

Kadesch
Leitfaden der Physik
Oberstufe

Zweite Auflage

Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH

Leitfaden der Physik.

Oberstufe.

Von

Prof. Dr. Adolf Kadesch,

vormals Oberlehrer am Städt. Realgymnasium mit Realschule zu Wiesbaden.

Zweite, verbesserte und vermehrte Auflage.

Mit 296 Figuren im Texte,
22 Tabellen und 400 Übungsaufgaben nebst Ergebnissen.



Springer-Verlag
Berlin Heidelberg GmbH

1921.

ISBN 978-3-662-34153-7 ISBN 978-3-662-34423-1 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-662-34423-1

Softcover reprint of the hardcover 2nd edition 1921

Alle Rechte vorbehalten.

Buchdruckerei Carl Ritter, G. m. b. H., Wiesbaden.

Aus dem Vorwort zur ersten Auflage.

Den im Vorwort zur «Unterstufe» ausgesprochenen Grundsätzen bin ich bei der Abfassung der «Oberstufe» treu geblieben. Daher kann ich mich bezüglich der letzteren auf nachstehende Bemerkungen beschränken.

Daß ich die Hauptabschnitte der Physik in der Reihenfolge behandelt habe, welche in den Lehrplänen vorgesehen ist (Kalorik, Magnetik und Elektrik als Pensum der Obersekunda, Mechanik, Akustik und Optik als Pensum der Prima), bedingte die Voraussetzung eines allgemeinen Abschnitts.

Wiederholungen aus dem Pensum der Unterstufe sind völlig vermieden, da beide Stufen zusammen ein Ganzes bilden sollen. Unter der Spitzmarke «Zu wiederholen» sind jedoch zu Beginn der einzelnen Paragraphen oder Abschnitte die zugehörigen Paragraphen der Unterstufe namhaft gemacht. Hierdurch ist Veranlassung gegeben, daß während der Durchnahme des Pensums der Oberstufe dasjenige der Unterstufe in der Hauptsache nach und nach wiederholt wird. Es ist also angenommen, daß sich die Unterstufe noch im Besitz der Schüler befindet.

Vollständigkeit wurde nicht erstrebt, d. h. ich habe es nicht für meine Aufgabe gehalten, alle möglichen Neben- und Einzeltatsachen zusammenzutragen. Abgesehen davon, daß diese durch ihre Fülle die Schüler verwirren müssen, kann der Lehrer für sie aus Mangel an Zeit doch den experimentellen Nachweis nicht erbringen; daher gehören sie nicht in ein für den Schulunterricht bestimmtes Lehrbuch.

Auf das Vorhandensein von Bewegungsfreiheit des Lehrers wurde nach Möglichkeit Bedacht genommen. Hierher gehört z. B., daß zuweilen (wie bereits in der Unterstufe) die Versuchsauswahl ganz dem Lehrer überlassen wurde.

Die an den passenden Stellen eingefügten Übungsaufgaben sind so gewählt, daß sie sich ohne besondere Schwierigkeit lösen lassen.

Vorwort zur zweiten Auflage.

Wenn ein neu herausgegebenes Lehrbuch eine weitere Auflage erlebt, so darf seine Brauchbarkeit wohl als erwiesen gelten. Daher habe ich bei der Bearbeitung der neuen Auflage der «Oberstufe» an den Grundsätzen nichts geändert, auf denen die Abfassung der alten beruhte. Dagegen fand in der Reihenfolge der Hauptabschnitte eine wesentliche Änderung statt. Da es nämlich gestattet ist, die in den Lehrplänen für die Klassen O II und I vorgesehene Reihenfolge dahin abzuändern, daß mit der Mechanik begonnen wird, so wurde für die neue Auflage die natürliche Reihenfolge Mechanik — Akustik — Optik — Kalorik — Magnetik — Elektrik gewählt. Dies bedingte allerdings die Versetzung einzelner Gegenstände in andere Hauptabschnitte. So mußte die Besprechung der ultraroten Strahlen und im Zusammenhang damit der ultravioletten Strahlen, sowie von Fluoreszenz und Phosphoreszenz von der Optik abgetrennt und dem Abschnitt der Kalorik über Wärmestrahlung zugewiesen werden.

Zu Beginn der einzelnen Paragraphen oder Abschnitte wurden diesmal unter der Spitzmarke «Zu wiederholen» nicht die Paragraphen, sondern die Gegenstände der «Unterstufe» nämlich gemacht, welche vor der Durchnahme der betr. Paragraphen oder Abschnitte der «Oberstufe» von den Schülern wiederholt werden sollen. Damit

entsprach ich einem mir geäußerten Wunsche, wie ich denn überhaupt mancherlei Anregungen, die mir freundlicherwise zungen, und für welche ich auch an dieser Stelle bestens danke, tunlichst berücksichtigt habe. Hierher gehört z. B. auch die Aufnahme der Ergebnisse der Rechnungsaufgaben.

Selbstredend wurden fremde und eigene Unterrichtserfahrungen verwertet und die Fortschritte von Wissenschaft und Technik beachtet. In dieser Hinsicht ist besonders zu erwähnen, daß die neuen Anschauungen über den inneren Bau der Atome aufgenommen wurden, auch daß die elektrischen Erscheinungen in evakuierten Glasgefäßen, die Röntgenstrahlen und die Erscheinungen der Radioaktivität, entsprechend unserer vermehrten Kenntnis bzw. Einsicht, eine eingehendere Behandlung erfuhren.

Neu aufgenommen wurde u. a. ferner die Besprechung der Benutzung eines Skalenaräometers zur Bestimmung des spez. Gewichts eines festen Körpers, der selbstregistrierenden meteorologischen Apparate, der Quecksilberluftpumpe nach Geißler mit porösen Platten statt der Hähne, der Bestimmung der Drehung eines Körpers mittels Lichtzeigers, des Astigmatismus, des Prismenfernrohrs, der anormalen Dispersion des Lichts, der terrestrischen Linien im Sonnen- oder einem Fixsternspektrum, der orthochromatischen photographischen Platten, der Abwärmemaschine, des elektrischen Akkumulators (aus der «Unterstufe» übernommen), des Prinzips des Bolometers, der Drosselspulen und der Teslaströme.

Die Zahl der Figuren erfuhr eine Vermehrung um 2, diejenige der Übungsaufgaben eine solche um 14.

Vermehrt wurde auch nach Möglichkeit die Zahl der Hinweise auf entsprechende Tatsachen oder Vorgänge aus anderen Gebieten der Physik, da solche Hinweise besonders geeignet sind, das Verständnis der Schüler im allgemeinen und ihren Einblick in die Einheit der Naturkräfte im besonderen zu fördern.

Um den Umfang des Buches nicht zu sehr zu vergrößern, und da es bereits eine Reihe guter Leitfäden für Schülerübungen gibt, habe ich solche auch in die neue Auflage nicht aufgenommen.

Die Relativitätstheorie fand ebenfalls keine Aufnahme, da sie m. E. bis auf weiteres in kein Schulbuch gehört.

Die Klarheit und Schärfe des sprachlichen Ausdrucks habe ich wiederum besonders zu pflegen gesucht und die Beseitigung entbehrlicher Fremdwörter angestrebt.

Meine Stellung zu Induktion und Deduktion habe ich in dem Vorwort zur zweiten Auflage der «Unterstufe» ausführlich dargelegt. Ich kann deshalb hier wohl auf diese Darlegung verweisen.

So möge denn das Buch abermals hinausgehen und sich zu den alten Freunden neue erwerben.

Wiesbaden, im April 1921.

Der Verfasser.



Inhaltsübersicht.

Seite

I. Abschnitt: Die Lehre vom Gleichgewicht von Kräften und von der Bewegung der Körper. (Mechanik.)

A. Allgemeine Begriffe. §§ 1—14 1

Atome, das Kilogramm als Kraftmaß, die Grundeinheiten des irdischen und des absoluten Maßsystems, Dichte eines Körpers, die Grundgleichungen einer gleichförmig beschleunigten Bewegung, Abhängigkeit der Beschleunigung von Kraft und Masse, Masseneinheit im irdischen und Kräfteinheit im absoluten Maßsystem, mathematischer Zusammenhang zwischen Kraft, Masse und Beschleunigung, die Einheiten der Arbeit und des Effekts, geometrische Darstellung von Arbeiten, lebendige Energie, Spannungsenergie, Erhaltung der Energie beim Wurf lotrecht aufwärts, Schwingungsenergie, Tragfähigkeit, Elastizitätskoeffizient und -modul, Festigkeit, Reibung.

B. Die Mechanik fester Körper.

a) Die Lehre vom Gleichgewicht von Kräften bei festen Körpern. §§ 15—19 24

Parallelogramm, Parallelepipid und Polygon von Kräften, Zusammensetzung gleichsinnig paralleler Kräfte, Schwerpunkt, Zusammensetzung ungleichsinnig paralleler Kräfte, Kräftepaare, Zusammensetzung von Drehkräften, Empfindlichkeit einer Wage.

b) Die Lehre von der Bewegung fester Körper. §§ 20—35 42

Stoßkräfte und kontinuierliche Kräfte, Unabhängigkeitsprinzip, Parallelogramm der Wege, der Geschwindigkeiten und der Beschleunigungen, allgemeine gleichförmig beschleunigte und gleichförmig verzögerte Bewegung, Fall und Wurf längs der schiefen Ebene, wagrechter und schiefer Wurf, Drehungsbewegung, Trägheitsmoment, Zentralbewegung, Zentripetalkraft und -beschleunigung, Zentrifugalkraft und -beschleunigung, Gravitationsgesetz, harmonische Schwingungsbewegung, mathematisches Pendel, physisches Pendel, Foucaults Pendelversuch, freie Achsen und Kreiselbewegung, Kraftantrieb und Bewegungsgrößen, Stoß unelastischer Körper, Stoß elastischer Körper.

	Seite
C. Die Mechanik flüssiger Körper. §§ 36—40	86
Stabiles Schwimmen, Bestimmung des spez. Gewichts eines festen und eines flüssigen Körpers mit Benutzung des Archimedischen Prinzips, Oberflächenspannung einer Flüssigkeit und Erklärung der Haarröhrchenercheinungen, Torricellis Theorem, Strömen von Flüssigkeiten in Röhren, Diffusion und Diomose.	
D. Die Mechanik gasförmiger Körper. §§ 41—44	94
Barometer, barometrische Höhenmessung, Luftpumpen, Diffusion.	
E. Wellenlehre. §§ 45—51	100
Allgemeines von den Wellenbewegungen, fortschreitende transversale Wellenbewegungen, fortschreitende longitudinale Wellenbewegungen, Zurückwerfung einer Wellenbewegung an einem dünneren und an einem dichteren Mittel, Interferenz von Wellenbewegungen, Huyghensches Prinzip, Ableitung der Gesetze für die Zurückwerfung und für die Brechung eines Wellenstrahls.	
I. Abschnitt: Die Lehre vom Schall. (Akustik.) §§ 52—62	117
Sirene von Cagniard la Tour, Tonintervalle und Tonleitern, Konsonanz und Dissonanz, Akkorde, Obertöne, Tonquellen, Klangfarbe, Mittönen, Interferenzerscheinungen bei zwei Schallwellenbewegungen gleicher Fortpflanzungsrichtung, Beugung einer Schallwellenbewegung, Dopplersches Prinzip.	
III. Abschnitt: Die Lehre vom Licht. (Optik.)	
A. Die Ausbreitung des Lichts. §§ 63—65	138
Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichts, Stärke der Beleuchtung einer Fläche, Stärke einer Lichtquelle.	
B. Die Zurückwerfung des Lichts. §§ 66, 67	146
Heliostat, Poggendorffsche Spiegelablesung, Spiegelsextant, Kugelspiegel.	
C. Die Brechung und die vollständige Zurückwerfung des Lichts. §§ 68—77	152
Optisch dichtere und optisch dünnere Mittel, Folgerungen aus dem Brechungsgesetz, Ablenkung eines Lichtstrahls durch einmalige Brechung, Ablenkung eines Lichtstrahls durch ein optisches Prisma und Bestimmung von Brechungsverhältnissen, optische Linsen, anormale Augen und Brillen, Sehen mit beiden Augen und Stereoskop, Vergrößerung bei Lupe, Mikroskop und Fernrohren, atmosphärische Strahlenbrechung, vollständige Zurückwerfung des Lichts.	

	Seite
D. Vom farbigen Licht. §§ 78—83	177
Mischfarben, Ergänzungsfarben, Körperfarben, achromatische Prismen und Prismen mit gerader Durchsicht, achromatische Linsen, Spektroskop, Einteilung der Spektra, Fraunhofer'sche Linien.	
E. Interferenzerscheinungen des Lichts. §§ 84—87	185
Farben dünner Blättchen, Newton's Farbenringe, Fresnel's Spiegelversuch, Interferenzerscheinungen bei der Beugung des Lichts, Wellenlängen und Schwingungszahlen beim Licht.	
F. Die Polarisation des Lichts. §§ 88—90	192
Erscheinungen der geradlinigen Polarisation des Lichts.	

IV. Abschnitt: **Die Lehre von der Wärme. (Kalorik.)**

A. Das Wesen der Körperwärme. §§ 91—93	199
Die Grundanschauungen der mechanischen Wärmetheorie, Spannkraft eines Gases auf Grund der mechanischen Wärmetheorie, Boyle'sches Gesetz.	
B. Änderung der Größe eines Körpers durch Erwärmung und Abkühlung. §§ 94—97	206
Linearer und kubischer Ausdehnungskoeffizient, Gay-Lussac-Boyle'sches Gesetz, Spannungskoeffizient der Gase, absolute Temperatur, Gasthermometer.	
C. Änderung des Aggregatzustands eines Körpers durch Erwärmung und Abkühlung. §§ 98—102	217
Änderung der Schmelztemperatur fester Körper, Gefrierverzug, Kältemischungen, Siedeverzug, Verflüchtigen fester Körper und Sublimation von Dämpfen, gesättigter und ungesättigter Dampf, kritische Temperatur eines Gases, Verdunstungskälte.	
D. Die Messung von Wärmemengen. §§ 103—105	224
Einheit der Wärmemenge, Wasserkalorimeter, spezifische Wärme, Schmelzwärme, Verdampfungswärme.	
E. Wärme und Arbeit. §§ 106, 107	231
Mechanisches Äquivalent der Wärme, Dampfmaschine.	
F. Die Feuchtigkeit der Atmosphäre. Wärmeerscheinungen in der Atmosphäre. §§ 108—110	235
Feuchtigkeit der Atmosphäre, Bestimmung des Maximums und des Minimums der Lufttemperatur, Messung von Regenhöhe und Windstärke, Isobaren, barometrische Maxima und Minima, Wettervorhersage.	
G. Wärmestrahlung. §§ 111—116	241
Energie der strahlenden Wärme, diathermane und athermane Körper, Zurückwerfung und Brechung von Wärmestrahlen, Emissions- und Absorptionsvermögen	

der Körper für Wärmestrahlen, Wärmegleichgewicht, ultrarote und ultraviolette Strahlen und ihre Beziehungen zu den Lichtstrahlen, Fluoreszenz und Phosphoreszenz.

V. Abschnitt: **Die Lehre vom Magnetismus. (Magnetik.)** §§ 117—120 249

Magnetische Energie, Einheit der magnetischen Polstärke, C o u l o m b s c h e s Gesetz für Magnetismus, magnetisches Feld, Eisen in einem magnetischen Felde, para- und diamagnetische Körper, Erdmagnetismus.

VI. Abschnitt: **Die Lehre von der Elektrizität. (Elektrik.)**

A. Reibungs- und Influenzelektrizität. §§ 121—126 258

Elektrische Energie, Influenzelektrifiziermaschinen, elektrostatiche Einheit der Elektrizitätsmenge, C o u l o m b s c h e s Gesetz für Elektrizität, elektr. Dichte, elektr. Feld, elektr. Potential eines Leiters, elektr. Kapazität eines Leiters, Dielektrizitätskonstante, Energiegehalt eines geladenen Leiters, Potential im elektr. Felde.

B. Galvanische Elektrizität. §§ 127—135 270

Elektr. Stromenergie, magnetisches Feld eines elektr. Stromes, Einheiten der Stärke eines elektr. Stromes, B i o t - S a v a r t s c h e s Gesetz, elektromagnetische und praktische Einheit der Elektrizitätsmenge, praktische Einheit der elektr. Kapazität, die elektrolytischen Grundgesetze, Messung der Stärke eines elektr. Stromes auf Grund seiner chemischen Wirkungen, Tangentenbusssole, Ampèremeter, Theorie der Elektrolyse, sekundäre elektrolytische Vorgänge, galvanische Polarisation und elektrolytische Vorgänge in galvan. Elementen, Akkumulatoren, elektr. Leitungswiderstand, O h m s c h e s Gesetz, Bestimmung der Konstanten eines galvan. Elements, Voltmeter, Schaltung galvan. Elemente auf größte Stromstärke, Stromverzweigungsgesetze, Stromarbeit.

C. Induktionselektrizität. §§ 136—145 294

Weitere Induktionsgesetze, Induktion bei Drahtwindungen, welche in einem homogenen magnetischen Felde rotieren, elektr. Wechsel- und Gleichstrom, elektr. Gleichstrommaschinen, die Dynamomaschinen, elektr. Kraftübertragung, elektr. Wechselstrommaschinen, elektr. Drehstrom, elektr. Drehstrommaschinen, Foucaultströme, Selbstinduktion, Transformatoren, hoch- und niedriggespannte elektr. Ströme, Induktionsapparate.

D. Thermoelektrizität. § 146 311

Thermoelemente und -batterien, Thermoströme, P e l t i e r s Phänomen.

E. Elektrische Strahlungserscheinungen:

a) Innerer Bau der Atome. Geißlersche und Hittorfsche Röhren, Kathoden-, Kanal- und Röntgenstrahlen. Die Erscheinungen der Radioaktivität. §§ 147—149	313
Innerer Bau der Atome, Geißlersche und Hittorfsche Röhren, Kathoden-, Kanal- und Röntgen- strahlen, Radioaktivität.	
b) Elektromagnetische Strahlung. §§ 150—152 .	318
Elektromagnetische Schwingungen, Strahlen und Wellen, Fritter, Durchlässigkeit der Körper für elektro- magnetische Strahlen, Zurückwerfung und Brechung elektromagnetischer Strahlen, drahtlose Telegraphie.	
Schluss	324
Energieverwandlung und Gesetz von der Erhaltung der Energie.	
Ergebnisse der Rechnungsaufgaben	325
Alphabetisches Sachregister	332



I. Abschnitt.

Die Lehre vom Gleichgewicht von Kräften und von der Bewegung der Körper. (Mechanik.)

A. Allgemeine Begriffe.

§ 1. Atome.

Zu wiederholen: U.), Teilbarkeit.*

Die chemischen Erscheinungen führen zu der — wie sich später zeigen wird — auch physikalisch bedeutsamen Hypothese: Die Moleküle der chemisch zusammengesetzten Körper (**chemischen Verbindungen**) und der meisten chemisch einfachen Körper (**Grundstoffe, chemischen Elemente**) bestehen aus noch kleineren Teilchen, welche durch noch kleinere Zwischenräume als die Moleküle voneinander getrennt sind. Name der Bestandteile der Moleküle: **Atome**, d. h. unzerschneidbare Teilchen.

Demnach: Molekül = Atomgruppe.

Sowohl die Moleküle eines chemischen Elements als auch diejenigen einer chemischen Verbindung sind untereinander gleichartig. Die Atome eines chemischen Elements sind ebenfalls untereinander gleichartig, die Atome einer chemischen Verbindung dagegen nicht. Jedes Molekül einer chemischen Verbindung besteht vielmehr aus verschiedenartigen Atomen, nämlich aus Atomen derjenigen Elemente, aus denen die Verbindung zusammengesetzt ist.

Ein Molekül Kochsalz (Chlornatrium, Na Cl) besteht z. B. aus 1 Atom Natrium (Na) und 1 Atom Chlor (Cl), ein Molekül Wasser (H₂O) aus 2 Atomen Wasserstoff (H) und 1 Atom Sauerstoff (O), ein Molekül Chlorwasserstoffsäure (H Cl) aus 1 Atom Wasserstoff und 1 Atom Chlor. — Die Moleküle der meisten chemischen Elemente bestehen aus zwei oder mehreren Atomen. Beispiel eines Elements mit einatomigen Molekülen: Quecksilber in Dampfform. (Moleküle und Atome identisch!)

Die mechanische Teilung eines Körpers findet stets längs der Molekularzwischenräume statt, so daß es unmöglich ist, eine chemische Verbindung durch mechanische Teilung in ihre Grundstoffe zu zerlegen. Dies ist vielmehr nur vermittels Wärme, Licht, Elektrizität und auf chemischem Wege ausführbar.

*) U. bedeutet hier und im folgenden „Unterstufe“.

Auch zwischen den Atomen eines Moleküls muß eine Zusammenhankskraft vorhanden sein. Diese wird **chemische Verwandtschaft (Affinität)** genannt.

Bei allen chemischen Vorgängen bleiben die Atome unverändert; sie trennen sich blofs voneinander und gehen andere Verbindungen ein.

Die Frage bleibt vorläufig offen, ob die Atome einfache, d. h. unzusammengesetzte Gebilde, oder ob sie aus noch kleineren Teilchen zusammengesetzt sind.

§ 2. Das Kilogramm als Kraftmafs.

Zu wiederholen: U., Das Messen von Gewichten und von Kräften.

Die Anziehungskraft zwischen einem irdischen Körper und der Erde nimmt wegen der „Abplattung“ der letzteren an ihren (geographischen) Polen von einem Pol aus nach dem Äquator hin ab; desgleichen nimmt sie ab mit der Erhebung des Körpers über die Erdoberfläche. (Vergl. in Fig. 1 A_4B_4 , A_1B_1 , A_2B_2 , A_3B_3 miteinander und A_4B_4 mit A_1B_1 .)

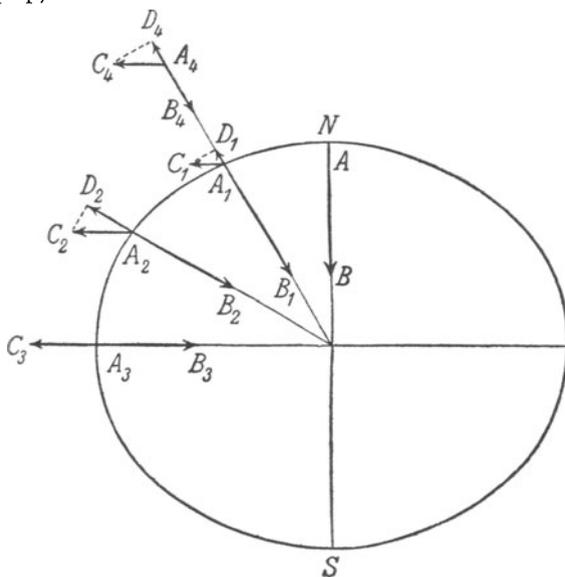


Fig. 1.

Die Fliehkraft eines irdischen Körpers, welche er infolge der Erdumdrehung besitzt, nimmt nach U. von einem Pol der Erde nach dem Äquator hin und mit der Erhebung über die Erdoberfläche zu. (Vergl. A_1C_1 , A_2C_2 , A_3C_3 miteinander und A_4C_4 mit A_1C_1 .) In noch stärkerem Mafse als die Fliehkraft selbst nimmt von einem Erdpol nach dem Äquator hin diejenige Seitenkraft der Fliehkraft zu, welche der Anziehungskraft zwischen dem Körper und der Erde entgegenwirkt. (Vergl. A_1D_1 mit A_2D_2 .)

Am Äquator wirkt die ganze Fliehkraft des Körpers der Anziehungskraft zwischen diesem und der Erde entgegen; an einem Pol der Erde ist die Fliehkraft des Körpers gleich Null. — In Fig. 1 sind Fliehkraft und Abplattung der Erde übertrieben dargestellt. (Die Fliehkraft ist ungefähr 200fach übertrieben; der Abstand der Pole der Erde ist in Wirklichkeit gleich $\frac{299}{300}$ eines Durchmessers ihres Äquators.)

Sonach:

Die resultierende Kraft, mit welcher ein Körper nach dem Mittelpunkt der Erde hin gezogen wird, d. h. seine Schwerkraft oder sein Gewicht (im gewöhnlichen Sinne) nimmt von einem Pol der Erde nach dem Äquator hin und mit der Erhebung über die Erdoberfläche ab.

Dies läßt sich nicht vermittels einer Hebelwage nachweisen, da das Gewicht der Gewichtstücke sich um ebensoviel ändert wie dasjenige des gewogenen Gegenstands, wohl aber mit einer Federwage (oder mit einem Pendel; seine Schwingungszeit nimmt nach dem Äquator hin und mit der Erhebung über die Erdoberfläche zu).

Eine Hebelwage kann daher überall, eine Federwage nur an dem Ort, an welchem sie geeicht ist, zu richtigen Wägungen benutzt werden.

Das Kilogramm als Gewicht eines cdm Wasser von 4° C. schlechthin kann nach obigem nicht als Kräfteinheit dienen. Als Kräfteinheit muß vielmehr das Kilogramm auf eine bestimmte geographische Breite und eine bestimmte Erhebung bezogen sein; **als diese hat man bezüglich die Breite von Paris und die Höhe des Meeresspiegels gewählt.** Da ferner das in der Atmosphäre beobachtete Gewicht eines Körpers sich mit dem Luftdruck ändert (Änderung des Auftriebs des Körpers!), so bezieht man das Kilogramm als Kräfteinheit auch noch auf den leeren Raum.

Von der so definierten Kräfteinheit beträgt das Gewicht eines cdm Wasser von 4° C. in der Höhe des Meeresspiegels an einem Pol der Erde das 1,002fache, am Äquator das 0,997fache.

Nach obigem gibt das Ergebnis der Wägung eines Körpers allgemein nur Aufschluß über seine Masse: **Massenkilogramm, Massengramm** usw. im Gegensatz zu **Kraftkilogramm, Kraftgramm** usw. Des deutlichen Unterschieds halber ist im folgenden überall das **Massenkilogramm** mit kg , das **Massengramm** mit g usw. bezeichnet.

§ 3. Die Grundeinheiten des irdischen und des absoluten Maßsystems. Die Dichte eines Körpers.

1. Es zeigt sich, daß sich die physikalischen Maßeinheiten ausnahmslos auf drei Einheiten (**Grundeinheiten**) zurückführen lassen.

Die Grundeinheiten des sog. **irdischen Maßsystems** sind das **Meter** als Einheit der Länge, das **Kilogramm** als Einheit der Kraft und die **Sekunde** als Einheit der Zeit.

Die Grundeinheiten des sog. **absoluten Maßsystems** sind das **Centimeter** als **Einheit der Länge**, die **Masse eines Kubikcentimeters Wasser von 4° C. (Masse, welche 1 g wiegt, Grammasse)** als **Einheit der Masse** und die **Sekunde** als **Einheit der Zeit**. Das absol. Maßsystem wird daher auch als **Centimeter-Gramm-Sekunden-System (CGS-System)** bezeichnet.

2. Unter der Dichte eines Körpers versteht man die in einer Volumeneinheit enthaltene Masse desselben. Bei Verwendung des absol. Maßsystems versteht man daher folgerichtig unter der **Dichte eines Körpers die in Gramm Massen ausgedrückte Masse eines Kubikcentimeters desselben.**

Wiegt also ein Körper P g, und ist sein Volumen gleich v ccm, so beträgt seine absol. Dichte $\frac{P}{v}$ g.

$\frac{P}{v}$ gibt auch das spezifische Gewicht des Körpers an! (S. U.) Dieses stimmt also mit der Maßzahl der absol. Dichte des Körpers überein.

§ 4. Die Grundgleichungen einer gleichförmig beschleunigten Bewegung.

Zu wiederholen: U., Gleichförmige und ungleichförmige Bewegung, Geschwindigkeit, freier Fall.

1. Ein Körper besitzt eine gleichförmig beschleunigte Bewegung, wenn seine Geschwindigkeit in beliebigen gleichen Zeiten um gleiche Beträge zunimmt.

Die Geschwindigkeitszunahme wird verursacht durch eine unveränderliche Kraft, welche ununterbrochen an dem Körper wirkt. Name der Geschwindigkeitszunahme für 1 Sekunde: **Beschleunigung.**

Beispiele einer gleichförmig beschleunigten Bewegung: Der freie Fall und der Wurf lotrecht abwärts im luftleeren Raume (wenn die wirksame Schwerkraft als unveränderlich betrachtet wird).

Ein Körper habe sich t Sekunden (t sec) lang gleichförmig beschleunigt bewegt und sei am Anfang dieser Zeit in Ruhe gewesen. Seine Beschleunigung betrage a Längeneinheiten, seine Geschwindigkeit am Ende der t ten Sekunde v und der von ihm in den t sec zurückgelegte Weg s Längeneinheiten derselben Art. Dann ist seine Beschleunigung auch gleich $\frac{v}{t}$ Längeneinheiten, demnach

$$\frac{v}{t} = a,$$

woraus folgt:

$$v = a \cdot t.$$

Die von dem Körper in der angegebenen Zeit erlangte mittlere Geschwindigkeit ist also einerseits gleich $\frac{a \cdot t}{2}$, andererseits gleich $\frac{s}{t}$ Längeneinheiten, so dass

$$\frac{s}{t} = \frac{a \cdot t}{2}.$$

Hieraus folgt:

$$s = \frac{1}{2} a t^2.$$

Da für die Geschwindigkeit bei einer gleichförmigen Bewegung (in U.) und für die mittlere Geschwindigkeit bei einer gleichförmig beschleunigten Bewegung der Ausdruck $\frac{s}{t}$ gefunden wurde, so ist eine Geschwindigkeit in bezug auf die Länge von der ersten, in bezug auf die Zeit von der minus ersten Dimension. Mithin ist eine Beschleunigung, da für eine solche der Ausdruck $\frac{v}{t}$ ermittelt wurde, in bezug auf die Länge ebenfalls von der ersten, in bezug auf die Zeit aber von der minus zweiten Dimension. Daher bezeichnet man z. B. eine Geschwindigkeit von 5 m auch als eine solche von 5 m sec^{-1} oder 5 m/sec, eine Beschleunigung von 2 m auch als eine solche von 2 m sec^{-2} oder 2 m/sec².

2. Demonstration der Hauptgesetze einer gleichförmig beschleunigten Bewegung mit Atwoods Fallmaschine (Fig. 2). Ihre Einrichtung ist im wesentlichen folgende:

Ein Iotrecht stehender Pfosten trägt eine Centimetereinteilung. An seinem oberen Ende befindet sich eine feste Rolle, die sich mit außerordentlich wenig Reibung um eine wagrechte Achse dreht. Um die Rolle ist oben ein Faden gelegt, an dessen Enden gleichschwere zylindrische Gewichtstücke A und B hängen. Längs des Pfostens ist eine wagrechte massive Platte C und über dieser eine wagrechte Platte D mit kreisförmigem Ausschnitt verschiebbar. Durch letzteren kann sich das Gewichtstück A hindurchbewegen. Zu dem Apparat gehört ferner ein Pendel, das deutlich hörbar Sekunden schlägt.

Zu den Versuchen mit der Fallmaschine legt man auf A ein Übergewicht E, das beim Durchgang von A durch D auf D liegen bleibt. Hierauf

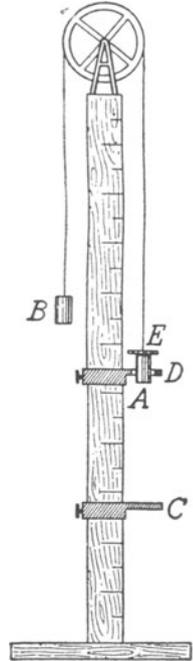


Fig. 2.
Atwoods
Fallmaschine.

bringt man das Gewichtstück A an das obere Ende der Einteilung und läßt es los. Dann geraten A mit E und B in eine gleichförmig beschleunigte Bewegung. Bestimmung der Geschwindigkeit bei ihr in einem bestimmten Augenblick: Man stellt C und D so, daß das Übergewicht in dem betr. Augenblick auf D liegen bleibt, die Bewegung also von da an eine gleichförmige ist, und daß A eine Sekunde später auf C aufschlägt. In dieser Weise stellt man die Geschwindigkeit 1, 2, 3, . . . sec nach Beginn der Bewegung fest und liest die zugehörigen Wege ab, welche vom oberen Ende der Einteilung bis D zurückgelegt wurden. Der Unterschied zweier aufeinander folgender Geschwindigkeitswerte liefert die Beschleunigung. Die ermittelten Geschwindigkeiten und die abgelesenen Wege stimmen bezüglich mit den Werten überein, die sich aus den Gleichungen $v = a \cdot t$ und $s = \frac{1}{2} a t^2$ ergeben.

Aufgaben.

1. Bei einer Fallmaschine betrug die Beschleunigung 5 cm/sec^2 . Wie groß war die Geschwindigkeit nach 6 sec und der in dieser Zeit zurückgelegte Weg?
2. Ein Eisenbahnzug habe vom Beginn seiner Bewegung an auf einer Strecke von 120 m seine normale Geschwindigkeit von 15 m/sec erlangt. Welche Zeit brauchte er dazu, und wie groß war dabei seine Beschleunigung?
3. Bei einer Fallmaschine wurde in 4 sec ein Weg von 80 cm zurückgelegt. Wie groß war die Geschwindigkeit am Ende der 4. Sekunde?
4. Ein Körper, der sich mit einer Beschleunigung von 5 m/sec^2 bewegt, habe vom Beginn seiner Bewegung an einen Weg von 160 m zurückgelegt. Wie groß ist seine Endgeschwindigkeit?
5. Ein Körper bewege sich mit einer Beschleunigung von 2 m/sec^2 . Welchen Weg legt er in der 6. Sekunde vom Beginn seiner Bewegung an zurück?

§ 5. Abhängigkeit der Beschleunigung von Kraft und Masse.

1. Durch Versuche mit der Fallmaschine findet man auch, in welcher Weise die Beschleunigung einer Masse von dieser und von der wirksamen Kraft abhängt:

1) Ist bei sich gleichbleibender Gesamtmasse, welche in Bewegung zu setzen ist, das Übergewicht 2, 3, . . . mal so groß, so ergibt sich auch die Beschleunigung 2, 3, . . . mal so groß. Also:

Wirken verschiedene Kräfte auf gleiche Massen, so verhalten sich die Beschleunigungen, welche die Kräfte den Massen erteilen, wie die Kräfte.

2) Ist bei sich gleichbleibendem Übergewicht die Gesamtmasse, welche in Bewegung zu setzen ist, 2, 3, . . . mal so groß, so ergibt sich die Beschleunigung 2, 3, . . . mal so klein. Folglich:

Wirken gleiche Kräfte auf verschiedene Massen, so verhalten sich die Beschleunigungen, welche die Kräfte den Massen erteilen, umgekehrt wie die Massen.

3) Ist die Gesamtmasse, welche in Bewegung zu setzen ist, 2, 3, . . . mal so groß und das Übergewicht bezüglich ebenfalls 2, 3, . . . mal so groß, so ergibt sich immer dieselbe Beschleunigung. Mithin:

Wirken verschiedene Kräfte auf verschiedene Massen und erteilen ihnen gleiche Beschleunigungen, so verhalten sich die Kräfte wie die Massen.

Daher gleichschnelles Fallen aller Körper im luftleeren Raume! S. U.

2. Die Gesamtmasse, welche bei einer Fallmaschine in Bewegung zu setzen ist, betrage z. B. 196 g und die Masse des Übergewichts 2 g, dann findet man in mittleren geographischen Breiten und nicht großer Höhe über dem Meeresspiegel die Beschleunigung rund gleich 10 cm/sec^2 . Bezeichnet man die Beschleunigung, welche die Erde irgendeinem Körper erteilt, („**Erdbeschleunigung**“) mit g , so besteht nach dem zweiten der obigen Gesetze unter den angegebenen Verhältnissen für g die Proportion:

$$g : 10 = 196 : 2. \text{ Daraus folgt:}$$

$$g = 980 \text{ cm/sec}^2.$$

In der Höhe des Meeresspiegels erhält man für g in der geographischen Breite von Paris 981 cm/sec^2 , am Äquator 978 cm/sec^2 . Für einen Pol der Erde findet man durch Rechnung als Wert von g in der Höhe des Meeresspiegels 983 cm/sec^2 .

Nach § 4, 1 bestehen für den freien Fall die Gleichungen:

$$v = g \cdot t,$$

$$s = \frac{1}{2} g t^2.$$

Bezeichnet man das Gewicht eines cdm Wasser von 4°C . an einem Pol der Erde und am Äquator bezüglich mit x und x_1 kg, so verhält sich nach dem ersten der unter 1. aufgestellten Gesetze

$$x : 1 = 983 : 981,$$

$$x_1 : 1 = 978 : 981.$$

Also ist

$$x = \frac{983}{981} = 1,002,$$

$$x_1 = \frac{978}{981} = 0,997.$$

Vergl. den vorletzten Absatz von § 2.

Aufgaben.

(Erdbeschleunigung: $9,81 \text{ m/sec}^2$. Vom Luftwiderstand wird abgesehen.)

6. Ein Stein brauche 5 sec, um die Höhe eines Turmes zu durchfallen. Wie hoch ist der Turm, und mit welcher Geschwindigkeit kommt der Stein am Boden an?

7. Ein fallender Körper besitze an einer Stelle seiner Bahn eine Geschwindigkeit von 19,62 m/sec, an einer tiefer gelegenen Stelle eine Geschwindigkeit von 49,05 m/sec. Welche Zeit braucht er, um von der ersten nach der zweiten Stelle zu gelangen, und wie weit sind die beiden Stellen voneinander entfernt?

8. Ein Schacht ist 606,32 m tief. Welche Zeit hat ein Körper dazu nötig, von der Mündung des Schachtes bis zu dessen Sohle zu fallen, und mit welcher Geschwindigkeit kommt er hier an?

9. Von einer Stelle, an der sich ein Bergsteiger befindet, fällt ein Felsstück in einen 170 m tiefen Abgrund. Nach welcher Zeit wird der Bergsteiger das Felsstück aufschlagen hören? (Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer Schallbewegung in der Luft: 340 m/sec.)

10. Einen Stein, den man in einen Brunnen fallen läßt, höre man nach 5 sec auf das Wasser aufschlagen. Wie tief ist der Brunnen bis zur Wasseroberfläche? (Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer Schallbewegung in der Luft: 340 m/sec.)

11. In welcher Höhe über der Erdoberfläche zersprang ein Meteor, das die Atmosphäre lotrecht durchschneidet, wenn seine Trümmer 15 sec später, als ein Beobachter es zerspringen hörte, dicht bei diesem an der Erdoberfläche ankamen? (Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer Schallbewegung in der Luft: 340 m/sec.)

§ 6. Die Masseneinheit im irdischen und die Krafteinheit im absoluten Maßsystem. Mathematischer Zusammenhang zwischen Kraft, Masse und Beschleunigung.

1. Die irdische Masseneinheit ist diejenige Masse, welche unter dem Einfluß eines Kraftkilogramms eine Beschleunigung von 1 m erlangt.

Da eine Masse von 1 kg in der geographischen Breite von Paris am Meeresspiegel unter dem Einfluß ihres Gewichts, also eines Kraftkilogramms, eine Beschleunigung von 9,81 m erlangt, so ist nach dem zweiten Gesetz von § 5, 1 **eine Masse von 9,81 kg eine irdische Masseneinheit.**

Wiegt also ein Körper P kg, so beträgt seine Masse $\frac{P}{9,81}$ irdische Masseneinheiten.

2. Die absol. Krafteinheit heißt Dyn.

Ein Dyn ist die Kraft, welche einer Grammasse eine Beschleunigung von 1 cm erteilt.

Weil in der geographischen Breite von Paris am Meeresspiegel eine Masse von 1 g unter dem Einfluß ihres Gewichts, also eines Kraftgramms, eine Beschleunigung von 981 cm erlangt, so ist nach dem ersten Gesetz von § 5, 1

$$1 \text{ Kraftgramm} = 981 \text{ Dyn.}$$

In der geographischen Breite von Paris und in der Höhe des Meeresspiegels ist somit das Gewicht einer Grammasse gleich 981 Dyn: an einem Pol der Erde ist es gleich 983 Dyn, am Äquator gleich 978 Dyn.

3. Eine Masse von m Masseneinheiten erlange unter dem Einfluß einer Kraft von P entsprechenden Krafteinheiten eine Beschleunigung von a entsprechenden Längeneinheiten. Dann ist zufolge des dritten und des ersten Gesetzes von § 5, 1

$$P = m \cdot a, \text{ woraus folgt:}$$
$$m = \frac{P}{a}, \quad a = \frac{P}{m}.$$

Besonderer Fall: P ist das Gewicht der Masse, also a der zugehörige Wert der Erdbeschleunigung, demnach:

$$P = m \cdot g, \quad m = \frac{P}{g}, \quad g = \frac{P}{m}.$$

Wirkt eine Kraft auf eine Masse und erteilt ihr dabei eine Beschleunigung, so erfährt die Kraft von seiten der Masse einen der Kraft gleichen **Trägheitswiderstand**. Wenn die Masse gleich m Masseneinheiten, die Beschleunigung gleich a entsprechenden Längeneinheiten ist, so ist **mithin der Trägheitswiderstand der Masse ebenfalls gleich $m \cdot a$ entsprechenden Krafteinheiten**.

Der Trägheitswiderstand einer Masse ist demnach der ihr erteilten Beschleunigung proportional. Anwendung: Eine große Masse kann an einem genügend festen Faden langsam in die Höhe gehoben werden; will man sie rasch emporheben, so reißt der Faden.

Aufgaben.

12. Wie groß ist eine Kraft, welche einer Masse von 20 g eine Beschleunigung von 10 cm/sec² erteilt?

13. Eine Kraft von 1200 Dyn erteilt einer Masse eine Beschleunigung von 60 cm/sec². Wie groß ist die Masse?

14. Wie groß ist die Beschleunigung, welche eine Kraft von 20 Dyn einer Masse von 5 g erteilt?

15. Wieviel wiegt ein Körper, dessen Masse 5 irdische Masseneinheiten beträgt?

16. Ein Körper wiegt 58,86 kg. Wieviele irdische Masseneinheiten beträgt seine Masse?

17. Eine Geschützkugel, welche 4,905 kg wiegt, besitzt beim Verlassen des Geschützrohres eine Geschwindigkeit von 500 m/sec. Mit welcher (als konstant angenommenen) Kraft wirkten die Pulvergase auf die Kugel, wenn diese zu ihrer Bewegung in dem Rohre $\frac{1}{200}$ sec brauchte? (Von der Reibung und dem Widerstand der Luft wird abgesehen.)

§ 7. Die Einheiten der Arbeit und des Effekts.

Zu wiederholen: U., Arbeit, Effekt einer Kraft.

1. Die irdische Einheit der Arbeit ist das Kilogrammster.

Die theoretische absol. Einheit der Arbeit heißt **Dyncentimeter** oder **Erg**.

Ein Erg ist die Arbeit, welche eine Kraft von einem Dyn längs der Strecke eines Centimeters leistet.

Um beim Messen größerer Arbeiten in absol. Maß nicht unbequem große Maßzahlen zu erhalten, benutzt man als praktische absol. Einheit der Arbeit das sog. **Joule**.

Ein Joule ist eine Arbeit von 10^7 Erg.

$$\begin{aligned} 1 \text{ kgm} &= 981\,000 \cdot 100 \text{ Erg} \\ &= 9,81 \cdot 10^7 \text{ Erg oder} \\ 1 \text{ kgm} &= \mathbf{9,81 \text{ Joule.}} \end{aligned}$$

1 kgm = rund 10 Joule!

2. Die theoretische irdische Einheit des Effekts ist das Sekundenkilogramm, d. i. eine in einer Sekunde geleistete Arbeit von 1 kgm.

Die praktische irdische Einheit des Effekts ist die Pferdekraft.

Die theoretische absol. Einheit des Effekts ist das **Sekunden-erg**.

Die praktische absol. Einheit des Effekts heißt **Watt**.

Ein Watt ist eine in 1 sec geleistete Arbeit von 1 Joule.

Also:

1 Sekundenkilogramm = 9,81 Watt,

1 PS = 9,81 · 75 Watt oder

1 PS = 736 Watt.

100 Watt = 1 Hektowatt, 1000 Watt = 1 Kilowatt.

Aufgaben.

18. Welche Arbeit leistet ein Pferd, das einen Wagen auf wagrechter Straße 1 km weit zieht, wenn die Bewegungshindernisse 45 kg betragen? Wie groß ist dabei der Effekt des Pferdes, wenn es zur Zurücklegung des genannten Weges 17 Minuten braucht?

19. Wie groß ist der Effekt eines Mannes von 75 kg Gewicht, wenn er in 3 Stunden einen Berg von 1500 m Höhe besteigt?

20. Eine Kraft leistet längs eines Weges von 3 m eine Arbeit von 12000 Erg. Wie groß ist die Kraft?

21. Längs welches Weges leistet eine Kraft von 45 g eine Arbeit von 882900 Erg?

§ 8. Geometrische Darstellung von Arbeiten.

1. Eine Kraft von P Kräfteinheiten leiste längs eines Weges von s entsprechenden Längeneinheiten eine Arbeit, die also $P \cdot s$ entsprechende Arbeitseinheiten beträgt. Wählt man die betr. Längeneinheit als Bild der Kräfteinheit (S. U.!), so wird mithin die geleistete Arbeit dargestellt durch die Fläche des Rechtecks, von welchem die Kraft und der Weg anstoßende Seiten sind. (Fig. 3, S. 11. Die Flächeneinheit stellt die Arbeitseinheit dar!)

2. Ändert sich die Kraft sprungweise, so wird die von ihr geleistete Arbeit durch eine Summe von Rechtecksflächen dargestellt. (Fig. 4. Arbeit = $P_1 \cdot s_1 + P_2 \cdot s_2 + P_3 \cdot s_3 + P_4 \cdot s_4 + P_5 \cdot s_5 + P_6 \cdot s_6$ Arbeitseinheiten.)

Die Gesamtfläche, welche in Fig. 4 die geleistete Arbeit darstellt, wird oben von einer treppenförmigen Linie begrenzt.

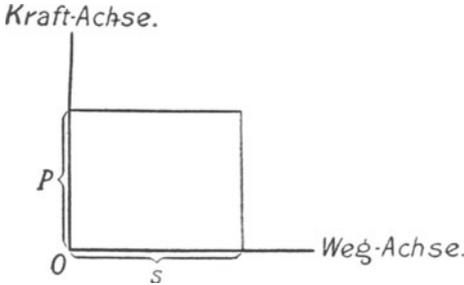


Fig. 3.
Arbeit bei konstanter Kraft.

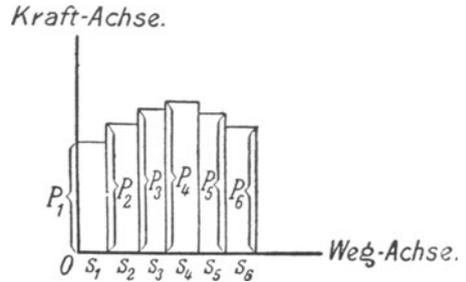


Fig. 4.
Arbeit bei sprungweise sich ändernder Kraft.

3. Ändert sich die Kraft stetig, so ist die Vorstellung erlaubt, daß sie sich immer nach unendlich kleinen Wegstrecken sprungweise ändere. Es wird dann also die von der Kraft geleistete Arbeit ebenfalls durch eine Summe von Rechtecksflächen dargestellt. Die betr. Rechtecke sind jedoch unendlich schmal und in unendlich großer Zahl vorhanden. Denkt man sie sich daher wie die Rechtecke in Fig. 4 aneinandergelegt, so erhält man als Repräsentant der geleisteten Arbeit („Arbeitsdiagramm“) eine Fläche, welche oben von einer Kurve begrenzt wird. (Fig. 5.) Die Kurve stellt das Gesetz der Kraftänderung geometrisch dar.

Die treppenförmige Linie von Fig. 4 ist in die Kurve übergegangen.

Beispiel: Die Verlängerung einer Spiralfeder durch Zug und ihre Verkürzung durch Druck sind innerhalb weiter Grenzen der Zug- bzw. der Druckkraft proportional. Die Kurve, welche dabei das Gesetz der Kraftänderung darstellt, ist folglich eine schief liegende Gerade. Wird also eine Spiralfeder durch Zug um s Längeneinheiten verlängert oder durch Druck um s Längeneinheiten verkürzt, und beträgt die wirksame Kraft am Schluss P entsprechende Kräfteinheiten, so wird die geleistete Arbeit dargestellt durch die Fläche eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen

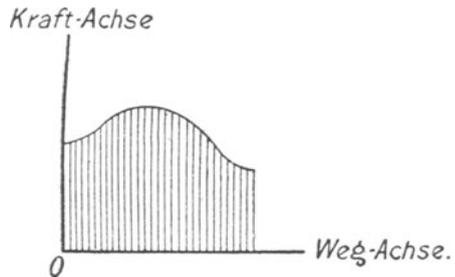


Fig. 5.
Arbeit bei stetig sich ändernder Kraft.

eine Kathete gleich s , und dessen andere Kathete gleich P Längeneinheiten ist. (Fig. 6 u. 7.) Mithin: Arbeit = $\frac{P \cdot s}{2}$ Arbeitseinheiten.

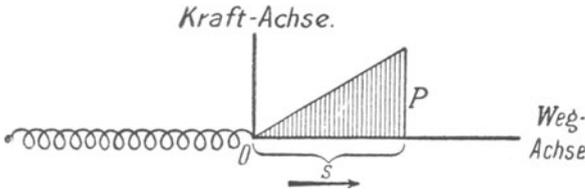


Fig. 6.
Arbeit beim Auseinanderziehen einer Spiralfeder.

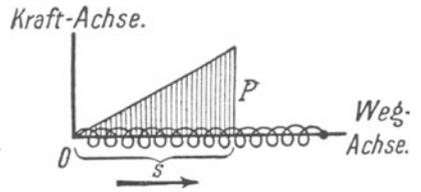


Fig. 7.
Arbeit beim Zusammendrücken einer Spiralfeder.

Aufgaben.

22. Eine Kraft von 5 kg Anfangswert leistet längs eines Weges von 6 m Arbeit und wächst dabei proportional der zurückgelegten Wegstrecke bis 8 kg. Zeichne das Arbeitsdiagramm in verkleinertem Maßstabe, und berechne die geleistete Arbeit.

23. Eine Kraft, welche längs eines gewissen Weges eine Arbeit von 6 Erg leistet, wächst proportional der zurückgelegten Wegstrecke von 0 bis 3 Dyn und nimmt dann genau entsprechend ihrem vorherigen Wachstum wieder bis Null ab. Berechne den Kraftweg, und konstruiere das Arbeitsdiagramm.

24. Der Anfangs- und der Endwert einer veränderlichen Kraft, die längs eines gewissen Weges Arbeit leistet, sind gleich Null; die Kurve, welche das Gesetz der Kraftänderung darstellt, ist ein Halbkreis. Wie groß ist der Kraftweg und der größte Wert der Kraft, wenn die geleistete Arbeit 40 Erg beträgt?

§ 9. Lebendige Energie.

1. Wenn sich einer in Bewegung befindlichen Masse ein Widerstand entgegenstellt, so vermag sie ihn längs eines gewissen Weges zu überwinden, wobei sie allmählich zur Ruhe kommt, also ihre Geschwindigkeit einbüßt. Die Masse hat mithin vermöge ihrer Bewegung die Fähigkeit, Arbeit zu leisten, oder sie besitzt Arbeitsvermögen oder „Energie“ (**Energie der Bewegung, lebendige oder kinetische Energie, Wucht**).

Genau gesprochen, wird die betr. Arbeit natürlich nicht von der Masse, sondern von einer Kraft geleistet. Diese Kraft wird dargestellt durch den (dem überwundenen Widerstand gleichen) Trägheitswiderstand der Masse.

Beispiele von Arbeitsleistungen in Bewegung befindlicher Massen: Eine abgeschossene Kugel vermag in einen Körper einzudringen, ein Fluß kann eine Schiffsmühle treiben, der Wind ein Segelschiff fortbewegen und eine Windmühle treiben; auch die Verheerungen, welche eine niedergehende Lawine, und die Verwüstungen, welche ein Orkan anrichtet, sind vom physikalischen Standpunkt aus als Arbeitsleistungen zu betrachten. Weitere Beispiele? — Nach Leibniz, der dabei an die Kraftwirkungen einer in Bewegung befindlichen Masse dachte und die betr. Kräfte

den wirkungslosen ruhenden oder toten Kräften gegenüberstellte, sagt man für lebendige Energie unpassenderweise zuweilen auch heute noch „lebendige Kraft“.

2. Eine in Bewegung befindliche Masse von m Masseneinheiten büße bei Überwindung eines konstanten Widerstands von P entsprechenden Kräfteinheiten auf einem Wege von s entsprechenden Längeneinheiten in t sec ihre Geschwindigkeit von v entsprechenden Längeneinheiten ein. Dabei leistet die Masse demnach eine Arbeit von $L = P \cdot s$ entsprechenden Arbeitseinheiten. Vermindert der Widerstand die Geschwindigkeit der Masse in jeder Sekunde um a Längeneinheiten, so ist $v = a \cdot t$. Ferner ist $s = \frac{1}{2} \cdot a t^2 = \frac{v}{2} \cdot t$ und $P = m \cdot a$. (Eine dem Widerstand entgegengesetzt gleiche Kraft würde die Geschwindigkeit der Masse in jeder Sekunde um a Längeneinheiten vermehren!) Somit:

$$\begin{aligned} L &= m \cdot a \cdot \frac{v}{2} \cdot t \\ &= m \cdot v \cdot \frac{v}{2} \quad \text{oder} \\ L &= \frac{1}{2} m v^2. \quad \text{Also:} \end{aligned}$$

Die lebendige Energie einer in Bewegung befindlichen Masse wird angegeben durch das halbe Produkt aus der Masse und dem Quadrat ihrer Geschwindigkeit.

Die Geschwindigkeit einer in Bewegung befindlichen Masse von m Masseneinheiten verringere sich (bei Überwindung eines Widerstands) von v auf v_1 Längeneinheiten. Dann beträgt die dabei geleistete Arbeit

$$\frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} m (v^2 - v_1^2) \text{ Arbeitseinheiten,}$$

denn nach der Verringerung der Geschwindigkeit besitzt die Masse noch eine lebendige Energie von $\frac{1}{2} m v_1^2$ Arbeitseinheiten.

Ein Hammer, dessen Masse $\frac{1}{10}$ irdische Masseneinheit beträgt, der also rund 1 fg wiegt, treffe mit 10 m/sec Geschwindigkeit auf einen Nagel und treibe ihn 2 mm tief in eine Unterlage ein. Dabei leistet der Hammer vermöge seiner lebendigen Energie eine Arbeit von $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{10} \cdot 10^2 = 5$ kgm , durch seinen Gewichtsdruck eine Arbeit von (rund) $1 \cdot 0,002 = 0,002$ kgm , im ganzen also eine Arbeit von 5,002 kgm . Sollte diese Arbeit allein von dem Gewichtsdruck einer auf den Nagel gelegten Masse geleistet werden, so müßte diese 2501 fg wiegen! (Auch $2501 \cdot 0,002 = 5,002$.)

3. Die obige Masse von m Masseneinheiten und einer Geschwindigkeit von v Längeneinheiten sei ursprünglich in Ruhe gewesen, und eine konstante Kraft von P_1 Kräfteinheiten habe ihr auf einem Wege von s_1 Längeneinheiten ihre Geschwindigkeit erteilt. Indem dabei die Kraft

den ihr gleichen Trägheitswiderstand der Masse überwand, leistete sie eine Arbeit von $L_1 = P_1 \cdot s_1$ Arbeitseinheiten. Beträgt die Beschleunigung, welche die Kraft der Masse erteilte, a_1 Längeneinheiten, und ist die Zeit, in der die Masse ihre Geschwindigkeit erlangte, gleich t_1 sec, so ist

$$v = a_1 \cdot t_1, \quad s_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 = \frac{v}{2} \cdot t_1, \quad P_1 = m \cdot a_1. \quad \text{Folglich:}$$

$$\begin{aligned} L_1 &= m \cdot a_1 \cdot \frac{v}{2} \cdot t_1 \\ &= m \cdot v \cdot \frac{v}{2} \\ &= \frac{1}{2} m v^2 \\ &= L, \text{ d. h.:} \end{aligned}$$

Die lebendige Energie einer in Bewegung befindlichen Masse ist gleich der Arbeit, welche eine Kraft leistete, wenn sie der Masse ihre Geschwindigkeit erteilte.

Wenn demnach eine Kraft einer Masse Geschwindigkeit erteilt, so geht die dabei von der Kraft geleistete Arbeit in ihrem vollen Betrag als **Arbeitsvermögen auf die Masse über**: Die Arbeit oder „mechanische Energie“ bleibt vollständig erhalten als Energie der Bewegung, nichts geht von ihr verloren.

Vergl. die Erhaltung der Arbeit bei Maschinen, U.

Beachte: Man kann die Arbeit einer kleinen Kraft längs eines großen Weges als Bewegungsenergie einer Masse aufspeichern und dann von dieser eine gleichgroße Arbeit unter Aufwendung einer großen Kraft längs eines kleinen Weges leisten lassen. Anwendung z. B. beim Hammer und beim Rammklotz. Vergl. den letzten Absatz von 2.

Aufgaben.

25. Wie groß ist die lebendige Energie einer Masse von 20 g, welche eine Geschwindigkeit von 25 cm/sec besitzt?

26. Wie groß ist eine Masse, welche bei 10 cm/sec Geschwindigkeit eine lebendige Energie von 500 Erg besitzt?

27. Eine Masse von 100 g besitzt eine lebendige Energie von 800 Erg. Wie groß ist die Geschwindigkeit der Masse?

28. Ein Felsstück, das 23 fg wiegt, löst sich von einer Bergwand los und fällt in einen 117 m tiefen Abgrund. Welche lebendige Energie besitzt es im Augenblick des Aufschlagens? ($g = 9,81 \text{ m/sec}^2$.)

29. Eine Kanonenkugel, welche 4,905 fg wiegt, trifft einen Wall mit 500 m/sec Geschwindigkeit und dringt in ihn 2 m tief ein. Welchen Widerstand setzt der Wall ihrem Eindringen entgegen?

30. In einem Geschütz von $1\frac{1}{2}$ m Rohrlänge wirken die Pulvergase auf eine Geschützkugel mit einer (als konstant angenommenen) Kraft von 50000 kg. Mit welcher lebendigen Energie verläßt die Kugel das Geschützrohr?

§ 10. Spannungsenergie.

Ein Körper besitzt auch Arbeitsvermögen oder Energie, wenn er sich in einem Spannungszustand (Zwangszustand) befindet. (**Spannungsenergie, Energie der Lage oder potentielle Energie.**) Beispiele: Ein emporgehobener Körper, das Wasser eines Stauweihers, eine Wolke, eine gespannte Feder, eine zusammengepresste Gasmenge.

Die betr. Arbeit wird geleistet von der Kraft, der gegenüber der Spannungszustand besteht. Die Kraft, welche den emporgehobenen Körper nach dem Mittelpunkt der Erde hin zu treiben sucht, leistet beim Fallen des Körpers Arbeit, indem sie ihm lebendige Energie erteilt; durch diese können dann wieder andere Arbeitsleistungen erfolgen. Die Spannkraft der gespannten Feder vermag beim Entspannen der Feder Arbeit zu leisten.

Abschießen eines Bolzens mit einer Armbrust. Das Gehen einer aufgezogenen Uhr. — Durch eine Hemmung (Unterstützung des emporgehobenen Körpers, Sperrvorrichtung an der gespannten Feder!) kann der Spannungszustand beliebig lange erhalten werden. Wird die Hemmung beseitigt, so wird die bis dahin gebundene Kraft des Spannungszustands frei oder die Spannungsenergie „ausgelöst“. (Anstoßen des Pendels nach dem Aufziehen einer abgelaufenen Pendeluhr!) — Für Spannungsenergie besteht auch noch die unpassende Bezeichnung „Spannkraft“.

Eine Masse von m Masseneinheiten befinde sich in einer Höhe von h Längeneinheiten über der Erdoberfläche. Beim Herabfallen im luftleeren Raume kommt sie an der Erdoberfläche mit einer lebendigen Energie an, welche nach obigem gleich der Spannungsenergie der Masse in ihrer ursprünglichen Lage ist. Jene lebendige Energie ist aber gleich der Arbeit der Kraft, welche die Masse nach dem Mittelpunkt der Erde hin zieht, also einer Kraft von $m \cdot g$ Kräfteinheiten längs eines Weges von h Längeneinheiten. Demnach: $\text{Energie} = m \cdot g \cdot h$ Arbeitseinheiten.

Ebenso groß ist aber die Arbeit, welche man leistet, wenn man eine Masse von m Masseneinheiten h Längeneinheiten hoch hebt.

Das Arbeitsdiagramm beim Entspannen einer gespannten Feder ist dasselbe wie dasjenige beim Spannen der Feder. (S. Fig. 6 u. 7.)

Folgerung:

Besitzt ein Körper Spannungsenergie, so ist diese gleich der Arbeit, welche eine Kraft leistete, wenn sie den Körper in den betr. Spannungszustand versetzte.

Auch hier also vollständige Erhaltung (Aufspeicherung) der aufgewendeten Arbeit!

In dem Gewicht bzw. in der Feder einer aufgezogenen Uhr z. B. ist die beim Aufziehen der Uhr geleistete Arbeit in Form von Spannungsenergie aufgespeichert welche bis zu ihrer völligen Erschöpfung den Gang der Uhr unterhält.

Aufgaben.

31. Auf einer 5 m hohen Mauer liegt ein 20 kg schwerer Stein. Wie groß ist seine Energie der Lage? Mit welcher lebendigen Energie kommt er beim Herabfallen an der Erdoberfläche an? (Vergl. Aufgabe 28.)

32. Eine Spiralfeder, welche durch Zug um 10 cm verlängert worden ist, besitze eine Spannkraft von $8 \cdot 10^6$ Dyn. Wie groß ist ihre Spannenergie?

33. Ein 3 kg schwerer Körper fällt aus einer Höhe von 100 m auf den Erdboden herab. Wie tief dringt er in den Erdboden ein, wenn dieser seinem Eindringen einen Widerstand von 500 kg entgegensetzt. (Vom Widerstand der Luft wird abgesehen.)

§ 11. Erhaltung der Energie beim Wurf lotrecht aufwärts. Schwingerenergie.

1. Ein Körper werde von der Erdoberfläche aus im luftleeren Raume lotrecht aufwärts geschleudert. Dann erfolgt an ihm auf Kosten seiner lebendigen Energie Hebungarbeit, welche in dem Körper als Energie der Lage aufgespeichert wird. In dieser Weise wird allmählich die ganze Bewegungsenergie des Körpers ohne Energieverlust (oder -gewinn) in Energie der Lage verwandelt, so daß an jeder Stelle die Summe aus der Bewegungs- und der Lageenergie des Körpers dieselbe, nämlich gleich seiner ursprünglichen Bewegungsenergie ist.

Fällt der Körper wieder herab, so wird ihm auf Kosten seiner Lageenergie Bewegungsenergie erteilt. So wird allmählich seine ganze Lageenergie ohne Energieverlust (oder -gewinn) wieder in Bewegungsenergie verwandelt, so daß wiederum an jeder Stelle die Summe aus der Bewegungs- und der Lageenergie des Körpers dieselbe, nämlich gleich seiner ursprünglichen Bewegungsenergie ist. (Ankommen des Körpers an der Erdoberfläche mit derselben Geschwindigkeit, mit der er emporgeschleudert wurde.)

Bei dem gesamten Vorgang bleibt also die Gesamtenergie oder der Arbeitsinhalt des Körpers konstant.

Beachte: An jeder Stelle der Bahn des Körpers ist bei dessen Abstieg nicht nur seine Lageenergie, sondern auch seine Bewegungsenergie ebenso groß wie seine gleichartige Energie bei seinem Aufstieg.

Im luftgefüllten Raume wird ein Teil der Energie zur Überwindung des Luftwiderstandes verbraucht. Daher erreicht die Lageenergie des Körpers einen geringeren Betrag, d. h. er steigt nicht so hoch als im luftleeren Raume, und seine Bewegungsenergie beim Ankommen an der Erdoberfläche ist in noch höherem Maße kleiner als seine ursprüngliche Bewegungsenergie. Zusammen mit der zur Überwindung des Luftwiderstandes verbrauchten Energie ist aber auch jetzt die Bewegungsenergie des Körpers beim Ankommen an der Erdoberfläche so groß als seine ursprüngliche Bewegungsenergie.

2. Entsprechendes wie vorher gilt, wenn sich eine Masse in schwingender Bewegung befindet. (Beispiel: Ein Pendelgewicht beim Schwingen des betr. Pendels.) Die Masse passiert ihre Gleichgewichtslage mit maximaler Bewegungsenergie. Bei der Entfernung der Masse von ihrer Gleichgewichtslage findet ununterbrochen eine (verlust- und gewinnlose) Verwandlung von Bewegungsenergie in Lageenergie statt, bis schliesslich die Masse in ihrer äussersten Entfernung von ihrer Gleichgewichtslage nur Lageenergie besitzt. Hierauf tritt beim Zurückschwingen der Masse nach ihrer Gleichgewichtslage fortgesetzt eine (verlust- und gewinnlose) Verwandlung von Lageenergie in Bewegungsenergie ein, so dass die Masse ihre Gleichgewichtslage wieder mit ihrer ursprünglichen, maximalen Bewegungsenergie passiert, usf.

Bei jeder Schwingungsbewegung wird fortwährend ein Teil der Energie der schwingenden Masse („Schwingungsenergie“) dazu verbraucht, Bewegungshindernisse zu überwinden und die benachbarten Massenteilchen in Schwingungen zu versetzen. Daher nimmt die maximale Bewegungsenergie und die maximale Lageenergie der schwingenden Masse beständig ab, bis die Schwingungsenergie der letzteren völlig erschöpft ist. Folge hiervon: Fortgesetztes Engerwerden der Schwingungen und endlich Verharren der Masse in ihrer Gleichgewichtslage.

Aufgabe.

34. Ein Pendelgewicht ist 10 kg schwer, sein Schwerpunkt vom Aufhängepunkt des Pendels 20 m entfernt, der (größte) Ausschlag des Pendels beträgt 15°. Wie groß ist die Lageenergie des Pendelgewichts in bezug auf seine Ruhelage, wenn das Pendel seinen (größten) Ausschlag erreicht hat, und wie groß ist die lebendige Energie und die Geschwindigkeit des Pendelgewichts in seiner Ruhelage? (Erdbeschleunigung: 9,81 m/sec². Von den Bewegungshindernissen wird abgesehen.)

§ 12. Tragfähigkeit, Elastizitätskoeffizient und Elastizitätsmodul.

Zu wiederholen: U., Elastizität.

1. Die Zugkraft, welcher ein Draht von 1 qmm Querschnitt höchstens ausgesetzt werden darf, wenn seine Elastizitätsgrenze nicht überschritten werden soll, heisst Tragfähigkeit des Materials des Drahtes.

Tabelle der Tragfähigkeiten einiger Materialien.

	Gezogen	Angelassen
Blei	0,25 kg	0,20 kg
Kupfer	12 „	3 „
Eisen	32 „	5 „
Stahl	43 „	15 „

Der Sicherheit halber pflegt man ein Material nur bis zu einem bestimmten Bruchteil seiner Tragfähigkeit zu beanspruchen. (**Sicherheitskoeffizient** des betr. Materials, bei Metallen $\frac{1}{6}$, bei Hölzern $\frac{1}{10}$.)

2. Ein Draht aus einem bestimmten Material werde durch Zug ohne Überschreitung seiner Elastizitätsgrenze verlängert. (Fig. 8. Der Draht wird hier durch das Drahtstück a b dargestellt.)

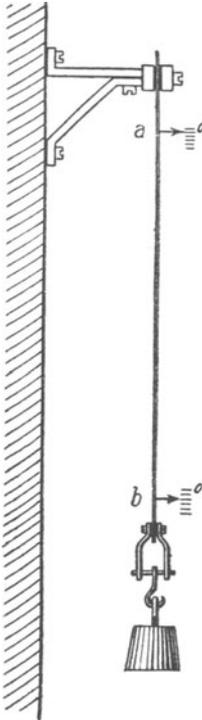


Fig. 8.
Versuche von
Wertheim.

Bei sich gleichbleibendem Querschnitt und sich gleichbleibender Zugkraft, aber doppelter, dreifacher, . . . Länge des Drahtes ist seine Verlängerung 2, 3 . . . mal so groß; bei sich gleichbleibendem Querschnitt und sich gleichbleibender Länge, aber doppelter, dreifacher, . . . Zugkraft ist die Verlängerung 2, 3, . . . mal so groß; bei sich gleichbleibender Länge und Zugkraft, aber doppeltem, dreifachem, . . . Querschnitt ist die Verlängerung 2, 3, . . . mal so klein. (Versuche von Wertheim.)
Folglich:

Die Verlängerung eines Drahtes durch Zug ist der Länge des Drahtes und der Größe der Zugkraft direkt, dem Querschnitt des Drahtes umgekehrt proportional.

Bei der Verlängerung wird Arbeit als Spannungsenergie aufgespeichert.

3. Der Bruchteil, um welchen die Länge eines Drahtes von 1 qmm Querschnitt durch eine Zugkraft von 1 kg vergrößert wird, heißt **Elastizitätskoeffizient des Materials des Drahtes.**

Der Elastizitätskoeffizient ist also das Verhältnis der Verlängerung des Drahtes zu seiner ursprünglichen Länge. Ferner gibt der Elastizitätskoeffizient z. B. an, um wieviel m sich 1 m des Drahtes verlängert.

Tabelle der Elastizitätskoeffizienten einiger Materialien.

	Gezogen	Angelassen
Kupfer	0,000080	0,000095
Eisen	0,000048	0,000048
Stahl	0,000053	0,000058

Ist der Elastizitätskoeffizient eines Materials gleich E, und bezeichnet man die Anzahl m, um welche sich ein Draht aus dem Material

von 1 m Länge und q qmm Querschnitt durch die Wirkung einer Zugkraft von P kg verlängert, mit λ , so ist nach 2.

$$\lambda = E \cdot \frac{l \cdot P}{q}$$

Bestimmung des Elastizitätskoeffizienten eines Materials auf Grund dieser Formel? Die nämliche Formel liefert den Betrag, um den sich ein Block aus dem betr. Material durch Druck verkürzt.

4. Die Zugkraft, durch welche sich ein Draht von 1 qmm Querschnitt um seine eigene Länge verlängert bzw. verlängern würde, wenn er nicht vorher risse, heißt Elastizitätsmodul des Materials des Drahtes.

Setzt man in der Formel, welche in 3. aufgestellt wurde, $q = 1$ und $\lambda = 1$, so folgt aus der entstehenden Gleichung:

$$P = \frac{1}{E}, \text{ d. h. :}$$

Der Elastizitätsmodul des Materials eines festen Körpers ist gleich dem reziproken Wert seines Elastizitätskoeffizienten.

Tabelle der Elastizitätsmoduln einiger Materialien.

	Gezogen	Angelassen
Kupfer	12 400 kg	10 500 kg
Eisen	20 800 "	20 800 "
Stahl	18 800 "	17 200 "

Aufgaben.

35. Welcher Zugkraft darf ein Stab aus gezogenem Eisen von 1 qcm Querschnitt höchstens ausgesetzt werden, wenn er keine bleibende Verlängerung erfahren soll?

36. Berechne die Verlängerung je eines Drahtes von 1 m Länge und 1 qmm Querschnitt aus gezogenem und angelassenem Kupfer, Eisen und Stahl, wenn man den Draht einer Zugkraft aussetzt, die gleich der Tragfähigkeit seines Materials ist.

37. Ein Stab aus gezogenem Stahl von 2 m Länge und 2 qcm Querschnitt ist an seinem oberen Ende eingeklemmt und an seinem unteren mit 8000 kg belastet. Wird dabei die Tragfähigkeit des Stabes überschritten, und welche Verlängerung erfährt er?

38. Ein Stab aus angelassenem Kupfer von 1 qmm Querschnitt wird durch Zug um 2 mm verlängert. Wie lang ist der Stab, wenn er durch die wirksame Zugkraft gerade bis zu der üblichen Sicherheit beansprucht wird? (Sicherheitskoeffizient bei Metallen: $\frac{1}{6}$.)

§ 13. Die Festigkeit.

Zu wiederholen: U., Kohäsion.

Um einen festen Körper so weit über seine Elastizitätsgrenze hinaus aus seiner Form zu bringen, daß Reißen oder Bruch des Körpers eintritt, muß man seine **Festigkeit** überwinden.

Je nach der Art der Formänderung unterscheidet man vier Arten von Festigkeit, nämlich **absolute** oder **Zugfestigkeit**, **rückwirkende** oder **Druckfestigkeit**, **relative** oder **Biegungsfestigkeit** und **Dreh-** oder **Torsionsfestigkeit**.

a) **Die Zugfestigkeit.** Der Körper wird am einen Ende befestigt und am anderen einem Zug ausgesetzt. **Die Zugkraft, welche der Körper eben noch aushält, ohne zu reißen, gibt seine Zugfestigkeit an.**

Im gewöhnlichen Leben wird man geneigt sein, diese Zugkraft als Tragfähigkeit des Körpers zu bezeichnen, was aber nach § 12, 1 physikalisch nicht richtig ist.

Die Zugfestigkeit des Materials eines festen Körpers bezieht sich auf einen Draht aus diesem Material von 1 qmm Querschnitt. Wenn also ein Draht von q qmm Querschnitt eine Zugkraft von P kg eben noch aushält, ohne zu reißen, so **beträgt die Zugfestigkeit des Materials des Drahtes $\frac{P}{q}$ kg.**

Sehr lange Drähte können infolge ihres eigenen Gewichts reißen.

Tabelle der Zugfestigkeiten einiger Materialien.

	Gezogen	Angelassen
Kupfer	40 kg	30 kg
Eisen	61 „	47 „
Stahl	70 „	40 „

b) **Die Druckfestigkeit.** Der Körper wird am einen Ende befestigt und vom anderen Ende her einem Druck ausgesetzt. **Die Druckkraft, welche der Körper eben noch aushält, ohne zermalmt zu werden, gibt seine Druckfestigkeit an.**

Dabei ist vorausgesetzt, daß sich der Körper nicht biegt.

Die Druckfestigkeit des Materials eines festen Körpers bezieht sich auf einen Stab aus diesem Material von 1 qmm Querschnitt. Hält demnach ein Block von q qmm Querschnitt eine Druckkraft von P kg eben noch aus, ohne daß er zermalmt wird, so ist die **Druckfestigkeit des Materials des Blockes gleich $\frac{P}{q}$ kg.**

Tabelle der Druckfestigkeiten einiger Materialien.

Backsteine	0,5— 2 kg	Granit	12— 22 kg
Marmor	6—12 „	Gufseisen	57—102 „

c) **Die Biegungsfestigkeit.** Der Körper wird an seinen Enden unterstützt und in der Mitte belastet. **Die Belastung, welche der Körper eben noch aushält, ohne zu brechen, gibt seine Biegungsfestigkeit an.**

Geht die Belastung nicht so weit, daß die Elastizitätsgrenze überschritten wird, so wird eine Schicht des Körpers, die „neutrale“ Schicht, nur gebogen, die Schichten unterhalb derselben außerdem verlängert, die Schichten oberhalb verkürzt. — Die Biegezugfestigkeit eines stabförmigen Körpers von rechteckigem Querschnitt ist größer, wenn er mit einer schmalen, als wenn er mit einer breiten Längsfläche aufliegt. (Deckenbalken von Gebäuden, T-Träger!) Die Biegezugfestigkeit eines hohlen Rundstabes ist größer als diejenige eines gleichlangen massiven Rundstabes aus demselben Material und von gleicher Masse. (Röhrenknochen!)

d) Die Drehfestigkeit. Der Körper wird verdreht (verwunden, gedreht, tordiert).

Besitzt der Körper Draht- oder Fadenform, und wirkt die Drehkraft am Ende eines Dreharmes von bestimmter Länge, so sind bei Verdrehungen innerhalb der Elastizitätsgrenze die Größe der Drehkraft und die Größe des Verdrehungswinkels (Torsionswinkels) einander proportional. (Prinzip der sog. Dreh- oder Torsionswaage zum Messen sehr kleiner Kräfte.)

Aufgaben.

39. Welchen Querschnitt hat ein Seil aus gezogenem Stahldraht, das einen Marmorblock von 1008 kg Gewicht eben noch zu tragen vermag?

40. Ein wie schweres Stück muß von dem Marmorblock von Aufg. 39 abgesägt werden, damit durch das Gewicht des Restes das Drahtseil nur gerade bis zu der bei Metallen üblichen Sicherheit beansprucht wird?

41. Welche Belastung hält eine lotrecht stehende Säule aus Granit von 9 qdm Querschnitt höchstens aus?

§ 14. Die Reibung.

Zu wiederholen: U., Hindernisse der Bewegung.

1. Bestimmung der Größe der gleitenden Reibung auf Grund der in Fig. 9, S. 22 dargestellten Versuchsanordnung. A stellt hier einen Körper von der Form eines rechtwinkligen Parallellängsflächners vor, der mit seiner Grundfläche auf einer wagrechten Unterlage B ruht. Diejenige Belastung P, welche eben ausreicht, den Körper in Bewegung zu setzen, oder, wenn er durch einen Anstoß in Bewegung gebracht ist, ihn in gleichförmiger Bewegung zu erhalten, gibt die Größe der gleitenden Reibung zwischen dem Körper und seiner Unterlage an.

Die Erhaltung des Körpers in gleichförmiger Bewegung ist eine Folge seiner Trägheit. Wegen dieser Eigenschaft bewegt sich jeder in Bewegung gesetzte Körper auf wagrechter Unterlage gleichförmig fort, wenn eine Kraft den sämtlichen Bewegungshindernissen des Körpers fortgesetzt das Gleichgewicht hält. Beispiel: Ein Eisenbahnzug auf wagrechtem Geleise. — Der Reibungswiderstand wird durch die Bewegung geweckt, und seine Richtung fällt in die Berührungsfläche.

Belastet man den Körper A (Fig. 9) so, daß sein Gewicht zusammen mit seiner Belastung 2, 3, . . . mal so groß ist, so findet man für die Reibung den doppelten, dreifachen, . . . Betrag. Dagegen bleibt bei

gleicher Belastung die Reibung dieselbe, wenn der Körper mit einer anderen Fläche auf die Unterlage aufgelegt wird. Folglich:

Die Reibung zwischen zwei Körpern, deren einer längs des anderen hingleitet, ist dem zur Berührungsfläche der Körper senkrechten Druck, mit welchem sie gegeneinander gepreßt werden, direkt proportional und von der Größe der Berührungsfläche unabhängig.

Bei sich gleichbleibendem Druck nimmt der Druckbetrag, welcher auf die Einheit der Berührungsfläche entfällt, in demselben Verhältnis ab, in dem die Größe der Berührungsfläche zunimmt! — Anwendung des Wachsens der Reibung proportional dem Druck beim Anziehen einer Wagenbremse.

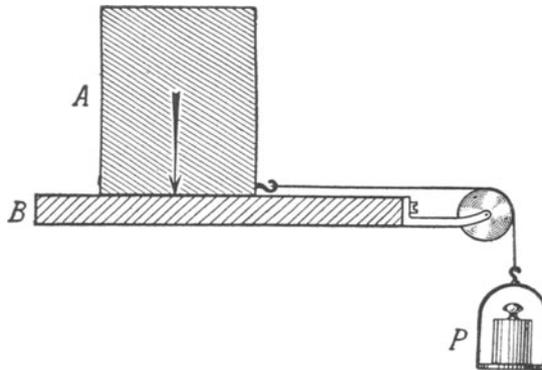


Fig. 9.

Messen der gleitenden Reibung.

2. Nach dem gefundenen Gesetz macht die gleitende Reibung zwischen zwei Körpern einen bestimmten Bruchteil des Druckes aus, mit welchem die Körper senkrecht zu ihrer Berührungsfläche gegeneinander gepreßt werden. Der betr. Bruch heisst **Reibungskoeffizient** der beiden Körper in bezug aufeinander.

Der genannte Druck betrage P Kräfteinheiten, die Reibung zwischen den Körpern R Kräfteinheiten derselben Art, und der Reibungskoeffizient der Körper sei gleich ϱ . Dann ist nach obigem

$$R = \varrho \cdot P, \text{ woraus folgt:}$$

$$\varrho = \frac{R}{P}, \quad P = \frac{R}{\varrho}.$$

Der Reibungskoeffizient gibt das Verhältnis der Reibung zu dem Druck senkrecht zur Berührungsfläche an. — Für $P = 1$ folgt $R = \varrho$. In Worten?

Ein Körper von Q kg Gewicht liege mit einer Fläche auf einer schiefen Ebene AB (Fig. 10, S. 23), welche gegen die Horizontalebene unter einem Winkel α geneigt ist. Dann ist die Seitenkraft DF der

Schwerkraft des Körpers gleich $Q \cdot \cos \alpha$ kg. Beträgt also die gleitende Reibung des Körpers gegen die schiefe Ebene R kg, und ist der Koeffizient dieser Reibung gleich ρ , so ist

$$R = \rho \cdot Q \cdot \cos \alpha.$$

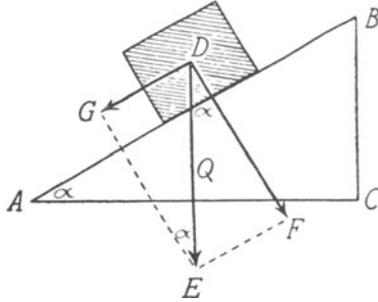


Fig. 10.

Gleitende Reibung auf der schiefen Ebene.

Tabelle einiger Reibungskoeffizienten.

Schmiedeeisen auf Schmiedeeisen	0,14
Messing auf Gußeisen	0,19
Schmiedeeisen auf Gußeisen	0,20
Eichenholz auf Eichenholz bei gekreuzten Fasern	0,32
„ „ „ „ parallelen „	0,48

Warum ist der letzte dieser Reibungskoeffizienten größer als der vorletzte?

Die wälzende Reibung kann bei einem Eisenbahnzug auf wagrechttem Geleise zu $\frac{1}{200}$ des Gewichts des Zuges, bei einem Wagen auf wagrechter guter Strafe zu $\frac{1}{50}$ des Gewichts des Wagens angenommen werden.

Grund dafür, daß man im Winter auf Straßen, die durch Schnee und Frost glatt geworden sind, Schlitten statt Wagen benutzt: Die gleitende (schleifende) Reibung der Räder auf den Straßen ist dann geringer als die Reibung der Räder an ihren Achsen, und die Räder drehen sich daher nicht. — Die Lokomotive eines großen Eisenbahnzugs muß entsprechend schwer sein; sonst ist die schleifende Reibung der Triebräder an den Schienen geringer als die Summe der zu überwindenden Widerstände, so daß eine Drehung der Triebräder ohne Fortbewegung des Zuges stattfindet.

Aufgaben.

42. Die Reibung zwischen einem Klotz aus Buchenholz von 20 kg Gewicht, der mit einer Begrenzungsfläche auf einer wagrechten Unterlage aus Buchenholz bei parallel laufenden Fasern hingleitet, und der Unterlage beträgt 7,2 kg. Reibungskoeffizient?

43. Die Reibung zwischen einem Messingblock und seiner wagrechten Unterlage aus Gußeisen beträgt 19 kg. Gewicht des Blockes?

44. Auf einer schiefen Ebene aus Gußeisen, welche gegen die Horizontalebene unter 15° geneigt ist, liegt ein 50 kg schwerer Block aus Schmiedeeisen. Reibung?

45. Wie schwer müßte bei der vorhergehenden Aufgabe der Block sein, damit die Reibung 20 kg betrage?

46. Welchen Neigungswinkel gegen die Horizontalebene muß eine schiefe Ebene aus Schmiedeeisen besitzen, auf welcher ein Körper aus demselben Material von 8 kg Gewicht liegt, wenn die gleitende Reibung 1 kg betragen soll?

47. Wie groß ist die Reibung zwischen einem Eisenbahnzug von 100 t Gewicht und den wagrechten Schienen? (Koeffizient der wälzenden Reibung: $\frac{1}{200}$) Wieviele Pferde von je 50 kg Zugkraft wären zur Fortbewegung des Zuges erforderlich?

B. Die Mechanik fester Körper.

a) Die Lehre vom Gleichgewicht von Kräften bei festen Körpern.

§ 15. Das Parallelogramm, Parallelepipid und Polygon von Kräften.

Zu wiederholen: U., Kräfteparallelogramm.

1. Die Zusammensetzung und die Zerlegung von Kräften auf Grund des Satzes vom Kräfteparallelogramm kann durch planimetrische Konstruktion und durch trigonometrische Berechnung erfolgen.

Zusammensetzung zweier Kräfte von P_1 bzw. P_2 Kräfteinheiten zu ihrer Resultierenden von R Kräfteinheiten auf Grund des Parallelogrammsatzes durch trigonometrische Berechnung:

Erstes Verfahren. Der Winkel zwischen den Kräften sei gleich α ; die Winkel der Resultierenden mit den Kräften bezeichnen wir bezüglich mit φ und ψ .

(Fig. 11.) Dann folgt aus $\triangle ABD$:

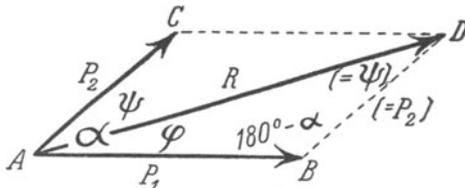


Fig. 11.

$$R = \sqrt{P_1^2 + P_2^2 + 2P_1 \cdot P_2 \cdot \cos \alpha},$$

$$\sin \varphi = \frac{P_2 \cdot \sin \alpha}{R},$$

$$\sin \psi = \frac{P_1 \cdot \sin \alpha}{R}.$$

Für die Grenzfälle $\alpha = 0$ und $\alpha = 180^\circ$ ergibt sich aus der ersten Gleichung in Übereinstimmung mit der Anschauung: $R = P_1 + P_2$ (größtmöglicher Wert!) bzw. $R = P_1 - P_2$ (kleinstmöglicher Wert!). Für $0 < \alpha < 180^\circ$ ist also $P_1 + P_2 > R > P_1 - P_2$. Aus den Werten für $\sin \varphi$ und $\sin \psi$ folgt: Bei verschiedener Größe der Kräfte liegt die Resultierende der größeren Kraft näher; bei gleicher Größe der Kräfte halbiert die Resultierende den Winkel zwischen ihnen.

Für $\alpha = 90^\circ$ wird

$$R = \sqrt{P_1^2 + P_2^2},$$

$$\sin \varphi = \frac{P_2}{R},$$

$$\sin \psi = \frac{P_1}{R}. \quad (\text{Vergl. Fig. 12.})$$

Zweites Verfahren. Man legt durch den gemeinsamen Angriffspunkt der gegebenen Kräfte in deren Ebene zwei zueinander senkrechte „Achsen“. (Fig. 13.) Mit der X-Achse mögen die gegebenen

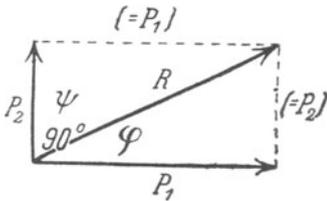


Fig. 12.

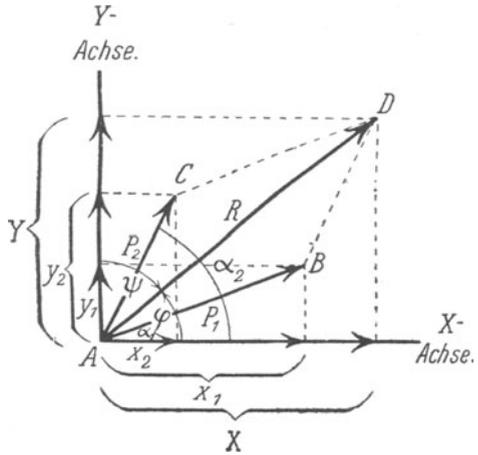


Fig. 13.

Kräfte und ihre Resultierende bezüglich die Winkel α_1 , α_2 und φ bilden; mit der Y-Achse bilde die Resultierende den Winkel ψ . Hierauf zerlegt man die gegebenen Kräfte nach den Achsen in ihre Seitenkräfte von x_1 und y_1 bzw x_2 und y_2 Kräfteinheiten, so daß

$$\begin{array}{l|l} x_1 = P_1 \cdot \cos \alpha_1, & x_2 = P_2 \cdot \cos \alpha_2, \\ y_1 = P_1 \cdot \sin \alpha_1, & y_2 = P_2 \cdot \sin \alpha_2, \end{array}$$

Bezeichnet man die Seitenkräfte der Resultierenden nach den Achsen mit X bzw. Y Kräfteinheiten, so ist

$$X = x_1 + x_2, \quad Y = y_1 + y_2.$$

Schließlich erhält man

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2},$$

$$\cos \varphi = \frac{X}{R},$$

$$\cos \psi = \frac{Y}{R}.$$

2. An demselben Punkt mögen drei Kräfte in verschiedenen Ebenen wirken. Durch zweimalige Anwendung des Satzes vom Kräfteparallelogramm werde ihre Resultierende konstruiert. (Fig. 14.)

Die Reihenfolge, in welcher dabei die Kräfte vereinigt werden, ist beliebig. (3 Möglichkeiten.)

Man erkennt:

Die Resultierende ist die zu dem Angriffspunkt der Kräfte gehörige Diagonale des „Kräfteparallelepipeds“.

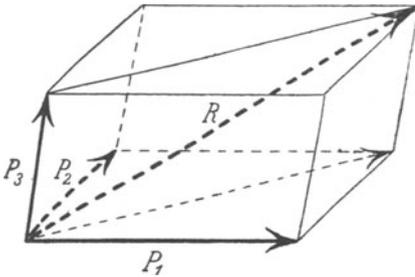


Fig. 14.

Kräfteparallelepiped.

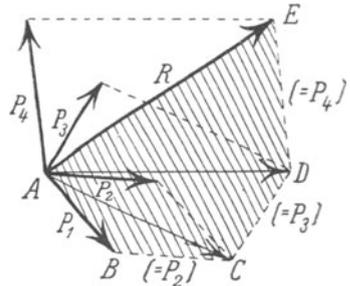


Fig. 15.

Kräftepolygon.

3. An demselben Punkt mögen beliebig viele Kräfte wirken (in derselben oder in verschiedenen Ebenen).

Durch wiederholte Anwendung des Satzes vom Kräfteparallelogramm werde die Resultierende der Kräfte konstruiert. (Fig. 15.) Dann erkennt man:

Die Resultierende ist die letzte Seite des „Kräftepolygons“ (ABCDE in Fig. 15).

Einfachere Konstruktion der Resultierenden mittels des Kräftepolygons?

Bei der Zusammensetzung zweier Kräfte tritt an die Stelle des Kräftepolygons das Kräftedreieck, welches also das Kräfteparallelogramm zu ersetzen vermag.

Bestimmung der Resultierenden durch trigonometrische Berechnung:

1) Man wendet das erste der unter 1. beschriebenen Verfahren wiederholt an.

2) Bequemere Art:

a) Wenn die Kräfte alle in derselben Ebene liegen, wendet man das zweite der unter 1. beschriebenen Verfahren an.

b) Wenn die Kräfte nicht alle in derselben Ebene liegen, legt man durch ihren Angriffspunkt drei zueinander senkrechte Achsen.

Sodann zerlegt man jede der Kräfte in ihre Seitenkräfte nach diesen Achsen auf Grund des Satzes vom Kräfteparallelepiped. Für jede Achse stellt die Summe der zugehörigen Seitenkräfte die Seitenkraft der gesuchten Resultierenden nach der Achse dar.

Die Seitenkräfte der Resultierenden seien gleich X , Y und Z Kräfteeinheiten; sie bilde mit den Achsen entsprechend die Winkel φ , ψ und ω und sei gleich R Kräfteeinheiten. (Fig. 16.) Dann ist

$$\begin{aligned} R &= \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}, \\ \cos \varphi &= \frac{X}{R}, \\ \cos \psi &= \frac{Y}{R}, \\ \cos \omega &= \frac{Z}{R}. \end{aligned}$$

Ergibt sich die Resultierende aller Kräfte gleich Null (was wegen $R = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$ nur der Fall sein kann, wenn $X = Y = Z = 0$), so sind die Kräfte im Gleichgewicht. Ist die Resultierende von Null verschieden, so können die Kräfte zusammen von einer einzigen Kraft im Gleichgewicht gehalten werden, welche der Resultierenden der Kräfte gleich und zu ihr entgegengesetzt gerichtet ist.

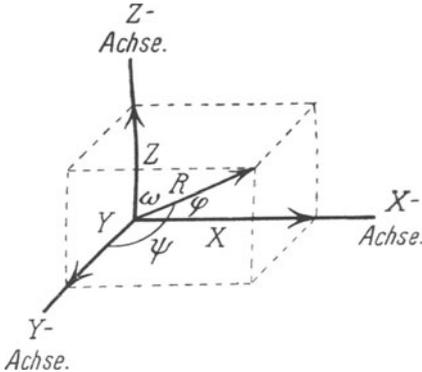


Fig. 16.

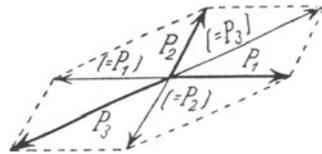


Fig. 17.

Drei Kräfte in derselben Ebene sind im Gleichgewicht, wenn die Resultierende zweier von ihnen der dritten entgegengesetzt gleich ist. (Fig. 17.) Was gilt entsprechend von beliebig vielen Kräften (in derselben Ebene oder im Raume)?

Aufgaben.

48. Zerlege auf Grund des Satzes vom Kräfteparallelogramm durch planimetrische Konstruktion und trigonometrische Berechnung eine Kraft in zwei Seitenkräfte, wenn 1) von jeder derselben die Richtung, 2) von jeder die Größe, 3) von der einen die Richtung und Größe, 4) von der einen die Richtung und von der andern die Größe gegeben ist.

49. An einem Punkt wirken zwei Kräfte von 2 und 3 kg unter einem Winkel von 60° gegeneinander. Wie groß ist ihre Resultierende, und welchen Winkel bildet sie mit den Kräften?

50. Eine Kraft von 800 g soll in zwei Seitenkräfte zerlegt werden, welche Winkel von 30° und 60° mit ihr bilden. Größe jeder der Seitenkräfte?

51. Drei Kräfte von 1, 2 und 3 kg wirken an demselben Punkt und sind paarweise zueinander senkrecht. Größe ihrer Resultierenden?

52. An einem Punkt wirken in derselben Ebene drei Kräfte von 2, 3 und 4 Krafteinheiten unter Winkeln von je 120° gegeneinander. Konstruiere die Resultierende der Kräfte, wenn das cm als Bild der Krafteinheit gewählt wird.

53. An einem Punkt wirken in derselben Ebene vier Kräfte von 1, 2, 3 und 4 kg, welche mit einer durch ihren Angriffspunkt gehenden Richtung der Ebene bezüglich Winkel von 20° , 40° , 60° und 80° bilden. Wie groß ist die Resultierende der Kräfte, und welchen Winkel bildet sie mit der betr. Richtung?

54. An der Decke der Einsteigehalle eines Bahnhofs ist eine Uhr von 30 kg Gewicht an zwei Ketten aufgehängt, deren jede mit der Horizontalrichtung einen Winkel von 60° bildet. Spannung in jeder der Ketten? (Vom Gewicht der Ketten wird abgesehen.)

55. Mit welcher Kraft sucht jede der Kettenspannungen der vorhergehenden Aufgabe den zugehörigen Aufhängehaken aus der Decke der Einsteigehalle herauszuziehen, mit welcher Kraft ihn nach dem anderen Haken hinzubewegen?

56. Die Ketten von Aufg. 54 werden um soviel verkürzt, daß sie nur noch Winkel von je 30° mit der Horizontalrichtung bilden. Berechne die neuen Kettenspannungen, und vergleiche sie mit den Spannungen von Aufg. 54.

57. Ein Arbeiter schiebt einen Handkarren auf wagrechter Straße mit sich gleichbleibender Geschwindigkeit vor sich her. Wie groß ist die Reibung zwischen dem Karren und der Straße, wenn die Arme des Arbeiters unter 60° zur Horizontalrichtung geneigt sind und er mit ihnen einen Druck von 20 kg ausübt?

§ 16. Zusammensetzung gleichsinnig paralleler Kräfte.

Zu wiederholen: U., Resultierende gleichsinnig paralleler Kräfte.

1. An starr miteinander verbundenen Punkten, als welche wir Punkte eines festen Körpers betrachten, mögen gleichsinnig parallele Kräfte wirken.

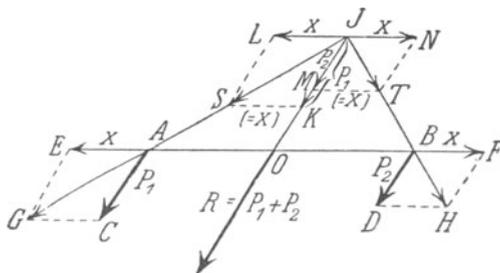


Fig. 18.

**Theoretische Ableitung
des Gesetzes von der Resultierenden zweier gleichsinnig
paralleler Kräfte:**

Die Kräfte seien

$AC = P_1$ und

$BD = P_2$ Krafteinheiten.

(Fig. 18) Ihre Wirkung wird nicht geändert, wenn man in der Geraden AB

die Kräfte $A E$ und $B F$ von je x Kräfteinheiten anbringt, da diese sich gegenseitig aufheben. Die Resultierenden $A G$ und $B H$ werden nach dem Schnittpunkt J ihrer Richtungen verlegt und dort wieder in ihre ursprünglichen Seitenkräfte zerlegt. Namen der letzteren in ihren neuen Lagen: $J K$, $J L$, $J M$, $J N$. $J L$ und $J N$ heben sich gegenseitig auf; $J K$ und $J M$ vereinigen sich zu der Resultierenden von $R = P_1 + P_2$ Kräfteinheiten. Diese werde nach O verlegt.

Da $\triangle A O J \sim S K J$ und $\triangle B O J \sim T M J$, bestehen die Proportionen

$$O A : x = O J : P_1.$$

$$O B : x = O J : P_2.$$

Folglich:

$$O A : O B = P_2 : P_1.$$

2. Der Angriffspunkt der Resultierenden (oder der „Mittelpunkt“) gleichsinnig paralleler Kräfte sei um ζ Längeneinheiten von einer Ebene entfernt, welche zum System der Angriffspunkte der Kräfte eine bestimmte Lage hat und **Grundebene** heiße. Dann ist eine Ebene, welche der Grundebene im Abstand von ζ Längeneinheiten parallel läuft, ein geometrischer Ort für den Mittelpunkt der Kräfte.

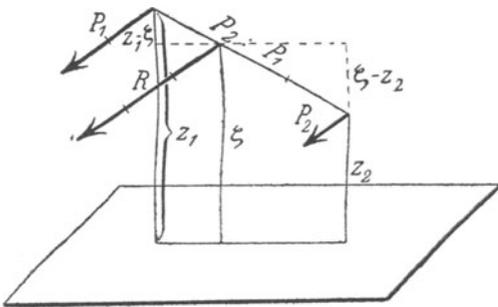


Fig. 19.

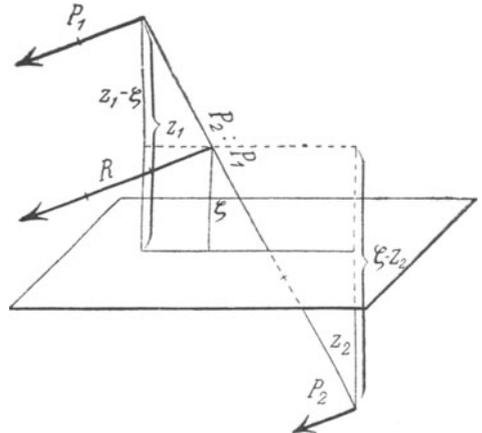


Fig. 20.

Die Kräfte seien zunächst zwei Kräfte von P_1 bzw. P_2 Kräfteinheiten; Größen der Abstände ihrer Angriffspunkte von der Grundebene: z_1 bzw. z_2 Längeneinheiten. (Fig. 19 oder 20.) Aus der Ähnlichkeit von Dreiecken folgt:

$$(z_1 - \zeta) : (\zeta - z_2) = P_2 : P_1.$$

Hieraus ergibt sich:

$$\zeta = \frac{P_1 \cdot z_1 + P_2 \cdot z_2}{P_1 + P_2} \text{ oder}$$

$$\zeta = \frac{P_1 \cdot z_1 + P_2 \cdot z_2}{R}$$

(In Fig. 20 ist z_2 negativ, da der zugehörige Angriffspunkt auf der anderen Seite der Grundebene liegt.)

Der Wert von ζ bleibt derselbe, wie sehr sich die Verbindungslinie der Angriffspunkte der senkrechten Lage zur Grundebene nähern mag, also auch, wenn diese Verbindungslinie auf der Grundebene senkrecht steht.

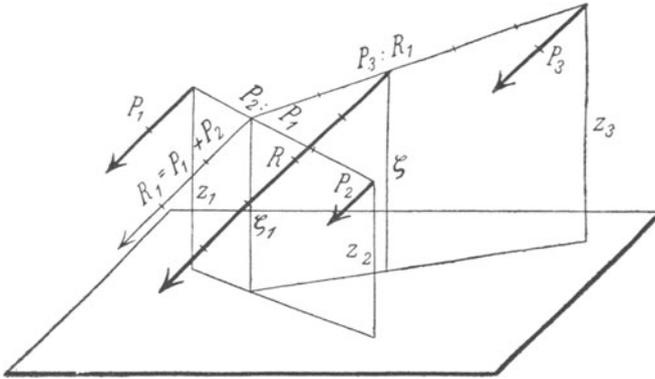


Fig. 21.

Liegen drei Kräfte von P_1 , P_2 und P_3 Kräfteeinheiten vor, deren Angriffspunkte von der Grundebene bezüglich um z_1 , z_2 und z_3 Längeneinheiten entfernt sind, (Fig. 21) so ist

$$\zeta = \frac{R_1 \cdot \zeta_1 + P_3 \cdot z_3}{R_1 + P_3}$$

$$= \frac{P_1 \cdot z_1 + P_2 \cdot z_2 + P_3 \cdot z_3}{P_1 + P_2 + P_3} \text{ oder}$$

$$\zeta = \frac{P_1 \cdot z_1 + P_2 \cdot z_2 + P_3 \cdot z_3}{R}$$

Durch Fortsetzung dieser Betrachtung findet man für n Kräfte von P_1 , P_2 , P_3 , . . . P_n Kräfteeinheiten, deren Abstände von der Grundebene bezüglich z_1 , z_2 , z_3 , . . . z_n Längeneinheiten betragen:

$$\zeta = \frac{P_1 \cdot z_1 + P_2 \cdot z_2 + P_3 \cdot z_3 \dots + P_n \cdot z_n}{P_1 + P_2 + P_3 \dots + P_n}$$

Hierfür schreibt man:

$$\zeta = \frac{\Sigma P \cdot z}{\Sigma P}.$$

Folgerung:

Geht die Grundebene durch den Mittelpunkt der Kräfte, so ist

$$\Sigma P \cdot z = 0.$$

Man erkennt, daß der Wert von ζ von der Lage der Kräfte gegenüber dem System ihrer Angriffspunkte unabhängig ist.

Liegen die Angriffspunkte aller Kräfte in derselben zur Grundebene senkrechten Ebene oder auf derselben zur Grundebene senkrechten Geraden, so kann man offenbar statt der Grundebene ihren Schnitt mit jener Ebene bzw. Geraden nehmen. („Grundachse“ bzw. „Grundpunkt“.) Im ersten Falle ist eine Gerade, welche der Grundachse im Abstand von ζ Längeneinheiten parallel läuft, ein geometrischer Ort für den Mittelpunkt der Kräfte; im zweiten Falle liefert der Wert von ζ den Mittelpunkt der Kräfte selbst.

3. Die Kräfte seien insbesondere die Schwerkkräfte von Massen, welche bezüglich m_1, m_2, \dots Masseneinheiten betragen mögen. Da sich dann die Kräfte wie die Massen verhalten, so ist

$$\zeta = \frac{\Sigma m \cdot z}{\Sigma m}.$$

Wenn in diesem Falle die Grundebene durch den Mittelpunkt der Kräfte geht, welcher hier auch Mittelpunkt der Massen genannt wird, so ist

$$\Sigma m \cdot z = 0.$$

Aufgaben.

58. An zwei starr miteinander verbundenen Punkten, deren Entfernung 90 cm beträgt, wirken gleichsinnig parallele Kräfte von 4 und 6 kg. Bestimme den Angriffspunkt ihrer Resultierenden.

59. Eine Kraft von 30 kg soll in zwei gleichsinnig parallele Seitenkräfte zerlegt werden, deren eine 5 kg beträgt und vom Angriffspunkt der Kraft um 50 cm entfernt ist. Größe der anderen Seitenkraft und Abstand derselben vom Angriffspunkt der Kraft?

60. Eine Kraft von 50 kg soll in zwei gleichsinnig parallele Seitenkräfte zerlegt werden, deren eine 40 kg beträgt, und deren andere vom Angriffspunkt der Kraft um 20 cm entfernt ist. Größe der zweiten Seitenkraft und Abstand der ersten vom Angriffspunkt der Kraft?

61. Zwei Personen tragen einen Stab von 1,5 m Länge an seinen Enden. 1 m von dem einen Ende entfernt hängt an dem Stab eine Last von 60 kg. Welcher Betrag derselben kommt auf jede der beiden Personen?

62. Die Angriffspunkte von vier gleichsinnig parallelen Kräften von 2, 4, 5 und 9 kg sind von einer Grundebene bezüglich um 50, 40, -8 und -20 cm entfernt. Abstand des Mittelpunkts der Kräfte von der Grundebene?

63. Von zwei gleichsinnig parallelen Kräften ist die eine gleich 3, die andere gleich 5 kg. Abstände des Angriffspunkts der ersten Kraft und des Mittelpunkts der Kräfte von einem Grundpunkt: 20 bzw. 30 cm. Abstand des Angriffspunkts der anderen Kraft von dem Grundpunkt?

64. An vier Punkten einer Geraden, deren aufeinanderfolgende Entfernungen 3, 4 und 5 cm betragen, wirken gleichsinnig parallele Kräfte von bezüglich 2, 3, 4 und 5 kg. Bestimme den Angriffspunkt ihrer Resultierenden. (Anleitung: Wähle den ersten Punkt als Grundpunkt.)

65. An den aufeinanderfolgenden Ecken eines Quadrats wirken gleichsinnig parallele Kräfte von 1, 2, 4 und 8 kg. Bestimme den Angriffspunkt ihrer Resultierenden. (Anleitung: Wähle eine Quadratseite, sodann eine anstossende Quadratseite als Grundachse.)

§ 17. Zur Lehre vom Schwerpunkt.

Zu wiederholen: U., Schwerpunkt eines Körpers.

1. Die Ausführungen des vorigen § finden ihre wichtigste Anwendung in der Lehre vom Schwerpunkt.

Nach dem vorletzten Absatz von § 16, 2 ist der Schwerpunkt eines Gebildes unabhängig von dessen Lage gegen die Erde, er ist also gegenüber dem Gebilde ein ganz bestimmter Punkt.

Die Lage des Schwerpunkts eines Gebildes von geometrisch bestimmter Form, das durchaus gleichmäÙsig mit Stoff erfüllt, also homogen ist, kann durch **Konstruktion** und **Rechnung** gefunden werden.

Die Schwerkraften beliebiger Teile eines homogenen Gebildes verhalten sich wie die GröÙen der Teile. Daher gilt zufolge von § 16, 1 bzw. § 16, 2:

1) Wenn ein homogenes Gebilde aus zwei Teilen besteht, so **teilt sein Schwerpunkt die Verbindungslinie der Schwerpunkte der beiden Teile im umgekehrten Verhältnis der GröÙen der Teile.** (Anwendbar zur Schwerpunktsbestimmung durch Konstruktion und durch Rechnung.)

2) Ein homogenes Gebilde bestehe aus einer beliebigen Anzahl Teile, deren GröÙen G_1, G_2, \dots Einheiten betragen; die Abstände der Schwerpunkte der Teile von einer Grundebene (einer Grundachse, einem Grundpunkt) seien bezüglich gleich z_1, z_2, \dots Längeneinheiten, und der Abstand des Schwerpunkts des ganzen Gebildes von der Grundebene (der Grundachse, dem Grundpunkt) werde mit ζ Längeneinheiten bezeichnet. Dann ist

$$\zeta = \frac{\sum G \cdot z}{\sum G} \text{ oder}$$

$$\zeta = \frac{\sum G \cdot z}{W},$$

wenn die GröÙe des ganzen Gebildes gleich W Einheiten gesetzt wird. (Anwendbar zur Schwerpunktsbestimmung durch Rechnung.)

2. Wichtigste Fälle der Anwendung von Konstruktion und Rechnung:

a) Ein homogenes Gebilde besitze einen Symmetriepunkt, d. h. einen Punkt, in bezug auf welchen es zu jedem Punkt des Gebildes einen symmetrisch liegenden gibt. Dann ist der Symmetriepunkt der Schwerpunkt des Gebildes. Hierher gehören die Beispiele von Schwerpunkten, welche in der Unterstufe angeführt wurden; ferner:

Der Schwerpunkt des Umfangs und der Fläche jedes regelmäßigen Vielecks ist sein Mittelpunkt; der Schwerpunkt der Oberfläche und des Körpers jedes regelmäßigen Vielfächners ist sein Mittelpunkt.

b) Ein homogenes Gebilde besitze eine Symmetriegerade, d. h. eine Gerade, in bezug auf welche es zu jedem Punkt des Gebildes einen symmetrisch liegenden gibt. Dann liegt der Schwerpunkt des Gebildes auf dieser Geraden. (Letztere ist eine Schwerlinie des Gebildes, wie man jede durch den Schwerpunkt eines Gebildes gehende Gerade nennt.) Ist mehr als eine Symmetriegerade vorhanden, so ist ihr Schnittpunkt Symmetriepunkt und also der Schwerpunkt des Gebildes. Beispiel:

Der Schwerpunkt einer Umdrehungsfläche und eines Umdrehungskörpers liegt auf der Umdrehungsachse.

c) Denkt man sich in einer gegebenen Figur eine Schar paralleler Sehnen gezogen, und ist der geometrische Ort der Mittelpunkte dieser Sehnen eine Gerade, so liegt der Schwerpunkt der Fläche der Figur auf dem geometrischen Ort der Mittelpunkte (= Schwerpunkte) der Sehnen. Vermag man also mindestens zwei solche geometrische Örter anzugeben, so ist ihr Schnittpunkt der Schwerpunkt der Fläche der Figur. Beispiele:

Der Schwerpunkt eines Trapezes liegt auf der Verbindungslinie der Mittelpunkte seiner Grundlinien. (Schar von Sehnen, welche den

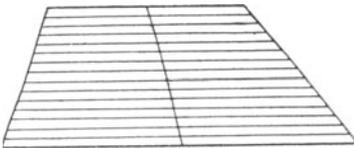


Fig. 22.

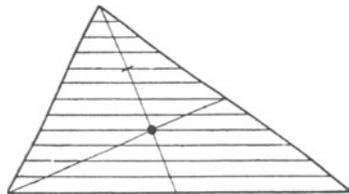


Fig. 23.

Schwerpunkt eines Dreiecks.

Grundlinien parallel sind! S. Fig. 22.) — **Der Schwerpunkt eines Dreiecks ist der Schnittpunkt seiner Mittellinien.** (Scharen von Sehnen, welche den Seiten parallel sind! S. Fig. 23.) Mithin teilt der Schwerpunkt eines Dreiecks jede Mittellinie desselben im Verhältnis 2:1.

d) Denkt man sich einen Körper von einer Schar paralleler Ebenen geschnitten, und ist der geometrische Ort der Schwerpunkte der Schnitte eine Gerade, so liegt der Schwerpunkt des Körpers auf dem geometrischen Ort der Schwerpunkte der Schnitte. Kann man demnach mindestens zwei derartige geometrische Örter angeben, so ist ihr Schnittpunkt der Schwerpunkt des Körpers. Beispiele:

Der Schwerpunkt eines abgestumpften Kegels liegt auf seiner Achse. (Schar von Schnittebenen, welche den Grundflächen parallel sind!) — **Im Schwerpunkt eines Tetraäders schneiden sich die Verbindungs-
linien der Schwerpunkte seiner Begrenzungsflächen mit den gegenüber-
liegenden Ecken.** (Scharen von Schnittebenen, welche den Begrenzungs-
flächen parallel sind!) Der Schwerpunkt teilt jede solche Schwerlinie im Verhältnis 3:1. Beweis (Fig. 24): Wegen $BC \parallel DA$ verhält sich $SA : SB = DA : BC = DE : BE = 3 : 1$.

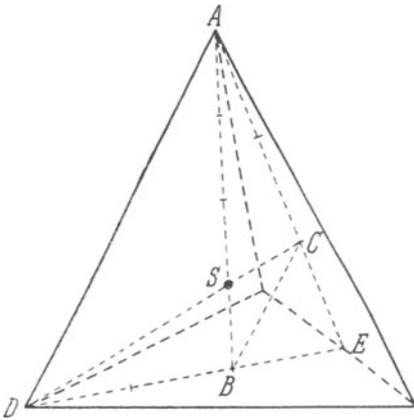


Fig. 24.
Schwerpunkt eines Tetraäders.

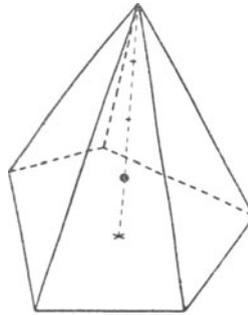


Fig. 25.
Schwerpunkt
einer Pyramide.

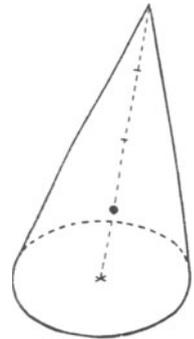


Fig. 26.
Schwerpunkt
eines Kegels.

e) **Der Schwerpunkt einer beliebigen Pyramide und eines Kegels liegt auf der Verbindungslinie des Schwerpunkts der Grundfläche des Körpers mit seiner Spitze und teilt diese Linie im Verhältnis 3 : 1.**

Beweis der ersten Behauptung: Man legt durch den Körper eine Schar von Schnittebenen, welche seiner Grundfläche parallel sind.

Beweis der zweiten Behauptung: Man zerlegt die Pyramide durch Diagonalebene in Tetraäder. Die Schwerpunkte der letzteren liegen in einer Ebene, welche die genannte Schwerlinie im Verhältnis 3 : 1 teilt. Ein Kegel aber kann als eine Pyramide von unendlich vielen Seitenflächen betrachtet werden.

f) Ein Gebilde bestehe aus zwei Teilen (oder könne in zwei Teile zerlegt werden), deren Schwerpunkte bekannt sind. Dann findet man also den Schwerpunkt des ganzen Gebildes, indem man die Verbindungslinie der Schwerpunkte der Teile im umgekehrten Verhältnis der Größen der Teile teilt. Beispiele:

Bestimmung des Schwerpunkts eines Vierecks vermittels Zerlegung desselben in zwei Dreiecke, eines Fünfecks vermittels Zerlegung in ein Viereck und ein Dreieck usf.

Ist eine weitere Zerlegung in zwei Teile möglich, deren Schwerpunkte bekannt sind, so ist die Verbindungslinie dieser Schwerpunkte eine zweite Schwerlinie des Gebildes. Der Schwerpunkt des letzteren ergibt sich dann als Schnittpunkt der beiden Schwerlinien. Beispiele: Bestimmung des Schwerpunkts eines Vierecks, Fünfecks usf. (S. Fig. 27.)

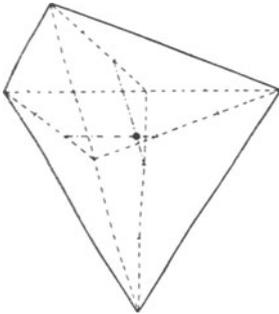


Fig. 27.

Schwerpunkt eines Vierecks.

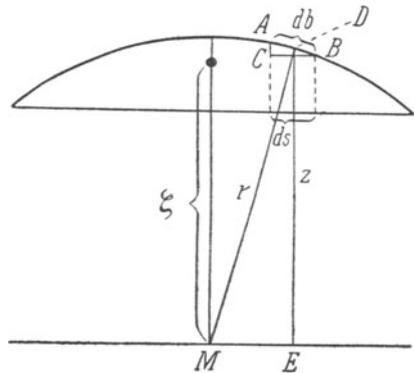


Fig. 28.

Schwerpunkt eines Kreisbogens.

g) Die Formel $\zeta = \frac{\sum G \cdot z}{W}$ wird angewendet. Beispiel:

Bestimmung des Schwerpunkts eines Kreisbogens. Der Schwerpunkt des Bogens liegt zunächst auf dem Radius, welcher den Bogen halbiert. (Symmetriegerade!) Der Bogen sei gleich b , die zugehörige Sehne gleich s , der Kreisradius gleich r und der Abstand des Schwerpunkts des Bogens vom Kreismittelpunkt gleich ζ Längeneinheiten. Wir denken uns den Bogen in unendlich kleine Teilchen geteilt. Die Länge eines solchen Teilchens werde mit db , die Länge seiner Projektion auf die Sehne mit ds und der Abstand seines Schwerpunkts von dem Durchmesser, welcher der Sehne parallel ist, mit z Längeneinheiten bezeichnet. Dann ist

$$\zeta = \frac{\sum db \cdot z}{b}$$

Nun folgt aus der Ähnlichkeit der Dreiecke ABC und MDE (Fig. 28, S. 35):

$$db : ds = r : z \text{ oder}$$

$$db \cdot z = r \cdot ds.$$

Also ist

$$\zeta = \frac{r \cdot \Sigma ds}{b} \text{ oder}$$

$$\zeta = \frac{r \cdot s}{b}.$$

Aufgaben.

66. Bestimme den Schwerpunkt des Mantels eines geraden Kreiskegels. (Zerlegung des Mantels in gleichgroße Dreiecke von unendlich kleinen Grundlinien!)

67. Desgl. der Oberfläche eines geraden Kreiskegels. (Benutzung des Ergebnisses von Aufg. 66.)

68. Desgl. eines Trapezes vermittels Zerlegung desselben in ein Parallelogramm und ein Dreieck.

69. Berechne den Abstand des Schwerpunkts eines Trapezes von seiner unteren Grundlinie. (Anleitung: Zerlege das Trapez und wähle seine untere Grundlinie als Grundachse.)

70. Bestimme den Schwerpunkt des Umfangs eines gleichschenkligen Dreiecks.

71. Auf ein Quadrat ist ein gleichschenkliges Dreieck gesetzt, dessen Grundlinie sich mit der oberen Quadratseite deckt. Schwerpunkt der Gesamtfläche?

72. Auf einen geraden Kreiszyylinder ist ein gerader Kreiskegel gesetzt, dessen Grundfläche sich mit der oberen Grundfläche des Zylinders deckt. Schwerpunkt des Gesamtkörpers?

73. Auf einen Würfel ist ein gerader Kreiszyylinder und auf diesen ein gerader Kreiskegel gesetzt; die untere Grundfläche des Zylinders ist der oberen Grundfläche des Würfels eingeschrieben, und die Grundfläche des Kegels deckt sich mit der oberen Grundfläche des Zylinders. Schwerpunkt des Gesamtkörpers? (Anleitung: Wähle den Mittelpunkt der unteren Grundfläche des Würfels als Grundpunkt.)

74. Bestimme den Schwerpunkt einer halben Kreislinie.

75. Desgl. des Umfangs eines Halbkreises. (Benutzung des Ergebnisses von Aufg. 74.)

76. Desgl. eines Kreissektors. (Zerlegung des Sektors in gleichgroße Dreiecke von unendlich kleinen Grundlinien!)

77. Desgl. eines Kreissegments. (Das Segment wird von einem Dreieck zu einem Kreissektor ergänzt! Gehe daher aus von der Formel $\zeta = \frac{G_1 \cdot z_1 + G_2 \cdot z_2}{G_1 + G_2}$ und benutze das Ergebnis von Aufgabe 76. Vergl. auch Aufg. 63.)

78. Desgl. der Fläche eines Halbkreises. (Besonderer Fall von Aufg. 76 oder 77.)

79. Desgl. einer Kugelzone oder -haube. (Denke dir ihre Höhe in unendlich viele gleiche Teile geteilt und durch jeden Teilpunkt senkrecht zur Höhe eine Ebene gelegt; die Ebenen teilen die Zone bzw. Haube in gleiche Teile!)

80. Desgl. der krummen Oberfläche einer Halbkugel. (Besonderer Fall des Schwerpunkts einer Kugelhaube, Aufg. 79.)

81. Desgl. der Gesamtoberfläche einer Halbkugel. (Benutzung des Ergebnisses von Aufg. 80.)

82. Desgl. eines Kugelsektors. (Zerlegung des Sektors in gleichgroße Pyramiden von unendlich kleinen Grundflächen und Benutzung des Ergebnisses für die Kugelhaube, Aufg. 79.)

83. Desgl. eines Kugelsegments. (Das Segment wird von einem geraden Kreiskegel zu einem Kugelsektor ergänzt! S. Aufg. 77 und benutze das Ergebnis von Aufg. 82.)

84. Desgl. des Körpers einer Halbkugel. (Besonderer Fall von Aufg. 82 oder 83.)

§ 18. Zusammensetzung ungleichsinnig paralleler Kräfte. Kräftepaare.

1. Die ungleichsinnig parallelen oder „antiparallelen“ Kräfte $AC = P_1$ und $BD = P_2$ Kräfteinheiten (Fig. 29) wirken an starr miteinander

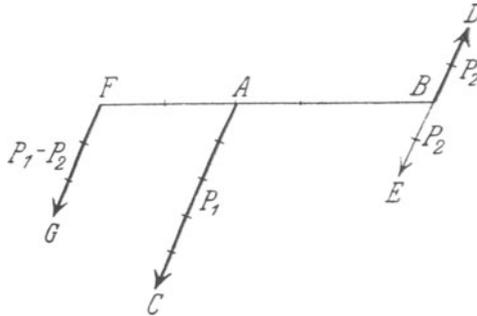


Fig. 29.

verbundenen Punkten. Um ihre Resultierende zu finden, zerlegen wir AC in die gleichsinnig parallelen Seitenkräfte $BE = P_2$ und $FG = P_1 - P_2$ Kräfteinheiten. Da BD und BE einander aufheben, ist FG die Resultierende von AC und BD . Nun verhält sich

$$AF : AB = P_2 : (P_1 - P_2), \text{ mithin}$$

$$AF : (AF + AB) = P_2 : P_1 \text{ oder}$$

$$FA : FB = P_2 : P_1.$$

Also:

Zwei ungleichsinnig parallele Kräfte, welche an starr miteinander verbundenen Punkten wirken, sind ersetzbar durch eine einzige Kraft; diese wirkt in der Richtung der größeren Kraft, ist gleich dem Unterschied der Kräfte, und ihr Angriffspunkt teilt den Abstand der Angriffspunkte der Kräfte äußerlich im umgekehrten Verhältnis der letzteren.

Experimentelle Bestätigung s. Fig. 30. (Die antiparallelen Kräfte betragen hier 5 und 2 kg.)

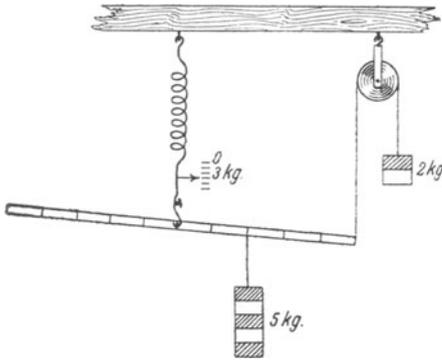


Fig. 30.

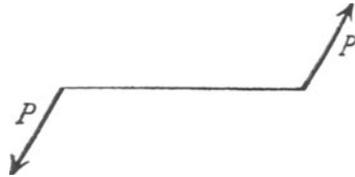


Fig. 31.
Kräftepaar.

2. Nach 1. wäre die Resultierende zweier gleichgroßen antiparallelen Kräfte gleich Null und ihr Angriffspunkt im Unendlichen gelegen. Zwei solche Kräfte besitzen demnach keine Resultierende. Sie bilden zusammen ein „**Kräftepaar**“ oder einen „**Drehzwilling**“. Kräftepaare suchen nämlich die Körper, an denen sie wirken, in drehende Bewegung zu versetzen. Die Achse der drehenden Bewegung, welche ein Kräftepaar hervorzubringen sucht, steht auf seiner Ebene senkrecht.

Beispiel für ein Kräftepaar: Das Paar erdmagnetischer Kräfte, welche an den Polen einer Magnetnadel angreifen, wenn diese aus ihrer Ruhelage gebracht ist.

Aufgaben.

85. An zwei starr miteinander verbundenen Punkten, deren Entfernung 10 cm beträgt, wirken antiparallele Kräfte von 60 und 40 kg. Bestimme Angriffspunkt, Richtung und Gröfse ihrer Resultierenden.

86. Die aufeinanderfolgenden Entfernungen von fünf Punkten einer starren Geraden betragen 20, 40, 60 und 80 cm. In den Punkten wirken parallele Kräfte, welche der Reihe nach gleich 5, 4, 3, 2 und 1 kg sind. Die erste, dritte und fünfte Kraft wirken nach der einen, die zweite und vierte nach der entgegengesetzten Seite. Bestimme Angriffspunkt, Richtung und Gröfse der Resultierenden aller Kräfte. (Anleitung: Wähle sowohl für die Kräfte, welche nach der einen, als auch für diejenigen, welche nach der anderen Seite wirken, den ersten Punkt als Grundpunkt.)

87. An drei aufeinanderfolgenden Punkten A, B und C einer starren Geraden wirken drei Kräfte. Die beiden ersten Kräfte sind gleichsinnig parallel; die dritte Kraft, welche 20 kg beträgt, ist zu ihnen antiparallel. Die Resultierende der beiden ersten Kräfte, deren Angriffspunkt D heiße, bildet mit der dritten Kraft ein Kräftepaar. Wie groß sind die beiden ersten Kräfte, wenn $AD = 4$, $BD = 12$ cm ist?

88. Leite für zwei antiparallele Kräfte eine Formel ab, welche der Formel $\zeta = \frac{P_1 \cdot z_1 + P_2 \cdot z_2}{P_1 + P_2}$ für zwei gleichsinnig parallele Kräfte entspricht. Leite ferner mit Hilfe der Formel $\zeta = \frac{\sum P \cdot z}{\sum P}$ und der Formel für zwei antiparallele Kräfte eine entsprechende Formel für beliebige parallele Kräfte ab.

§ 19. Zusammensetzung von Drehkräften. Die Empfindlichkeit einer Wage.

Zu wiederholen: U., Hebel und gleicharmige Hebelwaage.

1. An einem Punkt, der mit einer Drehachse starr verbunden ist, wirke eine Drehkraft (= Kraft, welche die Drehachse senkrecht kreuzt). Wir denken uns eine Drehkraft stets nach dem Ende ihres Armes verlegt.

Bei den Drehkräften, von denen im folgenden die Rede ist, ist jedesmal vorausgesetzt, daß ihre Angriffspunkte mit derselben Drehachse starr verbunden sind.

Zwei gleichgroße Drehkräfte von gleichem Arm und gleichem Drehungssinn sind durcheinander ersetzbar. Beweis: Sie werden beide von einer und derselben Drehkraft im Gleichgewicht gehalten, welche mit ihnen in der Länge des Armes und in der Größe übereinstimmt, aber den entgegengesetzten Drehungssinn besitzt. Beim Vorhandensein verschiedener Drehkräfte denken wir uns daher fortan ihre Arme sämtlich auf demselben Strahle gelegen, der von der Drehachse ausgeht.

Ist eine Drehkraft gleich P Krafteinheiten und ihr Arm gleich p Längeneinheiten, so heißt $P \cdot p$ das **statische** oder **Drehungsmoment der Drehkraft**.

Zufolge des Hebelgesetzes sind zwei Drehkräfte von gleichen Momenten und gleichem Drehungssinn durcheinander ersetzbar; für die Wirkung einer Drehkraft von bestimmtem Drehungssinn ist also lediglich die Größe ihres Moments maßgebend. Insbesondere ist eine Drehkraft ersetzbar durch eine andere von gleichem Drehungssinn, deren Arm gleich einer Längeneinheit ist, und deren Größe durch das Moment der ersten Drehkraft angegeben wird. Hieraus folgt, daß Drehkräfte von gleichem Drehungssinn vereinigt werden, indem man ihre Momente addiert. Die Summe gibt nämlich das Moment der resultierenden Drehkraft an.

Bezeichnet man eine Drehkraft und folglich auch ihr Moment als positiv, wenn sie im Sinne der Uhrzeigerbewegung, als negativ, wenn sie im entgegengesetzten Sinne wirkt, so gilt nach dem Vorhergehenden ganz allgemein:

Das Moment der Resultierenden beliebiger Drehkräfte ist gleich der algebraischen Summe der Momente der Drehkräfte.

Folgerung:

Beliebige Drehkräfte befinden sich im Gleichgewicht, wenn die algebraische Summe ihrer Momente gleich Null ist. (Allgemeinstes Gleichgewichtsgesetz für den Hebel.)

Aus dem Gleichgewichtsgesetz für Drehkräfte kann man ein allgemeines Gleichgewichtsgesetz für Kräfte entwickeln, die an einem festen Körper in derselben Ebene an beliebigen Punkten wirken, und daraus ein allgemeines Gesetz über die Resultierende solcher Kräfte ableiten. Sind derartige Kräfte im Gleichgewicht, so kann man sie, da sie ja doch keine Wirkung hervorbringen, als im Gleichgewicht befindliche Drehkräfte in bezug auf irgendeine Achse betrachten, welche auf der Ebene der Kräfte senkrecht steht. Demnach: Kräfte, welche an einem festen Körper in derselben Ebene an beliebigen Punkten wirken, sind im Gleichgewicht, wenn die algebraische Summe ihrer Momente in bezug auf irgendeinen Punkt der Ebene gleich Null ist. Also ist die algebraische Summe der Momente aller Kräfte bis auf eine in bezug auf irgendeinen Punkt der Ebene gleich dem Moment der letzten Kraft mit umgekehrtem Vorzeichen. Da die Resultierende der ersten Kräfte und die letzte Kraft sich ebenfalls das Gleichgewicht halten, so ist auch das Moment der Resultierenden gleich dem Moment der letzten Kraft mit umgekehrtem Vorzeichen. Also: Wirken Kräfte an einem festen Körper in derselben Ebene an beliebigen Punkten, so ist das Moment ihrer Resultierenden in bezug auf irgendeinen Punkt der Ebene gleich der algebraischen Summe der Momente der einzelnen Kräfte in bezug auf denselben Punkt. Hieraus kann man noch eine Folgerung ziehen. Wählt man nämlich den Punkt auf der Resultierenden, so ist ihr Moment in bezug auf den Punkt gleich Null. Mithin: Wirken Kräfte an einem festen Körper in derselben Ebene an beliebigen Punkten, so ist die algebraische Summe ihrer Momente in bezug auf einen Punkt ihrer Resultierenden gleich Null.

2. Eine Wage ist **empfindlich**, wenn bereits ein kleines Übergewicht bei ihr einen deutlichen Ausschlag hervorbringt. Nur mit einer empfindlichen Wage können genaue Wägungen vorgenommen werden.

Je größer bei demselben Übergewicht der Ausschlag einer Wage ist, desto empfindlicher ist sie. Die mit einer Wage vorgenommenen Wägungen aber sind um so genauer, je empfindlicher sie ist.

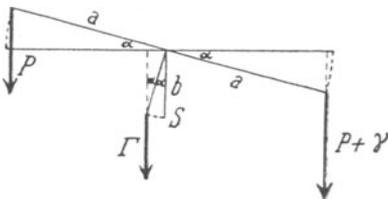


Fig. 32.

Die genauesten Wägungen lassen sich mit einer gleicharmigen Hebelwaage ausführen. Bei einer solchen betrage die halbe Länge des Wagebalkens a und der Abstand seines Schwerpunkts von seiner Drehachse b Längeneinheiten. Die Schwerkraft des Wagebalkens sei gleich Γ Kräfteinheiten. Zunächst seien beide Schalen der Wage gleichstark

belastet, und die Schwerkraft jeder Schale samt ihrer Belastung betrage P Krafteinheiten. Nun werde auf die rechte Schale ein Übergewicht von γ Krafteinheiten gelegt. Wenn dann die Wage um den Winkel α ausschlägt (Fig. 32, S. 40), so ist nach 1.

$$(P + \gamma) \cdot (a \cdot \cos \nu) - P \cdot (a \cdot \cos \alpha) - G \cdot (b \cdot \sin \alpha) = 0.$$

Hieraus folgt:

$$\tan \alpha = \frac{\gamma \cdot a}{G \cdot b}.$$

Also:

Die Empfindlichkeit einer gleicharmigen Hebelwage ist vom Gewicht der Schalen und deren Belastung unabhängig und um so größer, je länger der Wagebalken ist, je kleiner sein Gewicht ist, und je näher sein Schwerpunkt bei seiner Drehachse liegt.

Damit die erste und die zweite Bedingung miteinander im Einklang sind, ohne daß eine merkliche Durchbiegung des Wagebalkens eintreten kann, fertigt man letzteren durchbrochen an.

Wenn die Bedingungen nicht sämtlich erfüllt sind, welche bei der Beschreibung in U. angegeben wurden, so ist die betr. Wage „unrichtig“. Wägungsmethoden, die auch bei einer unrichtigen Wage richtige Ergebnisse liefern: **Tarierung** und **Doppelwägung**. a) **Tarierung**: Auf die eine Wagschale wird der zu wägende Körper, auf die andere werden Schrotkörner oder dergl. gebracht, bis die Zunge auf die Marke (Nullstrich einer Einteilung!) zeigt; darauf entfernt man den zu wägenden Körper und legt statt desselben Gewichtstücke auf, bis wiederum die Zunge auf die Marke zeigt. b) **Doppelwägung**: Man bringt den zu wägenden Körper nacheinander auf jede der beiden Wagschalen und legt jedesmal auf die andere Schale Gewichtstücke auf, bis die Zunge auf denselben Teilstrich der Einteilung zeigt wie bei unbelasteten Schalen. Stellen die aufgelegten Gewichtstücke nicht in beiden Fällen genau dasselbe Gewicht dar, so sind die beiderseitigen Dreharme ungleich lang. Bezeichnet man dann die Länge der Dreharme mit a_1 bzw. a_2 Längeneinheiten, das Gewicht des Körpers mit Q Einheiten, und kommen den aufgelegten Gewichtstücken im ersten Falle P_1 , im zweiten Falle P_2 Einheiten zu, so ist

$$Q \cdot a_1 = P_1 \cdot a_2,$$

$$Q \cdot a_2 = P_2 \cdot a_1.$$

Folglich:

$$Q^2 \cdot a_1 \cdot a_2 = P_1 \cdot P_2 \cdot a_1 \cdot a_2 \text{ oder}$$

$$Q = \sqrt{P_1 \cdot P_2}.$$

Aufgaben.

89. An einem Körper, der um eine Achse drehbar ist, wirken Drehkräfte von 500 und 700 Dyn an Armen von 3 bzw. 4 cm im Sinne der Uhrzeigerbewegung, Drehkräfte von 800, 600 und 400 Dyn an Armen von 2 bzw. 5 bzw. 9 cm im entgegengesetzten Sinne. Moment der resultierenden Drehkraft?

90. Wenn an einem Körper, der um eine Achse drehbar ist, Drehkräfte von 2 und 3 kg an Armen von 0,04 bzw. 0,06 m im Sinne der Uhrzeigerbewegung und eine Drehkraft von 13 kg an einem Arme von 0,02 m im entgegengesetzten Sinne wirken, so sind die Kräfte im Gleichgewicht. Beweis?

91. Eine gerade Eisenstange A B ist um eine wagrechte Achse drehbar. Länge der Stange: 1,5 m, Gewicht: 2,337 kg, Abstand der Drehachse von A: 1 m. In A wirkt ein Gewicht von 1 kg. Welches Gewicht ist in B anzubringen, damit Gleichgewicht stattfindet?

92. Ein Balken von 6 m Länge, der in der Mitte unterstützt ist, wird von Kindern als Schaukel benutzt. Auf der einen Seite sitzen auf ihm zwei Kinder von je 20 kg Gewicht in Abständen von 1 bzw. 2 m von der Mitte. In welchem Abstand muß auf der anderen Seite ein Kind von 25 kg Gewicht Platz nehmen, wenn Gleichgewicht stattfinden soll?

93. Weise das Gesetz für das Moment der Resultierenden beliebiger Drehkräfte nach mit Hilfe des Ergebnisses von Aufg. 88.

94. Länge des Wagebalkens einer gleicharmigen Hebelwage: 35 cm, Abstand seines Schwerpunkts von der Drehachse: 1,5 mm. Gewicht des Wagebalkens: 350 g. Welches Übergewicht bringt bei der Wage einen Ausschlag von $0,5^{\circ}$ hervor?

b) Die Lehre von der Bewegung fester Körper.

§ 20. Stofskräfte und kontinuierliche Kräfte. Unabhängigkeitsprinzip. Das Parallelogramm der Wege, der Geschwindigkeiten und der Beschleunigungen.

1. Kräfte wirken auf einen Körper entweder nur unendlich kurze Zeit hindurch oder andauernd: **Momentane Kräfte (Stofskräfte)** bzw. **kontinuierliche Kräfte**.

Eine Stofskraft erteilt einem frei beweglichen Körper eine gleichförmige Bewegung; eine kontinuierliche Kraft erteilt einem solchen Körper eine ungleichförmige Bewegung.

Eine kontinuierliche Kraft ist entweder unveränderlich (konstant) oder veränderlich.

Eine konstante Kraft erteilt einem frei beweglichen Körper nach § 4, 1 eine gleichförmig beschleunigte Bewegung; eine veränderliche Kraft erteilt einem derartigen Körper eine **ungleichförmig beschleunigte Bewegung, d. h. eine Bewegung, bei welcher die Geschwindigkeit in gleichen Zeiten um ungleiche Beträge zunimmt**.

Bei einer ungleichförmig beschleunigten Bewegung kann wegen der ungleichmäßigen Zunahme der Geschwindigkeit nicht von der Beschleunigung schlechthin die Rede sein, sondern nur von der Beschleunigung in einem bestimmten Augenblick. Wenn von einem bestimmten Augenblick an die wirksame Kraft so bliebe, wie sie in dem Augenblick ist, so besäße der betr. Körper von da an eine konstante Beschleunigung. **Diese muß also seine Beschleunigung in dem fraglichen Augenblick sein.**

2. Wenn ein frei beweglicher Körper gleichzeitig der Einwirkung mehrerer Kräfte ausgesetzt ist, so kommt jede derselben unabhängig

von den anderen zur Wirkung. (**Unabhängigkeitsprinzip.**) Um etwa festzustellen, wo sich der Körper nach einer bestimmten Zeit befindet, kann man also nacheinander jede der Kraftwirkungen die betr. Zeit hindurch auf den Körper stattfinden lassen. Beispiel:

Ein Körper stehe gleichzeitig unter dem Einfluß zweier Kraftwirkungen; durch die eine Kraftwirkung allein lege er in einer bestimmten Zeit den Weg AB , durch die andere Kraftwirkung allein in derselben Zeit den Weg AC zurück (Fig. 33). Dann befindet er sich unter dem gleichzeitigen Einfluß beider Kraftwirkungen am Schlusse der betr. Zeit in D ($BD \neq AC$), d. h. in der vierten Ecke des Parallelogramms, das durch AB und AC bestimmt ist (des „**Wegeparallelogramms**“).

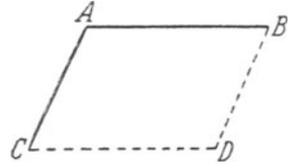


Fig. 33.

3. Die vorher genannten beiden Kraftwirkungen seien die Wirkungen von Stofskräften, die Bewegungen längs AB und AC also gleichförmig. Ihre Geschwindigkeiten seien gleich c_1 bzw. c_2 Längeneinheiten. Dann käme der Körper in 1, 2, 3, . . . t sec durch die erste Kraftwirkung allein nach $E, F, G, \dots B$, durch die zweite Kraftwirkung allein nach $H, J, K, \dots C$ (Fig. 34). Unter dem gleichzeitigen

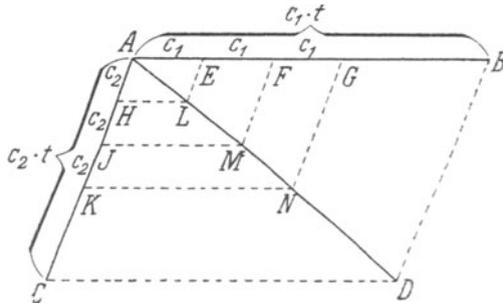


Fig. 34.

Einfluß beider Kraftwirkungen kommt er also in 1, 2, 3, . . . t sec nach $L, M, N, \dots D$. Er bewegt sich folglich gleichförmig längs der Geraden AD mit der Geschwindigkeit $AL = LM = MN \dots$. Die Strecke AL aber ist die zu A gehörige Diagonale des „**Geschwindigkeitsparallelogramms**“ $AELH$.

Das Gesetz vom Geschwindigkeitsparallelogramm gilt für jeden bestimmten Augenblick auch bei zwei beliebigen Kraftwirkungen. Beweis: Auch bei einer ungleichförmigen Bewegung versteht man unter der Geschwindigkeit in einem bestimmten Augenblick die Geschwindigkeit einer bestimmten gleichförmigen Bewegung.

4. Fig. 35 zeigt die entsprechenden Verhältnisse für den Fall, daß die wirksamen Kräfte konstant sind und gleichzeitig an der Stelle A auf den Körper zu wirken beginnen. Die Wege der komponierenden Bewegungen in den aufeinanderfolgenden Sekunden sind vermittle der Formel $s = \frac{1}{2} a t^2$ (§ 4, 1) bestimmt. (Der Weg in der ersten Sekunde ist gleich der halben Beschleunigung; der Weg in den zwei ersten Sekunden ist viermal, der Weg in den drei ersten Sekunden neunmal so groß usw.) Wie man aus der Figur ersieht, ist auch die

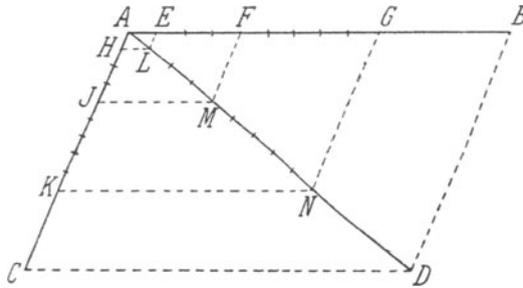


Fig. 35.

resultierende Bewegung gleichförmig beschleunigt. Nun sind in dem Parallelogramm A E L H die Seiten A E und A H gleich den halben Beschleunigungen der komponierenden Bewegungen, die Diagonale A L gleich der halben Beschleunigung der resultierenden Bewegung. Die verdoppelten Strecken A E, A H und A L aber bilden ebenfalls zwei Seiten bzw. eine Diagonale eines Parallelogramms: des „**Beschleunigungsparallelogramms**“.

Das Gesetz vom Beschleunigungsparallelogramm gilt für jeden bestimmten Augenblick auch bei zwei beliebigen Kraftwirkungen. Beweis: Auch bei einer ungleichförmig beschleunigten Bewegung versteht man unter der Beschleunigung in einem bestimmten Augenblick die Beschleunigung einer bestimmten gleichförmig beschleunigten Bewegung.

Wie man erkennt, gelten die Ausführungen von § 15 auch dann, wenn statt der Kräfte gesetzt werden:

Wege, zurückgelegt in gleichen Zeiten bei gleichförmigen oder gleichförmig beschleunigten Bewegungen,

oder Geschwindigkeiten

oder Beschleunigungen.

Aufgaben.

95. Zwei Stoßkräfte, deren Richtungen einen Winkel von 60° miteinander bilden, erteilen einem in Ruhe befindlichen Körper Geschwindigkeiten von 4 und 5 m/sec. Geschwindigkeit des Körpers und Weg desselben in 10 sec?

96. Ein in Ruhe befindlicher Körper wiege 98,1 kg. Er werde gleichzeitig der Wirkung zweier konstanten Kräfte von 30 und 40 kg ausgesetzt, deren Richtungen einen Winkel von 90° mit einander bilden. Beschleunigung des Körpers, Geschwindigkeit desselben nach 8 sec und Weg, den er in dieser Zeit zurücklegt?

§ 21. Die allgemeine gleichförmig beschleunigte und die gleichförmig verzögerte Bewegung.

1. Ein Körper bewege sich mit einer konstanten Geschwindigkeit von c Längeneinheiten längs einer Geraden. Von einem bestimmten Augenblick an wirke auf ihn in der Richtung der Geraden eine konstante Kraft. Die Beschleunigung, welche die Kraft dem Körper erteilt, betrage a Längeneinheiten. Wenn also die Kraft in der Bewegungsrichtung des Körpers wirkt, so vermehrt sie seine Geschwindigkeit in jeder Sekunde um a Längeneinheiten; wenn dagegen die Kraft entgegengesetzt zur Bewegungsrichtung des Körpers wirkt, so vermindert sie seine Geschwindigkeit in jeder Sekunde um a Längeneinheiten. Im ersten Falle besitzt demnach der Körper von dem betr. Augenblick an eine gleichförmig beschleunigte Bewegung mit einer Anfangsgeschwindigkeit von c Längeneinheiten. Im zweiten Falle wird die Bewegung des Körpers von dem fragl. Augenblick an als **gleichförmig verzögert**, seine Geschwindigkeitsabnahme für 1 sec als seine **negative Beschleunigung** oder **Verzögerung** bezeichnet. Beispiel für eine gleichförmig verzögerte Bewegung: Der Wurf eines Körpers lotrecht aufwärts im luftleeren Raume.

Nachdem die gleichförmig beschleunigte bzw. die gleichförmig verzögerte Bewegung des Körpers t sec gedauert hat, sei seine Geschwindigkeit gleich v Längeneinheiten; sein Weg in den t sec betrage s Längeneinheiten. Dann ist nach dem Unabhängigkeitsprinzip

$$v = c \pm a \cdot t,$$
$$s = c \cdot t \pm \frac{1}{2} a t^2.$$

(Das $+$ -Zeichen gilt für die gleichförmig beschleunigte, das $-$ -Zeichen für die gleichförmig verzögerte Bewegung.)

Ist insbesondere die gleichförmig beschleunigte Bewegung der Wurf eines Körpers lotrecht abwärts, die gleichförmig verzögerte Bewegung der Wurf eines Körpers lotrecht aufwärts, so ist $a = g$ zu setzen.

2. Die Zeit, welche eine gleichförmig beschleunigte oder gleichförmig verzögerte Bewegung in einem bestimmten Augenblick gedauert hat, werde in lauter gleiche Abschnitte von je τ sec zerlegt.

Bei einer gleichförmig beschleunigten Bewegung mit der Anfangsgeschwindigkeit Null und einer Beschleunigung von a Längeneinheiten ist der Weg in $(n - 1) \cdot \tau$ sec gleich $\frac{1}{2} a \tau^2 \cdot (n - 1)^2$, der Weg in $n \cdot \tau$ sec gleich $\frac{1}{2} a \tau^2 \cdot n^2$ Längeneinheiten. Folglich ist hier der Weg im n ten Zeitabschnitt von τ sec gleich $\frac{1}{2} a \tau^2 \cdot (2n - 1)$ Längeneinheiten.
Mithin:

$$\text{Weg im 1. Zeitabschnitt} = \frac{1}{2} a \tau^2 \text{ Längeneinheiten,}$$

$$\text{„ „ 2. „} = 3 \cdot \frac{1}{2} a \tau^2 \text{ „}$$

$$\text{„ „ 3. „} = 5 \cdot \frac{1}{2} a \tau^2 \text{ „}$$

usw. In Worten?

Dem Unabhängigkeitsprinzip zufolge ist nach obigem bei der gleichförmig beschleunigten bzw. verzögerten Bewegung, welche unter 1. betrachtet wurde,

$$\text{der Weg im 1. Zeitabschnitt gleich } c \cdot \tau \pm \frac{1}{2} a \tau^2 \text{ Längeneinheiten.}$$

$$\text{„ „ „ 2. „} = c \cdot \tau \pm 3 \cdot \frac{1}{2} a \tau^2 \text{ „}$$

$$\text{„ „ „ 3. „} = c \cdot \tau \pm 5 \cdot \frac{1}{2} a \tau^2 \text{ „}$$

usw.,

$$\text{der „ „ n. „} = c \cdot \tau \pm (2n - 1) \frac{1}{2} a \tau^2 \text{ Längeneinheiten.}$$

Welche besonderen Werte erhält man aus obigen Ergebnissen für die Wege in den aufeinanderfolgenden Sekunden?

3. Bei dem Wurf eines Körpers lotrecht aufwärts sei die Zeit, welche der Körper zu seinem gesamten Aufstieg braucht, (**Steigzeit** des Körpers), gleich T sec. Da für diese Zeit $v = 0$ ist, so ist nach 1.

$$0 = c - g \cdot T \text{ oder}$$

$$T = \frac{c}{g}.$$

Die **Steighöhe** des Körpers werde mit S Längeneinheiten bezeichnet. Dann findet man aus der Gleichung $s = c \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$ mit Benutzung des Wertes von T :

$$S = \frac{c^2}{2g}.$$

Bei doppelter, dreifacher . . . Anfangsgeschwindigkeit erreicht demnach der Körper die vierfache, neunfache, . . . Höhe, während er hierzu nur die doppelte, dreifache, . . . Zeit braucht.

Bezeichnet man die Zeit, welche der Körper zum Wiederherabfallen bis zu seiner Ausgangsstelle braucht, (**Fallzeit** des Körpers) mit T_1 sec, so ist nach § 5, 2

$$\frac{1}{2} g T_1^2 = \frac{c^2}{2g}, \text{ also}$$

$$T_1^2 = \frac{c^2}{g^2},$$

woraus folgt:

$$T_1 = \frac{c}{g} \\ = T,$$

Fallzeit = Steigzeit.

Setzt man in

$$v = g \cdot t \quad (\S 5, 2)$$

für t den Wert von T_1 ein, so ergibt sich:

$$v = g \cdot \frac{c}{g} \\ = c.$$

Der Körper kommt also an seiner Ausgangsstelle mit derselben Geschwindigkeit wie der an, mit der er von ihr aufstieg. (Vergl. § 11, 1.)

Löst man die Gleichung $s = c \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$ nach t auf, so erhält man:

$$t = \frac{c}{g} \mp \frac{\sqrt{c^2 - 2gs}}{g} \\ = T \mp \frac{\sqrt{c^2 - 2gs}}{g}.$$

Der lotrecht aufwärts geschleuderte Körper passiert folglich eine Stelle, welche s Längeneinheiten über seinem Ausgangspunkt liegt, beim Aufstieg $\frac{\sqrt{c^2 - 2gs}}{g}$ sec früher, beim Wiederherabfallen ebensoviel später, als er seine höchste Lage erreicht.

(Für $s = 0$ wird $\frac{\sqrt{c^2 - 2gs}}{g} = \frac{c}{g}$.)

Setzt man die gefundenen Werte von t in die Gleichung $v = c - g \cdot t$ ein, so ergibt sich:

$$v = \pm \sqrt{c^2 - 2gs}.$$

(Für $s = 0$ wird $\sqrt{c^2 - 2gs} = c$.)

Das Gewicht des Körpers betrage P kg. Wenn sich also der Körper s Längeneinheiten über seinem Ausgangspunkt befindet, so ist die Summe aus seiner Lageenergie in bezug auf seinen Ausgangspunkt und aus seiner lebendigen Energie gleich $P \cdot s + \frac{1}{2} \frac{P}{g} \cdot (\sqrt{c^2 - 2gs})^2 = \frac{1}{2} \frac{P}{g} \cdot c^2$ Arbeitseinheiten, d. h. gleich seiner lebendigen Energie beim Beginn seines Aufstiegs. Vergl. § 11, 1.

Aufgaben.

(Bei den Aufgaben über den lotrechten Wurf werde die Erdbeschleunigung rund gleich 10 m gesetzt und vom Luftwiderstand abgesehen.)

97. Ein Körper bewege sich gleichförmig beschleunigt mit einer Anfangsgeschwindigkeit von 8 m/sec und einer Beschleunigung von 2 m/sec^2 . Geschwindigkeit und Weg des Körpers nach 20 sec ?

98. Ein Körper bewege sich 10 sec lang gleichförmig verzögert mit einer Verzögerung von 4 m/sec^2 und lege dabei einen Weg von 500 m zurück. Anfangs- und Endgeschwindigkeit des Körpers?

99. Eine Kugel werde aus einem Luftschiff lotrecht abwärts geschossen. Sie erreiche nach 3 sec den Erdboden mit einer Geschwindigkeit von 400 m/sec . Anfangsgeschwindigkeit der Kugel und Höhe des Luftschiffs?

100. Vom Fuße eines 100 m hohen Turmes aus werde ein Körper mit einer Geschwindigkeit von 60 m/sec lotrecht aufwärts geschleudert. Nach welcher Zeit und mit welcher Geschwindigkeit kommt er in der Höhe der Turmspitze an?

101. Ein Eisenbahnzug von 15 m/sec normaler Fahrgeschwindigkeit hat Verspätung. Um diese einzuholen, läßt der Lokomotivführer den Zug während 25 sec auf einer Strecke von 400 m gleichförmig beschleunigt fahren und ihn dann die erlangte Endgeschwindigkeit beibehalten. Wie groß ist diese?

102. Wie groß sind Weg und Verzögerung bei einer gleichförmig verzögerten Bewegung, wenn die Anfangsgeschwindigkeit 120 m/sec , die Endgeschwindigkeit 20 m/sec , die Zeit 5 sec beträgt?

103. Wie hoch ist ein Turm, aus dessen Höhe ein Körper mit einer Geschwindigkeit von 20 m/sec lotrecht abwärts geschleudert wird, wenn er am Fuße des Turmes mit einer Geschwindigkeit von 50 m/sec ankommt?

104. Mit welcher Geschwindigkeit muß ein Körper vom Fuße eines 125 m hohen Turmes lotrecht aufwärts geschleudert werden, damit er gerade die Höhe der Turmspitze erreicht?

105. Wie groß sind Anfangsgeschwindigkeit und Beschleunigung bei einer gleichförmig beschleunigten Bewegung, wenn die Endgeschwindigkeit 700 m/sec , die Zeit 8 sec und der Weg 4000 m beträgt?

106. Ein Eisenbahnzug, der mit 12 m/sec Geschwindigkeit fährt, wird 180 m von einer Haltestelle entfernt gebremst. Nach welcher Zeit steht er an der Haltestelle, und welche Verzögerung wird durch das Bremsen erzeugt?

107. Zwei lotrecht übereinander liegende Punkte sind 1200 m voneinander entfernt. Von dem unteren Punkt wird ein Körper mit einer Geschwindigkeit von 110 m/sec lotrecht aufwärts, von dem oberen ein Körper mit einer Geschwindigkeit von 10 m/sec lotrecht abwärts geschleudert. An welcher Stelle, nach welcher Zeit und mit welchen Geschwindigkeiten treffen die Körper zusammen?

108. Eine Flintenkugel wird mit 300 m/sec Geschwindigkeit lotrecht emporgeschossen. Wie hoch steigt sie, und nach welcher Zeit kommt sie wieder an ihrem Ausgangspunkt an?

§ 22. Fall und Wurf längs der schiefen Ebene.

1. Befindet sich ein Körper auf einer schiefen Ebene, so kann man die Beschleunigung, welche ihm die Erde zu erteilen sucht, zerlegen in eine Komponente senkrecht zur sch. Ebene und in eine Komponente parallel zur Länge der sch. Ebene. (Fig. 36, S. 49.) Da sich der

Körper senkrecht zur sch. Ebene nicht zu bewegen vermag, so kommt für seine Bewegung nur die zweite Komponente in Betracht. Diese ist konstant gleich $g \cdot \sin \alpha$, wenn man den Neigungswinkel der sch. Ebene zur Horizontalebene mit α bezeichnet. Sieht man also — was hier zunächst geschehen soll — von den Bewegungshindernissen ab, so ist der Fall eines Körpers längs der sch. Ebene und der Wurf eines Körpers längs der sch. Ebene abwärts eine gleichförmig beschleunigte, der Wurf eines Körpers längs der sch. Ebene aufwärts eine gleichförmig verzögerte Bewegung mit der Beschleunigung bzw. Verzögerung $g \cdot \sin \alpha$. Demnach lauten nach § 21, 1 die Gleichungen für den Fall eines Körpers längs der sch. Ebene:

$$v = g \cdot \sin \alpha \cdot t,$$

$$s = \frac{1}{2} g \cdot \sin \alpha \cdot t^2,$$

für den Wurf eines Körpers längs der sch. Ebene abwärts und aufwärts bezüglich:

$$v = c \pm g \cdot \sin \alpha \cdot t.$$

$$s = c t \pm \frac{1}{2} g \cdot \sin \alpha \cdot t^2.$$

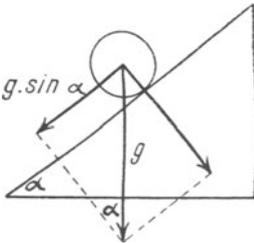


Fig. 36.

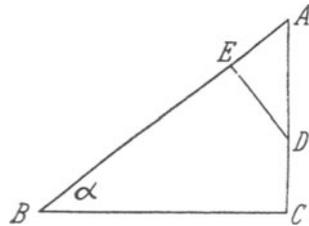


Fig. 37.

2. a) Der Weg von s Längeneinheiten, den ein Körper längs der sch. Ebene in t sec durchfällt, werde mit AE , der Weg, den ein Körper in derselben Zeit von A aus frei durchfällt, mit AD bezeichnet. (Fig. 37.) Dann verhält sich

$$\begin{aligned} AE : AD &= \left(\frac{1}{2} g \cdot \sin \alpha \cdot t^2 \right) : \left(\frac{1}{2} g t^2 \right) \\ &= \sin \alpha : 1 \\ &= AC : AB. \end{aligned}$$

Folglich: $\triangle ADE \sim \triangle ABC$. Mithin:

$$\sphericalangle AED = R. \quad \text{In Worten?}$$

E liegt daher auf einem Kreise mit dem Durchmesser A D. Ein Körper durchfällt also den lotrechten Durchmesser eines lotrechten Kreises in derselben Zeit wie jede Sehne des Kreises, welche zu dem einen Endpunkt des Durchmessers gehört. (Fig. 38.)

b) Der Punkt lotrecht unter A und in derselben Horizontale mit E heiße F. (Fig. 39.) Ein Körper brauche t_1 sec zum freien Durchfallen von A F und komme dabei in F mit einer Geschwindigkeit von v_1 Längeneinheiten an. Dann ist

$$v_1 = g \cdot t_1,$$

$$AF = \frac{1}{2} g \cdot t_1^2.$$

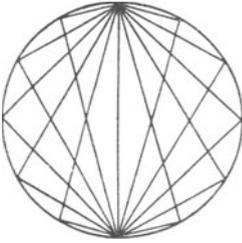


Fig. 38.

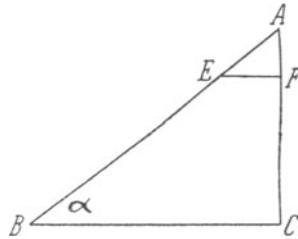


Fig. 39.

Für einen Körper, welcher längs der sch. Ebene die Strecke A E durchfallen hat, gelten die Gleichungen:

$$v = g \cdot \sin \alpha \cdot t,$$

$$AE = \frac{1}{2} g \cdot \sin \alpha \cdot t^2.$$

Eliminiert man aus jedem dieser beiden Gleichungenpaare die Zeit und löst die entstehenden Gleichungen nach v_1 bzw. v auf, so erhält man:

$$v_1 = \sqrt{2g \cdot AF},$$

$$v = \sqrt{2g \cdot \sin \alpha \cdot AE}.$$

Da $AE \cdot \sin \alpha = AF$, so ist

$$v = v_1. \quad \text{In Worten?}$$

Da E ein beliebiger Punkt von A B ist, sind insbesondere auch die Geschwindigkeiten in B und C einander gleich.

c) Wegen $v = v_1$ ist

$$g \cdot \sin \alpha \cdot t = g \cdot t_1, \text{ daher:}$$

$$t : t_1 = 1 : \sin \alpha \text{ oder}$$

$$t : t_1 = AE : AF. \quad \text{In Worten?}$$

3. Entsprechend wie beim Wurf lotrecht aufwärts findet man beim Wurf längs der sch. Ebene aufwärts für die Steigzeit $\frac{c}{g \cdot \sin \alpha}$ sec, für den Steigweg $\frac{c^2}{2g \cdot \sin \alpha}$ Längeneinheiten.

Ebenfalls entsprechend wie beim Wurf lotrecht aufwärts läßt sich beim Wurf längs der sch. Ebene aufwärts zeigen: 1) Die Zeit zum Aufsteigen von irgendeiner Stelle der Bahn und die Zeit zum Wiederherabfallen bis zu derselben Stelle sind einander gleich. 2) Jede Stelle wird beim Aufsteigen und beim Herabfallen mit derselben Geschwindigkeit passiert. 3) An jeder Stelle ist die Summe aus der Lageenergie in bezug auf die Horizontale des Ausgangspunkts und aus der lebendigen Energie gleich der lebendigen Energie am Ausgangspunkt. Folge dieser Tatsache: Ein Körper, der von einem bestimmten Punkte aus mit einer bestimmten Anfangsgeschwindigkeit längs irgendeiner sch. Ebene emporgeschleudert wird, erreicht dieselbe Höhe über dem Erdboden, als wenn er von demselben Punkte aus mit derselben Anfangsgeschwindigkeit lotrecht emporgeschleudert worden wäre. Vergl. auch Aufg. 34.

Aufgaben.

109. An einem Ort, wo die Erdbeschleunigung $9,81 \text{ m/sec}^2$ beträgt, erteilt die Erde einem Körper längs einer sch. Ebene eine Beschleunigung von 50 cm/sec^2 Neigungswinkel der sch. Ebene?

110. Die Höhe einer sch. Ebene betrage 2 m, ihr Neigungswinkel 15° . Welche Strecke durchfällt ein Körper längs der sch. Ebene in derselben Zeit, in welcher er die Höhe der sch. Ebene frei durchfällt?

111. Ein Körper brauche 1 sec, um die Höhe einer sch. Ebene von 30° Neigung frei zu durchfallen. In welcher Zeit durchfällt er auf der sch. Ebene deren Länge?

112. Länge einer sch. Ebene: 400 m, Neigungswinkel: 30° . Ein Körper wird mit einer Anfangsgeschwindigkeit von 40 m/sec , vom unteren Ende der sch. Ebene aus, diese emporgeschleudert, ein anderer fällt gleichzeitig, vom oberen Ende der sch. Ebene aus, letztere herab. Wann und wo begegnen sich die beiden Körper? (Erdbeschleunigung: $9,81 \text{ m/sec}^2$.)

113. Der Neigungswinkel einer sch. Ebene sei gleich α , die Erdbeschleunigung gleich g . Wie groß ist die Komponente der Erdbeschleunigung senkrecht zu der sch. Ebene? Welche Verzögerung bringt demnach die Reibung zwischen einem Körper und der sch. Ebene hervor, wenn der Koeffizient dieser Reibung gleich ρ ist? Wie groß ist folglich die Beschleunigung des Körpers bei seiner Bewegung längs der sch. Ebene abwärts, wie groß seine Verzögerung bei seiner Bewegung längs der sch. Ebene aufwärts, wenn die Reibung berücksichtigt wird?

114. Ein schmiedeeiserner Körper bewegt sich längs einer sch. Ebene aus Schmiedeeisen, deren Neigungswinkel 25° beträgt, mit einer Anfangsgeschwindigkeit von 50 m/sec gleitend aufwärts. Welchen Wert findet man für die Zeit, nach der er sich 1 m lotrecht über seinem Ausgangspunkt befindet, a) ohne, b) mit Berücksichtigung der Reibung? (Erdbeschleunigung: $9,81 \text{ m/sec}^2$.)

§ 23. Der wagrechte und der schiefe Wurf.

Zu wiederholen: U., Der wagrechte und der schiefe Wurf.

Der wagrechte und der schiefe Wurf sind Beispiele dafür, daß einem Körper in der Richtung einer Geraden eine gleichförmige Bewegung

erteilt worden ist, und daß auf ihn außerdem eine konstante Kraft in einer anderen Richtung wirkt.

a) Der wagrechte Wurf.

Die Anfangsgeschwindigkeit eines Körpers, welcher im luftleeren Raume wagrecht fortgeschleudert wird, sei gleich c Längeneinheiten. Wir legen durch den Ausgangspunkt des Körpers in der Wurfrichtung eine „Abszissenachse“ und rechnen die Abszissen von jenem Punkte an. t sec nach dem Beginne seiner Bewegung sei der Körper nach dem Punkte A gekommen. (Fig. 40.) Setzen wir die Abszisse von A gleich x , die (hier nach unten positiv gerechnete) „Ordinate“ von A gleich y Längeneinheiten, so ist nach dem Unabhängigkeitsprinzip

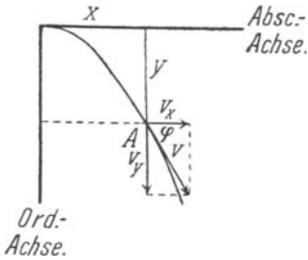


Fig. 40.
Wagrechter Wurf.

$$x = c \cdot t,$$

$$y = \frac{1}{2} g t^2.$$

Aus diesen Gleichungen erhält man durch Elimination von t die Gleichung: $x^2 = 2 \frac{c^2}{g} \cdot y$. Diese Gleichung gestattet, zu der Abszisse jedes Bahnpunktes des Körpers unmittelbar die Ordinate des Punktes zu berechnen oder umgekehrt. Die Gleichung wird daher als Gleichung der Bahn des Körpers bezeichnet, welche ein Stück einer sog. Parabel ist.

Nachdem sich der Körper t sec lang bewegt hat, betrage seine wagrechte Geschwindigkeitskomponente v_x , seine lotrechte Geschwindigkeitskomponente v_y , seine resultierende Geschwindigkeit v Längeneinheiten, und der Winkel der letzteren mit der Horizontale sei gleich φ . (S. Fig. 40.) Dann ist

$$v_x = c,$$

$$v_y = g \cdot t,$$

also

$$v = \sqrt{c^2 + g^2 \cdot t^2}$$

und

$$\tan \varphi = \frac{g \cdot t}{c}.$$

Entsprechend wie beim Wurf lotrecht aufwärts läßt sich zeigen: An jeder Stelle der Bahn ist die Summe aus der (hier negativ zu nehmenden) Lageenergie des Körpers in bezug auf seinen Ausgangspunkt und aus der lebendigen Energie des Körpers gleich seiner lebendigen Energie an seinem Ausgangspunkt.

b) Der schiefe Wurf.

Wenn der unter a) genannte Körper nicht wagrecht fortgeschleudert, sondern unter dem „Erhebungswinkel“ oder „Elevationswinkel“ α schief empor-

geworfen wird (Fig. 41), so legt er vom Beginn seiner Bewegung an in t sec infolge des Wurfes $c \cdot t \cdot \cos \alpha$ Längeneinheiten in wagrechter Richtung und $c \cdot t \cdot \sin \alpha$ Längeneinheiten lotrecht aufwärts, infolge seines freien Falles $\frac{1}{2} g t^2$ Längeneinheiten lotrecht abwärts zurück.

Für die Abszisse und die Ordinate des Punktes, nach welchem der Körper dann gekommen ist, gelten mithin bezüglich die Gleichungen:

$$x = c \cdot t \cdot \cos \alpha,$$

$$y = c \cdot t \cdot \sin \alpha - \frac{1}{2} g t^2.$$

Eliminiert man t aus diesen Gleichungen, so erhält man

$$x^2 - \frac{c^2}{g} \cdot \sin 2\alpha \cdot x + 2 \frac{c^2}{g} \cdot \cos^2 \alpha \cdot y = 0$$

als Gleichung der parabolischen Bahn des Körpers.

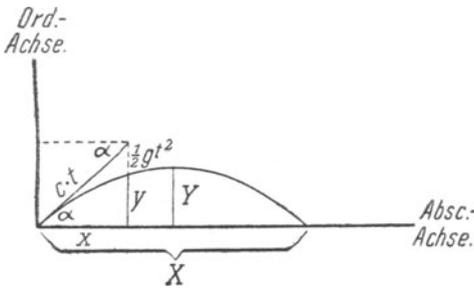


Fig. 41.
Schiefer Wurf.

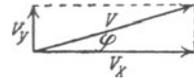


Fig. 42.

Infolge des Wurfes besitzt der Körper in wagrechter Richtung eine Geschwindigkeit von $c \cdot \cos \alpha$, in der Richtung lotrecht aufwärts eine solche von $c \cdot \sin \alpha$ Längeneinheiten; infolge seines freien Falles kommt ihm in der Richtung lotrecht abwärts t sec nach dem Beginn seiner Bewegung eine Geschwindigkeit von $g \cdot t$ Längeneinheiten zu. Also bestehen für diesen Augenblick die Gleichungen:

$$v_x = c \cdot \cos \alpha,$$

$$v_y = c \cdot \sin \alpha - g \cdot t.$$

Aus ihnen folgt:

$$v = \sqrt{c^2 \cdot \cos^2 \alpha + (c \cdot \sin \alpha - g \cdot t)^2},$$

$$\tan \varphi = \frac{c \cdot \sin \alpha - g \cdot t}{c \cdot \cos \alpha} \quad (\text{Fig. 42}).$$

Man kann sich die Bewegung des Körpers auch zusammengesetzt denken aus einer gleichförmigen Bewegung in wagrechter Richtung,

deren Geschwindigkeit $c \cdot \cos \alpha$ Längeneinheiten beträgt, und aus einer Wurfbewegung lotrecht aufwärts, deren anfängliche Geschwindigkeit gleich $c \cdot \sin \alpha$ Längeneinheiten ist. Mithin besteht die Bewegung des Körpers aus einem aufsteigenden und einem absteigenden Teil, von denen der zweite genau symmetrisch zum ersten verläuft.

Der Körper hat seine größte Höhe über seinem Ausgangspunkt (seine „**Wurfhöhe**“) erreicht, wenn $v_y = 0$, also $t = \frac{c}{g} \cdot \sin \alpha$ geworden ist. (Steigzeit beim Wurf lotrecht aufwärts mit einer Anfangsgeschwindigkeit von $c \cdot \sin \alpha$ Längeneinheiten!) Bezeichnet man die Wurfhöhe des Körpers mit Y Längeneinheiten, so ergibt sich aus der Gleichung $y = c \cdot t \cdot \sin \alpha - \frac{1}{2} \cdot g t^2$ mit Benutzung des gefundenen Wertes von t :

$$Y = \frac{c^2}{2g} \cdot \sin^2 \alpha. \quad (\text{Steighöhe beim Wurf}$$

lotrecht aufwärts mit einer Anfangsgeschwindigkeit von $c \cdot \sin \alpha$ Längeneinheiten!)

Als zugehörige Werte von v und φ erhält man:

$$v = c \cdot \cos \alpha, \quad \varphi = 0.$$

Folgerung aus dem Werte von Y :

Bei gleicher Anfangsgeschwindigkeit ist die Wurfhöhe (Steighöhe) eines Körpers am größten, wenn er lotrecht emporgeschleudert wird.

Die Zeit, welche der Körper (vom Beginne seiner Bewegung an) braucht, um wieder in seiner ursprünglichen Horizontale anzukommen, (die „**Wurfzeit**“ des Körpers) ist nach obigem doppelt so groß als die Zeit, in welcher er seine größte Höhe erreicht. Demnach:

$$\text{Wurfzeit} = 2 \frac{c}{g} \cdot \sin \alpha \text{ sec.}$$

Folgerung:

Bei gleicher Anfangsgeschwindigkeit ist die Wurfszeit eines Körpers am größten, wenn er lotrecht emporgeschleudert wird.

Die Abszisse des Punktes, in welchem der Körper wieder in seiner ursprünglichen Horizontale ankommt, wird **Wurfweite** des Körpers genannt. Sie werde mit X Längeneinheiten bezeichnet. Dann findet man aus $x = c \cdot t \cdot \cos \alpha$ mit Benutzung des Wertes der Wurfzeit:

$$X = \frac{c^2}{g} \cdot \sin 2 \alpha.$$

Folgerungen :

1) Bei gleicher Anfangsgeschwindigkeit ist die Wurfweite eines Körpers am größten für $\alpha = 45^\circ$, und zwar viermal so groß als die zugehörige Wurfhöhe und doppelt so groß als die Steighöhe beim Wurf lotrecht aufwärts. 2) Bei gleicher Anfangsgeschwindigkeit erhält man für supplementäre Werte von 2α und also für komplementäre Werte von α die nämliche Wurfweite. (S. Fig. 43: $\alpha = 45^\circ - \beta$ und $\alpha = 45^\circ + \beta$.)

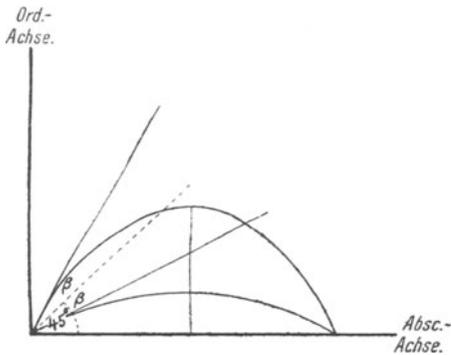


Fig. 43.

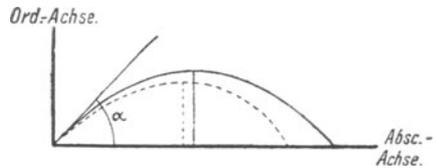


Fig. 44.

Von der höchsten Stelle der Bahn an stimmt die Bewegung des schief aufwärts geworfenen Körpers mit einer wagrechten Wurfbewegung überein, deren Anfangsgeschwindigkeit $c \cdot \cos \alpha$ Längeneinheiten beträgt.

Die Formeln für x , y , v und φ bei dem Wurf schief abwärts ergeben sich aus den entsprechenden Formeln bei dem Wurf schief aufwärts, indem man in ihnen $-\alpha$ an die Stelle von α setzt. Leite auch die Formeln für den wagrechten und den lotrechten Wurf aus den entsprechenden Formeln für den Wurf schief aufwärts ab.

Entsprechend wie beim Wurf lotrecht aufwärts kann man beim schiefen Wurf nachweisen: An jeder Stelle der Bahn ist die Summe aus der Lageenergie des geworfenen Körpers in bezug auf seinen Ausgangspunkt und aus der lebendigen Energie des Körpers gleich seiner lebendigen Energie an seinem Ausgangspunkt.

Die Bahn eines Körpers, der im luftgefüllten Raume wagrecht oder schief fortgeschleudert wird, heißt ballistische Kurve. (S. die gestrichelte Kurven in Fig. 44)

Aufgaben.

(Erdbeschleunigung: rund 10 m. Vom Luftwiderstand wird abgesehen.)

115. Ein Körper werde von einem Punkte aus, der 125 m über dem wagrechten Erdboden liegt, mit einer Geschwindigkeit von 8 m/sec wagrecht fortgeschleudert. Wo befindet er sich nach 3 sec, welches ist dann die Größe und die Richtung seiner Geschwindigkeit, und wo trifft er den Erdboden?

116. Ein wagrechtes Brunnenrohr befindet sich 1 m über dem Wasserspiegel im Becken des betr. Brunnens. Dieser Spiegel wird von dem Wasserstrahl des Brunnens in 1,25 m Horizontalabstand von der Ausflußöffnung des Brunnenrohres getroffen. Anfangs- und Endgeschwindigkeit des Strahles?

117. Ein wagrecht fortgeschleudertes Körper trifft einen Punkt, der 45 m lotrecht unter dem Ausgangspunkt des Körpers liegt, in einer Richtung, welche mit der lotrechten Richtung einen Winkel von 36° bildet. Anfangsgeschwindigkeit des Körpers?

118. Beantworte die Fragen von Aufg. 115, wenn der betr. Körper unter einem Erhebungswinkel von 30° emporgeschleudert wird.

119. Wie groß sind bei Aufg. 118 Wurfhöhe, Wurfzeit und Wurfweite?

120. Ein Geschofs, welches 4,905 fg wiegt, verlasse das Geschützrohr unter einem Erhebungswinkel von 15° und mit einer Geschwindigkeit von 500 m/sec. In welcher Höhe und mit welcher lebendigen Energie trifft es einen Turm, dessen Fuß mit der Mündung des Rohres in derselben Horizontale liegt und von der Mündung 12400 m entfernt ist?

121. Ein Körper werde unter einem Erhebungswinkel von 30° emporgeschleudert und erreiche eine Wurfhöhe von 500 m. Anfangsgeschwindigkeit des Körpers?

122. Unter welchem Erhebungswinkel muß ein Körper schief aufwärts geschleudert werden, damit seine Wurfweite gleich seiner Wurfhöhe (doppelt, dreimal, halb so groß als seine Wurfhöhe) ist?

123. Ein Stein werde schief aufwärts geschleudert. Anfangsgeschwindigkeit: 30 m/sec, Wurfhöhe 40 m. Erhebungswinkel?

124. Unter welchem Erhebungswinkel ist eine Gewehrkuugel mit 300 m/sec Geschwindigkeit abzuschiefen, damit sie einen Punkt trifft, welcher mit der Mündung des Gewehrlaufs in derselben Horizontale liegt und von ihr 1500 m entfernt ist? Wieviel m liegt der Punkt, nach welchem dabei der Gewehrlauf gerichtet ist, lotrecht über dem Ziel? (Zwei Lösungen!)

§ 24. Die Drehungsbewegung.

1. Befindet sich ein Körper in drehender Bewegung, und man denkt sich von sämtlichen Punkten des Körpers auf seine Drehachse die Lote gefällt, so beschreiben diese alle in derselben Zeit der Größe nach denselben Winkel. Letzterer wird auch als der Winkel bezeichnet, um den sich der Körper in der betr. Zeit gedreht hat. Wir messen ihn durch das Verhältnis des Bogens, welchen dabei irgendein Punkt des Körpers beschreibt, zu dem Abstand des Punktes von der Drehachse des Körpers: **Messen des Winkels in „absolutem Maß“.**

($360^\circ = 2\pi$, $180^\circ = \pi$, $90^\circ = \frac{\pi}{2}$ usw., $57^\circ 17' 45'' = 1$.) Ein

Winkel, in absol. Maß gemessen, gibt also die Länge des Bogens an, den man um den Scheitelpunkt des Winkels mit der Längeneinheit als Radius zwischen den Schenkeln des Winkels beschreiben kann.

Ein Punkt, der von einer Drehachse um r Längeneinheiten absteht, habe sich um die Achse um einen Winkel α gedreht und dabei einen Bogen von b Längeneinheiten beschrieben. Dann ist nach obigem

$$\alpha = \frac{b}{r}, \text{ woraus folgt:}$$

$$b = r \cdot \alpha, r = \frac{b}{\alpha}.$$

2. Definiere eine **gleichförmige** und eine **ungleichförmige**, eine **gleichförmig** und eine **ungleichförmig beschleunigte Drehbewegung**, ferner **Drehungs-** oder **Winkelgeschwindigkeit** und **Drehungs-** oder **Winkelbeschleunigung**. (An die Stelle von Strecken bei fortschreitenden Bewegungen treten Winkel!)

Liegt bei einer Drehungsbewegung eine Winkelgeschwindigkeit w oder eine Winkelbeschleunigung ω vor, so ist zufolge von $b = r \cdot \alpha$ die lineare Geschwindigkeit oder die lineare Beschleunigung eines Punktes, welcher an der Drehungsbewegung teilnimmt und von der Drehachse um r Längeneinheiten entfernt ist, gegeben durch

$$v = r \cdot w \text{ bzw. } \varphi = r \cdot \omega.$$

Werden bei einer gleichförmigen Drehungsbewegung in 1 sec n Umdrehungen gemacht (wobei n ein echter Bruch sein kann), so ist die Winkelgeschwindigkeit

$$w = n \cdot 2\pi, \text{ also}$$

$$n = \frac{w}{2\pi}.$$

Aufgaben.

125. Drücke einen Winkel von 9° , von $33^\circ 11'$, von $76^\circ 8' 14''$ in absol. Maß aus.

126. Wie groß sind die Winkel $\frac{\pi}{10}$, $\frac{\pi}{7}$ und $1,5$ in gewöhnlichem („chaldäischem“ oder „babylonischem“) Winkelmaß?

127. Winkelgeschwindigkeit bei einer Drehungsbewegung: $\frac{3}{2}\pi$; Abstand eines Punktes, der an der Bewegung teilnimmt, von der Drehachse: $1,5$ m. Lineare Geschwindigkeit des Punktes?

128. Lineare Beschleunigung eines Punktes, der an einer Drehungsbewegung teilnimmt und von der Drehachse 85 cm entfernt ist: 5 m/sec². Winkelbeschleunigung?

§ 25. Trägheitsmomente von Massen.

1. Von zwei Massen, welche wir uns in je einem Punkte vereinigt denken wollen, sei jede mit einer Drehachse starr verbunden. Größen der Massen: m_1 bzw. m_2 Masseneinheiten, Abstände der Massen von den Achsen: r_1 bzw. r_2 entsprechende Längeneinheiten.

Den Massen mögen von gleichwertigen Drehkräften gleiche Winkelbeschleunigungen ω erteilt werden. Denkt man sich die Kräfte unter Beibehaltung ihrer Momente an den Massenpunkten selbst angreifen, so sind die Kräfte gleich $m_1 \cdot r_1 \cdot \omega$ bzw. $m_2 \cdot r_2 \cdot \omega$ Krafteinheiten, ihre Momente also bezüglich gleich $m_1 \cdot r_1 \cdot \omega \cdot r_1 = m_1 \cdot r_1^2 \cdot \omega$ und $m_2 \cdot r_2 \cdot \omega \cdot r_2 = m_2 \cdot r_2^2 \cdot \omega$. Folglich:

$$m_1 \cdot r_1^2 \cdot \omega = m_2 \cdot r_2^2 \cdot \omega \text{ oder } \\ \mathbf{m_1 \cdot r_1^2 = m_2 \cdot r_2^2.}$$

Das Produkt aus einer Masse, die in einem Punkte vereinigt und mit einer Drehachse starr verbunden ist, und aus dem Quadrat des Abstands der Masse von der Achse heißt **Trägheitsmoment der Masse in bezug auf die Achse**. Demnach:

Massen, welche in Punkten vereinigt und mit Drehachsen starr verbunden sind, erhalten durch gleichwertige Drehkräfte gleiche Winkelbeschleunigungen, wenn ihre Trägheitsmomente in bezug auf ihre Achsen einander gleich sind.

Für $r_2 = 1$ geht die letzte Gleichung über in $m_1 \cdot r_1^2 = m_2$, d. h.:

Das Trägheitsmoment einer in einem Punkte vereinigten Masse in bezug auf eine Drehachse gibt die GröÙe derjenigen Masse an, welche von der Achse um eine Längeneinheit absteht und durch eine Drehkraft von bestimmtem Moment dieselbe Winkelgeschwindigkeit erhält wie jene Masse.

2. Auf einen Körper, der um eine Achse drehbar ist, wirke eine Drehkraft und erteile ihm die Winkelbeschleunigung ω . Dann können wir uns die Drehkraft in Komponenten zerlegt denken, welche auf die einzelnen Massenpunkte des Körpers wirken und ihnen allen die Winkelbeschleunigung ω erteilen. Die Massen der Massenpunkte des Körpers mögen m_1, m_2, \dots, m_n Masseneinheiten und ihre Abstände von der Drehachse bezüglich r_1, r_2, \dots, r_n Längeneinheiten betragen. Bringen wir dann statt der einzelnen Massenpunkte in einem Punkte, der von der Drehachse um eine Längeneinheit entfernt ist, eine Masse von

$$m_1 \cdot r_1^2 + m_2 \cdot r_2^2 \dots + m_n \cdot r_n^2 = \Sigma m \cdot r^2$$

Masseneinheiten an, so erhält diese nach 1. ebenfalls die Winkelbeschleunigung ω . Daher wird $\Sigma m \cdot r^2$ als **Trägheitsmoment des Körpers in bezug auf dessen Drehachse** bezeichnet.

Ist also das Moment der wirksamen Drehkraft gleich D , und bezeichnen wir das Trägheitsmoment des Körpers kurz mit \mathfrak{I} , so ist

$$D = \mathfrak{I} \cdot \omega \text{ oder } \\ \mathbf{D = \mathfrak{I} \cdot \omega.}$$

Diese Formel gilt natürlich auch, wenn blofs ein einziger Massenpunkt vorliegt. Vergl. mit ihr die Formel $P = m \cdot a$ (§ 6, 3). — Bei gleichem D ist ω um so kleiner, je gröfser \mathfrak{I} ist, d. h. je gröfser die m und die r sind. Anwendung beim Schwungrad, indem man dieses aus schwerem Material (Eisen) herstellt und seine Hauptmasse in seinem Kranze anbringt.

Bezeichnet man bei einem Körper vom Trägheitsmoment \mathfrak{I} in bezug auf eine Achse die Ersatzmasse in Q Längeneinheiten Entfernung von der Achse mit x Masseneinheiten, so ist $x \cdot Q^2 = \mathfrak{I} \cdot 1$, folglich $x = \frac{\mathfrak{I}}{Q^2}$. (Bei der Rolle einer Fallmaschine z. B. kommt ihre Ersatzmasse in einem Punkte ihres Umfangs in Betracht.)

Statt dafs man sich die Ersatzmasse in einem bestimmten Punkte vereinigt denkt, kann man sie sich auch irgendwie auf einer Kreislinie oder geraden Zylinderfläche verteilt denken, welche den Abstand des Punktes von der Drehachse zum Radius und die Drehachse zur Achse hat. Warum?

3. Das Trägheitsmoment eines Gebildes von geometrisch bestimmter Form, das gleichmäfsig mit Stoff erfüllt ist, in bezug auf eine Drehachse kann durch Rechnung gefunden werden. Beispiel:

Eine gleichmäfsig mit Stoff erfüllte (geradlinige) Strecke sei um eine Achse drehbar, welche durch den einen Endpunkt der Strecke geht und auf ihr senkrecht steht. Länge der Strecke: l Längeneinheiten, Masse derselben: M Masseneinheiten. Wir denken uns die Strecke in lauter gleiche Teile geteilt, deren Anzahl $n = \infty$ ist. Bezeichnen wir das Trägheitsmoment $\sum m \cdot r^2$ der Strecke in bezug auf ihre Drehachse mit \mathfrak{I} , so ist also

$$\begin{aligned} \mathfrak{I} &= \left[\frac{M}{n} \cdot \left(\frac{l}{n} \right)^2 + \frac{M}{n} \cdot \left(2 \frac{l}{n} \right)^2 \dots + \frac{M}{n} \cdot \left(n \cdot \frac{l}{n} \right)^2 \right]_{n = \infty} \\ &= M \cdot l^2 \cdot \left[\frac{1^2 + 2^2 \dots + n^2}{n^3} \right]_{n = \infty} \\ &= M \cdot l^2 \cdot \left[\frac{n \cdot (n + 1) \cdot (2n + 1)}{6n^3} \right]_{n = \infty} \\ &= \frac{M \cdot l^2}{6} \cdot \left[\left(1 + \frac{1}{n} \right) \cdot \left(2 + \frac{1}{n} \right) \right]_{n = \infty} \\ &= \frac{M \cdot l^2}{6} \cdot 2 \quad \text{oder} \\ \mathfrak{I} &= \frac{M}{3} \cdot l^2. \end{aligned}$$

Das Trägheitsmoment der Strecke ist mithin so grofs, als ob $\frac{1}{3}$ ihrer Masse in ihrem freien Endpunkt vereinigt, sonst aber die Strecke ohne Masse wäre.)

Folgerung:

Geht die Drehachse durch den Mittelpunkt der Strecke, so ist deren Trägheitsmoment gleich $2 \cdot \frac{M}{6} \cdot \frac{l^2}{4} = \frac{M \cdot l^2}{12}$.

4. Das Trägheitsmoment eines Körpers in bezug auf eine beliebige Achse sei gleich \mathfrak{I} , dasjenige in bezug auf eine durch den Schwerpunkt des Körpers gehende parallele Achse gleich \mathfrak{I}' . Abstand der Achsen: a Längeneinheiten, Masse des Körpers: M Masseneinheiten. Wir legen

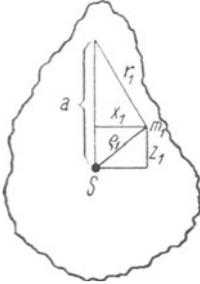


Fig. 45.

durch die zweite Achse eine Grundebene, welche auf der Ebene der beiden Achsen senkrecht steht. Ein Massenpunkt des Körpers besitze m_1 Masseneinheiten und sei von der Grundebene um z_1 , von der Ebene der beiden Achsen um x_1 , von den Achsen selbst um r_1 bzw. ρ_1 Längeneinheiten entfernt. (Fig. 45.) Dann ist

$$\begin{aligned} r_1^2 &= x_1^2 + (a - z_1)^2 \\ &= x_1^2 + z_1^2 - 2z_1 \cdot a + a^2 \\ &= \rho_1^2 + a^2 - 2a \cdot z_1, \text{ also} \\ m_1 \cdot r_1^2 &= m_1 \cdot \rho_1^2 + a^2 \cdot m_1 - 2a \cdot m_1 \cdot z_1. \end{aligned}$$

Für die übrigen Massenpunkte des Körpers bestehen entsprechende Gleichungen. Addiert man die Gleichungen für sämtliche Punkte, so erhält man:

$$\sum m \cdot r^2 = \sum m \cdot \rho^2 + a^2 \cdot \sum m - 2a \cdot \sum m \cdot z$$

oder

$$\mathfrak{I} = \mathfrak{I}' + M \cdot a^2. \quad (\sum m \cdot z = 0! \quad \text{S. § 16, 3.})$$

Folgerung:

Das Trägheitsmoment eines Körpers in bezug auf eine durch seinen Schwerpunkt gehende Achse ist kleiner als das Trägheitsmoment des Körpers in bezug auf irgend eine parallele Achse.

Weitere Folgerung: Ein Körper besitzt in bezug auf alle Achsen, welche einer durch seinen Schwerpunkt gehenden Achse in demselben Abstand parallel sind, dasselbe Trägheitsmoment.

Das Trägheitsmoment des Körpers von Fig. 45 in bezug auf eine Achse, welche der durch seinen Schwerpunkt gehenden Achse im Abstand von a_1 Längeneinheiten parallel ist, sei gleich \mathfrak{I}_1 . Dann ist $\mathfrak{I}_1 = \mathfrak{I}' + M \cdot a_1^2$, also $\mathfrak{I} - \mathfrak{I}_1 = M \cdot (a^2 - a_1^2)$ oder $\mathfrak{I} = \mathfrak{I}_1 + M \cdot (a^2 - a_1^2)$.

Zufolge von $\mathfrak{I} = \mathfrak{I}' + M \cdot a^2$ gilt für die unter 3. genannte Strecke: $\frac{M}{3} \cdot l^2 = \mathfrak{I}' + M \cdot \frac{l^2}{4}$. Hieraus folgt: $\mathfrak{I}' = \frac{M \cdot l^2}{12}$. (Vergl. den letzten Absatz von 3.)

Aufgaben.

129. Ein Körper von M Masseneinheiten sei um eine Achse drehbar und besitze in bezug auf sie das Trägheitsmoment \mathfrak{I} . In welchem Abstand von der Achse kann man sich die Masse des Körpers als Ersatzmasse angebracht denken?

130. Länge einer Strecke, die gleichmäßig mit Stoff erfüllt ist und sich um eine durch ihren einen Endpunkt gehende und zu ihr senkrechte Achse drehen kann: 80 cm; Masse der Strecke: 40 g. Welche Winkelbeschleunigung erhält die Strecke durch eine Drehkraft von 1600 Dyn, welche an einem Arme von 2 cm wirkt?

131. In einem Punkte einer Strecke, die gleichmäßig mit Stoff erfüllt ist, ist ein Lot von bestimmter Länge errichtet und durch dessen Endpunkt eine Achse senkrecht zu der Ebene Strecke — Lot gelegt. Trägheitsmoment der Strecke in bezug auf die Achse, a) wenn das Lot im einen Endpunkt, b) wenn es im Mittelpunkt der Strecke errichtet ist?

132. Eine Kreislinie (= unendlich schmale kreisringförmige Fläche) sei gleichmäßig mit Stoff erfüllt und um eine Achse drehbar, welche senkrecht zur Kreisebene durch den Kreismittelpunkt geht. Trägheitsmoment?

133. Unter Beibehaltung der übrigen Umstände werde die Kreislinie von Aufg. 132 durch eine Kreisfläche (= kreisrunde Scheibe von unendlich geringer Dicke) ersetzt. Trägheitsmoment? (Zerlegung der Kreisfläche durch konzentrische Kreislinien in unendlich viele gleiche Teile und Benutzung des Ergebnisses von Aufg. 132.)

134. Ein homogener Körper von der Form eines geraden Kreiszyinders sei um seine Achse drehbar. Trägheitsmoment? (Zerlegung des Körpers durch Ebenen parallel zu seinen Grundflächen in unendlich viele gleiche Teile und Benutzung des Ergebnisses von Aufg. 133.)

§ 26. Die Zentralbewegung.

Zu wiederholen: U., Zentralbewegung.

Der Astronom **Kepler** fand — hauptsächlich vermittels der Ergebnisse langjähriger Beobachtungen des Astronomen **Tycho de Brahe** — die drei „**Keplerschen Gesetze**“:

Jeder Planet bewegt sich um die Sonne in einer Ellipse, in deren einem Brennpunkt die Sonne steht; die Bahnellipsen der Planeten kommen meist Kreisen nahe. (1609.)

Der nach der Sonne gehende Leitstrahl (Radius vector) eines Planeten beschreibt in gleichen Zeiten gleiche Sektoren. (1609.)

Die Quadrate der Umlaufzeiten zweier Planeten verhalten sich wie die Kuben ihrer mittleren Entfernungen von der Sonne. (1619.)

Nach dem dritten Gesetz ist das Verhältnis des Quadrats der Umlaufzeit eines Planeten zu dem Kubus seiner mittleren Entfernung von der Sonne konstant (= 1, wenn die Umlaufzeit in Erdjahren, die Entfernung in „Erdweiten“ ausgedrückt ist).

Alle drei Gesetze gelten in sinnentsprechender Umformung auch für die Bewegungen der Monde eines Planeten um diesen.

Das zweite Gesetz, der sog. **Flächensatz**, gilt für jede beliebige Zentralbewegung. **Beweis:**

Wenn sich ein Körper längs einer geraden Linie gleichförmig bewegt, so beschreibt sein Leitstrahl nach einem festen Punkte außerhalb seiner Bahn in gleichen Zeiten flächengleiche Dreiecke. (Fig. 46.) Nun lege ein Körper, der sich in Zentralbewegung befindet, in einer sehr kleinen Zeit den Weg AB zurück. (Fig. 47.) Dann können wir

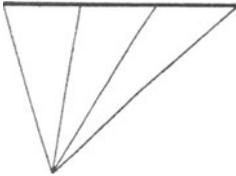


Fig. 46.

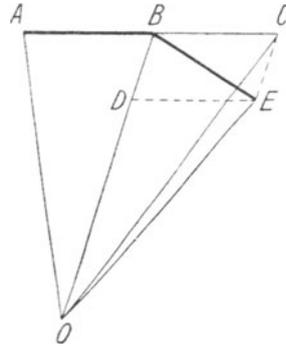


Fig. 47.

diesen Weg als geradlinig und mit gleichförmiger Bewegung zurückgelegt betrachten. Folglich würde der Körper in der nächsten ebenso großen Zeit in der Verlängerung von AB den Weg $BC = AB$ zurücklegen, wenn die Zentralkraft nicht auf ihn wirkte, und es wäre nach dem Vorhergehenden $\triangle OAB = OBC$. Würde der Körper in der nämlichen Zeit unter der Wirkung der Zentralkraft allein von B nach D gelangt sein, so hat er in dieser Zeit die Strecke BE zurückgelegt. ($CE \neq BD$.) $\triangle OBE$ ist nun ebenfalls gleich OBC . (Gemeinschaftliche Grundlinie OB und die Spitzen in einer Parallelen zur Grundlinie! —

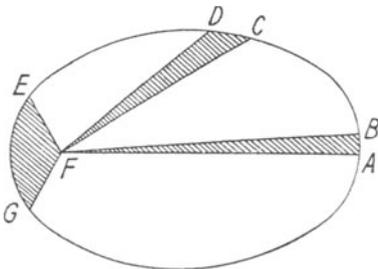


Fig. 48.

Beachte: Die Größe der Fläche, welche der Leitstrahl bei der Bewegung des Körpers längs BC beschreiben würde, wird durch die Wirkung der Zentralkraft nicht geändert.) Mithin auch $\triangle OAB = OBE$. Der Leitstrahl des Körpers beschreibt also in sehr kleinen gleichen Zeiten gleiche Dreiecke.

Beliebige gleiche Zeiten lassen sich aber in die gleiche Anzahl gleicher Zeiteilchen zerlegen. Demnach sind die von dem Leitstrahl in beliebigen gleichen Zeiten beschriebenen Sektoren einander gleich.

Folgerungen aus dem Flächensatz:

1) Wenn ein in Zentralbewegung befindlicher Körper eine Ellipse beschreibt, deren einer Brennpunkt Kraftzentrum ist, so nimmt seine

Geschwindigkeit von der Stelle seiner größten bis zu derjenigen seiner kleinsten Entfernung vom Kraftzentrum ununterbrochen zu, von der Stelle seiner kleinsten bis zu derjenigen seiner größten Entfernung vom Kraftzentrum ununterbrochen ab. (S. Fig. 48, S. 62: Die Sektoren F A B, F C D und F E G sind inhaltsgleich. — Fortgesetzter Übergang von Lageenergie in lebendige Energie bzw. von lebendiger Energie in Lageenergie.)

2) Wenn ein in Zentralbewegung befindlicher Körper einen Kreis beschreibt, dessen Mittelpunkt Kraftzentrum ist, so ist die Größe seiner Geschwindigkeit konstant. (**Kreisförmige Zentralbewegung.** Die Zentralkraft ist dabei ebenfalls konstant, da sie in gleichen Zeiten lediglich gleiche Änderungen der Bewegungsrichtung bewirkt. Ferner sind auch Lageenergie und Bewegungsenergie konstant.)

Aufgaben.

135. Die Umlaufzeit des Planeten Neptun beträgt rund 165 (Erden-) Jahre. Wie groß ist seine mittlere Entfernung von der Sonne, wenn diejenige der Erde 150 Millionen km beträgt?

136. Die Umlaufzeiten der Planeten Merkur, Venus, Mars, Juppiter, Saturn, Uranus betragen bezüglich rund 0,24, 0,62, 1,9, 12, 30, 82 (Erden-) Jahre. Nach der Titius-Bodeschen Regel (Titius 1766) machen die mittleren Entfernungen der Planeten Merkur, Venus, Erde, Mars, Juppiter, Saturn, Uranus von der Sonne bezüglich rund $8 \cdot 8 + 1 \cdot 6$, $8 + 2 \cdot 6$, $8 + 4 \cdot 6$, $8 + 16 \cdot 6$, $8 + 32 \cdot 6$, $8 + 64 \cdot 6$ Millionen geogr. Meilen aus. Prüfe die Richtigkeit der Regel.

§ 27. Zentripetalkraft und Zentripetalbeschleunigung, Zentrifugalkraft und Zentrifugalbeschleunigung bei der kreisförmigen Zentralbewegung.

Zu wiederholen U., Zentrifugalkraft.

1. Die Geschwindigkeit eines Körpers, der sich in kreisförmiger Zentralbewegung befindet, betrage c Längeneinheiten, und der Körper lege in einer sehr kleinen Zeit $= \tau$ sec den (als geradlinig zu betrachtenden) Weg AB zurück. (Fig. 49.) Dann ist $AB = c \cdot \tau$ Längeneinheiten. Den Weg AB kann man nun in den Weg AC in der Richtung der Tangente und in den Weg AD in der Richtung nach dem Kraftzentrum hin zerlegen: längs des Weges AD kann die Zentralkraft („Zentripetalkraft“) als konstant, also die Bewegung als gleichförmig beschleunigt angesehen werden. (Vergl. den wagrechten Wurf.) Bezeichnen wir daher

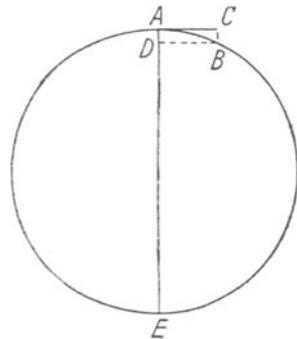


Fig. 49.

die Beschleunigung des Körpers nach dem Kraftzentrum hin (seine „Zentripetalbeschleunigung“) mit a Längeneinheiten, so ist $AD = \frac{1}{2} a \tau^2$ Längeneinheiten. Nun ist nach einem Lehrsatz der Planimetrie $AB^2 = AD \cdot AE$ oder $c^2 \cdot \tau^2 = \frac{1}{2} a \tau^2 \cdot 2r$, wenn der Radius der Bahn des Körpers mit r Längeneinheiten bezeichnet wird.

Folglich:

$$a = \frac{c^2}{r}. \quad \text{In Worten?}$$

Dafs a mit abnehmendem r wächst, war vorauszusehen, da die Zentripetalkraft des Körpers und mithin auch a um so gröfser sein mufs, je rascher sich die Bewegungsrichtung ändert.

Beträgt die Masse des Körpers m Masseneinheiten, so ist zufolge der Formel $P = m \cdot a$ seine

Zentripetalkraft $= m \cdot \frac{c^2}{r}$ **Krafteinheiten.** (Bei derselben Zentralbewegung konstant! S. § 26.)

Ist die Umlaufszeit des Körpers gleich T sec, so ist $c = \frac{2\pi r}{T}$, daher auch

$$a = \frac{4\pi^2 r}{T^2},$$

$$\text{Zentripetalkraft} = m \cdot \frac{4\pi^2 r}{T^2} \text{ Krafteinheiten.}$$

Ist endlich die Winkelgeschwindigkeit des Körpers gleich w , so ist auch $c = r \cdot w$, folglich auch

$$a = r \cdot w^2,$$

$$\text{Zentripetalkraft} = m \cdot r \cdot w^2 \text{ Krafteinheiten.}$$

2. Der Körper setzt der Änderung seiner Bewegungsrichtung in Gestalt der Zentrifugalkraft einen der Zentripetalkraft entgegengesetzt gleichen Trägheitswiderstand entgegen. Für die Zentrifugalkraft und die von ihr dem Körper erteilte Beschleunigung (**Zentrifugalbeschleunigung**) gelten demnach dieselben Formeln wie für die Zentripetalkraft bzw. die Zentripetalbeschleunigung.

Längs einer wagrechten Stange sind zwei Kugeln verschiebbar, welche durch ein Stäbchen starr miteinander verbunden sind. Die Stange kann um eine lotrechte Achse, welche durch ihre Mitte geht, in rasche Umdrehung versetzt werden. Bringt man die Kugeln in eine solche Lage, dafs sich ihre Abstände von der Drehachse umgekehrt verhalten wie ihre Massen (Fig. 50, S. 65), so sind ihre Zentrifugalkräfte nach der letzten Formel von 1. einander gleich. Daher behalten die Kugeln bei der Umdrehung der Stange ihre Lage zu dieser bei. Verschiebt man dagegen das Kugel-paar etwas aus dieser Lage, so bewegt es sich bei der Umdrehung im Sinne der vorgenommenen Verschiebung längs der Stange.

In dem Augenblick, wo etwa die Zentripetalkraft eines in Zentralbewegung befindlichen Körpers zu wirken aufhört, verschwindet auch die von ihr hervorgerufene Zentrifugalkraft, und der Körper bewegt sich mit seiner Geschwindigkeit in der Richtung der Bahrtangente.

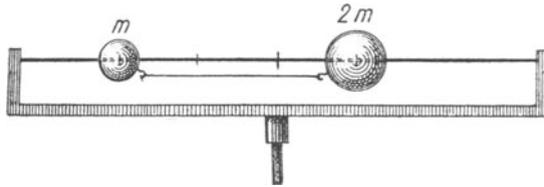


Fig. 50.

Beispiele: Bewegung eines Steins, der an einem Faden im Kreise herumgeschleudert wird, beim Reißen des Fadens; Bewegung eines Eisenbahnwagens, der an einer Kurve entgleist; Bewegung der Wasserteilchen, welche vom Umfang eines sich rasch drehenden Schleifsteins wegfliegen.

Aufgaben.

137. Entwickle die Formel für die Zentrifugalbeschleunigung eines Oberflächenpunktes der Erde oder eines anderen Planeten von der geogr. Breite φ , ferner die Formeln für die Komponenten dieser Beschleunigung in der Richtung des Planetenradius und senkrecht zu ihm.

138. Wende die Ergebnisse der vorhergehenden Aufgabe auf die Fälle an, daß es sich um einen Punkt des Äquators der Erde (Erdradius: 6377 km) und um einen Punkt unter 45° Breite (Erdradius: 6366 km) handelt. (Beachte dabei: Die Umlaufzeit ist kleiner als ein mittlerer Sonnentag; sie ist daher nicht gleich 86400, sondern sie beträgt bloß 86164,1 sec mittlerer Sonnenzeit.)

139. Wieviel betrage nach den Ergebnissen von Aufg. 138 an den beiden Punkten die Erdbeschleunigung und das Gewicht jedes g eines Körpers, wenn die Erde nicht rotierte? (Tatsächliche Größe der Erdbeschleunigung: 978 bzw. 981 cm/sec².)

140. Berechne die Zentripetalbeschleunigung des Mondes. (Die Mondbahn werde als Kreis mit einem Radius von 60.6366 km betrachtet und als Umlaufzeit des Mondes $27\frac{1}{3}$ Tage angenommen.)

141. Radius einer Eisenbahnkurve: 300 m, zugehörige Zuggeschwindigkeit: 15 m/sec, Spurweite: 1,435 m. Um wieviel liegt die äußere Schiene der Kurve höher als die innere? (Erdbeschleunigung: 9,81 m/sec².)

142. Ein Körper, der 800 g wiegt, wird an einem gezogenen Stahldraht von 1 m Länge und 1 qmm Querschnitt im Kreise herumgeschleudert. Wieviele Umläufe kann er in 1 sec höchstens machen, ohne daß der Draht reißt?

143. Ein offenes Gefäß, das mit einer Flüssigkeit gefüllt ist, werde an einer Schnur so rasch in einem lotrechten Kreise herumgeschwungen, daß keine Flüssigkeit ausläuft. Wie groß ist die Geschwindigkeit des Gefäßes mindestens, wenn der Kreisradius 1 m beträgt? (Erdbeschleunigung: 9,81 m/sec².)

144. Die Kugeln des Zentrifugalregulators einer Dampfmaschine machen in der Minute n Umläufe. Wie groß ist die Höhe des Kegels, dessen Mantel von den Tragstangen der Kugeln beschrieben wird? Schluss aus dem Ergebnis?

§ 28. Das Newtonsche Gravitationsgesetz.

1. Die Massen zweier Planeten oder zweier Monde eines Planeten mögen mit M_1 bzw. M_2 Masseneinheiten, ihre Entfernungen von dem Zentralkörper mit R_1 bzw. R_2 Längeneinheiten und ihre Umlaufzeiten mit T_1 bzw. T_2 sec bezeichnet werden. Betrachtet man ihre Bahnen als Kreise und bezeichnet ferner ihre Zentripetalkräfte mit K_1 bzw. K_2 Kräfteinheiten, so ist nach § 27, 1

$$K_1 = M_1 \cdot \frac{4\pi^2 R_1}{T_1^2},$$

$$K_2 = M_2 \cdot \frac{4\pi^2 R_2}{T_2^2}.$$

Folglich:

$$K_1 : K_2 = \frac{M_1 \cdot R_1}{T_1^2} : \frac{M_2 \cdot R_2}{T_2^2}.$$

Nun verhält sich nach dem dritten Keplerschen Gesetz

$$T_1^2 : T_2^2 = R_1^3 : R_2^3, \text{ demnach:}$$

$$K_1 : K_2 = \frac{M_1 \cdot R_1}{R_1^3} : \frac{M_2 \cdot R_2}{R_2^3} \text{ oder}$$

$$K_1 : K_2 = \frac{M_1}{R_1^2} : \frac{M_2}{R_2^2}.$$

Schluss: Eine Masse wird von einer anderen mit einer Kraft angezogen, welche der ersten Masse direkt und dem Quadrat der Entfernung der Massen umgekehrt proportional ist.

Die zweite Masse wird aber von der ersten mit derselben Kraft angezogen. (Vergl. die gegenseitige Anziehung bzw. Abstofsung zweier Magnetpole oder zweier Elektrizitätsmengen. **Prinzip der Gleichheit von Wirkung und Gegenwirkung.**) Mithin ist die Anziehungskraft auch der zweiten Masse direkt proportional, und das Gesetz für die gegenseitige Anziehung zweier Massen lautet vollständig:

Zwei Massen ziehen einander mit einer Kraft an, welche dem Produkt der Massen direkt und dem Quadrat ihrer Entfernung umgekehrt proportional ist. (Newtonsches Gravitationsgesetz, 1686.)

Besitzen also zwei Massen von m_1 bzw. m_2 Masseneinheiten eine Entfernung von r Längeneinheiten, und wirken sie mit einer Kraft von K Kräfteinheiten aufeinander, so ist

$$K = \kappa \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

wenn mit κ Kräfteinheiten die GröÙe der Kraft bezeichnet wird, welche zwei Masseneinheiten in einer Entfernung von einer Längeneinheit aufeinander ausüben,

κ heißt **Gravitationskonstante**.

Das Gravitationsgesetz pflegt nach Newton benannt zu werden, wurde jedoch schon von Kepler in seiner „Nova astronomia“ klar ausgesprochen.

Wegen der Abnahme der Anziehungskraft zwischen zwei Massen mit zunehmender Entfernung zieht der Mond den ihm zugewandten Teil des Meeres stärker an als den festen Erdkörper und diesen wiederum stärker als den von ihm abgewandten Teil des Meeres. Daher der Hauptsache nach die Erscheinung von Ebbe und Flut. (Fig. 51. Auch die Sonne verursacht Ebbe und Flut, jedoch in geringerem Maße als der Mond. Wann sind daher Flut und Ebbe am stärksten, wann am schwächsten?)

2. a) Man mache einen Punkt im Inneren einer Kugel zum Scheitelpunkt zweier dreiseitigen Scheitelsecken, deren Kantenwinkel sehr klein sind. (Fig. 52.) Dann können die Figuren, welche von den Ecken aus der Kugeloberfläche ausgeschnitten werden, als ähnliche ebene Dreiecke betrachtet werden. Folglich verhalten sich ihre Inhalte wie die Quadrate ihrer Entfernungen vom Scheitelpunkt der Ecken. Daher:

Eine Kugelfläche, welche gleichmäßig mit Stoff erfüllt ist, übt auf einen Massenpunkt in ihrem Inneren keine Kraftwirkung aus.

Folgerung: Ein Körper von der Form einer Kugelschale, welcher homogen ist oder aus homogenen konzentrischen Schichten besteht, übt auf einen Massenpunkt in seinem Inneren keine Kraftwirkung aus.

b) Befindet sich ein Massenpunkt im Außenraum einer Kugelfläche, welche gleichmäßig mit Stoff erfüllt ist, so leuchtet die Richtigkeit des Satzes ein:

Eine Kugelfläche, welche gleichmäßig mit Stoff erfüllt ist, wirkt auf einen äußeren Massenpunkt gerade so, als ob ihre ganze Masse in ihrem Mittelpunkt vereinigt wäre.

Folgerung: Ein Körper von der Form einer Kugelschale oder einer vollständigen Kugel, welcher homogen ist oder aus homogenen konzentrischen Schichten besteht, wirkt nach außen gerade so, als ob seine ganze Masse in seinem Mittelpunkt vereinigt wäre.

3. Die Gravitationskonstante wurde von mehreren Forschern auf verschiedene Weise bestimmt. Wert bei Verwendung des absol. Maßsystems (also Masseneinheit: 1 g, Längeneinheit: 1 cm, Kräfteinheit: 1 Dyn): $67 \cdot 10^{-9}$.

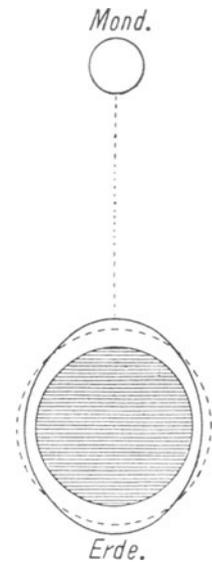


Fig. 51.
Ebbe und Flut.

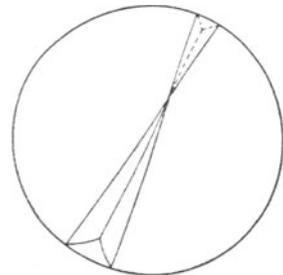


Fig. 52.

Erste Bestimmung durch Cavendish vermittels einer Drehwage 1798: Er hing einen Stab, der an seinen Enden zwei kleine Bleikugeln von gleicher Masse trug, in der Mitte an einem langen und dünnen Draht auf und näherte den Kugeln von der Seite her auf dieselbe Entfernung zwei große Bleikugeln von gleicher Masse. Dann drehte sich der Stab um einen sehr kleinen Winkel. Aus diesem konnte die Anziehungskraft, zwischen einer der großen und der benachbarten kleinen Kugel berechnet werden, da festgestellt war, welche Kraft einer Drehung des Stabes um 1^0 entsprach. Die Gravitationskonstante ergab sich sodann aus der

$$\text{Formel } K = \kappa \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}.$$

Man erkennt, daß vermittels der Versuchsanordnung Cavendishs auch das Gravitationsgesetz experimentell bestätigt werden kann.

Aufgaben.

145. Nach den Ergebnissen von Aufg. 139 wird unter 45^0 geogr. Breite an der Erdoberfläche 1 g von der Erde mit einer Kraft von 982,69 Dyn angezogen. Erdradius für einen Punkt unter 45^0 geogr. Breite: 6366 km. Wie groß ergibt sich also die Masse der Erde, wenn diese als vollkommene Kugel mit einem Radius von 6366 km betrachtet und außerdem vorausgesetzt wird, dass sie aus homogenen konzentrischen Schichten besteht?

146. Nach dem Ergebnis von Aufg. 145 beträgt die Masse der Erde rund 5950 Trillionen Tonnen von je 1000 fg. Wie groß ist demnach die mittlere absol. Dichte der Erde, wenn man letztere als vollkommene Kugel mit einem Radius von 6366 km ansieht? Was folgt aus dem Ergebnis für die Dichte in den uns unzugänglichen, tieferen Erdschichten, da die mittlere absol. Dichte in den uns zugänglichen 2,5 g beträgt?

147. Die Bahn des Mondes um die Sonne werde als Kreis betrachtet, dessen Radius 385 mal so groß ist als der Radius der Bahn des Mondes um die Erde, und die Umlaufzeit des Mondes $139\frac{9}{25}$ mal so groß genommen als seine Umlaufzeit um die Erde. Mit einer wievielmal so großen Kraft würde dann der Mond von der Sonne angezogen als von der Erde, wenn er vom Mittelpunkt der Sonne um seinen Erdbestand entfernt wäre, und wievielmal so groß ist hiernach die Masse der Sonne als diejenige der Erde?

148. Nach dem Ergebnis von Aufg. 147 ist die Masse der Sonne rund gleich 320 000 Erdmassen. Demnach Verhältnis der Anziehungskraft der Sonne auf einen Körper an ihrer Oberfläche zu der Kraft, mit welcher die Erde denselben Körper an ihrer Oberfläche anziehen würde, wenn man den Sonnenradius gleich 108 Erdradien annimmt?

149. Bestimme dasselbe Verhältnis wie in Aufg. 148, wenn für die Sonne der Mond gesetzt wird. (Masse des Mondes: $\frac{1}{81}$ der Erdmasse; Radius des Mondes: $\frac{3}{11}$ des Erdradius.)

150. Welche Beschleunigung erteilt die Erde einem Körper in der Entfernung des Mondes von ihr? (Abstand des Mondes vom Erdmittelpunkt: 60 Erdhalbmesser; Erdbeschleunigung ohne Abzug der Zentrifugalbeschleunigung: im Mittel $9,82 \text{ m/sec}^2$.) — Vergl. Aufg. 140.

151. Wieviel beträgt die Anziehungskraft der Erde auf 1 fg in der Entfernung des Mondes von der Erde, wenn die Anziehungskraft der Erde auf 1 fg an ihre

Oberfläche gleich 1 kg gesetzt wird? (Abstand des Mondes vom Erdmittelpunkt: 60 Erdhalbmesser? — Lösung auch auf Grund des Ergebnisses von Aufg. 150.)

152. Die Bahn eines Meteors schneide die Verbindungslinie der Mittelpunkte von Erde und Mond, und es werde im Schnittpunkt von der Erde viermal so stark angezogen als vom Monde. Abstand des Schnittpunkts vom Erdmittelpunkt? (Masse des Mondes: $\frac{1}{81}$ der Erdmasse; Abstand der Mittelpunkte von Erde und Mond: 60 Erdhalbmesser.

153. Der Mond befinde sich gerade im Zenit eines Vulkans der Erde. Über welche Höhe hinaus müßte ein von diesem lotrecht ausgeworfener Stein gelangen, damit er auf den Mond herabfiele? (Abstand der Mittelpunkte von Erde und Mond: 60 Erdhalbmesser; Masse des Mondes: $\frac{1}{81}$ der Erdmasse. Von den Bewegungen der beiden Weltkörper wird abgesehen.)

154. Den wievielten Teil der Anziehungskraft der Erde auf eine Masse an deren Oberfläche betrüge die Anziehungskraft auf eine gleichgroße Masse des Erdinneren im Abstand von $\frac{1}{n}$ des Erdhalbmessers vom Erdmittelpunkt, wenn die Dichte der Erde gleichmäßig wäre?

§ 29. Die harmonische Schwingungsbewegung.

1. Während sich ein Punkt gleichförmig auf einem Kreise bewegt, also eine kreisförmige Zentralbewegung ausführt, beschreibt seine Projektion auf einen Durchmesser des Kreises eine geradlinige hin- und hergehende oder Schwingungsbewegung. (Fig. 53, S. 70.) Die Mitte der Bahn der Projektion oder des „**schwingenden Punktes**“ heißt **Gleichgewichts-** oder **Ruhelage** des schwingenden Punktes. Diese ist demnach zugleich Mittelpunkt des Kreises. Der Abstand einer äußersten Lage des schwingenden Punktes von dessen Ruhelage wird **Schwingungsweite** oder **Amplitude** der Schwingungsbewegung genannt. Die Amplitude der Schwingungsbewegung stimmt also mit dem Radius des Kreises überein. Befindet sich der schwingende Punkt in irgendeiner Lage, so wird seine Entfernung von seiner Gleichgewichtslage als seine **Elongation** für den betr. Augenblick bezeichnet. Die Zeit, welche der schwingende Punkt zu einem vollen Hin- und Hergang (einer vollen Schwingung oder Oszillation) braucht, heißt **Schwingungszeit (Schwingungsdauer, Oszillationszeit)** des schwingenden Punktes. Sie ist, wie man sieht, gleich der Umlaufzeit des Punktes, der sich auf dem Kreise bewegt.

Fig. 53, S. 70 läßt erkennen, wie sich zu jedem beliebigen Bruchteil der Schwingungsdauer die zugehörige Lage des schwingenden Punktes und also dessen Elongation finden läßt.

2. Die Amplitude des schwingenden Punktes betrage r Längeneinheiten. Wenn er sich in einer seiner äußersten Lagen (A oder J, Fig. 54, S. 70) befindet, sei seine Beschleunigung gleich a Längeneinheiten. Dann ist die Zentripetalbeschleunigung des auf dem Kreise sich

bewegenden Punktes ebenfalls gleich a Längeneinheiten. Befindet sich der schwingende Punkt in einer beliebigen Lage B , so ist seine Beschleunigung BC , welche φ Längeneinheiten betrage, gleich der Komponente DE der Zentripetalbeschleunigung DF . Man erkennt, daß die Beschleunigung des schwingenden Punktes stets nach seiner Ruhelage gerichtet ist.

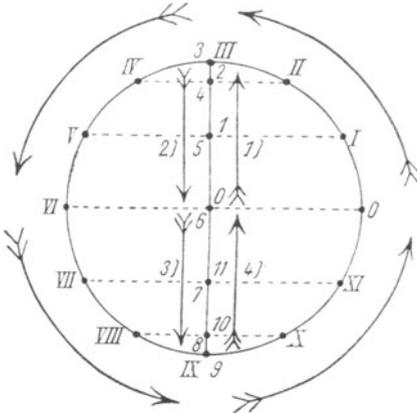


Fig. 53.

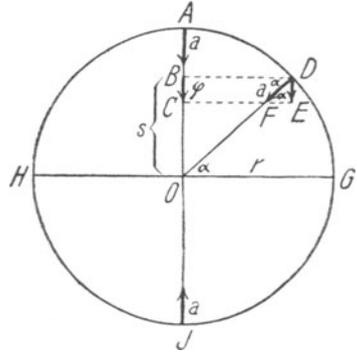


Fig. 54.

Bezeichnen wir den Winkel GOD ($GH \perp AJ$) mit α , so ist

$$\varphi = a \cdot \sin \alpha.$$

Beträgt die Elongation des schwingenden Punktes in dem betr. Augenblick s Längeneinheiten, so ist

$$\sin \alpha = \frac{s}{r}, \text{ folglich}$$

$$\varphi = \frac{a}{r} \cdot s, \text{ d. h. :}$$

Die Beschleunigung des schwingenden Punktes ist seiner Elongation proportional. (S. Fig. 55, S. 71.)

Im Abstand der Längeneinheit von der Ruhelage ist also die Beschleunigung des schwingenden Punktes gleich $\frac{a}{r}$ Längeneinheiten.

Eine geradlinige Schwingungsbewegung, bei welcher die Beschleunigung der Elongation proportional ist, heißt eine **harmonische Schwingungsbewegung**.

Ein Körper sei z. B. an einer Spiralfeder aufgehängt. (Fig. 56, S. 71.) Wird er etwas nach unten gezogen und dann losgelassen, so führt er harmonische Schwingungen aus. Grund? (S. § 8, 3.)

Nach obigem kann umgekehrt von jedem Punkt, der eine harmonische Schwingungsbewegung ausführt, angenommen werden, daß er sich bewegt

als Projektion eines Punktes, welcher eine Kreislinie gleichförmig durchläuft, auf einen Durchmesser dieser Kreislinie.

Beträgt die Zeit, nach welcher der schwingende Punkt die Elongation von s Längeneinheiten erlangt hat, t sec. und bezeichnet man die Schwingungszeit des schwingenden Punktes mit T sec, so verhält sich

$$\alpha : 2\pi = t : T \text{ (Fig. 54; } \alpha \text{ in absol. Maße gemessen!)},$$

woraus folgt:

$$\alpha = 2\pi \cdot \frac{t}{T}.$$

Setzt man diesen Wert in die Gleichung

$$\sin \alpha = \frac{s}{r}$$

ein und löst die entstehende Gleichung nach s auf, so erhält man:

$$s = r \cdot \sin \left(2\pi \cdot \frac{t}{T} \right).$$

(Formel zur Berechnung der Elongation zu jedem beliebigen Bruchteil der Schwingungszeit. Wegen dieser Formel heißen harmonische Schwingungen auch Sinus-Schwingungen.)

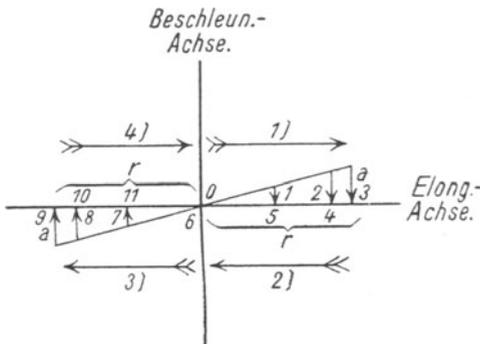


Fig. 55.



Fig. 56.

3. In der Gleichgewichtslage sei die Geschwindigkeit des schwingenden Punktes gleich c Längeneinheiten. Dann beträgt die Geschwindigkeit des Punktes, der sich auf dem Kreise bewegt, gleichfalls c Längeneinheiten. Da (nach § 27, 1) $a = \frac{c^2}{r}$, so ist $c = \sqrt{a \cdot r}$. Besitzt in B (Fig. 57, S. 72) der schwingende Punkt die Geschwindigkeit $BK = v$ Längeneinheiten, so ist BK gleich der Komponente DL der Geschwindigkeit DM . Sonach:

$$v = c \cdot \cos \alpha \text{ oder, da}$$

$$\cos \alpha = \frac{BD}{r} :$$

$$v = \frac{c}{r} \cdot BD.$$

Die Geschwindigkeit des schwingenden Punktes ist also proportional dem Lot auf der Schwingungsbahn bis zum Schnitt mit dem Kreise. (S. Fig. 58.)

Beträgt also die Länge dieses Lotes eine Längeneinheit, so ist die Geschwindigkeit des schwingenden Punktes gleich $\frac{c}{r}$ Längeneinheiten.

Setzt man in die Gleichung

$$v = c \cdot \cos \alpha$$

für α den oben gefundenen Wert $2\pi \cdot \frac{t}{T}$ ein, so ergibt sich:

$$v = c \cdot \cos \left(2\pi \cdot \frac{t}{T} \right).$$

(Formel zur Berechnung der Geschwindigkeit zu jedem beliebigen Bruchteil der Schwingungszeit.)

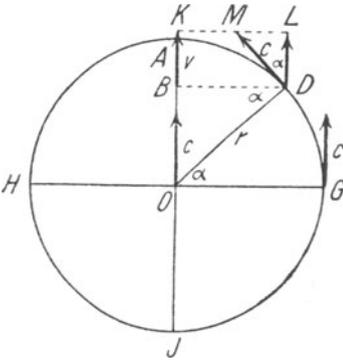


Fig. 57.

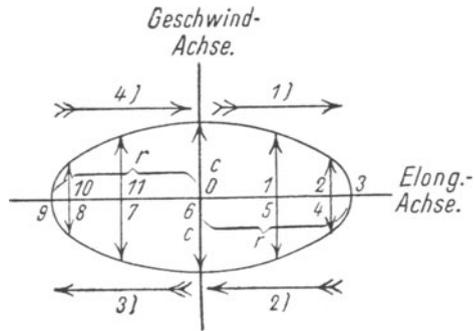


Fig. 58.

Aus den gemachten Ausführungen geht hervor, daß eine harmonische Schwingungsbewegung in der Richtung von der Ruhelage weg eine verzögerte Bewegung mit wachsender Verzögerung, in der Richtung nach der Ruhelage hin eine beschleunigte Bewegung mit abnehmender Beschleunigung ist.

4. Wenn die Schwingungszeit des schwingenden Punktes gleich $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$ sec ist, so macht er in 1 sec 1, 2, 3, 4, ... Schwingungen. Bezeichnet man also wie vorher die Schwingungszeit des schwingenden Punktes mit T sec und seine Schwingungszahl (Anzahl seiner Schwingungen in 1 sec = Umlaufzahl des Punktes auf dem Kreise) mit n, so ist

$$n = \frac{1}{T}, \quad T = \frac{1}{n}.$$

Nach § 27, 1 ist

$$a = \frac{4\pi^2 r}{T^2}.$$

Daraus folgt:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{r}{a}} \text{ oder}$$

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{1}{a_1}},$$

wenn a_1 den Zahlenwert der Beschleunigung des schwingenden Punktes im Abstand der Längeneinheit von seiner Ruhelage angibt.

Bei unveränderlichem Wert von $a_1 = a : r$ (und daher auch von $c_1 = c : r$ wegen $a = \frac{c^2}{r}$, also $\frac{a}{r} = \frac{c^2}{r^2}$) ist mithin die Schwingungszeit von der Größe der Amplitude unabhängig. (**Isochronismus der Schwingungen.**)

Eine harmonische Schwingungsbewegung ist ein besonderer Fall einer periodischen Bewegung oder allgemeiner einer periodischen Änderung eines Zustands. Bei einer solchen ist nach dem Durchlaufen einer Reihe bestimmter Änderungen, das sich in einer bestimmten Zeit vollzieht, jedesmal wieder der Anfangszustand vorhanden.

Aufgaben.

155. Berechne vermittle der Gleichungen

$$\varphi = a \cdot \sin\left(2\pi \cdot \frac{t}{T}\right), \quad s = t \cdot \sin\left(2\pi \cdot \frac{t}{T}\right), \quad v = c \cdot \cos\left(2\pi \cdot \frac{t}{T}\right)$$

die Werte von Beschleunigung, Elongation und Geschwindigkeit des schwingenden Punktes nach je $\frac{1}{12}$ Schwingungsdauer während einer vollen Schwingung, letztere von der Ruhelage aus gerechnet.

156. Stelle nach Art der Fig. 5 den Verlauf der Elongation mit der Zeit graphisch dar.

157. Veranschauliche dir eine harmonische Schwingungsbewegung auf folgende Weise: Lege auf die Zeichnung, welche das Ergebnis der vorhergehenden Aufgabe darstellt, ein Kartonblatt mit eingeschnittenem schmalen Spalt so auf, daß dieser von der Zeitachse senkrecht geschnitten wird, und ziehe dann die Zeichnung in der Richtung der Zeitachse gleichmäßig unter dem Spalt weg. (Die jeweils in dem Schlitz sichtbaren Teilchen der krummen Linie erregen den Eindruck, als ob ein und dasselbe Teilchen eine harmonische Schwingungsbewegung ausführe.)

§ 30. Das mathematische Pendel.

Zu wiederholen: U., Pendelbewegung.

1. Ein einfaches oder mathematisches Pendel ist ein materieller Punkt, der an einem masselosen Faden aufgehängt ist. Ein solches Pendel besteht also nicht in Wirklichkeit, sondern nur in Gedanken.

Eine kleine Kugel, die an einem sehr dünnen Faden aufgehängt ist, stellt annähernd ein mathematisches Pendel dar.

Die Länge des Fadens eines mathematischen Pendels heißt **Länge des Pendels.**

2. Bei einem mathematischen Pendel, das Pendelschwingungen ausführt, bilde der Faden in irgendeiner Lage mit seiner Ruhelage den Winkel φ . (Fig. 59.) Dann ist die wirksame Beschleunigung AB des materiellen Punktes des Pendels gleich $g \cdot \sin \varphi$. Beträgt die Länge des Pendels l und das Lot AC auf die Ruhelage seines Fadens s Längeneinheiten, so ist

$$\sin \varphi = \frac{s}{l}, \text{ also}$$

$$AB = \frac{g}{l} \cdot s.$$

Sind demnach die Ausschläge des Pendels so klein, daß die Bahn seines materiellen Punktes als geradlinig angesehen werden kann, so läßt sich die Bewegung dieses Punktes (nach § 29, 2) als harmonische Schwingungsbewegung auffassen.

Der materielle Punkt des („ebenen“) Pendels bewegt sich dann als Projektion des materiellen Punktes eines „Kegelpendels“.

Ist $s = l$, so ergibt sich als zugehöriger Zahlenwert der wirksamen Beschleunigung:

$$a_1 = \frac{g}{l}.$$

Bezeichnet man unter der vorher angegebenen Voraussetzung die Zeit, welche das Pendel zu einer vollen Schwingung braucht, mit T sec, so ist nach § 29, 4

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Mithin gelten für kleine Ausschläge die drei Gesetze:

Die Schwingungszeit eines mathematischen Pendels ist von der Größe seines Ausschlagwinkels und von der Masse seines materiellen Punktes unabhängig und an demselben Ort der Quadratwurzel aus der Länge des Pendels direkt proportional.

Die Schwingungszeiten desselben mathematischen Pendels an verschiedenen Orten verhalten sich umgekehrt wie die Quadratwurzeln aus den Erdbeschleunigungen der Orte.

Besitzen zwei mathematische Pendel an verschiedenen Orten dieselbe Schwingungszeit, so verhalten sich ihre Längen wie die Erdbeschleunigungen der Orte.

Experimentelle Bestätigung des ersten Gesetzes vermittelt kleiner Kugeln, die an sehr dünnen Fäden aufgehängt sind. Zur Unabhängigkeit der Schwingungszeit von der Masse vergl. das gleichschnelle Fallen von Körpern von verschiedener Masse im luftleeren Raume. — Nach dem zweiten Gesetz nimmt die Schwingungszeit desselben mathematischen Pendels von einem geogr. Pol der Erde nach dem Äquator hin zu, nach dem dritten nimmt bei unveränderlicher Schwingungszeit die Länge eines mathematischen Pendels von einem geogr. Pol der Erde nach dem Äquator hin ab.

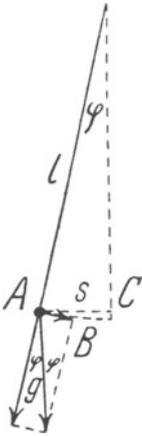


Fig. 59.

3. Ein mathematisches Pendel, das zu jeder einfachen Schwingung 1 sec braucht, heißt ein **Sekundenpendel**. Für ein solches besteht mithin die Gleichung:

$$2 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Folglich ist die Länge des Sekundenpendels bestimmt durch die Gleichung:

$$l = \frac{g}{\pi^2}.$$

In der geogr. Breite von Paris und der Höhe des Meeresspiegels ist also die Länge des Sekundenpendels gleich $\frac{981}{\pi^2} = 99,4$ cm.

Aufgaben.

158. Länge eines mathematischen Pendels: 10 m. Zeit, welche es zu einer vollen Schwingung braucht? ($g = 9,81$ m/sec²)

159. Ein mathematisches Pendel brauche zu einer vollen Schwingung 12 sec. Länge des Pendels? ($g = 9,81$ m/sec².)

160. Berechne die Länge eines Sekundenpendels für einen geogr. Pol der Erde ($g = 9,83$ m/sec²) und für einen Punkt des Äquators. ($g = 9,78$ m/sec².)

161. Zwei kleine Bleikugeln sind an dünnen Fäden aufgehängt, deren Längen sich wie 4:9 verhalten, und beginnen gleichzeitig zu pendeln. Nach wieviel vollen Schwingungen jeder der Kugeln tritt wiederum „Koinzidenz“ ein?

162. Wie verhalten sich die Längen zweier mathematischer Pendel, von denen das eine 60, das andere 120 Schwingungen in einer Minute macht?

§ 31. Das physische Pendel.

1. Ein Körper, der um eine oberhalb seines Schwerpunkts befindliche wagrechte Achse drehbar ist, heißt ein **physisches Pendel**.

Die Masse eines physischen Pendels betrage M Masseneinheiten, der Abstand seines Schwerpunkts von seiner Drehachse a Längeneinheiten. Ist dann das Pendel um den Winkel φ aus seiner Ruhelage gebracht, so ist die an ihm wirksame Drehkraft gleich $M \cdot g \cdot \sin \varphi$ Kräfteinheiten und also ihr Moment gleich $M \cdot g \cdot \sin \varphi \cdot a$. Bezeichnen wir die Winkelbeschleunigung des Pendels in dem betr. Augenblick mit ω und sein Trägheitsmoment mit \mathfrak{I} , so ist nach § 25, 2

$$M \cdot g \cdot \sin \varphi \cdot a = \mathfrak{I} \cdot \omega.$$

Ein mathematisches Pendel besitze bei demselben Winkel mit der Ruhelage dieselbe Winkelbeschleunigung wie das physische Pendel. Dann hat es mit dem physischen Pendel die Schwingungszeit gemein.

Die Länge des mathematischen Pendels heißt **reduzierte Länge des physischen Pendels**. Derjenige Massenpunkt des physischen Pendels, der, für sich allein schwingend, dieselbe Schwingungszeit hätte wie das

ganze physische Pendel, und der folglich von der Drehachse des Pendels um dessen reduzierte Länge entfernt ist, wird **Schwingungspunkt** desselben genannt.

Die reduzierte Länge des physischen Pendels betrage l_1 Längeneinheiten. Wenn dann das mathematische Pendel um den Winkel φ aus seiner Ruhelage gebracht ist, so ist die wirksame Beschleunigung seines materiellen Punktes einerseits gleich $g \cdot \sin \varphi$, andererseits gleich $l_1 \cdot \omega$ Längeneinheiten. Mithin ist

$$g \cdot \sin \varphi = l_1 \cdot \omega.$$

Dividiert man diese Gleichung durch die vorhergehende, so ergibt sich:

$$\frac{l_1}{\mathfrak{I}} = \frac{l}{M \cdot a}.$$

Hieraus folgt:

$$l_1 = \frac{\mathfrak{I}}{M \cdot a}.$$

Die Zeit, welche das physische Pendel zu einer vollen Schwingung braucht, betrage T sec. Dann ist nach § 30, 2

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l_1}{g}}, \text{ also}$$

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{\mathfrak{I}}{M \cdot g \cdot a}}.$$

Anwendung dieser Formel zur experimentellen Bestimmung des Trägheitsmoments eines Körpers in bezug auf eine Achse und zur Ermittlung des Wertes von g .

2. Ist das Trägheitsmoment des physischen Pendels in bezug auf eine durch seinen Schwerpunkt gehende Achse, welche seiner Drehachse parallel ist, gleich \mathfrak{I} , so ist nach § 25, 4

$$\mathfrak{I} = \mathfrak{I}' + M \cdot a^2 \text{ und daher}$$

$$l_1 = \frac{\mathfrak{I}'}{M \cdot a} + a.$$

Die reduzierte Länge eines physischen Pendels ist also grösser als der Abstand seines Schwerpunktes von seiner Drehachse, oder sein Schwingungspunkt ist von seiner Drehachse weiter entfernt als sein Schwerpunkt, und zwar um

$$b = \frac{\mathfrak{I}'}{M \cdot a} \text{ Längeneinheiten.}$$

Für a und b bestehen nach dem Vorhergehenden die Gleichungen:

$$a + b = l_1,$$

$$a \cdot b = \frac{\mathfrak{I}'}{M}.$$

Hierin kann man aber a und b vertauschen. Folglich:

Die Schwingungszeit eines physischen Pendels ändert sich nicht, wenn man es um eine Achse schwingen läßt, welche durch seinen Schwingungspunkt geht und seiner ursprünglichen Drehachse parallel ist.

Anwendung beim Umkehrungs- oder Reversionspendel (Bohnenberger, Kater, Fig. 60): Eine Stange, längs deren zwei schwere Körper A und B verschiebbar sind, kann um zwei einander zugekehrte parallele Schneiden C und D schwingen. Verschiebt man A und B solange, bis die Schwingungszeiten in bezug auf C und D einander gleich sind, so gibt der Abstand von C und D die reduzierte Länge an. Vermittels der Formel

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l_1}{g}}$$

kann dann der Wert von g sehr genau festgestellt werden. — Denkt man sich durch den Schwerpunkt eines physischen Pendels senkrecht zu seiner Drehachse eine Ebene gelegt und in dieser um den Schwerpunkt zwei Kreise mit Halbmessern von a und b Längeneinheiten (nach obigen Bezeichnungen) beschrieben, so kommen dem Pendel gleiche Schwingungszeiten zu in bezug auf alle Achsen, welche durch die Punkte der beiden Kreise gehen und der ursprünglichen Achse des Pendels parallel sind. Ein physisches Pendel hat also auch gleiche Schwingungszeiten in bezug auf alle Achsen, die irgend einer durch seinen Schwerpunkt gehenden Geraden in gleichen Abständen parallel sind.



Fig. 60.
Reversionspendel.

Aufgaben.

163. Ein dünner gerader Draht (als eine gleichmäßig mit Stoff erfüllte Strecke zu betrachten!) pendeln um seinen oberen Endpunkt. Länge des Drahtes: l Längeneinheiten. Zeit für eine volle Schwingung?

164. Ein Körper, der 864 g wiegt, sei um eine wagrechte Achse drehbar und brauche beim Pendeln um sie zu einer vollen Schwingung $1\frac{1}{3}$ sec. Abstand seines Schwerpunkts von der Achse: 50 cm. Trägheitsmoment? ($g = 981 \text{ cm/sec}^2$.)

165. Ein Körper, welcher 900 g wiegt, pendele um eine wagrechte Achse. Das Trägheitsmoment des Körpers, bezogen auf g und cm, ist für die Achse zu 2092330 berechnet. Abstand des Schwerpunkts des Körpers von der Achse: 60 cm. Zeit, welche der Körper zu einer vollen Schwingung braucht: $1\frac{1}{4}$ sec. Erdbeschleunigung am Beobachtungsort?

§ 32. Foucaults Pendelversuch.

1. Eine Bleikugel, die an einem Faden aufgehängt ist, schwinde als Pendel. Versetzt man dann die Aufhängevorrichtung um eine lotrechte Achse in Umdrehung, so **behält das Pendel seine Schwingungsebene bei.** (Fig. 61, S. 78.) Grund: Das Beharrungsvermögen.

Wird ein Pendel von einer schweren Kugel gebildet, die an einem sehr langen und dünnen Draht aufgehängt ist, und man versetzt es in

Schwingungen, so beobachtet man eine Drehung seiner Schwingungsebene. Diese Drehung erfolgt auf der Nordhälfte der Erde im Sinne der Uhrzeigerbewegung, auf der Südhälfte im entgegengesetzten Sinne. (**Foucaults Pendelversuch**, 1851.) Da in Wirklichkeit das Pendel seine Schwingungsebene beibehält, so muß die Erde sich drehen, und zwar, von Norden aus betrachtet entgegengesetzt zum Sinne der Uhrzeigerbewegung, von Süden aus betrachtet im Sinne der Uhrzeigerbewegung, also, von der Seite gesehen, von Westen nach Osten.

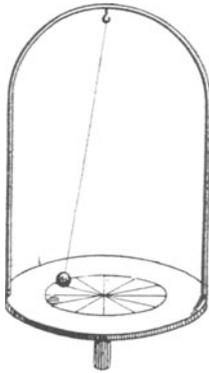


Fig. 61.

Erhaltung der Schwingungsebene
eines Pendels.

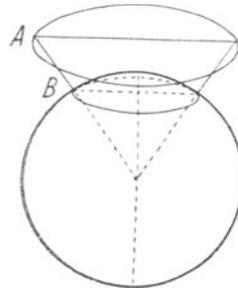


Fig. 62.

Foucaults Pendelversuch stellt sonach einen experimentellen Beweis für die Umdrehung der Erde dar. Weiterer experimenteller Beweis: Wenn man einen schweren Körper von einem hochgelegenen Punkte A (Fig. 62) aus herabfallen läßt, so kann man feststellen, daß er nicht genau in B lotrecht unter A an der Erdoberfläche ankommt, sondern etwas östlich davon. Da nämlich A einen größeren Kreis um die Erdachse beschreibt als B (S. Fig. 62!), so besitzt der Körper in A eine größere westöstliche Geschwindigkeit, als wenn er sich in B befände. Beim Herabfallen behält er aber seine westöstliche Geschwindigkeit bei.

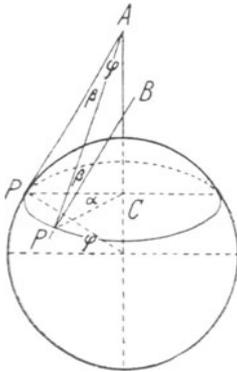


Fig. 63.

2. Ein Foucaultsches Pendel schwinde an dem Orte P (Fig. 63) von der geogr. Breite φ zunächst in der Meridianrichtung PA. Hat P bei der Umdrehung der Erde einen sehr kleinen Bogen PP' mit dem Zentriwinkel α beschrieben, so habe sich die Meridianrichtung um den Winkel $\beta = \text{PAP}'$ gedreht. Da hierbei das Pendel seine ursprüngliche Schwingungsrichtung beibehalten hat, so hat sich seine Schwingungsebene scheinbar um den Winkel $\text{AP'B} = \beta$ gedreht. Nun ist der Bogen PP' einerseits

gleich $AP \cdot \beta$, andererseits gleich $CP \cdot \alpha$, wenn β und α in absolutem Maß gemessen sind. Mithin:

$$AP \cdot \beta = CP \cdot \alpha.$$

Daraus folgt:

$$\beta = \alpha \cdot \frac{CP}{AP} \text{ oder}$$

$$\beta = \alpha \cdot \sin \varphi.$$

Diese Gleichung gilt auch für eine beliebige Größe des Bogens PP' . Beweis durch Teilung des Bogens in lauter sehr kleine Teile und Addition der Gleichungen, welche den einzelnen Teilen entsprechen.

Während also die Erde eine volle Umdrehung macht, d. h. während 24 Stunden („Sternzeit“ = 86400 Sekunden Sternzeit = 86164,1 Sekunden mittl. Sonnenzeit) dreht sich die Schwingungsebene des Pendels scheinbar um $360^\circ \cdot \sin \varphi$. Demnach braucht diese Ebene zu einer vollen Umdrehung $\frac{24}{\sin \varphi}$ Stunden.

Von einem Pol der Erde ($\varphi = 90^\circ$) bis zu einem Punkte des Äquators ($\varphi = 0$) nimmt somit die Umdrehungszeit der Pendelebene von 24 Stunden bis zu unendlich langer Zeit zu. Letzteres bedeutet, daß sich an einem Punkte des Äquators die Pendelebene überhaupt nicht dreht. (Die Meridianrichtung an einem Punkte des Äquators bleibt bei der Umdrehung der Erde sich selbst parallel!)

Aufgaben.

166. Wieviel beträgt die scheinbare Drehung der Schwingungsebene eines Foucaultschen Pendels in einer Stunde an einem Ort von der geogr. Breite φ ?

167. Welche Zeit braucht die Schwingungsebene eines Foucaultschen Pendels zu Wiesbaden ($\varphi = 50^\circ 5'$) zu einer vollen scheinbaren Umdrehung?

§ 33. Freie Achsen und Kreiselbewegung.

1. Bei der Drehung eines Körpers um eine Achse mögen die Zentrifugalkräfte seiner Massenpunkte in ihrer Gesamtheit keine Wirkung auf die Achse ausüben. Dann heißt diese eine **freie Achse**. Beispiele freier Achsen: Die Achse eines Rades, eines Kreisels; die Rotationsachse der Sonne, eines Planeten.

Wie z. B. ein sich drehender Kreisel oder ein Planet zeigt, besteht infolge des Beharrungsvermögens die Tatsache:

Wenn ein Körper um eine freie Achse rotiert, so sucht diese ihre Richtung beizubehalten.

Anwendung: Damit zylindrische Geschosse beim Fluge ihre Achsenrichtung beibehalten, erhalten sie im Geschütz durch schraubenförmig gewundene „Züge“ eine Rotationsbewegung.

2. Eine kreisförmige Messingscheibe sei an ihrem Rande gleichmäßig mit einem Wulst versehen, und man könne sie durch Abziehen einer Schnur in rasche Umdrehung um ihre Achse versetzen. (**Schmidtscher Kreisel.**)

Die Achse eines Schmidtschen Kreisels, dessen Scheibe schnell rotiert, befinde sich in schräger Lage und sitze mit ihrem einen (spitzen) Ende in einer Vertiefung. (Fig. 64.) Dann fällt der Kreisel nicht herab, sondern seine Achse beschreibt unter Beibehaltung ihrer Neigung zur Horizontalebene um die Vertikallinie ihres Unterstützungspunktes einen Kegelmantel. Dieser wird, von oben gesehen, im Sinne der Uhrzeigerbewegung oder im entgegengesetzten Sinne beschrieben, je nachdem die Scheibe, vom freien Ende der Achse aus betrachtet, im ersten oder im zweiten Sinne rotiert.

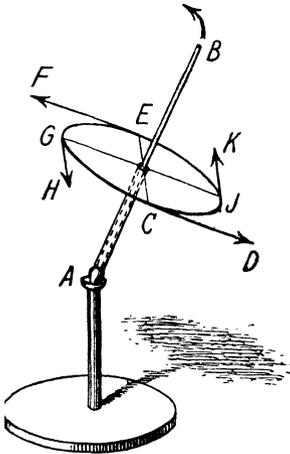


Fig. 64.

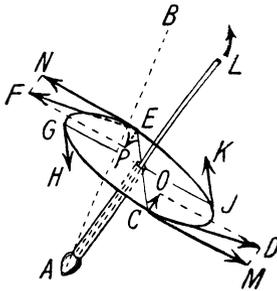


Fig. 65.

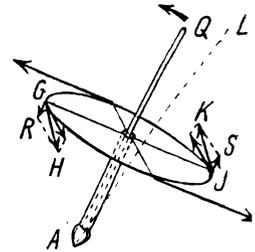


Fig. 66.

Jeder Punkt der Scheibe sucht in jedem Augenblick seine Geschwindigkeit nach Richtung und Größe beizubehalten. Die Geschwindigkeiten in den Endpunkten des wagrechten Durchmessers der Scheibe seien CD und EF , diejenigen im höchsten bzw. im tiefsten Punkt der Scheibe GH und JK . Hat sich nun die Achse durch die Wirkung der Schwerkraft ein wenig gesenkt und dadurch die Lage AL (Fig. 65) angenommen, so hat sich die Bewegungsrichtung der Punkte G und J nicht geändert, wohl aber diejenige der Punkte C und E . Daher zerfallen die Geschwindigkeiten CD und EF in die Komponenten CM und EN in den neuen Bewegungsrichtungen von C und E und in die Komponenten CO und EO senkrecht zur Fläche der Scheibe. Wegen dieser beiden Komponenten dreht sich die Achse etwas um die Vertikallinie ihres Unterstützungspunktes im Sinne des beigetzten Pfeiles. Ist sie dadurch in die Lage AQ (Fig. 66) gekommen, so zeigt eine ganz entsprechende Überlegung, daß sich die Achse wegen zweier Geschwindigkeitskomponenten GR und JS wieder heben muß. So wiederholt sich das Spiel.

Wenn statt der Schwerkraft eine Kraft auf den Kreisel wirkte, welche die Achse aufzurichten suchte, so würde sich diese offenbar entgegengesetzt zum Sinne der Rotation der Scheibe drehen.

Daher das Vorrücken der Nachtgleichenpunkte entgegengesetzt zu dem Sinne, in welchem die Erde rotiert, weil die Sonne wegen des Wulstes der Erde am Äquator letzteren in die Ebene der Erdbahn hineinzuziehen sucht.

§ 34. Kraftantrieb und Bewegungsgröße. Der Stofs unelastischer Körper.

1. Wenn auf eine Masse eine Kraft von P Krafteinheiten t sec lang wirkt, so bezeichnet man $P \cdot t$ als **Antrieb der Kraft** für diese Zeit. **Unter der Bewegungsgröße einer Masse versteht man das Produkt aus der Masse und ihrer Geschwindigkeit.**

Eine Kraft von P Krafteinheiten wirke auf eine Masse von m entsprechenden Masseneinheiten und erteile ihr eine Beschleunigung von a entsprechenden Längeneinheiten, demnach in t sec eine Geschwindigkeit von $v = a \cdot t$ entsprechenden Längeneinheiten. Dann ist wegen $P = m \cdot a$

$$P \cdot t = m \cdot a \cdot t \text{ oder}$$

$$P \cdot t = m \cdot v, \text{ d. h. :}$$

Ein Antrieb einer Kraft ist gleich der Bewegungsgröße, welche die Kraft in der betr. Zeit einer Masse erteilt.

Bei einem Geschütz üben die Pulvergase dieselbe Zeit hindurch auf das Geschofs und das Geschütz dieselbe Kraftwirkung aus. Daher erhält das Geschütz dieselbe Bewegungsgröße wie das Geschofs. (Rückschlag des Geschützes.) Was gilt deshalb von der Geschwindigkeit des Geschützes gegenüber derjenigen des Geschosses?

2. Bei dem Zusammenstofs zweier Körper gehe die Stofsrichtung (= Senkrechte auf der gemeinsamen Tangentialebene im Berührungspunkt) durch den Schwerpunkt jedes der Körper. Dann spricht man von **zentralem Stofs**. Wenn außerdem die Bewegungsrichtung jedes der Körper mit der Stofsrichtung zusammenfällt, heisst der Stofs ein **gerader Stofs**, anderenfalls ein **schiefer Stofs**.

Zwei unelastische Körper (die es jedoch in der Praxis nur annähernd gibt!) mögen in geradem zentralen Stofs zusammenstossen; Massen der Körper: m_1 bzw. m_2 Masseneinheiten, Geschwindigkeiten derselben: c_1 bzw. c_2 Längeneinheiten. (Fig. 67.) Die Körper bringen sich gegenseitig eine bleibende Formänderung bei



Fig. 67.

und bewegen sich dann mit einer gemeinsamen Geschwindigkeit, welche v Längeneinheiten betrage. Gesamte Bewegungsgröße der Körper vor

dem Zusammenstoß: $m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot c_2$, nach demselben: $(m_1 + m_2) \cdot v$. Da während des Stoßes auf beide Körper dieselbe Zeit hindurch gleiche Stoßkräfte wirken (Gleichheit von Wirkung und Gegenwirkung!), so verliert dabei der erste Körper ebensoviel an Bewegungsgröße, als der zweite gewinnt. Mithin:

$$(m_1 + m_2) \cdot v = m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot c_2.$$

Hieraus folgt:

$$v = \frac{m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot c_2}{m_1 + m_2}.$$

Vergl. hiermit die Formel $\zeta = \frac{P_1 \cdot z_1 + P_2 \cdot z_2}{P_1 + P_2}$ in § 16, 2.

Wenn sich die Körper gegeneinander bewegen, so haben c_1 und c_2 ungleiche Vorzeichen. Ist $m_2 \cdot c_2 = -m_1 \cdot c_1$, so ist $v = 0$.

Besondere Fälle:

1) $m_1 = m_2$. Dann ist

$$v = \frac{c_1 + c_2}{2}. \text{ In Worten?}$$

Ist außerdem $c_2 = 0$, so ist

$$v = \frac{c_1}{2}. \text{ In Worten?}$$

2) m_1 und m_2 seien voneinander verschieden und $c_2 = 0$. Dann ist

$$v = \frac{m_1 \cdot c_1}{m_1 + m_2}.$$

Ist insbesondere m_1 gegenüber m_2 als unendlich klein zu betrachten (Beispiel: Der zweite Körper ist eine feste Wand!), so kann man $m_1 = 0$ setzen und erhält:

$$v = 0.$$

Dagegen ergibt sich

$$v = c_1,$$

wenn m_2 gegenüber m_1 als verschwindend klein anzusehen ist.

Wird eine feste Wand von einem Körper in schiefem zentralen Stoß getroffen, so zerfällt seine Geschwindigkeit in eine Komponente senkrecht zur Wand und in eine Komponente parallel derselben. Sind Wand und Körper unelastisch, so verschwindet nach dem Vorhergehenden die erste Komponente, und der Körper gleitet mit der zweiten längs der Wand hin.

Die gesamte lebendige Energie der beiden Körper, welche in geradem Stoß zusammentreffen, beträgt vor dem Stoß $L = \frac{1}{2} m_1 c_1^2 + \frac{1}{2} m_2 c_2^2$, nach demselben $L_1 = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \cdot \left(\frac{m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot c_2}{m_1 + m_2} \right)^2$ Arbeitseinheiten. Nun ist $L - L_1 = \frac{1}{2} \frac{m_1 \cdot m_2 \cdot (c_1 - c_2)^2}{m_1 + m_2}$. Da $(c_1 - c_2)^2 > 0$, so ist also die gesamte lebendige

Energie der Körper nach dem Stofs kleiner als vor demselben, und zwar um $\frac{1}{2} \frac{m_1 \cdot m_2 \cdot (c_1 - c_2)^2}{m_1 + m_2}$ Arbeitseinheiten. Dieser Betrag an lebendiger Energie setzt sich in den Körpern in Wärme um.

Aufgaben.

168. Zwei unelastische Körper, welche 600 bzw. 500 g wiegen, und deren Geschwindigkeit bezüglich 50 und 40 cm/sec betragen, treffen bei gleicher Bewegungsrichtung in geradem zentralen Stofs zusammen. Geschwindigkeit nach dem Stofs?

169. Wie lautet die Antwort auf die Frage von Aufg. 168, wenn sich die Körper gegeneinander bewegen?

170. Zwei unelastische Körper wiegen zusammen 30 fg. Sie bewegen sich in derselben Richtung mit 5 bzw. 2 m/sec Geschwindigkeit und treffen in geradem zentralen Stofs zusammen. Geschwindigkeit nach dem Stofs: 4 m/sec. Wieviel wiegt jeder der Körper?

171. Ein unelastischer Körper trifft in geradem zentralen Stofs auf einen ruhenden unelastischen Körper von gleicher Masse. Dadurch erhält der zweite Körper eine Geschwindigkeit von 50 cm/sec. Geschwindigkeit des ersten Körpers von und nach dem Stofs?

§ 35. Der Stofs elastischer Körper.

Zu wiederholen: U., Stofs einer Kugel gegen eine feststehende Wand.

1. Zwei Körper von m_1 bzw. m_2 Masseneinheiten mit Geschwindigkeiten von c_1 bzw. c_2 Längeneinheiten mögen in geradem zentralen Stofs so zusammentreffen, daß ihre Formänderungen innerhalb ihrer Elastizitätsgrenzen liegen. Blieben diese Formänderungen erhalten, so würden sich die Körper mit der gemeinsamen Geschwindigkeit von $v = \frac{m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot c_2}{m_1 + m_2}$ Längeneinheiten weiterbewegen. Die Geschwindigkeit des ersten Körpers hätte sich dann um $c_1 - v$ Längeneinheiten vermindert, diejenige des zweiten Körpers um $v - c_2$ Längeneinheiten vermehrt. Indem aber die Körper ihre alten Formen wieder annehmen, erfährt der erste Körper einen nochmaligen Geschwindigkeitsverlust von $c_1 - v$ Längeneinheiten, der zweite Körper einen nochmaligen Geschwindigkeitsgewinn von $v - c_2$ Längeneinheiten. Bezeichnet man daher die Geschwindigkeit des ersten Körpers nach dem Stofs mit v_1 , diejenige des zweiten Körpers mit v_2 Längeneinheiten, so ist

$$\begin{aligned} v_1 &= c_1 - 2(c_1 - v) \\ &= 2v - c_1 \\ &= 2 \frac{m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot c_2}{m_1 + m_2} - c_1 \text{ oder} \\ v_1 &= \frac{2m_2 \cdot c_2 + (m_1 - m_2) \cdot c_1}{m_1 + m_2}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 v_2 &= c_2 + 2(v - c_2) \\
 &= 2v - c_2 \\
 &= 2 \frac{m_1 \cdot c_1 + m_2 + c_2}{m_1 + m_2} - c_2 \text{ oder} \\
 v_2 &= \frac{2m_1 \cdot c_1 + (m_2 - m_1) \cdot c_2}{m_1 + m_2}.
 \end{aligned}$$

Aus $v_1 = 2v - c_1$ und $v_2 = 2v - c_2$ folgt: $v_2 - v_1 = c_1 - c_2$, $v_1 + c_1 = v_2 + c_2$
 und $v = \frac{c_1 + v_1}{2} = \frac{c_2 + v_2}{2}$. In Worten?

Besondere Fälle:

1) $m_1 = m_2$. Dann ist

$v_1 = c_2$, $v_2 = c_1$. In Worten? (Vertauschung der Geschwindigkeiten!)

Wenn außerdem $c_2 = 0$ ist, so ist

$v_1 = 0$, $v_2 = c_1$. In Worten? Experimentelle Bestätigung:

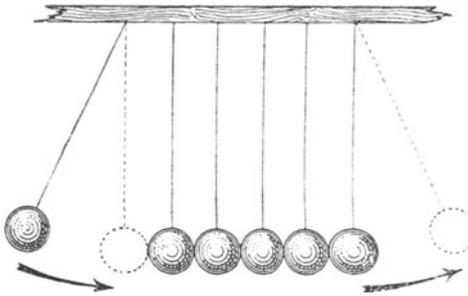


Fig. 68.

Perkussionspendel.

Zwei oder mehrere Elfenbeinkugeln von gleicher Größe seien an Fäden in einer Reihe so aufgehängt, daß sie einander berühren. (Perkussionspendel, Fig. 68.) Hebt man die Kugel am einen Ende der Reihe empor und läßt sie zurückfallen, so kommt sie beim Auftreffen auf die nächste Kugel zur Ruhe, und die Kugel am anderen Ende der Reihe steigt empor.

2) Sind m_1 und m_2 voneinander verschieden und $c_2 = 0$, so ist

$$\begin{aligned}
 v_1 &= \frac{(m_1 - m_2) \cdot c_1}{m_1 + m_2}, \\
 v_2 &= \frac{2m_1 \cdot c_1}{m_1 + m_2}.
 \end{aligned}$$

Mithin bewegt sich nach dem Stofs jeder der Körper in der Stofsrichtung, wenn $m_1 > m_2$, dagegen der erste Körper rückwärts, wenn

$m_1 < m_2$. Experimentelle Bestätigung vermittelt zwei ungleich großer Elfenbeinkugeln, die wie die Kugeln eines Perkussionspendels nebeneinander aufgehängt sind.

Kann man insbesondere m_1 gegenüber m_2 als unendlich klein betrachten, also $m_1 = 0$ setzen (Beispiel: Der zweite Körper ist eine feste Wand!), so ergibt sich:

$$v_1 = -c_1, v_2 = 0. \text{ In Worten?}$$

Dagegen erhält man

$$v_1 = c_1, v_2 = 2c_1,$$

wenn m_2 gegenüber m_1 als verschwindend klein anzusehen ist.

$$\begin{aligned} m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 &= m_1 \cdot (2v - c_1) + m_2 \cdot (2v - c_2) = 2v \cdot (m_1 + m_2) - (m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot c_2) \\ &= m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot c_2. \text{ Die gesamte Bewegungsgröße der Körper wird also durch den} \\ \text{Stoß nicht geändert.} & - \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 (2v - c_1)^2 + \frac{1}{2} m_2 (2v - c_2)^2 \\ &= 2v^2 \cdot (m_1 + m_2) - 2v \cdot (m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot c_2) + \frac{1}{2} m_1 c_1^2 + \frac{1}{2} m_2 c_2^2 = \frac{1}{2} m_1 c_1^2 + \frac{1}{2} m_2 c_2^2. \end{aligned}$$

Die gesamte lebendige Energie der Körper wird demnach durch den Stoß ebenfalls nicht geändert.

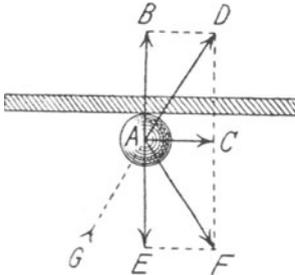


Fig. 69.

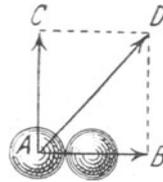


Fig. 70.

2. Ein Körper stöße in schiefem zentralen Stoß so gegen eine feste Wand, daß die Formänderungen des Körpers und der Wand innerhalb ihrer Elastizitätsgrenzen liegen. (Fig. 69.) Die Komponente AB seiner Geschwindigkeit AD, welche auf der Wand senkrecht steht, wird in die entgegengesetzt gleiche Geschwindigkeit AE verwandelt, während die zur Wand parallele Geschwindigkeitskomponente AC unverändert bleibt. AC und AE setzen sich aber zur Geschwindigkeit AF zusammen. Daher ist $\sphericalangle EAF = \sphericalangle BAD$. Ferner ist $\sphericalangle EAG = \sphericalangle BAD$. Folglich:

$$\sphericalangle EAF = \sphericalangle EAG. \text{ In Worten?}$$

Ein Körper stöße in schiefem zentralen Stoß so gegen einen ruhenden Körper von gleicher Masse, daß die Formänderungen der Körper innerhalb ihrer Elastizitätsgrenzen liegen. (S. Fig. 70.) Dann geht die Komponente AB der Geschwindigkeit AD des ersten Körpers auf den zweiten Körper über, die Geschwindigkeits-

komponente AC aber bleibt dem ersten Körper erhalten. Folglich bewegen sich die Körper nach dem Stoß unter einem rechten Winkel voneinander weg. — Führe das Entsprechende für den Fall aus, dass beide Körper in Bewegung sind.

Aufgaben.

(Mit der Bezeichnung „elastischer Körper“ ist hier gemeint, daß die Formänderung des betr. Körpers innerhalb seiner Elastizitätsgrenze liegt.)

172. Zwei elastische Körper treffen bei gleicher Bewegungsrichtung in geradem zentralen Stoß zusammen. Sie wiegen 90 bzw. 70 g, und ihre Geschwindigkeiten betragen vor dem Stoß bezüglich 20 und 10 cm/sec. Geschwindigkeiten nach dem Stoß?

173. Zwei elastische Körper, von denen der eine dreimal soviel wiegt als der andere, treffen bei entgegengesetzten Bewegungsrichtungen in geradem zentralen Stoß zusammen. Geschwindigkeiten vor dem Stoß: 8 bzw. 9 m/sec. Geschwindigkeiten nach dem Stoß?

C. Die Mechanik flüssiger Körper.

§ 36. Stabiles Schwimmen eines festen Körpers auf einer Flüssigkeit.

Zu wiederholen: U., Schwerkraftgleichgewichte, Archimedisches Prinzip für Flüssigkeiten.

Ein fester Körper schwimme auf einer Flüssigkeit. Dann greifen an ihm zwei gleiche Kräfte von entgegengesetzten Richtungen an, nämlich sein Auftrieb und sein Gewicht. Liegen die Angriffspunkte dieser Kräfte, d. h. der Schwerpunkt der Flüssigkeitsmenge, welche der Körper verdrängt, und derjenige des Körpers lotrecht übereinander, so befindet sich der Körper im Gleichgewicht.

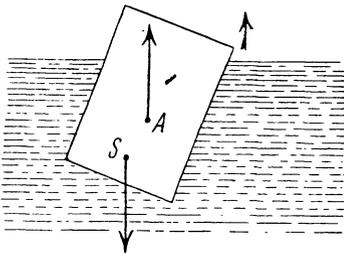


Fig. 71.

Der betr. Körper werde aus seiner Gleichgewichtslage gebracht, so daß in seiner neuen Lage der Schwerpunkt der von ihm verdrängten Flüssigkeitsmenge und sein Schwerpunkt sich nicht mehr lotrecht übereinander befinden. Liegt

dann der Körperschwerpunkt (S, Fig. 71) tiefer als derjenige der verdrängten Flüssigkeitsmenge (A, Fig. 71), so kehrt der Körper in seine alte Lage zurück: **Der Körper schwimmt stabil auf der Flüssigkeit.** (Er wird in seine alte Lage zurückgedreht von dem Kräftepaar, das von seinem Auftrieb und seinem Gewicht gebildet wird.)

Aber auch wenn der Körperschwerpunkt höher liegt als der Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeitsmenge, kann stabiles Schwimmen

stattfinden. Beispiel: Der Körper sei ein Schiff. Ist dieses aus seiner Gleichgewichtslage gebracht, und der Schnittpunkt seines Auftriebs mit seiner Mittelebene, (das „Metazentrum“, M, Fig. 72) liegt oberhalb seines

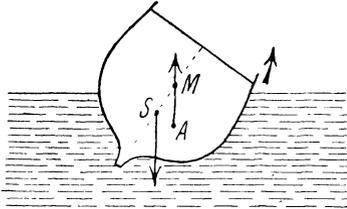


Fig. 72.

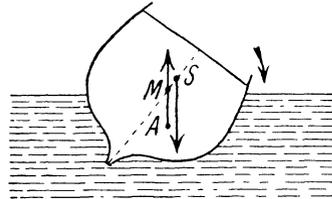


Fig. 73.

Schwerpunkts, so schwimmt es stabil. Dagegen kentert es, wenn sein Schwerpunkt nicht nur höher als derjenige der von ihm verdrängten Wassermasse, sondern auch höher als das Metazentrum liegt. (S. Fig. 73.)

Daher die Verwendung von Ballast!

§ 37. Bestimmung des spezifischen Gewichts eines festen und eines flüssigen Körpers mit Benutzung des Archimedischen Prinzips.

Zu wiederholen: U., Spezifisches Gewicht.

1. Verwendung der hydrostatischen Wage.

a) Der Körper ist ein fester Körper. Man hängt ihn an einem feinen Draht an die kürzer aufgehängte Schale und legt auf die andere Schale Gewichte, bis die Wage wieder im Gleichgewicht ist. (Bestimmung des absol. Gew. des Körpers.) Dann hebt man unter dem Körper ein Gefäß mit Wasser empor und legt auf die kürzer aufgehängte Schale Gewichte, bis die Wage bei völligem Eintauchen des Körpers in das Wasser wiederum im Gleichgewicht ist. (Bestimmung des Auftriebs des Körpers in Wasser und damit des Gewichts der raumgleichen Wassermenge.)

Feststellung des Auftriebs, wenn der Körper auf Wasser schwimmt: Man umwickelt den Körper z. B. mit Bleidraht, bis er in Wasser untersinkt, bestimmt den Auftrieb des Körpers mit dem Bleidraht, hierauf den Auftrieb des Bleidrahts allein und subtrahiert. — Löst sich der Körper in Wasser auf, so benutzt man statt dessen eine Flüssigkeit von bekanntem spez. Gew. s, in der er sich nicht auflöst, etwa Weingeist. Man hat dann: Spez. Gew. des Körpers

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\text{absol. Gew. des Körpers}}{\text{Auftrieb des Körpers in Wasser}} \\
 &= \frac{\text{absol. Gew. des Körpers}}{\text{Auftrieb des Körpers in Weingeist}} \cdot \frac{\text{Auftrieb des Körpers in Weingeist}}{\text{Auftrieb des Körpers in Wasser}} \\
 &= \frac{\text{absol. Gew. des Körpers}}{\text{Auftrieb des Körpers in Weingeist}} \cdot s.
 \end{aligned}$$

b) Der Körper ist eine Flüssigkeit. Man hängt an die kürzer aufgehängte Schale einen Glaskörper und bringt die Wage wieder ins Gleichgewicht. Sodann bestimmt man den Auftrieb des Glaskörpers in der betr. Flüssigkeit und in Wasser.

2. Verwendung einer Federwage mit hängender Spiralfeder. Man verfährt entsprechend wie bei der hydrostatischen Wage.

Bei der Jollyschen Federwage (Fig. 74) benutzt man für die Bestimmung des spez. Gewichts eines festen Körpers zwei aneinanderhängende Schalen, deren untere man stets in ein Gefäß mit Wasser tauchen läßt. Man ist dadurch der Notwendigkeit überhoben, den Körper aufhängen zu müssen.

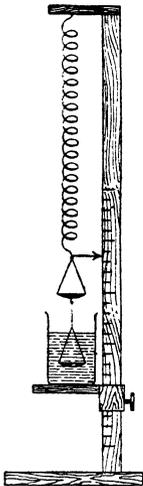


Fig. 74.
Jollysche
Federwage.

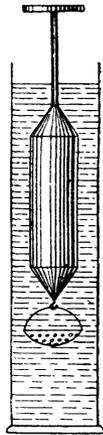


Fig. 75.
Aräometer
von Nicholson.

3. Verwendung der Senkwage oder des (Gewichts-)Aräometers von Nicholson (Fig. 75). Dieses ist ein zylindrischer Hohlkörper aus Messing oder Glas, der in seinem unteren Teil mit Blei ausgegossen bzw. mit Quecksilber gefüllt ist und hierdurch bei lotrechter Lage seiner Achse stabil in einer Flüssigkeit schwimmt; oben trägt er auf einem Stäbchen, das mit einer Marke versehen ist, ein Tellerchen, und unten hängt an ihm ein (siebartig durchlöcherntes) Schälchen.

a) Der Körper, dessen spez. Gewicht bestimmt werden soll, ist ein fester Körper. Man setzt das Aräometer in Wasser ein und legt auf das Tellerchen Gewichte, bis der Apparat bis zur Marke einsinkt. Nach-

dem man die Gewichte wieder entfernt hat, legt man den Körper auf das Tellerchen und soviel Gewichte dazu, bis der Apparat abermals bis zur Marke einsinkt. Der Unterschied der vorhergehenden und der neuen Gewichte gibt das absol. Gewicht des Körpers an. Nun bringt man den Körper in das Schälchen und legt auf das Tellerchen soviel Gewichte zu, bis das Aräometer wiederum bis zur Marke einsinkt. Diese Gewichte geben den Auftrieb des Körpers in Wasser an.

b) Der Körper, dessen spez. Gewicht bestimmt werden soll, ist eine Flüssigkeit. Das Aräometer wiege a g. Nach seinem Einsetzen in die betr. Flüssigkeit und in Wasser seien bezüglich b und c g auf das Tellerchen zu legen, damit der Apparat bis zur Marke einsinkt. Dann

ist das spez. Gewicht der Flüssigkeit gleich $\frac{a + b}{a + c}$.

4. Verwendung eines **Skalenaräometers** zur Bestimmung des spez. Gew. einer Flüssigkeit. Ein Reagensglas, das in seinem untersten Teil mit Schrotkörnern oder mit Quecksilber belastet ist, werde in eine Flüssigkeit eingesetzt. Je kleiner das spez. Gewicht der Flüssigkeit ist, desto größer ist die Raummengung derselben, deren Gewicht gleich demjenigen des belasteten Reagensglases ist, desto tiefer sinkt dieses also in die Flüssigkeit ein. (Fig. 76.) Auf dieser Tatsache beruht der Gebrauch eines Skalenaräometers zur Bestimmung des spez. Gewichts einer Flüssigkeit.



Fig. 76.

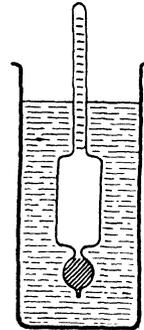


Fig. 77.
Skalenaräometer.

Ein Skalenaräometer ist eine beiderseits geschlossene Glasröhre, welche mit einer Einteilung versehen ist; unten ist die Röhre etwas erweitert, und an die Erweiterung setzt sich eine Hohlkugel an, die mit Schrotkörnern oder mit Quecksilber gefüllt ist. Setzt man den Apparat in eine Flüssigkeit, so kann man an der Stelle der Einteilung, bis zu welcher er einsinkt, das spez. Gewicht der Flüssigkeit ablesen. (Fig. 77.)

Man kann ein Skalenaräometer auch zur Bestimmung des spez. Gew. eines festen Körpers verwenden, wenn dieses von 1 nicht sehr verschieden und der feste Körper in Wasser nicht löslich ist. Man bringt zu diesem Zweck den Körper in Wasser, setzt letzterem, je nachdem der Körper darin zu Boden sinkt oder emporsteigt, Kochsalz oder Weingeist zu, bis der Körper in der entstehenden Flüssigkeit schwebt und bestimmt deren spez. Gew. mit dem Skalenaräometer. — Da das spez. Gewicht einer Salzlösung von ihrem Prozentgehalt an Salz, dasjenige von Spiritus von seinem Prozentgehalt an Weingeist abhängt usw., so kann man Skalenaräometer auch zur Bestimmung solcher Prozentgehalte benutzen. — Ein Skalenaräometer zeigt natürlich nur richtig für diejenige Temperatur, bei welcher seine Einteilung hergestellt ist (meist 15° C.).

Aufgaben.

174. Ein Stück Zink, das an der kürzer aufgehängten Schale einer hydrostat. Wage hing, wurde in der Luft durch 30,5 g im Gleichgewicht gehalten. Damit bei

völligem Eintauchen des Zinkstücks in Wasser wieder Gleichgewicht vorhanden war, mußten auf die kürzer aufgehängte Schale 4,23 g aufgelegt werden. Spez. Gew. des Zinks?

175. Ein Stück Tannenholz wog in der Luft 20,3 g. Als es, mit Bleidraht beschwert, an die kürzer aufgehängte Schale einer hydrostat. Wage gehängt und diese ins Gleichgewicht gebracht war, mußten auf die genannte Schale 32,8 g aufgelegt werden, damit bei völligem Eintauchen des beschwerten Holzstücks wieder Gleichgewicht eintrat. Dagegen genügten hierzu 3,8 g, als statt des Holzstücks mit dem Bleidraht letzterer allein genommen wurde. Spez. Gew. des Tannenholzes?

176. Ein Stück Zucker hing an der kürzer aufgehängten Schale einer hydrostat. Wage und wurde in der Luft von 6,2 g im Gleichgewicht gehalten. Als man es völlig in Erdöl (spez. Gew.: 0,84) eintauchen liefs, waren zur Wiederherstellung des Gleichgewichts 3,26 g auf die kürzer aufgehängte Schale zu legen. Spez. Gew. des Zuckers?

177. Da die Verlängerung einer Spiralfeder durch Zug der Zugkraft proportional ist, so kann bei einer Federwage (mit hängender Spiralfeder) zur Bestimmung des spez. Gewichts eines festen oder flüssigen Körpers statt einer Gewichtseinteilung eine Längeneinteilung angebracht sein. Ein bei einer solchen Wage angehängter Glaskörper ging beim Eintauchen in Baumöl um 7,5 mm, beim Eintauchen in Wasser um 8,1 mm in die Höhe. Spez. Gew. des Baumöls?

178. Ein Nicholson'sches Aräometer wog 180 g. Damit es in Schwefeläther und in Wasser bis zur Marke einsank, waren bezüglich 9,26 und 77,07 g auf sein Tellerchen zu legen. Spez. Gew. des Schwefeläthers?

§ 38. Oberflächenspannung einer Flüssigkeit und Erklärung der Haarröhrenerscheinungen.

Zu wiederholen: U., Haarröhrenerscheinungen.

1. Die Entfernung eines Moleküls einer Flüssigkeit von deren Oberfläche sei ebenso groß oder größer als der Abstand zweier Moleküle der Flüssigkeit, welche eben noch eine Kohäsionswirkung aufeinander ausüben, der Bereich der Kohäsionswirkungen zwischen dem betr. Molekül und den umliegenden Molekülen also eine vollständige Kugel. (Fig. 78, S. 91, überall mitten und links.) Dann heben sich diese Kohäsionswirkungen vollständig auf. Letzteres findet dagegen nicht statt bei einem Molekül der Flüssigkeitsschicht zwischen der Flüssigkeitsoberfläche und einer Fläche, welche der Flüssigkeitsoberfläche in dem vorher genannten Abstand parallel läuft. Der Bereich der Kohäsionswirkungen zwischen dem betr. Molekül und den umliegenden Molekülen ist nämlich keine vollständige Kugel, indem der über die Flüssigkeitsoberfläche hinausragende Kugelteil ausfällt (Fig. 78 überall rechts); daher bleibt die Kohäsionswirkung eines gleichgroßen Kugelteils unaufgehoben (in Fig. 78 überall schraffiert!). Jede Stelle der Flüssigkeitsoberfläche ist folglich einem zu ihr senkrechten Zug nach dem Inneren ausgesetzt. (**Oberflächenspannung.**)

Die Oberflächenspannung einer Flüssigkeit bewirkt, daß sich die Oberflächenschicht verhält wie eine über die übrige Flüssigkeit gezogene Haut. (**Flüssigkeitshäutchen.**)

Daher z. B.: Eine etwas fettige Nähnadel, welche man vorsichtig auf eine Wasseroberfläche legt, sinkt nicht unter; manche Insekten können auf einer Wasseroberfläche umherlaufen; man kann ein Gefäß etwas höher, als seine Wand reicht, mit einer Flüssigkeit füllen, ohne daß sie überläuft, auch wenn sie das Gefäß benetzt.

2. Aus Fig. 78 ergibt sich, daß die Oberflächenspannung einer Flüssigkeit bei einer hohlen Oberfläche derselben kleiner, bei einer erhabenen größer ist als bei einer ebenen, und zwar um so kleiner bzw. größer, je stärker gekrümmt die Oberfläche ist. Hierdurch erklären sich die Haarröhrenerscheinungen, indem im Inneren eines Haarröhrchens, das in eine Flüssigkeit taucht, die Flüssigkeitsoberfläche vollständig gekrümmt, außerhalb des Röhrchens aber im ganzen eben ist.

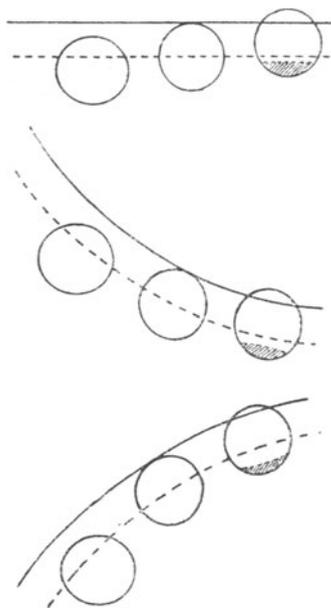


Fig. 78.

Bereich der Kohäsionswirkungen zwischen einem Molekül einer Flüssigkeit und den umliegenden Molekülen.

Zwischen welchen Kräften findet Gleichgewicht statt, wenn bei dem Haarröhrchen der Gleichgewichtszustand eingetreten ist?

§ 39. Torricellis Theorem. Das Strömen von Flüssigkeiten in Röhren.

1. **Toricellis Theorem** betrifft die Frage, mit welcher Geschwindigkeit eine Flüssigkeit aus einer Öffnung eines Gefäßes ausfließt. Der Spiegel der Flüssigkeit befinde sich h cm über der Öffnung, deren Größe f qcm betrage, und es sei eine sehr kleine Flüssigkeitsschicht von dh cm Dicke aus der Öffnung ausgetreten (Fig. 79, S. 92.) Das spez. Gewicht der Flüssigkeit sei gleich s , die Erdbeschleunigung in cm gleich g , und die ausgetretene Flüssigkeitsschicht habe eine Geschwindigkeit von v cm/sec erlangt. Dann hat auf die ausgetretene Flüssigkeitsschicht eine Kraft von $f \cdot h \cdot s \cdot g$ Dyn gewirkt und dabei eine Arbeit von $f \cdot h \cdot s \cdot g \cdot dh$ Erg geleistet. Diese Arbeit muß nach § 9, 3 gleich der lebendigen Energie sein, welche der ausgetretenen Flüssigkeitsschicht erteilt wurde, d. h. gleich $\frac{1}{2} f \cdot dh \cdot s \cdot v^2$ Erg. Aus $f \cdot h \cdot s \cdot g \cdot dh = \frac{1}{2} f \cdot dh \cdot s \cdot v^2$ folgt aber:

$$v = \sqrt{2gh}.$$

Nach § 22, 2b) beträgt auch die Endgeschwindigkeit eines Körpers, welcher eine Strecke von h cm frei durchfällt, $\sqrt{2gh}$ cm. Demnach:

Eine Flüssigkeit fließt aus einer Öffnung eines Gefäßes mit einer solchen Geschwindigkeit aus, als ob die Flüssigkeitsteilchen den lotrechten Abstand der Öffnung vom Flüssigkeitsspiegel frei durchfallen hätten. (Torricelli 1644.)

Die Ausflugschwindigkeit ist hiernach bei gleicher Höhe des Spiegels über der Ausflußöffnung für alle Flüssigkeiten dieselbe. — Nach dem Torricellischen Gesetz würde das Wasser eines Springbrunnens zufolge von § 11. 1 bis zum Wasserspiegel in dem Behälter emporsteigen, wenn die Steighöhe nicht durch Reibung, Luftwiderstand und Widerstand der wiederherabfallenden Wassermassen vermindert würde.

Aus dem Wert der Ausflugschwindigkeit folgt, daß die
theoretische Ausflugsmenge für t sec = $f \cdot \sqrt{2gh} \cdot t$ cm
 ist.

Da auch von der Seite her Flüssigkeitsteilchen nach der Ausflußöffnung hinströmen, findet nahe bei dieser eine Zusammenziehung des ausfließenden Strahles statt. Die wirkliche Ausflugsmenge beträgt daher nur ungefähr 63% der theoretischen.

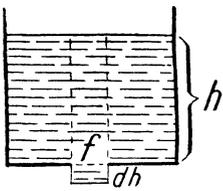


Fig. 79.

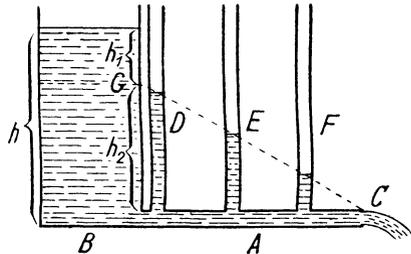


Fig. 80.

2. Die Flüssigkeit, welche durch die Röhre A (Fig. 80) aus dem Gefäß B (Füllhöhe: h cm) ausfließt, besitzt eine Ausflugschwindigkeit von weniger als $\sqrt{2gh}$ cm. (Die Ausflußparabel ist enger als ohne die Ausflußröhre!) Grund: Nur der Flüssigkeitsdruck, welcher der Höhe von h_1 cm (Fig. 80) entspricht, erzeugt die Ausflugschwindigkeit (von $\sqrt{2gh_1}$ cm; der Rest der Druckkraft (Druckhöhe: h_2 cm) wird zur Überwindung der Reibung in der Röhre verbraucht.

Der Reibungswiderstand von einer Stelle der Röhre an bis zu dem Ende C ist der Länge des dazwischen liegenden Röhrenstücks proportional, daher desgl. der Flüssigkeitsdruck, welcher an der betr. Stelle herrscht. Folge: Die oberen Enden der Flüssigkeitssäulen, die in die Ansatzröhren D, E und F hineinsteigen, liegen mit C und G in einer Geraden.

Aufgaben.

179. Ein Gefäß sei 32 cm hoch mit einer Flüssigkeit gefüllt. Mit welcher Geschwindigkeit fließt sie aus einer Öffnung im Boden des Gefäßes aus?

180. Wie groß ist bei der Flüssigkeit von Aufg. 179 die theoretische, wie groß die wirkliche Ausflussmenge für 10 sec, wenn die Ausflußöffnung 1 qcm groß ist?

181. Aus einer Öffnung eines Gefäßes fließt eine Flüssigkeit mit 3 m/sec Geschwindigkeit aus. Lotrechter Abstand der Öffnung vom Flüssigkeitsspiegel?

§ 40. Diffusion und Diosmose.

Manche Flüssigkeiten, z. B. Wasser und Quecksilber oder Wasser und Öl, mischen sich nicht; wenn man sie durcheinanderschüttelt, so trennen sie sich wieder, und die spezifisch leichtere lagert sich über die spezifisch schwerere. Andere Flüssigkeiten mischen sich, und zwar entweder in jedem Mengenverhältnis, z. B. Wasser und Weingeist, oder nicht in jedem Mengenverhältnis, z. B. Wasser und Schwefeläther. Erklärung dieser Erscheinungen durch das Überwiegen der Kohäsion jeder der Flüssigkeiten über ihre gegenseitige Adhäsion bzw. der gegenseitigen Adhäsion über die Kohäsion jeder der Flüssigkeiten.

Die Mischung entspricht der Lösung eines festen Körpers in einer Flüssigkeit. — Bei der Mischung mancher Flüssigkeiten tritt Volumenverminderung, verbunden mit Erwärmung, bei der Mischung anderer Flüssigkeiten Volumenvermehrung, verbunden mit Abkühlung, ein.

Wenn man zwei Flüssigkeiten, die sich zu mischen vermögen, übereinander schichtet, so tritt nach und nach ganz von selbst eine gleichmäßige Mischung der Flüssigkeiten ein. (**Diffusion.**)

Das Nämliche findet statt, wenn die zwei mischbaren Flüssigkeiten durch eine poröse Scheidewand, z. B. durch eine tierische oder pflanzliche Haut oder eine poröse Tonschicht, voneinander getrennt sind. (**Diosmose.**) Dabei geht meist von der einen Flüssigkeit eine größere Menge durch die Scheidewand hindurch als von der anderen. (Überwiegen der Adhäsion zwischen der Scheidewand und der ersten Flüssigkeit über die Adhäsion zwischen der Scheidewand und der zweiten Flüssigkeit!)

Ein Gefäß, dessen Boden von einem Stück Tierblase gebildet wird, und das oben in eine Röhre ausläuft, sei mit Kupfersulfatlösung gefüllt; bringt man das Gefäß in ein weiteres Gefäß, welches mit Wasser gefüllt ist, so steigt Flüssigkeit in der Röhre empor, und die Flüssigkeit in dem äußeren Gefäß färbt sich blau. (Fig. 81.) — Wichtigkeit der Diosmose für die Ernährung von Tieren und Pflanzen.

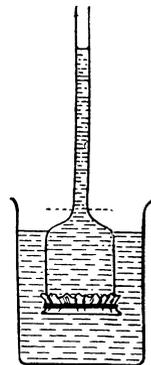


Fig. 81.
Diosmose.

D. Die Mechanik gasförmiger Körper.

§ 41. Barometer.

Zu wiederholen: U., Messen des Luftdrucks.

Außer dem Gefäfs-Quecksilberbarometer gibt es noch ein zweites Quecksilberbarometer, nämlich das **Heberbarometer**. Bei diesem ist die Barometeröhre unten umgebogen, jedoch nicht zu einem Gefäfs erweitert. (Fig. 82.)

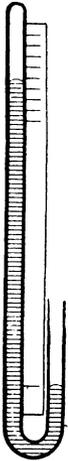


Fig. 82.
Heber-
barometer.

Wenn das Quecksilber in der Röhre eines Gefäfsbarometers oder im geschlossenen Schenkel eines Heberbarometers steigt, so sinkt es gleichzeitig in dem Gefäfs bzw. in dem offenen Schenkel des Barometers und umgekehrt. Mittel zur Berücksichtigung der zweiten Bewegung: a) Man macht die Skala beweglich, so daß man ihren Nullpunkt auf den Quecksilberspiegel in dem Gefäfs bzw. die Quecksilberkuppe in dem offenen Schenkel einstellen kann. (Bei einem Heberbarometer kann man statt dessen auch die Röhre beweglich machen.) b) Bei einem Gefäfsbarometer mit getrenntem Gefäfs bringt man eine Vorrichtung an, vermittels deren der Quecksilberspiegel in dem Gefäfs gehoben und gesenkt und dadurch auf den Nullpunkt der Skala eingestellt werden kann. (Beispiel: Der Boden des Gefäfses besteht aus einem Lederbeutel, gegen den man von unten her mit einer Schraube einen Druck ausüben kann.) c) Bei einem Heberbarometer bringt man neben beiden Schenkeln Einteilungen an mit gemeinsamem Nullpunkt in der Mitte. (2 Ablesungen und Addition derselben.)

Das Gewicht einer Quecksilbersäule von bestimmter Temperatur und bestimmter Höhe ist von der geogr. Breite ihres Ortes und von dessen Höhe über dem Meerespiegel abhängig. Dies ist ebenfalls zu berücksichtigen, wenn der Barometerstand ein genaues Maß des Luftdrucks darstellen soll. — Das Ende des Zeigers eines Aneroidbarometers sei mit einer Schreibspitze versehen, die auf einem Papierstreifen ruht. Dieser sei um eine Trommel gelegt, deren Achse der Bewegungsrichtung der Schreibspitze parallel ist, und die um ihre Achse von einem Uhrwerk in 24 Stunden einmal herumgedreht wird. Der Papierstreifen trage Striche parallel zur Bewegungsrichtung der Schreibspitze und senkrecht dazu. Erstere markieren etwa von 2 zu 2 Stunden die Zeit, letztere von Millimeter zu Millimeter den Barometerstand. Die Schreibspitze beschreibt daher auf dem Papierstreifen eine Kurve, durch welche fortlaufend mit der Zeit der Barometerstand aufgezeichnet wird. („Selbstregistrierendes Barometer“.)

§ 42. Die barometrische Höhenmessung.

Zu wiederholen: U., Sonstige Anwendungen des Barometers.

Eine Luftsäule in der Atmosphäre besitze eine Temperatur von 0°C . und eine Höhe von h m. Wir denken uns die Säule in h Schichten

von je 1 m Höhe geteilt und bezeichnen die Barometerstände an den unteren Enden der Schichten und am oberen Ende der obersten Schicht, von unten angefangen, der Reihe nach mit $b_0, b_1, b_2, \dots, b_h$. Dann verhalten sich die Gewichte und folglich auch die (mittleren) Dichten der beiden untersten Schichten wie $(b_0 - b_1) : (b_1 - b_2)$. Zufolge des **Boyleschen Gesetzes** verhalten sich diese Dichten auch wie $b_1 : b_2$. Aus $(b_0 - b_1) : (b_1 - b_2) = b_1 : b_2$ folgt aber:

$$b_0 : b_1 = b_1 : b_2.$$

Entsprechend findet man:

$$b_1 : b_2 = b_2 : b_3 = b_3 : b_4 \dots$$

Also:

Wachsen die Erhebungen über die Erdoberfläche in arithmetischer Reihe, so fallen die zugehörigen Barometerstände in geometrischer Reihe.

Der Quotient der geometrischen Reihe $b_0, b_1, b_2, \dots, b_h$ ist gleich $\frac{b_1}{b_0} \left(= \frac{b_2}{b_1} = \frac{b_3}{b_2} \dots \right)$. Mithin:

$$b_h = b_0 \cdot \left(\frac{b_1}{b_0} \right)^h.$$

Hieraus folgt:

$$h = \frac{\log b_0 - \log b_h}{\log b_0 - \log b_1}.$$

Denken wir uns die Luftsäule nach unten bis zur Höhe des Meeresspiegels fortgesetzt, so ist der Quotient der Reihe der Barometerstände auch gleich dem Barometerstand in 1 m Höhe über dem Meeresspiegel, dividiert durch den Barometerstand am Meeresspiegel (760 mm). Nun entspricht bei 0° C. und 760 mm Barometerstand einer Luftsäule von 1 m Höhe eine Quecksilbersäule von $\frac{1000 \cdot 0,001293}{13,59} = 0,095$ mm Höhe. (0,001293 = spez. Gewicht der Luft, 13,59 = spez. Gew. des Quecksilbers!) Folglich beträgt der Barometerstand in 1 m Höhe über dem Meeresspiegel $760 - 0,095 = 759,905$ mm. Daher: $\log b_0 - \log b_1 = \log 760 - \log 759,905 = 0,0000543$, also $\frac{1}{\log b_0 - \log b_1} = \frac{1}{0,0000543} = \text{rund } 18420$. Durch Einsetzen dieses Wertes in den Ausdruck für h erhält man:

$$h = 18420 \cdot (\log b_0 - \log b_h).$$

Aufgaben.

182. Mittlerer Barometerstand beim Hospiz auf dem St. Bernhard: 555 mm. Wie hoch liegt es über dem Meeresspiegel?

183. An einer Stelle der Erdoberfläche betrug der Barometerstand 750 mm. Wieviel betrug er in einer Höhe von 1000 m lotrecht über der Stelle? (Temperatur: 0° C.)

§ 43. Luftverdünnungspumpen.

Zu wiederholen: U., Luftverdünnungspumpen.

1. Es gibt verschiedene Arten von Luftpumpen. Bei der ersten Art kann in einem Stiefel ein luftdicht anschließender Kolben auf- und abbewegt werden. (**Kolbenluftpumpen**.) Hierzu gehört also die Luftpumpe der U. Sie ist außerdem mit Ventilen versehen. Aufser den **Kolbenluftpumpen** mit Ventilen (**Ventilluftpumpen**) sind solche mit Hähnen statt der Ventile (**Hahnluftpumpen**) in Gebrauch.

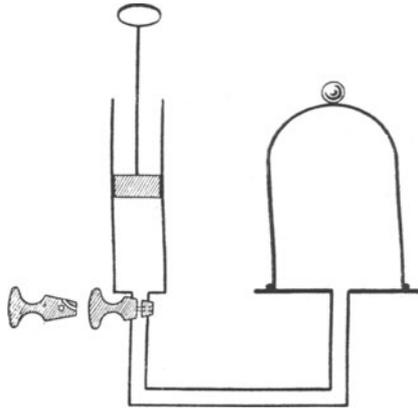


Fig. 83.

Hahnluftpumpe.

Bei einer Hahnluftpumpe befindet sich in der Saugröhre dicht bei dem Stiefel ein Hahn. Durch letzteren kann man den Stiefel einmal mit dem Rezipient, sodann unter Abschlufs des Rezipienten mit der äußeren Luft in Verbindung setzen. Dies ist bei einer Art von Hahnluftpumpen dadurch ermöglicht, daß der Hahn mit einer geraden und einer krummen Durchbohrung versehen ist. (S. Fig. 83. Bei der Stellung, welche der Hahn in der Hauptzeichnung besitzt, setzt er vermittels der geraden Durchbohrung den Stiefel mit dem Rezipient in Verbindung; bei der Stellung in der Nebensicht — von der anderen

Stellung um 90° verschieden! — schließt er den Rezipient ab und verbindet vermittle der krummen Durchbohrung den Stiefel mit der äußeren Luft.) Wirkungsweise der Pumpe?

Bei einer zweistiefligen Hahnluftpumpe ist an der Stelle, wo sich die beiden Saugröhren vereinigen, der passend durchbohrte Hahn angebracht. — Auch eine Hahnluftpumpe kann als Kompressionspumpe (S. U.) benutzt werden. Wie ist zu diesem Zweck mit der Pumpe zu verfahren?

Derjenige Raum einer Kolbenluftpumpe, welcher vor dem Emporziehen des Kolbens mit Luft von der Dichte der äußeren Luft gefüllt ist (z. B. bei einer Ventilluftpumpe der Raum zwischen dem möglichst tief herabgedrückten Kolben und dem Stiefelboden), heißt **schädlicher Raum** der Pumpe. Ist die Verdünnung im Rezipient soweit fortgeschritten, daß die Luft im schädlichen Raume von der Dichte der äußeren Luft, auf den Raum zwischen dem Stiefelboden und der höchsten Lage des Kolbens ausgedehnt, die im Rezipient herrschende Dichte annimmt (d. h. keine geringere Dichte mehr besitzt als die Luft im Rezipient), so ist die praktische Grenze der Verdünnung erreicht und also weiteres Pumpen unnütz.

Ist die Dichte der äußeren Luft gleich d , die Dichte im Rezipient bei erreichter Verdünnungsgrenze gleich d' , und beträgt die Größe des schädlichen Raumes s , diejenige des Stiefelraumes (zwischen Stiefelboden und höchster Lage des Kolbens) S Volumeneinheiten, so ist nach obigem

$$d' = \frac{s}{S} \cdot d.$$

Sieht man von dem schädlichen Raume ab und bezeichnet die Größe des Raumes des Rezipienten (einschließlich desjenigen der Saugröhre) mit R Volumeneinheiten, so ist die Dichte im Rezipient nach

dem ersten Kolbenhub $d_1 = \frac{R}{R+S} \cdot d$, nach dem zweiten Kolbenhub

$d_2 = \frac{R}{R+S} \cdot d_1 = \left(\frac{R}{R+S}\right)^2 \cdot d$ usw., nach dem n ten Kolbenhub

$$d_n = \left(\frac{R}{R+S}\right)^n \cdot d.$$

Wann ist bei einer Kompressionspumpe die Grenze der Verdichtung erreicht? Stelle für eine Kompressionspumpe die entsprechenden Formeln wie vorher auf.

2. Wenn Wasser aus einer engen Öffnung unter starkem Druck ausströmt, so reißt es Luftteilchen mit sich. Hierauf beruht die Wasserluftpumpe. (Fig. 84, S. 98, oben.)

Die mit einer Wasserluftpumpe erreichbare Verdünnung kann natürlich nur gehen bis zur Spannkraft des gesättigten Wasserdampfs für die herrschende Temperatur.

Läßt man das Abflußrohr einer Wasserluftpumpe in ein abgeschlossenes Gefäß gehen, an welches sich unten und oben je ein Rohr

ansetzt, so trennen sich in dem Gefäß Wasser und Luft, und das Wasser strömt durch das untere Rohr, die Luft in einem Strahle durch das obere Rohr aus. (**Wasserstrahlgebläse**, Fig. 84 unten.)

3. Auf demselben Prinzip wie die Wasserluftpumpe beruht die Sprengelsche Quecksilberluftpumpe. Dagegen wird bei der **Quecksilberluftpumpe nach Geißler** (Fig. 85) die Torricellische Leere des Quecksilberbarometers benutzt. Zunächst ist bei dieser Pumpe der Hahn 1

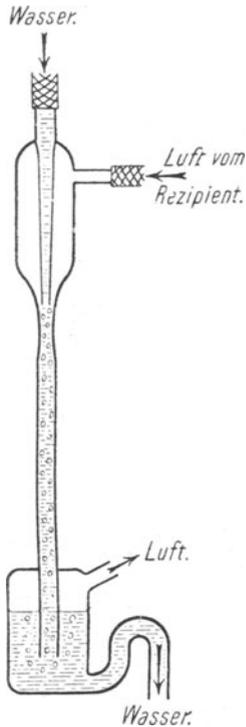


Fig. 84
Wasserluftpumpe und
Wasserstrahlgebläse.

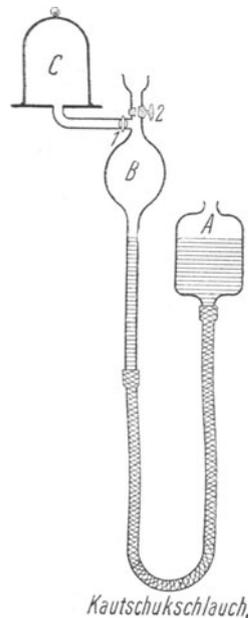


Fig. 85.
Quecksilberluftpumpe
nach Geißler.

geschlossen und der Hahn 2 geöffnet. (Beide Hähne sind einfach quer durchbohrt.) Nun wird das Gefäß A gehoben, bis das Quecksilber (in der Figur wagrecht schraffiert!) über den Hahn 2 getreten ist, sodann dieser Hahn geschlossen und A soweit gesenkt, daß die sich bildende Torricellische Leere bis zur unteren Öffnung des Gefäßes B reicht. Hierauf wird der Hahn 1 geöffnet und nach eingetretenem Ausgleich der Dichten in B und dem Rezipient C wieder geschlossen, der Hahn 2 wieder geöffnet, A wieder gehoben usw.

Vgl. die Quecksilberluftpumpe nach Geißler mit einer Kolbenluftpumpe! (Das Quecksilber vertritt den Kolben, das Gefäß B den Stiefel. Bedeutende Überlegenheit der Quecksilberluftpumpe über eine Kolbenluftpumpe wegen des Fehlens eines schädlichen Raumes! Welches ist bei einer Quecksilberluftpumpe die äußerste erreichbare Verdünnung?) — Die Quecksilberluftpumpe nach Geißler ist in neuerer Zeit in ihrer Handhabung dadurch erheblich vereinfacht worden, daß die Hähne durch poröse Platten ersetzt wurden, durch deren Poren Luft, nicht aber Quecksilber hindurchgeht, und über denen etwas Quecksilber steht. Das Verbindungsrohr nach dem Rezipient ist hierbei U-förmig und enthält in dem Schenkel, der sich oben an das Gefäß B von Fig. 85 ansetzt, die Platte, welche den Hahn 1 dieser Figur ersetzt. Die Pumpe wirkt bei dieser Einrichtung selbsttätig! Wirkungsweise?

Aufgaben.

184. Bei einer Kolbenluftpumpe beträgt der Raum des Stiefels 1 cdm, der schädliche Raum 2 ccm. Größte erreichbare Verdünnung?

185. Bei der Luftpumpe von Aufg. 184 betrage der Raum des Rezipienten 2 cdm, und dieser sei ursprünglich mit Luft von dem herrschenden Luftdruck gefüllt. Wie groß ist der Druck im Rezipient nach dem 10. Kolbenhub, und nach dem wievielten Kolbenhub ist die Grenze der Verdünnung erreicht, wenn der herrschende Barometerstand 750 mm beträgt und von dem schädlichen Raume abgesehen wird?

§ 44. Diffusion.

Setzt man zwei Gefäße, welche mit Gasen gefüllt sind, miteinander in Verbindung, so diffundieren die Gase, d. h. sie vermischen sich gleichmäßig. (Jedes der Gase breitet sich so aus, als ob das andere nicht vorhanden wäre.)

Auf einen oben offenen Glaszylinder, der mit Kohlensäure (spez. schwerer als Luft!) gefüllt ist, werde ein gleicher, mit Luft gefüllter Zylinder gestülpt, in welchem ein Stückchen angefeuchteten blauen Lackmuspapiers hängt. Dann färbt sich dieses nach und nach rot.

Zwei Gase diffundieren auch durch eine poröse Scheidewand hindurch, und zwar das spezifisch leichtere mit größerer Geschwindigkeit.

Eine poröse Tonzelle mit abwärts gekehrter Öffnung enthalte Luft und sei durch einen Kork verschlossen, durch den eine Glasröhre geht; letztere sei unten U-förmig gebogen und enthalte in ihrem untersten Teil gefärbtes Wasser. Stülpt man über die Zelle ein Becherglas und läßt in dieses Leuchtgas eintreten, so sinkt das Wasser in dem längeren Röhrenschenkel und steigt in dem kürzeren. (Fig. 86.) Entfernt man hierauf rasch Gasschlauch und Becherglas, so sinkt das Wasser in dem kürzeren Röhrenschenkel und steigt in dem längeren.

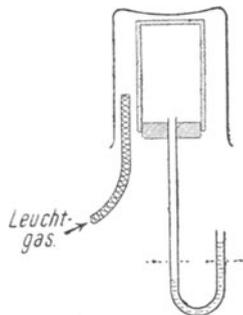


Fig. 86.

E. Wellenlehre.

§ 45. Allgemeines von den Wellenbewegungen.

Zu wiederholen: U., Fortpflanzung und Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer Schallbewegung.

1. Ein Teilchen eines festen Körpers sei gegen die Nachbarteilchen ohne Überschreitung der Elastizitätsgrenze verschoben. Dann ist nach § 12 die (Elastizitäts-) Kraft, von welcher das Teilchen nach seiner Gleichgewichtslage zurückgetrieben wird, und daher (wegen $P = m \cdot a$) auch die Beschleunigung, welche dabei die Kraft dem Teilchen erteilt, dem Abstand desselben von seiner Gleichgewichtslage proportional. Folgerung:

Wenn an einer Stelle eines Mittels das elastische Gleichgewicht gestört wird, so breitet sich von der betr. Stelle aus in dem Mittel eine harmonische Schwingungsbewegung nach allen Richtungen als Wellenbewegung aus. (Beispiel: Schallwellenbewegungen in festen Körpern, in Flüssigkeiten und in Gasen.)

Beachte: Die Elastizitätskraft folgt einem ganz anderen Gesetze als die Gravitationskraft, indem sie nicht wie diese dem Quadrat eines Abstands umgekehrt, sondern der ersten Potenz eines solchen direkt proportional ist.

Früher nahm man an, daß das Licht aus winzig kleinen Körperchen bestehe, die von den Lichtquellen ausgeschleudert würden. Wie sich später zeigen wird, treten jedoch beim Licht Erscheinungen einer bestimmten Art auf, die in der Wellenlehre bald besprochen werden wird, und diese Erscheinungen lassen erkennen, dass **wir das Licht aufzufassen haben, als Energie harmonischer Schwingungen, die sich als Wellenbewegung ausbreitet.** Da das Licht auch von Himmelskörpern durch den Weltraum zu uns kommt, **denken wir uns den sog. leeren Raum und die Zwischenräume zwischen den Teilchen der Körper ausgefüllt mit einem unwägbar feinen Stoff, Weltäther genannt,** als dem Träger der Lichtwellenbewegung. Letztere ist außerdem, wie sich gleichfalls später zeigen wird, nicht die einzige Wellenbewegung im Weltäther.

2. Das Mittel, in welchem von einer Stelle aus eine Wellenbewegung fortschreitet, sei homogen. Dann breitet sich die Bewegung offenbar nach allen Richtungen gleichmäßig längs gerader Linien („Wellenstrahlen“), d. h. sie breitet sich kugelförmig aus. (Die „Wellenfläche“ ist eine Kugeloberfläche.)

Alle Teilchen eines Wellenstrahls machen dieselbe ununterbrochene Reihe von Schwingungszuständen durch. Da jedoch jedes Teilchen des Strahls etwas später zu schwingen beginnt als das vorhergehende, so befinden sich gleichzeitig die verschiedenen Teilchen des Strahls in verschiedenen Schwingungszuständen.

Die Strecke, um welche die Wellenbewegung während einer Schwingungsdauer eines Teilchens fortschreitet, heißt **Wellenlänge** der Wellenbewegung. Beträgt mithin die Wellenlänge der Wellenbewegung λ , die Fortpflanzungsgeschwindigkeit derselben (= Fortpflanzungsstrecke für 1 sec) c Längeneinheiten, die Schwingungsdauer eines Teilchens T sec und die Schwingungszahl eines Teilchens n , so ist

$$\lambda = c \cdot T, c = n \cdot \lambda.$$

3. Wenn jemand in der Ferne eine Musikkapelle spielen hört, so vernimmt er die gespielten Melodien. Die gleichzeitig erregten Schallwellenbewegungen kommen also trotz verschiedener Schwingungsweite und Schwingungszahl (Schwingungszeit) gleichzeitig bei dem Beobachter an, d. h. **sie pflanzen sich alle in der Luft mit derselben Geschwindigkeit fort.** Entsprechend ist auch die Fortpflanzungsgeschwindigkeit aller Schallwellenbewegungen in einem anderen Gase, in einer Flüssigkeit und in einem festen Körper dieselbe, desgl. die Fortpflanzungsgeschwindigkeit aller Wellenbewegungen im freien Weltäther.

4. Eine von einer Tonquelle ausgehende Schallwellenbewegung pflanze sich der Reihe nach in verschiedenen Mitteln fort. Dann bleibt dabei die Höhe des Tones und also die Schwingungszahl (Schwingungszeit) der Teilchen unverändert. (Tönen einer Glocke im Zimmer und vor der Türe!) Da hingegen die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Schallwellenbewegung in den verschiedenen Mitteln verschieden groß ist, so ändert sich wegen $c = n \cdot \lambda$ ($\lambda = c \cdot T$) beim Übergang der Bewegung in ein neues Mittel proportional zu ihrer Fortpflanzungsgeschwindigkeit auch ihre Wellenlänge. Folglich:

Das Charakteristische für eine bestimmte Wellenbewegung ist die Schwingungszahl (Schwingungszeit) der Teilchen, nicht aber die Wellenlänge.

5. Wenn eine Wellenbewegung längs eines Wellenstrahls fortschreitet, so können die Teilchen des Strahls senkrecht zu seiner Richtung oder in seiner Richtung schwingen. (**Quer- oder transversale bzw. Längs- oder longitudinale Wellenbewegung.**)

Bei einer Querwellenbewegung schwingen die Teilchen „auf und ab“, bei einer Längswellenbewegung „hin und her“.

Da feste Körper einer Änderung ihrer Form und ihrer Größe widerstreben, Flüssigkeiten und Gase nur einer Änderung ihrer Größe, so **sind bei festen Körpern transversale und longitudinale, dagegen bei Flüssigkeiten und Gasen nur longitudinale Wellenbewegungen möglich.**

Die sog. Wasserwellenbewegung (transversal!) an der freien Oberfläche von Wasser (oder einer anderen Flüssigkeit) gehört nicht hierher, weil die bei ihr stattfindenden Schwingungen unter dem Einfluß der Schwere der schwingenden Teilchen erfolgen.

Aufgaben.

186. Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer Wellenbewegung (Schallwellenbewegung in Wasser): 1435 m/sec, Wellenlänge: 3,5 m. Schwingungszahl?

187. Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer Schallwellenbewegung in der Luft: 340 m/sec. Schwingungszahl: 16 oder 20000. (Kleinste bzw. größte Schwingungszahl eines Tones!) Wellenlänge?

188. Wellenlänge bei einer Wellenbewegung (Schallwellenbewegung in Eisen): 10 m. Schwingungszeit: 0,002 sec. Fortpflanzungsgeschwindigkeit?

189. In einem Mittel pflanzen sich zwei Wellenbewegungen mit derselben Geschwindigkeit fort. Beziehung zwischen Wellenlängen und Schwingungszahlen?

§ 46. Fortschreitende transversale Wellenbewegungen.-

In Fig. 87 zeigen die stark ausgezogenen Linien die Lagen der Teilchen eines Wellenstrahls bei einer längs desselben fortschreitenden transversalen Wellenbewegung, nachdem das Teilchen (1) an der Störungsstelle $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, 1, $1\frac{1}{4}$ Schwingungen gemacht hat. Dabei ist vorausgesetzt, daß sich die Bewegung während $\frac{1}{12}$ Schwingungsdauer um den

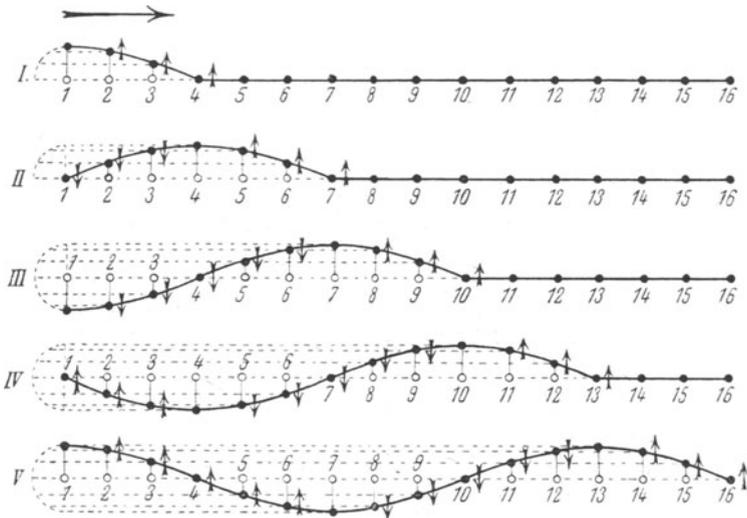


Fig. 87.

Fortschreitende Querwellenbewegung.

Abstand der Teilchen 1 und 2, 2 und 3 usw. fortpflanzt, und daß die Schwingungsweite von Teilchen zu Teilchen sich nicht ändert. Die jeweils von der Bewegung ergriffenen Teilchen liegen auf einer krummen Linie, **Wellenlinie** genannt. Die Teilchen zwischen 1 und 7 in Zeichnung II, 4 und 10 in Zeichnung III, 7 und 13 in Zeichnung IV,

10 und 16 in Zeichnung V bilden zusammen einen **Wellenberg**, die Teilchen zwischen 1 und 7 in Zeichnung IV, 4 und 10 in Zeichnung V ein **Wellental**. Wenn also die Teilchen ihre Schwingungsbewegung nach oben beginnen, so schreitet die Wellenbewegung in der Weise fort, daß ein Berg vorangeht und diesem ein Tal folgt. Wie man ferner aus den beigezeichneten Pfeilen ersieht, bewegen sich stets die Teilchen vor dem Kamm eines Berges bis zur nächsten Talsohle sämtlich nach oben, diejenigen hinter dem Kamm eines Berges ebenfalls bis zur nächsten Talsohle sämtlich nach unten.

Ein Wellenberg und das dahinter (oder davor) liegende Wellental bilden zusammen eine **Welle**. Sind mehrere Wellen längs eines Wellenstrahls vorhanden, so heißen sie zusammen ein **Wellensystem** oder ein **Wellenzug**.

Zufolge von § 45, 2 beträgt die gegenseitige Entfernung der äußersten Punkte einer Welle eine Wellenlänge. Ebenso groß ist nach Fig. 87, Zeichnung V, der Abstand irgend zweier aufeinanderfolgenden Teilchen von gleichem Schwingungszustand oder gleicher **Phase**, z. B. der Abstand der Kämme zweier benachbarten Wellenberge oder der Sohlen zweier benachbarten Wellentäler.

Beachte: Die Teilchen zwischen zwei aufeinanderfolgenden Teilchen gleicher Phase weisen zusammen alle diejenigen Schwingungszustände gleichzeitig auf, welche ein einzelnes schwingendes Teilchen während einer vollen Schwingung nach und nach durchmacht.

Beispiel einer fortschreitenden transversalen Wellenbewegung: Ein langer Gummischlauch sei in lotrechter Lage an seinen Enden so befestigt, daß er etwas gespannt ist; führt man bei seinem einen Ende einen Schlag senkrecht gegen ihn, so sieht man eine transversale Welle nach seinem anderen Ende hin laufen.

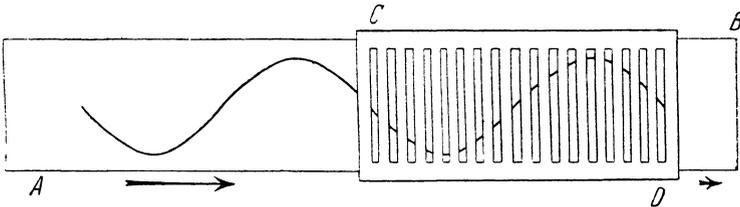


Fig. 88.

Veranschaulichung einer fortschreitenden Querwellenbewegung.

Beispiele für die Veranschaulichung einer transversalen Wellenbewegung, welche längs eines Wellenstrahls fortschreitet:

1) Ein Papierstreifen (A B, Fig. 88), auf den eine Wellenlinie gezeichnet ist, wird hinter einer dünnen Platte mit schmalen parallelen Schlitzen (C D, Fig. 88) gleich hmäßig weggezogen. Die jeweils in den

Schlitzten sichtbaren Teilchen der Wellenlinie erregen dann den Eindruck, als ob eine transversale Wellenbewegung in einer Molekülreihe fortschritte.

Bequemer: A B ist auf Leinwand aufgezogen und als Streifen ohne Ende um zwei parallele Walzen gelegt, deren eine vermittle einer Kurbel gleichmäßig gedreht wird. (Fig. 89.)

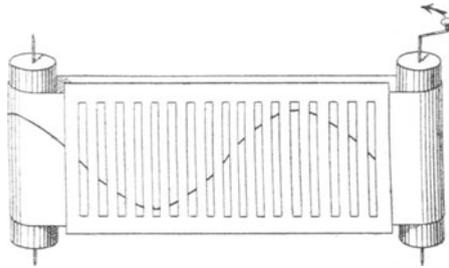


Fig. 89.

Veranschaulichung einer fortschreitenden Querwellenbewegung.

2) Ein dicker Draht mit matt schwarzer Oberfläche ist in Form einer Schraubenlinie gebogen und um deren (wagrechte) Achse vermittle einer Kurbel drehbar. Man läßt ihn dicht vor einem weißen Schirm, welchem die Drehachse parallel ist, gleichmäßig drehen und betrachtet ihn aus größerer Entfernung senkrecht zu dem Schirm. Dann projiziert er sich für das Auge auf den Schirm als fortschreitende transversale Wellenbewegung. (Jede Stelle des Drahtes beschreibt gleichförmig einen Kreis, ihre Projektion also eine harmonische Schwingungsbewegung.)

Wirkliche Herstellung der Projektion als Schattenbild des Drahtes vermittle Sonnenlichts! — Die durch Fig. 89 dargestellte und die unter 2) beschriebene Vorrichtung gehören zu den sog. Wellenmaschinen (= maschinellen Vorrichtungen für die Veranschaulichung von Wellenbewegungen).



Fig. 90.

Wasserwellenbewegung.

Bei einer Wasserwellenbewegung beschreiben die Teilchen der Oberfläche nahezu kreisförmige Bahnen (Fig. 90), die etwas darunter liegenden Teilchen Ellipsen mit wagrechten großen Achsen und die noch etwas tiefer liegenden Teilchen wagrechte Geraden. Nachweis vermittle der Weberschen Wellenrinne: Ein Trog mit Längswänden aus Glas enthält Wasser, in welchem Bernsteinpulver oder dergl. aufgeführt ist.

§ 47. Fortschreitende longitudinale Wellenbewegungen.

Man denke sich in Fig. 87 die Elongationen aller Teilchen in die Fortpflanzungsrichtung der Wellenbewegung geklappt, und zwar bei jedem Teilchen nach rechts oder links, je nachdem es sich oberhalb oder unterhalb seiner Gleichgewichtslage befindet. Dann erhält man offenbar die Lagen der Teilchen bei einer längs des Wellenstrahls fortschreitenden longitudinalen Wellenbewegung, nachdem das Teilchen an der Störungsstelle $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, 1, $1\frac{1}{4}$ Schwingungen gemacht hat. (S. Fig. 91.) Folglich sind die longitudinalen Wellenbewegungen auf die anschaulicheren transversalen zurückführbar.



Fig. 91.

Fortschreitende Längswellenbewegung.

Da bei einer longitudinalen Wellenbewegung die Teilchen nicht aus der Fortpflanzungsrichtung heraustreten, fehlen hier Berge und Täler. Dafür finden wir **Verdichtungen** (in Zeichnung I von Fig. 91 bei 4, in Zeichnung II bei 7, in Zeichnung III bei 10, in Zeichnung IV bei 13 und 1, in Zeichnung V bei 16 und 4) und **Verdünnungen** (in Zeichnung II bei 1, in Zeichnung III bei 4, in Zeichnung IV bei 7, in Zeichnung V bei 10). Beginnen die Teilchen bei der longitudinalen Wellenbewegung ihre Schwingungsbewegung in der Richtung der Bewegungsfortpflanzung, so schreitet nach Fig. 91 die Wellenbewegung in der Weise fort, daß eine Verdichtung vorangeht und dieser eine Verdünnung folgt.

Beachte: Die Verdichtungen und Verdünnungen treten bei denjenigen Teilchen auf, welche sich gerade in ihren Gleichgewichtslagen befinden, nicht aber bei denjenigen, die am weitesten von diesen Lagen entfernt sind. Eine Verdichtung entspricht folglich nicht einem Wellenberg, eine Verdünnung nicht einem Wellental bei einer fortschreitenden transversalen Wellenbewegung.

In Zeichnung IV von Fig. 91 befindet sich zwischen den Teilchen 1 und 13, in Zeichnung V zwischen den Teilchen 4 und 16 eine longitudinale Welle.

Auch bei einem longitudinalen Wellenzug beträgt natürlich der Abstand irgend zweier aufeinanderfolgenden Teilchen von gleicher Phase eine Wellenlänge.

Beispiel einer fortschreitenden longitudinalen Wellenbewegung: Eine Schallwellenbewegung, welche in der Luft oder in Wasser fortschreitet. Eine Art fortschreitender longitudinaler Wellenbewegung entsteht auch in einer Drahtspirale, wenn man die äußerste Windung am einen Ende der Spirale in der Richtung von deren Achse rasch mit der Hand ein kleines Stück weit bewegt und dann losläßt.

Beispiel für die Veranschaulichung einer longitudinalen Wellenbewegung, welche längs eines Wellenstrahls fortschreitet:

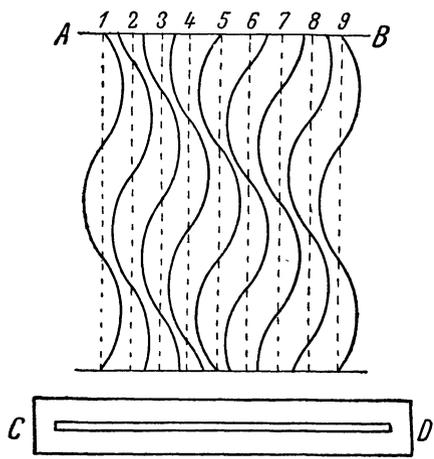


Fig. 92.

Veranschaulichung einer fortschreitenden Längswellenbewegung.

Man denke sich hinter einem Wellenstrahl AB (Fig. 92), dessen Teilchen von einer fortschreitenden longitudinalen Wellenbewegung ergriffen sind, ein Blatt Papier von unten nach oben gleichmäßig weggezogen und dabei die Teilchen 1, 2, 3, ... schreibend. Dann erhält man das System von Wellenlinien, welches in der oberen Zeichnung von Fig. 92 dargestellt ist. Diese Zeichnung wird gleichmäßig von unten nach oben hinter einer dünnen Platte mit schmalen wagrechten Schlitz (CD , Fig. 92 unten) weggezogen. Die jeweils in dem Schlitz sichtbaren Teilchen der Wellenlinien erregen

dann den Eindruck, als ob eine longitudinale Wellenbewegung in einer Molekülreihe fortschritte.

Bequemer: Man legt die Zeichnung um einen Zylinder mit wagrechter Achse und dreht diesen dicht hinter dem Schlitz gleichmäßig um seine Achse. (Wellenmaschine von Wheatstone für fortschreitende longitudinale Wellen.)

§ 48. Die Zurückwerfung einer Wellenbewegung an einem dünneren und an einem dichteren Mittel.

Eine Anzahl kleinerer Elfenbeinkugeln von gleicher Masse seien wie die Kugeln eines Perkussionspendels nebeneinander aufgehängt, und ihre Reihe setze sich fort in einer Reihe größerer Elfenbeinkugeln, welche in derselben Weise aufgehängt sind und ebenfalls gleiche Masse besitzen. (Fig. 93, S. 107.) Hebt man die äußerste kleinere oder größere

Kugel empor und läßt sie auf die Nachbarkugel zurückfallen, so tritt nach den Sonderfällen von § 35, 1 das Nachstehende ein.

Wird die äußerste kleinere Kugel emporgehoben, so pflanzt sich zunächst die Geschwindigkeit, mit der sie auf die Nachbarkugel stößt, unverändert durch die ganze Reihe der kleineren Kugeln fort. Wenn der Stoß an der Reihe der größeren Kugeln angelangt ist, so pflanzt sich erstens eine Geschwindigkeit von der bisherigen Geschwindigkeitsrichtung durch die Reihe der größeren Kugeln und zweitens eine Geschwindigkeit nach rückwärts durch die Reihe der kleineren Kugeln fort. Letztere Geschwindigkeit ist im allgemeinen kleiner als die ursprüngliche Stoßgeschwindigkeit der äußersten kleineren Kugel; nur wenn die Massen der kleineren Kugeln gegenüber denjenigen der größeren als unendlich

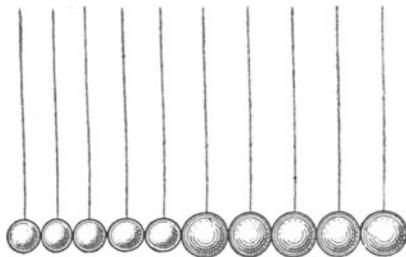


Fig. 93.

klein angesehen werden können (z. B. wenn die Reihe der größeren Kugeln festgehalten wird), sind beide Geschwindigkeiten einander gleich.

Wird die äußerste größere Kugel emporgehoben, so pflanzt sich zunächst die Geschwindigkeit, mit welcher sie auf die Nachbarkugel stößt, durch die ganze Reihe der größeren Kugeln fort. Ist der Stoß an der Reihe der kleineren Kugeln angekommen, so pflanzt sich erstens eine Geschwindigkeit von der bisherigen Geschwindigkeitsrichtung durch die Reihe der kleineren Kugeln fort, und zweitens behält diejenige größere Kugel, welche an die Reihe der kleineren Kugeln anstößt, eine Geschwindigkeit von der ursprünglichen Richtung. Wären die größeren Kugeln elastisch mit einander verbunden, so würde sich diese Geschwindigkeit in der Reihe der größeren Kugeln (durch Zug) nach rückwärts fortpflanzen. Letztere Geschwindigkeit ist im allgemeinen kleiner als die ursprüngliche Stoßgeschwindigkeit der äußersten größeren Kugel; bloß wenn die Massen der kleineren Kugeln gegenüber denjenigen der größeren verschwindend klein (die kleineren Kugeln gar nicht vorhanden) sind, sind beide Geschwindigkeiten einander gleich.

Genau das Entsprechende findet statt, wenn eine Wellenbewegung an der Grenzfläche eines neuen Mittels ankommt. Dann geht nämlich die Bewegung mit einem Teil ihrer Energie ohne Änderung der anfänglichen Bewegungsrichtung der Teilchen und also ohne Phasenänderung in das neue Mittel über; mit dem anderen Teil geht sie in das alte Mittel zurück: Zurückwerfung oder Reflexion der Wellenbewegung. Auch bei der zurückgeworfenen Wellenbewegung ist gegenüber der ankomm-

menden keine Phasenänderung vorhanden, wenn das neue Mittel weniger dicht ist als das alte. Ist dagegen das neue Mittel dichter als das alte, so ist die zurückgeworfene Wellenbewegung gegenüber der ankommenden um eine halbe Wellenlänge verschoben. Schwingungsdauer und Wellenlänge sind bei der zurückgeworfenen Wellenbewegung ebenso groß wie bei der ankommenden, die Schwingungsweite aber ist bei jener Wellenbewegung im allgemeinen kleiner als bei dieser. Nur wenn die Dichte des neuen Mittels gegenüber derjenigen des alten als unendlich groß oder unendlich klein zu betrachten ist, sind beide Schwingungsweiten einander gleich. (Zurückwerfung am „festen“ oder am „freien Ende“ eines Körpers. Das freie Ende befindet sich da, wo der Körper an die Luft anstößt.)

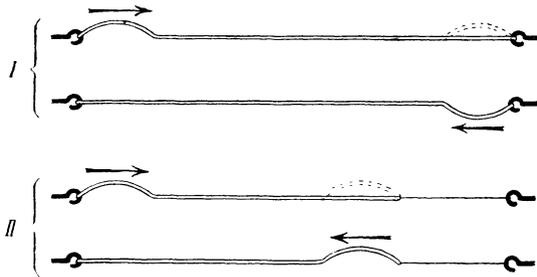


Fig. 94.

Ein Seil sei an seinen Enden so befestigt, daß es etwas gespannt ist. Bei dem einen Ende wird ein Schlag senkrecht gegen es geführt. Je nachdem dann das Seil am andern Ende unmittelbar oder vermittels einer dünnen Schnur an einem Haken befestigt ist, geht z. B. ein daselbst ankommender Wellenberg als Wellental oder als Wellenberg durch das Seil zurück. (Fig. 94 I bzw. II.) — Eine (wagrechte) Drahtspirale sei an ihren einzelnen Windungen an Fäden aufgehängt. Die äußerste Windung am einen Ende der Spirale werde in der Richtung von deren Achse mit der Hand rasch ein Stück weit bewegt und hierauf losgelassen. Je nachdem dann die äußerste Windung am anderen Ende der Spirale in einen Halter geklemmt oder frei ist, geht z. B. eine daselbst ankommende Verdichtung als Verdichtung oder als Verdünnung durch die Spirale zurück.

§ 49. Allgemeines von der Interferenz von Wellenbewegungen. Die Interferenz von Wellenbewegungen gleicher Fortpflanzungsrichtung.

1. Breiten sich zwei oder mehrere Wellenbewegungen in demselben Mittel aus, so stören sie sich in ihrer Ausbreitung gegenseitig nicht. Daher setzen sich in jedem Augenblick die Elongationen, welche die Wellenbewegungen einem Teilchen zu erteilen suchen, gemäß dem Unabhängigkeitsprinzip zu einer einzigen Elongation zusammen, d. h.

die Wellenbewegungen vereinigen sich zu einer einzigen Wellenbewegung. **(Interferenz der Wellenbewegungen.)**

Wenn die Wellenbewegungen längs desselben Wellenstrahls fortschreiten und transversal sind, so ist zu unterscheiden, ob sie in derselben Ebene verlaufen oder nicht. **Wir betrachten in diesem und dem folgenden § nur den ersten Fall als vorliegend.**

Wie sich später zeigen wird, treten auch beim Licht Interferenzerscheinungen auf. Dies sind diejenigen Erscheinungen, auf deren Auftreten schon in § 45,1 hingewiesen wurde als Grund dafür, daß wir das Licht aufzufassen haben als Energie harmonischer Schwingungen, die sich als Wellenbewegung (im Weltäther) ausbreitet.

2. Längs eines Wellenstrahls mögen zwei oder mehrere Wellenbewegungen gleicher Fortpflanzungsrichtung fortschreiten. Die Elongationen, welche sie einem Teilchen des Strahls zu erteilen suchen, addieren sich dann in jedem Augenblick algebraisch. Nachstehend sind die verschiedenen Fälle, welche dabei vorkommen können, zusammengestellt und durch Zeichnungen erläutert. In diesen sind überall die Wellenlinien der interferierenden Wellenbewegungen gestrichelt, die Wellenlinie der resultierenden Wellenbewegung ausgezogen.

1) Die interferierenden Wellenbewegungen haben gleiche Wellenlänge.

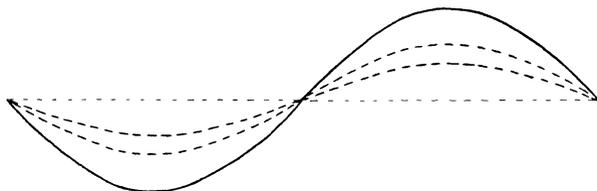


Fig. 95.

a) Es interferieren zwei Wellenbewegungen, welche keinen Gangunterschied (oder einen Gangunterschied von einer geraden Anzahl halber Wellenlängen) besitzen. (Fig. 95. Die Wellenbewegungen verstärken sich gegenseitig.)

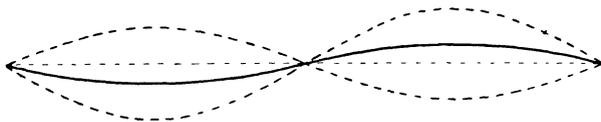


Fig. 96.

b) Es interferieren zwei Wellenbewegungen, welche einen Gangunterschied von einer halben Wellenlänge (oder von einer ungeraden Anzahl halber Wellenlängen) besitzen. (Fig. 96. Die eine Wellen-

bewegung wird durch die andere geschwächt; sind die Schwingungswreiten der Wellenbewegungen einander gleich, so vernichten sich diese gegenseitig.)

c) Es interferieren zwei Wellenbewegungen von beliebigem Gangunterschied. (Fig. 97.)

2) Die interferierenden Wellenbewegungen haben verschiedene Wellenlängen. (Fig. 98 und Fig. 99. In ersterer sind zwei, in

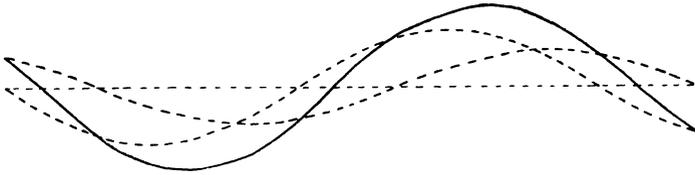


Fig. 97.

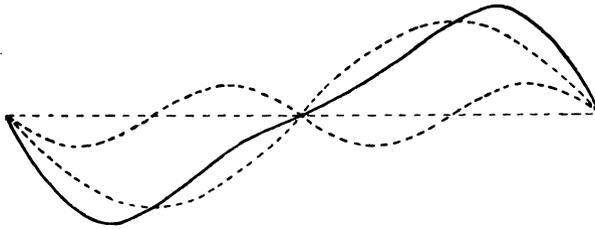


Fig. 98.

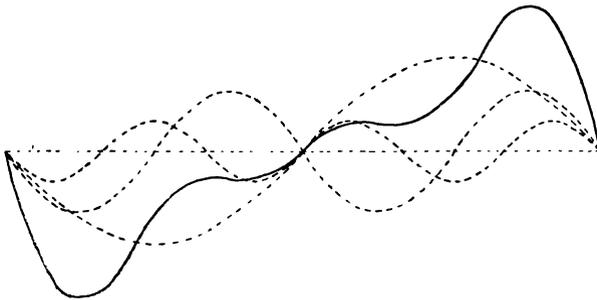


Fig. 99.

letzterer drei interferierende Wellenbewegungen dargestellt, deren Wellenlängen sich verhalten wie $\frac{1}{2}:1$ bzw. wie $\frac{1}{3}:\frac{1}{2}:1$. Die resultierenden Wellenlinien lassen erkennen, daß die Teilchen des Wellenstrahls unter dem gemeinschaftlichen Einfluß der interferierenden Wellenbewegungen verwickeltere Bewegungen ausführen.)

§ 50. Die Interferenz zweier Wellenbewegungen von entgegengesetzter Fortpflanzungsrichtung.

Längs eines Wellenstrahls mögen zwei Wellenbewegungen von entgegengesetzter Fortpflanzungsrichtung fortschreiten. Wir beschränken die Betrachtung ihrer Interferenz auf den wichtigsten Fall, daß sie gleiche Wellenlänge und gleiche Schwingungsweite besitzen.

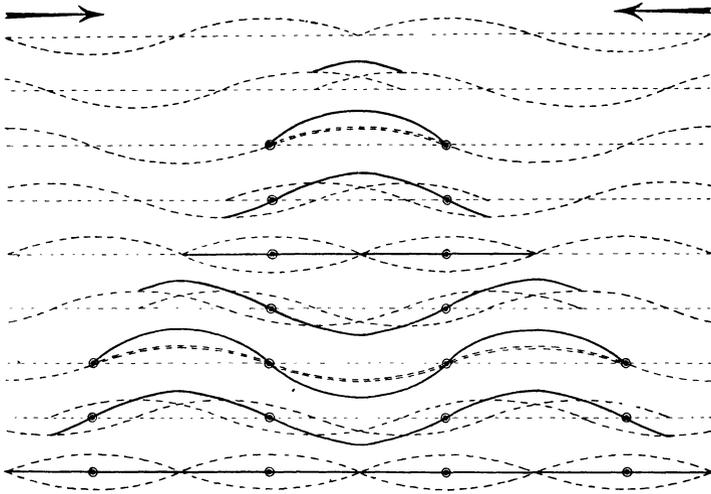


Fig. 100.

besitzen. Fig. 100 zeigt dann die Interferenz der Wellenbewegungen $\frac{1}{8}, \frac{2}{8}, \dots, \frac{8}{8}$ Schwingungsdauer später, als die Wellenbewegungen zusammengetroffen sind. (Auch in dieser Figur sind überall die Wellenlinien der interferierenden Wellenbewegungen gestrichelt, die Wellenlinie der resultierenden Wellenbewegung ausgezogen.) In Fig. 101 und Fig. 102, S. 112, die auf Grund von Fig. 100 hergestellt wurden, ist das Ergebnis der Interferenz für transversale bzw. longitudinale Wellenbewegungen dargestellt, und zwar während einer vollen Schwingungsdauer von $\frac{1}{8}$ zu $\frac{1}{8}$ Schwingungsdauer.

Nach den Figuren ist das Ergebnis der Interferenz, welches als **stehende Wellenbewegung** bezeichnet wird, folgendes:

Bestimmte Teilchen des Wellenstrahls, deren Abstand je eine halbe Wellenlänge der interferierenden Wellenbewegungen beträgt, bleiben stets in Ruhe. Die betr. Stellen des Wellenstrahls heißen **Knoten**, die Stellen mitten zwischen je zwei Knoten **Bäuche** der stehenden Wellen-

bewegung. Die Teilchen zwischen zwei benachbarten Knoten gehen gleichzeitig in derselben Richtung durch ihre Gleichgewichtslagen hindurch und erreichen gleichzeitig ihre äußersten Lagen in der einen oder anderen Richtung. In diesen Lagen sind sie um so weiter von ihren

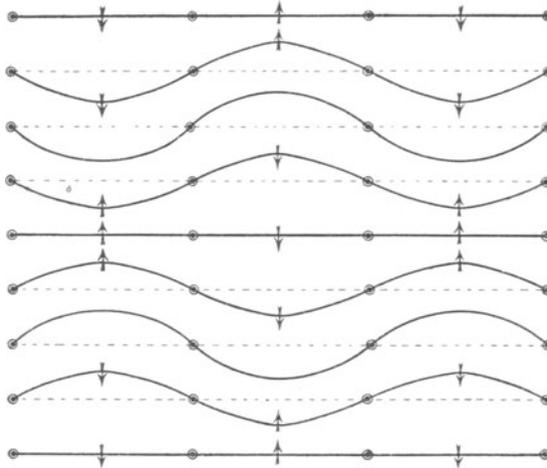


Fig. 101.

Stehende Querwellenbewegung.

Gleichgewichtslagen entfernt, je näher sie einem Bauch liegen. An den Bäuchen selbst sind die Schwingungsweiten doppelt so groß als die

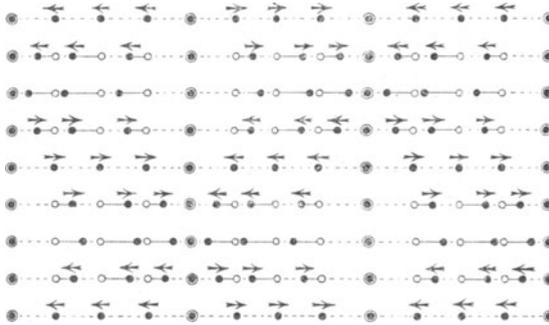


Fig. 102.

Stehende Längswellenbewegung.

Schwingungsweiten bei den interferierenden Wellenbewegungen. Während ferner die Teilchen auf der einen Seite eines Knotens bis zum nächsten in der einen Richtung ausschlagen, schwingen gleichzeitig die Teilchen auf der anderen Seite des Knotens ebenfalls bis zum nächsten in der entgegengesetzten Richtung aus. Der Abstand eines Knotens vom über-

nächsten stellt eine Wellenlänge der stehenden Wellenbewegung dar. Sie ist also gleich der Wellenlänge der interferierenden Wellenbewegungen.

Wie man sieht, sind bei einer stehenden longitudinalen Wellenbewegung die Dichtigkeitsänderungen bei den Knoten am größten, bei den Bäuchen am geringsten.

Ein Beispiel einer stehenden Wellenbewegung bietet die Schwingungsbewegung jeder Tonquelle dar. Wenn man nämlich bei einer solchen an einer Stelle das elastische Gleichgewicht der Teilchen stört, so geht von der betr. Stelle eine Wellenbewegung aus, welche an den Grenzen der Tonquelle zurückgeworfen wird. Ankommende und zurückgeworfene Wellenbewegungen interferieren dann zu einer stehenden Wellenbewegung. Wo die Tonquelle an ihrer Grenze etwa befestigt ist, haben ankommende und zurückgeworfene Wellenbewegung entgegengesetzte Phasen, so daß **sich daselbst ein Knoten bilden muß; wo dagegen die Tonquelle an ihrer Grenze etwa frei ist, bildet sich ein Bauch**, weil dort ankommende und zurückgeworfene Wellenbewegung dieselbe Phase besitzen.

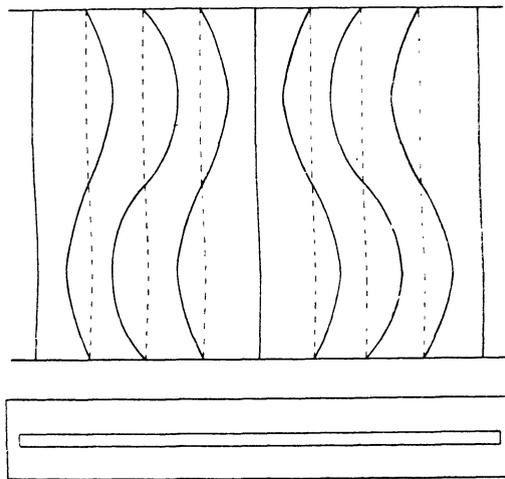


Fig. 103.

Veranschaulichung einer stehenden Längswellenbewegung.

Beispiel für die Veranschaulichung einer stehenden transversalen Wellenbewegung:

Ein dicker Draht mit matt schwarzer Oberfläche, der in Form einer Wellenlinie gebogen ist, ist um den zugehörigen Wellenstrahl drehbar. Man läßt den Draht dicht vor einem weißen Schirm, welchem die Drehachse parallel ist, gleichmäßig drehen und betrachtet ihn aus größerer Entfernung senkrecht zu dem Schirm.

Eine stehende longitudinale Wellenbewegung kann in ganz entsprechender Weise veranschaulicht werden, wie es in § 47 für eine fortschreitende longitudinale Wellenbewegung auseinandergesetzt wurde. Man hat zu diesem Zweck nur die Teilchen des Wellenstrahls AB in Fig. 92 von einer stehenden statt von einer fortschreitenden longitudinalen Wellenbewegung ergriffen zu denken. (S. Fig. 103, S. 113.)

§ 51. Das Huyghenssche Prinzip. Ableitung der Gesetze für die Zurückwerfung und für die Brechung eines Wellenstrahls.

1. Nach der als **Huyghenssches Prinzip** bezeichneten Anschauung wird jedes Teilchen, das von einer Wellenbewegung ergriffen wird, dadurch selbst zur Ausgangsstelle einer Wellenbewegung. Um die Berechtigung dieser Anschauung einzusehen, stelle man sich vor, daß in einem homogenen Mittel von einer Stelle aus eine Wellenbewegung bis zu einer bestimmten Kugelfläche (K, Fig. 104) fortgeschritten sei. Denkt man sich nun sämtliche Teilchen dieser Kugelfläche als Ausgangsstellen von Wellenbewegungen, so sind diese in einer bestimmten Zeit zu Kugelflächen fortgeschritten, deren Mittelpunkte von den genannten Teilchen dargestellt werden. Alle diese Kugelflächen werden von einer Kugelfläche (K_1) berührt, bis zu welcher also die gesamte Wellenbewegung am Schlusse der betr. Zeit fortgeschritten ist. Bis zu derselben Kugelfläche ist dann aber die Wellenbewegung von der ursprünglichen Störungsstelle aus auch fortgeschritten, wenn lediglich eine geradlinige Ausbreitung der Wellenbewegung angenommen wird.

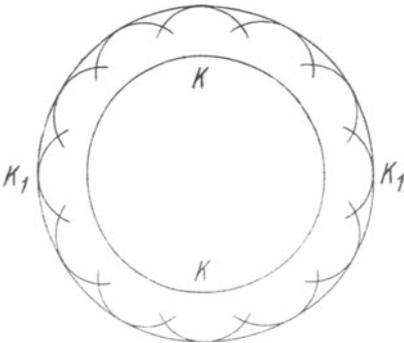


Fig. 104.

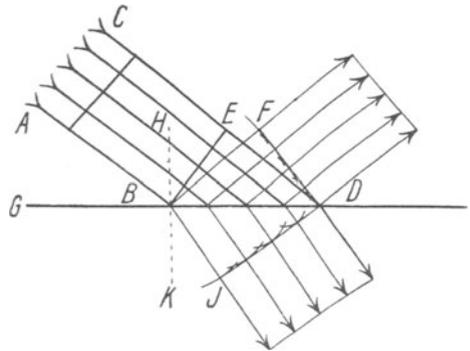


Fig. 105.

2. Bei einer Wellenbewegung werde ein Bündel von Wellenstrahlen herausgegriffen, dessen Querausdehnung an einer Stelle gegenüber der Entfernung dieser Stelle von der Störungsstelle so klein ist, daß man daselbst die Strahlen als parallel betrachten, die Wellenfläche also als

eine Ebene ansehen kann. An der betr. Stelle treffe das Bündel schief auf die (ebene) Grenzfläche eines neuen Mittels. Von dem Augenblick an, wo der Grenzstrahl AB des Bündels (Fig. 105, S. 114) die Grenzfläche trifft, bis zu dem Augenblick, wo der Grenzstrahl CD an der Grenzfläche ankommt, breiten sich nach dem Huyghensschen Prinzip von den Grenzteilchen zwischen B und D Wellenbewegungen bis zu bestimmten Entfernungen kugelförmig aus, und zwar in das alte und in das neue Mittel hinein. Sowohl die betr. Kugelflächen im alten als auch diejenigen im neuen Mittel besitzen eine gemeinsame Berührungsebene, welche die Wellenfläche des zurückgeworfenen bzw. des in das neue Mittel übergegangenen Strahlenbündels darstellt. Die Strahlen jedes dieser Bündel stehen auf der zugehörigen Wellenfläche senkrecht. Bei dem zurückgeworfenen Bündel ist $BF = ED$; bei dem in das neue Mittel übergegangenen Bündel ist $BJ \cong ED$ (in der Figur $BJ < ED$), weshalb die in das neue Mittel übergegangenen Strahlen gebrochen erscheinen.

Aus der Kongruenz der Dreiecke DBF und BDE folgt: $\sphericalangle BDF = DBE$. Nun ist $\sphericalangle BDF = HBF$, $\sphericalangle DBE = HBA$ (BH senkrecht auf der Grenzfläche, daher bei beiden Winkelpaaren die Schenkel paarweise aufeinander senkrecht), mithin $\sphericalangle HBF = HBA$. Demnach gilt das Reflexionsgesetz, dessen Gültigkeit in U . für Lichtstrahlen experimentell nachgewiesen wurde, für jede Art von Wellenstrahlen.

Bezeichnen wir die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der Wellenbewegung im alten und im neuen Mittel bezüglich mit c_1 und c_2 Längeneinheiten, so verhält sich $ED : BJ = c_1 : c_2$, mithin $\frac{ED}{BD} : \frac{BJ}{BD} = c_1 : c_2$,

d. h. es ist $\frac{\sin EBD}{\sin JDB} = \frac{c_1}{c_2}$ oder

$$\frac{\sin HBA}{\sin KBJ} = \frac{c_1}{c_2}.$$

Das Gesetz für die Brechung eines Wellenstrahls lautet also:

Der gebrochene Strahl liegt in der Einfallsebene, und das Verhältnis des \sin des Einfallswinkels zum \sin des Brechungswinkels ist konstant gleich dem Verhältnis der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der Wellenbewegung im alten und im neuen Mittel.

Da sich nach § 45, 4 beim Übergang der Wellenbewegung aus dem alten in das neue Mittel die Wellenlänge proportional der Fortpflanzungsgeschwindigkeit ändert, so kann man als das konstante Verhältnis auch dasjenige der Wellenlängen im alten und im neuen Mittel betrachten.

Name des konstanten Verhältnisses: **Brechungsverhältnis** des alten Mittels in bezug auf das neue für die betr. Wellenbewegung. In welcher Beziehung steht nach obigem das Brechungsverhältnis des neuen Mittels

in bezug auf das alte zu dem Brechungsverhältnis des alten Mittels in bezug auf das neue? (Aus der betr. Beziehung folgt die **Vertauschbarkeit von einfallendem und gebrochenem Strahl.**)

Weise z. B. die Übereinstimmung nach zwischen dem, was nach obigem unter dem Brechungsverhältnis der Luft in bezug auf Wasser für das Licht zu verstehen ist, und dem, was in U. als die es Brechungsverhältnis bezeichnet wurde, wenn das Verhältnis der Lichtgeschwindigkeiten in der Luft und in Wasser gleich 4:3 gesetzt wird.

Aus dem Brechungsgesetz folgt, daß **die Brechung nach dem Einfallslote hin oder von ihm weg stattfindet, je nachdem die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellenbewegung im neuen Mittel kleiner oder größer als im alten (das Brechungsverhältnis ein unechter oder echter Bruch) ist.**

II. Abschnitt.

Die Lehre vom Schall. (Akustik.)

§ 52. Die Sirene von Cagniard la Tour.

Zu wiederholen: U., Höhe und Schwingungszahl eines Tones, Bestimmung der Schwingungszahl eines Tones.

Die Sirene von Cagniard la Tour (Fig. 106) ist eine verbesserte Lochsirene. Bei ihr sind zunächst die Löcher der Scheibe senkrecht zu den zugehörigen Radien schräg durch die Scheibe gebohrt. Letztere dreht sich ferner dicht über dem Deckel eines Windkessels, in welchen vermittle eines Blasebalgs durch ein Ansatzrohr Luft eingblasen wird. Unter dem Lochkranz der Scheibe besitzt der Deckel des Windkessels einen kongruenten Lochkranz. Auch die Löcher dieses Lochkranzes sind senkrecht zu den zugehörigen Radien schräg gebohrt, aber so, daß sie auf den Löchern der Scheibe senkrecht stehen. (S. Fig. 107. Diese stellt einen Schnitt des Deckels und der Scheibe dar, welcher senkrecht zu einem Radius durch ein Loch des Deckels und ein solches der Scheibe geführt ist.) Die Scheibe sitzt fest auf einer Welle. Diese ist oben mit einem Schraubengewinde versehen, welches in ein aus Zahnrädern bestehendes Räderwerk eingreift. Letzteres dreht zwei Zeiger vor Zifferblättern. (Zählwerk des Apparats. An dem einen Zifferblatt werden die Hunderter, an dem anderen die Zehner und Einer der Zahl der Umdrehungen abgelesen, welche die Scheibe in einer bestimmten Zeit gemacht hat.) Das Räderwerk sitzt hinten an einer lotrechten Platte, welche etwas hin- und hergeschoben werden kann. Dadurch läßt sich das Zählwerk nach Belieben ein- und ausschalten.

Bläst man Luft in den Windkessel, so dringt jedesmal dann Luft durch die Löcher des Deckels in die Löcher der Scheibe, wenn sich

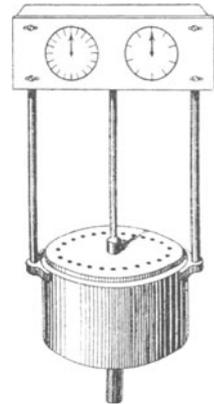


Fig. 106.
Sirene von
Cagniard la Tour.

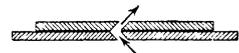


Fig. 107.

diese Löcher gerade über jenen befinden. (Im Anfang Anstoßen der Scheibe mit der Hand!) Durch den Stoß der Luft gegen die Wandungen der Löcher der Scheibe erhält letztere einen Antrieb zum Rotieren. Beim Austritt aus den Löchern der Scheibe versetzt die Luft der Luft über der Scheibe einen Stoß.

Macht bei einem Ton die Scheibe in t sec a Umdrehungen, und besitzen Scheibe und Deckel je b Löcher, so ist, wie man sieht, die

$$\text{Schwingungszahl des Tones} = \frac{a \cdot b}{t}.$$

Aufgaben.

190. Die Scheibe einer Sirene von Cagniard la Tour mit je 10 Löchern in Scheibe und Deckel mache in 2 Minuten 4836 Umdrehungen. Schwingungszahl des Tones der Sirene?

191. Wieviele Umdrehungen muß die Scheibe der Sirene von Aufg. 190 in 1 sec machen, damit ein Ton von der Schwingungszahl 520 entsteht?

§ 53. Tonintervalle und Tonleitern.

1. Die Scheibe einer gewöhnlichen Lochsirene besitze mehrere Lochkränze von verschieden großer Zahl der Löcher. Sie werde in rasche Umdrehung versetzt und ihre Lochkränze nacheinander angeblasen, so daß man nacheinander verschiedene Töne hört. Wird nun die Scheibe rascher gedreht, wodurch die Schwingungszahlen aller Töne in demselben Verhältnis zunehmen, so bleiben die Tonstufen unverändert, nur ist jetzt die Tonlage eine höhere. Die Stufe oder **das „Intervall“ zweier Töne wird also bestimmt durch das Verhältnis ihrer Schwingungszahlen** (nicht etwa durch deren Differenz).

2. Das Intervall eines Tones in bezug auf einen anderen besitze einen der Werte $\frac{9}{8}, \frac{5}{4}, \frac{4}{3}, \frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \frac{15}{8}$ und 2. (**Relative Schwingungszahl** des ersten Tones in bezug auf den zweiten im Gegensatz zu seiner wirklichen oder „absoluten“ Schwingungszahl.) Dann wird der erste Ton bezüglich als **Sekunde, große Terz, Quarte, Quinte, große Sexte, große Septime** und **Oktave** des zweiten, dieser als **Grundton** oder **Prime** des ersten Tones bezeichnet.

Die hörbaren Töne steigen in 10 Oktaven auf, doch werden nur die Töne bis ungefähr zur achten Oktave (Schwingungszahl: 4096) in der Musik verwendet.

8 Töne, deren Schwingungszahlen sich verhalten wie

$$1 : \frac{9}{8} : \frac{5}{4} : \frac{4}{3} : \frac{3}{2} : \frac{5}{3} : \frac{15}{8} : 2 \quad (\text{oder wie } 24 : 27 : 30 : 32 : 36 : 40 : 45 : 48)$$

bilden zusammen eine **Durtonleiter**. Die Intervalle der aufeinanderfolgenden

Töne einer solchen betragen demnach $\frac{9}{8} : 1 = \frac{9}{8}, \frac{5}{4} : \frac{9}{8} = \frac{10}{9}$ usw. Also:

Durtonleiter.

Namen der Töne	Prime	Sekunde	gr. Terz	Quarte	Quinte	gr. Sexte	gr. Septime	Oktave
Intervalle in bezug auf die Prime	1	$\frac{9}{8}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{15}{8}$	2
Intervalle der auf- einander- folgenden Töne		$\frac{9}{8}$	$\frac{10}{9}$	$\frac{16}{15}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{10}{9}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{16}{15}$

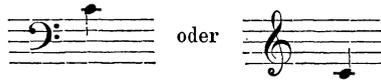
$$\left(= \frac{5-1}{4-1} \right) \left(= \frac{4-1}{3-1} \right) \left(= \frac{4+1}{3} \right)$$

Das Intervall $\frac{9}{8}$ heißt ein **großer ganzer Ton**, das Intervall $\frac{10}{9}$ ein **kleiner ganzer Ton**, das Intervall $\frac{16}{15}$ ein **großer halber Ton**.

$2 = \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{2}$, d. h. die Oktave ist die Quinte der Quarte und die Quarte der Quinte. Suche weitere derartige Beziehungen auf.

Nach internationaler Übereinkunft bezeichnet man seit 1885 mit c den Ton von der Schwingungszahl 130,5. Die übrigen Töne der c-Durtonleiter heißen d, e, f, g, a, h, c¹ (c).

Bezeichnung von c¹ in Notenschrift:



Der Ton a¹ (Schwingungszahl: $130,5 \cdot 2 \cdot \frac{5}{3} = 435$) wird **Normal-a** oder **Kammerton** genannt.

Die im Handel erhältlichen a¹-Stimmgabeln geben den Ton a¹ bei 15⁰C. Verwendung derselben zum Stimmen von Klavieren.

3. Aufgabe: Auf einen beliebigen Ton der c-Durtonleiter, z. B. auf e, ist eine Durtonleiter aufzubauen.

Lösung: Relat. Schwingungszahl der Sekunde von e in bezug auf c: $\frac{5}{4} \cdot \frac{9}{8} = \frac{45}{32}$, der gr. Terz: $\frac{5}{4} \cdot \frac{5}{4} = \frac{25}{16}$, der Quarte: $\frac{5}{4} \cdot \frac{4}{3} = \frac{5}{3}$, der Quinte: $\frac{5}{4} \cdot \frac{3}{2} = \frac{15}{8}$, der gr. Sexte: $\frac{5}{4} \cdot \frac{5}{3} = \frac{25}{12}$, der gr. Septime: $\frac{5}{4} \cdot \frac{15}{8} = \frac{75}{32}$, der Oktave: $\frac{5}{4} \cdot 2 = \frac{5}{2}$. Die Sekunde liegt folglich zwischen f und g und heißt daher fis oder ges, die gr. Terz zwischen g und a und heißt gis oder as, die gr. Sexte zwischen c¹ und d¹ und heißt cis¹ oder des¹, die gr. Septime zwischen d¹ und e¹ und heißt dis¹ oder es¹ die Quarte ist a, die Quinte h, die Oktave e¹.

Bei der Lösung der gestellten Aufgabe ergeben sich also Zwischentöne zwischen den Haupttönen. Eine Tonleiter mit Zwischentönen heißt **chromatische Tonleiter**.

4. Das Intervall zwischen cis^1 und c^1 (und daher auch zwischen jedem cis und dem unmittelbar vorhergehenden c) ist gleich $\frac{25}{12} : 2 = \frac{25}{24}$ und wird ein **kleiner halber Ton** genannt.

Ermäßigt man die **gr. Terz**, **gr. Sexte** und **gr. Septime** um je einen kleinen halben Ton, so erhält man bezüglich die **kleine Terz**, **kleine Sexte** und **kleine Septime**. (Relat. Schwingungszahlen in bezug auf die Prime: $\frac{5}{4} \cdot \frac{24}{25} = \frac{6}{5}$, $\frac{5}{3} \cdot \frac{24}{25} = \frac{8}{5}$, $\frac{15}{8} \cdot \frac{24}{25} = \frac{9}{5}$.) Werden in einer Durtonleiter die **gr. Terz**, **gr. Sexte** und **gr. Septime** bezüglich durch die **kl. Terz**, **kl. Sexte** und **kl. Septime** ersetzt, so ergibt sich eine **Molltonleiter**.

5. Baut man auf jeden Hauptton einer Tonleiter eine neue Tonleiter auf, so decken sich die Zwischentöne nicht immer, welche man dabei zwischen denselben Haupttönen erhält. Diese Zwischentöne können sämtlich hervorgebracht werden mit einem Musikinstrument, das keine feste Stimmung besitzt, z. B. mit einer Violine, und mit dem menschlichen Stimmorgan: Wahrung der „**natürlich reinen Stimmung**“. Sollte z. B. bei einem Klavier, das zu den Instrumenten mit fester Stimmung gehört, die natürlich reine Stimmung gewahrt sein, so müßten innerhalb einer Oktave so viele Tasten angebracht sein, daß man eine Oktave nicht mit einer Hand spannen könnte. Daher hat man die sog. **gleichschwebend temperierte Stimmung** eingeführt. Bei dieser nimmt man innerhalb jedes ganzen Tones nur einen Zwischenton an (so daß man nur 5 Zwischentöne hat: cis oder des , dis oder es , fis oder ges , gis oder as , ais oder b), läßt dem Ton a und seinen höheren und tieferen Oktaven die natürlich reine Stimmung und macht die von Ton zu Ton vorhandenen Intervalle (12 innerhalb einer Oktave!) sämtlich gleich. Bezeichnet man die Größe eines dieser Intervalle mit x , so ist also $1 \cdot x^{12} = 2$, folglich $x = \sqrt[12]{2}$. (Wert eines halben Tones bei der temperierten Stimmung!)

Bei der temperierten Stimmung sind nach obigem die Oktaven die einzigen natürlich reinen Intervalle. — Bezeichnen c , d , e , . . . nicht nur die Namen, sondern auch die Schwingungszahlen der Haupttöne der Tonleiter bei temperierter Stimmung, so ist

$$\begin{aligned} d &= c \cdot (\sqrt[12]{2})^2, \\ e &= c \cdot (\sqrt[12]{2})^4, \\ f &= c \cdot (\sqrt[12]{2})^5, \\ g &= c \cdot (\sqrt[12]{2})^7, \\ a &= c \cdot (\sqrt[12]{2})^9, \\ h &= c \cdot (\sqrt[12]{2})^{11}, \end{aligned}$$

also

$$\begin{aligned} \left(\frac{d}{c}\right)^{12} &= 2^2 = \left(\frac{c^1}{c}\right)^2, \\ \left(\frac{e}{c}\right)^{12} &= 2^4 = \left(\frac{c^1}{c}\right)^4, \\ \left(\frac{f}{c}\right)^{12} &= 2^5 = \left(\frac{c^1}{c}\right)^5, \\ \left(\frac{g}{c}\right)^{12} &= 2^7 = \left(\frac{c^1}{c}\right)^7, \\ \left(\frac{a}{c}\right)^{12} &= 2^9 = \left(\frac{c^1}{c}\right)^9, \\ \left(\frac{h}{c}\right)^{12} &= 2^{11} = \left(\frac{c^1}{c}\right)^{11}, \text{ d. h.:} \end{aligned}$$

Bei temperierter Stimmung ist die zwölfte Sekunde, Terz, . . . , Septime eines Tones bezüglich gleich seiner 2., 4., 5., 7., 9., 11. Oktave.

Aufgaben.

192. Schwingungszahl der Prime einer Durtonleiter: 240. Schwingungszahlen der übrigen Haupttöne? (Natürlich reine Stimmung.)

193. Berechne die Schwingungszahlen der Haupttöne der c-Durtonleiter von d bis c¹. (Natürlich reine Stimmung.)

194. Auf a ist eine Durtonleiter aufzubauen. (Natürlich reine Stimmung.)

195. Berechne unter der Voraussetzung gleichschwebend temperierter Stimmung für die chromatische Tonleiter (c cis d dis e f fis g gis a ais h c¹) die relat. Schwingungszahlen der einzelnen Töne in bezug auf den Grundton sowie ihre absol. Schwingungszahlen. (Schwingungszahl von a: 217,5.)

§ 54. Konsonanz und Dissonanz. Akkorde. Obertöne.

1. Zwei Töne, welche gleichzeitig erklingen, rufen in uns entweder eine angenehme oder eine unangenehme Empfindung hervor. (**Konsonanz** bzw. **Dissonanz** der Töne.) Es zeigt sich, daß das Intervall zweier konsonierender Töne gleich dem Verhältnis zweier der ganzen Zahlen 1 bis 6 ist, und daß zwei Töne um so besser konsonieren, durch je kleinere dieser Zahlen ihr Intervall sich ausdrückt.

Beispiele zweier dissonierender Töne: Prime und Sekunde, Prime und kl. Sexte, Prime und Septime.

2. Drei Töne, von denen jeder mit jedem der beiden anderen konsoniert, bilden, zusammen erklingend, einen **Dreiklang** oder **Akkord**. Beispiele: Der **Durakkord**, bestehend aus Prime, gr. Terz und Quinte, und der **Mollakkord**, welcher aus Prime, kl. Terz und Quinte zusammengesetzt ist.

3. Die Töne, deren Schwingungszahlen 2, 3, 4, 5, 6, 7, . . . mal so groß sind als die Schwingungszahl eines Grundtons, heißen **Obertöne** des letzteren.

Der erste Oberton ist also die Oktave des Grundtons; da $3 = 2 \cdot \frac{3}{2}$, $4 = 2 \cdot 2$, $5 = 4 \cdot \frac{5}{4}$, $6 = 4 \cdot \frac{3}{2}$, so ist der zweite Oberton die Quinte der Oktave, der dritte die Doppeloktave, der vierte die gr. Terz der Doppeloktave und der fünfte die Quinte der Doppeloktave des Grundtons. Diese fünf Obertöne werden als **harmonische Obertöne** des Grundtons bezeichnet, weil sie mit ihm konsonieren.

§ 55. Allgemeines von den Tonquellen.

Zu wiederholen: U., Tonquellen.

1. Saiten und Stäbe können sowohl in transversalen als auch in longitudinalen stehenden Wellen schwingen; dagegen vermögen Membranen und Platten nur transversale, Luftsäulen oder Luftmassen (als gasförmige Körper) nur longitudinale stehende Schwingungen auszuführen.

Eine Saite oder ein Stab gerät durch seitliches Anschlagen oder Anstreichen quer zur Längsrichtung (eine Saite auch durch Zupfen) in transversale, durch Reiben oder Anstreichen in der Längsrichtung in longitudinale Schwingungen.

Die Töne, welche durch longitudinale Schwingungen von Saiten und Stäben entstehen, sind sehr hoch und schrill und werden deshalb in der Musik nicht verwendet.

2. Jede Tonquelle vermag eine für sie charakteristische einfachste Schwingungsform anzunehmen (und zwar eine Saite oder ein Stab einerseits bei transversalen, andererseits bei longitudinalen Schwingungen). Bei den meisten Tonquellen kommen außerdem verwickeltere Schwingungsformen vor. **Jeder Form, in der eine Tonquelle schwingen kann, entspricht eine bestimmte Schwingungszahl und also auch ein bestimmter Ton.**

Ein Ton entspricht der Form natürlich nur dann, wenn die Schwingungszahl innerhalb des Bereichs der Schwingungszahlen der hörbaren Töne liegt (und die Schwingungswerte nicht zu klein ist).

Indem eine Tonquelle in ihrer einfachsten Form schwingt, gibt sie ihren tiefsten Ton (**Grundton**).

Wie ein geübtes Ohr wahrzunehmen vermag, erklingen meist zugleich mit dem Grundton einer Tonquelle noch eine Anzahl der übrigen Töne, welche die Tonquelle hervorbringen kann. Diese Töne sind jedoch im allgemeinen schwächer als der Grundton. (Kleinere Schwingungswerte!) Darum wird der Grundton auch **Hauptton**, und diejenigen Töne der Tonquelle, welche verwickelteren Schwingungsformen derselben entsprechen, **Nebentöne** der Tonquelle genannt.

Unter dem Ton einer Tonquelle schlechthin versteht man ihren Grundton und daher unter ihrer Schwingungszahl schlechthin die Schwingungszahl ihres Grundtons.

§ 56. Saiten.

Zu wiederholen: U., Saiten.

1. Über einem Resonanzkasten A (Fig. 108) sei zwischen zwei festen Stegen B und C eine Saite ausgespannt. (**Monochord.**) Die Saite werde gezupft oder seitlich angeschlagen oder quer zur Längsrichtung gestrichen, so daß sie in ihrer einfachsten Form als halbe stehende Transversalwelle schwingt. Dabei gibt sie also ihren Grundton. Es

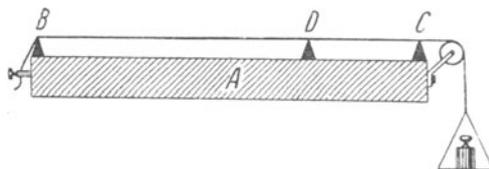


Fig. 108.

Monochord.

werden nun zunächst verschieden große Spannungen angewendet, sodann bei gleicher Spannung durch einen verschiebbaren Steg verschieden große Stücke BD von der Saite abgeschnitten, hierauf bei gleicher Spannung und gleicher Länge von BD verschieden dicke Saiten aus demselben Material benutzt und endlich bei gleicher Spannung, gleicher Länge von BD und gleicher Dicke Saiten aus verschiedenem Material verwendet. Man findet dann:

Die Schwingungszahl einer Saite ist direkt proportional der Quadratwurzel aus dem spannenden Gewicht und umgekehrt proportional der Länge der Saite sowie der Quadratwurzel aus ihrem Querschnitt und aus ihrem spez. Gewicht.

Erklärung dafür, daß die Schwingungszahl der Länge umgekehrt proportional ist, auf Grund der Formel $c = n \cdot \lambda$? — Schneidet man z. B. durch den verschiebbaren Steg der Reihe nach $\frac{8}{9}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, . . . der Saite ab, so geben die abgeschnittenen Stücke die Töne einer Durtonleiter! — Wegen $c = n \cdot \lambda$ ist auch die Geschwindigkeit, mit der sich eine transversale Wellenbewegung längs einer Saite fortpflanzt, der Quadratwurzel aus dem spannenden Gewicht direkt und der Quadratwurzel aus dem Querschnitt und dem spez. Gewicht der Saite umgekehrt proportional. λ ist durch die Länge der Saite bekannt. Hat man also die Schwingungszahl der Saite bestimmt, so kann man die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer transversalen Wellenbewegung längs der Saite mittels der Formel $c = n \cdot \lambda$ berechnen.

2. Eine Saite gibt ihre Nebentöne, indem sie in „aliquoten“ Teilen (Hälften, Dritteln, Vierteln usw.) schwingt. (S. die Darstellung des Schwingens in Dritteln, Fig. 109, S. 124.) Nachweis, daß eine Saite in aliquoten Teilen schwingen kann:

Man schneidet durch den verschiebbaren Steg des Monochords z. B. $\frac{3}{4}$ der Saite desselben ab und streicht ihren anderen Teil an. Dann zeigen Papierreiterchen, welche man zuvor auf den ersten Teil aufgesetzt hat, daß dieser in 3 gleichen Teilen (mit Knoten an den Teilpunkten) schwingt. (Sitzenbleiben der Reiterchen an den Teilpunkten und Abspringen der übrigen Reiterchen.)



Fig. 109.

Da die Hälfte einer Saite als Saite halber Länge, ein Drittel der Saite als Saite von dreimal so kleiner Länge betrachtet werden kann usw. so **sind die Nebentöne einer Saite die Obertöne ihres Grundtons.**

Hörbarmachen der Nebentöne einer tönenden Saite für jedermann, indem man sie in der Mitte, im Endpunkt eines Drittels, eines Viertels, . . . ihrer Länge berührt. Erklärung? — Welche ihrer Nebentöne eine Saite gibt, hängt davon ab, an welcher Stelle und auf welche Art sie in Schwingungen versetzt wird.

Aufgaben.

196. Die Querschnitte zweier Saiten von gleicher Länge und aus demselben Material verhalten sich wie 1 : 2. Spannungen: 6 bzw. 3 kg. Verhältnis der Schwingungszahlen?

197. Eine Saite aus Stahl (spez. Gew.: 7,82) und eine solche aus Messing (spez. Gew.: 8,4) von gleicher Länge sind gleichstark gespannt. Ihre Durchmesser verhalten sich wie 3 : 4. Die Stahlsaite gibt den Ton c^1 (Schwingungszahl: 261). Schwingungszahl der Messingsaite?

198. Eine Saite von 1 m Länge gibt bei einer Spannung von 22 kg den Ton c (Schwingungszahl: 130,5). Bei welcher Spannung gibt die auf 25 cm verkürzte Saite den Ton a^1 (Schwingungszahl: 435)?

199. Eine Saite von 0,6 mm Dicke gibt den Ton f (Schwingungszahl: 174). Wie dick müßte sie sein, um bei gleicher Spannung den Ton a (Schwingungszahl: 217,5) zu geben?

200. Eine Saite von 60 cm Länge gibt den Ton a^1 (Schwingungszahl: 435). Sie soll ohne Änderung der Spannung soweit verkürzt werden, daß sie den Ton c^2 (Schwingungszahl: 522) gibt. Neue Länge der Saite?

201. Als eine Saite ohne Spannungsänderung um 5 cm verkürzt worden war, ergab sich ihre Schwingungszahl gleich 200 und nach abermaliger Verkürzung um 5 cm gleich 220. Länge und Schwingungszahl der unverkürzten Saite?

§ 57. Stäbe und Platten.

1. Wenn ein transversal schwingender Stab am einen Ende festgeklemmt und am anderen frei ist, so ist seine einfachste Schwingungsform, bei welcher er also seinen Grundton gibt, diejenige einer Viertels-

welle. (Fig. 110. Am ersten Ende muß sich ein Schwingungsknoten, am zweiten ein Schwingungsbauch befinden!) Ist der Stab in der Mitte festgeklemmt, so schwingt er in seiner einfachsten Form in Gestalt von zwei Viertelswellen. (Fig. 111.)



Fig. 110.



Fig. 111.



Fig. 112.

Die Schwingungszahl des Stabes ist seiner Länge umgekehrt proportional. Ist ein Stab, welcher in der Mitte festgeklemmt ist, doppelt so lang als ein an einem Ende festgeklemmter, so geben beide denselben Ton, da jede Hälfte des ersten Stabes genau so schwingt wie der zweite. Bei den Nebentönen teilt sich ein am einen Ende festgeklemmter Stab, sowie jede Hälfte eines in der Mitte festgeklemmten Stabes in $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$, $\frac{2}{2} + \frac{1}{4}$, $\frac{3}{2} + \frac{1}{4}$, . . . Wellen, so dafs, wenn die Länge des Stabes bzw.

des halben Stabes mit l Längeneinheiten bezeichnet wird, $\lambda = \frac{4l}{3}, \frac{4l}{5}, \frac{4l}{7}, \dots$ Längeneinheiten ist. Die Nebentöne sind also die ungradzahligen Obertöne des Grundtons. — Ist die Schwingungszahl des Stabes bestimmt, so kann man aus ihr und der Wellenlänge, welche durch die Länge des Stabes gegeben ist, vermittle der Formel $c = n \cdot \lambda$ die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer transversalen Wellenbewegung längs des Stabes berechnen.

Das nämliche wie bisher gilt von einem longitudinal schwingenden Stab, welcher an derselben Stelle festgeklemmt ist.

Ist ein transversal schwingender Stab an zwei Stellen unterstutzt, so bildet er in seiner einfachsten Schwingungsform eine halbe Welle in der Mitte und zwei Viertelswellen an den Enden. (Fig. 112.) Dieselbe Schwingungsform besitzt eine Stimmgabel. (Fig. 113.) Beweis dafür, dafs sich am Knie der Gabel ein Schwingungsbauch befindet: Das Eintreten von Resonanz beim Aufsetzen des Stiels der Gabel auf eine Tischplatte oder einen Resonanzkasten. Nachweis der Schwingungsknoten der Gabel vermittle eines Kügelchens, das an einem Faden aufgehängt ist. (S. U., 1. Nachweis der Schwingungen einer Stimmgabel.)



Fig. 113.

Schwingende Stimmgabel.

Der zweite Versuch, der in U. zum Nachweis der Schwingungen einer Stimmgabel verwendet wurde, kann dazu dienen, die Schwingungszahl einer Stimmgabel zu bestimmen, oder bei bekannter Schwingungszahl und also auch Schwingungszeit der Gabel eine sehr kleine Zeit zu messen. Zu letzterem Zweck läßt man neben der Wellenlinie, welche die Schreibspitze beschreibt, am Beginn und am Schlusse der betr. Zeit Marken in den Rufs einzeichnen und zählt die dazwischenliegenden Wellen.

2. Eine an einer Stelle (z. B. in der Mitte) festgeklemmte Platte aus Metall oder Glas werde irgendwo am Rande angestrichen. Dann

gerät sie in (transversale) Schwingungen. Dabei teilt sie sich in einzelne Teile, welche durch Knotenlinien voneinander getrennt sind. Nachweis bei horizontaler Lage der Platte, indem man Sand auf sie streut, der sich an den Knotenlinien anhäuft: **Chladnis Klangfiguren**, 1787. (Fig. 114. a ist hier die Befestigungsstelle, b die Streichstelle.)

Jeder Klangfigur einer Platte entspricht ein bestimmter Ton, der im allgemeinen um so höher ist, je verwickelter die Figur ist.

Soll durch eine bestimmte Stelle einer Platte eine Knotenlinie gehen, so braucht man nur an die Stelle während des Streichens den Finger zu legen. (Beispiel: c in der dritten Zeichnung von Fig. 114.)

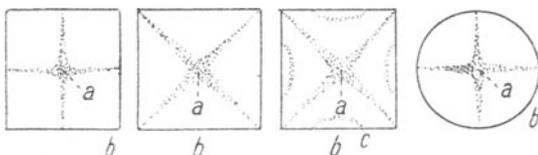


Fig. 114.

Chladnis Klangfiguren.

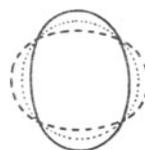


Fig. 115.

Schwingende Glocke.
(Querschnitt.)

Die vierte Zeichnung von Fig. 114 zeigt die einfachste Form, in welcher eine in der Mitte festgeklemmte kreisrunde Platte schwingen kann. Entsprechend ist die einfachste Schwingungsform einer Glocke beschaffen: Vier gleiche Teile, voneinander getrennt durch Knotenlinien, die im Knopfe der Glocke zusammentreffen. (Fig. 115.) Nachweis z. B. mittels Kügelchen, welche an Fäden so aufgehängt sind, daß sie die Glocke berühren.

Aufgaben.

202. Ein 1 m langer Stab aus Tannenholz gibt, in der Mitte festgeklemmt und gerieben, als Grundton einen Ton von der Schwingungszahl 3000. Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer Schallwellenbewegung in Tannenholz?

203. Wie lang muß ein Eisenstab sein, damit er, in der Mitte festgeklemmt und gerieben, als Grundton den Ton c^4 (Schwingungszahl: 2088) gibt? (Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer Schallwellenbewegung in Eisen: 5000 m/sec.)

§ 58. Luftsäulen.

Zu wiederholen: U., Lippenpfeifen.

1. Bei einer gedeckten Lippenpfeife muß sich am geschlossenen Ende der Pfeifenröhre stets ein Schwingungsknoten, am Munde stets ein Schwingungsbauch, bei einer offenen Lippenpfeife an jedem Ende der Pfeifenröhre ein Schwingungsbauch befinden. Wenn demnach eine gedeckte Lippenpfeife ihren Grundton gibt, so schwingt die Luftsäule,

welche sich in ihrer Pfeifenröhre befindet, in Form einer Viertelswelle. (Fig. 116. $l = \frac{\lambda}{4}$ oder $\lambda = 4l$.) Dagegen schwingt die Luftsäule in der Röhre einer offenen Lippenpfeife, welche ihren Grundton gibt, in Form von 2 Viertelswellen. (Fig. 117. $l = \frac{2}{4} \lambda$ oder $\lambda = 2l$.) In den Figuren sind die Schwingungsformen durch Wellenlinien graphisch dargestellt!

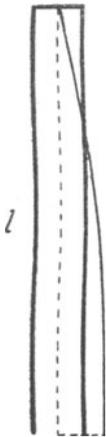


Fig. 116.

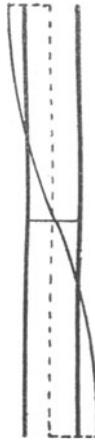


Fig. 117.

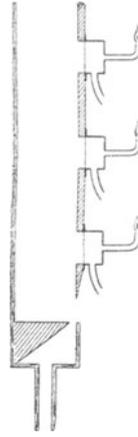


Fig. 118.

Man kann sich also eine offene Lippenpfeife zusammengesetzt denken aus zwei gedeckten Lippenpfeifen von halber Länge der Pfeifenröhre. Daher gibt eine offene Lippenpfeife denselben Ton wie eine gedeckte, deren Röhre halb so lang ist. — Demonstrationen der Schwingungsform der Luftsäule in der Röhre einer offenen Lippenpfeife bei dem Grundton der Pfeife: 1) Ein kleines Tamburin, das mit Sand bestreut ist, wird in die aus Glas bestehende Röhre einer tönenden offenen Lippenpfeife herabgelassen. Dann sieht man, daß der Sand nur in der Mitte der Röhre in Ruhe bleibt. 2) In die Wandung der Röhre einer offenen Lippenpfeife sind in



Fig. 119.

der Mitte und bei den Enden Löcher eingeschnitten, welche durch feine Häutchen verschlossen sind. Diese bilden die Böden von Kapseln, die sich außen an die Pfeifenröhre ansetzen. In die Kapseln kann man Leuchtgas eintreten lassen und es an Brennern entzünden, welche an den Kapseln angebracht sind. (Flammenmanometer. Fig. 118.) Während die Pfeife ihren Grundton gibt, betrachtet man die Flammen in einem schnell rotierenden Spiegel. Dann erscheint das Band, in welches das mittlere Flammenbild auseinandergezogen wird, stark ausgezackt. (Fig. 119. Starke Druckschwankungen an den Knoten einer stehenden Luftwellenbewegung!)

Nimmt man die Gleichungen $\lambda = 4l$ für die gedeckte und $\lambda = 2l$ für die offene Lippenpfeife zusammen mit der Gleichung $c = n \cdot \lambda$, so erkennt man, warum die Schwingungszahl einer offenen Lippenpfeife doppelt so groß ist als diejenige einer gleichlangen gedeckten, ferner daß **die Schwingungszahl einer Luftsäule der Länge derselben umgekehrt proportional ist.**

Experimentelle Bestätigung dieses Gesetzes vermittels einer gedeckten Lippenpfeife mit Stöfser. (Fig. 120.)



Fig. 120.

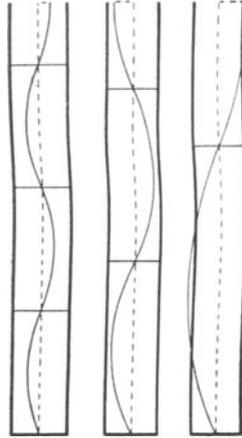


Fig. 121.

2. Die verwickelteren Formen, in denen die Luftsäule in der Röhre einer gedeckten Lippenpfeife schwingen kann, sind diejenigen von $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ Welle, $\frac{2}{2} + \frac{1}{4}$ Wellen, $\frac{3}{2} + \frac{1}{4}$ Wellen usw. (Fig. 121.)
 $l = \frac{3}{4} \lambda, \frac{5}{4} \lambda, \frac{7}{4} \lambda, \dots$ oder $\lambda = \frac{4l}{3}, \frac{4l}{5}, \frac{4l}{7}, \dots$)

Folglich:

Die Nebentöne einer gedeckten Lippenpfeife sind die ungeradzahigen Obertöne ihres Grundtons.

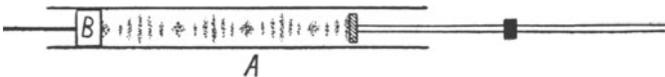


Fig. 122.

Kundtsche Staubfigur.

Demonstration der verwickelteren Schwingungsformen einer abgeschlossenen Luftsäule vermittels der „Kundtschen Staubfiguren“: Die wagrechte Glasröhre A (Fig. 122) enthält Korkstaub. Versetzt man den Stab, welcher von rechts in die Röhre hineinragt und in der Mitte festgeklemmt ist, in longitudinale Schwingungen,

so findet man leicht eine Lage des Stempels B, bei der sich der Staub deutlich an einzelnen, gleichweit voneinander entfernten Stellen anhäuft und an den Zwischenstellen feine Querstreifen bildet. (Schwingungsknoten bzw. Bäuche der Luftsäule zwischen Stab und Stempel.)

Die Schwingungszahl der vorher genannten Luftsäule muß mit derjenigen des Stabes übereinstimmen. Wie kann man also den durch Fig. 122 dargestellten Versuch dazu benutzen, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer Schallwellenbewegung in dem Material des Stabes zu bestimmen? (Wegen $c = n \cdot \lambda$ verhalten sich die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten in der Luftsäule und in dem Stab wie die zugehörigen Wellenlängen!) Ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in dem Material des Stabes bestimmt, so kann man auch diejenige in einem anderen Gase (als Luft) bestimmen, indem man die Kundtsche Röhre mit dem betr. Gase füllt. Diese Bestimmung kann man aber auch vornehmen, ohne die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in dem Stabe zu kennen, indem man die Kundtsche Röhre einmal mit Luft, dann mit dem betr. Gase füllt. Man findet, daß unter allen Gasen Wasserstoff die größte Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer Schallwellenbewegung besitzt (eine fast viermal so große als Luft).

Die verwickelteren Formen, in denen die Luftsäule in der Röhre einer offenen Lippenpfeife zu schwingen vermag, sind diejenigen von $\frac{1}{2} + \frac{2}{4}$ Wellen, $\frac{2}{2} + \frac{2}{4}$ Wellen, $\frac{3}{2} + \frac{2}{4}$ Wellen usw. (Fig. 123. $l = \frac{2}{2} \lambda, \frac{3}{2} \lambda, \frac{4}{2} \lambda, \dots$ oder $\lambda = \frac{2l}{2}, \frac{2l}{3}, \frac{2l}{4}, \dots$)

Mithin:

Die Nebentöne einer offenen Lippenpfeife sind die Obertöne ihres Grundtons.

Hervortretenlassen der Nebentöne einer Lippenpfeife durch stärkeres Anblasen! — Hat man die Schwingungszahl einer Lippenpfeife bestimmt, so gestattet die Formel $c = n \cdot \lambda$, da durch die Länge der Pfeifenröhre die Wellenlänge gegeben ist, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer Schallbewegung in der Luft oder in einem anderen Gase zu berechnen, in welchem die Pfeife zum Tönen gebracht wird. Zufolge derselben Formel $c = n \cdot \lambda$ verhalten sich die Schwingungszahlen der nämlichen Lippenpfeife in verschiedenen Gasen wie die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten einer Schallbewegung in diesen Gasen. Zur Berechnung wessen kann dieses Gesetz benutzt werden? — Vergl. mit den Lippenpfeifen einen Stab, der am einen Ende oder in der Mitte festgeklemmt ist.

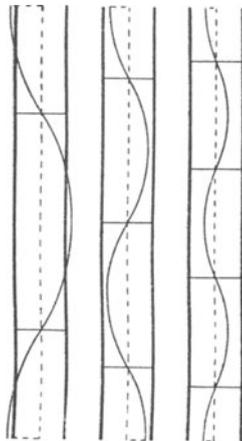


Fig. 123.

Aufgaben.

(Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer Schallwellenbewegung in der Luft: 340 m/sec.)

204 Länge der Röhre einer gedeckten Lippenpfeife: 5,2 m. (Längste gedeckte Orgelpfeife!) Wellenlänge für ihren Grundton und Schwingungszahl dieses Tones?

205. Schwingungszahl des Grundtons einer offenen Lippenpfeife: 680. Länge der Pfeifenröhre?

206. Länge der Röhre 1) einer gedeckten, 2) einer offenen Lippenpfeife: 105 cm. Wellenlängen für ihre drei ersten Nebentöne und Schwingungszahlen dieser Töne?

207. Eine offene Lippenpfeife hat den Ton a^1 (Schwingungszahl: 435) zum zweiten Nebenton. Länge der Pfeifenröhre?

208. Eine (offene) a^2 -Pfeife gibt, in Leuchtgas angeblasen, den Ton e^3 . Wievielmals so groß ist also die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer Schallbewegung in Leuchtgas als in Luft?

§ 59. Klangfarbe.

Der Grundton einer Tonquelle wird zusammen mit den ihn etwa begleitenden Nebentönen ein **Klang** genannt. Nun sind bei verschiedenen Tonquellen, welche im Grundton übereinstimmen, die Nebentöne nach Zahl und Art (Stärke und Höhe) verschieden; daher ist auch der entstehende Klang trotz des gleichen Grundtons ein verschiedener, oder der Grundton besitzt eine verschiedene **Klangfarbe**.

Durch die verschiedene Klangfarbe erklärt sich auch die Verschiedenheit der Vokale. Die Vokale sind nämlich Klänge, bei denen je nach der Form der Mundhöhle ein Grundton von verschiedenen Nebentönen begleitet ist.

§ 60. Mittönen.

1. Bei der Betrachtung der Tonquellen sahen wir, daß jeder Tonquelle ein bestimmter Ton bzw. eine bestimmte Reihe von Tönen zukommt.

Die Energie einer Schallwellenbewegung, welche von einer Tonquelle herrührt und in einem Mittel fortschreitet, kann sich nun wieder in Energie der Schwingungen einer Tonquelle verwandeln. (**Mittönen**, d. h. Tönen der zweiten Tonquelle mit der ersten.)

Mittönen tritt jedoch nur dann ein, wenn die zweite Tonquelle (genau oder annähernd) einen Ton der ersten Tonquelle oder einen Oberton eines Tones der ersten Tonquelle zu geben vermag.

Die Luftsäule in dem Gefäß A (Fig. 124, S. 131) tönt nur dann kräftig mit der darübergehaltenen Stimmgabel, wenn das Gefäß so hoch mit Wasser gefüllt ist, daß der Eigenton der Luftsäule mit demjenigen der Stimmgabel übereinstimmt. Ermittlung der Schwingungszahl der Stimmgabel auf Grund dieses Versuchs? (Vergl. auch den durch Fig. 122 dargestellten Versuch.) — Die Stimmgabel B (Fig. 125, S. 131) tönt mit der gleichgestimmten Stimmgabel A; das Mittönen unterbleibt, wenn die eine Stimmgabel durch Ankleben eines Stückchens Wachs an ihre eine Zinke verstimmt wird.

Bei der Resonanz (U.) wird durch unmittelbare Verbindung einer Tonquelle mit einem beliebigen stark elastischen Körper Mitschwingen und dadurch Mittönen des letzteren erzwungen.

Grund dafür, daß Mittönen nur unter der oben angegebenen Voraussetzung stattfindet:

Wenn ein Körper, der periodische Schwingungen auszuführen vermag, durch einen ganz schwachen Impuls in Schwingungen versetzt wird, und der Impuls wird (genau oder annähernd) im Rhythmus jeder dieser Schwingungen oder jeder zweiten, dritten, . . . Schwingung fortgesetzt wiederholt, so muß die Weite der Schwingungen ununterbrochen zunehmen; daher werden die ursprünglich unmerklichen Schwingungen bald merklich. Dies kann dagegen nicht geschehen, wenn die neuen Impulse nicht in dem genannten Rhythmus erfolgen.

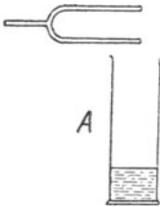


Fig. 124.
Mittönen.

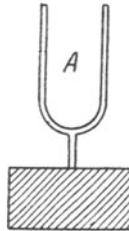
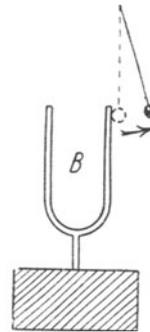


Fig. 125.
Mittönen.



Ein Pendel kann durch viele ganz schwache Anstöße, welche im Rhythmus seiner Schwingungen erfolgen, in weite Schwingungen versetzt werden! Versetzt man das eine Pendel von Oberbecks Doppelpendel (Fig. 126) senkrecht zur Ebene der beiden Pendelstangen in Schwingungen, so geht deren Energie (abgesehen von dem zur Überwindung der Bewegungshindernisse verbrauchten Betrag) allmählich vollständig auf das andere Pendel über, dann wieder auf das erste Pendel usf. Dagegen findet keine Energieübertragung von dem einen Pendel auf das andere statt, wenn das eine Pendel durch Emporschieben seines Pendelgewichts „verstimmt“ wird.

Ein kugelförmiges Gefäß mit einer größeren Öffnung A (Fig. 127, S. 132) und einem engeren Ansatzröhrchen B gegenüber der Öffnung A heißt ein (Helmholtz'scher) **Resonator**. Die Luftmasse in dem Gefäß zeigt nur bei einem einzigen Ton die Erscheinung des Mittönens, nämlich bei dem Grundton einer gedeckten Lippenpfeife, deren Röhren-

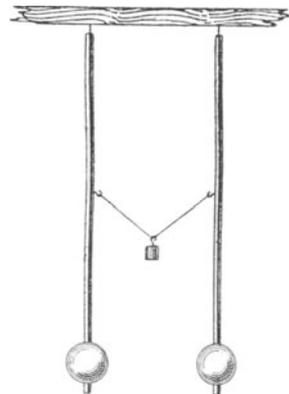


Fig. 126.
Oberbecks Doppelpendel.

länge gleich dem Durchmesser des Gefäßes ist. Daher Verwendung von Resonatoren zur Feststellung der einzelnen Töne eines Tongemischs (z. B. des Grundtons und der Nebentöne einer Tonquelle), indem man die Resonatoren mit den Ansatzröhrchen in das Ohr steckt.

Statt dessen kann man auch die Resonatoren mit Flammenmanometern verbinden und deren Flammen in einem schnell rotierenden Spiegel betrachten.



Fig. 127.
Resonator.

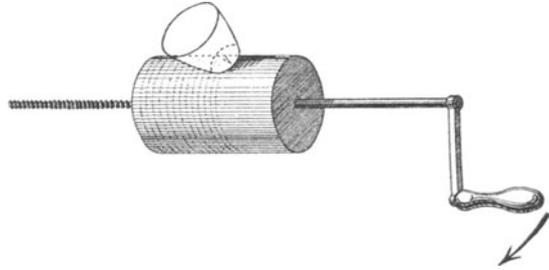


Fig. 128.
Phonograph.

2. Wenn dünne Platten und Membranen, auch abgesehen von ihrem Rande, nicht vollkommen frei beweglich sind, so vermögen sie alle möglichen Töne und Geräusche von sich zu geben und deshalb auch bei allen möglichen Tönen und Geräuschen ins Mitschwingen zu geraten. (Beispiele: Die Platte eines Telefons und eines Mikrophons, das Trommelfell des menschlichen Ohres.)

Eine Anwendung hiervon findet auch statt beim Phonographen von Edison (1877): Eine mit Wachs überzogene Walze wird um ihre Achse gedreht; auf dem Wachsüberzug ruht ein Stift, der mitten an einer dünnen Glasplatte angebracht ist, welche den Boden eines Schallbechers bildet. Gelangen Schallwellen in den Schallbecher, so macht der Stift entsprechende Eindrücke in das Wachs. Damit nach einer vollen Umdrehung der Walze die neuen Eindrücke nicht an die Stellen der alten kommen, rückt während des Drehens die Walze (oder der Schallbecher) in der Richtung der Walzenachse gleichmäÙig fort. Wird dann die Walze (bzw. der Schallbecher) in die ursprüngliche Lage zurückgebracht und die Walze wiederum gedreht, so muß die Platte den Schall wieder hervorbringen, dessen Wellen in den Schallbecher gelangt waren. (Bei einer Abänderung des Phonographen, dem Grammophon, ruht der Stift auf einer wagrechten kreisrunden Scheibe, die um ihre Achse gedreht wird, während gleichzeitig der Schallbecher in radialer Richtung gleichmäÙig fortrückt.)

§ 61. Interferenzerscheinungen bei zwei Schallwellenbewegungen gleicher Fortpflanzungsrichtung.

1. Eine Röhre A (Fig. 129, S. 133), die sich unten gabelförmig teilt, ist oben durch eine dünne Membran verschlossen. (Hopkins Interferenzgabel.) Auf die Membran streut man Sand und hält die Gabelteile

über zwei Abteilungen einer tönenden Platte. Je nachdem diese Abteilungen gleiche oder entgegengesetzte Schwingungsphasen besitzen, gerät der Sand in lebhaftere Bewegung, oder er bleibt in Ruhe.

2. Bei **Quinckes Interferenzröhre** (Fig. 130) sind zwei gabelförmig geteilte Glasröhren durch zwei Schläuche miteinander verbunden. Der eine Zweig der Interferenzröhre sei um eine halbe Wellenlänge etwa des Tones einer a^1 -Stimmgabel in der Luft (rund 39 cm) länger als der andere. Man bringt das freie Ende der einen Glasröhre an das Ohr und läßt durch das freie Ende der anderen den Klang der Stimmgabel in den Apparat eintreten. Dann hört man den Ton a^1 oder man hört ihn nicht, je nachdem man den einen Schlauch zusammenpreßt oder beide Schläuche offen läßt.

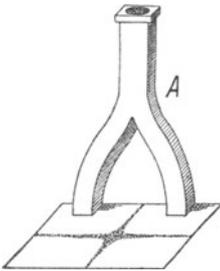


Fig. 129.

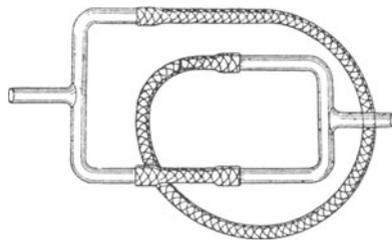


Fig. 130.

Quinckes Interferenzröhre.

Statt das Ohr an das freie Ende der ersten Glasröhre zu bringen, kann man dieses Ende auch über ein zylindrisches Gefäß halten, dessen Luftsäule mit der Stimmgabel gleichgestimmt ist.

3. Wenn man zwei Tonquellen, deren Schwingungszahlen nur wenig voneinander verschieden sind, gleichzeitig tönen läßt, so vernimmt man ein gleichmäßig abwechselndes An- und Abschwollen des Tones. (**Schwebungen** oder **Stöße**.)

Erklärung der Erscheinung:

Von den beiden Tonquellen mögen in einem bestimmten Augenblick Verdichtungen am Ohre anlangen, so daß gegenseitige Verstärkung stattfindet. Hat sodann die rascher schwingende Tonquelle eine halbe Schwingung mehr gemacht als die andere, so kommt von ihr in demselben Augenblick eine Verdünnung am Ohre an, wo von der anderen Tonquelle eine Verdichtung anlangt, so daß gegenseitige Schwächung eintritt. Hat die erste Tonquelle eine ganze Schwingung mehr gemacht als die zweite, so kommen wieder von beiden gleichzeitig Verdichtungen am Ohre an, so daß gegenseitige Verstärkung stattfindet, usw.

Folgerung:

Die Anzahl der Schwebungen, welche in 1 sec auftreten, ist gleich dem Unterschied der Schwingungszahlen der Tonquellen.

Aufgaben.

209. Bei einer Interferenzröhre werde der Ton c^2 ausgelöscht. Kleinstmöglicher Längenunterschied der Röhrenzweige? (Schwingungszahl von c^2 : 522, Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer Schallwellenbewegung in der Luft: 340 m/sec.)

210. Schwingungszahlen zweier Stimmgabeln: 261 bzw. 265. Anzahl der Schwebungen in 8 sec?

211. Als von zwei a^1 -Stimmgabeln (Schwingungszahl: 435) die eine durch Ankleben eines Stückchens Wachs etwas verstimmt wurde, gaben sie zusammen in 10 sec 35 Schwebungen. Schwingungszahl der verstimmten Stimmgabel?

212. Von zwei Stimmgabeln gab die eine die Oktave der andern. Zur Bestimmung ihrer Schwingungszahlen wurden 54 weitere Stimmgabeln hergestellt, deren Töne zwischen denjenigen der beiden ersten Gabeln lagen, und zwar so, daß jede höhere der 56 Stimmgabeln mit der nächsttieferen in 1 sec 4 Schwebungen gab. Schwingungszahlen der Stimmgabeln? (Methode von Scheibler.)

213. Ein Ton gibt mit seiner Terz 6 Schwebungen in 1 sec. Schwingungszahl des Tones?

214. Zwei Töne, deren Intervall einen kleinen halben Ton beträgt, erzeugen zusammen in 8 sec 43 Schwebungen. Schwingungszahlen der Töne?

§ 62. Die Beugung einer Schallwellenbewegung. Das Dopplersche Prinzip.

1. Eine Schallwellenbewegung, welche sich in einem Mittel ausbreitet und dabei an einem für sie undurchlässigen Körper ankommt, geht nicht einfach geradlinig an ihm vorbei; sie breitet sich vielmehr dem Huyghensschen Prinzip entsprechend auch mehr und mehr in den „Schallschattenraum“ hinein aus, der sich hinter dem Körper befindet. (**Beugung der Schallwellenbewegung.**)

Hören „um die Ecke herum“! — Vergl. die entsprechende Erscheinung bei einer Wasserwellenbewegung, die auf ein Hindernis (einen aus dem Wasser hervorragenden Felsen oder dergl.) trifft.

2. Wenn ein Beobachter und eine Tonquelle sich einander nähern oder voneinander entfernen, so langen bei dem Beobachter in 1 sec mehr bzw. weniger Schallschwingungen an, und er hört daher einen höheren bzw. tieferen Ton, als wenn sich seine Entfernung von der Tonquelle nicht änderte, d. h. als der Schwingungszahl der Tonquelle entspricht. (**Dopplersches Prinzip, 1842.**)

Wir bezeichnen die wirkliche Schwingungszahl der Tonquelle mit n , die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer Schallwellenbewegung in der Luft mit c , m , die Geschwindigkeit der Tonquelle oder des Beobachters

mit c' m und untersuchen nach einander die Fälle, daß der Beobachter an seiner Stelle bleibt und die Tonquelle sich ihm nähert oder von ihm entfernt, und daß die Tonquelle an ihrer Stelle bleibt und der Beobachter sich ihr nähert oder von ihr entfernt.

1) Der Beobachter bleibt an seiner Stelle, und die Tonquelle ändert ihre Entfernung von ihm.

In einem bestimmten Augenblick, in welchem eine Verdichtung von der Tonquelle ausgeht, sei diese von dem Beobachter x m entfernt.

Dann kommt die Verdichtung nach $\frac{x}{c}$ sec bei dem Beobachter an. Die folgende Verdichtung verläßt die Tonquelle $\frac{1}{n}$ sec später als die erste.

In dieser Zeit legt nun die Tonquelle $\frac{c'}{n}$ m zurück. Nähert sie sich also dem Beobachter, so ist sie von ihm bei dem Abgang der zweiten Verdichtung $\left(x - \frac{c'}{n}\right)$ m entfernt. Folglich kommt die zweite Verdichtung, von dem ursprünglichen Augenblick an gerechnet, nach

$\frac{1}{n} + \left(x - \frac{c'}{n}\right) : c = \left(\frac{1}{n} + \frac{x}{c} - \frac{c'}{n \cdot c}\right)$ sec bei dem Beobachter an. Demnach beträgt die Zeit zwischen der Ankunft einer Verdichtung und derjenigen der nächstfolgenden (= scheinbare Schwingungszeit der Tonquelle) $\frac{1}{n} + \frac{x}{c} - \frac{c'}{n \cdot c} - \frac{x}{c} = \frac{1}{n} - \frac{c'}{n \cdot c} = \frac{c - c'}{n \cdot c}$ sec. Also scheinbare

Schwingungszahl der Tonquelle:

$$n_1 = n \cdot \frac{c}{c - c'}$$

Entfernt sich die Tonquelle von dem Beobachter, so ergibt sich auf ganz entsprechende Weise als scheinbare Schwingungszahl der Tonquelle:

$$n_2 = n \cdot \frac{c}{c + c'}$$

Der Wert von n_2 geht aus demjenigen von n_1 (oder der Wert von n_1 aus demjenigen von n_2) hervor, wenn c' bei unverändertem absoluten Wert negativ genommen wird!

2) Die Tonquelle bleibt an ihrer Stelle, und der Beobachter ändert seine Entfernung von ihr.

In einem bestimmten Augenblick, in welchem eine Verdichtung die Tonquelle verläßt, sei der Beobachter von der Tonquelle ebenfalls x m entfernt. Nähert sich der Beobachter der Tonquelle, so kommen die Verdichtung und der Beobachter in 1 sec einander um $(c + c')$ m näher, so daß die

Verdichtung nach $\frac{x}{c+c'}$ sec bei dem Beobachter eintrifft. Da die folgende Verdichtung die Tonquelle $\frac{1}{n}$ sec später verläßt als die erste und in dieser Zeit eine Schallwellenbewegung in der Luft $\frac{c}{n}$ m zurücklegt, so können wir uns vorstellen, die zweite Verdichtung sei in dem ursprünglichen Augenblick von einer um $\frac{c}{n}$ m weiter zurückliegenden Stelle ausgegangen. Also kommt die zweite Verdichtung, von diesem Augenblick an gerechnet, nach $\left(x + \frac{c}{n}\right) : (c+c') = \left[\frac{x}{c+c'} + \frac{c}{n \cdot (c+c')}\right]$ sec bei dem Beobachter an. Folglich beträgt die scheinbare Schwingungszeit der Tonquelle $\frac{c}{n \cdot (c+c')}$ sec. Demnach scheinbare Schwingungszahl der Tonquelle:

$$n_1 = n \cdot \frac{c+c'}{c}.$$

Wenn sich der Beobachter von der Tonquelle entfernt, so findet man ganz entsprechend als scheinbare Schwingungszahl der Tonquelle:

$$n_2 = n \cdot \frac{c-c'}{c}.$$

Auch hier ergibt sich der Wert von n_2 aus demjenigen von n_1 oder umgekehrt, wenn c' bei unverändertem absoluten Wert negativ genommen wird. — Bestimmt man n_1 oder n_2 unter 1) oder 2) durch den Versuch, so kann man vermittels der betr. Formel bei bekanntem n die Geschwindigkeit der Tonquelle bzw. des Beobachters berechnen und umgekehrt. — Ist c' sehr klein gegen c , so ist

$$\begin{aligned} n \cdot \frac{c}{c-c'} &= n \cdot \frac{1}{1-\frac{c'}{c}} \\ &= n \cdot \left(1 + \frac{c'}{c}\right) \\ &= n \cdot \frac{c+c'}{c}, \\ n \cdot \frac{c}{c+c'} &= n \cdot \frac{1}{1+\frac{c'}{c}} \\ &= n \cdot \left(1 - \frac{c'}{c}\right) \\ &= n \cdot \frac{c-c'}{c}. \end{aligned}$$

In diesem Falle ist also die scheinbare Schwingungszahl der Tonquelle dieselbe, mag der Beobachter an seiner Stelle bleiben oder die Tonquelle an der ihrigen.

Aufgaben.

(Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer Schallwellenbewegung in der Luft: 340 m.)

215. Schwingungszahl der Pfeife einer Lokomotive: 520. Scheinbare Schwingungszahl, wenn sich die Lokomotive einem stille stehenden Beobachter mit 15 m/sec Geschwindigkeit nähert bzw. mit dieser Geschwindigkeit von ihm entfernt?

216. Mit welcher Geschwindigkeit muß sich ein Beobachter einer stille stehenden Tonquelle von der Schwingungszahl 50 nähern bzw. von der Tonquelle entfernen, damit er einen Ton von einer um 10 größeren oder kleineren Schwingungszahl hört?



III. Abschnitt.

Die Lehre vom Licht. (Optik.)

A. Die Ausbreitung des Lichts.

Zu wiederholen: U., Fortpflanzung des Lichts, Lichtbilder, Schattenerscheinungen.

§ 63. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichts.

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichts wurde von mehreren Forschern nach verschiedenen Verfahren bestimmt. Die ersten Bestimmungen derselben wurden von Olaf Römer (1676), von Bradley (1727) und von Fizeau (1849) vorgenommen.

a) Das Verfahren von Römer:

Beobachtet man die Zeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden Verfinsterungen des innersten Jupitermondes M (Fig. 131) durch den

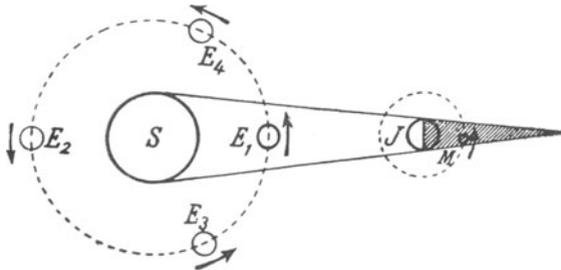


Fig. 131.

Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit nach Römer.

Kernschatten des Jupiter J, so findet man rund $42\frac{1}{2}$ Stunden, wenn sich die Erde an der Stelle E_1 oder E_2 ihrer Bahn um die Sonne S befindet. Soviel beträgt also die Umlaufszeit des Mondes, da er bei jedem Umlauf durch den Kernschatten des Jupiter geht und an den Stellen E_1 und E_2 die Entfernung der Erde vom Jupiter sich praktisch nicht ändert. Befindet sich die Erde an einer Zwischenstelle E_3 oder E_4 , an der sie sich dem Jupiter nähert bzw. von ihm entfernt, so ist die

Umlaufzeit des Mondes scheinbar etwas kürzer bzw. länger. Nun betragen z. B. alle scheinbaren Verkürzungen der Umlaufzeit des Mondes von der Stelle E_2 bis zur Stelle E_1 zusammen rund 1000 sec. In dieser Zeit legt mithin das Licht den Durchmesser der Erdbahn (= 300 Millionen Kilometer) zurück. Folglich **beträgt die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichts im leeren Raume (d. h. im freien Weltäther!) rund 300 000 km.**

b) Das Verfahren von Bradley:

Wenn man ein Fernrohr nach einem Fixstern S (Fig. 132) richtet und die Erde sich nicht in gerader Linie nach ihm hin oder von ihm



Fig. 132.

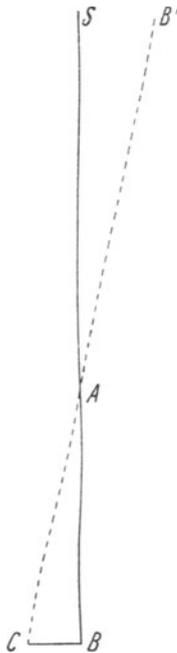


Fig. 133.

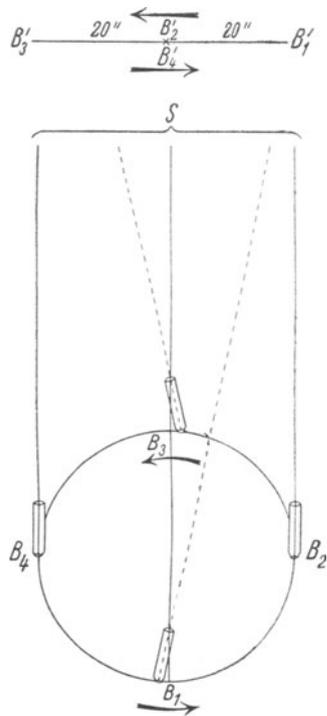


Fig. 134.

weg bewegt (was nur bei einem in der Ebene der Erdbahn befindlichen Fixstern vorkommen kann), so wird ein Lichtstrahl SAB , der durch den Mittelpunkt der Objektivlinse in das Fernrohr eintritt, wegen der Bewegung der Erde um die Sonne nicht durch den Mittelpunkt der Okularlinse aus dem Fernrohr austreten. Damit letzteres geschieht, muß man der Fernrohrachse eine solche Lage AC geben, daß gleichzeitig die Erde die Strecke CB und das Licht die Strecke AB zurücklegt. (Man erblickt dann den Stern an der Stelle B' .) $\sphericalangle BAC$ ist nun offenbar

am grössten, wenn sich die Erde senkrecht zu SAB bewegt (Fig. 133, S. 139), und zwar beträgt er dann rund 20'' oder, in absol. Maß gemessen, $\frac{\pi \cdot 20}{180 \cdot 60 \cdot 60} = \text{rund } \frac{1}{10\,000}$. Ein Fixstern, der sich in der Ebene der Erdbahn befindet, beschreibt also scheinbar im Laufe eines Jahres am Himmel eine Strecke von 2.20'' hin und zurück (Fig. 134, S. 139), ein Fixstern dicht bei einem Pol der Erdbahn einen Kreis von 2.20'' Durchmesser (Fig. 135); jeder andere Fixstern beschreibt scheinbar im Laufe eines Jahres am Himmel eine Ellipse, deren große Achse 2.20'' beträgt und der Ebene der Erdbahn parallel ist (Fig. 136). (**Aberration des Fixsternlichts.**)

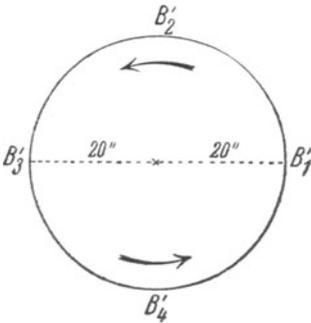


Fig. 135.

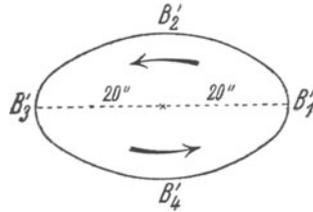


Fig. 136.

Was gilt von der kleinen Achse der Aberrationsellipse eines Fixsterns je nach seiner Entfernung von der Ebene der Erdbahn? — Die Aberration des Fixsternlichts ist ein Beweis für die Bewegung der Erde um die Sonne!

Die durchschnittliche Geschwindigkeit der Erde bei ihrer Bewegung um die Sonne ergibt sich in runder Zahl gleich 30 km. Bezeichnet man also die Lichtgeschwindigkeit mit x km, so verhält sich in Fig. 132 oder 133

$$CB : AB = 30 : x.$$

Nun kann man in Fig. 133 wegen der geringen Größe von $\sphericalangle BAC$ die Strecke BC als Kreisbogen um den Punkt A auffassen, so daß nach obigem

$$\frac{CB}{AB} = \frac{30}{x} = \frac{1}{10\,000},$$

folglich

$$x = 300\,000$$

ist.

c) Das Verfahren von Fizeau:

Von einer starken Lichtquelle A (Fig. 137, S. 141) fallen Lichtstrahlen unter 45° auf eine unbelegte Spiegelglasplatte B. Von dieser zurück-

geworfen, gehen sie durch eine Lücke des Zahnrades C hindurch, dessen Lücken ebenso breit sind wie seine a Zähne, und treffen senkrecht auf einen b km weit entfernten ebenen Spiegel D. Nach der Zurückwerfung hieran gelangen sie durch die Lücke und durch B hindurch in das Auge O eines Beobachters, so daß dieser die Lichtquelle sieht. Letzteres ist auch dann der Fall, wenn das Zahnrad langsam gedreht wird. Wird es aber so rasch gedreht, dass ein Zahn an die Stelle einer Lücke tritt, während das Licht den Weg von dem Zahnrad bis zum Spiegel D

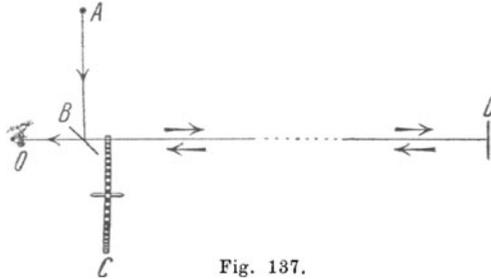


Fig. 137.

Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit nach Fizeau.

und wieder zurück durchläuft, so sieht der Beobachter die Lichtquelle nicht mehr. Das Rad mache dann in 1 sec n Umdrehungen, so daß es $\frac{1}{n \cdot 2a}$ sec dauert, bis ein Zahn an die Stelle einer Lücke getreten ist. Da das Licht in dieser Zeit $2b$ km zurücklegt, so ist seine Fortpflanzungsgeschwindigkeit gleich $4abn$ km.

Ergebnis der Versuche nach dem Fizeauschen Verfahren:

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichts in der Luft (eigentlich in dem Äther der Luft!) beträgt rund 300 000 km.

300 000 km sind rund $7\frac{1}{2}$ mal so groß als der Erdumfang längs des Äquators!

Aufgaben.

217. Was tritt ein, wenn das Zahnrad bei dem Fizeauschen Verfahren doppelt, dreimal, . . . so rasch gedreht wird, als zuletzt angegeben wurde?

218. Das von Fizeau benutzte Zahnrad hatte 720 Zähne, seine Entfernung von dem Spiegel D betrug 8,633 km, und n war gleich 12,6. Führe mit diesen Zahlen die Berechnung der Lichtgeschwindigkeit durch.

219. Welche Zeit braucht das Licht, um von der Sonne, welche Zeit, um von dem Monde zu uns zu gelangen? (Entfernungen der Sonne und des Mondes von der Erde: 150 Millionen bzw. 382 500 km.)

220. Der uns nächste Fixstern (Centauri) ist 3,5 Lichtjahre von uns entfernt, d. h. das Licht braucht 3,5 Jahre, um von ihm zu uns zu gelangen. Entfernung in km?

§ 64. Die Stärke der Beleuchtung einer Fläche.

1. In einem homogenen Mittel befinde sich eine als punktförmig ansehbare Lichtquelle und in einer größeren Entfernung von ihr eine kleine ebene Fläche. Dann wird diese von einem Lichtstrahlenbündel

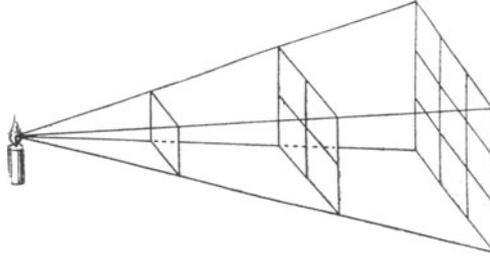


Fig. 138.

getroffen, das von der Lichtquelle ausgeht. Dasselbe Bündel trifft in der doppelten Entfernung eine viermal so große, in der dreifachen Entfernung eine neunmal so große parallele Fläche usw., so daß eine gleichgroße parallele Fläche in der doppelten Entfernung von dem vierten Teil, in der dreifachen Entfernung von dem neunten Teil des Bündels beleuchtet wird usw. (Fig. 138.) Also:

Bei gleicher Neigung der Lichtstrahlen ist die Stärke der Beleuchtung einer Fläche („Lichtstärke“) dem Quadrat der Entfernung der Fläche von der Lichtquelle umgekehrt proportional.

Experimentelle Bestätigung s. Fig. 139: Der linke und der rechte Teil der Mattscheibe A B sind gleichhell beleuchtet, wenn die vier Kerzen C von dem Spiegel D doppelt so weit entfernt sind als die Kerze E von dem Spiegel F.

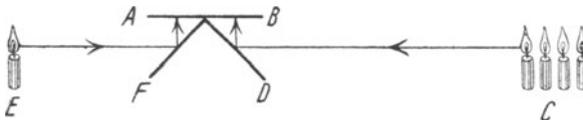


Fig. 139.

In einem körperlichen Mittel nimmt die Lichtstärke praktisch noch rascher ab, als das Quadrat der Entfernung von der Lichtquelle zunimmt; beim Durchgang von Licht durch einen Körper setzt sich nämlich ein Teil der Lichtenergie in Körperwärme um: Abnahme der Lichtstärke durch Absorption. Bei einem Bündel paralleler Lichtstrahlen kommt offenbar allein die Abnahme der Lichtstärke durch

Absorption in Betracht; daher die Wirkung der Scheinwerfer. Was gilt von der Lichtstärke bei einem Bündel konvergenter Lichtstrahlen?

Man erkennt, daß für die „Stärke“ jeder anderen Art von Strahlung, die in einem homogenen Mittel von einer punktförmigen Strahlungsquelle ausgeht, dasselbe Gesetz gilt wie für die Lichtstärke beim Ausgang des Lichts von einer punktförmigen Lichtquelle. Vergl. auch das Gesetz für die Stärke einer Schallempfindung (U.) und das Gravitationsgesetz.

2. Ein Bündel paralleler Lichtstrahlen treffe senkrecht auf eine ebene Fläche; bringt man dann die Fläche in eine geneigte Lage zu den Strahlen, so wird sie nur noch von einem Teil des Bündels getroffen, also schwächer beleuchtet. (Fig. 140.) Ist jetzt der Einfallswinkel der

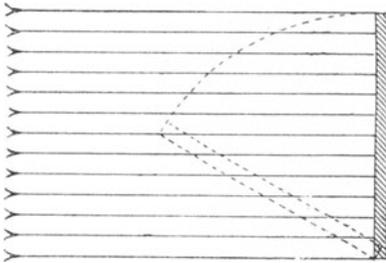


Fig. 140.

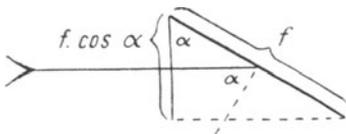


Fig. 141.

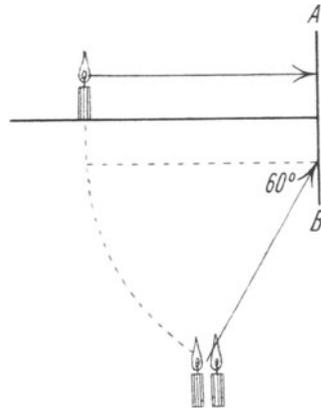


Fig. 142.

Strahlen gleich α , und bezeichnet man die Größe der Fläche mit f Flächeneinheiten, so beträgt der Querschnitt des Strahlenbündels, welches die Fläche in ihrer neuen Lage trifft, $f \cdot \cos \alpha$ Flächeneinheiten. (Fig. 141.) Mithin:

Die Stärke der Beleuchtung einer Fläche ist proportional dem \cos des Einfallswinkels der Lichtstrahlen, welche die Fläche treffen.

Experimentelle Bestätigung s. Fig. 142: Der obere und der untere Teil der Mattscheibe AB sind gleichhell beleuchtet. $\left(\cos 60^\circ = \frac{1}{2} ! \right)$

Aufgaben.

221. Ein Schirm wird von einer elektrischen Bogenlampe einmal in einem Abstand von 2 m, dann in einem solchen von 10 m beleuchtet. Verhältnis der Beleuchtungsstärken?

222. In welchem Abstand von der Bogenlampe der vorhergehenden Aufgabe muß der Schirm aufgestellt werden, damit er $\frac{1}{5}$ mal so stark beleuchtet wird als in 2 m Abstand?

223. Vergl. die Beleuchtungsstärken an zwei Stellen der Oberflächen der Erde und des Mars, wenn daselbst die Sonnenstrahlen unter gleicher Neigung auffallen. (Entfernungen der Erde und des Mars von der Sonne: 150 bzw. 240 Millionen km.) Von der Lichtabsorption in den Atmosphären der beiden Planeten wird abgesehen.

224. Wieviele gleiche Lichtquellen, welche dicht beieinander stehen, beleuchten eine Fläche in 5 m Abstand ebenso stark wie eine der Lichtquellen in 1 m Abstand?

225. 6 m von einer brennenden Kerze entfernt stehen dicht beieinander vier gleiche brennende Kerzen. Wo muß man dazwischen einen Schirm aufstellen, damit er auf beiden Seiten gleichstark beleuchtet wird?

226. Wo wird in einem bestimmten Augenblick die Oberfläche der Erde (eines Planeten, eines Mondes) am stärksten beleuchtet, und was gilt in demselben Augenblick von der Stärke der Beleuchtung der übrigen Oberflächenstellen? Begründung?

227. Vergl. die Beleuchtungsstärken am Äquator und an einem Wendekreis (geogr. Breite: $20^{\circ} 27' 30''$) der Erde beim höchsten Stande der Sonne zur Zeit der Nachtgleichen.

228. Entfernungen zweier Flächen von einer Lichtquelle: 50 bzw. 60 cm, Einfallswinkel der Lichtstrahlen: 30° bzw. 20° . Verhältnis der Beleuchtungsstärken?

229. Unter Beibehaltung der übrigen Umstände von Aufg. 228 lasse man die Lichtstrahlen so stark geneigt auf die erste Fläche fallen, daß beide Flächen gleichhell beleuchtet sind. Einfallswinkel der Strahlen in bezug auf die erste Fläche?

§ 65. Die Stärke einer Lichtquelle.

1. Man schreibt zwei Lichtquellen dieselbe Stärke oder Intensität zu, wenn sie eine Fläche aus derselben Entfernung bei gleicher Neigung der Lichtstrahlen gleichstark beleuchten.

Die ältere deutsche Einheit der Stärke einer Lichtquelle heißt **Normalkerze (NK)**, die neuere Einheit **Hefnerkerze (HK)**.

1 NK ist die Intensität der Flamme einer Paraffinkerze von 2 cm Durchmesser bei 5 cm Flammenhöhe.

1 HK ist die Intensität der Flamme einer Amylzetatlampe von 8 mm Dochtstärke bei 4 cm Flammenhöhe.

Als Einheit der Beleuchtungsstärke dient die **Meterkerze, d. i. die Beleuchtungsstärke, welche eine Lichtquelle von einer Einheit Stärke in 1 m Entfernung bei senkrechtem Auffallen der Lichtstrahlen hervorbringt.**

2. Nach § 64, 1 hat man bei gleicher Neigung der Lichtstrahlen zur gleichstarken Beleuchtung einer Fläche aus doppelter Entfernung eine viermal so starke Lichtquelle, aus dreifacher Entfernung eine neunmal so starke Lichtquelle nötig usw. als aus einfacher Entfernung. Wenn also zwei Lichtquellen bei gleicher Neigung der Lichtstrahlen

eine Fläche gleichstark beleuchten, so **verhalten sich ihre Stärken wie die Quadrate ihrer Abstände von der Fläche**. Hierauf beruhen die **Lichtstärkemesser** oder **Photometer**, d. s. Apparate zur Vergleichung der Stärken zweier Lichtquellen, also zur Bestimmung der Stärke der einen, wenn diejenige der andern bekannt ist.

Bei dem **Photometer von Rumford** (1794, Fig. 143) läßt man durch die Lichtquellen L_1 und L_2 , deren Stärken zu vergleichen sind, auf einem weißen Schirm dicht nebeneinander die Schatten S_1 und S_2 eines Stabes erzeugen. S_1 wird nun von L_2 , S_2 wird von L_1 beleuchtet. Verschiebt man demnach die Lichtquellen, bis beide Schatten gleichstark sind, so verhalten sich die Stärken der Lichtquellen wie die Quadrate von deren Abständen von dem Schirm.

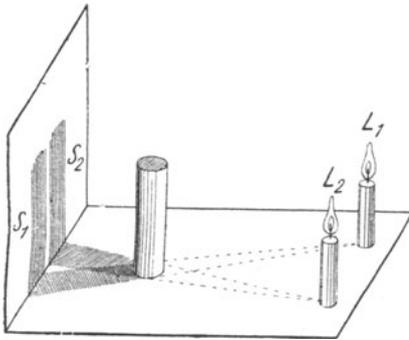


Fig. 143.

Photometer von Rumford.

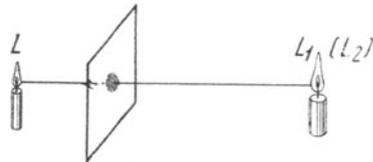


Fig. 144.

Photometer von Bunsen.

Das **Photometer von Bunsen** (1851, Fig. 144), welches genauere Ergebnisse liefert als das vorige, besteht im wesentlichen aus einem Papierblatt mit einem Fettfleck in der Mitte. Da dieser weniger Licht zurückwirft und mehr durchläßt als das umliegende Papier, so erscheint er im auffallenden Licht dunkel auf hellem Grunde, im durchgehenden Licht hell auf dunklem Grunde. Auf der einen Seite wird das Papierblatt von einer festen Lichtquelle L senkrecht zu dem Fettfleck beleuchtet. Auf der anderen Seite läßt man es nacheinander von den zu vergleichenden Lichtquellen L_1 und L_2 ebenso beleuchten, und zwar aus solchen Entfernungen, daß man beim Betrachten dieser Seite den Fettfleck nicht mehr wahrnimmt. Dann verhalten sich die Stärken von L_1 und L_2 wie die Quadrate ihrer Abstände von dem Papierblatt.

Außer den Photometern von Rumford und von Bunsen gibt es noch andere, so das Photometer von Ritchie, dessen Prinzip man sich durch Fig. 139 erläutern denken kann.

Durch photometrische Vergleichung findet man: $1 \text{ NK} = 1,2 \text{ HK}$.

Aufgaben.

230. Eine elektrische Glühlampe und eine Kerze von 1 NK Stärke ihrer Flamme erzeugen bei einem Rumfordschen Photometer gleichstarke Schatten. Abstände von dem Schirm des Photometers: 1 m bzw. 25 cm. Stärke der Glühlampe?

231. Eine elektrische Glühlampe von 16 NK und eine Gasflamme von 9 NK Stärke werden bei einem Bunsenschen Photometer als Lichtquellen L_1 und L_2 verwendet. Die Glühlampe bringt den Fettfleck in 1,2 m Abstand zum Verschwinden. In welchem Abstand tut dies die Gasflamme?

232. Zwei als punktförmig ansehbare Lichtquellen von 25 und 16 NK sind 2,7 m voneinander entfernt. An welchen Stellen der durch sie bestimmten Geraden bringen sie dieselbe Beleuchtungsstärke hervor? (Vergl. Aufg. 2.5)

233. 85 cm hoch über einem Tisch befindet sich eine Gasglühlichtlampe mit abwärts gerichtetem Glühstrumpf von 12 HK Stärke. Beleuchtungsstärke des Tisches lotrecht unter der Flamme?

234. In welcher Höhe wäre über Tisch von Aufg. 233 eine elektrische Glühlampe von 32 NK Stärke anzubringen, damit sie ihn ebenso hell beleuchtete wie die Gasglühlichtlampe?

235. 1 m hoch über einem Tisch befinden sich zwei Gasflammen von je 10 HK Stärke. Beleuchtungsstärke des Tisches mitten zwischen den Flammen, wenn diese 80 cm voneinander entfernt sind?

B. Die Zurückwerfung des Lichts.

Zu wiederholen: U., Zurückwerfung des Lichts, unregelmäßige und regelmäßige Zurückwerfung, Spiegel.

§ 66. Einige Anwendungen ebener Spiegel.

Zu wiederholen: U., Einfache ebene Spiegel, Parallelspiegel und Winkelspiegel.

1. Der **Heliostat** ist ein ebener Spiegel, dem mit der Hand oder durch ein Uhrwerk eine solche Bewegung erteilt wird, daß er die Sonnenstrahlen trotz des Fortrückens der Sonne am Himmel stets in derselben Richtung zurückwirft.

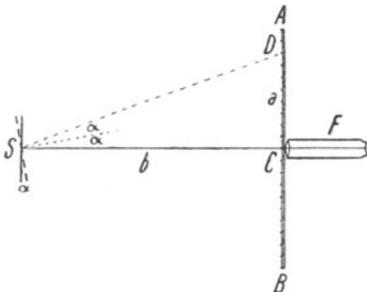


Fig. 145.

Poggendorffsche Spiegelablesung.

2. Die **Poggendorffsche Spiegelablesung** dient dazu, kleine Drehungswinkel zu messen. Zu diesem Zweck ist an dem sich drehenden Körper ein kleiner ebener Spiegel S (Fig. 145) angebracht. In letzterem betrachtet man durch ein mehrere Meter von ihm entferntes Fernrohr F das Spiegelbild einer Millimeterskala AB. In der ursprünglichen Lage des sich drehenden Körpers, in welcher die Fernrohrachse auf der Spiegelfläche

senkrecht steht, erblicke man in der Richtung dieser Achse das Bild eines Teilstrichs C der Skala. Hat sich der Körper und also auch der Spiegel um einen Winkel α gedreht, so erblicke man in der Richtung der Fernrohrachse das Bild des Teilstrichs D der Skala. Bezeichnet man demnach die Abstände des Teilstrichs D und des Spiegels von dem Teilstrich C bezüglich mit a und b mm, so ist

$$\tan 2\alpha = \frac{a}{b}.$$

Entfernt man das Fernrohr und läßt in seiner bisherigen Richtung ein schmales Bündel paralleler Lichtstrahlen auf den Spiegel fallen, so erzeugen die zurückgeworfenen Strahlen auf der Skala einen schmalen Lichtfleck, der sich schon bei äußerst geringer Drehung des Spiegels in erheblicher Entfernung von dem Teilstrich C in der Mitte der Skala befindet: Mittel, äußerst geringe Drehungen eines Körpers sichtbar und meßbar zu machen. Ein Beispiel für einen solchen Körper ist der Magnet eines Galvanometers: „Spiegelgalvanometer“. (Das Bündel der zurückgeworfenen Lichtstrahlen spielt für den sich drehenden Körper die Rolle eines gewichtslosen Zeigers, der darum beliebig lang sein kann)

3. Vermittels des **Spiegelsextanten** kann man den Winkel α bestimmen, welchen die Richtungen nach zwei fernen Punkten A und B (Fig. 146) miteinander bilden. Nach dem Punkte A richtet man die Achse des Fernrohrs F durch die obere, unbelegte Hälfte der festen Spiegelglasplatte C hindurch. Ist der drehbare Spiegel S der Spiegelglasplatte parallel, so erblickt man in dem Fernrohr auch noch ein Spiegelbild des Punkts A in der unteren, belegten Hälfte von C (infolge zweimaliger Lichtzurückwerfung an S und der unteren Hälfte von C). S werde nun gedreht, bis an die Stelle des Bildes von A ein solches von B getreten ist. Dann ist der Winkel α doppelt so groß als der Drehungswinkel β des Spiegels S. (Vergl. Fig. 145.)

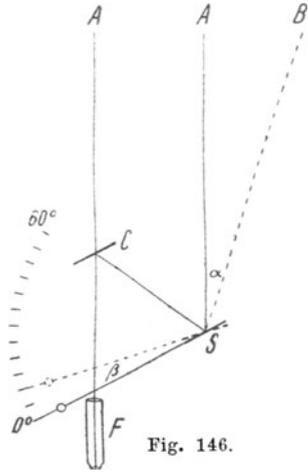


Fig. 146.

Anwendung des Spiegelsextanten z. B. zur Bestimmung der geogr. Breite auf hoher See durch Messung der Sonnenhöhe zu Mittag. (Sonnenhöhe = Äquatorhöhe + Deklination der Sonne = 90° — geogr. Breite + Deklination der Sonne.) — Der Name „Sextant“ rührt daher, daß als Einteilungsbereich meist 60° genommen werden. (S. Fig. 146.)

Aufgaben.

236. Bei einer Poggendorffschen Spiegelablesung betragen die Abstände des Spiegels und des Teilstrichs D von dem Teilstrich C bezüglich 5 m und 23 cm. Größe des Drehungswinkels?

237. Warum pflegt man an die Gradeinteilung eines Spiegelsextanten doppelt so große Zahlen zu schreiben, als eigentlich daran gehören?

§ 67. Kugelspiegel.

Zu wiederholen U., Gekrümmte Spiegel, sphärische Hohlspiegel, sphärische Konvexspiegel.

1. Jede Gerade, die durch den geometrischen Mittelpunkt eines Kugelspiegels geht und die Spiegelfläche trifft, wird eine **optische Achse** des Spiegels genannt.

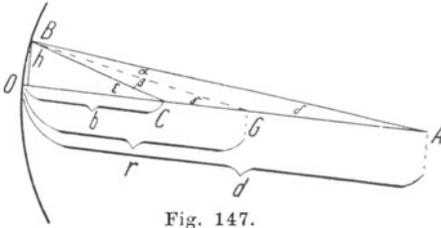


Fig. 147.

Auf einer optischen Achse eines Kugelspiegels befindet sich ein leuchtender Punkt A (Fig. 147 oder 148). Die zu einem leuchtenden Punkte gehörige optische Achse eines Kugelspiegels heißt auch **Hauptstrahl** des Punktes in bezug auf den Spiegel). Ein von ihm ausgehender Lichtstrahl treffe die Spiegelfläche in B, der zugehörige zurückgeworfene Strahl die optische Achse in C. Dann gilt wegen $\alpha = \beta$

a) für den Hohlspiegel (Fig. 147):

$$\gamma - \delta = \varepsilon - \gamma \text{ oder}$$

$$\delta + \varepsilon = 2\gamma,$$

b) für den erhabenen Spiegel (Fig. 148):

$$\gamma + \delta = \varepsilon - \gamma \text{ oder}$$

$$\delta - \varepsilon = -2\gamma.$$

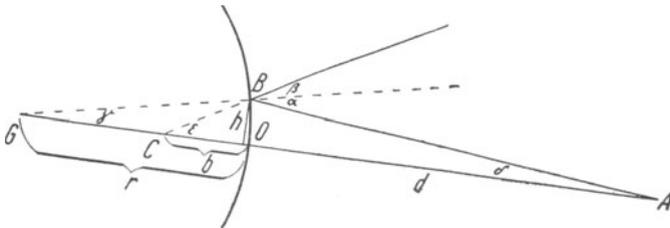


Fig. 148.

Nun sei der einfallende Strahl ein **Zentralstrahl**, d. h. er bilde mit der optischen Achse einen sehr kleinen Winkel. Dann kann man statt der Winkel γ , δ und ε wegen ihrer geringen Größe ihre Sinus, ferner $AB = d$ und $CB = b$ setzen. Betrachtet man des weiteren eine Strecke vor der Spiegelfläche als positive, eine Strecke hinter der Spiegelfläche als negative Größe, so folgt sowohl aus der unter a) als auch aus der unter b) erhaltenen Gleichung:

$$\frac{h}{d} + \frac{h}{b} = 2 \frac{h}{r} \quad (h \perp OG!)$$

oder

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{b} = \frac{2}{r}.$$

Da zu jedem Zentralstrahl des Punktes A dasselbe d gehört, so gehört mithin zu ihm auch dasselbe b , d. h.:

Alle von einem leuchtenden Punkte ausgehenden Zentralstrahlen vereinigen sich nach ihrer Zurückwerfung an dem Kugelspiegel wieder in einem Punkte der zugehörigen optischen Achse. Dieser Punkt ist demnach das Bild, welches der Kugelspiegel von dem leuchtenden Punkte erzeugt.

Aus der letzten Formel (natürlich auch aus den Figuren) folgt, daß r das harmonische Mittel zwischen d und b ist, oder daß r von A und C harmonisch geteilt wird.

In der Formel

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{b} = \frac{2}{r}$$

sind d und b vertauschbar. (Gegenstandspunkt und Bildpunkt vertauschbar!) Daher ist der Wert von b , der einem unendlich großen Wert von d entspricht, gleich dem Wert von d , der einem unendlich großen Wert von b entspricht. (Auftreffen paralleler Lichtstrahlen auf den Spiegel bzw. Zurückgehen solcher Strahlen von ihm.) Wenn man also jenen Wert von b bzw. d mit f bezeichnet (Brennweite des Hohlspiegels oder Zerstreuungswerte des erhabenen Spiegels!), so ist nach der letzten Formel in Übereinstimmung mit U.

$$\frac{1}{f} = \frac{2}{r}, \text{ d. h.}$$

$$f = \frac{r}{2},$$

so daß man jene Formel auch schreiben kann:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}.$$

Beachte: Für einen erhabenen Spiegel ist r und demnach auch f eine negative Größe.

2. Bewegt sich der leuchtende Punkt auf einer zur Spiegelfläche konzentrischen Kugelfläche, so bleibt d und also auch b unverändert, d. h. das Bild des leuchtenden Punktes bewegt sich ebenfalls auf einer zur Spiegelfläche konzentrischen Kugelfläche. Nun kann man ein sehr

kleines Stück einer Kugelfläche als ein Ebenenstück betrachten, das auf dem zugehörigen Kugelradius senkrecht steht. Setzt man demnach in

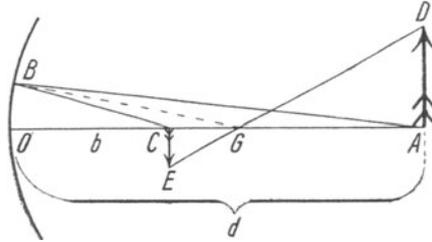


Fig. 149.

Fig. 149 und 150 AD und CE, welche senkrecht zu OA sind, als sehr klein voraus, so ist CE das Bild von AD. Nun verhält sich

$$\begin{aligned} CE : AD &= CG : AG \\ &= CB : AB \\ &= b : d, \text{ d. h.} \end{aligned}$$

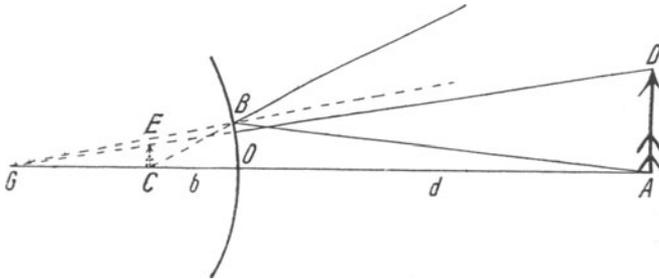


Fig. 150.

Bildgröße zu Gegenstandsgröße wie „Bildweite“ zu „Gegenstandsweite“.

Aus diesem Gesetz im Verein mit der Formel $\frac{1}{d} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$ folgen die 4 Bildgesetze für einen Hohlspiegel und das Bildgesetz für einen erhabenen Spiegel, welche in U. durch Konstruktion abgeleitet wurden. nämlich:

Befindet sich ein leuchtender Gegenstand jenseits der doppelten Brennweite eines Hohlspiegels, so entsteht von ihm auf derselben Seite der Spiegelfläche zwischen der einfachen und doppelten Brennweite ein wirkliches, umgekehrtes und verkleinertes Bild.

Befindet sich ein leuchtender Gegenstand am Ende der doppelten Brennweite eines Hohlspiegels, so entsteht von ihm auf derselben Seite der Spiegelfläche ebenfalls am Ende der doppelten Brennweite ein wirkliches, umgekehrtes und gleichgroßes Bild.

Befindet sich ein leuchtender Gegenstand zwischen der einfachen und doppelten Brennweite eines Hohlspiegels, so entsteht von ihm auf derselben Seite der Spiegelfläche jenseits der doppelten Brennweite ein wirkliches, umgekehrtes und vergrößertes Bild.

Befindet sich ein leuchtender Gegenstand innerhalb der einfachen Brennweite eines Hohlspiegels, so entsteht von ihm auf der anderen Seite der Spiegelfläche ein scheinbares, aufrechtes und vergrößertes Bild.

Befindet sich ein leuchtender Gegenstand vor einem erhabenen Spiegel, so entsteht von ihm auf der anderen Seite der Spiegelfläche innerhalb der Zerstreuungswerte ein scheinbares, aufrechtes und verkleinertes Bild.

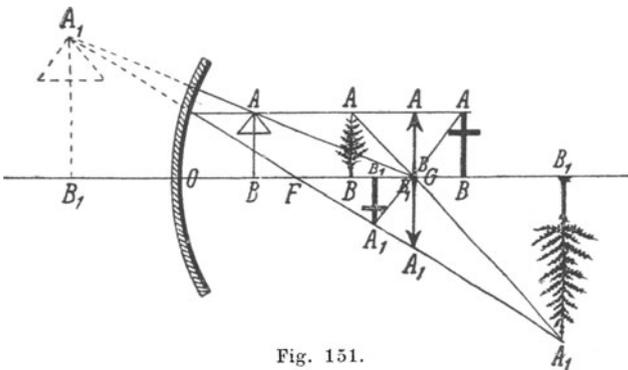


Fig. 151.

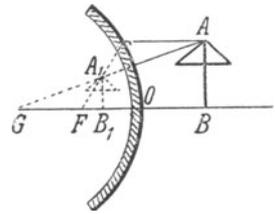


Fig. 152.

Erläuterung und konstruktive Bestätigung der Bildgesetze für einen Hohlspiegel durch Fig. 151, für einen erhabenen Spiegel durch Fig. 152. In Fig. 151 liegen die Bilder $A_1 B_1$ von 4 Gegenständen $A B$ vor (erster Gegenstand: das Kreuz), in Fig. 152 das Bild $A_1 B_1$ eines Gegenstands $A B$.

Nach 1. vereinigen sich nur Zentralstrahlen, die von einem leuchtenden Punkte ausgehen, nach der Zurückwerfung an einem Kugelspiegel wieder in einem Punkte. In ihrer Gesamtheit umhüllen die von einem leuchtenden Punkte ausgehenden und einen Kugelspiegel treffenden Lichtstrahlen nach der Zurückwerfung an diesem eine Fläche, Brennfläche oder katakautische Fläche genannt, was Unschärfe der Bilder bewirkt. (Sphärische Abweichung oder sphärische Aberration. Verminderung derselben durch Verwendung von Spiegeln mit kleinen Öffnungen, d. h. mit kleinen Zentriwinkeln der Spiegelflächen, wodurch jedoch die Bilder lichtschwächer werden.)

Aufgaben.

238. Ein Gegenstand bewege sich aus unendlicher Entfernung bis zur Spiegelfläche a) eines sphärischen Hohlspiegels, b) eines sphärischen erhabenen Spiegels. Wie ändern sich dabei Ort und Größe des Bildes des Gegenstands?

239. Wie verhält sich der Durchmesser des Sonnenbildchens, das ein sphärischer Spiegel erzeugt, zur Brennweite (Zerstreuungswerte) des Spiegels, wenn das Bildchen

genau an der Stelle des Brennpunkts (Zerstreuungspunkts) des Spiegels angenommen wird und die Richtungen nach den Endpunkten eines Sonnendurchmessers einen Winkel von $32'$ miteinander bilden?

240. Zerstreuungsweite eines erhabenen Spiegels: -20 cm, GröÙe eines Gegenstands: 60 cm, Gegenstandsweite: $1,2$ m. GröÙe des Bildes und Bildweite?

241. Ein Gegenstand sei einmal von einem Hohlspiegel um $\frac{1}{3}$ der Brennweite, sodann von einem erhabenen Spiegel um $\frac{1}{3}$ der Zerstreuungsweite des Spiegels entfernt. Verhältnis der BildgröÙen, wenn die Zerstreuungsweite des erhabenen Spiegels ebenso groß ist wie die Brennweite des Hohlspiegels?

242. Radius eines Hohlspiegels: 30 cm, Bildweite: 20 cm. Gegenstandsweite?

243. Ein Hohlspiegel erzeugt von einem 2 m hohen Gegenstand in 50 cm Abstand von der Spiegelfläche ein 2 cm großes Bild. Gegenstandsweite und Radius des Spiegels?

244. Brennweite eines Hohlspiegels: 25 cm. In welchem Abstand von der Spiegelfläche ist ein Gegenstand anzubringen, damit von ihm ein doppelt (drei-, viermal) so großes scheinbares Bild entsteht, in welchem Abstand, damit der Spiegel von dem Gegenstand ein doppelt (dreimal, halb) so großes wirkliches Bild erzeugt?

245. Bei einem erhabenen Spiegel betrage die Gegenstandsweite 90 cm, die Bildweite -25 cm. Radius?

246. Ein Hohl- und ein erhabener Spiegel kehren einander ihre Spiegelflächen zu. Länge des Radius jedes der Spiegel: 40 cm, Entfernung der geometrischen Mittelpunkte voneinander: 4 m. Wo muß zwischen den Spiegeln in gerader Linie mit den geometrischen Mittelpunkten ein Gegenstand aufgestellt werden, damit der Hohlspiegel von ihm ein wirkliches Bild erzeugt, das ebenso groß ist wie das in dem erhabenen Spiegel entstehende Bild?

C. Die Brechung und die vollständige Zurückwerfung des Lichts.

Zu wiederholen: U., Brechung des Lichts.

§ 68. Optisch dichtere und optisch dünnere Mittel. Einige Folgerungen aus dem Brechungsgesetz.

Zu wiederholen: U., Brechungsverhältnis, Konstruktion des gebrochenen Strahles, Durchgang des Lichts durch eine Platte.

1. Dasjenige von zwei Mitteln, in welchem sich das Licht langsamer fortpflanzt, wird als das **optisch dichtere Mittel**, das andere als das **optisch dünnere Mittel** bezeichnet.

Nach § 51, 2 findet die Brechung eines Lichtstrahls beim Übergang desselben in ein optisch dichteres Mittel zum Einfallslot hin, beim Übergang in ein optisch dünneres Mittel vom Einfallslot weg statt.

Das mechanisch dichtere von zwei Mitteln ist nicht immer auch das optisch dichtere. So ist Weingeist mechanisch dünner, aber optisch dichter als Wasser. — Luft ist z. B. „akustisch dichter“ als Wasser. (Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer Schallbewegung in Luft: 340 m/sec, in Wasser: 1435 m/sec.) Daher muss ein Schallstrahl beim Übergang aus Luft in Wasser vom Einfallslot weg gebrochen werden.

2. Da nach § 51, 2 das Brechungsverhältnis eines Mittels in bezug auf ein anderes für Licht gleich dem Verhältnis der Lichtgeschwindigkeiten in den beiden Mitteln ist, so kann aus dem Brechungsverhältnis zweier Mittel und der Lichtgeschwindigkeit in dem einen diejenige in dem anderen berechnet werden. Beispiel: Die Brechungsverhältnisse von Luft zu Wasser und zu Glas betragen durchschnittlich für die verschiedenen einfachen Lichtfarben $\frac{4}{3}$ bzw. $\frac{3}{2}$; demnach macht die durchschnittliche Lichtgeschwindigkeit in Wasser $\frac{3}{4}$, in Glas $\frac{2}{3}$ von der Lichtgeschwindigkeit in der Luft aus.

3. Die Brechungsverhältnisse eines Mittels in bezug auf zwei andere für Licht seien gleich n_1 und n_2 , das Brechungsverhältnis der beiden letzten Mittel gleich n . Beträgt also die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichts in den drei Mitteln bezüglich c , c_1 und c_2 Längeneinheiten, so ist

$$n_1 = \frac{c}{c_1}, \quad n_2 = \frac{c}{c_2}, \quad n = \frac{c_1}{c_2}.$$

Daraus folgt:

$$n = \frac{n_2}{n_1}. \quad \text{In Worten?}$$

Anwendung dieser Formel zur Berechnung des Brechungsverhältnisses zweier Mittel für Licht, wenn man das Brechungsverhältnis von Luft in bezug auf jedes der Mittel kennt.

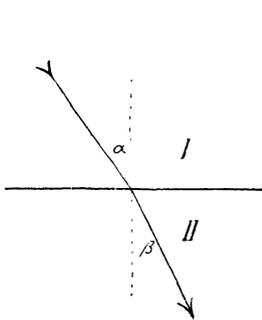


Fig. 153.

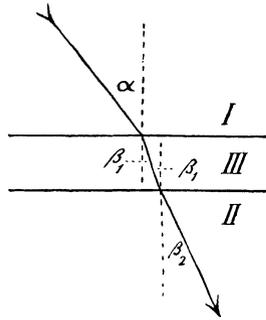


Fig. 154.

4. Das Brechungsverhältnis eines Mittels I in bezug auf ein Mittel II (Fig. 153) für Licht sei gleich n . Einfallswinkel eines Lichtstrahls, der aus I in II übergeht: α , Brechungswinkel: β . Dann ist nach § 51, 2

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n.$$

Nun denke man sich die beiden Mittel durch ein plattenförmiges Mittel III getrennt. (Fig. 154, S. 153.) Das Brechungsverhältnis für Licht von III in bezug auf I sei gleich n_1 , in bezug auf II gleich n_2 , so daß nach 3.

$$n = \frac{n_2}{n_1}.$$

Fällt der Lichtstrahl unter dem früheren Einfallswinkel auf die Grenzfläche von III, und bezeichnet man seinen Brechungswinkel in III mit β_1 , in II mit β_2 , so ist

$$\begin{aligned} \frac{\sin \alpha}{\sin \beta_1} &= \frac{1}{n_1}, \\ \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_2} &= n_2, \end{aligned}$$

also

$$\begin{aligned} \frac{\sin \alpha}{\sin \beta_2} &= \frac{n_2}{n_1} \\ &= n. \end{aligned}$$

Demnach ist

$$\beta_2 = \beta, \text{ d. h.:}$$

Bei unveränderlichem Einfallswinkel eines Lichtstrahls ist es für die Richtung des gebrochenen Strahls gleichgültig, ob der Lichtstrahl unmittelbar aus einem Mittel in ein anderes übergeht, oder ob sich dieser Übergang durch ein plattenförmiges Mittel hindurch vollzieht.

Man kann sich also ein solches (plattenförmiges) Mittel, wenn es vorhanden ist, einfach weg- und daher auch durch eine Schicht beliebig vieler derartiger Mittel ersetzt denken.

Wie man sieht, gilt das Entsprechende wie das hier sowie unter 2. und 3. Auseinandergesetzte für jede andere Art von Wellenstrahlen.

Aufgaben.

247. Mittleres Brechungsverhältnis von Luft in bezug auf Weingeist für Licht: 1,4. Mittlere Lichtgeschwindigkeit im Weingeist?

248. Wie groß ist das mittlere Brechungsverhältnis von Wasser zu Glas für Licht? (Mittleres Brechungsverhältnis von Luft zu Wasser: $\frac{4}{3}$, zu Glas: $\frac{3}{2}$.)

§ 69. Ablenkung eines Lichtstrahls durch einmalige Brechung.

Die Ablenkung eines (einfarbigen) Lichtstrahls durch Brechung (Einfallswinkel: α , Brechungswinkel: β , Brechungsverhältnis des alten Mittels in bezug auf das neue: n) sei gleich δ . Dann ist

a) bei Brechung zum Lote (Fig. 155)

$$\delta = \alpha - \beta,$$

b) bei Brechung vom Lote (Fig. 156)

$$\delta = \beta - \alpha.$$

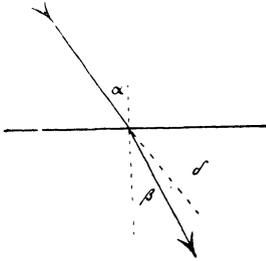


Fig. 155.

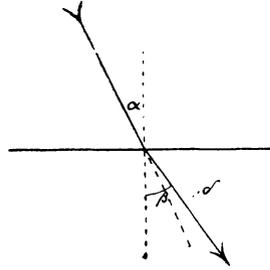


Fig. 156.

Nach dem Brechungsgesetz ist $\sin \alpha = n \cdot \sin \beta$, also $\sin \alpha - \sin \beta = (n - 1) \cdot \sin \beta$ oder $2 \cdot \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2} = (n - 1) \cdot \sin \beta$.

Hieraus folgt:

$$\sin \frac{\alpha - \beta}{2} = \frac{(n - 1) \cdot \sin \beta}{2 \cdot \cos \frac{\alpha + \beta}{2}},$$

$$\sin \frac{\beta - \alpha}{2} = \frac{(1 - n) \cdot \sin \beta}{2 \cdot \cos \frac{\alpha + \beta}{2}}.$$

Demnach ist

a) bei Brechung zum Lote

$$\sin \frac{\delta}{2} = \frac{(n - 1) \cdot \sin \beta}{2 \cdot \cos \frac{\alpha + \beta}{2}},$$

b) bei Brechung vom Lote

$$\sin \frac{\delta}{2} = \frac{(1 - n) \cdot \sin \beta}{2 \cdot \cos \frac{\alpha + \beta}{2}}.$$

Wächst nun α , so wächst zufolge des Brechungsgesetzes auch β und daher auch $\alpha + \beta$, so daß $\sin \beta$ zu-, $\cos \frac{\alpha + \beta}{2}$ ab- und folglich δ zunimmt, d. h.:

Mit wachsendem Einfallswinkel eines Lichtstrahls nimmt die Ablenkung des Strahls durch Brechung zu.

Man erkennt, daß es ein entsprechendes Gesetz für jede andere Art von Wellenstrahlen gibt.

§ 70. Ablenkung eines Lichtstrahls durch ein optisches Prisma.

Auf die eine brechende Fläche eines optischen Prismas (U.), das sich in der Luft befindet, falle ein Strahl einfarbigen Lichts schief auf, und zwar in einer Ebene, welche auf der brechenden Kante des Prismas senkrecht steht. (Fig 157, „Hauptschnitt“ des Prismas.) Dann bleibt er bei seiner zweimaligen Brechung an den brechenden Flächen des Prismas in dieser Ebene. Einfallswinkel des Strahles an der ersten brechenden

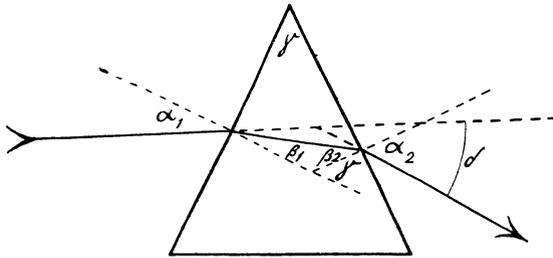


Fig. 157.

Fläche: α_1 , Brechungswinkel: β_1 , Einfallswinkel an der zweiten brechenden Fläche: α_2 , Brechungswinkel: β_2 , Ablenkung des Strahles durch das Prisma: δ ; brechender Winkel des Prismas (= Winkel, den die brechenden Flächen miteinander bilden): γ ; Brechungsverhältnis von Luft zu dem Prisma für das betr. Licht: n . Nach Fig. 157 ist

$$\begin{aligned} \delta &= (\alpha_1 - \beta_1) + (\alpha_2 - \beta_2) \text{ (Summe der Einzelablenkungen!)} \\ &= \alpha_1 + \alpha_2 - (\beta_1 + \beta_2) \\ &= \alpha_1 + \alpha_2 - \gamma. \end{aligned}$$

Die Ablenkung des Strahles ist also am kleinsten, wenn $\alpha_1 + \alpha_2$ seinen kleinsten Wert besitzt. Nun ist

$$\begin{aligned} \sin \alpha_1 &= n \cdot \sin \beta_1, \\ \sin \alpha_2 &= n \cdot \sin \beta_2, \end{aligned}$$

mithin

$$\begin{aligned} \sin \alpha_1 + \sin \alpha_2 &= n \cdot (\sin \beta_1 + \sin \beta_2) \text{ oder} \\ 2 \cdot \sin \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \cdot \cos \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2} &= 2 n \cdot \sin \frac{\beta_1 + \beta_2}{2} \cdot \cos \frac{\beta_1 - \beta_2}{2} \\ &= 2 n \cdot \sin \frac{\gamma}{2} \cdot \cos \frac{\beta_1 - \beta_2}{2}. \end{aligned}$$

Hieraus folgt:

$$\sin \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} = \frac{n \cdot \sin \frac{\gamma}{2} \cdot \cos \frac{\beta_1 - \beta_2}{2}}{\cos \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2}} \quad \text{oder}$$

$$\sin \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} = \frac{n \cdot \sin \frac{\gamma}{2} \cdot \cos \frac{\beta_2 - \beta_1}{2}}{\cos \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2}}.$$

Es kann nun $\alpha_1 = \alpha_2$, $\alpha_1 > \alpha_2$ und $\alpha_1 < \alpha_2$ sein.

a) $\alpha_1 = \alpha_2$ und demnach auch $\beta_1 = \beta_2$. (**Symmetrischer Durchgang.**) Dann ist nach obigem

$$\sin \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} = n \cdot \sin \frac{\gamma}{2}.$$

b) $\alpha_1 > \alpha_2$ und folglich auch $\beta_1 > \beta_2$. Dann ist nach § 69

$$\begin{aligned} \alpha_1 - \beta_1 &> \alpha_2 - \beta_2, \text{ daher} \\ \alpha_1 - \alpha_2 &> \beta_1 - \beta_2 \text{ und mithin} \\ \cos \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2} &< \cos \frac{\beta_1 - \beta_2}{2}. \end{aligned}$$

Also ist

$$\sin \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} > n \cdot \sin \frac{\gamma}{2}.$$

c) $\alpha_2 > \alpha_1$ und daher auch $\beta_2 > \beta_1$. Dann ergibt sich ganz entsprechend wie vorher:

$$\sin \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} > n \cdot \sin \frac{\gamma}{2}.$$

Sonach:

$\alpha_1 + \alpha_2$ und folglich auch δ ist am kleinsten, wenn $\alpha_1 = \alpha_2$. (**Satz vom Minimum der Ablenkung.**)

Der Satz vom Minimum der Ablenkung gilt, wie man sieht, auch für jede andere Art von Wellenstrahlen.

§ 71. Bestimmung von Lichtbrechungsverhältnissen auf Grund des Satzes vom Minimum der Ablenkung.

Setzt man beim symmetrischen Durchgang $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$, $\beta_1 = \beta_2 = \beta$ und bezeichnet das Minimum der Ablenkung mit δ' , so ist

$$\begin{aligned} \delta' &= 2\alpha - \gamma, \\ 2\beta &= \gamma, \end{aligned}$$

also

$$\alpha = \frac{\delta' + \gamma}{2},$$

$$\beta = \frac{\gamma}{2}$$

und daher

$$n = \frac{\sin \frac{\delta' + \gamma}{2}}{\sin \frac{\gamma}{2}}.$$

Auf Grund dieser Formel kann man bequem die genaue Bestimmung des Brechungsverhältnisses von Luft zu einem durchsichtigen Körper für eine bestimmte Lichtfarbe vornehmen. Zu diesem Zweck hat man zunächst dem Körper die Form eines optischen Prismas zu geben. Dies geschieht bei einem festen Körper durch Anschleifen zweier Prismenflächen, bei einem flüssigen oder gasförmigen Körper durch Einfüllen desselben in ein Glasgefäß mit zwei zueinander geneigten Wandungsteilen, welche planparallele Begrenzungsflächen haben. (S. § 68, 4!)

Die Lichtgeschwindigkeit in einem Körper ändert sich mit dessen (mechanischer) Dichte. Die Dichte eines Gases ändert sich aber stark mit seiner Temperatur und seinem Druck. Ist daher bei einem Gase von einem Brechungsverhältnis schlechthin die Rede, so ist eine Temperatur von 0° C. und ein Druck von 760 mm Quecksilberhöhe vorausgesetzt.

Zur Ausführung der genannten Bestimmung benutzt man das **Spektrometer**. Dieses besteht aus einem wagrechten Spaltrohr oder Kollimatorrohr K (Fig. 158 u. 159), einem etwas tiefer angebrachten

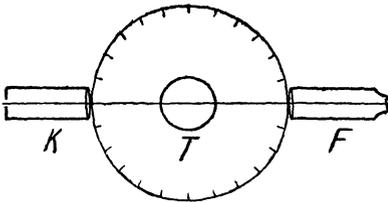


Fig. 158.
Spektrometer.

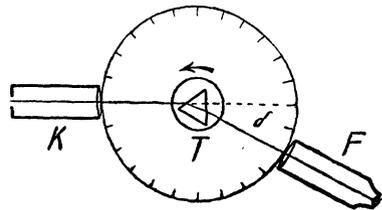


Fig. 159.
Spektrometer.

Tischchen T, das um eine lotrechte Achse drehbar ist, und einem wagrechten astronomischen Fernrohr F, welches um dieselbe Achse längs einer Kreiseinteilung gedreht werden kann und sich mit dem Kollimatorrohr in gleicher Höhe befindet.

Das Kollimatorrohr besitzt an seinem inneren Ende eine erhabene Linse, an seinem äußeren einen lotrechten Spalt, der den Brennpunkt der Linse enthält. Durch den Spalt läßt man das betr. Licht in das Kollimatorrohr eintreten. Wenn dann die Lichtstrahlen, welche aus dem Kollimatorrohr parallel zu seiner Achse austreten, in das Fernrohr parallel zu dessen Achse eintreten, so erzeugen sie darin an der Stelle des Brennpunkts der Objektivlinse ein Bild des Spaltes. Dieses Bild kann durch die Okularlinse des Fernrohrs vergrößert betrachtet werden.

Um mit dem Apparat das Minimum der Ablenkung zu bestimmen, bringt man zunächst bei leerem Tischchen das Fernrohr in eine solche Lage, daß man das Spaltbild in der Richtung der Fernrohrachse erblickt (Fig. 158), und liest die Stellung des Fernrohrs an der Kreiseinteilung ab. Sodann setzt man das Prisma so auf das Tischchen, wie Fig. 159 zeigt, und dreht das Fernrohr, bis man wiederum das Spaltbild in der Richtung der Fernrohrachse erblickt. Der Winkel der neuen Lage des Fernrohrs mit der vorigen Lage desselben gibt die Ablenkung δ der Lichtstrahlen durch das Prisma an. Nun dreht man das Tischchen im Sinne des beigetzten Pfeiles, wodurch die Ablenkung abnimmt, und folgt mit dem Fernrohr, bis die Ablenkung ihren kleinsten Betrag erreicht hat.

Tabelle der Brechungsverhältnisse von Luft zu einigen Körpern für gelbes (Natrium-) Licht.

Diamant	2,47		Kronglas (Nr. 9)	1,53
Flintglas (Nr. 13)	1,64		Weingeist	1,36
Schwefelkohlenstoff	1,63		Wasser	1,33

Aufgaben.

249. Brechender Winkel eines Schwefelkohlenstoffprismas: 45° . In einer zur brechenden Kante senkrechten Ebene trifft ein Strahl gelben Lichts unter einem Einfallswinkel von 60° die eine brechende Fläche des Prismas. Wie groß ist der Winkel mit dem Lot, unter welchem der Strahl die andere brechende Fläche verläßt, und die Ablenkung des Strahles durch das Prisma?

250. Brechender Winkel eines optischen Prismas aus Flintglas (Nr. 13): 60° . Unter welchem Einfallswinkel trifft ein gelber Lichtstrahl, der symmetrisch durch das Prisma geht, die erste brechende Fläche desselben, und welche Ablenkung erleidet der Strahl?

251. Brechender Winkel eines Quarzprismas: 30° , kleinste Ablenkung eines gelben Lichtstrahls durch das Prisma: $17^\circ 8'$. Brechungsverhältnis von Luft zu Quarz für gelbes Licht?

252. Ablenkung eines Lichtstrahls, der senkrecht zu der einen brechenden Fläche in ein optisches Prisma ein- oder aus ihm austritt: δ , brechender Winkel des Prismas: γ . Brechungsverhältnis?

253. Man sieht einen gelb leuchtenden Punkt durch eine 15,23 mm dicke Platte aus Kronglas (Nr. 9) hindurch in einer Richtung, die unter $24\frac{1}{2}^\circ$ zu den parallelen Begrenzungsflächen der Platte geneigt ist. Um wieviel erscheint der Punkt gegen seine wahre Lage verschoben?

§ 72. Optische Linsen.

Zu wiederholen: U., Optische Linsen, Konvexlinsen, Konkavlinsen.

1. Eine optische Linse mit einer ebenen und einer erhabenen Linsenfläche heißt eine **plankonvexe Linse**, eine opt. Linse mit einer ebenen und einer hohlen Linsenfläche eine **plankonkave Linse**. (Figuren s. U.)

Eine opt. Linse mit einer hohlen und einer stärker gekrümmten, erhabenen Linsenfläche wird eine **konkavkonvexe Linse**, eine opt. Linse mit einer erhabenen und einer stärker gekrümmten hohlen Linsenfläche eine **konvexkonkave Linse** genannt. (Figuren s. U.)

Bei jeder opt. Linse wird der **Mittelpunkt der Kugelfläche**, von welcher eine krumme Begrenzungsfläche der Linse ein Teil ist, als ein geometrischer **Mittelpunkt der Linse** bezeichnet. Die Gerade, welche man **Achse einer opt. Linse** nennt, verbindet bei einer bikonvexen, konkavkonvexen, bikonkaven und konvexkonkaven Linse die beiden geometrischen **Mittelpunkte** derselben, während sie bei einer plankonvexen und einer plankonkaven Linse durch den geometrischen **Mittelpunkt der Linse** geht und auf deren ebener Begrenzungsfläche senkrecht steht.

2. Auf der Achse einer bikonvexen Linse befinde sich ein leuchtender Punkt **A** (Fig. 160). Ein von ihm ausgehender **Zentralstrahl** (= Strahl, der mit der Achse einen sehr kleinen Winkel bildet) treffe die Linse in **B₁** und nach seiner zweimaligen Brechung die Achse der

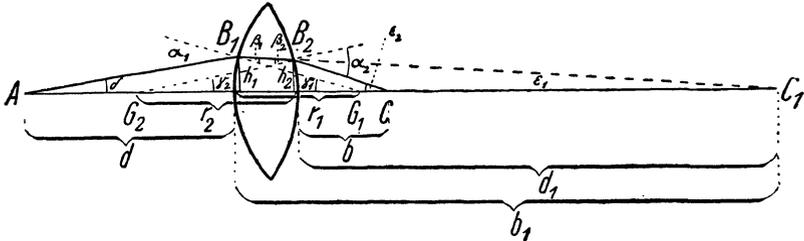


Fig. 160.

Linse in **C**. Dann kann man wegen der geringen Größe der vorkommenden Winkel statt der Sinus von α_1 , α_2 , β_1 und β_2 die Winkel selbst und statt der Winkel γ_1 , γ_2 , δ , ϵ_1 und ϵ_2 ihre Sinus, ferner $AB_1 = d$, $C_1B_1 = b_1$, $C_1B_2 = d_1$ und $CB_2 = b$ setzen. Daher ist zunächst

$$\alpha_1 = n \cdot \beta_1,$$

$$\alpha_2 = n \cdot \beta_2.$$

Demnach ist auch

$$\delta + \gamma_1 = n \cdot (\gamma_1 + \epsilon_1),$$

$$\epsilon_2 + \gamma_2 = n \cdot (\gamma_2 + \epsilon_1)$$

oder

$$\begin{aligned}\delta + n \cdot \varepsilon_1 &= (n - 1) \cdot \gamma_1, \\ \varepsilon_2 - n \cdot \varepsilon_1 &= (n - 1) \cdot \gamma_2.\end{aligned}$$

Hierfür kann man nach obigem auch schreiben:

$$\begin{aligned}\frac{h_1}{d} + n \cdot \frac{h_1}{b_1} &= (n - 1) \cdot \frac{h_1}{r_1}, \\ \frac{h_2}{b} - n \cdot \frac{h_2}{d_1} &= (n - 1) \cdot \frac{h_2}{r_2} \quad (h_1 \text{ und } h_2 \perp G_1 G_2!).\end{aligned}$$

Daraus ergeben sich die Gleichungen:

$$\begin{aligned}\frac{1}{d} + n \cdot \frac{1}{b_1} &= (n - 1) \cdot \frac{1}{r_1}, \\ \frac{1}{b} - n \cdot \frac{1}{d_1} &= (n - 1) \cdot \frac{1}{r_2}.\end{aligned}$$

Ist die Dicke der Linse gegenüber den anderen vorkommenden Längenausdehnungen gering (was in der Praxis immer der Fall ist), so kann man b_1 und d_1 als gleichgroß betrachten und erhält daher durch Addition der beiden letzten Gleichungen:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{b} = (n - 1) \cdot \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right).$$

Nun gehört zu jedem Zentralstrahl des Punktes A dasselbe d und mithin auch dasselbe b , d. h.:

Alle von einem leuchtenden Punkte der Achse der Linse ausgehenden Zentralstrahlen vereinigen sich nach ihrer Brechung durch die Linse wieder in einem Punkte der Achse derselben. Dieser Punkt ist also das Bild, welches die Linse von dem leuchtenden Punkte hervorbringt.

Da in der letzten Gleichung b und d (und daher auch Gegenstandspunkt und Bildpunkt) vertauschbar sind, so ist der Wert von b , welcher einem unendlich großen Werte von d entspricht, gleich dem Wert von d , der zu einem unendlich großen Werte von b gehört. (Auftreffen achsenparalleler Lichtstrahlen auf die Linse bzw. Austreten solcher Lichtstrahlen aus ihr!) Bezeichnet man daher jenen Wert von b bzw. von d mit f , so ist nach der letzten Gleichung

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \cdot \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right).$$

Folglich kann man jene Gleichung auch schreiben:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}.$$

Dieselbe Formel ergibt sich auf entsprechende Weise auch für jede andere Linsenart, wenn man die r bei hohlen Linsenflächen als negativ, bei ebenen Linsenflächen als unendlich groß ansieht und b bei rückwärtiger Lage des Bildpunktes als negativ betrachtet.

Aus $\frac{1}{d} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$ folgt, daß $2f$ das harmonische Mittel zwischen d und b ist. Also z. B. Konstruktion von b bei bekanntem f und d ?

f stellt die (gleichgroßen) Abstände der beiden Brennpunkte einer erhabenen Linse bzw. der beiden Zerstreuungspunkte einer Hohllinse von der Linse, d. h. die Brennweite bzw. die Zerstreuungsweite der Linse dar. Nach dem Vorhergehenden ergeben sich aus der allgemeinen Formel für $\frac{1}{f}$ die besonderen Werte von $\frac{1}{f}$ für die verschiedenen Linsenarten, wie folgt.

1) **Bikonvexe Linse.**

$$r_1 = +\varrho_1, r_2 = +\varrho_2; \frac{1}{f} = (n-1) \cdot \left(\frac{1}{\varrho_1} + \frac{1}{\varrho_2} \right).$$

Ist $\varrho_1 = \varrho_2$ und $n = 1,5$, so ist also $f = \varrho_1$. Vergl. U.

2) **Plankonvexe Linse.**

$$r_1 = +\varrho_1, r_2 = \infty; f = (n-1) \cdot \frac{1}{\varrho_1}.$$

3) **Konkavkonvexe Linse.**

$$r_1 = +\varrho_1, r_2 = -\varrho_2, \varrho_2 > \varrho_1; \frac{1}{f} = (n-1) \cdot \left(\frac{1}{\varrho_1} - \frac{1}{\varrho_2} \right).$$

4) **Bikonkave Linse.**

$$r_1 = -\varrho_1, r_2 = -\varrho_2; \frac{1}{f} = -(n-1) \cdot \left(\frac{1}{\varrho_1} + \frac{1}{\varrho_2} \right).$$

Ist $\varrho_1 = \varrho_2$ und $n = 1,5$, so ist demnach $f = -\varrho_1$. Vergl. U.

5) **Plankonkave Linse.**

$$r_1 = -\varrho_1, r_2 = \infty; \frac{1}{f} = -(n-1) \cdot \frac{1}{\varrho_1}.$$

6) **Konvexkonkave Linse.**

$$r_1 = -\varrho_1, r_2 = +\varrho_2, \varrho_2 > \varrho_1; \frac{1}{f} = -(n-1) \cdot \left(\frac{1}{\varrho_1} - \frac{1}{\varrho_2} \right).$$

f ist also bei allen erhabenen Linsen eine positive, bei allen Hohl-linsen eine negative Größe.

Experimentelle Bestimmung der Brennweite einer erhabenen Linse: Man läßt durch die Linse von einem sehr weit entfernten Gegenstand, der sich in der Richtung der Achse der Linse befindet, auf einem Schirm ein Bild erzeugen. Der Abstand desselben von der Linse ist (annähernd) die gesuchte Brennweite. — Experimentelle Bestimmung der Zerstreuungsweite einer Hohllinse: Man läßt auf

die Linse in der Richtung ihrer Achse ein Bündel paralleler Lichtstrahlen fallen und fängt das austretende Bündel auf einem Schirm auf, der zur Achse der Linse senkrecht ist. Hat man den Schirm in eine solche Entfernung von der Linse gebracht, daß der auf ihm entstehende Zerstreuungskreis einen doppelt so großen Durchmesser besitzt als der Randkreis der Linse, so gibt der Abstand des Schirmes von der Linse (annähernd) die gesuchte Zerstreuungswerte an. (Fig. 161.)

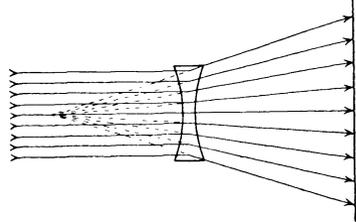


Fig. 161.

Experimentelle Bestimmung der Zerstreuungswerte einer Hohllinse.

Zieht man zwei einander schneidende Geraden, trägt von ihrem Schnittpunkt aus auf jeder von ihnen das f einer Linse (oder eines Kugelspiegels) ab, zieht durch die erhaltenen Punkte die Parallelen zu den beiden Geraden und legt durch den Schnittpunkt der Parallelen in der Ebene der beiden ersten Geraden eine beliebige Gerade, so schneidet diese auf den beiden ersten Geraden Stücke ab, welche zusammengehörige Werte von d und b darstellen. Die Summe ihrer reziproken Werte ist nämlich gleich $\frac{1}{f}$. Beweis vermittels ähnlicher Dreiecke.

§ 73. Optische Linsen. (Fortsetzung.)

3. Wie bei einer gleichseitigen bikonvexen oder bikonkaven Linse, so gibt es auch bei jeder anderen opt. Linse einen Punkt von solcher Lage, daß jeder nach ihm gerichtete Lichtstrahl („Hauptstrahl“) die Linse geradlinig durchsetzt. Dieser Punkt, der auch bei jeder anderen opt. Linse optischer Mittelpunkt genannt wird, muß also auch bei jeder anderen opt. Linse auf der Achse derselben liegen.

Bei einer plankonvexen und einer plankonkaven Linse ist der optische Mittelpunkt der Punkt in der Mitte der krummen Linsenfläche, denn das mittelste Stückchen dieser Fläche ist der ebenen Linsenfläche parallel.

Bestimmung der Lage des opt. Mittelpunkts einer beliebigen opt. Linse:

Die Tangentialebenen in zwei Punkten B_1 und B_2 (Fig. 162) der Linsenflächen einer bikonvexen Linse seien parallel und daher O der opt. Mittelpunkt der Linse. Dann verhält sich

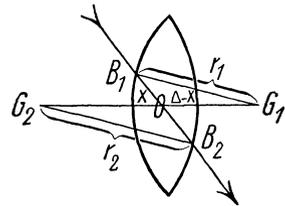


Fig. 162.

$$OG_1 : OG_2 = r_1 : r_2. \text{ In Worten? Konstruktion von O?}$$

Bezeichnet man den Abstand des opt. Mittelpunkts von der ersten Linsenfläche mit x und die Dicke der Linse mit Δ , so ist

$$\begin{aligned} OG_1 &= r_1 - x, \\ OG_2 &= r_2 - (\Delta - x), \end{aligned}$$

so dafs sich verhält

$$(r_1 - x) : (r_2 - \Delta + x) = r_1 : r_2.$$

Hieraus findet man:

$$x = \frac{r_1}{r_1 + r_2} \cdot \Delta. \quad (x < \Delta!)$$

Folglich ist

$$\Delta - x = \frac{r_2}{r_1 + r_2} \cdot \Delta.$$

Sonach:

$x : (\Delta - x) = r_1 : r_2$. In Worten? Konstruktion von O?

Ist $r_1 = r_2$, so ist $x = \Delta - x = \frac{\Delta}{2}$! Vergl. U.

Die für die Lage des opt. Mittelpunkts einer bikonvexen Linse abgeleiteten Formeln gelten zunächst auch für die Lage des opt. Mittelpunkts einer plankonvexen und einer plankonkaven Linse, denn setzt man $r_2 = \infty$, so geht die Formel für x über in $x = 0$. Ferner ergeben sich dieselben Formeln auf entsprechende Weise auch für die Lage des opt. Mittelpunkts einer konkavkonvexen, einer bikonkaven und einer konvexkonkaven Linse, wenn man den Radius einer hohlen Linsenfläche als negativ betrachtet. Demnach erhält man für diese Linsenarten die besonderen Werte von x und von $\Delta - x$ aus den allgemeinen Formeln, wie folgt.

1) Konkavkonvexe und konvexkonkave Linse.

$r_1 = + \varrho_1$, $r_2 = - \varrho_2$ bzw. $r_1 = - \varrho_1$, $r_2 = + \varrho_2$, $\varrho_2 > \varrho_1$;

$$x = - \frac{\varrho_1}{\varrho_2 - \varrho_1} \cdot \Delta, \quad \Delta - x = \frac{\varrho_2}{\varrho_2 - \varrho_1} \cdot \Delta.$$

2) Bikonkave Linse.

$$r_1 = - \varrho_1, \quad r_2 = - \varrho_2; \quad x = \frac{\varrho_1}{\varrho_1 + \varrho_2} \cdot \Delta, \quad \Delta - x = \frac{\varrho_2}{\varrho_1 + \varrho_2} \cdot \Delta.$$

Ist bei der bikonkaven Linse $\varrho_1 = \varrho_2$, so ist $x = \Delta - x = \frac{\Delta}{2}$! Vergl. U.

Bei einer bikonvexen und einer bikonkaven Linse liegt sonach der optische Mittelpunkt innerhalb der Linse näher bei der stärker gekrümmten Linsenfläche, bei einer konkavkonvexen und einer konvexkonkaven Linse ausserhalb der Linse auf der Seite der stärker gekrümmten Linsenfläche.

4. Der Punkt A von Fig. 160 bewege sich auf einem sehr kleinen Stück einer Kugelfläche, die zur ersten Linsenfläche konzentrisch ist. Dann bewegt sich wegen $\frac{1}{d} + n \cdot \frac{1}{b_1} = (n - 1) \cdot \frac{1}{r_1}$ der Punkt C₁ ebenfalls auf einem sehr kleinen Stück einer zur ersten Linsenfläche konzentrischen Kugelfläche. Wegen der geringen Grösse dieses Stückes

kann man es auch als Stück einer Kugelfläche betrachten, welche zur zweiten Linsenfläche konzentrisch ist. Daher bewegt sich zufolge von $\frac{1}{b} - n \cdot \frac{1}{d_1} = (n - 1) \cdot \frac{1}{r_2}$ auch C auf einem sehr kleinen Stück einer zur zweiten Linsenfläche konzentrischen Kugelfläche. Die genannten Kugelflächenstückchen kann man aber

wegen ihrer geringen Größe auch als Ebenenstückchen auffassen, die auf der Achse der Linse senkrecht stehen. Wenn also in Fig. 163 C das Bild ist, welches die bikonvexe Linse L von dem Punkte A ihrer Achse erzeugt, wenn ferner O den opt. Mittelpunkt der Linse darstellt

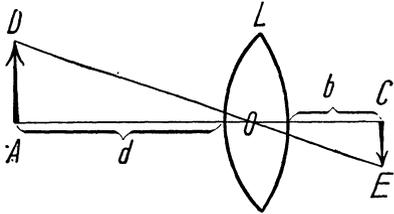


Fig. 163.

und man AD und CE, die senkrecht zu AC sind, als sehr klein voraussetzt, so ist CE das Bild von AD. Nun verhält sich

$$\begin{aligned} CE : AD &= CO : AO \\ &= b : d, \end{aligned}$$

wenn die Dicke der Linse vernachlässigt wird, d. h.

Bildgröße zu Gegenstandsgröße wie Bildweite zu Gegenstandsweite.

Dasselbe Gesetz ergibt sich auf entsprechende Weise auch für jede andere Linsenart. Aus ihm im Verein mit der Formel $\frac{1}{d} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$ folgen die 4 Bildgesetze für eine erhabene Linse und das Bildgesetz für eine Hohllinse, welche in U. durch Konstruktion abgeleitet wurden, nämlich:

Befindet sich ein leuchtender Gegenstand jenseits der doppelten Brennweite einer erhabenen Linse, so entsteht von ihm auf der anderen Seite der Linse zwischen der einfachen und doppelten Brennweite ein wirkliches, umgekehrtes und verkleinertes Bild.

Befindet sich ein leuchtender Gegenstand am Ende der doppelten Brennweite einer erhabenen Linse, so entsteht von ihm auf der anderen Seite der Linse ebenfalls am Ende der doppelten Brennweite ein wirkliches, umgekehrtes und gleichgroßes Bild.

Befindet sich ein leuchtender Gegenstand zwischen der einfachen und doppelten Brennweite einer erhabenen Linse, so entsteht von ihm auf der anderen Seite der Linse jenseits der doppelten Brennweite ein wirkliches, umgekehrtes und vergrößertes Bild.

Befindet sich ein leuchtender Gegenstand innerhalb der einfachen Brennweite einer erhabenen Linse, so entsteht von ihm auf derselben Seite der Linse ein scheinbares, aufrechtes und vergrößertes Bild.

Befindet sich ein leuchtender Gegenstand auf der einen Seite einer Hohllinse, so entsteht von ihm auf derselben Seite der Linse innerhalb der Zerstreuungswerte ein scheinbares, aufrechtes und verkleinertes Bild.

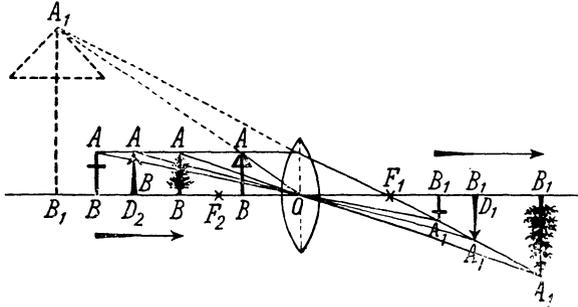


Fig. 164.

Erläuterung und konstruktive Bestätigung der Bildgesetze für eine erhabene Linse durch Fig. 164, für eine Hohllinse durch Fig. 165. Fig. 164 zeigt die Bilder $A_1 B_1$ von 4 Gegenständen $A B$ (erster Gegenstand: des Kreuz), Fig. 165 das Bild $A_1 B_1$ eines Gegenstands $A B$.

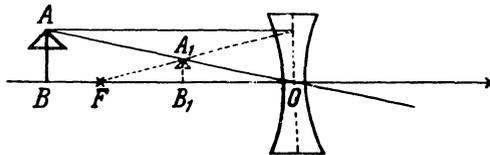


Fig. 165.

Symmetrischer Durchgang der Strahlen, die vom Endpunkt der doppelten Brennweite einer gleichseitigen biconvexen Linse kommen, durch die Linse! — Nach § 72 weist auch eine opt. Linse sphärische Abweichung (Brennflächen, hier diakaustische Flächen genannt) auf. Vermeidung der sphärischen Abweichung bei opt. Linsen a) durch Anwendung von Blenden (Wegblenden der „Randstrahlen“), b) durch passende Wahl der Radien der krummen Linsenflächen, besonders wenn dabei statt einer einzigen Linse deren mehrere von geringeren Krümmungen verwendet werden: „aplanatische“ Linsen bzw. Linsensysteme. (Auch die Regenbogenhaut des Auges wirkt als Blende. Unwillkürliche Vergrößerung oder Verkleinerung der Pupille je nach der geringeren oder größeren Helligkeit der betrachteten Gegenstände.) — Die Strahlen, die von einem Punkte einer optischen Nebenachse einer Linse kommen, d. h. einer von der opt. (Haupt-) Achse der Linse verschiedenen Geraden, welche durch den opt. Mittelpunkt der Linse hindurchgeht, vereinigen sich durch die Wirkung der Linse nicht in einem Punkte, auch wenn die Strahlen in bezug auf die betr. opt. Nebenachse Zentralstrahlen sind. Sie vereinigen sich vielmehr zu zwei zueinander senkrechten kurzen Strecken und einer dazwischenliegenden Figur, die kreuzförmig und verwaschen ist. („Astigmatismus.“ Vermeidung desselben ähnlich wie diejenige der sphärischen Abweichung: „Anastigmatische“ Linsen bzw. Linsensysteme.)

Beachte noch: Bei zwei opt. Linsen von gleichem f ergibt sich zu gleicher Gegenstandsweite und gleicher Gegenstandsgröße auch gleiche Bildweite und gleiche Bildgröße, d. h. die Linsen können einander gegenseitig ersetzen.

Ferner: Alle wirklichen Bilder, die vorkamen (bei Lochkamera, Hohlspiegel, erhabenen Linsen), waren umgekehrt, alle scheinbaren Bilder, die vorkamen (bei Spiegeln und Linsen), aufrecht.

Aufgaben.

(n werde bei einer Glaslinse gleich 1,5 gerechnet.)

254. Ein Gegenstand bewege sich aus unendlicher Entfernung bis zu der einen Linsenfläche a) einer erhabenen, b) einer Hohllinse. Wie ändern sich dabei Ort und Größe seines Bildes? (Vergl. Aufg. 238.)

255. Radius der krummen Linsenfläche einer plankonvexen Glaslinse: 5 cm. Brennweite?

256. Radius der einen Linsenfläche einer bikonvexen Glaslinse: 20 cm, Brennweite: 22 cm. Radius der anderen Linsenfläche?

257. Zerstreungswerte einer konvexkonkaven Glaslinse: — 24 cm, Radius der erhabenen Linsenfläche: 4 cm. Radius der hohlen Linsenfläche?

258. Gegenstandsweite bei einer plankonkaven Glaslinse: 1 m, Bildweite: — 20 cm. Radius der krummen Linsenfläche?

259. Gegenstandsweite bei einer Hohllinse: 2 m, Bildweite: — 10 cm. Gegenstandsweite, wenn die Bildweite — 5 cm beträgt?

260. Bildweite bei einer erhabenen Linse: 20 cm; Bildweite, als der Gegenstand der Linse um 16 cm genähert wurde: 30 cm. Brennweite?

261. Auf eine erhabene Linse (Brennweite: 40 cm) fällt ein Lichtstrahlenbündel, dessen Strahlen nach einem Punkte der Achse der Linse auf der anderen Seite der letzteren konvergieren. Abstand dieses Punktes von der Linse: 80 cm.

Wo vereinigen sich die Strahlen? (Die Formel $\frac{1}{d} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$ gilt auch für negatives d !)

262. Zerstreungswerte einer Hohllinse: — 10,08 cm. Abstand eines Gegenstands von seinem Bild: 75 cm. Gegenstands- und Bildweite?

263. Radien der Linsenflächen einer konkavkonvexen Linse: 60 und — 70 cm, Dicke der Linse: 1 mm. Wo liegt der optische Mittelpunkt der Linse?

264. Eine bikonkave Glaslinse (Radien der Linsenflächen: — 40 und — 60 cm) soll durch eine plankonkave Linse aus demselben Material ersetzt werden. Radius der krummen Linsenfläche?

265. Bezeichnet man bei einer opt. Linse den Abstand eines Gegenstands vom Brennpunkt auf der ersten Seite bzw. vom Zerstreungspunkt auf der zweiten Seite der Linse mit φ , den Abstand des Gegenstands vom Brennpunkt bzw. Zerstreungspunkt auf der anderen Seite der Linse mit φ' (bei einem Kugelspiegel den Abstand eines Gegenstands vom Brenn- bzw. Zerstreungspunkt des Spiegels mit φ , den Abstand des Bildes des Gegenstands von demselben Punkte mit φ'), so ist $\varphi \cdot \varphi' = f^2$. Leite diese („Newtonsche“) Formel aus der Formel

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \text{ ab.}$$

§ 74. Anormale Augen und Brillen. Das Sehen mit beiden Augen und das Stereoskop.

Zu wiederholen: U., Menschliches Sehorgan, Sehvorgang, scheinbare Größe eines Gegenstandes.

1. Hat der Strahlmuskel des Auges die Fähigkeit verloren, sich hinreichend stark zusammenzuziehen, oder ist der Augapfel zu kurz gebaut, so ist der Nahepunkt des Auges weit von diesem entfernt. Die Stelle des Bildes eines nahen Gegenstands liegt dann also hinter der Netzhaut des Auges. (**Weitsichtiges Auge.**) Jemand, der weitsichtige Augen besitzt, muß daher zur Betrachtung eines nahen Gegenstands eine Brille mit erhabenen Linsengläsern tragen, indem dadurch die von einem Punkte des Gegenstands kommenden Lichtstrahlen stärker zusammengebrochen werden.

Bei einem **kurzsichtigen Auge** hat der Strahlmuskel die Fähigkeit eingebüßt, hinreichend weit auseinanderzugehen, oder der Augapfel ist zu lang gebaut, so daß das Bild eines entfernten Gegenstands vor die Netzhaut fällt. Der Fehler der Kurzsichtigkeit wird ausgeglichen durch Benutzung einer Brille mit hohlen Linsengläsern zur Betrachtung eines entfernten Gegenstands. (Weniger starke Zusammenbrechung der Lichtstrahlen, die von einem Punkte des Gegenstands ausgehen.)

2. Die Größe der Muskelanstrengung bei der Anpassung des Auges an die Entfernung des betrachteten Gegenstands bietet ein weiteres Mittel zur Schätzung dieser Entfernung. Ein besseres Mittel hierfür liegt bei dem Sehen mit beiden Augen vor. (Man schliesse das eine Auge und versuche eine Nähnadel einzufädeln!) Indem man nämlich bei dem Sehen mit beiden Augen die beiden Augenachsen nach dem betrachteten Gegenstand richtet, bilden diese einen Winkel, den sog. **Gesichtswinkel**, miteinander. Letzterer ist um so größer, d. h. die Augenachsen müssen um so mehr gedreht werden, je näher sich der Gegenstand befindet. Die Größe der Muskelanstrengung bei der Drehung der Augenachsen liefert daher ein Mittel für die Schätzung der Entfernung des betrachteten Gegenstands.

Neben der Verteilung von Licht und Schatten an der Oberfläche eines nahen Gegenstands verleiht uns das Sehen mit beiden Augen auch noch die Fähigkeit, einen solchen Gegenstand körperlich (plastisch) zu sehen, indem wir von der einen Seite desselben etwas mehr mit dem einen Auge, von der anderen Seite etwas mehr mit dem anderen Auge erblicken. (Die in den beiden Augen entstehenden Bilder des Gegenstands stimmen nicht völlig überein!) Anwendung hiervon beim **Stereoskop**: Die von den Punkten eines leuchtenden Gegenstands A B C (Fig. 166, S. 169) ausgehenden Lichtstrahlen, welche durch die optischen

Mittelpunkte der beiden Augen hindurchgehen und die Netzhäute in den Bildern der Punkte treffen, mögen eine Ebene XY schneiden. Die Schnittpunkte stellen dann zusammen etwas verschiedene Abbildungen des Gegenstands dar. Nun scheinen aber die Lichtstrahlen von den Schnittpunkten zu kommen. Auch wenn also der Gegenstand gar nicht selbst vorhanden ist, dagegen sich an der Stelle der gedachten Abbildungen wirkliche Abbildungen befinden, welche sich mit jenen decken, glaubt man nicht die Abbildungen, sondern den Gegenstand zu sehen. Dabei muß jedoch eine Scheidewand (UV) dafür sorgen, daß von jeder Abbildung aus nur Lichtstrahlen in das zugehörige Auge gelangen.

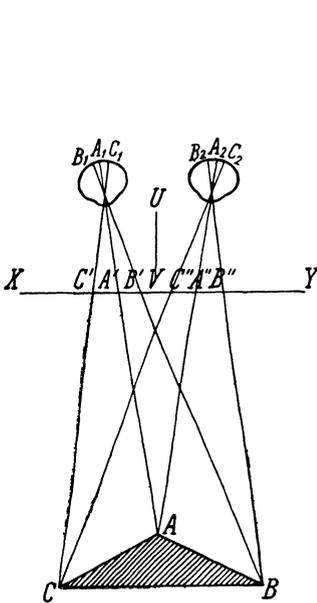


Fig. 166.

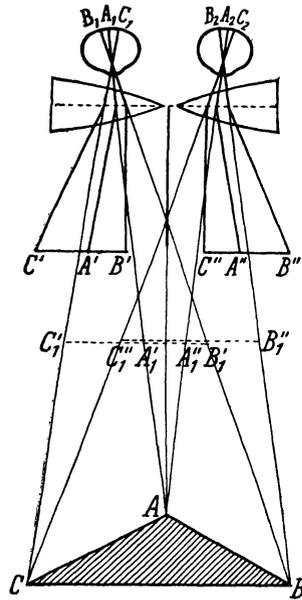


Fig. 167.

Beim Hineinsehen in das Stereoskop muß man natürlich die Augen der Entfernung anpassen, in der man den Gegenstand zu sehen glaubt. — Beachte in Fig. 166 die Stellen der Netzhäute der beiden Augen, auf welche die Bilder A_1 und A_2 , B_1 und B_2 , C_1 und C_2 fallen. („Korrespondierende“ Stellen der Netzhäute! Nur wenn die Bilder eines Punktes sich an korrespondierenden Stellen der Netzhäute befinden, sieht man den Punkt einfach.) — Bei ausgedehnten Gegenständen würden sich die stereoskopischen Abbildungen teilweise decken. (S. $A_1' B_1' C_1'$ und $A_2' B_2' C_2'$ in Fig. 167.) Daher fertigt man kleinere stereoskopische Abbildungen ($A' B' C'$ und $A'' B'' C''$ in Fig. 167) an, bei deren Betrachtung durch zwei Stücke von Konvexlinsen man den betr. Gegenstand zu sehen glaubt. (S. Fig. 167.)

§ 75. Die Vergrößerung bei der Lupe, dem Mikroskop und den Fernrohren.

Zu wiederholen: U., Lupe und Mikroskop, Fernrohre.

1. Ein kleiner Gegenstand werde durch eine Lupe betrachtet. Sovielmal so groß er dann erscheint, als er in der deutlichen Sehweite dem bloßen Auge erscheinen würde, sovielmal so groß also das Bild des Gegenstands ist als der Gegenstand selbst, soviel beträgt die durch die Lupe bewirkte Vergrößerung des Gegenstands.

Die Länge des Gegenstands werde mit AB , diejenige des Bildes mit A_1B_1 und der optische Mittelpunkt der Lupe mit O bezeichnet. (Fig. 168.) Dann ist die durch die Lupe bewirkte (lineare) Vergrößerung

$$\begin{aligned} v &= \frac{A_1 B_1}{A B} \\ &= \frac{O C_1}{O C}. \end{aligned}$$

Da sich der Gegenstand dicht beim Brennpunkt F der Lupe, das Bild in der deutlichen Sehweite des Auges befindet, so kann man praktisch OC gleich der Brennweite f der Lupe, OC_1 gleich der deutlichen Sehweite s des Auges setzen und erhält:

$$v = \frac{s}{f}. \text{ In Worten?}$$

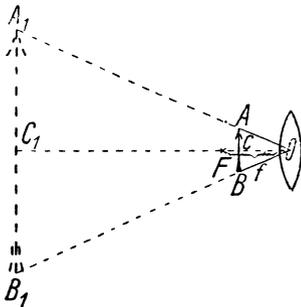


Fig. 168.

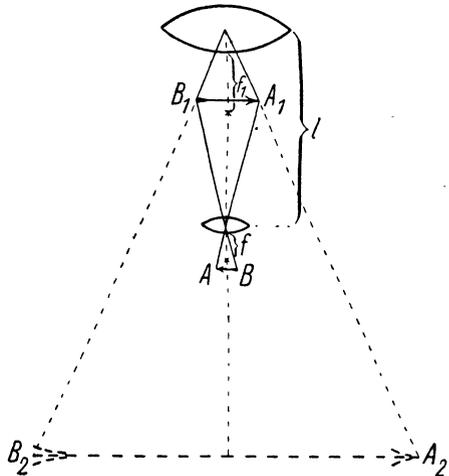


Fig. 169.

2. Ein kleiner Gegenstand besitze die Länge AB , das von ihm durch die Objektivlinse eines Mikroskops erzeugte Bild die Länge A_1B_1 und das von diesem Bilde durch die Okularlinse des Mikroskops

hervorgebrachte Bild die Länge A_2B_2 . (Fig. 169, S. 170.) Dann ist die durch das Mikroskop bewirkte Vergrößerung des Gegenstands

$$v = \frac{A_2B_2}{AB} \\ = \frac{A_1B_1}{AB} \cdot \frac{A_2B_2}{A_1B_1} \text{ (Produkt der durch die Ob-}$$

jektiv- und die Okularlinse bewirkten Vergrößerungen!).

Da AB nahezu um die Brennweite f der Objektivlinse, A_1B_1 nahezu um die Länge l des Tubus von der Objektivlinse entfernt ist, so kann man praktisch

$$\frac{A_1B_1}{AB} = \frac{l}{f}$$

setzen. Nach 1. ist ferner

$$\frac{A_2B_2}{A_1B_1} = \frac{s}{f_1} \text{ (S. Fig. 169.)}$$

Mithin:

$$v = \frac{l \cdot s}{f \cdot f_1} \text{ In Worten?}$$

3. Das von der Objektivlinse eines astronomischen Fernrohrs erzeugte Bild eines weit entfernten Gegenstands befindet sich zwischen der einfachen und doppelten Brennweite der Objektivlinse dicht bei deren Brennpunkt und innerhalb der einfachen Brennweite der Okularlinse ebenfalls dicht bei deren Brennpunkt. Beide Brennpunkte müssen also praktisch zusammenfallen, d. h. die Länge des Tubus des Fernrohrs ist gleich der Summe der Brennweiten der Objektivlinse und der Okularlinse desselben.

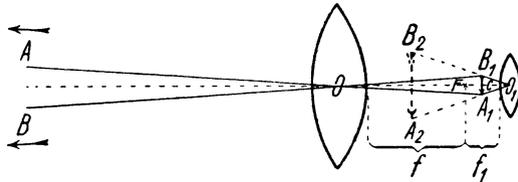


Fig. 170.

Die Objektivlinse eines astronomischen Fernrohrs erzeuge von einem weit entfernten Gegenstand AB das Bild A_1B_1 , die Okularlinse von diesem Bilde das Bild A_2B_2 . (Fig. 170.) Bezeichnet man dann den optischen Mittelpunkt der Objektivlinse mit O , denjenigen der

Okularlinse mit O_1 , so ist die durch das Fernrohr bewirkte Vergrößerung

$$\begin{aligned} v &= \frac{\sphericalangle A_2 O_1 B_2}{\sphericalangle A O B} \\ &= \frac{\sphericalangle A_1 O_1 B_1}{\sphericalangle A_1 O B_1} \\ &= \frac{\sphericalangle A_1 O_1 C}{\sphericalangle A_1 O C}. \end{aligned}$$

Wegen der geringen Größe der Winkel $A_1 O_1 C$ und $A_1 O C$ kann man aber statt dieser ihre Tangens setzen. Nun ist

$$\begin{aligned} \tan A_1 O_1 C &= \frac{A_1 C}{O_1 C}, \\ \tan A_1 O C &= \frac{A_1 C}{O C}. \end{aligned}$$

Daher:

$$v = \frac{O C}{O_1 C}.$$

Da praktisch $O C$ gleich der Brennweite f der Objektivlinse, $O_1 C$ gleich der Brennweite f_1 der Okularlinse ist, so ist endlich

$$v = \frac{f}{f_1}. \quad \text{In Worten?}$$

Diese Formel gilt auch für die Vergrößerung durch ein terrestrisches Fernrohr, da die Umkehrungslinse eines solchen die durch es bewirkte Vergrößerung nicht beeinflusst. Dieselbe Formel ergibt sich ferner auf entsprechende Weise wie für ein astronomisches auch für ein holländisches Fernrohr. (Die Länge des Tubus eines holländischen Fernrohrs ist gleich dem Unterschied aus der Brennweite seiner Objektiv- und der Zerstreunungsweite seiner Okularlinse. Beweis?)

Experimentelle Bestimmung der Vergrößerung, welche durch ein Mikroskop oder ein Fernrohr bewirkt wird: Man sieht mit dem einen Auge durch das Instrument



Fig. 171.

nach einem Maßstab (bei einem Fernrohr etwa durch die Schiefer- oder Ziegelreihen eines Daches vertreten), mit dem anderen Auge an dem Instrument vorbei nach dem Maßstab und beobachtet, wieviele unmittelbar gesehene Teile des Maßstabs auf einen durch das Instrument gesehenen Teil desselben kommen. (S. Fig. 171.) — Bei einem astronomischen Fernrohr (auch bei einem Mikroskop und bei einem terrestrischen Fernrohr) kann man an der Stelle, wo das durch die Okularlinse betrachtete (wirkliche) Bild entsteht, zwei auf der Achse des Instruments sich schneidende Spinnenfäden anbringen. Beim Vorhandensein eines solchen „Fadenkreuzes“

vermag man die Achse auf einen bestimmten Punkt des Gegenstands zu richten. Dies ist z. B. nötig bei der Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit nach Bradley,

bei der Poggendorffschen Spiegelablesung, beim Spiegelsextanten und beim Spektrometer. Da bei einem holländischen Fernrohr nach obigem kein Fadenkreuz angebracht werden kann, und da das „Gesichtsfeld“ eines solchen Fernrohrs stets klein ist, so werden holländische Fernrohre für wissenschaftliche Zwecke nicht (bzw. nicht mehr) verwendet.

Beträgt bei einem optischen Instrument die lineare Vergrößerung v , so ist bei ihm die Flächenvergrößerung gleich v^2 . In demselben Verhältnis aber, in dem durch ein optisches Instrument eine Fläche größer gesehen wird, erscheint ihre Helligkeit geringer.

Aufgaben.

266. Brennweite einer Lupe: 5 cm, deutliche Sehweite: 25 cm. Vergrößerung?
267. Brennweite einer Lupe: 4 cm, lin. Vergrößerung: 4. Deutliche Sehweite?
268. Brennweiten von Objektiv- und Okularlinse eines Mikroskops: 3 mm bzw. 4 cm, Länge des Tubus: 20 cm, deutliche Sehweite: 30 cm. Vergrößerung?
269. Brennweite der Okularlinse eines Mikroskops: 3 cm, Länge des Tubus: 18 cm, lin. Vergrößerung: 400, deutliche Sehweite: 24 cm. Brennweite der Objektivlinse?
270. Brennweiten von Objektiv- und Okularlinse eines Mikroskops: 5 mm bzw. 5 cm, lin. Vergrößerung: 220, deutliche Sehweite: 25 cm. Länge des Tubus?
271. Brennweiten von Objektiv- und Okularlinse eines astron. Fernrohrs: 120 cm bzw. 1,2 cm. Vergrößerung?
272. Brennweite der Objektivlinse eines holländischen Fernrohrs: 20 cm, lin. Vergrößerung: 8. Zerstreuungsweite der Okularlinse?
273. Drücke die Länge des Tubus eines Erdfernrohrs durch die Brennweiten seiner Linsen aus.

§ 76. Die atmosphärische Strahlenbrechung.

Man kann sich die Erdatmosphäre aus unzählig vielen, zur Erde konzentrischen Schichten zusammengesetzt denken, deren Dichte nach der Erde hin fortgesetzt zunimmt. Tritt nun ein Lichtstrahl senkrecht zu den Trennungsflächen dieser Schichten in die Atmosphäre ein, so setzt er darin seinen Weg geradlinig fort; fällt aber ein Lichtstrahl schief auf eine der Schichten der Atmosphäre auf, so beschreibt er von da an infolge seiner fortgesetzten Brechung zum Lote hin eine krumme Linie, welche nach oben erhaben ist. (**Atmosphärische Strahlenbrechung.**) Man erblickt also einen Stern S (Fig. 172, S. 174), der sich im Zenit befindet, an seiner wahren Stelle. Dagegen erscheint ein anderer Stern (oder auch ein ferner irdischer Gegenstand) gehoben. (Der Stern S_1 in Fig. 172 wird an der Stelle S_1 gesehen.) Da die Brechung eines Lichtstrahls nach § 69 um so bedeutender ist, je schief der Strahl auf die brechende Fläche auffällt, so nimmt die Hebung durch atmosphär. Strahlenbrechung vom Zenit nach dem Horizont hin zu. Daher erscheinen

Sonne, Mond und Sternbilder in der Nähe des Horizonts von unten nach oben zusammengedrückt.

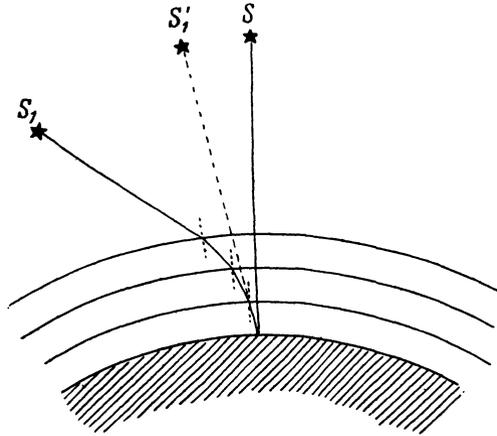


Fig. 172.

Atmosphärische Strahlenbrechung.

Beim Horizont beträgt die Hebung durch atmosphär. Strahlenbrechung ungefähr eine „Vollmonds“- oder „Sonnenbreite“ (rund $1/2^\circ$). — Durch die atmosphär. Strahlenbrechung erscheinen auch Himmelskörper (und ferne irdische Gegenstände), die sich nicht weit unter dem Horizont befinden, über diesen emporgehoben. Daher ist der Tag einige Minuten länger (und wir vermögen weiter zu sehen), als wenn die Erde keine Atmosphäre besäße.

§ 77. Die vollständige Zurückwerfung des Lichts.

Fällt ein Lichtstrahl auf die Grenzfläche eines optisch dichteren Mittels (Brechungsverhältnis des alten Mittels in bezug auf das neue: $n > 1$), so findet Zurückwerfung und Brechung statt, bis der Einfallswinkel α des Strahles gleich 90° geworden ist. Für $\alpha = 90^\circ$ ist der Brechungswinkel β gegeben durch die Gleichung:

$$\sin \beta = \frac{1}{n}. \quad (\text{Größter Wert von } \beta.)$$

Trifft ein Lichtstrahl auf die Grenzfläche eines optisch dünneren Mittels (Brechungsverhältnis des alten Mittels in bezug auf das neue: $n < 1$), so findet Zurückwerfung und Brechung nur solange statt, bis der Brechungswinkel β gleich 90° geworden, der Einfallswinkel α also soweit gewachsen ist, daß

$$\sin \alpha = n. \quad (\text{S. die drei links einfallenden Strahlen in$$

Fig. 173, S. 175.)

Für einen größeren Wert von α gibt es kein β , d. h. keinen gebrochenen Teil des einfallenden Strahles mehr: Der einfallende Strahl wird **vollständig zurückgeworfen** oder **total reflektiert**. (S. die beiden rechts einfallenden Strahlen in Fig. 173.)

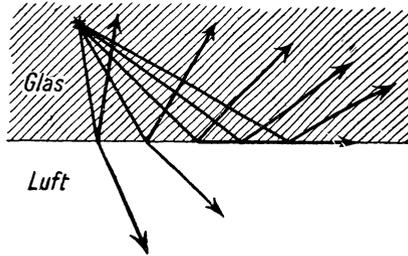


Fig. 173.

Name des Wertes von α , der sich aus der Gleichung $\sin \alpha = n$ ergibt: **Grenzwinkel der vollständigen Zurückwerfung**. (Größe desselben für Kronglas: rund 41° .)

In Fig. 174 ist für Glas zu Luft ($n = 2 : 3$) nach dem Verfahren von U. der gebrochene Strahl für den Fall konstruiert, daß $\sin \alpha = n$. Fig. 175 zeigt, wie für $\sin \alpha > n$ aus dem nämlichen Konstruktionsverfahren das Nichtvorhandensein eines gebrochenen Strahles folgt.

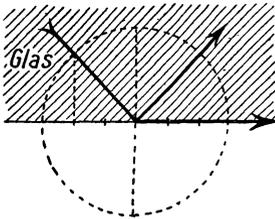


Fig. 174.

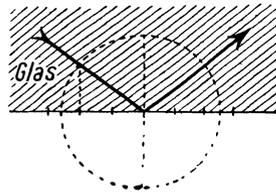


Fig. 175.

In einem festen oder flüssigen Körper falle ein Lichtstrahl auf die Grenzfläche von Luft. Da nach U. das Brechungsverhältnis eines festen oder flüssigen Körpers in bezug auf Luft für die verschiedenen Farbestrahlen verschieden groß ist, und zwar für rote Lichtstrahlen am größten, für violette am kleinsten, so ist auch der Grenzwinkel der vollständigen Zurückwerfung für rote Lichtstrahlen am größten, für violette am kleinsten.

Wenn also ein weißer Lichtstrahl in einem festen oder flüssigen Körper auf die Grenzfläche von Luft trifft, so fallen mit wachsendem Einfallswinkel des Strahles zuerst die violetten, zuletzt die roten gebrochenen Strahlen aus.

Tabelle der Grenzwinkel der vollständigen Zurückwerfung für einige Mittel in bezug auf Luft und für gelbes Licht.

Diamant	23° 53'	Kronglas (Nr. 9)	40° 50'
Flintglas (Nr. 13)	37° 42'	Weingeist	47° 5'
Schwefelkohlenstoff	37° 49'	Wasser	48° 35'

Bei dem durch Fig. 176 dargestellten Versuch kann man die Kerze A von oben her durch die Wasseroberfläche hindurch nicht sehen; blickt man dagegen von unten her gegen die Wasseroberfläche, so erblickt man ein außerordentlich helles Spiegelbild A_1 der Kerze, und die Wasseroberfläche erscheint glänzend wie ein Spiegel. — Soweit das Reagensglas A (Fig. 177) in das Wasser des Gefäßes B taucht und nicht mit Wasser gefüllt ist, erscheint es, von oben betrachtet, quecksilberglänzend.

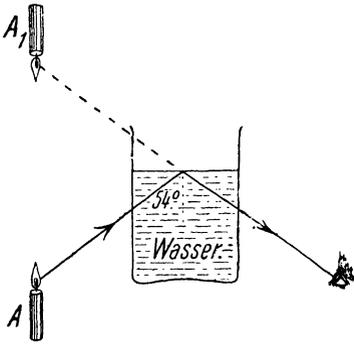


Fig. 176.

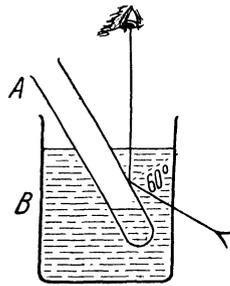


Fig. 177.

Eine Anwendung der vollständigen Zurückwerfung liegt beim **total reflektierenden Prisma** vor. Dieses ist ein gerades Glasprisma, dessen Grundflächen gleichschenkelig-rechtwinklige Dreiecke sind. Ein Lichtstrahl, der senkrecht zur einen Kathetenfläche in das Prisma eintritt,

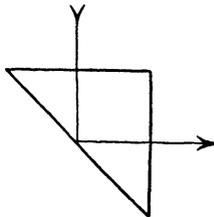


Fig. 178.

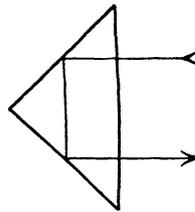


Fig. 179.

wird an der Hypotenusenfläche vollständig zurückgeworfen (Einfallswinkel: 45°) und tritt durch die andere Kathetenfläche wieder aus dem Prisma aus. (Fig. 178. Vollständige Zurückwerfung an den beiden Kathetenflächen s. Fig. 179.) Änderung der Richtung des einfallenden Licht-

strahls mit nur unbedeutender Verringerung seiner Stärke, da der Strahl bei seinem senkrechten Ein- und Austritt nur wenig geschwächt wird.

Bei dem „Prismenfernrohr“ (zuerst 1895 von der Firma Zeiss in Jena, später auch von anderen Firmen hergestellt), das im übrigen wie ein astronomisches Fernrohr beschaffen ist, müssen die Lichtstrahlen zwischen Objektiv- und Okularlinse vor dem Zustandekommen des wirklichen Bildes zwei total reflektierende Prismen passieren. Die Seitenkanten dieser Prismen kreuzen einander senkrecht. Bei jedem Prisma treten die Strahlen durch die Hypotenusenfläche senkrecht ein und aus und werden also an den Kathetenflächen vollständig zurückgeworfen. (Zeichnung des Apparats mit Darstellung des Strahlenganges!) Infolgedessen erscheint ein Gegenstand, durch das Fernrohr betrachtet, aufrecht. Daher kann z. B. ein Feldstecher aus Prismenfernrohren bestehen. Die Objektive des Feldstechers sind dann gegenüber den Okularen auseinander gerückt, wodurch der betrachtete Gegenstand wie bei einem Stereoskop plastisch erscheint. Gegenüber dem gewöhnlichen astron. Fernrohr ist das Prismenfernrohr erheblich verkürzt. (Vergl. das holländ. Fernrohr!) — Auf der vollständigen Zurückwerfung des Lichts beruht auch die Erscheinung der Luftspiegelung. Bei ganz ruhiger Luft kann es nämlich vorkommen, daß über einer dünneren Luftschicht ohne Übergang eine dichtere lagert oder umgekehrt; in der scharfen Trennungsfläche der Schichten vermögen sich dann durch vollständige Zurückwerfung ganze Landschaften deutlich abzuspiegeln. — Auch bei jeder anderen Art von Wellenstrahlen kann vollständige Zurückwerfung auftreten! Beispiel: Vollständige Zurückwerfung der Schallstrahlen in Schallröhren, Hörrohr, Sprachrohr.)

Aufgabe.

274. Unter welchem Einfallswinkel muß ein einfarbiger Lichtstrahl auf die eine brechende Fläche eines Glasprismas (Brechungsverhältnis: 1,5, brechender Winkel: 56° , Grenzwinkel der vollständigen Zurückwerfung: 41°) in einer zur brechenden Kante senkrechten Ebene auffallen, damit er die andere brechende Fläche unter einem Einfallswinkel trifft, welcher gleich dem Grenzwinkel der vollständigen Zurückwerfung ist? Was ist der Fall, wenn man den Einfallswinkel an der ersten brechenden Fläche größer macht, als sich der vorstehend gesuchte Winkelbetrag ergibt?

D. Vom farbigen Licht.

§ 78. Mischfarben. Ergänzungsfarben.

Zu wiederholen: U., Farbenzerstreuung des Lichts, Regenbogen.

1. Gelangt zusammengesetztes Licht in unser Auge, so vermögen wir seine Bestandteile nicht zu erkennen, haben vielmehr den Eindruck, als ob nicht ein Farbgemisch oder eine Mischfarbe, sondern eine einfache Farbe vorliege. Beispiel: Die Farbenempfindung beim Betrachten eines rotierenden Kreisels, auf welchen verschiedenfarbige Sektoren aufgeklebt sind.

Das Ohr ist also in dieser Beziehung dem Auge überlegen. (Erkennen der einzelnen Töne eines Tongemischs!)

2. Ist weißes Licht vermittels eines Prismas in seine Spektralfarben zerlegt, so kann man diese mit einer erhabenen Linse auf einem weißen Schirm wieder zu weißem Licht vereinigen. Entsprechend sieht ein rotierender Kreisel, der mit Sektoren in den Farben der sieben Farbengruppen des Spektrums weißen Lichts beklebt ist, bei Beleuchtung mit weißem Licht (schmutzig) weiß aus.

Blendet man einen Teil des farbigen Bündels ab, das man durch prismatische Zerlegung weißen Lichts erhält, so entsteht durch Vereinigung der Farben des anderen Teils deren Mischfarbe; blendet man den zweiten Teil ab, so kann man die Farben des ersten Teils zu ihrer Mischfarbe vereinigen. Beide Mischfarben geben also zusammen Weiß.

Es vermag aber auch jede einfache Lichtfarbe zusammen mit einer bestimmten anderen einfachen Lichtfarbe in uns die Empfindung weißen Lichts zu erregen, z. B. Rot mit Grün, Orange mit Blau, Gelb mit Violett. (Daher auch die Vereinigung aller Spektralfarben zu Weiß!)

Wenn wir also weißes Licht sehen, vermögen wir niemals ohne weiteres anzugeben, ob es ein oder mehrere solche Paare einfacher Farben oder alle Paare, also alle möglichen Spektralfarben enthält.

Ganz entsprechend können durch Mischung der drei sog. Grundfarben Rot, Grün und Violett alle möglichen Farbenempfindungen hervorgebracht werden.

Zwei Lichtfarben, welche zusammen in uns die Empfindung weißen Lichts hervorrufen, heißen **Ergänzungs-** oder **Komplementärfarben**.

Vereinigt man z. B. alle Spektralfarben außer Rot zu ihrer Mischfarbe, so erscheint diese als die Ergänzungsfarbe zu Rot, d. h. als Grün.

§ 79. Die Körperfarben.

1. Man spricht bei einem Körper mit rauher, also diffus reflektierender Oberfläche von seiner **Oberflächenfarbe** (= Farbe des Körpers im zurückgehenden Licht), ferner bei einem durchsichtigen oder durchscheinenden Körper von seiner **Durchgangsfarbe** (= Farbe des Körpers im durchgehenden Licht).

Bei Beleuchtung mit weißem Licht erweisen sich nahezu alle Oberflächen- und Durchgangsfarben der Körper als Mischfarben.

2. Im Inneren eines Körpers wird ein gewisser Betrag jedes farbigen Bestandteils von Licht, das in den Körper eindringt, zurückgeworfen. Soweit dieser Betrag nicht von dem Körper verschluckt wird (wobei seine Energie im allgemeinen in Körperwärme übergeht), tritt er wieder aus ihm aus. (Bei dem zum Austritt gelangenden Anteil des Betrages hat die Zurückwerfung in der Oberflächenschicht stattgefunden!) Die so den Körper verlassenden Farbenstrahlen

bestimmen zusammen die Oberflächenfarbe, in welcher er erscheint.

Unter der Oberflächenfarbe eines Körpers schlechthin versteht man seine Oberflächenfarbe bei Beleuchtung mit weißem Licht. (Sie ist nach obigem die Ergänzungsfarbe zur Farbe des verschluckten Teiles des zurückgeworfenen weißen Lichts.) Ein weißer Körper vermag mithin Licht von allen möglichen Spektralfarben zurückzusenden. Daher sieht ein solcher Körper, mit rotem Licht beleuchtet, rot, mit orangefarbigem Licht beleuchtet, orangefarbig, mit gelbem Licht beleuchtet, gelb aus usw.

Verschluckt ein Körper Licht von einer bestimmten Farbe vollständig, so erscheint er, mit Licht von dieser Farbe beleuchtet, schwarz, mit weißem Licht beleuchtet, in der Ergänzungsfarbe zur Farbe des vollständig verschluckten Lichtes, mit Licht beleuchtet, das die verschluckte Farbe nicht enthält, in der Farbe dieses Lichtes. Folglich sehen Körper, die Licht von allen möglichen Spektralfarben vollständig verschlucken, bei jeder Beleuchtung schwarz aus. (Schwarze Körper schlechthin oder absolut schwarze Körper. Solche gibt es jedoch in der Praxis nur annähernd.)

Schwarz ist demnach im physikalischen Sinne keine Farbe, sondern das Fehlen jeder Farbe.

3. Soweit ein farbiger Bestandteil von Licht, das in einen Körper eindringt, seinen Weg darin fortsetzt und nicht von dem Körper verschluckt wird, tritt er auf der anderen Seite wieder aus ihm aus. Die so aus dem Körper austretenden Farbenstrahlen bestimmen zusammen die Durchgangsfarbe, welche der Körper zeigt.

Ein wasserhell durchsichtiger Körper von der Form einer Platte weist bei Beleuchtung mit weißem Licht überhaupt keine Durchgangsfarbe auf; bei anderer Form zeigt er die Spektralfarben. **Unter der Durchgangsfarbe schlechthin eines anderen durchsichtigen Körpers von Plattenform oder eines durchscheinenden Körpers versteht man seine Durchgangsfarbe bei Beleuchtung mit weißem Licht.** Sie ist nach obigem die Ergänzungsfarbe zur Farbe des verschluckten Teiles des weißen Lichts, das seinen Weg in dem Körper fortsetzt. Wie verhält sich also ein wasserhell durchsichtiger und ein durchscheinend weißer Körper dem Durchgang von Licht von den verschiedenen Spektralfarben gegenüber, und was gilt demnach von der Durchgangsfarbe eines solchen Körpers, wenn er mit rotem, orangefarbigem, gelbem Licht usw. beleuchtet wird?

Durch einen wasserhell durchsichtigen Körper betrachtet, erscheint jeder Gegenstand in der Farbe des Lichts, das er aussendet, sofern dieses Licht einfach ist oder der wasserhell durchsichtige Körper Plattenform besitzt.

Wenn ein durchsichtiger oder durchscheinender Körper Licht von einer bestimmten Farbe vollständig verschluckt, so erscheint er bei Beleuchtung mit Licht von dieser Farbe undurchsichtig.

Durch einen durchsichtigen Körper dieser Art betrachtet, sieht ein Gegenstand, der nur Licht von der Farbe des vollständig verschluckten Lichtes aussendet, gegenüber seiner andersfarbigen Umgebung schwarz aus.

Ein undurchsichtiger Körper schlechthin verschluckt Licht von allen möglichen Spektralfarben vollständig.

Morgen- und Abendrot erklären sich als Durchgangsfarbe von Wasserdampf, der in der Kondensation begriffen ist, das Himmelsblau als Durchgangsfarbe der Luft.

Aufgaben.

275. Wie sieht ein gelber, ein blauer und ein schwarzer Körper aus, wenn er mit gelbem Licht beleuchtet wird?

276. Auf ein Spektrum weißen Lichts, das auf einem weißen Schirm erzeugt ist, wird im Blau einmal ein weißer, dann ein gelber, dann ein blauer und dann ein schwarzer Papierstreifen gelegt. Wie sehen die Streifen aus?

277. Ein Schirm besitzt eine violette Mischfarbe, bestehend aus den einfachen Farben Rot, Blau und Violett. Auf dem Schirm wird ein Spektrum weißen Lichts entworfen. Wie sieht es aus?

278. Auf einem weißen Schirm befindet sich ein Spektrum weißen Lichts. Wie sieht es aus, wenn es durch eine rein rote, wie, wenn es durch eine rein grüne Glasplatte, wie, wenn es durch beide Glasplatten zugleich betrachtet wird?

279. Wie sieht das Spektrum von Aufg. 278 aus, wenn es durch eine Glasplatte betrachtet wird, deren Durchgangsfarbe aus Rot, Blau und Violett gemischt ist?

§ 80. Achromatische Prismen und Prismen mit gerader Durchsicht. Achromatische Linsen.

1. Die aus einem optischen Prisma austretenden farbigen Bestandteile eines zusammengesetzten Lichtstrahls lassen sich wieder vereinigen durch ein genau gleiches Prisma, dessen brechende Kante nach der entgegengesetzten Seite liegt. Dabei wird aber nicht nur die Farbenzerstreuung, sondern auch die Ablenkung des ursprünglichen Lichtstrahls aufgehoben. Nun erhält man unter sonst gleichen Umständen durch Prismen aus verschiedenen Materialien Spektren weißen Lichts von verschiedener Ausdehnung. So liefert unter sonst gleichen Umständen ein Flintglasprisma ein ungefähr doppelt so langes Spektrum weißen Lichts als ein Kronglasprisma, während die Ablenkung von Strahlen mittlerer Brechbarkeit durch ein Flintglasprisma nicht viel größer ist als durch ein Kronglasprisma. Daher ist es möglich, ein Kronglasprisma mit einem Flintglasprisma von ungefähr halbem brechenden Winkel so, wie Fig. 180, S. 181 zeigt, zu einem prismatischen Glaskörper zusammenzusetzen, daß bei diesem wohl die Farbenzerstreuung eines zusammengesetzten

Lichtstrahls, nicht aber dessen Ablenkung ganz aufgehoben ist. (**Achromatisches Prisma.** Dollond 1757.) Umgekehrt kann man auch durch Zusammensetzung eines Kron- und eines Flintglasprismas oder mehrerer Kron- und Flintglasprismen, deren brechende Winkel passend gewählt sind, einen Glaskörper herstellen, bei welchem die Ablenkung von Strahlen mittlerer Brechbarkeit, nicht aber die Farbenzerstreuung aufgehoben ist. (**Prisma mit gerader Durchsicht** oder **Amicisches Prisma,** Fig. 181.)

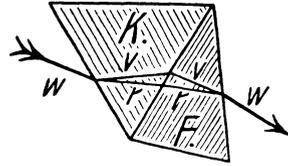


Fig. 180.
Achromatisches Prisma.

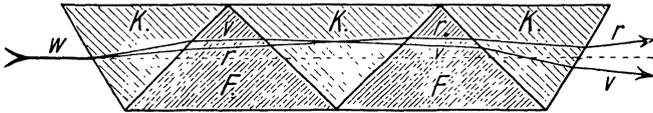


Fig. 181.
Prisma mit gerader Durchsicht.

2. Auch mit der Brechung eines zusammengesetzten Lichtstrahls durch eine optische Linse tritt natürlich zugleich Farbenzerstreuung des Strahls auf; daher besitzt das Bild, welches eine optische Linse von einem leuchtenden Gegenstand erzeugt, einen farbigen Saum. (**Chromatische Abweichung** oder **chromatische Aberration.**)

Entsprechend der Aufhebung der Farbenzerstreuung bei einem achromatischen Prisma wird die chromatische Abweichung beseitigt durch Verbindung einer erhabenen Linse aus Kronglas mit einer Hohllinse



Fig. 182.
Achromatische Linse.

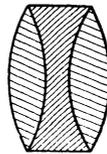


Fig. 183.
Achromatische Linse.

aus Flintglas von größerer Brennweite oder durch Verbindung einer konkaven Flintglaslinse mit zwei erhabenen Kronglaslinsen. (**Achromatische Linsen,** Fig. 182 und 183. Solche wirken, was die Ablenkung eines Lichtstrahls angeht, nach Art einfacher Konvexlinsen.)

Kron- und Flintglas sind natürlich ebensowenig die einzigmöglichen Materialien zur Herstellung achromatischer Prismen und Linsen und von Prismen mit gerader Durchsicht, als sie es zur Herstellung einfacher Prismen und Linsen sind.

Die besseren optischen Instrumente enthalten nur achromatische Linsen. — Vor Erfindung der achromatischen Linsen wandte man sich in der Astronomie von den Fernrohren mit Objektivlinsen (Refraktoren) ab und den Fernrohren mit Hohlspiegeln (Spiegelteleskopen oder Reflektoren) zu. Bei einem Spiegelteleskop läßt man durch einen Hohlspiegel statt durch eine Objektivlinse von einem Himmelskörper ein Bild erzeugen und betrachtet dieses vergrößert durch eine erhobene Okularlinse.

§ 81. Das Spektroskop.

Zur bequemen Beobachtung und genauen Untersuchung von Spektren dient der **Spektralapparat** oder das **Spektroskop** (Fig. 184). Dieser Apparat besteht im wesentlichen aus einem Kollimatorrohr **K**, einem astronomischen Fernrohr **F** und einem Prisma **P**. Letzteres ist entweder, wie in der Figur, ein einfaches Prisma oder ein Prisma mit gerader Durchsicht. (**Spektroskop mit schiefer bzw. mit gerader Durchsicht.**)

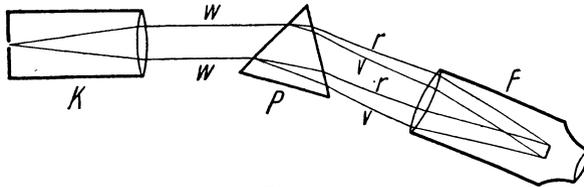


Fig. 184.
Spektroskop.

Wenn zusammengesetztes Licht in das Kollimatorrohr eintritt, so wird das austretende Bündel paralleler Strahlen durch das Prisma in lauter einfarbige Bündel paralleler Strahlen zerlegt. Die Strahlen jedes dieser Bündel vereinigen sich in dem Fernrohr zu einem Bild des Spalts des Kollimatorrohrs von der betr. Farbe, und zwar an der Stelle, wo der zugehörige Hauptstrahl der Objektivlinse und die in deren Brennpunkt auf der Fernrohrachse senkrechte Ebene („Brennebene“) einander schneiden. Das Spektrum, welches alle diese farbigen Spaltbilder zusammen ausmachen, wird durch die Okularlinse des Fernrohrs vergrößert betrachtet.

Vergl. das Spektrometer (§ 71). — Bei einem Spektroskop mit schiefer Durchsicht befindet sich das Prisma in der Minimumstellung für Strahlen mittlerer Brechbarkeit.

§ 82. Einteilung der Spektra.

1) Emissionsspektren.

a) Ununterbrochene oder kontinuierliche Spektren.

Da ein irdischer fester oder flüssiger Körper, welcher sich in Weißglut befindet, Licht von allen möglichen Farben aussendet, ist das Spektrum seines Lichts ein lückenloses Farbenband von Rot bis Violett.

Beispiel: Das Spektrum des Lichts, welches die weißglühenden Kohlen-
spitzen einer elektrischen Bogenlampe ausstrahlen.

Von manchen Körpern werden nicht die roten Lichtstrahlen am schwächsten gebrochen und dann immer stärker die andersfarbigen Lichtstrahlen in der Reihenfolge, die ihre Farben gewöhnlich im Spektrum besitzen. So wird von Fuchsin Grün am wenigsten stark gebrochen, dann kommen, immer stärker gebrochen, Hellblau, Dunkelblau, Violett, hierauf folgt im Spektrum eine Lücke („Bande“), an welche sich Rot, Orange, Gelb anschließen. („Anormale Dispersion“.)

b) Linienspektren.

Die Spektren der glühenden Gase und Dämpfe bestehen aus einem bis vielen getrennten Spaltbildern (**Spektrallinien**). Glühende Gase und Dämpfe senden also Licht von nur einzelnen Farben aus. Das Spektrum eines glühenden Gases oder Dampfes ist für seinen Stoff charakteristisch, so daß aus dem Spektrum auf den Stoff geschlossen werden kann. (**Spektralanalyse**. Kirchhoff 1859.) Beispiel: Das Spektrum glühenden Natriumdampfes besteht aus einer orangegelben Spektrallinie, die bei stärkerer Dispersion in zwei dicht beieinanderstehende Linien zerfällt.

Sauerstoff, Wasserstoff, Stickstoff usw. bringt man in „Geißlerschen Röhren“ mittels Hindurchschlagenlassens elektrischer Funken zum Glühen. Glühende Metalldämpfe pflegt man herzustellen, indem man Salze der betr. Metalle in die nichtleuchtende Bunsenflamme bringt. — Die Wahrnehmung noch unbekannter Linienspektren führte wiederholt zur Entdeckung neuer chemischer Elemente. — Bei steigendem Druck und sehr hoher Temperatur gehen die Linienspektren glühender Gase und Dämpfe allmählich in ununterbrochene Spektren über.

2) Absorptionsspektren.

a) Bandenabsorptionsspektren.

Das Spektrum weißen Lichts, das durch einen durchsichtigen gefärbten Körper (gefärbtes Glas, eine farbige Flüssigkeit, Blut oder dergl.) hindurchgegangen oder an der Oberfläche eines farbigen Körpers unregelmäßig zurückgeworfen worden ist, zeigt Gebiete mit ununterbrochener Folge der Farben und dazwischen dunkle Streifen. Da diese durch Lichtabsorption entstehen, heißen sie **Absorptionsstreifen**. Sie sind für die stoffliche Beschaffenheit des durchsichtigen gefärbten Körpers charakteristisch, so daß sie aus ihnen erkannt werden kann. (**Spektralanalyse**: Prüfung der Echtheit von Edelsteinen, Feststellung von Nahrungsmittelverfälschungen, Erkennen von Blut, von Kohlenoxyd in Blut bei stattgehabter Kohlenoxydvergiftung usw.)

b) Linienabsorptionsspektren.

In den Spektren des Sonnenlichts und des Lichts der Fixsterne sind die Spaltbilder vieler einzelner Spektralfarben so lichtschwach, daß sie durch den Gegensatz zu den hellen Nachbarstellen dunkel aussehen, d. h. die Spektren erscheinen von vielen dunklen Linien durchzogen.

§ 88. Die Fraunhoferschen Linien.

1. Die dunklen Linien der Linienabsorptionsspektren heißen **Fraunhofersche Linien.** (Fraunhofer 1814.)

Fraunhofer unterschied bereits gegen 600 solcher Linien im Sonnenspektrum und bezeichnete die auffallendsten mit den Buchstaben A bis H. Jetzt kennt man im Sonnenspektrum über 30000 Fraunhofersche Linien.

Das Spektrum des Sonnenlichts, das vom Mond oder einem Planeten zurückgeworfen worden ist, (auch das Spektrum des zerstreuten Tageslichts) zeigt dieselben Fraunhoferschen Linien wie das Spektrum des direkten Sonnenlichts. Die Fraunhoferschen Linien der Spektren der verschiedenen Fixsterne stimmen weder untereinander noch mit den Fraunhoferschen Linien des Sonnenspektrums völlig überein.

Da die Fraunhoferschen Linien feste Stellen im Spektrum weißen Lichts, d. h. bestimmte Spektralfarben markieren, sind sie für optische Untersuchungen sehr wichtig, z. B. für die Bestimmung von Brechungsverhältnissen.

Es gibt im Spektrum der Sonne oder eines Fixsterns auch dunkle Linien, die von Lichtabsorption in der Erdatmosphäre herrühren. („Terrestrische Linien“.) Die terrestrischen Linien des Sonnenspektrums werden mit sinkender Sonne dunkler.

2. Läßt man das Licht eines weißglühenden Körpers durch glühenden Natriumdampf, Kaliumdampf usw. hindurchgehen, so zeigen sich im Spektrum des Lichts des Körpers dunkle Linien an den Stellen der Spektrallinien glühenden Natriumdampfs, Kaliumdampfs usw. („Umkehrung“ der Spektrallinien.) **Ein glühender Dampf verschluckt also diejenigen Lichtarten, welche er selbst aussendet.** (Kirchhoff 1860. Bei dem vorstehenden Versuch vermag das Licht des Dampfes wegen dessen geringerer Temperatur das verschluckte Licht des weißglühenden Körpers nicht vollständig zu ersetzen!) Daher verschlucken die glühenden Gase, welche in der Atmosphäre der Sonne oder eines Fixsterns vorhanden sind, diejenigen Lichtarten des glühenden Kerns des Weltkörpers, die sie selbst aussenden. Da sie aber wegen ihrer geringeren Temperatur die verschluckten Lichtarten nicht vollständig zu ersetzen vermögen, zeigt das Spektrum des Weltkörpers an den betr. Stellen Fraunhofersche Linien. Auch die Fraunhoferschen Linien entstehen also durch Lichtabsorption (daher die Bezeichnung: Linienabsorptionsspektren).

3. Bei dem unter 2. beschriebenen Absorptionsversuch kann man auch umgekehrt aus dem Auftreten dunkler Linien an den Stellen der Spektrallinien von Natrium, Kalium usw. schließen, daß der verwendete Dampf Natriumdampf, Kaliumdampf usw. ist. Nun stimmen die meisten Fraunhoferschen Linien der Lage nach mit den Spektrallinien glühender Gase oder Dämpfe überein, z. B. die Fraunhofersche Doppelinie D mit der Natriumlinie. Die Stoffe dieser Gase oder Dämpfe

müssen also in der Atmosphäre der Sonne bzw. des betr. Fixsterns vorhanden sein. So hat man gefunden, daß viele irdische Elemente auch auf der Sonne und den Fixsternen vorkommen. (**Spektralanalyse.**) Diejenigen Fraunhoferschen Linien, zu denen entsprechende Spektrallinien nicht bekannt sind, rühren von Elementen her, welche auf der Erde nicht vorkommen oder noch nicht entdeckt sind.

Das Helium, welches daher seinen Namen hat, war durch die seinen Spektrallinien entsprechenden Fraunhoferschen Linien früher als Bestandteil der Sonne denn als solcher der Erde bekannt! — Viele sternnebelartige Gebilde lassen sich durch hinreichend starke Fernrohre in Sternhaufen auflösen. Von einem sternnebelartigen Gebilde, bei dem dies auch mit unseren stärksten Fernrohren nicht gelingt, zeigt die Spektralanalyse, ob es ein Sternhaufen oder ein wirklicher Sternnebel (Nebelfleck) ist. Im ersten Falle besitzt nämlich das Spektrum des Gebildes Fraunhofersche Linien, im zweiten ist es ein Linienspektrum. (Wirkliche Sternnebel bestehen also aus glühenden Gasmassen, und zwar sind dies namentlich Massen glühenden Wasserstoffs und Stickstoffs.)

E. Interferenzerscheinungen des Lichts.

§ 84. Die Farben dünner Blättchen. Newtons Farbenringe.

1. Auf ein dünnes Blättchen (Glimmerblättchen, Oxydschicht auf angelautem Stahl, Seifenblase, Luftschicht in einer Spalte eines Kristalls oder eines Stückes Glas u. dergl.) falle ein Bündel paralleler Lichtstrahlen. Ein Strahl, der an einer Stelle auftrifft, wird zum Teil zurückgeworfen und dringt zum anderen Teil in das Blättchen ein, wird an dessen Rückseite zum Teil zurückgeworfen, tritt zum Teil an der Vorderseite aus und wird zum Teil hier zurückgeworfen usw. (Fig. 185)

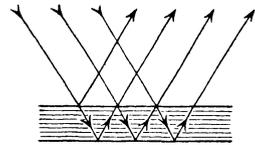


Fig. 185.

An jeder Stelle der Vorderseite kommen also Strahlen zur Interferenz, von denen einer daselbst zurückgeworfen worden ist, die anderen ebendasselbst nach ein-, zwei-, dreimaliger Zurückwerfung usw. an der Rückseite ausgetreten sind.

Ist das Licht einfarbig, und die Strahlen fallen unter einem solchen Winkel auf, daß das Ergebnis vollständige gegenseitige Vernichtung der interferierenden Strahlen ist, so erscheint das Blättchen dunkel. Dagegen besitzt es die Farbe des auffallenden Lichts, wenn die interferierenden Strahlen sich nicht vollständig gegenseitig vernichten.

Bei bestimmter Neigung der auffallenden Strahlen hängt es von der Dicke des Blättchens ab, welche Farbe vernichtet wird, ob also bei Verwendung einfarbigen Lichts von bestimmter Farbe das Blättchen in der Farbe des auffallenden Lichts oder dunkel erscheint. Verwendet

man also weißes Licht, so erscheint das Blättchen immer farbig, nämlich in der Ergänzungsfarbe der ausgelöschten Farbe.

Bei Seifenblasen ändert sich durch stärkeres Aufblasen und Verdunstung die Dicke und daher auch die Farbe.

2. Auf eine Spiegelglasplatte werde eine plankonvexe Linse, deren krumme Linsenfläche einen großen Radius besitzt, mit der Mitte dieser Fläche aufgelegt. Dann befindet sich zwischen Platte und Linse eine Luftschicht von überall geringer Dicke. Außerdem nimmt die Dicke dieser Luftschicht von der Berührungsstelle aus nach allen Seiten allmählich zu. Daher findet hier dasjenige statt, was nach 1. für Blättchen von verschiedener Dicke gilt. Wird also die Vorrichtung senkrecht zur ebenen Begrenzungsfläche der Linse beleuchtet, so sieht man im zurückgeworfenen Licht um die Berührungsstelle herum abwechselnd helle und dunkle Kreisringe, wenn einfarbiges Licht verwendet wird, dagegen bunte Kreisringe bei Verwendung von weißem Licht. (**Newtons Farbenringe.**) Die hellen und die dunklen Ringe folgen am dichtesten aufeinander, wenn das betr. einfarbige Licht violett, am wenigsten dicht, wenn es rot ist.

Wir stellen uns vor, daß bei den Newtonschen Farbenringen bloß Interferenz stattfindet zwischen den an der oberen Grenzfläche und den einmal an der unteren Grenzfläche der dünnen Luftschicht zurückgeworfenen Lichtstrahlen. (Von den mehrfach zurückgeworfenen Strahlen können wir wegen ihrer geringen Stärke absehen.) Dann treten bei einfarbigem Licht die dunklen Ringe da auf, wo die Dicke der Luftschicht $0, \frac{2}{4}\lambda, \frac{4}{4}\lambda, \frac{6}{4}\lambda, \dots$ Längeneinheiten beträgt, die hellen Ringe da, wo die Dicke der Luftschicht gleich $\frac{1}{4}\lambda, \frac{3}{4}\lambda, \frac{5}{4}\lambda, \dots$ Längeneinheiten ist. (λ Längeneinheiten = Wellenlänge des betr. Lichts in der Luft.) Da nämlich der an der unteren Grenzfläche der Luftschicht zurückgeworfene Strahl die Dicke dieser Schicht an der betr. Stelle zweimal durchläuft und bei seiner Zurückwerfung eine Phasenverschiebung von einer halben Wellenlänge erleidet (Zurückwerfung an einem dichteren Mittel; s. § 48), so besitzen die interferierenden Strahlen im ersten Falle einen Phasenunterschied von einer ungeraden, im zweiten Falle von einer geraden Anzahl halber Wellenlängen. Hiernach befindet sich an der Stelle, wo sich Platte und Linse berühren, bei Licht von jeder einfachen Farbe und also auch bei weißem Licht ein dunkler Fleck. Erklärung der bunten Ringe bei weißem Licht: Da, wo sich für eine bestimmte Lichtfarbe die dunklen Ringe befinden, treten für eine andere die hellen Ringe auf.

Bezeichnet man z. B. den Radius (der Mittellinie) des ersten dunklen Ringes, der sich bei Verwendung einfarbigen Lichts zeigt, mit r und die Dicke der Luftschicht an der betr. Stelle mit d Längeneinheiten (Fig. 186), ferner den Radius der krummen Linsenfläche mit R Längeneinheiten, so ist nach einem planimetrischen Lehrsatz

$$r^2 = d \cdot (2R - d)$$

oder, da d gegenüber $2R$ vernachlässigt werden kann,

$$r^2 = d \cdot 2R.$$

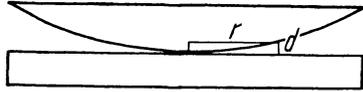


Fig. 186.

Nach obigem ist aber $d = \frac{\lambda}{2}$. Mithin:

$$r^2 = \lambda \cdot R.$$

Hieraus folgt:

$$\lambda = \frac{r^2}{R}.$$

Da r für rotes Licht am größten, für violette am kleinsten ist, so **ist also auch λ für rotes Licht am größten, für violette am kleinsten.**

Setzt man in der Gleichung $r^2 = d \cdot 2R$ für d der Reihe nach $\frac{4\lambda}{4}, \frac{6\lambda}{4}, \frac{8\lambda}{4}, \dots$, so erhält man: $r^2 = 2\lambda \cdot R, 3\lambda \cdot R, 4\lambda \cdot R, \dots$. Die Radien der dunklen Ringe verhalten sich also wie $\sqrt{1} : \sqrt{2} : \sqrt{3} : \sqrt{4} \dots$. — Entsprechende Erscheinungen wie im zurückgeworfenen Licht zeigen dünne Blättchen auch im durchgehenden Licht. Bei dem Apparat für die Newtonschen Farbenringe findet im durchgehenden Licht Interferenz statt zwischen den unmittelbar durchgegangenen und denjenigen Strahlen, welche erst an der unteren und dann an der oberen Grenzfläche der Luftschicht zurückgeworfen worden sind. Nun tritt bei jeder dieser beiden Zurückwerfungen eine Phasenverschiebung um eine halbe Wellenlänge ein. Daher zeigt sich bei einfarbigem Licht an denjenigen Stellen Helligkeit, wo im zurückgeworfenen Licht Dunkelheit auftrat, und umgekehrt, während bei weißem Licht die Berührungsstelle wasserhell-durchsichtig ist und die Farben der Ringe im zurückgeworfenen Licht durch ihre Ergänzungsfarben ersetzt sind. — Wie ändern sich die Erscheinungen von Newtons Farbenringen ab, wenn die plankonvexe (Kugel-) Linse durch eine plankonvexe Zylinderlinse ersetzt ist? (Die krumme Linsenfläche ist eine Zylinderfläche!)

§ 85. Die Erscheinungen bei Fresnels Spiegelversuch.

Durch einen engen Spalt A (Fig. 187, S. 188, in welcher der Querschnitt des Spalts durch einen kleinen Kreis markiert ist) falle zunächst einfarbiges Licht sehr stark geneigt auf die ebenen Spiegel S_1 und S_2 aus Metall oder schwarzem Glas. Die Spiegel bilden einen Winkel von nahezu 180° miteinander. (\sphericalangle „beträgt nur wenige Minuten.) Die Spiegelbilder des Spalts mögen A_1 und A_2 heißen. Der weiße Schirm BC sei parallel zur Ebene der Spaltbilder aufgestellt. Die Gerade DKE stehe auf dieser Ebene senkrecht. Wegen $EA_1 = EA_2$ sind die Wege der Lichtstrahlen von dem Spalt über die beiden Spiegel

nach E einander gleich, so daß hier die Strahlen mit gleichen Phasen zusammentreffen. Daher entsteht an der Stelle E parallel zu dem Spalt

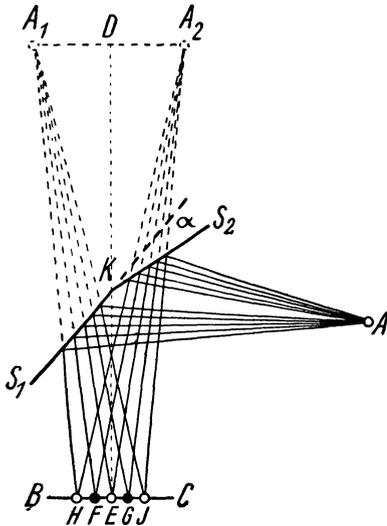


Fig. 187.

Fresnel's Spiegelversuch.

ein heller Streifen. Ist $A_2F - A_1F = A_1G - A_2G$ gleich einer halben Wellenlänge des verwendeten Lichts, so gelangen von A aus über die Spiegel nach F und G Lichtstrahlen, deren Phasen sich um eine halbe Wellenlänge unterscheiden, weshalb bei F und G dunkle Streifen entstehen. Bei H und J ($A_2H - A_1H = A_1J - A_2J$ gleich zwei halben Wellenlängen des betr. Lichts) zeigen sich wieder helle Streifen usw. Es treten also auf dem Schirm beiderseits neben einem hellen Mittelstreifen abwechselnd dunkle und helle Streifen auf. Warum folgen diese Streifen bei rotem Licht am wenigsten dicht, bei violettem am dichtesten aufeinander?

für eine bestimmte einfache Farbe die dunklen Nebenstreifen auftreten, für eine andere Farbe die hellen Nebenstreifen, d. h. es zeigen sich auf dem Schirm zu beiden Seiten eines weissen Mittelstreifens bunte Streifen.

Bezeichnet man den Abstand von A_1 und A_2 (Fig. 187) mit a , die Strecke DE mit b und den Abstand (der Mittellinien) der Streifen bei E und F mit c , so ist

$$\overline{A_2F}^2 = b^2 + \left(\frac{a}{2} + c\right)^2,$$

$$\overline{A_1F}^2 = b^2 + \left(\frac{a}{2} - c\right)^2.$$

Aus diesen Gleichungen folgt:

$$\overline{A_2F}^2 - \overline{A_1F}^2 = 2a \cdot c \text{ oder}$$

$$(A_2F + A_1F) \cdot (A_2F - A_1F) = 2a \cdot c.$$

Nun ist praktisch

$$A_2F + A_1F = 2b \text{ und}$$

$$A_2F - A_1F = \frac{\lambda}{2},$$

wenn die Wellenlänge des verwendeten Lichts mit λ Längeneinheiten bezeichnet wird. Demnach:

$$b \cdot \lambda = 2 a \cdot c.$$

Hieraus ergibt sich:

$$\lambda = \frac{2 a \cdot c}{b}.$$

b ist praktisch gleich $EK + KA$; da ferner $\sphericalangle A_1KA_2 = 2\alpha$, so ist

$$\begin{aligned} \frac{a}{2} &= KA_2 \cdot \sin \alpha \\ &= KA \cdot \sin \alpha, \text{ mithin} \\ a &= 2 KA \cdot \sin \alpha. \end{aligned}$$

Also:

$$\lambda = \frac{4 KA \cdot c \cdot \sin \alpha}{EK + KA}.$$

§ 86. Interferenzerscheinungen bei der Beugung des Lichts.

1. Auf einen Schirm AB (Fig. 188) mit schmalem Spalt CD falle zunächst ein Bündel paralleler Strahlen einfarbigen Lichts. Auf der anderen Seite des Schirmes sei parallel zu ihm in einigen Metern Entfernung ein weißer Schirm EF aufgestellt. Nach dem Huyghensschen Prinzip können wir uns jedes Äthertheilchen innerhalb des Spalts als Ausgangspunkt einer neuen Lichtwellenbewegung vorstellen. Die Strahlen dieser Lichtwellenbewegungen, welche an der Stelle G des Schirmes EF (der Mitte des Spalts senkrecht gegenüber) ankommen, können wegen der großen Entfernung des Schirmes EF von dem Spalt alle als gleichlang angesehen werden. Sie besitzen folglich bei ihrem Zusammentreffen an der Stelle G alle dieselbe Phase und verstärken sich deshalb gegenseitig. Daher entsteht an der Stelle G ein

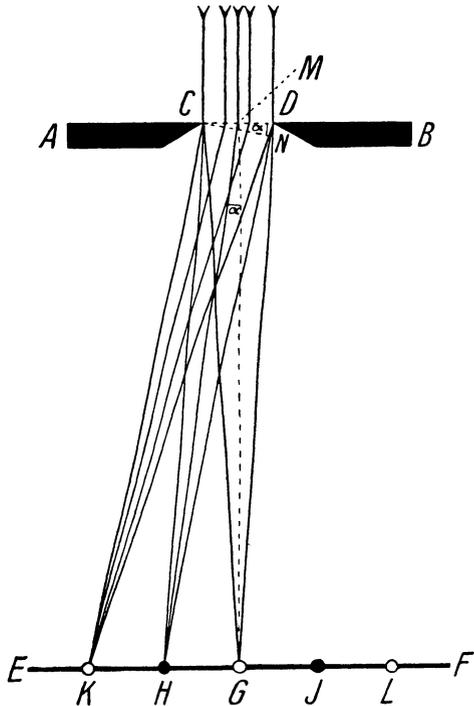


Fig. 188.

heller Streifen. Unterscheiden sich die Grenzstrahlen des Bündels, das an der Stelle H ankommt, um eine Wellenlänge, so können wir uns das Bündel in zwei gleiche Bündel zerlegt denken, deren Strahlen sich paarweise um eine halbe Wellenlänge unterscheiden und demnach gegenseitig vernichten. Mithin entsteht bei H ein dunkler Streifen, desgleichen bei J ($GJ = GH$). Die Grenzstrahlen des Bündels, das in K ankommt, mögen sich um $\frac{3}{2}$ Wellenlängen unterscheiden. Denken wir uns also das Bündel in drei gleiche Bündel zerlegt, so erkennen wir wie vorher, daß sich zwei derselben gegenseitig vernichten und die Strahlen des dritten Teilbündels sich verstärken. Folglich entsteht bei K und ebenso bei L ($GL = GK$) ein heller Streifen, der jedoch viel weniger hell ist als derjenige bei G, usw. Auf dem Schirm EF treten sonach zu beiden Seiten eines hellen Mittelstreifens abwechselnd dunkle und helle Streifen auf. Weshalb folgen diese bei rotem Licht am wenigsten dicht, bei violetter am dichtesten aufeinander?

Verwendet man statt einfarbigen Lichts weißes Licht, so erhält man auf dem Schirm EF in der Mitte einen weißen Streifen und zu dessen beiden Seiten bunte Streifen. Grund?

Die Breite des Spalts werde mit a , sein Abstand von dem Schirm mit b und der Abstand (der Mittellinien) der Streifen bei G und H (Fig. 188) mit c bezeichnet, ferner $\sphericalangle NCD$ ($CN \perp DH$) mit α und die Wellenlänge des verwendeten Lichts mit λ Längeneinheiten. Dann ist

$$\sin \alpha = \frac{DN}{a}$$

oder, da praktisch $DN = \lambda$,

$$\sin \alpha = \frac{\lambda}{a}.$$

Weil praktisch $\sphericalangle GMH = NCD = \alpha$, ist ferner

$$\tan \alpha = \frac{c}{b}.$$

Da α nur eine geringe Größe besitzt, kann man $\sin \alpha = \tan \alpha$ setzen. Demnach ist

$$\frac{\lambda}{a} = \frac{c}{b}.$$

Hieraus folgt:

$$\lambda = \frac{a \cdot c}{b}.$$

2. Entsprechende, jedoch weit glänzendere Erscheinungen als bei einem Spalt treten bei vielen dicht nebeneinander befindlichen Spalten auf, welche zusammen ein sog. **Beugungsgitter** bilden.

Man lasse z. B. von einem Spalt aus weißes Licht durch ein Beugungsgitter nach einem weißen Schirm hin gehen. Dann erhält man auf diesem unter Zuhilfenahme einer erhabenen Linse ein weißes Bild des Spalts und zu beiden Seiten desselben eine Reihe ununterbrochener Spektren (Beugungs- oder Gitterspektren), welche um so mehr auseinandergezogen erscheinen, je weiter sie nach außen liegen.

Eine entsprechende Erscheinung nimmt man wahr, wenn man durch ein Beugungsgitter nach einer weißen Lichtquelle blickt. (Hindurchblicken durch den Bart einer Vogelfeder nach einer Kerzenflamme!) — Ein Beugungsgitter erhält man z. B., indem man viele parallele Linien auf eine wasserhell-durchsichtige Glasplatte oder eine polierte Metallplatte ritzt. Im ersten Falle spielen die Zwischenräume zwischen den Linien die Rolle von Spalten. Im zweiten Falle findet Interferenz statt zwischen den Lichtwellenbewegungen, welche bei der Zurückwerfung an den einzelnen Oberflächenteilen zwischen den Linien gebeugt worden sind. (Erklärung des Farbenspiels der Flügel vieler Insekten, der Perlmutter usw.!) — Die Höfe um Mond und Sonne beruhen auf der Beugung des Lichts an den Rändern kleiner Wassertröpfchen, welche in der Luft schweben.

Aufgaben.

280. Stelle die Formeln zur Berechnung der Wellenlänge einfarbigen Lichts auf zunächst für den zweiten dunklen Ring bei den Newtonschen Farbenringen (im zurückgeworfenen Licht) sowie für den zweiten dunklen Streifen bei dem Fresnelschen Spiegelversuch und bei der Beugung des Lichts durch einen Spalt, sodann allgemein für den k ten dunklen Ring bzw. Streifen.

281. Die Newtonschen Farbenringe treten auch auf, wenn zwischen Platte und Linse z. B. Wasser gebracht wird. Was gilt dann aber von der Dichte, mit der die Ringe aufeinanderfolgen? (Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit und darum auch die Wellenlänge ist für eine bestimmte Lichtfarbe in Wasser kleiner als in Luft!)

282. Breite eines Spalts: 0,5 mm, Abstand des Spalts von einem Schirm: 4 m, Abstand des ersten dunklen Beugungsstreifens von dem hellen Mittelstreifen bei rotem Licht: 5,5 mm. Wellenlänge des verwendeten Lichts?

§ 87. Wellenlängen und Schwingungszahlen bei Licht.

Wie wir in den §§ 84—86 sahen, geben uns die Interferenzerscheinungen das Mittel an die Hand zur Berechnung der Wellenlängen beim Licht. Nachstehende Tabelle gibt einige Ergebnisse dieser Berechnung.

Tabelle der Längen einiger Lichtwellen in der Luft.

Entsprechende Fraunhofersche Linie	Farbe des Lichts	Wellenlänge (mm)
A	rot	0,00076
B	"	0,00069
C	"	0,00066
D	gelb	0,00059
E	grün	0,00053
F	blaugrün	0,00049
G	dunkelblau	0,00043
H	violett	0,00039

Die Wellenlängen der Lichtstrahlen betragen also in der Luft rund 0,0004 bis 0,0008 m μ m.

Aus der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichts und den Längen der Lichtwellen kann man auf Grund der Formel $c = n \cdot \lambda$ die Schwingungszahlen bestimmen, welche den betr. einfachen Lichtfarben entsprechen. Man findet als Schwingungszahl für die äußersten roten Strahlen rund 400 Billionen, als Schwingungszahl für die äußersten violetten Strahlen rund 800 Billionen.

Akustisch gesprochen, steigen also die sichtbaren Farbentöne in einer einzigen Oktave auf.

Zufolge der Wellennatur des Lichts muß auch für dieses das Dopplersche Prinzip (§ 62, 2) gelten. Nimmt also die Entfernung zwischen uns und einer Lichtquelle ab oder zu (in einem Maße, das gegenüber der Lichtgeschwindigkeit nicht verschwindend gering ist), so müssen die einzelnen Spektrallinien der Lichtquelle bezüglich in der Richtung nach dem violetten und nach dem roten Ende des Spektrums hin verschoben erscheinen. Vermittels des Dopplerschen Prinzips hat man z. B. bei einer Anzahl von Fixsternen nicht nur eine Bewegung nach uns hin oder von uns weg nachgewiesen, sondern sogar die Geschwindigkeit dieser Bewegung berechnet.

F. Die Polarisation des Lichts.

§ 88. Bedeutung der Polarisationserscheinungen für die Erkenntnis der Natur des Lichts. Polarisation vermittelt einer Turmalinplatte.

1. Die Interferenzerscheinungen beweisen, wie schon in § 49, 1 bemerkt wurde, die Wellennatur des Lichts. Sie lassen uns jedoch nicht erkennen, ob eine Lichtwellenbewegung eine Quer- oder eine Längswellenbewegung ist. Hierüber geben uns vielmehr erst die sog. Polarisationserscheinungen Aufschluß.

2. Aus einem Kristall des hexagonal kristallisierenden Turmalins sei parallel zu seiner Hauptachse eine Platte herausgeschnitten. Wir bezeichnen eine solche hinfort kurz als eine Turmalinplatte.

Blickt man durch eine Turmalinplatte nach einer hellen Fläche und dreht dabei die Platte um eine zu ihr senkrechte Achse, so ändert sich die Helligkeit des Gesichtsfelds nicht. Läßt man aber das Licht vor dem Auftreffen auf die Platte durch eine andere Turmalinplatte hindurchgehen, so ist das Gesichtsfeld maximal hell, wenn die kristallographischen Hauptachsen beider Platten parallel sind, und vollständig dunkel, wenn diese Achsen einander senkrecht kreuzen. (Fig. 189 bzw. Fig. 190, S. 193.) Beim Übergang der ersten Platte aus der einen der betr. Lagen in die andere ändert sich die Helligkeit des Gesichtsfelds fortgesetzt von ihrem größten Betrage bis zu vollständiger Dunkelheit oder umgekehrt.

Bei einer vollen Drehung der ersten Platte wird das Gesichtsfeld zweimal maximal hell und zweimal vollständig dunkel!

Bei einem durch eine Turmalinplatte hindurchgegangenen Lichtstrahl ist also diejenige zu dem Strahle senkrechte Richtung, welche der kristallogr. Hauptachse der Platte parallel ist, vor allen anderen Richtungen ausgezeichnet. Folgerung:

Ein Lichtstrahl kann kein longitudinaler, sondern er muß ein transversaler Wellenstrahl sein.

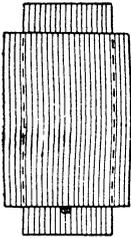


Fig. 189.

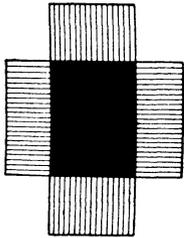


Fig. 190.

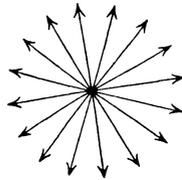


Fig. 191.



Fig. 192.

Schluss daraus, daß beim Hindurchsehen durch eine Turmalinplatte und Drehen derselben sich die Helligkeit des Gesichtsfelds nicht ändert:

Bei einem gewöhnlichen oder „natürlichen“ Lichtstrahl erfolgen die Schwingungen der Ätherteilchen an verschiedenen Stellen gleichzeitig und an derselben Stelle sehr rasch nacheinander (in 1 sec rund 400 bis 800 Billionen mal wechselnd) in allen möglichen Richtungen. (Fig. 191.)

Die aufeinanderfolgenden transversalen Wellenstöße, welche einen natürlichen Lichtstrahl durchlaufen, wechseln also unausgesetzt (in 1 sec rund 400 bis 800 Billionen mal) die Schwingungsebene.

Schluss daraus, daß bei einem durch eine Turmalinplatte hindurchgegangenen Lichtstrahl (im Gegensatz zu einem natürlichen Lichtstrahl) eine zu dem Strahle senkrechte Richtung ausgezeichnet ist:

Die Schwingungen des Strahles erfolgen nur in dieser einen Richtung. (Fig. 192.)

Die Schwingungsebene des Strahles bleibt mithin immer dieselbe.

Ein derartiger Lichtstrahl heißt ein **polarisierter Lichtstrahl** und jede Vorrichtung, durch die natürliche Lichtstrahlen in polarisierte verwandelt werden können, ein **Polarisator**.

Sonach **stellt eine Turmalinplatte einen Polarisator dar**, und zwar beruht ihre polarisierende Wirkung darauf, daß sie nur Schwingungen parallel zu ihrer kristallogr. Hauptachse durch sich hindurchgehen läßt, Schwingungen senkrecht zu dieser Achse aber verschluckt. Auf Grund

einer Figur, welche der Figur 35 entspricht, läßt sich nämlich zeigen, daß eine harmonische Schwingungsbewegung in zwei solche Bewegungen zerlegt werden kann. Dringt also in eine Turmalinplatte eine Lichtschwingung ein, deren Richtung mit der kristallogr. Hauptachse der Platte einen schiefen Winkel bildet, so zerfällt sie in eine Komponente, welche dieser Achse parallel ist und daher durch die Platte hindurchgeht, und in eine Komponente, die zu der Achse senkrecht ist und demnach von der Platte verschluckt wird.

Dringt ein polarisierter Lichtstrahl in eine Turmalinplatte ein, so geht er nach obigem ganz durch die Platte hindurch, wenn deren kristallogr. Hauptachse seiner Schwingungsrichtung parallel ist, während er bei senkrechter Lage dieser Achse zu seiner Schwingungsrichtung vollständig von der Platte verschluckt wird und bei schiefer Lage der Achse zu seiner Schwingungsrichtung von jeder seiner Schwingungen nur diejenige Komponente durchgelassen wird, welche der Achse parallel ist. Daher die Änderung der Helligkeit des Gesichtsfelds, wenn man durch zwei Turmalinplatten blickt und dabei die eine gedreht wird!

Nach dem Auseinandergesetzten vermag man mit einer Turmalinplatte festzustellen, ob Lichtstrahlen natürlich oder polarisiert sind. Da man jede Vorrichtung, vermittels deren dies geschehen kann, einen **Analysator** nennt, so **stellt eine Turmalinplatte auch einen Analysator dar.**

§ 89. Polarisation durch Zurückwerfung und durch einfache Brechung.

1. Fallen natürliche Lichtstrahlen auf einen (nichtmetallischen) Spiegel unter einem bestimmten Einfallswinkel auf, der als **Polarisationswinkel** für das Material des Spiegels bezeichnet wird, und man untersucht die zurückgeworfenen Strahlen vermittels einer Turmalinplatte, so erweisen sie sich als polarisiert. Dabei erfolgen die Schwingungen der polarisierten Strahlen parallel zur Spiegelfläche, also senkrecht zur Einfallsebene. (Fig. 193, S. 195. Größe des Polarisationswinkels für Kronglas: rund 57° .) Ein Spiegel läßt demnach Schwingungen eines unter dem Polarisationswinkel auftreffenden Lichtstrahls, die in der Einfallsebene erfolgen, ganz in sich eindringen, während bei Schwingungen des Strahls senkrecht zur Einfallsebene Zurückwerfung stattfindet. (Von einer schief zur Einfallsebene ankommenden Schwingung dringt die in die Einfallsebene fallende Komponente in den Spiegel ein, und bei der zur Einfallsebene senkrechten Komponente erfolgt Zurückwerfung.) Daher **kann ein (nichtmetallischer) Spiegel ebenfalls als Polarisator verwendet werden.** (Polarisation durch Zurückwerfung. Malus 1810.)

Läßt man polarisierte Lichtstrahlen unter dem Polarisationswinkel auf einen Spiegel fallen und dreht diesen um die Richtung der auffallenden Strahlen als Achse, so daß der Einfallswinkel sich nicht ändert, so zeigt nach dem Vorhergehenden die Spiegelfläche im zurückgeworfenen Licht dieselben Helligkeitsschwankungen wie eine gedrehte Turmalinplatte beim Durchgang polarisierter Lichtstrahlen. **Ein (nichtmetallischer) Spiegel kann mithin auch als Analysator benutzt werden.**

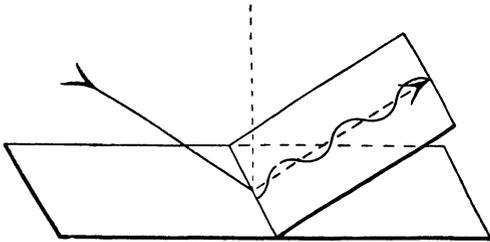


Fig. 193.

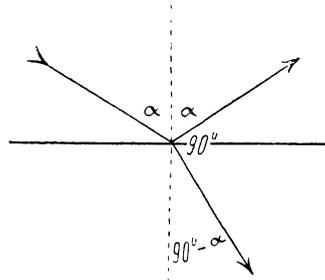


Fig. 194.

Wie Brewster 1815 gefunden hat, ist der zurückgeworfene Strahl dann polarisiert, wenn er auf dem gebrochenen Strahle senkrecht steht. Bezeichnet man also den Polarisationswinkel mit α , so ist der zugehörige Brechungswinkel gleich $90^\circ - \alpha$. (Fig. 194.) Demnach ist

$$\frac{\sin \alpha}{\sin (90^\circ - \alpha)} = n \text{ oder}$$

$$\tan \alpha = n,$$

wenn n das Brechungsverhältnis von Luft in bezug auf den Spiegel bedeutet. Der Polarisationswinkel eines Stoffes ist folglich für die verschiedenen Lichtfarben verschieden, weshalb es nicht möglich ist, zusammengesetztes (z. B. weißes) Licht durch Zurückwerfung vollständig zu polarisieren.

Tabelle der Polarisationswinkel einiger Körper für gelbes Licht.

Diamant	67° 57'	Kronglas (Nr. 9)	56° 50'
Flintglas (Nr. 13)	58° 33'	Weingeist	53° 47'
Schwefelkohlenstoff	58° 29'	Wasser	53° 8'

2. Läßt man natürliche Lichtstrahlen unter dem Polarisationswinkel auf einen Stoß durchsichtiger Platten (eine sog. **Plattensäule**) fallen, so erweisen sich die daraus austretenden Strahlen als polarisiert, und zwar erfolgen bei ihnen die Schwingungen in der Einfallsebene.

(S. Fig. 195. In dieser und in den beiden folgenden Figuren sind Schwingungen in der Zeichnungsebene durch kleine Striche, Schwingungen senkrecht dazu durch Punkte angedeutet.) Daraus folgt entsprechend

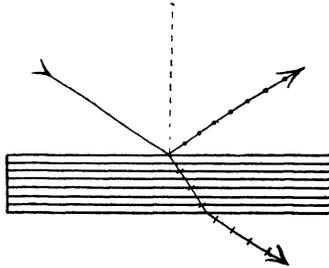


Fig. 195.

wie vorher, daß **auch eine Plattensäule als Polarisator und als Analysator verwendbar ist.**

Man erkennt, daß auch durch einfache Brechung (vermittels einer Plattensäule) nur einfarbige Lichtstrahlen vollständig polarisiert werden können.

Aufgaben.

283. Polarisierte Lichtstrahlen, die von einem Spiegel kommen, fallen unter dem Polarisationswinkel auf einen zweiten Spiegel. Bei welcher gegenseitigen Lage der Einfallsebenen beider Spiegel erscheint der zweite Spiegel im zurückgeworfenen Licht maximal hell, bei welcher vollständig dunkel? (Zeichnungen!)

284. Gib das Entsprechende wie bei Aufg. 283 an, wenn die polarisierten Strahlen von einer Plattensäule kommen.

285. Polarisationswinkel von Flintglas Nr. 3 für gelbes Licht: $58^{\circ} 8'$. Brechungsverhältnis?

§ 90. Polarisation durch Doppelbrechung.

Der hexagonal kristallisierende Kalkspat besitzt eine wasserhell-durchsichtige Abart, welche isländischer Doppelspat genannt wird. Auf ein Exemplar dieser Abart falle ein natürlicher Lichtstrahl so auf, daß der gebrochene Strahl nicht in der Richtung der kristallographischen Hauptachse verläuft. Dann wird der Lichtstrahl doppelt gebrochen. (Blickt man also durch ein Stück isländischen Doppelspats nach einem Gegenstand, so sieht man diesen im allgemeinen doppelt.) Der stärker gebrochene Strahl folgt dem Brechungsgesetz, d. h. er liegt in der Einfallsebene, und das Brechungsverhältnis ist für ihn konstant. Darum heißt er der **ordentliche Strahl**. Der weniger stark gebrochene Strahl folgt dem Brechungsgesetz nicht und wird daher als der **aufserordentliche Strahl** bezeichnet. Die kristallogr. Hauptachse, in deren Richtung bloß

einfache Brechung erfolgt, heißt auch **optische Achse**, die durch den ordentlichen Strahl und die opt. Achse bestimmte Ebene **Hauptschnitt** des Kristalls.

Der ordentliche und der außerordentliche Strahl erweisen sich als senkrecht zu einander polarisiert, und zwar finden bei dem ordentlichen Strahl die Schwingungen senkrecht zum Hauptschnitt, bei dem außerordentlichen Strahl parallel zum Hauptschnitt statt. (Fig. 196. Die Ebene der Zeichnung ist hier Hauptschnitt.) Ein Doppel-
spatkristall läßt folglich nur Schwingungen durch sich hindurch, welche senkrecht zum Hauptschnitt oder parallel dazu erfolgen. Eine Schwingung von anderer Richtung zerfällt demnach in eine Komponente senkrecht zum Hauptschnitt und in eine Komponente parallel zum Hauptschnitt, und diese Komponenten werden dann von dem Kristall durchgelassen. Beseitigt man also die Schwingungen, welche senkrecht zum Hauptschnitt, oder diejenigen, welche parallel dazu durch den Kristall gehen, so hat man damit einen weiteren Polarisator für Lichtstrahlen gewonnen.

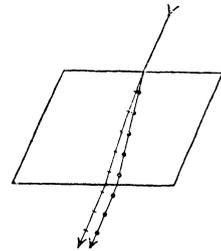


Fig. 196.

Ein solcher Polarisator ist das Nicolsche Prisma. (Nicol 1828. Fig. 197.) Herstellung:

Aus einem Kalkspatrhomboeder wird durch Spaltung (parallel zu den Rhomboederflächen) ein Prisma angefertigt. Die natürlichen Endflächen desselben bilden mit den stumpfen Kanten Winkel von 70° . Statt dieser Flächen schleift man andere an, deren Winkel mit jenen Kanten nur 68° betragen. Dann schneidet man das Prisma senkrecht zu den neuen Endflächen durch, poliert die Schnittflächen und kittet sie mit Kanadabalsam wieder aneinander. Schließlich umgibt man das Prisma mit einer innen geschwärzten Fassung.

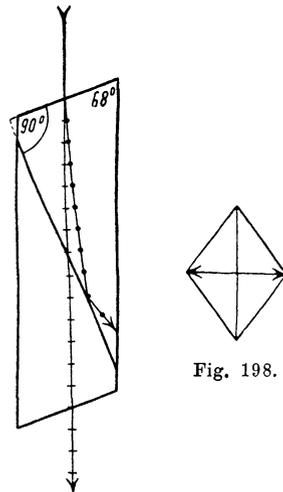


Fig. 198.

In den rautenförmigen Endflächen (Fig. 198) geben die kürzeren Diagonalen die Lage des Hauptschnitts an.

Trifft ein natürlicher Lichtstrahl in der Richtung der Prismenachse auf die eine Endfläche, so wird er beim Eintritt in das Prisma doppelt gebrochen. Der stärker gebrochene ordentliche Strahl fällt auf die optisch dünnere Kanadabalsamschicht so schräg auf,

Fig. 197.
Nicolsches
Prisma.

dafs er vollständig zurückgeworfen wird, seitlich aus dem Prisma austritt und von der geschwärzten Innenwand der Fassung verschluckt wird. Der weniger stark gebrochene auferordentliche Strahl setzt seinen Weg durch die Kanadabalsamschicht hindurch fort und tritt durch die andere Endfläche aus. (S. Fig. 197).

Nach dem Früheren kann ein Nicolsches Prisma auch als Analysator verwendet werden.

Die Kristalle des regulären Kristallsystems brechen das Licht (im allgemeinen) einfach, die Kristalle der übrigen Systeme brechen es sämtlich doppelt. Bei den Kristallen des quadratischen und des hexagonalen Systems gibt es nur eine Richtung, in der sich ein Lichtstrahl als einfacher Strahl fortpflanzt, oder nur eine opt. Achse, die hier stets mit der kristallogr. Hauptachse zusammenfällt; bei den Kristallen des rhombischen, monoklinen und triklinen Systems gibt es zwei opt. Achsen, welche zu den kristallogr. Achsen in keiner einfachen Lagebeziehung stehen. (Opt. einachsige bzw. opt. zweiachsige Kristalle.) Bei jeder Doppelbrechung sind die gebrochenen Strahlen senkrecht zueinander polarisiert, bei den opt. zweiachsigen Kristallen folgt jedoch im allgemeinen keiner dem Brechungsgesetz. Wird bei einem opt. einachsigen Kristall der ordentliche Strahl stärker gebrochen als der auferordentliche, so heifst der Kristall einachsige negativ (Beispiele: Kalkspat, Turmalin, salpetersaures Natron), im entgegengesetzten Falle einachsige positiv (Beispiele: Quarz, Zirkon, Zinnstein, Eis). — Von den beiden Strahlen, in welche eine Turmalinplatte einen eintretenden Lichtstrahl zerlegt, verschluckt sie den ordentlichen Strahl und läfst nur den auferordentlichen wieder austreten; daher die Möglichkeit, eine Turmalinplatte als Polarisator zu verwenden. (Polarisation durch Absorption.)

Aufgaben.

286. Polarisierte Lichtstrahlen, die von einem Spiegel oder von einer Plattensäule kommen, fallen auf ein Nicolsches Prisma. Bei welcher Lage seines Hauptschnitts zur Einfallsebene des Spiegels bzw. der Säule läfst es die Strahlen mit maximaler Stärke durch, bei welcher löscht es dieselben vollständig aus?

287. Welche gegenseitige Lage mufs man zwei Nicolschen Prismen geben, damit Lichtstrahlen, die von dem einen kommen, von dem anderen mit maximaler Stärke durchgelassen oder vollständig ausgelöscht werden? („Parallele“ bzw. „gekreuzte Nicols“.)

IV. Abschnitt.

Die Lehre von der Wärme. (Kalorik.)

A. Das Wesen der Körperwärme.

§ 91. Die Grundanschauungen der mechanischen Wärmetheorie.

(Clausius 1850.)

Zu wiederholen: U., Empfindung von Wärme und Kälte, Körperwärme, Erwärmen und Abkühlen.

1. Da Arbeit und lebendige Energie in Wärme überzugehen vermögen und durch Wärme Arbeit geleistet werden kann, so kann die Wärme nicht, wie man früher annahm, ein unwägbare feiner Stoff, sondern **sie muß eine Form der Energie sein**. Name dieser Energieform: **Wärmeenergie**.

Bei der Überwindung von Reibung findet Umsetzung von Arbeit, beim Auftreffen eines Hammers auf einen Amboss Umsetzung von lebendiger Energie in Wärme statt. Leistung von Arbeit durch Wärme bei der Dampfmaschine!

In bezug auf die Wärme, welche ein Körper enthält, zeigt er als Ganzes keine Energie. Deshalb **muß die Wärme eines Körpers in Energie seiner Teilchen bestehen**.

Die Moleküle eines festen Körpers behalten, wie wir wissen, ihre gegenseitige Lage bei. Darum **faßt man die Wärme eines festen Körpers, was seine Moleküle betrifft, als Schwingungsenergie der letzteren auf**.

Wie wir gleichfalls wissen, ändern die Moleküle eines gasförmigen Körpers von selbst ihre gegenseitige Lage. Daher **betrachtet man die Wärme eines Gases, soweit seine Moleküle in Frage kommen, als Energie fortschreitender Bewegung seiner Moleküle**.

Die Flüssigkeiten nehmen eine Zwischenstellung zwischen den festen und den gasförmigen Körpern ein. Deshalb **hat man sich die Wärme eines flüssigen Körpers, was seine Moleküle angeht, teilweise in Schwingungsenergie und teilweise in Energie fortschreitender Bewegung seiner Moleküle bestehen zu denken**.

Die Wärmeenergie eines einzelnen Moleküls eines Körpers bestimmt die Temperatur des Körpers; die Summe

der Gehalte aller Teilchen eines Körpers an Wärmeenergie macht die gesamte in ihm enthaltene Wärme aus.

2. Wenn Wärme auf einen festen oder flüssigen Körper übergeht, so bewirkt sie zunächst eine Vermehrung der Wärmeenergie der Teilchen und also eine Erhöhung der Temperatur des Körpers. Jetzt schwingen aber die Moleküle des Körpers wegen ihrer größeren Schwingungsenergie weiter aus. Daher wird ein Teil der dem Körper zugeführten Wärme dazu verwendet, ihn entgegen der Kohäsion und dem Luftdruck auszudehnen. (Leistung von „innerer“ und von „äußerer“ Arbeit.)

Beim Schmelzen eines festen und beim Sieden eines flüssigen Körpers wird die ganze auf ihn übergehende Wärme zur Leistung innerer und äußerer Arbeit verbraucht. (Latentwerden von Wärme. S. U.)

Befindet sich eine Gasmenge in einem Gefäß mit unverrückbaren Wänden, und es wird ihr Wärme zugeführt, so dient diese lediglich zur Vermehrung der Wärmeenergie der Teilchen und damit auch zur Erhöhung der Temperatur der Gasmenge.

Ist eine Gasmenge in einem oben offenen zylindrischen Gefäß zwischen dessen Boden und einem Kolben enthalten, der luftdicht an die Gefäßwand anschließt, und man führt der Gasmenge Wärme zu, so wird nur ein Teil derselben zur Vermehrung der Wärmeenergie der Teilchen und damit auch zur Erhöhung der Temperatur der Gasmenge verwendet; vermittels des anderen Teiles wird die Gasmenge gegen das Gewicht des Kolbens und den Luftdruck ausgedehnt, d. h. äußere Arbeit geleistet.

§ 92. Die Spannkraft eines Gases auf Grund der mechanischen Wärmetheorie.

1. Jedes Molekül eines Gases setzt vermöge seiner Wärmeenergie seinen Weg geradlinig und gleichförmig fort, bis es an ein anderes Molekül oder an die Oberfläche eines festen oder flüssigen Körpers (Gefäßwand!) stößt und hier abprallt. **Durch die Stöße der Gasmoleküle gegen eine Stelle einer solchen Oberfläche entsteht der Druck des Gases auf die betr. Stelle.** Daher wächst die Spannkraft eines Gases mit seiner Dichte und seiner Temperatur. (Kinetische Gastheorie.)

Was bei den genannten Stößen den einzelnen Molekülen an Masse fehlt, ersetzen sie durch ihre große Zahl und Geschwindigkeit.

2. Wird eine Gasmenge zusammengedrückt und die dabei entstehende Wärme nicht abgeführt, so rührt die Vergrößerung der Spannkraft der Gasmenge infolge der Zusammenpressung einerseits von der Zunahme ihrer Dichte, andererseits von ihrer Erwärmung her. Da nämlich zwischen den Molekülen eines Gases keinerlei Kräfte wirksam

sind, so **setzt sich die ganze Kompressionsarbeit in Wärmeenergie der Gasmenge um.**

Nachweis der Kompressionswärme mit dem pneumatischen Feuerzeug: In eine unten geschlossene, mit Luft gefüllte Röhre wird ein luftdicht anschließender Kolben hineingestossen, an dem unten ein Stückchen Zunder befestigt ist; dann gerät der Zunder ins Glimmen.

Läßt man eine Gasmenge unter Überwindung eines äußeren Widerstandes sich ausdehnen, so **erfolgt die dabei stattfindende Arbeitsleistung ganz auf Kosten der Wärmeenergie der Gasmenge**, weshalb diese sich abkühlt. Dehnt sich eine Gasmenge ohne Überwindung eines äußeren Widerstandes, also ohne Arbeitsleistung aus, so kühlt sie sich auch nicht ab.

Nachweis vermittels einer Glasflasche mit einem Hahn in ihrem Halse (Fig. 199). In die Flasche wird etwas Wasser gebracht. Hierauf wird bei offenem Hahn an ihrem Halse gesogen und während des Saugens der Hahn geschlossen. Dann hält man ein Stückchen glimmenden Zunders vor die Öffnung des Halses und öffnet den Hahn wieder, so daß die in die Flasche einströmende Luft Zunderrauch mit in die Flasche reißt. Sodann bläst man kräftig in den Hals, schließt während des Blasens den Hahn und wartet, bis die (durch die Verdichtung erwärmte) Luft der Flasche wieder Zimmertemperatur angenommen hat. Läßt man nun durch Öffnen des Hahnes Luft aus der Flasche in die Atmosphäre ausströmen, so scheiden sich an den Rauchteilchen in der Flasche infolge der eintretenden Abkühlung Wassertröpfchen ab, d. h. die Flasche füllt sich mit Nebel. (Bedeutung des Staubes in der Atmosphäre für die Nebel- und Wolkenbildung!) Dagegen tritt keine Nebelbildung in der Flasche ein, wenn man die Luft aus der Flasche in ein evakuiertes Gefäß strömen läßt.



Fig. 199.

Nach obigem **besteht die innere Energie, welche eine Gasmenge enthält, lediglich in deren Wärme.** Eine Gasmenge enthält demnach bei derselben Temperatur immer denselben inneren Energiebetrag, einerlei, wie groß die Spannkraft der Gasmenge ist.

Die Gesamtenergie der Gasmenge besteht außerdem noch aus der etwaigen lebendigen oder Lageenergie, welche die Gasmenge als Ganzes besitzt.

§ 93. Das Boylesche oder Mariottesche Gesetz.

1. Wenn man eine Gasmenge auf die Hälfte, ein Drittel, . . . ihres Volumens zusammenpreßt, so enthält sie in jeder Volumeneinheit die doppelte, dreifache, . . . Masse, d. h. ihre Dichte ist 2, 3, . . . mal so groß. Also:

Die Dichte einer Gasmenge ist ihrem Volumen umgekehrt proportional.

Man erkennt, daß dieses Gesetz auch für feste und flüssige Körper gilt.

Da nun bei sich gleichbleibender Temperatur die Spannkraft eines gasförmigen Körpers mit seiner Dichte zunimmt, so wächst bei unveränderter Temperatur die Spannkraft eines solchen Körpers auch, wenn sein Volumen abnimmt.

Feststellung der gesetzmäßigen Beziehung zwischen der Spannkraft einer Gasmenge und ihrem Volumen bei sich gleichbleibender Temperatur auf Grund der Versuchsanordnungen von Fig. 200 und Fig. 201:

In allen drei Fällen von Fig. 200 enthält die gebogene Röhre in ihrem geschlossenen Schenkel dieselbe Gasmenge. Als Sperrflüssigkeit

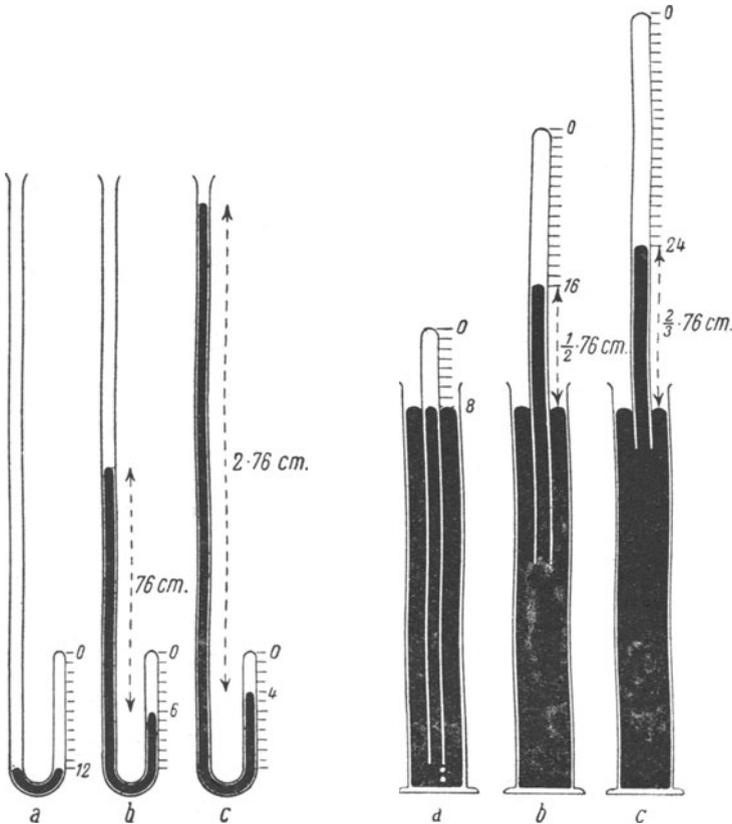


Fig. 200.

Fig. 201.

Boyles Gesetz bei zunehmendem Druck. Boyles Gesetz bei abnehmendem Druck.

dient Quecksilber. In Fig. 200 a steht das Quecksilber in beiden Schenkeln der Röhre gleichhoch, die Gasmenge also unter dem Luftdruck. In Fig. 200 b steht das Quecksilber in dem offenen Schenkel um den Barometerstand höher als in dem geschlossenen, die Gasmenge

demnach unter dem doppelten Luftdruck, und ihr Volumen ist halb so groß als in Fig. 200 a. In Fig. 200 c steht das Quecksilber in dem offenen Schenkel um den doppelten Barometerstand höher als in dem geschlossenen, die Gasmenge folglich unter dem dreifachen Luftdruck, und ihr Volumen ist $\frac{1}{3}$ mal so groß als in Fig. 200 a.

In Fig. 201 a taucht die oben geschlossene Röhre, welche in ihrem oberen Teil eine Gasmenge enthält, so tief in Quecksilber, daß dieses innen so hoch wie außen, die Gasmenge demnach unter dem Luftdruck steht. In Fig. 201 b ist die Röhre soviel emporgehoben, daß das Quecksilber innen um den halben Barometerstand höher als außen, die Gasmenge folglich unter dem halben Luftdruck steht, und das Volumen der Gasmenge ist doppelt so groß als in Fig. 201 a. In Fig. 201 c ist die Röhre soviel emporgehoben, daß das Quecksilber innen um $\frac{2}{3}$ des Barometerstandes höher als außen, die Gasmenge also unter $\frac{1}{3}$ des Luftdrucks steht, und das Volumen der Gasmenge ist dreimal so groß als in Fig. 201 a.

Bequemste Art der praktischen Ausführung des Versuches zu Fig. 200: Man ersetzt den gebogenen Teil der Röhre durch einen langen Kautschukschlauch und hebt den offenen Röhrenteil. (Fig. 202, S. 204.) Man kann dann die Abhängigkeit der Spannkraft vom Volumen bei abnehmendem Druck statt durch den Versuch zu Fig. 201 auch ermitteln, indem man den offenen Röhrenteil senkt. (Fig. 203, S. 204.)

Die Versuchsergebnisse lassen die Gültigkeit des Gesetzes erkennen:

Bei sich gleichbleibender Temperatur ist die Spannkraft einer Gasmenge ihrem Volumen umgekehrt proportional. (Boyle 1660, Mariotte 1679.)

Das Gesetz wurde von Boyle entdeckt; eine genaue Bestätigung desselben durch den Versuch hat zuerst Mariotte ausgeführt.

Besitzt eine Gasmenge bei sich gleichbleibender Temperatur einmal ein Volumen von v_0 , ein anderes Mal ein Volumen von v Volumeneinheiten, und betragen die zugehörigen Spannkraften bezüglich p_0 und p Einheiten, so besteht nach dem Boyleschen Gesetz die Proportion:

$$p : p_0 = v_0 : v.$$

Aus ihr folgt:

$$p \cdot v = p_0 \cdot v_0.$$

Das Produkt aus Spannkraft und Volumen einer Gasmenge ist also bei sich gleichbleibender Temperatur konstant (= Konst.)!

Das Boylesche Gesetz ist übrigens streng genommen nur annähernd richtig. Genaue Untersuchungen haben ergeben, daß beim Wasserstoff die Zusammendrückbarkeit und die Ausdehnbarkeit etwas geringer, bei den anderen Gasen etwas größer

ist, als wenn das Gesetz genau richtig wäre. — Anwendung des Boyleschen Gesetzes bei Manometern zur Messung hoher Gasdrucke. (Fig. 204. Über dem als Sperrflüssigkeit dienenden Quecksilber befindet sich rechts eine Luftmenge.)

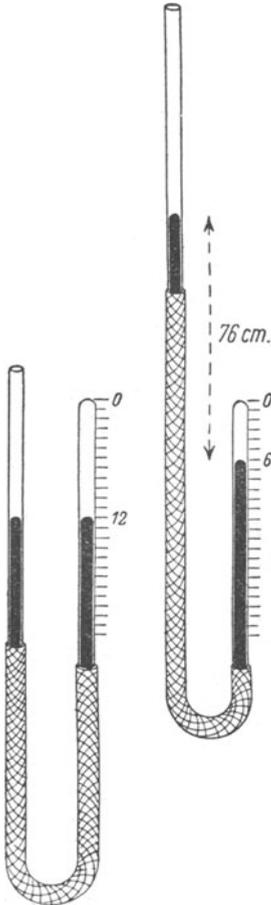


Fig. 202.
Boyles Gesetz
bei zunehmendem Druck.

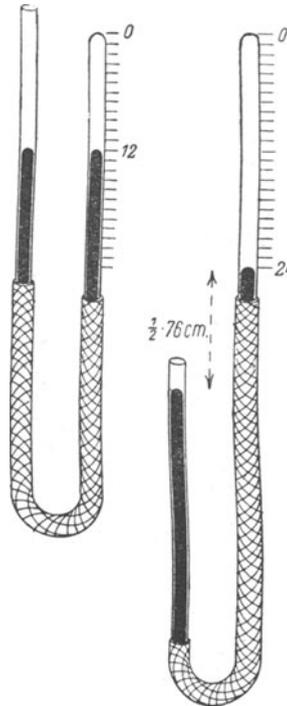


Fig. 203.
Boyles Gesetz
bei abnehmendem Druck.

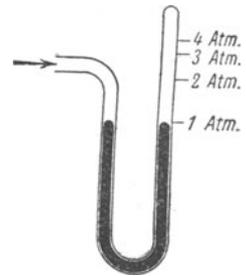


Fig. 204.
Manometer für hohe
Gasdrucke.

2. Graphische Darstellung des Boyleschen Gesetzes:

A B (Fig. 205, S. 205) stelle einen Achsenschnitt eines zylindrischen Gefäßes dar, in welchem eine Gasmenge mittels des Kolbens C zusammengepresst wird. Dann ist das Volumen der Gasmenge dem Abstand des Kolbens von dem Gefäßsboden proportional. Wir wählen daher diesen Abstand als Bild des Gasvolumens und denken uns denselben für jede Lage des Kolbens auf einer „Volumenachse“ als Abszisse abgetragen. Im Endpunkt jeder Abszisse denken wir uns das Bild der

zugehörigen Spannkraft senkrecht zur Volumenachse als Ordinate aufgetragen. Alsdann machen die Endpunkte aller Ordinaten zusammen eine Kurve D E aus, welche den Verlauf der GröÙe der Spannkraft darstellt.

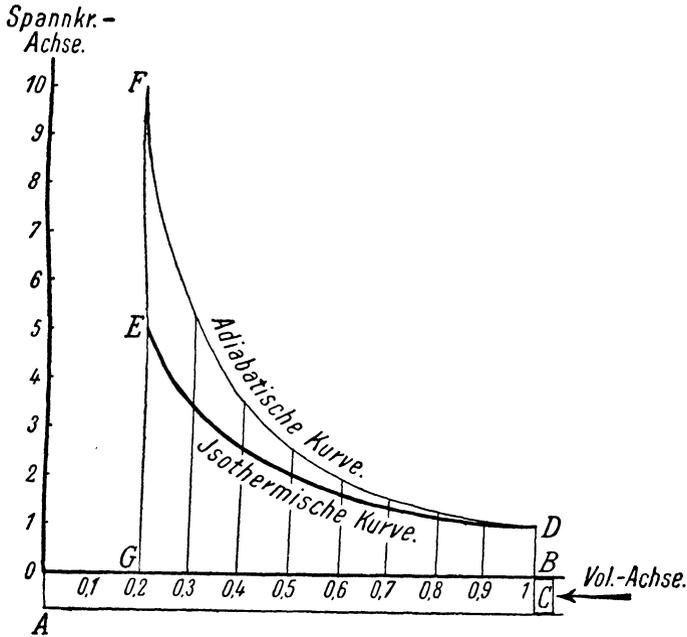


Fig. 205.

Diese Kurve ist eine sog. gleichseitige Hyperbel. Sie heißt isothermische Kurve, weil sie den Verlauf der Spannkraft angibt bei sich gleichbleibender Temperatur. Wenn jede Wärmez- und -abfuhr, also auch die Abfuhr der Compressionswärme unterbleibt, so wird die Compression als adiabatische Compression und die zugehörige Spannkraftkurve als adiabatische Kurve bezeichnet. (DF in Fig. 205.) Warum sind ihre Ordinaten größer als die entsprechenden Ordinaten der isothermischen Kurve?

Aufgaben.

288. In einer Gasmessröhre wurde bei einem Barometerstand von 730 mm ein Gas über Quecksilber aufgefangen. (S. U., Luftdruck) Als 300 ccm des Gases aufgefangen waren, stand das Quecksilber in der Röhre so hoch wie außen. Angenommen, die Temperatur bliebe unverändert, aber das Barometer stiege um 20 mm, und die Röhre würde so weit gesenkt, daß wiederum der innere und der äußere Quecksilberspiegel zusammenfielen. Welches Volumen würde dann die aufgefangene Gasmenge einnehmen?

289. Das Volumen einer Luftmenge, welche unter einem Druck von 5 Atm. steht, beträgt 31. Welche Spannkraft besäÙe die Luftmenge, wenn ihr Volumen bei gleicher Temperatur nur 21 betrüge?

290. In einem zylindrischen Gefäß von 4 qcm Bodenfläche ist eine Gasmenge vermittels eines luftdicht anschließenden Kolbens auf 2 Atm. zusammengedrückt worden. Einen Druck von wieviel kg übt die Gasmenge auf den Gefäßboden aus, wenn sie ohne Änderung ihrer Temperatur auf $\frac{1}{5}$ ihres vorhergehenden Volumens zusammengedrückt wird? (Als 1 Atm. werde ein Gasdruck von 1,033 kg auf eine Fläche von 1 qcm gerechnet.)

B. Änderung der Größe eines Körpers durch Erwärmung und Abkühlung.

Zu wiederholen: U., Änderung des Volumens der Körper durch Erwärmung und Abkühlung, Flüssigkeitsthermometer, Ausnahme vom Gesetz der Volumenänderung.

§ 94. Der lineare Ausdehnungskoeffizient eines festen Körpers.

1. Da die Änderung der Größe eines festen Körpers infolge von Erwärmung oder von Abkühlung sehr gering ist, so hat man eine besondere Vorrichtung dazu nötig, die Änderung einer Ausmessung eines solchen Körpers durch Erwärmung oder Abkühlung zu ermitteln. Wesentliche Einrichtung einer derartigen Vorrichtung:

Ein Stab aus dem Material des betr. Körpers befindet sich in wagrechter Lage zwischen einem festen Widerlager und dem kürzeren

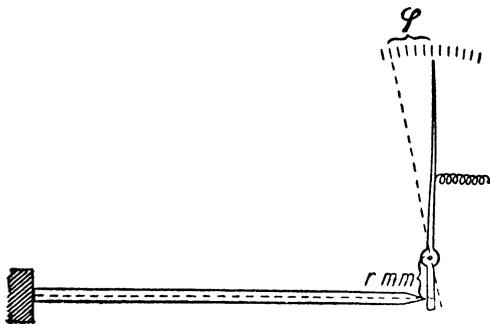


Fig. 206.
Hebelpyrometer.

Arme eines lotrecht stehenden Zeigerhebels. Der längere Arm des Hebels zeigt auf eine Gradeinteilung. Eine Spiralfeder sucht den kürzeren Hebelarm nach dem Widerlager hin zu drehen. (**Hebelpyrometer**, Fig. 206.)

Die Länge des kürzeren Hebelarmes von der Achse des Stabes bis zur Drehachse des Hebels betrage r mm. Man erwärme den Stab um τ° C. oder kühle ihn um τ° C.

ab. Infolge der hierdurch bewirkten Längenänderung des Stabes drehe sich der Hebel um den Winkel φ , den man an der Gradeinteilung abliest. Dann ist die Längenänderung des Stabes gleich $r \cdot \tan \varphi$ mm, seine Längenänderung für 1° Temperaturänderung also gleich $\frac{r \cdot \tan \varphi}{\tau}$ mm.

Bestimmt man diese Längenänderung für verschiedene Anfangstemperaturen und verschieden starke Erwärmungen oder Abkühlungen,

so findet man für gewöhnliche Temperaturen als Anfangstemperaturen stets denselben Wert. (Die Längenänderung des Stabes ist also eine gleichmäßige! Für höhere Anfangstemperaturen ergibt sich die Längenänderung, welche einer Temperaturänderung um 1° C. entspricht, etwas größer.)

2. Der Bruchteil, um welchen die Länge eines Stabes bei der Temperaturerhöhung von 0 auf 1° C. zunimmt, heißt linearer Ausdehnungskoeffizient des Materials des Stabes.

Welches Verhältnis stellt der lineare Ausdehnungskoeffizient dar? Was gibt er ferner von einem Stabe an, der bei 0° C. z. B. 1 m lang ist?

Tabelle einiger lin. Ausdehnungskoeffizienten.

Zink	0,000030	Gold	0,000015
Blei	0,000028	Eisen	0,000012
Silber	0,000019	Stahl	0,000011
Messing	0,000019	Platin	0,000009
Kupfer	0,000017	Glas	0,000009

3. Beträgt die Länge eines Stabes bei 0° C. l_0 Längeneinheiten, und ist sein lin. Ausdehnungskoeffizient (A. K.) gleich γ , so ändert sich nach 2. die Länge des Stabes für 1° C. Temperaturänderung um $l_0 \cdot \gamma$, bei einer Temperaturänderung von τ ° C. also um $l_0 \cdot \gamma \cdot \tau$ Längeneinheiten. Ist demnach die Länge des Stabes bei einer Temperatur von t ° C. gleich l Längeneinheiten, so ist

$$l = l_0 + l_0 \cdot \gamma \cdot t \text{ oder}$$

$$l = l_0 \cdot (1 + \gamma \cdot t).$$

t kann hierin sowohl eine positive als auch eine negative Zahl sein!

Aus $l = l_0 \cdot (1 + \gamma \cdot t)$ folgt:

$$\begin{aligned} l_0 &= l \cdot \frac{1}{1 + \gamma \cdot t} \\ &= l \cdot (1 - \gamma \cdot t), \end{aligned}$$

da wegen des geringen Wertes von γ in der Entwicklung von $\frac{1}{1 + \gamma \cdot t}$ die Glieder mit den höheren Potenzen von γ vernachlässigt werden können.

Nimmt der Stab eine Temperatur von t_1 ° C. an, und beträgt seine Länge bei dieser Temperatur l_1 Längeneinheiten, so ist

$$\begin{aligned} l_1 &= l_0 \cdot (1 + \gamma \cdot t_1) \\ &= l \cdot (1 - \gamma \cdot t) \cdot (1 + \gamma \cdot t_1) \\ &= l \cdot (1 - \gamma \cdot t + \gamma \cdot t_1 - \gamma^2 \cdot t \cdot t_1) \\ &= l \cdot (1 - \gamma \cdot t + \gamma \cdot t_1) \\ &= l \cdot [1 + \gamma \cdot (t_1 - t)]. \end{aligned}$$

Anwendung der Tatsache, daß die lin. Ausdehnungskoeffizienten fester Körper aus verschiedenem Material verschieden sind, beim „Metall“-Thermometer und beim Rostpendel (Ausgleichspondel, Kompensationspondel).

Hauptbestandteil eines Metallthermometers: Ein gekrümmter „Thermostreifen“ (Doppelstreifen, aus 2 Metallstreifen von verschiedenen lin. Ausdehnungskoeffizienten hergestellt, indem diese beiden Streifen ihrer ganzen Länge nach zusammengelötet sind). Der Thermostreifen ist an seinem einen Ende befestigt, und sein äußerer Teilstreifen besitzt einen größeren lin. A. K. als sein innerer. Daher nimmt die Krümmung des Thermostreifens bei steigender Temperatur zu, bei fallender Temperatur ab, wodurch eine entsprechende Bewegung seines freien Endes bewirkt wird. Diese Bewegung überträgt sich auf einen Zeiger, der auf eine Temperaturskala zeigt. Eichung des Apparats vermittelt eines Quecksilberthermometers. In ganz entsprechender Weise wie das Aneroidbarometer können das Metallthermometer und das Haarhygrometer als selbstregistrierende Apparate eingerichtet werden. Beschreibe die betr. Einrichtungen.

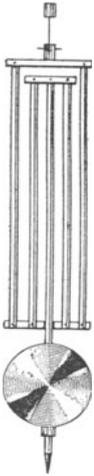


Fig. 207.
Rostpendel.

Von den fünf Stangen, welche bei einem Rostpendel so, wie Fig. 207 zeigt, parallel nebeneinander angebracht sind, bestehen die beiden äußeren und die innerste aus Eisen, die zwei übrigen aus Zink. Ändert sich die Temperatur, so verursacht die Längenänderung der Stangen der einen Art eine Hebung, diejenige der Stangen der anderen Art eine Senkung des Pendelgewichts (der „Pendellinse“). Die Einrichtung ist nun so getroffen, daß jede solche Hebung und Senkung sich ausgleichen. Daher behält das Pendel trotz wechselnder Temperatur seine Länge und demnach seine Schwingungszeit bei. Die Länge jeder äußeren Eisenstange betrage bei 0°C. a , die Länge jeder Zinkstange b , die Länge der inneren Eisenstange c Längeneinheiten, und der lin. A. K. des Eisens werde mit γ , derjenige des Zinks mit γ_1 bezeichnet. Herrscht also eine Temperatur von $\pm \tau^{\circ}\text{C.}$, so ist

$$(a + c) \cdot \gamma \cdot \tau = b \cdot \gamma_1 \cdot \tau, \text{ woraus folgt:}$$

$$(a + c) : b = \gamma_1 : \gamma.$$

Aufgaben.

291. Bei der Bestimmung des lin. A. K. des Zinks vermittelt eines Hebelpyrometers war der benutzte Zinkstab bei 0°C. 50 cm, der kürzere Arm des Zeigerhebels von dem Stabe bis zur Drehachse des Hebels 10 cm lang. Als der Stab um 90°C. erwärmt wurde, drehte sich der Hebel um $46'$. Wie groß ergab sich der lin. A. K. des Zinks?

292. Bei 20°C. wurde als Länge einer Zinkstange vermittelt eines Maßstabs aus Glas, der bei 0°C. angefertigt war, 1 m gefunden. Wie lang war die Zinkstange bei jener Temperatur in Wirklichkeit?

293. Der Durchmesser einer Messingkugel beträgt bei 15°C. 10 cm. Wie groß ist er bei 0°C. ?

294. Eine Eisenbahnschiene ist bei $+10^{\circ}\text{C.}$ gerade 5 m lang. Um wieviel ist ihre Länge bei -10°C. geringer?

295. Ein Platinstab besitzt bei 0°C. eine Länge von 2 m. Bei welcher Temperatur ist er um 1 mm kürzer?

296. Durch Aufhängung einer kleinen Bleikugel an einem sehr dünnen Stahldraht ist ein (als mathematisches Pendel zu betrachtendes) Pendel hergestellt. Länge des Drahtes bei 0° C.: 10 m. Bei welcher Temperatur braucht das Pendel zu einer vollen Schwingung 6,344 sec? (Erdbeschleunigung: 9,81 m/sec².)

§ 95. Der kubische Ausdehnungskoeffizient eines Körpers.

1. Der Bruchteil, um welchen das Volumen eines Körpers bei der Temperaturerhöhung von 0 auf 1° C. zunimmt, wird kubischer Ausdehnungskoeffizient des Körpers genannt.

Bei flüssigen und gasförmigen Körpern zieht man wegen ihrer unbestimmten Form nur ihre kubischen Ausdehnungskoeffizienten in Betracht und bezeichnet sie als Ausdehnungskoeffizienten jener Körper schlechthin.

Welches Verhältnis stellt der kub. A. K. eines Körpers dar, und was gibt er von 1 cbm des Körpers von 0° C. an?

Das Volumen eines Körpers sei bei 0° C. gleich v_0 Einheiten und der kub. A. K. des Körpers gleich α . Dann ändert sich also das Volumen des Körpers bei 1° C. Temperaturänderung um $v_0 \cdot \alpha$ Einheiten, mithin bei einer Temperaturänderung von τ ° C. um $v_0 \cdot \alpha \cdot \tau$ Einheiten. Beträgt demnach das Volumen des Körpers bei t ° C. v Einheiten, so ist

$$v = v_0 + v_0 \cdot \alpha \cdot t \text{ oder}$$

$$v = v_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t).$$

Was folgt hieraus für v_0 ? Ferner: Bei t_1 ° C. sei das Volumen des Körpers gleich v_1 Einheiten; welche Beziehung besteht zwischen v_1 und v ?

2. Jede Kante eines würfelförmigen festen Körpers sei bei 0° C. l_0 Längeneinheiten groß, so daß das Volumen des Körpers bei dieser Temperatur l_0^3 entsprechende Volumeneinheiten beträgt. Ist der kub. A. K. des Körpers gleich α , sein linearer gleich γ , so ist also das Volumen des Körpers bei t ° C. einerseits gleich $l_0^3 \cdot (1 + \alpha \cdot t)$, andererseits gleich $[l_0 \cdot (1 + \gamma \cdot t)]^3 = l_0^3 \cdot (1 + \gamma \cdot t)^3$ Einheiten. Demnach ist

$$1 + \alpha \cdot t = (1 + \gamma \cdot t)^3 \text{ oder}$$

$$1 + \alpha \cdot t = 1 + 3\gamma \cdot t,$$

da man wegen des geringen Wertes von γ in der Entwicklung von $(1 + \gamma \cdot t)^3$ die Glieder mit den höheren Potenzen von γ vernachlässigen kann.

Folglich ist

$$\alpha = 3\gamma, \text{ d. h. :}$$

Der kubische Ausdehnungskoeffizient eines festen Körpers ist dreimal so groß als sein linearer.

Man könnte bei einem festen Körper auch noch einen quadratischen oder Flächenausdehnungskoeffizienten β unterscheiden; was hätte man unter diesem zu verstehen? Derselbe wäre doppelt so groß als der lineare. Ableitung?

3. Die Änderung des Volumens eines flüssigen Körpers durch Erwärmung oder Abkühlung ist, abgesehen vom Quecksilber, weniger regelmäsig als diejenige eines festen Körpers. Bestimmung des Ausdehnungskoeffizienten eines flüssigen Körpers:

Ein flaschenförmiges Glasgefäß, dessen Hals in eine feine Spitze ausläuft, werde bei 0° C. von P g der betr. Flüssigkeit ganz ausgefüllt. Bezeichnet man das spez. Gewicht der Flüssigkeit bei 0° C. mit s , so ist das Volumen des Hohlraums des Gefäßes bei 0° C. gleich $\frac{P}{s}$ ccm.

Das Gefäß mit der Flüssigkeit werde nun auf t° C. erwärmt, wobei p g der Flüssigkeit ausfließen mögen. Wenn der A. K. der Flüssigkeit mit x und der kub. A. K. des Glases mit α bezeichnet wird, so ist also das neue Volumen des Hohlraums des Gefäßes einerseits gleich $\frac{P-p}{s} \cdot (1 + x \cdot t)$,

andererseits gleich $\frac{P}{s} \cdot (1 + \alpha \cdot t)$ ccm. Folglich ist

$$(P - p) \cdot (1 + x \cdot t) = P \cdot (1 + \alpha \cdot t).$$

Hieraus ergibt sich:

$$x = \frac{p + P \cdot \alpha \cdot t}{(P - p) \cdot t}.$$

Tabelle der Ausdehnungskoeffizienten einiger Flüssigkeiten.

Schwefeläther	0,002	Wasser	0,0001
Weingeist	0,001	Quecksilber	0,0002

4. Reduktion des Barometerstandes auf 0° C.:

Um Barometerstände, welche an demselben Ort, aber zu verschiedenen Zeiten (an einem Quecksilberbarometer) abgelesen werden, miteinander vergleichen zu können, muß man sie auf dieselbe Temperatur reduzieren. Als diese hat man 0° C. gewählt. Wird bei einer Temperatur von t° C. ein Barometerstand von b mm abgelesen, und ist der lin. A. K. des Materials der Skala, welche bei 0° C. hergestellt wurde, gleich γ , so beträgt bei jener Temperatur der Barometerstand in Wirklichkeit $b \cdot (1 + \gamma \cdot t)$ mm. Also wäre, wenn wir den Ausdehnungskoeffizient des Quecksilbers mit α bezeichnen, der Barometerstand bei 0° C. gleich

$$\begin{aligned} b \cdot (1 + \gamma \cdot t) \cdot (1 - \alpha \cdot t) &= b \cdot (1 + \gamma \cdot t - \alpha \cdot t - \alpha \cdot \gamma \cdot t^2) \\ &= b \cdot [1 - (\alpha - \gamma) \cdot t]. \end{aligned}$$

5. Die Änderung des Volumens eines gasförmigen Körpers durch Erwärmung oder Abkühlung ist eine sehr regelmäsig. Bestimmung des Ausdehnungskoeffizienten eines Gases:

Ein Glasgefäß, wie es bei dem unter 3 beschriebenen Versuche benutzt wurde, werde bei 0° C. von P g Quecksilber (benetzt Glas nicht!)

ganz ausgefüllt, so daß das Volumen seines Hohlraums bei dieser Temperatur $\frac{P}{13,59}$ ccm beträgt. (13,59 = spez. Gew. des Quecksilbers bei 0° C.!) Man füllt das Gefäß bei t° C. (t > 0) mit dem betr. Gase, kehrt es um und bringt seine Öffnung unter Quecksilber. Hierauf kühlt man das Gefäß auf 0° C. ab und taucht es so tief in das Quecksilber, daß dieses in dem Gefäße so hoch steht wie aufsen. Es mögen sich dann p g Quecksilber in dem Gefäße befinden. Der Barometerstand habe sich während des Versuches nicht geändert. Bezeichnet man den A. K. des Gases mit x und den kub. A. K. des Glases mit α, dann ist sonach das Volumen des Hohlraums des Gefäßes bei t° C. einerseits gleich $\frac{P-p}{13,59} \cdot (1+x \cdot t)$, andererseits gleich $\frac{P}{13,59} \cdot (1+\alpha \cdot t)$ ccm.

Also ist

$$(P-p) \cdot (1+x \cdot t) = P \cdot (1+\alpha \cdot t), \text{ woraus folgt:}$$

$$x = \frac{p + P \cdot \alpha \cdot t}{(P-p) \cdot t}.$$

Vergl. die unter 3. abgeleitete Formel.

Die Bestimmung der Ausdehnungskoeffizienten der verschiedenen Gase führte zu dem **Gay-Lussacschen Gesetz**:

Der Ausdehnungskoeffizient jedes Gases ist gleich $0,003665 = \frac{1}{273}$.
(Gay-Lussac 1802.)

Beträgt also bei sich gleichbleibendem Druck das Volumen einer Gasmenge bei 0° C. v₀, bei t° C. v Einheiten, so ist

$$v = v_0 \cdot \left(1 + \frac{1}{273} \cdot t\right) \text{ oder}$$

$$v = \frac{v_0}{273} \cdot (273 + t).$$

6. Da bei einer Volumenänderung eines Körpers sein Gewicht unverändert bleibt, so ändert sich mit dem Volumen und daher auch mit der Temperatur eines Körpers sein spez. Gewicht. Beträgt bei 0° und t° C. das spez. Gewicht des Körpers bezüglich s₀ und s, sein Volumen bezüglich v₀ und v Einheiten, so ist das Gewicht des Körpers einerseits gleich v₀ · s₀, andererseits gleich v · s entsprechenden Gewichtseinheiten; also: v₀ · s₀ = v · s. Ist nun der kub. A. K. des Körpers gleich α, so ist v = v₀ · (1 + α · t). Mithin:

$$s_0 = s \cdot (1 + \alpha \cdot t);$$

$$s = \frac{s_0}{1 + \alpha t} \text{ oder}$$

$$s = s_0 \cdot (1 - \alpha \cdot t).$$

7. Betragen die Barometerstände am unteren und am oberen Ende einer h m hohen Luftsäule der Atmosphäre bezüglich b_0 und b_h mm und die Temperatur der Luftsäule 0°C ., so besteht, wie in § 42 gezeigt wurde, die Gleichung:

$$h = 18420 \cdot (\log b_0 - \log b_h).$$

Nähme die Luftsäule eine Temperatur von t^0 an, so ginge zufolge des Gay-Lussacschen Gesetzes ihre Höhe über in

$$18420 \cdot (\log b_0 - \log b_h) \cdot \left(1 + \frac{1}{273} \cdot t\right) \text{m.}$$

Demnach:

Wenn an einer Stelle der Atmosphäre ein Barometerstand von b_0 mm und eine Temperatur von $t_1^\circ \text{C}$., an einer höher gelegenen Stelle ein Barometerstand von b_h mm und eine Temperatur von $t_2^\circ \text{C}$. herrscht, so ist der **lotrechte Abstand der beiden Stellen**

$$= 18420 \cdot (\log b_0 - \log b_h) \cdot \left(1 + \frac{1}{273} \cdot \frac{t_1 + t_2}{2}\right) \text{m.}$$

Aufgaben.

297. Der Hohlraum einer Glasflasche ist bei 0°C . gerade 2 l grofs. Welche Gröfse besitzt er bei 100°C .?

298. Eine enge, unten geschlossene Röhre ist bei 50°C . 60 cm hoch mit Quecksilber gefüllt. Wie hoch würde das Quecksilber in der Röhre bei 0°C . stehen?

299. Welchen Raum nimmt bei konstantem Druck eine Gasmenge bei 100, 200, — 100, — 200°C . ein, wenn ihr Volumen bei 0°C . 1 l beträgt? — Bei welcher Temperatur nimmt eine Gasmenge den doppelten, bei welcher den dreifachen Raum ein als bei 0°C ., wenn der Druck, unter dem sie steht, derselbe ist?

300. An einem Quecksilberbarometer, dessen Skala auf Glas geätzt ist, wurde bei 20°C . ein Barometerstand von 740 mm abgelesen. Reduziere ihn auf 0°C .

301. Wie grofs ist das spez. Gewicht des Quecksilbers bei 100°C .? (Spez. Gew. bei 0° : 13,59.)

302. Ein Glasfläschchen ist bei 0°C . vollständig mit 543,6 g Quecksilber gefüllt. Wieviel g Quecksilber fliefsen aus dem Fläschchen bei Erwärmung desselben auf 80°C . aus?

303. Eine unten geschlossene und oben in eine Spitze ausgezogene Glasröhre wurde bei 0°C . von 100 g Benzol ganz ausgefüllt. Als die Röhre auf 70°C . erwärmt wurde, flossen 8,868 g Benzol aus ihr aus. A. K. des Benzols?

304. Bei einem Versuche, wie er unter 5. beschrieben wurde, war $P = 1359$, $p = 361,442$, $t = 100$. Berechne hieraus den A. K. der Gase.

305. Barometerstände an zwei Stellen der Atmosphäre: 755 bzw. 726 mm, Temperaturen: 16 bzw. 14°C . Lotrechter Abstand der beiden Stellen?

§ 96. Das Gesetz von Gay-Lussac-Boyle.

1. Das Volumen einer Gasmenge betrage

bei 0°C . und einem Drucke von p_0 Einheiten (für 1 qcm)

v_0 Volumeneinheiten,

bei $t^{\circ} \text{C.}$ und einem Drucke von p_0 Einheiten v_1 Volumeneinheiten,

bei $t^{\circ} \text{C.}$ und einem Drucke von p Einheiten v Volumeneinheiten.

Dann ist

$$v_1 = v_0 \cdot \left(1 + \frac{1}{273} \cdot t\right) \text{ (Gesetz von Gay-Lussac!),}$$

$$v \cdot p = v_1 \cdot p_0 \text{ (Gesetz von Boyle!).}$$

Also ist

$$v \cdot p = v_0 \cdot p_0 \cdot \left(1 + \frac{1}{273} \cdot t\right) \text{ oder}$$

$$v \cdot p = \frac{v_0 \cdot p_0}{273} \cdot (273 + t). \text{ (Gesetz von Gay-Lussac-Boyle.)}$$

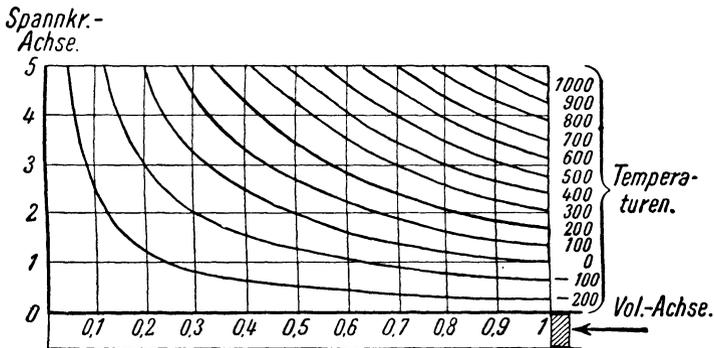


Fig. 208.

Gesetz von Gay-Lussac-Boyle.

Graphische Darstellung des Gesetzes von Gay-Lussac-Boyle durch ein System isothermischer Kurven s. Fig. 208. (Für jeden Punkt irgendeiner dieser Kurven sind die Temperatur der Kurve, das durch die Abszisse des Punktes dargestellte Gasvolumen und der durch die Ordinate des Punktes dargestellte Druck zusammengehörige Größen.)

2. Damit man Mengen eines Gases, welche sich unter verschiedenen Verhältnissen befinden, durch ihre Volumina miteinander vergleichen kann, reduziert man das Volumen einer Gasmenge auf Grund des Gesetzes von Gay-Lussac-Boyle auf „normale Verhältnisse“ (0°C. und einen Druck von 1 Atm., entsprechend einer Quecksilberhöhe von 760 mm). Die Temperatur einer Gasmenge betrage $t^{\circ} \text{C.}$, ihr Druck

entspreche einer Quecksilberhöhe von b mm, und ihr Volumen sei unter diesen Verhältnissen gleich v Einheiten. Bezeichnet man die Anzahl Einheiten, welche das Volumen der Gasmenge unter normalen Verhältnissen ausmacht, mit v_0 , so ist

$$v \cdot b = \frac{v_0 \cdot 760}{273} \cdot (273 + t), \text{ woraus folgt:}$$

$$v_0 = \frac{v \cdot b \cdot 273}{760 \cdot (273 + t)}$$

Aufgaben.

306. Welches Volumen besitzt 1 l eines Gases von normalen Verhältnissen bei 120° C. und einem Drucke von 775 mm Quecksilberhöhe?

307. Was wiegt eine Luftmenge, deren Volumen bei 15° C. und einem Drucke von 751 mm Quecksilberhöhe 2 l beträgt? (Spez. Gew. der Luft unter normalen Verhältnissen: 0,001293.)

308. Eine Gasmenge besitzt bei 0° C. und einem Drucke von 730 mm Quecksilberhöhe ein Volumen von 2 l. Bis zu welcher Temperatur muß die Gasmenge erwärmt werden, damit ihr Volumen bei einem Drucke von 720 mm Quecksilberhöhe $2\frac{1}{2}$ l beträgt?

309. Berechne das spez. Gewicht der atmosphärischen Luft bei 15° C. und 775 mm Barometerstand. (Spez. Gew. der Luft unter normalen Verhältnissen: 0,001293.)

§ 97. Der Spannungskoeffizient der Gase. Absolute Temperatur. Das Gasthermometer.

1. Setzt man in der Gay-Lussac-Boyleschen Formel $v = v_0$, d. h. nimmt man an, die in Frage kommende Gasmenge sei in ein Gefäß mit unverrückbaren Wänden eingeschlossen, so ergibt sich:

$$p = p_0 \cdot \left(1 + \frac{1}{273} \cdot t\right) \text{ oder}$$

$$p = \frac{p_0}{273} \cdot (273 + t). \text{ (Spannungsgesetz.)}$$

$\frac{1}{273}$ heißt hier **Spannungskoeffizient der Gase**.

Vergl. das Spannungsgesetz mit der (aus dem Gay-Lussacschen Gesetz gefolgerten) Formel am Schlusse von § 95, 5. — Nicht nur das Spannungsgesetz, sondern auch das Boylesche Gesetz und die vorher genannte Formel sind Sonderfälle des Gay-Lussac-Boyleschen Gesetzes (bezüglich für $t = 0$ und $p = p_0$).

2. Ist $273 + t = 0$, also $t = -273$, so folgt aus dem Spannungsgesetz: $p = 0$, d. h.:

Bei -273° C. übt ein gasförmiger Körper von konstantem Volumen keinen Druck mehr aus, vorausgesetzt, daß dann das Spannungsgesetz noch gilt.

Unter dieser Voraussetzung sind demnach bei -273° C. die Moleküle des Körpers in Ruhe, d. h. sie besitzen keine Wärmemenge mehr: eine weitere Abkühlung des Körpers ist mithin unmöglich. Daher bezeichnet man die Temperatur von -273° C. als **absoluten Nullpunkt der Temperatur** und die von diesem Temperaturpunkt an gerechnete Temperatur eines Körpers als **absolute Temperatur** desselben. Beträgt folglich die Temperatur eines Körpers t° C., und ist seine absolute Temperatur in Celsiusgraden gleich T, so ist

$$T = 273 + t.$$

Bei Benutzung dieser Gleichung nehmen die Formel für das Volumen einer Gasmenge bei konstantem Druck, die Formel für den Druck einer Gasmenge bei konstantem Volumen und das Gesetz von Gay-Lussac-Boyle bezüglich die folgenden einfacheren Formen an:

$$v = \frac{v_0}{273} \cdot T,$$

$$p = \frac{p_0}{273} \cdot T,$$

$$v \cdot p = \frac{v_0 \cdot p_0}{273} \cdot T \\ = R \cdot T,$$

wenn die Konstante $\frac{v_0 \cdot p_0}{273}$ mit R bezeichnet wird. In Worten?

Bezeichnet man die absol. Temperatur gefrierenden Wassers (273^0) mit T_0^0 , so kann man die drei letzten Formeln auch schreiben:

$$\frac{v}{T} = \frac{v_0}{T_0},$$

$$\frac{p}{T} = \frac{p_0}{T_0},$$

$$\frac{v \cdot p}{T} = \frac{v_0 \cdot p_0}{T_0}.$$

Die linken Seiten dieser drei Gleichungen sind also konstante Größen.

Als Temperatur des sog. leeren Weltraumes nimmt man diejenige des absol. Nullpunkts der Temperatur an.

3. Fig. 209, S. 216, stellt ein **Gasthermometer (Luftthermometer, Wasserstoffthermometer)** dar. A ist ein Gefäß aus schwer schmelzbarem Material, B eine Kapillare, C und D sind Glasröhren, welche unten durch einen Kautschukschlauch miteinander verbunden sind. Dieser und die unteren Teile der beiden Röhren sind mit Quecksilber gefüllt, während sich in A, B und dem oberen Teil von C (trockene) Luft oder (trockener) Wasserstoff befindet. C ist fest, D kann längs einer feststehenden Millimereinteilung gehoben und gesenkt werden. Endlich ist an die Innenwand von C oben eine abwärts gerichtete Glasspitze E angeschmolzen.

Bestimmung einer Temperatur mittels des Apparats:

Man umgibt zunächst A mit schmelzendem Eis und bringt D in eine solche Lage, daß die Quecksilberkuppe in C die Spitze E berührt.

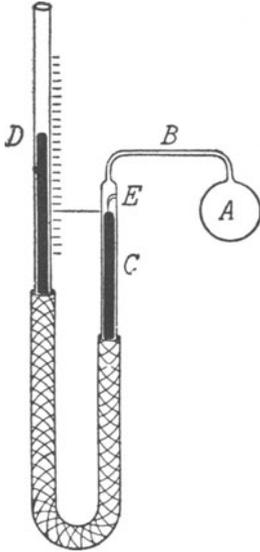


Fig. 209.
Gasthermometer.

Aus dem lotrechten Abstand der Quecksilberkuppen in C und D (auf 0° C. reduziert) und dem (ebenfalls auf 0° C. reduzierten) Barometerstand ergibt sich dann die Quecksilberhöhe, welche den Druck der oben genannten Luft- oder Wasserstoffmenge mißt. Diese Höhe betrage h_0 mm. Nunmehr setzt man A der zu bestimmenden Temperatur aus, bringt wiederum die Quecksilberkuppe in C mit der Spitze E in Berührung und stellt die Quecksilberhöhe fest, welche jetzt den Druck der Luft- oder Wasserstoffmenge mißt. Der Betrag dieser Höhe sei gleich h mm. Sieht man von der geringen Volumenänderung von A ab und bezeichnet die gesuchte Temperatur mit t° C., so ist

$$h = \frac{h_0}{273} \cdot (273 + t).$$

Aus dieser Gleichung ergibt sich der Wert von t .

Zufolge der sehr regelmäßigen Volumenänderung gasförmiger Körper durch Erwärmung oder Abkühlung ist das Gasthermometer das genaueste Thermometer; daher Benutzung desselben zur Korrektion eines Flüssigkeitsthermometers. Ferner wird das Gasthermometer zur Bestimmung sehr hoher und sehr tiefer Temperaturen verwendet.

Aufgaben.

310. Wie groß ist die Spannkraft einer Gasmenge von konstantem Volumen bei 100° , 200° , -100° , -200° C., wenn sie bei 0° C. 1 Atm. beträgt? — Wie groß ist die Spannkraft einer Gasmenge von konstantem Volumen bei 0° C., wenn sie bei 100° C. 2 Atm. beträgt?

311. Bei welcher Temperatur ist die Spannkraft einer Gasmenge von konstantem Volumen halb so groß, bei welcher $\frac{1}{3}$ mal so groß als bei 0° C.?

312. Die Temperatur eines Körpers beträgt -75° C. Absolute Temperatur des Körpers?

313. Nach erfolgter Einstellung steht die Quecksilberkuppe in der beweglichen Röhre eines Gasthermometers bei 0° C. um 10 mm, bei der zu bestimmenden Temperatur um 50 mm höher als die Kuppe in der festen Röhre. (Die Höhen der überstehenden Quecksilbersäulen sind hierbei auf 0° C. reduziert.) Barometerstand, auf 0° C. reduziert: 730 mm. Gesuchte Temperatur?

C. Änderung des Aggregatzustands eines Körpers durch Erwärmung und Abkühlung.

Zu wiederholen: U., Schmelzen fester und Erstarren flüssiger Körper, Verdampfen von Flüssigkeiten und Kondensation von Dämpfen, Sieden bei verschiedenem Druck, Siedepunkt einer Flüssigkeit.

§ 98. Änderung der Schmelztemperatur fester Körper. Gefrier- verzug. Kältemischungen.

1. a) Die meisten festen Körper dehnen sich beim Schmelzen aus; manche aber, von denen das Eis der wichtigste ist, ziehen sich dabei zusammen.

Die Schwankungen des Luftdrucks sind zu gering, als daß sie merkbare Schwankungen der Schmelztemperatur eines festen Körpers bewirken könnten: daher ist der Schmelzpunkt eines festen Körpers die dem Luftdruck entsprechende Schmelztemperatur desselben. Dagegen:

Durch starken künstlichen Druck wird die Schmelztemperatur eines festen Körpers gegenüber seinem Schmelzpunkt erniedrigt oder erhöht, je nachdem sich der Körper beim Schmelzen zusammenzieht oder ausdehnt.

Durch den Druck hilft man im ersten Falle der Zusammenziehung des Körpers nach, im zweiten Falle wirkt man seiner Ausdehnung entgegen! — Was gilt entsprechend von der Erstarrungstemperatur einer Flüssigkeit, die einem starken Druck ausgesetzt wird, gegenüber ihrem Erstarrungspunkt, je nachdem sich die Flüssigkeit beim Erstarren ausdehnt oder zusammenzieht? — Man kann z. B. Eis, dessen Temperatur weniger als 0°C . beträgt, durch entsprechend starken Druck verflüssigen; beim Aufhören des Druckes erstarrt die entstandene Flüssigkeit wieder. Daher die „Plastizität“ des Eises bei starkem Druck, durch welche das Fließen der Gletscher verursacht wird, sowie die Möglichkeit, Eisstücke durch Zusammenpressen derselben und Aufhörenlassen des Druckes zum Zusammenfrieren zu bringen („Regelation“ des Eises).

b) Eine Legierung von Metallen besitzt meist einen niedrigeren Schmelzpunkt als selbst dasjenige Metall der Legierung, dessen Schmelzpunkt am niedrigsten ist. Wichtigkeit dieser Tatsache für das Löten.

Das Schnellot der Klempner (Schmelzp.: 194°C .) besteht aus 5 Gewichtsteilen Blei (Schmelzp.: 325°C .) und 1 Gewichtsteil Zinn (Schmelzp.: 223°C .), das sog. Woodsche Metall (Schmelzp.: 66°C .) aus 4 Teilen Wismut (Schmelzp.: 262°C .), 2 Teilen Blei, 1 Teil Zinn und 2 Teilen Kadmium (Schmelzp.: 320°C .).

2. Wenn man eine luftfreie Flüssigkeit vor jeder Erschütterung bewahrt, so kann sie erheblich unter ihren Erstarrungspunkt abgekühlt werden, ohne zu erstarren. (Unterkühlen oder Gefrierverzug der Flüssigkeit.) Bei der geringsten Erschütterung erstarrt dann soviel von der Flüssigkeit, daß die dabei freiwerdende Wärme eben ausreicht, die Temperatur der ganzen Masse auf den Erstarrungspunkt der Flüssigkeit zu erhöhen.

Man vermochte z. B. Wasser bis -20°C . zu unterkühlen.

3. Wenn ein fester Körper sich ohne künstliche Wärmezufuhr verflüssigt, so entzieht er die Wärme, welche dabei gebunden wird, sich selbst und seiner Umgebung, so daß er selbst und seine Umgebung sich abkühlt. Beispiele für die Verflüssigung eines festen Körpers ohne künstliche Wärmezufuhr: Man mischt Kochsalz oder Chlorkalzium mit Schnee oder zerstoßenem Eis oder ein Salz mit Wasser; es bildet sich eine Salzlösung. (Daher der Name „Lösungswärme“ für die Wärme, welche dabei gebunden wird.) Durch derartige Mischungen kann man sehr erhebliche Abkühlungen erhalten. (**Kältemischungen.**)

Anwendung zur Herstellung von Gefrorenem. — Kochsalz und Schnee, zu gleichen Gewichtsteilen gemischt, geben eine Abkühlung bis -21°C ., 10 Gewichtsteile Schnee, mit 7 Gewichtsteilen kristallisierten Chlorkalziums gemischt, eine Abkühlung bis -55°C .; durch Auflösung von Ammoniumnitrat in der gleichen Gewichtsmenge Wasser erzielt man eine Abkühlung bis -27°C . (In der zweiten Mischung gefriert Quecksilber!) — Die Abkühlung ist bei einer Kältemischung um so bedeutender, je rascher die Bildung der Salzlösung erfolgt; Beschleunigung dieser Bildung durch Umrühren. Es kann jedoch die Abkühlung natürlich nicht unter den Gefrierpunkt der entstandenen Lösung herabgehen. (Der Gefrierpunkt jeder wässerigen Lösung liegt unter 0°C ., und zwar um so tiefer darunter, je näher sich die Lösung ihrer Sättigung befindet. Gefrierpunkt des Meerwassers: rund $-2,5^{\circ}\text{C}$. — Der Siedepunkt einer wässerigen Lösung liegt über 100°C . So beträgt der Siedepunkt einer gesättigten Kochsalzlösung 108°C .)

§ 99. Siedeverzug. Verflüchtigen fester Körper und Sublimation von Dämpfen.

1. Eine luftfreie Flüssigkeit kann man etwas über ihre dem herrschenden Luftdruck entsprechende Siedetemperatur erhitzen, ohne daß sie siedet. (**Überhitzen oder Siedeverzug der Flüssigkeit.**) Bei weiterem Erhitzen tritt explosionsartig das Sieden ein, wobei die Temperatur der Flüssigkeit auf ihre dem herrschenden Luftdruck entsprechende Siedetemperatur herabgeht.

2. Feste Körper können auch unmittelbar in den gasförmigen Zustand übergehen. (**Verflüchtigen fester Körper.**) Beispiele: Kampher, Jod, Eis, Metalle (Geruch von Metallen!). Umgekehrt können Dämpfe auch unmittelbar feste Form annehmen. (**Sublimation von Dämpfen.**) Beispiele: Jod- und Schwefeldämpfe bei Berührung mit kalten festen Körpern.

§ 100. Gesättigter Dampf.

1. a) Läßt man in das Vakuum eines Quecksilberbarometers eine kleine Menge einer anderen Flüssigkeit eintreten, so verdampft ein Teil derselben, und die Quecksilberkuppe in der Barometerröhre sinkt. Der Betrag, um den die Kuppe jetzt weniger hoch über dem Quecksilberspiegel im Gefäß steht als vorher, ist ein Maß für die Spannkraft des entstandenen Dampfes.

Von dem geringen Druck des Restes der Flüssigkeitsmenge wird dabei abgesehen.

Fig. 210 zeigt das Sinken der Quecksilberkuppe bei Verwendung von Wasser, Weingeist und Schwefeläther.

Hebt man die Röhre mehr empor oder senkt sie tiefer ein, so ändert sich die Höhe der Quecksilberkuppe in der Röhre über dem Spiegel im Gefäß nicht. Im ersten Falle verdampft jedoch ein weiterer Teil der eingetretenen Flüssigkeitsmenge, im zweiten kondensiert sich ein Teil des vorher entstandenen Dampfes. (S. Fig. 211.)

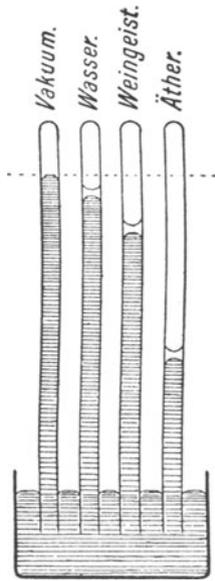


Fig. 210.

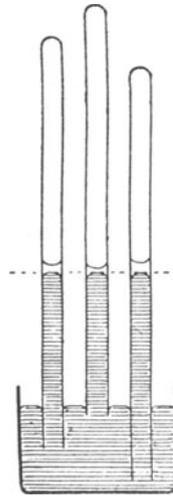


Fig. 211.

Erwärmt man den oberen Teil der Röhre, so geht die Quecksilberkuppe in ihr mehr herab, und ein weiterer Teil der eingetretenen Flüssigkeit verdampft; kühlt man den oberen Teil der Röhre ab, so steigt die Quecksilberkuppe in der Röhre und ein Teil des vorher gebildeten Dampfes kondensiert sich. Findet die Erwärmung bis zu derjenigen Temperatur statt, bei welcher die verwendete Flüssigkeit bei dem herrschenden Luftdruck siedet, so stellt sich das Quecksilber in der Röhre so hoch wie im Gefäß.

b) Schlüsse aus diesen Versuchen:

Jeder Raum vermag bei einer bestimmten Temperatur nur eine bestimmte maximale Menge eines Dampfes zu enthalten, bei höherer Temperatur eine größere, bei niedrigerer eine kleinere. Enthält ein Raum bei einer bestimmten Temperatur die zugehörige größtmögliche Menge eines Dampfes, so sagt man, der Raum sei **mit dem betr. Dampf**

gesättigt, oder der Dampf sei **gesättigter Dampf**. (Vergl. U., Feuchtigkeit der Atmosphäre.)

Jedem gesättigten Dampf kommt eine bestimmte Spannkraft zu. Bei derselben Temperatur ist die Spannkraft des gesättigten Dampfes verschiedener Flüssigkeiten eine verschiedene.

Die Spannkraft des gesättigten Dampfes einer Flüssigkeit wächst mit seiner Temperatur. Für jede Temperatur ist die Spannkraft des gesättigten Dampfes einer Flüssigkeit gleich dem Druck, unter welchem die Flüssigkeit bei der betr. Temperatur siedet.

Folglich auch umgekehrt: Eine Flüssigkeit siedet bei derjenigen Temperatur, für welche die Spannkraft ihres gesättigten Dampfes gleich dem auf ihr lastenden Druck ist. Liest man also die Tabelle für die Spannkraft des gesättigten Dampfes einer Flüssigkeit rückwärts, so erhält man zu den betr. Drucken die zugehörigen Siedetemperaturen der Flüssigkeit. Anwendung auf nachstehende Tabelle.

2. Tabelle der Spannkraft des gesättigten Wasserdampfs.

Temperatur (Grad C.)	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	
Spannkraft (mm Quecksilberhöhe)	5	9	17	32	55	92	149	233	355	525	760	
Temperatur (Grad C.)	100	120	134	144	152	159	165	171	176	180	213	236
Spannkraft (Atm.)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	30

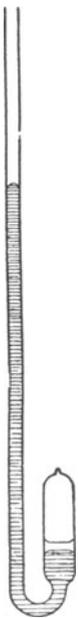


Fig. 212.

Die Spannkraft des gesättigten Dampfes einer Flüssigkeit bei höherer Temperatur als der Siedetemperatur der Flüssigkeit für den herrschenden Luftdruck kann mittels folgender Vorrichtung bestimmt werden. Eine U-förmig gebogene Röhre (Fig. 212), deren einer Schenkel lang und dünn, deren anderer Schenkel kurz und weit ist, ist am Ende des ersten Schenkels offen, am Ende des zweiten geschlossen. In dem unteren Teil jedes Schenkels befindet sich Quecksilber, über diesem in dem kurzen Schenkel etwas von der betr. Flüssigkeit und hierüber gesättigter Dampf der letzteren. Der obere Teil des kurzen Schenkels wird der betr. Temperatur ausgesetzt.

3. Wie der Versuch ergibt, vermag ein Raum, in dem sich bereits Luft befindet, dieselbe maximale Menge eines Dampfes aufzunehmen als ein gleichgroßer luftleerer Raum bei gleicher Temperatur. Diese Dampfmenge besitzt daher auch dieselbe Spannkraft, als wenn der Raum

luftleer gewesen wäre, und die Spannkraft des Gemisches von Luft und Dampf ist gleich der Summe der Spannkraften der Luft und des Dampfes. (Die Verdampfung geht jedoch im luftgefüllten Raume langsamer vor sich als im luftleeren.)

Ganz entsprechend ist die Spannkraft jedes Gemisches gasförmiger Körper gleich der Summe der Spannkraften der einzelnen Körper. (**Gesetz von Dalton**, 1803.)

Daher gibt der Barometerstand den Luftdruck zu groß an um die Spannkraft des Wasserdampfes, welcher in der Luft enthalten ist. (Andererseits gibt der Stand eines Quecksilberbarometers den Luftdruck zu klein an um die Spannkraft des Quecksilberdampfes, welcher sich im sog. Vakuum des Barometers befindet.)

§ 101. Ungesättigter Dampf. Kritische Temperatur eines Gases.

1. Wenn ein Raum bei einer bestimmten Temperatur eine geringere Menge eines Dampfes enthält, als er im Maximum enthalten könnte, so nennt man den Dampf **ungesättigt** oder **überhitzt**, weil die Dampfmenge bei einer bestimmten niedrigeren Temperatur den Raum sättigen würde.

Ungesättigter Dampf geht demnach durch hinreichende Zusammenpressung oder Abkühlung in gesättigten, gesättigter durch Ausdehnung oder Erwärmung in ungesättigten über. Also **besitzt bei derselben Temperatur ungesättigter Dampf einer Flüssigkeit eine geringere Spannkraft als gesättigter**.

Jeder beliebige gasförmige Körper, der nicht gesättigter Dampf ist, (gewöhnliches Gas) kann als ungesättigter Dampf betrachtet werden.

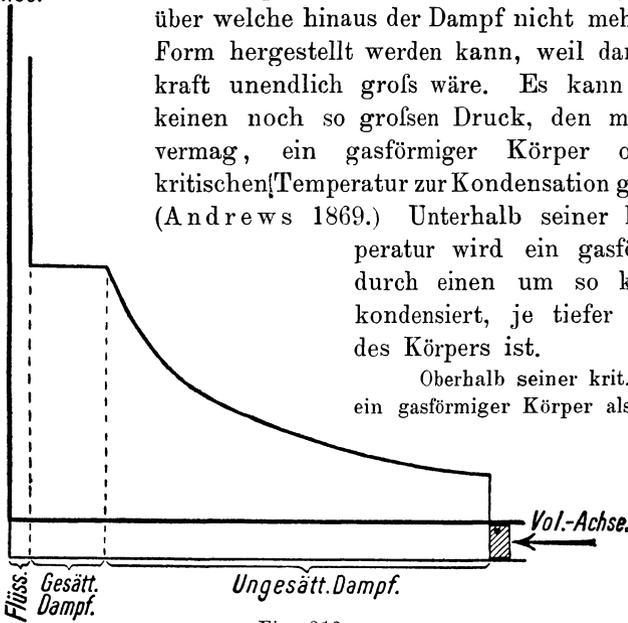
Wird ungesättigter Dampf bei konstanter Temperatur zusammengepresst, so folgt er dem **Boyleschen Gesetz**, bis er gesättigt ist. Von da an bleibt seine Spannkraft unverändert, indem sich fortgesetzt die den jeweiligen Sättigungsbetrag übersteigende Dampfmenge kondensiert. Ist endlich aller Dampf verflüssigt, so erfordert die geringste weitere Zusammenpressung eine gewaltige Drucksteigerung. (Äußerst geringe Zusammendrückbarkeit flüssiger Körper!) Graphische Darstellung s. Fig. 213, S. 222.

Welcher Bruchteil der ursprünglich vorhandenen Dampfmenge hat sich kondensiert, wenn das Dampfvolument gleich der Hälfte, einem Drittel usf. des „Sättigungsvolumens“ geworden ist? — Wasserdampf von 100° C. kondensiert sich zu Wasser, dessen Volumen ungefähr $\frac{1}{1700}$ des Sättigungsvolumens des Dampfes beträgt.

2. Bei einer Menge eines gewöhnlichen Gases von konstantem Volumen steigt die Spannkraft mit der Temperatur nur langsam, indem nach der Formel $p = \frac{p_0}{273} \cdot (273 + t)$ die Temperatur in Stufen von je

273° C. steigen muß, damit die Spannkraft in Stufen von je p_0 Einheiten zunimmt. Wie die im vorigen § mitgeteilte Tabelle erkennen läßt, wächst dagegen die Spannkraft eines gesättigten Dampfes mit der Temperatur außerordentlich rasch; es wird daher bald eine Temperatur erreicht, **kritische Temperatur** genannt, über welche hinaus der Dampf nicht mehr in gesättigter Form hergestellt werden kann, weil dann seine Spannkraft unendlich groß wäre. Es kann folglich durch keinen noch so großen Druck, den man herzustellen vermag, ein gasförmiger Körper oberhalb seiner kritischen Temperatur zur Kondensation gebracht werden. (Andrews 1869.) Unterhalb seiner kritischen Temperatur wird ein gasförmiger Körper durch einen um so kleineren Druck kondensiert, je tiefer die Temperatur des Körpers ist.

Spannkr.-
Achse.



Oberhalb seiner krit. Temperatur kann ein gasförmiger Körper als Gas im engeren Sinne, unterhalb derselben als Dampf im engeren Sinne bezeichnet werden.

Derjenige Druck, durch den ein gasförmiger Körper bei seiner krit. Temperatur verflüssigt werden kann, heißt **kritischer Druck** des betr. Gases.

Fig. 213.

Derjenige Druck, durch den ein gasförmiger Körper bei seiner krit. Temperatur verflüssigt werden kann, heißt **kritischer Druck** des betr. Gases.

Tabelle der kritischen Temperaturen und krit. Drucke einiger Gase.

	Wasserstoff	Stickstoff	Sauerstoff	Kohlensäure	Schweflige Säure	Wasserdampf
Krit. Temperatur . (Grad C.)	—240	—146	—118	31	155	364
Krit. Druck . . . (Atm.)	13	32	50	77	79	195

Zum Vergleich:

Tabelle der Siedepunkte der nämlichen Stoffe.

	Wasserstoff	Stickstoff	Sauerstoff	Kohlensäure	Schweflige Säure	Wasser
Siedepunkt (Grad C.)	—252	—194	—183	—78	—10	100

§ 102. Verdunstungskälte.

Wenn eine Flüssigkeit ohne künstliche Wärmezufuhr verdampft, so entzieht sie die dabei latent werdende Wärme sich selbst und ihrer Umgebung, so daß sie selbst und ihre Umgebung sich abkühlt. (**Verdunstungskälte.**)

Nach einem Regen ist die Luft abgekühlt. — Kühlbleiben von Wasser in porösen Tongefäßen, von Bier beim Umhüllen der Flaschen oder Fässer mit nassen Tüchern! — In nassen Kleidern erkältet man sich leicht. — Die Bluttemperatur eines gesunden Menschen beträgt überall und jederzeit 37°C ., da bei höherer Lufttemperatur die Ausdünstung der Haut eine stärkere ist als bei niedrigerer.

Die Verdunstungskälte ist um so bedeutender, je rascher die Verdampfung vor sich geht. Letztere erfolgt aber um so rascher, je weniger Dampf sich bereits über der betr. Flüssigkeit befindet, ferner, je näher die Temperatur der Flüssigkeit ihrer Siedetemperatur ist. Daher verdampfen Flüssigkeiten von niedrigem Siedepunkt („flüchtige“ Flüssigkeiten, z. B. Schwefeläther und Schwefelkohlenstoff) sehr rasch, desgl. solche Flüssigkeiten, über denen ein geringer Gasdruck lastet.

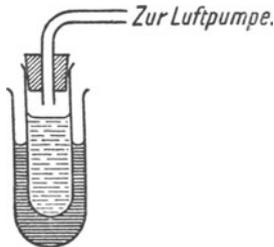


Fig. 214.

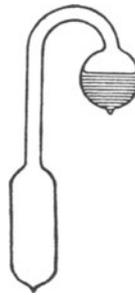


Fig. 215.

Kryophor.

Rasches Hinundherbewegen des angefeuchteten Fingers in der Luft! — Das Gefäß eines Thermometers werde mit Watte umwickelt, diese mit einer flüchtigen Flüssigkeit getränkt und das Thermometer an einer Schnur rasch im Kreise herumgeschleudert; dann sinkt es bedeutend unter 0°C . — Von zwei ineinandergesetzten kleinen Gefäßen (Uhrgläsern, Reagensgläsern) enthält das äußere etwas Wasser, das innere eine flüchtige Flüssigkeit. Wenn man den Raum über dieser evakuiert, so gefriert das Wasser. (S. Fig. 214.) — Eine Glasröhre, welche unten in ein zylindrisches Gefäß ausläuft, ist oben umgebogen und endigt hier in einem kugelförmigen Gefäß; letzteres ist ungefähr zur Hälfte mit Wasser gefüllt, während sonst der Apparat nur Wasserdampf enthält. (Kryophor, Fig. 215.) Bringt man das untere Gefäß in eine Kältemischung, so bedeckt sich das Wasser in dem oberen Gefäß mit einer starken Eisschicht. — Die Herstellung künstlichen Eises im großen beruht auf der Verdunstungskälte einer flüchtigen Flüssigkeit, die man im gasverdünnten Raume verdampfen läßt. (Äther-Eismaschine von Harrison, Ammoniak-Eismaschine von Linde.)

Die Verdunstungskälte eines verflüssigten Gases kann man dazu benutzen, ein Gas von niedrigerer krit. Temperatur kondensierbar zu machen. In dieser Weise hat man nach und nach alle Gase zu verflüssigen vermocht, also auch diejenigen von den tiefsten krit. Temperaturen (die sog. schwer koerzibelen Gase). Die Verdunstungskälten dieser Gase in verflüssigtem Zustand liefern außerordentlich tiefe Temperaturen, welche dem absol. Nullpunkt der Temperatur bis auf einige Grad nahekommen.

D. Die Messung von Wärmemengen.

§ 103. Die Einheit der Wärmemenge. Das Wasserkalorimeter.

1. Die Einheit der Wärmemenge (Wärmeeinheit) heißt **Kalorie**.

Man unterscheidet die **große** oder **fg-Kalorie** (Kal) und die **kleine** oder **g-Kalorie** (kal).

1 Kal ist die Wärmemenge, welche dazu nötig ist, 1 fg Wasser von 0 auf 1° C. zu erwärmen.

1 kal ist die Wärmemenge, welche dazu nötig ist, 1 g Wasser von 0 auf 1° C. zu erwärmen.

Hiernach: $1 \text{ Kal} = 1000 \text{ kal}$.

Wenn sich 1 fg (g) Wasser von 1 auf 0° C. abkühlt, so gibt es nach obigem eine Wärmemenge von 1 Kal (kal) ab.

Eine bestimmte Gewichtsmenge Wasser werde von einer konstanten Wärmequelle um eine bestimmte Anzahl Grad C. erwärmt. Dann braucht hierzu die Wärmequelle bei jeder Anfangstemperatur der Wassermenge mit sehr großer Annäherung dieselbe Zeit. Folglich gilt mit sehr großer Annäherung:

Wird eine Wassermenge von Q fg (g) um τ ° C. erwärmt, so nimmt sie dabei eine Wärmemenge von $Q \cdot \tau$ Kal (kal) auf; kühlt sich die Wassermenge um τ ° C. ab, so gibt sie dabei eine Wärmemenge von $Q \cdot \tau$ Kal (kal) ab.

2. Jede Vorrichtung zur Messung einer Wärmemenge heißt ein **Kalorimeter**.

Das einfachste Kalorimeter ist das **Wasserkalorimeter**. Es besteht aus einem doppelwandigen Metallgefäß, das zwischen seinen Wänden Luft enthält und außen poliert ist. (Schutz gegen Wärmeabgabe und -aufnahme durch Leitung und Strahlung.)

§ 104. Spezifische Wärme.

1. Unter der **spezifischen Wärme** eines Körpers versteht man die Anzahl Kal (kal), welche dazu nötig ist, 1 fg (g) des Körpers von 0 auf 1° C. zu erwärmen.

Die spez. Wärme des Wassers ist also gleich 1.

Ebenso wie das Entsprechende für Wasser (§ 103. 1) findet man, daß für einen beliebigen Körper mit sehr großer Annäherung gilt:

Wird ein Körper von Q fg (g) Gewicht und von der spez. Wärme c um $\tau^\circ \text{C}$. erwärmt, so nimmt er dabei eine Wärmemenge von $Q \cdot c \cdot \tau$ Kal (kal) auf; kühlt sich der Körper um $\tau^\circ \text{C}$. ab. so gibt er dabei eine Wärmemenge von $Q \cdot c \cdot \tau$ Kal (kal) ab.

Daher die Erklärung:

Unter der Wärmekapazität eines Körpers versteht man die Wärmemenge, welche dazu nötig ist, die Temperatur des Körpers um 1°C . zu erhöhen.

Wiegt also der Körper Q fg (g) und ist seine spez. Wärme gleich c , so ist seine Wärmekapazität gleich $Q \cdot c$ Kal (kal).

Nachweis, daß die spez. Wärmen verschiedener Körper verschieden sind: Man erhitzt gleichschwere Kugeln aus verschiedenen Stoffen auf dieselbe Temperatur (Eintauchen in siedendes Wasser!) und bringt sie auf eine Wachsscheibe; dann schmelzen sie verschieden tief ein.

2. Zwei Körper von Q_1 bzw. Q_2 fg (g) Gewicht seien miteinander in Berührung, und es sei Schutz der Körper gegen Wärmeabgabe nach außen und Wärmezufuhr von außen vorhanden. Spez. Wärmen der Körper: c_1 bzw. c_2 , ursprüngliche Temperaturen: t_1 bzw. $t_2^\circ \text{C}$. ($t_1 > t_2$). Die von beiden Körpern nach einiger Zeit angenommene Zwischentemperatur (Ausgleichstemperatur) betrage $t^\circ \text{C}$. Dann hat der erste Körper $Q_1 \cdot c_1 \cdot (t_1 - t)$ Kal (kal) abgegeben, der zweite $Q_2 \cdot c_2 \cdot (t - t_2)$ Kal (kal) aufgenommen. Die von dem ersten Körper abgegebene Wärmemenge muß aber von dem zweiten aufgenommen worden sein. Also ist

$$Q_1 \cdot c_1 \cdot (t_1 - t) = Q_2 \cdot c_2 \cdot (t - t_2),$$

woraus folgt:

$$t = \frac{Q_1 \cdot c_1 \cdot t_1 + Q_2 \cdot c_2 \cdot t_2}{Q_1 \cdot c_1 + Q_2 \cdot c_2}. \quad (\text{Black 1760.})$$

Besondere Form der letzten Gleichung, wenn die beiden Körper miteinander vermischte Wassermengen sind?

Vergl. mit der Black'schen Formel für $c_1 = c_2$ die Formeln $\zeta = \frac{P_1 \cdot z_1 + P_2 \cdot z_2}{P_1 + P_2}$

in § 16, 2 und $v = \frac{m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot c_2}{m_1 + m_2}$ in § 34, 2.

Sind statt der zwei Körper beliebig viele vorhanden, welche Q_1, Q_2, Q_3, \dots fg (g) wiegen, deren spez. Wärmen bezüglich c_1, c_2, c_3, \dots und deren ursprüngliche Temperaturen bezüglich $t_1, t_2, t_3, \dots^\circ \text{C}$. betragen mögen, während die Ausgleichstemperatur gleich $t^\circ \text{C}$. sei, so ist die ursprüngliche Gesamtwärme der Körper gegenüber derjenigen bei 0°C . gleich $Q_1 \cdot c_1 \cdot t_1 + Q_2 \cdot c_2 \cdot t_2 + Q_3 \cdot c_3 \cdot t_3 \dots$ Kal (kal), die Gesamtwärme der Körper nach erfolgtem Temperatúrausgleich ebenfalls gegenüber derjenigen bei 0°C . gleich $Q_1 \cdot c_1 \cdot t + Q_2 \cdot c_2 \cdot t + Q_3 \cdot c_3 \cdot t \dots$ Kal (kal). Folglich:

$$t = \frac{Q_1 \cdot c_1 \cdot t_1 + Q_2 \cdot c_2 \cdot t_2 + Q_3 \cdot c_3 \cdot t_3 \dots}{Q_1 \cdot c_1 + Q_2 \cdot c_2 + Q_3 \cdot c_3 \dots}$$

$$= \frac{\sum Q \cdot c \cdot t}{\sum Q \cdot t}$$

Vergl. hiermit die Formel $\zeta = \frac{\sum P \cdot z}{\sum P}$ in § 16. 2.

3. Sind in der Gleichung:

$$Q_1 \cdot c_1 \cdot (t_1 - t) = Q_2 \cdot c_2 \cdot (t - t_2)$$

Q_1 , Q_2 , t_1 , t_2 und t beobachtet, und ist die eine der spez. Wärmen c_1 und c_2 bekannt, so kann die andere berechnet werden. Anwendung bei der Bestimmung der spez. Wärme eines Körpers mit dem Wasserkalorimeter.

Bestimmung der spez. Wärme eines festen Körpers:

In das Wasserkalorimeter wird eine abgewogene Wassermenge und in diese der betr. Körper gebracht.

Bestimmung der spez. Wärme eines flüssigen Körpers:

Man bringt in das Wasserkalorimeter eine abgewogene Menge des flüssigen Körpers und in diese einen festen Körper von bekannter spez. Wärme.

Tabelle der spez. Wärmen einiger festen und flüssigen Körper.

Wasser	1	Kupfer	0,09
Weingeist	0,55	Messing	0,09
Schwefeläther	0,52	Silber	0,06
Eis (Temperaturerhöhung etwa von —1 auf 0° C.)	0,51	Zinn	0,06
Glas	0,19	Quecksilber	0,03
Schwefel	0,18	Platin	0,03
Eisen	0,11	Gold	0,03
Zink	0,09	Blei	0,03

Wegen der verhältnismäßig großen spez. Wärme des Wassers erwärmt sich das Meer bei Tag und im Sommer langsamer als das Land und kühlt sich bei Nacht und im Winter langsamer ab; daher der Unterschied zwischen „Seeklima“ und „Festlandsklima“.

4. Bei einem Gase hat man seine **spez. Wärme bei konstantem Druck** (c_p) und seine **spez. Wärme bei konstantem Volumen** (c_v) zu unterscheiden. Warum ist für jedes Gas $c_p > c_v$? (Überwindung des auf einer Gasmenge lastenden Druckes bei Ausdehnung derselben!)

Der Unterschied wird bei Erwärmung von 1 fg (g) des Gases um 1° C. gebunden.

Bestimmung der spez. Wärme eines Gases bei konstantem Druck:

Man leitet das Gas durch ein Schlangenrohr, welches in ein Wasserkalorimeter eingesetzt und von Wasser umgeben ist.

Bei genauen Bestimmungen von spez. Wärmen mit dem Wasserkalorimeter ist auch die Wärmeaufnahme von seiten des Kalorimetergefäßes, des in die Flüssigkeit des Kalorimeters eingetauchten Thermometers usw. zu berücksichtigen.

Bestimmung der spez. Wärme eines Gases bei konstantem Volumen:

x fg des Gases, dessen c_p bekannt sei, werden bei konstantem Druck um 1°C . erwärmt, ihnen also eine Wärmemenge von $x \cdot c_p$ Kal zugeführt. Dann werde die Gasmenge auf ihr ursprüngliches Volumen zusammengedrückt, wodurch sie sich um weitere $\tau^\circ \text{C}$. erwärme. Bei konstantem Volumen würde sie also durch die ihr zugeführte Wärmemenge um $(1 + \tau)^\circ \text{C}$. erwärmt worden sein, so daß diese Wärmemenge auch gleich $x \cdot c_v \cdot (1 + \tau)$ Kal ist. Mithin:

$$c_v \cdot (1 + \tau) = c_p, \text{ woraus folgt:}$$

$$c_v = \frac{c_p}{1 + \tau}.$$

τ ergibt sich für die meisten Gase gleich 0,41, so daß für die betr. Gase

$$c_v = \frac{c_p}{1,41} \left(\text{also } \frac{c_p}{c_v} = 1,41 = \text{Konst.} \right).$$

Tabelle der spez. Wärmen einiger Gase.

	Wasserstoff	Wasser- dampf	Stickstoff	Luft	Sauerstoff
c_p	3,409	0,475	0,243	0,237	0,217
c_v	2,418	0,365	0,172	0,168	0,154

Untersuche, für welche dieser Gase $c_p = 1,41 \cdot c_v$ ist.

Der Unterschied zwischen den beiden spez. Wärmen eines Gases, multipliziert mit dessen spez. Gew., ist konstant, denn dieses Produkt gibt die Wärmemenge in Kal (kal) an, welche beim Erwärmen eines edm (ccm) des Gases von normalen Verhältnissen um 1°C . bei sich gleichbleibendem äußeren Druck zur Überwindung des letzteren verbraucht wird; die bei dieser Überwindung geleistete Arbeit ist aber für alle Gase wegen des konstanten Ausdehnungskoeffizienten der Gase dieselbe. Beispiel:

Für Wasserstoff ist

$$(3,409 - 2,418) \cdot 0,00009 = 0,991 \cdot 0,00009 = 0,0000892,$$

für Luft

$$(0,237 - 0,168) \cdot 0,001293 = 0,069 \cdot 0,001293 = 0,0000892.$$

Beim Erwärmen eines cbm irgendeines Gases von normalen Verhältnissen um 1°C . werden also bei sich gleichbleibendem äußeren Druck zur Überwindung des letzteren 0,0892 Kal verbraucht.

Aufgaben.

314. Beim Einbringen eines Nickelstücks, das 100 g wiegt, und dessen Temperatur 100° C. beträgt, in 300 g Wasser von 15° C. wird eine Ausgleichstemperatur von 18° C. beobachtet. Spez. Wärme des Nickels?

315. Als man eine Kugel aus Kupfer, die 110 g wog, und deren Temperatur gleich 100° C. war, in 400 g Schwefelkohlenstoff von 20° C. brachte, trat eine Ausgleichstemperatur von $28,1^{\circ}$ C. auf. Spez. Wärme des Schwefelkohlenstoffs?

316. Ein Gefäß aus Messing, das $\frac{1}{2}$ fg wiegt, werde von 16 bis 100° C. erwärmt. Aufgenommene Wärmemenge?

317. Ein gläserner Würfel von 10 cm Kantenlänge (bei 0° C.) kühle sich von 600 auf 0° C. ab. Abgegebene Wärmemenge? (Spez. Gew. des Glases: 2,6.)

318. Wieviel wiegt eine Eisenmasse, die bei einer Erwärmung von 20 auf 920° C. 2000 Kal aufnimmt?

319. Eine massive Kupferkugel von 3 cm Radius (bei 0° C.) und einer Temperatur von 900° C. kühlt sich ab und verliert dabei 5 Kal. Endtemperatur? (Spez. Gew. des Kupfers: 8,88.)

320. Um die in einem Hochofen herrschende Temperatur zu bestimmen, brachte man in ihn eine Platinkugel, welche 100 g wog, und warf sie dann in 600 g Wasser von 25° C. Beobachtete Ausgleichstemperatur: $31,1^{\circ}$ C. Temperatur in dem Hochofen?

321. 50 g Wasser von 20° C. und 40 g Wasser von 30° C. werden gemischt. Mischungstemperatur?

322. Zu 2 fg Wasser von 50° C. werden 3 fg Quecksilber von 120° C. gegossen. Mischungstemperatur?

323. Ein Thermometer, dessen Wärmekapazität 0,5 kal beträgt, zeige 15° C. Welche Temperatur wird es zeigen, wenn es in 7 g Schwefeläther von 30° C. gebracht wird?

324. Ein Hof von 10 m Länge und 8 m Breite sei rings von 12 m hohen Gebäuden umgeben. Welche Wärmemenge nimmt die bei 0° C. und 760 mm Barometerstand zwischen den Gebäuden befindliche Luftmasse auf, wenn sie sich auf 2° C. erwärmt? (Spez. Gew. der Luft bei 0° C. und 760 mm Barometerstand: 0,001293.)

§ 105. Schmelzwärme und Verdampfungswärme.

1. Unter der Schmelzwärme eines festen Körpers versteht man die Anzahl Kal (kal), welche dazu nötig ist, 1 fg (g) des Körpers zu schmelzen.

Durch Probieren ergibt sich: Wenn man 1 fg Eis von 0° C. mit 1 fg Wasser von 80° C. mischt, so erhält man 2 fg Wasser von 0° C. Zum Schmelzen von 1 fg Eis sind also 80 Kal und demnach zum Schmelzen von 1 g Eis 80 kal erforderlich, d. h. die Schmelzwärme des Eises ist gleich 80.

Ebenso kann man die Schmelzwärme vieler anderen festen Körper ermitteln.

Werden 8 g Wasser auf -10° C. unterkühlt und dann das Wasser erschüttelt, so bildet sich 1 g Eis, und die Temperatur der ganzen Masse steigt auf 0° C. Durch die Wärmemenge, welche beim Erstarren von

1 g Wasser frei wird, wird also die Temperatur von 8 g Wasser um 10° C. erhöht, d. h. jene Wärmemenge beträgt 80 kal.

Auf entsprechende Weise kann man zeigen, daß die ganze Wärmemenge, welche zum Schmelzen irgendeines festen Körpers gebraucht wird, beim Erstarren der entstandenen Flüssigkeit wieder zum Vorschein kommt: „Erstarrungswärme“ = Schmelzwärme. **(Vollständige Erhaltung der zum Schmelzen eines festen Körpers verwendeten Wärmeenergie in Form von Spannungsenergie!)**

Benutzung dieser Tatsache zur Bestimmung der Schmelzwärme eines beliebigen festen Körpers:

Eine geschmolzene Menge des Körpers wird in einer Flüssigkeit von bekannter spez. Wärme unter den Schmelzpunkt des Körpers abgekühlt. Die dabei von der betr. Menge des Körpers abgegebene Wärmemenge muß gleich der von der Flüssigkeit aufgenommenen sein.

Die verwendete Menge des Körpers wiege Q g, ihre Anfangstemperatur betrage t_1° C., ihre Endtemperatur t_2° C., der Schmelzpunkt des Körpers θ° C., die spez. Wärme des Körpers in flüssiger Form c_1 , in fester Form c_2 , und die gesuchte Schmelzwärme werde mit x bezeichnet. Dann ist die abgegebene Wärmemenge gleich $Q \cdot c_1 \cdot (t_1 - \theta) + Q \cdot x + Q \cdot c_2 \cdot (\theta - t_2)$ kal.

Tabelle der Schmelzwärmen (Erstarrungswärmen) einiger Körper.

Eis (Wasser)	80	Zinn	14,25
Wachs	42,30	Schwefel	9,37
Zink	28,13	Blei	5,37
Silber	21,07	Quecksilber	2,83

Folgen der großen Schmelzwärme des Eises (Erstarrungswärme des Wassers): Langsames Schmelzen größerer Eis- und Schneemassen und langsames Gefrieren größerer Wassermassen. Bedeutung für den Naturhaushalt? — Auf die Kenntnis der Schmelzwärme des Eises gründet sich ein anderes Verfahren zur Bestimmung der spez. Wärme eines festen Körpers. (Eisschmelzmethode, Eiskalorimeter.) — Die Zahl 80 als Schmelzwärme des Eises ist übrigens nur ein runder Wert. Nach den neuesten, äußerst genauen Bestimmungen von Leduc beträgt die Schmelzwärme des Eises nur 79,1.

2. Unter der Verdampfungswärme eines flüssigen Körpers versteht man diejenige Anzahl Kal (kal), welche dazu nötig ist, 1 fg (g) des Körpers von der Temperatur seines Siedepunktes zu verdampfen.

Zur Bestimmung der Verdampfungswärme einer Flüssigkeit kann man so verfahren:

Vermittels einer konstanten, starken Wärmequelle erwärmt man tunter einem Druck von 760 mm Quecksilberhöhe) eine gewisse Menge der Flüssigkeit zunächst bis zum Sieden, dann weiter, bis die ganze Menge verdampft ist, und beobachtet die zugehörigen Zeiten. So oftmal die erste Zeit in der zweiten enthalten ist, so vielmal so groß ist die Verdampfungswärme der Flüssigkeit als die Anzahl Kal (kal), welche 1 fg (g) derselben bis zum Eintritt des Siedens aufgenommen hat.

Auf entsprechende Weise kann auch die Schmelzwärme eines festen Körpers ermittelt werden.

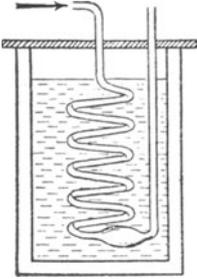


Fig. 216.
Bestimmung der Kondensationswärme eines Dampfes.

Bestimmung der Anzahl Kal (kal), welche frei werden, wenn 1 kg (g) Dampf von der Temperatur des Siedepunktes der betr. Flüssigkeit sich kondensiert:

Der Dampf wird in ein Schlangenrohr geleitet, das in ein Wasserkalorimeter eingesetzt und von Wasser umgeben ist. Das Rohr endigt unten in einem Gefäße, von welchem eine Röhre über den Spiegel des Wassers emporführt. (Fig. 216.) Man findet: „Kondensationswärme“ = Verdampfungswärme. (Vollständige Erhaltung der zum Verdampfen eines flüssigen Körpers verwendeten Wärmeenergie in Form von Spannungsenergie!)

Tabelle der Verdampfungswärmen einiger Flüssigkeiten.

Wasser	536	Schwefeläther	90
Weingeist	209	Quecksilber	62

Welche Wärme wird bei der Dampfheizung zum Heizen verwendet? — Folgen der großen Verdampfungswärme des Wassers (Kondensationswärme des Wasserdampfs): Schlimme Brandwunden beim Verbrühen mit heißem Wasserdampf; der große Verbrauch an Kühlwasser bei der Wasserdestillation; das langsame Verdampfen größerer Wassermassen und die langsame Kondensation größerer Wasserdampfmassen. Bedeutung der beiden letzten Tatsachen für den Naturhaushalt? — Zum Verdampfen eines flüssigen Körpers ist bei niedriger Temperatur eine größere, bei höherer Temperatur eine geringere Wärmemenge erforderlich.

Aufgaben.

325. 100 g Eis von 0° C. werden mit 500 g Wasser von 20° C. gemischt. Temperatur der Mischung, wenn alles Eis geschmolzen ist?

326. Wieviel g Eis entstehen bei der Erschütterung von 500 g Wasser, die auf - 6° C. unterkühlt sind?

327. Um eine gewisse Menge Weingeist mittels einer konstanten Wärmequelle von 0° C. bis zu ihrem Siedepunkt (78° C.) zu erwärmen, hatte man 2 Minuten, und um dann die ganze Weingeistmenge mittels derselben Wärmequelle bei 760 mm Barometerstand zu verdampfen, weitere 9¾ Minuten nötig. Wie groß ergibt sich hiernach die Verdampfungswärme des Weingeistes?

328. Bestimme die Kondensationswärme des Wasserdampfs aus folgenden Angaben: Das Kalorimeter von Fig. 216 enthalte 400 g Wasser von 16° C. Nach dem Überdestillieren von 3 g Wasser in das Gefäß am Schlangenrohr (bei einem Barometerstand von 760 mm) werden an dem Thermometer, das in das Wasser des Kalorimeters eintaucht, 20,62° C. abgelesen.

329. Eine Dampfmenge, welche Q g wiegt und unter einem konstanten Druck von 760 mm Quecksilberhöhe steht, werde durch Abkühlung in einen flüssigen Körper von bestimmter Temperatur übergeführt. Anfangstemperatur: t₁° C.:

Kondensationspunkt (Siedepunkt): $\vartheta^{\circ}\text{C.}$, Endtemperatur: $t_2^{\circ}\text{C.}$; spez. Wärme des Dampfes (bei konstantem Druck): c_p , spez. Wärme der Flüssigkeit: c , Kondensationswärme des Dampfes: λ . Abgegebene Wärmemenge?

330. Bei einem Barometerstand von 760 mm werde ein fester Körper, welcher Q g wiegt, mittels Erwärms durch den flüssigen Zustand hindurch in einen gasförmigen Körper von bestimmter Temperatur verwandelt. Anfangstemperatur: $t_1^{\circ}\text{C.}$, Schmelzpunkt: $\vartheta_1^{\circ}\text{C.}$, Siedepunkt: $\vartheta_2^{\circ}\text{C.}$, Endtemperatur: $t_2^{\circ}\text{C.}$; spez. Wärme des Körpers in festem Zustand: c_1 , in flüssigem: c_2 , in gasförmigem (bei konstantem Druck): c_p ; Schmelzwärme: λ_1 , Verdampfungswärme: λ_2 . Zugeführte Wärmemenge?

E. Wärme und Arbeit.

§ 106. Das mechanische Äquivalent der Wärme.

1. Unter dem mechanischen Äquivalent der Wärme versteht man den Arbeitsbetrag, welchen man mit 1 Kal hervorzubringen vermag.

Berechnung des mechanischen Äquivalents der Wärme (Robert Mayer 1842):

In einem oben offenen zylindrischen Gefäß von 1 qm Grundfläche, dessen Wandung wir uns als unverrückbar vorstellen, befinde sich 1 m hoch über dem Gefäßboden ein gewichtslos gedachter Kolben. Der Raum zwischen diesem und dem Gefäßboden ist also 1 cbm groß. Dieser Raum sei mit irgendeinem Gas, z. B. mit atmosphär. Luft, von 0°C. angefüllt. Der Barometerstand betrage 760 mm. Nach U., Ausdrücken des Luftdrucks in Kraftmaß, beträgt der auf dem Kolben lastende Druck der Atmosphäre 10330 kg. Wird die Luft unter dem Kolben auf 1°C. erwärmt, so hebt sich der Kolben um $\frac{1}{273}$ m, wobei eine Arbeit von $\frac{10330}{273}$ kgm geleistet wird. Zu dieser Arbeit werden nach dem letzten Absatz von § 104 0,0892 Kal verbraucht. 1 Kal vermag also eine Arbeit von $\frac{10330}{273 \cdot 0,0892} = 424$ kgm hervorzubringen, d. h.:

Das mechanische Äquivalent der Wärme ist gleich 424 kgm.

2. Die Frage, welcher Arbeitsbetrag zur Erzeugung einer Wärmemenge von 1 Kal aufzuwenden ist, wurde von mehreren Forschern, so von Joule 1843—49, auf verschiedene Weise experimentell gelöst. Dabei ergab sich stets mit sehr großer Annäherung:

Zur Erzeugung einer Wärmemenge von 1 Kal ist eine Arbeit von 424 kgm erforderlich.

Demnach ist zu schiefen:

Bei der Erzeugung von Arbeit durch Wärme bleibt der aufgewendete Betrag von Wärmeenergie, bei der Erzeugung von Wärme durch Arbeit der

aufgewendete Arbeitsbetrag vollständig erhalten, und zwar so, daß 1 Kal und 424 kgm einander gleichwertig sind.

Nach § 7, 1 ist auch

1 Kal gleichwertig $424,9,81 = 4159$ Joule, also

1 kal gleichwertig $4,159 = \text{rund } 4,2$ Joule, demnach

1 Joule gleichwertig $\frac{1}{4,159} = 0,24$ kal.

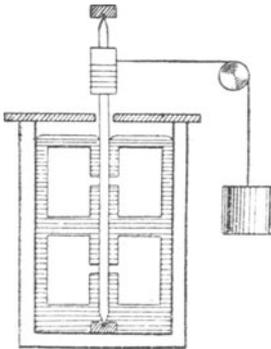


Fig. 217.

Joule bediente sich unter anderen des durch Fig. 217 dargestellten Verfahrens:

In einem Kalorimetergefäß befand sich Quecksilber. In diesem drehte sich ein Schaufelrad (mit 2 Kränzen von je 4 Schaufeln) dadurch, daß ein herabsinkendes Gewichtstück eine Schnur von der Welle des Rades abwickelte. Durch die Reibung der Schaufeln an dem Quecksilber entstand Wärme, welche von letzterem aufgenommen wurde. (Wie wurde die Menge dieser Wärme berechnet?) Betrag die Schwerkraft des Gewichtstücks P kg, seine Masse M irdische Masseneinheiten, und kam es nach dem Durchfallen einer Höhe von h m mit einer Geschwindigkeit von v m am Boden an, so wurde eine Arbeit von

$$\left(P \cdot h - \frac{1}{2} M v^2 \right) \text{ kgm aufgewendet zur Erzeugung der}$$

von dem Quecksilber aufgenommenen Wärmemenge. Daraus ergab sich die Arbeit, welche zur Erzeugung einer Wärmemenge von 1 Kal erforderlich ist.

Der genaue Mittelwert aus vielen Versuchen, den Joule (neben anderen Forschern) fand, betrug 426 kgm. Die neuesten, noch genaueren Versuche ergaben 427 kgm. — Was wird man unter dem kalorischen Äquivalent der Arbeit zu verstehen haben, und wieviel beträgt es also?

Aufgaben.

331. Durch Reibung sei eine Wärmemenge von 7 Kal erzeugt worden. Reibungsarbeit?

332. Welche Wärmemenge ist gleichwertig der Energie der Lage eines Körpers von Q kg Gewicht, der sich h m über dem Erdboden befindet?

333. Eine Wassermasse falle aus einer Höhe von 424 m, eine Bleikugel aus einer Höhe von 100 m herab. Um wieviel Grad C. würde ihre Temperatur steigen, wenn die ganze Wärmemenge auf sie überginge. in welche sich ihre lebendige Energie beim Aufschlagen verwandelt? (Erdbeschleunigung: $9,81 \text{ m/sec}^2$.)

334. Aus welcher Höhe fällt eine Bleikugel herab, wenn $\frac{1}{3}$ der bei ihrem Aufschlagen entstehenden Wärme auf sie übergeht und ihre Temperatur hierdurch am 4° C. steigt? (Erdbeschleunigung: $9,81 \text{ m/sec}^2$.)

§ 107. Die Dampfmaschine.

Zu wiederholen: U., Dampfmaschine.

1. Wenn der Abdampf einer Dampfmaschine, d. h. der ihren Dampfzylinder verlassende Dampf in die Atmosphäre entweicht, so wird 1 Atm.

des wirksamen Dampfdrucks zur Überwindung des Luftdrucks verbraucht. Bei einer „**Hochdruckmaschine**“ ist der wirksame Dampfdruck groß und daher ein Druckverlust von 1 Atm. nicht von Belang. Bei einer „**Niederdruckmaschine**“ (wirksamer Dampfdruck: höchstens 2 Atm.) wird dieser Druckverlust zum größten Teil dadurch vermieden, daß man den Abdampf in einen **Kondensator** einströmen läßt, d. i. ein allseitig abgeschlossenes, luftfreies Gefäß, in welches von der Maschine fortgesetzt kaltes Wasser eingespritzt wird.

Der größte Teil des Abdampfs kondensiert sich in dem Kondensator unter Freiwerden seiner gebundenen Wärme! Ausnutzung der freigewordenen Wärme durch Verwendung des Kondensatorwassers zur Speisung des Dampfkessels. -- Wegen des geringen wirksamen Dampfdrucks ist bei einer Niederdruckmaschine die Kolbenfläche verhältnismäßig groß. — Warum kommen bei Lokomotiven Hochdruckmaschinen ohne Kondensatoren, bei Dampfschiffen Niederdruckmaschinen zur Verwendung? — Bei dem Dampfkessel einer Lokomotive läßt man zur Erzielung recht hohen Dampfdrucks die Verbrennungsgase durch Röhren, welche den Kessel der Länge nach durchziehen (Siederöhren), hindurchströmen. (Fig. 218.)

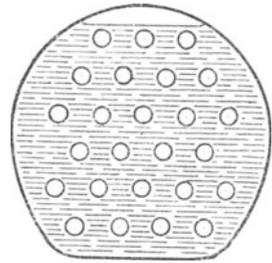


Fig. 218.
Dampfkessel mit Siederöhren.
(Querschnitt.)

2. Bei der in U. betrachteten Einrichtung der Steuerung ist der Kolben auf seinem ganzen Wege von einer Ruhestellung bis zur nächsten dem vollen Dampfdruck ausgesetzt, welcher im Dampfkessel herrscht. (Wirkung des Dampfes als „**Volldampf**“.) Man spart nun bei gleicher Leistung bedeutend an Brennmaterial, wenn durch die Steuerung der Dampf bereits nach Zurücklegung eines Teiles des Kolbenwegs abgesperrt wird. Von da an wirkt dann der Dampf auf den Kolben durch Expansion. (**Expansionsdampfmaschine.**)

Alle neueren Dampfmaschinen sind **Expansionsmaschinen**. — Bei einer sog. **Verbund- oder Compoundmaschine** läßt man den Dampf zunächst in einem Hochdruckzylinder von geringerer Weite als Volldampf und dann in einem Niederdruckzylinder von größerer Weite durch Expansion und mit Kondensation wirken. Wird dabei der Dampf außerdem auf seinem Wege vom ersten zum zweiten Zylinder durch Erwärmen überhitzt, so wird die Maschine als **Tandemmaschine** bezeichnet. Bei einer sog. **Abwärme-, Abdampf- oder Kaltdampfmaschine** läßt man durch die Wärme des Abdampfs eine Flüssigkeit von niedrigem Siedepunkt (Äther, Benzol usw.) zum Verdampfen bringen und von dem Dampfe eine weitere Maschine treiben.

Neben den Dampfmaschinen sind als weitere **Wärme kraftmaschinen** die **Gas-, Benzin-, Petroleum-, Spiritusmotoren**, die **Heißluftmotoren** und die **Dampfturbinen** in Gebrauch. Bei ersteren wird ein Kolben durch die **Spannkraft eines explodierten Gemisches** von Luft- und Leuchtgas bzw. Benzin-, Petroleum-, Spiritusdampf oder zerstäubtem Benzin usw., bei den **Heißluftmaschinen** durch die **Spannkraft erhitzter Luft** bewegt: bei den **Dampfturbinen** strömt Dampf gegen die **Schaufeln von Schaufelrädern**.

3. Die Spannkraft des Wasserdampfs leistet an dem Kolben einer Dampfmaschine Arbeit auf Kosten der Wärmeenergie des Dampfes gemäß dem Umsetzungsverhältnis zwischen Wärmeenergie und Arbeit. Die an dem Kolben in 1 sec geleistete Arbeit heißt **indizierte Leistung** oder **theoretischer Effekt der Maschine**. Ein Teil der indizierten Leistung wird zur Überwindung der Reibungswiderstände der Maschine usf. verbraucht. Der an der Welle der Maschine auftretende Rest wird **effektive Leistung** oder **Nutzeffekt der Maschine** genannt.

Der Nutzeffekt einer Dampfmaschine macht nur einen geringen Bruchteil (bei den besten Maschinen zwischen 13 und 14 %) der Wärmeenergie aus, welche durch die Verbrennung des Brennstoffes erzeugt wird.

Die indizierte Leistung einer Dampfmaschine ergibt sich aus der Größe der Kolbenfläche, des wirksamen Dampfdrucks, des Kolbenwegs und aus der Zahl der Hin- und Hergänge des Kolbens oder der Zahl der Umdrehungen (Turenzahl) der Welle für 1 sec.

Das hier für eine Dampfmaschine Auseinandergesetzte ist auf eine andere Wärmekraftmaschine mit Kolben übertragbar.

Bei einer Dampfmaschine ohne Kondensator ist der wirksame Dampfdruck um 1 Atm. zu vermindern.

Aufgaben.

(1 Atm. ist gleich 1 kg für 1 qcm zu rechnen. Bei Expansion soll für den Dampfdruck der Mittelwert genommen werden zwischen dem Anfangsdruck und dem nach dem Boyle'schen Gesetz sich ergebenden Enddruck. Der Dampfdruck in einem Kondensator wird gleich Null angenommen.)

335. Bei einer Hochdruckmaschine wirke der Dampf als Volldampf (ohne Kondensation). Dampfdruck im Kessel: 10 Atm., Kolbenfläche: 2 qdm, (einfacher) Kolbenweg: 4 dm, Turenzahl der Welle: 120 für 1 Minute. Theoretischer Effekt?

336. Welches wäre die indizierte Leistung der Maschine von Aufg. 335, wenn der Dampf nach $\frac{1}{3}$ des Kolbenwegs abgesperrt würde?

337. Der Dampfdruck im Kessel einer Niederdruckmaschine betrage 2 Atm., die Fläche des Kolbens der Maschine 20 qdm, der (einfache) Kolbenweg 5 dm, die Turenzahl der Welle der Maschine 60 für 1 Minute. Wie groß ist der theoretische Effekt der Maschine,

a) wenn der Dampf stets als Volldampf wirkt,

b) wenn er nach $\frac{1}{4}$ des Kolbenwegs abgesperrt wird?

338. Der Nutzeffekt eines Gasmotors beträgt 11 PS. Wieviel % macht dies von der Wärmemenge aus, die bei der Verbrennung des erforderlichen Leuchtgases entsteht, wenn der Motor stündlich 3,6 kg Leuchtgas verbraucht und durch die Verbrennung von 1 kg Leuchtgas eine Wärmemenge von 6000 Kal. erzeugt wird?

F. Die Feuchtigkeit der Atmosphäre. Wärmeerscheinungen in der Atmosphäre.

Zu wiederholen: U., Feuchtigkeit der Atmosphäre, Wärmeerscheinungen in der Atmosphäre.

§ 108. Die Feuchtigkeit der Atmosphäre.

Diejenige Feuchtigkeitsmenge, welche an einer Stelle der Atmosphäre in 1 cbm Luft enthalten ist, heißt absolute Feuchtigkeit der Atmosphäre an der betr. Stelle.

Läßt man also 1 cbm atmosphärischer Luft durch eine abgewogene Menge konzentrierter Schwefelsäure oder einer anderen stark „hygroskopischen“ Substanz streichen, die sich in einem allseitig abgeschlossenen Gefäße befindet, so gibt deren Gewichtszunahme die derzeitige absolute Feuchtigkeit der Atmosphäre an der Beobachtungsstelle an. (Die hygroskopische Substanz verschluckt den Wasserdampf der Luft vollständig.)

Die Atmosphäre sei an einer Stelle mit Feuchtigkeit gesättigt; dann wird die Feuchtigkeitsmenge, welche daselbst in 1 cbm Luft enthalten ist, als **Sättigungsfeuchtigkeit** der Atmosphäre für die an der Stelle herrschende Temperatur bezeichnet.

Die relative Feuchtigkeit an einer Stelle der Atmosphäre ist also das Verhältnis der absoluten zur Sättigungsfeuchtigkeit an der betr. Stelle.

Bei derselben Temperatur ist zufolge des **Boyleschen** Gesetzes die Dichte und also auch das Gewicht des in 1 cbm atm. Luft enthaltenen Wasserdampfs der Spannkraft des Dampfes proportional. Die relative Feuchtigkeit an einer Stelle der Atmosphäre ist folglich gleich dem Verhältnis der daselbst vorhandenen Spannkraft des Wasserdampfs zur Spannkraft des gesättigten Wasserdampfs für die an der Stelle herrschende Temperatur.

Tabelle der Spannkraft des gesättigten Wasserdampfs und der Sättigungsfeuchtigkeit der Atmosphäre.

(Vergl. die Tabelle in § 100, 2.)

Temperatur (Grad C.)	Spannkraft (mm)	Sättigungs- feuchtigkeit (g)	Temperatur (Grad C.)	Spannkraft (mm)	Sättigungs- feuchtigkeit (g)
—15	1,4	1,4	— 5	3,1	3,4
—14	1,5	1,6	— 4	3,4	3,7
—13	1,6	1,8	— 3	3,7	4,0
—12	1,8	1,9	— 2	4,0	4,3
—11	1,9	2,1	— 1	4,3	4,6
—10	2,1	2,3	0	4,6	4,9
— 9	2,3	2,5	1	4,9	5,2
— 8	2,5	2,7	2	5,3	5,6
— 7	2,7	2,9	3	5,7	6,0
— 6	2,9	3,1	4	6,1	6,4

Temperatur (Grad C.)	Spannkraft (mm)	Sättigungs- feuchtigkeit (g)	Temperatur (Grad C.)	Spannkraft (mm)	Sättigungs- feuchtigkeit (g)
5	6,5	6,8	16	13,5	13,6
6	7,0	7,3	17	14,4	14,4
7	7,5	7,7	18	15,4	15,2
8	8,0	8,2	19	16,3	16,2
9	8,6	8,8	20	17,4	17,2
10	9,2	9,4	21	18,5	18,3
11	9,8	10,0	22	19,7	19,4
12	10,5	10,6	23	20,9	20,5
13	11,2	11,3	24	22,2	21,6
14	11,9	12,0	25	23,6	23,0
15	12,7	12,8	26	25,0	24,3

Die an einer Stelle der Atmosphäre vorhandene Spannkraft des Wasserdampfs („Dunstspannung“) muß gleich der Spannkraft sein, welche gesättigter Wasserdampf bei der Temperatur des Taupunkts besitzt. Bei bekanntem Taupunkt der Atmosphäre ergibt sich diese Spannkraft aus vorstehender Tabelle. Dieselbe Tabelle liefert die Spannkraft des gesättigten Wasserdampfs für die herrschende Temperatur. Aus beiden Spannkraften findet man die relative Feuchtigkeit der Atmosphäre. (Eichung des Haarhygrometers!) Aus der relativen Feuchtigkeit und der (der Tabelle entnommenen) Sättigungsfeuchtigkeit für die herrschende Temperatur kann man die absolute Feuchtigkeit berechnen.

Der Taupunkt kann mit dem **Kondensationshygrometer** bestimmt werden. Ältere Form desselben: Das **Hygrometer von Daniell**, Fig. 219.

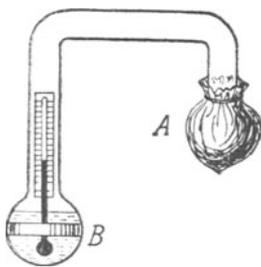


Fig. 219.

Hygrometer von Daniell.

Bei diesem wird der Musselinüberzug des kugelförmigen Gefäßes A mit Schwefeläther getränkt. Durch dessen Verdunstung kondensiert sich in A ein Teil des Ätherdampfs, mit welchem der Apparat, abgesehen von einer gewissen Menge Schwefeläther in der Kugel B, gefüllt ist. Diese Kondensation hat die Verdunstung von Äther in B zur Folge. Hat sich hierdurch der Äther in B bis zum Taupunkt der umgebenden Luft abgekühlt, so beschlägt sich ein Goldstreifen, welcher auf B außen aufgelegt ist. Der

Taupunkt wird dann an einem Thermometer abgelesen, dessen Gefäß in den Äther von B eintaucht.

Bei den neueren Formen des Kondensationshygrometers wird die Ätherverdunstung in B dadurch bewirkt, daß ein Luftstrom durch den Äther hindurchgesaugt wird.

Ein weiterer Apparat zur Ermittlung der Feuchtigkeit der Atmosphäre ist das **Psychrometer** von August: Zwei Thermometer sind nebeneinander aufgehängt und das Gefäß des einen mit einem Musselinläppchen umwickelt, welches in Wasser taucht. Infolge der Wasserverdunstung am Gefäß des „nassen“ Thermometers zeigt dieses eine um so tiefere Temperatur an als das „trockene“, je geringer die rel. Feuchtigkeit der Atmosphäre ist. Aus einer für den Apparat hergestellten Tabelle ersieht man zu dem Stand des trockenen Thermometers und dem Unterschied der Angaben beider Thermometer die absol. und rel. Luftfeuchtigkeit (sowie den Taupunkt und die Dunstspannung).

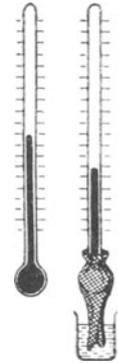


Fig. 226.

Aufgaben.

339. Bei einer Lufttemperatur von 21°C . wurde ein Taupunkt von 8°C . ermittelt. Wie groß war die rel. und die absol. Feuchtigkeit der Luft?

340. Berechne den Gehalt des Schulzimmers (Beispiel: 9 m lang, 6 m breit, 5 m hoch) an Wasserdampf, wenn die Temperatur der Luft 16°C . und ihre rel. Feuchtigkeit 55% beträgt. Wieviel g dieses Wasserdampfs würden sich kondensieren, wenn die Temperatur plötzlich auf 2°C . herabginge?

341. Wie verhält sich ein Daniell'sches Hygrometer, wie ein Psychrometer in Luft, die mit Feuchtigkeit gesättigt ist?

§ 109. Bestimmung des Maximums und des Minimums der Lufttemperatur, Messung der Regenhöhe und der Windstärke.

1. Die höchste Temperatur, welche während eines Tages (24 Stunden) geherrscht hat, wird von dem **Maximumthermometer**, die tiefste von dem **Minimumthermometer** angezeigt. (Fig. 221.) Ersteres ist ein liegendes Quecksilberthermometer mit einem Eisenstäbchen außerhalb des Quecksilbers, letzteres ein liegendes Weingeistthermometer mit einem Glasstäbchen in dem Weingeist. (Eisen wird von Quecksilber nicht benetzt. Glas von Weingeist benetzt!) Bei Verwendung der Apparate werden zunächst durch Neigen derselben die Stäbchen mit den Flüssigkeitskuppen zur Berührung gebracht. Diejenigen Enden der Stäbchen, welche dabei sich an den Kuppen befinden, zeigen das Maximum bzw. das Minimum der Temperatur an. Warum?

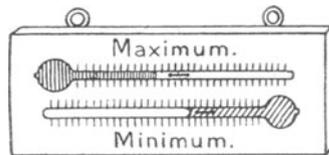


Fig. 221.

Maximum- und Minimumthermometer.

Das Maximum- und Minimumthermometer von Six (Fig. 222, S. 238) stellt eine Verbindung beider Thermometer dar. Es enthält in der Mitte Quecksilber und darüber links bis ganz oben hin, rechts nicht bis ganz oben hin Weingeist: der oberste Teil rechts ist luftleer. Die Weingeistkuppe links sowohl als die Quecksilberkuppe rechts zeigt an der betr. Einteilung die herrschende Temperatur an.

Über dem Quecksilber befindet sich links und rechts je ein federndes Eisenstäbchen. Das untere Ende des linken Stäbchens zeigt das **Minimum**, dasjenige des rechten Stäbchens das **Maximum** der Temperatur an. (Die Stäbchen werden vermittels eines Magnets mit den Kuppen des Quecksilbers zur Berührung gebracht.)

2. Ein Maß für die Regenmenge (Schneemenge), welche bei einem Regen (Schneefall) niedergegangen ist, ist die **Regenhöhe**. Man versteht darunter die Höhe, in welcher der Regen (der geschmolzene Schnee) den Boden bedecken würde, wenn nichts davon abgeflossen, in den Boden eingedrungen und verdunstet wäre.

Zur Bestimmung der Regenhöhe dient der **Regenmesser** (das **Ombrometer**, Fig. 223). Der Apparat besteht aus dem Auffangegefäß **A**

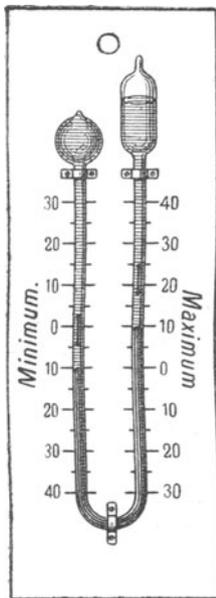


Fig. 222
Maximum- und Minimum-
thermometer von Six.

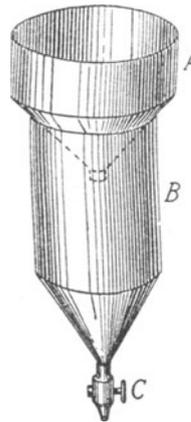


Fig. 223.
Regenmesser.

und dem Sammelgefäß **B**. Durch Öffnen des Hahnes **C** läßt man das Wasser, welches sich in **B** angesammelt hat, in ein Meßglas ablaufen. So oftmal dessen innerer Querschnitt in der Auffangfläche enthalten ist, den sovielten Teil macht die Regenhöhe von der Höhe des Wassers im Meßglas aus.

Ist Schnee in das Auffangegefäß gefallen, so wird er durch Einbringen des Apparates in ein warmes Zimmer zum Schmelzen gebracht.

3. Der einfachste Windstärkemesser ist die **Windfahne von Wild**, welche zugleich die Windrichtung anzeigt. Bei ihr kann sich eine

herabhängende Blechtafel um ihre obere Kante als Achse neben einer Einteilung drehen. Letztere ist aus Stiften hergestellt, welche senkrecht zur Drehachse der Tafel an deren Achsenlager angebracht sind. Vermittels einer Wetterfahne stellt der Wind die Drehachse senkrecht zu seiner Richtung. Je stärker der Wind (d. h. je größer die Windgeschwindigkeit) ist, desto mehr wird die Tafel emporgedreht.

§ 110. Isobaren. Barometrische Maxima und Minima. Wettervorhersage.

1. Um Barometerstände, welche an verschiedenen Orten zur selben Zeit abgelesen werden, miteinander vergleichen zu können, muß man sie nicht nur auf 0° C., sondern auch auf den Meeresspiegel reduzieren, d. h. man muß auch ausrechnen, wie groß die Barometerstände wären, wenn die Orte in der Höhe des Meeresspiegels lägen.

Linien, welche Orte gleicher reduzierter Barometerstände miteinander verbinden, heißen **Isobaren**.

Linien, welche Orte gleicher mittlerer Temperatur (überhaupt oder für einen bestimmten Monat) miteinander verbinden, heißen **Isothermen**. Sie sind von besonderer Wichtigkeit für die Beurteilung des Klimas einer Gegend.

Die Isobaren bilden geschlossene Kurven um Stellen der Erdoberfläche, von denen aus der reduzierte Barometerstand nach allen Richtungen ab- oder zunimmt, d. h., wo er einen größten oder kleinsten Wert besitzt. (**Barometrische Maxima** bzw. **barometrische Minima** oder **barometrische Depressionen**, Fig. 224, 225, S. 240.)

Wegen des überwiegenden Luftdrucks strömt die Luft als Wind von der Stelle eines barom. Maximums nach der Stelle eines benachbarten barom. Minimums. Die Stärke dieses Windes ist an irgendeiner Stelle um so größer, je dichter sich daselbst die Isobaren für gleiche Luftdruckunterschiede aneinanderdrängen.

An der Stelle des Minimums steigt die Luft empor, fließt in der Höhe nach der Stelle des Maximums zurück und sinkt hier zu Boden, um von neuem zur Stelle des Minimums hinzuströmen. (Vergl. die Passat- und Antipassatwinde.)

2. Infolge der Erdumdrehung erfährt jeder Wind, der in irgendeiner Richtung nach dem Äquator hin weht, eine Ablenkung nach Westen, jeder Wind, der in irgendeiner Richtung vom Äquator weg weht, eine Ablenkung nach Osten. (Auf der nördlichen Erdhälfte erfährt also jeder Wind eine Ablenkung nach rechts, auf der südlichen Erdhälfte nach links. Vergl. die Passat- und Antipassatwinde.) Daher:

1) Wenn man auf der nördlichen Erdhälfte in der Richtung des Windes blickt, so hat man die Stelle des barom. Minimums links vor sich, die Stelle des barom. Maximums rechts hinter sich. (**Buys-Ballots Windregel**.)

2) Die Luft, welche von allen Seiten nach der Stelle eines barom. Minimums hinströmt und nach allen Seiten von der Stelle eines barom. Maximums wegströmt, beschreibt dabei spiralig gekrümmte Bahnen, und zwar auf der Nordhälfte der Erde bei einem barom. Minimum entgegengesetzt zur Uhrzeigerbewegung, bei einem barom. Maximum im Sinne der Uhrzeigerbewegung. (**Zyklone** bzw. **Antizyklone**, Fig. 224, 225. Die Pfeile geben hier die Windrichtung, die Federn der Pfeile durch ihre Zahl die Windstärke an.)

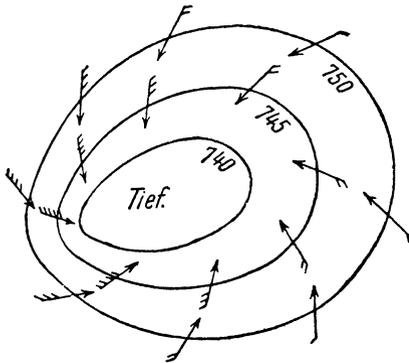


Fig. 224.
Barom. Minimum.

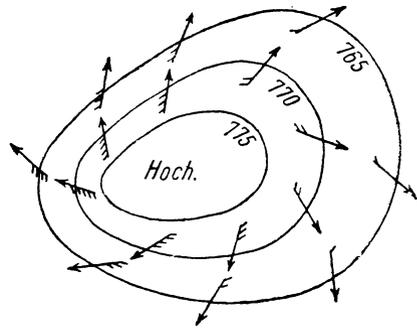


Fig. 225.
Barom. Maximum.

3. Je nachdem der Wind von dem Meere oder aus dem Inneren eines Festlands, aus einer wärmeren oder aus einer kälteren Gegend kommt, ist seine Feuchtigkeit eine größere oder geringere; von dieser Feuchtigkeit aber hängt es ab, ob atmosphärische Niederschläge (Regen, Schnee) eintreten oder nicht. Ferner: Während die barom. Maxima ihren Ort im allgemeinen längere Zeit beibehalten, wechseln die barom. Minima rasch ihre Stelle, wobei sie bestimmte Zugstraßen einzuhalten pflegen. (Die für Europa in Betracht kommenden Minima wandern z. B. meist vom nördlichen atlantischen Ozean über England und Skandinavien nach Rußland.) Daher gestatten die Isobaren der sog. **Wetterkarten**, welche täglich für größere Gebiete hergestellt werden, ziemlich sichere Schlüsse auf die voraussichtliche Witterung einer Gegend während der nächsten Tage. (**Wettervorhersage** oder **Wetterprognose**.)

Eine Wetterkarte gibt eine Übersicht über die derzeitige Wetterlage in ihrem gesamten Gebiet. Sie enthält nämlich außer Isobaren noch für die Hauptorte ihres Gebiets die Angabe von Temperatur, Bewölkung, etwaigen atmosphärischen Niederschlägen, Windrichtung, Windstärke usf.

Witterung an der Stelle eines barom. Minimums und Maximums selbst:

Die an der Stelle eines barom. Minimums emporsteigende Luft kühlt sich infolge ihrer Ausdehnung stark ab, weshalb an der Stelle eines barom. Minimums

meist lebhaftere Wolkenbildung und kräftige atmosphärische Niederschläge auftreten. Wenn dann die Luft an der Stelle eines barom. Maximums herabsinkt, erwärmt sie sich durch Zusammenpressung und wird dadurch relativ trockener: daher herrscht an der Stelle eines barom. Maximums meist heiteres Wetter.

G. Wärmestrahlung.

Zu wiederholen: U., Wärmestrahlung.

§ 111. Die Energie der strahlenden Wärme.

Während bei der Wärmeleitung Wärmeenergie von Körpermolekül zu Körpermolekül übergehen muß — und zwar, wie passende Versuche zeigen, langsam — findet ein solcher Übergang bei der strahlenden Wärme nicht statt. Beweis: Die Wärmestrahlung findet durch schlechte Leiter der Wärme und den leeren Raum hindurch statt, und zwar sehr rasch.

Entfernt man einen Ofenschirm, der sich vor einem geheizten Ofen befindet, oder tritt die Sonne hinter einer Wolke hervor, so spürt man die Wärme des Ofens bzw. der Sonne augenblicklich.

Außerdem treten auch bei der Wärmestrahlung Interferenzerscheinungen auf. Daher Hypothese zur Erklärung der Wärmestrahlung:

Die Wärmeenergie der Körperteilchen breitet sich im Weltäther in Form von harmonischer Schwingungsenergie wellenartig als strahlende Wärme aus.

Vergl. die Ausbreitung des Lichtes.

Zufolge von § 45, 3 beträgt die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der strahlenden Wärme im freien Weltäther 300 000 km.

Da alle Körper Körperwärme besitzen, so vermögen alle Körper Wärme auszustrahlen. Wird die von einem Körper ausgestrahlte Wärme nicht ersetzt, so kühlt er sich ab.

Die Energie der Ätherteilchen bei Wärmestrahlung kann wieder in Wärmeenergie von Körperteilchen übergehen, wodurch die betr. Körper erwärmt werden.

Vergl. das Mittönen. § 60.

§ 112. Diathermane und athermane Körper. Wärmestrahlen.

1. Ein Metallgefäß mit berufter Außenfläche, das mit siedend heißem Wasser gefüllt ist, oder sonst ein heißer, aber nicht glühender Körper mit berufter Oberfläche befindet sich einem empfindlichen „Thermoskop“ gegenüber. Der wärmeempfindliche Bestandteil des Thermoskops sei beruft.

Einrichtung eines Thermoskops einfachster Art:

Wärmeempfindlicher Bestandteil: Ein dünnwandiges Glasgefäß. Dieses geht unten in eine U-förmig gebogene Röhre über und ist sonst allseitig abgeschlossen. Der untere Teil der Röhre ist mit gefärbtem



Fig. 226.
Thermoskop.

Weingeist gefüllt, welcher in dem Gefäß und dem daran sich anschließenden Röhrenteil eine Luftmenge absperrt. Neben dem einen Schenkel der Röhre ist eine Millimeteerteilung angebracht. (Fig. 226.)

Vor den heißen Körper hält man nach der Seite des Thermoskops hin der Reihe nach die verschiedensten Körper, welche den heißen Körper für das Thermoskop vollständig verdecken. Dann erkennt man an diesem Apparat, daß manche Körper strahlende Wärme durch sich hindurchgehen lassen, andere dagegen nicht. (**Durchwärmige** oder **diathermane** bzw. **undurchwärmige** oder **athermane Körper.**)

Vergl. durchsichtige und undurchsichtige Körper.

Soweit undurchwärmige Körper strahlende Wärme, welche bei ihnen ankommt, nicht zurückwerfen, geht diese Wärme in ihnen vollständig in Körperwärme über.

Außer Luft sind z. B. durchwärmig dicke Platten aus Steinsalz, ferner ziemlich dicke Platten aus schwarzem Glas und schwarzem Glimmer, sowie ziemlich dicke Schichten einer Lösung von Jod in Schwefelkohlenstoff (undurchsichtig!).

Undurchwärmig sind z. B. die Metalle bereits in Schichten von sehr geringer Dicke, des weiteren Platten bzw. Schichten von ziemlich geringer Dicke aus wasserhellem Glas, Eis, Alaun, Wasser (durchsichtig!).

Ein durchwärmiger Körper wird von strahlender Wärme, die sich durch ihn hindurch fortpflanzt, nicht merklich erwärmt.

Die Luftschiffer finden auch im Sommer die oberen Schichten der Atmosphäre eisig kalt. Die strahlende Wärme der Sonne erwärmt die Oberflächenschicht der Erde, und von dieser aus wird die atmosphärische Luft erwärmt. — Vergl.: Ein durchsichtiger Körper wird von Licht, das durch ihn hindurchgeht, nicht erleuchtet.

Man kann sich einen durchwärmigen Körper in so dicker Schicht gewählt denken, daß strahlende Wärme nicht durch seine ganze Dicke hindurchzugehen vermag, und einen undurchwärmigen Körper in einer Schicht von so geringer Dicke wählen, daß strahlende Wärme durch ihn hindurchgeht.

Vergl. das Entsprechende für Schall und Licht.

2. Bringt man in gerader Linie zwischen dem heißen Körper und dem wärmeempfindlichen Bestandteil des Thermoskops einen hinreichend großen undurchwärmigen Körper an, so erfährt das Thermoskop von

seiten des heißen Körpers keine Einwirkung. (Experimentelle Bestätigung der geradlinigen Ausbreitung der strahlenden Wärme oder des Vorhandenseins von Wärmestrahlen.)

Hinter jedem undurchwärmigen Körper, der sich einem heißen Körper gegenüber befindet, entsteht ein „Wärmeschatten“.

Beachte noch: Nur wenn Wärmestrahlen unsere Haut treffen, erregen sie in uns die Empfindung von Wärme: an sich sind Wärmestrahlen „unfühlbar“.

§ 113. Zurückwerfung und Brechung von Wärmestrahlen.

1. Daß Wärmestrahlen von einer Körperoberfläche nach dem allgemeinen Gesetz für Wellenstrahlen zurückgeworfen werden, kann auf folgende Weise durch den Versuch nachgewiesen werden:

Zwei metallene Hohlspiegel werden in größerer Entfernung voneinander so aufgestellt, daß sie ihre Spiegelflächen einander zukehren und ihre Achsen zusammenfallen. Im Brennpunkt des einen Spiegels wird der im vorigen § erwähnte heiße Körper, im Brennpunkt des anderen der beruhte wärmeempfindliche Bestandteil eines Thermoskops angebracht. Dann zeigt sich dieses stark beeinflusst. Schiebt man es dagegen zur Seite, ohne seine Entfernung vom Brennpunkt des ersten Spiegels zu ändern, so weist es keine nennenswerte Erwärmung auf. (Fig. 227.)

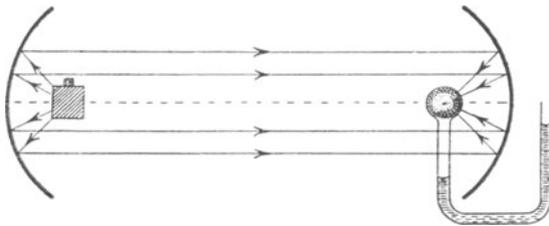


Fig. 227.

Zurückwerfung von Wärmestrahlen.

2. Daß die Brechung von Wärmestrahlen nach dem allgemeinen Gesetz für Wellenstrahlen erfolgt wie diejenige von Lichtstrahlen, läßt sich folgendermaßen durch den Versuch zeigen:

Bei der unter 1. beschriebenen Versuchsanordnung werden die Hohlspiegel durch erhabene Linsen aus Steinsalz ersetzt. Sodann werden der heiße Körper und der wärmeempfindliche Bestandteil des Thermoskops an die Stellen der äußeren Brennpunkte der Linsen gebracht und

hierauf das Thermoskop zur Seite geschoben. Dann sind dieselben Erscheinungen wie bei dem Versuch unter 1. wahrzunehmen. (Fig. 228.)

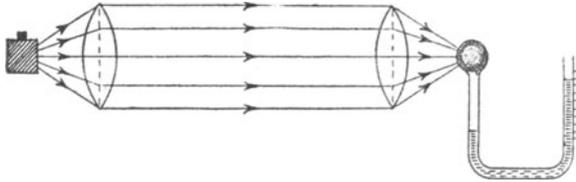


Fig. 228.

Brechung von Wärmestrahlen.

Experimentelle Bestätigung des Reflexions- und des Brechungsgesetzes für Schallstrahlen auf Grund von Versuchsanordnungen, welche denjenigen von Fig. 227 und Fig. 228 entsprechen: Der heiße Körper wird durch eine aufgezogene Taschenuhr, das Thermoskop durch das Ohr ersetzt, welches an die Stelle des wärmeempfindlichen Bestandteils des Thermoskops gebracht wird; ferner ersetzt man die Linsen von Fig. 223 durch linsenförmige Gummisäcke, welche prall mit Kohlensäure angefüllt sind.

§ 114. Das Emissions- und das Absorptionsvermögen der Körper für Wärmestrahlen. Wärmegleichgewicht.

1. Die von einem Körper in einer bestimmten Zeit ausgestrahlte Wärmemenge wächst mit der Temperatur des Körpers. Nachweis etwa auf Grund der in Fig. 227 dargestellten Versuchsanordnung. Diese Wärmemenge ist ferner bei Körpern aus verschiedenen Stoffen unter sonst gleichen Umständen eine verschiedene und bei rauher Körperoberfläche größer als bei glatter, bei dunkler größer als bei heller.

Der Nachweis hierfür kann ebenfalls auf Grund der Versuchsanordnung von Fig. 227 geführt werden. Man benutzt dabei als heißen Körper ein Metallgefäß mit blanker Außenfläche, welches mit siedend heißem Wasser gefüllt ist, und dessen Außenfläche einmal blank gelassen, ein zweites Mal beruht wird. Dann zeigt das Thermoskop im ersten Falle eine ganz geringe, im zweiten eine sehr starke Erwärmung an.

Daher schützt man einen Körper gegen Wärmeverlust durch Strahlung, indem man ihn mit einem polierten Metallüberzug versieht.

Von allen Stoffen besitzt Kienrufs das größte Ausstrahlungs- oder Emissionsvermögen für strahlende Wärme.

Vergl. mit dem stärkeren Ausstrahlen von Wärme aus einem Körper mit rauher Oberfläche das stärkere Ausströmen von Elektrizität aus einem geladenen isolierten Elektrizitätsleiter mit rauher Oberfläche.

2. Die Menge strahlender Wärme, welche von Körpern aus verschiedenen Stoffen oder von verschiedener Oberflächenbeschaffenheit unter sonst gleichen Umständen in einer bestimmten Zeit aufgenommen und

in Körperwärme verwandelt (verschluckt oder absorbiert) wird, ist eine verschiedene. Versieht man nämlich z. B. bei der Versuchsanordnung von Fig. 227 den wärmeempfindlichen Bestandteil des Thermoskops einmal mit einem Überzug aus blankem Metall (Stanniol!), ein zweites Mal mit einem solchen aus Ruß, so weist das Thermoskop im ersten Falle eine ganz geringe, im zweiten eine sehr starke Erwärmung auf.

Weitere Folgerung aus diesem Versuch:

Diejenigen Körper, welche am lebhaftesten Wärmestrahlen aussenden, verschlucken solche auch am stärksten.

Daher Schutz eines Körpers gegen Wärmeaufnahme durch Strahlung, indem man ihn mit einem polierten Metallüberzug versieht! -- Das Tragen heller Kleider im Sommer!

Solche Körper, welche am wenigsten Wärmestrahlen verschlucken und also auch aussenden, werfen derartige Strahlen am stärksten an ihrer Oberfläche zurück oder lassen sie am besten durch sich hindurchgehen. — Vergl. mit dem Gesetz, daß diejenigen Körper, welche am lebhaftesten Wärmestrahlen aussenden, solche auch am stärksten verschlucken, die Erscheinung des Mittönens, § 60, und das Kirchhoffsche Lichtabsorptionsgesetz, § 83, 2.

3. Wenn sich Körper in einem Raume befinden, der gegen die Abgabe und Aufnahme von Wärme durch Leitung und Strahlung geschützt ist, so nehmen die Körper durch Wärmeleitung und -strahlung, welche zwischen ihnen stattfindet, allmählich dieselbe Temperatur an und behalten diese dann bei. Jeder der Körper gibt von da an nämlich an die übrigen in jedem Augenblick durch Strahlung soviel Wärme ab, als er auf dieselbe Weise von ihnen empfängt. (Vorhandensein von „Wärmegleichgewicht“.)

§ 115. Ultrarote und ultraviolette Strahlen und ihre Beziehungen zu den Lichtstrahlen.

1. Aus § 111 wissen wir, daß alle Körper Wärmestrahlen aussenden. Erwärmt man nun einen festen Körper, der zunächst nicht selbstleuchtend ist, so gesellen sich zu den bis dahin von ihm ausgesandten Wärmestrahlen in stetiger Aufeinanderfolge solche von immer stärkerer Brechbarkeit, bis eine Temperatur von (ungefähr) 525°C . erreicht ist. Bei dieser Temperatur treten bei allen Körpern zu den vorher allein abgegebenen Wärmestrahlen rote Lichtstrahlen hinzu. Bei weiterer Erwärmung gesellen sich der Reihe nach orangefarbige, gelbe, grüne, blaue und violette Lichtstrahlen dazu, und zwar bei allen Körpern jedesmal bei derselben Temperatur. Ist die Temperatur bis (ungefähr) 1600°C . gestiegen, so tritt bei allen Körpern Weißglut auf.

Aus der Farbe des Glühens kann man also auf die Temperatur des Körpers schließen.

Das Spektrum eines glühenden Körpers setzt sich sonach über das rote Ende hinaus als Wärmespektrum fort. (**Dispersion der Wärmestrahlung oder Thermochrose; ultrarotes Spektrum, ultrarote Strahlen.**)

Das ultrarote Spektrum eines glühenden Gases oder Dampfes ist kein ununterbrochenes, sondern ein Linienspektrum.

Im ultraroten Spektrum der Sonne oder eines Fixsterns finden sich kältere Stellen. (**Fraunhofersche Linien des ultraroten Spektrums.**)

Die ultraroten Strahlen vermögen nur auf unseren Gefühlssinn zu wirken. (**Dunkle Wärmestrahlen.**) Die Lichtstrahlen wirken nicht nur auf unseren Gesichts-, sondern auch auf unseren Gefühlssinn, und zwar mit abnehmender Stärke von dem roten nach dem violetten Ende des sichtbaren Spektrums hin. (**Leuchtende Wärmestrahlen.**) Die Stelle der stärksten Wärmewirkung befindet sich im ultraroten Spektrum. Von dieser Stelle an nimmt die Stärke der Wärmewirkung nach beiden Seiten hin ab.

2. Wie wir von der Photographie (U.) her wissen, sind die Lichtstrahlen zugleich chemisch wirksame Strahlen, und zwar nimmt ihre chemische Wirkung vom roten nach dem violetten Ende des Spektrums hin zu. (**Leuchtende chemisch wirksame Strahlen.**) Erwärmt man nun einen Körper, dessen Temperatur (ungefähr) 1600°C . beträgt, weiter, so treten zu den von ihm bereits ausgesandten Strahlen wiederum unsichtbare Strahlen hinzu, die eine noch stärkere Brechbarkeit und eine noch stärkere chemische Wirkung besitzen — als die Lichtstrahlen. (**Dunkle chemisch wirksame Strahlen.**)

Da die chemische Wirksamkeit der roten, orangefarbigten und gelben Lichtstrahlen sehr gering ist, setzt man der lichtempfindlichen Schicht photographischer Platten geeignete Farbstoffe („Sensibilisatoren“) zu, welche jene Strahlen verschlucken und dadurch chemisch wirksam machen. (**Orthochromatische Platten.**)

Das sichtbare Spektrum setzt sich somit auch über das violette Ende hinaus als Spektrum der dunklen chemisch wirksamen Strahlen fort. (**Dispersion der dunklen chemisch wirksamen Strahlung; ultraviolette Spektrum, ultraviolette Strahlen.**)

Die Energie chemisch wirksamer Strahlen setzt sich bei einer chemischen Wirkung derselben in chemische Energie um.

Das ultraviolette Spektrum eines glühenden Gases oder Dampfes ist kein ununterbrochenes, sondern ein Linienspektrum.

Das ultraviolette Spektrum der Sonne oder eines Fixsterns weist Stellen geringerer chemischer Wirkung auf. (**Fraunhofersche Linien des ultravioletten Spektrums.**)

Die **Fraunhoferschen** Linien im ultraroten und im ultravioletten Spektrum der Sonne oder eines Fixsterns erklären sich entsprechend wie diejenigen im sicht-

baren Spektrum. Festhalten der Fraunhoferschen Linien, welche sich im Spektralgebiet der chemisch wirksamen Strahlen befinden, auf der photographischen Platte, indem man darauf das Spektrum unter Zuhilfenahme einer erhabenen Linse entstehen läßt und dann die Platte entwickelt und fixiert.

Die verschiedenen Körper sind für ultraviolette Strahlen entweder undurchlässig oder in verschiedenem Grade durchlässig. Die größte Durchlässigkeit für ultraviolette Strahlen kommt unter sonst gleichen Umständen dem Quarz zu.

Vergl. die Undurchlässigkeit bzw. die Durchlässigkeit der Körper für dunkle Wärme- oder ultrarote und Lichtstrahlen.

3. Wie wir sahen, entstehen die ultraroten, die Licht- und die ultravioletten Strahlen gemeinsam und gehen, was Brechbarkeit und Wärme- bzw. chemische Wirkung angeht, ineinander über. Daraus ist zu schliessen, daß alle drei Arten von Strahlen wesensgleich sind. Demnach **besteht auch die ultraviolette Strahlung aus Energie harmonischer Schwingungen, die sich im Äther als Wellenbewegung ausbreitet.**

Aus der Wesensgleichheit der drei Strahlenarten folgt ferner, daß auch die dunklen Wärme- oder ultraroten und die ultravioletten Strahlen Querwellenbewegungen im Äther zugehören.

Mit der Wellennatur der ultravioletten Strahlung stimmt überein, daß auch bei den ultravioletten Strahlen Interferenzerscheinungen beobachtet werden. Ebenso treten bei den ultraroten und den ultravioletten Strahlen entsprechende Polarisationserscheinungen auf wie bei den Lichtstrahlen in Übereinstimmung damit, daß die ultrarote und die ultraviolette Strahlung transversal sind. In der lichtempfindlichen Schicht photographischer Platten endlich hat man auch stehende Wellen chemisch wirksamer Strahlen entstehen zu lassen und nachzuweisen vermocht.

Die ultraroten Strahlen hat man bis herauf zu einer Wellenlänge von rund $\frac{1}{3}$ mm, die ultravioletten bis herab zu einer Wellenlänge von rund 0,0001 mm verfolgen können.

Die ultraroten Strahlen steigen also in ungefähr 9, die ultravioletten in ungefähr 2 Oktaven auf.

Zufolge von § 45, 3 beträgt auch die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der ultravioletten Strahlen im freien Weltäther rund 300000 km.

Da die ultraroten und die ultravioletten Strahlen nicht auf unseren Gesichtssinn wirken, so sind wir alle blind für weniger als 400 und mehr als 800 Billionen Ätherschwingungen in 1 sec.

§ 116. Fluoreszenz und Phosphoreszenz.

In manchen Körpern geht die Energie ultravioletter und sichtbarer (besonders violetter und blauer) Strahlen, die von den Körpern verschluckt worden sind, nicht in Körperwärme oder chemische Energie über. Vielmehr verwandelt sie sich (nach neueren Anschauungen auf

dem Umwege über die Verwandlung in chemische Energie) in Energie von Lichtstrahlen bzw. in Energie von Lichtstrahlen geringerer Brechbarkeit, so daß die betr. Körper leuchten bzw. mit Licht von anderer Farbe leuchten, als das auffallende Licht zu besitzen braucht. Je nachdem dieses Leuchten mit der Bestrahlung der Körper aufhört oder nach dem Aufhören der Bestrahlung noch eine Zeitlang fort dauert, heißt die Erscheinung **Fluoreszenz** oder **Phosphoreszenz**.

Die Farbe des Fluoreszenz- bzw. Phosphoreszenzlichts eines Körpers ist nur von der stofflichen Beschaffenheit des letzteren, nicht aber von der Art oder der Farbe der Strahlung abhängig, welche die Fluoreszenz bzw. Phosphoreszenz bewirkt.

Die Fluoreszenz oder Phosphoreszenz bietet ein Mittel dar zur Sichtbarmachung eines ultravioletten Spektrums. (Erzeugung des Spektrums auf einem fluoreszierenden oder phosphoreszierenden Schirm. Ist es das ultraviolette Sonnenspektrum, und läßt man es unter Zuhilfenahme einer erhabenen Linse entstehen, so können auch seine Fraunhoferschen Linien erkannt werden.)

Beispiele fluoreszierender Körper: Flußspat (Fluorkalzium, daher der Name Fluoreszenz), Fluoreszän, Petroleum, Äskulin, Baryumplatinyanür, Uranglas, eine Auflösung von Blattgrün in Äther (fest und flüssig).

Beispiele phosphoreszierender Körper: Diamant und eine Reihe von Schwefelverbindungen des Baryums, Kalziums und Strontiums (alle fest).

Der Phosphor, von dem der Name Phosphoreszenz genommen ist, phosphoresziert nicht im obigen Sinne. Sein Leuchten im Dunkeln beruht vielmehr auf langsamer Verbrennung. — Vergleich zu Fluoreszenz und Phosphoreszenz aus der Akustik: Die Resonanz hört auf, wenn die sie erregende Tonquelle zum Schweigen gebracht wird, das Mittönen dagegen dauert fort, wenn man die es erregende Tonquelle zum Schweigen bringt.

V. Abschnitt.

Die Lehre vom Magnetismus. (Magnetik.)

Zu wiederholen: U., Magnetik.

§ 117. Magnetische Energie. Einheit der magnetischen Polstärke. Das Coulombsche Gesetz für Magnetismus.

1. Da ein Magnet in stande ist, Eisen nach sich hin in Bewegung zu setzen, so besitzt jeder Magnet zufolge seines magnetischen Zustands Energie (**magnetische Energie**). Bei der Magnetisierung eines Stahlstücks durch Streichen wird ihm magnetische Energie durch Aufwendung von Arbeit erteilt. (Überwindung der Anziehungskraft zwischen dem streichenden Magnetpol und den ungleichnamigen Polen der Molekularmagnete des Stahlstücks!)

2. Die absolute Einheit der Polstärke kommt einem Magnetpol zu, der auf einen gleichstarken Magnetpol in der Entfernung von 1 cm mit der Kraft von 1 Dyn wirkt. (**Einheitspol**.)

Eine gleicharmige Hebelwage, an deren einer Schale ein langer Magnetstab mit seinem einen Ende aufgehängt ist, befinde sich im Gleichgewicht. Lotrecht unter dem Magnetstab werde in lotrechter Lage ein anderer langer Magnetstab angebracht. Gleichzeitig werde durch Auflegen eines Gewichtstücks auf die eine Wagschale dafür gesorgt, daß die Wage im Gleichgewicht bleibt. (Fig. 229.)

Sind beide Magnete gleichstark, und beträgt die Entfernung ihrer benachbarten Pole 1 cm, das Gewicht des aufgelegten Gewichtstücks 1 Dyn, so ist jeder Pol der Magnete ein Einheitspol.

Sind die Pole des einen Magnets Einheitspole, und beträgt die Entfernung der benachbarten Pole der Magnete 1 cm, das Gewicht des

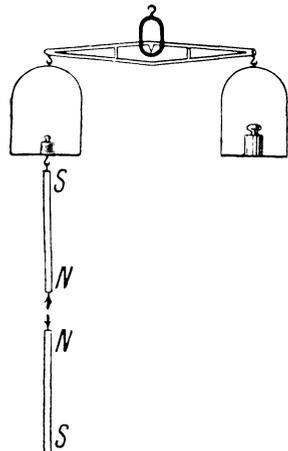


Fig. 229.

aufgelegten Gewichtstücks p Dyn. so kommen jedem Pole des anderen Magnets p absol. Polstärkeeinheiten zu.

Besitzt jeder Pol des einen Magnets p_1 , jeder Pol des anderen Magnets p_2 absol. Polstärkeeinheiten, ist die Entfernung der benachbarten Pole der Magnete gleich r cm, und bezeichnet man das Gewicht des aufgelegten Gewichtstücks mit K Dyn, so ist

$$K = \frac{p_1 \cdot p_2}{r^2}. \text{ Folglich:}$$

Die Kraft, mit der zwei Magnetpole aufeinander wirken, ist dem Produkt ihrer Polstärken direkt, dem Quadrat ihrer Entfernung umgekehrt proportional. (Gesetz von Coulomb, 1785.)

Eine Abstofungskraft zwischen zwei Magnetpolen wird daher positiv, eine Anziehungskraft negativ genommen. (Die Stärke eines magnetischen Nordpols wird als eine positive, diejenige eines magnetischen Südpols als eine negative Größe betrachtet!) — Coulomb wies das nach ihm benannte Gesetz mit einer Drehwaage (§ 13) nach. — Vergl. mit dem Coulombschen Gesetz das Gesetz für die Stärke einer Schallempfindung (U.), das Gesetz für die Stärke der Beleuchtung einer Fläche. § 64, und vor allem das Gravitationsgesetz, § 28.

Aufgaben.

342. Mit welcher Kraft wirken zwei Magnetpole von 100 bzw. 150 absol. Polstärkeeinheiten in einer Entfernung von 10 cm aufeinander?

343. Wie stark ist jeder von zwei gleichstarken Magnetpolen, welche in einer Entfernung von 5 cm mit einer Kraft von 64 Dyn aufeinander wirken?

344. In welcher Entfernung üben zwei Magnetpole von 900 bzw. 981 absol. Polstärkeeinheiten eine Kraft von 1 g aufeinander aus?

§ 118. Das magnetische Feld.

1. Der Bereich, innerhalb dessen Magnete wirken, heißt ihr **magnetisches Feld (Kraftfeld)**.

Theoretisch reicht ein magnetisches Feld bis ins Unendliche; praktisch besitzt es eine Grenze wegen der raschen Abnahme einer magnetischen Wirkung mit zunehmender Entfernung.

Für die vollständige Kenntnis eines magnetischen Feldes ist zweierlei notwendig und hinreichend:

a) Man muß für jede Stelle des Feldes die Richtung der Kraft kennen, welche daselbst auf einen magnetischen Nordpol ausgeübt wird. (Auf einen gleichstarken magnetischen Südpol wird eine ebenso große Kraft von entgegengesetzter Richtung ausgeübt.)

b) Man muß die Größe dieser Kraft kennen, wenn der Pol ein Einheitspol ist.

Die auf den Einheitspol ausgeübte Kraft, gemessen in Dyn, dient als absol. Maß für die „**Stärke**“ („**Intensität**“) **des Feldes** an der betr. Stelle.

An einer Stelle eines magnetischen Feldes von der absol. Stärke J erfährt also ein Magnetpol von p absol. Einheiten eine Kraftwirkung von $J \cdot p$ Dyn.

Die Krafrichtung an einer Stelle eines magnetischen Feldes wird angezeigt von einer sehr kleinen (nicht blofs um eine lotrechte Achse drehbaren, sondern) vollkommen frei beweglichen Magnetnadel.

Die Nadel stellt sich in die Richtung der Resultierenden der Kräfte, welche die Feldmagnetpole auf die Nadelpole ausüben. — Ein Magnetstäbchen sei um eine wagrechte Achse drehbar, welche durch seinen Schwerpunkt geht, und deren Schere an einem langen und dünnen Faden aufgehängt ist. Dann ist das Stäbchen eine (nahezu) vollkommen frei bewegliche Magnetnadel.

2. Bewegt man die Nadel so, daß ihr Schwerpunkt immer ein wenig in der jeweiligen Richtung ihrer Achse fortschreitet, so bleibt letztere fortgesetzt Tangente an eine bestimmte Kurve. Diese gibt also für jeden ihrer Punkte die Krafrichtung im magnetischen Felde an und heißt daher eine **magnetische Kraftlinie**.

Ein magnetisches Feld ist vollständig von magnetischen Kraftlinien erfüllt. Aus der Lagerung der Moleküle eines Magnets folgt, daß die Kraftlinien eines magnetischen Feldes auch die Magnete des Feldes durchziehen, also geschlossene Kurven bilden.

Unter der Richtung einer magnetischen Kraftlinie versteht man die Richtung, in der sich längs der Linie ein magnetischer Nordpol zu bewegen sucht.

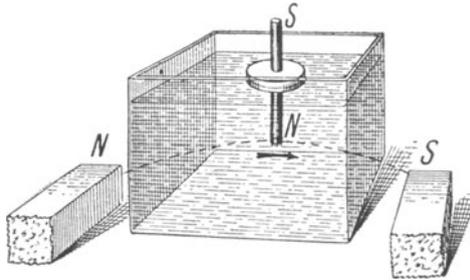


Fig. 230.

Bewegung eines Magnetpols längs einer magn. Kraftlinie.

Auf einem Gefäß voll Wasser schwimme eine Korkscheibe mit durchgestecktem Magnetstab. Man bringe das Gefäß so zwischen die Pole eines kräftigen Hufeisenmagnets, daß sie sich mit dem unteren Pole des Stabes in gleicher Höhe befinden. Dann bewegt sich dieser Pol längs einer magnetischen Kraftlinie nach dem ungleichnamigen Polende des Hufeisenmagnets hin. (Fig. 230.)

Man kann magnetische Kraftlinien, welche in einer wagrechten Ebene verlaufen, auf folgende Weise sichtbar machen: Man bringt an die

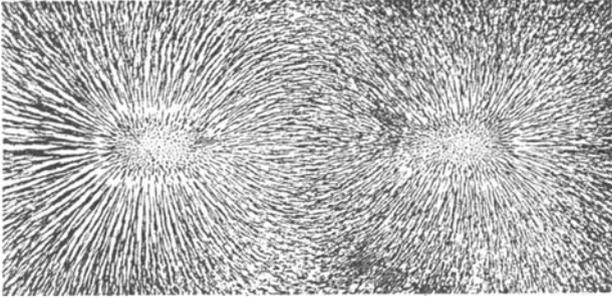


Fig. 231.
Kraftfeld eines Stabmagnets.

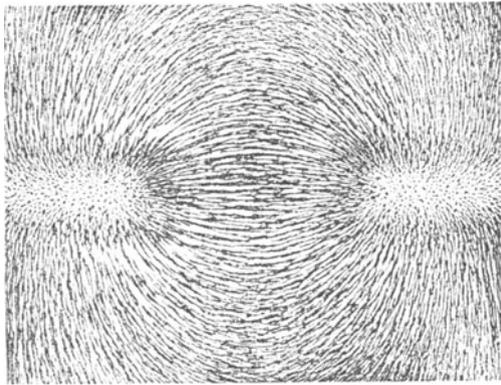


Fig. 232.
Kraftfeld zwischen ungleichnamigen Polen zweier Magnete.

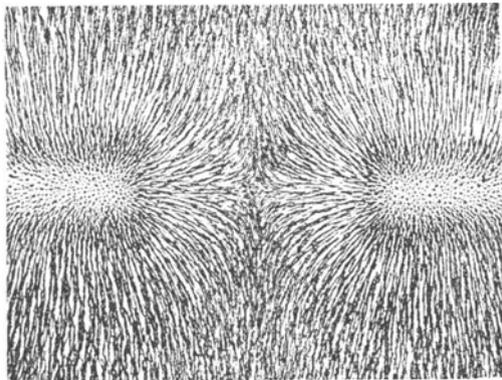


Fig. 233.
Kraftfeld zwischen gleichnamigen Polen zweier Magnete.

Stelle dieser Ebene ein Kartonblatt und streut darauf unter schwachem Erschüttern des Blattes Eisenfeilspäne; dann ordnen sich diese zu magnetischen Kraftlinien. (Fig. 231, 232, 233, S. 252.) Erklärung?

Der Verlauf der magnetischen Kraftlinien in Fig. 232 und 233 zeigt im Verein mit der Wirkung ungleichnamiger bzw. gleichnamiger Magnetpole aufeinander die Gültigkeit der Gesetze:

Magnetische Kraftlinien suchen sich zu verkürzen.

Zwischen benachbarten magnetischen Kraftlinien findet Abstoßung statt.

(Zwangszustand in einem magnetischen Felde: Zug in der Richtung der magnetischen Kraftlinien, Druck senkrecht zu ihnen)

3. Man benutzt die Kraftlinien eines magnetischen Feldes auch zur Darstellung seiner Stärke an irgendeiner Stelle. Zu diesem Zwecke faßt man die Kraftlinien zu Bündeln zusammen, und zwar so, daß auf ein zu den Kraftlinien senkrecht q cm soviele Bündel entfallen, als die Feldstärke an der betr. Stelle Einheiten besitzt; sodann denkt man sich jedes Bündel durch eine einzige Kraftlinie (**Einheitslinie**) dargestellt. (Fig. 234.)

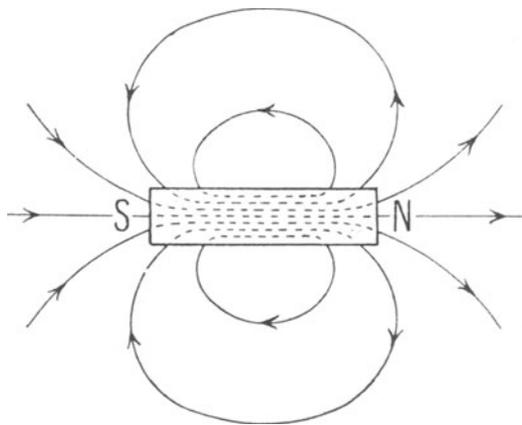


Fig. 234.
Magnetische Einheitslinien.

Die Feldstärke wird also durch die Häufung der Einheitslinien gekennzeichnet. Vergl. die Kennzeichnung der Windstärke durch die Häufung der Isobaren. § 110. 1.

Bei einem sehr langen und dünnen Magnetstab kann man in der Nähe jedes seiner Pole die Kraftlinien seines Feldes als gerade Linien betrachten, welche sich in dem Pole treffen. („Einpuliges“ magnetisches Feld) Besitzt nun der Pol p Polstärkeeinheiten, so ist nach 1. in 1 cm Abstand von ihm die Stärke des magnetischen Feldes gleich p Einheiten. In diesem Abstand gehen also durch jedes zu den Kraftlinien senkrecht q cm p Einheitslinien. Alle Punkte in 1 cm Abstand von dem Pole liegen aber auf einer Kugelfläche, deren Inhalt 4π qcm beträgt. Mithin enthält das Feld eines Magnetpols von p absol. Polstärkeeinheiten $4\pi p$.

Einheitslinien. In r cm Abstand von dem Pole kommen sonach auf ein zu den Kraftlinien senkrecht q cm $\frac{4 \pi p}{4 \pi r^2} = \frac{p}{r^2}$ Einheitslinien in Übereinstimmung mit dem Coulombschen Gesetz.

Die Einheitslinien, welche einem beliebigen Kraftlinienbündel zugehören, stellen zusammen die in dem Raume des Bündels stattfindende „Kraftströmung“ dar.

Ein Teil eines magnetischen Feldes, innerhalb dessen die magnetischen Einheitslinien als gleichweit voneinander abstehende parallele Geraden betrachtet werden können und demnach die Feldstärke konstant ist, heißt ein **homogenes magnetisches Feld**. Beispiele: Das Feld eines kräftigen Hufeisenmagnets zwischen seinen Endstücken; das magnetische Feld der Erde innerhalb eines Raumes von mälsiger Ausdehnung.

Aufgaben.

345. Welche Kraftwirkung erfährt ein Magnetpol von 5 absol. Polstärkeeinheiten an einer Stelle eines magnetischen Feldes von 500 absol. Feldstärkeeinheiten?

346. Wie groß ist die Stärke eines homogenen magnetischen Feldes, das auf einen Magnetpol von 8 absol. Polstärkeeinheiten mit einer Kraft von 4800 Dyn wirkt?

347. Wie stark ist ein Magnetpol, der an einer Stelle eines magnetischen Feldes von 700 absol. Feldstärkeeinheiten eine Kraftwirkung von 6300 Dyn erfährt?

248. Wie groß ist die Stärke eines magnetischen Feldes an einer Stelle, an welcher eine Fläche von 5 qcm Größe von 2 Einheitslinien senkrecht geschnitten wird?

§ 119. Eisen in einem magnetischen Felde. Para- und diamagnetische Körper.

1. Ein Stück Schmiedeeisen werde in ein magnetisches Feld gebracht. Dadurch wird das Feld geändert, weil das Eisenstück durch

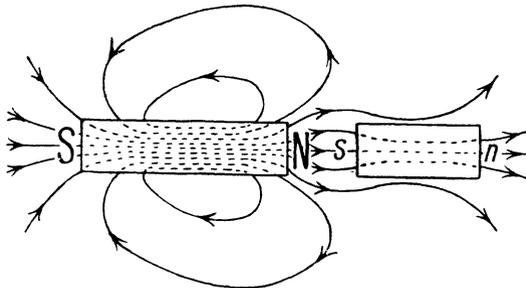


Fig. 235.

Eisen in einem magnetischen Felde.

Influenz selbst zu einem Magnet wird. Die Änderung besteht darin, daß durch den Raum, welchen das Eisenstück einnimmt, jetzt mehr

Kraftlinien des ursprünglichen Feldes hindurchgehen als vorher (durch den umliegenden Raum weniger). Das Eisenstück verdichtet (konzentriert) folglich die Kraftlinien, oder es hat eine größere Durchlässigkeit (Leitfähigkeit, **Permeabilität**) für sie als Luft. (Fig. 235, S. 254.) Nachweis vermittels eines Kartonblattes mit aufgestreuten Eisenfeilspänen.

Durch Verbringen eines Eisenstücks an eine Stelle eines magnetischen Feldes wird also daselbst die Feldstärke vergrößert (in der Umgebung die Feldstärke verkleinert).

Die Kraftlinien eines Magnets, welche in eine Eisenplatte durch eine Fläche eintreten, verlaufen in der Platte nach deren Rande hin; daher „magnetische Schirmwirkung“ der Platte für den Raum hinter ihr! (Fig. 236) (Nichtstattfinden der Anziehung zwischen einem Magnet und Eisen durch Eisen hindurch in U.)

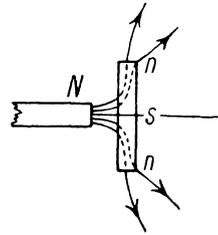


Fig. 236.
Magnetische
Schirmwirkung.

Beim Anlegen eines Ankers an einem Hufeisenmagnet tritt fast das ganze Kraftfeld des letzteren in den Anker ein. (Fast die gesamte Kraftströmung verläuft also im Inneren des gebildeten Ringes.)

2. Versuche mit kräftigen Elektromagneten ergeben, daß ein Magnet nicht nur auf unmagnetisches Eisen und einen anderen Magnet, sondern auf jeden Körper eine Kraftwirkung ausübt, und zwar werden unmagnetische Körper entweder (wie unmagnetisches Eisen) von beiden Polen eines Magnets angezogen oder von beiden Polen desselben abgestoßen. (**Paramagnetische** bzw. **diamagnetische Körper**; Faraday 1845.)

Nach Eisen sind am stärksten paramagnetisch Nickel und Kobalt; am stärksten diamagnetisch sind Wismut und Antimon.

Jeder paramagnetische Körper ist für magnetische Kraftlinien stärker durchlässig, jeder diamagnetische Körper weniger stark durchlässig als der leere Raum.

§ 120. Der Erdmagnetismus.

1. Eine Magnetnadel, welche bloß um eine lotrechte Achse drehbar ist, heißt eine **Deklinationnadel**.

Die magnetische Achse einer Deklinationnadel weist im magnetischen Felde der Erde nicht überall die genaue Nord-Süd-Richtung auf, sondern weicht von dieser an den meisten Orten um einen gewissen Winkel ab, den man **Mifsweisung** oder **Deklination** nennt. Gemäß Übereinkunft bezieht man den Sinn der Deklination auf den Nordpol der Nadel. (Östliche oder westliche Deklination.)

Erste Beobachtung der Deklination durch Columbus 1492.

Die Vertikalebene, welche durch die Ruhelage der magnetischen Achse einer Deklinationsnadel bestimmt ist, wird **magnetischer Meridian** des Ortes der Nadel genannt.

Linien, welche Orte gleicher Deklination miteinander verbinden, heißen **Isogonen**.

Wichtigkeit der Isogonenkarten für die Seeschifffahrt! — Wie verhält sich eine Deklinationsnadel an den Stellen der magnetischen Pole der Erde?

2. Eine vollkommen frei bewegliche Magnetnadel heißt eine **Inklinationsnadel**.

Eine Inklinationsnadel stellt sich im erdmagnetischen Felde ebenfalls in den magnetischen Meridian ihres Ortes ein; dabei bildet ihre magnetische Achse im allgemeinen mit der Horizontalrichtung einen Winkel, welcher **Inklination** genannt wird.

Die magnetische Achse der Nadel stellt sich in die Richtung der Kraftlinien des magnetischen Feldes der Erde. — Die Inklination wurde zuerst 1543 von Hartmann in Nürnberg beobachtet.

Linien, welche Orte gleicher Inklination miteinander verbinden, heißen **Isoklinien**. Sie verlaufen im ganzen von Westen nach Osten.

Diejenige Isoklinie, für welche die Inklination gleich Null ist, heißt **magnetischer Äquator**. Sie schneidet den geographischen Äquator in zwei Punkten, welche einander nicht diametral gegenüberliegen.

Auch die magnetischen Pole der Erde liegen einander nicht diametral gegenüber.

Die Inklination nimmt vom magnetischen Äquator nach den magnetischen Polen der Erde hin zu. Nördlich vom magnetischen Äquator kehrt eine Inklinationsnadel ihren Nordpol, südlich davon ihren Südpol nach unten.

Wie verhält sich eine Inklinationsnadel über einem magnetischen Pol der Erde?

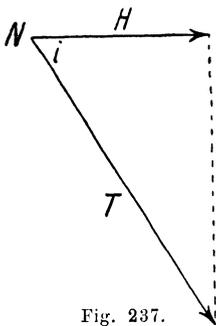


Fig. 237.

3. Auf einen Pol einer Inklinationsnadel wirkt die ganze Stärke des erdmagnetischen Feldes (**Totalintensität des Erdmagnetismus**), auf einen Pol einer Deklinationsnadel nur die horizontale Komponente dieser Stärke (**Horizontalintensität** oder **Horizontalkomponente des Erdmagnetismus**). Ist an einem Orte die Totalintensität des Erdmagnetismus gleich T, seine Horizontalintensität gleich H absol. Einheiten und die Inklination gleich i (Fig. 237), so ist

$$H = T \cdot \cos i.$$

Linien, welche Orte gleicher Totalintensität des Erdmagnetismus miteinander verbinden, heißen **Isodynamen**.

4. Die Größen der „erdmagnetischen Elemente“ (Deklination, Inklination und Intensität) sind an jedem Ort drei Arten periodischer Änderungen unterworfen, nämlich täglichen, jährlichen und säkularen, d. h. solchen, die sich über längere Zeiträume erstrecken. (**Variationen** der erdmagnetischen Elemente.) Außerdem treten unregelmäßige Änderungen der erdmagnetischen Elemente stets gleichzeitig mit sog. Polarlichtern (Nord- und Südlicht), zuweilen auch bei Erdbeben und Gewittern auf. (**Störungen** der erdmagnetischen Elemente.)

Die säkularen Variationen der Deklination erstrecken sich auch auf deren Sinn.

Derzeitiger Betrag von Deklination und Inklination z. B. für Berlin: rund 9° bzw. 66° .

Aufgaben.

349. Auch der Erdmagnet wirkt natürlich auf ein unmagnetisches Eisenstück influenzierend. („Magnetismus der Lage“.) In welche Lage muß man einen Eisenstab bringen, damit die Erde bei seinen Enden möglichst starke Magnetpole hervorruft?

350. In welchem Verhältnis stehen Horizontal und Totalintensität des Erdmagnetismus zueinander bei einer Inklination von 60° ?

351. Wie groß ist die Totalintensität des Erdmagnetismus an einem Orte, wo die Horizontalintensität gleich 0,19 absol. Einheiten, die Inklination gleich 66° ist?

VI. Abschnitt.

Die Lehre von der Elektrizität. (Elektrik.)

A. Reibungs- und Influenzelektrizität.

Zu wiederholen: U., Reibungs- und Influenzelektrizität.

§ 121. Elektrische Energie. Influenzelektriermaschinen.

1. Aus dem entsprechenden Grund wie ein Magnet zufolge seines magnetischen Zustands, besitzt ein elektrischer Körper zufolge seines elektrischen Zustands Energie. Name derselben: **Elektrische Energie**. Bei der Elektrisierung eines Körpers durch Reibung und der Ladung eines isolierten Leiters der Elektrizität durch Influenz wird ihm elektrische Energie durch Aufwendung von Arbeit erteilt. (Überwindung der Anziehungskraft zwischen ungleichnamigen Elektrizitäten!)

2. Bei gleichem Arbeitsaufwand wird durch Influenz weit mehr elektrische Energie hervorgebracht als durch Reibung, da bei der Ladung eines isolierten Leiters durch Influenz kein Reibungswiderstand zu überwinden ist. Daher sind auch Reibungselektriermaschinen viel weniger leistungsfähig als sog. **Influenzelektriermaschinen**. Hauptformen der letzteren: **Die Maschinen von Holtz, Töpler und Wimshurst**.

a) Die Influenzelektriermaschine von Holtz. (1865.)

Einrichtung:

Dicht vor einer feststehenden kreisrunden Glasscheibe und parallel zu ihr ist eine zweite kreisrunde Glasscheibe angebracht, welche um ihre Achse drehbar ist. (Fig. 238, S. 259.) Beide Scheiben sind gefirnißt. Dicht vor der vorderen Scheibe befindet sich links und rechts in wag-rechter Lage ein isolierter kleiner Messingzylinder, welcher nach der Scheibe hin Metallspitzen trägt. Jeder der Zylinder setzt sich nach vorne in einen Messingarm fort, der an seinem (kugelförmigen) Ende von links nach rechts durchbohrt ist. In den Durchbohrungen können zwei Messingstäbe hin- und hergeschoben werden, welche an ihren äußeren Enden mit isolierenden Griffen, an ihren inneren Enden mit Messing-

kugeln, den sog. Polen der Maschine, versehen sind. Die hintere Scheibe besitzt unterhalb des linken und oberhalb des rechten Messingzylinders je einen Ausschnitt und den Zylindern gegenüber auf der Rückseite zwei Papierbeläge. Von jedem dieser Beläge ragt eine Papierspitze in den zugehörigen Ausschnitt hinein.

Wirkungsweise :

Um die Maschine in Betrieb zu setzen, bringt man die Pole zur Berührung, erteilt etwa dem r. Belag eine neg. Ladung und dreht die vordere Scheibe im Sinne der Uhrzeigerbewegung (also den Papierspitzen entgegen). Durch Influenz wird aus dem r. Messingzylinder neg. Elektrizität nach dem r. Pol getrieben und pos. Elektrizität in die r. Metallspitzen gezogen, aus denen sie auf die Vorderseite der vorderen

Scheibe ausströmt. Die ausgeströmte Elektrizität wirkt influenzierend auf den r. Belag. Folge: Die Ladung des Belages wird verstärkt und pos. Elektrizität durch die r. Papierspitze auf die Rückseite der vorderen Scheibe getrieben. Geht nun die beiderseits pos. elektrisch gewordene Scheibe an der l. Papierspitze und den l. Metallspitzen vorbei, so findet durch Spitzenwirkung folgendes statt: Der l. Belag lädt sich positiv, es strömt pos. Elektrizität nach dem l. Pol, und die Scheibe wird beiderseits wieder unelektrisch. (Die nach den Polen strömenden entgegengesetzten Elektrizitäten neutralisieren einander.) Nunmehr finden links mit vertauschten Rollen der beiden Elektrizitäten genau die entsprechenden Vorgänge statt wie vorher rechts. Geht die hierbei auf beiden Seiten neg. elektrisch gewordene vordere Scheibe an der r. Papierspitze und den r. Metallspitzen vorüber, so wird durch Spitzenwirkung die Ladung des r. Belags verstärkt, es strömt neg. Elektrizität nach dem r. Pol, und die Scheibe wird beiderseits wieder unelektrisch. Sodann wird die Scheibe in verstärktem Maße beiderseits wieder pos. elektrisch und bewirkt deshalb einen verstärkten Zuwachs der Ladung des l. Belags usw. Die Ladungen der Beläge nehmen aber nur solange zu, bis die mit ihnen wachsenden Elektrizitätsverluste (besonders an die Luft) den Elektrizitätsgewinnen gleichkommen. Ist die Maschine gehörig im Gange, so kann

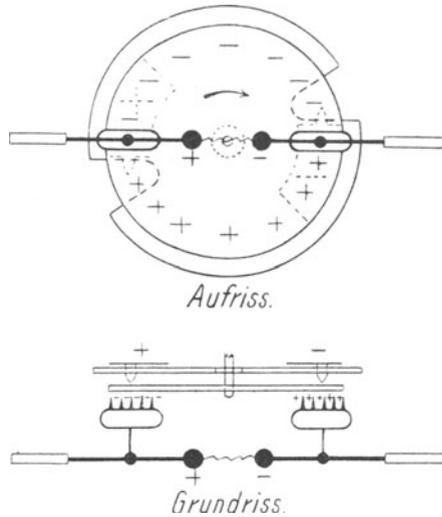


Fig. 238.

Influenzmaschine von Holtz.

man ihre Pole bis zu einer gewissen Entfernung auseinanderziehen; die unaufhörlich nach ihnen fließenden entgegengesetzten Elektrizitäten gleichen sich dann durch die Luft hindurch in Form eines Funkenstromes aus.

b) Die selbsterregende Influenzelektrisiermaschine von Töpfer.
(Fig. 239).

Unterschied von der Holtzschen Maschine:

Der hinteren Scheibe fehlen die Ausschnitte und den Papierbelägen die Spitzen. Dafür erstreckt sich der l. Belag weiter nach unten, der r. weiter nach oben. Vom unteren Ende des l. und vom oberen des r. Belags geht je ein gebogenes Metallstäbchen aus, das in einem Metallpinsel endet. Die Pinsel schleifen auf der Vorderseite der vorderen Scheibe und kommen dabei mit kreisförmigen Stanniolstücken in Berührung, welche hier aufgeklebt sind.

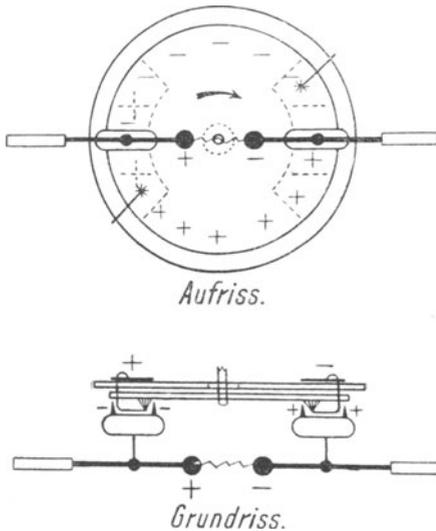


Fig. 239.

Influenzelektrisiermaschine von Töpfer.

Wirkungsweise:

Um die Maschine in Tätigkeit zu setzen, bringt man die Pole zur Berührung und dreht die vordere Scheibe im Sinne der Uhrzeigerbewegung. Dem einen Belag eine künstliche elektrische Ladung zu erteilen, ist meist nicht erforderlich, da ein isolierter Leiter ohne scharfe Spitzen oder Kanten durch irgendwelche äußere Einwirkung bereits eine

schwache elektrische Ladung zu enthalten pflegt. Angenommen, der l. Belag sei schwach pos., der r. schwach neg. elektrisch. Dann fließt aus den l. Metallspitzen neg., aus den r. pos. Elektrizität auf die Vorderseite der vorderen Scheibe, während pos. Elektrizität aus dem l. Zylinder nach dem l. Pol, neg. Elektrizität aus dem r. Zylinder nach dem r. Pol strömt. Von dem l. Pinsel wird die pos., von dem r. die neg. Elektrizität der vorderen Scheibe aufgenommen und dem zugehörigen Belag zugeführt, wodurch dessen Ladung verstärkt wird, usf.

c) Die selbsterregende Influenzelektrisiermaschine von Wimshurst.

Unterschied von den beiden Maschinen unter a) und b):

Die Scheiben bestehen meist aus Ebonit (= Hartgummi) und sind beide drehbar. (In Figur 240 sind der besseren Übersicht halber die Scheiben durch zylindermantelförmige Platten ersetzt gedacht.) Die hintere Scheibe besitzt keine Ausschnitte: auch fehlen die Papierbeläge und die Papierspitzen. Dafür sind beide Scheiben auf ihren Außenseiten gleichmäßig mit radial verlaufenden Stanniolstreifen beklebt. Vor der vorderen Scheibe ist von links oben nach rechts unten, hinter der hinteren von rechts oben nach links unten je ein Metallstab fest angebracht, der an seinen Enden Metallpinsel trägt. Diese schleifen auf der ihnen benachbarten Scheibe und kommen dabei mit deren Stanniolstreifen in Berührung. Links und rechts befindet sich auch hinter der hinteren Scheibe je ein Messingzylinder, der durch einen Messingarm mit dem entsprechenden vorderen Zylinder verbunden und nach vorne mit Metallspitzen versehen ist.

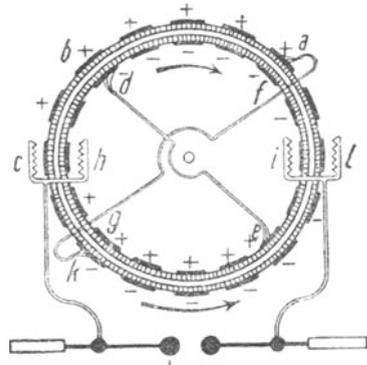


Fig. 240.

Influenzelektriermaschine von Wimshurst.

Wirkungsweise:

Zur Inbetriebsetzung der Maschine werden die Scheiben in entgegengesetztem Sinne gleichrasch gedreht. Die Stanniolstreifen zwischen a und b mögen etwa eine schwache pos. Ladung besitzen. Indem sie sich nach links weiterbewegen, gelangen die ersten derselben zwischen b und c. Beim Vorübergehen an dem Pinsel d ziehen sie aus diesem neg. Elektrizität und stoßen pos. Elektrizität aus dem Pinsel e aus. Dadurch werden die Streifen zwischen d und f neg., diejenigen zwischen e und g pos. elektrisch. Die ersten dieser Streifen gelangen bei der Weiterbewegung zwischen f und i bzw. zwischen g und h. Beim Vorübergang an den Pinseln a und k bewirken sie das Ausströmen positiver Elektrizität aus a und negativer aus k. Diese Elektrizitäten wandern mit den Streifen bezügl. von a nach c und von k nach l und wirken beim Vorübergehen auf die Pinsel d und e usw. Die Stanniolstreifen beider Scheiben kommen also fortgesetzt links pos., rechts neg. elektrisch an. Durch Spitzenwirkung wird daher ununterbrochen dem l. Pol pos., dem r. neg. Elektrizität zugetrieben, während gleichzeitig die Streifen wieder unelektrisch werden.

Bei einer Influenzelektriermaschine kann man im Dunkeln schön beobachten, daß an Spitzen beim Ausströmen positiver Elektrizität Lichtbüschel, beim Ausströmen negativer Elektrizität Fünkchen auftreten. (Elektrisches Büschel- bzw. Glimmlicht.)

Mittel, die Funken zwischen den Polen einer Influenzelektriermaschine viel kräftiger und viel „länger“ (die „Funkenweite“ oder „Schlagweite“ der Maschine viel größer) zu machen: Man verbindet den einen Pol der Maschine leitend mit dem äußeren, den anderen Pol mit dem inneren Belag einer Leydener Flasche, oder man setzt die Pole mit den inneren Belägen zweier Leydener Flaschen in leitende Verbindung, deren äußere Beläge leitend verbunden sind. (Verwendung von „Verstärkungsflaschen“.) Setze die dabei stattfindenden Vorgänge auseinander! Dafür, daß die Funken kräftiger und länger sind, ist ihre Zahl entsprechend kleiner.

§ 122. Die elektrostatische Einheit der Elektrizitätsmenge und Coulombs Gesetz für Elektrizität. Die elektrische Dichte. Das elektrische Feld.

1. Die absolute elektrostatische Einheit der Elektrizitätsmenge ist diejenige Elektrizitätsmenge, welche auf eine gleichgroße Elektrizitätsmenge in der Entfernung von 1 cm mit der Kraft von 1 Dyn wirkt.

Zwei Elektrizitätsmengen von e_1 und e_2 elektrost. Einheiten mögen r cm voneinander entfernt sein. Die Kraft, mit welcher die Elektrizitätsmengen aufeinander wirken, werde mit K Dyn bezeichnet. Dann ist

$$K = \frac{e_1 \cdot e_2}{r^2}, \text{ d. h. :}$$

Die Kraft, mit der zwei Elektrizitätsmengen aufeinander wirken, ist ihrem Produkt direkt und dem Quadrat ihrer Entfernung umgekehrt proportional. (Gesetz von Coulomb, 1787.)

Nachweis in entsprechender Weise wie für das Coulombsche Gesetz für Magnetismus. (S. § 117, 2. Die Magnete werden durch kleine elektrisierte Metallkugeln ersetzt.)

Zufolge des obigen Gesetzes wird eine Abstofungskraft zwischen zwei Elektrizitätsmengen positiv, eine Anziehungskraft negativ genommen. (Eine positive Elektrizitätsmenge wird als eine positive, eine negative Elektrizitätsmenge als eine negative Größe betrachtet!) — Coulomb wies das nach ihm benannte Gesetz für Elektrizität ebenfalls mit einer Drehwaage nach. — Die Anziehungskraft zwischen zwei ungleichnamigen Magnetpolen oder Elektrizitätsmengen erscheint, streng genommen, um die (verschwindend kleine) Gravitationskraft zwischen den Massen der Magnete bzw. der elektrischen Körper vermehrt, die Abstofungskraft zwischen zwei gleichnamigen um dieselbe Gravitationskraft vermindert.

2. Unter der elektrischen Dichte an einer Stelle der Oberfläche eines geladenen isolierten Leiters versteht man diejenige Elektrizitätsmenge, welche daselbst auf eine Flächeneinheit kommt.

Die Ladung eines kugelförmigen isolierten Leiters betrage e elektrost. Einheiten und seine Oberfläche f qcm. Dann ist die elektrische Dichte an jeder Stelle seiner Oberfläche gleich $\frac{e}{f}$ absol. elektrost. Einheiten.

3. Die Ausführungen, welche im V. Abschnitt über das magnetische Feld gemacht wurden, lassen sich ohne weiteres auf das **elektrische Feld** elektrischer Körper übertragen. Zu diesem Behuf ist blofs an die Stelle eines magnetischen Nordpols ein positiv elektrischer, an die Stelle eines magnetischen Südpols ein negativ elektrischer Körper, an die Stelle des magnetischen Einheitspols die elektrostatische Einheit der Elektrizitätsmenge zu setzen und statt einer vollkommen frei beweglichen Magnetnadel ein sehr kleines Schellackstäbchen zu verwenden, das in der Mitte an einem langen und dünnen Faden aufgehängt ist.

Die Kraftlinien des elektrischen Feldes geladener isolierter Leiter sind jedoch keine geschlossenen Kurven. (Ein geladener isolierter Leiter besitzt nicht die entsprechende innere Beschaffenheit wie ein Magnet!) Das elektrische Feld geladener isolierter Leiter befindet sich also ganz in den sie umgebenden Nichtleitern; daher der Name **Dielektrika** für Nichtleiter.

Die Kraftlinien des elektrischen Feldes eines geladenen isolierten Leiters von Kugelform sind z. B. die Verlängerungen seiner Radien.

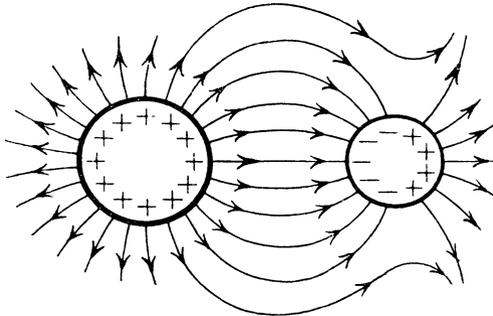


Fig. 241.

Ein nicht geladener Leiter in einem elektrischen Felde.

Bringt man einen nicht geladenen Leiter in ein elektrisches Feld, so zieht er Kraftlinien des Feldes nach sich hin. (Fig. 241. Der Leiter wird elektrisch influenziert!)

Man kann elektrische Kraftlinien auf folgende Art sichtbar machen: Man läßt ein elektrisches Feld in Terpentinöl entstehen, in welchem pulverisiertes Chininsulfat aufgerührt ist. Dann ordnen sich die Chininsulfatteilchen zu elektrischen Kraftlinien. Erklärung?

Wie jeder Magnet ein magnetisches und jeder elektrische Körper ein elektrisches Kraftfeld, so besitzt jede Masse wegen der Gravitationskraft, die sie auf eine andere Masse ausübt, um sich herum ein Gravitationskraftfeld (Gravitationsfeld). Beispiel: Das Gravitationsfeld der Erde. Welches sind dessen Kraftlinien, die Erde als vollkommene Kugel vorausgesetzt?

§ 123. Das elektrische Potential eines Leiters.

1. Aus unendlich großer Entfernung werde eine positive elektrost. Einheit der Elektrizitätsmenge nach einer Stelle eines geladenen isolierten Leiters gebracht. **Die dabei geleistete Arbeit ist ein Maß für das Potential des Leiters.**

Diese Arbeit wird gegen die elektrischen Kräfte des Leiters geleistet, wenn er positiv, dagegen von seinen elektrischen Kräften, wenn er negativ geladen ist. Da man das Potential im ersten Falle als positiv betrachtet, so wird es im zweiten Falle als negativ bezeichnet. Das Potential eines unelektrischen Leiters ist überall gleich Null, da er keine elektrische Kraftwirkung ausübt.

Das Potential eines geladenen isolierten Leiters ist der Stärke seiner Ladung proportional.

Beträgt die obengenannte Arbeit 1 Erg, so kommt dem betr. Leiter die **absolute elektrost. Einheit des Potentials** zu.

Das Potential eines geladenen isolierten Leiters sei gleich V elektrost. Einheiten, und es mögen e elektrost. Einheiten der Elektrizitätsmenge aus unendlicher Entfernung auf den Leiter gebracht werden. Dann ist die dabei geleistete Arbeit gleich $V \cdot e$ Erg.

$\frac{1}{300}$ **absol. elektrost. Einheit des Potentials dient als praktische Einheit des Potentials und heißt 1 Volt.**

Zur Verschiebung einer Elektrizitätsmenge innerhalb eines Leiters ist keine Arbeit nötig wegen des überall gleichen Potentials. Die (auf der Oberfläche befindliche) Ladung eines geladenen isolierten Leiters übt mithin auf einen Punkt in seinem Inneren keine Kraftwirkung aus.

Vergl. § 28, 2. a), sowie das Fehlen von elektrischen Kraftlinien in einem Leiter, § 122, 3.

2. Arbeit bei Annäherung einer Elektrizitätsmenge an eine andere.

Einer Elektrizitätsmenge von e elektrost. Einheiten, die wir uns in einem Punkte vereinigt denken, werde eine zweite, ebenfalls in einem Punkte vereinigt gedachte Elektrizitätsmenge von e_1 Einheiten genähert. Ursprünglicher Abstand: r_1 cm, schließlicher Abstand: r cm. Die bei der Annäherung geleistete Arbeit ist ebenso groß wie die Arbeit, welche bei Entfernung der zweiten Menge von der ersten von r bis r_1 cm geleistet wird. Um daher die erste Arbeit zu ermitteln, stellen wir die zweite Arbeit fest. Zu diesem Zwecke denken wir uns die Entfernung nach und nach jedesmal um eine sehr kleine Strecke vor sich gehen, zunächst von r bis r_1 , sodann von r_1 bis r_2 , . . . von r_{n-2} bis r_{n-1} ,

von r_{n-1} bis r_n cm. Dann können wir längs jeder der Strecken die wirksame Kraft als konstant betrachten. Letztere beträgt nach dem Coulombschen Gesetz längs der ersten Strecke $\frac{e \cdot e_1}{r^2}$ Dyn, die längs dieser Strecke geleistete Arbeit also $\frac{e \cdot e_1}{r^2} \cdot (r_1 - r)$ Erg. Da praktisch $r = r_1$, setzen wir $r^2 = r \cdot r_1$ und erhalten als Wert der Arbeit $\frac{e \cdot e_1}{r \cdot r_1} \cdot (r_1 - r) = e \cdot e_1 \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_1} \right)$ Erg. Entsprechend ergeben sich als Werte der Arbeiten längs der übrigen kleinen Strecken

$$e \cdot e_1 \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right), \dots \dots e \cdot e_1 \cdot \left(\frac{1}{r_{n-2}} - \frac{1}{r_{n-1}} \right), e \cdot e_1 \cdot \left(\frac{1}{r_{n-1}} - \frac{1}{r_n} \right) \text{ Erg.}$$

Folglich:

$$\text{Gesamtarbeit} = e \cdot e_1 \cdot \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_n} \right) \text{ Erg.}$$

Mithin für $r_n = \infty$:

$$\text{Gesamtarbeit} = \frac{e \cdot e_1}{r} \text{ Erg.}$$

3. Das Potential einer Kugel.

Ein kugelförmiger isolierter Leiter von r cm Radius besitze eine Ladung von e elektrost. Einheiten. Wir erhalten sein Potential, indem wir dasjenige irgendeines seiner Punkte bestimmen. Als diesen Punkt wählen wir seinen Mittelpunkt. Denken wir uns die Oberfläche des Leiters in n ganz kleine Stücke zerlegt, die zugehörigen Teile der Ladung in elektrost. Einheiten mit $e_1, e_2, \dots e_n$ bezeichnet und eine positive Einheit der Elektrizitätsmenge aus unendlicher Entfernung nach dem Mittelpunkt des Leiters gebracht, so wird hierbei nach 2. eine Arbeit geleistet von

$$\frac{e_1}{r} + \frac{e_2}{r} \dots + \frac{e_n}{r} = \frac{e}{r} \text{ Erg.}$$

Also:

$$\text{Potential des Leiters} = \frac{e}{r} \text{ elektrost. Einheiten.}$$

Befände sich die ganze Ladung des Leiters in seinem Mittelpunkt, und es würde eine positive elektrost. Einheit der Elektrizitätsmenge aus unendlicher Entfernung nach irgend einer Stelle der Oberfläche des Leiters gebracht, so betrüge die geleistete Arbeit ebenfalls $\frac{e}{r}$ Erg.

Folglich:

Ein geladener isolierter Leiter von Kugelform wirkt nach außen gerade so, als ob seine ganze Ladung in seinem Mittelpunkt vereinigt wäre.

Vergl. § 28, 2. b).

Für $e = 1$ und $r = 1$ wird $\frac{e}{r} = 1$. Demnach:

Die absolute elektrostat. Einheit des Potentials besitzt ein isolierter kugelförmiger Leiter von 1 cm Radius, der mit einer absoluten elektrostat. Einheit der Elektrizitätsmenge geladen ist.

Aufgaben.

352. Die auseinandergezogenen Pole einer Influenzelektroskopmaschine mögen Potentiale von $+$ bzw. $-$ 130 elektrostat. Einheiten (= wieviel Volt?) besitzen. Welche Arbeit wird geleistet, wenn eine Elektrizitätsmenge von 100 elektrostat. Einheiten aus unendlicher Entfernung auf den einen Pol der Maschine gebracht wird?

353. Zwei Elektrizitätsmengen von 400 bzw. 300 elektrostat. Einheiten werden einander von 200 auf 50 cm genähert. Arbeit?

354. Ein isolierter kugelförmiger Leiter von 2 cm Radius sei mit einer Elektrizitätsmenge von 100 elektrostat. Einheiten geladen. Potential?

355. Ein isolierter kugelförmiger Leiter, dessen Potential 75 elektrostat. Einheiten beträgt, sei mit einer Elektrizitätsmenge von 300 elektrostat. Einheiten geladen. Radius?

356. Das Potential eines isolierten kugelförmigen Leiters von 5 cm Radius betrage 120 elektrostat. Einheiten. Ladungsmenge?

§ 124. Die elektrische Kapazität eines Leiters. Dielektrizitätskonstante.

1. Unter der elektrischen Kapazität eines isolierten Leiters versteht man diejenige Elektrizitätsmenge, welche dem Leiter zugeführt werden muß, damit sich sein Potential um eine Einheit ändert.

Vergl. die Wärmekapazität eines Körpers, § 104, 1.

Folgerung:

Ein isolierter Leiter besitzt die absolute elektrostat. Einheit der Kapazität, wenn sich sein Potential durch Zufuhr einer absoluten elektrostat. Einheit der Elektrizitätsmenge um eine absolute elektrostat. Einheit ändert.

Die Ladung eines isolierten Leiters betrage e , seine Kapazität C , sein Potential V elektrostat. Einheiten. Dann ist nach obigem

$$e = C \cdot V.$$

Ist der Leiter eine Kugel von r cm Radius, also $V = \frac{e}{r}$, so folgt aus der letzten Gleichung:

$$C = r. \text{ In Worten?}$$

Also:

Einem kugelförmigen isolierten Leiter von 1 cm Radius kommt die absolute elektrostat. Einheit der Kapazität zu.

Vergl. den letzten Absatz von § 123.

Rechnet man den Radius der Erde zu 6366 km, so ergibt sich ihre Kapazität gleich

$$6366 \cdot 1000 \cdot 100 = \text{rund } \mathbf{600 \text{ Millionen elektrostat. Einheiten.}}$$

Diese Kapazität ist praktisch unendlich groß. Daher ist wegen $V = \frac{e}{C}$ das **Potential der Erde und folglich auch das Potential jedes zur Erde abgeleiteten Leiters gleich Null.**

2. Die Kapazität eines elektrischen Kondensators wächst natürlich mit der Größe seiner Platten. Sie ist ferner um so größer, je weniger dick das zwischen den Platten befindliche Dielektrikum (Beispiel: Das Glas einer Leydener Flasche!) ist. Endlich ist sie für verschiedene Dielektrika bei gleicher Plattengröße und gleicher Dicke der Dielektrika verschieden.

Das Dielektrikum eines Kondensators sei nicht Luft; soviel mal so groß dann die Kapazität des Kondensators ist, als wenn sein Dielektrikum Luft wäre, so groß ist die „**Dielektrizitätskonstante**“ seines Dielektrikums.

Tabelle einiger Dielektrizitätskonstanten.

Luft	1	Glas	3,25	Weingeist	26
Ebonit.	3,2	Glimmer	6	Wasser	78

Von zwei Metallplatten, welche einander in geringem Abstand parallel gegenüberstehen, sei die eine isoliert, die andere zur Erde abgeleitet. (Die Platten bilden also zusammen einen „Luftkondensator“.) Die erste Platte werde mit dem Knopf eines Elektroskops leitend verbunden und ihr dann eine elektrische Ladung erteilt, so daß das Elektroskop einen Ausschlag zeigt. Was geschieht, wenn man nunmehr zwischen die Platten eine Ebonit-, Glas- oder Glimmerscheibe bringt?

Aufgaben.

357. Eine isolierte Metallkugel von 8 cm Radius enthält eine Ladung von 2400 elektrostat. Einheiten. Potential der Kugel?

358. Das Potential des Konduktors einer Reibungselektroskopmaschine betrug 100 elektrostat. Einheiten. Ein isolierter Leiter, der mit dem Konduktor leitend verbunden wurde, nahm eine Ladung von 1100 elektrostat. Einheiten an. Kapazität des Leiters?

359. Zwei isolierte Metallkugeln besitzen Potentiale von 120 bzw. 150 elektrostat. Einheiten. Radien der Kugeln: 5 bzw. 10 cm. Welches gemeinsame Potential nehmen die Kugeln an, wenn sie durch einen sehr dünnen Draht miteinander verbunden werden? (Der Draht wird als kapazitätslos betrachtet.)

360. Zwei gleichstark geladene isolierte Metallkugeln von je $\frac{1}{2}$ cm Durchmesser stoßen einander in einem Abstand ihrer Mittelpunkte von 4 cm mit einer Kraft von 25 Dyn ab. Potential der Kugeln? (Wie wurden die Ladungen der Kugeln gleichgemacht? Antwort: Die Kugeln wurden zur Berührung gebracht.)

361. Die Potentiale zweier isolierter Metallkugeln von je 2 cm Radius betragen + 200 bzw. - 200 elektrostat. Einheiten. In welchem Abstand ihrer Mittelpunkte ziehen sie einander mit einer Kraft von 64 Dyn an?

§ 125. Der Energiegehalt eines geladenen Leiters.

Die Kapazität eines geladenen isolierten Leiters betrage C , seine Ladung e ; sein Potential V elektrost. Einheiten. Auf dem Leiter ist zufolge seiner Ladung ein bestimmter Energiebetrag aufgespeichert. Um diesen zu berechnen, denken wir uns die Ladung aus unendlicher Entfernung nach und nach auf den Leiter gebracht, und zwar in unendlich vielen und daher unendlich kleinen gleichen Mengen.

Zunächst sei die Anzahl dieser Mengen endlich und werde mit n bezeichnet. Nachdem dann dem Leiter die erste Menge zugeführt worden ist, ist sein Potential gleich $\frac{1}{C} \cdot e$ elektrost. Einheiten; demnach wird bei der Zufuhr der zweiten Menge eine Arbeit von $\frac{1}{C} \cdot \frac{e}{n} \cdot e = \frac{1}{C} \cdot \frac{e^2}{n^2}$ Erg geleistet. Nach Zuführung der zweiten Menge ist das Potential des Leiters gleich $\frac{1}{C} \cdot \frac{2e}{n}$ elektrost. Einheiten; folglich wird bei der Zufuhr der dritten Menge eine Arbeit von $\frac{1}{C} \cdot \frac{2e}{n} \cdot \frac{e}{n} = \frac{2}{C} \cdot \frac{e^2}{n^2}$ Erg geleistet usw. Bei der Zufuhr der letzten Menge wird schliesslich eine Arbeit von $\frac{n-1}{C} \cdot \frac{e^2}{n^2}$ Erg geleistet. Mithin:

$$\begin{aligned} \text{Gesamtarbeit} &= \frac{1}{C} \cdot \frac{e^2}{n^2} + \frac{2}{C} \cdot \frac{e^2}{n^2} \dots + \frac{n-1}{C} \cdot \frac{e^2}{n^2} \\ &= \frac{1}{C} \cdot \frac{e^2}{n^2} \cdot [1 + 2 \dots + (n-1)] \\ &= \frac{1}{C} \cdot \frac{e^2}{n^2} \cdot \frac{(n-1) \cdot n}{2}, \\ &= \frac{e^2}{2C} \cdot \left(1 - \frac{1}{n}\right) \text{ Erg.} \end{aligned}$$

Nun lassen wir $n = \infty$ werden. Dann erhalten wir als den gesuchten Energiebetrag $\frac{1}{2} \cdot \frac{e^2}{C}$ Erg. In Worten?

Da $e = C \cdot V$, ist der nämliche Energiebetrag auch gleich $\frac{1}{2} e \cdot V$ Erg oder gleich $\frac{1}{2} C V^2$ Erg. In Worten?

Vergl. den letzten Ausdruck mit dem Ausdruck für die lebendige Energie einer in Bewegung befindlichen Masse! (§ 9, 2.)

Aufgaben.

362. Eine isolierte Metallkugel von 3 cm Radius ist mit 120 elektrost. Einheiten der Elektrizitätsmenge geladen. Energiegehalt?

363. Die Kugel von Aufg. 362 besitze zu einer anderen Zeit ein Potential von 240 elektrostat. Einheiten. Energiegehalt?

364. Die Ladung einer isolierten Metallkugel beträgt 150 elektrostat. Einheiten, ihr Energiegehalt 3000 Erg. Radius der Kugel?

§ 126. Das Potential im elektrischen Felde.

Man schreibt auch jedem Punkte in einem elektrischen Felde ein bestimmtes Potential zu. Grund: Wenn eine Elektrizitätsmenge aus unendlicher Entfernung nach einem Punkte eines elektrischen Feldes gebracht wird, so wird ebenfalls eine Arbeit geleistet. **Das Potential eines Punktes in einem elektrischen Felde wird gemessen wie das Potential eines geladenen isolierten Leiters.**

Sonach ist die Elektrizitätsverschiebung bei der elektr. Influenz die Folge der Verschiedenheit des Potentials an verschiedenen Stellen des elektrischen Feldes des influenzierenden Körpers.

Eine Fläche eines elektrischen Feldes, auf welcher lauter Punkte gleichen Potentials liegen, heißt eine **Äquipotentialfläche** oder **Niveaufläche des Feldes**.

Da zur Verschiebung einer Elektrizitätsmenge längs einer Niveaufläche eines elektrischen Feldes keine Arbeit nötig ist, so schneiden die Kraftlinien eines elektrischen Feldes seine Niveauflächen senkrecht. Die Niveauflächen des elektrischen Feldes eines geladenen isolierten Leiters von Kugelform sind demnach Kugelflächen, welche zu dem Leiter konzentrisch sind.

Ein elektrisches Feld ist auch vollständig von Niveauflächen erfüllt. Zu ihnen gehören die Oberflächen der Leiter des Feldes.

Auch im Inneren eines hohlen Leiters ist das Potential überall so groß wie an der Oberfläche des Leiters.

Den Abschluß eines elektrischen Feldes bildet die Niveaufläche vom Potential Null.

Wenn man einen Leiter, der sich in einem elektrischen Felde befindet, zur Erde ableitet, ihn also auf das Potential Null bringt, so macht man ihn zu einem Teil der Grenze des Feldes. (Man „schneidet das Feld hinter ihm ab“. „Elektrische Schirmwirkung“ des Leiters für den Raum hinter ihm.)

Bei denjenigen Niveauflächen, welche man bei der Darstellung eines elektrischen Feldes anzugeben pflegt, beträgt die Potentialdifferenz von Fläche zu Fläche eine absol. elektrostat. Einheit. (**Einheitsflächen**.)

Von zwei dicht beieinander liegenden Niveauflächen sei die Potentialdifferenz in absol. elektrostat. Einheiten bekannt: ferner kenne man an einer Stelle den Abstand der Flächen in cm. Dividiert man die Potentialdifferenz durch den Abstand, so erhält man die Feldstärke für die betr. Stelle. (Arbeit = Kraft \times Weg!) Zwei solche Flächen liegen also bei gleicher Potentialdifferenz an einer Stelle des elektrischen Feldes um so dichter beisammen, je größer daselbst die Feldstärke ist. Demnach

wird die Feldstärke auch durch die Häufung der Einheitsflächen gekennzeichnet. Vergl. Fig. 242.

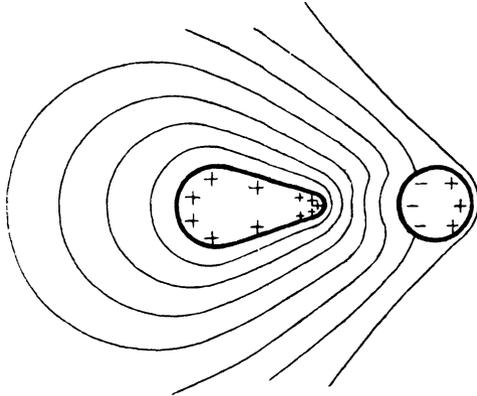


Fig. 242.

Einheitsflächen eines elektrischen Feldes.

Man kann auch für ein magnetisches und für ein Gravitationsfeld den Begriff des Potentials und also auch denjenigen von Niveauflächen aufstellen.

Aufgaben.

365. Die Ladung eines isolierten kugelförmigen Leiters betrage e elektrost. Einheiten. Wie groß ist das Potential für einen Punkt im Felde des Leiters, der vom Mittelpunkt des letzteren a cm entfernt ist? (Welche oben festgestellte Tatsache wird durch das Ergebnis bestätigt? S. Niveauflächen einer Kugel)

366. Eine isolierte Metallkugel von 10 cm Radius besitze eine Ladung von 1100 elektrost. Einheiten. Berechne die Radien derjenigen Niveauflächen der Kugel, deren Potentiale 100, 90, 80, . . . 10 elektrost. Einheiten betragen.

367. Eine isolierte Hohlkugel aus Metall von r cm Radius sei von einer konzentrischen, ebenfalls isolierten metallenen Hohlkugel von R cm Radius umgeben. Die innere Hohlkugel besitze eine Ladung von $+e$, die äußere eine solche von $-e$ elektrost. Einheiten. Wie groß ist das Potential eines Punktes a) außerhalb der äußeren Kugel, b) auf der äußeren Kugel, c) zwischen beiden Kugeln in 1 cm Abstand vom Mittelpunkt, d) auf der inneren Kugel, e) innerhalb der inneren Kugel?

368. Übertrage die Ausführungen über das Potential in einem elektrischen Felde, soweit tunlich, auf ein magnetisches Feld und auf das „Gravitationsfeld“ der Erde oder eines anderen Weltkörpers.

B. Galvanische Elektrizität.

§ 127. Elektrische Stromenergie. Das magnetische Feld eines elektrischen Stromes.

Zu wiederholen: U., Dynamische Wirkungen eines elektr. Stromes, Wirkung eines elektr. Stromes auf eine Magnetnadel und auf unmagnetisches Eisen, Solenoide, Ampères elektrische Theorie des Magnetismus.

1. Wie die dynamischen (und die auf ihnen beruhenden magnetischen) Wirkungen eines elektrischen Stromes lehren, besitzt ein Leiter, der von einem elektrischen Strome durchflossen wird, demzufolge Energie (**elektrische Stromenergie**).

2. Die magnetischen Wirkungen eines elektrischen Stromes beweisen das **Vorhandensein eines magnetischen Feldes um einen stromdurchflossenen Leiter**. Es steht dies im Einklang mit Ampères elektrischer Theorie des Magnetismus, nach welcher das Feld eines Magnets von seinen Randströmen hervorgebracht sein muß. Hieraus folgt, daß ein **stromdurchflossenes Solenoid ein ebensolches magnetisches Feld besitzen muß wie ein Magnet**. (Fig. 243.)

Grund dafür, daß man durch Einführung eines schmiedeeisernen Stabes in ein stromdurchflossenes Solenoid stärkere Magnetpole erhält: Die Verdichtung der magnetischen Kraftlinien.

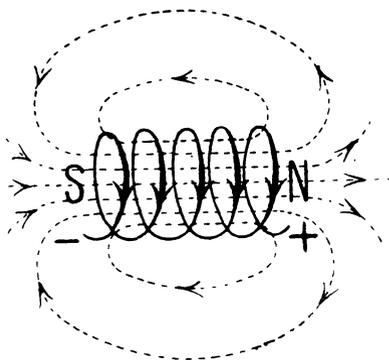


Fig. 243.

Kraftlinien des magnetischen Feldes eines stromdurchflossenen Solenoids.

Das magnetische Feld eines stromdurchflossenen Solenoids läßt erkennen, daß die **Kraftlinien des magnetischen Feldes eines stromdurchflossenen Leitungsdrahtes geschlossene Kurven um ihn bilden**.

Um einen geradlinigen Leitungsdraht liegen nach allen Richtungen gleiche Verhältnisse vor. Wird also ein solcher Draht von einem elektrischen Strome durchflossen, so **müssen die Kraftlinien seines magnetischen Feldes zu ihm konzentrische Kreise sein** (deren Ebenen auf ihm senkrecht stehen). Experimentelle Beweise hierfür:

- 1) Man taucht einen geradlinigen Draht, welcher von einem starken Strome durchflossen wird, in Eisenfeilspäne und nimmt ihn wieder heraus.
- 2) Man läßt einen solchen Draht in lotrechter Lage durch ein wagrechtes Kartonblatt hindurchgehen und bestreut es unter schwachem Erschüttern mit Eisenfeilspänen. (Fig. 244, S. 272.)

Die Richtung der Kraftlinien des magnetischen Feldes eines stromdurchflossenen Drahtes kann vermittels Ampères Schwimmerregel bestimmt werden. Das Ergebnis beweist die Richtigkeit der Regel:

Blickt man der Richtung eines elektrischen Stromes entgegen, welcher einen Leitungsdraht durchfließt, so erscheinen die Kraftlinien des magnetischen Feldes des Drahtes zur Uhrzeigerbewegung entgegengesetzt gerichtet.

Bei der durch Fig. 245 dargestellten Vorrichtung, bei welcher die Spitze a in einem Quecksilbernapfchen sitzt, die Spitze b in eine kreisförmige Quecksilberrinne taucht, rotieren die Magnete NS, NS entgegengesetzt zur Uhrzeigerbewegung.

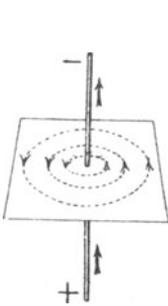


Fig. 244.
Kraftlinien
des magnetischen Feldes
eines stromdurchflossenen
geradlinigen Drahtes.

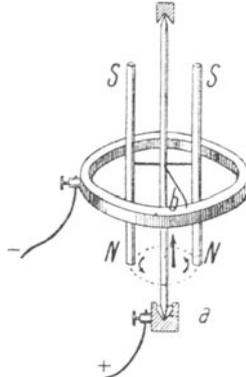


Fig. 245.
Rotation von Magneten um
einen elektrischen Strom.

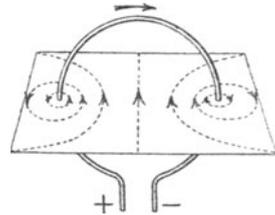


Fig. 246.
Kraftlinien
des magnetischen Feldes einer
stromdurchflossenen Draht-
windung.

Fig. 246 zeigt Kraftlinien des magnetischen Feldes einer einzelnen stromdurchflossenen Drahtwindung. Bei einem stromdurchflossenen Solenoid (einem Magnet) setzen sich die magnetischen Felder der einzelnen Windungen (Randströme) zum Felde des ganzen Solenoids (Magnets) zusammen.

§ 128. Einheiten der Stärke eines elektrischen Stromes und Biot-Savartsches Gesetz. Elektromagnetische und praktische Einheit der Elektrizitätsmenge. Praktische Einheit der elektrischen Kapazität.

Zu wiederholen: U., Geschlossene und offene galvanische Elemente und Batterien, der elektrische Strom.

1. Man betrachtet folgerichtig die Einheit der Elektrizitätsmenge und die Einheit der Stärke eines elektrischen Stromes in der Weise als zusammengehörig, daß bei einem elektrischen Strome von der Einheit der Stromstärke eine (positive und also auch eine negative) Einheit der Elektrizitätsmenge in 1 sec durch jeden Querschnitt der Strombahn fließt.

2. Bei der Versuchsanordnung von Fig. 229 sei der untere Magnet durch einen kreisbogenförmigen Draht ersetzt, der von einem elektrischen Strome durchflossen wird; der Mittelpunkt des zugehörigen Kreises falle mit dem unteren Pol des oberen Magnets zusammen, und die Ebene dieses Kreises sei wagrecht.

Ist jeder Pol des Magnets ein Einheitspol, und beträgt die Länge des Drahtes 1 cm, sein Radius ebenfalls 1 cm und das Gewicht des aufgelegten Gewichtstücks 1 Dyn, so bezeichnet man die Stärke des elektrischen Stromes als absol. elektromagnetische Einheit der Stromstärke. Also:

Die absol. elektromagnet. Einheit der Stromstärke kommt einem elektrischen Strome zu, der beim Durchfließen eines kreisbogenförmigen Drahtes von 1 cm Länge und 1 cm Radius auf einen im Mittelpunkt des zugehörigen Kreises befindlichen magnetischen Einheitspol mit der Kraft von 1 Dyn wirkt.

Der Zentriwinkel eines Kreisbogens von 1 cm Länge und 1 cm Radius ist gleich $57^{\circ} 17' 45''$. (S. § 24, 1.)

1 absol. elektromagnetische Einheit der Stromstärke = $3 \cdot 10^{10}$ absol. elektrostatischen Einheiten. Was versteht man unter einer solchen? (Beachte: $3 \cdot 10^{10}$ cm/sec Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer Ätherwellenbewegung im freien Weltäther.)

Beträgt die Stärke jedes Poles des Magnets p absol. Einheiten, die Länge des Drahtes 1 cm, sein Radius r cm, die Stärke des Stromes S elektromagnet. Einheiten, und bezeichnet man das Gewicht des aufgelegten Gewichtstücks mit K Dyn, so ist

$$K = \frac{S \cdot p \cdot l}{r^2}. \text{ Mithin:}$$

Wenn ein elektrischer Strom einen kreisbogenförmigen Draht durchfließt, so wirkt er auf einen im Mittelpunkt des zugehörigen Kreises befindlichen Magnetpol mit einer Kraft, welche der Stärke des Stromes, der Stärke des Poles und der Länge des Drahtes direkt, dem Quadrat des Radius des Drahtes umgekehrt proportional ist. (Biot-Savartsches Gesetz, 1820.)

Für $p = 1$ wird $K = \frac{S \cdot l}{r^2}$. (Stärke des magnetischen Feldes des Drahtes im Mittelpunkt des zugehörigen Kreises!)

$\frac{1}{10}$ absol. elektromagnet. Einheit der Stromstärke dient als praktische Einheit und heißt 1 Ampère.

3. Nach obigem ist die absol. elektromagnet. Einheit der Elektrizitätsmenge diejenige Elektrizitätsmenge, welche bei einem Strome von einer absol. elektromagnet. Einheit der Stromstärke in 1 sec durch jeden Querschnitt der Strombahn fließt. Also:

1 absol. elektromagnet. Einheit der Elektrizitätsmenge = $3 \cdot 10^{10}$ absol. elektrost. Einheiten.

$\frac{1}{10}$ absol. elektromagnet. Einheit der Elektrizitätsmenge wird als praktische Einheit der Elektrizitätsmenge benutzt und 1 Coulomb genannt.

Bei einem elektrischen Strome von 1 Amp. Stärke fließt folglich in 1 sec eine Elektrizitätsmenge von 1 Coul. durch jeden Querschnitt der Strombahn.

1 Coul. (und mithin noch mehr eine elektromagnet. Einheit der Elektrizitätsmenge) ist eine ungeheuer große Elektrizitätsmenge. Da nun bereits wenige galvanische Elemente zur Erzeugung elektrischer Ströme von mehreren Amp. Stärke hinreichen, so sind bei solchen Strömen ungeheuer große Elektrizitätsmengen in Bewegung. Dagegen sind die Elektrizitätsmengen, mit denen man durch Reibung und Influenz isolierte Konduktoren zu laden vermag, gering.

Berechne z. B. die Ladung eines isolierten kugelförmigen Konduktors von 20 cm Radius in Coul., wenn das Potential des Konduktors 45000 Volt beträgt. (Ergebnis: 1 Millionstel Coul.) — Nach § 124, 1 beträgt die Aufnahmefähigkeit der ganzen Erdkugel für Elektrizität je Volt 2 Millionen elektrost. Einheiten der Elektrizitätsmenge = $\frac{1}{1500}$ Coul. — Es ist bis jetzt nicht gelungen, einen isolierten Leiter auch nur annähernd mit 1 Coul. zu laden.

4. Die praktische Einheit der elektrischen Kapazität heißt Farad. Bei einer Kapazität von 1 Farad kommt auf 1 Volt Potentialänderung eine Zufuhr von 1 Coulomb Elektrizitätsmenge.

1 Millionstel Farad wird **Mikrofarad** genannt.

Eine Kapazität von 1 Farad ist ungeheuer groß. Da 1 Coulomb = $3 \cdot 10^9$ absol. elektrost. Einheiten der Elektrizitätsmenge und 1 Volt = $\frac{1}{300}$ absol. elektrost. Einheit des Potentials, so ist eine Kapazität von 1 Farad dasselbe wie eine Kapazität von $3 \cdot 10^9 \cdot 300 = 9 \cdot 10^{11}$ absol. elektrost. Einheiten.

Nach dem letzten Absatz von 3. beträgt die Kapazität der ganzen Erdkugel nur $\frac{1}{1500}$ Farad = 667 Mikrofarad. Zuzufolge von § 124, 1 müßte eine Kugel $9 \cdot 10^{11}$ cm = 9 Millionen km Radius besitzen, damit ihre Kapazität 1 Farad betrüge. (Radius der Sonne bloß = rund 100000 km!)

Ist die Ladung eines isolierten Leiters gleich e Coulomb, seine Kapazität gleich C Farad, sein Potential gleich V Volt, so ist nach obigem $e = C \cdot V$. (Vergl. § 124, 1.)

§ 129. Die elektrolytischen Grundgesetze. Messung der Stärke eines elektrischen Stromes auf Grund seiner chemischen Wirkungen.

Zu wiederholen: U., Chemische Wirkungen eines elektrischen Stromes.

1. Faraday fand 1833 die beiden elektrolytischen Grundgesetze:

Die von einem elektrischen Strome aus einem Elektrolyt in einer bestimmten Zeit ausgeschiedene Menge eines Stoffes ist der Stärke des Stromes proportional.

Die von demselben elektrischen Strome aus verschiedenen Elektrolyten in derselben Zeit ausgeschiedenen Stoffmengen sind chemisch gleichwertig.

2. Auf dem ersten elektrolytischen Grundgesetz beruht die Messung der Stärke eines elektrischen Stromes vermittels eines sog. **Voltameters**. Man unterscheidet **Volumen-(Knallgas-)** und **Gewichts-(Kupfer- oder Silber-) Voltameter**.

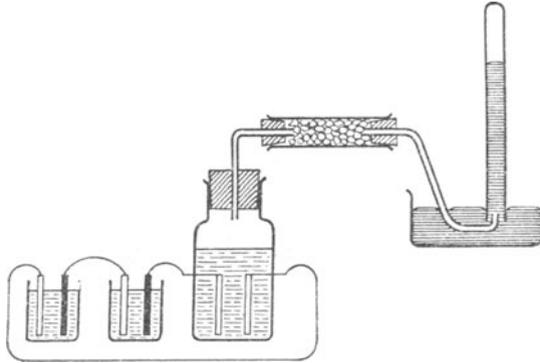


Fig. 247.

Bestimmung der Stromstärke vermittels eines Knallgasvoltameters.

a) Bei einem **Knallgasvoltameter** (Fig. 247) geht der Strom zwischen zwei Platinblechen durch angesäuertes Wasser hindurch. Das Knallgas, welches sich durch Vermischung des ausgeschiedenen Wasserstoffs und Sauerstoffs bildet, wird durch Chlorkalzium getrocknet und in einer graduierten Röhre über Quecksilber aufgefangen.

In n Minuten seien v ccm Knallgas aufgefangen worden. Druck und Temperatur dieser Gasmenge: b mm Quecksilberhöhe bzw. t° C. Dann betrage zufolge von § 96, 2 das Volumen der Knallgasmenge, welche in einer Minute erhalten wurde, unter normalen Verhältnissen

$$\frac{v \cdot b \cdot 273}{760 \cdot (273 + t)} \cdot n \text{ ccm.}$$

Nun hat man ermittelt, daß ein Strom von 1 Amp. Stärke in einer Minute 10,44 ccm trockenes Knallgas von normalen Verhältnissen liefert. Demnach:

$$\text{Stromstärke} = \frac{v \cdot b \cdot 273}{760 \cdot (273 + t) \cdot n \cdot 10,44} \text{ Amp.}$$

b) Bei einem **Kupfervoltameter** (Fig. 248, S. 276) geht der Strom von einem Kupferstab durch eine Kupfersulfatlösung nach deren Gefäß, welches aus Kupfer besteht.

In n Minuten seien an dem Gefäß P mg Kupfer abgeschieden worden. Da man festgestellt hat, daß ein Strom von 1 Amp. Stärke in einer Minute 20 mg Kupfer abscheidet, so ist die

$$\text{Stromstärke} = \frac{P}{n \cdot 20} \text{ Amp.}$$

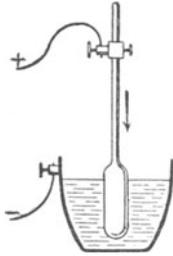


Fig. 248.
Kupfervoltameter.

Bei einem Silber voltameter geht der Strom von einem Silberstab durch eine Silbernitratlösung hindurch. Ein Strom von 1 Amp. Stärke scheidet in einer Minute 67 mg Silber ab.

3. Aus der Menge eines Stoffes, welche ein Strom von 1 Amp. Stärke in einer Minute abscheidet, kann man vermöge des zweiten elektrolytischen Grundgesetzes die Menge eines anderen Stoffes berechnen, welche von einem Strome gleicher Stärke in derselben Zeit abgeschieden wird. Beispiel:

10,44 ccm Knallgas enthalten $\frac{2}{3} \cdot 10,44 = 6,96$ ccm Wasserstoff.

Diese wiegen bei normalen Verhältnissen $6,96 \cdot 0,09 = 0,6264$ mg. (Spez. Gew. des Wasserstoffs bei normalen Verhältnissen: 0,00009.) Verbindungsgewicht des zweiwertigen Kupfers: 63,2. Folglich sind 0,6264 mg Wasserstoff gleichwertig $\frac{63,2}{2} \cdot 0,6264 = 20$ mg Kupfer.

Aufgaben.

369. Ein elektrischer Strom entwickelte in einem Knallgasvoltameter in 5 Minuten 200 ccm trockenes Knallgas von 730 mm Druck und einer Temperatur von 16° C. Stromstärke?

370. Ein elektrischer Strom von 1,8 Amp. Stärke entwickelte in einem Knallgasvoltameter bei einer Temperatur von 15° C. in 1 Minute 20 ccm trockenes Knallgas von dem herrschenden Luftdruck. Bei welchem Barometerstand wurde die Beobachtung gemacht?

371. Ein elektrischer Strom schied in einem Kupfervoltameter in $2\frac{3}{4}$ Minuten 120 mg Kupfer ab. Stärke des Stromes und Elektrizitätsmenge, welche in der angegebenen Zeit durch jede Stelle der Strombahn floß?

372. Wie lange braucht ein elektrischer Strom von 5 Amp. Stärke zur Abscheidung vom 1 fg Silber?

373. Ein Würfel von 5 cm Kantenlänge soll auf galvanischem Wege mit einer $\frac{1}{10}$ mm dicken Nickelschicht überzogen werden. Wie lange muß man zu diesem Zweck einen Strom von $\frac{1}{2}$ Amp. Stärke wirken lassen? (Spez. Gew. des Nickels: 8,5; Verbindungsgewicht des zweiwertigen Nickels: 58,6.)

§ 130. Die Tangentenbussole. Ampèremeter.

1. Die Tangentenbussole (Fig. 249, S. 277) dient zur Messung der Stärke eines elektrischen Stromes auf Grund seiner Wirkung auf eine Magnetnadel.

Der betr. Strom fließt bei dem Apparat durch einen breiten und dicken Kupferstreifen, welcher ringförmig gebogen ist, und dessen Mittelebene sich mit dem magnetischen Meridian der Beobachtungsstelle deckt. Im Mittelpunkt des Ringes ist eine kleine Deklinationsnadel mit langem Zeiger angebracht, dessen Ende über einer Kreiseinteilung schwebt. („Bussole“.)

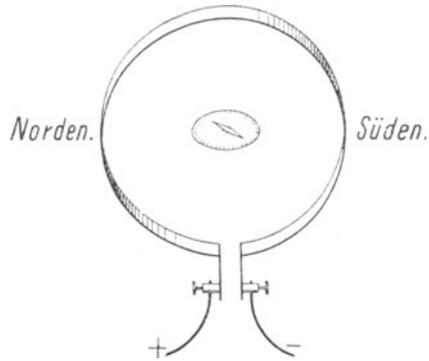


Fig. 249.
Tangentenbusssole.

Die Nadel muß gegenüber dem Ringdurchmesser so klein sein, daß ihre Pole praktisch mit dem Mittelpunkt des Ringes zusammenfallen.

Der Strom lenke die Nadel um den Winkel α ab; der Radius des Ringes betrage r cm, die Stärke jedes Poles der Nadel p absol. Einheiten, die Horizontalkomponente des Erdmagnetismus H absol. Einheiten, und die Stärke des Stromes in elektromagnet. Einheiten werde mit S bezeichnet. Nennt man dann die

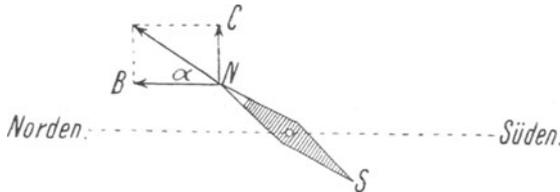


Fig. 250.

Kräfte, mit welchen die Horizontalkomponente des Erdmagnetismus und der Strom z. B. auf den Nordpol der Nadel wirken, bezüglich NB und NC (Fig. 250), so ist

$$NB = H \cdot p \text{ Dyn}$$

und nach dem Biot-Savartschen Gesetz

$$NC = \frac{S \cdot p \cdot 2\pi r}{r^2}$$

$$= \frac{S \cdot p \cdot 2\pi}{r} \text{ Dyn.}$$

Nun ist

$$\tan \alpha = \frac{NC}{NB}, \text{ folglich:}$$

$$\tan \alpha = \frac{2\pi S}{r \cdot H}.$$

Der Ausschlag der Nadel ist von der Stärke ihrer Pole unabhängig!

Aus der letzten Gleichung folgt:

$$S = \frac{r \cdot H}{2\pi} \cdot \tan \alpha \text{ oder}$$

$$S = A \cdot \tan \alpha,$$

wenn

$$\frac{r \cdot H}{2\pi} = A$$

gesetzt wird. Also, da A für denselben Apparat und denselben Ort (wenn man von den geringen Variationen der Horizontalkomponente des Erdmagnetismus absieht) eine konstante Größe ist:

Bei der Tangentenbussole ist die Stromstärke dem Tangens des Ausschlagswinkels proportional.

A heißt **Reduktionsfaktor** der Tangentenbussole.

Für $\alpha = 45^\circ$ wird $S = A$, d. h.:

Der Reduktionsfaktor einer Tangentenbussole gibt die Stärke desjenigen Stromes an, welcher bei dem Apparat einen Ausschlag von 45° hervorbringt.

Ist der Wert von A für eine Tangentenbussole bekannt, und hat man die Größe des Ausschlags beobachtet, den ein elektrischer Strom bei dem Apparat erzeugt, so ergibt sich die Stärke des Stromes aus der Gleichung $S = A \cdot \tan \alpha$.

Um A zu bestimmen, schaltet man die Bussole und ein Voltmeter (hintereinander) in denselben Stromkreis ein; die Bussole liefert dann den Wert von α , das Voltmeter denjenigen von S (in absol. elektromagnet. Einheiten oder in Amp.), und aus $S = A \cdot \tan \alpha$ findet man den Wert von A (in absol. elektromagnet. Einheiten bzw. in Amp.).

Aus $\frac{r \cdot H}{2\pi} = A$ (A in absol. elektromagn. Einheiten ausgedrückt!)

kann H berechnet werden. Wert für einen Ort im mittleren Deutschland: rund 0,2. Ist H ermittelt, so kann der Reduktionsfaktor einer anderen Tangentenbussole für den Beobachtungsort durch Rechnung gefunden werden.

2. Wenn man eine Tangentenbussole oder ein Galvanometer nach Amp. eicht, so wird der Apparat zu einem **Ampèremeter**. Die in der Elektrotechnik benutzten Ampèremeter beruhen auf anderen Prinzipien. Bei einer Art derartiger Apparate (Fig. 251 u. 252, S. 279) ist ein schmiedeeiserner Stab in lotrechter Lage an einer Spiralfeder aufgehängt. Mit seinem unteren Teil taucht er in eine Spule, welche aus wenigen Windungen isolierten dicken Kupferdrahts besteht. Wenn man durch

die Spule einen elektrischen Strom schickt, so wird der Stab um so tiefer in sie hineingezogen. je stärker der Strom ist. (Magnetischwerden

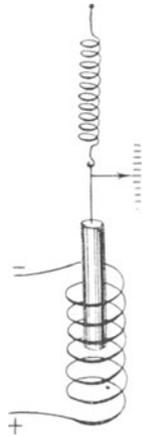


Fig. 251.
Ampèremeter.

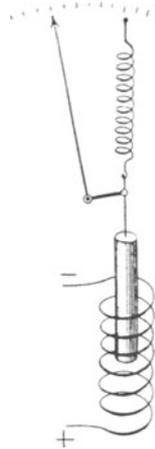


Fig. 252.
Ampèremeter.

des Stabes und gegenseitige Anziehung gleichgerichteter elektrischer Ströme.) Der Stab überträgt seine Bewegung auf einen Zeiger, der auf eine Einteilung zeigt.

Aufgaben.

374. Eine Tangentenbussole und ein Voltmeter sind in denselben Stromkreis eingeschaltet. Die Bussole zeigt einen Ausschlag von $18^{\circ} 30'$, und vermittels des Voltmeters findet man die Stromstärke gleich 2 Amp. Reduktionsfaktor der Bussole?

375. Eine Tangentenbussole, deren Reduktionsfaktor (in absol. elektromagnet. Maß) gleich 0,6 ist, zeigt beim Durchgang eines elektrischen Stromes einen Ausschlag von 30° . Stromstärke?

376. Einen wie großen Ausschlag bringt bei der Tangentenbussole von Aufg. 375 ein Strom von 5 Amp. Stärke hervor?

377. Der Radius des Ringes einer Tangentenbussole sei gleich $10\pi = 31,4$ cm. die Horizontalkomponente des Erdmagnetismus am Orte des Apparats gleich 0,2 absol. Einheiten. Reduktionsfaktor der Bussole?

378. Welchen Radius muß man dem Kupfering einer Tangentenbussole geben, damit für $H = 0,2$ ihr Reduktionsfaktor (in absol. elektromagnet. Maß) gleich 0,8 wird?

379. Bei einer Tangentenbussole werde der einfache Kupfering durch eine (kreisförmige) Spule aus n eng aneinanderliegenden Windungen isolierten dicken Kupferdrahts ersetzt. Entwickle die Theorie des neuen Apparats. (Andeutung: Der wirksame Kreisbogen ist $n \cdot 2\pi r$ cm lang, wenn die Länge des Radius der Spule r cm beträgt.)

§ 131. Theorie der Elektrolyse. Sekundäre elektrolytische Vorgänge. Galvanische Polarisierung und elektrolytische Vorgänge in galvanischen Elementen. Die Akkumulatoren.

Zu wiederholen: U., Galvanische Elemente.

1. Reines Wasser ist praktisch ein vollkommener Nichtleiter der Elektrizität. Setzt man ihm aber eine (wenn auch nur geringe) Menge einer Säure, eines Salzes oder einer Base zu, so wird es zu einem Elektrolyt. Zur Erklärung der Tatsache, daß bei der Zersetzung eines solchen durch einen elektrischen Strom die Zersetzungsprodukte bloß an den Elektroden und voneinander getrennt auftreten, hat man folgende Hypothese aufgestellt:

Die elektrolytischen Zersetzungsprodukte jedes Moleküls einer Säure, eines Salzes oder einer Base sind mit gleichstarken ungleichnamigen elektrischen Ladungen behaftet. Solange daher die Produkte in dem Molekül vereinigt sind, neutralisieren sich ihre Ladungen gegenseitig. In einer Auflösung einer Säure, eines Salzes oder einer Base aber sind stets eine gewisse Anzahl Moleküle des gelösten Stoffes in ihre geladenen elektrolytischen Zersetzungsprodukte („Ionen“) zerfallen („dissoziiert“), und zwar wächst die Anzahl der dissoziierten Moleküle mit der Verdünnung und der Temperatur der Lösung. Die freien Ionen befinden sich ebenso wie die nicht dissoziierten Moleküle nach allen Richtungen in lebhafter Bewegung. Wird nun die Lösung in den Kreis eines elektrischen Stromes eingeschaltet, so werden in jedem Augenblick die gerade in der Nähe der Anode befindlichen freien negativen Ionen („Anionen“) von der Anode, die gerade in der Nähe der Kathode befindlichen freien positiven Ionen („Kationen“) von der Kathode angezogen und bewegen sich deshalb nach ihr hin. („Wanderung“ der Ionen.) Bei der Ankunft an der betr. Elektrode gibt jedes Ion an diese seine Ladung ab, wodurch ein gleichgroßer Betrag der Elektrodenladung neutralisiert wird, und scheidet sich aus der Lösung aus.

Hiernach sind zufolge der elektrolytischen Grundgesetze Faradays alle einwertigen Ionen mit derselben bestimmten Elektrizitätsmenge verbunden, alle zweiwertigen Ionen mit der doppelten, alle dreiwertigen mit der dreifachen Elektrizitätsmenge usw. Jene Elektrizitätsmenge betrachtet man als kleinstmögliche Elektrizitätsmenge und bezeichnet sie daher als **Elementarquantum der Elektrizität**. Dann kann aber eine Elektrizitätsmenge oder elektrische Ladung nicht stetig, sondern nur gleichmäßig sprungweise (quantenhaft) veränderlich, d. h. die Elektrizität muß auf dieselbe Art zusammengesetzt sein wie ein Körper: So wie ein Körper aus Molekülen oder Atomen muß die Elektrizität aus lauter Elementarquanten bestehen, so daß jede elektrische Ladung eine ganze Zahl von Elementarquanten enthält.

Ein Elementarquantum ist gewissermaßen ein Atom eines einwertigen Elektrizitätsstoffes.

2. Meist ist eine Elektrolyse mit einem **sekundären chemischen Vorgang** an der einen Elektrode oder an jeder der Elektroden verbunden. Beispiele:

1) Elektrolyse angesäuerten Wassers. (Die Kationen bestehen aus dem Wasserstoff, die Anionen aus dem Säurerest der Schwefelsäure.)

Der Säurerest SO_4 bildet mit dem Lösungswasser Schwefelsäure (H_2SO_4), die in Lösung geht, und Sauerstoff, der entweicht.

2) Elektrolyse von Kupfersulfatlösung. (Die Kationen bestehen aus dem Kupfer, die Anionen aus dem Säurerest des Kupfersulfats.)

Besteht die Anode aus Platin, so ist der sekundäre Vorgang derselbe wie bei 1).

Bei hinreichend langer Dauer der Elektrolyse wird mithin die Sulfatlösung vollständig in verdünnte Schwefelsäure verwandelt.

Besteht die Anode aus Kupfer, so bildet der Säurerest damit Kupfersulfat, das in Lösung geht.

Die Lösung bleibt folglich unverändert. Dies ist auch der Fall bei der Elektrolyse einer Nickel-, Silber-, Goldsalzlösung usw., wenn die Anode bezüglich aus Nickel, Silber, Gold usw. besteht. Anwendung bei galvanostegischen und galvanoplastischen Arbeiten. (S. U.)

3) Elektrolyse von Kochsalzlösung. (Die Kationen bestehen aus dem Natrium, die Anionen aus dem Chlor des Kochsalzes.)

Das Natrium bildet mit dem Lösungswasser Ätznatron (Na OH), das in Lösung geht, und Wasserstoff, der entweicht.

Ist der Kochsalzlösung rote Lackmusflüssigkeit zugesetzt, so wird diese an der Kathode durch das Ätznatron blau gefärbt, an der Anode durch das Chlor gebleicht. (Benutzung einer U-förmigen Röhre als Gefäß!)

4) Elektrolyse von Natriumsulfatlösung. (Die Kationen bestehen aus dem Natrium, die Anionen aus dem Säurerest des Natriumsulfats.)

An der Kathode ist der sekundäre Vorgang derselbe wie bei 3), an der (Platin-)Anode derselbe wie bei 1).

3. Wenn man einen elektrischen Strom eine Zeitlang durch einen Wasserzersetzungsapparat oder ein Knallgasvoltmeter hindurchsendet, so überziehen sich dessen Elektroden mit Schichten der an ihnen auftretenden Gase. Hierdurch wirkt der Apparat wie ein galvanisches Element, dessen Strom dem durch den Apparat hindurchgeschickten Strom entgegenfließt. (Entstehung einer elektromotorischen Gegen-

kraft; „galvanische Polarisation“, „Polarisationsstrom.“) Nachweis, indem man den durch den Apparat geschickten Strom abstellt und die Elektroden des Apparats mit einem Galvanometer verbindet.

Auch beim Hindurchfließen eines elektrischen Stromes durch irgendeinen anderen Elektrolyt tritt infolge von dessen Zersetzung eine elektromotorische Gegenkraft oder galvanische Polarisation auf.

Indem der Strom eines galvanischen Elements dessen Flüssigkeit (bzw. Flüssigkeiten) durchfließt, wirkt er darauf elektrolysierend ein.

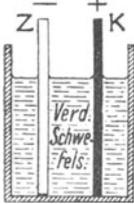


Fig. 253.
Volta-Element.

Beispiel: Die Elektrolyse in einem „Volta-Element“ (Zink und Kupfer in verdünnter Schwefelsäure). (Fig. 253.)

Bei dieser Elektrolyse verbindet sich der Säurerest der Schwefelsäure mit dem Zink zu Zinksulfat, wodurch das Weiterfließen des Stromes bewirkt wird. (Ursprünglich entsteht der Strom durch chemische Einwirkung der Schwefelsäure auf das Zink. **Verwandlung chemischer**

Energie in elektrische Stromenergie.) Der Wasserstoff, welcher an der Kupferplatte des Elements auftritt, wirkt

polarisierend. Die wachsende elektromotorische Gegenkraft, welche dadurch entsteht, bewirkt, daß der Strom des

Elements immer schwächer wird; ist sie der elektromotorischen Kraft des Elements gleich geworden, so gibt es gar keinen Strom mehr: **Das Element ist „inkonstant“.**

Bei den „konstanten“ galvanischen Elementen, zu denen die in U. beschriebenen gebräuchlichen oder gebräuchlich gewesenen Typen gehören, ist die Polarisation verhindert.

Bei dem Daniell-Element ist sie z. B. dadurch verhindert, daß an der Ableitungsplatte Kupfer auftritt, bei dem Chromsäure-Element durch den hohen Sauerstoffgehalt des Kaliumbichromats (Oxydation des an der Ableitungsplatte auftretenden Wasserstoffs zu Wasser). — Beachte: Ein galvanischer Strom sucht die Ursache, welche ihn hervorbringt, (durch Polarisation) zu beseitigen. Dadurch tritt der Weiterzeugung des Stromes ein Widerstand entgegen. Zur Überwindung desselben wird chemische Energie aufgewendet, welche sich dabei in die Energie des weiterfließenden Stromes umsetzt.

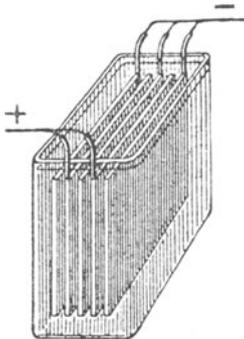


Fig. 254.
Akkumulator.

4. Auf der galvanischen Polarisation beruht auch die „Entladung“ und die „Ladung“ von **Stromsammlern (Akkumulatoren, Fig. 254).**

Diese sind eine Art galvanischer Elemente. Erregerflüssigkeit eines Akkumulators: verdünnte Schwefelsäure; Ableitungsplatte: eine Anzahl paralleler Bleiplatten, welche mit schwammigem Blei überzogen und leitend miteinander ver-

bunden sind; Erregerplatte, welche hier positive Elektrode ist: eine um 1 kleinere Anzahl leitend verbundener Bleiplatten, die mit Bleisuperoxyd überzogen sind und zwischen den anderen Platten stehen.

Der Strom eines geschlossenen Akkumulators fließt in dessen Flüssigkeit von der negativen zur positiven Elektrode. Infolgedessen tritt an der negativen Elektrode Sauerstoff und an der positiven Wasserstoff auf. Der Sauerstoff verbindet sich mit dem schwammigen Blei der neg. Elektrode zu Bleioxyd, PbO , und dieses bildet mit Schwefelsäure Bleisulfat und Wasser ($PbO + H_2SO_4 = PbSO_4 + H_2O$): der Wasserstoff reduziert das Bleisuperoxyd der pos. Elektrode zu Bleioxyd, und dieses bildet mit Schwefelsäure ebenfalls Bleisulfat und Wasser. Ist alles schwammige Blei und alles Bleisuperoxyd in Bleisulfat verwandelt, so gibt der Akkumulator keinen Strom mehr: Er ist entladen. Um ihn wieder zu laden, sendet man einen fremden Strom (Ladestrom) von der (früheren) pos. zur neg. Elektrode durch ihn hindurch. Dann tritt an der pos. Elektrode Sauerstoff, an der neg. Wasserstoff auf. Der Sauerstoff bildet mit dem Bleisulfat der pos. Elektrode und Wasser Bleisuperoxyd und Schwefelsäure ($PbSO_4 + O + H_2O = PbO_2 + H_2SO_4$); der Wasserstoff bildet mit dem Bleisulfat der neg. Elektrode (schwammiges) Blei und Schwefelsäure ($PbSO + 2H = Pb + H_2SO_4$). In dieser Weise wird allmählich das ganze Bleisulfat der pos. Elektrode in Bleisuperoxyd und das ganze Bleisulfat der neg. Elektrode in (schwammiges) Blei verwandelt. Ist dies geschehen, so ist der ursprüngliche Zustand wiederhergestellt: Der Akkumulator ist wieder geladen und gibt Strom wie im Anfang.

§ 132. Der elektrische Leitungswiderstand. Das Ohmsche Gesetz.

1. Auch ein guter Leiter der Elektrizität setzt dem Fließen derselben einen gewissen Widerstand entgegen, der sein **elektrischer Leitungswiderstand** genannt wird.

Die Stärke eines elektrischen Stromes, der einen Leiter durchfließt, die Potentialdifferenz zwischen den Enden des Leiters und sein Leitungswiderstand sind miteinander verknüpft durch das **Ohmsche Gesetz**. (Ohm 1827.) Es lautet:

Die Stärke eines elektrischen Stromes, der einen Leiter durchfließt, ist direkt proportional der Potentialdifferenz zwischen den Enden des Leiters und umgekehrt proportional seinem Leitungswiderstand. Insbesondere also:

Die Stärke eines elektrischen Stromes ist direkt proportional der elektromotorischen Kraft der Stromquelle und umgekehrt proportional dem Gesamtwiderstand des Stromkreises. Beweis:

Eine Anzahl Kontaktknöpfe sind der Reihe nach durch spiralig gewundene Neusilberdrähte von gleicher Länge und Dicke miteinander

verbunden; mit jedem der Knöpfe kann eine Metallkurbel zum Kontakt gebracht werden. (**Rheostat.**) Vermittels des äußersten Knopfes auf der einen Seite und der Drehachse der Kurbel wird der Apparat zusammen mit einem Ampèremeter in den Stromkreis einer Akkumulatorenbatterie eingeschaltet. (Fig. 255.) Es ist dafür gesorgt, daß gegenüber den Widerständen der Neusilberspiralen alle übrigen Widerstände dieses Stromkreises verschwindend klein sind. Zunächst wird nun vermittels der Kurbel eine bestimmte Anzahl von Neusilberspiralen in den Stromkreis eingeschaltet und der Reihe nach eine Batterie von 2, 4, 6, . . . Akkumulatoren in Folgeschaltung benutzt. (S. U.) Sodann wird eine bestimmte Batterie verwendet und der Reihe nach 1, 2, 3, . . . Neusilberspiralen in den Stromkreis eingeschaltet.

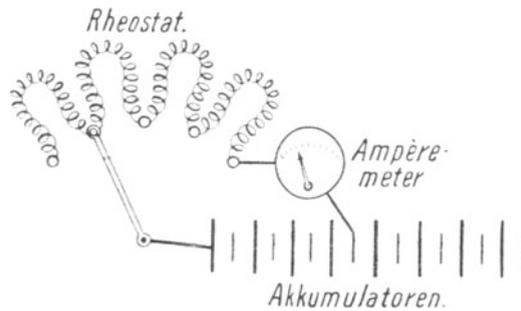


Fig. 255.

Nachweis des Ohmschen Gesetzes.

2. Die Potentialdifferenz zwischen den Polen einer Stromquelle heißt **Klemmenspannung** der Stromquelle. Die Klemmenspannung einer offenen Stromquelle ist gleich der elektromotorischen Kraft (E. M. K.) derselben.

Nach dem Ohmschen Gesetz fällt das **Potential im Kreise eines elektrischen Stromes proportional dem Widerstand der Stromleitung**. Daher ist die Klemmenspannung einer geschlossenen Stromquelle kleiner als deren E. M. K.

Ist der Widerstand des Schließungsdrahts einer geschlossenen Stromquelle sehr groß, so ist ihre Klemmenspannung praktisch gleich ihrer E. M. K.; ist der Widerstand ihres Schließungsdrahts verschwindend klein (die Stromquelle „**kurz geschlossen**“), so ist ihre Klemmenspannung praktisch gleich Null.

3. Zwischen den Enden eines Leiters, durch welchen ein elektrischer Strom von 1 Amp. Stärke fließt, bestehe eine Potentialdifferenz von 1 Volt. Dann **schreibt man folgerichtig dem Leiter die praktische Einheit des Leitungswiderstands zu**.

Die praktische Einheit des Leitungswiderstands wird **1 Ohm** (1Ω) genannt.

Wenn also die Stärke eines elektrischen Stromes S Amp., die Potentialdifferenz zwischen irgend zwei Stellen der Strombahn E Volt und der Leitungswiderstand zwischen denselben Stellen $w \Omega$ beträgt, so ist nach dem Ohmschen Gesetz

$$S = \frac{E}{w}.$$

Der Widerstand einer Stromquelle heißt ihr **innerer Widerstand** oder der **wesentliche Widerstand** des Stromkreises; der Widerstand eines Schließungsdrahts derselben (einschließlich der Widerstände etwa in ihn eingeschalteter Apparate) heißt **äußerer Widerstand** des betr. Stromkreises. Beträgt folglich die Stärke eines elektrischen Stromes S Amp., die E M. K. seiner Stromquelle E Volt, ihr innerer Widerstand $w_i \Omega$ und der äußere Widerstand des Stromkreises $w_a \Omega$, so ist

$$S = \frac{E}{w_i + w_a}.$$

Die Potentialdifferenz oder der „Spannungsabfall“ in einem Stromkreise für 1Ω Widerstand wird als **Gefälle** des betr. Stromes bezeichnet.

Beim Einschalten eines Voltameters in einen Stromkreis wird der Widerstand der Stromleitung vergrößert, beim Einschalten einer Tangentenbussole dagegen bleibt dieser Widerstand praktisch unverändert. Folglich?

4. Zwei Leiter besitzen offenbar denselben Leitungswiderstand, wenn man sie in einem Stromkreise durcheinander ersetzen kann, ohne dafs sich die Stromstärke ändert. Nun hat man festgestellt, dafs **der Widerstand eines Quecksilberfadens von 0°C . und 1 qmm Querschnitt für $106,3 \text{ cm}$ Länge 1Ω beträgt.** Hiernach ist man auf Grund des Vorhergehenden imstande, Drähte von 1Ω , 2Ω , 3Ω ,, $0,1 \Omega$, $0,2 \Omega$, $0,3 \Omega$, Widerstand herzustellen und sie zur Anfertigung von Rheostaten zu verwenden. Vermittels dieser kann man dann durch dasselbe Verfahren (d. h. durch „**Substitution**“) den Widerstand eines beliebigen Leiters ermitteln.

Rheostate von dem unter 1. beschriebenen Bau heißen **Kurbelrheostate**. Außer solchen gibt es noch Rheostate von mancherlei anderen Einrichtungen. Bei einem „**Stöpselrheostat**“ z. B. werden bekannte Widerstände durch Ziehen von Metallstöpseln (1, 2, 3, 4, Fig. 256) in einen Stromkreis eingeschaltet. Ersinne weitere Rheostateinrichtungen, darunter einen „**Flüssigkeitsrheostat**“. — Rheostate werden auch zur Regelung der Stärke eines elektrischen Stromes verwendet. (Regulierwiderstände.)

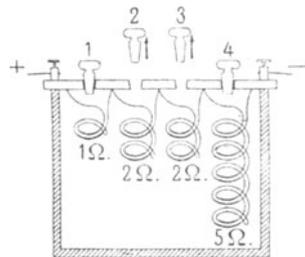


Fig. 256.
Stöpselrheostat.

Beträgt der Widerstand eines Leiters $w \Omega$, so wird $\frac{1}{w}$ das **elektrische Leitungsvermögen** des Leiters genannt.

In welcher anderen Form kann man also das Ohmsche Gesetz noch aussprechen?

5. Man findet, daß der Widerstand eines prismatischen oder zylindrischen Leiters dem Querschnitt desselben umgekehrt proportional ist.

Die Anzahl Ω , welche der Leitungswiderstand eines Leitungsdrahts von 1 m Länge und 1 qmm Querschnitt ausmacht, heißt **spezifischer Leitungswiderstand**, der reziproke Wert davon **spezifisches Leitungsvermögen** des Materials des Drahtes.

Das spezifische Leitungsvermögen gibt also die Länge eines Drahtes (in m) von 1 qmm Querschnitt und 1 Ω Widerstand an.

Der spez. Leitungswiderstand des Materials eines Drahtes von 1 m Länge und q qmm Querschnitt sei gleich f , und der Widerstand des Drahtes werde mit $w \Omega$ bezeichnet. Dann ist nach obigem

$$w = f \cdot \frac{1}{q}.$$

Tabelle einiger spez. Leitungswiderstände.

(Temperatur: 0° C.)

Silber	0,014	Eisen	0,093	Verd. Schwefel-	
Kupfer	0,015	Blei	0,188	säure (30%) . .	13 653
Gold	0,019	Neusilber	0,200	Zinksulfatlösung	
Messing	0,048	Quecksilber . . .	0,944	(24%)	208 850
Platin	0,087	Retortenkohle . .	69		

1 Ω wurde durch den Leitungswiderstand eines Quecksilberfadens von 0° C. dargestellt, und die vorstehenden spez. Leitungswiderstände sind auf 0° C. bezogen, weil der Widerstand eines Leiters sich mit der Temperatur ändert: Mit steigender Temperatur nimmt der Widerstand von Metallen zu (am wenigsten bei den Legierungen Konstantan, Nickelin, Manganin), derjenige von Kohle und von Elektrolyten ab.

Erklärung der Abnahme bei Elektrolyten? (Zunahme der Zahl der freien Ionen!)

Der Widerstand von Selen nimmt bei Belichtung sehr stark ab, und zwar um so stärker, je stärker die Belichtung ist.

Anwendung bei einer Art der „drahtlosen“ Telephonie: Eine „Selenzelle“ auf der Endstation, welche mit einem Telephon (U.) in den Stromkreis einer galvanischen Batterie eingeschaltet ist, wird von der Anfangsstation her mit elektr. Bogenlicht von schwankender Helligkeit beleuchtet.

Aufgaben.

380. 4 Drähte von 1, 2, 3 und 6 Ω Widerstand sind hintereinander geschaltet. Wie groß ist das Gefälle des die entstandene Gesamtleitung durchfließenden elektrischen Stromes, und wie groß sind die Potentiale an den Verbindungsstellen der Drähte, wenn an den Enden der Gesamtleitung Potentiale von 8 und 2 Volt bestehen?

381. Bei einer geschlossenen Stromquelle beträgt die E. M. K. 1,5 Volt, der innere Widerstand 1 Ω , der äußere 2 Ω . Wie groß sind Klemmenspannung und Stromstärke?

382. Der Gesamtwiderstand einer Stromleitung beträgt 5 Ω , die Stärke des betr. Stromes 0,6 Amp. E. M. K. der Stromquelle?

383. In einem Stromkreise beträgt die E. M. K. der Stromquelle 6 Volt, ihr innerer Widerstand 12 Ω und die Stromstärke 0,4 Amp. Äußerer Widerstand?

384. Wie groß ist der Leitungswiderstand eines Kupferdrahts von 20 m Länge und 1 mm Durchmesser?

385. Ein Kupferdraht von 1 qmm Querschnitt besitzt 1 Ω Leitungswiderstand. Länge des Drahtes?

386. Ein Silberdraht von 10 m Länge (und kreisförmigem Querschnitt) hat 1 Ω Widerstand. Dicke des Drahtes?

§ 133. Bestimmung der Konstanten eines galvanischen Elements. Voltmeter. Schaltung galvanischer Elemente auf größte Stromstärke.

Zu wiederholen: U., Galvanische Batterien.

1. Die Konstanten eines galvanischen Elements sind seine E. M. K. und sein innerer Widerstand. Bestimmung derselben auf Grund des Ohm'schen Gesetzes:

Das Element werde einmal durch einen Widerstand von $w_a \Omega$, ein zweites Mal durch einen Widerstand von $w_a' \Omega$ geschlossen einschließlich des Widerstands eines in den Schließungsdraht eingeschalteten Ampèremeters. Die Stromstärke betrage S bzw. S' Amp. Die E. M. K. des Elements werde mit E Volt, sein innerer Widerstand mit $w_i \Omega$ bezeichnet. Dann ist

$$S = \frac{E}{w_i + w_a},$$
$$S' = \frac{E}{w_i + w_a'}.$$

Durch Auflösung dieser Gleichungen findet man E und w_i .

E. M. K. eines Meidinger-Elements: 0,96 Volt, eines Daniell-Elements: 1,09 Volt, eines Leclanché-Elements: 1,5 Volt, eines Akkumulators: 2 Volt; innerer Widerstand eines Meidinger-Elements: 7,5 Ω , eines Daniell-Elements: 1—3 Ω , eines Leclanché-Elements: 0,5—1,5 Ω (bei gewöhnlicher Größe usw. der Elemente). Der innere Widerstand eines Akkumulators ist sehr klein.

Bei einem offenen Akkumulator z. B. beträgt sonach das Potential der Anode + 1 Volt, dasjenige der Kathode — 1 Volt, wenn keine der Elektroden zur Erde abgeleitet ist: ist die Kathode mit der Erde leitend verbunden, so beträgt das Potential der Anode + 2 Volt, ist dagegen die Anode „geerdet“, so ist das Potential der Kathode gleich — 2 Volt.

2. Ein Apparat, welcher dazu dient, Potentialdifferenzen zu messen, heißt ein Voltmeter. Ein solches ist wie ein Ampèremeter eingerichtet. Aus der Stärke eines elektrischen Stromes, der den Apparat durchfließt, und dem Widerstand der Stromleitung des letzteren ergibt sich die Potentialdifferenz zwischen den Enden dieser Stromleitung. Auf solche Weise wird der Apparat nach Volt geeicht.

Der Stromleitung eines Voltmeters sei ein Widerstand von 9facher oder 99facher Größe vorgeschaltet. Wegen des Fallens des Potentials proportional dem Widerstand zeigt dann der Apparat 10mal bzw. 100mal so große Potentialdifferenzen an als ohne den Vorschaltwiderstand.

3. Die Behandlung der Schaltung galvanischer Elemente bietet Gelegenheit zur Lösung der folgenden interessanten Aufgabe:

n galvanische Elemente von je E Volt E. M. K. und je $w_i \Omega$ innerem Widerstand seien bei gegebenem äußeren Widerstand von $w_a \Omega$ auf größte Stromstärke zu schalten. Die Stromstärke einer Batterie der Elemente werde mit S Amp. bezeichnet.

1) w_a ist sehr groß.

a) Alle Elemente seien parallel geschaltet.

$$S = \frac{E}{\frac{w_i}{n} + w_a} = \frac{E}{w_a} \quad (\text{da } \frac{w_i}{n} \text{ gegenüber } w_a \text{ vernachlässigt werden kann}),$$

also praktisch so groß wie bei einem einzigen Element.

b) Alle Elemente seien in Folge geschaltet.

$$S = \frac{n \cdot E}{n \cdot w_i + w_a} = \frac{n \cdot E}{w_a} \quad (\text{da } n \cdot w_i \text{ gegenüber } w_a$$

vernachlässigt werden kann), mithin praktisch n mal so groß als bei einem einzigen Element.

Bei sehr großem äußeren Widerstand sind folglich die Elemente zur Erzielung einer möglichst großen Stromstärke alle in Folge zu schalten.

2) w_a ist sehr klein.

a) Alle Elemente seien parallel geschaltet.

$$S = \frac{E}{\frac{w_i}{n} + w_a} = \frac{n \cdot E}{w_i} \quad (\text{da } w_a \text{ gegenüber } \frac{w_i}{n} \text{ vernachlässigt werden kann}),$$

mithin praktisch n mal so groß als bei einem einzigen Element.

b) Alle Elemente seien in Folge geschaltet.

$$S = \frac{n \cdot E}{n \cdot w_i + w_a} = \frac{E}{w_i} \quad (\text{da } w_a \text{ gegenüber } n \cdot w_i \text{ vernachlässigt werden kann}),$$

folglich praktisch so groß wie bei einem einzigen Element.

Bei sehr kleinem äußeren Widerstand sind also die Elemente zur Erzielung einer möglichst großen Stromstärke alle parallel zu schalten.

3) w_a besitzt einen mittleren Wert.

Die Elemente seien in x Gruppen von je y Elementen geteilt, so daß $n = x \cdot y$; die Elemente jeder Gruppe seien parallel und die so erhaltenen Batterien in Folge geschaltet.

$$S = \frac{x \cdot E}{x \cdot \frac{w_i}{y} + w_a} = \frac{x \cdot y \cdot E}{x \cdot w_i + y \cdot w_a} = \frac{n \cdot E}{x \cdot w_i + y \cdot w_a}$$

Mithin:

$$S^2 = \frac{n^2 \cdot E^2}{x^2 \cdot w_i^2 + 2x \cdot y \cdot w_i \cdot w_a + y^2 \cdot w_a^2}$$

$$= \frac{n^2 \cdot E^2}{(x \cdot w_i - y \cdot w_a)^2 + 4n \cdot w_i \cdot w_a}$$

Hiernach ist S^2 und folglich auch S am größten, wenn

$$x \cdot w_i - y \cdot w_a = 0 \text{ oder}$$

$$x \cdot \frac{w_i}{y} = w_a, \text{ d. h. :}$$

Wenn der äußere Widerstand einen mittleren Wert besitzt, so schaltet man zur Erzielung einer möglichst großen Stromstärke die Elemente in der Weise gemischt, daß der innere Widerstand der entstehenden Batterie gleich dem äußeren Widerstand ist.

Aus

$$x \cdot w_i - y \cdot w_a = 0,$$

$$x \cdot y = n$$

ergeben sich die Werte von x und y für die größte Stromstärke. — Für die bequeme Ausführung der Schaltungen galvanischer Elemente zu Batterien hat man verschieden eingerichtete Apparate konstruiert, welche Pachytrope genannt werden. Welche Einrichtung besitzt wohl z. B. ein „Stöpselpachytrop“?

Aufgaben.

387. Als ein Bunsen-Element durch eine Tangentenbussole kurz geschlossen wurde, zeigte diese einen Strom von 3,6 Amp. Stärke an. Durch Zuschaltung eines Widerstandes von 1 Ω ging die Stromstärke auf 1,2 Amp. herab. E. M. K. und innerer Widerstand des Elements?

388. 6 Meidinger-Elemente sind 1) alle parallel, 2) alle in Folge, 3) paarweise parallel und die entstandenen Doppелеlemente in Folge geschaltet. Wie groß ist in jedem der drei Fälle die E. M. K. und der innere Widerstand der Batterie? (Die Widerstände der Verbindungsdrähte sind verschwindend klein. E. M. K. eines Meidinger-Elements: 0,96 Volt, innerer Widerstand: 7,5 Ω .)

389. Wie sind 24 Daniell-Elemente von je 3 Ω innerem Widerstand bei 4,5 Ω äußerem Widerstand zu schalten, damit die Stromstärke am größten wird. und wieviel Amp. beträgt die größte Stromstärke? (E. M. K. eines Daniell-Elements: 1,09 Volt.)

390. Wieviele Akkumulatoren von je $0,06 \Omega$ innerem Widerstand müssen hintereinander geschaltet werden, damit bei einem äußeren Widerstand von 20Ω die Stromstärke $1,887$ Amp. beträgt? (E. M. K. eines Akkumulators: 2 Volt.)

§ 134. Stromverzweigungsgesetze.

1. Eine Stromleitung teile sich an einer Stelle in eine Anzahl Zweige, die sich an einer anderen Stelle wieder vereinigen.

a) Wegen des gleichmäßigen Fließens der Elektrizität im Stromkreise ist die Stärke des ungeteilten Stromes gleich der Summe der Stärken der Teilströme. (S. Fig. 257: $S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4$.)

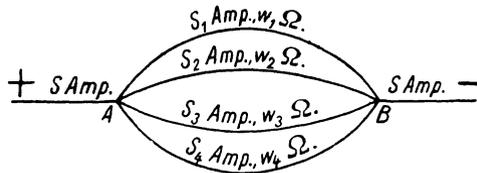


Fig. 257.
Stromverzweigung.

b) Die Potentialdifferenz zwischen den Stellen A und B, Fig. 257, betrage E Volt. Dann ist

$$S_1 = \frac{E}{w_1}, S_2 = \frac{E}{w_2}, S_3 = \frac{E}{w_3}, S_4 = \frac{E}{w_4};$$

dennach:

$$S_1 : S_2 : S_3 : S_4 = \frac{1}{w_1} : \frac{1}{w_2} : \frac{1}{w_3} : \frac{1}{w_4}, \text{ d. h. :}$$

Die Stärken der Teilströme verhalten sich umgekehrt wie die Widerstände (oder direkt wie die Leitungsvermögen) der zugehörigen Zweige der Stromleitung.

Der Stromleitung eines Ampèremeters sei ein 9 mal oder 99 mal so kleiner Widerstand („Shunt“) parallel geschaltet; dann zeigt der Apparat 10 mal bzw. 100 mal so große Stromstärken an als ohne den Parallelwiderstand. — Ein Voltmeter befindet sich beim Messen einer Potentialdifferenz im „Nebenschluss“ zu dem praktisch verwendeten Strome. (Fig. 258, S. 291.) Daher wählt man den Widerstand der Stromleitung eines Voltmeters sehr groß. (Der durch es fließende Stromzweig ist infolgedessen sehr schwach!) Dagegen wählt man den Widerstand der Stromleitung eines Ampèremeters sehr klein, weil es von dem praktisch verwendeten Strome durchflossen wird. (Dadurch ist die Stärke dieses Stromes bei eingeschaltetem Ampèremeter nur wenig kleiner als ohne solches. — S. Fig. 258.)

c) Der Widerstand der Stromleitung zwischen A und B, Fig. 257, sei gleich $w \Omega$ und daher $S = \frac{E}{w}$. Dann ist wegen $S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4$

$$\frac{E}{w} = \frac{E}{w_1} + \frac{E}{w_2} + \frac{E}{w_3} + \frac{E}{w_4} \text{ oder}$$

$$\frac{1}{w} = \frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2} + \frac{1}{w_3} + \frac{1}{w_4}. \text{ In Worten:}$$

Das Leitungsvermögen der verzweigten Stromleitung ist gleich der Summe der Leitungsvermögen ihrer Zweige.

Der Widerstand der verzweigten Stromleitung ist also kleiner als der Widerstand jedes ihrer Zweige.

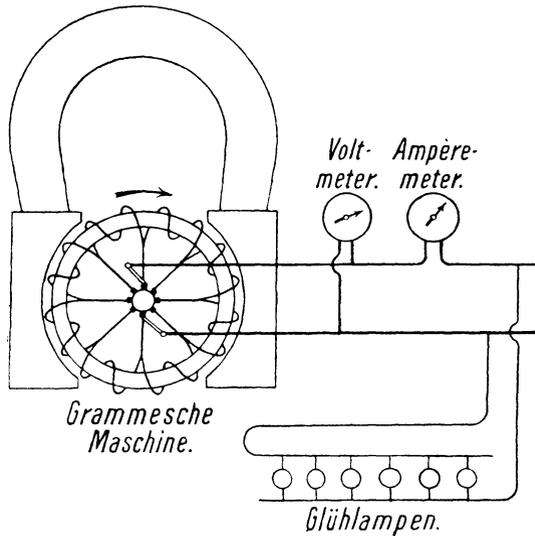


Fig. 258.

Schaltung von Voltmeter und Ampèremeter.

2. Eine Stromleitung besitze zwischen zwei Stellen A und B zwei Zweige. (Fig. 259.) Zwei Punkte C und D dieser Zweige seien durch

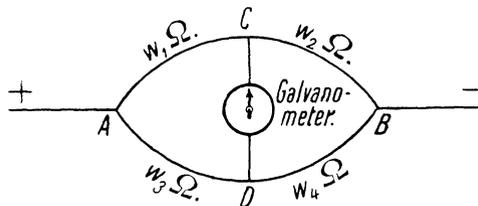


Fig. 259.

Stromverzweigung mit Brücke.

eine Drahtleitung („Brücke“) miteinander verbunden. Die Widerstände zwischen A und C, C und B, A und D, D und B seien bezüglich

$w_1, w_2, w_3, w_4 \Omega$. Besitzen nun C und D dasselbe Potential, so daß die Brücke stromlos ist, ein in sie eingeschaltetes Galvanometer also keinen Ausschlag zeigt, so verhält sich wegen des Fallens des Potentials in jedem Leitungszweig proportional dem Widerstand

$$w_1 : w_2 = w_3 : w_4. \quad (\text{Brückengesetz.})$$

Anwendung zur Bestimmung des Leitungswiderstands eines Leiters mittels der „Wheatstoneschen Brücke“: Sind $w_1 \Omega$ und $w_2 \Omega$ bekannte Widerstände, die man am besten einander gleich wählt, und ist der Widerstand von $w_4 \Omega$ ein zu bestimmender unbekannter Widerstand, so setzt man an die Stelle des Widerstands von $w_3 \Omega$ einen Rheostat ein, dessen Widerstand man so regelt, daß die Brücke stromlos ist.

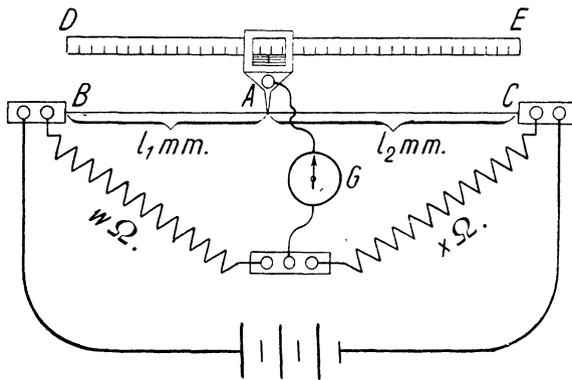


Fig. 260.

Wheatstonesche Brücke.

Fig. 260 zeigt die Kirchhoffsche Form der Wheatstoneschen Brücke. $w \Omega$ ist ein bekannter Widerstand eines Rheostats, $x \Omega$ der gesuchte Widerstand. Der Schleifkontakt A wird längs des Neusilberdrahts BC von überall genau gleichem Querschnitt an dem Maßstab DE verschoben, bis das Galvanometer G Stromlosigkeit anzeigt. Sind dann die Längen l_1 mm und l_2 mm an dem Maßstab abgelesen, so ergibt sich der gesuchte Widerstand aus der Proportion:

$$l_1 : l_2 = w : x.$$

Ist die Brücke einer Brückenverzweigung stromlos, und man setzt einen der vier Teilwiderstände einer anderen Temperatur aus, so ändert sich nach § 132, 5 dieser Widerstand, und die Brücke zeigt Strom. (Prinzip des „Bolometers“, eines äußerst empfindlichen Thermometers.)

Aufgaben.

391. Ein elektrischer Strom von 9 Amp. Stärke teilt sich in 3 Teile. Die Widerstände der Zweige der Stromleitung betragen 2, 3 und 4Ω . Stärken der Teilströme?

392. 5 Drähte von je $1\ \Omega$ Widerstand seien parallel geschaltet worden. Was ist der Widerstand der entstandenen verzweigten Stromleitung?

393. Bei einer Widerstandbestimmung mit der Wheatstone-Kirchhoffschen Brücke betrug der bekannte Widerstand $2\ \Omega$ und die abgelesenen Längen der Stücke des Meßdrahts, welche dem bekannten und dem gesuchten Widerstand entsprachen, bezüglich 240 und 260 mm. Gesuchter Widerstand?

§ 135. Stromarbeit.

1. Wenn zwischen zwei Stellen der Bahn eines elektrischen Stromes eine Potentialdifferenz von 1 absol. elektrost. Einheit besteht, und es fließt 1 absol. elektrost. Einheit der Elektrizitätsmenge von der einen Stelle nach der andern, so wird dabei nach früherem eine Arbeit von 1 Erg geleistet. Also findet bei einem elektrischen Strome von 1 Amp. Stärke zwischen zwei Stellen der Strombahn, deren Potentialdifferenz 1 Volt beträgt, in 1 sec eine Arbeitsleistung statt von $\frac{1}{300} \cdot 3 \cdot 10^9 = 10^7$ Erg = 1 Joule.

Die Arbeit, welche ein elektrischer Strom von 1 Amp. Stärke in 1 sec zwischen zwei Stellen der Strombahn leistet, deren Potentialdifferenz 1 Volt beträgt, wird **1 Voltampère** genannt; demnach ist

$$1 \text{ Voltampère} = 1 \text{ Watt} = \frac{1}{9,81} \text{ kgm/sec} = \frac{1}{736} \text{ PS.}$$

Folgerung:

Ein elektrischer Strom von S Amp. Stärke leistet in 1 sec zwischen zwei Stellen der Strombahn, deren Potentialdifferenz E Volt beträgt, eine Arbeit von E · S Voltampère.

Beträgt der Widerstand zwischen den zwei Stellen der Strombahn $w\ \Omega$, so daß zufolge des Ohmschen Gesetzes $E = S \cdot w$, dann ist **also die Arbeit des Stromes zwischen den beiden Stellen auch gleich $S^2 \cdot w$ Voltampère.**

Die Arbeit, welche ein elektrischer Strom zwischen zwei Stellen der Strombahn bei einer Sekundenarbeit von 1 Voltampère in 1 Stunde leistet, heißt **1 Voltampèrestunde** = 1 Wattstunde. Man bezahlt die Stromenergie, die einem Hause von einer elektrischen Zentrale geliefert wird, nach der Zahl der in der Hausleitung geleisteten Wattstunden (Hektowattstunden, Kilowattstunden).

Zur Registrierung derselben hat man „Wattstundenzähler“ von verschiedener Einrichtung konstruiert.

2. Soweit von einem elektrischen Strom keine anderweitige Arbeitsleistung verlangt wird, setzt sich seine Energie in Wärme um, wobei nach § 106, 2 die Wärmeentwicklung für 1 Voltampère 0,24 kal beträgt.

Ein Strom von S Amp. Stärke entwickelt sonach zwischen zwei Stellen der Strombahn, deren Potentialdifferenz gleich E Volt ist, und zwischen denen der Leitungswiderstand w Ω beträgt, in 1 sec eine Wärmemenge von

$$0,24 E \cdot S = 0,24 S^2 \cdot w \text{ kal.} \text{ Daher das Joulesche Gesetz:}$$

Die Wärmemenge, welche ein elektrischer Strom in einer bestimmten Zeit in einem Leiter entwickelt, ist dem Quadrat der Stärke des Stromes und dem Widerstand des Leiters direkt proportional. (Joule 1841.)

Deshalb wird z. B. in einem stromdurchflossenen dünnen Draht mehr Wärme entwickelt als in einem gleichlangen dicken Draht aus demselben Material, welcher der nämlichen Strombahn angehört. — Experimentelle Bestätigung des Jouleschen Gesetzes durch Bestimmung der Wärmemenge, welche ein stromdurchflossener Leitungsdraht in 1 sec an eine schlecht leitende Flüssigkeit (z. B. an Weingeist) abgibt. — In Starkstromleitungen schaltet man kurze Bleidrähte, Stannioblättchen u. dergl. („Sicherungen“) ein. Diese schmelzen bei einer bestimmten Stromstärke durch. Letztere ist so bemessen, daß erst bei größerer Stromstärke gefährliche Erhitzungen in der Stromleitung entstanden.

Aufgaben.

394. Welchen Effekt in PS beansprucht eine elektrische Bogenlampe, die bei 45 Volt mit 12 Amp. brennt?

395. Welche Wärmemenge wird im Kohlenfaden einer elektrischen Kohlenfaden-Glühlampe in 1 sec entwickelt, wenn sein Leitungswiderstand 220 Ω und die Potentialdifferenz zwischen seinen Enden 110 Volt beträgt?

396. Welche Wärmemenge entwickelt ein elektrischer Strom von 3 Amp. Stärke in einem Leiter von 10 Ω Widerstand in 2 Minuten?

397. Ein Eisen- und ein Kupferdraht von gleicher Länge und Dicke sind einmal hintereinander, ein zweites Mal parallel in einen Stromkreis eingeschaltet. Wie verhalten sich in beiden Fällen die in den Drähten in gleichen Zeiten entwickelten Wärmemengen?

398. Ein elektrischer Strom soll in einem Leiter von 46 Ω Widerstand eine Sekundenarbeit von $\frac{1}{4}$ PS leisten, Stromstärke?.

C. Induktionselektrizität.

§ 136. Weitere Induktionsgesetze.

Zu wiederholen: U., Elektroinduktion, Magnetoinduktion.

1. Ein in sich geschlossener Leitungsdraht befinde sich in irgendeinem magnetischen Felde. Dann kann nach U. in dem Draht ein Induktionsstrom entstehen, wenn der Draht seine Lage ändert, oder wenn das Feld sich ändert.

Wenn ein in sich geschlossener Leitungsdraht einem elektrischen Strome genähert wird, so stoßen der entstehende Induktionsstrom und der Hauptstrom einander ab, da sie entgegengesetzt gerichtet sind; wird

dagegen der Draht von dem elektrischen Strome entfernt, so ziehen der entstehende Induktionsstrom und der Hauptstrom einander an, da sie gleichgerichtet sind. Wie in diesen beiden Fällen, so findet auch in jedem anderen Falle, wo ein Induktionsstrom entsteht, eine Wirkung statt, welche die Ursache für die Entstehung des Induktionsstromes zu beseitigen sucht. (**Gesetz von Lenz.**)

Durch diese Wirkung wird mithin der Weitererzeugung des Induktionsstromes ein Widerstand entgegengesetzt, und die zu dessen Überwindung aufgewendete Energie setzt sich in die Energie des weiterfließenden Induktionsstromes um. Vergl. den Schlufs des letzten Absatzes von § 131, 3.

2. Faraday stellte zuerst die Tatsache fest:

In einem Draht, der sich in einem magnetischen Felde befindet, kann nur dann eine E. M. K. entstehen, wenn zwischen dem Draht und den Kraftlinien des Feldes ein Schneiden stattfindet.

Bzüglich der Richtung und der Gröfse dieser E. M. K. entdeckte Faraday die beiden Gesetze:

Wenn man sich in der Richtung der Kraftlinien des Feldes so schwimmen denkt, dafs man in der Richtung der relativen Bewegung des Drahtes gegenüber den Kraftlinien blickt, dann ist die E. M. K. von links nach rechts gerichtet. (Fig. 261.)

Die Gröfse der E. M. K. ist proportional der Zahl der Einheitslinien des Feldes, welche von dem Draht in 1 sec gleichsinnig geschnitten werden.

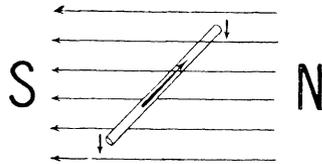


Fig. 261.

Der Draht sei geradlinig; dann ist die Zahl der Einheitslinien, welche er in 1 sec gleichsinnig schneidet, und mithin auch die Gröfse der E. M. K. proportional der Stärke des Feldes, der Länge des Drahtes und der Geschwindigkeit des letzteren senkrecht zu den Kraftlinien.

Wenn ein geradliniger Draht von 1 cm Länge sich in einem magnetischen Felde von J absol. Einheiten der Feldstärke mit einer Geschwindigkeit von v cm/sec senkrecht zu den Kraftlinien des Feldes und zu seiner eigenen Richtung bewegt, so entsteht in ihm eine E. M. K. von

$$\frac{1}{3} \cdot 10^{-10} J \cdot l \cdot v \text{ absol. elektrost. Einheiten} = 10^{-8} J \cdot l \cdot v \text{ Volt.}$$

Aus dem zweiten Faradayschen Induktionsgesetz folgt auch die Erklärung der absol. elektromagnetischen Einheit der E. M. K. und damit des Potentials: Die absol. elektromagnetische Einheit der E. M. K. entsteht in einem Draht, der in 1 sec 1 magnetische Einheitslinie schneidet, also z. B. in einem Draht von 1 cm Länge, der sich in einem magnetischen Felde von der absol. Stärke 1 mit einer Geschwindigkeit von

1 cm/sec senkrecht zu den Kraftlinien des Feldes und zu seiner eigenen Richtung bewegt. Diese Einheit ist nach vorstehender Formel gleich 10^{-8} Volt, also 1 Volt = 10^8 absol. elektromagnetischen Einheiten und folglich 1 absol. elektrostatische Einheit (= 300 Volt) = $300 \cdot 10^8 = 3 \cdot 10^{10}$ absol. elektromagnetischen Einheiten des Potentials. ($3 \cdot 10^{10}$ cm/sec = Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer Ätherwellenbewegung im freien Weltäther!). Da ferner zufolge des Ohmschen Gesetzes 1 absol. elektromagnetische Einheit der Stromstärke = $\frac{1 \text{ absol. elektrom. Einh. des Potentials}}{1 \text{ absol. elektrom. Einh. des Leitungswiderstands}}$, so hat man, wenn man

1 absol. elektrom. Einh. des Leitungswiderstands = $X \Omega$ setzt: $10 = \frac{10^{-8}}{X}$, woraus folgt: $X = 10^{-9}$. Demnach: $1 \Omega = 10^9$ absol. elektrom. Einheiten des Leitungswiderstands.

3. Eine in sich zurücklaufende Drahtwindung sei gegenüber den Kraftlinien eines magnetischen Feldes in Bewegung. Blickt man in der Richtung der Kraftlinien durch die Windungsfläche, so entsteht nach 2. in dem vorhergehenden Teil der Windung eine E. M. K. entgegen dem Sinne der Uhrzeigerbewegung, in dem nachfolgenden Teil eine E. M. K. im Sinne der Uhrzeigerbewegung. Nur wenn also die eine dieser beiden elektromotorischen Kräfte größer ist als die andere, kann in der ganzen Windung eine E. M. K. im einen oder im anderen Sinne entstehen. Folglich: In der (ganzen) Windung tritt nur dann eine E. M. K. im einen oder im anderen Sinne auf, wenn die Zahl der Einheitslinien des Feldes, welche von dem vorangehenden Windungsteil in 1 sec geschnitten werden, und die Zahl der Einheitslinien, welche von dem nachfolgenden Windungsteil in 1 sec geschnitten werden, verschieden sind; die auftretende E. M. K. ist dem Unterschied der beiden Zahlen proportional. Die ersteren Einheitslinien aber „treten in die Windungsfläche ein“, die letzteren Einheitslinien „treten aus ihr aus“. Mithin:

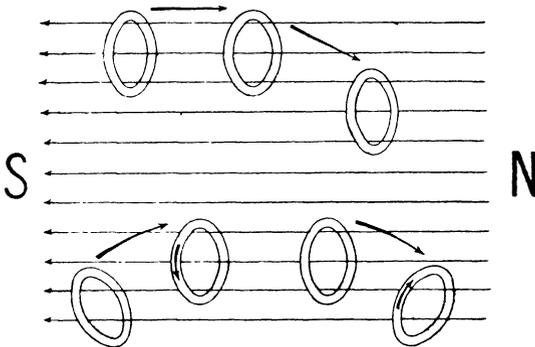


Fig. 262.

Nur wenn die Zahl der Einheitslinien, welche die Windungsfläche durchsetzen, sich ändert, entsteht in der Windung eine E. M. K. im einen oder im anderen Sinne; diese E. M. K. ist proportional dem Betrag, um welchen sich die Zahl jener Einheitslinien in 1 Sekunde ändert. (S. Fig. 262.)

Das Gesetz für den Sinn oder die Richtung der E. M. K. heißt **Maxwell'sche Regel**. Diese lautet daher:

Blickt man in der Richtung der Kraftlinien durch die Windungsfläche, und die Zahl der diese Fläche durchsetzenden Einheitslinien nimmt zu oder ab, so entsteht in der Windung eine E. M. K. entgegen dem Sinne der Uhrzeigerbewegung bzw. im Sinne derselben. (S. Fig. 262, S. 296, unten links bzw. rechts.)

Aufgaben.

399. Ein geradliniger Draht von 50 cm Länge bewege sich in einem magnetischen Felde von 600 absol. Feldstärkeeinheiten mit einer Geschwindigkeit von 40 cm/sec senkrecht zu den Kraftlinien des Feldes und zu seiner eigenen Richtung. E. M. K.?

400. Ein geradliniger Draht bewege sich senkrecht zu den Kraftlinien des erdmagnetischen Feldes und zu seiner eigenen Richtung mit einer Geschwindigkeit von 1 cm/sec an einem Ort, wo die Totalintensität des Erdmagnetismus 0,5 absol. Einheiten beträgt. Wie lang muß der Draht sein, wenn in ihm eine E. M. K. von 10^{-6} Volt entstehen soll?

§ 137. Die Induktion bei Drahtwindungen, welche in einem homogenen magnetischen Felde rotieren. Elektrischer Wechselstrom und Gleichstrom.

Fig. 263 zeigt ein homogenes magnetisches Feld und in diesem (in Orthogonalprojektion) links und rechts eine Windung, welche um eine in ihrer Ebene gelegene Achse im Sinne der Uhrzeigerbewegung rotiert. Die linke Windung, welche um eine sie nicht schneidende Achse rotiert, ist in sechzehn äquidistanten Lagen, die rechte Windung, welche von ihrer Rotationsachse symmetrisch geteilt wird, in acht ebensolchen Lagen zu sehen.

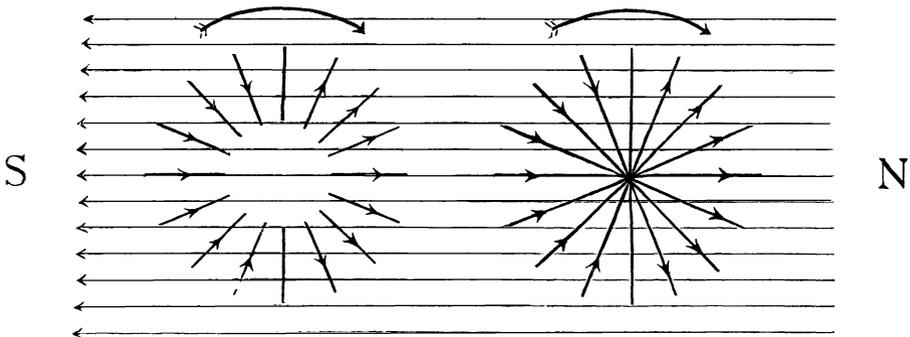


Fig. 263.

Induktion bei Drahtwindungen, welche in einem homog. magnet. Felde rotieren.

Die Richtung der jeweils in der Windung vorhandenen E. M. K. ergibt sich aus der Maxwell'schen Regel. Diese Richtung auf der dem Beschauer zugekehrten Seite ist überall durch Pfeilspitzen angedeutet.

Verlauf der GröÙe der E. M. K. von einer zu den Kraftlinien des Feldes senkrechten Lage der Windung bis zur nächsten: Die E. M. K. nimmt von Null bis zu einem Höchstwert zu, der in der Mitte des Weges erreicht wird, und dann wieder bis Null ab. Beweis: Die Zahl der Einheitslinien, welche die Windungsfläche durchsetzen, nimmt auf der ersten Hälfte des Weges immer rascher ab, auf der zweiten immer langsamer zu.

Der elektrische Strom, den die E. M. K. in der Windung erzeugt, besitzt in jedem Augenblick die Richtung der E. M. K. und eine Stärke, welche zufolge des Ohmschen Gesetzes der jeweiligen GröÙe der E. M. K. proportional ist. Die Kurve in Fig. 264 zeigt den Verlauf dieses Stromes während eines vollen Umlaufs der Windung. Als Bilder der Zeiteinheit und der Stromstärkeeinheit sind hier Strecken gewählt und die Zeiten auf der Achse $a b$ als Abszissen, die zugehörigen Stromstärken senkrecht dazu als Ordinaten aufgetragen.



Fig. 264.

Elektrischer Wechselstrom.

Da der Strom der Windung periodisch seine Richtung wechselt, so heißt er ein **Wechselstrom**; ein elektrischer Strom dagegen, der stets seine Richtung beibehält, wird ein **Gleichstrom** genannt.

Warum ist ein Wechselstrom für elektrochemische Zwecke nicht verwendbar? Ferner: Was geschieht, wenn ein Wechselstrom an einer Magnetnadel vorbei, was, wenn er um ein Stück Schmiedeeisen herumfließt?

Je nachdem eine elektrische Strommaschine zur Erzeugung von Wechselstrom oder von Gleichstrom dient, wird sie als **Wechselstrom-** oder als **Gleichstrommaschine** bezeichnet. Wichtigste Formen der Gleichstrommaschinen: Die **Maschinen** von **Gramme**, **Siemens** und **v. Hefner-Alteneck**.

§ 138. Elektrische Gleichstrommaschinen.

Zu wiederholen: U., Allgemeines von den elektrischen Strommaschinen, die Induktion bei Drahtwindungen, welche Magnete entlang bewegt werden, die Grammesche Maschine.

1. Auf den Verhältnissen, welche durch den linken Teil von Fig. 263 dargestellt werden, beruht im wesentlichen die Betrachtungsweise der Grammeschen Maschine auf Grund der Kraftlinientheorie. Während jedoch bei der linken Windung von Fig. 263 durch die äußere

Windungshälfte Kraftlinien austreten, treten gleichzeitig solche durch die innere Windungshälfte (wegen des kleineren Weges in geringerer Menge) ein und umgekehrt. Mithin ist die Änderung der Zahl der Einheitslinien, welche die Windungsfläche durchsetzen, und also auch die E. M. K. geringer, als wenn die innere Windungshälfte keine Kraftlinien durch sich hindurchtreten ließe. Letzteres ist nun bei den Windungen der Grammeschen Maschine der Fall durch das Vorhandensein des Eisenrings. (Die Kraftlinienteile, welche sonst in dem Raume verlaufen würden, der von der Bahn der Windungen umschlossen wird, nehmen ihren Weg durch die Ringmasse. S. Fig. 265.)

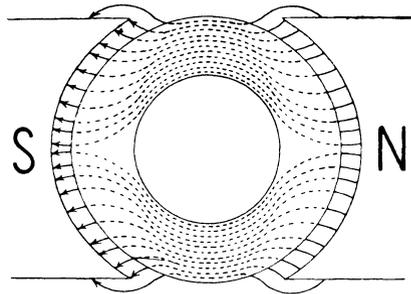


Fig. 265.

Außerdem wird durch die Anbringung des Ringes die induzierende Wirkung noch insofern verstärkt, als der Ring auch Teile von Kraftlinien in sich hineinzieht, welche sonst an der Bahn der Windungen außen vorbeigehen würden. Um die Menge dieser Kraftlinien möglichst groß zu machen, verlängert man die Schenkel des Feldmagnets durch „Polschuhe“ aus Schmiedeeisen und schneidet letztere so aus, daß der Anker der Maschine den Raum zwischen ihnen möglichst genau ausfüllt. (S. Fig. 265.) Derartige Polschuhe verwendet man auch bei anderen Strommaschinen.

2. Wenn auch bei der Grammeschen Maschine die inneren Hälften der Windungen keine schädliche Wirkung zeigen, so tragen sie doch nichts zur Erzeugung der E. M. K. bei. Dagegen verstärken sich die beiden Hälften der rechten Windung von Fig. 263 gegenseitig in ihrer Wirkung, indem durch beide Windungshälften gleichzeitig Kraftlinien ein- oder austreten. Bei der **Siemensschen „Zylindermaschine“** (Werner Siemens 1857) und der **v. Hefner-Alteneckschen „Trommelmaschine“** (v. Hefner-Alteneck 1872) sind daher isolierte Drahtwindungen der Länge nach um einen schmiedeeisernen Zylinder geschlungen, der im magnetischen Felde der Maschine um seine Achse rotiert. Fig. 266, S. 300, zeigt einen solchen Zylinder mit einer Windung in vier äquidistanten Lagen oder mit vier Windungen in derartigen Lagen. Der Zylinder rotiert im Sinne der Uhrzeigerbewegung. Die Feldmagnetpole sind an den Stellen SS und NN zu denken.

Bei der **Siemensschen Zylindermaschine** (Fig. 267, S. 300) sind die Windungen in Form einer einzigen Spule um den Zylinder gewickelt. (**Zylinderanker.**) Auf der Zylinderwelle ist ein aus zwei Kupferstreifen (kupfernen Halbringen) bestehender Kollektor angebracht. Die Enden

der Spule sind mit den Streifen verbunden, und auf letzteren schleifen zwei Metall- oder Kohlenbürsten, welche durch die Nutzleitung zusammenhängen. Die Streifen wechseln jedesmal in dem Augenblick die Bürsten, wo die Windungsflächen auf den magnetischen Kraftlinien senkrecht stehen. Dadurch behält der Strom der Maschine in der Nutzleitung stets seine Richtung bei.

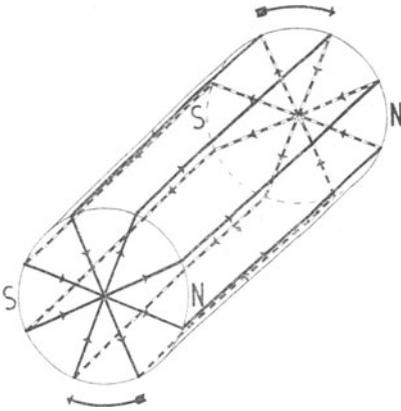


Fig. 266.

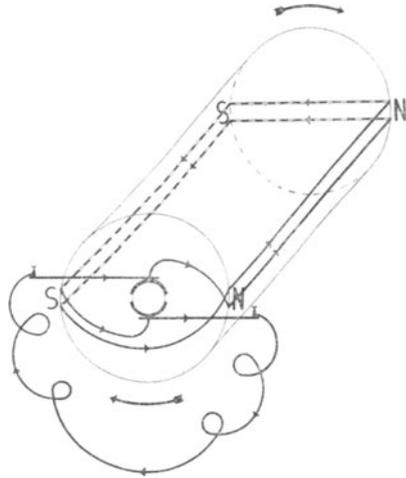


Fig. 267.

Die Siemenssche Zylindermaschine.

In der Praxis ist die Spule in zwei Nuten hineingewickelt, welche in den Zylinder eingeschnitten sind; hierdurch besitzt dessen Querschnitt ungefähr die Form eines doppelten T (II): „Doppel-T-Anker“.

3. Der Strom in der Nutzleitung einer Siemensschen Maschine ändert also seine Richtung nicht, aber seine Stärke schwankt zwischen Null und einem Höchstwert. (S. Fig. 268.) Ferner wird bei einer



Fig. 268.

Intermittierender Gleichstrom.

Siemensschen Maschine in jedem Augenblick nur eine Stelle des Magnetfeldes für die Stromerzeugung ausgenutzt. Zur Beseitigung dieser Übelstände ist bei der v. Hefner-Alteneckschen Maschine der Zylinder rings herum mit Spulen umwickelt. (**Trommelanker.**) In Fig. 269, S. 301, sind bloß vier Spulen angenommen und jede derselben durch eine einzige Windung angedeutet. Die Ankerwelle trägt einen Kollektor aus vielen Kupferstreifen, als der Anker Spulen besitzt. Auf dem

Kollektor schleifen zwischen den Feldmagnetpolen die Bürsten, welche den Strom abnehmen. Aus der Figur ist ersichtlich, wie die Spulen durch Vermittlung des Kollektors zu einer in sich zurücklaufenden Drahtwicklung verbunden sind. Dadurch ist eine der Grammeschen vollständig entsprechende Einrichtung hergestellt. Deshalb liefert die v. Hefner-Altenecksche Maschine wie die Grammesche einen elektrischen Strom von stets sich gleichbleibender Richtung und Stärke.

Bei der Rotation des Ankers einer Gleichstrommaschine werden die Kraftlinien, welche seinen Eisenkern durchsetzen, in der Rotationsrichtung etwas mitgezerrt. Folge: Die Stellen, wo die Schleifbürsten aufzulegen sind, erleiden eine entsprechende Verschiebung in der Rotationsrichtung.

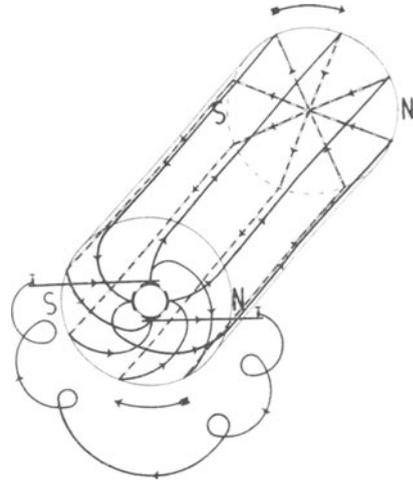


Fig. 269.

Die v. Hefner-Altenecksche Trommelmaschine.

§ 139. Die Dynamomaschinen.

Man kann als Feldmagnet einer Gleichstrommaschine statt eines teureren Dauermagnets auch einen billigen Elektromagnet verwenden. Zur Erregung desselben hat man keine besondere Stromquelle nötig, sondern man kann dazu den Strom der Maschine selbst benutzen. (**Selbsterregende Gleichstrommaschine.**) Zu diesem Zweck muß zunächst der Eisenkern des Feldmagnets einmal vorübergehend magnetisiert worden sein. Dann erzeugt sein remanenter Magnetismus in der Stromleitung der Maschine einen ganz schwachen Strom. Sodann muß die Wickelung des Feldmagnets so in diese Stromleitung eingeschaltet sein, daß der entstandene Strom den Feldmagnet verstärkt. Der stärkere Magnetismus erregt einen stärkeren Strom, und dieser verstärkt wiederum den Feldmagnet usw., bis nach kurzer Zeit der Magnet seine größtmögliche Stärke erreicht hat. (**Elektrodynamisches Prinzip; Werner Siemens 1867.**)

Vergl. den geschilderten Verstärkungsvorgang mit demjenigen bei einer Influenzelektrifiziermaschine.

Je nachdem eine Gleichstrommaschine selbsterregend ist oder nicht, heißt sie eine **dynamoelektrische Maschine (Dynamomaschine)** oder eine **magnetelektrische Maschine**.

Für den Großbetrieb werden nur noch Dynamomaschinen gebaut.

Bei der in Fig. 270 dargestellten Dynamomaschine bildet die Wickelung des Feldmagnets einen Teil der Nutzleitung. (Magnetwicklung und eigentliche Nutzleitung sind hintereinander geschaltet:

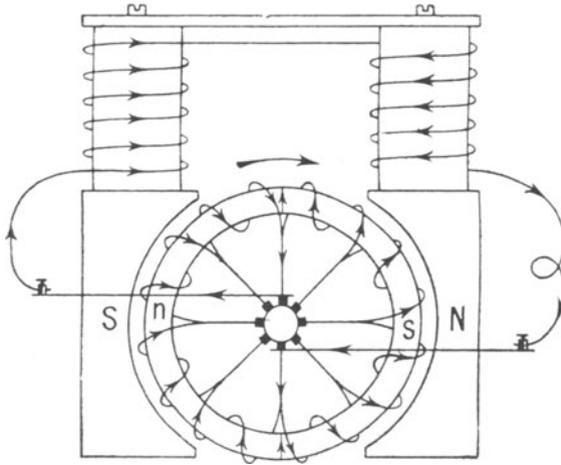


Fig. 270.

Selbsterregende Grammesche Maschine.

Hauptstrommaschine.) Es kann aber auch die Stromleitung zwischen den Schleifbürsten sich in zwei Zweige teilen, deren einer von der Magnetwicklung, und deren anderer von der Nutzleitung gebildet wird. (Die Magnetwicklung befindet sich im Nebenschluss zur Nutzleitung: **Nebenschlussmaschine.)** Endlich kann der Feldmagnet zwei Wickelungen, eine dickdrähtige und eine dünndrähtige, besitzen. Die dickdrähtige Wickelung und die eigentliche Nutzleitung sind dann zwischen den Bürsten hintereinander geschaltet, und die dünndrähtige Wickelung befindet sich dazu zwischen den Bürsten im Nebenschluss. (**Verbund- oder Compoundmaschine.)** Zeichnungen!

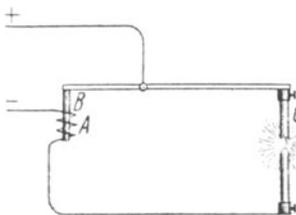


Fig. 271.

Hauptstromlampe.

Bei den elektrischen Bogenlampen (U.) sind drei Formen von Regulatoren in Gebrauch, welche den drei Formen der Dynamomaschinen entsprechen. Wenn bei der „Hauptstromlampe“ (Fig. 271) der Abstand der Kohlenspitzen größer wird, so zieht die Spule A den Eisenkern B weniger stark in sich hinein, und die Kohle C sinkt herab. In demselben Falle zieht bei der „Nebenschlusslampe“ (Fig. 272, S. 303) die Spule A den Eisenkern B stärker in sich hinein, bei der „Differenziallampe“

(Fig. 273) die Spule A den Eisenkern B stärker in sich hinein als die Spule A₁, so dafs die Kohle C abwärts bewegt wird.

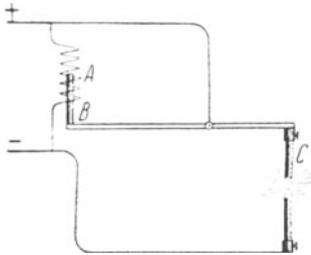


Fig. 272.
Nebenschlußlampe.

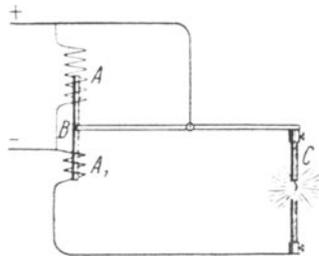


Fig. 273.
Differentiallampe.

§ 140. Elektrische Kraftübertragung.

Zu wiederholen: U., Die Grammesche Maschine als Elektromotor, elektrische Kraftübertragung.

Der von einer elektrischen Strommaschine erzeugte Strom sucht nach dem Lenzschen Gesetz die Bewegung der Maschine zu hemmen. Daher entsteht bei der Maschine Bewegung im entgegengesetzten Sinne, wenn man durch sie einen fremden Strom hindurchschickt von derselben Richtung, welche der von ihr erzeugte Strom hatte. (Verwendung der Maschine als Elektromotor.)

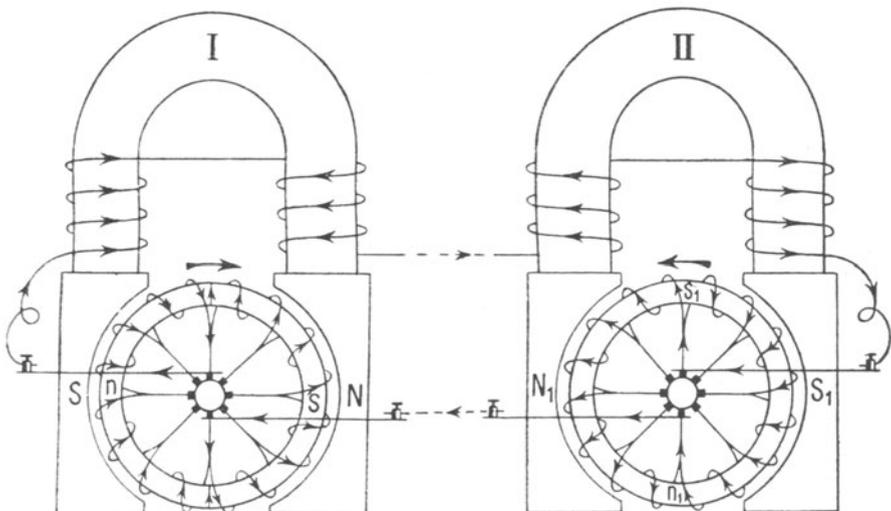


Fig. 274.
Elektrische Kraftübertragung.

Durch einen Elektromotor werde ein elektrischer Strom geschickt, der von einer anderen Strommaschine herrührt, so daß elektrische Kraftübertragung vorliegt. Dann heißt die stromliefernde Maschine **primäre Maschine** oder **Elektrogenerator**; der Elektromotor wird auch als **sekundäre Maschine** bezeichnet.

Der Strom, welcher von dem Generator I in Fig. 274, S. 303, erzeugt wird, ruft in dem Motor II die Nordpole N_1 und n_1 und die Südpole S_1 und s_1 hervor. Da N_1 und s_1 , sowie S_1 und n_1 einander anziehen, N_1 und n_1 sowie S_1 und s_1 einander abstoßen, so dreht sich der Anker von II im Sinne des beigetzten Pfeiles. Warum bliebe dieser Drehungssinn derselbe, wenn man den Strom in entgegengesetzter Richtung wie in Fig. 274 durch II schickte?

§ 141. Elektrische Wechselstrommaschinen.

Bei einer Strommaschine, welche sonst wie eine magnetelektrische Grammesche Maschine eingerichtet ist, sei der Ring nur an einer Stelle mit einer Spule umwickelt, und es fehle der Kollektor; dafür seien auf der Welle des Ringes, von dieser und voneinander isoliert, zwei Kupferringe („**Schleifringe**“) angebracht, welche mit den Enden der Spule verbunden seien, und auf denen die Schleifbürsten schleifen. Dann liefert die Maschine zufolge von § 137 einen Wechselstrom. Einen ebensolchen Strom erhält man offenbar vermittels einer Maschine, welche im übrigen die Einrichtung einer magnetelektrischen Siemensschen Maschine besitzt, nur daß die Welle des Zylinders statt des Kollektors Schleifringe trägt.

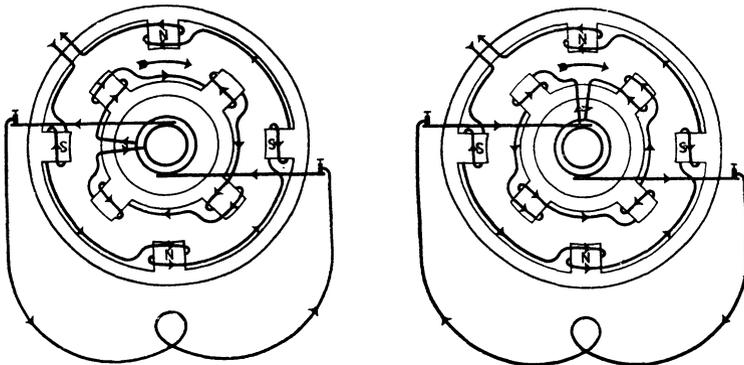


Fig. 275.
Wechselstrommaschine.

Fig. 275 zeigt eine weit leistungsfähigere Wechselstrommaschine in zwei verschiedenen Phasen ihrer Wirksamkeit. Ein schmiedeeiserner Ring kann sich innerhalb eines zu ihm konzentrischen festen Ringes

aus demselben Stoff um seine Achse drehen. Die Ringe laufen nacheinander hin in gleichviele Zapfen aus. Letztere sind bei jedem Ring in gerader Zahl vorhanden und gleichweit voneinander entfernt. Ferner sind bei jedem Ring die Zapfen von Drahtspulen umgeben, welche der Reihe nach miteinander verbunden sind. Mit ihren Verbindungsdrähten bilden die Spulen jedes Ringes in der aus der Figur ersichtlichen Weise eine fortlaufende Drahtwicklung. Durch die äußere Wickelung wird ein elektrischer Strom von unveränderlicher Richtung und Stärke geschickt. Die Enden der inneren Wickelung sind mit Schleifringen verbunden, welche auf der Welle des inneren Ringes sitzen. Auf den Schleifringen schleifen Bürsten, welche durch die Nutzleitung der Maschine zusammenhängen.

Bei den freien Enden der äußeren Zapfen befinden sich abwechselnd Nord- und Südpole. Wenn sich ein innerer Zapfen von einem äußeren Zapfen nach dem nächsten bewegt, so treten also auf der ersten Hälfte des Weges Kraftlinien in ihn ein bzw. aus ihm aus, deren Zahl in immer stärkerem Maße abnimmt, und auf der zweiten Hälfte des Weges Kraftlinien aus ihm aus bzw. in ihn ein, deren Zahl in immer geringerem Maße zunimmt. Daher entsteht in der inneren Wickelung ein Wechselstrom, dessen jeweilige Richtung man leicht auf Grund der Maxwell'schen Regel findet, und dessen Richtungswechsel mit dem Vorübergang der inneren Zapfen an den äußeren zusammenfallen.

Man erkennt, daß man auch den erregenden Gleichstrom vermittels der Schleifbürsten und -ringe der Maschine durch die innere Wickelung senden und die Nutzleitung zwischen den Enden der äußeren Wickelung anbringen kann. Dann dient der äußere Ring mit seiner Wickelung statt des inneren als „Wechselstromanker“.

Fließt der Strom einer Wechselstrommaschine durch eine zweite Wechselstrommaschine (einen „Wechselstrommotor“) von gleicher Beschaffenheit, so vermag er offenbar den Motor nur solange in Bewegung zu erhalten, als beide Maschinen synchron laufen, d. h. ihre Wellen sich gleichrasch drehen.

Warum kann mit Wechselstrom auch eine Gleichstromdynamo als Motor betrieben werden? (S. den Schluß des letzten Absatzes von § 140.)

§ 142. Elektrischer Drehstrom. Drehstrommaschinen.

Der Verlauf eines Wechselstromes von einem Richtungswechsel bis zum übernächsten heißt eine **Periode** des Stromes.

Der Anker einer Wechselstrommaschine enthalte statt einer einzigen Wickelung deren zwei oder drei, welche so gegeneinander verschoben sind, daß die in ihnen entstehenden Wechselströme um $\frac{1}{4}$ bzw. $\frac{1}{3}$ Periode

gegeneinander verschoben erscheinen. Dann werden die Wechselströme zusammen als **zwei- bzw. dreiphasiger Wechselstrom** (im Gegensatz zu dem bisher betrachteten „**einphasigen**“ Wechselstrom), die Maschine als **zwei- bzw. dreiphasige Wechselstrommaschine** bezeichnet. Anderer Name für mehrphasigen Wechselstrom: **Drehstrom**, für mehrphasige Wechselstrommaschine: **Drehstrommaschine**.

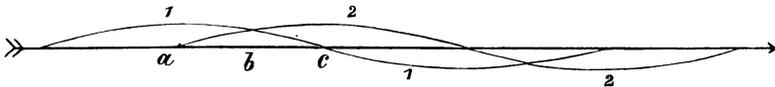


Fig. 276.

Zweiphasiger Wechselstrom.

In Fig. 276 ist ein zweiphasiger Wechselstrom graphisch dargestellt. Bei a besitzt der Strom 1 seine größte Stärke und der Strom 2 die Stärke Null, bei b sind beide Ströme gleichstark und gleichgerichtet, bei c hat der Strom 1 die Stärke Null und der Strom 2 seine größte Stärke usw.

Wenn die Ströme einer Drehstrommaschine (eines „**Drehstromgenerators**“) die entsprechenden Wicklungen einer zweiten Drehstrommaschine (eines „**Drehstrommotors**“) von gleicher Phasenzahl durchfließen, so erzeugen sie hier im Kreise wandernde magnetische Pole und also ein sich drehendes magnetisches Feld („**magnetisches Drehfeld**“). Dadurch rotiert der drehbare Bestandteil des Motors, und zwar einerlei, ob Synchronismus vorhanden ist oder nicht (also wie der Anker eines Gleichstrommotors).

Beispiel eines Zweiphasenstrom-Generators und -Motors:

Generator und Motor (I in Fig. 277 bzw. II in Fig. 277 bis 279) bestehen aus einem feststehenden Eisenring, der in gleichen Abständen

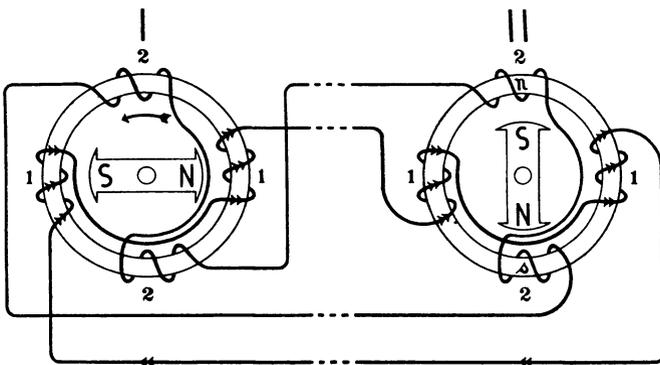


Fig. 277.

Drehstromgenerator und -motor.

mit vier Spulen umwickelt ist. Die gegenüberliegenden Spulen sind so verbunden, daß in ihnen entstehende elektromotorische Kräfte sich summieren. Innerhalb des Ringes ist in dessen Ebene der Magnet SN drehbar.

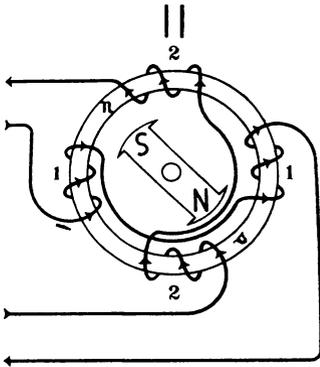


Fig. 278.
Drehstrommotor.

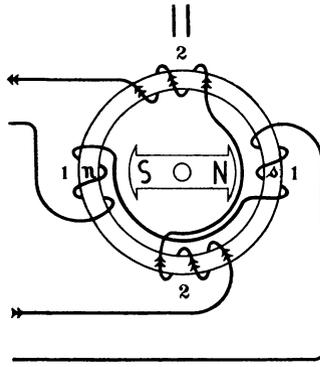


Fig. 279.
Drehstrommotor.

Der Magnet von I wird im Sinne des beigesetzten Pfeiles gedreht. Die dadurch induzierten Wechselströme sind in bezug auf Richtung und Stärke durch Pfeilspitzen angedeutet: Doppelte Pfeilspitzen bedeuten größte, einfache Pfeilspitzen geringere Stromstärke, das Fehlen von Pfeilspitzen Stromlosigkeit. Bei Fig. 278 ist der Magnet von I um 45° , bei Fig. 279 um 90° aus seiner Lage in Fig. 277 gedreht zu denken. Die wandernden Magnetpole, welche von den Strömen in dem Ringe von II hervorgerufen werden, sind überall mit n und s bezeichnet.

Der Magnet von II kann durch ein Eisenstück (z. B. eine Eisenscheibe ersetzt werden. Die ungleichnamigen Magnetpole, welche in dem Eisenstück von den wandernden Polen durch Influenz erregt werden, bleiben hinter diesen Polen in der Bewegung etwas zurück. Hierdurch wird das Eisenstück zum Rotieren veranlaßt. Die Wirkung von II wird in diesem Falle erhöht, wenn man das Eisenstück mit einer in sich geschlossenen Wicklung aus isoliertem Draht versieht. (Kurzschlufsanker.) Indem dann nämlich die Pole des Eisenstücks in diesem zu wandern suchen, erzeugen sie in seiner Wicklung nach dem Lenzschen Gesetz einen Induktionsstrom, welcher das Wandern der Pole zu verhindern strebt.

§ 143. Foucaultströme. Selbstinduktion.

1. Auch in nicht drahtförmigen Metallmassen können elektrische Ströme induziert werden. (**Foucault- oder Wirbelströme.**)

Dicht über der Mitte einer wagrechten Kupferscheibe befindet sich eine Deklinationsnadel. Dreht man die Scheibe um ihre Achse, so dreht sich die Nadel mit. (Beim Drehen der Scheibe entsteht eine Luftströmung. Zum Schutze gegen diese ist die Nadel von der Scheibe durch eine Glasplatte getrennt.) Erklärung: Foucaultströme in der Scheibe und Lenzsches Gesetz. — Schwingt die Nadel über

der ruhenden Scheibe, so werden ihre Schwingungen (stärker) gedämpft, d. h. sie kommt rascher zur Ruhe, als wenn die Scheibe nicht vorhanden wäre. Dämpfung der Schwingungen eines Galvanometermagnets, indem er mit einem kupfernen Gehäuse umgeben wird. — Um die Entstehung von Foucaultströmen in den Eisenkernen elektrischer Strommaschinen zu verhindern, setzt man die Kerne in zweckentsprechender Weise aus dünnen Blechen zusammen, welche voneinander isoliert sind. (Vermeidung von Energieverlust und von gefährlicher Erhitzung.)

2. Zur Erzeugung oder Verstärkung des magnetischen Feldes eines elektrischen Stromes wird Energie verbraucht; beim Verschwinden oder Schwächerwerden des magnetischen Feldes eines elektrischen Stromes findet in der Stromleitung Umsetzung von Feldenergie in Stromenergie statt. Folge: Langsameres Anschwellen eines geschlossenen oder stärker werdenden, langsameres Abschwollen eines geöffneten oder schwächer werdenden elektrischen Stromes. Dieses Anschwellen bzw. Abschwollen wird noch mehr verlangsamt, wenn in die Stromleitung eine Drahtspule, insbesondere eine solche mit eingestecktem Eisenkern, eingeschaltet ist. Grund: Die induzierende Wirkung der einzelnen Spulenwindungen aufeinander.

Name der ganzen Erscheinung: **Selbstinduktion** oder **Extrastrom**.

Bei großen Elektromagnetwickelungen mit vielen Windungen kann es infolge der Selbstinduktion mehrere Minuten dauern, bis der betreffende Strom seine volle Stärke erreicht hat. Wird ferner ein elektrischer Strom in sehr rascher Folge geöffnet und geschlossen, so hat er wegen der Selbstinduktion während der kurzen Schließungsdauer nicht Zeit genug, zur vollen Stärke anzuschwellen. Daher bieten Spulen mit großer Selbstinduktion („Drosselspulen“) einem Wechselstrom einen großen (scheinbaren, sog. Impedanz-) Widerstand dar, während ihr Widerstand für ruhig fließenden Gleichstrom („Ohmscher Widerstand“) verschwindend gering sein kann. („Abdrosselung“ eines Teils der Energie eines Wechselstroms.)

Der „**Öffnungsextrastrom**“ eines elektrischen Stromes geht an der Unterbrechungsstelle als elektrischer Funke („**Öffnungsfunke**“, „**Unterbrechungsfunke**“) durch die Luft hindurch und ruft beim Durchgang durch den menschlichen Körper Muskelzuckungen hervor.

Man nehme z. B. zwei metallene Handgriffe in die Hände, welche mit der Befestigungsstelle der Bandfeder und dem Stift einer in Tätigkeit befindlichen elektrischen Klingel (U.) leitend verbunden sind. (Fig. 280.) — Ein Draht werde in der Mitte geknickt und seine beiden Teile dicht nebeneinander her geführt. Dann vermag er fast keine Induktionswirkungen hervorzurufen oder zu erleiden und zeigt auch

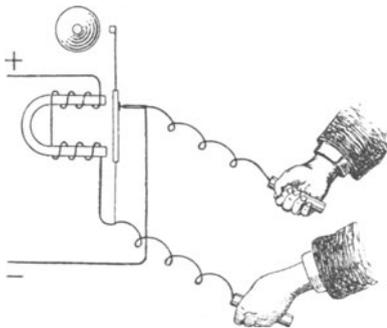


Fig. 280.

fast keine Selbstinduktion, desgl. also eine aus einem solchen Draht hergestellte („bifilar gewickelte“) Spule. Warum? (Vergl. die Spulen in Fig. 256.)

§ 144. Transformatoren. Hoch- und niedriggespannte elektrische Ströme.

1. Eine Spule aus wenigen Windungen isolierten dicken Kupferdrahts, in welcher ein Kern aus Schmiedeeisen steckt, sei von einer Spule aus vielen Windungen isolierten dünnen Kupferdrahts umgeben. Dann heißt die ganze Vorrichtung ein **Umformer** oder ein **Transformator**.

Durch die eine Spule eines Transformators werde ein elektrischer Strom geschickt, dessen Stärke sich periodisch ändert (also ein Gleichstrom, der periodisch geschlossen und geöffnet wird, oder dessen Stärke periodisch zu- und abnimmt, oder ein Wechselstrom). Dann induziert er in der anderen Spule einen Wechselstrom.

Als Eisenkern eines Transformators verwendet man ein Bündel gefirnifster Eisendrähte.

Warum? (Vergl. den Schluß von § 143, 1.)

2. Elektrische Ströme von großer E. M. K. heißen **hochgespannte**, solche von geringer E. M. K. **niedriggespannte Ströme**.

Je nachdem der unter 1. zuerst genannte elektrische Strom die dickdrähtige oder die dünndrähtige Spule des Transformators durchfließt, sei er niedriggespannt und stark oder hochgespannt und schwach. Dann ist der Strom, welcher in der anderen Spule induziert wird, im ersten Falle hochgespannt und schwach, im zweiten Falle niedriggespannt und stark (wegen der kleinen Windungszahl der dickdrähtigen, der großen Windungszahl der dünndrähtigen Spule und zufolge von § 135).

Bei der Übertragung elektrischer Stromenergie auf größere Entfernungen verwendet man der geringeren Kosten halber dünne Leitungsdrähte. In solchen sind aber nach § 135 die Energieverluste geringer, wenn die Stromenergie in Form von hochgespannten und schwachen, als wenn sie in Form von niedriggespannten und starken Strömen auftritt. Daher:

1) Bei der Übertragung elektrischer Stromenergie auf größere Entfernungen für Kraft- und Lichtzwecke werden auf der Anfangsstation niedriggespannte Wechselströme (besonders in Form von Drehstrom) auf hohe Spannung transformiert und auf der Endstation auf niedrige Gebrauchsspannung zurücktransformiert. (S. Fig. 281.)



Fig. 281.

2) Beim Telephonieren auf größere Entfernungen wird auf der Anfangsstation die dickdrähtige Spule eines Transformators zusammen mit dem Mikrophon (U.) in den Stromkreis der galvanischen Batterie eingeschaltet und die Fernleitung an die dünndrähtige Spule des Transformators angeschlossen. (S. Fig. 282, S. 310.)

Zur Hervorbringung der Helligkeitsschwankungen des elektrischen Bogenlichts bei der in § 132, 5 erwähnten Art der drahtlosen Telephonie dient folgende Einrichtung: In den Stromkreis der Bogenlampe ist eine Spule eingeschaltet; nach Art eines Transformators enthält diese einen Eisenkern und ist von einer zweiten

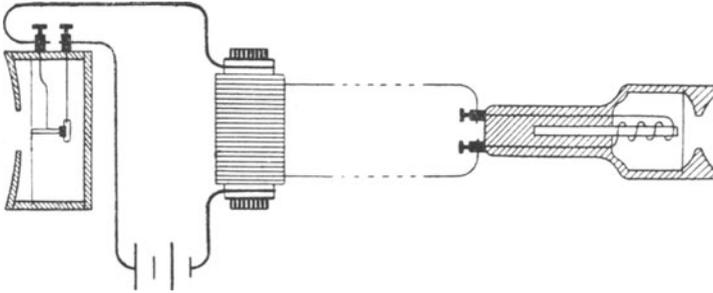


Fig. 282.

Spule umgeben, welche zusammen mit einem Mikrophon in den Stromkreis einer galvanischen Batterie eingeschaltet ist. Wirkungsweise? (Die Helligkeitsschwankungen sind von entsprechenden Temperaturschwankungen begleitet, welche Schallschwingungen der Luft zur Folge haben: „Sprechende Bogenlampe“.)

§ 145. Induktionsapparate.

1. Wenn man die innere Spule eines Transformators und einen selbsttätigen „Stromunterbrecher“ hintereinander schaltet, so wird der Gesamtapparat als **Induktionsapparat** bezeichnet. Man betreibt einen solchen, indem man durch die innere Spule des Transformators und den Unterbrecher einen niedriggespannten und starken Gleichstrom sendet.

Einen selbsttätigen Stromunterbrecher erhält man z. B. aus einer elektrischen Klingel (U.), indem man bei ihr den Klöppel und die Glocke entfernt. Verwendet man einen derartigen Stromunterbrecher bei einem Induktionsapparat, so pflegt man Eisenkern und innere Spule des Transformators zugleich als Elektromagnet des Unterbrechers zu benutzen. (S. Fig. 283 u. 284.)

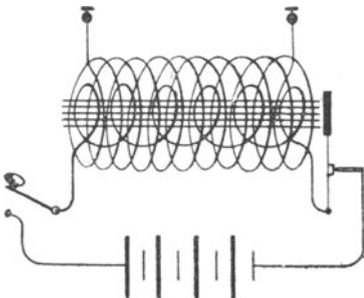


Fig. 283.
Induktionsapparat.

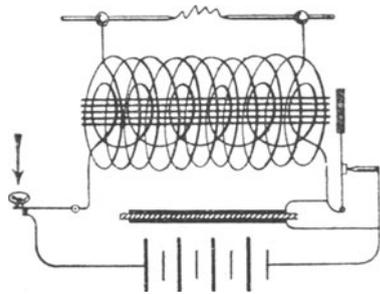


Fig. 284.
Funkeninduktor.

Die Induktionsströme größerer Induktionsapparate gehen in Form von Funken durch die Luft hindurch; beim Durchgang durch den menschlichen Körper verursachen die Induktionsströme kleinerer Induktionsapparate Muskelzuckungen, diejenigen größerer Induktionsapparate stärkere physiologische Wirkungen, durch welche Gefahr für die Gesundheit und selbst für das Leben entstehen kann. Grund: Die hohe Spannung der Induktionsströme.

Die Selbstinduktionsströme sind also ebenfalls hochgespannt. — Anwendung der Induktionsströme kleinerer Induktionsapparate in der Heilkunde. Zur Regelung des Wirkungsgrads kann dabei die sekundäre Spule mehr oder weniger weit über die primäre geschoben werden (Dubois-Reymonds Schlittenapparat), oder es kann der Eisenkern mehr oder weniger tief in die primäre Spule eingesteckt oder ein Messingmantel mehr oder weniger weit über den Eisenkern geschoben werden. (Foucaultströme in dem Mantel!)

2. Wegen der eintretenden Unterbrechung vermag der Öffnungs-extraström in der primären Spule eines Induktionsapparats das Verschwinden des primären Stromes viel weniger zu verzögern als der Schließungsextraström sein Anschwellen. Folge: Der Öffnungsinduktionsstrom eines Induktionsapparats ist viel höher gespannt als der Schließungsinduktionsstrom.

Ein größerer Induktionsapparat, bei welchem die Enden der Unterbrechungsstelle mit den Belägen eines Kondensators leitend verbunden sind, heißt ein **Funkeninduktor**. (Fig. 284.) Bei einem solchen geht nur der Öffnungsinduktionsstrom in Form von Funken (als intermittierender Gleichstrom) durch die Luft hindurch, und zwar auf weit größere Entfernung, als ohne das Vorhandensein des Kondensators der Fall wäre. Grund: Der Öffnungsextraström des primären Stromes wird von dem Kondensator aufgefangen und lädt diesen; beim nächsten Schluß des primären Stromes entlädt sich der Kondensator z. T. an der Unterbrechungsstelle in Form eines schwächeren Funkens, z. T. durch die primäre Spule dem primären Strome entgegen, wodurch dessen Anschwellen noch viel mehr verlangsamt wird.

Mit den Polen der sekundären Spulen von Funkeninduktoren können Verstärkungsflaschen in derselben Weise verbunden werden wie mit den Polen einer Influenzelektriermaschine.

D. Thermoelektrizität.

§ 146. Thermoelemente und -batterien. Thermostrome. Peltiers Phänomen.

1. Wie elektrische Stromenergie in Wärme übergehen kann, so vermag sich auch umgekehrt Wärme in elektrische Stromenergie umzusetzen. Diese Umsetzung findet statt bei den „**Thermoelementen**“ und

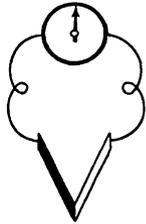
„**Thermobatterien**“. Die von solchen gelieferten elektrischen Ströme heißen **Thermoströme**.

Einrichtung eines Thermoelements: Zwei Stäbchen aus verschiedenen Metallen sind an ihren einen Enden zusammengelötet; ihre anderen Enden bilden die Pole des Elements. (Fig. 285.) Durch Erwärmung der Lötestelle entsteht in dem Element eine E. M. K. in der einen, durch Abkühlung in der entgegengesetzten Richtung. (Seebeck 1821.)

Bei gleicher Temperaturerhöhung oder -erniedrigung der Lötestelle weist von allen Thermoelementen aus einfachen Metallen das Wismut-Antimon-Element die größte E. M. K. auf (für 1 ° C. 0,007 Volt). Thermoelemente aus Legierungen liefern gröfsere elektromotorische Kräfte.

Die E. M. K. eines Wismut-Antimon-Elements ist bei Erwärmung der Lötestelle vom Wismut- nach dem Antimonstäbchen gerichtet.

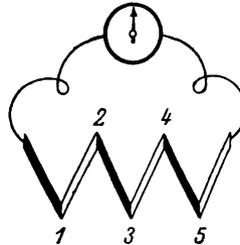
Galvanometer.



Thermoelement.

Fig. 285.

Galvanometer.



Thermosäule.

Fig. 286.

Durch Hintereinanderschaltung mehrerer gleichartiger Thermoelemente erhält man eine Thermobatterie oder „**Thermosäule**“. (Fig. 286. Thermosäule von Nobili aus Wismut-Antimon-Elementen: Thermosäulen von Clamond, Noë und Gülcher zur Erzeugung stärkerer Ströme.) Die Verbindung der aufeinanderfolgenden Elemente einer Thermosäule ist durch Zusammenlöten vorgenommen.

Die E. M. K. einer Thermosäule wird erhöht, wenn man gleichzeitig ihre ungeradzahigen Lötstellen (1, 3 und 5 in Fig. 286) erwärmt und ihre geradzahigen (2 und 4 in Fig. 286) abkühlt oder umgekehrt.

Eine Nobilische Thermosäule bildet in Verbindung mit einem Galvanometer ein äußerst empfindliches Thermoskop. (**Thermomultiplikator**.)

2. Ein elektrischer Strom werde durch ein Thermoelement oder eine Thermosäule geschickt. Dann ändert sich die Temperatur an der Lötestelle bzw. an den Lötstellen in der Weise, daß der Apparat befähigt wird, einen Thermoström von entgegengesetzter Richtung zu liefern. (**Peltiers Phänomen**.)

Der Apparat wird also durch den hindurchgeschickten Strom „geladen“; vergl. das Laden eines Akkumulators, § 131, 4. Ferner: Ein Thermostrom ruft eine elektromotorische Gegenkraft hervor, wodurch ein Widerstand gegen die Weitererzeugung des Stromes entsteht. Die zur Überwindung dieses Widerstandes aufzuwendende Energie setzt sich in die Energie des weiterfließenden Stromes um. Vergl. hierzu den Schluß des letzten Absatzes von § 131, 3 und das Lenzsche Gesetz, § 136, 1.

E. Elektrische Strahlungserscheinungen.

a) Innerer Bau der Atome. Geißlersche und Hittorfsche Röhren, Kathoden-, Kanal- und Röntgenstrahlen. Die Erscheinungen der Radioaktivität.

§ 147. Der innere Bau der Atome.

Wir greifen jetzt die Frage wieder auf, die am Schlusse von § 1 unerledigt gelassen wurde, ob nämlich die Atome einfache Gebilde, oder ob sie aus noch kleineren Teilchen zusammengesetzt sind. Von den bis jetzt betrachteten Erscheinungen gibt eine optische auf diese Frage Antwort. Es ist dies die Erscheinung der Linienspektren glühender Gase und Dämpfe, welche besagt, daß glühende Gase und Dämpfe Lichtstrahlen von verschiedenen, ganz bestimmten Schwingungszahlen aussenden. Daraus folgt, daß bei einem Atom Schwingungen von verschiedenen, ganz bestimmten Schwingungszahlen vorkommen, daß also ein Atom nicht nur als Ganzes schwingt, sondern daß es aus Teilchen besteht, die außerdem für sich periodische Bewegungen ausführen. Daher denkt man sich ein Atom aus einem positiv elektrisch geladenen Kern bestehend, der von einem oder mehreren negativen Elementarquanten oder Elektrizitätsteilchen umkreist wird, wie die Sonne von den Planeten. (Statt eines Kernes können auch mehrere vorhanden sein.) Diese negativen Elektrizitätsteilchen nennt man **Elektronen**. Man stellt sich folgerichtig weiter vor, daß bei einem elektrisch neutralen Atom gerade so viele Elektronen vorhanden sind, als die Ladung des Kernes positive Elementarquanten enthält. Man hat z. B. Grund anzunehmen, daß ein neutrales Wasserstoffatom aus einem Kern besteht, der mit einem positiven Elementarquantum geladen ist, und aus einem einzigen Elektron, das den Kern umkreist. Enthält ein Atom weniger Elektronen als die Ladung seines Kernes positive Elementarquanten, so muß es sich positiv, enthält es mehr, so muß es sich negativ elektrisch zeigen. Es kann sonach einerseits der Zusammenhalt zwischen dem Kern und Elektronen eines Atoms aufgehoben werden, d. h. es können Elektronen von einem Atom absplittern, im äußersten Fall Atome in ihre positiven Kerne (positive Ionen) und freie Elektronen zerfallen, und andererseits können

freie Elektronen in den Verband eines Atoms eintreten. Später zu betrachtende Erscheinungen nötigen ferner zu der Annahme, daß Ionen und freie Elektronen infolge ihrer lebendigen Energie in stände sind, Gasmoleküle in ihre Atome und diese in Ionen und freie Elektronen zu zertrümmern, ein Vorgang, der als (Stofs-)Ionisierung bezeichnet wird.

Freie Elektronen erzeugen, wie sich bewegende Elektrizität überhaupt (elektrischer Strom!), längs ihrer Bahn ein magnetisches Feld. Daher zeigen sie auch die Erscheinung der Selbstinduktion, infolge deren sie in ihrem Bewegungszustand zu beharren suchen. Sie besitzen daher scheinbar träge Masse. Man hat die scheinbare Masse eines Elektrons zu bestimmen vermocht und sie gleich $\frac{1}{1900}$ der Masse eines Wasserstoffatoms gefunden.

§ 148. Geißlersche und Hittorfsche Röhren, Kathoden-, Kanal- und Röntgenstrahlen.

1. Der Funkenstrom eines Funkeninduktors (oder einer Influenz-elektrischermaschine) geht durch ein verdünntes Gas auf größere Entfernung hindurch als durch Luft von gewöhnlicher Dichte. Man schließt das Gas in ein Glasgefäß ein, in dessen Wandung zwei Platinelektroden eingeschmolzen sind. (Besitzt das Gefäß die Form einer Röhre, so befinden sich die Elektroden an deren Enden.) Der Funkenstrom verliert mit zunehmender Verdünnung des Gases mehr und mehr seine scharfe Form und geht bei einem bestimmten Grad der Verdünnung in folgende Erscheinung über: Um die Kathode zeigt sich eine blaue Lichthülle („Kathodenglimmlicht“ oder kurz „Kathodenlicht“), woran sich ein kurzer dunkler Raum anschließt („dunkle Entladung“); von diesem Raume erstreckt sich bis zur Anode ein Lichtband, dessen Farbe von der stofflichen Natur des verdünnten Gases abhängt („Anoden-

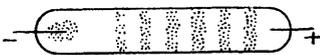


Fig. 287.

Geißlersche Röhre

licht“, bei Luft rötlich violett). Beträgt die Verdünnung ungefähr $\frac{1}{200}$, so füllt das Anodenlicht das Gefäß seiner ganzen Breite nach aus: bei weiterer Verdünnung zerfällt es quer zur Strombahn in pulsierende Schichten. (**Geißlersche Röhre**, Fig. 287.)

Unter Zugrundelegung des im vorigen Paragraphen Auseinandergesetzten erklärt man sich die Entstehung der Lichterscheinungen in einer Geißlerschen Röhre folgendermaßen:

Von den Atomen eines Gases sind immer eine Anzahl in Ionen und freie Elektronen gespalten. Die Ionen des Gasinhalts einer

Geißlerschen Röhre bewegen sich mit großer Geschwindigkeit nach der Kathode, die freien Elektronen mit noch viel größerer Geschwindigkeit nach der Anode; dort angekommen, neutralisieren sie je einen gleichen Betrag der betr. Elektrodenladung. Dadurch wird der Strom in der Röhre unterhalten (bzw. darin besteht er; vergl. die Theorie der Elektrolyse, § 131, 1). Sind die Ionen in der Nähe der Kathode angekommen, so ist ihre Geschwindigkeit so groß geworden, daß sie Gasmoleküle und -atome zu zertrümmern vermögen. Die hierbei freiwerdenden Elektronen werden durch Abstossung von seiten der Kathode so stark beschleunigt, daß auch sie Ionisierung bewirken. Es geschieht dies an der Stelle des Kathodenlichts, das eine Begleiterscheinung dieser Ionisierung ist. Dabei hat sich aber die Geschwindigkeit der Elektronen so sehr vermindert, daß sie eine Strecke weit nicht mehr ionisierend wirken können; daher der Raum der „dunklen Entladung“. Innerhalb dieses Raumes nimmt die Geschwindigkeit der Elektronen infolge der stetig auf sie ausgeübten elektrischen Kräfte wieder derart zu, daß Ionisierung, begleitet von dem Auftreten des Anodenlichts, von ihnen bewirkt wird.

In der Röhre tritt also überall nur da eine Lichterscheinung auf, wo Ionisierung stattfindet.

2 Bei noch weiterer Verdünnung des Gases in einer Geißlerschen Röhre breitet sich der Raum der dunklen Entladung auf Kosten des Kathoden- und des Anodenlichts immer mehr aus und reicht schließlich bei einer Verdünnung von rund 1 Millionstel von der Kathode bis zur Anode. (**Hittorfsche** oder **Crookesche Röhre**. Hittorf 1869, Crookes.) Die Zahl der Gasmoleküle in der Röhre ist dann so klein geworden, daß nur noch sehr selten ein Elektron auf ein Gasmolekül trifft, die Elektronen daher fast alle geradlinig als Körperstrahlen (im Gegensatz zu Wellenstrahlen) senkrecht zur Kathode von letzterer wegfliegen. Diese Strahlen heißen **Kathodenstrahlen**. Sie verraten ihr Dasein dadurch, daß sie beim Auftreffen auf die Gefäßwand letztere zum Fluoreszieren (meist mit grünlichem Licht) bringen.

Auch andere Körper als Glas, z. B. Kalkstein, werden von den Strahlen zur Fluoreszenz gebracht. Infolge ihrer geradlinigen Ausbreitung werfen sie von einem Gegenstand in der Röhre auf die gegenüberliegende Gefäßwand einen Schatten. Endigt die Kathode in einem Hohlspiegel aus Aluminium, in dessen geometrischem Mittelpunkt ein Platinplättchen angebracht ist, so vermögen sie dieses bis zum Glühen zu erhitzen. Bei diesem Versuch geht also ihre lebendige Energie in Wärmeenergie über. Vermöge ihrer lebendigen Energie versetzen sie auch ein Glimmerschaukelrädchen in der Röhre in Umdrehung, auf dessen Schaukeln sie an einer Stelle auftreffen. Von einem Magnet und einem elektrischen Körper werden sie aus ihrer Richtung abgelenkt.

Aus dem Sinn dieser Ablenkung folgt, daß sie in der Tat aus Teilchen negativer Elektrizität bestehen. Die Geschwindigkeit dieser Teilchen wurde zu $\frac{1}{5}$ bis $\frac{1}{3}$ der Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer Ätherwellenbewegung im freien Weltäther ermittelt.

Hinter der durchlöcherten Kathode einer Hittorfschen Röhre tritt eine andere Art von Körperstrahlen, nämlich sog. **Kanalstrahlen** auf. Da sie von einem Magnet und einem elektrischen Körper nach der entgegengesetzten Seite abgelenkt werden wie die Kathodenstrahlen, so bestehen sie aus Teilchen, welche eine positive Ladung mit sich führen. Man hat die Teilchen der Kanalstrahlen aufzufassen als Gasionen, die bei ihrer Anziehung von seiten der Kathode durch deren Löcher hindurchgeflogen sind. Es konnte festgestellt werden, daß die Masse eines solchen Teilchens ungefähr gleich derjenigen eines Wasserstoffatoms, und daß seine Geschwindigkeit rund gleich $\frac{1}{500}$ der Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer Ätherwellenbewegung im freien Weltäther ist. Der größeren Masse gegenüber der (scheinbaren) Masse eines Elektrons entspricht die geringere Geschwindigkeit (und geringere Ablenkbarkeit).

3. Wo die Kathodenstrahlen einer Hittorfschen Röhre die Gefäßswand oder einen Platinspiegel in der Röhre treffen, also gebremst werden, findet Umsetzung des größten Teils der Energie dieser Strahlen in Körperwärme, eines geringen Betrags ihrer Energie aber in die Energie einer neuen Art von Strahlen statt: der **Röntgenstrahlen**. (Röntgen 1895.) Diese breiten sich geradlinig aus, gehen unabgelenkt durch die Gefäßswand in die Luft über und erfahren auch durch einen Magnet und einen elektrischen Körper keine Ablenkung. Nachweis vermittels eines Schirmes mit Baryumplatinzyanür, das sie zu lebhafter Fluoreszenz bringen. Sie wirken wie Lichtstrahlen und ultraviolette Strahlen auf eine photographische Platte und entladen einen geladenen isolierten Leiter, indem sie die Luft ionisieren. Ferner durchdringen sie, ohne abgelenkt zu werden, dicke Schichten von Papier, Holz, Leder, Fleisch (überhaupt von spez. leichten Körpern), während für sie bereits sehr dünne Schichten der Schwermetalle undurchlässig und dünne Schichten von Knochen wenig durchlässig sind.

Daher erblickt man auf einem Baryumplatinzyanürschirm z. B. das Schattenbild des Handskeletts, wenn man auf die Rückseite des Schirmes die Hand legt und auf diese Röntgenstrahlen fallen läßt. Ersetzt man den Schirm durch eine lichtempfindliche Platte, so kann man das Schattenbild photographisch aufnehmen. (Fig. 288 und 289, S. 317.) Wichtigkeit solcher „Durchleuchtungen“ und „Röntgenographien“ von Körperteilen für die Heilkunde!

Da die Röntgenstrahlen vermittels des natürlichen Gitters, das von dem Atomgerüst eines Kristalls gebildet wird, Beugungserscheinungen

hervorbringen (Prof. v. L a u e, 1912), sind sie Wellenstrahlen, und da sie sich auch durch den leeren Raum hindurch fortpflanzen, Wellenstrahlen des Äthers. Aus den betr. Beugungsbildern ist zu schliessen,

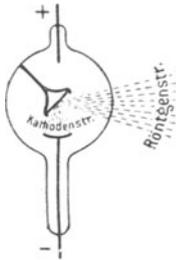


Fig. 288.



Fig. 289.

dafs ihre Wellenlänge 600 bis 3000 mal so klein ist als diejenige der äußersten ultravioletten Strahlen, also $\frac{1}{6}$ bis $\frac{1}{30}$ Millionstel mm ($\frac{1}{6}$ bis $\frac{1}{30} \mu\mu$) beträgt. Zufolge von § 45, 3 ist ihre Fortpflanzungsgeschwindigkeit im freien Weltäther gleich 300 000 km.

§ 149. Die Erscheinungen der Radioaktivität.

Die „radioaktiven“ Elemente Uran, Thor, Radium, Polonium und Aktinium, besonders das **Radium**, senden ununterbrochen, ohne dafs sie irgendwie angeregt zu werden brauchen, Strahlen aus (**Becquerel- oder Radiumstrahlen**: erste Beobachtung derselben 1896 durch B e c q u e r e l.)

Becquerel beobachtete die Strahlen am Uran. Aufser diesem erwies sich zunächst nur noch das Thor als radioaktiv. Das weitaus am stärksten radioaktiv wirkende Radium wurde zuerst 1900 von dem Ehepaar Curie dargestellt.

Die Radiumstrahlen erregen Fluoreszenz, wirken auf eine photographische Platte, durchdringen in nahezu gleicher Weise gleichdicke Schichten der verschiedensten Körper und entladen einen geladenen isolierten Leiter, indem sie die Luft ionisieren.

Setzt man Radiumstrahlen der Einwirkung eines starken Magnets aus, so zerfallen sie in drei Strahlengruppen, deren Strahlen α -, β - und γ -Strahlen heißen. Die α - und β -Strahlen werden nämlich von dem Magnet aus ihrer Richtung abgelenkt, und zwar die α -Strahlen schwach, die β -Strahlen stark, während die γ -Strahlen keine Ablenkung erfahren. Aus dem Sinne der Ablenkung der α - und β -Strahlen folgt, dafs erstere mit den Kanalstrahlen, letztere mit den Kathodenstrahlen wesensgleich sind. Die γ -Strahlen erweisen sich auch durch ihre übrigen Eigenschaften als wesensgleich mit den Röntgenstrahlen.

Die Energie der γ -Strahlen macht fast 90 % der gesamten Strahlungsenergie aus. Die Teilchen der α -Strahlen sind, wie die spektroskopische

Untersuchung zeigt, Atome des einatomigen Heliumgases, welche von den Atomen der radioaktiven Elemente ausgeschleudert werden. Es liegt bei der Entstehung der Radiumstrahlen also ein freiwilliger Zerfall der Atome der radioaktiven Elemente vor. Die positive Ladung jedes Teilchens der α -Strahlen beträgt 2 Elementarquanten. Von allen drei Strahlenarten haben die α -Strahlen das geringste Durchdringungsvermögen; sie werden schon durch ganz dünne Schichten fester und flüssiger Körper vollständig zurückgehalten, und selbst in Luft beträgt ihre „Reichweite“ nicht mehr als 3 bis 7 cm, wie man an dem Aufhören der photographischen und der Ionisierungswirkung erkennt. Der englische Physiker Wilson hat ihre Bahnen (ebenso wie diejenigen der β -Strahlen) mittels Nebelstrahlen sichtbar gemacht, die sich längs dieser Bahnen im gesättigten Wasserdampf bei plötzlicher Abkühlung desselben bilden. Dafür, daß die α -Strahlen das kleinste Durchdringungsvermögen haben, üben sie von allen drei Strahlenarten die stärkste Fluoreszenz- und Ionisierungswirkung aus.

Das stärkste Durchdringungsvermögen von allen drei Strahlenarten besitzen die γ -Strahlen. Da sie außerdem auf die Gewebe des menschlichen Körpers zerstörend wirken, so werden vermöge ihrer die Radiumstrahlen in der Heilkunde dazu benutzt, Geschwülste, Wucherungen und dergl. zu beseitigen. Wie die Röntgenstrahlen durch Bremsen der Kathodenstrahlen, so entstehen die γ -Strahlen durch Bremsen der β -Strahlen bei deren Ionisierungswirkung, denn es gibt wohl radioaktive Körper, die α -, β - und γ -Strahlen, solche, die nur α -Strahlen, und solche, die nur β - und γ -Strahlen, aber keine, die nur γ -Strahlen aussenden. Die γ -Strahlen sind demnach unter den Radiumstrahlen keine ursprünglichen, sondern „sekundäre“ Strahlen.

Durch Ausstoßung von Heliumatomen ändert sich der Stoff der radioaktiven Elemente: Sie werden zu einem anderen radioaktiven chemischen Körper, der gasförmigen „Emanation“. Durch weitere Ausstoßung von Heliumatomen sowie auch von β -Teilchen (= Elektronen) von der Emanation aus entstehen weitere radioaktive chemische Körper, welche eine Zeitlang an der Oberfläche fester Körper haften bleiben und diese dadurch vorübergehend radioaktiv machen. (Mitgeteilte oder „induzierte“ Radioaktivität.)

b) Elektromagnetische Strahlung.

§ 150. Elektromagnetische Schwingungen, Strahlen und Wellen.

1. Bei einer Funkenentladung findet im allgemeinen durch Weiterströmen von positiver und negativer Elektrizität in deren ursprünglichen Bewegungsrichtungen eine schwächere Ladung im entgegengesetzten Sinne statt, der eine schwächere Entladung folgt, usf., d. h. die Funken-

entladung ist schwingungsartig oder oszillatorisch, wobei die Dauer einer einzelnen Schwingung natürlich äußerst kurz ist. (**Elektromagnetische Schwingungen**, da bei jeder Elektrizitätsströmung um deren Bahn ein magnetisches Feld vorhanden ist.) Nachweis durch Beobachtung der Funkenentladung in einem sehr rasch rotierenden Spiegel. (Feddersen 1858.)

Vergl. die Bewegung der Flüssigkeit in den kommunizierenden Gefäßen von Fig. 290 nach dem Öffnen des Hahnes A. — Ein gewöhnlicher Wechselstrom besteht ebenfalls aus elektromagnetischen Schwingungen, von denen hier allerdings nur (verhältnismäßig) wenige auf 1 sec kommen. Umgekehrt stellt eine Funkenentladung auch einen Wechselstrom dar, der nur sehr kurze Zeit (weniger als $\frac{1}{72000}$ sec) dauert, dessen Wechselzahl aber, für 1 sec berechnet, ungeheuer groß (gleich mehreren 100000) ist. Bei einer Funkenentladung nimmt jedoch die Weite (= Stärke) der Schwingungen infolge von Energieverlusten rasch ab, so daß der hier vorliegende Wechselstrom schon nach wenigen Wechseln erlischt („Gedämpfte Schwingungen“. Vergl. S. 308, oben.)

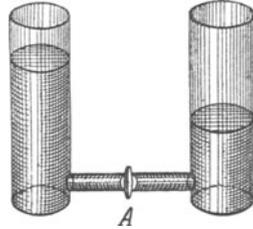


Fig. 290.

Dagegen bleibt bei einem gewöhnlichen Wechselstrom die Weite der Schwingungen immer dieselbe. („Ungedämpfte Schwingungen“.) Verbindet man die Beläge eines Kondensators mit den Polen der sekundären Spule eines Funkeninduktors und setzt diesen in Tätigkeit, so bilden die Entladungsfunken des Kondensators einen andauernden Wechselstrom. Dieser besteht aber aus lauter Zügen gedämpfter Schwingungen, welche durch Pausen voneinander getrennt sind, in denen keine Schwingungen stattfinden. Dabei währt eine solche Pause 50—70 mal so lang als die Dauer eines Schwingungszuges.

Der soeben gekennzeichnete Wechselstrom weist ungeheuer viele Wechsel in 1 sec auf, oder er ist „hochfrequent“. Schaltet man in den Verbindungsdraht des einen Belags des Kondensators mit dem einen Pol der Funkenstrecke die dickdrähtige Spule eines Transformators ein, so wird der hochfrequente und bereits hochgespannte Wechselstrom unter Erhaltung seiner hohen Frequenz auf noch viel höhere Spannung transformiert. („Teslastrom“, Tesla 1894.) Ein Teslastrom übt z. B. keine physiologische Wirkung mehr aus, zeigt in besonders hohem Grade die Erscheinung der Impedanz, und der verdünnte Gasinhalt eines evakuierten Glasgefäßes leuchtet schon in weiter Entfernung von den unverbundenen Polen des Teslastromes hell auf.

2. Die Energie elektromagnetischer Schwingungen breitet sich als elektromagnetische Strahlung aus. Auch diese Ausbreitung vollzieht sich in einem homogenen Mittel nach allen Richtungen in geraden Linien. (**Elektromagnetische Strahlen**, Hertz 1888.)

Da die elektromagnetischen Strahlen Interferenzerscheinungen zeigen, sind sie Wellenstrahlen, und da sie sich auch durch den leeren Raum hindurch fortpflanzen, Wellenstrahlen des Äthers. Die Wellenlängen der elektromagnetischen Wellen betragen eine Anzahl km bis herab zu 3 mm. Zuzufolge von § 45, 3 ist ihre Fortpflanzungsgeschwindigkeit im freien Weltäther gleich 300000 km.

Wegen der großen Wellenlängen sind die Beugungen bei elektromagnetischen Wellenbewegungen ebenso wie bei Schall- und Wasserwellenbewegungen sehr stark.

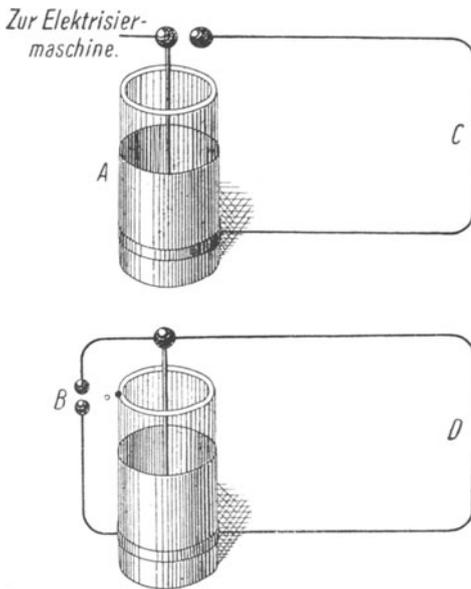


Fig. 291.
Elektrische Resonanz.

besser elektrisches „Mittönen.“) So springt bei jeder Entladung der Leydener Flasche A (Fig. 291) an der Stelle B ein Fünkchen über. Hingegen unterbleibt dies, wenn man den einen der Verbindungsdrähte C und D verlängert oder verkürzt.

Die Energie der Äthertheilchen bei elektromagnetischer Strahlung kann wieder in Energie elektromagnetischer Schwingungen übergehen (wie bei Wärmestrahlung in Körperwärme; vergl. ferner das Mittönen, § 60).

Auch jedem „elektromagnetischen Schwingungskreis“ kommt eine bestimmte Schwingungszahl zu. Daher vermag auch die Energie elektromagnetischer Strahlung sich in einem elektromagnetischen Schwingungskreis nur dann in Energie elektromagnetischer Schwingungen umzusetzen, wenn dieser Schwingungskreis (genau oder annähernd) mit demjenigen „gleichgestimmt“ ist, von welchem die Strahlung herrührt. (Elektrische „Resonanz“ oder

§ 151. Der Fritter. Durchlässigkeit der Körper für elektromagnetische Strahlen. Zurückwerfung und Brechung elektromagnetischer Strahlen.

1. Der Fritter oder Kohärer (Branly 1890) besteht aus einem Glas- oder Ebonitröhrchen, in welchem eine kleine Menge von Metallspänchen lose zwischen zwei Metallzylindern gepackt ist.

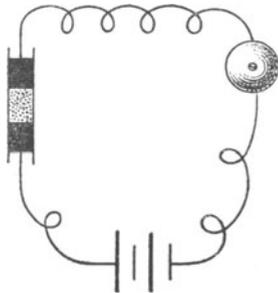


Fig. 292.

Vermittels der letzteren sei der Fritter (Fig. 292 links) zusammen mit einer elektrischen Klingel in den Stromkreis einer galvanischen Batterie eingeschaltet. Zunächst ist die Spänchenmasse des Fritters praktisch nicht leitend. Kommen aber bei dem Stromkreise elektromagnetische Wellen an, so erregen sie in ihm elektromagnetische Schwingungen. Durch diese entstehen zwischen den Spänchen des Fritters Fünkchen,

welche jene oberflächlich zusammenschmelzen (fritten). Dadurch wird der Strom der Batterie geschlossen, und die Klingel tönt. Wenn man nun gegen den Fritter klopft, so werden dessen Spänchen wieder voneinander getrennt, so daß wiederum die Ankunft elektromagnetischer Wellen angezeigt werden kann.

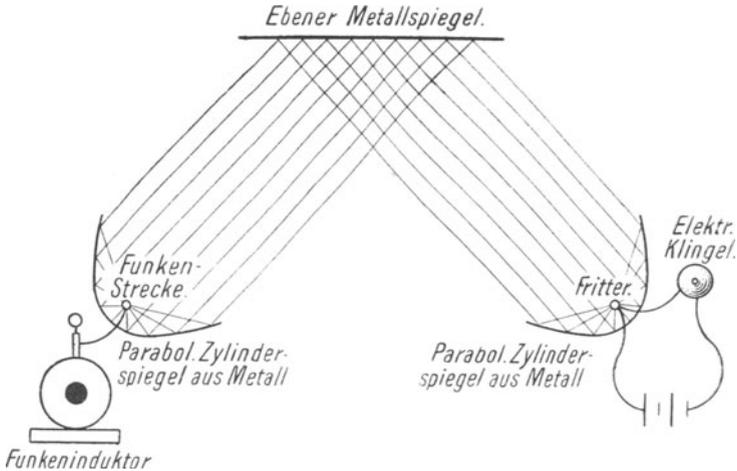


Fig. 293.

Zurückwerfung elektromagnetischer Strahlen.

Die von elektrischen Funken ausgehenden elektromagnetischen Wellen werden von einem Drahtgitter mit größter Stärke durchgelassen, wenn dessen Drähte zur Funkenstrecke senkrecht sind, dagegen mit immer geringerer Stärke, je mehr man die Gitterdrähte der parallelen Lage zur Funkenstrecke nähert, und gar nicht mehr durchgelassen, wenn die parallele Lage erreicht ist. Die elektromagnetischen Strahlen sind also polarisiert und folglich eine elektromagnetische Wellenbewegung eine Querwellenbewegung.

2. Die elektromagnetischen Wellen zu Fig. 292 mögen von einem Funkeninduktor ausgehen, dessen Funken zwischen Metallkugeln überspringen. Hält man vor die Funkenstrecke des Induktors nach der Seite des Fritterstromkreises hin eine Platte, so tönt die Klingel oder sie schweigt, je nachdem die Platte aus schlecht oder aus gut leitendem Material hergestellt ist. Also:

Für elektromagnetische Strahlen sind schlechte Leiter der Elektrizität durchlässig, gute Leiter undurchlässig.

Vergl. die durchsichtigen und undurchsichtigen, durchwärmigen und undurchwärmigen Körper.

3. Experimenteller Nachweis, daß elektromagnetische Strahlen von der Oberfläche eines guten Leiters nach dem Gesetz für die Zurückwerfung

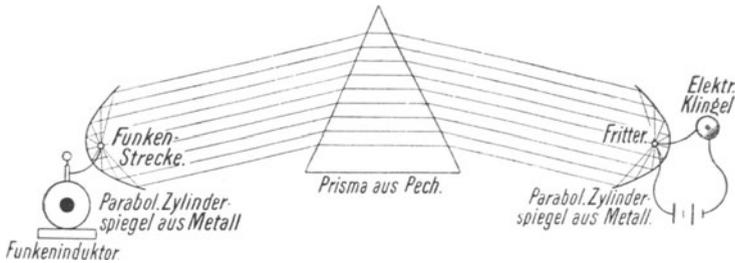


Fig. 294.

Brechung elektromagnetischer Strahlen.

von Wellenstrahlen zurückgeworfen, von einem schlechten Leiter nach dem Gesetz für die Brechung von Wellenstrahlen gebrochen werden, auf Grund der Versuchsanordnungen von Fig. 293, S. 321, und Fig. 294.

§ 152. Die drahtlose Telegraphie.

(Marconi 1897.)

Bei der „drahtlosen“ Telegraphie (Funkentelegraphie, Telegraphie vermittelt elektromagnetischer Wellen), wie sie von Marconi eingerichtet wurde, befindet sich auf der Anfangsstation ein Funkeninduktor, dessen Funken zwischen Metallkugeln überspringen. In den primären Stromkreis des Induktors ist ein Morsetaster eingeschaltet, mittels dessen

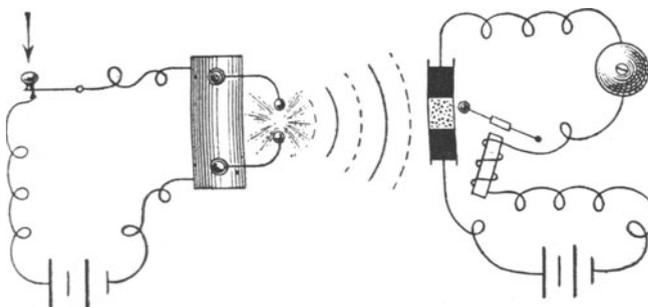


Fig. 295.

Anlage für Funkentelegraphie.

längere und kürzere Funkenfolgen hervorgebracht werden. (Absendung von Morsezeichen!) Auf der Endstation ist in den Stromkreis einer galvanischen Batterie ein Fritter, ein Morseapparat (in Fig. 295

durch eine elektrische Klingel ersetzt gedacht!) und ein „Klopfer“ eingeschaltet. Letzterer besteht zunächst aus einem Elektromagnet. Diesem steht ein Anker gegenüber, der an einer Bandfeder befestigt ist und einen Klöppel trägt. Ist der Fritter durch angekommene elektromagnetische Wellen leitend geworden, so schlägt der Klöppel gegen ihn.

Das eine Ende der Funkenstrecke des Induktors und das eine Metallzylinderchen des Fritters werden außerdem zur Erde abgeleitet, und von dem anderen Ende der Funkenstrecke und dem andern Metallzylinderchen werden Drähte („Antennen“) in die Luft emporgeführt. Diese gehören bezüglich zu den elektromagnetischen Schwingungskreisen des Send- und des Empfangsapparats. Die beiden Schwingungskreise aber müssen aufeinander abgestimmt sein. (Vergl. Fig. 291 nebst dem zugehörigen Text.) — Die Längen der elektromagnetischen Wellen, welche man bei der drahtlosen Telegraphie benutzt, liegen zwischen 100 m und 10 km. — Schon mit der Marconischen Einrichtung war es möglich, besonders infolge der Verbesserungen durch die Deutschen Braun und S l a b y, auf mehrere tausend km drahtlos

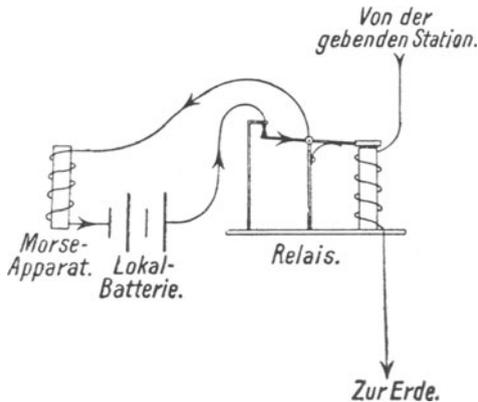


Fig. 296.

zu telegraphieren. Heute ist jedoch die Marconische Einrichtung im allgemeinen verlassen. Man ersetzt jetzt sowohl die Funkenstrecke als auch den Fritter durch ein Glasgefäß von der Art einer Röntgenröhre, Kathodenröhre genannt. Ersetzt man auch noch den Morsetaster durch ein Mikrophon und verbindet mit der Kathodenröhre der Empfangsstation ein Telephon, so kann man vermittels derselben Einrichtung drahtlos telephonieren. — Beim Telegraphieren auf größere Entfernungen (sowohl mit als ohne Drahtverbindung der Stationen) findet das sog. Relais Verwendung. Dieses besteht der Hauptsache nach aus einem Elektromagnet, dem ein Anker gegenübersteht. Beim Telegraphieren mit Drahtverbindung tritt der Elektromagnet des Relais' an die Stelle des Empfangsapparats, bei der drahtlosen Telegraphie etwa nach Marconi wird er zusammen mit dem Fritter in den Stromkreis der betr. galvanischen Batterie eingeschaltet. Wenn der Elektromagnet erregt wird, so bewirkt sein Anker den Stromschluß einer weiteren Batterie, welche beim Telegraphieren mit Drahtverbindung Lokalbatterie genannt wird. Der Stromkreis dieser Batterie enthält beim Telegraphieren mit Drahtverbindung den Empfangsapparat (S. Fig. 296!), bei der drahtlosen Telegraphie den Morseapparat und den Klopfer.

Schlufs.

Wir haben gesehen, daß es eine ganze Reihe von Energieformen gibt, und daß diese ineinander verwandelt werden können. Die Betrachtung der verschiedenen Energieformen und ihrer Verwandlung ineinander bildet die Hauptaufgabe der neueren Physik.

Wie wir in einer Anzahl von Fällen festzustellen vermochten, und wie man auch in anderen Fällen stets gefunden hat, **vollzieht sich die Umwandlung einer Energieform in eine andere ohne Verlust oder Gewinn an Energie.** (**Gesetz von der Erhaltung der Energie.** Robert Mayer 1842, Helmholtz 1847.) Falls wir nun annehmen — was doch höchstwahrscheinlich ist —, daß überall im Weltraum außerhalb des Bereichs unserer Erfahrung dieselben Gesetze herrschen wie innerhalb dieses Bereichs, so müssen wir Clausius zustimmen, wenn er dem Gesetz von der Erhaltung der Energie die allumfassende Form gibt:

Die Energie des Weltalls ist konstant.

Ergebnisse der Rechungsaufgaben.

Nr. 1--66.

1. 30 cm sec bzw. 90 cm. **2.** 16 sec bzw. 0,925 m/sec². **3.** 40 cm/sec. **4.** 40 m/sec.
5. 11 m. **6.** Höhe des Turmes: 122,625 m; Geschwindigkeit: 49,05 m/sec. **7.** 3 sec
 bzw. 103,005 m. **8.** Zeit: 11,12 sec; Geschwindigkeit: 109,069 m/sec. **9.** Zeit: 6,39 sec.
10. 107,7 m. (Der andere Wert, 26860,5 m, ist unbrauchbar.)

11. Höhe: 11004,8 oder 2363,63 m. **12.** 200 Dyn. **13.** 20 g. **14.** 4 cm/sec².
15. 49,05 fg. **16.** 6. **17.** Kraft: 50000 kg. **18.** Arbeit: 45000 kgm. Effekt: 0,588 PS.
19. 0,139 PS. **20.** 40 Dyn.

21. Länge des Weges: 20 cm. **22.** Arbeit: 39 kgm. **23.** Kraftweg: 4 cm.
24. 10,0926 cm bzw. 5,0463 Dyn. **25.** 6250 Erg. **26.** 10 g. **27.** 4 cm/sec. **28.** 2691 kgm.
29. 31250 kg. **30.** Lebendige Energie: 75 000 kgm.

31. Energie der Lage und lebendige Energie: 100 kgm. **32.** 4 · 10⁷ Erg. = 4 Joule.
33. 0,6 m. **34.** Lage- und lebendige Energie: 6,814 kgm; Geschwindigkeit: 3,656 m/sec.
35. Zugkraft: 3200 kg. **36.** Verlängerung: 0,96 mm, 0,285 mm; 1,536 mm, 0,24 mm;
 2,279 mm, 0,87 mm. **37.** Tragfähigkeit: 8600 kg; Verlängerung: 4,24 mm. **38.** 31,579 m.
39. 14,4 qmm. **40.** 904,8 kg.

41. 1080000 bis 1980000 kg. **42.** 0,36. **43.** 100 kg. **44.** 9,659 kg. **45.** 103,529 kg.
46. 26° 46'. **47.** 0,5 t. 10 Pferde. **48.** Zerlegung durch trigonometrische Berechnung.

$$\begin{aligned}
 1) \quad P_1 &= \frac{R \cdot \sin \varphi}{\sin(\varphi + \psi)}, \quad P_2 = \frac{R \cdot \sin \varphi}{\sin(\varphi + \psi)} \\
 2) \quad \cos \varphi &= \frac{R^2 + P_1^2 - P_2^2}{2 R P_1}, \quad \cos \psi = \frac{R^2 + P_2^2 - P_1^2}{2 R P_2}, \\
 3) \quad P_2 &= \sqrt{R^2 + P_1^2 - 2 R P_1 \cdot \cos \varphi}, \quad \sin \psi = \frac{P_1 \cdot \sin \varphi}{P_2}, \\
 4) \quad P_1 &= R \cdot \cos \varphi \pm \sqrt{P_2^2 - R^2 \sin^2 \varphi}, \quad \sin \psi = \frac{P_1 \cdot \sin \varphi}{P_2},
 \end{aligned}$$

wenn R die Größe der zu zerlegenden Kraft, P₁ und P₂ die Größen der
 Seitenkräfte. φ und ψ deren Winkel mit der zu zerlegenden Kraft sind

49. $\sqrt{19} = 4,3589$ kg bzw. 36° 35' 11", 23° 24' 49". **50.** 400. $\sqrt{3} = 692,817$ g; 400 g.

51. $\sqrt{14} = 3,74178$ kg. **53.** 9.4046 kg bzw. 60° 15' 6". **54.** 10. $\sqrt{3} = 17,321$ kg.
55. Kräfte: 15 bzw. 5. $\sqrt{3} = 8,66$ kg. **56.** Kettenspannungen: 30 kg. **57.** 10 kg.
58. Abstände des Angriffspunkts von den Angriffspunkten der Kräfte: 54 bzw. 36 cm.
59. 25 kg bzw. 10 cm. **60.** 10 kg bzw. 5 cm.

61. 20 bzw. 40 kg. **62.** 2 cm. **63.** 36 cm. **64.** Entfernung: 6^{13/14} cm. **65.** Be-
 zeichnet man die Länge der Quadratseite mit a, so ist der gesuchte Punkt von der
 ersten Quadratseite um $\frac{1}{5}a$, von der zweiten um $\frac{3}{5}a$ entfernt **66.** Der Schwerpunkt

Nr. 67—82.

teilt die Achse des Kegels von der Grundfläche aus im Verhältnis 2 : 1. **67.** Der Schwerpunkt teilt das unterste Drittel der Achse des Kegels von der Grundfläche aus im Verhältnis $s : r$, ist demnach von der Grundfläche um $\frac{h}{3} \cdot \frac{s}{s+r}$ entfernt. (s, r, h sind bezüglich die Längen von Seitenlinie, Grundradius, Achse des Kegels.)

69. Abstand: $\frac{h}{3} \cdot \frac{a+2b}{a+b}$. (h = Länge der Höhe, a = Länge der unteren, b der oberen Grundlinie des Trapezes.) **70.** Der Schwerpunkt teilt die Verbindungslinie der Mitte der Grundlinie mit der Spitze im Verhältnis $b : (a+b)$. (a = Länge der Grundlinie, b des Schenkels.)

71. Der Schwerpunkt teilt die Verbindungslinie der Schwerpunkte von Quadrat und Dreieck im Verhältnis $h : 2a$. (a = Länge der Quadratseite, h der Höhe des Dreiecks auf seine Grundlinie.) Der Schwerpunkt liegt also innerhalb des Quadrats, auf der Grenze von Quadrat und Dreieck oder innerhalb des Dreiecks, je nachdem $h \leq a \cdot \sqrt{3}$, und ist von der unteren Grundlinie des Quadrats um $\frac{3a^2 + 3ah + h^2}{3(2a+h)}$

entfernt. **72.** Der Schwerpunkt teilt die Verbindungslinie der Schwerpunkte von Zylinder und Kegel im Verhältnis $h_1 : 3h$. (h = Größe der Höhe des Zylinders, h_1 der Höhe des Kegels.) Mithin liegt der Schwerpunkt innerhalb des Zylinders, auf der Grenze von Zylinder und Kegel oder innerhalb des Kegels, je nachdem $h_1 \leq h \cdot \sqrt{6}$, und ist von der Grundfläche des Zylinders um $\frac{9h^2 + 6hh_1 + 2h_1^2}{6 \cdot (3h + h_1)}$

entfernt. **73.** Der Schwerpunkt liegt auf dem Lot von der Spitze des Kegels auf die untere Grundfläche des Würfels und ist vom Fußpunkt dieses Lotes um $\frac{36a^2 + 6\pi a \cdot (3h + h_1) + 9\pi h^2 + 6\pi h h_1 + 2\pi h_1^2}{6 \cdot (12a + 3\pi h + \pi h_1)}$ entfernt. (a = Länge der Würfel-

kante; h = Größe der Höhe des Zylinders, h_1 der Höhe des Kegels.) **74.** Der Schwerpunkt liegt auf dem Symmetrie-Radius und ist vom Kreismittelpunkt um $\frac{2}{\pi}$ des Radius entfernt. **75.** Der Schwerpunkt teilt die Verbindungslinie des Kreismittelpunkts mit dem Schwerpunkt der halben Kreislinie im Verhältnis $\pi : 2$ und

ist daher vom Kreismittelpunkt um $\frac{2}{\pi+2}$ des Radius entfernt. **76.** Der Schwerpunkt liegt auf dem Symmetrie-Radius und ist vom Kreismittelpunkt um $\frac{2}{3} \cdot \frac{r \cdot s}{b}$ entfernt. (r = Länge des Kreisradius, s der Sehne, b des Bogens des Sektors.)

77. Der Schwerpunkt liegt auf dem Symmetrie-Radius und ist vom Kreismittelpunkt um $\frac{1}{3} \cdot \frac{s^3}{2br - s \cdot \sqrt{4r^2 - s^2}}$ entfernt. (r = Länge des Kreisradius, s der Sehne, b des Bogens des Segments) **78.** Der Schwerpunkt liegt auf dem Symmetrie-Radius

und ist vom Kreismittelpunkt um $\frac{4}{3\pi}$ des Radius entfernt. **79.** Der Schwerpunkt ist der Mittelpunkt der Achse der Zone oder Haube. **80.** Der Schwerpunkt ist der Mittelpunkt des Symmetrie-Radius.

81. Der Schwerpunkt liegt auf dem Symmetrie-Radius und ist vom Kugelmittelpunkt um $\frac{1}{3}$ des Radius entfernt. **82.** Der Schwerpunkt ist der Mittelpunkt der Achse (Höhe) der Kugelhaube, welche von der kegelmantelförmigen Begrenzungsfläche des Sektors aus der konzentrischen Kugelfläche ausgeschnitten wird, deren Radius $\frac{3}{4}$ des Kugelradius des Sektors beträgt. Daher Abstand des Schwerpunkts

Nr. 83—130.

des Sektors vom Kugelmittelpunkt: $\frac{3}{8} \cdot (2r - h)$. (r = Länge des Kugelradius; h = Größe der Höhe der Kugelhaube des Sektors.) **83.** Der Schwerpunkt liegt auf dem Symmetrie-Radius und ist vom Kugelmittelpunkt um $\frac{3}{4} \cdot \frac{4r^2 - 4rh + h^2}{3r - h}$
 $= \frac{3}{4} \cdot \frac{(2r - h)^2}{3r - h}$ entfernt. (r = Länge des Kugelradius, h = Größe der Höhe des

Segments.) **84.** Der Schwerpunkt liegt auf dem Symmetrie-Radius und ist vom Kugelmittelpunkt um $\frac{3}{8}$ des Radius entfernt. **85.** Der Angriffspunkt der Resultierenden liegt auf der Verbindungsgeraden der Angriffspunkte der Kräfte über den Angriffspunkt der ersten Kraft hinaus und ist von diesem um 20 cm entfernt. Die Resultierende ist gleich 20 kg und hat die Richtung der ersten Kraft. **86.** Die Resultierende greift im Angriffspunkt der zweiten Kraft an, hat die Richtung der ersten, dritten und fünften Kraft und ist gleich 3 kg. **87.** 15 bzw. 5 kg. **89.** 3900, wenn die Werte von Drehkräften, die entgegen der Uhrzeigerbewegung wirken, mit dem -- Zeichen versehen werden. **90.** $2 \cdot 0,04 + 3 \cdot 0,06 - 13 \cdot 0,02 = 0$.

91. 3,1685 kg. **92.** Gesuchter Abstand: 2,4 m. **94.** 26,18 mg. **95.** 7,81033 m/sec bzw. 78,1033 m. **96.** Bezüglich 5 m/sec², 40 m/sec und 100 m. **97.** 48 m/sec bzw. 560 m. **98.** 70 bzw. 30 m/sec. **99.** 370 m/sec bzw. 1155 m. **100.** Zeit: 2 sec. (Der andere Wert, 10 sec, gibt an, nach welcher Zeit der Körper beim Wiederherabfallen in der Höhe der Turmspitze wieder ankommt.) Geschwindigkeit: 40 m/sec.

101. 17 m/sec. **102.** 350 m bzw. 20 m/sec². **103.** 105 m. **104.** Geschwindigkeit: 50 m/sec. **105.** 300 m/sec bzw. 50 m/sec². **106.** Zeit: 30 sec; Verzögerung: 0,4 m/sec². **107.** Die Körper treffen nach 10 sec in der Mitte zwischen ihren Ausgangspunkten mit 10 bzw. 110 m/sec Geschwindigkeit zusammen. **108.** Steighöhe: 4500 m; Zeit: 60 sec. **109.** $2^\circ 55' 17''$. **110.** 0,5176 m.

111. Zeit: 2 sec. **112.** Die Körper begegnen sich nach 10 sec, 245,25 m vom oberen Ende der sch. Ebene entfernt. **114.** a) 0,047 und 24,073 sec; b) 0,048 sec und 1 min 6,206 sec. (Der zweite Wert bezieht sich jedesmal auf den Fall, daß der Körper nach Erreichung seiner höchsten Lage wieder im Herabfallen begriffen ist.) **115.** Der Körper ist nach 3 sec von seinem Ausgangspunkt in wagrechter Richtung um 24, in lotrechter um 45 m entfernt. Seine Geschwindigkeit ist dann gleich 31,0486 m/sec, und ihre Richtung bildet mit der Horizontale einen Winkel von $75^\circ 4' 7''$. Er trifft den Erdboden, 40 m in wagrechter Richtung von seinem Ausgangspunkt entfernt. **116.** 2,7951 bzw. 3,5795 m sec. **117.** 21,796 m, sec. **118.** Der Körper ist dann von seinem Ausgangspunkt in wagrechter Richtung 20,7845 m entfernt und befindet sich 33 m unter der Horizontale seines Ausgangspunkts. Größe der gesuchten Geschwindigkeit: 26,9075 m/sec. Die Richtung dieser Geschwindigkeit bildet mit der Horizontale unterhalb der letzteren einen Winkel von $75^\circ 4' 45''$. Der Körper trifft den Erdboden, 37,5233 m in wagrechter Richtung von seinem Ausgangspunkt entfernt. **119.** Bezüglich 0,8 m, 0,8 sec, 5,5426 m. **120.** Höhe: 26,54 m; lebendige Energie: 62366,1 kgm.

121. 200 m/sec. **122.** Erhebungswinkel: $75^\circ 57' 50''$ ($63^\circ 26' 6''$, $53^\circ 7' 48''$, $82^\circ 52' 30''$). **123.** $70^\circ 31' 47''$. **124.** Erhebungswinkel: $4^\circ 47' 49,5''$ oder $85^\circ 12' 10,5''$. Der Punkt, nach welchem der Gewehrlauf gerichtet ist, liegt 125,58 bzw. 17874 m lotrecht über dem Ziel. **125.** Werte: $\frac{\pi}{20}$; 0,579163; 1,328 $\sqrt{4}$. **126.** 18° ; $25^\circ 42' 51,7''$; $85^\circ 56' 31''$. **127.** 7,0685 m/sec. **128.** 5,88229. **129.** Abstand: $\sqrt{\frac{2}{M}}$ entsprechende Längeneinheiten. **130.** 0.0375.

Nr. 131—163.

- 131.** a) $M a^2 + \frac{M}{3} l^2$; b) $M a^2 + \frac{M}{12} l^2$. (M Masseneinheiten = Masse der Strecke, l entsprechende Längeneinheiten = Länge der Strecke, a entsprechende Längeneinheiten = Länge des Lotes.) **132.** $M r^2$. (M Masseneinheiten = Masse, r entsprechende Längeneinheiten = Länge des Radius der Kreislinie.) **133.** $\frac{M}{2} r^2$. (M Masseneinheiten = Masse, r entsprechende Längeneinheiten = Länge des Radius der Scheibe.) **134.** $\frac{M}{2} r^2$. (M Masseneinheiten = Masse, r entsprechende Längeneinheiten = Länge des Grundradius des Zylinders.) **135.** Rund 4512 Millionen km. **136.** Die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne zu $8 + 2 \cdot 6 = 20$ Millionen geogr. Meilen angenommen, ergeben sich für die anderen genannten Planeten aus dem dritten Keplerschen Gesetz bezüglich als mittlere Entfernungen von der Sonne in Millionen geogr. Meilen rund 8, 15, 31, 105, 193, 378, während sich zufolge der Titius-Bödeschen Regel ergeben müssten 8, 14, 32, 104, 200, 392. **137.** Formel für die Zentrifugalbeschleunigung: $\frac{4 \pi^2 R \cdot \cos \varphi}{T^2}$; Formeln für die Komponenten: $\frac{4 \pi^2 R \cdot \cos^2 \varphi}{T^2}$, $\frac{2 \pi^2 R \cdot \sin 2 \varphi}{T^2}$. (R = Länge des Planetenhalbmessers, T = Wert der Umdrehungszeit des Planeten.) **138.** Die bezüglichen Werte für einen Punkt des Äquators sind 0,0339 m/sec², 0,0339 m/sec², 0, für einen Punkt unter 45° Breite 0,0239 m/sec², 0,0169 m/sec², 0,0169 m/sec². **139.** An einem Punkte des Äquators: 981,39 cm/sec² bzw. 981,39 Dyn = 1,0004 g, an einem Punkte unter 45° Breite 982,69 cm/sec² bzw. 982,69 Dyn = 1,0017 g. **140.** Zentripetalbeschleunigung: 2,7 mm/sec². **141.** Höhe der äußeren Schiene gegenüber der inneren: 0,109 m. **142.** 4,662. **143.** 3,133 m/sec. **144.** $\frac{900 g}{n^2 \pi^2}$. (g = Erdbeschleunigung.) Die Größe der Höhe ist also von der Länge der Tragstangen unabhängig. **145.** Rund 5950 Trillionen Tonnen von je 1000 fg. **146.** Maßzahl der Dichte: 5,6. **147.** Die Anziehungskraft der Sonne wäre rund 320 000 mal so groß als diejenige der Erde, so daß die Masse der Sonne rund gleich 320 000 Erdmassen ist. **148.** Rund 27 : 1. **149.** Verhältnis: rund 1 : 6. **150.** 2,7 mm/sec². **151.** 0,39. **152.** $49^{1/11}$ oder $77^{1/7}$ Erdhalbmesser. (Beim zweiten Wert liegt also der Schnittpunkt $17^{1/7}$ Erdhalbmesser über den Mond hinaus.) **153.** Der Stein müßte über den Punkt hinaus gelangen, der vom Erdmittelpunkt 54, also vom Mondmittelpunkt 6 Erdhalbmesser absteht. **154.** $\frac{1}{n}$. **155.** Werte von Beschleunigung, Elongation, Geschwindigkeit: 0, 0, c; $\frac{a}{2}, \frac{r}{2}, \frac{c}{2} \cdot \sqrt{3}; \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3}, \frac{r}{2} \cdot \sqrt{3}, \frac{c}{2} \cdot a, r, 0; \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3}, \frac{r}{2} \cdot \sqrt{3}, -\frac{c}{2}; \frac{a}{2}, \frac{r}{2}, -\frac{c}{2} \cdot \sqrt{3}; 0, 0, -c; -\frac{a}{2}, -\frac{r}{2}, -\frac{c}{2} \cdot \sqrt{3}; -\frac{a}{2} \cdot \sqrt{3}, -\frac{r}{2} \cdot \sqrt{3}, -\frac{c}{2}; -a, -r, 0; -\frac{a}{2} \cdot \sqrt{3}, -\frac{r}{2} \cdot \sqrt{3}, \frac{c}{2}; -\frac{a}{2}, -\frac{r}{2}, \frac{c}{2} \cdot \sqrt{3}; 0, 0, c. **158.** 6,344 sec. **159.** 35,7825 m. **160.** Länge des Sekundenpendels: 0,996 bzw. 0,9909 m. **161.** Nach 3 Schwingungen der ersten. 2 der zweiten Kugel tritt wiederum Koinzidenz ein. **162.** Verhältnis der Längen = 4 : 1. **163.** $2 \pi \cdot \sqrt{\frac{2}{3} \frac{1}{g}}$ sec.$

Nr. 164—260.

(g Längeneinheiten $\text{sec}^2 = \text{Erdschleunigung}$.) **164.** 1908390. **165.** 979 cm/sec^2 . **166** $15^\circ \cdot \sin \varphi$. **167.** 31 h 12 min 24 sec mittlere Sonnenzeit. **168.** $45,45 \text{ cm/sec}$. **169.** $9,09 \text{ cm/sec}$ von der Richtung der Geschwindigkeit des ersten Körpers. **170** Der erste Körper wiegt 20, der zweite 10 fg.

171. 1 m/sec bzw. 50 cm/sec . **172.** 11,25 bzw. $21,25 \text{ cm/sec}$. **173.** Der erste Körper bewegt sich mit $0,5 \text{ m/sec}$ Geschwindigkeit in der ursprünglichen Bewegungsrichtung des zweiten, der zweite mit $16,5 \text{ m/sec}$ Geschwindigkeit in der ursprünglichen Bewegungsrichtung des ersten. **174.** 7,21. **175.** 0,7. **176.** 1,6. **177.** 0,93. **178** 0,74. **179.** Geschwindigkeit: $2,5057 \text{ m/sec}$. **180.** $2,5057$ bzw. $1,5786 \text{ l}$.

181. $45,87 \text{ cm}$. **182.** 2515 m . **183.** $661,9 \text{ mm}$. **184.** $\frac{1}{500}$. **185.** Größe des Druckes nach dem 10. Kolbenhub: 13 mm Quecksilberhöhe. Nach dem 32. Kolbenhub ist die Grenze der Verdünnung erreicht. **186.** 410. **187.** $21,25 \text{ m}$ bzw. 17 mm . **188.** 5000 m . **190.** 403.

191. 52. **192.** 270: 300; 320; 360; 400; 450; 480. **193.** Schwingungszahlen: 146, 8125; 163,125; 174; 195,75; 217,5; 244,6875; 261. **194.** Relative Schwingungszahlen in bezug auf c: $\frac{5}{3}$; $\frac{15}{8}$; $\frac{25}{12}$; $\frac{20}{9}$; $\frac{5}{2}$; $\frac{25}{9}$; $\frac{25}{8}$; $\frac{10}{3}$. **195.** Relative Schwingungszahlen: $1; \sqrt[12]{2}; \sqrt[12]{2}; \sqrt[12]{2^3}; \dots \sqrt[12]{2^{11}}$; 2. Absolute Schwingungszahlen: 129,327; 137,016; 145,163; 153,793; 162,941; 172,632; 182,896; 193,773; 205,29; 217,5; 230,437; 244,133; 258,653. **196.** 2:1. **197.** $188,874$. **198.** Gesuchte Spannung: $152,779 \text{ kg}$. **199.** $0,48 \text{ mm}$. **200.** 50 cm .

201. 60 cm bzw. $183\frac{1}{3}$. **202.** 6000 m . **203.** $1,1973 \text{ m}$. **204.** $20,8 \text{ m}$ bzw. rund 16. **205.** 25 cm . **206.** 1) Wellenlängen: 140 cm , 84 cm , 60 cm ; Schwingungszahlen: (rund) 243, 405, 567. 2) Wellenlängen: 105 cm , 70 cm , $52\frac{1}{2} \text{ cm}$; Schwingungszahlen: (rund) 324, 486, 648. **207.** $1,1724 \text{ m}$. **208.** Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer Schallwellenbewegung ist in Leuchtgas $\frac{3}{2}$ mal so groß als in Luft. **209.** $32 \text{ } 57 \text{ cm}$. **210.** 32.

211. $431,5$. **212.** 440 bzw. 220 . **213.** 24. **214.** 129; $134\frac{3}{8}$. **215.** 544 bzw. $498\frac{2}{71}$. **216.** Geschwindigkeit: $6,8 \text{ m/sec}$. **218.** Ergebnis: 313271 km . **219.** 8 min 20 sec bzw. $1\frac{11}{40} \text{ sec}$. **220.** Rund 33 Billionen km.

221. 25:1. **222.** Gesuchter Abstand: $2 \cdot \sqrt{5} = 4,4722 \text{ m}$. **223.** Verhältnis der Beleuchtungsstärken: 64:25. **224.** 25. **225.** Abstand des Schirmes von der einen Kerze: 2 m . **227.** Die Beleuchtungsstärken verhalten sich wie 1:0,91736. **228.** $1,327:1$. **229.** $49^\circ 15' 51''$. **230.** 16 NK.

231. Abstand der Gasflamme: $0,9 \text{ m}$. **232.** Die Beleuchtungsstärke ist dieselbe zwischen den beiden Lichtquellen in $1,5 \text{ m}$ Abstand von der ersten, und über die zweite hinaus in $10,8 \text{ m}$ Abstand von dieser. **233.** $13,193 \text{ Meter}$ - (Hefner-) Kerzen. **234.** Höhe: $1,3881 \text{ m}$. **235.** $16,0081 \text{ Meter}$ - (Hefner-) Kerzen. **236** $1^\circ 19' 1''$. **239.** Sie verhalten sich wie 93:10000. **240.** $8,57$ bzw. — $17,14 \text{ cm}$.

241. 2:1. **242.** 60 cm . **243.** 50 m bzw. $99,01 \text{ cm}$. **244.** Abstand: $12,5 (16\frac{2}{3}, 18,75)$ bzw. $37,5 (33\frac{1}{3}, 75) \text{ cm}$. **245.** $69,23 \text{ cm}$. **246.** Der Gegenstand ist in der Mitte zwischen dem Brennpunkt des Hohl- und dem Zerstreungspunkt des erhabenen Spiegels aufzustellen. **247.** 214286 km . **248.** $\frac{9}{8}$. **249** $21^\circ 21' 4''$ bzw. $36^\circ 21' 4''$. **250.** Einfallswinkel: $55^\circ 5'$; Ablenkung: $50^\circ 10'$.

251. 1,57. **252.** $\frac{\sin(\delta + \gamma)}{\sin \gamma}$. **253.** $9,19 \text{ mm}$. **255.** 10 cm . **256.** $24,4 \text{ cm}$ **257** 3 cm . **258.** $12,5 \text{ cm}$. **259.** $9,52 \text{ cm}$. **260.** $13,33 \text{ cm}$

Mr. 261—370.

261. Der Konvergenzpunkt erscheint um $\frac{2}{3}$ seiner ursprünglichen Entfernung von der Linse dieser nähergerückt **262.** 3,15 bzw. — 2,4 m. **263.** Der opt. Mittelpunkt liegt außerhalb der Linse auf der Seite ihrer erhabenen Begrenzungsfläche, von dieser um 6 mm entfernt. **264.** 24 cm. **266.** 5 fach linear. **267.** 16 cm. **268.** 500 fach $\frac{1}{2}$ near. **269.** 3,6 mm. **270.** 22 cm.

271. 100 fach linear. **272.** 2,5 cm. **274.** Gesuchter Winkelbetrag: $22^{\circ} 50' 40''$.
280. Formeln für den zweiten dunklen Ring bzw. Streifen:

$$\lambda = \frac{r^2}{2R}; \quad \lambda = \frac{4}{3} \cdot \frac{KA \cdot c \cdot \sin \alpha}{KE + KA}; \quad \lambda = \frac{a \cdot c}{2b}.$$

Formeln für den kten dunklen Ring bzw. Streifen:

$$\lambda = \frac{r^2}{k \cdot R}; \quad \lambda = \frac{4}{2k-1} \cdot \frac{KA \cdot c \cdot \sin \alpha}{KE + KA}; \quad \lambda = \frac{a \cdot c}{k \cdot b}.$$

- 282.** 0,00069 mm. **285.** 1,61. **288.** 292 ccm. **289.** 7,5 Atm. **290.** 41,314 kg.
291. Lin. A. K. des Zinks: 0,0000297. **292.** 1,00018 m. **293.** 9,99715 cm.
294. Die Länge ist um 0,0012 m geringer. **295.** Der Stab ist bei $-55\frac{5}{9}^{\circ}$ C. um 1 mm kürzer. **296.** Gesuchte Temperatur: $6,4^{\circ}$ C. **297.** 2,0054 l. **298.** 59,4 cm.
299. Gesuchtes Volumen: 1,366 l; 1,732 l; 0,634 l; 0,268 l. — Gesuchte Temperatur: 273° C.; 546° C. **300.** Reduzierter Barometerstand: 737,2 mm.
301. 13,32. **302.** 7,533 g. **303.** 0,001. **304.** 0,00366. **305.** 330,523 m. **306.** 1.4117 l.
307. 2,36717 g. **308.** Gesuchte Temperatur: $63,575^{\circ}$ C. **309.** Spez. Gew.: 0,00125.
310. 1,366 Atm.; 1,732 Atm.; 0,634 Atm.; 0,268 Atm.; 1,4638 Atm.
311. Gesuchte Temperatur: $-136,5^{\circ}$ C.; -182° C. **312.** 198° . **313.** $14,753^{\circ}$ C.
314. 0,11. **315.** 0,22. **316.** 3,78 Kal. **317.** 296,4 Kal. **318.** 20,202 fg. **319.** $844,68^{\circ}$ C.
320. $1251,1^{\circ}$ C.
321. $24\frac{4}{9}^{\circ}$ C. **322.** $53,014^{\circ}$ C. **323.** $28,188^{\circ}$ C. **324.** 588,371 Kal. **325.** $31\frac{1}{3}^{\circ}$ C.
326. 37,5 g. **327.** Verdampfungswärme des Weingeistes: 209,1. **328.** Kondensationswärme des Wasserdampfes: 536,62. **329.** $[Q \cdot c_p \cdot (t_1 - \vartheta) + Q \cdot \lambda + Q \cdot c \cdot (\vartheta - t_2)]$ kal.
330. $[Q \cdot c_1 \cdot (\vartheta_1 - t_1) + Q \cdot \lambda_1 + Q \cdot c_2 \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1) + Q \cdot \lambda_2 + Q \cdot c_p \cdot (t_2 - \vartheta_2)]$ kal.
331. 2968 kgm. **332.** $(Q \cdot h : 424)$ Kal. **333.** Betrag, um welchen die Temperatur der Wassermasse bzw. der Bleikugel stiege: 1° C.; $7,862^{\circ}$ C. **334.** Höhe: 152,64 m.
335. 38,4 PS. **336.** 29,87 PS. **337.** a) $53\frac{1}{3}$ PS; b) $38\frac{1}{3}$ PS. **338.** 32%. **339.** 43,24% bzw. 7,9 g. **340.** Gehalt des Schulzimmers an Wasserdampf (für das angeführte Beispiel): 2 fg 19,6 g. Hiervon würden sich in dem angegebenen Falle 507,6 g kondensieren.
342. Kraft: 150 Dyn. **343.** 40 absolute Polstärkeeinheiten. **344.** Entfernung: 30 cm. **345.** Kraft: 2500 Dyn. **346.** 600 absol. Feldstärkeeinheiten. **347.** 9 absol. Polstärkeeinheiten. **348.** 0,4 absol. Feldstärkeeinheiten. **350.** Verhältnis: 1 : 2.
351. 0,47 absol. Einheiten. **352.** 130 absol. elektrostat. Einheiten des Potentials = 39000 Volt. Arbeit: 13000 Erg. **353.** 1800 Erg. **354.** 50 absol. elektrostat. Einheiten = 15000 Volt. **355.** 4 cm. **356.** 600 absol. elektrostat. Einheiten. **357.** 300 absol. elektrostat. Einheiten = 90000 Volt. **358.** 11 absol. elektrostat. Einheiten = $\frac{11}{9} \cdot 10^5$ Mikروفarad. **359.** 140 absol. elektrostat. Einheiten = 42000 Volt. **360.** 80 absol. elektrostat. Einheiten = 24000 Volt.
361. Abstand: 50 cm. **362.** 2400 Erg. **363.** 86400 Erg. **364.** 3,75 cm. **366.** Längen der Radien: 11, $12\frac{2}{9}$, $13\frac{3}{4}$, $15\frac{5}{7}$, $18\frac{1}{8}$, 22, $27\frac{1}{2}$, $36\frac{2}{3}$, 55. 110 cm. **369.** 3,4764 Amp.
370. Barometerstand: 753,3 mm.

Nr. 371—400.

371. 2,1818 Amp. bzw. 2,1818 Coulomb. **372.** 49 h 45,07 min. **373.** 5 h 45,97 min.
374. 5,9774 Amp. **375.** 0,34641 absol. elektromagnet. Einheiten = 3,4641 Amp.
376. $39^{\circ}48'$. **377.** 1 absol. elektromagnet. Einheit = 10 Amp. **378.** Länge des Radius:
25,13 cm. **380.** Gefälle des Stromes: 0,5 Volt; Potentiale an den Verbindungsstellen:
7,5 Volt, 6,5 Volt, 5 Volt.

381. 0,5 Volt bzw. 0,5 Amp. **382.** 3 Volt. **383.** 3 Ω . **384.** 0,382 Ω . **385.** 66,67 m.
386. 0,4222 mm. **387.** 1,8 Volt bzw. 0,5 Ω . **388.** E. M. K. der Batterie: 1) 0,96 Volt;
2) 5,76 Volt; 3) 2,88 Volt; innerer Widerstand der Batterie: 1) 1,25 Ω ; 2) 45 Ω ;
3) 11,25 Ω . **389.** Die Elemente sind zu je 4 parallel und die entstehenden 6 Gruppen
in Folge zu schalten. Größte Stromstärke: 0,7267 Amp. **390.** 20.

391. $4^{2/13}$, $2^{10/13}$, $2^{1/13}$ Amp. **392.** $1/5 \Omega$. **393.** 2,1667 Ω . **394.** 0,734 PS.
395. 13,2 kal. **396.** 2,592 Kal. **397.** Die entwickelten Wärmemengen verhalten sich
direkt bzw. umgekehrt wie die spezifischen Leitungswiderstände von Eisen und
Kupfer, folglich wie 31 : 5 bzw. 5 : 31. **398.** 2 Amp. **399.** 0,012 Volt. **400.** 2 m.



Alphabetisches Sachregister.

	Seite
A bdampfmaschine	233
Abendrot	180
Ablenkung eines Lichtstrahls durch einmalige Brechung . .	154
Ablenkung eines Lichtstrahls durch ein opt. Prisma	156
Absol. Einheit der magnetischen Polstärke	249
Absol. elektromagnetische Einheit der Elektrizitätsmenge	273
Absol. elektromagnetische Einheit der Stromstärke	273
Absol. elektromagnetische Einheit des Potentials	295
Absol. elektrostatische Einheit der Elektrizitätsmenge	262
Absol. elektrostatische Einheit der Kapazität	266
Absol. elektrostatische Einheit des Potentials	264
Absolute Festigkeit	20
Absolute Feuchtigkeit der Atmo- sphäre	235
Absolute Schwingungszahl eines Tones	118
Absolute Temperatur	215
Absolutes Winkelmaß	56
Absorptionspektra	183
Absorptionsstreifen	183
Absorptionsvermögen für Wärme- strahlen	245
Abwärmemaschine	233
Achromatische Linsen	181
Achromatisches Prisma	181
Adiabatische Kurve	205
Änderung der Schmelztemperatur durch Druck	217
Äquipotentialflächen eines elektr. Feldes	269

	Seite
Aufserer Arbeit	200
Aufserer Widerstand eines elektr. Stromkreises	285
Affinität	2
Akkord	121
Akkumulator	282
A m i c i s c h e s Prisma	181
Ampère (= prakt. Einheit der elektr. Stromstärke)	273, 275
Ampèremeter	278
Amplitude	69
Anastigmatische Linsen	166
Anionen	280
Anodenlicht	314
Anormale Augen	168
Anormale Dispersion	183
Antizyklone	240
Antrieb einer Kraft	81
Aräometer von Nicholson	88
Arbeitsdiagramm	11
Astigmatismus	166
Athermane Körper	242
Atmosphärische Strahlenbrechung	173
Atome	1
A t w o o d s Fallmaschine	5
Ausflußgeschwindigkeit einer Flüssigkeit	92
Ausflußmenge einer Flüssigkeit .	92

B äuche einer stehenden Wellen- bewegung	111
Ballistische Kurve	55
Bandenabsorptionsspektra	183
Barometer	94
Barometrische Depression	239
Barometrische Höhenmessung	94
Barometrisches Maximum	239
Barometrisches Minimum	239
Benzinmotor	233

	Seite
Bequerelstrahlen	317
Beschleunigung	4
Beschleunigungsparallelogramm	44
Beugung der Röntgenstrahlen	316
Beugung des Lichts	189
Beugung einer Schallwellen- bewegung	134
Beugungsgitter	190
Beugungsspektren	191
Bewegungsgröße	81
Biegefestigkeit	20
Biot-Savartsches Gesetz	273
Bolometer	292
Boylesches Gesetz	201
Brechung eines Wellenstrahls	115
Brechung elektromagnetischer Strahlen	322
Brechungsverhältnis	115
Brechung von Wärmestrahlen	243
Brillen	168
Buys-Ballots Windregel	239
Chemische Verwandtschaft	2
Chladnis Klangfiguren	126
Chromatische Aberration	181
Chromatische Abweichung	181
Chromatische Tonleiter	120
Compound-(Dampf-)Maschine	233
Compound-(Dynamo-)Maschine	302
Coulomb (= prakt. Einheit der Elektrizitätsmenge)	273
Coulombsches Gesetz für Elektrizität	262
Coulombsches Gesetz für Magnetismus	250
Crookesche Röhren	315
Daltonsches Gesetz	221
Dampfmaschine	232
Dampfturbine	233
Deklinationssnadel	255
Diamagnetische Körper	255
Diathermane Körper	242
Dichte	4
Dielektrika	263
Dielektrizitätskonstante	267
Differenzialbogenlampe	302
Diffusion von Flüssigkeiten	93
Diffusion von Gasen	99

	Seite
Diosmose	93
Dissonanz	121
Doppel-T-Anker	300
Dopplersches Prinzip beim Licht	192
Dopplersches Prinzip beim Schall	134
Drahtlose Telegraphie	322
Drahtlose Telephonie	286, 310, 323
Drehfestigkeit	21
Drehkräfte	39
Drehungsbeschleunigung	57
Drehungsbewegung	56
Drehungsgeschwindigkeit	57
Drehungsmoment	39
Drehzwilling	38
Dreiklang	121
Dreiphasiger Wechselstrom	306
Drosselspulen	308
Druckfestigkeit	20
Dubois-Reynolds Schlittenapparat	311
Dunkle Entladung	314
Dunstspannung	236
Durakkord	121
Durchgangsfarbe eines Körpers 178, 179	178, 179
Durchwärmige Körper	242
Durtonleiter	118
Dyn	8
Dynamoelektrische Maschinen	301
Dynamomaschinen	301
Dyncentimeter	9
Ebbe	67
Effektive Leistung einer Dampf- maschine	234
Einfaches Pendel	73
Einheitsflächen eines elektrischen Feldes	269
Einphasiger Wechselstrom	306
Einpoliges magnetisches Feld	253
Eiskalorimeter	229
Eismaschinen	223
Elastizitätskoeffizient	18
Elastizitätsmodul	19
Elektr. Dichte	262
Elektr. Drehstrommaschinen	306
Elektr. Energie	258

	Seite
Elektr. Gleichstrommaschinen . . .	298
Elektr. Kapazität eines Leiters . . .	266
Elektr. Kraftübertragung . . .	303
Elektr. Resonanz . . .	320
Elektr. Schirmwirkung . . .	269
Elektr. Stromarbeit . . .	293
Elektr. Stromenergie . . .	271
Elektr. Stromverzweigungsgesetze . . .	290
Elektr. Wechselstrommaschinen . . .	304
Elektr. Drehstrom . . .	306
Elektr. Gleichstrom . . .	298
Elektr. Leitungswiderstand . . .	283
Elektr. Wechselstrom . . .	298
Elektr. Büschellicht . . .	261
Elektr. Elementarquantum . . .	280
Elektr. Feld . . .	263
Elektr. Glimmlicht . . .	261
Elektr. Leitungsvermögen . . .	286
Elektr. Potential eines Leiters . . .	264
Elektrodynamisches Prinzip . . .	301
Elektrolyse . . .	280
Elektrolytische Grundgesetze . . .	274, 275
Elektromagnetische Schwingungen . . .	319
Elektromagnetische Strahlen . . .	319
Elektromagnetische Wellen . . .	319
Elektronen . . .	313
Elevationswinkel . . .	52
Elongation . . .	69
Emissionsspektren . . .	182
Emissionsvermögen für Wärme- strahlen . . .	244
Empfindlichkeit einer Wage . . .	40
Energie der Bewegung . . .	12
Energie der Lage . . .	15
Energie der strahlenden Wärme . . .	241
Energiegehalt eines geladenen Leiters . . .	268
Erdbeschleunigung . . .	7
Erdmagnetische Elemente . . .	257
Erdmagnetismus . . .	255
Erg . . .	9
Ergänzungsfarben . . .	178
Erhaltung der Energie . . .	324
Erhebungswinkel . . .	52
Erstarrungswärme . . .	229
Expansionsdampfmaschine . . .	233
Extrastrom . . .	308
F all längs der schiefen Ebene . . .	49
Fallmaschine von Atwood . . .	5

	Seite
Fallzeit . . .	47
Farad . . .	274
Farben dünner Blättchen . . .	185
Federwage von Jolly . . .	88
Festigkeit . . .	19
Feuchtigkeit der Atmosphäre . . .	235
Flächensatz . . .	61
Flammenmanometer . . .	127
Flüchtige Flüssigkeiten . . .	223
Flüssigkeitshäutchen . . .	91
Fluoreszenz . . .	248
Flut . . .	67
Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichts . . .	138
Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer Wellenbewegung . . .	101
Foucaults Pendelversuch . . .	77
Foucaultströme . . .	307
Fraunhofer'sche Linien . . .	184
Freie Achsen . . .	79
Fresnel's Spiegelversuch . . .	187
Fritter . . .	320
Funkeninduktor . . .	311
Funkentelegraphie . . .	322
Funkenweite . . .	262
G alvanische Polarisation . . .	282
Gasmotor . . .	233
Gasthermometer . . .	215
Gay-Lussac-Boyle'sches Gesetz . . .	212
Gay-Lussac'sches Gesetz . . .	211
Gedämpfte elektrische Schwingungen . . .	319
Gefälle eines elektr. Stromes . . .	285
Gefrierverzug . . .	217
Geißler'sche Röhren . . .	314
Gerader Stofs . . .	81
Gesättigter Dampf . . .	218
Geschwindigkeitsparallelogramm . . .	43
Gewichtsäräometer . . .	88
Gewichtsvoltmeter . . .	275
Gitterspektren . . .	191
Gleichförmig beschleunigte Be- wegung . . .	4, 45
Gleichförmig beschleunigte Dreh- bewegung . . .	57
Gleichförmige Drehbewegung . . .	57
Gleichförmig verzögerte Bewegung . . .	45

	Seite
Gleichgewichtslage eines schwingenden Punktes	69
Gleichschwebend temperierte Stimmung	120
Gleichsinnig parallele Kräfte	28
Gleitende Reibung	21
Gramme'sche Maschine	298
Grammophon	132
Gravitationsfeld	263
Gravitationsgesetz	66
Gravitationskonstante	66
Grenzwinkel der vollständigen Zurückwerfung	175
Großer ganzer Ton	119
Großer halber Ton	119
Grundeinheiten des absol. Maßsystems	4
Grundeinheiten des irdischen Maßsystems	3
Grundton einer Tonquelle	122
H ahnluftpumpen	96
Harmonische Obertöne	122
Harmonische Schwingungsbewegung	70
Hauptschnitt eines opt. Prismas	156
Hauptstrahl eines leuchtenden Punktes in bezug auf einen Kugelspiegel	148
Hauptstrahl einer opt. Linse	163
Hauptstrombogenlampe	302
Hauptstrommaschine	302
Hebelpyrometer	206
Heberbarometer	94
v. H efner- A lteneck'sche Trommelmaschine	300
H efnerkerze	144
Heißluftmotor	233
Heliostat	146
Himmelsblau	180
H ittorf'sche Röhren	315
Hochdruckmaschine	233
Hochfrequenter elektrischer Wechselstrom	319
Hochgespannte elektr. Ströme	309
Homogenes magnetisches Feld	254
Horizontalintensität des Erdmagnetismus	256
Horizontalkomponente des Erdmagnetismus	256

	Seite
H uyghens'sches Prinzip	114
Hygrometer von Daniell	236
I mpedanzwiderstand	308
Indizierte Leistung einer Dampfmaschine	234
Induktionsapparate	310
Induktionsgesetze Faradays	295
Influenzelektrischermaschine von H oltz	258
Influenzelektrischermaschine von T öpler	260
Influenzelektrischermaschine von W imshurst	260
Inklinationsnadel	256
Inkonstante galvanische Elemente	282
Innere Arbeit	200
Innerer Widerstand einer elektr. Stromquelle	285
Intensität einer Lichtquelle	144
Intensität eines magnetischen Feldes	250
Interferenzgabel	132
Interferenzröhre	133
Interferenz von Wellenbewegungen	108, 111
Intervall zweier Töne	118
Ionen	280
Tonisierung	314
Isobaren	239
Isochronismus von Schwingungen	73
Isodynamen	256
Isogonen	256
Isoklinen	256
Isothermen	239
Isothermische Kurve	205
J olly'sche Federwage	88
Joule (= prakt. absol. Einheit der Arbeit)	10
J oule'sches Gesetz	294
K ältemischungen	218
Kalorie	224
Kalorimeter	224
Kaltdampfmaschine	233
Kammerton	119
Kanalstrahlen	316
Kathodenglimmlicht	314

	Seite
Kathodenlicht	314
Kathodenröhre	323
Kathodenstrahlen	315
Kationen	280
Keplers Gesetze	61
Kilogramm als Kraftmaß	2
Kinetische Energie	12
Kinetische Gastheorie	200
Klang	130
Klangfarbe	130
Klangfiguren von Chladni	126
Kleiner ganzer Ton	119
Kleiner halber Ton	120
Klemmenspannung	284
Knallgasvoltmeter	275
Knoten einer stehenden Wellen- bewegung	111
Körperfarben	178
Körperstrahlen	315
Kohärer	320
Kolbenluftpumpen	96
Komplementärfarben	178
Kondensationshygrometer	236
Kondensationswärme	230
Kondensator einer Dampfmaschine	233
Konsonanz	121
Konstante galvanische Elemente	282
Konstanten eines galvan. Elements	287
Kontinuierliche Kräfte	42
Kontinuierliche Spektre	182
Kräftepaar	38
Kräfteparallelepiped	26
Kräftepolygon	26
Kraftantrieb	81
Kreisförmige Zentralbewegung	63
Kritische Temperatur eines Gases	222
Kritischer Druck eines Gases	222
Kryophor	223
Kubischer Ausdehnungskoeffizient	209
Kugelspiegel	148
Kundtsche Staubfiguren	128
Kupfervoltmeter	275
Kurbelrheostat	285
Kurzschlußanker	307
Kurzichtiges Auge	168
L änge eines mathematischen Pendels	73
Längswellenbewegung	101

	Seite
Lebendige Energie	12
Lenzsches Gesetz	295
Linearer Ausdehnungskoeffizient	207
Linienabsorptionsspektre	183
Linienpektre	183
Lösungswärme	218
Lokalbatterie	323
Longitudinale Wellen- bewegung	101, 105, 111
Luftspiegelung	177
Luftthermometer	215
M agnetelektrische Maschinen	301
Magnetische Deklination	255
Magnetische Einheitslinien	253
Magnetische Energie	249
Magnetische Inklination	256
Magnetische Kraftlinien	251
Magnetische Kraftströmung	254
Magnetische Leitfähigkeit	255
Magnetische Permeabilität	255
Magnetische Schirmwirkung	255
Magnetischer Äquator	256
Magnetischer Einheitspol	249
Magnetischer Meridian	256
Magnetisches Drehfeld	306
Magnetisches Feld	250
Magnetisches Feld eines elektr. Stromes	271
Mariottesches Gesetz	201
Masseneinheit im irdischen Maß- system	8
Mathematisches Pendel	73
Maximumthermometer	237
Maximum- und Minimumthermo- meter von Six	237
Maxwellsche Regel	296
Mechanische Energie	14
Mechanische Wärmetheorie	199
Mechanisches Äquivalent der Wärme	231
Metallthermometer	208
Metazentrum	87
Meterkerze	144
Mikrofarad	274
Minimumthermometer	237
Mischfarben	177
Mittönen	130
Mollakkord	121

	Seite
Molltonleiter	120
Momentane Kräfte	42
Monochord	123
Morgenrot	180
N atürlich reine Stimmung	120
Nebenschlußbogenlampe	302
Nebenschlußmaschine	302
Nebentöne einer Tonquelle	122
Neutrale Schicht	21
Newton's Farbenringe	186
Nicol'sches Prisma	197
Niederdruckmaschine	233
Niedriggespannte elektr. Ströme	309
Niveauflächen eines elektr. Feldes	269
Normalkerze	144
Nutzeffekt einer Dampfmaschine	234
O berbeck's Doppelpendel	131
Oberflächenfarbe eines Körpers	179
Oberflächenspannung einer Flüssigkeit	90
Obertöne	121
Öffnungsfunke	308
Ohm (= prakt. Einheit des elektr. Leitungswiderstands)	285
Ohm'scher Widerstand	308
Ohm'sches Gesetz	283
Ombrometer	238
Optisch dichtere Mittel	152
Optisch dünnere Mittel	152
Optische Linsen	160
Orthochromatische photo- graphische Platten	246
Oszillationszeit	69
P achy trope	289
Paramagnetische Körper	255
Peltier's Phänomen	312
Periode eines Wechselstromes	305
Perkussionspendel	84
Petroleummotor	233
Phase bei einer Wellenbewegung	103
Phonograph	132
Phosphoreszenz	248
Photometer	145
Physisches Pendel	75
Plattensäule	195

	Seite
Pneumatisches Feuerzeug	201
Poggendorff'sche Spiegel- ablesung	146
Polarisation des Lichts	192
Polarisationsstrom	282
Polarisationswinkel	194
Polschuhe eines Magnets	299
Potential im elektr. Felde	269
Potentielle Energie	15
Prisma mit gerader Durchsicht	181
Prismenfernrohr	177
Psychrometer	237
Q uecksilberluftpumpe	98
Querwellenbewegung	101
R adioaktive Elemente	317
Radiumstrahlen	317
Reduktion des Barometerstands auf 0° C.	210
Reduktion eines Gasvolumens auf normale Verhältnisse	213
Reduktionsfaktor einer Tangentenbussole	278
Reduzierte Länge eines physischen Pendels	75
Regelation des Eises	217
Regenhöhe	238
Regenmesser	238
Reibung	21
Reibungskoeffizient	22
Relais	323
Relative Festigkeit	20
Relative Schwingungszahl eines Tones	118
Resonator	131
Reversionspendel	77
Rheostate	285
Röntgenstrahlen	316
Rostpendel	208
Rückwirkende Festigkeit	20
Ruhelage eines schwingenden Punktes	69
S ättigungsfeuchtigkeit der Atmosphäre	236
Saiten	123

	Seite
Schädlicher Raum einer Kolbenluftpumpe	97
Schaltung galvanischer Elemente auf größte Stromstärke	288
Schiefer Stofs	81
Schiefer Wurf	52
Schlagweite	262
Schmelzpunkt einer Metallegierung	217
Schmelzwärme	228
Schmidt'scher Kreisel	80
Schwebungen	133
Schwerkoerzibele Gase	224
Schwerpunkt einer Pyramide	34
Schwerpunkt eines abgestumpften Kegels	34
Schwerpunkt eines Dreiecks	33
Schwerpunkt eines Kegels	34
Schwerpunkt eines Kreisbogens	35
Schwerpunkt eines Tetraeders	34
Schwerpunkt eines Vierecks	35
Schwingender Punkt	69
Schwingungsdauer	69
Schwingungsenergie	17
Schwingungsweite	69
Schwingungszahl	72
Schwingungszahlen beim Licht	192
Schwingungszeit	69, 72
Schwingungszeit eines mathematischen Pendels	74
Schwingungszeit eines physischen Pendels	76
Sehen mit beiden Augen	168
Sekundäre elektrolytische Vorgänge	281
Sekundenpendel	75
Selbsterregende Gleichstrommaschinen	301
Selbstinduktion	308
Selbstregistrierendes Barometer	94
Selbstregistrierendes Hygrometer	208
Selbstregistrierendes Thermometer	208
Senkwage	88
Sensibilisatoren	246
Shunt	290
Sicherheitskoeffizient	18
Sicherungen in elektr. Stromleitungen	294
Siedeverzug	218
Siemens'sche Zylindermaschine	299
Silbervoltmeter	276

	Seite
Sirene von Cagniard la Tour	117
Skalenaräometer	89
Spannungsenergie	15
Spannungsgesetz für Gase	214
Spannungskoeffizient der Gase	214
Spektralanalyse	183, 185
Spektralapparat	182
Spektrallinien	183
Spektrometer	158
Spektroskop	182
Spezifische Wärme	224
Spezifischer Leitungswiderstand	286
Spezifisches Leitungsvermögen	286
Spiegelablesung von Poggen-dorff	146
Spiegelgalvanometer	147
Spiegelsextant	147
Spiegelteleskop	182
Spiritusmotor	233
Sprechende Bogenlampe	310
Stabiles Schwimmen	86
Stärke der Beleuchtung einer Fläche	142
Stärke einer Lichtquelle	144
Stärke eines magnetischen Feldes	250
Statisches Moment	39
Staubfiguren von Kundt	128
Stehende Wellenbewegung	111
Steighöhe	46
Steigzeit	46
Stereoskop	168
Stöpselrheostat	285
Störungen der erdmagnetischen Elemente	257
Stofs elastischer Körper	83
Stofskräfte	42
Stofs unelastischer Körper	81
Sublimation von Dämpfen	218
Symmetrischer Durchgang beim optischen Prisma	157
T andemmaschine	233
Tangentenbussole	276
Terrestrische Linien im Spektrum der Sonne oder eines Fixsterns	184
Tedlastrom	319
Theoretischer Effekt einer Dampfmaschine	234

	Seite
Thermobatterien	312
Thermoelemente	311
Thermomultiplikator	312
Thermosäule	312
Thermoskop	241
Thermoströme	312
Tönende Luftsäulen	126
Tönende Platten	126
Tönende Stäbe	125
Tonstöße	133
Torricellis Theorem	91
Torsionsfestigkeit	21
Totale Reflexion des Lichts	174
Totalintensität des Erd- magnetismus	256
Total reflektierendes Prisma	176
Trägheitsmoment einer Masse	58
Trägheitsmoment einer Strecke	59
Trägheitsmoment eines Körpers	58
Tragfähigkeit	17
Transformatoren	309
Transversale Wellen- bewegung	101, 102, 111
Trommelanker	300
Trommelmaschine von v. Hefner-Alteneck	300
Überhitzen einer Flüssigkeit	218
Überhitzter Dampf	221
Ultrarote Strahlen	246
Ultrarotes Spektrum	246
Ultraviolette Strahlen	246
Ultraviolettes Spektrum	246
Umformer	309
Umkehrungspendel	77
Unabhängigkeitsprinzip	43
Undurchwärmige Körper	242
Ungedämpfte elektrische Schwingungen	319
Ungesättigter Dampf	221
Ungleichförmig beschleunigte Bewegung	42
Ungleichförmig beschleunigte Drehbewegung	57
Ungleichförmige Drehbewegung	57
Ungleichsinnig parallele Kräfte	37
Unterbrechungsfunke	308
Unterkühlen einer Flüssigkeit	217
Variationen der erdmagnetischen Elemente	257
Ventilluftpumpen	96
Verbund-(Dampf-)Maschine	233
Verbund-(Dynamo-)Maschine	302
Verdampfungswärme	229
Verdichtungen bei einer Längs- wellenbewegung	105
Verdünnungen bei einer Längs- wellenbewegung	105
Verdunstungskälte	223
Verflüchtigen fester Körper	218
Vergrößerung bei dem Mikroskop	171
Vergrößerung bei den Fernrohren	172
Vergrößerung bei der Lupe	170
Verstärkungsflaschen einer Influenzelektroskopmaschine	262
Verzögerung	45
Vokale	130
Volldampf	233
Vollständige Zurückwerfung des Lichts	174
Volt	264
Voltmeter	275
Voltampère	293
Voltampèrestunde	293
Voltmeter	288
Volumenvoltmeter	275
Vorrücken der Nachtgleichen- punkte	81
Wälzende Reibung	23
Wärmeenergie	199
Wärmegleichgewicht	245
Wärmekapazität	225
Wärmeschatten	243
Wärmestrahlen	243
Wagrechtcr Wurf	52
Wanderung der Ionen	280
Wasserkalorimeter	224
Wasserluftpumpe	97
Wasserstoffthermometer	215
Wasserstrahlgebläse	98
Wasserwellenbewegung	101, 104
Watt	10
Wattstundenzähler	293
Wechselstromanker	305
Wegeparallelogramm	43
Weitsichtiges Auge	168

	Seite
Welle	103
Wellenberg	103
Wellenbewegungen, Allgemeines	100
Wellenfläche	100
Wellenlänge	101
Wellenlängen beim Licht	191
Wellenlinie	102
Wellenmaschinen	104
Wellenrinne	104
Wellenstrahlen	100
Wellensystem	103
Wellental	103
Wellenzug	103
Wesentlicher Widerstand eines elektr. Stromkreises	285
Wetterkarten	240
Wetterprognose	240
Wettervorhersage	240
Wheatstone'sche Brücke	292
Windfahne von Wild	238
Windstärkemesser	238
Winkelbeschleunigung	57
Winkelgeschwindigkeit	57
Wirbelströme	307

	Seite
Wurfhöhe	54
Wurf längs der schiefen Ebene . .	49
Wurfweite	54
Wurfzeit	54
Zentralbewegung	61
Zentraler Stofs	81
Zentrifugalbeschleunigung . . .	64
Zentrifugalkraft	64
Zentripetalbeschleunigung . . .	64
Zentripetalkraft	64
Zugfestigkeit	20
Zurückwerfung einer Wellen- bewegung	106
Zurückwerfung eines Wellen- strahls	115
Zurückwerfung elektro- magnetischer Strahlen	322
Zurückwerfung von Wärme- strahlen	243
Zweiphasiger Wechselstrom . . .	306
Zyklone	240
Zylinderanker	299
Zylindermaschine von Siemens	299



Druckfehler.

(Vor Gebrauch des Buches zu verbessern.)

- Seite 30 Zeile 1 von unten lies $P_3 \cdot z_3$ statt $P \cdot z_3$.
- „ 68 „ 9 „ oben „ r^2 „ r_2 .
- „ 73 „ 16 „ „ „ $r \cdot \sin$ „ $t \cdot \sin$.
- „ 74 sind Zeile 16 und Zeile 17 von oben gross gedruckt zu denken.
- „ 74 Zeile 16 von unten lies Ausschlagswinkels statt Ausschlagwinkels.
- „ 76 „ 2 „ „ „ l_1 statt l_1 .
- „ 77 „ 17 „ „ „ pendele statt pendelen.
- „ 83 „ 6 „ oben „ Geschwindigkeiten statt Geschwindigkeit.
- „ 92 „ 7 „ unten „ $\sqrt{2g h_1}$ cm) statt $\sqrt{2g h_1}$ cm.
- „ 94 „ 6 „ „ „ Selbstregistrierendes statt Selbstregistrierender.