Aufgaben und Lösungen

aus der

Gleich- und Wechselstromtechnik

Von

H. Vieweger

Siebente Auflage

Aufgaben und Lösungen

aus der

Gleich- und Wechselstromtechnik

Ein Übungsbuch für den Unterricht an technischen Hoch- und Fachschulen, sowie zum Selbststudium

von

Professor **H. Vieweger**

Siebente, verbesserte Auflage

Mit 210 Textfiguren und 2 Tafeln

Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH 1922

Vorwort zur sechsten und siebenten Auflage.

Die Änderungen in diesen Auflagen bestehen im wesentlichen in der Einfügung des § 25 a, „Umwickelung von Drehstrommotoren", in welchem die Umrechnung eines fertigen Drehstrommotors für eine andere Spannung und ein anderes Wickelungsmaterial behandelt wird.

Mittweida, im Juni 1921.
Mittweida, im März 1922.

H. Vieweger.

ISBN 978-3-662-27848-2 ISBN 978-3-662-29348-5 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-662-29348-5

Ursprünglich erschienen bei Verlag von Julius Springer 1922
Softcover reprint of the hardcover 7th edition 1922

Additional material to this book can be downloaded from http://extras.springer.com.

Vorwort zur ersten Auflage.

Der Verfasser beabsichtigt mit dem vorliegenden Buche, dem Studierenden der Elektrotechnik ein Hilfsmittel zu bieten, welches ihn befähigt, die Grundgesetze der Elektrotechnik voll und ganz zu seinem geistigen Eigentum zu machen.

So außerordentlich vielseitig auch die elektrotechnische Literatur in den letzten Jahren geworden war, fehlte es doch immer noch an einer **Sammlung ausführlich durchgerechneter Zahlenbeispiele,** im besonderen aus dem Gebiete des Wechselstromes.

Diesem Mangel hofft der Verfasser hiermit abgeholfen zu haben.

Um das Buch zu einem recht reichhaltigen und namentlich für **Unterrichtszwecke** brauchbaren zu machen, sind fast alle Aufgaben mit mehrfachen Zahlenangaben [ ] versehen, so daß bei der Benützung im Unterrichte die [ ] Beispiele zu Hause gerechnet werden können. Um das lästige und zeitraubende Diktieren abgeänderter Beispiele zu sparen, wurden leere Klammern ( ) beigefügt, in welche der Lehrer eigene Zahlen einschreiben läßt.

Einem jeden Paragraphen sind die **einzuübenden Gesetze und Formeln,** ohne Herleitung, vorangestellt, so daß das Buch auch bei Repetitionen gute Dienste leisten dürfte.

Um denjenigen Studierenden, oder bereits in der Praxis stehenden Ingenieuren und Technikern, welche durch **Selbstunterricht** sich die Lehren der Elektrotechnik aneignen wollen, den Weg zu zeigen, wie man zu den betreffenden Gesetzen und Formeln gelangt ist, sind stets Hinweise auf das ausführliche Lehrbuch der Elektrotechnik „Holzt, Schule des Elektrotechnikers“, Verlag von Moritz Schäfer, Leipzig, gegeben worden (z. B.: Seite 445).

Die vorliegende Aufgabensammlung schließt sich übrigens in ihrer Disposition vollständig jenem Buche an und dürfte deshalb vielen Lesern der „Schule des Elektrotechnikers“ eine willkommene **Ergänzung** sein. Die Entwickelung einiger neuerer Formeln ist deshalb im vorliegenden Buche in Fußnoten nachgetragen.

Die zahlreichen Beispiele für die Berechnung der Gleich- und Wechselstrom-Maschinen, der Drehstrommotoren und Transformatoren sind erprobten, gut funktionierenden Ausführungen entnommen.

Fast sämtliche Ausrechnungen sind mit dem Rechenschieber gemacht worden, so daß die Resultate auf eine Genauigkeit von 0,3 % Anspruch machen.

Sollten außer den unvermeidlichen Druckfehlern auch einzelne, im Fehlerverzeichnis nicht enthaltene, Rechenfehler untergelaufen sein, so wäre der Verfasser für freundliche Mitteilung derselben dankbar.

Mittweida, im Juni 1902.

H. Vieweger.

Vorwort zur fünften Auflage.

Die Veränderungen, die diese Auflage erhalten hat, seien im folgenden kurz angegeben.

Um die Hinweise auf die Schule des Elektrotechnikers entbehrlich zu machen, wurden die durch die Aufgaben einzuübenden Gesetze und Formeln den einzelnen Paragraphen in ausführlicherer Begründung vorangestellt. Namentlich gilt dies für die Entstehung der EMK in den Gleichstromankern und die Theorie und Berechnung der Drehstrommotoren. In Fußnoten wurden die Beweise zu benutzten Formeln gegeben.

Einem vielfach ausgesprochenen Wunsche nachkommend, wurde der § 11a „Berechnung der Leitungen" eingeschoben.

Anstatt des 15 PS Drehstrommotors mit Kupferwickelung wurde in Aufgabe 316 ein 10 kW Motor mit Aluminiumwickelung berechnet.

Um aber den Umfang nicht zu sehr zu erweitern, mußten einige, dem Verfasser weniger wichtig erscheinende Aufgaben weggelassen werden. Aus demselben Grunde machten sich auch Zusammenziehungen nötig. So wurde schon seit der dritten Auflage in § 39 die Berechnung der Gleich- und Wechselstrom-Maschinen vereinigt, obgleich dem Verfasser wohl bewußt ist, daß dem Leser hierdurch einige Schwierigkeiten erwachsen, indem er selbständig die Trennung der Formeln für die Gleichstrommaschine von denen der Wechselstrommaschine vornehmen muß, was ihm aber durch die Aufgaben 321 und 322 erleichtert wird. Trotz dieser Beschränkungen ist die Zahl der Aufgaben von 312 in der ersten Auflage auf 322, die Zahl der Figuren von 158 auf 210 gestiegen. Möge daher der fünften Auflage dasselbe Wohlwollen entgegengebracht werden, wie den vorangegangenen.

Mittweida, im April 1919.

H. Vieweger.

Inhaltsverzeichnis.

I. Elektrizitätslehre.

II. Die Eigenschaften der Gleichstrom-Maschinen.

III. Wechselstrom.

I. Elektrizitätslehre.

Einleitung.

Erzeugung des elektrischen Stromes. Verbindet man die Klemmen (Pole) einer Stromquelle, z. B. eines galvanischen Elementes durch einen Draht miteinander, so fließt in dem Drahte ein elektrischer Strom. (Ein solches Element besteht gewöhnlich aus Zink und einem anderen Metall oder Kohle, die beide in eine verdünnte Säure oder auch Lauge tauchen. Bei einigen steht das Zink auch in einer andern Flüssigkeit wie das Metall, und beide sind dann durch eine poröse Tonzelle getrennt. Die Zinkklemme bildet stets den sogenannten negativen Pol, die andere Klemme den positiven Pol.)

Wirkungen des Stromes. Der elektrische Strom kann nur durch seine Wirkungen wahrgenommen werden. Diese sind:

1. Wärme-Wirkungen (ein stromdurchflossener Draht kommt zum Glühen und verlängert sich).

2. Magnetische Wirkungen (eine Magnetnadel wird durch einen über sie hinweggeleiteten Strom abgelenkt; ein Stück Eisen, um welches der Strom in mehrfachen Windungen geführt ist, wird magnetisch).

3. Chemische Wirkungen. (Leitet man den Strom durch ein Metallsalz (Elektrolyt), so wird dasselbe zersetzt, und zwar scheidet sich das Metall an der Platte aus, die mit dem negativen Pol der Stromquelle verbunden ist. Diese Platte heißt Kathode, während die andere, an welcher eine Zersetzung stattfindet, Anode genannt wird.)

4. Elektrodynamische Wirkungen. (Zwei stromdurchflossene Drähte ziehen sich an oder stoßen sich ab.)

Jede der unter 1 bis 4 genannten Wirkungen kann als Maß für die Stromstärke dienen.

§ 1.

Stromstärke, Niederschlagsmenge.

Benützen wir die chemische Wirkung des Stromes zur Definition der Einheit der Stromstärke, so machen wir Gebrauch von dem Faradayschen Gesetz:

Gesetz 1: Die zersetzten Bestandteile eines Elektrolyten sind der Stromstärke und der Zeit proportional.

Bezeichnet J (oder auch i) die Stromstärke, t die Anzahl der Sekunden, welche der Strom durch das gelöste Metallsalz floß, a eine Zahl, die von der chemischen Zusammensetzung des Salzes abhängt und elektrochemisches Äquivalent genannt wird, so ist die zersetzte Menge G in Milligrammen (mg)

$$G = aJt \qquad 1.$$

Man setzt nun denjenigen Strom $J = 1$, der aus einer Kupferlösung in 1 Sekunde 0,328 mg Kupfer ausscheidet und nennt ihn 1 Ampere. Leitet man einen Strom durch Wasser, so zersetzt er dasselbe in Wasserstoff, der sich an der Kathode, und Sauerstoff, der sich an der Anode abscheidet. Das Gemisch beider Gase heißt Knallgas. Anstatt das Gewicht dieser Gase zu bestimmen, ist es bequemer, ihr Volumen zu messen. 1 A erzeugt bei 0° Temperatur und 760 mm Barometerstand in 1 Minute 10,44 Kubikzentimeter (cm^3) trocknes Knallgas (Knallgasvoltameter).

1. Tabelle der elektrochemischen Äquivalente, Atomgewichte und Wertigkeiten.

An der Kathode abgeschiedener Bestandteil	Elektrochemisches Äquivalent a in mg	Atomgewicht A bezogen auf Wasserstoff = 1	Wertigkeit n
Aluminium	0,0935	27,04	3
Blei	1,0718	207,1	2
Eisen	0,2908	56,0	2
Gold	0,681	197,2	3
Kupfer	0,328	63,6	2
Nickel	0,304	58,7	2
Platin	1,009	194	2
Quecksilber . . .	s. Aufgabe 8	200,6	2
Silber	1,118	107,9	1
Wasserstoff . . .	0,01036	1	1
Zink	0,338	65,4	2
Zinn	0,62	118,9	2

Aufgaben.

1. Wieviel mg Kupfer schlagen 2 [5] (3,25) A in 50 [60] (48) Sekunden aus einer Kupfervitriollösung nieder?

Lösung: Für Kupfer gibt die Tabelle $a = 0{,}328$, laut Aufgabe ist $J = 2$ A, $t = 50$ Sek. Also

$$G = 0{,}328 \,.\, 2 \,.\, 50 = 32{,}8 \text{ mg.}$$

2. Wieviel mg Silber werden von 0,5 [0,03] (0,002) A in 3 [10] (24) Stunden niedergeschlagen?

Lösung: Für Silber ist $a = 1{,}118$, ferner

$$3 \text{ Std.} = 3 \,.\, 60 \,.\, 60 = 10800 \text{ Sek.}$$

$$G = 1{,}118 \,.\, 0{,}5 \,.\, 10800 = 6037 \text{ mg.}$$

3. Welcher Strom ist durch ein Silbervoltameter geflossen, der in 2 Std. 50 Min. [4 Std. 20 Min.] (10 Std. 12 Min.) 85 [96] (1200) mg niederschlug?

Lösung: Aus $G = aJt$ folgt:

$$J = \frac{G}{at} = \frac{85}{1{,}118 \,.\, 170 \,.\, 60} = 0{,}00746 \text{ A.}$$

4. In welcher Zeit werden von 30 [32,5] (84,3) A 40 [43,259] (250) g Nickel niedergeschlagen?

Lösung:

Aus $G = aJt$ folgt $t = \frac{G}{aJ} = \frac{40000}{0{,}304 \cdot 30} = 4386$ Sek.

oder $t = 1$ Std. 13 Min. 16 Sek.

5. Jemand wünscht eine Vernickelungsanstalt anzulegen, in welcher täglich bei 10 [11] (12) stündiger Arbeitszeit 1,5 [2] (3) kg Nickel niedergeschlagen werden sollen. Wieviel Ampere muß die Stromquelle liefern können?

Lösung: Aus $G = aJt$ folgt

$$J = \frac{G}{at} = \frac{1{,}5 \cdot 1000 \cdot 1000}{0{,}304 \cdot (10 \cdot 60 \cdot 60)} = 137 \text{ A.}$$

6. In wieviel Tagen können 250 [300] (750) kg Aluminium geliefert werden, wenn eine Stromstärke von 700 [1200] (2000) A zur Verfügung steht und ein Betriebstag 24 Stunden hat.

Lösung: $t = \frac{G}{aJ} = \frac{250 \cdot 1000000}{0{,}0935 \cdot 700} = 3819700$ Sek.

$t = 1061$ Std. $= 44{,}2$ Tage.

7. Wieviel Ampere sind durch ein Knallgasvoltameter gegangen, wenn in 10 [15] (25) Minuten 150 [280] (400) cm^3 entwickelt wurden?

Lösung: Die Gleichung $G = aJt$ gilt auch für das Knallgasvoltameter (S. 2), nur ist für $a = 10{,}44$ cm^3, t in Minuten und G ebenfalls in cm^3 anzugeben, demnach

$$J = \frac{G}{at} = \frac{150}{10{,}44 \cdot 10} = 1{,}435 \text{ A.}$$

Das zweite von **Faraday** aufgestellte Gesetz heißt:

Die durch denselben Strom in der gleichen Zeit zersetzten Mengen verschiedener Elektrolyten sind ihren chemischen Äquivalenten proportional.

Unter dem chemischen Äquivalent versteht man den Quotienten aus Atomgewicht und Wertigkeit: $\frac{A}{n}$ (siehe Tabelle 1).

Bezeichnet G die zersetzte Gewichtsmenge des einen Elektrolyten, G^1 die eines anderen, $\frac{A}{n}$ und $\frac{A^1}{n^1}$ die zugehörigen chemischen Äquivalente, so ist

$$G : G^1 = \frac{A}{n} : \frac{A^1}{n^1}.$$

Nach 1 ist $G = aJt$, $G^1 = a^1Jt$, also auch

$$a : a^1 = \frac{A}{n} : \frac{A^1}{n^1}.$$

Für Wasserstoff ist $A^1 = 1$, $n^1 = 1$, $a^1 = 0{,}01036$ (experimentell bestimmt), also wird für einen beliebigen Elektrolyten

$$a = 0{,}01036 \frac{A}{n} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1a.$$

8. Wieviel Quecksilber wird von 0,05 [0,03] (0,025) A in 1 [2] (3) Stunden an der Kathode abgeschieden und welche Höhe erreicht dasselbe, wenn es in einem Glasrohr von 2 mm innerem Durchmesser aufgefangen wird? (Anwendung im Stia-Zähler.)

Lösung: Für Quecksilber fehlt in der Tabelle 1 der Wert von a. Wir berechnen ihn daher zunächst aus Gl. 1a. Nach Tabelle 1 ist für Quecksilber

$$A = 200,\ n = 2,\ \text{mithin } a = 0{,}01036 \frac{200}{2} = 1{,}036,$$

Gl. 1 gibt jetzt

$$G = 1{,}036 \,.\, 0{,}05 \,.\, 3600 = 186 \text{ mg}.$$

Das spezifische Gewicht des Quecksilbers ist $\gamma = 13{,}6$, also das Gewicht eines Zylinders von 2 mm Durchmesser und x mm Höhe $G = 2^2 \frac{\pi}{4} \,.\, x \,.\, 13{,}6$ oder $x = \frac{186}{3{,}14 \,.\, 13{,}6} = 4{,}36$ mm.

§ 2.

Elektrizitätsmenge.

Erklärung: Das Produkt aus Stromstärke und Zeit nennt man Elektrizitätsmenge, und zwar heißt das Produkt 1 A mal 1 Sekunde 1 Coulomb (Cb.), das Produkt 1 A mal 1 Stunde heißt 1 Amperestunde.

Bezeichnet Q die Elektrizitätsmenge in Coulomb, J die Stromstärke in Ampere und t die Zeit in Sekunden, so ist:

$$Q = J\,t \text{ Coulomb}$$

oder

$$J = \frac{Q}{t} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 2.$$

Bei veränderlicher Stromstärke ist

$$i = \frac{dQ}{dt} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 2a.$$

Die Formel 1 geht über in $G = a\,Q$.

9. Wieviel Coulomb hat ein Element geliefert, das 30 [20] (8) Tage lang 0,1 [0,085] (0,15) A abgab?

Lösung: 30 Tage = 30 . 24 . 60 . 60 = 2592000 Sekunden, folglich Q = 0.1 . 2592000 = 259200 Cb.

10. Wieviel Tage lang kann man ein Element mit 0,2 [0,35] (5,6) A entladen, wenn es 60 [208] (320) Amperestunden abgeben soll?

Lösung: Amperestunden sind das Produkt $Q = J\,t$, wo J in Ampere und t in Stunden zu setzen ist, also

$$t = \frac{Q}{J} = \frac{60}{0,2} = 300 \text{ Stunden}$$

oder $300 : 24 = 12^1/_2$ Tage.

11. Wieviel Kupfer wird in einem Daniell-Element niedergeschlagen, wenn dasselbe 10 [8] (7) Amperestunden liefert?

Lösung: Will man a der Tabelle 1 entnehmen, so muß man t in Sekunden einsetzen, also zunächst 10 Amperestunden in Coulomb verwandeln; es ist offenbar

1 Amperestunde = 60 . 60 = 3600 Coulomb,

also G = 0,328 . 3600 . 10 = 11800 mg = 11,8 g Cu.

12. Wieviel Gramm Zink werden theoretisch durch 10 [8] (7) Amperestunden zersetzt?

Lösung: G = 0,338 . 36000 = 12167 mg = 12,167 g Zn.

13. Welches elektrochemische Äquivalent besitzt Zinn, wenn 7260 [13000] (15650) Cb 4500 [8060] (9700) mg niederschlagen?

Lösung: Aus G = a Q folgt $a = \frac{G}{Q} = \frac{4500}{7260} = 0,62$.

14. Rechne die in der Tabelle angegebenen Werte für a um, so daß a die abgeschiedene Menge für 1 Amperestunde, ausgedrückt in g wird.

Lösung: Da 1 Amperestunde = 3600 Cb, so hat man die Zahlen der Tabelle mit 3600 zu multiplizieren, um a in mg zu erhalten, weil jedoch a in Grammen verlangt wird, muß diese Zahl noch durch 1000 dividiert werden; so ist z. B. für Blei a = 1,01718 mg, d. h. ein Coulomb scheidet pro Sekunde 1,0718 mg Blei aus, also 1 Amperestunde: 1,0718 . 3600 = 3860 mg = 3,86 g, also a = 3,86 g pro Amperestunde.

§ 3.

Eichung von Amperemetern.

Die Messung des Stromes erfolgt durch geeignete Meßinstrumente, welche Amperemeter genannt werden. Man unterscheidet solche, bei denen die Drehung eines Zeigers in einem bekannten Verhältnis zur Stromstärke steht, und solche, bei denen dieses gesetzmäßige Verhältnis nicht bekannt ist. Die ersteren werden durch Eichung benutzbar, während die letzteren graduiert werden müssen, indem jeder Teilpunkt der Skala durch Vergleichen mit einem Instrumente der ersten Art festgelegt wird. Das älteste Instrument der ersten Art ist die Tangentenbussole, bei welcher die Stromstärke bestimmt ist durch die Gleichung

$$J = C \operatorname{tg} \alpha,$$

wo J die zu messende Stromstärke, α den Ablenkungswinkel einer kurzen Magnetnadel und C den durch Eichung zu bestimmenden Reduktionsfaktor bezeichnet.

Neuere Instrumente sind die Drehspulinstrumente, zu denen auch die nach ihrem Erfinder benannten **Weston-Instrumente** gehören. Bei diesen ist $J = C\alpha.$

Eine dritte Art, bei welcher die abstoßende Wirkung zweier stromdurchflossener Leiter benützt wird, nennt man **Dynamometer**; hier ist

$$J = C\sqrt{\alpha}.$$

15. Welchen Strom zeigt eine Tangentenbussole bei 40° [55°] (22°) Ausschlag an, wenn der Reduktionsfaktor 2,6 [4,5] (0,54) ist?

Lösung: $J = 2{,}6 \text{ tg } 40^{0} = 2{,}18$ A.

16. Ein Weston-Amperemeter, dessen Reduktionsfaktor $C = \frac{1}{1000} \left[\frac{1}{10\,000}\right] \left(\frac{1}{1050}\right)$ ist, zeigt beim Stromdurchgang einen Ausschlag von 120° [130°] (145°) an. Welcher Strom geht durch das Instrument?

Lösung: $J = \frac{1}{1000} \cdot 120 = 0{,}12$ A.

17. Ein Dynamometer zeigt 200° [180°] (87°) an; welcher Strom fließt durch dasselbe, wenn der Reduktionsfaktor 0,365 [0,135] (0,954) ist?

Lösung: $J = 0{,}365 \sqrt{200} = 5{,}16$ A.

18. Um eine Tangentenbussole zu eichen, wurde in den Stromkreis dreier Elemente (Fig. 1) ein Regulierwiderstand W, ein Kupfervoltameter V und die Tangentenbussole T eingeschaltet. Dieselbe zeigte im Mittel aus 20 Ablesungen 40° [55°] (44°) an, während die Zeitdauer des Stromschlusses 30 min [35 min] (54 min) betrug. Die Wägung der Kathode vor und nach dem Versuch ergab eine Gewichtszunahme von 2 [1,98] (5,04) g. Wie groß ist hiernach der Reduktionsfaktor der Tangentenbussole?

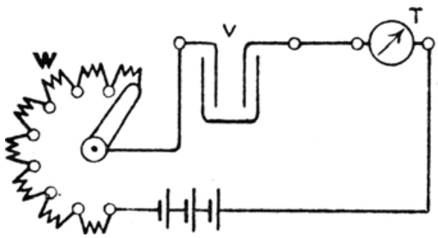


Fig. 1.

Lösung: Aus $G = aJt$ (vergl. Aufgabe 1 u. 3) folgt

$$J = \frac{G}{at} = \frac{2000}{0{,}328 \,.\, 30 \,.\, 60} = 3{,}39 \text{ A.}$$

$$\text{Aus } J = C \operatorname{tg}\alpha \text{ folgt } C = \frac{J}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{3{,}39}{\operatorname{tg} 40^{0}} = 4{,}04.$$

19. Zur Eichung eines Weston-Instrumentes wurde ein Silbervoltameter benutzt, durch welches 2 [2,5] (5) Stunden lang ein

Strom floß, der 120 [144] (225) mg Silber niederschlug. Wie groß ist der Reduktionsfaktor, wenn das Instrument im Mittel aus 8 Ablesungen 149° [152°] (125,4°) anzeigte?

Lösung: $J = \frac{120}{1{,}118 \,.\, 2 \,.\, 60 \,.\, 60} = 0{,}0149$ A.

$$C = \frac{J}{\alpha} = \frac{0{,}0149}{149} = 0{,}0001.$$

20. Um ein Dynamometer zu eichen, wurde dasselbe mit einem Kupfervoltameter zusammen in den Stromkreis einer Batterie eingeschaltet (s. Fig. 1), wobei das Dynamometer im Mittel 150° [143°] (97°) Ausschlag anzeigte, und die Gewichtszunahme der Kathode in 30 $^{\text{min}}$ [25 $^{\text{min}}$] (15 $^{\text{min}}$) 2 [2,342] (4,34) g betrug. Wie groß ist hiernach der Reduktionsfaktor?

Lösung: $J = \frac{2000}{0{,}328 \,.\, 30 \,.\, 60} = 3{,}39$ A.

$$C = \frac{J}{\sqrt{\alpha}} = \frac{3{,}39}{\sqrt{150}} = 0{,}277;$$

die Strommessung erfolgt also mit diesem Instrument nach der Gleichung: $J = 0{,}277\sqrt{\alpha}$.

§ 4.
Ohmsches Gesetz.

Damit in einem geschlossenen Kreise ein Strom fließt, muß eine Ursache hierzu (eine Art Gefälle) vorhanden sein, die man elektromotorische Kraft (abgekürzt EMK) nennt und ihren Sitz in der Stromquelle hat. Ihre Einheit heißt 1 Volt (1 V).

Der Strom findet auf seinem Wege einen Widerstand, dessen Einheit 1 Ohm (1 Ω) genannt wird, und er ist desto kleiner, je größer der Widerstand ist. Es besteht also das Gesetz:

Gesetz 2: Die Stromstärke ist der wirksamen elektromotorischen Kraft direkt, dem Gesamtwiderstande umgekehrt proportional.

Bezeichnet J die Stromstärke in Ampere, E die wirksame elektromotorische Kraft in Volt und W den Gesamtwiderstand des Stromkreises in Ohm (Ω), so ist

$$J = \frac{E}{W} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 3.$$

2. Tabelle über galvanische Elemente.

Name des Elementes	EMK in Volt E	Ungefähr. innerer Widerstand w_i in Ohm	Größe des Elementes Grundfläche in cm²	Höhe in cm
Daniell	1,068 bis 1,1	2,8	—	20
Bunsen	1,88	0,24	—	20
Grove	1,79	0,7	—	20
Leclanche	1,49	0,69	kleines Modell	

21. Ein Element besitzt eine elektromotorische Kraft von $E = 1{,}8$ [2,01] (1,5) Volt und einen inneren Widerstand von $w_i = 0{,}2$ [0,07] (0,1) Ω. Welche Stromstärke liefert dasselbe, wenn in den äußeren Stromkreis $w = 0{,}7$ [0,3] (2,5) Ω eingeschaltet werden?

Lösung: Der Gesamtwiderstand W besteht aus dem inneren Widerstande des Elementes $w_i = 0{,}2\ \Omega$ und dem äußeren $w = 0{,}7\ \Omega$, so daß $W = 0{,}2 + 0{,}7 = 0{,}9\ \Omega$ ist; mithin wird

$$J = \frac{1{,}8}{0{,}9} = 2\ \text{A}.$$

22. Ein Element besitzt eine elektromotorische Kraft von 1,2 [1,42] (1,8) V und einen inneren Widerstand von 0,5 [0,3] (0,24) Ω; wie groß ist der äußere Widerstand, wenn die Stromstärke 0,8 [1,3] (3) A beträgt?

Lösung: Aus der Gleichung 3) $J = \frac{E}{W}$ folgt der Gesamtwiderstand $W = \frac{E}{J} = \frac{1{,}2}{0{,}8} = 1{,}5\ \Omega$. Da nun der innere Widerstand 0,5 Ω beträgt, so ist der äußere $1{,}5 - 0{,}5 = 1\ \Omega$.

23. Eine Batterie von 12 [15] (33) hintereinander geschalteten Elementen (Fig. 2) derselben Art liefert in einem äußeren Stromkreise von 10 [8] (2,92) Ω Widerstand einen Strom von 2 [2,5] (22) A. Der innere Widerstand der Batterie beträgt 0,85 [0,75] (0,08) Ω. Wie groß ist hiernach

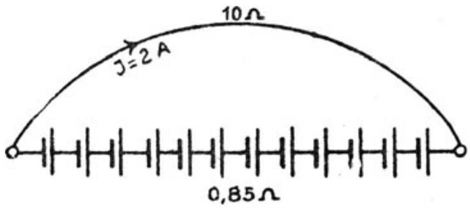


Fig. 2.

a) die elektromotorische Kraft der Batterie,
b) die elektromotorische Kraft eines Elementes,
c) der innere Widerstand eines Elementes?

Lösungen:

Zu a): Aus Gleichung 3 folgt $E = JW$; nun ist aber
$W = 10 + 0{,}85 = 10{,}85\ \Omega$. $J = 2$ A, also
$E = 2 \cdot 10{,}85 = 21{,}7$ V.

Zu b): Da die elektromotorische Kraft der Batterie 21,7 V ist, so ist die eines Elementes $21{,}7 : 12 = 1{,}808$ V.

Zu c): Der innere Widerstand aller Elemente ist 0,85 Ω, also der eines Elementes $0{,}85 : 12 = 0{,}0708\ \Omega$.

24. Eine Batterie besteht aus sechs verschiedenen, jedoch hintereinander geschalteten Elementen, nämlich 2 Daniell-, 2 Grove- und 2 Bunsen-Elementen. Die elektromotorische Kraft eines Daniells ist 1,068 [1,06] (0,968) V, der innere Widerstand 2,8 [3] (2,75) Ω; die elektromotorische Kraft eines Groves ist 1,79 [1,8] (1,77) V, der innere Widerstand 0,7 [0,6] (0,65) Ω; die elektromotorische Kraft eines Bunsens beträgt 1,88 [2,026] (1,9) V, der innere Widerstand 0,24 [0,67] (0,5) Ω. Welcher Strom fließt in dem Stromkreise, wenn der äußere Widerstand 2 [6] (8) Ω beträgt?

Lösung: Die gesamte elektromotorische Kraft der Batterie ist: $2\,(1{,}068 + 1{,}79 + 1{,}88) = 9{,}476$ V. Der innere Widerstand ist: $w_i = 2\,(2{,}8 + 0{,}7 + 0{,}24) = 7{,}48\ \Omega$, der Gesamtwiderstand also $7{,}48 + 2 = 9{,}48\ \Omega$, die gesuchte Stromstärke ist daher

$$J = \frac{9{,}476}{9{,}48} = 1 \text{ A.}$$

25. Aus Versehen wurde bei der Schaltung in der vorigen Aufgabe das eine Bunsenelement verkehrt geschaltet, es wurde nämlich der positive Pol dieses Elementes nicht mit dem negativen des nächsten, sondern mit dem positiven desselben verbunden. Wie groß war infolgedessen die wirksame elektromotorische Kraft und die Stromstärke?

Lösung: Die wirksame elektromotorische Kraft besteht aus der Summe der elektromotorischen Kräfte der beiden Daniell- und Grove-Elemente, der elektromotorischen Kraft des einen richtig geschalteten Bunsens minus der elektromotorischen Kraft des falsch geschalteten Bunsenelementes, also

$$2 \,.\, 1{,}068 + 2 \,.\, 1{,}79 + 1{,}88 - 1{,}88 = 5{,}716 \text{ V.}$$

Der innere Widerstand ist derselbe geblieben, beträgt also $7{,}48\ \Omega$, so daß die Stromstärke

$$J = \frac{5{,}716}{9{,}48} = 0{,}604 \text{ A ist.}$$

Anmerkung. Das falsch geschaltete Element stellt eine elektromotorische Kraft dar, die dem Strome entgegenwirkt; man nennt sie deshalb elektromotorische Gegenkraft. Unter der wirksamen elektromotorischen Kraft hat man daher stets die algebraische Summe der elektromotorischen Kräfte, die in dem Stromkreise wirken, zu verstehen.

26. Berechne den Strom J in Aufgabe 24, wenn die beiden Daniell-Elemente weggelassen werden.

27. Eine Akkumulatorenbatterie besteht aus 36 [55] (122) hintereinander geschalteten Zellen von je 2 V elektromotorischer Kraft und 0,008 [0,003] (0,02) Ω innerem Widerstand. Welcher Strom fließt durch einen äußeren Widerstand von 2 [3,5] (25) Ω?

Lösung: $$J = \frac{36 \,.\, 2}{36 \,.\, 0{,}008 + 2} = 31{,}5 \text{ A.}$$

28. Beim Laden der Akkumulatoren steigt die elektromotorische Kraft einer Zelle zunächst auf 2,2 [2,23] (2,3) V an, während der innere Widerstand (siehe vorige Aufgabe) nahezu unverändert bleibt. Welche elektromotorische Kraft muß die zum Laden benutzte Maschine besitzen, wenn der Widerstand der Maschine und der Zuleitungsdrähte 0,1 [0,34] (0,28) Ω beträgt und die Ladung mit 30 [65] (10) A Strom vor sich gehen soll?

Lösung: Beim Laden muß der positive Pol der Maschine mit dem positiven Pol der Batterie verbunden sein. Es ist also die elektromotorische Kraft der Batterie dem Strome entgegengerichtet. Bezeichnet daher x die gesuchte elektromotorische Kraft der Maschine, so ist

$$J = \frac{x - 36 \,.\, 2{,}2}{36 \,.\, 0{,}008 + 0{,}1} = 30.$$

$$\frac{x - 79{,}2}{0{,}288 + 0{,}1} = 30; \; x = 30 \,.\, 0{,}388 + 79{,}2 = 90{,}84 \text{ V}.$$

29. Die elektromotorische Kraft einer Zelle wächst beim Laden und erreicht kurz vor Beendigung der Ladung den Wert von 2,5 [2,6] (2,45) V. Mit welcher Stromstärke wird die Batterie geladen werden, wenn die elektromotorische Kraft der Maschine und der gesamte Widerstand der in der vorigen Aufgabe angegebene bleibt?

Lösung: $J = \frac{90{,}84 - 36 \,.\, 2{,}5}{0{,}388} = 2{,}16$ A.

30. Bei welcher elektromotorischen Kraft der Akkumulatorenbatterie wird die Ladestromstärke 12 [15] (8) A betragen?

Lösung: $12 = \frac{90{,}84 - y}{0{,}388}$;

$$y = 90{,}84 - 12 \,.\, 0{,}388 = 86{,}184 \text{ V}.$$

Die elektromotorische Kraft einer einzelnen Zelle ist daher

$$\frac{86{,}184}{36} = 2{,}39 \text{ V}.$$

31. Wie hoch müßte die elektromotorische Kraft der zur Ladung benutzten Maschine gesteigert werden, wenn am Ende der Ladung, d. h. bei 2,5 [2,6] (2,45) V elektromotorischer Kraft pro Zelle, die Stromstärke noch 20 [16] (12) A betragen sollte?

Lösung: $J = 20$ A, $W = 0{,}388 \, \Omega$, elektromotorische Kraft der Batterie $2{,}5 \,.\, 36 = 90$ V, folglich

$$20 = \frac{x - 90}{0{,}388}; \; x = 90 + 7{,}76 = 97{,}76 \text{ V}.$$

32. Wenn ein Strom in einen Elektromotor geschickt wird, so wird in demselben eine elektromotorische Gegenkraft erzeugt. Wie groß ist dieselbe, wenn die elektromotorische Kraft der Stromquelle 66 [110] (220) V, die Stromstärke 20 [18] (10) A und der gesamte Widerstand des Stromkreises 0,1 [0,157] (2,2) Ω beträgt?

Lösung: $20 = \frac{66 - y}{0,1}$; $y = 64$ V.

33. Um ein Dynamometer zu eichen, wird dasselbe mit einem Knallgasvoltameter in den Stromkreis zweier hintereinander geschalteter Akkumulatoren von je 1,95 [2] (2,05) V elektromotorischer Kraft geschaltet. Der Widerstand des ganzen Stromkreises beträgt 0,5 [0,8] (1,2) Ω. Welcher Strom fließt in dem geschlossenen Kreise, wenn das Knallgasvoltameter eine elektromotorische Gegenkraft von 2 [2,1] (1,98) V entwickelt?

Lösung: $J = \frac{2 \,.\, 1,95 - 2}{0,5} = 3,8$ A.

§ 5.
Widerstand.

Gesetz 3: Der Widerstand eines Drahtes ist der Länge direkt und dem Querschnitt umgekehrt proportional.

$$w = \frac{c\,l}{q} \qquad \text{4.}$$

Hierin bedeutet l die Länge in Metern, q den Querschnitt in Quadratmillimetern, c den spezifischen Widerstand, d. i. den Widerstand eines Drahtes von 1 m Länge und 1 mm² Querschnitt.

Ein Ohm Widerstand besitzt ein Quecksilberfaden von 1,063 m Länge und 1 mm² Querschnitt bei 0° Temperatur.

3. Spezifischer Widerstand und Temperaturkoeffizient einiger Metalle und Legierungen.

Metall	Spezifischer Widerstand c bei 15° C.	Temperaturkoeffizient α
Aluminium	0,03	0,004
Blei	0,208	0,00387
Eisen	0,10—0,12	0,0048
Kohle	64	—
Kruppin	0,8483	0,0007007
Kupfer	0,0172	0,0038*)
Neusilber	0,15—0 49	0,0002—0,0007
Nickelin	0,43	0,00028
Patentnickel (v. Basse & Selve)	0,342	0,00019
Platin, geglüht	0,094	0,00243
Quecksilber	0,95	0,0009
Rheotan S	0,72	0,00004
Silber, geglüht	0,016	0,00377
Zink, gepreßt	0,06	0,0037
Zinn	0,14	0,0037

*) Ist α nicht gemessen worden, so soll nach den Vorschriften des Verbandes Deutscher Elektrotechniker $\alpha = 0,004$ gesetzt werden.

34. Welchen Widerstand besitzt ein runder Kupferdraht von 1000 [750] (20) m Länge und 2 [1,8] (0,5) mm Durchmesser?

Lösung: Für Kupfer ist $c = 0{,}0172$; $l = 1000$ m,

$$q = 2^2 \cdot \frac{\pi}{4} = 3{,}14 \text{ mm}^2, \text{ also } w = \frac{0{,}0172 \, . \, 1000}{3{,}14} = 5{,}48 \; \Omega.$$

35. Es soll aus 2 [3] (0,8) mm dickem Kruppindraht ein Widerstand von 2,452 [2,452] (2,452) Ω hergestellt werden. Wie lang muß derselbe sein?

Lösung: $c = 0{,}85$, $l = ?$ $q = 3{,}14 \text{ mm}^2$, $w = 2{,}452 \; \Omega$.

$$\text{Aus} \quad w = \frac{c\,l}{q} \text{ folgt } l = \frac{q\,w}{c} = \frac{3{,}14 \, . \, 2{,}452}{0{,}85} = 9{,}05 \text{ m}.$$

36. Welchen Durchmesser muß ein Eisendraht erhalten, der 52 [115] (600) m lang ist und 3 [2,3] (20) Ω besitzen soll?

Lösung: $q = \frac{c\,l}{w} = \frac{0{,}1 \, . \, 52}{3} = 1{,}73 \text{ mm}^2$, $d = 1{,}488$ mm.

37. Um den spezifischen Widerstand eines Neusilberdrahtes zu bestimmen, wurde gemessen der Widerstand eines 5 [7,3] (600) m langen und 1,2 [0,8] (1,75) mm dicken Drahtes; derselbe betrug 1,3 [4] (2,4) Ω. Wie groß ist hiernach der spezifische Widerstand?

$$\text{Lösung: } c = \frac{w\,q}{l} = \frac{1{,}3 \, . \, 1{,}2^2 \cdot \frac{\pi}{4}}{5} = 0{,}294 \; \Omega.$$

38. Eine Spule (Fig. 3) hat einen inneren Durchmesser von 50 mm, einen äußeren von 184 mm. Sie ist mit einem 2 [1,5] (0,5) mm dicken Kupferdraht (ohne Isolation gemessen) bewickelt, dessen Widerstand 4,35 [15,8] (855) Ω beträgt.

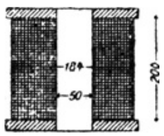


Fig. 3.

Gesucht wird:

a) die aufgewickelte Drahtlänge,

b) die Anzahl der Windungen,

c) die Anzahl der übereinander liegenden Lagen, wenn nebeneinander 80 [100] (120) Drähte liegen.

Lösungen:

Zu a): Die Drahtlänge in Metern folgt aus $w = \frac{c\,l}{q}$

$$l = \frac{w\,q}{c} = \frac{4{,}35 \, . \, 3{,}14}{0{,}0172} = 794 \text{ m}.$$

Zu b): Der mittlere Durchmesser der Spule ist

$$D_m = \frac{184 + 50}{2} = 117 \text{ mm},$$

also ist die Länge dieser Windung

$$\pi\, D_m = 117\,\pi = 368 \text{ mm} = 0{,}368 \text{ m}.$$

Die Länge aller aufgewickelten Windungen ist, wenn x die gesuchte Anzahl bezeichnet, $x \,.\, 0{,}368 = 794$, also

$$x = \frac{794}{0{,}368} = 2160 \text{ Windungen}.$$

Zu c): Ist y die Zahl der übereinander liegenden Lagen, so muß

$$80\,y = 2160$$

sein, demnach $y = 27.$

39. Welchen Widerstand besitzt eine Stahlschiene von 20 [30] (15) m Länge, wenn 1 m derselben 30 [40] (35) kg wiegt, das spezifische Gewicht 7,8 und der spezifische Leitungswiderstand $c = 0{,}12$ ist?

Lösung: Der Querschnitt q der Schiene folgt aus der Formel

$$q\, l\, \gamma = G,$$

wo l die Länge in dm und γ das spezifische Gewicht bezeichnet. Für $l = 10$ dm ist $G = 30$ kg, also

$$q = \frac{30}{10 \,.\, 7{,}8} = 0{,}3848 \text{ dm}^2 = 3848 \text{ mm}^2.$$

Hiermit wird $w = \dfrac{0{,}12 \,.\, 20}{3848} = 0{,}000624\, \Omega.$

40. Welchen Widerstand besitzt ein äußerer Stromkreis der aus einem 1000 [700] (1500) m langen Kupferdraht von 8 [8] (8) mm Durchmesser und aus einer Stahlschiene von derselben Länge besteht, von welcher 1 m 40 [30] (35) kg wiegt?

Lösung: Der Widerstand der Kupferleitung ist

$$w_k = \frac{0{,}0172 \,.\, 1000}{8^2 \cdot \frac{\pi}{4}} = 0{,}343\ \Omega.$$

Der Querschnitt der Stahlschiene ist $q = \dfrac{40}{10 \,.\, 7{,}8} = 0{,}514 \text{ dm}^2$ oder 5140 mm², also wird $w_s = \dfrac{0{,}12 \,.\, 1000}{5140} = 0{,}0234\ \Omega$, der gesuchte Widerstand ist $w = w_k + w_s = 0{,}3664\ \Omega.$

§ 6.

Widerstandszunahme.

Gesetz 4: Der Widerstand eines Leiters ändert sich mit der Temperatur, und zwar ist die Widerstandszunahme proportional der Temperaturzunahme.

Bezeichnet α diejenige Größe, um welche 1 Ohm bei 1 Grad Temperaturerhöhung sich ändert, so nimmt ein Widerstand von w Ohm bei 1 Grad um w α und bei t Grad Temperaturerhöhung um $w \alpha t$ Ohm zu, beträgt also jetzt $w + w \alpha t$. Nennen wir diesen Widerstand w_t, so ist

$$w_t = w\,(1 + \alpha t) \quad \ldots\ldots\ldots \quad 5.$$

Rechnet man nach dieser Formel und entnimmt c der Tabelle 3, so ist w der Widerstand bei 15° und t die Temperaturzunahme gegen 15°.

41. Welchen Widerstand besitzt ein 400 [800] (655) m langer Kupferdraht von 0,2 [0,3] (2,5) mm Durchmesser bei a) 15, b) 60 Grad?

Lösungen:

Zu a): $w = \frac{c\,l}{q} = \frac{0{,}0172 \,.\, 400}{\frac{\pi}{4} \cdot 0{,}2^2} = 219\ \Omega.$

Zu b): $w_{60} = 219\ [1 + 0{,}0038 \,.\, (60 - 15)] = 257\ \Omega.$

42. Der Widerstand des Ankers einer Dynamomaschine beträgt bei 20° [18°] (15°) C. gemessen 0,05 [0,04] (0,85) Ω. Wie groß ist dieser Widerstand bei 60° [70°] (65°) C.?

Lösung: Die Temperaturerhöhung beträgt $t = 60 - 20 = 40°$, für Kupfer ist $\alpha = 0{,}0038$ also

$$w_{60} = 0{,}05\ (1 + 0{,}0038 \,.\, 40) = 0{,}0576\ \Omega.$$

43. Auf einem Widerstandskasten aus Nickelin steht angeschrieben: „Richtig bei 20° [15°] (18°) C." Mit welchem Koeffizienten müssen die eingeschalteten Widerstände multipliziert werden, wenn die Messung bei 17° [21°] (25°) C. ausgeführt wird?

Lösung: Der prozentuale Temperatur-Koeffizient des Nickelins ist $100 \,.\, 0{,}00028 = 0{,}028$; bei 3 Grad Temperaturabnahme also $0{,}028 \,.\, 3 = 0{,}084\ ^0/_0$, d. h.

aus 100 Ω bei 20° werden 99,916 Ω bei 17°,
„ w „ 20° „ x „ °,

$$x = \frac{99{,}916 \,.\, w}{100} = 0{,}99916\ w.$$

Sind z. B. 10000 Ω eingeschaltet worden, so sind dies bei dieser Messung nur 9991,6 Ω, welcher Wert bei genauen Messungen berücksichtigt werden muß.

44. Der Widerstand der Magnetwickelung einer Dynamomaschine beträgt, im kalten Zustande gemessen, 1,85 [1,9] (4) Ω, sofort nach längerem Betriebe dagegen 1,92 [2,9] (4,8) Ω. Um wieviel Grad war die Temperatur gestiegen?*)

---

*) Diese Art, die Temperaturzunahme zu berechnen, ist bei allen ruhenden Wickelungen, z. B. den Magnetwickelungen vorgeschrieben.

Lösung: Aus Formel 6) $w_t = w\,(1 + \alpha t)$ folgt

$$t = \frac{w_t - w}{\alpha w}$$

Nun ist $w_t = 1{,}92$, $w = 1{,}85$, $\alpha = 0{,}0038$, also

$$t = \frac{1{,}92 - 1{,}85}{0{,}0038 \quad 1{,}85} = 10^0\ \mathrm{C}.$$

45. Eine Spule von 15 [30] (100) mm (Fig. 4) innerem Durchmesser ist mit einem 0,3 [0,4] (1,5) mm dicken Kupferdraht, der mit Seide besponnen ist, bewickelt, und zwar liegen 125 [200] (70) Drähte nebeneinander und 100 [90] (30) Lagen übereinander, so daß der äußere Durchmesser der Spule 95 [120] (200) mm beträgt. Welchen Widerstand besitzt die Spule bei 15° C.?

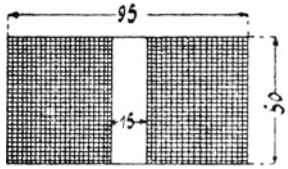


Fig. 4.

Lösung: Es sind aufgewickelt 125 . 100 = 12500 Windungen. Die Länge aller Windungen findet man (vergl. Aufg. 38), indem man die Länge der mittleren Windung bestimmt und diese mit der Anzahl multipliziert. Der mittlere Durchmesser ist $\frac{95 + 15}{2} = 55$ mm, also die Länge der mittleren Windung

$$55\,\pi = 173\ \mathrm{mm};$$

die Länge aller Windungen ist daher 173 . 12500 mm = 2160 m.

Der Widerstand bei 15° ist also

$$w = \frac{0{,}0172 \,.\, 2160}{0{,}3^2 \cdot \frac{\pi}{4}} = 524\ \Omega.$$

46. Nach längerem Stromdurchgang stieg der Widerstand um 76 [80] (2) Ω. Um wieviel Grad war die Temperatur gestiegen?

Lösung: $t = \frac{w_t - w}{\alpha w} = \frac{76}{0{,}0038 \,.\, 524} = 38^0$ C.

Die Temperatur des Drahtes war also auf $38 + 15 = 53^0$ C. gestiegen.

47. Bei Berechnung von Dynamo-Ankern setzt man für den spezifischen Widerstand des Kupfers häufig 0,02 [0,0195] (0,018). Mit welcher Temperatur des Drahtes wird in diesem Falle gerechnet?

Lösung: Die Temperaturerhöhung ist

$$t = \frac{w_t - w}{\alpha w} = \frac{0{,}02 - 0{,}0172}{0{,}0038 \,.\, 0{,}0172} = 42{,}8^0.$$

Da die Größe 0,0172 sich auf 15° bezieht, so ist die Temperatur des Drahtes $42{,}8 + 15 = 57{,}8^0$.

48. Um den Temperatur-Koeffizienten eines Drahtes zu bestimmen, wurde aus letzterem eine Spule gefertigt, und dieselbe in ein mit Öl gefülltes Gefäß gestellt. Durch Erwärmen des Gefäßes konnte der Draht auf beliebige Temperatur gebracht werden. Es ergab sich hierbei, daß bei 20° der Widerstand der Spule 10 [12,5] (20) Ω betrug. Bei 60° [70°] (80°) war der Widerstand auf 11 [15] (23) Ω angestiegen. Wie groß ist hiernach der Temperatur-Koeffizient?

Lösung: Aus der Formel $w_t = w\,(1 + \alpha t)$ folgt:

$$\alpha = \frac{w_t - w}{t\,w} = \frac{11 - 10}{(60 - 20) \, . \, 10} = 0{,}0025.$$

§ 7.

Spannungsverlust.

Aus der Formel 3 folgt $E = JW$ Volt. Es stellt also das Produkt aus Strom und Widerstand eine Spannung vor. Nun besteht aber der Widerstand W gewöhnlich aus einer Anzahl einzelner Widerstände $w_1, w_2 \ldots w_i$, es ist daher auch $E = J\,w_1 + J\,w_2 \ldots J\,w_i$. $J\,w_1$ stellt die Spannung an den Enden des Widerstandes w_1, $J\,w_2$ die an den Enden des Widerstandes w_2 u. s. f. vor. Man kann aber auch sagen $J\,w_1$ ist der Teil der elektromotorischen Kraft, der in dem Widerstande w_1 verbraucht wurde oder verloren ging, wofür wir das Wort Spannungsverlust einführen wollen, entsprechend ist $J\,w_2$ der Spannungsverlust im Widerstande w_2 und $J\,w_i$ der Spannungsverlust im Innern der Stromquelle. Wir merken uns daher das Gesetz 5:

Gesetz 5: Fließt ein Strom durch einen Leiter, so geht in demselben Spannung verloren, und dieser Spannungsverlust, gemessen in Volt, ist gleich dem Produkte aus der Stromstärke, gemessen in Ampere, und aus dem Widerstande des betreffenden Leiters, gemessen in Ohm.

Anstatt zu sagen, es geht Spannung verloren, kann man auch sagen:

An den Enden des Leiters herrscht eine Spannung, die durch das Produkt aus Stromstärke und Widerstand bestimmt ist.

Bezeichnet e die Spannung an den Enden des Widerstandes w, i die durchfließende Stromstärke, so ist

$$e = i\,w \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 6.$$

49. An den Enden eines Widerstandes von 5000 [8000] (2,5) Ω herrscht eine Spannung von 65 [100] (10,7) V. Welcher Strom fließt durch diesen Widerstand?

Lösung: $i = \frac{e}{w} = \frac{65}{5000} = 0{,}013$ A.

50. Welche Spannung herrscht an den Enden eines Widerstandes von 100 [133] (25) Ω, wenn durch denselben ein Strom von 0,05 [0,35] (2,87) A fließt?

Lösung: $e = 0{,}05 \cdot 100 = 5$ V.

51. Um den Widerstand eines Leiters AB (Fig. 5) zu bestimmen, wird die Spannung e zwischen den Punkten A und B und die durchfließende Stromstärke J gemessen. Wie groß ist hiernach der Widerstand zwischen A und B?

Lösung: Ist w der Widerstand zwischen A und B, so ist

$$w = \frac{e}{J}\ \Omega \text{ (indirekte Widerstandsmessung).}$$

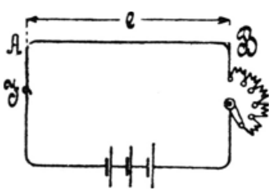


Fig. 5.

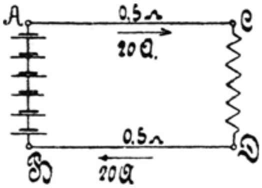


Fig. 6.

52. Text wie 51, es ist jedoch $e = 0{,}8$ [0,457] (440) V, $J = 10$ [12,35] (0,8) A.

Lösung: $w = \frac{0{,}8}{10} = 0{,}08\ \Omega$.

53. Text wie 51, nur ist $e = 10$ [100] (200) V, $J = 4$ [15] (40) A.

54. An den Klemmen A und B (Fig. 6) einer Batterie von hintereinander geschalteten Elementen herrscht eine Spannung von 65 [110] (220) V. Durch den Widerstand CD fließen 20 [30] (8) A. Welche Spannung besteht zwischen den Punkten C und D, wenn jeder der beiden Zuleitungsdrähte AC und BD 0,5 [0,3] (2) Ω Widerstand besitzt?

Lösung: An den Enden der Leitung AC resp. BD herrscht eine Spannung $e = i\,w = 20 \cdot 0{,}5 = 10$ V; wenn also die Spannung zwischen A und B 65 V beträgt, so muß sie, da 20 V Spannung in der Leitung verloren gehen, zwischen C und D 20 V weniger betragen, also 45 V sein.

55. Der Widerstand CD (Fig. 6) besteht aus einer Anzahl von Lampen, die insgesamt 15 [12] (8) A verbrauchen. Die Widerstände der Zuleitungen AC und BD betragen zusammen 0,2 [0,3] (0,5) Ω. Welche Spannung herrscht zwischen C und D, wenn die Klemmenspannung der Stromquelle 67 [113,6] (120) V beträgt?

Lösung: Der Spannungsverlust ist $\delta = 15 . 0,2 = 3$ V, also ist die Spannung in CD um 3 V kleiner, als die in AB, demnach $67 - 3 = 64$ V.

56. Fünf Bunsenelemente (Fig. 6) von je 1,8 [1,85] (1,78) V elektromotorischer Kraft und 0,2 [0,25] (0,15) Ω innerem Widerstande sind hintereinander geschaltet. Der äußere Stromkreis besteht aus den beiden Zuleitungsdrähten AC und BD von je 0,08 [0,05] (0,09) Ω und dem Nutzwiderstande CD (parallel geschaltete Glühlampen) von 3 [4,5] (2,5) Ω.

Gesucht wird:

a) der innere Widerstand der Batterie,
b) der Gesamtwiderstand des Stromkreises,
c) die Stromstärke,
d) die Klemmenspannung AB,
e) der Spannungsverlust in den Zuleitungen AC und BD,
f) die Spannung zwischen C und D.

Lösungen:

Zu a): $w_i = 5 . 0,2 = 1\ \Omega$.

Zu b): $W = w_i + 0,08 + 0,08 + 3 = 4,16\ \Omega$.

Zu c): $i = \frac{5 . 1,8}{4,16} = 2,16$ A.

Zu d): Die Klemmenspannung zwischen A und B ist um den Spannungsverlust im Innern kleiner als die elektromotorische Kraft, also $e_{\overline{AB}} = E - i w_i$, $e_{\overline{AB}} = 5 . 1,8 - 2,16 . 1 = 6,84$ V.

Man kann auch sagen: Klemmenspannung = Strom $\times$ äußerem Widerstand, $e_{\overline{AB}} = 2,16 . 3,16 = 6,84$ V

Zu e): Bezeichnet δ den Spannungsverlust in den Zuleitungen AC und BD, so ist $\delta = 2,16\ (0,08 + 0,08) = 0,346$ V.

Zu f): $e_{\overline{CD}} = e_{\overline{AB}} - \delta = 6,84 - 0,346 = 6,494$ V.

57. Wie groß ist die Klemmenspannung an jedem der Elemente in Aufgabe 24 Seite 9?

Lösung: Die Klemmenspannung eines Elements ist um den inneren Spannungsverlust kleiner als die EMK, also

$$e_k = E - i w_i.$$

Nun ist für ein Bunsenelement $E = 1,88$ V, $w_i = 0,24\ \Omega$, $i = 1,00$ A, folglich Klemmenspannung an jedem der beiden Bunsenelemente:

$$e_k = 1,88 - 1,00 . 0,24 = 1,64 \text{ V}.$$

Für das Groveelement ist $E = 1,79$ V, $w_i = 0,7\ \Omega$, also

$$e_k = 1,79 - 1,00 . 0,7 = 1,09 \text{ V}.$$

Für ein Daniell ist endlich $E = 1,068$ V, $w_i = 2,8\ \Omega$, also

$$e_k = 1,068 - 1,00 \,.\, 2,8 = -1,732 \text{ V},$$

d. h. die beiden Daniell-Elemente in Aufgabe 24, Seite 9, wirken wie ein Widerstand, und die Stromstärke ist deshalb eine größere, wenn diese Elemente weggelassen werden (vgl. die Resultate zu Aufgabe 26).

58. Von einer aus 60 [80] (200) Zellen bestehenden Akkumulatoren-Batterie (Fig. 7) von je 2 [1,95] (2,01) V elektromotorischer Kraft und 0,0008 [0,0006] (0,0007) Ω innerem Widerstand wird ein Strom von 20 [25] (15) A nach einem 300 [250] (500) m entfernten Elektromotor geschickt. Die Leitung besteht aus einem 4 [5] (3) mm dicken Kupferdraht und der innere Widerstand des Motors beträgt 0,5 [0,6] (1,1) Ω.

Gesucht wird:

a) der Widerstand der Leitung,
b) die Klemmenspannung der Batterie,
c) der Spannungsverlust in den Leitungen AC und BD,
d) die Klemmenspannung des Motors,
e) die elektromotorische Gegenkraft des Motors.

Lösungen:

Zu a): Da der Motor von der Stromquelle 300 m entfernt ist, so ist die Leitungslänge $l = 600$ m, mithin wird

$$w = \frac{c\,l}{q} = \frac{0,0172 \,.\, 600}{12,56} = 0,82\ \Omega.$$

Zu b): Es ist $e_{\overline{AB}} = 60 \,.\, 2 - 20 \,.\, 60 \,.\, 0,0008 = 119,04$ V.

Zu c): Der Spannungsverlust in den Leitungen AC und BD ist $\delta = 20 \,.\, 0,82 = 16,4$ V.

Zu d): Die Klemmenspannung zwischen C und D ist um 16,4 V kleiner als die zwischen A und B, also

$$e_{\overline{CD}} = 119,04 - 16,4 = 102,64 \text{ V}.$$

Zu e): Die elektromotorische Gegenkraft E_2 des Motors muß um den Spannungsverlust im innern Widerstand kleiner sein als seine Klemmenspannung, also

$$E_2 = e_{\overline{CD}} - i \,.\, 0,5 = 102,64 - 20 \,.\, 0,5 = 92,64 \text{ V}.$$

Die Lösung zu e) könnte auch in folgender Weise vorgenommen werden (vgl. Aufgabe 31, Seite 10):

$$i = \frac{E_1 - E_2}{W}; \text{ hier ist } i = 20 \text{ A}, E_1 = 120 \text{ V}$$

und $W = 60 \,.\, 0,0008 + 0,82 + 0,5 = 1,368\ \Omega$, so daß

$$E_2 = E_1 - iW = 120 - 20 \,.\, 1,368 = 92,64 \text{ V}.$$

59. Welchen Querschnitt müssen die Zuleitungen AC und BD (Fig. 7) besitzen, wenn der Spannungsverlust 5 [8] (10) V betragen soll?

Lösung: Aus $\delta = \mathrm{iw}$ folgt $\mathrm{w} = \frac{\delta}{\mathrm{i}} = \frac{5}{20} = 0{,}25\ \Omega$.

Aus $\mathrm{w} = \frac{\mathrm{c}l}{\mathrm{q}}$ folgt dann

$$\mathrm{q} = \frac{\mathrm{c}l}{\mathrm{w}} = \frac{0{,}0172 \,.\, 600}{0{,}25} = 41{,}2\ \mathrm{mm}^2.$$

60. Welcher Strom würde in dem Kreise ABDCA (Fig. 7) fließen, wenn in dem Motor keine elektromotorische Gegenkraft aufträte, und die übrigen Angaben der Aufgabe 58 entsprächen?

Lösung: $\mathrm{J} = \frac{\mathrm{E}}{\mathrm{W}} = \frac{60 \,.\, 2}{60 \,.\, 0{,}0008 + 0{,}82 + 0{,}5} = 88\ \mathrm{A}.$

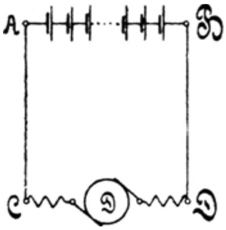


Fig. 7.

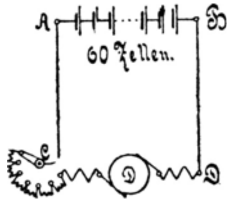


Fig. 8.

Anmerkung: Die elektromotorische Gegenkraft ist Null, solange noch keine Drehung des Ankers stattfindet, also z. B. beim in Gang setzen. Damit der Strom hierbei nicht übermäßig anwächst, muß ein ausschaltbarer Widerstand C (Anlaßwiderstand) vor den Motor geschaltet werden. (Fig. 8.)

61. Wie groß muß der Anlaßwiderstand gemacht werden, damit beim Angehen des Motors die Stromstärke 30 A nicht überschreitet?

Lösung: Bezeichnet x die Größe des Anlaßwiderstandes, so ist

$$30 = \frac{120}{1{,}368 + \mathrm{x}}; \quad \mathrm{x} = 2{,}62\ \Omega.$$

62. Welcher Spannungsverlust tritt am Ende der 1000 [700] (1500) m langen Leitung in Aufgabe 40 auf, wenn daselbst 80 A gebraucht werden?

Lösung: $\delta = \mathrm{iw} = 80 \,.\, 0{,}3664 = 29{,}3\ \mathrm{V}.$

63. Welcher Spannungsverlust würde in der Leitung der Aufgabe 40 eintreten, wenn die Rückleitung anstatt aus der Schiene ebenfalls aus einer 8 mm dicken Kupferleitung bestände?

Lösung: Der Widerstand der Leitung wäre in diesem Falle $0{,}343 + 0{,}343 = 0{,}686\ \Omega$ und somit der Spannungsverlust

$$\delta = 80\,.\,0{,}686 = 54{,}88\ \text{V}.$$

64. Die Erzeugungsstelle eines elektrischen Stromes ist 300 m von der Verbrauchsstelle entfernt. An der letzteren wird ein Strom von 200 A und 120 V Spannung gebraucht. Wie dick müssen die Zuleitungsdrähte gewählt werden, wenn der Spannungsverlust in der Leitung 30 V betragen soll für Leitungen aus Kupfer, [Aluminium], (Zink)

Lösung: Aus $\delta = \mathrm{i}\,\mathrm{w}$ folgt $\mathrm{w} = \frac{\delta}{\mathrm{i}} = \frac{30}{200} = \frac{3}{20}\,\Omega$, worin w den Widerstand der 300 m langen Hin- und ebenso langen Rück-Leitung bezeichnet; es ist also $l = 600$ m. Aus

$$\mathrm{w} = \frac{\mathrm{c}\,l}{\mathrm{q}} \text{ folgt } \mathrm{q} = \frac{\mathrm{c}\,l}{\mathrm{w}} = \frac{0{,}0172\,.\,600}{\frac{3}{20}} = 68{,}8\ \text{mm}^2,$$

$$\mathrm{d} = \sqrt{\frac{68{,}8\,.\,4}{\pi}} = 9{,}35\ \text{mm}.$$

Bemerkung: Nach Tabelle 4 darf ein Leitungsdraht aus Kupfer von 70 mm² 200 A Strom führen, um als feuersicher zu gelten.

4. Tabelle über die zulässige Belastung von Kupfer- und Zinkdrähten.

Querschnitt in mm²		0,75	1	1,5	2,5	4	6	10	16	25	35	50	70	95	120	150
höchste Stromstärke	Kupfer	9	11	14	20	25	31	43	75	100	125	160	200	240	280	325
	Zink	—	—	9	11	13	16	23	40	52	65	83	105	125	145	170

65. Wieviel Spannung geht in einer 120 [95] (16) mm² starken Hin- und Rück-Leitung verloren, und welche Spannung muß an den Klemmen der Stromquelle herrschen, wenn die übrigen Angaben der Aufgabe 64 entnommen werden?

Lösung: Der Widerstand der Leitung ist:

$$\mathrm{w} = \frac{0{,}0172\,.\,600}{120} = 0{,}0860\ \Omega;$$

der Spannungsverlust ist $\delta = 200\,.\,0{,}0860 = 17{,}2$ V.

Die Spannung an den Klemmen des Stromerzeugers muß demnach $120 + 17{,}2 = 137{,}2$ V sein.

Weitere Aufgaben siehe 114 u. f.

Spannungsmessung.

Die Gleichung $\mathrm{e} = \mathrm{i}\,\mathrm{w}$ gestattet, mit einem Amperemeter für schwache Ströme, z. B. einem Weston-Galvanometer, **Spannungen** zu messen, wenn in den Stromkreis des Galvanometers ein so großer Widerstand eingeschaltet wird, daß die Stromstärke, die durch das Galvanometer fließt, die maximal zulässige nicht übersteigt. Bei dem genannten Galvanometer von 100 Ω Widerstand ist die Stromstärke $i = \frac{\alpha}{10000}$, wenn α den Ausschlag des Zeigers bedeutet. Der größte Ausschlag beträgt 150 Skalenteile, so daß der Maximalwert des Stromes $\frac{150}{10000} = 0{,}015$ A ist.

66. Einem 100ohmigen Galvanometer sind 9900 [8900] (4900) Ω vorgeschaltet (Fig. 9). Welche Spannung herrscht zwischen den Punkten A und B, wenn das Galvanometer 110 [125] (145) Skalenteile Ausschlag anzeigt?

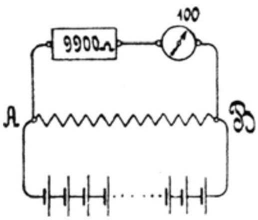


Fig. 9.

Lösung:

$$w = 100 + 9900 = 10000\ \Omega;\ i = \frac{110}{10000},$$

also $$e = \frac{110}{10000} \cdot 10000 = 110 \text{ V}.$$

Es bedeutet also jeder Skalenteil Ausschlag 1 Volt.

67. Wie viel Ohm müssen dem 100 ohmigen Galvanometer vorgeschaltet werden, damit 1 Skalenteil Ausschlag $^1/_5$ [$^1/_6$] ($^1/_8$) Volt bedeutet?

Lösung: Wenn $\alpha = 1$ ist, soll $e = {}^1/_5$ Volt sein, also muß $w = \frac{e}{i} = \frac{^1/_5}{^1/_{10000}} = 2000\ \Omega$ werden. Dann ist der Vorschaltwiderstand $2000 - 100 = 1900\ \Omega$.

68. Wieviel Ohm müssen dem 100 ohmigen Galvanometer vorgeschaltet werden, wenn ein Skalenteil bedeuten soll: $^1/_2$, $^1/_4$, $^1/_8$, $^1/_{10}$, $^1/_{50}$, $^1/_{100}$ Volt?

Lösungen: 4900 Ω; 2400 Ω; 3233,3 Ω; 900 Ω; 100 Ω; 0 Ω.

69. Die Spannung zwischen A und B (Fig. 9) beträgt schätzungsweise 25 [40] (150) V. Welcher Widerstand muß dem 100 Ω Galvanometer vorgeschaltet werden, damit dann 150° Ausschlag entstehen, und wie groß ist die Spannung in Wirklichkeit, wenn das Galvanometer nur 149° anzeigt?

Lösung: $25 = \frac{150}{10000}\, w$, also $w = 1666{,}6 \ldots \Omega$; mithin beträgt der Vorschaltwiderstand 1566,6 . . . Ω, und bei 149° Ausschlag ist die gemessene Spannung $e = \frac{149}{10000} \cdot 1666{,}6 \ldots = 24{,}8$ V.

70. Ein Voltmeter besitzt 300 [1300] (1500) Ω Widerstand und zeigt bis 20 [110] (120) Volt an. Wieviel Ω müssen vorgeschaltet werden, wenn das Instrument a) bis 40 [220] (240) Volt, b) bis 60 [330] (360) Volt, c) bis 80 [440] (480) Volt anzeigen soll?

Lösung: Da $e = iw$ ist und i bei demselben Zeigerausschlag auch immer denselben Wert haben muß (da ja nur die Stromstärke das Wirksame ist), so muß sein: $w_1 = \frac{e_1}{i}$ und $w_2 = \frac{e_2}{i}$, oder es verhält sich $w_1 : w_2 = e_1 : e_2$, woraus $w_2 = w_1 \frac{e_2}{e_1}$.

Bei Lösung zu a) hat man hiernach $w_2 = 300 \cdot \frac{40}{20} = 600\ \Omega$, oder es müssen $600 - 300 = 300\ \Omega$ vorgeschaltet werden. Lösung zu b) 600 Ω, c) 900 Ω.

71. Ein Voltmeter von 500 [3000] (4500) Ω Widerstand besitzt eine Skala bis 25 [120] (180) V. Welche Zahlen muß man an die bisherigen Skalenteile schreiben, wenn 100 [1200] (1500) Ω vorgeschaltet werden?

Lösung: Aus der in Aufgabe 70 hergeleiteten Proportion

$$w_1 : w_2 = e_1 : e_2$$

folgt $e_2 = e_1 \cdot \frac{w_2}{w_1} = e_1 \frac{600}{500} = 1{,}2\ e_1$,

d. h. bei 5 Volt muß jetzt 6 Volt,
„ 10 „ „ „ 12 „
„ 25 „ „ „ 30 „ stehen.

72. Die Weston-Instrumente werden auch mit 1 Ω Widerstand gebaut. Die Stromstärke ist alsdann bestimmt durch $i = \frac{\alpha}{1000}$. Wieviel Widerstand muß solchen Instrumenten vorgeschaltet werden, wenn ein Skalenteil Ausschlag bedeuten soll: a) $1^0 = 1$ [2] (5) V, b) $1^0 = 0{,}5$ [0,75] (1,5) V, c) $1^0 = 0{,}1$ [0,2] (0,3) V, d) $1^0 = 0{,}01$ [0,05] (0,15) V, e) $1^0 = 0{,}001$ [0,003] (0,004) V?

Lösungen:

Zu a): $e = iw$, oder $w = \frac{e}{i} = \frac{e \,.\, 1000}{\alpha} = \frac{1 \,.\, 1000}{1} = 1000\ \Omega$ oder, da das Instrument bereits 1 Ω besitzt, so müssen vorgeschaltet werden $1000 - 1 = 999\ \Omega$; zu b): 499 Ω; zu c): 99 Ω; zu d): 9 Ω; zu e): 0 Ω.

Anmerkung: Man vereinigt gewöhnlich derartige Widerstände in einem Kasten, der dem Instrumente beigegeben wird.

73. Ein 100 ohmiges Galvanometer wird mit einem Silbervoltameter geeicht. Das Galvanometer zeigt im Mittel $120{,}5^0$ [$105{,}4^0$], (145^0) an, der Silberniederschlag beträgt in 2^h [$1{,}8^h$], (70^{min}) 100

[80] (60) mg. Mit welchem Faktor müssen bei Spannungsmessungen die Ausschläge multipliziert werden, wenn a) $1^0 = 1$ V, b) $1^0 = 0{,}1$ V, c) $1^0 = 0{,}01$ V im Vorschaltwiderstand gestöpselt werden?

Lösung: Die durch das Galvanometer fließende Stromstärke berechnet sich aus dem Silberniederschlag (Gl. 1) zu

$$i = \frac{G}{at} = \frac{100}{1{,}118 \,.\, 2 \,.\, 60 \,.\, 60} = 0{,}01245 \text{ A.}$$

Da nun der Galvanometerausschlag durch die Gleichung $i = C\alpha$ bestimmt wird, so ist $C = \frac{0{,}01245}{120{,}5} = 0{,}000103318$ oder

$$C = \frac{1}{10000} \; 1{,}03318, \text{ daher } e = \frac{\alpha \,.\, 1{,}03318}{10000} \, w.$$

Bei Frage a) ist $w = 10000$, also $e = 1{,}03318\, \alpha$; bei b) ist $w = ?$; bei c) $w = ?$

74. Ein 1 ohmiges Galvanometer wird mit dem Silbervoltameter geeicht, und zwar beträgt der Silberniederschlag in 2 [1] (5) Stunden 1 g [530 mg] (4,2 g), während das Galvanometer im Mittel aus 10 Ablesungen 118^0 [122^0] (78^0) anzeigt. Mit welchem Faktor müssen bei Spannungsmessungen die Ausschläge multipliziert werden, wenn $1^0 = 1$ V, $1^0 = {}^1/_{10}$ V, $1^0 = {}^1/_{100}$ V, $1^0 = {}^1/_{1000}$ V im Vorschaltwiderstand gestöpselt sind?

Lösung: $i = \frac{1000}{1{,}118 \,.\, 60 \,.\, 60 \,.\, 2} = 0{,}1245$ A.

$$C = \frac{i}{\alpha} = \frac{0{,}1245}{118} = 0{,}001055 = \frac{1}{1000} \; 1{,}055.$$

Alle Ausschläge müssen also mit 1,055 multipliziert werden.

§ 8.

Aufgaben über Stromverzweigungen.

75. Zwischen den beiden Punkten A und B (Fig. 10) herrscht ein Spannungsunterschied von 24 [15] (0,3) V. Der Widerstand des Zweiges I beträgt 8 [7,5] (0,2) Ω, der des Zweiges II 4 [3] (0,1) Ω und der des Zweiges III 6 [1,5] (0,08) Ω.

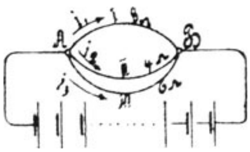


Fig. 10.

Gesucht wird:

a) die Stromstärke in jedem einzelnen Zweige,

b) die Stromstärke in der unverzweigten Leitung,

c) der Widerstand zwischen A und B.

Lösungen:

Zu a): Bezeichnet i_1 die Stromstärke im ersten, i_2 die im zweiten und i_3 die im dritten Zweige, so ist

$$i_1 = \frac{e}{w_1} = \frac{24}{8} = 3 \text{ A},$$

$$i_2 = \frac{e}{w_2} = \frac{24}{4} = 6 \text{ A},$$

$$i_3 = \frac{e}{w_3} = \frac{24}{6} = 4 \text{ A}.$$

Zu b): Der Strom in der unverzweigten Leitung ist

$$i_1 + i_2 + i_3 = J = 3 + 6 + 4 = 13 \text{ A}.$$

Zu c): Bezeichnet W den Widerstand zwischen A und B, so ist $J = \frac{e}{W} = 13$ A. oder $W = \frac{24}{13} = 1{,}845\ \Omega$.

76. Ein Strom von 12 [18] (100) A teilt sich im Punkte A (Fig. 11) in drei Zweige, deren Widerstände $w_1 = 2\ \Omega$, $w_2 = 3\ \Omega$ und $w_3 = 4\ \Omega$ sind. Gesucht:

a) der Spannungsunterschied e zwischen A und B,

b) die Stromstärken in den drei Zweigen,

c) der Kombinationswiderstand W zwischen A und B.

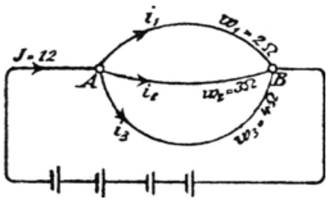


Fig. 11.

Lösungen:

Zu a): Die Stromstärken in den drei Zweigen folgen aus den Gleichungen $i_1 = \frac{e}{w_1}$, $i_2 = \frac{e}{w_2}$ und $i_3 = \frac{e}{w_3}$. Nun ist aber $i_1 + i_2 + i_3 = J$, also $J = e\left(\frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2} + \frac{1}{w_3}\right) = 12$; folglich

$$e = \frac{12}{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}} = \frac{12}{\frac{13}{12}} = \frac{144}{13} = 11^1/_{13} \text{ V}.$$

Zu b): $i_1 = \frac{144}{2 \cdot 13} = 5^7/_{13}$ A; $i_2 = \frac{144}{3 \cdot 13} = 3^9/_{13}$ A;

$$i_3 = \frac{144}{4 \cdot 13} = 2^{10}/_{13} \text{ A}.$$

Probe: $5^7/_{13} + 3^9/_{13} + 2^{10}/_{13} = 12$ A.

Zu c): Es muß $\frac{e}{W} = e\left(\frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2} + \frac{1}{w_3}\right)$ sein, oder allgemein gültig:

$$\frac{1}{W} = \frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2} + \frac{1}{w_3} \quad \ldots \ldots \quad 8.$$

Demnach ist $\frac{1}{W} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{13}{12}$ oder $W = \frac{12}{13}\ \Omega$.

Bemerkung: Der reziproke Wert eines Widerstandes heißt sein Leitungsvermögen und die Formel 8 spricht das Gesetz aus:

Gesetz 6: Das Leitungsvermögen der Kombination ist gleich der Summe der Leitungsvermögen der einzelnen Zweige.

Sind die Widerstände der einzelnen Zweige gleich groß, ist also

$$w_1 = w_2 = w_3 = \ldots w, \text{ so wird } \frac{1}{W} = \frac{1}{w} + \frac{1}{w} + \frac{1}{w} \ldots = m \cdot \frac{1}{w}$$

$$\text{oder } W = \frac{w}{m} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 8a,$$

d. h. der Kombinationswiderstand von m gleichen, parallel geschalteten Widerständen ist gleich dem m ten Teile jedes einzelnen Widerstandes.

77. Ein Element, dessen elektromotorische Kraft 1,8 [1,43] (1,5) V und dessen innerer Widerstand $^1/_6$ [0,5] (0,06) Ω beträgt, wird geschlossen durch zwei Drähte AB und CD (Fig. 12) von je 1 [0,8] (1,5) Ω Widerstand und den beiden zwischen B und C liegenden Drähten von 2 [1,5] (3) Ω und 4 [3,5] (2) Ω Widerstand. Gesucht:

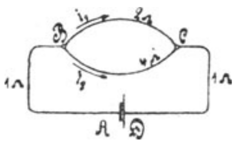


Fig. 12.

a) der Widerstand zwischen B und C,
b) der Widerstand des ganzen Stromkreises,
c) die Stromstärke,
d) die Klemmenspannung zwischen A und D,
e) die Spannung zwischen B und C,
f) die Stromstärken in den beiden Zweigen.

Lösungen:

Zu a): Nach Formel 8 ist der Widerstand x zwischen B und C bestimmt durch die Gleichung

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}, \text{ woraus } x = \frac{4}{3}\,\Omega.$$

Zu b): $W = \frac{1}{6} + 1 + \frac{4}{3} + 1 = 3^1/_2\,\Omega.$

Zu c): $J = \frac{1{,}8}{3^1/_2} = 0{,}514$ A.

Zu d): $e_{\overline{AD}} = E - J w_i = 1{,}8 - 0{,}514 \cdot \frac{1}{6} = 1{,}714$ V.

Zu e): $e_{\overline{BC}} = e_{\overline{AB}} - J \,.\, 2 = 1{,}714 - 0{,}514 \,.\, 2 = 0{,}686$ V.

Zu f): $i_1 = \frac{0{,}686}{2} = 0{,}343$ A.

$i_2 = \frac{0{,}686}{4} = 0{,}171$ A.

Probe: $i_1 + i_2 = 0{,}514 \text{ A} = J.$

78. Gegeben sind 3 [5] (10) hintereinander geschaltete Elemente von je 1,1 [1,8] (1,47) V elektromotorischer Kraft und einem inneren Widerstand von 1,2 [0,24] (0,2) Ω. Die Widerstände des äußeren Kreises sind (Fig. 13) GA = 1 [2] (3) Ω, ABE = 2 [3] (2,5) Ω, ACE = 3 [4] (3,5) Ω, ADE = 4 [5] (6) Ω [AHE = 6 Ω] und EF = 5 [7] (0,6) Ω. Der Punkt G ist zur Erde abgeleitet, wodurch erreicht wird, daß das Potential in G Null ist.

Gesucht wird:

a) der Kombinationswiderstand der drei [vier] parallel geschalteten Drähte,
b) der gesamte Widerstand des Stromkreises,
c) die Stromstärke,
d) die Spannung in A,
e) die Spannung in E,
f) die Spannung in F
g) die Stromstärke in den drei Zweigen ABE, ACE, ADE und [AHE].

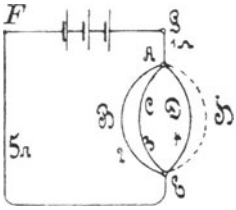


Fig. 13.

Lösungen:

Zu a): Es ist $\frac{1}{x} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{13}{12}$; $x = \frac{12}{13}\,\Omega = 0{,}923\ \Omega$.

Zu b): $W = 3 \,.\, 1{,}2 + 1 + 0{,}923 + 5 = 10{,}523\ \Omega$.

Zu c): $J = \frac{3 \,.\, 1{,}1}{10{,}523} = 0{,}3136$ A.

Zu d): Da die Spannung in G Null ist, so ist die Spannung in A größer als die in G, und zwar um den Spannungsverlust in der Leitung GA, d. i. $0{,}3136 \,.\, 1 = 0{,}3136$ V.

Zu e): Die Spannung in E ist

$$0{,}3136 + 0{,}3136 \,.\, 0{,}923 = 0{,}60305 \text{ V}.$$

Zu f): Die Spannung in F ist $0{,}60305 + 0{,}3136 \,.\, 5 = 2{,}171$ V.

Probe: Es muß $e_{\overline{FG}} = 1{,}1 \,.\, 3 - 0{,}3136 \,.\, 3 \,.\, 1{,}2 = 2{,}171$ V ergeben.

Zu g): Der Spannungsunterschied zwischen A und E ist

$$0{,}60305 - 0{,}3136 = 0{,}28945 \text{ V, also ist}$$

$$i_1 = \frac{0{,}28945}{2} = 0{,}14472 \text{ A}, \quad i_2 = \frac{0{,}28945}{3} = 0{,}09648 \text{ A},$$

$$i_3 = \frac{0{,}28945}{4} = 0{,}07236 \text{ A}.$$

Probe: $J = i_1 + i_2 + i_3 = 0{,}31356$ A.

Messung von Strömen.

79. Einem Weston-Amperemeter von 100 Ω Widerstand, dessen Stromstärke also bestimmt ist durch die Gleichung $i = \frac{\alpha}{10000}$, ist parallel geschaltet ein Widerstand von $\frac{100}{999}\left[\frac{100}{99}\right]\left(\frac{100}{9}\right)\Omega$. Welcher Strom fließt durch die unverzweigte Leitung, wenn das Weston-Amperemeter 100^0 $[130^0]$ (115^0) Ausschlag anzeigt? (Fig. 14.)

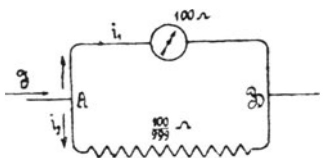


Fig. 14.

Lösung: Bezeichnet i_1 den Strom, der durch das Amperemeter, i_2 denjenigen, der durch den Widerstand $\frac{100}{999}$ fließt, so ist zunächst

$$i_1 = \frac{\alpha}{10\,000} = \frac{100}{10\,000} = 0{,}01 \text{ A}.$$

Da der Widerstand des Instrumentes 100 Ω beträgt, so herrscht an den Punkten A und B eine Spannung von

$$e = i_1 \,.\, 100 = 0{,}01 \,.\, 100 = 1 \text{ V};$$

der Strom, der durch den Widerstand $\frac{100}{999}$ fließt, ist daher

$$i_2 = \frac{1}{\frac{100}{999}} = 9{,}99 \text{ A}.$$

Der unverzweigte Strom J ist also

$$J = i_1 + i_2 = 0{,}01 + 9{,}99 = 10 \text{ A}.$$

80. Einem 1 ohmigen Galvanometer, dessen Stromstärke durch die Gleichung $i = \frac{\alpha}{1000}$ bestimmt wird, ist ein Widerstand $\frac{1}{99}\left[\frac{1}{999}\right]\left(\frac{1}{9}\right)\Omega$ parallel geschaltet. Welche Stromstärke entspricht einem Ausschlag von 100^0 $[65^0]$ (135^0) im unverzweigten Stromkreise? (Fig. 15.)

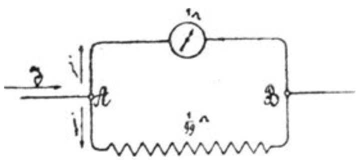


Fig. 15.

Lösung: Durch das Galvanometer fließt ein Strom von

$$i_1 = \frac{\alpha}{1000} = \frac{100}{1000} = 0{,}1 \text{ A}.$$

Da der Widerstand des Instrumentes 1 Ω beträgt, so herrscht zwischen den Punkten A und B eine Spannung von

$$e = i_1 \,.\, 1 = 0{,}1 \,.\, 1 = 0{,}1 \text{ V};$$

es ist daher der Strom, der durch den Widerstand $\frac{1}{99}$ Ω fließt,

$$i_2 = \frac{0{,}1}{\frac{1}{99}} = 9{,}9 \text{ A}$$

und somit der Strom im unverzweigten Kreise

$$J = i_1 + i_2 = 0{,}1 + 9{,}9 = 10 \text{ A}.$$

81. Fünf Elemente von je 1,8 [1,9] (1,8) V elektromotorischer Kraft und 0,2 [0,19] (0,25) Ω innerem Widerstand sind hintereinander geschaltet. 10 [12] (15) m von der Stromquelle entfernt, werden 4 [5] (6) parallel geschaltete Glühlampen von je 16 [20] (24) Ω Widerstand gebrannt, welche durch 2 je 1,2 [1,5] (2) mm dicke Kupferleitungen AD und BC mit der Stromquelle verbunden sind (Fig. 16).

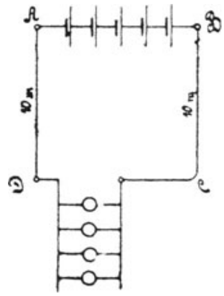


Fig. 16.

Gesucht wird:

a) der Widerstand der Zuleitungen,
b) der Widerstand des ganzen Stromkreises
c) die Stromstärke,
d) die Klemmenspannung an den Punkten A und B,
e) die Lampens annung an den Punkten D und C.

Lösungen:

Zu a): Der Widerstand beider Zuleitungen ist:

$$w = \frac{0{,}0172 \,.\, 20}{1{,}2^2 \cdot \frac{\pi}{4}} = 0{,}304 \ \Omega.$$

Zu b): der Widerstand des ganzen Kreises ist

$$W = 5 \,.\, 0{,}2 + 0{,}304 + \frac{16}{4} = 5{,}304 \ \Omega.$$

Zu c): $J = \frac{5 \,.\, 1{,}8}{5{,}304} = 1{,}696$ A.

Zu d): $e_{\overline{AB}} = 5 \,.\, 1{,}8 - (5 \,.\, 0{,}2) \,.\, 1{,}696 = 7{,}31$ V.

Zu e): $e_{\overline{DC}} = e_{\overline{AB}} - Jw = 7{,}31 - 1{,}696 \,.\, 0{,}304 = 6{,}796$ V.

82. Um sich von der Richtigkeit der berechneten Stromstärke zu überzeugen, wird in die Leitung BC ein 1ohmiges Galvanometer, dem ein Widerstand von $\frac{1}{99}$ Ω parallel geschaltet ist, gelegt. Welchen Ausschlag wird das Instrument anzeigen?

Lösung: Der äußere Widerstand ist um den Kombinationswiderstand zwischen C und F (Fig. 17) gestiegen. Ist dieser x, so ist $\frac{1}{x} = 1 + \frac{99}{1} = 100$ oder $x = 0{,}01\ \Omega$. Der gesamte Widerstand ist also $W = 5{,}304 + 0{,}01 = 5{,}314\ \Omega$; demnach ist $J = \frac{5 \cdot 18}{5{,}314} = 1{,}694$ A.

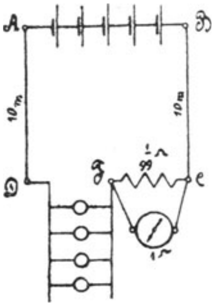


Fig. 17.

Der Ausschlag des Galvanometers beträgt $16{,}94^0$, anstatt $16{,}96^0$, wenn der Strommesser widerstandslos gewesen wäre.

83. Wie würde sich das Resultat der vorigen Aufgabe gestalten, wenn man anstatt des 1 ohmigen Galvanometers ein 100 ohmiges, nebst einem parallel geschalteten Widerstande von $\frac{100}{999}\ \Omega$, benutzt hätte?

Lösung: Der Kombinationswiderstand wäre in diesem Falle:

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{100} + \frac{999}{100} = \frac{1000}{100} = \frac{10}{1}, \text{ also } x = \frac{1}{10}\ \Omega.$$

Der Widerstand des äußeren Kreises wird demnach

$$W = 5{,}404\ \Omega \text{ und somit } J = \frac{5 \cdot 1{,}8}{5{,}404} = 1{,}665 \text{ A.}$$

Infolge der Einschaltung dieses Strommessers ist also die Stromstärke gesunken von 1,696 A auf 1,665 A.

84. Welcher Strom fließt durch die Lampen der vorigen Aufgabe, wenn zur Strommessung ein 100 ohmiges Westongalvanometer, nebst einem parallel geschalteten Widerstande von $\frac{100}{99}\ \Omega$, benützt wird, und welchen Ausschlag zeigt das Messinstrument an?

Lösung: $W = 6{,}304\ \Omega$, $J = \frac{9}{6{,}304} = 1{,}43$ A, der Ausschlag beträgt 143^0.

Bemerkung: Aus den Beispielen 81—84 geht hervor, daß durch Einschalten eines Amperemeters die Stromverhältnisse eines Kreises am wenigsten geändert werden, wenn dasselbe einen geringen Widerstand besitzt.

85. Eine Batterie besteht aus 10 [33] (120) hintereinander geschalteten Akkumulatoren von je 2 [1,95] (2,01) V Spannung und einem inneren Widerstand von 0,001 [0,002] (0,001) Ω pro Zelle. Der äußere Stromkreis wird gebildet aus den beiden 50 [80] (300) m langen, 1,5 [4] (8) mm dicken Kupferleitungen AC und BD (Fig. 18) und 5 [20] (100) parallel geschalteten Glühlampen von je 8 [80]

(120) Ω Widerstand. Um die Spannung an den Punkten C und D zu messen, ist eingeschaltet ein Weston-Galvanometer G von 100 [100] (100) Ω nebst einem Vorschaltwiderstande von 3900 [4900] (19900) Ω.

Gesucht wird:

a) der Kombinationswiderstand der Lampen und des Galvanometers,
b) der Widerstand des ganzen Stromkreises,
c) die Stromstärke in der unverzweigten Leitung,
d) die Klemmenspannung zwischen A und B,
e) die Lampenspannung zwischen C und D.

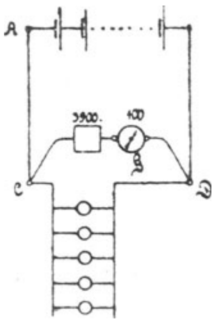


Fig. 18.

Lösungen:

Zu a): Der Widerstand der Lampen ist $\frac{8}{5} = 1{,}6\ \Omega$.

Bezeichnet x den Widerstand zwischen C und D, so ist

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{4000} + \frac{1}{1{,}6} = \frac{4001{,}6}{4000\,.\,1{,}6}$$

$$x = \frac{4000\,.\,1{,}6}{4001{,}6} = 1{,}5993\ \Omega.$$

Zu b): $W = 10\,.\,0{,}001 + \dfrac{0{,}0172\,.\,100}{1{,}5^2 \cdot \frac{\pi}{4}} + 1{,}5993 = 2{,}583\ \Omega.$

Zu c): $J = \dfrac{20}{2{,}583} = 7{,}75$ A.

Zu d): $e_{\overline{AB}} = 20 - 0{,}01\,.\,7{,}75 = 19{,}9225$ V.

Zu e): $e_{\overline{CD}} = 7{,}75\,.\,1{,}5993 = 12{,}4$ V.

Bemerkung: Wäre das Voltmeter nicht eingeschaltet gewesen, so würde $x = 1{,}6\ \Omega$, und die Stromstärke $J = \dfrac{20}{2{,}586}$ A betragen haben. Wir sehen also, daß die Einschaltung des Voltmeters die Verhältnisse nur außerordentlich wenig geändert hat.

86. Dieselbe Aufgabe wie in 85, nur wird ein Voltmeter von 1 Ω Widerstand nebst einem Vorschaltwiderstand von 3 [15] (100) Ω genommen. Wie gestalten sich jetzt die Fragen a, b, c, d, e?

Lösungen:

Zu a): $\dfrac{1}{x} = \dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{1{,}6} = \dfrac{5{,}6}{4\,.\,1{,}6}$; $x = 1{,}14\ \Omega.$

Zu b): $W = 0{,}01 + 0{,}976 + 1{,}14 = 2{,}126\ \Omega.$

Zu c): $J = \dfrac{20}{2{,}126} = 9{,}41$ A.

Zu d): $e_{\overline{AB}} = 20 - 0{,}01 \,.\, 9{,}41 = 19{,}91$ V.

Zu e): $e_{\overline{CD}} = 9{,}41 \,.\, 1{,}14 = 10{,}7$ V.

Bemerkung: Durch das Einschalten des Voltmeters von geringem Widerstande haben sich die Verhältnisse ganz bedeutend geändert; denn durch die Lampen geht jetzt ein Strom von $\frac{10{,}7}{1{,}6} = 6{,}7$ A und durch das Voltmeter ein solcher von $\frac{10{,}7}{4} = 2{,}67$ A,*) während in Aufgabe 85 der durch die Lampen fließende Strom war:

$\frac{12{,}4}{1{,}6} = 7{,}75$ A und der durch das Westonvoltmeter $\frac{12{,}4}{4000} = 0{,}0031$ A.

Hieraus folgt die Lehre: Zum Spannuugsmessen müssen Galvanometer mit hohem Widerstande und sehr kleiner Stromstärke verwendet werden.

87. Es soll ein Widerstand von 0,1 [0,2] (0,4) hergestellt werden. Zu dem Zwecke fertigt man aus 2 [2] (2) Nickelin-Drähten von 1,6 [2] (1,8) mm Durchmesser, welche parallel geschaltet werden (Fig. 19), einen Widerstand von 0,101 [0,202] (0,404) Ω an und legt hierzu einen Nebenschluß, der aus einem 0,4 [0,24] (0,5) mm dicken Drahte desselben Materials besteht.

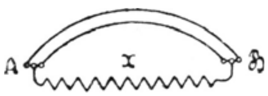


Fig. 19.

Gesucht wird:

a) die Länge der be den parallelen Drähte,
b) der Widerstand des dünnen Nebenschlusses,
c) die Länge desselben.

Lösungen:

Da der Widerstand zweier parallel geschalteter Drähte halb so groß ist, wie der eines Drahtes, so beträgt der letztere 0,202 Ω.

Zu a): Für Nickelin ist $c = 0{,}43$ (Tabelle 3, Seite 11), demnach gilt die Gleichung:

$$0{,}202 = \frac{0{,}43 \,.\, l}{1{,}6^2 \cdot \frac{\pi}{4}}, \text{ woraus } l = \frac{0{,}202 \,.\, 1{,}6^2 \,.\, \pi}{0{,}43 \,.\, 4} = 0{,}945 \text{ m folgt.}$$

Zu b): Bezeichnet x den Widerstand des Nebenschlusses, so hat man

$$\frac{1}{0{,}1} = \frac{1}{0{,}101} + \frac{1}{x} \text{ oder } \frac{1}{x} = \frac{1}{0{,}1} - \frac{1}{0{,}101} = \frac{0{,}001}{0{,}0101}$$

$$x = \frac{0{,}0101}{0{,}001} = 10{,}1 \ \Omega.$$

*) Natürlich ist kein Westonvoltmeter gemeint, da in diesem der Strom nicht größer als 0,15 A sein dürfte.

Zu c): Die Länge des Nebenschlusses ist

$$l = \frac{10{,}1 \,.\, 0{,}4^2 \,.\, \pi}{0{,}43 \,.\, 4} = 2{,}95 \text{ m.}$$

Bemerkung: Beim genauen Abgleichen des Kombinations-Widerstandes wird man, wenn derselbe zu klein, noch mehr von dem dünnen Draht aufwickeln, ist er zu groß, so verkürzt man denselben.

88. Es soll ein 1 ohmiges Weston-Galvanometer mit der Konstanten $C = \frac{1}{000}$ gebaut werden. Leider stellt sich heraus, daß der Widerstand der beiden Federn aa (Fig. 20) und der Spule s bereits 3 [2,5] (2,8) Ω beträgt. Man muß daher parallel zu diesem Widerstand einen Widerstand w_2 legen, so daß der Kombinationswiderstand beider 1 Ω ist. Gesucht:

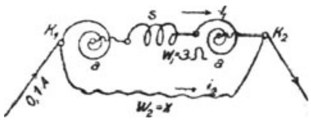


Fig. 20.

a) der Widerstand w_2,
b) die Spannung an den Klemmen K_1 und K_2,
c) die Stromstärken in den beiden Zweigen, wenn der Gesamtstrom 0,1 [0,1] (0,1) A ist,
d) der Ausschlag des Instruments.

Lösungen:

Zu a): $1 = \frac{1}{x} + \frac{1}{3}$ oder $\frac{1}{x} = \frac{2}{3}$, $x = 1{,}5\ \Omega = w_2$.

Zu b): Da der Widerstand zwischen K_1 und K_2 1 Ω ist und durch ihn 0,1 A fließen sollen, so ist

$$e = 0{,}1 \,.\, 1 = 0{,}1 \text{ V.}$$

Zu c): Es ist $i_1 = \frac{0{,}1}{3} = 0{,}0333$ A.

$$i_2 = \frac{0{,}1}{1{,}5} = 0{,}0666$$

Zu d): Da $C = \frac{1}{1000}$ ist, so muß $0{,}1 = \frac{\alpha}{1000}$ sein, also $\alpha = 100^0$.

89. Bei der Herstellung eines 1 ohmigen Weston-Galvanometers stellt sich heraus, daß der Widerstand der Spule s und der beiden Federn aa, d. i. der Widerstand zwischen K_1 und B, schon 2,5 [3] (3,5) Ω beträgt. Ein Versuch zeigt ferner, daß, um einen Ausschlag von 100° zu erzielen, ein Strom von 0,025 [0,015] (0,075) A genügt.

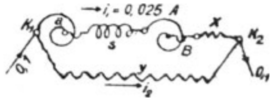


Fig. 21.

Gesucht wird:

a) der Widerstand x (Fig. 21) zwischen B und K_2, der noch zugeschaltet werden muß, um bei 0,1 [0,1] (0,1) V Spannungsunterschied zwischen K_1 und K_2 einen Strom von 0,025 [0,015] (0,075) A durch s fließen zu lassen,

b) der parallel zu schaltende Widerstand, damit der Kombinationswiderstand zwischen K_1 und K_2 1 [1] (1) Ω ist,

c) die durch diesen Widerstand fließende Stromstärke,

d) der Strom in der unverzweigten Leitung.

Lösungen:

Zu a): $0{,}025 = \frac{0{,}1}{2{,}5 + x}$ oder $2{,}5 + x = \frac{0{,}1}{0{,}025} = 4$, $x = 1{,}5\ \Omega$.

Zu b): Ist y der parallel zu schaltende Widerstand, so ist

$$\frac{1}{1} = \frac{1}{4} + \frac{1}{y} \text{ oder } \frac{1}{y} = \frac{3}{4}, \text{ mithin } y = 1{,}333\ \Omega.$$

Zu c): $i_2 = \frac{0{,}1}{y} = \frac{0{,}1 \cdot 3}{4} = 0{,}075$ A.

Zu d): $J = i_1 + i_2 = 0{,}025 + 0{,}075 = 0{,}1$ A.

90. Dieselbe Aufgabe wie 89, nur soll ein 100ohmiges Instrument hergestellt werden; die Federn und die Spule besitzen 85 Ω, und um 100° Ausschlag zu erzielen, genügt ein Strom von 0,002 [0,0015] (0,0075) A. Der Spannungsunterschied zwischen K_1 und K_2 ist 1 V und der Kombinationswiderstand in Frage b ist 100 Ω.

§ 9.

Aufgaben über die Schaltung von Elementen.

Elemente können entweder alle in Reihenschaltung (Hintereinanderschaltung) (Fig. 22) oder in Parallelschaltung (Fig. 23) oder in Reihenparallelschaltung (auch gemischte Schaltung genannt) (Fig. 24a u. b) ver-

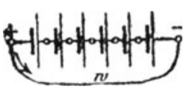


Fig. 22. Reihenschaltung.

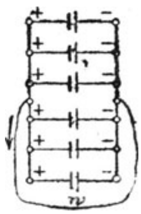


Fig. 23. Parallelschaltung.

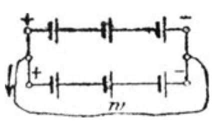


Fig. 24a.

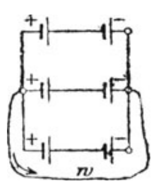


Fig. 24b.

Reihenparallelschaltung.

bunden werden. Ist E die elektromotorische Kraft, w_i der innere Widerstand eines Elementes, n die Anzahl der hintereinander geschalteten Elemente, so ist für Fig. 22

$$J = \frac{n E}{n w_i + w}.$$

Ist in Fig. 23 m die Anzahl der parallel geschalteten Elemente, so wird

$$J = \frac{E}{\frac{w_i}{m} + w}.$$

Sind bei der Reihenparallelschaltung (Fig. 24) n Elemente hintereinander und m Reihen parallel geschaltet, so ist die Anzahl der vorhandenen Elemente $N = nm$, die EMK der Batterie nE, ihr innerer Widerstand nach Formel (8a) $W_i = \frac{n w_i}{m}$, also wird der Strom

$$J = \frac{nE}{\frac{n w_i}{m} + w} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 7.$$

Der Strom wird am größten, wenn der innere Widerstand der Stromquelle gleich dem äußeren Widerstand ist, also

$$\frac{n w_i}{m} = w.^{*)}$$

91. Jemand besitzt 6 [36] (48) Elemente, von denen jedes eine EMK von 1,5 [1] (1,8) V und einen inneren Widerstand von 1 [1,2] (0,9) Ω besitzt. Der äußere Widerstand des Stromkreises beträgt 1,5 [43,2] (4,8) Ω. Wie groß wird die Stromstärke, wenn

a) alle Elemente nach Fig. 22 hintereinander geschaltet werden,
b) alle Elemente nach Fig. 23 parallel geschaltet werden,
c) zu zweien parallel nach Fig. 24a,
d) zu dreien parallel nach Fig. 24b.

Lösungen:

Zu a): Es ist $n = 6$ und $m = 1$, $w_i = 1\ \Omega$, $w = 1{,}5\ \Omega$,

$$J = \frac{6 \,.\, 1{,}5}{6 \,.\, 1 + 1{,}5} = 1{,}2 \text{ A}.$$

Zu b): Hier ist $n = 1$ und $m = 6$, also

$$J = \frac{1 \,.\, 1{,}5}{\frac{1 \,.\, 1}{6} + 1{,}5} = 0{,}9 \text{ A}.$$

---

*) **Beweis.** Gleichung 7 läßt sich schreiben: $J = \frac{E}{\frac{w_i}{m} + \frac{w}{n}}$, oder da $m = \frac{N}{n}$, auch $J = \frac{E}{\frac{n w_i}{N} + \frac{w}{n}}$. Dieser Ausdruck wird ein Maximum, wenn der Nenner ein Minimum, d. h. der Differentialquotient nach n Null wird, d. i. $\frac{w_i}{N} - \frac{w}{n^2} = 0$ oder $\frac{w}{n^2} = \frac{w_i}{N}$ oder $\frac{w}{n^2} = \frac{w_i}{nm}$,

$$w = \frac{n w_i}{m}.$$

Zu c): Für $m = 2$ ist $n = \frac{6}{2} = 3$ und

$$J = \frac{3 \cdot 1{,}5}{\frac{3 \cdot 1}{2} + 1{,}5} = 1{,}5 \text{ A.}$$

Zu d): Für $m = 3$ ist $n = \frac{6}{3} = 2$

$$J = \frac{2 \cdot 1{,}5}{\frac{2 \cdot 1}{3} + 1{,}5} = 1{,}3846 \text{ A.}$$

Beachte: Die größte Stromstärke wird bei der Schaltung c [?] (?) erreicht, wenn nämlich der innere Widerstand der Batterie gleich dem äußeren ist.

92. Jemand besitzt 72 Elemente von je 1,8 V EMK und 0,5 Ω innerem Widerstand. Wie muß er dieselben schalten, wenn der äußere Widerstand 4 [2,25] (1) Ω beträgt und der Strom ein Maximum werden soll?

Lösung: Beim Strommaximum muß der innere Widerstand der Batterie gleich dem äußeren Widerstand sein; ist also n die Anzahl der hintereinandergeschalteten Elemente und m die Anzahl der parallel geschalteten Gruppen, so ist

$$W_i = \frac{n \cdot 0{,}5}{m} = 4 \quad \text{oder} \quad \frac{n}{m} = 8 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{I,}$$

andererseits ist die Anzahl der Elemente $n\,m = N = 72$ . . . II.

Durch Multiplikation beider Gleichungen erhält man $n^2 = 8 \cdot 72$ oder $n = 24$. Aus II folgt jetzt $m = \frac{72}{24} = 3$; man schaltet also je 24 Elemente hintereinander und die drei erhaltenen Gruppen parallel.

Die Stromstärke wird

$$J = \frac{24 \cdot 1{,}8}{\frac{24 \cdot 0{,}5}{3} + 4} = 5{,}4 \text{ A.}$$

93. Eine kleine Beleuchtungsanlage verlangt zum Betriebe eine Stromstärke von 2 [3] (6) A und eine Klemmenspannung von 10 [15] (6) V. Der Betrieb soll mit Elementen vorgenommen werden, deren jedes eine elektromotorische Kraft von 1 [1,5] (1,5) V und einen innern Widerstand von 0,75 [2] (2) Ω besitzt. Wieviel Elemente müssen mindestens angeschafft und wie müssen dieselben geschaltet werden?

Lösung: Der äußere Widerstand ist

$$w = \frac{e}{J} = \frac{10}{2} = 5\ \Omega,$$

ebenso groß muß auch der innere Widerstand werden, also

$$W_i = 5\ \Omega.$$

Die EMK ist größer, als die Klemmenspannung um den Spannungsverlust im Innern der Batterie, also

$$n E = e + J W_i = 10 + 2 . 5 = 20\ \mathrm{V},$$

woraus $$n = \frac{20}{1} = 20 \text{ folgt.}$$

Der innere Widerstand läßt sich ausdrücken durch

$$W_i = \frac{n\, w_i}{m} = \frac{20 . 0{,}75}{m} = 5,$$

woraus $$m = \frac{20 . 0{,}75}{5} = 3 \text{ folgt.}$$

Es sind also 20 Elemente hintereinander und 3 derartige Gruppen parallel zu schalten. Die Zahl der anzuschaffenden Elemente ist $N = n m = 20 . 3 = 60$.

§ 10.
Kirchhoffsche Gesetze.

Gesetz 7: An jedem Verzweigungspunkte ist die Summe aller ankommenden Ströme gleich der Summe aller abfließenden Ströme (erstes Kirchhoffsches Gesetz).

$$i_1 + i_2 + i_4 = i_3 \text{ (Fig. 25).}$$

Gesetz 8: In jedem in sich geschlossenen Teile eines Stromnetzes ist die Summe aller elektromotorischen Kräfte gleich der Summe aller Spannungsverluste (zweites Kirchhoffsches Gesetz).

Die elektromotorischen Kräfte sind mit gleichem Vorzeichen zu nehmen, wenn sie gleichgerichtete Ströme hervorzubringen streben, ebenso die Spannungsverluste, wenn sie durch gleichgerichtete Ströme hervorgebracht sind.

Fig. 25.

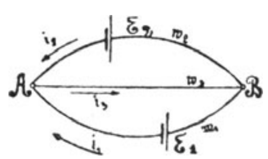


Fig. 26.

94. Zwei Elemente, deren elektromotorische Kräfte E_1 und E_2 sind, werden, wie es die Fig. 26 zeigt, gegeneinander geschaltet. Der Widerstand von AE_1B sei w_1, der von AE_2B sei w_2 und der von $AB = w_3$. Wie groß sind die Ströme i_1, i_2, i_3?

Lösung: Nach dem zweiten Kirchhoffschen Gesetz gelten die Gleichungen:

a) für den Stromkreis E_1ABE_1

$$\text{I. } E_1 = i_1 w_1 + i_3 w_3,$$

b) für den Stromkreis E_2ABE_2

$$\text{II. } E_2 = i_2 w_2 + i_3 w_3.$$

Nach dem ersten Kirchhoffschen Gesetze ist

$$\text{III. } i_1 + i_2 = i_3,$$

i_3 in I und II eingesetzt gibt.

$$\begin{array}{l|c|c} E_1 = i_1(w_1 + w_3) + i_2 w_3 & (w_2 + w_3) & w_3 \\ E_2 = i_1 w_3 + i_2(w_2 + w_3) & w_3 & (w_1 + w_3) \\ \hline \end{array}$$

$$E_1(w_2 + w_3) - E_2 w_3 = i_1 \{(w_1 + w_3)\ (w_2 + w_3) - w_3^2\};$$

$$\text{IV. } i_1 = \frac{E_1(w_2 + w_3) - E_2 w_3}{w_1 w_2 + w_2 w_3 + w_1 w_3},$$

$$E_1 w_3 - E_2(w_1 + w_3) = i_2 \{w_3^2 - (w_1 + w_3)\ (w_2 + w_3)\};$$

$$\text{V. } i_2 = \frac{E_2(w_1 + w_3) - E_1 w_3}{w_1 w_2 + w_2 w_3 + w_1 w_3};$$

$$\text{VI. } i_3 = \frac{E_1 w_2 + E_2 w_1}{w_1 w_2 + w_2 w_3 + w_1 w_3}.$$

Ist z. B. $E_1 = 1{,}8$ V, $E_2 = 1{,}1$ V, $w_1 = 100\ \Omega$, $w_2 = 120\ \Omega$, $w_3 = 200\ \Omega$, so wird

$$i_1 = \frac{1{,}8 \,.\, 320 - 1{,}1 \,.\, 200}{100 \,.\, 120 + 120 \,.\, 200 + 100 \,.\, 200} = 0{,}00636 \text{ A},$$

$$i_2 = \frac{1{,}1\ \ 300 - 1{,}8 \,.\, 200}{56\,000} = -0{,}000535 \text{ A}.$$

Das Minuszeichen sagt, daß der Strom i_2 entgegengesetzt der Richtung des eingezeichneten Pfeiles fließt.

$$i_3 = 0{,}00636 - 0{,}000535 = 0{,}005825 \text{ A}.$$

95. Wie groß muß der Widerstand w_1 gemacht werden, damit $i_2 = 0$ wird, und wie groß ist alsdann i_3?

Lösung: Damit $i_2 = 0$ wird, muß sein $E_2(w_1 + w_3) = E_1 w_3$

oder $$w_1 = \frac{E_1}{E_2} w_3 - w_3 = \frac{1{,}8}{1{,}1} \cdot 200 - 200 = 127{,}2\ \Omega.$$

Die Stromstärke i_3 ist alsdann nach Gleichung II

$$i_3 = \frac{E_2}{w_3}.$$

96. Es sei in Fig. 26 E_2 ein sogenanntes Normalelement von 1,43 V elektromotorischer Kraft, E_1 eine Batterie von 4 Akkumulatorenzellen von je 2 Volt. Wie groß muß w_1 gemacht werden, wenn $i_3 = 0{,}1$ [0,5] (0,005) A und $i_2 = 0$ werden soll?

Lösung: Damit $i_3 = 0{,}1$ wird, muß $\frac{E_2}{w_3} = 0{,}1$ sein, also

$$w_3 = \frac{E_2}{0{,}1} = 14{,}3\ \Omega$$

und
$$w_1 = \left(\frac{E_1}{E_2} - 1\right) w_3 = \left(\frac{8}{1{,}43} - 1\right) \cdot 14{,}3 = 65{,}7\ \Omega.$$

Bemerkung: Wie man sieht, kann man für die Stromstärke i_3 durch geeignete Wahl der Widerstände w_1 und w_3 jeden beliebigen Wert erhalten. Man hat sich nur durch Einschaltung eines empfindlichen Galvanometers in den Stromzweig AE_2B davon zu überzeugen, daß $i_2 = 0$ ist, indem das Galvanometer dann keinen Ausschlag anzeigt. Die elektromotorische Kraft E_1 braucht garnicht bekannt zu sein, da man zunächst den gewünschten Widerstand w_3 einschalten kann, und dann w_1 so lange ändert, bis das Galvanometer keinen Ausschlag mehr anzeigt. Man hat alsdann den Strom durch **Kompensation** bestimmt, was schneller auszuführen geht, als durch Eichung mit dem Kupfer- oder Silber-Voltameter.

97. Jemand wünscht sich eine kleine Beleuchtungsanlage einzurichten. Er schafft zu diesem Zweck 3 [4] (5) Akkumulatoren von je 2 [1,95] (1,98) V elektromotorischer Kraft und 0,033 [0,008] (0,009) Ω innerem Widerstande an. Parallel zu den Akkumulatoren werden zum Laden derselben 8 [11] (14) Meidinger Elemente von je 9 [10] (8) Ω innerem Widerstand und 1 [1] (1) V elektromotorischer Kraft geschaltet. An die gemeinschaftlichen Klemmen A und B (Fig. 27) werden Glühlampen, deren Kombinationswiderstand 4 [7,5] (10) Ω beträgt, angeschlossen.

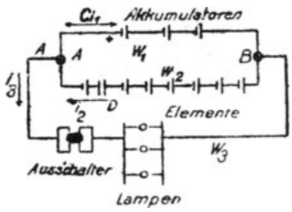


Fig. 27.

Gesucht wird:

a) die mittlere Ladestromstärke, wenn die mittlere EMK der Akkumulatoren beim Laden 2,2 [2,3] (2,25) V beträgt, und die Lampen ausgeschaltet sind;

b) die Stromstärke, die jede der beiden Batterien liefert, wenn die Lampen brennen;

c) die tägliche Brenndauer der Lampen, wenn die Ladung der Akkumulatoren täglich ersetzt werden soll und dabei berücksichtigt wird, daß das Verhältnis: $\frac{\text{Entladung}}{\text{Ladung}} = 0{,}9$ ist.

Lösungen:

Zu a): Beim Laden sind die Lampen abgeschaltet, es ist also nur der Stromkreis ACBD vorhanden. Die **wirksame** EMK ist

$E = 8.1 - 3.2{,}2 = 1{,}4$ V. Der gesamte Widerstand $W = 8.9 + 3.0{,}033 = 72{,}1\ \Omega$. Die mittlere Ladestromstärke ist demnach

$$i_L = \frac{1{,}4}{72{,}1} = 0.0194 \text{ A}.$$

Zu b): Beim Brennen der Lamnen gilt die durch Fig. 26 dargestellte Stromverzweigung; in die Gleichungen IV V und VI hat man einzusetzen $E_1 = 6$ V, $w_1 = 0{,}1\ \Omega$, $E_2 = 8$ V, $w_2 = 72\ \Omega$. $w_3 = 4\ \Omega$, und erhält

$$i_1 = \frac{6.(72+4) - 8.4}{0{,}1.72 + 72.4 + 0{,}1.4} = \frac{456 - 32}{295{,}6} = 1{,}435 \text{ A};$$

$$i_2 = \frac{8.4{,}1 - 6.4}{295{,}6} = 0{,}0299 \text{ A};\ i_3 = i_1 + i_2 = 1{,}4649 \text{ A}.$$

Zu c): Wird die Batterie täglich x Stunden geladen, so ist $24 - x$ die Dauer der Entladung. Da nun $\frac{\text{Entladung}}{\text{Ladung}} = 0{,}9$ ist, so gilt für x die Gleichung

$$\frac{(24 - x).1{,}435}{x.0{,}01935} = 0{,}9, \text{ woraus } (24 - x).1{,}435 = 0{,}9\,x.0{,}01935$$

oder $$24.1{,}435 - x.1{,}435 = 0.9\,x.0{,}01935.$$

$$\cdot\, x = \frac{24.1{,}435}{1{,}453} = 23{,}7 \text{ Std.}$$

Brenndauer der Lampen $24 - x = 0{,}3$ Std.

§ 11.

Das Joulesche Gesetz.

Erklärung: Unter einer Wärmeeinheit (WE), auch Kalorie genannt, versteht man diejenige Wärmemenge, die einem Gramm Wasser zugeführt werden muß, damit seine Temperatur um 1^0 Celsius steigt. (Im Maschinenbau rechnet man anstatt mit Gramm mit Kilogramm. Eine Kilogrammkalorie hat dann 1000 Grammkalorien.)

Ist t_1 die Anfangstemperatur, t_2 die Endtemperatur, G das Gewicht des zu erwärmenden Wassers, ausgedrückt in Grammen, so ist die zugeführte Wärmemenge

$$Q = G\,(t_2 - t_1) \text{ WE} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 9.$$

Gesetz 9: Fließt ein Strom durch einen Leiter, so entwickelt derselbe in dem Leiter eine Wärmemenge, welche proportional dem Quadrate der Stromstärke, proportional dem Widerstande und proportional der Zeit ist.

Bezeichnet Q die im Widerstande w entwickelte Wärmemenge, i die Stromstärke in Ampere, t die Zeit in Sekunden, so ist $Q = K i^2 w t$, wo K einen Proportionalitätsfaktor bezeichnet. Da man nach Formel 6 immer $e = iw$ setzen kann (Fig. 28), wo e die Spannung an den Enden des Widerstandes w ist, so ergeben sich auch noch die Umformungen

$$Q = K\,e\,i\,t \text{ und } Q = K\frac{e^2}{w}t.$$

Durch zahlreiche Versuche hat man $K = 0{,}23865$ ermittelt, wofür wir abgerundet 0,24 setzen wollen. Das Joulesche Gesetz läßt sich also durch die Formeln

$$Q = 0{,}24\ e\,i\,t = 0{,}24\ i^2 w\,t = 0{,}24\frac{e^2}{w}t. \quad . \quad . \quad . \quad 10$$

darstellen.

Die mechanische Wärmetheorie lehrt, daß Arbeit sich in Wärme umsetzen läßt, und zwar erzeugen 427,2 Meterkilogramm (mkg) Arbeit 1000 WE. Das Produkt eit muß als die elektrische Arbeit des Stromes aufgefaßt werden, die in Joule gemessen wird. Um den Zusammenhang zwischen Joule und Meterkilogramm zu finden, bedenke man, daß nach Formel 10 für $Q = 1000$ WE

$$e\,i\,t = \frac{1000}{0{,}23865} = 4189 \text{ Joule ist,}$$

es sind also 4189 Joule gleichwertig mit 427,2 mkg,

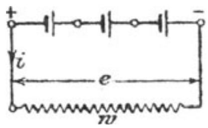


Fig. 28.

$$\text{daher ist } 1 \text{ mkg} = \frac{4189}{427{,}2} = 9{,}81 \text{ Joule.}$$

Die elektrische Arbeit wird somit ausgedrückt durch die Formeln

$$A = e\,i\,t = i^2 w\,t = \frac{e^2}{w}t \text{ Joule}$$

oder

$$A = \frac{e\,i\,t}{9{,}81} = \frac{i^2 w\,t}{9{,}81} = \frac{e^2\,t}{9{,}81\,w} \text{ mkg.}$$

Die Arbeit pro Sekunde nennt man Leistung (früher Effekt) und bezeichnet sie mit $\mathfrak{E}$.

Es ist also

$$\mathfrak{E} = \frac{A}{t} = e\,i = i^2 w = \frac{e^2}{w} \text{ Watt (W) oder Voltampere (VA)} \quad 11.$$

100 Watt sind 1 Hekto-Watt.

1000 Watt oder 1000 Voltampere nennt man 1 Kilo-Watt (kW) oder auch Kilo-Voltampere (kVA). Häufig rechnet man auch noch nach Pferdestärken (PS), wobei 75 mkg pro Sekunde 1 PS sind, also $1 \text{ PS} = 75 \,.\, 9{,}81 = 736$ W oder VA.

Die elektrische Arbeit pro Stunde, die durch Zähler gemessen wird, wird meistens nicht in Joule, sondern in Kilowattstunden angegeben, das ist durch das Produkt aus Kilowatt und Stunden.

Merke: 9,81 Joule = 1 mkg.
1 Kilowattstunde = 3600 Joule.
9,81 Watt = 1 mkg pro Sekunde.
1000 Watt = 1 kW; 1 PS = 736 Watt.

98. Welche Wärmemenge entwickelt eine Glühlampe in 1 Std. [40 Min.] (3 Std.), wenn dieselbe bei 100 [120] (110) V Spannung 0,54 [0,45] (0,217) A Strom verbraucht?

Lösung: $Q = 0{,}24\, e i t = 0{,}24 \,.\, 100 \,.\, 0{,}54 \,.\, 60 \,.\, 60 = 46700$ WE.

99. Welche Stromstärke muß durch einen Widerstand von 5 [3] (20) Ω fließen, wenn derselbe in 0,6 [2] (10) Liter Wasser eingetaucht, das letztere in 10 [30] (15) Minuten um 80° [75°] (85°) erwärmen soll. Wie groß ist die Spannung an den Enden des Widerstandes?

Lösung: Nach Formel 9 ist, da 0,6 Liter 600 g wiegen,

$$Q = 600 \,.\, 80 = 48000 \text{ WE}.$$

Aus Formel 10: $Q = 0{,}24\, i^2 w t$ folgt

$$i = \sqrt{\frac{Q}{0{,}24\, w t}} = \sqrt{\frac{48000}{0{,}24 \,.\, 5 \,.\, 60 \,.\, 10}} = 8{,}16 \text{ A}.$$

An den Enden des Widerstandes muß die Spannung $e = i w = 8{,}16 \,.\, 5 = 40{,}80$ V herrschen, damit der Strom von 8,16 A durch ihn hindurchfließt.

100. In einem elektrischen Kochtopf sollen 1 [5] (10) Liter Wasser in 20 [15] (30) Minuten zum Sieden gebracht werden. Gesucht wird:

a) die theoretisch erforderliche Wärmemenge, wenn die Temperatur des kalten Wassers 12° [15°] (10°) C. beträgt,
b) die Wattzahl,
c) die Stromstärke, wenn die Klemmenspannung 100 [190] (220) V beträgt,
d) der Widerstand des Drahtes.

Lösungen:

Zu a): Die zu erwärmende Wassermenge beträgt $G = 1000$ g, die Temperaturerhöhung $t_2 - t_1 = 100 - 12 = 88°$, so daß die Wärmemenge $Q = 1000 \,.\, 88 = 88000$ WE ist.

Zu b): Die Formel $Q = 0{,}24\, e i t$ gibt die Wattzahl

$$e i = \frac{Q}{0{,}24\, t} = \frac{88000}{0{,}24 \,.\, (20 \,.\, 60)} = 306 \text{ Watt}.$$

Zu c): Die Stromstärke folgt aus $\frac{e i}{e}$, also

$$i = \frac{306}{100} = 3{,}06 \text{ A}.$$

Zu d): Der Widerstand des Drahtes ist

$$w = \frac{e}{i} = \frac{100}{3,06} = 32,7\ \Omega.$$

Bemerkung: Ein ausgeführter Kochtopf erfordert, um das Wasser zum Sieden zu bringen, anstatt der Zeit von 20 Min. in Wirklichkeit 23 Min., was daher kommt, daß durch Strahlung Wärme verloren geht, also mehr Wärme zugeführt werden muß, wie theoretisch erforderlich ist. Außerdem muß ja auch das Gefäß auf dieselbe Temperatur wie das Wasser gebracht werden, was hier nicht berücksichtigt wurde. Man kann passend den Quotienten: $\frac{\text{theoretische Wärmemenge}}{\text{wirkliche Wärmemenge}}$ den Wirkungsgrad des Kochgefäßes nennen. Derselbe wäre in unserem Falle

$$\eta = \frac{88000}{0,24 . 100 . 3,06 . (23 . 60)} = \frac{0,24 . 100 . 3,06 . 20 . 60}{0,24 . 100 . 3,06 . 23 . 60} = \frac{20}{23} = 0,87.$$

101. Wieviel kostet die Erwärmung von 1 [200] (50) Liter Wasser bei einer Temperaturerhöhung von 10° auf 100° [10° auf 35°] (12° auf 60°), wenn die Kilo-Wattstunde 20 [18] (40) Pf. kostet und der Wirkungsgrad des Kochgefäßes zu 0,9 [0,8] (0,85) angenommen wird?

Lösung: Die theoretisch erforderliche Wärmemenge ist

$$Q = 1000 . (100 - 10) = 90000 \text{ WE},$$

da jedoch der Wirkungsgrad nur 0,9 ist, so müssen

$$\frac{90000}{0,9} = 100000 \text{ WE}$$

erzeugt werden. Diesen Wärmeeinheiten entspricht ein Wattverbrauch pro Stunde:

$$e\,i = \frac{Q}{0,24\,t} = \frac{100000}{0,24 . 60 . 60} = 116 \text{ Wattstunden.}$$

Da nun 1000 Wattstunden 20 Pf. kosten, so kosten 116 Wattstunden

$$\frac{20 . 116}{1000} = 2,32 \text{ Pf.}$$

102. Welche Stromstärke ist erforderlich, und wie groß muß der Widerstand des Kochgefäßes sein, wenn man in der vorigen Aufgabe 100 [440] (220) Volt Spannung zur Verfügung hat und das Wasser in 10 Minuten auf 100° [35°] (60°) erwärmt werden soll?

Lösung: Aus $Q = 0,24\,e\,i\,t$ folgt

$$i = \frac{Q}{0,24\,e\,t} = \frac{100000}{0,24 . 100 . 10 . 60} = 6,95 \text{ A.}$$

Der Widerstand folgt aus $w = \frac{e}{i} = \frac{100}{6,95} = 14,4\ \Omega.$

103. Ein elektrisches Plätteisen von beiläufig 3 kg [3,5 kg] (4,5 kg) Gewicht braucht 385 [440] (550) Watt. Welchen Strom führt der Heizdraht und wie groß ist sein Widerstand, wenn die zur Verfügung stehende Spannung 110 [220] (440) V beträgt?

Lösung: Aus $e i = 385$ folgt $i = \frac{385}{110} = 3{,}5$ A,

$$w = \frac{e}{i} = \frac{110}{3{,}5} = 31{,}5\ \Omega.$$

104. Der Widerstand eines Amperemeters beträgt 0,005 [0,08] (0,02) Ω. Welche Spannung herrscht an den Klemmen desselben, und wie groß ist der Verlust durch Stromwärme, wenn 100 [15] (40) A durch dasselbe fließen?

Lösung: Die Spannung an den Klemmen ist

$$e = i\,w = 100 \,.\, 0{,}005 = 0{,}5 \text{ Volt}.$$

Der Verlust beträgt $\mathfrak{E} = i^2 w = 100^2 \,.\, 0{,}005 = 50$ Watt.

105. Ein Hitzdrahtvoltmeter braucht, um dem Zeiger den größten Ausschlag zu geben, 0,2 A, wobei sein eigener Widerstand 10 Ω beträgt. Wieviel Widerstand muß vorgeschaltet werden, um Spannungen bis zu 100 [1000] (440) Volt messen zu können, und wie groß wäre in diesem Falle die in dem Instrumente verbrauchte Leistung?

Lösung: Ist x der vorzuschaltende Widerstand, so muß sein $100 = 0{,}2\,(10 + x)$, woraus $x = 490$ folgt. Die in dem Instrumente verbrauchte Leistung ist

$$\mathfrak{E} = e\,i = 100 \,.\, 0{,}2 = 20 \text{ Watt}.$$

106. Eine Beleuchtungsanlage besteht aus 36 [55] (110) hintereinander geschalteten Akkumulatoren von je 2 [1,95] (2,01) Volt elektromotorischer Kraft und 0,002 [0,0053] (0,004) Ω innerem Widerstande und 20 [22] (100) parallel geschalteten Glühlampen von je 80 [200] (900) Ω Widerstand. Die Glühlampen sind 30 [50] (800) m von der Stromquelle entfernt und mit dieser durch zwei Kupferdrähte von je 3 [2,5] (4) mm Durchmesser verbunden. (Fig. 29.)

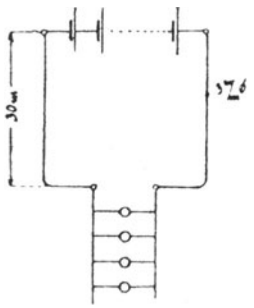


Fig. 29.

Gesucht wird:

a) der Widerstand des ganzen Stromkreises,
b) die Stromstärke,
c) die Klemmenspannung der Batterie,
d) der Spannungsverlust in der Leitung,
e) der Leistungsverlust in der Batterie,
f) der Leistungsverlust in der Leitung,
g) die in den Lampen verbrauchte Leistung in Watt und Pferdestärken,

h) der Wirkungsgrad, d. i. der Quotient aus der in den Lampen verbrauchten Leistung und der Leistung der Batterie.

Lösungen:

Zu a): Der innere Widerstand der Batterie ist

$$36 \,.\, 0{,}002 = 0{,}072\ \Omega.$$

Der Widerstand der 30 m langen Hin- und 30 m langen Rückleitung ist

$$w = \frac{0{,}0172 \,.\, 60}{3^2 \,.\, \frac{\pi}{4}} = 0{,}146\ \Omega.$$

Der Widerstand der 20 parallel geschalteten Glühlampen ist

$$\frac{80}{20} = 4\ \Omega.$$

Der Widerstand des ganzen Stromkreises ist somit:

$$0{,}072 + 0{,}146 + 4 = 4{,}218\ \Omega.$$

Zu b): $J = \frac{36 \,.\, 2}{4\,218} = 17{,}07$ A.

Zu c): Die Klemmenspannung ist

$e = 2 \,.\, 36 - 0{,}072 \,.\, 17{,}07 = 70{,}77$ V oder auch

$e = 17{,}07 \,.\, (4 + 0{,}146) = 70{,}77$ V.

Zu d): $\delta = 17{,}07 \,.\, 0{,}146 = 2{,}49$ V.

Zu e): Der Wattverlust in der Batterie ist

$i^2 w_i = 17{,}07^2 \,.\, 0{,}072 = 20{,}9$ Watt (unerwünscht).

Zu f): Der Stromwärmeverlust in der Leitung ist

$i^2 w = 17{,}07^2 \,.\, 0{,}146 = 42{,}5$ Watt (unerwünscht).

Zu g): Die in den Lampen verbrauchte Leistung ist

$i^2 \,.\, 4 = 1165$ Watt oder $\frac{1165}{736} = 1{,}582$ PS. (erwünscht).

Zu h): Ist η der Wirkungsgrad, so ist

$$\eta = \frac{\text{Leistung in den Lampen}}{\text{Leistung der Batterie}} = \frac{1165}{72 \,.\, 17{,}07} = 0{,}948 \text{ oder auch}$$

$$\eta = \frac{1165}{1165 + 20{,}9 + 42{,}5} = 0{,}948.$$

Bemerkung. Die Differenz zwischen der Leistung der Batterie und der Leistung der Lampen stellt den Verlust im Innern der Batterie und in den Leitungen dar, der sich in Wärme umsetzt und daher **Stromwärmeverlust** genannt wird. Wäre dieser Verlust Null, so würde $\eta = 1$ sein, je größer er ist, desto kleiner wird η. — Rechnet man in Aufgabe 92 den Wirkungsgrad η aus, so ist dieser nur 0,5, d. h. die halbe Leistung der Batterie setzt sich in unerwünschte Stromwärme um. Man wird daher, um ökonomisch zu arbeiten, die Verluste stets klein zu machen suchen.

107. Ein Strom für 80 [50] (60) parallel geschaltete Glühlampen, deren jede einzelne einen Strom von 0,51 [0,77] (0,2) A braucht und einen Widerstand von 198 [83,4] (1100) Ω hat, fließt durch eine Leitung von 0,13 [0,2] (0,8) Ω Widerstand.

Gesucht wird:

a) die gesamte Stromstärke,
b) der gesamte Widerstand der Lampen,
c) die Spannung an den Lampen,
d) der Spannungsverlust in der Leitung,
e) die in den Lampen verbrauchte Leistung, ausgedrückt in Watt und Pferdestärken,
f) der Verlust durch Stromwärme in der Leitung,
g) die Wärmeentwicklung pro Minute in den Lampen,
h) die Wärmeentwicklung pro Minute in der Leitung.

Lösungen:

Zu a): Die gesamte Stromstärke beträgt

$$J = 80 \,.\, 0{,}51 = 40{,}8 \text{ A}.$$

Zu b): Der Widerstand der parallel geschalteten Lampen ist

$$\frac{198}{80} = 2{,}475\ \Omega.$$

Zu c): Die Spannung an den Lampen ist

$40{,}8 \,.\, 2{,}475 = 100{,}98$ V oder auch $0{,}51 \,.\, 198 = 100{,}98$ V.

Zu d): Der Spannungsverlust in der Leitung ist

$$\delta = 40{,}8 \,.\, 0{,}13 = 5{,}304 \text{ V}.$$

Zu e): Der Verbrauch in den Lampen ist

$$40{,}8 \,.\, 100{,}98 = 4119{,}984 \text{ Watt oder } \frac{4119{,}984}{736} = 5{,}6 \text{ PS}.$$

Zu f): Der Verlust in der Leitung durch Stromwärme ist

$$40{,}8^2 \,.\, 0{,}13 = 216{,}4 \text{ Watt}.$$

Zu g): Die Wärmeentwicklung in 60 Sekunden in den Lampen ist

$$Q = 0{,}24\ (e\,i)\ t = 0{,}24 \,.\, 4119{,}984 \,.\, 60 = 59303 \text{ Gramm-Kalorien},$$

$$Q = 59{,}303 \text{ Kilogramm-Kalorien}.$$

Zu h): Die Wärmeentwicklung in der Leitung ist

$$Q = 0{,}24\ i^2 w\, t = 0{,}24 \,.\, 40{,}8^2 \,.\, 0{,}13 \,.\, 60 = 3116{,}2 \text{ Gramm-Kalorien}.$$

108. Eine Leistung von 20 kW [15 kW] (10 kW) soll 5 [7] (8) km fortgeleitet werden. Der Wattverlust in der Leitung darf 10 % nicht überschreiten. Welchen Querschnitt muß die Leitung aus Kupfer erhalten, wenn die Spannung a) 500 V, b) 2000 V beträgt?

Lösungen:

Zu a): Die Stromstärke, mit der die Leistung von 20 kW übertragen wird, folgt aus der Gleichung

$$ei = 20000,\ i = \frac{20\,000}{500} = 40\ \text{A}.$$

Der Verlust in der Leitung darf 10 % von 20000 Watt betragen, d. i. $20000\ \frac{1}{10} = 2000$ Watt. Dies gibt die Gleichung

$$i^2 w = 2000,\ w = \frac{2000}{40^2} = 1{,}25\ \Omega.$$

Aus $w = \frac{cl}{q}$ folgt, da $l = 2 \,.\, 5000$,

$$q = \frac{cl}{w} = \frac{0{,}018 \,.\, 10000}{1{,}25} = 144\ \text{mm}^2.$$

Zu b): Aus $ei = 20000$ folgt $i = \frac{20\,000}{2000} = 10$ A.

Aus $i^2 w = 2000$ erhält man

$$w = \frac{2000}{10^2} = 20\ \Omega \text{ und } q = \frac{0{,}018 \,.\, 10000}{20} = 9\ \text{mm}^2.$$

Beachte: Durch Erhöhung der Spannung auf das 4 fache hat sich der Querschnitt vermindert um das 16 fache, d. i. 4^2 fache.

109. Eine Leistung von 20 [20000] kW soll durch eine 8 mm dicke Kupferleitung [240 mm² starke Aluminiumleitung] 5 [132] km weit übertragen werden. Mit welcher Spannung muß man arbeiten, wenn in der Leitung nur 10 % [5,55] der Leistung verloren gehen dürfen?

Lösung: Der Widerstand der 8 mm dicken und 10000 m langen Leitung (Hin- und Rückleitung) ist

$$w = \frac{0{,}018 \,.\, 10000}{\frac{\pi}{4}\ 8^2} = 3{,}6\ \Omega.$$

Der Wattverlust in dieser Leitung darf 10 % von 20000 Watt, d. i. 2000 Watt, betragen. Der Verlust ist auszudrücken durch die Formel

$$i^2 w, \text{ also } i^2 w = 2000,$$

woraus $i = \sqrt{\frac{2000}{3{,}6}} = 23{,}5$ A folgt.

Ist e die gesuchte Voltzahl, so muß $e\,i = 20000$ sein, woraus endlich $e = \frac{20\,000}{23{,}5} = 850$ V folgt.

Vorschaltwiderstände für Bogenlampen.

110. Gleichstrombogenlampen brauchen an ihren Klemmen A und B (Fig. 30) durchschnittlich 40 V Spannung, so daß die überschüssige Spannung in einem vorgeschalteten Widerstande w vernichtet werden muß. Wie groß muß der Widerstand werden, wenn die Maschinenspannung 65 [60] (110) V beträgt und die Lampe mit 8 [10] (12) A brennen soll?

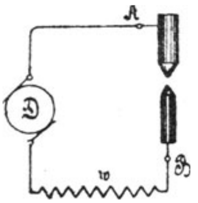


Fig. 30.

Lösung: Die in dem Widerstande w verlorene Spannung beträgt 65 — 40 = 25 V und ist gleich iw, also iw = 25,

$$w = \frac{25}{8} = 3{,}125\ \Omega.$$

111. Eine Bogenlampe, deren Klemmenspannung 38 [36] (42) Volt beträgt, wird an eine Stromquelle von 65 Volt angeschlossen. Gesucht wird:

a) der vorgeschaltete Widerstand, wenn die Lampe mit 10 [7] (14) A brennen soll,
b) die in der Lampe verbrauchte Leistung in Watt und Pferdestärken,
c) die in dem Widerstande verlorene Leistung in Watt und Pferdestärken,
d) die in 1 Minute in der Lampe entwickelte Wärmemenge,
e) die in 1 Minute im Widerstande entwickelte Wärmemenge,
f) der Wirkungsgrad der Bogenlampe, d. h. der Quotient:

$$\frac{\text{Nutzleistung in der Bogenlampe}}{\text{Gesamtleistung}}.$$

Lösungen:

Zu a): Aus $iw = 65 - 38$ folgt $w = \frac{27}{10} = 2{,}7\ \Omega$.

Zu b): Die in der Lampe verbrauchte Leistung ist

$$38\ \ 10 = 380 \text{ Watt oder } \frac{380}{736} = 0{,}516 \text{ PS}.$$

Zu c): Die in dem Widerstande verlorene Leistung ist

$$i^2 w \text{ oder } iw \,.\, i = 27 \,.\, 10 = 270 \text{ Watt oder } \frac{270}{736} = 0{,}367 \text{ PS}.$$

Zu d): Die in einer Minute entwickelte Wärmemenge in der Lampe ist

$$Q = 0{,}24\ e i t = 0{,}24 \,.\, 38 \,.\, 10 \,.\, 60 = 5472 \text{ WE}.$$

Zu e): Die in einer Minute in dem Widerstande entwickelte Wärmemenge ist

$$Q = 0{,}24\ i^2 w t = 0{,}24 \,.\, 10^2 \,.\, 2{,}7 \,.\, 60 = 3888 \text{ WE}.$$

Zu f): Der Wirkungsgrad η ist: $\eta = \frac{38 \,.\, 10}{65 \,.\, 10} = 0{,}585$.

Frage: Warum muß einer Bogenlampe ein Widerstand vorgeschaltet werden?

Die Beantwortung folgt aus der Aufgabe 112.

112. Eine Bogenlampe ist auf 38 [39] (42) Volt Spannung an ihren Klemmen einreguliert. Durch den Abbrand der Kohlen wird der Bogen länger und der Mechanismus, welcher die Regulierung besorgt, nähert die Kohlen erst dann einander, wenn die Spannung auf 38,5 [39,5] (42,5) V gestiegen ist, wobei jetzt jedoch die Kohlen einander soviel genähert werden, daß die Spannung auf 37,5 [38,5] (41,5) Volt sinkt. Eine derartige Lampe wird an eine Betriebsspannung von 42 [40] (44) Volt angeschlossen und soll normal mit 8 [8] (14) A brennen. Gesucht wird:

a) der vorzuschaltende Widerstand;

b) die Stromstärke, wenn die Lampenspannung auf 38,5 [39,5] (42,5) Volt gestiegen ist;

c) die Stromstärke, wenn die Lampenspannung auf 37,5 [38,5] (41,5) Volt gesunken ist;

d) die der Stromstärke entsprechende Kerzenzahl, wenn 1 A Strom etwa 100 Kerzen gibt.

Lösungen:

Zu a): Der vorzuschaltende Widerstand w folgt aus

$$i\,w = 42 - 38;\; w = \frac{4}{8} = 0{,}5\ \Omega.$$

Zu b): Die Stromstärke folgt aus

$$i\,w = 42 - 38{,}5;\; i = \frac{42 - 38{,}5}{0{,}5} = 7\ \text{A}.$$

Zu c): Es ist $i = \frac{42 - 37{,}5}{0{,}5} = 9$ A.

Zu d): Die Lampe gibt bei 7 A 700 Kerzen und bei 9 A 900 Kerzen.

113. Wie groß werden die Schwankungen der Strom- und Kerzen-Stärken, wenn die Lampe an 58 [65] (65) Volt Betriebsspannung angeschlossen wird?

Lösung: Der vorzuschaltende Widerstand ist in diesem Falle

$$w = \frac{58 - 38}{8} = 2{,}5\ \Omega.$$

Steigt die Lampenspannung auf 38,5 V an, so wird die Stromstärke

$$i = \frac{58 - 38{,}5}{2{,}5} = \frac{19{,}5}{2{,}5} = 7{,}8\ \text{A}.$$

Sinkt die Lampenspannung auf 37,5 Volt, so wird jetzt die Stromstärke $i = \frac{58 - 37{,}5}{2{,}5} = \frac{20{,}5}{2{,}5} = 8{,}2$ A; die Kerzenstärke schwankt daher beim Regulieren nur zwischen 780 und 820 Kerzen.

§ 11a.

Berechnung der Leitungen.

Man unterscheidet Verteilungsleitungen, das sind die Leitungen, an die die Stromverbraucher unmittelbar angeschlossen werden und Speiseleitungen, d. s. Leitungen, die von der Stromquelle zu gewissen Punkten, „den Speisepunkten“ der Verteilungsleitungen geführt werden.

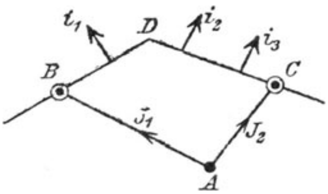


Fig. 31.

In Fig. 31 ist B D C eine Verteilungsleitung mit den Anschlüssen i_1, i_2, i_3 Ampere, $\overline{AB}$ und $\overline{AC}$ sind zwei Speiseleitungen, die von der Stromquelle A zu den Speisepunkten B und C führen und in denen die Ströme J_1 und J_2 fließen. (Der Leser muß sich alle Leitungen doppelt ausgeführt denken, da ja immer eine Hin- und Rückleitung erforderlich ist.)

Der Querschnitt der Leitungen läßt sich aus dem zulässigen Spannungsverlust leicht berechnen. Der zulässige Spannungsverlust beträgt bei den Verteilungsleitungen etwa 2—3 % der Netz- oder Lampenspannung, bei den Speiseleitungen geht man bis zu 15 %. Die Spannung in den Speisepunkten wird von der Zentrale aus stets auf gleicher Höhe erhalten, der Spannungsverlust in den Speiseleitungen ist daher nur eine Frage der Wirtschaftlichkeit. In den Verteilungsleitungen dagegen hängt die Spannung an den Lampen eines Konsumenten von der augenblicklichen Belastung der Leitung ab und, um geringe Spannungsschwankungen zu erzielen, müssen die Spannungsverluste gering bleiben. Ist e_n die Netz- oder Lampenspannung, δ der Spannungsverlust, p der angenommene, prozentuale Spannungsverlust, so ist

$$\delta = e_n \frac{p}{100} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \mathrm{I.}$$

Speiseleitungen.

Ist Q der Querschnitt einer Speiseleitung in mm², 2l ihre Länge

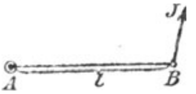


Fig. 32.

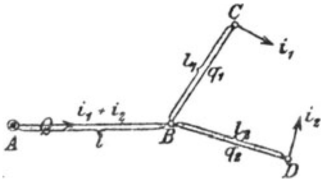


Fig. 33.

in m (Hin- und Rückleitung), J der in B gebrauchte Strom (Fig. 32), so ist $\delta = J\,w = J\,\frac{c\,2l}{Q}$, woraus

$$Q = \frac{c}{\delta} J l \quad \ldots\ldots\ldots \quad \text{II.}$$

folgt. $J\,l$ heißt das Strommoment.

Aufgaben hierzu 62—65.

Von Interesse ist hier nur der Fall, daß 2 Speiseleitungen bis zu einem gewissen Punkte B (Fig. 33) gemeinsam verlaufen und sich dort trennen in die Leitungen BC und BD. In den Speisepunkten C und D werden die Ströme i_1 und i_2 gebraucht. Der gesamte Spannungsverlust von A bis C resp. von A bis D sei δ.

Die Querschnitte der Leitungsstücke AB, BC, BD (Fig. 33) lassen sich leicht nach Formel II berechnen, wenn man den Spannungsverlust von A bis B willkürlich δ_1 setzt ($\delta_1 < \delta$), dann ist der Spannungsverlust von B bis C. resp. von B bis D $\delta - \delta_1$ und die Querschnitte werden nach II

$$Q = \frac{2c}{\delta_1}(i_1 + i_2)\,l, \quad q_1 = \frac{2c}{\delta - \delta_1} i_1 l_1, \quad q_2 = \frac{2c}{\delta - \delta_1} i_2 l_2.$$

Das Volumen der Leitungen ist

$$V = 2\,(Q\,l + q_1 l_1 + q_2 l_2).$$

Wird der Querschnitt in mm^2 und die Länge in m gesetzt, so erhält man V in cm^3.

114. Zwei Speiseleitungen sind auf 300 m Länge zu einer Leitung vereinigt und führen von da zu den 100 m resp. 200 m entfernten Speisepunkten C und D, in denen 120 A bezw. 80 A verbraucht werden (Fig. 34). Welchen Querschnitt erhalten die drei Leitungsstücke AB, BC und BD, wenn der gesamte Spannungsverlust 10 % der Netzspannung betragen darf und diese 220 V ist. Wie groß ist das Volumen der Leitungen für Kupfer [Aluminium[(Eisen)? c = [0,03] (0,1).

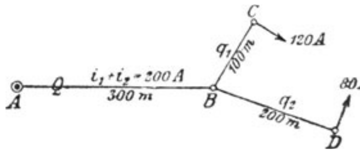


Fig. 34.

Lösungen:

Der Spannungsverlust von A bis C resp. A bis D ist nach I

$$\delta = 220 \frac{10}{100} = 22 \text{ V}.$$

Wir zerlegen ihn willkürlich in $\delta_1 = 12$ V und $\delta - \delta_1 = 22 - 12 = 10$ V und erhalten aus II, wenn man für Kupfer, wie üblich, $c = 0{,}0175 = \frac{1}{57}$ setzt:

$$Q = \frac{2\,.\,0{,}0175}{12} \cdot (120 + 80) \cdot 300 = 175 \text{ mm}^2,$$

$$q_1 = \frac{2\,.\,0{,}0175}{10} \cdot 120 \cdot 100 = 42 \text{ mm}^2,$$

$$q_2 = \frac{2 \,.\, 0{,}0175}{10} \cdot 80 \cdot 200 = 56 \text{ mm}^2.$$

Das Volumen der Leitungen wird:

$$V = 2\ (175 \,.\, 300 + 42 \,.\, 100 + 56 \,.\, 200) = 135800 \text{ cm}^3.$$

115. Wie gestalten sich die Fragen der vorigen Aufgabe, wenn man den Spannungsverlust δ_1 entsprechend der Formel

$$\delta_1 = \frac{\delta}{1 + \sqrt{\dfrac{i_1 l_1^2 + i_2 l_2^2}{(i_1 + i_2) l^2}}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad \text{III}$$

wählt?

Lösungen:

$$\delta_1 = \frac{22}{1 + \sqrt{\dfrac{120 \,.\, 100^2 + 80 \,.\, 200^2}{(120 + 80)\, 300^2}}} = 14{,}72 \text{ V}$$

$$\delta - \delta_1 = 22 - 14{,}72 = 7{,}28 \text{ V}.$$

$$Q = \frac{2 \,.\, 0{,}0175}{14{,}72} \cdot (120 + 80) \cdot 300 = 143 \text{ mm}^2,$$

$$= \frac{2 \,.\, 0{,}0175}{7{,}28} \cdot 120 \cdot 100 = 57{,}8 \text{ mm}^2,$$

$$q_2 = \frac{2 \,.\, 0{,}0175}{7{,}28} \cdot 80 \cdot 200 = 77 \text{ mm}^2.$$

$$V = 2\ (143 \,.\, 300 + 57{,}8 \,.\, 100 + 77 \,.\, 200) = 128160 \text{ cm}^3.$$

Wir verbrauchen also nach 115 weniger Kupfer und zwar:

$$135800 - 128160 = 7640 \text{ cm}^3 \text{ oder etwa } 68 \text{ kg}.$$

Die Wahl von δ_1 nach Formel III gibt nämlich für das Leitungsvolumen einen kleinsten Wert.*)

Berechnung der Verteilungsleitungen.

1. Fall. Einseitige Stromzuführung mit ungleichförmig verteilter Belastung.

Es sei in Fig. 35 BCDE eine Verteilungsleitung mit dem Speisepunkt B und den Anschlüssen i_1, i_2, i_3 . . dargestellt. Die Widerstände

---

*) Das Volumen der Leitungen ist
$V = 2\ (Q l + q_1 l_1 + q_2 l_2)$ setzt man für die Querschnitte ihre Werte aus Gleichung II, so wird

$$V = 2\left(\frac{2c}{\delta_1}(i_1 + i_2) l^2 + \frac{2c}{\delta - \delta_1} i_1 l_1^2 + \frac{2c}{\delta - \delta_1} i_2 l_2^2\right).$$

Man macht V zu einem Minimum, wenn man den nach δ_1 gebildeten Differentialquotienten gleich Null setzt.

$$0 = -\frac{(i_1 + i_2) l^2}{\delta_1^2} + \frac{i_1 l_1^2}{(\delta - \delta_1)^2} + \frac{i_2 l_2^2}{(\delta - \delta_1)^2}.$$

Die Auflösung nach δ_1 ergibt die Gleichung III.

der Leiterstücke BC, CD, DE seien w_1, w_2, w_3. In dem Leiterstück BC fließen die Ströme $i_1 + i_2 + i_3$, in CD noch $i_2 + i_3$ und in DE der Strom i_3. Der gesamte Spannungsverlust δ von B bis E ist demnach

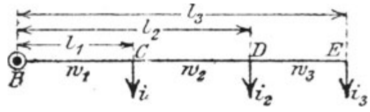


Fig. 35.

$$\delta = (i_1 + i_2 + i_3)\, w_1 + (i_2 + i_3)\, w_2 + i_3 w_3$$

oder auch umgeformt

$$\delta = i_1 w_1 + i_2 (w_1 + w_2) + i_3 (w_1 + w_2 + w_3).$$

Besitzt die Leitung von B bis E denselben Querschnitt q, was angenommen werden soll, so ist:

$$w_1 = \frac{c\,2\,l_1}{q}, \quad w_1 + w_2 = \frac{c\,2\,l_2}{q} \quad w_1 + w_2 + w_3 = \frac{c\,2\,l_3}{q},$$

demnach $\delta = \frac{2\,c}{q}(i_1 l_1 + i_2 l_2 + i\ l_3)$ oder nach q aufgelöst

$$q = \frac{2\,c}{\delta}(i_1 l_1 + i_2 l_2 + i_3 l_3) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{IV.}$$

Man merke sich die Bildung des Klammerausdruckes und beachte, daß er bei mehr Stromabnahmestellen sich in gleicher Weise fortsetzt, also zu den obigen Addenden noch die Addenden $i_4 l_4$, $i_5 l_5$ . . . hinzukommen. Der Klammerausdruck heißt die Momentensumme in Bezug auf den Speisepunkt B.

116. Einer Verteilungsleitung wird im Punkt B Strom zugeführt, der in den Punkten C, D, E, F, G in den in Fig. 36 angegebenen Stromstärken gebraucht wird. Die zwischen den Strecken eingeschriebenen Zahlen geben die Längen derselben an, z. B. BC = 15 m, CD = 20 m usw.

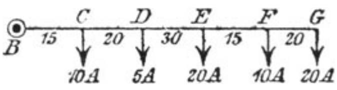


Fig. 36.

Welchen Querschnitt erhält diese Leitung aus Kupfer, [Aluminium], wenn die Netzspannung 163 [220] V, der prozentuale Spannungsverlust 2 % [3] hiervon beträgt?

Lösung: $\delta = e_n \frac{p}{100} = 163 \cdot \frac{2}{100} = 3{,}26$ V. (Formel I.)

$$q = \frac{2\,.\,0{,}0175}{3{,}26}(10\,.\,15 + 5\,.\,35 + 20\,.\,65 + 10\,.\,80 + 20\,.\,110)$$

$$q = 50 \text{ mm}^2.$$

Beachte durch Vergleich von Fig. 36 mit 35

$l_1 = 15$, $l_2 = 15 + 20 = 35$, $l_3 = 15 + 20 + 30 = 65$ usw.

117. Einer Verteilungsleitung wird im Punkte B Strom zugeführt, der in den Punkten C, D, E, F in der in Fig. 37 eingezeichneten Stärke entnommen wird. Außerdem zweigt in D die Verteilungsleitung DH mit ihren Stromabnahmestellen G und H ab.

Welchen Querschnitt erhalten die beiden Leitungen BF und DH, wenn die Netzspannung 225 V und der Spannungsverlust $\delta = 6$ V beträgt.

Lösung: Wir berechnen zunächst den Querschnitt der Leitung BF, wobei wir den in der Leitung DG fließenden Strom von 27 A als Belastung des Punktes D ansehen, es werden also in D im ganzen 30 A entnommen. In F ist ein 5 PS.-Motor angeschlossen. Rechnet man, wenn man den Wirkungsgrad des Motors nicht kennt, etwa 900 Watt pro PS., so gebraucht unser Motor 5 . 900 = 4500 Watt, welches Produkt gleich ei ist, also ist die Stromstärke, die der Motor gebraucht, $i = \frac{4500}{225} = 20$ A, was in Fig. 37 bei F angeschrieben steht. Mit diesen Werten wird nach IV

$$q = \frac{2 \,.\, 0{,}0175}{6} (10 \,.\, 30 + 30 \,.\, 70 + 6 \,.\, 120 + 20 \,.\, 200) = 41{,}6 \text{ mm}^2.$$

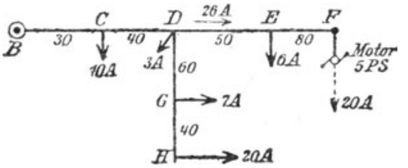


Fig. 37.

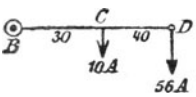


Fig. 37 a.

Da es diesen Querschnitt nicht gibt (vgl. Tabelle 4 auf Seite 21), runden wir auf 50 mm² ab, führen also die Leitung BF mit 50 mm² aus.

Zur Berechnung der Leitung DH ist die Kenntnis des zulässigen Spannungsverlustes in DH erforderlich, denn wir wissen nur, daß von B bis H 6 V verloren gehen dürfen. Wir berechnen also zunächst den Spannungsverlust in der Leitung BD. Zu dem Zweck untersuchen wir, welcher Strom in BD fließt. Offenbar ist dies der in C gebrauchte Strom von 10 A, der in D gebrauchte von 3 A + dem Strom, der in den Leitungen DG und DE, d. i. 27 + 26, also 56 A, fließt. Die Belastung des Punktes D beträgt also 56 A, wobei jetzt die Leitungen DH und DF fortgelassen werden können, man erhält hierdurch Fig. 37a und für diese ist nach IV

$$\delta_{\overline{BD}} = \frac{2 \,.\, 0{,}0175}{50} (10 \,.\, 30 + 56 \,.\, 70) = 3{,}02 \text{ V}.$$

Der Spannungsverlust in der Leitung DH ist jetzt

$$\delta_1 = \delta - \delta_{\overline{BD}} = 6 - 3{,}02 = 2{,}98 \text{ V},$$

mithin der Querschnitt der Leitung DH, wobei jetzt die Momentensumme auf den Punkt D bezogen wird,

$$q_{\overline{DH}} = \frac{2\,.\,0{,}0175}{2{,}98}(7\,.\,60 + 20\,.\,100) = 28{,}4 \text{ mm}^2,$$

wofür (nach Tabelle 4) $q_{\overline{DH}} = 35$ mm² zu wählen ist.

2. Fall. Zweiseitige Stromzuführung mit ungleichförmig verteilter Belastung.

In Fig. 38 seien i_1, i_2, i_3 die Belastungen einer Verteilungsleitung, A und B Speisepunkte, die auf genau gleicher Spannung erhalten werden. Wir müssen zunächst feststellen, welchen Anteil jeder Speisepunkt an der Strom lieferung hat. Setzen wir voraus, daß die Leitung zwischen A und B überall den gleichen Querschnitt hat, so läßt sich der von A ausgehende Stromanteil x leicht berechnen, da ja die Summe aller Spannungsverluste zwischen A und B gleich Null sein muß. In dem Leiterstück AC fließt der Strom x, demnach ist der Spannungsverlust in demselben $x\frac{c\,2\,l_1}{q}$; in CD fließt der Strom $x - i_1$, also ist der Spannungsverlust daselbst $(x - i_1)\frac{c\,2\,(l_2 - l_1)}{q}$, in DE fließt der Strom $x - i_1 - i_2$, der Spannungsverlust ist $(x - i_1 - i_2)\frac{c\,2\,(l_3 - l_2)}{q}$ usf. Der gesamte Spannungsverlust zwischen A und B ist daher:

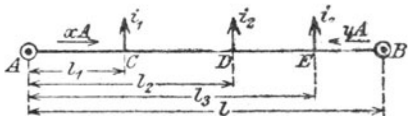


Fig. 38.

$$\delta_{A-B} = 0 = \frac{2c}{q}x\,l_1 + \frac{2c}{q}(x - i_1)(l_2 - l_1) + \frac{2c}{q}(x - i_1 - i_2)(l_3 - l_2) +$$
$$+ \frac{2c}{q}(x - i_1 - i_2 - i_3)(l - l_3)$$

oder nach x aufgelöst

$$x = (i_1 + i_2 + i_3) - \frac{i_1 l_1 + i_2 l_2 + i_3 l_3}{l}.$$

Setzt man zur Abkürzung $i_1 + i_2 + i_3 + \ldots = J$
$i_1 l_1 + i_2 l_2 + i_3 l_3 + \ldots = \Sigma i l$,

so wird für beliebig viele Stromabnahmestellen

$$x = J - \frac{\Sigma i l}{l}.$$

Um y zu finden, bedenke man, daß $x + y = J$ ist, demnach wird

$$y = \frac{\Sigma i l}{l} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{V.}$$

Man beachte, daß in dieser Gleichung die Strommomentensumme, wie aus der Fig. 38 hervorgeht, immer von der dem Strom y gegenüberliegenden Seite aufgestellt werden muß.

Kennt man x und y, so läßt sich leicht der Konsumpunkt bestimmen, der von beiden Seiten Strom erhält. In diesem Punkte, dem Schwerpunkte der Leitung, ist der Spannungsverlust am größten, nämlich gleich dem zulässigen Spannungsverlust δ.

118. Es ist der Querschnitt der Aluminiumleitung AB in Fig. 39a zu berechnen, wenn die Netzspannung in A und B auf genau 110 V gehalten wird und der zugelassene Spannungsverlust 2 % der Lampenspannung nicht überschreiten soll? $c = 0{,}03$.

Lösung: $e_n = 110$, $p = 2$, also $\delta = 110 \cdot \frac{2}{100} = 2{,}2$ V.

$$y = \frac{30 \cdot 40 + 40 \cdot 90 + 20 \cdot 120}{160} = 45 \text{ A.}$$

$$x = 90 - 45 = 45 \text{ A.}$$

Von A nach C fließen 45 A; da in C 30 A gebraucht werden, fließen in CD nur noch 45 — 30 = 15 A. In D werden jedoch 40 A gebraucht, also muß der Speisepunkt B die fehlenden 25 A liefern. Der Konsumpunkt D bekommt von beiden Seiten Strom, ist demnach der gesuchte Schwerpunkt. Wir ändern an der Stromverteilung nichts, wenn wir jetzt in D uns die Leitung geteilt denken (Fig. 39b) und nun den Querschnitt der Leitung AD nach Fall 1 berechnen.

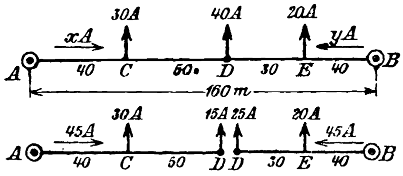


Fig. 39 a und b.

$$q = \frac{2c}{\delta}(i_1 l_1 + i_2 l_2) = \frac{2 \cdot 0{,}03}{2{,}2}(30 \cdot 40 + 15 \cdot 90) = 69{,}5 \text{ mm}^2.$$

Denselben Querschnitt erhält man auch für das Leiterstück BD, nur muß man die Momentensumme auf B beziehen, also

$$q = \frac{2 \cdot 0{,}03}{2{,}2}(20 \cdot 40 + 25 \cdot 70) = 69{,}5 \text{ mm}^2.$$

Die Abrundung geschieht gemäß Tabelle 4 auf 70 mm², wodurch an der Stromverteilung nichts geändert wird, nur fällt der Spannungsverlust δ etwas kleiner aus.

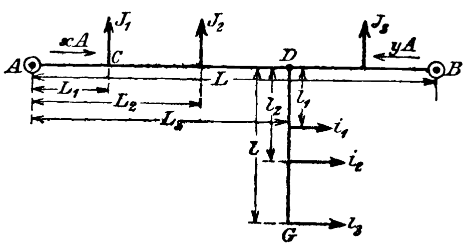


Fig. 40.

In gleicher Weise erfolgt die Berechnung, wenn in einem Punkt D eine neue Leitung DG (Fig. 40) abzweigt; denn die Ströme x und y bleiben dieselben, gleichgültig ob der Strom $i_1 + i_2 + i_3 + \ldots$ unmittelbar in D oder in den Konsum-Punkten der Leitung DG entnommen wird. Ist D zufällig der Schwerpunkt, so darf natürlich der zulässige Spannungsverlust nicht von A bis D eintreten, sondern von A bis G. Man muß ihn also in zwei Addenden zerlegen, nämlich in δ_1 von A bis D und in $\delta - \delta_1$ von D bis G. Geschieht dies willkürlich, so ist das Volumen der Leitungen größer, als wenn δ_1 nach der Formel

$$\delta_1 = \frac{\delta}{1 + \sqrt{\frac{B\,l}{A\,L}}} \quad . \; . \; . \quad \text{VI}$$

bestimmt wird. Es ist hierin

$A = J_1 L_1 + J_2 L_2 + \dots J_x L_3$

$B = i_1 l_1 + i_2 l_2 + \dots$

J_x ist der Strom, der in D von A her kommt.*)

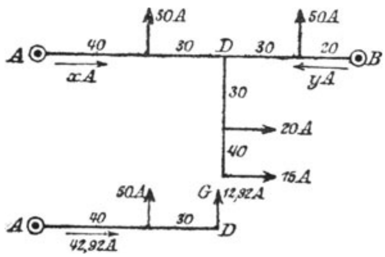


Fig. 41 a und b.

119. Berechne die Querschnitte der Leitungen, wenn die Belastungen der Fig. 41a entsprechen bei einer Netzspannung von 220 V und einem zulässigen Spannungsverlust von 2 %.

Lösung: $e_n = 220$ V, $p = 2\,\%$, also $\delta = 220 \cdot \frac{2}{100} = 4{,}4$ V.

$$L = 120 \text{ m}, \; l = 70 \text{ m}.$$

$$y = \frac{30 \,.\, 40 + 35 \,.\, 70 + 50 \,.\, 100}{120} = 72{,}08 \text{ A}.$$

$$x = 115 - 72{,}08 = 42{,}92 \text{ A}.$$

D ist Schwerpunkt und $J_x = 42{,}92 - 30 = 12{,}92$ A (Fig. 41b),

folglich $A = 30 \,.\, 40 + 12{,}92 \,.\, 70 = 2104$ (Fig 41b).

$B = 20 \,.\, 30 + 15 \,.\, 70 = 1650$ (Fig. 41a)

---

*) Der Querschnitt der Leitung AB ist

$$Q = \frac{2\,c}{\delta_1}\,(J_1 L_1 + J_2 L_2 + \dots J_x L_3) = \frac{2\,c}{\delta_1}\,A.$$

Der Querschitt der Leitung DG ist

$$q = \frac{2\,c}{\delta - \delta_1}(i_1 l_1 + i_2 l_2 + \dots i_3 l) = \frac{2\,c}{\delta - \delta_1}\,B.$$

Das Volumen

$$V = 2\left\{QL + ql\right\} = 2\left\{\frac{2\,c}{\delta_1} A L + \frac{2\,c}{\delta - \delta_1}\,B l\right\}.$$

Nach δ_1 differentiert und $= 0$ gesetzt gibt die Gleichung

$$0 = -\frac{A\,L}{\delta_1^2} + \frac{B\,l}{(\delta - \delta_1)^2}.$$

Die Auflösung nach δ_1 gibt Gleichung VI.

$$\delta_1 = \frac{4{,}4}{1+\sqrt{\frac{1650\,.\,70}{2104\,.\,120}}} = 2{,}63\ \mathrm{V},$$

$$\delta - \delta_1 = 4{,}4 - 2{,}63 = 1{,}77\ \mathrm{V}.$$

Der Querschnitt der Leitung AB wird hiermit:

$$q_{\overline{AB}} = \frac{2\,.\,0{,}0175}{2{,}63}\cdot(\overrightarrow{20\cdot 40}\overset{\mathrm{A}}{+}\overleftarrow{12{,}92\cdot 70}) = 28\ \mathrm{mm}^2.$$

Der Querschnitt der Leitung DG:

$$q_{\overline{DG}} = \frac{2\,.\,0{,}0175}{1{,}77}\cdot(\overrightarrow{20\cdot 30}\overset{\mathrm{B}}{+}\overleftarrow{15\cdot 70}) = 32{,}6\ \mathrm{mm}^2.$$

Das Volumen beider Leitungen:

$$V_{\mathrm{min.}} = 2\,(28\,.\,120 + 32{,}6\,.\,70) = 11\,284\ \mathrm{cm}^3.$$

120. Häufig macht man den Querschnitt der Leitung DG gleich dem Querschnitt der Leitung AB. Wie groß ist in der vorigen Aufgabe der Spannungsverlust δ_1 zu machen und wie groß wird der Querschnitt und das Volumen der Leitungen?

Lösung: Die Stromverteilung bleibt die gleiche, es ist daher nach Fig. 41 a

$$q_{\overline{AB}} = \frac{2\,c}{\delta_1}\,\mathrm{A},$$

und der Querschnitt von DG

$$q_{\overline{DG}} = \frac{2\,c}{\delta-\delta_1}\,\mathrm{B}.$$

Durch Gleichsetzen erhält man $\frac{2\,c}{\delta_1}\,\mathrm{A} = \frac{2\,c}{\delta-\delta_1}\,\mathrm{B}$,

woraus

$$\delta_1 = \frac{\delta}{1+\frac{\mathrm{B}}{\mathrm{A}}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad \mathrm{VII}$$

folgt.

$$\delta_1 = \frac{4{,}4}{1+\frac{1650}{2104{,}4}} = 2{,}465\ \mathrm{V},\quad \delta-\delta_1 = 1{,}94\ \mathrm{V}.$$

$$q_{\overline{AB}} = \frac{0{,}035}{2{,}465}\cdot 2104{,}4 \approx 30\ \mathrm{mm}^2;\quad q_{\overline{DG}} = \frac{0{,}035}{1{,}94}\cdot 1650 \approx 30\ \mathrm{mm}^2.$$

$$V = 2\,.\,(30\,.\,120 + 30\,.\,70) = 11\,400\ \mathrm{cm}^3.$$

121. Eine zu einem Ringe geschlossene Leitung ACDEA ist, wie die Fig. 42 a zeigt, belastet. Die Stromzuführung geschieht in A. Der größte Spannungsverlust soll 3 V, nicht überschreiten. Welchen Querschnitt erhält die Ringleitung und die Leitung EH, wenn beide aus Kupfer bestehen?

Lösung: Man kann sich durch einen Schnitt, den man durch den Speisepunkt A legt, die Aufgabe auf den Fall 2 zurückgeführt denken, dann ist der Strom, der von A nach E fließt:

$$y = \frac{\Sigma i l}{l} = \frac{30 \,.\, 20 + 50 \,.\, 100 + 40 \,.\, 160}{200} = 60 \text{ A},$$

$$x = 120 - 60 = 60 \text{ A}.$$

Von A nach C fließen 60 A, in C werden 40 A gebraucht, also fließen von C nach D noch 20 A. Da in D jedoch 50 A gebraucht werden, kommen 30 A von der anderen Seite her. Es ist also D der Schwerpunkt der Leitung.

Soll der Spannungsverlust von A bis D 3 V betragen, so wird der Querschnitt der Ringleitung (vgl. Fig. 42 b)

$$Q = \frac{2 \,.\, 0{,}0175}{3} (40 \,.\, 40 + 20 \,.\, 100) = 42 \text{ mm}^2.$$

Der Spannungsverlust von A bis E, für das 20 m lange Stück gerechnet, ist

$$\delta_{\overline{AE}} = \frac{2 \,.\, 0{,}0175}{42} \cdot 60 \cdot 20 = 1 \text{ V}.$$

Der Spannungsverlust von A bis H darf 3 Volt betragen, also ist der Spannungsverlust in der Leitung EH

$$\delta_{\overline{EH}} = 3 - 1 = 2 \text{ V},$$

somit der Querschnitt der Leitung EH

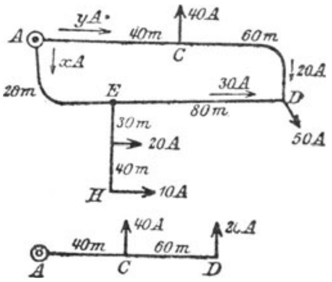


Fig. 42 a und b.

$$q_{\overline{EH}} = \frac{0{,}035}{2} (20 \,.\, 30 + 10 \,.\, 70) = 22{,}8 \text{ mm}^2.$$

Der Spannungsverlust in der Leitung ED, in der 30 A von E nach D fließen, ist

$$\delta_{\overline{ED}} = \frac{0{,}035}{42} 30 \cdot 80 = 2 \text{ V},$$

was wir wußten, da ja der Spannungsverlust in AED 3 V betragen muß.

§ 12.

Das Coulombsche Gesetz.

Gesetz 10: Zwei gleichnamige magnetische Mengen stoßen sich ab mit einer Kraft, die direkt proportional dem Produkte der beiden Mengen und umgekehrt proportional dem Quadrate ihrer Entfernung ist. (Coulombsches Gesetz.)

Ungleichnamige Mengen ziehen sich in gleicher Weise an. Bezeichnet man mit P die wirksame Kraft, mit m_1 und m_2 die magnetischen Mengen und mit r ihren Abstand, so ist

$$P = \pm \frac{m_1 \, m_2}{r^2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 12.$$

Das + Zeichen bezeichnet Abstoßung, das — Zeichen Anziehung. Sind die beiden Mengen gleich, so wird $P = \pm \frac{m^2}{r^2}$.

Die Einheit der Kraft P bildet die Dyne (Dyn), das ist die Kraft, welche der Masse, die 1 g wiegt, in jeder Sekunde die Beschleunigung von 1 cm erteilt.

Die Mechanik lehrt, daß $P = \frac{G}{g} p$ ist. Setzt man G = 1 Gramm, g = 981 cm, p = 1 cm, so wird $P = \frac{1}{981}$ Gramm, d. h. 1 Dyne (Dyn) $= \frac{1}{981}$ Gramm Kraft.

Arbeit nennt man bekanntlich das Produkt aus Kraft und Weg. Die Einheit der Arbeit im absoluten Maßsystem ist also die Arbeit, welche die Kraft 1 Dyne, während des Weges 1 cm leistet. Diese Einheit heißt Erg. Es ist also

$$1 \text{ Dyne} \times 1 \text{ cm} = 1 \text{ Erg}.$$

In der Mechanik ist die Arbeitseinheit 1 Kilogramm × 1 m (1 mkg), also ist

$$1 \text{ mkg} = 1 \text{ kg} \times 1 \text{ m},$$
$$1 \text{ mkg} = 981000 \text{ Dyne} \times 100 \text{ cm},$$
$$1 \text{ mkg} = 9{,}81 . 10^7 \text{ Erg}.$$

Nach Seite 41 ist aber

$$1 \text{ mkg} = 9{,}81 \text{ Joule},$$

also ist

$$1 \text{ Joule} = 10^7 \text{ Erg},$$
$$1 \text{ Watt} = 10^7 \text{ Erg pro Sekunde}.$$

122. Zwei gleiche magnetische Mengen stoßen sich in einem Abstande von 5 [8] (7) cm mit einer Kraft von 16900 [14400] (18900) Dyne ab; wie groß ist jede der beiden Mengen?

Lösung: Es ist r = 5 cm, P = 16900 Dyne, also folgt aus

$$P = \frac{m_1 m_2}{r^2} = \frac{m^2}{r^2},$$

$m = r\sqrt{P} = 5\sqrt{16900} = 5 . 130 = 650$ magnetische (c, g, s) Einheiten.

123. Zwei gleiche magnetische Mengen 300 [1500] (2000) (c, g, s) Einheiten stoßen sich mit einer Kraft von 1200 [6000] (8000) Dyne ab. Wie groß ist der Abstand der beiden Mengen?

Lösung: Aus $P = \frac{m^2}{r^2}$ folgt $r = \frac{m}{\sqrt{P}} = \frac{300}{\sqrt{1200}} = 8{,}66$ cm.

124. Welche Kraft übt ein Magnet von 20 [24] (26) cm Länge aus, dessen Enden aus je 100 [200] (1500) magnetischen Einheiten bestehen, auf eine nordmagnetische Menge von 40 [70] (85) (c, g, s) Einheiten, wenn dieselbe 10 [12] (20) cm vom Nordpol des Magneten entfernt ist. (Fig. 43.)

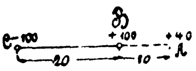


Fig. 43.

Lösung: Der Nordpol B stößt die in A befindliche Menge ab mit einer Kraft:

$$P_1 = \frac{100 \cdot 40}{10^2} = 40 \text{ Dyne.}$$

Der Südpol C zieht die in A befindliche Menge an mit der Kraft:

$$P_2 = \frac{100 \cdot 40}{(20 + 10)^2} = 4{,}44 \text{ Dyne.}$$

Da beide Kräfte in die gleiche Richtung fallen, so bleibt als resultierende die abstoßende Kraft:

$$P = P_1 - P_2 = 40 - 4{,}44 = 35{,}56 \text{ Dyne.}$$

125. Wie gestaltet sich das Resultat der vorigen Aufgabe, wenn A senkrecht über der Mitte von CB im Abstande von 10 [12] (18) cm sich befindet? (Fig. 44.)

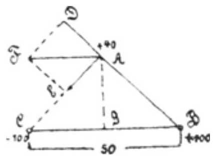


Fig. 44.

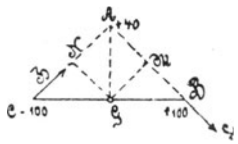


Fig. 45.

Lösung: Der Nordpol B stößt die in A befindliche Masse ab mit einer Kraft:

$$P_1 = \frac{100 \cdot 40}{\overline{AB}^2} = \frac{100 \cdot 40}{10^2 + 10^2} = 20 \text{ Dyne} = \overline{AD}.$$

Der Südpol C zieht die in A befindliche Menge an mit der Kraft:

$$P_2 = \frac{100 \cdot 40}{\overline{CA}^2} = \frac{100 \cdot 40}{10^2 + 10^2} = 20 \text{ Dyne} = \overline{AE}.$$

Die Resultierende aus P_1 und P_2 ist die Diagonale $\overline{AF}$.

Da $\triangle FAD \sim \triangle ABC$ ist, gilt die Proportion:

$$\overline{AF} : \overline{AD} = \overline{CB} : \overline{AB}$$

$$\text{mithin } \overline{AF} = \frac{\overline{AD} \cdot \overline{CB}}{\overline{AB}} = \frac{20 \cdot 20}{\sqrt{10^2 + 10^2}} = 28{,}3 \text{ Dyne.}$$

126. Welches Drehmoment würde die in A befindliche magnetische Menge der vorigen Aufgabe auf den um G in der Papierebene drehbaren Magnetstab ausüben?

Lösung: Der Pol A stößt den Pol B ab mit der Kraft von 20 Dyne. Diese Kraft sei $\overline{BL}$ (Fig. 45). Der Pol A zieht den Pol C mit derselben Kraft von 20 Dyne an, dieselbe sei $\overline{CH}$. Nun ist aber Drehmoment = Kraft × Hebelarm, wo unter Hebelarm die Normale vom Drehpunkt auf die Kraftrichtung verstanden wird.

Die Hebelarme sind also die Längen $\overline{GM}$ und $\overline{GN}$. Da beide Kräfte $\overline{BL}$ und $\overline{CH}$ den Magneten im gleichen Sinne zu drehen suchen, so addieren sich die Drehmomente. Also

$$\text{Drehmoment} = \overline{BL} \,.\, \overline{GM} + \overline{CH} \,.\, \overline{GN}.$$

$$\text{Nun ist } \overline{GM} = \overline{GN} = \frac{1}{2}\,\overline{AC} = \frac{1}{2}\,\overline{AB}.$$

$$\overline{AB}^2 = \overline{BG}^2 + \overline{AG}^2 = 10^2 + 10^2$$

$$\text{oder } \overline{AB} = 10\sqrt{2};\quad \overline{GM} = \frac{1}{2}\cdot 10\sqrt{2}$$

$$\text{folglich Drehmoment} = 2\cdot \overline{BL}\cdot \frac{1}{2}\,10\sqrt{2};$$

$$= 2\cdot 20\cdot \frac{1}{2}\cdot 10\sqrt{2} = 283 \text{ Erg.}$$

127. Ein Stabmagnet von 20 [30] (40) cm Länge, dessen Enden je 200 [800] (1000) (c, g, s) Einheiten magnetischer, entgegengesetzter Mengen enthalten, ist in vertikaler Lage festgeklemmt. In derselben Vertikalen wird ein Magnet von 3 [4] (5) cm Länge, dessen Enden die magnetischen Mengen ± 80 [100] (200) (c, g, s) besitzen, in einem Abstand von 2 [1,5] (0,8) cm schwebend erhalten. Wie groß ist das Gewicht des unteren Magneten? (Fig. 46.)

Lösung: Der Pol A zieht den Pol C an mit einer Kraft

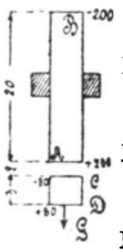


Fig. 46.

$$P_1 = -\frac{200\,.\,80}{2^2} = -4000 \text{ Dyne.}$$

Der Pol B zieht D an mit der Kraft

$$P_2 = -\frac{200\,.\,80}{(20+2+3)^2} = -25{,}6 \text{ Dyne.}$$

Die Abstoßung, die der Pol C von B erleidet, ist

$$P_3 = \frac{200\,.\,80}{(20+2)^2} = +33 \text{ Dyne.}$$

Die Pole A und D stoßen sich ab mit einer Kraft

$$P_4 = \frac{200\,.\,80}{5^2} = +640 \text{ Dyne.}$$

Das Gewicht des kleinen Magneten muß nun sein

$$G = P_1 + P_2 - P_3 - P_4 = 4025{,}6 - 673 = 3352{,}6 \text{ Dyne}$$

oder $$G = \frac{3352{,}6}{981} = 3{,}42 \text{ Gramm.}$$

128. Die Horizontalkomponente des Erdmagnetismus beträgt an einem bestimmten Orte 0,204 [0,185] (0,21) (c, g, s) Einheiten, der Inklinationswinkel 60^0 [70^0] (45^0). Wie groß ist hiernach die Vertikalkomponente und die Intensität des Erdmagnetismus? (Fig. 47.)

Lösung: Es sei $\overline{OA} = 0{,}204$ die Horizontalkomponente, $\overline{OB}$ die Vertikalkomponente und $\overline{OC}$ die Intensität des Erdmagnetismus, so ist

$$\overline{OB} = \overline{OA}\,\mathrm{tg}\,i = 0{,}204\ \mathrm{tg}\ 60^0 = 0{,}204\sqrt{3} = 0{,}354.$$

$$\overline{OC} = \sqrt{\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2} = \sqrt{0{,}204^2 + 0{,}354^2} =$$
$$0{,}408 \text{ (c, g, s) Einheiten.}$$

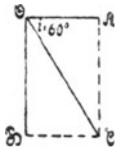


Fig. 47.

129 Eine nordmagnetische Menge m befindet sich im magnetischen Felde der Erde, deren Horizontalkomponente $H_e = 0{,}2$ [0,195] (0,186) ist. Von Westen her wird ihr ein in der Nord-Süd-Richtung gehaltener Magnetstab NS genähert, dessen Länge 24 [30] (20) cm und dessen Moment 10160 [20000] (18000) (c, g, s) beträgt. Wie groß ist die Kraft, welche auf die Menge m = 1 ausgeübt wird, a) in 30 cm, b) in 37,36 cm, c) in 40 cm Abstand des Stabes? (Fig. 48.)

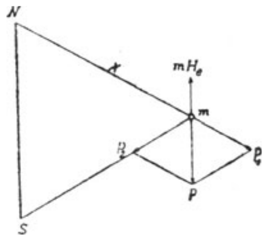


Fig. 48.

Lösung: Der Nordpol N stößt die nordmagnetische Menge m ab mit der Kraft $P_1 = \frac{\mu m}{x^2}$, während sie der Südpol S mit gleicher Kraft P_1 anzieht. Die Resultierende aus den beiden Kräften sei P. Da $\triangle P_1 m P \sim \triangle m N S$ ist, folgt

$$P_1 : P = x : l \text{ oder } P = P_1 \frac{l}{x} = \frac{\mu m}{x^2} \frac{l}{x}.$$

Nun ist $\mu l = M$ das magnetische Moment des Stabes, also

$$P = \frac{m M}{x^3}.$$

Eine nordmagnetische Menge m wird von dem magnetischen Nordpol der Erde in horizontaler Richtung angezogen mit der Kraft mH_e. Diese Kraft wirkt also der Kraft P entgegen, und die Differenz beider ist

$$R = \frac{m M}{x^3} - m H_e.$$

Für a) ist

$$m = 1,\quad M = 10160,\quad x = \sqrt{12^2 + 30^2} = 32{,}3 \text{ cm},\ H_e = 0{,}2, \text{ also}$$

$$R = \frac{10160}{32{,}3^3} - 0{,}2 = 0{,}302 - 0{,}2 = 0{,}102,$$

$$\text{b) } R = \frac{10160}{(\sqrt{12^2 + 37{,}36^2})^3} - 0{,}2 = 0{,}200 - 0{,}2 = 0,$$

d. h. stellt man in m eine kleine Magnetnadel auf, so wird sie richtungslos.

c) $R = \frac{10160}{(\sqrt{12^2 + 40^2})^3} - 0,2 = 0,139 - 0,2 = -0,061.$

§ 13.

Kraftlinien und Tragkraft von Magneten.

130. Wieviel Kraftlinien sendet ein Magnetstab aus, dessen Enden je 400 [1000] (800) (c, g, s) Einheiten besitzen?

Lösung: Die Kraftlinienzahl, die von einem Pol ausgeht, ist
$$\Phi = 4\pi m \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 13,$$
wo m die Anzahl der magnetischen Mengen eines Poles bezeichnet; es ist also $\Phi = 4\pi \,.\, 400 = 5000$ Linien oder Maxwell.

131. Ein Magnetstab von kreisrundem Querschnitt sendet 10000 [12000] (25000) Kraftlinien aus; wie groß ist hiernach seine Polstärke?

Lösung: $m = \frac{\Phi}{4\pi} = \frac{10000}{4\pi} = 800$ (c, g, s) Einheiten.

132. Der Magnetstab der vorigen Aufgabe besitzt einen Durchmesser von 2 [2] (2) cm. Wie groß ist die Kraftliniendichte an der Endfläche, wenn vorausgesetzt wird, daß ämtliche Kraftlinien aus derselben austreten?

Lösung: Die Kraftliniendichte B ist der Quotient aus Kraftlinienzahl und Querschnitt; es ist demgemäß:
$$B = \frac{10000}{3,14} = 3200 \text{ (c, g, s) Einheiten oder Gauß.*)}$$

133. Welche Kraft P ist erforderlich, um ein Stück weiches Eisen von dem Magnetende des Stabes der vorigen Aufgabe abzureißen, wenn die Kraft nach der Formel
$$P = \frac{B^2 Q}{8\pi} \text{ Dyne} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 14$$
oder angenähert
$$P = \left(\frac{B}{5}\right)^2 \frac{Q}{10^6} \text{ kg} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 14a$$
berechnet wird.

Lösung: $P = \frac{3200^2 \,.\, 3,14}{8\pi} = 1285000$ Dyne d. s. 1,31 kg;

oder nach 14a $\quad P = \left(\frac{3200}{5}\right)^2 \cdot \frac{3,14}{10^6} = 1,28$ kg.

134. Ein Magnetstab von 4 [3] (5) cm^2 Querschnitt ist imstande, ein weiches Eisenstück mit einer angehängten Last von 2 [1,5] (4,5) kg zu tragen. Wie groß ist hiernach die Induktion B?

*) Die Benennungen Maxwell und Gauß sind bis jetzt nur Vorschläge, die sich jedoch immer mehr einzubürgern scheinen.

Lösung: 2 kg $= 2000 . 981 = 1962000$ Dyne.

Aus
$$P = \frac{B^2 Q}{8\pi}$$
folgt:
$$B = \sqrt{\frac{P\, 8\pi}{Q}} = \sqrt{\frac{1962000 . 8\pi}{4}} = 3500 \text{ Gauß.}$$

135. Ein Hufeisenmagnet ist imstande, an seinem Anker 5 [8] (20) kg zu tragen. (Fig. 49.) Seine Dicke senkrecht zur Papierebene beträgt 1 [1,5] (4) cm, die Breite 3 [4] (5) cm. Wie groß ist hiernach die Induktion zwischen den Übergangsstellen von Magnet und Anker, und wie viele Kraftlinien gehen vom Nordpol zum Südpol?

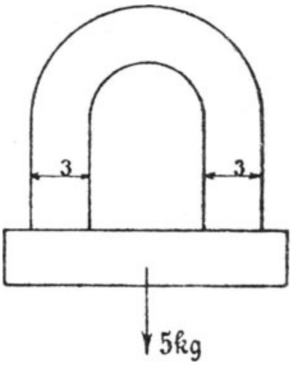


Fig. 49.

Lösung: Da zwei Trennflächen vorhanden sind, so ist die Tragkraft
$$P = 2\frac{B^2 Q}{8\pi}, \quad \text{woraus} \quad B = \sqrt{\frac{4\pi P}{Q}}$$
folgt, oder
$$= \sqrt{\frac{4\pi . (5 . 1000 \; 981)}{3 . 1}}$$
$$B = 4540 \text{ Gauß.}$$

Die Kraftlinienzahl, welche vom Nordpol zum Südpol durch das Ankereisen hindurchgeht, ist
$$\Phi = QB = 3 . 4540 = 13620 \text{ Maxwell.}$$

§ 14.

Wirkung eines stromdurchflossenen Leiters auf eine magnetische Menge.

Ein kurzes Stück eines stromdurchflossenen Leiters übt auf eine außerhalb gelegene magnetische Menge eine Kraft aus, die senkrecht zur Ebene steht, die durch das Leiterstück und die magnetische Menge geht. — Die Größe der Kraft ist durch das

Biot und Savartsche Gesetz

bestimmt, das sich durch die Formel ausdrücken läßt:
$$dP = \frac{m\, i\, d\, s}{r^2} \sin \omega \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 15.$$
Hierin bedeutet m die magnetische Menge, deren Abstand von dem stromdurchflossenen Leiterelement r ist.

Nach dem Coulombschen Gesetz kann $\frac{m}{r^2}$ als die Kraft aufgefaßt werden, mit welcher die magnetische Menge 1 auf die magnetische Menge m im Abstande r einwirkt; diese Kraft wird aber durch die Kraftliniendichte an der Stelle des Leiterelements ausgedrückt; bezeichnet man dieselbe mit B, so ist

$$dP = B i d s \sin \omega.$$

In den meisten, praktischen Fällen stehen die Kraftlinien senkrecht zum Leiterelement, es ist also $\omega = 90^0$, so daß

$$dP = B i d s$$

wird. Ist B längs eines Leiters konstant, so wird

$$P = B i \int_0^b ds = B i b \text{ Dyne} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 16,$$

wo b die Länge des Leiters im konstanten Kraftlinienfelde bedeutet; die Stromstärke i muß in (c, g, s) Einheiten gesetzt werden, wobei

10 A = 1 (c, g, s) Einheit ist.

Wohin die Magnetnadel abgelenkt wird, sagt die nachfolgende Regel: „Man halte die rechte Hand, die Handfläche der Nadel zugekehrt, so über den Stromleiter, daß die Fingerspitzen die Richtung des Stromes angeben, dann gibt der abgespreizte Daumen die Richtung des Ausschlages des Nordpoles der unter dem Leiter liegenden Magnetnadel an."

Ist der Pol fest und der Leiter beweglich, so nehme man anstatt der rechten Hand die linke.

136. Ein Draht eines Trommelankers wird von einem Strome von 40 [30] (160) A durchflossen und befindet sich auf 15 [18] (30) cm Länge in einem magnetischen Felde von 5000 [6000] (9000) Gauß. Mit welcher Kraft wird der Stab senkrecht zu den Kraftlinien fortgetrieben? (Fig. 50.)

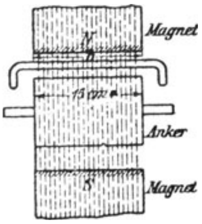


Fig. 50.

Lösung: 40 A sind 4 (c, g, s) Einheiten, mithin P = 5000 . 4 . 15 = 300000 Dyne.

137. Welche Leistung wird auf den Anker übertragen, wenn sich gleichzeitig 200 [150] (150) Stäbe unter den Magnetpolen befinden, deren Abstand von der Ankermitte 8 [10] (20) cm beträgt, und die Umdrehungszahl 1200 [960] (480) pro Minute ist?

Lösung: Die Umfangskraft pro Stab, in kg ausgedrückt, ist

$$\frac{300000}{1000 . 981} = 0{,}305 \text{ kg},$$

also für alle 200 Stäbe:

$$P = 200 . 0{,}305 = 61 \text{ kg}.$$

Die Umfangsgeschwindigkeit der Stäbe ist

$$v = \frac{\pi D n}{60} = \frac{\pi . 2 . 8 . 1200}{60} = 1000 \text{ cm} = 10 \text{ m},$$

mithin die gesuchte Leistung $\mathfrak{E} = 61 . 10 = 610$ mkg.

138. Der Anker eines Elektromotors soll 10 [15] (20) PS. übertragen; er besteht aus einer Anzahl von Drähten, von denen sich 100 [120] (200) gleichzeitig in einem magnetischen Felde von 6000 [5500] (8500) Gauß bewegen. Welche Stromstärke muß durch die Drähte fließen, wenn die wirksame Länge eines Stabes 30 [28] (32) cm, der Durchmesser des Ankers 24 [26] (34) cm ist und seine Umdrehungszahl 1200 [960] (600) pro Minute beträgt?

Lösung: Bezeichnet P die am Umfange des Ankers wirkende Kraft, D den Ankerdurchmesser, n die Umdrehungszahl pro Minute, so ist die Leistung, die der Anker zu leisten imstande ist:

$$\mathfrak{E}_a = \frac{P \pi D n}{60} = \frac{100\ B i b \pi D n}{60} \text{ Erg pro Sek.,}$$

$$\mathfrak{E}_a = \frac{100\ B i b \pi D n}{10^7 . 60} \text{ Watt.}$$

Hieraus folgt

$$i = \frac{\mathfrak{E}_a . 10^7 . 60}{100\ B b \pi D n} = \frac{(10 . 736) . 10^7 . 60}{100 . 6000 . 30 . \pi . 24 . 1200},$$

$$i = 2{,}72 \text{ (c, g, s) Einheiten oder } 27{,}2 \text{ A.}$$

NB. Man achte auf „Einheit des Maßes“, d. h. alle Längen sind in cm einzusetzen!

Kreisförmiger Leiter.

Gesetz 11: Wird ein kreisförmiger Draht in n Windungen von einem Strome i durchflossen, so erfährt eine senkrecht über der Mitte der Kreisfläche befindliche magnetische Menge m eine Kraftwirkung senkrecht zur Kreisfläche, welche durch die Formeln

$$P = \frac{m\, n i\, 2 \pi}{R} \sin^3 \alpha \quad \text{oder}$$

$$P = \frac{m\, n\, i\, 2 \pi R^2}{(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad 17$$

bestimmt ist. (Figur 51.)

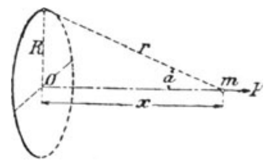


Fig. 51.

Befindet sich an Stelle von m eine kurze Magnetnadel drehbar aufgestellt (Tangentenbussole), so wird dieselbe aus der Ruhelage durch den Strom abgelenkt. Steht die Ebene der Windungen im magnetischen Meridian, so ist die Stromstärke bestimmt durch die Formel

$$i = \frac{(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}} H_0}{2 \pi n R^2} \operatorname{tg} \varphi \text{ (c, g, s) Einheiten} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad 18,$$

wo φ den Winkel bezeichnet, um den die Magnetnadel aus ihrer Ruhelage abgelenkt wurde. H_0 ist die Horizontalkomponente des Erdmagnetismus am Aufstellungsorte der Tangentenbussole. Der Faktor von tg φ heißt der Reduktionsfaktor.

139. Welche Kraft übt ein Strom von 0,95 [1,2] (0,4) (c, g, s) Einheiten, der in einem kreisförmigen Leiter von 20 [15] (25) cm Radius fließt, auf eine im Mittelpunkt des Leiters befindliche magnetische Masse von 1500 [1000] (1200) (c, g, s) Einheiten aus?

Lösung: Die Formel $P = \frac{m\,n\,i\,2\,\pi\,R^2}{(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}$

gibt, da hier $n = 1$ und $x = 0$ ist:

$$P = \frac{1500 \,.\, 0{,}95 \,.\, 2\,\pi \,.\, 20^2}{20^3} = 445 \text{ Dyne.}$$

140. Welche Kraft würde der kreisförmige Leiter der vorigen Aufgabe ausgeübt haben, wenn die magnetische Menge sich 3 [5] (12) cm senkrecht über der Kreisfläche befunden hätte?

Lösung: $$P = \frac{1500 \,.\, 0{,}95 \,.\, 2\,\pi \,.\, 20^2}{(20^2 + 3^2)^{\frac{3}{2}}} = 436 \text{ Dyne.}$$

141. Wie groß ist in Aufgabe 139 die Kraftliniendichte im Mittelpunkte des Kreisringes?

Lösung: Die Kraftliniendichte ist gleichbedeutend mit der Kraft auf die magnetische Menge Eins, also ist dieselbe

$$H = \frac{1 \,.\, 0{,}95 \,.\, 2\,\pi \,.\, 20^2}{20^3} = 0{,}297 \text{ Gauß.}$$

142. Welchen Reduktionsfaktor hat eine Tangentenbussole, die aus einer Windung von 20 [25] (28) cm Radius besteht, in deren Mittelpunkt sich die Magnetnadel befindet, wenn die Horizontalkomponente des Erdmagnetismus am Aufstellungsort den Wert 0,2 [0,195] (0,194) Gauß besitzt?

Lösung: Der Reduktionsfaktor ist der Faktor von tg φ in Formel 18, also ist

$$C = \frac{(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}} H_e}{2\,\pi\,n\,R^2}.$$

In diesem Falle ist $R = 20$ cm, $x = 0$, $H_e = 0{,}2$, $n = 1$, also

$$C = \frac{20 \,.\, 0{,}2}{2\,\pi} = 0{,}637.$$

Anmerkung: Die Stromstärke ist bestimmt durch die Formel $i = 0{,}637 \operatorname{tg} \varphi$ (c, g, s) Einheiten. Will man Ampere, so muß man schreiben $J = 6{,}37 \operatorname{tg} \varphi$ Ampere. (Siehe Seite 66.)

143. Es soll eine Tangentenbussole mit 5 [4] (6) Windungen angefertigt werden, bei welcher die Nadelmitte mit dem Zentrum des Windungskreises zusammenfällt, und deren Reduktionsfaktor auf Ampere bezogen = 1 ist. Welchen Radius erhalten die Windungen, wenn die Horizontalkomponente $H_e = 0{,}193$ [0,195] (0,2) Gauß ist?

Lösung: In $C = \frac{(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}} H_e}{2 \pi n R^2}$ sind $C = 0{,}1$, $x = 0$, $H_e = 0{,}193$, $n = 5$ gegeben, und R wird gesucht.

Zunächst ist für $x = 0$,

$$C = \frac{R H_e}{2 \pi n}, \text{ oder}$$

$$R = \frac{2 n \pi C}{H_e} = \frac{2 \,.\, 5 \,.\, \pi \,.\, 0{,}1}{0{,}193} = 16{,}27 \text{ cm.}$$

144. Durch Eichung der Tangentenbussole der vorigen Aufgabe mit einem Normalamperemeter fand man, dass bei 1 A Stromstärke der Ausschlag der Bussole 44° [46°] (42°) betrug. Wie groß ist hiernach die Horizontalkomponente am Aufstellungsorte?

Lösung: Der Reduktionsfaktor folgt zunächst aus den Angaben

$$1 \text{ A} = C \operatorname{tg} 44^0; \; C = \frac{1}{\operatorname{tg} 44^0} = 1{,}035 \text{ Ampere.}$$

Der Reduktionsfaktor ist aber

$$C = \frac{R H_e}{2 \pi n}.$$

Bezeichnet man den Reduktionsfaktor mit C_1, der zu H_e' gehört, und mit C_2 den zu H_e'' gehörigen, so gelten die Gleichungen:

$$C_1 = \frac{R H_e'}{2 \pi n},$$

$$C_2 = \frac{R H_e''}{2 \pi n},$$

durch deren Division man die Proportion

$$C_1 : C_2 = H_e' : H_e''$$

erhält. In unserem Falle ist

$$C_1 = 1, \text{ wenn } H_e' = 0{,}193 \text{ und}$$

$$C_2 = 1{,}035, \text{ wenn } H_e'' = ?$$

oder

$$1 : 1{,}035 = 0{,}193 : H_e'',$$

$$H_e'' = 1{,}035 \,.\, 0{,}193 = 0{,}2.$$

Anmerkung: Die Lösung dieser Aufgabe gibt die einfachste Methode zur Bestimmung von H_e an.

Solenoid oder Spule.

Ein von einem Strome i (c, g, s) Einheiten durchflossenes Solenoid übt, auf eine in seiner Achse befindliche magnetische Menge m, eine Kraft aus, die durch die Formel

$$P' = \frac{m i 2 \pi n}{l} (\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1) \text{ Dyne} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 19$$

bestimmt ist. (Fig. 52.)

Es bedeutet n die Anzahl Windungen auf dem Solenoid, l seine Länge, R den mittleren Radius der Windungen (l und R in cm).

Liegt die magnetische Menge m in der Mitte des Solenoids, so ist die Kraft

$$P' = \frac{4 \pi m n i}{l} \cdot \frac{\frac{l}{2}}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2}} \text{ Dyne} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 19a$$

oder, wenn l groß ist im Vergleich zu R, angenähert

$$P' = \frac{4 \pi m n i}{l} \text{ Dyne} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 19b.$$

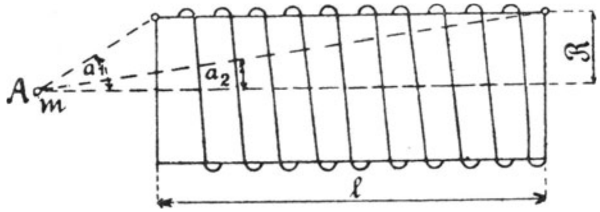


Fig. 52.

Will man i in Ampere einsetzen, so muß man die Formeln 19, 19a und 19b durch 10 dividieren.

Setzt man m = 1, so stellt P' = H die Kraftliniendichte an der betreffenden Stelle vor. Für die Spulenmitte gilt dann Formel 19b.

Die Spule wird ein Magnet. Blickt man auf eine Endfläche der Spule und fließt der Strom für den Beschauer im Sinne des Uhrzeigers, so sieht er den Südpol an. (Sifferblatt = Zifferblatt.)

145. Ein Solenoid von 2,1 [3] (1,5) cm mittlerem Durchmesser und 40 [50] (60) cm Länge ist mit 700 [800] (900) Windungen bewickelt, durch welche ein Strom von 5 [4] (3) A fließt. Auf der Achse des Solenoids befindet sich eine magnetische Menge Eins. Welche Kraft übt das Solenoid auf die magnetische Menge aus, wenn dieselbe von der Mitte des Solenoids entfernt ist:

a) 30 cm, b) 20 cm, c) 19 cm, d) 16 cm, e) 3 cm, f) 0 cm?

Die gefundenen Werte sollen in Form einer Kurve dargestellt werden, deren Abszissen die Abstände x, deren Ordinaten die Kräfte P' sind.

Lösung: Ist allgemein x die Entfernung der magnetischen Menge von der Mitte des Solenoids, so ist (Fig. 53)

$$\cos \alpha_1 = -\frac{x - \frac{l}{2}}{\sqrt{R^2 + \left(x - \frac{l}{2}\right)^2}},$$

$$\cos \alpha_2 = \frac{x + \frac{l}{2}}{\sqrt{R^2 + \left(x + \frac{l}{2}\right)^2}}.$$

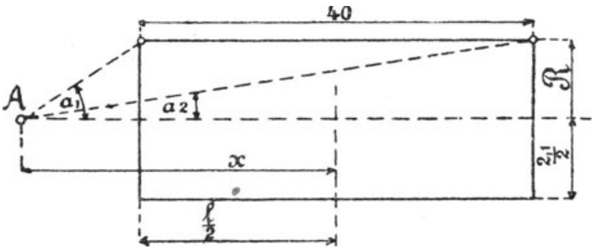


Fig. 53.

Wir erhalten demnach die folgenden Lösungen:

a) Für x = 30 cm ist

$$\cos \alpha_1 = \frac{30 - 20}{\sqrt{\left(\frac{2,1}{2}\right)^2 + (30 - 20)^2}} = 0{,}994,$$

$$\cos \alpha_2 = \frac{30 + 20}{\sqrt{\left(\frac{2,1}{2}\right)^2 + (30 + 20)^2}} \approx 1.$$

Die Formel 19 ergibt hiermit

$$P' = \frac{1 . 5 . 2\pi . 700}{10 . 40} = (1 - 0{,}994) = 0{,}33 \text{ Dyne.}$$

b) Für x = 20 cm ist

$$\cos \alpha_1 = \frac{20 - 20}{\sqrt{\left(\frac{2,1}{2}\right)^2 + (20 - 20)^2}} = 0,$$

$$\cos \alpha_2 = \frac{20 + 20}{\sqrt{\left(\frac{2,1}{2}\right)^2 + (20 + 20)^2}} \approx 1.$$

$$P' = \frac{5 . 2\pi . 700}{40 . 10} (1 - 0) = 55 \text{ Dyne.}$$

c) Für $x = 19$ cm ist

$$\cos\alpha_1 = \frac{19 - 20}{\sqrt{\left(\frac{2,1}{2}\right)^2 + (19 - 20)^2}} = -0,692,$$

$$\cos\alpha_2 = \frac{19 + 20}{\sqrt{\left(\frac{2,1}{2}\right)^2 + (19 + 20)^2}} \approx 1,$$

$$P' = \frac{5 \cdot 2\pi \cdot 700}{40 \cdot 10}(1 + 0,692) = 93 \text{ Dyne.}$$

d) Für $x = 16$ cm ist

$$\cos\alpha_1 = \frac{16 - 20}{\sqrt{\left(\frac{2,1}{2}\right)^2 + (16 - 20)^2}} = -0,968,$$

$$\cos\alpha_2 = \frac{16 + 20}{\sqrt{\left(\frac{2,1}{2}\right)^2 + (16 + 20)^2}} \approx 1,$$

$$P' = \frac{5 \cdot 2\pi \cdot 700}{40 \cdot 10}(1 + 0,968) = 108 \text{ Dyne.}$$

e) Für $x = 3$ cm ist

$$\cos\alpha_1 = \frac{3 - 20}{\sqrt{\left(\frac{2,1}{2}\right)^2 + (3 - 20)^2}} = -0,991,$$

$$\cos\alpha_2 = \frac{3 + 20}{\sqrt{\left(\frac{2,1}{2}\right)^2 + (3 + 20)^2}} \approx 1,$$

$$P' = \frac{5 \cdot 2\pi \cdot 700}{40 \cdot 10}(1 + 0,991) = 109,5 \text{ Dyne.}$$

f) Für $x = 0$ cm ist

$$\cos\alpha_1 = \frac{0 - 20}{\sqrt{\left(\frac{2,1}{2}\right)^2 + (0 - 20)^2}} \approx -1,$$

$$\cos\alpha_2 = \frac{20}{\sqrt{\left(\frac{2,1}{2}\right)^2 + 20^2}} \approx +1,$$

$$P' = \frac{5 \cdot 2\pi \cdot 700}{40 \cdot 10}\, 2 = 110 \text{ Dyne.}$$

Anmerkung: Faßt man wieder die Kraft auf die magnetische Menge 1 als Kraftliniendichte auf, so sieht man aus der Fig. 54, daß auf einer Länge von etwa 32 cm die Kraftliniendichte nahezu konstant bleibt, während außerhalb der Spule sie sich rasch dem Werte Null nähert.

146. In der Achse einer 24 [40] (50) cm langen Spule von 6 [8] (5) cm mittlerem Durchmesser befindet sich ein 8 [10] (12) cm langer Magnetstab mit der Polstärke m = 60 [100] (120) (c, g, s)

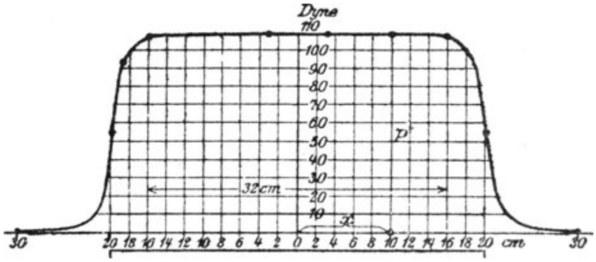


Fig. 54.

Einheiten. Wieviel Amperewindungen sind erforderlich, wenn auf den Magnetstab eine Kraft von 2000 [3000] (4000) Dyne ausgeübt werden soll, und der Abstand von Stab- und Spulen-Mitte 17 [26] (30) cm beträgt? (Fig. 55.)

Lösung: Wird der Pol A angezogen, so wird B abgestoßen, die Größe der Kraft folgt aus Formel 19. Dieselbe ist für den Pol A

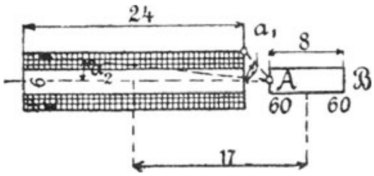


Fig. 55.

$$P_1 = \frac{60 \,.\, 2\pi (n\,i)}{24 \,.\, 10} (\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1),$$

$$\cos \alpha_2 = \frac{25}{\sqrt{3^2 + 25^2}} = 0{,}995,$$

$$\cos \alpha_1 = \frac{1}{\sqrt{3^2 + 1^2}} = 0{,}317,$$

$$P_1 = 1{,}57 \ (n\,i) \ (0{,}995 - 0{,}317) = 1{,}062 \, n\,i.$$

Für den Pol B ergibt sich:

$$\cos \alpha_2 = \frac{33}{\sqrt{3^2 + 33^2}} = 0{,}996,$$

$$\cos \alpha_1 = \frac{9}{\sqrt{3^2 + 9^2}} = 0{,}949,$$

$$P_2 = 1{,}57 \, n\,i \ (0{,}996 - 0{,}949) = 0{,}0738 \ n\,i;$$

also muß sein:

$$2000 = P_1 - P_2 = n\,i \ (1{,}062 - 0{,}074)$$

$$\text{oder } n\,i = \frac{2000}{0{,}988} = 2024 \text{ Amperewindungen.}$$

147. Welche Höhe nehmen die Windungen der vorigen Aufgabe auf der Spule ein, wenn als zulässige Belastung des Drahtes (die Stromdichte)

1,5 [2] (3,5) A pro Quadratmillimeter Drahtquerschnitt angenommen wird, und wenn der Durchmesser des isolierten Drahtes 1,2 [1,15] (1,1) mal so groß ist, wie der des blanken? (Fig. 56.)

Lösung: Bezeichnet d den Durchmesser des unbesponnenen Drahtes, d' den des besponnenen, h die Höhe, bis zu welcher der Draht durch Übereinanderlegen der Windungen aufgewickelt wird, so lassen sich nebeneinander $\frac{l}{d'}$ und übereinander $\frac{h}{d'}$ Windungen legen. Die Anzahl der aufgewickelten Windungen ist also

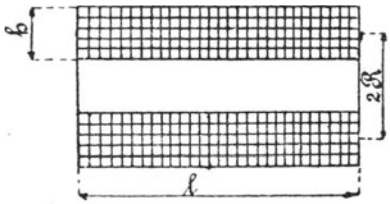


Fig. 56.

$$n = \frac{l}{d'} \cdot \frac{h}{d'} = \frac{l}{1,2\,d} \cdot \frac{h}{1,2\,d}.$$

Der Querschnitt des Drahtes ist $\frac{\pi d^2}{4}$; da durch 1 mm^2 1,5 A fließen, so geht durch unseren Draht der Strom

$$i = 1,5\,\frac{\pi d^2}{4}.$$

Die Amperewindungszahl ist demnach

$$n\,i = \frac{l}{1,2\,d} \cdot \frac{h}{1,2\,d} \cdot 1,5\,\frac{\pi d^2}{4} = \frac{l\,h\,1,5\,\pi}{1,2^2 \,.\, 4}.$$

In unserem Falle ist $n\,i = 2024$, folglich

$$h = \frac{2024 \,.\, 1,2^2 \,.\, 4}{240 \,.\, 1,5\,\pi} = 10,3 \text{ mm}.$$

148. Welchen Durchmesser erhält der Draht der vorigen Aufgabe, wenn die Spannung der zur Verfügung stehenden Stromquelle 18 [26] (110) V beträgt?

Lösung: Ist allgemein e die an den Ende des Drahtes zur Verfügung stehende Spannung, w der Widerstand des aufgewickelten Drahtes, $\alpha = \frac{d'}{d}$, so ist $e = i\,w$.

Ist s die Stromdichte d. i. die Beanspruchung des Drahtes pro Quadratmillimeter, so ist

$$i = s\,q \quad \text{und} \quad w = \frac{c\,L}{q}, \text{ folglich}$$

$$e = s\,c\,L \text{ (L in Meter).}$$

Die Länge des aufgewickelten Drahtes ist aber

$$L = \pi\, 2\, R\, \frac{h}{\alpha\, d}\, \frac{l}{\alpha\, d} \text{ (mm),}$$

$$L = 2\, R\, \pi\, \frac{h\, l}{\alpha^2\, d^2\, 1000} \text{ (m),}$$

also wird $e = \frac{s\,c\,h\,l\,2\,R\,\pi}{\alpha^2\,d^2\,.\,1000}$, woraus $\alpha\,d = \sqrt{\frac{s\,c\,h\,l\,2\,R\,\pi}{e\,.\,1000}}$ folgt. In unserm Falle

$$1{,}2\,d = \sqrt{\frac{1{,}5\,.\,0{,}018\,.\,10{,}3\,.\,240\,.\,60\,\pi}{18\,.\,1000}} = 0{,}833 \text{ mm},$$

$$d = \frac{0{,}833}{1{,}2} = 0{,}697 \text{ mm}.$$

Probe: Der Querschnitt des Drahtes ist $q = 0{,}382 \text{ mm}^2$.

Die Stromstärke $i = s\,q = 1{,}5\,.\,0{,}382 = 0{,}573$ A.

Die Windungszahl $n = \frac{2024}{0{,}573} = 3550$ Windungen.

Es liegen nebeneinander $\frac{l}{\alpha\,d} = \frac{240}{0{,}833} = 287$ Windungen,

übereinander $\frac{h}{\alpha\,d} = \frac{10{,}3}{0{,}833} = 12{,}36$ Lagen.

Die aufgewickelte Drahtlänge beträgt

$$L = 3550\,\frac{60\,\pi}{1000} = 668 \text{ m}.$$

Der Drahtwiderstand wird demnach

$$w = \frac{0{,}018\,.\,668}{0{,}382} = 31{,}4\ \Omega,$$

und endlich wird die Spannung, die an den Drahtenden herrschen muß,

$$e = 0{,}573\,.\,31{,}4 = 18 \text{ Volt}.$$

149. Auf eine Spule von bekannten Abmessungen (Fig. 57a u. b) sollen $\overline{AW}$ (Amperewindungen) gewickelt werden. Die zur Verfügung stehende Spannung beträgt für 2p hintereinander geschaltete Spulen e Volt.

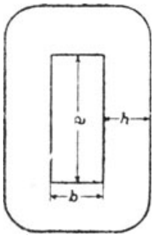


Fig. 57a.

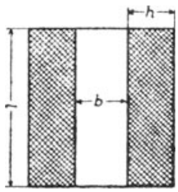


Fig. 57b.

Gesucht wird:

a) die Stromdichte (s),
b) die pro Spule aufgewickelte Drahtlänge (L),
c) die erforderliche Windungszahl (W),
d) die durch den Draht fließende Stromstärke (i_m),
e) der Querschnitt des Drahtes (q).

Lösungen:

Zu a): Aus $\frac{h}{\alpha\,d}\,\frac{l}{\alpha\,d}\,\frac{\pi\,d^2}{4}\,s = \overline{AW}$ folgt

$$s = \frac{4\,\alpha^2\,\overline{AW}}{\pi\, l\, h} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{I.}$$

Zu b): Es ist $w_m = \frac{e}{i_m} = \frac{e}{q\,s}$; andererseits ist

$$w_m = 2\,p\,\frac{c\,L}{q}.$$

Aus beiden Gleichungen folgt: $L = \frac{e}{s\,c\,2\,p}$ . . . . II.

Zu c): Die aufgewickelte Drahtlänge ist $L = l_m W$

$$L = \frac{2\,a + 2\,b + h\,\pi}{1000}\,W,$$

oder

$$W = \frac{1000\,L}{2\,a + 2\,b + h\,\pi} \quad \ldots\ldots\ldots \quad \text{III.}$$

Zu d): Es ist $i_m = \frac{\overline{AW}}{W}$ . . . . IV.

Zu e): $q = \frac{i_m}{s}$ . . . . V.

Es sei z. B. $a = 75$ mm, $h = 50$ mm,
$b = 128$ mm, $l = 70$ mm,
$\overline{AW} = 3500$, $\alpha = 1{,}16$,
$e = 65$ V, $2\,p = 4$.

Die Lösungen sind:

Zu a): $s = \frac{4 \,.\, 1{,}16^2 \,.\, 3500}{\pi\, 70 \,.\, 50} = 1{,}72$ A pro mm².

Zu b): $L = \frac{65}{1{,}72 \,.\, 0{,}02 \,.\, 4} = 473$ m.

Zu c): $W = \frac{1000 \,.\, 473}{2 \,.\, 75 + 2 \,.\, 128 + 50\,\pi} = 840$ Windungen.

Zu d): $i_m = \frac{3500}{840} = 4{,}17$ A.

Zu e): $q = \frac{4{,}17}{1{,}72} = 2{,}43$ mm² und $d = 1{,}76$ mm, $d' = 2{,}04$ mm.

Da ein Draht von 1,76 mm nicht zu haben ist, muß man abändern auf $d = 1{,}8$ mm, $d' = 2{,}1$ mm. Hierdurch ändern sich allerdings die übrigen Resultate nicht unwesentlich. Um die Änderung so gering wie möglich zu machen, rechne man folgendermaßen:

Aufgewickelt werden nebeneinander $\frac{70}{2{,}1} = 33$ Drähte und übereinander $\frac{840}{33} = 25{,}5$ Lagen, d. h. in 25 Lagen kommen $25 \,.\, 33 = 825$ Drähte und in die 26. nur noch 15 Drähte.

Die aufgewickelte Drahtlänge ist

$$\frac{840 \,.\, (2 \,.\, 75 + 2 \,.\, 128 + 53{,}5\,\pi)}{1000} = 452 \text{ m.}$$

$$w = \frac{0{,}02 \,.\, 452}{1{,}8^2 \frac{\pi}{4}} = 3{,}7\ \Omega \text{ im warmen Zustande.}$$

$$i_m = \frac{65}{4 \,.\, 3{,}7} = 4{,}4 \text{ A}, \quad \overline{AW} = 4{,}4 \,.\, 840 = 3690 \text{ AW.}$$

$$s = \frac{4{,}4}{1{,}8^2 \frac{\pi}{4}} = 1{,}735 \text{ A.}$$

Die 25,5 Lagen erforderten die Höhe $h = 26 \,.\, 2{,}1 = 54{,}6$ mm. Durfte die gegebene Höhe von 50 mm nicht überschritten werden, so hatte man folgendermaßen zu rechnen:

Aufgewickelt werden nebeneinander $\frac{70}{2{,}1} = 33$ Drähte und übereinander $\frac{50}{2{,}1} \cong 24$ Lagen, also ist $W = 792$ Windungen.

$$L = \frac{(2 \,.\, 75 + 2 \,.\, 128 + 50\pi)\, 792}{1000} = 445 \text{ m,}$$

$$w = \frac{0{,}02 \,.\, 445}{1{,}8^2 \frac{\pi}{4}} = 3{,}5\ \Omega.$$

$i_m = \frac{65}{4 \,.\, 3{,}5} = 4{,}64$ A und $\overline{AW} = 4{,}64 \,.\, 7{,}92 = 3660$ Amperewindungen.

150. Es soll ein Amperemeter für eine maximale Stromstärke von 180 [100] (10) A angefertigt werden. Um die erforderliche Amperewindungszahl festzustellen, wird das fertige Gestell der Spule mit einer vorläufigen Wicklung von 200 [150] (100) Windungen versehen, und es zeigt sich, daß ein Strom von 5,4 [6] (4) A erforderlich ist, um den größten Ausschlag des Zeigers herbeizuführen.

Gesucht wird:

a) die erforderliche Amperewindungszahl,
b) die Windungszahl des Amperemeters,
c) die Drahtstärke, wenn die Beanspruchung 3 [2] (1,8) A betragen darf.

Lösungen:

Zu a): $n_1 i_1 = 200 \,.\, 5{,}4 = 1080$ Amperewindungen.

Zu b): $n = \frac{1080}{180} = 6$ Windungen.

Zu c): Aus $i = s\,q$ folgt $q = \frac{i}{s} = \frac{180}{3} = 60\ mm^2$,

oder $d = 8{,}74$ mm.

151. Ein gleiches Gestell soll zur Anfertigung eines Voltmeters für eine Spannung von 70 [120] (220) Volt dienen, und es soll die maximale Stromstärke 0,35 [0,25] (0,2) A, die Stromdichte 3 [2] (1,8) A pro mm^2 nicht überschreiten.

Gesucht wird:

a) die Windungszahl,
b) der Widerstand des Voltmeters,
c) der Durchmesser des blanken und des isolierten Drahtes, wenn $d' = 1{,}2\,d$ ist.

Lösungen:

Zu a): $n = \frac{1080}{i} = \frac{1080}{0{,}35} = 3086$ Windungen.

Zu b): $w = \frac{70}{0{,}35} = 200\ \Omega$.

Zu c): $q = \frac{i}{s} = \frac{0{,}35}{3} = 0{,}117\ mm^2$,

$d = 0{,}385$ mm, $d' = 1{,}2 \,.\, 0{,}385 = 0{,}463$ mm.

§ 15.

Die Magnetisierung des Eisens und die Eisenverluste.

Bringt man in eine stromdurchflossene Spule einen Eisenkern, so wird dieser magnetisch und sendet selbst Kraftlinien aus. Die Kraftliniendichte B im Eisen ist also größer als die Kraftliniendichte H der leeren Spule. Der Zusammenhang zwischen B und H ist durch die Gleichung

$$B = \mu H \quad \dots\dots\dots\dots \quad 20.$$

bestimmt, wo μ die Permeabilität heißt, die aber keine konstante Größe ist. Der Zusammenhang zwischen B und H wird vielmehr durch die Magnetisierungskurve dargestellt. Tafel I zeigt die Magnetisierungskurve für Gußeisen, Schmiedeeisen und Dynamogußstahl.

Durch die Ummagnetisierung des Eisens entstehen Verluste, nämlich durch Hysteresis und durch Wirbelströme.

Der durch Hysteresis entstehende Leistungsverlust wird durch die Formel

$$\mathfrak{E}_h = \frac{\eta\, B^{1,6}\, V \sim}{10^7}\ \text{Watt} \quad \dots\dots \quad 21$$

ausgedrückt. Es bedeutet η eine Konstante, die bei Dynamoblechen zwischen 0,0012 und 0,0033 liegt, für legierte Bleche ist $\eta = 0{,}0007$; B ist die Kraftliniendichte im Eisen, V das Volumen in cm^3 und $\sim$ die Anzahl von Ummagnetisierungen (Perioden) pro Sekunde.

Die Tafel II gibt als Ordinaten die Hysteresis-Verluste für $\sim = 100$ für verschiedene Werte von B an, wobei $\eta = 0{,}0033$ gesetzt ist. Bezeichnet V das Volumen in dm^3, f den Verlust pro dm^3 und 100 Perioden, so ist

$$\mathfrak{E}_h = \frac{V f \sim}{100} \qquad \text{22.}$$

Ist die Hysteresiskonstante nicht 0,0033, sondern η', so wird

$$\mathfrak{E}_h = \frac{V f \sim}{100} \, \frac{\eta'}{0{,}0033} \qquad \text{22 a.}$$

Gleichzeitig entsteht noch ein zweiter Verlust durch sogenannte Wirbelströme. Um diesen herabzusetzen, baut man die Teile, in denen Ummagnetisierungen vorkommen, aus dünnen Blechen zusammen, die durch Papier oder Lack voneinander getrennt sind.

Bezeichnet $\triangle$ die Blechdicke in mm, V das Volumen in dm^3, $\sim$ die Anzahl von Ummagnetisierungen oder Perioden pro Sekunde, B wieder die maximale Kraftliniendichte, so ist für Dynamobleche

$$\mathfrak{E}_w = (2 \text{ bis } 2{,}5) \frac{(\sim \triangle B)^2}{10^{10}} V \text{ Watt} \qquad \text{23.}$$

Der Faktor 2 bis 2,5 entspricht den Erfahrungen an Transformatoren. Er hängt nicht ab von der Güte des Bleches, wie der Faktor η in Formel 21, sondern von dem spezifischen Widerstand des Eisens und von der Art der Bearbeitung der Endflächen. Für legierte Bleche kann man an Stelle des Faktors 2 bis 2,5 den Faktor 0,4 bis 0,5 setzen.

Die Formeln 21 und 23 gestatten die Eisenverluste von Transformatoren zu berechnen. Wendet man sie hingegen auf Dynamomaschinen und Motoren an, so zeigt die Erfahrung, daß die wirklichen Verluste wesentlich größere, als die berechneten sind. Eine Schätzung dieser Verluste wird bei der Berechnung der Maschinen gezeigt werden.

152. Wie groß ist der Leistungsverlust durch Hysteresis in einem Wechselstrom-Transformator von 300 [250] (100) kg Eisengewicht, wenn die maximale Induktion $= 6000$ [7200] (8000) und die Periodenzahl $\sim = 50$ ist?

Lösung: Für Transformatoren-Bleche kann $\eta = 0{,}0012$ gesetzt werden; das Volumen ist

$$V = \frac{G}{\gamma} = \frac{300}{7{,}8} = 38{,}5 \text{ dm}^3 = 38\,500 \text{ cm}^3,$$

demnach $$\mathfrak{E}_h = \frac{0{,}0012 \,.\, 6000^{1{,}6} \,.\, 38\,500 \,.\, 50}{10^7} = 261 \text{ Watt.}$$

153. Wie groß ist der Verlust durch Wirbelströme, wenn zu dem Transformator der vorigen Aufgabe Bleche von a) 0,5 mm, b) 0,35 mm Dicke verwendet werden?

Lösungen:

Zu a): Für $\triangle = 0{,}5$ mm wird:

$$\mathfrak{E}_w = (2 \text{ bis } 2{,}5) \cdot \frac{(50 \,.\, 0{,}5 \,.\, 6000)^2}{10^{10}} \cdot 38{,}5 = 173 \text{ bis } 217 \text{ Watt.}$$

Zu b): Für $\triangle = 0{,}35$ wird:

$$\mathfrak{E}_w = (2 \text{ bis } 2{,}5) \cdot \frac{(50 \,.\, 0{,}35 \,.\, 6000)^2}{10^{10}} \cdot 38{,}5 = 85 \text{ bis } 106 \text{ Watt.}$$

154. Wie groß ist der Leistungsverlust durch Hysteresis und Wirbelströme in einem Wechselstrom-Transformator von 300 [80] (50) kg Eisengewicht. wenn die maximale Induktion 7800 [6000] (9000) und die Periodenzahl $\sim = 60$ [50] (42) ist, bei einer Blechdicke von 0,4 [0,35] (0,5) mm und $\eta = 0{,}002$ [0,0018] (0,0015)?

Lösung: Die Tafel II ergibt für $B = 7800$, $f = 55$ Watt pro dm³, nun ist $V = \frac{300}{7{,}8} = 38{,}5$ dm³, also (Formel 22a)

$$\mathfrak{E}_h = \frac{55 \,.\, 38{,}5 \,.\, 60}{100} \cdot \frac{0{,}002}{0{,}0033} = 764 \text{ Watt.}$$

Der Leistungsverlust durch Wirbelströme ist

$$\mathfrak{E}_w = (2 \div 2{,}5) \frac{(60 \,.\, 0{,}4 \,.\, 7800)^2}{10^{10}} \cdot 38{,}5 = 270 \div 336 \text{ Watt.}$$

§ 16.
Der magnetische Kreis.

Für jeden magnetischen Kreis gilt das

Gesetz 12: $$\textbf{Kraftlinienzahl} = \frac{\textbf{Magnetomotorische Kraft}}{\textbf{magnetischen Widerstand}}.$$

In Zeichen $$\Phi = \frac{\mathfrak{F}}{\mathfrak{w}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 24.$$

Es ist $$\mathfrak{F} = 0{,}4\,\pi\,n\,i \quad \ldots\ldots\ldots \quad 25$$

$$\text{und } \mathfrak{w} = \sum \frac{l}{\mu Q} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 26,$$

wo das Zeichen Σ sich auf die einzelnen Teile des Kreises bezieht.

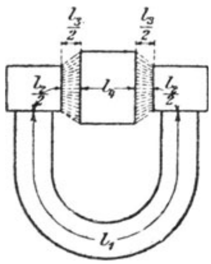


Fig. 58.

Die Größe μ ist bestimmt durch die Gleichung 20:

$$\mu = \frac{B}{H}.$$

Die Formel 24 läßt sich umformen in

$$H_1 l_1 + H_2 l_2 + H_3 l_3 + H_4 l_4 = \mathfrak{F}, \quad .\ .\ 27$$

wo H als Abszissen, zugehörig zu den Ordinaten B, für das betreffende Material aus der Tafel I, die Längen l in cm aus einer Zeichnung zu entnehmen sind (Fig. 58).

Bei Vorausberechnungen von Maschinen kennt man vielfach nur den Weg l_3 der Kraftlinien im Luftzwischenraum. Um daher den Wert der übrigen Glieder zu berücksichtigen, wollen wir die Gleichung 27 schreiben

$$\alpha H_3 l_3 = \mathfrak{F} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 27a,$$

wo α einen Faktor bezeichnet, der zwischen 1,2 und 2,5 liegt.

155. Ein schmiedeeiserner Ring mit 25 cm innerem und 35 cm äußerem Durchmesser (Querschnitt quadratisch) ist mit 500 [400] (1000) Windungen versehen, durch welche ein Strom von 4,5 [5,6] (2,25) A fließt. Wieviel Kraftlinien gehen durch den Ring? (Fig. 59.)

Lösung: Zunächst ist die Kraftliniendichte im Innern der Wickelung, wenn kein Eisen vorhanden wäre, nach Formel 19b, die auch für einen Ring gilt:

$$H = \frac{0{,}4\,\pi\,n\,i}{l} = \frac{0{,}4\,\pi\,.\,500\,.\,4{,}5}{\frac{25+35}{2}\,\pi} = 30.$$

Die Kraftliniendichte mit Eisen ergibt sich aus der Tafel I (Ankerblech, Kurve A), für $H = 30$ zu $B = 14800$. Der Querschnitt beträgt $5^2 = 25\ \text{cm}^2$, also gehen durch das Eisen

$$\Phi = 14800\,.\,25 = 370000 \text{ Kraftlinien oder Maxwell.}$$

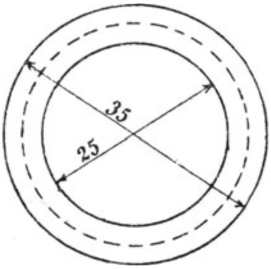


Fig. 59.

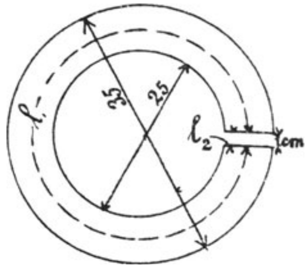


Fig. 60.

156. Welcher Strom wäre erforderlich, um in dem Ringe 200000 Kraftlinien zu erzeugen?

Lösung: Wenn $\Phi = 200000$ ist, so ist $B = \frac{200000}{25} = 8000$, nach Tafel I (Ankerblech, Kurve A) gehört aber zu $B = 8000$, $H = 2{,}4$; die Gleichung $H = \frac{0{,}4\,\pi\,n\,i}{l}$ gibt jetzt:

$$i = \frac{H\,l}{0{,}4\,\pi\,n\,i} = \frac{2{,}4\,.\,30\,\pi}{0{,}4\,\pi\,.\,500} = 0{,}36 \text{ A.}$$

157. Der Ring in Aufgabe 155 wird mit einem 10 mm breiten Einschnitt versehen: welche Stromstärke ist nun erforderlich, um 200000 Kraftlinien zu erzielen? (Fig. 60.)

Lösung: Die Kraftliniendichte im Eisen ist wieder

$$B = \frac{\Phi}{Q} = \frac{200000}{25} = 8000;$$

nahezu ebenso groß ist sie im Luftspalt. Die Tafel I ergibt für Schmiedeeisen und $B = 8000$, $H = 2,4$, für Luft ist $\mu = 1$, also $B = H$, demnach ist nach der Formel 27:

$$H_1 l_1 + H_2 l_2 = \mathfrak{F}, \qquad 2,4 . (30\pi - 1) + 8000 . 1 = \mathfrak{F},$$
$$220 + 8000 = \mathfrak{F} = 8220.$$

Es ist aber $\mathfrak{F} = 0,4\pi n i = 8220$, mithin $i = \dfrac{8220}{0,4\pi\, 500} = 13,1$ A.

158. Ein aus Blechen zusammengesetztes Gestell von nebenstehenden Abmessungen ist mit 200 [300] (500) Windungen bewickelt, wobei in dem bewickelten Querschnitt 125000 [150000] (250000) Kraftlinien erzeugt werden sollen. Welche Stromstärke ist hierzu erforderlich, wenn die Dimension senkrecht zur Papierebene 5,88 cm beträgt? (Fig. 61.)

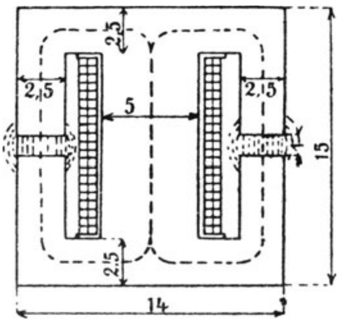


Fig. 61.

Lösung: Die im Kerne entstehenden Kraftlinien teilen sich, die eine Hälfte fließt rechts, die andere links herum. Da der Querschnitt auch nur der halbe ist, so bleibt die Induktion überall die gleiche, so daß wir die mittlere Kraftlinie nur nach einer Seite hin zu verfolgen brauchen. Die Bleche sind stets durch Papier voneinander getrennt, so daß nicht die ganze Breite von 5,88 cm in Rechnung zu ziehen ist, sondern etwa 85 bis 90 % hiervon; der Eisenquerschnitt wird bei 85 %

$$Q_e = 0,85 . 5,88 . 5 = 25 \text{ cm}^2.$$

Die Induktion im Eisen ist $B_e = \dfrac{125000}{25} = 5000$ Gauß.

Da die Kraftlinien in der Luft auch aus den Seitenflächen austreten, so kann man den Luftzwischenraum nur schätzen und etwa

$$Q_{\mathfrak{L}} = 1,1\ Q_e = 27,5 \text{ cm}^2$$

nehmen, die Induktion in der Luft wird also angenähert:

$$B_{\mathfrak{L}} = \frac{125000}{27,5} = 4550.$$

Die Kraftlinienlänge im Eisen ist $l_e = 35,5$ cm, die Kraftlinienlänge in der Luft ist $l_{\mathfrak{L}} = 1$ cm. Zu $B_e = 5000$ gehört nach Tafel I (Ankerblech A) $H_e = 1,1$; für Luft ist $B_{\mathfrak{L}} = 4550$, also auch $H_{\mathfrak{L}} = 4550$, demnach

$$1,1 . 35,5 + 4550 . 1 = \mathfrak{F};\ 39,2 + 4550 = 4589,2 = 0,4\pi n i,$$

mithin

$$i = \frac{4589,2}{0,4\pi\, 200} = 18,2 \text{ A}.$$

159. Wie groß ist der magnetische Widerstand in der vorigen Aufgabe?

Lösung 1: Aus $\Phi_0 = \frac{\mathfrak{F}}{\mathfrak{w}}$ folgt:

$$\mathfrak{w} = \frac{\mathfrak{F}}{\Phi} = \frac{4589{,}2}{125\,000} = 0{,}0367.$$

Lösung 2: Der magnetische Widerstand setzt sich zusammen aus dem Widerstande des Eisens $\mathfrak{w}_e = \frac{35{,}5}{\mu\, Q_e}$ und dem Widerstande der Luft $w_{\mathfrak{L}} = \frac{l_{\mathfrak{L}}}{Q_{\mathfrak{L}}}$, $\mathfrak{w} = \frac{35{,}5}{\frac{5000}{1{,}1} \cdot 25} + \frac{1}{27{,}5}$,

$$\mathfrak{w} = 0{,}000313 + 0{,}0364 = 0{,}0367.$$

160. Im Gestell der Aufgabe 158 soll dieselbe Kraftlinienzahl erzeugt werden, es stehen aber bloß 5 [4] (3) A zur Verfügung. Wie groß darf in diesem Falle der Luftspalt nur gemacht werden?

Lösung: Es ist $\mathfrak{F} = 0{,}4\,\pi\,.\,200\,.\,5 = 1256$; andererseits ist $1{,}1\,.\,35{,}5 + 4550\,x = 1256$, woraus

$$x = \frac{1256 - 39}{4550} = 0{,}267 \text{ cm}$$

folgt.

NB. Die Lösung ist nur eine angenäherte, die richtige würde aus der Gleichung

$$1{,}1\,(36{,}5 - x) + 4550\,x = 1256 \text{ folgen.}$$

161. Wieviel Kraftlinien werden im Gestell der Aufgabe 158 durch einen Strom von 15 [14] (12) A erzeugt?

Lösung: Die magnetomotorische Kraft ist

$$\mathfrak{F} = 0{,}4\,\pi\,n\,i = 0{,}4\,\pi\,200\,.\,15 = 3770.$$

Andererseits ist $\mathfrak{F} = H_e\, l_e + H_{\mathfrak{L}}\, l_{\mathfrak{L}}$, wo jedoch beide Grössen H_e und $H_{\mathfrak{L}}$ unbekannt sind. Aus der Lösung zu 158 geht aber hervor, daß das auf das Eisen bezügliche Produkt $H_e\, l_e$ klein ist im Vergleich zu $H_{\mathfrak{L}}\, l_{\mathfrak{L}}$, wir können daher in erster Annäherung $H_e\, l_e$ vernachlässigen und erhalten, da $l_{\mathfrak{L}} = 1$ cm ist,

$$3770 = H_{\mathfrak{L}}\,.\,1; \text{ woraus } H_{\mathfrak{L}} = 3770 \text{ folgt.}$$

Da für Luft $H_{\mathfrak{L}} = B_{\mathfrak{L}}$ ist, so ist auch $B_{\mathfrak{L}} = 3770$ und die erzeugte Kraftlinienzahl

$$\Phi = B_{\mathfrak{L}}\, Q_{\mathfrak{L}} = 3770\,.\,27{,}5 = 103\,500.$$

Zweite Annäherung. Aus $\Phi = 103\,500$ folgt $B_e = \frac{103\,500}{25} = 4140$, wozu $H_e = 0{,}9$ (ungefähr) gehört, es muß also

$$0{,}9\,.\,35{,}5 + H_{\mathfrak{L}}\, l_{\mathfrak{L}} = 3770,$$

6*

$$H_{\mathfrak{L}} = \frac{3770 - 32}{1} = 3738$$

sein, und hiernach $\Phi = 3738 \,.\, 27{,}5 = 102602$.

162. Es ist die Amperewindungszahl der nebenstehenden Dynamo (Fig. 62) zu berechnen unter der Voraussetzung, daß der Anker 20 [25] (16) cm lang ist und von $1{,}7 \,.\, 10^6$ [$2{,}8 \,.\, 10^6$] ($1{,}6 \,.\, 10^6$) Kraftlinien durchsetzt werden soll.

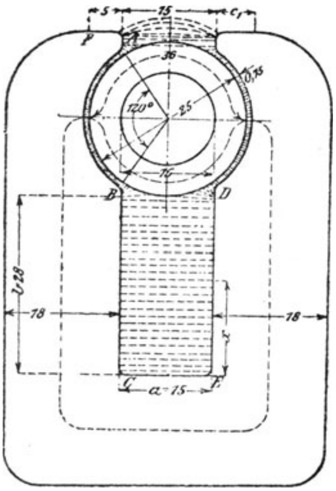


Fig. 62.

Lösung: Der Querschnitt des aus Blechen zusammengesetzten Ankers ist

$Q_a = 0{,}85 \,.\, 20 \,.\, (25 - 15) = 170\ \text{cm}^2$.

Die Induktion daselbst:

$$B_a = \frac{1{,}7 \,.\, 10^6}{170} = 10000.$$

Der Querschnitt der Kraftlinien im Luftzwischenraum ist angenähert

$$\widehat{AB} \,.\, b = \left(\frac{25}{2} + 0{,}75\right) \frac{120 \,.\, 2\pi}{360} \cdot 20$$

$$\widehat{AB} \,.\, b = 555\ \text{cm}^2.$$

Die Induktion im Luftzwischenraum ist demnach

$$B_{\mathfrak{L}} = \frac{1{,}7 \,.\, 10^6}{555} = 3070.$$

Da wegen der Streuung ein großer Teil der erzeugten Kraftlinien nicht durch den Anker geht, also für die Nutzwirkung verloren ist, so müssen in den Magnetschenkeln mehr wie $1{,}7 \,.\, 10^6$ Kraftlinien erzeugt werden. Wir nehmen für die vorliegende Maschinentype etwa 1,35 mal so viel an, d. h. wir setzen:

$$\Phi_s = 1{,}35\ \Phi_0 = 1{,}35 \,.\, 1{,}7 \,.\, 10^6 = 2{,}3 \,.\, 10^6.$$

Die Induktion in dem Gußeisenmagneten wird:

$$B_s = \frac{\Phi_s}{18 \,.\, 20} = \frac{2{,}3 \,.\, 10^6}{360} = 6400.$$

Die Kraftlinienlängen sind:

Anker $l_a = 36$ cm, Luft $l_{\mathfrak{L}} = 2 \,.\, 0{,}75 = 1{,}5$ cm, Magnet $l_s = 136{,}5$ cm.

Die Tafel I gibt für $B_a = 10000$, $H_a = 5$ (Ankerblech A),

$B_s = 6400$, $H_s = 45$ (Gußeisen, Kurve c).

Hiernach wird $\mathfrak{F} = 5 \,.\, 36 + 3070 \,.\, 1{,}5 + 45 \,.\, 136{,}5$

$$\mathfrak{F} = 180 + 4600 + 6150 = 10930 = 0{,}4\,\pi\, n\, i.$$

$$n\, i = \frac{10930}{0{,}4\,\pi} = 8740 \text{ Amperewindungen.}$$

163. Ein Elektromagnet aus rundem Schmiedeeisen besitzt die in Fig. 63 eingezeichneten Dimensionen. Der Anker hat quadratischen Querschnitt. Wie groß ist die Tragkraft, wenn durch seine 400 [600] (1000) Windungen ein Strom von 12,5 [10] (5) A fließt?

Lösung: Der mittlere Kraftlinienweg ist:

$$l = 12 + \frac{17+7}{2}\,\frac{\pi}{2} + 12 + \frac{5\,\pi}{4} + 7 + \frac{5\,\pi}{4} = 57{,}7 \text{ cm},$$

$$H = \frac{0{,}4\,\pi\,n\,i}{l} = \frac{0{,}4\,\pi\,.\,400\,.\,12{,}5}{57{,}7} = 109.$$

Hierzu gehört nach Tafel I (Kurve a) $B = 18100$.

Die Tragkraft folgt aus der Formel 14 auf Seite 64.

$$P = \frac{2\,B^2\,Q}{8\,\pi\,.\,981000} = \frac{2\,.\,18100^2\,.\,5^2\,\frac{\pi}{4}}{8\,\pi\,.\,981000}$$

$$P = 520 \text{ kg}.$$

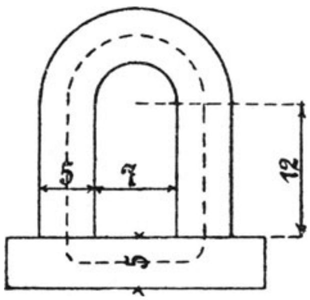


Fig. 63.

164. Aus an Transformatoren gemachten Erfahrungen weiß man, daß eine Stoßfuge gleich einem Luftzwischenraum von 0,005 cm zu rechnen ist. Wie gestaltet sich unter dieser Voraussetzung das Resultat der vorigen Aufgabe?

Lösung: Die magnetomotorische Kraft ist:

$$\mathfrak{F} = H_e\, l_e + H_{\mathfrak{L}}\, l_{\mathfrak{L}},$$

wo der Index e sich auf Eisen, der Index $\mathfrak{L}$ sich auf Luft bezieht und demnach $l_e = 57{,}7$ cm, $l_{\mathfrak{L}} = 2\,.\,0{,}005 = 0{,}01$ cm gegeben ist, $\mathfrak{F} = 0{,}4\,\pi\,.\,400\,.\,12{,}5 = 6290$ ist. Die Größen H_e und $H_{\mathfrak{L}}$ sind unbekannt, die direkte Lösung ist nicht möglich. Man kann jedoch durch Probieren zum angenäherten Ziele gelangen. Nehmen wir an

$B_e = B_{\mathfrak{L}} = 18000$, so ist nach Tafel I (Kurve a)

$H_e = 107$, und da für Luft $\mu = 1$, so ist $H_{\mathfrak{L}} = B_{\mathfrak{L}}$, also

$$\mathfrak{F} = 107\,.\,57{,}5 + 18000\,.\,0{,}01 = 6190 + 180 = 6370,$$

d. h.: Um eine Kraftliniendichte von $B_e = 18000$ zu erhalten, müßte $\mathfrak{F} = 6370$ sein, anstatt der vorhandenen 6290. Es ist also $B_e = 18000$ zu groß geschätzt worden. Wir versuchen

$B_e = B_{\mathfrak{L}} = 17600$; dann ist $H_e = 90$ nach Tafel I;

$\mathfrak{F} = 90\,.\,57{,}7 + 17600\,.\,0{,}01 = 5369$, also zu klein.

Setzen wir $B_e = B_{\mathfrak{L}} = 17970$, so gehört hierzu

$H_e = 106$, $H_{\mathfrak{L}} = 17970$ und es wird:

$$\mathfrak{F} = 106\,.\,57{,}7 + 17970\,.\,0{,}01 = 6289.$$

Es ist also $B_{\mathfrak{L}} = 17970$ und

$$P = \frac{2 \,.\, 17970^2 \,.\, 5^2 \frac{\pi}{4}}{8\pi \,.\, 981000} = 505 \text{ kg.}$$

165. Der Anker des Magneten in Aufgabe 163 ist von den Schenkelenden 1 cm entfernt. An demselben hängt eine Last von 100 kg. Wieviel Ampere sind erforderlich, um den Anker anzuziehen?

Lösung: Aus $P = \frac{2 B^2 Q}{8\pi \,.\, 981000}$ folgt

$$B = \sqrt{\frac{P \pi 8 \,.\, 981000}{2\, Q}} = \sqrt{\frac{100 \,.\, 8\pi \,.\, 981000}{2 \cdot \frac{\pi 5^2}{4}}} = 7950.$$

Zu $B = 7950$ gehört nach Tafel I (Kurve A) $H = 2{,}2$.
Die Gleichung $H_e\, l_e + H_{\mathfrak{L}}\, l_{\mathfrak{L}} = \mathfrak{J}$
gibt

$$2{,}2 \,.\, 57{,}7 + 7950 \,.\, 2 = \mathfrak{J},$$
$$127 + 15900 = \mathfrak{J} = 16027,$$
$$i = \frac{16027}{0{,}4\pi \,.\, 400} = 32 \text{ A.*)}$$

§ 17.
Die Induktion.

Gesetz 13: Umschließt eine Spule Kraftlinien und ändert sich die Anzahl derselben, so entsteht in den Windungen eine elektromotorische Kraft.

Die Größe der Kraft folgt aus der Formel

$$e = -\frac{d\Phi}{dt}\, \xi\, 10^{-8} \text{ Volt} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 28,$$

wo Φ die Anzahl der Kraftlinien bezeichnet, die zur Zeit t von den ξ Windungen umschlossen werden.

Über die Richtung der entstehenden EMK gibt die nachstehende Regel Auskunft:

Blickt man in der Richtung der Kraftlinien auf die Spule (d. h. sieht man den Südpol des Magneten an), so entsteht bei einer Zunahme der Kraftlinien eine EMK, die bei geschlossenem Stromkreise einen Strom im entgegengesetzten Drehungssinne des Uhrzeigers, bei einer Abnahme im Drehungssinne hervorrufen würde. (Vergl. Fig. 64, die einer Zunahme der Kraftlinien entspricht.)

Gesetz 14: Wird ein Leiter in einem magnetischen Felde so bewegt, daß er Kraftlinien schneidet, so wird in ihm eine elektromotorische Kraft induziert. (Fig. 65.)

*) Die Kraftlinien im Luftzwischenraum breiten sich aus, so daß die angegebene Rechnung nur eine angenäherte ist.

Die Richtung der entstehenden EMK läßt sich nach folgender Regel bestimmen:

Hält man die rechte Hand so über den Leiter, daß die Kraftlinien senkrecht zur Handfläche eintreten, den abgespreitzten Daumen nach der Richtung der Bewegung des Leiters, so zeigen die Fingerspitzen die Richtung der EMK an.

Die Größe der elektromotorischen Kraft ist

$$e = \frac{H l v}{10^8} \sin \omega \text{ Volt} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 29.$$

Es bedeutet H die konstante Kraftliniendichte des magnetischen Feldes, l die Länge des Leiters innerhalb der Kraftliniendichte, v die Geschwindigkeit der Bewegung, beide Größen in cm und ω den Winkel, welchen eine Kraftlinie mit dem Leiter einschließt.

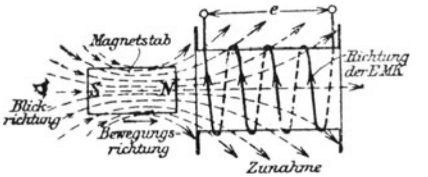


Fig. 64.

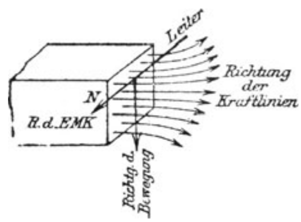


Fig. 65.

Die Formel 28 läßt sich umformen und integrieren; man erhält dann für die Elektrizitätsmenge Q, die durch eine Spule von ξ Windungen fließt, wenn sich die anfängliche Kraftlinienzahl Φ_1 auf Φ_2 ändert, die Formel:

$$Q = \frac{\xi}{w} \, \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{10^8} \text{ Coulomb} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 30,$$

wo w den Widerstand des geschlossenen Kreises bezeichnet.

Dividiert man die Elektrizitätsmenge Q durch die Zeit T', welche zu der Kraftlinienänderung $\Phi_1 - \Phi_2$ gebraucht wurde, so erhält man die mittlere Stromstärke i_m,

$$i_m = \frac{\xi}{w} \, \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{T' \, 10^8} \text{ Ampere} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 31.$$

Multipliziert man die Stromstärke mit dem Widerstande des Kreises, so erhält man die mittlere elektromotorische Kraft der Induktion

$$e_m = \frac{\xi (\Phi_1 - \Phi_2)}{T' \, 10^8} \text{ Volt} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 32.$$

166. Ein Magnetstab von 20 [30] (40) cm Länge hat das magnetische Moment M = 1600 [2500] (3000) (c, g, s) Einheiten. Derselbe wird rasch in eine Spule eingestoßen, so daß Spulenmitte und Stabmitte zusammenfallen. Die Spule besitzt 500 [800] (1200) Windungen und 2 [10] (20) Ω Widerstand. Welche Elektrizitätsmenge wird in der kurzgeschlossenen Spule erzeugt?

Lösung: Die Anzahl der von dem Magneten ausgesandten Kraftlinien ist nach Formel 13

$$\Phi = 4\pi \frac{M}{l} = \frac{4\pi \,.\, 1600}{20} = 1004{,}8.$$

Diese Zahl umschließt die Spule, wenn Stab- und Spulen-Mitte zusammenfallen, es ist also

$$\Phi_2 = 1004{,}8.$$

Zuerst war jedoch der Stab so weit von der Spule entfernt, daß praktisch keine Kraftlinien durch die Spule gingen, also ist

$\Phi_1 = 0$, mithin nach Formel 30

$$Q = \frac{(1004{,}8 - 0)\, 500}{2 \,.\, 10^8} = 0{,}002512 \text{ Coulomb.}$$

167. Welche mittlere Stromstärke fließt durch die Windungen, wenn der Stab nach 0,1 [0,001] (0,015) Sekunden die Spulenmitte erreicht?

Lösung: $i_m = \frac{Q}{T'} = \frac{0{,}002512}{0{,}1} = 0{,}02512$ A.

168. Eine Spule (sogenannter Erdinduktor) hat 150 [200] (350) Windungen, deren mittlerer Durchmesser 25,5 [35] (50) cm beträgt. Dieselbe wird vertikal so aufgestellt, daß die Ebene der Windungen von Osten nach Westen zeigt. Welche Elektrizitätsmenge wird in dem geschlossenen Stromkreise von 20 [40] (60) Ω Widerstand bei einer Drehung der Spule um 180° erzeugt, wenn die Horizontalkomponente H_e des Erdmagnetismus für den Aufstellungsort den Wert 0,2 [0,193] (0,19) Gauß besitzt? (Fig. 66.)

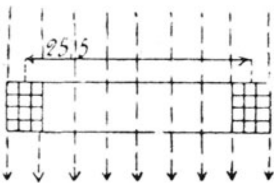


Fig. 66.

Lösung: Von den Windungen werden vor der Drehung die Kraftlinien

$$\Phi_1 = F H_e = \frac{25{,}5^2 \pi}{4}\, 0{,}2 = 103$$

umschlossen, nach der Drehung ist die Kraftlinienzahl dieselbe geblieben, doch tritt sie von der anderen Seite durch die Windungen, also muß

$$\Phi_2 = -103$$

gesetzt werden. Die Elektrizitätsmenge ist daher

$$Q = \frac{(103 + 103) \,.\, 150}{10^8 \,.\, 20} = \frac{206 \,.\, 150}{20 \,.\, 10^8} = 0{,}00001545 \text{ Coulomb.}$$

169. Den äußeren Stromkreis der Spule (Aufgabe 168) bildete ein ballistisches Spiegelgalvanometer, welches bei der Drehung einen Ausschlag von 3 [12] (15) Skalenteilen machte. Wie groß ist hiernach die Konstante des Galvanometers?

Lösung: Für kleine Ausschläge ist $Q = C p$, wo C die gesuchte Konstante und p den ersten Ausschlag bedeutet. Es ist also

$$C = \frac{Q}{p} = \frac{0{,}00001545}{3} = 0{,}00000515.$$

170. Welche Elektrizitätsmenge ging durch das Galvanometer der Aufgabe 169, wenn der erste Ausschlag 25 [12] (30) Skalenteile beträgt?

Lösung: $Q = 0{,}00000515 \cdot 25 = 0{,}000129$ Coulomb.

171. Es soll der Widerstand w der Spule in Aufgabe 168 einschließlich des Galvanometers bestimmt werden.

Lösung: Ist F die Fläche der Spule, durch welche pro cm^2 H_e Kraftlinien gehen, so ist die von den Windungen eingeschlossene Kraftlinienzahl FH_e; nach der Drehung um 180^0 ist sie $- FH_e$, also wird eine Elektrizitätsmenge $Q_1 = \frac{2 F H_e \xi}{w\, 10^8}$ erzeugt, wo w den gesuchten Widerstand bezeichnet. Diese Elektrizitätsmenge ruft im Galvanometer den Ausschlag p_1 hervor. Schaltet man nun in den Stromkreis noch den bekannten Widerstand r ein, so wird bei der Drehung der Spule jetzt die Elektrizitätsmenge $Q_2 = \frac{2 F H_e \xi}{(w + r)\, 10^8}$ erzeugt, welche den Galvanometerausschlag p_2 hervorbringt. Es ist also

$$Q_1 = \frac{2 F H_e \xi}{w\, 10^8} = C p_1$$

$$Q_2 = \frac{2 F H_e \xi}{(w + r)\, 10^8} = C p_2.$$

Durch Division beider Gleichungen erhält man

$$\frac{w + r}{w} = \frac{p_1}{p_2}, \text{ woraus}$$

$$w = r \frac{p_2}{p_1 - p_2} \text{ folgt.}$$

Wie groß ist hiernach w, wenn $p_1 = 20$ [15] (18), $p_2 = 7$ [8] (4) und $r = 10$ [20] (5) Ω ist?

$$w = 10 \frac{7}{20 - 7} = 5{,}38\ \Omega.$$

172. Durch eine Spule von 2743 Windungen und 40 cm Länge wird ein Strom von 2 [1,5] (0,97) A geschickt. In der Mitte dieser Spule sind 100 Windungen von 1,86 cm Durchmesser aufgewickelt, die mit einem ballistischen Galvanometer von 15 Ω einschließlich des Widerstandes der 100 Windungen verbunden sind. Welche Elektrizitätsmenge fließt durch das Galvanometer, wenn der Strom von 2 [1,5] (0,97) A gewendet wird? Wie groß ist die Galvanometerkonstante bei 12 [8] (15) Teilen Ausschlag?

Lösung: Die Kraftliniendichte, die in der Mitte der langen Spule erzeugt wird, ist nach Formel 19b

$$H = \frac{0{,}4\pi\,n\,i}{l} = \frac{0{,}4\pi\,2743\,.\,2}{40} = 172.$$

Die Kraftlinienzahl, die durch unsere 100 Windungen geht, ist daher

$$\Phi_1 = \frac{1{,}86^2\,\pi}{4}\;172 = 468.$$

Nach der Stromumkehr ist die Kraftlinienzahl $\Phi_2 = -468$. Es ist mithin

$$Q = \frac{100\,.\,[468 - (-468)]}{15\,.\,10^8} = 0{,}0000624 \text{ Coulomb.}$$

Die Galvanometerkonstante ist

$$C = \frac{Q}{p} = \frac{0{,}0000624}{12} = 0{,}0000052.$$

173. In die Höhlung der langen Spule wurde ein Eisenstab von 0,45 cm Durchmesser eingeschoben. Jetzt machte das Galvanometer beim Stromwenden einen Ausschlag von 47,7 [36] (18) Teilen. Gesucht wird:

a) die Elektrizitätsmenge,
b) die den Eisenstab durchsetzende Kraftlinienzahl,
c) die Kraftliniendichte im Eisen.

Lösungen:

Zu a): Der Galvanometerausschlag gibt die Elektrizitätsmenge:

$$Q = 0{,}0000052\,.\,47{,}7 = 0{,}000248 \text{ Coulomb.}$$

Zu b): Aus $Q = \dfrac{\xi\,(\Phi_1 - \Phi_2)}{10^8\,w}$ folgt:

$$\Phi_1 - \Phi_2 = \frac{0{,}000248\,.\,10^8\,.\,15}{100} = 3710.$$

Nun ist aber $\Phi_2 = -\Phi_1$, also

$$2\,\Phi_1 = 3710 \text{ oder } \Phi_1 = 1855.$$

Zu c): Die Kraftliniendichte im Eisen ist

$$B = \frac{1855}{0{,}45^2 \cdot \frac{\pi}{4}} = 11700.$$

174. Ein Eisenring von 1 [2,8] (2,87) cm² Querschnitt, einem äußeren Durchmesser von 17 [25] (32) cm und einem inneren von 15 [10] (20) cm ist mit 430 [520] (640) Windungen bewickelt, durch die ein Strom von 2 [3] (5) A geschickt wird. Außerdem sind noch 10 Windungen aufgewickelt, die durch einen Erdinduktor und ein ballistisches Spiegelgalvanometer zu einem Stromkreise vereinigt sind. Der Erdinduktor besteht aus 150 Windungen, die eine

Fläche von 510 cm² umschließen. Wird derselbe um 180° gedreht, so schlägt das Spiegelgalvanometer um 1,8 [2,5] (3) Teile aus; wird der Strom des Eisenringes dagegen gewendet, so beträgt der Ausschlag 17,4 [25] (36) Teile. Die Horizontalkomponente des Erdmagnetismus hat den Wert $H_e = 0{,}2$ Gauß. Wie groß ist hiernach

a) die magnetisierende Kraft H?

b) die magnetische Induktion B im Eisen? (Schaltungsschema Fig. 67.)

Lösungen:

Zu a): Die magnetisierende Kraft H folgt aus der Formel

$$H = \frac{0{,}4\,\pi\,n\,i}{l} = \frac{0{,}4\,\pi\,.\,430\,.\,2}{16\,\pi} = 21{,}5.$$

Zu b): Wird der Erdinduktor gedreht, so entsteht durch Induktion die Elektrizitätsmenge

$$Q_1 = \frac{150\,(\Phi_1 - \Phi_2)}{w\,10^8},$$

$$Q_1 = \frac{150\,(2\,.\,510\,.\,0{,}2)}{w\,10^8},$$

wo w den Widerstand der 10 Windungen, des Galvanometers und des Erdinduktors bezeichnet.

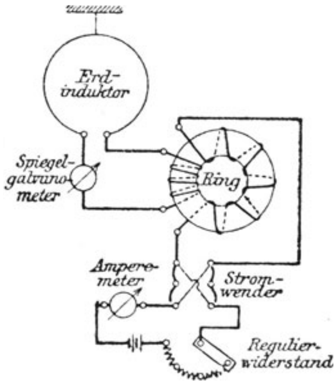


Fig. 67.

Beim Wenden des Stromes entsteht die Elektrizitätsmenge

$$Q_2 = \frac{10\,.\,2\,\Phi}{w\,.\,10^8},$$

wo Φ die durch den Ring tretende Kraftlinienzahl ist.

$(\Phi_1 = \Phi;\ \Phi_2 = -\,\Phi.)$

Die das Galvanometer durchfließende Menge Q wird aber gemessen durch die Gleichung

$$Q = C\,p;$$

es gelten also die Gleichungen

$$\frac{150\,.\,2\,.\,510\,.\,0{,}2}{w\,.\,10^8} = C\,.\,1{,}8;$$

$$\frac{10\,.\,2\,\Phi}{w\,.\,10^8} = C\,.\,17{,}4.$$

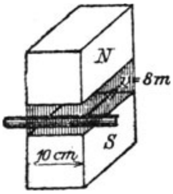
Durch Division ergibt sich

$$\frac{\Phi}{15\,.\,510\,.\,0{,}2} = \frac{17{,}4}{1{,}8},$$

$$\Phi = \frac{17{,}4\,.\,15\,.\,510\,.\,0{,}2}{1{,}8} = 14800,$$

$$\text{demnach } B = \frac{\Phi}{q} = \frac{14800}{1} = 14800.$$

175. Welche elektromotorische Kraft entsteht in einem Leiter, der auf 10 [15] (20) cm Länge mit 8 [10] (20) m Geschwindigkeit in einem konstanten magnetischen Felde von der Dichte 5000 [7000] (8000) bewegt wird? (Fig. 68.)



lg. 68.

Lösung:

$$e = \frac{H l v}{10^8} = \frac{5000 \,.\, 10 \,.\, 800}{10^8} = 0{,}4 \text{ Volt.}$$

176. Zwei Stäbe aus 3 [2] (2,5) mm rundem Kupferdraht sind zu einem Rechteck von 10 [18] (20) cm und 8 [6] (12) cm Seitenlänge verbunden. Die eine 10 cm-Seite befindet sich in einem Felde, dessen konstante Dichte 4500 [6000] (7500) ist; das Rechteck wird senkrecht zu den Kraftlinien mit einer Geschwindigkeit von 8 [10] (29) m fortbewegt (Fig. 69).

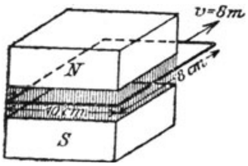


Fig. 69.

Gesucht wird:

a) die erzeugte elektromotorische Kraft,
b) der Widerstand des Rechtecks,
c) die im Draht fließende Stromstärke,
d) die Kraft, die sich der Bewegung des Drahtes entgegenstellt,
e) die zur Bewegung des Drahtes erforderliche Leistung,
f) die entstandene Stromwärme.

NB. In dieser Aufgabe ist davon abzusehen, daß der Draht den erzeugten Strom nicht vertragen würde.

Lösungen:

Zu a): Die in einer Seite erzeugte elektromotorische Kraft ist

$$e = \frac{4500 \,.\, 10 \,.\, 800}{10^8} = 0{,}360 \text{ Volt.}$$

Zu b): Die Länge aller vier Seiten ist 36 cm = 0,36 m. Der Querschnitt ist $q = 3^2 \frac{\pi}{4} = 7 \text{ mm}^2$, also der Widerstand

$$w = \frac{0{,}018 \,.\, 0{,}36}{7} = 0{,}000\,925\ \Omega.$$

Zu c): Die Stromstärke ist $i = \frac{0{,}36}{0{,}000\,925} = 388$ A.

Zu d): Die Formel 16 (S. 66) gibt für einen Stab die der Bewegung entgegenwirkende Kraft

$$P = B\,i\,b = 4500 \,.\, 38{,}8 \,.\, 10 = 1\,750\,000 \text{ Dyne}$$

(i war in c, g, s Einheiten einzusetzen).

Zu e): Die zur Bewegung des Drahtes erforderliche Leistung ist

$$\frac{1750000 \,.\, 800}{10^7} = 140 \text{ Watt.}$$

Zu f): Die entstandene Stromwärme ist $i^2 w = i\,(i\,w)$ oder

$$e\,i = 0{,}36 \,.\, 388 = 140 \text{ Watt.}$$

Beachte: Die zur Bewegung des Drahtes aufgewendete mechanische Leistung (Frage e) wurde in elektrische (Frage f) umgewandelt.

177. Welche mittlere elektromotorische Kraft wird in einem Erdinduktor von 20 [35] (50) cm Durchmesser und 200 [300] (400) Windungen erzeugt, wenn derselbe um einen vertikalen Durchmesser mit 8 [10] (20) Umdrehungen pro Sekunde gedreht wird, und die Horizontalkomponente des Erdmagnetismus am Aufstellungsort den Wert 0,194 [0,2] (10)*) Gauß hat?

Lösung: Die mittlere elektromotorische Kraft folgt aus Formel 32:

$$e_m = \frac{(\Phi_1 - \Phi_2)\,\xi}{T'\,10^8}$$

Zeigt der Erdinduktor von Osten nach Westen, so ist

$$\Phi_1 = 20^2 \frac{\pi}{4} \cdot 0{,}194 = 61,$$

eine halbe Umdrehung später ist

$$\Phi_2 = -20^2 \frac{\pi}{4} \cdot 0{,}194 = -61.$$

Da in 1 Sekunde 8 Umdrehungen gemacht werden, so ist die Zeitdauer T' einer halben Umdrehung $= \frac{1}{16}$ Sekunde, also wird

$$e_m = \frac{2 \,.\, 61 \,.\, 200}{\frac{1}{16} \cdot 10^8} = 0{,}0039 \text{ V.}$$

178. Wie groß ist in voriger Aufgabe die mittlere Stromstärke, wenn der Widerstand des Stromkreises 2 [5] (15) Ω beträgt?

Lösung: $i_m = \frac{e_m}{w} = \frac{0{,}0039}{2} = 0{,}00195$ A.

§ 18.

Selbstinduktion.

Schließt man den Stromkreis einer Spule, so erzeugt der entstandene Strom Kraftlinien, deren Zunahme, nach Gesetz 13, eine elektromotorische Kraft bewirkt, die dem Strome entgegengerichtet ist. Öffnet man den

*) Ist durch den Erdmagnetismus natürlich unmöglich.

Stromkreis, so verschwinden die Kraftlinien und rufen durch ihre Abnahme eine neue elektromotorische Kraft hervor, die dem Strome gleichgerichtet ist. Man nennt diese EMK, die beim Schließen beziehungsweise Öffnen entsteht, die EMK der Selbstinduktion.

Ihre Größe wird aus der Formel 28

$$e_s = -\frac{d\Phi}{dt} \xi \, 10^{-8}$$

berechnet. Für eine lange Spule ist angenähert die Kraftlinienzahl, die durch den Querschnitt q der Spule geht (vgl. Formel 19b)

$$\Phi = \frac{4\pi \xi q i}{10 l},$$

wenn i in A gesetzt wird.

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{4\pi \xi q}{10 l} \frac{di}{dt}$$

und hiermit für die lange Spule

$$e_s = -\frac{4\pi \xi^2 q}{10^9 l} \frac{di}{dt}.$$

Den Faktor von $\frac{di}{dt}$ nennt man den Koeffizienten der Selbstinduktion und bezeichnet ihn gewöhnlich mit L, es ist also für die lange Spule angenähert

$$L = \frac{4\pi \xi^2 q}{10^9 l} \text{ Henry (H)} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 33,$$

wobei die zu den Größen Ampere, Volt, Ohm gehörige Einheit der Selbstinduktion 1 Henry genannt wurde.

Die EMK der Selbstinduktion ist hiernach allgemein

$$e_s = -L \frac{di}{dt} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 34.$$

Enthalten Spulen kein Eisen, so ist L für die betreffende Spule eine unveränderliche Größe, im andern Falle veränderlich. Ist μ die Permeabilität des Eisens (Formel 20), so wird durch das Eisen der Selbstinduktionskoeffizient der Spule μ L.

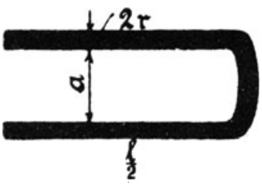


Fig. 70.

Für zwei geradlinige, parallele Leiter (Fig. 70), welche an einem Ende miteinander verbunden sind, ist der Selbstinduktionskoeffizient

$$L = l\left(4{,}605 \log \frac{a}{r} + 0{,}5\right) \text{ cm},$$

wo a den Abstand, l die ganze Drahtlänge und 2r den Drahtdurchmesser in cm bezeichnet. Setzt man $l = 10^5$ cm = 1 km und verwandelt in Henry, so wird für 1 km Drahtlänge

$$L = \frac{4{,}605 \log \frac{a}{r} + 0{,}5}{10^4} \text{ Henry} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 35$$

5. Tabelle der Werte von L in Henry für 1 km Drahtlänge.

	a = 25 cm	a = 50 cm	a = 75 cm	a = 100 cm	a = 150 cm	a = 200 cm
r = 0,5 mm	0,001292	0,001431	0,001512	0,001570	0,001645	0,001705
1 „	0,001155	0,001292	0,001372	0,001431	0,001514	0,001570
1,5 „	0,001070	0,001209	0,001292	0,001348	0,001430	0,001487
2 „	0,001017	0,001155	0,001240	0,001292	0,001372	0,001430
2,5 „	0,000970	0,001110	0,001190	0,001247	0,001329	0,001386
3 „	0,000934	0,001070	0,001150	0,001219	0,001292	0,001346
3,5 „	0,000905	0,001044	0,001129	0,001183	0,001263	0,001320
4 „	0,000877	0,001017	0,001087	0,001155	0,001226	0,001292
4,5 „	0,000850	0,000990	0,001070	0,001127	0,001212	0,001270
5 „	0,000832	0,000971	0,001052	0,001110	0,001191	0,001249

179. Wie groß ist der Selbstinduktionskoeffizient einer 40 [50] (35) cm langen Spule, die 2745 [4300] (1800) Windungen besitzt, deren mittlerer Durchmesser 2 [2,5] (3) cm ist?

Lösung: $\mathfrak{z} = 2745$, $l = 40$ cm, $q = \frac{\pi\, 2^2}{4} = 3{,}14$ cm².

$$L = \frac{4\pi \,.\, 2745^2 \,.\, 3{,}14}{10^9 \,.\, 40} = 0{,}00745 \text{ Henry.}$$

180. Wieviel Windungen muß eine Spule von 50 [40] (10) cm Länge und einem mittleren Wickelungsdurchmesser von 10 [15] (20) cm erhalten, um einen Selbstinduktionskoeffizienten von 1 Henry zu besitzen?

Lösung: Aus $L = \frac{4\pi \mathfrak{z}^2 q}{10^9 l}$ folgt

$$\mathfrak{z} = \sqrt{\frac{10^9 l L}{4\pi q}} = \sqrt{\frac{10^9 \,.\, 50 \,.\, 1}{4\pi \cdot 10^2 \cdot \frac{\pi}{4}}}$$

$$\mathfrak{z} = \frac{10^4}{\pi}\sqrt{5} = 7110 \text{ Windungen.}$$

181. Berechne den Selbstinduktionskoeffizienten zweier paralleler Leiter für 1 km Drahtlänge, wenn der Drahtdurchmesser 12 [11] (13) mm und der Abstand der parallelen Drähte voneinander 45 [55] (60) cm beträgt.

Lösung: Der Selbstinduktionskoeffizient pro km Drahtlänge folgt aus der Formel 35

$$L = \frac{4{,}605 \log \frac{a}{r} + 0{,}5}{10^4} \text{ Henry.}$$

In unserem Falle ist $r = 6$ mm, $a = 45$ cm $= 450$ mm,

$$\text{also } L = \frac{4{,}605 \log \frac{450}{6} + 05}{10^4} = 0{,}000905 \text{ H.}$$

182. Der Ort A ist mit dem 15 [30] (80) km entfernten Orte B durch eine 8 [7] (6) mm dicke Kupferleitung (Hin- und Rück-Leitung) verbunden. Der Abstand der beiden Drähte voneinander beträgt 50 [75] (100) cm. Wie groß ist der Widerstand und der Selbstinduktionskoeffizient dieser Leitung?

$$\text{Lösung: } w = \frac{c\,l}{q} = \frac{0{,}018 \,.\, 30000}{8^2 \frac{\pi}{4}} = 10{,}8\ \Omega.$$

Für einen Draht von 4 mm Radius und 50 cm Abstand ergibt die Tabelle 5 pro km Drahtlänge den Selbstinduktionskoeffizienten 0,001017, also ist für 2 . 15 km Drahtlänge

$$L = 30 \,.\, 0{,}001017 = 0{,}03051 \text{ Henry.}$$

II. Die Eigenschaften der Gleichstrom-Maschinen.

§ 19.

Die fremderregte Maschine.

Bringt man einen Ring aus Eisenblechen zwischen die Pole N und S eines Magneten (Stahlmagneten oder eines Elektromagneten, der aus einer besonderen Stromquelle gespeist wird), Fig. 71, so gehen die Kraftlinien vom Nordpol zum Südpol, wobei sie, wie gezeichnet, den Ring durchlaufen. Man erkennt, daß durch einen Querschnitt des Ringes (Schnitt senkrecht zur Papierebene gedacht) je nach seiner Lage, verschieden viele Kraftlinien hindurchgehen, z. B. durch Schnitte bei I und III alle, durch Schnitte bei II und IV keine. Denkt man sich daher um einen Querschnitt eine Windung gelegt, so wird diese, je nach ihrer Lage, mehr oder weniger Kraftlinien einschließen. Bewegt sich unsere Windung von I nach II zu, also rechts herum, so nimmt die Zahl der von ihr eingeschlossenen Kraftlinien ab, es entsteht hierdurch in ihr eine EMK, deren Richtung durch den Pfeil in Fig. 71 angedeutet ist. In gleicher Weise findet man die Richtung der EMK, wenn die Windung sich zwischen II und III oder III und IV, oder IV und I bei gleicher Drehrichtung befindet. Ist nämlich die Drehrichtung die entgegengesetzte, so kehrt auch die EMK ihre Richtung um

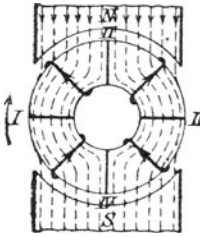


Fig. 71.

Der Mittelwert e_m der EMK, die in der Windung entsteht, wenn dieselbe von I bis III bewegt wird, folgt aus Formel 32. Hier ist Φ_1 die Kraftlinienzahl, die durch die Windung in Lage I geht und Φ_2 die Kraftlinienzahl in Lage III, T' die Zeit, die erforderlich ist, um die Windung von I nach III zu bringen. Gelangen Φ_0 Kraftlinien vom Nordpol durch den Ring zum Südpol, so ist $\Phi_1 = \frac{\Phi_0}{2}$ und $\Phi_2 = -\frac{\Phi_0}{2}$, $T' = \frac{T}{2}$ gleich der Zeitdauer einer halben Umdrehung.

$$e_m = \frac{\frac{1}{2}\Phi_0 - \left(-\frac{1}{2}\Phi_0\right)}{\frac{T}{2} \cdot 10^8} = \frac{2\,\Phi_0}{T \cdot 10^8} \text{ Volt.}$$

Anstatt der Zeitdauer T einer Umdrehung führt man die Anzahl n der Umdrehungen pro Minute ein durch die Gleichung $T = \frac{60}{n}$, so daß

$$e_m = \frac{2\,\Phi_0\,n}{60 \cdot 10^8}\ \text{Volt} \quad \dots \dots \dots \quad 36$$

wird.

Ist der Ring mit ξ Windungen, deren Anfang und Ende miteinander verbunden sind, gleichmäßig bewickelt (Fig. 72), so zeigen die eingezeichneten Pfeile die Richtung der EMK bei Rechtsdrehung des Ringes an. Man erkennt, daß sich die EMK in allen Windungen eines Halbringes addieren, die beiden Halbringe aber parallel geschaltet sind.

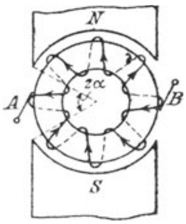


Fig. 72.

Die elektromotorische Kraft E des Ringes wird gefunden, wenn man die mittlere EMK einer Windung mit der Anzahl der Windungen, in denen sich die EMK addieren, multipliziert, also ist

$$E = e_m \frac{\xi}{2} = \frac{2\,\Phi_0\,n}{60 \cdot 10^8} \cdot \frac{\xi}{2} \text{ oder}$$

$$E = \frac{\Phi_0\,n\,\xi}{60 \cdot 10^8}\ \text{Volt} \quad \dots \quad 37.$$

Für Ring- und Trommelanker gilt die gleiche Formel $E = \frac{\Phi_0\,n\,z}{60 \cdot 10^8}$, wenn z die Drahtzahl bezeichnet; beim Ringanker ist dann $z = \xi$, beim Trommelanker $z = 2\,\xi$.

Bezeichnet w_a den Widerstand des Ankers, i_a den dem Anker entnommenen Strom, e die Spannung an den Bürsten, so ist infolge des Spannungsverlustes $i_a\,w_a$

$$e = E - i_a\,w_a.$$

Für den Ankerwiderstand gilt die Formel:

$$w_a = \frac{c\,L_a}{4\,q} \quad \dots \dots \dots \quad 38,$$

wo L_a die aufgewickelte Drahtlänge in Meter, q den Drahtquerschnitt in mm² und c den spezifischen Leitungswiderstand des Kupfers bedeutet. Um der Erwärmung des Drahtes Rechnung zu tragen, setzt man in der Regel

$$c = 0{,}02.$$

Das hier Entwickelte läßt sich zusammenfassen zu dem

Gesetz 16: Wird ein Anker in einem magnetischen Felde gedreht, so entsteht in ihm eine elektromotorische Kraft. Kehrt man, bei unverändertem Magnetismus, die Drehrichtung um, so ändert sich auch die Richtung der elektromotorischen Kraft.

Gesetz 17: Schickt man Strom in den Anker hinein, so dreht sich derselbe (Motor). **Kehrt man die Stromrichtung um, so kehrt sich auch die Drehrichtung um.**

Die Bürstenspannung des Motors ist bestimmt durch die Gleichung:

$$e = E + i_a\,w_a \quad \dots \dots \dots \quad 39.$$

183. Ein Ringanker besitzt 210 [400] (600) Windungen und wird mit 1200 [1500] (800) Umdrehungen pro Minute in einem magnetischen Felde von $2 \cdot 10^6$ [$1{,}8 \cdot 10^6$] ($3 \cdot 10^6$) Kraftlinien gedreht. Welche elektromotorische Kraft wird im Anker erzeugt?

Lösung: Es ist $\xi = 210$, $\Phi_0 = 2 \cdot 10^6$, $n = 1200$,

$$\text{also } E = \frac{2 \cdot 10^6 \cdot 1200 \cdot 210}{60 \cdot 10^8} = 84 \text{ Volt.}$$

184. Der Ankerwiderstand in Aufgabe 183 beträgt 0,05 [0,08] (0,2) Ω, welche Spannung liefert die Maschine, wenn dem Anker 100 [120] (50) A entnommen werden?

Lösung: $e = 84 - 100 \cdot 0{,}05 = 79$ Volt.

185. Um die Bürstenspannung wieder auf 84 [180] (240) Volt (wie bei Leerlauf) zu bringen, soll die Tourenzahl erhöht werden. Wieviel Umdrehungen muß der Anker machen?

Lösung 1: Wenn $e = 84$ V ist,

muß $E = e + i_a w_a = 84 + 100 \cdot 0{,}05 = 89$ Volt werden.

Die Gleichung $E = \dfrac{\Phi_0 n \xi}{60 \cdot 10^8}$

gibt

$$n = \frac{E \cdot 10^8 \cdot 60}{\Phi_0 \xi} = \frac{89 \cdot 10^8 \cdot 60}{2 \cdot 10^6 \cdot 210} = 1272.$$

Lösung 2: Schreibt man die Formel 37

$$E_1 = \frac{\Phi_0 n_1 \xi}{60 \cdot 10^8},$$

$$E_2 = \frac{\Phi_0 n_2 \xi}{60 \cdot 10^8}$$

und dividiert, so erhält man

$$E_1 : E_2 = n_1 : n_2 \text{ oder } 84 : 89 = 1200 : n_2;$$

$$n_2 = \frac{1200 \cdot 89}{84} = 1272.$$

186. Wieviel Kraftlinien sind in Aufgabe 185 erforderlich, wenn die Tourenzahl unverändert 1200 [1500] (800) bleibt?

Lösung 1: $E = 89$ V.

$$\Phi_0 = \frac{E \cdot 10^8 \cdot 60}{n \xi} = \frac{89 \cdot 10^8 \cdot 60}{1200 \cdot 210} = 2{,}12 \cdot 10^6.$$

Lösung 2: $E_1 : E_2 = \Phi_0 : \Phi_0'$ oder $84 : 89 = 2 \cdot 10^6 : \Phi_0'$,

woraus $$\Phi_0' = \frac{89 \cdot 2 \cdot 10^6}{84} = 2{,}12 \cdot 10^6.$$

187. Der Anker der Aufgabe 183 erhält aus einer fremden Stromquelle von 85 [186] (245) Volt Spannung einen Strom von 75 [100] (45) A. Wie groß ist a) die elektromotorische Gegenkraft des Ankers und b) wieviel Umdrehungen macht derselbe, wenn $\Phi_0 = 2 \,.\, 10^6$ [1,8 . 10^6] (3 . 10^6) ist?

Lösung: Aus 39 folgt $E = e - i_a w_a = 85 - 75 \,.\, 0{,}05 = 81{,}25$ V.

$$n = \frac{60 \,.\, E \,.\, 10^8}{\Phi_0 \xi} = \frac{60 \,.\, 81{,}25 \,.\, 10^8}{2 \,.\, 10^6 \,.\, 210} = 1161 \text{ Umdr. pro Minute.}$$

188. Man wünscht die Tourenzahl der vorigen Aufgabe auf 1200 [1500] (800) zu bringen und zwar durch Änderung des magnetischen Feldes. Wieviel Kraftlinien sind hierzu erforderlich?

Lösung: $E = 85 - 75 \,.\, 0{,}05 = 81{,}25$ V.

$$\Phi_0 = \frac{E \,.\, 10^8 \,.\, 60}{n \xi} = \frac{81{,}25 \,.\, 10^8 \,.\, 60}{1200 \,.\, 210} = 1{,}935 \,.\, 10^6.$$

Gesetz 18: Schwächung des Feldes erhöht beim Motor die Tourenzahl.

189. Welche Stromstärke nimmt der obige Motor auf, wenn bei $\Phi_0 = 2 \,.\, 10^6$ [1,8 . 10^6] (3 . 10^6) die Tourenzahl auf 1000 [1400] (650) pro Minute gesunken ist? (Klemmenspannung wie in Aufgabe 187.)

$$\text{Lösung: } E = \frac{\Phi_0 n \xi}{60 \,.\, 10^8} = \frac{2 \,.\, 10^6 \,.\, 1000 \,.\, 210}{60 \,.\, 10^8} = 70 \text{ V.}$$

Aus der Gleichung 39: $e = E + i_a w_a$ folgt

$$i_a = \frac{e - E}{w_a} = \frac{85 - 70}{0{,}05} = \frac{15}{0{,}05} = 300 \text{ A.}$$

190. Wie hoch würde die Stromstärke eventuell steigen, wenn der Anker festgehalten würde?

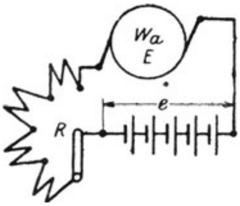


Fig. 73.

Lösung: Beim Festhalten ist $n = 0$, also auch, nach Gl. 37, $E = 0$, demnach

$$i_a = \frac{e}{w_a} = \frac{85}{0{,}05} = 1700 \text{ A.}$$

Dieser Strom ist so groß, daß ihn unser Motor nicht vertragen würde. Man muß daher zwischen Anker und Stromquelle einen Anlaßwiderstand legen. (Fig. 73 Widerstand R) (Vergl. auch Fig. 8 und Auf. 60 und 61.)

191. Ein Elektromotor ist an eine Klemmenspannung von 110 [220] (440) V angeschlossen, er nimmt 20 [15] (10) A auf und macht dabei 1000 [1200] (900) Umdrehungen. Sein Ankerwiderstand beträgt 0,25 [0,5] (1,2) Ω. Um die Tourenzahl herabzusetzen, schaltet man dem Anker einen Widerstand R von 2,75 [6,5] (20,8) Ω vor (Fig. 73). Gesucht wird:

a) Die elektromotorische Gegenkraft des Ankers ohne den vorgeschalteten Widerstand,

b) die elektromotorische Gegenkraft bei vorgeschaltetem Widerstand und 20 [15] (10) A Strom,

c) die Tourenzahl.

Lösungen:

Zu a): Die elektromotorische Gegenkraft ist

$$E_1 = e - i\,w_a = 110 - 20\,.\,0{,}25 = 105\ \mathrm{V}.$$

Zu b): Der Strom muß den Widerstand $w_a + R$ durchlaufen, also ist $E_2 = e - i\,(w_a + R) = 110 - 20\,(0{,}25 + 2{,}75) = 50$ V.

Zu c): Für die Gegenkraft gilt immer die Gleichung 37:

$$E = \frac{\Phi_0\, n\, \xi}{60\,.\,10^8}$$

Wenn wir in beiden Versuchen Φ_0 als gleichbleibend ansehen, so ist $E_1 = \frac{\Phi_0\, n_1\, \xi}{60\,.\,10^8}$ und $E_2 = \frac{\Phi_0\, n_2\, \xi}{60\,.\,10^8}$ und durch Division:

$$E_1 : E_2 = n_1 : n_2, \text{ woraus}$$

$$n_2 = \frac{E_2}{E_1}\, n_1$$

folgt.

$$n_2 = \frac{50\,.\,1000}{105} = 476 \text{ Touren.}$$

192. Wie groß würden in Aufgabe 191 die Tourenzahlen werden, wenn die Belastung des Motors so abgenommen hätte, daß die aufgenommene Stromstärke nur 10 [6] (4) A betrüge?

Lösung: Ohne Vorschaltwiderstand wird die EMK

$$E = 110 - 10\,.\,0{,}25 = 107{,}5\ \mathrm{V},$$

also gilt die Proportion $105 : 107{,}5 = 1000 : n_x$

$$n_x = \frac{107{,}5}{105}\, 1000 = 1025 \text{ Touren.}$$

Bei vorgeschaltetem Widerstand ist

$$E = 110 - 10\,.\,(0{,}25 + 2{,}75) = 80\ \mathrm{V},$$

also

$$105 : 80 = 1000 : n_x$$

$$n_x = \frac{80\,.\,1000}{105} = 762.$$

Bemerkung: Man beachte, daß bei vorgeschaltetem Widerstand die Tourenzahl sehr stark mit der Belastung sich ändert.

193. Wie groß wird in Aufgabe 191 die eingeleitete, die vom Anker abgegebene Leistung und der Wirkungsgrad a) ohne Vorschaltwiderstand, b) mit Vorschaltwiderstand?

Lösungen:

Zu a): Die eingeleitete Leistung ist $e\,i = 110\,.\,20 = 2200$ Watt. Von dieser Leistung geht der Teil $i^2\, w_a$ durch Stromwärme verloren, so daß der Anker die Leistung $e\,i - i^2 w_a = i(e - i\,w_a) = E\,i$ abzugeben vermag. Es ist $E\,i = 105 \,.\, 20 = 2100$ Watt, daher der Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{E\,i}{e\,i} = \frac{2100}{2200} = 0{,}955.$$

Zu b): $e\,i = 110 \,.\, 20 = 2200$ Watt. Durch Stromwärme gehen $i^2(w_a + R)$ Watt verloren, also gibt der Anker die Leistung

$$e\,i - i^2(w_a + R) = i\,[e - i\,(w_a + R)] = E\,i = 50 \,.\, 20 = 1000 \text{ Watt}$$

ab und demnach

$$\eta = \frac{1000}{2200} = 0{,}456,$$

d. h. Ankerleistung und Wirkungsgrad haben erheblich abgenommen.

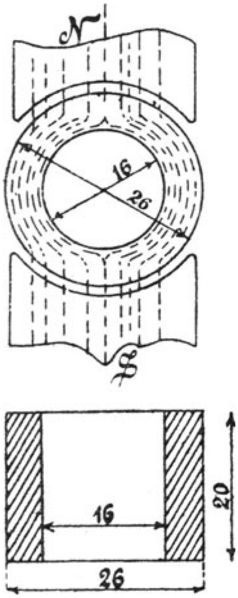


Fig. 74.

194. Welchen Widerstand erhält der Anker eines Motors, der an 100 [120] (220) V Klemmenspannung angeschlossen ist und bei voller Belastung 70 [60] (50) A braucht, wenn die Tourenzahl von Leerlauf bis zur Vollbelastung sich um 2 % ändern darf?

Lösung: Aus der Gleichung $E = \frac{\Phi_0\, n\, \xi}{60 \,.\, 10^8}$ geht hervor, daß sich E (bei konstantem Φ_0) proportional mit n ändert, wenn also n sich um 2 % ändert, so tut dies E ebenfalls, d. h. die elektromotorische Kraft fällt von annähernd 100 V bei Leerlauf auf 98 V bei voller Belastung. Nun ist aber

$$E = e - i_a w_a \quad \text{oder}$$

$$i_a w_a = e - E = 100 - 98 = 2 \text{ Volt},$$

$$w_a = \frac{2}{70} = 0{,}0286\ \Omega.$$

NB. Bei Leerlauf ist i_a klein, so daß $i_a w_a$ vernachlässigt werden kann, also $e = E$ ist.

195. Der Ringanker eines Elektromotors besitzt 26 [30] (40) cm äußeren und 16 [18] (24) cm inneren Durchmesser; seine Länge beträgt 20 cm, wovon 15 % für die Papierisolation der einzelnen Blechscheiben abzurechnen sind. (Fig. 74.) Die Bewickelung soll aus isoliertem Draht von 3 [2] (2,5) mm Durchmesser unbesponnen und 3,5 [2,5] (3) mm mit Umspinnung bestehen. Die Kraftliniendichte sei 10000 [12000] (9000), die Tourenzahl 1200 [1000] (800) pro Minute. Gesucht wird:

a) die Kraftlinienzahl im Anker,
b) die Windungszahl, wenn die Windungen in einer [zwei] (zwei) Lage [(Lagen)] aufgebracht werden,
c) die elektromotorische Gegenkraft,
d) die Länge der aufgewickelten Drähte,
e) der Ankerwiderstand.

Lösungen:

Zu a): Der Eisenquerschnitt des Ankers ist zunächst

$$Q_e = 0{,}85\,b\,(D - D_0) = 0{,}85 \,.\, 20 \,.\, (26 - 16) = 170 \text{ cm}^2,$$

daher die Kraftlinienzahl

$$\Phi_0 = 170 \,.\, 10000 = 1{,}7 \,.\, 10^6.$$

Zu b): Die Drähte, dicht aneinandergelegt, müssen den Umfang bedecken; der mittlere Durchmesser des bewickelten Ankers ist $260 + 3{,}5 = 263{,}5$ mm, also muß

$$3{,}5\,\xi = 263{,}5\,\pi$$

sein, woraus

$$\xi = \frac{263{,}5\,\pi}{3{,}5} = 236 \text{ Windungen folgt.}$$

Zu c): $$E = \frac{\Phi_0\, n\, \xi}{60 \,.\, 10^8} = \frac{1{,}7 \,.\, 10^6 \,.\, 1200 \,.\, 236}{60 \,.\, 10^8} = 80{,}2 \text{ V}.$$

Zu d): Die Länge einer Windung ist $20 + 20 + 3{,}2 \,.\, 5 = 56$ cm, die Länge von 236 Windungen daher

$$L_a = 236 \,.\, 0{,}56 = 132{,}5 \text{ m}.$$

Zu e): Der Widerstand des Ankers ist

$$w_a = \frac{c\, L_a}{4\, q} = \frac{0{,}02 \,.\, 132{,}5}{4 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 3^2} = 0{,}094\ \Omega.$$

§ 20.

Die Ankerrückwirkung.

Wenn ein Anker Strom abgibt, so wird er selbst magnetisch. Die Folge hiervon ist eine Rückwirkung auf das magnetische Feld.

Da zur Vermeidung der Funkenbildung am Kollektor, hervorgerufen durch den Kurzschluß einer Spule, die Bürsten verschoben werden müssen, und zwar bei einer Dynamo im Sinne der Drehung, bei einem Motor im entgegengesetzten Sinne, so tritt hierdurch eine Schwächung des magnetischen Feldes ein. Will man also die ursprüngliche Stärke wieder herstellen, so muß man mehr Amperewindungen auf dem Magneten erzeugen. Die zusätzliche Amperewindungszahl ist

$$X = \frac{z\,\alpha^0}{360^0}\, i_a \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 40.$$

wo z die Drahtzahl, α den doppelten Bürstenverschiebungswinkel, d. i. angenähert den Winkel zwischen zwei ungleichnamigen Polkanten (vergl. Fig. 72), und i_a die Stromstärke im Ankerdraht bezeichnet.

Führt man die Bezeichnungen

$$\overline{AS} = \frac{z\, i_a}{\pi D} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 41$$

$$T_p = \frac{\pi D}{2p} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 42$$

und

$$g = \frac{b_p}{T_p} = \frac{\text{Polbogen}}{\text{Polteilung}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 43$$

ein, so kann man die Formel 40 auch schreiben

$$X = (1 - g)\, T_p\, \overline{AS} \quad \ldots \ldots \quad 40a.$$

Um Funkenbildung zu vermeiden, darf die EMK der Selbstinduktion der kurzgeschlossenen Spule (die Reaktanzspannung) gewisse Erfahrungswerte nicht überschreiten. Eine Annäherungsformel für die Reaktanzspannung des Trommelankers ist

$$e_s = 7 \cdot \frac{P}{G} \frac{z}{k} \frac{n\, z\, b}{60 \,.\, 10^8}\, i_a \text{ Volt} \quad \ldots \ldots \quad 44$$

Hierin bezeichnet $P = 2p$ die Polzahl, G die Anzahl der Bürstenstifte, z die Drahtzahl, k die Kollektorlamellenzahl, b die Ankerlänge und i_a die Stromstärke im Ankerdraht. Nach der ETZ 1905 kann $e_s = 2{,}2$ V bei festen Bürsten und 3,7 V bei verschiebbaren Bürsten werden. Bei Motoren, die umkehrbar sein sollen, darf e_s den Wert von 1 V nicht übersteigen.

Die Feldstärke B_k, die an Stelle der kurzgeschlossenen Spule vorhanden sein muß, um die Reaktanzspannung aufzuheben, folgt aus

$$B_k = 7\, \overline{AS} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 45.$$

Damit der Wert von B_k noch vor der Polkante erreicht wird, muß die Stärke unter der Polkante etwas größer sein als B_k. Bezeichnet $B_\mathfrak{L}$ die Kraftliniendichte im Luftzwischenraum bei stromlosem Anker, B_q die Kraftliniendichte unter der Polkante, wenn der Anker allein als Magnet wirkte, so ist $B_\mathfrak{L} - B_q$ die Kraftliniendichte unter der Polkante.

Für B_q gilt die Formel

$$B_q = 0{,}63 \frac{b_p\, \overline{AS}}{\alpha\, \delta} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 46$$

(b_p Polbogen in cm, δ Luftzwischenraum, α Faktor zwischen 1,2 und 2,5 vgl. Formel 27a).

196. Berechne e_s, B_k und B_q für folgende Angaben, die sich auf ausgeführte Maschinen beziehen:

P	= 4	4	4	6
G	= 4	4	2	6
n	= 900	400	635	610
b	= 9 cm	12,5	15	18
z	= 950	810	984	438
k	= 95	135	123	219
i_a	= 4,3 A	16,5 A	10 A	78 A

$\overline{AS} =$ 72,5	139	104	202
δ = 0,125 cm	0,3	0,3	0,4
b_p = 11 cm	18,2	16,5	21,6
T_p = 14,1	24	23,5	28,3
$B_{\mathfrak{L}}$ = 7700	8100	8400	7650

Lösung zu den Angaben der ersten Rubrik:

$$e_s = 7 \cdot \frac{4}{4} \cdot \frac{950}{95} \cdot \frac{900}{60} \cdot \frac{950 \cdot 9}{10^8} \cdot 4{,}3 = 0{,}387 \text{ V}.$$

$$B_k = 7\,\overline{AS} = 7 \cdot 72{,}5 = 507{,}5.$$

$$B_q < 0{,}63 \frac{b_p\,\overline{AS}}{\delta} < \frac{0{,}63 \cdot 11 \cdot 72{,}5}{0{,}125} < 3970,$$

denn der weggelassene Faktor α ist größer als 1.

$$B_{\mathfrak{L}} - B_q > B_k = 7700 - 3970 = 3730.$$

197. Wie groß hätte in dem ausgerechneten Beispiel δ nur zu sein brauchen, wenn $B_{\mathfrak{L}} - B_q = 1500$ [in Rubrik 4 dagegen 2000] genügt?

Lösung: Wenn $B_{\mathfrak{L}} - B_q = 7700 - B_q = 1500$ ist, so darf

$$B_q = 7700 - 1500 = 6200 \text{ werden.}$$

Löst man die Gleichung $B_p = \frac{0{,}63}{\alpha\,\delta}\, b_q\,\overline{AS}$ nach δ auf, so ergibt sich, wenn $\alpha = 1$ gesetzt wird,

$$\delta = \frac{0{,}63 \cdot 11 \cdot 72{,}5}{6200} = 0{,}0807 \text{ cm}.$$

§ 21.

Die Hauptstrommaschine.

Wird bei geschlossenem Stromkreise der Anker der Maschine (Fig. 75) rechts herum gedreht, so entsteht in ihm eine elektromotorische Kraft E, denn der vorhandene remanente Magnetismus wird verstärkt. Bei Linksdrehung kommt keine elektromotorische Kraft zustande, da der remanente Magnetismus geschwächt wird.

Gesetz 19: Ändert sich die Polarität des remanenten Magnetismus, so vertauschen die Klemmen ihre Vorzeichen.

Schickt man Strom in die Maschine, so dreht sich der Anker links herum, d. h.

Gesetz 20: Der Reihenelektromotor läuft gegen die Bürsten.*)

Bezeichnet e die Klemmenspannung, E die elektromotorische Kraft, i den Strom im äußeren Kreise, w_a den Anker- und w_m den Magnet-Widerstand, so ist:

---

*) Die Bürsten würden natürlich umgestellt werden. Das obige Gesetz soll nur ausdrücken, daß der Motor die entgegengesetzte Drehrichtung hat, wie die Dynamo.

$$\left.\begin{array}{ll} e = E - i\,(w_a + w_m) \;.\;.\; & \text{(Dynamo)} \\ e = E + i\,(w_a + w_m) \;.\;.\; & \text{(Motor)} \end{array}\right\} \;.\;.\;.\;.\;.\;. \quad 47$$

$$E = \frac{\Phi_0\, n\, z}{60 \,.\, 10^8}$$

($z = \xi$ beim Ringanker, $z = 2\,\xi$ beim Trommelanker).

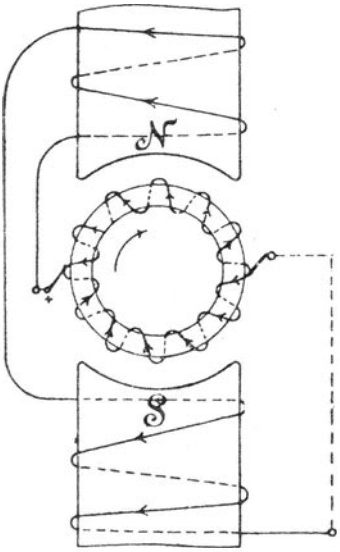


Fig. 75.

198. Ein Ringanker einer Hauptstrommaschine besitzt 208 [300] (400) Windungen, deren Widerstand 0,07 [0,08] (0,1) Ω beträgt, der Magnetwiderstand ist 0,08 Ω. Der Anker macht 900 Umdrehungen in der Minute und soll 100 [150] (200) V Klemmenspannung bei 80 A Strom liefern. Gesucht wird:

a) die elektromotorische Kraft,
b) die erforderliche Kraftlinienzahl,
c) der Verlust durch Stromwärme im Anker,
d) der Verlust durch Stromwärme im Magnet,
e) der elektrische Wirkungsgrad.

Lösungen:

Zu a):
$E = e + i\,(w_a + w_m) = 100 + 80\,(0{,}07 + 0{,}08) = 112$ V.

Zu b): $\Phi_0 = \dfrac{112 \,.\, 10^8 \,.\, 60}{900 \,.\, 208} = 3{,}59 \,.\, 10^6$.

Zu c): $i^2\, w_a = 80^2 \,.\, 0{,}07 = 448$ Watt.

Zu d): $i^2\, w_m = 80^2 \,.\, 0{,}08 = 512$ Watt.

Zu e): $\eta = \dfrac{100 \,.\, 80}{100 \,.\, 80 + 448 + 512} = 0{,}895$ oder auch

$$\eta = \frac{100 \,.\, 80}{112 \,.\, 80} = 0{,}895.$$

199. Eine Reihenmaschine soll bei 500 [300] (220) V Klemmenspannung 20 [33] (40) A Strom liefern. Der Verlust durch Stromwärme darf im Anker und Magneten zusammen 8 % der Gesamtleistung betragen. Gesucht wird:

a) die Gesamtleistung,
b) der Widerstand des Ankers und des Magneten,
c) die elektromotorische Kraft des Ankers.

Lösungen:

Zu a): Die Nutzleistung ist $\mathfrak{E}_n = 500 \,.\, 20 = 10000$ Watt, der Wirkungsgrad $\eta = 1 - 0{,}08 = 0{,}92$, demnach die Gesamtleistung

$$\mathfrak{E}_g = \frac{\mathfrak{E}_n}{\eta} = \frac{10\,000}{0{,}92} = 10\,900 \text{ Watt.}$$

Zu b): Der Stromwärmeverlust ist: $i^2 (w_a + w_m) = \frac{10\,900 \,.\, 8}{100}$

oder
$$w_a + w_m = \frac{10\,900 \,.\, 8}{100 \,.\, 20^2} = 2{,}18\ \Omega.$$

Zu c): $E = e + i\,(w_a + w_m) = 500 + 20 \,.\, 2{,}18 = 543{,}6$ V.

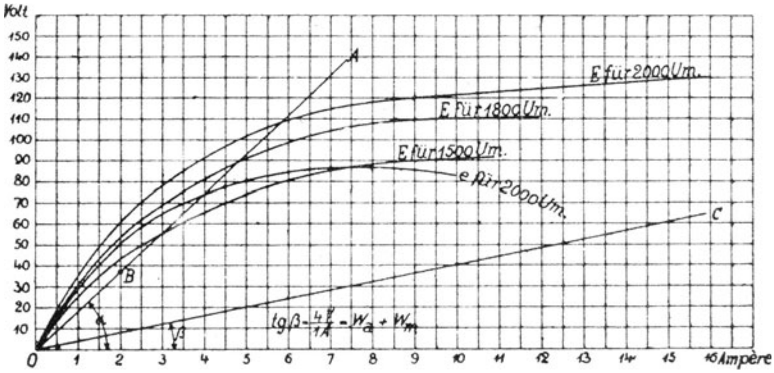


Fig. 76.

200. Von einer Reihenmaschine werden bei 2000 Umdrehungen gemessen die Stromstärken, die zugehörigen Klemmenspannungen und der Widerstand $w_a + w_m = 4\ \Omega$. Gesucht werden:

a) die zugehörigen elektromotorischen Kräfte,
b) die elektromotorischen Kräfte für 1800 und 1500 Umdrehungen,
c) die elektromotorischen Kräfte und die zugehörigen Stromstärken, für 1500, 2000 und 1800 Umdrehungen der Maschine, wenn in den äußeren Stromkreis ein Widerstand von 14,5 [15] (13) Ω eingeschaltet wird.

i	e	E = e + 4i	E 1800	E 1500
2	52	60		
2,8	62			
3,5	70			
4,7	79			
7	86			
10	82			

Lösungen:

Zu a): $E = e + i\,(w_a + w_m) = e + i \,.\, 4 = 52 + 4 \,.\, 2 = 60$ V usw. Die Ergebnisse sind in Fig. 76 als Ordinaten der ausgezogenen Kurve E für 2000 Umdrehungen eingetragen.

Zu b): Für die Abszisse 2 A ist bei 2000 Umdrehungen die Ordinate 60 V. Zu derselben Abszisse gehört bei 1800 Umdrehungen die Ordinate, die aus der Proportion

$$60 : x = 2000 : 1800$$

folgt, nämlich

$$x = 60 \cdot \frac{1800}{2000} = 54 \text{ V}.$$

In gleicher Weise ist für 1500 Umdrehungen

$$x = 60 \cdot \frac{1500}{2000} = 45 \text{ V}.$$

Ebenso findet man die übrigen Werte, welche in die Tabelle auf S. 107 einzutragen sind.

Zu c): Man zeichne in Fig. 76 den Widerstand

$$W = 14{,}5 + 4 = 18{,}5\ \Omega = \operatorname{tg} \alpha = \frac{18{,}5 \text{ V}}{1 \text{ A}}$$

ein und verlängere den Schenkel OA bis an die Kurven für 1500, 2000 und 1800 Umdrehungen und erhält als Schnittpunkte

bei 1500 Umdrehungen E = 55,5 V, i = 3 A,
bei 1800 Umdrehungen E = 89 V, i = 4,8 A,
bei 2000 Umdrehungen E = 108 V, i = 5,85 A.

201. Welche Umdrehungszahl muß die Maschine der vorigen Aufgabe überschreiten, um bei dem eingeschalteten Widerstande überhaupt Strom zu liefern (selbsterregend zu werden)?

Lösung: Der Schenkel OA (Fig. 76) muß Berührungslinie an die entsprechende Charakteristik werden. Nimmt man an, daß unsere Charakteristiken von 0 bis 2 A Strom geradlinig verlaufen, so ist B ein Punkt der gesuchten Charakteristik. Derselbe entspricht einer elektromotorischen Kraft von 37 V, folglich hat man

$$60 : 37 = 2000 : x,$$

$$x = \frac{2000 \,.\, 37}{60} = 1232 \text{ Umdrehungen.}$$

202. Wieviel Umdrehungen muß die Maschine machen, um bei Kurzschluß des äußeren Kreises selbsterregend zu sein?

Lösung: Es muß $\overline{OC}$ (Fig. 76) Tangente der Charakteristik werden. Zu 2 A gehören 60 V bei 2000 Umdrehungen und 8 V bei x Umdrehungen, demnach

$$60 : 8 = 2000 : x,$$

$$x = \frac{8 \,.\, 2000}{60} = 266{,}7 \text{ Umdrehungen.}$$

203. Ein Reihenelektromotor, der an eine Spannung von 300 [200] (500) V angeschlossen wird, soll 10 [15] (20) PS leisten. Der totale Wirkungsgrad wird zu 0,8 [0,85] (0,87) geschätzt, der elektrische zu 0,9 [0,92] (0,93) angenommen. Gesucht wird:

a) die erforderliche Stromstärke,
b) der Widerstand von Anker und Magnet,
c) die elektromotorische Gegenkraft.

Lösungen:

Zu a): Die Nutzleistung ist $\mathfrak{E}_n = 10$ PS oder $736 . 10 = 7360$ Watt. Da der totale Wirkungsgrad 0,8 ist, so müssen in den Motor eingeleitet werden

$$\mathfrak{E}_g = \frac{7360}{0,8} = 9200 \text{ Watt.}$$

Die eingeleitete Leistung ist aber e i,

also $$e\,i = 9200, \text{ mithin}$$

$$i = \frac{9200}{300} = 30,67 \text{ A.}$$

Zu b): Da der elektrische Wirkungsgrad 0,9 ist, so gehen $10\,^0/_0$ von der eingeleiteten Leistung, d. i. $9200 \cdot \frac{10}{100} = 920$ Watt, durch Stromwärme verloren, es ist also

$$i^2 (w_a + w_m) = 920 \text{ Watt,}$$

$$w_a + w_m = \frac{920}{30,67^2} = 0,98\ \Omega.$$

Zu c): $E = e - i\,(w_a + w_m) = 300 - 30,67 . 0,98 = 270$ V.

204. Ein Reihenelektromotor soll gebremst werden. Zu dem Zweck wird gemessen: die Klemmenspannung e = 100 [120] (220) V, die Stromstärke i = 10 [12] (8) A, die Tourenzahl n = 1500 [1800] (1200) pro Minute, der Anker- und Magnetwiderstand $w_a + w_m = 2$ [1] (1) Ω, die Bremsgewichte $P_1 = 6$ [7,5] (15,5) kg, $P_2 = 0,8$ [1] (2,5) kg und der Scheibendurchmesser 2 R = 160 mm. (Fig. 77.) Gesucht:

a) die elektromotorische Kraft des Ankers,
b) die vom Anker abgegebene Leistung,
c) die gebremste Leistung,
d) der elektrische Wirkungsgrad,
e) der totale Wirkungsgrad,
f) die unter a, b, c, d, e verlangten Größen, wenn bei unveränderter Belastung die Klemmenspannung auf 110 [125] (230) V erhöht wird.

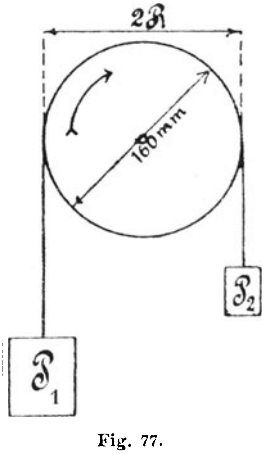


Fig. 77.

Lösungen:

Zu a): $E = e - i(w_a + w_m) = 100 - 10 . 2 = 80$ V.

Zu b): Die vom Anker abgegebene Leistung ist

$$\mathfrak{E}_a = e\,i - i^2(w_a + w_m) = i\,[e - i(w_a + w_m)],$$

d. i. $$\mathfrak{E}_a = E\,i = 80 . 10 = 800 \text{ Watt.}$$

Zu c): Die gebremste Leistung folgt aus der Formel

$$\mathfrak{E}_n = 1{,}03\,(P_1 - P_2)\,R\,n \text{ Watt} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad 48,$$

wo R in Meter einzusetzen ist:

$$\mathfrak{E}_n = 1{,}03\,(6 - 0{,}8) . 0{,}08 . 1500 = 640 \text{ Watt.}$$

Zu d): $\eta = \frac{800}{1000} = 0{,}8.$

Zu e): $\eta' = \frac{640}{1000} = 0{,}64.$

Zu f): Erfahrungsgemäß ist bei einem Reihenelektromotor die Stromstärke unveränderlich, wenn die Belastung konstant bleibt. Hierdurch bleibt aber auch die Kraftlinienzahl Φ_0 dieselbe, so daß sich die elektromotorischen Kräfte wie die Tourenzahlen verhalten; also $$E_1 : E_2 = n_1 : n_2.$$

Nun ist $E_1 = 80$ V, $E_2 = 110 - 10 . 2 = 90$ V, $n_1 = 1500$,

folglich $$n_2 = \frac{E_2}{E_1}\,n_1 = \frac{90}{80} \cdot 1500 = 1687.$$

Hiermit wird

a) $E_2 = 90$ V,

b) $\mathfrak{E}_a = 90 . 10 = 900$ Watt,

c) $\mathfrak{E}_n = 1{,}03\,(6 - 0{,}8) . 0{,}08 . 1687 = 721$ Watt,

d) $\eta = \frac{900}{1100} = 0{,}818,$

e) $\eta' = \frac{721}{1100} = 0{,}655.$

205. Das Drehmoment eines Elektromotors **beim Anlauf** ist bestimmt durch die Formel:

$$P\,R = \frac{z}{61{,}6 . 10^8}\,\Phi_0\,i\text{*)} \text{ oder } P\,R = \frac{60\,E\,i}{2\,\pi\,9{,}81\,n} \text{ mkg} \quad . \; . \; . \quad 49,$$

---

*) Beweis. Besitzt der Anker z Drähte, von denen sich z' Drähte gleichzeitig unter den Polen, d. h. im magnetischen Felde von der Dichte B befinden, so ist nach Formel 16 die Umfangskraft

$$P = \frac{B\,i_a\,b\,z'}{10} \text{ Dyne (vgl. Aufgaben 136—138),}$$

$$z' = \frac{z}{360}\,2\,\beta = z\,\frac{b_p}{T_p}, \text{ wo } T_p = \frac{\pi\,D}{2}$$

für die zweipolige Maschine ist (vgl. Formel 42 und 43).

wo z die Drahtzahl auf dem Trommelanker, bei einem Ringanker die Windungszahl, bezeichnet. Für die zweite Formel ist E aus der Charakteristik, zugehörig zu i, zu entnehmen; n ist die zur Kurve gehörige Umdrehungszahl pro Minute.

Wie groß ist dieses Drehmoment für die in Aufgabe 200 gekennzeichnete Maschine, wenn dieselbe, als Motor benützt, an eine Klemmenspannung von 64 V angeschlossen wird?

Lösung: Die Maschine hat 4 Ω Widerstand, also geht beim Anlassen der Strom $i = \frac{64}{4} = 16$ A durch Anker und Magnet. Zu 16 A gehört aber nach Fig. 76 E = 130 Volt bei n = 2000 Umdrehungen, also ist

$$PR = \frac{60 \,.\, 130 \,.\, 16}{2000 \,.\, 2\pi \,.\, 9{,}81} = 1{,}02 \text{ mkg}.$$

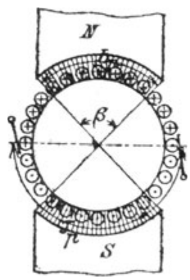
206. Berechne das Drehmoment für diesen Motor, wenn i = 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16 A ist, und zeichne eine Kurve, deren Abszissen die Stromstärken, und deren Ordinaten die zugehörigen P R sind.

207. Eine Reihendynamo für 300 [400] (500) Volt Klemmenspannung und 20 [25] (30) A Strom soll mit einem elektrischen Wirkungsgrad von 90 [92] (96) % arbeiten. Wie groß muß der Widerstand $w_a + w_m$ gemacht werden?

Hiermit wird

$$P = \frac{B\,b\,b_p\,i_a\,z \,.\, 2}{10\pi D} \text{ Dyne}.$$

$b\,b_p$ (siehe nebenstehende Figur) stellt aber den Querschnitt dar, durch den die Kraftlinien vom Nordpol zum Anker gehen, also ist $B\,b\,b_p = \Phi_0$ die hindurchtretende Kraftlinienzahl und somit



$$P = \frac{\Phi_0\,i_a\,z \,.\, 2}{10\pi D} \text{ Dyne}.$$

Beiderseits mit $R = \frac{D}{2}$ dem Ankerradius multipliziert, gibt das gesuchte Drehmoment

$$PR = \frac{\Phi_0 i_a \cdot z}{10\pi} \text{ Erg. (Erg. s. Seite 60)}$$

oder P in kg und R in m

$$PR = \frac{\Phi_0\,i_a\,z}{10^8\pi \,.\, 9{,}81} \text{ mkg} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 49a.$$

i_a bedeutet die Stromstärke im Ankerdraht. Bei der zweipoligen Maschine ist $i_a = \frac{i}{2}$. Ersetzt man Φ_0 durch seinen Wert aus Gl. 37, so erhält man die zweite der obigen Formeln.

Lösung: Es ist für eine Reihenmaschine

$$w_a + w_m = \frac{e}{i} \frac{1-\eta}{\eta} \quad *)$$

$$w_a + w_m = \frac{300}{20} \frac{1-0,9}{0,9} = 1\tfrac{2}{3}\,\Omega.$$

208. Es soll ein Reihenelektromotor für 10 [15] (20) PS Nutzleistung berechnet werden, der an eine Klemmenspannung von 200 [300] (440) V angeschlossen wird. Gesucht wird:

a) die Stromstärke, wenn der totale Wirkungsgrad auf 86 [88] (90) $^0/_0$ geschätzt wird,
b) der innere Widerstand, wenn der elektrische Wirkungsgrad 93 [94] (95) $^0/_0$ beträgt,
c) die elektromotorische Gegenkraft des Ankers.

Lösungen:

Zu a): Die Nutzleistung des Motors in Watt ist 10 . 736 = = 7360 Watt, die einzuleitende Gesamtleistung daher

$$\mathfrak{E}_g = \frac{7360}{0,86} = 8558 \text{ Watt.}$$

Diese ist aber das Produkt ei, also

$$e\,i = 8558,\ i = \frac{8558}{200} = 42,79 \text{ A.}$$

Zu b): Aus $w_a + w_m = \frac{e}{i}(1-\eta)$ **)

folgt $$w_a + w_m = \frac{200}{42,79}(1-0,93) = 0,327\,\Omega.$$

Zu c) $E = e - i\,(w_a + w_m) = 200 - 42,79 \,.\, 0,327 = 186$ V.

6. Tabelle für η und η'.

Leistung in PS	η'	η	Leistung in PS	η'	η
0,1	0,55	0,77	3— 6	0,80	0,90
0,5	0,60	0,80	7—12	0,85	0,92
0,75	0,65	0,82	14—20	0,90	0,95
1	0,70	0,85	25—50	0,92	0,96
2	0,75	0,87			

*) $\eta = \frac{e\,i}{E\,i} = \frac{e}{E}$, hieraus: $E = \frac{e}{\eta} = e + i\,(w_a + w_m)$,

also $w_a + w_m = \frac{e}{i} \frac{1-\eta}{\eta}$.

**) Aus $\eta = \frac{e\,i - i^2(w_a + w_m)}{e\,i} = \frac{E}{e}$ folgt: $E = \eta\,e = e - i\,(w_a + w_m)$,

also $w_a + w_m = \frac{e}{i}(1-\eta)$

§ 22.

Die Nebenschlußmaschine.

Wird der Anker der Maschine (Fig. 78) rechts herum gedreht, so entsteht in ihm eine elektromotorische Kraft E, weil der remanente Magnetismus verstärkt wird. Bei Linksdrehung kommt keine elektromotorische Kraft zustande.

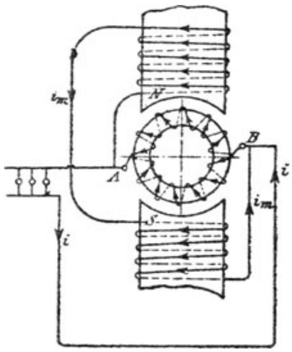


Fig. 78.

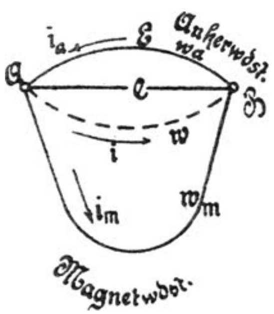


Fig. 79.

Schickt man Strom in die Maschine, so dreht sich der Anker rechts herum, d. h.

Gesetz 21: Der Nebenschlußelektromotor läuft mit den Bürsten.

Formeln:

$$\left.\begin{array}{l} E = e + i_a w_a \text{ Dynamo,} \\ E = e - i_a w_a \text{ Motor;} \\ i_a = i + i_m \text{ Dynamo,} \\ i_a = i - i_m \text{ Motor;} \\ i_m = \dfrac{e}{w_m}\,. \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 50.$$

Der Nebenschlußmotor darf nur mit einem Anlaßwiderstand, der vor dem Anker liegt, angelassen werden (Fig. 80 S. 117). Die Größe des Anlaßwiderstandes folgt aus der Gleichung

$$w_a + x = \frac{e}{i_a},$$

wo i_a die Stromstärke bei Vollbelastung bezeichnet.

Ist J_a die Ankerstromstärke in dem Augenblick des Überganges von einem Kontakt zum nächsten, so ist

$$\frac{J_a}{i_a} = \sqrt[n]{\frac{e}{i_a w_a}} = \sqrt[n]{\frac{w_a + x}{w_a}} \quad \ldots\ldots \quad 51,$$

wo n die Anzahl der Stufen (8 in Fig. 80) bezeichnet.

Für die einzelnen Stufen der Fig. 80 gelten die Formeln

$$x_1 = \left(\frac{J_a}{i_a} - 1\right) w_a,\ x_2 = \frac{J_a}{i_a}\, x_1,\ x_3 = \frac{J_a}{i_a}\, x_2 \quad . \ . \ . \ 52.^{*})$$

*) Aus der Fig. 80 erkennt man, daß i_m, also auch Φ_0, unabhängig ist von der Stellung der Anlasserkurbel. Ist aber Φ_0 konstant, so zeigt die Formel 49, daß auch der Ankerstrom derselbe bleibt, wenn das Drehmoment PR konstant ist, was vorausgesetzt werden soll. Ist in Fig. 80 nur der Widerstand x_1 eingeschaltet, so durchfließt der Ankerstrom i_a die Widerstände x_1 und w_a, in denen die Spannung $i_a (w_a + x_1)$ verloren geht, so daß die elektromotorische Gegenkraft des Ankers ist

$$E_1 = e - i_a (w_a + x_1).$$

Wird jetzt x_1 ausgeschaltet, so steigt plötzlich i_a auf J_a, ohne daß sich die Tourenzahl sofort ändern kann, es bleibt daher die elektromotorische Gegenkraft dieselbe, d. h. es ist jetzt

$$E_1 = e - J_a w_a$$

Durch Gleichsetzen folgt $\quad i_a (w_a + x_1) = J_a w_a$

oder $\qquad$ I. $\quad w_a + x_1 = \frac{J_a}{i_a} w_a.$

Hieraus ergibt sich $\quad x_1 = \left(\frac{J_a}{i_a} - 1\right) w_a$ (Formel 52).

Steht die Anlasserkurbel auf dem drittletzten Kontakt, so sind die Widerstände x_1 und x_2 eingeschaltet, also ist

$$E_2 = e - i_a (w_a + x_1 + x_2)$$

und beim Ausschalten von x_2

$$E_2 = e - J_a (w_a + x_1),$$

woraus $\qquad i_a (w_a + x_1 + x_2) = J_a (w_a + x_1)$ folgt,

oder $\qquad$ II. $\quad w_a + x_1 + x_2 = \frac{J_a}{i_a} (w_a + x_1) = \left(\frac{J_a}{i_a}\right)^2 w_a,$

allgemein $\qquad w_a + x_1 + x_2 + x_3 + \ldots x_n = \left(\frac{J_a}{i_a}\right)^n w_a.$

Nun ist $x_1 + x_2 + x_3 + \ldots x_n = x$ der ganze Anlaßwiderstand, also

$$\frac{I_a}{i_a} = \sqrt[n]{\frac{w_a + x}{w_a}} \text{ (Formel 51).}$$

Aus II. folgt

$$x_2 = \frac{J_a}{i_a} (w_a + x_1) - (w_a + x_1) = (w_a + x_1)\left(\frac{J_a}{i_a} - 1\right)$$

oder mit I. $\quad x_2 = \frac{J_a}{i_a}\left[w_a \left(\frac{J_a}{i_a} - 1\right)\right] = \frac{J_a}{i_a}\, x_1$ (Formel 52).

Die Gleichung 51 läßt sich umformen, denn es ist

$$w_a + x = \frac{e}{i_a},$$

also wird auch $\qquad \frac{J_a}{i_a} = \sqrt[n]{\frac{e}{i_a w_a}}.$

209. Eine Nebenschlußmaschine hat einen Ankerwiderstand $w_a = 0{,}04$ [0,06] (0,8) Ω, einen Magnetwiderstand $w_m = 20$ [25] (320) Ω, und liefert bei 65 [100] (400) V Klemmenspannung 30 [25] (10) A Strom. Gesucht wird:

a) die Stromstärke im Magneten,
b) die Stromstärke im Anker,
c) die elektromotorische Kraft des Ankers,
d) der Stromwärmeverlust im Anker,
e) der Stromwärmeverlust im Magneten,
f) der elektrische Wirkungsgrad.

Lösungen:

Zu a): $i_m = \frac{65}{20} = 3{,}25$ A.

Zu b): $i_a = 30 + 3{,}25 = 33{,}25$ A.

Zu c): $E = 65 + i_a w_a = 65 + 33{,}25 \,.\, 0{,}04 = 66{,}33$ V.

Zu d): $i_a^2 w_a = 33{,}25^2 \,.\, 0{,}04 = 44{,}3$ Watt.

Zu e): $e\, i_m = 65 \,.\, 3{,}25 = 211{,}26$ Watt.

Zu f): $\eta = \frac{65 \,.\, 30}{65 \,.\, 30 + 44{,}3 + 211{,}25} = 0{,}884$

oder $\eta = \frac{65 \,.\, 30}{66{,}33 \,.\, 33{,}25} = 0{,}884.$

210. Eine Nebenschlußmaschine soll 200 [250] (440) V Klemmenspannung und 80 [75] (30) A Strom liefern. Der elektrische Wirkungsgrad sei $\eta = 0{,}95$ [0,96] (0,94). Die Stromwärmeverluste verteilen sich zu 3 [2] (3,5) % auf den Anker und 2 [2] (2,5) % auf den Magneten. Gesucht wird:

a) die Gesamtleistung, d. i. die Leistung des Ankers,
b) der Stromwärmeverlust im Anker,
c) der Stromwärmeverlust im Magneten,
d) der Strom in der Magnetwickelung,
e) der Widerstand des Magneten,
f) der Widerstand des Ankers,
g) die elektromotorische Kraft des Ankers.

Lösungen:

Zu a): $\mathfrak{E}_g = \frac{200 \,.\, 80}{0{,}95} = 16842$ Watt.

Zu b): $\mathfrak{E}_a = 16842 \cdot \frac{3}{100} = 505{,}3$ Watt.

Zu c): $\mathfrak{E}_m = 16842 \cdot \frac{2}{100} = 336{,}8$ Watt.

Zu d): $e i_m = \mathfrak{E}_m$; $i_m = \frac{336,8}{200} = 1,684$ A.

Zu e): $w_m = \frac{e}{i_m} = \frac{200}{1,684} = 118,8\ \Omega$.

Zu f): $\mathfrak{E}_a = i_a^2 w_a$; $w_a = \frac{\mathfrak{E}_a}{i_a^2} = \frac{505,3}{(80 + 1,684)^2} = 0,0757\ \Omega$.

Zu g): $E = e + i_a w_a = 200 + 81,684 \,.\, 0,0757 = 206,2$ V.

211. Es soll ein 4 [8] (10) PS Nebenschluß-Elektromotor für 120 [220] (440) V Klemmenspannung berechnet werden. Der totale Wirkungsgrad wird auf 0,8 [0,85] (0,86) geschätzt, der elektrische zu 0,9 [0,92] (0,93) angenommen. Gesucht wird:

a) die einzuleitende Stromstärke,
b) die Stromstärke im Magneten, wenn 5 [3] (2) % der eingeleiteten Leistung daselbst verloren gehen,
c) der Widerstand des Magneten,
d) die Stromstärke im Anker,
e) der Widerstand des Ankers,
f) die elektromotorische Kraft des Ankers,
g) die Größe des Anlaßwiderstandes, wenn die Anlaufstromstärke die normale Stromstärke des Ankers nicht überschreiten soll.

Lösungen:

Zu a): Aus $e i = \frac{736 \,.\, 4}{0,8} = 3680$ Watt

folg $$i = \frac{3680}{120} = 30,7 \text{ A.}$$

Zu b): Die in der Magnetwicklung verbrauchte Leistung ist

$$e i_m = 3680 \cdot \frac{5}{100} = 184 \text{ Watt,}$$

$$i_m = \frac{184}{120} = 1,54 \text{ A.}$$

Zu c): $$w_m = \frac{120}{1,54} = 78,5\ \Omega.$$

Zu d): $i_a = i - i_m = 30,7 - 1,5 = 29,2$ A.

Zu e): Der Stromwärmeverlust im Anker beträgt gleichfalls 5 % (also 184 Watt) und wird ausgedrückt durch $i_a^2 w_a$, woraus

$$w_a = \frac{184}{29,2^2} = 0,216\ \Omega.$$

Zu f): $E = e - i_a w_a = 120 - 29,2 \,.\, 0,216 = 113,7$ V.

Zu g): Es muß beim Anlauf ($E = 0$)

$$i_a = \frac{e}{w_a + x}$$

sein, woraus $w_a + x = \frac{e}{i_a} = \frac{120}{29,2} = 4,11\ \Omega$,
$$x = 4,11 - 0,216 = 3,894\ \Omega$$
folgt.

212. Der Anlaßwiderstand der vorigen Aufgabe besteht aus 8 [6] (10) einzelnen Widerständen, deren Größe zu berechnen ist.

Lösung: Aus Formel 51 folgt
$$\frac{J_a}{i_a} = \sqrt[8]{\frac{4,11}{0,216}} = 1,445.$$
Die Formel 52 gibt
$$x_1 = \left(\frac{J_a}{i_a} - 1\right) w_a = (1,445 - 1)\, 0,216 = 0,096\ \Omega,$$
$$x_2 = \frac{J_a}{i_a} x_1 = 0,139\ \Omega,$$
$$x_3 = \frac{J_a}{i_a} x_2 = 0,200\ \Omega,$$
$$x_4 = \frac{J_a}{i_a} x_3 = 0,290\ \Omega,$$
$$x_5 = \frac{J_a}{i_a} x_4 = 0,419\ \Omega,$$
$$x_6 = \frac{J_a}{i_a} x_5 = 0,605\ \Omega,$$
$$x_7 = \frac{J_a}{i_a} x_6 = 0,874\ \Omega,$$
$$x_8 = \frac{J_a}{i_a} x_7 = 1,260\ \Omega,$$
Summa $3,883\ \Omega$.

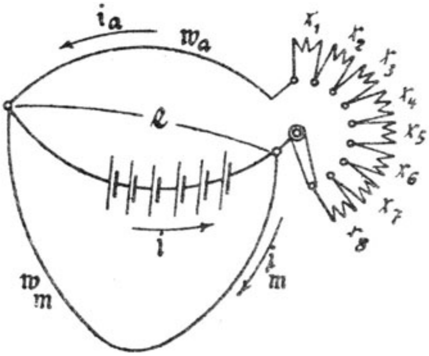


Fig. 80.

Bemerkung: Beim Einschalten des ganzen Widerstandes geht der voll belastete Motor nicht an; dies geschieht erst, wenn der Widerstand $x_8 = 1,26\ \Omega$ ausgeschaltet wird, wobei die Stromstärke im Anker von 29,2 auf 42,17 A steigt. Ist das plötzliche Anwachsen des Stromes von 0 auf 42,17 A zulässig, so kann der Widerstand x_8 weggelassen werden, wodurch man allerdings einen Anlasser mit nur 7 Stufen erhält. Will man 8 Stufen haben, so berechne man in diesem Falle den Widerstand für 9 Stufen und läßt jetzt die 9te Stufe weg.

213. Berechne die Tourenzahlen des Motors, wenn die Stufen a) x_1, b) $x_1 + x_2$, c) $x_1 + x_2 + x_3$, d) $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$ eingeschaltet sind und wenn der Motor bei kurzgeschlossenem Anlasser 1200 [1000] (800) Touren macht.

Lösung: Bei gleicher Erregung verhalten sich die Tourenzahlen wie die zugehörigen EMK.

Ist der Anlasser kurz geschlossen, so ist $E = 113{,}70$ (siehe Frage f in 211) und die zugehörige Tourenzahl $n = 1200$.

Ist z. B.: $x_1 + x_2 + x_3 = 0{,}096 + 0{,}0139 + 0{,}2 = 0{,}435\ \Omega$ eingeschaltet, so ist

$$E_2 = e - i_a (w_a + x_1 + x_2 + x_3)$$
$$E_2 = 120 - 29{,}2 \,.\, 0{,}651 = 101\ \text{V},$$

es gilt also die Proportion

$$113{,}7 : 101 = 1200 : n_x$$
$$n_x = \frac{1200 \,.\, 101}{113{,}7} = 1070.$$

214. Wieviel Stufen erhält der Anlasser in Aufgabe 211, wenn er für hohe Anzugskraft bestimmt ist und wie groß werden die einzelnen Widerstände?

Lösung: Die Stufenzahl folgt aus der Formel 51, indem man sie nach n auflöst. Es ist $\left(\frac{J_a}{i_a}\right)^n = \frac{w_a + x}{w_a}$

$$n = \frac{\log \frac{w_a + x}{w_a}}{\log \frac{J_a}{i_a}}$$

Über die Wahl von $\frac{J_a}{i_a}$ geben die in der Fußnote abgedruckten Bedingungen für den Anschluß von Motoren an öffentliche Elektrizitätswerke Aufschluß.*) Man ersieht hieraus, daß für Motoren von 1—15 PS nicht mehr wie 2500 W pro PS entnommen werden sollen.

Da unser 10 PS-Motor mit einem Wirkungsgrad $\eta' = 0{,}85$ arbeitet, so braucht er pro PS $\frac{736}{0{,}85} = 870$ W. Das Verhältnis $\frac{J_a}{i}$ entspricht dann angenähert dem Quotienten $\frac{2500}{870} = 2{,}88$,

also wird
$$n = \frac{\log \frac{4{,}11}{0{,}216}}{\log 2{,}88} = \frac{\log 19}{\log 2{,}88} = 2{,}8$$

abgerundet
$$n = 3.$$

---

*) Anlaufstrom von Gleichstrommotoren. Beim betriebsmäßigen Anlauf des Motors sollen dem Netz nicht mehr Watt entnommen werden als Watt pro PS:

3500	bei Motoren von		0,5— 1 PS	
1500	„ „ „	über	1— 2 „	für geringe Anzugskraft
1250	„ „ „	„	2—15 „	
1000	„ „ „	„	15 „	
2500	„ „ „		1—15 „	für hohe Anzugskraft.
2200	„ „ „	über	15 „	

$$\frac{J_a}{i_a} = \sqrt[3]{19} = 2{,}6684$$

$$x_1 = 1{,}6684 \,.\, 0{,}216 = 0{,}361$$
$$x_2 = 2{,}6684 \,.\, 0{,}361 = 0{,}965$$
$$x_3 = 2{,}6684 \,.\, 0{,}965 = 2{,}570$$

Probe: Summa $3{,}896 = x$.

215. Ein Nebenschlußmotor, der an eine Klemmenspannung von 65 [80] (50) V angeschlossen ist, braucht zum Leerlauf 7 [3] (5) A Strom. Der Widerstand der Magnetwickelung beträgt 20 [45] (100) Ω, der des Ankers 0,04 [0,4] (0,25) Ω. Gesucht wird:

a) die gebremste Leistung, wenn der Motor 40 [15] (30) A aufnimmt,
b) der totale Wirkungsgrad,
c) die Stromstärke, für welche der totale Wirkungsgrad ein Maximum wird, und die Größe desselben,
d) die Stromstärke, für welche die gebremste Leistung ein Maximum wird, die Größe dieser Leistung und der zugehörige totale Wirkungsgrad.

Lösungen:

Zu a): Die gebremste Leistung ist angenähert $\mathfrak{E}_n = E\,(i - i_0)$, wo E die elektromotorische Gegenkraft des Ankers bei i A Strom und i_0 den Leerlaufstrom bedeutet.

Zunächst ist $i_m = \dfrac{e}{w_m} = \dfrac{65}{20} = 3{,}25$ A,

also $i_a = i - i_m = 40 - 3{,}25 = 36{,}75$ A,

mithin $E = e - i_a w_a = 65 - 36{,}75 \,.\, 0{,}04 = 63{,}53$ V,

demnach $\mathfrak{E}_n = 63{,}53\,(40 - 7) = 2100$ Watt.

Zu b): $\eta' = \dfrac{2100}{65 \,.\, 40} = 0{,}81$.

Zu c): Die Stromstärke, für welche η' ein Maximum wird, folgt aus der Formel

$$i = \sqrt{i_0 J_0},\text{*)}$$

*) Der Beweis ist folgender: Es sei i_a der bei Belastung durch den Anker fließende Strom, i_{a_0} der bei Leerlauf hindurchfließende Strom, dann

ist $\eta' = \dfrac{E\,(i_a - i_{a_0})}{e\,i} = \dfrac{(e - i_a w_a)\,(i_a - i_{a_0})}{e\,i}$,

$$\eta' = \frac{i_a}{i} - \frac{i_a^2 w_a}{e\,i} - \frac{i_{a_0}}{i} + \frac{i_a i_{a_0} w_a}{e\,i}, \text{ oder } i_a = i - i_m \text{ gesetzt,}$$

$$\eta' = 1 - \frac{i_m}{i} - \frac{w_a i}{e} + 2\,\frac{w_a}{e}\,i_m - \frac{w_a i_m^2}{e\,i} - \frac{i_{a_0}}{i} + \frac{i_{a_0} w_a}{e} - \frac{i_m i_{a_0} w_a}{e\,i},$$

$$0 = \frac{d\,\eta'}{d\,i} = \frac{i_m}{i^2} - \frac{w_a}{e} + \frac{w_a i_m^2}{e\,i^2} + \frac{i_{a_0}}{i^2} + \frac{i_m i_{a_0} w_a}{e\,i};$$

wo J_0 den Strom bezeichnet, der bei festgehaltenem Anker in die Maschine eintreten würde. Es ist also $J_0 = J_a + i_m$,

$$J_a = \frac{e}{w_a} = \frac{65}{0{,}04} = 1625 \text{ A},$$

demnach $$J_0 = 1625 + 3{,}25 = 1628{,}25 \text{ A};$$

$$i = \sqrt{7 \,.\, 1628{,}25} = 107 \text{ A}.$$

Bei 107 A ist $i_a = 107 - 3{,}25 = 103{,}75$ A.

$$E = 65 - 103{,}75 \,.\, 0{,}04 = 60{,}85 \text{ V},$$

$$\mathfrak{E}_n = 60{,}85\,(107 - 7) = 6085 \text{ Watt},$$

$$\eta'_{max} = \frac{6085}{65 \,.\, 107} = 0{,}875.$$

Zu d): Die Stromstärke, für welche die gebremste Leistung ein Maximum wird, ist

$$i = \frac{J_0 + i_0}{2}{}^{*)} = \frac{1628{,}25 + 7}{2} = 817 \text{ A},$$

$$i_a = 817 - 3{,}25 = 813{,}75 \text{ A},$$

$$E = 65 - 813{,}75 \,.\, 0{,}04 = 32{,}41 \text{ V},$$

$$\mathfrak{E}_{max} = 32{,}41\,(817 - 7) = 26252 \text{ Watt},$$

$$\eta' = \frac{26252}{65 \,.\, 817} = 0{,}493.$$

216. Welchen Leerlaufstrom wird der in Aufgabe 211 berechnete Motor besitzen?

Lösung: Die Bremsleistung des Motors beträgt

$$4 \text{ PS} = 4 \,.\, 736 = 2944 \text{ Watt}.$$

Sie wird angenähert ausgedrückt durch die Gleichung:

$$\mathfrak{E} = E\,(i - i_0).$$

---

die Auflösung nach i, mit Berücksichtigung, daß $i_0 = i_{a_0} + i_m$, gibt

$$i = \sqrt{\frac{e\,i_0 + w_a\,i_m\,i_0}{w_a}} = \sqrt{i_0\left(\frac{e}{w_a} + i_m\right)},$$

$\frac{e}{w_a}$ bedeutet den Ankerstrom bei festgehaltenem Anker, also ist

$\frac{e}{w_a} + i_m = J_0$ der in die Maschine eintretende Strom, mithin

$$i = \sqrt{i_0\,J_0}.$$

*) Beweis: Es ist

$\mathfrak{E}_n = E\,(i - i_0)$, oder da $E = e - i_a\,w_a = e - (i - i_m)\,w_a$, ist

$$\mathfrak{E}_n = [e - (i - i_m)\,w_a](i - i_0) = e\,i - i^2 w_a + i\,i_m\,w_a - e\,i_0 + i\,i_0\,w_a - i_0\,i_m\,w_a,$$

$$\frac{d\,\mathfrak{E}_n}{d\,i} = e - 2\,i\,w_a + i_m\,w_a + i_0\,w_a = 0,$$

$$i = \frac{1}{2}\,\frac{e}{w_a} + \frac{1}{2}\,i_m + \frac{1}{2}\,i_0 = \frac{1}{2}\left(\frac{e}{w_a} + i_m\right) + \frac{1}{2}\,i_0 = \frac{J_0 + i_0}{2}.$$

Wie in 211 berechnet, ist $i = 30,7$ A, $E = 113,7$ V,

also wird
$$i - i_0 = \frac{2944}{113,7} = 25,8,$$
$$i_0 = 30,7 - 25,8 = 4,9 \text{ A}.$$

§ 23.
Die Kompound-Maschine.

217. Es ist eine Kompound-Maschine für 120 [65] (220) V Klemmenspannung und 120 [240] (180) A Strom im äußeren Kreise zu berechnen. Die Verluste durch Stromwärme sollen betragen 2,5 [2] (1,8) % im Anker, 2,5 [1,5] (2) % im Nebenschluß und 1 [0,8] (1,2) % in der Hauptstromwickelung. Gesucht werden:

a) die Stromwärmeverluste,
b) der Widerstand der Hauptstromwickelung A C (Fig. 81),
c) die Bürstenspannung zwischen A und B,
d) die Stromstärke im Nebenschluß,
e) der Widerstand des Nebenschlusses,
f) die Stromstärke im Anker,
g) der Widerstand des Ankers,
h) die elektromotorische Kraft des Ankers.

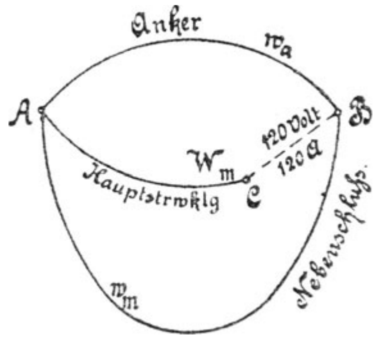


Fig. 81.

Lösungen:

Zu a): Die Stromwärmeverluste betragen zusammen 6 %, so daß der elektrische Wirkungsgrad 0,94 ist. Die elektrische Gesamtleistung ist demnach
$$\mathfrak{E}_g = \frac{120 \,.\, 120}{0,94} = 15\,319 \text{ Watt}.$$

Der Stromwärmeverlust im Anker ist daher $15\,319 \cdot \frac{2,5}{100} = 384$ Watt, ebenso groß ist der Verlust im Nebenschluß. Der Verlust in der Hauptstromwickelung ist $15\,319 \cdot \frac{1}{100} = 153,2$ Watt.

Zu b): Durch die Hauptstromwickelung AC (Fig. 81) fließen 120 A, also ist
$$120^2 W_m = 153,2, \text{ woraus } W_m = \frac{153,2}{120^2} = 0,0106\ \Omega \text{ folgt.}$$

Zu c): Der Spannungsverlust in der Wickelung AC ist
$$120 \,.\, 0,0106 = 1,28 \text{ V},$$

folglich ist die Bürstenspannung

$$e_{\overline{AB}} = 120 + 1{,}28 = 121{,}28 \text{ V.}$$

Zu d): Es ist $e_{\overline{AB}}\, i_m = 384$ Watt,

$$i_m = \frac{384}{121{,}28} = 3{,}17 \text{ A.}$$

Zu e): $w_m = \frac{e_{\overline{AB}}}{i_m} = \frac{121{,}28}{3{,}17} = 38{,}3\ \Omega.$

Zu f): $i_a = i + i_m = 120 + 3{,}17 = 123{,}17$ A.

Zu g): $i_a^2 w_a = 384$ Watt, also $w_a = \frac{384}{123{,}17^2} = 0{,}0253\ \Omega.$

Zu h):

$$E = e_{\overline{AB}} + i_a w_a = 121{,}28 + 123{,}17 \,.\, 0{,}0253 = 124{,}39 \text{ V.}$$

218. Wie groß wird der elektrische Wirkungsgrad der berechneten Maschine, wenn dieselbe nur mit 30 [120] (90) A belastet ist?

Lösung: Der Verlust in der Hauptstromwickelung ist

$$30^2 \,.\, 0{,}0106 = 9{,}55 \text{ Watt.}$$

Der Spannungsverlust ist $30 \,.\, 0{,}0106 = 0{,}318$ Volt, mithin die Bürstenspannung $e_{\overline{AB}} = 120 + 0{,}318 = 120{,}318$ V. Der Strom im Nebenschluß ist $i_m = \frac{120{,}318}{38{,}3} = 3{,}11$ A, somit wird der Verlust im Nebenschluß

$$e_{\overline{AB}}\, i_m = 120{,}318 \,.\, 3{,}11 = 378 \text{ Watt.}$$

Der Ankerstrom ist $i_a = 30 + 3{,}11 = 33{,}11$ A und der Stromwärmeverlust im Anker

$$i_a^2 w_a = 33{,}11^2 \,.\, 0{,}0252 = 27{,}6 \text{ Watt.}$$

Die Verluste durch Stromwärme betragen also

$$9{,}55 + 378 + 27{,}6 = 415{,}2 \text{ Watt.}$$

Die Nutzleistung ist $120 \,.\, 30 = 3600$ Watt, die Gesamtleistung daher

$$3600 + 415{,}2 = 4015{,}2 \text{ Watt,}$$

also

$$\eta = \frac{3600}{4015{,}2} = 0{,}9.$$

219. Berechne die Aufgaben 217 und 218 noch einmal, wenn die Verluste durch Stromwärme 3 % im Anker, 1,5 % im Nebenschluß und 1,5 % in der Hauptstromwickelung betragen.

Bremsung eines Nebenschlußmotors.

220. Um einen Nebenschlußelektromotor zu bremsen, ließ man denselben eine Dynamo antreiben, für welche man durch einen Versuch die Verluste für Reibung, Hysteresis und Wirbelströme zu

530 [400] (600) Watt bestimmt hatte. Dieselbe lieferte bei 1800 [900] (1200) Umdrehungen 50 [60] (20) A und 65 [110] (220) Volt Klemmenspannung. Der Widerstand des Ankers war $w_a = 0{,}035$ [0,04] (0,6) Ω, der Widerstand des Magneten $w_m = 16{,}25$ [32] (240) Ω. Wie groß ist hiernach die Bremsleistung des Motors?

Lösung: Die Bremsleistung des Motors besteht aus der Nutzleistung ei der Dynamo und deren Verlusten, nämlich: dem Verlust durch Stromwärme $i_a^2 w_a$ im Anker, dem Verlust $e i_m$ im Nebenschluß und den Verlusten durch Reibung, Hysteresis und Wirbelströmen.

Zunächst ist $ei = 65 \,.\, 50 = 3250$ Watt,

$$i_m = \frac{e}{w_m} = \frac{65}{16{,}25} = 4 \text{ A},$$

also
$$i_a = 54 \text{ A},$$
$$i_a^2 w_a = 54^2 \,.\, 0{,}035 = 102 \text{ Watt},$$
$$e i_m = 65 \,.\, 4 = 260 \text{ Watt}.$$

Die Verluste durch Reibung, Hysteresis und Wirbelströme betragen nach Angabe

$$\mathfrak{E}_v = 530 \text{ Watt,*)}$$

also ist die Bremsleistung des Motors

$$\mathfrak{E} = 3250 + 102 + 260 + 530 = 4142 \text{ Watt}.$$

221. Der zu bremsende Nebenschlußmotor der vorigen Aufgabe war an eine Klemmenspannung von 120 [220] (440) Volt angeschlossen, wobei er 44 [48] (20) A Strom gebrauchte. Der Ankerwiderstand betrug $w_a = 0{,}142$ [0,2] (1,5) Ω, der Nebenschlußwiderstand $w_m = 51$ [120] (800) Ω. Wie groß ist hiernach

a) die eingeleitete Leistung,
b) die auf den Anker übertragene Leistung,
c) der Verlust durch Reibung, Hysteresis und Wirbelströme,
d) der elektrische Wirkungsgrad,
e) der totale Wirkungsgrad,
f) der Strom bei Leerlauf?

Lösungen:

Zu a): $$\mathfrak{E}_g = 120 \,.\, 44 = 5280 \text{ Watt}.$$

Zu b): $$\mathfrak{E}_a = E i_a, \quad i_m = \frac{120}{51} = 2{,}35 \text{ A}.$$

$$i_a = 44 - 2{,}35 = 41{,}65 \text{ A},$$
$$E = 120 - 41{,}65 \,.\, 0{,}142 = 114{,}1 \text{ Volt},$$

---

*) Kennt man den Strom, welchen die Dynamo als Motor bei Leerlauf gebraucht (hier Anker 8 A), so kann man den Verlust $\mathfrak{E}_v$ auch bestimmen aus der Formel $E_v = Ei = 66{,}8 \,.\, 8 = 534{,}4$ Watt, was sehr nahe mit der obigen Zahl übereinstimmt.

also $\mathfrak{E}_a = 114{,}1 \,.\, 41{,}65 = 4750$ Watt.

Zu c): Auf den Anker werden übertragen 4750 Watt,
gebremst werden 4142 Watt,
durch Reibung, Hysteresis und Wirbelströme
gehen also verloren 608 Watt.

Zu d): $$\eta = \frac{4750}{5280} = 0{,}9.$$

Zu e): $$\eta' = \frac{4142}{5280} = 0{,}785,$$

Zu f): Die Nutzleistung 4142 Watt läßt sich ausdrücken durch die Gleichung
$$4142 = E\,(i - i_0),$$
oder
$$i - i_0 = \frac{4142}{114{,}1} = 36{,}2 \text{ A},$$
$$i_0 = 44 - 36{,}2 = 7{,}8 \text{ A}.$$

§ 24.

Die mehrpoligen Maschinen.

Bei den mehrpoligen Maschinen kann der Anker mit der Magnetwickelung in gleicher Weise wie bei den zweipoligen verbunden sein, so daß man auch hier Reihen-, Nebenschluß- und Kompound-Maschinen unterscheidet. An dieser Stelle soll uns nur die Wickelung des Trommelankers beschäftigen. Man unterscheidet: Parallelschaltung, Reihenschaltung und Reihenparallelschaltung.

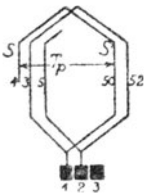


Fig. 82.

Erklärung: Jede Spule hat 2 Seiten S und S′ (Fig. 82), die auf der Ankeroberfläche oder in Nuten liegen.

Ist s die Anzahl der Spulenseiten, so ist $\frac{s}{2}$ die Anzahl der Spulen, die hier stets gleich der Kollektorlamellenzahl k sein soll. Numeriert man die aufeinanderfolgenden Spulenseiten fortlaufend von 1 bis s, so hat stets die eine Seite S einer Spule eine ungerade Nummer, die andere S′ eine gerade. Liegt die erste Seite (S) mitten unter dem Nordpol, so muß die andere Seite (S′) nahezu in gleicher Lage unter dem Südpol sich befinden, d. h. die beiden Spulenseiten sind stets angenähert um die Polteilung $T_p = \frac{\pi D}{2p}$ voneinander entfernt.

Ist also Nr. 1 die eine Spulenseite, so hat die andere die Nummer $\frac{s}{2p}$, wo $\frac{s}{2p}$ eventuell auf eine gerade Zahl abgerundet werden muß.

A. Parallelschaltung.

Bei dieser Schaltung verbindet man das Ende der ersten Spule mit dem Anfang der benachbarten. und die Verbindungsstelle mit einer

Kollektorlamelle. Ist z. B. die Lamellenzahl $k = 99$, so ist demnach die Seitenzahl $s = 2 . 99 = 198$ und die Anzahl der Nordpole $p = 2$ (also $P = 4$, eine 4polige Maschine), so hat die erste Spulenseite S die Nummer 1, die andere S' die Nummer $\frac{s}{2p} = \frac{198}{4} = 49{,}5$ abgerundet auf 50 (oder auch 48). Die erste Spule heißt also 1—50, die zweite Spule heißt jetzt 3—52 usw. Hat der Wickler alle Spulen gewickelt, so verbindet er S', d. i. 50 mit einer (beliebigen) Kollektorlamelle und diese mit Anfang 3. Das Ende 52 mit der nächsten Lamelle und diese mit 5 usw. Eine solche, mit jeder Spulenzahl ausführbare Wickelung heißt Schleifenwickelung. Die Anzahl G der erforderlichen Bürstenstifte ist $2p$ ($G = 2p = P$).

Es gelten hier die Gleichungen:

$$i_d = \frac{i_a}{2p}, \quad w_a = \frac{c L_a}{(2p)^2 q}, \quad E = \frac{\Phi_0 n z}{60 . 10^8} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 53,$$

wo i_a die Stromstärke im Draht bezeichnet.

B. Reihenschaltung.

Diese Wickelung wird nach der Arnoldschen Schaltungsformel ausgeführt. Dieselbe heißt:

$$y_1 + y_2 = \frac{s \pm 2}{p} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 54.$$

y_1 ist der Wickelungsschritt am vorderen, y_2 am hinteren Ankerende. Seine Bedeutung folgt aus der Wickelungsregel:

Man verbinde hinten das Ende der x^{ten} Spulenseite mit dem Anfang der $(x + y_2)^{\text{ten}}$ Seite und vorn das Ende der $x + y_2^{\text{ten}}$ Seite mit dem Anfang der $(x + y_2)^{\text{ten}} + y_1^{\text{ten}}$ Seite.

Bedingungen:

1. Es müssen sowohl y_1 als auch y_2 ungerade Zahlen sein.
2. $\frac{y_1 + y_2}{2}$ und $\frac{s}{2}$ sollen keinen gemeinschaftlichen Teiler besitzen, widrigenfalls die Wickelung nicht einfach geschlossen ist.

Beispiel: Es sei wieder $s = 198$, $p = 2$, dann ist entweder

$$y_1 + y_2 = \frac{198 + 2}{2} = \frac{200}{2} = 100$$

oder

$$y_1 + y_2 = \frac{198 - 2}{2} = \frac{196}{2} = 98.$$

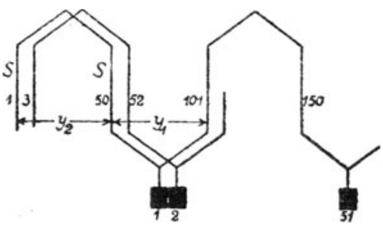


Fig. 83.

Nimmt man $y_1 + y_2 = 100$, so kann $y_1 = 51$, $y_2 = 49$ sein, d. h. man verbindet hinten Seite 1 mit Seite $1 + 49 = 50$ und vorn 50 mit $50 + 51 = 101$. Die erste Spule heißt demnach 1 — 50, die zweite 3 — 52 usw. Vorn wird dann verbunden 50 mit einer beliebigen Lamelle und diese mit Seite 101; Nr. 52 wird mit der nächsten Lamelle und diese mit 103 usw. (Fig. 83).

Die Wickelung, die der Formel 54 entsprechen muß, ist nur mit bestimmten Seitenzahlen ausführbar.

Für die Reihenschaltung gelten die Formeln:

$$i_d = \frac{i_a}{2}, \quad w_a = \frac{c\,L_a}{4\,q}, \quad E = \frac{\Phi_0\,n\,z}{60\,.\,10^8}\,p \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad 55.$$

Bei sehr großen Maschinen kann man auch von der

C. Reihenparallel-Schaltung

Gebrauch machen. Die Wickelungsformel für sie heißt:

$$y_1 + y_2 = \frac{s \pm 2\,a}{p} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad 56,$$

wo $2a$ die Anzahl der parallelen Stromzweige bedeutet. y_1 und y_2 müssen wieder ungerade Zahlen sein.

Die Formeln sind

$$i_d = \frac{i_a}{2\,a}, \quad w_a = \frac{c\,L_a}{(2\,a)^2\,q}, \quad E = \frac{\Phi_0\,n\,z}{60\,.\,10^8}\,\frac{p}{a} \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad 57.$$

Für $a = 1$ erhält man die Reihenschaltung, während $a = p$ eine bestimmte (Arnoldsche) Parallelschaltung gibt.

Die nach den Arnoldschen Wickelungsformeln ausgeführten Wickelungen heißen Wellenwickelungen.

Kollektorschritt. Für den Wickler ist es wichtig zu wissen, mit welchen Kollektorlamellen die Enden einer Spule verbunden sind. Bei der Schleifenwickelung zeigt die Figur 82, daß die beiden Seiten (3 und 52) einer Spule mit zwei nebeneinanderliegenden Lamellen 1 und 2 verbunden sind. Bei Wellenwickelungen gibt die Formel

$$y_k = \frac{k \pm a}{p} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad 58$$

hierüber Auskunft, worin y_k den Kollektorschritt bezeichnet. In Fig. 83 ist $k = 99$, $p = 2$ und $a = 1$, also wird $y_k = \frac{99 \pm 1}{2} = 50$ oder 49. Ist also die Spulenseite 101 mit Lamelle 1 verbunden, so ist es die zugehörige andere Seite (d. i. 150) mit der Lamelle $1 + 50 = 51$. Zwischen zwei nebeneinanderliegenden Lamellen liegen stets p hintereinander geschaltete Spulen.

Nutenschritt. Bezeichnet y_n den Nutenschritt, u_n die Anzahl der Spulenseiten pro Nut (vergl. Tabelle 7 auf Seite 128), so ist

$$y_n = \frac{y_2 - 1}{u_n} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad 59,$$

während die Anzahl der Nuten $k_n = \frac{s}{u_n}$ ist. (Liegt also die eine Spulenseite in der Nut 1, so liegt die andere in der Nut $1 + y_n$.)

Bei der Wahl von y_2 (Formel 54 bezw. 56) ist Formel 59 derart zu berücksichtigen, daß y_n eine ganze Zahl wird.

222. Der Anker einer 6 [4] (8) poligen Maschine hat Parallelschaltung und besteht aus 220 [200] (150) Windungen eines 3 [2,5] (3,6) mm dicken Kupferdrahtes, der eine Länge von 300 [250] (180) m besitzt. Gesucht wird:

a) der Ankerstrom, wenn die Stromdichte 3 [4] (2,8) A beträgt,
b) der Widerstand des Ankers,

c) die erforderliche Kraftlinienzahl, wenn der Anker 800 [900] (600) Umdrehungen macht, und die erhaltene EMK 120 [110] (130) V beträgt?

Lösungen:

Zu a): Aus $i_d = \frac{i_a}{2p}$ folgt $i_a = i_d \, 2p$.

Nun ist $q = 3^2 \frac{\pi}{4} = 7{,}07$ mm², $s_d = 3$ A, somit die Stromstärke im Draht $i_d = 3 \,.\, 7{,}07 = 21{,}21$ A,

mithin $i_a = 21{,}21 \,.\, 6 = 127{,}26$ A.

Zu b): $w_a = \frac{c\,L_a}{(2p)^2 q} = \frac{0{,}02 \,.\, 300}{36 \,.\, 7{,}07} = 0{,}0236\ \Omega$.

Zu c): Aus

$$E = \frac{\Phi_0 \, n \, z}{60 \,.\, 10^8} \text{ folgt } \Phi_0 = \frac{E\,10^8 \,.\, 60}{n\,z} = \frac{120 \,.\, 10^8 \,.\, 60}{800 \,.\, 440} = 2{,}045 \,.\, 10^6.$$

223. Beantworte dieselben Fragen a und b, wenn der Anker Reihenschaltung erhält, dagegen wird in c die EMK gesucht, wenn die Kraftlinienzahl dieselbe bleibt.

Lösungen:

Zu a): Aus $i_d = \frac{i_a}{2}$ folgt $i_a = 2\,i_d = 2 \,.\, 21{,}21 = 42{,}42$ A.

Zu b): $w_a = \frac{c\,L_a}{4\,q} = \frac{0{,}02 \,.\, 300}{4 \,.\, 7{,}07} = 0{,}212\ \Omega$.

Zu c): Aus

$$E = \frac{\Phi_0 \, n \, z}{60 \,.\, 10^8}\, p \text{ folgt } E = \frac{2{,}045 \,.\, 10^6 \,.\, 800 \,.\, 440}{60 \,.\, 10^8} \cdot 3 = 360 \text{ V}.$$

224. Wieviel Kollektorlamellen erhält bei Reihenschaltung unser Anker und auf welche Zahl ist, um der Wickelungsformel 54 zu genügen, die Drahtzahl abzuändern?

Lösung: Die kleinste Kollektorlamellenzahl wird nach der Erfahrungsformel:

$$k \geqq (0{,}038 \text{ bis } 0{,}04)\ z\sqrt{i_d} \quad \ldots\ldots \quad 60$$

bestimmt, also $k \geqq (0{,}038$ bis $0{,}04)\ 440\sqrt{21{,}21} \geqq 77$ bis 81. Wählen wir $k = 78$, so ist $s = 2 \,.\, 78 = 156$ und

$$y_1 + y_2 = \frac{156 \pm 2}{3} = \frac{158}{3} = 52^2/_3 \text{ oder } \frac{154}{3} = 51^1/_3$$

also nicht möglich. Für $k = 79$ ist

$$s = 158 \text{ und } y_1 + y_2 = \frac{160}{3} \text{ oder } \frac{156}{3} = 52.$$

Das letzte Resultat ist brauchbar, wir müssen allerdings auch 79 Nuten nehmen und in jede Nute nur 2 Seiten legen. Da nun

$\frac{z}{s}$ die Drahtzahl in einer Seite ist, und diese eine ganze Zahl sein muß, so ist $\frac{440}{158} = 2{,}78$ auf 3 abzurunden, d. h.

$$\frac{z}{158} = 3, \text{ also } z = 474 \text{ Drähte.}$$

225. Man wünscht 6 Spulenseiten in einer Nute unterzubringen. Wie muß in Aufgabe 222 die Lamellen-, Seiten- und Nuten-Zahl gewählt werden?

Lösung: Damit 6 Spulenseiten in eine Nut kommen, muß die Nutenzahl $k_n = \frac{s}{6} = \frac{k}{3}$ sein, d. h. es muß die Lamellenzahl durch 3 teilbar werden. Dies ist bei der 6 poligen Maschine nicht möglich, denn, wenn $k = \frac{s}{2}$ durch 3 teilbar ist, so kann

$$y_1 + y_2 = \frac{s \pm 2}{3} \text{ keine ganze Zahl sein.}$$

Für [] ist $p = 2$ und $\xi = 200$, also $z = 400$, $q = 2{,}5^2 \frac{\pi}{4} = 4{,}9$ mm^2,

$$s_d = 4, \text{ also } i_d = 4 \,.\, 4{,}9 = 19{,}6 \text{ A.}$$

$$\text{mithin } k \leqq (0{,}038 \text{ bis } 0{,}04)\, 400\, \sqrt{19{,}6} \leqq 67 \text{ bis } 71.$$

Für

$$k = 69 \text{ ist } k_n = 23 \text{ Nuten, } s = 138 \text{ u. } y_1 + y_2 = \frac{138 \pm 2}{2} = 70 \text{ oder } 68.$$

$$\text{Wir wählen } y_1 + y_2 = 70, \text{ und } y_1 = 33,\ y_2 = 37.$$

$$\text{Der Nutenschritt ist } y_n = \frac{37 - 1}{6} = 6.$$

Die Drahtzahl pro Spulenseite ist

$$\frac{400}{138} = 2{,}9 \text{ oder } \frac{z}{138} = 3, \text{ mithin } z = 414 \text{ Drähte.}$$

7. Tabelle. Anzahl der Spulenseiten pro Nut.

Zahl der Pole	Mögliche Zahl u_n von Spulenseiten pro Nute für symmetrische Wickelungen.					
4	1	2	—	6	—	10
6	1	2	4	—	8	10
8	1	2	—	6	—	10
10	1	2	4	6	8	—
12	1	2	—	—	—	10
14	1	2	4	6	8	10
16	1	2	—	6	—	10

226. Welche Stromstärke darf in dem Draht eines Trommelankers höchstens fließen, wenn jede Spule aus

a) einer Windung (Stabanker), b) 2 Windungen, c) 3 Windungen, d) 4 Windungen, e) 5 Windungen, f) 6 Windungen besteht?

Lösungen:

Zu a): Wenn eine Spule nur aus einer Windung besteht, so ist Spulenseitenzahl s und Drahtzahl z dasselbe, also $s = z$ oder $\frac{s}{2} = k = \frac{z}{2}$. Die Gleichung 60 gibt:

$$\frac{z}{2} = 0{,}038\, z \sqrt{i_a} \text{ oder}$$

$$i_a = \left(\frac{1}{2 \,.\, 0{,}038}\right)^2 = 173 \text{ A.}$$

Zu b): Besteht jede Spule aus 2 Windungen, so ist $s = \frac{z}{2}$ und $\frac{s}{2} = k = \frac{z}{4}$, mithin

$$\frac{z}{4} = 0{,}038\, z \sqrt{i_a}$$

$$i_a = \left(\frac{1}{4 \,.\, 0{,}038}\right)^2 = 43{,}5 \text{ A.}$$

Zu c): $s = \frac{z}{3}$, $\frac{s}{2} = k = \frac{z}{6}$

$$i_a = \left(\frac{1}{6 \,.\, 0{,}038}\right)^2 = 19 \text{ A.}$$

In gleicher Weise ergibt sich für 4 Windungen pro Spule $i_a = 10{,}8$ A, für 5 Windungen $i_a = 6{,}9$ A, für 6 Windungen $i_a = 4{,}8$ A.

8. Tabelle. Kollektorlamellenzahl.

Anzahl der Windungen pro Spule	1	2	3	4	5	6
i_a Strom im Ankerdraht in A	173	43,5	19	10,8	6,9	4,8
Lamellenzahl k	$\frac{z}{2}$	$\frac{z}{4}$	$\frac{z}{6}$	$\frac{z}{8}$	$\frac{z}{10}$	$\frac{z}{12}$

227. Wie lang ist eine Windung eines 2p-poligen Trommelankers mit Schablonen-Wickelung?

Lösung: Da die Entfernung zweier Seiten S und S' (Fig. 84) angenähert gleich der Polteilung $T_p = \frac{\pi D}{2p}$ ist, so ist $AC = \frac{T_p}{2}$ und BC kann ebenfalls auf $\frac{T_p}{2}$ geschätzt werden, so daß

$$\overline{AB} = x = \sqrt{\overline{AC}^2 + \overline{BC}^2} = \frac{T_p}{2}\sqrt{2} \text{ ist.}$$

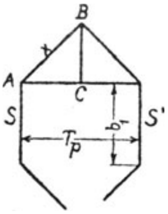


Fig. 84.

Ist b_1 die Länge einer Seite, so ist die Länge einer Windung

$$l_a = 2b_1 + 4x = 2b_1 + 4\frac{T_p}{2}\sqrt{2}$$

$$\text{oder } l_a = 2b_1 + 2{,}84\ T_p.$$

Die Seite b_1 ist immer etwas länger als die Ankerlänge b, so daß man auch schreiben kann:

$$l_a = 2b + 3T_p \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 61.$$

228. Wie lang ist eine Windung eines 14 [4] (6)-poligen Trommelankers, dessen Durchmesser 250 [46] (82) cm. und dessen Länge 54 [25] (27,5) cm ist?

Lösung: Es ist $T_p = \frac{\pi D}{2p} = \frac{\pi \, . \, 250}{14} = 56$ cm,

also $l_a = 2 \, . \, 54 + 3 \, . \, 56 = 108 + 168 = 276$ cm.

§ 25.

Umwickelung von Maschinen.

Häufig soll eine Dynamomaschine oder ein Motor von der Spannung e_1 auf die Spannung e_2 umgewickelt werden, ohne daß die Tourenzahl, Kraftlinienzahl und Leistung geändert wird; meistens muß auch noch der alte Kollektor verwendet werden.

Ankerwickelung.

Durch Abwickeln des Ankerdrahtes läßt sich die Drahtzahl z_1 und der Drahtquerschnitt q_1 feststellen; gesucht wird der neue Drahtquerschnitt q_2 und die zugehörige Drahtzahl z_2.

Die Ankerleistung muß vor und nach dem Neuwickeln die gleiche bleiben, d. h.

$$E_1 i_{a_1} = E_2 i_{a_2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{I}$$

Die Stromstärke im Draht ist bei 2a parallelen Zweigen (Formel 57)

$$i_{d_1} = \frac{i_{a_1}}{2a_1} \text{ und } i_{d_2} = \frac{i_{a_2}}{2a_2},$$

woraus $i_{a_1} = 2a_1 i_{d_1}$ und $i_{a_2} = 2a_2 i_{d_2}$ folgt.

Damit die Verluste durch Stromwärme die gleichen bleiben, muß, da die aufgewickelten Drahtgewichte dieselben bleiben, die Stromdichte s denselben Wert behalten (vergl. Aufgabe 286), also ist $i_{d_1} = q_1 s$ und $i_{d_2} = q_2 s$, mit diesen Werten wird die Ankerleistung (Gl. I) $E_1 2a_1 q_1 s = E_2 2a_2 q_2 s$,

woraus
$$q_2 = q_1 \frac{E_1}{E_2} \frac{a_1}{a_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \mathrm{II}$$
folgt. Nun ist aber
$$E_1 = e_1 \pm i_{a_1} w_1, \qquad E_2 = e_2 \pm i_{a_2} w_2,$$
wo das + Zeichen für die Dynamo, das − Zeichen für den Motor gilt. Die Gleichungen mit i_{a_1} resp. i_{a_2} multipliziert, geben
$$E_1 i_{a_1} = e_1 i_{a_1} \pm i_{a_1}^2 w_1, \qquad E_2 i_{a_2} = e_2 i_{a_2} \pm i_{a_2}^2 w_2.$$
Wegen Gl. I ist hiermit auch
$$e_1 i_{a_1} \pm i_{a_1}^2 w_1 = e_2 i_{a_2} \pm i_{a_2}^2 w_2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad \mathrm{III}$$
Die Verluste durch Stromwärme müssen aber vor und nach dem Umwickeln dieselben sein, d. h.
$$i_{a_1}^2 w_1 = i_{a_2}^2 w_2.$$
Demgemäß geht Gleichung III über in
$$e_1 i_{a_1} = e_2 i_{a_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \mathrm{IV}$$
Aus I und IV folgt durch Division
$$\frac{e_1}{E_1} = \frac{e_2}{E_2} \qquad \text{oder auch} \qquad \frac{E_1}{E_2} = \frac{e_1}{e_2} \quad \ldots\ldots \quad \mathrm{V}$$
mithin
$$q_2 = q_1 \frac{e_1}{e_2} \frac{a_1}{a_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 62$$
Nach Formel 57 ist
$$E_1 = \frac{\Phi_0 n z_1}{60 . 10^8} \frac{p}{a_1}, \qquad E_2 = \frac{\Phi_0 n z_2}{60 . 10^8} \frac{p}{a_2},$$
folglich
$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{z_1}{z_2} \frac{a_2}{a_1}$$
oder
$$z_2 = z_1 \frac{a_2}{a_1} \frac{e_2}{e_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 63$$

Magnetwickelung.

a) Nebenschluß. Der Stromwärmeverlust muß vor und nach dem Umwickeln derselbe sein, was erreicht wird, wenn die Stromdichte die gleiche bleibt. In der Gleichung
$$e_1 i_{m_1} = e_2 i_{m_2} \text{ ist } i_{m_1} = q_{m_1} s_m \text{ und } i_{m_2} = q_{m_2} s_m$$
zu setzen, wodurch $e_1 q_{m_1} s_m = e_2 q_{m_2} s_m$ wird, oder
$$q_{m_2} = q_{m_1} \frac{e_1}{e_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 64$$

Diese Angabe genügt, denn man braucht die Spulen nur mit diesem neuen Draht in der früheren Weise vollzuwickeln (vgl. Aufg. 147). Man kann jedoch auch die neue Windungszahl durch die alte ausdrücken, wenn man bedenkt, daß bei gleicher Kraftlinienzahl die neue Amperewindungszahl gleich der alten sein muß, d. h.
$$i_{m_1} W_1 = i_{m_2} W_2$$
ist, oder
$$q_{m_1} s_m W_1 = q_{m_2} s_m W_2,$$
woraus
$$W_2 = \frac{q_{m_1}}{q_{m_2}} W_1 = \frac{e_2}{e_1} W_1 \quad \ldots\ldots \quad 65$$
folgt.

b) Hauptstromwickelung. Bekannt der Querschnitt q_{m_1} und die Windungszahl W_1 gesucht q_{m_2} und W_2.

Der Ankerstrom fließt durch die Magnetwickelung, d. h. es ist

$$q_1 s 2 a_1 = q_{m_1} s_m, \qquad q_2 s 2 a_2 = q_{m_2} s_m,$$

oder

$$\frac{q_1}{q_2} \frac{a_1}{a_2} = \frac{q_{m_1}}{q_{m_2}}, \text{ woraus}$$

$$q_{m_2} = q_{m_1} \frac{a_2}{a_1} \cdot \frac{q_2}{q_1}.$$

Nach Formel 62 ist $\frac{q_2}{q_1} = \frac{e_1}{e_2} \frac{a_1}{a_2}$,

dies eingesetzt, gibt wieder die Formel 64:

$$q_{m_2} = q_{m_1} \frac{e_1}{e_2}.$$

Die Windungszahl W_2 folgt aus Gleichung 65. Die Formeln 41, 45 und 46 behalten auch für den umgewickelten Anker die gleichen Zahlenwerte, hingegen ändert sich der Wert e_s in Formel 44.

229. Ein zweipoliger Hauptstrommotor soll von 12 V auf 220 V umgewickelt werden. Die Tourenzahl ist 1200.

Die Daten des alten Ankers sind: Ankerdurchmesser 7,47 cm, Ankerlänge 5,6 cm, 20 Kollektorlamellen, 20 Nuten (5 mm breit, 12 mm tief), Drahtstärke d = 1,3 mm, $z_1 = 200$ Drähte (20 Spulen à 5 Windungen). Die Magnetwickelung eines Schenkels besteht aus 64 Windungen eines 3 mm dicken Drahtes.

Lösung: Da bei einer zweipoligen Maschine nur Schleifenwickelung möglich ist, ist $a_1 = a_2 = 1$, demnach wird nach Formel 62 der neue Querschnitt des Ankerdrahtes

$$q_2 = 1{,}3^2 \frac{\pi}{4} \cdot \frac{12}{220} = 0{,}0725 \text{ mm}^2,$$

$$d_2 = 0{,}3 \text{ mm}, \; d' = 0{,}5 \text{ mm}.$$

Die Drahtzahl nach Formel 63 ist $z_2 = 200 \frac{220}{12} = 3666$.

Die Drahtzahl pro Spule ist $\frac{3666}{20} = 183$, abgerundet 180 ($z_2 = 3600$).

In jede Nute kommen gleichfalls 180 Drähte, 6 nebeneinander, 30 Lagen übereinander.

Hauptstromwickelung. Aus Formel 64 folgt

$$q_{m_2} = 3^2 \frac{\pi}{4} \cdot \frac{12}{220} = 0{,}382 \text{ mm}^2, \; d = 0{,}7 \text{ mm}, \; d' = 0{,}8 \text{ mm}.$$

Nach Formel 65 sind aufzuwickeln $W_2 = \frac{220}{12} \cdot 64 = 1170$ Windungen, nebeneinander 32 und 36 Lagen übereinander, in die 37. Lage kommen noch 18 Windungen.

Die EMK der Selbstinduktion der kurzgeschlossenen Spule wird für eine Ankerstromstärke von 1,2 A nach Formel 44

$$e_s = 7\frac{3600 \,.\, 1200 \,.\, 3600 \,.\, 5{,}6 \,.\, 0{,}6}{20 \,.\, 60 \,.\, 10^8} = 3{,}05 \text{ V},$$

der umgewickelte Motor wird zur Funkenbildung neigen, was auch die Ausführung bestätigt. Der Strom 1,2 A entspricht im alten Anker einem Strom von 22 A, es war also bei diesem

$$e_s = \frac{7 \,.\, 200 \,.\, 1200 \,.\, 200 \,.\, 5{,}6 \,.\, 11}{20 \,.\, 60 \,.\, 10^8} = 0{,}17 \text{ V}.$$

Bemerkung: Der Wert von e_s ist maßgebend, ob der Kollektor verwendet werden kann oder nicht.

230. Ein vierpoliger Nebenschlußmotor, der bisher für 240 V Spannung bestimmt war, soll für 120 V umgewickelt werden. Der Anker besitzt 702 Drähte und 117 Kollektorlamellen. Die Untersuchung zeigt, daß eine Reihenschaltung vorliegt, also $a_1 = 1$ ist. Die Nebenschlußwickelung besteht aus 2500 Windungen pro Schenkel eines 1 mm blanken, 1,3 mm besponnenen Drahtes.

Lösung: Wir werden bei der halben Spannung eine Schleifenwickelung ausführen, für die $a_2 = 2$ gesetzt werden kann, es ist

dann $$z_2 = 702\frac{2}{1}\frac{120}{240} = 702 \text{ Drähte},$$

$$q_2 = q_1\frac{240}{120} \cdot \frac{1}{2} = q_1,$$

d. h. die Wickelung bleibt ungeändert, nur muß der Kollektorschritt geändert werden. Während derselbe bisher war

$$y_k = \frac{117 + 1}{2} = 59,$$

d. h. es war verbunden der Anfang der ersten Spule mit der Lamelle Nr. 1, das Ende mit der Lamelle Nr. 60, muß jetzt verbunden werden der Anfang mit Lamelle N 1, das Ende der Spule mit der benachbarten Lamelle Nr. 2 u. s. f. Der Kollektor hat jetzt aber die doppelte Stromstärke zu führen, und es muß nachgerechnet werden, ob er diese noch vertragen kann, ohne zu heiß zu werden.

Magnetwickelung:

$$q_{m_2} = 1^2\frac{\pi}{4}\frac{240}{120} = 156 \text{ mm}^2,\ d = 1{,}45,\ d' = 1{,}7 \text{ mm},$$

$$W_2 = \frac{120}{240}\,2500 = 1250 \text{ Windungen}.$$

III. Wechselstrom.

§ 26.

Definitionen.

Bezeichnet T die Zeitdauer einer Periode, ausgedrückt in Sekunden, $\sim$ (gel. Per.) die Anzahl der Perioden pro Sekunde, so ist

$$T = \frac{1}{\sim} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 66.$$

Besitzt die Wechselstrommaschine p Nordpole, so ist

$$\frac{np}{60} = \sim \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 67.$$

231. Wieviel Pole erhält eine Wechselstrommaschine, die Wechselstrom von 50 [60] (42) Perioden liefern soll und dabei 300 [360] (126) Umdrehungen in der Minute macht?

Lösung: $\sim = 50$, $n = 300$, $p = \frac{60 \sim}{n} = \frac{60 \cdot 50}{300} = 10$, d. h. die Maschine erhält 20 Pole.

232. Wieviel Pole erhält eine Wechselstrommaschine, die einen Wechselstrom von 50 [45] (42) Perioden liefern soll und deren Umdrehungszahl ungefähr 400 [430] (345) pro Minute ist?

Lösung: $\sim = 50$, $n = 400$, $p = \frac{50 \cdot 60}{400} = 7{,}5$.

Da p eine ganze Zahl sein muß, so runde man dahin ab, also etwa $p = 8$. Mit $p = 8$ wird nun umgekehrt die genaue Umdrehungszahl

$$n = \frac{50 \cdot 60}{8} = 375 \text{ Umdrehungen.}$$

233. Eine 6 [4] (2)-polige Wechselstrommaschine macht 1200 [1800] (2800) Umdrehungen in der Minute. Wieviel Perioden besitzt der erzeugte Wechselstrom?

Lösung: $\sim = ?$ $n = 1200$, $p = 3$,

$$\sim = \frac{1200 \cdot 3}{60} = 60 \text{ Perioden.}$$

§ 27.

Mittel- und Effektiv-Werte.

Bezeichnet e_m den Mittelwert einer Wechselstromspannung während einer halben Periode, so ist

$$e_m = \frac{\Sigma e}{m} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 68,$$

wo e die momentanen Einzelwerte, und m die Anzahl derselben bedeutet. Die Messung ist nur ausführbar bei **pulsierendem Gleichstrom** mit **magnetischen Instrumenten oder Voltametern**. **Wechselströme** werden mit Dynamometern oder Hitzdrahtinstrumenten gemessen. Der gemessene Wert heißt die **effektive** Stromstärke bezw. Spannung und ist definiert durch die Gleichung

$$e'^2 = \frac{\Sigma e^2}{m} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 69.$$

234. Durch eine Kontaktvorrichtung konnten von einem pulsierenden Gleichstrom 12 verschiedene Spannungen gemessen werden, nämlich

0, 1, 12, 26,5, 43, 56,5, 58, 56,5, 43, 26,5, 12 und 1 Volt.
[0, 1, 11, 26, 42, 54, 55, 53, 42, 27, 11 1].

Wie groß ist hiernach der Mittelwert der Spannung und wie groß der effektive?

Lösung:

$$e_m = \frac{0+1+12+26{,}5+43+56{,}5+58+56{,}5+43+26{,}5+12+1}{12},$$

$$e_m = \frac{336}{12} = 28 \text{ Volt.}$$

$$e'^2 = \frac{0^2+1^2+12^2+26{,}5^2+43^2+56{,}5^2+58^2+56{,}5^2+43^2+26{,}5^2+12^2+1^2}{12},$$

$$e'^2 = \frac{15141}{12}; \; e' = 35{,}6 \text{ Volt.}$$

235. Wurde die Spannung des pulsierenden Gleichstromes mit einem Weston-Instrument gemessen, so erhielt man 33 [42] Volt. Wieviel hätte in diesem Falle ein Hitzdrahtvoltmeter angezeigt?

Lösung: Nach der vorigen Aufgabe ist

$$\frac{e'}{e_m} = \frac{35{,}6}{28} = 1{,}271,$$

also ist $e' = e_m \,.\, 1{,}271 = 33 \,.\, 1{,}271 = 42$ Volt.

236. Wie groß ist in 235 mit Zuhilfenahme von 234 der Maximalwert der Spannung?

Lösung: In 234 entspricht dem Maximalwert 58 der Mittelwert 28, also ist

$$\frac{E}{e_m} = \frac{58}{28} = 2{,}07,$$

$$E = 2{,}07 \,.\, e_m = 2{,}07 \,.\, 33 = 68{,}4 \text{ Volt;}$$

oder auch

$$\frac{E}{e'} = \frac{58}{35{,}6} = 1{,}63,$$

$$E = 42 \,.\, 1{,}63 = 68{,}4 \text{ Volt.}$$

237. Mit Hilfe der Kontaktvorrichtung in 234 konnten an derselben Maschine auch 12 verschiedene Ordinaten der Wechselstromkurve gemessen werden, nämlich

0, 31, 52, 55, 52, 31, 0, − 31, − 52, − 55, − 52, − 31.
[0, 45, 76, 79, 76, 45, 0, − 45, − 76, - 79 − 76, − 45].

Wie groß ist hiernach der Mittel- und der Effektiv-Wert während einer halben Periode?

Lösung:

$$e_m = \frac{0 + 31 + 52 + 55 + 52 + 31}{6} = \frac{221}{6} = 36{,}83 \text{ V},$$

$$e'^2 = \frac{0^2 + 31^2 + 52^2 + 55^2 + 52^2 + 31^2}{6} = 1726;$$

$$e' = 41{,}6 \text{ V}.$$

238. In welchem Verhältnis stehen bei dieser Wechselstrommaschine die maximale zur effektiven und die maximale zur mittleren Spannung, und wie groß ist die effektive bezw. mittlere Spannung, wenn bei einer bestimmten Messung der Maximalwert 65 [78] (185) Volt beträgt.

Lösung:

Nach 237 ist $\frac{E}{e'} = \frac{55}{41{,}6} = 1{,}321$ oder $\frac{e'}{E} = 0{,}755$,

$$\frac{E}{e_m} = \frac{55}{36{,}8} = 1{,}495 \text{ oder } \frac{e_m}{E} = f' = 0{,}668.$$

Ist $E = 65$ V, so wird $e' = 0{,}755 \,.\, 65 = 49$ V,

$$e_m = 0{,}668 \,.\, 65 = 43{,}4 \text{ V}.$$

Wenn die Ordinaten für die Kurve der elektromotorischen Kraft dem Sinusgesetz folgen, d. h. der Gleichung

$$e = E \sin \alpha,$$

wo für α gesetzt werden kann: $\alpha = \omega\, t$ und $\omega = 2\pi \sim\, = \frac{2\pi}{T}$, so ist der Mittelwert

$$e_m = \frac{2}{\pi} E \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 70$$

und der gemessene Wert

$$e' = \frac{E}{\sqrt{2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 71.$$

Wird der Wechselstrom einer Gleichstrommaschine mit Schleifringen entnommen, so besteht zwischen e_m, e' und E eine Beziehung, die von dem Verhältnis

$$g = \frac{\text{Polbreite}}{\text{Polteilung}} = \frac{b_p}{T_p}$$

abhängt.

9. Tabelle.

$g = \frac{b_p}{T_p}$	0,5	0,6	0,7	0,8
$\frac{e'}{E} = f_g$	0,815	0,775	0,73	0,685
$\frac{e_m}{E} = f'$	0,75	0,7	0,65	0,6

239. Ein Ring aus Ankerblechen zusammengesetzt, ist gleichmäßig mit Windungen bedeckt, durch die ein Wechselstrom geleitet wird, dessen Momentanwerte sich entsprechend der Gl. $i = \sin\alpha$ ändern, wenn α die Werte von 0 bis 360° durchläuft. Der Strom erzeugt eine magnetisierende Kraft $H = 2{,}5\,i$ [$1{,}5\,i$] ($5\,i$) entsprechend der Formel 19b. Welche Kraftliniendichten B werden in dem Eisen erzeugt, wenn die Magnetisierungskurve des Eisens den Werten der Tafel I (Ankerblech) entspricht, und wie groß ist das Verhältnis

$$f' = \frac{\text{Mittelwert}}{\text{Maximalwert}} = \frac{B_m}{B_g}?$$

Lösungen:

Wir bestimmen zunächst die Werte von i für $\alpha = 10°$, $20°$, $30°$ . . . . und erinnern uns, um die Tafel im Anhang benutzen zu können, daß $\sin 10° = \cos 80°$, $\sin 20° = \cos 70°$ usw., berechnen $H = 2{,}5\,i$ und entnehmen B zugehörig zu H aus Tafel I.

$\alpha =$	0	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
$i =$	0	0,174	0,342	0 5	0,643	0,766	0,866	0,94	0,985	1
$H =$	0	0,43	0,85	1,25	1,61	1,91	2,16	2,36	2,46	2,5
$B =$	0	1300	3500	5200	6600	7000	7200	7600	8100	8300

Die Werte für $\alpha = 110°$, $120°$ bis $180°$ wiederholen sich. Die Summe der 18 Werte von B ist $\Sigma B = 101\,300$, also $B_m = 101\,300 : 18 = 5640$. Der größte Wert ist $B_g = 8300$, also

$$f' = \frac{5640}{8300} = 0{,}68.$$

Bemerkung: Hätte B sich ebenfalls nach dem Sinusgesetz geändert, so wäre $f' = \frac{2}{\pi} = 0{,}635$ gewesen (Formel 70). Wir erkennen also hieraus, daß die Kraftliniendichte im Eisen sich nicht nach dem Sinusgesetz ändert und daß f' stets größer als 0,635 ausfällt. Vergl. hiermit die Resultate der [ ] ( ) Werte.

240. Eine 6-polige Wechselstrommaschine macht 1200 [1000] (800) Umdrehungen in der Minute; jede der sechs hintereinander geschalteten Spulen besitzt 12 [15] (60) Windungen und die Kraftliniendichte im Luftzwischenraum ist $B_L = 6000$ [5000] (7000). Der

Querschnitt des Luftzwischenraumes ist angenähert ein Rechteck von 10 [12] (20) cm Länge und 15 [20] (25) cm Breite (Fig. 85).

Gesucht wird:

a) die Periodenzahl,

b) die Zeitdauer einer Periode,

c) die Winkelgeschwindigkeit des Radiusvektors,

d) eine allgemeine Formel für die mittlere elektromotorische Kraft einer 2p-poligen Maschine,

e) der Mittelwert im Zahlenbeispiel,

f) der Maximal- und Effektivwert, wenn die elektromotorische Kraft sinusförmigen Verlauf hat.

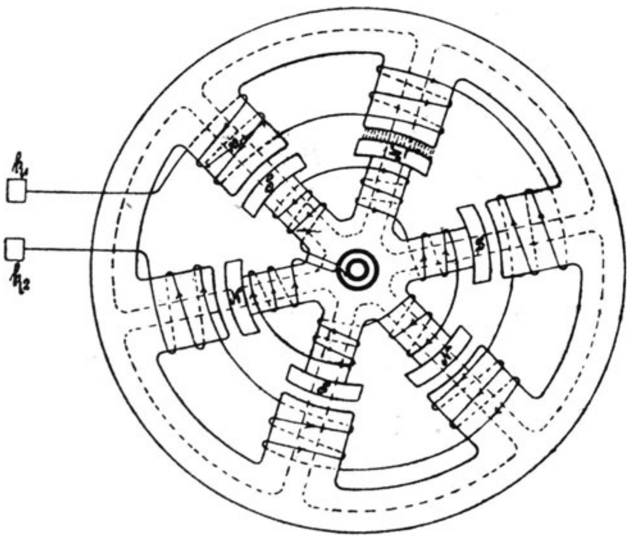


Fig. 85.

Lösungen:

Zu a); $\frac{\mathrm{n\,p}}{60} = \sim$ gibt $\sim = \frac{1200}{60} \cdot 3 = 60.$

Zu b): $\mathrm{T} = \frac{1}{\sim} = \frac{1}{60}$ Sekunde.

Zu c): $\omega = 2\pi \sim = 2\pi \cdot 60 = 376.$

Zu d): Die mittlere elektromotorische Kraft einer Spule mit ξ Windungen während einer halben Periode folgt aus Formel 32, S. 87.

$$e_m = \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{\mathrm{T}' \cdot 10^8}\,\xi.$$

Gesetz 22: In einer Spule wird eine halbe Periode vollendet, wenn statt des Nordpoles der benachbarte Südpol unter dieselbe gekommen ist.

Steht der Nordpol unter der Spule, so ist $\Phi_1 = \Phi_0$,
" " Südpol " " " " " $\Phi_2 = -\Phi_0$,

ferner ist $T' = \frac{T}{2}$ (Zeitdauer der halben Periode), also

$$e_m = \frac{2\,\Phi_0\,\xi}{\frac{T}{2}\cdot 10^8} = \frac{4\,\Phi_0\,\xi}{T\,.\,10^8}.$$

Führt man anstatt der Zeit die Anzahl der Perioder ein, so ist (Formel 66)

$$T = \frac{1}{\sim},$$

also wird

$$e_m = \frac{4\,\Phi_0\,\xi \sim}{10^8}$$

Die 2p-polige Maschine besitzt 2p hintereinandergeschaltete Spulen, mithin ist die mittlere elektromotorische Kraft der ganzen Maschine

$$E_m = 2\,p\,e_m = \frac{4\,\Phi_0\,\xi \sim 2\,p}{10^8}$$

oder, wenn man die Windungszahl W der ganzen Maschine einführt, also $W = 2\,p\,\xi$ setzt,

$$E_m = \frac{4\,\Phi_0 \sim W}{10^8}\ \text{Volt} \quad \ldots\ldots \quad 72.$$

Zu e): Da die Kraftliniendichte im Luftzwischenraum $B_L = 6000$ ist, so ist bei einem Luftquerschnitt von

$$10\,.\,15 = 150\ \text{cm}^2$$

$$\Phi_0 = 150 \quad 6000 = 900000 = 0{,}9\,.\,10^6.$$

Ferner ist $\xi = 12$, $\sim\, = 60$, $2\,p = 6$, also

$$E_m = \frac{4\,.\,0{,}9\,.\,10^6\,.\,12\,.\,60\,.\,6}{10^8} = 155\ \text{V}.$$

Zu f): Aus $E_m = \frac{2}{\pi}\,E$

(Formel 70) folgt:

$$E = \frac{\pi}{2}\,E_m = \frac{\pi}{2}\cdot 155 = 244\ \text{Volt},$$

Formel 71 gibt

$$e' = \frac{E}{\sqrt{2}} = \frac{244}{\sqrt{2}} = 172{,}5\ \text{V}.$$

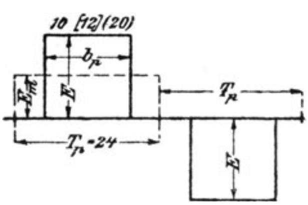


Fig. 86.

241. Wie gestalten sich die Fragen zu f, wenn die Kurve der elektromotorischen Kraft den in Fig. 86 dargestellten Verlauf besitzt?

Lösung: Es muß das Rechteck über der halben Periode T_p und der Höhe E_m gleich dem Inhalt der Kurve der EMK sein, also

$$T_p E_m = b_p E \text{ oder}$$

$$E = \frac{T_p}{b_p} E_m = \frac{24}{10} \cdot 155 = 372 \text{ V.}$$

Um e' zu finden, hat man über T_p ein Rechteck mit der Höhe e'^2 zu zeichnen, das flächengleich der Kurve ist, deren Ordinaten die Quadrate der EMK sind, es ist demnach

$$T_p e'^2 = b_p E^2 \text{ oder in unserem Falle}$$

$$e' = E \sqrt{\frac{b_p}{T_p}} = 372 \sqrt{\frac{10}{24}} = 240 \text{ V.}$$

242. Eine 4 [6] (8)-polige Wechselstrommaschine besitzt einen mit Schleifringen versehenen Gleichstromanker von 800 Drähten in Parallelschaltung (Schleifenwickelung). Der Anker soll 120 [200] (300) V Wechselstrom von 50 Perioden liefern. Das Verhältnis $g = \frac{b_p}{T_p}$ sei 0,7 [0,6] (0,8). Gesucht wird:

a) die Tourenzahl,
b) die erforderliche Kraftlinienzahl,
c) der Querschnitt des Luftzwischenraumes, wenn die Kraftliniendichte daselbst 6000 [7000] (6500) sein soll,
d) die Polteilung und der Ankerdurchmesser, wenn der Polschuh ebenso lang wie breit wird,
e) die Stromstärke, die der Maschine entnommen werden kann, wenn $\overline{AS} = 100$ [120] (90) ist.

Lösungen:

Zu a): Aus $\frac{np}{60} = 50$ folgt $n = \frac{50 \cdot 60}{2} = 1500.$

Zu b): Die EMK des Gleichstromes ist bekanntlich (vergl. S. 125, Formel 53):

$$E = \frac{\Phi_0 n z}{60 \cdot 10^8}$$

und da $\frac{e'}{E} = f_g$ (Tabelle 9), so wird $e' = f_g \frac{\Phi_0 n z}{60 \cdot 10^8}$

oder $\Phi_0 = \frac{e' \cdot 60 \cdot 10^8}{f_g n z} = \frac{120 \cdot 60 \cdot 10^8}{0,73 \cdot 1500 \cdot 800} = 0,823 \cdot 10^6.$

Zu c): $Q_\mathfrak{L} = \frac{\Phi_0}{B_\mathfrak{L}} = \frac{0,823 \cdot 10^6}{6000} = 137 \text{ cm}^2 = \mathfrak{b}\, b_p.$

Zu d): wenn $b = b_p$ ist, wird $b_p = \sqrt{137} = 11,7$ cm, andererseits ist $g = \frac{b_p}{T_p}$, also $T_p = \frac{11,7}{0,7} = 16,7$ cm;

aus $T_p = \frac{\pi D}{2p}$ folgt $D = \frac{16,7 \cdot 4}{\pi} = 21,3$ cm.

Zu e): $i_a = i_d\, 2p$ (Formel 53) und $\overline{AS} = \frac{z\, i_d}{\pi D}$,

also $$i_d = \frac{\pi D \overline{AS}}{z} = \frac{\pi \cdot 21,3 \cdot 100}{800} = 8,4 \text{ A},$$

demnach $$i_a = 8,4 \cdot 4 = 33,6 \text{ A}.$$

§ 28.

Das Ohmsche Gesetz für Wechselströme.

Im folgenden wird stets vorausgesetzt, daß die elektromotorische Kraft der Maschine sinusförmigen Verlauf hat, also der Geichung

$$e = E \sin \alpha \qquad \left(\alpha = \omega t = 2\pi \sim t = \frac{2\pi t}{T}\right)$$

folgt.

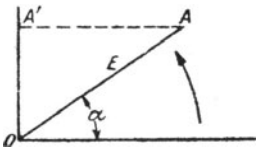


Fig. 87.

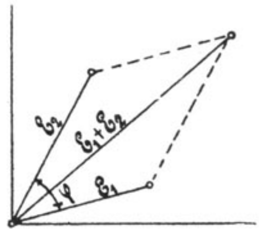


Fig. 88.

Die Darstellung von e zeigt die Fig. 87. Hiernach ist der momentane Wert $\overline{OA'} = e$ die Projektion des Maximalwertes $\overline{OA} = E$ auf eine vertikale Gerade. Man nennt E den Radiusvektor im Vektordiagramm. Alle nur denkbaren Werte von e erhält man durch Drehung des Radiusvektor $\overline{OA}$ um den Punkt O im entgegengesetzten Sinne der Drehung des Uhrzeigers.

Gesetz 23: Die Summe der Maximalwerte zweier elektromotorischer Kräfte, die einen Winkel φ miteinander bilden, ist die durch den Winkel gehende Diagonale des Parallelogrammes, das aus den beiden elektromotorischen Kräften gebildet wird (Fig. 88).

Ist die Differenz der Maximalwerte zu suchen, so bilde man anstatt der Differenz $E_2 - E_1$ die Summe $E_2 + (-E_1)$. (Fig. 89.)

Gesetz 24: Fließt ein Wechselstrom durch einen induktionsfreien Widerstand, so fällt im Vektordiagramm der Vektor des Stromes der Richtung nach mit dem Vektor der Spannung zusammen.

Wenn also (Fig. 90)

$$e = E \sin \alpha$$

ist, so ist auch

$$i = J \sin \alpha, \text{ wo } J = \frac{E}{w}$$

gesetzt ist.

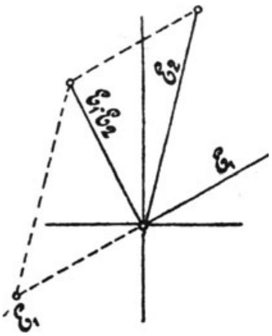


Fig. 89.

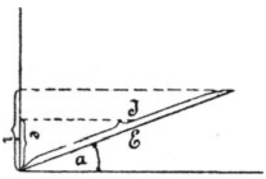


Fig. 90.

Gesetz 25: Fließt ein Wechselstrom durch eine widerstandslose Induktionsspule, so bleibt im Vektordiagramm der Vektor des Stromes um 90° gegen den Vektor der Spannung zurück.

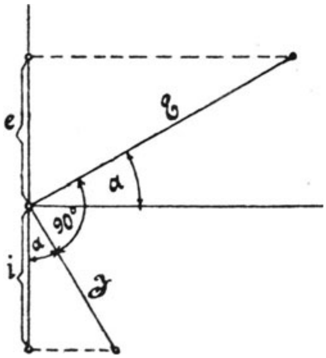


Fig. 91.

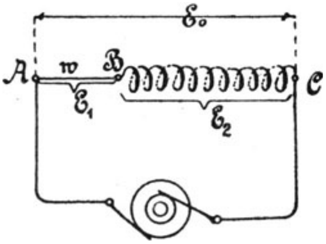


Fig. 92.

Ist also (Fig. 91)

$$e = E \sin \alpha,$$

so ist

$$i = -J \sin (90 - \alpha) = -J \cos \alpha,$$

wo

$$J = \frac{E}{L \omega} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 73$$

gesetzt ist. $L\omega$ heißt der induktive Widerstand der Spule.

Besitzt eine Spule Widerstand und Selbstinduktion, so kann man sich diese Spule stets ersetzt denken durch eine widerstandslose, der ein induktionsfreier Widerstand vorgeschaltet ist. (Fig. 92.) Es fließt dann, beim Anschluß an eine Wechselstrommaschine, durch den Kreis ein Strom, dessen Maximalwert J sei. Derselbe ruft an den Enden AB des induktionsfreien Widerstandes w einen Spannungsunterschied E_1 (Maximalwert) und an den Enden der widerstandslosen Spule einen Spannungsunterschied E_2 hervor. Die Gesamtspannung E_0 an den Klemmen A und C der Spule (die Klemme B ist nur gedacht) ist die Diagonale eines aus E_1 und E_2 gebildeten Parallelogrammes.

Da im ganzen Kreise nur eine Stromstärke fließt, so wähle man im Vektordiagramm diese als Grundlinie. (Fig. 93.) Die Spannung $E_1 = \overline{OA}$ fällt dann der Richtung nach mit der Grundlinie zusammen (Gesetz 24), während die Spannung $E_2 = \overline{OB}$ senkrecht auf ihr steht (Gesetz 25); die Gesamtspannung ist dann die Diagonale OC (Gesetz 23). Für diese aber gilt:

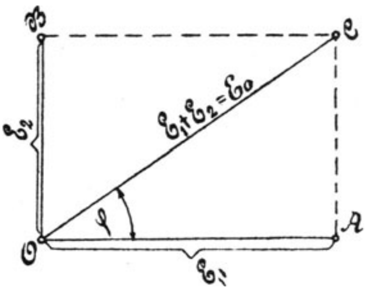


Fig. 93.

$$E_0^2 = E_1^2 + E_2^2,$$

oder da

$$E_1 = J w, \quad E_2 = L \omega J \text{ ist}$$
$$E_0^2 = J^2 \left[w^2 + (\omega L)^2\right],$$

woraus

$$J = \frac{E_0}{\sqrt{w^2 + (\omega L)^2}} \quad . \quad . \quad 74$$

folgt.

$$\sqrt{w^2 + (\omega L)^2} = W' \quad . \quad . \quad 75.$$

W' heißt der scheinbare Widerstand oder die Impedanz einer Spule; er ist die geometrische Summe aus w und $L\omega$, wie dies aus der Fig. 94 herorgeht. Das $\triangle$ O'C'A' heißt das Widerstandsdreieck und ist ähnlich dem Spannungsdreieck OAC in Fig. 93.

Die Klemmenspannung E_0 ist die einzige, wirklich vorhandene Spannung. E_2 ist gleich der elektromotorischen Kraft der Selbstinduktion, aber von entgegengesetzter Richtung, also

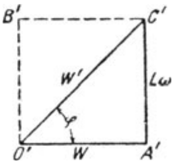


Fig. 94.

$$E_2 = - E_s.$$

Die Fig. 93 läßt erkennen, daß der Strom (Richtung $\overline{OA}$) in der Phase gegen die Spannung E_0 um einen Winkel φ, den Phasenverschiebungswinkel, zurückbleibt. Hieraus folgt das

Gesetz 26: Fließt ein Wechselstrom durch eine Spule mit Widerstand und Selbstinduktion, so bleibt der Vektor des Stromes um einen φ hinter dem Vektor der Spannung zurück.

Anstatt der Maximalwerte J und E_0 kann man auch die gemessenen Werte setzen. Es gilt daher auch die Formel 74

$$i' = \frac{e'}{\sqrt{w^2 + (\omega L)^2}} = \frac{\text{gemessene Spannung}}{\text{scheinbarer Widerstand}}$$

243. Die Achsen zweier Wechselstrom-Maschinen, von denen die eine Maschine 60 [100] (120) Volt, die andere 80 [90] (100) V liefert, sind miteinander direkt gekuppelt, und zwar unter einem

Winkel a) 0°, b) 30°, c) 60°, d) 90°, e) 120°, f) 150°. Wie groß ist bei Hintereinanderschaltung beider Maschinen die gesamte elektromotorische Kraft?

Lösungen:

Zu a): $60 + 80 = 140$ V.

Zu b): Man mache (Fig. 95) $\overline{OA} = 60$ V, z. B. 60 mm, trage an $\overline{OA}$ einen Winkel von 30° an und mache den freien Schenkel $\overline{OB} = 80$ V, also 80 mm, ergänze $\overline{OA}$ und $\overline{OB}$ zum Parallelogramm, so ist nach Messung $\overline{OC} = 136$ mm, mithin beträgt die gesamte elektromotorische Kraft beider Maschinen 136 V.

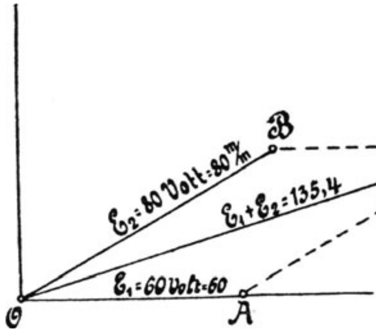


Fig. 95.

Durch Rechnung findet man $\overline{OC}$ aus dem $\triangle OAC$ nach der Formel:

$$\overline{OC}^2 = \overline{OA}^2 + \overline{AC}^2 + 2 \,.\, \overline{OA} \,.\, \overline{AC} \cos 30°,$$

$$= 60^2 + 80^2 + 2 \cdot 60 \cdot 80 \cdot \frac{1}{2}\sqrt{3} = 18315,$$

$$\overline{OC} = \sqrt{18315} = 135{,}4 \text{ V}.$$

244. Die in der Wickelung AB einer Wechselstrommaschine erzeugte EMK ist gegen die in der Wickelung BC einer zweiten Maschine erzeugte um 90° verschoben. Durch die Lampen F_1 bezw. F_2 fließen Ströme von 5 [8] (7) A bezw. 12 [15] (20) A. Welcher Strom fließt in der gemeinsamen Leitung BD (Fig. 96)?

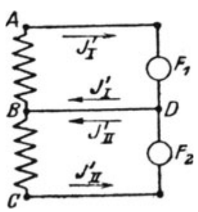


Fig. 96.

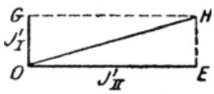


Fig. 97.

Lösung: In der gemeinsamen Leitung BD fließt die Summe der Ströme J'_I und J'_{II} (geometrisch addiert), wobei nach Angabe, die Vektoren J'_I und J'_{II} senkrecht aufeinander stehen. Macht man in Fig. 97 $\overline{OG} = J'_I = 5$ A und $\overline{OE} = J'_{II} = 12$ A, so ist die gesuchte Summe die Diagonale $\overline{OH}$. Nun ist im $\triangle$ OHE

$$\overline{OH} = \sqrt{J'^2_I + J'^2_{II}} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13 \text{ A}.$$

245. A_1E_1 und A_2E_2 sind Sitze zweier EMK, deren Vektoren einen Winkel von 120° miteinander einschließen. Die gemessene Größe jeder EMK ist $e_0' = 100$ [220] (220) V. Welche Spannung e' mißt man zwischen A_1 und A_2, wenn E_1 mit E_2 verbunden wird (Fig. 98.)

Lösung: Wie aus den in Fig. 98 eingezeichneten Pfeilen hervorgeht, subtrahieren sich die beiden EMK, also ist die zwischen A_1 und A_2 gemessene Spannung die Differenz der beiden Spannungen

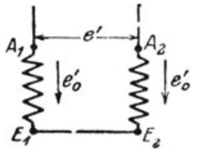


Fig. 98.

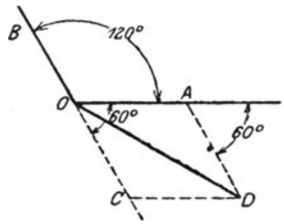


Fig. 99.

e_0' (geometrisch subtrahiert). Wir tragen an die in A_1E_1 entstandene Spannung $\overline{OA}$ (Fig. 99), die in A_2E_2 entstandene Spannung $\overline{OB}$ unter 120° an, verlängern $\overline{OB}$ nach rückwärts um sich selbst bis C und bilden aus $\overline{OA}$ und $\overline{OC}$ ein Parallelogramm, so ist dessen Diagonale $\overline{OD}$ die gesuchte Differenz e'. Es ist in $\triangle$ OAD

$$\overline{OD} = e' = \sqrt{\overline{OA}^2 + \overline{AD}^2 + 2 \,.\, \overline{OA} \,.\, \overline{AD} \,.\, \cos 60^0}$$

$$e' = \sqrt{100^2 + 100^2 + 2 \,.\, 100 \,.\, 100 \cdot \tfrac{1}{2}} = 100\sqrt{3} = 173 \text{ V}.$$

246. In Fig. 100 seien A_1E_1, A_2E_2, A_3E_3 drei gleiche EMK, die gegeneinander um Winkel von je 120° verschoben sind. Die Enden E_1 und E_2 sind miteinander verbunden, ebenso A_2 mit E_3. Zwischen A_1 und A_2, ebenso zwischen A_2 und A_3 werden Lampen geschaltet. Die erste Lampengruppe braucht 6,65 [12] (15) A, die zweite 4,6 [10] (7) A. Gesucht:

a) die Lampenspannung der ersten Gruppe,
b) die Lampenspannung der zweiten Gruppe,
c) die Stromstärke in der von A_2 ausgehenden, beiden Gruppen gemeinschaftlichen Leitung.

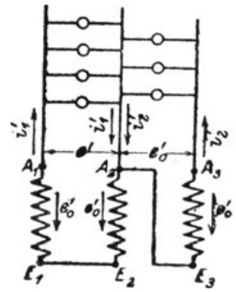


Fig. 100.

Lösungen:

Zu a): Wie die Pfeile in Fig. 100 zeigen, sind die EMK in A_1E_1 und A_2E_2 einander entgegengerichtet, müssen also subtrahiert werden (geometrisch). In Fig. 101 sind $\overline{A_1O}$, $\overline{A_2O}$, $\overline{A_3O}$ die drei gleichen EMK, die gegeneinander um 120^0 verschoben sind. Soll $\overline{A_2O}$ von $\overline{A_1O}$ subtrahiert werden, so verlängere man $\overline{A_2O}$ über O um sich selbst und addiere $\overline{OC}$ zu $\overline{OA_1}$, d. h. bilde aus $\overline{OA_1}$ und $\overline{OC}$ das # OA_1BC, dessen Diagonale $\overline{OB}$ die gesuchte Differenz ist. Aus $\triangle\ OA_1B$ folgt

$$\overline{OB} = \sqrt{\overline{OA_1}^2 + \overline{A_1B}^2 + 2 \,.\, \overline{OA_1} \,.\, \overline{A_1B} \cos 60^0} = e_0' \sqrt{3}\ .$$

als Lampenspannung der ersten Gruppe.

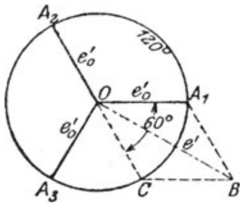


Fig. 101.

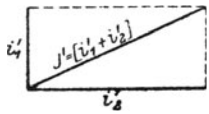


Fig. 102.

Zu b) Die Spannung der zweiten Lampengruppe ist die zwischen A_3 und E_3 herrschende, also die Spannung $e_0' = \overline{A_3O}$ in Fig. 101.

Zu c): Da bei induktionsfreien Widerständen die Richtungen der Stromvektoren mit denen der Spannungen zusammenfallen, so sehen wir, daß die Stromvektoren i_1' und i_2' miteinander dieselben Winkel bilden, wie die Spannungen $\overline{OB}$ und $\overline{OA_3}$ in Fig. 101. Nun ist aber

$$\sphericalangle\ A_3OB = 120 - 30 = 90^0,$$

also wird der Strom in der gemeinsamen Leitung (Fig. 102)

$$J = \sqrt{i_1'^2 + i_2'^2} = \sqrt{6{,}65^2 + 4{,}6^2} = 8{,}1 \text{ A}.$$

247. Eine Spule besitzt einen wahren Widerstand von 3 [2,5] (10) Ω und einen induktiven von 9,42 [9,44] (0,784) Ω. Welcher Strom fließt durch dieselbe, wenn sie an eine Wechselstromspannung von 40 [36] (65) Volt angeschlossen wird?

Lösung: $i' = \dfrac{e'}{\sqrt{w^2 + (\omega L)^2}}$;

$$e' = 40 \text{ V},\ w = 3\,\Omega,\ L\,\omega = 9{,}42\,\Omega,$$

also wird

$$i' = \frac{40}{\sqrt{3^2 + (9{,}42)^2}} = 4{,}04 \text{ A}.$$

248. Eine Spule besitzt einen Widerstand von 20 [10] (2) Ω, einen Selbstinduktionskoeffizienten von 0,06 [0,1] (0,03) Henry. Sie ist an eine Wechselstromspannung von 50 Perioden angeschlossen, wobei ein Strom von 0,6 [0,3] (6) A durch sie hindurchfließt. Gesucht wird:

a) der scheinbare Widerstand,
b) die Klemmenspannung,
c) der Cosinus des Phasenverschiebungswinkels.

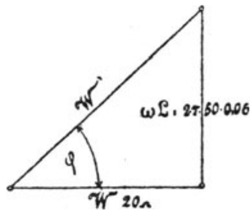


Fig. 103.

Lösungen:

Zu a): Es ist $\omega = 2\pi \,.\, 50 = 314$, also nach (Fig. 103)

$$W' = \sqrt{20^2 + (314 \,.\, 0{,}06)^2} = 27{,}42\ \Omega.$$

Zu b): Aus $i' = \frac{e'}{W'}$ folgt:

$$e' = i'\, W' = 0{,}6 \,.\, 27{,}42 = 16{,}452 \text{ Volt.}$$

Zu c): (Fig. 103)

$$\cos\varphi = \frac{W}{W'} = \frac{20}{27{,}42} = 0{,}729.$$

249. Um den Selbstinduktionskoeffizienten einer Spule zu bestimmen, wurde dieselbe an eine Wechselstromspannung von 48 [60] (100) Volt und 50 Perioden angeschlossen, wobei durch die Spule ein Strom von 6 [8] (10) A floß. Der Spulenwiderstand betrug 3 [2] (5) Ω. Wie groß ist hiernach L?

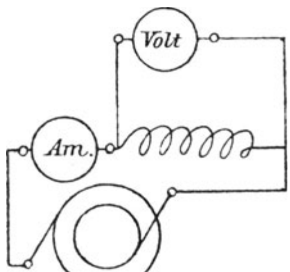


Fig. 104.

Lösung: Aus $i' = \frac{e'}{W'}$

folgt: $$W' = \frac{e'}{i'} = \frac{48}{6} = 8\ \Omega.$$

Andererseits ist:

$$W'^2 = w^2 + (\omega\, L)^2,$$

woraus: $$\omega\, L = \sqrt{W'^2 - w^2} = \sqrt{8^2 - 3^2} = \sqrt{55} = 7{,}4\ \Omega,$$

oder: $$L = \frac{7{,}4}{2\,\pi \,.\, 50} = 0{,}0235 \text{ Henry.}$$

250. Zur Bestimmung des Selbstinduktionskoeffizienten wurde in den Stromkreis der Spule eingeschaltet ein Dynamometer Am. und parallel zur Spule ein Voltmeter (Fig. 104). Das erstere zeigte 200 [150] (260)^0 Ausschlag an, das letztere 50 [48] (38) V. Die Tourenzahl der zweipoligen Wechselstrommaschine wurde zu 2800

[2400] (3600) pro Minute bestimmt. Die Konstante des Dynamometers ist 0,355 und der Spulenwiderstand 5 [2] (1,5) Ω. Wie groß ist hiernach L?

Lösung: $i' = 0{,}355\sqrt{200} = 5{,}02$ A,

$$W' = \frac{e'}{i'} = \frac{50}{5{,}02} = 9{,}97\ \Omega.$$

Aus $\frac{n\,p}{60} = \sim$ folgt $\sim = \frac{2800}{60} \cdot 1 = 46{,}7$,

also (Fig. 94) $\omega L = \sqrt{9{,}97^2 - 5^2} = 8{,}63\ \Omega$,

$$L = \frac{8{,}63}{2\pi \,.\, 46{,}7} = 0{,}0294 \text{ Henry.}$$

251. Durch eine Spule von 2,3 [5] (4) Ω **und einem Selbstinduktionskoeffizienten von 0,03 [0,04] (0,025) Henry fließt ein** Wechselstrom von 5 [3] (4) A, der an den Klemmen **eine Spannung** von 55 [30] (60) V **hervorruft.** Wie groß **ist hiernach die Perioden**zahl des Wechselstromes?

Lösung: Aus dem Widerstandsdreieck (Fig. 94) **folgt:**

$$\omega L = \sqrt{W'^2 - w^2},$$

wo der scheinbare Widerstand $W' = \frac{e'}{i'} = \frac{55}{5} = 11\ \Omega$ und der wahre Widerstand $w = 2{,}3\ \Omega$ ist, also

$$\omega = \frac{\sqrt{11^2 - 2{,}3^2}}{0{,}03} = \frac{10{,}7}{0{,}03} = 357$$

$$\sim = \frac{357}{2\pi} = 56{,}8 \text{ Perioden.}$$

252. Durch eine Spule von 10 [8] (4) Ω Widerstand fließt ein Wechselstrom von 3 [4] (8) A, welcher an den Klemmen derselben eine Spannung von 50 [60] (64) V hervorruft. Welche Spannung geht in dem Ohmschen Widerstand verloren, wie groß ist die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion der Spule, und um welchen Winkel wird der Strom gegen die Klemmenspannung verzögert?

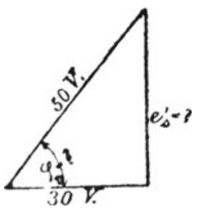


Fig. 105.

Lösung: Die in dem Widerstand von 10 Ω verlorene Spannung ist:

$$e_1' = 3 \,.\, 10 = 30 \text{ V}.$$

Die elektromotorische Kraft der Selbst-Induktion folgt aus (Fig. 105)

$$e_s' = \sqrt{50^2 - 30^2} = 40 \text{ V},$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{40}{30} = 1{,}333,$$

$$\cos \varphi = \frac{30}{50} = \frac{3}{5} = 0{,}6,\ \varphi \cong 53^\circ.$$

§ 29.

Leistung des Wechselstromes.

Bezeichnet e' die gemessene Spannung, i' den gemessenen Strom, φ den Phasenverschiebungswinkel zwischen Strom und Spannung, so ist die Leistung des Stromes

$$\mathfrak{E} = e' i' \cos\varphi \quad \ldots\ldots\ldots \quad 76.^{*)}$$

253. Eine Spule besitzt einen induktiven Widerstand von 15,7 [9,42] (63) Ω, einen wahren Widerstand von 10 [8] (10) Ω. Dieselbe wird an eine Wechselstromspannung von 60 [120] (220) V und 50 Perioden angeschlossen. Gesucht wird:

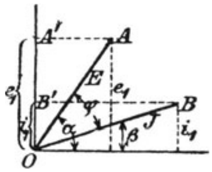
a) der scheinbare Widerstand,
b) die Stromstärke in der Spule,
c) die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion,
d) der Selbstinduktionskoeffizient der Spule,
e) der Cosinus des Phasenverschiebungswinkels,
f) die in der Spule verbrauchte Leistung.

---

*) Beweis: Ist e die momentane Spannung, i die momentane Stromstärke, so ist ei die momentane Leistung; die wirkliche ist der Mittelwert aus den momentanen Leistungen, also

$$\mathfrak{E} = \frac{\Sigma e i}{m} \text{ Watt.}$$

Stellt man die momentanen Werte als Projektionen ihrer Maximalwerte OA bezw. OB dar, so ist für einen beliebigen Winkel α (siehe nebenstehende Figur)



$$e_1 = E \sin\alpha, \qquad i_1 = J \sin\beta$$

und $$e_1 i_1 = E J \sin\alpha \sin\beta.$$

Denkt man sich die Maximalwerte um 90° gedreht, so wird

$$e_2 = E \sin(\alpha + 90) = E \cos\alpha,$$
$$i_2 = J \sin(\beta + 90) = J \cos\beta$$

und $$e_2 i_2 = E J \cos\alpha \cos\beta,$$

folglich $$e_1 i_1 + e_2 i_2 = E J (\sin\alpha \sin\beta + \cos\alpha \cos\beta)$$

oder $$e_1 i_1 + e_2 i_2 = E J \cos(\alpha - \beta) = E J \cos\varphi.$$

Dieser Ausdruck ist unabhängig von α, d. h. zu jedem denkbaren Werte von α gibt es zwei Addenden $e_1 i_1$ und $e_2 i_2$, deren Summe $E J \cos\varphi$ ist. Denkt man sich nun je zwei derartige Addenden in eine Klammer, so sind aus den m Addenden des Ausdruckes $\mathfrak{E} = \frac{\Sigma e i}{m}$ $\frac{m}{2}$ Klammerausdrücke geworden, deren jeder den Wert $E J \cos\varphi$ hat, also ist

$$\mathfrak{E} = \frac{\frac{m}{2} E J \cos\varphi}{m} = \frac{E J}{2} \cos\varphi$$

$\frac{E}{\sqrt{2}} = e'$, $\frac{J}{\sqrt{2}} = i'$ (Formel 71) gesetzt gibt Formel 76.

Lösungen:

Zu a): (Fig. 106)

$$W' = \sqrt{10^2 + 15{,}7^2} = 18{,}6\ \Omega.$$

Zu b): $i' = \frac{e'}{W'} = \frac{60}{18{,}6} = 3{,}23$ A.

Zu c): Es ist $e_s' = L\omega i' = 15{,}7 \,.\, 3{,}23 = 50{,}7$ V, oder (Fig. 107):

$$e_s' = \sqrt{60^2 - 32{,}2^2} = 50{,}7\ \text{V}.$$

Zu d): Aus $L\omega = 15{,}7$ folgt $L = \frac{15{,}7}{2\pi \,.\, 50} = 0{,}05$ H.

Zu e): Nach Fig. 106 ist $\cos\varphi = \frac{10}{18{,}6} = 0{,}538$.

Nach Fig. 107 ist $\cos\varphi = \frac{32{,}3}{60} = 0{,}538$.

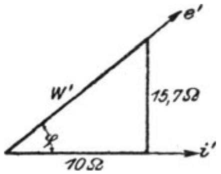


Fig. 106.

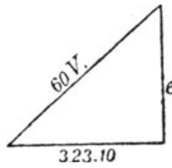


Fig. 107.

Zu f): $\mathfrak{E} = 60 \,.\, 3{,}23 \,.\, 0{,}538 = 104{,}3$ Watt. Diese Leistung hat sich in Stromwärme umgesetzt und konnte auch nach der Formel $\mathfrak{E} = i'^2 w = 3{,}23^2 \,.\, 10 = 104{,}3$ W berechnet werden.

254. In den Stromkreis eines Wechselstromes war eingeschaltet (Fig. 108) ein Amperemeter A, eine Spule S, ein Wattmeter W, außerdem ein Voltmeter V. Das letztere zeigt 120 [90] (50) V an, das Amperemeter 10 [12] (5) A, während das Wattmeter 800 [1000] (200) Watt angab. Wie groß ist hiernach:

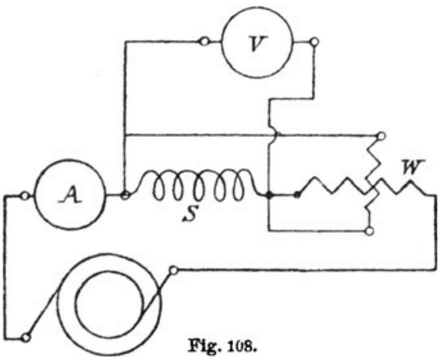


Fig. 108.

a) der Cosinus des Phasenverschiebungswinkels,
b) die wirksame elektromotorische Kraft e_w',
c) die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion e_s',
d) der Widerstand der Spule,
e) der Koeffizient der Selbstinduktion bei 50 Perioden?

Lösungen:

Zu a): Aus $\mathfrak{E} = e'i'\cos\varphi$ folgt:

$$\cos\varphi = \frac{\mathfrak{E}}{e'i'} = \frac{800}{120 \,.\, 10} = \frac{2}{3}.$$

Zu b): Es ist (Fig. 109)

$$e_w' = e'\cos\varphi = 120 \cdot \frac{2}{3} = 80 \text{ V}.$$

Zu c): $e_s' = e' \sin\varphi = 120\sqrt{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2} = 89{,}5$ V.

Zu d): Aus $i'w = 80$ folgt:

$$w = \frac{80}{10} = 8\ \Omega.\text{*)}$$

Zu e): Aus $L\omega i' = e_s' = 89{,}5$ folgt

$$L = \frac{89{,}5}{10 \,.\, 2\pi \,.\, 50} = 0{,}0285 \text{ Henry}.$$

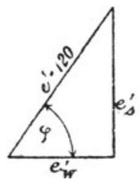


Fig. 109.

Bemerkung: In dieser Aufgabe ist davon abgesehen worden, daß das Voltmeter V (gewöhnlich ein Hitzdrahtvoltmeter) und die Nebenschlußspule des Wattmeters, auch Leistung verbrauchen, die in der Wattmeterangabe eingeschlossen ist. Die in der Spule S verbrauchte Leistung ist um diese beiden zu verkleinern.

Wäre z. B. in unserem Falle der Widerstand des Voltmeters 500 Ω, der Widerstand des Wattmeters 4000 Ω gewesen, so müßten von 800 Watt abgezogen werden

$$\frac{120^2}{500} + \frac{120^2}{4000} = 28{,}8 + 3{,}6 = 32{,}4 \text{ Watt}.$$

§ 30.

Hintereinanderschaltung zweier Spulen.

255. Durch zwei hintereinander geschaltete Spulen (Fig. 110) fließt ein Wechselstrom von 100 [80] (10) A und 50 Perioden. Der Widerstand der ersten Spule ist $W_1 = 5$ [7] (3) Ω, ihr Selbstinduktionskoeffizient 0,0107 [0,02] (0,03) Henry, der Widerstand der zweiten Spule 20 [17] (8) Ω, ihr Selbstinduktionskoeffizient 0,5 [0,2] (0,1) Henry.

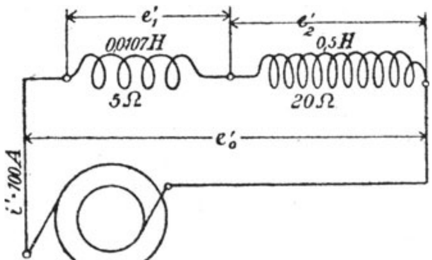


Fig. 110.

*) Der mit Wechselstrom gemessene Widerstand fällt, je nach der Drahtdicke und Periodenzahl, 1,05 bis 1,25 mal größer aus als der mit Gleichstrom bestimmte.

Gesucht wird:

a) der scheinbare Widerstand der ersten Spule,
b) der scheinbare Widerstand der zweiten Spule,
c) der scheinbare Widerstand beider Spulen,
d) die Klemmenspannung der ersten Spule,
e) die Klemmenspannung der zweiten Spule,
f) die Klemmenspannung beider Spulen,
g) der Cosinus des Phasenverschiebungswinkels zwischen Strom und Klemmenspannung der ersten Spule,

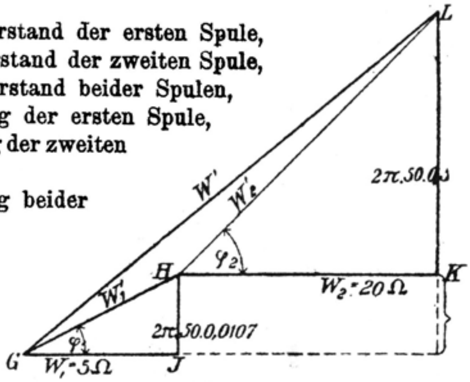


Fig. 111.

h) der Cosinus des Phasenverschiebungswinkels zwischen Strom und Klemmenspannung der zweiten Spule,
i) der Cosinus des Phasenverschiebungswinkels zwischen Strom und Klemmenspannung beider Spulen,
k) die verbrauchte Leistung in der ersten Spule,
l) die verbrauchte Leistung in der zweiten Spule,
m) die verbrauchte Leistung in beiden Spulen.

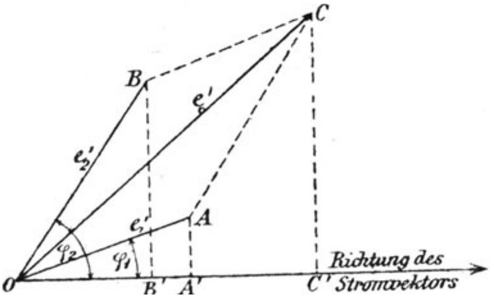


Fig. 112.

Lösungen:

Zu a): Der scheinbare Widerstand der ersten Spule ist
$W_1' = \sqrt{W_1^2 + (\omega L_1)^2} = \sqrt{5^2 + (2\pi\, 50 \,.\, 0{,}0107)^2} = 6\ \Omega.$

Zu b): Der scheinbare Widerstand der zweiten Spule ist
$$W_2' = \sqrt{20^2 + (2\pi \,.\, 50 \,.\, 0{,}5)^2} = 158\ \Omega.$$

Zu c): Der scheinbare Widerstand beider Spulen ist (Fig. 111)
$W' = \sqrt{(5 + 20)^2 + [2\pi \,.\, 50\,(0{,}0107 + 0{,}5)]^2} = 162\ \Omega.$

Zu d): (Fig. 112) $\overline{OA} = e_1' = i'\, W_1' = 100 \,.\, 6 = 600$ V.

Zu e): $\overline{OB} = e_2' = i' W_2' = 100 . 158 = 15800$ V.

Zu f): $\overline{OC} = e_0' = i' W' = 100 . 162 = 16200$ V.

Zu g): (Fig. 111) $\cos \varphi_1 = \frac{5}{6}$.

Zu h): $\cos \varphi_2 = \frac{20}{158}$.

Zu i): $\sphericalangle \varphi = COC'$ (Fig. 112) oder $\varphi = \sphericalangle LGJ$ (Fig. 111)

$$\cos \varphi = \frac{5 + 20}{162} = \frac{25}{162}.$$

Zu k): $\mathfrak{E}_1 = e_1' i' \cos \varphi_1 = 600 \cdot 100 \cdot \frac{5}{6} = 50000$ Watt.

Zu l): $\mathfrak{E}_2 = e_2' i' \cos \varphi_2 = 15800 \cdot 100 \cdot \frac{20}{158} = 200000$ Watt.

Zu m): $\mathfrak{E} = e_0' i' \cos \varphi = 16200 \cdot 100 \cdot \frac{25}{162} = 250000$ Watt,

Probe: $\mathfrak{E} = \mathfrak{E}_1 + \mathfrak{E}_2 = 50000 + 200000 = 250000$ Watt.

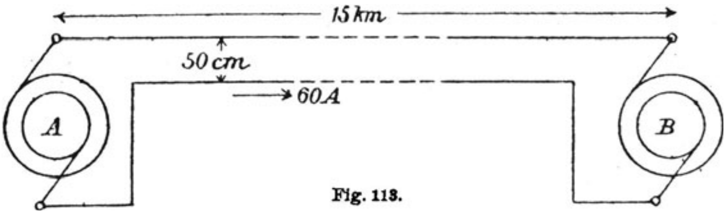


Fig. 113.

256. Am Orte A wird Wechselstrom erzeugt, der nach dem 15 [20] (40) km entfernten Orte B durch zwei parallele, 8 [10] (7) mm dicke, 50 [50] (75) cm voneinander entfernte Kupferdrähte geleitet wird, um dort Motoren zu treiben, welche 60 [65] (40) A bei 3000 [5000] (15000) Volt Klemmenspannung und 50 [60] (42) Perioden verbrauchen. In den Motoren ist der Strom gegen die zugehörige Klemmenspannung um einen Winkel φ_2 verschoben, der durch die Gleichung $\cos \varphi_2 = 0{,}8$ bestimmt ist. (Fig. 113.)

Gesucht wird:

a) der Widerstand der Leitung,
b) ihr Selbstinduktionskoeffizient,
c) ihr scheinbarer Widerstand,
d) der gesamte Spannungsverlust in der Leitung,
e) die Spannung der Wechselstrommaschine,
f) die von ihr abgegebene Leistung.

Lösungen:

Zu a): $$w_1 = \frac{c\,l}{q} = \frac{0{,}018 . 30000}{8^2 \frac{\pi}{4}} = 10{,}8\ \Omega.$$

Zu b): Die Tabelle 5 auf S. 95 ergibt für eine Leitung von 4 mm Radius, deren Drähte 50 cm voneinander entfernt sind, den Selbstinduktionskoeffizienten 0,001 017 pro Kilometer Drahtlänge, also ist

$$L = 30 . 0{,}001017 = 0{,}03051 \text{ Henry.} \quad L\omega = 9{,}6\ \Omega.$$

Zu c): Der scheinbare Widerstand ist

$$W' = \sqrt{10{,}8^2 + (9{,}6)^2} = 14{,}45\ \Omega.$$

Zu d): Der Spannungsverlust in der ganzen Leitung ist

$$e_1' = i' W' = 60 . 14{,}45 = 867 \text{ Volt.}$$

Zu e): Die Aufgabe kann aufgefaßt werden in der Weise, daß zwei Spulen hintereinander geschaltet sind, die eine Spule (die Leitung) hat den Selbstinduktionskoeffizienten $L = 0{,}03051$ Henry und den Widerstand 10,8 Ω, an ihren Enden herrscht die Spannung $e_1' = 867$ V, die andere Spule vertritt die Motoren, ihre Klemmenspannung beträgt 3000 V, und der Strom ist gegen die Spannung verschoben um einen Winkel φ_2, bestimmt durch die Gleichung $\cos \varphi_2 = 0{,}8$. Die Maschinenspannung e_0' ist dann die Resultierende aus dem Spannungsverluste $OA = e_1'$ in der Leitung und der Motorspannung $\overline{OB} = e_2' = 3000$ V Nach Fig. 114 ist

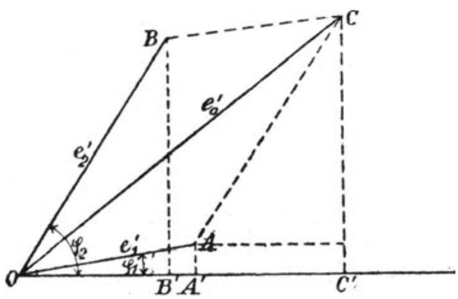


Fig. 114.

$$\overline{OB'} = e_2' . \cos \varphi_2 = 3000 . 0{,}8 = 2400 \text{ V},$$

$$\overline{BB'} = e_2' \sin \varphi_2 = 3000 \sqrt{1 - 0{,}8^2} = 1800 \text{ V}$$

Ferner $\overline{OA'} = i' w_1 = 60 . 10{,}8 = 648$ V,

$$\overline{AA'} = L\omega i' = 0{,}03051 . 2\pi . 50 . 60 = 574 \text{ V.}$$

Mit diesen Werten findet man nun

$$\overline{OC'} = \overline{OA'} + \overline{OB'} = 648 + 2400 = 3048 \text{ V},$$

$$\overline{CC'} = \overline{BB'} + \overline{AA'} = 1800 + 574 = 2374 \text{ V},$$

$$\overline{OC} = e_0' = \sqrt{3048^2 + 2374^2} = 3860 \text{ V},$$

d. h. an den Klemmen der Wechselstrommaschine müssen 3860 V Spannung herrschen.

Zweite Lösung zu e): Dividiert man die Seiten des Spannungsdreiecks OBB' (Fig. 114) durch die Stromstärke, so erhält man die homologen Seiten des Widerstandsdreiecks, also

$$W_2 = \overline{OB'} : i' = 2400 : 60 = 40\ \Omega,$$

$$L_2 \omega = \overline{BB'} : i' = 1800 : 60 = 30\ \Omega.$$

Mit diesen Werten läßt sich jetzt der scheinbare Widerstand beider Spulen (Leitung und Motoren) berechnen, nämlich:

$$W' = \sqrt{(w_1 + w_2)^2 + (L_1 \omega + L_2 \omega)^2},$$

$$W' = \sqrt{(10,8 + 40)^2 + (9,6 + 30)^2} = 64,33\ \Omega,$$

und hiermit $e_0' = i\, W' = 60 \,.\, 64,33 = 3860$ V.

Zu f): Die Leistung an den Klemmen der Wechselstrommaschine ist:

$$\mathfrak{E} = 3860 \,.\, 60 \,.\, \cos\varphi, \text{ wo } \varphi = \sphericalangle COC' \text{ und } \cos\varphi = \frac{\overline{OC'}}{\overline{OC}} = \frac{3048}{3860} = 0,79$$

ist, mithin $\mathfrak{E} = 3860 \,.\, 60 \,.\, 0,79 = 182880$ Watt

oder:

in der Leitung gehen verloren $i'^2 w_1 = 60^2 \,.\, 10,8 = 38880$ Watt,
in den Motoren werden gebraucht $3000 \,.\, 60 \,.\, 0,8 = 144000$ „

Summa: 182880 Watt.

257. Welchen Querschnitt muß die Leitung der vorigen Aufgabe erhalten, wenn der Verlust in derselben 9 [7] (15) % der Gesamtleistung beträgt, und wie gestalten sich dann die übrigen Fragen?

Lösungen:

Zu a): Die Gesamtleistung ist: $\mathfrak{E}_g = \frac{\text{Nutzleistung}}{1 - 0,09}$.

Die Nutzleistung ist

$$\mathfrak{E}_n = 3000 \,.\, 60 \,.\, 0,8 = 144000 \text{ Watt},$$

also die Gesamtleistung $\mathfrak{E}_g = \frac{144000}{0,91} = 158400$ Watt,

d. h. der Verlust in der Leitung beträgt

$$158400 - 144000 = 14400 \text{ Watt},$$

also wird $i'^2 w_1 = 14400,$

$$w_1 = \frac{14400}{3600} = 4\ \Omega,$$

$$q = \frac{c\,l}{w_1} = \frac{0,018 \,.\, 30000}{4} = 135 \text{ mm}^2,$$

$$d = 13,1 \text{ mm}.$$

Zu b): Der Selbstinduktionskoeffizient ist nach Formel 35, S. 94:

$$L = 30\, \frac{\left(4,605 \log \frac{50}{0,655} + 0,5\right)}{10^4} = 0,0276 \text{ Henry}.$$

Zu c): $W' = 9,55\ \Omega$.

Zu d): $e_1' = 60 \,.\, 9,55 = 573$ V.

Zu e): (Fig. 114)

$\overline{OA'} = 60 . 4 = 240$ V, $\overline{OB'} = 3000 . 0{,}8 = 2400$ V.

$\overline{AA'} = 8{,}7 . 60 = 522$ V, $\overline{BB'} = 3000 . 0{,}6 = 1800$ V,

$$\overline{CC'} = 522 + 1800 = 2322 \text{ V},$$
$$\overline{OC'} = 2400 + 240 = 2640 \text{ V},$$
$$e_0' = \sqrt{2322^2 + 2640^2} = 3520 \text{ V}.$$

Zu f): $\mathfrak{E} = 3520 \cdot 60 \cdot \dfrac{2640}{3520} = 158400$ Watt.

258. Eine Wechselstrombogenlampe braucht 10 [12] (15) A Strom, wobei an ihren Klemmen eine Spannung von 30 [31] (32) V herrschen soll. Um die Lampe an eine Stromquelle von 100 [120] (72) V und 50 Perioden anschliehen zu können, muß ihr ein induktiver Widerstand (Drosselspule) vorgeschaltet werden. Derselbe besitzt 1,2 [0,8] (0,2) Ω Widerstand. Gesucht wird:

a) die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion der Drosselspule,
b) ihr Selbstinduktionskoeffizient,
c) ihre Klemmenspannung,
d) die in der Drosselspule verbrauchte Leistung,
e) der Phasenverschiebungswinkel zwischen Strom und Spannung der Stromquelle.

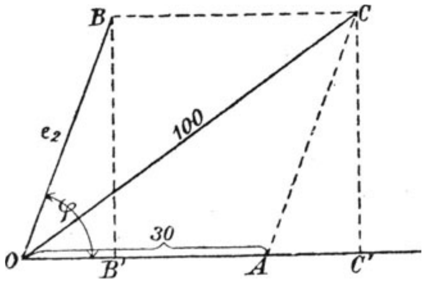


Fig. 115.

Lösungen:

Zu a): Die Lampe kann erfahrungsgemäß als induktionsfreier Widerstand angesehen werden, dann fällt im Vektordiagramm ihre Spannung mit der Stromrichtung zusammen, während die Spulenspannung um einen Winkel φ voreilt. Es sei in Fig. 115

$$\overline{OA} = 30 \text{ V}, \ \overline{OB} = e_2,$$

dann ist
$$\overline{OC} = e_0' = 100 \text{ V}.$$

Ferner $\overline{OB'} = i' . 1{,}2 = 10 . 1{,}2 = 12$ V und $\overline{BB'} = e_s' =$ der elektromotorischen Kraft der Selbstinduktion der Spule. Nun ist aber $\overline{BB'} = \overline{CC'}$, $\overline{OC'} = \overline{OA} + \overline{OB'} = 30 + 12 = 42$ V, folglich wird

$$e_s' = \overline{CC'} = \sqrt{\overline{OC}^2 - \overline{OC'}^2} = \sqrt{100^2 - 42^2} = 90{,}6 \text{ V}$$

Zu b): Aus $L \omega i' = e_s'$ folgt

$$L = \frac{90{,}6}{2\pi . 50 . 10} = 0{,}0289 \text{ Henry}.$$

Zu c): die Klemmenspannung der Spule ist $e_2 = \overline{OB}$,

$$e_2 = \sqrt{\overline{BB'}^2 + \overline{OB'}^2} = \sqrt{90{,}6^2 + 12^2} = 91{,}3 \text{ V}.$$

Zu d): $\mathfrak{E}_2 = e_2 i' \cos\varphi = 91.3 \,.\, 10 \cdot \frac{12}{91{,}3} = 120$ Watt.

Zu e): $\cos \overline{COC'} = \frac{\overline{OC'}}{\overline{OC}} = \frac{42}{100} = 0{,}42$ *).

259. Ein veränderlicher aber induktionsfreier Widerstand $R = 4, 6, 8, 10\ \Omega$ und eine Spule mit dem Widerstande $w = 2$ [3] (1) Ω und dem induktiven $L\omega = 8$ [9] (6) Ω sind hintereinander geschaltet und an eine Stromquelle von 100 [80] (120) Volt angeschlossen (Fig. 116). Gesucht wird:

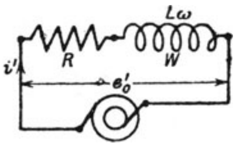


Fig. 116.

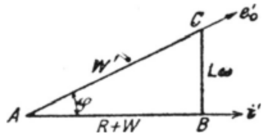


Fig. 117.

a) der scheinbare Widerstand des äußeren Kreises,
b) die Stromstärke,
c) der Cosinus des Phasenverschiebungswinkels zwischen Strom und Klemmenspannung,
d) die im äußeren Stromkreise verbrauchte Leistung,
e) eine Kurve, in welcher die Leistung die Ordinate und der Widerstand $R + w$ die Abszisse bildet.

Lösungen:

Zu a): Der scheinbare Widerstand folgt aus dem Widerstandsdreieck ABC (Fig. 117):

$$W' = \sqrt{(R + w)^2 + (L\omega)^2},$$

$$\text{für } R = 4 \text{ ist } W' = \sqrt{(4 + 2)^2 + 8^2} = 10\ \Omega.$$

Zu b): $i' = \frac{e_0'}{W'} = \frac{100}{10} = 10$ A.

Zu c): $\cos\varphi = \frac{R + w}{W'} = \frac{4 + 2}{10} = 0{,}6.$

Zu d): $\mathfrak{E} = e_0' i' \cos\varphi = 100 \,.\, 10 \,.\, 0{,}6 = 600$ Watt.

*) Durch den Anschluß einer Drosselspule entsteht, namentlich bei höherer Spannung der Stromquelle, eine so große Phasenverschiebung, daß die Elektrizitätswerke vielfach den Anschluß von Drosselspulen nicht gestatten.

In gleicher Weise wurde gefunden

für $R =$	6	8	10 Ω
$W' =$	11,3	12,8	14,4 Ω
$i' =$	8,85	7,8	6,95 A
$\cos\varphi =$	0,707	0,78	0,83
$\mathfrak{E} =$	**626**	608	580 W.

Zu e): Die Aufzeichnung ergibt die in Fig. 118 dargestellte Kurve, aus der zu ersehen ist, daß bei $R + w = 8 = L\omega\ \Omega$ die Leistung ein Maximum wird.*)

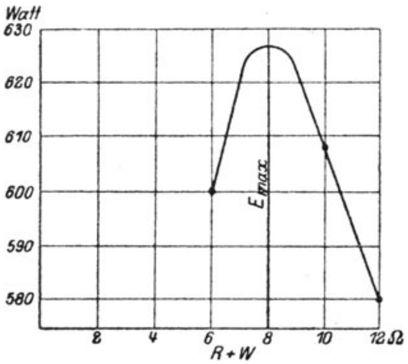


Fig. 118.

260. Um den Koeffizienten der Selbstinduktion einer Wechselstrommaschine zu bestimmen, wurde in den äußeren Stromkreis ein induktionsfreier Widerstand eingeschaltet, durch welchen ein Strom von 200 [10] (44) A floß. Die gemessene Klemmenspannung betrug hierbei 3000 [100] (220) V. Bei offenem Stromkreise betrug die Klemmenspannung 3100 [150] (240) Volt. Der Widerstand des Ankers war 0,274 [2] (0,1) Ω und die Tourenzahl der 24 poligen [4 poligen] (6 poligen) Maschine 250 [1500] (1000).

---

*) Die Leistung ist allgemein:

$$\mathfrak{E} = e_0' i' \cos\varphi = e_0' \frac{e_0'}{W'} \cdot \frac{R + w}{W'} = \frac{e_0'^2 (R + w)}{(R + w)^2 + (L\omega)^2},$$

anders geschrieben

$$\mathfrak{E} = \frac{e_0'^2}{(R + w) + \dfrac{(L\omega)^2}{R + w}}.$$

Soll $\mathfrak{E}$ ein Maximum werden, so muß der Nenner ein Minimum sein. Durch Differentieren des Nenners nach R ergibt sich

$$0 = 1 - \frac{(L\omega)^2}{(R + w)^2},$$

woraus

$$R + w = L\omega$$

folgt. Die maximale Leistung ist dann

$$\mathfrak{E}_{max} = \frac{e_0'^2}{2 L\omega}.$$

Schaltet man ein Wattmeter in den Stromkreis so ein, daß dasselbe die Leistung im äußern Stromkreis mißt, so kann diese Formel dazu dienen, Gesucht wird:

a) die **wirksame** elektromotorische Kraft der Maschine,
b) die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion,
c) der Koeffizient der Selbstinduktion,
d) der Cosinus des Winkels, den Stromvektor und Vektor der EMK miteinander einschließen.

Wir können uns bei jeder Wechselstrommaschine den Widerstand w_a und die Selbstinduktion L_a des Ankers als Spule denken, die mit dem Widerstand des äußeren Kreises in den Stromkreis einer widerstandslosen, induktionsfreien Wechselstrommaschine hintereinander geschaltet ist.

In Fig. 119 sei $\overline{DE}$ diese Spule (w_a, L_a), $\overline{EF}$ der Widerstand des äußeren Kreises und M die widerstandslose, induktionsfreie Wechselstrom-

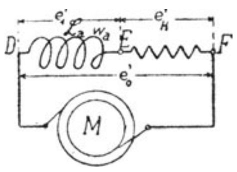


Fig. 119.

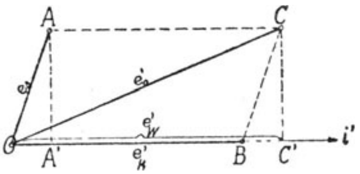


Fig. 120.

maschine, deren elektromotorische Kraft sich als Spannung e_0' äußert, da ja Spannungsverluste nicht vorhanden sind, dann muß geometrisch addiert

$$e_0' = e_1' + e_k'$$

sein; dies gibt das Diagramm (Fig. 120), in welchem $\overline{OA} = e_1'$, $\overline{OB} = e_k'$ (induktionsfreier Widerstand) und $\overline{OC} = e_0'$ ist.

Da $\triangle\, OAA' \cong \triangle\, BCC'$, so ist $\overline{AA'} = \overline{CC'} = L_a\, \omega\, i' = e_s'$ und $\overline{OA'} = \overline{BC'} = i' w_a$.

Lösungen:

Zu a): $\overline{OC'} = i' w_a + e_k' = e_w'$ (wird wirksame elektromotorische Kraft genannt); $\overline{OC'} = e_w' = 200 \cdot 0{,}274 + 3000 = 3055$ V.

Zu b): $e_s' = L_a\, \omega\, i' = \overline{CC'} = \sqrt{\overline{OC}^2 - \overline{OC'}^2} = \sqrt{e_0'^2 - e_w'^2}$

$$e_s' = \sqrt{3100^2 - 3055^2} = 560 \text{ V.}$$

Zu c): Aus $e_s' = L_a\, \omega\, i'$ folgt

$$L_a = \frac{560}{2\pi \cdot \frac{250}{60} \cdot 12 \cdot 200} = 0{,}0089 \text{ H.}$$

$L\omega$ zu bestimmen, indem man den regulierbaren Widerstand R so einstellt, daß die vom Wattmeter angezeigte Leistung ein Maximum wird. es ist dann

$$L\omega = \frac{e_0'^2}{2\,\mathfrak{E}_{max}}$$

Die Spannung e_0' muß natürlich gleichfalls gemessen werden.

Zu d): Gesucht cos $\widehat{C\,O\,C'}$.

$$\cos \widehat{C\,O\,C'} = \frac{\overline{O\,C'}}{\overline{O\,C}} = \frac{3055}{3100} = 0{,}986.$$

261. Eine Wechselstrommaschine soll bei 50 Perioden 3000 V Klemmenspannung und 200 [40] (30) A Strom liefern. Gesucht wird:

a) der Ankerwiderstand, wenn in demselben 1,833 [1,5] (2) % der Nutzleistung durch Stromwärme verloren geht,

b) die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion, wenn dieselbe 18,7 [20] (18) % der Klemmenspannung betragen darf,

c) der Selbstinduktionskoeffizient der Maschine,

d) die elektromotorische Kraft der Maschine, wenn dieselbe auf einen äußeren Widerstand arbeitet, für welchen $\cos \varphi = 0{,}8$ [0,85] (0,9) ist.

e) der Cosinus des Winkels, den der Vektor der EMK mit dem Vektor der Stromrichtung bildet.

Lösungen:

Zu a): $i'^2 w_a = 3000 \cdot 200 \cdot \frac{1{,}83}{100} = 11\,000$ Watt,

$$w_a = \frac{11\,000}{40\,000} = 0{,}275\ \Omega.$$

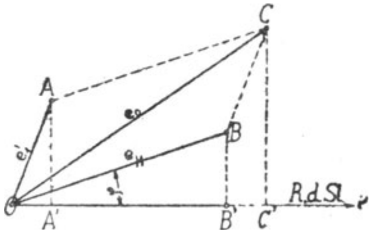


Fig. 121.

Zu b):

$$e_s' = \frac{18{,}7}{100} \cdot 3000 = 561\ \text{V}.$$

Zu c): Aus $L\omega i' = e_s'$ folgt

$$L = \frac{561}{2\pi \,.\, 50 \,.\, 200} = 0{,}0089 \text{ Henry}.$$

Zu d): Denkt man sich wieder die Schaltung nach Fig. 119 ausgeführt, so ist $e_0' = e_1' + e_k'$ geometrisch addiert; hier fällt jedoch e_k' nicht mit i' zusammen, sondern bildet den $\sphericalangle\, \varphi$, so dass die Fig. 121 sich ergibt. Es ist

$$\overline{CC'} = \overline{AA'} + \overline{BB'} = e_s' + e_k' \sin \varphi = 561 + 3000\sqrt{1 - 0{,}8^2}$$

$$\overline{CC'} = 561 + 1800 = 2361\ \text{V}.$$

$$\overline{OC'} = \overline{OA'} + \overline{OB'} = i' w_a + \overline{OB} \cos \varphi$$

$$\overline{OC'} = 200 \,.\, 0{,}275 + 3000 \,.\, 0{,}8 = 2455\ \text{V}$$

$$e_0' = \sqrt{2455^2 + 2361^2} = 3390\ \text{V}.$$

Zu e): e_0' bildet mit i' den $\sphericalangle\, COC' = \psi$ und es ist

$$\cos \psi = \frac{\overline{O\,C'}}{\overline{O\,C}} = \frac{2455}{3390} = 0{,}724.$$

§ 31.

Parallelschaltung zweier Spulen.

262. Zwei Spulen, deren Widerstände $w_1 = 20$ [18] (30) Ω, $w_2 = 5$ [3] (2) Ω und deren Selbstinduktionskoeffizienten $L_1 = 0{,}005$ [0,006] (0,009) H, $L_2 = 0{,}03$ [0,04] (0,05) H sind, werden parallel geschaltet und an eine Wechselstromspannung von 100 V und 50 Perioden angeschlossen.

Gesucht wird:

a) der scheinbare Widerstand der ersten Spule,
b) der scheinbare Widerstand der zweiten Spule,
c) die Stromstärke in der ersten Spule,
d) die Stromstärke in der zweiten Spule,
e) die Tangente des Phasenverschiebungswinkels φ_1,
f) die Tangente des Phasenverschiebungswinkels φ_2,
g) die Stromstärke im unverzweigten Kreise.

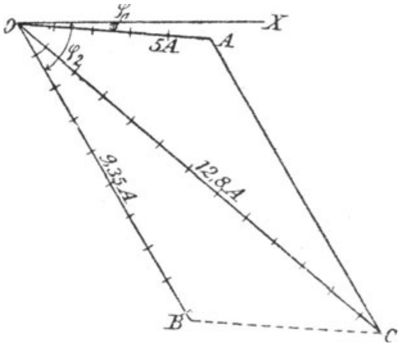


Fig. 122.

Lösungen:

Zu a):

$$W_1' = \sqrt{w_1^2 + (\omega L_1)^2} = \sqrt{20^2 + (2\pi 50 \,.\, 0{,}005)^2} = 20{,}05\ \Omega.$$

Zu b):

$$W_2' = \sqrt{w_2^2 + (\omega L_2)^2} = \sqrt{5^2 + (2\pi 50 \,.\, 0.03)^2} = 10{,}7\ \Omega.$$

Zu c): $$i_1' = \frac{100}{20{,}05} \cong 5\ \text{A}.$$

Zu d): $$i_2' = \frac{100}{10{,}7} = 9{,}35\ \text{A}.$$

Zu e): $$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{\omega L_1}{w_1} = \frac{2\pi \,.\, 50 \,.\, 0{,}005}{20} = 0{,}0785.$$

$$\varphi_1 \cong 4^0\, 20'.$$

Zu f): $$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{\omega L_2}{w_2} = \frac{2\pi \,.\, 50 \,.\, 0{,}03}{5} = 1{,}884.$$

$$\varphi_2 \cong 62^0.$$

Zu g): Die Lösung erfolgt durch Zeichnung (Fig. 122). Gemeinsam haben beide Spulen die Klemmenspannung e', also trage man die Richtung der Klemmenspannung als Grundlinie OX auf. Gegen die Klemmenspannung bleibt i_1' um den Winkel φ_1 zurück, bestimmt durch tg $\varphi_1 = 0{,}0785$; der Strom i_2' bleibt um den Winkel φ_2 zurück, bestimmt durch tg $\varphi_2 = 1{,}884$. Man mache nun

$$\overline{OA} = i_1' = 5 \text{ A},$$
$$\overline{OB} = i_2' = 9{,}35 \text{ A},$$

und ergänze zum Parallelogramm, dann ist $\overline{OC} = J'$ die gesuchte Gesamtstromstärke. Die Ausmessung gibt 12,8 A.

Durch Rechnung folgt J' aus dem Dreieck OAC

$$J' = \sqrt{\overline{OA}^2 + \overline{AC}^2 + 2 \cdot \overline{OA} \cdot \overline{AC} \cdot \cos(\varphi_2 - \varphi_1)},$$
$$J' = \sqrt{5^2 + 9{,}35^2 + 2 \cdot 5 \cdot 9{,}35 \cdot \cos 57^0 40'},$$
$$J' = 12{,}75 \text{ A}.$$

§ 32.

Der Kondensator.

Werden die Belegungen eines Kondensators mit einer konstanten Gleichstromquelle von E Volt elektromotorischer Kraft in Verbindung gebracht, so werden dieselben geladen, d. h. es strömt auf sie eine Elektrizitätsmenge

$$Q = CE \text{ Coulomb} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 77.$$

Die Größe C heißt Kapazität und wird in Farad (F) gemessen.

$$10^6 \text{ Mikrofarad (MF)} = 1 \text{ F}.$$

Schließt man einen Kondensator an eine Wechselstrommaschine an, deren elektromotorische Kraft momentan e ist, so wird $Q = Ce$ und

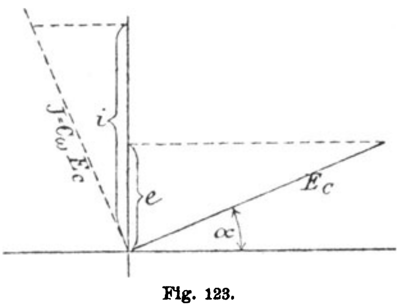


Fig. 123.

$\frac{dQ}{dt} = C \frac{de}{dt}$. Ist nun $e = E \sin(\omega t)$, so wird $\frac{de}{dt} = E\omega \cos(\omega t)$. Da nun $\frac{dQ}{dt} = i$ (s. Formel 2a, Seite 4), so wird. $i = CE\omega \cos(\omega t)$.

Für $\cos(\omega t) = 1$ wird $i = J = CE\omega$, demnach auch

$$i' = C\omega e'_c = \frac{e'_c}{\frac{1}{C\omega}} \quad . \quad . \quad 78,$$

wenn i' die gemessene Stromstärke und e'_c die gemessene Kondensatorklemmenspannung $\left(e'_c = \frac{E}{\sqrt{2}}\right)$ bezeichnet. $\frac{1}{C\omega}$ ist der scheinbare Widerstand des Kondensators oder die Kapazitätsreaktanz.

Für die Vektorgrößen gilt das Gesetz 27:

Gesetz 27: Fließt ein Wechselstrom durch einen Kondensator, so eilt im Vektordiagramm der Vektor des Stromes um 90° dem Vektor der Kondensatorspannung voraus (Fig. 123).

Der Kondensator nimmt beim Laden Arbeit auf, die in einem bestimmten Zeitpunkt gegeben ist, durch die Gl. $dA = e\,i\,dt$. Nun ist (siehe Formel 2 a) $i\,dt = dQ$ und nach Formel 77 $dQ = C\,de$,

also
$$dA = e\,C\,de,$$

somit
$$A = \int_0^E C\,e\,de = C\,\frac{e^2}{2}\Big|_0^E$$

$$A = \frac{1}{2}\,C\,E^2 \text{ Joule} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 79.$$

Diese Formel gilt für jede Kurvenform der EMK. Setzt man $e = E \sin \alpha$ voraus, so ist

$$\frac{E^2}{2} = e'^2 \text{ (s. Formel 71) also}$$

$$A = C\,e'^2 \text{ Joule} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 79a.$$

Werden mehrere Kondensatoren parallel geschaltet, so addieren sich ihre Kapazitäten.

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \quad \ldots\ldots\ldots \quad 80.$$

Werden mehrere Kondensatoren hintereinander geschaltet, so addieren sich die reziproken Werte ihrer Kapazitäten

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \quad \ldots\ldots\ldots \quad 81.$$

Wird ein Kondensator und eine Spule hintereinander geschaltet (siehe Fig. 126), so ist die Stromstärke

$$i' = \frac{e_0'}{\sqrt{W^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 82.$$

Der Nenner stellt den scheinbaren Widerstand des äußeren Stromkreises dar und ist die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen Katheten W und $\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$ sind (s. Fig. 127).

263. Zwei Kondensatoren von 5 [$5^3/_8$] ($^3/_4$) MF und 7 [$6^2/_9$] ($5^3/_8$) MF werden parallel geschaltet. Wie groß ist die Kapazität beider?

Lösung:

$$C = C_1 + C_2 = 5 + 7 = 12 \text{ MF}.$$

264. Zwei Kondensatoren von 3 [7] (8) MF und 4 [14] (4) MF werden hintereinander geschaltet. Wie groß ist die gemeinschaftliche Kapazität?

Lösung:

$$\text{Aus } \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \text{ folgt } \frac{1}{C} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{4+3}{12} = \frac{7}{12}$$

$$\text{oder } C = \frac{12}{7} = 1^5/_7 \text{ MF}.$$

265. Ein Kondensator von 15 [25] (10) MF wird an eine Klemmenspannung von 40 [70] (120) V und 60 [120] (3000) Perioden angeschlossen. Welcher Strom fließt durch den Kondensator, und wie groß ist der scheinbare Widerstand desselben?

Lösung: $i' = e_c' \, C \, \omega = 40 \cdot \frac{15}{10^6} \cdot 2\pi \, 60 = 0{,}226$ A.

$$\frac{1}{C\omega} = \frac{1 \, . \, 10^6}{15 \, . \, 2\pi \, . \, 60} = 177 \, \Omega.$$

266. Ein Kondensator ist an eine Klemmenspannung von 120 [250] (400) V und 50 Perioden angeschlossen, wobei durch denselben 0,5 [0,8] (0,6) A fließen. Wie groß ist seine Kapazität?

Lösung: $C = \frac{i'}{e_c' \, \omega} = \frac{0{,}5}{120 \, . \, 2\pi \, . \, 50} = 0{,}00001326$ Farad,

$$C = 13{,}26 \text{ MF}.$$

267. Um die Kapazität eines Kondensators zu bestimmen, wurde derselbe in den Stromkreis einer Wechselstrommaschine eingeschaltet. Parallel zu ihm lag ein Hitzdrahtvoltmeter, das 120 [150] (220) V Spannung anzeigte. Das Voltmeter hatte 600 [800] (880) Ω Widerstand. Das eingeschaltete Amperemeter (Amp. Fig. 124) zeigte 0,8 [0.7] (0,9) A an, während die sechspolige Maschine M 1200 [1000] (900) Umdrehungen in der Minute machte. Wie groß ist hiernach C?

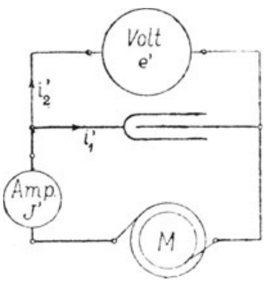


Fig. 124.

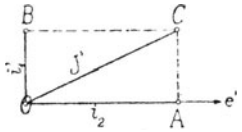


Fig. 125.

Lösung: Durch den Kondensator fließt der Strom i_1' (unbekannt), durch das Voltmeter der Strom $i_2' = \frac{120}{600} = 0{,}2$ A. Da im Vektordiagramm i_2' mit der Spannung e' zusammenfällt, i_1' aber 90^0 vorauseilt, so gilt Fig. 125, in welcher der gemessene Gesamtstrom $J' = 0{,}8 \text{ A} = \overline{OC}$ ist.

Aus $\triangle$ OCA folgt:

$$i_1' = \sqrt{J'^2 - i_2'^2} = \sqrt{0{,}8^2 - 0{,}2^2} = \sqrt{0{,}64 - 0{,}04} = 0{,}774 \text{ A}.$$

$\frac{n \, p}{60} = \sim$ gibt $\sim = \frac{1200}{60} \cdot 3 = 60$ Perioden, während aus Gleichung 79

$$C = \frac{i_1'}{e' \, 2\pi \sim} = \frac{0{,}774}{120 \, . \, 2\pi \, . \, 60} = 0{,}00001715 \text{ F}$$

folgt.

268. Ein Kondensator von 20 [40] (16) MF und eine Spule von 0,5 [0,4] (0,3) Henry bei 10 [8] (2) Ω Widerstand werden hintereinander geschaltet und an eine Klemmenspannung von 100 [120] (240) V und 50 [60] (180) Perioden angeschlossen (Fig. 126).

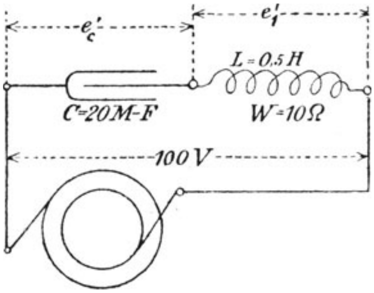


Fig. 126.

Gesucht wird:

a) der scheinbare Widerstand des Kondensators, der induktive und scheinbare Widerstand der Spule,
b) der scheinbare Widerstand des äußeren Stromkreises,
c) die Stromstärke,
d) die Klemmenspannung der Spule,
e) die Klemmenspannung des Kondensators,
f) die vom Kondensator aufgenommene Arbeit,
g) der Phasenverschiebungswinkel zwischen Strom und Klemmenspannung der Maschine.

Lösungen:

Zu a): $\dfrac{1}{C\omega} = \dfrac{10^6}{20 \, . \, 2\pi \, . \, 50} = 160 \; \Omega,$

$L\omega = 0{,}5 \, . \, 2\pi \, . \, 50 = 157 \; \Omega,$

$W_1' = \sqrt{10^2 + 157^2} = 157{,}8 \; \Omega.$

Zu b): $W' = \sqrt{10^2 + (157 - 160)^2} = 10{,}4 \; \Omega.$

Zu c): $i' = \dfrac{100}{10{,}4} = 9{,}6$ A.

Zu d): $e_1' = 9{,}6 \, . \, 157{,}8 = 1510$ Volt.

Zu e): Aus $i' = C\omega e_c'$ (Formel 78)

folgt $e_c' = i' \dfrac{1}{C\omega},$

$e_c' = 9{,}6 \, . \, 160 = 1540$ V.

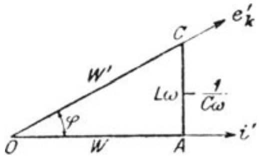


Fig. 127.

Zu f): Die Arbeit folgt aus der Formel 79 a

$$A = C e'^2 = \frac{20}{10^6} \cdot 1540^2 = 47{,}5 \text{ Joule.}$$

Zu g): Im Widerstandsdreieck AOC des äußeren Kreises ist (Fig. 127)

$$\cos\varphi = \frac{W}{W'} = \frac{10}{10{,}4} = 0{,}96.$$

269. Der Kondensator von 20 [40] (16) MF und die Spule von 0,5 [0,4] (0,3) Henry und 10 [8] (2) Ω der Aufgabe 268 werden parallel geschaltet und an eine Spannung von 1000 V und 60 Perioden angeschlossen (Fig. 128).

Gesucht wird:

a) der Strom in der Induktionsspule,

b) der Phasenverschiebungswinkel zwischen diesem Strom und der Gesamtspannung,

c) der Strom, der durch den Kondensator fließt,

d) der Gesamtstrom.

Lösungen:

Zu a): $$i_1' = \frac{1000}{\sqrt{10^2 + (2\pi 60 \,.\, 0{,}5)^2}} = 5{,}28 \text{ A.}$$

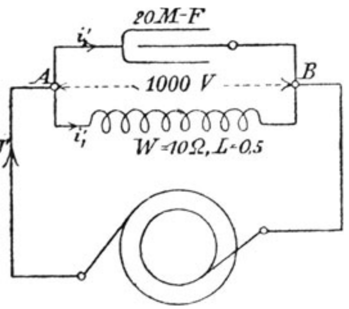


Fig. 128.

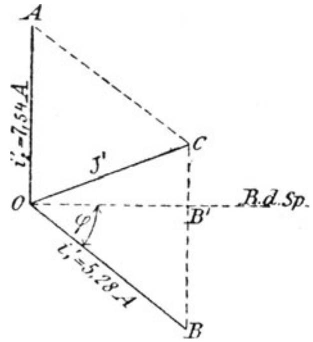


Fig. 129.

Zu b): $$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega L}{W} = \frac{2\pi 60 \,.\, 0{,}5}{10} = 18{,}84,$$

$$\cos\varphi = \frac{10}{\sqrt{10^2 + 188{,}4^2}} = 0{,}053, \quad \sin\varphi = 0{,}998.$$

Zu c): $i_2' = C\,\omega\, e_c' = 20 \,.\, 10^{-6} \,.\, 2\pi \,.\, 60 \,.\, 1000 = 7{,}54$ A.

Zu d): Es ist (Fig. 129) $\overline{OA} = i_2' = 7{,}54$ A, $\overline{OB} = i_1' = 5{,}28$ A, und der Gesamtstrom J' die Diagonale des aus beiden gebildeten Parallelogrammes. Da

$$\sphericalangle OBC = 90^0 - \varphi = \sphericalangle OAC$$

ist, folgt aus dem $\triangle$ OAC

$$J' = \sqrt{i_1'^2 + i_2'^2 - 2\, i_1' i_2' \cos(90 - \varphi)}$$

$$= \sqrt{5{,}28^2 + 7{,}54^2 - 2 \,.\, 5{,}28 \,.\, 7{,}54 \,.\, \sin\varphi}$$

$$J' = 2{,}25 \text{ A.}$$

§ 33.
Spule mit Eisen.

Zerlegung des Stromes in Komponenten.

Schaltet man eine Spule mit einem Eisenkern in einen Wechselstromkreis ein, so gelten die bisherigen Gesetze nicht mehr streng, da bisher vorausgesetzt war, daß der Selbstinduktionskoeffizient L konstant sei; und Verluste durch Hysteresis und Wirbelströme nicht vorkämen.

Ist nun i der Momentanwert des Stromes, der durch die Windungen der Spule mit Eisenkern fließt, so ist dieser Strom von Kraftlinien begleitet, deren Zahl mit wachsender Stromstärke zunimmt und so eine elektromotorische Kraft der Selbstinduktion hervorruft, die sich zur elektromotorischen Kraft der Maschine addiert.

Ist $e = E \sin(\omega t)$ die von der Maschine hervorgerufene Klemmenspannung, W der Spulenwiderstand, so ist

$$i = \frac{e + e_s}{W} \quad \text{oder} \quad i\,W = e + e_s.$$

Betrachten wir zunächst eine widerstandslose Spule, setzen also $W = o$, so ist

$$e = - e_s,$$

d. h. **Gesetz 28: Fließt ein Wechselstrom durch eine widerstandslose Spule, so ist in jedem Augenblick die Klemmenspannung gleich, aber entgegengerichtet, der elektromotorischen Kraft der Selbstinduktion.**

Nun ist $e_s = - \frac{d\Phi}{dt} \xi\, 10^{-8}$ (siehe Formel 28, Seite 86)

$$e = E \sin(\omega t), \text{ also}$$

$$\frac{d\Phi}{dt} \xi\, 10^{-8} = E \sin(\omega t)$$

oder $$d\Phi = \frac{E\, 10^8}{\xi} \sin(\omega t)\, dt$$

integriert $$\Phi = - \frac{E\, 10^8}{\xi\, \omega} \cos(\omega t).$$

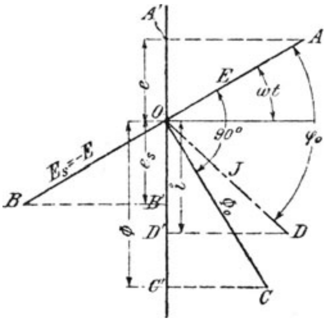


Fig. 130.

Φ bezeichnet die durch die Spule zur Zeit t hindurchgehende Kraftlinienzahl.
Dieselbe wird ein Maximum Φ_0, wenn $\cos(\omega t) = 1$, also wird

$$\Phi_0 = \frac{E\, 10^8}{\xi\, \omega}$$

und $$\Phi = - \Phi_0 \cos(\omega t).$$

Stellt man e und Φ als die Projektionen von Vektorgrößen dar, so ergibt sich das in Fig. 130 dargestellte Diagramm, aus dem das Gesetz (29) folgt:

Gesetz 29. Fließt ein Wechselstrom durch eine widerstandslose Spule, so bleibt der Vektor der Kraftlinienzahl um 90° hinter dem Vektor der Klemmenspannung zurück, oder: **Der Vektor der Kraftlinienzahl eilt um 90° dem Vektor der Selbstinduktion voraus.** (Die letztere Fassung gilt allgemein, auch für die Spule mit Widerstand.) (Vergleiche Gesetz 29 mit Gesetz 25.)

Die zum Strome i gehörige Kraftlinienzahl Φ kann aus der Formel 24 Seite 80: $\Phi = \frac{\mathfrak{F}}{\mathfrak{w}} = \frac{0{,}4\,\pi\,\xi\,i}{\mathfrak{w}}$ berechnet werden, wo Φ als Projektion von Φ_0 und i als Projektion des Maximalwertes J auf eine Vertikale aufzufassen sind.

Ist nun Hysteresis vorhanden, so ist für $i = 0$ die Kraftlinienzahl $\Phi > 0$, und dies kann mit obiger Gleichung nur vereint werden, wenn man annimmt, daß der Vektor J des Stromes mit dem Vektor Φ_0 nicht zusammenfällt, sondern demselben vorauseilt, oder was dasselbe ist, der Stromvektor bleibt hinter dem Vektor der Klemmenspannung um einen $\sphericalangle\,\varphi_0$ zurück, der kleiner als 90^0 ist.

Dreht man in Fig. 130 den Vektor Φ_0 vertikal nach unten, so ist in diesem Augenblick $\Phi = \Phi_0$, während der Strom, der diese Kraftlinienzahl erzeugt, den Wert $OF = J\ \cos(90 - \varphi_0) = J \sin\,\varphi_0$ besitzt (Fig. 131).

Man nennt nun $\overline{OF} = J_\mu = J\ \sin\ \varphi_0$ die Magnetisierungskomponente des Stromes. (Auch Wattlose Komponente genannt.) Der Wert $\overline{OG} = J\ \cos\ \varphi_0$ heißt die Nutzkomponente.

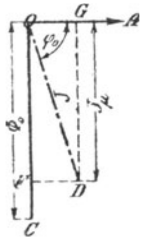


Fig. 131.

Der Maximalwert Φ_0 folgt aus der obigen Gleichung, wenn man darin $i = J_\mu$ setzt, also

$$\Phi_0 = \frac{0{,}4\,\pi\,\xi\,J_\mu}{\mathfrak{w}}.$$

Ersetzt man noch den Maximalwert J_μ durch den effektiven $i'_\mu\sqrt{2}$, so ist

$$\Phi_0 = \frac{0{,}4\,\pi\,\xi\,i'_\mu\sqrt{2}}{\mathfrak{w}} \quad \ldots\ldots \quad 83,$$

oder

$$\Phi_0\,\mathfrak{w} = \Sigma H l = 0{,}4\,\pi\,\xi\,i'_\mu\sqrt{2} \ \ldots \quad 83\,a.$$

Ist ein Luftzwischenraum vorhanden, so ist für diesen $H l = B_{\mathfrak{L}}\,l_{\mathfrak{L}}$. Läßt man die auf das Eisen sich beziehenden Glieder fort, so kann man ihnen durch einen Faktor α Rechnung tragen, indem man schreibt

$$B_{\mathfrak{L}}\,l_{\mathfrak{L}}\,\alpha = 0{,}4\,\pi\,\xi\,i'_\mu\sqrt{2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 83\,b.$$

Die Formel $\Phi_0 = \frac{E\,10^8}{\xi\,\omega}$ läßt sich umformen; es ist $\omega = 2\pi \sim$.

$$E = E_s = e_s'\sqrt{2}, \text{ also } \Phi_0 = \frac{e_s'\sqrt{2}\,.\,10^8}{\xi\,2\pi\sim}, \text{ woraus } e_s' = \frac{\Phi_0\,\xi \sim 2\pi}{10^8\ \sqrt{2}}$$

$$e_s' = \frac{4{,}44\ \Phi_0\,\xi \sim}{10^8} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 84.$$

Schaltet man einen induktionsfreien Widerstand W und eine widerstandslose Spule mit Eisenkern, wie in Fig. 132, hintereinander, so ist in Fig. 133: $e'_1 = \overline{OA} = i'W$; $e_s' = \overline{OB}$ und $e_0' = \overline{OC}$. Das Dreieck OAC ist also Spannungsdreieck geworden, und zwar ist $\overline{OC} = e_0'$ die Klemmenspannung der Spule, $\overline{OA} = e_1' = i'W$ und $\overline{AC} = e_s'$.

Aus dem $\triangle$ OAC folgt:

$$e_s'^2 = e_0'^2 + e_1'^2 - 2\,e'_1\,e'_0 \cos\,\varphi.$$

Bei den meisten Spulen ist $e'_1 = i'\,W$ sehr klein im Vergleich zu e'_0, so daß e'^2_1 vernachlässigt werden kann, es ist dann

$$e'_s = e'_0\sqrt{1 - 2\frac{e'_1}{e'_0}\cos\varphi} \approx e'_0\left(1 - \frac{e'_1}{e'_0}\cos\varphi\right)$$

oder $$e'_s = e'_0 - i'\,W\cos\varphi \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 85.$$

270. Von einer in einen Wechselstrom eingeschalteten Spule mit Eisenkern wird gemessen: Die Klemmenspannung $e_k' = 20$ [60] (100) V, die Stromstärke $i' = 2$ [10] (5) A, die verbrauchte Wattzahl $\mathfrak{E} = 20$ [500] (300) Watt und der Widerstand des Drahtes $W = 0{,}5$ [3] (8) Ω. Gesucht:

a) der Cosinus des Phasenverschiebungswinkels,
b) der Spannungsverlust in der Wickelung,
c) die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion,
d) der Effektverlust durch Stromwärme,
e) der Effektverlust durch Hysteresis und Wirbelströme,
f) die Komponenten des Stromes.

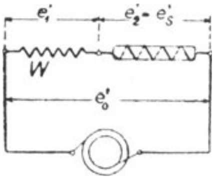


Fig. 132.

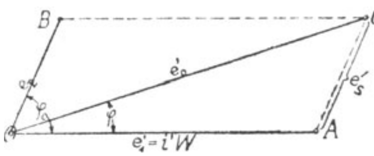


Fig. 133.

Lösungen:

Zu a): Aus $e_k'\,i'\cos\varphi = \mathfrak{E}$ folgt

$$\cos\varphi = \frac{\mathfrak{E}}{e_k'\,i'} = \frac{20}{20\,.\,2} = 0{,}5.$$

Zu b): Der Spannungsverlust ist die Größe $\overline{OA}$ in Fig. 133, also $e_1' = \overline{OA} = i'\,W = 2\,.\,0{,}5 = 1$ V.

Zu c): In Dreieck OAC (Fig. 133) ist:

$$\overline{AC}^2 = \overline{OC}^2 + \overline{OA}^2 - 2\,\overline{OC}\,.\,\overline{OA}\cos\varphi \text{ oder}$$

$$e_s' = \sqrt{20^2 + 1^2 - 2\,.\,20\,.\,1\,.\,0{,}5} = 19{,}5 \text{ V}.$$

Zu d): Der Verlust durch Stromwärme V_k (Verlust im Kupfer) ist

$$V_k = i'^2\,W = 2^2\,.\,0{,}5 = 2 \text{ Watt}.$$

Zu e): Der Verlust durch Hysteresis und Wirbelströme V_e (Verlust im Eisen) ist: $V_e = 20 - 2 = 18$ Watt.

Zu f): Die Nutzkomponente des Stromes ist:

$$i_n' = i'\cos\varphi = 2\,.\,0{,}5 = 1 \text{ A},$$

die Magnetisierungskomponente:

$$i_\mu' = i'\sin\varphi = 2\sqrt{1 - 0{,}5^2} = 1{,}73 \text{ A}.$$

271. Die Drosselpule der Aufgabe 258 besteht aus einem aus Blechen zusammengesetzten Eisenkern mit den in Fig. 134 angegebenen Dimensionen. Die Abmessung senkrecht zur Papierebene beträgt 49 mm. Der Kern ist mit 400 [300] (200) Windungen bedeckt. Gesucht wird:

a) die durch die Spule hindurchgehende maximale Kraftlinienzahl
b) der magnetische Widerstand des Kerns,
c) die Länge des Luftspaltes.

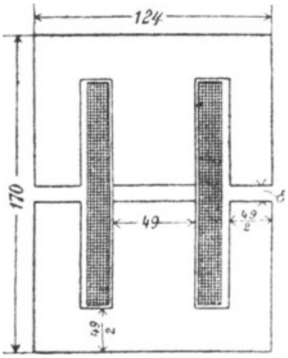


Fig. 134.

Lösungen:

Zu a): Die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion ist bestimmt durch die Formel (84)

$$e_s' = \frac{4{,}44\ \Phi_0\ \xi\ \sim}{10^8}.$$

In unserem Falle ist unter Vernachlässigung der Hysteresis und der Wirbelströme (vergl. Aufg. 258, Seite 156)

$$e_s' = 90{,}6\ \mathrm{V},\quad \xi = 400,\quad \sim\ = 50,$$

demnach wird

$$\Phi_0 = \frac{90{,}6\ .\ 10^8}{4{,}44\ .\ 400\ .\ 50} = 0{,}103\ .\ 10^6.$$

Zu b): Der magnetische Widerstand folgt aus der Gleichung 83

$$\Phi_0 = \frac{0{,}4\,\pi\,\xi\,i'_\mu\sqrt{2}}{\mathfrak{w}},$$

wo in erster Näherung $i'_\mu = i' = 10$ A gesetzt werden darf:

$$\mathfrak{w} = \frac{0{,}4\,\pi\,\xi\,i'_\mu\sqrt{2}}{\Phi_0} = \frac{0{,}4\,\pi\ .\ 400\ .\ 10\sqrt{2}}{0{,}103\ .\ 10^6} = 0{,}069.$$

Zu c): Die Induktion im Eisen ist $B_e = \frac{\Phi_0}{Q_e}$, wo Q_e den Eisenquerschnitt bedeutet; es ist $Q_e = 4{,}9\ .\ 0{,}85\ .\ 4{,}9 = 20{,}4\ \mathrm{cm}^2$, demnach

$$B_e = \frac{0{,}103\ .\ 10^6}{20{,}4} \cong 5000;$$

hierzu gehört $H = 1{,}2$ nach Tafel I Kurve A, also ist

$$\mu = \frac{5000}{1{,}2} = 4160.$$

Die Kraftlinienlänge im Eisen ist, wenn man die Luftlängen vernachlässigt,

$$l_e = 2\left(17{,}0 - \frac{4{,}9}{2}\right) + 2\left(\frac{12{,}4}{2} - \frac{4{,}9}{2}\right) = 36{,}6\ \mathrm{cm},$$

demnach ist der Eisenwiderstand

$$\mathfrak{w}_e = \frac{36{,}6}{4160 \, . \, 20{,}4} = 0{,}00043,$$

es bleibt mithin für den Luftwiderstand

$$\mathfrak{w}_{\mathfrak{L}} = \mathfrak{w} - \mathfrak{w}_e = 0{,}069 - 0{,}00043 = 0{,}06867.$$

Jede Kraftlinie hat zwei Luftspalte zu durchlaufen, also ist

$$\mathfrak{w}_{\mathfrak{L}} = \frac{2\,\delta}{Q_{\mathfrak{L}}} = \frac{2\,\delta}{1{,}1 \, . \, 20{,}4},$$

$$\delta = \frac{1{,}1 \, . \, 20{,}4 \, . \, 0{,}06867}{2} = 0{,}774 \text{ cm}.$$

Bemerkung: Der Luftquerschnitt $Q_{\mathfrak{L}}$ ist größer als der Eisenquerschnitt, und zwar hängt die Größe vom Luftspalt ab, wir können erfahrungsgemäß setzen: $Q_{\mathfrak{L}} = (1 \div 1{,}2)\, Q_e$, wo der größere Faktor dem größeren Luftspalt entspricht.

272. Es ist für eine 10-Ampere-Lampe eine Drosselspule zu berechnen, die aus 300 [250] (200) Windungen eines 2 [2,5] (2,5) mm dicken Kupferdrahtes besteht, wenn die Klemmenspannung der Lampe 30 Volt und die Spannung der Wechselstromquelle 100 Volt bei 50 Perioden beträgt. Der Eisenkern der Spule hat die nebenstehenden Abmessungen (siehe Fig. 135). Die Dimension senkrecht zur Papierebene beträgt 5 cm.

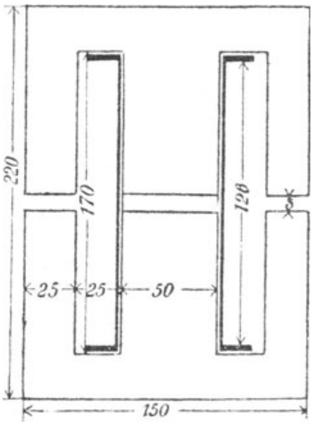


Fig. 135.

Gesucht wird:

a) die Länge und der Widerstand des aufgewickelten Drahtes,
b) die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion,
c) die erforderliche Kraftlinienzahl,
d) der magnetische Widerstand,
e) di Größe δ des Luftzwischenraumes.
f) der Leistungsverlust durch Stromwärme,
g) der Leistungsverlust durch Hysteresis,
h) der Leistungsverlust durch Wirbelströme, wenn der Eisenkörper aus 0,5 mm dicken Blechen zusammengesetzt ist,
i) der Gesamtverlust in der Spule.

Lösungen:

Zu a): Der besponnene Draht ist 2,5 mm dick, es können also 50 Windungen nebeneinander und 6 Lagen übereinander gelegt werden. Die Höhe dieser ist $6 \,.\, 2{,}5 = 15$ mm; rechnet man 3 mm für den Spulenboden, so ist die Länge der mittleren Windung $= 4 \,.\, 71 = 284$ mm, also die Länge des aufgewickelten

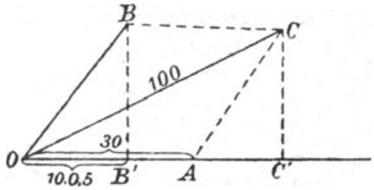


Fig. 136.

Drahtes

$$l = 300 \,.\, 0{,}284 = 85{,}2 \text{ m},$$

demnach

$$w = \frac{0{,}018 \,.\, 85{,}2}{3{,}14} = 0{,}487\ \Omega \cong 0{,}5\ \Omega.$$

Zu b): Die bekannte Fig. 136 (vergl. Aufgabe 258) gibt in erster Annäherung, d. h. ohne Rücksicht auf das Eisen,

$$e_s' = \overline{CC'} = \sqrt{100^2 - 35^2} = 93{,}5 \text{ V}.$$

Zu c): $$\Phi_0 = \frac{e_s' \,.\, 10^8}{4{,}44\, \xi \sim} = \frac{93{,}5 \,.\, 10^8}{4{,}44 \,.\, 300 \,.\, 50} = 140000.$$

Zu d):

$$\mathfrak{w} = \frac{0{,}4\, \pi\, \xi\, i' \mu \sqrt{2}}{\Phi_0} = \frac{0{,}4\, \pi\, 300 \,.\, 10 \sqrt{2}}{140000} = 0{,}038.$$

Zu e): Vernachlässigt man den Eisenwiderstand, so ist

$$\mathfrak{w} = \frac{2\,\delta}{Q_\Omega} = \frac{2\,\delta}{1{,}1 \,.\, 5 \,.\, 0{,}85 \,.\, 5},$$

oder $$\delta = \frac{0{,}038 \,.\, 1{,}1 \,.\, 5 \,.\, 0{,}85 \,.\, 5}{2} = 0{,}445 \text{ cm}.$$

Zu f): Der Leistungsverlust durch Stromwärme (Kupferverlust) ist $$V_k = i'^2\, w = 10^2 \,.\, 0{,}487 = 48{,}7 \text{ Watt}.$$

Zu g): Das Volumen des Eisenkerns in cm^3 ist:

$$V = 15 \,.\, 22 \,.\, 0{,}85 \,.\, 5 - 2 \,.\, 2{,}5 \,.\, 17 \,.\, 0{,}85 \,.\, 5 - 2 \,.\, 5 \,.\, 0{,}445 \,.\, 0{,}85 \,.\, 5,$$
$$V = 0{,}85 \,.\, 5\, (330 - 85 - 4{,}45) = 1020 \text{ cm}^3.$$

Der Eisenquerschnitt ist $Q_e = 5 \,.\, 0{,}85 \,.\, 5 = 21{,}2$ cm^2, folglich die Induktion $B_e = \frac{140000}{21{,}2} = 6600.$

Für die Induktion 6600 gibt die Tafel II 43 Watt Hysteresisverlust pro dm^3 und $\sim = 100$ an, also ist der Verlust

$$\mathfrak{E}_h = \frac{43 \,.\, 1{,}020 \,.\, 50}{100} = 22 \text{ Watt}.$$

Da jedoch zu solchen Spulen Bleche verwendet werden, für welche η nicht 0,0033, sondern höchstens 0,002 ist, wird

$$\mathfrak{E}_h = 22 \,.\, \frac{0{,}002}{0{,}0033} = 13{,}3 \text{ Watt}.$$

Zu h): Für Wirbelstromverluste gilt die Formel 23:

$$\mathfrak{E}_w = (2 \div 2{,}5)\,\frac{(\triangle \sim \mathrm{B})^2}{10^{10}}\,\mathrm{V},$$

wo $\triangle$ die Blechstärke in mm und V das Volumen in dm^3 bedeutet. Also ist

$$\mathfrak{E}_w = 2{,}5\,\frac{(0{,}5\,.\,50\,.\,6600)^2}{10^{10}}\,1{,}03 = 7 \text{ Watt.}$$

Zu i): $\mathfrak{E}_g = 48{,}7 + 13{,}3 + 7 = 69$ Watt.

273. Eine große Anzahl Glühlampen von 25 [20] (10) V Spannung und 2 [2,5] (3) A Stromverbrauch sind hintereinander

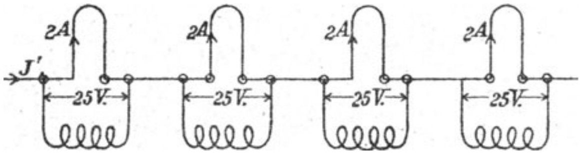


Fig. 137.

geschaltet (Fig. 137). Parallel zu jeder Lampe liegt eine Drosselspule, deren Abmessungen aus der Fig. 138 zu entnehmen sind. (Die Dimension $\perp$ zur Papierebene beträgt 2 cm.) Auf der Spule befinden sich 400 [320] (160) Windungen mit einem Widerstande von 1,285 [1] (0,86) Ω.

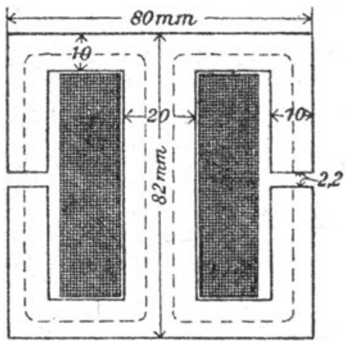


Fig. 138.

Gesucht wird:

a) die durch die Spule gehende Kraftlinienzahl bei 50 Perioden des Wechselstromes,
b) die durch die Windungen fließende Stromstärke,
c) der Verlust durch Stromwärme,
d) der Verlust durch Hysteresis und Wirbelströme, wenn 0,5 mm dicke Bleche verwendet werden,
e) der Cosinus des Phasenverschiebungswinkels,
f) der Strom in der unverzweigten Leitung.

Lösungen:

Zu a): Die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion ist nahezu gleich der Klemmenspannung, also angenähert ist $e_s' = 25$ V. Die Gleichung

$$e_s' = \frac{4{,}44\,\Phi_0\,\xi \sim}{10^8}$$

gibt demnach

$$\Phi_0 = \frac{25 \,.\, 10^8}{4{,}44 \,.\, 400 \,.\, 50} = 28\,300.$$

Zu b): Die Gleichung

$$\Phi_0 = \frac{0{,}4\,\pi\,\xi\,i'_\mu \sqrt{2}}{\mathfrak{w}}$$

gibt

$$i'_\mu = \frac{\Phi_0\,\mathfrak{w}}{0{,}4\,\pi\,\xi\,\sqrt{2}},$$

wo, unter Vernachlässigung des Eisenwiderstandes,

$$\mathfrak{w} = \frac{\delta}{Q_{\mathfrak{L}}} = \frac{0{,}22}{4{,}4} = 0{,}05$$

und

$$i'_\mu = \frac{28\,300 \,.\, 0{,}05}{0{,}4\,\pi \,.\, 400 \,.\, \sqrt{2}} = 1{,}99 \text{ A ist.}$$

Zu c): Der Verlust durch Stromwärme ist:

$$V_k = i'^2\,w = 1{,}99^2 \,.\, 1{,}285 = 5{,}1 \text{ Watt.}$$

Zu d): Das Eisenvolumen V der Spule ist

$$V = 8 \,.\, 8{,}2 \,.\, (0{,}85 \,.\, 2) - 4 \,.\, 6{,}2 \,.\, (0{,}85 \,.\, 2) - 0{,}22 \,.\, 2 \,.\, (0{,}85 \,.\, 2),$$

$$V = 2 \,.\, 0{,}85\ (8 \,.\, 8{,}2 - 4 \,.\, 6{,}2 - 0{,}22 \,.\, 2) = 68{,}6 \text{ cm}^3.$$

Der Querschnitt des Eisens ist

$$Q_e = 0{,}85 \,.\, 2 \,.\, 2 = 3{,}40 \text{ cm}^2,$$

daher die Induktion

$$B_e = \frac{\Phi_0}{Q_e} = \frac{28\,300}{3.4} = 8300.$$

Die Tafel II ergibt für diese Induktion und $\sim\, = 100$ pro Kubikdezimeter den Wert 61,5 Watt, also ist der Verlust durch Hysteresis bei $\sim\, = 50$

$$\mathfrak{E}_h = \frac{61{,}5 \,.\, 0{,}0686}{2} = 2{,}12 \text{ Watt.}$$

Setzt man $\eta = 0{,}002$, so wird

$$\mathfrak{E}_h = 2{,}12 \cdot \frac{0{,}002}{0{,}0033} \cong 1{,}3 \text{ Watt.}$$

Der Verlust durch Wirbelströme ist bei 0,5 mm dicken Blechen

$$\mathfrak{E}_w = 2{,}5 \cdot \frac{(0{,}5 \,.\, 50 \,.\, 8300)^2}{10^{10}} \cdot 0{,}0686 = 0{,}74 \text{ Watt.}$$

Der Verlust im Eisen ist also

$$V_e = 1{,}3 + 0{,}74 = 2{,}04 \text{ Watt.}$$

Zu e): Der gesamte Leistungsverlust der Drosselspule ist:

$$5{,}1 + 1{,}3 + 0{,}74 = 7{,}14 \text{ Watt.}$$

Die Gleichung $e'\,i' \cos\varphi = 7{,}14$ gibt nun

$$\cos\varphi = \frac{7{,}14}{25 \,.\, 1{,}99} = 0{,}144\ (\operatorname{tg}\varphi = 6{,}8).$$

Zu f): Die Lösung erfolgt graphisch (Fig. 139). Es sei $\overline{OX}$ die Richtung der gemeinsamen Spannung, dann fällt die Richtung des Stromes der Glühlampe mit $\overline{OX}$ zusammen, man mache $\overline{OA} = 2$ A. Der Strom in der Spule bleibt um den Winkel φ ($\operatorname{tg}\varphi = 6{,}8$) gegen die Spannung zurück. Man zeichne daher den $\sphericalangle\ \varphi$ und trage auf dem freien Schenkel $\overline{OB} = 1{,}99$ A ab. Die Diagonale $\overline{OC}$ gibt dann den Strom in der unverzweigten Leitung. Die Ausmessung liefert $\overline{OC} \cong 3$ A.

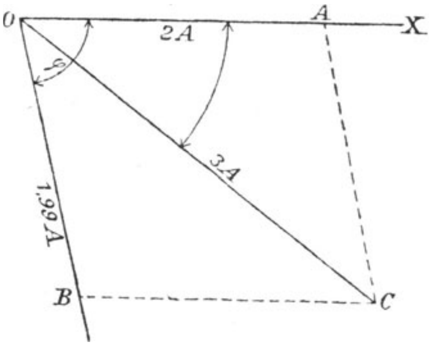


Fig. 139.

274. Eine der in Aufgabe 273 betrachteten Lampen erlischt, es muß der Strom von 3 A jetzt durch die Spule allein gehen. Wie groß wird infolgedessen:

a) die durch die Windungen gehende Kraftlinienzahl,
b) die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion,
c) der Leistungsfaktor der Spule,
d) die Nutzkomponente des Stromes,
e) die Magnetisierungskomponente desselben,
f) die Klemmenspannung der Spule?

Lösungen:

Zu a): Die Gleichung

$$\Phi_0 = \frac{0{,}4\,\pi\,\mathfrak{z}\,i'_\mu\sqrt{2}}{\mathfrak{w}}$$

gibt jetzt in erster Annäherung, d. h. unter der Voraussetzung, daß der Widerstand $\mathfrak{w}$ konstant geblieben ist, was bei Vernachlässigung des Eisenwiderstandes der Fall ist,

$$\Phi_0 = \frac{0{,}4\,\pi \,.\, 400 \,.\, 3\sqrt{2}}{0{,}05} = 42\,500.$$

Die Induktion wird

$$B_e = \frac{\Phi_0}{3{,}4} = 12\,500,$$

hierzu gehört

$$H = 12 \text{ und } \mu = \frac{12\,500}{12} = 1042 \text{ (Tafel I Kurve A).}$$

Die Kraftlinienlänge im Eisen ist nach Fig. 138 ungefähr 20,4 cm, also wird in zweiter Annäherung

$$\mathfrak{w} = \frac{20{,}4}{1042 \,.\, 3{,}4} + 0{,}05 = 0{,}05576,$$

mithin $$\Phi_0 = \frac{0{,}4\,\pi \,.\, 400 \,.\, 3\sqrt{2}}{0{,}05576} = 38400.$$

Zu b):

$$e_s' = \frac{4{,}44\,\Phi_0\,\xi \sim}{10^8} = \frac{4{,}44 \,.\, 38400 \,.\, 400 \,.\, 50}{10^8} = 34{,}2\ \mathrm{V},$$

welche Größe zunächst angenähert gleich der Klemmenspannung ist.

Zu c): Der Leistungsfaktor folgt aus der Formel

$$\mathfrak{E} = e'\,i' \cos\varphi_0;\ \cos\varphi_0 = \frac{\mathfrak{E}}{e'\,i'},$$

wo $\mathfrak{E}$ die in der Spule verbrauchte Leistung bedeutet. Dieselbe besteht aus den Leistungsverlusten durch Stromwärme

$$V_k = i'^2\,w = 3^2 \,.\, 1{,}285 = 11{,}565\ \text{Watt}$$

und den Leistungsverlusten V_e durch Hysteresis und Wirbelströmen. Die Induktion B_e im Eisen ist

$$B_e = \frac{38400}{3{,}4} = 11300,$$

also ist $$\mathfrak{E}_h = \frac{68{,}6 \,.\, 0{,}002 \,.\, 11300^{1{,}6} \,.\, 50}{10^7} = 2{,}17\ \text{Watt}.$$

Der Verlust durch Wirbelströme ist bei 0,5 mm dicken Blechen

$$\mathfrak{E}_w = 2{,}5\,\frac{(0{,}5 \,.\, 50 \,.\, 11300)^2}{10^{10}} \,.\, 0{,}0686 = 1{,}38\ \text{Watt}.$$

Der gesamte Verlust ist mithin

$$\mathfrak{E} = 11{,}56 + 2{,}17 + 1{,}38 = 15{,}11\ \text{Watt},$$

folglich $$\cos\varphi_0 = \frac{15{,}11}{34{,}2 \,.\, 3} \cong 0{,}14\ (\operatorname{tg}\varphi_0 = 6{,}3).$$

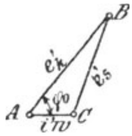


Fig. 140.

Zu d): Die Nutzkomponente des Stromes ist

$$i'_n = i' \cos\varphi_0 = 3 \,.\, 0{,}14 = 0{,}42\ \mathrm{A}.$$

Zu e): Die Magnetisierungskomponente ist

$$i'_\mu = i' \sin\varphi_0$$

oder auch

$$i'_\mu = \sqrt{i'^2 - i_n'^2} = \sqrt{3^2 - 0{,}42^2} = 2{,}97\ \mathrm{A}.$$

Zu f): In dem Spannungsdreieck ABC (Fig. 140) ist $\overline{AC} = i'\,w = 3 \,.\, 1{,}285 = 3.855$ V, $\overline{BC} = e_s' = 34.2$ V, $\overline{AB} = e_k'$ die gesuchte Klemmenspannung und $\sphericalangle\,\overline{BAC} = \varphi_0$.

Die Formel 85 ergibt

$$e'_0 = e'_k = e'_s + i'\,w \cos\varphi_0$$
$$e'_k = 34{,}2 + 3{,}855 \,.\, 0{,}14 = 34{,}7\ \mathrm{V}.$$

275. Es seien 3 Lampen von je 25 V und 2 A hintereinandergeschaltet, und zu jeder parallel die durch Fig. 138 gekennzeichnete

Drosselspule. Wie groß wird, bei konstant gehaltener Stromstärke, die Spannung der Maschine, wenn eine der Lampen erlischt und der Spannungsverlust in der Leitung unberücksichtigt bleibt?

Lösung: Die Stromstärke J' der brennenden Lampen ist gegen die zugehörige Klemmenspannung um den $\sphericalangle$ COA (Fig. 139) verschoben. Die Klemmenspannung der beiden brennenden Lampen beträgt $2 \,.\, 25 = 50$ V, welche Spannung in Fig. 141 auf dem freien Schenkel des Winkels COA der Fig. 139 abgetragen wurde. Es ist also $OD = 50$ Volt (50 mm). Die Spannung der Spule der erloschenen Lampe ist 34,7 Volt geworden, welch letztere gegen den Strom um den Winkel $\cos \varphi_0 = 0{,}14$ (Lösung zu c der Aufgabe 274) verschoben ist. Trägt man auf dem freien Schenkel $\overline{OE}$ dieses Winkels 34,7 V (34,7 mm) auf, so ist die Resultierende $\overline{OF}$ aus $\overline{OE}$ und $\overline{OD}$ gleich der gesuchten Gesamtspannung. Die Messung gibt $\overline{OF} = 80$ V (80 mm).

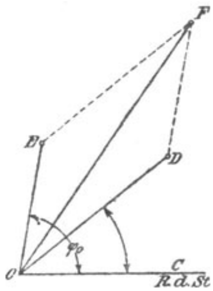


Fig. 141.

Beim Brennen aller Lampen betrug die Gesamtspannung $3 \,.\, 25 = 75$ V, d. h. die Spannung muß, beim Erlöschen einer Lampe, um $6^2/_3\,\%$ erhöht werden, oder, wenn dies nicht geschieht, sinkt die Stromstärke ungefähr um denselben prozentualen Betrag.

§ 34.
Der Transformator.

Wickelt man auf einen Eisenkern zwei verschiedene Spulen, deren Windungszahlen ξ_1 und ξ_2 sind und verbindet die erstere (primäre) mit einer Wechselstromquelle, so gilt das Gesetz 30:

Gesetz 30: Die elektromotorischen Kräfte verhalten sich wie die zugehörigen Windungszahlen.

$$e_1' : e_2' = \xi_1 : \xi_2 \qquad \ldots \ldots \quad 86,$$

wo e_1' die primäre elektromotorische Kraft,
e_2' die sekundäre elektromotorische Kraft bezeichnet.

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Es ist} & e_1' = \dfrac{4{,}44\, \Phi_0\, \xi_1 \sim}{10^8} \text{ Volt} \\ \text{und} & e_2' = \dfrac{4{,}44\, \Phi_0\, \xi_2 \sim}{10^8} \text{ Volt} \end{array}\right\} \qquad \ldots \ldots \quad 87.$$

Setzt man angenähert:
Primär eingeleitete Leistung gleich sekundärer Leistung, so ist

$$e_1'\, i_1' = e_2'\, i_2'$$

oder

$$\frac{e_1'}{e_2'} = \frac{i_2'}{i_1'} = \frac{\xi_1}{\xi_2},$$

woraus

$$i_1'\, \xi_1 = i_2'\, \xi_2 \qquad \ldots \ldots \quad 88$$

folgt, d. h. die primären und sekundären Amperewindungszahlen sind angenähert gleich. (Gilt nur für starke Belastung.)

Bei einem größeren, vollbelasteten Transformator, dessen sekundäre Belastung aus einem induktionsfreien Widerstand besteht, ist primär

$$\cos \varphi \approx 1,$$

so daß

$$(e'_k)_1\, i_1'\, \eta' = (e_k')_2\, i_2'$$

ist. Hieraus folgt

$$i_1' = \frac{(e_k')_2\, i_2'}{\eta'\,(e_k')_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 89.$$

Die primäre Klemmenspannung ist unter dieser Annahme

$$(e_k')_1 = e_1' + i_1'\, w_1 \quad \ldots\ldots\ldots \quad 90$$

die sekundäre Klemmenspannung

$$(e_k')_2 = e_2' - i'_2\, w_2 - (0{,}005 \text{ bis } 0{,}01)\, e_2' \quad \ldots\ldots \quad 90a.$$

Das letzte Glied trägt der Streuung Rechnung.

Der Wirkungsgrad η' ist für Transformatoren von 5 Kilo-Volt-Ampere aufwärts 0,94 bis 0,983, wobei letztere Zahl einem ausgeführten Transformator von 1400 Kilo-Volt-Ampere entspricht.

Ist w_2 der Widerstand der sekundären ξ_2 Windungen, und wäre w_2' der Widerstand der sekundären Wickelung, wenn sie ebensoviel Windungen besäße wie die primäre, also ξ_1 Windungen, so müßte bei gleichem Stromwärmeverlust sein

$$w_2' = w_2 \left(\frac{\xi_1}{\xi_2}\right)^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 91.$$

Der Spannungsverlust in beiden Wickelungen ist dann $i_1'(w_1 + w_2')$ und der Verlust durch Stromwärme $i_1'^2 (w_1 + w_2')$.

276. Ein Transformator ist primär an 48 [60] (220) Volt Klemmenspannung angeschlossen. Er besitzt primär 40 [70] (150) Windungen, sekundär 108 [250] (750) Windungen. Wie groß ist die sekundäre elektromotorische Kraft?

Lösung:
$$48 : e_2' = 40 : 108,$$
$$e_2' = \frac{48 \cdot 108}{40} = 129{,}6 \text{ Volt.}$$

277. Wieviel Kraftlinien sind erforderlich, wenn die Periodenzahl 60 [50] (42) ist?

Lösung:
$$\Phi_0 = \frac{e_1' \cdot 10^8}{4{,}44 \sim \xi_1} = \frac{48 \cdot 10^8}{4{,}44 \cdot 60 \cdot 40} = 150000.$$

278. Der Transformator der vorigen Aufgabe wird mit seinen 108 [250] (750) Windungen an 48 [60] (220) Volt und 60 [50] (42) Perioden angeschlossen. Wieviel Spannung erhält man sekundär und mit wieviel Kraftlinien arbeitet man jetzt?

Lösung:
$$48 : e_2' = 108 : 40,$$
$$e_2' = \frac{48 \cdot 40}{108} = 17{,}75 \text{ Volt.}$$

Die Kraftlinienzahl ist

$$\Phi_0 = \frac{48 \cdot 10^8}{4{,}44 \cdot 108 \cdot 60} = 166800.$$

279. Der Querschnitt des Eisenkerns beträgt in Aufgabe 276 60 [50] (80) cm^2. Wie groß ist in den beiden vorhergehenden Aufgaben die Kraftliniendichte?

Lösung:
$$B_1 = \frac{450000}{60} = 7500,$$
$$B_2 = \frac{166800}{60} = 2780.$$

280. Der Eisenkern eines Transformators für primär 1000 [2000] (3000) V, sekundär 120 [220] (440) V bei 50 Perioden besitzt 80 [100] (150) cm^2 Eisenquerschnitt. Die Kraftliniendichte soll 6500 [7500] (8000) sein. Gesucht wird:

a) die Kraftlinienzahl,

b) die Windungszahlen ξ_1 und ξ_2.

Lösungen:

Zu a): $$\Phi_0 = 80 . 6500 = 520000.$$

Zu b): Aus $$e_1' = \frac{4,44\ \Phi_0\ \xi_1 \sim}{10^8}$$

folgt $$\xi_1 = \frac{e'_1 . 10^8}{4,44\ \Phi_0 \sim} = \frac{1000 . 10^8}{4,44 . 520000 . 50} = 866 \text{ Windungen.}$$
$$866 : \xi_2 = 1000 : 120,$$
$$\xi_2 = \frac{866 . 120}{1000} = 103,8 \approx 104.$$

281. Aus Versehen wird der Transformator der vorigen Aufgabe mit seinen wenigen Windungen an die Hochspannung angeschlossen. Gesucht wird:

a) die sekundäre Spannung,

b) die im Eisen entstehende Kraftliniendichte.

Lösungen:

Zu a): $$1000 : e_2' = 104 : 866,$$
$$e_2' = \frac{1000 . 866}{104} = 8340 \text{ V.}$$

Zu b): Aus $$e_1' = \frac{4,44\ \Phi_0\ \xi_1 \sim}{10^8}$$

folgt zunächst
$$\Phi_0 = \frac{e'_1 . 10^8}{4,44\ \xi_1 \sim} = \frac{1000 . 10^8}{4,44 . 104 . 50},$$
$$\Phi_0 = 4\,330000,$$

demnach $$B_e = \frac{4330000}{80} = 54125.$$

Bemerkung: Diese Induktion verursachte einen Verlust im Eisen, der dasselbe außerordentlich heiß machen würde.

282. Ein Kerntransformator (s. Fig. 148) ist an eine Klemmenspannung von 50 [3530] (2080) V und 60 [50] (50) Perioden angeschlossen. Er besitzt primär 124 [2496] (1440) und sekundär 324 [120] (160) Windungen. Der Eisenquerschnitt hat 25 [88,5] (100) cm^2 Inhalt, die Länge der mittleren Kraftlinie beträgt 63 [95] (150) cm. Gesucht wird:

a) die sekundäre Spannung,
b) die Kraftlinienzahl und Kraftliniendichte,
c) der Magnetisierungsstrom bei Leerlauf, wenn jede Stoßfuge gleich einem Luftzwischenraum von 0,005 cm gerechnet wird,
d) der Verlust durch Hysteresis,
e) der Verlust durch Wirbelströme, wenn 0,5 mm dicke Bleche verwendet werden,
f) die Wattkomponente des Stromes,
g) der Leerlaufstrom.

Lösungen:

Zu a): Aus
$$50 : e_2' = 124 : 324$$
folgt
$$e_2' = \frac{50 \,.\, 324}{124} = 130 \text{ V}.$$

Zu b): Die Kraftlinienzahl Φ_0 folgt aus
$$\Phi_0 = \frac{e_1' \,.\, 10^8}{4{,}44\, \mathfrak{z}_1 \sim} = \frac{50 \,.\, 10^8}{4{,}44 \,.\, 124 \,.\, 60} = 151000.$$

Die Kraftliniendichte B_e ist
$$B_e = \frac{151000}{25} = 6040.$$

Zu c): Der Magnetisierungsstrom folgt aus
$$H_e\, l_e + H_\mathfrak{L}\, l_\mathfrak{L} = 0{,}4\,\pi\, \mathfrak{z}_1\, i'_\mu \sqrt{2},$$
nämlich
$$i'_\mu = \frac{H_e\, l_e + H_\mathfrak{L}\, l_\mathfrak{L}}{0{,}4\,\pi\, \mathfrak{z}_1 \sqrt{2}}.$$

Zu $B_e = 6040$ gehört $H_e = 1{,}3$ (Tafel I, Kurve A),
$$l_e = 63 \text{ cm}, \quad l_\mathfrak{L} = 4 \,.\, 0{,}005 = 0{,}02 \text{ cm},$$
denn es sind vier Stoßfugen vorhanden, also
$$i'_\mu = \frac{1{,}3 \,.\, 63 + 6040 \,.\, 0{,}02}{0{,}4\,\pi\, 124 \sqrt{2}} = 0{,}925 \text{ A}.$$

Zu d): Das Volumen des Transformators ist angenähert
$$V = 25 \,.\, 63 = 1575 \text{ cm}^3.$$

Der Verlust durch Hysteresis pro dm^3 und 100 Perioden ist nach Tafel II 37 Watt, also ist der Verlust unseres Kerns
$$\mathfrak{E}_h = \frac{37 \,.\, 1{,}575 \,.\, 60}{100} = 35 \text{ Watt}.$$

Da man zu Transformatoren jedoch Bleche nimmt, bei denen der Koeffizient η höchstens den Wert 0,002 [0,0016] (0,0012) besitzt, so wird $\quad \mathfrak{E}_h = 35 \dfrac{0{,}002}{0{,}0033} = 21{,}2$ Watt.

Zu e): Der Verlust durch Wirbelströme ist nach Formel 23

$$\mathfrak{E}_w = (2 \text{ bis } 2{,}5) \frac{(\sim \triangle B)^2}{10^{10}} \, V,$$

$$\mathfrak{E}_w = (2 \text{ bis } 2{,}5) \frac{(60 \,.\, 0{,}5 \,.\, 6040)^2}{10^{10}} \cdot 1{,}57 = 10{,}2 \text{ bis } 12{,}8 \text{ Watt.}$$

Zu f): Es ist

$$e_1' \, i_n' = 21{,}2 + 12{,}8 = 34 \text{ Watt},$$

$$i_n' = \frac{34}{50} = 0{,}68 \text{ A.}$$

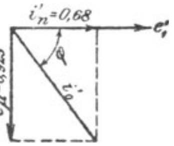


Fig. 142.

Zu g): Nach Fig. 142 ist

$$i'_0 = \sqrt{0{,}925^2 + 0{,}68^2} = 1{,}14 \text{ A.}$$

283. Um den Wirkungsgrad eines Transformators zu bestimmen, wurde gemessen:

1. die primäre und sekundäre Spannung bei Leerlauf $e'_{k_1} = 3530$ [2080] (3120) V, $e'_{k_2} = 182$ [230] (230) V,
2. die bei Leerlauf und normaler Spannung primär eingeleitete Leistung $\mathfrak{E}_0 = 198$ [213] (500) Watt,
3. bei kurzgeschlossener Sekundärwickelung und reduzierter Spannung die primäre Stromstärke $i'_1 = 1{,}42$ [7,2] (12,8) A und die eingeleitete Leistung $\mathfrak{E}_k = 159$ [194] (485) Watt.

Außerdem wurde mit Gleichstrom gemessen der Widerstand der primären und sekundären Wickelung $w_1 = 40$ [1,63] (1,285) Ω, $w_2 = 0{,}073$ [0,02] (0,007) Ω. Gesucht wird:

a) das Übersetzungsverhältnis $u = \dfrac{\xi_1}{\xi_2}$,
b) der Verlust im Eisen,
c) der Ersatzwiderstand des Transformators, in dem die gleiche Stromwärme verloren geht, wie in den beiden Wickelungen,
d) der Wirkungsgrad für 6 [16] (45) kVA sekundärer Belastung.

Lösungen:

Zu a): Das Übersetzungsverhältnis folgt aus $e_1' : e_2' = \xi_1 : \xi_2$,

$$u = \frac{e_1'}{e_2'} = \frac{3530}{182} = 19{,}4.$$

Zu b) Der Verlust im Eisen ist sehr angenähert die bei Leerlauf gemessene Leistung, also $V_e = \mathfrak{E}_0 = 198$ Watt.

Zu c): Bei sehr geringer primärer Spannung können die Verluste durch Hysteresis und Wirbelströme vernachlässigt werden so daß die gemessene Leistung nur aus Stromwärme besteht. Bezeichnet daher w den Ersatzwiderstand des Transformators, so ist

$$i_1'^2 w = 159, \text{ woraus } w = \frac{159}{1{,}42^2} = 79\ \Omega \text{ folgt.}$$

Der Ersatzwiderstand w besteht aus dem Widerstande w_1 und dem auf die primäre Windungszahl reduzierten Widerstande w_2' (Formel 91), es ist also

$$w = w_1 + w_2 . \left(\frac{\xi_1}{\xi_2}\right)^2 .$$

Mit Gleichstrom gemessen, wäre $w = w_g$ gewesen:

$$w_g = 40 + 0{,}073 \,.\, 19{,}4^2 = 40 + 27{,}5 = 67{,}5\ \Omega,$$

hieraus ergibt sich das Verhältnis zwischen Wechselstrom und Gleichstrom $\frac{w}{w_g} = \frac{79}{67{,}5} = 1{,}17$, d. h. die Widerstände w_1 und w_2 mit Wechselstrom bestimmt, sind $w_1 = 40 \,.\, 1{,}17 = 46{,}8\ \Omega$ und

$$w_2 = 0{,}073 \,.\, 1{,}17 = 0{,}0855\ \Omega.$$

Zu d): Aus $e_{k_2}' i_2' = 6000$ Watt folgt $i_2' = \frac{6000}{182} = 33$ A.

Die Gleichung 88: $i_1' \xi_1 = i_2' \xi_2$ gibt $i_1' = i_2' \frac{\xi_2}{\xi_1} = \frac{33}{19{,}4} = 1{,}7$ A.

Der Verlust durch Stromwärme ist hiernach

$$i_1'^2 w_1 + i_2'^2 w_2 = 1{,}7^2 \,.\, 46{,}8 + 33^2 \,.\, 0{,}0855 = 229 \text{ Watt.}$$

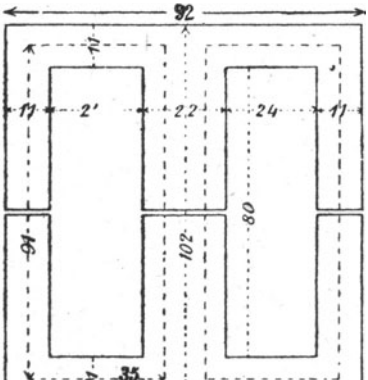


Fig. 143.

Dasselbe Resultat erhält man auch aus

$$i_1'^2 w = 1{,}7^2 \,.\, 79 = 229 \text{ Watt.}$$

$$\eta = \frac{6000}{6000 + 198 + 229} = 0{,}935.$$

284. Es ist ein Transformator zu berechnen für eine sekundäre Leistung von 52 [36] (40) Volt-Ampere, entsprechend 65 V × 0 8 A [65 V × 0,55 A] (20 V × 2 A) sekundär, der primär an eine Klemmenspannung von 154 [25] (120) Volt und 50 Perioden angeschlossen ist. Der Transformator soll, wie dies die folgende Aufgabe angibt, mit mehreren andern, gleichen Transformatoren primär hintereinander geschaltet werden.

Lösung: Wir legen das in Fig. 143 dargestellte Eisengestell, dessen bewickelter Querschnitt ein Quadrat von 2,2 cm Seitenlänge ist, der Rechnung zugrunde. Der Querschnitt des Eisenkerns ist dann

$$Q_e = 2{,}2 \,.\, 0{,}9 \,.\, 2{,}2 = 4{,}36 \text{ cm}^2 \text{*)}.$$

Die Induktion im Eisenkern möge zu 13900 angenommen werden, so daß

$$\Phi_0 = 4{,}36 \,.\, 13900 = 60600 \text{ ist.}$$

Die sekundäre Windungszahl ξ_2 folgt aus

$$e_2' = \frac{4{,}44\, \Phi_0\, \xi_2 \sim}{10^8}.$$

Ehe weiter gerechnet wird, muß eine Entscheidung über den Wirkungsgrad getroffen werden. Wir nehmen, der geringen Leistung entsprechend, $\eta = 0{,}86$ an und verteilen die 14 % betragenden Verluste zu 7 % auf Hysteresis und Wirbelströme und 7 % auf Stromwärme, d. i. 3,5 % im primären und 3,5 % im sekundären Kupfer.

Da nun $\quad e_2' = e_{k}'{}_2 + i_2' w_2 + 0{,}01\, e_{k}'{}_2$ ist,

andererseits $\quad i_2' w_2 = \frac{3{,}5}{100} \cdot 65 = 2{,}28$ V,

so wird $\quad e_2' = 65 + 2{,}28 + 0{,}65 = 67{,}93 \cong 08$ V,

$$e_1' \cong e_{k}'{}_1 - i_1' w_1 = 154 - \frac{3{,}5}{100} \cdot 154 = 148{,}6 \text{ V.}$$

Dies oben eingesetzt, gibt

$$\xi_2 = \frac{68 \,.\, 10^8}{4{,}44 \,.\, 60600 \,.\, 50} = 504 \text{ Windungen.}$$

Aus $e_1' : e_2' = \xi_1 : \xi_2$ folgt

$$\xi_1 = \frac{e_1'}{e_2'}\, \xi_2 = \frac{148{,}5}{68} \cdot 504 = 1100.$$

Da der Leistungsverlust durch Stromwärme in jeder Wickelung 3,5 % der gesamten eingeleiteten Leistung beträgt, so ist

$$i_1'^2\, w_1 = \frac{3{,}5}{100} \cdot \frac{52}{0{,}86} = 2{,}12 \text{ Watt,}$$

und ebenso groß ist

$$i_2'^2\, w_2 = 2{,}12 \text{ Watt.}$$

Die primäre Stromstärke ist angenähert ($\cos\varphi = 1$ gesetzt)

$$i_1' = \frac{52}{0{,}86 \,.\, 154} = 0{,}392 \text{ A.}$$

Wie jedoch die weitere Rechnung zeigt, ist $\cos\varphi$ etwa nur 0,74, wir nehmen daher, um hier Wiederholungen zu vermeiden,

$$i_1' = \frac{0{,}392}{0{,}74} = 0{,}53 \text{ A}$$

an, dann wird $\quad w_1 = \frac{2{,}12}{0{,}53^2} = 7{,}5\ \Omega.$

---

*) Die Bleche sind mit dünnem Seidenpapier voneinander isoliert.

Die mittlere Länge einer Windung kann ungefähr auf

$$4 \,.\, 2{,}2 + 3 = 12 \text{ cm geschätzt werden,}$$

somit

$$L_1 = 1100 \,.\, 0{,}12 = 132 \text{ m},$$

und

$$q_1 = \frac{c\, L_1}{w_1} = \frac{0{,}02 \,.\, 132}{7{,}5} = 0{,}354 \text{ mm}^2.$$

$d_1 = 0{,}67$, abgerundet 0,7 und mit Seide besponnen 0,8 mm. Die Drahtstärke der sekundären Wickelung folgt aus

$$w_2 = \frac{2{,}12}{0{,}8^2} = 3{,}32\ \Omega.$$

$$q_2 = \frac{c\, L_2}{w_2} = \frac{0{,}02 \,.\, 105}{3{,}32} = 0{,}634 \text{ mm}^2.$$

$$d_2 = 0{,}9 \text{ mm}, \quad d_2' = 1 \text{ mm}.$$

Auf den quadratischen Eisenkern schieben wir eine Pappspule von 2 mm Wandstärke, die 3 mm starke Endflanschen besitzt. Die freie Wickelungslänge des Schenkels beträgt alsdann 74 mm. Zunächst mögen die primären Windungen aufgelegt werden, und zwar:

nebeneinander $74 : 0{,}8 = 92$ Drähte und
übereinander $1100 : 92 = 12$ Lagen,

in die zwölfte Lage kommen jedoch nur 88 Drähte. Die Höhe dieser 12 Lagen ist $12 \,.\, 0{,}8 = 9{,}6$ mm.

Legen wir nun hierauf die sekundäre Wickelung unter Zwischenlage einer 1 mm dicken Isolationsschicht, so haben wir

nebeneinander $74 : 1 = 74$, abgerundet 72,
übereinander $504 : 72 = 7$ Lagen.

Die Fig. 144 zeigt einen Schnitt durch den bewickelten Schenkel. Die verbesserten aufgewickelten Drahtlängen und Widerstände sind hiernach

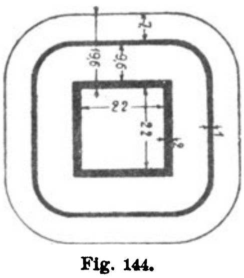


Fig. 144.

$$L_1 = \frac{(4 \,.\, 26 + 9{,}6\,\pi)\ 1100}{1000} = 147 \text{ m},$$

mithin

$$w_1 = \frac{0{,}02 \,.\, 147}{0{,}385} = 7{,}65\ \Omega.$$

$$L_2 = \frac{(4 \,.\, 47{,}2 + 7\,\pi)\ 504}{1000} = 106 \text{ m},$$

$$w_2 = \frac{0{,}02 \,.\, 106}{0{,}64} = 3{,}32\ \Omega.$$

Wir nehmen zu Transformatoren besonders gute Bleche, bei denen die Konstante der Hysteresisverluste $\eta = 0{,}0015$ gesetzt werden kann. Der Verlust folgt dann aus

$$\mathfrak{E}_h = \frac{0{,}0015 \,.\, V \,.\, 13900^{1{,}6} \,.\, 50}{10^7},$$

wo das Volumen $V = (9{,}2 \,.\, 10{,}2 - 4{,}8 \,.\, 8)\, 0{,}9 \,.\, 2{,}2 \cong 110\ \mathrm{cm}^3$ ist, also

$$\mathfrak{E}_h = \frac{0{,}0015 \,.\, 110 \,.\, 13900^{1{,}6} \,.\, 50}{10^7} = 3{,}52 \text{ Watt.}$$

Gelangen 0,3 mm dicke Bleche zur Verwendung, so ist nach Formel 23, Seite 79, der Verlust durch Wirbelströme

$$\mathfrak{E}_w = 2{,}5 \frac{(50 \,.\, 0{,}3 \,.\, 13900)^2}{10^{10}} \cdot 0{,}11 = 1{,}2 \text{ Watt.}$$

Da bei einem Manteltransformator für den Kraftlinienweg nur 2 Fugen in Betracht kommen, so ist der Luftzwischenraum nur $2 \,.\, 0{,}005 = 0{,}01$ cm und die Gleichung

$$H_e l_e + H_{\mathfrak{L}} l_{\mathfrak{L}} = \mathfrak{F} = 0{,}4 \pi \xi_1 i'_\mu \sqrt{2}$$

gibt den Magnetisierungsstrom i'_μ.

Nach Fig. 143 ist $l_e = 2\,(91 + 35) = 252$ mm.

Zu $B_e = 13900$ gehört nach Tafel I Kurve A: $H_e = 21$.

Wegen der Ausbreitung der Kraftlinien dürfte $Q_{\mathfrak{L}} = 1{,}1\, Q_e$ zu setzen sein, also

$$B_{\mathfrak{L}} = H_{\mathfrak{L}} = \frac{13900}{1{,}1} = 12680,$$

mithin: $\quad 21 \,.\, 25{,}2 + 12680 \,.\, 0{,}01 = \mathfrak{F} = 530 + 127 = 657$

$$i'_\mu = \frac{657}{0{,}4\pi \,.\, 1100 \sqrt{2}} = 0{,}338 \text{ A.}$$

Die Verluste bei Leerlauf bestehen aus den Hysteresis- und Wirbelstrom-Verlusten $= 3{,}52 + 1{,}2 = 4{,}72$ Watt. Die Wattkomponente ist daher

$$i'_n = \frac{4{,}72}{154} = 0{,}0306 \text{ A.}$$

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{i'_\mu}{i'_n} = \frac{0{,}338}{0{,}0306} = 11,$$

$$\varphi_0 = 84^0\, 50.$$

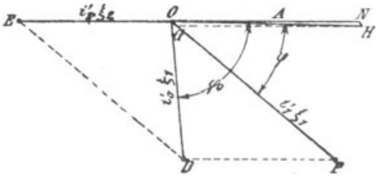


Fig. 145.

Es bleibt nun zu untersuchen, ob die primäre Stromstärke und der Phasenverschiebungswinkel für volle Belastung richtig geschätzt worden sind.

Zu diesem Zweck trage man (Fig. 145) an die horizontale Gerade $\overline{OA}$ den $\sphericalangle\, \varphi_0$ an. Auf dem freien Schenkel trage man die resultierende Amperewindungszahl

$\overline{AW_r} = i'_0 \xi_1 \cong i'_\mu \xi_1 = 0{,}338 \,.\, 1100 = 372 = \overline{OD}$ auf, mache $\overline{OE} = i'_2 \xi_2 = 0{,}8 \,.\, 504 = 403{,}2$ und verbinde D mit E. Die Messung von $\overline{DE}$ ergibt $\overline{DE} = 575$ Amperewindungen $= i'_1 \xi_1$, also

$$i'_1 = \frac{575}{1100} = 0{,}524 \text{ A.}$$

Ergänzt man $\triangle$ ODE zum Parallelogramm EOFD, so gibt OF die Richtung des primären Stromvektors an.

Trägt man auf $\overline{OF}$ den Spannungsverlust

$$i'_1 w_1 = 0{,}524 \,.\, 7{,}65 \approx 4 \text{ V}$$

ab bis G und konstruiert das Parallelogramm OGHN, dessen Diagonale $\overline{OH} = 154$ V ist, so ist

$$\sphericalangle \text{FOH} = \varphi$$

der Phasenverschiebungswinkel zwischen dem primären Strom und der primären Spannung. Die Berechnung desselben folgt aus der Gleichung $(e'_k)_1 i'_1 \cos\varphi = \mathfrak{E}_2 +$ Verlusten. Diese sind:

$0{,}524^2 \,.\, 7{,}65 + 0{,}8^2 \,.\, 3{,}32 + 4{,}72 = 2{,}1 + 2{,}12 + 4{,}72 = 8{,}94$ Watt,

demnach $e'_{k_1} i'_1 \cos\varphi = 52 + 8{,}94$

$$\cos\varphi = \frac{60{,}94}{154 \,.\, 0{,}524} = 0{,}755.$$

Die Messung von $\overline{ON}$ gibt $e'_1 \approx 150$ V, also etwas mehr, wie oben geschätzt worden war.

Aus der Proportion $e'_1 : e'_2 = \xi_1 : \xi_2$ folgt

$$e_2' = e_1' \frac{\xi_2}{\xi_1} = 150 \frac{504}{1100} = 68{,}5 \text{ V}.$$

Die Verluste, die 8,94 Watt betragen, setzen sich in Wärme um und erhöhen die Temperatur des Transformotors. Um diese Temperaturerhöhung zu bestimmen, berechnen wir die Oberfläche des Transformators. Wir verstehen hierunter diejenige Oberfläche, die mit der Luft in Berührung kommt. Diese ist ungefähr, ausgedrückt in cm²:

$$O = 9{,}2 \,.\, 2{,}2 \,.\, 4 + 8 \,.\, 2{,}2 \,.\, 2 + 10{,}2 \,.\, 2{,}2 \,.\, 2 +$$
$$(4 \,.\, 2{,}6 + 1{,}76\,\pi) \,.\, 7{,}4 + 2 \,.\, 6^2 \approx 350 \text{ cm}^2.$$

Auf 1 Watt Verlust kommt daher eine Oberfläche

$$O' = \frac{350}{8{,}94} = 39{,}2 \text{ cm}^2,$$

und dies entspricht nach den Angaben der folgenden Tabelle, einer Temperaturerhöhung von rund 39° C., wenn der Transformator in Öl gestellt wird, oder einer Temperaturerhöhung von etwa 53°, wenn er in einem geschlossenen Kasten ohne Öl untergebracht wird. Man nennt O' die spezifische Kühlfläche.

(Siehe die Tabelle auf S. 187.)

285. Es sind 13 Transformatoren der in der vorigen Aufgabe berechneten Art hintereinander geschaltet. Gesucht wird:

a) die Maschinenspannung, wenn alle Lampen brennen,
b) die Maschinenspannung, wenn eine, zwei, drei, vier Lampen erlöschen.

10. Tabelle. Temperaturzunahme eines Transformators.

Anzahl der cm^2 pro Watt Leistungsverlust O'	Temperaturzunahme für einen Transformator	
	in einem Ölkasten	in einem geschlossenen Kasten ohne Öl
15	62°	89°
20	55°	76°
25	49°	67°
30	45°	61°
35	42°	55°
40	38°	52°
45	35°	48°
50	33°	44°
55	31°	41°
60	28°	38°

Für einen in einem perforierten Gehäuse eingeschlossenen Transformator gelten die Zahlen der ersten Reihe.

Lösungen:

Zu a): Da es sich in diesem Falle um die Hintereinanderschaltung mehrerer Spannungen handelt, so ist im Vektordiagramm (Fig. 146) die gemeinsame Stromrichtung OX als Grundlinie anzunehmen. Die Spannung eilt alsdann dem Strome, um den in Fig. 145 dargestellten $\sphericalangle\ \varphi$, voraus. Auf der Richtung der Spannung hat man somit, wenn alle Lampen brennen, $\overline{OA} = 13 \cdot 154 = 2000$ V abzutragen.

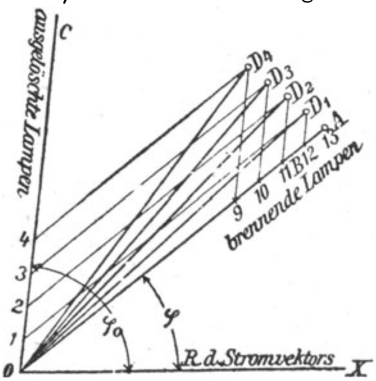


Fig. 146.

Zu b): Wenn eine Lampe erlischt, so ist auf der genannten Linie $\overline{OA}$ (Fig. 146) nur die Spannung $\overline{OB} = 154 \cdot 12 = 1848$ V aufzutragen. Die Spannung und der Phasenverschiebungswinkel des unbelasteten Transformators müssen dagegen noch berechnet werden.

Durch die primären Windungen desselben muß, wegen der Hintereinanderschaltung, der Strom von 0,524 A fließen. Die erzeugte Kraftlinienzahl folgt dann aus der Gleichung

$$\Phi_0 = \frac{0{,}4\,\pi\,\xi_1\,i'_\mu\sqrt{2}}{\mathfrak{w}},$$

worin jedoch $\mathfrak{w}$ und Φ_0 unbekannte Größen sind (vergl. 274 zu a). Die einfachste Lösung zur Bestimmung von Φ_0 erhält man durch eine Figur. Die vorstehende Gleichung läßt sich auch schreiben:

$$H_e\, l_e + H_{\mathfrak{L}}\, l_{\mathfrak{L}} = 0{,}4\,\pi\, \xi_1\, i'_\mu \sqrt{2} = 0{,}4\,\pi \,.\, 1100 \,.\, 0{,}524 \sqrt{2}$$

$$H_e\, l_e + H_{\mathfrak{L}}\, l_{\mathfrak{L}} = 1015,$$

wo $l_e = 25{,}2$ und $l_{\mathfrak{L}} = 0{,}01$ ist.

Die umgekehrte Aufgabe, nämlich zu einem angenommenen B_e das zugehörige H zu finden, läßt sich leicht lösen. Wir nehmen daher die Induktion B_e im Eisen an (größer als beim belasteten Transformator),

$$B_e = 14000,\ 15000,\ 15500,$$

suchen auf Tafel I die zugehörigen H für Ankerblech, Kurve A; dieselben sind $H_e = 21{,}3,\ 33,\ 42.$

Wegen der seitlichen Ausbreitung der Kraftlinien sind die Werte von $H_{\mathfrak{L}} = B_{\mathfrak{L}} : 1{,}1.$

$$H_{\mathfrak{L}} = \frac{14000}{1{,}1} = 12750,\ \frac{15000}{1{,}1} = 13650,\ \frac{15500}{1{,}1} = 14100.$$

Berechnet man nun die zugehörigen magnetomotorischen Kräfte $\mathfrak{F}$, so sind dieselben

$$\mathfrak{F} = 21{,}3 \,.\, 25{,}2 + 12750 \,.\, 0{,}01 = 764,$$
$$\mathfrak{F} = 33{,}0 \,.\, 25{,}2 + 13650 \,.\, 0{,}01 = 967,$$
$$\mathfrak{F} = 42{,}0 \,.\, 25{,}2 + 14100 \,.\, 0{,}01 = 1199.$$

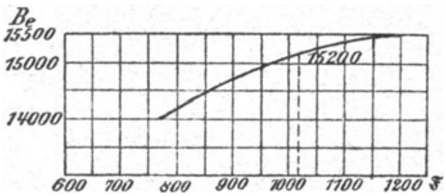


Fig. 147.

In Fig. 147 sind die Induktionen B_e als Ordinaten und die zugehörigen magnetomotorischen Kräfte $\mathfrak{F}$ als Abszissen aufgetragen worden. Aus derselben ist zu entnehmen, daß zur Abszisse 1015 die Ordinate 15200 gehört. Die gesuchte Kraftlinienzahl Φ_0 ist also

$$\Phi_0 = 4{,}36 \,.\, 15200 \approx 66400.$$

Die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion ist nun

$$e_1' = \frac{4{,}44 \,.\, 66400 \,.\, 1100 \,.\, 50}{10^8} = 162 \text{ V.}$$

Näherungsweise ist der gefundene Wert auch gleich der primären Klemmenspannung des Transformators.

Der Hysteresisverlust ist

$$\mathfrak{E}_h = \frac{0{,}0015 \,.\, 110 \,.\, 15200^{1{,}6} \,.\, 50}{10^7} = 4{,}1 \text{ Watt.}$$

der Verlust durch Wirbelströme ist

$$\mathfrak{E}_w = 2{,}5 \frac{(50 \cdot 0{,}3 \cdot 15200)^2}{10^{10}} 0{,}11 = 1{,}42 \text{ Watt};$$

der Verlust durch Stromwärme

$$0{,}524^2 \cdot 7{,}65 = 2{,}1 \text{ Watt};$$

der gesamte Leistungsverlust

$$2{,}1 + 4{,}1 + 1{,}42 \approx 7{,}62 \text{ Watt.}$$

Der Phasenverschiebungswinkel ist bestimmt durch

$$162 \cdot 0{,}524 \cdot \cos\varphi_0 = 7{,}62,$$

$$\cos\varphi_0 = \frac{7{,}62}{162 \cdot 0{,}524} = 0{,}09.$$

In Fig. 146 ist $\sphericalangle COX = \varphi_0$. Trägt man auf dem Schenkel $\overline{OC}$ von O aus die Spannungen der unbelasteten Transformatoren auf, macht also $\overline{O1} = 162$ V, $\overline{O2} = 2 \cdot 162$ usw. und bildet jetzt aus $\overline{O1}$ und $\overline{OB}$ die Diagonale $\overline{OD_1}$, so gibt diese die gesuchte Maschinenspannung für den Fall des Erlöschens einer Lampe. In gleicher Weise findet man $\overline{OD_2}$, $\overline{OD_3}$, $\overline{OD_4}$ usw. als die Maschinenspannungen beim Erlöschen von zwei, drei, vier Lampen. Wie man aus der Figur erkennt, braucht sich die Maschinenspannung nur sehr wenig zu ändern, um die Stromstärke konstant zu halten, oder umgekehrt, bei unveränderter Maschinenspannung ändert sich die Stromstärke der Lampen nur sehr wenig.

Dieses günstige Resultat wurde dadurch erreicht, daß man die Induktion im Eisen sehr hoch wählte. Infolgedessen wuchs, beim Erlöschen einer Lampe, die Spannung an den Klemmen des Transformators nicht proportional den Magnetisierungsstromstärken 0,338 A und 0,524 A, sondern weniger, da der magnetische Widerstand des Eisens ebenfalls, und zwar sehr bedeutend, gestiegen war.

286. Wie groß ist der Leistungsverlust durch Stromwärme in 1 kg Kupferdraht [Aluminiumdraht], wenn die Stromdichte 0,8 [1,5] (3) A beträgt?

Lösung: Der Leistungsverlust ist $V_k = i'^2 w$, wenn i' die durch den Draht fließende Stromstärke und w der Widerstand von 1 kg Kupferdraht ist. Ist s die Stromdichte, q der Drahtquerschnitt in mm², so ist

$$i' = q s \text{ und } w = \frac{c\,l}{q}, \text{ also}$$

$$V_k = (q s)^2 \frac{c\,l}{q} = c\,q\,l\,s^2.$$

Da 1 kg = 1000 g = $\gamma q l$ ist, ist $q l = \frac{1000}{8{,}9}$ ($\gamma = 8{,}9$ spez. Gewicht des Kupfers) [$\gamma = 2{,}64$], also $V_k = c \dfrac{1000}{8,9} s^2 = \dfrac{0,02 \cdot 1000}{8,9} s^2 = 2,25\, s^2 = k_1\, s^2.$

Da jedoch in dickeren, vom Wechselstrom durchflossenen Drähten Wirbelströme auftreten, die den Verlust etwas vergrößern, so werde $k_1 = 2,6$ gesetzt, was einem Werte von $c = 0,023$ entspricht. Es ist also $V_k = 2,6 \cdot 0,8^2 = 1,62$ Watt.

287. Ein Kerntransformator besitzt die in Fig. 148 dargestellten Abmessungen. Auf jeden Kern sind primär 1248 [720] (704) Windungen von 1,13 [9,1] (1,68) mm² Querschnitt und sekundär 64 [80] (52) Windungen von 19,7 [72,8] (198) mm² Querschnitt gewickelt. Wie groß ist der Füllfaktor f_k, wenn derselbe definiert ist durch die Gleichung:

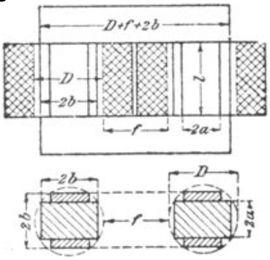


Fig. 148.

$$f_k = \frac{\xi_1 q_1 + \xi_2 q_2}{f\, l}$$

und $f = 13,5$ [9] (13) cm, $l = 22$ [58,4] (45) cm ist.

Lösung: Da q_1 und q_2 in mm² angegeben sind, sind auch l und f in mm einzusetzen, also

$$f_k = \frac{2 \cdot 1248 \cdot 1,13 + 2 \cdot 64 \cdot 19,7}{135 \cdot 220} = 0,179.$$

288. Als Querschnitt des Eisens wählt man gern den in Fig. 149 gezeichneten. Es soll nun bei gegebenem Durchmesser D des umschriebenen Kreises der Flächeninhalt ein Maximum werden. Wie groß sind hiernach die Seiten, ausgedrückt durch den Durchmesser?

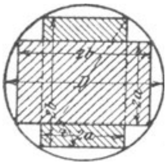


Fig. 149.

Lösung: Ist F der gesuchte Inhalt, so ist

$$F = 8\, a\, b - 4\, a^2.$$

Es ist aber $2\, a = D \cos \alpha$, $2\, b = D \sin \alpha$, also

$$F = 2\, D^2 \cos \alpha \sin \alpha - D^2 \cos^2 \alpha = \text{Max.},$$

oder

$$F = D^2 \sin 2\, \alpha - D^2 \cos^2 \alpha = \text{Max.},$$

$$\frac{dF}{d\alpha} = 0 = 2 \cos 2\, \alpha + 2 \cos \alpha \sin \alpha = 0$$

$$2 \cos 2\, \alpha + \sin 2\, \alpha = 0$$

$$\operatorname{tg} 2\, \alpha = -2$$

$$2\, \alpha = 180 - 63^0\, 30' = 116^0\, 30'$$

$$\alpha = 58^0\, 15'$$

$$a = 0,263\, D, \qquad b = 0,425\, D$$

$$F = 8 \cdot 0,263\, D \cdot 0,425\, D - 4 \cdot 0,263^2\, D^2 = 0,616\, D^2.$$

Wenn der Querschnitt aus einzelnen Blechen aufgebaut wird, so ist der Eisenquerschnitt $Q_e = 0,9$ F.

289. Wie groß ist der Füllfaktor $f_e = \dfrac{Q_e}{\frac{\pi D^2}{4}}$?

Lösung: Setzt man $Q_e = 0{,}9 \,.\, 0{,}616\, D^2$, so wird

$$f_e = \frac{0{,}9 \,.\, 0{,}616\, D^2 \,.\, 4}{\pi D^2} = 0{,}71.$$

290. Bestimme den Eisenquerschnitt und Füllfaktor für $D = 10$ [12] (14) cm, wenn der Querschnitt zwei Spalte von je 0,5 cm Weite erhält (Fig. 150).

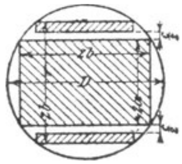


Fig. 150.

Lösung: Bezeichnet c die Weite beider Spalte, so ist

$$F = 2a \,.\, 2b + 2a(2b - c) - 4a^2,$$

oder $$Q_e = 0{,}9\, F;$$

$$Q_e = 0{,}9\,[4ab + 4ab - 2ac - 4a^2] = 0{,}9 \,.\, [(8ab - 4a^2) - 2ac]$$

oder wenn man für a und b die in Aufgabe 288 gefundenen Werte setzt: $$Q_e = 0{,}9\,(0{,}616\, D^2 - 2c \,.\, 0{,}263\, D).$$

Für $D = 10$ und $c = 1$ ist $Q_e = 0{,}9\,(61{,}6 - 5{,}26) = 50{,}6$ cm².

$$f_e = \frac{50{,}6}{10^2 \frac{\pi}{4}} = 0{,}645.$$

§ 35.

Die mehrphasigen Wechselströme.

A. Zweiphasige Ströme.

Zweiphasige Ströme sind zwei einphasige, deren EMK um $^1/_4$ einer Periode (90°) gegeneinander verschoben sind. Die Vektoren der beiden EMK stehen also senkrecht aufeinander.

Zur Fortleitung sind 4 Leitungen erforderlich, für jede Phase eine Hin- und Rückleitung. Werden die beiden Phasen in voneinander unabhängigen Wickelungen erzeugt, so kann man die beiden Rückleitungen zu einer vereinigen, in der dann die Summe der beiden Ströme fließt. Ist i' der effektive Strom in einer Phase (Gleichheit der Belastung in beiden vorausgesetzt, so ist $i'\sqrt{2}$ der Strom in der gemeinsamen Rückleitung (Fig. 151).

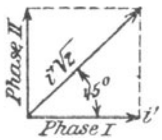


Fig. 151.

Die Leistung der beiden Phasen ist

$$\mathfrak{E} = 2\, e'\, i' \cos\varphi \quad \ldots\ldots\ldots \quad 92$$

Spannungsverlust.

Ist w der Widerstand einer Leitung, i' der in derselben fließende Strom, so ist der Spannungsverlust in dieser Leitung $i'w$ und, bei Verwendung von 4 Leitungen, der Spannungsverlust in Hin- und Rückleitung $2\,i\,w$.

Werden nur 3 Leitungen benutzt, und ist δ_1 der Spannungsverlust in einer Leitung, δ_2 der Spannungsverlust in der gemeinsamen Leitung, so ist der Spannungsverlust in beiden Leitungen $\delta_1 + \delta_2$ (arithmetisch addiert die momentanen Werte und geometrisch die effektiven Werte). Da der Spannungsverlust immer mit der Richtung des Stromes im Vektordiagramm zusammenfällt, so bilden δ_1 und δ_2 einen Winkel von 45° miteinander und die Resultierende δ folgt aus der Gleichung (Fig. 152):

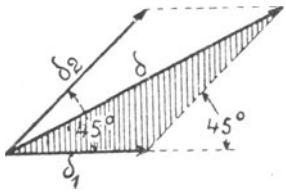


Fig. 152.

$$\delta = \sqrt{\delta_1^2 + \delta_2^2 + 2\,\delta_1\,\delta_2 \cos 45^\circ},$$

$$\delta = \sqrt{\delta_1^2 + \delta_2^2 + \delta_1\,\delta_2 \cdot \sqrt{2}}.$$

Soll $\delta_2 = \delta_1$, d. h. der Spannungsverlust in der gemeinsamen Leitung gleich dem Spannungsverlust in der Einzelleitung sein, so muß auch

$$i' \sqrt{2}\, w_2 = i' w_1$$

sein, woraus $w_2 = \frac{w_1}{\sqrt{2}}$ folgt.

Da nun $w_2 = \frac{c\,l}{q_2}$ und $w_1 = \frac{c\,l}{q_1}$ ist, gilt auch $\frac{c\,l}{q_2} = \frac{c\,l}{\sqrt{2}\,q_1}$, oder

$$q_2 = q_1 \sqrt{2}.$$

In diesem Falle wird

$$\delta = \sqrt{2\,\delta_1^2 + \delta_1^2 \sqrt{2}} = \delta_1 \sqrt{2 + \sqrt{2}} = 1,845\,\delta_1$$

$$\delta = i' w \,.\, 1,845 \text{ Volt} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 93,$$

wo w den Widerstand einer Einzelleitung bezeichnet.

B. Dreiphasige Ströme.

Dreiphasige Ströme (auch Drehströme genannt) sind drei einphasige Ströme, deren EMK um je $^1/_3$ (120°) einer Periode gegeneinander verschoben sind. Die Vektoren der EMK bilden Winkel von 120° miteinander.

Für die momentanen Werte gelten die Gleichungen:

$$e_1 = E \sin \alpha,$$

$$e_2 = E \sin(\alpha + 120^\circ) = E\left(\frac{1}{2}\sqrt{3}\cos\alpha - \frac{1}{2}\sin\alpha\right),$$

$$e_3 = E \sin(\alpha + 240^\circ) = E\left(-\frac{1}{2}\sqrt{3}\cos\alpha - \frac{1}{2}\sin\alpha\right).$$

Die Addition ergibt:

$$e_1 + e_2 + e_3 = 0.$$

Dasselbe Gesetz gilt auch, bei **gleicher Belastung der drei Phasen**, für die Ströme, also ist

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0.$$

Sternschaltung.

Sind die drei Phasen in der durch Fig. 153 dargestellten Weise verbunden, so nennt man diese Schaltung die **Sternschaltung** oder **offene Verkettung**.

Ist e_0' die Phasenspannung, d. h. die gemessene Spannung zwischen Anfang a_1 und Ende e_1 einer Pnase, e' die Spannung zwischen zwei Leitungen, so gilt die Gleichung

$$e' = e_0' \sqrt{3} \quad . \quad . \quad . \quad 94.$$

Die Leistung ist

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{E} &= 3\, e_0'\, i' \cos \varphi \\ \text{oder} \quad \mathfrak{E} &= \sqrt{3}\, .\, e'\, i' \cos \varphi \end{aligned}\right\} \quad 95.$$

Gleichheit in allen drei Phasen wird vorausgesetzt.

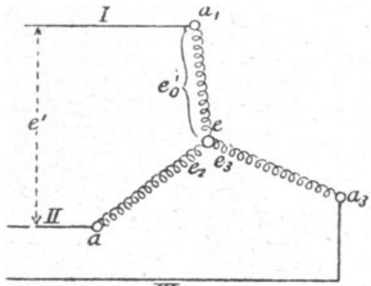


Fig. 153.

Dreieckschaltung.

Sind die drei Phasen in der durch Fig. 154 dargestellten Weise verbunden, so nennt man diese Schaltung Dreieckschaltung oder geschlossene Verkettung.

Bei der Dreieckschaltung sind Phasenspannung und Leitungsspannung identisch, also ist

$$e_0 = e';$$

für die Ströme gilt jedoch die Gleichung

$$i' = \frac{J'}{\sqrt{3}} \quad . \quad . \quad 96.$$

Die Leistung ist

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{E} &= 3\, e'\, i' \cos \varphi \\ \text{oder} \quad \mathfrak{E} &= \sqrt{3}\, e\, J' \cos \varphi \end{aligned}\right\} \quad 97.$$

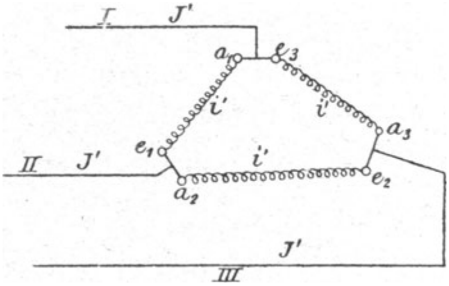


Fig. 154.

Spannungsverlust.

Ist $i'w$ der Spannungsverlust in einer Leitung (w = Widerstand dieser Leitung), so ist der Spannungsverlust in zwei Leitungen:

$$\delta = i'\, w \sqrt{3} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 98.$$

Beziehung zwischen Gleich- und Drehstrom-Spannung.

Wird der Drehstrom einer Gleichstrommaschine mit drei Schleifringen entnommen, so besitzt der Anker Dreieckschaltung. Ist E die elektromotorische Kraft des Gleichstromes, so ist die zwischen zwei Schleifringen gemessene Drehstromspannung bei stromlosem Anker und sinusförmigem Verlauf der EMK

$$e' = \frac{E\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} = 0{,}613\, E \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 99.$$

Ist kein sinusförmiger Verlauf anzunehmen, so hängt das Verhältnis $\frac{e'}{E} = f_g$ von dem Verhältnis $g = \frac{b_p}{T_p}$ ab, wie dies die Tabelle 11 angibt.

11. Tabelle.

$g =$	0,5	0,6	0,66	0,7	0,8
$f_g =$	0.7	0,66	0,64	0,62	0,59

Stromstärke im Draht.

Fließt in einer Leitung der Strom J', im Ankerdraht der Strom i'_d, so ist bei Schleifenwickelung

$$i'_d = \frac{J'}{p\sqrt{3}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 100$$

und bei Reihenschaltung (Wellenwickelung)

$$i'_d = \frac{J'}{\sqrt{3}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 100\,a.$$

291. Ein zweiphasiger Wechselstrom wird durch drei Leitungen fortgeleitet (Fig. 155). Die beiden Außenleiter haben je 1 Ω Wider-

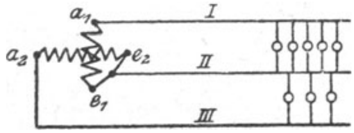


Fig. 155.

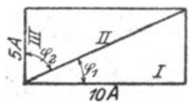


Fig. 156.

stand, der gemeinsame Mittelleiter 0,8 Ω. In dem Außenleiter I fließt ein Strom von 10 [12] (8) A, in dem andern (III) ein Strom von 5 [7] (6) A. Gesucht wird:

a) der Strom in der gemeinsamen Leitung II,
b) die Spannungsverluste in den einzelnen Leitungen,
c) der Spannungsverlust in je einer Phase.

Lösungen:

Zu a): In der gemeinsamen Leitung II fließt die geometrische Summe der Ströme aus Leitung I und III. Da diese Ströme zweiphasige sind, so stehen die Vektoren senkrecht aufeinander, also ist (Fig. 156) $J' = \sqrt{10^2 + 5^2} = 11{,}2$ A.

Zu b): Der Spannungsverlust in Leitung I ist $\delta_1 = 10 . 1 = 10$ V, in der Leitung II $\delta_2 = 11{,}2 . 0{,}8 = 8{,}96$ V und in der Leitung III $\delta_3 = 5 \;\; 1 = 5$ V.

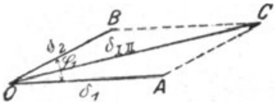


Fig. 157.

Zu c): Der Spannungsverlust in der ersten Phase ist die geometrische Summe aus δ_1 und δ_2, wobei zu bemerken ist, daß der Spannungsverlust stets mit seinem Stromvektor zusammenfällt, d. h. δ_1 liegt in der Richtung des Stromes der Leitung I, δ_2 liegt in der Richtung des Stromes der Leitung II, und beide bilden, wie Fig. 156

zeigt, den $\sphericalangle \varphi_1$ miteinander. Die Fig. 157 zeigt die Konstruktion, aus welcher (siehe $\triangle$ OAC) folgt:

$$\delta_{\mathrm{I\,II}} = \sqrt{\delta_1^2 + \delta_2^2 + 2\,\delta_1\,\delta_2 \cos\varphi_1}$$

$$\delta_{\mathrm{I\,II}} = \sqrt{10^2 + 8{,}96^2 + 2 \cdot 10 \cdot 8{,}96 \cdot \frac{10}{11{,}2}} = 18{,}5 \text{ V}.$$

In gleicher Weise ist (Fig. 158)

$$\delta_{\mathrm{I\,III}} = \sqrt{5^2 + 8{,}96^2 + 2 \cdot 5 \cdot 8{,}96 \cdot \frac{5}{11{,}2}} = 12{,}01 \text{ V, wo}$$

die $\cos\varphi_1$ und $\cos\varphi_2$ sich aus Fig. 156 ergeben.

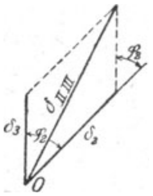


Fig. 158.

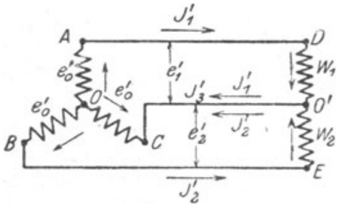


Fig. 159.

292. Die beiden induktionsfreien Widerstände $w_1 = 10$ [15] (22) Ω und $w_2 = 15$ [10] (11) Ω sind, wie Fig. 159 zeigt, mit den drei Klemmen ABC eines Drehstromgenerators verbunden, der in jeder Phase eine Spannung von 80 [127] (110) V erzeugt. Gesucht wird:

a) der Strom in der Leitung $\overline{AD}$ und Leitung $\overline{BE}$,

b) der Strom in der Leitung $\overline{CO'}$.

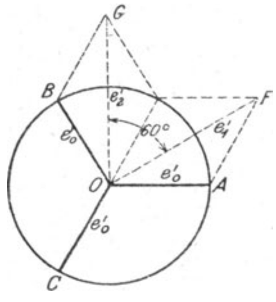


Fig. 160.

Lösungen:

Zu a): Der Strom im Widerstand w_1 ist

$$J_1' = \frac{\text{Spannung zwischen D und O}'}{w_1},$$

der Strom im Widerstande w_2 ist

$$J_2' = \frac{\text{Spannung zwischen E und O}'}{w_2}.$$

Sehen wir vom Spannungsverlust in den Zuleitungen ab, so ist der Spannungsunterschied zwischen D und O' die Differenz der beiden Spannungen AO und CO, ebenso die Spannung zwischen E und O' die Differenz der Spannungen $\overline{BO}$ und $\overline{CO}$, welche beiden Differenzen in Fig. 160 dargestellt sind. Aus der Figur geht hervor, daß

die Spannung $\overline{DO'} = 80\sqrt{3} = 138\ \text{V} = \overline{OF}$
und die Spannung $\overline{EO'} = 80\sqrt{3} = 138\ \text{V} = \overline{OG}$
ist, und daß $\sphericalangle\, GOF = 60^0$ ist. Es ist also

$$J_1' = \frac{138}{10} = 13{,}8\ \text{A},$$

$$J_2' = \frac{138}{15} = 9{,}2\ \text{A}.$$

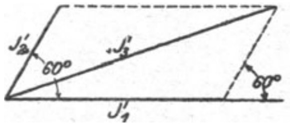


Fig. 161.

Zu b): Die Fig. 159 zeigt, daß in der Leitung $\overline{CO'}$ die geometrische Summe aus J_1' und J_2' fließt, wobei die Ströme denselben Winkel einschließen, wie die Spannungen $\overline{OF}$ und $\overline{OG}$, also 60^0. In Fig. 161 ist die Diagonale der gesuchte Summenstrom

$$J_3' = \sqrt{13{,}8^2 + 9{,}2^2 + 2 \cdot 9{,}2 \cdot 13{,}8 \cdot \frac{1}{2}} = 20\ \text{A}.$$

293. Eine Drehstrommaschine erzeugt 120 [220] (190) V zwischen je zwei Leitungen und soll 150 [180] (210) Glühlampen à 50 Watt speisen.

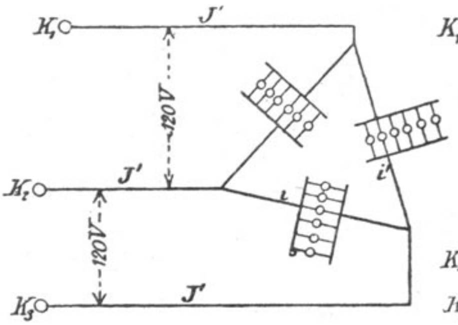


Fig. 162.

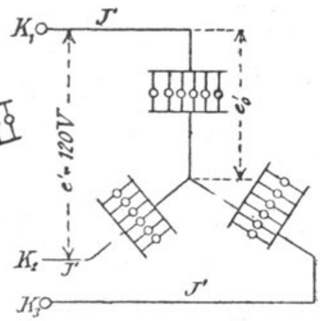


Fig. 163.

Gesucht wird:

a) die Stromstärke in den Zuleitungen,
b) die Stromstärke in den Lampen, wenn dieselben in Dreieckschaltung verbunden sind (Fig. 162),
c) die Spannung der Lampen bei Sternschaltung (Fig. 163).

Lösungen:

Zu a): Die erforderliche Leistung der Drehstrommaschine ist

$$\mathfrak{E} = 150 \cdot 50 = 7500\ \text{Watt},$$

also

$$\sqrt{3}\, e'\, J' = 7500, \text{ woraus}$$

$$J' = \frac{7500}{\sqrt{3} \cdot 120} = 36\ \text{A folgt.}$$

Zu b): Die Stromstärke in jedem Lampenzweige ist

$$i' = \frac{J'}{\sqrt{3}} = \frac{36}{\sqrt{3}} = 20{,}8 \text{ A.}$$

Zu c): Die Spannung der Lampen ist

$$e_0' = \frac{e'}{\sqrt{3}} = \frac{120}{\sqrt{3}} = 69{,}4 \text{ V.}$$

294. Ein Drehstrommotor soll 40 [25] (10) PS. leisten. Derselbe wird an 120 [190] (220) V und 50 Perioden angeschlossen. Welche Stromstärke muß ihm pro Phase zugeführt werden, wenn man den totalen Wirkungsgrad $\eta' = 0{,}92$ [0,9] (0,87) und $\cos\varphi = 0{,}9$ setzt?

Lösung: $\mathfrak{E}_n = 40 \,.\, 736 = 29440$ Watt,

$$\mathfrak{E}_n = \sqrt{3}\, e'\, J' \cos\varphi\, \eta',$$

also
$$J' = \frac{29440}{\sqrt{3} \,.\, 120 \,.\, 0{,}9 \,.\, 0{,}92} = 171{,}5 \text{ A.}$$

295. Welche Spannung herrscht an den Enden einer Phase, wenn die Wickelung des Motors der vorigen Aufgabe in Sternschaltung ausgeführt ist?

Lösung: $e_0' = \frac{e'}{\sqrt{3}} = \frac{120}{\sqrt{3}} = 69{,}4$ V.

296. Für welche Stromstärke müssen die Drähte des Motors berechnet werden, wenn Dreieckschaltung gewählt wird?

Lösung: $i' = \frac{J}{\sqrt{3}} = \frac{171{,}5}{\sqrt{3}} = 99$ A.

297. Der Anker einer mit Sternschaltung versehenen Drehstrommaschine hat pro Phase einen Widerstand von 2 [0,5] (0,08) Ω. Die wirksame elektromotorische Kraft beträgt daselbst 2000 [220] (120) V. Wie groß ist

a) die Phasenspannung bei 20 [30] (150) A Strom,

b) die Spannung zwischen zwei Leitungsklemmen?

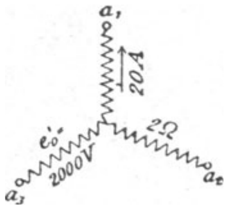


Fig. 164.

Lösungen:

Zu a): Der Spannungsverlust in einer Phase ist $i'w = 20 \,.\, 2 = 40$ V, folglich die Phasenspannung $2000 - 40 = 1960$ V.

Zu b): Erste Lösung: Die Spannung zwischen zwei Klemmen a_1 und a_2 (Fig. 164) ist

$$1960 \,.\, \sqrt{3} = 3395 \text{ V.}$$

Zweite Lösung: Der Spannungsverlust in einer Phase beträgt 40 V, folglich in beiden $40\sqrt{3} = 69{,}3$ V. Die wirksame elektromotorische Kraft in beiden Phasen ist

$$2000\sqrt{3} = 3464{,}3 \text{ V},$$

folglich die gesuchte Klemmenspannung

$$3464{,}3 - 69{,}3 = 3395 \text{ V}.$$

298. Eine Drehstrommaschine befindet sich 300 [400] (500) m von dem Beleuchtungsgebiet entfernt. An den Klemmen der Maschine herrscht ein Spannungsunterschied von 200 [300] (400) V. während in jeder der drei 4 [3] (5) mm dicken Leitungen ein Strom von 20 [15] (40) A fließt. Gesucht wird:

a) die Leistung der Maschine,
b) der Widerstand einer Leitung,
c) der Spannungsverlust in zwei Leitungen,
d) die Spannung der Lampen bei Dreieckschaltung.

Lösungen:

Zu a): $\mathfrak{E} = e' i \cos\varphi\sqrt{3}$ oder da $\cos\varphi = 1$ ist,

$$\mathfrak{E} = 200 \,.\, 20 \cdot \sqrt{3} = 6928 \text{ Watt}.$$

Zu b): $w = \frac{c\,l}{q} = \frac{0{,}018 \,.\, 300}{12{,}56} = 0{,}43\ \Omega.$

Zu c): $\delta = i' w \sqrt{3} = 20 \,.\, 0{,}43\sqrt{3} = 14{,}9$ V.

Zu d): die Lampenspannung ist

$$e'_L = 200 - 14{,}9 = 185{,}1 \text{ V}.$$

299. Eine Drehstrommaschine befindet sich 100 [200] (500) m weit von dem Beleuchtungsgebiete entfernt, woselbst 120 [240] (180) Lampen à 50 [54] (16) Watt in Dreieckschaltung geschaltet sind. Die Lampen brauchen zum normalen Brennen 200 [220] (110) Volt Klemmenspannung. Gesucht wird:

a) der Strom in jeder Leitung,
b) der Widerstand einer Leitung, wenn der Spannungsverlust 2 % der Lampenspannung betragen dárf,
c) der Querschnitt einer Leitung.

Lösungen:

Zu a) Die in den Lampen verbrauchte Leistung ist

$$\mathfrak{E} = 120 \,.\, 50 = 6000 \text{ Watt}.$$

Dieselbe ist bestimmt durch die Formel

$$\mathfrak{E} = e' i' \sqrt{3},$$

woraus
$$i' = \frac{6000}{200\sqrt{3}} = \frac{30}{\sqrt{3}} = 17,3 \text{ A}$$
folgt.

Zu b): Der Spannungsverlust in zwei Leitungen ist
$$200 \cdot \frac{2}{100} = 4 \text{ Volt.}$$
Andererseits ist $4 = i'w\sqrt{3}$ oder $w = \frac{4}{17,3\sqrt{3}} = \frac{2}{15}\,\Omega.$

Zu c): Aus $w = \frac{cl}{q}$ folgt
$$q = \frac{cl}{w} = \frac{0,018 \,.\, 100 \,.\, 15}{2} = 13,5 \text{ mm}^2.$$

300. Es sind die Leitungsquerschnitte für die Angaben der vorigen Aufgabe zu berechnen, wenn
a) Gleichstrom oder einphasiger Wechselstrom,
b) zweiphasiger Wechselstrom mit 3 Leitungen,
c) Drehstrom mit Dreieckschaltung,
d) Drehstrom mit Sternschaltung
gewählt wird.

Lösungen:

Zu a): Bei Gleichstrom bezw. einphasigem Wechselstrom fließt in der Leitung der Strom
$$J = \frac{6000}{200} = 30 \text{ A.}$$
Da $Jw = 4$ ist, wird $w = \frac{4}{30}\,\Omega$, wo w den Widerstand der ganzen Leitung bezeichnet. Der Querschnitt q wird also
$$q = \frac{0.018 \,.\, 200 \,.\, 30}{4} = 27 \text{ mm}^2.$$
Die beiden Leitungen zusammen besitzen mithin den Querschnitt
$$Q = 2 \,.\, 27 = 54 \text{ mm}^2.$$

Zu b): Bei zweiphasigem Strom werden die Lampen in zwei gleiche Teile geteilt, so daß in jeder Phase nur 3000 Watt zu leisten sind. Bei Verwendung von 4 Leitungen erhält also jede Leitung den Widerstand, der aus der Gleichung
$$2\,i\,w = 4 \text{ Volt}$$
$$w = \frac{2}{15}\,\Omega \text{ folgt. (w Widerstand einer Leitung.)}$$
Der Querschnitt dieser Leitung wird
$$q = \frac{0,018 \,.\, 100}{2} \cdot 15 = 13,5 \text{ mm}^2.$$
Daher
$$Q = 4 \,.\, 13,5 = 54,0 \text{ mm}^2.$$

Werden hingegen nur 3 Leitungen (Fig. 165) verwendet, so fließt in der gemeinsamen Leitung der Strom $i' \sqrt{2} = 15 \sqrt{2}$ und ihr Querschnitt muß $q \sqrt{2}$ sein, damit der Spannungsverlust in beiden Leitungen gleich groß ist. Der Spannungsverlust in einer Phase ist dann nach Formel (93)

$$\delta = 1{,}845\, i' w = 4 \text{ V},$$

$$w = \frac{4}{1{,}845 \cdot 15} = 0{,}1445\ \Omega,$$

mithin

$$q = \frac{0{,}018 \cdot 100}{0{,}1445} = 12{,}45 \text{ mm}^2$$

Der Querschnitt der gemeinsamen Leitung ist also

$$q \sqrt{2} = 20{,}5 \text{ mm}^2$$

und der Querschnitt aller Leitungen

$$Q = 2 \cdot 12{,}45 + 20{,}5 = 45{,}4 \text{ mm}^2.$$

Zu c): der Querschnitt q einer Leitung ist in Aufgabe 299 berechnet, nämlich $q = 13{,}5$ mm², so daß der gesamte Querschnitt

$$Q = 3 \cdot 13{,}5 = 40{,}5 \text{ mm}^2$$

wird.

Zu d): Wenn die Spannung der Lampen 200 Volt beträgt, so ist die Spannung zwischen zwei Leitungen

$$200 \sqrt{3} = 347 \text{ Volt}.$$

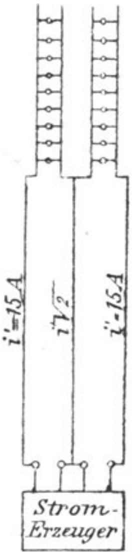


Fig. 165.

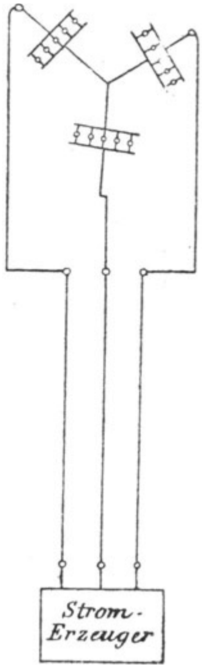


Fig. 166.

Rechnet man hiervon 2 % Spannungsverlust, so ist derselbe

$$\delta = 6{,}94 \text{ Volt}.$$

Die Stromstärke in einer Leitung ist

$$i' = \frac{6000}{\sqrt{3} \cdot 347} = 10 \text{ A}.$$

Der Widerstand w einer Leitung ist also

$$w = \frac{6{,}94}{\sqrt{3} \cdot 10} = 0{,}4\ \Omega,$$

mithin

$$q = \frac{0{,}018 \cdot 100}{0{,}4} = 4{,}5 \text{ mm}^2.$$

Der Querschnitt aller Leitungen ist demnach $Q = 3 \cdot 4{,}5 = 13{,}5$ mm².

Bemerkung: Da die Sternschaltung bloß ein gleichzeitiges Brennen aller Lampen zuläßt, so kann man sie nur in wenigen Fällen anwenden. Nimmt man jedoch noch eine vierte Leitung hinzu, welche den Knotenpunkt der Lampen mit dem entsprechenden Punkte der Maschine, oder des Transformators verbindet, so sind sämtliche Zweige unabhängig voneinander geworden.

Da die vierte Leitung nur dann von einem Strome durchflossen wird, wenn eine ungleichmäßige Belastung der Phasen eintritt, so genügt hierfür der halbe Querschnitt einer Außenleitung.

301. Ein Drehstromtransformator (Fig. 167) wird primär an eine Klemmenspannung von 40 [60] (120) V und 60 [50] (50) Perioden angeschlossen. Die sekundäre Spannung soll 65 [220] (440) V betragen. Die Wickelungen primär und sekundär sind in Sternschaltung verbunden. Der Querschnitt eines Kerns beträgt 20 cm²

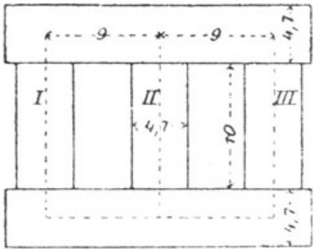


Fig. 167.

Gesucht wird:

a) die Kraftlinienzahl, wenn die Kraftliniendichte 5000 [6000] (7000) ist,
b) die primäre und sekundäre Windungszahl,
c) der Magnetisierungsstrom, wenn die Abmessungen des Transformators der Fig. 167 entsprechen und jede Stoßfuge gleich einem Luftzwischenraum von 0,005 cm gerechnet wird,
d) der Leistungsverlust durch Hysteresis und Wirbelströme bei Verwendung von 0,5 mm dicken Blechen,
e) die Wattkomponente des Stromes,
f) der Leerlaufstrom.

Lösungen:

Zu a): $\Phi_0 = 5000 \,.\, 20 = 100\,000 = 10^5.$

Zu b): Aus
$$e_1' = \frac{4{,}44\ \Phi_0\, \xi_1 \sim}{10^8}$$
folgt
$$\xi_1 = \frac{e_1' \,.\, 10^8}{4{,}44\ \Phi_0 \sim},$$
wo jedoch e_1' die Phasenspannung, d. i. $\frac{40}{\sqrt{3}}$ Volt bedeutet,
$$\xi_1 = \frac{40 \,.\, 10^8}{\sqrt{3} \,.\, 4{,}44 \,.\, 10^5 \,.\, 60} = 87 \text{ Windungen.}$$

Die Proportion
$$\frac{40}{\sqrt{3}} : \frac{65}{\sqrt{3}} = 87 : \xi_2$$

gibt $$= \frac{65 \cdot 78}{40} \approx 142 \text{ Windungen.}$$

Zu c): Der Magnetisierungsstrom folgt aus der Formel

$$\Phi_0 = \frac{0{,}4\,\pi\,\overline{AW}}{\mathfrak{w}},$$

wo $\overline{AW}$ zwischen $2\,i'_\mu\,\xi_1\sqrt{2}$ und $\sqrt{3}\,i'_\mu\,\xi_1\sqrt{2}$ liegt. Der Mittelwert ist

$$\overline{AW} = 1{,}865\,i'_\mu\sqrt{2} \cdot \xi_1.$$

Die Kraftlinien gehen während jeder Periode auf parallelen Wegen entweder von I und III nach II oder von I und II nach III oder von II und III nach I, haben also verschiedene Wege zurückzulegen. Der kürzeste Weg ist der, wenn durch Kern II das Kraftlinienmaximum geht, nämlich

$$2\,(14{,}7 + 9) = 47{,}4 \text{ cm},$$

der längste, wenn das Kraftlinienmaximum durch Kern I oder III geht, derselbe ist

$$2\,(14{,}7 + 18) = 65{,}4 \text{ cm},$$

der mittlere daher

$$\frac{47{,}4 + 65{,}4}{2} = 56{,}4 \text{ cm}.$$

Der Magnetisierungsstrom ist mithin

$$i'_\mu = \frac{\Phi_0\,\mathfrak{w}}{0{,}4\,\pi \cdot 1{,}865\sqrt{2} \cdot 87},$$

oder: da $\Phi_0\,\mathfrak{w} = H_e\,l_e + H_{\mathfrak{L}}\,l_{\mathfrak{L}}$, wo $H_e = 1{,}1$, zugehörig zu $B_e = 5000$,

$$H_{\mathfrak{L}} = \frac{5000}{1{,}1}, \quad l_{\mathfrak{L}} = 4 \cdot 0{,}005 \text{ ist,}$$

wird:

$$i_\mu' = \frac{1{,}1 \cdot 56{,}4 + \frac{5000}{1{,}1} \cdot 0{,}02}{0{,}4\,\pi \cdot 87 \cdot 1{,}865\sqrt{2}} = 0{,}534 \text{ A.}$$

Zu d): Das Volumen ist

$$V = 3 \cdot 20 \cdot 10 + 2 \cdot 20 \cdot 22{,}7 = 1508 \text{ cm}^3.$$

Der Hysteresisverlust ist mit Tafel II

$$\mathfrak{E}_h = \frac{27 \cdot 1{,}508 \cdot 60}{100} \cdot \frac{0{,}002}{0{,}0033} \approx 15 \text{ Watt.}$$

Der Verlust durch Wirbelströme ist, bei 0,5 mm dicken Blechen:

$$\mathfrak{E}_w = 2{,}5\,\frac{(0{,}5 \cdot 60 \cdot 5000)^2}{10^{10}}\,1{,}508 = 8{,}5 \text{ Watt.}$$

Zu e): Es ist $e_1'\,i'_n\sqrt{3} = 15 + 8{,}5 = 23{,}5$ Watt,

also $$i_n' = \frac{23{,}5}{40 \cdot \sqrt{3}} \approx 0{,}34 \text{ A.}$$

Zu f): Der Leerlaufstrom folgt aus (vergl. Fig. 142, Seite 181)

$$i_0' = \sqrt{0{,}34^2 + 0{,}534^2} = 0{,}63 \text{ A.}$$

302. Der Transformator der vorigen Aufgabe erhält primär Dreieck, sekundär Stern-Schaltung und wird sodann an 40 [60] (120) V und 60 [50] (50) Perioden angeschlossen. Gesucht wird:

a) die Kraftlinienzahl und Dichte,
b) die sekundäre Klemmenspannung,
c) der Magnetisierungsstrom,
d) der Hysteresis- und Wirbelstrom-Verlust,
e) die Wattkomponente des Stromes,
f) der Leerlaufstrom.

Lösungen:

Zu a): Die Kraftlinienzahl folgt aus

$$e_1' = \frac{4{,}44\, \Phi_0\, \xi_1 \sim}{10^8},$$

wo diesmal

$$e_1' = 40 \text{ V ist,}$$

$$\Phi_0 = \frac{40 \cdot 10^8}{4{,}44 \cdot 87 \cdot 60} = 173000,$$

$$B_e = \frac{173000}{20} = 8650.$$

Zu b): $40 : e_2' = 87 : 142, \qquad e_2' = \frac{40 \cdot 142}{87} = 65{,}4 \text{ V.}$

Hier ist e_2 jedoch die Phasenspannung, also ist die gesuchte Klemmenspannung $(e'_k)_2 = 65{,}4 \cdot \sqrt{3} = 113$ V.

Zu c): Zu $B_e = 8650$ gehört $H_e = 2{,}7$,

also

$$i'_\mu = \frac{2{,}7 \cdot 56{,}4 + \frac{8650}{1{,}1}\, 0{,}02}{0{,}4\, \pi \cdot 1{,}865 \sqrt{2} \cdot 87} = 1{,}07 \text{ A.}$$

Zu d): Die Tafel II gibt f = 65 Watt, also

$$\mathfrak{E}_h = \frac{65 \cdot 1{,}508 \cdot 60}{100} \cdot \frac{0{,}002}{0{,}0033} \cong 36 \text{ Watt.}$$

$$\mathfrak{E}_w = 2{,}5\, \frac{(0{,}5 \cdot 60 \cdot 8650)^2}{10^{10}} \cdot 1{,}508 = 25{,}5 \text{ Watt.}$$

Zu e): Bei Dreieckschaltung ist die primäre Leistung bei Leerlauf $3 \cdot 40\, i'_n = 61{,}5$ Watt $(61{,}5 = 36 + 25{,}5)$, woraus

$$i'_n = \frac{61{,}5}{40 \cdot 3} \cong 0{,}514 \text{ A.}$$

Zu f): $i_0' = \sqrt{0{,}514^2 + 1{,}07^2} = 1{,}185$ A.

§ 36.

Berechnung der Transformatoren.

Transformatoren müssen so berechnet werden, daß 1. ihr Wirkungsgrad ein hoher ist, 2. die Verluste, die sich in Wärme umsetzen zu der ausstrahlenden, also abkühlenden Oberfläche, in einem bestimmten Verhältnis stehen und 3. der Materialverbrauch ein Minimum ist.

Wir nehmen einen Koeffizienten

I. $$\beta = \frac{G_e}{G_k} = \frac{\text{Gewicht des Eisens}}{\text{Gewicht des Kupfers}}$$

willkürlich an. Der billigste Transformator ist der, bei dem der Preis des Eisens etwa gleich dem Preise des Kupfers ist.

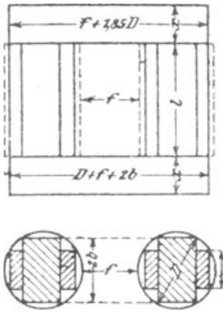


Fig. 168.

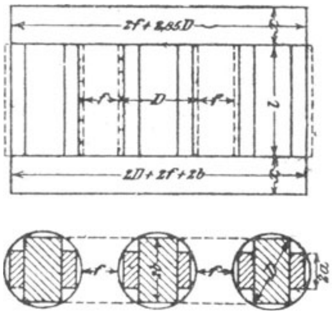


Fig. 169.

Bezeichnet V_e den Verlust im Eisen (Hysteresis + Wirbelströme)
V_k „ „ „ Kupfer (Stromwärme),
v_e und v_k die entsprechenden Größen pro 1 kg,

so setze man

II. $$\alpha = \frac{V_e}{V_k} = \frac{v_e\, G_e}{v_k\, G_k} = \frac{v_e}{v_k}\,\beta.$$

Für $\alpha = 1$ wird der Wirkungsgrad ein Maximum; doch wählt man Transformatoren, die primär ununterbrochen angeschlossen sind, α vielfach kleiner Eins.

Aus der sekundär abgegebenen Leistung $\mathfrak{E}$ läßt sich die Gleichung

III. $$\begin{cases} D^2 f\, l = \dfrac{0{,}57 \cdot 10^6\, \mathfrak{E}}{\sim B_e\, s\, f_e\, f_k} = R \text{ einphasiger Wechselstrom,} \\[2ex] D^2 f\, l = \dfrac{0{,}385 \cdot 10^6\, \mathfrak{E}}{\sim B_e\, s\, f_e\, f_k} = R \text{ Drehstrom} \end{cases}$$

herleiten. (Bedeutung von f_k siehe Auf. 287, von f_e Auf. 289 u. 290.)

Man nimmt bei 50 Perioden B_e zwischen 5000 und 7000 bei gewöhnlichen Blechen und $B_e = 10000$ und mehr bei legierten Blechen an, d. h. etwa so, daß $v_e = 1{,}25$ bis 2 Watt ist.

Die Verluste durch Hysteresis berechnet man für gewöhnliche Bleche aus der Formel

$$\mathfrak{E}_h = \frac{(0{,}0012 \div 0{,}0016)\ B_e^{1,6} \sim G_e}{10^7 . 7{,}7}\ \text{Watt},$$

die Wirbelstromverluste aus

$$\mathfrak{E}_w = (2 - 2{,}5)\ \frac{(\varDelta\, B_e \sim)^2}{10^{10}}\ \frac{G_e}{7{,}7}\ \text{Watt}.$$

Bei legierten Blechen ist für Hysteresis anstatt $0{,}0012 \div 0{,}0016$ nur $0{,}0007 \div 0{,}0008$ und für Wirbelströme anstatt $2 \div 2{,}5$ nur $0{,}4 \div 0{,}5$ zu setzen.

Wir berechnen ferner

IV. $S = 1{,}165 \frac{f_k}{f_e} \beta$ Einphasiger- $S = 3{,}5 \frac{f_k}{f_e} \beta$ Drehstrom-Transformator,

V Einphasen $= D\left[\frac{S\,R}{D^4} - 0{,}925 + \sqrt{\left(\frac{S\,R}{D^4} - 0{,}925\right)^2 + \frac{R\,S}{D^4}\,\frac{1}{S}\left(\frac{R\,S}{D^4} - 1\right)}\right]$

Drehstrom. $l = \frac{D}{3}\left[\frac{R\,S}{D^4} - 2{,}85 + \sqrt{\left(\frac{R\,S}{D^4} - 2{,}85\right)^2 + 3\,\frac{R\,S}{D^4}\,\frac{1}{S}\left(\frac{R\,S}{D^4} - 4\right)}\right]$

Aus Gleichung V läßt sich l berechnen, da für den leichtesten Transformator $\frac{R\,S}{D^4} = k$ eine angenähert konstante Größe ist.*)

Der Durchmesser D ist dann

$$D = \sqrt{\frac{R\,S}{k}}$$

Aus Gleichung III folgt $f = \frac{R}{D^2 l}$

Die Gewichte des Eisens und Kupfers lassen sich durch die folgenden Gleichungen ausdrücken:

VI. $\begin{cases} G_e = 0{,}012\ f_e\, D^2\,(l + f + 1{,}85\ D) \text{ Einphasentransformator,} \\ G_e = 0{,}006\ f_e\, D^2\,(3\,l + 4\,f + 5{,}7\ D) \text{ Drehstromtransformator.} \end{cases}$

VI $\begin{cases} G_k = 0{,}014\ f_k\, l\, f\,(2\,D + f) \text{ Einphasentransformator,} \\ G_k = 0{,}021\ f_k\, l\, f\,(2\,D + f) \text{ Drehstromtransformator, oder auch aus} \\ \text{Gl. I:} \quad G_k = \frac{G_e}{\beta}. \end{cases}$

Die Verluste sind nun

$$V_e = v_e\, G_e, \quad V_k = v_k\, G_k$$

und der totale Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{\mathfrak{E}}{\mathfrak{E} + V_e + V_k}.$$

Die Oberfläche des Transformators besteht aus den zylindrischen Oberflächen der Spulen und den Endflächen derselben; außerdem kann die ganze Eisenoberfläche als Kühlfläche angesehen werden. Wir schreiben angenähert:

*) Nach ETZ 1908, S. 210, ist k abhängig von S, und zwar ist für einphasige Transformatoren

$S =$	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	2
$k =$	2,14	2,04	1,95	1,88	1,8	1,76	1,72.

Für Drehstromtransformatoren gelten für S und k die dreifachen Werte.

VIII. $$O = 2\pi l(D + f) + \pi f(2D + f) + 2U(l + f + 1{,}85\,D)$$
Einphasentransformator,
$$O = 3\pi l(D + f) + \frac{3\pi}{2} f(2D + f) + U(3l + 4f + 5{,}7\,D)$$
Drehstromtransformator,

unter U den Umfang des Eisenquerschnittes, einschließlich der Luftspalte, verstanden.

Die spezifische Kühlfläche ist

IX. $$O' = \frac{O}{V_e + V_k},$$

und die Tabelle 10 S. 187 gibt die Temperaturerhöhung.

303. Es soll ein einphasiger Transformator für 40 kVA bei 50 Perioden berechnet werden. Derselbe wird primär an 5000 V angeschlossen und muß sekundär 100 V bei voller Belastung geben.

Lösung: Wir wählen als Type einen Kerntransformator, dessen Kernquerschnitt die in Fig. 170 dargestellte Gestalt mit einem Luftspalt von 1,34 cm Weite besitzt. Sein Füllfaktor ist $f_e = 0{,}64$ (vergl. Aufgabe 290). Die Joche erhalten einen rechteckigen Querschnitt mit einem Luftspalt von 1 cm Weite. Damit wir mit Luftkühlung auskommen, nehmen wir, unter Voraussetzung gewöhnlicher Dynamobleche, $B_e = 6000$ und $s = 0{,}8215$ A an. Der Verlust pro Kilogramm durch Hysteresis ist dann, wenn man $\eta = 0{,}0012$ voraussetzt (Taf. II zu $B_e = 6000$ gehört 35,5 Watt)

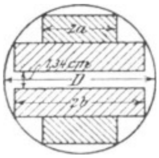


Fig. 170.

$$\mathfrak{E}_h = \frac{35{,}5 \,.\, 50 \,.\, 0{,}0012}{7{,}7 \,.\, 100 \,.\, 0{,}0033} = 0{,}84 \text{ Watt.}$$

Der Verlust pro Kilogramm durch Wirbelströme ist bei 0,35 mm dicken Blechen

$$\mathfrak{E}_w = 2{,}5 \frac{(0{,}35 \,.\, 50 \,.\, 6000)^2}{10^{10}} \cdot \frac{1}{7{,}7} = 0{,}355 \text{ Watt,}$$

mithin ist $$v_e = 0{,}84 + 0{,}355 = 1{,}195 \text{ Watt}$$

und $$v_k = 2{,}6\,s^2 = 2{,}6 \,.\, 0{,}8215^2 = 1{,}74 \text{ Watt.}$$

Wir wählen (Gl. I) $$\beta = \frac{G_e}{G_k} = 1{,}185$$

und erhalten (Gl. II)

$$\alpha = \frac{v_e}{v_k}\,\beta = \frac{1{,}195}{1{,}74} \cdot 1{,}185 \approx 0{,}82.$$

Den Füllfaktor f_k setzen wir versuchsweise 0,35.

Aus III folgt $$R = \frac{0{,}57 \,.\, 10^6 \,.\, 40000}{50 \,.\, 6000 \,.\, 0{,}8215 \,.\, 0{,}64 \,.\, 0{,}35} = 0{,}414 \,.\, 10^6.$$

Die Gl. IV gibt $$S = 1{,}165 \frac{0{,}35}{0{,}64} 1{,}185 = 0{,}755,$$

mithin $$RS = 0{,}414 \,.\, 10^6 \,.\, 0{,}755 = 0{,}313 \,.\, 10^6.$$

Nach der Fußnote Seite 205 ist k = 2, d. h. wir setzen

$$\frac{RS}{D^4} = 2$$

und erhalten $D^2 = \sqrt{\frac{RS}{2}} = \sqrt{\frac{0{,}313 \cdot 10^6}{2}} = 396 \text{ cm}^2.$

$D = \sqrt{396} = 19{,}8$ cm ($2a = 2 \cdot 0{,}263 \cdot 19{,}8 = 10{,}4$ cm, $2b = 2 \cdot 0{,}425 \cdot 19{,}8 = 16{,}8$ cm, vergl. Aufg. 288).

Die Formel V gibt:

$$l = 19{,}8 \left[2 - 0{,}925 + \sqrt{(2 - 0{,}925)^2 + \frac{2 \cdot 1}{0{,}755}(2 - 1)}\right] = 60 \text{ cm}.$$

Aus Gl. III folgt $f = \frac{0{,}414 \cdot 10^6}{396 \cdot 60} = 17{,}4$ cm.

Die Gl. VI gibt

$$G_e = 0{,}012 \cdot 0{,}64 \cdot 396\,(60 + 17{,}4 + 1{,}85 \cdot 19{,}8) = 346 \text{ kg}.$$

Gl. I gibt $G_k = \frac{346}{1{,}185} = 292$ kg.

Die Verluste sind nun

$$\begin{aligned} V_e &= v_e\, G_e = 1{,}195 \cdot 346 = 414 \text{ Watt} \\ V_k &= v_k\, G_k = 1{,}74 \cdot 292 = 510 \text{ Watt} \\ \hline V_e &+ V_k = 924 \text{ Watt}, \end{aligned}$$

demnach $\eta = \frac{40000}{40000 + 414 + 510} = 0{,}982.$

Um aus Gl. VIII die abkühlende Oberfläche berechnen zu können, müssen wir noch den Umfang U des Querschnittes berechnen. Derselbe ist nach Fig. 170, wenn wir den Luftspalt als **eine** Länge ansehen:

$$U = 4\,(2b - 2a) + 4 \cdot 2a + 2b = 10b$$

$$U = 10 \cdot 0{,}425 \cdot 19{,}8 = 84 \text{ cm}$$

$$O = 2\pi \cdot 60\,(19{,}8 + 17{,}4) + \pi \cdot 17{,}4\,(2 \cdot 19{,}8 + 17{,}4) + 2 \cdot 84 \cdot (60 + 17{,}4 + 1{,}85 \cdot 19{,}8).$$

$$O = 36\,200 \text{ cm}^2.$$

Die spezifische Kühlfläche ist nach Formel IX

$$O' = \frac{36\,200}{924} = 39{,}2 \text{ cm}^2.$$

Die Temperaturzunahme dürfte daher nach Tabelle 10 etwa 38° C. betragen, was zulässig ist, so daß wir weiter rechnen können.

Bemerkung. Wäre die Temperaturerhöhung zu groß geworden, so hätte man B_e und s verkleinern müssen.

Der Querschnitt unseres Kerns ist

$$Q_e = \frac{\pi D^2}{4} f_e = \frac{\pi \cdot 19{,}8^2}{4} \cdot 0{,}64 = 201 \text{ cm}^2.$$

Denselben Querschnitt erhalten die Joche, die einen Luftspalt von 1 cm Breite erhalten und ein Rechteck von der Tiefe 2 b und der Höhe x bilden, es muß also

$$x \,.\, (2\,b - 1)\, 0{,}9 = 201 \text{ sein,}$$

mithin $$x = \frac{201}{0{,}9 \,.\, (16{,}8 - 1)} = 14{,}2 \text{ cm.}$$

Die maximale Kraftlinienzahl ist $\Phi_0 = 201 \,.\, 6000 = 1{,}206 \,.\, 10^6$. Bei 40000 Volt-Ampere ist

$$i_2' = \frac{\mathfrak{E}}{e'_{k_2}} = \frac{40\,000}{100} = 400 \text{ A.}$$

Die primäre Stromstärke folgt aus

$$\eta = \frac{\mathfrak{E}}{e'_{k_1} i_1'}, \text{ nämlich } i_1' = \frac{40\,000}{5000 \,.\, 0{,}982} = 8{,}15 \text{ A.}$$

Die Widerstände w_1 und w_2 der beiden Wickelungen folgen aus den Kupferverlusten, die wir gleich groß für beide annehmen wollen, es ist also zu setzen

$$i^2{}_1' w_1 = \frac{510}{2} = 255 \text{ und ebenso } i'^2{}_2 w_2 = 255,$$

$$i_1' w_1 = \frac{255}{8{,}15} = 31{,}4 \text{ V,} \qquad i_2' w_2 = \frac{255}{400} = 0{,}637 \text{ V.}$$

Die elektromotorischen Kräfte sind

$$e'_1 = e'_{k_1} - i'_1 w_1 = 5000 - 31{,}4 = 4968{,}6 \text{ V,}$$
$$e'_2 = e'_{k_2} + i'_2 w_2 = 100 + 0{,}637 = 100{,}64 \text{ V.}$$

Aus $e'_1 = \dfrac{4{,}44\, \Phi_0\, \xi_1 \sim}{10^8}$ folgt $\xi_1 = \dfrac{4968{,}6 \,.\, 10^8}{4{,}44 \,.\, 1{,}206 \,.\, 10^6 \,.\, 50} = 1855$ Windungen.

Die Proportion $e'_1 : e_2' = \xi_1 : \xi_2$ gibt $\xi_2 = \dfrac{100{,}64 \,.\, 1855}{4968{,}6} \approx 38$ Windungen.

S e k u n d ä r e W i c k e l u n g. Man legt gewöhnlich die d i c k e n Windungen auf den Kern, in unserem Falle also auf jeden Kern 19 Windungen. Die Kernlänge ist $l = 600$ mm, also beträgt die zur Verfügung stehende Wickellänge etwa 580 mm.

Der Querschnitt des Kupfers folgt in erster Näherung aus

$$q_2 = \frac{400}{0{,}8215} = 490 \text{ mm}^2.$$

Um zu starke Leiter zu vermeiden, zerlegen wir den Querschnitt in 4 gleiche Teile, d. h. wir wickeln auf jeden Kern $4 \,.\, 19 = 76$ Windungen und schalten je 4 Leiter parallel. Der Querschnitt eines Leiters ist dann $\dfrac{490}{4} = 122{,}5$ mm². Wenn wir 19 Leiter nebeneinander legen, so darf die Breite eines Leiters einschließlich Isolierung nur $580 : 19 = 30,5$ mm betragen, also die reine Kupferbreite etwa 29,5 mm, die Kupferdicke $122,5 : 29,5 = 4,15$ mm. Unser Leiterquerschnitt ist also ein Rechteck von $29,5 . 4,15 \text{ mm}^2$ unbesponnen, und $30,5 . 5,15$ besponnen. Wir haben 4 Lagen aufzuwickeln, so daß die Höhe dieser etwa $4 . 5,15 = 20,6$ mm beträgt.

Auf den Eisenkern kommt zunächst ein runder Pappzylinder von etwa 3 mm Wandstärke, so daß der äußere Durchmesser dieses Zylinders 205 mm beträgt. Der Durchmesser der bewickelten Spule ist dann
$$205 + 2 . 20,6 = 246,2 \text{ mm}$$
geworden.

Die mittlere Windungslänge ist sonach
$$l_m = \frac{\pi . 225,6}{1000} = 0,706 \text{ m},$$
die auf beide Schenkel aufgewickelte, einfache Drahtlänge
$$L_2 = 0,706 . 38 = 26,8 \text{ m}.$$
Wir wollen nun endgültig den Querschnitt so bestimmen, daß der Verlust $i_2'^2 w_2 = 255$ ist, also
$$w_2 = \frac{255}{400^2} = 0,001\,59\ \Omega.$$
Aus $w_2 = \frac{c L_2}{q_2}$ folgt $q_2 = \frac{c L_2}{w_2} = \frac{0,023 . 26,8}{0,001\,59} = 387 \text{ mm}^2.$

Behalten wir die Kupferbreite von 29,5 mm bei, so kann die Dicke
$$387 : (4 . 29,5) = 3,3 \text{ mm werden.}$$
Die Höhe der vier Lagen ist dann nur $4 . 4,3 = 17,2$ mm und der äußere Durchmesser der sekundären Wickelung
$$205 + 2 . 17,2 \cong 240 \text{ mm}$$

Primäre Wickelung. Der innere Durchmesser der primären, zylindrischen Spule sei 250 mm. Wird die Wandstärke 5 mm angenommen, so ist der äußere Durchmesser des Zylinders 260 mm.

In 1855 Windungen werden 5000 V Spannung erzeugt, es kommen daher auf eine Windung
$$\frac{5000}{1855} = 2,7 \text{ V}.$$

Nun sollen zwei übereinanderliegende Drähte nicht mehr als 100—150 V Spannungsunterschied besitzen, so daß über die erste Windung höchstens die $100 : 2,7 = 37$. Windung kommen darf. Wir dürfen also in eine Lage nebeneinander nur 18 Drähte legen.

Der zu erwartende Drahtquerschnitt ist in erster Näherung
$$q_1 = \frac{8,15}{0,8215} = 9,8 \text{ mm}^2,$$

wozu ein runder Draht von 3,5 mm Durchmesser gehört. Derselbe ist besponnen etwa 4 mm dick. Rechnen wir vorläufig für die End- und Zwischen-Scheiben 60 mm Dicke, so bleiben für die Drähte $600 - 60 = 540$ mm, es können also nebeneinander $540 : 4 = 135$ Drähte liegen. Übereinander kommen dann

$$\frac{1855}{2} : 135 = 6{,}8 \text{ Lagen.}$$

Wir wählen 8 Lagen und legen in jede Abteilung 17 Drähte nebeneinander, so daß auf eine Spule $8 . 17 = 136$ Windungen kommen. Bei 928 Windungen pro Kern sind dann 7 solcher Spulen vorhanden. Da aber $7 . 136 = 952$ ist, so müssen auf 6 Spulen je 4 Windungen weniger aufgewickelt werden.

Die Dicke der Wickelung ist jetzt $8 . 4 = 32$ mm, also der äußere Spulendurchmesser $260 + 2 . 32 = 324$ mm und die Länge der mittleren Windung

$$l_m = 292\,\pi \cong 920 \text{ mm.}$$

Die primär aufgewickelte Drahtlänge ist

$$L_1 = 0{,}92 . 1855 = 1700 \text{ m.}$$

Aus $i_1'^2 w_1 = 255$ folgt nun in zweiter Annäherung

$$w_1 = \frac{255}{8{,}15^2} = 3{,}84\ \Omega$$

und hieraus $$q_1 = \frac{0{,}023 . 1700}{3{,}84} = 10{,}2 \text{ mm}^2$$

$$d_1 = 3{,}6 \text{ mm}, \quad d_1' = 4{,}1 \text{ mm.}$$

Nebeneinander liegen $7 . 17 = 119$ Drähte, die eine Wickellänge von $119 . 4{,}1 = 490$ mm beanspruchen. Es stehen 600 mm Kernlänge zur Verfügung, so daß für die End- und Zwischenscheiben $600 - 490 = 110$ mm bleiben. Wir machen jede der 6 Zwischenscheiben 5 mm dick, es bleiben dann für die beiden Endscheiben $110 - 30 = 80$ mm, also für jede Endscheibe 40 mm.

Die Wickelungshöhe ist nun $4{,}1 . 8 = 32{,}8 \cong 33$ mm geworden, daher der äußere Spulendurchmesser $260 + 66 = 326$ mm, während für $D + f = 198 + 174 = 372$ mm vorhanden sind. Zwischen den Spulen der beiden Kerne bleibt mithin ein Zwischenraum von

$$372 - 326 = 46 \text{ mm.}$$

304. Es ist ein Drehstromtransformator für eine Leistung von 20 kVA, der an eine Klemmenspannung von 3000 V und 50 Perioden angeschlossen wird, zu berechnen. Die sekundäre Spannung zwischen zwei Leitungen soll 220 V betragen, dagegen werden Lampen angeschlossen, deren Spannung nur $\frac{220}{\sqrt{3}} = 127$ V ist. Der Transformator wird in ein Gefäß mit Ölfüllung gesetzt.

Lösung: Die sekundäre Wickelung muß wegen des Lampenanschlusses in Sternschaltung ausgeführt werden. Da gewöhnlich nur drei Hochspannungsleitungen vorgesehen sind, muß die primäre Wickelung, um einen guten Spannungsausgleich zu ermöglichen, Dreieckschaltung erhalten.

Wir wollen legierte Bleche von 0,5 mm Dicke verwenden und wählen $B_e = 11000$. Dann ist der Hysteresisverlust pro kg mit

Tafel 2 $$\mathfrak{E}_h = \frac{97}{7,7}\,\frac{50}{100}\,\frac{0,0008}{0,0033} = 1,5 \text{ Watt},$$

der Wirbelstromverlust

$$\mathfrak{E}_w = \frac{0,5\,(0,5\,.\,50\,.\,11000)^2}{10^{10}} \cdot \frac{1}{7,7} \approx 0,5 \text{ Watt},$$

also ist $$v_e = 1,5 + 0,5 = 2 \text{ Watt}.$$

Wählen wir $\alpha = 0,55$ und $\beta = 2,2$, so wird nach Gleichung II

$$v_k = v_e\,\frac{\beta}{\alpha} = \frac{2\,.\,2,2}{0,55} = 8 \text{ Watt}$$

und es ist (s. Auf. 286) $$s = \sqrt{\frac{8}{2,6}} = 1,75 \text{ A}.$$

Wir nehmen als Querschnitt den in Fig. 170 dargestellten mit einem Luftspalt von 1,34 cm an, für welchen $f_e = 0,64$ ist. Schätzen wir $f_k = 0,35$, so wird nach Gleichung III

$$R = \frac{0,385\,.\,10^6\,.\,20000}{50\,.\,11000\,.\,1,75\,.\,0,64\,.\,0,35} = 0,036\,.\,10^6,$$

und nach IV

$$S = 3,5\,\frac{0,35}{0,64} \cdot 2,2 = 4,23,$$

also $$RS = 0,036\,.\,10^6\,.\,4,23 = 15,2\,.\,10^4.$$

Nach der Fußnote auf Seite 205 ist für $S = 4,23$ $k \approx 5,34$ zu nehmen und somit wird

$$D^4 = \frac{15,2\,.\,10^4}{5,34} = 2,86\,.\,10^4,\quad D^2 = 169 \text{ cm}^2 \text{ und } D = 13 \text{ cm}.$$

Die Gl. V gibt

$$l = \frac{13}{3}\left[5,34 - 2,85 + \sqrt{(5,34 - 2,85)^2 + 5,34\,\frac{1}{4,23}\,(5,34 - 1)}\right]$$

$$l = 23 \text{ cm}.$$

Die Gl. III gibt $$f = \frac{0,036\,.\,10^6}{169\,.\,23} = 9,3 \text{ cm}.$$

Aus VI folgt

$$G_e = 0,006\,.\,0,64\,.\,169\,(3\,.\,23 + 4\,.\,9,3 + 5,7\ \ 13) = 117,5 \text{ kg}.$$

Aus I $$G_k = \frac{117,5}{2,2} = 53,0 \text{ kg}.$$

Die Verluste sind: $V_e = v_e G_e = 2 \,.\, 117{,}5 = 235$ Watt,
$V_k = v_k G_k = 8 \,.\, 53{,}6 = 428{,}8$ Watt

$V_e + V_k = 663{,}8$ Watt.

$$\eta = \frac{20000}{20000 + 663{,}8} = 0{,}97.$$

Die Kühlfläche ist nach Gl. VIII

$$O = \underbrace{2\pi \,.\, 23\,(13 + 9{,}3)}_{U} + \frac{3\pi}{2} \cdot 9{,}3\,(2 \,.\, 13 + 9{,}3)$$

$$+ \overbrace{(10 \,.\, 0{,}425 \,.\, 13)}\,(3 \,.\, 23 + 4 \,.\, 9{,}3 + 5{,}7 \,.\, 13)$$

$$O = 16\,390 \text{ cm}^2 \qquad O' = \frac{16\,390}{663{,}8} = 24{,}7 \text{ cm}^2.$$

Temperaturerhöhung $T = 49^0$ nach Tabelle 10, S. 187.

Bemerkung: Der Wirkungsgrad η wird ein Maximum, wenn der Verlust durch Stromwärme gleich dem Eisenverlust ist, d. h., wenn $V_k = V_e = 235$ ist. Bezeichnet w den Ersatzwiderstand beider Wickelungen (Aufg. 283)

$$w = w_1 + w_2 \cdot \left(\frac{\xi_1}{\xi_2}\right)^2,$$

J' die gesuchte, i_1' die Stromstärke bei der gegebenen Belastung, so ist

$$J'^2 w = V_e \quad i_1'^2 w = V_k \quad \text{durch Division } \frac{J'}{i_1'} = \sqrt{\frac{V_e}{V_k}} = \sqrt{\alpha} \quad J' = i_1'\sqrt{\alpha}\ .$$

Die Leistungen sind den Stromstärken proportional, also ist auch

$$\mathfrak{E}_N = \mathfrak{E}\sqrt{\alpha} \qquad \mathfrak{E}_N = 20\,000\sqrt{0{,}55} = 14\,810 \text{ Watt}$$

$$\eta_{max} = \frac{14\,810}{14\,810 + 235 + 235} = 0{,}972.$$

Da unser Transformator nicht immer voll belastet ist, so ist also das Maximum des Wirkungsgrades auf $^3/_4$ der Belastung gelegt worden.

Wir verteilen den Stromwärmeverlust $V_k = 428{,}8$ Watt auf beide Wickelungen zu gleichen Teilen. Es kommen dann auf jede Wickelung rund 215 Watt. Es ist demnach $3\,i_1'^2 w_1 = 215$, $i_1' w_1 = \frac{215}{3\,i_1'}$, wo i_1' den Strom in der primären Wickelung bezeichnet, der aus der Gl. $3\,i_1'\,3000 = \frac{20\,000}{\eta}$ folgt, nämlich $i_1' = \frac{20\,000}{0{,}97 \,.\, 3 \,.\, 3000} = 2{,}3$ A,

also ist
$$i_1' w_1 = \frac{215}{3 \,.\, 2{,}3} = 31{,}2 \text{ V}$$

und die primäre EMK $e_1' = 3000 - 31{,}2 = 2969$ V (Dreieckschaltung).

Die sekundäre Stromstärke einer Phase (Sternschaltung) ist

$$i_2' = \frac{20000}{\sqrt{3} \,.\, 220} = 52{,}5 \text{ A.}$$

Aus $3\,i_2'^2 w_2 = 215$ ergibt sich $i_2' w_2 = \frac{215}{3 \,.\, 52{,}5} = 1{,}365$ V und der Spannungsverlust in 2 Phasen $\sqrt{3}\,.\,1{,}365 = 2{,}36$ V, also ist

$$e_2' = 220 + 2{,}36 = 222{,}36 \text{ V}.$$

Der Eisenquerschnitt ist $Q_e = \frac{\pi D^2}{4} f_e = \frac{\pi \,.\, 13^2}{4} \cdot 0{,}64 = 85 \text{ cm}^2$, also

$$\Phi_0 = 85\,.\,11\,000 = 935\,000.$$

Aus der Gleichung

$$e_1' = \frac{4{,}44\, \Phi_0 \xi_1 \sim}{10^8}$$

folgt $\xi_1 = \frac{2969\,.\,10^8}{4{,}44\,.\,935\,000\,.\,50} = 1435$ Windungen pro Kern.

Die sekundäre Phasenspannung ist $\frac{222{,}36}{\sqrt{3}}$, demnach nach Formel 86

$$\xi_2 = \frac{222{,}36}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1435}{2969} = 62 \text{ Windungen pro Kern.}$$

Der Querschnitt des Kupferleiters ist in erster Annäherung

$$q_2 = \frac{i_2'}{s} = \frac{52{,}5}{1{,}75} = 30 \text{ mm}^2.$$

Wir versuchen zwei Lagen Kupferband aufzuwickeln. Die zur Verfügung stehende Wickelungslänge beträgt etwa 210 mm, die Breite des Bandes darf demnach besponnen höchstens sein

$$210 : 31 = 6{,}8 \text{ mm},$$

die Dicke wird also etwa 5 mm sein, daher die Wickelungshöhe etwa 10 mm. Nehmen wir eine Papierspule von 3 mm Wandstärke an, so ist der äußere Durchmesser derselben $130 + 6 = 136$ mm. Der mittlere Durchmesser der Spule ist demnach 146 mm und die mittlere Windungslänge $l_m = \frac{\pi \,.\, 146}{1000} = 0{,}458$ m, die aufgewickelte Drahtlänge $L_2 = 0{,}458\,.\,62 = 28{,}4$ m.

Es war $i_2' w_2 = 1{,}365$ V, also ist $w_2 = \frac{1{,}365}{52{,}5} = 0{,}026\,\Omega$ und demnach in zweiter Näherung

$$q_2 = \frac{0{,}023\,.\,28{,}4}{0{,}026} = 25{,}2 \text{ mm}^2.$$

Wir wählen $q_2 = 5{,}8\,.\,4{,}4 = 25{,}2 \text{ mm}^2$ unbesponnen
und $6{,}8\,.\,5{,}4$ besponnen.

Der äußere Durchmesser der sekundären Spule ist nun

$$136 + 2\,.\,10{,}8 \approx 158 \text{ mm}.$$

Primäre Wickelung. Die primäre Wickelung werde auf eine Papierspule von 5 mm Wandstärke gewickelt, deren innerer Durchmesser 160, der äußere also 170 mm ist. Der Durchmesser der bewickelten Spule darf $D + f = 130 + 93 = 223$ mm nicht übersteigen, so daß eine Wickelhöhe von

$$\frac{220 - 170}{2} = 25 \text{ mm}$$

zur Verfügung steht.

Der Durchmesser der mittleren Windung ist

$$170 + 25 = 195 \text{ mm},$$

daher die mittlere Windungslänge $\frac{195\pi}{1000} = 0{,}614$ m

und die primäre Drahtlänge

$$L_1 = 0{,}614 \,.\, 1435 = 880 \text{ m}.$$

Aus $i_1' w_1 = 31{,}2$ V folgt $w_1 = \frac{31{,}2}{2{,}3} = 13{,}5\ \Omega$

und somit $q_1 = \frac{0{,}023 \,.\, 880}{13{,}5} = 1{,}49 \text{ mm}^2$,

$d = 1{,}38$ mm, abgerundet 1,4 mm, $d' = 1{,}7$ mm.

In jeder Windung werden $3000 : 1435 \cong 2$ V erzeugt, also darf bei 100 V Spannungsunterschied zwischen zwei übereinanderliegenden Drähten erst der Draht 50 über dem Draht 1 liegen, d. h. wir unterteilen die primäre Wickelung und legen in jede Teilspule höchstens 25 Drähte in eine Lage.

Da die Wickelungshöhe nur 25 mm betragen darf, so können höchstens $25 : 1{,}7 \cong 14$ Lagen übereinander angeordnet werden; nebeneinander liegen dann $1435 : 14 = 102$ Drähte. Eine Unterteilung in 4 Spulen würde also genügen. Um jedoch bei dieser Type auch mit höherer Spannung auszukommen, wollen wir 6 Spulen anordnen und die Länge der Spule für 18 nebeneinanderliegende Drähte, also zu $18 \,.\, 1{,}7 = 30{,}6$ mm festsetzen.

Die Wickellänge aller 6 Spulen ist $30{,}6 \,.\, 6 = 183{,}6$ mm, während 230 mm zur Verfügung stehen. Legen wir zwischen je 2 Spulen eine Isolation von 2 mm, so bleiben für die Endscheiben $230 - 194 = 36$ mm, was genügt.

Die Joche besitzen einen rechteckigen Querschnitt von der Breite $2b$ und der Höhe x. Da $b = 0{,}425\,D$ ist, ist die Breite

$$2 \,.\, 0{,}425 \,.\, 13 = 11{,}1 \text{ cm}.$$

Die Höhe folgt aus $x = \frac{85}{0{,}9\,(11{,}1 - 1{,}4)} = 9{,}75$ cm,

wo 1,4 cm die Breite des Luftspaltes ist.

§ 37.

Berechnung der Drehstrommotoren.

Theorie des Ständers.

Gegeben: 1. die Nutzleistung des Motors in Watt $= \mathfrak{E}_n$,
2. die Klemmenspannung zwischen zwei Leitungen $= e'_k$,
3. die Periodenzahl des Drehstromes $= \sim$.

Polzahl. Schickt man durch die Windungen des Ständers eines richtig gewickelten Motors einen mehrphasigen Strom, so erzeugt derselbe ein rotierendes magnetisches Feld, dessen Tourenzahl von der Anordnung der Wickelung abhängt. Ist n_1 die minutliche Umdrehungszahl des rotierenden Feldes, p die Anzahl der durch die Wickelung erhaltenen Nordpole, so ist

$$\text{I} \qquad \frac{n_1 p}{60} = \sim .$$

Figur und Wickelungsschema s. S. 259.

Für $\sim = 50$ erhält man:

12. Tabelle.

p	1	2	3	4	5	6
n_1	3000	1500	1000	750	600	500

Hiernach kann man p als gegeben zu n_1 ansehen. Die Tourenzahl des Läufers ist um wenige Prozent kleiner.

Stromstärke. Die Stromstärke J' in einer Zuleitung folgt aus der Gleichung:

$$\sqrt{3}\, e'_k\, J' \cos\varphi = \frac{\mathfrak{E}_n}{\eta'} .$$

$$\text{II} \qquad J' = \frac{\mathfrak{E}_n}{\sqrt{3}\, e'_k \cos\varphi\, \eta'} .$$

13. Tabelle.

Leistung in kW		1/4	1	10	50	100
cos φ bei Umdrehungen	1500	0,75—0,8	0,84—0,88	0,87—0,89	—	—
	1000	0,7 —0,73	0,78—0,82	0,84—0,87	0,89—0,9	0,9 —0,91
	750	0,55—0,6	0,72—0,75	0,83—0,86	0,87—0,89	0,89—0,9
	500	—	—	—	0,83—0,85	0,86—0,89
η' bei Umdrehungen	1500		0,76—0,82	0,86—0,88	0,91—0,93	
	1000		0,76—0,8	0,86—0,88	0,91—0,93	
	750		0,75—0,77	0,85—0,87	0,92	
	500		—	—	0,91	

Magnetisierungsstrom. Ist Φ_1 die pro magnetischen Kreis im Ständereisen erzeugte Kraftlinienzahl, $\overline{AW}$ die zugehörige Amperewindungszahl, so ist bekanntlich (vergl. Formel 27)

$$\Phi_1\, \mathfrak{w} = \Sigma\, H\, l = 0{,}4\, \pi\, \overline{AW}.$$

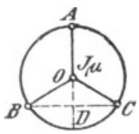


Fig. 171.

$\overline{AW}$ ist die Amperewindungszahl eines magnetischen Kreises. Diese setzt sich aber aus den Amperewindungen aller drei Phasen zusammen. In Fig. 171 sei $\overline{AO} = J_\mu$ die augenblickliche, maximale Stromstärke in der ersten Phase, dann fließt in der zweiten und dritten der augenblickliche Strom $\overline{OD} = \frac{1}{2} J_\mu$, also ist die momentane Amperewindungszahl

$$\overline{AW} = J\mu\,\xi + \frac{J\mu}{2}\,\xi + \frac{J\mu}{2}\,\xi = 2\,J\mu\,\xi,$$

wo ξ die Windungszahl eines Spulenpaares einer Phase ist.

Bezeichnet W die gesamte Windungszahl einer Phase eines 2p-poligen Motors, so ist $\xi = \frac{W}{p}$,

also $$\overline{AW} = 2\,J\mu\,\frac{W}{p} = 2\,J'\mu\,\sqrt{2}\,\frac{W}{p}\,.$$

Hiermit wird $\Sigma H\,l = 0{,}4\,\pi\,.\,2\,J'\mu\,\sqrt{2}\,\frac{W}{p} = 3{,}55\,J'\mu\,\frac{W}{p}$; hieraus

$$\text{III} \qquad J'\mu = \frac{p\,\Sigma H\,l}{3{,}55\,W}$$

$\Sigma H\,l$ bezieht sich auf den Ständerkern, die Ständerzähne, den Luftzwischenraum, die Rotorzähne und den Rotorkern, also in Zeichen

$$\Sigma H\,l = H_{a_1}\,l_{a_1} + H_{z_1}\,l_{z_1} + H_{\mathfrak{L}}\,l_{\mathfrak{L}} + H_{z_2}\,l_{z_2} + H_{a_2}\,l_{a_2}\,.$$

Bei einem neu zu berechnenden Motor sind die Größen H und l unbekannt und wir beschränken uns daher auf das Glied für den Luftzwischenraum. Hier ist $H_{\mathfrak{L}} = B_{\mathfrak{L}}$ die größte Induktion im Luftzwischenraum, $l_{\mathfrak{L}}$ der Kraftlinienweg in demselben. Da die Kraftlinien nicht nur von Zahnkopf zu Zahnkopf, sondern auch durch die Nuten gehen, so muß man den Weg im Zwischenraum $k_1\,2\delta$ setzen, wo k_1 aus Gl. XVIII S. 269 berechnet werden kann. Ein Durchschnittswert ist $k_1 = 1{,}13$.

Um den weggelassenen Gliedern Rechnung zu tragen, multiplizieren wir noch mit einem Faktor α ($\alpha > 1$) und erhalten

$$J'\mu = \frac{p\,.\,B_{\mathfrak{L}}\,2\,\delta\,.\,1{,}13\,.\,\alpha}{3{,}55\,W},$$

$$\text{IIIa} \qquad J'\mu = 0{,}64\,\frac{B_{\mathfrak{L}}\,p\,\delta\,\alpha}{W}\,.$$

$\alpha = 1{,}2$ bis $2{,}5$, meistens $1{,}4$ bis 2.

Luftspalt. Für den Luftzwischenraum δ wird als kleinster zulässiger Wert angegeben:

IV $\quad \delta = 0{,}2 + 0{,}001\,D$ mm (D Durchmesser der Ständerbohrung).

Nutenzahl. Die Nutenzahl ist bestimmt durch die Formel

$$\text{V} \qquad k_1 = m\,6p,$$

wo gewöhnlich $m = 3$ oder 4 gesetzt wird. (Vergl. Seite 259 Formel 113.)

Drahtquerschnitt. Für den Drahtquerschnitt kann man in erster Annäherung VI $q = \frac{J'}{s_d}$ setzen; wo für Kupfer $s_d = 3$, für Aluminium 1,5 bis 1,8 angenommen werden kann.

$\left(d = \sqrt{\frac{4q}{\pi}}\right.$ und $d' = d + 0{,}3$ bei eingelegten, $d' = d + 0{,}5$ bei durchgezogenen Drähten$\left.\right)$.

J' ist die Stromstärke in der Leitung gewesen, sie ist auch die Stromstärke im Draht bei Sternschaltung, während bei Dreieckschaltung für J' nur $\frac{J'}{\sqrt{3}}$ gesetzt werden darf.

Elektromotorische Kraft. Ist $m = 3$ die Anzahl der Nuten pro Pol und Phase, so gehen von den durch den Strom erzeugten Kraftlinien in einem bestimmten Augenblick alle durch die in $\overline{aa'}$ (Fig. 172) liegenden Windungen, während durch die Windungen in $\overline{bb'}$ beziehungsweise $\overline{cc'}$ weniger Kraftlinien gehen. Ist Φ_1 die Kraftlinienzahl, die durch $\overline{aa'}$ geht, so gelangen durch $\overline{bb'}$ resp. $\overline{cc'}$ nur $\Phi = \Phi_1 \cos\beta$ Kraftlinien. Bei $m = 3$ und $p = 1$ ist z. B. die Nutenzahl $k_1 = 3 . 6 = 18$, also

$$\beta = \frac{360^0}{18} = 20^0.$$

Die EMK, die im Mittel während einer halben Periode in den Windungen $\overline{aa'}$, $\overline{bb'}$, $\overline{cc'}$ erzeugt wird, ist: (Formel 32 Seite 87)

$$e_m = \frac{4\,\Phi_1 \sim}{10^8}\,\frac{W}{3} + \frac{4\,(\Phi_1 \cos\beta) \sim}{10^8}\,\frac{W}{3} + \frac{4\,(\Phi_1 \cos\beta) \sim}{10^8}\,\frac{W}{3}$$

$$e_m = \frac{4\,\Phi_1\,W \sim}{10^8}\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\cos\beta\right) = \frac{4\,\Phi_1\,W \sim}{10^8} \cdot 0{,}96.$$

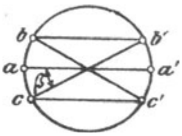


Fig. 172.

Da bei sinusförmigem Verlauf der EMK der Maximalwert

$E = \frac{\pi}{2} e_m$ und der effektive $e_1' = \frac{E}{\sqrt{2}}$ ist, so wird

$$e_1' = \frac{4{,}44\,\Phi_1\,W \sim}{10^8} \cdot 0{,}96.$$

Führt man anstatt der Windungszahl W die Drahtzahl z_1 pro Phase ein, so ist $W = \frac{z_1}{2}$ zu setzen und man erhält für die in den Drähten einer Phase erzeugte EMK die Formel

$$\text{VII} \qquad e_1' = \frac{2{,}1\,\Phi_1 \sim z_1}{10^8}.$$

Angenähert ist $e_1' = \frac{e'_k}{\sqrt{3}}$ bei Sternschaltung, und $e_1' = e'_k$ bei Dreieckschaltung, genauer

$$e_1' = \frac{e'_k}{\sqrt{3}} - J'\,w_1 \cos\varphi.$$

Der für $m = 3$ hergeleitete Faktor $f = 0{,}96$ ändert sich nur wenig für andere Werte von m, wie dies die folgende Tabelle (14) zeigt:

14. Tabelle.

m	1	2	3	4	5	6	∞
f	1	0,966	0,96	0,957	0,956	0,955	0,955

so daß wir die Gleichung VII für jeden Wert von m als richtig ansehen wollen.

Streuung. Im Ständer werden Φ_1 Kraftlinien erzeugt, in den Luftzwischenraum gelangen jedoch nur Φ_0 Kraftlinien, weil wegen der Streuung $\Phi_0 \tau_1$ Kraftlinien verloren gehen; es ist also

$$\text{VIII} \qquad \Phi_1 = \Phi_0 (1 + \tau_1) \qquad (\tau_1 \approx 0{,}03).$$

Kerndicke. Bezeichnet c die radiale Dicke des Ständers über den Nuten (Fig. 173), b_1 die Eisenlänge ohne Luftschlitze, B_a die Induktion daselbst, so ist

$$\text{IX} \quad c = \frac{\Phi_1}{2 \, . \, 0{,}9 \, b_1 \, B_a} \qquad (B_a = 6000 \text{ bis } 8000 \text{ bei } 50 \text{ Perioden}).$$

Kraftliniendichte im Luftzwischenraum. Der Querschnitt des Luftzwischenraumes ist ein Rechteck mit den Seiten: Polteilung T_p und Ständerlänge b, also

$$Q_{\mathfrak{l}} = T_p \, b = \frac{\pi D}{2p} \, b.$$

Die mittlere Kraftliniendichte im Luftzwischenraum ist demnach

$$B_m = \frac{\Phi_0}{Q_{\mathfrak{l}}}.$$

Ist
$$f' = \frac{\text{mittlere Kraftliniendichte}}{\text{maximale Kraftliniendichte}} = \frac{B_m}{B_{\mathfrak{l}}},$$

so wird

$$B_{\mathfrak{l}} = \frac{B_m}{f'} = \frac{\Phi_0}{f' \, Q_{\mathfrak{l}}}$$

$$\text{X} \qquad B_{\mathfrak{l}} = \frac{\Phi_0}{f' \, T_p \, b}.$$

Würde die Kraftliniendichte sich nach dem Sinusgesetz ändern, also der Gleichung

$$B = B_{\mathfrak{l}} \sin \alpha$$

entsprechen, so wäre $f' = \frac{2}{\pi} = 0{,}635$ und

$$\text{Xa} \qquad B_{\mathfrak{l}} = \frac{\Phi_0 \, p}{D \, b}.$$

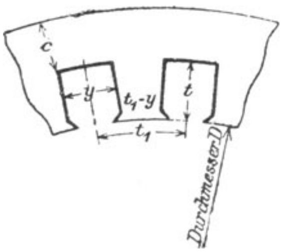


Fig. 173.

Wie aber aus der Aufgabe 239 hervorgeht, wird durch das Eisen die Sinuskurve abgeflacht und in Folge dessen f' wesentlich größer. Man findet hierfür Werte, die zwischen 0,64 und 0,745 liegen. Im Mittel wollen wir

$$f' = 0{,}67 \text{ setzen.}$$

Nutenabmessungen. a) Stator. Bezeichnet t_1 die Nutenteilung, d. h. die Entfernung zweier Nutenmitten, gemessen auf dem zum Durchmesser D der Statorbohrung gehörigen Kreisumfang, k_1 die Nutenzahl, so ist (Fig. 173)

$$t_1 = \frac{\pi D}{k_1}.$$

Die durch einen Zahn austretende, maximale Kraftlinienzahl ist, da im Luftzwischenraum unter diesem Zahn die maximale Kraftliniendichte $B_{\mathfrak{l}}$ herrscht, $B_{\mathfrak{l}} \, t_1 \, b$, wo $t_1 \, b$ die Austrittsfläche der Kraftlinien unter dem Zahn vorstellt, wenn b die Länge des Stators bezeichnet. Diese Kraftlinienzahl geht durch die engste Stelle des Zahnes und erzeugt dort die maximale Induktion $B_{z\,max}$. Der Eisenquerschnitt des Zahnes ist $(t_1 - y) \cdot 0{,}9\,b_1$, wo b_1 die Eisenlänge, also die Länge b abzüglich der eventuellen Luftschlitze bezeichnet, also wird

$$\text{XI} \qquad B_{z\,max} = B_{\mathfrak{L}} \frac{t_1\,b}{(t_1 - y) \cdot 0{,}9\,b_1} .$$

Nimmt man $B_{z\,max}$ an,

etwa 15000 bis 18000 bei 40 bis 60 Perioden,
16000 „ 20000 „ 20 „ 30 „

so ergibt sich hieraus die Nutenbreite

$$\text{XIa} \qquad y = t_1 \cdot \frac{0{,}9\,b_1\,B_{z\,max} - b\,B_{\mathfrak{L}}}{0{,}9\,b_1\,B_{z\,max}} .$$

Die Drahtzahl pro Nut ist $\frac{3\,z_1}{k_1}$; sie muß auf eine ganze Zahl abgerundet werden.

Da man nach Gl. VI den Drahtquerschnitt q angenähert kennt, so läßt sich jetzt der Nutenquerschnitt folgendermaßen bestimmen: Ist t die Nutentiefe (Fig. 173), so ist der Nutenquerschnitt $Q_n = t\,y$.

Definiert man als Nutenfüllfaktor die Größe:

$$f_k = \frac{\text{Kupferquerschnitt pro Nut}}{\text{Nutenquerschnitt}} = \frac{Q_k}{Q_n},$$

so folgt hieraus, bei angenommenem f_k,

$$Q_n = \frac{Q_k}{f_k} = \frac{\frac{3\,z_1}{k_1}\,q}{f_k} = t\,y \qquad \text{und} \qquad t = \frac{Q_k}{y\,f_k} \quad \ldots \text{XIb}$$

Man findet für f_k Werte, die zwischen 0,2 und 0,4 liegen. Je mehr Drähte in eine Nut kommen, desto kleiner wähle man f_k.

Für die Isolation rechne man bei Spannungen bis 250 V eine Lage aus Mikaleinen 0,2 mm und eine Lage Preßspan 0,3 mm. Bei Spannungen über 250 V bis 600 V ist zwischen diese Lagen noch eine Lage Ölleinen von 0,15 mm einzulegen.

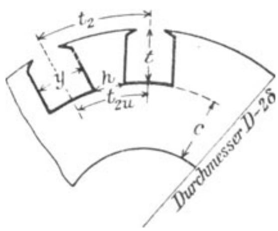


Fig. 174.

b) Rotor. Ist t_2 die Nutenteilung an der Oberfläche des Rotors, dessen Durchmesser also $D - 2\,\delta$ ist (Fig. 174), so ist bei k_2 Nuten

$$t_2 = \frac{\pi\,(D - 2\,\delta)}{k_2} .$$

Die maximale Kraftlinienzahl, die in einen Zahn des Rotors ein ritt, ist $B_{\mathfrak{L}}\,t_2\,b$. Bezeichnet t die Nutentiefe, so ist die Nutenteilung am Zahnfuß

$$t_{2u} = \frac{\pi\,(D - 2\,\delta - 2\,t)}{k_2}$$

und der Eisenquerschnitt an der engsten Stelle $(t_{2u} - y)\,0{,}9\,b_1$. Die größte Kraftliniendichte an der engsten Stelle wird mithin

$$\text{XII} \qquad B_{z\,max} = \frac{t_2\,B_{\mathfrak{L}}\,b}{0{,}9\,(t_{2u} - y)\,b_1} .$$

Nimmt man $B_{z\,max}$ an,

etwa 18000 bis 20000 bei 50 Perioden und
20000 „ 22000 „ 25 „

so folgt XIII $$t_{2u} - y = \frac{t_2 B_\mathfrak{L} b}{0{,}9\, b_1 B_{z\,max}} = h$$

(die ausgerechnete Abkürzung h bedeutet die Zahnstärke an der engsten Stelle, b_1 die Rotorlänge ohne Luftschlitze).

Um t_{2u} zu berechnen, muß man die Nutentiefe schätzen. Will man dies vermeiden, so kann man zwischen Nutentiefe und Nutenbreite willkürlich ein Verhältnis annehmen, also $y = \lambda\, t$ setzen. $\left(\lambda = \frac{1}{2} \text{ bis } \frac{1}{4}\right)$ Die Formel XIII geht dann über in

$$\frac{\pi\,(D - 2\,\delta - 2\,t)}{k_2} - \lambda\, t = h\,,$$

woraus XIV) $$t = \frac{\pi\,(D - 2\,\delta) - h\, k_2}{2\,\pi + \lambda\, k_2}$$ folgt.

Je tiefer die Nuten im Vergleich zur Breite ausfallen, desto größer wird die Streuung (vgl. Formel VIII), man wird also mit λ selten unter $\frac{1}{4}$ heruntergehen.

Bemerkung. Da $2\,\delta$ sehr klein ist im Vergleich zu D, wird es in den obigen Formeln meist vernachlässigt.

Durchmesser und Länge. Setzt man in der Gleichung für die Nutzleistung: $$\mathfrak{E}_n = 3\, e_1'\, J' \cos\varphi\, \eta'$$
für e_1' den in Gl. VII gefundenen Wert, so wird

$$\mathfrak{E}_n = 3\, J' \cos\varphi\, \eta'\; \frac{2{,}1\; \Phi_0\,(1 + \tau_1)\, z_1 \sim}{10^8}\,.$$

Nach X ist $\Phi_0 = B_\mathfrak{L}\, T_p\, b f'$, nach 1 $\sim = \frac{n_1 p}{60}$

$$\mathfrak{E}_n = 3 \,.\, 2{,}1 \,.\, (1 + \tau_1)\, \frac{n_1 p}{60}\, \frac{z_1 \,.\, J' \cos\varphi\, \eta'}{10^8}\; B_\mathfrak{L}\, \frac{\pi D}{2 p}\, b f'\,.$$

Führt man die Amperestabzahl durch die Gleichung $\overline{AS} = \frac{3\, z_1 J'}{\pi D}$ ein, so wird

$$\mathfrak{E}_n = \frac{2{,}1\;\; (1 + \tau_1)\, \eta' \cos\varphi \,.\, \pi^2 f'}{2 \,.\, 60 \,.\, 10^8}\; B_\mathfrak{L} \,.\, \overline{AS} \,.\, D^2 b\, n_1\,,$$

oder, wenn man die angenommenen Größen zur Größe C zusammenfaßt, also

$$C = \frac{2{,}1 \,.\, (1 + \tau_1)\, \eta' \cos\varphi\, \pi^2 f'\, B_\mathfrak{L}\, \overline{AS}}{2 \,.\, 60 \,.\, 10^8}$$

setzt $$\mathfrak{E}_n = D^2\, b\, n_1\, C\,.$$

Kennt man für eine Anzahl ausgeführter Motoren $\mathfrak{E}_n$, D, b und n_1, so läßt sich hierzu C berechnen. In dieser Weise entstand die Fig. 175. Die untere Kurve gibt die Werte von C für Motoren bis 10 PS., die obere von 10 bis 1000 PS. Sie gilt für Motoren mit Kupferdrähten. Sollen die Motoren eine Aluminiumwickelung erhalten, so sind die Werte mit 0,6 bis 0,7 zu multiplizieren. Ist C hiernach als bekannt anzusehen, so ist jetzt:

$$\text{XV} \quad D^2 b = \frac{\mathfrak{E}_n}{C n_1}.$$

Diese Gleichung gestattet, zu einem angenommenen Werte von b den zugehörigen Wert von D zu berechnen. Zulässig ist jeder Wert von D, für welchen

$$v = \frac{\pi D n_1}{60} < 25 \text{ m}$$

wird.

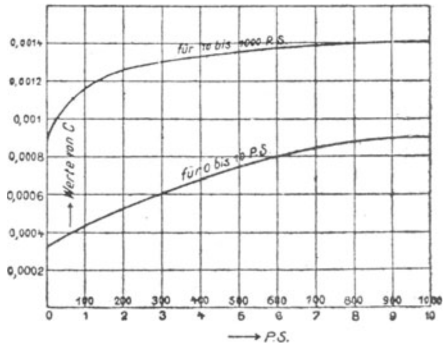


Fig 175.

Hobart zeigt, daß die Materialkosten ein Minimum werden (für Motoren über 10 PS), wenn man

$$\text{XVI} \quad b = 1{,}4\, T_p = 1{,}4 \frac{\pi D}{2p} \text{ setzt, es wird dann}$$

$$D^3 \frac{1{,}4\,\pi}{2p} = \frac{\mathfrak{E}_n}{C n_1}, \text{ und}$$

$$\text{XVIa)} \quad D = 0{,}76 \sqrt[3]{\frac{\mathfrak{E}_n\, p}{C n_1}}.$$

Länge einer Windung. Die ungefähre Länge einer Windung des Ständers ist (vergl. Fig. 176 und 177)

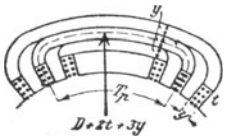


Fig. 176.

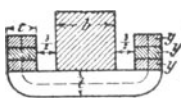


Fig. 177.

$$\text{XVII} \quad l_1 = 2\left\{b + \mathfrak{z} + \frac{\pi}{2} t + m y + \frac{\pi}{2p}(D + 2t + m y)\right\},$$

wo der Zuschlag $\mathfrak{z} = 20$ bis 40 mm, je nach Höhe der Spannung, zu nehmen ist. Man kann jetzt den Widerstand w_1 einer Phase berechnen nach der Formel $w_1 = \frac{c L_1}{q}$, wo man für Kupfer $c = 0{,}023$ und für Aluminium 0,04 zu setzen hat, um der Widerstandszunahme durch die Wirbelströme Rechnung zu tragen.

Eisenverluste. Die Verluste durch Hysteresis und Wirbelströme hängen ausserordentlich von der Bearbeitung ab und können nur angenähert berechnet werden. Hobart gibt zu ihrer Berechnung, richtiger Schätzung, die Formel

$$\text{XVIII} \quad \mathfrak{E}_E = \frac{1{,}1\, B_a \sim G}{10^5} \text{ Watt},$$

wo G das Gewicht der Bleche, vor dem Ausstanzen der Nuten, in kg bezeichnet.

Theorie des Läufers.

A. Phasenläufer.

Der Einfachheit halber möge vorausgesetzt werden, daß sich die Kraftliniendichte im Luftzwischenraum nach dem Sinusgesetz ändert, also der Gleichung

$$B = B_{\ell} \sin \alpha$$

folgt. Befindet sich nun ein Draht im Felde mit der Dichte B (Fig. 178), so wird in ihm eine EMK induziert

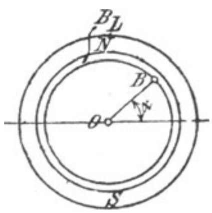


Fig. 178.

$$e = \frac{B\, b\, v}{10^8} \text{ Volt (vergl. Formel 29).}$$

Ist n_1 die Umdrehungszahl des Feldes pro Minute, n_2 die des Läufers so ist, da beide in gleichem Sinne rotieren:

$$v = \pi \frac{D\,(n_1 - n_2)}{60} = \frac{\pi\, D\, n}{60},$$

wenn $n = n_1 - n_2$ gesetzt wird.

Sind nun pro Phase z_2 hintereinandergeschaltete Drähte gleichzeitig derselben Induktion unterworfen, so ist

$$e_2 = z_2 \frac{B\, b\, \pi\, D\, n}{60 \,.\, 10^8} \quad \text{oder}$$

$$e_2 = \frac{z_2\, B_{\ell}\, b\, \pi\, D\, n}{60 \,.\, 10^8} \sin \alpha.$$

Die EMK ist also veränderlich und vollendet eine Periode, wenn α alle Werte von 0 bis 360° durchlaufen hat, d. h. wenn, im stillstehend gedachten Felde des Ständers, der sich rückwärts drehende Läufer eine Umdrehung ausgeführt hat. Es ist also $\frac{n}{60}$ die Periodenzahl des Läuferstromes für eine zweipolige Maschine. Für die mehrpolige Maschine gibt die Gleichung

$$\text{XIX} \quad \frac{n\, p}{60} = \sim_2 = \frac{(n_1 - n_2)\, p}{60} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 101$$

die Periodenzahl der entstandenen EMK im Läufer. Da nun $n = n_1 - n_2$ eine kleine Zahl, so ist auch die Periodenzahl $\sim_2$ sehr klein. Die Verluste durch Hysteresis und Wirbelströme können vernachlässigt werden und der scheinbare Widerstand der Phase ist sehr nahezu gleich dem wahren.

Setzt man $\sin \alpha = 1$, so wird $e_2 = E_2$ gleich dem Maximalwert der EMK. Führt man für B_{ℓ} seinen Wert aus Gleichung Xa ein, nämlich $B_{\ell} = \frac{\Phi_0\, p}{D\, b}$, so folgt

$$E_2 = z_2 \frac{b \pi D n \Phi_0 p}{10^8 . 60 D b} = \frac{\pi n p \Phi_0}{60 . 10^8} z_2$$

$$\text{oder } e_2' = \frac{E_2}{\sqrt{2}} = \frac{\pi}{\sqrt{2}} \frac{\Phi_0 n p z_2}{60 . 10^8} = \frac{2{,}22 \Phi_0 \sim_2 z_2}{10^8}.$$

Berücksichtigt man, wie beim Ständer, **daß** die Windungen einer Phase in verschiedenen Nuten liegen, so ist

$$e_2' = \frac{2{,}1 \Phi_0 \sim_2 z}{10^8}.$$

Da $\Phi_1 = \Phi_0 (1 + \tau_1)$ und $e_1' = \frac{2{,}1 \Phi_0 (1 + \tau_1) \sim z_1}{10^8}$,

folgt durch Division: $\frac{e_2'}{e_1'} = \frac{\sim_2 z_2}{\sim z_1 (1 + \tau_1)}$.

Nun ist nach XIX $\sim_2 = \frac{(n_1 - n_2) p}{60}$, nach I $\sim = \frac{n_1 p}{60}$, also

$$\text{XX} \quad \frac{\sim_2}{\sim} = \frac{n_1 - n_2}{n_1} = s \quad . \; . \; . \; . \qquad 102,$$

(s heißt Schlüpfung),

mithin

$$\text{XXI} \quad e_2' = e_1' \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{s}{1 + \tau_1} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \qquad 103.$$

Ist $n_2 = 0$, also $s = 1$, so ist

$$\text{XXIa} \quad E_2' = e_1' \frac{z_2}{z_1 (1 + \tau_1)} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \qquad 103\text{a}$$

der größte Wert, den e_2' annimmt, und den man bei der Beanspruchung der Isolation zu berücksichtigen hat. (Die Isolation hat allerdings den Wert $E_2' \sqrt{2}$ auszuhalten.) $\left[E_2' \sqrt{3} \leqq \begin{matrix} \text{100—200 V bei mittleren Motoren,} \\ \text{500—600 V bei größeren Motoren.} \end{matrix}\right]$

Dividiert man e_2' durch den Widerstand w_2 einer Phase, so erhält man den Strom daselbst:

$$\text{XXII} \quad i_2 = \frac{e_1'}{w_2} \frac{z_2}{z_1} \frac{s}{1 + \tau_1} = \frac{E_2' s}{w_2} \text{ A.}$$

Der Verlust durch Stromwärme in den drei Phasen ist

$$\mathfrak{E}_{st} = 3 i_2'^2 w_2 = 3 w_2 \frac{e_1'^2}{w_2^2} \left(\frac{z_2}{z_1}\right)^2 \frac{s^2}{(1 + \tau_1)^2}$$

$$\text{XXIII} \quad \mathfrak{E}_{st} = 3 \frac{e_1'^2}{w_2} \left(\frac{z_2}{z_1}\right)^2 \frac{s^2}{(1 + \tau_1)^2} = \frac{3 E_2'^2}{w_2} s^2 = 3 e_2' i_2'.$$

Umfangskraft. Fließt in einem Drahte, der sich in einem Felde von der Dichte B befindet, ein Strom $\frac{i}{10}$ (cgs) Einheiten, so ist, nach dem Biot- und Savartschen Gesetz (Formel 16), die Kraft P, mit welcher der Draht aus dem Felde getrieben wird: $P = \frac{B i b}{10}$ Dyne.

Sind gleichzeitig z_2 Drähte derselben Induktion unterworfen, so ist die Umfangskraft für diese z_2 mal so groß, also $P = z_2 \frac{B i b}{10}$ Dyne.

Die mittlere Umfangskraft einer Phase ist

$$\frac{\Sigma P}{m} = \frac{z_2 b}{10} \frac{\Sigma B i}{m} = \frac{z_2 b}{10} \frac{B_{\mathfrak{g}} J}{2} \cos \widehat{B_{\mathfrak{g}}, J}$$

entsprechend der Leistung eines Wechselstromes gebildet, vergl. die Fußnote auf S. 149.

Da die Vektoren $B_{\mathfrak{L}}$ und J nur einen sehr kleinen Winkel miteinander einschließen (vergl. S. 168), so ist $\cos \widehat{B_{\mathfrak{L}}, J} = 1$, $\frac{J}{\sqrt{2}} = i_2'$ der effektive Wert des Läuferstromes, demnach

$$\frac{\Sigma P}{m} = \frac{z_2 b}{10} \frac{B_{\mathfrak{L}}}{\sqrt{2}} i_2' \text{ Dyne.}$$

Die Umfangskraft für alle drei Phasen ist dann

$$P' = \frac{3 z_2 b}{10} \frac{B_{\mathfrak{L}}}{\sqrt{2}} i_2' \text{ Dyne.}$$

Multipliziert man beide Seiten mit dem Radius des Läufers $R = \frac{D}{2}$, so erhält man das Drehmoment

$$P' R = \frac{3 z_2 b}{10\sqrt{2}} B_{\mathfrak{L}} i_2' \frac{D}{2} \text{ Erg}$$

Ersetzt man $B_{\mathfrak{L}}$ durch die Gl. Xa

$$B_{\mathfrak{L}} = \frac{\Phi_0 p}{D b}, \text{ so wird}$$

$$P'R = \frac{3}{2} \frac{z_2 b}{10\sqrt{2}} i_2' D \cdot \frac{\Phi_0 p}{D b} \text{ Erg}$$

$$P'R = \frac{3}{2} \frac{z_2 p}{10\sqrt{2}} \Phi_0 i_2' \text{ Erg, oder } i_2' = \frac{E_2' s}{w_2} \text{ gesetzt (F. XXII)}$$

$$P'R = \left(\frac{3}{2} \frac{z_2 p}{10\sqrt{2}} \frac{E_2'}{w_2}\right) \Phi_0 s \text{ Erg,}$$

d. h. das Drehmoment ist proportional dem Produkte aus Läuferfeld und Schlüpfung.

Mechanische Leistung des Läufers.

Multipliziert man das Drehmoment mit $\frac{2\pi n_2}{60}$, so erhält man die mechanische Leistung des Läufers, also

$$\mathfrak{E}_a = P' R \frac{2\pi n_2}{60},$$

$$\mathfrak{E}_a = \frac{3}{2} \frac{z_2 p}{10\sqrt{2}} \frac{2\pi n_2}{60} \Phi_0 i_2' \text{ Erg pro Sekunde.}$$

Berechnet man aus

$$e_2' = \frac{2{,}22\, \Phi_0\, z_2 \sim_2}{10^8}$$

$$\Phi_0 = \frac{e_2'\, 10^8}{2{,}22\, z_2 \sim_2}$$

und verwandelt Erg in Watt, so wird

$$\mathfrak{E}_a = \frac{3}{2} \frac{z_2 p}{10^8 \sqrt{2}} \frac{2\pi n_2}{60} i_2' \frac{e_2'\, 10^8}{2{,}22\, z_2 \sim_2} \text{ Watt.}$$

Nun ist $\frac{\pi}{\sqrt{2}} = 2{,}22$, $n_2 = n_1(1-s)$ (berechnet aus Gl. XX)

$$\sim_2 = \sim s = \frac{n_1 p}{60} s,$$

somit $\mathfrak{E}_a = 3 e_2' i_2' \frac{1-s}{s}$, oder da $e_2' = E_2' s$

$$\text{XXIV} \quad \mathfrak{E}_a = 3 E_2' i_2' (1-s) = 3 E_2' i_2' - 3 e_2' i_2'.$$

Nach XXIII ist $3 e_2' i_2'$ der Verlust durch Stromwärme, so daß wir sagen können: **Die mechanische Leistung des Läufers ist die Differenz aus der elektrischen Energie, die vom Stator auf den Läufer durch das magnetische Feld übertragen wurde und dem Stromwärmeverlust im Läufer.**

Dividiert man XXIII und XXIV durcheinander, so erhält man:

$$\frac{\mathfrak{E}_{st}}{\mathfrak{E}_a} = \frac{s}{1-s}, \text{ oder hieraus}$$

$$\text{XXV} \quad s = \frac{\mathfrak{E}_{st}}{\mathfrak{E}_{st} + \mathfrak{E}_a} = \frac{3 i_2'^2 w_2}{3 i_2'^2 w_2 + \mathfrak{E}_a} \quad \ldots\ldots \quad 104.$$

wo $\mathfrak{E}_a \quad \mathfrak{E}_n + \mathfrak{E}_R$ und $\mathfrak{E}_R = \mathfrak{E}_n \cdot \frac{0{,}1 \sqrt{n_1}}{100}$ Watt ist.

Nimmt man die Schlüpfung als bekannt an, so ist auch

$$\text{XXVa} \quad \mathfrak{E}_{st} = \mathfrak{E}_a \frac{s}{1-s} = 3 i_2'^2 w_2$$

bekannt. Nun verhält sich ein Drehstrommotor wie ein Transformator, so daß auch, wenigstens für Vollast, angenähert die Gleichung 88

$$J_1' z_1 = i_2' z_2 \text{ gilt.}$$

Man kann nun i_2' gemäß der folgenden Tabelle wählen

15. Tabelle für die Stromstärke im Läufer.

Leistung in PS	2	3	5	6	7,5	15	20	25	30	50
Strom im Läufer	8	9	12	13	13,5	29	32	40	48	76

und erhält $\quad \text{XXVI} \quad z_2 = \frac{J_1'}{i_2'} z_1.$

Für die Länge l_2 einer Windung kann man setzen:

$$\text{XXVII} \quad l_2 = 2\left\{ b + \mathfrak{z} + \frac{\pi}{2} t + m y + \frac{\pi}{2p}(D - 2t - m y)\right\}.$$

Die pro Phase aufgewickelte Drahtlänge ist

$$L_2 = \frac{z_2}{2} l_2.$$

Der Widerstand w_2 einer Läuferphase ist somit:

$$w_2 = \frac{\mathfrak{E}_{st}}{3 i_2'^2}.$$

Aus $w_2 = \frac{c L_2}{q_2}$ folgt endlich

$$q_2 = \frac{c L_2}{w_2} \text{ mm}^2$$

($c = 0{,}02$ für Kupfer, und $0{,}035$ für Aluminium), da wegen der kleinen Periodenzahl eine Widerstandszunahme durch Wechselstrom nicht stattfindet.

B. Kurzschlußläufer.

Bezeichnet ϱ den Widerstand eines Stabes einschließlich einer Endverbindung, so ist in den vorangegangenen Formeln zu setzen

$$w_2 = \frac{k_2}{3}\varrho, \text{ und } z_2 = \frac{k_2}{3}.$$

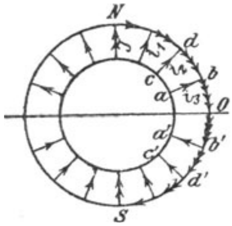


Fig. 179.

Strom im Ring. In Fig. 179 seien die beiden Ringe durch die konzentrischen Kreise und die Stäbe durch die radialen Linien ab, cd usw. dargestellt.

In jedem Stabe fließt ein Strom

$$i = J \sin \alpha.$$

In dem Ringstück bb′ (Fig. 179) fließt $i_1 + i_2 + ..$ die Summe der Ströme aus den einzelnen Stäben zwischen N und O. Man findet diese Summe, wenn man den Mittelwert von i, d. i. $\frac{2}{\pi}J$ mit der Anzahl der zugehörigen Stäbe multipliziert. Sind k_2 Stäbe vorhanden, so addieren sich bei der zweipoligen Anordnung die Ströme in $\frac{k_2}{4}$ Stäben $\left(\text{allgemein in } \frac{k_2}{2 . 2 p}\right)$, also ist der Maximalwert des Stromes, der in dem Ringstück bb′ fließt,

$$J_r = \frac{2}{\pi} J \frac{k_2}{4 p}, \text{ oder der effektive Wert}$$

$$\text{XXVIII} \qquad i'_r = \frac{J_r}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\pi} i_2' \frac{k_2}{4 p} = i_2' \frac{k_2}{2 p \pi} \quad . \; . \; . \; 105.$$

Gleichung für ϱ. Bezeichnet ϱ_r den Widerstand beider Ringe, so ist der Verlust durch Stromwärme im Läufer

$$\mathfrak{E}_{st} = i_2'^2 \varrho_s k_2 + i_r'^2 \varrho_r,$$

wo ϱ_s den Widerstand eines Stabes ohne Endverbindungen bezeichnet.

$$\mathfrak{E}_{st} = i_2'^2 \varrho_s k_2 + \left(\frac{i_2' k_2}{2 p \pi}\right)^2 \varrho_r$$

$$\mathfrak{E}_{st} = i_2'^2 k_2 \left(\varrho_s + \varrho_r \frac{k_2}{(2 p \pi)^2}\right).$$

Andererseits ist $\qquad \mathfrak{E}_{st} = i_2'^2 \varrho k_2.$

Der Widerstand eines Stabes mit seiner Verbindung ist demnach

$$\text{XXIX} \qquad \varrho = \varrho_s + \varrho_r \frac{k_2}{(2 p \pi)^2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 106.$$

Das Kupfervolumen ein Minimum. Ist q_s der Querschnitt eines Stabes, q_r der Querschnitt eines Ringes, so ist das Volumen V des Kupfers auf dem Läufer

$$V = k_2 q_s l_s + 2 q_r l_r,$$

l_s Länge eines Stabes, l_r mittlere Länge des Ringes; außerdem ist nach XXIX

$$\varrho = \frac{c\,l_s}{q_s} + \frac{2\,c\,l_r}{q_r}\,\frac{k_2}{(2\,p\,\pi)^2} \quad \text{oder } C = \frac{k_2}{(2\,p\,\pi)^2} \text{ gesetzt}$$

$$q_r = \frac{2\,c\,l_r\,C}{\varrho - \frac{c\,l_s}{q_s}}, \text{ folglich}$$

$$V = k_2\,q_s\,l_s + 2\,l_r\,\frac{2\,c\,l_r\,C}{\varrho - \frac{c\,l_s}{q_s}}.$$

Dieser Ausdruck soll ein Minimum werden. Nach q_s differenziert und den Quotienten gleich Null gesetzt, gibt:

$$0 = k_2\,l_s + \frac{(\varrho\,q_s - c\,l_s)\,4\,c\,C\,l_r^2 - 4\,c\,C\,l_s^2\,q_s\,\varrho}{(\varrho\,q_s - c\,l_s)^2}$$

oder
$$(\varrho\,q_s - c\,l_s)^2 = \frac{4\,c^2\,C\,l_s\,l_r^2}{k_2\,l_s} = \frac{4\,c^2\,l_r^2}{k_2}\,\frac{k_2}{(2\,p\,\pi)^2}$$

$$\varrho\,q_s = c\,l_s + \frac{2\,c\,l_r}{2\,p\,\pi}$$

$$\text{XXX} \qquad q_s = \frac{c\,l_s}{\varrho} + \frac{2\,c\,l_r}{2\,p\,\pi\,\varrho} = \frac{c}{\varrho}\left(l_s + \frac{D_r}{p}\right).$$

D_r ist der mittlere Durchmesser des Ringes; l_s und D_r sind in Metern einzusetzen.

$$l_s \cong b + 20 \text{ mm.}$$

Temperaturerhöhung. Die Temperaturerhöhung kann nach Hobart in folgender einfacher Weise berechnet werden. Es sei D der Durchmesser des Läufers, $L = b + 0{,}7\,T_p$, alle Maße in dm, so ist die ausstrahlende Oberfläche

$$O = \pi\,D\,L$$

und die Temperaturerhöhung T:

$$\text{XXXI} \quad T = \frac{\text{Gesamtverlust}}{\pi\,D\,L\,(1{,}44 \text{ bis } 1{,}85)} \text{ für halb offene Motoren,}$$

für ganz geschlossene Motoren sind anstatt 1,44 bis 1,85 etwa die halben Werte einzusetzen.

Bemerkung. Man beachte, daß für Widerstände, die von Wechselströmen durchflossen werden, größere Werte gelten, als für solche, die von Gleichströmen durchflossen werden.

Das Heylandsche Diagramm.

Bestimmt man aus der Gleichung für die eingeleitete Leistung

$$\mathfrak{E}_g = \sqrt{3}\,e'_k\,J' \cos\varphi \text{ den Wert}$$

$$\cos\varphi = \frac{\mathfrak{E}_g}{\sqrt{3}\,e'_k\,J'}$$

und trägt an eine durch O gehende Vertikale (Fig. 180) den Winkel φ an, so liegen die Endpunkte C der zugehörigen Ströme J' auf einem Kreise (Satz von Heyland).

Läuft der Motor ohne alle Verluste **leer**, so gelangt C nach A und es ist $\overline{OA}$ der Strom bei Leerlauf, also

$$\overline{OA} = J'\mu.$$

Je mehr der Motor belastet wird, desto weiter bewegt sich C nach rechts. Wird der **verlustlos** arbeitende Motor festgebremst, so ist C nach G gelangt und es ist $\overline{OG}$ der **Kurzschlußstrom**.

Der Winkel φ wird am kleinsten, nämlich $= \varphi_m$, wenn $\overline{OC}$ nach $\overline{OD}$ fällt, d. h. Tangente des Kreises ist.

Heyland definiert das Verhältnis

$$\frac{\overline{OA}}{\overline{OG}} = \tau = \frac{\text{magnetischer Widerstand des Streufeldes}}{\text{magnetischer Widerstand des Läuferfeldes}}$$

als Streuungskoeffizienten. Dieser besteht aus dem Streuungskoeffizienten τ_1 des Ständers und dem Streuungskoeffizienten τ_2 des Läufers, und zwar gilt die Gleichung

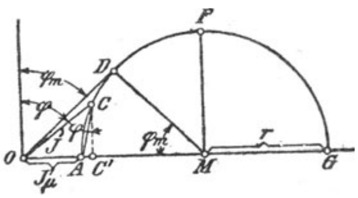


Fig. 180.

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_1 \tau_2$$

angenähert $\tau = \tau_1 + \tau_2 = 2\tau_1$.

Aus $\tau = \dfrac{\overline{OA}}{\overline{OG}} = \dfrac{J'\mu}{J'\mu + 2r}$ folgt

$$\text{XXXII} \qquad 2r = J'\mu \frac{1-\tau}{\tau} \quad . \quad . \quad 107$$

$$\cos\varphi_m = \frac{\overline{MD}}{\overline{OM}} = \frac{r}{J'\mu + r} = \frac{1-\tau}{1+\tau} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 108$$

und umgekehrt $\qquad \text{XXXIII} \quad \tau = \dfrac{1 - \cos\varphi_m}{1 + \cos\varphi_m}.$

Verbindet man C mit A, so ist $\overline{AC}$ ein Maß für den Strom im Läufer. Derselbe ist

$$\text{XXXIV} \qquad i'_2 = \overline{AC}\,\frac{z_1}{z_2}\,(1 + \tau_1).$$

Zieht man $\overline{CC'} \perp \overline{OG}$, so ist $\overline{CC'} = J' \cos\varphi$ und die eingeleitete Leistung $\mathfrak{E}_g$

$$\mathfrak{E}_g = \sqrt{3}\, e_k\, J' \cos\varphi = \sqrt{3}\, e'_k\, \overline{CC'}.$$

Da wir voraussetzen, daß e'_k konstant bleibt, so ist $\overline{CC'}$ **ein Maß für die eingeleitete Leistung**.

Wir sehen, daß die eingeleitete Leistung ein Maximum ist, wenn der Punkt C in Fig. 180 nach F kommt.

Aus der Gleichung III folgt die Proportionalität zwischen $J'\mu$ und B_g und da ferner (nach Gleichung X) B_g proportional Φ_0 und dieses (nach Gleichung VII) proportional e_1' ist, so ist auch $J'\mu$ proportional e_1'. Man kann hiernach $\overline{OA}$ bezw. $\overline{OG}$ als **ein Maß für die Phasenspannung** ansehen. Wir haben demnach folgende Maßstäbe:

1 1 A = a mm (willkürlich gewählt).

$\overline{OG}$ mm sollen bei Sternschaltung $\dfrac{e'_k}{\sqrt{3}}$ V sein,

? „ sind „ „ 1 V.

$$2.\quad 1\ \mathrm{V} = \frac{\overline{\mathrm{OG}}}{e'_k}\sqrt{3}\ \mathrm{mm}.\quad \text{(Gültig für Sternschaltung.)}$$

$\overline{\mathrm{OG}}$ mm sollen bei Dreieckschaltung e'_k V sein,
? „ sind „ „ 1 V.

$$2.\quad 1\ \mathrm{V} = \frac{\overline{\mathrm{OG}}}{e'_k}\ \mathrm{mm}.\quad \text{(Gültig für Dreieckschaltung.)}$$

Die eingeleitete Leistung werde gemessen durch die Länge $\overline{\mathrm{MF}}$ mm, es sollen also bei Sternschaltung sein:

$$\overline{\mathrm{MF}}\ \mathrm{mm} = \sqrt{3}\, e'_k \frac{\overline{\mathrm{MF}}}{a}\ \mathrm{Watt},$$
$$1\ „\qquad ?\ „$$

$$3.\quad 1\ \mathrm{mm} = \frac{\sqrt{3}\, e'_k}{a}\ \mathrm{Watt}\ \text{und}$$

umgekehrt:

$$1\ \mathrm{Watt} = \frac{a}{\sqrt{3}\, e'_k}\ \mathrm{mm}.$$

(Gültig für Sternschaltung.)

Für Dreieckschaltung gilt der Ansatz:

$$\overline{\mathrm{MF}}\ \mathrm{mm}\ \text{sind}\ 3\, e'_k \frac{\overline{\mathrm{MF}}}{a}\ \mathrm{Watt},$$
$$1\ „\qquad ?\ „$$

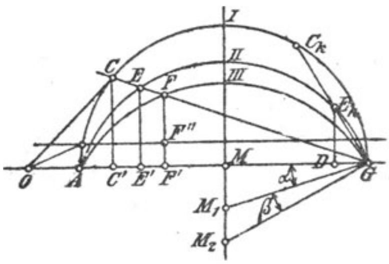


Fig. 181.

$$3.\quad 1\ \mathrm{mm} = \frac{3\, e'_k}{a}\ \mathrm{Watt}\ \text{oder}\ 1\ \mathrm{Watt} = \frac{a}{3\, e'_k}\ \mathrm{mm}.$$

Trägt man in G an $\overline{\mathrm{OG}}$ (Fig. 181) einen Winkel α derart an, daß

$$\mathrm{tg}\,\alpha = w_1\,\Omega$$

ist und beschreibt um den Mittelpunkt M_1 einen Kreis (II), der durch A und G geht, so ist $\overline{\mathrm{EE'}}$ im Wattmaßstabe gemessen, die auf den Läufer übertragene mechanische Leistung $\mathfrak{E}_a$. Der Winkel α wird angetragen, indem man von G aus 1 A (d i. a mm) nach links abträgt, in dem Endpunkt eine Senkrechte errichtet und diese gleich w_1 V macht. Die Verbindungslinie dieses Punktes mit G geht durch M_1.

Ist w_2 der Widerstand einer Phase des Läufers, so sei w'_2 der Widerstand einer Phase unter der Voraussetzung, daß Ständer und Läufer gleichviel Windungen besäßen, wie dies in dem obigen Diagramm vorausgesetzt wird; es ist dann

$$\text{XXXV}\qquad w'_2 = w_2\left[\frac{z_1}{z_2}(1+\tau_1)\right]^2 \quad \ldots\ldots\ 111.$$

Trägt man in G an $\overline{\mathrm{OG}}$ einen Winkel $(\alpha+\beta)$ derart an, daß

$$\mathrm{tg}\,(\alpha+\beta) = w_1 + w'_2$$

ist, so erhält man in M_2 den Mittelpunkt des Kreises III (Fig. 181), für welchen $\overline{\mathrm{FF'}}$ im Wattmaßstabe gemessen die gebremste Leistung darstellt, allerdings ohne Berücksichtigung der Verluste im Eisen und ohne Reibungsverluste.

Bezeichnet $\mathfrak{E}_0$ diese Verluste und zieht man im Abstande $\mathfrak{E}_0$ Watt eine Parallele zu $\overline{OG}$, so ist $\overline{FF''}$ die gebremste Leistung. Der Verlust $\mathfrak{E}_0$ wird bei Leerlauf mit dem Wattmeter direkt gemessen.

Wird nun unser Motor immer mehr und mehr belastet, so wandert der Punkt C auf dem Kreise I immer weiter nach rechts und kommt schließlich nach C_k, wo $\overline{C_k G}$ Tangente an den Kreis III geworden, also

$$\overline{C_k G} \perp \overline{M_2 G}$$

ist. In diesem Falle ist $\overline{FF'} = 0$ geworden, d. h. der Läufer steht still, und es bedeutet demnach $\overline{OC_k}$ den Strom bei festgehaltenem Läufer, also den Kurzschlußstrom, unter Berücksichtigung der Verluste.

$\overline{E_k D}$ ist die auf den Läufer übertragene Leistung, die proportional dem Drehmoment ist. Es stellt demnach $\overline{E_k D}$ ein Maß für das Anzugsmoment des Motors dar.

Die Schlüpfung ist der Quotient $\dfrac{\overline{EF}}{\overline{EG}}$. (Eine andere Art der Darstellung der Schlüpfung siehe Aufgabe 316, Seite 245.)

Das über das Diagramm Gesagte gilt in gleicher Weise für den Phasen- wie für den Kurzschlußläufer. Nur ist bei letzterem zu berücksichtigen, daß

$$w_2 = \frac{k_2}{3}\,\varrho$$

und XXXIVa $$i'_2 = \overline{AC}\,\frac{3 z_1 (1+\tau_1)}{k_2}$$

und XXXVa $$w'_2 = w_2 \left[\frac{3 z_1 (1+\tau_1)}{k_2}\right]^2 \text{ ist.}$$

Bei einem richtig berechneten, nicht zu kleinen Motor soll bei voller Belastung die Stromlinie $\overline{OC}$ Tangente an den Kreis I sein, denn dann ist $\cos\varphi$ ein Maximum. Für diesen Fall ist (Fig. 180, Seite 228)

$$\operatorname{tg}\varphi_m = \frac{\overline{OD}}{\overline{DM}} = \frac{J'}{r} = \frac{J'}{J'_\mu \dfrac{1-\tau}{2\tau}},$$

also

$$\frac{J'}{J'_\mu} = \frac{1-\tau}{2\tau}\operatorname{tg}\varphi_m = \frac{1-\tau}{2\tau}\cdot\frac{\sin\varphi_m}{\cos\varphi_m} = \frac{1-\tau}{2\tau}\cdot\frac{\sqrt{1-\cos^2\varphi_m}}{\cos\varphi_m}.$$

Setzt man, wie oben gezeigt

$$\cos\varphi_m = \frac{1-\tau}{1+\tau},$$

so wird

$$\frac{J'}{J'_\mu} = \frac{1-\tau}{2\tau}\,\frac{\sqrt{1-\left(\dfrac{1-\tau}{1+\tau}\right)^2}}{\dfrac{1-\tau}{1+\tau}} = \frac{1-\tau}{2\tau}\,\frac{\sqrt{4\tau}}{\dfrac{1-\tau}{1+\tau}(1+\tau)} = \frac{\sqrt{\tau}}{\tau} = \frac{1}{\sqrt{\tau}}$$

XXXVI $$J'_\mu = J'\sqrt{\tau}.$$

Berechnung von τ kann man sich bei offenen Nuten der empirischen Formel:

$$\text{XXXVII} \qquad \tau = \frac{3}{H^2} + \frac{\delta_L}{H\,T_p\,\dfrac{O_1 + O_2}{2}} + \frac{6\,\delta}{b}$$

bedienen, wo $H = \dfrac{k_1 + k_2}{4\,p}$ ist. Alle Längenmaße sind in cm einzusetzen.

Der Wert τ_1 kann gleich τ_2, also $\tau_1 = \dfrac{\tau}{2}$ geschätzt werden.

Gang der Berechnung eines Motors.

A. Ständer.

1. Berechne aus XV oder XVI a D und b.

2. Aus II den Strom J' bezw. i' in einer Phase.

3. Nimm $k_1 = m\,6\,p$ und $k_2 = (m \pm 1)\,6\,p$ an und berechne T_p ($O_1 = 2$ bis 3 mm, O_2 desgl.).

4. Da durch die Annahme von $\cos\varphi$ auch τ bestimmt ist (nach Gleichung XXXIII), so berechne man jetzt aus XXXVI $J'\mu$.

5. Die Auflösung von XXXVII nach δ gibt den Luftzwischenraum. Sollte derselbe kleiner ausfallen, als die Gleichung IV angibt, so muß man k_1 bezw. k_2 vergrößern.

6. Aus der Gleichung XXXVIII folgt

$$\text{XXXVIII} \qquad B_{\mathfrak{L}} = 7340\,\sqrt{\frac{e'_1\,J'\mu}{T_p\,b \sim \delta\,p\,\alpha}}\ ^{*)},$$

wo $\alpha = 1{,}4$ bis $2{,}5$ zu schätzen ist.

7. Berechne aus III die Windungszahl W, daraus die Drahtzahl z_1 und runde so ab, daß $\dfrac{3\,z_1}{k_1}$ eine ganze Zahl wird.

8. Bestimme jetzt aus VII Φ_1 und dann $\Phi_0 = \dfrac{\Phi_1}{1 + \tau_1}$; aus X $B_{\mathfrak{L}}$ ($B_{\mathfrak{L}}$ kann sich wegen der eventuellen Abänderung von z_1 geändert haben).

9. Bestimme nach VI den Drahtquerschnitt und unter Berücksichtigung von XI a und XI b die Nutendimensionen t und y. Die Drähte sind so **anzuordnen, daß die maximale Induktion in den Zähnen $B_{z\,max}$ etwa 15000 bis 18000 bei 40 bis 50 Perioden und 16000 bis 20000 bei 20 bis 30 Perioden ist.**

10. Aus IX folgt die Höhe c über den Nuten.

---

*) Die Herleitung ist folgende: Berechne aus III a, z_1 ($z_1 = 2\,W$) und aus VIII $\Phi_1 = \Phi_0\,(1 + \tau_1) = (1 + \tau_1)\,T_p\,b\,f'\,B_{\mathfrak{L}}$ und setze diese Werte in VII ein, dies gibt

$$e'_1 = \frac{2{,}1\,(1 + \tau_1)\,T_p\,b\,f'\,B_{\mathfrak{L}} \sim}{10^8} \cdot \frac{2 \,.\, 0{,}64\,B_{\mathfrak{L}}\,\delta\,p\,\alpha}{J'\mu}$$

oder

$$B_{\mathfrak{L}} = \sqrt{\frac{e'_1\,J'\mu\,10^8}{2{,}1\,(1 + \tau_1)\,2 \,.\, 0{,}64\,T_p\,b\,f' \sim \delta\,p\,\alpha}} = 7340\,\sqrt{\frac{e'_1\,J'\mu}{T_p\,b \sim \delta\,p\,\alpha}},$$

wo $1 + \tau_1 = 1{,}03$ und $f' = 0{,}67$ gesetzt worden ist.

11. Das Gewicht der Bleche vor dem Ausstanzen ist:

$$G = \left[(D + 2t + 2c)^2 \frac{\pi}{4} - \frac{D^2 \pi}{4}\right] 0{,}9\, b_1 \cdot \frac{7{,}8}{1000}$$

und somit kann der Verlust durch Hysteresis und Wirbelströme nach XVIII berechnet werden. Den Verlust durch Reibung kann man durch die Formel $\mathfrak{E}_R = \mathfrak{E}_n \frac{(0{,}08 \div 0{,}1)\sqrt{n_1}}{100}$ Watt ausdrücken.

Einen Anhalt, ob die Schätzung des Leerlaufes angenähert ausgefallen ist, gibt die folgende Tabelle, die sich auf ausgeführte Motoren bezieht.

16. Tabelle für den Leerlauf pro PS.

Leistung in PS	1/2	1	2	3	10	50	100
Leerlauf pro PS in Watt	140	100	80	78	65	35	30

12. Berechne aus XVII die Länge l_1 einer Windung und aus

$$L_1 = \frac{z_1}{2} l_1$$

die Länge aller Windungen einer Phase.

13. Bestimme den Widerstand einer Phase aus

$$w_1 = \frac{c L_1}{q}$$

und den Verlust durch Stromwärme in allen drei Phasen

$$\mathfrak{E}_{st} = 3\, i_1'^2\, w_1.$$

Ist derselbe zu groß ausgefallen, so bestimme man aus $\mathfrak{E}_{st}$ den Widerstand w_1, und aus diesem den Querschnitt q.

B. Läufer.

14. Unter Zugrundelegung von $B_{z\,max} = 18000$ bis 20000 bei 50 Perioden, gibt die Gl. XIII die geringste Zahnstärke h, während die Gleichungen XIV die Nutenabmessungen liefern. Man kann nun Drahtstärke und Drahtzahl beliebig so anordnen, daß der Nutenquerschnitt gut ausgenutzt wird. Dadurch wird z_2 bekannt, denn es ist $\frac{3 z_2}{k_2}$ die Drahtzahl pro Nut $[k_2 = (m \pm 1)\, 6\, p]$ und hierdurch auch $i_2' \approx i_1' \frac{z_1}{z_2}$. Man vergl. i_2' mit den Werten der Tabelle 15 und ändere eventuell entsprechend ab, auch unter Heranziehung der Gl. XXI a.

Bei Kurzschlußläufern ist $k_2 = 3 z_2$ eine angenommene Zahl und aus der Gleichung XXIV a ergibt sich die Stromstärke i_2'.

15. Aus der Gleichung XXV a $3 i_2'^2 w_2 = \mathfrak{E}_a \frac{s}{1 - s}$ folgt, bei angenommenem s, der Widerstand w_2 einer Phase.

Die Gleichung XXVII liefert die Länge einer Windung, und die Formel $L_2 = \frac{z_2}{2} l_2$ gibt die pro Phase aufgewickelte Drahtlänge, so daß jetzt der Drahtquerschnitt aus der Gleichung

$$q_2 = \frac{c L_2}{w_2}$$

berechnet werden kann.

16. Ergibt sich nach Formel XXXI eine zulässige Temperaturerhöhung, so kann weiter gerechnet werden.

17. Berechne aus XXXII den Diagrammradius r und zeichne den Kreis I auf.

18. Bestimme die Maßstäbe für Volt und Watt aus den Gleichungen

$$\left.\begin{array}{l} 1\,\mathrm{V} = \dfrac{\overline{OG}}{e'_k}\sqrt{3}\ \text{mm für Sternschaltung} \\ 1\,\mathrm{V} = \dfrac{\overline{OG}}{e'_k}\ \text{mm für Dreieckschaltung} \end{array}\right\}\ \text{gültig.}$$

$$\left.\begin{array}{l} 1\,\mathrm{mm} = \dfrac{\sqrt{3}\,e'_k}{a}\ \text{W für Sternschaltung} \\ 1\,\mathrm{mm} = \dfrac{3\,e'_k}{a}\cdot\text{W für Dreieckschaltung} \end{array}\right\}\ \text{gültig.}$$

19. Berechne aus XXXV w'_2 und bestimme die Mittelpunkte M_1 und M_2 der Kreise II und III

$$\operatorname{tg}\alpha = w_1 \qquad \operatorname{tg}(\alpha + \beta) = w_1 + w'_2.$$

305. Wie groß ist die Schlüpfung eines 4 [6] (8)-poligen Drehstrommotors, der 1450 [950] (720) Umdrehungen bei 50 Perioden macht, und wie groß ist die Periodenzahl des Läuferstroms?

Lösung: Die Schlüpfung s folgt aus der Gleichung

$$s = \frac{n_1 - n_2}{n_1}, \text{ wo } n_1 = \frac{60 \sim}{p} = \frac{60 \,.\, 50}{2} = 1500 \text{ ist,}$$

also $s = \dfrac{1500 - 1450}{1500} = 0{,}033$ oder $100\,s = 3{,}3\,\%$.

Die Periodenzahl $\sim_2$ des Läuferstromes folgt aus Formel 102 (XX)

$$\sim_2 = \sim s = 50 \,.\, 0.0333 = 1{,}666 \text{ Perioden.}$$

306. Ein 6 [4] (8)-poliger Drehstromerzeuger (Generator) macht 980 [1460] (750) Umdrehungen pro Minute, ein von diesem gespeister Drehstrommotor 1430 [720] (700) Umdrehungen. Wie groß ist hiernach die Polzahl des Motors und die Schlüpfung?

Lösung: Die Periodenzahl des Drehstromes ist

$$\sim = \frac{980 \,.\, 3}{60} = 49, \text{ oder } 60 \sim = 2940;$$

Setzt man angenähert $n_1 = n_2 = 1430$ und löst I nach p auf so erhält man $p = \dfrac{60 \cdot 49}{1430} = 2{,}06$ d. h. $2p = 4$, also wird

$$n_1 = \frac{2940}{2} = 1470, \text{ demnach } s = \frac{1470 - 1430}{1470} = 0{,}0272.$$

307. Wie groß ist in der vorigen Aufgabe die Periodenzahl des Läuferstromes?

Lösung: Es ist

$$\sim_2 = \frac{(n_1 - n_2)\, p}{60} = \frac{1470 - 1430}{60}\, 2 = 1{,}333\,..$$

308. Um die Schlüpfung eines 4 [6] (4)-poligen Motors zu bestimmen, legte man an die Schleifringe des Läufers ein Westonvoltmeter, welches 40 [60] (80) Ausschläge in einer Minute machte. Die Tourenzahl des 4 [6] (6)-poligen Generators war 1500 [1000] (1000). Wie groß ist hiernach die Schlüpfung?

Lösung: Wegen der geringen Periodenzahl des Läufers macht ein Westongalvanometer während jeder Periode einen Ausschlag nach einer Seite, also ist die Anzahl der Ausschläge nach dieser Seite hin unmittelbar die Periodenzahl $\sim_2$. In unserm Falle ist $\sim_2 = 40$ pro Minute und da $\sim_2 = (n_1 - n_2)\, p$, so ist

$$n_1 - n_2 = \frac{\sim_2}{p} = \frac{40}{2} = 20,$$

mithin
$$s = \frac{n_1 - n_2}{n_1} = \frac{20}{1500} = 0{,}0133.$$

Bemerkung. Ersetzt man das Galvanometer durch ein Telephon, so ist die Anzahl der Schwebungen doppelt so groß, wie die der Ausschläge des Westongalvanometers. Dasselbe gilt für ein Weicheiseninstrument.

309. Ein Drehstrommotor hat eine Ständerbohrung D von 120 [200] (340) mm, eine Breite b von 60 [93] (140) mm, die Nutenzahl des Ständers ist $k_1 = 36$ [36] (54), die Nutenzahl des Läufers ist $k_2 = 37$ [54] (72), die Drahtzahl pro Phase des Ständers $z_1 = 180$ [288] (216), die des Läufers $z_2 = \frac{37}{3}$ [180] (144), der Luftzwischenraum δ ist 0,3 [0,5] (0,75) mm, die Polzahl 4 [6] (6). Gesucht wird:

a) die Polteilung,

b) der Streuungskoeffizient, wenn die Nutenöffnungen $0_1 = 1$ [3] (3) mm $0_2 = 1$ [2] (2) mm sind,

c) der Magnetisierungsstrom, wenn der Vollaststrom 8,5 [7,3] (32) A beträgt, und dieser Strom dem größten Werte von $\cos\varphi$ entsprechen soll,

d) der Durchmesser des Heylandschen Diagramms,

e) die Stromstärke in einem Stabe [einer Phase] (einer Phase) des Läufers,

f) $\cos\varphi_m$.

Lösungen:

Zu a): $$T_p = \frac{\pi D}{2p} = \frac{\pi \cdot 120}{4} = 94{,}2 \text{ mm}.$$

Zu b): Der Streuungskoeffizient folgt aus der Gleichung

$$\text{XXXVII} \quad \tau = \frac{3}{H^2} + \frac{\delta}{H\,T_p \frac{O_1 + O_2}{2}} + \frac{6\,\delta}{b},$$

wo

$$H = \frac{k_1 + k_2}{4\,p} = \frac{36 + 37}{4 \cdot 2} = 9{,}125 \text{ ist,}$$

$$\tau = \frac{3}{9{,}125^2} + \frac{0{,}03}{9{,}125 \cdot 9{,}42 \frac{0{,}1 + 0{,}1}{2}} + \frac{6 \cdot 0{,}03}{6} = 0{,}0695.$$

Zu c): Aus XXXVI folgt

$$J'_\mu = J' \sqrt{\tau} = 8{,}5 \sqrt{0{,}0696} = 2{,}24 \text{ A}.$$

Zu d): Gleichung XXXII liefert:

$$2\,r = J'_\mu \frac{1 - \tau}{\tau} = 2{,}24 \frac{1 - 0{,}0695}{0{,}0695} = 30{,}1 \text{ A}.$$

Zu e): Man zeichne (Fig. 182) einen Halbkreis mit dem Durchmesser $\overline{AG} = 2\,r = 30{,}1$ A, z. B. 1 A = 2 mm*), trage an A nach links das Stück $\overline{OA} = J'_\mu = 2{,}24$ A, d. i. 4,48 mm an, und

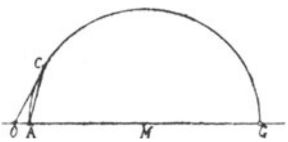


Fig. 182.

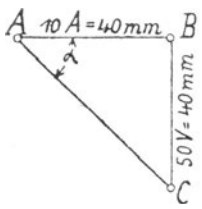


Fig. 183.

mache $\overline{OC} = 8{,}5$ A, d. i. 17 mm, dann wird gemessen $\overline{AC} = 16$ mm, d. i. $\overline{AC} = 8$ A, es ist demnach (XXXIVa)

$$i'_2 = 8 \frac{3\,z_1}{k_2}(1 + \tau_1) = \frac{8 \cdot 3 \cdot 180 \cdot 1{,}0347}{37} = 121 \text{ A}.$$

Zu f): $\cos \varphi_m = \frac{1 - \tau}{1 + \tau} = \frac{1 - 0{,}0695}{1 + 0{,}0695} = 0{,}876.$

310. Einen Widerstand von 5 [0,7] (1,2) Ω durch die Gleichung **tg α = w** darzustellen, wenn

1 A = 4 [3] (2) mm,
1 V = 0,8 [1] (1,5) mm ist.

Lösung:

$$\operatorname{tg} \alpha = 5\,\Omega = \frac{5 \text{ V}}{1 \text{ A}} = \frac{50 \text{ V}}{10 \text{ A}}, \text{ d. i. } \frac{50 \cdot 0{,}8 \text{ mm}}{10 \cdot 4 \text{ mm}} = \frac{40 \text{ mm}}{40 \text{ mm}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} \text{ (Fig. 183).}$$

*) In der Figur ist nur der halbe Maßstab angewendet, dem Leser ist aber zu empfehlen, den oben angegebenen Maßstab zu benutzen.

Wie groß ist der Widerstand w, wenn in der Fig. 183 1 A = 3 [2] (0,5) mm, 1 V = 2 [1,5] (4) mm vorstellt?

Lösung:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{40\text{ mm}}{40\text{ mm}}, \text{ d. i. } \frac{(40:2)\text{ V}}{(40:3)\text{ A}} = \frac{20\text{ V}}{13{,}33\text{ A}} = 1{,}5\ \Omega.$$

311. Zeichne in Aufgabe 309 das Heylandsche Diagramm mit allen drei Kreisen, wenn noch folgende Werte gegeben sind: $w_1 = 0{,}3$ [0,5] (0,115) Ω, $w_2 = 0{,}00166$ [0,195] (0,056) Ω und $e'_k = 60$ [220] (338) V. Sternschaltung vorausgesetzt.

Lösung: Der Voltmaßstab bei Sternschaltung ist bestimmt durch die Gleichung

$$1\text{ V} = \frac{\overline{OG}}{e'_k}\sqrt{3} = \frac{65 \cdot \sqrt{3}}{60} = 1{,}87\text{ mm},$$

wo $\overline{OG} = 65$ mm in Fig. 182 gemessen wurde. Da ferner nach Aufgabe 309 1 A = 2 mm ist, so wird

$$\operatorname{tg}\alpha = w_1 = 0{,}3\ \Omega = \frac{0{,}3\text{ V}}{1\text{ A}} = \frac{15\text{ V}}{50\text{ A}}, \text{ d. i. } \frac{15 \cdot 1{,}87\text{ mm}}{50 \cdot 2\text{ mm}}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{28{,}1\text{ mm}}{100\text{ mm}} = \frac{\text{gegenüberliegende Kathete}}{\text{anliegende Kathete}}.$$

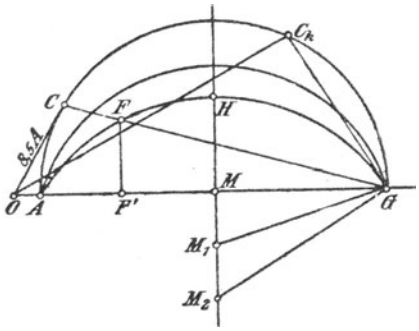


Fig. 184.

Man trage, nachdem man den Kreis I aus den Angaben der Aufgabe 309 noch einmal gezeichnet hat, an G in Fig. 184 nach links 100 mm an, errichte in dem erhaltenen Endpunkte eine Senkrechte nach unten und mache diese 28,1 mm lang, verbinde den erhaltenen Punkt mit G, so schneidet diese Verbindungslinie die in M errichtete Senkrechte in M_1, dem Mittelpunkte des Kreises II. (Reicht beim Antragen des Winkels der Platz nicht aus, so verrichten es auch die halben Längen.)

Ferner ist

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = w_1 + w'_2 = 0{,}3 + 0{,}00166\left(\frac{3 \cdot 180 \cdot 1{,}0347}{37}\right)^2$$
$$= 0{,}3 + 0{,}38 = 0{,}68\ \Omega,$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{0{,}68\text{ V}}{1\text{ A}}, \text{ d. i. } \frac{0{,}68 \cdot 1{,}87\text{ mm}}{1 \cdot 2\text{ mm}} = \frac{0{,}636\text{ mm}}{1\text{ mm}} = \frac{63{,}6\text{ mm}}{100\text{ mm}}.$$

Um diesen Winkel zu zeichnen, trage von G aus 100 mm nach links, errichte dort eine Senkrechte und mache diese 63,6 mm lang. Verbinde den Endpunkt mit G, wodurch man M_2, den Mittelpunkt des Kreises III, erhält.

312. Berechne den Wattmaßstab und gib an:

a) die zum Strome 8,5 [7,3] (32) A gehörige Leistung,

b) die größte Leistung, die der Motor einen Augenblick zu leisten vermag,

c) den Strom, den er aufnimmt, wenn der Läufer festgehalten wird.

Lösungen:

Für den Wattmaßstab gilt bei Sternschaltung die Gleichung:

$$1 \text{ mm} = \frac{\sqrt{3}\, e'_k}{a} \text{ Watt} = \frac{\sqrt{3} \,.\, 60}{2} = 52 \text{ Watt.}$$

Zu a): Die zum Strome $\overline{OC} = 8{,}5$ A gehörige Nutzleistung ist $\overline{FF'}$ gemessen 12 mm, also $12 \,.\, 52 = 624$ Watt $= 0{,}85$ PS.

Zu b): Die Nutzleistung wird ein Maximum für $\overline{MH}$. Da $\overline{MH} = 17$ mm, so ist die größte Nutzleistung

$\mathfrak{E}_n = 17 \,.\, 52 = 885$ Watt $= 1{,}2$ PS.

Bemerkung: Weder bei a noch bei b sind die Eisen- und Reibungsverluste berücksichtigt.

Zu c): Der Kurzschlußstrom $\overline{OC_k}$ wird erhalten, indem man in G auf $\overline{M_2G}$ eine Senkrechte errichtet, die den ersten Kreis in C_k schneidet. Die Messung ergibt $\overline{OC_k} = 56$ mm, d. i. $56 : 2 = 28$ A.

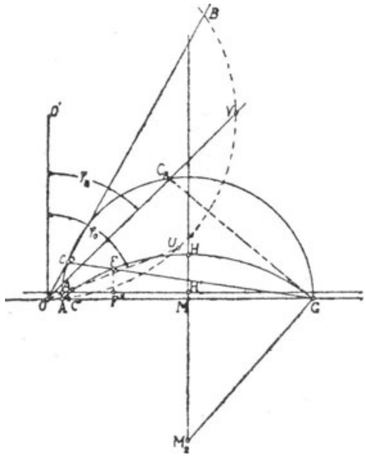


Fig. 185.

313. Es soll an einem fertigen Motor das Heylandsche Diagramm aufgenommen werden. Zu diesem Zweck mißt man:

1. bei Leerlauf die Spannung e'_k, den Strom J'_0 und die eingeleitete Leistung $\mathfrak{E}_0$,

2. bei festgehaltenem Läufer die Spannung e'_k, den Kurzschlußstrom J'_k und die eingeleitete Leistung $\mathfrak{E}_k$. Hieraus berechnet man $\cos \varphi_0$ und $\cos \varphi_k$ aus den Gleichungen:

$$\cos \varphi_0 = \frac{\mathfrak{E}_0}{\sqrt{3}\, e'_k J'_0}; \quad \cos \varphi_k = \frac{\mathfrak{E}_k}{\sqrt{3}\, e'_k J'_k}.$$

Die Winkel φ_0 und φ_k trägt man im Punkte O an die Vertikale $\overline{OO'}$ (Fig. 185) an, und auf den freien Schenkeln die Längen $\overline{OA_0}$

$= J'_0$ und $\overline{OC_k} = J'_k$ ab. Nun zeichnet man einen Kreis, der durch die Punkte A_0 und C_k hindurchgeht, und dessen Mittelpunkt auf der zu $\overline{OO'}$ senkrechten $\overline{OG}$ liegt. Man findet bekanntlich seinen Mittelpunkt, indem man über $\overline{A_0 C_k}$ die Mittel-Senkrechte errichtet und diese bis zum Schnitt M mit $\overline{OG}$ verlängert.

Errichtet man auf $\overline{C_k G}$ in G eine Senkrechte, so liefert diese den Mittelpunkt M_2 des Kreises III.

Will man noch den Kreis II zeichnen, so muß der Widerstand w_1 einer Phase gemessen werden.

In den meisten Fällen wird bei festgehaltenem Läufer die Spannung kleiner als die Normale genommen.

Mißt man zu mehreren Spannungen die zugehörigen Kurzschlußstromstärken, und trägt die Spannungen als Abszissen, die Stromstärken als Ordinaten in ein rechtwinkliges Koordinatensystem ein, so kann man durch Verlängerung der Kurve die Kurzschlußstromstärke bei der normalen Spannung erhalten. Da die Kurve jedoch nahezu eine Gerade ist, so berechnet man einfach die zur richtigen Spannung gehörige Stromstärke J'_k aus der Proportion

$$i'_k : J'_k = e'_{k_1} : e'_k \text{ oder } J'_k = i'_k \frac{e'_k}{e'_{k_1}},$$

wo i'_k die zur gemessenen Spannung e'_{k_1} gehörige Kurzschlußstromstärke ist.

Beispiel: Gemessen wurde:

1. bei Leerlauf (Sternschaltung)

$$e'_k = 220 \text{ V}, \quad J'_0 = 1{,}55 \text{ A}, \quad \mathfrak{E}_0 = 140 \text{ Watt};$$

2. bei festgehaltenem Läufer

$$e'_{k_1} = 110 \text{ V}, \quad i'_k = 11{,}35 \text{ A}, \quad \mathfrak{E}_k = 1550 \text{ Watt}.$$

Hiernach ist
$$\cos\varphi_0 = \frac{140}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 1{,}55} = 0{,}237,$$

$$\cos\varphi_k = \frac{1550}{\sqrt{3} \cdot 110 \cdot 11{,}35} = 0{,}717,$$

und
$$J'_k = 11{,}35 \frac{220}{110} = 22{,}7 \text{ A}.$$

Um die $\sphericalangle \varphi_0$ und φ_k bequem anzutragen, nehme man 50 mm in den Zirkel und beschreibe hiermit um O' einen Halbkreis, der durch O hindurchgeht. Nimmt man jetzt 23,7 mm in den Zirkel und beschreibt von O aus einen Kreisbogen, der den Kreis in U schneidet, so ist $\sphericalangle UOO' = \sphericalangle \varphi_0$, ebenso ist $\sphericalangle VOO' = \sphericalangle \varphi_k$, wenn $\overline{OV} = 71{,}7$ mm gemacht ist. Auf diesen Strecken trage man im Amperemaßstab,

z. B. 1 A = 2 mm = a,

$\overline{OA_0} = 1{,}55$ A, d. i. 3,1 mm und $\overline{OC_k} = 22{,}7$ A, d. i. 45,4 mm ab.

Die Mittel-Senkrechte über $\overline{A_0 C_k}$ liefert den Mittelpunkt M. Der Kreis um M mit dem Radius $\overline{MA_0}$ ist Kreis I. Den Mittelpunkt M_2 des Kreises III findet man, indem man in G auf $\overline{C_k G}$ eine Senkrechte errichtet und diese bis M_2 verlängert.

Eine durch A_0 gezogene Parallele zu $\overline{OG}$ berücksichtigt die Verluste durch Reibung, Hysteresis und Wirbelströme.

314. Beantworte folgende Fragen:

a) Welche Leistung könnte man maximal bremsen?
b) Welche normale Leistung besitzt der Motor, wenn diese nur die Hälfte der maximalen sein soll?
c) Mit welcher Stromstärke arbeitet hierbei der Motor?
d) Wie groß ist der zugehörige $\cos\varphi$?
e) Wie groß ist der zugehörige Wirkungsgrad?

Lösungen:

Bestimme zunächst den Wattmaßstab. Da unser Motor Sternschaltung besitzt, so ist

$$1 \text{ mm} = \frac{\sqrt{3}\, e'_k}{a} = \frac{\sqrt{3} \cdot 220}{2} = 191 \text{ Watt.}$$

Zu a): Die maximal zu bremsende Leistung ist durch die Strecke $\overline{HH'}$ gegeben, diese ist 11 mm lang, also

$$\mathfrak{E}_{max} = 11 \cdot 191 = 2100 \text{ Watt.}$$

Zu b): $\mathfrak{E}_n = \frac{2100}{2} = 1050 \text{ Watt} = \overline{FF''} = 5{,}5$ mm.

Zu c): Man verbinde F mit G und verlängere bis C, dann ist $\overline{OC}$ der gesuchte Strom. Es ist $\overline{OC} = 9$ mm,

also $$J' = \frac{9}{2} = 4{,}5 \text{ A.}$$

Zu d): Lege einen Millimetermaßstab zwischen O und C und lies die Länge $\overline{OCB}$ in mm ab, es ist dann gemessen

$$\cos\varphi = \frac{89}{100} = 0{,}89.$$

Zu e): $$\eta' = \frac{\overline{FF''}}{\overline{CC'}} = \frac{5{,}5}{8} \cong 0{,}7.$$

315. Zeichne das Diagramm und beantworte dieselben Fragen, wenn bei dem mit Sternschaltung versehenen Motor gemessen wurden:

1. Leerlauf: $e'_k = 220$ [220] V, $J'_0 = 5{,}4$ [8,7] A, $\mathfrak{E}_0 = 350$ [700] Watt.

2. Läufer, fest: $e'_{k_1} = 98$ [64] V, $i'_k = 40$ [48,2] A, $\mathfrak{E}_k = 2050$ [1560] Watt [$w_1 = 0{,}108\ \Omega$].

316. Es soll ein Drehstrommotor für 10 kW (13,5 PS) und 1000 Touren bei 50 Perioden berechnet werden. Die Wicklung besteht aus Aluminiumdrähten [Kupferdrähten].

Wir berechnen den Motor für 380 V und Sternschaltung. Wird er dann in Dreieckschaltung verwendet, so kann er an 220 V angeschlossen werden. Um Textwiederholungen zu vermeiden, sind am Rande die angewendeten Formelnummern angegeben worden, bei denen dann das übrige nachgelesen werden kann.

Wir entnehmen der Fig. 175 $C = 0{,}0009$ für Kupfer und multiplizieren diesen Wert mit etwa 0,6, setzen also für Aluminium $C = 0{,}00054$. Man erhält:

XVIa $$D = 0{,}76\sqrt[3]{\frac{10\,000 \,.\, 3}{0{,}000{,}54 \,.\, 1000}} = 28{,}9 \text{ cm abgerundet } D = 29 \text{ cm.}$$

I $$p = \frac{60 \,.\, 50}{1000} = 3, \qquad T_p = \frac{\pi D}{6} = \frac{\pi \,.\, 29}{6} = 15{,}2 \text{ cm,}$$

XVI $$b = 1{,}4\, T_p = 21{,}3 \text{ cm.}$$

IV $$\delta = 0{,}2 + 0{,}001\, D = 0{,}2 + 0.001 \cdot 290 \lessapprox 0{,}5 \text{ mm}, \quad \delta = 0{,}05 \text{ cm.}$$

V $$k_1 = m \,.\, 6\, p = 3 \,.\, 6 \,.\, 3 = 54, \qquad k_2 = 2 \,.\, 6 \,.\, 3 = 36 \text{ Nuten}$$

XXXVII $$\tau = \frac{3}{7{,}5^2} + \frac{6 \,.\, 0{,}05}{21{,}3} = 0{,}067,$$

wo $$H = \frac{k_1 + k_2}{4\, p} = \frac{90}{12} = 7{,}5$$ war.

XXXIII $$(\cos\varphi)_{\max} = \frac{1 - 0{,}067}{1 + 0{,}067} = 0{,}876.$$

Wir rechnen jedoch vorsichtigerweise nur mit

$\cos\varphi = 0{,}85$ und wählen $\eta' = 0{,}86$.

II $$J' = \frac{10\,000}{\sqrt{3} \,.\, 380 \,.\, 0{,}85 \,.\, 0{,}86} = 20{,}8 \text{ A.}$$

XXXVI $$J'_\mu = 20{,}8\sqrt{0{,}067} = 5{,}4 \text{ A.}$$

XXXVIII $$B_{\mathfrak{L}} = 7340\sqrt{\frac{213 \,.\, 5{,}4}{15{,}2 \,.\, 21{,}3 \,.\, 0{,}05 \,.\, 50 \,.\, 3 \,.\, 1{,}45}} = 4200,$$

wo $\alpha = 1{,}45$ und $e'_1 = 220 - J' w_1 \cos\varphi = 213$ geschätzt wurde.

IIIa $$W = \frac{z_1}{2} = \frac{0{,}64 \,.\, 4200 \,.\, 0{,}05 \,.\, 3 \,.\, 1{,}45}{5{,}4} = 108,$$

$$z_1 = 216 \quad \text{oder} \quad \frac{3\, z_1}{k_1} = \frac{3 \cdot 216}{54} = 12 \text{ Drähte pro Nut.}$$

VII $$\Phi_1 = \frac{213 \,.\, 10^8}{2{,}1 \,.\, 50 \,.\, 216} = 940\,000,$$

VIII $$\Phi_0 = \frac{940\,000}{1{,}03} = 913\,000.$$

X Probe: $$B_{\mathfrak{L}} = \frac{913\,000}{21{,}3\,.\,15{,}2\,.\,0{,}67} = 4200.$$

Da es denkbar ist, daß der Motor später in Kupfer gewickelt werden soll, so nehmen wir die Zahninduktionen im Stator und Rotor klein an, etwa $B_{z\,max} = 15\,300$,

$$t_1 = \frac{\pi D}{k_1} = \frac{\pi\,.\,29}{54} = 1{,}69 \text{ cm}, \qquad b = b_I \text{ (ohne Luftspalt)}$$

XIa $$y = 1{,}69\,\frac{0{,}9\,.\,15\,300 - 4200}{0{,}9\,.\,15\,300} = 11{,}7 \text{ mm}.$$

Schätzen wir die Stromdichte etwa $s_d = 1{,}25$ A, so wird $q = \frac{J'}{s} = \frac{20{,}8}{1{,}25} = 16{,}7 \text{ mm}^2$, $d = 4{,}6$ mm blank 4,9 bzw. 5,1 besponnen.

Nimmt man den Nutenfüllfaktor $f_k = 0{,}4$ an (vgl. S. 219), so ist $f_k = \frac{Q_k}{Q_n} = \frac{Q_k}{t\,y}$, oder die Nutentiefe

XIb $$t = \frac{16{,}7\,.\,12}{0{,}4\,.\,11{,}7} = 43 \text{ mm (Fig. 186).}$$

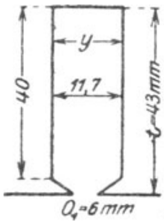


Fig. 186.

Die Länge einer Windung ist

XVII $$l_1 = 2\left\{21{,}3 + 4 + \frac{\pi}{2}\cdot 4{,}3 + 3\,.\,1{,}17 + \frac{\pi}{6}(29 + 2\,.\,4{,}3 + 3\,.\,1{,}17)\right\}$$

$$l_1 = 114{,}4 \text{ cm}$$

und die aufgewickelte Drahtlänge pro Phase

$$L_1 = l_1\,\frac{z_1}{2} = 1{,}144\,.\,108 = 124 \text{ m},$$

daher der Widerstand einer Phase

$$w_1 = \frac{0{,}04\,.\,124}{16{,}7} = 0{,}297\ \Omega.$$

Nehmen wir $B_a = 7000$ an, so wird

IX $$c = \frac{940\,000}{2\,.\,0{,}9\,.\,21{,}3\,.\,7000} = 3{,}5 \text{ cm}.$$

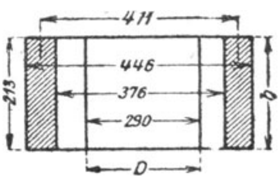


Fig. 187.

Die Abmessungen der Statorbleche sind in Fig. 187 dargestellt. Das Gewicht der Bleche vor dem Ausstanzen ist:

$$G = \left(44{,}6^2\,\frac{\pi}{4} - 29^2\,\frac{\pi}{4}\right)\frac{0{,}9\cdot 21{,}3\cdot 7{,}8}{1000} = 134 \text{ kg}.$$

Der Wattverlust im Eisen

XVIII $$\mathfrak{E}_E = \frac{1{,}1\,.\,7000\,.\,50\,.\,134}{10^5} = 515 \text{ W}.$$

Der prozentuale Verlust durch Lagerreibung kann nach der Formel $(0{,}08 \div 0{,}1)\sqrt{n_1} = 0{,}1 \, . \sqrt{1000} = 3{,}16\,\%$ auf $10\,000 \, . \frac{3{,}16}{100} = 316$ Watt geschätzt werden, so daß die Verluste bei Leerlauf etwa $\mathfrak{E}_0 = 515 + 316 = 831$ Watt sein dürften.

Nach Tabelle 16 wäre der Verlust pro PS etwa 60 Watt gewesen, dies ist für 13,5 PS $13{,}5 \, . \, 60 = 810$ W, was mit der obigen Zahl sehr gut übereinstimmt Ehe weiter gerechnet wird, soll untersucht werden, ob die Verluste mit dem angenommenem Wirkungsgrad im Einklang stehen. Die eingeleitete Leistung ist $\mathfrak{E}_g = \frac{10\,000}{0{,}86} = 11\,600$ W, daher die gesammten Verluste $11\,600 - 10\,000 = 1600$ W, für Stromwärme bleiben also $1600 - 831 = 769$ Watt übrig.

Der Stromwärmeverlust im Stator ist $3\,J'^2 w_1 = 3 \, . \, 20{,}8^2 \, . \, 0{,}297 = 385$ Watt, also bleiben für den Rotor $769 - 385 = 384$ Watt.

Der Rotor erhält $k_2 = 36$ Nuten. Sein äußerer Durchmesser ist $D - 2\,\delta = 290 - 1 = 289$ mm. Die Nutenteilung an der Oberfläche ist $t_2 = \frac{\pi \, . \, 28{,}9}{36} = 2{,}52$ cm.

Für $B_{z\,max} = 15\,300$ erhält man

XIII $$t_{2u} - y = h = \frac{2{,}52 \, . \, 4\,200}{0{,}9 \, . \, 15\,300} = 0{,}77 \text{ cm}.$$

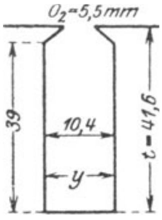


Fig. 188.

Setzt man $y = \lambda\, t = \frac{1}{4}\, t$, so folgt die Nutentiefe

XIV $$t = \frac{\pi \, . \, 28{,}9 - 0{,}77 \, . \, 36}{6{,}28 + 9} = 4{,}16 \text{ cm}$$

und die Nutenbreite $y = \frac{4{,}16}{4} = 1{,}04$ cm.

Die Rotornute erhält also die in Fig. 188 eingezeichneten Abmessungen. — Je mehr Leiterquerschnitt in der Nut untergebracht wird, desto besser, desto geringer wird dann der Stromwärmeverlust und die Schlüpfung. Da wir rechteckige Stäbe nicht nehmen wollen, so dürften bei runden Drähten am besten 2 Drähte nebeneinander zu liegen kommen. Ist der Nutenfüllfaktor $f_k = 0{,}4$, so wird $Q_k = 0{,}4 \, . \, 41{,}6 \, . \, 10{,}4 = 173$ mm². Ordnen wir 8 Lagen an, so kommen 16 Drähte in eine Nut, mithin wird der Drahtquerschnitt $q = 173 : 16 = 11$ mm², wozu $d = 3{,}8$ mm, also $q = 11{,}3$ mm² gehört. Die Drahtzahl einer Phase ist dann $z_2 = 16 \, . \, 12 = 192$, und die EMK bei Stillstand

XXIa $$E_2' = \frac{380}{\sqrt{3}} \, \frac{192}{216 \, . \, 1{,}03} = 190 \text{ V}.$$

Bemerkung: Wem dieser Wert zu hoch ist, schaltet zwei Drähte parallel und erhält dann für z_2 die halbe Drahtzahl, also für $E'_2 = 95$ V, bei allerdings doppelter Stromstärke.

Die Länge einer Windung ist

$$\text{XXVII} \quad l_2 = 2\left\{21{,}3 + 4 + \frac{\pi}{2}.4{,}16 + 2.1{,}04 + \frac{\pi}{6}(28{,}8 - 2.4{,}16 - 2.1{,}04)\right\}$$

$$l_2 = 87{,}26 \text{ cm.}$$

Die pro Phase aufgewickelte Drahtlänge $L_2 = 0{,}8726 . \frac{192}{2} = 84$ m.

Der Widerstand einer Phase ist $w_2 = \frac{0{,}035 . 84}{11{,}3} = 0{,}26\ \Omega$.

Zu diesem Widerstand kommt noch, bei dauernd aufliegender Bürste, der Übergangswiderstand zwischen Bürste und Schleifring. Um diesen zu finden, müssen wir die Stromstärke, die durch die Bürste geht, kennen. Sie folgt angenähert aus

$$\text{XXVI} \qquad i_2' = 20 \frac{216}{192} \approx 23 \text{ A}$$

Setzen wir eine weiche Kohlenbürste voraus, so können wir für dieselbe als Spannungsverlust beim Übergang des Stromes vom Schleifring zur Bürste etwa 0,4 V rechnen (siehe Anhang), also wird

$w_b = \frac{0{,}4}{23} = 0{,}017\ \Omega$, mithin $w_2 + w_b = 0{,}260 + 0{,}017 = 0{,}277\ \Omega$.

Der innere Durchmesser des Rotors wird, wenn man auch hier wieder $c = 3{,}5$ cm setzt $D_i = 28{,}9 - 2.4{,}16 - 2.3{,}5 = 13{,}6$ cm.

Der Durchmesser der Welle kann nach der Formel

$$d_w = (20 \div 32)\sqrt[3]{\frac{\mathfrak{E}}{n}} = (20 \div 32)\sqrt[3]{\frac{10\,000}{1000}} = 42 \div 69 \text{ mm}$$

berechnet werden. Wir nehmen $d_w = 69$ mm.

Berechnung des Magnetisierungsstromes.

Die Kraftlinienlängen sind: (Index 1 Stator, Index 2 Rotor)

$l_{a_1} = 41{,}1\frac{\pi}{6} + 3{,}5 = 25$ cm, $\qquad l_{a_2} = 17{,}1\frac{\pi}{6} + 3{,}5 = 12{,}5$ cm.

$l_{z_1} = 2.4{,}3 = 8{,}6$ cm, $\qquad l_{z_2} = 2.4{,}16 = 8{,}32$ cm.

$$l_\mathfrak{L} = 2\,\delta\,k_1 = 2.0{,}05.1{,}13$$

($k_1 = 1{,}13$ Durchschnittswert, sonst Formel XVIII Seite 269).

Zu $B_a = 7000$ gehört nach Tafel I $H_a = 1{,}8$.

Da die Zähne keilförmig verlaufen, berechnen wir B_z für die Zahnwurzel, die Zahnmitte und für oben, suchen die zugehörigen Werte H in Tafel I und rechnen mit dem Werte

$$H_z = \frac{H_1 + 4\,H_2 + H_3}{6},$$

H_1 kleinster, H_2 mittlerer, H_3 größter Wert. (Vgl. Seite 270.) Die Werte von B_z findet man aus Formel XII, die man sinngemäß anzuwenden hat. Beim Stator ist natürlich an Stelle von t_2 die Größe t_1 zu setzen. Wir berechnen für die

Zahnwurzel $\quad t_u - y = \dfrac{\pi \, . \, 37{,}6}{54} - 1{,}17 = 1{,}12;$

$$B_{zu} = \frac{1{,}69 \, . \, 4200}{0{,}9 \, . \, 1{,}12} = 7050.$$

Zahnmitte $\quad t_m - y = \dfrac{\pi \, . \, 33{,}3}{54} - 1{,}17 = 0{,}77 \text{ cm};$

$$B_{zm} = \frac{1{,}69 \, . \, 4200}{0{,}9 \, . \, 0{,}77} = 10\,500.$$

Zahnende $\quad B_{z\,max} = 15\,300$ (bekannt)

Hierzu gehört nach Tafel I $H_1 = 1{,}85 \quad H_2 = 5{,}6 \quad H_3 = 40$

also $\quad H_z = \dfrac{1{,}85 + 4 \, . \, 5{,}6 + 40}{6} \approx 11.$

Für den Rotor wird: $B_{zo} = \dfrac{2{,}52 \, . \, 4200}{0{,}9\,(2{,}52 - 1{,}04)} = 7950,$

$$B_{zm} = \frac{2{,}52 \, . \, 4200}{0{,}9\,(2{,}39 - 1{,}04)} = 8700.$$

$B_{z\,max} = 15\,300$ bekannt. $\quad H_1 = 2{,}4 \quad H_2 = 3{,}2 \quad H_3 = 40$

$$H_z = \frac{2{,}4 + 4 \, . \, 3{,}2 + 40}{6} = 9{,}2.$$

$$\begin{aligned} \Sigma H l &= H_{a_1} l_{a_1} + H_{z_1} l_{z_1} + H_{\mathfrak{L}} l_{\mathfrak{L}} + H_{z_2} l_{z_2} + H_{a_2} l_{a_2} \\ &= 1{,}8 \, . \, 25 + 11 \, . \, 8{,}6 + 4200 \, . \, 2 \, . \, 0{,}05 \, . \, 1{,}13 \\ &+ 9{,}2 \, . \, 8{,}32 + 1{,}8 \, . \, 12{,}5 = 714. \end{aligned}$$

III $\quad J'_\mu = \dfrac{3 \, . \, 714}{3{,}55 \, . \, 108} \approx 5{,}7 \text{ A}.$

XXXII $\quad 2\,r = 5{,}7 \dfrac{1 - 0{,}067}{0{,}067} = 79{,}3 \text{ A}.$

Angenommen 1 A = 2 mm, so wird im Heylandschen Diagramm (Fig. 180) $OG = 2\,(5{,}7 + 79{,}3) = 170$ mm

$$1 \text{ Volt} = \frac{\overline{OG}\sqrt{3}}{e'_k} = \frac{170 \, . \sqrt{3}}{380} = 0{,}776 \text{ mm},$$

$$1 \text{ mm} = \frac{380\sqrt{3}}{2} = 329 \text{ Watt},$$

$$1000 \text{ W} = 30{,}4 \text{ mm}.$$

$$w_1 = \operatorname{tg}\alpha = 0{,}297\,\Omega = \frac{0{,}297 \, . \, 0{,}776}{2} = \frac{11{,}55 \text{ mm}}{100 \text{ mm}} = \frac{\overline{NH}}{\overline{GN}} \text{ (Fig. 189)}.$$

XXXV $$w'_2 = 0{,}277 \left[\frac{216}{192} 1{,}03\right]^2 = 0{,}372\ \Omega.$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = w_1 + w'_2 = 0{,}669\ \Omega = \frac{0{,}669 \,.\, 0{,}776}{2} = \frac{25{,}8 \text{ mm}}{100 \text{ mm}} = \frac{\overline{NT}}{\overline{GN}}$$

Nach diesen Angaben ist das Heylandsche Diagramm in Fig. 189 gezeichnet und erkennen wir aus demselben, daß die Stromstärke für 10 000 W Belastung nur 20 A pro Phase beträgt.

Die Schlüpfung läßt sich im Heylandschen Diagramm mit einem Millimetermaß für jede beliebige Belastung sofort ablesen, wenn man folgende Konstruktion ausführt: Man errichte auf $\overline{M_2 G}$

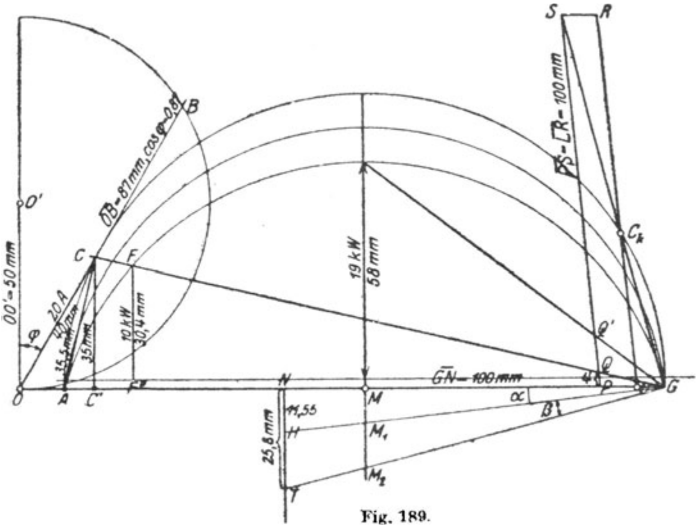


Fig. 189.

in G (Fig. 189) eine Senkrechte, die den Punkt C_k liefert. Fällt man von C_k ein Lot auf $\overline{M_1 G}$, so schneidet dieses die Linie $\overline{AG}$ in L. Zieht man zu $\overline{C_k L}$ eine Parallele $\overline{PS}$, welche bis zum Schnitt S mit der Verlängerung von $\overline{C_k G}$ gleich 100 mm ist, so ist auf dieser das Stück $\overline{PQ}$ in Millimetern gemessen, die Schlüpfung in Prozenten, also der Wert 100 s.

Die Ausmessung von $\overline{PQ}$ gibt 4 mm, demnach ist $s = 0{,}04$. Würde unser Motor immer mehr und mehr belastet werden, so würde seine Schlüpfung bis auf $\overline{PQ'} = 14$ mm also auf 0,14 zunehmen, um bei weiterer Belastung stehen zu bleiben.

Der Wirkungsgrad ist $\eta' = \frac{\overline{FF''}}{\overline{CC'}} = \frac{30{,}4 \text{ mm}}{35 \text{ mm}} = 0{,}87.$

Da im Text jedoch die Figur auf die Hälfte verkleinert wurde, so möge der Wirkungsgrad aus den Verlusten berechnet werden. Die Verluste sind: Stromwärmeverlust im Stator

$$3\,J'^2\,w_1 = 3\,.\,20^2\,.\,0{,}297 = 358\ \text{W}.$$

Die Stromstärke im Rotor ist

XXXIV $$i_2' = \frac{35{,}5}{2} \cdot \frac{216}{192}\,1{,}03 = 20{,}6\ \text{A}.$$

Stromwärmeverlust im Rotor

$$3\,i_2'^2\,(w_2 + w_b) = 3\,.\,20{,}6^2\,.\,0{,}277 = 355\ \text{Watt}.$$

Die Leerlaufverluste betragen 831 W, also Gesamtverluste

$$358 + 355 + 831 = 1544\ \text{W}.$$

Demnach $$\eta' = \frac{10\,000}{11\,544} = 0{,}87.$$

Die Verluste setzen sich in Wärme um und erhöhen die Temperatur des Motors. Die Temperaturerhöhung ist

XXXI $$T = \frac{1544}{\pi\,2{,}9\,.\,(2{,}13 + 0{,}7\,.\,1{,}52)\,(1{,}44 \div 1{,}85)}$$
$$= 37 \div 28{,}8^\circ\ \text{Celsius}.$$

Berechnung des Anlaßwiderstandes.

Wir wollen einen Vollastanlasser mit $n = 8$ Stufen berechnen.*) Die größte elektromotorische Kraft pro Phase ist

XXIa $$E'_2 = \frac{380}{\sqrt{3}}\,\frac{192}{216\,.\,1{,}03} = 190\ \text{V}.$$

Die normale Stromstärke beträgt $i'_2 = 20{,}6$ A, folglich ist nach dem Ohmschen Gesetz

---

*) Fortsetzung der Fußnote von Seite 118.

Anlaufstrom von Mehrphasenmotoren. Beim betriebsmäßigen Anlauf sollen dem Netz nicht mehr Volt-Ampere entnommen werden, wie

Volt-Ampere pro PS:

3500	bei Motoren von	0,5— 1 PS	
3000	„ „ „ über	1 — 1,5 „	
2500	„ „ „ „	1,5— 2 „	
1600	„ „ „ „	2 — 5 „	für geringe Anzugskraft
1400	„ „ „ „	5 —15 „	
1000	„ „ „ „	15 „	
3200	„ „ „ „	2 — 5 „	für hohe Anzugskraft.
2900	„ „ „ „	5 —15 „	
2500	„ „ „ „	15 „	

Unter der Zahl der Volt-Ampere ist das Produkt aus Stromstärke, Betriebsspannung und dem der Stromart entsprechenden Zahlenfaktor zu verstehen. (Bei Drehstrom ist derselbe $\sqrt{3}$. Zusatz des Verfassers.)

$$w_2 + x = \frac{190}{20,6} = 9,2\,\Omega.$$

Die Formel 51 auf S. 113 gibt

$$\frac{J_a}{i_a} = \sqrt[8]{\frac{9,2}{0,277}} = \sqrt[8]{33,3} = 1,55,$$

wo 0,277 der Widerstand einer Rotorphase einschließlich des Übergangswiderstandes der Bürste ist. Nach Formel 52 S. 11 werden nun die einzelnen Stufen:

$$x_1 = \left(\frac{J_a}{i_a} - 1\right) w_a = 0,55 \,.\, 0,277 = 0,152,$$

$$x_2 = \frac{J_a}{i_a} x_1 = 1,55 \,.\, 0,152 = 0,236,$$

$$x_3 = \frac{J_a}{i_a} x_2 = 1,55 \,.\, 0,236 = 0,366,$$

$$x_4 = \frac{J_a}{i_a} x_3 = 1,55 \,.\, 0,366 = 0,567,$$

$$x_5 = \frac{J_a}{i_a} x_4 = 1,55 \,.\, 0,567 = 0,878,$$

$$x_6 = \frac{J_a}{i_a} x_5 = 1,55 \,.\, 0,878 = 1,36,$$

$$x_7 = \frac{J_a}{i_a} x_6 = 1,55 \,.\, 1,36 = 2,11,$$

$$x_8 = \frac{J_a}{i_a} x_7 = 1,55 \,.\, 2,11 = 3,27.$$

Wäre der Motor beim Anlassen nicht vollbelastet, so würde er in sehr kurzer Zeit die der Stufe des Anlassers entsprechende Tourenzahl erreichen, was vielfach unerwünscht ist. In diesem Falle ordnet man noch eine, oder auch mehrere Vorstufen an. Nehmen wir beispielsweise an, der Motor braucht anstatt 20,6 A nur 15 A, so müßte der Widerstand einer Phase mit Vorschaltwiderstand sein:

$$w_2 + x + x' = \frac{190}{15} = 12,7\,\Omega,$$

wir hätten also in die Vorstufen zu legen

$$x' = 12,7 - (w_2 + x) = 12,7 - 9,2 = 3,5\,\Omega.$$

317. Welche Tourenzahlen nimmt der Motor an, wenn der Widerstand x_1, $x_1 + x_2$, $x_1 + x_2 + x_3$ eingeschaltet wird?

Lösung: Das Drehmoment ist nach Seite 224 proportional dem Produkte aus Φ_0 und i_2'. Bleibt also das Drehmoment konstant, so bleibt bei konstantem Φ_0 (konstanter Spannung) auch i_2' konstant, gleichgültig welche Tourenzahl der Motor macht. Nach Formel XXIII ist aber

$$i_2' = \frac{E_2' s}{w_2 + w_b + \Sigma x}, \text{ woraus}$$

$$s = \frac{i_2' (w_2 + w_b + \Sigma x)}{E_2'}$$

folgt, wo Σx die Summe der einzelnen eingeschalteten Anlaßwiderstände bezeichnet. Für die erste Stufe ist $\Sigma x = x_1 = 0{,}152\ \Omega$, also $w_2 + w_b + x_1 = 0{,}277 + 0{,}152 = 0{,}429\,\Omega$, demnach

$$s_1 = \frac{20{,}6 \cdot 0{,}429}{190} = 0{,}0465.$$

Die zugehörige Tourenzahl folgt aus der Formel

$$\frac{n_1 - n_2}{n_1} = s,\ n_2 = n_1 - n_1 s, \text{ wo } n_1 = 1000 \text{ ist,}$$

$$n_2 = 1000 - 1000 \cdot 0{,}0465 = 953{,}5.$$

Ist $\Sigma x = x_1 + x_2 = 0{,}152 + 0{,}236 = 0{,}388\ \Omega$, so wir

$$s_2 = \frac{20{,}6 \cdot 0{,}665}{190} = 0{,}0722.$$

Tourenzahl $n_2 = 1000 - 72{,}2 \approx 928.$

Für $\Sigma x = x_1 + x_2 + x_3$ wird

$$s_3 = \frac{20{,}6 \cdot 1{,}031}{190} = 0{,}112.$$

Tourenzahl $1000 - 112 = 888.$

Bemerkung 1: Aus die er Aufgabe erkennt man, daß durch Einschalten von Widerstand in den Rotorkreis die Tourenzahl reguliert werden kann, wobei allerdings der Wirkungsgrad sehr erheblich abnimmt.

Bemerkung 2: Der gewöhnliche Anlasser darf zum Regulieren nicht benutzt werden, da er den Strom auf die Dauer nicht verträgt.

318. Es soll ein 1 PS-Motor mit Kurzschlußläufer für 220 V und ca. 1500 Touren bei 50 Perioden berechnet werden (Kupferdraht).

Lösung: Nehmen wir $\cos\varphi = 0{,}86$, $\eta' = 0{,}8$ an, so ist bei Sternschaltung

$$\text{II} \qquad J' = \frac{736}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 0{,}86 \cdot 0{,}8} = 2{,}83 \text{ A, abgerundet } 2{,}8 \text{ A.}$$

Bei kleineren Motoren ist es nicht möglich, mit der normalen Stromstärke J' in der Tangente des Heylandschen Diagramms zu arbeiten, welcher Fall eintritt, wenn $J'_\mu = J' \sqrt{\tau}$ ist, sondern man muß für J' einen wesentlich größeren Wert setzen. Wir wählen deshalb $J'_\mu = 0{,}89$ A.

Setzt man nach Fig. 175 für $C = 0{,}00044$, so ist

$$D^2 b = \frac{736}{0{,}00044 \cdot 1500} = 1115.$$

Zusammengehörige Werte sind $D = 12$ cm, $b = 7{,}6$ cm.

Der Tourenzahl 1500 entspricht eine 4-polige Wickelung, also

$$p = 2.$$

Die Polteilung ist $T_p = \frac{\pi D}{2p} = \frac{\pi \cdot 12}{4} = 9{,}42$ cm (auch $v = 9{,}42$ m).

Man nehme, um die Drähte bequem durch die Nutenöffnung einlegen zu können, $0_1 = 2{,}5$ mm, ferner $0_2 = 1$ mm und $m = 3$ an, so wird

V $$k_1 = m\,6\,p = 3 \cdot 6 \cdot 2 = 36 \text{ Nuten.}$$

Es werde $k_2 = 41$ angenommen.

IV $$\delta = 0{,}2 + 0{,}12 = 0{,}32 \text{ mm, abgerundet } \delta = 0{,}3 \text{ mm.}$$

$$H = \frac{k_1 + k_2}{4p} = \frac{36 + 41}{4 \cdot 2} = 9{,}625.$$

XXXVII $$\tau = \frac{3}{9{,}625^2} + \frac{0{,}03}{9{,}625 \cdot 9{,}42 \cdot \frac{0{,}35}{2}} + \frac{6 \cdot 0{,}03}{7{,}6} = 0{,}058.$$

Schätzen wir $\alpha = 1{,}4$, so wird

XXXVIII $$B_{\mathfrak{L}} = 7340 \sqrt{\frac{220}{\sqrt{3}} \; \frac{0{,}89}{9{,}42 \cdot 7{,}6 \cdot 50 \cdot 0{,}03 \cdot 2 \cdot 1{,}4}} = 4500.$$

Aus IIIa folgt

$$z_1 = 2\,W = 2 \cdot \frac{0{,}64 \cdot 1{,}4 \cdot 4500 \cdot 0{,}03 \cdot 2}{0{,}89} = 544.$$

$$\frac{3\,z_1}{k_1} = \frac{3 \cdot 544}{36} \cong 45, \text{ d. h.}$$

$$z_1 = 45 \cdot 12 = 540.$$

Die Gleichung VII gibt

$$\Phi_1 = \frac{220 \cdot 10^8}{\sqrt{3} \cdot 2{,}1 \cdot 50 \cdot 540} = 226\,000$$

VIII $$\Phi_0 = \frac{\Phi_1}{1 + \tau_1} = \frac{226\,000}{1{,}03} = 219\,000.$$

Hiermit wird $B_{\mathfrak{L}} = \frac{\Phi_0}{b\,T_p\,f'} = \frac{219\,000}{7{,}6 \cdot 9{,}42 \cdot 0{,}67} = 4550.$

Die Nutenteilung $t_1 = \frac{\pi \cdot 12}{36} = 1{,}045$ cm; $B_{z\,max} = 18\,000$ angenommen, gibt die Nutenbreite (XI a)

$$y = 10{,}45 \frac{0{,}9 \cdot 18\,000 - 4550}{0{,}9 \cdot 18\,000} = 7{,}5 \text{ mm.}$$

Der zu erwartende Drahtquerschnitt ist $q_1 = \frac{2,8}{3} = 0,9 \text{ mm}^2$, wozu $d \cong 1,1$ mm, $d' = 1,4$ mm gehört. Legt man 4 Drähte nebeneinander, so brauchen diese $4 \,.\, 1,4 = 5,6$ mm und 12 Lagen $12 \,.\, 1,4 = 16,8$ mm. Rechnet man für Isolation noch Zuschläge, so machen wir die Nutenbreite $y = 7,5$ mm, die Nutentiefe $t = 24$ mm.

Die Länge einer Windung wird

$$\text{XVII} \quad l_1 = 2\left\{76 + 20 + \frac{\pi}{2}\,24 + 3 \,.\, 7,5 + \frac{\pi}{4}\,(120 + 2 \,.\, 24 + 3 \,.\, 7,5)\right\}$$

$$l_1 = 612 \text{ mm.}$$

Die aufgewickelte Drahtlänge pro Phase ist

$$L_1 = \frac{540}{2} \cdot 0,612 = 165 \text{ m,}$$

$$w_1 = \frac{0,023 \,.\, 165}{0,95} = 4\,\Omega$$

und der Verlust durch Stromwärme

$$3 \,.\, J'^2 w_1 = 3 \,.\, 2,83^2 \,.\, 4 = 96 \text{ Watt,}$$

was entschieden zu viel ist.

Nimmt man $B_a = 8000$ an, so wird $Q_a = \frac{226\,000}{2 \,.\, 8000} = 14,1 \text{ cm}^2$ und die Eisenhöhe über den Zähnen

$$\text{IX} \qquad c = \frac{19,1}{0,9 \,.\, 7,6} = 2,06 \text{ cm.}$$

Das Eisengewicht der Bleche vor dem Ausstanzen ist

$$G = \left(20,9^2 \frac{\pi}{4} - 12^2 \frac{\pi}{4}\right) \frac{0,9 \,.\, 7,6 \,.\, 7,8}{1000} = 12,35 \text{ kg.}$$

Der Verlust im Eisen

$$\text{XVIII} \qquad \mathfrak{E}_E = \frac{1,1 \,.\, 8000 \,.\, 50 \,.\, 12,35}{10^6} = 54 \text{ Watt.}$$

Schätzt man den Reibungsverlust auf 3,5 %, so beträgt derselbe etwa 26 Watt, so daß der Leerlauf $\mathfrak{E}_0 = 80$ Watt betragen dürfte. Die eingeleitete Leistung ist, mit $\eta' = 0,8$:

$$\mathfrak{E}_s = \frac{736}{0,8} = 920 \text{ Watt.}$$

Die Verluste sind mithin $920 - 736 = 184$ Watt, so daß für den Verlust durch Stromwärme $184 - 80 = 104$ Watt bleiben. Setzt man 5 % Schlüpfung voraus, so ist angenähert

$$\text{XXVa} \qquad \mathfrak{E}_{st} = \mathfrak{E}_a \frac{s}{1 - s} = (736 + 26)\frac{0,05}{0,95} \cong 40 \text{ Watt,}$$

es bleiben für den Stromwärmeverlust im Ständer $104 - 40 = 64$ Watt.

Wir setzen demnach $3\,J_1'^2\,w_1 = 64$ und erhalten hieraus

$$w_1 = \frac{64}{3 \,.\, 2{,}8^2} \cong 2{,}8\ \Omega$$

und
$$q_1 = \frac{0{,}023 \,.\, 165}{2{,}8} = 1{,}35\ \text{mm}^2.$$

Hierzu gehört $d = 1{,}3$ mm, besponnen 1,6 mm.

Da der Draht dicker geworden ist, als die obige Schätzung ergab, so kontrollieren wir, ob die Nutenabmessungen noch ausreichen. Nebeneinander liegen 4 Drähte, also $4 \,.\, 1{,}6 = 6{,}4$ mm, übereinander 12 Lagen, die einen Platz von $12 \,.\, 1{,}6 = 19{,}3$ mm gebrauchen, so daß der Platz gerade noch ausreichen dürfte. Der Nutenfaktor ist $f_k = \frac{48 \,.\, 1{,}35}{7{,}5 \,.\, 24} = 0{,}36$ geworden.

Läufer.

Die Stromstärke in einem Stabe des Läufers ist angenähert:

XXVI
$$i'_2 = 2{,}8\,\frac{3 \,.\, 540}{41} = 110\ \text{A}.$$

Aus
$$41\,i_2'^2\,\varrho = 40$$

folgt
$$\varrho = \frac{40}{41 \,.\, 110^2} = 0{,}00008\ \Omega.$$

Die Länge eines Stabes von Ringmitte zu Ringmitte ist angenähert 110 mm, der Ringdurchmesser $D_r = 116$ mm, somit ist nach Formel XXX (Kupfervolumen ein Minimum)

$$q_s = \frac{0{,}02}{0{,}00008}\left(0{,}11 + \frac{0{,}116}{2}\right) \cong 42\ \text{mm}^2$$

(Durchmesser des runden Stabes 7,3 mm. Nutendurchmesser 7,4 mm.)

Der Widerstand eines Stabes ist

$$\varrho_s = \frac{c\,l_s}{q_s} = \frac{0{,}02 \,.\, 0{,}11}{42} = 0{,}0000525\ \Omega.$$

Der Widerstand ϱ_r beider Ringe folgt aus XXIX

$$\varrho_r = (0{,}00008 - 0{,}0000525)\,\frac{(4\,\pi)^2}{41} = 0{,}000106\ \Omega.$$

Aus $\varrho_r = 2\,\frac{c\,l_r}{q_r}$ folgt $q_r = \frac{2 \,.\, 0{,}02\,(0{,}116\,\pi)}{0{,}000106} = 137{,}5\ \text{mm}^2.$

Abänderung. Berechnet man die Nutenteilung für den Durchmesser D

$$t_2 = \frac{\pi \,.\, 120}{41} = 9{,}2\ \text{mm, die Teilung für die Stabmitte}$$

$$t_{2a} = \frac{\pi\,(120 - 7{,}4)}{41} = 8{,}6 \text{ und } t_{2a} - y = 8{,}6 - 7{,}4 = 1{,}2\ \text{mm},$$

so gibt Gl. XII $\quad B_{s\,max} = \frac{9{,}2 \,.\, 4550}{0{,}9 \,.\, 1{,}2} = 38700$

eine unmögliche Induktion, d. h. wir müssen darauf verzichten, das Kupfervolumen zum Minimum zu machen.

Nehmen wir $B_{z\,max} = 20000$ an, so folgt aus XIII

$$h = \frac{t_2 B_{\mathfrak{L}}}{0{,}9\, B_{z\,max}} = \frac{9{,}2 \,.\, 4550}{0{,}9 \;\, 20000} = 2{,}32 \text{ mm},$$

demnach $$x = \frac{\pi\, 120 - 41 \,.\, 2{,}32}{41 + \pi} = 6{,}4 \text{ mm.*)}$$

Die Stabdicke ist etwa 6,3 mm zu machen.

$$q_S = 6{,}3^2 \frac{\pi}{4} = 31{,}2 \text{ mm}; \; \varrho_s = \frac{0{,}02 \,.\, 0{,}11}{31{,}2} = 0{,}0000706 \; \Omega.$$

Aus XXIX folgt

$$\varrho_r = (\varrho - \varrho_s) \frac{(4\pi)^2}{k_2} = (0{,}00008 - 0{,}00007) \frac{(4\pi)^2}{41} = 0{,}0000384 \; \Omega.$$

$$q_r = \frac{2 \,.\, 0{,}02 \,.\, 0{,}116\,\pi}{0{,}0000384} = 380 \text{ mm}^2.$$

Die Stromstärke im Ringe beträgt (XXVIII)

$$i_r = 102 \frac{41}{12{,}56} = 334 \text{ A}.$$

$i_2' = 102$ A ist der aus dem Diagramm folgende Wert; s. u.

Der Widerstand einer gleichwertigen Phasenwickelung ist

$$w_2 = \frac{k_2}{3} \varrho = \frac{41}{3} \cdot 0{,}00008 = 0{,}00110 \; \Omega,$$

der Diagrammwiderstand nach Formel XXXVa

$$w_2' = 0{,}00110 \left(\frac{3 \;\; 540 \,.\, 1{,}03}{41}\right)^2 = 1{,}85 \; \Omega$$

$$\operatorname{tg} \alpha = w_1 = \frac{0{,}023 \,.\, 165}{1{,}3^2 \frac{\pi}{4}} = 2{,}86 \; \Omega \text{ (für Wechselstrom)},$$

$$\operatorname{tg} (\alpha + \beta) = w_1 + w_2' = 2{,}86 + 1{,}85 \approx 4{,}71 \; \Omega.$$

Der Radius des Heylandschen Diagramms ist (Formel XXXII)

$$r = 0{,}89 \frac{1 - 0{,}058}{2 \,.\, 0{,}058} = 7{,}24 \text{ A}.$$

Maßstäbe: 1 A = 5 mm, dann ist $\overline{OG}$ = (0,89 + 14,48) 5 = 76,85 mm.

---

*) Bei einem Läufer mit runden Stäben liegt die engste Stelle ungefähr auf dem Kreise der durch die Stabmitte geht (Fig. 190). Ist x die Nutenweite, so ist diesmal $x = t = y$ zu setzen, daher $t_{2u} - x = h$, wo

$$t_{2u} = \frac{\pi (D - x)}{k_2}$$

ist (δ vernachlässigt). Aus

$$h = \frac{\pi D - \pi x}{k_2} - x \text{ folgt } x = \frac{\pi D - k_2 h}{k_2 + \pi}.$$

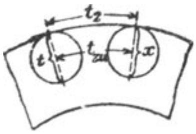


Fig. 190.

$$1\ \mathrm{V} = \frac{76{,}85\sqrt{3}}{220} = 0{,}604\ \mathrm{mm}.$$

$$1\ \mathrm{mm} = \frac{220\sqrt{3}}{5} = 76\ \text{Watt oder } 1\ \mathrm{PS} = \frac{736}{76} = 9{,}7\ \mathrm{mm}.$$

$$\operatorname{tg}\alpha = 2{,}86\ \Omega = \frac{2{,}86\ \mathrm{V}}{1\ \mathrm{A}}\ \text{d. i. } \frac{2{,}86 \,.\, 0{,}604\ \mathrm{mm}}{1 \,.\, 5\ \mathrm{mm}} = \frac{34{,}2\ \mathrm{mm}}{100\ \mathrm{mm}}$$

$$= \frac{\text{gegenüberliegende Kathete}}{\text{anliegende Kathete}},$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = w_1 + w_2' = 4{,}71\ \Omega = \frac{4{,}71\ \mathrm{V}}{1\ \mathrm{A}},\ \text{d. i. } \frac{4{,}71 \,.\, 0{,}604\ \mathrm{mm}}{1 \,.\, 5\ \mathrm{mm}}$$

$$= \frac{57\ \mathrm{mm}}{100\ \mathrm{mm}}.$$

Hiernach ist das in Fig. 191 dargestellte Diagramm gezeichnet.

Die Ausmessung von $\overline{AC}$ ergibt 12,5 mm, also ist $\overline{AC} = 2{,}5$ A, demnach (Formel XXXIV a)

$$i_2' = 2{,}5 \cdot \frac{3 \,.\, 540}{41}\, 1{,}03 = 102\ \mathrm{A}.$$

Der Verlust durch Stromwärme im Läufer ist demnach nur

$$41 \,.\, 102^2 \,.\, 0{,}00008 = 34{,}4\ \text{Watt}.$$

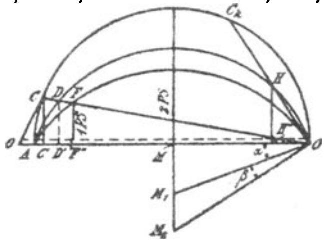


Fig. 191.

Die auf den Läufer übertragene mechanische Leistung besteht aus der gebremsten Leistung und den Verlusten durch Reibung also ist

$$\mathfrak{E}_a = 736 + 26 = 762\ \text{Watt}.$$

Die im Diagramm nicht gezeichnete Schlüpfung folgt aus Formel XXV

$$s = \frac{34{,}4}{34{,}4 + 762} = 0{,}043.$$

Die eingeleitete Leistung ist $\mathfrak{E}_g = \mathfrak{E}_a + 3 i_2{}^2 w_2 + 3 J'_1{}^2 w_1 + \mathfrak{E}_E$

$$\mathfrak{E}_g = 762 + 34{,}4 + 66 + 54 = 916{,}4\ \text{Watt},$$

wo $3\,J'_1{}^2 w_1 = 3 \,.\, 2{,}8^2 \,.\, 2{,}8 = 66$ W wird,

daher $$\eta' = \frac{736}{916{,}4} = 0{,}805$$

Die Temperaturformel XXXI ergibt einen zulässigen, sehr kleinen Wert. (Welchen?)

Der für die Konstruktion noch erforderliche Wert D_i für den inneren Blechdurchmesser ist

$$D_i = 120 - 2 \,.\, 6{,}5 - 2 \,.\, 20 = 67\ \mathrm{mm},$$

wobei Abweichungen nach oben oder unten erlaubt sind.

Der Wellendurchmesser folgt aus der Formel

$$d_w = (20 \div 32)\sqrt[3]{\frac{\mathfrak{E}}{n_1}} = (20 \div 32)\sqrt[3]{\frac{916}{1500}} = 17 \text{ bis } 27 \text{ mm.}$$

Wir nehmen $d_w = 30$ mm und machen auch $D_i = 30$ mm.

§ 25a.

Umwickelung von Drehstrommotoren.

(Fortsetzung von § 25, Seite 130.)

1. Soll ein Drehstrommotor, der für die Klemmenspannung $e_k{}'_1$ in Sternschaltung ausgeführt war, umgewickelt werden für die Spannung $e_k{}'_2$ bei gleichem Wickelungsmaterial, z. B. Kupfer, so kann dies durch sinngemäße Anwendung der Formeln 62 und 63 auf Seite 131 geschehen, wo bei Drehstromwickelungen $a_1 = a_2$ zu setzen ist. Es wird also der neue Drahtquerschnitt $q_2 = q_1 \frac{e_k{}'_1}{e_k{}'_2}$ und die neue Drahtzahl pro Phase $z_1{}' = z_1 \frac{e_k{}'_1}{e_k{}'_2}$. Die Rotorwickelung bleibt ungeändert.

2. In manchen Fällen ist eine Umwickelung nicht nötig, nämlich dann, wenn $e_k{}'_2 = \frac{e_k{}'_1}{\sqrt{3}}$ ist. Hier genügt eine Umschaltung von Stern (Spannung $e_k{}'_1$) auf Dreieck.

Beispiele sind: 380 V auf 220 V, oder 220 V auf 127 V, 190 V auf 110 V.

Ist ein für 380 V gewickelter Motor anstatt an 220 V an 190 V anzuschließen, so geht es nicht an, diesen Motor von Stern auf Dreieck umzuschalten und dann an 190 V anzuschließen, da die Leistung mit dem Quadrat der Spannung abnimmt, also die neue Leistung nur $\left(\frac{190}{220}\right)^2 = 0{,}864$ der alten wäre. Ist jedoch der Motor vierpolig gewickelt, so schaltet man die beiden Spulen, die zu einer Phase gehören, nicht hintereinander, sondern parallel, dann ist der Motor für die halbe Spannung passend, also für 190 V. Würde man jetzt noch anstatt der Sternschaltung die Dreieckschaltung ausführen, so könnte der Motor an 110 V angeschlossen werden.

3. Manchmal ist nur das Eisengestell in seinen Abmessungen, also der Durchmesser D, die Ankerlänge b (eventuell auch b_1, wenn Luftspalte vorhanden sind), die Polpaarzahl, die Nutenabmessungen von Stator und Rotor und ihre Anzahl gegeben. Der Motor soll für eine Spannung $e_k{}'$ und Periodenzahl $\sim$ gewickelt werden, wobei auch die Leistung anzugeben ist. — Man berechnet aus den Angaben die Polteilung T_p, die Nutenteilungen $t_1 = \frac{\pi D}{k_1}$ und $t_2 = \frac{\pi (D - 2\delta)}{k_2}$, nimmt eine Induktion, z. B. die Zahninduktion im Rotor, oder auch Stator an und löst Gl. XI nach $B_\mathfrak{z}$ auf. Die Gl. X gibt dann Φ_0 bez. Φ_1 (VIII), die Gl. VII z_1, wobei etwa $e_1 = \frac{e_k{}'}{\sqrt{3}} - \frac{e_k{}'}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{10}$ zu schätzen ist. z_1 ist so abzurunden, daß die Draht-

zahl pro Nut $\frac{3 z_1}{k_1}$ eine ganze Zahl wird. Wird der Nutenfüllfaktor f_k angenommen, so wird der Drahtquerschnitt $q = (f_k \cdot t y) : \frac{3 z_1}{k_1}$. Schätzt man die Stromdichte, so ist die Stromstärke $J' = q\, s_d$.

Die Drahtzahl im Rotor ist willkürlich, ebenso der Querschnitt, nur wird die Nut vollgewickelt. Die Gl. XXXVII gibt τ, die Gl. IIIa J_μ'.

4. In neuerer Zeit wird häufig verlangt, daß die neue Wickelung aus einem anderen Material bestehen soll, wie die alte. Z. B. ist eine Aluminiumwickelung in eine Kupferwickelung umzuändern. In diesem Falle wird die Leistung des Motors vergrößert, während die Verluste dieselben bleiben müssen, um die alte Temperaturerhöhung zu erzielen. Es wäre aber nicht richtig, die Aluminiumwickelung einfach durch eine Kupferwickelung von gleicher Windungszahl und Drahtstärke zu ersetzen, denn dann würde das Heylandsche Diagramm genau das gleiche bleiben. Wenn also bei dem Aluminiummotor die Stromstärke der normalen Leistung in die Tangente des Kreises fiel, was doch immer anzustreben war, so würde die größere zulässige Stromstärke des Kupfermotors weit über die Tangente hinausfallen, wodurch der Leistungsfaktor verkleinert, vor allem aber die Überlastbarkeit verringert würde.

Man muß entsprechend der größeren Stromstärke auch den Magnetisierungsstrom vergrößern, so daß immer die Gl. XXXVI $J_\mu' = J'\sqrt{\tau}$ erfüllt wird. Man erreicht dies durch Verkleinerung der Windungszahl einer Phase, wie dies die folgende Herleitung zeigt: Es sei J_μ' der Magnetisierungsstrom des Aluminiummotors, J' der zugehörige Vollaststrom, von dem angenommen wird, daß er in die Tangente des Heylandschen Diagramms fällt, J_μ'' und J'' dieselben Größen für den Kupfermotor, so ist Gl. XXXVI $J_\mu' = J'\sqrt{\tau}$ und auch $J_\mu'' = J''\sqrt{\tau}$, oder auch

$$\frac{J_\mu'}{J_\mu''} = \frac{J'}{J''} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad a)$$

Nach IIIa ist $J_\mu' = \frac{0{,}64\, B_\mathfrak{L}\, \delta\, p\, \alpha}{W}$, $\quad J_\mu'' = \frac{0{,}64\, B_\mathfrak{L}'\, \delta\, p\, \alpha'}{W'}$

(wegen der Änderung von $B_\mathfrak{L}$ ändert sich auch α),

hierau

$$\frac{J_\mu'}{J_\mu''} = \frac{B_\mathfrak{L}\, W'\alpha}{B_\mathfrak{L}\, W\alpha'} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad b)$$

wo $W = \frac{z_1}{2}$, $\quad W' = \frac{z_1'}{2}$ ist.

Die Gl. VII (Seite 217) lehrt, daß bei gleichem e_1' auch $\Phi_1 z_1$ konstant bleiben muß, d. h. es muß sein $B_\mathfrak{L} z_1 = B_\mathfrak{L}' z_1'$, woraus $B_\mathfrak{L}' = B_\mathfrak{L} \frac{z_1}{z_1'}$ folgt. Dies in Gl. b eingesetzt gibt

$$\frac{J_\mu'}{J_\mu''} = \frac{B_\mathfrak{L} z_1'^2 \alpha}{B_\mathfrak{L} z_1^2 \alpha'} = \frac{z_1'^2}{z_1^2}\; \frac{\alpha}{\alpha'} = \frac{J'}{J''} \quad \ldots\ldots \quad c)$$

Die Verluste durch Stromwärme müssen für den alten und neuen Motor die gleichen bleiben (eigentlich für den neuen etwas kleiner werden, da ja wegen der höheren Induktionen die Eisenverluste zunehmen), d. h.

$$3\,J'^2 w_1 = 3\,J''^2 w'_1,$$

wo $$w_1 = \frac{c\,L_1}{q} = \frac{c\,\frac{z_1}{2}\,l_1}{q} \quad \text{und} \quad w_1' = \frac{c'\,L_1'}{q'} = \frac{c'\,\frac{z_1'}{2}\,l_1}{q'}$$

ist. Der Querschnitt q' ist so zu bestimmen, daß der gesamte Kupferquerschnitt einer Nut ebenso groß ist, wie der Aluminiumquerschnitt vorher war, oder was dasselbe ist, der Nutenfüllfaktor kann in beiden Wickelungen derselbe bleiben. In Zeichen $q\,z_1 = q' z_1'$ oder $q' = q\,\frac{z_1}{z_1'}$.

Hiermit wird $\frac{3\,J'^2\,c\,l_1\,z_1}{2\,q} = \frac{3\,J''^2\,c'\,l_1\,z_1'}{2\,.\,q\,\frac{z_1}{z_1'}}$ vereinfacht $J'^2 z_1^2\,c = J''^2\,z_1'^2\,c'$

oder $$\frac{J'}{J''} = \frac{z_1'}{z_1}\sqrt{\frac{c'}{c}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad \text{XXXIX}$$

Die Gl. c wird demnach $$\frac{z_1'}{z_1}\sqrt{\frac{c'}{c}} = \frac{z_1'^2}{z_1^2}\,\frac{\alpha}{\alpha'}$$

oder $$\frac{z_1'}{z_1} = \frac{\alpha'}{\alpha}\sqrt{\frac{c'}{c}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{XL}$$

Schätzt man $\alpha' : \alpha = 1{,}2$, setzt ferner $c' = 0{,}023$, $c = 0{,}04$, so wird

$$z_1' = 0{,}9\,z_1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{XLI}$$

Alle Induktionen nehmen in dem Verhältnis $\frac{z_1}{z_1'}$ zu.

Der Rotor wird mit derselben Windungszahl und demselben Drahtdurchmesser gewickelt, wie der alte.

319. Gegeben das Eisengestell eines Drehstrommotors: $D = 16{,}08$ cm, $b = b_1 = 10$ cm, $k_1 = 36$ Nuten mit den Abmessungen $y = 10$ mm, $t = 25$ mm, $\delta = 0{,}5$ mm, $2\,p = 4$. Der Läufer besitzt 25 Kupferstäbe von je 10 mm Durchmesser, der Querschnitt der Ringe ist $q_r = 160$ mm². Der Stator soll eine Kupferwickelung erhalten und an 260 V 50 Perioden angeschlossen werden.

Lösung: $$T_p = \frac{\pi\,.\,16{,}08}{4} = 12{,}5 \text{ cm}, \quad t_1 = \frac{\pi\,.\,16{,}08}{36} = 1{,}4 \text{ cm}.$$

Angenommen werde $B_{z\,max} = 19\,000$ im Stator, dann wird Gleichung

XI $$B_{\mathfrak{L}} = \frac{19\,000\,.\,4\,.\,0{,}9}{14} = 4900;$$

X $$\Phi_0 = 4900\,.\,10\,.\,12{,}5\,.\,0{,}67 = 410\,000;$$

$$\Phi_1 = 424\,00$$

VII $$z_1 = \frac{135\,.\,10^8}{2{,}1\,.\,50\,.\,424\,000} = 304 \text{ abger. } 300.$$

oder 25 Drähte pro Nut. Wird $f_k = 0{,}35$ angenommen, so ergibt sich

$$q = \frac{(25 \,.\, 10)\, 0{,}35}{25} = 3{,}5 \text{ mm}^2, \qquad d = 2{,}1, \qquad d' = 2{,}6.$$

Mit $s_d = 3$ wird $J' = 3{,}5 \,.\, 3 = 10{,}5$ A. Da $\tau = 0{,}082$ wird, wird $(\cos\varphi)_{max} = 0{,}85$ und $\mathfrak{E}_g = \sqrt{3} \,.\, 260 \,.\, 10{,}5 \,.\, 0{,}85 = 4000$ W.

Die Länge einer Windung folgt aus XVII

$$l_1 = 2\left\{10 + 2 + \frac{\pi}{2} \cdot 2{,}5 + 3 + \frac{\pi}{4}(16{,}08 + 5 + 3)\right\} = 75{,}6 \text{ cm},$$

daher die pro Phase aufgewickelte Drahtlänge

$$L_1 = 0{,}756 \cdot \frac{300}{2} = 113 \text{ m}.$$

Der Widerstand einer Phase wird

$$w_1 = \frac{0{,}023 \,.\, 113}{3{,}5} = 0{,}742\, \Omega.$$

Der Widerstand eines Rotorstabes ist

$$\varrho_s = \frac{c\, l_s}{q_s} = \frac{0{,}02 \,.\, 0{,}11}{78{,}5} = 0{,}000028\, \Omega.$$

Der Widerstand der beiden Ringe ist

$$\varrho_r = \frac{2 \,.\, c\, l_r}{q_r} = \frac{2 \,.\, 0{,}02 \,.\, (0{,}15\,\pi)}{160} = 0{,}000118\, \Omega.$$

Der Widerstand eines Stabes samt Endverbindung (Formel XXIX

$$\varrho = 0{,}000028 + 0{,}000118 \frac{25}{(4\,\pi)^2} = 0{,}0000467\, \Omega.$$

Der Diagrammwiderstand des Rotors ist nach XXXV

$$w_2' = \frac{k_2}{3}\varrho\left[\frac{3\, z_1}{k_2}(1 + \tau_1)\right]^2 = \frac{25}{3} \cdot 0{,}0000467\left(\frac{3 \,.\, 300 \,.\, 1{,}04}{25}\right)^2 = 0{,}55\, \Omega.$$

Der Stromwärmeverlust im Stator und Rotor folgt dann aus der Formel $3\, J'^2 (w_1 + w_2')$

$$V_k = 3 \,.\, 10{,}5^2 (0{,}742 + 0{,}55) = 430 \text{ W}.$$

Die Verluste bei Leerlauf sind, wenn man die eingeleiteten Watt der Rechnung zugrunde legt, $\left(\frac{4000}{736} = 5{,}4 \text{ PS}\right)$ nach Tabelle 16 etwa 75 Watt pro PS, im ganzen also $5{,}4 \,.\, 75 = 835$ Watt. Die Gesamtverluste sind demnach $430 + 405 = 835$ Watt. Die gebremste Leistung daher $4000 - 835 = 3165$ Watt, der Wirkungsgrad $\eta' = \frac{3165}{4000} = 0{,}791$.

Die Temperaturerhöhung wird nach XXXI

$$T = \frac{835}{\pi . 1{,}608 . (1 + 0{,}88)(1{,}44 \div 1{,}85)} = 61 \div 47 \text{ Grad.}$$

Es ist also wahrscheinlich, daß der Motor mit weniger als 10,5 A belastet werden darf, was aber erst durch den Versuch festzustellen wäre.

320. Der in Aufgabe 316 berechnete Aluminiummotor soll eine Kupferwicklung erhalten. Lösung: Es war

$$z_1 = 216 \text{ oder } 12 \text{ Drähte pro Nut.}$$

Wir nehmen nach XXXXI

$$z'_1 = 0{,}9\, z, \qquad z'_1 = 0{,}9 . 216 = 194{,}4$$

und runden die Drahtzahl pro Nut auf eine ganze Zahl ab

$$\frac{3 . 194{,}4}{54} = 10{,}8 \text{ abgerundet auf } 10, \text{ also ist } z'_1 = 10 . 18 = 180.$$

Der Drahtquerschnitt wird $q' = q \frac{z_1}{z'_1} = 16{,}7 \frac{216}{180} = 20 \text{ mm}^2$ also $d = 5$ mm, und $q' = 19{,}6 \text{ mm}^2$. (Diese Abrundung vergrößert den Stromwärmeverlust.)

Die Stromstärke im Stator ist nach XXXIX

$$J'' = J' \frac{z_1}{z'_1} \sqrt{\frac{c}{c'}} = 20 \cdot \frac{216}{180} \sqrt{\frac{0{,}04}{0{,}023}} = 31{,}6 \text{ A.}$$

Die aufgewickelte Drahtlänge ist $L_1 = 1{,}144 . 90 = 103$ m.

Der Widerstand einer Phase $w'_1 = \frac{0{,}023 . 103}{19{,}6} = 0{,}121\, \Omega$.

Alle Induktionen ändern sich im Verhältnis 216 : 180, es werden:

$$B_\mathfrak{L}' = 5050, \qquad B_{z\,max} = 18\,400, \qquad B_a = 8400,$$

EMK im Rotor $E_2' = 228$ V, $\quad \Sigma H l = 1106, \quad J''_\mu = 10{,}4$ A.

Da der Rotor dieselbe Wickelung, nur aus Kupfer hergestellt, erhält, wie der Aluminiummotor, so ändert sich der Widerstand der Phase in

$$w_2 = 0{,}26 \frac{0{,}02}{0{,}035} = 0{,}148\, \Omega,$$

wozu noch der Bürstenwiderstand $w_b = 0{,}017\, \Omega$ kommt, also ist

$$w_2 + w_b = 0{,}165\, \Omega.$$

Hiermit kann das Heylandsche Diagramm berechnet werden. Begnügt man sich mit dem Kreise I, so kann man ohne weiteres Fig. 189 benutzen, wenn man die Maßstäbe für Ampere und Watt ändert.

Es ist $\overline{OA} = 11{,}4$ mm (Fig. 189). Ist nun 1 A = a mm so sollen jetzt $\frac{\overline{OA}^{\,mm}}{a'} = 10{,}4$ A ($J''\mu$) sein, also ist $a' = \frac{11{,}4}{10{,}4} = 1{,}095$ mm.

$$1 \text{ mm} = \frac{\sqrt{3}\,.\,380}{1{,}095} = 600 \text{ Watt.}$$

Für $J'' = 31{,}6$ A Statorstrom, wird $\cos\varphi = 0{,}865$ und der Rotorstrom

$$i_2' = \frac{30{,}5}{1{,}095} \cdot \frac{180}{192} 1{,}03 = 26{,}9 \text{ A.}$$

Die Verluste werden:	$3\,J''^2 w_1 = 3\,.\,31{,}6^2\,.\,0{,}121$	= 365 W.
	$3\,i_2'^2 (w_2 + w_b) = 3\,.\,26{,}9^2\,.\,0{,}165$	= 360 „
Verlust im Eisen	$515 \frac{216}{180}$	= 620 „
Verlust durch Reibung		316 „
	Summa	1661 W.

Eingeleitet werden: $\sqrt{3}\,.\,380\,.\,31{,}6\,.\,0{,}865 = 18\,000$ W

gebremst werden: $18\,000 - 1661 = 16\,339$ W.

$$\eta' = \frac{16\,339}{18\,000} = 0{,}91.$$

§ 38.

Wechselstrommaschinen.

A. Wechselstrommaschinen mit rotierendem Anker.

Wechselstrommaschinen für Leistungen bis etwa 100 k V A, deren Spannung 500 V nicht übersteigt, werden vorteilhaft mit rotierendem Anker ausgeführt. Die Wickelung ist eine Schleifen- oder auch Wellenwickelung, und es werden zur Abnahme von ein- oder zweiphasigem Wechselstrom solche Lamellen, auf denen in einem bestimmten Augenblick gleichnamige Bürsten aufliegen, mit einem Schleifring zur Abnahme des Wechselstroms verbunden. Bei Drehstrom allerdings sind bei zweipoliger Anordnung die mit den Schleifringen zu verbindenden Lamellen um 120° voneinander entfernt.

Verzichtet man auf die Abnahme von Gleichstrom, so werden die Kollektorlamellen weggelassen und es sind dann nur die Zuführungspunkte zu den Lamellen, die sogenannten Knotenpunkte mit den Schleifringen zu verbinden.

Hat die Wickelung k Knotenpunkte (Kollektorlamellen), so ist zur Entnahme von einphasigem, zweiphasigem und dreiphasigem Strom nach dem in Fig. 192 dargestellten Schema zu verbinden.

Bei Schleifenwickelung ist jeder Schleifring mit p Lamellen, die den Abstand $\frac{k}{p}$ voneinander haben, verbunden, während bei Reihenschaltung nur eine Verbindung pro Schleifring vorhanden ist.

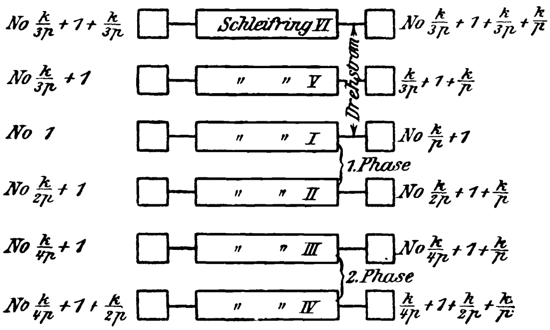


Fig. 192

Ist J' die einem Schleifring entnommene Stromstärke, so ist die Stromstärke i'_d im Ankerdraht bei Schleifenwickelung und einphasigem Strom

$$i_d' = \frac{J'}{2\,p}, \quad \text{bei Drehstrom } i_d' = \frac{J'}{\sqrt{3}\cdot p}.$$

Bei Reihenwickelung ist entsprechend

$$i_d' = \frac{J'}{2}, \qquad i_d' = \frac{J'}{\sqrt{3}}.$$

Bezeichnet E die EMK des Gleichstromes, e' die des Wechselstromes pro Phase, so besteht zwischen e' und E ein konstantes Verhältnis $f_g = \frac{e'}{E}$, das aus den Tabellen 8 und 19 entnommen werden kann. Hiernach ist

$$e' = f_g\,E = f_g\,\frac{\Phi_0\,n\,z}{60\cdot 10^8}\,\frac{p}{a}.$$

B. Wechselstrommaschinen mit ruhendem Anker.

Für größere Leistungen und höhere Spannungen werden die Wechselstrommaschinen mit rotierendem Magnetsystem und feststehendem Anker ausgeführt. Die Magnete sind Elektromagnete, denen zur Erregung Gleichstrom durch Schleifringe zugeführt wird.

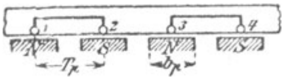


Fig. 193.

Die Wickelung des Ankers einer einphasigen Maschine zeigt für 4 Pole die Fig 193. Jede Spulenseite ist in einem Loche oder einer Nute untergebracht (die Drähte sind gewöhnlich einzeln durch die Löcher eingezogen worden). Einlochwickelung. Man kann jedoch auch eine Spulenseite auf 2 Löcher verteilen. Zweiloch-

wickelung Fig. 194. Aus Gründen der Herstellung stanzt man auch die nicht erforderlichen punktierten Löcher ein. Werden dieselben gleichfalls bewickelt, so erhält man eine zweiphasige Maschine.

Verteilt man die Spulenseite auf 3 Löcher, so erhält man eine Dreilochwickelung usw. Ist m die Anzahl der Löcher pro Spulenseite, so ist die Nutenzahl der ein- resp. zweiphasigen Maschine

$$k_n = m\,4\,p \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 112$$

Die Fig. 195 zeigt schematisch eine Drehstromwickelung mit einem Loch pro Spulenseite. Das Schema gilt auch für Drehstrom-Motoren.

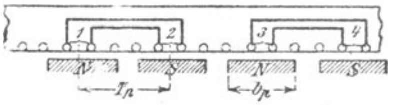


Fig. 194.

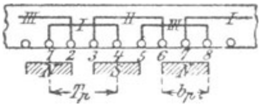


Fig. 195.

Numeriert man die Nuten fortlaufend, so heißt das Wickelungsschema:

I. Phase.	II. Phase.	III. Phase
(a_1) 1 — 4	(a_2) 3 — 6	5 — 8
7 — 10	9 — 12	11 — 14
13 — 16	15 — 18	17 — 20
: :	: :	: :

Die Anfänge sind $a_1 = 1$, $a_2 = 3$ und $a_3 = 5$. Die Enden e_1, e_2, e_3 stehen rechts in der p-ten Zeile jeder Phase.

Die Numerierung ging von 1 bis k_n und die Nutenzahl war

$$k_n = 6\,p.$$

Ist wieder m die Anzahl der Löcher pro Spulenseite, so gilt dasselbe Schema, wenn man m-Löcher zu einer Nummer zusammenfaßt. Die Nutenzahl ist allerdings

$$k_n = m\,6\,p \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 113.$$

Die Stromstärke, die der Maschine entnommen wird, ist auch die Stromstärke im Draht bei einphasigem Wechselstrom und bei Drehstrom, wenn bei letzterem die Enden in Sternschaltung verbunden werden. Bei Dreieckschaltung fließt im Draht nur der Strom $i'_d = \frac{J'}{\sqrt{3}}$.

Der Mittelwert der EMK einer Phase ist nach Formel 72

$$e_m = \frac{4\,\Phi_0 \sim W}{10^8}.$$

Ist e_0' der effektive Wert, so besteht zwischen e_0' und e_m ein Verhältnis, das von der Kurvenform der EMK abhängt (s. Aufgabe 241). Wir können also schreiben

$$e_0' = f_w \frac{\Phi_0 \sim W}{10^8} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 114.$$

17. Tabelle.
Werte von f_w.

$g = \frac{b_p}{\tau_p}$	Werte von f_w für Fig. 194			Werte von f_w für Fig. 195		
	○	○○	○○○	○	○○	○○○
0,5	5,65	4,9	4,75	5,65	5,16	5,06
0,6	5,17	4,6	4,48	5,17	4,78	4,72
0,7	4,8	4,34	4,25	4,8	4,47	4,44
0,8	4,5	4,11	4,04	4,5	4,21	4,2

§ 39.

Berechnung der Gleich- und Wechselstrom-Maschinen.

Gegeben die Nutzleistung $\mathfrak{E}_n$ in Volt-Ampere, die Klemmenspannung e_k', die Tourenzahl n und bei Wechselstrom die Periodenzahl $\sim$. Ange-

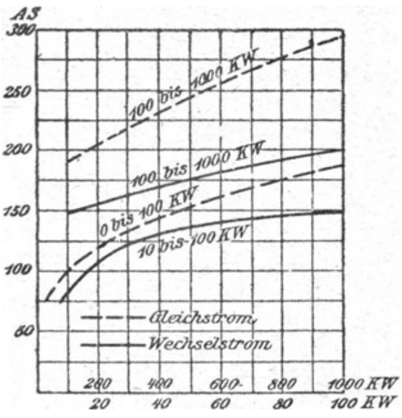


Fig. 196.

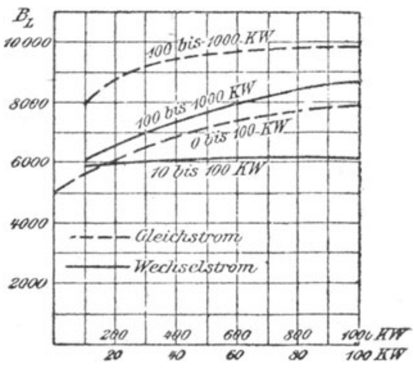


Fig. 197.

nommen wird das Güteverhältnis η und bei Motoren auch das totale Güteverhältnis η'. Die Verluste durch Stromwärme werden willkürlich auf Anker und Magnet verteilt, wodurch bei Gleichstrom die Größen i_m, i_a und E als bekannt anzusehen sind.

Die Polzahl der Gleichstrom-Maschinen ist etwa so zu wählen, daß Maschinen bis ungefähr 60 kW 4polig, bis 150 kW 6polig usw. ausgeführt werden. Ist man im Zweifel, so rechnet man die Maschine zweimal durch, das eine Mal mit 2p Polen, das andere Mal mit 2p + 2 und sieht zu, welche Ausführung billiger geworden ist.

Bei Wechselstrom folgt die Polzahl aus der Gleichung

$$\text{I} \quad \frac{n\,p}{60} = \sim.$$

Wir nehmen ferner an die Amperestabzahl $\overline{AS}$ pro Zentimeter des Ankerumfanges, die Induktion $B_\mathfrak{L}$ im Luftzwischenraum und die Größe

$$g = \frac{\text{Polbogen}}{\text{Polteilung}} = \frac{b_p}{T_p}, \quad \text{wo } T_p = \frac{\pi D}{2\,p} \text{ ist.}$$

Zur Erleichterung der Annahmen von $\overline{AS}$ und $B_\mathfrak{L}$ dienen die Figuren 196 und 197.

Die Ankerdimensionen D und b lassen sich dann durch die Gleichung ausdrücken:

$$\text{II} \quad D^2 b = \frac{\mathfrak{E}_n\, 60 \,.\, 10^8}{n\, g\, \eta\, \pi^2\, \overline{AS}\, B_\mathfrak{L} \cos\psi}\, K.^{*)}$$

Für K setze man:

$K = 1$ bei Gleichstrom,

$K = \frac{1}{f_g}$ bei Gleichstromwickelungen zur Entnahme von einphasig. Strom,

$K = \frac{2}{3\,f_g}$ „ „ „ „ „ Drehstrom,

$K = \frac{4}{f_w}$ „ Wechselstromwickelungen nach Fig. 193—195.

---

*) Die Ankerleistung ist bei A phasigem Wechselstrom

$$\mathfrak{E}_a = A\, e_0'\, i' \cos\psi,$$

worin A die Anzahl der Phasen, e_0' die EMK einer Phase, i' den Strom im Draht und ψ den Winkel, welchen die Vektoren e_0' und i' miteinander einschließen, be utet. Nun ist nach Gl. 114 $e_0' = f_w \frac{\Phi_0\, z \sim}{2 \,.\, 10^8}$, wo z die Drahtzahl einer Phase ist; ferner

$$\Phi_0 = Q_\mathfrak{L} B_\mathfrak{L} = b\, g\, \frac{\pi D}{2\,p} B_\mathfrak{L}, \text{ folglich}$$

$$\mathfrak{E}_a = A\, i' \cos\psi\, \frac{b\, g\, \pi D}{2\,p} B_\mathfrak{L}\, \frac{z \sim}{2 \,.\, 10^8}.$$

Ersetzt man $\sim = \frac{n\,p}{60}$ und führt $\frac{A\, z\, i'}{\pi D} = \overline{AS}$ ein, so wird

$$\mathfrak{E}_a = \frac{\pi^2 D^2\, b\, g\, f_w \cos\psi\, n\, B_\mathfrak{L}\, \overline{AS}}{4 \,.\, 60 \,.\, 10^8}.$$

Ist $\mathfrak{E}_n$ die Nutzleistung, die um den Stromwärmeverlust im Anker, kleiner ist als die Ankerleistung, so ist der elektrische Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{\mathfrak{E}_n}{\mathfrak{E}_a} \quad \text{oder} \quad \mathfrak{E}_a = \frac{\mathfrak{E}_n}{\eta}.$$

Löst man nach $D^2 b$ auf, so erhält man die oben gegebene Gleichung.

Bemerkung. Bei Wechselstrommaschinen ist η sehr groß, denn beträgt der Verlust durch Stromwärme z. B. 2 %, so ist $\eta = 0{,}98$. Die Ankerleistung hat mit den übrigen Verlusten nichts zu tun. Bei den sich selbsterregenden Gleichstrommaschinen hat dagegen der Anker auch den Stromwärmeverlust im Magneten zu decken.

Bei Gleichstrom resp. induktionsfreier Belastung, oder, wenn die Leistung $\mathfrak{E}_n$ in Volt-Ampere gegeben ist, setze man $\cos\psi = 1$; bei induktiver Belastung kann in erster Annäherung $\cos\psi = \cos\varphi$ gesetzt werden.

Die willkürliche Zerlegung von $D^2 b$ in Faktoren liefert D und b.

Für D ist jeder Wert zulässig, bei dem

$$v = \frac{\pi D n}{60} \overline{\gtrless} 2000 \text{ bis } 2500 \text{ cm ist.}$$

(Direkt gekuppelte Wechselstrommaschinen erreichen $v = 35$ m, Turbogeneratoren bis 100 m Umfangsgeschwindigkeit.)

Der Querschnitt des Luftzwischenraumes ist $Q_{\mathfrak{L}} = b\, b_p = b\, g\, \frac{\pi D}{2p}$

Soll derselbe ein Quadrat werden, wobei dann der Querschnitt des Magnetschenkels rund genommen werden kann, so ist $b = b_p = g\, \frac{\pi D}{2p}$ in Gleichung II einzusetzen.

Für Gleichstrom erhält man dann

$$\text{IIa.} \quad D = 730 \sqrt[3]{\frac{\mathfrak{E}_n\, p}{\eta\, g^2\, n\, B_{\mathfrak{L}}\, \overline{AS}}}.$$

Drahtzahl. Aus $\overline{AS} = A \frac{z\, i_d}{\pi D}$ folgt

$$\text{III} \quad z = \frac{\overline{AS}\, \pi D}{A\, i_d}.$$

A Anzahl der Phasen, bei Gleichstrom $A = 1$, $i_d = \frac{i_a}{2a}$ Gleichstrom und einphasigem Wechselstrom mit rotierendem Anker, bei Drehstrom $i_d = \frac{J'}{a\sqrt{3}}$, bei ruhendem Anker $i_d = i'$.

Stromstärke. Die Leistung in (VA) ist

$\mathfrak{E}_n = e_k J$ bei Gleichstrom

$\mathfrak{E}_n = e'_k J'$ einphasigem Wechselstrom

$\mathfrak{E}_n = \sqrt{3}\, e'_k J'$ Drehstrom,

woraus sich die Stromstärke berechnen läßt.

Für einen Gleichstrommotor ist

$$J = \frac{\mathfrak{E}_n}{\eta'\, e_k}.$$

Lamellenzahl. Die Kollektorlamellenzahl einer Gleichstrommaschine sei

$$\text{IV} \quad k \overline{\gtrless} (0{,}038 \text{ bis } 0{,}04)\, z \sqrt{i_d}\,.$$

Beachte Tabelle 8 auf Seite 129.

Nutenzahl. Die Nutenzahl ist unter Benutzung der Tabelle 7 für Gleichstrom-Anker

$$\text{V} \quad k_n = \frac{s}{u_n},$$

(u_n Anzahl der Spulenseiten pro Nute) und für ruhende Wechselstromwickelung

$$\text{V} \begin{cases} k_n = m\, 4\, p \text{ (ein- oder zweiphasig)}, \\ k_n = \mathfrak{m}\, 6\, p \text{ (dreiphasig)}. \end{cases}$$

Bemerkung. Die Lamellenzahl $k = \frac{s}{2}$ muß der Wickelungsformel 56 genügen. Bei Wechselstrom ist $\frac{A z}{k_n}$ auf eine ganze Zahl abzurunden

Kraftlinienzahl. VI $\Phi_0 = \frac{60 . 10^8 E a}{n z p}$ (s. Formel 57) Gleichstrom, wo $E = e \pm i_a w_a \pm 2 e_b$ für Nebenschlußdynamo resp. Motor ist.

Für die Wechselstrommaschine mit rotierendem Anker und Gleichstromwickelung ist statt E zu setzen $\frac{e'_0}{f_g}$.

Für ruhende Wechselstromanker ist

$$\text{VI} \qquad \Phi_0 = \frac{e'_0 . 10^8}{f_w W \sim},$$

wo $W = \frac{z}{2}$ die Windungszahl einer Phase bezeichnet. Die größte Kraftlinienzahl entspricht dem größten Werte von E resp. e'_0 und es kann schätzungsweise $e'_0 = 1{,}25\, e'_k$ werden, wenn man e'_k bei $\cos\varphi = 0{,}8$ noch erzielen will. $\left(\text{Bei Sternschaltung ist dann } e'_0 = 1{,}25 \frac{e'_k}{\sqrt{3}}.\right)$

Bemerkung. Wir haben zuerst z und dann Φ_0 berechnet, wir hätten aber ebensogut $\Phi_0 = B_\mathfrak{L} Q_\mathfrak{L}$ berechnen und dann VI nach z auflösen können.

Nutendimensionen. Ist t_1 die Nutenteilung an der Ankeroberfläche, so gilt für diese die Formel

$$t_1 = \frac{\pi D}{k_n}.$$

Bezeichnet $B_\mathfrak{L}$ die Kraftliniendichte im Luftzwischenraum, so tritt in einen Zahn die Kraftlinienzahl $B_\mathfrak{L} t_1 b$ ein, die durch die engste Stelle im Zahn, also durch den Eisenquerschnitt $(t_u - y)\, 0{,}9\, b_1$ hindurch muß (Fig. 198), wo b_1 die Ankerlänge ohne Luftschlitze und y die Nutenbreite bedeutet. Die Induktion an der engsten Stelle ist mithin

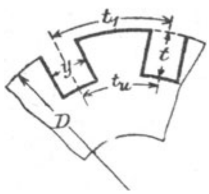


Fig. 198.

$$B_{z\,max} = \frac{B_\mathfrak{L} t_1 b}{0{,}9\, b_1 (t_u - y)}$$

wo
$$t_u = \frac{\pi (D - 2 t)}{k_n}$$

bei Maschinen mit rotierendem Anker ist. Nimmt man $B_{z\,max}$ an (18000 bis 20000 bei 60—40 Perioden, und 21000—23000 bei 30—20 Perioden und Gleichstrom), so ist die Zahnbreite

$$\text{VII} \qquad t_u - y = \frac{B_\mathfrak{L} t_1 b}{0{,}9\, b_1 B_{z\,max}} = h.$$

Bei Maschinen mit ruhendem Anker ist

$$t_u = t_1$$

zu setzen.

Aus VII folgt y, wenn die Nutentiefe schätzungsweise angenommen wird, was meistens geschieht.

Will man das Schätzen von t vermeiden, so kann man h zu einem Maximum machen und erhält dann die Formeln:

$$y = \frac{t_1 - h}{2} \text{ und } t = \frac{(t_1 - h)\,k_n}{4\pi}.$$

Bildet man hieraus das Verhältnis $\frac{t}{y} = \frac{k_n}{2\pi}$, so erkennt man, daß bei vielen Nuten dasselbe sehr groß ausfällt, was unerwünscht ist, denn man geht mit diesem Verhältnis selten über den Wert 4 hinaus, ausgenommen bei Gleichstrommaschinen mit Wendepolen. Es dürfte also $k_n = 25$ nicht wesentlich übersteigen. Bei kleinen Ankerdurchmessern können die Formeln recht gute Dienste leisten, da bei ihrer Anwendung der Nutenquerschnitt Q_n ein Maximum wird.

Man kann auch das Verhältnis $\frac{y}{t}$ willkürlich annehmen, also $y = \lambda t$ setzen und die Gleichung VII nach t auflösen, man erhält dann aus

$$\frac{\pi(D - 2t)}{k_n} - \lambda t = h:$$

$$t = \frac{\pi D - h k_n}{2\pi + \lambda k_n}; \quad y = \lambda t.$$

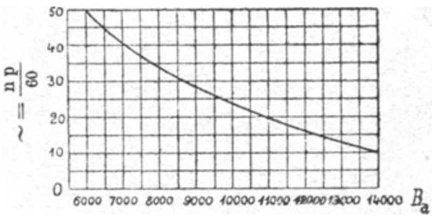


Fig. 199.

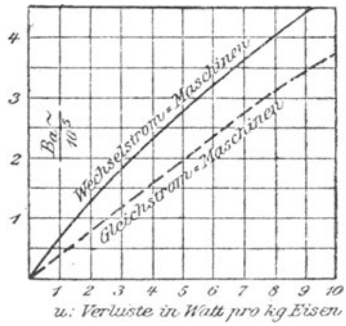


Fig. 200.

Je näher man λ an $\frac{2\pi}{k_n}$ wählt, desto größer wird das Produkt ty.

Kerndicke. Die Kerndicke ist

$$\text{VIII} \qquad c = \frac{\Phi_0}{2 \,.\, 0{,}9\, b_1 B_a},$$

wo B_a angenähert der Kurve 199 zu entnehmen ist.

Der innere Durchmesser des rotierenden Ankers ist:

$$D_i = D - 2t - 2c.$$

Der äußere Durchmesser des feststehenden Ankers ist:

$$D_a = D + 2t + 2c.$$

Eisenverluste. Die Berechnung der Eisenverluste fällt ungenau aus, da dieselben von der Bearbeitung abhängen. Wir schätzen sie daher nach den Erfahrungen an ausgeführten Maschinen, wozu die Fig. 200 dient. In derselben sind die Eisenverluste pro Kilogramm Ankergewicht in Abhängigkeit von $\frac{B_a \sim}{10^5}$ dargestellt. Bezeichnet u die Abszisse zur Ordinate $\frac{B_a \sim}{10^5}$, so ist der Eisenverlust

$$\text{IX} \qquad \mathfrak{E}_E = u\,G.$$

Das Gewicht G besteht aus dem Gewicht G_a des Kerns und dem Gewicht G_z der Zähne. Ist 7,7 das spezifische Gewicht des Eisens, so ist

$$\left.\begin{aligned} G_a &= \left\{\frac{\pi}{4} D_a^2 - \frac{\pi}{4}(D + 2t)^2\right\}\frac{0{,}9\, b_1\, 7{,}7}{1000} \\ G_z &= \left\{\frac{\pi}{4}(D + 2t)^2 - \frac{\pi}{4} D^2 - k_n\, y\, t\right\}\frac{0{,}9\, b_1\, 7{,}7}{1000} \end{aligned}\right\} \text{ruhender Anker}$$

$$\left.\begin{aligned} G_a &= \left\{(D - 2t)^2 \frac{\pi}{4} - D_i^2 \frac{\pi}{4}\right\}\frac{0{,}9\, b_1\, 7{,}7}{1000} \\ G_z &= \left\{\frac{D^2 \pi}{4} - (D - 2t)^2 \frac{\pi}{4} - k_n\, y\, t\right\}\frac{0{,}9\, b_1\, 7{,}7}{1000} \end{aligned}\right\} \text{rotierender Anker}$$

Drahtquerschnitt. Die Länge einer Windung einer ruhenden Ankerwickelung ist (vergl. Drehstrommotor Seite 221)

$$\text{X} \qquad l_1 = 2\left\{ b + \mathfrak{z} + \frac{\pi}{2} t + m y + \frac{\pi}{2p}(D + 2t + m y)\right\}.$$

Für die Gleichstrom-Mantelschablonen-Wickelung gilt (vergl. Formel 61 Seite 130)

$$\text{X} \qquad l_1 = 2b + 3T_p.$$

Die aufgewickelte Drahtlänge ist pro Phase

$$L_a = l_1 W.$$

Aus der Gleichung für den Widerstand w_a folgt der Querschnitt des Drahtes:

$$\text{XI} \qquad q = \frac{c L_a}{(2a)^2 w_a} \quad \text{Gleichstromwickelung}$$

$$\text{und XI} \qquad q = \frac{c L_a}{w_a} \quad \text{Wechselstromwickelung.}$$

Bemerkung: Wir hatten w_a als bekannt angesehen. War dies nicht der Fall, so hätte man auch q berechnen können aus der Gleichung

$$q = \frac{i_a}{s_a},$$

wo man für dünne Kupferdrähte $s_a = 5$ und für dicke etwa $s_a = 2{,}5$ setzt.

Man findet dann aus Gl. XI den Widerstand und aus der Gleichung $i_a^2 w_a$ den Verlust durch Stromwärme.

Für Wechselstrom hat man den Wert von w_a bei Einphasenmaschinen mit 1,5 bis 2,5, bei Mehrphasenmaschinen mit 1,2 bis 2 zu multiplizieren.

Temperaturerhöhung

Die Verluste $i_a^2 w_a + \mathfrak{E}_E$ bewirken eine Temperaturerhöhung T des Ankers, die von der abkühlenden Oberfläche abhängt. Da bei der jetzt am meisten gebräuchlichen Mantel-Schablonenwickelung die Spulenköpfe gut ventiliert sind, trägt zur Erwärmung des Ankereisens, außer dem Verlust $\mathfrak{E}_E$, nur der Teil des Drahtes zur Stromwärme bei, der im Eisen eingebettet ist, also der Teil

$$i_a^2 w_a \frac{2b}{l_1} \quad (l_1 \text{ Länge einer Windung, vergl. Formel X}).$$

Bezeichnet man die zur Temperaturerhöhung beitragenden Verluste mit $\mathfrak{E}_T$, so ist

$$\text{XII} \qquad \mathfrak{E}_T = \mathfrak{E}_E + i_a^2 w_a \frac{2b}{l_1}.$$

Die Temperaturerhöhung eines rotierenden Ankers folgt dann aus der Formel:

$$\text{XIII} \qquad T_a = \frac{C\,\mathfrak{E}_T}{O\,(1 + 0{,}1\,v)},$$

wo v die Umfangsgeschwindigkeit in Metern, O die Oberfläche in Quadratzentimetern bezeichnet.

Für Maschinen bis etwa 20 kW kann man setzen:

$$\text{XIV} \qquad O = \pi D b + \frac{\pi D^2}{4} \cdot \{ 2 + \text{Anzahl der Luftschlitze} \}.$$

Für Maschinen mit ruhender Ankerwickelung ist

$$\text{XIII} \qquad T_a = \frac{C\,\mathfrak{E}_T}{O}$$

und $\text{XIV} \quad O = \pi b (D_a + D) + \frac{\pi}{4}(D_a^2 - D^2) . \{ 2 + \text{Anzahl der Luftschlitze} \}.$

Für C kann man setzen $400 \div 550$ bei Maschinen mit Lagerschildern, 300 bis 425 bei Maschinen mit besonderen Lagern und 200 bis 250 bei Maschinen mit ruhender Wickelung.

Magnete.

Wenn in den Anker Φ_0 Kraftlinien pro Pol eintreten sollen, so müssen Φ_s Kraftlinien erzeugt werden, weil ein Teil der erzeugten Linien seinen Weg nicht durch den Anker nimmt. Bei den meisten modernen Maschinen kann man setzen $\Phi_s = 1{,}2\,\Phi_0$.

Sind Wendepole vorhanden, so ist anstatt 1,2 etwa 1,35 zu nehmen. Man nimmt die Induktion B_s im Schenkel an, und zwar für

schmiedeeiserne Schenkel	$B_s =$	15000	bis	17000,
Stahlguß	$=$	14000	„	17000,
Gußeisen	$=$	6000	„	8500

Die kleineren Werte gelten für kleinere Maschinen.

Der Querschnitt Q_s des Schenkels wird sodann

$$\text{XV} \qquad Q_s = \frac{\Phi_s}{B_s}.$$

Die Länge des Schenkels muß schätzungsweise angenommen werden.

Im Joch teilen sich die Kraftlinien. Ist B_j die Induktion daselbst, so ist der Jochquerschnitt Q_j

$$\text{XVI} \qquad Q_j = \frac{\Phi_s}{2 B_j}.$$

$B_j =$ 12000	bis	15000	für	Schmiedeeisen,
11000	„	14000	„	Stahlguß,
5000	„	8000	„	Gußeisen.

Luftzwischenraum.

Um möglichst wenig Windungen auf dem Magneten zu erhalten, muß man den Luftzwischenraum klein nehmen. Hierdurch wächst aber bei Gleichstrom die Wirkung der Querwindungen. Um nun eine funkenfreie Stromwendung ohne Wendepole zu erzielen, muß $B_\mathfrak{L} - B_q > B_k$ sein (vergl. S. 104).

Löst man die Gleichung (46) nach δ auf, so ergibt sich für Gleichstrommaschinen ohne Wendepole

$$\text{XVII} \qquad \delta = 0{,}63\, \frac{b_p\, \overline{AS}}{B_q}$$

als kleinster zulässiger Luftzwischenraum ($\alpha = 1$).

Bei Wechselstrommaschinen kann man setzen

$$\text{XVII} \qquad \delta = (0{,}6-1{,}2)\, \frac{T_p\, \overline{AS}}{B_{\mathfrak{L}}}\,.$$

Polschuhe.

Da in den Enden massiver Polschuhe Wirbelströme entstehen, muß man dieselben häufig aus Blechen zusammensetzen.

Die Notwendigkeit tritt ein, wenn

$\frac{y}{\delta} \geqq 2$ ist (y Nutenbreite, δ Luftzwischenraum).

Amperewindungszahl.

Die Berechnung der Amperewindungen geschieht nach der Formel

$$\Sigma H l = \mathfrak{F} = 0{,}4\pi\, \overline{AW}.$$

Zerlegt man die Summe in die Addenden: Ankerkern, Ankerzahn, Luftzwischenraum, Magnetschenkel und Joch, so heißt die Gleichung

$$H_a l_a + H_z l_z + H_{\mathfrak{L}} l_{\mathfrak{L}} + H_s l_s + H_j l_j = 0{,}4\pi\, \overline{AW}.$$

Die Kraftlinienlängen l_a, l_z, l_s und l_j sind hierbei aus einer nach Maß ausgeführten Skizze zu entnehmen. Über die Berechnung der Glieder $H_a l_a$, $H_s l_s$ und $H_j l_j$ ist nichs Neues zu bemerken. (Vergl. § 16.)

Zähne.

Solange die maximale Induktion in den Zähnen den Wert von 18000 nicht überschreitet, ist für H_z der Wert einzusetzen, den man für den mittleren Zahnquerschnitt B B' (Fig. 201) erhält. Die Zahnstärke h_m folgt aus VII $h_m = t_m - y$, wenn man

$$t_m = \frac{\pi\,(D - t)}{k_n} \text{ setzt.}$$

$$B_{z\ \text{Mitte}} = \frac{B_{\mathfrak{L}}\, t_1\, b}{0{,}9\, b_1\, (t_m - y)}$$

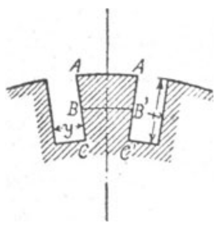


Fig. 201.

Übersteigt jedoch die Zahninduktion den Wert von 18000, so ist folgendes zu bemerken: Infolge der hohen Induktion ist der magnetische Widerstand des Zahnes so groß, daß der magnetische Widerstand der Luft in der Nut nicht mehr als unendlich hiergegen angesehen werden kann. Es gehen also sehr viele Kraftlinien durch die Nut und der Quotient $\frac{\Phi_0}{Q_z} = B_z$ stellt jetzt nur die scheinbare Induktion im Zahn vor, die wirkliche ist kleiner.

Es sei Φ die Kraftlinienzahl, die durch einen Zahnquerschnitt Q_z und Nutenquerschnitt Q_n hindurchgeht, $B_{z\,w}$ die wirkliche Zahninduktion und H_n die Kraftliniendichte in der Nut, so ist $\Phi = B_{z\,w}\, Q_z + H_n\, Q_n$,

oder
$$\frac{\Phi}{Q_z} = B_{z\,w} + H_n \frac{Q_n}{Q_z}.$$

Nun ist $\frac{\Phi}{Q_z} = B_z$ die scheinbare Zahninduktion,

also
$$B_z = B_{z\,w} + H_n \frac{Q_n}{Q_z}$$

In Fig. 202 sind, entsprechend dieser Gleichung, als Abszissen die scheinbaren Induktionen (B_z), als Ordinaten die wirklichen Induktionen ($B_{z\,w}$) aufgetragen für verschiedene Werte von $\frac{Q_n}{Q_z}$

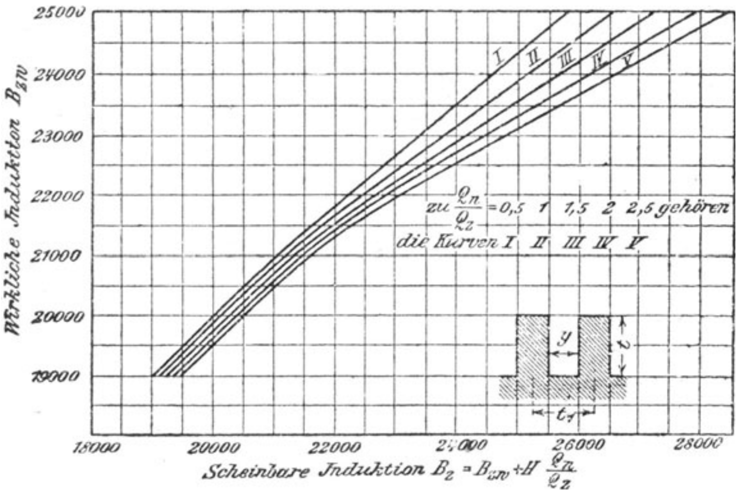


Fig 202.

Um nun die magnetomotorische Kraft für die Zähne zu erhalten, bestimmt man den Wert H_1 für den Zahnkopf, H_2 für die Zahnmitte und H_3 für die Zahnwurzel und setzt $H_z = \frac{H_1 + 4 H_2 + H_3}{6}$, dann ist $\mathfrak{F}_z = H_z\, 2\, t$ der gesuchte Wert von $H_z\, l_z$ für die Zähne.*)

*) Da sich der Zahnquerschnitt fortwährend ändert, so ist für die magnetomotorische Kraft eines Zahnes zu setzen:

$$\mathfrak{F}_z = \int_0^t H\, d\, t.$$

Jedes bestimmte Integral läßt sich als Flächeninhalt deuten, den man nach der Simpsonschen Regel näherungsweise finden kann, wie oben geschehen.

Luft.

Für den Luftzwischenraum war oben die dem Anker zugekehrte Fläche des Polschuhes gesetzt worden, also

$$Q_{\mathfrak{L}} = \frac{\pi D}{2p} g\, b = b_p\, b,$$

es ist dann $B_{\mathfrak{L}} = \frac{\Phi_0}{Q_{\mathfrak{L}}}$ die Induktion im Luftraum.

Die Kraftlinien gehen zum größten Teil zum Zahnkopf, eine große Zahl aber auch durch die Nut. Um daher die magnetomotorische Kraft für den Luftzwischenraum zu erhalten, hat man $B_{\mathfrak{L}}$ mit dem mittleren Wege der Kraftlinien zu multiplizieren:

$$\mathfrak{F}_{\mathfrak{L}} = B_{\mathfrak{L}}\, 2\, \delta\, k_1,$$

wo $2\,\delta\, k_1$ den mittleren Weg in der Luft vorstellen soll. Wir berechnen k_1 aus der Formel

$$\text{XVIII} \quad k_1 = \frac{t_1}{(t_1 - y) + x\,\delta}.$$

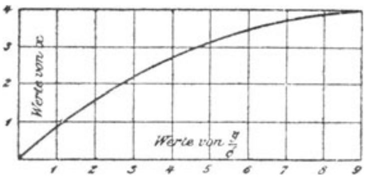


Fig. 203.

Hier ist $t_1 = \frac{\pi D}{k_n}$ die Nutenteilung, y die Nutenbreite und δ der Abstand vom Ankereisen bis zum Polschuh. Den Wert von x entnimmt man der Fig. 203, in welcher x als Ordinate zur Abszisse $\frac{y}{\delta}$ aufgetragen ist.

Die magnetomotorische Kraft eines magnetischen Kreises ist

$$\mathfrak{F} = H_a\, l_a + H_z\, 2\,t + B_{\mathfrak{L}}\, 2\,\delta\, k_1 + H_s\, l_s + H_j\, l_j$$

$$\mathfrak{F} = 0{,}4\,\pi\, \overline{AW} \quad \text{und hieraus} \quad \overline{AW} = 0{,}8\, \mathfrak{F}.$$

Wegen der Ankerrückwirkung muß diese Zahl vermehrt werden bei Gleichstrom um

$$X = (1 - g)\, T_p\, A\,S$$

(siehe Formel 40a Seite 104).

Die Windungszahl für beide Schenkel ist

$$2\,W = \frac{\overline{AW} + X}{i_m}.$$

Ferner ist bekannt $w_m = \frac{e}{i_m}$, also auch der Widerstand w eines Schenkels.

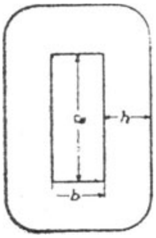


Fig. 204.

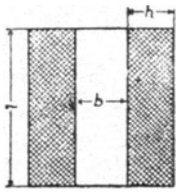


Fig. 205.

Magnetwickelung.

Bezeichnet l die Länge der Wickelung, h die Höhe derselben (Fig. 204, 205), d' die Dicke des besponnenen Drahtes, alle Maße in mm, so ist (vergl. Aufg. 149)

$$\frac{l}{d'}\,\frac{h}{d'}\,\frac{\pi\, d^2}{4}\, s_d = \overline{AW_I}$$

die Amperewindungszahl eines Schenkels, wenn s_a die Stromdichte bedeutet. Setzt man $d' = \alpha d$, so wird

$$\frac{l}{\alpha d} \frac{h}{\alpha d} \frac{\pi d^2}{4} s_a = \overline{A W_I}$$

oder
$$h\, s_a = \frac{\alpha^2 4 \overline{A W_I}}{\pi l} \quad \dots\dots\dots \quad \text{Gl. a.}$$

Ferner ist
$$q\, s_a = i_m \quad \dots\dots\dots\dots \quad \text{Gl. b.}$$

Die Länge der mittleren Windung ist $\left(\frac{2a + 2b + h\pi}{1000}\right)$ Meter, also die Länge von W Windungen

$$L = \frac{2a + 2b + h\pi}{1000} W \text{ Meter.}$$

Der Widerstand dieser Wickelung ist

$$w = \frac{cL}{q} = \frac{c}{q} \frac{2a + 2b + h\pi}{1000} W\, \Omega.$$

oder
$$q = \frac{c}{w} \frac{2a + 2b + h\pi}{1000} W \quad \dots\dots \quad \text{Gl. c.}$$

Dividiert man Gleichung a durch Gleichung b, so gibt dies

$$\frac{h}{q} = \frac{4 \alpha^2 W}{\pi l}, \text{ wo } \frac{\overline{A W_I}}{i_m} = W \text{ ist,}$$

multipliziert mit der Gleichung c liefert

$$h = \frac{4 \alpha^2 W^2 c (2a + 2b + h\pi)}{\pi l w 1000}$$

oder XIX
$$\frac{h}{2a + 2b + h\pi} = \frac{4 \alpha^2 c W^2}{1000 \pi l w}.$$

Für eine kreisrunde Spule vom Durchmesser D_s ist

$$2a + 2b + h\pi = (D_s + h)\pi,$$

also XIXa
$$\frac{h}{D_s + h} = \frac{4 \alpha^2 c W^2}{1000 l w}.$$

Hat man aus XIX oder XIXa die Größe h berechnet, so ist

$$\text{XX} \quad q = \frac{\pi l h}{4 \alpha^2 W}.$$

Diese Berechnungsart setzt die Kenntnis des Widerstandes w eines Schenkels voraus. Man kann jedoch auch die Höhe h als bekannt annehmen, es läßt sich dann hieraus die mittlere Länge einer Windung berechnen, nämlich

$$l_m = \frac{2a + 2b + h\pi}{1000} \text{ Meter.}$$

Ist W die zunächst noch unbekannte Windungszahl eines Schenkels, w der Widerstand derselben, so ist

$$w = \frac{cL}{q} = \frac{c (l_m W)}{q},$$

andererseits ist
$$w = \frac{w_m}{2p} = \frac{1}{2p} \frac{e}{i_m},$$

also
$$\frac{1}{2p}\frac{e}{i_m} = \frac{c\, l_m\, W}{q}$$

oder
$$q = \frac{c\, l_m\, W\, i_m\, 2p}{e}$$

Nun ist $W i_m = \overline{A W_1}$ die Amperewindungszahl eines Schenkels, also

$$\text{XXa} \qquad q = \frac{c\, l_m\, 2p\, \overline{A W_1}}{e},$$

wo e die Erregerspannung bezeichnet.

Ist s_d die **Stromdichte im Draht**, so ist

$$\text{XXI} \qquad i_m = q\, s_d.$$

Man findet $s_d = 1{,}2$—$2{,}2$ A, und es liegt gewöhnlich s_d zwischen 1.4 und 1,7 A.

Erwärmung der Magnetwickelung.

Der in einer Spule in Wärme umgesetzte Verlust ist $\mathfrak{E}_m = i_m^2 w$. Er führt eine Temperaturerhöhung herbei, die sich für feststehende Magnete aus der Formel

$$\text{XXII} \qquad T_m = \frac{C \,.\, \text{Verlust}}{\text{Oberfläche}} = \frac{C\, \mathfrak{E}_m}{O}$$

berechnen läßt. Unter Oberfläche hat man die Mantelfläche und eine Seitenfläche zu verstehen ($T_m \leq 60^0$). Für C hat man zu setzen $C = 450 \div 500$ für ganz offene Maschinen, für Maschinen mit Lagerschildern ist $C = 550$ bis 650 und für halbgeschlossene $C = 700$ bis 750.

Für Maschinen mit rotierendem Magneten ist

$$\text{XXII} \qquad T_m = \frac{C\, \mathfrak{E}_m}{O\,(1 + 0{,}1\, v)}.$$

Für C kann man 600 bis 800 bei normal dicken Spulen und 350 bis 600 bei dünnen, gut ventilierten Spulen, bei Spulen aus Flachkupfer 300 bis 400 setzen ($T_m < 50^0$).

Kollektor und Bürsten.

Ist D_k der Kollektordurchmesser und k die Anzahl der Lamellen, so ist

$$\pi D_k = \beta_r\, k,$$

wo β_r die Lamellenbreite einschließlich Isolation bezeichnet ($\beta_r = 4$ bis 7 mm).

Hieraus folgt

$$\text{XXIII} \qquad D_k = \frac{\beta_r\, k}{\pi}.$$

Die Umfangsgeschwindigkeit ist

$$\text{XXIV} \qquad v_k = \frac{\pi\, D_k\, n}{60}.$$

Wird v_k angenommen. etwa 8 bis 10 m, so folgt hieraus D_k.

Die Bürstenbreite b_r ist

$$\text{XXV} \qquad b_r = (2 \text{ bis } 3{,}5)\, \beta_r.$$

Nimmt man die Stromdichte s_b der Bürste, je nach der Spannung der Maschine, an (s. Anhang), so ist die Auflagefläche f_b pro Bürstenstift (G-Stifte)

$$\text{XXVI} \quad f_b = \frac{2\,i_a}{s_b\,G}.$$

Die Länge der Bürsten in axialer Richtung ist

$$\text{XXVII} \quad l_r = \frac{f_b}{b_r}$$

nnd die Kollektorlänge

$$\text{XXVIII} \quad b_k = l_r + 20 \text{ mm}.$$

Die am Kollektor auftretenden Verluste sind:

a) Stromwärme $\mathfrak{E}_{ks}$

$$\text{XXIX} \quad \mathfrak{E}_{ks} = 2\,e_b\,i_a \text{ Watt},$$

b) Reibung $\mathfrak{E}_R$

$$\text{XXX} \quad \mathfrak{E}_R = 0{,}29\,G\,f_b\,v_k \text{ Watt}.$$

Beide Verluste erhöhen die Temperatur des Kollektors. Es ist

$$\text{XXXI} \quad T_k = \frac{(120 \div 150)\,(\mathfrak{E}_{ks} + \mathfrak{E}_R)}{\pi\,D_k\,b_k\,(1 + 0{,}1\,v_k)}$$

v_k ist in Metern einzusetzen.

Wendepole.

Der funkenfreie Gang einer Gleichstrommaschine ist nur gewährleistet, wenn $B_{\mathfrak{L}} - B_q > B_k$ ist (vergl. Seite 104). Bei manchen Maschinen, z. B. Zusatzmaschinen, Nebenschlußmotoren, deren Tourenzahl in weiten Grenzen reguliert werden soll, ist dies bei gehöriger Schwächung des Feldes nicht mehr möglich, und man muß dann besondere Hilfspole (Wendepole) zur Stromwendung benutzen. Dieselben stehen in der neutralen Zone und werden vom Ankerstrom erregt.

Man kann so viel Wendepole wie Hauptpole, oder auch nur halb so viel verwenden.

Die Amperewindungszahl eines Wendepoles, wenn 2p Pole angebracht werden, ist

$$\text{XXXII} \quad \overline{AW_w} = \overline{AS}\left(\frac{1}{2}\,T_p + 7{,}8\,\delta_w\,\frac{b}{b_w} + \frac{b_c}{4}\right),$$

bei nur p Wendepolen ist

$$\text{XXXIIa} \quad \overline{AW_w} = \overline{AS}\left(\frac{1}{2}\,T_p + 15{,}6\,\delta_w\,\frac{b}{b_w} + \frac{b_c}{4}\right).$$

Es bedeutet b Ankerlänge, b_w Wendepollänge, b_c Wendepolbogen und δ_w Wendepolluftzwischenraum.

Man macht gewöhnlich $b_w = b$, doch findet man auch andere Ausführungen, z. B. $b_w = \frac{2}{3}\,b$. Der Luftzwischenraum δ_w ist in der Regel gleich δ.

Der Polbogen b_c*) kann nach der folgenden Formel angenähert berechnet werden:

$$\text{XXXIII} \quad b_c = \frac{D}{D_k}\left\{b_r + \beta_r\left(\frac{u_n}{2} - \frac{a}{p}\right)\right\} + t_1.$$

*) ETZ. 1909, Seite 465.

b_r Bürstenbreite, β_r Lamellenteilung, t_1 Nutenteilung, u_n Anzahl der Spulenseiten pro Nut. Das letzte Glied bleibt bei Schleifenwickelung oder auch Wellenwickelung weg, falls bei dieser der Nutenschritt $y_n = \frac{y_1 - 1}{u_n}$ ebenfalls eine ganze Zahl wird.

Vorausberechnung der Charakteristiken.

Man berechnet zu einer Anzahl angenommener Werte Φ_0 die zugehörigen elektromotorischen Kräfte und Amperewindungen pro magnetischen Kreis und zwar unter der Voraussetzung, daß der Anker keinen Strom abgibt. Trägt man die Amperewindungen als Abszissen und die zugehörigen EMK als Ordinaten in ein rechtwinkliges Koordinatensystem ein, so erhält man die Leerlauf- oder statische Charakteristik. Wird nun dem Anker ein Strom entnommen, so wird er selbst zu einem Magneten und schwächt das magnetische Feld. Bei Gleichstrom tritt diese Schwächung durch die richtige Verschiebung der Bürsten ein und ist

$$\text{XXXIV} \qquad X = (1 - g)\, T_p\, \overline{AS}.$$

Bei Wechselstrom wird die Schwächung nur durch Phasenverschiebung hervorgebracht und läßt sich ausdrücken durch die Formel

$$\text{XXXIV} \qquad X = \frac{k_0 f i' W A \sin\psi}{p},$$

wo

$$\text{XXXIVa} \qquad k_0 = 0{,}9 \frac{\sin(90 g)^0}{g \frac{\pi}{2}},$$

W die Windungszahl einer Phase, A die Anzahl der Phasen, ψ der Phasenverschiebungswinkel zwischen Strom und EMK und $g = \frac{b_p}{T_p}$ ist. (Herleitung von f siehe Tabelle 14, Seite 217).

18. Tabelle. Zusammenstellung der Werte von f.

I. Einphasige Maschinen.

Anzahl der Löcher pro Pol	3	4	4	5	5	5	6	6	6	6	7	7	7	7	8	8	8	8
Anzahl der bewickelten Löcher pro Pol	2	2	3	2	3	4	2	3	4	5	2	3	4	5	2	3	4	5
Werte von f	0,866	0,925	0,804	0,913	0,872	0,766	0,966	0,91	0,833	0,744	0,977	0,935	0,873	0,810	0,985	0,952	0,906	0,856

II. Zweiphasige Maschinen.

Anzahl der Löcher pro Pol und Phase (m)	2	3	4	5	6
f	0,924	0,91	0,906	0,905	0,903

18*

III. Drehstrom-Maschinen.

Anzahl der Löcher pro Pol und Phase (m)	2	3	4	5	6
f	0,966	0.96	0,958	0,957	0,955

Für Gleichstromwickelungen, denen Drehstrom entnommen werden soll, kann $f = 0,83$ gesetzt werden.

In Fig. 206 sei OBN die Leerlaufcharakteristik für Gleich- oder Wechselstrom, X die schwächende Amperewindungszahl, so ist die strichpunktierte Kurve die sog. dynamische Charakteristik, d h. die Ordinaten dieser Kurve stellen die EMK des Ankers vor, wenn demselben ein bestimmter Strom entnommen wird.

Die Klemmenspannungskurve findet man für Gleichstrom, indem man von jeder Ordinate den Spannungsverlust $i_a w_a + i_a w_b$ abzieht, wobei zu bemerken ist, daß der Bürstenwiderstand w_b von der Stromstärke abhängt, und zwar so, daß das Produkt $i_a w_b$ für eine bestimmte Bürstensorte einen konstanten Wert besitzt, also

$$i_a w_b = e_b = 2 . 0.4 \text{ bis } 2 . 1,5 \text{ V}.$$

Angaben hierüber s. Anhang.

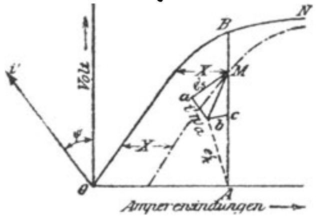


Fig. 206.

Für Wechselstrom findet man die Klemmenspannungskurve folgendermaßen:

Man trage an die Ordinatenachse den $\sphericalangle \psi$ an (angenähert $\psi = \varphi$, wo φ gegeben ist) und ziehe durch den Punkt M eine Senkrechte auf O i' und mache diese gleich der EMK der Selbstinduktion e'_s, also $\overline{Ma} = e'_s$, ziehe durch a eine Parallele zu O i' und mache sie gleich $i' w_a = a b$, dann ist $\overline{Ab} = e'_k$. Trägt man $\overline{Ab}$ auf $\overline{AM}$ von A aus ab, so ist c ein Punkt der Klemmenspannungskurve. Die Richtigkeit der Konstruktion ergibt sich aus dem Diagramm der Wechselstrommaschine Fig. 121, Aufgabe 261.

Vorausberechnung der Selbstinduktion e'_s.

Wir begnügen uns mit einer empirischen Formel für den Selbstinduktionskoeffizienten L der Maschine. Ist dieser bekannt, so ist

$$e'_s = L \omega i'.$$

Die Formel heißt für eine Wechselstrommaschine mit Zweilochwickelung

$$\text{XXXV} \qquad L = \frac{2,5 \lambda b W^2}{10^8 p},$$

wo

$$\text{XXXVI} \qquad 2,5 \lambda = \frac{0,75}{\frac{y}{t} \cdot \frac{b}{T_p}} + 5,5$$

zu setzen ist. y Nutenbreite, t Nutentiefe, b Ankerlänge und T_p Polteilung.

Für eine Dreilochwickelung, also $m = 3$, sind die Werte von $2,5\,\lambda$ mit 0,88 bis 0,95 und für $m = 4$ mit 0,75 bis 0,9 zu multiplizieren.

321. Es soll ein Nebenschlußmotor für eine Leistung von 110 kW (150 PS) und 500 Touren berechnet werden. Die Type muß durch Änderung des Schaltungschrittes für 440 V, 220 V und 110 V geeignet sein. Wendepole sind vorzusehen.

Lösung für 440 V. Wir schätzen $\eta = 0,95$ und $\eta' = 0,91$, nehmen $g = 0,76$, $B_\mathfrak{L} = 8000$ und $\overline{AS} = 320$ an. (Da Wendepole angenommen sind, kann $\overline{AS}$ den Wert der Fig. 196 wesentlich überschreiten.)

Bei einem Motor tritt die größte EMK bei Leerlauf auf, wir legen daher der Berechnung der Dimensionen den Wert $E = 440$ V zugrunde.*) Die Anzahl der Pole sei $2\,p = 6$.

Die Gleichung II, Seite 261, gibt mit $K = 1$

$$D^2\,b = \frac{110000 \,.\, 10^8 \,.\, 60}{500 \,.\, 0,76 \,.\, 0,95\,\pi^2\, 8000 \,.\, 320} = 72500.$$

Wir entscheiden uns für $D = 57$ cm, $b = 22,4$ cm, es wird dann

$$T_p = \frac{\pi \,.\, 57}{6} = 29,8 \text{ cm},$$

$$b_p = 0,76 \,.\, 29,8 = 22,7 \text{ cm}, \quad Q_\mathfrak{L} = 22,4 \,.\, 22,7 = 508 \text{ cm}^2.$$

$$J = \frac{110000}{440 \,.\, 0,91} = 276 \text{ A}.$$

Schätzt man den Verlust durch Stromwärme in der Erregerwickelung auf 1,14 %, so ist

$$e\,i_m = \frac{110000}{0,91} \cdot \frac{1,14}{100} = 1385 \text{ Watt},$$

$$i_m = \frac{1385}{440} = 3,15 \text{ A, demnach } i_a \cong 276 - 3 = 273 \text{ A}.$$

Wir wählen für 440 V Reihenschaltung, setzen also $a = 1$.
„ „ „ 220 V Reihenparallelschaltung mit $a = 2$.
„ „ „ 110 V „ $a = 4$.

Für 440 V ist demnach

$$i_a = \frac{273}{2} = 136,5 \text{ A},$$

welche Stromstärke nach Tabelle 8 auf einen Stabanker hinweist.

Aus III folgt $z = \dfrac{320 \,.\, \pi \,.\, 57}{136,5} = 417$ Drähte oder Stäbe.

---

*) Selbstverständlich kann man auch von $E = e - i_a w_a - e_b$ ausgehen. Dies kommt vorläufig garnicht darauf an, da man ja die Induktionen innerhalb weiter Grenzen wählt.

Die Wickelungsformel $y_1 + y_2 = \frac{s \pm 2a}{p}$ soll den obigen Werten von a genügen, wir runden deshalb auf $s = z = 440$ ab.

Es ist dann für $a = 1$

$$y_1 + y_2 = \frac{440 \pm 2}{3} = 146,$$

$$y_1 = y_2 = 73.$$

Schema

$1 - 74 -\!\bigcirc\!- 147$
$3 - 76 -\!\bigcirc\!- 149$
$\vdots \quad \vdots \quad \vdots$

Der Kollektorschritt ist, da die Lamellenzahl

$$k = \frac{z}{2} = 220, \qquad y_k = \frac{220 \pm 1}{3} = 73.$$

Der Nutenschritt $y_n = \frac{73 - 1}{4} = 18$, wenn $u_n = 4$ (Tabelle 7), also die Nutenzahl $k_n = \frac{440}{4} = 110$ ist.

$a = 2$ $\qquad y_1 + y_2 = \frac{440 \pm 4}{3} = 148$ oder $y_1 = 75$, $y_2 = 73$,

$$y_k = \frac{220 \pm 2}{3} = 74 \text{ und } y_n = \frac{73 - 1}{4} = 18,$$

$a = 4$ $\qquad y_1 + y_2 = \frac{440 \pm 8}{3} = 144,$

$$y_1 = 71, \quad y_2 = 73, \quad y_k = \frac{220 \pm 4}{3} = 72, \quad y_n = 18.^{*)}$$

Die Gl. VI gibt

$$\Phi_0 = \frac{440 \,.\, 60 \,.\, 10^8 \,.\, 1}{500 \,.\, 440 \,.\, 3} = 4 \,.\, 10^6,$$

also ist $\qquad B_{\mathfrak{L}} = \frac{4 \,.\, 10^6}{508} = 7850.$

Bemerkung. Die Abweichung kommt von der Änderung von $z = 417$ auf 440, wodurch auch $\overline{AS} = \frac{440 \,.\, 136{,}5}{\pi \,.\, 57} = 335$ wird.

Die Nutenteilung ist $t_1 = \frac{\pi \,.\, 57}{110} = 1{,}625$ cm.

Wählen wir $B_{z\,max} = 21\,600$, so wird nach VII

$$t_u - y = h = \frac{1{,}625 \,.\, 7850}{0{,}9 \,.\, 21\,600} = 0{,}656 \text{ cm.}$$

Schätzen wir die Nutentiefe $t = 3$ cm, so wird

$t_u = \frac{\pi (57 - 6)}{110} = 1{,}46$ cm, mithin die Nutenbreite

$$y = 1{,}46 - 0{,}66 = 0{,}8 \text{ cm.}$$

---

*) Man beachte die gleichen Werte von y_2 und y_n für die drei Schaltungen. Die Wickelung ist in allen Fällen dieselbe, nur die Verbindungen am Kollektor sind andere.

Beträgt der Verlust durch Stromwärme im Anker 3%, so ist

$$i_a^2 w_a = \frac{110000}{0{,}91} \cdot \frac{3}{100} = 3645.$$

$$w_a = \frac{3645}{273^2} = 0{,}049\ \Omega.$$

Die Länge einer Windung ist

$$l_1 = 2\,b + 3\,T_p = 44{,}8 + 3\,.\,29{,}8 = 134 \text{ cm}.$$

Die auf den Anker gewickelte Länge

$$L_a = \frac{440}{2} \cdot 1{,}34 = 294 \text{ m},$$

daher der Querschnitt q des Drahtes

$$q = \frac{c\,L_a}{4\,w_a} = \frac{0{,}02\,.\,294}{4\,.\,0{,}049} = 30 \text{ mm}^2.$$

Da 2 Stäbe nebeneinander liegen müssen, darf ein Stab nur 2,5 mm dick werden, seine Breite ist demnach $30 : 2{,}5 = 12$ mm. Die Abmessungen unseres Stabes besponnen sind daher $3\,.\,13$; zur Isolation vom Eisen kann dann noch eine Schicht von 2 mm Dicke verwendet werden. Die Nutentiefe t muß werden $2\,.\,13 + 4 = 30$ mm, wo etwa 2 mm Eindrehung für die Bandagen gerechnet wurden.

Luftzwischenraum. Ohne Wendepole müßte sein

$$B_{\mathfrak{L}} - B_q \geqq 7\,.\,335 = 2345,$$

$$B_q = 7850 - 2345 = 5505,$$

$$\text{demnach } \delta = \frac{0{,}63\,.\,22{,}7\,.\,335}{5505} = 0{,}95 \text{ cm}.$$

Bei Anwendung von Wendepolen braucht auf diese Gleichung jedoch keine Rücksicht genommen zu werden und wir setzen deshalb willkürlich $\delta = 0{,}5$ cm.

Die Eisenhöhe unterhalb der Zähne ist mit $B_a = 10000$:

$$c = \frac{4\,.\,10^6}{2\,.\,0{,}9\,.\,22{,}4\,.\,10000} = 10 \text{ cm},$$

also der innere Durchmesser der Ankerbleche

$$D_i = 57 - 6 - 20 = 31 \text{ cm}.$$

Das Kerngewicht ist:

$$G_a = \left[(57-6)^2 \frac{\pi}{4} - \frac{31^2 \pi}{4}\right] \frac{0{,}9\,.\,22{,}4\,.\,7{,}7}{1000} = 203 \text{ kg}.$$

Das Gewicht der Zähne:

$$G_z = \left(57^2 \frac{\pi}{4} - 51^2 \frac{\pi}{4} - 110\,.\,0{,}8\,.\,3\right) \cdot \frac{0{,}9\,.\,22{,}0\,.\,7{,}7}{1000} = 74{,}2 \text{ kg},$$

mithin $G = 277$ kg. Die Fig. 200 ergibt für

$$\frac{B_a \sim}{10^5} = \frac{10000\,.\,500\,.\,3}{10^5\,.\,60} = 2{,}5$$

den Wert u = 6,3 Watt pro kg, also ist der Eisenverlust bei Leerlauf

$$\mathfrak{E}_E = 277 \,.\, 6{,}3 = 1740 \text{ Watt.}$$

Zur Temperaturerhöhung trägt von der Stromwärme nur der Verlust

$$\frac{2\,b}{l_1}\, i_a^2 w_a = \frac{44{,}8}{134} \cdot 3645 = 1225 \text{ Watt}$$

bei; die zu erwartende Temperaturerhöhung ist demnach (XIII):

$$T_a = \frac{300 \,.\, (1225 + 1740)}{9110 \,.\, (1 + 0{,}1 \,.\, 15)} = 39^0$$

wo $$O = \pi\, 57 \,.\, 22{,}4 + \frac{2 \,.\, \pi\, 57^2}{4} = 9110 \text{ und}$$

$$v = \frac{\pi\, 57 \,.\, 500}{100 \,.\, 60} = 15 \text{ m ist.}$$

Die Polschuhe könnten aus massivem Eisen gefertigt sein, da $\frac{y}{\delta} = \frac{8}{5} = 1{,}6 < 2$ ist. Wir wollen jedoch Pol und Polschuhe aus 1 mm dicken Blechen herstellen und sie an das Joch anschrauben. Die Abmessungen der Polfläche sind schon bekannt, nämlich Polbogen $b_p = 22{,}7$ cm und Pollänge $b = 22{,}4$ cm.

Magnete.

Wir schätzen den Streuungskoeffizienten, wegen der Wendepole 1,35, so daß

$$\Phi_s = 1{,}35 \,.\, 4 \,.\, 10^6 = 5{,}4 \,.\, 10^6 \text{ wird.}$$

Nimmt man $B_s = 17\,800$ an, so wird

$$Q_s = \frac{5{,}4 \,.\, 10^6}{17\,800} = 303 \text{ cm}^2 = 22{,}4 \,.\, 0{,}95 \,.\, 14{,}3,$$

wo 0,95 dem Umstand Rechnung trägt, daß die Magnete aus Blechen aufgeschichtet sind.

(Bei runden Schenkeln reicht, wie eine Proberechnung zeigte, der Platz für die Wendepole nicht zu.)

Die Schenkellänge wird einschließlich Polschuhe auf 200 mm geschätzt.

Das Joch sei aus Stahlguß hergestellt und $B_i = 14000$, dann ist

$$Q_j = \frac{5{,}4 \,.\, 10^6}{2 \,.\, 14000} = 192 \text{ cm}^2 = 8 \,.\, 24.$$

Amperewindungen.

Nach den bisherigen Rechnungen sind samtliche Abmessungen festgesetzt und man kann hiernach eine Zeichnung anfertigen (Fig. 207).

Die Kraftlinienlängen sind dann:

$$\begin{array}{llll}
\text{Anker} & l_a = \dfrac{\pi \,.\, 41}{6} + 10 & = 31,5 & \text{cm.} \\
\text{Zähne} & l_z = 2 \,.\, 3 & = 6 & " \\
\text{Luft} & L_{\mathfrak{L}} = 2 \,.\, 0,5 & = 1 & " \\
\text{Pol} & l_s = 2 \,.\, 20 & = 40 & " \\
\text{Joch} & l_j = \dfrac{\pi \,.\, 106}{6} + 8 & = 64 & "
\end{array}$$

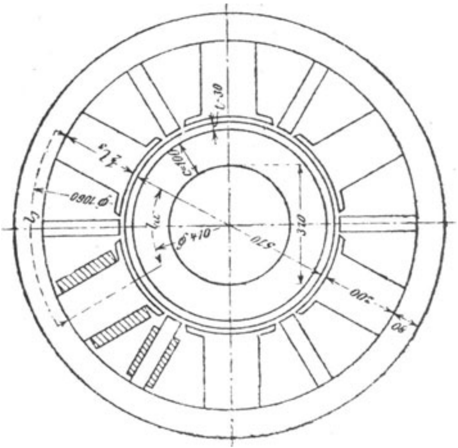


Fig. 207.

$$\begin{array}{llll}
\text{Zu den Induktionen} & B_a = 10000 & \text{gehören:} & H_a = 4,8, \\
 & B_s = 17800 & " & H_s = 100, \\
 & B_j = 14000 & " & H_j = 29.
\end{array}$$

Um die wirkliche Induktion in den Zähnen zu finden, berechne man die Nutenteilungen

Oben Mitte Unten

$\frac{\pi \,.\, 57}{110} = 1,63$, $\frac{\pi \,.\, 54}{110} = 1,54$ und $\frac{\pi \,.\, 51}{110} = 1,46$, dann ist die Zahnstärke

$h = 0,83$ cm $0,74$ $0,66$ und die Zahninduktion

$B_z = 17100$ 19200 21500, hierzu gehört nach Fig. 202

$B_{z,w} = 17100$ 19200 21300,

$$\text{wo } Q_n = 0,8 \,.\, 22,4 = 17,92,$$

$$Q_z = 0,74 \,.\, 0,9 \,.\, 22,4 = 14,9, \text{ also } \frac{Q_n}{Q_z} = \frac{17,92}{14,9} = 1,2$$

war, d. h. es galt in Fig. 202 die Kurve I.

Die zu den Induktionen $B_{z\,w}$ gehörigen Werte von H_z sind 80, 155 und 300, also ist

$$H_z = \frac{80 + 4 \,.\, 155 + 300}{6} = 167.$$

Der Faktor k_1 in Formel XVIII ist

$$k_1 = \frac{t_1}{t_1 - y + x\,\delta},$$

wo $x = 1{,}3$ aus der Figur 203 zu $\frac{y}{\delta} = \frac{0{,}8}{0{,}5} = 1{,}6$ gehört; es ist also

$$k_1 = \frac{1{,}63}{0{,}83 + 1{,}3 \,.\, 0{,}5} = 1{,}1.$$

Mit diesen Werten wird die magnetomotorische Kraft eines magnetischen Kreises:

$\mathfrak{F} = 4{,}8 \,.\, 31{,}5 + 167 \,.\, 6 + 1{,}1 \,.\, 1 \,.\, 7850 + 100 \,.\, 40 + 29 \,.\, 64 = 15600$

und die Amperewindungszahl

$$\overline{AW} = 15600 \,.\, 0{,}8 = 12480 + 5\,\% \text{ Zuschlag} = 13000.$$

Nun war $i_m = 3{,}15$ A, also ist die Windungszahl für 2 Schenkel

$$13000 : 3{,}15 = 4140 \text{ oder}$$

für einen Schenkel

$$W = 2070.$$

Die Formel XIX gibt, wenn man $w = \frac{1}{6} \cdot \frac{440}{3{,}15} = 23{,}2\,\Omega$ und $l = 170$ mm setzt,

$$\frac{h}{2\,(148 + 229) + h\,\pi} = \frac{4 \,.\, 1{,}3 \,.\, 0{,}02 \,.\, 2070^2}{1000\,\pi \,.\, 170 \,.\, 23{,}2} = 0{,}0355;$$

hieraus folgt

$$h = \frac{754 \,.\, 0{,}0355}{0{,}889} = 30 \text{ mm}.$$

Die Formel XX liefert

$$q = \frac{\pi \,.\, 170 \,.\, 30}{4 \,.\, 1{,}3 \,.\, 2070} = 1{,}49 \text{ mm}^2,$$

$d = 1{,}38$ mm, was auf 1,4 mm abgerundet werden muß, besponnen $d' = 1{,}6$ mm und $q = 1{,}54$ mm².

Es liegen nebeneinander $170 : 1{,}6 = 106$ Drähte

übereinander $2070 : 106 = 19{,}5$ vollgewickelt 20 Lagen,

so daß aufgewickelt werden pro Schenkel

$106 \,.\, 20 = 2120$ Windungen, deren Höhe $h = 20 \,.\, 1{,}6 = 32$ mm ist.

Die aufgewickelte Drahtlänge ist

$$L_m = \frac{(2\,a + 2\,b + h\,\pi)}{1000}\,W = \frac{2 \,.\, 148 + 2 \,.\, 229 + 32 \,.\, \pi}{1000}\,2120,$$

$$L_m = 1810 \text{ m und } w_m = \frac{0{,}02 \,.\, 6 \,.\, 1810}{1{,}54} = 141 \, \Omega,$$

$$i_m = \frac{440}{141} = 3{,}13 \text{ A},$$

daher die wirklich erreichbare Amperewindungszahl

$$AW = 3{,}13 \,.\, 4240 = 13\,250 \text{ Amperewindungen.}$$

Kollektor und Bürsten.

Legen wir eine Umfangsgeschwindigkeit von 10 m der Rechnung zugrunde, so wird der Kollektordurchmesser nach (XXIV)

$$D_k = \frac{10 \,.\, 60}{\pi \,.\, 500} \approx 0{,}38 \text{ m}$$

und die Lamellenteilung

$$\beta_r = \frac{\pi D_k}{k} = \frac{\pi \,.\, 380}{220} = 5{,}44 \text{ mm.}$$

Ist die Glimmerisolation zwischen 2 Lamellen 0,7 mm dick, so wird eine Lamelle 5,44 — 0,7 = 4,74 mm.

Wird die Bürstenauflage gleich 3 Lamellenbreiten gewählt (Formel XXV), so ist $b_r \approx 3 \,.\, 5{,}44 \approx 16$ mm.

Jede von den 6 Bürsten hat $\frac{273}{3} = 91$ A zu leitene. Wird die Stromdichte zu $s_b = 10$ A pro cm² gewählt, was einem $e_b = 0{,}5$ V (s. Anhang) entspricht, so ist die Auflagefläche pro Bürstenstift (XXVI)

$$f_b = \frac{91}{10} = 9{,}1 \text{ cm}^2$$

oder die Bürstenlänge (XXVII)

$$l_r = 9{,}1 : 1{,}6 = 5{,}7 \text{ cm.}$$

Wir wählen pro Stift zwei Kohlen mit $f_b = (1{,}6 \,.\, 3) \,.\, 2 = 9{,}6$ cm².

Die Kollektorlänge ist nach Formel (XXVIII)

$$b_k = 6 + 2 = 8 \text{ cm.}$$

Der Stromwärmeverlust ist nach Formel (XXIX)

$$\mathfrak{E}_{ks} = 2 \,.\, 0{,}5 \,.\, 273 = 273 \text{ Watt,}$$

der Verlust durch Reibung nach (XXX)

$$\mathfrak{E}_R = 0{,}29 \,.\, 6 \,.\, 9{,}6 \,.\, 10 = 167 \text{ Watt,}$$

daher die zu erwartende Temperaturerhöhung (XXXI)

$$T_k = \frac{(120 \div 150)\, 440}{\pi \,.\, 28 \,.\, 8\, (1 + 0{,}1 \,.\, 10)} = 28 \text{ bis } 35^0 \text{ C.}$$

Bemerkung: **Beim Aufzeichnen dieser Maschine ist die Kollektorlänge für 110 V Spannung zugrunde zu legen.**

Wendepole.

Wir nehmen soviel Wende- als Hauptpole, setzen $\delta_w = \delta = 0{,}5$ cm. $b_w = 14$ cm und erhalten aus Formel (XXXIII) den Wendepolbogen

$$b_c = \frac{57}{38}\left\{1{,}6 + 0{,}544\left(\frac{4}{2} - \frac{1}{3}\right)\right\} = 4 \text{ cm}.$$

Das letzte Glied bleibt weg, da $y_n = \frac{y_1 - 1}{u_n} = \frac{73-1}{4} = 18$ eine ganze Zahl ist.

Die Amperewindungszahl eines Wendepoles ist nun angenähert nach Formel XXXII:

$$\overline{AW}_w = 335\left(\frac{1}{2} \,.\, 29{,}8 + 7{,}8 \,.\, 0{,}5 \,.\, \frac{22{,}4}{14} + \frac{4}{4}\right) = 7450,$$

daher die Windungszahl eines Wendepoles

$$W_w = \frac{7450}{273} = 27.$$

Wählen wir eine Stromdichte $s_w = 4{,}25$, so wird der Querschnitt des Leiters

$$q_w = \frac{273}{4{,}25} = 64 \text{ mm}^2.$$

Wir nehmen einen Blechstreifen von 160 mm Breite und $64 : 160 = 0{,}4$ mm Dicke. Derselbe wird auf den Wendepol aufgelegt mit einem eingelegten Isolierstreifen von 0,2 mm Dicke. Die aufgewickelte Höhe ist

$$h_w = 0{,}6 \,.\, 27 = 16{,}2 \text{ mm}$$

und die mittlere Länge einer Windung

$$2 \,.\, 4{,}5 + 2 \,.\, 14{,}5 + 1{,}62\pi = 43 \text{ cm},$$

also die aufgewickelte Streifenlänge für alle Pole

$$L_w = 0{,}43 \,.\, 27 \,.\, 6 \approx 70 \text{ m}.$$

Der Widerstand der hintereinandergeschalteten Pole ist

$$w_p = \frac{0{,}02 \,.\, 70}{64} = 0{,}0219\,\Omega,$$

der Stromwärmeverlust bei voller Belastung

$$i_a^2\, w_p = 273^2 \,.\, 0{,}0219 = 1620 \text{ Watt}.$$

Die EMK bei voller Belastung ist

$$E = 440 - 273\,(0{,}048 + 0{,}0219) - 1 = 419{,}8 \text{ V}.$$

Alle Induktionen nehmen daher ab im Verhältnis $\frac{419{,}8}{440}$, was bei der Berechnung der Amperewindungszahl für volle Belastung zu berücksichtigen ist. Der Erregerstrom ist auf angenähert 3 A gesunken, was zu berechnen dem Leser überlassen bleiben möge. Wir wollen jedoch nur die Verluste bestimmen und berechnen.

$$B_a = 10000 \cdot \frac{419{,}8}{440} = 9550.$$

$$\frac{B_a \,.\, \sim}{10^5} = \frac{9550 \,.\, 500 \,.\, 3}{10^5 \,.\, 60} = 2{,}4,$$

demnach $u \cong 6$ Watt (Fig. 200)

$$\mathfrak{E}_E = 277 \,.\, 6 = 1662 \text{ Watt.}$$

Die Verluste bei voller Belastung sind demnach:

$i_a^2 w_a$	$= 273^2 \,.\, 0{,}048$	$= 3590$
$i_a^2 w_p$	$= 273^2 \,.\, 0{,}0219$	$= 1620$
$e\, i_m$	$= 440 \,.\, 3$	$= 1320$
$\mathfrak{E}_E$		$= 1662$
Kollektorverluste		$= 440$
Verluste durch Reibung 2 %		$= 2400$
	Sa.	11032 Watt
Nutzleistung		110000 „
eingeleitete Leistung		121032 „

$$\eta' = \frac{110000}{121032} = 0{,}91.$$

322. Es ist eine einphasige Wechselstrommaschine für eine Leistung von 600 kVA bei 3000 V Klemmenspannung und 50 Perioden zu berechnen. Die Spannung soll auch bei $\cos \varphi = 0{,}8$ noch erreicht werden.

Lösung: Die Maschine soll 600 kVA leisten, heißt, sie soll bei induktionsfreier Belastung, also $\cos \varphi = 1$, 600 kW leisten. Wir können daher sehr angenähert auch $\cos \psi = 1$ setzen. Die Ankerleistung ist um den Betrag der Stromwärme im Anker größer, als die Nutzleistung, alle übrigen Verluste gehen den Anker nichts an. also ist der elektrische Wirkungsgrad $\eta = \frac{\text{Nutzleistung}}{\text{Ankerleistung}}$ nahezu 1. Wir schätzen ihn auf $\eta = 0{,}98$.

Nimmt man die Tourenzahl $n = 250$ an, so folgt die Polpaarzahl

$$\text{aus I} \quad p = \frac{60 \,.\, 50}{250} = 12,$$

d. h. die Maschine erhält 24 Pole.

Wählt man $B_g = 7100$, $AS = 118$, $g = 0{,}65$, $\eta = 0{,}98$, $f_w = 4{,}44$, so wird nach Gl. II, Seite 263:

$$D^2 b = \frac{600000 \,.\, 10^8 \,.\, 60 \,.\, 4}{0{,}98 \,.\, 8600 \,.\, 120 \,.\, \pi^2 \,.\, 0{,}65 \,.\, 250 \,.\, 4{,}44} = 2450000.$$

Die Ankerbreite wird zu $b = 36$ cm angenommen, also ist

$$D = \sqrt{\frac{2450000}{36}} = 260 \text{ cm.}$$

$$T_p = \frac{\pi\, 260}{24} = 33{,}9 \text{ cm}, \quad b_p = g\, T_p = 0{,}65 \,.\, 33{,}9 = 22 \text{ cm}.$$

Bemerkung: $\frac{b}{b_p} = \frac{36}{22} = 1{,}64$ soll zwischen 1,3 und 1,8 liegen.

Die Stromstärke ist $i' = \frac{600\,000}{3000} = 200 \text{ A} = i_d'$.

Die Stabzahl ist (III)

$$z = \frac{\pi \,.\, 260 \,.\, 118}{200} = 480 \text{ Stäbe.}$$

Wir wählen eine 5-Lochwickelung mit 7 Löchern pro Pol, die ganze Nutenzahl ist dann $k_n = 7 \,.\, 24 = 168$, wovon jedoch nur $5 \,.\, 24 = 120$ bewickelt werden. In jedes Loch kommen 4 Stäbe.

Kraftlinienzahl: Bisher haben wir der Rechnung die verlangte induktionsfreie Leistung von 600 kW zu Grunde gelegt, also $\cos \varphi = 1$ gesetzt. Da wir aber die vorgeschriebene Klemmenspannung von 3000 V auch noch bei $\cos \varphi = 0{,}8$ (mit 200 A) erreichen sollen, muß die EMK auf $1{,}25\, e'_k$*) schätzungsweise erhöht werden, welcher EMK auch eine größere Kraftlinienzahl entspricht, die bei der Induktion der Rechnung zu Grunde gelegt werden muß.

$$\Phi_0 = \frac{(1{,}25 \,.\, 3000) \,.\, 10^8}{4{,}44 \,.\, 240 \,.\, 50} = 7{,}05 \,.\, 10^6.$$

Es ist $\quad Q_{\mathfrak{L}} = b\, b_p = 36 \,.\, 22 = 794 \text{ cm}^2,$

also $\quad B_{\mathfrak{L}} = \frac{7{,}05 \,.\, 10^6}{794} = 8890.$

Wir schätzen die Stromdichte auf 2,8 A und erhalten für den Leiterquerschnitt

$$q_a = \frac{200}{2{,}8} = 72 \text{ mm}^2.$$

Die Stabdimensionen sind 6 . 12 unbesponnen und 6,5 . 12,5 besponnen.

Nutendimensionen: $y = 2 \,.\, 6{,}5 + 9 = 22$ mm,
$t = 2 \,.\, 12{,}5 + 17 = 42$ „

wo ein Holzkeil zum Abschluß der Nute gewählt wird.

Die Nutenteilung ist

$$t_1 = \frac{\pi \,.\, 260}{168} = 4{,}86 \text{ cm}.$$

Werden 3 Luftschlitze von je 1 cm Breite angeordnet, so ist die Eisenlänge

$$b_1 = 36 - 3 = 33 \text{ cm}.$$

---

*) Vergl. Aufgabe 261.

Die maximale Zahninduktion folgt aus VII

$$B_{z\,max} = \frac{t_1 B_{\mathfrak{L}} b}{(t_1 - y)\,0{,}9 b_1} = \frac{4{,}86 \,.\, 8890 \,.\, 36}{(4{,}86 - 2{,}2) \,.\, 0{,}9 \,.\, 33} = 19650.$$

Die Eisenhöhe über den Nuten ist, wenn $B_a = 6000$ angenommen wird (VIII)

$$c = \frac{7{,}05 \,.\, 10^6}{2 \,.\, 0{,}9 \,.\, 33 \,.\, 6000} = 19{,}8 \text{ cm},$$

daher der äußere Durchmesser der Bleche

$$D_a = 260 + 8{,}4 + 39{,}6 = 308 \text{ cm}.$$

Das Kerngewicht ist

$$G_a = \left(308^2 \frac{\pi}{4} - 268{,}4^2 \frac{\pi}{4}\right) \frac{0{,}9 \,.\, 33 \,.\, 7{,}7}{1000} = 4090 \text{ kg}.$$

Das Gewicht der Zähne

$$G_z = \left(268{,}4^2 \frac{\pi}{4} - 260^2 \frac{\pi}{4} - 168 \,.\, 2{,}2 \,.\, 4{,}2\right) \frac{0{,}9 \;\; 33 \,.\, 7{,}7}{1000}$$

$$G_z = 460 \text{ kg},$$

demnach das Ankergewicht

$$G = 4090 + 460 = 4550 \text{ kg}.$$

Die Kurve (Fig. 202) ergibt für $\frac{6000 \,.\, 50}{10^5} = 3$ etwa $u = 5{,}3$,

demnach (IX) $\mathfrak{E}_E = 4550 \;\; 5{,}3 = 24100$ Watt.

Die Länge einer Windung ist (X)

$$l_1 = 2\left\{36 + 14 + \frac{\pi}{2} \,.\, 4{,}2 + 5 \,.\, 2{,}2 + \frac{\pi}{24}(260 + 8{,}4 + 11)\right\}$$

$$l_1 = 205 \text{ cm},$$

mithin

$$L_a = \frac{480}{2} \,.\, 2{,}05 = 493 \text{ m},$$

$$w_a = \frac{0{,}02 \,.\, 4{,}93}{72} = 0{,}137 \; \Omega.$$

Wegen der Wirbelströme hat man erfahrungsgemäß diesen Wert mi 1,5 bis 2,5 zu multiplizieren, also ist $w_a = 2 \,.\, 0{,}137 = 0{,}274 \; \Omega$. Der Verlust durch Stromwärme ist

$$\mathfrak{E} \;\; = i'^2 w_a = 200^2 \,.\, 0{,}274 = 11\,000 \text{ Watt}.$$

Die Verluste, welche zur Temperaturerhöhung beitragen, sind

$$\mathfrak{E}_T = \mathfrak{E}_E + \mathfrak{E}_{st} \frac{2b}{l_1} = 24100 + 11\,000 \frac{72}{205} = 27\,950 \text{ Watt}.$$

Die abkühlende Oberfläche ist (XIV)

$$O = \pi \,.\, 36 \;(308 + 260) + \frac{\pi}{4}(308^2 - 260^2) \,.\, 5 = 157\,065 \text{ cm}^2$$

und (XVI) $$T_a = \frac{(200 \div 250)\, 27\,950}{157\,065} = 37{,}6 \div 44{,}5^0.$$

Der Luftzwischenraum ist (XVII)

$$\delta = (0,6 \text{ bis } 1,2)\frac{33,9 \,.\, 120}{8600} = 2,9 \div 5,8 \text{ mm}.$$

Wir wählen $\delta = 5$ mm.

Magnete.

Die in einem Magneten zu erzeugende Kraftlinienzahl ist

$$\Phi_s = 1,2\,\Phi_0 = 1,2 \,.\, 7,05 \,.\, 10^6 = 8,45 \,.\, 10^6.$$

Die Schenkel samt Polschuhen sollen aus 1 mm dicken Blechen angefertigt werden. Wählen wir $B_s = 16000$, so wird

$$Q_s = \frac{8,45 \,.\, 10^6}{16000} = 530 \text{ cm}^2.$$

Der Querschnitt wird ein Rechteck von 36 cm (Ankerbreite) und

$$\frac{530}{0,95 \,.\, 36} = 15,5 \text{ cm}.$$

Die Schenkellänge werde auf 19,5 cm geschätzt.

Wird das Magnetrad aus Stahlguß genommen mit $B_j = 11700$, so ist

$$Q_j = \frac{8,45 \,.\, 10^6}{2 \,.\, 11700} = 360 \text{ cm}^2 = (36 \,.\, 10) \text{ cm}^2$$

Berechnung der Leerlaufcharakteristik.

Die Kraftlinienlängen sind:

im Ankerkern $l_a = \frac{\pi}{24}(260 + 8,4 + 19,8) + 19,8 \approx 58$ cm,

in den Zähnen $l_z = 2\,t = 2 \,.\, 4,2 = 8,4$ cm,

in der Luft $l_\mathfrak{L} = 2\,\delta = 1$ cm,

in den Schenkeln $l_s = 2 \,.\, 19,5 = 39$ cm,

im Magnetrad $l_j = \frac{\pi\, 210}{24} + 10 = 37,5$ cm.

Berechnung von k_1.

Zu $\frac{y}{\delta} = \frac{2,2}{0,5} = 4,4$ gehört nach Fig. 203 der Wert $y = 2,8$, demnach

$$k_1 = \frac{4,86}{4,86 - 2,2 + 2,8 \,.\, 0,5} \approx 1,2.$$

Mit diesen Werten läßt sich die magnetomotorische Kraft für einen magnetischen Kreis berechnen nach der Formel

$$\mathfrak{F} = H_a\, l_a + H_z\, l_z + H_\mathfrak{L}\, 2\,\delta\, k_1 + H_s\, l_s + H_j\, l_j.$$

Die Rechnung ist für verschiedene Werte von Φ_0, wie früher gezeigt, durchgeführt und in der folgenden Tabelle sind die Resultate zusammengestellt.

Φ_0	$B_a = \frac{\Phi_0}{1180}$	$B_{\mathfrak{L}} = \frac{\Phi_0}{36 \cdot 22}$	$B_z = \frac{t_1 B_{\mathfrak{L}} b}{(t_1 - y)\, 0{,}9\, b_1} = 2{,}22\, B_{\mathfrak{L}}$	$B_s = \frac{1{,}2\, \Phi_0}{530}$	$B_j = \frac{1{,}2\, \Phi_0}{720}$	H_a	H_z	H_s	H_j	$\mathfrak{F}_a = 58\, H_a$	$\mathfrak{F}_z = 8{,}4\, H_z$	$\mathfrak{F}_{\mathfrak{L}} = k_1 H_{\mathfrak{L}}\, 2\, \delta = 1{,}2\, B_{\mathfrak{L}}$	$\mathfrak{F}_s = 39\, H_s$	$\mathfrak{F}_j = 37{,}5\, H_j$	$\Sigma\, \mathfrak{F}$	$AW = 0{,}8\, \mathfrak{F}$
$4 \cdot 10^6$	3400	5060	11 180	9 090	6 700	0,8	7,4	3,4	4,5	46,4	62	6 060	135	168	6 471	5 180
$5 \cdot 10^6$	4250	6380	14 000	11 300	8 400	1,0	20,8	7,8	6,9	58	174,5	7 600	310	257	8 399	6 700
$5{,}5 \cdot 10^6$	4660	6950	15 400	12 450	9 200	1,1	50	11,7	8,5	63,8	420	8 350	455	317	9 565	7 700
$6 \cdot 10^6$	5080	7590	17 500	13 600	10 000	1,2	70	18	10,5	69,6	587	9 230	700	392	10 978	8 800
$6{,}5 \cdot 10^6$	5500	8210	18 100	14 700	10 900	1,25	110	27	13	72,5	924	9 860	1050	485	12 391	9 900
$7 \cdot 10^6$	5940	8810	19 550	15 850	11 700	1,4	170	50	16	81,1	1427	10 550	1950	597	14 605	11 700

In Fig. 208 sind die Amperewindungen eines magnetischen Kreises als Abszissen und die Werte Φ_0 als Ordinaten aufgetragen worden.

Will man anstatt Φ_0 die EMK als Ordinaten auftragen, so berechnet man aus der Gleichung

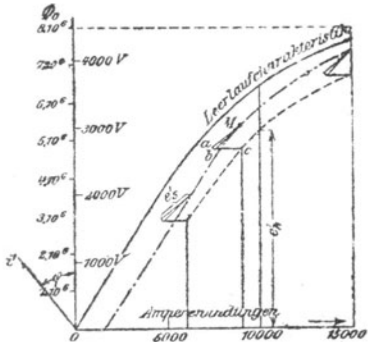


Fig. 208.

$$e' = \frac{4{,}44\,\Phi_0 \,.\, 240 \,.\, 50 \,.\, 10^6}{10^8}$$

für $\Phi_0 = 1 \,.\, 10^6$ $e' = 555$ V, d. i. in unserer Figur 10 mm, also

$$1\ \mathrm{V} = \frac{10}{555} = 0{,}018\ \mathrm{mm}$$

oder 1000 V = 18 mm.

Um die dynamische Charakteristik zu finden, berechnen wir die Gegenwindungen X des Ankers für einen magnetischen Kreis (Formel XXXIV)

$$X = \frac{k_0\, f\, i'\, W \sin \psi}{p}, \text{ wo angenähert } \psi = \varphi \text{ ist,}$$

$$k_0 = 0{,}9\, \frac{\sin (90 \,.\, 0{,}65)}{0{,}65 \cdot \frac{\pi}{2}} = 0{,}752 \quad (f = 0{,}81, \text{ Tabelle 18}).$$

$$\text{Also } X = \frac{0{,}752 \,.\, 0{,}81 \,.\, 200 \,.\, 240 \,.\, 0{,}6}{12} = 1460 \text{ Amperewindungen.}$$

Die bekannte, in Fig. 206 erläuterte Konstruktion gibt die dynamische Charakteristik, d. h. die Ordinaten dieser Kurve sind die EMK des Ankers bei $\cos \varphi = 0{,}8$.

Berechnung der EMK der Selbstinduktion e'_s.

Der Selbstinduktionskoeffizient folgt aus Formel XXXV, während Formel XXXVI den Faktor $2{,}5\,\lambda$ liefert.

Es ist

$$\frac{y}{t} = \frac{22}{42} = 0{,}525$$

$$\frac{b}{T_p} = \frac{36}{33{,}9} = 1{,}06, \text{ also}$$

$$2{,}5\,\lambda = \frac{0{,}75}{0{,}525 \,.\, 106} + 5{,}5 = 6{,}8.$$

Für eine 5-Lochwickelung multiplizieren wir diesen Wert noch mit 0,75 und erhalten $2{,}5\,\lambda = 5{,}15$.

$$L = \frac{5{,}15 \,.\, 36 \,.\, 240^2}{10^8 \,.\, 12} = 0{,}0089 \text{ H},$$

also $$e'_s = L\, 2\pi \sim i' = 0{,}0089 \,.\, 2\pi \,.\, 50 \,.\, 200 = 560 \text{ V}.$$

$$i_s' w_s = 200 \,.\, 0{,}274 = 54{,}8 \text{ V}.$$

Man kann nun, wie in Fig. 206 erläutert, die Klemmenspannungskurve zeichnen, was in Fig. 208 geschehen ist.

Wir erkennen, daß, um 3000 V Klemmenspannung bei $\cos\varphi = 0{,}8$ zu erzeugen, $\overline{AW} = 10000$ sein muß.

Schlagen wir zur Sicherheit noch 10 % hinzu, so werden wir pro magnetischen Kreis 11000 Amperewindungen aufwickeln, oder auf jeden Schenkel kommen $\overline{AW}_1 = 5500$ Amperewindungen.

Die Spannung der Erregermaschine sei zu 110 V angenommen und die Wickelungshöhe werde auf 35 mm geschätzt, so ist die Länge der mittleren Windung

$$l_m = \frac{2\,a + 2\,b + h\,\pi}{1000} \text{ Meter}$$

(Bedeutung der Buchstaben vergl. Fig. 204 und 205, S. 269.)

$$l_m = \frac{2\,(360 + 155) + (35 + 5)\,\pi}{1000} = 1{,}16 \text{ m},$$

die Formel XXa gibt den Drahtquerschnitt

$$q = \frac{0{,}02 \,.\, 1{,}16 \,.\, 12 \,.\, 5500}{110} \approx 14 \text{ mm}^2;$$

hierin wurde angenommen, daß von den 24 Spulen je 12 hintereinandergeschaltet werden.

Bei runden Drähten muß der Drahtdurchmesser $d = 4{,}23$ mm, abgerundet 4,3 mm werden, $d' = 4{,}8$ mm.

Durch die Abrundung wird $q = 14{,}5 \text{ mm}^2$.

Wählt man $s_m = 1{,}5$ A, so wird $i_m \approx 22$ A und die Windungszahl pro Schenkel

$$W = \frac{5500}{22} = 250.$$

Bei 35 mm Wickelungshöhe gehen übereinander

$$35 : 4{,}8 = 7{,}3 \text{ Lagen.}$$

Wir wählen 7 Lagen übereinander und legen nebeneinander $250 : 7 \approx 36$ Drähte, so daß pro Schenkel wirklich aufgewickelt werden

$$36 \,.\, 7 = 252 \text{ Windungen.}$$

Die aufgewickelte Drahtlänge ist

$$L = 1{,}16 \,.\, 252 = 293 \text{ m}$$

und der Widerstand von 12 Schenkeln

$$w_m = 12 \cdot \frac{0{,}02 \,.\, 293}{14{,}5} = 4{,}85\ \Omega.$$

Sollen 22 A durch diesen Widerstand fließen, so ist die erforderliche Erregerspannung

$$4{,}85 \,.\, 22 \approx 107 \text{ V.}$$

Die Erregermaschine muß also $2 \,.\, 22 = 44$ A und 107 V liefern können.

Die Erregermaschine würde also für ein Leistung von

$$110 \,.\, 44 \approx 5000 \text{ Watt}$$

zu berechnen sein.

Bei Leerlauf sind nach Fig. 208 etwa 6000 Amperewindungen erforderlich, d. h. die durch die Windungen fließende Stromstärke beträgt nur

$$i_m = \frac{6000}{2 \,.\, 252} = 11{,}88 \text{ A.}$$

Die zugehörige Spannung der Erregermaschine ist

$$e_{min} = 11{,}88 \,.\, 4{,}85 = 57{,}6 \text{ V};$$

die Spannung der Erregermaschine muß sich also zwischen 110 V und 57 V regulieren lassen.

Temperaturerhöhung der Magnetwickelung.

Rechnet man nur die Mantelfläche, so ist diese für einen Schenkel

$$O = (2 \,.\, 36 + 2 \,.\, 15{,}5 + 6\,\pi)\, 15{,}5 = 1890 \text{ cm}^2.$$

Die Umfangsgeschwindigkeit der Schenkelmitte ist

$$\pi \frac{(260 - 20)\, 250}{60} = 31 \text{ m,}$$

somit die zu erwartende Temperaturerhöhung (Formel XXII)

$$T_m = \frac{(600 \div 800)\, 22^2 \,.\, 0{,}4}{1890\,(1 + 0{,}1 \,.\, 31)} = 20^0 \div 26{,}7^0.$$

Anhang.

Nützliche Angaben.

1. **Stromdichte und Übergangsspannungen von Bürsten.** Es bezeichne s_b die Stromdichte pro cm^2, e_b den Spannungsverlust zwischen Bürste und Kollektor oder Schleifring, so ist:
   a) Für Kupferbürsten: $s_b = 10$ bis 25 A, $e_b = 0{,}017$ bis $0{,}03$ Volt, $s_{b\,max} = 40$ A, wobei $e_b = 0{,}04$ Volt wird.
   b) Kohle-Bürsten.
      1. Sehr weiche Kohlen: $s_b = 8$ bis 11 A, $e_b = 0{,}4$ bis $0{,}6$ V.
      2. Mittelharte Kohlen: $s_b = 5$ bis 7, $e_b = 0{,}9$ bis $1{,}1$ V.
      3. Sehr harte Kohlen: $s_b = 4$ bis 6, $e_b = 1{,}2$ bis 1.5 V.

   Der Übergangswiderstand ist hiernach pro cm^2

   $\frac{e_b}{s_b}$ und für die ganze Auflagefläche f_b einer Bürste

$$w_b = \frac{e_b}{s_b\, f_b} = \frac{e_b}{i}.$$

2. **Temperaturzunahme.**

   Die Temperaturzunahme darf bei isolierten Wickelungen, Kollektoren und Schleifringen nicht überschreiten:

   bei Baumwollisolierung . . . . 50° C.
   „ Papierisolierung . . . . 60° C.
   „ Isolierung durch Glimmer, Asbest und deren Präparate . . . . . 80° C.

   Bei ruhenden Wickelungen sind um 10° höhere Werte zulässig. Sei Straßenbahnmotoren dürfen obige Werte um 20° erhöht werden.

3. **Dicke der Bespinnung für runde Dynamodrähte.**

   Zweimal mit Seide besponnen:

$$d' - d = 0{,}075 \text{ mm},$$

   gültig für $d = 0{,}1$ bis 1 mm.

   Mit Baumwolle

   a) einmal besponnen:

   $d' - d = 0{,}12 \mid 0{,}15 \mid 0{,}2 \mid 0{,}3$ mm

   gültig für $d = 0{,}1$ bis 4 mm.

   b) Zweimal besponnen:

   $d' - d = 0{,}2 \mid 0{,}25 \mid 0{,}3 \mid 0{,}4 \mid 0.5$

   gültig für $d = 0{,}3$ bis 4 mm.

   Je dünner die Bespinnung, desto teuerer der Draht.

4. **Spezifische Gewichte.**

Aluminium	2,64	Kupfer	8,9
Eisen, Stahl	7,7—7,8	Quecksilber	13,6.

Tabelle für Cosinus

Grad	Cosinus 0′	Cosinus 20′	Cosinus 40′	Tangens 0′	Tangens 20′	Tangens 40′
0	1,000	1,000	1,000	0,000	0,006	0,012
1	1,000	1,000	1,000	0,017	0,023	0,029
2	0,999	0,999	0,999	0,035	0,041	0,047
3	0,999	0,998	0,998	0,052	0,058	0,064
4	0,998	0,997	0,997	0,070	0,076	0,082
5	0,996	0,996	0,995	0,087	0,093	0,099
6	0,995	0,994	0,993	0,105	0,111	0,117
7	0,993	0,992	0,991	0,123	0,129	0,135
8	0,990	0,989	0,989	0,141	0,146	0,152
9	0,988	0,987	0,986	0,158	0,164	0,170
10	0,985	0,984	0,983	0,176	0,182	0,188
11	0,982	0,981	0,979	0,194	0,200	0,206
12	0,978	0,977	0,976	0,213	0,219	0,225
13	0,974	0,973	0,972	0,231	0,237	0,243
14	0,970	0,969	0,967	0,249	0,256	0,262
15	0,966	0,964	0,963	0,268	0,274	0,280
16	0,961	0,960	0,958	0,287	0,293	0,299
17	0,956	0,955	0,953	0,306	0,312	0,318
18	0,951	0,949	0,947	0,325	0,331	0,338
19	0,946	0,944	0,942	0,344	0,351	0,357
20	0,940	0,938	0,936	0,364	0,371	0,377
21	0,934	0,931	0,929	0,384	0,391	0,397
22	0,927	0,925	0,923	0,404	0,411	0,418
23	0,921	0,918	0,916	0,424	0,431	0,438
24	0,914	0,911	0,909	0,445	0,452	0,459
25	0,906	0,904	0,901	0,466	0,473	0,481
26	0,899	0,896	0,894	0,488	0,495	0,502
27	0,891	0,888	0,886	0,510	0,517	0,524
28	0,883	0,880	0,877	0,532	0,539	0,547
29	0,875	0,872	0,869	0,554	0,562	0,570
30	0,866	0,863	0,860	0,577	0,585	0,593
31	0,857	0,854	0,851	0,601	0,609	0,617
32	0,848	0,845	0,842	0,625	0,633	0,641
33	0,839	0,835	0,832	0,649	0,658	0,666
34	0,829	0,826	0,822	0,675	0,683	0,692
35	0,819	0,816	0,812	0,700	0,709	0,718
36	0,809	0,806	0,802	0,727	0,735	0,744
37	0,799	0,795	0,792	0,754	0,763	0,772
38	0,788	0,784	0,781	0,781	0,791	0,800
39	0,777	0,773	0,770	0,810	0,819	0,829
40	0,766	0,762	0,759	0,839	0,849	0,859
41	0,755	0,751	0,747	0,869	0,880	0,890
42	0,743	0,739	0,735	0,900	0,911	0,922
43	0,731	0,727	0,723	0,933	0,943	0,955
44	0,719	0,715	0,711	0,966	0,977	0,988
45	0,707	0,703	0,699	1,000	1,012	1,024

und Tangens.

Grad	Cosinus 0′	Cosinus 20′	Cosinus 40′	Tangens 0′	Tangens 20′	Tangens 40′
46	0,695	0,690	0,686	1,036	1,048	1,060
47	0,682	0,678	0,673	1,072	1,085	1,098
48	0,669	0,665	0,660	1,111	1,124	1,137
49	0,656	0,652	0,647	1,150	1,164	1,178
50	0,643	0,638	0,634	1,192	1,206	1,220
51	0,629	0,625	0,620	1,235	1,250	1,265
52	0,616	0,611	0,606	1,280	1,295	1,311
53	0,602	0,597	0,592	1,327	1,343	1,360
54	0,588	0,583	0,578	1,376	1,393	1,411
55	0,574	0,569	0,564	1,428	1,446	1,464
56	0,559	0,554	0,550	1,483	1,501	1,520
57	0,545	0,540	0,535	1,540	1,560	1,580
58	0,530	0,525	0,520	1,600	1,621	1,643
59	0,515	0,510	0,505	1,664	1,686	1,709
60	0,500	0,495	0,490	1,732	1,756	1,780
61	0,485	0,480	0,475	1,804	1,829	1,855
62	0,469	0,464	0,459	1,881	1,907	1,935
63	0,454	0,449	0,444	1,963	1,991	2,020
64	0,438	0,433	0,428	2,050	2,081	2,112
65	0,423	0,417	0,412	2,145	2,177	2,211
66	0,407	0,401	0,396	2,246	2,282	2,318
67	0,391	0,385	0,380	2,356	2,394	2,434
68	0,375	0,369	0,364	2,475	2,517	2,560
69	0,358	0,353	0,347	2,605	2,651	2,699
70	0,342	0,337	0,331	2,747	2,798	2,850
71	0,326	0,320	0,315	2,904	2,960	3,018
72	0,309	0,303	0,298	3,078	3,140	3,204
73	0,292	0,287	0,281	3,271	3,340	3,412
74	0,276	0,270	0,264	3,487	3,566	3,647
75	0,259	0,253	0,248	3,732	3,821	3,914
76	0,242	0,236	0,231	4,011	4.113	4,219
77	0,225	0,219	0,214	4,331	4,449	4,574
78	0,208	0,202	0,197	4,705	4,843	4,989
79	0,191	0,185	0,179	5,145	5,309	5,485
80	0,174	0,168	0,162	5,671	5,871	6,084
81	0,156	0,151	0,145	6,314	6,561	6,827
82	0,139	0,133	0,128	7,115	7,429	7,770
83	0,122	0,116	0,110	8,144	8,556	9,010
84	0,105	0,099	0,093	9,514	10,08	10,71
85	0,087	0,081	0,076	11,43	12,25	13,20
86	0,070	0,064	0,058	14,30	15,60	17,17
87	0,052	0,047	0,041	19,08	21,47	24,54
88	0,035	0,029	0,023	28,64	34,37	42,96
89	0,017	0,012	0,006	57,29	85,94	171,9

Manuldruck der Spamerschen Buchdruckerei in Leipzig

Additional information of this book

(Aufgaben und Lösungen aus der Gleich- und Wechselstromtechnik; 978-3-662-27848-2) is provided:

EXTRA MATERIALS extras.springer.com

http://Extras.Springer.com

Kurzes Lehrbuch der Elektrotechnik. Von Dr. **Adolf Thomälen,** a. o. Professor an der Technischen Hochschule Karlsruhe. Neunte, verbesserte Auflage. Mit 555 Textbildern. 1922.
Gebunden Preis M. 80.—

Hilfsbuch für die Elektrotechnik. Unter Mitwirkung namhafter Fachgenossen bearbeitet und herausgegeben von Dr. **Karl Strecker.** Neunte, umgearbeitete Auflage. Mit 552 Textabbildungen. 1921.
Gebunden Preis M. 70.—

Elektromotoren. Ein Leitfaden zum Gebrauch für Studierende, Betriebsleiter und Elektromonteure. Von Dr.-Ing. **Johann Grabscheid.** Mit 72 Textabbildungen. 1921. Preis M. 15.—

Die Elektrotechnik und die elektromotorischen Antriebe. Ein elementares Lehrbuch für technische Mittelschulen und zum Selbstunterricht. Von Dipl.-Ing. **Wilhelm Lehmann.** Mit 520 Textabbildungen. 1922. Gebunden Preis M. 96.—

Die Berechnung der Anlaß- und Regelwiderstände. Von Ingenieur **Erich Jasse.** Mit 65 Textabbildungen. 1921. Preis M. 27.—

Die Transformatoren. Von Dr. techn. **Milan Vidmar,** ordentlicher Professor der Universität Ljubljana, Direktor der Maschinenfabriken und Gießereien A.-G., Ljubljana. Mit 297 Textabbildungen. 1921.
Preis M. 110.—; gebunden M. 120.—

Die Berechnung elektrischer Leitungsnetze in Theorie und Praxis. Von Dipl.-Ing. **Joseph Herzog †,** Budapest, und **Clarence Feldmann,** Professor an der Technischen Hochschule zu Delft. Dritte, vermehrte und verbesserte Auflage. Mit 519 Textfiguren. 1921. Gebunden Preis M. 136.—

Messungen an elektrischen Maschinen. Apparate, Instrumente, Methoden, Schaltungen. Von **Rud. Krause.** Vierte, gänzlich umgearbeitete Auflage. Von Ingenieur **Georg Jahn.** Mit 256 Textfiguren und einer Tafel. 1920. Gebunden Preis M. 28.—

Die Prüfung der Elektrizitäts-Zähler. Meßeinrichtungen, Meßmethoden und Schaltungen. Von Dr.-Ing. **Karl Schmiedel,** Charlottenburg. Mit 97 Textfiguren. 1921. Preis M. 42.—

Hierzu Teuerungszuschläge