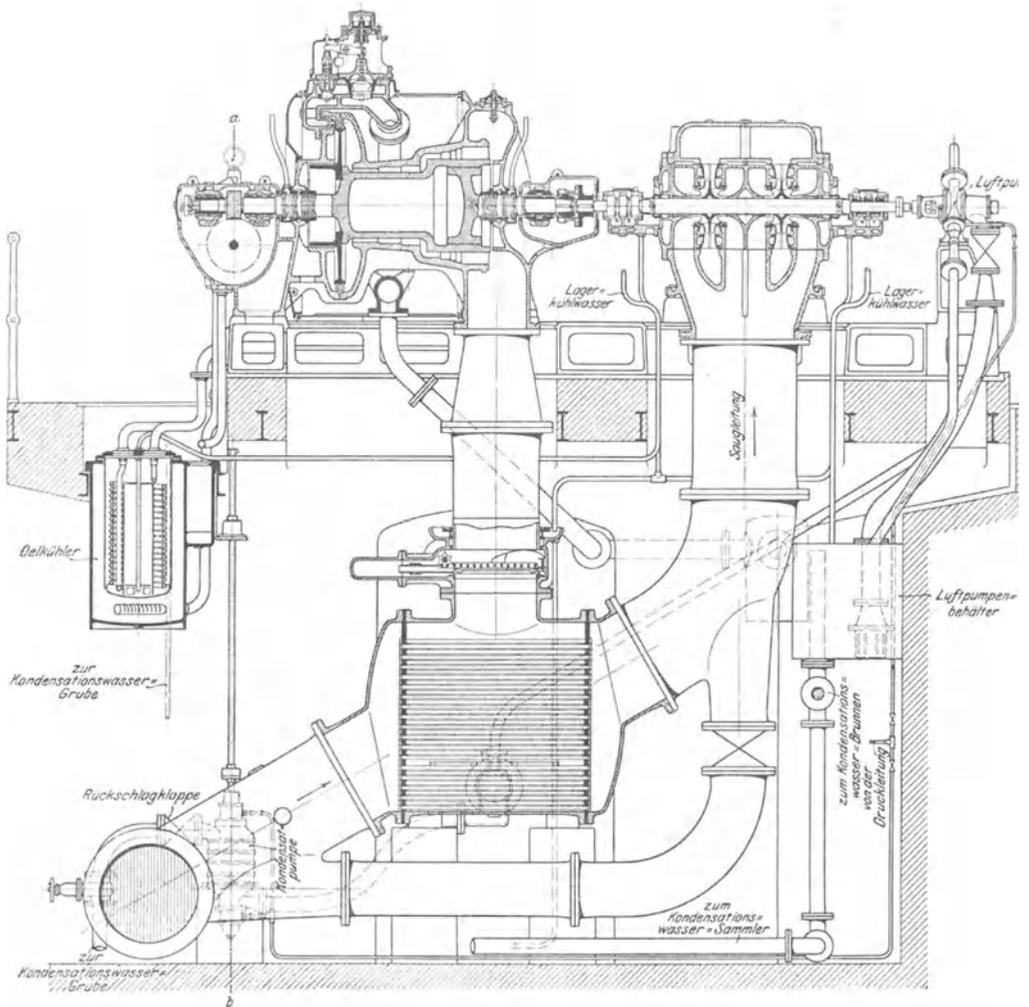


Abb. 330.

Abb. 330, 331. Pumpwerk mit Antrieb durch Dampfturbinen im Wasserwerk Charlottenburg 2700 Umdr./min. Die Hauptpumpe ist gleichzeitig

von 8 at Überdruck 350° C sollten bei 98% Luftleere 45 m/t in gehobenem Wasser geleistet werden. Mit der Hauptmaschine unmittelbar gekuppelt ist die rotierende Luftpumpe der Bauart Westinghouse-Leblanc. Die stehende Kondensatpumpe, der das Kondensat mit Ge-

fälle zufließen muß und deren Aufstellungsort deshalb tief liegt, wird mittels Schraubenrädern und einer senkrechten Zwischenwelle von der Reglerwelle der Turbine angetrieben und ist (wegen der geringen Förder-

menge) mehrstufig ausgebildet. Sie leistet  $2,5 \text{ m}^3/\text{h}$  auf  $12 \text{ m}$  Gesamtförderhöhe bei  $1300 \text{ Um./min.}$  Infolge des Antriebs der Kondensation von der Hauptturbine muß die Turbine mit Auspuff anfahren und nachher auf Kondensation umgestellt werden.

Dieser Nachteil ist bei der bereits im Anschluß an Abb. 327 erwähnten Anlage des Wasserwerks Essen dadurch vermieden, daß vor dem Anlassen eine besonders hierfür aufgestellte durch Dampf angetriebene Luftpumpe in Betrieb genommen wird, die das Entlüften des Kondensators besorgt und stillgesetzt wird, nachdem die am Ende der verlängerten Hauptwelle sitzende umlaufende Luftpumpe zugeschaltet ist. Das hierbei zunächst erforderliche Kühlwasser wird der Druckleitung der Hauptpumpe entnommen. Bei dieser Anlage ist auch eine besondere Kühlwasserpumpe verwendet, die zwischen Hauptpumpe und Luftpumpe sitzt und das Kühlwasser der Ruhr entnimmt, da die Erhöhung der Temperatur des Nutzwassers vermieden werden sollte. Die minutliche Drehzahl des Pumpenaggregats beträgt hier  $2500$ . Gewährleistet wurden für die normale Pumpenleistung  $76\%$  Wirkungsgrad der Pumpe und  $41,8 \text{ m/t}$  für  $1 \text{ kg}$  Dampf von  $11,5 \text{ at}$  Überdruck und  $300^\circ \text{ C}$  Temperatur.

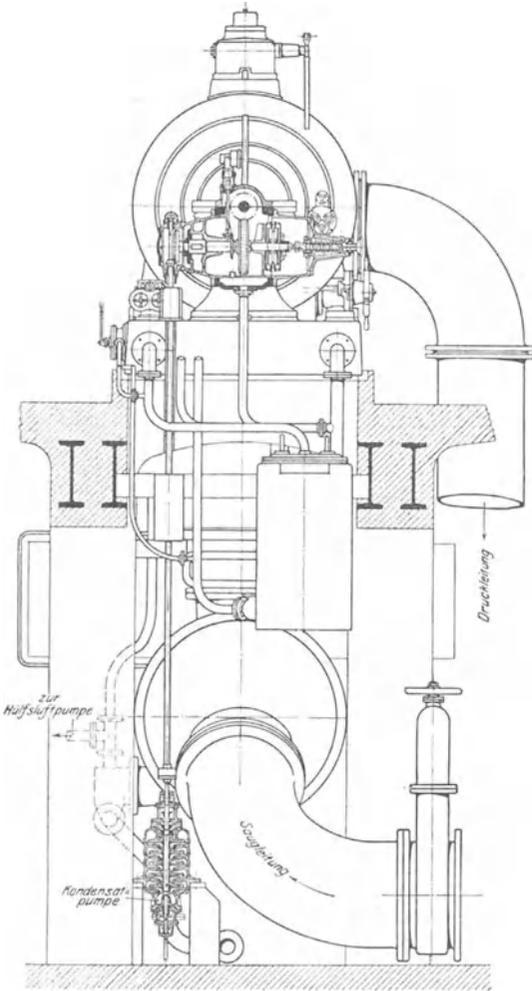


Abb. 331.

ungfernheide) für  $1440 \text{ m}^3/\text{h}$  auf  $69 \text{ m}$  bei kühlwasserpumpe.

Die Anschaffungskosten der beiden aufgestellten Pumpen einschließlich Rohrleitungen betragen  $160000 \text{ M.}$  Für die danebenstehende Kolbenpumpe (Abb. 327), deren Leistung gleich der einer Turbinenpumpe ist, wurden  $280000 \text{ M.}$  gezahlt, so daß die Turbinenpumpen nur ungefähr den vierten Teil hiervon kosteten.

Bei dem in Abb. 332 dargestellten Maschinensatz (AEG) ist die Gesamtanordnung grundsätzlich die gleiche wie bei Abb. 330, 331. Die Pumpe ist hier in der wagrechten Mittelebene geteilt. Ihr Querschnitt wurde in Abb. 311 — allerdings für eine andere Leistung und deshalb mit anderen Maßen — angegeben. Die links von der Hauptpumpe stehende Maschine stellt wieder die Luftpumpe dar.

Der getrennte Antrieb sämtlicher Kondensationspumpen durch eine besondere Kleinturbine, wie er in elektrischen Zentralen allgemein üblich ist, und wobei dieser ganze Maschinensatz unter Flur aufgestellt werden muß, ist von der AEG früher ebenfalls angewendet<sup>1)</sup>, aber wieder verlassen worden. Die Nachteile bestehen nicht bloß in

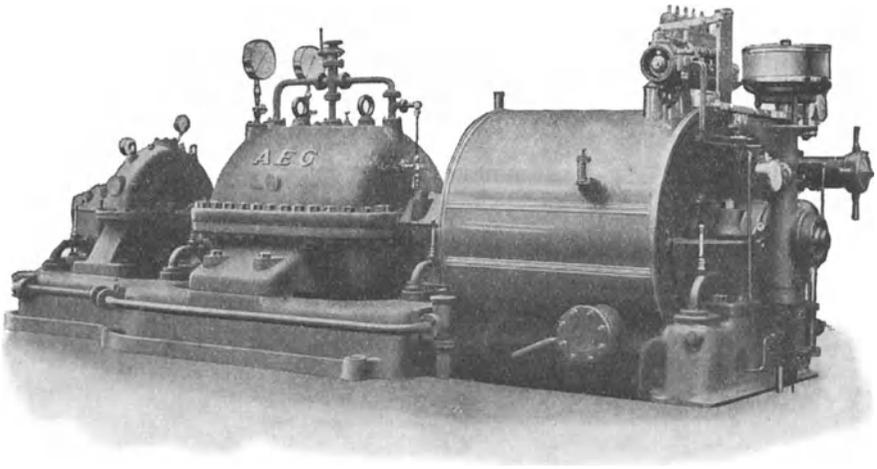


Abb. 332. Maschinensatz, bestehend aus Dampfturbine, Hauptpumpe und Kondensatorluftpumpe (AEG).

den höheren Anschaffungskosten, sondern insbesondere in dem ungünstigen Dampfverbrauch der Kleinturbine, der bei den hier vorkommenden Leistungen der Hauptmaschine den Gesamtverbrauch stark beeinflußt. Demgegenüber fällt der Umstand nicht sehr ins Gewicht, daß die Schwierigkeiten beim Anlassen wegfallen.

Bei allen Dampfturbinenanlagen werden die Hilfsmaschinen einschließlich der Luftpumpe einheitlich als rotierende Maschinen ausgebildet, weil die als Wasserstrahlpumpen ausgebildeten Luftpumpen ihr Aufschlagwasser von einer Kreiselpumpe erhält, mit der sie entweder wie bei den bisher besprochenen Anlagen baulich vereinigt oder durch eine Rohrleitung verbunden sein kann. Mittels dieser „rotierenden Luftpumpen“ wird ein höheres Vakuum erzielt als bei Kolbenluftpumpen, wozu noch der geringere Raumbedarf und die größere Betriebssicherheit kommen. Daß sich ein Maschinensatz von Kon-

<sup>1)</sup> Vgl. Lasche: Z. V. d. I. 1911, S. 1252, Abb. 37.

densationspumpen gleichfalls sehr einfach baut, wenn Strahlpumpe und zugehörige Kreiselpumpe getrennt sind, zeigt der in Abb. 333 bis 335 angegebene Pumpensatz von Brown, Boveri & Cie. A.-G., Mannheim, wobei diese Kreiselpumpe als einstufige Pumpe an das Gehäuse

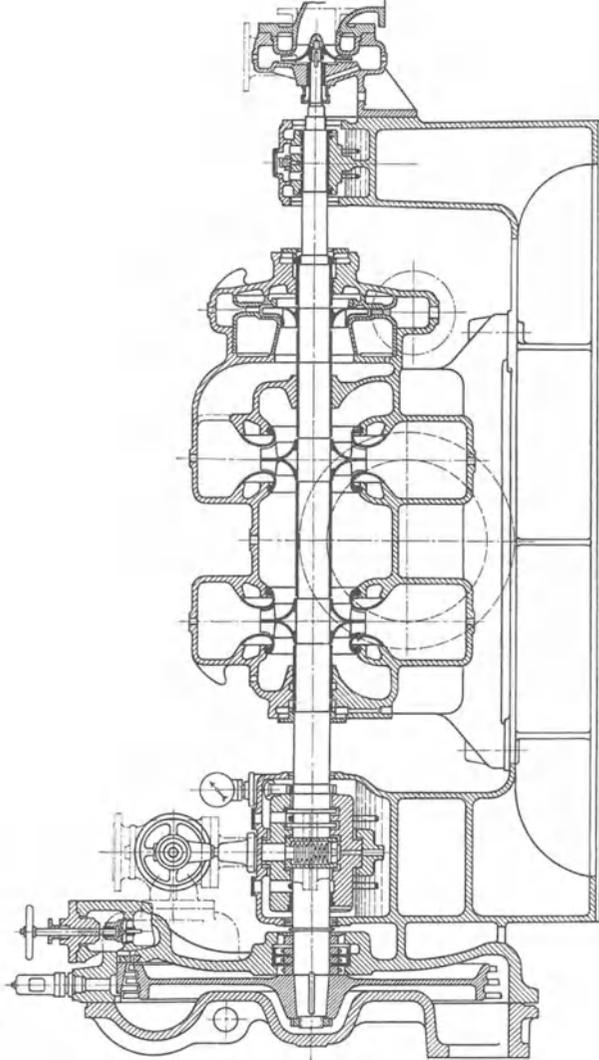


Abb. 333. Pumpensatz von Brown, Boveri & Co. für eine Turbinenkondensation, angetrieben durch eine Kleinturbine.

der Kühlwasserpumpe angebaut ist und aus deren Druckraum saugt. Die am freien Wellenende fliegend angeordnete Pumpe ist die Kondensatpumpe. Durch die Umgehung der Saugstopfbüchse ist deren sorgfältige Bedienung, die zur Erzielung einer ausreichenden Abdichtung bei hohen Luftleeren nötig ist, vermieden. Der Läufer eines solchen durch

eine Kleinturbine betriebenen Aggregats, bei dem die Kühlwasserpumpe aber nur einen Doppelkreisel besitzt, ist aus Abb. 335 ersichtlich.

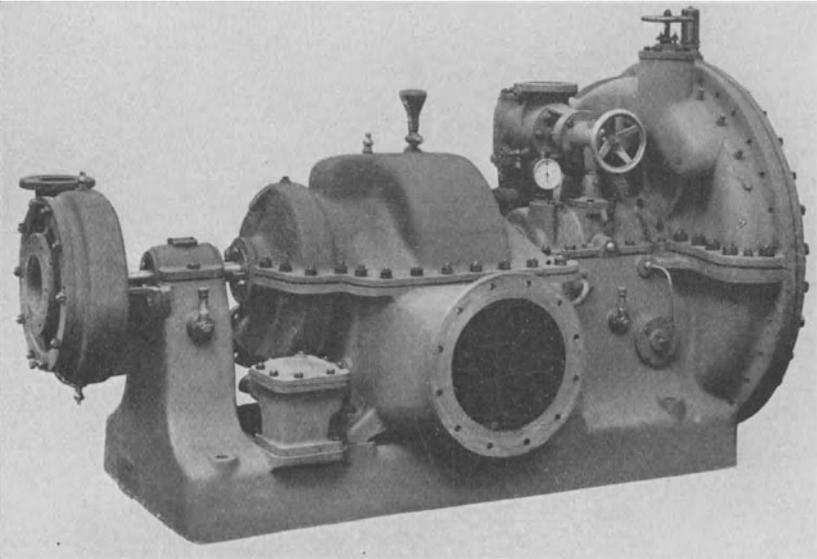


Abb. 334.

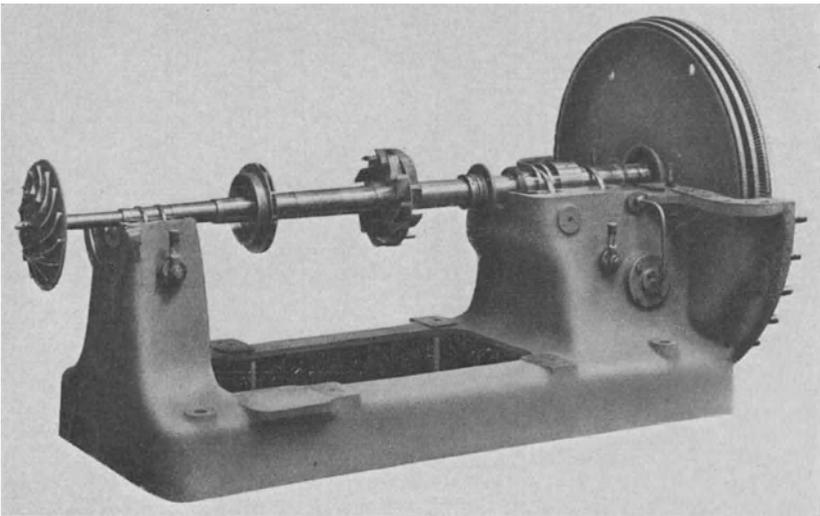


Abb. 335.

Abb. 334, 335. Pumpensatz von Brown, Boveri & Co. für eine Turbinenkondensation, angetrieben durch eine Kleinturbine.

Damit die Kondensatpumpe zuverlässig ansaugt, muß die Kondensatsaugleitung entweder nach der Pumpe zu dauernd abfallen, oder es

ist der höchste Punkt des Saugraums unmittelbar vor dem Kreisrad mit der Luftpumpe zu verbinden, so daß die sich ansammelnde Luft entfernt wird.

Die Drehzahl eines solchen Pumpensatzes ist nach oben begrenzt durch die Kühlwasserpumpe, da diese große Wassermengen auf kleine Höhen zu fördern hat, während die Kondensatpumpe und die Luftpumpe weitere Steigerungen zulassen würden. Neuerdings wird deshalb die Kühlwasserpumpe nicht unmittelbar gekuppelt, sondern durch Zahnradübersetzung angetrieben, um die Drehzahl besser den Anforderungen der Kleinturbine anpassen zu können.

### c) Antrieb durch Gas- und Ölmaschinen.

Hier muß zur Erreichung der notwendigen Drehzahl im allgemeinen Riemenübersetzung angewendet werden. Trotz dieser Erschwerung findet die Kreiselpumpe häufig Verwendung. Ein Beispiel hierfür ist schon bei Besprechung der Anlage der württembergischen Landeswasserversorgung erwähnt worden<sup>1)</sup>.

## 99. Hauswasserversorgung.

Die Einfachheit, der geringe Platzbedarf, das Fehlen von Stößen haben der Kreiselpumpe auch in das Gebiet der Kleinwasserversorgung in steigendem Maße Eingang verschafft, obwohl die hier vorhandenen Leistungsverhältnisse für sie sehr ungünstig liegen. Es handelt sich bei der Hauswasserversorgung meist um Bruchteile eines Sekundensliters, so daß nur geringe Wirkungsgrade von in der Regel nicht mehr als 50% erreicht werden können, auch wenn die Drehzahl bis an die obere zulässige Grenze gesteigert wird (vgl. Abschnitt 65). Einige in Betracht kommende Bauarten von Pumpen sind in den früheren Abb. 260, 276 gezeigt worden.

Die Anwendung eines Hochbehälters als Wasserspeicher, die bei den Anlagen des vorigen Abschnitts nicht umgangen werden kann, ist hier nicht zweckmäßig, weil der Behälter in der Regel im Dachgeschoß untergebracht werden müßte, wo er den Außentemperaturen ausgesetzt wäre, also im Sommer zu warmes und im Winter zu kaltes Wasser liefern würde. An seine Stelle tritt ein Druckwindkessel, der neben der Pumpe im Erdgeschoß aufgestellt wird (Abb. 336). Infolge seines Luftinhalts ist dieser Kessel in der Lage, eine bestimmte Wassermenge entsprechend einer gewissen zulässigen Schwankung des Kesseldrucks aufzuspeichern.

Um die Bedienung auf ein Mindestmaß zu beschränken, wird der Motor durch einen Druckschalter, der die Verbindung eines Manometers mit einem elektrischen Schalter darstellt, selbsttätig angelassen, sobald der Druck im Windkessel bis auf einen unteren Grenzwert gesunken ist, und selbsttätig abgestellt, wenn die obere Grenze des Drucks erreicht ist. Steht Drehstrom zur Verfügung, so kann, da es sich nur um Leistungen bis 1,5 PS handelt, das Einschalten in der Regel ohne

<sup>1)</sup> Eine andere Anlage ist in Z. f. d. ges. Turbinenwesen 1912, S. 201, beschrieben.

Vorschaltwiderstand erfolgen; bei Gleichstrom dagegen muß, wenn die Anlaßstromstärke nicht über den vierfachen Normalstrom steigen soll, in den Ankerstrom ein Widerstand eingeschaltet werden, der auch nach dem Anlassen nicht ausgeschaltet wird und einen dauernden Energieverlust von etwa 12% neben einem gleich großen Abfall der Drehzahl zur Folge hat. Um diese dauernde Verschlechterung des Wirkungsgrades durch diesen Schutzwiderstand zu umgehen, hat man auch Anordnungen getroffen, die den Widerstand nach dem Anlaufen des Motors selbsttätig abschalten oder kurz schließen<sup>1)</sup>. Da die Häufigkeit des Ein- und Ausschaltens der Pumpe vom Verhältnis des Kesselinhalts

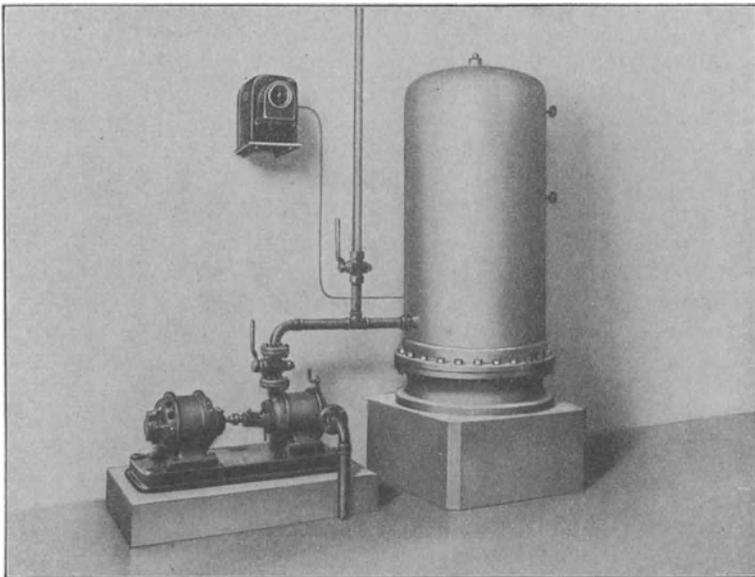


Abb. 336. Pumpwerk für eine Hauswasserversorgung.

zu dem zu deckenden Wasserbedarf abhängt, ist der Windkessel nach dem größten Wasserbedarf zu bemessen. Für Pumpenleistungen von 30 bis 70 l/min bei 10 bis 30 m Förderhöhe hat sich ein Kessel von 400 l Inhalt als ausreichend erwiesen. Dieser vermag beispielsweise bei einem Einschaltdruck von 10 m und einem Ausschaltdruck von 21 m 70 l nutzbare Füllung aufzunehmen. Zum ersten Aufpumpen des Druckbehälters und Ersatz der vom Wasser absorbierten Luft ist eine Handluftpumpe (nach Art einer Fahrradluftpumpe) erforderlich.

Hauspumpwerke mit Kreiselpumpen können auch zur Steigerung des Drucks einer vorhandenen Wasserleitung unter Ausnützung des Zulaufdrucks verwendet werden. Reicht der Druck nur zu Zeiten starken Verbrauchs nicht aus, so wird die Anordnung so getroffen,

<sup>1)</sup> Vgl. Schmidt: Z. V. d. I. 1914, S. 654; 1916, S. 196.

daß bei normalem Druck das Wasser die an die Leitung angeschlossene, aber stillstehende Pumpe durchfließt und diese selbsttätig in Gang gesetzt wird, sobald der Druck unter das Mindestmaß sinkt.

### 100. Wasserhaltung in Bergwerken.

Die Förderhöhen, die bei der Entfernung des in die Grube eingedrungenen Wassers bewältigt werden müssen, sind meist sehr beträchtlich, in manchen Schächten 1000 m und mehr, so daß trotz der verhältnismäßig großen Wassermengen die Zahl der Stufen häufig zu groß ist, als daß sie in einem Gehäuse untergebracht werden können (vgl. Abschnitt 85d). In diesem Falle schaltet man zwei Pumpen, eine Niederdruck- und eine Hochdruckpumpe, hintereinander, die entweder, wie Abb. 337 zeigt, von einem gemeinsamen Motor angetrieben sein oder auch getrennten Antrieb besitzen können<sup>1)</sup>. In letzterem Falle sind zwei Motoren je halber Leistung notwendig, die zwar etwas teurer sind als ein Motor für die ganze Leistung. Aber man hat den Vorteil, daß als Reserve nur ein dritter gleicher Maschinensatz nötig ist, der dann je nach Bedarf die Hochdruck- oder Niederdruckpumpe zu ersetzen hat und also

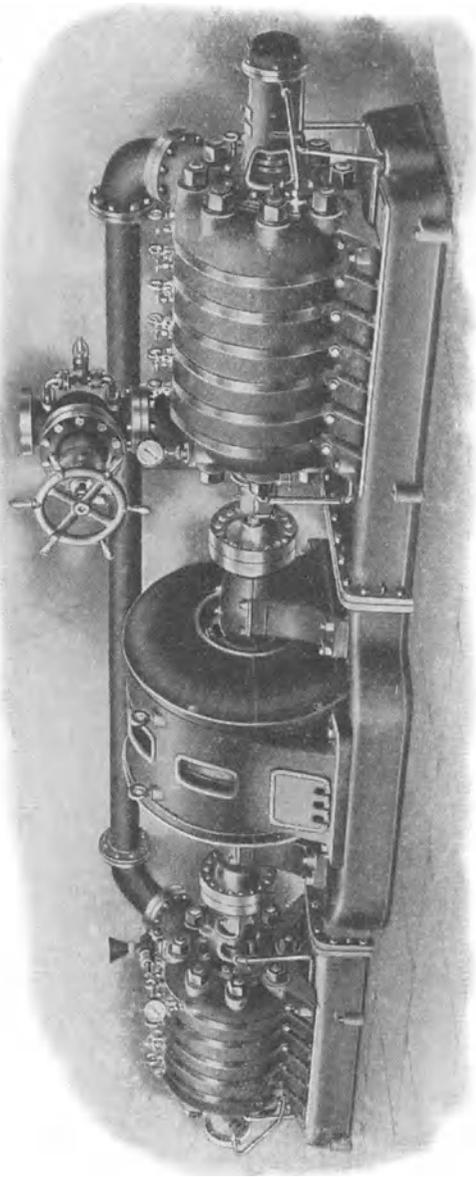


Abb. 337. Zwölfstufige Pumpe von C. H. Jaeger & Co., Leipzig-Plagwitz.

<sup>1)</sup> Z. V. d. I. 1914, S. 229.

die Festigkeit der Hochdruckpumpe besitzen muß. Das Gehäuse der Hochdruckpumpe ist in der Regel aus Stahlguß, das der Niederdruckpumpe aus Grauguß herzustellen, während alle übrigen Teile gleich ausgebildet sind. Auch bei Verwendung des gemeinsamen Motors muß jede Pumpenseite für sich vom Achsdruck entlastet werden.

Trotz der Ausführung in zwei Gehäusen sind der Platzbedarf und die Anlagekosten immer noch wesentlich geringer als bei Kolbenpumpen. Die ursprünglichen Befürchtungen, daß infolge der Verunreinigung des Grubenwassers durch mechanische Beimengungen, Salze und Säuren

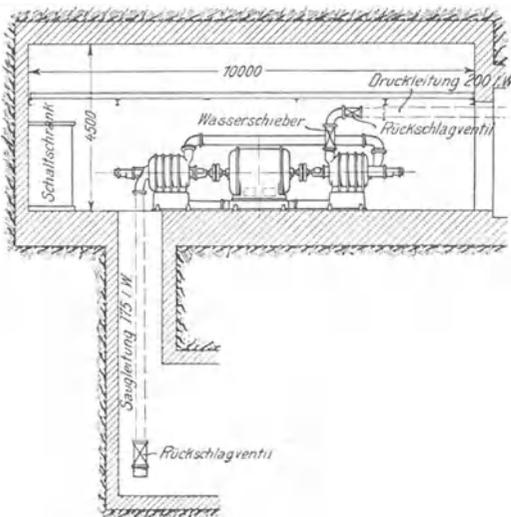


Abb. 338.

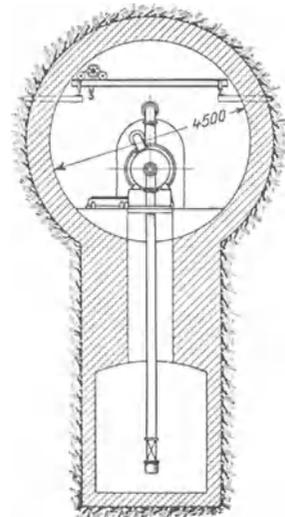


Abb. 339.

Abb. 338, 339. Pumpenkammer für die Wasserhaltung eines Bergwerks.

die Lauf- und Leiträder stark unter Anfressungen zu leiden hätten, hat sich als unbegründet herausgestellt, wenn bei der Auswahl der Baustoffe auf die möglichen mechanischen und chemischen Einwirkungen Rücksicht genommen wird (vgl. Abschnitt 83). Jedenfalls haben sich bei der Kolbenpumpe die Anfressungen der Ventile als mindestens ebenso nachteilig erwiesen. Die Kreiselpumpe wird deshalb stets bevorzugt, sofern die Wassermenge nicht unter die Grenze heruntergeht, bei der zu große Stufenzahlen sich ergeben würden (vgl. Abschnitt 65).

Der Antrieb erfolgt in der Regel elektrisch. Im allgemeinen ist bei diesen Pumpen mit Wirkungsgraden zwischen 70 und 76% zu rechnen.

In Abb. 338 und 339 ist die Anordnung einer achtstufigen Pumpe für  $4 \text{ m}^3/\text{min}$  auf 385 m bei 1470 Umdr./min dargestellt, wobei der Motor wie in Abb. 337 in der Mitte steht.

Wenn die Wasserhaltung auf der tiefsten Sohle untergebracht ist, so ist es bisweilen möglich, das von einer höheren Sohle herrührende

Wasser der Pumpe unmittelbar zuzuführen, wobei diese nur den Höhenunterschied zwischen der oberen Sohle und der Rasenhängebank zuzüglich der Leitungswiderstände zu überwinden hat. Je nachdem diese Zuflüsse dauernd sind oder nur vorübergehend, werden besondere Vorschaltstufen angeordnet oder besondere ausschaltbare Zbringepumpen von einem besonderen Motor angetrieben.

Dampftrieb findet selten statt. Die Gründe liegen teils in der Unterbringung der langen Dampfleitungen und der dadurch bedingten unerwünschten Wärmezufuhr zu den Grubenbauen, teils in dem ungünstigen Dampfverbrauch der Antriebsturbine. Durch diese Nachteile kann auch der Vorteil nicht aufgehoben werden, die Stufenzahl durch Anwendung hoher Drehzahlen zu verkleinern. Die Kondensation kann mittels des zu hebenden Wasser nur bis zu gewissen Teufen erfolgen. Die Teufengrenze, bei deren Überschreitung das Förderwasser der Pumpe zur Niederschlagung des Dampfes nicht mehr ausreicht, beträgt bei Verwendung von Mischkondensation etwa 600 m. Die Maffei-Schwartzkopffwerke verwenden hierbei einen Körtingschen Strahlkondensator, dem das Aufschlagwasser durch eine mit der Hauptpumpe gekuppelte Kreiselpumpe zugeführt wird<sup>1)</sup>.

### 101. Preßwasseranlagen.

Ein weiteres Verwendungsgebiet stellt die Preßwassererzeugung für hydraulische Antriebe dar, wie sie insbesondere auf Hüttenwerken in ausgedehnter Weise Verwendung finden. Hier kommt der Kreiselpumpe ihre Eigenschaft zustatten, daß die Entnahmemenge beliebig abnehmen kann, ohne daß der Wasserdruck in unzulässiger Weise steigt. Umgekehrt liefert die Pumpe selbsttätig mehr Wasser, wenn der Bedarf zunimmt, und zwar bei gleichbleibender Drehzahl entsprechend dem Verlauf der Drosselkurve. Ihre weitgehende Anpassungsfähigkeit gestattet, den Druckwasserspeicher (Akkumulator) erheblich kleiner auszuführen, als beim Betrieb mit Kolbenpumpen zulässig ist, oder sogar ganz wegzulassen. Letzteres ist allerdings insofern nicht zweckmäßig, als der Akkumulator immerhin die Möglichkeit bietet, die Pumpe kleiner auszuführen und sie länger im Gebiet des besten Wirkungsgrades laufen zu lassen. Der auf und nieder gehende Kolben des Akkumulators beeinflußt hierbei die Pumpe in der Weise, daß sie bei Erreichung der höchsten Stellung stillgesetzt und, nachdem der Kolben um ein gewisses Stück gesunken ist, wieder angelassen wird. Läuft die Pumpe auch bei der höchsten Akkumulatorstellung durch und hört die Wasserentnahme vollständig auf, so ist es notwendig, durch ein Umlaufventil so viel Wasser selbsttätig in den Saugbehälter zurückströmen zu lassen, daß keine unzulässige Erwärmung eintritt. Abb. 340 zeigt eine solche Regeleinrichtung<sup>2)</sup>, die zwischen Pumpe und Sammler eingebaut wird und mit einer Auslaßöffnung *b* für das Leerlaufwasser versehen ist. Die Spindel *d* des Doppelsitzventils *c* trägt

<sup>1)</sup> Z. V. d. I. 1914, S. 777.

<sup>2)</sup> Schnabel: Z. V. d. I. 1914, S. 772.

oben einen Kolben  $e$  und ist nach unten hin so weit verlängert, daß sie das Leerlaufventil  $f$  aufstoßen kann. Durch zwei Anschläge am Druckwassersammler wird ein kleiner (nicht dargestellter) Steuerkolben so auf- oder abwärts bewegt, daß Druckwasser unter oder über den Kolben  $e$  gelangen kann. Hat der Akkumulator seinen Höchststand erreicht, so tritt Druckwasser durch die Leitung  $h$ , schließt das Doppelsitzventil und öffnet das Leerlaufventil. Sinkt der Akkumulator, weil Druckwasser entnommen wird, so wird der untere Anschlag des Steuerkolbens betätigt. Das Doppelsitzventil hebt sich, und das Leerlaufventil schließt sich unter Federkraft.

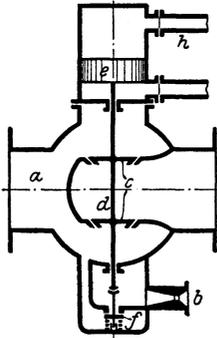


Abb. 340. Selbsttätiges Umlaufventil.

Bei der in Abb. 328, S. 365, gezeigten Anlage liefert die sechsstufige Pumpe 4,5 bis 5 m<sup>3</sup>/min auf 35 at Gegendruck bei 1490 bis 1550 Umdr./min. Die Drehzahl der Pumpe wird hierbei durch Nebenschlußregelung des antreibenden Gleichstrommotors je nach dem Stande eines Akkumulators so eingestellt, daß sie bei steigendem Kolben langsamer läuft, bei der höchsten Akkumulator-

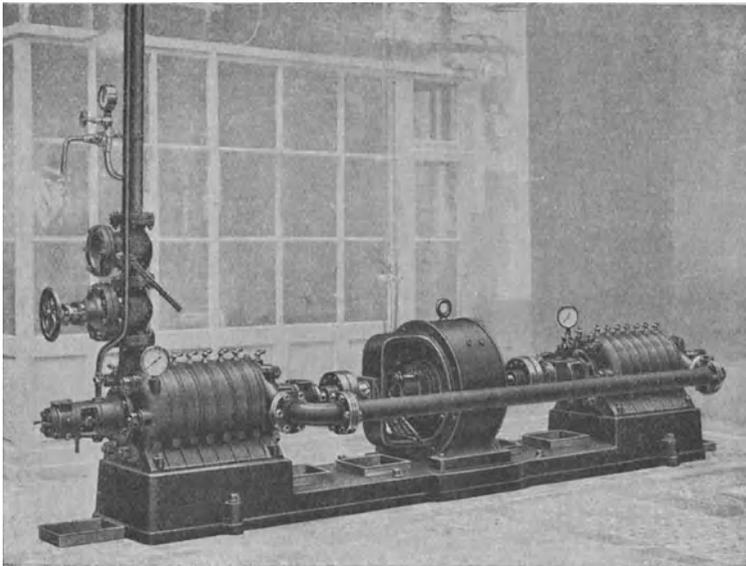


Abb. 340a. Preßwasserpumpe für verhältnismäßig kleine Wassermengen.

stellung stillgesetzt wird und bei tiefstehendem Kolben ihre größtmögliche Drehzahl besitzt<sup>1)</sup>. Die reine Gewichtsbelastung des Akkumu-

<sup>1)</sup> Z. f. d. ges. Turbinenwes. 1913, S. 139.

lators hat zur Folge, daß hierbei auf gleichbleibenden Druck reguliert wird. Der Druck sinkt erst, nachdem die tiefste Akkumulatorstellung erreicht ist. Auch bei Dampfturbinenbetrieb ist diese Drehzahlregelung durchführbar.

Bei kleinen Wassermengen wird die Stufenzahl der Pumpe so groß, daß man wie im Bergwerksbetrieb zur zweigehäusigen Ausführung greifen muß. In Abb. 340a ist eine solche Pumpe für  $0,5 \text{ m}^3/\text{min}$  auf 25 at Gegendruck, die für die Betätigung der hydraulischen Hebezeuge einer Zuckerfabrik dient, angegeben.

## 102. Kesselspeisung.

Neben den S. 366 erwähnten Vorzügen gewährt die Kreiselpumpe für die Kesselspeisung noch die weitere Annehmlichkeit, daß das Speisewasser luftfrei bleiben kann, da der Druckwindkessel der Kolbenpumpe wegfällt. Dadurch werden die Anfressungen der Heizflächen des Vorwärmers und Kessels verringert und die in der Kondensation erreichbare Luftleere erhöht. Der gleichförmige Wasserstrom verhindert Erzitterungen der Speiseleitung, die beim Betrieb mit Kolbenpumpen, insbesondere wenn der Druckwindkessel nicht genug Luft enthält, bisweilen recht störend in die Erscheinung treten. Von Wichtigkeit ist ferner, daß für jeden Kessel die Regelung der Speisung am zugehörigen Speiseventil erfolgen kann, während die Pumpe unverändert durchläuft.

Nach den reichsgesetzlichen Bestimmungen über Anlegung und Betrieb von Dampfkesseln (§ 4) müssen mindestens zwei nicht von derselben Betriebsvorrichtung abhängige Speisepumpen vorhanden sein, von denen jede die doppelte der normalen Verdampfung entsprechende Wassermenge zu liefern vermag. Um zu verhindern, daß die Kreiselpumpe längere Zeit leer oder mit schwacher Belastung läuft, ist es — wenigstens bei größeren Anlagen — von Vorteil, diese doppelte Leistung auf zwei Maschinensätze zu verteilen, von denen dann in der Regel nur einer betrieben wird.

Für den Antrieb wird sowohl die Dampfturbine (Kleinturbine) als auch der Elektromotor verwendet. Erstere bietet den Vorzug der Unabhängigkeit vom Netz und der bequemen Drehzahländerung, bedingt jedoch einen höheren Gesamtverbrauch an Dampf, der aber in Kauf genommen werden kann, falls der Abdampf der Pumpe zur Vorwärmung des Speisewassers oder für andere Zwecke Verwendung findet. Mit Rücksicht auf den Dampfverbrauch der Turbine wählt man die Drehzahl möglichst hoch und erhält gleichzeitig kleine, also billige Pumpen.

Die Speisepumpe der AEG ist bereits S. 311 beschrieben worden. Eine neuere Bauart, bei der ein Rad mit doppelseitigem Einlauf und Austrittsleitschaufeln verwendet sind, zeigt Abb. 341. Die anderen Firmen verwenden vielfach die Bauart der normalen mehrstufigen Hochdruckpumpe bei entsprechend geringeren Drehzahlen. Abb. 342

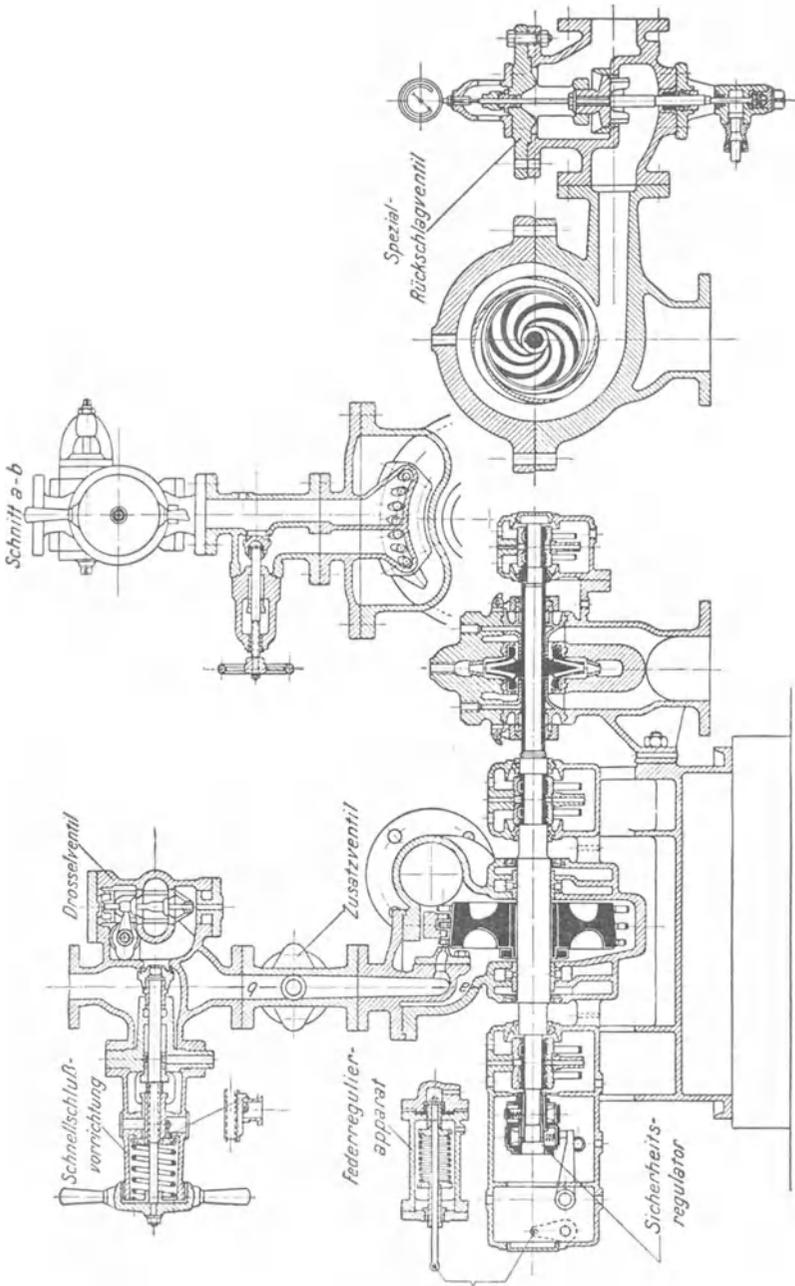


Abb. 341. Kesselspeisepumpe der AEG (neue Ausführung).

läßt die Ausführung der Maffei-Schwartzkopffwerke erkennen, die zwei Stufen mit Leiträdern und einem Achsschubausgleich ähnlich

der Abb. 272 besitzt (vgl. auch S. 249). Abb. 343 zeigt eine neuere Ausführung dieser Firma für  $2 \text{ m}^3/\text{min}$  bei 26 at Gegendruck. Pumpe

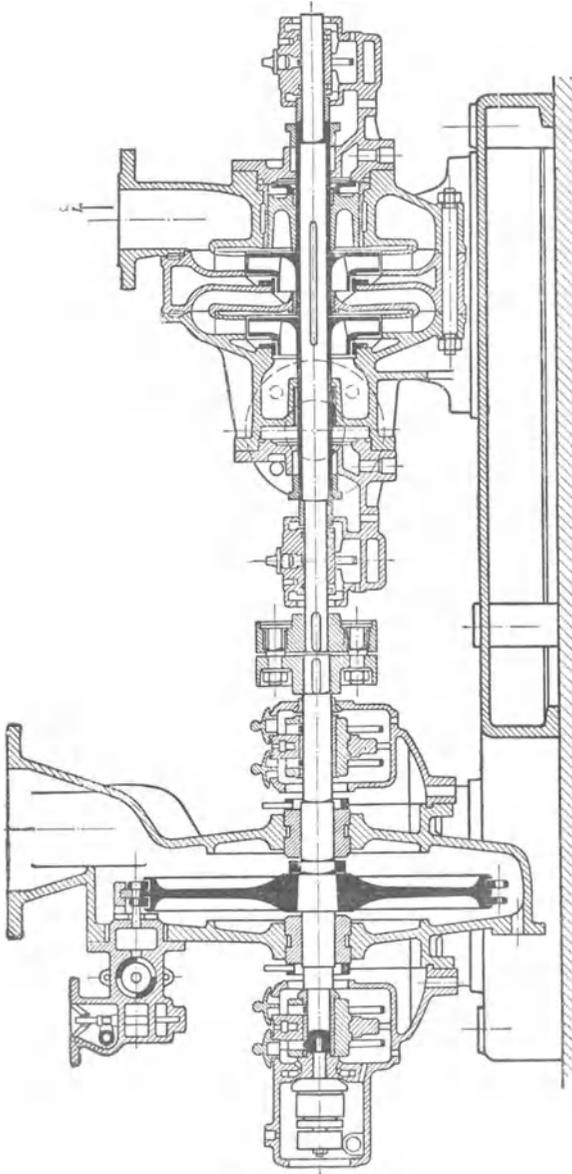


Abb. 342. Kesselspeisepumpe der Maffei-Schwartzkopffwerke G. m. b. H. Berlin (ältere Bauart).

und Turbine sind hier an einem gemeinsamen, kurz gebauten Rahmen befestigt und die Welle beiderseits nur außen gelagert.

Wenn Kessel verschiedenen Drucks vorhanden sind, so kann man die Pumpe mit Entnahmestutzen an einzelnen Zwischenstufen ausrüsten<sup>1)</sup>.

Die Regelung der Pumpe erfolgt vielfach von Hand, wobei entweder der Regulierring der Druckleitung oder, sofern der Antriebsmotor eine Änderung der Drehzahl zuläßt, diese entsprechend dem jeweiligen Wasserverbrauch eingestellt wird. Daneben sind im Falle des Dampfantriebs auch selbsttätig wirkende Regelverfahren im Gebrauch, wobei entweder der Druck im Druckstutzen der Pumpe (AEG-Regler) oder der Unterschied zwischen diesem Druck und dem Dampfdruck (Hannemanscher Regler) durch entsprechende Ein-

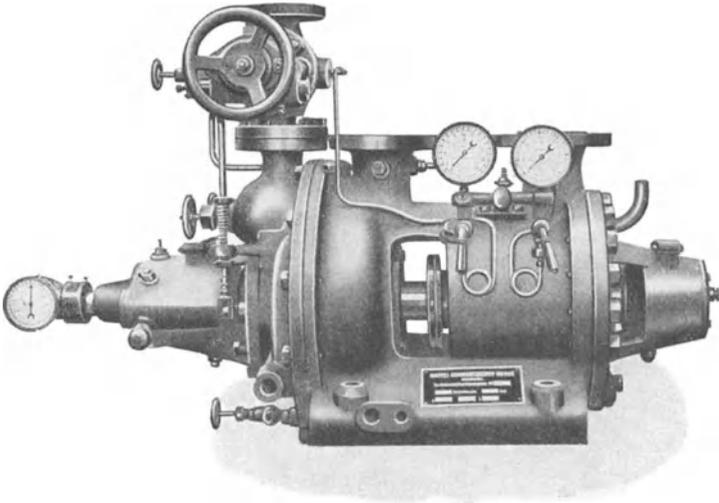


Abb. 343. Kesselspeisepumpe der Maffei-Schwartzkopffwerke G. m. b. H. Berlin (neuere Bauart).

stellung der Drehzahl gleichgehalten wird. In beiden Fällen wird erreicht, daß mit zurückgehender Wasserentnahme, die durch entsprechende Einstellung der Speiseventile herbeigeführt wird, die Drehzahl der Pumpe sich verringert und umgekehrt.

Abb. 344 zeigt die Reguliereinrichtung für den Fall der Regelung auf gleichbleibenden Druck, die von der AEG ausgeführt wird. Das Drosselventil *D*, das den Zutritt des Dampfes zur Turbine regelt, ist durch Vermittlung der Stange *V* mit dem Kolben *W* gekuppelt. Auf diesen wirkt von oben her der Druck des Speisewassers und von unten her die Schraubenfeder *L* ein. Die Stange *V* ist an der Durchgangsstelle durch den Deckel des Drosselventils zur Vermeidung der Reibung schwach gehalten und nur mit einer kurzen Packung gedichtet. Sinkt nun beispielsweise der Speisedruck, weil in der Druckleitung ein Speise-

<sup>1)</sup> Z. V. d. I. 1923, S. 827, Abb. 26.

ventil geöffnet wird, so hebt die Feder den Kolben sowie das Ventil, vergrößert damit den Dampfzutritt, erhöht also die Drehzahl. Steigt der Speisedruck, weil die Entnahme sich verringert, so wird umgekehrt die Drehzahl erniedrigt. Die Anordnung bewirkt also eine selbsttätige Drehzahländerung in Abhängigkeit vom Verbrauch. Die Wasserlieferung ist aber nicht unabhängig von den Druckschwankungen im Kessel. Ferner steigt mit sinkendem Dampfdruck der Drosselverlust um den Betrag der Abnahme des Druckes. Die Regelvorrichtung ist mit dem Absperrventil zu einem Körper vereinigt.

Die Regelung auf gleichbleibenden Druckunterschied ist in der Anordnung nur insofern verschieden, als auf der anderen Seite des Kolbens *W*

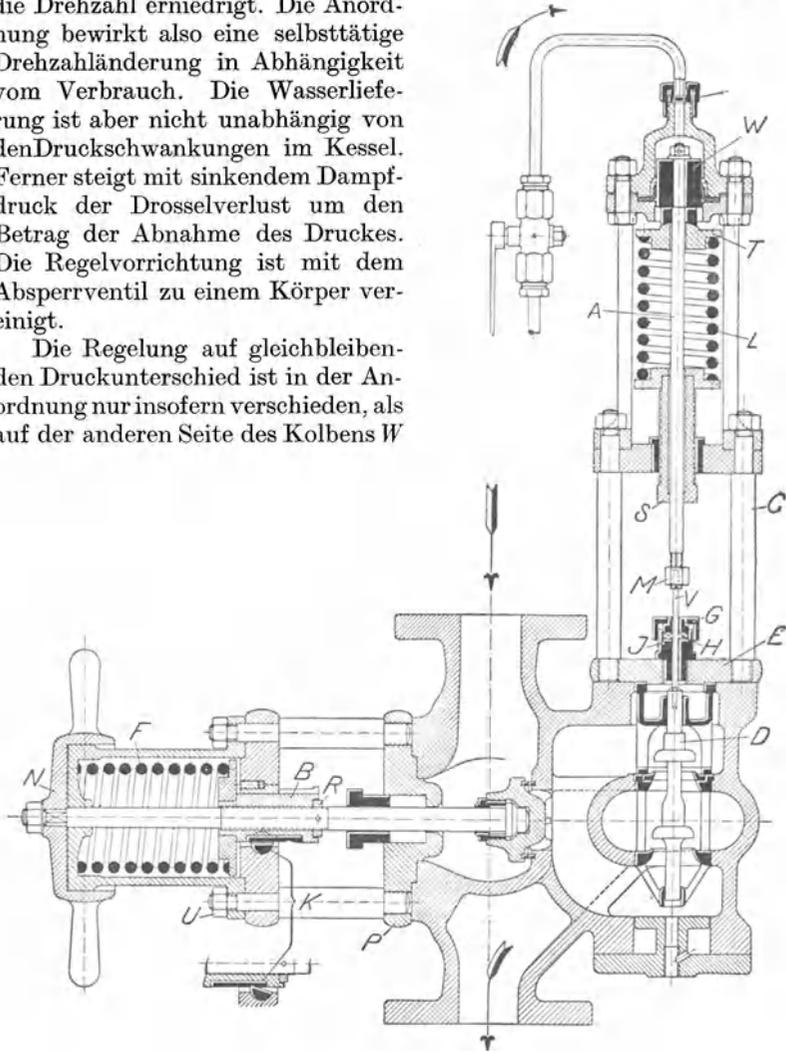


Abb. 344. Absperr- und Drosselventil der Kesselspeisepumpe der AEG mit Einrichtung für selbsttätige Drehzahlregelung durch Gleichhaltung des Druckes.

der Dampfdruck wirkt und deshalb nur eine schwache, dem gewünschten Druckunterschied entsprechende Feder nötig ist. Der Kolben wird in der Regel durch eine Gummimembran gedichtet (Abb. 345). Damit die Membran nicht mit dem Dampf in Berührung kommt, ist Öl- oder Wasserfüllung vorgesehen. Bei dieser Regelungsart besteht

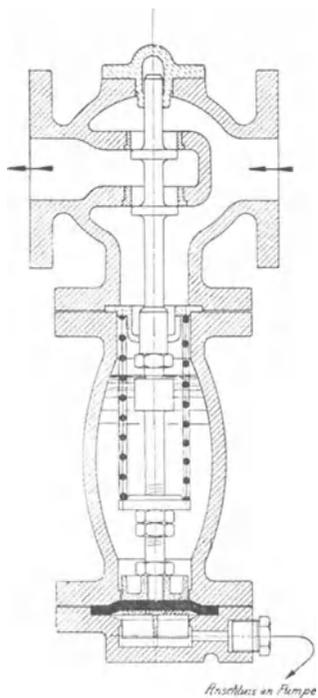


Abb. 345. Drosselventil mit Einrichtung für selbsttätige Drehzahlregelung durch Gleichhaltung des Druckunterschiedes zwischen Dampf und Speiswasser (Hannemann-Regler).

offenbar Unabhängigkeit der Wasserlieferung von den Schwankungen des Kesseldrucks. Auch kann die abgedrosselte Förderhöhe nie einen erheblichen Betrag erreichen. Der in Abb. 345a dargestellte neuere Membrandruckregler der Maffei-Schwartzkopffwerke unterscheidet sich von der Ausführung nach Abb. 345 dadurch<sup>1)</sup>, daß

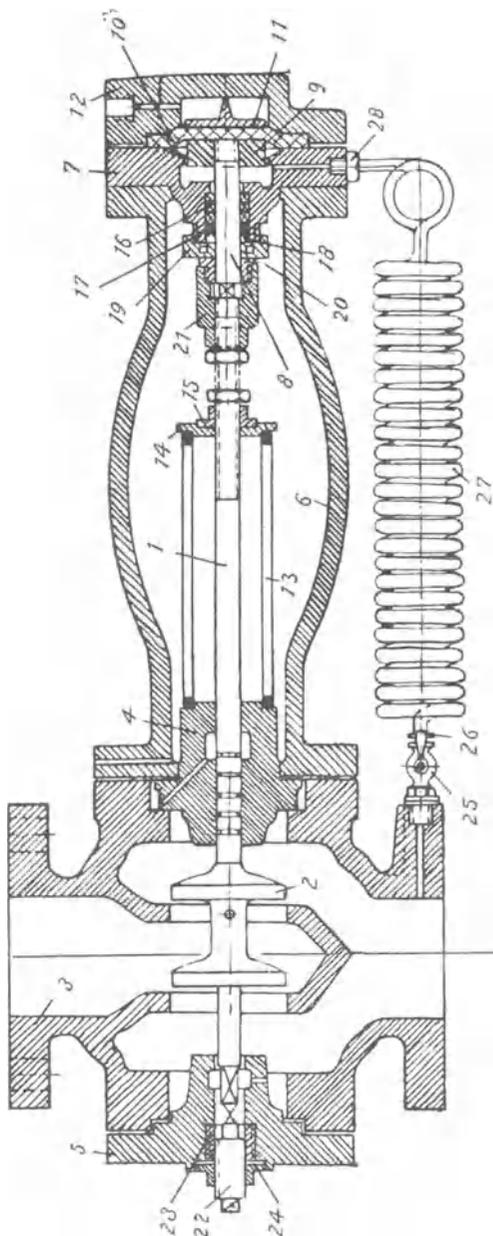


Abb. 345a. Membrandruckregler der Maffei-Schwartzkopffwerke (neue Bauart).

<sup>1)</sup> Druckregler von Stork vgl. Stodola: Die Dampfturbinen. 5. Aufl. Abb. 661. Berlin: Julius Springer 1923.

die Feder (13) nicht im Dampfraum liegt, sondern von diesem einerseits durch die mit Labyrinthnuten versehene Führungsbüchse (4), andererseits durch eine Stopfbüchse mit Metalldichtungen (16) und Baumwollpackung (17) getrennt ist. Dadurch wird erreicht, daß die Feder nicht den hohen Dampftemperaturen ausgesetzt ist und durch die Laterne (6) jederzeit nachgestellt werden kann. Kolbenstange (8) und Ventilspindel (1) sind durch Muffe (21) und Mutter (20) gegenseitig geführt. Die Gummimembran (10) wird vor unmittelbarer Berührung mit dem Dampf durch die in die Dampfleitung eingeschaltete Kühlschlange (27) geschützt. Durch die Einstellschraube (22) soll das Doppelsitzventil (2), falls es auf seinem Sitz festgeklemmt ist, losgedrückt werden.

Neben diesen Druckreglern muß die Turbine, wie überhaupt jede Dampfturbine, einen Schnellschlußregler besitzen, der die Dampfzufuhr beim Überschreiten der höchst zulässigen Drehzahl absperrt und dadurch die Turbine stillsetzt. In Abb. 344 bewirkt dieser Regler eine Drehung der Klinke *K*, die sich bei geöffnetem Ventil gegen einen Ansatz der beweglichen Gewindebuchse *B* legt. Durch die Drehung wird diese Buchse freigegeben, so daß das Ventil unabhängig von der jeweiligen Stellung der Spindel sofort geschlossen wird.

Damit bei längeren Pausen in der Wasserentnahme die Pumpe nicht zu warm wird, kann in ähnlicher Weise, wie bei der Preßwassererzeugung in Abschnitt 101 dargelegt wurde, eine Umgangsleitung geöffnet oder noch besser die Pumpe selbsttätig stillgesetzt und angelassen werden, wenn die obere bzw. untere Grenze des Wasserstandes in den Kesseln erreicht ist.

### 103. Hydraulische Kraftspeicherung.

Um zu verhindern, daß Wasserkräfte während der Zeiten schwacher Belastung des Kraftwerks unausgenützt bleiben, wird zu dem Mittel der hydraulischen Kraftspeicherung gegriffen, indem hochgelegene Speicherbecken aus niedriger gelegenen Becken durch elektrisch angetriebene Kreiselpumpen aufgefüllt werden. Der Wirkungsgrad dieser Anlagen ist gleich dem Produkt der Einzelwirkungsgrade von Motor, Pumpe einschließlich Druckleitung, Hochdruckturbine einschließlich Druckleitung und Stromerzeuger, also im allgemeinen nicht wesentlich höher als 50%. Diese Speicheranlagen müssen als Hochdruckanlagen gebaut werden, denn je größer das Gefälle ist, um so geringer wird die Wassermenge und damit die Abmessungen der Rohrleitung, des Speicherbeckens und des Maschinenhauses. Eine Voraussetzung für die ausreichende Wirtschaftlichkeit ist also, daß das Gelände gebirgig ist, damit diese großen Höhenunterschiede ohne lange Rohrleitungen erreicht werden.

Die größte aller bisher gebauten Anlagen dieser Art ist die von Viverone in der Provinz von Novara, zu der Sulzersche Pumpen der in Abb. 264 gezeigten Bauart, aber nur mit zwei Stufen, verwendet sind, und die im Jahre 1913 dem Betrieb übergeben

wurde<sup>1)</sup>. Dort sind Saug- und Druckbehälter natürliche Sammelbecken. Der als oberes Sammelbecken dienende Bertignano-See faßt 300 000 m<sup>3</sup>. Die Wassermenge im See wird um 9,5 m aufgestaut, während der Wasserspiegel des das untere Sammelbecken bildenden Viverone-Sees durch die Wasserentnahme um 0,62 m zurückgeht. Die Förderhöhe der Pumpen bzw. das Gefälle der Wasserturbinen schwanken deshalb zwischen 139,78 und 149,9 m. Die Maschinengruppen bestehen, wie Abb. 346 zeigt, aus Pumpe, Dynamomaschine und Turbine. Beim Pumpbetrieb arbeitet die Dynamo als Synchronmotor. Zum Ingangsetzen der Pumpe wird die Gruppe zunächst durch die Turbine auf die normale Drehzahl

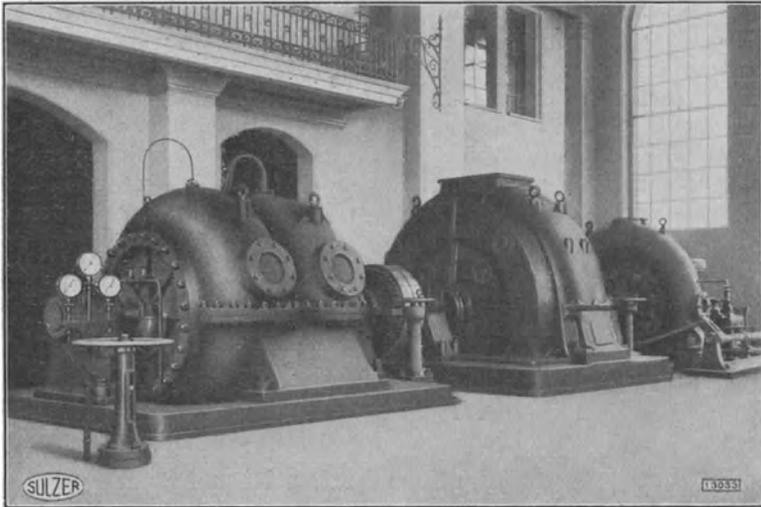


Abb. 346. Maschinengruppe für die Kraftspeicheranlage Viverone, bestehend aus (von links nach rechts) Pumpe, Dynamo, Wasserturbine. Leistung 4500 PS.

gebracht, sodann der Motor an das Stromnetz angeschlossen und die Turbine durch Ausrücken der nachgiebigen Bolzenkupplung abgeschaltet. Für das Auffüllen des Bertignano-Sees, wobei sämtliche Pumpen rund 36 Stunden arbeiten müssen, sind rund 360 000 kWh erforderlich. Hiervon werden zurückgewonnen 176 000 kWh bei voller Belastung der Maschinen, 165 000 kWh bei  $\frac{3}{4}$ -Belastung und 155 000 kWh bei halber Belastung. In der 1450 mm weiten und 700 m langen Druckleitung traten beim Abstellen der Pumpen Drucksteigerungen von 36% auf, die in gleicher Weise gemildert wurden, wie es bei Turbinenrohrleitungen in solchen Fällen üblich ist.

<sup>1)</sup> Z. V. d. I. 1921, S. 426 und Schweiz. Bauz. Bd. 76, Nr. 11 vom 18. Sept. 1920. Während der Drucklegung erscheint in den VDI-Nachrichten vom 3. September 1924 eine Mitteilung über die wesentlich größere, aber noch im Bau begriffene Kraftspeicheranlage des Schwarzenbachwerks bei Forbach (Schwarzwald). Bei Überlingen, Friedingen, Tübingen befinden sich ebenfalls Anlagen dieser Art, die aber erheblich kleinere Leistungen aufweisen.

Das Werk ist zunächst für 6000 kW ausgebaut. Die Laufräder der nach der Bauart der Abb. 264 ausgebildeten Pumpen bestehen aus Stahlguß. Zur Aufnahme des restlichen Achsschubs ist ein Kammlager und nicht eine Ausgleichsscheibe benützt. Die Abdichtung der Welle geschieht durch Labyrinthstopfbüchsen und Druckwasserabschluß der Saugseite.



Abb. 347. Gesamtansicht der Kraftspeicheranlage Funghera. Leistung 4000 PS.

Eine ähnliche Anlage, bei der aber künstliche und deshalb im Verhältnis zur Leistung kleinere Sammelweiher gewählt wurden, ist in Funghera im Sturatale gebaut worden<sup>1)</sup>. Eine Übersicht über diese Anlage, deren Leistung 4000 PS beträgt, gibt Abb. 347. Jedes der beiden Sammelbecken hat einen Inhalt von 50 000 m<sup>3</sup>. Beim Aufpumpen des Hochbehälters, das 8 Stunden beansprucht, steigt die Förderhöhe von 134 auf 152 m.

<sup>1)</sup> Schweiz. Bauzg. a. a. O. S. 145, Abb. 17.

### 104. Entwässerungsanlagen.

Bei der in Abb. 350 und 351 dargestellten Schöpfpumpenanlage ist eine stehende Pumpe der Geue - Pumpenbau - Ges. m. b. H. ver-

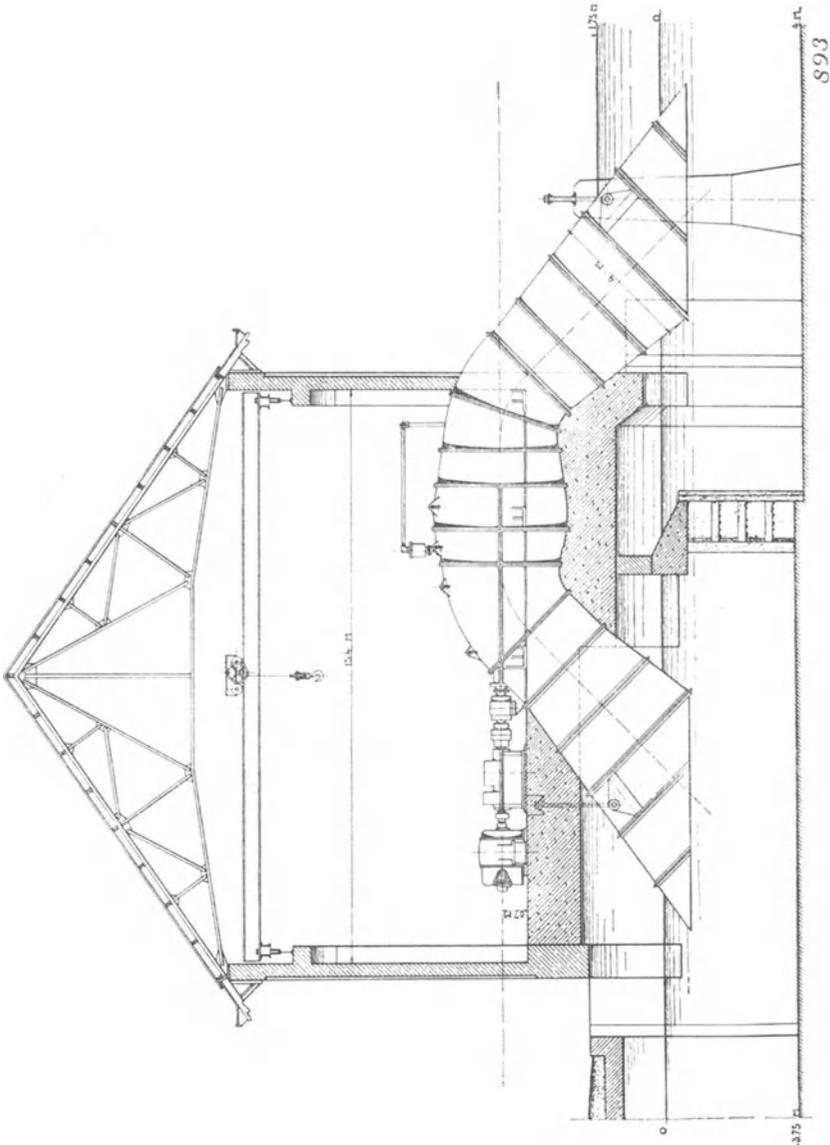


Abb. 348.

wendet. Die Pumpe mit Leitradgehäuse ist ganz nach Art der Francis-Turbinen in den offenen Schacht eingebaut, wodurch Rohrleitungen vermieden werden. Die Pumpe wird mittels Schneckenradvorgelege von einem Motor mit 965 Uml./min angetrieben und liefert 24 m<sup>3</sup>/min

auf 1,15 m Höhe. Dem Kraftbedarf von 8,25 PS entspricht ein Wirkungsgrad von 74,3% einschließlich der Verluste im Schneckenradgetriebe.

Derartige Pumpen werden bisweilen<sup>1)</sup> ohne Leitvorrichtung in den offenen Schacht eingebaut, wodurch erhebliche Austrittsverluste in

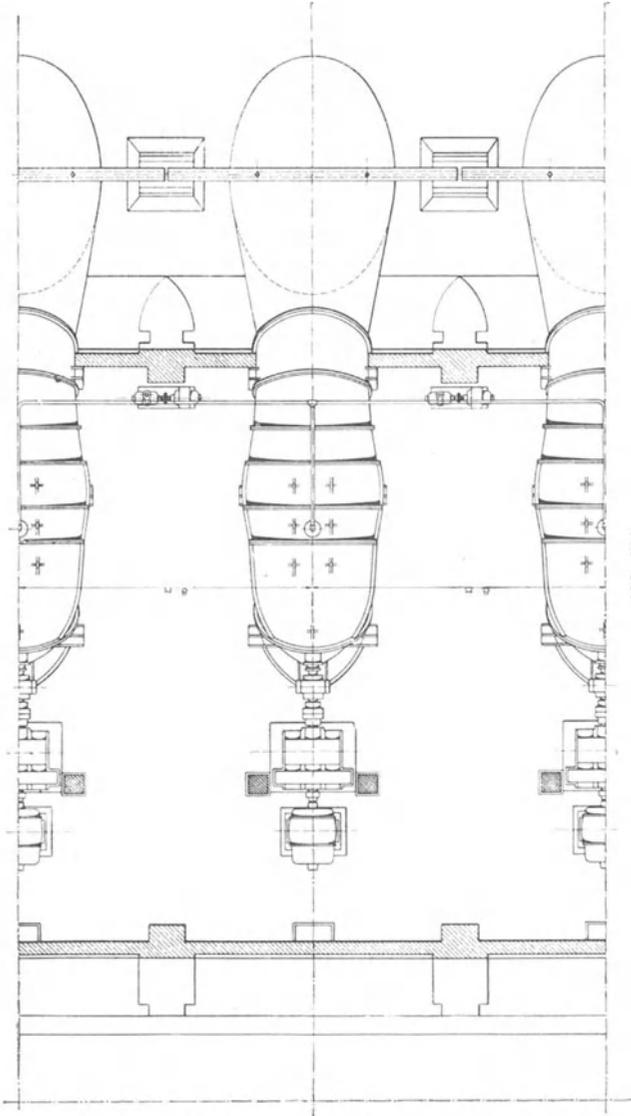


Abb. 349.

Abb. 348, 349. Entwässerungsanlage mit Axialpumpen (Gebr. Stork & Co., Hengelo).

Weite der Saugleitung im Einlauf 3900 mm, an der Pumpe 3000 mm, Weite der Austrittsleitung an der Pumpe 3000 mm, am Austritt 4020 mm. Größter Außendurchmesser des Schraubrades 3582 mm, Drehzahl des Motors 978, der Pumpe  $978 \cdot \frac{1,65}{1,83} = 53$ . Leistung 950 m<sup>3</sup>/min auf 0,8 bis 1,3 m Höhe, größte Förderhöhe 1,75 m.

Kauf genommen werden, falls das Rad nicht als ausgesprochener Schnellläufer konstruiert ist.

<sup>1)</sup> Hagens: Z. V. d. I. 1905, S. 807, 1755; 1909, S. 1049, 1148; 1923, S. 13.

In Abb. 348 und 349 ist eine Anlage mit der S. 348 besprochenen Storkschen Axialpumpe dargestellt. Die Pumpe ist in eine Heberleitung eingebaut, welche den Ober- und Unterwasserspiegel verbindet. Der Antrieb erfolgt durch einen Elektromotor von 970 Umdr./min unter Vermittlung einer doppelten Zahnradübersetzung von 35/165 und 34/133. Die Zahnräder sind mit Rücksicht auf die hohe Drehzahl sehr sorgfältig durchgebildet und doppelseitig angeordnet, so daß die Räder von Motor und Pumpe beiderseits im Eingriff stehen. Im höchsten Punkte des Hebers ist die Entlüftungsleitung angeschlossen.

Abb. 350.

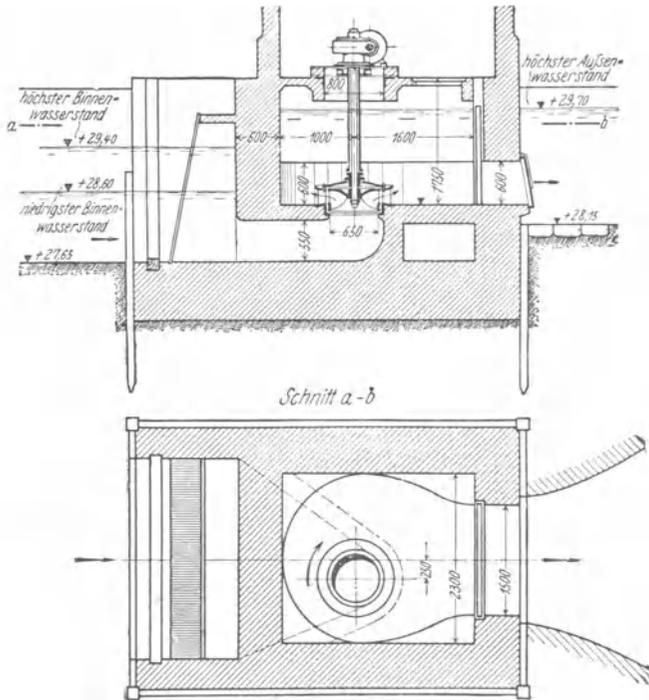


Abb. 351.

Abb. 350, 351. Schöpfungpumpenanlage in Königsberg.

Die große Einfachheit der Rohrführung bei Verwendung von Axialpumpen, die gerade bei großen Wassermengen die Anlagekosten ausschlaggebend beeinflusst, hat sogar dazu geführt, sie für mehrstufige Anordnung zu verwenden. Die Unterteilung des Druckgefälles bringt den Vorteil mit sich, daß die mit steigender Förderhöhe wachsende Kavitationsgefahr der Axialpumpe (vgl. Abschnitt 64) verringert oder bei gleicher Kavitationsgefahr die Schaufelfläche gegenüber der be-

strichenen Kreisfläche (Verhältnis  $\frac{L}{t}$  Abb. 135), also auch die Reibung verkleinert wird. Ferner ist nach Abschnitt 66 eine Verbesserung des

Wirkungsgrades durch die mit der Mehrstufenanordnung verbundene Abnahme der Verluste zu erwarten.

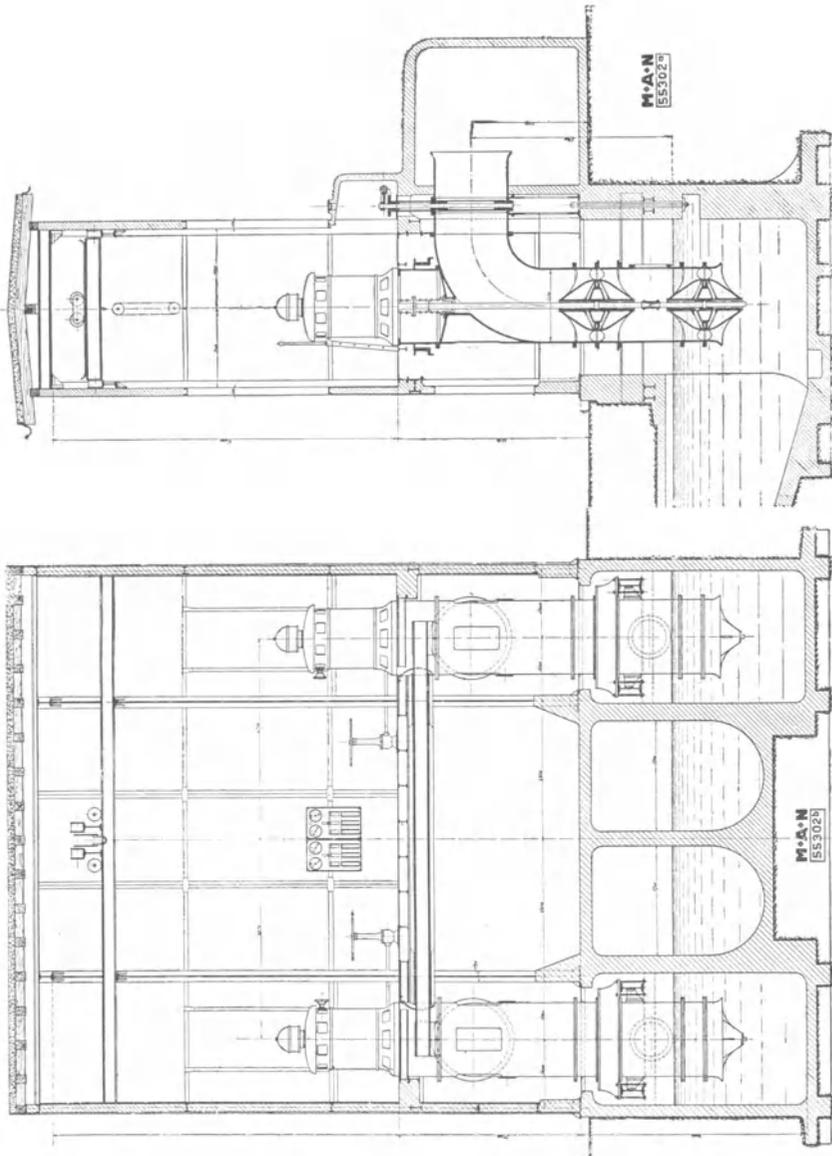


Abb. 352.

Abb. 353.

Abb. 352, 353. Zweistufige Axialpumpe der MAN für  $168 \text{ m}^3/\text{min}$  auf  $4,2 \text{ m}$  bei  $485 \text{ Umdr./min}$ , Kraftbedarf je  $250 \text{ PS}$ , für das Elektrizitätswerk „Le Triphase“, Asnières bei Paris.

Die Abb. 352 und 353 zeigen eine derartige von der Maschinenfabrik Augsburg - Nürnberg A.-G. gebaute Anlage, bei der zwei schiffsschraubenähnliche Laufräder auf gemeinsamer senkrechter Welle hintereinander geschaltet sind. Das Gehäuse trägt auch hier mittels radialer Rippen, welche den Wasserdurchgang nur wenig behindern,

die im Wasser liegenden Wellenlager. Das Schraubenrad hat ziemlich schmale Schaufeln, die nur 20 bis 30% des Durchflußquerschnitts bedecken. Diese Pumpen werden für Förderhöhen bis zu 2 m einstufig gebaut. Für größere Förderhöhen wird die Stufenzahl so gewählt, daß etwa 1,5 m auf eine Stufe entfallen.

Die spezifische Drehzahl der Pumpen in Abb. 352 berechnet sich nach Gl. (61), S. 187 zu  $n_s = 1010$ , ist also trotz der mehrstufigen Ausführung recht hoch.

Die Kennlinien einer solchen Pumpe sind in Abb. 354 wiedergegeben. Bemerkenswert ist, daß die Drosselkurven nicht den starken Abfall

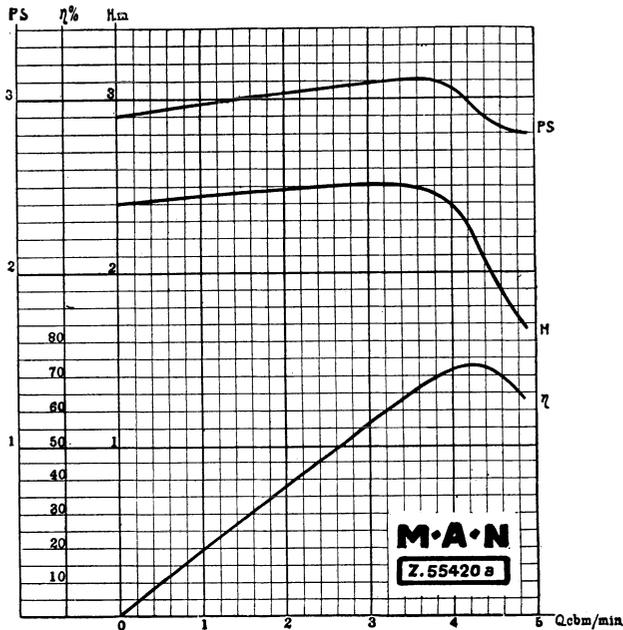


Abb. 354. Kennlinien einer einstufigen MAN-Axialpumpe.

zeigen, der sonst vielfach bei Axialpumpen beobachtet wird (vgl. Abb. 162, 300, 304). Dagegen ist die in der Arbeitsweise der Axialpumpe begründete starke Abnahme des Wirkungsgrades vom Punkt der Normalleistung aus ebenfalls zu verzeichnen.

Die gewählte senkrechte Anordnung hat vor der wagrechten nach Abb. 348 den Vorzug, daß das untere Laufrad im Unterwasser liegen kann und deshalb die Pumpe jederzeit betriebsbereit ist, ohne daß eine Luftpumpe zum Entlüften in Gang gesetzt zu werden braucht. Auch sind die Stopfbüchsen und Rohrleitungen nicht gegen Unterdruck abzudichten und die Wasserlager durch die Eigengewichte des Läufers nicht belastet. Sie bedingt aber eine abnormale Bauart des Motors und die Notwendigkeit, in die Leitung ein Abschlußorgan einzubauen, damit nach dem Abstellen das Wasser nicht zurückläuft. Dies kann bei der wagrechten Bauweise einfach durch Einlassen von Luft nach

dem Abstellen verhindert werden. Die schlechtere Zugänglichkeit des unteren Laufrades dürfte kaum in die Wagschale fallen.

Pumpen dieser Art eignen sich auch als Dockpumpen zum Leerpumpen großer Trocken- und Schwimmdocks, für den hydroelektrischen

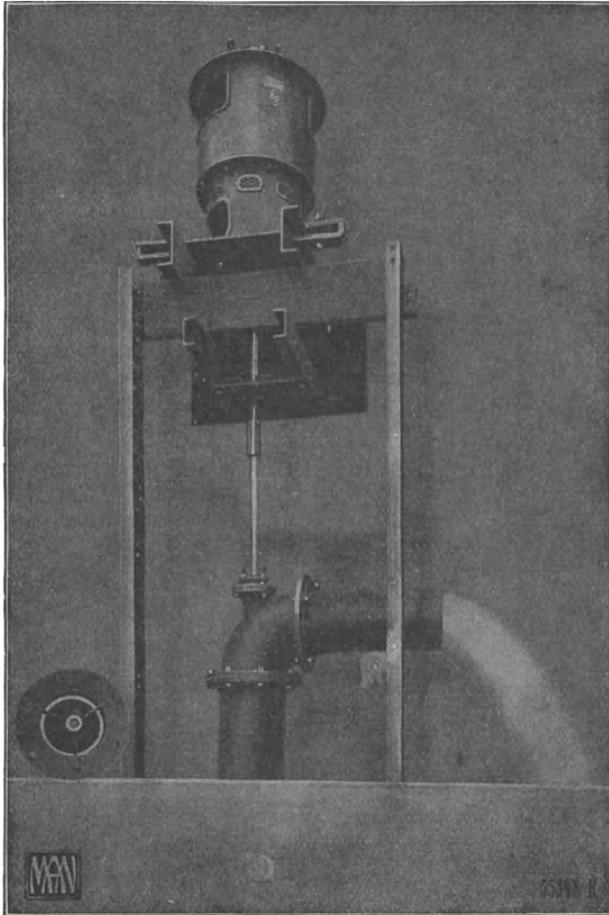


Abb. 355. Dreistufige MAN-Axialpumpe für 86 l/sec auf 2,7 m bei 1200 Umdr./min mit 6 PS Kraftbedarf für die Zuckerfabrik Groß-Gerau bei Mainz.

Links unten: Unterer Gehäuseteil mit Wellenlager.

Antrieb von Schiebetoren bei Schleusen, Trockendocks usw. Sie haben ferner für industrielle Zwecke sowie für die Schmutzwasserförderung Verwendung gefunden, sofern es sich darum handelte, sehr große Wassermengen auf geringe Höhen mit hoher Drehzahl zu heben.

So wurde beispielsweise die in Abb. 355 dargestellte MAN-Schraubenpumpe für die Zuckerfabrik Groß-Gerau bei Mainz geliefert. Nach den unter der Abbildung angegebenen Leistungsziffern errechnet sich eine spezifische Drehzahl von  $n_s = 610$ .

**Kreiselpumpen.** Eine Einführung in Wesen, Bau und Berechnung neuzeitlicher Kreisel- oder Zentrifugalpumpen. Von Dipl.-Ing. **L. Quantz** in Stettin. Mit 109 Textabbildungen. (112 S.) 1922. 3.80 Goldmark / 0.95 Dollar

---

**Die Pumpen.** Ein Leitfaden für Höhere Maschinenbauschulen und zum Selbstunterricht. Von Professor Dipl.-Ing. **H. Matthiessen** in Kiel und Dipl.-Ing. **E. Fuchslocher** in Kiel. Mit 137 Textabbildungen. (89 S.) 1923. 1.60 Goldmark / 0.40 Dollar

---

**Die Kolbenpumpen** einschließlich der Flügel- und Rotationspumpen. Von Professor **H. Berg** in Stuttgart. Zweite, vermehrte und verbesserte Auflage. Mit 536 Textfiguren und 13 Tafeln. (436 S.) 1921. Gebunden 16 Goldmark / Gebunden 3.85 Dollar

---

**Die Zentrifugalpumpen** mit besonderer Berücksichtigung der Schaufelschnitte. Von Dipl.-Ing. **Fritz Neumann**. Zweite, verbesserte und vermehrte Auflage. Mit 221 Textfiguren und 7 lithogr. Tafeln. Unveränderter Neudruck. (260 S.) 1922. Gebunden 10 Goldmark / Gebunden 2.40 Dollar

---

**Dynamik der Leistungsregelung von Kolbenkompressoren und -pumpen** (einschl. Selbstregelung und Parallelbetrieb). Von Dr.-Ing. **Leo Walther** in Nürnberg. Mit 44 Textabbildungen, 23 Diagrammen und 85 Zahlenbeispielen. (156 S.) 1921. 4.60 Goldmark / 1.10 Dollar

---

**Kolben- und Turbo-Kompressoren.** Theorie und Konstruktion. Von Professor Dipl.-Ingenieur **P. Ostertag** in Winterthur. Dritte, verbesserte Auflage. Mit 358 Textabbildungen. (308 S.) 1923. Gebunden 20 Goldmark / Gebunden 4.80 Dollar

---

**Kälteprozesse.** Dargestellt mit Hilfe der Entropie-Tafel. Von Dipl.-Ing. Professor **P. Ostertag** in Winterthur. Mit 58 Textabbildungen und 3 Tafeln. (120 S.) 1924. 6 Goldmark; gebunden 6.80 Goldmark / 1.45 Dollar; gebunden 1.65 Dollar

---

**Die Kältemaschine.** Grundlagen, Berechnung, Ausführung, Betrieb und Untersuchung von Kälteanlagen. Von Dipl.-Ing. **M. Hirsch**, beratender Ingenieur (V. B. I.). Mit 261 Abbildungen im Text. (522 S.) 1924. Gebunden 20 Goldmark / Gebunden 4.75 Dollar

**Die Theorie der Wasserturbinen.** Ein kurzes Lehrbuch. Von Professor **Rudolf Escher** † in Zürich. Dritte, vermehrte und verbesserte Auflage, herausgegeben von **Robert Dubs**, Oberingenieur der A.-G. der Maschinenfabriken Escher, Wyss & Cie. Mit 364 Textabbildungen und 1 Tafel. (369 S.) 1924. Gebunden 13.50 Goldmark / Gebunden 3.25 Dollar

---

**Theorie der Durchströmturbine.** Von **Erwin Sonnek**, Ingenieur. Mit 24 Textfiguren. (62 S.) 1923. 2 Goldmark / 0.50 Dollar

---

**Wasserkraftmaschinen.** Eine Einführung in Wesen, Bau und Berechnung neuzeitlicher Wasserkraftmaschinen und Wasserkraftanlagen. Von Dipl.-Ing. **L. Quantz** in Stettin. Fünfte, erweiterte und verbesserte Auflage. Mit 179 Textfiguren. (155 S.) 1924. 3 Goldmark / 0.75 Dollar

---

**Strömungsenergie und mechanische Arbeit.** Beiträge zur abstrakten Dynamik und ihre Anwendung auf Schiffspropeller, schnellaufende Pumpen und Turbinen, Schiffswiderstand, Schiffssegel, Windturbinen, Trag- und Schlagflügel und Luftwiderstand von Geschossen. Von **Paul Wagner**, Oberingenieur in Berlin. Mit 151 Textfiguren. (263 S.) 1924. Gebunden 10 Goldmark / Gebunden 2.40 Dollar

---

**Energie-Umwandlungen in Flüssigkeiten.** Von **Dónát Bánki**, Maschineningenieur, o. ö. Professor an der Technischen Hochschule, Mitglied der Akademie der Wissenschaften zu Budapest.

Erster Band: **Einleitung in die Konstruktionslehre der Wasserkraftmaschinen, Kompressoren, Dampfturbinen und Aeroplane.** Mit 591 Textabbildungen und 9 Tafeln. (520 S.) 1921.

Gebunden 20 Goldmark / Gebunden 4.80 Dollar

---

**Lehrbuch der Hydraulik** für Ingenieure und Physiker. Zum Gebrauche bei Vorlesungen und zum Selbststudium. Von Dr.-Ing. **Theodor Pöschl**, o. ö. Professor an der Deutschen Technischen Hochschule in Prag. Mit 148 Abbildungen. (196 S.) 1924.

8.40 Goldmark; gebunden 9.30 Goldmark / 2 Dollar; gebunden 2.25 Dollar

---

**Über Wertberechnung von Wasserkräften.** Von Dr.-Ing. **Adolf Ludin** und Dr.-Ing. Dr. rer. pol. **W. G. Waffenschmidt**, Karlsruhe i. B. (Sonderdruck aus „Der Bauingenieur“, Zeitschrift für das gesamte Bauwesen, 2. Jahrgang 1921, H. 4.) (Auch als Mitteilungen des Deutschen Wasserwirtschafts- und Wasserkraft-Verbandes E. V.“ Nr. 3 erschienen.) (20 S.) 1921.

0.45 Goldmark / 0.15 Dollar

---

**Die Wasserkräfte**, ihr Ausbau und ihre wirtschaftliche Ausnutzung. Ein technisch-wirtschaftliches Lehr- und Handbuch. Von Bauinspektor Dr.-Ing. **Adolf Ludin**. Zwei Bände. Mit 1087 Abbildungen im Text und auf 11 Tafeln. Preisgekrönt von der Akademie des Bauwesens in Berlin. Unveränderter Neudruck. (1424 S.) 1923. Gebunden 66 Goldmark / Gebunden 16 Dollar

**Dampf- und Gasturbinen.** Mit einem Anhang über die Aussichten der Wärmekraftmaschinen. Von Dr. phil. Dr.-Ing. **A. Stodola**, Professor an der Eidgen. Techn. Hochschule in Zürich. Sechste Auflage. Unveränderter Abdruck der fünften Auflage. Mit einem Nachtrag nebst Entropietafel für hohe Drücke und B<sup>1</sup>T-Tafel zur Ermittlung des Rauminhalts. Mit 1138 Textabbildungen und 13 Tafeln. (1154 S.) 1924.

Gebunden 50 Goldmark / Gebunden 12 Dollar

**Nachtrag** nebst Entropietafel für hohe Drücke und B<sup>1</sup>T-Tafel zur Ermittlung des Rauminhalts. Sonderausgabe zur Ergänzung der 5. Auflage. (32 S.) 1924. 3 Goldmark / 0.75 Dollar

Sonderausgaben der Tafeln:

**JS-Tafel für Wasserdampf.** Sonderausgabe in doppelter Größe der Buchbeilage (d. i. Originalgröße). 1.20 Goldmark / 0.30 Dollar

**Entropietafel I** für Gase. Sonderausgabe. 0.80 Goldmark / 0.20 Dollar

**Entropietafel II** für Gase. Sonderausgabe. (Mit den wahren spezifischen Wärmen.) 0.80 Goldmark / 0.20 Dollar

---

**Kolbendampfmaschinen und Dampfturbinen.** Ein Lehr- und Handbuch für Studierende und Konstrukteure. Von Professor **Heinrich Dubbel**, Ingenieur. Sechste, vermehrte und verbesserte Auflage. Mit 566 Textfiguren. (530 S.) 1923. Gebunden 11 Goldmark / Gebunden 2.65 Dollar

---

**Der Einfluß der rückgewinnbaren Verlustwärme des Hochdruckteils auf den Dampfverbrauch der Dampfturbinen.** Von Dr.-Ing. **Georg Forner**, Beratender Ingenieur und Privatdozent an der Technischen Hochschule zu Berlin. Mit 10 Textabbildungen und 8 Zahlentafeln. (36 S.) 1922. 1.50 Goldmark / 0.40 Dollar

---

**Regelung der Kraftmaschinen.** Berechnung und Konstruktion der Schwungräder, des Massenausgleichs und der Kraftmaschinenregler in elementarer Behandlung. Von Hofrat Professor Dr.-Ing. **Max Tolle** in Karlsruhe. Dritte, verbesserte und vermehrte Auflage. Mit 532 Textfiguren und 24 Tafeln. (902 S.) 1921. Gebunden 33.50 Goldmark / Gebunden 8 Dollar

---

**Der Regelvorgang bei Kraftmaschinen** auf Grund von Versuchen an Exzenterreglern. Von Dr.-Ing. **A. Watzinger**, Professor der Norweg. Technischen Hochschule in Trondhjem, und Dipl.-Ing. **Leif J. Hanssen**, Assistent am Laboratorium für Wärmekraftmaschinen der Norweg. Technischen Hochschule in Trondhjem. Mit 82 Abbildungen. (92 S.) 1923. 7 Goldmark; gebunden 8 Goldmark / 1.70 Dollar; gebunden 1.95 Dollar

---

**Die Berechnung der Drehschwingungen** und ihre Anwendung im Maschinenbau. Von **Heinrich Holzer**, Oberingenieur der Maschinenfabrik Augsburg-Nürnberg. Mit vielen praktischen Beispielen und 48 Textfiguren. (204 S.) 1921. 8 Goldmark; gebunden 9 Goldmark / 1.95 Dollar; gebunden 2.15 Dollar

---

**Drehschwingungen in Kolbenmaschinenanlagen und das Gesetz ihres Ausgleichs.** Von Dr.-Ing. **Hans Wydler** in Kiel. Mit einem Nachwort: Betrachtungen über die Eigenschwingungen reibungsfreier Systeme von Professor Dr.-Ing. **Guido Zerkowitz** in München. Mit 46 Textfiguren. (106 S.) 1922. 6 Goldmark / 1.45 Dollar

Verlag von Julius Springer in Berlin W 9

---

# Taschenbuch für den Maschinenbau

Bearbeitet von

Prof. Dr.-Ing. H. Baer-Breslau, Prof. H. Dubbel-Berlin, Dr. G. Glage-Berlin, Dipl.-Ing. W. Gruhl-Berlin, Dipl.-Ing. R. Hänchen-Berlin, Ing. O. Heinrich-Berlin, Dr.-Ing. M. Krause-Berlin, Regierungsbaumeister Fr. Krauß-Eßlingen, Prof. Dr.-Ing. Fr. Oesterlen-Hannover, Prof. Dr. A. Schiebel-Prag, Prof. E. Toussaint-Berlin, Dipl.-Ing. H. Winkel-Berlin, Dr.-Ing. K. Wolters-Berlin.

Herausgegeben von

**Professor H. Dubbel**

Ingenieur, Berlin

Vierte, erweiterte und verbesserte Auflage

Mit 2786 Textfiguren. (1739 S.) 1924

In zwei Bänden

Gebunden 18 Goldmark / Gebunden 4.30 Dollar

---

**Die Steuerungen der Dampfmaschinen.** Von Professor **Heinrich Dubbel**, Ingenieur. Dritte, umgearbeitete und erweiterte Auflage. Mit 515 Textabbildungen. (399 S.) 1923. Gebunden 10 Goldmark / Gebunden 2.40 Dollar

---

**Maschinentechnisches Versuchswesen.** Von Professor Dr.-Ing. **A. Gramberg**. Oberingenieur an den Höchster Farbwerken.

**Erster Band: Technische Messungen bei Maschinenuntersuchungen und zur Betriebskontrolle.** Zum Gebrauch an Maschinenlaboratorien und in der Praxis. Fünfte, vielfach erweiterte und umgearbeitete Auflage. Mit 326 Figuren im Text. (577 S.) 1922.

Gebunden 18 Goldmark / Gebunden 4.30 Dollar

**Zweiter Band: Maschinenuntersuchungen und das Verhalten der Maschinen im Betriebe.** Ein Handbuch für Betriebsleiter, ein Leitfaden zum Gebrauch bei Abnahmeversuchen und für den Unterricht an Maschinenlaboratorien. Dritte, verbesserte Auflage. Mit 327 Figuren im Text und auf 2 Tafeln. Erscheint im Herbst 1924

---

**Technische Untersuchungsmethoden zur Betriebskontrolle** insbesondere zur Kontrolle des Dampfbetriebes. Zugleich ein Leitfaden für die Übungen in den Maschinenbaulaboratorien Technischer Lehranstalten. Von Professor **Julius Brand**, Oberlehrer der Staatl. vereinigten Maschinenbauschulen zu Elberfeld. Mit einigen Beiträgen von Dipl.-Ing. Oberlehrer **Robert Heermann**. Vierte, verbesserte Auflage. Mit 277 Textabbildungen, 1 lithographischen Tafel und zahlreichen Tabellen. (385 S.) 1921. Gebunden 12 Goldmark / Gebunden 2.90 Dollar