

FREYTAGS HILFSBUCH
FÜR DEN MASCHINENBAU
HERAUSGEGEBEN VON P. GERLACH



SIEBENTE AUFLAGE

Freytags Hilfsbuch für den Maschinenbau

für Maschineningenieure sowie für den Unterricht
an technischen Lehranstalten

Siebente, vollständig neu bearbeitete Auflage

Unter Mitarbeit von

Prof. Dipl.-Ing. **M. Coenen**, Prof. **A. Schmidt**
Prof. Dr.-Ing. **G. Unold**, Prof. Dr. **Fr. Wicke**
und Prof. Dipl.-Ing. **C. Zietemann**

herausgegeben von

Prof. P. Gerlach

Mit 2484 in den Text gedruckten Abbildungen
1 farbigen Tafel und 3 Konstruktionstafeln



Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH

1924

ISBN 978-3-662-27238-1 ISBN 978-3-662-28723-1 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-662-28723-1

Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzung
in fremde Sprachen, vorbehalten.

Copyright 1924 by Springer-Verlag Berlin Heidelberg
Ursprünglich erschienen bei Julius Springer in Berlin 1924
Softcover reprint of the hardcover 7th edition 1924

Additional material to this book can be downloaded from <http://extras.springer.com>

Vorwort zur ersten Auflage.

Durch die Herausgabe des vorliegenden Werkes soll dem an technischen Unterrichtsanstalten längst empfundenen Bedürfnisse nach einem Hand- und Lehrbuche, welches auf wissenschaftlicher Grundlage die den verschiedenen Zweigen des allgemeinen Maschinenbaues angehörigen Maschinen und deren Einzelteile behandelt, abgeholfen, nicht minder dem in der Praxis stehenden Ingenieur ein beim Entwerfen und bei der Berechnung von Maschinenteilen usw. brauchbares Hilfsbuch geboten werden.

In erschöpfender Weise haben hervorragende Fachgelehrte in zumeist umfangreichen Werken die wissenschaftlichen Grundlagen für das Verständnis der Wirkungsweise und für die Berechnung von Maschinen aller Art wie auch nur bestimmter Organe derselben festgelegt und durch die auf sorgfältigen Untersuchungen an ausgeführten Maschinen beruhenden theoretischen Entwicklungen für die Allgemeinheit wichtige Ergebnisse an die Öffentlichkeit gebracht.

Derartige, auch für jeden einzelnen Zweig des allgemeinen Maschinenbaues verfaßte grundlegende Abhandlungen werden dem mit genügenden Vorkenntnissen ausgerüsteten Ingenieur zur weiteren Vertiefung in einem bestimmten Fache vorzügliche Dienste leisten; sie werden wegen ihrer verhältnismäßig hohen Anschaffungskosten aber nicht überall zur Verfügung stehen und als Nachschlagewerke nur mit erheblichem Zeitverlust zu benutzen sein, — ganz abgesehen davon, daß wegen ihrer häufig weit ausholenden Wissenschaftlichkeit das Studium derselben ein besonderes Verständnis erfordert.

Diese Gründe sind es gewesen, die insbesondere in den letzten Jahren eine Bereicherung der einschlägigen technischen Literatur um eine große Anzahl von Werken über Maschinen und Maschinenteile herbeigeführt haben, deren Verfasser den zu behandelnden Stoff in gedrängter Form und in einer auch dem weniger Vorgebildeten verständlichen Weise zur Darstellung zu bringen versuchten.

Es ist aber durch die Herausgabe solcher Bücher den wirklichen Bedürfnissen nicht überall in vollkommener Weise abgeholfen worden. In manchen Fällen haben die Verfasser nicht das gesamte Gebiet des allgemeinen Maschinenbaues, sondern nur einzelne Teile desselben bearbeitet, so daß diese Bücher Lücken aufweisen und nur einem beschränkten Interessentenkreise von Nutzen sein können; andererseits entbehren solche Bücher der wissenschaftlichen Grundlage zuweilen mehr oder weniger. Die in denselben ohne jegliche Ableitung gebrachten Formeln mögen wohl hier und da ihren

Zweck erfüllen, sie werden dem weiter denkenden Konstrukteur aber kein Mittel bieten, um auf Grund eigener Anschauungen zu richtigen Schlüssen zu gelangen.

Die in den Abbildungen vorgeführten Maschinen und Maschinenteile lassen ferner wegen mangelhafter Wiedergabe oder nicht mehr zeitgemäßer Bauart häufig zu wünschen übrig bzw. sind sie in manchen Büchern nur äußerst dürftig anzutreffen, so daß es unmöglich ist, einen genügenden Einblick in die verschiedenen Konstruktionstypen einzelner Maschinenteile zu gewinnen.

Die genannten Übelstände hat Verfasser in dem vorliegenden, auf Anregung der Verlagsbuchhandlung Julius Springer verfaßten Hilfsbuche zu vermeiden gesucht. In diesem Buche sind nach Vorausschickung von Tabellen der Potenzen, Wurzeln usw. und kürzeren Angaben aus der Arithmetik, Trigonometrie und Stereometrie, sowie den Grundlagen der Festigkeitslehre nicht nur die Maschinenteile, sondern auch die Kraftmaschinen — Dampfmaschinen (Dampfturbinen), Dampfkessel, Wassermotoren (Wasserräder, Turbinen), Verbrennungsmotoren (Verpuffungs- und Gleichdruckmotoren), ferner von den Arbeitsmaschinen die Lasthebemaschinen, Hebewerke für flüssige Körper, Gebläse und Kompressoren behandelt worden.

Ein Hauptgewicht ist auf die Wiedergabe richtiger, für die Ausführung unmittelbar brauchbarer Abbildungen gelegt; es ist ferner eine Ableitung der für die Beurteilung und für die Berechnung von Maschinen usw. wichtigsten Formeln nach Möglichkeit angestrebt worden.

Hierbei ist Verfasser bemüht gewesen, mit den Hilfsmitteln der niederen Mathematik durchzukommen, und nur in einzelnen Fällen, wo eine Entwicklung von Gleichungen mit Hilfe der niederen Mathematik nur auf großen Umwegen zum Ziele geführt hätte, wurde die Methode der höheren Mathematik angewendet.

Die für das Verständnis der Wirkungsweise und der Berechnung der Kraft- und Arbeitsmaschinen grundlegenden Abschnitte aus der Mechanik und der mechanischen Wärmelehre sind den betreffenden Kapiteln vorausgeschickt oder aber an geeigneter Stelle in dieselben eingeschaltet worden. So werden bei den Dampfmaschinen zunächst die physikalischen Eigenschaften des Wasserdampfes, bei den Gebläsen und Kompressoren diejenigen der Luft besprochen, während den Wassermotoren ein die Mechanik flüssiger Körper behandelnder Abschnitt vorausgeht usw.

Die in dem Hilfsbuche gebrauchten abgekürzten Bezeichnungen für Maß-, Gewichts-, Zeit-, Arbeitseinheiten u. dgl. entsprechen den in dem bekannten Taschenbuch „Die Hütte“ hierfür angegebenen Abkürzungen, die in der Praxis allgemein Eingang gefunden haben. Auch für die Einteilung des gesamten Stoffes, der zur Bearbeitung vorlag, ist das vorgenannte Buch in der Hauptsache maßgebend gewesen. In einzelnen Fällen sind die gebrachten Darlegungen durch eingefügte Rechnungsbeispiele unterstützt worden.

In einem dem Werke beigelegten Anhang sind Wärmeeigenschaften und Reibungskoeffizienten verschiedener Körper, die deutschen Normalprofile für Walzeisen, Maße und Gewichte verschiedener Länder mit Vergleichungstabellen, Auszüge aus dem Patentgesetz, aus der Gebührenordnung der Architekten und Ingenieure, ferner die Gebührenordnung für gerichtliche Zeugen und Sachverständige aufgenommen worden.

Ein besonderer Abschnitt des Werkes bringt die für den Maschinen-Ingenieur wichtigsten Hochbaukonstruktionen an Hand der für das Verständnis derselben notwendigsten Abbildungen.

Den Herren Verfassern bekannter größerer Werke über hierhergehörige Maschinen und Maschinenteile, welche die Benutzung ihrer Veröffentlichungen für das Hilfsbuch bereitwilligst gestatteten, und denjenigen Firmen, welche durch Überlassung von Zeichnungen und durch beachtenswerte Mitteilungen das Unternehmen förderten, spreche ich, wie ferner der geschätzten Verlagsbuchhandlung für die vortreffliche Ausstattung des Buches, meinen Dank aus.

Die als Quelle benutzten Werke und Zeitschriften sind übrigens als solche an den betreffenden Stellen des Buches bezeichnet worden.

Möchte mein Hilfsbuch eine freundliche Aufnahme finden und sowohl den Studierenden technischer Lehranstalten bei den Konstruktionsübungen wie auch den in der Praxis stehenden Ingenieuren bei ihren Berufsarbeiten ein zuverlässiger Berater werden!

Die geehrten Fachgenossen bitte ich um nachsichtige Beurteilung des Buches und um Mitteilung etwaiger Irrtümer desselben, sowie wünschenswerter Abänderungen oder Hinzufügungen, die bei weiteren Auflagen des Buches Berücksichtigung finden sollen.

Chemnitz, im Mai 1904.

Vorwort zur siebenten Auflage.

Dem Antrage des Verlages auf Bearbeitung der siebenten Auflage des Freytag'schen Hilfsbuches habe ich gern entsprochen in der Meinung, daß dasselbe seine Daseinsberechtigung erwiesen hat und weil meines Erachtens angesichts der gegenwärtigen, wirtschaftlichen Lage die Bedeutung von Sammelwerken gestiegen ist. Die wirtschaftliche Erwägung war auch bestimmend für den Umfang des Hilfsbuches, der den bisherigen tunlichst nicht überschreiten sollte. Daher war die mir erforderlich erscheinende Erweiterung und Vertiefung des behandelten Stoffes durch fachkundige Mitarbeiter, denen auch an dieser Stelle zu danken ich nicht verfehle, nur möglich durch Verzicht auf ausführliche Herleitung der Ergebnisse und auf umständliche Beschreibungen; sie erklärt die teilweise knappe, an Telegrammstil erinnernde Ausdrucksform. Und in dem Umstande, daß angesichts der Dringlichkeit die Einzelabschnitte nach Maßgabe ihres Einganges in Druck gegeben wurden, wolle der Leser den Grund erblicken für die, sagen wir, als Schönheitsfehler anzusehende, nicht einheitliche Darstellungs- und Ausdrucksweise, die ich ebenso zu entschuldigen bitte, wie die verschiedenartige Auffassung der Grundlagen der Elastizitätslehre, den Dehnungskoeffizient bzw. Elastizitätsmodul betreffend.

Im einzelnen habe ich noch zu bemerken, daß die Erweiterungen des mathematischen Teils, bearbeitet von Prof. Dr. Wicke, sich auf alle Gebiete erstrecken, deren Beherrschung von dem wissenschaftlich gebildeten Maschineningenieur gefordert wird; immer auf dessen Bedürfnisse eingestellt, werden die Ergebnisse in Formeln gefaßt und deren Anwendung an praktisch wertvollen Beispielen gezeigt.

Der Abschnitt technische Mechanik, verfaßt von Prof. Dr. Ing. Unold, ist in mehrfacher Hinsicht erweitert worden, und derjenige Elastizität und Festigkeit, vom gleichen Verfasser herrührend, berücksichtigt u. a. die ältere Bruchtheorie von Poncelet und die neuere nach Mohr-Guest in der Weise, daß alle Gebrauchsformeln beiden Theorien angepaßt wurden. Die Erörterungen über Festigkeit gegenüber Drehung und der ebenen Platten erstrecken sich auch auf die neueren Ergebnisse. Neu ist der von Prof. Dr. Ing. Unold verfaßte Abschnitt Baustatik, der für die Berechnung von Krangerüsten, Fachwerkträgern u. a. von Bedeutung ist.

Die Maschinenteile erfuhren eine Gliederung in solche des allgemeinen Maschinenbaues und in solche, die vorzugsweise im Kolbenmaschinen bzw. Hebezeugbau Verwendung finden und in den betreffenden Abschnitten behandelt werden. Für erstere waren für mich vorbildlich die klassischen Bach'schen Maschinen-Elemente und, soweit es bis zur Ablieferung der Handschriften möglich war, fanden die Arbeiten des NDI (Normenausschuß der Deutschen Industrie) gebührende Berücksichtigung, dem ich bestens danke für die Genehmigung zur Wiedergabe einzelner seiner Normen- bzw. Konstruktionsblätter.

Die Wärmemechanik, bearbeitet von Prof. Dipl. Ing. Zietemann, behandelt als selbständigen Abschnitt die zur Beurteilung der Wärmekraftmaschinen wichtigen Fragen. Die Abschnitte Dampfmaschinen, Dampfturbinen, Kondensation, Verbrennungskraftmaschinen, und Abdampf- und Abwärmeverwertung sind nach Anordnung und Inhalt des Stoffes vom gleichen Verfasser erweitert bzw. vollständig umgearbeitet worden. Ähnliches gilt von dem von mir bearbeiteten Abschnitte Dampfkessel, der sich an das vorzügliche Werk von Tetzner-Heinrich anlehnt, sowie Wasserkraftmaschinen, dessen Behandlung sich auf das Werk von R. Thomann stützt und hinsichtlich der konstruktiven Ausbildung auf die Francisturbine und die Becherturbine beschränkt. Deren Schaufelungen werden durch je ein von Prof. Dr. Ing. Sandel herrührendes Beispiel erläutert, dem ich für diese wertvolle Unterstützung wie für die sonstigen Anregungen verbindlichst danke.

Im Abschnitt Hebezeuge fester Körper, verfaßt von Prof. Dr. Ing. Unold, hat besondere Betonung das dynamische Verhalten der Krantriebwerke und die Elektrotechnik der Hebemaschinen in Richtung der Motorwahl und Schaltungen für Gleich- und Drehstrom gefunden; Ausführungsbeispiele werden nach Maßgabe des verfügbaren Raumes im Schema wiedergegeben, und die Hebewerke tropfbar flüssiger Körper haben durch mich eine Überarbeitung erfahren, während der Abschnitt Kompressoren und Gebläse, verfaßt von Prof. Dipl. Ing. Zietemann, durch Berücksichtigung der Turbomaschinen wesentlich ausgebaut worden ist.

Der Abschnitt Werkzeugmaschinen, verfaßt von Prof. Dipl. Ing. Coenen, hat durch die Erörterungen über Werkzeuge, elektrischen Einzelantrieb und über die Bestimmung von Maschinenzeiten, über die Berechnung der Schnittdrucke und des Arbeitsbedarfs, der Getriebe und des Aufbaues der Werkzeugmaschinen an Hand neuzeitlicher Konstruktionen eine wesentliche Bereicherung erfahren.

Im Abschnitt Elektrotechnik, bearbeitet von Prof. Schmidt, werden im physikalischen Teil die wichtigsten Grundgesetze und Erscheinungen der elektromagnetischen Induktion und das elektrische Feld behandelt, und im

praktischen Teil werden in Ansehung der für den Maschineningenieur wichtigen Stromverwendung die Elektromotoren einer eingehenden Betrachtung unterworfen. Auch die Wechselstrommaschinen erfahren eine Erörterung, um den für den Maschineningenieur wichtigen Zusammenhang zwischen Schwungmoment der Antriebsmaschine und Betriebssicherheit des Generators dem Verständnis zu erschließen. Der verfügbare Raum zwang zum Verzicht auf die Darstellung der Erzeugung elektrischer Energie in Zentralen und auf deren Verteilung. Daß trotzdem ein kurzer Abschnitt über die Berechnung der Kerzenstärke elektrischer Lichtquellen angefügt wird, dürfte wohl als berechtigt erscheinen. Mit einem Anhang, enthaltend physikalische und Profil-Tabellen, Maß- und Gewichtstabellen und die z. Z. maßgebenden Gebührenordnungen für Ingenieure wie für Zeugen und Sachverständige, schließt, wie bisher, das Hilfsbuch.

Für diesen Inhalt und die Vermehrung der Abbildungen um rund 1200 erwies sich trotz größter Beschränkung der Umfang der 6. Auflage als zu knapp. Für die Genehmigung der Überschreitung, wie für sein verständnisvolles Eingehen auf unsere Wünsche und die bekannte, vorzügliche Ausführung dieser, in vollständig neuer Gestalt erscheinenden siebenten Auflage dem Verlage verbindlichst zu danken, ist mir Bedürfnis. Ebenso danke ich bestens den Firmen und Fachgenossen, die meine Mitarbeiter und mich durch Überlassung wertvoller Unterlagen bzw. durch Anregungen unterstützt haben.

Mit dem Wunsche, daß die siebente Auflage wohlwollend aufgenommen werden und der Kreis der Freunde des Hilfsbuches sich erweitern möge, übergebe ich dieses der Fachwelt.

Chemnitz, August 1924.

P. Gerlach.

Inhaltsverzeichnis.

Erster Abschnitt.

Mathematik.

	Seite
Tafeln	1
Tafeln der Potenzen, Wurzeln, Briggs'schen Logarithmen, Kreisumfänge und Kreisflächen 2. — Natürliche Logarithmen 22. — Tafeln der Kreisfunktionen 24. — Bogenlängen, Bogenhöhen, Sehnenlängen und Kreisabschnitte für den Einheitskreis 28. — Tafeln der Hyperbelfunktionen 30. — Wichtige Zahlenwerte 35. — Winke zur Benutzung der Tafeln 35. — Abgekürztes Zahlenrechnen 36.	
Arithmetik	38
Potenzen, Wurzeln, Logarithmen 38. — Endliche Reihen 41. — Kaufmännische Arithmetik 43.	
Trigonometrie	45
Messung von Winkeln 45. — Winkelfunktionen 46. — Goniometrie 49. — Dreiecksberechnung 50.	
Geometrie	52
Ebene Figuren 52. — Körper 56.	
Algebra	59
Allgemeines 59. — Exakte Lösung von Gleichungen 60. — Näherungsweise Lösung von Gleichungen 70.	
Differentialrechnung	72
Theorie 72. — Anwendungen 78.	
Integralrechnungen	87
Theorie 87. — Anwendungen 99.	
Differentialgleichungen	104
Erläuterungen 104. — Gewöhnliche Differentialgleichungen 105.	
Analytische Geometrie	114
Analytische Geometrie der Ebene 114. — Analytische Geometrie des Raumes 131.	
Nomographie	140
Funktionsleitern 140. — Netztafeln 142. — Fluchttafeln 146.	
Methode der kleinsten Quadrate	151
Fouriersche Reihen	154

Zweiter Abschnitt.

Technische Mechanik starrer Körper.

Bewegungslehre	157
Grundgesetze der technischen Mechanik	169
Maßsysteme 170.	
Statik starrer Körper	171
Grundlagen 171. — Zusammensetzung und Zerlegung von Kräften; Gleichgewicht der Kräfte 172. — Schwerpunkt 178. — Auflagerkräfte gestützter Körper 180.	

	Seite
Dynamik starrer Körper	182
Dynamik des Massenpunktes 182. — Dynamik der Massenpunktgruppe 191.	
Stoß	201
Reibung	202

Dritter Abschnitt.

Elastizität und Festigkeit.

Festigkeitsprüfung der Baustoffe	205
Anforderungen an Festigkeitseigenschaften der Baustoffe	215
Allgemeines über Spannung und Formänderung	217
Die einfachen Belastungsfälle	222
Zug und Druck 222. — Biegung geraden Stabes 223. — Biegemomente und Querkräfte 223. — Spannungen 226. — Formänderung 228. — Wichtige Belastungsfälle 232. — Besondere Biegungsfälle 240. — Biegung einfach gekrümmten Stabes 242. — Knickfestigkeit 243. — Drehung 245.	
Zusammengesetzte Belastungsfälle	249
Festigkeit von Gefäßen	253
Festigkeit von Platten	254
Umlaufende Scheiben	257
Festigkeit der Federn	258

Vierter Abschnitt.

Baustatik.

Statisch bestimmtes, ebenes Fachwerk	262
Gerberscher Gelenkträger 265. — Einflußlinien für Wanderlasten 267. — Ebener, krummer Stab 271. — Formänderung ebenen Fachwerkes 274.	
Statisch unbestimmte Gebilde	276

Fünfter Abschnitt.

Maschinenteile.

Keile	288
Kraft- und Bewegungsverhältnisse 288. — Befestigungskeile 289. — Stellkeile 292.	
Schrauben	293
Befestigungsschrauben und Gewindesysteme 296. — Bewegungsschrauben 301. — Berechnung 302. — Schraubenverbindungen 305.	
Nieten	309
Allgemeines 309. — Fest-dichte Nietung 309. — Feste Nietung 313. — Nietung für wechselnde Kraftrichtung 319. — Dichte Nietung 320.	
Schweißen und Löten	320
Schrumpfen	320
Zahnräder	322
Stirnräder mit geraden Zähnen: Verzahnung 322. — Berechnung 347. — Radkörper 351. — Stirnräder mit schrägen Zähnen 356. — Kegelhäder 359. — Zylindrische Schraubenräder 364. — Schnecke und Schneckenrad 366.	
Reibräder	374
Zahnkettengetriebe	377
Riemen- und Seiltrieb	378
Allgemeines und Gemeinsames 378. — Riementrieb 381. — Riemenscheiben 387. — Drahtseiltrieb 399. — Hanf- und Baumwollseilbetrieb 402.	
Zapfen	407
Zapfenreibung 407.	

	Seite
Achsen und Wellen	416
Konstruktion und Ausführung. Passungen 418.	
Kupplungen	422
Lager	441
Gleitlager 441. — Wälzlager 455.	
Rohrleitungen	468
Absperrvorrichtungen	480

Sechster Abschnitt.

Wärmemechanik.

Begriffsbestimmungen und Grundlagen	491
Mechanik der Gase	495
Verbrennung 500. — Zustandsänderungen 503.	
Mechanik des Dämpfe	514
Dampftabellen 521. — Strömende Bewegung von Gasen und Dämpfen 529. — Wärmedurchgang und -übergang 525.	

Siebenter Abschnitt.

Dampfmaschinen.

Verhalten des Dampfes in der Dampfmaschine	536
Indikatordiagramm 545. — Schiebersteuerungen 558. — Ventilsteuerungen 578. — Drehschiebersteuerungen 592. — Umsteuerungen 594. — Untersuchung der Dampfmaschinen 596.	
Teile der Dampfmaschinen	602
Kurbeltrieb, Allgemeines 602. — Kurbeln 609. — Kurbelwellen 611. — Ex- zenter und deren Stangen 617. — Schubstangen 620. — Kreuzköpfe 626. — Kolbenstangen 629. — Kolben 630. — Zylinder 635. — Stopfbüchsen 639. — Kreuzkopfführungen und Rahmen 624.	
Ausgeführte Dampfmaschinen	649
Lokomobilen 655. — Schwungräder für Kraftmaschinen 658. — Fliehkraft- regler 668.	

Achter Abschnitt.

Dampfturbinen.

Allgemeines 688. — Gleichdruckturbinen 697. — Überdruckturbinen 708. —
Berechnung und Konstruktion 711. — Regelung 719. — Ausführungen 724.

Neunter Abschnitt.

Kondensation.

Mischkondensation 732. — Oberflächenkondensation 735. — Luftpumpen 739.
— Wasserstrahlkondensatoren 745. — Rückkühlanlagen 746.

Zehnter Abschnitt.

Dampfkessel.

Verbrennung 748. — Feuerungen 751. — Zugerzeugung 756. — Vorwärmer 757. — Überhitzer 758. — Kesselbauarten 760. — Kesselausrüstung 783.	
Allgemeine polizeiliche Bestimmungen über die Anlegung von Land- dampfkesseln	786
Bauvorschriften für Landdampfkessel	791

Elfter Abschnitt.

Normen für Leistungsversuche an Dampfkesseln und Dampfmaschinen	801
--	------------

Zwölfter Abschnitt.

Verbrennungskraftmaschinen.

Allgemeines 809. — Wärmetechnische Grundlagen 810. — Brennstoffe und
ihre Eigenschaften 818.

	Seite
Gasmaschinen	832
Vergasermaschinen 840. — Glühkopfmassen 846. — Gleichdruckmaschinen 849. — Einzelteile 859. — Brennstoffpumpen 872. — Einblaspumpen 875. — Zubehör 877. — Regeln für Leistungsversuche an Gasmaschinen und Gas-erzeugern 879.	

Dreizehnter Abschnitt.

Abdampf- und Abwärmeverwertung.

Abdampfverwertung	884
Kraft-Heizungsanlagen 885. — Abdampfkraftanlagen 891.	
Abwärmeverwertung	897

Vierzehnter Abschnitt.

Wasserkraftmaschinen.

Grundlehren der Mechanik flüssiger Körper 899. — Wasserkraftanlagen 914. — Turbinen 919. — Francisturbine 944. — Saugrohr 946. — Konstruktive Einzelheiten 952. — Turbinensätze 961. — Freistrahls-Becherturbine 964. — Regulatoren 973. — Untersuchung der Turbinen 976. — Normen für Leistungsversuche an Wasserkraftanlagen 982.

Fünfzehnter Abschnitt.

Lasthebemaschinen.

Hebezeugteile	989
Mechanik der Triebwerksteile	1006
Mechanik der Fahr- und Schwenkantriebe	1025
Winden und Katzen für Handbetrieb	1026
Flaschenzüge 1027.	
Dynamik elektrischer Krantriebwerke	1031
Elektrischer Antrieb der Lasthebemaschinen	1037
Gleichstrom 1037. — Drehstrom 1055. — Reibungsbremsen für elektrisch betriebene Hebezeuge 1063.	
Elektrisch betriebene Winden und Katzen	1068
Krane	1076
Förderung von Schüttgut	1107
Lastmagnete	1112
Verladeanlagen	1114
Aufzüge	1119

Sechzehnter Abschnitt.

Hebewerke für flüssige Körper.

Kolbenpumpen	1133
Allgemeines 1133. — Ventile 1139. — Ausführungen 1146. — Konstruktive Einzelheiten 1159.	
Flügelumpen	1169
Rotations-(Kapsel-)Pumpen	1169
Zentrifugal-(Kreisel-)Pumpen	1170
Dampfdruckpumpen (Pulsometer)	1181
Strahlapparate	1182

Siebzehnter Abschnitt.

Gebläse und Kompressoren.

Kolbengebläse und Kompressoren 1186. — Untersuchung 1193. — Ausführungen und Einzelteile 1195. — Regelung 1202. — Turbokompressoren und -gebläse 1205. — Lüfter (Ventilatoren) 1211. — Kapselgebläse 1215. — Hydraulische Kompressoren 1217.

Achtzehnter Abschnitt.

Werkzeugmaschinen.

	Seite
Werkzeuge	1219
Schnittgeschwindigkeiten 1220.	
Schnittwiderstand	1224
Arbeitsbedarf	1230
Getriebe	1231
Stufenscheibengetriebe 1235. — Rädergetriebe 1242. — Umlaufgetriebe 1251. — Antriebssteile für geradlinige Bewegungen 1254. — Wendegetriebe 1254. — Rückschaltwerke 1261. — Führungen (Lager, Geradföhrungen) 1264.	
Drehbänke	1271
Bohrmaschinen	1279
Fräsmaschinen	1287
Schleifmaschinen	1292
Hobelmaschinen	1294
Zahnrad-Bearbeitungsmaschinen	1300
Gewindeschneidmaschinen	1306
Sägen	1307
Blechricht- und -biegemaschinen	1308
Scheren und Lochmaschinen	1312
Elektrischer Einzelantrieb	1315
Bestimmung von Maschinenzeiten	1329

Neunzehnter Abschnitt.

Elektrotechnik.

Physikalische Grundlagen	1332
Magnetismus 1334. — Elektrisches Feld 1342. — Erzeugung elektromotorischer Kräfte 1345. — Induktoren 1346. — Gleichstromkreise 1353. — Wechsel- stromkreise 1356. — Elektrolyse 1367. — Technische Meßgeräte 1370.	
Elektrische Maschinen	1377
Gleichstromerzeuger 1377. — Wechselstromerzeuger 1389.	
Elektromotoren	1395
Synchronmotoren 1410. — Asynchrone Wechselstrommotoren 1413. — Asyn- chronmotoren 1428. — Umspanner 1430. — Umformer 1436. — Parallelbetrieb von Elektrogeneratoren 1439. — Berechnung der erforderlichen Lichtstärke 1448. — Normalien 1451.	

Anhang.

Wärmeeigenschaften verschiedener Körper 1453. — Deutsche Normalprofile für Walzeisen 1455. — Breitflanschige Differdinger T-Träger 1463. — Deutsche Normalprofile für Wellbleche 1464. — Laufkranschiene 1466. — Maße und Gewichte 1466. — Gebührenordnung für Ingenieure 1471. — Gebührenordnung für Zeugen und Sachverständige 1476.

Sachverzeichnis	147S
----------------------------------	------

Verzeichnis der im Texte gebrauchten Abkürzungen.

- C. Bach, M. E. = C. Bach, Maschinenelemente.
C. Bach, E. u. F. = C. Bach, Elastizität und Festigkeit.
C. Bach und R. Baumann, F. u. G. = C. Bach und R. Baumann, Festigkeitseigenschaften und Gefügebilder.
Z. = Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure.
F. A. = Mitteilungen über Forschungsarbeiten.
Z. f. d. g. T. = Zeitschrift für das gesamte Turbinenwesen.
Z. f. D. u. M. B. = Zeitschrift für Dampfkessel- und -maschinenbetrieb.
St. u. E. = Stahl und Eisen.
Z. d. B. R. V. = Zeitschrift des Bayerischen Revisions-Vereins.
Schw. B. = Schweizerische Bauzeitung.
Z. f. M. u. Ph. = Zeitschrift für Mathematik und Physik.
J. d. sch. G. = Jahrbuch der schiffsbautechnischen Gesellschaft.
E. T. Z. = Elektrotechnische Zeitschrift.

Druckfehlerverzeichnis.

- Seite 38, Z. 3-4 v. o. lies die doppelte Wurzel den Divisor statt das doppelte Produkt der Wurzel den Quotienten.
- „ 39, „ 4 v. u. lies 4) $\sqrt{a^2} = \pm a$ statt 4) $\sqrt{a^2} = \pm \sqrt{a}$.
- „ 56, „ 1 v. u. letzte Spalte lies $V = \frac{1}{3} h (G_1 + \sqrt{G_1 G_2} + G_2)$ statt
- $$V = \frac{1}{3} h (G_1 + \sqrt{G_1 G_2} + G_2).$$
- „ 58, „ 10 v. o. lies $V = 2\pi r f$ statt $V = \pi r^2 f$.
- „ 79, „ 1 v. u. lies $\left(\frac{a^x - b^x}{x}\right)_0 = \left(\frac{a^x \ln a - b^x \ln b}{1}\right)_0$ statt
- $$\left(\frac{a^x - b^x}{x}\right)_1 = \left(\frac{a^x \ln a - b^x \ln b}{1}\right)_1.$$
- „ 92, „ 1 v. u. lies $\ln \frac{(x-1)^4}{x^2}$ statt $\ln (x-1)^4$.
- „ 95, „ 4 v. u. lies $\int x^2 \sqrt{x^2 + p^2} dx = \int \frac{x^4 + p^2 x^2}{\sqrt{x^2 + p^2}} dx$ statt
- $$\int x^2 \sqrt{x^2 + p^2} dx + \int \frac{x^4 + p^2 x^2}{\sqrt{x^2 + p^2}} dx.$$
- „ 102, „ 4 v. o. lies $x = r \cos \vartheta$ statt $x = r \sin \vartheta$.
- „ 110, „ 18 v. o. lies $S + dS$ statt $S + Sd$.
- „ 114, „ 11 v. u. lies $x = \xi - \eta \operatorname{ctg} \omega$ statt $x = \xi - \eta \cos \omega$.
- „ 114, Abb. 77 fehlt an dem von P ausgehenden Lote der Buchstabe η .
- „ 128, Z. 5 v. o. lies $y_m = s \operatorname{ctg} \frac{b}{a}$ statt $y_m = s \operatorname{ctg} \frac{b}{a}$.
- „ 128, „ 13 v. u. lies $\cos \alpha = 0,2990$ statt $\alpha = 0,2990$.
- „ 143, Abb. 150 muß $\rightarrow X$ eine Linie höher stehen.
- „ 145, Abb. 152 muß heißen $x^2 y^3 = 2^5$ statt $x^2 y^3 = 6^4$.
- „ 147, Z. 9 v. o. lies $-\log \operatorname{tg} \varphi$ statt $-2 \log \operatorname{tg} \varphi$.
- „ 149, „ 30 v. u. lies die gegebenen Werte statt die gegebene Weite.
- „ 183, Abb. 69. Winkel α zwischen P und T nachtragen.
- „ 201, Z. 2 v. o. lies $m v r = m \omega r^2 = \text{konst.}$, und $\omega r^2 = \text{konst.}$ statt $m v = m \omega r = \text{konst.}$ bzw. $\omega r = \text{konst.}$
- „ 311, „ 20 v. o. lies Nietteilung $t = 2d + 0,8$.
- „ 369, „ 17 v. u. lies die Steigung statt den Steigungswinkel.
- „ 376, „ 9 v. u. lies β statt α .
- „ 381, „ 13 v. u. lies bis 600 mm statt 500 ÷ 600 mm.
- „ 403, „ 17 v. o. lies steilem statt senkrechtem.
- „ 408, „ 15 v. u. und 18 v. o. lies αp statt $a p$.
- „ 416, „ 11 v. u. lies 160 ÷ 320 statt 480 ÷ 960.
- „ 418 „ 16 v. o. lies $4 \cdot 0,0075 = 0,03$ statt $4,75 = 0,0356$.
- „ 431, „ 1 v. o. lies Klauenkupplungen statt Klenakupplungen.
- „ 432, „ 5 v. u. lies $Q > \frac{M_d}{\mu r} \sin \alpha$ statt $Q > \frac{M_d}{r \sin \alpha}$.
- „ 944, „ 6 v. u. }
 „ 959, „ 6 v. o. } lies Tafel III statt Tafel VI.
 „ 961, „ 21 v. o. }
- „ 999, Abb. 26. Die Werte der κ müssen lauten 0,04 statt 0,004 usw.
- „ 1394, „ 75. Die Winkel $-\varphi$ und $-\psi$ sind zu vertauschen.

Erster Abschnitt.

M a t h e m a t i k.

Bearbeitet von Prof. Dr. phil. Fritz Wicke.

I. Tafeln.

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	$\log n$	$\frac{1000}{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
1	1	1	1,0000	1,0000	0,00000	1000,000	3,142	0,7854	1
2	4	8	1,4142	1,2599	0,30103	500,000	6,283	3,1416	2
3	9	27	1,7321	1,4422	0,47712	333,333	9,425	7,0686	3
4	16	64	2,0000	1,5874	0,60206	250,000	12,566	12,5664	4
5	25	125	2,2361	1,7100	0,69897	200,000	15,708	19,6350	5
6	36	216	2,4495	1,8171	0,77815	166,667	18,850	28,2743	6
7	49	343	2,6458	1,9129	0,84510	142,857	21,991	38,4845	7
8	64	512	2,8284	2,0000	0,90309	125,000	25,133	50,2655	8
9	81	729	3,0000	2,0801	0,95424	111,111	28,274	63,6173	9
10	1 00	1 000	3,1623	2,1544	1,00000	100,000	31,416	78,5398	10
11	1 21	1 331	3,3166	2,2240	1,04139	90,9091	34,558	95,0332	11
12	1 44	1 728	3,4641	2,2894	1,07918	83,3333	37,699	113,097	12
13	1 69	2 197	3,6056	2,3513	1,11394	76,9231	40,841	132,732	13
14	1 96	2 744	3,7417	2,4101	1,14613	71,4286	43,982	153,938	14
15	2 25	3 375	3,8730	2,4662	1,17609	66,6667	47,124	176,715	15
16	2 56	4 096	4,0000	2,5198	1,20412	62,5000	50,265	201,062	16
17	2 89	4 913	4,1231	2,5713	1,23045	58,8235	53,407	226,980	17
18	3 24	5 832	4,2426	2,6207	1,25527	55,5556	56,549	254,469	18
19	3 61	6 859	4,3589	2,6684	1,27875	52,6316	59,690	283,529	19
20	4 00	8 000	4,4721	2,7144	1,30103	50,0000	62,832	314,159	20
21	4 41	9 261	4,5826	2,7589	1,32222	47,6190	65,973	346,361	21
22	4 84	10 648	4,6904	2,8020	1,34242	45,4545	69,115	380,133	22
23	5 29	12 167	4,7958	2,8439	1,36173	43,4783	72,257	415,476	23
24	5 76	13 824	4,8990	2,8845	1,38021	41,6667	75,398	452,389	24
25	6 25	15 625	5,0000	2,9240	1,39794	40,0000	78,540	490,874	25
26	6 76	17 576	5,0990	2,9625	1,41497	38,4615	81,681	530,929	26
27	7 29	19 683	5,1962	3,0000	1,43136	37,0370	84,823	572,555	27
28	7 84	21 952	5,2915	3,0366	1,44716	35,7143	87,965	615,752	28
29	8 41	24 389	5,3852	3,0723	1,46240	34,4828	91,106	660,520	29
30	9 00	27 000	5,4772	3,1072	1,47712	33,3333	94,248	706,858	30
31	9 61	29 791	5,5678	3,1414	1,49136	32,2581	97,389	754,768	31
32	10 24	32 768	5,6569	3,1748	1,50515	31,2500	100,531	804,248	32
33	10 89	35 937	5,7446	3,2075	1,51851	30,3030	103,673	855,299	33
34	11 56	39 304	5,8310	3,2396	1,53148	29,4118	106,814	907,920	34
35	12 25	42 875	5,9161	3,2711	1,54407	28,5714	109,956	962,113	35
36	12 96	46 656	6,0000	3,3019	1,55630	27,7778	113,097	1017,88	36
37	13 69	50 653	6,0828	3,3322	1,56820	27,0270	116,239	1075,21	37
38	14 44	54 872	6,1644	3,3620	1,57978	26,3158	119,381	1134,11	38
39	15 21	59 319	6,2450	3,3912	1,59106	25,6410	122,522	1194,59	39
40	16 00	64 000	6,3246	3,4200	1,60206	25,0000	125,66	1256,64	40
41	16 81	68 921	6,4031	3,4482	1,61278	24,3902	128,81	1320,25	41
42	17 64	74 088	6,4807	3,4760	1,62325	23,8095	131,95	1385,44	42
43	18 49	79 507	6,5574	3,5034	1,63347	23,2558	135,09	1452,20	43
44	19 36	85 184	6,6332	3,5303	1,64345	22,7273	138,23	1520,53	44
45	20 25	91 125	6,7082	3,5569	1,65321	22,2222	141,37	1590,43	45
46	21 16	97 336	6,7823	3,5830	1,66276	21,7391	144,51	1661,90	46
47	22 09	103 823	6,8557	3,6088	1,67210	21,2766	147,65	1734,94	47
48	23 04	110 592	6,9282	3,6342	1,68124	20,8333	150,80	1809,56	48
49	24 01	117 649	7,0000	3,6593	1,69020	20,4082	153,94	1885,74	49
50	25 00	125 000	7,0711	3,6840	1,69897	20,0000	157,08	1963,50	50

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	$\log n$	$\frac{1000}{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
50	25 00	125 000	7,0711	3,6840	1,69897	20,0000	157,08	1963,50	50
51	26 01	132 651	7,1414	3,7084	1,70757	19,6078	160,22	2042,82	51
52	27 04	140 608	7,2111	3,7325	1,71600	19,2308	163,36	2123,72	52
53	28 09	148 877	7,2801	3,7563	1,72428	18,8679	166,50	2206,18	53
54	29 16	157 464	7,3485	3,7798	1,73239	18,5185	169,65	2290,22	54
55	30 25	166 375	7,4162	3,8030	1,74036	18,1818	172,79	2375,83	55
56	31 36	175 616	7,4833	3,8259	1,74819	17,8571	175,93	2463,01	56
57	32 49	185 193	7,5498	3,8485	1,75587	17,5439	179,07	2551,76	57
58	33 64	195 112	7,6158	3,8709	1,76343	17,2414	182,21	2642,08	58
59	34 81	205 379	7,6811	3,8930	1,77085	16,9492	185,35	2733,97	59
60	36 00	216 000	7,7460	3,9149	1,77815	16,6667	188,50	2827,43	60
61	37 21	226 981	7,8102	3,9365	1,78533	16,3934	191,64	2922,47	61
62	38 44	238 328	7,8740	3,9579	1,79239	16,1290	194,78	3019,07	62
63	39 69	250 047	7,9373	3,9791	1,79934	15,8730	197,92	3117,25	63
64	40 96	262 144	8,0000	4,0000	1,80618	15,6250	201,06	3216,99	64
65	42 25	274 625	8,0623	4,0207	1,81291	15,3846	204,20	3318,31	65
66	43 56	287 496	8,1240	4,0412	1,81954	15,1515	207,35	3421,19	66
67	44 89	300 763	8,1854	4,0615	1,82607	14,9254	210,49	3525,65	67
68	46 24	314 432	8,2462	4,0817	1,83251	14,7059	213,63	3631,68	68
69	47 61	328 509	8,3066	4,1016	1,83885	14,4928	216,77	3739,28	69
70	49 00	343 000	8,3666	4,1213	1,84510	14,2857	219,91	3848,45	70
71	50 41	357 911	8,4261	4,1408	1,85126	14,0845	223,05	3959,19	71
72	51 84	373 248	8,4853	4,1602	1,85733	13,8889	226,19	4071,50	72
73	53 29	389 017	8,5440	4,1793	1,86332	13,6986	229,34	4185,39	73
74	54 76	405 224	8,6023	4,1983	1,86923	13,5135	232,48	4300,84	74
75	56 25	421 875	8,6603	4,2172	1,87506	13,3333	235,62	4417,86	75
76	57 76	438 976	8,7178	4,2358	1,88081	13,1579	238,76	4536,46	76
77	59 29	456 533	8,7750	4,2543	1,88649	12,9870	241,90	4656,63	77
78	60 84	474 552	8,8318	4,2727	1,89209	12,8205	245,04	4778,36	78
79	62 41	493 039	8,8882	4,2908	1,89763	12,6582	248,19	4901,67	79
80	64 00	512 000	8,9443	4,3089	1,90309	12,5000	251,33	5026,55	80
81	65 61	531 441	9,0000	4,3267	1,90849	12,3457	254,47	5153,00	81
82	67 24	551 368	9,0554	4,3445	1,91381	12,1951	257,61	5281,02	82
83	68 89	571 787	9,1104	4,3621	1,91908	12,0482	260,75	5410,61	83
84	70 56	592 704	9,1652	4,3795	1,92428	11,9048	263,89	5541,77	84
85	72 25	614 125	9,2195	4,3968	1,92942	11,7647	267,04	5674,50	85
86	73 96	636 056	9,2736	4,4140	1,93450	11,6279	270,18	5808,80	86
87	75 69	658 503	9,3274	4,4310	1,93952	11,4943	273,32	5944,68	87
88	77 44	681 472	9,3808	4,4480	1,94448	11,3636	276,46	6082,12	88
89	79 21	704 969	9,4340	4,4647	1,94939	11,2360	279,60	6221,14	89
90	81 00	729 000	9,4868	4,4814	1,95424	11,1111	282,74	6361,73	90
91	82 81	753 571	9,5394	4,4979	1,95904	10,9890	285,88	6503,88	91
92	84 64	778 688	9,5917	4,5144	1,96379	10,8696	289,03	6647,61	92
93	86 49	804 357	9,6437	4,5307	1,96848	10,7527	292,17	6792,91	93
94	88 36	830 584	9,6954	4,5468	1,97313	10,6383	295,31	6939,78	94
95	90 25	857 375	9,7468	4,5629	1,97772	10,5263	298,45	7088,22	95
96	92 16	884 736	9,7980	4,5789	1,98227	10,4167	301,59	7238,23	96
97	94 09	912 673	9,8489	4,5947	1,98677	10,3093	304,73	7389,81	97
98	96 04	941 192	9,8995	4,6104	1,99123	10,2041	307,88	7542,96	98
99	98 01	970 299	9,9499	4,6261	1,99564	10,1010	311,02	7697,69	99
100	1 00 00	1 000 000	10,0000	4,6416	2,00000	10,0000	314,16	7853,98	100

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	$\log n$	$\frac{1000}{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
100	10000	1000000	10,0000	4,6416	2,00000	10,0000	314,16	7853,98	100
101	10201	1030301	10,0499	4,6570	2,00432	9,90099	317,30	8011,85	101
102	10404	1061208	10,0995	4,6723	2,00860	9,80392	320,44	8171,28	102
103	10609	1092727	10,1489	4,6875	2,01284	9,70874	323,58	8332,29	103
104	10816	1124864	10,1980	4,7027	2,01703	9,61538	326,73	8494,87	104
105	11025	1157625	10,2470	4,7177	2,02119	9,52381	329,87	8659,01	105
106	11236	1191016	10,2956	4,7326	2,02531	9,43396	333,01	8824,73	106
107	11449	1225043	10,3441	4,7475	2,02938	9,34579	336,15	8992,02	107
108	11664	1259712	10,3923	4,7622	2,03342	9,25926	339,29	9160,88	108
109	11881	1295029	10,4403	4,7769	2,03743	9,17431	342,43	9331,32	109
110	12100	1331000	10,4881	4,7914	2,04139	9,09091	345,58	9503,32	110
111	12321	1367631	10,5357	4,8059	2,04532	9,00901	348,72	9676,89	111
112	12544	1404928	10,5830	4,8203	2,04922	8,92857	351,86	9852,03	112
113	12769	1442897	10,6301	4,8346	2,05308	8,84956	355,00	10028,7	113
114	12996	1481544	10,6771	4,8488	2,05690	8,77193	358,14	10207,0	114
115	13225	1520875	10,7238	4,8629	2,06070	8,69565	361,28	10386,9	115
116	13456	1560896	10,7703	4,8770	2,06446	8,62069	364,42	10568,3	116
117	13689	1601613	10,8167	4,8910	2,06819	8,54701	367,57	10751,3	117
118	13924	1643032	10,8628	4,9049	2,07188	8,47458	370,71	10935,9	118
119	14161	1685159	10,9087	4,9187	2,07555	8,40336	373,85	11122,0	119
120	14400	1728000	10,9545	4,9324	2,07918	8,33333	376,99	11309,7	120
121	14641	1771561	11,0000	4,9461	2,08279	8,26446	380,13	11499,0	121
122	14884	1815848	11,0454	4,9597	2,08636	8,19672	383,27	11689,9	122
123	15129	1860867	11,0905	4,9732	2,08991	8,13008	386,42	11882,3	123
124	15376	1906624	11,1355	4,9866	2,09342	8,06452	389,56	12076,3	124
125	15625	1953125	11,1803	5,0000	2,09691	8,00000	392,70	12271,8	125
126	15876	2000376	11,2250	5,0133	2,10037	7,93651	395,84	12469,0	126
127	16129	2048383	11,2694	5,0265	2,10380	7,87402	398,98	12667,7	127
128	16384	2097152	11,3137	5,0397	2,10721	7,81250	402,12	12868,0	128
129	16641	2146689	11,3577	5,0528	2,11059	7,75194	405,27	13069,8	129
130	16900	2197000	11,4018	5,0658	2,11394	7,69231	408,41	13273,2	130
131	17161	2248091	11,4455	5,0788	2,11727	7,63359	411,55	13478,2	131
132	17424	2299968	11,4891	5,0916	2,12057	7,57576	414,69	13684,8	132
133	17689	2352637	11,5326	5,1045	2,12385	7,51880	417,83	13892,9	133
134	17956	2406104	11,5758	5,1172	2,12710	7,46269	420,97	14102,6	134
135	18225	2460375	11,6190	5,1299	2,13033	7,40741	424,12	14313,9	135
136	18496	2515456	11,6619	5,1426	2,13354	7,35294	427,26	14526,7	136
137	18769	2571353	11,7047	5,1551	2,13672	7,29927	430,40	14741,1	137
138	19044	2628072	11,7473	5,1676	2,13988	7,24638	433,54	14957,1	138
139	19321	2685619	11,7898	5,1801	2,14301	7,19424	436,68	15174,7	139
140	19600	2744000	11,8322	5,1925	2,14613	7,14286	439,82	15393,8	140
141	19881	2803221	11,8743	5,2048	2,14922	7,09220	442,96	15614,5	141
142	20164	2863288	11,9164	5,2171	2,15229	7,04225	446,11	15836,8	142
143	20449	2924207	11,9583	5,2293	2,15534	6,99301	449,25	16060,6	143
144	20736	2985984	12,0000	5,2415	2,15836	6,94444	452,39	16286,0	144
145	21025	3048625	12,0416	5,2536	2,16137	6,89655	455,53	16513,0	145
146	21316	3112136	12,0830	5,2656	2,16435	6,84932	458,67	16741,5	146
147	21609	3176523	12,1244	5,2776	2,16732	6,80272	461,81	16971,7	147
148	21904	3241792	12,1655	5,2896	2,17026	6,75676	464,96	17203,4	148
149	22201	3307949	12,2066	5,3015	2,17319	6,71141	468,10	17436,6	149
150	22500	3375000	12,2474	5,3133	2,17609	6,66667	471,24	17671,5	150

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	$\log n$	$\frac{1000}{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
150	22500	3375000	12,2474	5,3133	2,17609	6,66667	471,24	17671,5	150
151	22801	3442951	12,2882	5,3251	2,17898	6,62252	474,38	17907,9	151
152	23104	3511808	12,3288	5,3368	2,18184	6,57895	477,52	18145,8	152
153	23409	3581577	12,3693	5,3485	2,18469	6,53595	480,66	18385,4	153
154	23716	3652264	12,4097	5,3601	2,18752	6,49351	483,81	18626,5	154
155	24025	3723875	12,4499	5,3717	2,19033	6,45161	486,95	18869,2	155
156	24336	3796416	12,4900	5,3832	2,19312	6,41026	490,09	19113,4	156
157	24649	3869893	12,5300	5,3947	2,19590	6,36943	493,23	19359,3	157
158	24964	3944312	12,5698	5,4061	2,19866	6,32911	496,37	19606,7	158
159	25281	4019679	12,6095	5,4175	2,20140	6,28931	499,51	19855,7	159
160	25600	4096000	12,6491	5,4288	2,20412	6,25000	502,65	20106,2	160
161	25921	4173281	12,6886	5,4401	2,20683	6,21118	505,80	20358,3	161
162	26244	4251528	12,7279	5,4514	2,20952	6,17284	508,94	20612,0	162
163	26569	4330747	12,7671	5,4626	2,21219	6,13497	512,08	20867,2	163
164	26896	4410944	12,8062	5,4737	2,21484	6,09756	515,22	21124,1	164
165	27225	4492125	12,8452	5,4848	2,21748	6,06061	518,36	21382,5	165
166	27556	4574296	12,8841	5,4959	2,22011	6,02410	521,50	21642,4	166
167	27889	4657463	12,9228	5,5069	2,22272	5,98802	524,65	21904,0	167
168	28224	4741632	12,9615	5,5178	2,22531	5,95238	527,79	22167,1	168
169	28561	4826809	13,0000	5,5288	2,22789	5,91716	530,93	22431,8	169
170	28900	4913000	13,0384	5,5397	2,23045	5,88235	534,07	22698,0	170
171	29241	5000211	13,0767	5,5505	2,23300	5,84795	537,21	22965,8	171
172	29584	5088448	13,1149	5,5613	2,23553	5,81395	540,35	23235,2	172
173	29929	5177717	13,1529	5,5721	2,23805	5,78035	543,50	23506,2	173
174	30276	5268024	13,1909	5,5828	2,24055	5,74713	546,64	23778,7	174
175	30625	5359375	13,2288	5,5934	2,24304	5,71429	549,78	24052,8	175
176	30976	5451776	13,2665	5,6041	2,24551	5,68182	552,92	24328,5	176
177	31329	5545233	13,3041	5,6147	2,24797	5,64972	556,06	24605,7	177
178	31684	5639752	13,3417	5,6252	2,25042	5,61798	559,20	24884,6	178
179	32041	5735339	13,3791	5,6357	2,25285	5,58659	562,35	25164,9	179
180	32400	5832000	13,4164	5,6462	2,25527	5,55556	565,49	25446,9	180
181	32761	5929741	13,4536	5,6567	2,25768	5,52486	568,63	25730,4	181
182	33124	6028568	13,4907	5,6671	2,26007	5,49451	571,77	26015,5	182
183	33489	6128487	13,5277	5,6774	2,26245	5,46448	574,91	26302,2	183
184	33856	6229504	13,5647	5,6877	2,26482	5,43478	578,05	26590,4	184
185	34225	6331625	13,6015	5,6980	2,26717	5,40541	581,19	26880,3	185
186	34596	6434856	13,6382	5,7083	2,26951	5,37634	584,34	27171,6	186
187	34969	6539203	13,6748	5,7185	2,27184	5,34759	587,48	27464,6	187
188	35344	6644672	13,7113	5,7287	2,27416	5,31915	590,62	27759,1	188
189	35721	6751269	13,7477	5,7388	2,27646	5,29101	593,76	28055,2	189
190	36100	6859000	13,7840	5,7489	2,27875	5,26316	596,90	28352,9	190
191	36481	6967871	13,8203	5,7590	2,28103	5,23560	600,04	28652,1	191
192	36864	7077888	13,8564	5,7690	2,28330	5,20833	603,19	28952,9	192
193	37249	7189057	13,8924	5,7790	2,28556	5,18135	606,33	29255,3	193
194	37636	7301384	13,9284	5,7890	2,28780	5,15464	609,47	29559,2	194
195	38025	7414875	13,9642	5,7989	2,29003	5,12821	612,61	29864,8	195
196	38416	7529536	14,0000	5,8088	2,29226	5,10204	615,75	30171,9	196
197	38809	7645373	14,0357	5,8186	2,29447	5,07614	618,89	30480,5	197
198	39204	7762392	14,0712	5,8285	2,29667	5,05051	622,04	30790,7	198
199	39601	7880599	14,1067	5,8383	2,29885	5,02513	625,18	31102,6	199
200	40000	8000000	14,1421	5,8480	2,30103	5,00000	628,32	31415,9	200

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	$\log n$	$\frac{1000}{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
200	40000	8000000	14,1421	5,8480	2,30103	5,00000	628,32	31415,9	200
201	40401	8120601	14,1774	5,8578	2,30320	4,97512	631,46	31730,9	201
202	40804	8242408	14,2127	5,8675	2,30535	4,95050	634,60	32047,4	202
203	41209	8365427	14,2478	5,8771	2,30750	4,92611	637,74	32365,5	203
204	41616	8489664	14,2829	5,8868	2,30963	4,90196	640,88	32685,1	204
205	42025	8615125	14,3178	5,8964	2,31175	4,87805	644,03	33006,4	205
206	42436	8741816	14,3527	5,9059	2,31387	4,85437	647,17	33329,2	206
207	42849	8869743	14,3875	5,9155	2,31597	4,83092	650,31	33653,5	207
208	43264	8998912	14,4222	5,9250	2,31806	4,80769	653,45	33979,5	208
209	43681	9129329	14,4568	5,9345	2,32015	4,78469	656,59	34307,0	209
210	44100	9261000	14,4914	5,9439	2,32222	4,76190	659,73	34636,1	210
211	44521	9393931	14,5258	5,9533	2,32428	4,73934	662,88	34966,7	211
212	44944	9528128	14,5602	5,9627	2,32634	4,71698	666,02	35298,9	212
213	45369	9663597	14,5945	5,9721	2,32838	4,69484	669,16	35632,7	213
214	45796	9800344	14,6287	5,9814	2,33041	4,67290	672,30	35968,1	214
215	46225	9938375	14,6629	5,9907	2,33244	4,65116	675,44	36305,0	215
216	46656	10077696	14,6969	6,0000	2,33445	4,62963	678,58	36643,5	216
217	47089	10218313	14,7309	6,0092	2,33646	4,60829	681,73	36983,6	217
218	47524	10360232	14,7648	6,0185	2,33846	4,58716	684,87	37325,3	218
219	47961	10503459	14,7986	6,0277	2,34044	4,56621	688,01	37668,5	219
220	48400	10648000	14,8324	6,0368	2,34242	4,54545	691,15	38013,3	220
221	48841	10793861	14,8661	6,0459	2,34439	4,52489	694,29	38359,6	221
222	49284	10941048	14,8997	6,0550	2,34635	4,50450	697,43	38707,6	222
223	49729	11089567	14,9332	6,0641	2,34830	4,48430	700,58	39057,1	223
224	50176	11239424	14,9666	6,0732	2,35025	4,46429	703,72	39408,1	224
225	50625	11390625	15,0000	6,0822	2,35218	4,44444	706,86	39760,8	225
226	51076	11543176	15,0333	6,0912	2,35411	4,42478	710,00	40115,0	226
227	51529	11697083	15,0665	6,1002	2,35603	4,40529	713,14	40470,8	227
228	51984	11852352	15,0997	6,1091	2,35793	4,38596	716,28	40828,1	228
229	52441	12009889	15,1327	6,1180	2,35984	4,36681	719,42	41187,1	229
230	52900	12167000	15,1658	6,1269	2,36173	4,34783	722,57	41547,6	230
231	53361	12326391	15,1987	6,1358	2,36361	4,32900	725,71	41909,6	231
232	53824	12487168	15,2315	6,1446	2,36549	4,31034	728,85	42273,3	232
233	54289	12649337	15,2643	6,1534	2,36736	4,29185	731,99	42638,5	233
234	54756	12812904	15,2971	6,1622	2,36922	4,27350	735,13	43005,3	234
235	55225	12977875	15,3297	6,1710	2,37107	4,25532	738,27	43373,6	235
236	55696	13144256	15,3623	6,1797	2,37291	4,23729	741,42	43743,5	236
237	56169	13312053	15,3948	6,1885	2,37475	4,21941	744,56	44115,0	237
238	56644	13481272	15,4272	6,1972	2,37658	4,20168	747,70	44488,1	238
239	57121	13651919	15,4596	6,2058	2,37840	4,18410	750,84	44862,7	239
240	57600	13824000	15,4919	6,2145	2,38021	4,16667	753,98	45238,9	240
241	58081	13997521	15,5242	6,2231	2,38202	4,14938	757,12	45616,7	241
242	58564	14172488	15,5563	6,2317	2,38382	4,13223	760,27	45996,1	242
243	59049	14348907	15,5885	6,2403	2,38561	4,11523	763,41	46377,0	243
244	59536	14526784	15,6205	6,2488	2,38739	4,09836	766,55	46759,5	244
245	60025	14706125	15,6525	6,2573	2,38917	4,08163	769,69	47143,5	245
246	60516	14886936	15,6844	6,2658	2,39094	4,06504	772,83	47529,2	246
247	61009	15069223	15,7162	6,2743	2,39270	4,04858	775,97	47916,4	247
248	61504	15252992	15,7480	6,2828	2,39445	4,03226	779,11	48305,1	248
249	62001	15438249	15,7797	6,2912	2,39620	4,01606	782,26	48695,5	249
250	62500	15625000	15,8114	6,2996	2,39794	4,00000	785,40	49087,4	250

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	$\log n$	$\frac{1000}{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
250	62500	15625000	15,8114	6,2996	2,39794	4,00000	785,40	49087,4	250
251	63001	15813251	15,8430	6,3080	2,39967	3,98406	788,54	49480,9	251
252	63504	16003008	15,8745	6,3164	2,40140	3,96825	791,68	49875,9	252
253	64009	16194277	15,9060	6,3247	2,40312	3,95257	794,82	50272,6	253
254	64516	16387064	15,9374	6,3330	2,40483	3,93701	797,96	50670,7	254
255	65025	16581375	15,9687	6,3413	2,40654	3,92157	801,11	51070,5	255
256	65536	16777216	16,0000	6,3496	2,40824	3,90625	804,25	51471,9	256
257	66049	16974593	16,0312	6,3579	2,40993	3,89105	807,39	51874,8	257
258	66564	17173512	16,0624	6,3661	2,41162	3,87597	810,53	52279,2	258
259	67081	17373979	16,0935	6,3743	2,41330	3,86100	813,67	52685,3	259
260	67600	17576000	16,1245	6,3825	2,41497	3,84615	816,81	53092,9	260
261	68121	17779581	16,1555	6,3907	2,41664	3,83142	819,96	53502,1	261
262	68644	17984728	16,1864	6,3988	2,41830	3,81679	823,10	53912,9	262
263	69169	18191447	16,2173	6,4070	2,41996	3,80228	826,24	54325,2	263
264	69696	18399744	16,2481	6,4151	2,42160	3,78788	829,38	54739,1	264
265	70225	18609625	16,2788	6,4232	2,42325	3,77358	832,52	55154,6	265
266	70756	18821096	16,3095	6,4312	2,42488	3,75940	835,66	55571,6	266
267	71289	19034163	16,3401	6,4393	2,42651	3,74532	838,81	55990,2	267
268	71824	19248832	16,3707	6,4473	2,42813	3,73134	841,95	56410,4	268
269	72361	19465109	16,4012	6,4553	2,42975	3,71747	845,09	56832,2	269
270	72900	19683000	16,4317	6,4633	2,43136	3,70370	848,23	57255,5	270
271	73441	19902511	16,4621	6,4713	2,43297	3,69004	851,37	57680,4	271
272	73984	20123648	16,4924	6,4792	2,43457	3,67647	854,51	58106,9	272
273	74529	20346417	16,5227	6,4872	2,43616	3,66300	857,65	58534,9	273
274	75076	20570824	16,5529	6,4951	2,43775	3,64964	860,80	58964,6	274
275	75625	20796875	16,5831	6,5030	2,43933	3,63636	863,94	59395,7	275
276	76176	21024576	16,6132	6,5108	2,44091	3,62319	867,08	59828,5	276
277	76729	21253933	16,6433	6,5187	2,44248	3,61011	870,22	60262,8	277
278	77284	21484952	16,6733	6,5265	2,44404	3,59712	873,36	60698,7	278
279	77841	21717639	16,7033	6,5343	2,44560	3,58423	876,50	61136,2	279
280	78400	21952000	16,7332	6,5421	2,44716	3,57143	879,65	61575,2	280
281	78961	22188041	16,7631	6,5499	2,44871	3,55872	882,79	62015,8	281
282	79524	22425768	16,7929	6,5577	2,45025	3,54610	885,93	62458,0	282
283	80089	22665187	16,8226	6,5654	2,45179	3,53357	889,07	62901,8	283
284	80656	22906304	16,8523	6,5731	2,45332	3,52113	892,21	63347,1	284
285	81225	23149125	16,8819	6,5808	2,45484	3,50877	895,35	63794,0	285
286	81796	23393656	16,9115	6,5885	2,45637	3,49650	898,50	64242,4	286
287	82369	23639903	16,9411	6,5962	2,45788	3,48432	901,64	64692,5	287
288	82944	23887872	16,9706	6,6039	2,45939	3,47222	904,78	65144,1	288
289	83521	24137569	17,0000	6,6115	2,46090	3,46021	907,92	65597,2	289
290	84100	24389000	17,0294	6,6191	2,46240	3,44828	911,06	66052,0	290
291	84681	24642171	17,0587	6,6267	2,46389	3,43643	914,20	66508,3	291
292	85264	24897088	17,0880	6,6343	2,46538	3,42466	917,35	66966,2	292
293	85849	25153757	17,1172	6,6419	2,46687	3,41297	920,49	67425,6	293
294	86436	25412184	17,1464	6,6494	2,46835	3,40136	923,63	67886,7	294
295	87025	25672375	17,1756	6,6569	2,46982	3,38983	926,77	68349,3	295
296	87616	25934336	17,2047	6,6644	2,47129	3,37838	929,91	68813,4	296
297	88209	26198073	17,2337	6,6719	2,47276	3,36700	933,05	69279,2	297
298	88804	26463592	17,2627	6,6794	2,47422	3,35570	936,19	69746,5	298
299	89401	26730899	17,2916	6,6869	2,47567	3,34448	939,34	70215,4	299
300	90000	27000000	17,3205	6,6943	2,47712	3,33333	942,48	70685,8	300

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	$\log n$	$\frac{1000}{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
300	90000	27000000	17,3205	6,6943	2,47712	3,333333	942,48	70685,8	300
301	90601	27270901	17,3494	6,7018	2,47857	3,32226	945,62	71157,9	301
302	91204	27543608	17,3781	6,7092	2,48001	3,31126	948,76	71631,5	302
303	91809	27818127	17,4069	6,7166	2,48144	3,30033	951,90	72106,6	303
304	92416	28094464	17,4356	6,7240	2,48287	3,28947	955,04	72583,4	304
305	93025	28372625	17,4642	6,7313	2,48430	3,27869	958,19	73061,7	305
306	93636	28652616	17,4929	6,7387	2,48572	3,26797	961,33	73541,5	306
307	94249	28934443	17,5214	6,7460	2,48714	3,25733	964,47	74023,0	307
308	94864	29218112	17,5499	6,7533	2,48855	3,24675	967,61	74506,0	308
309	95481	29503629	17,5784	6,7606	2,48996	3,23625	970,75	74990,6	309
310	96100	29791000	17,6068	6,7679	2,49136	3,22581	973,89	75476,8	310
311	96721	30080231	17,6352	6,7752	2,49276	3,21543	977,04	75964,5	311
312	97344	30371328	17,6635	6,7824	2,49415	3,20513	980,18	76453,8	312
313	97969	30664297	17,6918	6,7897	2,49554	3,19489	983,32	76944,7	313
314	98596	30959144	17,7200	6,7969	2,49693	3,18471	986,46	77437,1	314
315	99225	31255875	17,7482	6,8041	2,49831	3,17460	989,60	77931,1	315
316	99856	31554496	17,7764	6,8113	2,49969	3,16456	992,74	78426,7	316
317	100489	31855013	17,8045	6,8185	2,50106	3,15457	995,88	78923,9	317
318	101124	32157432	17,8326	6,8256	2,50243	3,14465	999,03	79422,6	318
319	101761	32461759	17,8606	6,8328	2,50379	3,13480	1002,2	79922,9	319
320	102400	32768000	17,8885	6,8399	2,50515	3,12500	1005,3	80424,8	320
321	103041	33076161	17,9165	6,8470	2,50651	3,11526	1008,5	80928,2	321
322	103684	33386248	17,9444	6,8541	2,50786	3,10559	1011,6	81433,2	322
323	104329	33698267	17,9722	6,8612	2,50920	3,09598	1014,7	81939,8	323
324	104976	34012224	18,0000	6,8683	2,51055	3,08642	1017,9	82448,0	324
325	105625	34328125	18,0278	6,8753	2,51188	3,07692	1021,0	82957,7	325
326	106276	34645976	18,0555	6,8824	2,51322	3,06748	1024,2	83469,0	326
327	106929	34965783	18,0831	6,8894	2,51455	3,05810	1027,3	83981,8	327
328	107584	35287552	18,1108	6,8964	2,51587	3,04878	1030,4	84496,3	328
329	108241	35611289	18,1384	6,9034	2,51720	3,03951	1033,6	85012,3	329
330	108900	35937000	18,1659	6,9104	2,51851	3,03030	1036,7	85529,9	330
331	109561	36264691	18,1934	6,9174	2,51983	3,02115	1039,9	86049,0	331
332	110224	36594368	18,2209	6,9244	2,52114	3,01205	1043,0	86569,7	332
333	110889	36926037	18,2483	6,9313	2,52244	3,00300	1046,2	87092,0	333
334	111556	37259704	18,2757	6,9382	2,52375	2,99401	1049,3	87615,9	334
335	112225	37595375	18,3030	6,9451	2,52504	2,98507	1052,4	88141,3	335
336	112896	37933056	18,3303	6,9521	2,52634	2,97619	1055,6	88668,3	336
337	113569	38272753	18,3576	6,9589	2,52763	2,96736	1058,7	89196,9	337
338	114244	38614472	18,3848	6,9658	2,52892	2,95858	1061,9	89727,0	338
339	114921	38958219	18,4120	6,9727	2,53020	2,94985	1065,0	90258,7	339
340	115600	39304000	18,4391	6,9795	2,53148	2,94118	1068,1	90792,0	340
341	116281	39651821	18,4662	6,9864	2,53275	2,93255	1071,3	91326,9	341
342	116964	40001688	18,4932	6,9932	2,53403	2,92398	1074,4	91863,3	342
343	117649	40353607	18,5203	7,0000	2,53529	2,91545	1077,6	92401,3	343
344	118336	40707584	18,5472	7,0068	2,53656	2,90698	1080,7	92940,9	344
345	119025	41063625	18,5742	7,0136	2,53782	2,89855	1083,8	93482,0	345
346	119716	41421736	18,6011	7,0203	2,53908	2,89017	1087,0	94024,7	346
347	120409	41781923	18,6279	7,0271	2,54033	2,88184	1090,1	94569,0	347
348	121104	42144192	18,6548	7,0338	2,54158	2,87356	1093,3	95114,9	348
349	121801	42508549	18,6815	7,0406	2,54283	2,86533	1096,4	95662,3	349
350	122500	42875000	18,7083	7,0473	2,54407	2,85714	1099,6	96211,3	350

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	$\log n$	$\frac{1000}{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
850	122500	42875000	18,7083	7,0473	2,54407	2,85714	1099,6	96211,3	850
351	123201	43243551	18,7350	7,0540	2,54531	2,84900	1102,7	96761,8	351
352	123904	43614208	18,7617	7,0607	2,54654	2,84091	1105,8	97314,0	352
353	124609	43986977	18,7883	7,0674	2,54777	2,83286	1109,0	97867,7	353
354	125316	44361864	18,8149	7,0740	2,54900	2,82486	1112,1	98423,0	354
355	126025	44738875	18,8414	7,0807	2,55023	2,81690	1115,3	98979,8	355
356	126736	45118016	18,8680	7,0873	2,55145	2,80899	1118,4	99538,2	356
357	127449	45499293	18,8944	7,0940	2,55267	2,80112	1121,5	100098	357
358	128164	45882712	18,9209	7,1006	2,55388	2,79330	1124,7	100660	358
359	128881	46268279	18,9473	7,1072	2,55509	2,78552	1127,8	101223	359
860	129600	46656000	18,9737	7,1138	2,55630	2,77778	1131,0	101788	860
361	130321	47045881	19,0000	7,1204	2,55751	2,77008	1134,1	102354	361
362	131044	47437928	19,0263	7,1269	2,55871	2,76243	1137,3	102922	362
363	131769	47832147	19,0526	7,1335	2,55991	2,75482	1140,4	103491	363
364	132496	48228544	19,0788	7,1400	2,56110	2,74725	1143,5	104062	364
365	133225	48627125	19,1050	7,1466	2,56229	2,73973	1146,7	104635	365
366	133956	49027896	19,1311	7,1531	2,56348	2,73224	1149,8	105209	366
367	134689	49430863	19,1572	7,1596	2,56467	2,72480	1153,0	105785	367
368	135424	49836032	19,1833	7,1661	2,56585	2,71739	1156,1	106362	368
369	136161	50243409	19,2094	7,1726	2,56703	2,71003	1159,2	106941	369
870	136900	50653000	19,2354	7,1791	2,56820	2,70270	1162,4	107521	870
371	137641	51064811	19,2614	7,1855	2,56937	2,69542	1165,5	108103	371
372	138384	51478848	19,2873	7,1920	2,57054	2,68817	1168,7	108687	372
373	139129	51895117	19,3132	7,1984	2,57171	2,68097	1171,8	109272	373
374	139876	52313624	19,3391	7,2048	2,57287	2,67380	1175,0	109858	374
375	140625	52734375	19,3649	7,2112	2,57403	2,66667	1178,1	110447	375
376	141376	53157376	19,3907	7,2177	2,57519	2,65957	1181,2	111036	376
377	142129	53582633	19,4165	7,2240	2,57634	2,65252	1184,4	111628	377
378	142884	54010152	19,4422	7,2304	2,57749	2,64550	1187,5	112221	378
379	143641	54439939	19,4679	7,2368	2,57864	2,63852	1190,7	112815	379
880	144400	54872000	19,4936	7,2432	2,57978	2,63158	1193,8	113411	880
381	145161	55306341	19,5192	7,2495	2,58092	2,62467	1196,9	114009	381
382	145924	55742968	19,5448	7,2558	2,58206	2,61780	1200,1	114608	382
383	146689	56181887	19,5704	7,2622	2,58320	2,61097	1203,2	115209	383
384	147456	56623104	19,5959	7,2685	2,58433	2,60417	1206,4	115812	384
385	148225	57066625	19,6214	7,2748	2,58546	2,59740	1209,5	116416	385
386	148996	57512456	19,6469	7,2811	2,58659	2,59067	1212,7	117021	386
387	149769	57960603	19,6723	7,2874	2,58771	2,58398	1215,8	117628	387
388	150544	58411072	19,6977	7,2936	2,58883	2,57732	1218,9	118237	388
389	151321	58863869	19,7231	7,2999	2,58995	2,57069	1222,1	118847	389
890	152100	59319000	19,7484	7,3061	2,59106	2,56410	1225,2	119459	890
391	152881	59776471	19,7737	7,3124	2,59218	2,55754	1228,4	120072	391
392	153664	60236288	19,7990	7,3186	2,59329	2,55102	1231,5	120687	392
393	154449	60698457	19,8242	7,3248	2,59439	2,54453	1234,6	121304	393
394	155236	61162984	19,8494	7,3310	2,59550	2,53807	1237,8	121922	394
395	156025	61629875	19,8746	7,3372	2,59660	2,53165	1240,9	122542	395
396	156816	62099136	19,8997	7,3434	2,59770	2,52525	1244,1	123163	396
397	157609	62570773	19,9249	7,3496	2,59879	2,51889	1247,2	123786	397
398	158404	63044792	19,9499	7,3558	2,59988	2,51256	1250,4	124410	398
399	159201	63521199	19,9750	7,3619	2,60097	2,50627	1253,5	125036	399
400	160000	64000000	20,0000	7,3681	2,60206	2,50000	1256,6	125664	400

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	$\log n$	$\frac{1000}{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
400	160000	64000000	20,0000	7,3681	2,60206	2,50000	1256,6	125664	400
401	160801	64481201	20,0250	7,3742	2,60314	2,49377	1259,8	126293	401
402	161604	64968408	20,0499	7,3803	2,60423	2,48756	1262,9	126923	402
403	162409	65450827	20,0749	7,3864	2,60531	2,48139	1266,1	127556	403
404	163216	65939264	20,0998	7,3925	2,60638	2,47525	1269,2	128190	404
405	164025	66430125	20,1246	7,3986	2,60746	2,46914	1272,3	128825	405
406	164836	66923416	20,1494	7,4047	2,60853	2,46305	1275,5	129462	406
407	165649	67419143	20,1742	7,4108	2,60959	2,45700	1278,6	130100	407
408	166464	67917312	20,1990	7,4169	2,61066	2,45098	1281,8	130741	408
409	167281	68417929	20,2237	7,4229	2,61172	2,44499	1284,9	131382	409
410	168100	68921000	20,2485	7,4290	2,61278	2,43902	1288,1	132025	410
411	168921	69426531	20,2731	7,4350	2,61384	2,43309	1291,2	132670	411
412	169744	69934528	20,2978	7,4410	2,61490	2,42718	1294,3	133317	412
413	170569	70444997	20,3224	7,4470	2,61595	2,42131	1297,5	133965	413
414	171396	70957944	20,3470	7,4530	2,61700	2,41546	1300,6	134614	414
415	172225	71473375	20,3715	7,4590	2,61805	2,40964	1303,8	135265	415
416	173056	71991296	20,3961	7,4650	2,61909	2,40385	1306,9	135918	416
417	173889	72511713	20,4206	7,4710	2,62014	2,39808	1310,0	136572	417
418	174724	73034632	20,4450	7,4770	2,62118	2,39234	1313,2	137228	418
419	175561	73560059	20,4695	7,4829	2,62221	2,38663	1316,3	137885	419
420	176400	74088000	20,4939	7,4889	2,62325	2,38095	1319,5	138544	420
421	177241	74618461	20,5183	7,4948	2,62428	2,37530	1322,6	139205	421
422	178084	75151448	20,5426	7,5007	2,62531	2,36967	1325,8	139867	422
423	178929	75686967	20,5670	7,5067	2,62634	2,36407	1328,9	140531	423
424	179776	76225024	20,5913	7,5126	2,62737	2,35849	1332,0	141196	424
425	180625	76765625	20,6155	7,5185	2,62839	2,35294	1335,2	141863	425
426	181476	77308776	20,6398	7,5244	2,62941	2,34742	1338,3	142531	426
427	182329	77854483	20,6640	7,5302	2,63043	2,34192	1341,5	143201	427
428	183184	78402752	20,6882	7,5361	2,63144	2,33645	1344,6	143872	428
429	184041	78953589	20,7123	7,5420	2,63246	2,33100	1347,7	144545	429
430	184900	79507000	20,7364	7,5478	2,63347	2,32558	1350,9	145220	430
431	185761	80062991	20,7605	7,5537	2,63448	2,32019	1354,0	145896	431
432	186624	80621568	20,7846	7,5595	2,63548	2,31481	1357,2	146574	432
433	187489	81182737	20,8087	7,5654	2,63649	2,30947	1360,3	147254	433
434	188356	81746504	20,8327	7,5712	2,63749	2,30415	1363,5	147934	434
435	189225	82312875	20,8567	7,5770	2,63849	2,29885	1366,6	148617	435
436	190096	82881856	20,8806	7,5828	2,63949	2,29358	1369,7	149301	436
437	190969	83453453	20,9045	7,5886	2,64048	2,28833	1372,9	149987	437
438	191844	84027672	20,9284	7,5944	2,64147	2,28311	1376,0	150674	438
439	192721	84604519	20,9523	7,6001	2,64246	2,27790	1379,2	151363	439
440	193600	85184000	20,9762	7,6059	2,64345	2,27273	1382,3	152053	440
441	194481	85766121	21,0000	7,6117	2,64444	2,26757	1385,4	152745	441
442	195364	86350888	21,0238	7,6174	2,64542	2,26244	1388,6	153439	442
443	196249	86938307	21,0476	7,6232	2,64640	2,25734	1391,7	154134	443
444	197136	87528384	21,0713	7,6289	2,64738	2,25225	1394,9	154830	444
445	198025	88121125	21,0950	7,6346	2,64836	2,24719	1398,0	155528	445
446	198916	88716536	21,1187	7,6403	2,64933	2,24215	1401,2	156228	446
447	199809	89314623	21,1424	7,6460	2,65031	2,23714	1404,3	156930	447
448	200704	89915392	21,1660	7,6517	2,65128	2,23214	1407,4	157633	448
449	201601	90518849	21,1896	7,6574	2,65225	2,22717	1410,6	158337	449
450	202500	91125000	21,2132	7,6631	2,65321	2,22222	1413,7	159043	450

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	$\log n$	$\frac{1000}{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
450	202500	91125000	21,2132	7,6631	2,65321	2,22222	1413,7	159043	450
451	203401	91733851	21,2368	7,6688	2,65418	2,21729	1416,9	159751	451
452	204304	92345408	21,2603	7,6744	2,65514	2,21239	1420,0	160460	452
453	205209	92959677	21,2838	7,6801	2,65610	2,20751	1423,1	161171	453
454	206116	93576664	21,3073	7,6857	2,65706	2,20264	1426,3	161883	454
455	207025	94196375	21,3307	7,6914	2,65801	2,19780	1429,4	162597	455
456	207936	94818816	21,3542	7,6970	2,65896	2,19298	1432,6	163313	456
457	208849	95443993	21,3776	7,7026	2,65992	2,18818	1435,7	164030	457
458	209764	96071912	21,4009	7,7082	2,66087	2,18341	1438,8	164748	458
459	210681	96702579	21,4243	7,7138	2,66181	2,17865	1442,0	165468	459
460	211600	97336000	21,4476	7,7194	2,66276	2,17391	1445,1	166190	460
461	212521	97972181	21,4709	7,7250	2,66370	2,16920	1448,3	166914	461
462	213444	98611128	21,4942	7,7306	2,66464	2,16450	1451,4	167639	462
463	214369	99252847	21,5174	7,7362	2,66558	2,15983	1454,6	168365	463
464	215296	99897344	21,5407	7,7418	2,66652	2,15517	1457,7	169093	464
465	216225	100544625	21,5639	7,7473	2,66745	2,15054	1460,8	169823	465
466	217156	101194696	21,5870	7,7529	2,66839	2,14592	1464,0	170554	466
467	218089	101847563	21,6102	7,7584	2,66932	2,14133	1467,1	171287	467
468	219024	102503232	21,6333	7,7639	2,67025	2,13675	1470,3	172021	468
469	219961	103161709	21,6564	7,7695	2,67117	2,13220	1473,4	172757	469
470	220900	103823000	21,6795	7,7750	2,67210	2,12766	1476,5	173494	470
471	221841	104487111	21,7025	7,7805	2,67302	2,12314	1479,7	174234	471
472	222784	105154048	21,7256	7,7860	2,67394	2,11864	1482,8	174974	472
473	223729	105823817	21,7486	7,7915	2,67486	2,11416	1486,0	175716	473
474	224676	106496424	21,7715	7,7970	2,67578	2,10970	1489,1	176460	474
475	225625	107171875	21,7945	7,8025	2,67669	2,10526	1492,3	177205	475
476	226576	107850176	21,8174	7,8079	2,67761	2,10084	1495,4	177952	476
477	227529	108531333	21,8403	7,8134	2,67852	2,09644	1498,5	178701	477
478	228484	109215352	21,8632	7,8188	2,67943	2,09205	1501,7	179451	478
479	229441	109902239	21,8861	7,8243	2,68034	2,08768	1504,8	180203	479
480	230400	110592000	21,9089	7,8297	2,68124	2,08333	1508,0	180956	480
481	231361	111284641	21,9317	7,8352	2,68215	2,07900	1511,1	181711	481
482	232324	111980168	21,9545	7,8406	2,68305	2,07469	1514,2	182467	482
483	233289	112678587	21,9773	7,8460	2,68395	2,07039	1517,4	183225	483
484	234256	113379904	22,0000	7,8514	2,68485	2,06612	1520,5	183984	484
485	235225	114084125	22,0227	7,8568	2,68574	2,06186	1523,7	184745	485
486	236196	114791256	22,0454	7,8622	2,68664	2,05761	1526,8	185508	486
487	237169	115501303	22,0681	7,8676	2,68753	2,05339	1530,0	186272	487
488	238144	116214272	22,0907	7,8730	2,68842	2,04918	1533,1	187038	488
489	239121	116930169	22,1133	7,8784	2,68931	2,04499	1536,2	187805	489
490	240100	117649000	22,1359	7,8837	2,69020	2,04082	1539,4	188574	490
491	241081	118370771	22,1585	7,8891	2,69108	2,03666	1542,5	189345	491
492	242064	119095488	22,1811	7,8944	2,69197	2,03252	1545,7	190117	492
493	243049	119823157	22,2036	7,8998	2,69285	2,02840	1548,8	190890	493
494	244036	120553784	22,2261	7,9051	2,69373	2,02429	1551,9	191665	494
495	245025	121287375	22,2486	7,9105	2,69461	2,02020	1555,1	192442	495
496	246016	122023936	22,2711	7,9158	2,69548	2,01613	1558,2	193221	496
497	247009	122763473	22,2935	7,9211	2,69636	2,01207	1561,4	194000	497
498	248004	123505992	22,3159	7,9264	2,69723	2,00803	1564,5	194782	498
499	249001	124251499	22,3383	7,9317	2,69810	2,00401	1567,7	195565	499
500	250000	125000000	22,3607	7,9370	2,69897	2,00000	1570,8	196350	500

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	$\log n$	$\frac{1000}{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
500	250000	125000000	22,3607	7,9370	2,69897	2,00000	1570,8	196350	500
501	251001	125751501	22,3830	7,9423	2,69984	1,99601	1573,9	197136	501
502	252004	126506008	22,4054	7,9476	2,70070	1,99203	1577,1	197923	502
503	253009	127263527	22,4277	7,9528	2,70157	1,98807	1580,2	198713	503
504	254016	128024064	22,4499	7,9581	2,70243	1,98413	1583,4	199504	504
505	255025	128787625	22,4722	7,9634	2,70329	1,98020	1586,5	200296	505
506	256036	129554216	22,4944	7,9686	2,70415	1,97628	1589,6	201090	506
507	257049	130323843	22,5167	7,9739	2,70501	1,97239	1592,8	201886	507
508	258064	131096512	22,5389	7,9791	2,70586	1,96850	1595,9	202683	508
509	259081	131872229	22,5610	7,9843	2,70672	1,96464	1599,1	203482	509
510	260100	132651000	22,5832	7,9896	2,70757	1,96078	1602,2	204282	510
511	261121	133432831	22,6053	7,9948	2,70842	1,95695	1605,4	205084	511
512	262144	134217728	22,6274	8,0000	2,70927	1,95312	1608,5	205887	512
513	263169	135005697	22,6495	8,0052	2,71012	1,94932	1611,6	206692	513
514	264196	135796744	22,6716	8,0104	2,71096	1,94553	1614,8	207499	514
515	265225	136590875	22,6936	8,0156	2,71181	1,94175	1617,9	208307	515
516	266256	137388096	22,7156	8,0208	2,71265	1,93798	1621,1	209117	516
517	267289	138188413	22,7376	8,0260	2,71349	1,93424	1624,2	209928	517
518	268324	138991832	22,7596	8,0311	2,71433	1,93050	1627,3	210741	518
519	269361	139798359	22,7816	8,0363	2,71517	1,92678	1630,5	211556	519
520	270400	140608000	22,8035	8,0415	2,71600	1,92308	1633,6	212372	520
521	271441	141420761	22,8254	8,0466	2,71684	1,91939	1636,8	213189	521
522	272484	142236648	22,8473	8,0517	2,71767	1,91571	1639,9	214008	522
523	273529	143055667	22,8692	8,0569	2,71850	1,91205	1643,1	214829	523
524	274576	143877824	22,8910	8,0620	2,71933	1,90840	1646,2	215651	524
525	275625	144703125	22,9129	8,0671	2,72016	1,90476	1649,3	216475	525
526	276676	145531576	22,9347	8,0723	2,72099	1,90114	1652,5	217301	526
527	277729	146363183	22,9565	8,0774	2,72181	1,89753	1655,6	218128	527
528	278784	147197952	22,9783	8,0825	2,72263	1,89394	1658,8	218956	528
529	279841	148035889	23,0000	8,0876	2,72346	1,89036	1661,9	219787	529
530	280900	148877000	23,0217	8,0927	2,72428	1,88679	1665,0	220618	530
531	281961	149721291	23,0434	8,0978	2,72509	1,88324	1668,2	221452	531
532	283024	150568768	23,0651	8,1028	2,72591	1,87970	1671,3	222287	532
533	284089	151419437	23,0868	8,1079	2,72673	1,87617	1674,5	223123	533
534	285156	152273304	23,1084	8,1130	2,72754	1,87266	1677,6	223961	534
535	286225	153130375	23,1301	8,1180	2,72835	1,86916	1680,8	224801	535
536	287296	153990656	23,1517	8,1231	2,72916	1,86567	1683,9	225642	536
537	288369	154854153	23,1733	8,1281	2,72997	1,86220	1687,0	226484	537
538	289444	155720872	23,1948	8,1332	2,73078	1,85874	1690,2	227329	538
539	290521	156590819	23,2164	8,1382	2,73159	1,85529	1693,3	228175	539
540	291600	157464000	23,2379	8,1433	2,73239	1,85185	1696,5	229022	540
541	292681	158340421	23,2594	8,1483	2,73320	1,84843	1699,6	229871	541
542	293764	159220088	23,2809	8,1533	2,73400	1,84502	1702,7	230722	542
543	294849	160103007	23,3024	8,1583	2,73480	1,84162	1705,9	231574	543
544	295936	160989184	23,3238	8,1633	2,73560	1,83824	1709,0	232428	544
545	297025	161878625	23,3452	8,1683	2,73640	1,83486	1712,2	233283	545
546	298116	162771336	23,3666	8,1733	2,73719	1,83150	1715,3	234140	546
547	299209	163667323	23,3880	8,1783	2,73799	1,82815	1718,5	234998	547
548	300304	164566592	23,4094	8,1833	2,73878	1,82482	1721,6	235858	548
549	301401	165469149	23,4307	8,1882	2,73957	1,82149	1724,7	236720	549
550	302500	166375000	23,4521	8,1932	2,74036	1,81818	1727,9	237583	550

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	$\log n$	$\frac{1000}{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
550	302500	166375000	23,4521	8,1932	2,74036	1,81818	1727,9	237583	550
551	303601	167284151	23,4734	8,1982	2,74115	1,81488	1731,0	238448	551
552	304704	168196608	23,4947	8,2031	2,74194	1,81159	1734,2	239314	552
553	305809	169112377	23,5160	8,2081	2,74273	1,80832	1737,3	240182	553
554	306916	170031464	23,5372	8,2130	2,74351	1,80505	1740,4	241051	554
555	308025	170953875	23,5584	8,2180	2,74429	1,80180	1743,6	241922	555
556	309136	171879616	23,5797	8,2229	2,74507	1,79856	1746,7	242795	556
557	310249	172808693	23,6008	8,2278	2,74586	1,79533	1749,9	243669	557
558	311364	173741112	23,6220	8,2327	2,74663	1,79211	1753,0	244545	558
559	312481	174676879	23,6432	8,2377	2,74741	1,78891	1756,2	245422	559
560	313600	175616000	23,6643	8,2426	2,74819	1,78571	1759,3	246301	560
561	314721	176558481	23,6854	8,2475	2,74896	1,78253	1762,4	247181	561
562	315844	177504328	23,7065	8,2524	2,74974	1,77936	1765,6	248063	562
563	316969	178453547	23,7276	8,2573	2,75051	1,77620	1768,7	248947	563
564	318096	179406144	23,7487	8,2621	2,75128	1,77305	1771,9	249832	564
565	319225	180362125	23,7697	8,2670	2,75205	1,76991	1775,0	250719	565
566	320356	181321496	23,7908	8,2719	2,75282	1,76678	1778,1	251607	566
567	321489	182284263	23,8118	8,2768	2,75358	1,76367	1781,3	252497	567
568	322624	183250432	23,8328	8,2816	2,75435	1,76056	1784,4	253388	568
569	323761	184220009	23,8537	8,2865	2,75511	1,75747	1787,6	254281	569
570	324900	185193000	23,8747	8,2913	2,75587	1,75439	1790,7	255176	570
571	326041	186169411	23,8956	8,2962	2,75664	1,75131	1793,8	256072	571
572	327184	187149248	23,9165	8,3010	2,75740	1,74825	1797,0	256970	572
573	328329	188132517	23,9374	8,3059	2,75815	1,74520	1800,1	257869	573
574	329476	189119224	23,9583	8,3107	2,75891	1,74216	1803,3	258770	574
575	330625	190109375	23,9792	8,3155	2,75967	1,73913	1806,4	259672	575
576	331776	191102976	24,0000	8,3203	2,76042	1,73611	1809,6	260576	576
577	332929	192100033	24,0208	8,3251	2,76118	1,73310	1812,7	261482	577
578	334084	193100552	24,0416	8,3300	2,76193	1,73010	1815,8	262389	578
579	335241	194104539	24,0624	8,3348	2,76268	1,72712	1819,0	263298	579
580	336400	195112000	24,0832	8,3396	2,76343	1,72414	1822,1	264208	580
581	337561	196122941	24,1039	8,3443	2,76418	1,72117	1825,3	265120	581
582	338724	197137368	24,1247	8,3491	2,76492	1,71821	1828,4	266033	582
583	339889	198155287	24,1454	8,3539	2,76567	1,71527	1831,6	266948	583
584	341056	199176704	24,1661	8,3587	2,76641	1,71233	1834,7	267865	584
585	342225	200201625	24,1868	8,3634	2,76716	1,70940	1837,8	268783	585
586	343396	201230056	24,2074	8,3682	2,76790	1,70648	1841,0	269703	586
587	344569	202262003	24,2281	8,3730	2,76864	1,70358	1844,1	270624	587
588	345744	203297472	24,2487	8,3777	2,76938	1,70068	1847,3	271547	588
589	346921	204336469	24,2693	8,3825	2,77012	1,69779	1850,4	272471	589
590	348100	205379000	24,2899	8,3872	2,77085	1,69492	1853,5	273397	590
591	349281	206425071	24,3105	8,3919	2,77159	1,69205	1856,7	274325	591
592	350464	207474688	24,3311	8,3967	2,77232	1,68919	1859,8	275254	592
593	351649	208527857	24,3516	8,4014	2,77305	1,68634	1863,0	276184	593
594	352836	209584584	24,3721	8,4061	2,77379	1,68350	1866,1	277117	594
595	354025	210644875	24,3926	8,4108	2,77452	1,68067	1869,2	278051	595
596	355216	211708736	24,4131	8,4155	2,77525	1,67785	1872,4	278986	596
597	356409	212776173	24,4336	8,4202	2,77597	1,67504	1875,5	279923	597
598	357604	213847192	24,4540	8,4249	2,77670	1,67224	1878,7	280862	598
599	358801	214921799	24,4745	8,4296	2,77743	1,66945	1881,8	281802	599
600	360000	216000000	24,4949	8,4343	2,77815	1,66667	1885,0	282743	600

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	$\log n$	$\frac{1000}{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
600	360000	216000000	24,4949	8,4343	2,77815	1,66667	1885,0	282743	600
601	361201	217081801	24,5153	8,4390	2,77887	1,66389	1888,1	283687	601
602	362404	218167208	24,5357	8,4437	2,77960	1,66113	1891,2	284631	602
603	363609	219256227	24,5561	8,4484	2,78032	1,65837	1894,4	285576	603
604	364816	220348864	24,5764	8,4530	2,78104	1,65563	1897,5	286526	604
605	366025	221445125	24,5967	8,4577	2,78176	1,65289	1900,7	287475	605
606	367236	222545016	24,6171	8,4623	2,78247	1,65017	1903,8	288426	606
607	368449	223648543	24,6374	8,4670	2,78319	1,64745	1906,9	289379	607
608	369664	224755712	24,6577	8,4716	2,78390	1,64474	1910,1	290333	608
609	370881	225866529	24,6779	8,4763	2,78462	1,64204	1913,2	291289	609
610	372100	226981000	24,6982	8,4809	2,78533	1,63934	1916,4	292247	610
611	373321	228099131	24,7184	8,4856	2,78604	1,63666	1919,5	293206	611
612	374544	229220928	24,7386	8,4902	2,78675	1,63399	1922,7	294166	612
613	375769	230346397	24,7588	8,4948	2,78746	1,63132	1925,8	295128	613
614	376996	231475544	24,7790	8,4994	2,78817	1,62866	1928,9	296092	614
615	378225	232608375	24,7992	8,5040	2,78888	1,62602	1932,1	297057	615
616	379456	233744896	24,8193	8,5086	2,78958	1,62338	1935,2	298024	616
617	380689	234885113	24,8395	8,5132	2,79029	1,62075	1938,4	298992	617
618	381924	236029032	24,8596	8,5178	2,79099	1,61812	1941,5	299962	618
619	383161	237176659	24,8797	8,5224	2,79169	1,61551	1944,6	300934	619
620	384400	238328000	24,8998	8,5270	2,79239	1,61290	1947,8	301907	620
621	385641	239483061	24,9199	8,5316	2,79309	1,61031	1950,9	302882	621
622	386884	240641848	24,9399	8,5362	2,79379	1,60772	1954,1	303858	622
623	388129	241804367	24,9600	8,5408	2,79449	1,60514	1957,2	304836	623
624	389376	242970624	24,9800	8,5453	2,79518	1,60256	1960,4	305815	624
625	390625	244140625	25,0000	8,5499	2,79588	1,60000	1963,5	306796	625
626	391876	245314376	25,0200	8,5544	2,79657	1,59744	1966,6	307779	626
627	393129	246491883	25,0400	8,5590	2,79727	1,59490	1969,8	308763	627
628	394384	247673152	25,0599	8,5635	2,79796	1,59236	1972,9	309748	628
629	395641	248858189	25,0799	8,5681	2,79865	1,58983	1976,1	310736	629
630	396900	250047000	25,0998	8,5726	2,79934	1,58730	1979,2	311725	630
631	398161	251239591	25,1197	8,5772	2,80003	1,58479	1982,3	312715	631
632	399424	252435968	25,1396	8,5817	2,80072	1,58228	1985,5	313707	632
633	400689	253636137	25,1595	8,5862	2,80140	1,57978	1988,6	314700	633
634	401956	254840104	25,1794	8,5907	2,80209	1,57729	1991,8	315696	634
635	403225	256047875	25,1992	8,5952	2,80277	1,57480	1994,9	316692	635
636	404496	257259456	25,2190	8,5997	2,80346	1,57233	1998,1	317690	636
637	405769	258474853	25,2389	8,6043	2,80414	1,56986	2001,2	318690	637
638	407044	259694072	25,2587	8,6088	2,80482	1,56740	2004,3	319692	638
639	408321	260917119	25,2784	8,6132	2,80550	1,56495	2007,5	320695	639
640	409600	262144000	25,2982	8,6177	2,80618	1,56250	2010,6	321699	640
641	410881	263374721	25,3180	8,6222	2,80686	1,56006	2013,8	322705	641
642	412164	264609288	25,3377	8,6267	2,80754	1,55763	2016,9	323713	642
643	413449	265847707	25,3574	8,6312	2,80821	1,55521	2020,0	324722	643
644	414736	267089984	25,3772	8,6357	2,80889	1,55280	2023,2	325733	644
645	416025	268336125	25,3969	8,6401	2,80956	1,55039	2026,3	326745	645
646	417316	269586136	25,4165	8,6446	2,81023	1,54799	2029,5	327759	646
647	418609	270840023	25,4362	8,6490	2,81090	1,54560	2032,6	328775	647
648	419904	272097792	25,4558	8,6535	2,81158	1,54321	2035,8	329792	648
649	421201	273359449	25,4755	8,6579	2,81224	1,54083	2038,9	330810	649
650	422500	274625000	25,4951	8,6624	2,81291	1,53846	2042,0	331831	650

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	$\log n$	$\frac{1000}{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
650	422500	274625000	25,4951	8,6624	2,81291	1,53846	2042,0	331831	650
651	423801	275894451	25,5147	8,6668	2,81358	1,53610	2045,2	332853	651
652	425104	277167808	25,5343	8,6713	2,81425	1,53374	2048,3	333876	652
653	426409	278445777	25,5539	8,6757	2,81491	1,53139	2051,5	334901	653
654	427716	279726264	25,5734	8,6801	2,81558	1,52905	2054,6	335927	654
655	429025	281011375	25,5930	8,6845	2,81624	1,52672	2057,7	336955	655
656	430336	282300416	25,6125	8,6889	2,81690	1,52439	2060,9	337985	656
657	431649	283593393	25,6320	8,6934	2,81757	1,52207	2064,0	339016	657
658	432964	284890312	25,6515	8,6978	2,81823	1,51976	2067,2	340049	658
659	434281	286191179	25,6710	8,7022	2,81889	1,51745	2070,3	341083	659
660	435600	287496000	25,6905	8,7066	2,81954	1,51515	2073,5	342119	660
661	436921	288804781	25,7099	8,7110	2,82020	1,51286	2076,6	343157	661
662	438244	290117528	25,7294	8,7154	2,82086	1,51057	2079,7	344196	662
663	439569	291434247	25,7488	8,7198	2,82151	1,50830	2082,9	345237	663
664	440896	292754944	25,7682	8,7241	2,82217	1,50602	2086,0	346279	664
665	442225	294079625	25,7876	8,7285	2,82282	1,50376	2089,2	347323	665
666	443556	295408296	25,8070	8,7329	2,82347	1,50150	2092,3	348368	666
667	444889	296740963	25,8263	8,7373	2,82413	1,49925	2095,4	349415	667
668	446224	298077632	25,8457	8,7416	2,82478	1,49701	2098,6	350464	668
669	447561	299418309	25,8650	8,7460	2,82543	1,49477	2101,7	351514	669
670	448900	300763000	25,8844	8,7503	2,82607	1,49254	2104,9	352565	670
671	450241	302111711	25,9037	8,7547	2,82672	1,49031	2108,0	353618	671
672	451584	303464448	25,9230	8,7590	2,82737	1,48810	2111,2	354673	672
673	452929	304821217	25,9422	8,7634	2,82802	1,48588	2114,3	355730	673
674	454276	306182024	25,9615	8,7677	2,82866	1,48368	2117,4	356788	674
675	455625	307546875	25,9808	8,7721	2,82930	1,48148	2120,6	357847	675
676	456976	308915776	26,0000	8,7764	2,82995	1,47929	2123,7	358908	676
677	458329	310288733	26,0192	8,7807	2,83059	1,47710	2126,9	359971	677
678	459684	311666752	26,0384	8,7850	2,83123	1,47493	2130,0	361035	678
679	461041	313049839	26,0576	8,7893	2,83187	1,47275	2133,1	362101	679
680	462400	314432000	26,0768	8,7937	2,83251	1,47059	2136,3	363168	680
681	463761	315821241	26,0960	8,7980	2,83315	1,46843	2139,4	364237	681
682	465124	317214568	26,1151	8,8023	2,83378	1,46628	2142,6	365308	682
683	466489	318611987	26,1343	8,8066	2,83442	1,46413	2145,7	366380	683
684	467856	320013504	26,1534	8,8109	2,83506	1,46199	2148,8	367453	684
685	469225	321419125	26,1725	8,8152	2,83569	1,45985	2152,0	368528	685
686	470596	322828856	26,1916	8,8194	2,83632	1,45773	2155,1	369605	686
687	471969	324242703	26,2107	8,8237	2,83696	1,45560	2158,3	370684	687
688	473344	325660672	26,2298	8,8280	2,83759	1,45349	2161,4	371764	688
689	474721	327082769	26,2488	8,8323	2,83822	1,45138	2164,6	372845	689
690	476100	328509000	26,2679	8,8366	2,83885	1,44928	2167,7	373928	690
691	477481	329939371	26,2869	8,8408	2,83948	1,44718	2170,8	375013	691
692	478864	331373888	26,3059	8,8451	2,84011	1,44509	2174,0	376099	692
693	480249	332812557	26,3249	8,8493	2,84073	1,44300	2177,1	377187	693
694	481636	334255384	26,3439	8,8536	2,84136	1,44092	2180,3	378276	694
695	483025	335702375	26,3629	8,8578	2,84198	1,43885	2183,4	379367	695
696	484416	337153536	26,3818	8,8621	2,84261	1,43678	2186,5	380459	696
697	485809	338608873	26,4008	8,8663	2,84323	1,43472	2189,7	381553	697
698	487204	340068392	26,4197	8,8706	2,84386	1,43266	2192,8	382649	698
699	488601	341532099	26,4386	8,8748	2,84448	1,43062	2196,0	383746	699
700	490000	343000000	26,4575	8,8790	2,84510	1,42857	2199,1	384845	700

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	$\log n$	$\frac{1000}{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
700	490000	343000000	26,4575	8,8790	2,84510	1,42857	2199,1	384845	700
701	491401	344472101	26,4764	8,8833	2,84572	1,42653	2202,3	385945	701
702	492804	345948408	26,4953	8,8875	2,84634	1,42450	2205,4	387047	702
703	494209	347428927	26,5141	8,8917	2,84696	1,42248	2208,5	388151	703
704	495616	348913664	26,5330	8,8959	2,84757	1,42045	2211,7	389256	704
705	497025	350402625	26,5518	8,9001	2,84819	1,41844	2214,8	390363	705
706	498436	351895816	26,5707	8,9043	2,84880	1,41643	2218,0	391471	706
707	499849	353393243	26,5895	8,9085	2,84942	1,41443	2221,1	392580	707
708	501264	354894912	26,6083	8,9127	2,85003	1,41243	2224,2	393692	708
709	502681	356400829	26,6271	8,9169	2,85065	1,41044	2227,4	394805	709
710	504100	357911000	26,6458	8,9211	2,85126	1,40845	2230,5	395919	710
711	505521	359425431	26,6646	8,9253	2,85187	1,40647	2233,7	397035	711
712	506944	360944128	26,6833	8,9295	2,85248	1,40449	2236,8	398153	712
713	508369	362467097	26,7021	8,9337	2,85309	1,40252	2240,0	399272	713
714	509796	363994344	26,7208	8,9378	2,85370	1,40056	2243,1	400393	714
715	511225	365525875	26,7395	8,9420	2,85431	1,39860	2246,2	401515	715
716	512656	367061696	26,7582	8,9462	2,85491	1,39665	2249,4	402639	716
717	514089	368601813	26,7769	8,9503	2,85552	1,39470	2252,5	403765	717
718	515524	370146232	26,7955	8,9545	2,85612	1,39276	2255,7	404892	718
719	516961	371694959	26,8142	8,9587	2,85673	1,39082	2258,8	406020	719
720	518400	373248000	26,8328	8,9628	2,85733	1,38889	2261,9	407150	720
721	519841	374805361	26,8514	8,9670	2,85794	1,38696	2265,1	408282	721
722	521284	376367048	26,8701	8,9711	2,85854	1,38504	2268,2	409415	722
723	522729	377933067	26,8887	8,9752	2,85914	1,38313	2271,4	410550	723
724	524176	379503424	26,9072	8,9794	2,85974	1,38122	2274,5	411687	724
725	525625	381078125	26,9258	8,9835	2,86034	1,37931	2277,7	412825	725
726	527076	382657176	26,9444	8,9876	2,86094	1,37741	2280,8	413965	726
727	528529	384240583	26,9629	8,9918	2,86153	1,37552	2283,9	415106	727
728	529984	385828352	26,9815	8,9959	2,86213	1,37363	2287,1	416248	728
729	531441	387420489	27,0000	9,0000	2,86273	1,37174	2290,2	417393	729
730	532900	389017000	27,0185	9,0041	2,86332	1,36986	2293,4	418539	730
731	534361	390617891	27,0370	9,0082	2,86392	1,36799	2296,5	419686	731
732	535824	392223168	27,0555	9,0123	2,86451	1,36612	2299,6	420835	732
733	537289	393832837	27,0740	9,0164	2,86510	1,36426	2302,8	421986	733
734	538756	395446904	27,0924	9,0205	2,86570	1,36240	2305,9	423138	734
735	540225	397065375	27,1109	9,0246	2,86629	1,36054	2309,1	424293	735
736	541696	398688256	27,1293	9,0287	2,86688	1,35870	2312,2	425447	736
737	543169	400315553	27,1477	9,0328	2,86747	1,35685	2315,4	426604	737
738	544644	401947272	27,1662	9,0369	2,86806	1,35501	2318,5	427762	738
739	546121	403583419	27,1846	9,0410	2,86864	1,35318	2321,6	428922	739
740	547600	405224000	27,2029	9,0450	2,86923	1,35135	2324,8	430084	740
741	549081	406869021	27,2213	9,0491	2,86982	1,34953	2327,9	431247	741
742	550564	408518488	27,2397	9,0532	2,87040	1,34771	2331,1	432412	742
743	552049	410172407	27,2580	9,0572	2,87099	1,34590	2334,2	433578	743
744	553536	411830784	27,2764	9,0613	2,87157	1,34409	2337,3	434746	744
745	555025	413493625	27,2947	9,0654	2,87216	1,34228	2340,5	435916	745
746	556516	415160936	27,3130	9,0694	2,87274	1,34048	2343,6	437087	746
747	558009	416833273	27,3313	9,0735	2,87332	1,33869	2346,8	438259	747
748	559504	418508992	27,3496	9,0775	2,87390	1,33690	2349,9	439433	748
749	561001	420189749	27,3679	9,0816	2,87448	1,33511	2353,1	440609	749
750	562500	421875000	27,3861	9,0856	2,87506	1,33333	2356,2	441786	750

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	$\log n$	$\frac{1000}{n}$	πn	$\frac{\pi n^3}{4}$	n
750	562500	421875000	27,3861	9,0856	2,87506	1,33333	2356,2	441786	750
751	564001	423564751	27,4044	9,0896	2,87564	1,33156	2359,3	442965	751
752	565504	425259008	27,4226	9,0937	2,87622	1,32979	2362,5	444146	752
753	567009	426957777	27,4408	9,0977	2,87679	1,32802	2365,6	445328	753
754	568516	428661064	27,4591	9,1017	2,87737	1,32626	2368,8	446511	754
755	570025	430368875	27,4773	9,1057	2,87795	1,32450	2371,9	447697	755
756	571536	432081216	27,4955	9,1098	2,87852	1,32275	2375,0	448883	756
757	573049	433798093	27,5136	9,1138	2,87910	1,32100	2378,2	450072	757
758	574564	435519512	27,5318	9,1178	2,87967	1,31926	2381,3	451262	758
759	576081	437245479	27,5500	9,1218	2,88024	1,31752	2384,5	452453	759
760	577600	438976000	27,5681	9,1258	2,88081	1,31579	2387,6	453646	760
761	579121	440711081	27,5862	9,1298	2,88138	1,31406	2390,8	454841	761
762	580644	442450728	27,6043	9,1338	2,88195	1,31234	2393,9	456037	762
763	582169	444194947	27,6225	9,1378	2,88252	1,31062	2397,0	457234	763
764	583696	445943744	27,6405	9,1418	2,88309	1,30890	2400,2	458434	764
765	585225	447697125	27,6586	9,1458	2,88366	1,30719	2403,3	459635	765
766	586756	449455096	27,6767	9,1498	2,88423	1,30548	2406,5	460837	766
767	588289	451217663	27,6948	9,1537	2,88480	1,30378	2409,6	462041	767
768	589824	452984832	27,7128	9,1577	2,88536	1,30208	2412,7	463247	768
769	591361	454756609	27,7308	9,1617	2,88593	1,30039	2415,9	464454	769
770	592900	456533000	27,7489	9,1657	2,88649	1,29870	2419,0	465663	770
771	594441	458314011	27,7669	9,1696	2,88705	1,29702	2422,2	466873	771
772	595984	460099648	27,7849	9,1736	2,88762	1,29534	2425,3	468085	772
773	597529	461889917	27,8029	9,1775	2,88818	1,29366	2428,5	469298	773
774	599076	463684824	27,8209	9,1815	2,88874	1,29199	2431,6	470513	774
775	600625	465484375	27,8388	9,1855	2,88930	1,29032	2434,7	471730	775
776	602176	467288576	27,8568	9,1894	2,88986	1,28866	2437,9	472948	776
777	603729	469097433	27,8747	9,1933	2,89042	1,28700	2441,0	474168	777
778	605284	470910952	27,8927	9,1973	2,89098	1,28535	2444,2	475389	778
779	606841	472729139	27,9106	9,2012	2,89154	1,28370	2447,3	476612	779
780	608400	474552000	27,9285	9,2052	2,89209	1,28205	2450,4	477836	780
781	609961	476379541	27,9464	9,2091	2,89265	1,28041	2453,6	479062	781
782	611524	478211768	27,9643	9,2130	2,89321	1,27877	2456,7	480290	782
783	613089	480048687	27,9821	9,2170	2,89376	1,27714	2459,9	481519	783
784	614656	481890304	28,0000	9,2209	2,89432	1,27551	2463,0	482750	784
785	616225	483736625	28,0179	9,2248	2,89487	1,27389	2466,2	483982	785
786	617796	485587656	28,0357	9,2287	2,89542	1,27226	2469,3	485216	786
787	619369	487443403	28,0535	9,2326	2,89597	1,27065	2472,4	486451	787
788	620944	489303872	28,0713	9,2365	2,89653	1,26904	2475,6	487688	788
789	622521	491169069	28,0891	9,2404	2,89708	1,26743	2478,7	488927	789
790	624100	493039000	28,1069	9,2443	2,89763	1,26582	2481,9	490167	790
791	625681	494913671	28,1247	9,2482	2,89818	1,26422	2485,0	491409	791
792	627264	496793088	28,1425	9,2521	2,89873	1,26263	2488,1	492652	792
793	628849	498677257	28,1603	9,2560	2,89927	1,26105	2491,3	493897	793
794	630436	500566184	28,1780	9,2599	2,89982	1,25947	2494,4	495143	794
795	632025	502459875	28,1957	9,2638	2,90037	1,25786	2497,6	496391	795
796	633616	504358336	28,2135	9,2677	2,90091	1,25628	2500,7	497641	796
797	635209	506261573	28,2312	9,2716	2,90146	1,25471	2503,8	498892	797
798	636804	508169592	28,2489	9,2754	2,90200	1,25313	2507,0	500145	798
799	638401	510082399	28,2666	9,2793	2,90255	1,25156	2510,1	501399	799
800	640000	512000000	28,2843	9,2832	2,90309	1,25000	2513,3	502655	800

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	$\log n$	$\frac{1000}{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
800	640000	512000000	28,2843	9,2832	2,90309	1,25000	2513,3	502655	800
801	641601	513922401	28,3019	9,2870	2,90363	1,24844	2516,4	503912	801
802	643204	515849608	28,3196	9,2909	2,90417	1,24688	2519,6	505171	802
803	644809	517781627	28,3373	9,2948	2,90472	1,24533	2522,7	506432	803
804	646416	519718464	28,3549	9,2986	2,90526	1,24378	2525,8	507694	804
805	648025	521660125	28,3725	9,3025	2,90580	1,24224	2529,0	508958	805
806	649636	523606616	28,3901	9,3063	2,90634	1,24069	2532,1	510223	806
807	651249	525557943	28,4077	9,3102	2,90687	1,23916	2535,3	511490	807
808	652864	527514112	28,4253	9,3140	2,90741	1,23762	2538,4	512758	808
809	654481	529475129	28,4429	9,3179	2,90795	1,23609	2541,5	514028	809
810	656100	531441000	28,4605	9,3217	2,90849	1,23457	2544,7	515300	810
811	657721	533411731	28,4781	9,3255	2,90902	1,23305	2547,8	516573	811
812	659344	535387328	28,4956	9,3294	2,90956	1,23153	2551,0	517848	812
813	660969	537367797	28,5132	9,3332	2,91009	1,23001	2554,1	519124	813
814	662596	539353144	28,5307	9,3370	2,91062	1,22850	2557,3	520402	814
815	664225	541343375	28,5482	9,3408	2,91116	1,22699	2560,4	521681	815
816	665856	543338496	28,5657	9,3447	2,91169	1,22549	2563,5	522962	816
817	667489	545338513	28,5832	9,3485	2,91222	1,22399	2566,7	524245	817
818	669124	547343432	28,6007	9,3523	2,91275	1,22249	2569,8	525529	818
819	670761	549353259	28,6182	9,3561	2,91328	1,22100	2573,0	526814	819
820	672400	551368000	28,6356	9,3599	2,91381	1,21951	2576,1	528102	820
821	674041	553387661	28,6531	9,3637	2,91434	1,21803	2579,2	529391	821
822	675684	555412248	28,6705	9,3675	2,91487	1,21655	2582,4	530681	822
823	677329	557441767	28,6880	9,3713	2,91540	1,21507	2585,5	531973	823
824	678976	559476224	28,7054	9,3751	2,91593	1,21359	2588,7	533267	824
825	680625	561515625	28,7228	9,3789	2,91645	1,21212	2591,8	534562	825
826	682276	563559976	28,7402	9,3827	2,91698	1,21065	2595,0	535858	826
827	683929	565609283	28,7576	9,3865	2,91751	1,20919	2598,1	537157	827
828	685584	567663552	28,7750	9,3902	2,91803	1,20773	2601,2	538456	828
829	687241	569722789	28,7924	9,3940	2,91855	1,20627	2604,4	539758	829
830	688900	571787000	28,8097	9,3978	2,91908	1,20482	2607,5	541061	830
831	690561	573856191	28,8271	9,4016	2,91960	1,20337	2610,7	542365	831
832	692224	575930368	28,8444	9,4053	2,92012	1,20192	2613,8	543671	832
833	693889	578009537	28,8617	9,4091	2,92065	1,20048	2616,9	544979	833
834	695556	580093704	28,8791	9,4129	2,92117	1,19904	2620,1	546288	834
835	697225	582182875	28,8964	9,4166	2,92169	1,19760	2623,2	547599	835
836	698896	584277056	28,9137	9,4204	2,92221	1,19617	2626,4	548912	836
837	700569	586376253	28,9310	9,4241	2,92273	1,19474	2629,5	550226	837
838	702244	588480472	28,9482	9,4279	2,92324	1,19332	2632,7	551541	838
839	703921	590589719	28,9655	9,4316	2,92376	1,19190	2635,8	552858	839
840	705600	592704000	28,9828	9,4354	2,92428	1,19048	2638,9	554177	840
841	707281	594823321	29,0000	9,4391	2,92480	1,18906	2642,1	555497	841
842	708964	596947688	29,0172	9,4429	2,92531	1,18765	2645,2	556819	842
843	710649	599077107	29,0345	9,4466	2,92583	1,18624	2648,4	558142	843
844	712336	601211584	29,0517	9,4503	2,92634	1,18483	2651,5	559467	844
845	714025	603351125	29,0689	9,4541	2,92686	1,18343	2654,6	560794	845
846	715716	605495736	29,0861	9,4578	2,92737	1,18203	2657,8	562122	846
847	717409	607645423	29,1033	9,4615	2,92788	1,18064	2660,9	563452	847
848	719104	609800192	29,1204	9,4652	2,92840	1,17925	2664,1	564783	848
849	720801	611960049	29,1376	9,4690	2,92891	1,17786	2667,2	566116	849
850	722500	614125000	29,1548	9,4727	2,92942	1,17647	2670,4	567450	850

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	$\log n$	$\frac{1000}{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
850	722500	614125000	29,1548	9,4727	2,92942	1,17647	2670,4	567450	850
851	724201	616295051	29,1719	9,4764	2,92993	1,17509	2673,5	568786	851
852	725904	618470208	29,1890	9,4801	2,93044	1,17371	2676,6	570124	852
853	727609	620650477	29,2062	9,4838	2,93095	1,17233	2679,8	571463	853
854	729316	622835864	29,2233	9,4875	2,93146	1,17096	2682,9	572803	854
855	731025	625026375	29,2404	9,4912	2,93197	1,16959	2686,1	574146	855
856	732736	627222016	29,2575	9,4949	2,93247	1,16822	2689,2	575490	856
857	734449	629422793	29,2746	9,4986	2,93298	1,16686	2692,3	576835	857
858	736164	631628712	29,2916	9,5023	2,93349	1,16550	2695,5	578182	858
859	737881	633839779	29,3087	9,5060	2,93399	1,16414	2698,6	579530	859
860	739600	636056000	29,3258	9,5097	2,93450	1,16279	2701,8	580880	860
861	741321	638277381	29,3428	9,5134	2,93500	1,16144	2704,9	582232	861
862	743044	640503928	29,3598	9,5171	2,93551	1,16009	2708,1	583585	862
863	744769	642735647	29,3769	9,5207	2,93601	1,15875	2711,2	584940	863
864	746496	644972544	29,3939	9,5244	2,93651	1,15741	2714,3	586297	864
865	748225	647214625	29,4109	9,5281	2,93702	1,15607	2717,5	587655	865
866	749956	649461896	29,4279	9,5317	2,93752	1,15473	2720,6	589014	866
867	751689	651714363	29,4449	9,5354	2,93802	1,15340	2723,8	590378	867
868	753424	653972032	29,4618	9,5391	2,93852	1,15207	2726,9	591738	868
869	755161	656234909	29,4788	9,5427	2,93902	1,15075	2730,0	593102	869
870	756900	658503000	29,4958	9,5464	2,93952	1,14943	2733,2	594468	870
871	758641	660776311	29,5127	9,5501	2,94002	1,14811	2736,3	595835	871
872	760384	663054884	29,5296	9,5537	2,94052	1,14679	2739,5	597204	872
873	762129	665338617	29,5466	9,5574	2,94101	1,14548	2742,6	598575	873
874	763876	667627624	29,5635	9,5610	2,94151	1,14416	2745,8	599947	874
875	765625	669921875	29,5804	9,5647	2,94201	1,14286	2748,9	601320	875
876	767376	672221376	29,5973	9,5683	2,94250	1,14155	2752,0	602696	876
877	769129	674526133	29,6142	9,5719	2,94300	1,14025	2755,2	604073	877
878	770884	676836152	29,6311	9,5756	2,94349	1,13895	2758,3	605451	878
879	772641	679151439	29,6479	9,5792	2,94399	1,13766	2761,5	606831	879
880	774400	681472000	29,6648	9,5828	2,94448	1,13636	2764,6	608212	880
881	776161	683797841	29,6816	9,5865	2,94498	1,13507	2767,7	609595	881
882	777924	686128968	29,6985	9,5901	2,94547	1,13379	2770,9	610980	882
883	779689	688465387	29,7153	9,5937	2,94596	1,13250	2774,0	612366	883
884	781456	690807104	29,7321	9,5973	2,94645	1,13122	2777,2	613754	884
885	783225	693154125	29,7489	9,6010	2,94694	1,12994	2780,3	615143	885
886	784996	695506456	29,7658	9,6046	2,94743	1,12867	2783,5	616534	886
887	786769	697864103	29,7825	9,6082	2,94792	1,12740	2786,6	617927	887
888	788544	700227072	29,7993	9,6118	2,94841	1,12613	2789,7	619321	888
889	790321	702595369	29,8161	9,6154	2,94890	1,12486	2792,9	620717	889
890	792100	704969000	29,8329	9,6190	2,94939	1,12360	2796,0	622114	890
891	793881	707347971	29,8496	9,6226	2,94988	1,12233	2799,2	623513	891
892	795664	709732288	29,8664	9,6262	2,95036	1,12108	2802,3	624913	892
893	797449	712121957	29,8831	9,6298	2,95085	1,11982	2805,4	626315	893
894	799236	714516984	29,8998	9,6334	2,95134	1,11857	2808,6	627718	894
895	801025	716917375	29,9166	9,6370	2,95182	1,11732	2811,7	629124	895
896	802816	719323136	29,9333	9,6406	2,95231	1,11607	2814,9	630530	896
897	804609	721734273	29,9500	9,6442	2,95279	1,11483	2818,0	631938	897
898	806404	724150792	29,9666	9,6477	2,95328	1,11359	2821,2	633348	898
899	808201	726572699	29,9833	9,6513	2,95376	1,11235	2824,3	634760	899
900	810000	729000000	30,0000	9,6549	2,95424	1,11111	2827,4	636173	900

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	$\log n$	$\frac{1000}{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
900	810000	729000000	30,0000	9,6549	2,95424	1,11111	2827,4	636173	900
901	811801	731432701	30,0167	9,6585	2,95472	1,10988	2830,6	637587	901
902	813604	733870808	30,0333	9,6620	2,95521	1,10865	2833,7	639003	902
903	815409	736314327	30,0500	9,6656	2,95569	1,10742	2836,9	640421	903
904	817216	738763264	30,0666	9,6692	2,95617	1,10619	2840,0	641840	904
905	819025	741217625	30,0832	9,6727	2,95665	1,10497	2843,1	643261	905
906	820836	743677416	30,0998	9,6763	2,95713	1,10375	2846,3	644683	906
907	822649	746142643	30,1164	9,6799	2,95761	1,10254	2849,4	646107	907
908	824464	748613312	30,1330	9,6834	2,95809	1,10132	2852,6	647533	908
909	826281	751089429	30,1496	9,6870	2,95856	1,10011	2855,7	648960	909
910	828100	753571000	30,1662	9,6905	2,95904	1,09890	2858,8	650388	910
911	829921	756058031	30,1828	9,6941	2,95952	1,09769	2862,0	651818	911
912	831744	758550528	30,1993	9,6976	2,95999	1,09649	2865,1	653250	912
913	833569	761048497	30,2159	9,7012	2,96047	1,09529	2868,3	654684	913
914	835396	763551944	30,2324	9,7047	2,96095	1,09409	2871,4	656118	914
915	837225	766060875	30,2490	9,7082	2,96142	1,09290	2874,6	657555	915
916	839056	768575296	30,2655	9,7118	2,96190	1,09170	2877,7	658993	916
917	840889	771095213	30,2820	9,7153	2,96237	1,09051	2880,8	660433	917
918	842724	773620632	30,2985	9,7188	2,96284	1,08932	2884,0	661874	918
919	844561	776151559	30,3150	9,7224	2,96332	1,08814	2887,1	663317	919
920	846400	778688000	30,3315	9,7259	2,96379	1,08696	2890,3	664761	920
921	848241	781229961	30,3480	9,7294	2,96426	1,08578	2893,4	666207	921
922	850084	783777448	30,3645	9,7329	2,96473	1,08460	2896,5	667654	922
923	851929	786330467	30,3809	9,7364	2,96520	1,08342	2899,7	669103	923
924	853776	788889024	30,3974	9,7400	2,96567	1,08225	2902,8	670554	924
925	855625	791453125	30,4138	9,7435	2,96614	1,08108	2906,0	672006	925
926	857476	794022776	30,4302	9,7470	2,96661	1,07991	2909,1	673460	926
927	859329	796597983	30,4467	9,7505	2,96708	1,07875	2912,3	674915	927
928	861184	799178752	30,4631	9,7540	2,96755	1,07759	2915,4	676372	928
929	863041	801765089	30,4795	9,7575	2,96802	1,07643	2918,5	677831	929
930	864900	804357000	30,4959	9,7610	2,96848	1,07527	2921,7	679291	930
931	866761	806954491	30,5123	9,7645	2,96895	1,07411	2924,8	680752	931
932	868624	809557568	30,5287	9,7680	2,96942	1,07296	2928,0	682216	932
933	870489	812166237	30,5450	9,7715	2,96988	1,07181	2931,1	683680	933
934	872356	814780504	30,5614	9,7750	2,97035	1,07066	2934,2	685147	934
935	874225	817400375	30,5778	9,7785	2,97081	1,06952	2937,4	686615	935
936	876096	820025856	30,5941	9,7819	2,97128	1,06838	2940,5	688084	936
937	877969	822656953	30,6105	9,7854	2,97174	1,06724	2943,7	689555	937
938	879844	825293672	30,6268	9,7889	2,97220	1,06610	2946,8	691028	938
939	881721	827936019	30,6431	9,7924	2,97267	1,06496	2950,0	692502	939
940	883600	830584000	30,6594	9,7959	2,97313	1,06383	2953,1	693978	940
941	885481	833237621	30,6757	9,7993	2,97359	1,06270	2956,2	695455	941
942	887364	835896888	30,6920	9,8028	2,97405	1,06157	2959,4	696934	942
943	889249	838561807	30,7083	9,8063	2,97451	1,06045	2962,5	698415	943
944	891136	841232384	30,7246	9,8097	2,97497	1,05932	2965,7	699897	944
945	893025	843908625	30,7409	9,8132	2,97543	1,05820	2968,8	701380	945
946	894916	846590536	30,7571	9,8167	2,97589	1,05708	2971,9	702865	946
947	896809	849278123	30,7734	9,8201	2,97635	1,05597	2975,1	704352	947
948	898704	851971392	30,7896	9,8236	2,97681	1,05485	2978,2	705840	948
949	900601	854670349	30,8058	9,8270	2,97727	1,05374	2981,4	707330	949
950	902500	857375000	30,8221	9,8305	2,97772	1,05263	2984,5	708822	950

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	$\log n$	$\frac{1000}{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	n
950	902500	857375000	30,8221	9,8305	2,97772	1,05263	2984,5	708822	950
951	904401	860085351	30,8383	9,8339	2,97818	1,05152	2987,7	710315	951
952	906304	862801408	30,8545	9,8374	2,97864	1,05042	2990,8	711809	952
953	908209	865523177	30,8707	9,8408	2,97909	1,04932	2993,9	713306	953
954	910116	868250664	30,8869	9,8443	2,97955	1,04822	2997,1	714803	954
955	912025	870983875	30,9031	9,8477	2,98000	1,04712	3000,2	716303	955
956	913936	873722816	30,9192	9,8511	2,98046	1,04603	3003,4	717804	956
957	915849	876467493	30,9354	9,8546	2,98091	1,04493	3006,5	719306	957
958	917764	879217912	30,9516	9,8580	2,98137	1,04384	3009,6	720810	958
959	919681	881974079	30,9677	9,8614	2,98182	1,04275	3012,8	722316	959
960	921600	884736000	30,9839	9,8648	2,98227	1,04167	3015,9	723823	960
961	923521	887503681	31,0000	9,8683	2,98272	1,04058	3019,1	725332	961
962	925444	890277128	31,0161	9,8717	2,98318	1,03950	3022,2	726842	962
963	927369	893056347	31,0322	9,8751	2,98363	1,03842	3025,4	728354	963
964	929296	895841344	31,0483	9,8785	2,98408	1,03734	3028,5	729867	964
965	931225	898632125	31,0644	9,8819	2,98453	1,03627	3031,6	731382	965
966	933156	901428696	31,0805	9,8854	2,98498	1,03520	3034,8	732899	966
967	935089	904231063	31,0966	9,8888	2,98543	1,03413	3037,9	734417	967
968	937024	907039232	31,1127	9,8922	2,98588	1,03306	3041,1	735937	968
969	938961	909853209	31,1288	9,8956	2,98632	1,03199	3044,2	737458	969
970	940900	912673000	31,1448	9,8990	2,98677	1,03093	3047,3	738981	970
971	942841	915498611	31,1609	9,9024	2,98722	1,02987	3050,5	740506	971
972	944784	918330048	31,1769	9,9058	2,98767	1,02881	3053,6	742032	972
973	946729	921167317	31,1929	9,9092	2,98811	1,02775	3056,8	743559	973
974	948676	924010424	31,2090	9,9126	2,98856	1,02669	3059,9	745088	974
975	950625	926859375	31,2250	9,9160	2,98900	1,02564	3063,1	746619	975
976	952576	929714176	31,2410	9,9194	2,98945	1,02459	3066,2	748151	976
977	954529	932574833	31,2570	9,9227	2,98989	1,02354	3069,3	749685	977
978	956484	935441352	31,2730	9,9261	2,99034	1,02249	3072,5	751221	978
979	958441	938313739	31,2890	9,9295	2,99078	1,02145	3075,6	752758	979
980	960400	941192000	31,3050	9,9329	2,99123	1,02041	3078,8	754296	980
981	962361	944076141	31,3209	9,9363	2,99167	1,01937	3081,9	755837	981
982	964324	946966168	31,3369	9,9396	2,99211	1,01833	3085,0	757378	982
983	966289	949862087	31,3528	9,9430	2,99255	1,01729	3088,2	758922	983
984	968256	952763904	31,3688	9,9464	2,99300	1,01626	3091,3	760466	984
985	970225	955671625	31,3847	9,9497	2,99344	1,01523	3094,5	762013	985
986	972196	958585256	31,4006	9,9531	2,99388	1,01420	3097,6	763561	986
987	974169	961504803	31,4166	9,9565	2,99432	1,01317	3100,8	765111	987
988	976144	964430272	31,4325	9,9598	2,99476	1,01215	3103,9	766662	988
989	978121	967361669	31,4484	9,9632	2,99520	1,01112	3107,0	768214	989
990	980100	970299000	31,4643	9,9666	2,99564	1,01010	3110,2	769769	990
991	982081	973242271	31,4802	9,9699	2,99607	1,00908	3113,3	771325	991
992	984064	976191488	31,4960	9,9733	2,99651	1,00806	3116,5	772882	992
993	986049	979146657	31,5119	9,9766	2,99695	1,00705	3119,6	774441	993
994	988036	982107784	31,5278	9,9800	2,99739	1,00604	3122,7	776002	994
995	990025	985074875	31,5436	9,9833	2,99782	1,00503	3125,9	777564	995
996	992016	988047936	31,5595	9,9866	2,99826	1,00402	3129,0	779128	996
997	994009	991026973	31,5753	9,9900	2,99870	1,00301	3132,2	780693	997
998	996004	994011992	31,5911	9,9933	2,99913	1,00200	3135,3	782260	998
999	998001	997002999	31,6070	9,9967	2,99957	1,00100	3138,5	783828	999
1000	1000000	1000000000	31,6228	10,0000	3,00000	1,00000	3141,6	785398	1000

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	— ∞	0,0000	0,6931	1,0986	1,3863	1,6094	1,7918	1,9459	2,0794	2,1972
1	2,3026	2,3979	2,4849	2,5649	2,6391	2,7081	2,7726	2,8332	2,8904	2,9444
2	2,9957	3,0445	3,0910	3,1355	3,1781	3,2189	3,2581	3,2958	3,3322	3,3673
3	3,4012	3,4340	3,4657	3,4965	3,5264	3,5553	3,5835	3,6109	3,6376	3,6636
4	3,6889	3,7136	3,7377	3,7612	3,7842	3,8067	3,8286	3,8501	3,8712	3,8918
5	3,9120	3,9318	3,9512	3,9703	3,9890	4,0073	4,0254	4,0431	4,0604	4,0775
6	4,0943	4,1109	4,1271	4,1431	4,1589	4,1744	4,1897	4,2047	4,2195	4,2341
7	4,2485	4,2627	4,2767	4,2905	4,3041	4,3175	4,3307	4,3438	4,3567	4,3694
8	4,3820	4,3944	4,4067	4,4188	4,4308	4,4427	4,4543	4,4659	4,4773	4,4886
9	4,4998	4,5109	4,5218	4,5326	4,5433	4,5539	4,5643	4,5747	4,5850	4,5951
10	4,6052	4,6151	4,6250	4,6347	4,6444	4,6540	4,6634	4,6728	4,6821	4,6913
11	4,7005	4,7095	4,7185	4,7274	4,7362	4,7449	4,7536	4,7622	4,7707	4,7791
12	4,7875	4,7958	4,8040	4,8122	4,8203	4,8283	4,8363	4,8442	4,8520	4,8598
13	4,8675	4,8752	4,8828	4,8903	4,8978	4,9053	4,9127	4,9200	4,9273	4,9345
14	4,9416	4,9488	4,9558	4,9628	4,9698	4,9767	4,9836	4,9904	4,9972	5,0039
15	5,0106	5,0173	5,0239	5,0304	5,0370	5,0434	5,0499	5,0562	5,0626	5,0689
16	5,0752	5,0814	5,0876	5,0938	5,0999	5,1059	5,1120	5,1180	5,1240	5,1299
17	5,1358	5,1417	5,1475	5,1533	5,1591	5,1648	5,1705	5,1761	5,1818	5,1874
18	5,1930	5,1985	5,2040	5,2095	5,2149	5,2204	5,2257	5,2311	5,2364	5,2417
19	5,2470	5,2523	5,2575	5,2627	5,2679	5,2730	5,2781	5,2832	5,2883	5,2933
20	5,2983	5,3033	5,3083	5,3132	5,3181	5,3230	5,3279	5,3327	5,3375	5,3423
21	5,3471	5,3519	5,3566	5,3613	5,3660	5,3706	5,3753	5,3799	5,3845	5,3891
22	5,3936	5,3982	5,4027	5,4072	5,4116	5,4161	5,4205	5,4250	5,4293	5,4337
23	5,4381	5,4424	5,4467	5,4510	5,4553	5,4596	5,4638	5,4681	5,4723	5,4765
24	5,4806	5,4848	5,4889	5,4931	5,4972	5,5013	5,5053	5,5094	5,5134	5,5175
25	5,5215	5,5255	5,5294	5,5334	5,5373	5,5413	5,5452	5,5491	5,5530	5,5568
26	5,5607	5,5645	5,5683	5,5722	5,5759	5,5797	5,5835	5,5872	5,5910	5,5947
27	5,5984	5,6021	5,6058	5,6095	5,6131	5,6168	5,6204	5,6240	5,6276	5,6312
28	5,6348	5,6384	5,6419	5,6454	5,6490	5,6525	5,6560	5,6595	5,6630	5,6664
29	5,6699	5,6733	5,6768	5,6802	5,6836	5,6870	5,6904	5,6937	5,6971	5,7004
30	5,7038	5,7071	5,7104	5,7137	5,7170	5,7203	5,7236	5,7268	5,7301	5,7333
31	5,7366	5,7398	5,7430	5,7462	5,7494	5,7526	5,7557	5,7589	5,7621	5,7652
32	5,7683	5,7714	5,7746	5,7777	5,7807	5,7838	5,7869	5,7900	5,7930	5,7961
33	5,7991	5,8021	5,8051	5,8081	5,8111	5,8141	5,8171	5,8201	5,8230	5,8260
34	5,8289	5,8319	5,8348	5,8377	5,8406	5,8435	5,8464	5,8493	5,8522	5,8551
35	5,8579	5,8608	5,8636	5,8665	5,8693	5,8721	5,8749	5,8777	5,8805	5,8833
36	5,8861	5,8889	5,8916	5,8944	5,8972	5,8999	5,9026	5,9054	5,9081	5,9108
37	5,9135	5,9162	5,9189	5,9216	5,9243	5,9269	5,9296	5,9322	5,9349	5,9375
38	5,9402	5,9428	5,9454	5,9480	5,9506	5,9532	5,9558	5,9584	5,9610	5,9636
39	5,9661	5,9687	5,9713	5,9738	5,9764	5,9789	5,9814	5,9839	5,9865	5,9890
40	5,9915	5,9940	5,9965	5,9989	6,0014	6,0039	6,0064	6,0088	6,0113	6,0137
41	6,0162	6,0186	6,0210	6,0234	6,0259	6,0283	6,0307	6,0331	6,0355	6,0379
42	6,0403	6,0426	6,0450	6,0474	6,0497	6,0521	6,0544	6,0568	6,0591	6,0615
43	6,0638	6,0661	6,0684	6,0707	6,0730	6,0753	6,0776	6,0799	6,0822	6,0845
44	6,0868	6,0890	6,0913	6,0936	6,0958	6,0981	6,1003	6,1026	6,1048	6,1070
45	6,1092	6,1115	6,1137	6,1159	6,1181	6,1203	6,1225	6,1247	6,1269	6,1291
46	6,1312	6,1334	6,1356	6,1377	6,1399	6,1420	6,1442	6,1463	6,1485	6,1506
47	6,1527	6,1549	6,1570	6,1591	6,1612	6,1633	6,1654	6,1675	6,1696	6,1717
48	6,1738	6,1759	6,1779	6,1800	6,1821	6,1841	6,1862	6,1883	6,1903	6,1924
49	6,1944	6,1964	6,1985	6,2005	6,2025	6,2046	6,2066	6,2086	6,2106	6,2126

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
50	6,2146	6,2166	6,2186	6,2206	6,2226	6,2246	6,2265	6,2285	6,2305	6,2324
51	6,2344	6,2364	6,2383	6,2403	6,2422	6,2442	6,2461	6,2480	6,2500	6,2519
52	6,2538	6,2558	6,2577	6,2596	6,2615	6,2634	6,2653	6,2672	6,2691	6,2710
53	6,2729	6,2748	6,2766	6,2785	6,2804	6,2823	6,2841	6,2860	6,2879	6,2897
54	6,2916	6,2934	6,2953	6,2971	6,2989	6,3008	6,3026	6,3044	6,3063	6,3081
55	6,3099	6,3117	6,3135	6,3154	6,3172	6,3190	6,3208	6,3226	6,3244	6,3261
56	6,3279	6,3297	6,3315	6,3333	6,3351	6,3368	6,3386	6,3404	6,3421	6,3439
57	6,3456	6,3474	6,3491	6,3509	6,3526	6,3544	6,3561	6,3578	6,3596	6,3613
58	6,3630	6,3648	6,3665	6,3682	6,3699	6,3716	6,3733	6,3750	6,3767	6,3784
59	6,3801	6,3818	6,3835	6,3852	6,3869	6,3886	6,3902	6,3919	6,3936	6,3953
60	6,3969	6,3986	6,4003	6,4019	6,4036	6,4052	6,4069	6,4085	6,4102	6,4118
61	6,4135	6,4151	6,4167	6,4184	6,4200	6,4216	6,4232	6,4249	6,4265	6,4281
62	6,4297	6,4313	6,4329	6,4345	6,4362	6,4378	6,4394	6,4409	6,4425	6,4441
63	6,4457	6,4473	6,4489	6,4505	6,4520	6,4536	6,4552	6,4568	6,4583	6,4599
64	6,4615	6,4630	6,4646	6,4661	6,4677	6,4693	6,4708	6,4723	6,4739	6,4754
65	6,4770	6,4785	6,4800	6,4816	6,4831	6,4846	6,4862	6,4877	6,4892	6,4907
66	6,4922	6,4938	6,4953	6,4968	6,4983	6,4998	6,5013	6,5028	6,5043	6,5058
67	6,5073	6,5088	6,5103	6,5117	6,5132	6,5147	6,5162	6,5177	6,5191	6,5206
68	6,5221	6,5236	6,5250	6,5265	6,5280	6,5294	6,5309	6,5323	6,5338	6,5352
69	6,5367	6,5381	6,5396	6,5410	6,5425	6,5439	6,5453	6,5468	6,5482	6,5497
70	6,5511	6,5525	6,5539	6,5554	6,5568	6,5582	6,5596	6,5610	6,5624	6,5639
71	6,5653	6,5667	6,5681	6,5695	6,5709	6,5723	6,5737	6,5751	6,5765	6,5779
72	6,5793	6,5806	6,5820	6,5834	6,5848	6,5862	6,5876	6,5889	6,5903	6,5917
73	6,5930	6,5944	6,5958	6,5971	6,5985	6,5999	6,6012	6,6026	6,6039	6,6053
74	6,6067	6,6080	6,6093	6,6107	6,6120	6,6134	6,6147	6,6161	6,6174	6,6187
75	6,6201	6,6214	6,6227	6,6241	6,6254	6,6267	6,6280	6,6294	6,6307	6,6320
76	6,6333	6,6346	6,6359	6,6373	6,6386	6,6399	6,6412	6,6425	6,6438	6,6451
77	6,6464	6,6477	6,6490	6,6503	6,6516	6,6529	6,6542	6,6554	6,6567	6,6580
78	6,6593	6,6606	6,6619	6,6631	6,6644	6,6657	6,6670	6,6682	6,6695	6,6708
79	6,6720	6,6733	6,6746	6,6758	6,6771	6,6783	6,6796	6,6809	6,6821	6,6834
80	6,6846	6,6859	6,6871	6,6884	6,6896	6,6908	6,6921	6,6933	6,6946	6,6958
81	6,6970	6,6983	6,6995	6,7007	6,7020	6,7032	6,7044	6,7056	6,7069	6,7081
82	6,7093	6,7105	6,7117	6,7130	6,7142	6,7154	6,7166	6,7178	6,7190	6,7202
83	6,7214	6,7226	6,7238	6,7250	6,7262	6,7274	6,7286	6,7298	6,7310	6,7322
84	6,7334	6,7346	6,7358	6,7370	6,7382	6,7393	6,7405	6,7417	6,7429	6,7441
85	6,7452	6,7464	6,7476	6,7488	6,7499	6,7511	6,7523	6,7534	6,7546	6,7558
86	6,7569	6,7581	6,7593	6,7604	6,7616	6,7627	6,7639	6,7650	6,7662	6,7673
87	6,7685	6,7696	6,7708	6,7719	6,7731	6,7742	6,7754	6,7765	6,7776	6,7788
88	6,7799	6,7811	6,7822	6,7833	6,7845	6,7856	6,7867	6,7878	6,7890	6,7901
89	6,7912	6,7923	6,7935	6,7946	6,7957	6,7968	6,7979	6,7991	6,8002	6,8013
90	6,8024	6,8035	6,8046	6,8057	6,8068	6,8079	6,8090	6,8101	6,8112	6,8123
91	6,8134	6,8145	6,8156	6,8167	6,8178	6,8189	6,8200	6,8211	6,8222	6,8233
92	6,8244	6,8255	6,8265	6,8276	6,8287	6,8298	6,8309	6,8320	6,8330	6,8341
93	6,8352	6,8363	6,8373	6,8384	6,8395	6,8405	6,8416	6,8427	6,8437	6,8448
94	6,8459	6,8469	6,8480	6,8491	6,8501	6,8512	6,8522	6,8533	6,8544	6,8554
95	6,8565	6,8575	6,8586	6,8596	6,8607	6,8617	6,8628	6,8638	6,8648	6,8659
96	6,8669	6,8680	6,8690	6,8701	6,8711	6,8721	6,8732	6,8742	6,8752	6,8763
97	6,8773	6,8783	6,8794	6,8804	6,8814	6,8824	6,8835	6,8845	6,8855	6,8865
98	6,8876	6,8886	6,8896	6,8906	6,8916	6,8926	6,8937	6,8947	6,8957	6,8967
99	6,8977	6,8987	6,8997	6,9007	6,9017	6,9027	6,9037	6,9047	6,9057	6,9068

Grad	Sinus							Grad
	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'	
0	0,00000	0,00291	0,00582	0,00873	0,01164	0,01454	0,01745	89
1	0,01745	0,02036	0,02327	0,02618	0,02908	0,03199	0,03490	88
2	0,03490	0,03781	0,04071	0,04362	0,04653	0,04943	0,05234	87
3	0,05234	0,05524	0,05814	0,06105	0,06395	0,06685	0,06976	86
4	0,06976	0,07266	0,07556	0,07846	0,08136	0,08426	0,08716	85
5	0,08716	0,09006	0,09295	0,09585	0,09874	0,10164	0,10453	84
6	0,10453	0,10742	0,11031	0,11320	0,11609	0,11898	0,12187	83
7	0,12187	0,12476	0,12764	0,13053	0,13341	0,13629	0,13917	82
8	0,13917	0,14205	0,14493	0,14781	0,15069	0,15356	0,15643	81
9	0,15643	0,15931	0,16218	0,16505	0,16792	0,17078	0,17365	80
10	0,17365	0,17651	0,17937	0,18224	0,18509	0,18795	0,19081	79
11	0,19081	0,19366	0,19652	0,19937	0,20222	0,20507	0,20791	78
12	0,20791	0,21076	0,21360	0,21644	0,21928	0,22212	0,22495	77
13	0,22495	0,22778	0,23062	0,23345	0,23627	0,23910	0,24192	76
14	0,24192	0,24474	0,24756	0,25038	0,25320	0,25601	0,25882	75
15	0,25882	0,26163	0,26443	0,26724	0,27004	0,27284	0,27564	74
16	0,27564	0,27843	0,28123	0,28402	0,28680	0,28959	0,29237	73
17	0,29237	0,29515	0,29793	0,30071	0,30348	0,30625	0,30902	72
18	0,30902	0,31178	0,31454	0,31730	0,32006	0,32282	0,32557	71
19	0,32557	0,32832	0,33106	0,33381	0,33655	0,33929	0,34202	70
20	0,34202	0,34475	0,34748	0,35021	0,35293	0,35565	0,35837	69
21	0,35837	0,36108	0,36379	0,36650	0,36921	0,37191	0,37461	68
22	0,37461	0,37730	0,37999	0,38268	0,38537	0,38805	0,39073	67
23	0,39073	0,39341	0,39608	0,39875	0,40142	0,40408	0,40674	66
24	0,40674	0,40939	0,41204	0,41469	0,41734	0,41998	0,42262	65
25	0,42262	0,42525	0,42788	0,43051	0,43313	0,43575	0,43837	64
26	0,43837	0,44098	0,44359	0,44620	0,44880	0,45140	0,45399	63
27	0,45399	0,45658	0,45917	0,46175	0,46433	0,46690	0,46947	62
28	0,46947	0,47204	0,47460	0,47716	0,47971	0,48226	0,48481	61
29	0,48481	0,48735	0,48989	0,49242	0,49495	0,49748	0,50000	60
30	0,50000	0,50252	0,50503	0,50754	0,51004	0,51254	0,51504	59
31	0,51504	0,51753	0,52002	0,52250	0,52498	0,52745	0,52992	58
32	0,52992	0,53238	0,53484	0,53730	0,53975	0,54220	0,54464	57
33	0,54464	0,54708	0,54951	0,55194	0,55436	0,55678	0,55919	56
34	0,55919	0,56160	0,56401	0,56641	0,56880	0,57119	0,57358	55
35	0,57358	0,57596	0,57833	0,58070	0,58307	0,58543	0,58779	54
36	0,58779	0,59014	0,59248	0,59482	0,59716	0,59949	0,60182	53
37	0,60182	0,60414	0,60645	0,60876	0,61107	0,61337	0,61566	52
38	0,61566	0,61795	0,62024	0,62251	0,62479	0,62706	0,62932	51
39	0,62932	0,63158	0,63383	0,63608	0,63832	0,64056	0,64279	50
40	0,64279	0,64501	0,64723	0,64945	0,65166	0,65386	0,65606	49
41	0,65606	0,65825	0,66044	0,66262	0,66480	0,66697	0,66913	48
42	0,66913	0,67129	0,67344	0,67559	0,67773	0,67987	0,68200	47
43	0,68200	0,68412	0,68624	0,68835	0,69046	0,69256	0,69466	46
44	0,69466	0,69675	0,69883	0,70091	0,70298	0,70505	0,70711	45
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'	
	Cosinus							

Grad	Cosinus							Grad
	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'	
0	1,00000	1,00000	0,99998	0,99996	0,99993	0,99989	0,99985	89
1	0,99985	0,99979	0,99973	0,99966	0,99958	0,99949	0,99939	88
2	0,99939	0,99929	0,99917	0,99905	0,99892	0,99878	0,99863	87
3	0,99863	0,99847	0,99831	0,99813	0,99795	0,99776	0,99756	86
4	0,99756	0,99736	0,99714	0,99692	0,99668	0,99644	0,99619	85
5	0,99619	0,99594	0,99567	0,99540	0,99511	0,99482	0,99452	84
6	0,99452	0,99421	0,99390	0,99357	0,99324	0,99290	0,99255	83
7	0,99255	0,99219	0,99182	0,99144	0,99106	0,99067	0,99027	82
8	0,99027	0,98986	0,98944	0,98902	0,98858	0,98814	0,98769	81
9	0,98769	0,98723	0,98676	0,98629	0,98580	0,98531	0,98481	80
10	0,98481	0,98430	0,98378	0,98325	0,98272	0,98218	0,98163	79
11	0,98163	0,98107	0,98050	0,97992	0,97934	0,97875	0,97815	78
12	0,97815	0,97754	0,97692	0,97630	0,97566	0,97502	0,97437	77
13	0,97437	0,97371	0,97304	0,97237	0,97169	0,97100	0,97030	76
14	0,97030	0,96959	0,96887	0,96815	0,96742	0,96667	0,96593	75
15	0,96593	0,96517	0,96440	0,96363	0,96285	0,96206	0,96126	74
16	0,96126	0,96046	0,95964	0,95882	0,95799	0,95715	0,95630	73
17	0,95630	0,95545	0,95459	0,95372	0,95284	0,95195	0,95106	72
18	0,95106	0,95015	0,94924	0,94832	0,94740	0,94646	0,94552	71
19	0,94552	0,94457	0,94361	0,94264	0,94167	0,94068	0,93969	70
20	0,93969	0,93869	0,93769	0,93667	0,93565	0,93462	0,93358	69
21	0,93358	0,93253	0,93148	0,93042	0,92935	0,92827	0,92718	68
22	0,92718	0,92609	0,92499	0,92388	0,92276	0,92164	0,92050	67
23	0,92050	0,91936	0,91822	0,91706	0,91590	0,91472	0,91355	66
24	0,91355	0,91236	0,91116	0,90996	0,90875	0,90753	0,90631	65
25	0,90631	0,90507	0,90383	0,90259	0,90133	0,90007	0,89879	64
26	0,89879	0,89752	0,89623	0,89493	0,89363	0,89232	0,89101	63
27	0,89101	0,88968	0,88835	0,88701	0,88566	0,88431	0,88295	62
28	0,88295	0,88158	0,88020	0,87882	0,87743	0,87603	0,87462	61
29	0,87462	0,87321	0,87178	0,87036	0,86892	0,86748	0,86603	60
80	0,86603	0,86457	0,86310	0,86163	0,86015	0,85866	0,85717	59
31	0,85717	0,85567	0,85416	0,85264	0,85112	0,84959	0,84805	58
32	0,84805	0,84650	0,84495	0,84339	0,84182	0,84025	0,83867	57
33	0,83867	0,83708	0,83549	0,83389	0,83228	0,83066	0,82904	56
34	0,82904	0,82741	0,82577	0,82413	0,82248	0,82082	0,81915	55
35	0,81915	0,81748	0,81580	0,81412	0,81242	0,81072	0,80902	54
36	0,80902	0,80730	0,80558	0,80386	0,80212	0,80038	0,79864	53
37	0,79864	0,79688	0,79512	0,79335	0,79158	0,78980	0,78801	52
38	0,78801	0,78622	0,78442	0,78261	0,78079	0,77897	0,77715	51
39	0,77715	0,77531	0,77347	0,77162	0,76977	0,76791	0,76604	50
40	0,76604	0,76417	0,76229	0,76041	0,75851	0,75661	0,75471	49
41	0,75471	0,75280	0,75088	0,74896	0,74703	0,74509	0,74314	48
42	0,74314	0,74120	0,73924	0,73728	0,73531	0,73333	0,73135	47
43	0,73135	0,72937	0,72737	0,72537	0,72337	0,72136	0,71934	46
44	0,71934	0,71732	0,71529	0,71325	0,71121	0,70916	0,70711	45
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'	
	Sinus							

Grad	Tangens							
	0'	10'	20'	30'	40'	50'		60'
0	0,00000	0,00291	0,00582	0,00873	0,01164	0,01455	0,01746	89
1	0,01746	0,02036	0,02328	0,02619	0,02910	0,03201	0,03492	88
2	0,03492	0,03783	0,04075	0,04366	0,04658	0,04949	0,05241	87
3	0,05241	0,05533	0,05824	0,06116	0,06408	0,06700	0,06993	86
4	0,06993	0,07285	0,07578	0,07870	0,08163	0,08456	0,08749	85
5	0,08749	0,09042	0,09335	0,09629	0,09923	0,10216	0,10510	84
6	0,10510	0,10805	0,11099	0,11394	0,11688	0,11983	0,12278	83
7	0,12278	0,12574	0,12869	0,13165	0,13461	0,13758	0,14054	82
8	0,14054	0,14351	0,14648	0,14945	0,15243	0,15540	0,15838	81
9	0,15838	0,16137	0,16435	0,16734	0,17033	0,17333	0,17633	80
10	0,17633	0,17933	0,18233	0,18534	0,18835	0,19136	0,19438	79
11	0,19438	0,19740	0,20042	0,20345	0,20648	0,20952	0,21256	78
12	0,21256	0,21560	0,21864	0,22169	0,22475	0,22781	0,23087	77
13	0,23087	0,23393	0,23700	0,24008	0,24316	0,24624	0,24933	76
14	0,24933	0,25242	0,25552	0,25862	0,26172	0,26483	0,26795	75
15	0,26795	0,27107	0,27419	0,27732	0,28046	0,28360	0,28675	74
16	0,28675	0,28990	0,29305	0,29621	0,29938	0,30255	0,30573	73
17	0,30573	0,30891	0,31210	0,31530	0,31850	0,32171	0,32492	72
18	0,32492	0,32814	0,33136	0,33460	0,33783	0,34108	0,34433	71
19	0,34433	0,34758	0,35085	0,35412	0,35740	0,36068	0,36397	70
20	0,36397	0,36727	0,37057	0,37388	0,37720	0,38053	0,38386	69
21	0,38386	0,38721	0,39055	0,39391	0,39727	0,40065	0,40403	68
22	0,40403	0,40741	0,41081	0,41421	0,41763	0,42105	0,42447	67
23	0,42447	0,42791	0,43136	0,43481	0,43828	0,44175	0,44523	66
24	0,44523	0,44872	0,45222	0,45573	0,45924	0,46277	0,46631	65
25	0,46631	0,46985	0,47341	0,47698	0,48055	0,48414	0,48773	64
26	0,48773	0,49134	0,49495	0,49858	0,50222	0,50587	0,50953	63
27	0,50953	0,51320	0,51688	0,52057	0,52427	0,52798	0,53171	62
28	0,53171	0,53545	0,53920	0,54296	0,54673	0,55051	0,55431	61
29	0,55431	0,55812	0,56194	0,56577	0,56962	0,57348	0,57735	60
30	0,57735	0,58124	0,58513	0,58905	0,59297	0,59691	0,60086	59
31	0,60086	0,60483	0,60881	0,61280	0,61681	0,62083	0,62487	58
32	0,62487	0,62892	0,63299	0,63707	0,64117	0,64528	0,64941	57
33	0,64941	0,65355	0,65771	0,66189	0,66608	0,67028	0,67451	56
34	0,67451	0,67875	0,68301	0,68728	0,69157	0,69588	0,70021	55
35	0,70021	0,70455	0,70891	0,71329	0,71769	0,72211	0,72654	54
36	0,72654	0,73100	0,73547	0,73996	0,74447	0,74900	0,75355	53
37	0,75355	0,75812	0,76272	0,76733	0,77196	0,77661	0,78129	52
38	0,78129	0,78598	0,79070	0,79544	0,80020	0,80498	0,80978	51
39	0,80978	0,81461	0,81946	0,82434	0,82923	0,83415	0,83910	50
40	0,83910	0,84407	0,84906	0,85408	0,85912	0,86419	0,86929	49
41	0,86929	0,87441	0,87955	0,88473	0,88992	0,89515	0,90040	48
42	0,90040	0,90569	0,91099	0,91633	0,92170	0,92709	0,93252	47
43	0,93252	0,93797	0,94345	0,94896	0,95451	0,96008	0,96569	46
44	0,96569	0,97133	0,97700	0,98270	0,98843	0,99420	1,00000	45
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'	Grad
Cotangens								

Grad	Cotangens							Grad
	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'	
0	∞	343,77371	171,88540	114,58865	85,93979	68,75009	57,28996	89
1	57,28996	49,10388	42,96408	38,18846	34,36777	31,24158	28,63625	88
2	28,63625	26,43160	24,54176	22,90377	21,47040	20,20555	19,08114	87
3	19,08114	18,07498	17,16934	16,34986	15,60478	14,92442	14,30067	86
4	14,30067	13,72674	13,19688	12,70621	12,25051	11,82617	11,43005	85
5	11,43005	11,05943	10,71191	10,38540	10,07803	9,78817	9,51436	84
6	9,51436	9,25530	9,00983	8,77689	8,55555	8,34496	8,14435	83
7	8,14435	7,95302	7,77035	7,59575	7,42871	7,26873	7,11537	82
8	7,11537	6,96823	6,82694	6,69116	6,56055	6,43484	6,31375	81
9	6,31375	6,19703	6,08444	5,97576	5,87080	5,76937	5,67128	80
10	5,67128	5,57638	5,48451	5,39552	5,30928	5,22566	5,14455	79
11	5,14455	5,06584	4,98940	4,91516	4,84300	4,77286	4,70463	78
12	4,70463	4,63825	4,57363	4,51071	4,44942	4,38969	4,33148	77
13	4,33148	4,27471	4,21933	4,16530	4,11256	4,06107	4,01078	76
14	4,01078	3,96165	3,91364	3,86671	3,82083	3,77595	3,73205	75
15	3,73205	3,68909	3,64705	3,60588	3,56557	3,52609	3,48741	74
16	3,48741	3,44951	3,41236	3,37594	3,34023	3,30521	3,27085	73
17	3,27085	3,23714	3,20406	3,17159	3,13972	3,10842	3,07768	72
18	3,07768	3,04749	3,01783	2,98869	2,96004	2,93189	2,90421	71
19	2,90421	2,87700	2,85023	2,82391	2,79802	2,77254	2,74748	70
20	2,74748	2,72281	2,69853	2,67462	2,65109	2,62791	2,60509	69
21	2,60509	2,58261	2,56046	2,53865	2,51715	2,49597	2,47509	68
22	2,47509	2,45451	2,43422	2,41421	2,39449	2,37504	2,35585	67
23	2,35585	2,33693	2,31826	2,29984	2,28167	2,26374	2,24604	66
24	2,24604	2,22857	2,21132	2,19430	2,17749	2,16090	2,14451	65
25	2,14451	2,12832	2,11233	2,09654	2,08094	2,06553	2,05030	64
26	2,05030	2,03526	2,02039	2,00569	1,99116	1,97680	1,96261	63
27	1,96261	1,94858	1,93470	1,92098	1,90741	1,89400	1,88073	62
28	1,88073	1,86760	1,85462	1,84177	1,82906	1,81649	1,80405	61
29	1,80405	1,79174	1,77955	1,76749	1,75556	1,74375	1,73205	60
30	1,73205	1,72047	1,70901	1,69766	1,68643	1,67530	1,66428	59
31	1,66428	1,65337	1,64256	1,63185	1,62125	1,61074	1,60033	58
32	1,60033	1,59002	1,57981	1,56969	1,55966	1,54972	1,53987	57
33	1,53987	1,53010	1,52043	1,51084	1,50133	1,49190	1,48256	56
34	1,48256	1,47330	1,46411	1,45501	1,44598	1,43703	1,42815	55
35	1,42815	1,41934	1,41061	1,40195	1,39336	1,38484	1,37638	54
36	1,37638	1,36800	1,35968	1,35142	1,34323	1,33511	1,32704	53
37	1,32704	1,31904	1,31110	1,30323	1,29541	1,28764	1,27994	52
38	1,27994	1,27230	1,26471	1,25717	1,24969	1,24227	1,23490	51
39	1,23490	1,22758	1,22031	1,21310	1,20593	1,19882	1,19175	50
40	1,19175	1,18474	1,17777	1,17085	1,16398	1,15715	1,15037	49
41	1,15037	1,14363	1,13694	1,13029	1,12369	1,11713	1,11061	48
42	1,11061	1,10414	1,09770	1,09131	1,08496	1,07864	1,07237	47
43	1,07237	1,06613	1,05994	1,05378	1,04766	1,04158	1,03553	46
44	1,03553	1,02952	1,02355	1,01761	1,01170	1,00583	1,00000	45
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'	Grad
	Tangens							

D. Bogenlängen, Bogenhöhen, Sehnenlängen und Kreisabschnitte für den Halbmesser $r = 1$.

Centri- winkel in Grad	Bogen- länge arc φ	Bogen- höhe	Sehnen- länge	Inhalt des Kreisab- schnittes	Centri- winkel in Grad	Bogen- länge arc φ	Bogen- höhe	Sehnen- länge	Inhalt des Kreisab- schnittes
1	0,0175	0,0000	0,0175	0,00000	46	0,8029	0,0795	0,7815	0,04176
2	0,0349	0,0002	0,0349	0,00000	47	0,8203	0,0829	0,7975	0,04448
3	0,0524	0,0003	0,0524	0,00001	48	0,8378	0,0865	0,8135	0,04731
4	0,0698	0,0006	0,0698	0,00003	49	0,8552	0,0900	0,8294	0,05025
5	0,0873	0,0010	0,0872	0,00006	50	0,8727	0,0937	0,8452	0,05331
6	0,1047	0,0014	0,1047	0,00010	51	0,8901	0,0974	0,8610	0,05649
7	0,1222	0,0019	0,1221	0,00015	52	0,9076	0,1012	0,8767	0,05978
8	0,1396	0,0024	0,1395	0,00023	53	0,9250	0,1051	0,8924	0,06319
9	0,1571	0,0031	0,1569	0,00032	54	0,9425	0,1090	0,9080	0,06673
10	0,1745	0,0038	0,1743	0,00044	55	0,9599	0,1130	0,9235	0,07039
11	0,1920	0,0046	0,1917	0,00059	56	0,9774	0,1171	0,9389	0,07417
12	0,2094	0,0055	0,2091	0,00076	57	0,9948	0,1212	0,9543	0,07808
13	0,2269	0,0064	0,2264	0,00097	58	1,0123	0,1254	0,9696	0,08212
14	0,2443	0,0075	0,2437	0,00121	59	1,0297	0,1296	0,9848	0,08629
15	0,2618	0,0086	0,2611	0,00149	60	1,0472	0,1340	1,0000	0,09059
16	0,2793	0,0097	0,2783	0,00181	61	1,0647	0,1384	1,0151	0,09502
17	0,2967	0,0110	0,2956	0,00217	62	1,0821	0,1428	1,0301	0,09958
18	0,3142	0,0123	0,3129	0,00257	63	1,0996	0,1474	1,0450	0,10428
19	0,3316	0,0137	0,3301	0,00302	64	1,1170	0,1520	1,0598	0,10911
20	0,3491	0,0152	0,3473	0,00352	65	1,1345	0,1566	1,0746	0,11408
21	0,3665	0,0167	0,3645	0,00408	66	1,1519	0,1613	1,0893	0,11919
22	0,3840	0,0184	0,3816	0,00468	67	1,1694	0,1661	1,1039	0,12443
23	0,4014	0,0201	0,3987	0,00535	68	1,1868	0,1710	1,1184	0,12982
24	0,4189	0,0219	0,4158	0,00607	69	1,2043	0,1759	1,1328	0,13535
25	0,4363	0,0237	0,4329	0,00686	70	1,2217	0,1808	1,1472	0,14102
26	0,4538	0,0256	0,4499	0,00771	71	1,2392	0,1859	1,1614	0,14683
27	0,4712	0,0276	0,4669	0,00862	72	1,2566	0,1910	1,1756	0,15279
28	0,4887	0,0297	0,4838	0,00961	73	1,2741	0,1961	1,1896	0,15889
29	0,5061	0,0319	0,5008	0,01067	74	1,2915	0,2014	1,2036	0,16514
30	0,5236	0,0341	0,5176	0,01180	75	1,3090	0,2066	1,2175	0,17154
31	0,5411	0,0364	0,5345	0,01301	76	1,3265	0,2120	1,2313	0,17808
32	0,5585	0,0387	0,5512	0,01429	77	1,3439	0,2174	1,2450	0,18477
33	0,5760	0,0412	0,5680	0,01566	78	1,3614	0,2229	1,2586	0,19160
34	0,5934	0,0437	0,5847	0,01711	79	1,3788	0,2284	1,2722	0,19859
35	0,6109	0,0463	0,6014	0,01864	80	1,3963	0,2340	1,2856	0,20573
36	0,6283	0,0489	0,6180	0,02027	81	1,4137	0,2396	1,2989	0,21301
37	0,6458	0,0517	0,6346	0,02198	82	1,4312	0,2453	1,3121	0,22045
38	0,6632	0,0545	0,6511	0,02378	83	1,4486	0,2510	1,3252	0,22804
39	0,6807	0,0574	0,6676	0,02568	84	1,4661	0,2569	1,3383	0,23578
40	0,6981	0,0603	0,6840	0,02767	85	1,4835	0,2627	1,3512	0,24367
41	0,7156	0,0633	0,7004	0,02976	86	1,5010	0,2686	1,3640	0,25171
42	0,7330	0,0664	0,7167	0,03195	87	1,5184	0,2746	1,3767	0,25990
43	0,7505	0,0696	0,7330	0,03425	88	1,5359	0,2807	1,3893	0,26825
44	0,7679	0,0728	0,7492	0,03664	89	1,5533	0,2867	1,4018	0,27675
45	0,7854	0,0761	0,7654	0,03915	90	1,5708	0,2929	1,4142	0,28540

Ist r der Kreishalbmesser und φ der Zentriwinkel in Grad, so ergibt sich:

1. das Bogenmaß des Winkels: $\text{arc } \varphi = \frac{\pi \varphi}{180^\circ} = \frac{l}{r}$;

2. die Sehnenlänge: $s = 2r \sin \frac{\varphi}{2}$;

3. die Bogenhöhe: $h = r \left(1 - \cos \frac{\varphi}{2}\right) = \frac{s}{2} \operatorname{tg} \frac{\varphi}{4} = 2r \sin^2 \frac{\varphi}{4}$;

Centri- winkel in Grad	Bogen- länge arc φ	Bogen- höhe	Sehnen- länge	Inhalt des Kreisab- schnittes	Centri- winkel in Grad	Bogen- länge arc φ	Bogen- höhe	Sehnen- länge	Inhalt des Kreisab- schnittes
91	1,5882	0,2991	1,4265	0,29420	136	2,3736	0,6254	1,8544	0,83949
92	1,6057	0,3053	1,4387	0,30316	137	2,3911	0,6335	1,8608	0,85455
93	1,6232	0,3116	1,4507	0,31226	138	2,4086	0,6416	1,8672	0,86971
94	1,6406	0,3180	1,4627	0,32152	139	2,4260	0,6498	1,8733	0,88497
95	1,6580	0,3244	1,4746	0,33093	140	2,4435	0,6580	1,8794	0,90034
96	1,6755	0,3309	1,4863	0,34050	141	2,4609	0,6662	1,8853	0,91580
97	1,6930	0,3374	1,4979	0,35021	142	2,4784	0,6744	1,8910	0,93135
98	1,7104	0,3439	1,5094	0,36008	143	2,4958	0,6827	1,8966	0,94700
99	1,7279	0,3506	1,5208	0,37009	144	2,5133	0,6910	1,9021	0,96274
100	1,7453	0,3572	1,5321	0,38026	145	2,5307	0,6993	1,9074	0,97858
101	1,7628	0,3639	1,5432	0,39058	146	2,5482	0,7076	1,9126	0,99449
102	1,7802	0,3707	1,5543	0,40104	147	2,5656	0,7160	1,9176	1,01050
103	1,7977	0,3775	1,5652	0,41166	148	2,5831	0,7244	1,9225	1,02658
104	1,8151	0,3843	1,5760	0,42242	149	2,6005	0,7328	1,9273	1,04275
105	1,8326	0,3912	1,5867	0,43333	150	2,6180	0,7412	1,9319	1,05900
106	1,8500	0,3982	1,5973	0,44439	151	2,6354	0,7496	1,9363	1,07532
107	1,8675	0,4052	1,6077	0,45560	152	2,6529	0,7581	1,9406	1,09171
108	1,8850	0,4122	1,6180	0,46695	153	2,6704	0,7666	1,9447	1,10818
109	1,9024	0,4193	1,6282	0,47844	154	2,6878	0,7750	1,9487	1,12472
110	1,9199	0,4264	1,6383	0,49008	155	2,7053	0,7836	1,9526	1,14132
111	1,9373	0,4336	1,6483	0,50187	156	2,7227	0,7921	1,9563	1,15799
112	1,9548	0,4408	1,6581	0,51379	157	2,7402	0,8006	1,9598	1,17472
113	1,9722	0,4481	1,6678	0,52586	158	2,7576	0,8092	1,9633	1,19151
114	1,9897	0,4554	1,6773	0,53807	159	2,7751	0,8178	1,9665	1,20835
115	2,0071	0,4627	1,6868	0,55041	160	2,7925	0,8264	1,9696	1,22525
116	2,0246	0,4701	1,6961	0,56289	161	2,8100	0,8350	1,9726	1,24221
117	2,0420	0,4775	1,7053	0,57551	162	2,8274	0,8436	1,9754	1,25921
118	2,0595	0,4850	1,7143	0,58827	163	2,8449	0,8522	1,9780	1,27626
119	2,0769	0,4925	1,7231	0,60116	164	2,8623	0,8608	1,9805	1,29335
120	2,0944	0,5000	1,7321	0,61418	165	2,8798	0,8695	1,9829	1,31049
121	2,1118	0,5076	1,7407	0,62734	166	2,8972	0,8781	1,9851	1,32766
122	2,1293	0,5152	1,7492	0,64063	167	2,9147	0,8868	1,9871	1,34487
123	2,1468	0,5228	1,7576	0,65404	168	2,9322	0,8955	1,9890	1,36212
124	2,1642	0,5305	1,7659	0,66759	169	2,9496	0,9042	1,9908	1,37940
125	2,1817	0,5383	1,7740	0,68125	170	2,9671	0,9128	1,9924	1,39671
126	2,1991	0,5460	1,7820	0,69505	171	2,9845	0,9215	1,9938	1,41404
127	2,2166	0,5538	1,7899	0,70897	172	3,0020	0,9302	1,9951	1,43140
128	2,2340	0,5616	1,7976	0,72301	173	3,0194	0,9390	1,9963	1,44878
129	2,2515	0,5695	1,8052	0,73716	174	3,0369	0,9477	1,9973	1,46617
130	2,2689	0,5774	1,8126	0,75144	175	3,0543	0,9564	1,9981	1,48359
131	2,2864	0,5853	1,8199	0,76584	176	3,0718	0,9651	1,9988	1,50101
132	2,3038	0,5933	1,8271	0,78034	177	3,0892	0,9738	1,9993	1,51845
133	2,3213	0,6013	1,8341	0,79497	178	3,1067	0,9825	1,9997	1,53589
134	2,3387	0,6093	1,8410	0,80970	179	3,1241	0,9913	1,9999	1,55334
135	2,3562	0,6173	1,8478	0,82454	180	3,1416	1,0000	2,0000	1,57080

4. die Bogenlänge: $l = \pi r \frac{\varphi}{180} = r \cdot \text{arc } \varphi = 0,017453 r \varphi = \sqrt{a^2 + \frac{16}{3} h^2}$ (angenähert);

5. der Inhalt des Kreisabschnittes $= \frac{r^2}{2} \left(\frac{\pi}{180} \varphi - \sin \varphi \right) = \frac{r^2}{2} (\text{arc } \varphi - \sin \varphi)$;

6. der Inhalt des Kreisabschnittes $= \frac{\varphi}{360} \cdot \pi r^2 = 0,00872665 \varphi r^2 = \frac{r^2}{2} \text{arc } \varphi$.

Der dem Halbmesser gleiche Bogen gehört zu dem Zentriwinkel (arc $\varphi = 1$)
 $\varphi = 57^\circ 17' 44'', 8 = 57^\circ,29578 = 3437',747 = 206264'', 8$.

$\sin \varphi$ für $0 \leq \varphi \leq 5,99$.

φ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	D
0,0	0,0000	0100	0200	0300	0400	0500	0600	0701	0801	0901	101
0,1	0,1002	1102	1203	1304	1405	1506	1607	1708	1810	1911	102
0,2	0,2013	2115	2218	2320	2423	2526	2629	2733	2837	2941	104
0,3	0,3045	3150	3255	3360	3466	3572	3678	3785	3892	4000	108
0,4	0,4108	4216	4325	4434	4543	4653	4764	4875	4986	5098	113
0,5	0,5211	5324	5438	5552	5666	5782	5897	6014	6131	6248	119
0,6	0,6367	6485	6605	6725	6846	6967	7090	7213	7336	7461	125
0,7	0,7586	7712	7838	7966	8094	8223	8353	8484	8615	8748	133
0,8	0,8881	9015	9150	9286	9423	9561	9700	9840	9981	*0122	143
0,9	1,0265	0409	0554	0700	0847	0995	1144	1294	1446	1598	154
1,0	1,1752	1907	2063	2220	2379	2539	2700	2862	3025	3190	166
1,1	1,3356	3524	3693	3863	4035	4208	4382	4558	4735	4914	181
1,2	1,5095	5276	5460	5645	5831	6019	6209	6400	6593	6788	196
1,3	1,6984	7182	7381	7583	7786	7991	8198	8406	8617	8829	214
1,4	1,9043	9259	9477	9697	9919	*0143	*0369	*0597	*0827	*1059	234
1,5	2,1293	1529	1768	2008	2251	2496	2743	2993	3245	3499	257
1,6	2,3756	4015	4276	4540	4806	5075	5346	5620	5896	6175	281
1,7	2,6456	6740	7027	7317	7609	7904	8202	8503	8806	9112	310
1,8	2,9422	9734	*0049	*0367	*0689	*1013	*1340	*1671	*2005	*2341	341
1,9	3,2682	3025	3372	3722	4075	4432	4792	5156	5523	5894	375
2,0	3,6269	6647	7028	7414	7803	8196	8593	8993	9398	9806	413
2,1	4,0219	0635	1056	1480	1909	2342	2779	3221	3666	4117	454
2,2	4,4571	5030	5494	5962	6434	6912	7394	7880	8372	8868	502
2,3	4,9370	9876	*0387	*0903	*1425	*1951	*2483	*3020	*3562	*4109	553
2,4	5,4662	5221	5785	6354	6929	7510	8097	8689	9288	9892	610
2,5	6,0502	1118	1741	2369	3004	3645	4293	4946	5607	6274	673
2,6	6,6947	7628	8315	9009	9709	*0417	*1132	*1854	*2583	*3319	744
2,7	7,4063	4814	5572	6338	7112	7894	8683	9480	*0285	*1098	821
2,8	8,1919	2749	3586	4432	5287	6150	7021	7902	8791	9689	907
2,9	9,0596	1512	2437	3371	4315	5268	6231	7203	8185	9177	1002
3,0	10,0179	1191	2212	3245	4287	5340	6403	7477	8562	9658	1107
3,1	11,0765	1882	3011	4151	5303	6466	7641	8827	*0026	*1236	1223
3,2	12,2459	3694	4941	6201	7473	8758	*0056	*4367	*2691	*4028	1351
3,3	13,5379	6743	8121	9513	*0919	*2338	*3772	*5221	*6684	*8161	1493
3,4	14,965	15,116	15,268	15,422	15,577	15,734	15,893	16,053	16,214	16,378	165
3,5	16,543	16,709	16,877	17,047	17,219	17,392	17,567	17,744	17,923	18,103	182
3,6	18,285	18,470	18,655	18,843	19,033	19,224	19,418	19,613	19,811	20,010	201
3,7	20,211	20,415	20,620	20,828	21,037	21,249	21,463	21,679	21,897	22,117	222
3,8	22,339	22,564	22,791	23,020	23,252	23,486	23,722	23,961	24,202	24,445	246
3,9	24,691	24,939	25,190	25,444	25,700	25,958	26,219	26,483	26,749	27,018	272
4,0	27,290	27,564	27,842	28,122	28,404	28,690	28,979	29,270	29,564	29,862	300
4,1	30,162	30,465	30,772	31,081	31,393	31,709	32,028	32,350	32,675	33,004	332
4,2	33,336	33,671	34,009	34,351	34,697	35,046	35,398	35,754	36,113	36,476	367
4,3	36,843	37,214	37,588	37,966	38,347	38,733	39,122	39,515	39,913	40,314	405
4,4	40,719	41,129	41,542	41,960	42,382	42,808	43,238	43,673	44,112	44,555	448
4,5	45,003	45,455	45,912	46,374	46,840	47,311	47,787	48,267	48,752	49,242	495
4,6	49,737	50,237	50,742	51,252	51,767	52,288	52,813	53,344	53,880	54,422	547
4,7	54,969	55,522	56,080	56,643	57,213	57,788	58,369	58,955	59,548	60,147	604
4,8	60,751	61,362	61,979	62,601	63,231	63,866	64,508	65,157	65,812	66,473	668
4,9	67,141	67,816	68,498	69,186	69,882	70,584	71,293	72,010	72,734	73,465	738
5,0	74,203	74,949	75,702	76,463	77,232	78,008	78,792	79,584	80,384	81,192	816
5,1	82,008	82,832	83,665	84,506	85,355	86,213	87,079	87,955	88,839	89,732	902
5,2	90,633	91,544	92,464	93,394	94,332	95,281	96,238	97,205	98,182	99,169	997
5,3	100,166	101,173	102,189	103,217	104,254	105,302	106,360	107,429	108,509	109,599	1102
5,4	110,701	111,814	112,937	114,072	115,219	116,377	117,547	118,728	119,921	121,127	1217
5,5	122,344	123,574	124,816	126,070	127,337	128,617	129,909	131,215	132,534	133,866	1346
5,6	135,211	136,570	137,943	139,329	140,730	142,144	143,573	145,016	146,473	147,945	1487
5,7	149,432	150,934	152,451	153,983	155,531	157,094	158,671	160,261	161,878	163,505	1643
5,8	165,148	166,808	168,485	170,178	171,888	173,616	175,361	177,123	178,903	180,701	1816
5,9	182,517	184,352	186,205	188,076	189,966	191,875	193,804	195,752	197,719	199,706	2007

¹⁾ Genauere Tafeln s. Ligowski, Tafeln der Hyperbelfunktionen und Kreisfunktionen; Keiichi, Hayashi, funfstellige Tafeln der Kreis- und Hyperbelfunktionen.

Cof φ für $0 \leq \varphi \leq 5,99$

φ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	D
0,0	1,0000	0001	0002	0005	0008	0013	0018	0025	0032	0041	9
0,1	1,0050	0061	0072	0085	0098	0113	0128	0145	0162	0181	20
0,2	1,0201	0221	0243	0266	0289	0314	0340	0367	0395	0423	30
0,3	1,0453	0484	0516	0549	0584	0619	0655	0692	0731	0770	41
0,4	1,0811	0852	0895	0939	0984	1030	1077	1125	1174	1225	51
0,5	1,1276	1329	1383	1438	1494	1551	1609	1669	1730	1792	63
0,6	1,1855	1919	1984	2051	2119	2188	2258	2330	2402	2476	76
0,7	1,2552	2628	2706	2785	2865	2947	3030	3114	3199	3286	88
0,8	1,3374	3464	3555	3647	3740	3835	3932	4029	4128	4229	102
0,9	1,4331	4434	4539	4645	4753	4862	4973	5085	5199	5314	117
1,0	1,5431	5549	5669	5790	5913	6038	6164	6292	6421	6552	133
1,1	1,6685	6820	6956	7093	7233	7374	7517	7662	7808	7957	151
1,2	1,8107	8258	8412	8568	8725	8884	9045	9208	9373	9540	169
1,3	1,9709	9880	*0053	*0228	*0404	*0583	*0764	*0947	*1132	*1320	189
1,4	2,1509	1700	1894	2090	2288	2488	2691	2896	3103	3312	212
1,5	2,3524	3738	3955	4174	4395	4619	4845	5073	5305	5538	237
1,6	2,5775	6013	6255	6499	6746	6995	7247	7502	7760	8020	263
1,7	2,8283	8549	8818	9090	9364	9642	9922	*0206	*0492	*0782	293
1,8	3,1075	1371	1669	1972	2277	2585	2897	3212	3530	3852	325
1,9	3,4177	4506	4838	5173	5512	5855	6201	6551	6904	7261	361
2,0	3,7622	7987	8355	8727	9103	9483	9867	*0255	*0647	*1043	400
2,1	4,1443	1847	2256	2669	3086	3507	3932	4362	4797	5236	443
2,2	4,5679	6127	6580	7037	7499	7966	8437	8914	9395	9881	491
2,3	5,0372	0868	1370	1876	2388	2905	3427	3954	4487	5026	543
2,4	5,5570	6119	6674	7235	7801	8373	8951	9535	*0125	*0721	602
2,5	6,1323	1931	2545	3166	3793	4426	5066	5712	6365	7024	666
2,6	6,7690	8363	9043	9729	*0423	*1123	*1831	*2546	*3268	*3998	737
2,7	7,4735	5479	6231	6990	7758	8533	9316	*0106	*0905	*1712	815
2,8	8,2527	3351	4182	5022	5871	6728	7594	8469	9352	*0244	902
2,9	9,1146	2056	2976	3905	4844	5792	6749	7716	8693	9680	998
3,0	10,0678	1683	2700	3728	4765	5814	6872	7942	9022	*0113	1102
3,1	11,1215	2328	3453	4588	5736	6895	8065	9247	*0442	*1648	1218
3,2	12,2866	4097	5340	6596	7864	9146	*0440	*1747	*3067	*4401	1347
3,3	13,5748	7108	8483	9871	*1273	*2689	*4120	*5565	*7024	*8498	1489
3,4	14,9999	15,149	15,301	15,455	15,610	15,766	15,924	16,084	16,245	16,408	165
3,5	16,573	16,739	16,907	17,077	17,248	17,421	17,596	17,772	17,951	18,131	182
3,6	18,313	18,497	18,682	18,870	19,059	19,250	19,444	19,639	19,836	20,035	201
3,7	20,236	20,439	20,644	20,852	21,061	21,272	21,486	21,702	21,919	22,139	222
3,8	22,362	22,586	22,813	23,042	23,273	23,507	23,743	23,982	24,222	24,466	245
3,9	24,711	24,959	25,210	25,463	25,719	25,977	26,238	26,502	26,768	27,037	271
4,0	27,308	27,583	27,860	28,139	28,422	28,707	28,996	29,287	29,581	29,878	300
4,1	30,178	30,482	30,788	31,097	31,409	31,725	32,044	32,365	32,691	33,019	332
4,2	33,351	33,686	34,024	34,366	34,711	35,060	35,412	35,768	36,127	36,490	367
4,3	36,857	37,227	37,601	37,979	38,360	38,746	39,135	39,528	39,925	40,326	406
4,4	40,732	41,141	41,554	41,972	42,393	42,819	43,250	43,684	44,123	44,566	448
4,5	45,014	45,466	45,923	46,385	46,851	47,321	47,797	48,277	48,762	49,252	495
4,6	49,747	50,247	50,752	51,262	51,777	52,297	52,823	53,354	53,890	54,431	547
4,7	54,978	55,531	56,089	56,652	57,221	57,796	58,377	58,964	59,556	60,155	604
4,8	60,759	61,370	61,987	62,609	63,239	63,874	64,516	65,164	65,819	66,481	668
4,9	67,149	67,823	68,505	69,193	69,889	70,591	71,300	72,017	72,741	73,472	738
5,0	74,210	74,956	75,709	76,470	77,238	78,014	78,798	79,590	80,390	81,198	816
5,1	82,014	82,838	83,671	84,512	85,361	86,219	87,085	87,960	88,844	89,737	902
5,2	90,639	91,550	92,470	93,399	94,338	95,286	96,243	97,211	98,187	99,174	997
5,3	100,171	101,178	102,194	103,221	104,259	105,307	106,365	107,434	108,513	109,604	1102
5,4	110,705	111,818	112,942	114,077	115,223	116,381	117,551	118,732	119,925	121,131	1217
5,5	122,348	123,578	124,820	126,074	127,341	128,621	129,913	131,219	132,538	133,870	1345
5,6	135,215	136,574	137,947	139,333	140,733	142,147	143,576	145,019	146,476	147,949	1487
5,7	149,435	150,937	152,454	153,986	155,534	157,097	158,676	160,270	161,881	163,508	1643
5,8	165,151	166,811	168,488	170,181	171,891	173,619	175,364	177,126	178,906	180,704	1816
5,9	182,520	184,354	186,207	188,079	189,969	191,878	193,806	195,754	197,721	199,709	2007

Briggsche Logarithmen von $\sin \varphi$ für $\varphi = 0$ bis $5,99$; um 10 vergrößert.

φ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	D
0,0	— ∞	8,0000	3011	4772	6022	6992	7784	8455	9036	9548	459
0,1	9,0007	0423	0802	1152	1476	1777	2060	2325	2576	2814	225
0,2	9,3039	3254	3459	3656	3844	4025	4199	4366	4528	4685	151
0,3	9,4836	4983	5125	5264	5398	5529	5656	5781	5902	6020	116
0,4	9,6136	6249	6359	6468	6574	6678	6780	6880	6978	7074	95
0,5	9,7169	7262	7354	7444	7533	7620	7707	7791	7875	7958	81
0,6	9,8039	8119	8199	8277	8354	8431	8506	8581	8655	8728	72
0,7	9,8800	8872	8942	9012	9082	9150	9218	9286	9353	9419	66
0,8	9,9485	9550	9614	9678	9724	9805	9868	9930	9992	*0053	61
0,9	10,0114	0174	0234	0294	0353	0412	0470	0529	0586	0644	57
1,0	10,0701	0758	0815	0871	0927	0982	1038	1093	1148	1203	54
1,1	10,1257	1311	1365	1419	1472	1525	1578	1631	1684	1736	52
1,2	10,1788	1840	1892	1944	1995	2046	2098	2148	2199	2250	50
1,3	10,2300	2351	2401	2451	2501	2551	2600	2650	2699	2748	49
1,4	10,2797	2846	2895	2944	2993	3041	3090	3138	3186	3234	48
1,5	10,3282	3330	3378	3426	3474	3521	3569	3616	3663	3711	47
1,6	10,3758	3805	3852	3899	3946	3992	4039	4086	4132	4179	46
1,7	10,4225	4272	4318	4364	4411	4457	4503	4549	4595	4641	46
1,8	10,4687	4733	4778	4824	4870	4915	4961	5007	5052	5098	45
1,9	10,5143	5188	5234	5279	5324	5370	5415	5460	5505	5550	45
2,0	10,5595	5640	5685	5730	5775	5820	5865	5910	5955	6000	45
2,1	10,6044	6089	6134	6178	6223	6268	6312	6357	6401	6446	45
2,2	10,6491	6535	6580	6624	6668	6713	6757	6802	6846	6890	45
2,3	10,6935	6979	7023	7067	7112	7156	7200	7244	7289	7333	44
2,4	10,7377	7421	7465	7509	7553	7597	7642	7686	7730	7774	44
2,5	10,7818	7862	7906	7950	7994	8038	8082	8126	8169	8213	44
2,6	10,8257	8301	8345	8389	8433	8477	8521	8564	8608	8652	44
2,7	10,8696	8740	8784	8827	8871	8915	8959	9003	9046	9090	44
2,8	10,9134	9178	9221	9265	9309	9353	9396	9440	9484	9527	44
2,9	10,9571	9615	9658	9702	9746	9789	9833	9877	9920	9964	44
3,0	11,0008	0051	0095	0139	0182	0226	0270	0313	0357	0400	44
3,1	11,0444	0488	0531	0575	0618	0662	0706	0749	0793	0836	44
3,2	11,0880	0923	0967	1011	1054	1098	1141	1185	1228	1272	44
3,3	11,1316	1359	1403	1446	1490	1533	1577	1620	1664	1707	44
3,4	11,1751	1794	1838	1881	1925	1968	2012	2056	2099	2143	43
3,5	11,2186	2230	2273	2317	2360	2404	2447	2491	2534	2578	43
3,6	11,2621	2665	2708	2752	2795	2839	2882	2925	2969	3012	44
3,7	11,3056	3099	3143	3186	3230	3273	3317	3360	3404	3447	44
3,8	11,3491	3534	3578	3621	3665	3708	3752	3795	3838	3882	43
3,9	11,3925	3969	4012	4056	4099	4143	4186	4230	4273	4317	43
4,0	11,4360	4403	4447	4490	4534	4577	4621	4664	4708	4751	44
4,1	11,4795	4838	4881	4925	4968	5012	5055	5099	5142	5186	43
4,2	11,5229	5273	5316	5359	5403	5446	5490	5533	5577	5620	44
4,3	11,5664	5707	5750	5794	5837	5881	5924	5968	6011	6055	43
4,4	11,6098	6141	6185	6228	6272	6315	6359	6402	6446	6489	43
4,5	11,6532	6576	6619	6663	6706	6750	6793	6836	6880	6923	44
4,6	11,6967	7010	7054	7097	7141	7184	7227	7271	7314	7358	43
4,7	11,7401	7445	7488	7531	7575	7618	7662	7705	7749	7792	44
4,8	11,7836	7879	7922	7966	8009	8053	8096	8140	8183	8226	44
4,9	11,8270	8313	8357	8400	8444	8487	8530	8574	8617	8661	43
5,0	11,8704	8748	8791	8835	8878	8921	8965	9008	9052	9095	43
5,1	11,9139	9182	9225	9269	9312	9356	9399	9443	9486	9529	43
5,2	11,9573	9616	9660	9703	9747	9790	9833	9877	9920	9964	43
5,3	12,0007	0051	0094	0137	0181	0224	0268	0311	0355	0398	43
5,4	12,0442	0485	0528	0572	0615	0659	0702	0746	0789	0832	43
5,5	12,0876	0919	0963	1006	1050	1093	1136	1180	1223	1267	43
5,6	12,1310	1354	1397	1440	1484	1527	1571	1614	1658	1701	43
5,7	12,1744	1788	1831	1875	1918	1962	2005	2048	2092	2135	43
5,8	12,2179	2222	2266	2309	2352	2396	2439	2483	2526	2570	43
5,9	12,2613	2656	2700	2743	2787	2830	2874	2917	2960	3004	43

Briggsche Logarithmen von $\coth \varphi$ für $\varphi = 0$ bis 5,99.

φ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	D
0,0	0,0000	0000	0001	0002	0003	0005	0008	0011	0014	0018	4
0,1	0,0022	0026	0031	0037	0042	0049	0055	0062	0070	0078	8
0,2	0,0086	0095	0104	0114	0124	0134	0145	0156	0168	0180	13
0,3	0,0193	0205	0219	0232	0246	0261	0276	0291	0306	0322	17
0,4	0,0339	0355	0372	0390	0407	0426	0444	0463	0482	0502	20
0,5	0,0522	0542	0562	0583	0605	0626	0648	0670	0693	0716	23
0,6	0,0739	0762	0786	0810	0835	0859	0884	0910	0935	0961	26
0,7	0,0987	1013	1040	1067	1094	1122	1149	1177	1206	1234	29
0,8	0,1263	1292	1321	1350	1380	1410	1440	1470	1501	1532	31
0,9	0,1563	1594	1625	1657	1689	1721	1753	1785	1818	1851	33
1,0	0,1884	1917	1950	1984	2018	2051	2086	2120	2154	2189	34
1,1	0,2223	2258	2293	2328	2364	2399	2435	2470	2506	2542	36
1,2	0,2578	2615	2651	2688	2724	2761	2798	2835	2872	2909	38
1,3	0,2947	2984	3022	3059	3097	3135	3173	3211	3249	3288	38
1,4	0,3326	3365	3403	3442	3481	3520	3559	3598	3637	3676	39
1,5	0,3715	3754	3794	3833	3873	3913	3952	3992	4032	4072	40
1,6	0,4112	4152	4192	4232	4273	4313	4353	4394	4434	4475	40
1,7	0,4515	4556	4597	4637	4678	4719	4760	4801	4842	4883	41
1,8	0,4924	4965	5006	5048	5089	5130	5172	5213	5254	5296	41
1,9	0,5337	5379	5421	5462	5504	5545	5587	5629	5671	5713	41
2,0	0,5754	5796	5838	5880	5922	5964	6006	6048	6090	6132	43
2,1	0,6175	6217	6259	6301	6343	6386	6428	6470	6512	6555	42
2,2	0,6597	6640	6682	6724	6767	6809	6852	6894	6937	6979	43
2,3	0,7022	7064	7107	7150	7192	7235	7278	7320	7363	7406	42
2,4	0,7448	7491	7534	7577	7619	7662	7705	7748	7791	7833	43
2,5	0,7876	7919	7962	8005	8048	8091	8134	8176	8219	8262	43
2,6	0,8305	8348	8391	8434	8477	8520	8563	8606	8649	8692	43
2,7	0,8735	8778	8821	8864	8907	8951	8994	9037	9080	9123	43
2,8	0,9166	9209	9252	9295	9338	9382	9425	9468	9511	9554	43
2,9	0,9597	9641	9684	9727	9770	9813	9856	9900	9943	9986	43
3,0	1,0029	0073	0116	0159	0202	0245	0289	0332	0375	0418	44
3,1	1,0462	0505	0548	0591	0635	0678	0721	0764	0808	0851	43
3,2	1,0894	0938	0981	1024	1067	1111	1154	1197	1241	1284	43
3,3	1,1327	1371	1414	1457	1501	1544	1587	1631	1674	1717	44
3,4	1,1761	1804	1847	1891	1934	1977	2021	2064	2107	2151	43
3,5	1,2194	2237	2281	2324	2367	2411	2454	2497	2541	2584	44
3,6	1,2628	2671	2714	2758	2801	2844	2888	2931	2975	3018	43
3,7	1,3061	3105	3148	3191	3235	3278	3322	3365	3408	3452	43
3,8	1,3495	3538	3582	3625	3669	3712	3755	3799	3842	3886	43
3,9	1,3929	3972	4016	4059	4103	4146	4189	4233	4276	4320	43
4,0	1,4363	4406	4450	4493	4537	4580	4623	4667	4710	4754	43
4,1	1,4797	4840	4884	4927	4971	5014	5057	5101	5144	5188	43
4,2	1,5231	5274	5318	5361	5405	5448	5492	5535	5578	5622	43
4,3	1,5665	5709	5752	5795	5839	5882	5926	5969	6012	6056	43
4,4	1,6099	6143	6186	6230	6273	6316	6360	6403	6447	6490	43
4,5	1,6533	6577	6620	6664	6707	6751	6794	6837	6881	6924	44
4,6	1,6968	7011	7055	7098	7141	7185	7228	7272	7315	7358	44
4,7	1,7402	7445	7489	7532	7576	7619	7662	7706	7749	7793	43
4,8	1,7836	7880	7923	7966	8010	8053	8097	8140	8184	8227	43
4,9	1,8270	8314	8357	8401	8444	8487	8531	8574	8618	8661	44
5,0	1,8705	8748	8791	8835	8878	8922	8965	9009	9052	9095	43
5,1	1,9139	9182	9226	9269	9313	9356	9399	9443	9486	9530	43
5,2	1,9573	9617	9660	9703	9747	9790	9834	9877	9921	9964	43
5,3	2,0007	0051	0094	0138	0181	0225	0268	0311	0355	0398	43
5,4	2,0442	0485	0529	0572	0615	0659	0702	0746	0789	0833	43
5,5	2,0876	0919	0963	1006	1050	1093	1137	1180	1223	1267	43
5,6	2,1310	1354	1397	1441	1484	1527	1571	1614	1658	1701	43
5,7	2,1745	1788	1831	1875	1918	1962	2005	2049	2092	2135	43
5,8	2,2179	2222	2266	2309	2353	2396	2439	2483	2526	2570	43
5,9	2,2613	2657	2700	2743	2787	2830	2874	2917	2961	3004	43

$\lg \varphi$ für $0 \leq \varphi \leq 2,89$

φ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	D
0,0	0,0000	0100	0200	0300	0400	0500	0599	0699	0798	0898	99
0,1	0,0997	1096	1194	1293	1391	1489	1587	1684	1781	1878	96
0,2	0,1974	2070	2165	2260	2355	2449	2543	2636	2729	2821	92
0,3	0,2913	3004	3095	3185	3275	3364	3452	3540	3627	3714	86
0,4	0,3800	3885	3969	4053	4137	4219	4301	4382	4462	4542	79
0,5	0,4621	4700	4777	4854	4930	5005	5080	5154	5227	5299	71
0,6	0,5370	5441	5511	5581	5649	5717	5784	5850	5915	5980	64
0,7	0,6044	6107	6169	6231	6291	6352	6411	6469	6527	6584	56
0,8	0,6640	6696	6751	6805	6858	6911	6963	7014	7064	7114	49
0,9	0,7163	7211	7259	7306	7352	7398	7443	7487	7531	7574	42
1,0	0,7616	7658	7699	7739	7779	7818	7857	7895	7932	7969	36
1,1	0,8005	8041	8076	8110	8144	8178	8210	8243	8275	8306	31
1,2	0,8337	8367	8397	8426	8455	8483	8511	8538	8565	8591	26
1,3	0,8617	8643	8668	8693	8717	8741	8764	8787	8810	8832	22
1,4	0,8854	8875	8896	8917	8937	8957	8977	8996	9015	9033	19
1,5	0,9052	9069	9087	9104	9121	9138	9154	9170	9186	9202	15
1,6	0,9217	9232	9246	9261	9275	9289	9302	9316	9329	9342	12
1,7	0,9354	9367	9379	9391	9402	9414	9425	9436	9447	9458	10
1,8	0,9468	9478	9488	9498	9508	9518	9527	9536	9545	9554	8
1,9	0,9562	9571	9579	9587	9595	9603	9611	9619	9626	9633	7
2,0	0,9640	9647	9654	9661	9668	9674	9680	9687	9693	9699	6
2,1	0,9705	9710	9716	9722	9727	9732	9738	9743	9748	9753	5
2,2	0,9757	9762	9767	9771	9776	9780	9785	9789	9793	9797	4
2,3	0,9801	9805	9809	9812	9816	9820	9823	9827	9830	9834	3
2,4	0,9837	9840	9843	9846	9849	9852	9855	9858	9861	9864	2
2,5	0,9866	9869	9871	9874	9876	9879	9881	9884	9886	9888	2
2,6	0,9890	9892	9895	9897	9899	9901	9903	9905	9906	9908	2
2,7	0,9910	9912	9914	9915	9917	9919	9920	9922	9923	9925	1
2,8	0,9926	9928	9929	9931	9932	9933	9935	9936	9937	9938	2

Briggsche Logarithmen von $\lg \varphi$ für $\varphi = 0$ bis 2,89; um 10 vergrößert.

φ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	D
0,0	— ∞	8,0000	3010	4770	6018	6986	7776	8444	9022	9531	455
0,1	8,9986	*0396	*0771	*1115	*1433	*1729	*2004	*2263	*2506	*2736	217
0,2	9,2953	3159	3355	3542	3720	3890	4053	4210	4360	4505	139
0,3	9,4644	4778	4907	5031	5152	5268	5381	5490	5596	5698	99
0,4	9,5797	5894	5987	6078	6166	6252	6336	6417	6496	6573	75
0,5	9,6648	6720	6792	6861	6928	6994	7058	7121	7182	7242	58
0,6	9,7300	7357	7413	7467	7520	7571	7622	7671	7720	7767	46
0,7	9,7813	7858	7902	7945	7988	8029	8069	8109	8147	8185	37
0,8	9,8222	8258	8293	8328	8362	8395	8428	8459	8491	8521	30
0,9	9,8551	8580	8609	8637	8664	8691	8717	8743	8768	8793	24
1,0	9,8817	8841	8864	8887	8909	8931	8952	8973	8994	9014	20
1,1	9,9034	9053	9072	9090	9108	9126	9144	9161	9177	9194	16
1,2	9,9210	9226	9241	9256	9271	9285	9300	9314	9327	9341	13
1,3	9,9354	9367	9379	9391	9404	9415	9427	9438	9450	9460	11
1,4	9,9471	9482	9492	9502	9512	9522	9531	9540	9550	9558	9
1,5	9,9567	9576	9584	9592	9601	9608	9616	9624	9631	9639	7
1,6	9,9646	9653	9660	9666	9673	9679	9686	9692	9698	9704	6
1,7	9,9710	9716	9721	9727	9732	9738	9743	9748	9753	9758	5
1,8	9,9763	9767	9772	9776	9781	9785	9789	9794	9798	9802	4
1,9	9,9806	9810	9813	9817	9821	9824	9828	9831	9834	9838	3
2,0	9,9841	9844	9847	9850	9853	9856	9859	9862	9864	9867	3
2,1	9,9870	9872	9875	9877	9880	9882	9884	9887	9889	9891	2
2,2	9,9893	9895	9898	9900	9902	9904	9905	9907	9909	9911	2
2,3	9,9913	9914	9916	9918	9919	9921	9923	9924	9926	9927	2
2,4	9,9929	9930	9931	9933	9934	9935	9937	9938	9939	9940	1
2,5	9,9941	9943	9944	9945	9946	9947	9948	9949	9950	9951	1
2,6	9,9952	9953	9954	9955	9956	9957	9958	9958	9959	9960	1
2,7	9,9961	9962	9962	9963	9964	9965	9965	9966	9967	9967	1
2,8	9,9968	9969	9969	9970	9970	9971	9972	9972	9973	9973	1

Größe	n	log n	Größe	n	log n	Größe	n	log n
.π	3,1415927	0,49715	g	9,81	0,99167	$\sqrt[3]{3 \cdot \pi}$	0,984745	0,99332-1
2.π	6,2831853	0,79818	g²	96,2361	1,98334	1 : 2 g	0,050968	0,70830-2
3.π	9,4247780	0,97427	\sqrt{g}	3,1320919	0,49583	2 \sqrt{g}	6,264184	0,79686
.π : 2	1,5707963	0,19612	$\pi : \sqrt{2}$	2,221442	0,34663	$\sqrt{2} g$	4,429447	0,64635
.π : 3	1,0471976	0,02003	2 $\sqrt{\pi}$	3,544908	0,54960	π \sqrt{g}	9,839757	0,99298
.π : 4	0,7853982	0,89509-1	$\sqrt{2 \pi}$	2,506628	0,39909	π $\sqrt{2} g$	13,91536	1,14350
.π²	9,8696044	0,99430	$\sqrt{\pi : 2}$	1,253314	0,09806	π : \sqrt{g}	1,003033	0,00132
.π³	31,006277	1,49145	$\sqrt{2 : \pi}$	0,797885	0,90194-1	π : $\sqrt{2} g$	0,709252	0,85080-1
$\sqrt[3]{\pi}$	1,7724539	0,24857	$\sqrt{3 : \pi}$	0,977205	0,98998-1	e	2,718282	0,43429
$\sqrt[3]{\pi}$	1,4645919	0,16572	$\sqrt[3]{2 \pi}$	1,845261	0,26606	e²	7,389056	0,86859
4.π²	39,478418	1,59636	$\sqrt[3]{\pi : 2}$	1,162447	0,36537	1 : e	0,367879	0,56571-1
.π² : 4	2,4674011	0,39224	$\sqrt[3]{\pi : 4}$	0,922635	0,96503-1	1 : e²	0,135335	0,13141-1
.π $\sqrt{2}$	4,4428829	0,64767	$\sqrt[3]{2 : \pi}$	0,860254	0,93463-1	\sqrt{e}	1,648721	0,21715
						$\sqrt[3]{e}$	1,395612	0,11476

Einige Winke zur Benutzung der Tafel A.

1) **Quadrieren**

a) zweistelliger Zahlen unter Benutzung der Umformung

$$a^2 = (a + b)(a - b) + b^2$$

im Kopfe nach folgenden Beispielen:

$$43^2 = 40 \cdot 46 + 9 = 1849$$

$$78^2 = 80 \cdot 76 + 4 = 6084$$

b) beliebiger Zahlen:

Beispiele:

1) $601,55^2$

$$\begin{array}{r} (601^2 =) 361\ 201 \\ (2 \cdot 0,55 \cdot 601 =) 1,1 \cdot 601 =) 661,1 \\ (0,55^2 =) 3 \\ \hline 601,55^2 = 361\ 862 \end{array}$$

2) $35,826^2$

$$\begin{array}{r} (358^2 =) 128\ 164 \\ 2 \cdot 358 \cdot 26 =) 186\ 16 \\ 26^2 =) 7 \\ \hline 35,826^2 = 1283,5023 \end{array}$$

(Tab.)

2) **Ziehen der Quadratwurzel.**

$$\begin{array}{r} \sqrt{271,828} = 16,49 \\ \text{(a. d. T.) } \underline{268\ 96} \\ 2\ 86\ 84 : 328 \text{ (s. abgek. Radiz. S. 37 f.)} \\ \hline \sqrt{0,00358726} = 0,05989 \\ \underline{357604} \text{ (a. d. T.)} \\ 1122 : 1198 \end{array}$$

3) **Berechnung dritter Potenzen.**

$$\begin{array}{r} 601,55^3 \\ (601^3 =) 217\ 081\ 801 \\ (3 \cdot 601^2 \cdot 55 = 361\ 201 \cdot 165 =) 595\ 981\ 68 \\ (3 \cdot 601 \cdot 55^2 = 1803 \cdot 3025 =) 545\ 88 \\ \hline 601,55^3 = 217\ 678\ 328 \end{array}$$

4) **Ziehen der Kubikwurzel.**

$$\begin{array}{r} \sqrt[3]{271,828} = 6,478 \\ \underline{270\ 840 \dots} \\ 1\ 255\ 827 \mid 988 \dots \end{array}$$

Man schlage unter den dritten Potenzen diejenige Zahl auf, die 271000000 am nächsten ist; da $7^3 > 271 > 6^3$ ist, muß sie zwischen 600 und 700 liegen; man erhält die ersten drei Ziffern 647. (Die Punkte sollen die zur Bestimmung der vierten Ziffer nötigen Stellen andeuten.) Der Rest 988... ist durch $3 \cdot 647^2 = 3 \cdot 418609 = 1255827$ zu dividieren; der Quotient gibt die letzte Ziffer 8.

$$\begin{array}{r} \sqrt[3]{2718,282} = 13,96 \\ \underline{2685\ 619} \\ 32\ 663 \ . | 57963 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt[3]{27182,82} = 30,07 \\ \underline{182\ 82 \ . \ . | 270000} \end{array}$$

5) Berechnung des Kreisumfanges aus dem Durchmesser und umgekehrt.

$$1) \quad 2,71828 \pi = 8,5137 \quad (271 \pi)$$

$$\begin{array}{r} \underline{260 \ \cancel{12}} \\ 8,5397 \ \cancel{12} \end{array} \quad (828 \pi)$$

$$2) \quad d \pi = 0,58664$$

$$\begin{array}{r} \underline{584 \ 34} \\ 230 \end{array} \quad d = 0,186732$$

Winke zum Gebrauch der Tafel B.

Aufsuchen des natürlichen Logarithmus.

$$\ln 23,76 = \ln 237,6 - \ln 10$$

$$\ln 237,6 = 5,4681$$

$$\underline{25 = 4,2 \cdot 6}$$

$$\ln 10 = \frac{5,4706}{2,3026}$$

$$\ln 23,76 = 3,1680$$

$$\ln 0,5373 = \ln 537,3 - \ln 1000$$

$$\ln 537,3 = 6,2860$$

$$\underline{6 = 1,9 \cdot 3}$$

$$-\ln 1000 = -\frac{6,2866}{6,9078}$$

$$\ln 0,5373 = -0,6212$$

Aufsuchen des Numerus.

$$\ln x = 1,2345$$

$$\ln 100 = 4,6052$$

$$\ln 100x = 5,8397$$

$$100x = 343,7$$

$$x = 3,437$$

$$\ln x = -1,2346$$

$$\ln 1000 = 6,9078$$

$$\ln 1000x = 5,6732$$

$$1000x = 291,0$$

$$x = 0,2910$$

Abgekürztes Zahlenrechnen.

Multiplikation.

Beispiel: ($\lg 3 =$)

$$0,47712 \cdot 2,302585$$

$$\underline{95424}$$

$$14314$$

$$95$$

$$24$$

$$3$$

$$\underline{1,09860}$$

Regel: Man wähle den Faktor mit der geringeren Stellenzahl (0,47712) zum Multiplikanden, multipliziere ihn wie gewöhnlich mit der ersten Ziffer (2) des Multiplikators, streiche dann die letzte Ziffer (2) des Multiplikanden, multipliziere dann mit der zweiten Ziffer (3) des Multiplikators unter Berücksichtigung der eben gestrichenen Ziffer des Multiplikators, streiche dann die vorletzte Ziffer (1) des Multiplikanden, multipliziere unter Berücksichtigung dieser Ziffer mit der dritten Ziffer (0) des Multiplikators usw. Zuletzt wird die Stellung des Kommas durch Abschätzen ($0,47 \cdot 2,3 = 1, \dots$) bestimmt.

Beachte: 1) Das Produkt kann nie auf mehr Stellen genau sein, als der Faktor mit der geringsten Stellenzahl hat.

2) Wird für das Produkt nur eine Genauigkeit von einer geringeren Anzahl von Stellen verlangt, als beide Faktoren haben, so runde man von vornherein den Multiplikand so ab, daß er höchstens eine Stelle mehr erhält.

Beispiel: Das Produkt $1,7321 \cdot 3,14160$ soll auf nur drei Stellen genau berechnet werden; die Rechnung gestaltet sich folgendermaßen:

$$\begin{array}{r} 1,732 \cdot 3,14160 \\ 5196 \\ 173 \\ 69 \\ 2 \\ \hline 1 \\ \hline 5,44 \end{array}$$

Division.

Beispiel: $3,80666 : 2,302333 = 1,65321$

$$\begin{array}{r} 1\ 50407 \\ \hline 230252 \\ \hline 739 \\ \hline 48 \\ \hline 2 \end{array}$$

Regel: Die erste Ziffer des Quotienten (1) erhält man wie gewöhnlich; hat der Divisor zu viel Stellen (i. o. B. die Ziffer 5), so ist diese vorher zu streichen. Alsdann dividiere man den Rest (150407) durch den Divisor, dessen nächste Ziffer gestrichen wird (23025); den nächsten Rest durch den um eine weitere Ziffer verkürzten Divisor (2302) usf. Die Stellung des Kommas wird durch Abschätzen bestimmt ($3,8 : 2,3 = 1, \dots$).

Beachte: 1) Der Quotient kann nie auf mehr Stellen genau sein, als diejenige der beiden gegebenen Zahlen hat, die die geringere Stellenzahl hat (i. o. B. als der Dividend, der nur 6 Stellen hat, während der Divisor deren 7 hat; also hat der Quotient nur 6 Stellen).

2) Hat der Divisor weniger Stellen, als der Dividend, so ist der Dividend um die betr. Stellen zu kürzen.

Beispiel: $3,1415926 : 2,7183 = 1,15574$

$$\begin{array}{r} 4233 \\ \hline 1515 \\ \hline 156 \\ \hline 20 \\ \hline 1 \end{array}$$

3) Wird für den Quotienten nur eine Genauigkeit von einer geringeren Stellenzahl verlangt, als die beiden gegebenen Zahlen haben, so verkürzt man zuvor beide durch Streichen von Ziffern auf die nötige Stellenzahl.

Ziehen der Quadratwurzel.

Beispiel: $\sqrt{27182,818} \dots 164,87213$

$$\begin{array}{r} 2 \mid 171 \\ 32 \mid 1582 \\ 328 \mid 28681 \\ \hline 3206 \mid 23778 \\ \hline 701 \\ \hline 42 \\ \hline 9 \end{array}$$

Regel: Man radiziere anfangs wie gewöhnlich; sind die Stellen des Radikanden erschöpft, so ist das Radizieren in ein einfaches Dividieren übergeführt, bei welchem der verbliebene Rest den Dividenden und das doppelte Produkt der Wurzel den Quotienten darstellt; die Division ist abgekürzt auszuführen.

Beachte: 1) Die Wurzel kann nie auf mehr Stellen Genauigkeit beanspruchen, als der Radikand hat.

2) Genügt für die Wurzel eine geringere Genauigkeit, als die Anzahl der Stellen des Radikanden beträgt, so kürze man zuvor den Radikanden entsprechend ab.

Rechnen mit kleinen Zahlen.

Ist ε eine im Vergleich zu 1 kleine Zahl, so gelten angenähert die Formeln

$$\begin{aligned} (1 + \varepsilon)^n &= 1 + n \cdot \varepsilon & 1,003^4 &= 1,012 \\ \sqrt[n]{1 + \varepsilon} &= 1 + \frac{\varepsilon}{n} & \sqrt[4]{1,0032} &= 1,0008 \\ (1 + \varepsilon_1)(1 + \varepsilon_2) &= 1 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 & 1,003 \cdot 1,004 &= 1,007 \\ \frac{1 + \varepsilon_1}{1 + \varepsilon_2} &= 1 + \varepsilon_1 - \varepsilon_2 & \frac{1,003}{1,004} &= 0,999 \\ \frac{1}{(1 + \varepsilon)^n} &= 1 - n \varepsilon & \left(\frac{1}{1,003}\right)^4 &= 0,988 \\ \frac{1}{\sqrt[n]{1 + \varepsilon}} &= 1 - \frac{\varepsilon}{n} & \frac{1}{\sqrt[4]{1,0032}} &= 0,9992. \end{aligned}$$

Weitere Formeln s. (52).

II. Arithmetik.

A. Die höheren Rechenoperationen.

(1) Potenzen.

Erklärung: Unter der Potenz a^n (n eine positive, ganze Zahl) versteht man ein Produkt aus n Faktoren, die alle a heißen. a ist die Grundzahl (Basis), n der Exponent.

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad a^0 = 1 \quad a^1 = a.$$

Die wichtigsten Formeln:

- 1) $a^r \cdot a^s = a^{r+s} \quad \frac{a^r}{a^s} = a^{r-s} = \frac{1}{a^{s-r}}$
- 2) $a^r \cdot b^r = (ab)^r \quad \frac{a^r}{b^r} = \left(\frac{a}{b}\right)^r$
- 3) $(a^r)^s = (a^s)^r = a^{rs}$
- 4) $(-a)^{2n} = (+a)^{2n} = a^{2n}$
 $(-a)^{2n+1} = -(+a)^{2n+1} = -a^{2n+1}$
- 5) $a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + a^{n-k}b^{k-1} + \dots$
 $\quad \quad \quad + ab^{n-2} + b^{n-1})$
 $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b) \quad a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

$$6) \quad a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a + b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots - a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n})$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2).$$

Binomischer Satz:

$$(1+x)^n = 1 + \binom{n}{1}x + \binom{n}{2}x^2 + \dots + \binom{n}{k}x^k + \dots + \binom{n}{n-1}x^{n-1} + \binom{n}{n}x^n.$$

$\binom{n}{k}$ heißt der k -te Binomialkoeffizient der n -ten Potenz; er läßt sich in der Form schreiben

$$\binom{n}{k} = \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-k+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad [v! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \dots v]$$

$$(1+x)^2 = 1 + 2x + x^2$$

$$(1+x)^3 = 1 + 3x + 3x^2 + x^3$$

$$(1+x)^4 = 1 + 4x + 6x^2 + 4x^3 + x^4$$

$$(1+x)^5 = 1 + 5x + 10x^2 + 10x^3 + 5x^4 + x^5$$

Bildungsgesetz der Binomialkoeffizienten (Pascalsches Dreieck).

			1					
		1	1					
		1	2	1				
		1	3	3	1			
		1	4	6	4	1		
		1	5	10	10	5	1	
		1	6	15	20	15	6	1

S. auch (52).

(2) Wurzeln.

Erklärung: Unter der n -ten Wurzel aus a versteht man diejenige Zahl b , deren n -te Potenz a ergibt.

$$\sqrt[n]{a} = b, \text{ wenn } b^n = a; \text{ daraus folgt: } (\sqrt[n]{a})^n = a; \sqrt[n]{b^n} = b.$$

a heißt Radikand, n der Wurzelexponent, b die Wurzel; $\sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{a}$.

Die wichtigsten Formeln:

$$1) \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}. \quad \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}.$$

$$2) \sqrt[r]{\sqrt[s]{a}} = \sqrt[rs]{a} = \sqrt[s]{\sqrt[r]{a}}. \quad \sqrt[r]{a^s} = (\sqrt[r]{a})^s = \sqrt[r]{a^{s \cdot r}}.$$

$$3) \sqrt[r]{a} \cdot \sqrt[s]{a} = \sqrt[rs]{a^{r+s}}.$$

Insbesondere

$$4) \sqrt{a^2} = \pm \sqrt{a}. \quad \sqrt[3]{a^3} = a. \quad \sqrt[3]{-a^3} = -a.$$

Rationalmachen des Nenners: $\frac{z}{\sqrt{a} \pm \sqrt{b}} = \frac{z(\sqrt{a} \mp \sqrt{b})}{a - b}$.

Zurückführung der Wurzeln auf Potenzen:

$$\text{Es ist } a^{\frac{r}{s}} = \sqrt[s]{a^r} = (\sqrt[s]{a})^r.$$

(3) Logarithmen.

Erklärung: Unter dem a -Logarithmus von b versteht man diejenige Zahl c , mit der man a potenzieren muß, um b zu erhalten.

$${}^a\log b = c, \text{ wenn } a^c = b \text{ ist; daraus folgt } {}^a\log(a^c) = c, \quad a^{{}^a\log b} = b.$$

a heißt die Basis des Logarithmensystems, b der Logarithmand oder Numerus, c der Logarithmus. Soll der Logarithmus reell sein, so muß der Numerus stets positiv sein: $b > 0$.

$${}^a\log 0 = -\infty, \quad {}^a\log 1 = 0, \quad {}^a\log a = 1.$$

Die wichtigsten Formeln:

$$1) \quad {}^a\log(bc) = {}^a\log b + {}^a\log c \qquad {}^a\log \frac{b}{c} = {}^a\log b - {}^a\log c$$

$$2) \quad {}^a\log(b^n) = n \cdot {}^a\log b \qquad {}^a\log \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n} \cdot {}^a\log b.$$

Übergang von einem Logarithmensystem zu einem anderen:

a sei die Basis des einen, α die des anderen Systems; dann ist

$${}^a\log b = {}^a\log b \cdot {}^a\log \alpha \qquad {}^a\log b = {}^a\log b \cdot {}^a\log \alpha \qquad {}^a\log \alpha \cdot {}^a\log a = 1$$

$${}^a\log b = \frac{{}^{\alpha}\log b}{{}^{\alpha}\log a} \qquad {}^{\alpha}\log b = \frac{{}^a\log b}{{}^a\log \alpha}.$$

Anwendung in der logarithmischen Skala (Rechenschieber, Nomographie).

(4) Spezielle Logarithmensysteme:

Das gemeine oder Briggsche Logarithmensystem.

$a = 10$. Man schreibt statt ${}^{10}\log b$ kurzweg $\log b$.

Der gemeine Logarithmus (wie auch jeder andere) einer jeden Zahl ist im allgemeinen eine irrationale Zahl, bestehend aus einer ganzen Zahl und einem echten Dezimalbruch. Die ganze Zahl heißt Kennziffer, der echte Dezimalbruch Mantisse. Ist $b < 1$, so ist der Logarithmus negativ; man schreibt ihn aber gewöhnlich so, daß nur die Kennziffer negativ, aber die Mantisse positiv wird.

$$\text{Beispiel: } \log 30 = 1,47712 \qquad \log 0,3 = 0,47712 - 1.$$

Die Mantisse bestimmt sich einzig durch die Ziffernfolge des Numerus; man entnimmt sie aus der Tabelle A (S. 2—21); und gerade dieser Umstand hat dem logarithmischen Rechnen die große praktische Bedeutung verschafft. Die Kennziffer bestimmt sich nach der folgenden

Regel: Die Kennziffer gibt an, wieviel Stellen vor oder hinter den Einern des Numerus beginnt; im ersten Falle ist sie positiv, im zweiten negativ.

Beispiel:	num	log
	345,67	2,538 66
	34,567	1,538 66
	3,4567	0,538 66
	0,34567	0,538 66 - 1
	0,034 567	0,538 66 - 2
	0,003 4567	0,538 66 - 3.

Beispiele zum Rechnen mit Logarithmen: Man bedient sich am zweckmäßigsten eines bestimmten Schemas, wie des folgenden, das aus zwei Spalten, einer Numerus- und einer Logarithmenspalte besteht. Der Übergang aus der einen Spalte in die andere ist regelmäßig durch einen wagerechten Querstrich angedeutet.

$$1. \quad x = \frac{a \cdot b}{c \cdot d}$$

Num.	
a	3,5287
b	0,14693
c	28,452
d	0,038654
x	0,47143

Log.	
a	0,54761
b	0,16711 — 1
Zähler	0,71472 — 1
c	1,45411
d	0,58719 — 2
Nummer	0,04130
x	0,67342 — 1

$$2. \quad c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Num.	
a	3,5791
b	2,4680
a^2	12,810
b^2	6,091
c^2	18,901
c	4,3475

Log.	
a	0,55377
a^2	1,10754
b	0,39235
b^2	0,78470
c^2	1,27649
c	0,63824

$$3. \quad x = e^{-\pi}$$

$$y = \log x = -\pi \cdot \log e$$

Num.	
e	2,7183
π	3,1416
$-\pi \log e$	1,36437
$y = -\pi \log e$	0,63563 — 2
x	0,043215

Log.	
e	0,43429
$\log e$	0,63778 — 1
π	0,49715
$\pi \log e$	0,13493

Das natürliche Logarithmensystem.

$a = e = 2,71828 \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}$. Statt ${}^e \log b$ schreibt man $\lg b$ oder

$\ln b$. Die Bedeutung der natürlichen Logarithmen liegt auf dem Gebiet der höheren Mathematik.

Übergang von den Briggsschen zu den natürlichen Logarithmen. Es ist

$$\ln b = 2,302585 \cdot \log b \quad \log b = 0,434294 \cdot \ln b.$$

B. Endliche Reihen.

(5) Arithmetische Reihe.

Unter einer **arithmetischen Reihe erster Ordnung** versteht man eine Reihe, in welcher die Differenz je zweier aufeinanderfolgender Glieder konstant ist. Das Anfangsglied sei a_1 , die Differenz d , die Anzahl der Glieder n , das n -te Glied a_n , die Summe der ersten n Glieder s_n . Es gelten die Formeln:

$$1) \quad a_n = a_1 + (n-1)d, \quad 2a) \quad s_n = n \cdot a_1 + \frac{n(n-1)}{2} d,$$

$$2b) \quad s_n = n \cdot \frac{a_1 + a_n}{2}.$$

Durch irgend drei der fünf Größen a_1 , d , n , a_n , s_n ist die Reihe bestimmt; die Berechnung der fehlenden zwei ergibt sich aus der folgenden Tabelle:

Gesucht → Gegeben ↓	$a_1 =$	$d =$	$n =$	$a_n =$	$s_n =$
a_1, d, n	a_1	d	n	$a_1 + (n-1)d$	$n a_1 + \frac{n(n-1)}{2} d$
a_1, d, a_n	a_1	d	$1 + \frac{a_n - a_1}{d}$	a_n	$\frac{(a_1 + a_n)(d - a_1 + a_n)}{2d}$
a_1, d, s_n	a_1	d	$\frac{1}{2d} (d - 2a_1 \pm \pm \sqrt{(d - 2a_1)^2 + 8ds_n})$	$\frac{1}{2} (-d \pm \pm \sqrt{(d - 2a_1)^2 + 8ds_n})$	s_n
a_1, n, a_n	a_1	$\frac{a_n - a_1}{n-1}$	n	a_n	$\frac{a_1 + a_n}{n} \cdot \frac{n(n-1)}{2}$
a_1, n, s_n	a_1	$\frac{2(s_n - n a_1)}{n(n-1)}$	n	$\frac{2s_n}{n} - a_1$	s_n
a_1, a_n, s_n	a_1	$\frac{(a_n - a_1)(a_n + a_1)}{2s_n - a_1 - a_n}$	$\frac{2s_n}{a_1 + a_n}$	a_n	s_n
d, n, a_n	$a_n - (n-1)d$	d	n	a_n	$n a_n - \frac{n(n-1)}{2} d$
d, n, s_n	$\frac{s_n}{n} - \frac{1}{2}(n-1)d$	d	n	$\frac{s_n}{n} + \frac{1}{2}(n-1)d$	s_n
d, a_n, s_n	$\frac{1}{2} (d \pm \pm \sqrt{(d + 2a_n)^2 - 8ds_n})$	d	$\frac{1}{2d} (d + 2a_n \pm \pm \sqrt{(d + 2a_n)^2 - 8ds_n})$	a_n	s_n
n, a_n, s_n	$\frac{2s_n}{n} - a_n$	$\frac{2(n a_n - s_n)}{n(n-1)}$	n	a_n	s_n

(6) Unter einer **arithmetischen Reihe** k -ter Ordnung versteht man eine solche, deren erste Differenzenreihe eine arithmetische Reihe $(k-1)$ -ter Ordnung ist, deren k -te Differenzenreihe also aus lauter gleichen Größen besteht:

Beispiel: 1)	1	4	9	16	25	36	2. Ordnung.
	3	5	7	9	11		1. Ordnung.
		2	2	2	2		
2)	1	8	27	64	125	216	3. Ordnung.
	7	19	37	61	91		2. Ordnung.
		12	18	24	30		1. Ordnung.
		6	6	6	6		

Die wichtigsten Sonderfälle.

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = \sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 2n - 1 = \sum_{k=1}^n (2k - 1) = n^2$$

$$2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 2n = \sum_{k=1}^n 2k = n(n+1)$$

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + n^2 = \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + n^3 = \sum_{k=1}^n k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$$

(7) Geometrische Reihe.

Eine **geometrische Reihe** ist eine solche, in der der Quotient je zweier aufeinanderfolgender Glieder konstant ist. Ist das Anfangsglied a_1 , der Quotient q , die Anzahl der Glieder n , so ist das Endglied

$$1) \quad a_n = a_1 q^{n-1} \quad \text{und die Summe der } n \text{ Glieder}$$

$$2a) \quad s_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1} = a_1 \frac{1 - q^n}{1 - q}, \quad 2b) \quad s_n = \frac{q \cdot a_n - a_1}{q - 1} = \frac{a_1 - q a_n}{1 - q}$$

Durch irgend drei der fünf Größen a_1, q, n, a_n, s_n ist die Reihe bestimmt; die Berechnung der fehlenden beiden Größen ergibt sich aus der Tabelle auf S. 44.

Ist $-1 < q < +1$, so geht für $n = \infty$ die geometrische Reihe in die konvergente unendliche geometrische Reihe über; aus Formel 2a folgt sodann

$$a_1 + a_1 q + a_1 q^2 + a_1 q^3 + \dots = \frac{a_1}{1 - q}$$

S. a. (52) unendliche Reihen.

(8) C. Kaufmännische Arithmetik.

1) **Zinsrechnung.** Die Zinsen, die das Kapital k zu $p\%$ in n Jahren bringt, berechnen sich nach der Formel: $z = \frac{k \cdot p \cdot n}{100}$.

2) **Zinseszinsrechnung.** Werden die Zinsen alljährlich am Ende eines jeden Jahres zum Kapital geschlagen, so wächst das Kapital k_0 zu $p\%$ in n Jahren auf das Kapital an:

$$1) \quad k_n = k_0 \cdot q^n \quad (q = 1 + \frac{p}{100} \text{ heißt der Zinsfaktor}).$$

Gesucht → Gegeben	$a_1 =$	$q =$	$n =$	$a_n =$	$s_n =$
a_1, q, n	a_1	q	n	$a_1 q^{n-1}$	$s_n = \frac{a_1 q^{n-1}}{q-1}$
a_1, q, a_n	a_1	q	$1 + \frac{\log a_n - \log a_1}{\log q}$	a_n	$\frac{q a_n - a_1}{q - 1}$
a_1, q, s_n	a_1	q	$\frac{\log \left[\frac{s_n (q-1)}{a_1} + 1 \right]}{\log q}$	$\frac{s_n (q-1) + a_1}{q}$	s_n
a_1, n, a_n	a_1	$n-1 \sqrt[n]{\frac{a_n}{a_1}}$	n	a_n	$n-1 \sqrt[n]{\frac{a_n - 1}{a_1 - 1}}$ $n-1 \sqrt[n]{\frac{n-1}{a_n - 1}}$
a_1, n, s_n	a_1	$*) q^n - \frac{s_n}{a_1} q + \frac{s_n}{a_1} - 1 = 0$	n	$*) a_1 q^{n-1}$	s_n
a_1, a_n, s_n	a_1	$\frac{s_n - a_n}{s_n - a_1}$	$1 + \frac{\log \frac{a_n}{a_1}}{\log \frac{s_n - a_n}{s_n - a_1}}$	a_n	s_n
q, n, a_n	$\frac{a_n}{q^{n-1}}$	q	n	a_n	$\frac{a_n q^{n-1}}{q-1}$
q, n, s_n	$\frac{q-1}{s_n q^{n-1}}$	q	n	$\frac{q^n - q^{n-1}}{s_n q^{n-1} - 1}$	s_n
q, a_n, s_n	$q a_n - s_n (q-1)$	q	$\log \left[1 - \frac{s_n (q-1)}{q a_n} \right] \frac{1}{\log q}$	a_n	s_n
n, a_n, s_n	$*) \frac{a_n}{q^{n-1}}$	$*) \left(\frac{s_n}{a_n} - 1 \right) q^n - \frac{s_n}{a_n} q^{n-1} + 1 = 0$	n	a_n	s_n

*) q bestimmt sich aus der angegebenen Gleichung n -ten Grades; die Wurzel $q = 1$ scheidet hierbei aus. Dann erst kann a_n resp. a_1 berechnet werden.

Hieraus ergeben sich die weiteren drei Grundaufgaben:

$$2) \text{ gesucht } k_0: \quad k_0 = k_n \cdot q^{-n}$$

$$3) \text{ gesucht } p: \quad q = \sqrt[n]{\frac{k_n}{k_0}} \quad p = 100 \cdot (q - 1).$$

$$4) \text{ gesucht } n: \quad n = \frac{\log \frac{k_n}{k_0}}{\log q}$$

3) **Rentenrechnung.** 1) Das Endkapital k_n einer n Jahre lang am Ende eines jeden Jahres fälligen Rente r beträgt (am Tage der Zahlung der letzten Rente):

$$a) \quad k_n = \frac{100 r}{p} (q^n - 1);$$

der Barwert derselben (der Wert, den das Kapital ein Jahr vor Auszahlung der ersten Rente hat) beträgt

$$b) \quad k_0 = \frac{100 r}{p} (1 - q^{-n}).$$

Hieraus ergeben sich die weiteren Grundaufgaben:

$$2) \text{ gesucht } r: \quad r = \frac{k_0 p}{100 (1 - q^{-n})},$$

$$3) \text{ gesucht } n: \quad n = \frac{\log \left(1 - \frac{k_0 p}{100 r} \right)}{\log q},$$

4) gesucht p : q bestimmt sich aus der Gleichung n -ten Grades:

$$a) \quad k_0 q^n - 1 - (k_n + r) q^n + r = 0 \quad p = 100 (q - 1),$$

$$b) \quad r q^n - k_n \cdot q + k_n - r = 0.$$

III. Trigonometrie.

A. Messung von Winkeln.

$$(9) \quad 1) \text{ Gradmaß: } 1 R = 90^0 = 5400' = 324000'' \\ 1^0 = 60' = 3600'' \\ 1' = 60''.$$

2) Bogenmaß: Erklärung: Unter dem Winkel α versteht man das Verhältnis des Bogens zum Radius (= Bogen im Kreis vom Radius $r = 1$).

Das Bogenmaß findet in der höheren Mathematik ausschließliche Verwendung. Zum Unterschied vom Gradmaß bezeichnet man das Bogenmaß von α auch durch $\text{arc } \alpha$.

Beziehungen zwischen Gradmaß und Bogenmaß:

$$\text{arc } \alpha = \frac{\pi \cdot \alpha^0}{180^0} = \frac{\pi \cdot \alpha'}{10800'} = \frac{\pi \cdot \alpha''}{648000''}.$$

α^0	0	30	45	60	90	135	180	270	360	$57^0 17' 44,8''$
$\text{arc } \alpha$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3}{4} \pi$	π	$\frac{3}{2} \pi$	2π	1

$$\text{arc } 1^0 = 0,01745329, \quad \text{arc } 1' = 0,000290888, \quad \text{arc } 1'' = 0,0000048481.$$

Im übrigen s. Tabelle D.

B. Die Winkelfunktionen oder trigonometrischen Funktionen:

(10) Spitze Winkel:

Der Sinus eines Winkels ist das Verhältnis der Gegenkathete zur Hypotenuse.

„ Kosinus „ „ „ „ „ „ „ Ankathete „ „
 „ Tangens „ „ „ „ „ „ „ „ Gegenkathete „ „ Ankathete.
 „ Kotangens „ „ „ „ „ „ „ „ Ankathete zur Gegenkathete.

$$\sin \alpha = \frac{a}{c} \quad \cos \alpha = \frac{b}{c} \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{b}{a}, \quad \text{Abb. 1.}$$

Ist, Abb. 2, $OA = OB = OP = 1$,
 so ist

$$\sin \alpha = BC \quad \cos \alpha = OC \\ \operatorname{tg} \alpha = AD \quad \operatorname{ctg} \alpha = PE$$

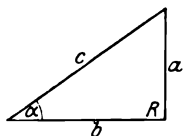


Abb. 1.

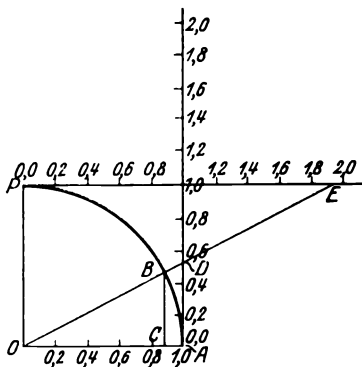


Abb. 2.

$\alpha =$	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0
$\sin \alpha =$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \sqrt{2}$	$\frac{1}{2} \sqrt{3}$	1
$\cos \alpha =$	1	$\frac{1}{2} \sqrt{3}$	$\frac{1}{2} \sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg} \alpha =$	0	$\frac{1}{3} \sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞
$\operatorname{ctg} \alpha =$	∞	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{3} \sqrt{3}$	0
$\sin \alpha =$	$\cos (90^0 - \alpha)$		$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{ctg} (90^0 - \alpha)$		
$\cos \alpha =$	$\sin (90^0 - \alpha)$		$\operatorname{ctg} \alpha = \operatorname{tg} (90^0 - \alpha)$		

Sinus und Kosinus einerseits, Tangens und Kotangens andererseits heißen Kofunktionen.

„Die Funktion eines Winkels ist gleich der Kofunktion seiner Rechttergänzung.“ Hierauf beruht die Einrichtung der Tabelle C.

(11) Beliebige Winkel, Abb. 3:

Der Sinus ist das Verhältnis der Ordinate zum Radiusvektor.

„ Kosinus „ „ „ „ „ „ Abszisse „ „
 „ Tangens „ „ „ „ „ „ Ordinate zur Abszisse.
 „ Kotangens „ „ „ „ „ „ Abszisse zur Ordinate.

$$\sin \alpha = \frac{y}{r} \quad \cos \alpha = \frac{x}{r} \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{x} \quad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{x}{y}$$

Vorzeichen der Funktionen in den einzelnen Quadranten:

	I	II	III	IV
sinus	+	+	-	-
cosinus	+	-	-	+
tangens	+	-	+	-
cotangens	+	-	+	-

Verlauf der Funktionen in den einzelnen Quadranten:

	$0^\circ - 90^\circ$	$90^\circ - 180^\circ$	$180^\circ - 270^\circ$	$270^\circ - 360^\circ$
sinus	steigt von 0 bis 1	fällt von 1 bis 0	fällt von 0 bis -1	steigt von -1 bis 0
cosinus	fällt von 1 bis 0	fällt von 0 bis -1	steigt von -1 bis 0	steigt von 0 bis 1
tangens	steigt von 0 bis $+\infty$	steigt von $-\infty$ bis 0	steigt von 0 bis $+\infty$	steigt von $-\infty$ bis 0
cotangens	fällt von $+\infty$ bis 0	fällt von 0 bis $-\infty$	fällt von $+\infty$ bis 0	fällt von 0 bis $-\infty$

Sinus und Cosinus sind periodische Funktionen; die Periode ist 360° .

Tangens und Cotangens sind periodische Funktionen; die Periode ist 180° .

$$\begin{aligned} \sin(\alpha + k \cdot 360^\circ) &= \sin \alpha & \cos(\alpha + k \cdot 360^\circ) &= \cos \alpha \\ \operatorname{tg}(\alpha + k \cdot 180^\circ) &= \operatorname{tg} \alpha & \operatorname{ctg}(\alpha + k \cdot 180^\circ) &= \operatorname{ctg} \alpha. \end{aligned}$$

Zeichnerische Darstellung des Verlaufs, Abb. 4:

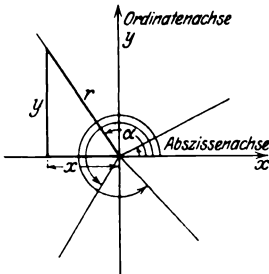


Abb. 3.

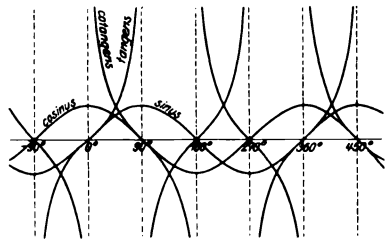


Abb. 4.

(12) Zurückführung der Funktionen beliebiger Winkel auf Funktionen von solchen im ersten Quadranten:

$$1) \text{ Negative Winkel: } \begin{aligned} \sin(-\alpha) &= -\sin \alpha & \cos(-\alpha) &= \cos \alpha \\ \operatorname{tg}(-\alpha) &= -\operatorname{tg} \alpha & \operatorname{ctg}(-\alpha) &= -\operatorname{ctg} \alpha \end{aligned}$$

$$2) \alpha + k \cdot 360^\circ, 0 < \alpha - k \cdot 360^\circ < 360^\circ$$

k beliebige ganze positive Zahl.

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \sin(\alpha - k \cdot 360^\circ) & \cos \alpha &= \cos(\alpha - k \cdot 360^\circ) \\ \operatorname{tg} \alpha &= \operatorname{tg}(\alpha - k \cdot 360^\circ) & \operatorname{ctg} \alpha &= \operatorname{ctg}(\alpha - k \cdot 360^\circ) \end{aligned}$$

$$3) \text{ a) } 90^\circ < \alpha < 180^\circ.$$

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \cos(\alpha - 90^\circ) & \sin \alpha &= \sin(180^\circ - \alpha) \\ \cos \alpha &= -\sin(\alpha - 90^\circ) & \cos \alpha &= -\cos(180^\circ - \alpha) \\ \operatorname{tg} \alpha &= -\operatorname{ctg}(\alpha - 90^\circ) & \operatorname{tg} \alpha &= -\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) \\ \operatorname{ctg} \alpha &= -\operatorname{tg}(\alpha - 90^\circ) & \operatorname{ctg} \alpha &= -\operatorname{ctg}(180^\circ - \alpha) \end{aligned}$$

$$\text{b) } 180^\circ < \alpha < 270^\circ.$$

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= -\sin(\alpha - 180^\circ) & \sin \alpha &= -\cos(270^\circ - \alpha) \\ \cos \alpha &= -\cos(\alpha - 180^\circ) & \cos \alpha &= -\sin(270^\circ - \alpha) \\ \operatorname{tg} \alpha &= \operatorname{tg}(\alpha - 180^\circ) & \operatorname{tg} \alpha &= \operatorname{ctg}(270^\circ - \alpha) \\ \operatorname{ctg} \alpha &= \operatorname{ctg}(\alpha - 180^\circ) & \operatorname{ctg} \alpha &= \operatorname{tg}(270^\circ - \alpha) \end{aligned}$$

c) $270^\circ \leq \alpha < 360^\circ$.

$$\begin{array}{ll} \sin \alpha = -\cos(\alpha - 270^\circ) & \sin \alpha = -\sin(360^\circ - \alpha) \\ \cos \alpha = \sin(\alpha - 270^\circ) & \cos \alpha = \cos(360^\circ - \alpha) \\ \operatorname{tg} \alpha = -\operatorname{ctg}(\alpha - 270^\circ) & \operatorname{tg} \alpha = -\operatorname{tg}(360^\circ - \alpha) \\ \operatorname{ctg} \alpha = -\operatorname{tg}(\alpha - 270^\circ) & \operatorname{ctg} \alpha = -\operatorname{ctg}(360^\circ - \alpha) \end{array}$$

(13a) Regel zur Bestimmung der Funktion eines gegebenen Winkels:

1) Man führe den Winkel α durch Addition oder Subtraktion eines entsprechenden ganzen Vielfachen von 360° auf einen Winkel α' zwischen 0° und 360° zurück.

2) Man bestimme den Quadranten von α' und das zur verlangten Funktion in diesem Quadranten gehörige Vorzeichen.

3) Man führe α' durch Subtraktion von 90° oder 180° oder 270° oder Ergänzung zu 180° oder 270° oder 360° auf einen spitzen Winkel α'' zurück und schlage im Falle der Verwendung von 180° und 360° die verlangte Funktion und im Falle der Verwendung von 90° und 270° die zugehörige Kofunktion in Tabelle C auf.

$$\begin{array}{l} \text{Beispiele: } \sin 1234^\circ 56' = \sin 154^\circ 56' = + \cos 64^\circ 56' = + 0,42367 \\ \cos (-876^\circ 54') = \cos 203^\circ 6' = - \cos 23^\circ 6' = - 0,91982 \\ \operatorname{tg} 765^\circ 43' = \operatorname{tg} 45^\circ 43' = + 1,0253 \\ \operatorname{ctg} 456^\circ 18' = \operatorname{ctg} 96^\circ 18' = - \operatorname{tg} 6^\circ 18' = - 0,11040 \end{array}$$

(13b) Regel zur Bestimmung des Winkels bei gegebener Funktion.

Bemerkung: Wenn es zu einem gegebenen Funktionswert überhaupt einen Winkel gibt, so gibt es unendlich viel Winkel, von denen zwei zwischen 0° und 360° liegen, während sich die übrigen von diesen um ganze Vielfache von 360° unterscheiden.

1) Man bestimme auf Grund des Vorzeichens der Funktion den Quadranten, in welchem der gesuchte Winkel x liegen muß.

2) Man suche in Tabelle C den spitzen Winkel $[x]$ auf, dessen betr. Funktion gleich dem absoluten Betrage des gegebenen Funktionswertes ist.

3) Man verbinde $[x]$ mit 180° resp. 360° derart durch Addition oder Subtraktion, daß man in den durch 1) bestimmten Quadranten gelangt; der erhaltene Winkel ist x .

$$\begin{array}{ll} \text{Beispiele: } 1) \sin x = 0,24680 & [x] = 14^\circ 19' \\ & x_1 = 14^\circ 19' + k \cdot 360^\circ \quad x_2 = 165^\circ 41' + k \cdot 360^\circ \\ 2) \cos x = -0,86420 & [x] = 30^\circ 13' \\ & x_1 = 149^\circ 47' + k \cdot 360^\circ \quad x_2 = 210^\circ 13' + k \cdot 360^\circ \\ 3) \operatorname{tg} x = -1,2345 & [x] = 50^\circ 59 \frac{1}{2}' \quad x = 129^\circ 1 \frac{1}{2}' + k \cdot 180^\circ \\ 4) \operatorname{ctg} x = 0,54321 & [x] = 61^\circ 29' \quad x = 61^\circ 29' + k \cdot 180^\circ \end{array}$$

(14) Die zyklometrischen Funktionen.

(Sie finden Anwendung in der höheren Mathematik, wo die Winkel nach Bogenmaß gemessen werden.) Die zyklometrischen Funktionen Arkussinus, Arkuskosinus, Arkustangens, Arkuskotangens sind die inversen Funktionen zu den trigonometrischen Funktionen.

$$\begin{array}{ll} \arcsin x = y, \text{ wenn } \sin y = x, & \arccos x = y, \text{ wenn } \cos y = x, \\ \arctg x = y, \text{ wenn } \operatorname{tg} y = x, & \operatorname{arccotg} x = y, \text{ wenn } \operatorname{ctg} y = x. \end{array}$$

Die zyklometrischen Funktionen sind unendlich vieldeutig; man erzielt Eindeutigkeit durch Einführung der Hauptwerte, diese liegen für Arkussinus und Arkustangens zwischen $-\frac{\pi}{2}$ und $+\frac{\pi}{2}$, für Arkuskosinus und Arkuskotangens zwischen 0 und π .

Beispiele:

1) $\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{11\pi}{6} + 2k\pi$, resp. $\frac{7\pi}{6} + 2k\pi$; Hauptwert: $-\frac{\pi}{6}$

2) $\arccos\frac{1}{2}\sqrt{2} = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$, resp. $\frac{7\pi}{4} + 2k\pi$; Hauptwert: $\frac{\pi}{4}$

3) $\operatorname{arctg}\sqrt{3} = \frac{\pi}{3} + k\pi$; Hauptwert: $\frac{\pi}{3}$

4) $\operatorname{arctg}(-1) = \frac{3}{4}\pi + k\pi$; Hauptwert: $\frac{3}{4}\pi$

(15)

C. Goniometrie.

1) Zwischen den vier Winkelfunktionen bestehen die drei fundamentalen Beziehungen:

1) $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ 2) $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ 3) $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$.

Aus ihnen ergibt sich die nachfolgende Tabelle, nm aus einer gegebenen Funktion die übrigen drei zu berechnen:

Gegeben \rightarrow Gesucht \downarrow	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$
$\sin \alpha =$	$\sin \alpha$	$\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$	$\operatorname{tg} \alpha$	$\frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}}$
$\cos \alpha =$	$\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$	$\cos \alpha$	$\frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}}$	$\operatorname{ctg} \alpha$
$\operatorname{tg} \alpha =$	$\frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}$	$\frac{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}{\cos \alpha}$	$\operatorname{tg} \alpha$	$\frac{1}{\operatorname{ctg} \alpha}$
$\operatorname{ctg} \alpha =$	$\frac{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}{\sin \alpha}$	$\frac{\cos \alpha}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}$	$\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$	$\operatorname{ctg} \alpha$

2) $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$

$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$

$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta} = \frac{1 \pm \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg} \alpha} = \operatorname{tg}(45^\circ + \alpha); \frac{1 - \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg} \alpha} = \operatorname{tg}(45^\circ - \alpha)$

$\operatorname{ctg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \beta \mp 1}{\operatorname{ctg} \alpha \pm \operatorname{ctg} \beta}$

3) $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$ $\sin \alpha = 2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}$

$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha$

$\cos \alpha = \cos^2 \frac{\alpha}{2} - \sin^2 \frac{\alpha}{2} = 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} - 1 = 1 - 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}$

$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$

$\sin \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}$

$\sin \alpha = \sqrt{\frac{1 - \cos 2\alpha}{2}}$

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}} \quad \cos \alpha = \sqrt{\frac{1 + \cos 2\alpha}{2}}$$

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$4) \sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin (\alpha \pm \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha \mp \operatorname{ctg} \beta = \frac{\sin (\beta \pm \alpha)}{\sin \alpha \sin \beta}$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\sin (\alpha + \beta) + \sin (\alpha - \beta)]$$

$$\cos \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} [\sin (\alpha + \beta) - \sin (\alpha - \beta)]$$

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos (\alpha - \beta) - \cos (\alpha + \beta)]$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos (\alpha - \beta) + \cos (\alpha + \beta)].$$

5) Goniometrische Gleichungen s. u. Gleichungen (31).

D. Dreiecksberechnung.

(16)

Das rechtwinklige Dreieck.

a) Gegeben Hypotenuse und eine Kathete. Geg. c, a .

$$1) \sin \alpha = \frac{a}{c} \quad 2) \beta = 90^\circ - \alpha \quad 3) b = c \cdot \cos \alpha = \sqrt{c^2 - a^2}$$

Entspr.: geg. c, b .

b) Gegeben Hypotenuse und ein Winkel. Geg. c, α .

$$1) a = c \sin \alpha \quad 2) b = c \cos \alpha \quad 3) \beta = 90^\circ - \alpha$$

Entspr.: geg. c, β .

c) Gegeben die beiden Katheten. Geg. a, b .

$$1) \operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b} \quad 2) \beta = 90^\circ - \alpha$$

$$3) c = \frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\cos \alpha} = \sqrt{a^2 + b^2}$$

d) Gegeben eine Kathete und der Gegenwinkel. Geg. a, α .

$$1) \beta = 90^\circ - \alpha \quad 2) b = a \operatorname{ctg} \alpha \quad 3) c = \frac{a}{\sin \alpha}$$

Entspr.: geg. b, β .

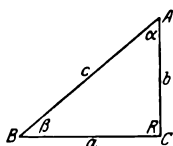


Abb. 5.

e) Gegeben eine Kathete und der Anwinkel. Geg. α, β .

$$1) \alpha = 90^\circ - \beta \quad 2) b = a \operatorname{tg} \beta \quad 3) c = \frac{a}{\cos \beta}$$

Entspr.: geg. b, α .

Das schiefwinklige Dreieck.

(17) 1) Formeln. a) $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$.

$$b) \text{ Sinussatz: } \frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2r.$$

c) Kosinussatz:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma = (a+b)^2 - 4ab \cos^2 \frac{\gamma}{2} = (a-b)^2 + 4ab \sin^2 \frac{\gamma}{2}.$$

$$d) \text{ Tangensformel: } \operatorname{tg} \alpha = \frac{a \sin \gamma}{b - a \cos \gamma} = \frac{a \sin \beta}{c - a \cos \beta}.$$

$$e) \text{ Projektionssatz: } a = b \cos \gamma + c \cos \beta.$$

$$f) \text{ Nepersche Gleichungen: } \frac{\operatorname{tg} \frac{\alpha + \beta}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\alpha - \beta}{2}} = \frac{a + b}{a - b}.$$

g) Halbwinkelsatz:

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{bc}} \quad \cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{s(s-a)}{bc}}$$

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{r}{s-a} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{s(s-a)}}.$$

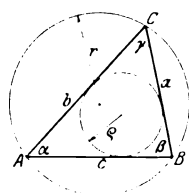


Abb. 6.

(18) 2) Lösung der Grundaufgaben.

a) Gegeben eine Seite und zwei Winkel. Geg. a, β, γ .

$$1) \alpha = 180^\circ - (\beta + \gamma) \quad 2) b = \frac{a \sin \beta}{\sin \alpha}$$

$$3) c = \frac{a \sin \gamma}{\sin \alpha}$$

b) Gegeben zwei Seiten und der eingeschlossene Winkel.

Geg. a, b, γ .

$$1. \text{ Lösung: } 1) c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma} \quad 2) \sin \alpha = a \cdot \frac{\sin \gamma}{c}$$

$$3) \sin \beta = b \cdot \frac{\sin \gamma}{c} \quad \text{Probe: } \alpha + \beta + \gamma = 180^\circ.$$

$$2. \text{ Lösung: } 1) \frac{\alpha + \beta}{2} = 90^\circ - \frac{\gamma}{2} \quad 2) \operatorname{tg} \frac{\alpha - \beta}{2} = \frac{a - b}{a + b} \operatorname{tg} \frac{\alpha + \beta}{2};$$

durch Addition, resp. Subtraktion von 1) und 2) erhält man α , resp. β .

$$3) c = \frac{a}{\sin \alpha} \sin \gamma = \frac{b}{\sin \beta} \sin \gamma \quad (\text{Probe!})$$

1) Für c), d), e), f), g) ergeben sich weitere Formeln durch zyklische Vertauschung der Seiten und Winkel.

c) Gegeben zwei Seiten und ein Gegenwinkel. Geg. a, b, α .

$$1) \sin \beta = \frac{\sin \alpha}{a} \cdot b \quad 2) \gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta) \quad 3) c = \frac{a}{\sin \alpha} \sin \gamma.$$

Ist $a > b$, so ist $\beta < 90^\circ$; es gibt stets ein, aber auch nur ein Dreieck.

Ist $b > a > b \sin \alpha$, so gibt es zwei Dreiecke; in dem einen ist $\beta < 90^\circ$, in dem andern $\beta > 90^\circ$.

Ist $b \sin \alpha > a$, so gibt es kein Dreieck.

d) Gegeben die drei Seiten. Geg. a, b, c .

$$1. \text{ Lösung: } 1) \cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc};$$

$$2a) \cos \beta = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca}; \quad 2b) \sin \beta = \frac{\sin \alpha}{a} \cdot b;$$

$$3a) \cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}; \quad 3b) \sin \gamma = \frac{\sin \alpha}{a} \cdot b.$$

$$[\text{Probe: } \alpha + \beta + \gamma = 180^\circ.]$$

$$2. \text{ Lösung: } 1) J = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}; \quad 2) \varrho = \frac{J}{s};$$

$$3) \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{\varrho}{s-a}; \quad 4) \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} = \frac{\varrho}{s-b};$$

$$5) \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} = \frac{\varrho}{s-c}. \quad [\text{Probe: } \alpha + \beta + \gamma = 180^\circ.]$$

IV. Geometrie.

(19)

A. Ebene Figuren.

1. Das Dreieck:

a, b, c die Seiten,

h_a, h_b, h_c die Höhen,

m_a, m_b, m_c die Mittellinien,

α, β, γ die Winkel;

ϱ der Radius des Inkreises, r der Radius des Umkreises, s der halbe Umfang.

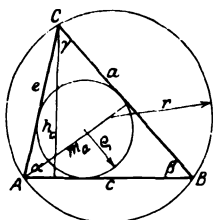


Abb. 7.

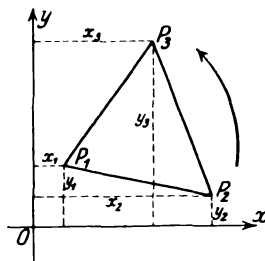


Abb. 8.

$$1) m_a^2 = \frac{1}{4} [-a^2 + 2b^2 + 2c^2],$$

$$a^2 = \frac{4}{9} [-m_a^2 + 2m_b^2 + 2m_c^2].$$

$$2) F = \frac{1}{2} a h_n = \frac{a b c}{4 r} = \varrho s = \frac{a b}{2} \sin \gamma = \frac{a^2 \sin \beta \sin \gamma}{2 \sin \alpha}$$

$$= 2 r^2 \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}.$$

Koordinatenmethode, Abb. 8:

$$F = \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)].$$

$F \geq 0$, wenn das Dreieck im Gegenzeigersinne umlaufen wird.
Uhrzeigersinne

Liegt der Koordinatenanfangspunkt in P_3 , so wird $F = \frac{1}{2} (x_1 y_2 - x_2 y_1)$.
 (S. a. Analytische Geometrie (82)).

Sonderfall: Das **rechtwinklige** Dreieck:

a, b Katheten, c Hypotenuse, h Höhe,
 p, q Hypotenusenabschnitte.

Pythagoreischer Lehrsatz:

$$a^2 = c p \quad b^2 = c q$$

$$c^2 = a^2 + b^2 \quad h^2 = p q.$$

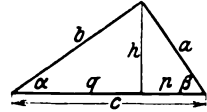


Abb. 9.

$$F = \frac{1}{2} a b = \frac{1}{2} c h = \frac{1}{2} a^2 \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2} b^2 \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{4} c^2 \sin 2 \alpha.$$

2. Das Viereck.

$$F = \frac{e}{2} (h_1 + h_2) = \frac{e \cdot f}{2} \sin \varepsilon.$$

Sonderfälle: 1) Das Trapez, Abb. 11:

$$m = \frac{a+b}{2} \quad F = \frac{h}{2} (a+b) = m h.$$

2) Das Tangentenviereck, Abb. 12:

$$s = \frac{1}{2} (a+b+c+d) \quad F = \varrho \cdot s.$$

3) Das Sehnenviereck, Abb. 13:

$$s = \frac{1}{2} (a+b+c+d) \quad F = \sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)}.$$

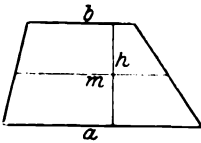


Abb. 11.

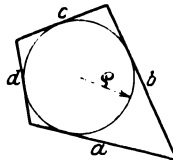


Abb. 12.

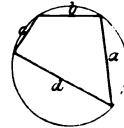


Abb. 13.

3. Das Vieleck.

Zur Berechnung des Inhaltes entweder Zerlegung in Dreiecke oder Koordinatenmethode, Abb. 14:

$$F = \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_n) + x_2(y_3 - y_1) + \dots + x_n(y_1 - y_{n-1})]$$

$$= \frac{1}{2} [y_1(x_n - x_2) + y_2(x_1 - x_3) + \dots + y_n(x_{n-1} - x_1)].$$

Über das Vorzeichen von F s. Dreieck. (S. a. Analytische Geometrie (82).)

Sonderfall: Das **regelmäßige Vieleck**.

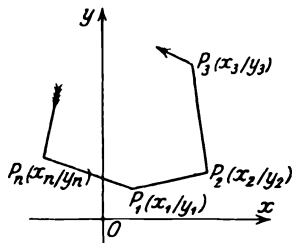


Abb. 14.

Ist r der Halbmesser des umschriebenen, ϱ der des eingeschriebenen Kreises, $a = 2\sqrt{r^2 - \varrho^2}$ die Seite und n die Anzahl der Seiten, so ist

$$F = \frac{1}{4} n a^2 \operatorname{ctg} \frac{180^\circ}{n} = \frac{1}{2} n r^2 \sin \frac{360^\circ}{n} = n \varrho^2 \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n} \quad \text{und}$$

$$U = n a = 2 n r \sin \frac{180^\circ}{n} = 2 n \varrho \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{n}$$

Der Winkel des Vielecks beträgt $180^\circ - \frac{360^\circ}{n}$.

n	F		a		r	ϱ
3	$0,433 a^2$	$1,299 r^2$	$1,732 r$	$3,464 \varrho$	$0,577 a$	$0,289 a$
4	$1,000 a^2$	$2,000 r^2$	$1,414 r$	$2,000 \varrho$	$0,707 a$	$0,500 a$
5	$1,721 a^2$	$2,378 r^2$	$1,176 r$	$1,453 \varrho$	$0,851 a$	$0,688 a$
6	$2,598 a^2$	$2,598 r^2$	$1,000 r$	$1,155 \varrho$	$1,000 a$	$0,866 a$
8	$4,828 a^2$	$2,828 r^2$	$0,765 r$	$0,828 \varrho$	$1,307 a$	$1,207 a$
10	$7,694 a^2$	$2,939 r^2$	$0,618 r$	$0,650 \varrho$	$1,618 a$	$1,539 a$

4. Der Kreis.

Ist r der Halbmesser, $d = 2r$ der Durchmesser eines Kreises, so ist

$$F = \pi r^2 = \frac{1}{4} \pi d^2 = \frac{1}{4} U d = 0,785398 \cdot d^2 \quad \text{und} \quad U = \pi d.$$

(Tafeln für F und U s. Tafel A.)



Abb. 15.

Ein Kreisring, Abb. 15, vom äußeren und inneren Durchmesser $D = 2R$ bzw. $d = 2r$, dem mittleren Halbmesser ϱ und der Ringbreite δ hat den Flächeninhalt

$$F = \pi (R^2 - r^2) = \frac{1}{4} \pi (D^2 - d^2) = 2 \pi \varrho \delta.$$

(Für F sind die Tafeln A zu benutzen.)



Abb. 16.

Der Flächeninhalt eines Kreisabschnittes, Abb. 16: Halbmesser = r , Zentriwinkel = φ° , Bogenlänge = b , Sehnenlänge = s und Bogenhöhe = h — beträgt

$$F = \frac{1}{2} r^2 (\operatorname{arc} \varphi - \sin \varphi) = \frac{r(b - s)}{2} + s h.$$



Abb. 17.

Sehr flache Kreisabschnitte haben angenähert $F = \frac{2}{3} s h$.

(Tafel D.)

Für den Kreisabschnitt, Abb. 17, gilt, wenn r den Halbmesser, b die Bogenlänge, φ den zum Bogen b gehörenden Zentriwinkel bedeutet,

$$F = \frac{1}{2} b r = \frac{r^2}{2} \operatorname{arc} \varphi \quad \text{und} \quad b = r \operatorname{arc} \varphi.$$

Bei einem Kreisringstück ist

$$F = \frac{(R^2 - r^2)}{2} \text{arc } \varphi = \varrho \delta \text{ arc } \varphi \quad (\text{Bezeichnungen s. Abb. 15}).$$

5. Beliebige Flächen.

Die Inhalte derselben lassen sich

- 1) durch Umfahren mit dem Planimeter, Integrator usw. feststellen,
- 2) auf folgende Weise berechnen:

Man teile die Fläche in n zur y -Achse parallele Streifen von gleicher Dicke h und wende eine der nachstehenden Regeln an, die nach dem Grad der Genauigkeit geordnet sind.

a) Trapezregel, Abb. 18:

$$F = h \left(\frac{y_0 + y_n}{2} + y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1} \right).$$

b) Einfache Simpsonsche Regel, Abb. 19:

$$F = \frac{h}{3} (y_0 + 4y_m + y_1).$$

Sie ist genau richtig, solange die begrenzende Kurve eine Parabel von höchstens dritter Ordnung ist.

c) Verallgemeinerte Simpsonsche Regel:

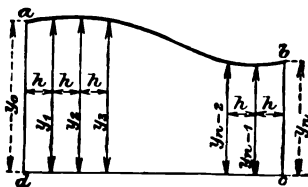


Abb. 18.

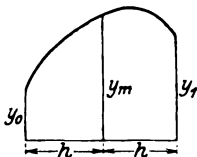


Abb. 19.

Die in Abb. 18 ersichtliche Fläche $abcd$ ist auf drei Seiten durch gerade Linien begrenzt, von denen $ad = y_0$ und $bc = y_n$ senkrecht auf dc stehen. Man teilt dc in

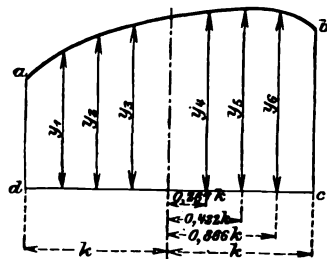


Abb. 20.

eine gerade Anzahl (n) gleicher Teile h und errichtet in den Teilpunkten Ordinaten $y_1, y_2, y_3 \dots y_{n-1}$, dann ist der Inhalt der Fläche $abcd$

$$F = \frac{1}{3} h [y_0 + y_n + 4(y_1 + y_3 + \dots + y_{n-1}) + 2(y_2 + y_4 + \dots + y_{n-2})].$$

d) Tschebyscheffsche Regel.

Um den Inhalt der in Abb. 20 dargestellten Fläche $abcd$ zu ermitteln, errichtet man auf der Geraden $dc = 2k$ zu beiden Seiten der Mittellinien — in den Entfernungen $0,267k$, $0,422k$ und $0,866k$ (s. Abb. 20) von dieser — je drei Ordinaten, deren Höhen mit $y_1, y_2, y_3 \dots y_6$ bezeichnet sind. Dann ist

$$F = \frac{1}{3} k (y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 + y_6).$$

e) Mit Hilfe der Integralrechnung, Abb. 21:

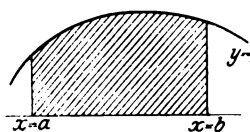


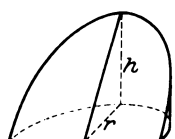
Abb. 21.

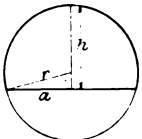
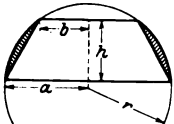
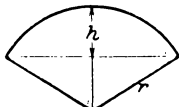
Ist $y = f(x)$ die Gleichung der begrenzenden Kurve, so ist der Inhalt des schraffierten Flächenstücks:

$$F = \int_a^b f(x) dx. \quad (\text{S. a. (62).})$$

(20)

B. Körper.

Körper	Bezeichnungen	V = Inhalt, O = Oberfläche, M = Mantel.
1. Prisma.	G Grundfläche, h Höhe.	$V = G \cdot h.$
Sonderfälle: a) Quader (rechtwinkliges Parallelepiped).	a, b, c die drei Kanten, d die Diagonale.	$V = abc, O = 2(ab + bc + ca),$ $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}.$
b) Würfel.	a Kante, d Diagonale.	$V = a^3, O = 6a^2, d = a\sqrt{3}.$
c) Schief abgeschnittenes Prisma.	N Normalschnitt, l Abstand der Schwerpunkte der beiden Grundflächen.	$V = N \cdot l.$
d) Schief abgeschnittenes dreiseitiges Prisma.	N Normalschnitt, a, b, c die drei Seitenkanten.	$V = \frac{1}{3} N (a + b + c).$
2. Zylinder.	G Grundfläche, h Höhe.	$V = G \cdot h.$
Sonderfälle: a) Gerader Kreiszylinder.	r Radius des Grundkreises, h Höhe.	$V = \pi r^2 h, O = 2\pi r(r + h),$ $M = 2\pi r h.$
b) Schief abgeschnittener gerader Kreiszylinder.	r Radius des Grundkreises, a die längste, b die kürzeste Mantellinie.	$V = \frac{\pi}{2} r^2 (a + b),$ $M = \pi r (a + b).$
c) Zylinderhuf (S. a. (104))		$V = \frac{2}{3} r^2 h.$ $M = 2r h.$
d) Hohlzylinder.	r_1 äußerer, r_2 innerer Radius, $d = r_1 - r_2$ Wandstärke, $\rho = \frac{1}{2} (r_1 + r_2)$ mittlerer Radius, h Höhe.	$V = \pi h (r_1^2 - r_2^2) = 2\pi h \rho d$ $= \pi h d (2r_1 - d) = \pi h d (d + 2r_2).$
3. Pyramide und Kegel.	G Grundfläche, h Höhe.	$V = \frac{1}{3} G h.$
Sonderfälle: a) Pyramiden- (Kegel-) stumpf.	G_1 und G_2 die beiden Grundflächen, h Höhe.	$V = \frac{1}{3} h (G_1 + \sqrt{G_1 G_2} + G_2)$

Körper	Bezeichnungen	V = Inhalt, O = Oberfläche, M = Mantel.
b) Kreiskegel.	r Radius der Grundfläche, h Höhe.	$V = \frac{\pi}{3} r^2 h.$
b') gerader Kreiskegel.	s Mantellinie.	$s = \sqrt{r^2 + h^2}$ $M = \pi r s, O = \pi r (r + s).$
c) Abgestumpfter Kreiskegel.	r_1, r_2 Radien der Grundflächen. h Höhe. $\sigma = r_1 + r_2, \delta = r_1 - r_2.$	$V = \frac{\pi}{3} h (r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2)$ $= \frac{\pi}{12} h (3 \sigma^2 + \delta^2).$
c') Abgestumpfter gerader Kreiskegel.	s Mantellinie.	$M = \pi s (r_1 + r_2) = \pi s \sigma.$
4. Kugel.	r Radius.	$V = \frac{4}{3} \pi r^3 = 4,18879 r^3.$ $O = 4 \pi r^2.$ $r = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}} = 0,620351 \sqrt[3]{V}.$
a) Vollkugel.		
b) Hohlkugel.	R äußerer, r innerer Radius.	$V = \frac{4}{3} \pi (R^3 - r^3).$
c) Kugelabschnitt.		$V = \frac{\pi}{6} h (3 a^2 + h^2)$ $= \frac{\pi}{3} h^2 (3 r - h).$
d) Kugelkappe. (Kugel-Haube, -Kalotte).	Abb. 23. $a^2 = h (2 r - h).$	$O = 2 \pi r h = \pi (a^2 + h^2).$
e) Kugelschicht.		$V = \frac{\pi}{6} h (3 a^2 + 3 b^2 + h^2).$
f) Kugelzone.	Abb. 24. $r^2 = a^2 + \left(\frac{b^2 + a^2 + h^2}{2 h} \right)^2.$	$O = 2 \pi r h.$
g) Kugelausschnitt.		$V = \frac{2}{3} \pi r^2 h.$
h) Kugelrinde.	s. Abb. 24	$V = \frac{\pi}{6} h s^2.$

(21) Umdrehungskörper und -flächen.**Guldin'sche Regeln.**

a) Bezeichnet l die Länge einer ebenen Kurve, die sich um eine in ihrer Ebene liegende, sie nicht schneidende Achse dreht, und r den Abstand des

Schwerpunktes der Kurve von dieser Achse, so ist die Größe der von l beschriebenen Umdrehungsfläche

$$O = 2 \pi r l.$$

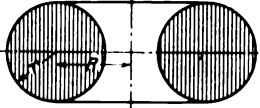
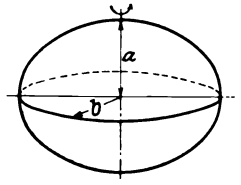
„Die Oberfläche eines Umdrehungskörpers ist gleich dem Produkte aus seiner Meridiankurve und dem Wege ihres Schwerpunktes.“

b) Bezeichnet f den Inhalt einer ebenen Fläche, die sich um eine in ihrer Ebene liegende, sie nicht schneidende Achse dreht, und r den Abstand des Schwerpunktes der Fläche von dieser Achse, so ist der Inhalt des von f beschriebenen Umdrehungskörpers

$$V = \pi r^2 f'.$$

„Der Inhalt eines Umdrehungskörpers ist gleich dem Produkt aus seiner Meridianfläche und dem Wege ihres Schwerpunktes.“

Beispiele:

a) Zylindrischer Ring.	 <p style="text-align: center;">Abb. 26.</p>	$V = 2 \pi^2 R r^2 = 19\,739 R r^2.$ $O = 4 \pi^2 R r = 39,478 R r.$
b) Umdrehungs-ellipsoid.	 <p style="text-align: center;">Abb. 27.</p>	$V = \frac{4}{3} \pi a b^2.$ <p>a) $a > b, \quad \varepsilon = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$ $O = 2 \pi b \left(b + a \frac{\arcsin \varepsilon}{\varepsilon} \right).$ <p>b) $a < b, \quad \varepsilon = \frac{\sqrt{b^2 - a^2}}{a}$ $O = 2 \pi \left\{ a^2 + b^2 \ln \frac{a(1 + \varepsilon)}{b} \right\}.$ </p></p>
b') Allgemeines Ellipsoid. (S. a. (104)).	a, b, c die drei Halbachsen.	$V = \frac{4}{3} \pi a b c.$
c) Umdrehungs-paraboloid.	h Höhe, r Radius der Grundfläche.	$V = \frac{\pi}{2} r^2 h.$
c') Abgestumpftes Umdrehungs-paraboloid.	h Höhe, r_1, r_2 Radien der beiden Grundflächen, r_m Radius des Mittelschnitts.	$V = \frac{\pi}{2} (r_1^2 + r_2^2) h.$ $V = \pi r_m^2 h.$

(22)

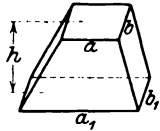
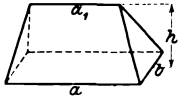
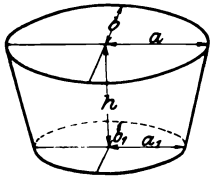
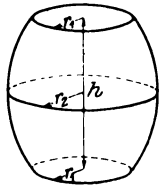
Simpsonsche Regel.

Ist ein Körper von zwei parallelen Ebenen vom Abstand h begrenzt, so ist sein Rauminhalt, wenn die beiden Grundflächen den Inhalt g_1 und g_2 und der Mittelschnitt den Inhalt g_m hat, gegeben durch die Formel

$$V = \frac{h}{6} (g_1 + 4 g_m + g_2).$$

Diese Formel gilt genau, solange der Inhalt y der zur Höhe x gehörigen Schnittfläche eine Funktion von höchstens drittem Grade von x ist.

Anwendungen:

Körper.	Bezeichnungen.	V = Inhalt. O = Oberfläche. M = Mantel.
a) Obelisk.	 <p>Abb. 28.</p>	$V = \frac{h}{6} [(2a + a_1)b + (a + 2a_1)b_1].$
b) Keil.	 <p>Abb. 29.</p>	$V = \frac{bh}{6} (2a + a_1).$
c) Kübel (Bottich).	 <p>Abb. 30.</p>	$V = \frac{\pi h}{6} [(2a + a_1)b + (a + 2a_1)b_1].$
d) Faß.	 <p>r_1 Bodenradius. r_2 Spundradius. Abb. 31.</p>	<p>a) kreisförmige Dauben: $V = \frac{\pi}{3} h (r_1^2 + 2r_2^2)$ angenähert.</p> <p>b) parabolische Dauben: $V = \frac{\pi}{15} h (8r_2^3 + 4r_1r_2 + 3r_1^2)$ genau.</p>

Allgemeinster Fall.

Der Körper werde durch Parallelebenen zur Grundfläche in Schichten zerlegt; ist y der Flächeninhalt der zur Schnitthöhe x gehörigen Schnittbene, so ist

$$V = \int_0^h y \, dx. \quad (\text{S. a. (104).})$$

V. Algebra.**Die Lehre von den Gleichungen.**

(23)

A. Allgemeines.

Eine Gleichung bleibt richtig, wenn man auf beiden Seiten dieselben Operationen vornimmt; insbesondere kann man auf beiden Seiten dieselbe Größe

addieren, dieselbe Größe subtrahieren, beide Seiten mit derselben Größe multiplizieren, durch dieselbe Größe dividieren, beide Seiten mit derselben Größe potenzieren, radizieren, logarithmieren.

Man hüte sich aber, durch Null oder einen die Unbekannte enthaltenden Ausdruck zu dividieren.

Auf diesen Grundsätzen beruhen alle Methoden der Auflösung von Gleichungen.

Es gibt zwei Arten von Gleichungen: identische Gleichungen und Bestimmungsgleichungen.

Eine identische Gleichung ist eine solche, die eine algebraische oder rechnerische Umformung ausdrückt. Zu ihnen gehören insbesondere die Formeln

$$\text{Beispiele: } 7 + 3 \cdot 4 = 19 \quad a^2 - b^2 = (a + b)(a - b).$$

Eine Bestimmungsgleichung ist eine solche, die zur Ermittlung von unbekanntem Größen dient. Nur von diesen soll im Folgenden die Rede sein.

„Eine Gleichung auflösen“ heißt, für die Unbekannte einen Wert zu suchen, der die Bestimmungsgleichung in eine identische überführt.

Zur Bestimmung von n Unbekannten gehört ein System von n voneinander unabhängigen Gleichungen.

Gleichungen, die sich auf eine solche Form bringen lassen, daß die Unbekannten nur als Basen von Potenzen mit ganzzahligen Exponenten auftreten, heißen algebraische Gleichungen, alle übrigen sind transzendente Gleichungen.

Algebraische Gleichungen. Unter einer Gleichung n -ten Grades mit einer Unbekannten x versteht man eine Gleichung, die sich auf die Form bringen läßt

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_k x^k + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 = 0.$$

Die Größen a_k sind gegebene Größen; a_k heißt der Koeffizient von x^k , a_0 heißt auch Absolutglied. Ist bei einer Gleichung mit mehreren Unbekannten die Summe der Exponenten der Unbekannten für jedes Glied nicht größer als n , so heißt diese eine Gleichung n -ten Grades mit mehreren Unbekannten.

Exakt lösen lassen sich nur solche Gleichungen, die sich auf Gleichungen höchstens vierten Grades mit einer Unbekannten zurückführen lassen. Bei der Lösung der übrigen muß man sich meist auf Näherungsmethoden beschränken, die auch schon im Falle der Gleichungen dritten und noch mehr vierten Grades im allgemeinen der exakten Lösungsmethode vorzuziehen sind.

B. Exakte Lösung von Gleichungen.

I. Algebraische Gleichungen.

(24) Gleichungen I. Grades

a) mit einer Unbekannten. Grundform:

$$ax + b = 0, \text{ woraus folgt: } x = -\frac{b}{a}.$$

Beispiele zur Überführung einer Gleichung auf die Grundform:

$$1) \quad 17x + 18 - 29x - 127 + 23 - 5x - 13 - 14x$$

Regel: Man bringe die x enthaltenden Glieder auf eine Seite allein! Glieder der einen Seite kommen mit entgegengesetztem Vorzeichen auf die andere Seite.

$$17x - 29x + 5x + 14x + 18 - 127 + 23 - 13 \quad \text{zusammenfassen!}$$

$$7x = 119$$

Regel: Faktor der einen Seite wird Divisor der anderen Seite.

$$x = 17$$

$$2) \quad 6(5x-2) - 5(6x-5) = 4(9-2x) + 1$$

Regel: Man löse die Klammern auf!

$$30x - 12 - 30x + 25 = 36 - 8x + 1$$

Weiter wie in 1).

$$x = 3$$

$$3) \quad \frac{x-a}{bc} - \frac{x+c}{ab} = \frac{2(b-c)}{ab} - \frac{x+b}{ac}$$

Regel: Man multipliziere beide Seiten mit dem Hauptnenner!

$$ax - a^2 - cx - c^2 = 2bc - 2c^2 - bx - b^2.$$

Weiter wie in 1).

$$x(a+b-c) = a^2 - b^2 + 2bc - c^2$$

$$x(a+b-c) = (a+b-c)(a-b+c)$$

$$x = a - b + c$$

$$4) \quad \frac{9}{5x} - \frac{8}{10x-5} = \frac{4x-1}{4x^2-1}$$

Hauptnenner: $5x(2x+1)(2x-1)$.

Im übrigen siehe 3).

$$36x^2 - 9 - 16x^2 - 8x = 20x^2 - 5x$$

$$x = -3.$$

$$5) \quad \sqrt{9x^2 - 20} + 3x = 10$$

Regel: Man bringe die Wurzel auf eine Seite allein und potenziere, so daß die Wurzel wegfällt:

$$\sqrt{9x^2 - 20} = 10 - 3x$$

$$9x^2 - 20 = 100 - 60x + 9x^2$$

$$60x = 120$$

$$x = 2.$$

(25) b) mit zwei Unbekannten. Grundform:

$$a_1 x + b_1 y + c_1 = 0$$

$$a_2 x + b_2 y + c_2 = 0.$$

Lösungsmethoden:

1) **Additionsmethode:** α) Man multipliziere, um x zu erhalten, die obere Gleichung mit b_2 , die untere mit $-b_1$.

$$a_1 b_2 x + b_1 b_2 y + c_1 b_2 = 0$$

$$-a_2 b_1 x - b_2 b_1 y - c_2 b_1 = 0.$$

Nach Addition beider Gleichungen erhält man dann

$$x(a_1 b_2 - a_2 b_1) = b_1 c_2 - b_2 c_1$$

$$x = \frac{b_1 c_2 - b_2 c_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1}.$$

β) Man multipliziere, um y zu erhalten, die obere Gleichung mit a_2 , die untere mit $-a_1$ und addiere sodann

$$a_1 a_2 x + b_1 a_2 y + c_1 a_2 = 0$$

$$-a_2 a_1 x - b_2 a_1 y - c_2 a_1 = 0$$

$$y(b_1 a_2 - b_2 a_1) = c_2 a_1 - c_1 a_2$$

$$y = \frac{c_2 a_1 - c_1 a_2}{b_1 a_2 - b_2 a_1}.$$

Beispiel: $21x - 19y = 70 \quad | \cdot 3 \quad | \cdot 2$

$$2x + 3y = 27 \quad | \cdot 19 \quad | \cdot 21$$

$$63x - 57y = 210$$

$$42x - 38y = 140$$

$$38x - 57y = 513$$

$$-42x - 63y = +567$$

$$101x = -303$$

$$-101y = +707$$

$$x = -3$$

$$y = -7$$

2) **Gleichsetzungsmethode:** Man löse, um x (y) zu berechnen, beide Gleichungen nach y (x) auf und setze beide Ausdrücke einander gleich, wodurch man eine Gleichung mit nur einer Unbekannten x (y) erhält.

$$y = -\frac{a_1 x + c_1}{b_1} = -\frac{a_2 x + c_2}{b_2}$$

Multiplizieren mit $-b_1 b_2$ ergibt

$$a_1 b_2 x + c_1 b_2 = a_2 b_1 x + c_2 b_1$$

$$x = \frac{c_2 b_1 - c_1 b_2}{a_1 b_2 - a_2 b_1}$$

$$x = -\frac{b_1 y + c_1}{a_1} = -\frac{b_2 y + c_2}{a_2}; \text{ hieraus}$$

$$y = \frac{c_2 a_1 - c_1 a_2}{b_1 a_2 - b_2 a_1}$$

Beispiel:
$$\begin{cases} 8x + 5y = 49 \\ 7x + 15y = 101 \end{cases} \quad y = -\frac{8x + 49}{5} = -\frac{7}{15}x + \frac{101}{15}$$

$$\begin{aligned} & 31x = 248 \\ & x = 8 \\ x = 8 \Rightarrow & 5y + 49 = -\frac{15}{7}y + \frac{101}{7} \\ & 155y = 465 \\ & y = 3 \end{aligned}$$

3) **Einsetzungsmethode:** Man löse, um x (y) zu berechnen, die eine Gleichung nach y (x) auf und setze den gefundenen Ausdruck in die andere Gleichung ein

$$y = -\frac{a_1 x + c_1}{b_1} \quad a_2 x - b_2 \left(-\frac{a_1 x + c_1}{b_1} \right) + c_2 = 0 \quad x = \frac{c_2 b_1 - c_1 b_2}{a_1 b_2 - a_2 b_1}$$

$$x = -\frac{b_1 y + c_1}{a_1} \quad -a_2 \left(-\frac{b_1 y + c_1}{a_1} \right) + b_2 y + c_2 = 0 \quad y = \frac{c_2 a_1 - c_1 a_2}{a_2 b_1 - a_1 b_2}$$

Beispiel:
$$\begin{cases} 5x + 3y = 2 \\ 3x + 2y = 1 \end{cases} \quad \text{Aus der zweiten Gleichung folgt } y = -\frac{3}{2}x + \frac{1}{2};$$

dies in die erste Gleichung eingesetzt: $5x - \frac{9}{2}x + 2 = 0, x = -1$ und hieraus $y = 1$.

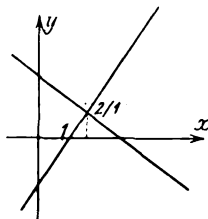


Abb. 32.

4. **Zeichnerische Lösung:** Da (s. (83)) jede lineare Gleichung zwischen x und y im rechtwinkligen Koordinatensystem die Gleichung einer Geraden ist, so zeichne man die beiden Geraden, die die Gleichungen $a_1 x + b_1 y + c_1 = 0$, resp. $a_2 x + b_2 y + c_2 = 0$ haben: die Koordinaten ihres Schnittpunktes geben das Lösungspaar der Gleichungen.

Beispiel:
$$\begin{cases} 5x + 7y = 17 \\ 7x - 5y = 9 \end{cases} \quad x = 2, \quad y = 1.$$

(26) c) mit mehr als zwei Unbekannten.

Sie werden durch schrittweises Eliminieren der Unbekannten nach den unter b) angeführten Methoden gelöst.

Beispiel: 1)
$$\begin{cases} 3x + 2y + 3z = 110 \\ 5x + y - 4z = 0 \\ 2x + 3y + z = 0 \end{cases} \quad \begin{array}{l} 1) \text{ Elimination von } z: \\ a) \text{ man multipliziere die erste Gleichung mit } +4, \\ \text{ die zweite mit } +3 \text{ und addiere;} \\ \text{ Ergebnis: } 27x + 11y = 440. \end{array}$$

β) Man multipliziere die zweite Gleichung mit 1, die dritte mit 4 und addiere;
Ergebnis: $13x - 11y = 0$.

2) Nun hat man ein System zweier Gleichungen mit den beiden Unbekannten x und y erhalten:

$$\begin{cases} 27x - 11y = 440 \\ 13x - 11y = 0 \end{cases}$$

Ihre Lösungen sind nach den Methoden von b) zu finden: $x = 11$, $y = 13$; setzt man diese beiden Werte in irgendeine der gegebenen Gleichungen ein, so ergibt sich $z = 17$.

$$2) \quad \begin{array}{cccc|ccc} x + y & + & z & + & u & = & 24 & | & 1 & 3 & | \\ x + 2y & + & 3z & + & 9u & = & 0 & | & 1 & & | & 2 \\ 3x & + & y & + & 5z & + & u & = & 0 & | & & | & 1 \\ 2x & + & 3y & + & 4z & + & 5u & = & 0 & | & & | & 1 \end{array}$$

Am bequemsten dürfte hier die Elimination von x sein.

$$\begin{array}{cccc|ccc} & y & + & 2z & + & 10u & = & 24 \\ & 4y & + & 8z & + & 2u & = & 72 \\ & y & + & 10z & + & 13u & = & 0 \end{array}$$

Vereinfachung der zweiten Gleichung.

$$\begin{array}{cccc|ccc} - & y & - & 2z & + & 10u & = & 24 \\ & 2y & + & 4z & + & u & = & 36 \\ & y & + & 10z & + & 13u & = & 0 \\ & & & & & 21u & = & 84 \end{array}$$

Elimination von y .

$u = 4$ Einsetzen dieses Wertes in irgend zwei Gleichungen (erste und dritte) des letzten Systems.

$$\begin{array}{ccc|l} - & y & + & 2z & = & 16 \\ & y & + & 10z & = & 52 \\ & 8z & = & 36 \end{array}$$

Addieren!

$$z = 4\frac{1}{2} \quad y = 7 \quad x = 8\frac{1}{2}.$$

Gleichungen 2. Grades

(27) a) mit **einer** Unbekannten.

Grundform: $a_2 x^2 + a_1 x + a_0 = 0$. Durch Division mit a_2 erhält man die Normalform: $x^2 + p x + q = 0$.

1) **Algebraische Lösung**: $x_1 = -\frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$; $x_2 = -\frac{p}{2} - \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$.

Beispiele:

$$1) x^2 - 13x + 30 = 0; \quad x_1 = \frac{13}{2} + \sqrt{\frac{169}{4} - 30} = 15; \quad x_2 = \frac{13}{2} - \sqrt{\frac{169}{4} - 30} = 2$$

$$2) x^2 + 13x + 30 = 0; \quad x_1 = -\frac{13}{2} + \sqrt{\frac{169}{4} - 30} = -3; \quad x_2 = -\frac{13}{2} - \sqrt{\frac{169}{4} - 30} = -10$$

$$3) x^2 + x - 1 = 0; \quad x_1 = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5}; \quad x_2 = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{5}$$

$$4) 3x^2 - 5x + 11 = 0; \quad x^2 - \frac{5}{3}x + \frac{11}{3} = 0; \quad x_{1,2} = \frac{5}{6} \pm \frac{i}{6}\sqrt{107}$$

Eigenschaften: Jede Gleichung zweiten Grades hat zwei Wurzeln, die entweder reell und verschieden, oder reell und gleich, oder konjugiert komplex sind. Ferner ist

$$x_1 + x_2 = -p; \quad x_1 \cdot x_2 = q.$$

2. **Trigonometrische Lösung**: Es sind zwei Fälle auseinanderzuhalten:

α) die quadratische Gleichung hat die Form

$$a_2 x^2 + a_1 x + a_0 = 0; \quad a_2 > 0, \quad a_0 > 0.$$

Man setze $\sin \varphi = \frac{2}{a_1} \sqrt{a_2 a_0}$; dann wird

$$x_1 = -\sqrt{\frac{a_0}{a_2}} \operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2}; \quad x_2 = -\sqrt{\frac{a_0}{a_2}} \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2};$$

β) die quadratische Gleichung hat die Form

$$a_2 x^2 + a_1 x + a_0 = 0; \quad a_2 > 0, \quad a_0 < 0.$$

Man setze $\operatorname{tg} \varphi = \frac{2}{a_1} \sqrt{a_0 a_2}$; dann wird

$$x_1 = \sqrt{\frac{a_0}{a_2}} \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}; \quad x_2 = -\sqrt{\frac{a_0}{a_2}} \operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2}.$$

Beispiele:

6,54321 x^2 - 11,3496 x + 4,03899 = 0			1,73205 x^2 + 6,92820 x - 36,37307 = 0		
	Num	Log		Num	Log
a_2	6,54321	a_2 0,81579	a_2	1,73205	a_2 0,23856
a_1	-11,3496	a_0 0,60627	a_1	6,92820	a_1 1,56078
a_0	4,03899	$a_2 \cdot a_0$ 1,42206	a_0	36,37307	$a_2 \cdot a_0$ 1,79934
φ	64°56'20''	$\sqrt{a_2 \cdot a_0}$ 0,71103	φ	66°25'19''	$\sqrt{a_2 \cdot a_0}$ 0,89967
$\frac{\varphi}{2}$	32°28'10''	a_1 1,05500	$\frac{\varphi}{2}$	33°12'40''	a_1 0,84062
2		$\sin \varphi$ 9,95706	2		$\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}$ 0,36008
x_1	1,2347	$\frac{a_0}{a_2}$ 0,79048 - 1	x_1	3,0000	$\frac{a_0}{a_2}$ 1,32222
x_2	0,49995	$\frac{a_0}{a_2}$ 0,89524 1	x_2	-7,0000	$\frac{a_0}{a_2}$ 0,66111
		$\operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2}$ 0,19632			$\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}$ 9,31601
		$\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}$ 9,80368			$\operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2}$ 0,18399
		x_1 0,09156			x_1 0,47712
		x_2 0,69892 - 1			x_2 0,84510

3) **Zeichnerische Lösung** (s. Nomographie (109)).

(28) b) mit **zwei** Unbekannten.

$$\text{Grundform: } a_1 x^2 + b_1 x y + c_1 y^2 + d_1 x + e_1 y + f_1 = 0,$$

$$a_2 x^2 + b_2 x y + c_2 y^2 + d_2 x + e_2 y + f_2 = 0.$$

Durch Elimination der einen Unbekannten erhält man im allgemeinen Falle für die andere Unbekannte eine Gleichung vierten Grades. Läßt sich diese auflösen, so ergeben sich insgesamt vier Wertepaare x/y , die die gegebenen Gleichungen befriedigen. Da die Lösung der allgemeinen Gleichung vierten Grades mehr oder weniger algebraische Schwierigkeiten verursacht, so sollen hier die wichtigsten Sonderfälle hervorgehoben und an Beispielen erläutert werden.

1) Die beiden Gleichungen sind in x und y rein quadratisch.

Beispiel:

$$\begin{cases} 6x^2 + 5y^2 = 74 \\ 5x^2 - 6y^2 = 21 \end{cases}$$

Lineare Gleichungen mit den Unbekannten x^2 und y^2 ; durch Auflösen nach diesen ergibt sich $x^2 = 9$, $y^2 = 4$, und hieraus

$$\begin{array}{r} x = \begin{array}{|c|c|c|} \hline +3 & +3 & -3 \\ \hline \end{array} \\ y = \begin{array}{|c|c|c|} \hline +2 & -2 & +2 \\ \hline \end{array} \end{array}$$

2) Eine der beiden Gleichungen ist in x und y linear, oder durch Verbindung beider Gleichungen läßt sich eine solche herstellen.

Beispiele:

$$1) \begin{cases} x^2 + 2xy - y^2 - 7x + 7y = 0 \\ 2x - y - 5 = 0 \end{cases}$$

Aus der zweiten Gleichung folgt $y = 2x - 5$; setzt man diesen Ausdruck in die erste Gleichung ein, so ergibt sich für x die Gleichung $x^2 + 17x - 60 = 0$; ihre Lösungen sind $x_1 = -20$, $x_2 = 3$; mit Hilfe der Substitutionsgleichung folgt weiter $y_1 = -45$, $y_2 = 1$.

$$2) \begin{cases} 2xy - 5x - y - 3 = 0 \\ xy - 2x + y - 9 = 0 \end{cases}$$

Man eliminiere aus beiden Gleichungen xy und erhält die lineare Gleichung $x + 3y - 15 = 0$. Man kombiniere diese mit einer der gegebenen Gleichungen und erhält entsprechend dem vorangehenden Beispiel

$$\begin{array}{l|l|l} x = & 6 & 2 \\ y = & 3 & \frac{13}{3} \end{array}$$

3) Das Verhältnis der beiden Unbekannten ist gegeben oder läßt sich ermitteln.

Beispiele:

$$1) \begin{cases} x^2 - y^2 - x + y + 18 = 0 \\ x : y = 2 : 3 \end{cases}$$

Man setze $x = 2t$, $y = 3t$ in die erste Gleichung ein und erhält für die Unbekannte t die Gleichung $-5t^2 + t + 18 = 0$, aus welcher sich ergibt $t_1 = 2$, $t_2 = -\frac{9}{5}$, also mit Hilfe der Substitutionsgleichungen

$$\begin{array}{l|l|l} x = & 4 & -3\frac{3}{5} \\ y = & 6 & -5\frac{2}{5} \end{array}$$

$$2) \begin{cases} 5x^2 - 4xy + 3y^2 = 20 \\ xy - x^2 = 2 \end{cases}$$

Beide linken Seiten sind homogen vom 2. Grade. Man dividiere beide Gleichungen durcheinander

$$\frac{5x^2 - 4xy + 3y^2}{xy - x^2} = 10$$

und erhält die in x und y homogene Gleichung $15x^2 - 14xy + 3y^2 = 0$; dividiert man diese durch x^2 , so ergibt sich für das Verhältnis $\frac{y}{x}$ die quadratische Gleichung

$3\left(\frac{y}{x}\right)^2 - 14\left(\frac{y}{x}\right) + 15 = 0$, deren Lösungen $\left(\frac{y}{x}\right)_1 = 3$, $\left(\frac{y}{x}\right)_2 = \frac{5}{3}$ sind. Man kombiniere jeden der beiden Werte mit irgendeiner der gegebenen Gleichung und bekommt entsprechend dem vorangehenden Beispiele die Lösungspaare

$$\begin{array}{l|l|l|l|l} x = & 1 & -1 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} \\ y = & 3 & -3 & \frac{5}{3} & -\frac{5}{3}\sqrt{3} \end{array}$$

Zeichnerische Lösung.

Da (s. Analytische Geometrie (85) ÷ (89)) im rechtwinkligen Koordinatensystem jede Gleichung 2. Grades zwischen x und y die Gleichung eines Kegelschnittes ist, zeichne man die beiden Kegelschnitte, deren Gleichungen

$$a_1x^2 + b_1xy + c_1y^2 + d_1x + e_1y + f_1 = 0,$$

resp.

$$a_2x^2 + b_2xy + c_2y^2 + d_2x + e_2y + f_2 = 0$$

sind; die Koordinaten ihrer Schnittpunkte geben die Lösungspaare des Gleichungssystems.

Beispiel: $\begin{cases} 6x^2 + 5y^2 = 74 \\ 5x^2 - 6y^2 = 21 \end{cases} \quad \begin{array}{l|l|l|l|l} x = & 3 & 3 & -3 & -3 \\ y = & 2 & -2 & 2 & -2 \end{array}$

Abb. 33.

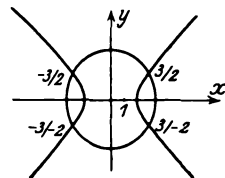


Abb. 33.

(29) Gleichungen höheren Grades, die sich auf Gleichungen 2. Grades zurückführen lassen.

Symmetrische (reziproke) Gleichungen.

a) Die symmetrische Gleichung 3. Grades hat die Form

$$ax^3 + bx^2 + bx + a = 0, \quad \text{resp.} \quad ax^3 + bx^2 - bx - a = 0.$$

Sie hat stets die Lösung $x_1 = -1$, resp. $x_1 = +1$. Durch Division der linken Seite durch $x+1$, resp. $x-1$ ergibt sich die Gleichung 2. Grades, welche die übrigen beiden Lösungen, die überdies zueinander reziprok sind, liefert.

Beispiele:

$$1) \quad 2x^3 - 3x^2 - 3x + 2 = 0 \quad x_1 = -1$$

$$(2x^3 - 3x^2 - 3x + 2) : (x + 1) = 2x^2 - 5x + 2 = 0 \quad x_2 = 2 \quad x_3 = \frac{1}{2}$$

$$2) \quad 2x^3 - 7x^2 + 7x - 2 = 0 \quad x_1 = 1$$

$$\text{Gleichung 2. Grades:} \quad 2x^2 - 5x + 2 = 0 \quad x_2 = 2 \quad x_3 = \frac{1}{2}$$

b) Die symmetrische Gleichung 4. Grades hat die Form

$$ax^4 + bx^3 + cx^2 + bx + a = 0, \quad \text{resp.} \quad ax^4 + bx^3 + cx^2 - bx + a = 0$$

Man dividiere sie durch x^2 und fasse zusammen, wie folgt:

$$a \left(x^2 + \frac{1}{x^2} \right) + b \left(x + \frac{1}{x} \right) + c = 0,$$

$$\text{resp.} \quad a \left(x^2 + \frac{1}{x^2} \right) + b \left(x - \frac{1}{x} \right) + c = 0$$

$$\text{und setze} \quad x + \frac{1}{x} = y, \quad x^2 + \frac{1}{x^2} = y^2 - 2,$$

$$\text{resp.} \quad x - \frac{1}{x} = y, \quad x^2 + \frac{1}{x^2} = y + 2,$$

wodurch sich für y jedesmal eine Gleichung 2. Grades ergibt, deren 2 Lösungen sich also bestimmen lassen; aus jeder erhält man dann mittels der Substitutionsgleichung $x + \frac{1}{x} = y$, resp. $x - \frac{1}{x} = y$ je zwei Lösungen für x .

$$\text{Beispiele: } 1) \quad 2x^4 - 3x^3 - x^2 - 3x - 2 = 0, \quad x + \frac{1}{x} = y, \quad 2y^2 - 3y - 5 = 0$$

$$y_1 = -1, \quad y_2 = 2\frac{1}{2}, \quad x_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \frac{i}{2}\sqrt{3}, \quad x_3 = 2, \quad x_4 = \frac{1}{2},$$

$$2) \quad 3x^4 + 8x^3 - 6x^2 - 8x + 3 = 0, \quad x - \frac{1}{x} = y, \quad 3y^2 - 8y = 0, \quad y_1 = 0, \quad y_2 = \frac{8}{3},$$

$$x_1 = 1, \quad x_2 = -1, \quad x_3 = -3, \quad x_4 = \frac{1}{3}.$$

(30) Gleichungen 3. Grades mit einer Unbekannten.

Grundform: $a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = 0$. Durch Division mit a erhält man die

$$\text{Normalform:} \quad x^3 + b_2x^2 + b_1x + b_0 = 0.$$

Führt man durch die Substitutionsgleichung $x = y - \frac{b_2}{3}$ an Stelle von x eine neue Unbekannte y ein und ersetzt wieder y durch x , so geht die Gleichung über in die reduzierte Gleichung:

$$x^3 - 3px - 2q = 0.$$

a) $p^3 < q^2$. Eine Lösung reell, die beiden anderen konjugiert komplex. Cardanische Lösung:

$$x_1 = \sqrt[3]{q + \sqrt{q^2 - p^3}} + \sqrt[3]{q - \sqrt{q^2 - p^3}},$$

$$x_{2,3} = -\frac{1}{2} \left(\sqrt[3]{q + \sqrt{q^2 - p^3}} + \sqrt[3]{q - \sqrt{q^2 - p^3}} \right) \pm \frac{i}{2} \sqrt{3} \left(\sqrt[3]{q + \sqrt{q^2 - p^3}} - \sqrt[3]{q - \sqrt{q^2 - p^3}} \right).$$

Beispiele:

1) $x^3 - 9x + 28 = 0$, $p = 3$, $q = -14$, $\sqrt{q^2 - p^3} = 13$.
 $\sqrt[3]{q + \sqrt{q^2 - p^3}} = -1$, $\sqrt[3]{q - \sqrt{q^2 - p^3}} = -3$, $x_1 = -4$, $x_{2,3} = 2 \pm i\sqrt{3}$,

2) $x^3 - x - 7 = 0$, $p = \frac{1}{3}$, $q = \frac{7}{2}$, $\sqrt{q^2 - p^3} = 3,4947$.
 $\sqrt[3]{q + \sqrt{q^2 - p^3}} = 1,9124$, $\sqrt[3]{q - \sqrt{q^2 - p^3}} = 0,1743$,
 $x_1 = 2,0867$, $x_{2,3} = 1,0434 \pm 1,5052i$.

b) $p^3 > q^2$. Alle drei Lösungen reell.

Trigonometrische Lösung: $\cos 3\varphi = \frac{q}{p\sqrt{p}}$,

$$x_1 = 2\sqrt{p} \cos \varphi, \quad x_2 = 2\sqrt{p} \cos(\varphi + 120^\circ), \quad x_3 = 2\sqrt{p} \cos(\varphi + 240^\circ).$$

Beispiel: $x^3 - 30x + 20 = 0$, $p = 10$, $q = -10$,
 $\cos 3\varphi = -\frac{1}{\sqrt{10}} = -0,316228$, $3\varphi = 108^\circ 26' 6''$, $\varphi = 36^\circ 8' 42''$,
 $x_1 = 2\sqrt{10} \cos 36^\circ 8' 42'' = +5,1072$,
 $x_2 = 2\sqrt{10} \cos 156^\circ 8' 42'' = -5,7842$,
 $x_3 = 2\sqrt{10} \cos 276^\circ 8' 42'' = +0,67702$.

Zeichnerische Lösung (s. Nomographie (108)).

(31) B. Transzendente Gleichungen.

Unter den wichtigsten transzendenten Gleichungen, die sich häufig auf algebraische Gleichungen zurückführen lassen und daher oft eine exakte Lösung gestatten, seien einige besondere Gruppen angeführt:

A. Die **goniometrischen Gleichungen**: Anleitung: Man suche nach Möglichkeit die Gleichung auf eine solche einer einzigen Funktion eines einzigen Winkels zurückzuführen.

Beispiele:

1) $\sin x = n \cos x$ (Division durch $\cos x$)
 $\operatorname{tg} x = n$
 $[: n = 0,75: x = 36^\circ 52' + k \cdot 180^\circ :]$

2) $\operatorname{tg} x = n \sin x$ (Multiplikation mit $\cos x$)
 $\sin x - n \sin x \cos x = 0$,
 $\sin x (1 - n \cos x) = 0$,

a) $\sin x = 0$ $x_1 = k \cdot 180^\circ$

b) $\cos x = \frac{1}{n}$ $[: n = 2: x_2 = 60^\circ + k \cdot 360^\circ, x_3 = 300^\circ + k \cdot 360^\circ :]$

$$3) \quad \begin{aligned} \operatorname{tg} x &= n \cos x & \sin x &= n \cos^2 x, & n \sin^2 x + \sin x - n &= 0, \\ \sin^2 x + \frac{1}{n} \sin x - 1 &= 0, & \sin x &= \frac{1}{2n} \pm \frac{1}{2n} \sqrt{1 + 4n^2} \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{aligned} n &= -2; & \sin x &= \frac{1}{4} (1 \pm \sqrt{17}); & [\sin x_1 = 1,2808], & \sin x_2 = -0,78078 \\ & & x_1' &= 308^\circ 40' 6'' + k \cdot 360^\circ \\ & & x_2' &= 231^\circ 19' 54'' + k \cdot 360^\circ \end{aligned} \right.$$

$$4) \quad \begin{aligned} \cos 2x + a \cos x + b &= 0 & 2 \cos^2 x + a \cos x + b - 1 &= 0, & \text{da } \cos 2x &= 2 \cos^2 x - 1, \\ \cos 2x + a \sin x + b &= 0 & 2 \sin^2 x - a \sin x - b - 1 &= 0, & \text{da } \cos 2x &= 1 - 2 \sin^2 x. \end{aligned}$$

$$5a) \quad \cos rx = \cos sx \quad \cos rx - \cos sx = 0; \text{ da } \cos \alpha - \cos \beta = 2 \sin \frac{\beta + \alpha}{2} \sin \frac{\beta - \alpha}{2}.$$

$$\text{so folgt: } 2 \sin \frac{s+r}{2} x \sin \frac{s-r}{2} x = 0, \text{ oder}$$

$$1) \quad \sin \frac{s+r}{2} x = 0 \quad \frac{s+r}{2} x = k \cdot 180^\circ \quad x = \frac{k \cdot 360^\circ}{s+r}$$

$$2) \quad \sin \frac{s-r}{2} x = 0 \quad \frac{s-r}{2} x = k \cdot 180^\circ \quad x = \frac{k \cdot 360^\circ}{s-r}$$

$$b) \quad \sin rx + \sin sx = 0 \quad 2 \sin \frac{r+s}{2} x \cos \frac{r-s}{2} x = 0.$$

$$1) \quad \sin \frac{r+s}{2} x = 0 \quad \frac{r+s}{2} x = k \cdot 180^\circ \quad x = \frac{k \cdot 360^\circ}{r+s}$$

$$2) \quad \cos \frac{r-s}{2} x = 0 \quad \frac{r-s}{2} x = 90^\circ + k \cdot 180^\circ \quad x = \frac{180^\circ}{r-s} (1 + 2k)$$

$$c) \quad \cos rx = \sin sx \quad \cos rx = \cos(90^\circ - sx); \text{ weiter nach a)}$$

$$\sin \left(45^\circ + \frac{r-s}{2} x \right) \cdot \sin \left(45^\circ - \frac{r+s}{2} x \right) = 0.$$

$$1) \quad x = 90^\circ \cdot \frac{4k-1}{r-s} \quad 2) \quad x = 90^\circ \cdot \frac{4k+1}{r+s}$$

d) Entsprechend sind alle Gleichungen von der Form $\frac{\cos rx}{\sin rx} \pm \frac{\cos sx}{\sin sx} = 0$ zu behandeln.

$$6) \quad \sin(x + \alpha) + \sin(x + \beta) = a \quad 2 \sin \left(x + \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cos \frac{\alpha - \beta}{2} = a.$$

$$\sin \left(x + \frac{\alpha + \beta}{2} \right) = \frac{a}{2 \cos \frac{\alpha - \beta}{2}}$$

$$\sin(x + 38^\circ 20') - \cos(x + 100^\circ 14') = 0,3$$

$$\sin(x + 38^\circ 20') + \sin(10^\circ 14' + x) = 0,3 \quad \sin(x + 24^\circ 17') = \frac{0,3}{2 \cos 14^\circ 3'} = 0,15456$$

$$x_1 + 24^\circ 17' = 8^\circ 54' + k \cdot 360^\circ \quad x_2 + 24^\circ 17' = 171^\circ 6' + k \cdot 360^\circ$$

$$x_1 = k \cdot 360^\circ - 15^\circ 23' \quad x_2 = k \cdot 360^\circ + 146^\circ 49'$$

$$7) \quad \sin(x + \alpha) \cdot \sin(x + \beta) = a \quad \text{Da } \sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)), \text{ so wird}$$

$$\cos(\alpha - \beta) - \cos[2x + (\alpha + \beta)] = 2a \quad \cos[2x + (\alpha + \beta)] = \cos(\alpha - \beta) - 2a$$

$$\sin(x - 115^\circ 52') \cdot \cos(x + 73^\circ 18') = 0,2 \quad \sin(2x - 42^\circ 34') = 0,4 + \sin 189^\circ 10' = 0,24069$$

$$2x_1 - 42^\circ 34' = 13^\circ 56' + k \cdot 360^\circ \quad 2x_2 - 42^\circ 34' = 166^\circ 4' + k \cdot 360^\circ$$

$$x_1 = 28^\circ 15' + k \cdot 180^\circ \quad x_2 = 104^\circ 19' + k \cdot 180^\circ$$

8) $a \cos x + b \sin x = c$. Einführung eines Hilfswinkels.

$$1) \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{a}{b} \quad \cos x + \sin x \cdot \operatorname{tg} \varphi = \frac{c}{a}. \text{ Multipliziere mit } \cos \varphi.$$

2) $\cos(x - \varphi) = \frac{c}{a} \cos \varphi.$

$$\left| \begin{array}{l} 3 \cos x - 7 \sin x + 5 = 0 \quad \operatorname{tg} \varphi = -\frac{7}{3} \quad \varphi = -66^\circ 48' \\ \cos(x + 66^\circ 48') = \frac{-5}{3} \cdot 0,39394 = -0,65657 \\ x_1 + 66^\circ 48' = 131^\circ 2' + k \cdot 360^\circ \quad x_2 + 66^\circ 48' = 228^\circ 58' + k \cdot 360^\circ \\ x_1 = 64^\circ 14' + k \cdot 360^\circ \quad x_2 = 162^\circ 10' + k \cdot 360^\circ \end{array} \right|$$

9) $\left| \begin{array}{l} x + y = a \\ \sin x + \sin y = b \end{array} \right|$ Man schreibe die letzte Gleichung $2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2} = b$, oder unter Berücksichtigung der ersten $\cos \frac{x-y}{2} = \frac{b}{2 \sin \frac{a}{2}}$; mit Hilfe dieser und der ersten

Gleichung kann man nun x und y bestimmen. Entsprechend sind die Gleichungssysteme:

$$\left| \begin{array}{l} x \pm y = a \\ \cos x \pm \cos y = b \end{array} \right| \text{ und ähnliche zu behandeln.}$$

$$\left| \begin{array}{l} x - y = 40^\circ 29' \\ \cos x - \sin y = 1 \end{array} \right| \begin{array}{l} \text{Die Substitution } y = 90^\circ - y' \text{ führt} \\ \text{das System in das folgende über} \\ x + y' = 130^\circ 29' \\ \cos x - \cos y' = 1. \end{array}$$

Letztere Gleichung läßt sich umformen in

$$\sin \frac{y' + x}{2} \sin \frac{y' - x}{2} = \frac{1}{2}$$

oder unter Berücksichtigung der ersteren in

$$\sin \frac{y' - x}{2} = 0,55061;$$

hieraus folgt

$$\left(\frac{y' - x}{2}\right)_1 = 33^\circ 24\frac{1}{2}' + k \cdot 360^\circ, \quad \left(\frac{y' - x}{2}\right)_2 = 146^\circ 35\frac{1}{2}' + k \cdot 360^\circ$$

und in Verbindung mit

$$\frac{y' + x}{2} = 65^\circ 14\frac{1}{2}' \text{ das Resultat}$$

$$\begin{array}{ll} x_1 = 31^\circ 50' - k \cdot 360^\circ & x_2 = -81^\circ 21' - k \cdot 360^\circ \\ y_1 = -8^\circ 39' + k \cdot 360^\circ & y_2 = -121^\circ 50' + k \cdot 360^\circ \end{array}$$

10) Die Arme eines Hebels bilden den Winkel α ; in welcher Stellung ist er im Gleichgewicht?

$$P a \sin\left(\frac{\alpha}{2} + x\right) = Q b \sin\left(\frac{\alpha}{2} - x\right)$$

$$\frac{\sin\left(\frac{\alpha}{2} + x\right)}{\sin\left(\frac{\alpha}{2} - x\right)} = \frac{Q b}{P a}, \text{ korresp. Addition:}$$

$$\frac{\sin\left(\frac{\alpha}{2} + x\right) - \sin\left(\frac{\alpha}{2} - x\right)}{\sin\left(\frac{\alpha}{2} + x\right) + \sin\left(\frac{\alpha}{2} - x\right)} = \frac{Q b - P a}{Q b + P a} = \operatorname{tg} x \cdot \cot \frac{\alpha}{2}$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{Q b - P a}{Q b + P a} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$$

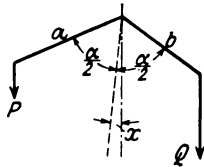


Abb. 34.

(32) B. Die Exponential- und logarithmischen Gleichungen.

Beispiele:

1) $a^x = b$ Durch beiderseitiges Logarithmieren ergibt sich $x = \frac{\log b}{\log a}$

$$\left| : 19^x = 65 \quad x = \frac{\log 65}{\log 19} = \frac{1,81291}{1,27875} = 1,41772 \quad : \right|$$

$$\begin{aligned}
 2) \quad & (9,482) \frac{4x-3}{x+1} \cdot (0,7093) \frac{3x-4}{x-1} = 100 \frac{1}{32} && \text{Beiderseitiges Logarithmieren} \\
 & \frac{4x-3}{x+1} \cdot 0,97690 - \frac{3x-4}{x-1} \cdot 0,14917 = 2,00014 && \text{Fortschaffen des Nenners} \\
 & (4x^2 - 7x + 3) \cdot 0,97690 - (3x^2 - x - 4) \cdot 0,14917 = (x^2 - 1) \cdot 2,00014 && \text{Ordnen} \\
 & && \text{nach fallenden Potenzen von } x. \\
 & 1,4600x^2 - 6,6891x + 5,5275 = 0 \\
 & x^2 - 4,5816x + 3,7860 = 0 && x_1 = 3,4998 \quad x_2 = 1,0818 \\
 3) \quad & \frac{\log 2x}{\log(4x-15)} = 2 && \log 2x = \log(4x-15)^2 \quad 2x = (4x-15)^2 \\
 & && x_1 = \frac{9}{2} \quad x_2 = \frac{25}{8}
 \end{aligned}$$

C. Näherungsweise Lösung von Gleichungen, an Beispielen erläutert.

(33) Regula falsi.

Beispiel 1): $f(x) = x^3 - 3x + 1 = 0$. Für $x = 1$ wird $f(x) = -1$, für $x = 2$ wird $f(x) = +3$, also für einen Wert von x zwischen 1 und 2 muß die Funktion $f(x)$ durch Null gehen; d. h. dieser Wert ist eine Wurzel der gegebenen Gleichung. Zur Bestimmung der ersten Dezimalen der Wurzel setze man der Reihe nach $x = 1,1, 1,2, \dots$ So erhält man $f(1,5) = -0,125$, $f(1,6) = +0,296$; also ist $1,5 < x < 1,6$. Wäre $f(x)$ eine lineare Funktion von x , so müßte die Nullstelle durch die Proportion bestimmt sein, s. Abb. 35:

$$u_1 : 0,1 = 0,125 : 0,421 \quad u_1 = 0,0125 : 0,421 = 0,03.$$

Als nächsten Näherungswert wähle man daher $x = 1,53$, und es folgt $f(1,53) = -0,00842$; da das Vorzeichen von $f(1,53)$ dasselbe ist wie von $f(1,5)$, ist $x > 1,53$; dagegen ergibt sich $f(1,54) = +0,03226$, demnach ist

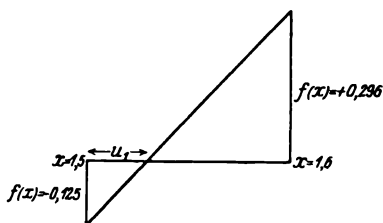


Abb. 35.

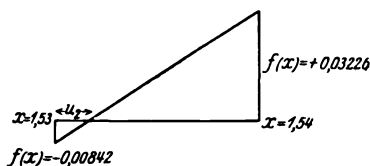


Abb. 35a.

$1,53 < x < 1,54$. Nach einer entsprechenden Figur wie oben, s. Abb. 35a, ergibt sich jetzt für die Korrektur u die Proportion:

$$u_2 : 0,01 = 0,00842 : 0,04068.$$

Da in diesem kleinen Intervall von 0,01 die Funktion $f(x)$ sich durch die lineare Funktion wesentlich besser ersetzen läßt, können mit sehr großer Wahrscheinlichkeit aus der obigen Proportion mindestens zwei weitere Dezimalen gewonnen werden; man erhält aus ihr $u_2 = 0,0021$, und es folgt $f(1,5321) = +0,00004492$, $f(1,5320) = -0,00035923$. Die Regula falsi gibt hieraus als nächste Korrektur $u_3 = 0,00008889$, so daß sich auf 8 Dezimalen genau die Wurzel $x = 1,53208889$ errechnet. Entsprechend lassen sich die beiden anderen Wurzeln $x = 0,34729636$ und $x = -1,87938525$ finden.

2) Eine eiserne Walze schwimmt in Quecksilber so, daß die Achse parallel zur Oberfläche des Quecksilbers ist; wie tief taucht die Walze ein?

$$\gamma_{Fe} = 7,88$$

$$\gamma_{Hg} = 13,60.$$

Man gelangt, Abb. 36, zur Gleichung

$$\arccos \varphi - \sin \varphi = 2 \pi \frac{\gamma_{Fe}}{\gamma_{Hg}}; \quad f(\varphi) = \arccos \varphi - \sin \varphi - 3,6406 = 0.$$

Um ein Bild von dem ungefähren Wert der Lösung φ zu erhalten, zeichne man die Kurven $y_1 = \sin \varphi$, $y_2 = \arccos \varphi - 3,6406$, Abb. 36 a; die Abszisse ihres Schnittpunktes ist ein erster Näherungswert von φ ; man erkennt, daß $180^\circ < \varphi < 200^\circ$ ist.

φ	$\sin \varphi$	$\arccos \varphi$	$f(\varphi)$
200°	-0,34202	3,49066	+0,1921
190°	-0,17365	3,31613	-0,1508
194°	-0,24192	3,38594	-0,0127
195°	-0,25882	3,40340	+0,0216
$194^\circ 22'$	-0,24812	3,39234	-0,0002
$194^\circ 23'$	-0,24841	3,39263	+0,0004

also zu großes φ .
R. f. : $u = 4$.
 φ zu klein.
R. f. : $u = 0,37^\circ = 22'$.
 φ zu klein.

$$\varphi = 194^\circ 22'.$$

3) $x^x = 1000$. Man logarithmiere: $x \cdot \log x = 3$; man logarithmiere nochmals: $\log x + \log \log x = 0,47712$; man setze $y = \log x$;

$f(y) = y + \log y - 0,47712 = 0$.
Da $4^4 = 256$, $5^5 = 3125$ ist, so muß $4 < x < 5$, also $0,60206 < y < 0,69897$ sein.

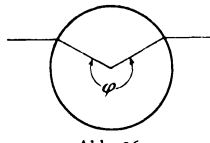


Abb. 36.

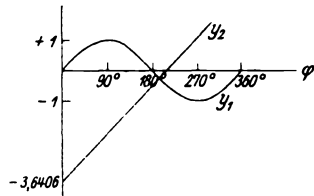


Abb. 36 a.

y	0,65	0,66	0,6585	0,6586	$y = 0,65854$
$\log y$	0,81291 - 1	0,81954 - 1	0,81856	0,81862	$x = 4,5556$
$f(y)$	-0,01421	+0,00242	-0,00006	+0,00010	
R. f. : $u = 0,01 = 1421:1663$; $u = 0,0085$		R. f. : $u = 0,0001 = 6:16$; $u = 0,00004$.			

(34) Newtonsche Methode.

Ist $f(x) = 0$ die zu lösende Gleichung, so berechne man für ein der Lösung nahekommenes x_1 die Größe $h = \frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$; dann ist $x_2 = x_1 - h$ ein Wert, der der Lösung noch näher liegt. Durch fortgesetztes Anwenden dieser Methode kann man der Lösung bis zu einem beliebigen Grade nahe kommen.

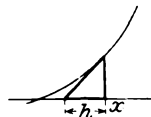


Abb. 37.

Beispiele: 1) $f(x) = x^3 + 3x - 10 = 0$ $f'(x) = 3(x^2 + 1)$

$x_1 = 2$	$f(x_1) = 4$	$f'(x_1) = 15$	$h_1 = 0,3$
$x_2 = 1,7$	$f(x_2) = 0,013$	$f'(x_2) = 11,67$	$h_2 = 0,0011$
$x_3 = 1,6989$	$f(x_3) = 0,000169$	$f'(x_3) = 11,659$	$h_3 = 0,0000145$
$x = 1,698855$			

2) Der Kreuzkopf des Schubkurbelgetriebes erhält seine Maximalgeschwindigkeit, wenn die Kurbel einen Winkel ϑ bildet (Abb. 38), der durch die Gleichung

$$\sin^6 \vartheta - \lambda^2 \sin^4 \vartheta - \lambda^4 \sin^2 \vartheta + \lambda^4 = 0 \quad (\lambda = l:r)$$

bestimmt ist. Man setze $\sin^2 \vartheta = \lambda^2 x$ und erhält $x^3 - x^2 - x + \frac{1}{\lambda^2} = 0$; für $\lambda = 5$ wird also

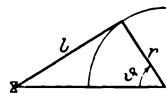


Abb. 38.

$f(x)$	$x^3 - x^2 - x + 0,04 = 0$	$f'(x)$	$3x^2 - 2x$
$x_1 = 0,01$	$f(x_1) = 0,029901$	$f'(x_1) = -1,0197$	$h_1 = -0,029$
$x_2 = 0,039$	$f(x_2) = -0,0004617$	$f'(x_2) = -1,073473$	$h_2 = 0,0004301$
$x_3 = 0,038570$	$f(x_3) = -0,000000266$	$f'(x_3) = -1,072677$	$h_3 = 0,00000025$
$x = 0,03856975$	also $\sin^2 \vartheta = 0,964244$, $\vartheta = 79^\circ 6' 0,5''$.	$\cos^2 \vartheta = 0,035756$, $\cos 2\vartheta = -0,928488$	

Infinitesimalrechnung.

VI. Differentialrechnung.

A. Theorie.

I. Funktionen einer Veränderlichen.

(35) **Definition:** $y = f(x)$ sei eine Funktion einer Veränderlichen x . Man wähle einen bestimmten Wert der unabhängigen Veränderlichen x ; zu ihm gehört ein durch die obige Gleichung bestimmter Wert $y = f(x)$ der abhängigen Veränderlichen; nun gebe man der unabhängigen Veränderlichen den Wert $x_1 = x + \Delta x$; hierzu gehört dann mittels der obigen Funktionalgleichung ein bestimmter Wert $y_1 = y + \Delta y = f(x_1) = f(x + \Delta x)$ der abhängigen Veränderlichen. $\Delta x = x_1 - x$ heißt die Differenz der unabhängigen, $\Delta y = y_1 - y$ die Differenz der abhängigen Veränderlichen, $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_1) - f(x)}{x_1 - x} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$ der Differenzenquotient. Nun nähere sich $\Delta x = x_1 - x$ unbegrenzt dem Werte Null; nähert sich hierbei $\Delta y = y_1 - y$ gleichzeitig dem Werte Null, so heißt die Funktion $y = f(x)$ an der Stelle x stetig; nähert sich ferner der Differenzenquotient bei diesem Grenzübergange einen bestimmten endlichen Wert, so heißt er der Differentialquotient der Funktion $y = f(x)$ an der Stelle x und wird mit $\frac{dy}{dx}$ oder y' oder $f'(x)$ bezeichnet.

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \lim_{x_1 \rightarrow x} \frac{f(x_1) - f(x)}{x_1 - x}.$$

$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta x = dx$ und $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta y = dy$ heißen das Differential der unabhängigen, resp. der abhängigen Veränderlichen.

Geometrische Deutung: Im rechtwinkligen Koordinatensystem ist $y = f(x)$ die Gleichung einer ebenen Kurve; zu einem bestimmten Werte x gehört ein bestimmter Punkt P dieser Kurve; der Differentialquotient ist dann die goniometrische Tangente des Winkels ϑ , den die geometrische Tangente, die in P' an die Kurve zu ziehen ist, mit der x -Achse bildet.

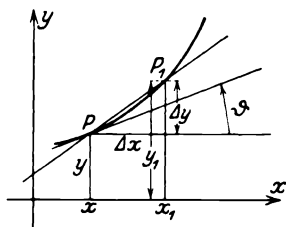


Abb. 39.

$$\frac{dy}{dx} = \operatorname{tg} \vartheta = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}.$$

(36) Mechanische Anwendung des Differentialquotienten.

1) Gibt die Gleichung $s = f(t)$ die Beziehung zwischen dem Weg s , den ein materieller Punkt beschreibt, und der dazu benötigten Zeit t , so ist $v = \frac{ds}{dt} = \frac{df(t)}{dt}$ die Geschwindigkeit, die der Punkt zur Zeit t inne hat.

2) Gibt $v = f(t)$ die Geschwindigkeit v , die ein bewegter materieller Punkt zur Zeit t hat, so ist $p = \frac{dv}{dt} = \frac{df(t)}{dt}$ die Beschleunigung, der der Punkt zur Zeit t unterworfen ist.

(37) Differentiationsregeln.

Ist a eine Konstante, und sind y, u, v Funktionen von x , so gelten die folgenden Regeln:

$$1) \frac{da}{dx} = 0.$$

$$2) \frac{d(ay)}{dx} = a \cdot \frac{dy}{dx}.$$

$$3) \frac{d(u+v)}{dx} = \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dx}$$

$$\frac{d(y_1 + y_2 + y_3 + \dots)}{dx} = \frac{dy_1}{dx} + \frac{dy_2}{dx} + \frac{dy_3}{dx} + \dots \quad \begin{array}{l} \text{gliedweise} \\ \text{Differentiation.} \end{array}$$

$$4) \frac{d(uv)}{dx} = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d(y_1 \cdot y_2 \cdot y_3 \dots)}{dx} = y_1 \cdot y_2 \cdot y_3 \left(\frac{1}{y_1} \frac{dy_1}{dx} + \frac{1}{y_2} \frac{dy_2}{dx} + \frac{1}{y_3} \frac{dy_3}{dx} + \dots \right) \quad \begin{array}{l} \text{Produkt-} \\ \text{tenregel} \end{array}$$

$$5) \frac{d\left(\frac{u}{v}\right)}{dx} = \frac{v \frac{du}{dx} - u \frac{dv}{dx}}{v^2} \quad \text{Quotientenregel.}$$

$$6) \text{ Ist } y = f(z), \text{ wobei } z = \varphi(x), \text{ so ist } \frac{dy}{dx} = \frac{df(z)}{dz} \cdot \frac{d\varphi(x)}{dx} \quad \text{Ketten-} \\ \text{regel.}$$

$$7) \text{ Ist } y = u^v, \text{ so ist } \frac{dy}{dx} = u^v \left(\frac{v}{u} \cdot \frac{du}{dx} + \ln u \cdot \frac{dv}{dx} \right) \quad \text{Logarithmische} \\ \text{Differentiation.}$$

(38) Fundamentalformeln.

$$1) \frac{d(x^n)}{dx} = n x^{n-1} \quad (\text{gilt f\u00fcr beliebiges } n).$$

$$2) \frac{d(a^x)}{dx} = a^x \cdot \ln a; \quad \frac{d(e^x)}{dx} = e^x.$$

$$3) \frac{d(a^{\log x})}{dx} = \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{\ln a}; \quad \frac{d(\ln x)}{dx} = \frac{1}{x}; \quad \frac{d(\log x)}{dx} = \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{\ln 10} = \frac{0,434294}{x}$$

$$4) \frac{d(\sin x)}{dx} = \cos x; \quad \frac{d \cos x}{dx} = -\sin x.$$

$$\frac{d(\operatorname{tg} x)}{dx} = \frac{1}{\cos^2 x}; \quad \frac{d(\operatorname{ctg} x)}{dx} = -\frac{1}{\sin^2 x}.$$

!!! In der Infinitesimalrechnung werden die Winkel durchg\u00e4ngig im Bogenma\u00df gemessen!!!

$$5) \frac{d(\arcsin x)}{dx} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}; \quad \frac{d(\arccos x)}{dx} = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.$$

$$\frac{d(\operatorname{arctg} x)}{dx} = \frac{1}{1+x^2}; \quad \frac{d(\operatorname{arcctg} x)}{dx} = -\frac{1}{1+x^2}.$$

$$6) \text{ (S. a. (88)) } \frac{d \operatorname{Sin} x}{dx} = \operatorname{Cos} x; \quad \frac{d \operatorname{Cos} x}{dx} = -\operatorname{Sin} x; \quad \frac{d \operatorname{Tg} x}{dx} = \frac{1}{\operatorname{Cos}^2 x}.$$

$$7) \frac{d \operatorname{Ar} \operatorname{Sin} x}{dx} = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}; \quad \frac{d \operatorname{Ar} \operatorname{Cos} x}{dx} = -\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}; \quad \frac{d \operatorname{Ar} \operatorname{Tg} x}{dx} = \frac{1}{1-x^2}.$$

Beispiele zur Differentiation zusammengesetzter Funktionen.

$$1) \quad y = ax^2 + bx + c; \quad \frac{dy}{dx} = 2ax + b.$$

$$2) \quad y = \sqrt[n]{x^p} = x^{\frac{p}{n}}; \quad \frac{dy}{dx} = \frac{p}{n} x^{\frac{p}{n} - 1} = \frac{p}{n} \sqrt[n]{x^{p-n}}.$$

$$3) \quad y = (ax^2 + bx)^3 = z^3, \text{ wobei } z = ax^2 + bx; \\ \frac{dy}{dz} = 3z^2 = 3(ax^2 + bx)^2; \quad \frac{dz}{dx} = 2ax + b; \quad \frac{dy}{dx} = 3(ax^2 + bx)(2ax + b).$$

$$4) \quad y = (x+a)\sqrt{x^2-a}; \quad u = x+a; \quad v = \sqrt{x^2-a} = z^{\frac{1}{2}}, \text{ wobei } z = x^2-a; \\ \frac{du}{dx} = 1; \quad \frac{dv}{dz} = \frac{1}{2}z^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x^2-a}}; \quad \frac{dz}{dx} = 2x, \quad \text{also } \frac{dv}{dx} = \frac{x}{\sqrt{x^2-a}}; \\ \frac{dy}{dx} = (x+a) \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2-a}} + 1 \cdot \sqrt{x^2-a} = \frac{2x^2+ax}{\sqrt{x^2-a}}.$$

$$5) \quad y = \frac{x^2-3}{x^3+1}; \quad u = x^2-3; \quad v = x^3+1; \quad \frac{du}{dx} = 2x; \quad \frac{dv}{dx} = 3x^2; \\ \frac{dy}{dx} = \frac{(x^2-3) \cdot 2x - (x^3-3) \cdot 3x^2}{(x^3+1)^2} = \frac{x^4-9x^2-2x^3}{(x^3+1)^2}.$$

$$6) \quad y = x^2 e^{ax}; \quad u = x^2; \quad v = e^{ax} = e^z; \quad z = ax; \\ \frac{dy}{dx} = ax^2 e^{ax} + 2x e^{ax} = x e^{ax} (ax + 2).$$

$$7) \quad y = \ln(x + \sqrt{x^2+1}); \quad y = \ln z; \quad z = x + \sqrt{x^2+1}; \\ \frac{dy}{dz} = \frac{1}{z} = \frac{1}{x + \sqrt{x^2+1}}; \quad \frac{dz}{dx} = 1 + \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} = \frac{x + \sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}}; \quad \frac{dy}{dx} = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}.$$

$$8) \quad y = \sec ax = \frac{1}{\cos ax} = z^{-1}; \quad z = \cos u; \quad u = ax; \\ \frac{dy}{dz} = -z^{-2} = -\frac{1}{\cos^2 ax}; \quad \frac{dz}{du} = -\sin u = -\sin ax; \quad \frac{du}{dx} = a; \\ \frac{dy}{dx} = \frac{a \sin ax}{\cos^2 ax}.$$

$$9) \quad y = \operatorname{arctg} \frac{x}{a-x} = \operatorname{arctg} z; \quad z = \frac{x}{a-x}; \\ \frac{dy}{dz} = \frac{1}{1+z^2} = \frac{1}{1 + \left(\frac{x}{a-x}\right)^2} = \frac{(a-x)^2}{a^2 - 2ax + 2x^2}; \quad \frac{dz}{dx} = \frac{a-x+x}{(a-x)^2} = \frac{a}{(a-x)^2}; \\ \frac{dy}{dx} = \frac{a}{a^2 - 2ax + 2x^2}.$$

$$10) \quad y = x \arcsin x; \quad u = x; \quad v = \arcsin x. \\ \frac{dy}{dx} = x \arcsin x \left(\frac{\arcsin x}{x} + \ln x \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \right).$$

(39) Differentialquotienten höherer Ordnung.

Der Differentialquotient zweiter Ordnung einer Funktion $y = f(x)$ ist der Differentialquotient ihres Differentialquotienten; er wird bezeichnet

durch $\frac{d^2 y}{dx^2}$ oder y'' oder $\frac{d^2 f(x)}{dx^2}$ oder $f''(x)$; es ist also $\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{d\left(\frac{dy}{dx}\right)}{dx}$ oder $y'' = \frac{dy'}{dx}$ oder $f''(x) = \frac{df'(x)}{dx}$.

Allgemein wird der n -te Differentialquotient einer Funktion $y = f(x)$ erhalten, indem man die Funktion n -mal hintereinander nach x differenziert; er wird bezeichnet durch $\frac{d^n y}{dx^n} = y^{(n)} = \frac{d^n f(x)}{dx^n} = f^{(n)}(x)$.

Beispiele:

$$1) \frac{d^2 x^k}{dx^2} = k(k-1)x^{k-2}; \quad \frac{d^n x^k}{dx^n} = k(k-1)\dots(k-n+1)x^{k-n};$$

$$2) \frac{d^2 \sin x}{dx^2} = -\sin x; \quad \frac{d^n \sin x}{dx^n} = \sin\left(x + \frac{n\pi}{2}\right);$$

$$3) \frac{d^3 \ln x}{dx^3} = -\frac{2}{x^3}.$$

(40) Graphische Differentiation.

Im rechtwinkligen Koordinatensystem ist das Bild der Funktion $y = f(x)$ eine Kurve; das Bild des Differentialquotienten $y' = f'(x)$ kann entsprechend wieder als Kurve gedeutet werden; man gelangt zu den Ordinaten der Differentialkurve auf folgendem Wege:

In dem Kurvenpunkte P , Abb. 40, mit der Abszisse $OX = x$ und der Ordinate $XP = y = f(x)$ zeichne man an die Kurve die Tangente; von X trage man auf der x -Achse im negativen Sinne die Strecke $XE = 1$ ab; man ziehe durch E die Parallele zur Tangente, die XP in P' schneidet; dann ist $XP' = y'$ die zur Abszisse x gehörige Ordinate der Differentialkurve. — Aus dieser kann man durch wiederholte Anwendung desselben Verfahrens auch die höheren Differentialkurven $y'' = f''(x), \dots, y^{(n)} = f^{(n)}(x)$ konstruieren.

Sind die Tangenten an die Kurve $y = f(x)$ nicht oder nur sehr umständlich zu konstruieren, so gelangt man durch die folgende Annäherungsmethode zur Differentialkurve und demnach zu einer zeichnerischen Differentiation, Abb. 41:

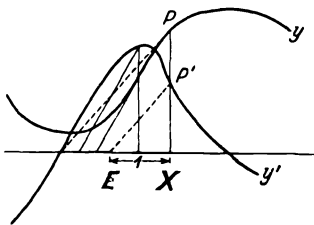


Abb. 40.

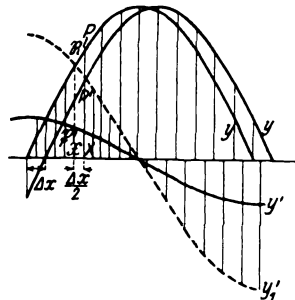


Abb. 41.

Man verschiebe die Kurve $y = f(x)$ um ein Stück Δx im Sinne der x -Achse und trage die Differenzen der Ordinaten der ursprünglichen und der durch Verschiebung erhaltenen Kurve von der x -Achse aus ab; sie bilden die Ordinaten der Differentialkurve.

In Abb. 41 ist $\mathfrak{X}P = P'P$; y' ist die Differentialkurve, y_1' die um das Doppelte erhöhte Differentialkurve.

2. Funktionen mehrerer Veränderlichen.

(41) **Definition.** Ist $z = f(x, y)$ eine Funktion der beiden Veränderlichen x und y , so gelangt man zu ihren Differentialquotienten in folgender Weise: Man betrachte erstens y als unveränderlich, so daß z nur noch eine Funktion

von x ist, und differenziere daraufhin z nach x ; diesen Differentialquotienten nennt man den partiellen Differentialquotienten der Funktion $z = f(x, y)$ nach x und schreibt ihn $\frac{\partial z}{\partial x}$; es ist also

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x, y) - f(x, y)}{\Delta x} = \lim_{x_1 = x} \frac{f(x_1, y) - f(x, y)}{x_1 - x}$$

In entsprechender Weise gelangt man zum partiellen Differentialquotienten der Funktion $z = f(x, y)$ nach y durch die folgende Definitionsgleichung

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{f(x, y + \Delta y) - f(x, y)}{\Delta y} = \lim_{y_1 = y} \frac{f(x, y_1) - f(x, y)}{y_1 - y}$$

Geometrische Deutung. Das geometrische Bild der Funktion $z = f(x, y)$ ist im räumlichen rechtwinkligen Koordinatensystem eine krumme Fläche. Der Punkt P derselben sei durch die beiden Koordinaten x und y bestimmt, so daß $z = f(x, y)$ ist. Man lege durch P eine Ebene $\parallel xz$ -Ebene, die die Fläche in einer Kurve schneidet.

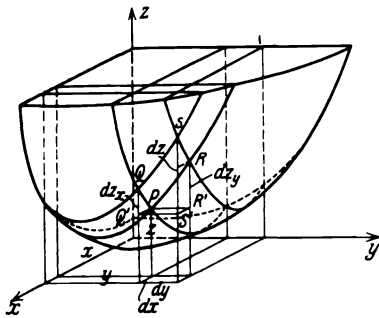


Abb. 42.

Auf dieser wähle man einen Nachbarpunkt $Q(x + dx, y)$ zu P , und nach der Definition ist $\frac{\partial z}{\partial x}$ die Tangente des Winkels $\vartheta_x = Q'PQ$, den die Tangente in P an diese Kurve mit der x -Achse bildet. Ferner ist $Q'Q = dz_x = \frac{\partial z}{\partial x} \cdot dx$. Ebenso

schneide man die Fläche mit einer durch $P \parallel yz$ -Ebene gelegten Ebene. Ein Nachbarpunkt von P auf dieser Kurve sei $R(x/y + dy)$, und es ist $\frac{\partial z}{\partial y}$ die Tangente des Winkels ϑ_y ,

den die Tangente in P an diese Kurve mit der y -Achse bildet; ferner ist $R'R = dz_y = \frac{\partial z}{\partial y} \cdot dy$. Die Größen $dz_x = \frac{\partial z}{\partial x} dx$ und

$dz_y = \frac{\partial z}{\partial y} dy$ heißen partielle Differentiale. Will man zu einem beliebigen anderen Nachbarpunkt S zu P auf der Fläche $z = f(x, y)$ gelangen, der durch die beiden voneinander unabhängigen Zuwächse dx und dy bestimmt ist, so ergibt sich für den Zuwachs des z : $S'S = dz = dz_x + dz_y$

oder $dz = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy$. Dieser Ausdruck heißt das totale oder vollständige Differential der Funktion $z = f(x, y)$. Er enthält den Satz: „Die Änderung, die eine Funktion $z = f(x, y)$ erfährt, wenn x um das Differential dx und y um das Differential dy zunimmt, ist gleich der Summe derjenigen beiden Änderungen, die z erfahren würde, wenn x allein um dx , resp. y allein um dy zunehmen würde.“ Durch Division durch dx , resp. dy ergeben sich die totalen (vollständigen) Differentialquotienten

$$\frac{dz}{dx} = \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{dy}{dx}, \quad \text{resp.} \quad \frac{dz}{dy} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{dx}{dy} + \frac{\partial z}{\partial y}$$

Der erstere gibt die Tangente des Neigungswinkels, den die Projektion der Flächentangente PS auf die xz -Ebene mit der x -Achse einschließt, wobei $\frac{dy}{dx}$

die Tangente des Neigungswinkels der xy -Projektion dieser Tangente gegen die x -Achse bedeutet; analog ist $\frac{dz}{dy}$ zu deuten.

Erweiterung auf Funktionen von mehr als zwei Veränderlichen: Ist $z = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$, so ist

$$dz = \frac{\partial z}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial z}{\partial x_2} dx_2 + \frac{\partial z}{\partial x_3} dx_3 + \dots + \frac{\partial z}{\partial x_n} dx_n.$$

(42) Partielle Differentialquotienten höherer Ordnung.

Es ist

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial x}; \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial z}{\partial x}; \quad \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial z}{\partial y};$$

$$\frac{\partial^3 z}{\partial x^3} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}; \quad \frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2};$$

$$\frac{\partial^3 z}{\partial x \partial y^2} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial^2 z}{\partial x y^2}; \quad \frac{\partial^3 z}{\partial y^3} = \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}.$$

Beispiel:

Es sei $z = \sin(x + 2y) + x \ln y$; dann ist

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \cos(x + 2y) + \ln y; \quad \frac{\partial z}{\partial y} = 2 \cos(x + 2y) + \frac{x}{y};$$

$$dz = (\cos(x + 2y) + \ln y) dx + \left(2 \cos(x + 2y) + \frac{x}{y} \right) dy;$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = -\sin(x + 2y); \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -2 \sin(x + 2y) + \frac{1}{y}; \quad \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = -4 \sin(x + 2y) - \frac{x}{y^2};$$

$$\frac{\partial^3 z}{\partial x^3} = -\cos(x + 2y); \quad \frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y} = -2 \cos(x + 2y); \quad \frac{\partial^3 z}{\partial x \partial y^2} = -4 \cos(x + 2y) - \frac{1}{y^2};$$

$$\frac{\partial^3 z}{\partial y^3} = -8 \cos(x + 2y) + \frac{2x}{y^3}.$$

(43) 3. Unentwickelte Funktionen.

Bedeutet $f(x, y) = 0$ eine funktionelle Beziehung zwischen x und y , so erhält man die Differentialquotienten $\frac{dy}{dx}, \frac{d^2 y}{dx^2}, \dots$ auf folgende Weise:

$$1) \quad y' = \frac{dy}{dx} = - \frac{\partial f}{\partial x} : \frac{\partial f}{\partial y},$$

$$2) \quad y'' = \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{\partial y'}{\partial x} + \frac{\partial y'}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dx} \quad \text{oder auch}$$

$$y'' = - \frac{\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 - 2 \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial y} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2}{\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^3},$$

$$3) y''' = \frac{d^3 y}{dx^3} = \frac{\partial y''}{\partial x} + \frac{\partial y''}{\partial y} \frac{dy}{dx}$$

$$\text{Beispiel: } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0 \text{ oder } b^2 x^2 + a^2 y^2 - a^2 b^2 = 0.$$

$$1) y' = -\frac{2x}{a^2} : \frac{2y}{b^2} = -\frac{b^2 x}{a^2 y},$$

$$2) y'' = -\frac{b^2}{a^2 y} + \frac{b^2 x}{a^2 y^2} \cdot \left(-\frac{b^2 x}{a^2 y}\right) = -\frac{b^2}{a^4 y^3} (b^2 x^2 + a^2 y^2) = -\frac{b^4}{a^2 y^3},$$

$$3) y''' = -\frac{3b^4}{a^2 y^4} \left(-\frac{b^2 x}{a^2 y}\right) = \frac{3b^6 x}{a^4 y^5},$$

$$4) y'''' = -\frac{3b^6}{a^4 y^5} + \frac{15b^6 x}{a^4 y^6} \left(-\frac{b^2 x}{a^2 y}\right) = -\frac{3b^6}{a^8 y^7} (a^2 y^2 + 5b^2 x^2) \\ = -\frac{3b^8}{a^6 y^7} (a^2 + 4x^2) = +\frac{3b^8}{a^4 y^7} (5b^2 - 4y^2).$$

B. Anwendungen.

I. Maxima und Minima.

(44) Funktionen einer Veränderlichen.

Um zu untersuchen, für welche Werte von x die Funktion $y = f(x)$ ein Maximum oder Minimum hat, bilde man den Differentialquotienten $y' = f'(x)$ und setze diesen gleich Null: $f'(x) = 0$. Die sich ergebende Gleichung möge die Wurzel x_1 haben. Man setze x_1 in den zweiten Differentialquotienten $f''(x)$ ein. Ist $f''(x_1) > 0$, so ist $f(x_1)$ ein Minimum, ist $f''(x_1) < 0$, so ist $f(x_1)$ ein Maximum. Ist dagegen $f''(x_1) = 0$, so bilde man $f'''(x_1)$; ist $f'''(x_1) \geq 0$, so ist $f(x_1)$ weder ein Minimum noch ein Maximum; ist dagegen $f'''(x_1) = 0$, so ist $f(x_1)$ ein Minimum, wenn $f''''(x_1) > 0$, ein Maximum, wenn $f''''(x_1) < 0$ ist usf.

Beispiele:

$$1) f(x) = x^5 - 5x^4 + 5x^3 + 1 \\ f'(x) = 5x^4 - 20x^3 + 15x^2 = 0, \quad x_1 = 0, \quad x_2 = 1, \quad x_3 = 3 \\ f''(x) = 20x^3 - 60x^2 + 30x, \quad f''(x) = 60x^2 - 120x + 30 \\ f''(x_1) = 0, \quad f''(x_2) = 30; \text{ folglich ist } f(0) = 1 \text{ weder Maximum noch Minimum} \\ f''(x_3) = -10; \quad \text{,, ,, } f(1) = 2 \text{ Maximum} \\ f'''(x_3) = 90; \quad \text{,, ,, } f(3) = -26 \text{ Minimum.}$$

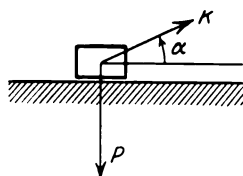


Abb. 43.

2) Auf einer wagerechten Unterlage ruht eine Last von P kg. Im Schwerpunkt ist ein Zugschliff angebracht, an dem eine Kraft K wirkt. Welcher Zugwinkel ist der beste? Reibungskoeffizient $\mu = \tan \varrho$.

Der Druck auf die Unterlage beträgt: $P - K \sin \alpha$; also die zu überwindende Reibung: $\mu (P - K \sin \alpha)$; diese muß durch die Kraft $K \cos \alpha$ überwunden werden; also ist $K \cos \alpha = \mu (P - K \sin \alpha)$, oder $K = \frac{\mu P}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha}$.

Der Zähler ist konstant; folglich wird K am kleinsten, wenn der Nenner $f(\alpha) = \cos \alpha + \mu \sin \alpha$ am größten wird;

also muß $\frac{df}{d\alpha} = -\sin \alpha + \mu \cos \alpha = 0$, d. h. $\tan \alpha = \mu = \tan \varrho$, oder $\alpha = \varrho$ sein. Da $\left(\frac{d^2 f}{d\alpha^2}\right)_{\alpha=\varrho} = (-\cos \alpha - \mu \sin \alpha)_{\alpha=\varrho} = -\frac{1}{\cos \varrho} < 0$ ist, so ist $f(\alpha)_{\alpha=\varrho} = \frac{1}{\cos \varrho}$ ein Maximum. Folglich nimmt die Zugkraft K ihren denkbar kleinsten Wert $K_{\min} = P \sin \varrho$ an, wenn der Zugwinkel gleich dem Reibungswinkel ist.

(45) Funktionen mehrerer Veränderlichen.

Ist $z = f(x, y)$ eine Funktion zweier Veränderlichen x und y , so erhält man das Wertepaar x und y , für welches z ein Maximum resp. Minimum wird, durch Auflösen der beiden Gleichungen $\frac{\partial f}{\partial x} = 0$; $\frac{\partial f}{\partial y} = 0$ nach x und y . Ist der Ausdruck $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}\right)^2$ für das betr. Wertepaar x/y größer als Null und außerdem $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} < 0$, so liegt ein Maximum vor, dagegen für $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} > 0$, ein Minimum; ist aber $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}\right)^2 < 0$, so hat die Funktion für dieses Wertepaar weder ein Maximum noch ein Minimum.

Beispiel: $z = f(x, y) = x^3 + y^3 - 3axy$; die Lösungen von $\frac{\partial f}{\partial x} = 3x^2 - ay = 0$; $\frac{\partial f}{\partial y} = 3(y^2 - ax) = 0$ sind 1) $x_1 = 0, y_1 = 0$; 2) $x_2 = a, y_2 = a$. Der Ausdruck $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}\right)^2 = 36xy - 9a^2$ wird für $x_1 = 0, y_1 = 0$, gleich $-9a^2$, also kleiner als Null; folglich ist $z_1 = 0$ weder ein Maximum noch ein Minimum. Er wird für $x_2 = a, y_2 = a$ gleich $27a^2$, also größer als Null; außerdem wird $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 6x$ für dieses Wertepaar gleich $6a > 0$, also ist $z_2 = a^3$ ein Minimum.

(46) Unentwickelte Funktionen.

Es sei $f(x, y) = 0$; y wird dann ein Max. resp. Min., wenn $\frac{\partial f}{\partial x} = 0$, $\frac{\partial f}{\partial y} > 0$ ist. Aus den beiden Gleichungen $f(x, y) = 0$, $\frac{\partial f}{\partial x} = 0$ bestimme man das Wertepaar x/y . Ist $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial f}{\partial y} > 0$, so liegt für y ein Maximum, im anderen Falle ein Minimum vor.

Beispiel: $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3axy = 0$, $\frac{\partial f}{\partial x} = 3x^2 - ay = 0$. Aus beiden Gleichungen folgen die beiden Lösungspaare $x_1 = 0; y_1 = 0$ und $x_2 = a\sqrt[3]{2}; y_2 = a\sqrt[3]{4}$. Für das erste Wertepaar wird aber $\frac{\partial f}{\partial y} = 0$; folglich ist $y = 0$ weder ein Maximum noch ein Minimum. Für das zweite Wertepaar ist $\frac{\partial f}{\partial y} = 3a^2\sqrt[3]{2}$, da hierfür $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{2}{a} > 0$ ist, so ist $y = a\sqrt[3]{4}$ ein Maximum.

(47) 2. Unbestimmte Ausdrücke.

$\frac{0}{0}$. Nimmt sowohl $\varphi(x)$ wie $\psi(x)$ für $x = x_0$ den Wert Null an, so wird $\left(\frac{\varphi(x)}{\psi(x)}\right)_{x_0} = \left(\frac{\varphi'(x)}{\psi'(x)}\right)_{x_0}$; erscheint auch hier der Wert $\frac{0}{0}$, so bilde man $\left(\frac{\varphi''(x)}{\psi''(x)}\right)_0$ usf.

Beispiele: 1) $\left(\frac{a^x - b^x}{x}\right)_1 = \left(\frac{a^x \ln a - b^x \ln b}{1}\right)_1 = \ln \frac{a}{b}$.

$$2) \left(\frac{x - x \cos x}{x - \sin x} \right)_0 = \left(\frac{1 - \cos x + x \sin x}{1 - \cos x} \right)_0 = \left(\frac{2 \sin x - x \cos x}{\sin x} \right)_0 = \left(\frac{\cos x + x \sin x}{\cos x} \right)_0 = 1.$$

$\frac{\infty}{\infty}$. Siehe Fall $\frac{0}{0}$. Man differenziere Zähler und Nenner.

Beispiel: $\left(\frac{\ln x}{x} \right)_\infty = \left(\frac{1}{x} \right)_\infty = 0.$

$0 \cdot \infty$. Wird für $x = x_0$, $\varphi(x) = 0$ und $\psi(x) = \infty$, so setze man $\psi(x) = \frac{1}{\Psi(x)}$; hierdurch wird $\varphi(x) \cdot \psi(x)$ auf Fall $\frac{0}{0}$ übergeführt.

Beispiel:

$$\left[(1-x) \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} x \right]_1 = \left[\frac{1-x}{\cot \frac{\pi}{2} x} \right]_1 = \left[\frac{1-2 \sin^2 \frac{\pi}{2} x}{\pi} \right]_1 = \frac{2}{\pi}.$$

$\infty - \infty$. Wird für $x = x_0$, $\varphi(x) = \infty$ und $\psi(x) = \infty$, so setze man $\varphi(x) = \frac{1}{\Phi(x)}$, $\psi(x) = \frac{1}{\Psi(x)}$; dann wird $\varphi(x) - \psi(x) = \frac{1}{\Phi(x)} - \frac{1}{\Psi(x)} = \frac{\Psi(x) - \Phi(x)}{\Phi(x) \cdot \Psi(x)}$; da $\Phi(x_0) = 0$ und $\Psi(x_0) = 0$ ist, so ist dieser Fall auf Fall $\frac{0}{0}$ zurückgeführt.

Beispiel:

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1} \right)_1 &= \left(\frac{x-1 - \ln x}{(x-1) \ln x} \right)_1 = \left(\frac{1 - \frac{1}{x}}{\ln x + 1 - \frac{1}{x}} \right)_1 = \left(\frac{x-1}{x \ln x + x-1} \right)_1 \\ &= \left(\frac{1}{\ln x + 1 + 1} \right)_1 = \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

$0^0, 1^\infty, \infty^0$. Nimmt für $x = x_0$ $\varphi(x)^{\psi(x)}$ eine dieser Formen an, so logarithmiere man den Ausdruck; es ergibt sich $\psi(x) \cdot \ln \varphi(x)$, der dann für $x = x_0$ die Form $0 \cdot \infty$ annimmt; ergibt sich hier als Grenzwert a , so ist $(\varphi(x)^{\psi(x)})_{x_0} = e^a$.

Beispiel: $\left(\frac{x-1}{x} \right)_1 = \left(\frac{1}{x-1} \right)_1$; $\left(\frac{\ln x}{x-1} \right)_1 = \left(\frac{1}{x} \right)_1 = 1$; also $\left(\frac{x-1}{x} \right)_1 = e$.

3. Anwendung auf ebene Kurven.

(48) Die Gleichung der Kurve ist im rechtwinkligen Koordinatensystem in entwickelter Form gegeben. $y = f(x)$. Die Tangente im Punkte $P_0(x_0/y_0)$ habe den Neigungswinkel φ gegen die x -Achse; es ist $\operatorname{tg} \varphi = \left(\frac{dy}{dx} \right)_{x_0} = y_0'$.

Die Gleichung der Tangente: $y - y_0 = \left(\frac{dy}{dx} \right)_{x_0} (x - x_0),$

$$y - y_0 = y_0' (x - x_0).$$

Die Gleichung der Normalen: $x - x_0 + \left(\frac{dy}{dx} \right)_{x_0} (y - y_0) = 0,$

$$x - x_0 + y_0' (y - y_0) = 0.$$

Die Länge der Tangente P_0T ist $t = \frac{y_0}{y_0'} \sqrt{1 + y_0'^2}$.

Die Länge der Normalen P_0N ist $n = y_0 \sqrt{1 + y_0'^2}$.

Die Subtangente TX_0 ist

$$s_t = \frac{y_0}{y_0'}$$

Die Subnormale X_0N ist

$$s_n = y_0 y_0'$$

Höchst- und Tiefst-Stellen G und K einer Kurve s. Maxima und Minima (44).

Wendepunkt: Die Abszisse x_m eines Wendepunktes W bestimmt sich aus der Gleichung $\frac{d^2y}{dx^2} = 0$.

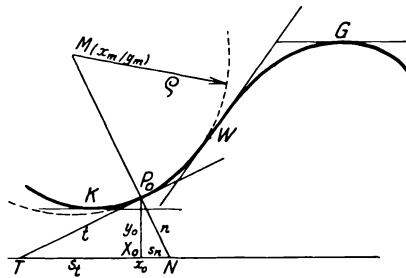


Abb. 44.

Krümmung: Die Koordinaten x_m/y_m des zu $P_0(x_0/y_0)$ gehörigen Krümmungsmittelpunktes ergeben sich aus den Gleichungen:

$$x_m = x_0 - \frac{1 + y_0'^2}{y_0''} y_0'; \quad y_m = y_0 + \frac{1 + y_0'^2}{y_0''}$$

Der Krümmungsradius ist $\rho = \frac{(1 + y_0'^2)^{\frac{3}{2}}}{y_0''}$. $\frac{1}{\rho}$ heißt die Krümmung der Kurve. Verläuft die Kurve annähernd horizontal, so ist für diese Stelle angenähert $\rho = \frac{1}{y_0''}$; $\frac{1}{\rho} = y_0''$.

Beispiel: $y = \sin x + \frac{1}{2} \sin 2x$, $y' = \cos x + \cos 2x$, $y'' = -\sin x - 2 \sin 2x$.

Höchst- und Tiefstwerte. Aus $y' = 0$ folgt $x_1 = \frac{\pi}{3}$, $x_2 = \pi$, $x_3 = \frac{5}{3}\pi$.

Da $y_1'' = -\frac{3}{2}\sqrt{3} < 0$, so ist $y_1 = \frac{3}{4}\sqrt{3} = 1,299$ Höchststelle. Da $y_2'' = 0$, dagegen $y_2''' = 5 \neq 0$ ist, ist $y_2 = 0$ weder Höchst- noch Tiefstelle, sondern ein Terrassenpunkt.

Da $y_3'' = \frac{3}{2}\sqrt{3} > 0$, so ist $y_3 = -\frac{3}{4}\sqrt{3} = -1,299$ Tiefstelle.

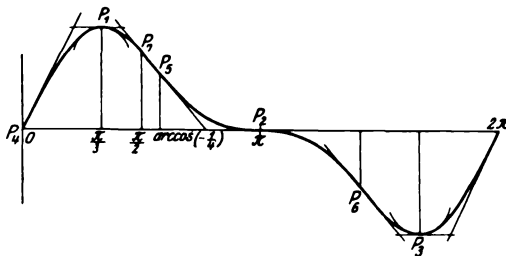


Abb. 45.

Wendepunkte: Aus $y'' = 0$ folgt für die Abszissen derselben: $x_4 = 0$, $x_2 = \pi$, $x_3 = \arccos(-\frac{1}{4}) = 1,823$, $x_6 = 2\pi - \arccos(-\frac{1}{4}) = 4,460$.

Demnach sind die Ordinaten

$$y_4 = 0, \quad y_2 = 0, \quad y_5 = \frac{3}{16} \sqrt{15} \approx 0,726, \quad y_6 = -\frac{3}{16} \sqrt{15} \approx -0,726$$

und die Richtungen $y_4' = 2, \quad y_5' = 0, \quad y_6' = -\frac{9}{8}, \quad y_7' = -\frac{9}{8}.$

Krümmung: Für $P_1 \left(x_1 = \frac{\pi}{3}, y_1 = \frac{3}{4} \sqrt{3} \right)$ ist $x_m = \frac{\pi}{3}, y_m = \frac{19}{36} \sqrt{3} \approx 0,914,$

$$\varrho_m = -\frac{2}{9} \sqrt{3} \approx -0,385.$$

Für $P_7 \left(x_7 = \frac{\pi}{2}, y_7 = 1 \right)$ ist $x_m = \frac{\pi}{2} - 2 \approx -0,429, y_m \approx -1,$

$$\varrho_m = -2 \sqrt{2} \approx -2,828.$$

(49) Die Gleichung ist im r.-w.-Koord.-Syst. in unentwickelter Form gegeben. $f(x, y) = 0.$

Die Betrachtungen unterscheiden sich von denen unter 1) nur dadurch, daß man die Differentialquotienten $y', y'' \dots$ nach den unter (43) angegebenen Methoden zu berechnen hat. Im übrigen ist stets darauf zu achten, daß zwischen den Koordinaten x/y eines jeden Kurvenpunktes die Beziehung $f(x, y)$ bestehen muß. Neu kommen nur hinzu die **Singulären Punkte**: Sind für die Koordinaten x/y eines Kurvenpunktes außer der Gleichung $f(x, y) = 0$ auch noch die beiden Gleichungen $\frac{\partial f}{\partial x} = 0, \frac{\partial f}{\partial y} = 0$ erfüllt, so heißt er ein singulärer Punkt. Die Kurve hat in einem solchen zwei oder sogar mehrere Richtungen; sie bestimmen sich (falls es zwei sind) aus der Gleichung

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \cdot y'^2 + 2 \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \cdot y' + \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 0.$$

Hat diese zwei reelle voneinander verschiedene Lösungen y_1' und y_2' , so heißt der Punkt ein Doppelpunkt; sind die Lösungen $y_1' = y_2'$ reell und gleich, so ist es ein Rückkehrpunkt (Spitze); sind sie konjugiert komplex, ein isolierter Punkt (Einsiedler).

Beispiel: Das Kartesische Blatt hat die Gleichung

$$f(x, y) = x^3 + y^3 - 3axy = 0.$$

Maximum (S. (46)): $\frac{\partial f}{\partial x} = 3(x^2 - ay) = 0,$

$$x_m = a \sqrt[3]{2}, \quad y_m = a \sqrt[3]{4}.$$

Krümmungsradius in diesem Punkte:

$$\varrho_m = \frac{1}{y_m''} = \frac{(y_m^3 - ax_m)^3}{2a^3 x_m y_m} = -\frac{a}{2}.$$

Singulärer Punkt: Für $x = 0, y = 0$ wird $f = 0,$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 0;$$

der Anfangspunkt ist also ein singulärer Punkt der Kurve; seine Richtungen ergeben sich, da

$$\left(\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \right)_{0/0} = 0, \quad \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \right)_{0/0} = 3a, \quad \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right)_{0/0} = 0,$$

aus der quadratischen Gleichung

$$0 \cdot y'^2 - 6a y' + 0 = 0, \quad y_1' = 0, \quad y_2' = \infty.$$

Es ist also ein Doppelpunkt; die Koordinatenachsen sind Tangenten in ihm.

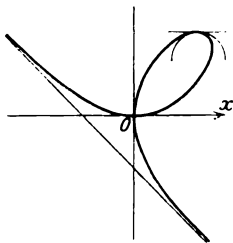


Abb. 46.

(50) Die Gleichung ist im r.-w. Koord.-System in Parameterdarstellung gegeben: $x = \varphi(t), y = \psi(t)$.

Die Koordinaten eines beliebigen Punktes der Kurve sind in diesem Falle als Funktionen einer dritten Veränderlichen t , des Parameters ausgedrückt; desgleichen lassen sich die Differentialquotienten als Funktionen von t darstellen; es ist

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} : \frac{dx}{dt}, \quad y' = \psi'(t) : \varphi'(t), \quad \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d^2y}{dt^2} \cdot \frac{dx}{dt} - \frac{dy'}{dt} \cdot \frac{d^2x}{dt^2} \cdot \frac{dx}{dt} \dots$$

Unter Berücksichtigung dieser Formeln gelten zur Untersuchung der Kurve die Betrachtungen unter (48).

Beispiel: $x = t^2, y = t - \frac{1}{3}t^3$, Abb. 47.

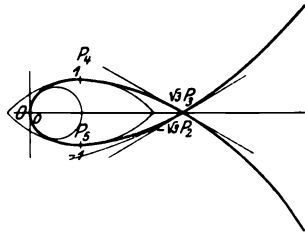
Schnittpunkte mit der Abszissenachse:

$$y = 0, \quad t_1 = 0, \quad t_2 = \sqrt{3}, \quad t_3 = -\sqrt{3}, \\ x_1 = 0, \quad x_2 = 3, \quad x_3 = 3, \\ P_2 = P_3 \text{ Doppelpunkt}$$

$$y' = \frac{1-t^2}{2t}, \quad y'_1 = \infty, \\ y'_2 = -\frac{1}{3}\sqrt{3}, \quad y'_3 = \frac{1}{3}\sqrt{3}.$$

Tangente in O ist y -Achse, in P_2 unter 150° , in P_3 unter 30° geneigt.

Abb. 47.



Höchst- und Tiefpunkte:

$$y' = 0, \quad \frac{dy}{dt} = 0, \quad t_4 = 1, \quad x_4 = 1, \quad y_4 = \frac{2}{3}, \\ t_5 = -1, \quad x_5 = 1, \quad y_5 = -\frac{2}{3}.$$

Krümmungsradien:

$$y'' = -\frac{1+t^2}{4t^3}, \quad \rho = -\frac{(1+t^2)^2}{2}, \quad \rho_1 = -\frac{1}{2}, \quad \rho_{2,3} = -8, \quad \rho_{4,5} = -2. \\ (\text{S. a. (62) und (63).})$$

(51) Die Gleichung ist in Polarkoordinaten gegeben: $r = f(\vartheta)$.

Der Winkel φ , den die Tangente PT im Kurvenpunkte $P(\vartheta/r)$ mit dem Radiusvektor $OP = r$ einschließt, ist durch die Gleichung bestimmt

$$\operatorname{tg} \varphi = r : \frac{dr}{d\vartheta} = r : r'. \text{ Ist } NOT \perp OP, \text{ so}$$

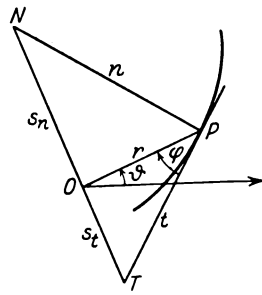
heißt die Strecke $PT = t$ die Länge der Tangente, $OT = s_t$ die Polarsubtangente, $PN(\perp PT) = n$ die Länge der Normalen, $ON = s_n$ die Polarsubnormale, und es ist

$$s_n = r' = \frac{dr}{d\vartheta}, \quad s_t = \frac{r^2}{r'}, \\ n = \sqrt{r^2 + r'^2}, \quad t = \frac{1}{r'} \sqrt{r^2 + r'^2}.$$

Krümmungsradius:

$$\rho = \frac{(r^2 + r'^2)^{3/2}}{r^2 + 2r'^2 - rr''} = \frac{n^3}{r^2 + 2r'^2 - rr''}.$$

Abb. 48.



Beispiel: Die Lemniskate, Abb. 49: Gleichung: $r = a \sqrt{\cos 2\vartheta}$.

Konstruktion von Kurvenpunkten: Zeichne über $OA = a$ als Durchmesser den Kreis; schneide ihn mit dem Leitstrahl 2ϑ in Q ; zeichne auf OA $OR = OQ$; errichte auf

OA in R das Lot, das den Halbkreis in S schneidet; trage auf dem Leitstrahl ϑ $OP = OS$ ab; dann ist P ein Punkt der Lemniskate.

Tangenten- und Normalen-Konstruktion: 1) Da $r' = -\frac{a \sin 2\vartheta}{\sqrt{\cos 2\vartheta}}$ ist, ist $\operatorname{tg} \varphi = -\cot 2\vartheta$, also $\varphi = 90^\circ + 2\vartheta$; demnach der Winkel zwischen r und n $\varphi' = 2\vartheta$

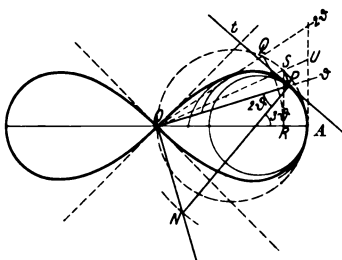


Abb. 49.

Trage in P an $OP \sphericalangle OPN = 2\vartheta$ an, dann ist PN die Normale in P und das in P auf PN errichtete Lot t die Tangente.

2) Da $\cos 2\vartheta = \frac{r^2}{a^2}$, so ist $\sin 2\vartheta = \frac{\sqrt{a^4 - r^4}}{a^2}$,

also $r' = s_n = -\frac{\sqrt{a^4 - r^4}}{r}$, demnach

$n = \sqrt{r^2 + s_n^2} = \frac{a^2}{r}$. Schneidet man also OS

mit dem in A auf OA errichteten Lote in U, so ist $OU = n$. Errichtet man also in O auf OP das Lot und bringt es mit dem um P mit n geschlagenen Kreise in N zum Schnitt, so ist PN die Normale der Länge und Lage nach, und damit auch die Tangente bestimmt.

Krümmungsradius: $r'' = r' \frac{dr'}{dr} = -\frac{a^4 + r^4}{r^3}$; durch Einsetzen erhält man den

Ausdruck: $\varrho = \frac{a^2}{3r} = \frac{n}{3}$.

Maximum: Damit ein Maximum statthat, muß $PN \perp OA$, also $\vartheta + 2\vartheta = 90^\circ$, d. h. $\vartheta = 30^\circ$ sein; hierfür ist $r_{30^\circ} = \frac{a}{2}\sqrt{2}$, $\varrho = \frac{a}{3}\sqrt{2}$.

Untersuchungen von Körpern und Flächen s. Analytische Geometrie des Raumes (104).

(52) 4. Der Taylorsche Satz und die unendlichen Reihen.

a) Der Taylorsche und der Maclaurinsche Satz.

Ist die Funktion $f(x)$ im Intervall von a bis $a + h$ mit ihren Differentialquotienten $f'(x), f''(x), \dots$ endlich, eindeutig und stetig, so ist $f(a + h)$

$$= f(a) + \frac{h}{1!} f'(a) + \frac{h^2}{2!} f''(a) + \dots + \frac{h^{n-1}}{(n-1)!} f^{(n-1)}(a) + R_n,$$
 wobei

$$\left. \begin{aligned} R_n &= \frac{h^n}{n!} f^{(n)}(a + \Theta h), \text{ (Lagrangesche Restformel), oder} \\ R_n &= \frac{h^n}{(n-1)!} (1 - \Theta)^{n-1} f^{(n)}(a + \Theta h) \text{ (Cauchysche Restformel)} \end{aligned} \right\} \Theta < 1.$$

Wird $\lim_{n \rightarrow \infty} R_n = 0$, so geht die Reihe in eine konvergente unendliche Reihe über.

Setzt man $a = 0$ und $h = x$, so ergibt sich die Maclaurinsche Reihe

$$f(x) = f(0) + \frac{x}{1!} f'(0) + \frac{x^2}{2!} f''(0) + \dots$$

Beispiel: $f(x) = \sin x, f'(x) = \cos x, f''(x) = -\sin x, f'''(x) = -\cos x, \dots$
 $f(0) = 0, f'(0) = 1, f''(0) = 0, f'''(0) = -1, \dots$

also $\sin x = \frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots$ konvergiert für beliebiges x

$$\sin \frac{1}{2} = \sin 28^\circ 38' 52'' = 0,5 - 0,02083333 + 0,00026042 - 0,0000155 + 0,00000001 = 0,47942555.$$

b) Anwendungen:

Exponentialreihe und goniometrische Reihen.

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots \quad \text{konvergiert für beliebiges } x,$$

$$e = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots = 2,7182818,$$

$$e^2 = 1 + \frac{2}{1!} + \frac{2^2}{2!} + \frac{2^3}{3!} + \dots = 7,389056,$$

$$e^{-1} = 0,3678794, \quad \sqrt{e} = 1,6487217, \quad \sqrt[3]{e} = 1,39560,$$

$$\left. \begin{aligned} \sin x &= \frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots \\ \cos x &= 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots \end{aligned} \right\} \text{konvergieren für beliebiges } x,$$

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} x &= x + \frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{15}x^5 + \frac{17}{315}x^7 + \frac{62}{2835}x^9 + \dots \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{konvergiert für} \\ -\frac{\pi}{2} < x < +\frac{\pi}{2}. \end{array}$$

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{ctg} x &= \frac{1}{x} - \frac{1}{3}x - \frac{1}{45}x^3 - \frac{2}{945}x^5 - \frac{1}{4725}x^7 - \dots \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{konvergiert für} \\ -\pi < x < +\pi. \end{array}$$

Die Koeffizienten der Tangens- und der Kotangensreihe befolgen ein verwickeltes Gesetz; sie hängen aufs engste mit den Bernoullischen Zahlen zusammen.

$$\arcsin x = x + \frac{1}{2} \frac{x^3}{3} + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \frac{x^5}{5} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} \frac{x^7}{7} + \dots \left. \right\} \begin{array}{l} \text{konvergiert für} \\ -1 < x < +1, \end{array}$$

$$\arccos x = \frac{\pi}{2} - \arcsin x = \frac{\pi}{2} - \left(x + \frac{1}{2} \frac{x^3}{3} + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \frac{x^5}{5} + \dots \right)$$

$$\operatorname{arc} \operatorname{tg} x = \frac{x}{1} - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \dots \quad \text{konvergiert für } -1 \leq x \leq +1.$$

Anwendung zur Berechnung von π :

$$\frac{\pi}{6} = \arcsin \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{48} + \frac{3}{1280} + \frac{5}{14336} + \dots$$

$$\frac{\pi}{4} = \operatorname{arctg} \frac{1}{2} + \operatorname{arctg} \frac{1}{3} = \operatorname{arctg} \frac{1}{2} + \operatorname{arctg} \frac{1}{5} + \operatorname{arctg} \frac{1}{8}$$

$$= 4 \operatorname{arctg} \frac{1}{5} - \operatorname{arctg} \frac{1}{239}; \text{ letztere besonders rasch konvergierend.}$$

$$\left. \begin{aligned} \sin x &= \frac{x}{1!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots \\ \cos x &= 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \dots \end{aligned} \right\} \text{konvergieren für beliebiges } x.$$

Logarithmische Reihen.

$$\left. \begin{aligned} \ln(1+x) &= \frac{x}{1} - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots \\ \ln \frac{1+x}{1-x} &= 2 \left(\frac{x}{1} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \dots \right) \end{aligned} \right\} \text{konvergieren für } -1 < x < +1$$

$$\ln(y+z) = \ln y + 2 \left[\frac{z}{2y+z} + \frac{1}{3} \left(\frac{z}{2y+z} \right)^3 + \frac{1}{5} \left(\frac{z}{2y+z} \right)^5 + \dots \right]$$

konvergiert für jedes $z < y$.

Beispiele:

$$1) \quad y=1, \quad z=1, \quad \ln 2 = 2 \left[\frac{1}{3} + \frac{1}{3} \left(\frac{1}{3} \right)^3 + \frac{1}{3} \left(\frac{1}{3} \right)^5 + \dots \right] = 0,693147.$$

$$2) \quad y=8, \quad z=1, \quad \ln 9 = 3 \ln 2 = 2 \left[\frac{1}{17} + \frac{1}{3} \left(\frac{1}{17} \right)^3 + \frac{1}{5} \left(\frac{1}{17} \right)^5 + \dots \right].$$

$$\text{Hieraus } \ln 3 = \frac{1}{2} \ln 9.$$

$$3) \quad y=16, \quad z=1, \quad \ln 15 = 4 \ln 2 = 2 \left[\frac{1}{31} + \frac{1}{3} \left(\frac{1}{31} \right)^3 + \frac{1}{5} \left(\frac{1}{31} \right)^5 + \dots \right].$$

$$\text{Hieraus } \ln 5 = \ln 15 - \ln 3.$$

Die Binomische Reihe.

$$(1+x)^n = 1 + \frac{n}{1} x + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} x^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} x^3 + \dots$$

konverg. für $-1 < x < 1$.

Sonderfälle: 1) Ist n eine positive ganze Zahl, so bricht die Reihe mit der n -ten Potenz ab; die sich ergebende Formel heißt der Binomische Satz (s. (1)):

$$(1+x)^n = 1 + \binom{n}{1} x + \binom{n}{2} x^2 + \dots + \binom{n}{k} x^k + \dots + \binom{n}{n} x^n.$$

2) Ist $n = -1$, so ergibt sich die unendliche geometrische Reihe (s. a. (7))

$$\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 \dots$$

$$3) \quad n = \frac{1}{2}: \sqrt{1 \pm x} = 1 \pm \frac{1}{2} x - \frac{1}{2 \cdot 4} x^2 \pm \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 6} x^3 - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8} x^4 \pm \dots$$

$$n = -\frac{1}{2}: \frac{1}{\sqrt{1 \pm x}} = 1 \mp \frac{1}{2} x + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} x^2 \mp \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} x^3 + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8} x^4 \mp \dots$$

$$n = \frac{1}{3}: \sqrt[3]{1 \pm x} = 1 \pm \frac{1}{3} x - \frac{2}{3 \cdot 6} x^2 \pm \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 6 \cdot 9} x^3 - \frac{2 \cdot 5 \cdot 8}{3 \cdot 6 \cdot 9 \cdot 12} x^4 \pm \dots$$

$$n = -\frac{1}{3}: \frac{1}{\sqrt[3]{1 \pm x}} = 1 \mp \frac{1}{3} x + \frac{1 \cdot 4}{3 \cdot 6} x^2 \mp \frac{1 \cdot 4 \cdot 7}{3 \cdot 6 \cdot 9} x^3 + \frac{1 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 10}{3 \cdot 6 \cdot 9 \cdot 12} x^4 \mp \dots$$

Beispiele:

$$\sqrt{5} = \frac{9}{4} \sqrt{1 - \frac{1}{81}} = \frac{9}{4} \left[1 - \frac{1}{2} \frac{1}{81} - \frac{1}{2 \cdot 4} \left(\frac{1}{81} \right)^2 - \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 6} \left(\frac{1}{81} \right)^3 - \dots \right] = 2,2360679777$$

$$= \frac{20}{9} \sqrt{1 + \frac{1}{80}} = \frac{20}{9} \left[1 + \frac{1}{2} \frac{1}{80} - \frac{1}{2 \cdot 4} \left(\frac{1}{80} \right)^2 + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 6} \left(\frac{1}{80} \right)^3 - \dots \right] = 2,2360679777$$

$$\sqrt[3]{9} = 2 \sqrt[3]{1 + \frac{1}{8}} = 2 \left[1 + \frac{1}{3} \frac{1}{8} - \frac{2}{3 \cdot 6} \left(\frac{1}{8} \right)^2 + \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 6 \cdot 9} \left(\frac{1}{8} \right)^3 - \dots \right] = 2,0800838231.$$

Für kleine Werte ε ist

$$e^\varepsilon = 1 + \varepsilon \quad \sin \varepsilon = \varepsilon \quad \cos \varepsilon = 1 - \frac{\varepsilon^2}{2} \quad \operatorname{tg} \varepsilon = \varepsilon \quad \arcsin \varepsilon = \varepsilon$$

$$\arccos \varepsilon = \frac{\pi}{2} - \varepsilon \quad \operatorname{Cot} \varepsilon = \frac{1}{\varepsilon} \quad \operatorname{Cot} \varepsilon = 1 - \frac{\varepsilon^2}{2} \quad \ln(1 + \varepsilon) = \varepsilon$$

$$(1 + \varepsilon)^n = 1 + n\varepsilon \quad (\text{s. a. S. 38}).$$

VII. Integralrechnung.

A. Theorie.

(53) 1. Das unbestimmte Integral.

Unter dem unbestimmtem Integrale $\int f(x) dx$ versteht man diejenige Funktion $F(x)$ von x , deren Differentialquotient $f(x)$ ist. $\int f(x) dx = F(x)$, wenn $\frac{dF(x)}{dx} = f(x)$ ist. Zu einer Funktion $f(x)$ gibt es unendlich viele unbestimmte Integrale, die sich nur durch eine Konstante voneinander unterscheiden. Ist also $F(x) = \int f(x) dx$, so ist auch $F(x) + C = \int f(x) dx$, wobei C irgendeine von x unabhängige Größe ist.

Geometrische Deutung: $y = f(x)$ stellt im rechtwinkligen Koordinatensystem eine ebene Kurve dar. Man betrachte die Fläche F , welche von dieser, der x -Achse, der zu einer bestimmten festen Abszisse a gehörigen Ordinate und der zu der veränderlichen Abszisse x gehörigen Ordinate begrenzt wird; F ändert sich, wenn x sich ändert, ist also eine Funktion von x , und zwar ist $F = \int f(x) dx$. Wählt man eine bestimmte andere Anfangsabszisse a' , so ergibt sich eine andere Fläche F' , die sich indessen bei jeder beliebigen Abszisse x stets um das konstante Flächenstück C von F unterscheidet.

$$F' = F - C = \int f(x) dx + C.$$

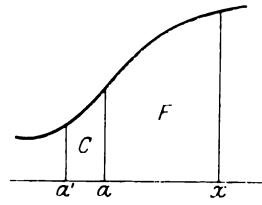


Abb. 50.

(54) 2. Das bestimmte Integral.

Gegeben ist die Kurve $y = f(x)$; man erhält den zwischen ihr, der x -Achse und den zu den beiden Abszissen x_1 und x_2 gehörigen Ordinaten liegenden Flächeninhalt $F_{x_1}^{x_2}$ nach 1, indem man $F(x) = \int f(x) dx + C$ bildet, einmal den oberen Wert x_2 einsetzt, das andere Mal den unteren Wert x_1 einsetzt und dann $F(x_2) - F(x_1)$ bildet; die Integrationskonstante fällt hierbei heraus. Man schreibt $F_{x_1}^{x_2} = \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx$ und nennt dies ein bestimmtes

Integral; x_1 ist die untere, x_2 die obere Grenze. Dieses bestimmte Integral, das also durch eine zur Differentiation umgekehrte Operation gewonnen ist, kann man auch dadurch erhalten, daß man die Fläche $F_{x_1}^{x_2}$ durch Ordinaten vom gegenseitigen Abstände dx in Streifen zerlegt; ein jeder kann angenähert durch ein Rechteck mit den beiden Seiten dx und $f(x)$, also vom Flächeninhalt $f(x) \cdot dx$ ersetzt werden; der Flächeninhalt $F_{x_1}^{x_2}$ ist dann angenähert die Summe aller dieser Rechteckflächen

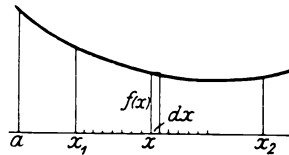


Abb. 51.

$F_{x_1}^{x_2} \sim \sum_{x_1}^{x_2} f(x) dx$. In dem Falle, daß dx unendlich klein wird, deckt sich $F_{x_1}^{x_2}$ genau mit dieser Summe, die nun eine Summe von unendlich vielen unendlich kleinen Größen wird; es ist also dann genau

$$F_{x_1}^{x_2} = \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx.$$

Beispiel zur Berechnung des bestimmten Integrals:

Es ist $\frac{d \sin x}{dx} = \cos x$; demnach ist $\int \cos x \, dx = \sin x + C$;

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x \, dx = \left[\sin x \right]_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} = \sin \frac{\pi}{2} - \sin \frac{\pi}{6} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}.$$

(55) 3. Fundamentale Integrationsformeln (s. (38)).

- 1) $\int x^n \, dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$ gilt für jedes $n \neq -1$.
- 2) $\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$.
- 3) $\int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arctg} x + C = -\operatorname{arcctg} x + C'$.
- 4) $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \operatorname{arcsin} x + C = -\operatorname{arccos} x + C'$.
- 5) $\int a^x \, dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$; $\int e^x \, dx = e^x + C$.
- 6) $\int \sin x \, dx = -\cos x + C$; $\int \cos x \, dx = \sin x + C$.
- 7) $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C$; $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = \operatorname{ctg} x + C$.
- 8) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+1}} = \operatorname{Ar} \operatorname{Sin} x + C = \ln(x + \sqrt{x^2+1}) + C$;
 $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-1}} = \operatorname{Ar} \operatorname{Cos} x + C = \ln(x + \sqrt{x^2-1}) + C$.
- 9) $\int \frac{dx}{1-x^2} = \operatorname{Ar} \operatorname{Tg} x + C = \frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x} + C$.
- 10) $\int \operatorname{Sin} x \, dx = \operatorname{Cos} x + C$; $\int \operatorname{Cos} x \, dx = \operatorname{Sin} x + C$.
- 11) $\int \frac{dx}{\operatorname{Cos}^2 x} = \operatorname{Tg} x + C$.

(56) 4. Integrationsregeln.

- 1) $\int a f(x) \, dx = a \int f(x) \, dx$.
- 2) $\int (f_1(x) + f_2(x)) \, dx = \int f_1(x) \, dx + \int f_2(x) \, dx$ Summenregel.
- 3) Setzt man $x = \varphi(y)$, so wird $\int f(x) \, dx = \int f(\varphi(y)) \cdot \varphi'(y) \, dy$ Substitutionsregel.
- 4) Sind u und v zwei Funktionen von x , so ist $\int u \cdot v' \, dx = uv - \int v u' \, dx$ Regel der partiellen Integration.
- 5) $\int \frac{f'(x)}{f(x)} \, dx = \ln x + C$.

Beispiele:

$$1) \int (a+x)^2 dx = \int (a^2 + 2ax + x^2) dx.$$

Nach Regel 1) und 2) und Formel 1) ist

$$\int (a+x)^2 dx = a^2 x + ax^2 + \frac{x^3}{3} + C.$$

Setzt man $x = y - a = \varphi(y)$, so ist $\varphi'(y) = 1$, und nach 3

$$\int (a+x)^2 dx = \int y^2 dy = \frac{y^3}{3} + C' = \frac{(a+x)^3}{3} + C'.$$

$$2) \int \operatorname{tg} x dx = \int \frac{\sin x}{\cos x} dx = -\ln |\cos x| + C \quad (\text{Regel 5}).$$

$$3) \int \frac{dx}{\sin x \cos x} = \int \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x \cos x} dx = \int (\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x) dx = \ln |\sin x| - \ln |\cos x| + C = \ln |\operatorname{tg} x| + C.$$

$$4) \int x^m \ln x dx.$$

Nach Regel 4) setze man $\ln x = u$, $x^m = v$; dann wird $u' = \frac{1}{x}$, $v' = \frac{x^{m+1}}{m+1}$, und man erhält

$$\begin{aligned} \int x^m \ln x dx &= \frac{x^{m+1}}{m+1} \ln x - \frac{1}{m+1} \int \frac{x^{m+1}}{x} dx \\ &= \frac{1}{m+1} \left(x^{m+1} \ln x - \frac{x^{m+1}}{m+1} \right) + C = \frac{x^{m+1}}{(m+1)^2} ((m+1) \ln x - 1) + C. \end{aligned}$$

$$5) \int \frac{dx}{\sqrt{x^2+a}} = \frac{x + \sqrt{x^2+a}}{\sqrt{x^2+a}} = y. \quad y' = 1 + \frac{x}{\sqrt{x^2+a}} = \frac{x + \sqrt{x^2+a}}{\sqrt{x^2+a}} = \frac{y}{\sqrt{x^2+a}};$$

also ist $dx = \frac{\sqrt{x^2+a}}{y} dy$, und infolgedessen

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+a}} = \int \frac{\sqrt{x^2+a}}{y} \cdot \frac{dy}{\sqrt{x^2+a}} = \int \frac{dy}{y} = \ln |y| + C = \ln (x + \sqrt{x^2+a}) + C.$$

(57) 5. Integration der rationalen Funktion

$$f(x) = \frac{a_r x^r + a_{r-1} x^{r-1} + \dots + a_0}{b_s x^s + b_{s-1} x^{s-1} + \dots + b_0}.$$

Ist $r \geq s$, so ist $f(x)$ eine unecht gebrochene, ist $r < s$, eine echt gebrochene Funktion von x . Jede unecht gebrochene Funktion von x läßt sich durch Division als Summe einer ganzen rationalen und einer echt gebrochenen Funktion darstellen. Da sich die ganze rationale Funktion nach der Summenregel und der Formel (55, 1) in einfacher Weise integrieren läßt, bedarf nur die echt gebrochene Funktion einer näheren Betrachtung:

$$1) s = 1; f(x) = \frac{a_0}{b_1 x + b_0}; \text{ der Nenner ist linear. Mit Hilfe von (55, 3)}$$

$$\text{ergibt sich } \int \frac{a_0}{b_1 x + b_0} dx = \frac{a_0}{b_1} \ln |b_1 x + b_0|.$$

$$\text{Beispiel: } f(x) = \frac{x^2 + 5x}{2x + 3}; \text{ man dividiere: } \frac{x^2 + 5x}{2x + 3} = \frac{x}{2} + \frac{7}{4} - \frac{21}{4(2x + 3)};$$

$$\text{demnach ist } \int \frac{x^2 + 5x}{2x + 3} dx = \int \left(\frac{x}{2} + \frac{7}{4} - \frac{21}{4(2x + 3)} \right) dx = \frac{x^2}{4} + \frac{7}{4}x - \frac{21}{8} \ln |2x + 3| + C.$$

$$2) s = 2. \text{ Der Nenner ist vom zweiten Grade: } f(x) = \frac{a_1 x + a_0}{b_2 x^2 + b_1 x + b_0}.$$

Man kürze mit b_2 , um zu erhalten $f(x) = \frac{\alpha_1 x + \alpha_0}{x^2 + \beta_1 x + \beta_0}$. Der Differentialquotient des Nenners ist $2x + \beta_1$; man schreibe

$$f(x) = \frac{\frac{\alpha_1}{2}(2x + \beta_1)}{x^2 + \beta_1 x + \beta_0} + \frac{\alpha_0 - \frac{\alpha_1 \beta_1}{2}}{x^2 + \beta_1 x + \beta_0}.$$

Demnach ist (56, 5) $\int f(x) dx = \frac{\alpha_1}{2} \ln(x^2 + \beta_1 x + \beta_0) + a \int \frac{dx}{x^2 + \beta_1 x + \beta_0}$,

wenn $\alpha_0 - \frac{\alpha_1 \beta_1}{2} = a$ gesetzt wird. Man schreibe

$$x^2 + \beta_1 x + \beta_0 = \left(x + \frac{\beta_1}{2}\right)^2 + \beta_0 - \frac{\beta_1^2}{4}.$$

Nun hat man drei Fälle zu unterscheiden:

a) $\beta_0 < \frac{\beta_1^2}{4}$; der Nenner hat die Form $\left(x + \frac{\beta_1}{2}\right)^2 - b^2$; durch die Sub-

stitution $x + \frac{\beta_1}{2} = y$, $dx = dy$ geht $\int \frac{dx}{\left(x + \frac{\beta_1}{2}\right)^2 - b^2}$ über in

$$\int \frac{dy}{y^2 - b^2} = \frac{1}{2b} \ln \frac{y-b}{y+b} + C, \text{ also } \int \frac{dx}{\left(x + \frac{\beta_1}{2}\right)^2 - b^2} = \frac{1}{2b} \ln \frac{x + \frac{\beta_1}{2} - b}{x + \frac{\beta_1}{2} + b} + C.$$

Beispiel:

$$\begin{aligned} \int \frac{3x+2}{x^2-x-2} dx &= \int \frac{\frac{3}{2}(2x-1)}{x^2-x-2} dx + \frac{7}{2} \int \frac{dx}{x^2-x-2} \\ &= \frac{3}{2} \ln(x^2-x-2) + \frac{7}{2} \int \frac{dx}{\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2} \\ &= \frac{3}{2} \ln(x^2-x-2) + \frac{7}{6} \ln \frac{x-2}{x+1} + C. \end{aligned}$$

b) $\beta_0 > \frac{\beta_1^2}{4}$; der Nenner hat die Form $\left(x + \frac{\beta_1}{2}\right)^2 + b^2$; durch die gleiche

Substitution wie oben geht $\int \frac{dx}{\left(x + \frac{\beta_1}{2}\right)^2 + b^2}$ über in

$$\int \frac{dy}{y^2 + b^2} = \frac{1}{b} \operatorname{arctg} \frac{y}{b} + C, \text{ also } \int \frac{dx}{\left(x + \frac{\beta_1}{2}\right)^2 + b^2} = \frac{1}{b} \operatorname{arctg} \frac{x + \frac{\beta_1}{2}}{b} + C.$$

Beispiel.

$$\begin{aligned} \int \frac{x+3}{9x^2-6x-2} dx &= \frac{1}{9} \int \frac{x+3}{x^2-\frac{2}{3}x+\frac{2}{9}} dx \\ &= \frac{1}{9} \left\{ \int \frac{\frac{1}{2}(2x-\frac{2}{3})}{x^2-\frac{2}{3}x+\frac{2}{9}} dx + \frac{10}{3} \int \frac{dx}{\left(x-\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2} \right\} \\ &= \frac{1}{9} \left\{ \frac{1}{2} \ln \left(x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{2}{9}\right) + 10 \operatorname{arctg} \frac{x-\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}} \right\} + C \\ &= \frac{1}{18} \ln(9x^2 - 6x + 2) + \frac{10}{9} \operatorname{arctg}(3x - 1) + C. \end{aligned}$$

c) $\beta_0 = \frac{\beta_1^2}{4}$. Der Nenner hat die Form $\left(x + \frac{\beta_1}{2}\right)^2$. Nun ist aber

$$\int \frac{dx}{\left(x + \frac{\beta_1}{2}\right)^2} = \frac{1}{x + \frac{\beta_1}{2}}.$$

Beispiel:

$$\int \frac{x^5}{(x+3)^2} dx. \quad x^5 : (x^2 + 6x + 9) = x^3 - 6x^2 + 27x - 108 + 81 \cdot \frac{5x+12}{(x+3)^2}.$$

$$\int \frac{x^5}{(x+3)^2} dx = \frac{x^4}{4} - 2x^3 + \frac{27}{2}x^2 - 108x + 81 \cdot \left\{ \int \frac{5}{2} \frac{(2x+6)}{x^2+6x+9} dx - 3 \int \frac{dx}{(x+3)^2} \right\}$$

$$= \frac{x^4}{4} - 2x^3 + \frac{27}{2}x^2 - 108x + \frac{405}{2} \ln(x^2+6x+9) + \frac{243}{x+3} + C.$$

3) s sei eine beliebige positive ganze Zahl. Durch Kürzen mit b_s bringe man $f(x)$ auf die Form $\frac{\alpha_{s-1}x^{s-1} + \alpha_{s-2}x^{s-2} + \dots + \alpha_0}{x^s + \beta_{s-1}x^{s-1} + \dots + \beta_0}$. Man setze den Nenner gleich Null $N \equiv x^s + \beta_{s-1}x^{s-1} + \dots + \beta_0 = 0$. Es sind nun verschiedene Fälle zu unterscheiden:

a) Die Wurzeln x_1, x_2, \dots, x_s der Gleichung sind alle reell und voneinander verschieden; dann läßt sich der Nenner in die s linearen Faktoren zerlegen: $x^s + \beta_{s-1}x^{s-1} + \dots + \beta_0 = (x-x_1)(x-x_2)\dots(x-x_s)$. Man zerlege nun $f(x)$ in eine Summe von s Teilbrüchen

$$\frac{\alpha_{s-1}x^{s-1} + \alpha_{s-2}x^{s-2} + \dots + \alpha_0}{(x-x_1)(x-x_2)\dots(x-x_s)} = \frac{A_1}{x-x_1} + \frac{A_2}{x-x_2} + \dots + \frac{A_s}{x-x_s}.$$

Dabei bestimmt man die Größen A_1, A_2, \dots, A_s am kürzesten auf folgende Weise: Man bringe die Teilbrüche auf gemeinsamen Nenner, ordne den Zähler nach fallenden Potenzen von x und setze den Koeffizienten von x^k gleich α_k ; es ergeben sich dadurch s in A_1, A_2, \dots, A_s lineare Gleichungen, aus denen diese Größen berechnet werden können. Es ist also

$$\int f(x) dx = \sum_{k=1}^s \int \frac{A_k}{x-x_k} dx = \sum_{k=1}^s A_k \ln(x-x_k) + C.$$

Beispiel: $f(x) = \frac{7x-5}{x^3+x^2-6x}$. Die Wurzeln der Gleichung $x^3+x^2-6x=0$ sind $x_1=0, x_2=2, x_3=-3$. Man mache den Ansatz:

$$\frac{7x-5}{x(x-2)(x+3)} = \frac{A_1}{x} + \frac{A_2}{x-2} + \frac{A_3}{x+3} = \frac{(A_1+A_2+A_3)x^2 + (A_1+3A_2-2A_3)x - 6A_1}{x(x-2)(x+3)}.$$

$$\text{Es muß also sein} \quad \left[\begin{array}{l} A_1 + A_2 + A_3 = 0 \\ A_1 + 3A_2 - 2A_3 = 7 \\ -6A_1 = -5. \end{array} \right]$$

$$\text{Hieraus berechnen sich: } A_1 = \frac{5}{6}, \quad A_2 = \frac{9}{10}, \quad A_3 = -\frac{26}{15}.$$

Also ist $\frac{7x-5}{x^3+x^2-6x} = \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{x} + \frac{9}{10} \cdot \frac{1}{x-2} - \frac{26}{15} \cdot \frac{1}{x+3}$, und

$$\int \frac{7x-5}{x^3+x^2-6x} dx = \frac{5}{6} \ln x + \frac{9}{10} \ln(x-2) - \frac{26}{15} \ln(x+3) + C.$$

b) Die Wurzeln der Gleichung $N=0$ seien alle reell, und es mögen einige von ihnen mehrere Male auftreten. Tritt u. a. x_k in der Mannigfaltigkeit κ auf, so zerlege man $f(x)$ in folgender Weise in Teilbrüche:

$$\frac{\alpha_{s-1} x^{s-1} + \dots + \alpha_0}{x^s + \beta_{s-1} x^{s-1} + \dots + \beta_0} = \dots + \\ + \frac{K_{\kappa-1} x^{\kappa-1} + K_{\kappa-2} x^{\kappa-2} + \dots + K_0}{(x-x_k)^\kappa} + \dots$$

Zur Bestimmung der Konstanten $K_{\kappa-1} \dots K_0$ bringe man die ganze rechte Seite auf den gemeinsamen Nenner N , ordne den Zähler nach fallenden Potenzen von x ; dann erhält man durch Koeffizientenvergleichung mit dem Zähler der linken Seite die nötige Anzahl linearer Gleichungen zur Bestimmung derselben. Man hat nun nur noch Integrale von der Form

$$\int \frac{K_{\kappa-1} x^{\kappa-1} + K_{\kappa-2} x^{\kappa-2} + \dots + K_0}{(x-x_k)^\kappa} dx$$

auszuwerten. Dies geschieht am zweckmäßigsten nach der Methode der unbestimmten Koeffizienten durch den Ansatz:

$$\int \frac{K_{\kappa-1} x^{\kappa-1} + \dots + K_0}{(x-x_k)^\kappa} dx = \\ = \frac{K_{\kappa-2} x^{\kappa-2} + K_{\kappa-3} x^{\kappa-3} + \dots + K_0}{(x-x_k)^{\kappa-1}} + \Re \int \frac{dx}{x-x_k}$$

Hier sind nun nur noch die Größen $K_{\kappa-2} \dots K_0$, \Re zu ermitteln; zu diesem Zwecke differenziere man beiderseits und wende wieder die Methode der Koeffizientenvergleichung an.

$$\text{Beispiel: } f(x) = \frac{x^4 + 1}{x^2(x-1)^3} = \frac{A_1 x + A_0}{x^2} + \frac{B_2 x^2 + B_1 x + B_0}{(x-1)^3} = \\ = \frac{(A_1 + B_2) x^4 + (A_0 - 3A_1 + B_1) x^3 + (3A_1 - 3A_0 + B_0) x^2 + (3A_0 - A_1) x - A_0}{x^2(x-1)^3};$$

durch Koeffizientenvergleichung folgt:

$$A_1 + B_2 = 1; \quad A_0 - 3A_1 + B_1 = 0; \quad 3A_1 - 3A_0 + B_0 = 0; \quad 3A_0 - A_1 = 0; \quad -A_0 = 1;$$

und hieraus $A_0 = -1$; $A_1 = -3$; $B_0 = 6$; $B_1 = -8$; $B_2 = 4$; also ist

$$\int \frac{x^4 + 1}{x^2(x-1)^3} dx = \int \frac{-3x-1}{x^2} dx + \int \frac{4x^2 - 8x + 6}{(x-1)^3} dx.$$

Das erste Integral der ersten Seite wertet sich ohne weiteres aus; es ist

$$\int \left(-\frac{3}{x} - \frac{1}{x^2} \right) dx = \frac{1}{x} - 3 \ln x.$$

Für das zweite schreibe man

$$\int \frac{4x^2 - 8x + 6}{(x-1)^3} dx = \frac{B_1 x + B_0}{(x-1)^2} + \Re \int \frac{dx}{x-1}.$$

Nun differenziere man beiderseits; nach Multiplizieren mit dem Hauptnenner $(x-1)^2$ erhält man sodann

$$4x^2 - 8x + 6 = B_1(x-1) - 2(B_1 x + B_0) + \Re(x-1)^2;$$

die Koeffizientenvergleichung ergibt

$$\Re = 4; \quad -B_1 - 2\Re = -8; \quad -B_1 - 2B_0 + \Re = 6, \quad \text{also } \Re = 4; \quad B_1 = 0; \quad B_0 = -1;$$

also ist

$$\int \frac{x^4 + 1}{x^2(x-1)^3} dx = \frac{1}{x} - 3 \ln x - \frac{1}{(x-1)^2} + 4 \ln(x-1) + C = \frac{x^2 - 3x + 1}{(x-1)^2 x} + \ln \frac{(x-1)^4}{x} + C.$$

c) Die Wurzeln von $N=0$ seien zum Teil paarweise konjugiert komplex und diese seien alle voneinander verschieden; dann läßt sich N in Faktoren 2. Grades mit reellen Koeffizienten zerlegen, und man kann den Ansatz bilden

$$\frac{\alpha_{s-1} x^{s-1} + \dots + \alpha_0}{x^s + \beta_{s-1} x^{s-1} + \dots + \beta_0} = \dots + \frac{P_a x + Q_a}{x^2 + m_a x + n_a} + \dots$$

Die Größen P und Q werden in entsprechender Weise wie in a) und b) durch Koeffizientenvergleich bestimmt. Das Integral $\int \frac{P_a x + Q_a}{x^2 + m_a x + n_a} dx$ wird dann nach den Methoden 2) ausgewertet.

$$\text{Beispiel: } f(x) = \frac{x^2+1}{x^3+1} = \frac{A}{x-1} + \frac{P x + Q}{x^2-x+1} = \frac{(A+P)x^2 + (P+Q-A)x + A+Q}{(x+1)(x^2-x+1)}$$

Koeffizientenvergleich: $A+P=1$; $P+Q-A=0$; $A+Q=1$, also

$$A = \frac{2}{3}; \quad P = \frac{1}{3}; \quad Q = \frac{1}{3}.$$

$$\begin{aligned} \int \frac{x^2+1}{x^3+1} dx &= \frac{2}{3} \int \frac{dx}{x+1} + \frac{1}{3} \int \frac{x+1}{x^2-x+1} dx = \frac{2}{3} \ln|x+1| + \frac{1}{6} \int \frac{2x-1}{x^2-x+1} dx + \\ &+ \frac{1}{2} \int \frac{dx}{\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}} = \frac{2}{3} \ln|x+1| + \frac{1}{6} \ln|x^2-x+1| + \frac{1}{\sqrt{3}} \arctg \frac{2x-1}{\sqrt{3}} = \\ &= \frac{1}{6} \ln|(x+1)^3(x^2+1)| + \frac{1}{\sqrt{3}} \arctg \frac{2x-1}{\sqrt{3}}. \end{aligned}$$

d) Ein Paar konjugiert komplexer Wurzeln und demnach ein quadratischer Faktor des Nenners trete in der Mannigfaltigkeit λ auf; man bilde den Ansatz

$$\begin{aligned} &\frac{\alpha_{s-1} x^{s-1} + \dots + \alpha_0}{x^s + \beta_{s-1} x^{s-1} + \dots + \beta_0} = \dots + \\ &+ \frac{L_{2\lambda-1} x^{2\lambda-1} + L_{2\lambda-2} x^{2\lambda-2} + \dots + L_0}{(x^2 + m_1 x + n_1)^\lambda} + \dots, \end{aligned}$$

wobei die Größen $L_{2\lambda-1}, \dots, L_0$ wieder wie oben durch Koeffizientenvergleich bestimmt werden. Das Integral wird nach der Methode der unbestimmten Koeffizienten durch den Ansatz ausgewertet:

$$\begin{aligned} &\int \frac{L_{-1} x^{2\lambda-1} + L_{2\lambda-2} x^{2\lambda-2} + \dots + L_0}{(x^2 + m_1 x + n_1)^\lambda} dx = \\ &= \frac{L_{2\lambda-3} x^{2\lambda-3} + L_{2\lambda-4} x^{2\lambda-4} + \dots + L_0}{(x^2 + m_1 x + n_1)^{\lambda-1}} + \int \frac{\mathfrak{L}_1 x + \mathfrak{L}_0}{x^2 + m_1 x + n_1} dx. \end{aligned}$$

Diese Gleichung wird differenziert, und die Größen $L_{2\lambda-3}, \dots, L_0, \mathfrak{L}_1, \mathfrak{L}_0$ durch Koeffizientenvergleich ermittelt.

$$\begin{aligned} \text{Beispiel: } f(x) &= \frac{x^5+3x^3-x}{(x^2+2)(x^2+1)^2} = \frac{A_1 x + A_0}{x^2+2} + \frac{B_3 x^3 + B_2 x^2 + B_1 x + B_0}{(x^2+1)^2} = \\ &= \frac{(A_1+B_3)x^5 + (A_0+B_2)x^4 + (2A_1+2B_3+B_1)x^3 + (2A_0+2B_2+B_0)x^2 + (A_1+2B_1)x + (A_0+2B_0)}{(x^2+2)(x^2+1)^2} \end{aligned}$$

Koeffizientenvergleich: $A_1+B_3=1$; $A_0+B_2=0$; $2A_1+2B_3+B_1=3$;
 $2A_0+2B_2+B_0=0$; $A_1+2B_1=-1$; $A_0+2B_0=0$;
 also $A_1=-3$; $A_0=0$; $B_3=4$; $B_2=0$; $B_1=1$; $B_0=0$.

$$\int \frac{x^5 + 3x^3 - x}{(x^2 + 2)(x^2 + 1)^2} dx = -3 \int \frac{x dx}{x^2 + 2} + \int \frac{4x^3 + x}{(x^2 + 1)^2} dx;$$

$$\int \frac{4x^3 + x}{(x^2 + 1)^2} dx = \frac{A_1 x + A_0}{x^2 + 1} + \int \frac{\mathfrak{A}_1 x + \mathfrak{A}_0}{x^2 + 1} dx.$$

Differenzieren und Multiplizieren mit $(x^2 + 1)^2$!

$$4x^3 + x = -2x(A_1 x + A_0) + A_1(x^2 + 1) + (\mathfrak{A}_1 x + \mathfrak{A}_0)(x^2 + 1).$$

Koeffizientenvergleich: $\mathfrak{A}_1 = 4$; $-A_1 + \mathfrak{A}_0 = 0$; $-2A_0 + \mathfrak{A}_1 = 1$; $A_1 + \mathfrak{A}_0 = 0$;

also $A_1 = 0$; $A_0 = \frac{3}{2}$; $\mathfrak{A}_1 = 4$; $\mathfrak{A}_0 = 0$, demnach

$$\int \frac{4x^3 + x}{(x^2 + 1)^2} dx = \frac{3}{2(x^2 + 1)} + \int \frac{4x}{x^2 + 1} dx = \frac{3}{2(x^2 + 1)} + 2 \ln(x^2 + 1),$$

und

$$\int \frac{x^5 + 3x^3 - x}{(x^2 + 2)(x^2 + 1)^2} dx = -\frac{3}{2} \ln(x^2 + 2) + \frac{3}{2(x^2 + 1)} + 2 \ln(x^2 + 1)$$

(58) 6. Die wichtigsten Integrale irrationaler Funktionen.

a) $\int f(x, \sqrt{ax + b}) dx$; wobei f eine rationale Funktion von x und $\sqrt{ax + b}$ bedeutet. Die Substitution $\sqrt{ax + b} = z$ führt den rationalen Integranden $f\left(\frac{z^2 - b}{a}, z\right) \cdot \frac{2}{a} z$ ein, womit das Problem auf dasjenige von 5) (57) zurückgeführt ist.

$$1) \int \frac{dx}{\sqrt{ax + b}} = \frac{2}{a} \sqrt{ax + b} + C.$$

$$2) \int \sqrt{ax + b} dx = \frac{2}{3a} \sqrt{ax + b}^3.$$

Beispiel: $f(x) = \frac{1}{x\sqrt{x-a}}$, $\sqrt{x-a} = z$, $x = z^2 + a$, $dx = 2z dz$.

$$\int \frac{dx}{x\sqrt{x-a}} = \int \frac{2z dz}{(z^2 + a)z} = \frac{2}{\sqrt{a}} \operatorname{arctg} \frac{z}{\sqrt{a}} = \frac{2}{\sqrt{a}} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{x-a}}{\sqrt{a}}.$$

b) $\int f(x, \sqrt{ax^2 + bx + c}) dx$, wobei f eine rationale Funktion von x und $\sqrt{ax^2 + bx + c}$ bedeutet. Der Radikand läßt sich stets durch die Substitution $x = z - \frac{b}{2a}$ auf die Form $(z^2 \pm a^2)$ bringen.

Die wichtigsten Sonderformeln:

$$3) \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C = -\operatorname{arccos} \frac{x}{a} + C'.$$

$$4) \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a}} = \ln(x + \sqrt{x^2 + a}) + C; \quad \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - a^2}} = \operatorname{ArCo} \frac{x}{a} + C;$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \operatorname{ArSi} \frac{x}{a} + C.$$

$$5) \int \frac{x dx}{\sqrt{a \pm x^2}} = \pm \sqrt{a \pm x^2} + C_*$$

$$6) \int \frac{x^2}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx = \frac{1}{2} \left(-x \sqrt{a^2 - x^2} + a^2 \arcsin \frac{x}{a} \right) + C.$$

$$7) \int \frac{x^2}{\sqrt{a + x^2}} dx = \frac{1}{2} \left(-x \sqrt{a + x^2} + a \ln(x + \sqrt{a + x^2}) \right) + C.$$

$$8) \int \sqrt{a^2 - x^2} dx = \frac{1}{2} \left(x \sqrt{a^2 - x^2} + a^2 \arcsin \frac{x}{a} \right) + C.$$

$$9) \int \sqrt{a^2 + x^2} dx = \frac{1}{2} \left(x \sqrt{a^2 + x^2} + a \ln(x + \sqrt{a^2 + x^2}) \right) + C.$$

Ist der Integrand von der Form $\frac{a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}$,

so kann man am bequemsten das Integral nach der Methode der unbestimmten Koeffizienten mit Hilfe des folgenden Ansatzes auswerten:

$$\int \frac{a_n x^n + \dots + a_0}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} dx = (A_{n-1} x^{n-1} + A_{n-2} x^{n-2} + \dots + A_0) \sqrt{ax^2 + bx + c} + B \int \frac{dx}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}.$$

Durch beiderseitiges Differenzieren und Koeffizientenvergleich erhält man sodann die nötige Anzahl linearer Gleichungen zur Bestimmung der Größen A_{n-1}, \dots, A_0, B . Das verbleibende Integral $\int \frac{dx}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}$ läßt sich mit Hilfe der Formeln 3 oder 4 auswerten.

Beispiele: 1) $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{2rx - x^2}} = (A_2 x^2 + A_1 x + A_0) \sqrt{2rx - x^2} + B \int \frac{dx}{\sqrt{2rx - x^2}}.$

Differenzieren und Multiplizieren mit $\sqrt{2rx - x^2}$:

$$x^3 = (2A_2 x + A_1)(2rx - x^2) + (A_2 x^2 + A_1 x + A_0)(r - x) + B.$$

Koeffizientenvergleichung:

$$-3A_2 = 1, \quad 5rA_2 - 2A_1 = 0, \quad 3rA_1 - A_0 = 0, \quad rA_0 + B = 0.$$

Hieraus: $A_2 = -\frac{1}{3}, \quad A_1 = -\frac{5}{6}r, \quad A_0 = -\frac{5}{2}r^2, \quad B = \frac{5}{2}r^3.$ Bleibt noch:

$$\int \frac{dx}{\sqrt{2rx - x^2}} = \int \frac{dx}{\sqrt{r^2 - (x-r)^2}} = \arcsin \frac{x-r}{r} \quad (\text{Formel 3}). \quad \text{Also ist:}$$

$$\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{2rx - x^2}} = -\frac{1}{6}(2x^2 + 5rx + 15r^2) \sqrt{2rx - x^2} + \frac{5r^3}{2} \arcsin \frac{x-r}{r}.$$

2) Die Bestimmung des statischen Momentes des Parabelbogens in bezug auf die Scheiteltangente führt auf das Integral: $\int x^2 \sqrt{x^2 + p^2} dx.$

Um dieses auszuwerten, schreibe man:

$$\int x^2 \sqrt{x^2 + p^2} dx = \int \frac{x^4 + p^2 x^2}{\sqrt{x^2 + p^2}} dx = (A_3 x^3 + A_2 x^2 + A_1 x + A_0) \sqrt{x^2 + p^2} + B \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + p^2}}.$$

Differenzieren und Koeffizientenvergleich ergibt:

$$4A_3 = 1, \quad 3A_2 = 0, \quad 3A_3 p^2 + 2A_1 = p^2, \quad 2A_2 p^2 + A_0 = 0, \quad A_1 + B = 0, \quad \text{also}$$

$$A_3 = \frac{1}{4}, \quad A_1 = \frac{1}{8} p^2, \quad B = -\frac{1}{8} p^4, \quad A_2 = A_0 = 0.$$

Mit Hilfe von Formel 3) ergibt sich also:

$$\int x^2 \sqrt{x^2 + p^2} dx = \frac{1}{8} (2x^3 + p^2 x) \sqrt{x^2 + p^2} - \frac{p^4}{8} \ln \left(\frac{x}{p} + \sqrt{\frac{x^2}{p^2} + 1} \right) \\ = \frac{1}{8} (2x^3 + p^2 x) \sqrt{x^2 + p^2} - \frac{p^4}{8} \ln \left(\sin \frac{x}{p} \right).$$

(59) 7. Die wichtigsten Integrale transzendenter Funktionen.

$$\left. \begin{aligned} 1) \int a^x dx &= \frac{a^x}{\ln a} + C \\ 2) \int e^x dx &= e^x + C \end{aligned} \right\} \text{(s. a. (55), 5) und 7).}$$

$$3) \int x^n e^{ax} dx = \frac{x^n e^{ax}}{a} - \frac{n}{a} \int x^{n-1} e^{ax} dx \quad \text{Rekursionsformel.}$$

Beispiel:

$$\int x e^{ax} dx = \frac{x e^{ax}}{a} - \frac{e^{ax}}{a^2} + C.$$

$$\int x^2 e^{ax} dx = \frac{x^2 e^{ax}}{a} - \frac{2x e^{ax}}{a^2} + \frac{2 e^{ax}}{a^3} + C = e^{ax} \left(\frac{x^2}{a} - \frac{2x}{a^2} + \frac{2}{a^3} \right) + C.$$

$$4) \int \ln x dx = x (\ln x - 1) + C.$$

$$4a) \int x^n \ln x dx = \frac{x^{n+1}}{(n+1)^2} ((n+1) \ln x - 1) + C$$

$$(n = -2) \quad \int \frac{\ln x}{x^2} dx = -\frac{\ln x}{x} - \frac{1}{x} + C.$$

$$(n = -1) \quad \int \frac{\ln x}{x} dx = \frac{1}{2} (\ln x)^2 + C.$$

$$5) \int \sin^n x dx = -\frac{\cos x \sin^{n-1} x}{n} + \frac{n-1}{n} \int \sin^{n-2} x dx$$

Rekursionsformel.

$$\int \sin x dx = -\cos x + C \quad \text{(s. a. (55) 6).}$$

$$\int \sin^2 x dx = -\frac{1}{2} \sin x \cos x + \frac{x}{2} + C.$$

$$6) \int \cos^n x dx = \frac{\sin x \cos^{n-1} x}{n} + \frac{n-1}{n} \int \cos^{n-2} x dx$$

Rekursionsformel.

$$\int \cos x dx = \sin x + C \quad \text{(s. a. (55) 6).}$$

$$\int \cos^2 x dx = \frac{1}{2} \sin x \cos x + \frac{x}{2} + C.$$

$$7) \int \frac{dx}{\sin^n x} = -\frac{\cos x}{(n-1) \sin^{n-1} x} + \frac{n-2}{n-1} \int \frac{dx}{\sin^{n-2} x}$$

Rekursionsformel.

$$\int \frac{dx}{\sin x} = \ln \operatorname{tg} \frac{x}{2} + C.$$

$$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{cotg} x + C \quad \text{(s. a. (55) 7).}$$

$$8) \int \frac{dx}{\cos^n x} = \frac{\sin x}{(n-1) \cos^{n-1} x} + \frac{n-2}{n-1} \int \frac{dx}{\cos^{n-2} x} \quad \text{Rekursionsformel.}$$

$$\int \frac{dx}{\cos x} = \ln \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2} \right) + C.$$

$$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C \quad (\text{s. a. (55) 7}).$$

$$9) \int \operatorname{tg} x \, dx = -\ln |\cos x| + C.$$

$$10) \int \operatorname{ctg} x \, dx = \ln |\sin x| + C.$$

$$11a) \int e^{ax} \sin bx \, dx = \frac{a \sin bx - b \cos bx}{a^2 + b^2} + C.$$

$$11b) \int e^{ax} \cos bx \, dx = \frac{a \cos bx + b \sin bx}{a^2 + b^2} + C.$$

$$12a) \int x^m \cos x \, dx = x^m \sin x - m \int x^{m-1} \sin x \, dx \quad \left. \begin{array}{l} \text{Rekursions-} \\ \text{formeln.} \end{array} \right\}$$

$$12b) \int x^m \sin x \, dx = -x^m \cos x + m \int x^{m-1} \cos x \, dx \quad \left. \begin{array}{l} \text{Rekursions-} \\ \text{formeln.} \end{array} \right\}$$

$$13) \int \arcsin x \, dx = x \arcsin x + \sqrt{1-x^2} + C.$$

$$14) \int \arccos x \, dx = x \arccos x - \sqrt{1-x^2} + C.$$

$$15) \int \operatorname{arctg} x \, dx = x \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \ln |1+x^2| + C.$$

$$16) \int \operatorname{arctctg} x \, dx = x \operatorname{arctctg} x + \frac{1}{2} \ln |1+x^2| + C.$$

(60) 8. Näherungsberechnungen des bestimmten

Integrals $\int_a^b f(x) \, dx$.

a) Man teile das Intervall a bis b in n gleiche Teile; $h = \frac{b-a}{n}$ und setze zur Abkürzung: $y_0 = f(a)$, $y_1 = f(a+h)$, $y_2 = f(a+2h)$, \dots , $y_{n-1} = f(a+n-1h)$, $y_n = f(a+nh) = f(b)$. Dann gelten die folgenden Näherungsformeln (s. a. (18), 5):

$$\alpha) \int_a^b f(x) \, dx = h \left(\frac{y_0 + y_n}{2} + y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1} \right) \quad (\text{Trapezformel}).$$

$$\beta) \quad n = 2 \quad \int_a^b f(x) \, dx = \frac{h}{3} (y_0 + 4y_1 + y_2) \quad (\text{Simpsonsche Regel}).$$

$$\gamma) \quad n = 2\nu \quad \int_a^b f(x) \, dx = \frac{h}{3} (y_0 + y_{2\nu} + 4(y_1 + y_3 + \dots + y_{2\nu-1}) + 2(y_2 + y_4 + \dots + y_{2\nu-2}))$$

(verallg. Simpsonsche Regel).

Beispiel: $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{x} \, dx$.

Nach Formel β):

$$J = \frac{\pi}{12} \left[\frac{\sin 0}{0} + 4 \frac{\sin \frac{\pi}{4}}{\frac{\pi}{4}} + \frac{\sin \frac{\pi}{2}}{\frac{\pi}{2}} \right] = \frac{\pi}{12} + 4 \cdot \frac{0,707107}{3} + \frac{1}{6} = 1,371.$$

Nach Formel γ):

$$n = 6; J = \frac{\pi}{36} \left[\frac{\sin 0}{0} + \frac{\sin \frac{\pi}{2}}{\frac{\pi}{2}} + 4 \left(\frac{\sin \frac{\pi}{12}}{\frac{\pi}{12}} + \frac{\sin \frac{\pi}{4}}{\frac{\pi}{4}} + \frac{\sin \frac{5\pi}{12}}{\frac{\pi}{12}} \right) + 2 \left(\frac{\sin \frac{\pi}{6}}{\frac{\pi}{6}} + \frac{\sin \frac{\pi}{3}}{\frac{\pi}{3}} \right) \right] = 1,37077.$$

b) Man entwickle $f(x)$ nach dem Maclaurinschen Satz in eine konvergente unendliche Reihe und integriere gliedweise.

$$\int_0^x f(x) dx = f(0) \cdot \frac{x}{1} + f'(0) \frac{x^2}{2!} + f''(0) \frac{x^3}{3!} + \dots$$

Beispiel:

$$\int_0^x \frac{dx}{\sqrt{1-x^4}} = \int \left[1 + \frac{1}{2} x^4 + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} x^8 + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} x^{12} + \dots \right] dx = \frac{x}{1} + \frac{1}{2} \frac{x^5}{5} + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \frac{x^9}{9} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} \frac{x^{13}}{13} + \dots + C \quad \text{konv. f\u00fcr } -1 < x < 1.$$

$$\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{\sqrt{1-x^4}} = 0,500000 + 0,003125 + 0,000081 + 0,000003 = 0,503209.$$

(61) 9. Graphische Integration; Integralkurven.

$y = f(x)$ gibt im rechtwinkligen Koordinatensystem eine Kurve; $Y = \int f(x) dx$ kann ebenfalls, da Y eine Funktion von x ist, als Kurve gedeutet werden; ihre

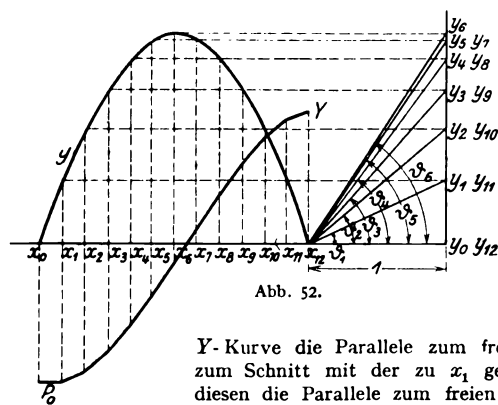


Abb. 52.

Tangentenrichtungen sind proportional den Ordinaten von $y = f(x)$.

Man bestimme also zu einer Anzahl Abszissen x_0, x_1, x_2, \dots zeichnerisch die Ordinaten y_0, y_1, y_2, \dots , dann die Winkel $\vartheta_0, \vartheta_1, \vartheta_2, \dots$, so da\u00df $\text{tg } \vartheta_0 = y_0, \text{tg } \vartheta_1 = y_1, \text{tg } \vartheta_2 = y_2, \dots$ und ziehe durch den zu x_0 geh\u00f6rigen Punkt P_0 der

Y -Kurve die Parallele zum freien Schenkel von ϑ_0 bis zum Schnitt mit der zu x_1 geh\u00f6rigen Ordinate, durch diesen die Parallele zum freien Schenkel von ϑ_1 bis zum Schnitt mit der zu x_2 geh\u00f6rigen Ordinate usw. Der so entstehende Streckenzug gibt eine angen\u00e4herte graphische Integration. — Aus der Integralkurve Y kann man auf dieselbe Weise die Integralkurve $\mathcal{Y} = \int Y dx$ finden usw.

Eine Methode, um aus der Kurve $z = f(x)$ sofort die zweite Integralkurve $y = \int y' dx$, wobei $y' = \int z dx$, zu finden ist folgende:

Eine Methode, um aus der Kurve $z = f(x)$ sofort die zweite Integralkurve $y = \int y' dx$, wobei $y' = \int z dx$, zu finden ist folgende:

Es ist, Abb. 53, $y_2' - y_1' = F = \left(\frac{dy}{dx}\right)_{x_2} - \left(\frac{dy}{dx}\right)_{x_1} = \text{tg } \vartheta_2 - \text{tg } \vartheta_1$.
 Aus ϑ_1 und F läßt sich also nach Abb. 53a ϑ_2 konstruieren.

Legt man nun durch den Endpunkt von y_1 mit Hilfe von ϑ_1 die Tangente an die Kurve $y = y(x)$, bringt sie zum Schnitt mit der Ordinate des Schwerpunktes S von F , und legt durch diesen mit Hilfe von ϑ_2 die Tangente des zu x_2 gehörigen Punktes von $y = y(x)$, so schneidet diese auf der zur x_2 ge-

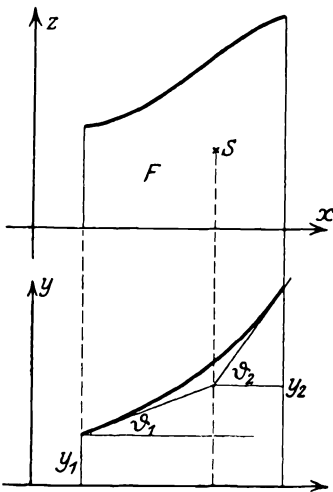


Abb. 53.

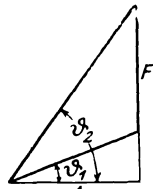


Abb. 53a.

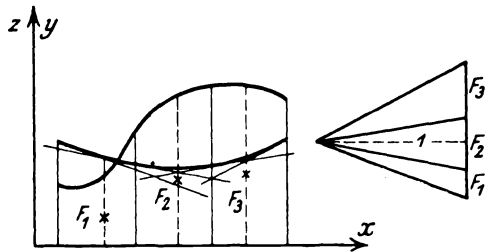


Abb. 54.

hörigen Ordinate die Strecke y_2 ab. Man erhält also aus dem Anfangspunkte und der Anfangsrichtung der zweiten Integralkurve Endpunkt und Endrichtung und kann daher diese mit großer Annäherung zeichnen. (Anwendung auf elastische Linie. Abschn. Festigkeitslehre.) Eine noch größere Genauigkeit erzielt man durch Unterteilung von F . (Abb. 54.)

B. Anwendungen.

(62) 1. Berechnung von Flächeninhalten ebener Figuren.

a) Zerlegung der Fläche in parallele Streifen: Hat die Fläche, Abb. 55, in der Höhe x die Breite $y = f(x)$, so ist $F = \int_0^h y dx$.

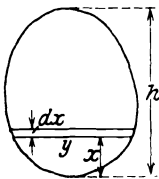


Abb. 55.

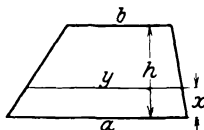


Abb. 56.

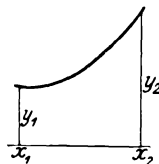


Abb. 57.

Beispiel: Trapez, Abb. 56: $y = a - \frac{a-b}{h} x$,

$$F = \int_0^h \left(a - \frac{a-b}{h} x\right) dx = \left[ax - \frac{a-b}{2h} x^2\right]_0^h = \frac{h}{2} (a+b).$$

(S. a. (18) 2.)

b) Die Fläche ist begrenzt von einer Kurve, der x -Achse und zwei Ordinaten eines rechtwinkligen Koordinatensystems.

α) Die Gleichung der Kurve sei $y = f(x)$, Abb. 57,

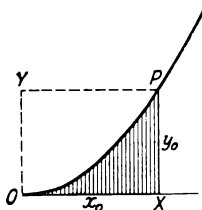


Abb. 58.

$$F = \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx. \quad (\text{S. a. (18) 5.})$$

Beispiel: $y = \frac{x^2}{2p}$.

$$F = \int_0^{x_0} \frac{x^2}{2p} dx = \left[\frac{x^3}{6p} \right]_0^{x_0} = \frac{x_0^3}{6p} = \frac{1}{3} x_0 y_0 = \frac{1}{3} OXPY \quad (\text{Abb. 58}).$$

β) Die Gleichung der Kurve sei $x = \varphi(t)$, $y = \psi(t)$

$$F = \int_{t_1}^{t_2} \psi'(t) \varphi(t) dt.$$

(S. a. (50) und (63).)

Beispiel: $x = t^2$, $y = t - \frac{1}{3} t^3$.

$$F = \int_{t_1}^{t_2} \left(t - \frac{1}{3} t^3 \right) \cdot 2t dt = \left[\frac{2}{3} t^3 - \frac{2}{15} t^5 \right]_{t_1}^{t_2}; \text{ also ist der Inhalt der Schleife } P_2 P_3 O P_4 P_3$$

(Abb. 47 S.83), da $t_1 = -\sqrt{3}$, $t_2 = +\sqrt{3}$. $F = 2 \left(2\sqrt{3} - \frac{6}{5} \sqrt{3} \right) = \frac{8}{5} \sqrt{3}$.

c) Die Gleichung der Kurve sei in **Polarkoordinaten** gegeben $r = f(\vartheta)$; die Fläche werde von zwei Leitstrahlen und der Kurve begrenzt, Abb. 59

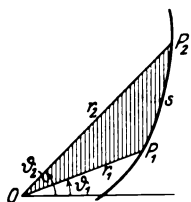


Abb. 59.

$$F = \frac{1}{2} \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} r^2 d\vartheta.$$

Beispiel: Die Lemniskate (s. a. (51))

$$F = \frac{1}{2} \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} (a^2 \cos 2\vartheta) d\vartheta = \frac{a^2}{4} (\sin 2\vartheta_2 - \sin 2\vartheta_1).$$

Der gesamte Inhalt der Lemniskate ist demnach

$$\left(\vartheta_1 = 0, \vartheta_2 = \frac{\pi}{4} \right)$$

$$F = 4 \cdot \frac{a^2}{4} \cdot 1 = a^2.$$

(63) 2. Berechnung der Länge ebener Kurven.

a) Rechtwinklige Koordinaten.

α) $y = f(x)$, $s = \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{1 + y'^2} dx.$

Beispiel: $y = x \sqrt{\frac{x}{a}}$ (Semikubische Parabel, Abb. 60).

$$y' = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{x}{a}}, \quad s = \int_0^x \sqrt{1 + \frac{9x}{4a}} dx = \left[\frac{4}{27} (4a + 9x) \sqrt{4 + 9 \frac{x}{a}} \right]_0^x.$$

$$s = \frac{1}{27 \sqrt{a}} \left[(4a + 9x)^{\frac{3}{2}} - 8a \sqrt{a} \right].$$

$$\beta) \quad x = \varphi(t), \quad y = \psi(t), \quad s = \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{(\varphi'(t))^2 + (\psi'(t))^2} dt.$$

Beispiel (s. a. (50) und (62)): $x = t^2, \quad y = t - \frac{1}{3} t^3.$

$$s = \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{(2t)^2 + (1 - t^2)^2} dt = \int_{t_1}^{t_2} (1 + t^2) dt = \left[t + \frac{t^3}{3} \right]_{t_1}^{t_2}.$$

Also ist die Länge der Schleife $P_2 P_3 O P_4 P_3$ (s. Abb. 47),

da $t_1 = -\sqrt{3}, \quad t_2 = +\sqrt{3}, \quad s = 4\sqrt{3}.$

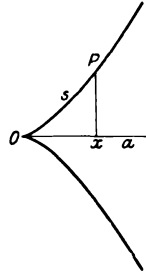


Abb. 60.

b) **Polarkoordinaten.** (S. Abb. 59.)

$$s = \int_{\vartheta_2}^{\vartheta_1} \sqrt{r^2 + r'^2} d\vartheta.$$

Beispiel: Archimedische Spirale: $r = a\vartheta.$

$$s = \int_0^{\vartheta} \sqrt{a^2 \vartheta^2 + a^2} d\vartheta = \frac{a}{2} \left[\vartheta \sqrt{1 + \vartheta^2} + \ln(\vartheta + \sqrt{1 + \vartheta^2}) \right],$$

$$s_0^{2\pi} = 21,256 a = 33820 r_{2\pi}.$$

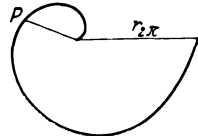


Abb. 61.

(64) 3. Statisches Moment und Schwerpunkt ebener Gebilde.

Ist G irgendein ebenes Gebilde (ebene Kurve, ebenes Flächenstück), und soll das statische Moment desselben bezüglich einer Achse a berechnet werden, so zerlege man G in unendlich kleine Elemente dG , multipliziere ein jedes mit seinem Abstände e von a (statisches Moment von dG bezüglich a : $dM_a = e \cdot dG$) und summiere alle diese Produkte; die sich ergebende Summe ist das gewünschte statische Moment

$$M_a = \int_G e \cdot dG.$$



Abb. 62.

Um fernerhin den Abstand ε des Schwerpunktes S von G von der Achse a zu erhalten, dividiere man das Moment M_a durch die Größe G (Kurvenlänge, Flächeninhalt) des Gebildes

$$\varepsilon = \frac{\int_G e \cdot dG}{G}.$$

Wählt man als Bezugsachsen zwei zueinander senkrechte Geraden x und y , so ergibt sich

$$M_x = \int_G y dG, \quad M_y = \int_G x dG.$$

$$\text{Abszisse von } S: \xi = \frac{\int x dG}{G}; \quad \text{Ordinate: } \eta = \frac{\int y dG}{G}.$$

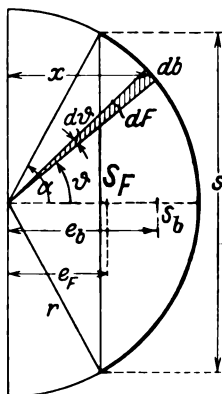


Abb. 63.

Beispiele:

1) Der Kreisbogen, Abb. 63: $db = x \cdot d\vartheta$. Abstand des Elementes db von der Achse a : $x = r \sin \vartheta$; Moment: $dM_a = r^2 \cos \vartheta d\vartheta$; also

$$M_a = \int_{-a}^{+a} r^2 \cos \vartheta d\vartheta = 2 r^2 \sin a = r s.$$

Der Schwerpunkt S hat vom Mittelpunkt den Abstand

$$e_b = \frac{M_a}{b} = \frac{r s}{b}. \quad \text{Halbkreis: } e_b = \frac{2r}{\pi} = 0,637 r \sim \frac{7}{11} r.$$

2) Der Parabelbogen: $y = \frac{x^2}{2p}$, Abb. 58:

$$ds = \sqrt{1 + \left(\frac{x}{p}\right)^2} dx;$$

$$M_x = \int y ds = \int_0^{x_0} \frac{x^2}{2p} \sqrt{1 + \left(\frac{x}{p}\right)^2} dx$$

$$= \frac{p^2}{16} \left[\left(2 \left(\frac{x_0}{p}\right)^3 + \frac{x_0}{p} \right) \sqrt{1 + \left(\frac{x_0}{p}\right)^2} - \ln \left(\frac{x_0}{p} + \sqrt{1 + \left(\frac{x_0}{p}\right)^2} \right) \right] =$$

$$= \frac{p^2}{16} \left[\left(2 \left(\frac{x_0}{p}\right)^3 + \frac{x_0}{p} \right) \sqrt{1 + \left(\frac{x_0}{p}\right)^2} - 9r \operatorname{arctan} \frac{x_0}{p} \right];$$

$$M_y = \int x ds = \int_0^{x_0} x \sqrt{1 + \left(\frac{x}{p}\right)^2} dx = \frac{1}{3p} \left[\sqrt{p^2 + x_0^2}^3 - p^3 \right].$$

3) Der Kreisausschnitt, Abb. 63: $dF = \frac{r^2}{2} d\vartheta$. Der Schwerpunkt von dF hat vom Mittelpunkt den Abstand $\frac{2}{3} r$, von der Achse a den Abstand $x = \frac{2}{3} r \cos \vartheta$; also ist

$$M_a = \int_{-a}^{+a} \frac{r^2}{2} d\vartheta \cdot \frac{2}{3} r \cos \vartheta = \frac{2}{3} r^3 \sin a; \quad \text{der Schwerpunktsabstand der Kreisabschnittfläche}$$

$$\text{vom Kreismittelpunkt ist demnach } e_f = \frac{M_a}{F} = \frac{2 r^3 \sin a}{3 r^2 a} = \frac{2}{3} r \frac{\sin a}{a} = \frac{2 r s}{3 b}.$$

$$\text{Halbkreisfläche } e_f = \frac{4 r}{3 \pi}.$$

4) Parabelfläche, Abb. 64: $y^2 = 2px$. Man zerlege die Fläche in Streifen parallel zur y -Achse; der Inhalt eines solchen ist $dF = y dx$, der Schwerpunkt hat die Koordinaten

$\left(x, \frac{y}{2}\right)$; folglich ist sein Moment - bezüglich der x -Achse:

$$dM_x = \frac{y^2}{2} dx, \quad \text{bezüglich der } y\text{-Achse: } dM_y = x y dx$$

Also ist

$$M_x = \int_0^{x_0} \frac{y^2}{2} dx = \int_0^{x_0} p x dx = \frac{1}{2} p x_0^2 = \frac{x_0 y_0^2}{4};$$

$$M_y = \int_0^{x_0} x y dx = \int_0^{x_0} x \sqrt{2px} dx = \frac{2}{5} x_0^2 \sqrt{2px_0} = \frac{2}{5} x_0^2 y_0.$$

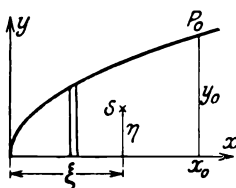


Abb. 64.

Der Schwerpunkt hat die Koordinaten:

$$\eta = \frac{M_y}{F} = \frac{2x_0^2 y_0 \cdot 3}{5 \cdot 2x_0 y_0} = \frac{3}{5} x_0; \quad \eta = \frac{M_x}{F} = \frac{x_0 y_0^2 \cdot 3}{4 \cdot 2x_0 y_0} = \frac{3}{8} y_0.$$

(65) 4. Trägheitsmoment ebener Gebilde.

a) Um das **äquatoriale** Trägheitsmoment J_a eines ebenen Gebildes G (ebene Kurve, ebenes Flächenstück) bezüglich einer Achse a zu bestimmen, zerlege man es in unendlich kleine Elemente dG , multipliziere ein jedes mit dem Quadrate des Abstandes e von a : $dJ = e^2 dG$ und summiere alle diese Elementarträgheitsmomente von G .

$$J_a = \int_G e^2 dG.$$

Beispiele.

1) Eine Strecke von der Länge l sei unter dem Winkel α gegen die Momentenachse x geneigt; ihr Schwerpunkt habe die Entfernung e von der Achse x . Der Abstand des Elementes dl von der Achse x ist $y = e + x \operatorname{tg} \alpha$; sein äquatoriales Trägheitsmoment also $dl \cdot (e + x \operatorname{tg} \alpha)^2 = \frac{(e + x \operatorname{tg} \alpha)^2}{\cos \alpha} dx$. Demnach ist das Trägheitsmoment der Strecke l

$$J_x = \int_{-\frac{l}{2} \cos \alpha}^{+\frac{l}{2} \cos \alpha} \frac{(e + x \operatorname{tg} \alpha)^2}{\cos \alpha} dx = \frac{1}{\cos \alpha} \left[e^2 x + e x^2 \operatorname{tg} \alpha + \frac{x^3}{3} \operatorname{tg}^2 \alpha \right]_{-\frac{l}{2} \cos \alpha}^{+\frac{l}{2} \cos \alpha} = e^2 l + \frac{l^3}{12} \sin^2 \alpha.$$

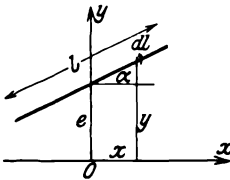


Abb. 65.

Geht die x -Achse durch den Mittelpunkt der Strecke, so ist $e = 0$, also

$J_x = \frac{l^3}{12} \sin^2 \alpha$; geht die x -Achse durch den Anfangspunkt der Strecke, so ist $e = -\frac{l}{2} \sin \alpha$, also

$$J_x = \frac{l^3}{3} \sin^2 \alpha.$$

2) Das äquatoriale Trägheitsmoment eines Rechtecks mit den Seiten a und b bezüglich einer durch seinen Mittelpunkt // x -Achse gezogenen Achse x findet man folgendermaßen: Man zerlegt das Rechteck in Streifen // x -Achse; ihr Inhalt ist $a dy$; ihr Trägheitsmoment $y^2 a dy$, wenn y den Abstand von der x -Achse und dy die Breite des Streifens bedeutet. Es ist also

$$J_x = \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} a y^2 dy = \frac{1}{12} a b^3 = \frac{1}{12} b^3 F.$$

b) Um das **polare** Trägheitsmoment J_p eines ebenen Gebildes G bezüglich eines Poles P zu bestimmen, zerlege man es in Elementarteile dG , multipliziere einen jeden mit dem Quadrat seines Abstandes r von P und summiere alle diese elementaren Trägheitsmomente dJ_p

$$J_p = \int_G r^2 dG.$$

Beispiele: 1) Das polare Trägheitsmoment des Kreisumfangs bezüglich seines Mittelpunktes:

$$ds = a d\vartheta; \quad dJ_p = a^2 \cdot a d\vartheta$$

$$J_p = 2 \int_0^\pi a^3 d\vartheta = 2\pi a^3.$$

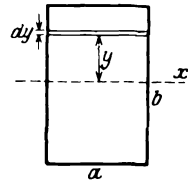


Abb. 66.

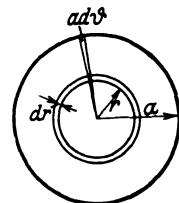


Abb. 67.

2) Das polare Trägheitsmoment der Kreisfläche bezüglich des Mittelpunktes: Man zerlege die Kreisfläche in lauter von konzentrischen Kreisen begrenzte Flächen von dem inneren Radius r und der Breite dr ; das polare Trägheitsmoment einer solchen ist $dJ_p = 2\pi r dr \cdot r^2$;

also ist
$$J_p = \int_0^a 2\pi r^3 dr = \frac{\pi}{2} a^4.$$

Anwendungen auf räumliche Gebilde s. Analytische Geometrie des Raumes.

VIII. Differentialgleichungen.

A. Erläuterungen.

(66) Eine Gleichung zwischen veränderlichen Größen und ihren Differentialquotienten heißt Differentialgleichung. Enthält eine solche außer einer unabhängigen Veränderlichen (x) nur noch eine von ihr abhängige Veränderliche (y) und ihre Differentialquotienten (y', y'', \dots), so heißt sie eine gewöhnliche Differentialgleichung. Ihre allgemeinste Form ist

$$f(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0.$$

Enthält die Gleichung mehrere unabhängige Veränderliche (x, y) und eine von ihnen abhängige Veränderliche (z) und deren partiellen Differentialquotienten $\left(\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}, \dots\right)$, so heißt sie eine partielle Differentialgleichung; ihre allgemeinste Form ist demnach

$$f\left(x, y, z, \frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}, \dots\right) = 0.$$

Unter der Ordnung einer Differentialgleichung versteht man die Ordnung ihres höchsten Differentialquotienten.

Eine Differentialgleichung ist integriert oder gelöst, wenn man für die abhängige Veränderliche alle Funktionen der unabhängigen Veränderlichen gefunden hat, welche mit ihren Differentialquotienten die Gleichung befriedigten. Eine solche Funktion heißt Lösung oder Integral der Differentialgleichung. (Zum Unterschiede hierzu nennt man in der Lehre von den Differentialgleichungen $\int f(x) dx$ eine Quadratur.) Das vollständige Integral einer gewöhnlichen Differentialgleichung n -ter Ordnung enthält außer den in der Differentialgleichung auftretenden Konstanten noch n weitere willkürliche Konstanten. Gibt man diesen oder wenigstens einer oder mehreren von ihnen einen bestimmten Wert, so geht das vollständige Integral in ein partikuläres Integral über. Ein Integral, das nicht n willkürliche Konstanten enthält, aber auch nicht durch Spezialisierung von solchen aus dem vollständigen Integral hervorgeht, heißt ein singuläres Integral.

Beispiel: Die gew. Differentialgleichung 1. Ordnung $a(x + y y') = y^2(1 - y'^2)$ hat als vollständige Lösung: $\left(x - \frac{c^2}{a}\right)^2 + y^2 = c^2$ (c Integrationskonstante). Denn durch beiderseitiges Differenzieren ergibt sich $2\left(x - \frac{c^2}{a}\right) + 2y y' = 0$; also $c^2 = a(x + y y')$; setzt man diesen Wert in die Lösung ein, so folgt $y^2 y'^2 + y^2 = a(x + y y')$, also die ursprüngliche Differentialgleichung. Ein partikuläres Integral erhält man beispielsweise, wenn man $c = 0$ setzt, also $x^2 + y^2 = 0$ } partikuläre Integrale. Andererseits erfüllt auch $y^2 = a\left(x + \frac{a}{4}\right)$ die Differentialgleichung; denn setzt man $2y y' = a$, oder $y' = \frac{a}{2y}$ in die Differentialgleichung ein, so ergeben sowohl die linke wie die rechte Seite $a\left(x + \frac{a}{2}\right)$. Da jedoch

$y^2 = a \left(x + \frac{a}{4} \right)$ nimmermehr aus dem vollständigen Integral durch Spezialisierung von c hervorgeht, selbst aber keine Integrationskonstante enthält, ist $y^2 = a \left(x + \frac{a}{4} \right)$ ein singuläres Integral.

B. Gewöhnliche Differentialgleichungen.

1. Differentialgleichungen 1. Ordnung 1. Grades.

(67) Eine Differentialgleichung 1. Ordnung heißt vom 1. Grade, wenn sie in y' vom 1. Grade ist. Sie läßt sich also stets auf die Form bringen $y' = f(x, y)$ oder $\varphi(x, y) dx + \psi(x, y) dy = 0$. Es gibt keine allgemeine Methode, um diese zu integrieren, d. h. y so als Funktion von x zu bestimmen, daß die Differentialgleichung befriedigt wird. Man ist also auf Sonderfälle angewiesen; die wichtigsten sollen im folgenden besprochen werden:

(68) a) **Trennung der Veränderlichen.** Läßt sich die Differentialgleichung so umformen, daß der Faktor von dx nur eine Funktion von x und der Faktor von dy nur eine Funktion von y ist, so ist die Integration der Differentialgleichung auf zwei einfache Quadraturen zurückgeführt:

Ist $\varphi(x) \cdot dx + \psi(y) \cdot dy = 0$ die Differentialgleichung, so ist

$$\int \varphi(x) dx + \int \psi(y) dy = c \text{ ihr vollständiges Integral.}$$

Beispiele: 1) $y' + \frac{y}{x} = 0$ oder $\frac{dx}{x} + \frac{dy}{y} = 0$. Integral: $\ln x + \ln y = \ln c$; $xy = c$.

2) Wie muß eine Säule konstruiert werden, damit sie bei Berücksichtigung ihres Eigengewichtes und einer auf ihr ruhenden Last Q in allen horizontalen Querschnitten gleiche Festigkeit aufweist? Die Festigkeit pro Flächeneinheit des Querschnittes sei s ; der Querschnitt im Abstände x von der oberen Begrenzungsfläche sei y ; demnach vermag diese das Gewicht $s \cdot y$ zu tragen. In Wirklichkeit trägt sie 1) die Last Q , 2) den über ihr lagernden Teil der Säule. Das Gewicht pro Raumeinheit sei für die Säule p . Sie kann zerlegt werden in lauter Schichten von der Grundfläche y und der Höhe dx ; eine solche hat also das Gewicht $p y dx$, demnach der über dem betrachteten

Querschnitt liegende Teil der Säule das Gewicht $\int_0^x p y dx$.

Daher hat dieser das Gesamtgewicht $Q + \int_0^x p y dx$ zu tragen. Da dieses aber den Wert $s y$ hat, so ergibt sich die Gleichung

$s y \cdot Q + \int_0^x p y dx$. Differenziert man beiderseits nach x , so folgt $s y' = p y$. Trennung

der Veränderlichen: $s \frac{dy}{y} = p dx$; $s \ln y = p x + s \ln c$, wenn man die Integrationskonstante

mit $s \cdot \ln c$ bezeichnet. Durch Umformen folgt $y = c e^{\frac{p}{s} x}$. Die Integrationskonstante ist in diesem Falle dadurch zu bestimmen, daß für $x = 0$ $s y = Q$ oder $y = \frac{Q}{s}$

werden muß; also $\frac{Q}{s} = c$. Also ist die hier allein in Betracht kommende parti-

kuläre Lösung $y = \frac{Q}{s} e^{\frac{p}{s} x}$. Soll die Säule die Gestalt eines Umdrehungskörpers haben, so muß, falls der Radius im Abstände x von der oberen Fläche die Länge r hat, $y = \pi r^2$ sein,

so daß sich als Gleichung der Meridiankurve ergibt: $r = \sqrt{\frac{Q}{\pi s}} \cdot e^{\frac{p}{2s} x}$; die Meridiankurve ist also eine Exponentialkurve.

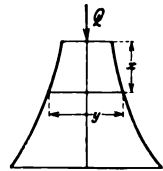


Abb. 68.

(69) b) Die **homogene Differentialgleichung** hat die Form $y' = f\left(\frac{y}{x}\right)$

oder $\varphi\left(\frac{y}{x}\right) dx + \psi\left(\frac{y}{x}\right) dy = 0$. Sie läßt sich allgemein integrieren. Zu diesem Zwecke setze man $y = x \cdot z$; $dy = x dz + z dx$; hierdurch geht sie über in die neue Gleichung $\varphi(z) \cdot dx + \psi(z) \cdot (x dz + z dx) = 0$. In dieser lassen sich die Veränderlichen trennen: $\frac{dx}{x} + \frac{\psi(z)}{\varphi(z) + z \psi(z)} dz = 0$.

Beispiele: 1) $(x^2 - y^2) dy - 2xy dx = 0$, $y = zx$, $dy = x dz + z dx$

$$(x^2 - z^2 x^2)(x dz + z dx) - 2x^2 z dx = 0, \quad \frac{1 - z^2}{z(1 + z^2)} dz + \frac{dx}{x} = 0,$$

$$\int \frac{1 - z^2}{z(1 + z^2)} dz - \int \frac{dx}{x} + \ln c = 0; \quad \int \frac{dz}{z} - \int \frac{2z dz}{1 + z^2} - \int \frac{dx}{x} + \ln c = 0,$$

$$\ln \frac{z}{x(1 + z^2)} + \ln c = 0, \quad \frac{cy}{x^2 + y^2} = 1, \quad x^2 + y^2 = cy.$$

2) Bestimme eine Kurve so, daß jede Normale auf der x -Achse ein Stück abschneidet, welches gleich der Entfernung

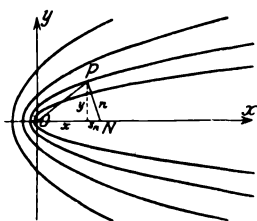


Abb. 69.

des zugehörigen Kurvenpunktes vom Anfangspunkte ist. Der Kurvenpunkt P habe die Koordinaten x und y . $ON = x + s_n$, $s_n = yy'$, $ON = OP = \sqrt{x^2 + y^2}$. Also ergibt sich die Gleichung $x + yy' = \sqrt{x^2 + y^2}$, $y = xz$. $y' = xz' + z$, $x + xz(xz' + z) = x\sqrt{1 + z^2}$. Trennung der Veränderlichen:

$$\frac{z}{1 + z^2 - \sqrt{1 + z^2}} dz + \frac{dx}{x} = 0;$$

$$\int \frac{z dz}{(1 + z^2) - \sqrt{1 + z^2}} + \int \frac{dx}{x} = \ln c.$$

Zur Auswertung des ersten Integrals setze man $\sqrt{1 + z^2} = u$; es geht über in $\int \frac{du}{u - 1} = \ln(u - 1) = \ln(\sqrt{1 + z^2} - 1)$

$= \ln\left(\sqrt{1 + \left(\frac{y}{x}\right)^2} - 1\right)$. Daher bekommt man

$$\ln\left(\sqrt{1 + \left(\frac{y}{x}\right)^2} - 1\right) + \ln x = \lg c; \quad \sqrt{x^2 + y^2} - x = c, \quad y^2 = 2c\left(x + \frac{c}{2}\right).$$

Es ist also eine Schar konfokaler Parabeln, deren Brennpunkt in O liegt, und deren Achse die x -Achse ist.

Auf die homogenen Differentialgleichungen lassen sich auch die Gleichungen von der Form $y' = \frac{a_1 x + b_1 y + c_1}{a_2 x + b_2 y + c_2}$ zurückführen; bestimmt man nämlich zwei Größen m und n durch die beiden linearen Gleichungen $a_1 m + b_1 n + c_1 = 0$ und $a_2 m + b_2 n + c_2 = 0$, so führen die beiden Substitutionen $x = \xi + m$, $y = \eta + n$ die ursprüngliche Gleichung in eine homogene Differentialgleichung für ξ und η über.

Beispiel:

$$y' + \frac{2(x - 2y + 1)}{5x - y - 4} = 0; \quad m - 2n + 1 = 0; \quad 5m - n - 4 = 0; \quad m = 1; \quad n = 1.$$

$$x = \xi + 1; \quad y = \eta + 1; \quad \frac{d\eta}{d\xi} + \frac{2\xi - 4\eta}{5\xi - \eta} = 0; \quad \eta = \xi \cdot \zeta; \quad d\eta = \xi d\zeta + \zeta d\xi$$

$$(\xi d\zeta + \zeta d\xi)(5\xi - \xi\zeta) + (2\xi - 4\xi\zeta) d\xi = 0.$$

Trennung der Veränderlichen:

$$\frac{d\xi}{\xi} + \frac{\zeta - 5}{\zeta^2 - \zeta - 2} d\zeta = 0; \quad \ln \xi + \ln(\zeta + 1)^2 - \ln(\zeta - 2) = \ln c; \quad \frac{\xi(\zeta + 1)^2}{\zeta - 2} = c;$$

$$\frac{(\eta + \xi)^2}{\eta - 2\xi} = c; \quad (x + y - 2)^2 = c(y - 2x + 1).$$

Lassen sich die beiden linearen Gleichungen nicht nach m und n auflösen (wenn $a_1 : b_1 = a_2 : b_2$ ist), so führt die direkte Substitution $a_1 x + b_1 y = z$ zum Ziele.

Beispiel:

$$\begin{aligned} (x - 2y + 9) dx - (3x - 6y + 19) dy &= 0; & x - 2y &= z; & dx &= dz + 2 dy; \\ (x + 9)(dz + 2 dy) - (3z + 19) dy &= 0; & \frac{z+9}{z+1} dz &= dy; & z + 8 \ln(z+1) &= y + c; \\ x - 3y + 8 \ln(x - 2y + 1) &= c. \end{aligned}$$

(70) c) Die lineare Differentialgleichung hat die Form $y' = P(x) \cdot y + Q(x)$; ihr vollständiges Integral ist $y = e^{\int P dx} \left\{ \int Q e^{-\int P dx} dx + C \right\}$.

Beispiele: 1) $y' + y \cos x - \frac{1}{2} x \sin 2x = 0$; $P = -\cos x$; $Q = \frac{1}{2} \sin 2x$;

$$y = e^{-\int \cos x dx} \left\{ \int \frac{1}{2} \sin 2x e^{\int \cos x dx} dx + C \right\} = e^{-\sin x} \left\{ \int e^{\sin x} \sin x \cos x dx + C \right\}$$

$$= e^{-\sin x} \left[e^{\sin x} (\sin x - 1) + C \right] = \sin x - 1 + C e^{-\sin x}.$$

2) In einem elektrischen Stromkreise sei E die Spannung, i die Stromstärke zur Zeit t , ferner die Konstanten R der Widerstand und L die Selbstinduktion. Es gilt die Beziehung

$$E = iR + L \frac{di}{dt}, \quad \text{also} \quad \frac{di}{dt} = -\frac{R}{L} i + \frac{E}{L}.$$

Durch Integrieren erhält man zwischen i und E die Gleichung

$$i = e^{-\frac{R}{L} t} \left\{ \frac{1}{L} \int E e^{\frac{R}{L} t} dt + A \right\}.$$

Beim Schließen eines Stromes gehe beispielsweise zur Zeit $t = 0$ E vom Werte 0 plötzlich auf den konstanten Wert $E = E_0$ über; in diesem Falle wird $i = \frac{E_0}{R} + A e^{-\frac{R}{L} t}$; da für $t = 0$ $i = 0$ ist, so bestimmt sich die Integrationskonstante $A = -\frac{E_0}{R}$; so daß das hier allein in Betracht kommende partikuläre Integral lautet: $i = \frac{E_0}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L} t} \right)$.

(71) d) Ist die Differentialgleichung $\varphi(x, y) dx + \psi(x, y) dy = 0$ so beschaffen, daß $\frac{\partial \varphi}{\partial y} = \frac{\partial \psi}{\partial x}$, so ist die linke Seite derselben ein vollständiges

Differential einer Funktion $F(x, y)$, so daß $\frac{\partial F}{\partial x} = \varphi(x, y)$ und $\frac{\partial F}{\partial y} = \psi(x, y)$ ist. Dabei bestimmt sich F durch die Gleichung

$$F(x, y) = \int \varphi(x, y) dx + \int \psi(x, y) dy - \int \frac{\partial}{\partial y} [\int \varphi(x, y) dx] dy.$$

Hat man auf diese Weise F bestimmt, so stellt $F(x, y) = c$ die vollständige Integralgleichung der gegebenen Differentialgleichung dar.

Beispiel:

$$(x^3 - xy^2 - a^2x) dx + (x^2y + y^3 + a^2y) dy = 0. \quad \frac{\partial \varphi}{\partial y} = -2xy = \frac{\partial \psi}{\partial x}, \text{ also vollständiges Differential.}$$

$$F(x, y) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2y^2}{2} - \frac{a^2xy^2}{2} + \frac{x^2y^2}{2} + \frac{y^4}{4} + \frac{a^2y^2}{2} = \int (-x^2y) dy.$$

Daher ist $\frac{x^4}{4} + \frac{x^2y^2}{2} + \frac{y^4}{4} - \frac{a^2xy^2}{2} + \frac{a^2y^2}{2} = \frac{c}{4}$ oder $(x^2 + y^2)^2 - a^2(x^2 - y^2) = c$ die vollständige Integralgleichung.

Ist die linke Seite kein vollständiges Differential, so kann man sie häufig dadurch, daß man die Differentialgleichung mit einem Faktor $R(x, y)$, dem inte-

grierenden Faktor oder **Eulerschen Multiplikator** multipliziert, in ein solches überführen.

Beispiel: Die Differentialgleichung $(y + xy^2) dx + (x - x^2 y) dy = 0$, die selbst kein vollständiges Differential ist, läßt sich durch Multiplizieren mit $\frac{1}{x^2 y^2}$ in ein solches überführen; man erhält dadurch $\left(\frac{1}{x^2 y} + \frac{1}{x}\right) dx + \left(\frac{1}{xy^2} - \frac{1}{y}\right) dy = 0$. Das vollständige Integral ist sodann $\ln \frac{x}{y} - \frac{1}{xy} = c$.

(72) 2. Differentialgleichungen 2. Ordnung.

Die allgemeinste Form einer Differentialgleichung zweiter Ordnung ist $f(x, y, y', y'') = 0$; das vollständige Integral enthält zwei Integrationskonstanten. Da die allgemeinste Differentialgleichung zweiter Ordnung noch viel weniger einer Lösung zugänglich ist, als die erster Ordnung, sollen hier die für die Technik wichtigsten integrierbaren Sonderfälle einzeln betrachtet werden.

a) $y'' = a$. Lösung: $y = \frac{a}{2} x^2 + c_1 x + c_2$.

Beispiel: Freier Fall im luftleeren Raume:

$$\frac{d^2 s}{dt^2} = g, \quad \frac{ds}{dt} = gt + v_0, \quad s = \frac{1}{2} g t^2 + v_0 t + s_0.$$

Verallgemeinerung:

$$\frac{d^n y}{dx^n} = a, \quad y = \frac{a}{n!} x^n + c_1 x^{n-1} + c_2 x^{n-2} + \dots + c_n.$$

(73) b) $y'' = f(x)$. Lösung: $y = \int (\int f(x) dx) dx + c_1 x + c_2$.

Beispiel: Trägt ein horizontal eingespannter elastischer Stab vom Eigengewicht p kg/cm und der Länge l am Ende eine Last P , so biegt er sich nach einer Kurve durch, deren Differentialgleichung lautet $y'' = -\frac{1}{EJ} (Px + \frac{p}{2} x^2)$, wobei E der Elastizitätsmodul, J das Trägheitsmoment des Stabquerschnitts ist. Durch einmaliges Integrieren ergibt sich $y' = -\frac{1}{EJ} (\frac{P}{2} x^2 + \frac{p}{6} x^3) + c_1$. Da nun aber für $x=l$ $y' = 0$ sein muß, so ist $0 = -\frac{1}{EJ} (\frac{P}{2} l^2 + \frac{p}{6} l^3) + c_1$, also $y' = \frac{1}{EJ} [\frac{P}{2} (l^2 - x^2) + \frac{p}{6} (l^3 - x^3)]$. Ein

weiteres Integrieren gibt unter der Berücksichtigung, daß für $x=0$ auch $y=0$ werden soll, Abb. 70:

$$y = \frac{1}{2EJ} \left[P \left(l^2 x - \frac{x^3}{3} \right) + \frac{p}{3} \left(l^3 x - \frac{x^4}{4} \right) \right].$$

Setzt man $x=l$, so erhält man für die Durchbiegung u des Stabes:

$$u = \frac{1}{2EJ} \left[\frac{2}{3} P l^3 + \frac{p}{4} l^4 \right],$$

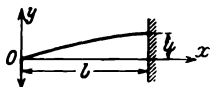


Abb. 70.

(74) c) $y'' = f(y)$. Setzt man $y'' = \frac{d}{dx} \frac{dy}{dx} = \frac{dy'}{dy} \frac{dy}{dx} = y' \cdot \frac{dy'}{dy}$, so

geht die Differentialgleichung über in $y' \cdot \frac{dy'}{dy} = f(y)$, Differentialgleichung 1. Ordnung zwischen y und y' , welche Trennung der Veränderlichen zuläßt:

$$y' dy' = f(y) dy, \quad \text{also} \quad \frac{y'^2}{2} = \int f(y) dy + c_1, \quad \text{oder}$$

$$y' = \frac{dy}{dx} = \sqrt{2 \left(\int f(y) dy + c_1 \right)},$$

eine Differentialgleichung 1. Ordnung zwischen x und y , in der sich ebenfalls die Veränderlichen leicht trennen lassen. Das vollständige Integral der ursprünglichen Differentialgleichung lautet demnach:

$$x = \int \frac{dy}{\sqrt{2(\int f(y) dy + c_1)}} + c_2.$$

Beispiele: 1) Die Differentialgleichung der harmonischen Schwingung lautet:

$$b \ddot{s} = -a^2 s \quad \text{oder} \quad \frac{d^2 s}{dt^2} + a^2 s = 0.$$

$$\text{Es ist } v = \frac{ds}{dt}, \quad \frac{d^2 s}{dt^2} = \frac{dv}{dt} = v \frac{dv}{ds}, \quad \text{also } v \frac{dv}{ds} + a^2 s = 0.$$

Die Integration liefert $v = \sqrt{c_1 - a^2 s^2}$ Geschwindigkeits-Weg-Beziehung. Für die Beschreibung der Bewegung mögen zwei Anfangslagen herausgegriffen werden: Im ersten Falle möge der bewegte Punkt P zur Zeit $t = 0$ durch die Ruhelage O gehen, also $s = 0$ sein, und dabei die Geschwindigkeit v_0 haben; im anderen Falle möge der Punkt P zur Zeit $t = 0$ die weiteste Entfernung l von der Ruhelage haben, also $s = l$, $v = 0$ sein. Für

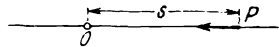


Abb. 71.

$$\text{Fall 1 ist } c_1 = v_0^2, \quad \text{also } v = \sqrt{v_0^2 - a^2 s^2}, \quad \text{für}$$

$$\text{Fall 2 ist } c_1 = a^2 l^2, \quad \text{also } v = a \sqrt{l^2 - s^2}.$$

$$\text{Da } v = \frac{ds}{dt}, \quad \text{so folgt weiter } \frac{ds}{\sqrt{c_1 - a^2 s^2}} = dt, \quad t = \frac{1}{a} \arcsin \frac{as}{\sqrt{c_1}} + c_2, \quad s = \frac{\sqrt{c_1}}{a} \sin |a(t - c_2)|,$$

$$\text{also für den 1. Fall } s = \frac{v_0}{a} \sin at, \quad v = v_0 \cos at;$$

$$\text{für den 2. Fall } s = l \cos at, \quad v = -al \sin at.$$

Die Bewegung ist also eine Schwingung; die Periode ist $T = \frac{2\pi}{a}$, die man leicht messen

und aus der man die für die Elastizität bestimmende Konstante $a = \frac{2\pi}{T}$ errechnen kann.

Da sich auch die Schwingungsbreite l messen läßt, kann man aus ihr die Geschwindigkeit beim Durchgang durch die Ruhelage O $v_0 = al = 2\pi \frac{l}{T}$ berechnen.

2) Die Bewegung eines Massenpunktes P in einem wagerechten Rohre, das sich um eine vertikale Achse mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω dreht, ist beschrieben durch die Differentialgleichung: $\frac{d^2 \varrho}{dt^2} = \varrho \omega^2$, wobei ϱ die Entfernung des Punktes P vom Drehpunkt O zur Zeit t bedeutet. Das vollständige Integral lautet:

$$\varrho = c_1 e^{\omega t} + c_2 e^{-\omega t}, \\ v = \omega (c_1 e^{\omega t} - c_2 e^{-\omega t}).$$

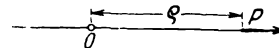


Abb. 72.

Ist beispielsweise zur Zeit $t = 0$ $v = v_0$, $\varrho = 0$, so wird $c_1 + c_2 = 0$, $c_1 - c_2 = \frac{v_0}{\omega}$, also $c_1 = \frac{v_0}{2\omega} = -c_2$, also $\varrho = \frac{v_0}{\omega} \sin \omega t$, $v = v_0 \cos \omega t$.

Ist andererseits für $t = 0$ $v = 0$, $\varrho = a$, so wird $\varrho = a \cos \omega t$, $v = -a\omega \sin \omega t$.

$$(75) \quad d) \quad y'' = f(y').$$

$$1. \text{ Weg: } \frac{dy'}{dx} = f(y'). \quad \text{Trennung des Veränderlichen: } x = \int \frac{dy'}{f(y')} + c_1,$$

Darauf Auflösung nach $y' = \varphi(x)$ und hieraus $y = \int \varphi(x) dx + c_2$.

$$2. \text{ Weg: } y' \frac{dy'}{dy} = f(y'). \quad \text{Trennung der Veränderlichen: } y = \int \frac{y' dy'}{f(y')} + c_1',$$

Darauf Auflösung nach $y' = \psi(y)$ und ferner hieraus $x = \int \frac{dy}{\psi(y)} + c_2'$.

3. Weg: Parameterdarstellung: $x = \int \frac{dy'}{f(y')} + c_1, \quad y = \int \frac{y' dy'}{f(y')} + c_2$.

Beispiele: 1) $y'' + a^2 y'^2 + b^2 = 0$.

$$\frac{dy'}{dx} = -a^2 y'^2 - b^2, \quad x = \int \frac{dy'}{a^2 y'^2 + b^2} + c_1 = \frac{1}{ab} \arctg \left[\frac{a}{b} y' \right] + c_1,$$

$$y' = -\frac{b}{a} \operatorname{tg} [ab(x - c_1)], \quad y = \frac{1}{a^2} \ln \cos [ab(x - c_1)] + c_2.$$

S. Wurf senkrecht nach oben im luftgefüllten Raum (156).

$$2) \quad y'' + a^2 y'^2 - b^2 = 0, \quad \frac{dy'}{dx} = b^2 - a^2 y'^2,$$

$$x = \int \frac{dy'}{b^2 - a^2 y'^2} + c_1 = \frac{1}{2ba} \ln \frac{b + ay'}{b - ay'} + c_1 = \frac{1}{ab} \operatorname{arctg} \frac{a}{b} y' + c_1,$$

$$y' = \frac{b}{a} \operatorname{tg} [ab(x - c_1)], \quad y = \frac{1}{a^2} \ln \cos [ab(x - c_1)] + c_2.$$

S. Fall im luftgefüllten Raum (156).

(76) Anwendung:

Über zwei Seilscheiben sei ein Seil gelegt. Es ist zu untersuchen, welche Gestalt der durchhängende Teil des Seiles annimmt.

- a) wenn das Seil in Ruhe ist,
- b) wenn das Seil infolge der Rotation der Scheiben läuft.

Zu dieser Untersuchung werden ein Seilelement $PP_1 = ds$ (Abb. 73) herausgegriffen. Im Falle a) der Ruhe wird es im Gleichgewicht gehalten durch die tangential unter dem Winkel φ gegen die Horizontale in P wirkende Spannkraft S , die tangential unter $\varphi + d\varphi$ in P_1 wirkende Spannkraft $S + dS$ und das senkrecht wirkende Gewicht $q ds$, wobei q das konstant vorausgesetzte Gewicht pro Längeneinheit des Seiles ist. Die Projektionen dieser drei Kräfte einerseits auf die Tangente, andererseits auf die Normale in P müssen die Summe Null ergeben; es ist also

$$S + q \sin \varphi \cdot ds - (S + dS) \cos d\varphi = 0,$$

$$q \cos \varphi \cdot ds - (S + dS) \sin d\varphi = 0.$$

Da $\cos d\varphi = 1, \sin d\varphi = d\varphi$ ist, so ergibt sich unter Vernachlässigung der unendlich kleinen Glieder höherer Ordnung 1) $q \sin \varphi \cdot ds = dS, 2) q \cos \varphi \cdot ds = S d\varphi$. Durch Division

von 1) und 2) erhält man 3) $\operatorname{tg} \varphi = \frac{1}{S} \frac{dS}{d\varphi}$, eine Diff.-Gl. 1. Ord. 1. Grad. zwischen S und φ , in der sich die Veränderlichen leicht trennen lassen (s. (68)) $\frac{dS}{S} = \operatorname{tg} \varphi d\varphi$ oder $\ln S = -\ln \cos \varphi + c, 4) S = \frac{c}{\cos \varphi}$. Hieraus folgt $c = S \cos \varphi$; d. h. in jedem Punkte der

Kurve ist die Horizontalprojektion $S \cos \varphi$ der Spannkraft konstant gleich c , also gleich der Spannkraft H im tiefsten Punkte M der Kurve; es ist also $c = H$; 5) $S = \frac{H}{\cos \varphi}$. Man setze

dies in 2) ein und erhält 6) $ds = \frac{H}{q} \frac{d\varphi}{\cos^2 \varphi}$. Da nach (63) $ds = \sqrt{1 + y'^2} dx, \operatorname{tg} \varphi = y'$, also $\frac{d\varphi}{\cos^2 \varphi} = dy'$ ist, ergibt sich aus 6) die Differentialgleichung 2. Ordnung $\sqrt{1 + y'^2} dx = \frac{H}{q} dy'$

oder 7) $y'' = \frac{q}{H} \sqrt{1 + y'^2}$, die sich nach (75) integrieren läßt. Es ist $\frac{dy'}{\sqrt{1 + y'^2}} = \frac{q}{H} dx$,

8) $\frac{q}{H} (x - x_0) = \operatorname{arcsinh} y' = \ln (y' + \sqrt{1 + y'^2})$. Für $y' = 0$ wird $x = x_0$. Legt man die Ordinatenachse durch den tiefsten Punkt M der Kurve, so wird für $y' = 0, x = 0$, also auch die Integrationskonstante $x_0 = 0$; löst man ferner 8) nach y' auf, so erhält man

9) $y' = \operatorname{sh} \frac{q}{H} x = \frac{1}{2} \left(e^{\frac{q}{H} x} - e^{-\frac{q}{H} x} \right)$, aus welcher sich durch nochmaliges Integrieren ergibt

$$y - y_0 = \frac{H}{q} \left[\operatorname{ch} \frac{q}{H} x - \frac{H}{2q} \left(e^{\frac{q}{H} x} + e^{-\frac{q}{H} x} \right) \right].$$

Hat M die Ordinate $a = \frac{H}{q}$, so wird die Integrationskonstante $y_0 = 0$, und die endliche Gleichung der Kurve lautet

$$10) \quad y = a \operatorname{ch} \frac{x}{a} = \frac{a}{2} \left(e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}} \right).$$

Das Seil hängt also in Gestalt der Kettenlinie (S. (92)) durch.

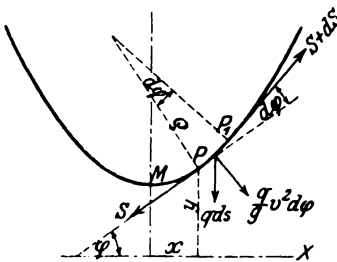


Abb. 73.

Im Falle b) tritt zu den oben angegebenen auf ds wirkenden Kräften noch die Zentrifugalkraft $\frac{q}{g} ds \cdot \frac{v^2}{\rho} = \frac{q}{g} v^2 d\varphi$ (da $\rho = \frac{ds}{d\varphi}$) hinzu, die normal zu ds wirkt. Damit die vier Kräfte S , $S' = dS$, $q ds$, $\frac{q}{g} v^2 d\varphi$ im Gleichgewicht sind, ist nötig, daß ihre Projektionen auf jede Richtung einander aufheben. Projiziert man sie einmal auf die Tangente, das andere Mal auf die Normale in P , so ergeben sich die zwei Gleichgewichtsbedingungen 11 a) $-dS + q ds \sin \varphi = 0$, 11 b) $-S d\varphi + q ds \cos \varphi + \frac{q}{g} v^2 d\varphi = 0$. Durch Elimination von ds erhält man die folgende Differentialgleichung zwischen S und φ : 12) $(S - \frac{q}{g} v^2) \operatorname{tg} \varphi = \frac{dS}{d\varphi}$, die man auch aus 3) dadurch erhält, wenn man dort S durch $S - \frac{q}{g} v^2$ ersetzt; ihr Integral ist also 13) $S = \frac{H}{\cos \varphi} + \frac{q}{g} v^2$, wenn wie in 4) H die Spannkraft im tiefsten Punkte des Seiles im Falle a) $v = 0$ bedeutet. Gleichung 13) sagt also aus, daß die Spannkraft der Bewegung sich von der Spannkraft der Ruhe in jedem Punkte um denselben Wert $\frac{q}{g} v^2$ unterscheidet. Setzt man 13) in 11 b) ein, so ergibt sich in Übereinstimmung mit 6) zwischen s und φ die Differentialgleichung $ds = \frac{H}{q} \frac{d\varphi}{\cos^2 \varphi}$. Hieraus folgt aber, daß das mit der konstanten Geschwindigkeit v laufende Seil nach derselben Kettenlinie durchhängt wie das ruhende Seil. (Friedmann; Z. 1894, S. 891 f.; Bach, M.E.).

(77) e) Die lineare Differentialgleichung n-ter Ordnung.

$y^{(n)} + X_1 \cdot y^{(n-1)} + X_2 \cdot y^{(n-2)} + \dots + X_{n-1} \cdot y' + X_n \cdot y = X_0$,
wobei X_0, X_1, \dots, X_n im allgemeinen Funktionen von x sind.

a) $X_0 = 0$ homogene lineare Differentialgleichung.

1. Fall: Die Faktoren von $y^{(n)}, y^{(n-1)}, \dots, y', y$ sind Konstanten

$$y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + a_2 y^{(n-2)} + \dots + a_{n-1} y' + a_n y = 0.$$

Man löse die Gleichung n -ten Grades $r^n + a_1 r^{n-1} + a_2 r^{n-2} + \dots + a_{n-1} r + a_n = 0$; ihre Wurzeln seien $r_1, r_2, r_3, \dots, r_n$.

a') r_1, r_2, \dots, r_n seien alle untereinander verschieden. Dann lautet das vollständige Integral

$$y = c_1 e^{r_1 x} + c_2 e^{r_2 x} + c_3 e^{r_3 x} + \dots + c_n e^{r_n x}.$$

β') Die Wurzel r_l trete λ -mal auf; dann ist die vollständige Lösung

$$y = \dots + (c_{l_1} x^{\lambda-1} + c_{l_2} x^{\lambda-2} + \dots + c_{l_{\lambda-1}} x + c_{l_\lambda}) e^{r_l x}.$$

Sind $r_k = r_k' + i r_k''$ und $r_k' = r_k' - i r_k''$ zwei konjugiert komplexe Wurzeln der Gleichung n -ten Grades, so ist für

$$c_k e^{r_k x} + c_k' e^{\overline{r_k} x} = e^{r_k' x} (c_k \cos r_k'' x + c_k' \sin r_k'' x)$$
 zu setzen.

Beispiele:

1) $y''' + y'' - y' + 15y = 0$; $r^3 + r^2 - r + 15 = 0$; $r_1 = -3$; $r_2 = 1 + 2i$; $r_3 = 1 - 2i$;
 $y = c_1 e^{-3x} + e^x (c_2 \cos 2x + c_3 \sin 2x)$.

2) $y''' - 3y'' + 4y = 0$; $r^3 - 3r^2 + 4 = 0$; $r_1 = -1$; $r_2 = r_3 = 2$;
 $y = c_1 e^{-x} + (c_2 x + c_3) e^{2x}$.

3) $y'' + ay' + by = 0$; $r^2 + ar + b = 0$; $r = -\frac{a}{2} \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} - b}$.

a) $\frac{a^2}{4} - b = w^2 > 0$; $y = e^{-\frac{a}{2}x} (c_1 e^{wx} + c_2 e^{-wx}) =$
 $= e^{-\frac{a}{2}x} (c_1 \cosh wx + c_2 \sinh wx).$

$$\beta) b - \frac{a^2}{4} - c^2 > 0; \quad y = e^{-\frac{a}{2}x} (c_1 \cos cx + c_2 \sin cx) = c_0 e^{-\frac{a}{2}x} \sin c(x - x_0).$$

$$\gamma) \frac{a^2}{4} - b = 0; \quad y = (c_1 x + c_0) e^{-\frac{a}{2}x}.$$

S. a. Gedämpfte Schwingung (158).

2. Fall: Es sei $X_k = \frac{1}{(ax + b)^k}$, so daß also die Differentialgleichung

von der Gestalt ist

$$(ax + b)^n y^{(n)} + (ax + b)^{n-1} y^{(n-1)} + \dots + (ax + b) y' + y = 0.$$

Das partikuläre Integral ist $y = (ax + b)^r$; setzt man dieses in die Differentialgleichung ein, so ergibt sich eine Gleichung n -ten Grades für r ; ihre Lösungen seien r_1, r_2, \dots, r_{n-1} . Das vollständige Integral ist, vorausgesetzt, daß die Wurzeln alle voneinander verschieden sind:

$$y = c_1 (ax + b)^{r_1} + c_2 (ax + b)^{r_2} + \dots + c_n (ax + b)^{r_n}.$$

Tritt dagegen r_l als λ -fache Wurzel auf, so ist

$$y = \dots + (ax + b)^{r_l} (c_{l1} + c_{l2} \ln(ax + b) + c_{l3} (\ln(ax + b))^2 + \dots + c_{l\lambda} (\ln(ax + b))^{\lambda-1}).$$

Beispiele:

$$1) (x-2)^2 y'' - 3(x-2) y' - 15y = 0; \quad y = (x-2)^r; \quad y' = r(x-2)^{r-1}; \\ y'' = r(r-1)(x-2)^{r-2}; \quad r(r-1) - 3r - 15 = 0; \quad r^2 - 2r - 15 = 0; \\ r_1 = 3; \quad r_2 = -5; \quad y = c_1 (x-2)^3 + \frac{c_2}{(x-2)^5}.$$

$$2) x^4 y'''' - 2x^3 y''' + x^2 y'' - 5x y' - 5y = 0; \\ r(r-1)(r-2)(r-3) - 2r(r-1)(r-2) + r(r-1) - 5r - 5 = 0; \\ r^4 - 8r^3 + 18r^2 - 16r + 5 = 0; \quad r_1 = r_2 = r_3 = 1; \quad r_4 = 5; \\ y = (c_1 + c_2 \ln x + c_3 (\ln x)^2) x + c_4 x^5.$$

$\beta) X_0 \neq 0$.

1. Fall: Die Faktoren von $y^{(n)}, y^{(n-1)}, y^{(n-2)}, \dots, y', y$ sind Konstante.

$$y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + a_2 y^{(n-2)} + \dots + a_{n-1} y' + a_n y = X_0.$$

Man bestimme n Funktionen von x $c_1(x), c_2(x), \dots, c_n(x)$ derart, daß ihre Differentialquotienten c_1', c_2', \dots, c_n' den n linearen Gleichungen genügen:

$$\left. \begin{aligned} c_1' y_1 + c_2' y_2 + \dots + c_n' y_n &= 0 \\ c_1' y_1' + c_2' y_2' + \dots + c_n' y_n' &= 0 \\ c_1' y_1'' + c_2' y_2'' + \dots + c_n' y_n'' &= 0 \\ \dots & \\ c_1' y_1^{(n-2)} + c_2' y_2^{(n-2)} + \dots + c_n' y_n^{(n-2)} &= 0 \\ c_1' y_1^{(n-1)} + c_2' y_2^{(n-1)} + \dots + c_n' y_n^{(n-1)} &= X_0, \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\text{wobei } y_1 = e^{r_1 x}, \\ &y_2 = e^{r_2 x}, \dots, y_n = e^{r_n x} \\ &\text{und } r_1, r_2, \dots, r_n \text{ die Wurzeln der Gleichung} \\ &r^n + a_1 r^{n-1} + \dots + \\ &\quad + a_{n-1} r + a_n = 0 \\ &\text{sind. (S. } \alpha) \text{ 1. Fall.)} \end{aligned}$$

Dann ist $y = c_1 y_1 + c_2 y_2 + c_3 y_3 + \dots + c_n y_n$ das vollständige Integral der gegebenen Differentialgleichung.

Beispiele:

$$1) y'' - 9y' + 20y = x^2; \quad r^2 - 9r + 20 = 0; \quad r_1 = 4; \quad r_2 = 5; \\ y_1 = e^{4x}, \quad y_2 = e^{5x}$$

$$\left| \begin{aligned} c_1' e^{4x} + c_2' e^{5x} &= 0, & c_1' &= x^2 e^{-1x}; & c_1 &= \frac{e^{-1x}}{32} (8x^2 + 4x + 1) + C_1; \\ 4c_1' e^{4x} + 5c_2' e^{5x} - x^2 &= 0, & c_2' &= x^2 e^{-5x}; & c_2 &= -\frac{e^{-5x}}{125} (25x^2 + 10x + 2) + C_2. \end{aligned} \right.$$

$$y = \frac{1}{20}x^2 + \frac{9}{200}x + \frac{61}{4000} - C_1 e^4 x + C_2 e^5 x.$$

2) (Differentialgleichung einer erzwungenen Schwingung).

$$\frac{d^2 s}{dt^2} + n^2 s = n^2 a \cdot \sin bt; \quad r_1 = i n; \quad r_2 = -i n; \quad s_1 = \cos nt; \quad s_2 = \sin nt;$$

$$\begin{aligned} &| c_1' \cos nt + c_2' \sin nt = 0 \\ &| -n c_1' \sin nt + n c_2' \cos nt = n^2 a \sin bt \end{aligned}$$

$$c_1' = -n a \sin bt \sin nt = \frac{n a}{2} [\cos(b+n)t - \cos(b-n)t];$$

$$c_2' = n a \sin bt \cos nt = \frac{n a}{2} [\sin(b+n)t + \sin(b-n)t];$$

$$c_1 = \frac{n a}{2} \left[\frac{\sin(b+n)t}{b+n} - \frac{\sin(b-n)t}{b-n} \right] + C_1; \quad c_2 = \frac{n a}{2} \left[-\frac{\cos(b-n)t}{b+n} - \frac{\cos(b-n)t}{b-n} \right] + C_2;$$

$$s = \frac{n a}{2} \left[\frac{\sin(b+n)t \cos nt - \cos(b-n)t \sin nt}{b+n} - \frac{\sin(b-n)t \cos nt + \cos(b-n)t \sin nt}{b-n} \right] - C_1 \cos nt + C_2 \sin nt.$$

$$s = \frac{n a}{2} \left[\frac{\sin bt}{b+n} - \frac{\sin bt}{b-n} \right] - C_1 \cos nt + C_2 \sin nt.$$

$$= a \frac{n^2}{n^2 - b^2} \sin bt + C_1 \cos nt + C_2 \sin nt.$$

2. Fall: $X_k = (ax + b)^{-k}$, so daß die Differentialgleichung die Gestalt hat $y^{(n)} + \frac{y^{(n-1)}}{ax+b} + \frac{y^{(n-2)}}{(ax+b)^2} + \dots + \frac{y'}{(ax+b)^{n-1}} + \frac{y}{(ax+b)^n} = X_0$.

Sind r_1, r_2, \dots, r_n die Wurzeln der in ω) 2. Fall aufgestellten Gleichung n -Grades, so setze man $y_k = (ax + b)^{r_k}$ und bestimme die Differentialquotienten c_k' der Funktionen c_k durch dasselbe lineare Gleichungssystem wie im 1. Fall. Dann ist $y = c_1 (ax + b)^{r_1} + c_2 (ax + b)^{r_2} + \dots + c_n (ax + b)^{r_n}$ das vollständige Integral.

Beispiel. Festigkeitslehre: Kreisrunde Platte mit zentrischer Belastung. Ist $N = \frac{6p}{E' h^3}$, wobei p die als konstant angenommene Belastung pro Flächeneinheit und E' den reduzierten Elastizitätsmodul bedeutet, so genügt η der Differentialgleichung

$$x^2 \frac{d^2 \eta}{dx^2} + x \frac{d\eta}{dx} - \eta = N x^3;$$

$$\frac{d^2 \eta}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{d\eta}{dx} - \frac{1}{x^2} \eta = N x;$$

$$r_1 = 1; \quad r_2 = -1; \quad \eta_1 = x; \quad \eta_2 = \frac{1}{x}.$$

$$c_1' x + \frac{c_2'}{x} = 0; \quad c_1' = \frac{N}{2} x; \quad c_2' = -\frac{N}{2} x^3;$$

$$c_1 = \frac{c_2'}{x^2} = N x; \quad c_1 = \frac{N}{4} x^2 + C_1; \quad c_2 = \frac{N}{8} x^4 + C_2.$$

$$\eta = -\frac{N}{4} x^3 + C_1 x + \frac{N}{8} x^3 + \frac{C_2}{x}; \quad \eta = \frac{N}{8} x^3 + C_1 x + \frac{C_2}{x}.$$

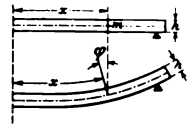


Abb. 74.

(78) IX. Analytische Geometrie.

Analytische Geometrie ist rechnende Geometrie; sie steht im Gegensatz zur synthetischen Geometrie, die ihre Sätze durch logische Schlüsse schafft. Um die geometrischen Gebilde Punkt, Linie, Fläche durch Rechnung zu erfassen, legt sie ihren Betrachtungen ein Koordinatensystem zugrunde.

A. Analytische Geometrie der Ebene.

(79) 1. Die gebräuchlichsten Koordinatensysteme.

a) **Das Parallelkoordinatensystem.** Man wählt einen festen Punkt O , den Koordinatenanfangspunkt, Koordinatenursprung, Nullpunkt, und durch diesen zwei feste Geraden: eine Abszissenachse, zumeist x -Achse genannt und in horizontaler Lage, und eine Ordinatenachse, zumeist y -Achse genannt, unter dem Winkel ω , dem Achsenwinkel, gegen die Abszissenachse geneigt. O zerlegt beide Achsen in zwei Teile, einen positiven (bei der x -Achse zumeist nach rechts, bei der y -Achse zumeist nach oben gerichtet) und einen negativen. Auf beiden Achsen wählt man eine bestimmte Strecke als Längeneinheit. Beide Achsen teilen die Ebene in vier Quadranten I, II, III, IV. Um einen Punkt P der Ebene eindeutig festzulegen, zieht man durch ihn eine Parallele PX zur x -Achse und eine Parallele PY zur y -Achse. Die Strecke $OX = YP = x$ heißt die Abszisse, die Strecke $OY = XP = y$ die Ordinate von P . Durch die beiden Zahlen x und y ist P eindeutig bestimmt. Über die Verteilung der Punkte in den einzelnen Quadranten gibt die folgende Tabelle eine Übersicht:

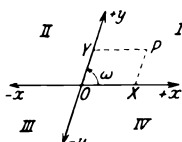


Abb. 75.

Ist $\omega = 1 R$, so heißt das Koordinatensystem ein rechtwinkliges Koordinatensystem; es ist das für die technischen Zwecke fast ausschließlich gebräuchliche.

	I	II	III	IV	x-Achse		y-Achse		O-Punkt
					pos.	neg.	pos.	neg.	
x	+	-	-	+	+	-	0	0	0
y	+	+	-	-	0	0	+	-	0

Ist $\omega = 1 R$, so heißt das Koordinatensystem ein rechtwinkliges Koordinatensystem; es ist das für die technischen Zwecke fast ausschließlich gebräuchliche.

(80)

Koordinatentransformation.

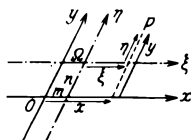


Abb. 76.

a) **Parallelverschiebung:** Ursprüngliches System (x/y) , neues (ξ/η) . Koordinaten von Ω bezüglich des Systems (x/y) $x = m$; $y = n$. Für einen Punkt P ist $\xi = x - m$; $\eta = y - n$; $x = \xi + m$; $y = \eta + n$.

b) **Verwandlung eines rechtwinkligen Systems (x/y) in ein schiefwinkliges (ξ/η) und umgekehrt (mit gemeinsamem Ursprung).** Für einen beliebigen Punkt P ist

$$\begin{aligned} x &= \xi - \eta \cos \omega & \xi &= x + \eta \cos \omega \\ y &= \frac{\eta}{\sin \omega} & \eta &= y \sin \omega \end{aligned}$$

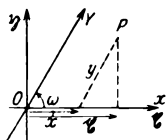


Abb. 77.

c) **Drehung eines rechtwinkligen Systems (x/y) um den Winkel α in das rechtwinklige System (X/Y) unter Beibehaltung des Anfangspunktes.**

$$\begin{aligned} x &= X \cos \alpha - Y \sin \alpha & X &= x \cos \alpha + y \sin \alpha \\ y &= X \sin \alpha + Y \cos \alpha & Y &= -x \sin \alpha + y \cos \alpha \end{aligned}$$

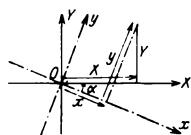


Abb. 78.

Beispiel: Die im rechtwinkligen Koordinatensystem durch die Gleichung $29x^2 + 24xy + 36y^2 + 92x - 24y - 76 = 0$ dargestellte Kurve soll mit Hilfe von Koordinatentransformationen bestimmt werden:

a) Parallelverschiebung: $x = \xi + m$; $y = \eta + n$:

$$29\xi^2 + 24\xi\eta + 36\eta^2 + (58m + 24n + 92)\xi + (24m + 72n - 24)\eta + 29m^2 + 24mn + 36n^2 + 92m - 24n - 76 = 0.$$

Bestimmt man m und n , die Koordinaten des neuen Anfangspunktes so, daß $58m + 24n + 92 = 0$, $24m + 72n - 24 = 0$ ist, so daß also $m = -2$, $n = 1$ wird, so lautet im neuen System die Gleichung $29\xi^2 + 24\xi\eta + 36\eta^2 - 180 = 0$. Da infolge des Fehlens der linearen Glieder diese Gleichung, falls sie von den Koordinaten ξ_0/η_0 eines Punktes P_0 erfüllt wird, auch von den Koordinaten ξ_0'/η_0' des zu P_0 bezüglich Ω symmetrisch gelegenen Punktes P_0' erfüllt wird, folgt, daß Ω alle durch ihn gehenden Sehnen der Kurve halbiert, also Mittelpunkt der Kurve ist.

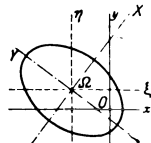


Abb. 79.

b) Drehung des Koordinatensystems um den Winkel α ($\operatorname{tg} \alpha = \frac{4}{3}$); es ist $\cos \alpha =$

$$-\frac{3}{5}, \quad \sin \alpha = \frac{4}{5}; \quad \text{demnach } \xi = \frac{3}{5}X - \frac{4}{5}Y; \quad \eta = \frac{4}{5}X + \frac{3}{5}Y, \quad \text{also}$$

$$29\left(\frac{3}{5}X - \frac{4}{5}Y\right)^2 - 24\left(\frac{3}{5}X - \frac{4}{5}Y\right)\left(\frac{4}{5}X + \frac{3}{5}Y\right) + 36\left(\frac{4}{5}X + \frac{3}{5}Y\right)^2 - 180 = 0;$$

oder $45X^2 + 20Y^2 - 180 = 0$, resp. $\frac{X^2}{2^2} + \frac{Y^2}{3^2} = 1$; also ist die Kurve eine Ellipse mit den Halbachsen 2 und 3. (S. a. (86).)

(81) b) **Das Polarkoordinatensystem.** Man wählt einen festen Punkt O (den Pol) wie in 1 und einen von diesem ausgehenden Strahl (in meist horizontaler Richtung), den Anfangsstrahl. Um einen Punkt P der Ebene eindeutig festzulegen, verbindet man ihn mit O und bestimmt die Strecke $OP = r$, den Leitstrahl, Fahrstrahl, Radiusvektor, und den Winkel ϑ , um den man den Anfangsstrahl drehen muß, bis er mit diesem zusammenfällt. ϑ heißt die Amplitude (Anomalie) von P ; sie erhält das Zeichen $+$, wenn die Drehung des Anfangsstrahles in dem dem Uhrzeiger entgegengesetzten Sinne erfolgt, sonst das Zeichen $-$; ϑ kann alle Werte von $-\infty$ bis $+\infty$ annehmen. r ist im allgemeinen eine absolute Größe, also nicht mit einem Vorzeichen behaftet; r bewegt sich in den Grenzen von 0 bis ∞ . Zu einem jeden Punkte P gehört stets ein, aber auch nur ein Leitstrahl, jedoch unendlich viele Amplituden, die sich untereinander indessen um ganze Vielfache von 2π (360°) unterscheiden. Andererseits läßt sich stets ein, aber auch nur ein Punkt finden, der eine gegebene Amplitude ϑ und einen gegebenen Leitstrahl r besitzt.

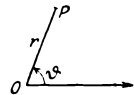


Abb. 80.

c) **Beziehungen zwischen rechtwinkligem und Polarkoordinatensystem.** Der Pol falle mit dem Anfangspunkt des rechtwinkligen Koordinatensystems zusammen, ebenso der Anfangsstrahl mit der x -Achse. Dann ist für einen beliebigen Punkt P :

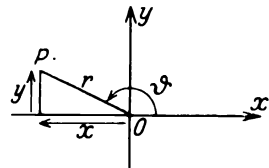


Abb. 81.

$$\begin{aligned} x &= r \cos \vartheta & r &= \sqrt{x^2 + y^2} \\ y &= r \sin \vartheta & \vartheta &= \operatorname{arctg} \frac{y}{x} = \operatorname{arcsin} \frac{y}{r} = \operatorname{arccos} \frac{x}{r}. \end{aligned}$$

(S. a. (11).)

(82) 2. Strecken, Winkel und Flächen im rechtwinkligen Koordinatensysteme.

a) Durch zwei Punkte $P_1(x_1/y_1)$ und $P_2(x_2/y_2)$ ist ein **Vektor** P_1P_2 (P_1 Anfangs-, P_2 Endpunkt) nach Größe und Richtung bestimmt. Die Größe findet sich zu $s = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$. Um die Richtung zu finden, lege man, Abb. 82, durch den Anfangspunkt P_1 die Parallele zur $+x$ -Achse und ermittle den

Winkel ϑ , um welchen man diese im positiven Sinne drehen muß, damit sie mit s

zusammenfällt; es ist dann $\operatorname{tg} \vartheta = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$, $\sin \vartheta = \frac{y_2 - y_1}{s}$, $\cos \vartheta = \frac{x_2 - x_1}{s}$.

Die Projektion einer gerichteten Strecke s auf eine Achse x findet man, indem man sie mit dem Kosinus des Neigungswinkels ϑ von s gegen x multipliziert; $s_x = s \cdot \cos \vartheta$.

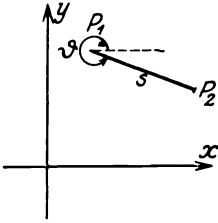


Abb. 82.

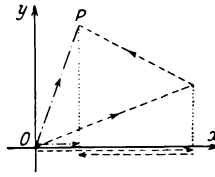


Abb. 83.

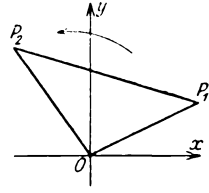


Abb. 84.

b) **Projektionssatz.** Alle Linienzüge, welche von einem Punkte O zu einem Punkte P führen, liefern auf dieselbe Achse die gleiche Projektion, nämlich die Projektion der Strecke OP auf diese Achse, Abb. 83. — Die Projektion eines geschlossenen Linienzuges auf eine Achse ergibt Null.

c) **Flächen.** Der Inhalt des Dreiecks OP_1P_2 , Abb. 84, ist $F = \frac{1}{2} (x_1 y_2 - x_2 y_1)$. (Weiteres s. (18).)

(83)

3. Die Gerade.

(Vorbemerkung: Unter der Gleichung einer ebenen Kurve versteht man eine Gleichung, die von den Koordinaten eines jeden Punktes der Kurve erfüllt wird.)

a) **Eine Gerade.** Die allgemeinste Gleichung einer Geraden ist in Parallelkoordinaten vom ersten Grade; sie lautet $Ax + By + C = 0$.

Sonderfälle: a) $A = 0$; die Gleichung der Geraden lautet: $By + C = 0$; die Gerade ist parallel zur x -Achse; entsprechend für $B = 0$.

b) $C = 0$, also $Ax + By = 0$; die Gerade geht durch O .

c) $A = C = 0$, also $By = 0$; die Gerade fällt mit der x -Achse zusammen entsprechend $B = C = 0$.

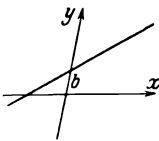


Abb. 85.

Löst man die allgemeine Gleichung nach y auf, so nimmt sie die Form an

$$y = Ax + b \quad \text{Richtungsgleichung;}$$

A ist der Richtungsfaktor; im rechtwinkligen Koordinatensystem ist $A = \operatorname{tg} \vartheta$, wobei ϑ der Winkel zwischen der Geraden und der x -Achse ist. b ist der Abschnitt der Geraden auf der y -Achse.

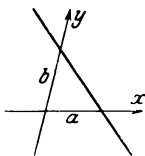


Abb. 86.

Dividiert man die allgemeine Gleichung durch $-C$, so erhält sie die Form

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \quad \text{Abschnittsgleichung;}$$

a und b sind die Abschnitte, die die Gerade auf der x - resp. y -Achse bildet.

Die Gleichung der Geraden, welche durch die beiden Punkte $P_1(x_1/y_1)$ und $P_2(x_2/y_2)$ geht, lautet

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}.$$

Die Gleichung der Geraden, welche durch einen festen Punkt $P_0(x_0/y_0)$ geht und die durch den Richtungsfaktor A bestimmte Richtung hat, lautet

$$y - y_0 = A(x - x_0).$$

Im rechtwinkligen Koordinatensystem heißt die Gleichung derjenigen Geraden, deren Abstand von O die Länge d hat und mit der x -Achse den Winkel α bildet:

$x \cos \alpha + y \sin \alpha - d = 0$ Hessesche Normalform. Setzt man in die linke Seite derselben die Koordinaten eines beliebigen Punktes $P(x/y)$ ein, so ergibt diese einen Wert n , welcher gleich dem Abstände des Punktes P von der Geraden ist:

$$n = x \cos \alpha + y \sin \alpha - d.$$

Ist $n > 0$, so liegen O und P auf verschiedenen Seiten der Geraden, ist $n < 0$, so liegen sie auf derselben Seite der Geraden.

Zur Überführung der allgemeinen Gleichung der Geraden in die Hessesche Normalform dividiere man die Gleichung $Ax + By + C = 0$ durch $\pm \sqrt{A^2 + B^2}$, wobei die Wurzel das demjenigen des Absolutgliedes C entgegengesetzte Vorzeichen erhält.

Beispiel: Gesucht in r.-w. Koordinatensystem die Gleichung der Geraden, welche durch die beiden Punkte $2/-8$ und $-13/-16$ geht:

$$\frac{y + 8}{x - 2} = \frac{-16 + 8}{-13 - 2} \text{ oder } 8x - 15y - 136 = 0.$$

Richtungsgleichung:

$$y = \frac{8}{15}x - \frac{136}{15}; \quad A = \frac{8}{15} = \operatorname{tg} \phi;$$

$$\phi = 28^\circ 4' 21''.$$

Abschnittsgleichung:

$$\frac{x}{17} + \frac{y}{-9 \frac{1}{15}} = 1; \quad a = 17; \quad b = -9 \frac{1}{15}.$$

Um die Hessesche Normalform aufzustellen, muß man die allgemeine Gleichung

$8x - 15y - 136 = 0$ durch $+\sqrt{8^2 + 15^2} = +17$ dividieren (da das Absolutglied -136 lautet, erhält die Wurzel das Vorzeichen +); also lautet die Hessesche Normalform $\frac{8}{17}x + \left(-\frac{15}{17}\right)y - 8 = 0$. Aus ihr liest man ab, daß der Abstand der Geraden vom Anfangspunkt $d = 8$ beträgt und dieser mit der x -Achse einen Winkel α einschließt, derart, daß $\cos \alpha = \frac{8}{17}$, $\sin \alpha = -\frac{15}{17}$, also $\alpha = 298^\circ 4' 21''$ ist. Ferner hat beispielsweise der Punkt

$(-1/+6)$ von der Geraden einen Abstand $n = -\frac{16}{17} - \frac{90}{17} - \frac{136}{17} = -\frac{242}{17} = -14 \frac{4}{17}$; er liegt also auf derselben Seite der Geraden wie O ; der Punkt $(+6/-10)$ hat von ihr den Abstand $n = \frac{48}{17} + \frac{150}{17} - \frac{136}{17} = 3 \frac{11}{17}$, die Gerade geht also zwischen ihm und O hindurch.

Anwendung: $x \cos \alpha + y \sin \alpha - d = 0$ sei die Hessesche Normalform der Geraden g . Der Massenpunkt $P_k(x_k/y_k)$ als Träger der Masse m_k hat von g den Abstand

$$p_k = \cos \alpha \cdot x_k + \sin \alpha \cdot y_k - d;$$

demnach ist sein statisches Moment bezüglich g : $M_g^{(k)} = \cos \alpha \cdot x_k m_k + \sin \alpha \cdot y_k m_k - d \cdot m_k$.

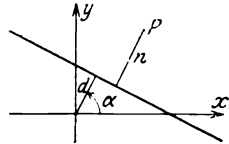


Abb. 87.

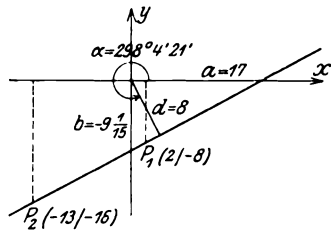


Abb. 88.

Sind n Massenpunkte P_1, P_2, \dots, P_n mit den Massen m_1, m_2, \dots, m_n vorhanden, so ist das statische Moment des Massensystems bezüglich g :

$$\sum_{k=1}^n M_g^{(k)} = M_g = \cos \alpha \cdot \sum_{k=1}^n x_k m_k + \sin \alpha \cdot \sum_{k=1}^n y_k m_k - d \sum_{k=1}^n m_k.$$

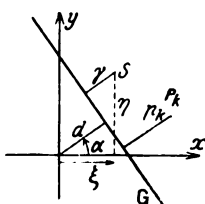


Abb. 89.

Nun ist aber $x_k m_k = M_y^{(k)}$ das Moment von m_k bezüglich der y -Achse, $y_k m_k = M_x^{(k)}$ das Moment von m_k bezüglich der x -Achse, folglich $\sum_{k=1}^n x_k m_k = M_y$ das Moment des Massen-

systems $m = \sum_{k=1}^n m_k$ bezüglich der y -Achse, ebenso $\sum_{k=1}^n y_k m_k = M_x$

dasjenige bezüglich der x -Achse, und es ist also $\cos \alpha \cdot M_y + \sin \alpha \cdot M_x - d \cdot m = M_g$. Setzt man nun $M_x = \eta \cdot m$, $M_y = \xi \cdot m$,

wobei ξ und η die Koordinaten eines Punktes S sind von der Beschaffenheit, daß die in ihm vereinigte Gesamtmasse m des Systems bezüglich der x - und der y -Achse dasselbe statische Moment hat wie die Gesamtheit der einzelnen Massen m_k , so ist $\cos \alpha \cdot \xi m + \sin \alpha \cdot \eta m - d m = M_g$ oder $M_g = m(\xi \cos \alpha + \eta \sin \alpha - d)$. Da nun aber $\xi \cos \alpha + \eta \sin \alpha - d = \gamma$ ist, wobei γ der Abstand des Massenpunktes S mit der Masse m von g ist, so ist $m \cdot \gamma$ das statische Moment des Massenpunktes S bezüglich g ; es ist also gleich M_g , d. h. der Summe der statischen Momente der Einzelmassen bezüglich g . Der Punkt S hat also die Eigenschaften, daß das statische Moment der in ihm vereinigten Gesamtmasse eines Massensystems bezüglich einer beliebigen Geraden g gleich der Summe der statischen Momente aller Einzelmassen dieses Systems bezüglich g ist; man nennt daher S den Massenmittelpunkt oder Schwerpunkt des Massensystems.

(84) b) **Zwei Geraden.** Gegeben seien die beiden Geraden

$$g_1 (A_1 x + B_1 y + C_1 = 0) \quad \text{und} \quad g_2 (A_2 x + B_2 y + C_2 = 0).$$

Ihr Schnittpunkt S hat die Koordinaten

$$x_s = \frac{B_1 C_2 - B_2 C_1}{A_1 B_2 - A_2 B_1}, \quad y_s = \frac{A_1 C_2 - A_2 C_1}{B_1 A_2 - B_2 A_1},$$

die endlich und bestimmt sind, solange $A_1 B_2 - A_2 B_1 \neq 0$ ist.

Ist $A_1 B_2 = A_2 B_1$, also $-\frac{A_1}{B_1} = -\frac{A_2}{B_2}$, so ist $x_s = \infty$, $y_s = \infty$,

d. h. die beiden Geraden sind zueinander parallel.

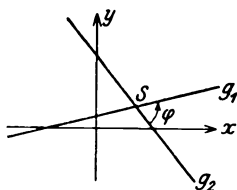


Abb. 90.

Im rechtwinkligen Koordinatensystem bestimmt man den Winkel φ , den beide Geraden miteinander bilden, durch die Gleichung

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{A_1 B_2 - A_2 B_1}{A_1 A_2 + B_1 B_2} = \frac{A_1 - A_2}{1 + A_1 A_2},$$

wobei A_1 und A_2 die Richtungsfaktoren von g_1 bzw. g_2 sind.

Sonderfälle: $A_1 = A_2$, $g_1 \parallel g_2$

$$A_1 \cdot A_2 = -1, \quad g_1 \perp g_2.$$

Die Gleichung der Geraden, welche durch den Punkt $P_0(x_0/y_0)$ geht und parallel zur Geraden $Ax + By + C = 0$ läuft, heißt $A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0$. Die Gleichung der Geraden, welche durch den Punkt $P_0(x_0/y_0)$ geht und senkrecht auf der Geraden $Ax + By + C = 0$ steht, heißt

$$B(x - x_0) - A(y - y_0) = 0.$$

(85) 4. Die technisch wichtigsten Kurven.

Allgemeines s. Differentialrechnung (48) \div (51): Anwendung der Differentialrechnung auf ebene Kurven, sowie Integralrechnung (62) \div (63): Anwendungen der Integralrechnung.

Besondere Kurven:

a) **Die Kegelschnitte.** Ein Kegelschnitt ist der geometrische Ort aller Punkte P , für welche der Abstand von einem festen Punkte F , dem Brennpunkt, zum Abstände von einer festen Geraden l , der Leitlinie, in einem gegebenen Verhältnis ϵ , der numerischen Exzentrizität, steht. $\frac{PF}{PP'} = \epsilon$.

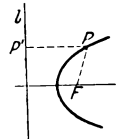


Abb. 91.

Ist $\epsilon < 1$, so heißt der Kegelschnitt **Ellipse**
 $\epsilon = 1$ **Parabel**
 $\epsilon > 1$ **Hyperbel**.

Diese Kurven können auch als ebene Schnitte durch eine Kreiskegelfläche erhalten werden.

$\alphaEllipse und Hyperbel. Beide sind symmetrisch zu zwei aufeinander senkrecht stehenden Geraden, den Achsen; ihre Schnittpunkte mit den Achsen heißen Scheitel; die Ellipse hat vier, die Hyperbel zwei. Der Schnittpunkt ihrer Achsen heißt Mittelpunkt der Kurven.$

(86) 1) Die Ellipse.

Sonderfall: **Der Kreis.**

Mittelpunktsgleichung: $x^2 + y^2 = a^2$.

Gleichung der Tangente in $P_0(x_0/y_0)$.

$xx_0 + yy_0 = a^2$, wobei $x_0^2 + y_0^2 = a^2$.

Hat der Mittelpunkt M die Koordinaten p, q , so lautet die Gleichung:

$(x - p)^2 + (y - q)^2 = a^2$.

Allgemeine Kreisgleichung:

$A(x^2 + y^2) + 2Bx + 2Cy + D = 0$

(die beiden reinquadratischen Glieder haben denselben Koeffizienten A , das gemischt quadratische Glied fehlt).

Koordinaten des Mittelpunktes:

$p = -\frac{B}{A}, q = -\frac{C}{A}$.

Radius: $a = \frac{1}{A} \sqrt{B^2 + C^2 - AD}$.

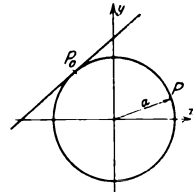


Abb. 92.

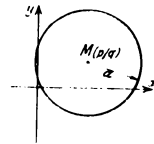


Abb. 93.

Die Ellipse. Achsengleichung: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$; hierbei fallen die

Ellipsenachsen mit den Koordinatenachsen und der Mittelpunkt mit dem Anfangspunkt zusammen; ferner ist $OA = OA' = a, OB = OB' = b$; A, A', B, B' sind die vier Scheitel. Es sei $a > b$; dann sind A und A' die Hauptscheitel, B und B' die Nebenscheitel, AA' die Hauptachse, BB' die Nebenachse. $e = \sqrt{a^2 - b^2}$ heißt lineare Exzentrizität. Die beiden Punkte F und F' auf der Hauptachse, für welche $OF = OF' = e$ ist, sind die Brennpunkte; die Verbindungsstrecken FP und $F'P$ derselben mit einem beliebigen Ellipsenpunkte P heißen die Brennstrahlen von P .

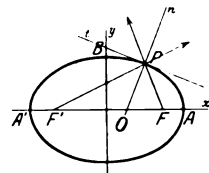


Abb. 94.

$FP + F'P = 2a$.

Die Summe der Brennstrahlen ist für jeden Punkt einer Ellipse konstant, nämlich gleich der Hauptachse. Tangente und Normale eines Ellipsenpunktes halbieren die von seinen Brennstrahlen gebildeten Winkel.

Gleichung der Tangente in $P_0(x_0/y_0)$:

$$\frac{xx_0}{a^2} + \frac{yy_0}{b^2} = 1, \text{ wobei } \frac{x_0^2}{a^2} + \frac{y_0^2}{b^2} = 1.$$

Krümmungsradien in den Scheiteln:

$$\varrho_A = \varrho_{A'} = \frac{b^2}{a}; \quad \varrho_B = \varrho_{B'} = \frac{a^2}{b}.$$

Parametergleichung der Ellipse: $x = a \cos \varphi$, $y = b \sin \varphi$.

Die wichtigsten Ellipsenkonstruktionen.

1) Gärtnerkonstruktion, Abb. 94: Gegeben F und F' und $2a$: Man schlage um F mit einem beliebigen Radius r und um F' mit $2a - r$ die Kreise, welche sich in einem Punkte P der Ellipse schneiden; durch Halbieren der von den Brennstrahlen gebildeten Winkel erhält man Tangente und Normale für P .

2) Konstruktion aus den Achsen, Abb. 95: Zeichne die beiden Scheitelkreise s_a und s_b , ziehe den Radius $OP_b P_a$, ziehe durch P_b die Parallele zu OA und durch P_a die Parallele zu OB , welche einander in einem Ellipsenpunkte P schneiden. — Zur Konstruktion der Scheitelkrümmungskreise ergänze man BOA zum Rechteck $BOAC$, falle von C das Lot auf die Diagonale AB , welches $A'A$ in K_a , und BB' in K_b schneidet; der um K_a durch A geschlagene Kreis k_a ist der Krümmungskreis zu A , der um K_b durch B geschlagene derjenige zu B .

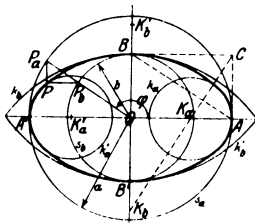


Abb. 95.

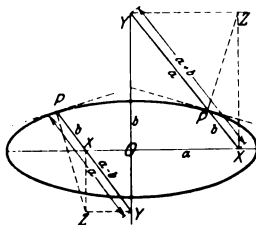


Abb. 96.

3) Papierstreifenkonstruktion. Abb. 96: Man bewege eine Strecke $XY = a \pm b$ so, daß die Endpunkte X und Y längs zweier zueinander senkrechten Geraden x und y gleiten; dann beschreibe der Punkt P der Strecke, der von X die Entfernung a und von Y die Entfernung b hat, eine Ellipse, deren Achsen die Geraden x und y und deren Halbachsen a resp. b sind. Die Ecke Z des Rechteckes $OXYZ$ ist ein Punkt der zu P gehörigen Normalen ZP , aus der sich nun leicht die Tangente zeichnen läßt (Ellipsenzirke).

4) Konstruktion aus zwei zugeordneten Durchmessern (Vergatterung, Abb. 97): Man ergänze die Figur $O(AA'BB')$ zum Parallelogramm $CDC'D'$ (in Abb. 97 ist nur die obere Hälfte $CDA'A$ angegeben), verbinde A mit demjenigen Punkte Q , der CB im Verhältnis λ teilt, und A' mit demjenigen Punkte Q' , der OB im Verhältnis λ teilt; der Schnittpunkt P von AQ und $A'Q'$ ist ein Ellipsenpunkt. (Die Punktepaare Q und Q' findet man am zweckmäßigsten dadurch, daß man CB und OB in eine gleiche

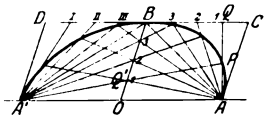


Abb. 97.

Anzahl (4) gleiche Teile teilt.) Die Seiten des Parallelogramms $CDC'D'$ sind zugleich Tangenten in den Punkten A, B, A', B' der Ellipse.

Der Flächeninhalt der Ellipse ist $F = \pi ab$.

(87) 2) Die Hyperbel. Ist die x -Achse die reelle, die y -Achse die imaginäre Hyperbelachse, a die reelle und b die imaginäre Halbachse, so lautet die Achsengleichung: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$. Die Schnittpunkte A und A' der Hyperbel mit der reellen Achse sind die Scheitel der Hyperbel. Errichtet man in A und A' auf OA die Lote $AE = A'E' = b$, und verbindet die Endpunkte E und E' mit O , so erhält man die Asymptoten X und Y der Hyperbel, Abb. 98. Die Strecke $OE = e = \sqrt{a^2 + b^2}$ ist die lineare Exzentrizität der Hyperbel. Die Punkte F und F' auf der reellen Achse, für welche $OF = OF' = e$ ist, sind die Brennpunkte der Hyperbel. FP und $F'P$ sind die Brennstrahlen des Hyperbelpunktes P . Für jeden Hyperbelpunkt ist die Differenz der Brennstrahlen konstant, nämlich gleich der Länge der reellen Achse.

$$F'P - FP = 2a.$$

Tangente und Normale eines Hyperbelpunktes halbieren die von seinen Brennstrahlen gebildeten Winkel.

Die Gleichung der Tangente in $P_0(x_0/y_0)$ lautet:

$$\frac{xx_0}{a^2} - \frac{yy_0}{b^2} = 1, \quad \text{wobei} \quad \frac{x_0^2}{a^2} - \frac{y_0^2}{b^2} = 1.$$

Ist $a = b$, so ist $X \perp Y$; die Hyperbel heißt eine gleichseitige Hyperbel.

Wählt man die Asymptoten zu Koordinatenachsen, Abb. 99, so erhält man die Asymptotengleichung der Hyperbel. $XY = \frac{e^2}{4}$. Die Asymptotengleichung der Hyperbeltangente im Punkte $P_0(X_0/Y_0)$ lautet $\frac{X}{X_0} + \frac{Y}{Y_0} = 2$,

wobei $X_0 Y_0 = \frac{e^2}{4}$. Die Hyperbeltangente schneidet auf den Asymptoten Stücke ab, die doppelt so lang sind als die zugehörigen Koordinaten des Berührungspunktes. Die beiden Stücke einer Hyperbelsekante, welche zwischen Hyperbel und den Asymptoten liegen, sind einander gleich.

$$QS = Q'S'.$$

Die wichtigsten Hyperbelkonstruktionen.

1) Sind, Abb. 98, F und F' und a gegeben, so schlage man um F mit einem beliebigen Radius r und um F' mit $2a + r$ oder auch $r - 2a$ den Kreis; die Schnittpunkte beider Kreise sind Hyperbelpunkte; die Tangente und Normale erhält man durch Halbieren der von den Brennstrahlen gebildeten Winkel.

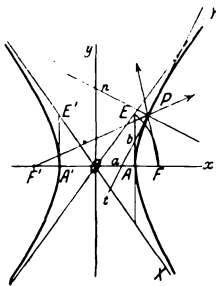


Abb. 98.

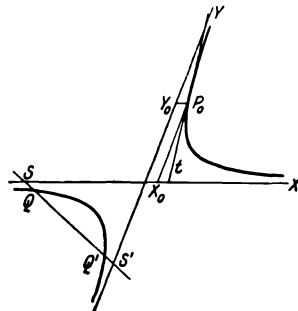


Abb. 99.

2) Sind die Scheitel A und A' und die imaginäre Halbachse b gegeben, Abb. 98, so errichte man in A und A' auf AA' Lote $AE = A'E' = b$; OE

und OE' sind die Asymptoten; F und F' erhält man auf AA' durch die Beziehung $OF = OF'$; $e = OE$.

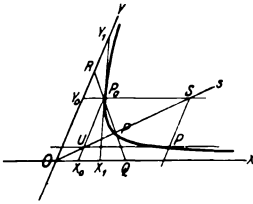


Abb. 100.

3) Sind, Abb. 100, die Asymptoten X und Y und ein Punkt P_0 gegeben, so ziehe man durch P_0 irgendeine Gerade, die X in Q und Y in R schneidet; trägt man auf QR von Q aus die Strecke $QP = P_0R$ ab, so ist P ein weiterer Punkt der Hyperbel. Um die Tangente in P_0 zu finden, ziehe man $P_0X_0 \parallel Y$, trage auf X die Strecke $X_0X_1 = OP_0$ ab; dann ist X_1P_0 die Tangente in P_0 . — Man kann auch folgendes Verfahren anwenden: Man ziehe durch O irgendeinen Strahl s , der X_0P_0 in U und P_0Y_0 in S schneidet; durch U ziehe man die Parallele zu Y ; der Schnittpunkt beider Parallelen ist ein Punkt P der Hyperbel.

zu X und durch S die Parallele zu Y ; der Schnittpunkt beider Parallelen ist ein Punkt P der Hyperbel.

(88) Anhang: Die Hyperbelfunktionen.

Gegeben sei die gleichseitige Hyperbel von der Halbachse $OA = 1$; $C(x/y)$ sei ein beliebiger Punkt der Hyperbel; dann ist, Abb. 101, $x^2 - y^2 = 1$. Die Verbindungsline OC schneide die Scheiteltangente in D ; es sei $AD = z$; dann ist $z = \frac{y}{x}$. Die Fläche $OCAC'O$ hat den Inhalt:

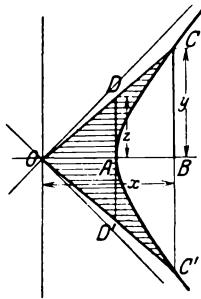


Abb. 101.

$$u = xy - 2 \int_1^x \sqrt{x^2 - 1} dx = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1}) = \ln(y + \sqrt{y^2 + 1}) = \frac{1}{2} \ln \frac{1+z}{1-z}$$

Man nennt nun $u = \text{ArCof } x = \text{ArSin } y = \text{ArTg } z$ so daß also

$$\begin{aligned} \text{ArCof } x &= \ln(x + \sqrt{x^2 - 1}), \\ \text{ArSin } y &= \ln(y + \sqrt{y^2 + 1}), \\ \text{ArTg } z &= \frac{1}{2} \ln \frac{1+z}{1-z} \text{ ist.} \end{aligned}$$

Die inversen Funktionen, also die Funktionen, die man erhält, wenn man nach der unabhängigen Veränderlichen auflöst, bezeichnet man als Cosinushyperbolicus, Sinushyperbolicus, Tangenshyperbolicus, so daß sich ergibt:

$$x = \text{Cof } u = \frac{e^u + e^{-u}}{2}, \quad y = \text{Sin } u = \frac{e^u - e^{-u}}{2}, \quad z = \text{Tg } u = \frac{e^u - e^{-u}}{e^u + e^{-u}}$$

Wohl lassen sich die hyperbolischen Funktionen entbehren, da man sie durch den Logarithmus oder die Exponentialfunktion des Argumentes ersetzen kann; sie finden jedoch in der Technik immer mehr Eingang, da durch sie die Darstellungsweise an Einfachheit wesentlich gewinnt, und sie in ihren Beziehungen untereinander mit den Kreisfunktionen aufs engste verwandt sind. Einige wichtigsten dieser Beziehungen seien hier angeführt:

$$\begin{aligned} \text{Cof}^2 u - \text{Sin}^2 u &= 1, & \text{Tg } u &= \frac{\text{Sin } u}{\text{Cof } u}, \\ \text{Sin}(u \pm v) &= \text{Sin } u \text{Cof } v \pm \text{Cof } u \text{Sin } v & \text{Cof}(u \pm v) &= \text{Cof } u \text{Cof } v \pm \text{Sin } u \text{Sin } v \\ \text{Sin } 2u &= 2 \text{Sin } u \text{Cof } u & \text{Cof } 2u &= \text{Cof}^2 u - \text{Sin}^2 u \end{aligned}$$

$$\operatorname{Sin} \frac{u}{2} = \sqrt{\frac{1}{2} (\operatorname{Cos} u - 1)} \quad \operatorname{Cos} \frac{u}{2} = \sqrt{\frac{1}{2} (\operatorname{Cos} u + 1)}$$

$$\operatorname{Sin} (-u) = -\operatorname{Sin} u \quad \operatorname{Cos} (-u) = \operatorname{Cos} u.$$

Wächst u von 0 bis ∞ , so wächst $\operatorname{Sin} u$ von 0 bis ∞ , $\operatorname{Cos} u$ von 1 bis ∞ , $\operatorname{Tg} u$ von 0 bis 1. Darstellung des Verlaufs s. Abb. 102. Tabelle der Hyperbolischen Funktionen s. Tab. E. Über Hyperbolische Funktionen in der Infinitesimalrechnung s. Differentialrechnung (38); Integralrechnung (55).

(89) 3) **Parabel.** Die Parabel, Abb 103, hat nur eine Symmetrielinie; sie heißt Achse der Parabel; diese schneidet die Parabel in nur einem Punkte A , dem Scheitel. Wählt man die Achse zur Abszissenachse, die Scheiteltangente zur Ordinatenachse, so lautet die Gleichung der Parabel: $y^2 = 2px$ (Scheitelgleichung); p heißt der Parameter der Parabel.

Die Parabel hat nur einen Brennpunkt F ; er liegt auf der Achse in der Entfernung $\frac{p}{2}$ von A ; die zugehörige Ordinate ist p . Die durch P parallel zur Achse gezogene Gerade heißt Durchmesser. Tangente und Normale eines Parabelpunktes halbieren die vom zugehörigen Brennpunkt und Durchmesser gebildeten Winkel. Das vom Brennpunkt auf eine Tangente gefällte Lot hat seinen Fußpunkt auf der Scheiteltangente: $FY' \perp t$. Die Subnormale hat für jeden Parabelpunkt die Länge p . $XN = p$. Die Gleichung der Tangente in $P_0(x_0/y_0)$:

$$yy_0 = p(x + x_0), \quad \text{wobei} \quad y_0^2 = 2px_0.$$

Jede Tangente schneidet auf der Parabelachse ein Stück ab (vom Scheitel aus gerechnet), das gleich der Abszisse, und auf der Scheiteltangente ein Stück ab (vom Scheitel aus gerechnet), das gleich der halben Ordinate des Berührungspunktes ist.

$$AX' = -x, \quad AY' = \frac{y}{2}.$$

Die Gleichung einer beliebigen Parabel, deren Achse parallel der y -Achse ist, lautet: $y = ax^2 + bx + c$; der Scheitel hat die Koordinaten $(-\frac{b}{2a} / c - \frac{b^2}{4a})$, der Parameter den Wert $\frac{1}{2a}$; ist $a > 0$, so ist die Parabel im Sinne der positiven, ist $a < 0$, im Sinne der negativen y -Achse geöffnet.

Die wichtigsten Parabelkonstruktionen.

1) Gegeben Scheitel und Brennpunkt, Abb. 104: Man ziehe durch F einen beliebigen Strahl s , der die Scheiteltangente in S schneide, und errichte auf s in S das Lot; dieses ist Parabeltangente (Parabel als Hüllkurve ihrer Tangenten).

2) Gegeben: Scheitel A , Achse und ein Punkt P_0 , Abb. 105: Man wähle auf AP_0 einen beliebigen Punkt Q , ziehe durch ihn eine Parallele zur Scheiteltangente bis zum Schnitt R mit der durch P_0 gezeichneten Parallelen zur Achse; dann schneidet AR die Parallele durch Q zur Achse in einem Punkte P der Parabel. (Zweckmäßig wird hierfür AP_0 in eine Anzahl von gleichen Teilen geteilt.)

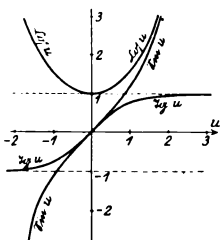


Abb. 102.

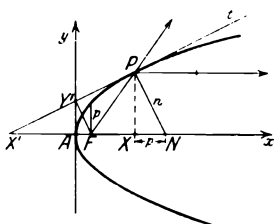


Abb. 103.

3) Gegeben: Zwei Punkte G und H und ihre Tangenten g und h , Abb. 106: Ist S der Schnittpunkt von g und h , so wähle man auf SG den Punkt Q und auf HS den Punkt R so, daß Q die Strecke SG in demselben Verhältnis λ teilt wie R die Strecke HS ; dann ist QR eine Parabeltangente. (Zweckmäßig werden hierfür SG und HS in eine gleiche Anzahl gleicher Teile geteilt.)

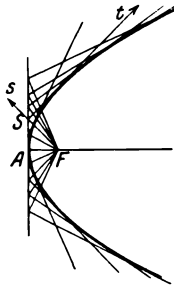


Abb. 104.

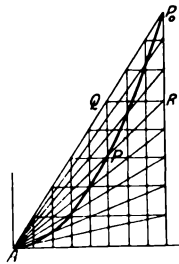


Abb. 105.

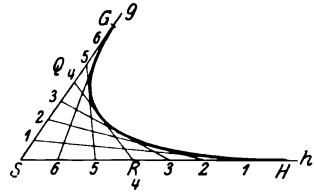


Abb. 106.

4) Gegeben 3 Punkte G, H, P_0 und die Achsenrichtung, Abb. 107: Man zeichne durch H $d \parallel$ Achse; GP_0 schneide d in R_0 ; ferner ziehe man durch P_0 die Parallele zu d , die GH in Q_0 schneide. Durch einen beliebigen Punkt Q_1 ziehe man die Parallele zu Q_0R_0 , die d in R_1 schneide; GR_1 schneidet die Parallele durch Q_1 zu d in einem Parabelpunkt P_1 . Die Tangenten in G und H erhält man auf folgende Weise: Man ziehe durch H die Parallele zu Q_0R_0 , die d in R_m schneide, und durch R_m die Parallele zu GH , die die Parallele zu d durch Q_m in T schneide; TG und TH sind die gesuchten Tangenten.

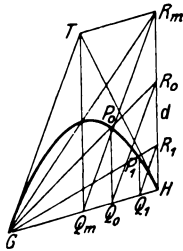


Abb. 107.

Der Flächeninhalt des Parabelsegmentes AXP , Abb. 103, ist $F = \frac{2}{3}xy$, wenn x und y die Koordinaten von P sind; der Schwerpunkt desselben hat die Koordinaten

$\xi = \frac{3}{5}x, \eta = \frac{3}{8}y$. Die Länge des Parabelbogens AP ist

$$\begin{aligned}
 s &= \frac{1}{2p} \left\{ y \sqrt{p^2 + y^2} + p^2 \ln \left(\frac{y}{p} + \sqrt{1 + \left(\frac{y}{p} \right)^2} \right) \right\} = \\
 &= \frac{1}{2p} \left\{ y \sqrt{p^2 + y^2} + p^2 \operatorname{Ar} \sin \frac{y}{p} \right\} \text{ oder auch} \\
 s &= \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{2x(p+2x)} + p \ln \left(\sqrt{\frac{2x}{p}} + \sqrt{1 + \frac{2x}{p}} \right) \right\} = \\
 &= \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{2x(p+2x)} + p \operatorname{Ar} \sin \sqrt{\frac{2x}{p}} \right\} \text{ oder auch} \\
 s &= \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{y^2 + 4x^2} + \frac{y^2}{2x} \ln \left(\frac{2x}{y} + \sqrt{1 + \frac{4x^2}{y^2}} \right) \right\} = \\
 &= \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{y^2 + 4x^2} + \frac{y^2}{2x} \operatorname{Ar} \sin \frac{2x}{y} \right\}
 \end{aligned}$$

(90) b) Die Potenzkurven.

Die allgemeine Gleichung der Potenzkurven ist $y = ax^n$; soll die Kurve durch

den Punkt $P_0(x_0/y_0)$ gehen, so bestimmt sich a zu $a = \frac{y_0}{x_0^n}$, so daß die Gleichung lautet: $y = \left(\frac{x}{x_0}\right)^n \cdot y_0$.

Sonderfälle:

$$n = 1 \quad y = \frac{y_0}{x_0} x \text{ Gerade;}$$

$$n = 2 \quad y = \frac{y_0}{x_0^2} x^2 \text{ Parabel;}$$

$$n = 3 \quad y = \frac{y_0}{x_0^3} x^3 \text{ Kubische Parabel;}$$

$$n = -1 \quad y = \frac{y_0 x_0}{x} \text{ Gleichseitige Hyperbel;}$$

$$n = \frac{3}{2} \quad y = \frac{y_0}{x_0^{\frac{3}{2}}} x^{\frac{3}{2}} \text{ Semikubische Parabel.}$$

Die Konstruktion von weiteren Kurvenpunkten ergibt sich auf folgende Weise, Abb. 108: Es sei $OQ = x_0$, $QP_0 = y_0$ und $OX = x$ die Abszisse eines beliebigen Kurvenpunktes P .

a) n eine ganze positive Zahl: Man ziehe die Linie OP_0 , welche die durch X parallel zur y -Achse gezogene Gerade in P_1 schneidet, ferner durch P_1 die Parallele zur x -Achse, die QP_0 in Q_1 schneidet, und OQ_1 , welche XP_1 in P_2 schneidet usw. Die Punkte $P_1, P_2, P_3, \dots, P_k$ liegen auf den zu $n = 1, 2, 3, \dots, k$ gehörigen Potenzkurven.

b) n eine ganze negative Zahl: Man zeichne $P_0A_0 \parallel x$ -Achse (A_0 auf XP_1), ferner die Gerade OA_0 , welche Q_0P_0 in Q_{-1} schneidet, durch Q_{-1} die Parallele zur Achse, die XA_0 in P_{-1} schneidet; weiter die Gerade OP_{-1} , die QP_0 in Q_{-2} schneidet, durch Q_{-2} die Parallele zur x -Achse, die XA_0 in P_{-2} schneidet, usw. Die Punkte $P_{-1}, P_{-2}, \dots, P_{-k}$ liegen auf den zu $n = -1, -2, \dots, -k$ gehörigen Potenzkurven.

c) n eine gebrochene Zahl $n = \frac{k}{r}$: Die durch Q_k zur x -Achse parallel gezogene Gerade schneidet die Geraden $OQ_{k-1}, OQ_{k-2}, \dots, OQ_{k-r}; OQ_{k+1}, OQ_{k+2}, \dots$ in den Punkten $P_{\frac{k}{1}}, P_{\frac{k}{2}}, P_{\frac{k}{3}}, \dots, P_{\frac{k}{r}}, P_{\frac{k}{r+1}}, P_{\frac{k}{r+2}}, \dots$, welche auf den zu $n = \frac{k}{1}, \frac{k}{2}, \frac{k}{3}, \dots, \frac{k}{r}, -1, -2, \dots$ gehörigen Potenzkurven liegen. (Siehe F. Ebner, Die technisch wichtigsten Kurven.)

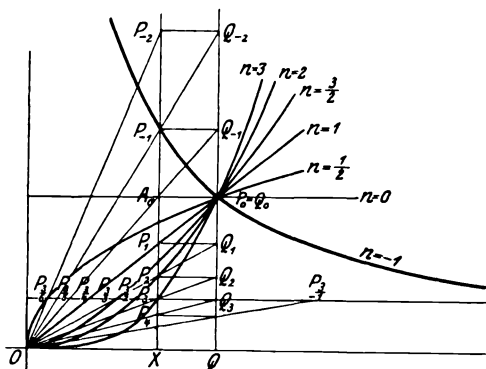


Abb. 108.

(91) Sind zwei Punkte $P_1(x_1/y_1)$ und $P_2(x_2/y_2)$ der Potenzkurve $y = ax^n$ gegeben, so ist außer der Größe a auch noch die Größe n bestimmt:

$n = \frac{\log y_2 - \log y_1}{\log x_2 - \log x_1}$. Dieser Fall hat besondere technische Bedeutung, wenn n negativ, also $n = -m$ und $+1 < m < \sqrt{2}$ ist; die Gleichung der Kurve lautet dann $y \cdot x^m = a$, die Kurve selbst heißt polytropische Kurve; im Falle $m = \sqrt{2}$ Adiabate.

Um einen weiteren Punkt P_3 zu finden, ziehe man, Abb. 109, unter einem im allgemeinen beliebigen Winkel γ (am zweckmäßigsten $\gamma = 45^\circ$) gegen die x -Achse von X_2 aus eine Gerade, welche $P_1 X_1$ in V_1 schneide; die Gerade $O V_1 = v$ schneide $P_2 X_2$ in V_2 ; durch V_2 zeichne man $V_2 X_3 \parallel V_1 X_2$. Desgleichen ziehe man durch Y_1 unter einem im allgemeinen beliebigen Winkel δ (am zweckmäßigsten $\delta = 45^\circ$) gegen die y -Achse eine Gerade, welche $P_2 Y_2$ in U_2 schneide; die Gerade $O U_2 = u$ werde von der durch Y_2 zu $Y_1 U_2$ gezogenen Parallelen in U_3 geschnitten, und durch U_3 werde die Parallele zur x -Achse gezogen, die die y -Achse in Y_3 schneide; die Punkte X_3 und Y_3 bestimmen dann einen weiteren Punkt P_3 der Kurve, usf. Sind $\gamma = \delta = 45^\circ$, so ist $1 + \operatorname{tg} \beta = (1 + \operatorname{tg} \alpha)^m$. — Will man Kurvenpunkte ermitteln, die zwischen P_1 und P_2 gelegen sind, so bedient man sich praktisch zweckmäßiger

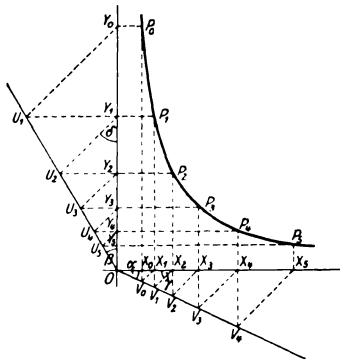


Abb. 109.

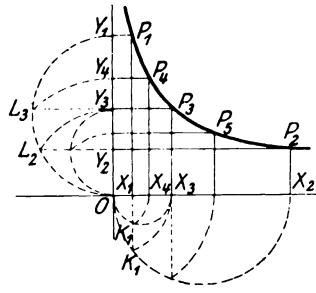


Abb. 110.

des folgenden Verfahrens, Abb. 110: Man zeichne über $O X_2$ als Durchmesser den Halbkreis, der von $P_1 X_1$ in K_1 geschnitten werden möge, und mache $O X_3 = O K_1$; ebenso zeichne man über $O Y_1$ den Halbkreis, der von $P_2 Y_2$ in L_2 geschnitten werden möge, und mache $O Y_3 = O L_2$; der durch X_3 und Y_3 bestimmte Punkt liegt auf der zu zeichnenden Kurve. P_4 kann entsprechend aus P_1 und P_3 gefunden werden usf. (S. a. Scheffers, Lehrbuch der Mathematik.)

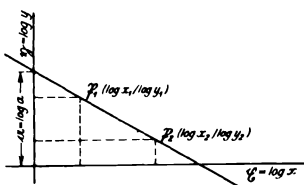


Abb. 111.

Da $\log y = -m \log x + \log a$ ist, so kommt man zur Ermittlung von m und a am schnellsten auf folgendem Wege, Abb. 111: Man zeichne den Punkt \mathfrak{P}_1 mit den Koordinaten $x_1 = \log x_1 / \eta_1 = \log y_1$ und \mathfrak{P}_2 mit den Koordinaten $x_2 = \log x_2 / \eta_2 = \log y_2$. Dann ist $-m$ der Richtungskoeffizient und $a = \log a$ der Abschnitt der Geraden $\mathfrak{P}_1 \mathfrak{P}_2$ auf der η -Achse.

(92) c) Die Kettenlinie.

Die Gleichung der gemeinen Kettenlinie lautet $y = \frac{a}{2} \left(e^x + e^{-\frac{x}{n}} \right)$ oder

$y = a \operatorname{Cof} \frac{x}{a}$, Abb. 112.

Eigenschaften der Kettenlinie:

$$y' = \text{Sin} \frac{x}{a} = \frac{\sqrt{y^2 - a^2}}{a}; \quad y = a \text{Cos} \frac{x}{a} = \frac{y^2}{a} - n.$$

$$\text{Fläche } OAPX: F = a^2 \text{Sin} \frac{x}{a} = a \sqrt{y^2 - a^2}.$$

$$\text{Kurvenlänge } AP: s = a \text{Sin} \frac{x}{a} = \sqrt{y^2 - a^2}.$$

Konstruktion. Zu einer beliebigen Abszisse $OX = x$ findet man die Ordinate $XP = y$ mit Hilfe der Tabelle der Cos-Funktion. Schlägt man über PX als Durchmesser den Halbkreis k und um X mit a den Kreisbogen, der k in K schneidet, so ist PK die Tangente t , die Strecke $PK = s$ die Länge der Kurve AP , Rechteck $PKXL$ inhaltsgleich der Fläche $APXO$. Zum Krümmungsmittelpunkt M gelangt man, indem man $MP = PN$ macht.

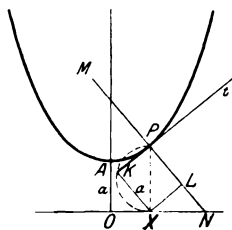


Abb. 112.

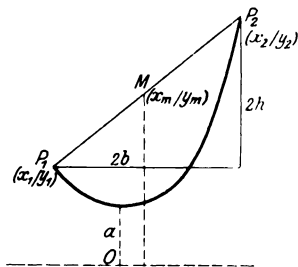


Abb. 113.

Für einen flachen Bogen, d. h. solange x im Verhältnis zu a sehr klein ist, ist angenähert $x^2 = 2a(y - a)$, also die Kettenlinie angenähert eine Parabel mit dem Scheitel $(0/a)$ und dem Parameter a .

Die Kettenlinie ist die Gestalt, die ein vollkommen biegsames Seil von konstantem Gewicht pro Längeneinheit annimmt, wenn es an zwei Punkten aufgehängt ist. (S. a. (76).)

(93) Von praktischer Bedeutung ist die folgende Aufgabe: Das Seil habe die Länge $2s$ und sei an zwei Punkten P_1 und P_2 aufgehängt, deren Höhenunterschied $2h$ und deren wagerechter Abstand $2b$ betrage. Die Gestalt ist zu ermitteln; insbesondere ist der Parameter a und die Lage des Scheitels zu suchen, Abb. 113. Zur Bestimmung der Lage des Koordinatensystems führe man den Mittelpunkt M der Strecke P_1P_2 ein; seine Koordinaten seien x_m/y_m ; dann sind die Koordinaten

$$\text{von } P_1: x_1 = x_m - b; \quad y_1 = y_m - h;$$

$$\text{von } P_2: x_2 = x_m + b; \quad y_2 = y_m + h.$$

Ist $y = a \text{Cos} \frac{x}{a}$ die Gleichung der Kettenlinie, so muß also sein

$$1a) y_m - h = a \text{Cos} \frac{x_m - b}{a}; \quad 1b) y_m + h = a \text{Cos} \frac{x_m + b}{a}.$$

Außerdem muß sein 2) $2s = a \left(\text{Sin} \frac{x_m + b}{a} - \text{Sin} \frac{x_m - b}{a} \right)$. Durch Sub-

traktion von 1a) und 1b) erhält man 3) $2h = a \left(\text{Cos} \frac{x_m + b}{a} - \text{Cos} \frac{x_m - b}{a} \right)$;

aus 2) und 3) 2a) $a \text{Cos} \frac{x_m}{a} \text{Sin} \frac{b}{a} = s$. 3a) $a \text{Sin} \frac{x_m}{a} \text{Sin} \frac{b}{a} = h$, aus 2a)

und 3a) durch Quadrieren und Subtrahieren $a^2 \sin^2 \frac{b}{a} = s^2 - h^2$ oder

4) $\frac{\sin \frac{b}{a}}{\frac{b}{a}} = \frac{\sqrt{s^2 - h^2}}{b}$; aus 4) läßt sich durch Annäherung $\frac{b}{a}$ und damit a

ermitteln. Die Division von 2a) und 3a) ergibt 5) $\text{Tg} \frac{x_m}{a} = \frac{h}{s}$. 5) liefert

die Abszisse x_m von M : 5a) $x_m = a \text{ArTg} \frac{h}{s}$. Durch Addition von 1a) und 1b)

ergibt sich $y_m = a \text{Cos} \frac{x_m}{a} \text{Cos} \frac{b}{a}$, und in Verbindung mit 2a): 6) $y_m = s \text{Cos} \frac{b}{a}$,

wodurch auch die Ordinate von M und damit die Lage des Koordinatensystems festgelegt ist.

Beispiel: $s = 17 \text{ m}$, $b = 8 \text{ m}$, $h = 10 \text{ m}$. Nach 4) ist $f\left(\frac{b}{a}\right) \sin \frac{b}{a} = 1,5 \cdot \frac{b}{a} = 0$.

Die Newtonsche Methode gibt $f'\left(\frac{b}{a}\right) \text{Cos} \frac{b}{a} = 1,5$.

$\frac{b}{a}$	2	1,723	1,6320	1,6222	also $\frac{b}{a} = 1,6221$, demnach $a = 6,1649 \text{ m}$
$f\left(\frac{b}{a}\right)$	0,6269	0,1264	0,0113	0,0001	
$f'\left(\frac{b}{a}\right)$	2,2622	1,3900	1,1548	1,1309	
h	0,277	0,0910	- 0,0098	- 0,0001	

$x_m = a \cdot \text{ArTg} \frac{h}{s} = 6,1649 \cdot \text{ArTg} 0,4706 = 6,1649 \cdot 0,5108 = 3,149 \text{ m}$.

$y_m = s \cdot \text{Cos} \frac{b}{a} = s \cdot \text{Cos} 1,6221 = 17 : 0,9249 = 18,381 \text{ m}$.

Sonderfall: Liegen die beiden Aufhängepunkte gleich hoch, ist also $h = 0$,

so ist a bestimmt durch die Gleichung 4'): $-\frac{\sin \frac{b}{a}}{\frac{b}{a}} = \frac{s}{b}$; ferner ist der Aufhänge-

winkel α bestimmt durch (Gleichung 7): $\cos \alpha = \frac{b}{s} \cdot \frac{\text{Tg} \frac{b}{a}}{\frac{b}{a}} = \frac{1}{\text{Cos} \frac{b}{a}}$.

Im obigen Beispiele wäre also $\frac{\sin \frac{b}{a}}{\frac{b}{a}} = 1,7$, also $\frac{b}{a} = 1,8773$, und $a = 5,3269 \text{ m}$;

$y_1 = y_2 = y_m = 17,814 \text{ m}$; $\alpha = 0,2990$; $\alpha = 72^\circ 36'$.

(94) d) Die Zykloiden.

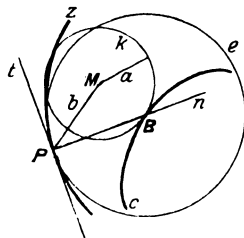


Abb. 114.

Rollt ein Kreis k mit dem Mittelpunkt M und dem Radius a auf einer Kurve c ab, so beschreibt ein mit k fest verbundener Punkt P eine Zykloide z . Die durch P und den zugehörigen Berührungspunkt B zwischen k und c gezogene Gerade n ist die Normale, die hierauf in P senkrecht stehende Gerade t Tangente an z . Der um B durch P geschlagene Kreis e und z berühren also einander in P . Ist der Abstand b zwischen P und M gleich a , so beschreibt P eine gespitzte, ist $b > a$, eine verschlungene, ist $b < a$, eine gestreckte Zykloide.

Je nach der Beschaffenheit von c unterscheidet man verschiedene Zykloiden die wichtigsten unter ihnen sind:

1) Die **gemeine Zykloide**: c ist eine Gerade, Abb. 115. Konstruktion: Man teile den Umfang von k durch die Punkte $C_n(C_4)$ in eine Anzahl ($s = 12$) gleiche Teile und trage diese von A aus auf c ab; die Endpunkte seien $B_n(B_4)$. Schlägt man um $B_n(B_4)$ mit $AC_n(AC_4)$ und um A mit $BC_n(BC_4)$ die Kreisbögen, so schneiden sich beide in einem Punkte $P_n(P_4)$ der gespitzten Zykloide; sie hüllt alle um B_n geschlagenen Kreise ein. Ersetzt man C_n in dieser Konstruktion durch einen Punkt D_n , der außerhalb, resp. E_n , der innerhalb von k liegt, so ergibt sich die verschlungene resp. gestreckte Zykloide. Wählt man A als Anfangspunkt und c als Abszissenachse eines rechtwinkligen Koordinatensystems, so lautet, wenn $t = \sphericalangle AM_0C$ der jeweilige Wälzungswinkel ist, die Gleichung der Zykloide: $x = at - b \sin t$, $y = a - b \cos t$, also die der gespitzten Zykloide: $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$.

Für die gespitzte Zykloide ist:
die von einem Kurvenbogen und der Geraden c begrenzte Fläche $F = 3\pi a^2$,
die Länge eines Kurvenbogens $s = 8a$,

der Abstand des Schwerpunktes der obigen Fläche von c : $\eta = \frac{5}{6} a$,

der Abstand des Schwerpunktes eines Kurvenbogens von c : $\eta = \frac{4}{3} a$,

der Krümmungsradius in einem beliebigen Punkte P : $\rho = 2n = 4a \sin \frac{t}{2}$.

2) Die **Epizykloide**: c ist ein Kreis vom Radius r ; k und c berühren einander von außen, Abb. 116. Konstruktion: Man teile den Umfang von k durch die Punkte $C_n(C_3)$ in s ($s = 12$) gleiche

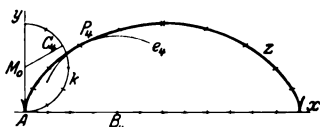


Abb. 115.

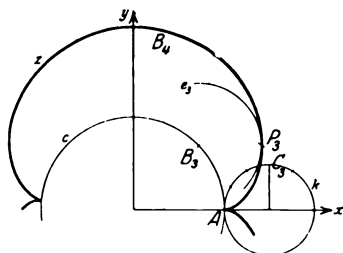


Abb. 116.

Teile und trage diese von A aus auf c ab; die Endpunkte seien $B_n(B_3)$. Dann schlage man um $B_n(B_3)$ mit $AC_n(AC_3)$ und um A mit $B_nC_n(B_3C_3)$ die Kreise; beide schneiden sich im Punkte $P_n(P_3)$ der gespitzten Epizykloide; sie hüllt alle um die Punkte B_n geschlagenen Kreise ein. Ersetzt man C_n in dieser Beschreibung durch D_n resp. E_n , so ergibt sich die verschlungene resp. gestreckte Epizykloide. Stehen a und r in einem rationalen Verhältnis $a : r = m : n$, so durchläuft der die Epizykloide beschreibende Punkt, nachdem k sich n -mal auf dem Umfang von c abgewälzt hat, die alte Bahn von neuem. Wählt man den Mittelpunkt O von c als Anfangspunkt, OA als x -Achse, die hierzu senkrechte Gerade als y -Achse eines rechtwinkligen Koordinatensystems, so lautet die Gleichung der Epizykloide:

$$x = (r + a) \cos \frac{a}{r} t - b \cos \frac{r+a}{r} t, \quad y = (r + a) \sin \frac{a}{r} t - b \sin \frac{r+a}{r} t.$$

Sonderfall: Ist $a = r = b$, so heißt die Kurve Kardioide (Herzkurve), Abb. 117; ihre Gleichung lautet: $x = a(2 \cos t - \cos 2t)$, $y = a(2 \sin t - \sin 2t)$, oder $\xi = 2a \cos t(1 - \cos t)$, $\eta = 2a \sin t(1 - \cos t)$; in Polarkoordinaten: $r = 2a(1 - \cos \theta)$; in parameterfreier Darstellung:

$$(\xi^2 + \eta^2)^2 + 4a\xi(\xi^2 + \eta^2) - 4a^2\eta^2 = 0.$$

3) Die **Hypozykloide**: Sie entsteht dadurch, daß k nicht außerhalb, wie im Falle b), sondern innerhalb des Kreises c auf diesem abrollt; im übrigen gelten dieselben Betrachtungen wie im Falle b), Abb. 118.

Die Gleichung lautet: $x = (r - a) \cos \frac{a}{r} t + b \cos \frac{r-a}{r} t$;

$$y = (r - a) \sin \frac{a}{r} t - b \sin \frac{r-a}{r} t.$$

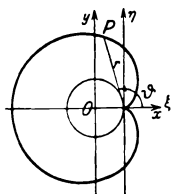


Abb. 117.

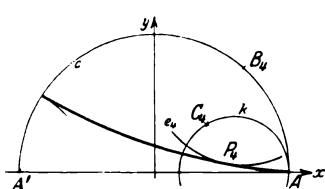


Abb. 118.

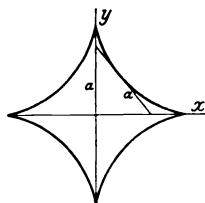


Abb. 119.

Sonderfälle: $a = b = \frac{r}{2}$: gerade Linie $A'A'$;

$$a = b = \frac{r}{4}: \text{Astroide}; \quad x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = r^{\frac{2}{3}}, \quad \text{Abb. 119.}$$

4) Rollt eine Gerade g auf einem Kreis c vom Radius a ab, so beschreibt ein Punkt P von g eine **Kreisevolvente**, Abb. 120. Konstruktion: Teile den Umfang von c in n (12) gleiche Teile durch die Punkte B_1, B_2, \dots, B_n ; lege in B_n (B_4) an c die Tangente und trage auf ihr von B_n (B_4) aus die Strecke $B_n P_n =$ Bogen $B_n A$ ($B_4 P_4 =$ Bogen $B_4 A$) ab; dann ist P_n (P_4) ein Punkt der Kreisevolvente und B_n (B_4) sein Krümmungsmittelpunkt. Gleichung:

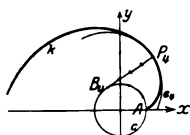


Abb. 120.

$$x = a \cos t + at \sin t, \quad y = a \sin t - at \cos t.$$

(95) e) Die **Spiralen**. 1) Die **Archimedische Spirale** wird von einem Punkte P beschrieben, der sich mit konstanter Geschwindigkeit auf einer Geraden g bewegt, während diese sich mit konstanter Winkelgeschwindigkeit um einen ihrer Punkte O dreht, Abb. 121.

Gleichung: $r = a \cdot \vartheta$; dabei ist a der zu $\vartheta = 1$ gehörige Leitstrahl. Hat dieser nach einer Umdrehung die Länge l , so ist $r = \frac{l}{2\pi} \cdot \vartheta$. Die Polarsub-

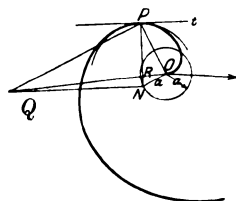


Abb. 121.

normale ist für jeden Punkt von der Länge a . Zur Konstruktion der Tangente in P schlage man um O den Kreis mit dem Radius a und bringe ihn mit dem zu OP senkrechten Radius in N zum Schnitt; dann ist NP die Normale und demnach das auf NP in P errichtete Lot Tangente in P .

Der zu P gehörige Krümmungsradius ist

$$\varrho = \frac{(a^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}}{2a^2 + r^2}.$$

Errichtet man in N auf NP und in P auf PO Lote, die sich in Q schneiden, so schneidet NP die Linie OQ im Krümmungsmittelpunkt R (Hütte).

Der von der Archimedischen Spirale und den beiden Leitstrahlen r_1 und r_2 eingeschlossene Ausschnitt hat den Inhalt $F = \frac{r_2^3 - r_1^3}{6a} = \pi \frac{r_2^3 - r_1^3}{3l}$.

Der Bogen OB hat die Länge

$$s = \frac{a}{2} [\vartheta \sqrt{1 + \vartheta^2} + \ln(\vartheta + \sqrt{1 + \vartheta^2})] = \frac{l}{4\pi} [\vartheta \sqrt{1 + \vartheta^2} + \text{ArSin } \vartheta].$$

(96) 2) Die **Logarithmische Spirale**, Abb. 122, hat die Gleichung $r = ae^{b\vartheta}$; sie schlingt sich in unendlich vielen Windungen um O (asymptotischer Punkt). Sie schneidet alle Leitstrahlen unter dem konstanten Winkel $\alpha = \text{arctg } b$. Die Polnormale PN ist zugleich Krümmungsradius, so daß $PN = \rho = r \sqrt{1 + b^2} = \frac{r}{\sin \alpha}$ ist. Die Evolute (Ort der Krümmungsmittelpunkte) ist eine mit der ursprünglichen kongruente logarithmische Spirale, welche gegen diese um den Winkel $\frac{\pi}{2} - \frac{\ln b}{b}$ verdreht ist. Ist $\frac{\pi}{2} - \frac{\ln b}{b} = 2k\pi$ (k eine ganze Zahl), was beispielsweise für ($k=1$) $b = 0,274412$, $\alpha = 74^\circ 39' 18''$ eintritt, so deckt sich die Kurve mit ihrer Evolute.

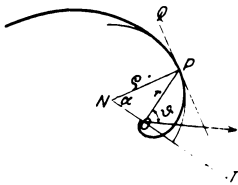


Abb. 122.

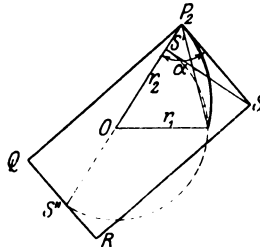


Abb. 123.

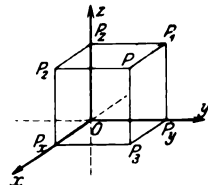


Abb. 124.

Die vom Leitstrahl bei seiner Drehung von $\vartheta = -\infty$ bis zu einem bestimmten ϑ überstrichene Fläche ist, wenn $r = ae^{b\vartheta}$ und $OT = s_t$ die zugehörige Subtangente ist, $F = \frac{1}{4} r s_t = \frac{1}{2} \Delta POT$; die zugehörige Kurvenlänge ist $s = \frac{r}{\cos \alpha} = PT = t$.

Zur Konstruktion eines durch die beiden Punkte P_1 und P_2 begrenzten Bogens s_{12} und Ausschnittes F_{12} kann man sich des folgenden Verfahrens bedienen (Abb. 123): Man schlage um O den Kreis mit r_1 , der den Leitstrahl OP_2 in S' und seine Verlängerung in S'' trifft, und errichte in S' auf OP_2 das Lot, das die zu P_2 gehörige Tangente in S schneidet; dann ist $P_2S = s_{12}$ die Länge des Bogens P_1P_2 . Durch S'' ziehe man die Parallele zu P_2S , welche die zu P_2 gehörige Normale in Q schneidet; das Rechteck $P_2QR S = 4F_{12}$ ist das 4-fache des Inhaltes des Sektors OP_1P_2 .

B. Analytische Geometrie des Raumes.

(97) 1. Die gebräuchlichsten Koordinatensysteme.

a) Das **Parallelkoordinatensystem**, Abb. 124: Man wählt einen festen Punkt O (Anfangspunkt, Nullpunkt, Ursprung) und durch diesen drei feste Geraden, eine X -Achse, eine Y -Achse, eine Z -Achse, die nicht in einer Ebene liegen und mit-

einander beliebige Winkel einschließen (am gebräuchlichsten ist der Sonderfall, daß die drei Achsen aufeinander senkrecht stehen; rechtwinkliges Koordinatensystem). Die X -Achse wählt man zumeist von hinten nach vorn, die Y -Achse von links nach rechts, die Z -Achse von unten nach oben gerichtet. O zerlegt jede Achse in zwei Teile, einen positiven (bei der X -Achse gewöhnlich der vordere, bei der y -Achse der rechte, bei der z -Achse der obere Teil) und einen negativen Teil. Auf allen drei Achsen wählt man eine bestimmte Strecke als Längeneinheit. Durch diese drei Achsen werden drei Ebenen (XY -, YZ -, ZX -Ebene), die drei Koordinatenebenen bestimmt; sie teilen den Raum in acht Oktanten. Um einen Punkt P zu bestimmen, legt man durch ihn drei Parallelen zu den Achsen, die die Koordinatenebenen in P_1, P_2, P_3 , und drei Parallelebenen zu den Koordinatenebenen, die die Achsen in P_x, P_y, P_z schneiden mögen. Man nennt nun die drei Strecken $x = OP_x = P_y P_3 = P_1 P = P_z P_2$, $y = OP_y = P_z P_1 = P_2 P = P_x P_3$, $z = OP_z = P_x P_2 = P_3 P = P_y P_1$, gemessen an der gewählten Längeneinheit, die drei Parallelkoordinaten des Punktes P . Zu jedem Punkte P gehören drei bestimmte Koordinaten, und umgekehrt zu drei beliebigen Koordinaten x, y, z läßt sich stets ein, aber auch nur ein Punkt P finden. Über die Verteilung der Punkte in den einzelnen Oktanten und die Vorzeichen ihrer Koordinaten gibt die folgende Tabelle eine Übersicht ($v =$ vorn, $h =$ hinten, $r =$ rechts, $l =$ links, $o =$ oben, $u =$ unten).

	v		h		v		h		v		h		v		h		v		h	
	r	l	r	l	r	l	r	l	r	l	r	l	r	l	r	l	r	l	r	l
x	+	-	+	+	-	-	+	+	-	-	+	+	0	0	0	0	+	-	-	+
y	+	-	-	+	+	-	-	+	+	-	-	+	+	-	-	+	0	0	0	0
z	+	+	+	-	-	-	-	0	0	0	0	+	+	-	-	-	-	-	-	-

	x-Achse		y-Achse		z-Achse		O- \mathfrak{B}
	v	h	r	l	o	u	
x	+	-	0	0	0	0	0
y	0	0	+	-	0	0	0
z	0	0	0	0	+	-	0

(98) b) Das **zylindrische Polarkoordinatensystem**, Abb. 125. Man wählt einen festen Punkt O , durch ihn einen festen Strahl OA (Anfangsstrahl, gewöhnlich nach vorn gerichtet) und eine auf diesem senkrecht stehende feste Gerade (gewöhnlich vertikal), die z -Achse. Hierdurch ist zugleich eine durch OA gehende, senkrecht zur z -Achse verlaufende (gewöhnlich horizontale) Ebene mitbestimmt. Um einen räumlichen Punkt P festzulegen, fällt man von ihm auf diese Ebene das Lot $PP' = z$; OP' schließt mit OA einen Winkel ϑ ein; die

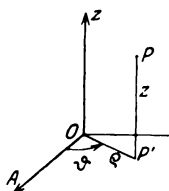


Abb. 125.

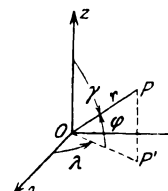


Abb. 126.

Länge der Strecke OP' sei gleich ρ . Dann ist der Punkt P durch die drei Größen ρ, ϑ, z , seine zylindrischen Koordinaten, eindeutig bestimmt; es ist $0 \leq \rho < \infty$, $-\infty < \vartheta < +\infty$, $-\infty < z < +\infty$.

(99) c) Das **sphärische Polarkoordinatensystem**, Abb. 126. Man wählt einen festen Punkt O , einen festen Anfangsstrahl OA (gewöhnlich nach vorn),

und durch diesen eine feste Ebene (gewöhnlich horizontal); hierdurch ist als durch O gehende Normale zu dieser eine feste Gerade Oz mitbestimmt. Um einen räumlichen Punkt P festzulegen, verbindet man ihn mit $O:OP=r$, bestimmt den Neigungswinkel φ , den OP mit der festen Ebene einschließt, und den Winkel λ , welchen die senkrechte Projektion OP' von OP auf diese Ebene mit Ox bildet; durch die drei Größen r, λ, φ , seine sphärischen Koordinaten, ist P eindeutig bestimmt. Statt φ führt man auch bisweilen den Winkel $\gamma = 90^\circ - \varphi$, den r mit Oz bildet, ein. In Anlehnung an die Zeichnungen der Geographie nennt man λ auch die Länge, φ die Breite, γ die Poldistanz von P . Es ist

$$0 \leq r < \infty, \quad -\infty < \lambda < +\infty, \quad -90^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ, \quad 0 \leq \gamma \leq 180^\circ.$$

d) **Beziehungen zwischen den verschiedenen Koordinatensystemen:** Das zylindrische und das sphärische Koordinatensystem seien so mit einem rechtwinkligen vereinigt (Abb. 127), daß ihr Anfangsstrahl mit der $+x$ -Achse und ihre z -Achse mit der z -Achse desselben zusammenfallen; dann gelten für die Koordinaten eines beliebigen Punktes P die folgenden Beziehungen,

α) rechtwinklig-zylindrisch:

$$\begin{aligned} x &= \varrho \cos \vartheta, & y &= \varrho \sin \vartheta, & z &= z, \\ \varrho &= \sqrt{x^2 + y^2}, & \vartheta &= \arctg \frac{y}{x}, & z &= z. \end{aligned}$$

β) rechtwinklig-sphärisch:

$$\begin{aligned} x &= r \cos \varphi \cos \lambda, & y &= r \cos \varphi \sin \lambda, & z &= r \sin \varphi, \\ r &= \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, & \varphi &= \arctg \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}, & \lambda &= \arctg \frac{y}{x}. \end{aligned}$$

γ) zylindrisch-sphärisch:

$$\begin{aligned} \vartheta &= \lambda, & \varrho &= r \cos \varphi, & z &= r \sin \varphi, \\ \lambda &= \vartheta, & r &= \sqrt{\varrho^2 + z^2}, & \varphi &= \arctg \frac{z}{\varrho}. \end{aligned}$$

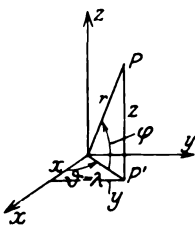


Abb. 127.

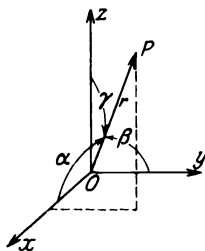


Abb. 128.

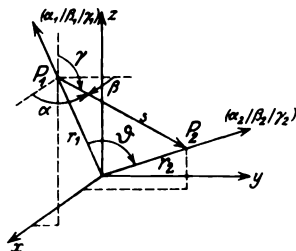


Abb. 129.

(100) 2. Strecken und Winkel im rechtwinkligen Koordinatensystem.

Der Punkt $P(x/y/z)$, Abb. 128, habe von O die Entfernung r ; OP bilde mit den Koordinatenachsen die Richtungswinkel α, β, γ ; dann ist

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2; \quad x = r \cos \alpha, \quad y = r \cos \beta, \quad z = r \cos \gamma.$$

wobei

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1;$$

$$r = x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma \text{ (Projektionssatz).}$$

Sind zwei Punkte $P_1(x_1/y_1/z_1)$ und $P_2(x_2/y_2/z_2)$ gegeben, Abb. 129,

¹⁾ Beachte zur Bestimmung des Quadranten von $\vartheta, \lambda, \varphi$ die Vorzeichen von x, y, z !

so ermittelt man die Größe und Richtung ihrer Verbindungsstrecke P_1P_2 folgendermaßen:

$$s = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2},$$

$$\cos \alpha = \frac{x_2 - x_1}{s}, \quad \cos \beta = \frac{y_2 - y_1}{s}, \quad \cos \gamma = \frac{z_2 - z_1}{s}.$$

Sind zwei Strahlen mit den Richtungswinkeln $(\alpha_1/\beta_1/\gamma_1)$ resp. $(\alpha_2/\beta_2/\gamma_2)$ gegeben, so erhält man den von ihnen eingeschlossenen Winkel ϑ durch die Formel:

$$\cos \vartheta = \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 + \cos \beta_1 \cos \beta_2 + \cos \gamma_1 \cos \gamma_2.$$

Ferner ist $r_3 \cos \vartheta = x_3 \cos \alpha_1 + y_3 \cos \beta_1 + z_3 \cos \gamma_1$ (Verallgemeinerter Projektionssatz). Er gibt die Länge der Projektion einer Strecke r_3 auf die Richtung $(\alpha_1/\beta_1/\gamma_1)$.

Durch die beiden von einem Punkte ausgehenden Strahlen $(\alpha_1/\beta_1/\gamma_1)$ und $(\alpha_2/\beta_2/\gamma_2)$, welche miteinander den Winkel ϑ einschließen, ist eine Ebene bestimmt, deren Stellungswinkel gegen die yz -Ebene A , gegen die xz -Ebene B , gegen die xy -Ebene Γ sein mögen; sie errechnen sich durch die Formeln

$$\sin \vartheta \cos A = \cos \beta_1 \cos \gamma_2 - \cos \beta_2 \cos \gamma_1,$$

$$\sin \vartheta \cos B = \cos \gamma_1 \cos \alpha_2 - \cos \gamma_2 \cos \alpha_1,$$

$$\sin \vartheta \cos \Gamma = \cos \alpha_1 \cos \beta_2 - \cos \alpha_2 \cos \beta_1.$$

A, B, Γ sind zugleich die Winkel, welche die Normalen zu dieser Ebene mit der x -, y -, z -Achse einschließen.

Beispiel: Der Punkt $P_1(2/-6/3)$ hat von O den Abstand $r_1 = 7$; die Richtungswinkel von OP_1 sind, da $\cos \alpha_1 = \frac{2}{7}$, $\cos \beta_1 = \frac{-6}{7}$, $\cos \gamma_1 = \frac{3}{7}$ ist, $\alpha_1 = 73^\circ 23' 54''$, $\beta_1 = 148^\circ 59' 45''$, $\gamma_1 = 64^\circ 37' 25''$. Desgleichen ist für $P_2(4\ 0/-3)$ $OP_2 = r_2 = 5$, $\cos \alpha_2 = \frac{4}{5}$, $\cos \beta_2 = 0$, $\cos \gamma_2 = \frac{-3}{5}$, $\alpha_2 = 36^\circ 52' 12''$, $\beta_2 = 90^\circ$, $\gamma_2 = 126^\circ 52' 12''$. Die Strecke P_1P_2 hat die Länge $s = \sqrt{(4-2)^2 + (0+6)^2 + (-3-3)^2} = 2\sqrt{19} = 8.7178$ und die Richtungswinkel $\alpha = 76^\circ 44' 15''$, $\beta = 46^\circ 30' 27''$, $\gamma = 133^\circ 29' 33''$, da $\cos \alpha = \frac{2}{2\sqrt{19}}$,

$\cos \beta = \frac{6}{2\sqrt{19}}$, $\cos \gamma = \frac{-6}{2\sqrt{19}}$. Der von den beiden Strahlen OP_1 und OP_2 eingeschlossene Winkel ϑ bestimmt sich aus der Gleichung

$$\cos \vartheta = \frac{2}{7} \cdot \frac{4}{5} + \left(\frac{-6}{7}\right) \cdot 0 + \frac{3}{7} \cdot \left(\frac{-3}{5}\right) = -\frac{1}{35} \quad \text{zu} \quad \vartheta = 91^\circ 38' 14''.$$

Für die Stellungswinkel der Ebene OP_1P_2 ergibt sich schließlich

$$\sin \vartheta \cos A = \left(\frac{-6}{7}\right) \cdot \left(\frac{-3}{5}\right) - 0 \cdot \frac{3}{7} = \frac{18}{35}, \quad \sin \vartheta \cos B = \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{5} - \frac{2}{7} \cdot \left(\frac{-3}{5}\right) = \frac{18}{35},$$

$$\sin \vartheta \cos \Gamma = \frac{2}{7} \cdot 0 - \left(\frac{-6}{7}\right) \cdot \frac{4}{5} = \frac{24}{35},$$

und hieraus: $A = 59^\circ 2' 11'' = B$, $\Gamma = 46^\circ 41' 9''$.

(101)

3. Ebene und Gerade.

a) **Die Ebene.** Die allgemeine Gleichung der Ebene ist vom ersten Grade in x, y, z ; sie lautet $Ax + By + Cz + D = 0$.

Sonderfälle:

- Ist $A = 0$, so lautet die Gleichung $By + Cz + D = 0$; die Ebene ist parallel zur x -Achse; entsprechend für $B = 0$, $C = 0$.
- $D = 0$: $Ax + By + Cz = 0$; die Ebene geht durch O .
- $A = B = 0$: $Cz + D = 0$; die Ebene ist parallel zur xy -Ebene; entsprechend für $A = C = 0$, $B = C = 0$.

d) $A = D = 0: By + Cz = 0$; die Ebene enthält die x -Achse; entsprechend für $B = D = 0, C = D = 0$.

e) $A = B = D = 0: Cz = 0$; die Ebene fällt mit der xy -Ebene zusammen; entsprechend für $A = C = D = 0, B = C = D = 0$.

Dividiert man die allgemeine Gleichung durch $-D$, erhält sie die Form:

$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$, Abschnittsgleichung; hierin sind a, b, c die Abschnitte, welche die Ebene auf den drei Koordinatenachsen bildet.

Im rechtwinkligen Koordinatensystem heißt die Gleichung der Ebene, für welche der Abstand von O gleich d ist, und welche die Stellungswinkel $\alpha/\beta/\gamma$ hat: $x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma - d = 0$, Stellungsgleichung, wobei $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$ sein muß. Setzt man in die linke Seite der Stellungsgleichung die Koordinaten eines beliebigen Punktes P ein, so ergibt sich ein Wert n , welcher gleich dem Abstände des Punktes P von der Ebene ist:

$$n = x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma - d.$$

Ist $n > 0$, so liegen O und P voneinander durch die Ebene getrennt; ist $n < 0$, so liegen O und P auf derselben Seite der Ebene.

Zur Überführung der allgemeinen Gleichung der Ebene

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

in die Stellungsgleichung dividiere man dieselbe durch $\pm \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}$, wobei man der Wurzel das dem Absolutglied D entgegengesetzte Vorzeichen zu geben hat.

Beispiel: Die Gleichung der Ebene laute $2x - 6y + 3z - 24 = 0$. Die Abschnittsgleichung lautet $\frac{x}{12} + \frac{y}{-4} + \frac{z}{8} = 1$; also bildet die Ebene auf den drei Koordinatenachsen der Reihe nach die Abschnitte $a = 12, b = -4, c = 8$. Um die Stellungsgleichung zu bilden, dividiere man durch $\pm \sqrt{2^2 + 6^2 + 3^2} = \pm 7$ (da das Absolutglied -24 heißt, erhält die Wurzel das Zeichen $-$); Stellungsgleichung: $\frac{2}{7}x - \frac{6}{7}y + \frac{3}{7}z - \frac{24}{7} = 0$. Also hat die Ebene von O den Abstand $d = 3\frac{3}{7}$; die Stellungswinkel der Ebene sind $\alpha = 73^\circ 23' 54''$, $\beta = 148^\circ 59' 45''$, $\gamma = 64^\circ 37' 25''$, da $\cos \alpha = \frac{2}{7}, \cos \beta = -\frac{6}{7}, \cos \gamma = \frac{3}{7}$ ist. Der Punkt $(-2/-4/+5)$ hat von der Ebene den Abstand $n = -\frac{4}{7} + \frac{24}{7} + \frac{15}{7} - \frac{24}{7} = \frac{11}{7}$; er wird durch die Ebene von O getrennt.

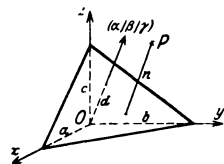


Abb. 130.

(102) b) Die Gerade. Eine Gerade wird durch zwei lineäre Gleichungen dargestellt (als Schnittgebilde zweier Ebenen):

$$\begin{aligned} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 &= 0, \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 &= 0. \end{aligned}$$

Eliminiert man aus diesen einmal z , das andere Mal y , so erhält man Gleichungen von der Form:

$$y = Mx + m, \quad z = Nx + n$$

(Projektionsgleichung der Geraden).

Soll eine Gerade einen Punkt $P_0(x_0/y_0/z_0)$ enthalten und die Richtungswinkel $\alpha/\beta/\gamma$ haben, so heißt die Gleichung der Geraden (Abb. 131)

$$x = x_0 + s \cos \alpha, \quad y = y_0 + s \cos \beta, \quad z = z_0 + s \cos \gamma$$

(Parameterdarstellung; $s = P_0P$ ist der Parameter)

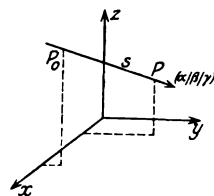


Abb. 131.

oder

$$\frac{x-x_0}{\cos \alpha} = \frac{y-y_0}{\cos \beta} = \frac{z-z_0}{\cos \gamma} \quad (\text{Richtungsgleichung der Geraden}).$$

Die durch die beiden Punkte $P_1(x_1/y_1/z_1)$ und $P_2(x_2/y_2/z_2)$ bestimmte Gerade hat die Gleichung (Abb. 132)

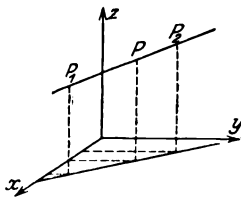


Abb. 132.

$$x = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1 + \lambda}, \quad y = \frac{y_1 + \lambda y_2}{1 + \lambda}, \quad z = \frac{z_1 + \lambda z_2}{1 + \lambda}.$$

(Parameterdarstellung;

Parameter ist das Teilverhältnis $\lambda = \frac{P_1 P'}{P P_2}$)

oder

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{z-z_1}{z_2-z_1}.$$

Die Richtungswinkel α, β, γ einer Geraden ergeben sich aus den Projektionsgleichungen durch die Beziehungen:

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1+M^2+N^2}}, \quad \cos \beta = \frac{M}{\sqrt{1+M^2+N^2}}, \quad \cos \gamma = \frac{N}{\sqrt{1+M^2+N^2}}.$$

Beispiel: Die Gleichung der durch die beiden Punkte $(3/4/5)$ und $(7/-2/9)$ gehenden Geraden lautet:

$$\frac{x-3}{7-3} = \frac{y-4}{-2-4} = \frac{z-5}{9-5} \quad \text{oder} \quad \frac{x-3}{4} = \frac{y-4}{-6} = \frac{z-5}{4}.$$

die Projektionsgleichungen:

$$y = -\frac{3}{2}x + \frac{17}{2}, \quad z = x + 2.$$

Der Spurpunkt in der xy -Ebene hat die Koordinaten $-2/20/0$, in der yz -Ebene

$$0 \left| \frac{17}{2} \right| 2, \quad \text{in der } xz\text{-Ebene } \frac{17}{3} \left| 0 \right| \frac{23}{3}.$$

Ferner ist $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{9}{4} + 1}} = \frac{2}{\sqrt{17}}; \quad \cos \beta = -\frac{3}{\sqrt{17}}; \quad \cos \gamma = \frac{2}{\sqrt{17}},$

also $\alpha = \gamma = 68^\circ 58' 57'', \quad \beta = 136^\circ 41' 10''.$

(103) c) **Ebenen und Geraden.** Zwei Ebenen $A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ und $A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$ schließen einen Winkel ϑ ein, der durch die Gleichung bestimmt ist

$$\cos \vartheta = \frac{A_1 A_2 + B_1 B_2 + C_1 C_2}{\sqrt{(A_1^2 + B_1^2 + C_1^2)(A_2^2 + B_2^2 + C_2^2)}}.$$

Ist $A_1 A_2 + B_1 B_2 + C_1 C_2 = 0$, so sind die Ebenen zueinander senkrecht;

ist $A_1 : B_1 : C_1 = A_2 : B_2 : C_2$, so sind die Ebenen zueinander parallel.

Zwei Geraden

$y = M_1x + m_1, \quad z = N_1x + n_1$ und $y = M_2x + m_2, \quad z = N_2x + n_2$ schließen einen Winkel ϑ ein, der durch die Gleichung bestimmt ist:

$$\cos \vartheta = \frac{1 + M_1 M_2 + N_1 N_2}{\sqrt{(1 + M_1^2 + N_1^2)(1 + M_2^2 + N_2^2)}}.$$

Ist $1 + M_1 M_2 + N_1 N_2 = 0$, so stehen die Geraden senkrecht aufeinander; ist $M_1 = M_2$ und $N_1 = N_2$, so sind die Geraden zueinander parallel.

Zwei Geraden schneiden einander, wenn $\frac{m_2 - m_1}{M_2 - M_1} = \frac{n_2 - n_1}{N_2 - N_1}$ ist.

Der Neigungswinkel ν einer Geraden $y = Mx + m$, $z = Nx + n$ gegen eine Ebene $Ax + By + Cz + D = 0$ ist bestimmt durch die Gleichung

$$\sin \nu = \frac{A + BM + CN}{\sqrt{(A^2 + B^2 + C^2)(1 + M^2 + N^2)}}.$$

Ist $A + BM + CN = 0$, so läuft die Gerade parallel zur Ebene;
ist $A : B : C = 1 : M : N$, so steht die Gerade senkrecht auf der Ebene.

Eine Gerade liegt in der Ebene, wenn sowohl $A + BM + CN = 0$, als auch $Bm + Cn + D = 0$ ist.

(104) 4. Krumme Oberflächen.

a) **Allgemeine Formeln.** Unter der Gleichung einer Fläche versteht man eine Gleichung, die von den Koordinaten eines jeden Punktes der Fläche erfüllt wird. Im Parallelkoordinatensystem ist sie also meistens von der Form $z = f(x, y)$ (entwickelte Gleichung) oder $F(x, y, z) = 0$ (unentwickelte Gleichung).

Ist $P_0(x_0/y_0/z_0)$ ein Punkt der Fläche, so daß also $z_0 = f(x_0, y_0)$ resp. $F(x_0, y_0, z_0) = 0$ ist, und sind $\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_0$ und $\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_0$, resp. $\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_0$, $\left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)_0$, $\left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)_0$ die partiellen Differentialquotienten der Funktion $z = f(x, y)$, resp. $F(x, y, z) = 0$ im Punkte P_0 , so lautet für das rechtwinklige Koordinatensystem die Gleichung der Tangentialebene in P_0 :

$$z - z_0 = \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_0 (x - x_0) + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_0 (y - y_0), \text{ resp.}$$

$$\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_0 (x - x_0) + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)_0 (y - y_0) + \left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)_0 (z - z_0) = 0.$$

und die Gleichung der Normalen in P_0 :

$$z - z_0 = -\frac{x - x_0}{\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_0} = -\frac{y - y_0}{\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_0}, \text{ resp. } \frac{x - x_0}{\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_0} = \frac{y - y_0}{\left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)_0} = \frac{z - z_0}{\left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)_0}.$$

Beispiel: Die Gleichung des hyperbolischen Paraboloids lautet: $z = \frac{x^2}{2a} - \frac{y^2}{2b}$.

Für den Punkt $P_0(x_0/y_0/z_0)$ ist

$$z_0 = \frac{x_0^2}{2a} - \frac{y_0^2}{2b}, \quad \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_0 = \frac{x_0}{a}, \quad \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_0 = -\frac{y_0}{b}$$

und die Gleichung der Tangentialebene $z - z_0 = \frac{x_0}{a}(x - x_0) - \frac{y_0}{b}(y - y_0)$ oder

$$z - z_0 = \frac{xx_0}{a} - \frac{yy_0}{b} - \left(\frac{x_0^2}{a} - \frac{y_0^2}{b}\right) \text{ oder } z + z_0 = \frac{xx_0}{a} - \frac{yy_0}{b}.$$

Die Gleichung der Normalen:

$$-\frac{a(x - x_0)}{x_0} = \frac{b(y - y_0)}{y_0} = z - z_0.$$

Zur Bestimmung des Rauminhaltes des von einer krummen Oberfläche begrenzten Körpers hat man vorwiegend zwei Möglichkeiten:

α) Man zerlege den Körper, Abb. 133, durch Schnitte parallel zur xy -Ebene in Schichten; hat der im Abstände z von der xy -Ebene gelegte Schnitt den Flächeninhalt $f(z)$, so ist das Volumen des Körpers

$V = \int_{z_1}^{z_2} f(z) dz$, wobei die untere Grenze z_1 und die obere z_2 durch den Körper bestimmt sind.

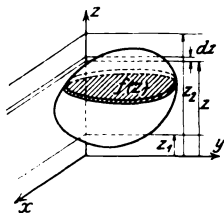


Abb. 133.

Beispiel: Für das dreiaxige Ellipsoid, Abb. 134, ist der in der Höhe z gelegte Schnitt eine Ellipse mit den beiden Halbachsen $a' = \frac{a}{c} \sqrt{c^2 - z^2}$, $b' = \frac{b}{c} \sqrt{c^2 - z^2}$, also ihr Flächeninhalt $\frac{\pi a b}{c^2} (c^2 - z^2)$; demnach ist, da die beiden Grenzen $z_1 = -c$, $z_2 = +c$ sind,

$$V = \int_{-c}^{+c} \frac{\pi a b}{c^2} (c^2 - z^2) dz = \frac{\pi a b}{c^2} \left[c^2 z - \frac{z^3}{3} \right]_{-c}^{+c} = \frac{4}{3} \pi a b c. \quad (\text{S. a. (20).})$$

β) Ist der Körper begrenzt von der xy -Ebene, einem Zylinder von der Gleichung $\varphi(x, y) = 0$, dessen Mantellinien also parallel zur z -Achse sind, und einer Fläche von der Gleichung $z = f(x, y)$, Abb. 135, so zerlege man ihn in prismatische Säulen von der Grundfläche

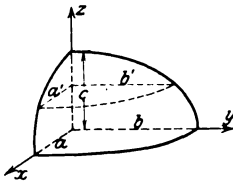


Abb. 134.

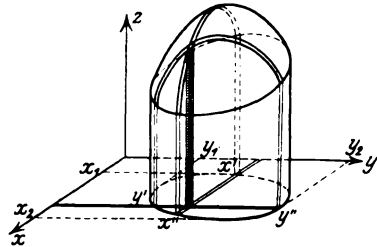


Abb. 135.

$dx \cdot dy$ und der Höhe z , also dem Inhalte $z dx dy$ und integriere sie einmal unter Beibehaltung des Wertes für x über y in den durch die Gleichung $\varphi(x, y) = 0$ für das gewählte x bestimmten Grenzen y' und y'' und die auf diese Weise erhaltenen parallel zur yz -Ebene gelagerten Schichten zwischen den Grenzen x_1 und x_2 ; oder man integriere die Säulen unter Festhalten des Wertes für y über x in den durch die Gleichung $\varphi(x, y) = 0$ für dieses y bestimmten Grenzen x' und x'' und die dadurch erhaltenen, parallel zur xz -Ebene gelagerten Schichten zwischen den Grenzen y_1 und y_2 .

$$V = \int_{x_1}^{x_2} \int_{y'}^{y''} z dx dy = \int_{y_1}^{y_2} \int_{x'}^{x''} z dx dy.$$

Beispiele: 1) Der Rauminhalt des von der xy -Ebene, der xz -Ebene, der yz -Ebene, der Ebene $x = m$, der Ebene $y = n$ und dem elliptischen Paraboloid von der Gleichung $z = \frac{x^2}{2a} + \frac{y^2}{2b}$ begrenzten Körpers findet sich, Abb. 136, zu

$$V = \int_{x=0}^{x=m} \int_{y=0}^{y=n} \left(\frac{x^2}{2a} + \frac{y^2}{2b} \right) dx dy = \int_{x=0}^{x=m} \left[\frac{x^2 y}{2a} + \frac{y^3}{6b} \right]_0^n dx$$

$$= \int_{x=0}^{x=m} \left(\frac{x^2 n}{2a} + \frac{n^3}{6b} \right) dx = \left[\frac{x^3 n}{6a} + \frac{x n^3}{6b} \right]_0^m = \frac{m n}{3} \left(\frac{m^2}{2a} + \frac{n^2}{2b} \right) = \frac{m n h}{3}.$$

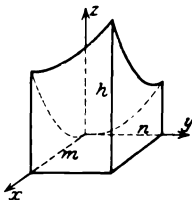


Abb. 136.

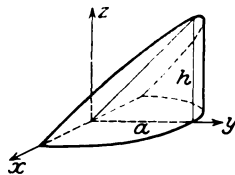


Abb. 137.

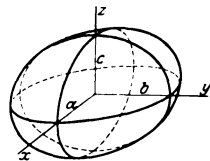


Abb. 138.

2) Der Rauminhalt des von der xy -Ebene, dem Zylinder $x^2 + y^2 = a^2$ und von der Ebene $z = \frac{h}{a} y$ begrenzten Zylinderhufs ist zu berechnen, Abb. 137:

$$V = \int_{x=-a}^{x=+a} \int_{y=0}^{y=\sqrt{a^2-x^2}} \frac{h}{a} y \, dx \, dy = \frac{h}{a} \int_{x=-a}^{x=+a} \frac{h}{2a} [y^2]_0^{\sqrt{a^2-x^2}} dx = \frac{h}{2a} \int_{-a}^{+a} (a^2 - x^2) dx = \frac{h}{2a} \left[a^2 x - \frac{x^3}{3} \right]_{-a}^{+a} = \frac{2}{3} a^2 h.$$

(105) b) Die wichtigsten Flächen.

a) Kugelfläche: $x^2 + y^2 + z^2 - a^2 = 0$ (Mittelpunktsgleichung)

b) Ellipsoid: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ (Achsen Gleichung), Abb. 138

c) Einschaliges Hyperboloid: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$, Abb. 139ei.

d) Zweischaliges Hyperboloid: $-\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$. Abb. 139zw.

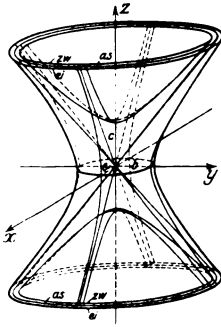


Abb. 139.

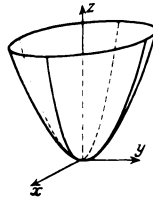


Abb. 140.

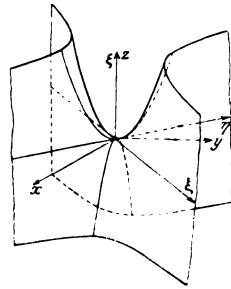


Abb. 141.

e) Elliptisches Paraboloid: $z = \frac{x^2}{2a} + \frac{y^2}{2b}$, Abb. 140.

f) Hyperbolisches Paraboloid: $z = -\frac{x^2}{2a} + \frac{y^2}{2b}$. Abb. 141.
 $c\zeta = \xi\eta$.

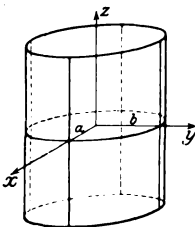


Abb. 142.

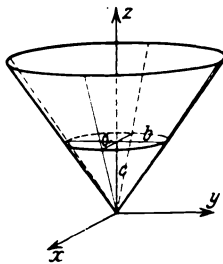


Abb. 143.

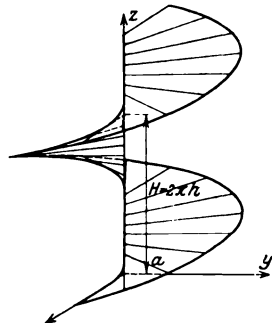


Abb. 144.

- g) Elliptischer Zylinder: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, Abb. 142.
 g') Kreiszyylinder: $x^2 + y^2 = a^2$.
 h) Elliptischer Kegel: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$, Abb. 143.
 h') Kreiskegel: $x^2 + y^2 = \frac{a^2}{c^2} z^2$.
 i) Schraubenfläche: $z = h \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$, Abb. 144.

(106)

5. Raumkurven.

Die Gleichung der Raumkurve sei in Parameterdarstellung gegeben:

$$x = \varphi(t), \quad y = \psi(t), \quad z = \chi(t), \quad \text{Abb. 145.}$$

Die Gleichung der Tangente in einem Kurvenpunkte P lautet

$$\frac{x - \varphi(t)}{\varphi'(t)} = \frac{y - \psi(t)}{\psi'(t)} = \frac{z - \chi(t)}{\chi'(t)}, \quad \text{wobei } \varphi'(t) = \frac{d\varphi(t)}{dt} \dots \text{ ist;}$$

ihre Richtungswinkel α, β, γ sind bestimmt durch

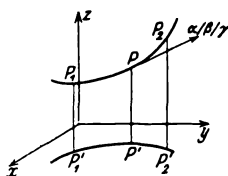


Abb. 145.

$$\cos \alpha = \frac{\varphi'}{\sqrt{\varphi'^2 + \psi'^2 + \chi'^2}},$$

$$\cos \beta = \frac{\psi'}{\sqrt{\varphi'^2 + \psi'^2 + \chi'^2}},$$

$$\cos \gamma = \frac{\chi'}{\sqrt{\varphi'^2 + \psi'^2 + \chi'^2}}.$$

Die Gleichung der Normalebene lautet

$$(x - \varphi) \varphi' + (y - \psi) \psi' + (z - \chi) \chi' = 0.$$

Die Länge des Kurvenbogens $P_1 P_2 = s$ ergibt sich zu

$$s = \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{\varphi'^2 + \psi'^2 + \chi'^2} dt.$$

Beispiel: Die Gleichung der Schraubenlinie lautet, Abb. 144:

$$x = a \cos t, \quad y = a \sin t, \quad z = ht.$$

Tangente: $\frac{x - a \cos t}{-a \sin t} = \frac{y - a \sin t}{a \cos t} = \frac{z - ht}{h}$.

Normalebene: $xa \sin t + ya \cos t + z \cdot h - h^2 t$.

Kurvenlänge: $s = (t_2 - t_1) \sqrt{a^2 + h^2}$.

(107)

IX. Nomographie.

Unter Nomographie versteht man das Rechnen mit Hilfe der Zeichnung. Sie hat in der Technik immer mehr an Verbreitung gewonnen, und es ist unmöglich, hier alle ihre Methoden erschöpfend zu behandeln. Die wichtigsten seien herausgegriffen. Die Zeichnungen, Tafeln, die überdies für ein und dasselbe Problem, je nach dem vorliegenden Zweck, verschiedenartig ausfallen können, heißen Nomogramme.

A. Die Funktionsleitern.

Trägt man unter Zugrundelegung einer bestimmten Längeneinheit l auf einer Geraden von einem festen Anfangspunkte aus die Strecke $l \cdot f'(x)$ ab und beziffert

die Endpunkte jeweilig mit x , so erhält man die zur Funktion $f(x)$ gehörige **geradlinige Funktionsleiter**. Als die wichtigsten unter ihnen seien erwähnt:

- 1) die gleichförmige Leiter als Bild der Funktion $y = l \cdot x$; sie bildet das Gerüst des cartesischen Koordinatensystems,
 - 2) die quadratische Funktionsleiter als Bild der Funktion $y = l \cdot x^2$,
 - 3) die logarithmische Funktionsleiter als Bild der Funktion $y = l \cdot \log x$,
 - 4) die Leiter der Sinusfunktion als Bild der Funktion $y = l \sin x$,
- Abb. 146a—d.

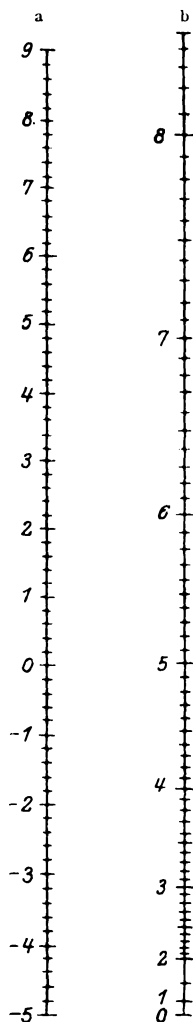


Abb. 146.

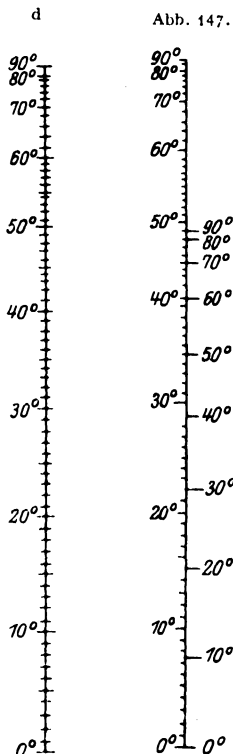
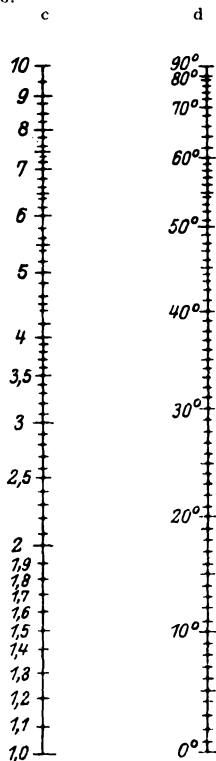


Abb. 147.

Durch Vereinigung zweier Leitern erhält man die Doppelleitern, die gesetzmäßige Zusammenhänge zweier Veränderlichen abzulesen gestatten. So ist Abb. 147 eine Darstellung des Snelliuschen Brechungsgesetzes beim Übergang eines Lichtstrahls von Luft in Wasser und umgekehrt. Aus gegebenen Leitern lassen sich auf verschiedensten Wegen neue Leitern konstruieren; der Vorgang heißt **Anamorphose**. Das bedeutendste Beispiel hierfür ist die **projektive Leiter**. Sie führt, Abb. 148, die Leiter $y = f(x)$

in die Leiter $y' = \frac{a f(x) + b}{c f(x) + d}$ über.

In Abb. 48 ist beispielsweise

$$y = x - 4$$

$$y' = \frac{10x - 40}{16 - x}.$$

Häufig erweist sich auch die Einführung der krummlinigen Funktionsleiter von Vorteil (s. a. (109)).

(108)

B. Die Netztafeln.

Ordnet man zwei geradlinige Funktionsleiter in der Ebene zueinander senkrecht an, und zieht man durch ihre Teilpunkte Parallelen zur anderen Leiter, so erhält man eine **Netztafel**; eine solche eignet sich zur zeichnerischen Darstellung von gesetzmäßigen Beziehungen zwischen drei Veränderlichen. Sind beide Leitern gleichförmig, so ergibt sich das gewöhnliche rechtwinklige cartesische Koordinatensystem. Zur Abbildung des

Mariotte-Gay-Lussac'schen Gesetzes $p \cdot v = c \cdot T$, Abb. 149, wähle man beispielsweise die horizontale Achse als Leiter des Druckes p , die vertikale Achse als Leiter des Volumens v ; dann erhält man für alle Wertepaare p, v , welche zu einer bestimmten absoluten Temperatur T gehören, Punkte, welche eine gleichseitige Hyperbel erfüllen; läßt man T variieren, so überdeckt sich die Ebene mit einer Schar von unendlich vielen solchen Hyperbeln; jede einzelne möge mit dem zugehörigen T bezeichnet werden. In jedem Punkt der Ebene schneiden sich nun drei Kurven: eine gleichseitige Hyperbel T_0 , eine Parallele zur p -Achse, welche die v -Leiter in einem Punkte v_0 , und eine Parallele zur v -Achse, welche die p -Achse in einem Punkte p_0 schneiden

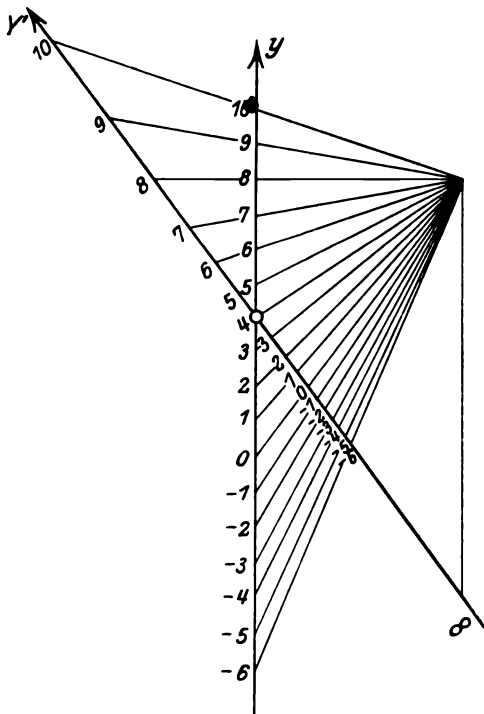


Abb. 148.

möge; diese drei Werte p_0, v_0, T_0 erfüllen dann stets die Gleichung $p v = c T$ (Abb. 149: $c = 1$).

Besonders einfach läßt sich eine solche Netztafel herstellen, wenn die Kurvenschar eine Geradenschar ist; dies soll an dem Beispiele der Gleichung $z^3 + xz + y = 0$ gezeigt werden, die ebenfalls eine Beziehung zwischen drei Veränderlichen enthält. Die beiden gleichförmigen aufeinander senkrecht stehenden Leitern seien die x - und y -Leiter. Gibt man z einen festen Wert z_0 , so liegen alle Punkte mit den Koordinaten x und y , welche die Gleichung $z_0^3 + xz_0 + y = 0$ erfüllen, auf einer Geraden, die sich leicht einzeichnen

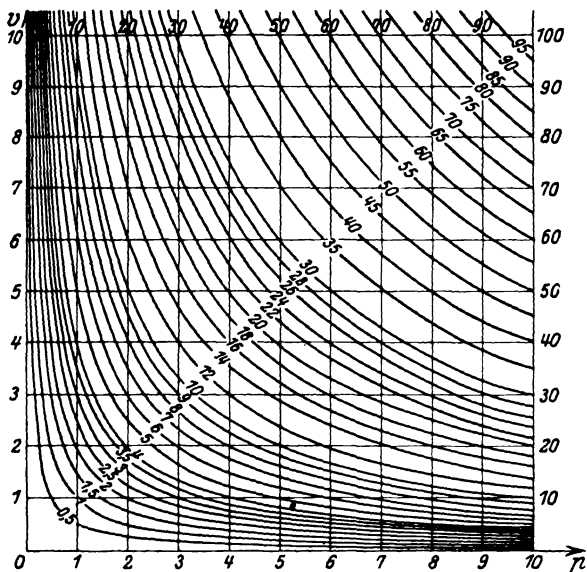


Abb. 149.

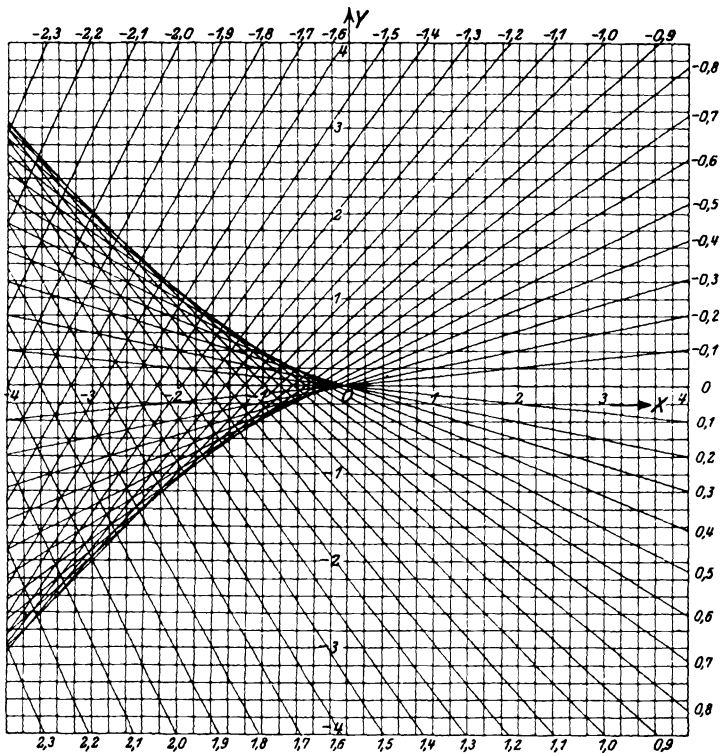


Abb. 150.

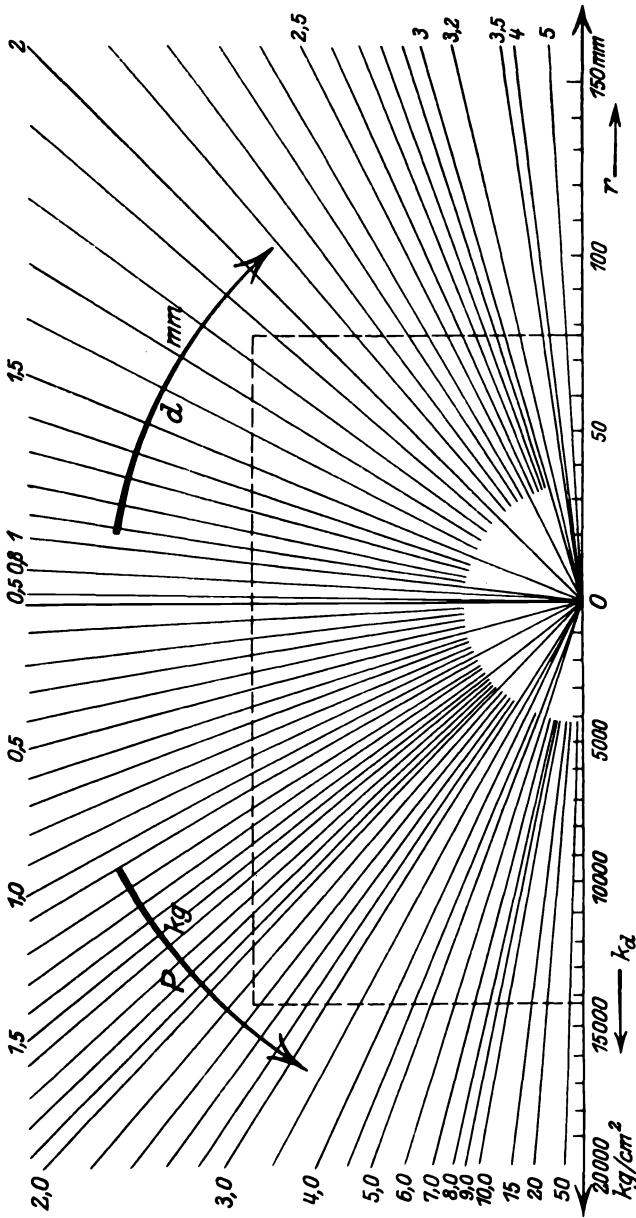


Abb. 151.

läßt; sie möge mit z_0 bezeichnet werden. Durch Veränderung von z_0 erhält man eine Geradenschar, die die ganze Ebene überdeckt. Greift man andererseits einen Punkt $P_0(x_0/y_0)$ der Ebene heraus, so geht durch ihn diejenige

Gerade, deren Bezifferung z die Gleichung dritten Grades erfüllen muß, $z^3 + x_0z + y_0 = 0$. Die Netztafel 150 ist also ein Nomogramm für die reduzierte kubische Gleichung; je nachdem durch P_0 eine oder drei Geraden gehen, hat die Gleichung eine oder drei Wurzeln. In gleich einfacher Weise läßt sich für jede trinomische Gleichung

$$z^3 + xz^2 + y = 0$$

eine Netztafel entwerfen.

Durch Aneinanderfügen zweier Netztafeln gelangt man zu einem Nomogramm für vier Veränderliche.

Beispiel (s. Dobbeler, Rechentafeln mit Geraden-scharen: Betrieb 1. Jahrg. S. 345 ff.): Die Beanspruchung einer Feder erfolgt nach der Gleichung

$$P = \frac{\pi d^3 \cdot k_d}{1600 r}$$

wobei P die Zugkraft der Feder in kg, d der Drahtdurchmesser in mm, k_d die Beanspruchung in kg/cm² und r der Krümmungshalbmesser der Federwindungen ist, Abb. 151. Durch Einführung einer Zwischengröße n kann man die obige Formel in zwei andere zerlegen, welche Beziehungen zwischen nur drei Veränderlichen enthalten:

1. $n = \frac{r}{d^3}$,
2. $n = \frac{k_d}{P} \cdot \frac{\pi}{1600}$.

Beide haben die Veränderliche n gemeinsam. Für die erste Formel wähle man als wagerechte Leiter die r -Leiter, als senkrechte die n -Leiter, im zweiten Falle als senkrechte dieselbe n -Leiter, als wagerechte — aber nach links gerichtet — die k_d -Leiter. Die Kurvenschar der d stellt in der ersten Netztafel eine Schar leicht zu zeichnender Geraden dar, die alle durch O gehen, ebenso die Schar der P eine Schar Geraden durch

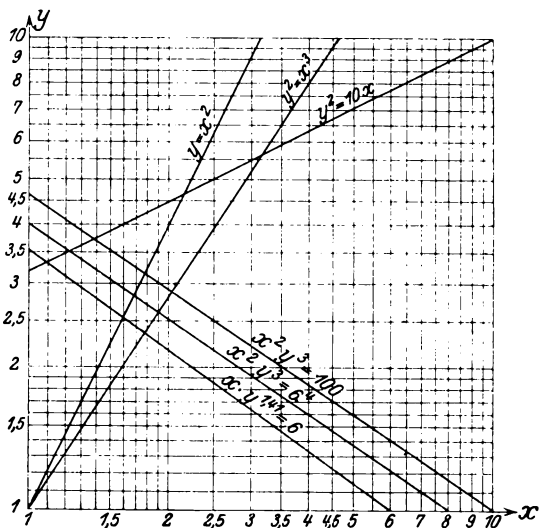
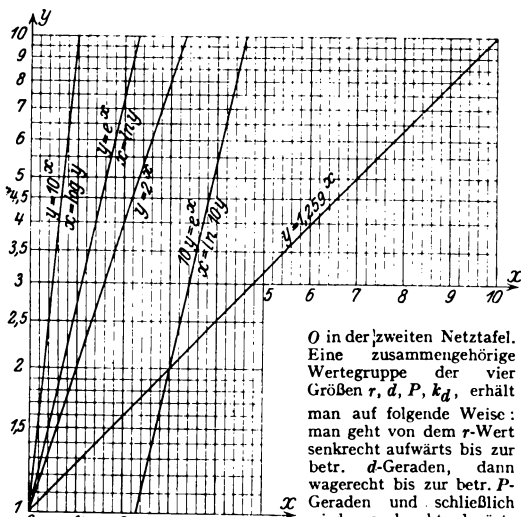


Abb. 152.



O in der zweiten Netztafel. Eine zusammengehörige Wertegruppe der vier Größen r, d, P, k_d , erhält man auf folgende Weise: man geht von dem r -Wert senkrecht aufwärts bis zur betr. d -Geraden, dann wagerecht bis zur betr. P -Geraden und schließlich wieder senkrecht abwärts bis zur k_d -Achse, auf der das zugehörige k_d angezeigt wird.

Abb. 153.

Sind irgend drei der vier Größen gegeben, so läßt sich die zugehörige vierte auf diese Weise ermitteln. In Abb. 151 ist der Fall angedeutet: $r = 77$ mm, $d = 1,85$ mm, $P = 2,35$ kg, $k_d = 14300$ kg/cm².

Führt die Verwendung der gleichförmigen Leitern zu einer Kurvenschar, die nicht eine Geradenschar ist, so ist es oft möglich, durch Zugrundelegung anderer Leitern eine solche Geradenschar zu erhalten. Die gebräuchlichsten unter solchen Netztafeln sind die **logarithmische** und die **halblogarithmische Tafel**. In der logarithmischen Tafel sind beide Achsen Träger von logarithmischen Leitern. Sie eignen sich zu Nomogrammen für Beziehungen von der Gestalt

$z = x^a \cdot y^b$, da die einem konstanten z entsprechenden Kurven eine Schar paralleler Geraden bilden. Das Nomogramm des Mariotte-Gay-Lussacschen Gesetzes besteht in diesem Falle aus einer Schar von Geraden, die auf beiden Achsen gleiche Stücke abschneiden. (S. Abb. 152.)

In der halblogarithmischen Tafel ist die eine (horizontale) Achse Träger einer gleichförmigen, die andere (vertikale) solche einer logarithmischen Leiter. In einer solchen geben Beziehungen von der Form $z = a^x \cdot y$ für konstantes z Geraden, Abb. 153.

Wie man diese Nomogramme verwenden kann, um umgekehrt aus dem empirisch ermittelten Bilde der Geraden die Konstanten a , resp. b und damit also den analytischen Ausdruck eines auf Grund von

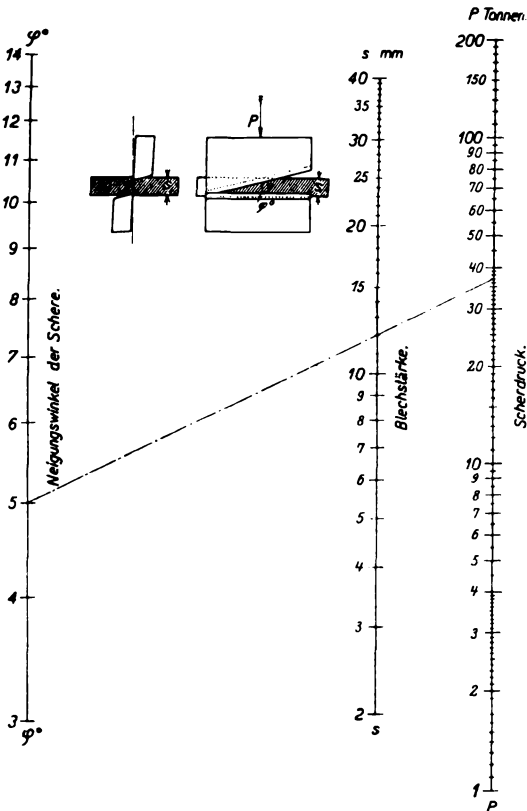


Abb. 154.

Versuchen gefundenen Gesetzes zu erhalten, zeigt P. Luckey in seiner Einführung in die Nomographie T. 2, S. 15 ff.

(109)

C. Die Fluchtentafeln.

Ordnet man drei Funktionsleitern in bestimmter Weise in der Ebene an, so schneidet jede beliebige Gerade — die Flucht — diese in drei Punkten; die diesen Punkten entsprechenden drei Funktionswerte sind also, da die Gerade durch zwei der Punkte bestimmt ist, durch ein durch die gegenseitige Lage der drei Leitern bedingtes Gesetz miteinander verknüpft. Eine solche **Fluchtentafel** bietet also ebenfalls die Möglichkeit, die Beziehungen zwischen drei — und durch Kombinationen von weiteren Leitern zwischen vier und mehr — Veränderlichen zeichnerisch festzulegen.

Der gebräuchlichste Fall ist derjenige, daß die Leiter zueinander parallel sind; er kann Anwendung finden, wenn die Veränderlichen x , y , z der Gleichung genügen

$$f_3(z) = f_1(x) + f_2(y),$$

wobei f_1 , f_2 , f_3 beliebige Funktionen der Veränderlichen x , y , z sind.

Beispiele: 1. (s. Tama, Graphische Rechentafeln, Werkstatttechnik XI 1, S. 1 ff.). Für die Berechnung des Scherdruckes bei Blehscheren dient die Formel $P = \frac{s^2 \cdot \sigma_{\omega}}{2 \operatorname{tg} \varphi}$; für Flußeisenblech ist $\sigma_{\omega} = 4500 \text{ kg cm}^{-2}$, während der Scherdruck P , die Blechstärke s und der Scherwinkel φ veränderlich sind. Logarithmieren ergibt $\log P = \log \frac{\sigma_{\omega}}{2} + 2 \log s - 2 \log \operatorname{tg} \varphi$, also

ein Gesetz von obiger Form. Das Nomogramm, Abb. 154, läßt sich also aus drei parallelen Leitern aufbauen, von denen die P -Leiter und die s -Leiter nach der Logarithmusfunktion, die φ -Leiter nach der Logarithmuskangensfunktion fortschreitende Bezifferungen tragen.

2. (s. auch Runge, Graphisch. Methoden, S. 80). Für adiabatische Vorgänge gilt die Formel $p v^k = w$, wobei p der Druck, v das Volumen eines Gases bedeutet und w eine Konstante ist, die von der Größe der jeweiligen Gasmenge abhängig ist. Das Gesetz läßt sich auch schreiben $\log p + k \cdot \log v = \log w$, gestattet also auch ein Nomogramm mit drei parallelen Leitern von logarithmischer Skala; dabei muß, falls die p - und v -Leitern kongruent sind, die Beziehung bestehen $AB : BC = k : 1$; die w -Leiter ist die Projektion der p -Leiter aus dem Punkte C . Abb. 155 zeigt den Fall $k = \sqrt{2}$. Die Bezifferung der w -Leiter ist nicht vonnöten, wenn man aus einem gegebenen Wertepaare p_0 , v_0 ein anderes Wertepaar p , v , wobei $p v = p_0 v_0$, ermitteln will: man braucht bloß die $p_0 - v_0$ -Flucht mit der w -Leiter zu schneiden; jede durch diesen Schnittpunkt gehende Flucht schneidet auf den

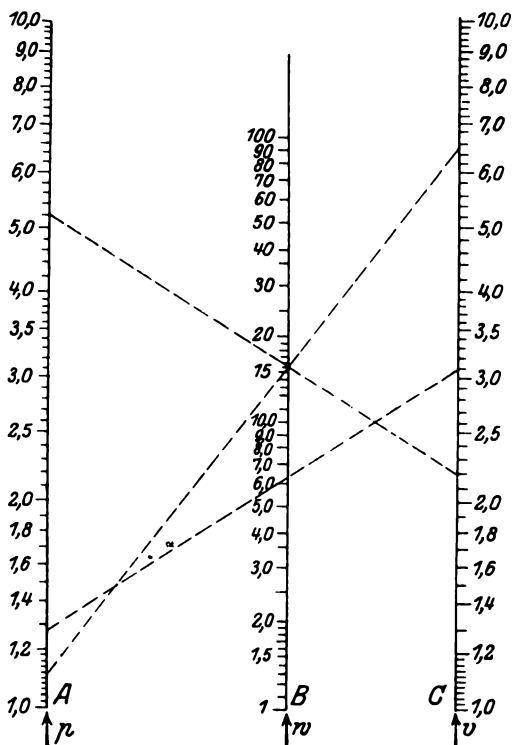


Abb. 155.

p - und v -Leitern Wertepaare von der verlangten Eigenschaft aus. Beispiel: $6,3 = 1,28 \cdot 3,1^{1,41}$; $1,12 \cdot 6,55^{1,41} = 5,24 \cdot 2,19^{1,41}$.

Wie man die Fluchtentafeln auch bei Beziehungen zwischen mehr als drei Veränderlichen verwenden kann, sei an einem Beispiele gezeigt:

(Tama, Graphische Rechentafeln, Werkstatttechnik XI, 17, S. 35.) Ist l mm die Länge eines auf der Drehbank zu bearbeitenden Werkstücks, n die Drehzahl in der Minute, s mm der Vorschub für eine Umdrehung, z min die Schnittzeit, so ist $z = \frac{l}{n s}$. Durch Einführung einer

Hilfsgröße X zerfällt die obige Formel in die beiden $X = \frac{l}{n}$, $z = \frac{X}{s}$, für welche Abb. 156

die Fluchtentafel liefert. Ist $l = 240$, $n = 30$, $s = 0,2$, so verbinde man die auf der l - und n -Leiter befindlichen zugehörigen Punkte durch eine Flucht, ferner deren Schnittpunkt mit der X -Leiter, welche zu diesem Zwecke keiner Bezifferung bedarf, mit dem entsprechenden Punkt der s -Leiter durch eine zweite Flucht, die die z -Leiter in dem zustehenden Punkte $z = 40$ schneidet.

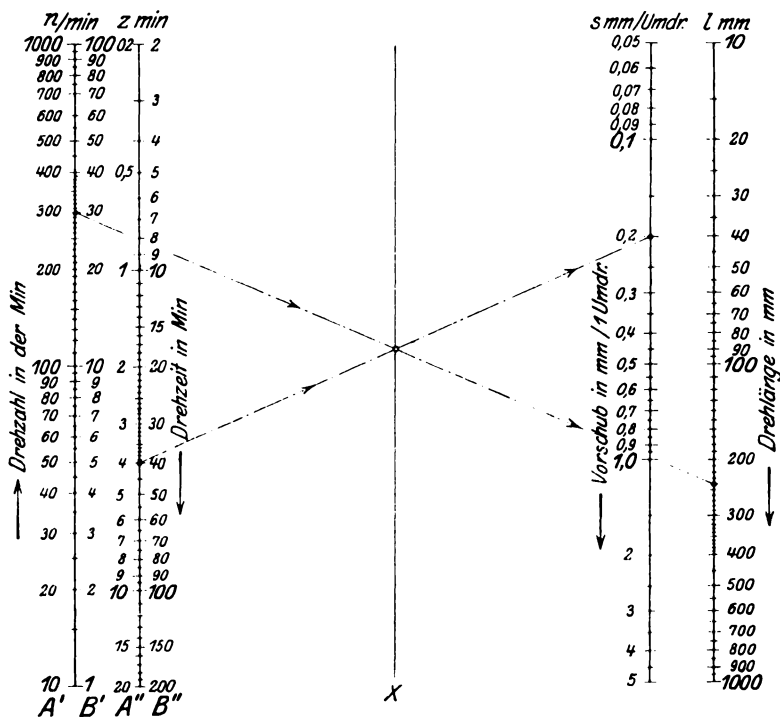


Abb. 156.

Unter den Fällen, daß die Funktionsleitern schief zueinander laufen, hat derjenige besondere Wichtigkeit erlangt, bei welchem zwei zueinander parallel laufen, während die dritte beide schneidet; er eignet sich zur Darstellung der Beziehung $f_1(x) \cdot f_2(y) = f_3(z)$, wobei die Leitern $f_1(x)$ und $f_3(z)$, resp. $f_2(y)$ und $f_3(z)$ zueinander parallel laufen. Die schräge Leiter ist zudem nicht die Leiter der übrigbleibenden Funktion, sondern eine projektive Leiter derselben.

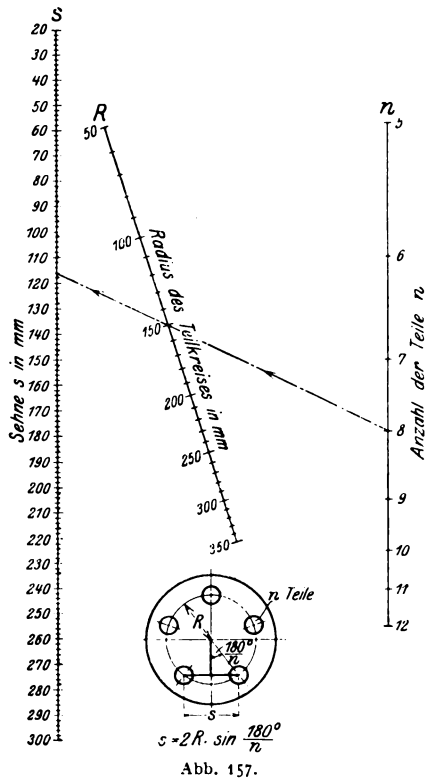
Beispiel. (Tama, Graphische Rechentafeln, Werkstattstechnik XII, 11, S. 123.) Auf einem Teilkreise vom Halbmesser R sollen in gleichen Abständen s n Bohrungen vorgenommen werden; es gilt, Abb. 157, dann die Beziehung $s = 2R \sin \frac{180^\circ}{n}$. Die eine parallele Leiter sei die gleichförmige s -Leiter, die andere der gleichförmige Träger der Funktion $\sin \frac{180^\circ}{n}$; indessen sollen an die Teilpunkte unmittelbar die Werte n angeschrieben werden. Die R -Leiter verbindet die Nullpunkte der beiden anderen Leitern; sie ist die projektive Leiter zu einer gleichförmigen und wird am bequemsten aus der s -Leiter dadurch erhalten, daß man sie vom Punkte $n = 6$ (da $\sin \frac{180^\circ}{6} = \frac{1}{2}$) der n -Leiter projiziert. Irgendeine Flucht schneidet sodann auf den drei Leitern Werte aus, die der geforderten Beziehung genügen. (Beispiel: $n = 8$, $R = 150$, $s = 116 \text{ mm}$.)

Ist die Beziehung zwischen x, y, z von der Form

$$a(z) \cdot f_1(x) + b(z) \cdot f_2(y) + c(z) = 0,$$

wo a, b, c Funktionen von z sind, so lassen sich Fluchtentafeln entwerfen, deren x - und y -Leiter parallele Geraden mit den Funktionsleitern $f_1(x)$ und $f_2(y)$ sind, deren z -Leiter im allgemeinen eine Kurve ist. Im Falle der allgemeinsten trinomischen Gleichung für z : $xz^m + yz^n + z^r = 0$ sind die x - und y -Leitern beispielsweise zwei parallele gleichförmige Leitern, die z -Leiter eine im wesentlichen von den Größen m, n, r abhängige Kurve. Das Nomogramm liefert für einen bestimmten Wert von x , resp. y durch die zu gehörige Flucht die Wurzeln z obiger Gleichung als die Schnittpunkte mit der z -Leiter.

Beispiel: $z^2 + xz + y = 0$, Abb. 158. Die x - und y -Leiter sind gleichförmige parallele Leitern; über die Konstruktion der z -Leiter, welche in diesem Falle eine Hyperbel ist, aus projektiven Strahlenbüscheln vgl. u. a. Luckey, Einführung in die Nomographie II, S. 46 ff. Um die Lösungen z der Gleichung $z^2 + xz + y = 0$ zu erhalten, braucht man nur die Schnittpunkte der Hyperbel mit der durch die gegebene Weite x und y bestimmten Flucht zu ermitteln. Abb. 158 liefert nun zwar nur positive Werte von z ; da jedoch, falls eine Lösung negativ ist, die Gleichung $z^2 - xz + -y = 0$ die entgegengesetzten gleichen Lösungen der gegebenen Gleichung hat, braucht man die z -Leiter nur mit der Flucht $-x/y$ zu schneiden und dem gefundenen Werte z das negative Vorzeichen zu geben, um die gesuchte Lösung zu bekommen. (Beispiel: $z^2 + 6,7z - 6,2 = 0$, $z_1 = 0,83$, $z_2 = -7,53$.)



Zur Einführung in das für den Ingenieur überaus wichtige Gebiet der Nomographie sei auf die folgende Literatur hingewiesen:

- Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften Bd. I 2. Teil: Mehmké, Numerisches Rechnen, S. 1026—1050;
- D'Ocagne, Traité de nomographie;
- Schilling, Über die Nomographie von d'Ocagne;
- Mehmké, Leitfaden zum graphischen Rechnen (Sammlung mathematischer und physikalischer Lehrbücher);
- Runge, Graphische Methoden (Sammlung mathematischer und physikalischer Lehrbücher);
- Luckey, Einführung in die Nomographie (Mathematisch-physikalische Bibliothek);
- v. Dobbeler, Rechentafeln mit Geradenscharen (Der Betrieb 1. Jahrg. Nr. 14, S. 345—355);
- v. Dobbeler, Anwendungsmöglichkeiten von graphischen Rechentafeln (Der Betrieb 3. Jahrg., S. 105—110);

Tama, Graphische Rechentafeln (Werkstattstechnik, Ingenieur-Ausg. XI, S. 1—4, 34—37, XII, S. 121—124);

Vogel, Graphische Tafeln für Festigkeitsrechnungen (Werkstattstechnik XV, S. 533—541);

Volk, Multiplikationstafeln (Der Betrieb 2. Jahrg. Nr. 9, S. 227—228) usw.

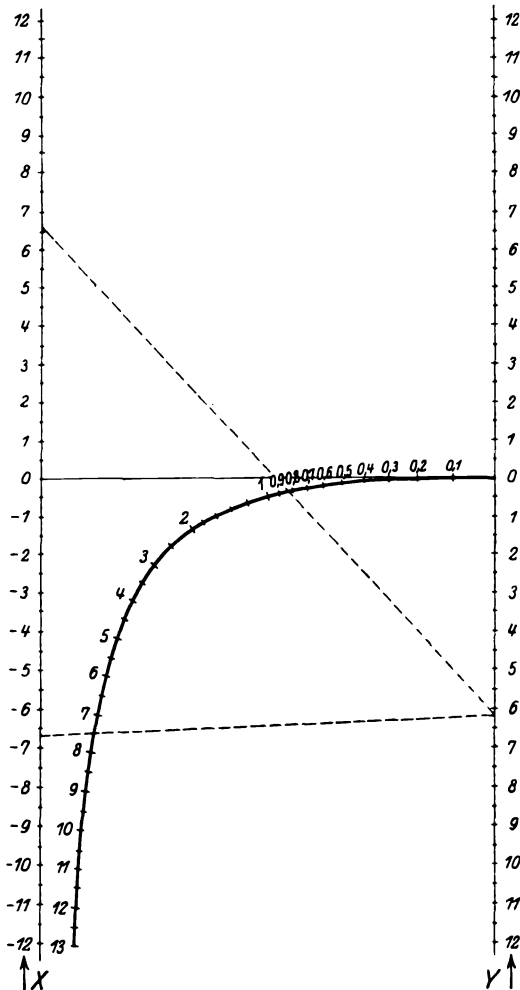


Abb. 158.

Zuletzt möge Abb. 159 ein Nomogramm zeigen, wie sie für den Gebrauch in der Technik von eigens zu diesem Zwecke gegründeten Unternehmungen (Stugra, Berlin-Weidmannslust) entworfen und in den Handel gebracht werden.

XI. Methode der kleinsten Quadrate.

(110) Liegen von einer zu beobachtenden Größe n Beobachtungen von gleichem Gewicht vor, so gilt als wahrscheinlicher Wert das arithmetische Mittel der Beobachtungen.

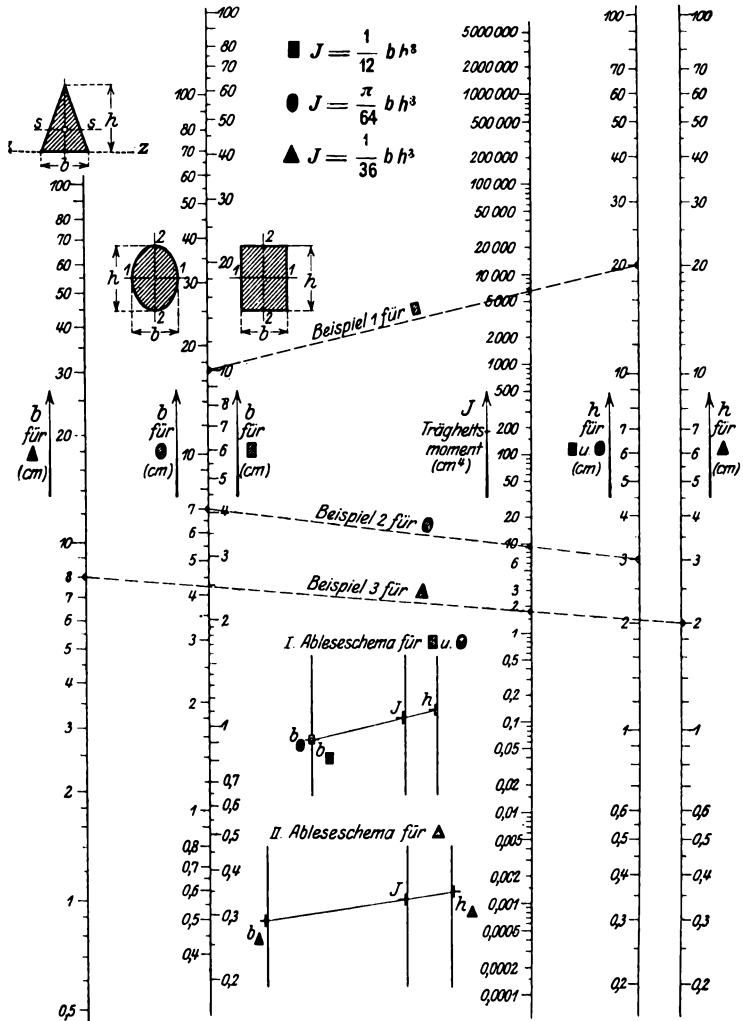


Abb. 159. Trägheitsmomente rechteckiger, elliptischer und dreieckiger Querschnitte.

Liegen dagegen n Beobachtungen X_1, X_2, \dots, X_n vor, deren jede den Einflüssen gewisser Größen x, y, z, \dots unterliegt, und handelt es sich darum, einen algebraischen Ausdruck von bestimmter Form $F(x, y, z, \dots)$ für die Abhängigkeit derselben von x, y, z, \dots zu finden, so muß man folgendermaßen

verfahren: Die Funktion $F(x, y, z, \dots)$ enthalte m Konstanten a, b, c, \dots , die so bestimmt werden sollen, daß

$$1) \begin{cases} X_1 = F(x_1, y_1, z_1, \dots) \\ X_2 = F(x_2, y_2, z_2, \dots) \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ X_n = F(x_n, y_n, z_n, \dots) \end{cases}$$

wird. Ist die Anzahl der Beobachtungen gleich der Anzahl der zu ermittelnden Konstanten, also $n = m$, so stellt System 1) ein System von n Gleichungen mit n Unbekannten a, b, c, \dots , dar, aus dem sich a, b, c, \dots nach den Methoden der Algebra ermitteln lassen.

Ist dagegen $n > m$, so wird sich, da die Anzahl der Gleichungen größer ist als die Anzahl der Unbekannten, im allgemeinen keine Funktion $F(x, y, z, \dots)$ finden lassen, die allen Gleichungen des Systems 1) genügt.

In diesem Falle lehrt die **Methode der kleinsten Quadrate**, daß diejenige Funktion $F(x, y, z, \dots)$ die beste ist, für welche die Summe der Quadrate der Abweichungen von den beobachteten Werten am kleinsten ist. Es handelt sich jetzt also darum, die Größen a, b, c, \dots so zu bestimmen, daß diese Forderung erfüllt ist. Ist nun $F(x, y, z, \dots)$ diese Funktion, so ist für die Beobachtungsgruppe x_1, y_1, z_1, \dots die Abweichung des errechneten Wertes $F(x_1, y_1, z_1, \dots)$ vom beobachteten X_1 , der Beobachtungsfehler $\delta_1 = F(x_1, y_1, z_1, \dots) - X_1$; ebenso ist $\delta_2 = F(x_2, y_2, z_2, \dots) - X_2, \dots, \delta_n = F(x_n, y_n, z_n, \dots) - X_n$.

folglich die Summe der Fehlerquadrate $\sum_{k=1}^n \delta_k^2 = \sum_{k=1}^n (F(x_k, y_k, z_k, \dots) - X_k)^2$,

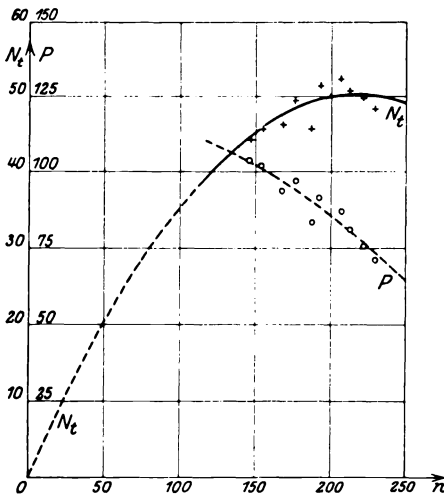


Abb. 160.

wobei die rechte Seite eine Funktion der noch zu bestimmenden m Größen a, b, c, \dots ist. Damit diese ein Minimum wird, muß aber (s. (45))

$$2) \begin{cases} \frac{\partial \sum \delta_k^2}{\partial a} = 0, & \frac{\partial \sum \delta_k^2}{\partial b} = 0, \\ \frac{\partial \sum \delta_k^2}{\partial c} = 0, \dots \text{sein.} \end{cases}$$

Gruppe 2) ist nun aber ein System von m Gleichungen mit den m Unbekannten a, b, c, \dots , und läßt sich nach den Sätzen der Algebra lösen.

Beispiel: Bei einer Turbine hat man in zehn Beobachtungen für verschiedene Umlaufszahlen n einerseits die jeweilige Leistung N , andererseits den jeweiligen Wagedruck P festgestellt. Es sollen Formeln gefunden werden, die N resp. P als Funktionen von n liefern, und zwar sollen diese

die Gestalt haben $N = a_1 n^2 + b_1 n$, $P = a_2 n^2 + b_2 n + c_1$. Zur Behandlung des ersten Teils der Aufgabe setzte man die Gleichung $N = a_1 n^2 + b_1 n$ die zehn Beobachtungsgruppen ein, und man erhält die zehn Gleichungen:

$$\begin{aligned} a n_1^2 + b n_1 &= N_1 \\ a n_2^2 + b n_2 &= N_2 \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ a n_{10}^2 + b n_{10} &= N_{10}. \end{aligned}$$

in denen die beiden Größen a und b die einzigen Unbekannten sind, sich also nicht so bestimmen lassen, daß alle zehn Gleichungen erfüllt werden. Nach endgültiger Bestimmung von a und b ist demnach der Unterschied zwischen dem errechneten Werte $an_1^2 + bn_1$, und dem beobachteten Werte N_1 , der Beobachtungsfehler $\delta_1 = an_1^2 + bn_1 - N_1$, ebenso ist $\delta_2 = an_2^2 + bn_2 - N_2$, ..., $\delta_{10} = an_{10}^2 + bn_{10} - N_{10}$, also die Summe der Fehlerquadrate

$$\sum_{k=1}^{10} \delta_k^2 = \sum_{k=1}^{10} (an_k^2 + bn_k - N_k)^2 = a^2 \cdot \sum n_k^4 + 2ab \sum n_k^3 + b^2 \sum n_k^2 - 2a \sum n_k^2 N_k - 2b \sum n_k N_k + \sum N_k^2.$$

$$\frac{\partial \sum \delta_k^2}{\partial a} = 0, \quad \frac{\partial \sum \delta_k^2}{\partial b} = 0,$$

$$\text{also } a \sum n_k^4 + b \sum n_k^3 - \sum n_k^2 N_k = 0, \quad a \sum n_k^3 + b \sum n_k^2 - \sum n_k N_k = 0.$$

Aus diesen beiden in a und b linearen Gleichungen lassen sich a und b nun leicht bestimmen.

Ganz entsprechend verfährt man mit dem Ausdruck $P = a_1 n^2 + b_1 n + c_1$; man kommt auf folgende drei linearen Gleichungen mit den Unbekannten a_1, b_1, c_1

$$a_1 \sum n_k^4 + b_1 \sum n_k^3 + c_1 \sum n_k^2 - \sum n_k^2 P_k = 0,$$

$$a_1 \sum n_k^3 + b_1 \sum n_k^2 + c_1 \sum n_k - \sum n_k P_k = 0,$$

$$a_1 \sum n_k^2 + b_1 \sum n_k + c_1 \cdot 10 - \sum P_k = 0.$$

Die Rechnung selbst gestaltet sich folgendermaßen:

k	n_k	N_k	P_k	n_k^2	n_k^3	n_k^4
1	147	44,24	103,6	21 609	3 176 523	466 948 881
2	154,5	45,79	102	23 870,2	3 687 953,6	569 788 835,1
3	169	46 01	93,6	28 561	4 826 809	81 5730 721
4	175,7	49,55	97	30 870,5	5 423 945,1	952 987 152,8
5	188	45,78	83,6	35 344	6 644 672	1 249 198 336
6	192,3	51,47	92	36 979,3	7 111 117,5	1 367 467 888,9
7	206,3	52,25	87	42 559,7	8 780 064,0	1 811 327 212,9
8	213	50,89	82	45 369	9 663 597	2 058 346 161
9	222,3	49 92	77	49 417,3	10 985 463,6	2 442 068 550,9
10	230	48,35	72	52 900	12 167 000	2 798 410 000
Σ	1898,1		889,8	367 480,0	72 467 144,8	14 532 273 739,6

k	$n_k N_k$	$n_k^2 N_k$	$n_k P_k$	$n_k^2 P_k$
1	6 503,2 ₈	955 982,1 ₆	15 229,2	2 238 692,4
2	7 074,5 ₆	1 093 018,7 ₅	15 759,0	2 434 765,5 ₀
3	7 775,6 ₉	1 314 091,6 ₁	15 818,4	2 673 309,6
4	8 705,9 ₃	1 529 632,7 ₈	17 042,9	2 994 437,5 ₃
5	8 606,6 ₄	1 618 048,3 ₂	15 716,8	2 954 758,4
6	9 897,6 ₈	1 903 324,0 ₅	17 691,6	3 402 094,6 ₈
7	10 779,1 ₇	2 223 743,8 ₀	17 948,1	3 702 693,0 ₃
8	10 839,5 ₇	2 308 828,4 ₁	17 466,	3 720 258
9	11 097,2 ₂	2 466 911,1 ₂	17 117,1	3 805 131,3 ₃
10	11 120,5	2 557 715,	16 560,	3 808 800
Σ	92 400,2 ₄	17 971 296,0 ₀	166 349,1	31 734 940,7 ₇

Also lautet das Gleichungssystem für a, b

$$\begin{aligned} 14\,532\,273\,739,6a + 72\,467\,144,8b &= 17\,971\,296,0 \\ 72\,467\,144,8a + 367\,480,0b &= 92\,400,24, \end{aligned}$$

woraus sich ergibt $a = -0,0010344$, $b = 0,455428$,

und es ist $N = -0,0010344n^2 + 0,45543n$.

Für a_1, b_1, c_1 ergibt sich das Gleichungssystem

$$\begin{array}{r} 14\,532\,273\,739,6 a_1 + 72\,467\,144,8 b_1 + 367\,480,0 c_1 = 31\,734\,940,47 \\ 72\,467\,144,8 a_1 + 367\,480,0 b_1 + 1898,1 c_1 = 166\,349,1 \\ 367\,480,0 a_1 + 1898,1 b_1 + 10 c_1 = 889,8 \end{array}$$

also $a_1 = -0,001036728$, $b_1 = 0,037723$, $c_1 = 119,92$,
und es ist

$$P = -0,001036728 n^2 + 0,037723 n + 119,92.$$

Abb. 160 bringt das Anschmiegen der N - und der P -Parabel an die den Einzelbeobachtungen entsprechenden Punkte deutlich zum Ausdruck.

XII. Die Fourierschen Reihen.

(III) Ist die Funktion $f(t)$ im Intervall von O bis T überall endlich und mit Ausnahme einer endlichen Anzahl von Stellen überall stetig, und hat sie in diesem Intervall nur eine endliche Anzahl von Maxima und Minima, so läßt sie sich durch die folgende trigonometrische Reihe (Fouriersche Reihe) darstellen:

$$f(t) = a + b_1 \sin \omega t + b_2 \sin 2 \omega t + \dots + b_n \sin n \omega t + \dots \\ + c_1 \cos \omega t + c_2 \cos 2 \omega t + \dots + c_n \cos n \omega t + \dots,$$

wobei zur Abkürzung $\omega = \frac{2\pi}{T}$ gesetzt ist. Dabei ist

$$a = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt, \quad b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin n \omega t dt, \quad c_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos n \omega t dt.$$

Durch die entwickelte trigonometrische Reihe ist auch außerhalb des Intervalles O bis T eine Funktion von t definiert, und zwar ist infolge der Eigenschaft, daß alle Glieder der Reihe die Periode $T = \frac{2\pi}{\omega}$ gemeinsam haben, $f(t+T) = f(t)$. Das geometrische Bild der Reihe liefert also im rechtwinkligen Koordinatensystem einen Linienzug von der Periode T . Infolgedessen eignet sich die Fouriersche Reihe vorzüglich dazu, periodischen Vorgängen (Wechselströme, Dampfmaschinenindikator diagrammen) einen analytischen Ausdruck zu geben.

An Unstetigkeitsstellen gibt die Reihe stets das arithmetische Mittel der beiden Grenzwerte.

Beispiel: Im Intervall $O - \frac{T}{2}$ sei $f(t) = t^2$,
im Intervall $\frac{T}{2} - T$ sei $f(t) = -\frac{T^2}{4}$.

Dann ist

$$a = \frac{1}{T} \left\{ \int_0^{\frac{T}{2}} t^2 dt + \int_{\frac{T}{2}}^T \left(-\frac{T^2}{4}\right) dt \right\} = \frac{1}{T} \left\{ \left[\frac{t^3}{3}\right]_0^{\frac{T}{2}} - \frac{T^2}{4} \left[t\right]_{\frac{T}{2}}^T \right\} = \frac{1}{T} \left\{ \frac{T^3}{24} - \frac{T^3}{4} + \frac{T^3}{8} \right\} = -\frac{T^2}{12};$$

$$b_n = \frac{2}{T} \left\{ \int_0^{\frac{T}{2}} t^2 \sin n \omega t dt + \int_{\frac{T}{2}}^T \left(-\frac{T^2}{4}\right) \sin n \omega t dt \right\} = \quad (\text{S. (59), Formel 12b})$$

$$= \frac{2}{T} \left\{ \left[-\frac{1}{n\omega} t^2 \cos n \omega t + \frac{2}{n^2 \omega^2} t \sin n \omega t + \frac{2}{n^3 \omega^3} \cos n \omega t \right]_0^{\frac{T}{2}} + \left[\frac{T^2}{4 n \omega} \cos n \omega t \right]_{\frac{T}{2}}^T \right\} =$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{2}{T} \left\{ \frac{T^3}{8n\pi} \cos n\pi + \frac{T^3}{4n^2\pi^2} \sin n\pi + \frac{T^3}{4n^3\pi^3} \cos n\pi - \frac{T^3}{4n^3\pi^3} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{T^3}{8n\pi} \cos 2n\pi - \frac{T^3}{8n\pi} \cos n\pi \right\} \\
 &= \frac{T^2}{4n^3\pi^3} \left\{ n^2\pi^2 |1 - 2(-1)^n| - 2|1 - (-1)^n| \right\}, \\
 c_n &= \frac{2}{T} \left\{ \int_0^{\frac{T}{2}} t^2 \cos n\omega t dt + \int_{\frac{T}{2}}^T \left(\frac{T-t}{4} \right) \cos n\omega t dt \right\} = \quad (\text{S. 59, Formel 12a}), \\
 &= \frac{2}{T} \left\{ \left[\frac{1}{n\omega} t^2 \sin n\omega t + \frac{2}{n^2\omega^2} t \cos n\omega t - \frac{2}{n^3\omega^3} \sin n\omega t \right]_0^{\frac{T}{2}} - \left[\frac{T^2}{4n\omega} \sin n\omega t \right]_{\frac{T}{2}}^T \right\} \\
 &= \frac{2}{T} \left\{ \frac{T^3}{8n\pi} \sin n\pi + \frac{T^3}{4n^2\pi^2} \cos n\pi - \frac{T^3}{4n^3\pi^3} \sin n\pi - \frac{T^3}{8n\pi} \sin 2n\pi + \frac{T^3}{8n\pi} \sin n\pi \right\} \\
 &= (-1)^n \frac{T^2}{2n^3\pi^3}.
 \end{aligned}$$

Es ist also

$$\begin{aligned}
 f(t) &= -\frac{T^2}{12} - \frac{T^2}{4\pi^3} \left\{ \frac{3\pi^2}{1^3} \sin \omega t + \frac{3 \cdot 3^2 \pi^2}{3^3} \sin 3\omega t + \frac{3 \cdot 5^2 \pi^2}{5^3} \sin 5\omega t + \dots \right. \\
 &\quad \left. + \pi^2 \left(\frac{\sin 2\omega t}{2} + \frac{\sin 4\omega t}{4} + \frac{\sin 6\omega t}{6} + \dots \right) \right\} \\
 &\quad - \frac{T^2}{2\pi^2} \left\{ \frac{\cos \omega t}{1^2} - \frac{\cos 2\omega t}{2^2} + \frac{\cos 3\omega t}{3^2} - \dots \right\}
 \end{aligned}$$

Abb. 161 zeigt das Schaubild von $f(t)$.

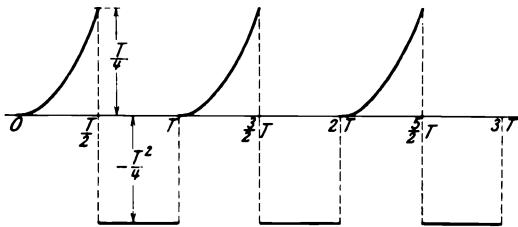


Abb. 161.

Für $t = 0$ hat der Linienzug eine Unstetigkeitsstelle; hier ergibt sich indessen nicht $f(0) = 0$, wie aus dem Punkte O , auch nicht $f(0) = -\frac{T^2}{4}$, wie aus dem Punkte A folgen würde, sondern das arithmetische Mittel beider Werte $f(0) = -\frac{T^2}{8}$, wie sich unter Berücksichtigung der Tatsache, daß $\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} - \dots = \frac{\pi^2}{12}$ ist, aus dem Ausdruck für $f(t)$ bei $t = 0$ errechnet; ebenso ist $f\left(\frac{T}{2}\right)$ weder $+\frac{T^2}{4}$, noch $-\frac{T^2}{4}$, sondern 0, da $\frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots = \frac{\pi^2}{6}$.

In besonderen Fällen vereinfacht sich die Fouriersche Reihe wesentlich. Ist beispielsweise $f\left(\frac{T}{2} - t\right) = -f\left(\frac{T}{2} + t\right)$, so ist $a = 0$, $c_n = 0$, und es ist $f(t) = b_1 \sin \omega t + b_2 \sin 2\omega t + \dots + b_n \sin n\omega t + \dots$. Ist außerdem noch $f\left(\frac{T}{4} - t\right) = f\left(\frac{T}{4} + t\right)$, das Schaubild also symmetrisch zur Geraden $t = \frac{T}{4}$, so verschwinden auch noch alle Koeffizienten b_{2n} , und es ist

$$f(t) = b_1 \sin \omega t + b_3 \sin 3\omega t + \dots + b_{2n-1} \sin (2n-1)\omega t + \dots$$

Beispiele:

$$f(t) = \frac{4A}{\pi} \left(\frac{\sin \omega t}{1} + \frac{\sin 3 \omega t}{3} + \frac{\sin 5 \omega t}{5} + \dots \right), \text{ Abb. 162;}$$

$$f(t) = \frac{4A}{\pi} \left(\sin \frac{\pi}{2} a \sin \omega t - \frac{1}{3} \sin 3 \frac{\pi}{2} a \sin 3 \omega t + \frac{1}{5} \sin 5 \frac{\pi}{2} a \sin 5 \omega t - \dots \right), \text{ Abb. 163;}$$

$$f(t) = \frac{8A}{\pi^2 (1-a)} \left(\cos \frac{\pi}{2} a \sin \omega t - \frac{1}{3^2} \cos 3 \frac{\pi}{2} a \sin 3 \omega t + \frac{1}{5^2} \cos 5 \frac{\pi}{2} a \sin 5 \omega t - \dots \right); \text{ Abb. 164;}$$

$$f(t) = \frac{8A}{\pi^2 (a-a')} \left\{ \left(\cos \frac{\pi}{2} a' - \cos \frac{\pi}{2} a \right) \sin \omega t - \frac{1}{3^2} \left(\cos 3 \frac{\pi}{2} a' - \cos 3 \frac{\pi}{2} a \right) \sin 3 \omega t + \dots \right\}, \text{ Abb. 165.}$$

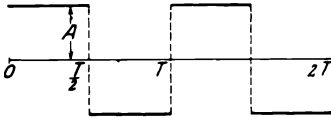


Abb. 162.

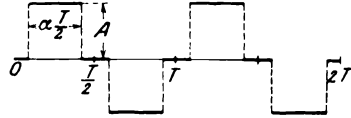


Abb. 163.

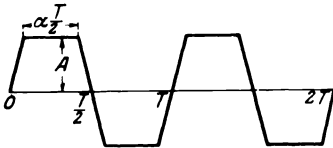


Abb. 164.

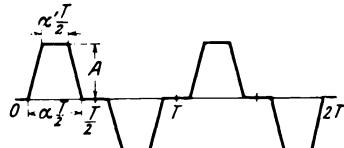


Abb. 165.

(112) Ist die Funktion $f(t)$ nicht durch einen analytischen Ausdruck, sondern beispielsweise durch ihr Bild gegeben, so kann man die Größen a , b_n , c_n empirisch auf folgende Weise bestimmen: Man teile T in r gleiche Teile, messe die zu den Teilpunkten gehörigen Ordinaten y_k ; dann ist

$$a = \frac{1}{r} \sum_{k=1}^r y_k; \quad b_n = \frac{2}{r} \sum_{k=1}^r y_k \sin \frac{2nk\pi}{r}; \quad c_n = \frac{2}{r} \sum_{k=1}^r y_k \cos \frac{2nk\pi}{r},$$

wobei $r \geq 2n + 1$ sein muß (Strecker, Hilfsbuch f. d. Elektrotechnik).

Weitere Methoden s. Scheffers, Lehrbuch der Mathematik; Strecker, Hilfsbuch für die Elektrotechnik.

Zweiter Abschnitt.

Technische Mechanik starrer Körper.

Bearbeitet von Prof. Dr.-Ing. G. Unold.

Bewungslehre.

Bewegung des Punktes.

Jede Punktbewegung erfolgt stetig, d. h. ein Punkt braucht zum Durchlaufen einer endlichen Strecke eine endliche Zeit und für ein Streckenelement ein Zeitelement.

Die Linie, die der Punkt durchläuft, heißt Bahn, die zurückgelegte Strecke Weg.

Die Bahn kann geradlinig oder krumm (eben oder räumlich gekrümmt) sein.

Geradlinige Bewegung.

(113) Gleichförmige Bewegung, wenn der Punkt in gleichen Zeiteilen gleiche Wege zurücklegt. Die Geschwindigkeit des Punktes ist

$$v = \frac{\text{Weg in der Zeiteinheit}}{\text{Zeiteinheit}},$$

demnach ist der in t Zeiteinheiten zurückgelegte Weg $s = vt$, woraus $v = s : t$ und $t = s : v$.

Die Beziehung zwischen s und t wird durch eine Gerade, Abb. 1, dargestellt, deren Neigung $\text{tg } \alpha = s : t = v$ beträgt.

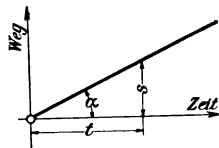


Abb. 1.

(114) Ungleichförmige Bewegung, durch fortwährenden Geschwindigkeitswechsel gekennzeichnet.

Die Beziehung $s = f(t)$ drückt den nach Zeit t zurückgelegten Weg aus. Gibt man nach Abb. 2 auf der Bahn die Stellen an, wo sich der Punkt nach 1, 2, 3... Zeiteinheiten befindet, dann erhält man die Zeitteilung auf der Bahn. Hieraus erkennt man sofort, in welcher Weise v zu- oder abnimmt.

Die Geschwindigkeit des Punktes in irgend-einem Zeitpunkt ist

$$v = \frac{\text{Weg im Zeitelement}}{\text{Zeitelement}} = \frac{ds}{dt}.$$

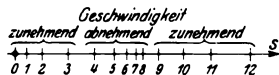


Abb. 2.

Die Beschleunigung bzw. Verzögerung ist das Maß der im Zeitelement dt erfolgenden Geschwindigkeitszu- bzw. -abnahme, also

$$p = \frac{(v + dv) - v}{dt} = \frac{dv}{dt} = \frac{d\left(\frac{ds}{dt}\right)}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2} \quad \text{bei Beschleunigung,}$$

$$p = \frac{(v - dv) - v}{dt} = -\frac{dv}{dt} = -\frac{d^2s}{dt^2} \quad \text{bei Verzögerung (d. i. neg. Besch.).}$$

Aus diesen grundlegenden Beziehungen folgt weiter

$$ds = v dt \text{ und } s = \int ds + C_1 = \int v dt + C_1,$$

$$dv = p dt \text{ und } v = \int dv + C_2 = \int p dt + C_2.$$

Aus $dt = ds : v$ und $dt = dv : p$ folgt $ds : v = dv : p$, $p = v dv : ds$, $v dv = p ds$, $\int v dv = \int p ds$ und $v^2 : 2 = \int p ds + C_3$.

Die Integrationsfestwerte C_1 bis C_3 folgen aus den Grenzbedingungen.

Gelten für den Zeitanfang ($t = 0$) die Werte s_0 , v_0 und p_0 , dann sind die der Zeit t entsprechenden Werte

$$s = \int_0^t v dt + s_0, \quad v = \int_0^t p dt + v_0, \quad \frac{v^2}{2} = \int_{s_0}^s p ds + \frac{v_0^2}{2};$$

der obere Grenzwert t_1 liefert die entsprechenden Werte s_1 bzw. v_1 .

Zwischen t und den zeitlich Veränderlichen s , v und p bestehen die sechs Beziehungen $s = f(t)$, $v = f(t)$, $p = f(t)$, $v = f(s)$, $p = f(s)$ und $p = f(v)$.

Ist eine dieser sechs Beziehungen durch eine Funktion gegeben, dann folgen die andern hieraus nach folgendem Schema.

Aus der Elimination von t in

I. Geg. $s = f(t)$ (1)	}	(1) und (2) folgt $v = f(s)$, (1) und (3) folgt $p = f(s)$, (2) und (3) folgt $p = f(v)$.
aus $v = \frac{ds}{dt}$ folgt $v = f(t)$. . . (2)		
aus $p = \frac{d^2 s}{dt^2}$ folgt $p = f(t)$. . . (3)		

II. Geg. $v = f(t)$, aus $\frac{ds}{dt} = f(t)$	}	folgt $s = f(t)$, alles weitere wie bei I. Die Integrationsfestwerte folgen aus den Anfangs- oder Endbedingungen.
III. Geg. $p = f(t)$, aus $\frac{d^2 s}{dt^2} = f(t)$		
IV. Geg. $v = f(s)$, aus $\frac{ds}{dt} = f(s)$		
V. Geg. $p = f(s)$, aus $\frac{d^2 s}{dt^2} = f(s)$		
VI. Geg. $p = f(v)$, aus $\frac{d^2 s}{dt^2} = f\left(\frac{ds}{dt}\right)$		

oder aus $\frac{dv}{dt} = f(v)$ folgt $v = f(t)$, weiter nach II.

Ist im Fall V die Differentialgleichung nicht lösbar, dann folgt bei gegebenem

$$v_0 \text{ aus } \frac{v^2}{2} = \int_{s_0}^s p ds + \frac{v_0^2}{2} \quad v = f(s), \text{ weiter nach IV.}$$

Ist dagegen eine dieser Größen von zwei oder mehr anderen Größen abhängig — vgl. z. B. (158) —, dann ist eine entsprechend erweiterte Differentialgleichung zu lösen.

In Abb. 3 sind diese sechs Beziehungen mit den Anfangswerten s_0 , v_0 und p_0 zeichnerisch dargestellt. Diese Darstellung enthält die Zeit-Weg-Kurve (ZWK), Zeit-Geschw.-Kurve (ZGK), Zeit-Beschl.-Kurve (ZBK), Weg-Geschw.-Kurve (WGK), Weg-Beschl.-Kurve (WBK) und Geschw.-Beschl.-Kurve (GBK).

In der ZWK $s = f(t)$ ist $v = \frac{ds}{dt} = \operatorname{tg} \varphi$ und $s = \int v dt + s_0$
 $= [\text{Fläche } J_v]_0^t + s_0$ bzw. $s_1 = s_0 + [J_v]_0^1 + s_0$.

In der ZGK $v = f(t)$ ist $p = \frac{dv}{dt} = \operatorname{tg} \psi$ und $v = \int p dt + v_0$
 $= [\text{Fläche } J_p]_0^t + v_0$ bzw. $v_1 = [J_p]_0^1 + v_0$.

In der WGK ist $\operatorname{tg} \gamma = \frac{dv}{ds}$ und die Subnormale $= v \operatorname{tg} \gamma = v \frac{dv}{ds} = p$.

Die ZGK ist die erste Differentialkurve zur ZWK, die ZBK die erste Differentialkurve zur ZGK und die zweite Differentialkurve zur ZWK. Umgekehrt ist die ZWK die Integralkurve zur ZGK und diese die Integralkurve zur ZBK.

Die ZWK kann statt auf dem Umweg über die ZGK auch unmittelbar aus der ZBK durch Zeichnung gewonnen werden. In der Rechnung würde $s = f(t)$ aus der Lösung der Differentialgleichung

$$p = \frac{d^2 s}{dt^2} = f(t) \text{ folgen.}$$

Nach (61) ist die Lösung zeichnerisch möglich. Man teilt nach Abb. 4 die p -Fläche in Streifen, trägt deren Flächen f_a, f_i, \dots als Strecken auf, wählt einen Pol im Abstände $= 1$ davon, zieht die Strahlen vom Pol aus und zieht durch die Streifenschwerpunkte die Parallelen hierzu. Anfangs- und Endstrahl schneiden sich in der Lotrechten durch den Schwerpunkt der gesamten p -Fläche. O ist so zu wählen, daß der Anfang der s -Kurve mit dem gegebenen v_0 übereinstimmt, daß also $\operatorname{tg} \varphi_0 = v_0$ ist.

Ist eine dieser sechs Kurven gegeben, dann können die andern hieraus konstruiert werden.

Ist die Zeitteilung auf der Bahn gegeben (in Abb. 5 lotrechte Teilung), dann kann hieraus sofort die ZWK gezeichnet werden, aus der sodann alle übrigen gewünschten Kurven ermittelt werden können.

Einheiten und Maßstäbe für die zeichnerische Darstellung. Je nachdem die Zeiteinheit in sek, min, st... und die Wegeinheit in mm, cm, m, km... ausge-

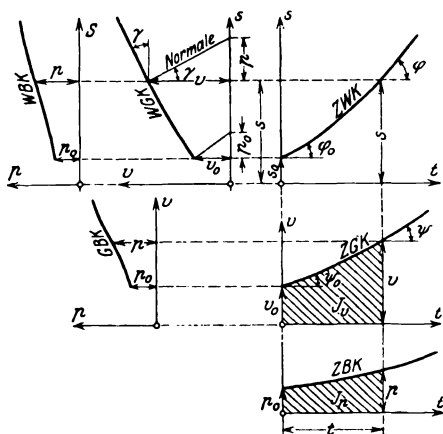


Abb. 3.

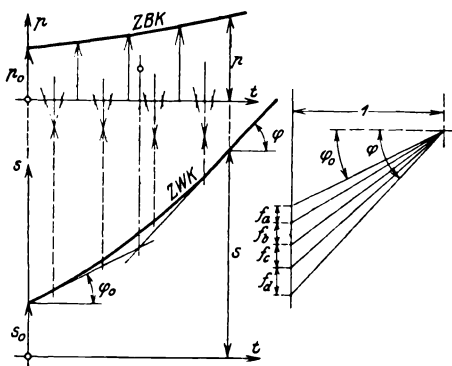


Abb. 4.

drückt wird, ist v in cm sek^{-1} , km st^{-1} ... und p in cm sek^{-2} , m sek^{-2} , km st^{-2} ... ausgedrückt.

Ist die Zeiteinheit durch t cm und die Wegeinheit durch ξ cm, die v -Einheit durch v cm und die p -Einheit durch p cm dargestellt, dann ergibt sich

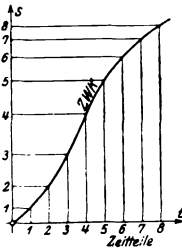


Abb. 5.

$$v = tg \varphi t : \xi \text{ in } v\text{-Einheiten,}$$

$$s = [J_v] : t v + s_0 \text{ in } s\text{-Einheiten, worin } J_v \text{ in } \text{cm}^2 \text{ die gezeichnete } J_v\text{-Fläche darstellt,}$$

$$p = tg \psi t : v \text{ in } p\text{-Einheiten,}$$

$$v = [J_p] : t p + v_0 \text{ in } v\text{-Einheiten, worin } J_p \text{ in } \text{cm}^2 \text{ die gezeichnete } J_p\text{-Fläche darstellt,}$$

$$p = (\text{Subnormale in cm}) : \xi : v^2 \text{ in } p\text{-Einheiten.}$$

Wird in der zeichnerischen Ermittlung der ZWK aus der ZBK nach Abb. 4 der Horizontalabstand der Nebenfigur zu h cm und wird je 1 cm^2 der gezeichneten J_p -Fläche als f cm lotrechte Strecke aufgetragen, dann ist $\xi = 1^2 p f : h$, also bei gegebenem ξ ist $f = \xi h : t^2 p$ zu wählen.

Sonderfälle und Anwendungsbeispiele.

(115) Gleichförmig beschleunigte Bewegung, wenn $p = \text{konst.}$ Nach Fall III folgt aus $\frac{d^2 s}{dt^2} = p = \text{konst.}$ $v = \frac{ds}{dt} = C_1 + pt$ und $s = pt^2 : 2 + C_1 t + C_2$. Für $t = 0$ sei

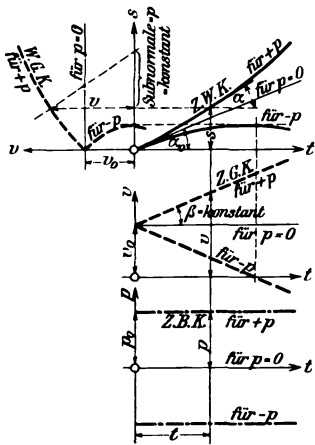


Abb. 6.

$s = s_0$ und $v = v_0$, demnach $C_1 = v_0$ und $C_2 = s_0$, also $v = v_0 + pt$ und $s = s_0 + v_0 t + pt^2 : 2$. t in beiden Ausdrücken eliminiert, liefert $s = s_0 + (v^2 - v_0^2) : 2p$ und $v = \sqrt{v_0^2 + (s - s_0) 2p}$, ferner ist $t = (v - v_0) : p$.

Positives p gilt für Beschleunigung, negatives p für Verzögerung. Die ZWK und WKG bilden Parabeln, die ZGK und ZBK sind Geraden (Abb. 6).

(116) Freifall im luftleeren Raume. Fallbeschleunigung $g = 9,81 \text{ m sek}^{-2}$, s in m, v in m sek^{-1} , t in sek. Für Fall aus der Ruhe ist mit $s_0 = 0$ und $v_0 = 0$ Fallhöhe $s = gt^2 : 2 = v^2 : 2g$, Endgeschwindigkeit $v = \sqrt{2gs} = gt$, Fallzeit $t = v : g = \sqrt{2s : g}$. Für Wurf nach oben gelten dieselben Formeln, worin $v =$ Anfangsgeschwindigkeit, $s =$ Steighöhe bis zur Erreichung der Ruhe und $t =$ Steigzeit.

(117) Sinusschwingung ist eine periodische Bewegung nach dem Gesetz $s = r \sin \omega t$, worin r und ω konstant. Hieraus $v = r \omega \cos \omega t$ und $p = -r \omega^2 \sin \omega t = -\omega^2 s$, d. h. prop. s .

$$v_{\text{max}} = r \omega, \quad p_{\text{max}} = r \omega^2$$

Abb. 7 zeigt die ZWK, ZGK, ZBK, WKG und WBG als Sinuslinien bzw. Ellipse bzw. Gerade.

r heißt Amplitude, $T = 2\pi : \omega$ ist die Dauer einer vollen Schwingung, $\omega = 2\pi : T =$ Kreisfrequenz, $n = 1 : T = \omega : 2\pi =$ Schwingungszahl i. d. Zeiteinheit = Frequenz.

Im Kreisdiagramm Abb. 8 wird die Bewegung durch eine mit Winkelgeschwindigkeit ω kreisende Strecke r dargestellt; die Projektion dieser Strecke auf die lotrechte Achse ist gleich dem Wege s .

Das Gesetz $s = r \sin (\omega t + \varphi)$ drückt aus, daß nach Abb. 9 die Bewegung zur Zeit 0 mit $s_0 = r \sin \varphi$ beginnt. Diese Bewegung eilt der dem Gesetz $s = r \sin \omega t$ (in Abb. 9 strichiert) um den Winkel φ voraus; φ heißt Phasenverschiebung.

Das Gesetz $s = s_1 + s_2 = r_1 \sin (\omega t + \varphi_1) + r_2 \sin (\omega t + \varphi_2)$ ist der Ausdruck für eine Zusammensetzung zweier gegenseitig phasenverschobenen Sinusschwingungen von gleicher Frequenz, Abb. 10. Die Bewegung folgt dem Gesetz $s = \rho \sin (\omega t + \psi)$, worin sich ρ und ψ aus der geometrischen Summierung von r_1 und r_2 ergibt, also $\rho = r_1 + r_2$. Rechnerisch ist

$$\rho = \sqrt{(r_1 \cos \varphi_1 + r_2 \cos \varphi_2)^2 + (r_1 \sin \varphi_1 + r_2 \sin \varphi_2)^2}$$

ψ folgt aus $tg \psi = (r_1 \sin \varphi_1 + r_2 \sin \varphi_2) : (r_1 \cos \varphi_1 + r_2 \cos \varphi_2)$.

Das Umgekehrte dieses Vorgangs heißt Zerlegung einer Sinusschwingung in zwei einzelne von verschiedenen r und φ ; gleiche r oder gleiche φ liefern Sonderfälle.

Entstehung der Sinusschwingung u. weiteres s. (157).

(118) Der Kurbeltrieb.

Genauere Berechnung. Nach Abb. 11 ist für die gezeichnete Lage

$$s = l + r - l \cos \psi = r \cos \varphi = r(1 - \cos \varphi) + l(1 - \cos \psi).$$

Ferner ist $l \sin \psi = r \sin \varphi$ und $r : l = \lambda = \sin \psi : \sin \varphi$, somit $\cos \psi = \sqrt{1 - \sin^2 \psi} = \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi}$. Hieraus $s = r(1 - \cos \varphi + (1 - \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi}) : \lambda)$.

Bei $v_a = \text{konst.}$ ist Bogen $b = v_a t$ und $\varphi = b : r = v_a t : r = \omega_a t$, worin $\omega_a =$ Winkelgeschwindigkeit des Kurbelarmes und $\frac{d\varphi}{dt} = \frac{v_a}{r}$. Somit

$$s = r \left[1 - \cos \frac{v_a t}{r} + \left(1 - \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \frac{v_a t}{r}} \right) : \lambda \right], \quad v_b = \frac{ds}{dt},$$

was nach einiger Umformung $v_b = v_a \frac{\sin(\varphi + \psi)}{\cos \psi}$ liefert.

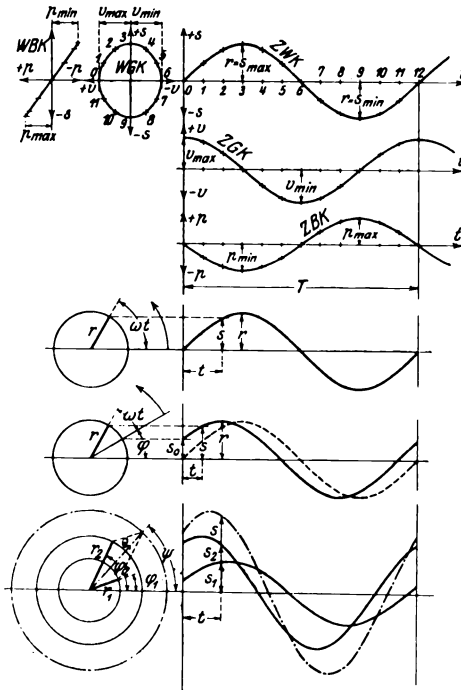


Abb. 7 ÷ 10.

Nach Abb. 11 ist die lotrechte Strecke $h = r \sin(\varphi + \psi) : \cos \psi$, somit $v_b = v_a h : r$.

Ferner ist $p_b = \frac{dv_b}{dt}$ und nach einiger Umformung

$$p_b = \frac{v_a^2}{r} \left(\frac{\cos(\varphi + \psi)}{\cos \psi} + \lambda \frac{\cos^2 \varphi}{\cos^3 \psi} \right).$$

Für Stellung 1 mit $\varphi = 0$, $\psi = 0$ bzw. 2 mit $\varphi = \pi$ und $\psi = 0$ ist $p_{\text{max/min}} = \frac{v_a^2}{r} (\lambda \pm 1)$.

Die Abb. zeigt den Verlauf der v und p für Bewegung von 1 nach 2. Die Subnormale zur W GK ist gleich p_b . Bezeichnet man den Klammerausdruck in p_b mit k , dann ist die Strecke $k r = \xi$ nach Pröll konstruierbar; Verfahren versagt in Totlagennähe; bessere Lösung s. (127). Näherungslösung. Entwickelt man den Ausdruck für $\cos \psi$ in die Reihe

$$\cos \psi = \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi} = 1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi : 2 - \lambda^4 \sin^4 \varphi : 8 - \dots$$

und behält nur die beiden ersten Glieder bei, so ist $s = r(1 - \cos \varphi + \lambda \sin^2 \varphi : 2)$ und nach einiger Umformung $v_b = \frac{ds}{dt} = v_a \sin \varphi (1 + \lambda \cos \varphi)$ und $p_b = \frac{dv_b}{dt} = \frac{v_a^2}{r} (\lambda \cos 2 \varphi + \cos \varphi)$;

$$p_{\text{max}} = \frac{v_a^2}{r} (\lambda \pm 1) \text{ wie bei der genauen Lösung.}$$

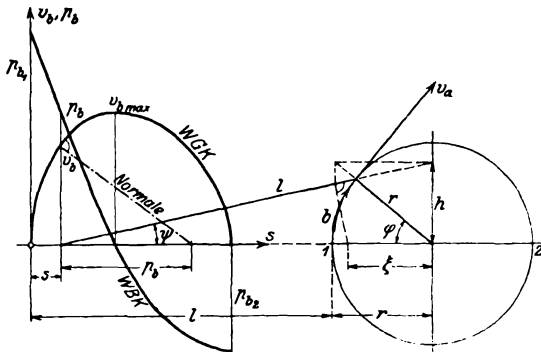


Abb. 11.

Krumme ebene Bewegung.

(119) Man unterscheidet hierbei zwischen Größe und Richtung der Geschwindigkeit. Die Größe von v ist nach Abb. 12 bestimmt durch $v = \frac{ds}{dt}$ und kann konstant oder veränderlich sein; ihre Richtung fällt in die Bahntangente und ist einem stetigen Wechsel unterworfen.

(120) Das RiB-Verfahren.

Nach Abb. 12 ändert sich v im Zeitelement der Größe nach um dv und der Richtung nach um $d\varphi$. Trägt man nach Abb. 13 die v von einem Pol O aus nach Größe und Richtung ab, dann liefern die Endpunkte den Geschwindigkeitsriß (v -RiB). Nun ist $v + dv$ die geometrische Summe aus v und $d\sigma$, somit $v + dv = v + d\sigma$, worin $d\sigma$ die Gesamtänderung von v nach Größe und Richtung heißt. Der Wert $p = \frac{d\sigma}{dt}$ heißt die Gesamtbeschleunigung und hat die Richtung der Tangente an den v -RiB.

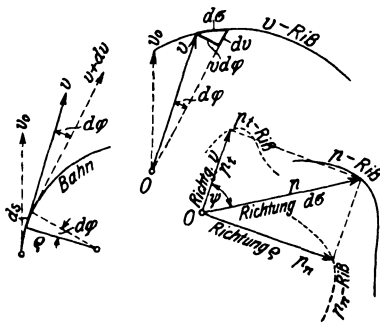


Abb. 12 ÷ 14.

p nach Abb. 14 von Pol O aus abgetragen und in Richtung \parallel und \perp zu v zerlegt, liefert

- $p_t =$ Tangentialbeschleunigung (Größenänderung von v),
- $p_n =$ Normalbeschleunigung (Richtungsänderung von v).

Somit ist $p = \sqrt{p_t^2 + p_n^2}$. Ferner ist aus Abb. 13 $dv = p_t dt$ und $v d\varphi = p_n dt$, somit $d\varphi = p_n dt : v$, $ds = v dt$, $\varrho =$ Krümmungsradius der Bahn $= \frac{ds}{d\varphi} = \frac{v^2}{p_n}$, bzw. $p_n = \frac{v^2}{\varrho}$.

Unabhängig von der jeweiligen Bewegungsrichtung bestehen zwischen t, s, v und p_t genau dieselben Beziehungen mit sämtlichen Folgerungen wie zwischen t, s, v und p der geradlinigen Bewegung. Demnach gilt $vdv = p_t ds$, woraus mit $p_t = p \cos \psi$ $v dv = p ds \cos \psi = p ds'$ bzw. $v^2 : 2 = \int p ds' + v_0^2 : 2$; ferner ist $dv = p_t dt$.

In Abb. 14 liefern die Endpunkte der p - bzw. p_t - und p_n -Strecken die Beschleunigungsrisse (p -Riß, p_t -Riß, p_n -Riß).

$p_t = 0$ heißt v nach Größe konstant, aber mit Richtungsänderung; v -Riß = Kreis vom Radius v . $p_n = 0$ heißt v nach Größe veränderlich, aber ohne Richtungsänderung, d. i. geradlinige Bewegung, v -Riß = Gerade, durch O gehend.

$\varrho = r =$ konstant gibt Kreisbewegung mit $p_n = v^2 : r$, stets gegen den Kreismittelpunkt hin gerichtet. Ist außerdem $v =$ konstant, dann ist v -Riß = Kreis vom Radius v , $p = p_n =$ konstant, p -Riß = p_n -Riß = Kreis.

(121) Das Koordinatenverfahren. Nach Abb. 15 bewegen sich die Projektionen A_x und A_y des bewegten Punktes A im allgemeinen ebenfalls ungleichförmig. Die Geschwindigkeiten von A_x und A_y sind

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{ds \cos \varphi}{dt} = v \cos \varphi$$

und $v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{ds \sin \varphi}{dt} = v \sin \varphi$

und deren Beschleunigungen

$$p_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} \quad \text{und} \quad p_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}.$$

Ist $p_x = F_x(x, y)$ und $p_y = F_y(x, y)$ gegeben,

dann folgen aus $\frac{d^2x}{dt^2} = F_x(x, y)$ und $\frac{d^2y}{dt^2} = F_y(x, y)$

die Beziehungen $x = f_x(t)$ und $y = f_y(t)$, die die Bahngleichung in Parameterform liefern. t hieraus eliminiert, liefert die Bahngleichung in der Form $F(x, y) = 0$ oder $y = f(x)$.

Ferner ist $v_x = \frac{df_x(t)}{dt}$ und $v_y = \frac{df_y(t)}{dt}$, $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ und $\text{tg } \varphi = \frac{v_y}{v_x}$ oder $\cos \varphi = \frac{v_x}{v}$, $\cos \psi = \frac{v_y}{v}$.

Nach Abb. 16 ist $p = \sqrt{p_x^2 + p_y^2}$ und $p_x = p \cos \lambda$, $p_y = p \cos \mu$, ferner $\text{tg } \lambda = p_y : p_x$.

(122) Weitere Sätze. Von beliebigem Punkt O (Abb. 17) aus werden die Lote g bzw. g' auf v bzw. v' gefällt. Beide v von demselben Punkt A (Abb. 18) aus gezogen (v -Riß) liefern dieselben Lote g und g' . h ist das Lot auf das von A aus gezogene $d\sigma$.

Da $v' =$ Diagonale des aus v und $d\sigma$ gebildeten Parallelogramms, ist nach einfachen planimetrischen Sätzen $vg + d\sigma h = v'g'$ und wegen $p = \frac{d\sigma}{dt}$ ist $(v'g' - vg) : dt = ph$.

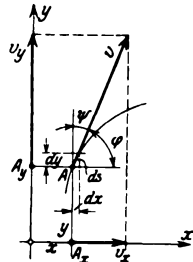


Abb. 15.

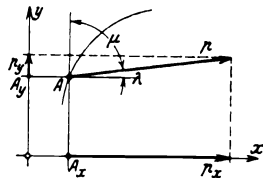


Abb. 16.

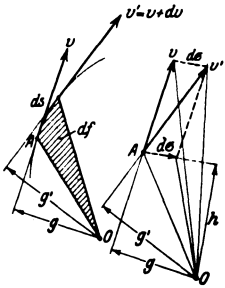


Abb. 17 und 18.

Nun ist $ds = v dt$ und die vom Fahrstrahl AO (Abb. 17) im Zeitelement bestrichene Fläche $df = ds g : 2 = v dt g : 2$ und $v g = 2 \frac{df}{dt} = 2 v_f$, worin v_f die Flächengeschwindigkeit des Fahrstrahls heißt.

Somit ist $2(v_f' - v_f) = d\sigma h$. Wegen $p = \frac{d\sigma}{dt}$ ist $p h = 2 \frac{v_f' - v_f}{dt} = 2 \frac{dv_f}{dt} = 2 p_f$, d. h. das Moment der Gesamtbeschleunigung ist gleich der doppelten Flächenbeschleunigung des Fahrstrahls.

Bewegung der ebenen Scheibe.

(123) Schiebung. Hat irgendein Punkt A einer Scheibe die Geschwindigkeit v_s und die Beschleunigung p_s (also Bewegung von A krumm, wenn v_s und p_s von verschiedenen Richtungen) und macht die Scheibe eine Schiebung, dann macht jeder Punkt der Scheibe dieselbe Bewegung wie A .

(124) Drehung. Bleibt A in Ruhe und dreht sich die Scheibe um A , dann kann die Drehung gleichförmig oder ungleichförmig sein.

Bei gleichförmiger Drehung ist

$$\text{Winkelgeschwindigkeit } \omega = \frac{\text{Drehwinkel i. d. Zeiteinheit}}{\text{Zeiteinheit}}$$

worin der Drehwinkel im Bogenmaß auszudrücken ist.

Der in t Zeiteinheiten zurückgelegte Drehwinkel ist $\varphi = \omega t$. Die zu einer Umdrehung erforderliche Zeit ist $t_1 = 2\pi : \omega$ sek, worin ω in sek^{-1} auszudrücken ist. Bei n Umdrehungen i. d. Min. ist $\omega = 2\pi n : 60 = 0,10472 n \text{ sek}^{-1}$.

Bei ungleichförmiger Drehung ist

$$\text{Winkelgeschwindigkeit } \omega = \frac{\text{Drehwinkel im Zeitelement}}{\text{Zeitelement}} = \frac{d\varphi}{dt}$$

Die Winkelbeschleunigung bzw. -verzögerung ist das Maß der im Zeitelement erfolgenden Zu- bzw. Abnahme von ω , also

$$\varepsilon = \frac{(\omega + d\omega) - \omega}{dt} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d \frac{d\varphi}{dt}}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2} \text{ sek}^{-2}$$

Bei einer Zu- bzw. Abnahme der minutlichen Drehzahl n während einer Sekunde um den Betrag Δn ist $\varepsilon = 2\pi \Delta n : 60 = 0,10472 \Delta n \text{ sek}^{-2}$.

Zwischen t, φ, ω und ε bestehen genau dieselben Beziehungen wie zwischen t, s, v und p der geradlinigen Punktbeziehung; insbesondere können diese Beziehungen wie die für den Punkt zeichnerisch behandelt werden.

Man pflegt eine Rechtsdrehung mit $+$, eine Linksdrehung mit $-$ zu bezeichnen, wenn nicht andere Gründe für Entgegengesetztes sprechen.

Ein beliebiger Punkt B im Abstände b von A , Abb. 19, beschreibt bei der Drehung der Scheibe eine Kreisbahn um A ; hierfür ist $v_b = \omega b$, $p_{t b} = \varepsilon b$, $p_{n b} = v_b^2 : b = \omega^2 b$, $p_b = p_{t b} \rightarrow p_{n b}$.

$\varepsilon = 0$ liefert $\omega = \text{konst.}$, $p_{t b} = 0$ und $p_{n b} = \omega^2 b$.

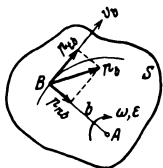


Abb. 19.

Bei n Umdr. i. d. Min. ist $v_b = 0,10472 n b$ und

$$p_{nb} = (0,10472 n)^2 b = 0,010966 n^2 b.$$

Bei einer Änderung von n während einer Sek. um den Betrag Δn ist $p_{tb} = 0,10472 \Delta n b$.

b in cm oder m gibt v_b in cm sek^{-1} oder m sek^{-1} und die p in cm sek^{-2} oder msek^{-2} .

(125) Schiebung und Drehung. Eine beliebige Scheibenbewegung kann aufgefaßt werden als eine Schiebung mit v_s und p_s und eine gleichzeitige Drehung mit ω und ε um irgendeinen Punkt A , Abb. 20, der auch außerhalb der Scheibe liegen kann. v und p eines beliebigen Scheibenpunktes ist in v_s , p_s , ω und ε auszudrücken.

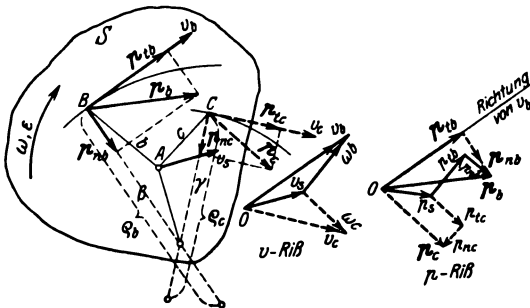


Abb. 20 ÷ 22.

Geschwindigkeiten. Punkt B bewegt sich mit $v_b = v_s + \omega b$, worin $\omega b \perp b$, s. v-Riß Abb. 21. Entsprechendes gilt für Punkt C usw.

Ein Scheibenpunkt R im Abstände $r = v_s : \omega$ von A hat $v_r = 0$ und heißt der Geschwindigkeitspol der Scheibe, weil die Scheibenbewegung als augenblickliche Drehung um R mit ω aufgefaßt werden kann. Somit ist auch $v_s = r\omega$, $v_b = \beta\omega$, $v_c = \gamma\omega$ usw., wobei $v_s \perp r$, $v_b \perp \beta$, $v_c \perp \gamma$ usw.

Beschleunigungen. Für B ist $p_b = p_s + p_{tb} + p_{nb}$, worin $p_{tb} = \varepsilon b$ ($\perp b$) und $p_{nb} = \omega^2 b$ ($\parallel b$), s. p-Riß Abb. 22.

p_b zerlegt in p_{tb} und p_{nb} liefert Krümmungsradius der Bahn von B $\rho_b = v_b^2 : p_{nb}$, während p_{tb} die Größenänderung von v_b angibt. Entsprechendes gilt für Punkt C usw.

(126) Anwendung auf das Gelenkviereck. Nach Abb. 23 ist Scheibe S durch die Kurbeln r_a und r_b mit dem Boden verbunden.

Geg. für die gez. Lage ω_a und ε_a und damit $v_a = r_a \omega_a$, $p_{ta} = r_a \varepsilon_a$ und $p_{na} = r_a \omega_a^2$, sowie $p_a = p_{ta} + p_{na}$.

Ges. Geschwindigkeits- und Beschleunigungszustand der Kurbel r_b und aller Scheibenpunkte, sowie ω und ε der Scheibe selbst.

Geschwindigkeiten. Aus Abb. 24 folgt Konstruktion von $v_b = v_a + \omega l$ und damit ωl und ω , ferner $\omega_b = v_b : r_b$.

Geschwindigkeit eines Punktes C $v_c = v_a + \omega c_a$: Wegen $\omega c_a : \omega l = c_a : l$ folgt Konstruktion von v_c nach Abb. 24, strichiert.

Konstruktion der v_1, v_2, v_3 der auf l in gleichen Abständen liegenden Punkte 1 und 2 nach Abb. 23 und 24; Strecke ωl wird in entsprechend gleiche Teilstrecken zerlegt.

Konstruktion der v unter Verwendung des Poles P , der nach Abb. 23 im Schnittpunkt von r_a und r_b liegt. Aus $v_a = \omega a'$, $v_b = \omega b'$, $v_c = \omega c'$ usw. folgt ohne Kenntnis des ω der Scheibe $v_b = v_a \frac{a'}{b}$, $v_c = v_a \frac{a'}{c}$ usw., wobei $v_r \perp c'$.

Beschleunigungen. Bekannt ist $p_{na} = v_a^2 : r_a \parallel r_a$ und $p_{ta} = r_a \varepsilon \perp r_a$.

Beschleunigung von B setzt sich zusammen aus p_{na} , p_{ta} , $\omega^2 l \parallel l$ und $\varepsilon l \perp l$. Von p_b ist bekannt $p_{nb} = v_b^2 : r_b \parallel r_b$, somit ist $p_b = p_{nb} + p_{tb} = p_{na} + p_{ta} + \omega^2 l + \varepsilon l$. Hieraus Konstruktion von p_b bzw. p_{tb} nebst Gewinnung von ε nach Abb. 25. Reihenfolge der Strecken entspricht den (Ziffern), $\varepsilon =$ Strecke (4) : l .

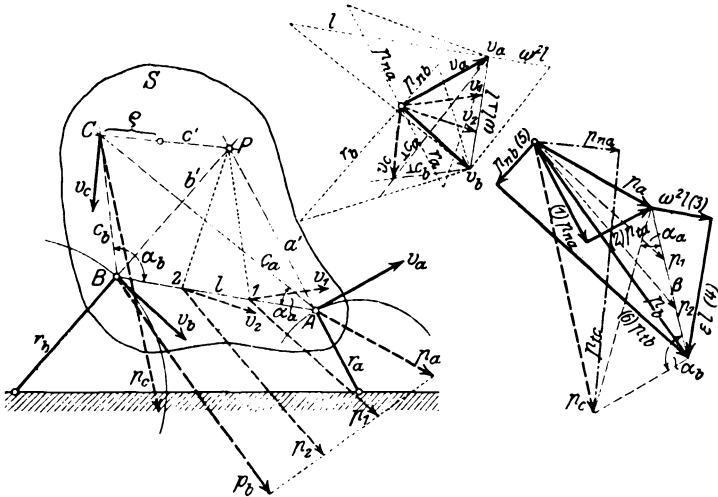


Abb. 23 u. 25.

Beschleunigung eines Punktes C nach Abb. 25 $p_c = p_{nc} + p_{tc} = p_{na} + p_{ta} + \omega^2 c + \varepsilon c$. Wegen $\gamma : \beta = c_a : l$ ist $\gamma = \beta c_a : l$ oder Konstruktion von γ bzw. p_c durch Übertragung der Winkel α_a und α_b .

p_c in $p_{nc} \perp v_c$ und $p_{tc} \parallel v_c$ zerlegt, gibt Krümmungsradius der Bahn von C $\rho_c = v_c^2 : p_{nc}$. Der Krümmungsmittelpunkt liegt in Richtung c' , fällt aber nicht in den Pol.

Konstruktion der p für die Teilpunkte 1 u. 2 auf l nach Abb. 23 u. 25.

Die in Vorstehendem vorkommenden Werte p_{na} , p_{nb} und $\omega^2 l$ können aus v_a , r_a , v_b , r_b , ωl und l statt durch Rechnung auch durch Konstruktion nach Abb. 24 gewonnen werden.

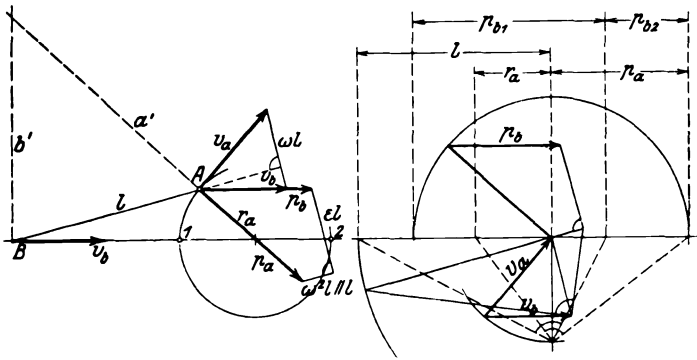


Abb. 26 u. 27.

(127) Sonderfall: Der Kurbeltrieb, Abb. 26 Hierbei ist $r_b = \infty$, somit $p_{nb} = 0$, dagegen bleibt p_{tb} .

Ist $v_a = \text{konst.}$, dann ist $p_{t_a} = 0$ und es bleibt nur $p_{n_a} = v_a^2 : r_a$.

Konstruktion von v_b nach Abb. 26 oder Berechnung von $v_b = v_a a' : b'$ (versagt bei lot-rechter Kurbelstellung).

Die Anwendung des Verfahrens beim allgemeinen Kurbelviereck liefert die Konstruktion von p_{t_b} nach Abb. 26.

Da v_b und ωl prop. v_a und p_{n_a} und $\omega^2 l$ und εl prop. v_a^2 , folgt p_{t_b} prop. v_a^2 . Hieraus folgt in Verbindung mit Abb. 24 Konstruktion von $p_{b,t}$ nach Abb. 27, gültig für $v_a = r_a$. Für andere v_a sind die p im Verhältnis $(v_a : r_a)^2$ größer.

Die p für Zwischenpunkte auf der Treibstange Abb. 23 sind sofort aus Abb. 25 zu ermitteln.

Von späterer Bedeutung sind deren Komponenten p' normal zur Treibstange; Abb. 28 u. 29 gilt für $v_a = r_a$ bzw. $p_a = r_a$. Die Größtwerte dieser p' treten bei rechtwinkliger Stellung von l gegen r auf, verlaufen entsprechend Abb. 30 nahezu nach Dreieck und bilden die Ursache für die die Stange auf Biegung beanspruchenden Trägheitskräfte, s. (182 b).

Über rechnerische Behandlung s. (118).

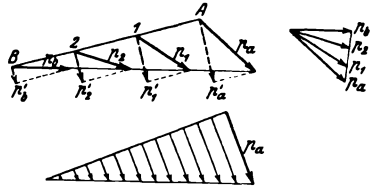


Abb. 28 ÷ 30.

Zusammengesetzte ebene Bewegung des Punktes.

(128) Aufgabe in allgemeiner Form.

Ein Punkt bewegt sich in einer vorgeschriebenen Bahn (Kanal) auf einer Scheibe, die sich selbst bewegt.

Gesucht die Bewegung des Punktes gegen den ruhenden Raum.

Bewegung des Punktes in der Bahn auf der Scheibe heißt **Relativbewegung**, Bewegung der Scheibe Führungsbewegung, Bewegung des Punktes gegen den ruhenden Raum **Absolutbewegung**.

Scheibe macht Schiebung mit Führungsgeschwindigkeit u und Beschleunigung f (im allgemeinen krumm, wenn u und f von verschiedener Richtung)-

Bahn auf Scheibe sei krumm, Relativgeschw. w , Beschleunigung j , die in j_t und j_n zerfällt, Abb. 31.

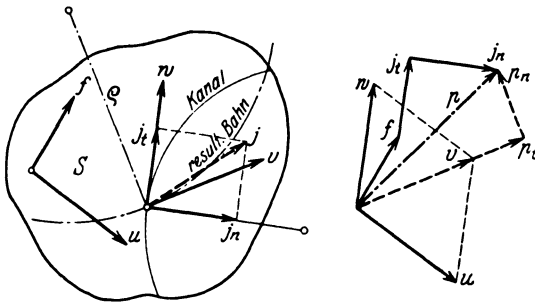


Abb. 31. u. 32.

Zur Zeit t ist $v = u + w$, zur Zeit $t' = t + dt$ ist $v' = u + f dt$, $w' = w + j_t dt + j_n dt$, $v' = u + f dt + w + j_t dt + j_n dt$, mithin nach Abb. 32 $p = (v' - v) : dt = f + j_t + j_n$, worin $j_t \parallel w$ und $j_n \perp w$.

p in p_t und p_n zerlegt, liefert Größen- bzw. Richtungsänderung von v , Krümmungsradius der Absolutbahn $\varrho = v^2 : p_n$.

- Sonderfälle: 1. für geradlinige Relativbahn ist $j_n = 0$;
- 2. für gleichförmige Relativbewegung ist $j_t = 0$;
- 3. für geradlinige Schiebung der Scheibe hat f die Richtung von u ;
- 4. für gleichförmige geradlinige Schiebung ist $f = 0$.

Scheibe dreht sich mit ω bzw. ε um einen festen Punkt. Relativbewegung in der krummen Bahn der Scheibe wie bisher, Abb. 33.

Zur Zeit t ist $u = \omega r \perp r$ und $v = w \rightarrow u$. Zur Zeit $t' = t + dt$ ist $w' = (\omega + \varepsilon dt)(r + dr) = \omega r + \omega dr + \varepsilon r dt \perp r'$, somit

$$\begin{aligned}
 u' &= \underbrace{(u + \omega dr + \varepsilon r dt)}_{\perp r} \rightarrow \underbrace{(u + \omega dr + \varepsilon r dt)}_{\parallel r} (d\varphi + d\psi) \\
 &= \underbrace{(u + \omega dr + \varepsilon r dt)}_{\perp r} \rightarrow \underbrace{(u d\varphi + u d\psi)}_{\parallel r}.
 \end{aligned}$$

Hierin ist nach Abb. 33 $d\varphi = \omega dt$, $ds = w dt$, $d\psi = ds \cos \alpha : r = w \cos \alpha dt : r$ und $dr = ds \sin \alpha = w \sin \alpha dt$, somit

$$\begin{aligned}
 u' &= \underbrace{(u + \omega w \sin \alpha dt + \varepsilon r dt)}_{\perp r} \rightarrow \underbrace{(u \omega dt + u w \cos \alpha dt : r)}_{\parallel r} \\
 &= \underbrace{(u + \omega w \sin \alpha dt + \varepsilon r dt)}_{\perp r} \rightarrow \underbrace{(\omega^2 r dt + \omega w \cos \alpha dt)}_{\parallel r},
 \end{aligned}$$

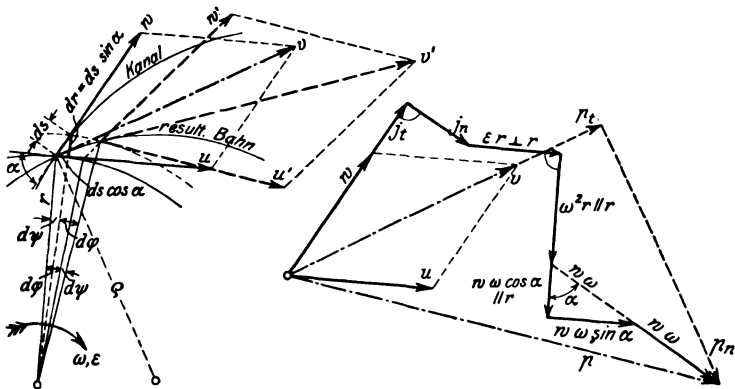


Abb. 33 u. 34.

$$w' = \underbrace{(w + j_t dt)}_{\parallel w} \rightarrow \underbrace{(j_n dt + w d\varphi)}_{\perp w} = \underbrace{(w + j_t dt)}_{\parallel w} \rightarrow \underbrace{(j_n dt + \omega w dt)}_{\perp w}$$

und $v' = u' \rightarrow w'$.

Nun ist

$$\begin{aligned}
 p &= \frac{v' \rightarrow v}{dt} = \frac{u' \rightarrow w' \rightarrow u \rightarrow w}{dt} = \\
 &= \underbrace{(w \sin \alpha + \varepsilon r)}_{\perp r} \rightarrow \underbrace{(uw + \omega w \cos \alpha)}_{\parallel r} \rightarrow j_t \rightarrow \underbrace{(j_n + w \omega)}_{\perp w}.
 \end{aligned}$$

Nach Abb. 34 ist wegen $w \omega \sin \alpha \rightarrow uw \cos \alpha = uw \perp w$

$$p = j_t \rightarrow j_n \rightarrow \varepsilon r \rightarrow \omega^2 r \rightarrow 2w \omega.$$

Der Betrag $2w\omega$ heißt Coriolisbeschleunigung, diese wirkt bei Vergrößerung von r im Scheibendrehsinne, bei Verkleinerung von r entgegengesetzt dazu.

Dieses p in $p_t \parallel v$ und $p_n \perp v$ zerlegt, liefert für die resultierende Bahn $\rho = v^2 : p_n$.

Sonderfälle entstehen durch Verschwinden einzelner oder mehrerer der Werte w , j_t , j_n , ω oder ε .

Bewegt sich außerdem der Scheibendrehpunkt mit v_d bzw. p_d , dann addieren sich diese geometrisch zum bisherigen.

Ist die Absolutbewegung und die Führungsbewegung gegeben, dann folgt die Relativbewegung aus der Rückwärtskonstruktion der v - und p -Risse.

Grundgesetze der technischen Mechanik. Grundlagen der physikalischen Mechanik.

(129) Trägheitsgesetz. Jeder materielle Punkt bleibt ohne äußere Einwirkung in Ruhe oder in geradliniger gleichförmiger Bewegung (Galilei).

Massenbegriff. Die Gesamtheit aller Stoffteilchen eines Körpers heißt Masse. Sie bleibt bei allen physikalischen und chemischen Veränderungen unverändert.

Dynamischer Kraftbegriff. Die Ursache der Bewegungsänderung eines materiellen Punktes — Änderung seiner Geschwindigkeit nach Größe oder Richtung oder nach beiden — heißt Kraft.

Statischer Kraftbegriff. Die Ursache der Formänderung eines elastischen Körpers heißt Kraft, sofern nicht eine Formänderung durch Temperaturänderung in Frage kommt.

Dynamisches Grundgesetz. Eine gleichbleibende Kraft erteilt einem Körper eine gleichförmig beschleunigte Bewegung. Das Verhältnis zwischen den am gleichen Körper wirkenden Kräften und den dadurch erzeugten Beschleunigungen ist unveränderlich und heißt Masse.

Dynamische Grundgleichung:

$$\text{Kraft} = \text{Masse} \times \text{Beschleunigung}, \quad P = m \cdot p \quad (\text{Newton}).$$

Wechselwirkungsgesetz. Die Kraft, die ein Körper A auf einen Körper B ausübt, ist gleich und entgegengesetzt der Kraft, die B auf A ausübt; die Richtungen beider Kräfte fallen in dieselbe Gerade (Newton).

Es ist dabei gleichgültig, ob diese Kräfte Fernkräfte, z. B. Massenanziehungen, elektrische, magnetische, sind oder ob die Kraftübertragung durch mechanische Zwischenmittel, Seile, Stangen, oder durch unmittelbare Berührung erfolgt.

Allgemeines Massenanziehungsgesetz. Zwei Massenkörper m_1 und m_2 von gegenseitigem Abstand r ziehen sich mit einer Kraft $P = k m_1 m_2 : r^2$ an; k heißt die Gravitationskonstante (Newton).

Gesetz der Schwere (als Sonderfall der allgemeinen Massenanziehung). Die Kraft, die die Erde auf einen auf der Erdoberfläche befindlichen Körper ausübt, heißt sein Gewicht. Dieses verursacht am frei im luftleeren Raume fallenden Körper die Fallbeschleunigung g (Galilei).

Für das mittlere Deutschland (Breite 50°) ist $g = 9,81 \text{ msek}^{-2}$.

Für die geogr. Breite φ ist $g = 9,806 - 0,025 \cos 2\varphi$, somit für $\varphi = 0$ $g = 9,781$, für $\varphi = 90^\circ$ $g = 9,831$.

Außerdem verkleinert sich g um geringes mit zunehmender Entfernung von der Erdoberfläche nach der Höhe oder Tiefe.

Darstellung einer Kraft. Eine Kraft ist durch Angriffspunkt, Größe, Wirkungslinie und Richtungssinn bestimmt.

Zeichnerisch erfolgt die Darstellung einer Kraft durch eine gepfeilte Strecke von bestimmter Lage, deren Länge nach einem gegebenen Maßstabe die Größe der Kraft ausdrückt.

Demnach ist die Kraft eine mit Richtung behaftete, also gerichtete oder vektorielle Größe, wie z. B. Geschwindigkeit oder Beschleunigung. Im Gegensatz hierzu ist Flächen- oder Rauminhalt, Menge, Masse, Flüssigkeits- oder Gasdruck usw. eine Größe, die nur einen Zahlenwert besitzt — skalare Größe.

Eine Kraft kann ohne Änderung ihrer statischen und dynamischen Wirkung in ihrer Wirkungslinie verschoben werden. Oder: Kräfte von derselben Wirkungslinie, Größe und Richtungssinn, aber an verschiedenen Punkten der Wirkungslinie angreifend, sind von gleicher statischer und dynamischer Wirkung.

Zwei gleichgroße, entgegengesetzt gerichtete Kräfte mit derselben Wirkungslinie an denselben oder verschiedenen Punkten angreifend, heben sich in ihrer Wirkung auf, sie stehen im Gleichgewicht. Zwei solche Kräfte einem starren Körper hinzugefügt, bleiben ohne Wirkung.

Begriff der Dichte (vgl. DIN 523 Bl. 6).

Massendichte (spezifische Masse) = Masse : Volumen.

Gewichtsdichte (spezifisches Gewicht) = Gewicht : Volumen.

Dichtezahl (Dichteverhältnis) = Massendichte eines Körpers : Massendichte eines Vergleichskörpers oder Gewichtsdichte eines Körpers : Gewichtsdichte eines Vergleichskörpers.

Für feste und flüssige Körper ist als Vergleichskörper Wasser von 4°C zu wählen.

Maßsysteme.

(130) Absolutes Maßsystem (in der Physik und Elektrotechnik gebräuchlich).

Grundeinheiten.

Die Einheit der Länge ist der 100^{te} Teil eines in Paris aufbewahrten Urmeterstabes und heißt 1 cm (1 C).

Die Einheit der Zeit ist die Sekunde (1 S).

Die Einheit der Masse ist die eines ccm destillierten Wassers von 4°C gleich dem 1000^{sten} Teil einer in Paris aufbewahrten Urmasse und heißt 1 Gramm-Masse (1 G).¹⁾

Abgeleitete Einheiten.

Die Einheit der Geschwindigkeit heißt 1 cm i. d. Sek. = 1 CS^{-1} .

Die Einheit der Beschleunigung heißt 1 cm/sek i. d. Sek. = 1 CS^{-2} .

Die Einheit der Kraft ist diejenige Kraft, die der Masseneinheit 1 G die Beschleunigung 1 CS^{-2} erteilt und heißt 1 Dyn = $1\text{ G} \times 1\text{ CS}^{-2} = 1\text{ GCS}^{-2}$.

Demnach erfordert z. B. eine Masse von 7 G zur Beschleunigung von 8 CS^{-2} die Kraft $7 \times 8 = 56\text{ Dyn}$.

Technisches Maßsystem.

Grundeinheiten.

Die Einheit der Länge ist das Meter (1 m).

Die Einheit der Zeit ist die Sekunde (1 sek).

Die Einheit der Kraft ist die in Paris gemessene Anziehungskraft der Erde auf 1 cdm dest. Wasser von 4°C (oder auf die in Paris aufbewahrte Urmasse) und heißt 1 Kilogramm (1 kg).

Abgeleitete Einheiten.

Die Einheit der Geschwindigkeit heißt 1 m i. d. Sek. = 1 m/sek .

Die Einheit der Beschleunigung heißt 1 m/sek i. d. Sek = 1 m/sek^2 .

Die Einheit der Masse ist diejenige, die durch die Einheit der Kraft die Einheit der Beschleunigung erhält. Diese Masseneinheit führt bisher keine besondere Bezeichnung; sie kann nur durch ihr Gewicht ausgedrückt werden, das sich aus folgender Überlegung ergibt.

Da beim Freifall im luftleeren Raum die Erdanziehungskraft 1 kg einer Masse vom Gewicht 1 kg die Fallbeschleunigung $g = 9,81\text{ m/sek}^2$ erteilt, wird

¹⁾ Es ist dabei vollständig belanglos, daß das auf der Erdoberfläche gemessene Gewicht dieser Masse ebenfalls mit 1 Gramm bezeichnet wird.

dieselbe Kraft 1 kg die Beschleunigung 1 m/sek² hervorrufen in einer Masse vom $g = 9,81$ -fachen Gewicht. Demnach hat ein Körper von 9,81 kg Gewicht die technische Masseneinheit und ein Körper von Q kg Gewicht $Q : g = Q : 9,81$ technische Masseneinheiten.

Es erfordert z. B. eine Masse von 30 kg Gewicht zur Beschleunigung von 2,5 m/sek² die Kraft $P = \text{Masse} \times \text{Beschleunigung} = \frac{30}{9,81} \cdot 2,5 = 7,64$ kg oder allgemein: Eine Masse von Q kg Gewicht erfordert zur Beschleunigung von p m/sek² eine Kraft $P = \frac{Q}{g} \cdot p$ kg.

Eine Masse von $\frac{1}{1000}$ kg Gewicht (d. i. die absolute Masseneinheit 1 G) erfordert zur Beschleunigung von $\frac{1}{100}$ m/sek² (d. i. 1 CS⁻² im absoluten System) die Kraft $= \frac{\frac{1}{1000}}{9,81} \times \frac{1}{100} = \frac{1}{981000}$ kg, d. i. die Kräfteinheit 1 Dyn im abs. System, woraus 1 kg = 981000 Dyn.

Aufgaben der technischen Mechanik. Einteilung in Statik und Dynamik.

(131) Mehrere an beliebigen Punkten eines Körpers angreifende und in beliebiger Größe und Richtung wirkende Kräfte bringen im allgemeinen Bewegungsänderungen hervor. Die Ermittlung der Beziehung zwischen den Kräften und der dadurch verursachten Bewegungsänderung ist Aufgabe der Dynamik.

Bei gewissen Kräfteanordnungen erhält der Körper keine Bewegungsänderung; er bleibt in Ruhe oder in geradliniger, gleichförmiger Bewegung. Die Kräfte heben sich dann in ihrer Gesamtwirkung auf; sie stehen im Gleichgewicht. Die Ermittlung der Bedingungen hierzu — der Gleichgewichtsbedingungen — ist Aufgabe der Statik.

Bei mehreren im Gleichgewicht stehenden Kräften $P_1, P_2 \dots P_n$ kann eine Gruppe von Kräften, z. B. P_2, P_3 und P_4 ohne Änderung des Gesamtgleichgewichtes durch eine einzige Kraft von derselben statischen Wirkung ersetzt werden; ebenso können mehrere nicht im Gleichgewicht stehende, also Bewegungsänderungen verursachende Kräfte durch eine einzige Kraft von derselben dynamischen Wirkung — Bewegungsänderung — ersetzt werden. In beiden Fällen nennt man die wirkungsgleiche Ersatzkraft die Resultierende; sie ergibt sich durch Zusammensetzung der Einzelkräfte. Die Resultierende mehrerer im Gleichgewicht stehender Kräfte ist demnach gleich Null.

Auch kann eine Kraft durch mehrere Kräfte von derselben statischen oder dynamischen Wirkung ersetzt werden; d. h. die Kraft wird in mehrere Kräfte zerlegt.

Zusammensetzung und Zerlegung von Kräften ist ebenfalls Aufgabe der Statik.

Statik starrer Körper. Grundlagen.

(132) Die gesamte Statik starrer Körper beruht auf zwei grundlegenden Sätzen, die nicht beweisbar sind und als Grundsätze (Axiome) angesehen werden.

a) Satz vom Parallelogramm der Kräfte. Die Resultierende R zweier Kräfte P_1 und P_2 mit gemeinsamem Angriffspunkt wird durch die Diagonale des aus P_1 und P_2 gebildeten Parallelogramms dargestellt.

b) Satz von der Gleichwertigkeit der Kräfte von derselben Größe, Wirkungslinie und Richtung, aber mit verschiedenen Angriffspunkten am Körper.

Alle weiteren Sätze der Statik starrer Körper lassen sich aus diesen beiden Sätzen in logischer Folge ableiten.

Vollständige starre Körper gibt es nicht, da jeder feste Körper durch angreifende Kräfte Formänderungen erleidet. In der theoretischen Statik wird vorausgesetzt, daß diese Formänderungen so gering sind, daß sie gegenüber den Körperabmessungen vernachlässigt werden können.

In der theoretischen Statik wird streng zwischen dem zeichnenden und dem rechnenden Verfahren unterschieden. Dagegen werden in den praktischen Anwendungen beide Verfahren vielfach nebeneinander benutzt. Daher wird hier unterschieden:

a) das zeichnende Verfahren, unter Vermeidung jeder Rechnung, vorwiegend für ebene Fälle,

b) das analytische Verfahren, im Sinne der analytischen Geometrie wird nur mit Kraftkomponenten in den Achsenrichtungen eines ebenen bzw. räumlichen Koordinatensystems und mit den Koordinaten der Kraftangriffspunkte gerechnet,

c) das Rechnungsverfahren, bei dem aus einer genauen Zeichnung Kraft- oder Stabrichtungen und deren Lagen, Richtungen, Hebelarme abzumessen und in die Rechnung einzusetzen sind.

Zusammensetzung und Zerlegung von Kräften, Gleichgewicht der Kräfte.

Kräfte an einem Punkte angreifend.

(133) Zeichnendes Verfahren. Zwei Kräfte P_1 und P_2 ; Resultierende $R =$ Diagonale des Kräfteparallelogramms, Abb. 35.

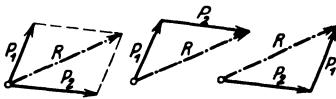


Abb. 35 ÷ 37.

Statt dessen kann R auch als Schlußlinie des Kräfte dreiecks Abb. 36 oder 37 gefunden werden; hierbei Reihenfolge der P gleichgültig.

In Vektorendarstellung $R = P_1 + P_2$ (geometrische Summe).

Aus der Umkehrung der Konstruktion folgt die Zerlegung der Kraft R in die Komponenten P_1 und P_2 von gegebenen Richtungen.

Mehrere Kräfte $P_1, P_2 \dots P_i \dots$, Abb. 38 a. Von einem beliebigen Punkte A , Abb. 38 b, ausgehend, die Kräfte in beliebiger Reihenfolge nach

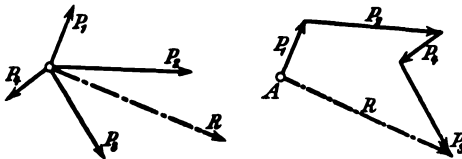


Abb. 38 a u. b.

Größe und Richtung so aneinanderfügen, daß ihre Pfeilrichtungen gleichsinnigen Verlauf nehmen (Krafteck); die Resultierende wird durch die Schlußlinie des Kraftecks dargestellt, deren Richtung gegenläufig zu denen der Kräfte ist.

In Vektorendarstellung $R = P_1 + P_2 + \dots + P_i + \dots = \sum P_i$.

Das \sum -Zeichen drückt eine geometrische Summierung aus im Gegensatz zur algebraischen Summierung mit Σ .

Bei Raumkräften ist das Krafteck ein räumliches Vieleck (in Aufriß und Grundriß zu zeichnen).

Kräfte mit derselben Wirkungslinie addieren sich algebraisch, $R = \Sigma P_i$.

Die Resultierende dreier Kräfte P_1, P_2, P_3 , die nicht in einer Ebene liegen, wird durch die Diagonale des aus den drei Kräften gebildeten Parallelepipeds, Abb. 39, dargestellt.

Zerlegung einer Kraft R in drei nicht in einer Ebene liegenden Komponenten von gegebenen Richtungen I, II und III erfolgt in umgekehrter Weise.

Man legt zu dem Zwecke nach Abb. 40 durch Endpunkt r von R (alles in Aufriß und Grundriß auszuführen) Gerade G_1 parallel zu I , bestimmt ihren

Durchstoßpunkt s_1 mit Ebene II III und zieht durch s_1 Parallele zu II und III , ferner durch r eine Parallele zu A_1 ; hierdurch werden auf den gegebenen Richtungen Strecken gleich den gesuchten Komponenten abgeschnitten (Anwendung bei Dreibeinergüsten, Derrick-Kranen u. dgl.).

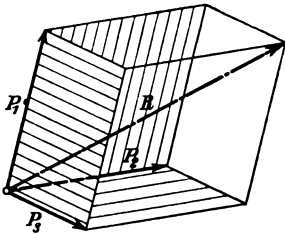


Abb. 39.

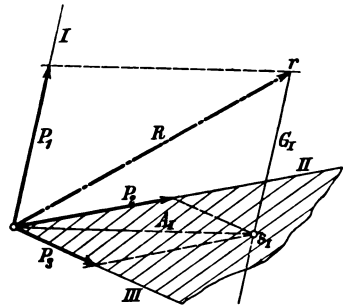


Abb. 40.

Gleichgewicht, wenn $R = 0$, d. h. wenn sich das Kräfteck schließt oder wenn $\sum P_i = 0$.

(134) Analytisches Verfahren. Man zerlegt jede der Kräfte P_i nach Abb. 41 in drei Komponenten in Richtung dreier rechtwinkligen Koordinatenachsen, also in $X_i = P_i \cos \alpha_i$, $Y_i = P_i \cos \beta_i$ und $Z_i = P_i \cos \gamma_i$, worin α_i , β_i und γ_i die Winkel zwischen P_i und den positiven Achsenrichtungen sind, und addiert diese Komponenten algebraisch zu den Kräften $X = \sum X_i$, $Y = \sum Y_i$ und $Z = \sum Z_i$; dann ist $R = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$ und deren Winkel mit den positiven Achsenrichtungen folgen aus $\cos \alpha_r = X : R$, $\cos \beta_r = Y : R$ und $\cos \gamma_r = Z : R$.

Bei Kräften in der Ebene fallen die Z_i -Komponenten weg, es ist $R = \sqrt{X^2 + Y^2}$, $\cos \alpha_r = X : R$ und $\cos \beta_r = Y : R$, außerdem ist $\tan \alpha_r = Y : X$.

Gleichgewicht besteht, wenn $R = 0$, d. h. wenn im Raume die drei Gleichgewichtsbedingungen

$$\sum X_i = 0, \quad \sum Y_i = 0 \quad \text{und} \quad \sum Z_i = 0$$

und in der Ebene die zwei Gleichgewichtsbedingungen

$$\sum X_i = 0 \quad \text{und} \quad \sum Y_i = 0$$

erfüllt sind.

Kräfte an mehreren Punkten angreifend. Allgemeines.

(135) Zwei Kräfte in einer Ebene. P_1 und P_2 nach Abb. 42 bis zum Schnittpunkt ihrer Wirkungslinien verschoben, liefern R .

Wenn Schnittpunkt weitab liegt oder Kräfte parallel sind, Hilfskräfte $H_1 = H_2$ nach Abb. 43 anfügen und die Resultierenden R_1' aus P_1 und H_1 bzw. R_2' aus P_2 und H_2 in der vorigen Weise zu R vereinigen.

Abb. 44 gilt für parallele Kräfte von entgegengesetzter Richtung.

(136) Kräftepaare. Zwei gleichgroße, parallele und entgegengesetzt gerichtete Kräfte P haben keine Resultierende; sie bilden miteinander ein Kräftepaar vom Moment $M = P \cdot p$, worin p nach Abb. 45 Abstand der Wirkungslinien.

Ein Kräftepaar hat demnach keine verschiebende, sondern nur drehende Wirkung. M ist positiv, wenn es rechtsdrehend wirkt.

Ein Kräftepaar ist gleichwertig einem andern Paar in derselben Ebene oder in einer dazu parallelen Ebene, wenn Moment und Drehsinn gleich bleiben.

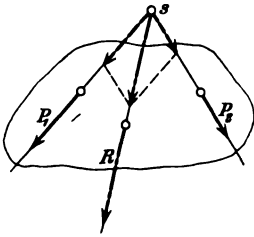


Abb. 42.

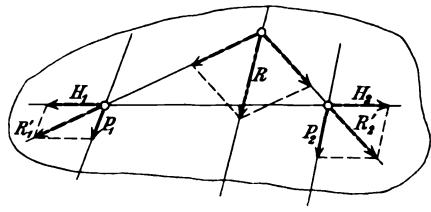


Abb. 43.

Mehrere Paare in derselben Ebene oder in Parallelebenen können zu einem resultierenden Paar vereinigt werden, dessen Moment gleich der algebraischen Summe der Einzelmomente ist.

Ein beliebig im Raume liegendes Kräftepaar wird nach Abb. 46 durch seine Achse A dargestellt, d. i. eine zur Paarebene winkelrecht stehende Strecke, deren Länge die Größe des Momentes maßstäblich angibt und deren Pfeilrichtung den Drehsinn des Paares in der Weise bestimmt, daß, entgegengesetzt zur Pfeilrichtung gesehen, das Paar rechtsdrehend erscheint.

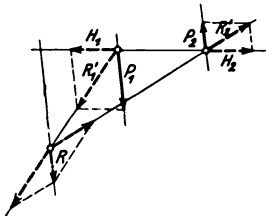


Abb. 44.

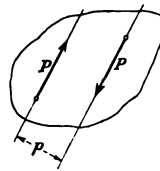


Abb. 45.

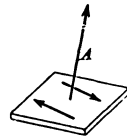


Abb. 46.

Das resultierende Paar mehrerer in beliebigen Ebenen liegenden Paare A_i ergibt sich dann durch geometrische Summierung ihrer Achsen; $A = \sum A_i$ (wie bei Raumkräften).

Gleichgewicht besteht, wenn bei Paaren in derselben Ebene oder in Parallelebenen die algebraische Summe ihrer Momente Null ist, d. h. $\sum P_i p_i = 0$ oder wenn bei beliebigen Ebenen das Achseneck sich schließt, d. h. $\sum A_i = 0$.

Kräftepaar und Einzelkraft in derselben Ebene (oder in Parallelebenen).

Paar vom Moment M und Kraft P ist gleichwertig der um $p = M : P$ parallel verschobenen Kraft P .

Kraft P ist gleichwertig der um p parallel verschobenen Kraft P und einem Paar vom Moment $M = P p$.

(137) Mehrere Kräfte in einer Ebene. Allgemeines zeichnendes Verfahren, Abb. 47a u. b. P_1 und P_2 durch Kräftedreieck zu R_{12} , diese mit P_3 zu R_{123} und diese mit P_4 zu R vereinigen. Statt dessen auch vorherige Gruppenzusammenfassung der P zweckmäßig.

(138) Seileckverfahren, Abb. 48a u. b. Zu den $P_1 P_2 P_3$ werden die beiden gleichgroßen S_a und S_a' hinzugefügt. S_a und P_1 liefert R_{a1} , dieses mit P_2 R_{a12} , dieses mit P_3 R_{a123} . Somit ist $S_a S_a' P_1 P_2 P_3$ durch R_{a123} und S_a' er-

setzt, die zu R , d. i. die Resultierende der $P_1 P_2 P_3$, vereinigt werden. Hier-
auf gründet sich folgendes Verfahren:

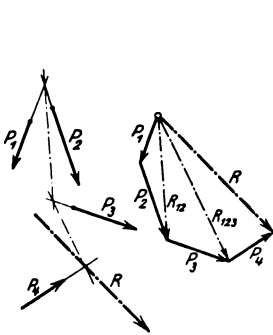


Abb. 47 a u. b.

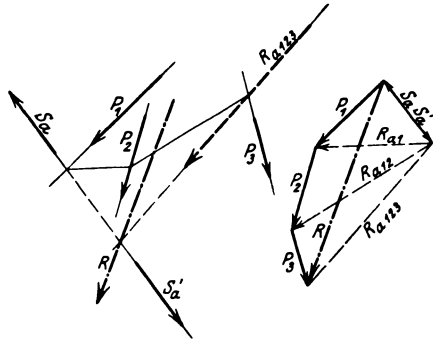


Abb. 48 a u. b.

Zu $P_1 P_2 P_3$, Abb. 49a, zeichnet man das Kräfteck Abb. 49b, dessen
Schlußlinie R angibt, wählt beliebigen Pol O , zieht die Strahlen $01, 12, 23, 30$
(lies null-eins, eins-zwei usw.) und parallel hierzu von beliebigem Anfangspunkt
aus in Abb. 49 die Linien $01, 12$ usw. parallel zu den Strahlen. R geht dann durch
den Schnittpunkt aus Anfangs- und Endstrahl.

Der Linienzug $01, 12 \dots$ heißt Seileck, weil ein durch $P_1 P_2 P_3$ belastetes
Seil dieselbe Form annimmt, O heißt der Pol, die Linien $01, 12 \dots$ Seileckstrahlen.

Auch sofort anwendbar,
wenn sich die P -Richtungen
überschneiden oder wenn
einige P entgegengesetzt ge-
richtet sind, Abb. 50 a u. b.

Es sind folgende Fälle
möglich:

a) Die 'äußersten Seileck-
seiten schneiden sich,
dann haben die Kräfte eine
Resultierende R (wie in
Abb. 49 und 50).

b) Die äußersten Seileck-
seiten sind einander
parallel, dann schließt sich
nach Abb. 51 a u. b das
Kräfteck und die $P_1 P_2 P_3$
liefern ein Kräftepaar
 $S_{\cdot 1} - S_{30}$ vom Moment
 $M = S_{\cdot 1} \cdot p$.

c) Gleichgewicht, wenn
 $R = 0$ und $M = 0$, d. h.
wenn sich nach Abb. 52 a
u. b Kräfteck und Seileck
gleichzeitig schließen.

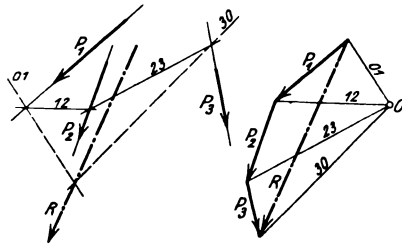


Abb. 49 a u. b.

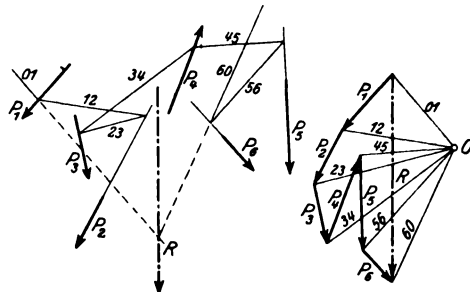


Abb. 50 a u. b.

(139) Rechnendes Verfahren. Durch beliebigen Punkt O , Abb. 53 a, zu
jeder der Kräfte $P_1 P_2 \dots P_i \dots$ zwei dazu parallele, gleiche und entgegen-

gesetzte Kräfte anbringen; dann sind die P_i ersetzt durch die in O angreifenden P_i , Abb. 53 b, die $R = \sum P_i$ liefern, und durch die Paare $P_1 p_1, P_2 p_2 \dots P_i p_i \dots$ vom Gesamtmoment $M = \sum P_i p_i$. M und R können durch eine dazu parallele Einzelkraft R im Abstände $r = M : R$ von O ersetzt werden, Abb. 53 c.

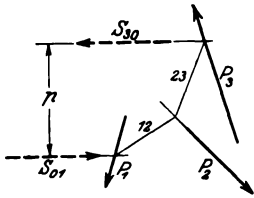


Abb. 51 a u. b.

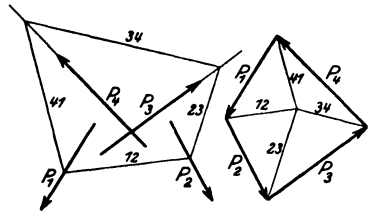


Abb. 52 a u. b.

Ist $\sum P_i = 0$, dann liefern die P_i ein von O unabhängiges gleichbleibendes M .

Gleichgewicht, wenn für beliebiges O $\sum P_i = 0$ und $\sum P_i p_i = 0$.

(140) Analytisches Verfahren. Bezeichnet x_i und y_i die Koordinaten der Angriffspunkte der P_i mit den Komponenten X_i und Y_i , dann liefern die P_i die zwei durch den Koordinatenanfangspunkt gehenden Kräfte $X = \sum X_i$ und $Y = \sum Y_i$ und ein Kräftepaar vom Moment $M = \sum (X_i y_i - Y_i x_i)$.

Gleichgewicht, wenn $\sum X_i = 0$, $\sum Y_i = 0$ und $\sum (X_i y_i - Y_i x_i) = 0$.

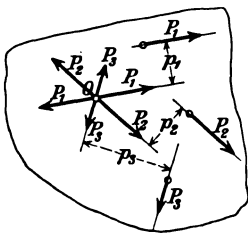


Abb. 53 a.

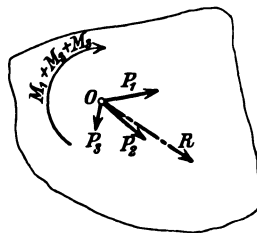


Abb. 53 b.

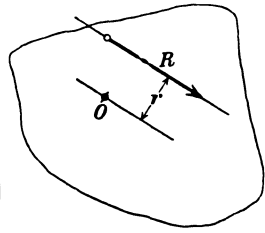


Abb. 53 c.

Drei Kräfte bilden Gleichgewicht, wenn sie durch einen Punkt gehen und ihr Kräftedreieck sich schließt.

Für parallele Kräfte ist nach Abb. 54 $R = \sum P_i$ und $r = \sum P_i p_i : \sum P_i$, wobei Punkt O beliebig.

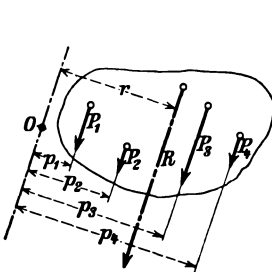


Abb. 54.

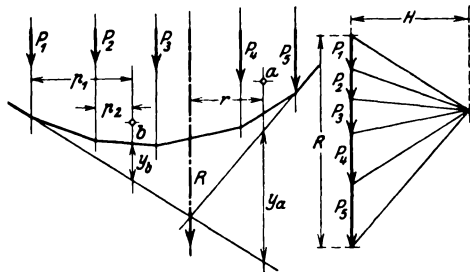


Abb. 55 a u. b.

(141) Statische Momente von Kräften der Ebene. Das statische Moment einer Kraft P , bezogen auf einen beliebigen Punkt, ist $M = P \cdot p$, worin p der Abstand des Punktes von der Wirkungslinie der Kraft P (Hebelarm). M ist positiv, wenn rechtsdrehend.

Die algebraische Summe der statischen Momente mehrerer Kräfte P_i bezogen auf einen gemeinsamen Punkt ist gleich dem statischen Moment der Resultierenden dieser Kräfte; $M = \sum P_i p_i = R r$.

Analytisch ist für den Koordinatenanfangspunkt $M = \sum (X_i y_i - Y_i x_i)$.

Benutzung des Seilecks für parallele Kräfte. Nach Abb. 220 a u. b ist das auf Punkt a bezogene Moment aller Kräfte $M_a = y_a H$, worin H der Polabstand.

Für z. B. Punkt b liefern die links von b liegenden Kräfte P_1 und P_2 $M_b = y_b H$.

Abb. 56a u. b gilt für P_1 nach oben gerichtet; hierbei sind die Momente der jeweils links von a , b , $c \dots$ liegenden Kräfte $M_a = y_a H$, $M_b = y_b H$, $M_c = y_c H$ usw.

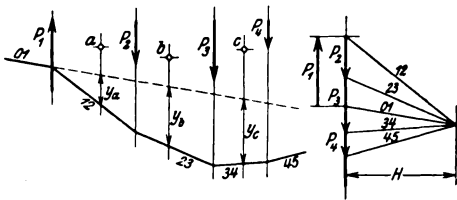


Abb. 56 a u. b.

(142) Mehrere Kräfte im Raume. Rein zeichnende Verfahren unzweckmäßig.

Rechnendes Verfahren. Vorgang wie bei Kräften in der Ebene; man erhält ein durch O gehendes Kraftbündel, das $R = \sum P_i$ liefert, und die in Raumebenen liegenden Paare von den Achsen $A_i = P_i p_i$, die ein resultierendes Paar von der Achse $A = \sum A_i$ liefern.

Die Resultierende und das resultierende Paar können, da in verschiedenen Ebenen liegend, im allgemeinen nicht mehr zusammengesetzt, aber auf unendlich verschiedene Weise umgeformt und in zwei sich kreuzende Kräfte — Kraftkreuz — umgewandelt werden.

Ist $R = 0$, dann liefern die P_i ein Paar von bestimmten M und bestimmter Ebenen (bzw. Achsen-) richtung, unabhängig von der Wahl des Bezugspunktes.

(143) Gleichgewicht, wenn für beliebigen Bezugspunkt $R = 0$ und $A = 0$. Diese Form der Gleichgewichtsbedingung ist für praktische Verwendung ungeeignet, daher besser folgende:

P_i nach Abb. 57 in die drei Achsenrichtungen zerlegen; außerdem P_i auf Aufriß-, Grundriß- und Seitenrißebene projizieren; ferner auf jeder dieser Ebenen je einen beliebigen Bezugspunkt annehmen.

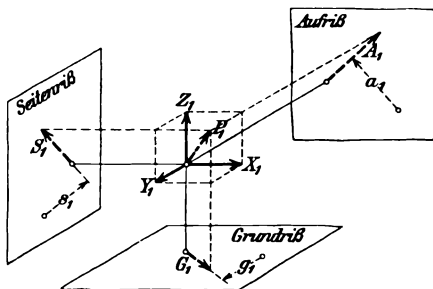


Abb. 57.

Gleichgewicht, wenn die sechs Bedingungen erfüllt sind:

$$\sum X_i = 0, \quad \sum Y_i = 0, \quad \sum Z_i = 0$$

(d. h. $R = \sum P_i = 0$),

$$\sum A_i a_i = 0, \quad \sum G_i g_i = 0, \quad \sum S_i s_i = 0$$

(d. h. statische Momente der Kraftprojektionen in den drei Rissen je = 0).

Vielfach liegen die P_i in Ebenen parallel zur Seitenrißebene; dann ist $X_i = 0$ und Aufriß und Grundriß der P_i liegt winkelrecht zur X -Achse.

Gleichgewichtsbedingung in analytischer Form (Rechtssystem). $x_i, y_i, z_i =$ Koordinaten der Angriffspunkte der P_i . Gleichgewicht, wenn $\sum X_i = 0, \sum Y_i = 0, \sum Z_i = 0, \sum (X_i z_i - Z_i x_i) = 0, \sum (Y_i x_i - X_i y_i) = 0, \sum Z_i y_i - Y_i z_i = 0$.

Resultierende paralleler Kräfte. Nach Abb. 58 (Kräfte P_i im Grundriß dargestellt) zwei Achsen A und B annehmen, dann ist

$$R = \sum P_i, \quad a_r = \sum P_i a_i : \sum P_i \quad \text{und} \quad b_r = \sum P_i b_i : \sum P_i.$$

(144) **Mittelpunkt paralleler Kräfte, Schwerpunkt.** Werden parallele und gleichsinnig gerichtete Kräfte unter Beibehaltung ihrer Parallelität um ihre Angriffspunkte gedreht, dann geht die Resultierende stets durch denselben Punkt S , den Mittelpunkt paralleler Kräfte.

Sind x_i, y_i, z_i die Koordinaten der Angriffspunkte der P_i , dann sind die Koordinaten des Punktes S

$$x_s = \sum P_i x_i : \sum P_i, \quad y_s = \sum P_i y_i : \sum P_i,$$

$$z_s = \sum P_i z_i : \sum P_i.$$

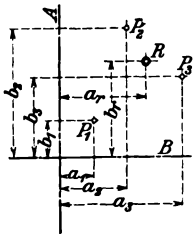


Abb. 58.

Der Mittelpunkt heißt Schwerpunkt, wenn die Einzelkräfte die Gewichte der Einzelteile eines Körpers sind. Für homogene Gebilde (Körper, Flächen oder Linien), also mit unveränderlichem Raum-, Flächen- bzw. Längeneinheitsgewicht kommt für die Schwerpunktlage nur die geometrische Gestalt des Gebildes in Betracht. Man zerlegt das Gebilde in Teile von bekannten Schwerpunktlagen (schmale Streifen u. dgl.) und ver-

fährt mit den statischen Momenten der Einzelteile in bezug auf die verschiedenen Achsen wie oben angegeben.

Hat das homogene Gebilde eine Symmetrieebene, Symmetrieachse oder einen Mittelpunkt, so liegt der Schwerpunkt in diesen.

(145) **Schwerpunktlagen.** Im nachfolgenden ist der Schwerpunkt mit S bezeichnet.

Schwerpunkte homogener Linien.

1. Gerade Strecke. S liegt im Mittelpunkte der Strecke.
2. Dreieckumfang. S liegt im Mittelpunkte des eingeschriebenen Kreises für dasjenige Dreieck, dessen Ecken in die Mitten der Seiten a, b und c des ursprünglichen Dreiecks fallen.

Ist $a + b + c = s$, dann hat S von a den Abstand $x_0 = a(b + c) : 2s$.

3. Parallelogrammumfang. S liegt im Diagonalschnittpunkt.

4. Kreisbogen. $r =$ Halbmesser, $b =$ Bogenlänge, $s =$ Sehnenlänge, $2\alpha =$ Zentriwinkel; S hat vom Mittelpunkte den Abstand

$$x_0 = rs : b \approx 180 r \sin \alpha : \pi \alpha,$$

$$\text{Halbkreisbogen} \quad x_0 = 2r : \pi \approx 0,63662 r,$$

$$\text{Viertelkreisbogen} \quad x_0 = 2\sqrt{2} r : \pi \approx 0,900316 r.$$

5. Beliebiger flacher Bogen von der Höhe h : S hat von der Sehne den Abstand $x_0 \approx \frac{2}{3} h$.

Schwerpunkte homogener Flächen.

6. Dreieck. S liegt im Schnittpunkte der Mittellinien. Sind x_1, x_2, x_3 die Abstände der Ecken von einer beliebigen Geraden oder Ebene, dann hat S hiervon den Abstand $x_0 = (x_1 + x_2 + x_3) : 3$.

7. Parallelogramm. S liegt im Schnittpunkte der Diagonalen.

8. Trapez

s. Abb. 58 a u. b.

$$h_a = \frac{h}{3} \frac{a + 2b}{a + b}$$

$$h_b = \frac{h}{3} \frac{2a + b}{a + b}$$

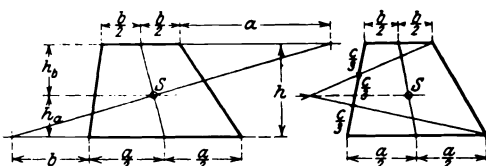


Abb. 58 a.

Abb. 58 b.

9. Kreisabschnitt. Bezeichnungen wie bei 4.

$$x_0 = 2rs/3b = 120r \sin \alpha : \pi \alpha,$$

$$\text{Halbkreisfläche } x_0 = 4r : 3\pi \approx 0,4244132r,$$

$$\text{Viertelkreisfläche } x_0 = 4\sqrt{2}r : 3\pi \approx 0,600211r.$$

10. Kreisabschnitt. Bezeichnungen wie bei 4, außerdem F = Fläche.

$$x_0 = \frac{r^3}{12F} = \frac{4}{3} r \frac{\sin^3 \alpha}{\alpha \pi : 90 - \sin 2\alpha}$$

11. Kreisringstück. R und r die Halbmesser, 2α = Zentriwinkel. S hat vom Mittelpunkte den Abstand

$$x_0 = \frac{4}{3} \frac{R^3 - r^3}{R^2 - r^2} \frac{\sin \alpha}{\alpha \pi}$$

Halbkreisringstück

$$x_0 = \frac{4}{3\pi} \frac{R^3 - r^3}{R^2 - r^2}$$

12. Parabelflächen s. Abb. 58 c.

13. Beliebige flacher Bogenabschnitt kann als Parabelfläche angesehen werden.

14. Kugelzone und Kugelkalotte. S liegt in der Mitte der Höhe.

15. Mantel der Pyramide oder des geraden Kegels. S liegt in der Verbindungslinie des Umfangsschwerpunktes der Grundfläche mit der Spitze und zwar um $1/8$ der Höhe von der Grundfläche entfernt.

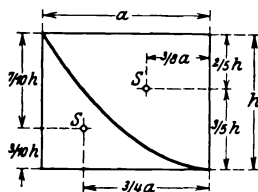


Abb. 58 c.

Schwerpunkte homogener Körper.

16. Prisma und Zylinder mit parallelen Endflächen. S liegt in der Mitte der Verbindungslinie zwischen den Endflächenschwerpunkten.

17. Pyramide und Kegel. S liegt in der Verbindungslinie des Grundflächenschwerpunktes mit der Spitze und zwar um $1/4$ der Höhe von der Grundfläche entfernt.

18. Abgestumpfte Pyramide und abgestumpfter Kegel. A und B = Endflächen, h = Höhe; S hat von Fläche A den Abstand

$$x_0 = \frac{h}{4} \frac{A + 2\sqrt{AB} + 3B}{A + \sqrt{AB} + B}$$

19. Kugelausschnitt. r = Kugelhalbmesser, 2α = Zentriwinkel, h = Höhe der Kalotte. S hat vom Mittelpunkte den Abstand

$$x_0 = \frac{3}{8} r (1 + \cos \alpha) = \frac{3}{8} (2r - h)$$

Halbkugel $x_0 = 0,375r$.

20. Kugelausschnitt. Bezeichnungen wie bei 19. S hat vom Mittelpunkte den Abstand

$$x_0 = \frac{3}{4} \frac{(2r - h)^2}{3r - h}$$

Auflagerkräfte gestützter Körper.

(146) Die an einem starren Körper angreifenden Kräfte (z. B. Gewichte oder sonstige Belastungskräfte) heißen Außenkräfte, die zwischen den einzelnen Stoffteilchen wirkenden Kräfte Innenkräfte oder Spannkkräfte.

Wird ein unter der Wirkung von Außenkräften stehender Körper gegen andere Körper oder gegen den festen Erdboden (Gebäudewand, Maschinenrahmen) abgestützt, dann treten an den Berührungsstellen (Auflager) Kräfte — Auflagerkräfte oder Stützwiderstände auf.

Werden diese Kräfte, die der feste Boden auf den gestützten Körper äußert, ebenfalls als am Körper angreifende Außenkräfte angesehen, dann stehen sie mit den übrigen Außenkräften, den Belastungskräften, im Gleichgewicht.

Ist die Auflagerung von solcher Art, daß die statischen Gleichgewichtsbedingungen zur Ermittlung der Auflagerkräfte ausreichen, dann ist der Körper statisch bestimmt gelagert; andernfalls sind die elastischen Formänderungen des Körpers mit in Rechnung zu bringen.

Stützung einer ebenen Scheibe.

(147) Ein Träger, Maschinenrahmen, ebenes Gerüst oder Fachwerk wird als starre ebene Scheibe betrachtet und soll mit dem Erdboden durch Zug- oder Druckstangen, Bolzen, Walzen u. dgl. unverschieblich verbunden werden. Eine statisch bestimmte Lagerung kann erfolgen

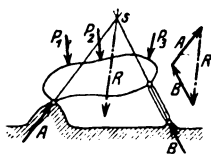


Abb. 59 a u. b.

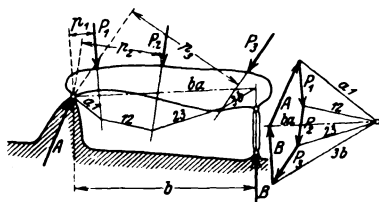


Abb. 60 a u. b.

a) **durch einen Kippbolzen und eine Pendelstütze**, Abb. 59 a. Von Auflagerkraft A ist ein Punkt (Kippbolzen), von B die Wirkungslinie (Mitte Pendelstütze) gegeben. Unbekannt ist Größe und Richtung von A und Größe von B . Es besteht Gleichgewicht zwischen A , B und den Außenkräften $P_1 P_2 P_3$. Demnach entsprechen die drei Unbekannten den drei Gleichgewichtsbedingungen für ebene Körper. Bestimmung von A und B

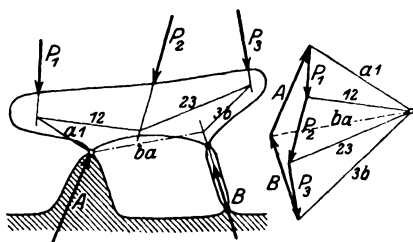


Abb. 61 a u. b.

durch Zeichnung R für $P_1 P_2 P_3$ nach bekannten Verfahren, z. B. durch Seileck bestimmen; somit bilden R , A und B Gleichgewicht und gehen durch einen Punkt s , Abb. 59 a, d. i. Schnittpunkt aus R und B ; hierdurch ist Richtung A bestimmt. Sodann A und B aus Kräfte-dreieck Abb. 59 b zu ermitteln.

Ist Schnittpunkt s weit abliegend, dann besser das Seileckverfahren: Seileck und Kräfteck

für $P_1 P_2 P_3 AB$ müssen sich schließen. Hieraus Lösung nach Abb. 60 a u. b.

Abb. 61 a u. b zeigt dasselbe Verfahren für zum Teil außenliegende Lasten.

Abb. 62 a u. b gilt für lotrechte Lasten und Pendelstütze, wobei das Seileck nicht durch Kippbolzen zu gehen braucht.

Abb. 63 a u. b gilt, wenn statt Pendelstütze eine Zugstange erforderlich ist (Kranausleger).

Die Pendelstütze kann auch durch eine Walze oder, wenn ungenügend, durch ein sog. Rollenkipplager, s. Abb. 64 a u. b, ersetzt werden; hierdurch wird wie bei der Pendelstütze die Richtung von B (hier normal zur Rollenbahn) bestimmt. Zeichnungsverfahren genau wie oben.

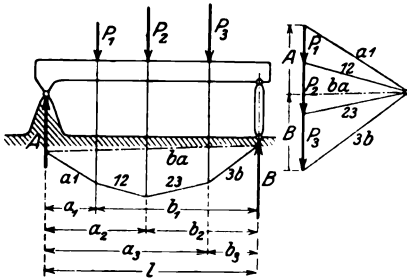


Abb. 62 a u. b.

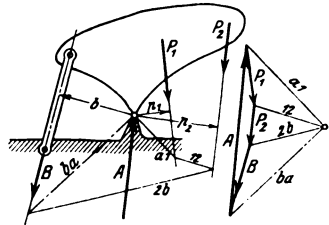


Abb. 63 a u. b.

durch Rechnung und Zeichnung. Größe von B folgt aus der Momentengleichung (z. B. nach Abb. 60 od. 63) $P_1 p_1 + P_2 p_2 + \dots - B b = 0$; Größe und Richtung von A ergibt sich aus der Schlußlinie des Kräftecks $P_1 P_2 \dots A B$.

Bei nur lotrechten Lasten, Abb. 62, ist $A = (P_1 a_1 + P_2 a_2 + \dots) : l$, $B = (P_1 b_1 + P_2 b_2 + \dots) : l$; Probe $A + B = P_1 + P_2 + \dots$.

b) durch drei Pendelstützen, wovon jede durch eine gleichwertige Walze oder ein Rollenkipplager oder eine Zugstange ersetzt sein kann.

In Abb. 65 a sei R die Resultierende der Außenkräfte, die mit ABC Gleichgewicht bildet.

durch Zeichnung. Die Resultierende R_s aus R und A ist gleich und entgegengesetzt zu R_{bc} aus B und C . Hieraus Konstruktion nach Abb. 65 b.

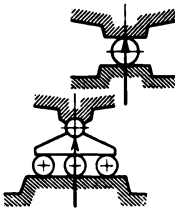


Abb. 64 a u. b.

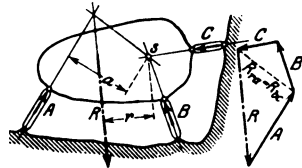


Abb. 65 a u. b.

durch Rechnung und Zeichnung. Nach Abb. 65 a u. b folgt für Bezugspunkt s $A a + R r = 0$, woraus A, B und C ebenso oder aus Kräfteck $R A B C$.

Eine kleine Abänderung der Rechnung folgt für den Fall, daß zwei der Auflagerkräfte parallel sind.

Schneiden sich die Richtungen ABC nahezu in einem Punkte, dann folgen aus der Kleinheit von a sehr große A, B und C , weshalb dieser Fall zu vermeiden ist. Bei genau demselben Schnittpunkt würden sich unendlich große ABC ergeben; aus demselben Grunde sind drei parallele Zugstangen oder Pendelstützen unzulässig.

(148) Beispiele.

1) Wagen auf lotrechter Kreisbahn durch Zugseil gehalten. Aus Abb. 66 a folgt sofort $Z = G g : z$; Radrücke R_1, R_2 aus Kräfteck Abb. 66 b.

2) Wanddrehkran Abb. 67. Auf das gegen Boden und Wand durch ein Spur- und zwei Tragzapfen abgestützte Krangerüst vom Eigengewicht E und Katzensgewicht K wirken die drei

unbekannten Zapfendrucke H_0, H_u und V . Zweckmäßig analytische Behandlung. Die drei Gleichgewichtsbedingungen liefern für Schnittpunkt von H_u und V als Bezugspunkt

$$V - E - K = 0, \quad H_0 - H_u = 0 \quad \text{und} \quad Ee + Kk - H_0h = 0,$$

woraus

$$H_0 = (Ee + Kk) : h = H_u \quad \text{und} \quad V = G + K.$$

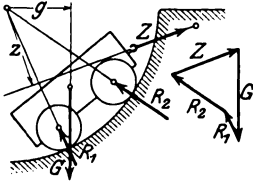


Abb. 66 a u. b.

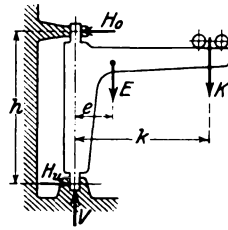


Abb. 67.

Stützung eines Körpers.

(149) Ein räumlicher Körper (Gerüst, Raumbachwerk, Achse mit Raumkräften u. dgl.) erfordert den sechs Gleichgewichtsbedingungen der Raumstatik (143) entsprechend auch sechs Auflagerbedingungen, z. B. sechs Gelenkstangen, oder ein Kugelgelenk und drei Gelenkstangen usw. Der allgemeinste Fall erfordert umständliche Behandlung und kommt selten vor; meist liegen alle Kräfte in parallelen Ebenen.

Beispiele hierüber s. Abschn. Elast. u. Fest. (236).

(150) Die Gleichgewichtsbedingungen sind für die Ermittlung der Auflagerkräfte nicht ausreichend, wenn bei einer ebenen Scheibe die Lagerung z. B. durch zwei feste Kipplager oder durch ein festes und zwei bewegliche Kipplager oder durch vier Gelenkstäbe erfolgt; der Körper ist dann statisch unbestimmt gelagert und die Bestimmung der Auflagerkräfte kann nur unter Zuhilfenahme der elastischen Formänderung (Durchbiegung bei Trägern) erfolgen; es können aber auch beim unbelasteten Träger Auflagerkräfte durch einseitige Temperaturänderungen des Trägermaterials (ungleichmäßige Sonnenbestrahlung) entstehen; insbesondere können die berechneten Auflagerkräfte und die damit zusammenhängenden inneren Kräfte (Materialspannungen) durch nachträgliche Lageränderungen der Auflager beeinflusst werden (z. B. durch Senkung der Mittelstütze eines dreifach gelagerten Trägers).

Bei statisch bestimmter Lagerung bringen solche Vorfälle keine Änderung in der Kräfteverteilung hervor und es ist daher, wenn keine besonderen Gründe dagegen sprechen, die statisch bestimmte Lagerung der unbestimmten vorzuziehen.

Weiteres hierüber s. Abschnitt Baustatik.

Dynamik starrer Körper.

Dynamik des Massenpunktes.

Geradlinige Bewegung des Punktes.

(151) Auf einen mit der Masse m behafteten und in Ruhe oder Bewegung befindlichen Punkt wirke eine gleichbleibende oder nach irgendwelchen Gesetzen veränderliche Kraft P in gleichbleibender und mit v zusammenfallender Richtung. Nach dem dynamischen Grundgesetz (129) erteilt diese Kraft dem Punkte eine Beschleunigung $p = P : m$. Ist das Veränderungsgesetz von P durch Funktion oder Zeichnung bekannt, dann verläuft p entsprechend dem P und dadurch ist der weitere Bewegungsverlauf nach der Bewegungslehre bestimmbar.

Zwischen P , m , s , v , p und t bestehen folgende Beziehungen:

Aus $v dv = p ds$ folgt $m v dv = m p ds$ oder $m v dv = P ds$.

Aus $\frac{v^2}{2} = \int_{s_0}^s p ds + \frac{v_0^2}{2}$ folgt die Arbeitsgleichung

$$\frac{m v^2}{2} = \int_{s_0}^s P ds + \frac{m v_0^2}{2} \quad \text{und} \quad v = \sqrt{\frac{2}{m} \int_{s_0}^s P ds + v_0^2}.$$

$P ds$ heißt Elementararbeit der Kraft P auf dem Wegelement ds ;

$\int_{s_0}^s P ds = A$ ist die Gesamtarbeit von P auf dem Wege $s - s_0$, darstellbar durch die Fläche F , Abb. 68. Der Ausdruck $m v^2 : 2$ heißt Arbeitsvermögen (kinetische Energie, lebendige Kraft); die Arbeitsgleichung besagt, daß das anfangs vorhandene Arbeitsvermögen $W_0 = m v_0^2 : 2$ um den Betrag $A = \int P ds$ auf $W = m v^2 : 2$ vergrößert wird.

Die auf die Zeiteinheit bezogene Arbeit heißt Leistung und ist $N = \text{Kraft} \times \text{Weg i. d. Zeiteinheit} = P v$, gleichviel, ob P und v konstant oder veränderlich.

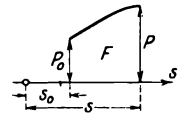


Abb. 68.

Aus $p dt = dv$ folgt $m p dt = m dv$ oder $P dt = m dv$; aus $v = \int_0^t p dt + v_0$ folgt der Satz vom Antrieb $m v = \int_0^t P dt + m v_0$, woraus $v = \frac{1}{m} \int_0^t P dt + v_0$.

$P dt$ heißt Elementarantrieb der Kraft P im Zeitelement dt ; $\int_0^t P dt$ ist der Gesamtantrieb von P in der Zeit t ; $m v$ heißt Bewegungsgröße der mit v behafteten Masse m .

(152) Das Prinzip des d'Alembert. Wirkt auf den Massenpunkt m eine Kraft P , die auch als Resultierende mehrerer Kräfte aufgefaßt werden kann, dann liegt nicht der statische Gleichgewichtsfall vor und die Folge davon ist eine Beschleunigung $p = P : m$. Dieser unstatische Fall kann auf einen statischen Gleichgewichtsfall dadurch zurückgeführt werden, daß an m eine Kraft $\mathfrak{X} = \text{Masse} \times \text{Beschleunigung}$ entgegengesetzt zu p angebracht wird. Diese Kraft \mathfrak{X} heißt Trägheitskraft und wird im weiteren stets mit großen deutschen Buchstaben und mit gepunkteter Strecke bezeichnet.

Einzelfälle, Anwendungen und Beispiele.

(153) Bewegung auf wagrechter Ebene. Abb. 69. Bei Bewegung des Massenpunktes m nach rechts wirkt gegen v die Reibkraft $R = N \mu$, worin $N = \text{Druck zwischen } m \text{ und der Unterlage}$ und $\mu = \text{Gleitreibungszahl}$. Bei $P \cos \alpha > R$ tritt Beschleunigung p nach rechts auf; $\mathfrak{X} = m p$ nach links ergibt Gleichgewicht. Somit ist mit $G = m g$, $N = G + P \sin \alpha$ und $P \cos \alpha - \mathfrak{X} - R = 0$ oder $P \cos \alpha - p G : g - (G + P \sin \alpha) \mu = 0$, woraus

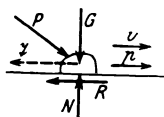


Abb. 69.

$$p = g \frac{P \cos \alpha - (G + P \sin \alpha) \mu}{G}$$

u. zw. konst., wenn P und α konst.

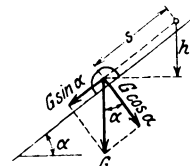


Abb. 70.

(154) Fall auf schiefer Ebene, Abb. 70. Für $t = 0$ sei $v_0 = 0$ und $s_0 = 0$.

a) Reibungsfrei. Auf m wirkt $G \sin \alpha$ in Bewegungsrichtung, somit $p = G \sin \alpha$; $m \ddot{s} = g \sin \alpha = \text{konst.}$ Nach (115) ist $v = \sqrt{2 g \sin \alpha s} = \sqrt{2 g h}$, also v ebenso groß wie beim Freifall auf Höhe h .

b) Mit Reibung. Gegen die Bewegung wirkt $R = G \cos \alpha \mu$, somit $P = G \sin \alpha - G \cos \alpha \mu$ und $p = P/m = g (\sin \alpha - \cos \alpha \mu)$ usw.

(155) Last Q auf Förderkorb stehend. Druck zwischen Last und Korbboden $= D$. $p = 0$, d. i. Ruhe oder gleichförmiges Heben oder Senken; $D = Q$.

p nach oben, d. i. beschleunigtes Heben oder verzögertes Senken. $D = Q + Qp/g = Q(1 + p/g)$.

p nach unten, d. i. verzögertes Heben oder beschleunigtes Senken. $D = Q(1 - p/g)$.

(156) Bewegung des Massenpunktes im widerstehenden Mittel. Bewegt sich ein Körper nicht im luftleeren Raume, sondern in Wasser, Luft u. dgl., dann treten Widerstände W gegen die Bewegung auf, die z. T. von der Reibung an den Seitenwänden des Körpers, etwa prop. v , z. T. von der Luftverdrängung an dessen Stirnwand, etwa prop. v^2 , herühren.

Bei kleinem v überwiegt die Seitenwandreibung, bei größeren v die Stirnwandreibung; bei v über Schallgeschw. (nur für Geschosse von Bedeutung) wächst der Widerstand bedeutend stärker als mit v^2 .

a) Freifall, v klein, $W = cv$, $c =$ Dämpfungsfaktor. Auf m wirkt $G = mg$ nach unten und $W = cv$ nach oben. Demnach $P = G - cv$ bzw. $p = P/m = g - rv$ nach unten, worin $r = c/m$.

Somit die Differentialgleichung der Bewegung

$$\frac{d^2 s}{dt^2} + r \frac{ds}{dt} = g,$$

s. (114), Fall VI.

Allgemeine Lösung nach (75)

$$s = C_1 + C_2 e^{-rt} + \frac{g}{r} t,$$

hieraus

$$\frac{ds}{dt} = v = -r C_2 e^{-rt} + \frac{g}{r}.$$

Für $t = 0$ sei $s_0 = 0$ und $v_0 = 0$, somit $0 = C_1 + C_2$ und $0 = -r C_2 + g/r$, woraus $C_1 = -g/r^2$ und $C_2 = g/r^2$. Damit ist

$$s = -\frac{g}{r^2} + \frac{g}{r^2} e^{-rt} + \frac{g}{r} t = \frac{g}{r^2} (rt + e^{-rt} - 1)$$

und

$$\frac{ds}{dt} = v = \frac{g}{r} (1 - e^{-rt}).$$

v steigt von 0 auf den Grenzwert $v_{\max} = g/r$ an und p fällt von g auf 0 ab. Bewegungsverlauf nach Abb. 71.

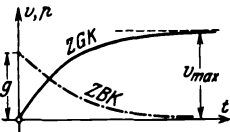


Abb. 71.

b) Freifall, v groß, $W = cv^2$.

Hier ist $P = G - cv^2$ und $p = g - rv^2$, worin $r = c/m$.

Nach (114) Fall VI ist

$$\frac{d^2 s}{dt^2} + r \left(\frac{ds}{dt} \right)^2 = g$$

mit der allgemeinen Lösung nach (75)

$$s = \frac{1}{r} \ln \mathcal{C} \mathcal{f} [(t + C_1) \sqrt{g r}] + C_2,$$

hieraus

$$\frac{ds}{dt} = v = \frac{1}{r} \frac{\mathcal{S} \mathcal{in} [(t + C_1) \sqrt{g r}]}{\mathcal{C} \mathcal{of} [(t + C_1) \sqrt{g r}]} \sqrt{g r} = \sqrt{\frac{g}{r}} \mathcal{X} \mathcal{g} [(t + C_1) \sqrt{g r}].$$

Für $t = 0$ sei $s_0 = 0$ und $v_0 = 0$, somit $C_1 = C_2 = 0$ und $s = \frac{1}{r} \ln \mathcal{C} \mathcal{f} (t \sqrt{g r})$ und

$$v = \sqrt{\frac{g}{r}} \mathcal{X} \mathcal{g} (t \sqrt{g r}).$$

Endgeschwindigkeit $v_{\max} = \sqrt{g/r}$. Bewegungsverlauf ähnlich Abb. 71.

c) Wurf nach oben, W wie bei b).

Kraft nach unten $P = G + cv^2$ und Beschleunigung nach oben $p = -(g + rv^2)$, somit

$$\frac{d^2 s}{dt^2} + r \left(\frac{ds}{dt} \right)^2 = -g$$

mit der allgemeinen Lösung nach (75)

$$s = -\frac{1}{r} \ln \cos [(t + C_1) \sqrt{gr}] + C_2$$

und

$$\frac{ds}{dt} = v = -\sqrt{\frac{g}{r}} \operatorname{tg} [(t + C_1) \sqrt{gr}].$$

Für Steigzeit T sei $s = h$ und $v = 0$. Das liefert $C_1 = -T$ und aus

$$h = -\frac{1}{r} \ln \cos [(T - T) \sqrt{gr}] + h$$

folgt $C_2 = h$. Somit

$$s = -\frac{1}{r} \ln \cos [(t - T) \sqrt{gr}] + h \quad \text{und} \quad v = -\sqrt{\frac{g}{r}} \operatorname{tg} [(t - T) \sqrt{gr}].$$

Anfangsgeschwindigkeit

$$v_0 = -\sqrt{\frac{g}{r}} \operatorname{tg} (-T \sqrt{gr}) = \sqrt{\frac{g}{r}} \operatorname{tg} (T \sqrt{gr}),$$

aus $0 = -\frac{1}{r} \ln \cos [(-T) \sqrt{gr}] + h$ folgt Steighöhe

$$h = \frac{\ln \cos (T \sqrt{gr})}{r}.$$

(157) Freie ungedämpfte Schwingung. Der Massenpunkt m habe zur Zeit t den Abstand s von der Anfangslage und die Geschwindigkeit v ; eine Kraft $P = ks$, also prop. s , sei bestrebt, m in die Anfangslage zurückzuführen (P heißt die rückführende Kraft).

Demnach $p = -\frac{P}{m}$ oder $\frac{d^2s}{dt^2} = -\frac{k}{m} s$.

Allgemeine Lösung nach (74) $s = C_1 \cos \left(t \sqrt{\frac{k}{m}} \right) + C_2 \sin \left(t \sqrt{\frac{k}{m}} \right)$, woraus

$$\frac{ds}{dt} = v = -C_1 \sqrt{\frac{k}{m}} \sin \left(t \sqrt{\frac{k}{m}} \right) + C_2 \sqrt{\frac{k}{m}} \cos \left(t \sqrt{\frac{k}{m}} \right).$$

Für $t = 0$ sei $s_0 = 0$ und v_0 gegeben. Somit $s = v_0 \sqrt{\frac{m}{k}} \sin \left(t \sqrt{\frac{k}{m}} \right)$ und $v = v_0 \cos \left(t \sqrt{\frac{k}{m}} \right)$; das liefert harmonische Schwingung; s. (117).

Größter Ausschlag (Amplitude) $r = v_0 \sqrt{\frac{m}{k}}$ bzw. $v_0 = r \sqrt{\frac{k}{m}}$. Damit folgt $s = r \sin \left(t \sqrt{\frac{k}{m}} \right)$ oder $s = r \sin \omega t$, worin $\omega = \sqrt{k:m} = 2\pi : T = 2\pi n =$ Kreisfrequenz;

$T = 2\pi \sqrt{m:k} =$ Dauer einer vollen Schwingung; $n = 1 : T =$ Frequenz = Schwingungszahl i. d. Zeiteinheit. Demnach ist ω bzw. T und n unabhängig von r .

Mathematisches Pendel, Abb. 72. Aus der Zerlegung von G folgt die rückführende Kraft $P = G \sin \varphi$. Bei $\alpha \leq 8^\circ$ ist hinreichend genau (bis $\approx 1\%$) $\sin \varphi = \varphi$ und dabei kann der Kreisbogen als Gerade angesehen werden. Somit ist für $k = G:l = mg:l$ $T = 2\pi \sqrt{m:k} = 2\pi \sqrt{l:g}$, also unabhängig vom Ausschlag α . Für den Mittendurchgang ist $v_0 = \alpha \sqrt{gl}$.

Bei größeren α ist T von α abhängig und zwar größer als oben, Bewegung ist nicht harmonisch.

Elastische Schwingung. Sitzt der Massenpunkt am Ende eines elastischen Fadens oder am freien Ende eines eingespannten oder in der Mitte eines gewichtslos gedachten Stabes, dann bringt ein Anstoß eine harmonische Schwingung hervor, wobei vorausgesetzt ist, daß infolge der Ausschläge die Spannung des Fadens oder des Stabes innerhalb der Proportionalitätsgrenze bleibt. Der Wert k ist hierbei die zur Verschiebung des Massenpunktes aus seiner Mittellage um den Betrag $s = 1$ erforderliche Kraft, die in jedem Falle nach der Elastizitätslehre leicht festzustellen ist. Stets ist bei obiger Voraussetzung $T = 2\pi \sqrt{m:k} =$ konstant, also unabhängig von r .

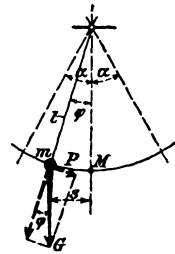


Abb. 72.

(158) Freie gedämpfte Schwingung. Erfolgt die Schwingung in einem widerstehenden Mittel (Luft, Flüssigkeit), so setzt dieses der Bewegung einen Widerstand W entgegen, der bei kleinen v sehr angenähert proportional v ist. Setzt man $W = cv$, worin c der Dämpfungsfaktor heißt, dann gilt

$$\frac{d^2 s}{dt^2} = -\frac{k}{m} s - \frac{c v}{m} \quad \text{oder} \quad \frac{d^2 s}{dt^2} + \frac{c}{m} \frac{ds}{dt} + \frac{k}{m} s = 0.$$

Allgemeine Lösung s. (74).

Man unterscheidet drei Fälle:

1. $\frac{k}{m} > \left(\frac{c}{2m}\right)^2$ oder $4km > c^2$. Setzt man $\sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{c}{2m}\right)^2} = q$, dann ist

$$s = e^{-\frac{c}{2m}t} (C_1 \cos qt + C_2 \sin qt) \quad \text{und}$$

$$\frac{ds}{dt} = v = -e^{-\frac{c}{2m}t} (C_1 q \sin qt + C_2 q \cos qt) + e^{-\frac{c}{2m}t} (-C_1 \sin qt + C_2 \cos qt).$$

Für $t_0 = 0$ sei $s_0 = 0$ und v_0 . Somit $C_1 = 0$, $C_2 = v_0 : q$ und $s = \frac{v_0}{q} e^{-\frac{c}{2m}t} \sin qt$.

ZWK nach Abb. 73 mit allmählich abnehmender Amplitude, aber mit $T = \frac{2\pi}{q} = \text{konst.}$

T wächst mit der Dämpfungsstärke c . Die Amplituden nehmen nach einer geometrischen Reihe ab; für zwei aufeinanderfolgende und um $T/2$ zeitlich auseinanderliegende Amplituden gilt

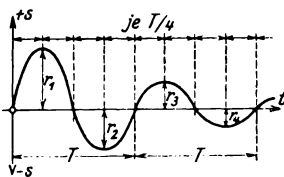


Abb. 73.

$$\frac{r_n}{r_{n+1}} = \frac{1}{e^{-\frac{c}{2m} \frac{T}{2}}} = e^{\frac{cT}{4m}} = \text{konst.}$$

$$\lambda = \ln r_n - \ln r_{n+1} = \frac{cT}{4m} = \frac{c\pi}{2mq} = \text{konst.}$$

ist das logarithmische Dekrement der Schwingung.

2. $\frac{k}{m} < \left(\frac{c}{2m}\right)^2$ oder $4km < c^2$. Mit

$$\sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}} = q \quad \text{ist} \quad s = e^{-\frac{c}{2m}t} (C_1 \cosh qt + C_2 \sinh qt).$$

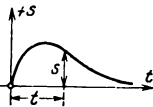


Abb. 74.

Ein entsprechender Rechnungsgang liefert $s = \frac{v_0}{q} e^{-\frac{c}{2m}t} \sinh qt$.

ZWK nach Abb. 74, Bewegung heißt aperiodisch; $s \rightarrow 0$ bei $t \rightarrow \infty$.

3. $4km = c^2$. Mit verschwindendem q gehen obige Lösungen über

in $s = v_0 t e^{-\frac{c}{2m}t}$; Bewegung ebenfalls aperiodisch.

(159) Erzwungene gedämpfte Schwingung. Nach Abb. 75 beschreibt ein Punkt A eine zwangläufige Sinusschwingung, die Erregerschwingung (z. B. durch Kurbeltrieb) und sei elastisch mit dem Massenpunkt m verbunden, der sich im widerstehenden Mittel bewegt. Auf m wirkt nach rechts $P = k(y - s)$, worin $y = a \sin \omega t$, und nach links $W = cv$; somit ist $p = (P - W) : m$, woraus

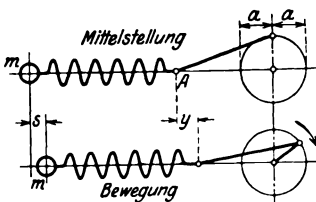


Abb. 75.

$$\frac{d^2 s}{dt^2} = \frac{ka}{m} \sin \omega t - \frac{c}{m} \frac{ds}{dt} \quad \text{oder}$$

$$\frac{d^2 s}{dt^2} + \frac{c}{m} \frac{ds}{dt} + \frac{k}{m} s = \frac{ka}{m} \sin \omega t.$$

Allgemeine Lösung $s = s_1 + s_2$, worin

s_1 , eine gedämpfte freie Schwingung ist, die m auch bei bleibender Mittelstellung von A beschreiben würde und die infolge der Dämpfung abklingt,

$s_2 = r \sin(\omega t - \varphi)$ heißt die erzwungene Schwingung, die nach Erlöschen der Schwingung s_1 übrigbleibt. Sie hat dieselbe Frequenz wie die Erregerschwingung, aber eine andere

Amplitude und gegen diese eine Phasenverschiebung φ . Es ist $r = \frac{a}{\sqrt{(k - m\omega^2)^2 + c^2\omega^2}}$

$$\text{und} \quad \text{tg } \varphi = -\frac{\omega c}{k - \omega^2 m}.$$

Abb. 76 zeigt die Beziehung zwischen r und ω bei gegebenem $a:k$ und c . Für $\omega = \sqrt{k:m}$ liegt der Fall der Resonanz vor, da die Frequenz der Erregerschwingung mit der der dämpfungsfreien Eigenschwingung zusammenfällt; es ist dann $q = \pi:2$ und $r = \frac{a}{c} \sqrt{\frac{m}{k}}$;

für $\omega_{krit} = \frac{\sqrt{mk - c^2}}{m}$ ist

$$r_{max} = \frac{2ma}{c\sqrt{4km - c^2}}$$

Die strichierte Kurve gilt für kleineres c . Bei $c = 0$ (dämpfungsfrei) verklingt die Eigenschwingung nicht, sondern bleibt dauernd neben der erzwungenen bestehen und interferiert mit ihr. Es ist dann $r = a:(k - m\omega^2)$. Für $\omega_{krit} = \sqrt{k:m}$ wird $r_{max} = \infty$, Abb. 77, d. h. dieser Fall muß vermieden werden.

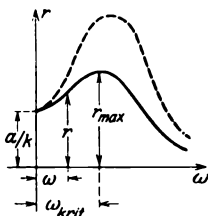


Abb. 76.

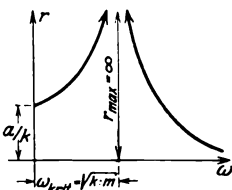


Abb. 77.

Dieselbe Erscheinung tritt ein, wenn auf die elastisch mit einem Festpunkt verbundene Masse m eine erregende äußere Kraft $P = C \sin \omega t$ wirkt. Formeln wie oben, wenn P statt a gesetzt wird.

Folgt die Erregerschwingung einem periodischen Gesetz (durch Funktion oder Kurve gegeben), dann ist dieses in eine Fouriersche Reihe, s. (111), $P = C_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + C_2 \sin(2\omega t + \varphi_2) + \dots$ zu entwickeln. Die Lösung stellt sich dar als Interferenz einer Reihe von Einzelschwingungen mit den Kreisfrequenzen $\omega, 2\omega, 3\omega, \dots$

Resonanzerscheinungen ähnlicher Art treten auch bei elastischer Lagerung von Maschinen mit umlaufenden oder schwingenden Massen auf, s. Abb. 78 u. 79. Sitzt z. B. das Schwungrad absichtlich oder zufällig exzentrisch auf der Welle, dann teilen sich die lotrechten Schwingungen dem elastisch mit dem Boden verbundenen Fundament mit. Resonanz, d. h. Frequenz der Fundamentalschwingung = Drehzahl des Rades steigert die Erschütterungen zuweilen bis zur Unzulässigkeit und kann durch Änderung der Drehzahl oder der Massenverteilung verhindert werden.

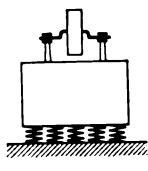


Abb. 78.

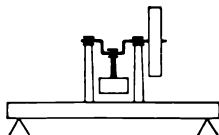


Abb. 79.

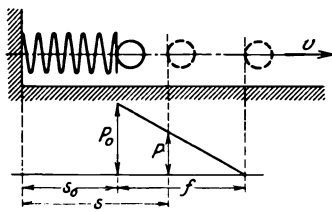


Abb. 80

(160) Masse durch Federkraft beschleunigt. Abb. 80. Voraussetzung: P linear

mit s abnehmend, $v_0 = 0$. Endgeschwindigkeit $v = \sqrt{\frac{2}{m} \int_{s_0}^s P ds}$; $\int_{s_0}^s P ds =$ Arbeit der

Federkraft = Fläche $F = P_0 f : 2$, somit $v = \sqrt{\frac{2 P_0 f}{2m}}$.

Umkehrung: kommt Masse m mit Geschw. v an der spannungslosen Feder von der Länge s an, dann wird sie unter Abnahme von v bis auf s_0 , also um f , zusammengedrückt (Pufferfeder).

(161) Verbindung mehrerer Massenpunkte.

a) Zwei Massenpunkte m_1 und m_2 von den Gewichten G_1 und G_2 sind nach Abb. 81 a durch Fäden und Rolle (beide masselos) miteinander verbunden, Reibung = 0.

Hier ist nicht etwa $p = G_2 : m_1$, sondern man betrachtet jede Masse für sich, bringt die Σ an und stellt die Gleichgewichtsbedingungen auf. Fadenzug = S ; beide Massen haben dasselbe p .

Abb. 81 b liefert $S + \Sigma_1 = m_1 p$,

Abb. 81 c liefert $S + \Sigma_2 = G_2$ oder $S = G_2 - m_2 p$.

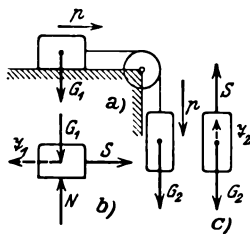


Abb. 81 a ÷ c.

S eliminiert, gibt $m_1 p = G_2 - m_2 p$ und $p = G_2 : (m_1 + m_2) = \text{konst.}$,
 $S = G_1 G_2 : (G_1 + G_2)$.

Für $G_1 = 0$ ist $p = g$ und $S = 0$; für $G_2 = 0$ ist $p = 0$ und $S = 0$.

b) Atwoodsche Fallmaschine, Abb. 82 a bis c, $G_1 > G_2$. Aus $S + \Sigma_1 = G_1$ oder $S + m_1 p = G_1$ und $S = \Sigma_2 + G_2$ oder $S = m_2 p_2 + G_2$ folgt $p = (G_1 - G_2) : (m_1 + m_2)$.

c) Rollenzug, Abb. 83; p_1 nach unten bzw. p_2 nach oben, wenn $G_1 r_1 > 2 G_2 r_2$.

$S_1 = (G_1 - m_1 p_1) : 2$, $S_2 = G_2 + m_2 p_2$; für die Rolle gilt $S_1 r_1 = S_2 r_2$. Die p verhalten sich wie die v , daher $p_1 : p_2 = r_1/2 : r_2$.

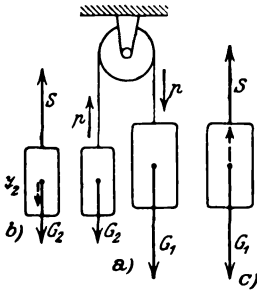


Abb. 82 a ÷ c.

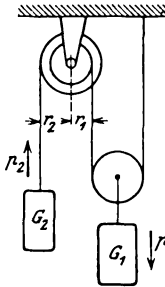


Abb. 83.

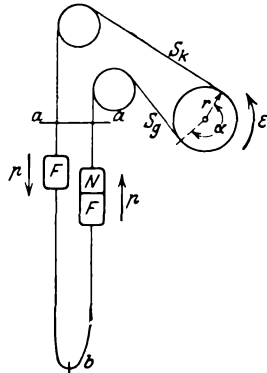


Abb. 84.

Aus diesen vier Ansätzen folgt

$$p_1 = \frac{G_1 + G_2 \cdot 2 \frac{r_2}{r_1}}{m_1 + m_2 \cdot 4 \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2} \quad \text{und} \quad p_2 = p_1 \cdot 2 \frac{r_2}{r_1}$$

d) Koepe-Förderung, Abb. 84. Seilgewicht $a - b = Q_s$, leerer Förderkorb $= F$, Nutzlast $= N$.

$p_{\max} = ?$, damit kein Gleiten des Seiles auf der Treibscheibe.

$$S_g = (Q_s + F + N) + (Q_s + F + N) p : g, \quad S_k = (Q_s + F) - (Q_s + F) p : g$$

Es gilt, wenn kein Gleiten, $S_g : S_k = e^{\alpha \mu}$, somit

$$(Q_s + F + N) (1 + p : g) = (Q_s + F) (1 - p : g) e^{\alpha \mu}$$

und

$$p_{\max} = g \frac{k e^{\alpha \mu} - 1}{k e^{\alpha \mu} + 1}$$

worin

$$k = \frac{1}{1 + N : (Q_s + F)}$$

Freie krumme ebene Bewegung des Punktes.

(162) Fällt nach Abb. 85 die Richtung der Kraft P nicht mit der Bewegungsrichtung zusammen, dann liefert die in die P -Richtung fallende Gesamtbeschleunigung $p = P : m$ nach (119) eine krumme Bewegung (eine ebene, wenn P und v dauernd in der Ebene bleiben, sonst räumlich). Wirken auf m mehrere Kräfte, dann ist unter P deren Resultierende zu verstehen.

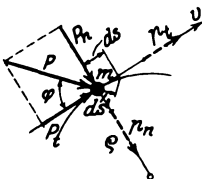


Abb. 85.

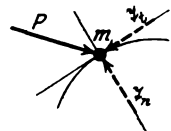


Abb. 86.

Riß-Verfahren. Die Komponente P_t liefert die Tangential-

beschleunigung $p_t = P_t : m$. Zwischen P_t, m, s, v, p_t und t bestehen dieselben Beziehungen wie zwischen den entsprechenden Werten der geradlinigen Bewegung.

P_n liefert die Normalbeschleunigung $p_n = P_n : m$ und somit $\rho = v^2 : p_n = v^2 m : P_n$.

Nach d'Alembert ist für Abb. 86 $P \rightarrow \mathfrak{T}_t \rightarrow \mathfrak{T}_n = 0$, worin $\mathfrak{T}_t = m p_t$ und $\mathfrak{T}_n = m p_n$. Somit ist $P_t = m p_t$ und $P_n = m p_n$ usw., Ergebnis wie oben. Die stets nach außen wirkende Trägheitskraft \mathfrak{T}_n heißt auch Fliehkraft oder Zentrifugalkraft.

Der Satz vom Antrieb. Aus $dv = p_t dt$, s. (120), folgt $m dv = P_t dt$ und aus $v = \int p_t dt + v_0$ folgt $m v = \int P_t dt + m v_0$.

Der Arbeitssatz. Aus $v dv = p ds'$, s. (120), folgt wegen $m p = P$ $m v dv = P ds'$, worin nach Abb. 85 $ds' =$ Projektion von ds auf die P -Richtung. Hierin ist $P ds'$ die Elementararbeit von P bei Verschiebung vom m um ds , d. h. Arbeit = Kraft \times Projektion des Weges auf die Krafrichtung.

Aus $v^2 : 2 = \int p ds' + v_0^2 : 2$ folgt dementsprechend $m v^2 : 2 = \int P ds' + m v_0^2 : 2$.

Wirken gleichzeitig mehrere Kräfte $P_1 P_2 \dots$ von verschiedenen Richtungen auf m , dann ist entweder mit deren Resultierenden R zu rechnen oder es ist die algebraische Summe der Einzelarbeiten zu nehmen, also $m v^2 : 2 = \int P_1 ds'_1 + \int P_2 ds'_2 + \dots + m v_0^2 : 2$.

Der Satz vom Antrieb. Aus $dv = p_t dt$, s. (120), folgt $m dv = P_t dt$ und aus $v = \int p_t dt + v_0$ folgt $m v = \int P_t dt + m v_0$.

Der Flächensatz. Erste Fassung: Aus $\frac{v' i' - v i}{dt} = p h$, s. (122) und Abb. 84 u. 85, folgt $\frac{m v' i' - m v i}{2} = \frac{d(m v i)}{dt} = m p h = P h$, d. h. für

beliebigen Bezugspunkt ist das Moment der Kraft gleich dem Zuwachs des Momentes der Bewegungsgröße im Zeitelement.

Zweite Fassung: Aus $2 p_f = p h$, s. (122), folgt $2 m p_f = p m h = P h$, d. h. die mit $2 m$ multiplizierte Flächenbeschleunigung ist gleich dem Moment der Kraft.

Zentralbewegung, wenn P stets gegen denselben Punkt hin gerichtet ist. Dieser als Bezugspunkt liefert stets $h = 0$, daher $v_f = \text{konst.}$, der Fahrstrahl bestreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächen.

Beispiel: Planetenbewegung, zweites Keplersches Gesetz.

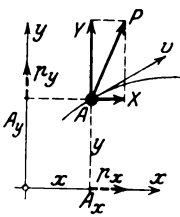


Abb. 87.

Koordinatenverfahren. Nach Abb. 87 wird P , die auch die Resultierende mehrerer Kräfte sein kann, in X und Y zerlegt; sodann ist $p_x = X : m$ und $p_y = Y : m$, wodurch die Bewegungsgesetze der Projektionen A_x und A_y ausgedrückt sind. Weiterbehandlung nach (121).

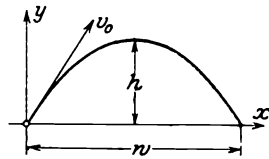


Abb. 88.

Beispiele.

(163) Der schiefe Wurf im luftleeren Raume. Geg. für $t = 0$ v_0 und φ_0 , Abb. 88. Auf m wirkt nur die Schwerkraft, daher $X = 0, Y = -G, p_x = 0, p_y = -G : m = -g$,

somit $\frac{d^2 x}{dt^2} = 0, \frac{d^2 y}{dt^2} = -g$. Allgemeine Lösungen:

$x = C_1 t + C_2, v_x = C_1, y = -gt^2 : 2 + C_3 t + C_4, v_y = -gt + C_3$. Für $t = 0$ ist $x_0 = 0, v_{x0} = v_0 \cos \varphi_0, y_0 = 0, v_{y0} = v_0 \sin \varphi_0$; hieraus $C_1 = v_0 \cos \varphi_0, C_2 = 0,$

$C_3 = v_0 \sin \varphi_0$, $C_4 = 0$, somit $x = v_0 \cos \varphi_0 t$, $v_x = v_0 \cos \varphi_0 = \text{konst.}$, $y = v_0 \sin \varphi_0 t - \frac{1}{2} g t^2$; 2 , $v_y = v_0 \sin \varphi_0 - g t$.

t hieraus elim., gibt $y = x \operatorname{tg} \varphi_0 - \frac{g}{2 v_0^2 \cos^2 \varphi_0} x^2$, d. i. Parabel.

Wurfhöhe $h = v_0^2 \sin^2 \varphi_0 : 2g$, Wurfweite $w = v_0^2 \sin 2 \varphi_0 : g$, dasselbe w für Neigungswinkel $90^\circ - \varphi_0$. Für $\varphi_0 = 45^\circ$ ist $w_{\max} = v_0^2 : g$. Wurfzeit $T = w : v_0 \cos \varphi_0 = 2 v_0 \sin \varphi_0 : g$.

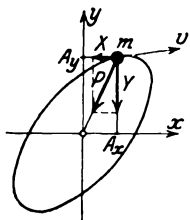


Abb. 89.

(164) Ellipsenschwingung als Sonderfall der Zentralbewegung. Auf m wirke nach Abb. 89 Kraft $P = k \varrho$ stets gegen O hin gerichtet (Mathematisches Pendel mit kleinen Ausschlägen im Raume auf Kugelfläche schwingend oder m auf elastischem Rundstab sitzend, in beiden Fällen exzentrischer Anstoß). Somit ist $X = P \cos \varphi = P x : \varrho$, $Y = P \sin \varphi = P y : \varrho$, $\frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{k}{m} x$,

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = -\frac{k}{m} y.$$

Ergebnis: Die Projektionen A_x und A_y machen harmonische Schwingung von derselben Frequenz $\omega = \sqrt{k/m}$, aber von ungleicher Phase, m beschreibt Ellipse mit dem Mittelpunkt in O .

Bewegung des Punktes auf vorgeschriebener ebener Bahn (Gezwungene Bewegung).

(165) Bahnlinie glatt, Reibung = 0. Ist der Massenpunkt in einer Bahn (Kanal u. dgl.) geführt, Abb. 90, dann wirkt auf m außer der gegebenen Kraft P noch der Bahndruck B .

Mit $p_n = v^2 : \varrho$ ist nach Anbringung der Trägheitskräfte \mathfrak{T}_n und \mathfrak{T}_t

$$B = \mathfrak{T}_n - P_n = v^2 m : \varrho - P_n \text{ und } p_t = P_t : m.$$

Ist $v^2 m : \varrho < P_n$, dann ist B negativ, d. h. m drückt gegen die innere Kanalseite.

Im Arbeitssatz verschwindet die Arbeit des Bahndruckes, daher $m v^2 : 2 = \int P ds' + \frac{1}{2} m v_0^2$.

$P = 0$ liefert $v = \text{konst.}$ und $B = v^2 m : \varrho$, gegen den Krümmungsmittelpunkt der Bahn hin gerichtet (Zentripetalkraft).

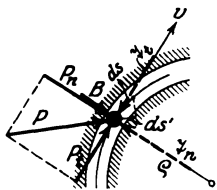


Abb. 90.

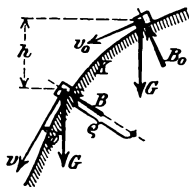


Abb. 91.

Bei gleichförmiger Kreisbewegung einer Masse vom Gewicht G kg ist mit Radius r in m, v in msek^{-1} , ω in sek^{-1} und n Umdr. i. d. Min. Fliehkraft =

$$\text{Bahndruck} = \frac{G v^2}{g r} = \frac{G}{g} \omega^2 r = \frac{G}{g} \cdot 0,10966 n^2 r \text{ kg.}$$

Beispiel. Massenpunkt m auf krummer Fläche reibungsfrei abgleitend, Abb. 91. Auf m wirkt nur Schwerkraft $G = mg$. Somit $\int G ds' = G \int ds' = Gh$, bei Anfangsgeschw. v_0 ist $m v^2 : 2 = Gh + m v_0^2 : 2$, woraus $v = v_0 + gh : 2$, also unabhängig von der Bahnform und wie bei Freifall von der Hohe h .

$$\text{Augenblicklicher Bahndruck } B = -\frac{G v^2}{g \varrho} + G \sin \varphi.$$

Die Fallzeit ist bei zeichnerisch gegebener Bahnform nur durch Zeichnung zu ermitteln. Vorstehendes gilt nur für gleitende, nicht für rollende Massen, s. (177).

(166) Bahnlinie rauh. Neben den bisherigen Kräften tritt noch ein Tangentialwiderstand, nämlich die Reibung $R = B \mu$ gegen die Bewegungsrichtung auf, worin μ die Gleitreibzahl. Somit ist $B = \mathfrak{T}_n - P_n = v^2 m : \varrho - P_n$ und aus $\mathfrak{T}_t + R = P_t$ folgt $p_t = (P_t - B \mu) : m$.

$$\text{Arbeitsgleichung } m \dot{v}^2 : 2 = \int P ds' - \int B \mu ds + m v_0^2 : 2.$$

Zusammengesetzte ebene Bewegung des Punktes. Absolut- und Relativbewegung.

(167) Der Massenpunkt m bewegt sich reibungsfrei in einer vorgeschriebenen Bahn (Kanal) auf einer Scheibe, die sich selbst bewegt. Auf m wirke Kraft P , die auch Resultierende mehrerer Kräfte sein kann.

1. Scheibe macht Schiebung nach (123). P und Bahndruck B müssen diejenige Kraft liefern, die dem Punkte die resultierende Beschleunigung erteilt, also $P \leftrightarrow B = m p = m f \leftrightarrow m j_i \leftrightarrow m j_n$. Hieraus B durch Konstruktion oder Rechnung.

Der Arbeitssatz lautet hier, da die Arbeit von B nicht verschwindet, $m v^2 : 2 = \int P ds' + \int B dk + m v_0^2 : 2$; hierin ist wieder ds' das auf die P -Richtung projizierte Element ds der resultierenden Bahn und dk die Projektion von ds auf die Bahnnormale. Die Arbeit $\int B dk$ wird an die Scheibe abgegeben.

2. Scheibe macht Drehung nach (124). Hier gilt $P \leftrightarrow B = m p = m j_i \leftrightarrow m j_n \leftrightarrow m r \varepsilon \leftrightarrow m \omega^2 r \leftrightarrow 2 m w \omega$. Hieraus B durch Konstruktion oder Rechnung. Arbeitssatz wie oben. $\int B dk$ ist wieder die von B an die Scheibe abgegebene Arbeit.

Dynamik der Massenpunktgruppe.

Allgemeines. Anwendung des d'Alembertschen Prinzips.

(168) Ein Körper kann als eine Vereinigung oder Gruppe mehrerer Massenpunkte aufgefaßt werden. Sind die gegenseitigen Abstände dieser Punkte unveränderlich, dann heißt diese Gruppe starrer Körper, andernfalls unstarre Massengruppe.

Das d'Alembertsche Prinzip, s. (152), gilt auch hier für jeden Massenpunkt der Gruppe. Entgegengesetzt zu dem p des einzelnen Punktes wird die Trägheitskraft $\mathfrak{T} = m p$ angebracht, wodurch nicht nur der einzelne Massenpunkt, sondern auch die ganze Gruppe mit den äußeren Kräften zusammen ins statische Gleichgewicht gebracht wird.

Je nachdem alle Massenpunkte in der Ebene oder im Raume liegen und alle Kräfte und Bewegungsvorgänge in dieser Ebene oder im Raume verlaufen, unterscheidet man den ebenen und den räumlichen Fall.

In allen Fällen besteht die Gruppe aus den Massenpunkten $m_1 m_2 \dots m_i \dots$, die Gesamtmasse ist $m = m_1 + m_2 + \dots = \sum m_i$.

Dynamik des starren Körpers

unter Berücksichtigung der technisch wichtigsten Fälle.

(169) Der Körper in geradliniger Parallelführung, z. B. Wagen Abb. 92. Am Körper greift an Kraft P , die auch Resultierende mehrerer Einzelkräfte sein kann, Gewicht G , im Massenschwerpunkt wirkend und Führungskräfte (hier die Raddrücke) $N_1 N_2$.

Alle Reibungen = 0 gesetzt.

Ruhe oder gleichförmige Bewegung, wenn die algebraische Summe aller Kraftkomponenten in Führungsrichtung = 0.

Ist die Summe > 0 , dann Beschleunigung in Führungsrichtung. Die in m_i anzubringenden $\mathfrak{T}_i = m_i p_i$ stellen wieder statisches Gleichgewicht her. Die Resultierende dieser \mathfrak{T}_i ist die im Massenschwerpunkt angreifende Gesamtträgheitskraft $\mathfrak{T} = m p$.

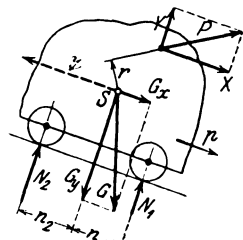


Abb. 92.

Hiermit folgt aus Abb. 92

Gleichgewicht in Führungsrichtung

$$X + G_x - \mathfrak{T} = 0 \quad \dots \quad (1)$$

Gleichgewicht normal dazu

$$Y + N_1 + N_2 - G_y = 0 \quad \dots \quad (2)$$

Gleichgewicht gegen Drehen um beliebigen Punkt, z. B. Schwerpunkt

$$Pr - N_1 n_1 + N_2 n_2 = 0 \quad \dots \quad (3)$$

Aus (1) folgt mit $\mathfrak{T} = mp$ $p = (X + G_k) : m$. Aus (2) und (3) folgt N_1 und N_2 .

(170) Der Körper um eine raumfeste Achse drehbar. Auf den mit ω und ε um eine wagrechte Achse sich drehenden Körper wirken nach Abb. 93 äußere Kräfte P_k vom Gesamtmoment M , die dem Körper die Winkelbeschleunigung ε erteilen. m_i erhält $p_{ni} = \omega^2 \varrho_i$ und $p_{ti} = \varepsilon \varrho_i$, somit bringen die $\mathfrak{T}_{ni} = m_i \omega^2 \varrho_i$ und $\mathfrak{T}_{ti} = m_i \varepsilon \varrho_i$ mit den Gewichten G_i und den P_k bzw. dem M Gleichgewicht hervor.

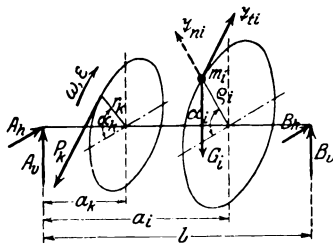


Abb. 93.

Von den sechs Gleichgewichtsbedingungen der Raumstatik, s. (143), fällt eine weg, da Kräfte in Achsenrichtung = 0.

Gleichgewicht gegen Drehen

$$M + \sum G_i r_i - \sum \mathfrak{T}_{ni} \varrho_i = 0 \quad \text{oder} \quad M + \sum G_i r_i - \varepsilon \sum m_i \varrho_i^2 = 0,$$

woraus

$$\varepsilon = (M + S) : J;$$

hierin ist $S =$ statisches Moment der Gewichte in bezug auf die Drehachse und $J = \sum m_i \varrho_i^2 =$ Massenträgheitsmoment, bezogen auf die Drehachse (Sätze über J weiter unten).

Liegt der Massenschwerpunkt in der Drehachse, dann ist $S = 0$ und $\varepsilon = M : J$.

Die übrigen vier Gleichgewichtsbedingungen lauten z. B. bei doppelter Lagerung nach Abb. 93 unter Benutzung der Beziehungen nach (143)

$$A_v + B_v - \sum P_k \cos \alpha_k - \sum G_i + \varepsilon \sum m_i \varrho_i \cos \alpha_i + \omega^2 \sum m_i \varrho_i \sin \alpha_i = 0,$$

$$A_h + B_h - \sum P_k \sin \alpha_k + \varepsilon \sum m_i \varrho_i \sin \alpha_i - \omega^2 \sum m_i \varrho_i \cos \alpha_i = 0,$$

$$B_v l - \sum P_k \cos \alpha_k a_k - \sum G_i a_i + \varepsilon \sum m_i \varrho_i \cos \alpha_i a_i + \omega^2 \sum m_i \varrho_i \sin \alpha_i a_i = 0,$$

$$B_h l - \sum P_k \sin \alpha_k a_k + \varepsilon \sum m_i \varrho_i \sin \alpha_i a_i - \omega^2 \sum m_i \varrho_i \cos \alpha_i a_i = 0$$

und dienen zur Bestimmung der $A_v A_h B_v B_h$ und somit der A und B und deren Richtungen.

Bei lotrechter Achse verschwinden die G aus der Momentengleichung für die Drehachse, liefern aber zusätzliche, nach den Regeln der Statik leicht bestimmbare, von ω und ε unabhängige Auflagerkräfte (z. B. Drehkrangerüst im An- und Auslauf).

Folgerungen: Die Trägheitskräfte \mathfrak{T}_{ti} bilden das Trägheitskraftmoment $\mathfrak{M} = \sum \mathfrak{T}_{ti} \varrho_i = \sum \varepsilon \varrho_i m_i \varrho_i = \varepsilon \sum m_i \varrho_i^2 = \varepsilon J$, das entgegengesetzt zu ε wirkt und mit den angreifenden Kräften und Momenten im Gleichgewicht steht. Während also bei Parallelverschiebung die Gesamtträgheitskraft \mathfrak{T} im Massenschwerpunkt gegen die p -Richtung anzubringen war, ist hier \mathfrak{M} gegen die ε -Richtung anzubringen, um statisches Gleichgewicht herzustellen. Anwendungsbeispiele s. (175) bis (182).

Bezeichnet φ den zur Zeit t erreichten Drehwinkel (im Bogenmaß), dann bestehen zwischen $M, J, \varphi, \omega, \varepsilon$ und t entsprechende Beziehungen wie zwischen P, m, s, v, p und t der geradlinigen Bewegung. Der Arbeitssatz lautet hier

$$\frac{J}{2} \omega^2 - \frac{J}{2} \omega_0^2 = \int_{\varphi_0}^{\varphi} M d\varphi \quad \text{und} \quad \omega = \sqrt{\frac{2}{J} \int_{\varphi_0}^{\varphi} M d\varphi} + \omega_0.$$

$M d\varphi$ heißt Elementararbeit von M bei Drehung um $d\varphi$, $\int M d\varphi = A$ ist die Gesamtarbeit von M . Der Ausdruck $J\omega^2 : 2$ heißt Arbeitsvermögen der mit ω sich drehenden Masse J .

Für $M = \text{konstant}$ ist $A = M\varphi$. M in mkg liefert bei u Umdrehungen (u ist die Gesamtanzahl der Umdrehungen, nicht auf die Zeiteinheit bezogen) $A = Mu : 2\pi$ in mkg.

Die Leistung drückt sich aus durch $N = \text{Moment} \times \text{Winkelgeschwindigkeit} = M\omega$. M in mkg und ω in sek^{-1} ergibt N in mkg sek^{-1} .

Mit $\omega = 2\pi n : 60$ ($n = \text{Uml./Min.}$) ist $N = Mn 2\pi : 60$ in mkg sek^{-1} und $N = Mn 2\pi : 60 \cdot 75$ in PS, woraus $M = N 60 \cdot 75 : 2\pi n = 716, 197 N : n$ mkg; $N : n$ heißt Leistungsquotient.

$$\text{Aus } \varepsilon = \frac{d\omega}{dt} \text{ und } \varepsilon = \frac{M}{J} \text{ folgt}$$

$$M dt = J d\omega \quad \text{und} \quad \int_0^t M dt = J \int_{\omega_0}^{\omega} d\omega = J\omega - J\omega_0$$

und

$$\omega = \frac{1}{J} \int_0^t M dt + \omega_0.$$

(171) Der frei bewegliche Körper. Ableitung für den ebenen Fall.

Für den in Abb. 94 gez. Augenblick gelten für m_i die Werte v_i und p_i bzw. v_{xi}, v_{yi} und p_{xi}, p_{yi} . Die $\mathfrak{X}_{xi} = m_i p_{xi}$ und $\mathfrak{X}_{yi} = m_i p_{yi}$ bilden mit den äußeren Kräften $P_1 P_2 \dots P_k \dots$ statisches Gleichgewicht. Somit

$$\sum X_k = \sum \mathfrak{X}_{xi} = \sum m_i p_{xi}$$

und

$$\sum Y_k = \sum \mathfrak{X}_{yi} = \sum m_i p_{yi}.$$

Bez. x_s und y_s die Koordinaten des augenblicklichen Massenmittelpunktes oder Schwerpunktes, dann folgt aus den Schwerpunktsätzen der Statik

$$\sum m_i x_i = m x_s \quad \text{und} \quad \sum m_i y_i = m y_s.$$

Aus der Differentiation nach dt folgt

$$\sum m_i \frac{dx_i}{dt} = m \frac{dx_s}{dt} \quad \text{und} \quad \sum m_i \frac{dy_i}{dt} = m \frac{dy_s}{dt}$$

oder

$$\sum m_i v_{xi} = m v_{xs} \quad \text{und} \quad \sum m_i v_{yi} = m v_{ys}$$

oder

$$\sum m_i v_i = m v_s.$$

Aus wiederholter Differentiation nach dt folgt

$$\sum m_i \frac{d^2 x_i}{dt^2} = m \frac{d^2 x_s}{dt^2} \quad \text{usw.}$$

oder

$$\sum m_i p_{xi} = m p_{xs} \quad \text{und} \quad \sum m_i p_{yi} = m p_{ys}$$

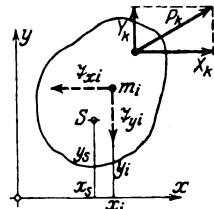


Abb. 94.

und nach Obigem

$$p_{x_s} = \sum X_k \cdot m \quad \text{und} \quad p_{y_s} = \sum Y_k \cdot m$$

oder

$$p_s = \sum P_k \cdot m = R \cdot m, \quad \text{worum} \quad R = \sum P_k.$$

Hieraus der Schwerpunktsatz:

Der Massenschwerpunkt bewegt sich so, als ob die Gesamtmasse in ihm vereinigt wäre und die äußeren Kräfte oder deren Resultierende parallel zu ihrer wirklichen Lage an ihm angriffen.

Ist $R = 0$, d. h. liefern die P_k nur ein Kräftepaar oder heben sie sich völlig auf, so bewegt sich der Schwerpunkt geradlinig gleichförmig weiter oder bleibt in Ruhe.

Die Bewegung des ebenen Körpers setzt sich zusammen aus einer Schiebung entsprechend der Schwerpunktsbewegung mit v_s und p_s und einer Drehung mit ω und ε um den Schwerpunkt. Diese Drehung erfolgt nach Abb. 94 durch das Moment $M = \sum P_k r_k$ mit ω und ε so um den Schwerpunkt, als ob dieser festgehalten wäre. Punkt m_i erhält $p_{ti} = \varepsilon \varrho_i$ und $p_{ni} = \omega^2 \varrho_i$, somit ist $\mathfrak{X}_{ti} = m_i p_{ti} = \varepsilon m_i \varrho_i$ und $\mathfrak{X}_{ni} = m_i p_{ni} = \omega^2 m_i \varrho_i^2$.

Aus der Gleichgewichtsbedingung gegen Drehen folgt $M = \sum \mathfrak{X}_{ti} \varrho_i = \varepsilon \sum m_i \varrho_i^2 = \varepsilon J$, worin J das Massenträgheitsmoment des Körpers. Somit ist $\varepsilon = M : J$.

Ist $M = 0$, dann ist $\omega = \text{konstant}$.

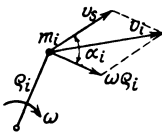


Abb. 95.

Arbeitssatz. Das augenblickliche Arbeitsvermögen des Körpers ist $W = \sum (m_i v_i^2 : 2)$. Hierin ist nach Abb. 95 $v_i = v_s + \omega \varrho_i$ oder $v_i^2 = v_s^2 + \omega^2 \varrho_i^2 + 2 v_s \omega \varrho_i \cos \alpha_i$. Somit ist $W = \sum (m_i v_s^2 : 2) + \sum (m_i \omega^2 \varrho_i^2 : 2) + \sum (m_i v_s \omega \varrho_i \cos \alpha_i) = m v_s^2 : 2 + \omega^2 J : 2$, da der dritte Teil wegen $\sum m_i \varrho_i \cos \alpha_i = 0$ verschwindet.

Bei Elementarbewegung, d. h. Verschiebung des Schwerpunktes um Strecke ds und Drehung in M -Richtung um Winkel $d\varphi$ ist die von den äußeren Kräften geleistete Elementararbeit $dA = R ds' + M d\varphi$, worin $ds' = \text{Projektion von } ds \text{ auf die } R\text{-Richtung}$. Bei endlicher Bewegung ist

$$A = \int R ds' + \int M d\varphi = m (v_s^2 - v_{s0}^2) : 2 + J (\omega^2 - \omega_0^2) : 2,$$

worin v_{s0} und ω_0 die Anfangswerte für $t_0 = 0$ sind.

Eine erweiterte Rechnung zeigt die Gültigkeit des Schwerpunktsatzes auch für den räumlichen Fall; die Drehung erfolgt hierbei um fortwährend wechselnde Schwerpunktsachsen.

(172) Der geführte Körper. Ist der Körper irgendwie reibungsfrei geführt, dann treten zu den bisherigen Kräften noch die Bahndrücke, die wie äußere Kräfte behandelt werden. In der Arbeitsgleichung liefern diese Bahndrücke wie beim geführten Massenpunkt keinen Anteil.

(173) Sätze über Massenträgheitsmomente. In der technischen Praxis wird vielfach an Stelle des $J = \sum m_i \varrho_i^2$ das Schwungmoment GD^2 (in kgm^2) = $\sum G_i (2 \varrho_i)^2$ gesetzt, worin G_i die Gewichte der Einzelmassen in kg und $2 \varrho_i$ die zugehörigen Durchmesser in m bezeichnet; es ist dann $J = GD^2 : 4g$ ($g = 9,81 \text{ msek}^{-2}$).

Über Bestimmung der Schwungmomente von Schwungrädern durch Pendelversuche s. Matz, *Ge talung*, 2. Jahrg., 1923 Heft 14.

Der Trägheitsradius i ist derjenige Abstand von der Drehachse, in welchem die Gesamtmasse des Körpers vereinigt gedacht ist; demnach ist $m i^2 = J$ und $i = \sqrt{J : m}$ oder $2 i = D = \sqrt{GD^2 : G}$.

Bezeichnet J_s das auf eine Schwerpunktsachse bezogene J , dann ist für eine im Abstände e dazu parallele Achse $J = J_s + m e^2$. Bei parallelen Achsen hat somit die Schwerpunktsachse das kleinste J .

Bei einem ebenen Gebilde (Fläche oder Linie) heißt das auf eine in der Ebene liegenden Achse bezogene J axiales, das auf eine Schwerpunktsachse bezogene äquatoriales und das auf eine zur Ebene winkelrechte Achse polares Trägheitsmoment (im folgenden stets mit J' bezeichnet).

Nach Abb. 96 ist $J_a = \int \varrho_a^2 dm$ und $J_b = \int \varrho_b^2 dm$, somit $J_c' = \int \varrho^2 dm = \int (\varrho_a^2 + \varrho_b^2) dm = J_a + J_b$ und $i_c'^2 = i_a^2 + i_b^2$.

Weitere Sätze über Flächenträgheitsmomente s. unter Festigkeitslehre (231).

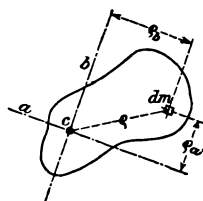


Abb. 96.

(174) Trägheitsmomente für homogene Linien, Flächen und Körper. (Die strichpunktiierten Geraden bezeichnen die Achsenrichtungen, m ist überall die Gesamtmasse.)

1. Gerade Linie.

$$J_a = m \left[r^2 + \frac{(l \sin \alpha)^2}{12} \right]$$

$$J_b = m \frac{(l \sin \alpha)^2}{12}$$

$$J_c = m \frac{(l \sin \alpha)^2}{3}$$

$$J = m \frac{l^2}{12}$$

2. Kreislinie.

$$J_x = m \frac{r^2}{2}$$

$$J_s' = m r^2$$

3. Rechteckfläche.

$$J_x = m \frac{h^3}{12}$$

$$J_b = m \frac{h^3}{3}$$

$$J_s' = m \frac{b^3 + h^3}{12}$$

4. Dreieckfläche.

$$J_x = m \frac{h^3}{18}$$

$$J_b = m \frac{h^3}{6}$$

$$J_c = m \frac{h^3}{2}$$

5. Kreisfläche.

s der Halbmesser; Achsen wie bei 2.

$$J_x = m \frac{r^2}{4}$$

$$J_s' = m \frac{r^2}{2}$$

6. Kreisringfläche.

R und r die Halbmesser; Achsen wie bei 2.

$$J_x = m \frac{R^2 + r^2}{4}$$

$$J_s' = m \frac{R^2 + r^2}{2}$$

7. Gerades Prisma und gerader Zylinder.

F die Grundfläche.
 $J = m J_s' : F$, worin
 J_s' = polares Trägheitsmoment der Grundfläche, bezogen auf die Schwerachse.

8. Gerader Kreiszyylinder.

r der Halbmesser, h die Höhe.

$$J = m \frac{r^2}{2}$$

[Zylindermantel $J = m r^2$].

9. Hohlzylinder.

R und r die Halbmesser, h die Höhe.

$$J = m \frac{R^2 + r^2}{2}$$

10. Gerader Kreiskegel.

r der Halbmesser der Grundfläche, h die Höhe.

$$J = m \frac{3r^2}{10}$$

[Kegelmantel $J = m \frac{r^2}{2}$].

Für 7 bis 10 gelten die angegebenen J für die Längsschwerachse.

11. Kugel.

r der Halbmesser.

$$J = m \frac{2 r^2}{5}$$

$$\left[\text{Kugeloberfläche } J = m \frac{2 r^2}{3} \right]$$

Die J für jeden Durchmesser.

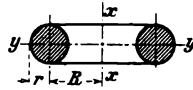
12. Hohlkugel.

R und r die Halbmesser.

$$J = m \frac{2}{5} \cdot \frac{R^5 - r^5}{R^3 - r^3}$$

Die J für jeden Durchmesser.

13. Kreisring.



$$J_x = m (R^2 + \frac{3}{4} r^2)$$

$$J_y = m (\frac{1}{2} R^2 + \frac{5}{8} r^2)$$

Anwendungen und Beispiele.

Einheiten und Maße: Gewichte in kg, Strecken in m, $g = 9,81 \text{ msek}^{-2}$, Massen in $\text{kg m}^{-1} \text{ sek}^3$, J in kg m sek^2 , Arbeiten in mkg, Leistungen in mkg sek⁻¹.

Drückt man die Strecken in cm aus, dann ist $g = 981 \text{ cm sek}^{-2}$ zu setzen.

(175) Torsionspendel. Schwungmasse J an torsionsfestem Faden aufgehängt. Dessen Verdrehelastizität sei so, daß einem Drehwinkel φ ein Drehmoment D entspricht. Ist die Schwungmasse augenblicklich um Winkel φ aus seiner Ruhelage gedreht, dann wirkt der Faden auf J mit Moment $M = \varphi D$ dagegen. Somit $\varepsilon = -\frac{M}{J}$ oder $\frac{d^2 \varphi}{dt^2} = -\frac{D}{J} \varphi$.

Bewegung erfolgt genau wie bei der geradlinigen freien Schwingung nach dem Sinusgesetz $\varphi = a \sin \omega t$, worin a der größte Winkelausschlag und $\omega = \sqrt{D:J}$; Schwingungsdauer $T = 2 \pi \sqrt{J:D}$, also unabhängig von a .

In entsprechender Weise die freie gedämpfte und die erzwungene Schwingung. Anwendung auf Schwingung von Instrumenten, z. B. Magnetnadeln. Erweiterung: Schwingungen, Resonanzerscheinungen, kritische Drehzahlen bei langen elastischen Wellen mit periodisch veränderlichem Drehmoment, z. B. Schiffswellen s. u. a. Hort, Technische Schwingungslehre. Jul. Springer.

(176) Bifilarpendel. Ist die Schwungmasse vom Gewicht G in zwei torsionsfreien lotrecht herabhängenden Fäden von der Länge l und dem Abstände $2a$ aufgehängt, dann ist in obigen Formeln für ω und T $D = G a^2 : l$ zu setzen. Ähnlich das Trifilarpendel.

(177) Rollkörper nach Abb. 97 vom Gewicht $G = mg$ auf schiefer Ebene herabrollend. Zunächst sei angenommen, daß verzahnter Umfang auf Zahnstange rollt. Diese übt Zahn-
druck P auf Rolle aus. Für die p und ε gilt $\varepsilon = p : r$. Nach Anfügung von $\mathfrak{E} = m p$ und $\mathfrak{R} = J \varepsilon$ ist $G \sin \alpha = P + m p$ und $P r = J p : r$. P eliminiert, liefert $p = g \frac{\sin \alpha}{1 + J : m r^2}$.

Rollt der Körper auf glatter Unterlage mit der Gleitreibzahl μ , dann gilt vorstehendes, solange $P \leq G \cos \alpha \mu$.

Das liefert reines Rollen, wenn $\text{tg } \alpha \leq \mu (m r^2 : J + 1)$.

- Für Vollkugel ist $p = \frac{5}{7} g \sin \alpha$ und $\text{tg } \alpha \leq \frac{7}{8} \mu$,
- „ Vollzylinder „ $p = \frac{2}{3} g \sin \alpha$ und $\text{tg } \alpha \leq 3 \mu$,
- „ Ring „ $p = \frac{1}{2} g \sin \alpha$ und $\text{tg } \alpha \leq 2 \mu$.

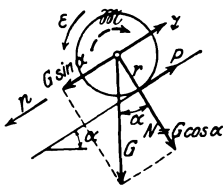


Abb. 97.

(178) Vereinigung von geradlinig bewegten und umlaufenden Massen. Bezogenes Trägheitsmoment. Masse m vom Gewicht $Q = mg$ nach Abb. 98 an Trommel von der Schwungmasse J hängend. Auf Trommel wirke Antriebsmoment M in Hubrichtung; alles reibungsfrei.

Für $M > Q r$ liegt Hubbeschleunigung oder Senkverzögerung ε bzw. $p = \varepsilon r$ vor. Nach Anfügung von $\mathfrak{C} = m p$ und $\mathfrak{R} = J \varepsilon$ ist statisch zu rechnen.

Seilzug $S = Q + m p$; für die Trommel ist $M = S r + \mathfrak{R}$ oder $M = (Q + m \varepsilon r) r + J \varepsilon$, hieraus $\varepsilon = \frac{M - Q r}{J + m r^2}$ und $p = \varepsilon r$.

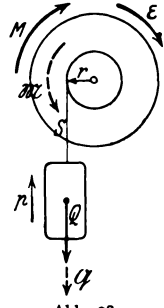


Abb. 98.

Das Moment $M_k = Qr$ würde gleichförmige Bewegung in Hub- oder Senkrichtung hervorbringen. Mit $\Theta = J + m r^2$ ist $\varepsilon = (M - M_k) : \Theta$.

$M > M_k$ liefert $p = +$, d. h. Hubbesch. oder Senkverzögerung,

$M = M_k$ liefert $p = 0$, d. h. gleichförm. Heben oder Senken,

$M < M_k$ oder $M = 0$ oder $M = -$ liefert $p = -$, d. h. Hubverz. oder Senkbesch.

Wirkt auf die Schwungmasse ein Reibmoment M_r (z. B. von einer Reibungsbremse herührend), dann wirkt M_r stets gegen die Bewegung; demnach beim Heben $\varepsilon = (-M_r - M_k) : \Theta$, d. i. Hubverz., beim Senken $\varepsilon = (M_r - M_k) : \Theta$; $M_r < M_k$ liefert Senkbesch., $M_r = M_k$ liefert $\varepsilon = p = 0$, d. i. gleichförmiges Senken, $M_r > M_k$ Senkverzög.

Θ heißt das auf die Schwungmasse bezogene Trägheitsmoment aller Massen, da ein auf eine gedachte Schwungmasse Θ wirkendes Moment $M - M_k$ dasselbe ε hervorbringt.

Der Vorgang läßt sich auf mehrsträngige Flaschen und auf mehrere durch Zahnräder gekuppelte Schwungmassen erweitern. Man fügt den Schwungmassen die $\mathcal{M} = J\varepsilon$ und der Last den Betrag $\mathcal{L} = m p$ bei und rechnet streng statisch. Anwendung auf An- und Auslauf von elektrisch betriebenen Hebezeugen.

(179) Massengruppe oder starrer Körper, um lotrechte Achse drehbar.

a) Größe und Lage der resultierenden Fliehkraft durch $\omega = \text{konst.}$, Abb. 99.

Die Fliehkraft für m_i ist $\mathfrak{X}_i = m_i \omega^2 \rho_i$ mit den Komponenten

$$\mathfrak{X}_{xi} = m_i \omega^2 \rho_i \cos \varphi_i = m_i \omega^2 x_i \quad \text{und} \quad \mathfrak{X}_{yi} = m_i \omega^2 y_i.$$

Deren Resultierende sind

$$\mathfrak{X}_x = \Sigma \mathfrak{X}_{xi} = \omega^2 \Sigma m_i x_i = \omega^2 m x_s \quad \text{und} \quad \mathfrak{X}_y = \omega^2 m y_s,$$

worin x_s und y_s für den Massenschwerpunkt gelten. Deren Lagen folgen aus

$$y_{0x} = \frac{\Sigma \mathfrak{X}_{xi} y_i}{\mathfrak{X}_x} = \frac{\Sigma m_i x_i y_i}{m x_s},$$

$$z_{0x} = \frac{\Sigma \mathfrak{X}_{xi} z_i}{\mathfrak{X}_x} = \frac{\Sigma m_i x_i z_i}{m x_s},$$

$$x_{0y} = \frac{\Sigma m_i y_i x_i}{m y_s},$$

$$z_{0y} = \frac{\Sigma m_i y_i z_i}{m y_s}.$$

Diese \mathfrak{X}_x und \mathfrak{X}_y liegen wegen der Verschiedenheit von x_s und y_s in verschiedenen Horizontalebene, sie bilden ein Kraftkreuz, können daher nicht zu einer Resultierenden vereinigt werden.

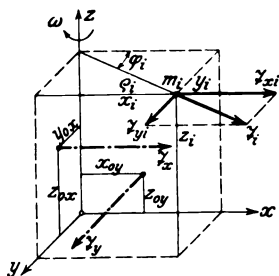


Abb. 99.

Liegen alle m_i in einer Horizontalebene (der X-Y-Ebene, Abb. 100), dann verschwinden alle z ; die Resultierende von \mathfrak{X}_x und \mathfrak{X}_y ist $\mathfrak{X} = \sqrt{\mathfrak{X}_x^2 + \mathfrak{X}_y^2} = \omega^2 m \sqrt{x_s^2 + y_s^2} = \omega^2 m \rho_s$, d. i. so, ob die Gesamtmasse im Schwerpunkt S vereinigt wäre.

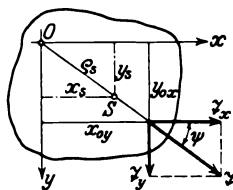


Abb. 100.

Aus $\text{tg } \psi = \mathfrak{X}_y : \mathfrak{X}_x = y_s : x_s$ und $x_{0y} : y_{0x} = x_s : y_s$ folgt, daß \mathfrak{X} radial durch O und S geht.

Liegen alle m_i in einer Vertikalebene (angenommen ist die X-Z-Ebene, Abb. 101), dann verschwinden alle y , die Resultierende der \mathfrak{X}_i ist $\mathfrak{X} = \omega^2 m x_s$, d. i. wieder so, als ob m in S vereinigt wäre. Deren Lage folgt aus $z = \frac{\Sigma m_i x_i z_i}{m x_s}$, sie geht mit

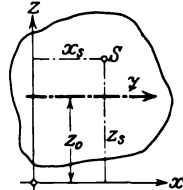


Abb. 101.

hin im allgemeinen nicht durch S.

b) Größe und Lage der resultierenden Trägheitskraft durch ε , Abb. 102.

Für m_i ist $\mathfrak{X}_i = m_i \varepsilon \rho_i$ mit den Komponenten $\mathfrak{X}_{xi} = m_i \varepsilon \rho_i \sin \varphi_i = m_i \varepsilon y_i$ und $\mathfrak{X}_{yi} = m_i \varepsilon \rho_i \cos \varphi_i = m_i \varepsilon x_i$.

Deren Resultierende sind $\bar{X}_x = \varepsilon \sum m_i y_i$, $\bar{X}_y = \varepsilon m x_s$; deren Lagen folgen aus

$$y_{0x} = \frac{\sum m_i y_i^2}{m y_s}, \quad z_{0x} = \frac{\sum m_i y_i z_i}{m y_s}, \quad x_{0y} = \frac{\sum m_i x_i^2}{m x_s}, \quad z_{0y} = \frac{\sum m_i x_i z_i}{m y_s}.$$

Sie bilden wie im Falle a) ein Kraftkreuz.

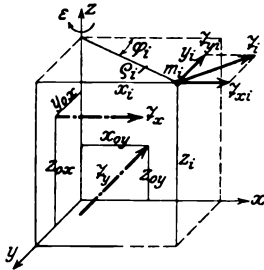


Abb. 102.

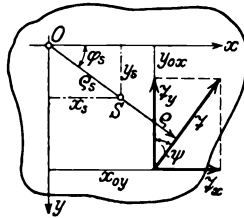


Abb. 103.

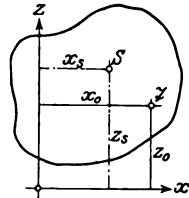


Abb. 104.

Liegen alle m_i in einer Horizontalebene (der X-Y-Ebene, Abb. 103), dann ist

$$\bar{X} = \varepsilon m \sqrt{y_s^2 + x_s^2} = \varepsilon m \varrho_s,$$

d. i. so, als ob m in S vereinigt wäre. Deren Richtung folgt aus $\text{tg } \psi = \bar{X}_x : \bar{X}_y = y_s : x_s = \text{tg } \varphi_s$ und $\psi = \varphi_s$, somit $\bar{X} \perp \varrho_s$. Hebelarm von \bar{X} (in Richtung ϱ_s)

$$\begin{aligned} \varrho = x_{0y} \cos \varphi_s + y_{0x} \sin \varphi_s &= \frac{\sum m_i x_i^2}{m x_s} \frac{1}{\sqrt{1 + y_s^2 : x_s^2}} + \frac{\sum m_i y_i^2}{m y_s} \frac{1}{\sqrt{1 + x_s^2 : y_s^2}} \\ &= \frac{\sum m_i x_i^2}{m \varrho_s} + \frac{\sum m_i y_i^2}{m \varrho_s} = \frac{\sum m_i \varrho_i^2}{m \varrho_s} = \frac{J}{m \varrho_s}. \end{aligned}$$

Demnach ist $\varrho \neq \varrho_s$.

Liegen alle m_i in einer Vertikalebene (X-Z-Ebene, Abb. 104), dann ist

$$\bar{X} = \varepsilon m x_s, \quad x_0 = \frac{\sum m_i x_i^2}{m x_s} = \frac{J}{m x_s}$$

und

$$z_0 = \frac{\sum m_i x_i z_i}{m y_s} \quad (\text{wie bei den Fliehkräften}).$$

\bar{X} geht demnach nicht durch S .

Anm.: Unterliegt der Körper gleichzeitig einem ω und ε , dann treten die beiden \bar{X} in der dargelegten Weise gleichzeitig auf.

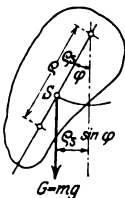


Abb. 105.

(180) Das physische Pendel als ebene Massenscheibe, Abb. 105,

gedacht. Es ist $J \varepsilon = -G \varrho_s \sin \varphi$ oder $\frac{d^2 \varphi}{dt^2} = -\frac{m g}{J} \varrho_s \sin \varphi$, d. h. das

Pendel schwingt ebenso wie ein mathematisches von der Länge $\varrho = J : m \varrho_s$. Der Endpunkt von ϱ heißt Schwingungsmittelpunkt, eine Achse hierdurch Schwingungsachse. Bei Vertauschung dieser mit der Aufhängungsachse bleibt die Schwingungszeit dieselbe.

Das physische Pendel kann zur versuchsmäßigen Bestimmung von J für beliebige Körper benutzt werden.

(181) Unbalanz und dynamischer Massenausgleich. Ein um eine raumfeste wagrechte Achse drehbarer Körper ist statisch ausgeglichen, wenn dessen Schwerpunkt in die Achse fällt. Wirkt ein reines Kräftepaar auf ihn treibend, dann sind ohne Berücksichtigung der \bar{X}_n und \bar{X}_t die

Auflagerkräfte lotrecht und nur vom Gesamtgewicht und der Schwerpunktlage auf der Drehachse maßgebend.

Bei Drehung mit ω und ε bringen die \bar{X} Zusatzauflagerkräfte hervor, die sich im Kreise mit dem Körper drehen (Unbalanz). Bei gewisser Anordnung der Einzelmassen verschwinden

diese Zusatzkräfte für beliebige ω und r , der Körper ist dynamisch ausgeglichen. Die Bedingung hierfür folgt aus (170) und Abb. 93 und lautet

$$\sum m_i \varrho_i \cos \alpha_i = 0, \quad \sum m_i \varrho_i \sin \alpha_i = 0,$$

und

$$\sum m_i \varrho_i \cos \alpha_i a_i = 0, \quad \sum m_i \varrho_i \sin \alpha_i a_i = 0.$$

Sind diese vier Gleichungen für irgendeine Körperlage erfüllt, dann sind sie auch für jede gegen diese gedrehte Lage erfüllt.

Soll die Unbalanz eines Körpers durch Zusatzmassen beseitigt werden, dann sind hierzu mindestens zwei Einzelmassen erforderlich, deren Größen und Lagen aus obigen Gleichungen folgen.

Näh. s. Heymann. Betrieb Jahrg. 1 S. 130 u. 244, Jahrg. 2 S. 49, Jahrg. 3 S. 363, ferner Heidebroek, Z. 1916 S. 11 u. 32.

(182) Kinetostatik. Befindet sich ein Gebilde im Beschleunigungs- oder Verzögerungszustande, dann treten in dessen Teilen außen den statischen Beanspruchungen noch die durch die Trägheitskräfte hervorgerufenen dynamischen Beanspruchungen auf, die sich zu den statischen algebraisch addieren. Die Behandlung derselben heißt Kinetostatik, wenn die Teilgebilde als starre Körper betrachtet werden können, andernfalls treten elastische Schwingungserscheinungen auf, die rechnerisch kaum verfolgbar sind.

a) Laufkran mit Fahrbeschleunigung oder -verzögerung p . Bei Stützweite l , Trägergewicht T , Katzweg K und Nutzlast Q erhält der Träger ein horizontales liegendes Moment $M_b = p \left[\frac{T}{g} \frac{l}{8} + \frac{K+Q}{g} \frac{l}{4} \right]$, das einen ausreichend starken Obergurt oder besser einen besonderen Horizontalverband erfordert.

b) Treibstange erhält nach (127) und Abb. 28 ÷ 30 Querbeschleunigungskomponenten, die je nach Querschnitts- bzw. Gewichtsverteilung Biegemomente verursachen. Bei etwa gleichmäßigem Querschnitt verlaufen die \bar{x} wie die p ebenfalls linear; M_b hierzu nach (230) Nr. 8.

c) Dünnere Schwungring vom Radius r und dem Gewicht G erhält bei Umfangsgeschw. v die über den Ring gleichmäßig verteilte Fliehkraft $f = \frac{G}{g} \frac{v^2}{2r\pi r}$ und bei Nichtberücksichtigung der den Ring haltenden Arme eine Zugkraft $Z = \tau f$, demnach bei Querschnitt F und Gewichtsichte s bzw. $G = 2r\pi r F s$ die Zugbeanspruchung $\sigma = \frac{Z}{F} = \frac{\tau}{F} \frac{r}{2r\pi r} \frac{F v^2}{r} = \frac{s v^2}{g}$, also nur von s und v abhängig.

s in kg m^{-3} , $g = 9,81 \text{ msek}^{-2}$ und v in msek^{-1} liefert σ in kg/m^2 . Für z. B. Gußeisen mit $s = 7250 \text{ kg/m}^{-3}$ ist $\sigma = 0,074 v^2 \text{ kg cm}^2$.

Dynamik der unstarren Massenpunktgruppe.

(183) Wesentlich ist hier die zeitliche Veränderung der gegenseitigen Abstände der Massenpunkte und die Kraftbezeichnungen zwischen diesen in der Weise, daß der i -te Punkt auf den k -ten Punkt eine Kraft J_{ik} und der k -te Punkt auf den i -ten eine Kraft J_{ki} äußert, wobei nach dem Wechselwirkungsgesetz $J_{ik} = J_{ki}$. Diese Kräfte heißen innere Kräfte, die Resultierende der von allen übrigen Punkten auf den i -ten Punkt wirkenden inneren Kräfte sei J_i . Daher bildet die Gesamtheit aller J ein Gleichgewichtssystem, es ist $\sum J_i = 0$.

Nach Abb. 106, worin alles in der Ebene liege, greife an m_i mit den Koordinaten x_i und y_i die äußere Kraft P_i bzw. deren Komponenten X_i Y_i an. m_i habe die Beschleunigung p_i bzw. p_{xi} und p_{yi} .

Somit ist $\mathfrak{X}_i = m_i p_i$ bzw. $\mathfrak{X}_{xi} = m_i p_{xi}$ und $\mathfrak{X}_{yi} = m_i p_{yi}$. Zunächst ist $P_i \rightarrow J_i \rightarrow \mathfrak{X}_i = 0$. Die Summierung über alle Punkte liefert

$$\sum P_i \rightarrow \sum J_i \rightarrow \sum \mathfrak{X}_i = 0 \text{ oder wegen } \sum J_i = 0$$

$$\sum P_i \rightarrow \sum \mathfrak{X}_i = 0 \text{ oder analytisch}$$

$$\sum X_i - \sum m_i p_{xi} = 0 \text{ und } \sum Y_i - \sum m_i p_{yi} = 0$$

(das Minuszeichen wegen der den p entgegengesetzten $m p$).

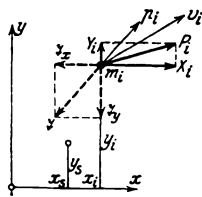


Abb. 106.

Schwerpunktssätze. Bezeichnet x_s und y_s die Koordinaten des augenblicklichen Massenschwerpunktes, dann ist $\sum m_i x_i = m x_s$ und $\sum m_i y_i = m y_s$; $m = \sum m_i$ die Gesamtmasse.

Aus der Differentiation nach dt folgt

$$\sum m_i \frac{dx_i}{dt} = m \frac{dx_s}{dt} \quad \text{und} \quad \sum m_i \frac{dy_i}{dt} = m \frac{dy_s}{dt},$$

somit $\sum m_i v_{x_i} = m v_{x_s}$ und $\sum m_i v_{y_i} = m v_{y_s}$ oder $\sum m_i v_i = m v_s$.

Wiederholte Differentiation nach dt liefert

$$\sum m_i \frac{d^2 x_i}{dt^2} = m \frac{d^2 x_s}{dt^2} \quad \text{und} \quad \sum m_i \frac{d^2 y_i}{dt^2} = m \frac{d^2 y_s}{dt^2},$$

somit $\sum m_i p_{x_i} = m p_{x_s}$ und $\sum m_i p_{y_i} = m p_{y_s}$ und mit $\sum X_i = \sum m_i p_{x_i}$ usw. $\sum X_i = m p_{x_s}$ und $\sum Y_i = m p_{y_s}$ oder $\sum P_i = m p_s$.

Denkt man sich die Gesamtmasse der Punktgruppe in ihrem Schwerpunkt vereinigt, so ist deren Bewegungsgröße gleich der geometrischen Summe der Bewegungsgrößen der Massenpunkte und deren Beschleunigungskraft gleich der geometrischen Summe der äußeren Kräfte; die Bewegung des Schwerpunktes erfolgt so, als ob alle äußeren Kräfte parallel zu ihren wirklichen Richtungen an ihm angriffen. Sind alle P_i null oder ist deren Resultierende null, dann bleibt der Schwerpunkt in Ruhe oder bewegt sich geradlinig und gleichförmig.

Eine erweiterte Rechnung zeigt die Gültigkeit dieser Sätze auch für räumlich verteilte Massenpunkte, Bewegungen und Kräfte.

Der Flächensatz. Bei ebener Anordnung lautet nach (162) der Flächensatz mit den an m_i wirkenden P_i und J_i für beliebigen Bezugspunkt O , Abb. 107,

$$P_i h_i + J_i \dot{v}_i = \frac{d(m_i v_i g_i)}{dt}. \quad \text{Die Summierung über alle}$$

$$\text{Massenpunkte liefert } \sum P_i h_i + \sum J_i \dot{v}_i = \sum \frac{d(m_i v_i g_i)}{dt}$$

$$\text{oder } = \frac{d}{dt} \sum m_i v_i g_i.$$

Wegen des statischen Gleichgewichtes aller J ist

$$\sum J_i \dot{v}_i = 0, \quad \text{daher } \sum P_i h_i = \frac{d}{dt} \sum m_i v_i g_i, \quad \text{d. h. die}$$

zeitliche Änderung der algebraischen Summe der statischen Momente der Einzelbewegungsgrößen ist gleich der algebraischen Summe der statischen Momente der äußeren Kräfte.

Sind alle P_i null oder ist deren Resultierende null, dann ist $\sum m_i v_i g_i = \text{konstant}$.

Bei entsprechender Fassung (geometrische statt algebraische Summen) auch für den räumlichen Fall gültig.

(184) Anwendungen und Beispiele.

1. Wagen m_1 mit darauf liegender hin- und hergehender Masse m_2 , etwa nach Abb. 108. Der Gesamtschwerpunkt bleibt in Ruhe, mithin macht m_1 eine Gegenbewegung derart, daß stets $m_1 v_1 + m_2 v_2 = 0$. Zur Verhinderung der Bewegung des Wagens ist dieser mit dem Boden so zu verbinden, daß dadurch die Trägheitskraft $\mathfrak{X}_2 = m_2 p_2$ auf den Boden übertragen wird.

Durch Gegengewicht auf dem Kurbelarm kann \mathfrak{X}_2 z. Teil ausgeglichen werden. Bei mehrkurbeligen Maschinen ist teilweiser Massenausgleich auch durch entsprechende Kurbelanordnung möglich; s. auch Beisp. 4, ferner Bestehorn, Z. 1920, S. 42.

2. Laufkatze m_1 mit pendelnder Last m_2 , Abb. 109. Katze bewegt sich ohne Berücksichtigung der Fahrreibung so, daß für den Gesamtschwerpunkt $v = \text{konst.}$, demnach $m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v$.

3. Masse m auf drehbarem Arm, Abb. 110; r sei verstellbar. Wirkt auf die Achse sonst kein Moment, dann ist stets $m v = m \omega r = \text{konst.}$, daher auch $\omega r = \text{konst.}$ Demnach ω abnehmend bei Vergrößerung von r .

4. Massenausgleich bei Schiffsmaschinen nach Schlick. Der Schiffskörper und die Massen m_1 bis m_4 , Abb. 111, bilden die Gesamtmasse, für die der Schwerpunktsatz und der Flächeninhalt zutrifft. Bei fehlendem Massenausgleich macht daher der Schiffskörper gewisse unerwünschte Gegenbewegungen, die zum Verschwinden gebracht werden können, wenn die Massen m_1 bis m_4 so angeordnet werden, daß für sie allein diese beiden Sätze zutreffen.

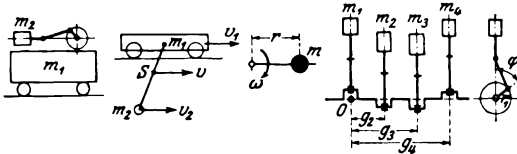


Abb. 108 ÷ 111.

Für beliebigen Augenblick seien $\varphi_1 \div \varphi_4$ die Winkel der Pleueln $r_1 \div r_4$; demnach sind (in erster Annäherung) die Pleuelwege $x_1 = r_1 (1 - \cos \varphi_1)$, $x_2 = r_2 (1 - \cos \varphi_2)$ usw.

und deren Geschwindigkeiten $v_1 = \frac{dx_1}{dt} = r_1 \sin \varphi_1 \frac{d\varphi_1}{dt}$, $v_2 = r_2 \sin \varphi_2 \frac{d\varphi_2}{dt}$ usw., worin

$\frac{d\varphi_1}{dt} = \frac{d\varphi_2}{dt} = \dots = \omega = \text{Winkelgeschw. der Pleuelwelle} = \text{konst.}$ Die gegenseitigen Unterschiede der φ sind $\varphi_2 - \varphi_1 = \alpha_2 = \text{konst.}$, $\varphi_3 - \varphi_1 = \alpha_3 = \text{konst.}$ usw., somit $v_1 = \omega r_1 \sin \varphi_1$, $v_2 = \omega r_2 \sin (\varphi_1 + \alpha_2) = \omega r_2 (\sin \varphi_1 \cos \alpha_2 + \cos \varphi_1 \sin \alpha_2)$ usw.

Der Schwerpunktsatz lautet $\Sigma m v = 0$ oder

$$m_1 r_1 \sin \varphi_1 + m_2 r_2 (\sin \varphi_1 \cos \alpha_2 + \cos \varphi_1 \sin \alpha_2) + \dots = 0 \text{ oder}$$

$$\sin \varphi_1 (m_1 r_1 + m_2 r_2 \cos \alpha_2 + m_3 r_3 \cos \alpha_3 + m_4 r_4 \cos \alpha_4) + \cos \varphi_1 (m_2 r_2 \sin \alpha_2 + m_3 r_3 \sin \alpha_3 + m_4 r_4 \sin \alpha_4) = 0 \dots \dots \dots 1$$

Der Flächensatz lautet $\Sigma m v g = 0$ oder für Bezugspunkt O, Abb. 107,

$$0 + m_2 r_2 (\sin \varphi_1 \cos \alpha_2 + \cos \varphi_1 \sin \alpha_2) g_2 + \dots = 0 \text{ oder}$$

$$\sin \varphi_1 (0 + m_2 r_2 \cos \alpha_2 g_2 + m_3 r_3 \cos \alpha_3 g_3 + m_4 r_4 \cos \alpha_4 g_4) + \cos \varphi_1 (0 + m_2 r_2 \sin \alpha_2 g_2 + m_3 r_3 \sin \alpha_3 g_3 + m_4 r_4 \cos \alpha_4 g_4) = 0 \dots \dots \dots 2$$

Sollen die Gl. (1) und (2) für beliebige Pleuelstellung erfüllt sein, dann müssen die vier Klammerausdrücke je verschwinden, somit

$$\Sigma m r \cos \alpha = 0, \quad \Sigma m r \sin \alpha = 0, \quad \Sigma m r \cos \alpha g = 0, \quad \Sigma m r \sin \alpha g = 0.$$

Man wählt nun die Werte $\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, g_2, g_3, g_4$ so, daß diese vier Gleichungen erfüllt sind wobei zwei dieser Werte frei gewählt werden können.

s. Hort, Technische Schwingungslehre, 2. Aufl. Berlin: Julius Springer 1922.

Der Stoß.

(185) Treffen zwei Massenkörper m_1 und m_2 mit den Geschwindigkeiten v_1 und v_2 aufeinander, so wirken sie während einer sehr kurzen Zeit mit einer wechselnden Kraft aufeinander, die in den Körpern elastische, d. h. nach dem Stoßvorgang wieder verschwindende, oder bleibende Formänderungen hervorbringt. Dementsprechend unterscheidet man zwischen vollkommen elastischem und vollkommen unelastischem Stoß, dazwischen liegt der unvollkommen elastische Stoß.

Geht die Wirkungslinie dieser Kraft durch beide Massenschwerpunkte, so ist der Stoß zentrisch, andernfalls exzentrisch. Fallen beide Bewegungsrichtungen in die Stoßlinie, so ist der Stoß gerade, andernfalls schief.

Der gerade zentrische Stoß. Gehen die Massen nach dem Stoß mit den Geschwindigkeiten c_1 + c_2 weiter, dann bleibt, da das Kräftespiel nur innerhalb der Massengruppe m_1 und m_2 erfolgt und von außen keine Kräfte wirken, nach (171) die Summe der Bewegungsgrößen dieselbe; mithin

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 c_1 + m_2 c_2 \dots \dots \dots 1$$

Das Arbeitsvermögen beider Massen zusammen ist vor dem Stoß $W_1 = (m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2) : 2$ und nach dem Stoß $W_2 = (m_1 c_1^2 + m_2 c_2^2) : 2$.

Beim vollkommen elastischen Stoß tritt kein Verlust an Arbeitsvermögen ein, daher $W_1 = W_2$ oder

$$m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 = m_1 c_1^2 + m_2 c_2^2 \dots \dots \dots 2$$

Aus Gl. (1) und (2) folgt

$$c_1 = \frac{(m_1 - m_2) v_1 + 2 m_2 v_2}{m_1 + m_2}, \quad c_2 = \frac{(m_2 - m_1) v_2 + 2 m_1 v_1}{m_1 + m_2}.$$

Beim vollkommen unelastischen Stoß gehen beide Massen mit gleicher Geschwindigkeit $c = c_1 = c_2$ weiter, wobei aus Gl. (1)

$$c = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}.$$

Dabei geht der Energieverlust

$$V = W_1 - W_2 = \frac{m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2) c^2}{2} = \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2 (v_1 - v_2)^2}{m_1 + m_2}$$

in Formänderungswärme über.

Beim unvollkommen elastischen Stoß ist

$$c_1 = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2 - m_2 (v_1 - v_2) k}{m_1 + m_2}, \quad c_2 = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2 - m_1 (v_1 - v_2) k}{m_1 + m_2}$$

und

$$V = \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (v_1 - v_2)^2 (1 - k^2),$$

worin die Stoßziffer k ein Maß für die Unvollkommenheit der Elastizität ist.

In vorstehenden Formeln sind positive v und c nach rechts, negative nach links gerichtet.

Sonderfälle.

Vollkommen elastischer Stoß: $m_1 = m_2$ gibt $c_1 = v_2$, $c_2 = v_1$. $m_1 = m_2$ und $v_1 = +v$, $v_2 = -v$ (d. i. Gegenprall) gibt $c_1 = -v$, $c_2 = +v$. $m_1 = \infty$, $v_1 = 0$ (feste Wand) und $v_2 = -v$ gibt $c_2 = +v$, d. i. Rückprall mit demselben v ; s. Beisp. (160).

$m_1 = \infty$, $v_1 = +v$, $v_2 = 0$ (d. i. bewegliche Wand gegen ruhendes m_2 stoßend) gibt $c_2 = 2v_1$.

Vollkommen unelastischer Stoß: $m_1 = m_2$, $v_1 = +v$, $v_2 = -v$ gibt $c_1 = c_2 = 0$.

Unvollkommen elastischer Stoß: $m_1 = \infty$, $v_1 = 0$ (feste Wand) und $v_2 = -v$ gibt $c_2 = v_2 k$. Fällt m_2 mit v_2 aus der Höhe $H = v_2^2 : 2g$ gegen den festen Boden aus demselben Stoffe, dann prallt m_2 um $h = c_2^2 : 2g$ zurück; demnach $k^2 = h : H$.

k hängt wesentlich von v_2 bzw. H ab. Bei $H \approx 0,4$ m ist für Elfenbein $k = \frac{8}{10}$, Stahl $k = \frac{5}{10}$, Glas $k = \frac{10}{16}$, Holz $k = \frac{1}{2}$.

Reibung.

Gleitreibung.

(186) Wird ein Körper mit der Normalkraft N (Abb. 112) gegen eine ebene Unterlage gedrückt, dann ist zu seiner Fortbewegung mit gleichförmiger Geschwindigkeit eine Kraft P erforderlich, gleich dem Reibungswiderstand W , der am Körper, und zwar an der Berührungsfläche auftritt und stets gegen die Bewegung gerichtet ist.

Es ist $W = N \mu$, worin μ (eine Verhältniszahl) die Reibungszahl der gleitenden Bewegung heißt.

μ ist von der Flächenpressung $p = N : F$ (F die Berührungsfläche), von Material und Beschaffenheit der Berührungsflächen, von der Gleitgeschwindigkeit v und von den Schmierungsverhältnissen abhängig, jedoch kann μ bei nicht zu großen Unterschieden in p und v als unveränderlich angesehen werden.

Bezeichnet R (Abb. 113) die Resultierende mehrerer auf den Körper wirkenden Kräfte, dann gleitet der Körper mit gleichförmiger Geschwindigkeit über die Unterlage, wenn R mit der Berührungsnormalen einen Winkel ϱ einschließt, der sich aus $\operatorname{tg} \varrho = \mu$ ergibt (ϱ heißt der Reibungswinkel).

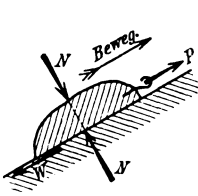


Abb. 112.

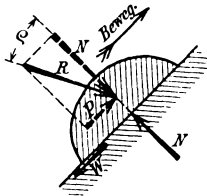


Abb. 113.

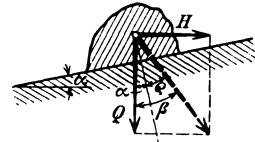


Abb. 114.

Die Normalkomponente von R ist $N = R \cos \varrho$, die Komponente parallel zur Gleitfläche $P = R \sin \varrho$; aus $P = W$ ergibt sich $R \sin \varrho = N \mu = R \cos \varrho \mu$, woraus $\operatorname{tg} \varrho = \mu$.

Besonderer Fall: Ein Körper vom Gewicht Q (Abb. 114 u. 115) soll durch die Horizontalkraft H auf einer schiefen Ebene vom Neigungswinkel α bewegt werden.

Aufwärtsbewegung (Abb. 114), wenn $\beta - \alpha = \varrho$, also $\beta = \varrho + \alpha$; aus $\operatorname{tg} \beta = H : Q$ folgt $H = Q \operatorname{tg} (\varrho + \alpha)$.

Abwärtsbewegung (Abb. 115) für $\alpha < \varrho$, wenn $\beta + \alpha = \varrho$, also $\beta = \varrho - \alpha$; aus $\operatorname{tg} \beta = H : Q$ folgt $H = Q \operatorname{tg} (\varrho - \alpha)$.

Für $\alpha = \varrho$ ist $H = 0$.

Für $\alpha > \varrho$ ist $H = -Q \operatorname{tg} (\alpha - \varrho)$, d. h. H wirkt im Sinne der Aufwärtsbewegung.

Auf den in Abb. 116 dargestellten Körper darf eine Kraft $P_0 \leq N \mu_0$

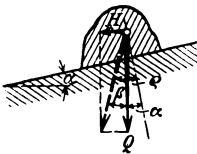


Abb. 115.

wirken, ohne daß er in Bewegung kommt; hierin heißt μ_0 die Reibzahl der ruhenden Bewegung; sie ist wie μ von den jeweiligen Verhältnissen abhängig, aber unter sonst gleichen Verhältnissen stets größer als μ .

Die auf einen ruhenden Körper wirkende Kraft

(bzw. Resultierende mehrerer Kräfte) R darf mit der Normalen einen Winkel $\beta \leq \varrho_0$ einschließen, ohne daß der Körper zu gleiten beginnt; ϱ_0 ist aus $\operatorname{tg} \varrho_0 = \mu_0$ bestimmt und heißt der Reibungswinkel der Ruhe.

Ein Körper bleibt auf einer schiefen Ebene in Ruhe, wenn ihr Neigungswinkel $\alpha \leq \varrho_0$ ist.

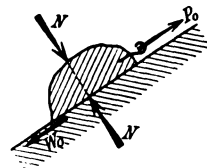


Abb. 116.

Rollreibung.

(187) Ein auf wagerechter ebener Unterlage rollender Zylinder (Laufrad u. dgl.) erfordert zur Aufrechterhaltung seiner gleichförmigen Bewegung Antrieb durch das Drehmoment M oder durch die Kraft P (Abb. 117).

Die Bodenpressungen ergeben eine Resultierende N gleich dem Raddruck N , aber um die Strecke f vorseilend, woraus $M = Nf$ bzw. $P = Nf : r$. f (in cm) heißt die Reibungszahl der rollenden Bewegung.

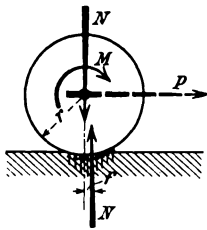


Abb. 117.

Ein Zylinder rollt mit gleichförmiger Geschwindigkeit auf einer schiefen Ebene herab, wenn ihr Steigungsverhältnis $\text{tg } \alpha = f : r$ beträgt.

Für den zwischen der Unterlage und einer Platte unter dem Druck N stehenden Zylinder (Abb. 118) ist zur Fortbewegung erforderlich $M = 2 Nf$, bzw. $P = 2 Nf : d$.

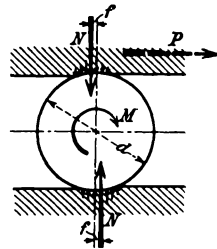


Abb. 118.

Reibungszahlen der rollenden Bewegung.

Reibende Körper	Reibungszahl f (in cm)
Pockholz auf Pockholz	0,047
Ulmenholz auf Pockholz	0,081
Laufräder (Gußeisen oder Stahl) auf Schienen . . .	0,05
Gehärtete Stahlrollen und Kugeln auf Stahlringen von Lagern	0,001

Vgl. auch (282) Keilreibung, (293) Gewindereibung, (393) Reibungsräder, (400) Reibung zwischen Riemen und Scheibe, (438) Zapfenreibung.

Dritter Abschnitt.

Elastizität und Festigkeit.

Bearbeitet von Prof. Dr.-Ing. G. Unold.

Die Festigkeitsprüfung der Baustoffe.

(188) Man unterscheidet

Güteprüfungen des Baustoffes ohne Rücksicht auf dessen Verwendungszweck u. zw. statische, d. i. einmalige stoßfreie Belastung bis zur Zerstörung und dynamische, d. i. stoßartige oder vielfach wechselnde Belastung. Hierzu gehört auch die Metallographie und die chemische Analyse.

Der Deutsche Verband für die Materialprüfungen der Technik (i. d. Folge mit DV bezeichnet) stellt im Einvernehmen mit dem NDI Regeln für einheitliche Prüfverfahren auf.

Anforderungen an die Festigkeitseigenschaften der Baustoffe mit Rücksicht auf deren Verwendungszweck. Im Zusammenhang damit stehen die technologischen Prüfungen.

Probebelastungen an fertigen Maschinen- oder Bauteilen oder an ganzen Maschinen oder Bauten.

Statische Stoffprüfung.

(189) **Der Zug- und Druckversuch.** Ein Stab von vereinbarten Abmessungen — üblich sind Rund- oder Flachstäbe nach Abb. 1 oder 2 — wird in der Festigkeitsmaschine einer von null bis zur Bruchlast stetig oder in kleinen Stufen langsam steigenden Zugkraft unterworfen. Der Stab erfährt dadurch eine im allgemeinen unregelmäßig wachsende Verlängerung. Beim Druckversuch in derselben Maschine werden gedrungene Körper — Würfel oder kurze Zylinder bei Bestimmung der Druckfestigkeit, längere Zylinder bei Formänderungsmessungen — bis zur Zerstörung gedrückt. In beiden Fällen wird Kraft und Längenänderung während des Versuchs selbsttätig aufgezeichnet.

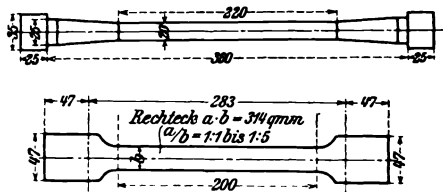


Abb. 1 u. 2.

(190) **Schmiedeeisen und Stahl, ungehärtet.** Zugkurve etwa nach Abb. 3. Der bis P nahezu geradlinig ansteigende Teil zeigt Proportionalität zwischen Kraft und Dehnung; bei F beginnt starkes Strecken, Fließen des Stabes unter Kraftschwankungen. Die

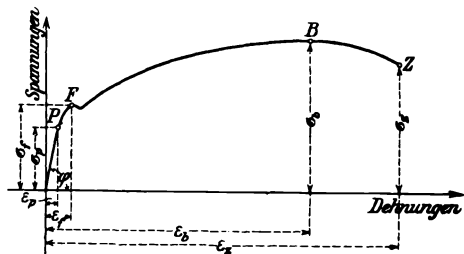


Abb. 3.

Kurve steigt langsam weiter bis zum Höchstwert bei B und endet bei Z mit Bruch.

Neben der Verlängerung tritt gleichzeitig eine Quersammenziehung, also Verminderung des Stabquerschnittes ein, der bis etwa bei B unmerklich ist; von da an beginnt an einer vorher nicht angebbaren Stelle fast unvermittelt eine starke Einschnürung des Stabes, der kurz vor bzw. nach dem Bruche das Aussehen nach Abb. 4 a bzw. 4 b hat.

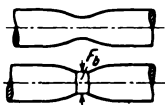


Abb. 4 a u. b.

Man bezieht die Zugkraft P kg auf die Querschnittsfläche F cm² des Stabes und nennt $\sigma = P : F$ kg/cm² die Zugspannung, worin nach Vereinbarung F stets den ursprünglichen Querschnitt bezeichnet. Außerdem bringt man auf dem Versuchsstabe zwei Marken im Abstände l (Meßlänge) an und bezeichnet die Verlängerungen mit λ .

Das Verhältnis $\varepsilon = \lambda : l$ heißt Dehnung und $\varepsilon : \sigma = \alpha$ die Dehnungszahl (in cm²/kg); ihr umgekehrter Wert $E = 1 : \alpha$ heißt das Elastizitätsmaß (in kg/cm²). Demnach ist $\lambda = \varepsilon l = l \sigma \alpha = l \sigma : E$.

Innerhalb der Proportionalität, also zwischen Punkt O und P , Abb. 3, ist α bzw. E unveränderlich, der Stoff befolgt das Hookesche Gesetz (nach dem holländischen Physiker Hooke, 1678, benannt).

Die Zugversuchskurve stellt gleichzeitig die Beziehung zwischen σ und ε dar. Die den Punkten P , F und B entsprechenden Spannungen heißen $\sigma_p =$ Proportionalitätsgrenze, i. d. Folge mit P -Grenze bez., $\sigma_s =$ Fließgrenze (od. Streckgrenze beim Zugversuch), i. d. Folge mit S -Grenze bez., statt σ_b schreibt man $K_z = P_{\max} : F =$ Zugfestigkeit, σ_z hat keine rechnerische Bedeutung. Dementsprechend sind die Dehnungen ε_p und ε_s , während als die dem K_z entsprechende Dehnung allgemein ε_z (statt des schwer meßbaren ε_b) gilt.

Bezeichnet l_b die Meßlänge nach erfolgtem Bruche und F_b den Querschnitt an der Bruchstelle, Abb. 4, dann ist in Prozenten von l bzw. F

$$\varphi = 100 \frac{l_b - l}{l} \text{ die Bruchdehnung oder kurz Dehnung,}$$

$$\psi = 100 \frac{F - F_b}{F} \text{ die Bruchzusammenziehung oder Kontraktion.}$$

Beide Werte sind bei demselben Stoff von den Probestabformen abhängig, sind aber nach dem Kickschen Gesetz unveränderlich bei geometrisch ähnlichen Formen; daher kann statt der Normalstäbe auch der Proportionalmaßstab mit $l = 11,3 \sqrt{F}$ — d. h. Rundstab mit $l = 10d$ — dienen.

Neuere Bestrebungen gehen dahin, die Meßlänge der Probestäbe zwecks Kostenverminderung bei gleichbleibendem Durchmesser nur 100 mm zu machen. Über die damit verbundene Vergrößerung von φ s. Rudeloff, F. A. Heft 215.

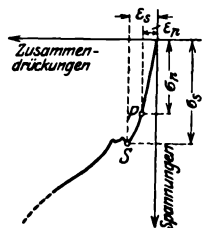


Abb. 5.

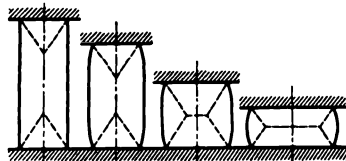


Abb. 6.

Die Druckkurve verläuft etwa nach Abb. 5. Anfänglich Proportionalität, dann Fließen, entsprechend den Druckspannungen σ_p und σ_s (Quetschgrenze).

Ein eigentlicher Bruch tritt nicht ein, da der Stab bei weiterer Drucksteigerung zerquetscht wird, wobei der Stoff nach Abb. 6 unter Bildung von Druckkegeln seitlich abfließt und die entsprechende Spannung — wieder auf das ursprüngliche F bezogen — Druckfestigkeit K heißt.

Hierbei tritt zunächst eine langsame und stetige Querschnittsvergrößerung ein, die bei Beginn des Zerquetschens unter Ausbauchung des Zylinders sich rasch steigert¹⁾.

Der Betrag $\alpha = \varepsilon : \sigma$ hat bei Gültigkeit des Hookeschen Gesetzes dieselbe Größe wie bei Zug; beim Zusammenlegen beider Kurven bilden die Proportionalitätsgeraden eine einzige durch den Nullpunkt gehende Gerade.

Innerhalb dieser gilt nach Abb. 3 bzw. 5 $\cot \varphi = \varepsilon : \sigma = \alpha$ oder $\operatorname{tg} \varphi = 1 : \alpha = E$.

Die Querschnittsverminderung beim Zug verläuft innerhalb der P -Grenze in der Weise, daß sich die Querschnittsform des Stabes geometrisch ähnlich verändert und bei Zug die lineare Querschnittsverminderung ε_q in jeder Richtung quer zur Stabachse proportional zur Längsdehnung ε ist, während bei Druck das entgegengesetzte eintritt.

In der Beziehung $\varepsilon_q = \varepsilon : m$ liegt die Erfahrungszahl m (die Poissonsche Zahl) für feste Stoffe zwischen 3 und 4, für Metalle gilt der Mittelwert $m = 10/3$.

Wird der um λ verlängerte Stab wieder entlastet, so verliert er die erlittene Formänderung um so weniger, je höher er belastet war; die wieder verschwindende Längenänderung λ_1 heißt elastische oder federnde Dehnung, der Rest $\lambda_2 = \lambda - \lambda_1$ bleibende Dehnung. Für hinreichend kleine Belastungen sind die λ_3 null oder verschwindend klein; der Stoff heißt dann vollkommen elastisch und der Dehnungsvorgang umkehrbar.

Nach DV heißt die Spannung σ_e , bei der die bleibende Dehnung $\lambda = 0,02\%$ der Meßlänge des Probstabes erreicht, Elastizitätsgrenze (im weiteren mit E -Grenze bezeichnet).

Entsprechendes gilt für den Druckversuch. Bei den meisten Stoffen mit P -Grenze fällt diese ungefähr mit der E -Grenze zusammen.

Die Entlastungskurve verläuft nach Abb. 7 etwa geradlinig und parallel der Proportionalitätsgeraden. Erneute Belastung liefert die in Abb. 7 gezeichnete Fortsetzung der Zugkurve; deren gesamter Verlauf wird durch eine oder auch einige solcher Belastungsunterbrechungen wenig beeinflusst.

Arbeit der Längenänderung. Der Flächeninhalt der Zugkurve Abb. 3 liefert ein Maß für die Formänderungsarbeit des Probstabes bis zum Zerreißen. Diese in kgm auf die Raumeinheit 1 cm^3 bezogene heißt $A = \text{Arbeitsvermögen des Stoffes in } \text{kgm cm}^3$ und wird dargestellt durch den Flächeninhalt $\int \sigma d\varepsilon$ der Kurve $\sigma = f(\varepsilon)$.

Z. Zt. besteht noch Meinungsverschiedenheit darüber, ob diese Fläche über die Dehnung ε_p oder ε_z zu nehmen ist; nach C. Bach soll sich A auf ε_p (also auf Punkt B, Abb. 3) beziehen; die nachfolgenden Festigkeitswerte gelten hierfür.

Gehärteter Stahl. Durch das Härten wird E etwas, K_z und $\sigma_p \approx \sigma_e$ stark vergrößert, die S -Grenze wird verwischt, φ und ψ und damit auch A verkleinert sich stark, s. Abb. 15.

Metalle und Legierungen. Verlauf der Zugkurve ähnlich der des schmiedbaren Eisens, aber meist ohne deutliche S -Grenze und vielfach ohne P -Grenze. In solchen Fällen ist nach DV σ_e diejenige Spannung, bei der die bleibende Dehnung $0,2\%$ beträgt.

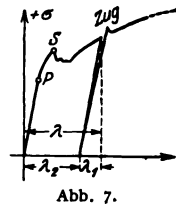


Abb. 7.

¹⁾ Näh. s. Riedel, Z. 1922, S. 566.

(191) **Gußeisen.** Zug- und Druckkurve nach Abb. 8. σ_p und σ_s nicht vorhanden; bei Zug reißt der Stab ohne wahrnehmbare Einschnürung faßt unvermittelt; bei Druck wird der Probezylinder unter Zerfall in Kegelstückchen zertrümmert. Bruchdehnung φ und damit auch A viel geringer als bei schmiedbarem Eisen.

Bleibende Dehnung λ_2 nach Entlastung schon bei kleinen σ viel größer als bei schmiedbarem Eisen, demnach E -Grenze nicht vorhanden. Die in Abb. 9 dargestellte Beziehung zwischen den federnden Dehnungen und den Spannungen

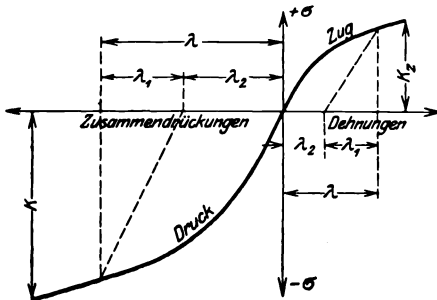


Abb. 8.

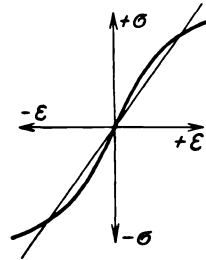


Abb. 9.

läßt sich innerhalb der im Maschinenbau üblichen Gebrauchsspannungen angenähert durch das Potenzgesetz $\varepsilon = \alpha \sigma^m$ ausdrücken, worin α und m Festwerte sind; m ist für Zug etwa 1,1, für Druck etwa 1,05; α wechselt sehr zwischen den Gußsorten. Demnach ist $E = \frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \frac{1}{\alpha m \sigma^{m-1}}$ nicht konstant, sondern von σ abhängig und fällt mit steigendem σ .

In den technischen Anwendungen wird der Berechnung der elastischen Formänderung trotzdem das Hookesche Gesetz zugrunde gelegt; man rechnet mit einem mittleren E entsprechend der in Abb. 9 gezeichneten Geraden.

In Gießereien statt der Zug- meist die einfachere Biegeprobe; s. (192).

Die Versuchsdauer ist von Einfluß auf die Ergebnisse. Die gewöhnlichen Festigkeitswerte gelten für langsame Belastungssteigerung. Bei rasch steigender Belastung ändert sich die Versuchskurve innerhalb der E -Grenze nicht, dagegen kann sich der Fließvorgang nicht mit derselben Geschwindigkeit ausbilden; der Stab reißt bei höherer Zugkraft, aber kleinerer Bruchdehnung. Bei Eisen und Stahl ist dieser Einfluß in der Regel unmerklich, stärker bei Metallen, besonders stark bei Leder und Hanf.

Elastische Nachwirkung unterhalb der zulässigen Spannungen. Die Längenänderung folgt nicht sofort der Belastungsänderung, sondern bedarf je nach dem Stoff einer gewissen Zeit. Unmerklich bei Metallen, sehr stark bei Leder und Hanf.

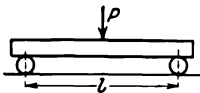


Abb. 10.

(192) **Die Biegeprobe.** Ein Stab von vereinbarten Abmessungen wird nach Abb. 10 bis zum Bruche beansprucht. Nur anwendbar bei harten Stoffen wie Gußeisen, da Stoffe mit Fließgrenze nicht brechen, sondern nur stark verbogen werden.

Üblich in Gießereien, da Biegeprobe einfacher als Zug- und Druckprobe. Vereinbart sind zylindrische Probestäbe, unbearbeitet, also mit Gußhaut, 30 mm \varnothing und 650 mm lang bei $l = 600$ mm. Aus der gemessenen Bruchlast P folgt die rechnerische Biegezugfestigkeit $K_b = P l : 4 W$. Stets ist $K_b > K_z$;

über die Beziehung zwischen K_b und K_z bzw. K s. (223). Die gemessene Durchbiegung f liefert ein Maß für die Zähigkeit des Stoffes.

Die Verwindungsprobe. Bruchlast ebenfalls nur bei Gußeisen möglich; Bruchfestigkeit K_d , s. (241). Als technologische Verwindungsprobe zur Beurteilung von Drähten üblich.

Die Scherprobe. Ein runder Stab wird wie der Schaft eines zweischnittigen Nietes abgeschert. Die auf 1 cm^2 der abgescherten Flächen bezogene Bruchlast heißt Scherfestigkeit K_s . Wenig verwendet.

(193) Härteprüfung. Der Härtebegriff liegt nicht eindeutig fest. Härte ist im allgemeinen der Widerstand, den ein Körper dem Eindringen eines anderen Körpers entgegensetzt.

Die Moßsche Härteskala der Mineralogen (Talg bis Diamant) ist für die technische Stoffprüfung bedeutungslos.

Ritzhärteverfahren nach Martens. Der Druck auf einen Diamanten, der einen $1/100 \text{ mm}$ breiten Strich ritzt, bildet das Härtemaß.

Brinellsche Kugeldruckprobe. Eine sehr harte $D \text{ mm}$ Stahlkugel wird etwa 30 sek. lang mit Kraft $P \text{ kg}$ in die blanke Oberfläche des Probekückes eingedrückt. Das Verhältnis zwischen Kraft und Größe der Eindruckfläche von d mm Durchm. bildet die Kugeldruckhärte $H = P : \left(\frac{\pi D^2}{2} - \frac{\pi D}{2} \sqrt{D^2 - d^2} \right)$ in kg/mm^2 . Hierbei ist

für die Dicke des Probekückes über 6 $\frac{6 \div 3}{5}$ unter 3 mm
der Kugeldurchmesser $D = 10$ $\frac{5}{2,5 \text{ mm}}$.

Belastung $P = 30 D^2$ in kg für Eisen und Stahl,

„ $P = 10 D^2$ „ „ „ Kupfer, Messing, Bronze u. a.

Zwischen H und K_z besteht angenähert die Beziehung $K_z \approx 0,34 \div 0,36 H$.

Näheres DIN 113 und DV Heft 65, ferner Waizenegger, F. A. Heft 238.

Nach Martens-Heyn ist die Kraft maßgebend, die eine 5-mm-Kugel 0,05 mm tief eindrückt. Ähnlich das Kegeldruckverfahren nach Ludwik.

Shores Skleroskop. Die Stahlkugel fällt von bestimmter Höhe auf den Stoff. Maßgebend ist der bleibende Eindruck und die Rückprallhöhe, für Werkzeugstahl geeignet.

Einwandfreie und einheitliche Härtebestimmung zur Zeit noch nicht erreicht. Das Bestreben geht dahin, durch die Härtebestimmung den Wert K_z unter Umgehung der Zugprobe wegen der teuren Probestäbe zu ermitteln.

Obersicht über die verschiedenen Verfahren s. Z. 1922, S. 428.

Dynamische Stoffprüfung.

(194) Die Kerbschlagprobe. Die Erfahrung zeigte, daß unter gewissen Verhältnissen Metalle sehr gute statische Festigkeitseigenschaften aufweisen können, aber gegen stoßende Beanspruchung geringen Widerstand bieten. Die Versuche mit einmaliger stoßartiger Kraftwirkung heißen Schlagversuche und bezwecken die Feststellung der Sprödigkeit des Stoffes.

Üblich ist die Kerbschlagbiegeprobe nach Charpy, bei der im sog. Pendelschlagwerk Abb. 11 ein pendelnd aufgehängtes Gewicht gegen einen eingekerbten Stab nach Abb. 12 von vereinbarten Abmessungen stößt. Das Gewicht G fällt von der Höhe H auf das Probekstück, zerschlägt es und schwingt auf Höhe h zurück. Die zum Zerschlagen des Stabes verwendete Arbeit ist $A = G(H - h)$, die auf die Einheit der Bruchfläche (Kerbquerschnitt) $= b d$ bezogene Arbeit A , d. i. die spezifische Schlagarbeit $A_k = A : b d$ in kgm/cm^2 , liefert einen Vergleichswert für die Kerbzähigkeit.

Ähnlich, aber einfacher, wenn auch weniger genau, das Verfahren von Heyn.

(195) Dauerversuche. Wöhler und Bauschinger fanden, daß sich der Bruch des Probekörpers durch vielfache Schwingungsbeanspruchung, d. i. Be- und Entlastungen zwischen bestimmten Spannungsgrenzen, von denen keine die statische Bruchgrenze erreicht, herbeiführen läßt. Die dementsprechende Spannung heißt Arbeitsfestigkeit, sie liegt erheblich tiefer als die statische Festigkeit. Der Stab kann hierbei auf Zug, Druck, Biegung oder Drehung beansprucht werden; durch diese wiederholte Beanspruchung tritt eine Lockerung der Moleküle ein; der Stoff ermüdet.

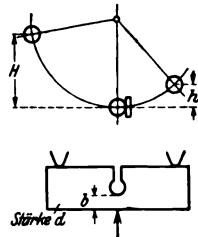


Abb. 11 u. 12.

Je nachdem der Spannungswechsel zwischen null und einem Grenzwert oder zwischen einem $+$ - und $-$ -Grenzwert erfolgt, spricht man von Ursprungs- bzw. Schwingungsfestigkeit.

Die Versuche liefern für Eisen und Stahl bei Zugbeanspruchung die Durchschnittswerte

$$\begin{aligned} \text{Ursprungsfestigkeit} &= 0,5 \div 0,6 \cdot \text{Zugfestigkeit,} \\ \text{Schwingungsfestigkeit} &= 0,45 \div 0,55 \cdot \text{Zugfestigkeit.} \end{aligned}$$

Nach neueren Versuchen sind diese Werte in hohem Maße von Zufälligkeiten abhängig, die Spannungserhöhungen verursachen, wie Einkerbungen, Löcher, unbeabsichtigte Verletzungen usw., da der Bruch stets von solchen Stellen ausgeht [s. auch (215)].

Über neuere Untersuchungen s. Ludwik u. Scheu, Z. 1923, S. 122 und Stribeck, Z. 1923, S. 631.

Einfluß der Temperatur und der Vorbehandlung.

(196) Temperatureinfluß auf die Werte K_z , φ , ψ , σ_s und A_k für verschiedene Stoffe etwa nach Abb. 13a bis h (ungefähre Durchschnittswerte). Bemerkenswert ist bei Flußeisen die starke Abnahme von A_k in der Kälte. Bei Metallen und deren Legierungen

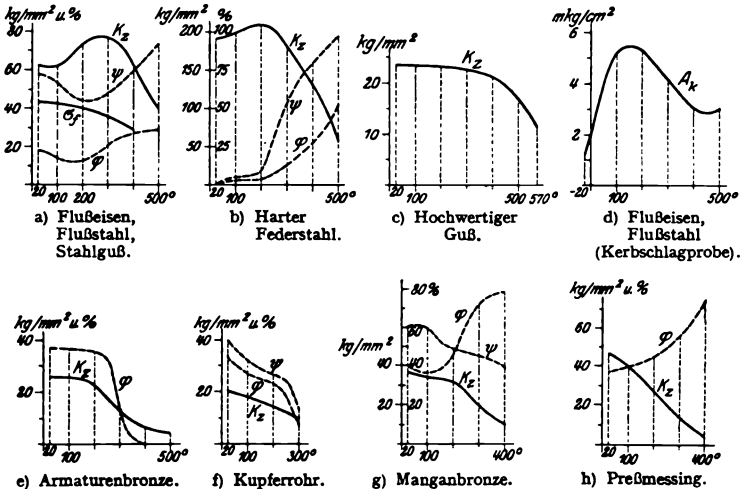


Abb. 13 a ÷ h. Einfluß der Temperatur auf die Festigkeitseigenschaften.

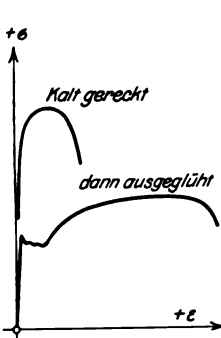


Abb. 14.

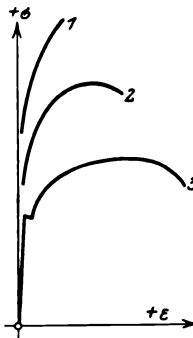


Abb. 15.

ist der Temperatureinfluß stark von der Zusammensetzung und der Vorbehandlung abhängig. Näh. s. Bach-Baumann, Festigkeitseigenschaften und Gefügebilder der Konstruktionsmaterialien, 2. Aufl., Julius Springer.

(197) Kaltrecken heißt allgemein Beanspruchung über die Fließgrenze oder Hämmern, Walzen, Ziehen, bei gewöhnlicher Temperatur. Bei Flußeisen und Flußstahl steigt K_z , dagegen nimmt φ und A_k ab (s. Abb. 14), der Stoff wird spröde.

Bei längerem Lagern des kaltgereckten Eisens nimmt mit den Monaten und Jahren σ_s

zu, φ und besonders A_k weiter ab; der Stoff altert. Durch Ausglühen sofort nach der Kaltreckung und langsames Abkühlen läßt sich der Stoff angenähert in seinen ursprünglichen Zustand zurückführen.

(198) Bearbeitung in Blauwärme (etwa 300°) ist bei Flußeisen wegen der damit verbundenen Sprödigkeit (Blaubrüchigkeit) sehr schädlich. Wenn unvermeidlich, sofort ausglühen. Schweißeisen ist darin weniger empfindlich.

(199) Wärmebehandlung des Stahles (Vergütung). Härten heißt, Stahl auf Rotwärme erhitzen und in Wasser oder Öl abschrecken. Anlassen heißt wiedererwärmen und langsam abkühlen.

Zugversuch nach Abb. 15. Kurve 1: Stahl gehärtet und abgeschreckt, 2: gehärtet und angelassen, 3: ausgeglüht.

Einsatzhärtung: weicher zäher Stahl wird in C-reichen Stoffen liegend einige Stunden geglüht. Oberfläche wird hart, Kern bleibt zäh und weich.

Ergebnisse aus Zug- und Druckversuchen.

Die nachfolgenden Werte gelten für Normalprobestäbe, für gewöhnliche Temperatur und für die übliche Versuchsdauer bei stetiger und stoßfreier Belastung.

(200)

Gußeisen.

Eisensorte		E Mittelwerte federnd kg/cm ²	K_z bearb. kg/mm ²	K bearb. kg/mm ²	K_b roh kg/mm ²	φ °/°	ψ °/°	A kg/cm ²
Maschinen- guß ¹⁾	Gewöhnlicher	700 000	12	60	20	0,3	nicht meßbar	0,08
	Guter	900 000	16	80	30	0,5		0,11
	Vorzüglicher	1 100 000	24	100	40	0,7		0,14
	Hartguß	1 800 000	20—28	.	35—45	.		und mehr
	Temperguß	1 500 000	25—35	.	.	1,5	.	

(201)

Schmiedeeisen und Stahl, unlegiert.

Eisensorte	E kg/cm ²	σ_p kg/mm ²	σ_s kg/mm ²	K_z ²⁾ kg/mm ²	φ °/°	ψ °/°
Schweißeisen	2 000 000	13—16	18—25	33—40 ³⁾	20—12	50—40
Flußeisen	2 150 000	18 und mehr	20 u. mehr	34—50	30—20	60—50
Stahlguß	2 150 000	.	.	37—65	20—10	.
Weichstahl	2 200 000	23—33	26—40	50—60	30—20	55—45
Mittelharter Stahl .	2 200 000	.	.	60—70	25—15	45—35
Werkzeugstahl ungehärtet	2 500 000	40—50	.	80—100	12—8	.
Werkzeugstahl gehärtet	2 500 000	100—120	.	110—130	3—0,5	.
Federstahl ungehärtet	2 200 000	50 und mehr	.	bis 100 und mehr	20—10	.
Federstahl gehärtet	2 200 000	75 und mehr	.	bis 170 und mehr	3—1	.

¹⁾ σ_p und σ_s nicht vorhanden.

²⁾ Für Druckfestigkeit K bei weichem Stoff die Quetschgrenze = σ_s maßgebend, K sonst mit dem Grade der Härte bis über die Zugfestigkeit steigend.

³⁾ Gilt || Sehnenrichtung; \perp dazu $K_z = 28 - 35$.

(202) Stahl-Erzeugnisse von Fried. Krupp, A.-G., Essen ¹⁾.

	K_z kg/mm ²	$\varphi \geq$
Flußeisen- und Stahlformguß für den allgemeinen Maschinenbau	$\left\{ \begin{array}{l} 37-44 \\ 40-55 \\ 50-65 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 20\% \\ 18 \\ 12 \end{array} \right.$
Spezialformguß	60	18

Formguß aus Hartstahl, Manganstahl ≈ 100 (Bearbeitung durch Schleifen).

Konstruktionsstähle.

Nr.	Verwendung, Eigenschaften usw.	Bezeichnung	σ_z kg mm ²	K_z kg/mm ²	Bruchdehnung auf		Arbeits- ver- mögen A kgm/cm	
					$l = 10d$ φ_{10} %	$l = 5d$ φ_5 %		
1	Für Schmiedestücke aller Art bei mäßiger Beanspruchung	Martin- stahl	weich	20	40	22	26	10
			mittelhart	25	50	20	24	6
			hart	30	60	18	21	4
2	Wie bei Nr. 1 für größere Beanspruchungen	Spezial- Martin- stahl	weich	25	45	22	26	14
			mittelhart	30	55	20	24	10
			hart	35	65	18	21	6
3	Wie Nr. 1 bei besonderen Anforderungen an Reinheit und Zuverlässigkeit. Naturharter Stahl für Teile mit starkem Verschleiß, die nicht gehärtet werden können.	Elektro- oder Tiegel- stahl	weich	25	45	22	26	16
			mittelhart	30	55	20	24	12
			hart	35	65	18	21	8
			sehr hart	40	75	14	16	4
			naturhart	50	90	8	10	—
4	Für Wagenachsen u. dgl. Für stark beanspruchte Teile mäßiger Abmessung. Für hohen Verschleißwiderst. u. Beanspruchg. bei hoher Temperatur	Spezial- stähle	C 24,0	30	50	20	25	16
			C 46,0	50	70	14	17	14
			F 48,0	60	80	12	15	14
			F 86,0	75	100	8	10	—
5	Für schwere Schiffs- und Maschinenwellen, Lokomotivkurbelachsen (insbes. von E 312,0 an). Die weichen Stähle auch für Einsatzhärtung.	Nickel- stähle	weich { E 112,0	30	45	22	26	30
			E 120,0	35	50	20	24	40
			mittel { E 312,0	38	55	18	22	20
			E 220,0	42	55	18	22	28
			hart { E 320,0	45	60	18	22	24
6	Für Schmiedestücke (b. 100mm Dicke „ 80 „ „ „ „ 150 „ „ „ Für Lokomotivkurbelachsen und größere Schmiedestücke.	Chrom- nickel- stähle	E F 28,0	45	60	18	22	24
			E F 31,0	55	70	15	18	20
			E F 36,0	50	65	16	20	24
			E F 40,0	45	55	18	22	26
			E F 50,0	50	70	15	18	20
			E F 55,0	60	75	14	16	18
E F 60,0	65	75	15	18	24			
7	Stähle für Einsatzhärtung (glasharte Oberfläche, weicher, zäher Kern). σ_z und K_z werden beim Härten je nach Stückgröße um 30 bis 80% erhöht.	Kohlenstoff- stahl	A 2,0	18	35	25	30	—
			A 4,0	20	40	22	26	—
			Nickelstahl E 112,0	28	45	22	26	—
			E 120,0	30	50	22	26	—
			Chrom- nickelstahl E F 35,0	30	45	20	24	—
E F 58,0	40	60	20	24	—			

1) Aus C. Bach, Maschinenelemente, 13. Aufl., Alfred Kröner 1921.

Sonderstähle für Kraftwagen, Luftfahrzeuge und Motore.

	Art, Bezeichnung und Zustand		σ_s kg/mm ²	K_r kg/mm ²	Dehnung			Arbeits- vermögen A kgm, cm ³		
					φ_{10} %	φ_5 %	ψ %			
Sonderstähle für Vergütung.	Nickel- freie Stähle	Unlegierte A 7,0	30	55	22	26	55	12		
		Stähle A 9,0	34	65	20	24	50	8		
		Mangan- stähle	C 24,0	34	55	22	26	60	16	
			C 35,0	42	65	20	24	55	14	
			C 46,0	50	75	16	20	55	12	
		Silizium- Mangan- stähle	B 46 J	48	75	16	20	50	10	
			BC 35,0	55	80	15	18	55	10	
			BC 40,0	60	85	14	17	50	8	
		Chromstähle	BC F 30,0	65	85	14	17	55	12	
	F 48,0		70	90	12	15	55	12		
	Chrom- nickel- stähle	mit niedrigem Nickelgehalt	EF 28,0	45	65	20	24	65	22	
			EF 31,0	55	75	16	20	60	18	
			EF 34,0	70	90	13	16	55	14	
		mit mittlerem Nickelgehalt	EF 32,0	55	70	16	20	65	24	
			EF 50,0	65	80	14	17	60	22	
			EF 55,0	75	90	13	16	55	18	
		mit hohem Nickelgehalt	EF 60,0	60	75	16	20	65	24	
			EF 61,0	70	85	14	17	60	22	
EF 62,0			80	95	12	15	55	18		
			EF D 70 C	115	125	8	10	40	10	
Sonderstähle für Einsatzhärtung		Unlegierte Stähle	A 2,0 geglüht	24	40	30	35	75	—	
			gehärtet	30—40	50—60	20	24	65	—	
	A 4,0 geglüht		26	45	25	30	70	—		
			gehärtet	35—45	55—65	18	22	60	—	
	Schwach legierter Stahl	EF 12,0	geglüht	35	60	20	24	65	—	
			gehärtet	55—70	85—100	10	13	45	—	
	Nickel- stähle	Mittlerer Ni-Gehalt	E 112,0 geglüht	30	40	25	30	70	—	
			gehärtet	45—55	65—75	15	18	55	—	
		Hoher Ni-Gehalt	E 120,0 geglüht	35	50	22	26	70	—	
			gehärtet	55—65	75—90	12	15	60	—	
	Chrom- Nickel- stähle	mittlerer Ni-Gehalt	EF 35,0	geglüht	38	55	20	24	70	—
				gehärtet	70—85	95—115	10	13	50	—
EF 32,0			geglüht	50	70	16	20	60	—	
		gehärtet	110—130	135—155	6	8	35	—		
hoher Ni-Gehalt		EF 58,0	geglüht	45	65	18	22	65	—	
			gehärtet	80—100	105—125	10	13	45	—	
	EF 60,0	geglüht	55	75	16	20	65	—		
		gehärtet	125—150	150—175	6	8	35	—		
für Luft- und Öl- härtung	Chromnickel- stahl mit hohem Ni-Gehalt	geglüht	60	85	13	16	55	Ersatz für Ein- satz- härtung		
		geh. in Öl	150—170	180—195	6	8	35			
		geglüht	140—160	175—190	7	9	35			
für be- sondere Zwecke	Siliziummanganstahl für Federn aller Art	B 76 M geglüht	50—60	80—100	—	20—18	—	—		
		gehärtet	125—140	140—160	—	9—7	—	—		
	Chromstähle für Kugeln F 106 P und Kugellager F 86,0	nach besonderem Verfahren geglüht, leichte Bearbeitungs-fähigkeit; gehärtet, den ganzen Querschnitt gleichmäßig durchdringende Härte; Härtezahl 600—650.								

(203) Metalle und deren Legierungen¹⁾.

Alle ziehbaren Stoffe haben im ursprünglichen gegossenen oder ausgeglühten Zustande kein σ_p und σ_e ; E nimmt mit steigendem σ ab. Bei erstmaliger Belastung treten starke bleibende Formänderungen auf, die erst bei mehrmaliger Belastung oder beim Längen (hämmern, pressen, ziehen, walzen) verschwinden. Hierbei steigt K_z , während φ und ψ stark abnimmt und der Stoff eine σ_p - und σ_e -Grenze erhält. Alle Festigkeitswerte sind stark von dieser Vorbehandlung und bei Legierungen von der oft nicht genau bekannten Zusammensetzung abhängig und daher unsicher. Von großem Einfluß ist die Dauer des Zerreißversuchs: langsamer Versuch liefert größeres K_z und kleineres φ als rascher. In Querrichtung $20 \div 25\%$ kleineres K_z und wesentlich kleineres φ .

¹⁾ Tafelwerte z. T. nach P. Stephan, Fest.eigensch. der Konstr.mat. d. Maschinenbaues. Berlin, Simion Nf., 1911, und z. T. nach C. Bach, Maschinenelemente, 13. Aufl.

Bezeichnung, Bestandteile und Vorbehandlung		σ_s kg/mm ²	K_z kg/mm ²	φ %
Kupfer	Kupferblech weich ausgeglüht	5 ÷ 6	22	35
	„ fortgesetzt gehämmert	bis 30	bis 33	7
	Feuerbuchsblech		20	38
	Stehbolzenrundkupfer		22	38
	Sonderkupfer. bleche ≥ 5 mm ausgeglüht		27	35
„ „ hartgewalzt		32	12	
Rote Phosphorbrönze Cu mit etw. P, kalt gezogen		62	9	
Kupferbronzen	Messing 65 Cu, 33 Zn, 2 Pb, gegossen		16 ÷ 20	13 ÷ 24
	59 Cu, 40 Zn, etw. Pb, Mn u. P, gegossen		36	15 ÷ 25
	Hartmessing 58 Cu, 40 Zn, 2 Pb, ausgeglüht		≥ 35	25
	Druckmessing 63 Cu, 37 Zn, ausgeglüht		29–32	≥ 40
	Stangenmessing { 62 Cu, 38 Zn, geschmiedet und geglüht	20	37	48
	{ 62 Cu, 38 Zn, um 20 (40) % kalt gezogen	37 (48)	43 (52)	23 (8)
	[s. Z. 1911, S. 23] { 54 Cu, 46 Zn, geschmiedet und geglüht	33	52	23
	{ 54 Cu, 46 Zn, um 20 (40) % kalt gezogen	54 (69)	62 (—)	12 (8)
	Rotguß { 91 Cu, 3 Zn, 6 Sn, gegossen		24	36
	{ 87 Cu, 4 Zn, 9 Sn, „		25	17
{ 87 Cu, 1 Zn, 12 Sn, „		23	4	
Phosphorbrönze 90 Cu, 9 Sn, 1 P, gegossen		25	13	
Eisenbronzen	Delta-Metall { gegossen	13 ÷ 20	36 ÷ 60	33 ÷ 13
	{ warm gepreßt	16 ÷ 32	45 ÷ 68	30 ÷ 20
	{ gegossen	18 ÷ 28	41 ÷ 58	30 ÷ 10
	{ geschmiedet u. gepreßt, weich	12	38	40
	{ kalt gepreßt, halb hart	32	47	23
	Durana-Metall { kalt gewalzt, ganz hart	55	60	10
	{ Blech weich	12	36	50
	{ Blech halb hart	32	46	28
	{ Blech ganz hart	52	62	9
	Durana-Manganbrönze weich bis ganz hart	15 ÷ 61	35 ÷ 63	39 ÷ 8
Nickelbrz.	Monel-Metall { weich geglüht	25	58	40
	{ warm gewalzt	38	62	33
	{ etwas gezogen	54	64	28
	{ normal gezogen	57	66	24
	{ hart gezogen	72	73	12
Alum.	Aluminium { gegossen	3	10	12
	{ gewalzt und gehämmert		23 ÷ 27	30
	{ dann geglüht		8 ÷ 10	

(Fortsetzung der Tafel s. S. 215 unten.)

(204) Draht und Drahtseile.

Einwirkung des Ziehens und Glühens auf σ_z , K_z und φ .

Ursprünglicher Stoff: Walzdraht aus Stahl mit 0,55 C, 1 Mn, 0,05 Si.

Zustand des Drahtes	Walzdraht gegüht	gezogen	gezogen	gegüht	gezogen	gezogen	gegüht	gezogen	gezogen	gegüht
Drahtdurchmesser mm	5,38	4,08	3,29	3,33	2,73	2,19	2,19	1,75	1,42	1,44
Querschnitt in % des ursprünglichen	100	57,5	37,4	38,4	25,8	16,6	16,6	10,6	7,0	7,2
Streckgrenze σ_s kg/mm ²	50,4	107,8	121,9	85,1	112,6	123,5	61,7	94,5	109,2	67,8
Zugfestigkeit K_z kg/mm ²	71,8	107,8	121,9	89,0	112,6	123,5	67,5	94,5	109,2	70,6
Dehnung φ %	15,2	1,8	1,6	10,1	2,2	2,0	13,7	1,4	1,1	12,8

Durch das Ziehen (d. i. Kaltreckung) wird der Draht spröde, durch darauffolgendes Ausglühen wieder weich. Ähnlich verhalten sich Metalle wie Kupfer, Bronzen und Aluminium. Näheres s. A. Seyrich, F.A. Heft 119.

Für neue, doppelt geflochtene Drahtseile ist E etwa 0,35mal so groß als für den dazu benutzten Draht und steigt mit zunehmender Belastung etwas. Bruchlast der Drahtseile etwa 0,9mal Gesamtbruchlast aller Einzeldrähte, s. Hebezeuge.

Anforderungen an die Festigkeitseigenschaften der Baustoffe.

(205) Hersteller- und Verbrauchergruppen der Baustoffe stellen in Verbindung mit dem DV und dem NDI Mindest- und Höchstanforderungen auf, von denen nachstehend einige auszugsweise genannt sind. Sämtliche Vorschriften enthalten noch eine große Reihe hier nicht genannter technologischer Proben, u. zw. Kalt- und Warmbiegeproben, Stauch-, Loch- und Verwindungsproben.

1. Vorschriften für Lieferung von Gußwaren 1904 (Verein deutscher Eisengießereien).

Biegeproben nach (192)	Bruchlast kg	K_b kg/mm ²	Durchbiegung mm
Maschinenguß { von hoher Festigkeit	600	34	10
{ von mittlerer Festigkeit	495	28	7
Bau- und Säulenguß	460	26	6
Röhren- { Muffenrohre	460	26	6
guß { Flanschenrohre aus gewöhnlichem Guß	460	26	6
{ Flanschenrohre von höherer Festigkeit	600	34	10

Fortsetzung der Tafelwerte von S. 214.

Bezeichnung, Bestandteile und Vorbehandlung		σ_s kg/mm ²	K_z kg/mm ²	φ %
Alum.-Legierungen	Duralumin { Blech weich	19 ÷ 26	36 ÷ 59	25 ÷ 17
	{ Blech hart gewalzt		47 ÷ 62	4 ÷ 3
	Aluminium-Messing 65 Cu, 32 Zn, 3 Al gegossen		40 ÷ 70	50 ÷ 7
	Aluminium- { 90 ÷ 95 Cu, 10 ÷ 5 Al gegossen	42	44 ÷ 80	64 ÷ 0,5
	{ 90 Cu, 6 Al, 4 Fe gewalzt od. geschmiedet		63	21
	{ 90 Cu, 10 Al gewalzt od. geschmiedet		20	18
{ 88 Cu, 9 Al, 3 Mn, gegossen	17		40	
Rübelbronze = chem. Verb. aus Cu, Al, Fe, Ni u. Mn je nach Legierung	30	60	40	
		18 ÷ 40	50 ÷ 75	12 ÷ 30
Zink	Zink { gewalzt		12 ÷ 24	8 ÷ 43
	{ gegossen		6 ÷ 22	gering
	{ blech		12 ÷ 15	12
Blei	Weichblei, gegossen	50	} für Druck	
	Hartblei mit 10 Antimon, gegossen	250		

2. **Normalbedingungen für die Lieferung von Eisenbauwerken** nach DIN 1000 (Verein Deutscher Eisenhüttenleute, Deutscher Eisenbauverband usw.).

Zugproben		K_z kg/mm ²	φ %/o		
Flußeisen	7 ÷ 28 mm stark	Längsrichtung	37—44	} Mindestwerte	
		Querrichtung	36—45		
	4 ÷ 7 mm stark	Längsrichtung	37—46		18
		Querrichtung	36—47		15
	Nieteisen	35—42	24		
Schraubeneisen	38—45	20			
Stahlformguß	45—60	10			
Stahl, gewalzt oder geschmiedet	45—60	16			
Gußeisen wie Bau- und Säulenguß unter 1.					

3. **Vorschriften für die Lieferung von Eisen und Stahl** 1911 (Verein Deutscher Eisenhüttenleute).

I. Allgemeine Bestimmungen über Prüfverfahren.

II. Flußeisen und Flußstahl.

A. Eisenbahnmaterial.

B. Form- und Stabeisen.

1. Bauwerkisen, genau wie unter 2. Flußeisen.
2. Handelseisen, keine Festigkeitsanforderungen.

C. Bleche.

1. Gewöhnliche Schwarzbleche, Behälterbleche (Handelsware), keine Anforderungen.

2. Konstruktionsbleche

	K_z	φ
5 ÷ 7,9 mm stark	36—43	18
8 ÷ 28 „ „	35—42	20
> 28 „ „	35—41	22

3. Kesselfeuerbleche aller Stärken

K_z	φ
34—41	25

D. Draht.

E. Rohre.

III. Schweißeisen.

A. Schweißeisen ohne Abnahmebedingung (Handelsware).

B. Schweißeisen mit Abnahmebedingung.

Zugproben		K_z	φ	
Qualität best	{ Bauwerkisen für	7 ÷ 10 mm stark	36	12
		Eisenbau, Oberbau { 10 ÷ 15 „ „	35	12
		Schiff- u. Masch.bau { 15 ÷ 25 „ „	34	12
Qualität best best	{ Eisenbahn-, Schiff- und Maschinenbau,	7 ÷ 25 „ „	37	18
		{ Schrb., Niet., Ketten { 25 ÷ 40 „ „	35	15
Qualität best best best	Schiff- u. Masch.bau	{ 7 ÷ 40 „ „	38 ÷ 37	18 ÷ 20

IV. Stahl- und Flußeisenguß.

Zugproben	K_z	φ
Qualitätsziffern	{ 33 ÷ 45 45 ÷ 55 55 ÷ 65	{ 20 ÷ 15 15 ÷ 10 10 ÷ 5

V. Gußeisen wie unter 1.

4. **Materialvorschriften für Länddampfkessel** (d. i. Anlage 1 zu den reichsgesetzlichen Bestimmungen über Anlegung und Betrieb von Dampfkesseln 1908).

Zugproben		K_z		φ						
Schweißeisen	Feuerblech	35	40	≥ 36	≥ 34	20				
	Bürdelblech			≥ 34	≥ 33					
	Nieteisen			≥ 35	≥ 40					
Flußeisen	Bleche	$K_z = 51 \div 46$	45	44	43	42	$41 \div 37$	36	35	34
	Niete	$K_z = 34 \div 41$, $\varphi \geq 25$.	21	22	23	24	25	26	27	28

Für Maschinenteile s. auch die Festigkeitswerte auf den DIN-Blättern.

Allgemeines über Spannung und Formänderung.

(206) **Ergebnisse der allgemeinen Spannungstheorie.** Wirken auf einen elastisch festen Körper äußere Kräfte in beliebiger Anordnung, dann treten in einer gedachten Schnittebene Spannungen auf, die nach Größe und Richtung ungleichmäßig über die Ebene verteilt sind. Deren Normalkomponenten, bezogen auf die Flächeneinheit, heißen Normalspannungen (+ für Zug, - für Druck), die in die Fläche fallenden Komponenten heißen Schubspannungen τ .

Die Schnittebene zerlegt den Körper in Teilkörper. Zu jeder Spannung an der Schnittfläche des einen Teilkörpers gehört eine ebenso große Gegenspannung an der Schnittfläche des anderen Teilkörpers, Abb. 16.

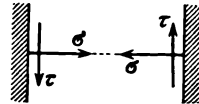


Abb. 16.

Im allgemeinen räumlichen Spannungszustande treten die σ und τ in jeder beliebigen Schnittebene auf. Verschwinden aber für eine bestimmte Ebenenrichtung die σ und τ , dann liegt der ebene Spannungszustand vor, der für die meisten einfacheren Spannungsprobleme maßgebend ist. Legt man diese Ebene in die Bildebene und gelten für die dazu senkrechten Ebenen x und y nach Abb. 17 a die Spannungen σ_x σ_y τ_x und τ_y , dann gibt Abb. 17 b bis d über deren Richtungen Aufschluß.

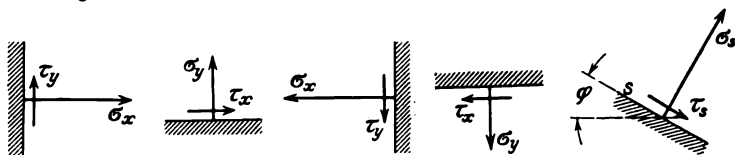


Abb. 17 a ÷ e.

Nach dem Satze von den zugeordneten Schubspannungen ist $\tau_x = \tau_y$, im weiteren kurz mit τ bezeichnet. Nach Abb. 18 sind an der Ecke zweier 90°-Schnittebenen die τ einander gleich, im endlichen Abstände von der Ecke aber im allgemeinen verschieden.

Für eine um φ gegen die x -Richtung geneigte Ebene ist nach Abb. 17e

$$\begin{aligned} \sigma_s &= \sigma_x \sin^2 \varphi + \sigma_y \cos^2 \varphi + 2 \tau \sin \varphi \cos \varphi = \\ &= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\varphi + \tau \sin 2\varphi, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_s &= (\sigma_x - \sigma_y) \sin \varphi \cos \varphi + \tau (\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi) = \\ &= \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\varphi + \tau \cos 2\varphi. \end{aligned}$$

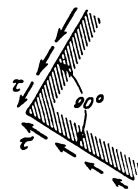


Abb. 18.

Diese, für verschiedene φ jeweils normal zur Schnittrichtung aufgetragen, liefern Abb. 19.

σ_s nimmt für zwei normal zueinander liegenden Richtungen, den Haupt-
richtungen, die Größt- und Kleinstwerte

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau^2}$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau^2}$$

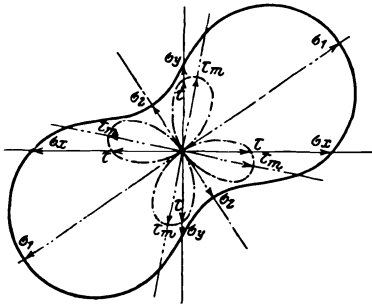


Abb. 19.

an, die Hauptspannungen heißen; in diesen Hauptrichtungen verschwinden die τ .

Die τ haben für Richtungen, die die rechten Winkel zwischen den Hauptrichtungen halbieren, ihre Größt- und Kleinstwerte

$$\tau_m = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau^2};$$

für diese Richtungen verschwinden aber die σ_s im allgemeinen nicht.

Besondere Fälle nach Abb. 20a bis e.

a) $\sigma_x = \sigma_y = \sigma$ und $\tau = 0$ liefert $\sigma_s = \sigma = \text{konst.}$ und $\tau_s = 0$; jede Richtung kann als Hauptrichtung angesehen werden.

b) $\sigma_y = -\sigma_x$ und $\tau = 0$ liefert $\sigma_1 = +\sigma_x$ und $\sigma_2 = -\sigma_x$; die Hauptrichtungen fallen in die x - bzw. y -Achse. Für $\varphi = 45^\circ$ ist $\tau_m = \sigma_1$ bzw. $= \sigma_2$ und $\sigma_s = 0$, d. i. der Fall der reinen Schubspannung.

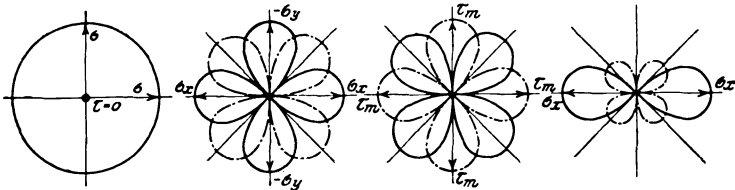


Abb. 20 a ÷ d.

c) Ist $\sigma_x = \sigma_y = 0$, aber $\tau \neq 0$, dann liegt der um 45° gedrehte Fall b vor.

d) $\sigma_y = 0$ und $\tau = 0$ liefert den axialen Spannungszustand; $\sigma_1 = \sigma_x$, $\sigma_2 = 0$ und für $\varphi = 45^\circ$ $\tau_m = \sigma_1 : 2$.

(207) Der ebene Formänderungszustand. Vorausgesetzt ist die Kleinheit der elastischen Formänderungen gegenüber den Körperabmessungen. Dem ebenen Spannungszustand entspricht auch die ebene Formänderung und ein Rechteckerelement $dx dy dz$ geht durch die Spannungen $\sigma_x \sigma_y \tau$ nach Abb. 21 in ein Parallelogrammkörper über.

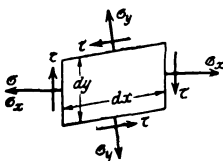


Abb. 21.

Wirkt auf den Körper nur σ_x , so verlängert sich dx um $\Delta dx = \epsilon dx = dx \sigma_x : E$ und dy verkürzt sich um $\Delta dy = \epsilon_q dy = dx \epsilon : m = dx \sigma_x : E m$.

Wirkt nur σ_y , so wird dy um $\Delta dy = dy \sigma_y : E$ vergrößert und dx um $\Delta dx = dx \sigma_y : E m$ verkleinert. Bei gleichzeitiger Wirkung von σ_x und σ_y addieren

sich diese Formänderungen algebraisch (Gesetz der Übereinanderlagerung), die Dehnungen sind

$$\varepsilon_x = \left(\sigma_x - \frac{\sigma_y}{m} \right) : E \quad \text{und} \quad \varepsilon_y = \left(\sigma_y - \frac{\sigma_x}{m} \right) : E.$$

Winkeländerungen treten dabei wegen $\tau = 0$ nicht ein.

Wirkt auf den Rechtecker nach Abb. 22 nur τ , dann liegt der Fall c) der reinen Schubspannung vor, wonach in den 45°-Richtungen die Spannungen $\pm \sigma = \tau$ wirken. Beim Quadrat (Abb. 22) verlängert

sich demnach d_1 um $\lambda_1 = \tau \left(1 + \frac{1}{m} \right) : E$ und d_2 um

$\lambda_2 = -\tau \left(1 + \frac{1}{m} \right) : E$; aus einfachen geometrischen Be-

ziehungen folgt die Änderung des ursprünglich rechten

Winkels zu $\gamma = 2 \delta = 2 \tau \left(1 + \frac{1}{m} \right) : E$.

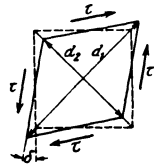


Abb. 22.

Schreibt man, da γ proportional τ ist, entsprechend dem Dehnungsgesetz $\gamma = \tau : G$, dann heißt G das Gleitmaß und zwischen G und E besteht die Beziehung $G = E \frac{m}{2(m+1)}$ bzw. für $m = 10/3$ $G = \frac{E}{2,6}$.

Vorstehendes beruht auf dem Hookeschen Gesetz und setzt außerdem gleichmäßiges elastisches Verhalten des Stoffes, also gleiches E in allen Richtungen voraus (Isotropie), was bei Stoffen mit ausgesprochener Faserrichtung, wie Schweißseilen und Holz, nicht zutrifft.

Bei gleichzeitigem Wirken von σ_x , σ_y und τ setzen sich die Dehnungen und Winkeländerungen zusammen.

(208) Zulässige Spannung und Bruchsicherheit. Die zulässige Spannung (k_z für Zug, k für Druck, k_b für Biegung, k_s für Schub, k_d für Drehung) ist diejenige Spannung, bis zu der ein Körper durch äußere Kräfte beansprucht werden darf, ohne zu reißen oder unzulässige Formänderungen anzunehmen. Sie liegt im allgemeinen unter der Elastizitätsgrenze und ist von vielen Umständen abhängig. Die Bruchsicherheit \mathcal{S} ist das Verhältnis der Festigkeit zur zulässigen Spannung; für Zug ist $\mathcal{S} = K_z : k_z$, für Biegung $\mathcal{S} = K_b : k_b$ usw.

Man unterscheidet zwischen einfachen und zusammengesetzten Belastungsfällen.

(209) Der einfache Fall liegt vor, wenn der Körper nur auf Zug bzw. Druck oder auf Biegung oder auf Drehung beansprucht ist. Ist die Belastung eine einmalige ruhende und stoßfreie und erlaubt der Fall die einwandfreie Anwendung der Festigkeitslehre, dann darf die zulässige Spannung nahe an der Elastizitätsgrenze liegen. Bei dauernd wechselnder und bei nicht stoßfreier Belastung soll sie gemäß den unter (195) genannten Ergebnissen der Dauerversuche mehr oder weniger weit darunter liegen, ebenso wenn die Festigkeitsrechnung auf Grund von Annahmen erfolgt, über deren Richtigkeit kein sicheres Urteil besteht.

Anhaltswerte für die zulässigen Spannungen in kg/cm^2 im Maschinenbau liefert nachstehende Tafel nach C. Bach.

Hierin gelten die Werte

unter I für ruhende Belastung,

„ II für beliebig oft zwischen null und einem Höchstwert wechselnde Belastung,

„ III für beliebig oft zwischen einem gleichgroßen positiven und negativen Höchstwert wechselnde Belastung.

Die Tafelwerte beziehen sich auf Werkstoffe von durchschnittlicher Güte und auf gewöhnliche Temperatur.

Art der Festigkeit und Belastung		Schweiß-eisen ¹⁾		Flußeisen ²⁾		Flußstahl ³⁾		Stahlguß ³⁾		Gußeisen		Federstahl gehärtet
		von	bis	von	bis	von	bis	von	bis	von	bis	
Zug k_z	I	900	1200	900	1500	1200	1800	600	1200	270	330	—
	II	600	800	600	1000	800	1200	400	800	180	220	—
	III	300	400	300	500	400	600	200	400	90	110	—
Druck k	I	900	1200	900	1500	1200	1800	900	1500	720	1000	—
	II	600	800	600	1000	800	1200	600	1000	540	660	—
Biegung k_b	I	900	1200	900	1500	1200	1800	750	1200	vgl. (223)	7500 ⁴⁾ 5000 —	
	II	600	800	600	1000	800	1200	500	800			
	III	300	400	300	500	400	600	250	400			
Schub k_s	I	720	960	720	1200	960	1440	480	960	—	—	—
	II	480	640	480	800	640	960	320	640	—	—	—
	III	240	320	240	400	320	480	160	320	—	—	—
Drehung k_d	I	360	480	600	1200	900	1440	480	960	vgl. (241)	6000 4000 —	
	II	240	320	400	800	600	960	320	640			
	III	120	160	200	400	300	480	160	320			

(210) Für Flußeisen im Eisenhochbau gilt:

DIN 1050. Bestimmungen über die bei Hochbauten anzunehmenden Beanspruchungen der Baustoffe (Auszug).

I. Allgemeine Vorschriften.

	Baustoff oder Verwendungsform	Art der Beanspruchung	Beanspruchung kg/cm ²	Bemerkungen
a	Flußeisen in Walzprofilen, gegliederten Bauteilen, Stützen u. dgl.	Biegung, Zug und Druck (ohne Knickgefahr)	1200	Bis auf weiteres sind bei Knickgefahr die bisher geltenden behördlichen Vorschriften maßgebend. Weiteres s. unter II.
b		Schub	1000	
c	Niete und gedrehte Schraubenbolzen	Abscheren	1000	Für Niete und eingepaßte Schraubenbolzen ist der Bohrungsdurchmesser, für rohe Schrauben der Schaftdurchmesser in Rechnung zu stellen.
d		Lochleibungsdruck	2000	
e	Gewöhnliche Schraubenbolzen (rohe Schrauben)	Abscheren	800	
f		Lochleibungsdruck	1600	
g	Ankerschrauben	Zug	800	Im Kern.

II. Belastungsannahmen und zulässige Spannungserhöhung.

1. Die unter I aufgeführten zulässigen Beanspruchungen gelten bei gleichzeitiger ungünstiger Wirkung der ständigen Last, der Verkehrslast und der Schneelast.

¹⁾ Die Zahlen für k_z , k und k_b gelten nur, wenn die Normalspannungen in Sehnenrichtung wirken, die für k_s gelten nur \perp Sehnenrichtung; k_d ist so gering zu halten, weil die Schubspannungen in Sehnenrichtung auftreten. Die höheren Werte gelten nur bei vorzüglichem Schweiß-eisen.

²⁾ Die höheren Werte nur bei nicht zu weichem und als durchaus zuverlässig erkanntem Material. Höhere Werte auch bei Verwendung von Spezialstählen von höherer Festigkeit zulässig. Bei Flußeisen und Flußstahl keine besondere Sehnenrichtung vorhanden, daher k_d nicht wesentlich geringer als k_s .

³⁾ Für Stahlguß ist je nach der Bezugsquelle und den vorliegenden Erfahrungen mehr oder minder große Vorsicht geboten.

⁴⁾ Bei Eisenbahnfedern für ruhende Belastung $k_b = 6500$ kg/cm² zuzulassen, beim Spielen während des Laufs steigt die Beanspruchung dann bis etwa 8600 kg/cm².

2. Bei Berücksichtigung gleichzeitiger Einwirkung von Windlast und Wärmeschwankungen und den unter 1. genannten Lasten dürfen die zulässigen Beanspruchungen um $1/6$ erhöht und die Knicksicherheiten um $1/6$ ermäßigt werden.

3. Bei strengster Durchbildung, Berechnung und Ausführung dürfen bei der unter 1. genannten Lastwirkung die zulässigen Beanspruchungen um $1/6$ erhöht und die Knicksicherheiten um $1/6$ ermäßigt werden.

Falls auch die unter 2. genannten, also sämtliche möglichen Einwirkungen berücksichtigt werden, dürfen die Beanspruchungen um $1/3$ gesteigert und die Knicksicherheiten um $1/3$ ermäßigt werden.

4. Maßgebend für die Querschnittsbestimmung ist stets derjenige Belastungsfall, der den größten Querschnitt ergibt. Bei Stützen und Druckstäben ist der Einfluß einseitigen Lastangriffs zu berücksichtigen und nachzuweisen.

Die Knicksicherheit darf bei der zweiten Eulergleichung $P_k = \pi^2 EJ : l^2$ in keinem Falle unter 4 ermäßigt werden.

Vorstehendes gilt, solange für die Bemessung des Maschinen- oder Bauteils nur die Festigkeitsbedingung maßgebend ist, wenn also die elastische Formänderung belanglos ist. In vielen Fällen tritt aber die Forderung nach einem zulässigen Höchstwert der Formänderung (Trägerdurchbiegung, Drehwinkel von Wellen usw.) in den Vordergrund, weshalb dann nach dieser zu rechnen ist oder statt dessen auch die zulässige Spannung entsprechend niedriger genommen wird.

Für die Bemessung der üblichen Maschinenteile haben sich Erfahrungsregeln herausgebildet, die auf der Festigkeits- bzw. Formänderungsbedingung beruhen und die Betriebsverhältnisse berücksichtigen. Die jeweiligen zulässigen Spannungen bzw. Formänderungen sowie die geeigneten Werkstoffe sind an den betreffenden Stellen der weiteren Abschnitte dieses Buches angeben.

(211) Beim zusammengesetzten Fall wird der Körper gleichzeitig auf Zug (Druck) in verschiedenen Richtungen, auf Zug (Druck) und Drehung, auf Biegung und Drehung usw. beansprucht. Dieser Fall kommt darauf hinaus, daß auf das Körperelement (Rechtecker) Normalspannungen in zwei oder drei Achsenrichtungen oder Normal- und Schubspannungen wirken. Die Frage, welche Höhe hierbei die Spannungen erreichen dürfen, um eine gleiche Bruch-sicherheit wie beim einfachen Fall zu erzielen, ist wegen der Schwierigkeit, solche Fälle in der Festigkeitsmaschine künstlich hervorzubringen, bis heute noch nicht einwandfrei gelöst.

(212) Die Dehnungstheorie. Nach der z. Zt. noch weit verbreiteten Theorie von Poncelet, de Saint-Venant, Grashof und Bach ist die in einer der beiden Hauptrichtungen auftretende größte Dehnung maßgebend. Erhält beim ebenen Spannungszustand der Rechtecker die Spannungen σ_x und σ_y , wobei $\sigma_x > \sigma_y$ sei, dann ist nach (207) $\epsilon_x = (\sigma_x - \sigma_y/m) : E$. Statt nun die größt zulässige Dehnung anzugeben, denkt man sich einen linearen Spannungszustand mit der sog. ideellen Spannung σ_i , die dieselbe Dehnung ϵ_x hervorbringen würde, wobei also $\sigma_i : E = \epsilon_x$ gesetzt wird; somit ist $\sigma_i = \sigma_x - \sigma_y : m$ und es gilt die Festigkeitsbedingung $\sigma_i \leq k_z$ bzw. k .

Wirken auf das Schnittflächenelement die Spannungen σ und τ , dann sind nach (206) die Hauptspannungen σ_1 und σ_2 in σ und τ auszudrücken und so dann $\sigma_i = \sigma_1 - \sigma_2 : m$ zu setzen. Die Ausrechnung liefert

$$\sigma_i = \frac{m-1}{m} \sigma \pm \frac{m-1}{2m} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$$

oder mit $m = 10/3$

$$\sigma_i = 0,35 \sigma \pm 0,65 \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq k_z.$$

Demnach liefert der Fall der reinen Schubbeanspruchung wegen $\sigma = 0$

$$\sigma_i = 0,65 \sqrt{4\tau^2} = 1,3 \tau, \quad \text{d. h. } k_s = k_z = 1,3.$$

Vorstehendes gilt für Gleichartigkeit des Stoffes in verschiedenen Richtungen (Isotropie) und für gleichartige Beanspruchung auf Zug (Druck) und Schub.

Ist dagegen z. B. die Zugbeanspruchung eine ruhende und die Schubbeanspruchung eine schwingende, dann ist $k_z < k_x: 1,3$ und es gilt nach Bach

$$\sigma_t = 0,35 \sigma \pm 0,65 \sqrt{\sigma^2 + 4 (\alpha_0 \tau)^2},$$

worin $\alpha_0 = k_z : 1,3 k_x$ oder $= k : 1,3 k_x$ das Anstrengungsverhältnis heißt.

(213) Die Schubspannungstheorie. Nach einer neueren, von O. Mohr begründeten und von Guest durch Versuche belegten Theorie soll nicht die größte Dehnung, sondern die größte Schubspannung bzw. die größte Winkeländerung für die Beurteilung der Anstrengung maßgebend sein. Deren (hier nicht abgeleiteten) Ergebnisse lauten für den ebenen Fall

bei $\sigma_x = +, \sigma_y = +$ gilt $\dots \sigma_x \leq k_z,$
 bei $\sigma_x = -, \sigma_y = -$ gilt $\dots \sigma_x \leq k_z,$
 bei $\sigma_x = +, \sigma_y = -$ gilt $\sigma_t = \sigma_x - \sigma_y \leq k_z,$ } worin für die Absolutwerte $\sigma_x > \sigma_y$ sei.

Bei gleichzeitigem σ und τ gilt $\sigma_t = \sqrt{\sigma^2 + 4 \tau^2} \leq k_z$, demnach bei reiner Schubspannung

$$2 \tau \leq k_z \text{ oder } k_x = k_z : 2;$$

bei ungleichartiger Beanspruchung ist entsprechend dem Obigen

$$\sigma_t = \sqrt{\sigma^2 + 4 (\alpha_0 \tau)^2} \leq k_z.$$

Weiteres über Anwendung der Dehnungs- oder Schubspannungstheorie bei zusammengesetzter Beanspruchung s. (248).

Näheres über Dehnungstheorie s. Bach, Elastizität und Festigkeit. 8. Aufl. Berlin: Julius Springer 1920; über Versuche, die für diese Theorie sprechen, s. Bonte, Z. 1920, S. 1071.

Näheres über Spannungstheorie s. O. Mohr, Z. 1900, S. 1524; über Vergleich beider s. P. Roth, Z. f. Math. u. Phys. 1903, S. 285.

Die einfachen Belastungsfälle.

Zug und Druck.

(214) Bezeichnet

P die in Richtung der Stabachse — Schwerachse — eines prismatischen Stabes wirkende Zugkraft in kg,

F den Stabquerschnitt in cm^2 ,

dann ist die über den Querschnitt gleichmäßig verteilte Zugspannung

$$\sigma = P : F \text{ kg/cm}^2.$$

Die elastische Verlängerung des Stabes von der ursprünglichen Länge l cm beträgt

$$\lambda = P l : E F = \sigma l : E \text{ cm.}$$

Setzt sich der Stab aus mehreren der Länge nach aneinander gefügten Teilen von den Einzellängen l_1, l_2, \dots und den Querschnitten F_1, F_2, \dots zusammen, dann ist

$$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots = \frac{P}{E} \left(\frac{l_1}{F_1} + \frac{l_2}{F_2} + \dots \right).$$

Nach der Festigkeitsbedingung ist für die schwächste Stelle $F \geq P : k_z$.

(215) Die gleichmäßige Spannungsverteilung trifft streng nur bei prismatischen Stäben zu und angenähert bei nicht prismatischen oder abgesetzten Stäben mit allmählichen Querschnittsübergängen. Bei den durch scharfe Übergänge, Löcher oder Kerben hervor-

gebrachten Querschnittsunstetigkeiten verteilt sich die Spannung ungleichmäßig über den verschwächten Querschnitt. Abb. 23 zeigt die Spannungsverteilung bei einem durchlochtem Flachstabe; es ist $\sigma_{\max} > P:F$, worin mit s = Stabstärke der verschwächte Querschnitt $F = s(b-d)$ beträgt, während die mittlere Spannung bei gleichmäßiger Verteilung $\sigma_m = P:F$ wäre. Abb. 24 gilt für Rundstab mit Kreisrille. Spannungserhöhung tritt auch bei Übergängen zwischen Schaft und Kopf in Schrauben und Nieten auf.

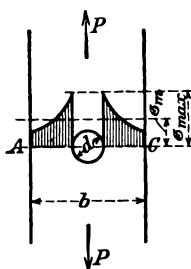


Abb. 23.

Zur Beurteilung dieses Zustandes ist zwischen zähen und spröden Stoffen zu unterscheiden.

Bei zähen Stoffen (Flußeisen, Weichstahl) gilt diese Spannungsverteilung, solange $\sigma_{\max} < \sigma_z$. Bei weiterer Kraftsteigerung gleicht sich von Beginn des Streckens an der Spannungsunterschied allmählich aus und bei vollständig stoßfreier Belastung ist infolge der Verhinderung der Quersuzammenziehung die Bruchlast sogar etwas größer als die eines prismatischen Stabes vom Querschnitt F . Daher ist bei stoßfreier Belastung $\sigma_m = P:F \leq k_z$. Bei nicht stoßfreier Belastung und besonders bei dauernder Wechselbelastung ist die Spannungserhöhung zu berücksichtigen oder besser der scharfe Querschnittswchsel zu vermeiden.

Bei spröden Stoffen (Guß, Hartstahl) bleibt die ungleiche Spannungsverteilung angenähert bis zum Bruche bestehen und es gilt $\sigma_{\max} \leq k_z$.

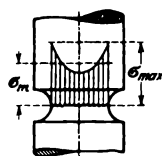


Abb. 24.

Näheres s. Preuß, Versuche über die Spannungsverteilung in gelochten Zugstäben, F. A. Heft 126; Leon, Spannungsverteilung in Zugstäben mit symmetrischen Halbkreisrillen, Gestaltung 1. Jahrg. 1922, Heft 3; Gutacker, Gelochte Zugstäbe, Theorie und Versuchsberichte, Eisenbau 1916, S. 246; Leon, Über Ermüdung von Maschinenteilen bei Wechselbeanspruchung und bei Spannungserhöhung durch Kerben, Z. 1917, S. 192 und 214; Baumann, Versuche mit Stäben, die Eindrehung besitzen, Z. 1912, S. 1314.

(216) Bei langen, von oben herabhängenden Stäben ist deren Eigengewicht zu berücksichtigen. Soll σ_z in allen Querschnitten dasselbe sein, so erhält man den Zugstab gleicher Festigkeit, dessen Stärke nach einer logarithmischen Linie gegen das belastete Ende hin abnimmt. In Annäherung wird der Stab mit abgesetzten Querschnitten ausgebildet (verjüngte Drahtseile bei Schachtförderung).

Die Reißlänge R ist diejenige Länge eines prismatischen freihängenden Stabes, bei der er durch sein Eigengewicht reißt. Mit P = Pruchlast in kg und q = Gewicht in kg, m ist $R = P:q$ in m (üblich bei Hanfseilen und Papier).

Für Druck gilt dasselbe, wenn k statt k_z gesetzt wird; λ bedeutet hier die elastische Verkürzung. Nur anwendbar bei kurzen gedrungenen Stäben. Schlanke Druckstäbe sind auf Knicken zu berechnen, s. (239).

Biegung des geraden Stabes.

Ein gerader Stab sei durch beliebige Kräfte belastet, die in einer Ebene liegen und die Stabachse (d. i. die Stabschwerlinie) rechtwinklig schneiden.

Biegemomente und Querkräfte.

(217) Biegemomente und Querkräfte durch Rechnung. Für irgendeinen Balkenquerschnitt s ist

Biegemoment M = algebraische Summe der statischen Momente aller links oder aller rechts von s angreifenden Kräfte einschließlich der Auflagerkräfte, in bezug auf s ,

Querkraft Q = algebraische Summe aller links oder aller rechts von s angreifenden Kräfte einschließlich der Auflagerkräfte.

Vorzeichenregel: M ist positiv, wenn diese Momentensumme der links (rechts) liegenden Kräfte positiv (negativ) drehend wirkt oder wenn der Krümmungsmittelpunkt der elastischen Linie des wagrecht liegenden Balkens oben liegt. Q ist positiv, wenn die algebraische Summe der Kräfte links (rechts) von s nach oben (unten) wirkt.

Einzellasten. Nach Abb. 25 ist

$$M = -P_1 p_1 - P_2 p_2 \quad \text{und} \quad Q = -P_1 - P_2.$$

Nach Abb. 26 ist

$$M = Aa - P_1 p_1 - P_2 p_2 \quad \text{oder} \quad M = Bb - P_3 p_3 - P_4 p_4,$$

$$Q = A - P_1 - P_2 \quad \text{oder} \quad Q = -B + P_3 + P_4.$$

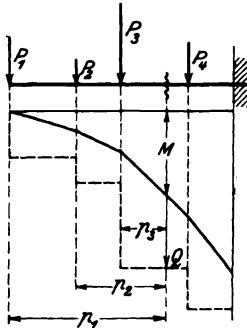


Abb. 25.

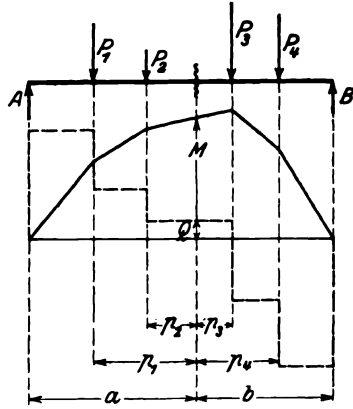


Abb. 26.

Für einen um dx weiter rechts liegenden Querschnitt ist

$$M + dM = A(a + dx) - P_1(p_1 + dx) - \dots =$$

$$= Aa - P_1 p_1 - P_2 p_2 + (A - P_1 - P_2) dx = M + Q dx,$$

somit $Q = \frac{dM}{dx}$.

Die M bzw. Q an jedem Querschnitt als Ordinaten aufgetragen, liefern die M -Linie, ein an den Laststellen gebrochener Geradenzug, und die Q -Linie, eine an den Lasten abgestufte Staffellinie. Es ist $Q = \text{tg } \alpha$, worin $\alpha =$ Neigungswinkel der M -Linie. Positives Q bedeutet Ansteigen, negatives Q Abfallen der M -Linie. Der Durchgang der Q -Linie durch null bezeichnet die Stelle des M_{max} .

Weitere Beispiele nach Abb. 27 bis 29.

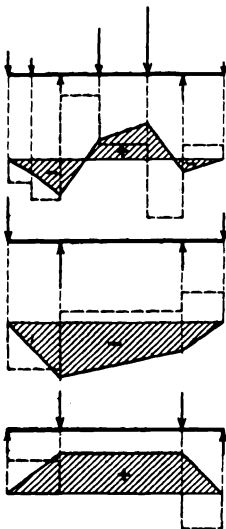


Abb. 27 ÷ 29.

Streckenlasten, im allgemeinen ungleichmäßig über den Träger verteilt. Diese, als dicht aufeinander folgende Einzellasten betrachtet, liefern für die M - und Q -Linie stetige Kurven. Auch hier gilt $Q = \frac{dM}{dx} = \text{tg } \alpha$ und M_{max} tritt an den Stellen auf, wo $Q = 0$ ist.

Nach Abb. 30 ist $M = - \int_0^a qz dz$ und

$Q = - \int_0^a q dz$, nach Abb. 31 $M = Aa - \int_0^a qz dz$

und $Q = - \int_0^a q dz + A$.

Ist der q -Verlauf durch Kurve gegeben, dann zerlegt man den Balken nach Abb. 32 in Teilstrecken, ersetzt die Teilstreckenlasten durch deren Resultierenden P_1, P_2, P_3 , die durch die Schwerpunkte der Belastungsteilflächen gehen und bestimmt hierfür

wie oben dargelegt die M -Linie als gebrochene Linie. Die wirkliche M -Linie berührt diese Geraden in den Teilpunkten a, b . Es genügt, die q -Linie durch anschmiegende Geraden zu ersetzen und die Schwerlinienkonstruktion der Trapeze hierauf anzuwenden.

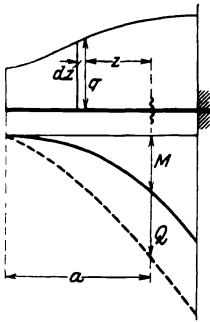


Abb. 30.

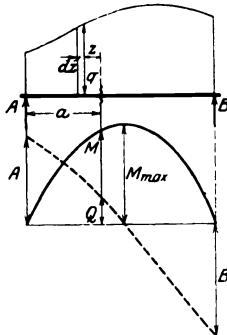


Abb. 31.

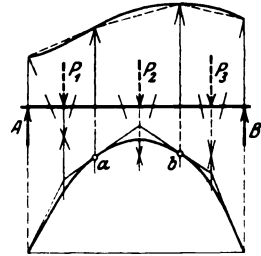


Abb. 32.

Beispiel. Gesamtlast Q als Dreiecksbelastung, Abb. 33. Resultierende der beiden Dreiecke je $P = \frac{Q}{2}$; $M_{\text{mitte}} = \frac{Q}{2} \cdot \frac{l}{3} = \frac{Ql}{6}$.

Weiteres Beispiel s. Abb. 34.

(218) Biegemomente durch Zeichnung unter Benutzung des Seilecks

unter Benutzung des Seilecks nach (140) und Abb. (141). Wird für die Einzellasten P_1, P_2, \dots das Seileck Abb. 35 gezeichnet und die Schlußlinie s gezogen, dann ist an beliebiger Stelle das Biegemoment $M = yh$, worin y die unter S gemessene Höhe der (schraffierten) Momentenfläche und h die Polweite des Seilecks bezeichnet. Abb. 36 gilt für den Freitrag, Abb. 37 für den Träger mit auskragenden Enden mit $+$ - und $-$ - Momenten.

Streckenlasten ergeben Seilkurve statt Seileck (gleichmäßig verteilte Last liefert Parabel). Hierbei werden wie beim Berechnungsverfahren die Streckenlasten nach Abb. 32 durch die Einzellasten P_1, P_2, \dots gleich den Flächen F_1, F_2, \dots ersetzt, die durch deren Schwerpunkte gehen.

Maßstäbe hierzu. Ist der Träger im Maßstabe $1:a$ gezeichnet, p kg Last durch je 1 cm Lotrechte i. d. Nebenfigur dargestellt und ist die Polweite b cm, dann sind die in cm gemessenen Ordinaten der Seileckfläche, multipliziert mit $a \cdot p \cdot b$, die wirklichen M in cmkg.

(219) Mittelbare Belastung. Wirken die Lasten nicht unmittelbar auf den Träger, sondern auf Hilfsträgern, die sich auf den Hauptträgern abstützen,

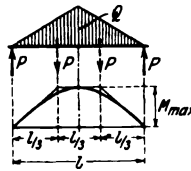


Abb. 33.

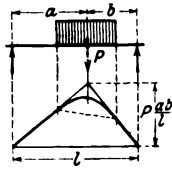


Abb. 34.

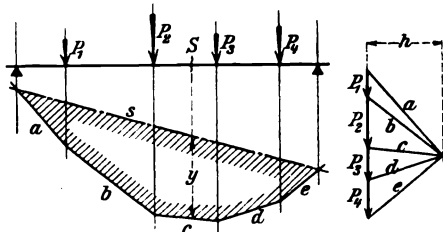


Abb. 35.

dann folgt die M -Linie des Hauptträgers durch Zeichnung nach Abb. 38 a-c aus derjenigen für unmittelbare Belastung, die durch Rechnung oder Konstruktion gefunden werden kann.

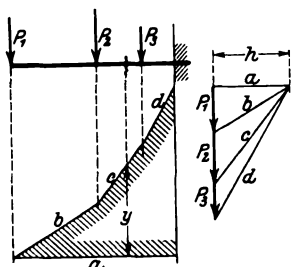


Abb. 36.

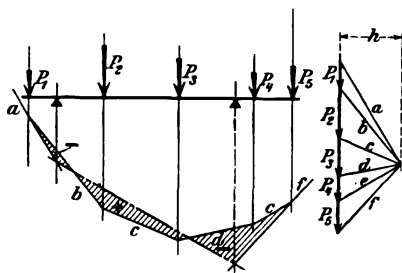


Abb. 37.

Spannungen.

(220) Voraussetzung: die Stabquerschnitte bilden symmetrische Figuren, deren Symmetrielinien in die Kräfteebene fallen.

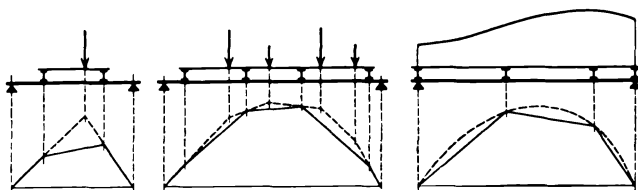


Abb. 38 a-c.

Das Hookesche Gesetz als zutreffend vorausgesetzt. Abb. 39 zeigt ein Balkenelement, das durch ein positives M auf Biegung beansprucht wird. Grundlegend ist die auf Versuche beruhende Tatsache, daß ursprünglich ebene Normalquerschnitte bei Verbiegung eben und normal zur Stabachse bleiben. Zwei um dx abstehende Querschnitte neigen sich um $d\varphi$, eine Faserschicht, die Nullschicht oder neutrale Schicht, behält die Länge dx , die über dieser verkürzen sich, die unteren verlängern sich linear zum Abstände η von der Nullschicht. Da wegen des Hookeschen Gesetzes Dehnungen proportional Spannungen, sind diese oben Druck, unten Zug. Somit ist für beliebige Faser mit dem Proportionsfaktor c $\sigma = c \eta$.

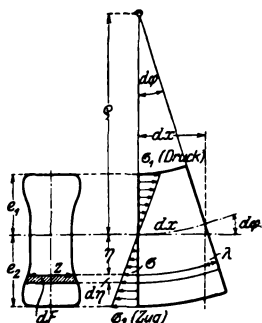


Abb. 39.

Da am Stabe keine Längskräfte wirken, ist $\int \sigma dF = 0$, somit fällt die Nullschicht in die horizontale Schwerachse des Querschnittes. Da M die Ursache dieser σ bildet, ist $M = \int \sigma dF \eta = c \int \eta^2 dF = c J$, worin $J = \int \eta^2 dF$ das auf die Schwerachse bezogene (axiale) Trägheitsmoment des Querschnittes bezeichnet. Somit ist $c = M : J$ und

$$\sigma = \frac{M}{J} \eta.$$

Die größten Spannungen treten an den Außenfasern auf. Unten ist $\sigma_2 = \frac{M}{J} e_2$ (Zug), oben $\sigma_1 = -\frac{M}{J} e_1$ (Druck). Maßgebend ist das größere e ,

welches

$$\sigma_{\max} = \frac{M}{J} e = \frac{M}{J/e} = \frac{M}{W}$$

liefert, worin $W = J : e$ das Widerstandsmoment des Querschnittes heißt.

M in cmkg, J in cm^4 , e in cm und W in cm^3 liefert die σ in kg/cm^2 .

(221) Die Querkraft Q bringt Schubspannungen τ hervor, die ebenfalls ungleichmäßig über den Querschnitt verteilt sind. Nur für Querschnittsstellen, die durch lotrechte Wände begrenzt sind, läßt sich τ einwandfrei bestimmen.

Nach Abb. 40 ist mit Moment M für Stelle x und $M' = M + dM$ für $x + dx$ die Faserkraftresultierende für x

$$Y = \int \sigma dF = \frac{\sigma_{\max}}{e} \int \eta dF = \frac{\sigma_{\max}}{e} S$$

und für $x + dx$

$$Y' = \frac{\sigma'_{\max}}{e} S,$$

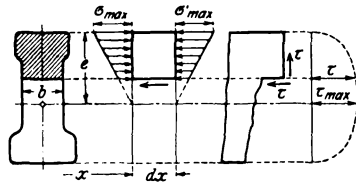


Abb. 40.

worin S = statisches Moment der schraffierten Fläche bezogen auf die Nulllinie. Der Unterschied beider liefert die über die horizontale Fläche $b dx$ verteilte Schubspannung τ ; somit $Y' - Y = \tau b dx$ und

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{Y' - Y}{b dx} = \frac{S (\sigma'_{\max} - \sigma_{\max})}{e b dx} = \frac{S (M' - M)}{e b dx W} \\ &= \frac{S}{c b W} \frac{dM}{dx} = \frac{S}{e b W} Q = \frac{S Q}{J b}. \end{aligned}$$

Nach dem Satze von den zugeordneten Schubspannungen, s. (206), tritt in der lotrecht anschließenden Fläche ein ebensolches τ auf. Verteilung von τ etwa nach Abb. 41, bei symmetrischen Querschnitten τ_{\max} in der Mitte.

Mit Querschnitt F ist für Rechteck $\tau_{\max} = 3/2 Q : F$, für Kreis $\tau_{\max} = 4/3 Q : F$ und für das dünnwandige Rohr $\tau_{\max} = 2 Q : F$. Beim I-Querschnitt sind die τ nach Abb. 42 nahezu gleichmäßig über die Stegfläche F_s verteilt, $\tau_{\max} \approx Q : F_s$.

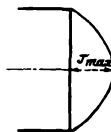


Abb. 41.

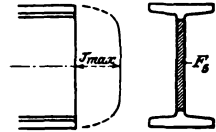


Abb. 42.

Über Berechnung der Blechträgergurtweite s. (338).

Da für die Außenfasern, an denen σ_{\max} auftritt, die τ null sind und die τ gegenüber den σ im allgemeinen klein sind, ist für die Festigkeitsberechnung nur σ_{\max} maßgebend; demnach lautet die Festigkeitsbedingung

$M : W \leq k_2$ bzw. $\leq k$, je nachdem die Zug- oder Druckspannung maßgebend ist. Hieraus das erforderliche $W \geq M : k_2$ bzw. $\geq M : k$.

(222) Für Stoffe, die das Hookesche Gesetz nicht befolgen, ergibt sich keine lineare Spannungsverteilung. Besteht zwischen Spannung und Dehnung das Potenzgesetz $\epsilon : \sigma^n = \alpha_0$ und verläuft für Stoffe mit $n > 1$ (Gußeisen, Beton, Granit) die Zug- und Druckkurve nach Abb. 8 u. 9, dann ergibt sich σ_{\max} stets kleiner als auf Grund des Hookeschen Gesetzes nach der Formel $\sigma = M : W$.

Die Spannungsverteilung weicht von der linearen um so mehr ab, je stärker der Stab beansprucht wird (s. Abb. 43); es fällt auch die Nulllinie nicht genau mit der Schwerachse zusammen.

(223) Biegeversuche. Der prismatische Probestab wird nach Abb. 11 bis zum Bruche beansprucht. Bei zähen Stoffen tritt der Bruch entweder gar nicht oder erst nach sehr starker Verbiegung ein, wobei dann die Außenfasern weit über die Fließgrenze beansprucht werden.

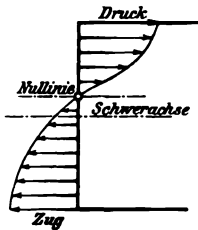


Abb. 43.

Über Biegeversuche mit Fluteisenstäben s. E. Meyer, Z. 1908, S. 167.

Daher können solche Bruchversuche nur mit spröden Stoffen vorgenommen werden; üblich bei Gußeisen.

Bezeichnet nach (192) $K_b = Pl : 4W$ die rechnerische Biegefestigkeit, dann ist wegen der nicht linearen Spannungsverteilung stets $K_b > K_z$. Versuche ergaben für bearbeitete Gußstäbe

bei Querschnitten nach \bullet \blacksquare Γ Π
 $K_b : K_z \approx 2,05 \quad 1,70 \quad 1,45 \quad 2,15.$

Für unbearbeitete Stäbe ist wegen der harten Gußhaut K_b geringer, etwa 83% desjenigen für bearbeitete Stäbe.

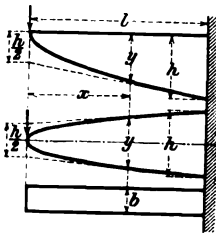
Die zulässige Biegungsspannung ergibt sich aus $k_b : k_z = K_b : K_z$ zu

$$k_b = k_z \frac{K_b}{K_z}, \text{ somit ist } W_{erf} \geq M : k_b.$$

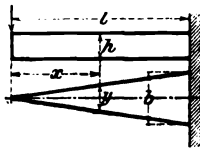
Näheres s. Bach, Elastizität und Festigkeit, ferner F.-A. Heft 48, 89 und 127/128.

(224) Stäbe von gleicher Spannung. Soll bei einem Stab die Biegungsspannung $\sigma = M : W$ an allen Stellen den gleichen Wert haben, dann muß W und somit der Stabquerschnitt veränderlich sein.

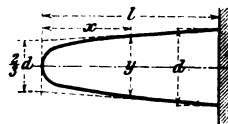
Zusammenstellung der Stabformen für einige Belastungsfälle.



Rechtecke von gleicher Breite
 $y = h \sqrt{x : l}$ [Parabel].

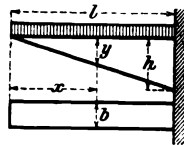


Rechtecke von gleicher Höhe
 $y = b x : l$ [Gerade].

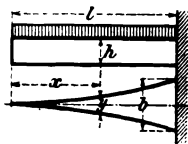


Kreise vom Durchmesser

$$y = d \sqrt[3]{x : l} \text{ [kubische Parabel].}$$

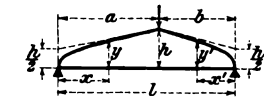


Rechtecke von gleicher Breite
 $y = h x : l.$



Rechtecke von gleicher Höhe
 $y = b (x : l)^2$ [Parabel].

Zusammenstellung der Stabformen für einige Belastungsfälle.



Rechtecke von gleicher Breite

$$y = h \sqrt{x : a} \quad y' = h \sqrt{x' : b}.$$



Kreise vom Durchmesser

$$y = d \sqrt[3]{x : a} \quad y' = d \sqrt[3]{x' : b}.$$

(225) **Blechräger** von gleichbleibender Höhe, aber mit wechselnder Gurtplattenlänge, Abb. 44. Für gegebene Belastung die *M*-Linie und daraus die Linie der $W_{ert} = M : k_b$ (strichpunktiert) zeichnen. Im gleichen Maßstabe werden die Werte W_0, W_1, W_2 für den Träger ohne, mit 1 Paar, mit 2 Paar Gurtplatten von der Grundlinie der *W* aus aufgetragen. Hierdurch bestimmen sich die erforderlichen theoretischen Gurtplattenlängen. In der Ausführung sind diese nach beiden Seiten um 2 ÷ 3 Nietteilungen zu verlängern.

Bei wechselnder Höhe nach Abb. 45 bildet die Linie der W_{wirkl} streckenweise Kurven, sie muß wie oben überall über der Linie der W_{ert} liegen.

Formänderung.

(226) Die ursprüngliche gerade Stabachse (Schwerlinie) verbiegt sich nach einer Kurve, d. i. die elastische Linie. Für das weitere ist ein sehr flacher Verlauf derselben vorausgesetzt.

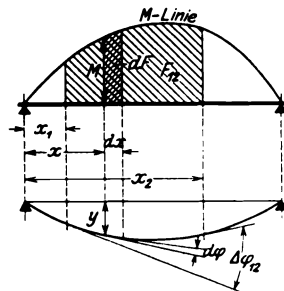
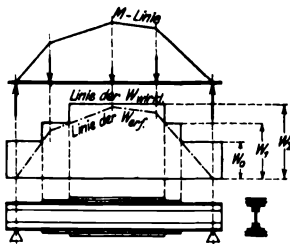


Abb. 46.

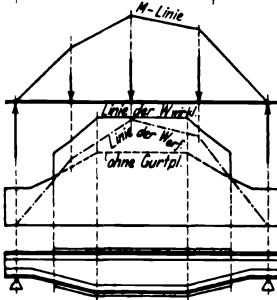


Abb. 44 u. 45.

Nach Abb. 46 bildet $d\varphi$ den Winkel zwischen den beiden um dx abstehenden Normalschnitten und gleichzeitig zwischen den Tangenten an die elastische Linie, wobei $d\varphi = \lambda : \eta$, worin $\lambda =$ Verlängerung der Zugfaser. Aus $\sigma = M \eta : J$ und $\lambda = \sigma dx : E$ folgt $d\varphi = \frac{dx M \eta}{E J \eta} =$

$$= \frac{M dx}{E J} = \frac{dF}{E J}, \text{ worin nach Abb. 46}$$

dF den Streifeninhalt der *M*-Fläche bezeichnet.

Bei prismatischen Balken mit unveränderlichem *J* ist für die endliche Balkenstrecke $x_2 - x_1$ $\Delta \varphi_{12} = F_{12} : E J$, worin $F_{12} =$ *M*-Fläche zwischen x_1 und x_2 .

Ist $y = f(x)$ die Gleichung der elastischen Linie, dann ist deren Neigung $\varphi = \frac{dy}{dx}$ und aus $\frac{d\varphi}{dx} = \frac{d^2y}{dx^2}$ folgt $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M}{EJ}$, d. i. die Differentialgleichung der elastischen Linie.

Da die y nach unten stets positiv gerechnet werden, schreibt man $\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M}{EJ}$.

Aus Abb. 39 folgt der Krümmungsradius der elastischen Linie $\rho = \frac{dx}{d\varphi} = \frac{EJ}{M}$, bzw. die Krümmung $\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EJ}$. Vernachlässigt man in dem allgemeinen Ausdruck für ρ nach (48) den Wert $\frac{dy}{dx}$, so ergibt sich obige Differentialgleichung.

(227) Rechnerische Behandlung der elastischen Linie. Für einfache Belastungsfälle ist M als Funktion von x bekannt und aus $\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{F(x)}{EJ}$ folgt die Gleichung der elastischen Linie. Die Integrationsfestwerte ergeben sich aus den jeweiligen Grenzbedingungen

Ist J nicht konstant, sondern von x abhängig, also $J = f'(x)$, so ist

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{1}{E} \frac{F(x)}{f'(x)}$$

Lösung in geschlossener Form meist schwierig, oft unmöglich; für solche Fälle besser das nachfolgende zeichnerische Verfahren.

Beispiele hierzu für $J = \text{konst.}$

1. Freitragler mit Außenlast P nach Abb. 47.

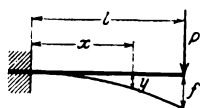


Abb. 47.

$$M = -P(l-x), \quad y'' = -\frac{M}{EJ} = \frac{Pl}{EJ} - \frac{P}{EJ}x.$$

Allgemeine Lösung nach (73)

$$y = C_1 + C_2x + \frac{Pl}{2EJ}x^2 - \frac{P}{6EJ}x^3,$$

hieraus

$$y' = C_2 + \frac{Pl}{EJ}x - \frac{P}{2EJ}x^2.$$

C_1 und C_2 folgen aus den Grenzbedingungen:

Für $x = 0$ ist $y = 0$ und $y' = 0$; hieraus $C_1 = 0$ und $C_2 = 0$, somit

$$y = \frac{Pl}{2EJ}x^2 - \frac{P}{6EJ}x^3 = \frac{P}{EJ} \left(\frac{l x^2}{2} - \frac{x^3}{6} \right) = \frac{Pl^3}{3EJ} \left[\frac{3}{2} \left(\frac{x}{l} \right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{x}{l} \right)^3 \right].$$

$x = l$ liefert $f = \frac{P}{EJ} \frac{l^3}{3}$ s. (230) Nr. 1.

2. Freitragler mit gleichmäßig verteilter Last nach Abb. 48.

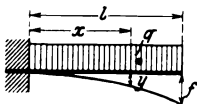


Abb. 48.

$$M = -q \frac{(l-x)^2}{2}, \quad y'' = \frac{ql^2}{2EJ} - q \frac{lx}{EJ} + \frac{qx^2}{2EJ}.$$

$$y = C_1 + C_2x + \frac{ql^2}{4EJ}x^2 - \frac{ql}{6EJ}x^3 + \frac{q}{24EJ}x^4,$$

hieraus

$$y' = C_2 + \frac{ql^2}{2EJ}x - \frac{ql}{2EJ}x^2 + \frac{q}{6EJ}x^3.$$

Für $x = 0$ ist $y = 0$ und $y' = 0$, hieraus $C_1 = 0$ und $C_2 = 0$, somit

$$y = \frac{ql^2}{4EJ}x^2 - \frac{ql}{6EJ}x^3 + \frac{q}{24EJ}x^4 = \frac{Pl^3}{8EJ} \left[2 \left(\frac{x}{l} \right)^2 - \frac{4}{3} \left(\frac{x}{l} \right)^3 + \frac{1}{3} \left(\frac{x}{l} \right)^4 \right],$$

worin $P = ql = \text{Gesamtlast}$.

$x = l$ liefert $f = \frac{P l^3}{E J} \frac{1}{8}$ s. (230) Nr. 2.

3. Träger mit Mittenlast P , Abb. 49.

Für die linke Hälfte ist $M = A x = \frac{P x}{2}$, hieraus

$$y'' = -\frac{P}{2 E J} x, \quad y = C_1 + C_2 x - \frac{P}{12 E J} x^3,$$

$$y' = C_2 - \frac{P}{4 E J} x^2.$$

Für $x = 0$ ist $y = 0$, für $x = l:2$ ist $y' = 0$; hieraus $C_1 = 0$ und $C_2 = \frac{P l^2}{16 E J}$, somit $y = \frac{P l^2}{16 E J} x - \frac{P}{12 E J} x^3 - \frac{P l^3}{16 E J} \left[\left(\frac{x}{l} \right) - \frac{4}{3} \left(\frac{x}{l} \right)^3 \right]$.

$x = \frac{l}{2}$ liefert $f = \frac{P l^3}{E J} \frac{1}{48}$ s. (230) Nr. 4.

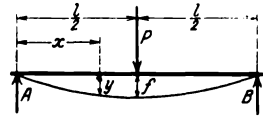


Abb. 49.

(228) Zeichnerische Behandlung der elastischen Linie. Für unveränderliches J . Zeichnerische Lösung der Differentialgleichung $\frac{d^2 y}{d x^2} = -\frac{F(x)}{E J}$ nach

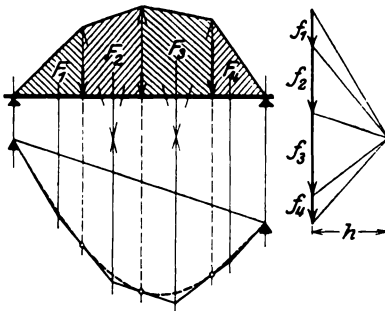


Abb. 50.

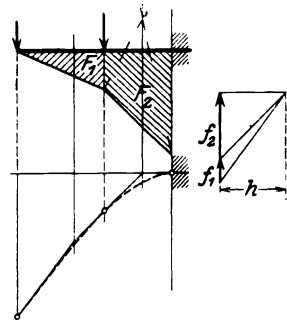


Abb. 51.

Abb. 50. Man zerlegt die Gesamtfläche der (durch Rechnung oder Zeichnung gefundenen) M -Linie in Streifen von den Inhalten $F_1 F_2 \dots$, trägt $f_1 f_2 \dots$ prop. $F_1 F_2 \dots$ lotrecht ab und zeichnet hierzu das Seil-eck mit Polweite h bzw. die anschmiegende Curve, deren Ordinaten bis zur Schlußlinie prop. den Ordinaten der elastischen Linie sind.

Positive M -Flächen trägt man in der Nebenfigur nach unten, negative nach oben auf. Liegt die Schlußlinie nicht horizontal, dann kann die Curve nach Bedarf auf eine horizontale Schlußlinie umgezeichnet werden.

Maßstäbe hierzu. Ist der Träger im Maßstabe 1:a gezeichnet, m cmkg Biegungs-

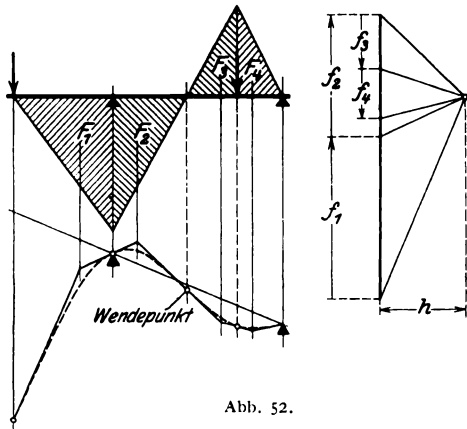


Abb. 52.

moment durch je 1 cm Ordinate der M -Linie und f cm³ der Streifeninhalte durch je 1 cm der lotrechten Strecken der Nebenfigur dargestellt, ferner die Polwerte zu b cm gewählt, dann sind die Ordinaten des gezeichneten Seilecks, multipliziert mit $a^3 m f \xi : EJ$, die wirklichen Ordinaten der elastischen Linie in cm. Zweckmäßig wählt man für EJ : ξ eine runde Zahl.

Abb. 51 gilt für einen Freitragler, Abb. 52 für einen Träger mit Kragarm.

(229) Für veränderliches J . Ist J stufenweise veränderlich (abgesetzte zylindrische Welle, parallelgurtiger Blechträger mit Gurtplatten von verschiedener Länge) und haben die Abschnitte $a_1 a_2 \dots$ nach Abb. 53

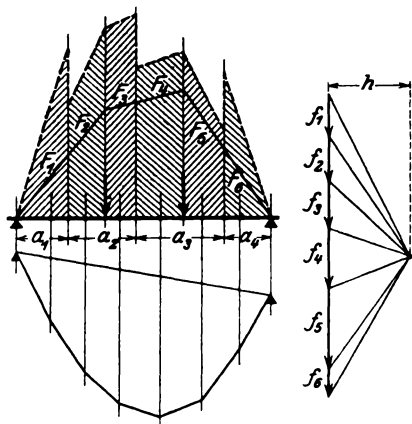


Abb. 53.

die $J_1 J_2 \dots$, dann werden die M der Strecke a_1 im Verhältnis $\xi : J_1$, die der Strecke a_2 im Verhältnis $\xi : J_2$ usw. vergrößert, worin ξ beliebig anzunehmen ist. Zu dieser verzerrten M -Linie (strichiert) wird für einen gedachten Balken vom Trägheitsmoment ξ die elastische Linie, wie oben angegeben, gezeichnet. In der Regel wählt man für ξ das größte der wirklichen J .

Bei stetig veränderlichem J (Balken von nicht prismatischer Form, Welle mit Kegelsektoren, Blechträger mit veränderlicher Stehblechhöhe) ist der Verzerrungsmaßstab gleich $\xi : J$, also entsprechend der stetigen J -Änderung ebenfalls stetig.

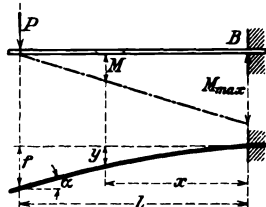
Anmerkung. In vorstehenden Abschnitten über die elastische Linie ist bei Blechträgern unter J das Bruttoträgheitsmoment (also ohne Berücksichtigung der Nietverschwächung) zu verstehen.

Momentenlinie und elastische Linie für die wichtigsten Belastungsfälle.

(230) Bezeichnungen: Lasten P und Auflagerdrücke in kg; Streckenlasten q in kg/cm; J in cm⁴; E in kg cm²; Momente M in cmkg; die Ordinaten y der elastischen Linie und die Biegungspfeile f in cm.

In diesen y und f ist der Einfluß der Schubkräfte nicht enthalten. Diese vergrößern diese Werte bis zu 15% und zwar um so mehr, je kleiner die Stablänge im Verhältnis zur Stabhöhe ist.

Statisch bestimmte Fälle. Die Auflagerdrücke, M -Linien und M_{\max} gelten für beliebigen J -Verlauf, die Gleichung der elastischen Linie und die Biegungspfeile aber nur für $J = \text{konstant}$, also für prismatische Stäbe.



$$B = P$$

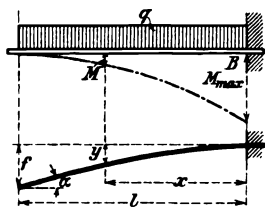
$$M = P(l - x); \quad M_{\max} = Pl$$

$$y = \frac{Pl^3}{3EJ} \left[\frac{3}{2} \left(\frac{x}{l} \right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{x}{l} \right)^3 \right]$$

$$f = \frac{P}{EJ} \frac{l^3}{3}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{P}{EJ} \frac{l^2}{2} = \frac{3f}{2l}$$

2



Gesamtlast $P = ql$, $B = P$

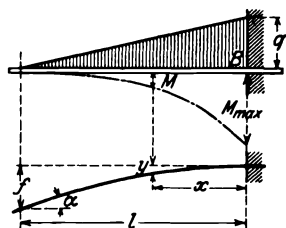
$$M = \frac{Pl}{2} \left[1 - \left(\frac{x}{l} \right)^2 \right]; \quad M_{\max} = P \frac{l}{2}$$

$$y = \frac{Pl^3}{8EJ} \left[2 \left(\frac{x}{l} \right)^2 - \frac{4}{3} \left(\frac{x}{l} \right)^3 + \frac{1}{3} \left(\frac{x}{l} \right)^4 \right]$$

$$f = \frac{Pl^3}{8EJ}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{Pl^2}{EJ} \cdot \frac{1}{6} = \frac{4f}{3l}$$

3



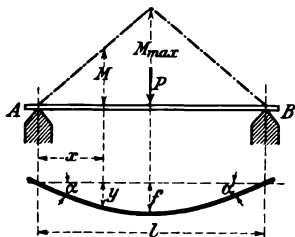
Gesamtlast $P = \frac{ql}{2}$, $B = Q$

$$M = \frac{Pl}{3} \left(1 - \frac{x}{l} \right)^3; \quad M_{\max} = \frac{Pl}{3}$$

$$y = \frac{Pl^3}{6EJ} \left[\left(\frac{x}{l} \right)^2 - \left(\frac{x}{l} \right)^3 + \frac{1}{2} \left(\frac{x}{l} \right)^4 - \frac{1}{10} \left(\frac{x}{l} \right)^5 \right]$$

$$f = \frac{Pl^3}{EJ} \cdot \frac{1}{15}$$

4



$$A = B = \frac{P}{2}$$

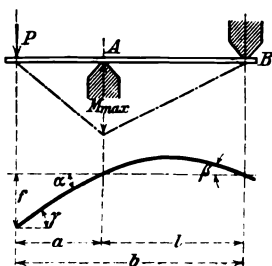
$$M = \frac{Px}{2}; \quad M_{\max} = \frac{Pl}{4}$$

$$y = \frac{Pl^3}{16EJ} \left[\left(\frac{x}{l} \right) - \frac{4}{3} \left(\frac{x}{l} \right)^3 \right]$$

$$f = \frac{Pl^3}{EJ} \cdot \frac{1}{48}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{Pl^2}{EJ} \cdot \frac{1}{16} = \frac{3f}{l}$$

5



$$A = P \frac{b}{l}; \quad B = P \frac{a}{l}$$

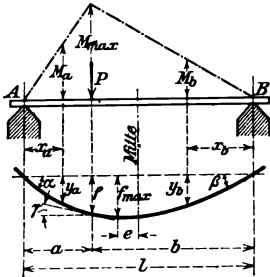
$$M_{\max} = Pa$$

$$f = \frac{P}{EJ} \cdot \frac{a^2 b}{3}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{P}{EJ} \cdot \frac{al}{3}, \quad \operatorname{tg} \beta = \frac{P}{EJ} \cdot \frac{al}{6}$$

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{P}{EJ} \cdot \frac{a(2l + 3a)}{6}$$

6



$$A = P \frac{b}{l}; \quad B = P \frac{a}{l}$$

$$M_a = P \frac{b}{l} x_a; \quad M_b = P \frac{a}{l} x_b; \quad M_{\max} = P \frac{ab}{l}$$

$$y_a = \frac{P}{EJ} \frac{l^3}{6} \frac{b}{l} \frac{x_a}{l} \left[1 - \left(\frac{b}{l} \right)^2 - \left(\frac{x_a}{l} \right)^2 \right]$$

$$y_b = \frac{P}{EJ} \frac{l^3}{6} \frac{a}{l} \frac{x_b}{l} \left[1 - \left(\frac{a}{l} \right)^2 - \left(\frac{x_b}{l} \right)^2 \right]$$

$$f = \frac{P}{EJ} \frac{b^3}{3} \frac{a}{l} \left(\frac{a}{l} \right)^2 \left(\frac{b}{l} \right)^2 = \frac{P}{EJ} \frac{a^2 b^2}{3l}$$

$$f_{\max} \text{ für } e = b \sqrt{\frac{1}{3} - \frac{2a}{3b} - \frac{l}{2}},$$

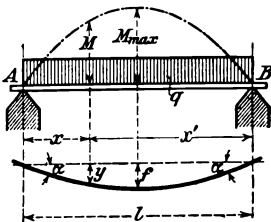
wenn $b > a$.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{P}{EJ} \frac{l^2}{6} \frac{ab}{l} \left(1 + \frac{b}{l} \right) = f \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{2b} \right)$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{P}{EJ} \frac{l^2}{6} \frac{ab}{l} \left(1 + \frac{a}{l} \right) = f \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{2a} \right)$$

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{P}{EJ} \frac{l^2}{3} \frac{ab}{l} \left(\frac{b}{l} - \frac{a}{l} \right)$$

7



$$\text{Gesamtlast } P = ql, \quad A = B = \frac{P}{2}$$

$$M = \frac{Pl}{2} \left[\frac{x}{l} - \left(\frac{x}{l} \right)^2 \right],$$

$$M_{\max} = \frac{Pl}{8} = 0,125 Pl$$

$$y = \frac{Pl^3}{24EJ} \left[\frac{x}{l} - 2 \left(\frac{x}{l} \right)^3 + \left(\frac{x}{l} \right)^4 \right]$$

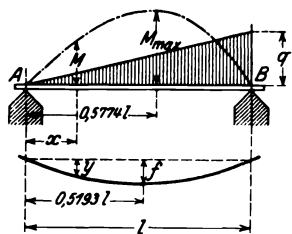
$$= \frac{Pl^3}{2EJ} \frac{x}{l} \frac{x'}{l} \left[\frac{1}{3} \left(\left(\frac{x}{l} \right)^2 + \left(\frac{x'}{l} \right)^2 \right) - \frac{1}{4} \left(\left(\frac{x}{l} \right)^3 + \left(\frac{x'}{l} \right)^3 \right) \right]$$

$$\text{wörin } x' = l - x$$

$$f = \frac{P}{EJ} \frac{5l^3}{384} = 0,01302 \frac{Pl^3}{EJ}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{P}{EJ} \frac{l^3}{24} = \frac{16f}{5l}$$

8



Gesamtlast $P = \frac{ql}{2}$, $A = \frac{1}{3} P$, $B = \frac{2}{3} P$

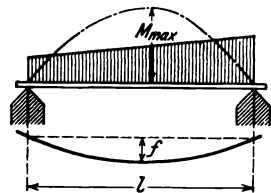
$$M = \frac{Pl}{3} \left[\frac{x}{l} - \left(\frac{x}{l} \right)^3 \right]$$

$$M_{\max} = \frac{2}{9} \frac{Pl^3}{180} = 0,128 Pl$$

$$y = \frac{P}{EJ} \frac{l^3}{180} \left[7 \frac{x}{l} - 10 \left(\frac{x}{l} \right)^3 + 3 \left(\frac{x}{l} \right)^5 \right]$$

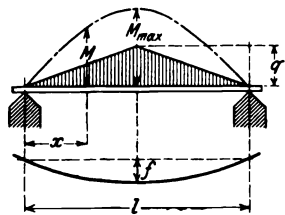
$$f = 0,01304 \frac{Pl^3}{EJ}$$

9



Trapezlast = P
 M_{\max} liegt zwischen $0,125 Pl$ und $0,128 Pl$,
 f liegt zwischen $0,01302 \frac{Pl^3}{EJ}$ und $0,01304 \frac{Pl^3}{EJ}$,
 je nachdem' mehr dem Fall 7 oder 8 sich nähernd.

10



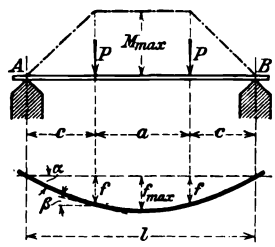
Gesamtlast $P = \frac{ql}{2}$, $A = B = \frac{P}{2}$

$$M = Px \left[\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \left(\frac{x}{l} \right)^2 \right]$$

$$M_{\max} = \frac{Pl}{6}$$

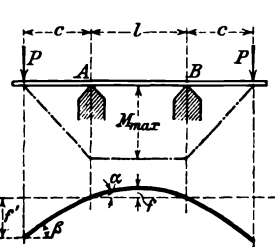
$$f = \frac{P}{EJ} \frac{l^3}{60}$$

11



$A = B = P$
 $M_{\max} = Pc$
 $f = \frac{P}{EJ} \frac{c^2}{3} \left(c + \frac{3}{2} a \right)$
 $f_{\max} = \frac{P}{EJ} \frac{c}{24} (3a^2 + 8c^2 + 12ac)$
 $\text{tg } \alpha = \frac{P}{EJ} \frac{c}{2} (a + c)$
 $\text{tg } \beta = \frac{P}{EJ} \frac{ac}{2}$

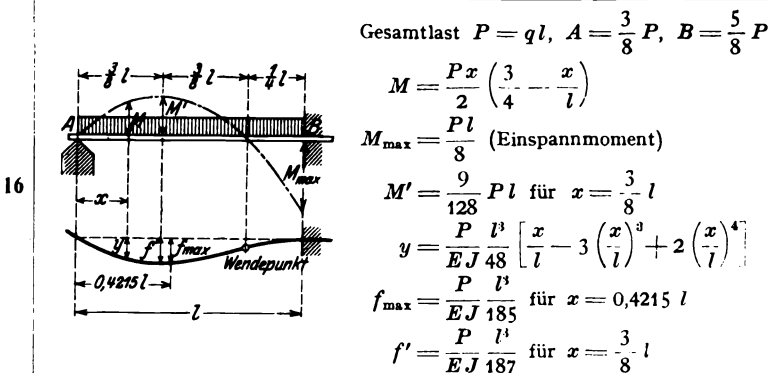
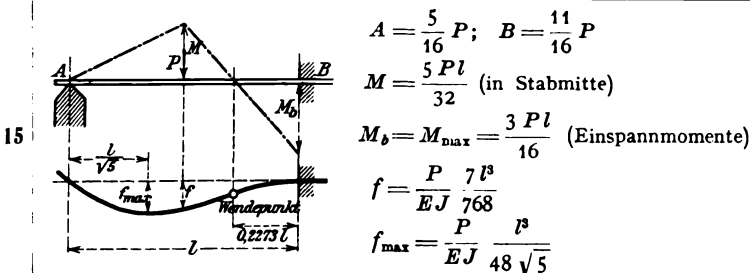
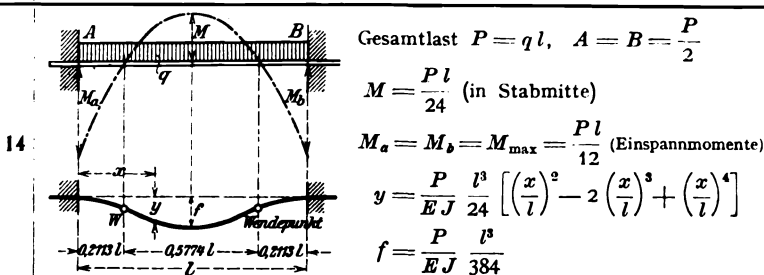
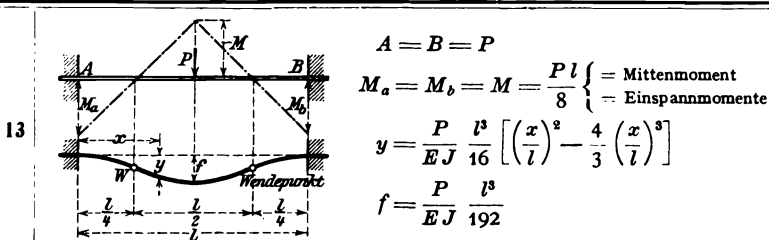
12



$A = B = P$
 $M_{\max} = Pc$
 $f = \frac{P}{EJ} \frac{c l^2}{8}$
 $f' = \frac{P}{EJ} \frac{c^2}{3} \left(c + \frac{3l}{2} \right)$
 $\text{tg } \alpha = \frac{P}{EJ} \frac{cl}{2}$
 $\text{tg } \beta = \frac{P}{EJ} \frac{c}{2} (l + c)$

Statisch unbestimmte Fälle. Sämtliche Angaben gelten nur für $J = \text{konstant}$.

Anm. Diese Fälle setzen vollständige Einspannung voraus, die bei eingemauerten Trägern mangelhaft erfüllt ist, weshalb dann besser nach Fall 4 bzw. 6 gerechnet wird.



Treten zwei oder mehrere der genannten Belastungsfälle gleichzeitig auf, dann addieren sich die Auflagerdrücke, Biegemomente und Ordinaten der elastischen Linie für die einzelnen Belastungsfälle algebraisch.

Flächenträgheitsmomente.

(231) Allgemeine Sätze. Das axiale Trägheitsmoment einer Fläche F , bezogen auf eine beliebige, in der Fläche liegende Achse A ist nach Abb. 54

$$J_a = \int \eta^2 dF = \int \eta^2 \xi d\eta.$$

Ist J_s das Trägheitsmoment für eine durch den Flächenschwerpunkt gehende Achse S , dann ist für die um e abstehende parallele Achse A

$$J_a = J_s + F e^2.$$

Für eine aus mehreren Einzelflächen $F_1, F_2 \dots$ zusammengesetzte Fläche, deren Schwerpunkte die Abstände $e_1, e_2 \dots$ von einer beliebigen Achse A haben, ist für diese Achse

$$J_a = J_1 + J_2 + \dots + F_1 e_1^2 + F_2 e_2^2 \dots,$$

worin $J_1, J_2 \dots$ die Trägheitsmomente der Einzelflächen, bezogen auf ihre zu A parallelen Schwerpunktsachsen, bezeichnen.

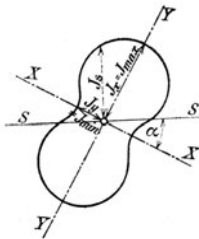


Abb. 55.

Trägt man nach Abb. 55 winkelrecht zu beliebigen Schwerachsen S die Trägheitsmomente J_s als Strecken ab, dann bilden deren Endpunkte eine zweifach symmetrische Kurve vierten Grades. Die beiden Symmetrieachsen X und Y heißen Hauptachsen und die zugehörigen Trägheitsmomente $J_x = J_{\max}$ und $J_y = J_{\min}$ Hauptträgheitsmomente.

Bildet die beliebige Schwerachse S mit der X -Achse den Winkel α , dann ist $J_s = J_{\max} \cos^2 \alpha + J_{\min} \sin^2 \alpha$.

Ist $J_{\max} = J_{\min} = J$, dann ist für jede beliebige Schwerachse $J_s = J \cos^2 \alpha + J \sin^2 \alpha = J$, d. h. unveränderlich; die Kurve ist dann ein Kreis.

Bei symmetrischen Flächen fällt die Symmetrieachse stets mit einer der beiden Hauptachsen zusammen.

Die Ellipse nach Abb. 56 mit den Halbachsen $i_x = \sqrt{J_x : F}$ und $i_y = \sqrt{J_y : F}$ in Richtung der Hauptachsen heißt Trägheitsellipse. Für eine Achse S ist $J_s = F i_s^2$.

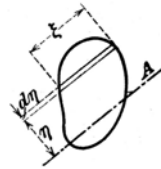


Abb. 54.

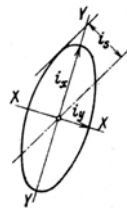
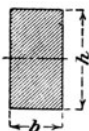


Abb. 56.

(232) Axiale Trägheits- und Widerstandsmomente der wichtigsten Querschnitte. Die J und W sind stets auf die in die Abbildung eingezeichnete Achse bezogen. Werden die Querschnittsabmessungen in cm ausgedrückt, dann ergeben sich die J in cm^4 und die W in cm^3 .



$$J = \frac{b h^3}{12}$$

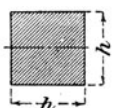
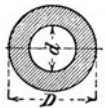
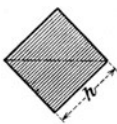
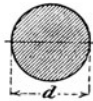
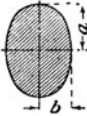


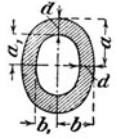
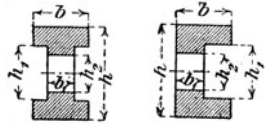
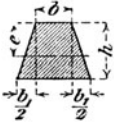
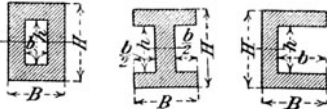
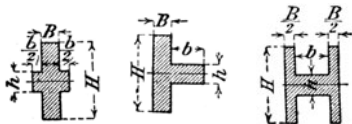
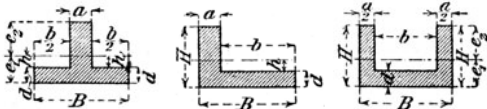
$$W = \frac{b h^2}{6}$$



$$J = \frac{b h^3}{36}$$

$$W = \frac{b h^2}{24} \text{ für}$$

$$e = \frac{2}{3} h$$

	$W = \frac{h^3}{6}$	 $J = \frac{\pi}{64} (D^4 - d^4)$ $W = \frac{\pi}{32} \frac{D^4 - d^4}{D}$
	$J = \frac{h^4}{12}$ $W = \frac{\sqrt{2}}{12} h^3$ $= 0,11785 h^3$	<p>für geringe Wandst. δ u. $D_m = D - \delta$ (mittlerer Durchmesser) } $J \approx 0,4 D_m^3 \delta$ $W \approx 0,8 D_m^2 \delta$</p>
	$J = \frac{\pi d^4}{64} \approx 0,05 d^4$ $W = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0,1 d^3$	 $J = \frac{\pi a^3 b}{4}$ $W = \frac{\pi a^2 b}{4}$
 	$J = \frac{5\sqrt{3}}{16} R^4$ $= 0,5413 R^4$ $W = \frac{5}{8} R^3$ $= 0,5413 R^3$	 $J = \frac{\pi}{4} (a^3 b - a_1^3 b_1)$ $\approx \frac{\pi}{4} a^2 (a + 3b) d$ $W \approx \frac{\pi}{4} a (a + 3b) d$
	$J = \frac{b(h^3 - h_1^3) + b_1(h_1^3 - h_2^3)}{12}$ $W = \frac{b(h^3 - h_1^3) + b_1(h_1^3 - h_2^3)}{6h}$	 $J = \frac{6b^2 + 6bb_1 + b_1^2}{36(2b + b_1)} h^3$ $W = \frac{6b^2 + 6bb_1 + b_1^2}{12(3b + 2b_1)} h^2$ <p>für $e = \frac{1}{3} \frac{3b + 2b_1}{2b + b_1} h$</p>
	$J = \frac{BH^3 - bh^3}{12}$ $W = \frac{BH^3 - bh^3}{6H}$	 $J = \frac{BH^3 + bh^3}{12}$ $W = \frac{BH^3 + bh^3}{6H}$
	$J = \frac{1}{3} (Be_1^3 - b_1 h^3 + be_2^3 - b_1 h_1^3)$ $e_1 = \frac{1}{2} \frac{aH^2 + bd^2}{aH + bd}$ $e_2 = H - e_1$	$J = \frac{1}{3} (Be_1^3 - B_1 h^3 + be_2^3 - b_1 h_1^3)$ $e_1 = \frac{1}{2} \frac{aH^2 + B_1 d^2 + b_1 d_1 (2H - d_1)}{aH + B_1 d + b_1 d_1}$

Für die deutschen Normalprofile für Walzeisen und Wellbleche s. Tabellen im „Anhang“ des Hilfsbuches, die auch die Hauptachsenrichtungen der unsymmetrischen Walzeisenprofile enthalten.

(233) Trägheits- und Widerstandsmomente kreisförmiger Querschnitte.

d	$J = \frac{\pi d^4}{64}$	$W = \frac{\pi d^3}{32}$	d	$J = \frac{\pi d^4}{64}$	$W = \frac{\pi d^3}{32}$	d	$J = \frac{\pi d^4}{64}$	$W = \frac{\pi d^3}{32}$
1	0,0491	0,0982	51	332086	13023	101	5108055	101150
2	0,7854	0,7854	52	358908	13804	102	5313378	104184
3	3,976	2,651	53	387323	14616	103	5524830	107278
4	12,57	6,283	54	417393	15459	104	5742532	110433
5	30,68	12,27	55	449180	16334	105	5966604	113650
6	63,62	21,21	56	482750	17241	106	6197171	116928
7	117,9	33,67	57	518166	18181	107	6434357	120268
8	201,1	50,27	58	555497	19155	108	6678287	123672
9	322,1	71,57	59	594810	20163	109	6929087	127139
10	490,9	98,17	60	636172	21206	110	7186886	130671
11	718,7	130,7	61	679651	22284	111	7451813	134267
12	1018	169,6	62	725332	23398	112	7723997	137929
13	1402	215,7	63	773272	24548	113	8003571	141656
14	1886	269,4	64	823550	25736	114	8290666	145450
15	2485	331,3	65	876240	26961	115	8585417	149312
16	3217	402,1	66	931420	28225	116	8887958	153241
17	4100	482,3	67	989166	29527	117	9198425	157238
18	5153	572,6	68	1049556	30869	118	9516956	161304
19	6397	673,4	69	1112660	32251	119	9843689	165440
20	7854	785,4	70	1178588	33674	120	10178763	169646
21	9547	909,2	71	1247393	35138	121	10522320	173923
22	11499	1045	72	1319167	36644	122	10874501	178271
23	13737	1194	73	1393995	38192	123	11235450	182690
24	16286	1357	74	1471963	39783	124	11605311	187182
25	19175	1534	75	1553156	41417	125	11984229	191748
26	22432	1726	76	1637662	43096	126	12372350	196387
27	26087	1932	77	1725571	44820	127	12769824	201100
28	30172	2155	78	1816972	46589	128	13176799	205887
29	34719	2394	79	1911967	48404	129	13593424	210751
30	39761	2651	80	2010619	50265	130	14019852	215690
31	45333	2925	81	2113051	52174	131	14456235	220706
32	51472	3217	82	2219347	54130	132	14902727	225799
33	58214	3528	83	2329605	56135	133	15359483	230970
34	65597	3859	84	2443920	58189	134	15826658	236219
35	73662	4209	85	2562392	60292	135	16204411	241547
36	82448	4580	86	2685120	62445	136	16792899	246954
37	91998	4973	87	2812205	64648	137	17292282	252442
38	102354	5387	88	2943748	66903	138	17802721	258010
39	113561	5824	89	3079853	69210	139	18324378	263660
40	125664	6283	90	3220623	71569	140	18857416	269392
41	138709	6766	91	3366165	73982	141	19401999	275206
42	152745	7274	92	3516586	76448	142	19958294	281103
43	167820	7806	93	3671992	78968	143	20526466	287083
44	183984	8363	94	3832492	81542	144	21106684	293148
45	201289	8946	95	3998198	84173	145	21699116	299298
46	219787	9556	96	4169220	86859	146	22303933	305533
47	239531	10193	97	4345671	89601	147	22921307	311855
48	260576	10857	98	4527664	92401	148	23551409	318262
49	282979	11550	99	4715315	95259	149	24194414	324757
50	306796	12272	100	4908738	98175	150	24850496	331340

Unregelmäßige Querschnitte werden in schmale Streifen parallel zur Achse, für die das Trägheitsmoment bestimmt werden soll, zerlegt. Sind $f_1, f_2 \dots$ die Flächeninhalte der einzelnen Streifen und $y_1, y_2 \dots$ ihre Abstände von der Achse, dann ist $J \approx f_1 y_1^2 + f_2 y_2^2 + \dots$ (Summierung zweckmäßig tabellarisch durchzuführen).

(234) Blechträgerquerschnitte, Abb. 57.

Mit Gurtplatten. Ohne Nietabzug ist

$$J_{\text{brutto}} = 2 F_g e_g^2 + 4 J_\xi + 4 F_n e_n^2 + \frac{1}{12} \delta h^3,$$

Nietabzug $J_{\text{niet}} = 4 F_n e_n^2$, $J_{\text{netto}} = J_{\text{brutto}} - J_{\text{niet}}$, $W = J_{\text{netto}} : e$.
 F_g = Gurtplattenquerschnitt, J_ξ = Trägheitsmoment des Winkels, bezogen auf seine wagrechte Schwerachse, F_n dessen Querschnitt, s. Profiltafeln im Anhang.

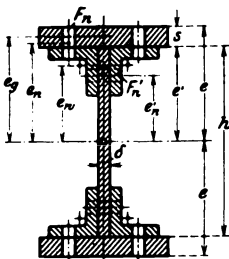


Abb. 57.

Bei mehreren Gurtplatten ist s deren Gesamtstärke bzw. F_g deren Gesamtquerschnitt.

Die Verschwächung durch die Gurtplattenniete ist i. d. Regel größer als durch die Winkelniete. Das auf die eigene Schwerachse bezogene J der Gurtplatten darf vernachlässigt werden.

Ohne Gurtplatten ist

$$J_{\text{brutto}} = 4 J_\xi + 4 F_n e_n^2 + \frac{1}{12} \delta h^3,$$

$$J_{\text{niet}} = 4 F_n' e_n'^2,$$

$$J_{\text{netto}} = J_{\text{brutto}} - J_{\text{niet}}, \quad W = J_{\text{netto}} : e'.$$

Zahlenrechnungen zweckmäßig tabellarisch.

Bei unsymmetrischen Querschnitten ist zuerst die Schwerpunktlage zu berechnen.

Ausführliche Tafeln für Blechträger s. Böhm & John, Widerstandsmomente usw., 2. Aufl. Berlin: Julius Springer 1913.

Besondere Biegungsfälle.

(235) Die Belastungskräfte schneiden die Stabachse winkelrecht, liegen aber in verschiedenen Ebenen.

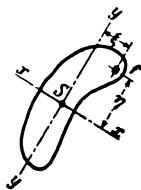


Abb. 58.

1. Der Stab kann nach allen Richtungen frei ausbiegen. Man legt durch die Stabachse zwei Ebenen E_x und E_y (Abb. 58) die mit den Querschnittshauptachsen zusammenfallen, und projiziert alle Kräfte $P_1, P_2 \dots$ auf diese Ebenen. Die Komponenten $X_1, X_2 \dots$ der Ebene E_x ergeben die Auflagerkräfte A_x und B_x und die Biegemomente M_x ; die Komponenten $Y_1, Y_2 \dots$ der Ebene E_y ergeben in gleicher Weise A_y, B_y und M_y .

Je nach Querschnittsform ist zu unterscheiden:

α) Bei beliebiger Querschnittsform erhält Faser f (Abb. 58) die Normalspannungen $\sigma_x = M_x \eta : J_x$ und gleichzeitig $\sigma_y = M_y \xi : J_y$; beide addieren sich algebraisch. Die Lage der Faser für σ_{max} und σ_{min} selbst ergibt sich durch Probieren.

β) Für Querschnitte, deren Umhüllung ein Rechteck ist (z. B. I oder \square), treten die $\sigma_{x \text{ max}} = M_x : W_x$ und $\sigma_{y \text{ max}} = M_y : W_y$, sowie $\sigma_{\text{max}} = \sigma_{x \text{ max}} + \sigma_{y \text{ max}}$ in den Querschnittsecken auf.

γ) Für Kreis- und Kreisringquerschnitte sind die M_x und M_y zu den resultierenden Momenten $M_r = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$ zusammzusetzen, die an jeder Trägerstelle $\sigma = M_r : W$ ergeben.

In allen Fällen ergeben die Komponenten $X_1, X_2 \dots$ Durchbiegungen d_x in der Ebene E_x und die $Y_1, Y_2 \dots, d_y$ in der Ebene E_y ; die wirk-

lichen Durchbiegungen sind dann $d = \sqrt{d_x^2 + d_y^2}$ und die wirkliche elastische Linie bildet eine Raumkurve.

2. Der Stab ist (durch Querverbindungen u. dgl.) so gelagert, daß er sich nur in bestimmter Richtung r , Abb. 59, durchbiegen kann. Die Projektionen P_1', P_2', \dots der Kräfte P_1, P_2, \dots auf die Biegeebene E_r liefern die Momente M , welche die $\sigma = M : W_n$ ergeben, worin $W_n = J_n : e_{max}$; J_n bezieht sich auf die zu r winkelrechte Nulllinie N und kann nach (231) aus den Hauptträgheitsmomenten und dem Winkel zwischen r und den Hauptachsen bestimmt werden.

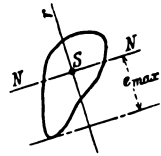


Abb. 59.

(236) Beispiele. 1. Stab nach Abb. 60 mit den Lasten P_1, P_2 und P_3 in Ebenen winkelrecht zur Stabachse liegend.

Man zeichnet den Aufriß und Grundriß des Stabes mit den P -Projektionen Y_1, Y_2, Y_3 und X_1, X_2, X_3 und denen der Auflagerkräfte A_y, B_y und A_x, B_x . Diese werden für jeden Riß ermittelt, am einfachsten durch Rechnung. Die A und B selbst sind dann die Resultierenden ihrer Projektionen. Sodann ist die M_y - und die M_x -Linie zu bestimmen und zwar durch Rechnung oder durch je ein Seileck. Bei Kreisquerschnitt nach γ) folgt sodann die aus Geraden und Kurven zusammengesetzte M_r -Linie durch Zeichnung, die für die Querschnittsbemessung nach gegebenem k_b maßgebend ist.

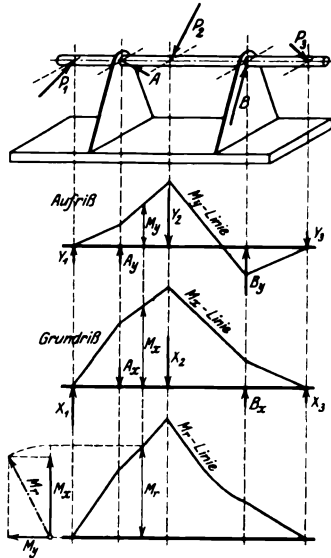


Abb. 60.

2. Seiltrommel mit zusammengegossenem oder angeschraubtem Zahnrad, nach Abb. 61 um eine raumfeste Achse drehbar, die somit nur auf Biegung, aber nicht auf Drehung beansprucht wird. Seilzug S , Zahndruck $Z = S r_1 : r_2$.

Man denkt sich S und Z an der Achse angreifend und bestimmt aus den Projektionen von S und Z die der Auflagedrücke wie im vorigen Beispiel. Hieraus die M_y - und M_x -Linie, die aber zwischen den Achsenlagern und den Trommelnaben je geradlinig verlaufen. Daraus die M_r -Linie.

Bei nicht abgesetzter Achse erübrigt sich nach Berechnung der A - und B -Projektionen das Aufzeichnen der M -Linien. Das maßgebende Moment tritt in einer der beiden Nabenstellen auf und beträgt mit $A := \sqrt{A_y^2 + A_x^2}$ und $B := \sqrt{B_y^2 + B_x^2}$ $M_{r a} = A a$ oder $M_{r b} = B b$.

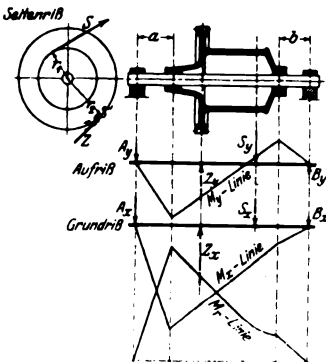


Abb. 61.

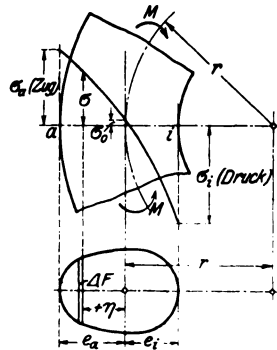


Abb. 62.

Biegung des einfach gekrümmten Stabes.

(237) **Starke Krümmung.** Es bezeichnet nach Abb. 62 M das Biegemoment in cmkg; positiv, wenn es die Krümmung verstärkt,

F den Stabquerschnitt in cm^2 ,

r den Krümmungsradius der Stabachse in cm.

Die durch Versuche bestätigte Annahme, daß Normalquerschnitte eben bleiben, liefert für eine Faser im Abstände η von der durch den Schwerpunkt gehenden Querschnittsachse (η nach außen positiv gesetzt) die Normalspannung

$$\sigma = \frac{M}{rF} + \frac{M}{rF} \frac{\eta}{r + \eta},$$

worin der Ausdruck

$$\alpha = - \left(\sum \frac{\eta}{r + \eta} \Delta F \right) : F$$

nur von der Querschnittsform und von r abhängt und stets positiv ist.

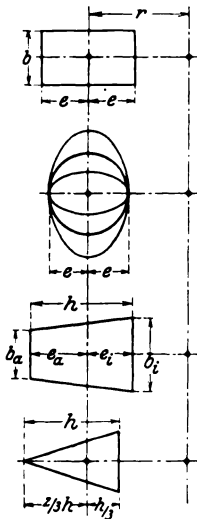
Abb. 62 zeigt die Spannungsverteilung, die im Gegensatz zum geraden Stab nicht linear verläuft und wobei die Spannung in der Schwerlinie nicht verschwindet.

Bei i ist mit $\eta = -e_i$ $\sigma_i = \frac{M}{rF} - \frac{M}{rF} \frac{e_i}{r - e_i}$ (Druck),

bei a ist mit $\eta = +e_a$ $\sigma_a = \frac{M}{rF} + \frac{M}{rF} \frac{e_a}{r + e_a}$ (Zug),

in der Schwerlinie ist mit $\eta = 0$ $\sigma_0 = \frac{M}{rF}$ (Zug).

Werte für α



Rechteck, Quadrat

$$\frac{e}{r} = v, \quad \alpha = \frac{v^2}{3} + \frac{v^4}{5} + \frac{v^6}{7} + \dots,$$

Ellipse, Kreis,

$$\frac{e}{r} = v, \quad \alpha = \frac{1}{4} v^2 + \frac{1}{8} v^4 + \frac{5}{64} v^6 + \dots,$$

symmetrisches Trapez

$$\alpha = -1 + \frac{2r}{(b_a + b_i)h} \left\{ \left[b_a + \frac{b_i - b_a}{h} (e_a + r) \right] \ln \frac{r + e_a}{r - e_i} - (b_i - b_a) \right\},$$

gleichschenkeliges Dreieck

$$\alpha = -1 + \frac{2r}{h} \left\{ \left(\frac{2}{3} + \frac{r}{h} \right) \ln \frac{r + \frac{2}{3}h}{r - \frac{1}{3}h} - 1 \right\}.$$

Für beliebige Querschnitte α durch Flächenzerlegung und Berechnung bestimmen, zweckmäßig tabellarisch.

Mit zunehmender Vergrößerung von r verkleinert sich α und die Spannungsverteilung nähert sich der linearen des geraden Stabes.

Über Anwendung auf Lasthaken s. Abschn. Hebezeuge.

Näheres s. Bach, Elast. u. Fest., 8. Aufl. Berlin: Julius Springer 1920, ferner Bantlin, Über Berechnung von x . Z. 1901, S. 164, desgl. Werner, Z. 1905, S. 257. Tolle, x durch Zeichnung Z. 1903, S. 884. Baumann, Über Formänderung, Z. 1910, S. 1675 u. 2188; Über Anwendung auf Osen, Kettenglieder, Z. 1908, S. 339; für Potenzgesetz Z. 1911, S. 140. Außerdem Preuß, Versuche über Spannungsverteilung bei Ausrundung einspringender Ecken, F. A. Heft 126, im Auszug Z. 1912, S. 1349.

(238) Schwache Krümmung, Stabachse mit geringer Abweichung von der Geraden.

Momente, Querkräfte, Spannungen und Gleichung der elastischen Linie wie beim geraden Balken, wobei aber die y nicht von der geraden Linie aus, sondern nach Abb. 63 von der ursprünglichen Balkenschwerlinie aus mit den Ordinaten u gerechnet werden; demnach Gesamtordinaten $= u + y$.

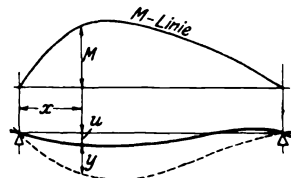


Abb. 63.

Weiteres über einfach gekrümmte Stabgebilde s. (268 ÷ 270).

Die Knickfestigkeit.

(239) Gedrückte schlanke Stäbe sind gegen Knicken widerstandsfähig zu gestalten.

Wird ein vollständig gerader Stab zentrisch durch P auf Druck beansprucht, dann besteht zunächst kein Grund zur Entstehung einer Ausbiegung. Hat aber der Stab eine ursprüngliche, wenn auch sehr kleine, aber praktisch nicht vermeidbare Krümmung oder greift P mit sehr geringer, unbeabsichtigter Exzentrizität an, dann biegt sich der Stab nach Abb. 64 aus; der Fall entspricht dann der sog. Spitzenlagerung nach Abb. 65.

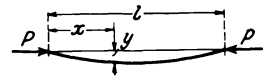


Abb. 64.

Die Gleichung der elastischen Linie lautet $\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{Py}{EJ}$, worin J das auf die Nulllinie normal zur Knickebene bezogene Trägheitsmoment bezeichnet. Ist der Stab so gelagert, daß er nach allen Seiten frei ausknicken kann, dann ist das kleinste aller J zu nehmen; s. (231).

Die allgemeine Lösung lautet nach (74) od. (77)

$$y = C_1 \sin \alpha x + C_2 \cos \alpha x, \quad \text{worn } \alpha = \sqrt{P \cdot EJ}.$$

Die Grenzbedingungen $y = 0$ für $x = 0$ und $x = l$ liefern $C_2 = 0$ und $C_1 = 0 : \sin \alpha l$. Bei $0 < \alpha l < \pi$ ist $C_1 = 0$, also keine Ausbiegung. Bei $\alpha l = \pi$, also bei $P = \pi^2 EJ : l^2$ wird $\sin \alpha l = 0$ und $C_1 = 0 : 0$, d. i. unbestimmt. Die Gleichung der elastischen Linie lautet somit $y = C_1 \sin \alpha x$ mit unbestimmtem C_1 bzw. unbestimmter Pfeilhöhe.

Der Wert $P_k = \pi^2 EJ : l^2$ heißt kritische Druckkraft und diese Formel Eulersche Knickformel. Jede Kraft kleiner als diese bringt keine Ausbiegung hervor, jede Kraft darüber bringt den Stab zum Zerknicken.

In dieser Formel gilt P bzw. P_k in kg, J in cm^4 , E in kg cm^2 und l in cm.

Für die Befestigung der Stabenden nach Abb. 65 bis 68 gilt

Fall 1	Abb. 65	$P_k = \pi^2 EJ : l^2$,
.. 2	.. 66	$P_k = 4 \pi^2 EJ : l^2$,
.. 3	.. 67	$P_k = 2 \pi^2 EJ : l^2$,
.. 4	.. 68	$P_k = \frac{1}{4} \pi^2 EJ : l^2$.

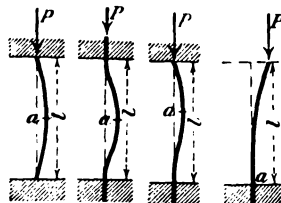


Abb. 65 ÷ 68.

Die zulässige Belastung (Tragfähigkeit) beträgt nur $P = P_k : \varnothing$, worin \varnothing der Sicherheitsgrad gegen Knicken heißt; außerdem muß die Festigkeitsbedingung $P \leq Fk$ bzw. $F \geq P : k$ erfüllt sein.

Der auf Knicken berechnete Querschnitt braucht nur bei a , Abb. 65 bis 68, vorhanden zu sein; an den Enden genügt der der zulässigen Druckspannung k entsprechende Querschnitt. Das Gesetz der Abnahme des Querschnittes nach den Stabenden hin hat nur geringen Einfluß auf die Tragfähigkeit des Stabes.

Über Knick bei veränderlichem Querschnitt s. Eisenbau 1915, Heft 10 u. 12.

Die Eulerschen Formeln sind nur bei sehr schlanken Stäben anwendbar, während gedrungene Stäbe schon bei einer kleineren Kraft, als die Eulerformel ergibt, zerknickt werden. Für Spitzenlagerung gilt folgendes:

Bezeichnet σ_k die der kritischen Druckkraft P_k entsprechende Spannung und $i = \sqrt{J_{\min}} : F$ (in cm) den Trägheitsradius des Querschnittes, s. (231), dann ist $\sigma_k = P_k : F = \pi^2 E J : l^3 F = \pi^2 E (i : l)^2 = \pi^2 E : x^2$, worin $x = l : i$ die Schlankheitsziffer des Stabes heißt. Hiernach würde die Eulerformel die Kurve ab (Abb. 69) liefern.

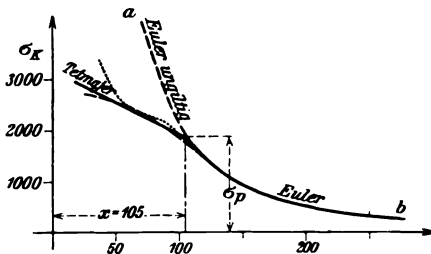


Abb. 69.

Nach zahlreichen Versuchen von v. Tetmajer¹⁾ gilt die Eulerformel bei Flußeisen nur für $i > 105$, während für $i < 105$ die empirische Geradenformel $\sigma_k = 3100 - 11,4 x$ zutrifft (in Abb. 69 durch die ausgezogene Gerade dargestellt.)

Nach neueren Versuchen von v. Kármán²⁾ stellt die punktierte Kurve den wahren Verlauf des σ_k dar.

Mithin gilt die Eulerformel bei Flußeisen nur für $\sigma_k \leq 1900 \text{ kg/cm}^2$, d. i. etwa die Proportionalitätsgrenze.

(240) Knickstäbe für den Eisenbau, besonders für Fachwerkstäbe. Als Knicklänge gilt der Abstand der Knotenpunkte (Schnittpunkte der Systemlinien). Unter Voraussetzung von Spitzenlagerung (die steife Knotenpunktvernietung pflegt man nicht als Einspannung der Stabenden anzusehen) ist das in Stabmitte erforderliche kleinste Trägheitsmoment nach Euler $J_{\text{ert}} = P \varnothing l^2 : \pi^2 E$ (in cm^4). Für das kleinste vorhandene Trägheitsmoment gilt $J_{\min} \geq J_{\text{ert}}$.

Mit $E = 2150000 \text{ kg/cm}^2$ für Flußeisen, $\varnothing = 4$, ferner mit P in Tonnen und l in Meter (statt kg und cm wie sonst) folgt die in der Eisenbaupraxis übliche Formel

$$J_{\text{ert}} = P^4 l^3 \cdot 1000 \cdot 100^2 : \pi^2 2150000 = 1,87 P l^3 (\text{cm}^4).$$

Bei $\varnothing = 5$ ist $J_{\text{ert}} = 2,33 P l^3$.

Für die Knickstäbe des Eisenhochbaues gelten in Deutschland z. Zt. die Vorschriften $\varnothing = 5$ für Stützen und $\varnothing = 4$ für Dachbinder, Fachwerkwände, Kranbahnträger; in beiden Fällen ist $k = 1200 \text{ kg/cm}^2$; für gedrungene Stäbe ist demnach die Tetmajerformel nicht vorgeschrieben, findet aber durch die Vorschrift $k = 1200$ gegenüber dem für Zugstäbe erlaubten $k_z = 1400 \div 1600$ ausreichend Berücksichtigung.



Abb. 70.

Stabquerschnitte für kleine und mittlere Fachwerke mit einfachen Knotenblechen.

1. Einfache L unzeckmäßig, da $J_{\min} = J_y$ gering; mangelhafte Materialausnutzung, auch wegen Unsymmetrie zu vermeiden.

2. Doppel-L nach Abb. 70 $J_{\min} = J_1 = 2 J_2$; stets ist $J_2 > J_1$; allgemein üblich.

¹⁾ s. v. Tetmajer, Die Gesetze der Knickfestigkeit. Wien 1913.

²⁾ v. Kármán, Untersuchungen über Knickfestigkeit. F. A. Heft 81.

³⁾ Diese Bezeichnungen stimmen mit denen der Normalprofilateln im Anhang überein.

3. Dasselbe, aber ungleichschenklige L nach Abb. 71. $J_1 = 2J_x$, $J_2 = 2(J_y + Fe^2)$; maßgebend das kleinere J .

4. Doppel-L nach Abb. 72. $J_{\min} = J_1 = 2J_x$; etwas bessere Materialausnutzung und bessere Vernietung mit dem Knotenblech als bei 2, daher viel verwendet; dagegen bietet der Stab zu viel Fläche und erscheint zu breit.

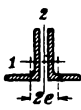


Abb. 71.

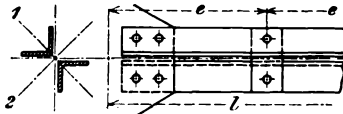


Abb. 72.



Abb. 73.

5. Vier L nach Abb. 73. Für jede Schwerpunktsachse ist $J = 4(J_x + Fe^2)$. Ungünstig wegen schlechter Materialausnutzung und unzugänglichen Anstrichstellen.

In obigen Fällen sind die Einzel-L zwei- bis dreimal zwischen den Knotenpunkten durch Futterringe oder besser durch Blechfutter miteinander zu verbinden, damit sie nicht einzeln knicken.

6. Zwei L-Eisen nach Abb. 74. $J_1 = J_{\min} = 2(J_y + Fe^2)$, $J_2 = 2J_x > J_1$.

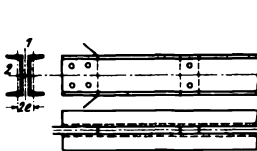


Abb. 74.

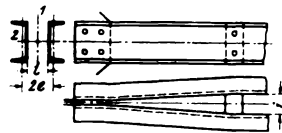


Abb. 75.

7. Wie 6, aber mit Spreizung nach Abb. 75; bessere Ausnutzung. Spreizung am besten so, daß $J_1 = J_2$; die hierzu erforderliche Lichtweite ξ nach Profiltafeln.

Dasselbe bei 3 möglich und zweckmäßig; ξ ebenfalls nach Profiltafeln.

Anwendungen und Zahlenbeispiele beim Laufkranfachwerkträger s. Abschn. Hebezeuge.

Für größere Druckstäbe den aus mehreren Profilen zusammengesetzten Querschnitt nach Abb. 76a bis d. Beide Haupt- J sind zu bestimmen, das kleinere ist maßgebend.

Rahmen- und Gitterstäbe nach Abb. 77 und 78. Wenn Knicken um Achse 1 (freie Achse) in Frage kommt, ist $J_1 = 2(J_y + Fe^2)$. Hierbei gilt aber nicht die genaue Eulerformel, sondern es ist $P_k = \xi \pi^2 EJ_1 : l^2$, wobei $\xi > 1$ der Abminderungsfaktor heißt und je nach Verhältnissen 0,9 bis 0,7 betragen kann.

Genaue Berechnung solcher Stäbe schwierig und unsicher; planmäßige Versuche durch den Deutschen Eisenbauverband im Gange.

Reiche Literatur über alle Knickfragen und bisherige Knickversuche in Z., Eisenbau, Zentralblatt d. Bauverwaltg. u. a. Zusammenfassende Behandlung s. R. Mayer, Die Knickfestigkeit. Berlin: Julius Springer 1922.

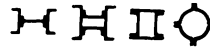


Abb. 76 a ÷ d.

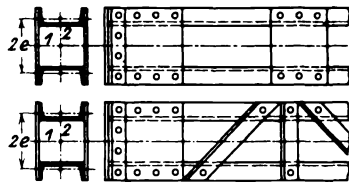


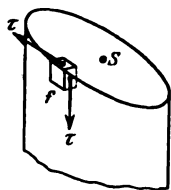
Abb. 77 u. 78.

Drehung.

(241) Ein prismatischer Stab werde durch ein Kräftepaar M (in cmkg) beansprucht, dessen Ebene winkelrecht zur Stabachse steht.

Spannungen. In jeder Querschnittsfläche treten Schubspannungen auf, deren Größtwerte nach Abb. 79 an den Umfangspunkten tangential zur Umfangslinie verlaufen; nach innen nehmen sie bei Kreis- und Ellipsenquerschnitten linear ab. Im Schwerpunkt S ist τ stets null.

Gleichzeitig treten in den die Mantelfläche winkelrecht durchdringenden Schnittflächen (f in Abb. 79) Schubspannungen parallel zur Stabachse auf, die nach dem Satze von den zugeordneten Schubspannungen ebenso groß sind, wie die an derselben Stelle, aber in der Querschnittsfläche liegenden Spannungen. Sie sind bei Stoffen, die in Walzrichtung wesentlich geringere Schubfestigkeit aufweisen, besonders zu berücksichtigen. Das trifft für Schweißeisen und in erhöhtem Maße für Holz zu, bei dem daher k_d wesentlich kleiner ist als k_s .



Über Größe und Verteilung der Schubspannungen s. nachstehende Tafel.

Abb. 79.

Formänderungen. Verdrehen sich zwei um 1 cm voneinander abstehende Stabquerschnitte unter der Einwirkung von M um den im Bogenmaß ausgedrückten Winkel ϑ (s. nachstehende Tafel), dann beträgt der Verdrehungswinkel ψ für die ganze Stablänge l



$$\psi = l \vartheta \text{ im Bogenmaß, bzw. } \psi = l \vartheta \frac{360}{2\pi} \text{ in Graden.}$$

Festigkeitsbedingung. Das zulässige Drehmoment ergibt sich aus der Forderung $\tau_{\max} \leq k_d$, worin k_d die zulässige Spannung gegen Drehung bezeichnet.


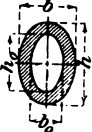


Drehversuche können aus den bei Biegungsversuchen genannten Gründen, s. (223), nur mit spröden Stoffen durchgeführt werden. Nach Versuchen von Bach ist für bearbeitete Gußeisenstäbe die zulässige Drehungsspannung für den kreisförmigen Querschnitt $k_d = (\text{reichlich}) k_s$,
 „ „ kreisringförmigen und hohlelliptischen Querschnitt $k_d = 0,8 k_s$ bis k_s ,
 „ „ elliptischen Querschnitt $k_d = k_s$ bis $1,25 k_s$,
 „ „ quadratischen Querschnitt $k_d = 1,4 k_s$,
 „ „ rechteckigen Querschnitt $k_d = 1,4 k_s$ bis $1,6 k_s$,
 „ „ hohlrechteckigen Querschnitt $k_d = k_s$ bis $1,25 k_s$,
 „ „ I-, L-, +- , L-förmigen Querschnitt. $k_d = 1,4 k_s$ bis $1,6 k_s$.

Der Einfluß der Gußhaut ist hier geringer als bei der Biegungsspannung.

(242) Tafel der τ , M und ϑ für technisch wichtige Querschnitte.

<p>Vollkreis</p> 	$\tau_{\max} = \frac{M}{\frac{\pi}{16} d^3}$ <p>am Umfang, τ nach innen linear abnehmend</p>	$M = \frac{\pi}{16} d^3 k_d$ $\approx 0,2 d^3 k_s$	$\vartheta = \frac{M}{\frac{\pi}{32} d^4 G}$ $\approx \frac{M}{0,1 d^4 G}$
<p>Rohr</p> 	$\tau_{\max} = \frac{M}{\frac{\pi}{4} \frac{D^4 - d^4}{D}}$ <p>am Umfang, τ nach innen linear abnehmend</p>	$M = \frac{\pi}{16} \frac{D^4 - d^4}{D} k_d$ $\approx 0,2 \frac{D^4 - d^4}{D} k_s$	$\vartheta = \frac{M}{\frac{\pi}{32} (D^4 - d^4) G}$ $\approx \frac{M}{0,1 (D^4 - d^4) G}$
<p>Dünnwandig Rohr s = Wandstärke D = mittl. Durchmesser</p>	$\tau_{\max} = \frac{M}{\frac{\pi}{2} D^2 s}$	$M \approx \frac{\pi}{2} D^2 s k_d$	$\vartheta \approx \frac{M}{\frac{\pi}{4} s D^3 G}$

Tafel der τ , M und ϑ für technisch wichtige Querschnitte.

<p>Ellipse</p>  <p>$h > b$</p>	$\tau_h = \frac{M}{\frac{\pi}{16} b^2 h} = \tau_{\max}$ $\tau_b = \frac{M_d}{\frac{\pi}{16} h^2 b}$ <p>τ nach innen linear abnehmend</p>	$M = \frac{\pi}{16} b^2 h k_d$ <p>τ_h in den Endpunkten der kleinen Achse b τ_b in den Endpunkten der großen Achse h</p>	$\vartheta = \frac{M}{\frac{\pi}{16} \frac{b^2 h^3}{b^2 + h^2} G}$																																								
<p>Hohle Ellipse</p>  <p>$h > b$ und beide Ellipsen einander ähnlich</p>	$\tau_h = \frac{M}{\frac{\pi}{16} \frac{b^2 h - b_0^2 h_0}{b}} = \tau_{\max}$ $\tau_b = \frac{M}{\frac{\pi}{16} \frac{h^2 b - h_0^2 b_0}{h}}$ <p>τ linear nach innen abnehmend</p>	$M = \frac{\pi}{16} \frac{b^3 h - b_0^3 h_0}{b} k_d$ <p>Lagen von τ_h und τ_b wie oben</p>	$\vartheta = \frac{M}{\frac{\pi}{16} b h \frac{b^2 h^2 - b_0^2 h_0^2}{b^2 + h^2} G}$																																								
<p>Gleichschenkliges Dreieck</p> 	$\tau_m = 13 \frac{M}{h^3} = 20 \frac{M}{b^3} = \tau_{\max}$ <p>in der Mitte der Seiten</p>	$M = \frac{h^3}{13} k_d = \frac{b^3}{20} k_d$	$\vartheta = \frac{46,188 M}{b^4 G}$																																								
<p>Sechseck F = Fläche r = Rad. des eingeschrieb. Kreises</p>	$\tau_{\max} = \frac{M}{1,51 r^3}$ <p>in der Mitte der Seiten</p>	$M = 1,51 r^3 k_d$	$\vartheta = \frac{M}{1,85 r^4 G}$																																								
<p>Achteck F = Fläche r = Rad. des eingeschrieb. Kreises</p>	$\tau_{\max} = \frac{M}{1,48 r^3}$ <p>τ-Verlauf ähnlich wie beim Vollkreis</p>	$M = 1,48 r^3 k_d$	$\vartheta = \frac{M}{1,72 r^4 G}$																																								
<p>Rechteck</p>  <p>$h < b$ $\frac{h}{b} = n$</p>	$\tau_h = \frac{M}{b^2 h} \varphi = \tau_{\max}$ $\tau_b = \frac{M}{b^2 h} \psi$ $\varphi \approx \frac{1}{3n} \left(1 - \frac{0,65}{1+n^2} \left(n - 0,630 + \frac{0,052}{n^4} \right) \right)$	$M = \frac{b^2 h}{\varphi} k_d$ $c \approx \frac{3n}{n - 0,630 + \frac{0,052}{n^4}}$	$\vartheta = \frac{M c}{b^3 h G}$ <p>τ_h in der Mitte der Seiten h, τ_b in der Mitte der Seiten b, in den Ecken $\tau = 0$.</p>																																								
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tbody> <tr> <td style="text-align: left;">$n = \frac{b}{h} =$</td> <td>1</td> <td>1,5</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>6</td> <td>8</td> <td>10</td> <td>∞</td> </tr> <tr> <td>$\varphi =$</td> <td>4,81</td> <td>4,33</td> <td>4,07</td> <td>3,74</td> <td>3,55</td> <td>3,35</td> <td>3,26</td> <td>3,20</td> <td>3,00</td> </tr> <tr> <td>$\psi =$</td> <td>4,81</td> <td>3,72</td> <td>3,39</td> <td>2,82</td> <td>2,64</td> <td>2,49</td> <td>2,41</td> <td>2,37</td> <td>2,33</td> </tr> <tr> <td>$c =$</td> <td>7,12</td> <td>5,10</td> <td>4,37</td> <td>3,80</td> <td>3,56</td> <td>3,35</td> <td>3,26</td> <td>3,20</td> <td>3,00</td> </tr> </tbody> </table>				$n = \frac{b}{h} =$	1	1,5	2	3	4	6	8	10	∞	$\varphi =$	4,81	4,33	4,07	3,74	3,55	3,35	3,26	3,20	3,00	$\psi =$	4,81	3,72	3,39	2,82	2,64	2,49	2,41	2,37	2,33	$c =$	7,12	5,10	4,37	3,80	3,56	3,35	3,26	3,20	3,00
$n = \frac{b}{h} =$	1	1,5	2	3	4	6	8	10	∞																																		
$\varphi =$	4,81	4,33	4,07	3,74	3,55	3,35	3,26	3,20	3,00																																		
$\psi =$	4,81	3,72	3,39	2,82	2,64	2,49	2,41	2,37	2,33																																		
$c =$	7,12	5,10	4,37	3,80	3,56	3,35	3,26	3,20	3,00																																		

Tafel der τ , M und ϑ für technisch wichtige Querschnitte.

Näherungsformel von de St. Venant

Beliebige, aber nicht sehr dünnwandige Querschnitte (nicht Hohlquerschnitte)

$$\vartheta = c \frac{J_p M}{F^4 G}, \text{ worin}$$

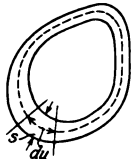
J_p = polares Trägheitsmoment in cm^4 , s. (173).

F = Querschnitt in cm^2

$c = 38 \div 43$, je nach Querschnittsform, etwa 40 für Kreis, 43 für Quadrat, 38 für schmales Rechteck.

s. Comptes Rendus de l'Académie des Sciences 1879.

Dünnwandige Hohlzylinder, Wandstärke gleich oder verschieden.



F = die von der Mittellinie der Wand eingeschlossene Fläche,
 u = Umfang der Mittellinie.

s. H. Lorenz, Techn. Elast.lehre. München: R. Oldenbourg 1913. IV. Bd., S. 98.

An einer Stelle mit der Wandstärke s ist

$$\tau = \frac{M}{2 s F}, \text{ annähernd gleichmäßig über}$$

s verteilt,

$$\tau_{\max} \text{ an den Stellen mit } s_{\min},$$

$$M = 2 s_{\min} F k_d.$$

$s = \text{konst.}$ gibt $\tau = \text{konst.}$

$$\vartheta = \frac{M}{4 F^2 G} \int \frac{du}{s},$$

$$s = \text{konst.} \text{ gibt } \vartheta = \frac{M u}{4 F^2 s G}.$$

Beliebiger Querschnitt mit kleiner halbkreisförmiger Rille in Stabrichtung oder Querschnitt mit einspringender Ecke (gilt auch für Hohlquerschnitte mit scharfer einspringender Ecke an der Innenseite).

ϑ wie beim rillenfrenen Querschnitt.

An der Rillenstelle entsteht eine örtliche Erhöhung der Spannung auf etwa den doppelten Betrag der Spannung im rillenfrenen Querschnitte. Bei Rille mit scharfer Einkerbung Spannungserhöhung um so größer, je schärfer die Kerbe.

Näherungsformeln von A. Föppl.

Dünnwandige, nicht Hohlquerschnitte bildende Walzprofile, wie $I \sqsubset Z \sqsubset \perp$ mit guten Ausrundungen an den Übergangsstellen.

Man denkt sich den Querschnitt aus einzelnen Rechtecken von den Längen $l_1 l_2 \dots$ und den Stärken $s_1 s_2 \dots$ zusammengesetzt. Mit $\mathfrak{F} = \frac{1}{3} (l_1 s_1^3 + l_2 s_2^3 + \dots)$, ist an den Längsseiten der Rechtecke von der Stärke s

$$\tau = M s : \mathfrak{F}; \tau_{\max} \text{ für Stellen mit } s_{\max}.$$

$$\vartheta = M : \mathfrak{F} G. \text{ (Genauer als die Formel von de St. Venant.)}$$

Aus Verdrehungsversuchen ergab sich die Brauchbarkeit der Formel für ϑ , wenn das aus den Querschnittsabmessungen berechnete \mathfrak{F} mit einem Berichtigungsbeiwert η multipliziert wird, wobei dann $\vartheta = M : \eta \mathfrak{F} G$. Mittelwerte η

für \perp	\sqsubset	\perp	I N.P.	\perp Breitflansch
$\eta \approx 0,99$	1,12	1,15	1,31	1,29.

s. A. Föppl, Z. 1917 S. 694 u. 1922 S. 827, ferner über Versuche: Sitzungsber. d. bayr. Akad. d. Wiss. 1921 (Sonderabdruck, Verlag G. Franz [J. Roth] München). Auszug hierüber s. Eisenbau 1922 S. 269.

Vorstehende Formeln setzen voraus, daß die M an den Endquerschnitten des prismatischen Stabes angreifen. Wirken dagegen mehrere M etwa nach Abb. 80, wobei $\Sigma M = 0$, dann gelten die Formeln nur streng für den Kreis- und Kreisringquerschnitt, dagegen annähernd für andere, aber gedrungene, da an den Angriffstellen der Zwischenmomente Normalspannungen auftreten und außerdem die τ -Verteilung sich ändert.

I-Walzprofile sind in solchen Fällen auf Drehung und gleichzeitig auf Flanschbiegung zu berechnen; genaue Berechnung umständlich (s. F. A. Heft 255, Abschn. VII).

(243) Drehungsbeanspruchung von Umdrehungskörpern.

Die Formeln für Kreis- und Kreisringquerschnitte gelten streng nur für zylindrische Stäbe und angenähert für Umdrehungskörper mit allmählicher Querschnittsänderung.

Schroffe Übergänge (Kreisrillen, Hohlkehlen) verursachen an diesen Übergangsstellen starke Erhöhungen der τ und sind besonders bei stoßenden und bei dauernden Wechselbeanspruchungen durch gute Ausrundung an den Übergängen zu vermeiden. Genaue Theorie sehr schwierig.

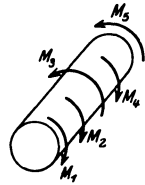


Abb. 80.

s. Föppl, Z. 1906 S. 1032 und A. Leon, Gestaltung, 1. Jahrgang 1922 Heft 4.

Die zusammengesetzten Belastungsfälle. Belastungsfälle mit Normalspannungen.

Im folgenden gelten die oberen Vorzeichen für Zug, die unteren für Druck.

(244) Zug (oder Druck) und Biegung. Wird nach Abb. 81 Querschnitt f_1, f_2 eines Stabes mit Symmetriequerschnitt durch das Biegemoment M und die in der Schwerachse wirkende Zug(Druck)kraft P beansprucht, wobei alle Kräfte in dieser Symmetrieebene liegen, dann erhält Faser f_1 bzw. f_2 die Normalspannung $\sigma_1 = \pm P : F + M : W_1$ bzw. $\sigma_2 = \pm P : F - M : W_2$, worin $W_1 = J_1 : e_1$, $W_2 = J_2 : e_2$ und F der Stabquerschnitt.

Festigkeitsbedingung $\sigma_{max} \leq k_z$, $\sigma_{min} \leq k$.

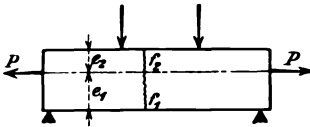


Abb. 81.

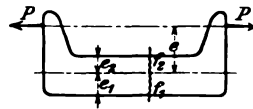


Abb. 82.

(245) Exzentrischer Zug (Druck). Wirkt die Kraft P nicht in der Schwerachse, sondern nach Abb. 82 in einer um e dazu Parallelen, aber in der Stabsymmetrieebene, dann ist mit W_1, W_2 und F wie oben für Faser f_1 bzw. f_2

$$\sigma_1 = \pm P : F \pm P e : W_1 \text{ bzw. } \sigma_2 = \pm P : F \mp P e : W_2.$$

Vorstehendes gilt, solange keine merkliche Ausbiegung eintritt. Für lange Stäbe ist nach Abb. 83 mit $\omega = \sqrt{P : EJ}$

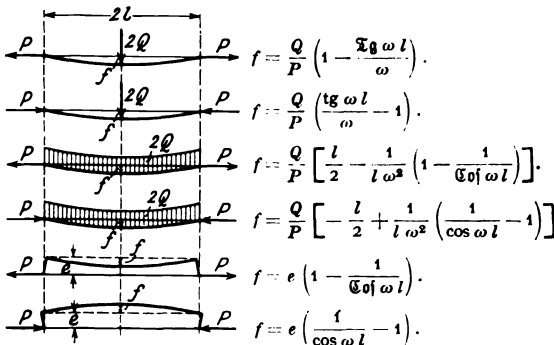
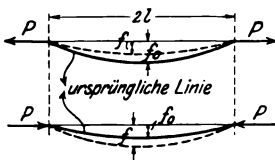


Abb. 83.

Näherungsformeln. Zug (Druck) eines Stabes nach Abb. 84 a u. b mit der ursprünglichen Pfeilhöhe f_0



$$f = f_0 : \left(1 \pm 4 \frac{P l^2}{\pi^2 E J} \right).$$

Formel auch für Fall nach Abb. 83 a bis d verwendbar, wenn f_0 die durch die Lasten $2Q$ allein hervorbrachte Durchbiegung des ursprünglich geraden Stabes bezeichnet.

Näherungsformel für Abb. 83 e und f:

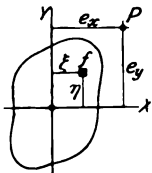
$$f = e P l^2 : 2 E J,$$

wenn P klein gegenüber

$$P_k = \pi^2 E J : 4 l^2.$$

Abb. 84 a u. b.

(246) Exzentrischer Zug (Druck), allgemeiner Fall. Wirkt bei symmetrischen oder unsymmetrischen Querschnitten nach Abb. 85 (Stab im Querschnitt gezeichnet) P im Abstände e_x bzw. e_y von den Querschnittshauptachsen, s (231), dann ist mit den Hauptträgheitsmomenten J_x und J_y für Faser f



$$\sigma = \pm P : F \pm P e_x \xi : J_y \pm P e_y \eta : J_x.$$

Die Lage der am Umfang liegenden Faser für $\sigma_{\max \min}$ erfolgt im allgemeinen durch Probieren; für Querschnitte mit Rechteckumhüllung (z. B. I oder □) liegt diese an den beiden gegenüberliegenden Ecken.

Abb. 85.

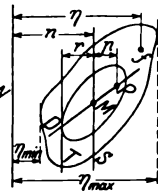


Abb. 86.

Die Spannungsverteilung ist linear, d. h. die Endpunkte aller σ -Strecken normal zur Querschnittsebene aufgetragen, liegen auf einer schiefen Ebene, die die Querschnittsebene in einer Geraden, der Nulllinie N , schneidet; auf dieser ist $\sigma = 0$.

Bestimmung von N und σ mit Hilfe der Trägheitsellipse, s. (231): Man zieht nach Abb. 86 Gerade PMD , dann die Tangente T an die Ellipse und $S \perp T$, dann ist $N \parallel T$ und $n = r^2 : p$ (auch gültig, wenn $p > r$ und somit $n < r$). Sodann ist für Faser f $\sigma = \pm P e \eta : J_0$, worin das auf N bezogene $J_0 = J_x + F n^2$, oder wegen $J_x = F r^2$, s. (231) $J_0 = F (r^2 + n^2)$. $\sigma_{\max \min}$ tritt ein für f mit $\eta_{\max \min}$.

(247) Kernfläche. Soll bei exzentrisch gedrückten prismatischen Körpern der Baustoff nur Druck, also nicht Zug, erhalten (wie bei Mauerwerk, Beton, Bau- sohle), dann darf die Nulllinie den Querschnitt nicht schneiden. Der Fall liegt vor, wenn P innerhalb einer gewissen Fläche, der Kernfläche, bleibt. Für P auf deren Rande berühren die zugehörigen N den Querschnitt; für beliebige berührende N folgt die Lage von P mit Hilfe der Trägheitsellipse nach Abb. 87 aus $p = r^2 : n$. Einem Umfangspunkt bzw. einer Umfangsgeraden entspricht in der Kernfläche eine Gerade bzw. ein Punkt.

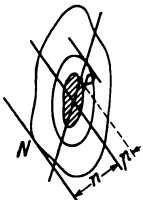


Abb. 87.

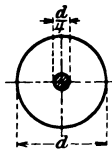


Abb. 88.



Abb. 89.

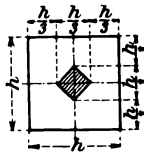


Abb. 90.

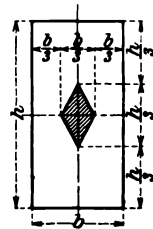


Abb. 91.

Für die Querschnitte Abb. 88 bis 91 sind die Kernflächen (schraffiert) angegeben.

Die Grenzspannungen sind nun nach Abb. 92

$$\sigma_1 = -\frac{P}{F} \left(1 + \frac{p}{p'}\right), \quad \sigma_2 = -\frac{P}{F} \left(1 - \frac{p}{p''}\right).$$

$p = p''$ (P auf Kernrand) liefert $\sigma_2 = 0$, $p = 0$ (P auf Mitte) liefert $\sigma_1 = \sigma_2 = P:F$, d. i. σ gleichmäßig über F verteilt.

P außerhalb des Kernes würde eine den Querschnitt schneidende Nulllinie und damit Zugspannungen liefern. Falls der Baustoff solche nicht zuläßt, also die Zugzone fehlt, wird sich die Lage von N und die Spannungsverteilung ändern. Der Spannungskörper bildet hierbei nach Abb. 92 einen Keil, dessen Inhalt $= P$ ist und dessen Schwerpunkt lotrecht unter P liegt.

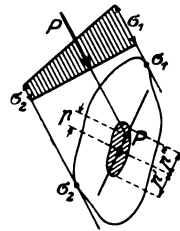


Abb. 92.

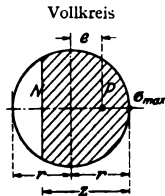


Abb. 93.

$\frac{p}{r}$	$\frac{\sigma_{\max}}{P:r^2:\pi}$	$\frac{z}{r}$
0,00	1,00	∞
0,05	1,20	∞
0,10	1,40	∞
0,15	1,60	∞
0,20	1,80	∞
0,25	2,00	2,00
0,30	2,23	1,82
0,35	2,48	1,66
0,40	2,76	1,51
0,45	3,11	1,37
0,50	3,55	1,23
0,55	4,15	1,10
0,60	4,96	0,97
0,65	6,00	0,84
0,70	7,48	0,72
0,75	9,93	0,59
0,80	13,87	0,47
0,85	21,08	0,35
0,90	38,25	0,24
0,95	96,10	0,12
1,00	∞	0,00

Rechteck (oder Quadrat) von den Seiten a und b , Abb. 94.

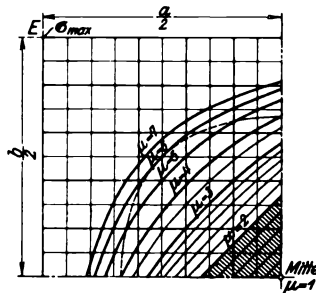


Abb. 94.

Bei P an irgendeiner Stelle des gezeichneten Rechteckviertels ist an der Ecke E $\sigma_{\max} = \mu \cdot \frac{P}{F}$; Kurventafel zeigt die Werte für μ .

Die schraffierte Fläche ist der Kern. Für P auf der strichierten Kurve geht N durch die Mitte. s. K. Pohl, Eisenbau 1918, S. 211.

Zeichnendes Verfahren für beliebige Querschnitte s. O. Mohr, Abhandl. a. d. Gebiete d. techn. Mechanik, Berlin: Wilh. Ernst u. Sohn 1906, S. 162, ferner Müller-Breslau, Die Graph. Statik d. Baukonstr. 1901, III. Aufl. Bd. 1, Baumgärtner.

Tafeln für Kreis und Kreisring s. Keck, Z. d. Hannov. Arch.- u. Ing.-V. 1882, S. 627, s. auch Z. 1902, S. 1321. Hohlquadrat s. Preuß, Z. f. Arch.- u. Ing.-Wiss. 1903, S. 425.

Belastungsfälle mit Normal- und Schubspannungen.

(248) Bei gleichzeitigem Auftreten einer Normalspannung σ (+ für Zug, - für Druck) und einer Schubspannung τ ist, sofern die Beurteilung der Anstrengung nach der Dehnungstheorie, s. (212), erfolgt, die ideelle Normalspannung $\sigma_i = 0,35 \sigma \pm 0,65 \sqrt{\sigma^2 + 4 (\alpha_0 \tau)^2}$, worin $\alpha_0 = k_2 : 1,3 k_s$ bzw. $= k : 1,3 k_s$ das Anstrengungsverhältnis. Die Festigkeitsbedingung lautet $\sigma_{i \max} \leq k_z$ bzw. $\sigma_{i \min} \leq k$.

Dagegen gilt bei Zugrundelegung der Schubspannungstheorie nach (213)

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma^2 + 4 (\alpha_0 \tau)^2} \leq k_z \text{ bzw. } \leq k.$$

Zug (Druck) und Drehung. Liefern die äußeren Kräfte an der Schnittstelle eine in der Schwerachse wirkende Zug(Druck)kraft P und ein Drehmoment M_d , dann tritt in den Umfangsfasern auf eine Normalspannung $\sigma = \pm P:F$ (gleich-

mäßig über F verteilt) und eine Schubspannung τ , von M_d abhängig und nach (241) zu ermitteln. Hieraus σ_i , das weitere wie oben.

Biegung und Drehung. Die äußeren Kräfte liefern an der Schnittstelle ein Biegemoment M und ein Drehmoment M_d .

Für Kreis- oder Kreisringquerschnitt (Durchm. = D bzw. D und d) wirken an den Außenfasern die Spannungen $\sigma = M : W = M : \frac{\pi}{32} d^3$ bzw. $= M : \frac{\pi}{32} \frac{D^4 - d^4}{D}$ und $\tau = M_d : \frac{\pi}{16} d^3$ bzw. $= M_d : \frac{\pi}{16} \frac{D^4 - d^4}{d}$. Beide zusammen liefern wie oben σ_i , wobei $\sigma_i \leq k_b$.

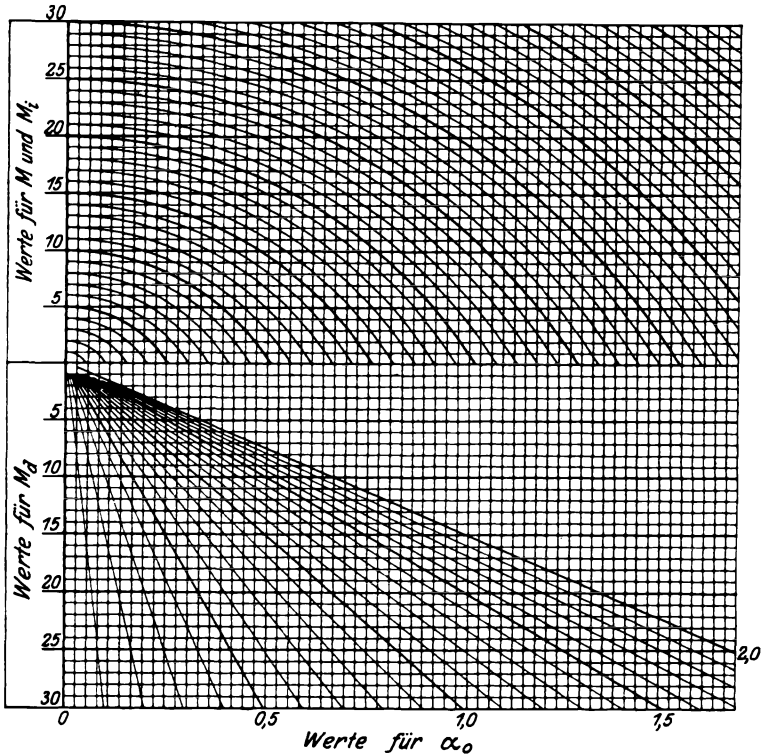


Abb. 95. Kurventafel zur Bestimmung der M_i aus gegebenen M , M_d und α_0 .

Setzt man $\tau = M_d : 2W$ und multipliziert man den Ausdruck für σ_i mit W , so folgt

$$\sigma_i W = 0,35 \sigma W + 0,65 \sqrt{(\sigma W)^2 + 4 (\alpha_0 \tau W)^2}$$

oder
$$\sigma_i W = M_i = 0,35 M + 0,65 \sqrt{M^2 + (\alpha_0 M_d)^2},$$

worin M_i das ideale Biegemoment ist; Festigkeitsbedingung $M_i : W \leq k_b$.

An Stelle dieser unbequemen Formel kann zur Ermittlung von M_i aus gegebenen M , M_d und α_0 die Kurventafel Abb. 95 benutzt werden¹⁾; Abb. 96

¹⁾ Nach v. Dobbeler, Betrieb 3. Jahrg. S. 107.

zeigt deren Gebrauch an einem Beispiel. Die eingeschriebenen Zahlenwerte der M , M_d und M_i können in beliebigem Verhältnis verkleinert oder vergrößert benutzt werden; ihre Einheiten sind cmkg, cmt, mkg, mt usw.

Bei anderen Querschnitten sind die σ und τ nach den jeweiligen Biegungs- und Drehungsformeln zu bestimmen und wie oben zu σ_i zusammenzusetzen.

Beispiel. Achse nach Abb. 97, zweimal gelagert, durch die an den Hebelarmen r_1 und r_2 wirkenden Kräfte P_1 und P_2 (z. B. als Zahndrücke) auf Biegung und Drehung beansprucht. Zunächst ist nach dem Seitenriß $P_1 r_1 = P_2 r_2$. Man denkt sich nun die P_1 und P_2 parallel zu ihren Lagen an der Achse angreifend, bestimmt wie im Beispiel (236) die M_y - und M_x -Linie und hieraus die M_r -Linie. Das Drehmoment $M_d = P_1 r_2 = P_2 r_1$ verläuft gleichmäßig zwischen den P_1 - und P_2 -Punkten. Hieraus (unter Benutzung der M_i -Tafel) die M_i -Linie, die für die Querschnittsbemessung nach gegebenem k_b maßgebend ist.

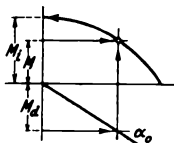


Abb. 96.

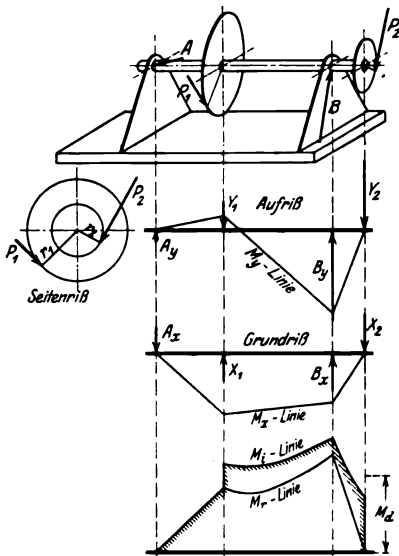


Abb. 97.

Die Schubspannungstheorie liefert folgende einfachere Formel

$$M_i = \sqrt{M^2 + (\alpha_0 M_d)^2}$$

und ergibt stets größere Abmessungen als die Dehnungstheorie (im Grenzfall bei $M = 0$ bis zu 15%, größere Durchmesser).

Festigkeit von Gefäßen.

(249) Es bezeichnet

r_a r_i r den äußeren, inneren, mittleren Radius in cm,

$s = r_a - r_i$ die Wandstärke in cm,

p den äußeren oder inneren Überdruck in kg/cm².

Dünnwandige Hohlzylinder für Innendruck. Das Mantelblech erhält eine in Umfangsrichtung wirkende über die Wandstärke gleichmäßig verteilte Zugspannung $\sigma_u = p r : s$. Festigkeitsbedingung $\sigma_u \leq k_z$ bzw. $p_{zul} \leq s k_z : r$.

Wird der Zylinder durch ebene oder gewölbte Böden abgeschlossen, dann erhält das Mantelblech gleichzeitig eine in Längsrichtung wirkende Zugspannung $\sigma_l = p r : 2 s$; sodann ist nach der Dehnungstheorie $\sigma_i = \sigma_u - \sigma_l : m$; mit $\sigma_l \leq k_z$ und $m = 10/3$ ist $p_{zul} = 1,17 s k_z : r$.

Die Schubspannungstheorie liefert für den letzteren Fall nach (213) wegen $\sigma_u > \sigma_l$ und weil beide $+$, $\sigma_u \leq k_z$, bzw. $p_{zul} = s k_z : r$.

Bei genieteten Gefäßen ist die Festigkeit in der Nietnaht maßgebend. Näh. s. Dampfkessel-nietung (321).

In der Nähe der Abschlußböden treten wegen Hinderung der elastischen radialen Ausdehnung des Mantels Zusatzlängsspannungen auf. Näh. s. Pöschl u. Terzaghi, Berechnung von Behältern. Berlin: Julius Springer 1913, ferner Krebitz, Eisenbau 1922, S. 119.

Dickwandige Zylinder für Innendruck. Im Abstände x von der Zylinderachse wirkt eine Normalspannung in Umfangsrichtung $\sigma_u = p \frac{r_a^2 - r_i^2}{r_a^2 - r_i^2} \frac{x^2 + r_a^2}{x^2}$ (Zug) und eine Normalspannung in radialer Richtung $\sigma_r = p \frac{r_a^2 - r_i^2}{r_a^2 - r_i^2} \frac{x^2 - r_a^2}{x^2}$ (Druck).

Größtwerte an der Innenwand

$$\sigma_{u \max} = p \frac{r_a^2 + r_i^2}{r_a^2 - r_i^2} \quad \text{und} \quad \sigma_{r \max} = -p.$$

Somit liefert die Dehnungstheorie

$$\sigma_t = \sigma_{u \max} - \sigma_{r \max} : m = p \left(\frac{r_a^2 + r_i^2}{r_a^2 - r_i^2} + \frac{1}{m} \right)$$

oder mit $m = 10/3$

$$p_{\text{zul}} = \frac{k_z}{\frac{r_a^2 + r_i^2}{r_a^2 - r_i^2} + 0,3}.$$

Bei gegebenem p , r_i und k_z ist

$$r_u = r_i \sqrt{\frac{k_z + 0,4 p}{k_z - 1,3 p}} \quad \text{oder} \quad \text{Wandst. } r_a - r_i = r_u \left[\sqrt{\frac{k_z + 0,4 p}{k_z - 1,3 p}} - 1 \right].$$

Die Schubspannungstheorie liefert

$$\sigma_t = \sigma_{u \max} - \sigma_{r \max} = p \frac{2 r_a^2}{r_a^2 - r_i^2},$$

woraus

$$p_{\text{zul}} = \frac{k_z (r_a^2 - r_i^2)}{2 r_a^2} \quad \text{oder} \quad r_a = r_i \sqrt{\frac{k_z}{k_z - 2 p}}.$$

s. Krüger, F. A. Heft 87.

Dünnwandige Zylinder für Außendruck. Maßgebend ist hierbei nicht die Festigkeit, sondern die Sicherheit gegen Einknicken der Wand. Bei ursprünglich genau kreisrundem Zylinder tritt dies ein bei einem kritischen Außendruck $p_k = E' s^3 : 4 r^3$, worin $E' = E m^3 : (m^3 - 1)$. Sicherheitsbedingung $p = p_k : \mathcal{C}$, worin $\mathcal{C} =$ Sicherheitsgrad.

Durch Versteifungsrippen oder Wellbleche wird die Knicksicherheit bedeutend erhöht. S. Dampfkessel-Flammrohre.

Dünnwandige Kugeln für Innendruck. Der Mantel erhält eine in jeder Umfangsrichtung wirkende Zugspannung $\sigma = p r : 2 s$. Mit $\sigma_t = \sigma - \sigma : m$ ist $p_{\text{zul}} = 2,86 k_z : r$.

Weiteres s. auch gewölbte Behälterböden (254).

Festigkeit von Platten.

(250) Die ebene Kreisplatte mit keissymmetrischer Belastung.

Ergebnisse der genauen Theorie von Grashof und Winkler unter folgenden Voraussetzungen und Bezeichnungen:

Plattenstärke $s = \text{konst.}$, Hookesches Gesetz, keine Überschreitung der P -Grenze, Mittendurchbiegung f ein kleiner Bruchteil von s .

Spannungsverteilung über s an beliebiger Plattenstelle nach Abb. 98. In der die Plattenstärke halbierenden Mittelebene keine Spannungen. In zylindrischen Schnittflächen Radialspannungen, in Radialebenen Tangentialspannungen, beide linear mit dem Abstände von der Mittelebene wachsend; demnach die Größtwerte an der Ober- bzw. Unterfläche, mit σ_r und σ_t bezeichnet; außerdem lotrechte Schubspannungen τ in zylindrischen Schnittflächen. In den Formeln für die σ_r und σ_t gelten die oberen bzw. unteren Vorzeichen für die Ober- bzw. Unterfläche. $m = 10/3$. Überall ist $x : r = \xi$ gesetzt.

Festigkeitsbedingung unter Annahme der Dehnungstheorie lautet $\sigma_r = \sigma_t - \sigma_t : m \leq k_z$ bei Voraussetzung von $\sigma_r > \sigma_t$ und solange f klein gegen s . Bei dünnen Platten trifft das nicht zu, da (s. weiter unten) vor Erreichung der zulässigen Spannung f groß wird und andere Spannungsverteilung eintritt.

1. Gleichmäßig verteilte Last p kg/cm², Platte am Rande eingespannt, Abb. 99.

$$\sigma_r = \mp \frac{p r^2}{s^2} \frac{3}{8} \left[1 + \frac{1}{m} - \xi^2 \left(3 + \frac{1}{m} \right) \right] = \mp \frac{p r^2}{s^2} (0,488 - 1,235 \xi^2),$$

$$\sigma_t = \mp \frac{p r^2}{s^2} \frac{3}{8} \left[1 + \frac{1}{m} - \xi^2 \left(1 + \frac{3}{m} \right) \right] = \mp \frac{p r^2}{s^2} (0,488 - 0,712 \xi^2).$$

In der Mitte ist $\xi = 0$ und $\sigma_r = \sigma_t = \mp 0,488 p r^2 : s^2$, am Rande ist $\xi = 1$, $\sigma_r = \pm 0,75 p r^2 : s^2$ und $\sigma_t = \pm 0,224 p r^2 : s^2$, demnach in der Mitte $\sigma_t = 0,34 p r^2 : s^2$ und am Rande $\sigma_t = 0,68 p r^2 : s^2$ (maßgebend), daher $p_{zul} = 1,47 s^2 k_z : r^2$; ferner $f = \frac{3 m^2 - 1}{16} \frac{p r^4}{m^2 E s^3} = 0,17 \frac{p r^4}{E s^3}$.

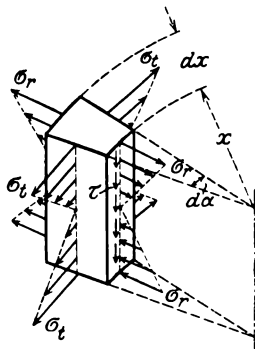


Abb. 98.

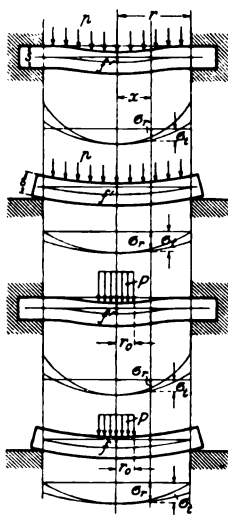


Abb. 99 ÷ 102.

2. Gleichmäßig verteilte Last p , Platte am Rande frei aufliegend, Abb. 100.

$$\sigma_r = \mp \frac{p r^2}{s^2} \frac{3}{8} \frac{3m+1}{m} (1 - \xi^2) = \mp \frac{p r^2}{s^2} 1,2375 (1 - \xi^2),$$

$$\sigma_t = \mp \frac{p r^2}{s^2} \frac{3}{8} \left(\frac{3m+1}{m} - \frac{m+3}{m} \xi^2 \right) = \mp \frac{p r^2}{s^2} (1,2375 - 0,7125 \xi^2).$$

In der Mitte ist $\sigma_r = \sigma_t = \mp 1,2375 p r^2 : s^2$, am Rande ist $\sigma_r = 0$, $\sigma_t = \mp 0,525 p r^2 : s^2$, demnach in der Mitte $\sigma_t = 0,87 p r^2 : s^2$ und $p_{zu} = 1,25 s^2 k_z : r^2$; ferner $f = \frac{3 m^2 - 1}{16} \frac{p r^4}{m^2 E s^3} \frac{5m+1}{m+1} = 0,70 \frac{p r^4}{E s^3}$.

3. Last P ist über Kreisfläche $r_0^2 \pi^1$ gleichmäßig verteilt, r_0 sei klein gegen r ; Platte am Rande eingespannt, Abb. 101.

Am Rande ist unabhängig von r_0

$$\sigma_r = \pm 0,477 P : s^2, \quad \sigma_t = \pm 0,143 P : s^2 \quad \text{und} \quad \sigma_i = 0,434 P : s^2;$$

in der Mitte ist

$$\sigma_r = \sigma_t = \mp 0,155 \frac{P}{s^2} \left[4 \ln \frac{r}{r_0} + \left(\frac{r_0}{r} \right)^2 \right]$$

und $\sigma_t = 0,7 \sigma_r$ (maßgebend). Das liefert

für $r_0 : r = 0,2$	0,1	0,05	0,01
σ_t (Mitte) = 0,70	1,00	1,30	$2,00 \cdot P : s^2$
$P_{zul} = 1,43$	1,00	0,77	$0,50 \cdot k_z \cdot s^2$

ferner ist $f = 0,22 P r^2 : E s^3$.

4. Fall wie 3., aber Platte frei aufliegend, Abb. 102 In der Mitte ist

$$\sigma_r = \sigma_t = \frac{P}{s^2} \left[0,625 \ln \frac{r}{r_0} + 0,48 - 0,084 \left(\frac{r_0}{r} \right)^2 \right]$$

und $\sigma_t = 0,7 \sigma_r$. Das liefert

für $r_0 : r = 0,2$	0,1	0,05	0,01
σ_t (Mitte) = 1,04	1,34	1,65	$2,35 \cdot P : s^2$
$P_{zul} = 0,96$	0,75	0,60	$0,42 \cdot k_z \cdot s^2$

ferner ist $f = 0,55 P r^2 : E s^3$.

Über Platten mit ringförmiger Belastung, mit Bohrung oder mit unbelastetem oder belastetem überstehenden Rande usw. s. A. u. L. Föppl, Zwang u. Drang. 2. Bd. R. Oldenbourg 1922.

Nach der Schubspannungstheorie lautet wegen $\sigma_r \geq \sigma_t$ und weil stets beide + oder beide - sind, die Festigkeitsbedingung $\sigma_{r \max} \leq k_z$; dementsprechend ändern sich vorstehende Formeln der p_{zul} .

(251) Die elliptische und rechteckige Platte. Voraussetzungen wie bei der Kreisplatte.

Genauere Theorie schwierig, bei der elliptischen Platte für die am Rande eingespannte Platte s. z. B. Föppl, Vorles. III. u. V. Bd., ferner Zwang u. Drang, I. Bd., für die am Rande frei aufliegende Platte s. Galerkin, Z. f. angew. Math. und Mech. 1923 S. 113. Für die Rechteckplatte mit verschiedenen Belastungen und Lagerungen s. Nadai, F. A. Heft 170/71.

In den Anwendungen (Abdichtung von Räumen, die unter Flüssigkeits- oder Gasdruck stehen) kommt fast nur die am Rande eingespannte Platte mit gleichmäßig verteilter Belastung vor. Hierfür folgt aus den Näherungsformeln von Bach (s. Elast. u. Fest., Jul. Springer, ferner Z. 1906, S. 1940) nach einigen Umformungen für Rechteck und Quadrat $p_{zul} = 2,7 s^2 k_z : h^2$, worin h nach Abb. 103. Gefährliche Stelle am oberen Plattenrande bei A.

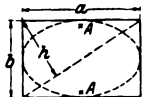


Abb. 103.

Für Ellipse und Kreis ist $p_{zul} = 3,6 s^2 k_z : h^2$, h und A wie oben für das um die Ellipse beschriebene Rechteck.

Ist die Randbefestigung derart, daß auf volle Einspannung nicht zu rechnen ist (z. B. durch Nachgiebigkeit der Schrauben oder Niete oder der Dichtung), dann dürfen die Beiwerte bis 20% höher gesetzt werden.

(252) Für Gußeisenplatten, die sich wegen Nichterfüllung des Hookeschen Gesetzes der genauen Berechnung entziehen, gilt nach dem Bachschen Versuchen mit h aus Abb. 103

Kreisplatte mit gleichmäßig verteilter Last	$p_{zul} \approx 0,8 s^2 k_b : r^2$
Kreisplatte mit Einzellast in der Mitte	$P_{zul} \approx 0,7 s^2 k_b$
Elliptische Platte mit gleichmäßig verteilter Last	$p_{zul} \approx 1,8 s^2 k_b : h^2$
Rechteckplatte mit gleichmäßig verteilter Last	$p_{zul} \approx 1,6 s^2 k_b : h^2$

Hierin ist freie Auflagerung am Rande vorausgesetzt; gefährliche Stelle in Plattenmitte. Nähert sich die Auflagerung derjenigen für Einspannung, dann steigen die p_{zul} bis auf das 1,5-fache dieser Werte.

(253) Die sehr dünne ebene Platte verhält sich wie eine dünne Haut ohne Biegungs-, aber mit Zugwiderstand und erhält radiale und tangentielle Zugspannungen, die von x abhängig sind, aber im Gegensatz zum bisherigen gleichmäßig über die Plattenstärke verteilt sind; außerdem besteht keine Proportionalität zwischen Belastung und Spannung bzw. Durchbiegung.

Für die am Rande radial festgehaltene Kreisplatte mit gleichmäßig verteilter Last p ist mit $W = \sqrt[3]{E p^2 r^2 : s^2}$ in der Mitte $\sigma_r = \sigma_t = 0,428 W$, am Rande beide geringer. Maßgebend

ist die Mitte mit $\sigma_t = 0,3 W$ bzw. $p_{zul} = 6,0 \sqrt{k_z s} : r$, ferner ist $f = 0,66 r \sqrt[3]{p r : E s}$.

Für die quadratische Platte (Seite $= 2r$) ist in der Mitte $\sigma_r = \sigma_t = 0,4 W$, $\sigma_t = 0,28 W$, $p_{zul} = 6,7 \sqrt{k_z s} : r$ und $f = 0,8 r \sqrt[3]{p r : E s}$.

Die mittelstarke Platte verhält sich bei kleinen p und f wie die starke Platte und bei großen p und f wie die dünne Haut; dazwischen lagern sich beide Beanspruchungsarten übereinander.

Für die Kreisplatte gilt $p = E \left(\frac{s}{r}\right)^4 \left[1,43 \frac{f}{s} + 3,45 \left(\frac{f}{s}\right)^3\right]$; demnach keine Proportionalität zwischen p und f , sondern p steigt viel rascher als f .

In der Mitte ist die Biegungsspannung $\sigma_{br} = \sigma_{bt} = \mp 1,77 \frac{f}{s} \left(\frac{r}{s}\right)^2 E$ und die Zugspannung (gleichmäßig über s verteilt) $\sigma_{zr} = \sigma_{zt} = \pm 0,98 \left(\frac{f}{s}\right)^2 \left(\frac{r}{s}\right)^2 E$, somit

$$\sigma_t = 0,7 \left[1,77 \frac{f}{s} + 0,98 \left(\frac{f}{s}\right)^2\right] \left(\frac{r}{s}\right)^2 E \leq k_z.$$

Die Formeln gelten, solange $\sigma_t \leq \sigma_p$.

(254) Die Platte mit ursprünglicher Wölbung. Im allgemeinen bedeutend widerstandsfähiger als die gleichstarke ebene Platte. Auch hier ist zwischen geringer und größerer Wandstärke zu unterscheiden.

Geringe Wandstärke (als Behälterböden, Intzebehälter). Biegungsspannungen verschwindend, nur Normalspannungen u. zw. Meridianspannungen σ_r und Umfangsspannungen σ_u in Kreisrichtung, beide gleichmäßig über s verteilt. Nach Abb. 104 ist für eine Stelle A mit Radius r und Krümmungsradius ρ bei gleichmäßigem Innendruck p :

Gesamtdruck auf die Haube von der Grundfläche $r^2 \cdot \pi$
 $P = p r^2 \cdot \pi$, $\sigma_r = P : 2 r \cdot \pi s \sin \varphi$ und σ_u aus $p = \sigma_r : \rho + \sigma_u : n$;
 σ_r und σ_u sind Zug.

Bei Wasserbehältern nach Abb. 105 ist P das Gewicht der schraffierten Wassermenge und $p = z : 1000$ mit z in cm der Wasserdruck bei A .

Bei genieteten Blechböden sind die Spannungen in der Nietnaht maßgebend, s. (321); bei vollen Böden ist $\sigma_m = \sigma_r - \sigma_u : m \leq k_z$.

Ist der Boden nach oben gewölbt, dann sind beide Spannungen Druck; gegen Einbeulungen erfordert der Boden Versteifungen. Für Kegelböden ist $\rho = \infty$.

Näh. s. Forchheimer, Berechn. ebener u. gekrümmter Behälterböden, 2. Aufl., Wilh. Ernst & Sohn; Barkhausen, Z. 1900 S. 1594 u. 1681.

Größere Wandstärke (Zylinderdeckel, Zwischenwände bei Dampfturbinen). Hierbei treten zu obigen Normalspannungen noch Biegungsspannungen. Theorie und Durchrechnung sehr schwierig.

Näh. über Theorie, Beispiele und Versuchsergebnisse s. Keller, F. A. Heft 124 u. 195, Fankhauser, desgl. Heft 162/63.

Für gewölbte Dampfkesselböden u. dgl. liegen reichliche Erfahrungsformeln vor; s. Abschn. Dampfkessel.

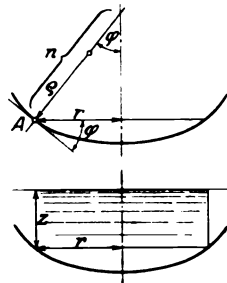


Abb. 104 u. 105.

Umlaufende Scheiben.

(255) Die Scheibe von veränderlicher Breite y wird durch Fliehkräfte beansprucht. Vorausgesetzt ist eine verhältnismäßig flache Scheibe; die y seien klein gegen den Scheibendurchmesser.

Bezeichnet

μ die Massendichte, d. i. die Masse der Raumeinheit,

ω die Winkelgeschwindigkeit,

Hilfsbuch f. d. Maschinenbau. 7. Aufl.

dann wirken am Scheibenelement nach Abb. 106a bis c die Spannungen σ_r und σ_t , somit die Kräfte $R = \sigma_r y x d\varphi$, $R + dR = (\sigma_r + d\sigma_r) (y + dy) (x + dx) \varphi$, $T = \sigma_t y dx$ und die Fliehkraft $F = \mu y x d\varphi dx \omega^2 x$. Unter Vernachlässigung der unendlich kleinen Glieder höherer Ordnung ist

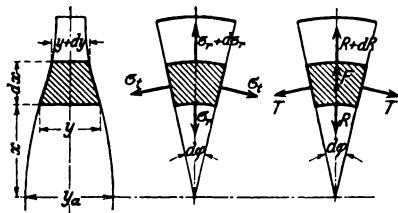


Abb. 106 a - c.

$$R + dR = (\sigma_r y x + \sigma_r dy x + \sigma_r y dx + d\sigma_r y x) \varphi.$$

Gleichgewicht der radialen Komponenten dieser Kräfte liefert $R + dR - R - T d\varphi + F = 0$ oder nach Streichung von $d\varphi$

$$\sigma_r y x + \sigma_r dy x + \sigma_r y dx + d\sigma_r y x - \sigma_r y x - \sigma_t y dx + \mu y dx \omega^2 x^2 = 0$$

oder

$$\sigma_r x \frac{dy}{dx} + \sigma_r y + y x \frac{d\sigma_r}{dx} - \sigma_t y + \mu y \omega^2 x^2 = 0.$$

Für die Scheibe gleicher Festigkeit, ist mit $\sigma_r = \sigma_t = \sigma = \text{konst.}$ und wegen $\frac{d\sigma}{dx} = 0$

$$\sigma x \frac{dy}{dx} + \sigma y + y x \frac{d\sigma}{dx} - \sigma y + \mu y \omega^2 x^2 = 0$$

oder

$$\frac{dy}{dx} + \frac{\mu \omega^2}{\sigma} x y = 0$$

mit der allgemeinen Lösung nach (68) $y = y_a e^{-\frac{\mu \omega^2}{2\sigma} x^2}$, worin y_a die Scheibendicke im Wellenmittel bezeichnet.

Anwendung auf Dampfturbinenscheiben s. Abschn. Dampfturbinen.

Festigkeit der Federn.

(256) Es bezeichnet

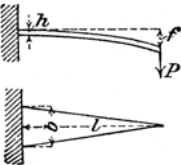
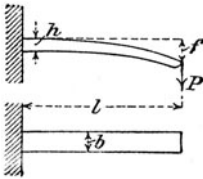
P die zulässige Belastung (Tragfähigkeit) der Feder in kg,

f die Durchbiegung — entsprechend der Belastung P oder der zulässigen Biegungs- oder Drehungsspannung k_b bzw. k_d — in cm,

l die Länge der Feder in cm.


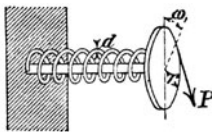
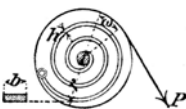
1. Gerade Biegungsfedern.

Benennung	Tragfähigkeit	Durchbiegung
Rechteckfeder. 	$P = \frac{b h^2 k_b}{6 l}$	$f = \frac{P l^3}{E J 3} = 4 \frac{l^3}{b h^3} \frac{P}{E} = \frac{2}{3} \frac{l^2 k_b}{h E}$

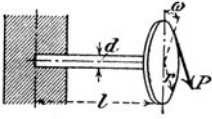
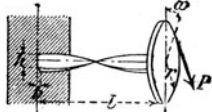
Benennung	Tragfähigkeit	Durchbiegung
<p>Dreieckfeder.</p> 	$P = \frac{b h^2 k_b}{6 l}$	$f = \frac{P l^3}{EJ 2} = 6 \frac{l^3}{b h^3} \frac{P}{E} = \frac{l^2 k_b}{h E}$
<p>Rechteckfeder nach der kubischen Parabel zugeschräfft.</p> 	$P = \frac{b h^2 k_b}{2 l}$	$f = \frac{P l^3}{EJ 2} = 6 \frac{l^3}{b h^3} \frac{P}{E} = \frac{l^2 k_b}{h E}$

2. Gewundene Biegungsfedern.

l ist die Länge der gestreckt gedachten Feder.

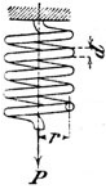
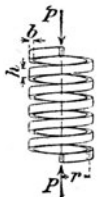
Benennung	Tragfähigkeit	Durchbiegung
<p>Gewundene Feder mit rechteckigem Querschnitte.</p> 	$P = \frac{b h^2 k_b}{6 r}$	$f = r \omega = \frac{P}{EJ} l r^2 = 12 \frac{P l r^2}{E b h^3} = 2 \frac{r l k_b}{h E}$
<p>Gewundene Feder mit rundem Querschnitte.</p> 	$P = \frac{\pi d^3 k_b}{32 r}$	$f = r \omega = \frac{P}{EJ} l r^2 = \frac{64}{\pi} \frac{P l r^2}{E d^4} = 2 \frac{r l k_b}{d E}$
<p>Spiralfeder mit rechteckigem Querschnitte.</p> 	$P = \frac{b h^2 k_b}{6 r}$	$f = r \omega = \frac{P}{EJ} l r^2 = 12 \frac{P l r^2}{E b h^3} = 2 \frac{r l k_b}{h E}$

3. Gerade Drehungsfedern.

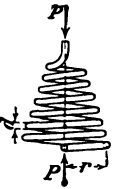

Benennung	Tragfähigkeit	Durchbiegung
Einfache Drehungsfeder mit rundem Quer- schnitte. 	$P = \frac{\pi d^3}{16 r} k_d.$	$f = r \omega = \frac{32 r^3 l P}{\pi d^4 G} = 2 \frac{r l k_d}{d G}.$
Einfache Drehungsfeder mit rechteckigem Querschnitte. 	$P = \frac{2 b^2 h}{9 r} k_d.$	$f = r \omega = 3,6 r^3 l \frac{b^2 + h^2}{b^3 h^3} \frac{P}{G} =$ $= 0,8 r l \frac{b^2 + h^2}{b h^2} \frac{k_d}{G}.$

4. Gewundene Drehungsfedern.

n bedeutet die Anzahl der Windungen, r den mittleren Halbmesser der Feder.

Benennung	Tragfähigkeit	Durchbiegung
 Zylindrische Schraubenfeder mit rundem Querschnitte ¹⁾	$P = \frac{\pi d^3}{16 r} k_d.$	$f = \frac{64 n r^3}{d^4} \cdot \frac{P}{G} = \frac{4 \pi n r^3 k_d}{d G}.$
 Zylindrische Schraubenfeder mit rechteckigem Querschnitte.	$P = \frac{2 b^2 h}{9 r} k_d.$	$f = 7,2 \pi n r^3 \frac{b^2 + h^2}{b^3 h^3} \frac{P}{G} =$ $= 1,6 \pi n r^3 \frac{b^2 + h^2}{b h^2} \frac{k_d}{G}.$

¹⁾ Über eine graphische Ermittlung der Abmessungen zylindrischer Schraubenfedern mit rundem Querschnitte von R. Proell s. Z. 1906, S. 1076, ferner Kirsch, Z. 1898, S. 429.

Benennung	Tragfähigkeit	Durchbiegung
 <p data-bbox="264 277 398 354">Kegelfeder mit rundem Querschnitte.</p>	$P = \frac{\pi d^3}{16 r} k_d.$	$f = \frac{16 r^2 l P}{\pi d^4 G} = \frac{r l k_d}{d G} =$ $= 16 n \frac{r^3 P}{d^4 G} = \pi n \frac{r^2 k_d}{d G}.$
 <p data-bbox="264 508 398 605">Kegelfeder mit recht- eckigem Querschnitte.</p>	$P = \frac{2 b^3 h}{9 r} k_d.$	$f = 1,8 r^2 l \frac{b^3 + h^3}{b^3 h^3} \frac{P}{G} =$ $= 0,4 r l \frac{b^3 + h^3}{b h^2} \frac{k_d}{G}$ $f = 1,8 \pi n r^3 \frac{b^3 + h^3}{b^3 h^3} \frac{P}{G} =$ $= 0,4 \pi n r^2 \frac{b^3 + h^3}{b h^2} \frac{k_d}{G}.$

Die Arbeit in cmkg, die von einer Feder bei ihrer Durchbiegung von Null bis f aufgenommen wird (die sogen. „Federungsarbeit“) ist $A = P f : 2$.

Vierter Abschnitt.

Baustatik.

Bearbeitet von Prof. Dr.-Ing. G. Unold.

Das statisch bestimmte ebene Fachwerk.

(257) Das ebene Fachwerk ist ein Gebilde aus geraden Stäben, die in ihren Endpunkten durch Gelenke miteinander verbunden sind; diese Gelenke heißen Knotenpunkte. Das Fachwerk dient als Tragwerk, es nimmt Kräfte (Lasten, Winddrücke usw.) auf, die ebenfalls in Fachwerkebene liegen und überträgt diese an den Auflagerstellen auf den festen Raum (Erdboden, starre Wand usw.).

Bildungsgesetze des Fachwerks. Die Punkte 1 bis 3, Abb. 1, erfordern 3 Stäbe. Jeder weitere Punkt 4, 5, 6... erfordert zum Anschluß an das jeweils gewonnene System je 2 weitere Stäbe, wobei es nicht nötig ist, daß die Stäbe nur Dreiecke bilden; es kommen auch Vier- und Fünfecke und Stabüberschneidungen vor; wesentlich ist nur, daß das Fachwerk mindestens ein Stabdreieck enthält. Hieraus folgt eine Beziehung zwischen Knotenpunkts- und Stabzahl:

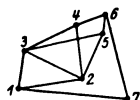


Abb. 1.

$$n \text{ Knotenpunkte erfordern } 2n - 3 \text{ Stäbe.}$$

Bei zu wenig Stäben ist das Stabwerk beweglich, zu viel Stäbe liefert das statisch unbestimmte Fachwerk, das besondere Behandlung erfordert, s. (279). Für das Weitere werden statisch bestimmte Fachwerke vorausgesetzt.

(258) **Grundlagen zur Stabkraftbestimmung** unter folgenden Voraussetzungen: Die Lasten setzen sich nur an Knotenpunkten ab und die Gelenke sind reibungsfrei. Die Stäbe erhalten dann nur Zug- oder Druckkräfte.

Da im Eisenbau die Knotenpunkte nicht durch reibungsfreie Gelenke, sondern durch Knotenbleche gebildet werden, an die die Stäbe festgenietet sind, treten in den Stäben neben den Zug- und Druckkräften noch erhebliche Biegemomente und damit die sog. Nebenspannungen auf. Eine genaue Fachwerksberechnung mit Berücksichtigung der steifen Knotenpunktvernetzung ist sehr schwierig und wird selten durchgeführt; gegebenenfalls begnügt man sich mit der Schätzung der Nebenspannungen.

Die Stabkraftbestimmung beruht auf dem Gleichgewicht der an jedem Knotenpunkte angreifenden Kräfte, das sind die Lasten, die Auflagerkräfte und die Stabkräfte. Demnach gilt für jeden Knotenpunkt:

Das Kräfteck der am Knotenpunkt wirkenden Stabkräfte und Lasten schließt sich, oder

Die algebraische Summe der Vertikal- und der Horizontalkomponenten dieser Kräfte ergibt je null.

(259) Stabkraftbestimmung durch Zeichnung.

Man unterscheidet zwei Gruppen von Fachwerken:

Gruppe 1 wird durch freien Aufbau vom Boden oder von einer Wand aus gewonnen (Beispiele s. Abb. 2 und 3); bei Gruppe 2 mit auseinanderliegenden Auflagern muß das Fach-

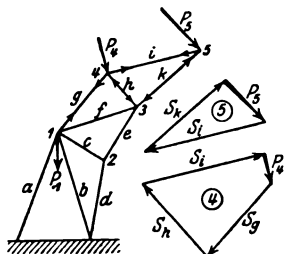


Abb. 2.

werk vor der Aufstellung zusammengesetzt werden (Beispiele s. Abb. 5, 8 und 9).

Fachwerke der 1. Gruppe. Diese haben stets mindestens einen Knotenpunkt, von dem nur zwei Stäbe ausgehen. Ein solcher ist z. B. nach Abb. 2 Punkt 5. Das Kräfte-dreieck $P_5 S_i S_k$ liefert die Stabkräfte S_i und S_k . Als nächster Punkt ist der zu nehmen, von dem zwei Stäbe mit noch unbekanntten Stabkräften ausgehen, d. i. Punkt 4; aus dem Kräfteck $P_4 S_i S_h S_g$, in dem S_i schon bekannt ist, folgt S_g und S_h . Nun folgt Punkt 3, dann 2 und schließlich 1, womit dann alle Stabkräfte gefunden sind. Der Stabkraftsinn, d. h. Zug (+) oder Druck (-) wird in den Kräftecken und im System durch Pfeile vermerkt; die Pfeilrichtungen nach Abb. 4 bezeichnen Zug bzw. Druck.

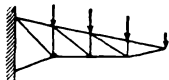


Abb. 3.

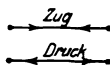


Abb. 4.

Fachwerke der 2. Gruppe. Zunächst wird das Fachwerk mit sämtlichen Kräften als starre Scheibe betrachtet und nach (147) die Auflagerkräfte bestimmt. Hierauf kann man wieder wie bei der ersten Gruppe vorgehen, wobei die Auflagerkräfte wie die sonstigen Knotenpunktskräfte behandelt werden. Für den Anfang finden sich stets Knotenpunkte mit nur zwei Stäben.

Beispiel nach Abb. 5. Reihenfolge der Knotenpunkte ist 1 2 3 4 5; Kräfteck für 4 und 5 liefert Richtigkeitsproben. Reihenfolge der Lasten und Stabkräfte innerhalb der einzelnen Kräftecke ist beliebig.

(260) Der Kräfteplan nach Cremona.

Wenn das Fachwerk gewissen Bedingungen genügt, dann lassen sich alle diese Kräftecke zu einer einzigen Zeichnung, dem Kräfteplan, zusammenfassen, in welchem jede Stabkraft nur einmal zu zeichnen ist. Diese Bedingungen lauten:

a) Das Fachwerk baut sich in der Weise auf, daß von einem Grunddreieck aus jeder weitere Knotenpunkt durch je zwei weitere Stäbe an das jeweils gewonnene Fachwerk angeschlossen wird. Ein solches Fachwerk enthält mindestens einen Knotenpunkt, an dem nur zwei Stäbe anschließen.

b) Die Stäbe überschneiden sich nicht.

c) Sämtliche Kräfte (Lasten und Auflagerkräfte) greifen nur an Umfangsknotenpunkten an.

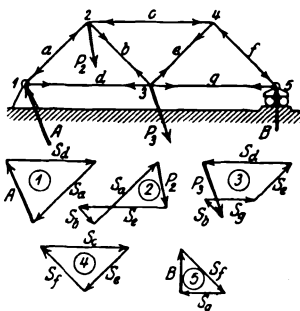


Abb. 5.

Regeln zur Aufstellung der Kräftepläne.

1. Fachwerk mit sämtlichen Lasten und Auflagerkräften genau aufzeichnen, Knotenpunkte und Stäbe fortlaufend bezeichnen.

2. Kräfteck aller Lasten und Auflagerkräfte so zeichnen, daß ihre Reihenfolge dem Rechtsumlauf um das Fachwerk entspricht; dieses Kräfteck muß sich schließen (nur für Gruppe 2 nötig).

3. Mit einem Knotenpunkt beginnen, an dem nur zwei Stäbe anschließen. Dasselbst denkt man sich einen Uhrzeiger angebracht, dessen Rechtsdrehung eine gewisse Reihenfolge der an diesem Punkte anschließenden Stäbe angibt. Die Knotenpunktskraft wird, wie sie auch liegen mag, in dieser Reihenfolge stets zwischen den Außenstäben eingeordnet. In dieser Reihenfolge wird das Kräfteck der an diesem Punkte angreifenden Stab- und Knotenpunktskräfte so gezeichnet, daß die im Kräfteck schon gezeichnete Knotenpunktskraft benutzt wird.

4. Dasselbe wird für jeden weiteren Knotenpunkt wiederholt; die von den vorbergehenden Knotenpunkten schon gefundenen Stabkräfte liegen in den weiteren Kraftecken schon an richtiger Stelle. Reihenfolge der Knotenpunkte so, daß jeweils nur zwei Stabkräfte unbekannt sind.

5. Die Stabkraftpfeile werden nur im System, nicht aber im Kräfteplan eingetragen.

6. Auf Grund des gewählten Kräftemaßstabes ist eine Tafel der Stabkräfte mit ihren Vorzeichen aufzustellen.

Merkregeln, die aus den allgemeinen Regeln hervorgehen:

I. Ein unbelasteter Knotenpunkt mit nur zwei anschließenden Stäben liefert in diesen keine Stabkräfte.

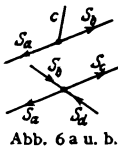


Abb. 6 a u. b.

II. In unbelasteten Knotenpunkten nach Abb. 6 a ist stets $S_c = 0$ und $S_a = S_b$.

III. In unbelasteten Knotenpunkten nach Abb. 6 b ist stets $S_a = S_c$ und $S_b = S_d$.

IV. Wie beim Einzelkrafteckverfahren liefert auch hier der vorletzte und letzte Punkt Richtigkeits- bzw. Genauigkeitsproben. Schließt sich der Kräfteplan nicht vollständig, dann zeigt sich am Schlusse das sog. Fehlerdreieck, das durch Ausgleichen zum Verschwinden gebracht werden kann.

Zwecks hinreichender Genauigkeit zeichne man das System groß und genau auf, den Kräfteplan aber kleiner. Besondere Genauigkeit ist zwecklos, da i. d. Regel die Lasten nicht scharf bestimmt sind.

Beispiele. Fachwerk der 1. Gruppe nach Abb. 7 (Kranausleger). Knotenpunktfolge 5 4 3 2 1.

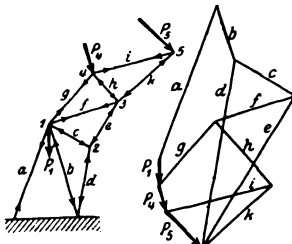


Abb. 7.

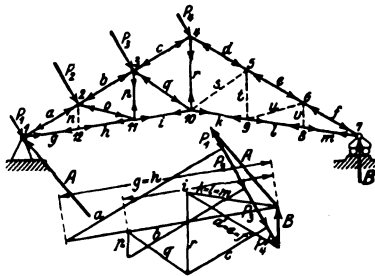
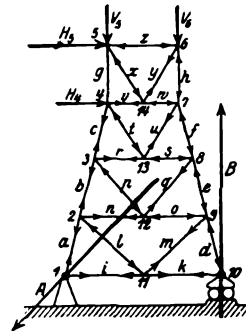


Abb. 8.

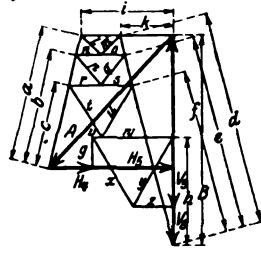


Abb. 9.

Fachwerk der 2. Gruppe nach Abb. 8 (Dachbinder für Winddruck links). Die strichierten Stäbe sind nach Regel II spannungslos. Kraftfolge $A P_1 P_2 P_3 P_4 B$, Knotenpunktfolge 1 2 11 3 10 4 7; es ist $S_y = S_h$, $S_d = S_c = S_f$ und $S_k = S_l = S_m$.

Fachwerk der 2. Gruppe nach Abb. 9 (Brückengerüst). Kraftfolge $A H_4 H_5 V_6 V_0 B$. Knotenpunktsfolge 1 10 11 2 9 12 3 8 13 4 7 14 5 6.

Weitere Kräftepläne für Laufkranfachwerkträger mit Eigengewicht s. Abschn. Hebezeuge.

Zusammengesetztes Fachwerk, wenn mehrere einfache Dreiecksfachwerke durch Stäbe und Gelenke unverschieblich miteinander verbunden sind. Bisherige Verfahren nicht ohne weiteres anwendbar.

Einfaches Beispiel hierzu nach Abb. 10 (Dachbinder). Stabkraft S_z aus $Bb = S_z z$ berechnen und an den Punkten i und k als äußere Kräfte anbringen; hierauf zusammenhängender Kräfteplan für das ganze Fachwerk herstellbar.

(261) Stabkraftbestimmung durch Rechnung. Zunächst sind bei Fachwerken der 2. Gruppe wie bisher die Auflagerkräfte A und B zu bestimmen.

Ist im Fachwerk nach Abb. 11a Stabkraft S_i zu berechnen, dann denkt man sich nach Abb. 11b bzw. 11c das Fachwerk durch die schraffierten Scheiben 1 4 10 und 4 7 9 ersetzt, die durch Stab i und Knotenpunkt 4 miteinander verbunden sind.

An diesen beiden Scheiben wirken

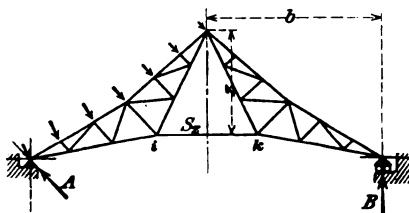


Abb. 10.

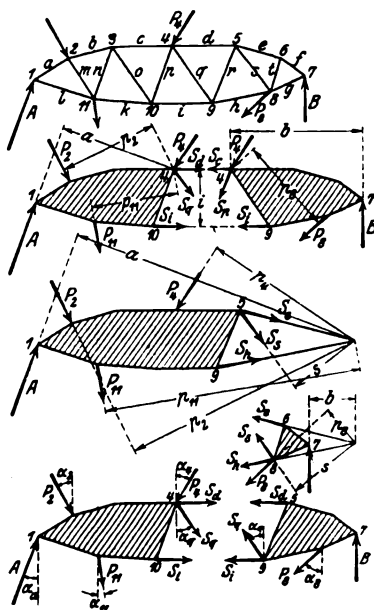


Abb. 11 a ÷ g.

die Kräfte $A P_2 P_4 P_{11} S_i S_7 S_d$ bzw. $P_4 B P_8 S_c S_p S_i$, worin die Stabkräfte ohne Rücksicht auf ihre endgültigen Vorzeichen zunächst als Zug angenommen sind. Diese Kräfte bilden je Gleichgewicht und liefern für Punkt 4 als Schnittpunkt der nicht gefragten Stäbe die Gleichgewichtsbedingungen

$A a - P_2 p_2 - P_{11} p_{11} - S_i i = 0$ bzw. $-B b + P_8 p_8 + S_i i = 0$,
woraus S_i folgt; $+$ liefert Zug. $-$ Druck.

S_7 folgt in derselben Weise nach Abb. 11d oder 11e aus

$A a - P_2 p_2 - P_{11} p_{11} - P_4 p_4 - S_7 s = 0$ bzw. $B b - P_8 p_8 + S_7 s = 0$.

S_9 folgt nach Abb. 11f bzw. 11g wegen Parallelität von S_d und S_i aus dem Gleichgewicht der lotrechten Kraftkomponenten:

$A \cos \alpha_a - P_2 \cos \alpha_2 - P_{11} \cos \alpha_{11} - P_4 \cos \alpha_4 - S_9 \cos \alpha_9 = 0$
bzw. $B - P_8 \cos \alpha_8 + S_9 \cos \alpha_9 = 0$.

Der Gerbersche Gelenkträger.

(262) Eine Reihe von aufeinanderfolgenden Öffnungen kann etwa nach Abb. 12a durch einzelne Träger überbrückt werden. Nachteil dieser Anordnung: Die Pfeiler erhalten zwei Auflagerdrucke, die bei Ungleichheit (z. B. durch Be-

lastung nur des einen Trägers) exzentrisch gedrückt werden, außerdem größerer Materialaufwand gegenüber den folgenden Bauarten.

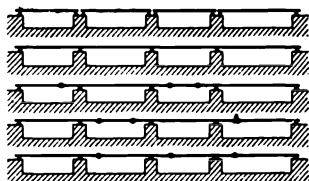


Abb. 12 a ÷ e.

Ein durchlaufender Träger nach Abb. 12 b ergibt zwar zentrische Pfeilerbelastung und Materialersparnis gegenüber den einfachen Trägern, ist aber mehrfach statisch unbestimmt gelagert und erhält bei unbeabsichtigter Pfeilersenkung unerwünschte Zusatzspannungen. Näh. über durchlaufende Träger s. (278).

Obige Vorteile ohne die Nachteile des durchlaufenden Trägers werden durch die Gerbersche Bauart des Gelenk-, Ausleger- oder Kragträgers nach Abb. 12 c, d oder e unter Zwischenschaltung von Gelenken erzielt; Anordnung c oder d bildet die Regel. Diese Anordnung wird heute bei eisernen Dachpfetten, Kranträgern und als Vollwandträger bei kleineren Brücken und als Fachwerkträger bei Brücken bis zu den größten Abmessungen benutzt.

Zeichnerische Behandlung der Auflagerkräfte und Biegemomente für Vollwandträger bei ortsfesten Lasten.

Zunächst nach Abb. 13 die aufeinanderfolgenden M -Linien mit Hilfe des Seilecks für einfache Träger zeichnen; hierzu die strichierten Schlußlinien. Liegen nun die Gelenke nicht auf den Stützen, sondern außerhalb derselben in E und F

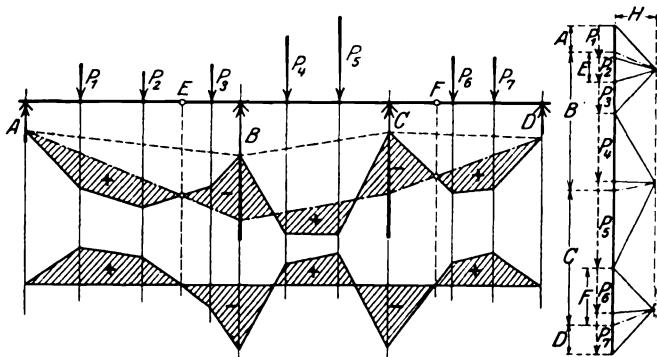


Abb. 13.

dann diese herunterloten und die strichpunktiierten Schlußlinien ziehen, wobei $+$ - und $-$ - Momente abwechseln. Nach Bedarf kann diese M -Linie auf eine wagrechte Grundlinie umgezeichnet werden, s. Abb. 13 unten, hierbei $+$ - Momente

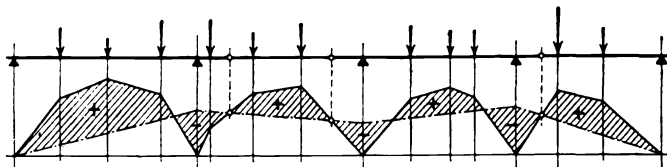


Abb. 14.

nach oben, $-$ - Momente nach unten. Die Nebenfigur liefert gleichzeitig die Auflager- und Gelenkdrücke.

Man findet bei gegebener Stütze- lage leicht die günstigsten Gelenklagen, bei denen die Biegemomente so ausgeglichen sind, daß man mit dem kleinsten Träger auskommt.

Abb. 14 zeigt denselben Vorgang bei Berechnung der M für den einfachen Balken und Durchlegung der Schluß- linie bei gegebenen Gelenklagen.

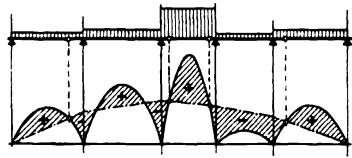


Abb. 15.

Abb. 15 gilt für Streckenlasten mit parabolischen M -Linien.

Einflußlinien für Wanderlasten.

(263) Ein als Brücke oder Krangerüst dienender Vollwand- oder Fachwerks- träger wird durch Eigengewicht und durch die wandernde Verkehrslast (Rad- drücke von Fahrzeugen bei Kranträgern und Eisenbahnbrücken oder Menschen- gedränge bei Straßenbrücken) belastet. Das Eigengewicht wird durch M -Linien bzw. Kräftepläne behandelt. Bei der Wanderlast kommt nicht nur Größe und gegenseitige Abstände der Raddrücke, sondern auch deren ungünstigste Lage auf dem Balken für einzelne Trägerstellen bzw. Fachwerksstäbe in Frage.

Für das Trägersystem mit wagrechter Fahrbahn sei irgendeine Größe, die mit wechselnder Lage der wandernden Lastengruppe ebenfalls wechselt, zu bestimmen, insbesondere seien deren Größtwerte gesucht; diese Größe kann ein Biegemoment, eine Fachwerkstabkraft, ein Auflagerdruck oder eine elastische Senkung sein. In Abb. 16 ist eine Stabkraft S angenommen.

Nun läßt man ohne Rücksicht auf die wirkliche Lastengruppe die Last 1 t über den Träger wandern, bestimmt zu mehreren Lagen dieser Last die zugehörige Größe (hier also S) und trägt diese unter der jeweiligen Laststellung von einer Grundlinie aus als Ordinaten auf, u. zw. die $+$ -Werte nach oben, die $-$ - Werte nach unten. Die Endpunkte dieser Ordinaten liefern einen Linienzug, die Einflußlinie der Wanderlast 1 für die ge- fragte Größe (i. d. Folge mit E. L. bezeichnet). Ob dieser Linienzug eine Gerade oder eine ge- brochene Linie oder eine Kurve darstellt, mag zu- nächst gleichgültig sein; in Abb. 16 ist eine Kurve angenommen.

Für die Lastengruppe $P_1 P_2$ (z. B. Raddrücke einer Laufkatze vom Radstande a) in der gezeichneten Lage ist $S = P_1 e_1 + P_2 e_2$; $+S_{\max}$ bzw. $-S_{\max}$ tritt ein für die (strichierten) Katzen- stellungen in der Gegend der e_{\max} bzw. e_{\min} .

Bei mehreren Raddrücken $P_1 P_2 P_3 \dots$ (Eisen- bahnzug) ist dementsprechend $S = P_1 e_1 + P_2 e_2 + P_3 e_3 + \dots$.

Streckenlasten q in t/m oder t/cm , gleichmäßig verteilt. Bei Belastung der Strecke dx nach Abb. 17 ist $dS = q dx e$; bei Belastung

der Strecke $x_2 - x_1$ ist $S = \int_{x_1}^{x_2} dS = \int_{x_1}^{x_2} q e dx = q \int_{x_1}^{x_2} e dx = q F_{12}$, worin F_{12} die zwischen x_1 und x_2 gemessene Fläche der E. L. (schraffiert) bezeichnet.

Demnach $+S_{\max}$ bei Belastung der Strecke ab , $-S_{\max}$ bei Belastung der Strecke bc ; b heißt Belastungsscheide.

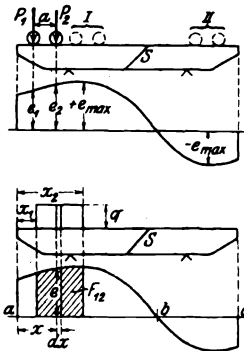


Abb. 16 u. 17.

Diese Streckenbelastung ist für größere Straßenbrücken bei Menschengedränge maßgebend, während kleine Brücken durch Einzellasten (schwere Lastwagen, Straßenlokomotiven u. dgl.) in Verbindung mit Menschengedränge stärker beansprucht werden.

(264) Anwendung auf statisch bestimmte Fachwerkträger. In Abb. 18 ist die Trennung von Fachwerk und Fahrbahn deutlich erkennbar; diese besteht aus einzelnen an den Punkten II III IV gelenkig gestoßenen Trägern. Gesucht sei die E. L. für Stab f . Last 1 auf I und V liefert $S_f = 0$. Nun bringt man die Last 1 nacheinander auf die Punkte II, III und IV; sie geht durch die Stützen auf die Knotenpunkte 2, 3 und 4. Hierfür bestimmt man nach irgendeinem Verfahren (Kräfteplan oder Rechnung) die Stabkraft S_f , die die Ordinaten e_{II} , e_{III} und e_{IV} liefert. Infolge der einfachen Fahrbahnträger I—II, II—III usw. verläuft die E. L. zwischen diesen Ordinatenendpunkten je geradlinig.

Abb. 18 enthält außerdem noch die E. L. der Stäbe b und i . Der Ordinatenmaßstab wird auf der linken Seite vermerkt.

Durch die Trennung von Fahrbahn und Fachwerk wird erreicht, daß die Gurtstäbe nicht auf Biegung, sondern nur auf Zug oder Druck beansprucht werden. Abb. 19 a u. b zeigt die Anordnung bei Fachwerken mit zusammenfallender Gurt- und Fahrbahnlinie. Eine Ausnahme bildet der Laufkranfachwerksträger, bei dem der als Fahrbahn dienende Obergurt gleichzeitig Druck und Biegung erhält.

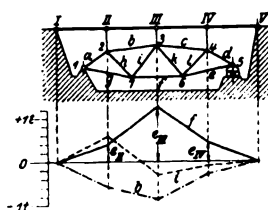


Abb. 18.

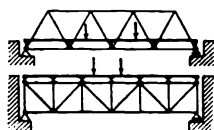


Abb. 19 a u. b.

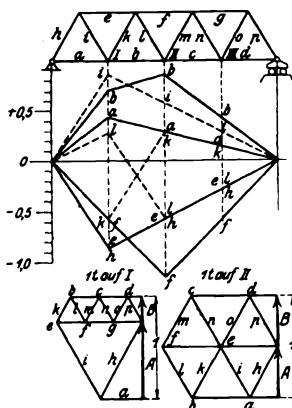


Abb. 20.

Die Ermittlung der Ordinaten der E. L. erfolgt

a) durch Kräftepläne. Man zeichnet z. B. für Fachwerk nach Abb. 20 je einen Kräfteplan für 1 t auf I, II und III, trägt die S als Ordinaten auf (+ nach oben, - nach unten) und verbindet je geradlinig. Bei Fachwerksymmetrie erübrigt sich der Kräfteplan für III, da er spiegelbildlich zu dem für I ist. Bei Symmetrie genügen die E. L. der Stäbe bis zur Mitte (hier also $abefhikl$).

b) durch Rechnung (zweckmäßig bei vielen Knotenpunkten oder bei E. L. für einzelne Stäbe).

Stab i , Abb. 21. Man trennt wie bei (261) das Fachwerk in zwei Scheiben L und R . 1 t auf R im Abstände y von B liefert $A = 1 \cdot y : l$. Gleichgewicht der Scheibe L liefert $Aa + S_i i = 0$, woraus $S_i = -A \frac{a}{i} = -1 \cdot \frac{y}{i} \frac{a}{i}$, also prop. y ; das gibt Gerade durch B , gültig zwischen den Punkten 3 und 7. $y = b$ liefert $e_3 = ba : il$.

In gleicher Weise folgt für 1 t auf L $B = 1 \cdot x : l$ und für R $-Bb - S_i i = 0$, woraus $S_i = -B \frac{b}{i} = -1 \cdot \frac{x}{i} \frac{b}{l}$, also prop. x ; die Gerade ist gültig zwischen 1 und 3. $x = a$ liefert $e_3 = a b : i l$, also dasselbe.

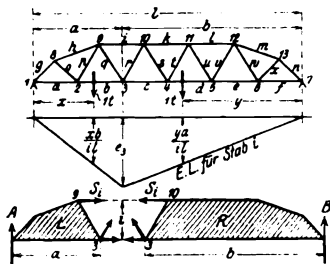


Abb. 21.

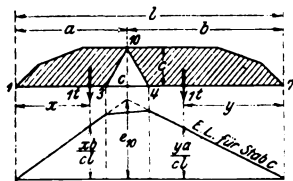


Abb. 22.

Stab c, Abb. 22. Eine gleiche Entwicklung liefert $S_c = A \frac{a}{c} = 1 \cdot \frac{y}{c} \frac{a}{l}$ bzw. $S_c = B \frac{b}{c} = 1 \cdot \frac{x}{c} \frac{b}{l}$. Die E. L. verlaufen zwischen 1 und 3 bzw. 4 und 7. $x = a$ bzw. $y = b$ liefert $e_{10} = \frac{ab}{cl}$, das gibt aber keinen Punkt der E. L., sondern dient nur zu ihrer Konstruktion. Die E. L. verläuft zwischen 3 und 4 geradlinig.

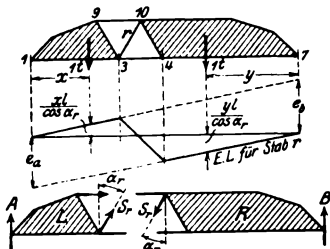


Abb. 23.

Stab r, Abb. 23. Für 1 t auf R ist $A = 1 \cdot y : l$ und $A - S_r \cos \alpha_r = 0$, woraus $S_r = \frac{A}{\cos \alpha_r} = \frac{y}{l \cos \alpha_r}$. $y = l$ liefert $e_a = 1 : \cos \alpha_r$. Für 1 t auf L ist $B = 1 \cdot x : l$ und $B - S_r \cos \alpha_r = 0$, woraus $S_r = \frac{B}{\cos \alpha_r} = \frac{x}{l \cos \alpha_r}$. $x = l$ liefert $e_b = 1 : \cos \alpha_r$, also dasselbe, d. h. beide Äste einander parallel. Die E. L.-Teile gelten für Strecken 1 bis 3 bzw. 4 bis 7, dazwischen je geradlinig.

Stab p, Abb. 24 zeigt Entwicklung und Verlauf der E. L. mit den Werten $e_a = a : p$ und $e_b = b : p$; die Äste sind demnach nicht parallel als Folge der hier nicht parallelen Gurtungen.

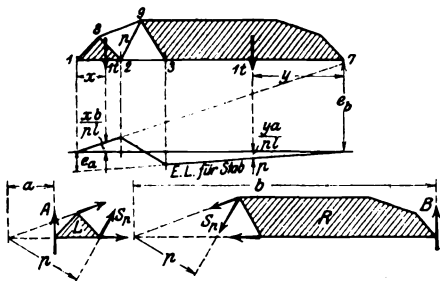


Abb. 24.

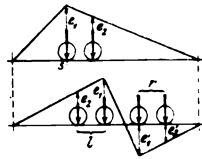


Abb. 25 a u. b.

(265) Auswertung der E. L., d. i. Bestimmung von S_{max} für gegebene Lastengruppe.

Allgemeines Verfahren s. (263).

Bei der E. L.-Form nach Abb. 25a und bei zwei Raddrücken $P_1 P_2$ einer Laufkatze tritt S_{\max} auf, wenn entweder das linke oder das rechte Rad auf s steht. Bei $P_1 = P_2 = P$ liefert linkes Rad auf s $S_{\max} = P(e_1 + e_2)$.

Bei mehreren Raddrücken (z. B. einer Lokomotive mit Tender und Güterwagen) tritt S_{\max} auf, wenn ein Rad auf s steht. Ungünstigste Lage durch Probieren (Verschieben eines Pauspapiers mit der Lastengruppe über der E. L.) zu finden.

Bei der E. L.-Form nach Abb. 25b für Diagonalen ist für gleiche P bei Lage l $+S_{\max} = P(e_1 + e_2)$ und bei Lage r $-S_{\max} = P(e_1' + e_2')$.

$+S_{\max}$ liefert den erforderlichen Zugquerschnitt. $-S_{\max}$ wegen des Knickens das erforderliche Trägheitsmoment; dieses meist maßgebend für Stabquerschnitt, wenn auch Druckkraft kleiner als Zugkraft.

Anwendung auf Laufkranfachwerksträger s. Abschn. Hebezeuge.

(266) Vollwandträger mit Endauflagern. Bestehen die Wanderlasten aus mehreren Raddrücken von unveränderlichen gegenseitigen Abständen (z. B. Raddrücke eines Eisenbahnzuges), dann ist das Seileckverfahren zweckmäßig.

Man zeichnet nach Abb. 26 den Träger in mehreren Lagen in die Seilecke der Raddrücke; für jede Trägerstelle liefert dann die jeweils größte Seileckhöhe, multipliziert mit H , das maßgebende Moment, das die M -Linie nach Abb. 27 ergibt. Diese ist stets angenähert eine Parabel.

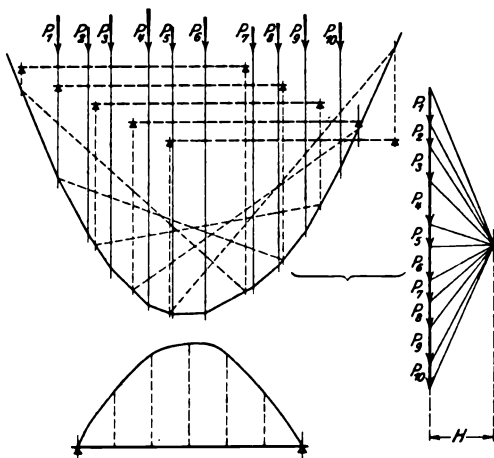


Abb. 26 u. 27.

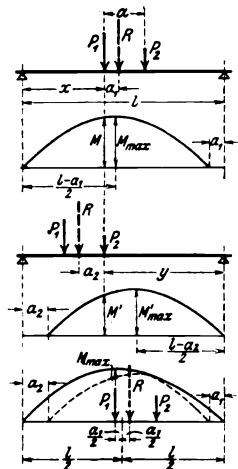


Abb. 28 a ÷ c.

(267) Laufkranträger, darauf rollende Katze mit den Raddrücken P_1 und P_2 und dem Radstande a .

Es sei $P_1 > P_2$. Die Resultierende aus P_1 und P_2 ist $R = P_1 + P_2$ und hat von P_1 bzw. P_2 die Abstände $a_1 = P_2 a : R$ bzw. $a_2 = P_1 a : R$.

Eine beliebige Trägerstelle erhält das größte M , wenn eines der beiden Räder darüber liegt.

Liegt Rad 1 darüber, dann ist nach Abb. 28a $A = R \frac{l - x - a_1}{l} = R \left(1 - \frac{x}{l} - \frac{a_1}{l}\right)$ und unter Rad 1 $M = Ax = R \left(x - \frac{x^2}{l} - \frac{a_1 x}{l}\right)$, das liefert Parabel. Für $x = \frac{l - a_1}{2}$ ist $M_{\max} = R \frac{(l - a_1)^2}{4l}$.

Liegt Rad 2 über der Trägerstelle, dann liefert eine gleiche Rechnung $M = R \left(y - \frac{y^2}{l} - \frac{a_2 y}{l} \right)$, d. i. Parabel, Abb. 28 b. Für $y = \frac{l - a_2}{2}$ ist $M'_{\max} = R \frac{(l - a_2)^2}{4l} < M_{\max}$.

Da für die einzelnen Trägerstellen das jeweils größere M aus beiden Katzenstellungen zu nehmen ist, folgt als maßgebende M -Linie die ausgezogene Linie nach Abb. 28 c, die auch die Katzenstellung für M_{\max} zeigt.

Sonderfall: $P_1 = P_2 = P$, $R = 2P$, $a_1 = a_2 = a:2$. Maßgebende M -Linie nach Abb. 29 mit $M_{\max} = \frac{P}{2l} \left(l - \frac{a}{2} \right)^2$ im Abstände $\frac{l}{2} - \frac{a}{4}$ von A ; das obere Stück der M -Linie wird der Einfachheit wegen wagrecht durchgezogen. Die Abb. zeigt auch die bekannte Parabelkonstruktion.

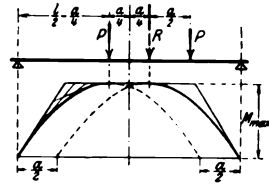


Abb. 29.

Anwendung auf Laufkrane s. Abschn. Hebezeuge.

Der ebene krumme Stab.

(268) **Kräfte und Momente.** Ein irgendwie gelagerter ebener krummer Stab, dessen Querschnitt klein sei gegen seine Länge, werde durch Kräfte in der Krümmungsebene belastet. In jedem Stabquerschnitt tritt ein Biegemoment M , eine Querkraft Q und eine Längskraft N (+ bei Zug) auf; das Vorzeichen von M ist jeweilig festzulegen.

Für den Stab nach Abb. 30 ist im Querschnitt s

$$M = P_1 p_1 + P_2 p_2 + \dots$$

und

$$N = T_1 + T_2 + \dots = P_1 \cos \alpha_1 + \dots$$

Für den Stab nach Abb. 31 ist bei s

$$M = A a - P_1 p_1 - P_2 p_2$$

und

$$N = -A \cos \alpha_a + P_1 \cos \alpha_1 + P_2 \cos \alpha_2.$$

Vorstehendes kann sofort auf ein aus geraden Stäben bestehendes Gebilde angewendet werden; Streckenlasten sind in Einzellasten aufzulösen.

Abb. 32a bis f zeigt eine Reihe solcher Fälle; die M sind hierbei als Strecken normal zur Stabschwerlinie aufgetragen.

(269) Elastische Formänderungen.

Fall a) Gesucht ist für Stab nach Abb. 33 die Verschiebung eines Punktes i .

Zunächst sei nur das Stück ds als elastisch, alles andere als starr angenommen. Bei ds trete Biegemoment M auf; der Querschnitt am rechten Ende von ds dreht sich dann gegen den am linken Ende nach (226) um $d\varphi = M ds : EJ$. Um diesen Betrag dreht sich der gesamte äußere Stabteil gegen den inneren um die Mitte von ds . Somit beschreibt Punkt i ein Kreisbogenelement $dv = \rho d\varphi$, das als Gerade angesehen werden kann. Deren Projektion auf eine durch i gehende Gerade R ist $df = dv \cos \psi = \rho d\varphi \cos \psi = \rho' d\varphi$.

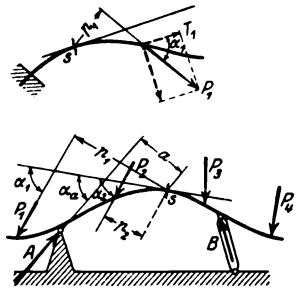


Abb. 30 u. 31.

Denkt man sich nun an i eine Kraft $= 1$ in Richtung R wirkend, so liefert diese bei Stelle ds ein Moment $\mathfrak{M} = 1 \cdot \rho'$; somit ist $df = \mathfrak{M} d\varphi = M \mathfrak{M} ds : EJ$.

Da alle Stabteile elastisch sind, ist die Projektion der Gesamtverschiebung von i auf R $f = \int \frac{M \mathfrak{M}}{EJ} ds$.

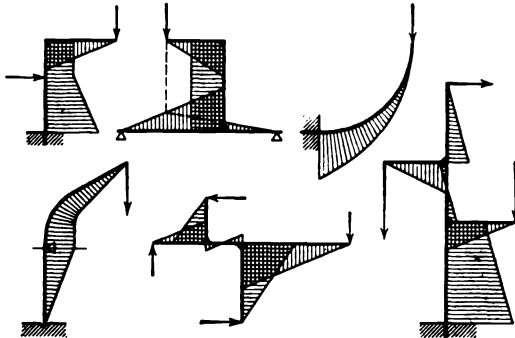


Abb. 32a ÷ f.

Fall b) Besteht die wirkliche Belastung aus Last 1 an Punkt i in Richtung R , dann ist für alle Stabstellen $M = \mathfrak{M}$ und $f = \int \frac{\mathfrak{M}^2}{EJ} ds$.

Fall c) Last P statt 1 liefert $f = P \int \frac{\mathfrak{M}^2}{EJ} ds$.

Fall d) Stab mit den Lasten $P_1 P_2 P_3 \dots$ außerdem P_i an i in Richtung R . Gesucht Verschiebungskomponente für Punkt i in Richtung R .

Gelten die M für alle Lasten einschließlich P_i und die \mathfrak{M} für Last 1 an i in Richtung R , dann ist wie bei Fall a) $f = \int \frac{M \mathfrak{M}}{EJ} ds$.

Liefere die $P_1 P_2 P_3 \dots$ (ohne P_i) die Momente M , dann ist $M = M +$ Anteil von $P_i = M + \mathfrak{M} P_i$. M partiell nach P_i differenziert gibt $\frac{\partial M}{\partial P_i} = \mathfrak{M}$,

somit $f = \int \frac{M}{EJ} \frac{\partial M}{\partial P_i} ds$.

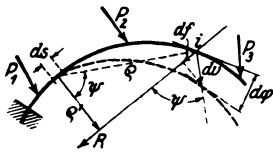


Abb. 33.

Fall e) Gesucht für Belastung nach Abb. 33 die Neigungsänderung φ der Tangente an Punkt i . Aus ähnlicher Ableitung wie für Fall a) folgt: $M =$ Biegemomente für die wirkliche Belastung, $\mathfrak{M} =$ Biegemomente für gedachtes Moment $= 1$ am Stabe in Punkt i angreifend. Sodann ist $\varphi = \int \frac{M \mathfrak{M}}{EJ} ds$.

Fall f) Wirkliche Belastung $=$ Moment 1 an i . Sodann ist überall $M = \mathfrak{M}$ und $\varphi = \int \frac{\mathfrak{M}^2}{EJ} ds$.

Fall g) Moment M_i statt 1. $\varphi = M_i \int \frac{\mathfrak{M}^2}{EJ} ds$.

Fall h) Stab mit Lasten P_1, P_2, \dots und Moment M_i an Punkt i . Ähnlich wie bei Fall d) ist $\varphi = \int \frac{M}{EJ} \frac{\partial M}{\partial M_i} ds$, worin die M für die Gesamtbelastung einschließlich M_i gelten.

Vorstehendes gilt nicht nur für den einseitig eingespannten Stab, sondern auch für andere Stabstützung, z. B. nach Abb. 31, außerdem auch für gerade und gebrochene Stäbe.

Wenn die Integration nicht möglich ist, schreibt man z. B. bei Fall a) $f = \sum \frac{M \mathfrak{M}}{EJ} \Delta s$ usw., d. h. man teilt den Stab in endliche Strecken und addiert deren Einzelanteile algebraisch, zweckmäßig in Tabellenform.

Alle vorstehenden Formeln gelten für veränderliches J . Für $J = \text{konst.}$ kann EJ aus dem \int oder \sum herausgesetzt werden.

Die Q und N bringen ebenfalls Formänderungen hervor, die aber gegen die durch die M gering sind und vernachlässigt werden dürfen.

Maxwellscher Satz von der Gegenseitigkeit der Verschiebungen. Last 1 an Punkt i in Richtung R_i liefert für Punkt k die Projektion der Verschiebung in Richtung R_k $f_k = \int \frac{M_i \mathfrak{M}_k}{EJ} ds$.

Last 1 an Punkt k in Richtung R_k liefert für Punkt i die Projektion der Verschiebung in Richtung R_i $f_i = \int \frac{M_k \mathfrak{M}_i}{EJ} ds$.

Da aber $M_i = \mathfrak{M}_k$ und $M_k = \mathfrak{M}_i$, ist $f_k = f_i$.

(270) Beispiele. Wo besondere Angaben fehlen, ist $J = \text{konst.}$

1. Gesucht f_i , Abb. 34. Nach Fall c) ist $\mathfrak{M} = 1 \cdot x$, $f_i = \frac{P}{EJ} \int_0^l x^2 dx = \frac{P}{EJ} \frac{l^3}{3}$.

2. Gesucht f_i , Abb. 35. Nach Fall a) ist $M = qx^2/2$ und $\mathfrak{M} = 1 \cdot x$;

$$f_i = \frac{1}{EJ} \int_0^l \frac{qx^2}{2} x dx = \frac{q}{2EJ} \frac{l^4}{4} = \frac{Ql^3}{8EJ} \text{ mit } Q = ql.$$

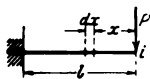


Abb. 34.

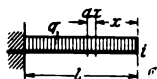


Abb. 35.

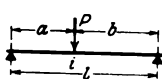


Abb. 36.

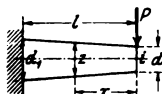


Abb. 37.

3. Gesucht f_i , Abb. 36. $A = Pb:l$, $B = Pa:l$. Nach Fall c) ist für Teil a $\mathfrak{M} = 1 \cdot \frac{b}{l} x$, für Teil b $\mathfrak{M} = 1 \cdot \frac{a}{l} x$, $f_i = \frac{P}{EJ} \left(\int_0^a \frac{b^2}{l^2} x^2 dx + \int_0^b \frac{a^2}{l^2} x^2 dx \right) = \frac{Pl^3}{3EJ} \left(\frac{a}{l} \frac{b}{l} \right)^2$.

4. Gesucht f_i für Kegelstumpfstab Abb. 37. $z = d + cx$, $J = \frac{\pi}{64} z^4 = \frac{\pi}{64} (d + cx)^4$, also veränderlich. Nach Fall c) ist $\mathfrak{M} = 1 \cdot x$,

$$f_i = \frac{P}{E} \int_0^l \frac{x^2}{\frac{\pi}{64} (d + cx)^4} dx = \frac{P}{64E} \left[- \left(\frac{x^3}{c} + \frac{dx}{c^2} + \frac{d^2}{3c^3} \right) \frac{1}{(d + cx)^3} \right]_0^l;$$

die Ausrechnung liefert $f_i = \frac{P}{64E} \frac{d_1^3 - d^3 - 3cld_1}{3c^3 d d_1^3}$.

Veränderliches J führt meist auf schwierige oder unlösbare Integrale; in solchen Fällen besser das Σ -Verfahren oder Zeichnung der elastischen Linie.

5. Gesucht für Abb. 38 f_i lotrecht. J_a für Teil a, J_c für Teil c. Nach Fall c) ist für Teil a $\mathfrak{R} = 1 \cdot b$ und für Teil b $\mathfrak{R} = 1 \cdot x$.

$$f_i = \frac{P}{E J_a} \int_0^a b^2 dx + \frac{P}{E J_b} \int_0^b x^2 dx = \frac{P}{E} \left(\frac{b^2 a}{J_a} + \frac{b^3}{3 J_b} \right).$$

6. Gesucht für Abb. 38 f_i wagrecht. Nach Fall a) ist für Teil a $M = P b$, $\mathfrak{R} = 1 \cdot x$, für Teil b $M = P x$, $\mathfrak{R} = 0$.

$$f_i = \frac{1}{E J_a} \int_0^a P b x dx = \frac{P b a^2}{2 E J_a}.$$

7. Gesucht für Abb. 39 f_i lotrecht. Nach Fall c) ist $\mathfrak{R} = 1 \cdot x$, $x = r(1 - \sin \varphi)$, $ds = r d\varphi$.

$$f_i = \frac{P}{E J} \int \mathfrak{R}^2 ds = \frac{P}{E J} \int_0^{\pi/2} r^2 (1 - \sin \varphi)^2 r d\varphi = \frac{P r^3}{E J} \left(\frac{3\pi}{4} - 2 \right) = \frac{P r^3}{E J} \cdot 0,3562.$$

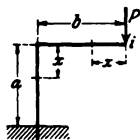


Abb. 38.

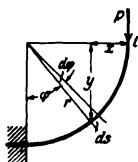


Abb. 39

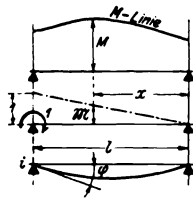


Abb. 40.

8. Gesucht für Abb. 39 f_i wagrecht. Nach Fall a) ist $M = P x = P r(1 - \sin \varphi)$, $\mathfrak{R} = 1 \cdot y = r \cos \varphi$.

$$f_i = \frac{1}{E J} \int M \mathfrak{R} ds = \frac{P r^3}{E J} \int_0^{\pi/2} (1 - \sin \varphi) \cos \varphi d\varphi = \frac{P r^3}{2 E J}.$$

9. Der Träger erhalte durch irgendwelche Belastung die in Abb. 40 gezeichnete M -Linie. Gesucht die Neigung φ der elastischen Linie am linken Auflager (d. i. Punkt i).

Bei i Moment = 1 gedacht liefert an der Stelle x $\mathfrak{R} = 1 \cdot x : l$, somit ist nach Fall e)

$$\varphi = \frac{1}{E J} \int_0^l M \mathfrak{R} dx = \frac{1}{E J l} \int_0^l M x dx = \frac{S^r}{E J l},$$

worin S^r = statisches Moment der M -Fläche bezogen auf den rechten Auflagerpunkt.

Formänderung des ebenen Fachwerkes.

(271) Fall a) Das Fachwerk nach Abb. 41 erhalte eine (hier nicht gezeichnete) Belastung, dadurch die einzelnen Stäbe Stabkräfte und Längenänderungen und somit die Knotenpunkte Längenänderungen (Verschiebungen), z. B. Punkt i eine Verschiebung v_i .

Gesucht ist f_i , d. i. die Projektion von v_i auf die gegebene Richtung R .

Zunächst sei nur ein Stab, z. B. Stab 4, als elastisch, alle übrigen als starr angenommen. Stab 4 erhalte durch die gegebene Belastung die Stabkraft S_4 und die Längenänderung $\lambda_4 = S_4 l_4 : E F_4$, worin l_4 die Stablänge und F_4 der Stabquerschnitt ($\lambda = +$ bzw. $-$ ist Verlängerung bzw. Verkürzung).

Das Fachwerk nimmt die in Abb. 41 strichierte Form an, die Punkte c und d bleiben in ihrer Lage und der in sich starr bleibende Außenteil $d c g h i f$ dreht sich um Punkt d um Winkel $\gamma = v_i : l_0$.

Mit $v_c = \lambda_4 : \cos \alpha$ und $l_3 = \varrho_4 : \cos \alpha$ ist $\gamma = \lambda_4 : \varrho_4$. Somit ist $v_{i4} = p\gamma = p\lambda_4 : \varrho_4$ und $f_{i4} = v_{i4} \cos \beta = p\lambda_4 \cos \beta : \varrho_4$ oder wegen $p \cos \beta = s$ $f_{i4} = s\lambda_4 : \varrho_4$.

Denkt man sich nun an Punkt i eine Kraft $= 1$ in Richtung R wirkend, so liefert diese in Stab 4 die Stabkraft $\mathfrak{S}_4 = 1 \cdot s : \varrho_4$. Somit ist

$$f_{i4} = \lambda_4 \mathfrak{S}_4 = \frac{S_4 \mathfrak{S}_4 l_4}{E F_4}$$

Ein anderer Stab, z. B. 3, als elastisch angenommen, liefert (ebenfalls in Richtung R)

$$f_{i3} = \frac{S_3 \mathfrak{S}_3 l_3}{E F_3} \text{ usw.}$$

Da alle Stäbe elastisch sind, ist die Projektion der Gesamtverschiebung des Punktes i

$$f_i = \sum \frac{S \mathfrak{S} l}{E F}$$

Hierin sind die S die durch die wirkliche Belastung und die \mathfrak{S} die durch die gedachte Last 1 an i in Richtung R hervorgebrachten Stabkräfte.

Vorstehendes gilt für jedes beliebige, auch zusammengesetzte, statisch bestimmte Fachwerk.

Werden alle Lasten (auch die gedachte Last 1) und alle S und \mathfrak{S} in kg bzw. t, alle Längen in cm und die F in cm² ausgedrückt, dann ist E in kg/cm² bzw. t cm² einzusetzen (z. B. für Flußeisen $E = 2150000$ kg/cm² bzw. 2150 t/cm²); f ist dann ebenfalls in cm ausgedrückt.

Fall b) Besteht die wirkliche Belastung aus Last 1 an Punkt i in Richtung R , dann ist für alle Stäbe $S = \mathfrak{S}$ und $f = \sum \frac{\mathfrak{S}^2 l}{E F}$.

Fall c) Last P statt 1 liefert $f = P \sum \frac{\mathfrak{S}^2 l}{E F}$.

Im Falle b) und c) sind alle Summenglieder positiv.

Fall d) Wirken am Fachwerk außer den Lasten P_1, P_2, P_3, \dots noch Last P_i an Punkt i in Richtung R , dann ist entsprechend (269) Fall d)

$$f_i = \sum \frac{S l}{E F} \frac{\partial S}{\partial P_i}$$

Hierin gelten die S für alle Lasten einschl. P_i ; es ist $S = S + \mathfrak{S} P_i$, worin die S für P_1, P_2, P_3, \dots und die \mathfrak{S} für Last 1 an i in Richtung R gelten.

Fall e) Nach Abb. 42a oder b ist die Verkürzung der Strecke i

$$f_i = \sum \frac{S l}{E F} \frac{\partial S}{\partial P_i}$$

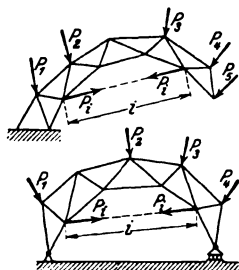


Abb. 42 a u. b.

Fall f) Wird die Strecke i nach Abb. 43 durch einen durchgeschnittenen Stab von der Gesamtlänge l_i und dem Querschnitt F_i gebildet und greifen die P_i an den Stabstumpfen an, dann gehen

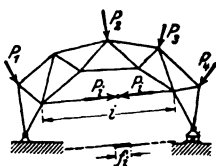


Abb. 43.

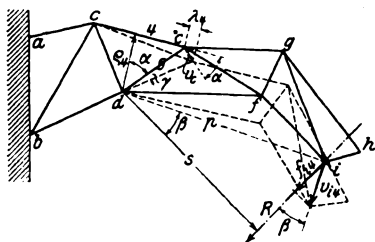


Abb. 41.

die Stabenden aneinander vorbei um die Strecke

$$f_i = \sum \frac{Sl}{EF} \frac{\partial S}{\partial P_i} + \frac{P_i l_i}{EF_i}$$

Der Maxwellsche Satz von der Gegenseitigkeit der Verschiebungen gilt für das Fachwerk in gleicher Weise wie für den Stab, s. (269).

In sämtlichen vorstehenden Formeln ist F der Bruttoquerschnitt der Stäbe, d. h. der Querschnitt ohne Nietlochabzug.

(272) Beispiel. Für das in Abb. 7 im Maßstabe 1 : 300 dargestellte und durch $P_1 = 1,1$ t, $P_4 = 1,2$ t und $P_5 = 2,2$ t belastete Fachwerk ist die lotrechte Projektion der Verschiebung des Punktes 5 nach Fall a) zu berechnen.

Die Stabkräfte S sind durch Kräfteplan Abb. 7 ermittelt und mit ihren Vorzeichen in nachstehender Tafel eingetragen; diese enthält weiter die Stabkräfte \mathcal{S} durch die (gedachte) lotrechte Last 1 t an Punkt 5, ermittelt aus einem (hier nicht dargestellten) Kräfteplan, ferner die Stablängen l in cm und die Stabquerschnitte F in cm². Die Werte $S \mathcal{S} l : EF$ sind für Flußeisen mit $E = 2150$ t/cm² berechnet.

Stab	S t	\mathcal{S} t	l cm	F cm ²	$S \mathcal{S} l : EF$ cm
a	+ 7,3	+ 1,6	440	12	+ 0,200
b	- 2,6	+ 0,4	430	15	- 0,014
c	- 3,2	- 1,1	210	9	+ 0,038
d	- 8,4	- 2,9	310	28	+ 0,125
e	- 17,8	- 2,7	240	28	+ 0,084
f	+ 3,8	+ 0,5	330	10	+ 0,029
g	+ 3,8	+ 1,5	300	10	+ 0,080
h	- 3,8	- 1,0	170	8	+ 0,037
i	+ 4,8	+ 1,7	380	10	+ 0,145
k	- 4,1	- 2,2	340	28	+ 0,052

$$f_5 = \sum \frac{S \mathcal{S} l}{EF} \quad \pm 0,776,$$

d. h. Punkt 5 senkt sich um 0,776 cm.

In gleicher Weise kann die wagrechte Verschiebungsprojektion bestimmt werden, woraus dann die wirkliche Verschiebung des Punktes 5 nach Größe und Richtung folgt.

Statisch unbestimmte Gebilde.

(273) **Allgemeines.** Das Kennzeichen der statisch bestimmten Gebilde besteht darin, daß zur Bestimmung der Kräfte und Momente (Auflagerkräfte, Biegemomente, Querkräfte) die Gleichgewichtsbedingungen der Statik ausreichen.

Bei statisch unbestimmten Gebilden reichen diese nicht aus, sondern es ist das elastische Verhalten des Gebildes mit in Rechnung zu ziehen.

(274) **Einfach statisch unbestimmte Stabgebilde.** Unter der meist zutreffenden Voraussetzung, daß die statische Unbestimmtheit von der Auflagerung des Gebildes herrührt, setzt man die überzählige Auflagerkraft = X (d. i. die statisch Unbestimmte), die aus der Bedingung zu berechnen ist, daß (bei starren Stützen) die Verschiebung ihres Angriffspunktes = 0 ist.

Somit lautet nach (269) Fall d), wenn X statt P_i gesetzt wird, die Bedingungsgleichung für X

$$\int \frac{M}{EJ} \frac{\partial M}{\partial X} ds = 0.$$

Hierin enthalten die M außer der gegebenen Belastung auch die Größe X .

Für $J = \text{konst.}$ ist $\int M \frac{\partial M}{\partial X} ds = 0.$

Beispiele.

1. Träger links frei gelagert, rechts eingespannt, durch q gleichmäßig belastet, Abb. 44.

Für die statisch unbestimmte Auflagerkraft X ist an Stelle x $M = Xx - \frac{qx^2}{2}$, hieraus

$$\frac{\partial M}{\partial X} = x, \quad 0 = \int_0^l \frac{\partial M}{\partial X} x = \int_0^l \left(Xx - \frac{qx^2}{2} \right) x dx$$

$$X \int_0^l x^2 dx - \frac{q}{2} \int_0^l x^3 dx = X \frac{l^3}{3} - \frac{ql^4}{8};$$

$$X = \frac{3}{8} ql = \frac{3}{8} Q, \text{ worin } Q = ql \text{ Gesamtlast.}$$

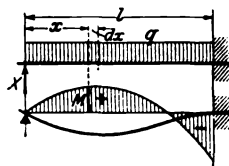


Abb. 44.

$$M = \frac{3}{8} qlx - \frac{qx^2}{2} = \frac{ql^2}{2} \left[\frac{3}{4} \frac{x}{l} - \left(\frac{x}{l} \right)^2 \right], \text{ s. (230), Nr. 16.}$$

Abb. 44 zeigt die M -Linie und die elastische Linie.

2. Träger auf drei Stützen, durch Q gleichmäßig belastet, Abb. 45.

$$A = \frac{ql}{2} - X \frac{b}{l}, \quad B = \frac{ql}{2} - X \frac{a}{l},$$

$$\text{Teil a) } M = Ax - \frac{qx^2}{2} = \frac{ql}{2} x - X \frac{b}{l} x - \frac{qx^2}{2},$$

$$\frac{\partial M}{\partial X} = -\frac{b}{l} x,$$

$$\text{Teil b) } M = Bx - \frac{qx^2}{2} = \frac{ql}{2} x - X \frac{a}{l} x - \frac{qx^2}{2},$$

$$\frac{\partial M}{\partial X} = -\frac{a}{l} x,$$

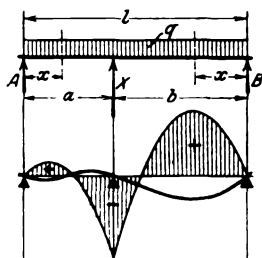


Abb. 45.

$$0 = \int_0^a \left(\frac{ql}{2} x - X \frac{b}{l} x - \frac{qx^2}{2} \right) \left(-\frac{b}{l} x \right) dx + \int_0^b \left(\frac{ql}{2} x - X \frac{a}{l} x - \frac{qx^2}{2} \right) \left(-\frac{a}{l} x \right) dx,$$

$$X = q \frac{a^3 + 4a^2b + 4ab^2 + b^3}{8ab}.$$

Für zwei gleiche Stützweiten a ist $X = \frac{5}{4} qa$.

3. Träger nach Abb. 46.

$$\text{Teil a) } M = -Px, \quad \frac{\partial M}{\partial X} = 0.$$

$$\text{Teil b) } M = -P(a+x) + Xx, \quad \frac{\partial M}{\partial X} = x.$$

$$0 = \int_0^l (-P(a+x) + Xx) x dx; \quad X = P \left(\frac{3}{2} \frac{a}{l} + 1 \right).$$

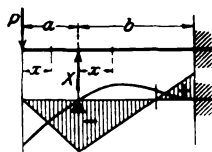


Abb. 46.

(275) Der Zweigelenkbogen. Den mit dem starren Boden durch zwei Gelenke verbundenen Stab denkt man sich dadurch statisch bestimmt gemacht, daß man eines der beiden Gelenke, z. B. nach Abb. 47 das rechte durch ein Rollenkipplager ersetzt. Die statisch Unbestimmte ist hier der sog. Horizontalschub X , der aus der Bedingung: Änderung des Gelenkabstandes = null folgt.

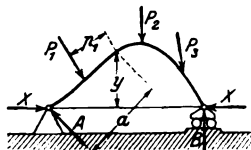


Abb. 47.

Bezeichnet für beliebige Stelle s $M = Aa - P_1 p_1 - \dots$ das Biegemoment in diesem statisch bestimmt gelagerten Stab, dann ist $M = M - Xy$; hieraus $\frac{\partial M}{\partial X} = -y$ und

$$0 = \int \frac{M}{EJ} \frac{\partial M}{\partial X} ds = \int \frac{M - Xy}{EJ} (-y) ds = - \int \frac{M}{EJ} y ds + X \int \frac{y^2}{EJ} ds,$$

hieraus
$$X = \frac{\int \frac{M}{EJ} y ds}{\int \frac{y^2}{EJ} ds}.$$

$EJ = \text{konst.}$ liefert $X = \frac{\int M y ds}{\int y^2 ds}.$

Zu integrieren ist über den ganzen Stab, bei Symmetrie in Stabform und Belastung bis Stabmitte.

Beispiele.

1. Halbkreisbogen mit Mittenlast, Abb. 48.

$$M = \frac{P x}{2} = \frac{P r}{2} (1 - \cos \varphi), \quad y = r \sin \varphi, \quad ds = r d\varphi,$$

$$X = \frac{\int_0^{\pi/2} \frac{P r}{2} (1 - \cos \varphi) r \sin \varphi r d\varphi}{\int_0^{\pi/2} r^2 \sin^2 \varphi r d\varphi} = \frac{P}{2} \frac{\int_0^{\pi/2} (1 - \cos \varphi) \sin \varphi d\varphi}{\int_0^{\pi/2} \sin^2 \varphi d\varphi} = \frac{P}{\pi} = 0,3183 P.$$

$$M = \frac{P}{2} x - X y = P r \left(\frac{1 - \cos \varphi}{2} - \frac{\sin \varphi}{\pi} \right).$$

$\varphi = \pi/2$ liefert $M_{\max} = 0,1817 P r$ (maßgebend).

Abb. 48 zeigt die M -Linie und die Formänderung.

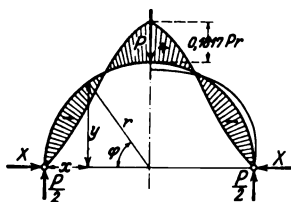


Abb. 48.

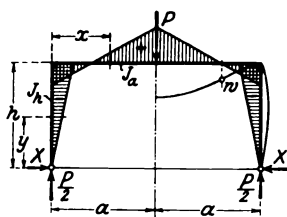


Abb. 49.

2. Rechteckportal mit Mittenlast, Abb. 49. Für Strecke h bzw. a gilt J_h bzw. J_a .

$$X = \frac{\int_0^a \frac{P}{2} \frac{x}{E J_a} h dx + 0}{\int_0^a \frac{h^2}{E J_a} dx + \int_0^h \frac{y^2}{E J_h} dx} = \frac{\frac{P h}{2 E J_a} \frac{a^2}{2}}{\frac{h^2}{E J_a} a + \frac{1}{E J_h} \frac{h^3}{3}} = \frac{P}{4} \frac{1}{\frac{h}{a} + \frac{1}{3} \frac{J_a}{J_h} \left(\frac{h}{a} \right)^2}.$$

$a = h$ und $J_a = J_h$ liefert $X = 3/16 P$ und die in Abb. 49 gezeichnete M -Linie und Formänderung.

(276) Mehrfach statisch unbestimmte Stabgebilde. Hierbei treten zwei oder mehr statisch Unbestimmte auf, z. B. beim Träger auf 4, 5, 6... Stützen 2, 3, 4... unbestimmte Auflagerkräfte. Hiernach sind dementsprechend 2, 3... Bedingungsgleichungen für diese Unbestimmten anzusetzen.

Der Träger auf 4 Stützen. Man setzt zwei der Auflagerkräfte = X bzw. Y und drückt die beiden andern Auflagerkräfte und alle Biegemomente in diesen Größen aus. Die Bedingungsgleichungen lauten dann bei $J = \text{konst.}$

$$\int M \frac{\partial M}{\partial X} dx = 0 \quad \text{und} \quad \int M \frac{\partial M}{\partial Y} dx = 0.$$

Durchlaufende Träger werden besser nach den Clapeyronschen Gleichungen, s. (278), behandelt.

Der beiderseitig eingespannte Stab. Bei beliebiger Stabform und Belastung nach Abb. 50a denkt man sich den Stab durch Trennung bei i in zwei einseitig eingespannte, also statisch bestimmte Stäbe, Abb. 50b und c, zerlegt. Die an i wirkenden unbekanntenen Größen u. zw. Normalkraft X , Querkraft Y und Biegemoment Z sind so zu bestimmen, daß die elastische Linie des Stabes bei i stetig durchläuft. Diesen drei Unbekannten entsprechend heißt der Fall dreifach statisch unbestimmt.

Meist liegt Symmetrie in Stabform und J -Verteilung, aber unsymmetrische Belastung nach Abb. 51a vor. Man trennt in Stabmitte und betrachtet beide Stabteile Abb. 51b und c für sich. An den Stab-

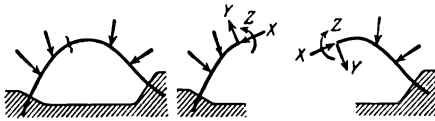


Abb. 50 a ÷ c.

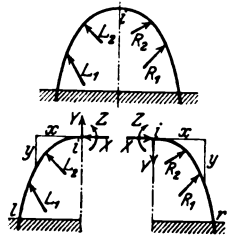


Abb. 51 a ÷ c.

enden i greifen an: Normalkraft X (als Druck angenommen), Querkraft Y (links nach oben, rechts nach unten) und Biegemoment Z (links- bzw. rechtsdrehend).

Bei beliebigen X , Y und Z würden nach (269) Fall d) bzw. h) folgende Formänderungen des linken bzw. rechten Stabteils auftreten:

Horizontalverschiebung des Punktes i nach links bzw. rechts

$$x_l = \int_0^l \frac{M_l}{EJ} \frac{\partial M_l}{\partial X} ds \quad \text{bzw.} \quad x_r = \int_0^r \frac{M_r}{EJ} \frac{\partial M_r}{\partial X} ds,$$

Vertikalverschiebung des Punktes i nach oben bzw. unten

$$y_l = \int_0^l \frac{M_l}{EJ} \frac{\partial M_l}{\partial Y} ds \quad \text{bzw.} \quad y_r = \int_0^r \frac{M_r}{EJ} \frac{\partial M_r}{\partial Y} ds,$$

Links- bzw. Rechtsdrehung der Endtangente bei i

$$\varphi_l = \int_0^l \frac{M_l}{EJ} \frac{\partial M_l}{\partial Z} ds \quad \text{bzw.} \quad \varphi_r = \int_0^r \frac{M_r}{EJ} \frac{\partial M_r}{\partial Z} ds.$$

In diesen Ausdrücken ist

$$M_l = \mathbf{M}_l + Xy + Yx + Z \quad \text{und} \quad M_r = \mathbf{M}_r + Xy - Yx + Z, \quad . \quad 2$$

worin \mathbf{M}_l bzw. \mathbf{M}_r die Biegemomente durch die Lasten $L_1, L_2 \dots$ bzw. $R_1, R_2 \dots$ bezeichnen (+, wenn sie die Stäbe nach außen biegen).

Die Bedingung für das Durchlaufen der elastischen Linie, d. h. für die Stetigkeit des Stabes bei i drückt sich aus durch

$$x_l + x_r = 0, \quad y_l + y_r = 0 \quad \text{und} \quad \varphi_l + \varphi_r = 0 \quad \dots \quad 3$$

Nun folgt aus (2)

$$\frac{\partial M_l}{\partial X} = y, \quad \frac{\partial M_l}{\partial Y} = x, \quad \frac{\partial M_l}{\partial Z} = 1, \quad \frac{\partial M_r}{\partial X} = y, \quad \frac{\partial M_r}{\partial Y} = -x, \quad \frac{\partial M_r}{\partial Z} = 1 \quad . \quad 4$$

Dieses in (1) eingesetzt, liefert mit (2) und (3) und wegen

$$\int_0^l \frac{y^2}{EJ} ds = \int_0^r \frac{y^2}{EJ} ds \text{ usw. als Folge der Stabsymmetrie}$$

$$\left. \begin{aligned} \int_0^l \frac{M_t}{EJ} y ds + \int_0^r \frac{M_r}{EJ} y ds + 2X \int_0^l \frac{y^2}{EJ} ds + 2Z \int_0^l \frac{y}{EJ} ds &= 0 \\ \int_0^l \frac{M_t}{EJ} x ds - \int_0^r \frac{M_r}{EJ} x ds + 2Y \int_0^l \frac{x^2}{EJ} ds &= 0 \\ \int_0^l \frac{M_t}{EJ} ds + \int_0^r \frac{M_r}{EJ} ds + 2X \int_0^l \frac{y}{EJ} ds + 2Z \int_0^l \frac{1}{EJ} ds &= 0 \end{aligned} \right\} 5$$

Aus diesen drei Gleichungen folgt X, Y und Z , womit dann die endgültigen M für jede Stabstelle berechnet werden können.

Für symmetrische Belastung ist $M_t = M_r = M$ und es folgt nach Streichung des Faktors 2

$$\left. \begin{aligned} \int_0^l \frac{M}{EJ} y ds + X \int_0^l \frac{y^2}{EJ} ds + Z \int_0^l \frac{y}{EJ} ds &= 0 \\ \int_0^l \frac{M}{EJ} ds + X \int_0^l \frac{y}{EJ} ds + Z \int_0^l \frac{1}{EJ} ds &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 6$$

woraus X und Z folgt, während $Y = 0$ ist, was schon aus der Stab- und Lastensymmetrie hervorgeht. Die Integrationsgrenzen sind hier 0 und l oder 0 und r .

Für $J = \text{konst.}$ können in Gl. (5) und (6) alle EJ gestrichen werden.

Beispiel. Portal mit Mittenlast P nach Abb. 52 a. $J_a = J_b = \text{konst.}$ P wird durch je $P : 2$ dicht links und rechts von Stabmitte ersetzt gedacht. Für den vorliegenden Symmetriefall ist nach Gl. (6)

$$0 + \int_0^h -\frac{P}{2} a y dy + X \left(0 + \int_0^h y^2 dy \right) + Z \left(0 + \int_0^h y dy \right) = 0,$$

$$\int_0^a -\frac{P}{2} x dx + \int_0^h -\frac{P}{2} a dy + X \left(0 + \int_0^h y dy \right) + Z \left(\int_0^a dx + \int_0^h dy \right) = 0.$$

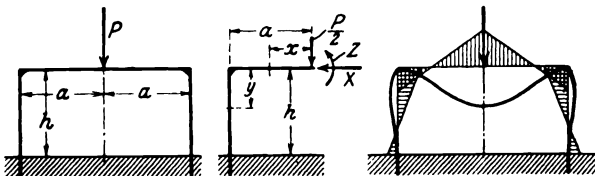


Abb. 52 a ÷ c.

Diese Gleichungen liefern

$$-\frac{P a}{2 h} + \frac{2}{3} X + \frac{Z}{h} = 0 \text{ und } -\frac{P}{4} \left(\frac{a}{h} \right)^2 - \frac{P a}{2 h} + \frac{X}{2} + \frac{Z}{h} \left(\frac{a}{h} + 1 \right) = 0,$$

woraus X und Z folgt.

$a = h$ liefert $X = 0,3 P$ und $Z = 0,3 P h$; hierfür die in Abb. 52 c gezeichnete M -Linie und elastische Linie. (Vgl. hierzu die Lösung für das Zweigelenportal nach (275). Beisp. 2.)

(277) Der ebene Steifrahmen wird nach Abb. 53 a durch einen in sich geschlossenen Stab gebildet; die an ihm in der Rahmenebene wirkenden Kräfte (einschließlich etwaiger Auflagerkräfte) stehen im Gleichgewicht. Man denkt sich den Rahmen an einer beliebigen Stelle i geschnitten und am einen Ende festgehalten. Am freien Ende wirken nach Abb. 53 b die Kräfte und Momente X , Y und Z , die aus der Bedingung $x_i = 0$, $y_i = 0$ und $\varphi_i = 0$ zu ermitteln sind. Somit lauten die Bedingungsgleichungen nach (269), Fall d) und h)

$$\int \frac{M}{EJ} \frac{\partial M}{\partial X} ds = 0, \quad \int \frac{M}{EJ} \frac{\partial M}{\partial Y} ds = 0,$$

$$\int \frac{M}{EJ} \frac{\partial M}{\partial Z} ds = 0.$$

Hierin ist $M = \mathbf{M} + Xy + Yx + Z$, worin \mathbf{M} das Biegemoment der gegebenen Kräfte $P_1, P_2 \dots$ an beliebiger Stelle bezeichnet.

Mit $\frac{\partial M}{\partial X} = y$, $\frac{\partial M}{\partial Y} = x$ und $\frac{\partial M}{\partial Z} = 1$ lauten die Bedingungsgleichungen

$$\int \frac{\mathbf{M}}{EJ} y ds + X \int \frac{y^2}{EJ} ds + Y \int \frac{xy}{EJ} ds + Z \int \frac{y}{EJ} ds = 0,$$

$$\int \frac{\mathbf{M}}{EJ} x ds + X \int \frac{xy}{EJ} ds + Y \int \frac{x^2}{EJ} ds + Z \int \frac{x}{EJ} ds = 0,$$

$$\int \frac{\mathbf{M}}{EJ} ds + X \int \frac{y}{EJ} ds + Y \int \frac{x}{EJ} ds + Z \int \frac{1}{EJ} ds = 0.$$

Nach Berechnung der X, Y, Z aus diesen drei linearen Gleichungen bestimmen sich die endgültigen M an beliebiger Stelle nach obiger Gleichung.

Zu integrieren ist über den ganzen Stab. Bei $J = \text{konst.}$ sind alle EJ zu streichen.

Während beim Träger auf mehreren Stützen, beim Zweigelenkbogen und dem beiderseits eingespannten Bogen die statische Unbestimmtheit durch die Auflagerung hervorgebracht wird und diese Gebilde daher äußerlich statisch unbestimmt heißen, ist der geschlossene Rahmen in bezug auf die Lasten und Auflagerkräfte statisch bestimmt; man nennt ihn deshalb äußerlich statisch bestimmt und innerlich statisch unbestimmt.

Vgl. auch das innerlich statisch unbestimmte Fachwerk nach (279).

Der Kreisring als Sonderfall liefert bei Belastung nach Abb. 54 a durch Radial- und Tangentialkräfte an Stelle i folgende Werte

$$X = \frac{1}{2\pi} \{ \sum R \alpha \sin \alpha + \sum T (\alpha \cos \alpha - \sin \alpha) \},$$

$$Y = \frac{1}{2\pi} \{ \sum R (\alpha \cos \alpha + \sin \alpha) - \sum T \alpha \sin \alpha \},$$

$$Z = \frac{r}{2\pi} \{ - \sum R (\alpha \sin \alpha + 1) + \sum T (\alpha + \sin \alpha - \alpha \cos \alpha) \}.$$

Bei Belastungssymmetrie nach Abb. 54 b ist bei i

$$X = - \frac{1}{\pi} \{ \sum R \beta \sin \alpha + \sum T (\sin \alpha + \beta \cos \alpha) \},$$

$$Y = 0,$$

$$Z = \frac{r}{\pi} \{ \sum R (\beta \sin \alpha - 1) + \sum T (\sin \alpha + \beta \cos \alpha - \beta) \}.$$

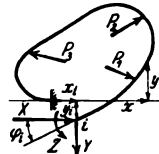
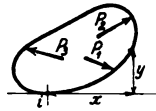


Abb. 53 a u. b.

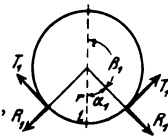
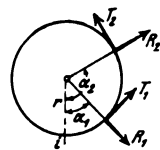


Abb. 54 a u. b.

Beispiele.

1. Ring nach Abb. 55. Hier ist $R = P$, $T = 0$, $\alpha = \beta = \frac{\pi}{2}$, $X = -\frac{1}{\pi} P \frac{\pi}{2} = -\frac{P}{2}$; also Zug, und $Z = P r \frac{\pi/2 - 1}{\pi} = 0,182 P r$. Die Abb. zeigt die M -Verteilung über den Ring.

2. Gleichmäßig über den Ring verteilte Radialkräfte P nach Abb. 56 liefern bei 1 und 2 Zug $X_1 = \frac{P}{2} \frac{1}{\text{tg } \alpha}$, $X_2 = \frac{P}{2} \frac{1}{\sin \alpha}$, und Moment $Z_1 = \frac{P r}{2} \left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\text{tg } \alpha} \right)$, $Z_2 = \frac{P r}{2} \left(\frac{1}{\sin \alpha} - \frac{1}{\alpha} \right)$. (Obiges Beispiel kann auch hiernach behandelt werden.)

Über die Berechnung eines Ringes für senkrecht zur Kreisebene wirkenden Kräfte s. Unold, F. A. Heft 255.

Der symmetrische, aber unsymmetrisch belastete Rahmen wird nach Abb. 57 unten festgehalten und oben geschnitten gedacht, so daß er als eingespannter Rahmen mit zusammenliegenden Einspannstellen

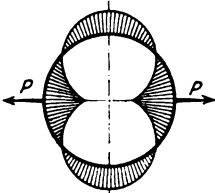


Abb. 55.

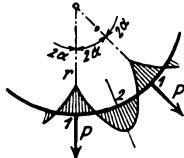


Abb. 56.

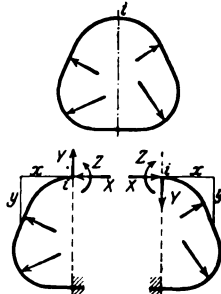


Abb. 57 a ÷ c.

nach den Formeln von (277) berechnet werden kann, wobei stets über den halben Rahmen zu integrieren ist.

Bei symmetrischer Belastung ist wieder $Y = 0$.

Bei Doppelsymmetrie in Stabform und Belastung nach Abb. 58 folgt außerdem aus dem horizontalen Gleichgewicht der Zug $X = P \cos \alpha_1 + P \cos \alpha_2 + \dots$. Z folgt dann nur aus einer der Gleichungen (6) nach (276), wobei nur über das Stabviertel zu integrieren ist.

Beispiel. Quadratrahmen nach Abb. 59a. Wegen der Doppelsymmetrie ist $X = 0$ und $Y = 0$ und aus der zweiten der Gl. (6) folgt

$$\int_0^a \frac{P}{2} x dx + \int_0^a \frac{P}{2} a dy + Z \left(\int_0^a dx + \int_0^a dy \right) = 0,$$

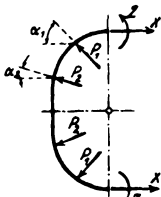


Abb. 58.

woraus $Z = \frac{3}{8} P a$. Abb. 59b zeigt die M -Linie und die Formänderung.

(278) Der durchlaufende Träger.

Voraussetzungen: Alle Stützen gleich hoch und starr, $J = \text{konst.}$, Belastung besteht aus Einzel- und Streckenlasten.

Vom gesamten Träger werden zunächst nach Abb. 60 zwei aufeinander folgende Felder mit den Stützweiten l_i und l_k und den Stützen h_i , h_k und kl betrachtet.

Die endgültigen M setzen sich zusammen aus den M_l durch die Lasten für gedachte einfache Träger von den Stützweiten l_h , l_i , l_k usw. und den M_s durch die Stützmomente M_{h_i} , M_{i_k} , M_{k_l} usw., die als positiv angenommen sind. Somit ist überall $M = M_l + M_s$.

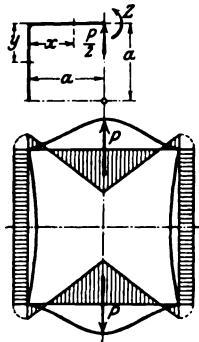


Abb. 59 a u. b.

Für einen einfachen Träger l_k ist nach (270), Beisp. 9 die Neigung der elastischen Linie am linken Ende

$\alpha_{ik}^k = \frac{1}{EJ l_k} S_k^r$, worin S_k^r das statische Moment der gesamten M -Fläche, bezogen auf das rechte Trägerende bezeichnet. Es ist $S_k^r = S_k^r + \mathcal{S}_k^r$, worin $S_k^r =$ statisches Moment der M_s -Fläche und $\mathcal{S}_k^r =$ statisches Moment der M_l -Fläche.

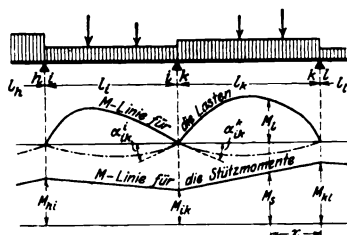


Abb. 60.

Aus Abb. 60 folgt

$$S_k^r = \int_0^{l_k} M_s x ds, \quad M_s = M_{kl} - \frac{M_{kl} - M_{ik}}{l} x,$$

$$\begin{aligned} S_k^r &= \int_0^{l_k} \left(M_{kl} - \frac{M_{kl} - M_{ik}}{l} x \right) x dx = \\ &= M_{kl} \frac{l_k^2}{2} - \frac{M_{kl} - M_{ik}}{l} \frac{l_k^3}{3} = \frac{l_k^2}{6} (2 M_{ik} + M_{kl}), \text{ somit} \end{aligned}$$

$$\alpha_{ik}^k = \frac{1}{EJ l_k} \left[\frac{l_k^2}{6} (2 M_{ik} + M_{kl}) + \mathcal{S}_k^r \right].$$

Desgleichen ist

$$\alpha_{ik}^i = \frac{1}{EJ l_i} \left[\frac{l_i^2}{6} (2 M_{ik} + M_{hl}) + \mathcal{S}_i^l \right],$$

worin $\mathcal{S}_i^l =$ statisches Moment der M_l -Fläche bezogen auf das linke Ende von l_i .

Infolge der Stetigkeit der elastischen Linie über der Stütze ik ist $\alpha_{ik}^i + \alpha_{ik}^k = 0$, woraus

$$M_{hl} l_i + 2 M_{ik} (l_i + l_k) + M_{kl} l_k + \frac{6}{l_i} \mathcal{S}_i^l + \frac{6}{l_k} \mathcal{S}_k^r = 0.$$

Diese Gleichung heißt die Dreimomentengleichung nach Clapeyron, sie drückt die Beziehung zwischen den bekannten l_i , l_k , \mathcal{S}_i^l , \mathcal{S}_k^r und den drei aufeinanderfolgenden unbekanntem Stützmomenten aus.

Für einen gegebenen Fall lassen sich stets so viel Gleichungen aufstellen, als unbekanntem Stützmomenten vorhanden sind.

3 Stützen. Stützmomente $M_{01} = 0$, M_{12} unbekannt, $M_{20} = 0$. Eine Gleichung für l_1 bis l_2 .

4 Stützen. $M_{01} = 0$, M_{12} und M_{23} unbekannt, $M_{30} = 0$. Eine Gleichung für l_1 bis l_2 , eine für l_2 bis l_3 .

n Stützen. Bekannt ist erstes und letztes Stützmoment, unbekannt sind die $n - 2$ Zwischenstützmomente; dementsprechend sind $n - 2$ Gleichungen aufstellbar.

Formeln für die \mathcal{S} für Strecken- und Einzellasten.

Feld von der Stützweite l erhalte Streckenlast q , gleichmäßig über l verteilt.

$$\mathcal{S}^l = \mathcal{S}^r = ql^3 : 24.$$

Feld l erhalte Einzellast P im Abstande a_l bzw. a_r vom linken bzw. rechten Ende.

$$\mathfrak{S}^l = P a_l (l^2 - a_l^2) : 6 = P a_l a_r (l + a_l) : 6,$$

$$\mathfrak{S}^r = P a_r (l^2 - a_r^2) : 6 = P a_l a_r (l + a_r) : 6.$$

Bei mehreren Lasten P_1, P_2, \dots auf demselben Feld ist dann

$$\mathfrak{S}^l = \mathfrak{S}_1^l + \mathfrak{S}_2^l + \dots, \quad \mathfrak{S}^r = \mathfrak{S}_1^r + \mathfrak{S}_2^r + \dots$$

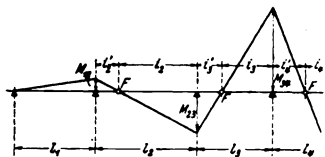


Abb. 61.

Die Festpunkte. Vom linken Trägerende aus seien der Reihe nach die Felder l_1, l_2, l_3, \dots unbelastet, demnach die entsprechenden $\mathfrak{S} = 0$. Aus

$$0 + 2 M_{12} (l_1 + l_2) + M_{23} l_2 = 0,$$

$$M_{12} l_2 + 2 M_{23} (l_2 + l_3) + M_{34} l_3 = 0$$

usw. folgt eine gebrochene M -Linie nach Abb. 61 mit stetigem Vorzeichenwechsel.

Diese M -Linie schneidet die Grundlinie in den sog. Festpunkten F_2, F_3, \dots , deren Lagen unabhängig von der Belastung durch die l und durch die Ausdrücke

$$\frac{i_2'}{i_2} = \frac{M_{12}}{M_{23}} = \frac{l_2}{2(l_1 + l_2)}, \quad \frac{i_3'}{i_3} = \frac{M_{23}}{M_{34}} = \frac{l_3}{2(l_2 + l_3) - l_2 \frac{i_2'}{i_2}},$$

usw. bestimmt sind.

Für gleiche l folgt

$$\frac{i_2'}{i_2} = 0,25, \quad \frac{i_3'}{i_3} = 0,26667, \quad \frac{i_4'}{i_4} = 0,26786, \quad \frac{i_5'}{i_5} = 0,26794,$$

$$\frac{i_6'}{i_6} = \frac{i_7'}{i_7} = \dots = 0,26795.$$

Zeichnerische Bestimmung der Festpunkte nach Abb. 62 für verschiedene l und nach Abb. 63 für gleiche l .

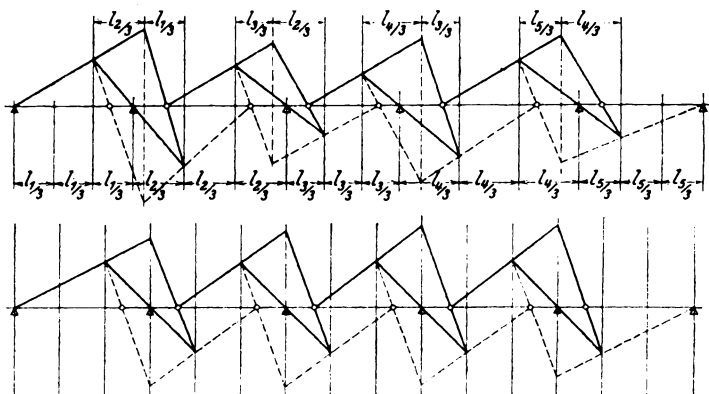


Abb. 62 u. 63.

In derselben Weise bestimmt man die Festpunkte vom rechten Auflager aus; die Endfelder erhalten je einen, alle Zwischenfelder je zwei Festpunkte.

Zeichnerische Bestimmung der M -Linie für Belastung eines Feldes, z. B. l_i nach Abb. 64 bei beliebiger Belastung; Abb. 65 gilt für Belastung durch Einzellast, Abb. 66 bei Belastung durch gleichförmige Streckenlast.

Bei gleichzeitiger Belastung aller Felder ist bei vielen Stützen die Berechnung der Stützmomente durch die Clapeyronschen Gleichungen unzweckmäßig und wird durch folgende Rechnung und Zeichnung ersetzt:

Für jede Stütze mit Ausnahme der Endstützen berechnet man bei gegebenen \mathcal{E}^l und \mathcal{E}^r jedes Feldes die Werte

$$T_{12} = \frac{2}{l_1 + l_2} \left(\frac{\mathcal{E}_1^l}{l_1} + \frac{\mathcal{E}_2^r}{l_2} \right), \quad T_{23} = \frac{2}{l_2 + l_3} \left(\frac{\mathcal{E}_2^l}{l_2} + \frac{\mathcal{E}_3^r}{l_3} \right) \text{ usw.}$$

und trägt diese nach Abb. 67 auf den verschränkten Drittelpunkten d_{12} , d_{23} usw. auf. Hierauf zieht man vom linken Trägerende aus die strichierte, an den Festpunkten gebrochene Linie und vom rechten Ende aus die ausgezogene Linie, die über den Stützen die Stützmomente abschneidet und die endgültigen M liefert. Statt dessen kann man auch die strichierte Linie von rechts und die ausgezogene von links aus ziehen.

Zeichnet man die M -Linie auf eine horizontale Grundlinie um, dann ist die Auflagerkraft z. B. bei ik nach Abb. 68 $A_{ik} = m_i + m_k$.

Für gleiche Felder l und Streckenlast $q = \text{konst.}$ über allen Feldern gleichzeitig zeigt Abb. 69 die strichpunktiierte M -Linie und die ausgezogene elastische Linie.

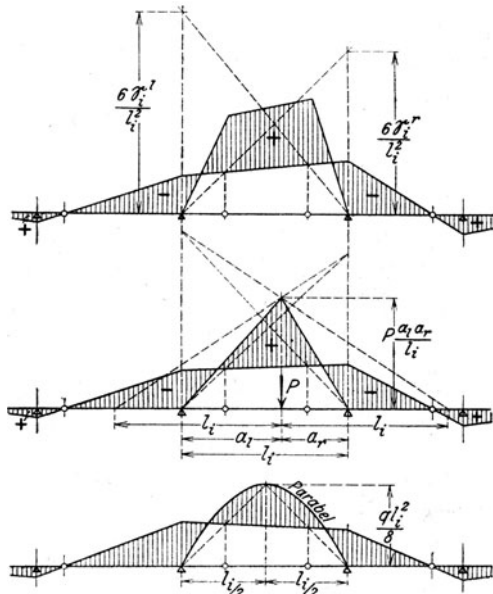


Abb. 64 - 66.

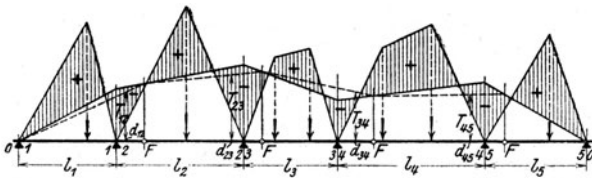


Abb. 67.

Die Zahlen über den Stützen sind mit $q l$ zu multiplizieren und bedeuten die Stützdrucke. Die Zahlen an den M -Linien sind mit $q l^3$ zu multiplizieren und bedeuten die Biegemomente (+ über, - unter der Grundlinie). Die schrägen Zahlen sind mit $q l^4 : E J$ zu multiplizieren und bedeuten die Mittendurchbiegungen. Die größten Durchbiegungen (nicht in der Mitte) sind um wenig größer als diese Mittendurchbiegungen.

(279) Das statisch unbestimmte Fachwerk kann überzählige Auflagerbedingungen oder überzählige Stäbe oder beides gleichzeitig haben.

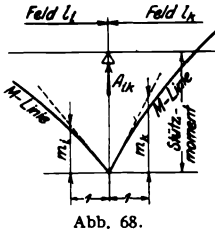


Abb. 68.

Das Zweigelenkfachwerk ist in derselben Weise wie der Zweigelenkbogen, s. (275), einfach statisch unbestimmt. Mit dem Horizontalschub X als statisch Unbestimmte ist nach (271), Fall d)

$$0 = \sum \frac{Sl}{EF} \frac{\partial S}{\partial X}$$

Statt dessen kann auch z. B. nach Abb. 70 Stab x als überzählig angesehen werden, nach dessen Durchschneidung ein statisch bestimmtes Dreigelenkfachwerk bleibt.

Die endgültige Stabkraft X folgt nach (271), Fall f) aus

$$0 = \sum \frac{Sl}{EF} \frac{\partial S}{\partial X} + \frac{X l_x}{E F_x}$$

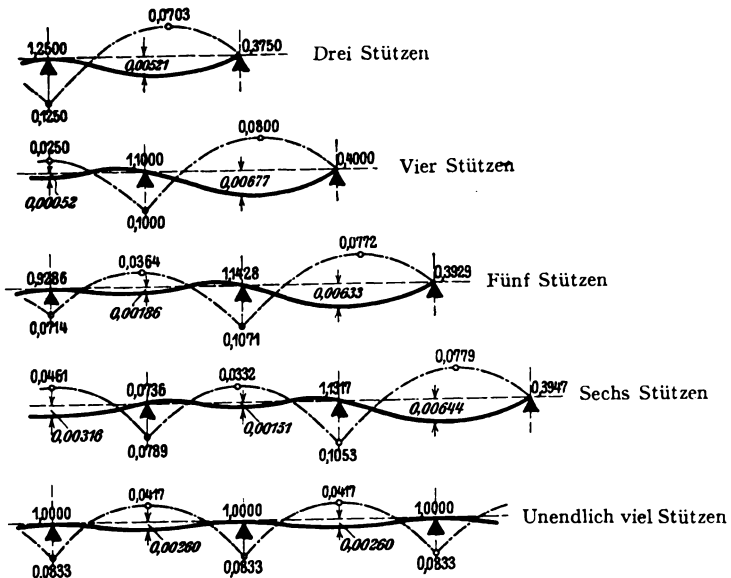


Abb. 69.

Das eingespannte Fachwerk wird durch den Schnitt dreier Stäbe statisch bestimmt gemacht. Werden z. B. in Abb. 71 die Stäbe x, y und z geschnitten, dann bleibt wieder ein Dreigelenkfachwerk. Die endgültigen Stabkräfte X, Y und Z folgen aus

$$\sum \frac{Sl}{EF} \frac{\partial S}{\partial X} + \frac{X l_x}{E F_x} = 0, \quad \sum \frac{Sl}{EF} \frac{\partial S}{\partial Y} + \frac{Y l_y}{E F_y} = 0, \quad \sum \frac{Sl}{EF} \frac{\partial S}{\partial Z} + \frac{Z l_z}{E F_z} = 0;$$

diese Ansätze liefern drei lineare Gleichungen nach den Unbekannten.

Innerlich statisch unbestimmt heißt das Fachwerk, wenn es statisch bestimmt gelagert ist und die statische Unbestimmtheit nur von überzähligen

Stäben herrühren kann. Abb. 72 zeigt den sog. Bogenbalkenträger. Stabkraft X folgt aus

$$0 = \sum \frac{Sl}{EF} \frac{\partial S}{\partial X} + \frac{Xl_x}{EF_x}$$

(280) Temperatureinfluß auf die Spannungen in statisch unbestimmten Gebilden. Erwärmt sich ein eisernes, nach allen Seiten frei dehnbares Gebilde um $t^{\circ}\text{C}$, dann vergrößert es sich geometrisch ähnlich bleibend; der Abstand l zweier darauf befindlicher Punkte vergrößert sich dabei um $\Delta l = l\alpha t$, worin α die lineare Ausdehnung des Stoffes (für Flußeisen 0,0000118) heißt.

Wird durch die Art der Auflagerung die Ausdehnung des Gebildes zum Teil verhindert, dann treten in dessen Teilen gewisse Spannungen, die Wärmespannungen, auf. Wenn z. B. ein Zweigelenkrahmen oder -bogen oder -fachwerk bei der Aufstellung, d. i. bei der Verbindung mit den Bodengelenken genau paßt, dann wird bei Temperaturerhöhung die Ausdehnung des Gebildes in Bolzenverbindungsline unter Annahme eines starren, also nicht ausdehnbaren Bodens verhindert. Daher muß ein Horizontalschub auftreten, der diese Ausdehnung Δl wieder rückgängig machen würde. Diese Kraft kann nach den früheren Formeln leicht berechnet werden; sie liefert im Gebilde die Wärmespannungen, die sich zu den bisherigen Spannungen durch die Belastung algebraisch addieren.

Beim äußerlich statisch bestimmt gelagerten Gebilde oder beim Träger auf mehreren gleich hohen Stützen treten durch die gleichmäßige Temperaturerhöhung aller Teile keine Wärmespannungen auf; dagegen können diese auftreten, wenn Teile des Gebildes verschieden erwärmt werden. Solches tritt ein, wenn der Obergurt eines Fachwerkes den Sonnenstrahlen ausgesetzt ist, während der Untergurt im Schatten liegt.

Über Behandlung solcher Fälle s. die umfangreiche Fachliteratur der Baustatik.

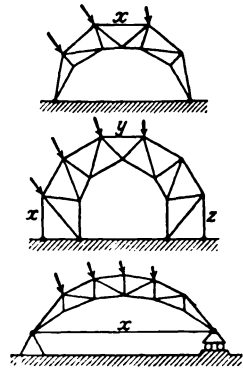


Abb. 70 ÷ 72.

Fünfter Abschnitt. Maschinenteile.

Bearbeitet von Prof. P. Gerlach.

(281) Unterscheidung der Hilfsmittel zur Verbindung von Maschinenteilen in lösbare und nicht lösbare Verbindungen, je nachdem diese eine Trennung ohne Zerstörung der verbindenden oder verbundenen Teile ermöglichen, wie bei den Keil- und Schraubenverbindungen, oder je nachdem diese Möglichkeit nicht vorliegt, wie bei den Nietverbindungen und den Verbindungen durch Löten, Schweißen, Schrumpfen, (Leimen und Kitten).

Keile.

(282) **Kraft- und Bewegungsverhältnisse.** Zum Eindrücken des durch Zugkraft S , Abb. 1, belasteten Keiles erforderliche, statisch wirkende Kraft P ergibt sich aus den Gleichgewichtsbedingungen in vertikaler Richtung

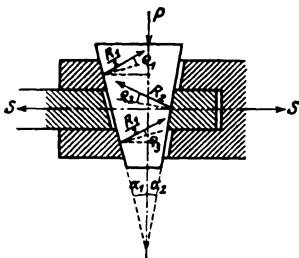


Abb. 1.

für den Keil

$$\begin{aligned} P &= R_1 \sin(\alpha_1 + \rho_1) + R_3 \sin(\alpha_3 + \rho_3) \\ R_1 \cos(\alpha_1 + \rho_1) &= R_3 \cos(\alpha_3 + \rho_3) \quad \text{und} \\ R_2 \cos(\alpha_2 + \rho_2) &= S + \mu R_2 \sin(\alpha_2 + \rho_2) \end{aligned}$$

für die Stange in Richtung ihrer Achse, worin μ die Reibungszahl für die Berührungsflächen der zu verbindenden Körper ist. Es folgt

$$P = \frac{\operatorname{tg}(\alpha_1 + \rho_1) + \operatorname{tg}(\alpha_3 + \rho_3)}{1 - \mu \operatorname{tg}(\alpha_2 + \rho_2)} S.$$

Selbsttätigen Keilrückgang hindernde Kraft P' folgt entsprechend (Reibungskräfte entgegengesetzt wirkend) zu

$$P' = \frac{\operatorname{tg}(\alpha_1 - \rho_1) + \operatorname{tg}(\alpha_3 - \rho_3)}{1 + \mu \operatorname{tg}(\alpha_2 - \rho_2)} S.$$

Selbstsperrung liegt vor für $P' \leq 0$, d. h. $\operatorname{tg}(\alpha_1 - \rho_1) + \operatorname{tg}(\alpha_3 - \rho_3) \leq 0$. Die trigonometrische Tangente des Keilwinkels α heißt Anzug; sofern $\rho_1 = \rho_2 = \rho$ folgt für symmetrischen Keil ($\alpha_1 = \alpha_2$) Selbstsperrung bei $\alpha_1 \leq \rho$ und im Falle einseitigen Anzuges ($\alpha_2 = 0$) bei $\alpha_1 \leq 2\rho$, d. h. Spitzwinkel des Keiles muß kleiner als doppelter Reibungswinkel sein. Wegen Unsicherheit von $\mu = \operatorname{tg} \rho$, namentlich im Falle dynamisch wirkender Kraft S , ist erhebliche Unterschreitung dieser (statisch bestimmten) Grenzwerte oder Sicherung des Keiles geboten. Nach Versuchen in der Materialprüfungsanstalt Stuttgart¹⁾ haben sich für $\operatorname{tg} \alpha_1 = \operatorname{tg} \alpha_2 = 1:50$ (konischer Stift) ergeben

¹⁾ C. Bach, Maschinenelemente. 13. Aufl. S. 129.

bei Schmierung mit Talg $\mu = \operatorname{tg} \varrho = 0,015 \div 0,09$,
 im Falle entfetteter Gleitflächen $\mu = \operatorname{tg} \varrho = 0,2 \div 0,4$;

hierbei beobachtetes Fressen der Gleitflächen trat auch bei Ölschmierung ein. Diese Möglichkeit bestimmt die Abmessungen der unter Belastung einzu-treibenden oder nachzuziehenden Keile rücksichtlich der Pressung in Berührungsflächen, die abhängig ist vom Material, Ausführungsgenauigkeit, Häufigkeit des Lösens bzw. Nachstellens. Im Falle Einschlagens ist die vom Keil ausgeübte Kraft rechnermäßig schwer bestimmbar; dahingehende Versuche sind in der Materialprüfungsanstalt Stuttgart im Gange.

Mit dem Keilweg s_k verbundener Lastweg $s_l = s_k (\operatorname{tg} \alpha_1 + \operatorname{tg} \alpha_2)$ ist um so größer, je stärker der Anzug ist, der abhängt von der dem Keil zufallenden Aufgabe. Je nach Zweck Unterscheidung in Befestigungs- und in Stellkeile.

Befestigungskeile.

(283) Nach Lage des durch die beanspruchende Kraft gefährdeten Querschnittes werden Quer- und Längskeile unterschieden; bei ersteren liegt dieser Querschnitt senkrecht zur längsten Keilachse, bei den anderen enthält er diese.

(284) **Querkeile.** Anzug $1:15 \div 1:40$. Der Berechnung zugrunde zu legende Kraft gleich der Betriebskraft im Falle fehlender Verspannung bei ruhender Belastung und das $1,25 \div 1,33$ fache der Betriebskraft für Spannungsverbindungen bei (in entgegengesetztem Sinne) wechselnder Belastung, gekennzeichnet dadurch, daß die Pressung in Berührungsflächen nicht auf Null sinken darf.

(285) Berechnung für ruhende Belastung, Abb. 2. Mit $S =$ Stangenkraft folgt Stangendurchmesser d aus $0,25 \pi d^2 = S : k_z$ bei Beanspruchung gegenüber Zug; bei drückend wirkender Kraft u. U. der Fall der Knickung vorliegend, der d bestimmt (239).

Für Stangenkopfdurchmesser D gilt $0,25 \pi d^2 \cdot k_z = (0,25 \pi D^2 - D s_1) k'_z$; sofern $k'_z = 0,25 \pi \cdot k_z$ (ungleiche Spannungsverteilung) und $s_1 = 0,25 D$ folgt $D \approx 1,35 d$. Damit bestimmt sich die Pressung zwischen Keil und Stange aus $0,25 \pi d^2 \cdot k_z = D \cdot s_1 \cdot k = 0,25 D^2 \cdot k$, zu $k = 1,75 k_z$. Dieser Wert für die gußeiserne Hülse zugelassen, liefert die Hülsestärke s aus $2 s s_1 k = D s_1 k$ zu $s = 0,5 D$. Im Falle Stahles für Keil und Hülse darf s nach Maßgabe der größeren zulässigen Pressung kleiner sein.

Die mittlere Keilhöhe h_1 folgt aus Biegungsgleichung

$$0,5 S (0,5 D + 0,5 s - 0,25 D) = k_b \cdot \frac{1}{8} s_1 h_1^2$$

zu

$$h_1 = \sqrt{6 S : k_b} = \sqrt{1,5 \pi k_z : k_b} d.$$

Für $k_z = 1000 \text{ kg/cm}^2$ (Flußeisen) und $k_b = 1500 \text{ kg/cm}^2$ (Stahl) wird $h_1 = 1,75 d$. h ist empirisch bestimmt, etwa $h = (0,67 \div 0,75) h_1$ für Rechteckquerschnitt des Keiles. Ebenso $h_2 \approx h$.

(286) Für wechselnde Belastung, Abb. 3, Verspannung durch abgesetzte, im Bunde aufsitzende, Abb. 3, rechts, oder glatte, in Stirnfläche aufsitzende (Kolben)stange, Abb. 3, links; nur gegenüber Kräften in Richtung der Stangenachse wirksam. Oder durch konisch eingebaute Stange: Spannungsverbindung auch gegenüber Kräften senkrecht zur Stangenachse, Abb. 4. Mit $(1,25 \div 1,33) S$ rechnen.

Hilfsbuch f. d. Maschinenbau. 7. Aufl.

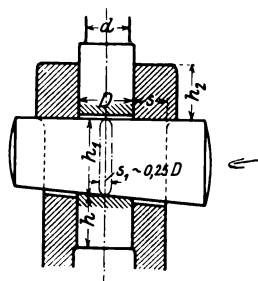


Abb. 2.

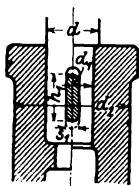


Abb. 3.

Übertragende Ringfläche, Abb. 3, bestimmt durch Pressung; $k \approx 1000 \text{ kg/cm}^2$ für Stahl auf Stahl und $k \approx 800 \text{ kg/cm}^2$ für Flußeisen auf Stahl. Gleiche Pressung zwischen Keil und Stange bzw. Hülse vorausgesetzt, ergibt Keil- bzw. Hülsestärke. Abstand der Keiltragfläche von Stangen- bzw. Hülsestirnfläche wie oben (mit h_1 bzw. h_2 bezeichnet).

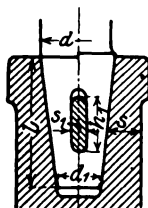


Abb. 4.

(287) Für konischen Stangensitz, Abb. 4. Pressung in Kegelmantelfläche wie vorstehend¹⁾; unter Vernachlässigung der Reibung folgt d_1 aus

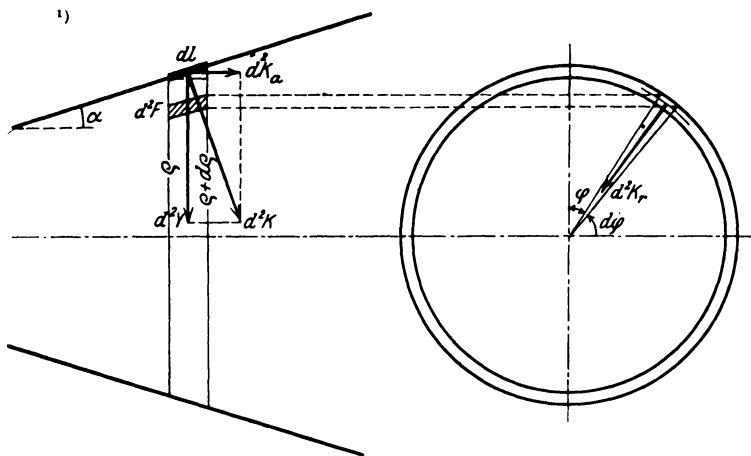


Abb. 5.

Mit den Bezeichnungen der Abb. 5 folgt:

Flächenelement $d^2F = \rho d\varphi dl$,

Elementardruck $d^2K = p \rho d\varphi dl$, senkrecht zu d^2F ,

Axialkomponente $d^2K_a = d^2K \sin \alpha = p \sin \alpha dl \rho d\varphi$ und

Radialkomponente $d^2K_r = d^2K \cos \alpha = p \cos \alpha dl \rho d\varphi$,

Reibung in Richtung der Mantellinie = $\mu p \rho d\varphi dl$ und deren Komponente im Sinne von d^2K_a : $\mu p \rho d\varphi dl \cos \alpha$.

Damit folgt unter Beachtung, daß $dl \cdot \sin \alpha = d_0$ und $dl \cos \alpha = ctg \alpha \cdot d_0$ die in Richtung der Stangenachse wirksame Kraft

$$\times S = \int_0^{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} p d\varphi \rho d_0 + \int_0^{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} \mu p d\varphi ctg \alpha d_0; \text{ sofern } p \text{ als konstant vorausgesetzt wird,}$$

folgt

$$\times S = p \cdot 2\pi \frac{r_2^2 - r_1^2}{2} (1 + \mu ctg \alpha) \quad \text{und} \quad p = \frac{\times S}{1 + \mu ctg \alpha \pi (r_2^2 - r_1^2)}$$

Die Sprengkraft folgt zu

$$Z = \int_0^{\pi} \int_{r_1}^{r_2} p \rho d\varphi dl \cos \alpha \cdot \sin \varphi = \frac{\times}{\pi} \frac{ctg \alpha}{1 + \mu ctg \alpha} S = \frac{\times}{\pi (tg \alpha + \mu)} S$$

und damit angenähert die Zuganstrengung

$$\sigma_z \approx \frac{Z}{2s(l \cos \alpha - h_1)} = \frac{\times}{2\pi s(l \cos \alpha - h_1)} \frac{S}{tg \alpha + \mu}$$

$0,25 \pi (d^2 - d_1^2) k = (1,25 \div 1,33) S$ und Keilstärke s_1 sowie mittlere Keilhöhe h_1 wie oben. Damit ergeben sich die Konuslänge l und der Anzug, der nunmehr vorhandenen Werkzeugen anzupassen ist. Im Stangensitz auftretende Pressung k sucht die Hülse im Querschnitte $2s(l - h_1)$ zu sprengen mit der Kraft

$$Z = \frac{1}{\pi} (1,25 \div 1,33) S \operatorname{ctg} \alpha.$$

Vermeidung plötzlicher Übergänge und scharf einspringender Ecken: abgerundete Keile und Hohlkehlen. Keile mit Beilagen, einfach oder doppelt, um die Gratbildung zu vermeiden und das schräge Keilloch zu umgehen, Abb. 6. Indem die Beilagen niedriger gehalten werden als der Keil, wird an Baulänge der Verbindung gespart¹⁾.

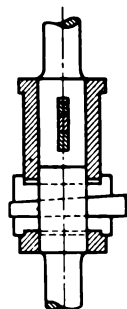


Abb. 6.

(288) **Längskeile** zur Verbindung von Rädern u. dgl. mit Wellen. Als Befestigungskeile mit Anzug, etwa 1:100, die Nabe gegen Welle verspannend. Kraftübertragend im Falle radialer Verspannung die Reibung zwischen beiden und nächst dem (bei auftretender Relativbewegung) die in tragender Keilfläche (Breitseite) auftretende Pressung²⁾; bei tangentialer Verspannung die in tragenden Schmalseiten wirksame Pressung (800 bis 1000 kg/cm²).

Radiale Verspannung mittels Hohlkeiles, Abb. 7, Flachkeiles, Abb. 8, und Treib- oder Einlegekeiles (Nutenkeiles), Abb. 9. Schiefkeilen des Rades bei fehlender Übereinstimmung des Anzuges der Nut und des Keiles wird ver-

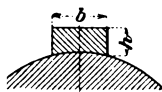


Abb. 7.

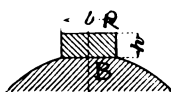


Abb. 8.

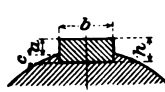


Abb. 9.



Abb. 10.

mieden bei Verwendung des sich einstellenden Scheiben- (Woodruff-) Keiles, Abb. 10: Starke Wellenverschwächung, schwierige Festlegung genauer Radlage. Tangentkeil, Abb. 11, in tangentialer Richtung verspannend; im Falle Wechsels der Krafrichtung Verwendung zweier um 90 oder 120° ver setzte Paare zur Übertragung großer Momente und bei stark stoßerdem Betriebe.

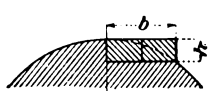


Abb. 11.



Abb. 12.

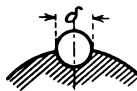


Abb. 13.

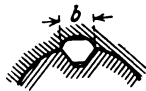


Abb. 14.

Radial und tangential verspannend wirken der Spießkantkeil, Abb. 12, der Rundkeil, Abb. 13, und der Alfa-Keil (v. Bechtolsheim), Abb. 14.

¹⁾ Allgemein ist das Widerstandsmoment $W = \frac{1}{8} b H^2 = \frac{1}{8} b (h_1^2 + h^2 + h_2^2)$; für $h_1 = h_2 = 0,5 h$ wird $h = 2 \sqrt{W:b}$ und Baulänge $= 2h = 4 \sqrt{W:b}$, dagegen für $h_1 = h_2 = h$ $h = \sqrt{2W:b}$ „ „ $= 3h = 4,25 \sqrt{W:b}$.

Über ähnliche, zum Betriebe von Schachtpumpen ausgeführte Gestängeverbindung vgl. Z. 1887, S. 765 u. ff.

²⁾ Ensrud, Beitrag zur Berechnung der Torsionskeile, Z. 1888, S. 109 und Über den Einfluß der anfänglichen Spannung auf die Beanspruchung der Torsionskeile, Z. 1889, S. 492 sowie Kammerer, Bemessung von Wellenkeilen, Mitteilungen des NDI., Heft 10, Jahrgang 2, S. 255.

(289) Als Material für Keile kommt rücksichtlich der Stauchwirkung nur Stahl in Betracht, geschmiedet oder gezogen, nach DIN. 490, und nach Ausführungen von Römmele in Freiburg i. B., der überdies die Breitseiten mit Nuten für Schmierung (Rosten) versieht.

Anzahl und Art der Keile von z übertragendem Moment, Beschaffenheit der aufzukeilenden Teile und jeweils maßgebenden Normen abhängig. Beispielsweise üblich für einteilige Räder 2 um 90^0 , oder häufiger, um 120^0 versetzte Keile und zwar 1 Nuten- und 1 Flachkeil, sofern zu übertragendes Moment größer ist als einer 100 mm starken Welle entspricht, vgl. unter Wellen, andernfalls nur 1 Nutenkeil. Zweiteilige Räder dagegen erhalten zumeist nur 1 Nutenkeil bzw. Flachkeil in Teilfuge.

(290) Keilabmessungen sind, weil rechnerisch kaum feststellbar, durch Erfahrung bestimmt und noch nicht allgemein normalisiert. Vgl. DIN 141 ÷ 145, 251 ÷ 253, 269, 271 und 304.

Ausführungen der Berlin-Anhaltischen Maschinenbau-Aktiengesellschaft Dessau (Bamag) entsprechen folgender Zusammenstellung. Nach Vorschlag des NDI. soll die Nut in Mitte Welle gemessen werden und über 50 mm Durchmesser gleich tief in Welle und Nabe versenkt werden, unter 50 mm Durchmesser dagegen etwas tiefer in der Nabe sitzen.

Durchmesser der Welle mm	Hohlkeil Abb. 7		Flachkeil Abb. 8		Nutenkeil Abb. 9				Tangentkeil Abb. 11	
	b mm	h mm	b mm	h mm	b mm	h mm	a mm	c mm	b mm	h mm
20 ÷ 29	11	4	11	4	11	5	3	2	.	.
30 ÷ 39	13	5	13	5	13	6	4	2	.	.
40 ÷ 49	14	6	14	6	14	7	4	3	.	.
50 ÷ 64	16	6	16	6	16	8	5	3	.	.
65 ÷ 79	18	7	18	7	18	9	5	4	.	.
80 ÷ 89	21	8	21	8	21	10	6	4	.	.
90 ÷ 99	25	10	25	10	25	12	7	5	.	.
100 ÷ 119	30	12	30	12	30	15	9	6	32	10
120 ÷ 139	35	18	11	7	38	12
140 ÷ 159	40	20	12	8	46	15
160 ÷ 179	45	23	14	9	50	16
180 ÷ 200	50	25	15	10	57	18

Ungefähre Abmessungen: $b = (0,8 \div 1) \sqrt{d_{cm}}$, $h = (0,4 \div 0,5) \sqrt{d_{cm}}$ für Abb. 7 ÷ 9; $b = 0,25 d$, $h = \frac{1}{16} d$ für Abb. 11; $s = \delta = (0,6 \div 0,7) \sqrt{d_{cm}}$ für Abb. 12 und 13. Für Abb. 14 gibt v. Bechtolsheim an

$$\begin{array}{ccc} b = 11 & 23 & 45 \text{ mm,} \\ \text{bei } d = 40 \div 49 & 90 \div 104 & 180 \div 200 \text{ mm.} \end{array}$$

Ausführung der Keile auch als Nasenkeile in den Formen der Abb. 7 ÷ 9, DIN. 251 ÷ 253, und 493 ÷ 495: Möglichkeit des Lösens, wenn Keiltreiber zum Herausschlagen nicht verwendbar ist (Werkzeugmaschinenbau).

Mitnahme rasch laufender Räder (Zentrifugalpumpen u. dgl.) durch Paßfedern, (um 180^0 versetzt), DIN. 496, mit Verstiftung DIN. 681, ohne Anzug, in Schmalseite tragend. Gleiches gilt für Gleitfedern, mit Verschiebungsmöglichkeit des Rades gegenüber Welle. Vgl. DIN. 144, 145 und 269.

(291)

Stellkeile,

Abb. 15 und 16, Anzug 1:5 bis 1:10; je kleiner, desto größer der zum Anziehen erforderliche Platzbedarf. Betätigung durch Schrauben (311), ebenso die Sicherung gegenüber festeren Schluß der Verbindung (Abb. 15).

Für $\alpha_2 = 0$ und $\operatorname{tg} \varrho_2 = \mu_2 = \operatorname{tg} \varrho_1 = \mu_1 = \mu$ folgt Schraubenkraft

$$P = \frac{\operatorname{tg}(\alpha_1 + \varrho_1) + \operatorname{tg} \varrho_2}{1 - \mu \operatorname{tg} \varrho_2} S = \left[\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{1 - \mu \operatorname{tg} \alpha_1} + \frac{2\mu}{(1 - \mu^2)(1 - \mu \operatorname{tg} \alpha_1)} \right] S.$$

Wegen der Kleinheit von μ und $\operatorname{tg} \alpha_1$ ist auch $P \approx (\operatorname{tg} \alpha_1 + 2\mu) S$.

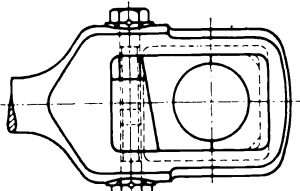


Abb. 15.

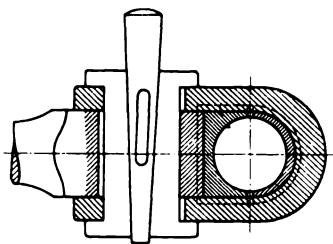


Abb. 16.

Für $S = 10000 \text{ kg}$, $\operatorname{tg} \alpha = 1:5$ und $\mu = 0,10$ wird $P = 10000 (0,2 + 0,2) = 4000 \text{ kg}$, sofern die Nachstellung unter vollem Dampfdruck erfolgt.

Schrauben.

(292) **Allgemeines.** Entstehung der Schraubenlinie: Aufwicklung des Winkelschenkels ac auf Zylinder vom Durchmesser $ab : \pi$, Abb. 17. Je nach Windungssinn rechts- oder linksgängig. Winkel $bac = \alpha$ heißt Steigungswinkel; auf einer Mantellinie gemessener Abstand zweier aufeinanderfolgender Punkte einer Schraubenlinie ist die Ganghöhe oder Steigung. Eine die Achse unter gleichbleibendem Winkel schneidende, auf der Schraubenlinie als Leitlinie geführte Gerade, Erzeugende, beschreibt eine Schraubenfläche; im Falle rechtwinkligen Schneidens heißt diese rechtwinklig, andernfalls schiefwinklig. Ein Schraubengang, das Schraubengewinde, wird erzeugt von einer längs der Schraubenlinie geführten, durch die Achse gehenden Fläche: sofern diese ein Rechteck ist, wird das Gewinde als flaches, Abb. 18, im Falle

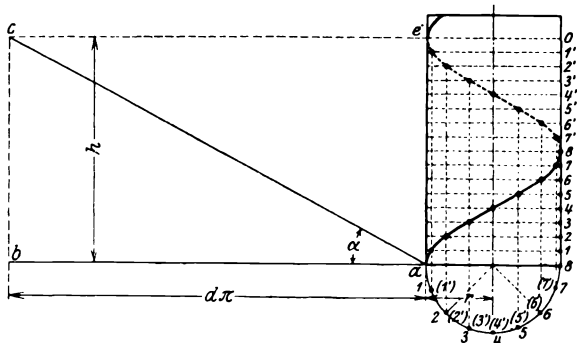


Abb. 17.

eines Dreiecks als scharfes, Abb. 19, bezeichnet. Andere Gewindeprofile, Abb. 27 und 29, erzeugen das Trapez- bzw. das Rundgewinde. Eingängig heißt die Schraube, wenn ihr Gewinde aus einem Körper besteht, andernfalls ist es mehrgängig. Allgemein gilt $\operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{\pi d}$ und mit $i = \text{Gangzahl} = \frac{h}{2s}$,

worin s die Basis des Flachgewindeprofils ist, auch $\operatorname{tg} \alpha = \frac{i \cdot 2s}{\pi d}$. Gewindetiefe t_1 heißt die den Kerndurchmesser d_1 überragende, radiale Abmessung des Gewindeprofils. Dem Gewinde der Schraube entspricht das der Mutter, in Abb. 18 und 19 im Schnitt dargestellt mit der Abweichung von der tatsächlichen Ausführung, daß zwischen Mutter- und Schraubengewinde kein Spiel vorhanden ist.

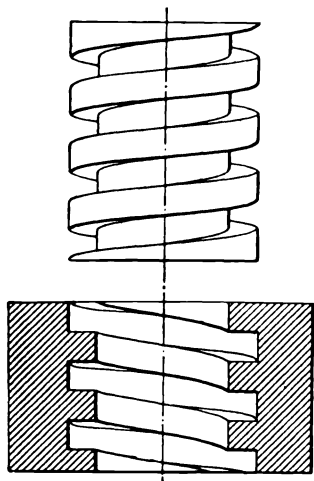


Abb. 18.

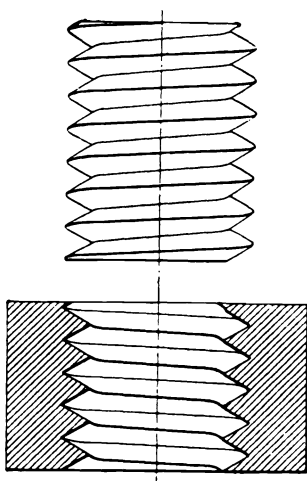


Abb. 19.

Je nach Aufgabe der Schraube, ob als Hilfsmittel zur Verbindung oder als Mittel zur Umsetzung von drehender Bewegung in eine fortschreitende dienend, werden Befestigungs- und Bewegungsschrauben unterschieden.

(293) Kraft und Bewegungsverhältnisse. Unter Voraussetzung gleichmäßiger Verteilung der in Richtung der Achse wirkenden Kraft Q auf sämtliche Gänge der Mutter mit Flachgewinde darf Q in mittlerer Schraubenlinie vom Durchmesser $0,5 (d_1 + d)$ angreifend angenommen werden und läuft die Überwindung von Q infolge Drehung der Mutter hinaus auf das Hinabschieben der Last Q auf einer unter mittlerem Steigungswinkel geneigten schiefen Ebene vermöge einer im mittleren Halbmesser angreifenden Kraft H , Abb. 20.

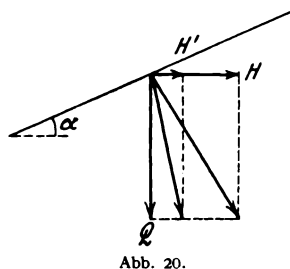


Abb. 20.

Im Falle Hebens von Q muß Resultante aus Q und H um Reibungswinkel ϱ im Sinne der Bewegung von der Normalen zur schiefen Ebene abweichen, mithin ist $H = Q \operatorname{tg} (\alpha + \varrho)$. Für reibungsfreies Flachgewinde ist $H_0 = Q \operatorname{tg} \alpha$.

Damit folgt der Gewindegwirkungsgrad $\eta = \operatorname{tg} \alpha : \operatorname{tg} (\alpha + \varrho)$, der für $\alpha = 0$ und $\alpha = 90^\circ - \varrho$ je Null ist, also für einen zwischenliegenden Winkel einen Größtwert aufweist. Dieser bestimmt sich aus

$$\frac{d \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} (\alpha + \varrho)}}{d \alpha} = 0 = -\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sin^2 (\alpha + \varrho)} + \frac{\operatorname{ctg} (\alpha + \varrho)}{\cos^2 \alpha} \quad \text{zu} \quad \alpha = 45^\circ - \frac{\varrho}{2}$$

und liefert $\eta_{\max} = \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\varrho}{2} \right)$; für $u = 0,15$, entsprechend $\varrho = 8^\circ 30'$ wird $\eta_{\max} = 0,74$.

Die selbsttätigen Lastrückgang hindernde Kraft ist $H' = Q \operatorname{tg} (\alpha - \varrho)$; für $\alpha = \varrho$ wird $H' = 0$, die Schraube ist selbsthemmend. In diesem Falle folgt $\eta = \frac{\operatorname{tg} 8^\circ 30'}{\operatorname{tg} 17^\circ} = 0,49$.

Für $\alpha = \varrho$ wird allgemein $\eta = \operatorname{tg} \varrho : \operatorname{tg} 2 \varrho = 0,5 - 0,5 \operatorname{tg}^2 \varrho$; der Wirkungsgrad selbsthemmender Schrauben ist kleiner als 0,5.

Eigenschaft der Selbsthemmung ist hiernach mit bedeutendem Arbeitsverlust beim Lastheben verknüpft. Bei der durch Schmierzustand bedingten Veränderlichkeit von μ kann trotz der für Ruhezustand erfüllten Forderung $\alpha = \varrho$ im Falle der Bewegung ein über 0,5 liegender Wirkungsgrad erzielt werden.

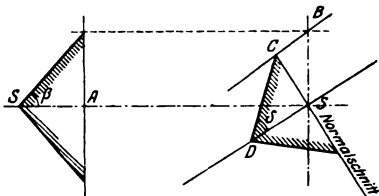


Abb. 21.

(294) Für die scharfgängige Schraube, Abb. 21, sind die Kräfte Q und H mit dem Normaldruck auf die Schraubenfläche im Gleichgewicht, dessen Aufrißprojektion $Q \cos \alpha + H \sin \alpha$ ist; er selbst folgt aus $\frac{Q \cos \alpha + H \sin \alpha}{\cos \delta}$

und liefert die Reibung $\mu \frac{Q \cos \alpha + H \sin \alpha}{\cos \delta}$. Damit lautet die Gleichgewichtsbedingung in Richtung der Verschiebungsmöglichkeit:

$$\mu \frac{Q \cos \alpha + H \sin \alpha}{\cos \delta} = H \cos \alpha - Q \sin \alpha;$$

hierin ist δ zufolge Abb. 21 bestimmt durch:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{CS}{SD} = \frac{BS \cos \alpha}{AS} = \operatorname{tg} \beta \cos \alpha. \quad \text{Mit } \frac{1}{\cos \delta} = \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \delta}$$

$$\text{folgt } H = Q \frac{\operatorname{tg} \alpha + \mu \cos \alpha \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \beta}}{1 - \operatorname{tg} \alpha - \mu \cos \alpha \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \beta}}.$$

Da α sehr klein gegenüber β (1''-Gewinde hat nach Whitworth, vgl. (298), $\beta = 27^\circ 30'$ und $\alpha = 2^\circ 17'$), ist hinreichend genau $\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \beta} \approx \frac{1}{\cos \beta}$

$$\text{so daß } H = Q \frac{\operatorname{tg} \alpha + \frac{\mu}{\cos \beta}}{1 - \frac{\mu}{\cos \beta} \operatorname{tg} \alpha} = Q \frac{\operatorname{tg} \alpha + \mu'}{1 - \mu' \operatorname{tg} \alpha} = Q \operatorname{tg} (\alpha + \varrho').$$

Zufolge der größeren Gewindereibung scharfgängiger Schrauben finden diese vorzugsweise als Befestigungsschrauben Verwendung.

Das durch die Gewindereibung bedingte, zum Drehen der Mutter erforderliche Moment ist

$$M = H \frac{d_1 + d}{4} = Q \frac{d_1 + d}{4} \operatorname{tg} (\alpha + \varrho) = Q \frac{d_1 + d}{4} \frac{\operatorname{tg} \alpha + \mu}{1 - \mu \operatorname{tg} \alpha};$$

für scharfgängige Schrauben tritt μ' an Stelle von μ , dazu kommt u. U. das Stützreibmoment, vgl. unter Spurzapfen.

Befestigungsschrauben und deren Gewindesysteme.

(295) Whitworth-Gewinde, Abb. 23. Gewindeprofil liegt ein gleichschenkliges Dreieck (Kantenwinkel 55°) mit Höhe $t = 0,5 h \operatorname{ctg} 27^\circ 30' = 0,96049 h$ zugrunde. Spitzen außen und innen um je $\frac{1}{8} t$ abgerundet, daher Gangtiefe $t_1 = \frac{2}{3} \cdot 0,96049 h = 0,64033 h$ und Kerndurchmesser

$$d_1 = d - 2 t_1 = d - 1,28065 h = d (1 - 1,28065 n),$$

wobei für d (äußerer Gewindedurchmesser) $= \frac{1}{4}$ bis 6 Zoll (engl.) der Zahlenwert n sich ändert. Gemäß DIN. 11 und Abb. 23 nach Tabelle I genormt.

Die englische Forderung spielfreier Ausführung derart, daß Durchmesser von Schraube und Mutter übereinstimmen, das Gewinde überall trägt, ist praktisch nicht erfüllbar. Deshalb wird das vom NDI. gemäß DIN. 12 vorgeschlagene Whitworth-Gewinde mit Spitzenspiel ausgeführt, Abb. 24 und Tabelle II, mit Abänderungen nach DIN. 239 ÷ 240, als Whitworth-Feingewinde bezeichnet. (Vgl. Berichtigung in DIN.-Mitteilungen vom 9. September 1922.)

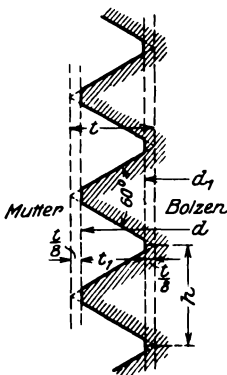


Abb. 22.

(296) Sellers-Gewinde (Amerika), Abb. 22 und Tabelle III.

Gewindequerschnitt ein gleichseitiges Dreieck (Kantenwinkel 60°) mit Abflachung der Spitzen außen und innen um je $\frac{1}{8}$ der Dreieckshöhe t . Es ist

$$t = 0,5 h \operatorname{ctg} 30^\circ = 0,86603 h ;$$

demnach Gangtiefe $t_1 = 0,75 t = 0,64952 h$ und Kerndurchmesser $d_1 = d - 2 t_1 = d - 1,29904 h = d (1 - 1,29904 n)$, wobei für $d = \frac{1}{8}$ bis 6 Zoll (engl.) der Zahlenwert n sich (von $\frac{1}{5}$ bis $\frac{2}{27}$) ändert. Vgl. hierzu Tabelle III.

Die Wahrscheinlichkeit, daß das Gewinde überall trägt, ist größer als beim Whitworth-Gewinde; dagegen erweisen sich die scharf einspringenden Ecken am Schrauben- und Muttergewinde als ein Nachteil, der beim

(297) metrischen Gewinde vermieden wird, Abb. 25 und Tabellen IV und V. Gewindequerschnitt ein gleichseitiges Dreieck (Kantenwinkel 60° , $t = 0,866 h$). Gewindespitzen abgeflacht um $\frac{t}{8}$. Ausrundung im Grunde und zwar nach Beschlüssen des internationalen Kongresses 1898 in Zürich, zwischen $\frac{1}{16}$ und $\frac{1}{24}$ der Dreieckshöhe $0,866 h$ liegend, nach DIN. 13 und 14 $a = 0,045 h$ und $r = 0,0633 h$. Damit folgt nach DIN. 14 gemäß den Beschlüssen des intern. Kongresses

Gangtiefe ohne Rücksicht auf Spiel	0,65 h
Gangtiefe mit Rücksicht auf Spiel 0,704 h für $r = \frac{1}{16} \cdot 0,866 h$	0,6945 h
tragende Gewindetiefe	0,6495 h
Kerndurchmesser $d_1 = d - 2 \cdot 0,704 h$	$d_1 = d - 2 \cdot 0,6945 h$

(298)

Tabelle I.

DIN	Whitworth-Gewinde ohne Spitzenspiel	DINORM II
-----	--	--------------

Abb. 23.

$$h = \frac{25,40095}{z}$$

$$r = 0,13733 h$$

$$t = 0,96049 h$$

$$t_1 = 0,69033 h$$

Maße in mm

Nenn- durch- messer Zoll	Bolzen und Mutter						
	Gewinde- durch- messer d	Kern- durch- messer d_1	Gewinde- tiefe t_1	Rundung r	Flanken- durch- messer d_2	Steigung h	Gang- zahl auf 1 Zoll z
$(\frac{1}{4})''$	6,350	4,724	0,813	0,174	5,537	1,270	20
$(\frac{5}{16})''$	7,938	6,131	0,904	0,194	7,034	1,411	18
$(\frac{3}{8})''$	9,525	7,492	1,017	0,218	8,509	1,588	16
$(\frac{7}{16})''$	11,113	8,789	1,162	0,249	9,951	1,814	14
$\frac{1}{2}''$	12,701	9,990	1,355	0,291	11,345	2,117	12
$\frac{5}{8}''$	15,876	12,918	1,479	0,317	14,397	2,309	11
$\frac{3}{4}''$	19,051	15,798	1,627	0,349	17,424	2,540	10
$\frac{7}{8}''$	22,226	18,611	1,807	0,388	20,419	2,822	9
1''	25,401	21,335	2,039	0,436	23,368	3,175	8
$1\frac{1}{8}''$	28,576	23,929	2,324	0,498	26,253	3,629	7
$1\frac{1}{4}''$	31,751	27,104	2,324	0,498	29,428	3,629	7
$1\frac{3}{8}''$	34,926	29,505	2,711	0,581	32,215	4,233	6
$1\frac{1}{2}''$	38,101	32,680	2,711	0,581	35,391	4,233	6
$1\frac{5}{8}''$	41,277	34,771	3,253	0,698	38,024	5,080	5
$1\frac{3}{4}''$	44,452	37,946	3,253	0,698	41,199	5,080	5
$(1\frac{7}{8})''$	47,627	40,398	3,614	0,775	44,012	5,645	4 $\frac{1}{2}$
2''	50,802	43,573	3,614	0,775	47,187	5,645	4 $\frac{1}{2}$
$2\frac{1}{4}''$	57,152	49,020	4,066	0,872	53,086	6,350	4
$2\frac{1}{2}''$	63,502	55,370	4,066	0,872	59,436	6,350	4
$2\frac{3}{4}''$	69,853	60,558	4,647	0,997	65,205	7,257	3 $\frac{1}{2}$
3''	76,203	66,909	4,647	0,997	71,556	7,257	3 $\frac{1}{2}$
$3\frac{1}{4}''$	82,553	72,544	5,005	1,073	77,548	7,816	3 $\frac{1}{4}$
$3\frac{1}{2}''$	88,903	78,894	5,005	1,073	83,899	7,816	3 $\frac{1}{4}$
$3\frac{3}{4}''$	95,251	84,410	5,422	1,163	89,832	8,467	3
4''	101,604	90,760	5,422	1,163	96,182	8,467	3
$4\frac{1}{4}''$	107,954	96,639	5,657	1,213	102,297	8,835	2 $\frac{7}{8}$
$4\frac{1}{2}''$	114,304	102,990	5,657	1,213	108,647	8,835	2 $\frac{7}{8}$
$4\frac{3}{4}''$	120,655	108,825	5,915	1,268	114,740	9,237	2 $\frac{3}{4}$
5''	127,005	115,176	5,915	1,268	121,090	9,237	2 $\frac{3}{4}$
$5\frac{1}{4}''$	133,355	120,963	6,196	1,329	127,159	9,677	2 $\frac{1}{2}$
$5\frac{1}{2}''$	139,705	127,313	6,196	1,329	133,509	9,677	2 $\frac{1}{2}$
$5\frac{3}{4}''$	146,055	133,043	6,506	1,395	139,549	10,160	2 $\frac{1}{2}$
6''	152,406	139,394	6,506	1,395	145,900	10,160	2 $\frac{1}{2}$

Die eingeklammerten Gewinde sind möglichst zu vermeiden.

Die Werte der Zahlentafel sind die theoretischen Abmessungen des Gewindes. Die entsprechenden Schneidwerkzeuge sind den Erfahrungen gemäß stärker oder schwächer zu wählen. Die Werte der Zahlentafel beziehen sich auf 20° (s. DIN 102). Sie sind errechnet nach dem englischen Original das auf 16 $\frac{3}{4}$ bezogen ist. Für die Errechnung ist 1'' = 25,40095 mm zugrunde gelegt.

2. April 1922 (4. geänderte Ausgabe).

Whitworth-Gewinde Original siehe Beiblatt zu DINORM 11.

(299)

Tabelle II.

DIN	Whitworth-Gewinde mit Spitzenspiel	DINORM 12
-----	---------------------------------------	--------------

Das Bolzengewinde erhält am Kopf, das Muttergewinde am Kern ein Spiel von $a = 0,074 h$ durch Abflachen.

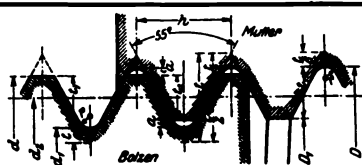


Abb. 24.

$$\lambda = \frac{25,40095}{z}$$

$$a = 0,074 h$$

$$r = 0,13733 h$$

$$t = 0,96049 h$$

$$t_1 = 0,56633 h$$

$$t_2 = 0,49233 h$$

Maße in mm

Nenn- durch- messer Zoll	Mutter		Bolzen					Flanken- durch- messer d_2	Steig- ung h	Gang- zahl auf 1 Zoll s	Trag- tiefe t_2
	Gewinde- durchm. D	Kern- durchm. D_1	Gewinde- durchm. d	Kern- durch- messer d_1	Kern- quer- schnitt cm^2	Gewinde- tiefe t_1	Run- dung r				
$(\frac{1}{4})''$	6,350	4,912	6,162	4,724	0,175	0,719	0,174	5,537	1,270	20	0,625
$(\frac{5}{16})''$	7,938	6,339	7,729	6,131	0,295	0,799	0,194	7,034	1,411	18	0,695
$(\frac{3}{8})''$	9,525	7,727	9,290	7,492	0,441	0,899	0,218	8,509	1,588	16	0,782
$(\frac{7}{16})''$	11,113	9,058	10,844	8,789	0,607	1,028	0,249	9,951	1,814	14	0,893
$\frac{1}{2}''$	12,701	10,303	12,387	9,990	0,784	1,199	0,291	11,345	2,117	12	1,042
$\frac{5}{8}''$	15,876	13,260	15,534	12,918	1,311	1,308	0,317	14,397	2,309	11	1,137
$\frac{3}{4}''$	19,051	16,174	18,675	15,798	1,960	1,439	0,349	17,424	2,540	10	1,251
$\frac{7}{8}''$	22,226	19,029	21,808	18,611	2,720	1,598	0,388	20,419	2,822	9	1,390
1''	25,401	21,805	24,931	21,335	3,575	1,798	0,436	23,368	3,175	8	1,563
$1\frac{1}{8}''$	28,576	24,466	28,039	23,929	4,497	2,055	0,498	26,253	3,629	7	1,787
$1\frac{1}{4}''$	31,751	27,641	31,214	27,104	5,770	2,055	0,498	29,428	3,629	7	1,787
$1\frac{3}{8}''$	34,926	30,131	34,330	29,505	6,837	2,398	0,581	32,215	4,233	6	2,084
$1\frac{1}{2}''$	38,101	33,306	37,475	32,680	8,388	2,398	0,581	35,391	4,233	6	2,084
$1\frac{5}{8}''$	41,277	35,522	40,525	34,771	9,495	2,877	0,698	38,024	5,080	5	2,501
$1\frac{3}{4}''$	44,452	38,698	43,700	37,945	11,310	2,877	0,698	41,199	5,080	5	2,501
$1\frac{7}{8}''$	47,627	41,233	46,791	40,398	12,818	3,197	0,775	44,012	5,645	$4\frac{1}{2}$	2,779
2''	50,802	44,408	49,967	43,573	14,912	3,197	0,775	47,187	5,645	$4\frac{1}{2}$	2,779
$2\frac{1}{8}''$	57,152	49,960	56,212	49,020	18,873	3,596	0,872	53,086	6,350	4	3,126
$2\frac{1}{4}''$	63,502	56,310	62,563	55,370	24,079	3,596	0,872	59,436	6,350	4	3,126
$2\frac{3}{8}''$	69,853	61,632	68,779	60,558	28,804	4,110	0,997	65,205	7,257	$3\frac{1}{2}$	3,573
3''	76,203	67,983	75,129	66,909	35,161	4,110	0,997	71,556	7,257	$3\frac{1}{2}$	3,573
$3\frac{1}{4}''$	82,553	73,701	81,396	72,544	41,333	4,426	1,073	77,548	7,816	$3\frac{1}{2}$	3,848
$3\frac{1}{2}''$	88,903	80,051	87,747	78,894	48,885	4,426	1,073	83,899	7,816	$3\frac{1}{2}$	3,848
$3\frac{3}{8}''$	95,254	85,663	94,000	84,410	55,959	4,795	1,163	89,832	8,467	3	4,169
4''	101,604	92,014	100,351	90,760	64,697	4,795	1,163	96,182	8,467	3	4,169
$4\frac{1}{8}''$	107,954	97,947	106,646	96,639	73,349	5,004	1,213	102,297	8,835	$2\frac{7}{8}$	4,350
$4\frac{1}{4}''$	114,304	104,297	112,997	102,990	83,307	5,004	1,213	108,647	8,835	$2\frac{7}{8}$	4,350
$4\frac{3}{8}''$	120,655	110,192	119,287	108,825	93,014	5,231	1,268	114,740	9,237	$2\frac{3}{4}$	4,548
5''	127,005	116,543	125,638	115,176	104,185	5,231	1,268	121,090	9,237	$2\frac{3}{4}$	4,548
$5\frac{1}{8}''$	133,355	122,395	131,923	120,963	114,922	5,480	1,329	127,159	9,677	$2\frac{3}{4}$	4,764
$5\frac{1}{4}''$	139,705	128,745	138,273	127,313	127,304	5,480	1,329	133,509	9,677	$2\frac{3}{4}$	4,764
$5\frac{3}{8}''$	146,055	134,547	144,552	133,043	139,022	5,754	1,395	139,549	10,160	$2\frac{1}{2}$	5,002
6''	152,406	140,897	150,902	139,394	152,608	5,754	1,395	145,900	10,160	$2\frac{1}{2}$	5,002

Für die Gewinde unter $\frac{1}{8}''$ sind die entsprechenden metrischen Gewinde nach DINORM 13 oder 14 zu verwenden. Das eingeklammerte Gewinde $1\frac{1}{8}''$ ist möglichst zu vermeiden.

Die Werte der Zahlentafel sind die theoretischen Abmessungen des Gewindes. Die entsprechenden Schneidwerkzeuge sind in der Form nach DINORM 11 herzustellen und den Erfahrungen gemäß stärker oder schwächer zu wählen.

Die Werte der Zahlentafel sind für 20° (siehe DINORM 102) errechnet. Für die Errechnung ist $1'' = 25,40059$ mm zugrunde gelegt.

1. April 1922 (4. geänderte Ausgabe).

(300) Tabelle III. Sellers-Gewinde, Abb. 22.

Äußerer Gewinde-durchmesser d	Gang-höhe h	Zahlenwert n	Äußerer Gewinde-durchmesser d	Gang-höhe h	Zahlenwert n	Äußerer Gewinde-durchmesser d	Gang-höhe h	Zahlenwert n
engl. Z.	engl. Z.	(s. u.)	engl. Z.	engl. Z.	(s. u.)	engl. Z.	engl. Z.	(s. u.)
$\frac{1}{8}$	0,0250	0,2000	$\frac{11}{8}$	0,1429	0,1270	$\frac{31}{4}$	0,2857	0,0879
$\frac{3}{16}$	0,0417	0,2222	$\frac{11}{4}$	0,1429	0,1143	$\frac{31}{2}$	0,3077	0,0879
$\frac{1}{4}$	0,0500	0,2000	$\frac{13}{8}$	0,1667	0,1212	$\frac{33}{4}$	0,3333	0,0889
$\frac{5}{16}$	0,0556	0,1778	$\frac{11}{2}$	0,1667	0,1111	4	0,3333	0,0833
$\frac{3}{8}$	0,0625	0,1667	$\frac{15}{8}$	0,1818	0,1119	$\frac{41}{4}$	0,3478	0,0818
$\frac{7}{16}$	0,0714	0,1633	$\frac{13}{4}$	0,2000	0,1143	$\frac{41}{2}$	0,3636	0,0808
$\frac{1}{2}$	0,0769	0,1538	$\frac{17}{8}$	0,2000	0,1067	$\frac{43}{4}$	0,3810	0,0802
$\frac{9}{16}$	0,0833	0,1481	2	0,2222	0,1111	5	0,4000	0,0800
$\frac{5}{8}$	0,0909	0,1455	$\frac{21}{4}$	0,2222	0,0988	$\frac{51}{4}$	0,4000	0,0762
$\frac{3}{4}$	0,1000	0,1333	$\frac{21}{2}$	0,2500	0,1000	$\frac{51}{2}$	0,4211	0,0766
$\frac{7}{8}$	0,1111	0,1270	$\frac{23}{4}$	0,2500	0,0909	$\frac{53}{4}$	0,4211	0,0732
1	0,1250	0,1250	3	0,2857	0,0952	6	0,4444	0,0741

(301)

Tabelle IV.

DIN	Metrisches Gewinde von 1 bis 10 mm Durchmesser.	DINORM 13
-----	--	--------------

Abb. 25 siehe S. 300.

 $t = 0,8660 h$
 $t_1 = 0,6945 h$
 $t_2 = 0,6495 h$
 $a = 0,045 h$
 $r = 0,0633 h$

Maße in mm

Gewinde-durchmesser d	Bolzen		Flanken-durchmesser d_2	Steigung h	Gewinde-tiefe t_1	Tragtiefe t_2	Rundung r	Mutter	
	Kern-durchmesser d_1	Kern-querschnitt cm^2						Gewinde-durchm. D	Kern-durchmesser D_1
1	0,652	0,0033	0,838	0,25	0,174	0,162	0,02	1,022	0,674
1,2	0,852	0,0057	1,038	0,25	0,174	0,162	0,02	1,222	0,874
1,4	0,984	0,0076	1,205	0,3	0,208	0,195	0,02	1,428	1,012
1,7	1,214	0,0116	1,473	0,35	0,243	0,227	0,02	1,732	1,246
2	1,444	0,0164	1,740	0,4	0,278	0,260	0,03	2,036	1,480
2,3	1,744	0,0239	2,040	0,4	0,278	0,260	0,03	2,336	1,780
2,6	1,974	0,0306	2,308	0,45	0,313	0,292	0,03	2,640	2,014
3	2,306	0,0418	2,675	0,5	0,347	0,325	0,03	3,046	2,352
3,5	2,666	0,0558	3,110	0,6	0,417	0,390	0,04	3,554	2,720
4	3,028	0,072	3,545	0,7	0,486	0,455	0,04	4,064	3,092
(4,5)	3,458	0,094	4,013	0,75	0,521	0,487	0,05	4,568	3,526
5	3,888	0,119	4,480	0,8	0,556	0,520	0,05	5,072	3,960
(5,5)	4,250	0,142	4,915	0,9	0,625	0,585	0,06	5,582	4,332
6	4,610	0,167	5,350	1	0,695	0,650	0,06	6,090	4,700
(7)	5,610	0,247	6,350	1	0,695	0,650	0,06	7,090	5,700
8	6,264	0,308	7,188	1,25	0,868	0,812	0,08	8,113	6,376
(9)	7,264	0,414	8,188	1,25	0,868	0,812	0,08	9,113	7,376
10	7,917	0,492	9,026	1,5	1,042	0,974	0,09	10,135	8,052

Die eingeklammerten Gewinde sind möglichst zu vermeiden.

Die Gewinde unter 6 mm Durchmesser sind die deutsche Fortsetzung des im Jahre 1898 in Zürich festgelegten internationalen Systems (S. I.).

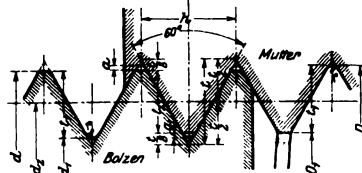
Die Werte der Zahlentafel sind die theoretischen Abmessungen des Gewindes. Die entsprechenden Schneidwerkzeuge sind den Erfahrungen gemäß stärker oder schwächer zu wählen.

1. April 1922 (4. geänderte Ausgabe).

Tabelle V.

DIN	Metrisches Gewinde von 6 bis 149 mm Durchmesser	DINORM 14
-----	--	--------------

Abb. 25.



Gewinde- durchm. d	Bolzen		Flanken- durch- messer d_2	Steigung h	Gewinde- tiefe t_1	Tragtiefe t_2	Rund- ung mittel r	Mutter	
	Kern- durch- messer d_1	Kern- quer- schnitt cm^2						Gewinde- durchm. D	Kern- durch- messer D_1
6	4,610	0,167	5 350	1	0 695	0 650	0,06	6 090	4 700
(7)	5,610	0 247	6 350	1	0 695	0,650	0,06	7 090	5 700
8	6 264	0,308	7,188	1,25	0 868	0 812	0 08	8,113	6 376
(9)	7,264	0,414	8,188	1,25	0 868	0 812	0 08	9,113	7,376
10	7,917	0,492	9,026	1,5	1 042	0 974	0 09	10 135	8 052
(11)	8 917	0,624	10,026	1,5	1 042	0 974	0 09	11,135	9 052
12	9 569	0,718	10,863	1,75	1 215	1,137	0,11	12,158	9 727
14	11 222	0,989	12,701	2	1 389	1,299	0,13	14,180	11 402
16	13,222	1,373	14,701	2	1 389	1,299	0,13	16,180	13 402
18	14 528	1,657	16,376	2,5	1,736	1 624	0,16	18,225	14 753
20	16 528	2,145	18,376	2,5	1 736	1 624	0,16	20,225	16 753
22	18,528	2,696	20,376	2,5	1,736	1,624	0,16	22,225	18 753
24	19 833	3,089	22,052	3	2,084	1,949	0 19	24,270	20 103
27	22 833	4,094	25,052	3	2,084	1,949	0 19	27,270	23,103
30	25,139	4,963	27,727	3,5	2,431	2,273	0 22	30,315	25 454
33	28 139	6,218	30,727	3,5	2,431	2 273	0 22	33,315	28 454
36	30,444	7,279	33,402	4	2,778	2,598	0 25	36,360	30 804
39	33 444	8,785	36,402	4	2 778	2,598	0,25	39,360	33 804
42	35 750	10,04	39,077	4,5	3,125	2,923	0,28	42,405	36 155
45	38 750	11,79	42,077	4,5	3 125	2,923	0,28	45,405	39 155
48	41,055	13,23	44,753	5	3,473	3,248	0 32	48 450	41,505
52	45,055	15,94	48,753	5	3,473	3,248	0 32	52 450	45 505
56	48,361	18,37	52 428	5,5	3 820	3,572	0,35	56 495	48,856
60	52,361	21,69	56,428	5,5	3 820	3,572	0,35	60,495	52 856
64	55,666	24,34	60 103	6	4,167	3,897	0,38	64,54	56 206
68	59,666	27,96	64,103	6	4,167	3,897	0,38	68 54	60 206
72	63,666	31,83	68 103	6	4,167	3,897	0,38	72 54	64,206
76	67,666	35,96	72,103	6	4,167	3,897	0,38	76 54	68 206
80	71,666	40,34	76 103	6	4,167	3,897	0,38	80,54	72,206
84	75,666	44,96	80 103	6	4 167	3,897	0,38	84 54	76,206
89	80,666	51,10	85,103	6	4,167	3,897	0,38	89,54	81 206
94	85,666	57,64	90 103	6	4,167	3,897	0,38	94,54	86,206
99	90,666	64,56	95 103	6	4,167	3,897	0,38	99 54	91,206
104	95,666	71,88	100 103	6	4,167	3,897	0,38	104,54	96,206
109	100,666	79,59	105,103	6	4,167	3,897	0,38	109 54	101,206
114	105,666	87,69	110,103	6	4,167	3,897	0,38	114 54	106 206
119	110,666	96,18	115,103	6	4,167	3,897	0,38	119,54	111,206
124	115,666	105,07	120,103	6	4,167	3,897	0,38	124 54	116 206
129	120,666	114,35	125,103	6	4,167	3,897	0,38	129,54	121 206
134	125,666	124,04	130,103	6	4,167	3,897	0,38	134,54	126 206
139	130,666	134,09	135,103	6	4,167	3,897	0,38	139,54	131,206
144	135,666	144,10	140,103	6	4,167	3,897	0,38	144,54	136 206
149	140,666	155,40	145,103	6	4,167	3,897	0,38	149,54	141,206

Die eingeklammerten Gewinde sind möglichst zu vermeiden.

Die Gewinde über 68 mm Durchmesser sind die deutsche Fortsetzung des im Jahre 1898 in Zürich festgelegten internationalen Systems (S. I.).

Obige Tabellenwerte beziehen sich auf die theoretischen Abmessungen der Gewinde. Die entsprechenden Maße der Schneidwerkzeuge sind den Erfahrungen gemäß stärker oder schwächer zu wählen.

1. August 1921 (3. geänderte Ausgabe).

Für Gasrohre wird ein Whitworth-Gewinde mit kleiner Ganghöhe verwendet: Gasrohr- oder Gasgewinde, das nach dem lichten Rohrdurchmesser in englischen Zollen bezeichnet wird.

(302) Nach DIN. 259 und 260 ist das Whitworth-Rohrgewinde International ohne bzw. mit Spitzenspiel, vgl. S. 297/298, genormt. (Der Kantenwinkel beträgt 55°.) Nachfolgende Tabelle VI gibt die Abmessungen auszugsweise wieder.

(303) Tabelle VI. Gewinde für Gasrohre.

Whitworth-Rohrgewinde International, ohne und mit Spitzenspiel.
Auszug aus DIN 259 und 260. Bez. Abmessungen vgl. Abb. 23 und 24.

Nenn-durch-messer	Nenn-durch-messer	Gewinde-durchmesser	Kern-durchmesser	Gewindetiefe	Rundung	Flanken-durchmesser	Steigung	Gangzahl auf 1 Zoll	mit Spitzenspiel				
									Mutter				
									Tragtiefe	Gewinde-durchmesser	Kern-durchmesser	Gewinde-tiefe	Rundung
Zoll	mm	d	d ₁	t ₁	r	d ₂	h	z	t ₀	D	D ₁	T	R
1/8	10	9,8	8,638	0,581	0,125	9,219	0,907	28	0,446	9,890	8,772	0,559	0,086
3/16	11	11,0	9,192	0,904	0,194	10,096	1,411	18	0,695	11,142	9,402	0,870	0,133
1/4	13	13,4	11,592	0,904	0,194	12,496	1,411	18	0,695	13,542	11,802	0,870	0,133
5/16	17	16,8	14,992	0,904	0,194	15,896	1,411	18	0,695	16,942	15,202	0,870	0,133
1/2	21	21,0	18,676	1,162	0,249	19,838	1,814	14	0,893	21,182	18,946	1,118	0,171
5/8	23	23,0	20,676	1,162	0,249	21,838	1,814	14	0,893	23,182	20,946	1,118	0,171
3/4	27	26,4	24,076	1,162	0,249	25,238	1,814	14	0,893	26,582	24,346	1,118	0,171
7/8	30	30,2	27,876	1,162	0,249	29,038	1,814	14	0,893	30,382	28,146	1,118	0,171
1	33	33,2	30,242	1,479	0,317	31,721	2,309	11	1,137	33,430	30,584	1,423	0,218
1 1/8	38	38,0	35,042	1,479	0,317	36,521	2,309	11	1,137	38,230	35,384	1,423	0,218
1 1/4	42	42,0	39,042	1,479	0,317	40,521	2,309	11	1,137	42,230	39,384	1,423	0,218
1 3/8	45	45,0	42,042	1,479	0,317	43,521	2,309	11	1,137	45,230	42,384	1,423	0,218
1 1/2	48	47,8	44,842	1,479	0,317	46,321	2,309	11	1,137	48,030	45,184	1,423	0,218
1 3/4	54	53,8	50,842	1,479	0,317	52,321	2,309	11	1,137	54,030	51,184	1,423	0,218
2	60	59,6	56,642	1,479	0,317	58,121	2,309	11	1,137	59,830	56,984	1,423	0,218
2 1/4	66	65,8	62,842	1,479	0,317	64,321	2,309	11	1,137	66,030	63,184	1,423	0,218
2 3/8	69	69,4	66,442	1,479	0,317	67,921	2,309	11	1,137	69,630	66,784	1,423	0,218
2 1/2	73	72,6	69,642	1,479	0,317	71,121	2,309	11	1,137	72,830	69,984	1,423	0,218
2 3/4	75	75,2	72,242	1,479	0,317	73,721	2,309	11	1,137	75,430	72,584	1,423	0,218
2 3/4	82	81,6	78,642	1,479	0,317	80,121	2,309	11	1,137	81,830	78,984	1,423	0,218
3	88	88,4	85,442	1,479	0,317	86,921	2,309	11	1,137	88,630	85,784	1,423	0,218

(304) Den Bedürfnissen der Feinmechanik trägt das metrische Feingewinde DIN. 241÷243 Rechnung.

Bewegungsschrauben.

(305) Flachgewinde mit Rechteckquerschnitt und Ausrundung der einspringenden Ecken im Gewindegrunde (wenn auch nur mit sehr kleinem Halbmesser). Profil und Steigung, von Werkstatteinrichtung abhängig, kann aus dem scharfen Gewinde gemäß Abb. 26 entstehend gedacht werden.

Aus Festigkeits- und Herstellungsgründen hat der NDI. von einer Normalisierung des Flachgewindes abgesehen, er empfiehlt statt dessen das Trapezgewinde.

(306) Trapezgewinde, nach DIN. 103 mittelfein und 378 bzw. 379, fein bzw. grob, als Befestigungsgewinde und Vstellgewinde im Werkzeugmaschinenbau, Abb. 27..

$$t = 1,866 h; \quad t_1 = 0,5 h + \frac{2}{3} b;$$

$$t_2 = 0,5 (h - a); \quad T = 0,5 (h + a); \quad c = 0,25 h.$$

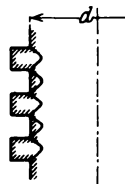


Abb. 26.

(307) Sägewinde für hohe, bei Pressen und ähnlichen Maschinen auftretende Drücke nach DIN. 513 ÷ 515, Abb. 28.

$$t_1 = h; \quad t = 1,5879 \, t_1; \quad i = 0,293956 \, h; \quad c = 0,18512 \, h; \quad t_2 = h - b.$$

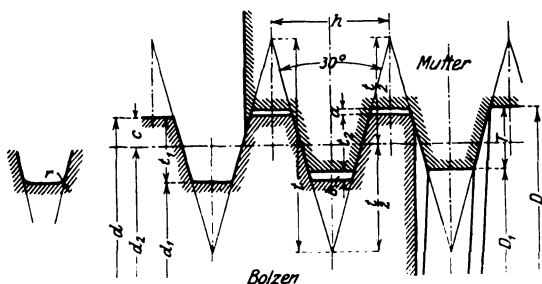


Abb. 27.

(308) Rundgewinde nach DIN. 405, Abb. 29, für Feuerlöschgeräte (Schlauchverschraubungen u. dgl.)

$$h = \frac{25,40095}{z}; \quad t = 1,86603 \, h; \quad t_1 = 0,5 \, h; \quad t_2 = 0,0835 \, h; \quad a = 0,05 \, h; \\ b = 0,68301 \, h; \quad r = 0,23851 \, h; \quad R = 0,25597 \, h; \quad R_1 = 0,22105 \, h.$$

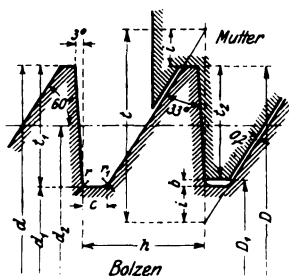


Abb. 28.

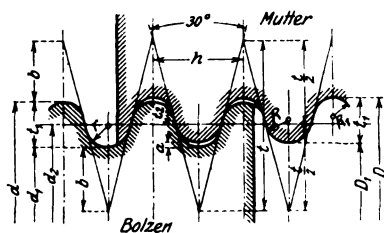


Abb. 29.

Berechnung.

(309) Befestigungsschrauben. Beanspruchende Kraft in Richtung Schraubenachse wirksam. Berechnung verschieden, je nachdem der Schraubenkern nur auf Zug bzw. Druck oder außerdem noch auf Drehung beansprucht ist. Unter Voraussetzung gleichmäßiger Spannungsverteilung über den Kernquerschnitt und Vernachlässigung des Einflusses der Gewindegänge auf die Festigkeit gilt für die nur durch Normalspannungen beanspruchte Schraube

$$Q = 0,25 \pi d_1^2 \cdot k_z = 0,25 \pi \left(\frac{d_1}{d}\right)^2 d^2 k_z.$$

Mit $k_z = 600 \text{ kg/cm}^2$, Belastungsweise b im Falle gut geschnittenen Gewindes und dem für $1/2''$ engl. gültigen Werte $(d_1 : d)^2 = 0,63$ folgt

$$Q = 300 d^2;$$

für andere, vom Material und Güte der Herstellung abhängige, zulässige Anstrengungen entsprechende proportionale Änderung des Beiwertes, der über-

dies zufolge Zunahme von $(d_1 : d)^2$ mit dem Gewindedurchmesser wächst (um 12⁰/₀ für die 42-mm-Schraube).

Muttergewinde auf Biegung beansprucht; unter der nicht erfüllten Voraussetzung der Übertragung durch alle Gänge folgt für das metrische Gewinde die tragende Gangzahl $z \approx 0,6 \frac{k_z}{k_b} d$. Ausführung der Mutterhöhe im Falle gleichen Materials für Schraube und Mutter mit $m = z \cdot h = d$. Für verschiedenes Material folgt $m = (k_{b_s} : k_{b_m}) d_1$ und für Bronze mit $k_{b_m} = 300 \text{ kg/cm}^2$, sofern $k_{b_s} = 480 \text{ kg/cm}^2$ als zulässig erachtet wird, $m \approx 1,33 d$. Für Gußeisen soll sein $m = (1,5 \div 2) d$. Im Falle Platzmangels für diese Mutterhöhe normale Höhe der verstärkten Schraube: Verzichtleistung auf deren volle Ausnützung.

Sofern d in engl. Zollen gemessen wird, folgt unter oben gemachten Voraussetzungen

$$Q = 300 (2,54)^2 d^2 \approx 2000 d^2.$$

Bei einseitigem Aufsitzen der Mutter zusätzliche Biegeanstrengung des Schraubenkernes um 400⁰/₀ und mehr.

(310) Schraubenkern auf Zug oder Druck und auf Drehung beansprucht durch Gewindereibungsmoment: Schrauben, die mit der Last angezogen werden. Außer Festigkeits- noch Pressungsforderung maßgebend. Erstere liefert, sofern die resultierende Anstrengung bestimmt wird durch die gesamte Zugkraft und das gesamte Moment und die Beanspruchungen gleichartig sind,

$$Q = 0,60 \cdot 0,25 \pi d_1^2 \cdot k_z$$

und im Falle verschiedener Beanspruchung (b bzw. a)

$$Q = 0,75 \cdot 0,25 \pi d_1^2 \cdot k_z;$$

damit wird $Q = 180 d^2$ bzw. $Q = 1200 d^2$ und $Q = 225 d^2$ bzw. $Q = 1500 d^2$ mit d in cm bzw. engl. Zollen.

(311) Die Beschränkung der Pressung drückt sich aus durch

$$Q \leq k \cdot 0,25 \pi (d^2 - d_1^2) z;$$

hierin darf sein für Befestigungs- und Stellschrauben:

für Flußeisen auf Flußeisen oder gewöhnlicher Bronze . . . $k \leq 150 \text{ kg/cm}^2$,
 „ Flußstahl auf Flußstahl oder harter Bronze $k \leq 300 \text{ kg/cm}^2$,
 „ die Pressung zwischen Mutter und Unterlage, Flußeisen
 auf Flußeisen gilt $k \leq 300 \text{ kg/cm}^2$.

Berücksichtigung der zusätzlichen Anstrengung dadurch, daß (für Spannungsverbindungen oder im Interesse gesicherter Abdichtung mittels wenig elastischer Dichtungen) von vornherein die Schraube von $\frac{7}{8}$ '' an aufwärts kräftig angezogen und ev. während des Betriebes nachgezogen wird, entweder durch Verminderung obiger Beiwerte um 25⁰/₀ oder Zugrundelegung einer um 25⁰/₀ höheren Betriebskraft. Wegen der Gefahr der Überanstrengung tunlichste Vermeidung schwächerer Schrauben als 16 mm $\approx \frac{5}{8}$ '' engl. und Berechnung an Hand einer mit dem Durchmesser abnehmenden zulässigen Anstrengung oder Zuschlag einer mit abnehmendem Durchmesser wachsenden Konstanten. Für übliche Mutterhöhe $m = d$ folgt unter Voraussetzung allseitigen Tragens die Pressung $k \approx 0,23 k_z$ und für $k_z = 600 \text{ kg/cm}^2$ wird $k \approx 140 \text{ kg/cm}^2$. Verminderung durch Vergrößerung von m (Stopfbüchsschrauben) oder Vergrößerung von d , d. h. Nichtausnutzung hinsichtlich Festigkeit.

Für Bronzemuttern $m \approx 1,2 d$, für Gußeisenmuttern $m \approx 1,5 d$.

Nach dem Vorschlage des NDI. (dessen Mitteilungen Heft 3, Jahrgang 2, S. 68) sollen die Einschraubängen (für Stiftschrauben) betragen für Einschrauben in Flußeisen und Stahl $m = 1 d$, in Gußeisen $1,3 d$, in Weichmetall $1,7 d$.

Beispiel. Eine 1000 mm i. L. weite Rohrleitung werde durch einen Blindflansch abgeschlossen. Berechnung der Schraubenverbindung für einen größten, inneren Überdruck entsprechend 20 m Wassersäule.

Gesicherte Abdichtung bedingt, daß im Betriebszustande, d. h. im Falle vorhandenen Überdruckes zwischen Flansch und Dichtungsleiste noch eine Pressung wirksam ist. Ihr entsprechender Dichtungsdruck D und Wasserdruck $P = \gamma \cdot 0,25 \pi d^2 \cdot H$ werden durch die Schrauben übertrager; gesamte Schraubenkraft ist daher

$$S = D + P.$$

Sofern Dicke und Elastizität der Dichtung gering sind, nimmt der Dichtungsdruck im gleichen Maße ab als der Wasserdruck zunimmt: die Schraubenkraft S erfährt dadurch keine wesentliche Beeinflussung, die Schrauben sind von vornherein, noch ehe die Flüssigkeitspressung wirkt, stärker anzuziehen als dem Wasserdruck entspricht. Bei Spannungsverbindungen ein Zuschlag von $25 \div 33 \frac{1}{2} \%$ auf Betriebskraft üblich; im Falle geforderter Abdichtung durch die Verbindung Berücksichtigung des Dichtungsdruckes dadurch, daß gedrückte Fläche bis zur Mitte oder bis zur Außenkante der Dichtungsringfläche gerechnet wird, vgl. unter Rohrleitungen. Wird deren radiale Abmessung zu 40 mm bemessen, so folgt: gedrückte Fläche $0,25 \pi (1 + 2 \cdot 0,040)^2 = 0,916 \text{ m}^2$; Flüssigkeitsdruck = Schraubenkraft = $1000 \cdot 0,916 \cdot 20 \approx 18500 \text{ kg}$. Mit dem zu $1 + 2 \cdot 0,040 + 0,070 = 1,150 \text{ m}$ geschätzten Schraubenkreisdurchmesser (Aufzeichnung zweckmäßig) und einer größten Schraubenentfernung von 150 mm folgt Schraubenanzahl $1150 \pi : 150 = 24$, damit unter Voraussetzung gleichmäßiger Verteilung der 18500 kg auf alle Schrauben die Zugkraft je Schraube $18500 : 24 = 770 \text{ kg}$; sofern zusätzliche Beanspruchung durch Biegung ausgeschlossen ist, würde der Schraubendurchmesser aus $770 = \frac{3}{4} \cdot 2000 d^2$ zu $d = \frac{3}{4}''$ engl. folgen. Da die Erfüllung aller Voraussetzungen nicht zu erwarten ist und mit Rücksicht auf die vom NDI. empfohlene Vermeidung des $\frac{7}{8}''$ -Gewindes werde der Durchmesser zu $1''$ engl. oder zu 24 mm (S. I.) festgesetzt.

Über den Einfluß verhältnismäßig hoher und elastischer Dichtungen auf die Belastung der Schrauben vgl. unter Rohrleitungen.

Für die aus Abb. 15 ersichtliche Stellschraube würde unter oben gemachter Voraussetzung und Beachtung der verhältnismäßig seltenen Nachstellung folgen

$$4000 = 2000 d^3 \text{ d. i. } d = \frac{1}{8}'' \text{ engl. oder } d = 36 \text{ mm.}$$

(312) Bewegungsschrauben. Mit Flach-, Trapez-, Sägewinde. Je nach Zweckbestimmung Steigungswinkel verschieden; im Interesse guten Wirkungsgrades mehrgängige Schrauben, deren Kerndurchmesser zufolge des mit Steigungswinkel wachsenden Drehmomentes mit der Gangzahl i zunimmt. Schätzungsweise Bestimmung Kerndurchmessers an Hand einer Zug- bzw. Druckanstrengung gleich dem $(0,5 \div 0,75)$ fachen der zulässigen, Entscheidung über das Gewinde, vgl. (305), genauere Bestimmung des Gewindereibungsmomentes und Prüfung, ob die resultierende Anstrengung innerhalb der zulässigen Grenze bleibt. Mutterhöhe durch Forderung bestimmt, daß Pressung etwa die Hälfte der oben für Befestigungsschrauben angegebenen Werte nicht überschreitet, sofern nicht Rücksichten auf Erwärmung, Abnutzung und ihre Folgen für deren weitere Herabsetzung sprechen.

Beispiel. Der größte Arbeitsdruck einer Spindelpresse betrage 50 000 kg; Berechnung der Spindel, deren freie Länge den Fall der Knickung ausschließe.

Mit $k_z = 0,667 \cdot 1000 = 667 \text{ kg/cm}^2$ folgt Kerndurchmesser aus

$$50000 = 0,25 \pi d_1^2 \cdot 670 \text{ zu } d_1 \approx 100 \text{ mm.}$$

Mit 10 mm Gewindetiefe wird der äußere Gewindedurchmesser 120 mm und für die Basis des Gewindeprofils $s = \frac{100}{12,5} = 8 \text{ mm}$ folgt im Falle 5gängiger Schraube der mittlere Steigungswinkel aus

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{5 \cdot 2 \cdot 8}{\frac{100 + 120}{2} \pi} = 0,232 \text{ zu } \alpha \approx 13^\circ;$$

mit $\mu = \operatorname{tg} \varrho = 0,10$ entsprechend $\varrho \approx 5^\circ 50'$ wird

$$M = 50000 \cdot 5,5 \operatorname{tg} \cdot 19^\circ \approx 95000 \text{ cm kg}$$

und

$$r = \frac{95000}{0,2 \cdot 10^8} \approx 500 \text{ kg/cm}^2;$$

die resultierende Anstrengung ist

$$k = 0,35 \cdot 670 + 0,65 \sqrt{670^2 + 4 \alpha_0^2 \cdot 500^2}$$

und mit $\alpha_0 = \frac{1000}{1,3 \cdot 800} \approx 1$ folgt $k = 234 + 787 \approx 1000 \text{ kg/cm}^2$; für harte Bronze $k = 100 \text{ kg/cm}^2$ zugelassen, folgt die Zahl der tragenden Gänge aus

$$50000 = z \cdot 0,25 \pi (12^2 - 10^2) \cdot 100 \text{ zu } z \approx 15$$

und damit die Mutterhöhe zu

$$(15 + 2) 2,8 \approx 270 \text{ mm.}$$

Im Falle engl. Maßes ist die Ganghöhe diesem entsprechend zu bemessen.

Schraubenverbindungen für Kräfte senkrecht zur Schraubenachse.

(313) Berechnung der Schrauben wie vorher auf Reibungsschluß: Die Kraftübertragung erfolgt durch Reibung in Berührungsflächen, verknüpft mit deren Aufeinanderpressen durch die Schraubenkraft. Es ist $\mu Q = S$ die je Schraube übertragbare Querkraft. Ausführung mit gepreßten (rohen) Schrauben, in weiter gebohrten Löchern sitzend. Über die hierfür und aus Gründen der Lagerhaltung vom NDI. aufgestellten Normen vgl. DIN. 74 ÷ 77.

Reibungszahl μ je nach Bearbeitung der Sitzflächen verschieden, im allgemeinen unbestimmt; im Sinne sicherer Rechnung kleines μ liegend. Oder Übertragung der Querkräfte durch gedrehte, passend im Loche sitzende Schrauben: Schaft auf Biegung beansprucht.

Im Falle auftretender Erzitterungen oder Stoßwirkungen und insbesondere bei Richtungswechsel der Querkraft ist die Wirksamkeit der Reibung mindestens unsicher und muß sich der Schaft mit Pressung gegen die Bohrung legen: konisch eingepaßte Stifte, mit Anzug 1 : 50, und zum Lösen, oder zur Übertragung von Kräften in Richtung der Schraubenachse, mit Gewindepapfen versehen. Vgl. DIN. 257 und 258. Billiger und weniger vollkommen sind Paßschrauben, mit geringem Übermaß gedreht und in aufgeriebenes Loch einzutreiben. Streng genommen eine nicht lösbare Verbindung. Sofern Kräfte senkrecht zur Schraubenachse fehlen, genügen konische (Präzisions)-stifte, mit Anzug 1 : 50, nach DIN. 1. Biegebungsbeanspruchung des Schaftes.

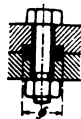


Abb. 30.

Ähnlich wirken die sog. Präzisionsringe, Abb. 30, zylindrisch oder doppelt konisch, während die Verbindungen, Abb. 31 ÷ 33, an die Wirkung der Längskeile (288) erinnern. Von Abb. 31 abgesehen ist genau deckende Herstellung der Nuten schwierig. Vgl. auch unter Flanschkupplung.

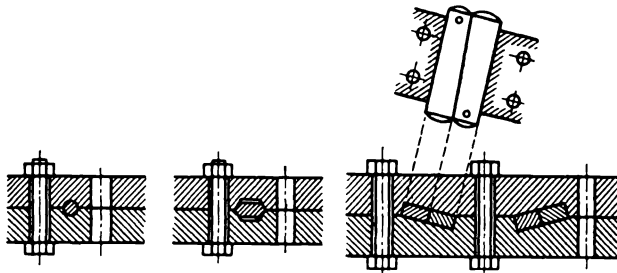


Abb. 31 ÷ 33.

(314) Muttern meist sechskantig, Schlüsselweite $s \approx 1,4d + 4 \text{ mm}$, genormt, auch für Vier- und Achkantmuttern maßgebend, deren Kanten gebrochen sind.

Vgl. DIN. 475. Stärke des Schlüsselmaules $\approx 0,8 d =$ Kopfhöhe. Form des einfachen oder Doppelschlüssels nach Abb. 34 gemäß DIN. 129 ÷ 133. Im Falle Platzmangels für das Anziehen: Steckschlüssel, Abb. 35. Rundmuttern mit Anzuglöchern parallel zur Achse: Zweilochmuttern, DIN. 547, oder 4 ra-

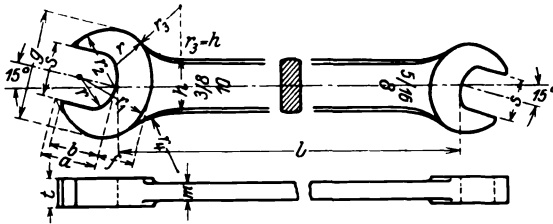


Abb. 34.

dialen Löchern: Kreuzlochmutter DIN. 548; oder mit Rasten radial: Stirn-schlitzmuttern nach DIN. 430, 431 oder axial mit entsprechendem Schlüssel, Abb. 36. Unterlegscheiben im Falle weicher oder rauher Unterlage oder größeren Schraubenloches; rund nach DIN. 125 und 126 oder quadratisch nach DIN. 436. Größe von zulässiger Pressung (für Holz 40 kg/cm²), Stärke von Durchbiegung abhängig. Zur Ausgleichung der Schräge von Muttersitzflächen, (Vermeidung einseitigen Aufsetzens von Kopf bzw. Mutter, vgl. (309)), keilförmige Unterlegscheiben nach DIN. 434 ÷ 435.

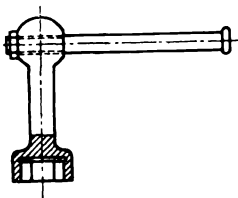


Abb. 35.

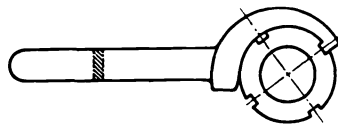


Abb. 36.

(315) Schraubenarten. Unterscheidung in Mutterschrauben (Schaft mit Kopf und Mutter), Kopfschrauben (Schaft mit Kopf), mit den verschiedensten Kopfformen und Stiftschrauben nur Schaft, mit Gewindegang; Gewinde-, Einschraubängen bei Stiftschrauben und Lochtiefe für diese sind genormt, DIN. 75 und 77. Im Interesse raschen LöSENS der Verbindung Flügelschrauben und Flügelmuttern nach DIN. 313 ÷ 316. Klappschrauben mit zylindrischem, um Bolzen drehbaren Kopf, (Sicherung gegen Abrutschen der Mutter). Vgl. Koch, Dampf- und Druckfasserverschlüsse, Z. f. D. u. M. B. 1913, S. 76 ff. Einsteckschrauben mit Hammerkopf: Hammerschrauben nach DIN. 261; Beachtung der Möglichkeit des Durchfallens und Drehens beim Anziehen der Mutter. Im Falle unsymmetrischen Kopfes zusätzliche Biegebeanspruchung.

Hinderung des Festrostens durch Bronzemuttern, eingefettet und mit Bolzen abschneidend oder geschlossen: Hutmuttern.

Gewinde nicht dichtend; Abdichtung durch gedrehte Sitzfläche, Fettung der Muttersitzfläche mit Talg oder Verwendung besonderer Dichtungsmittel.

(316) Sicherung durch Gegenmutter, im Falle verschiedener Mutterhöhe die obere tragend und höher; durch Federringe nach DIN. 127 ÷ 128; durch Versplintung nach DIN. 94; durch umgebogene, gegen Drehung gesicherte Unterlegscheiben nach DIN. 93 und 432.

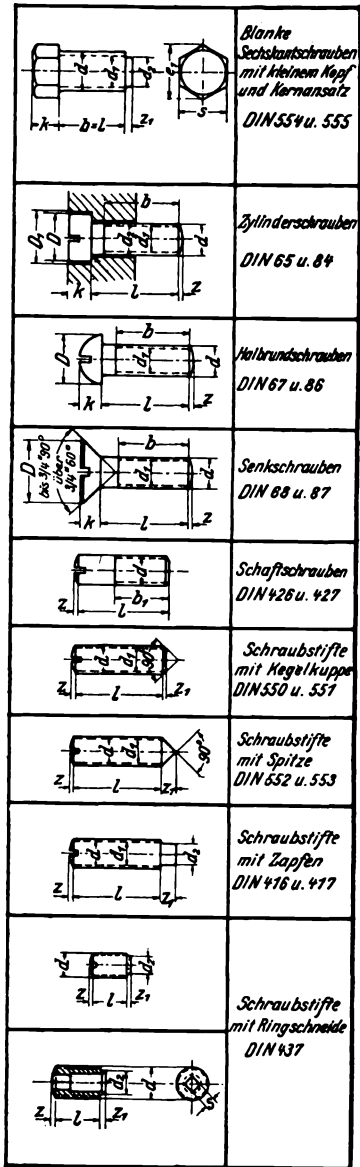
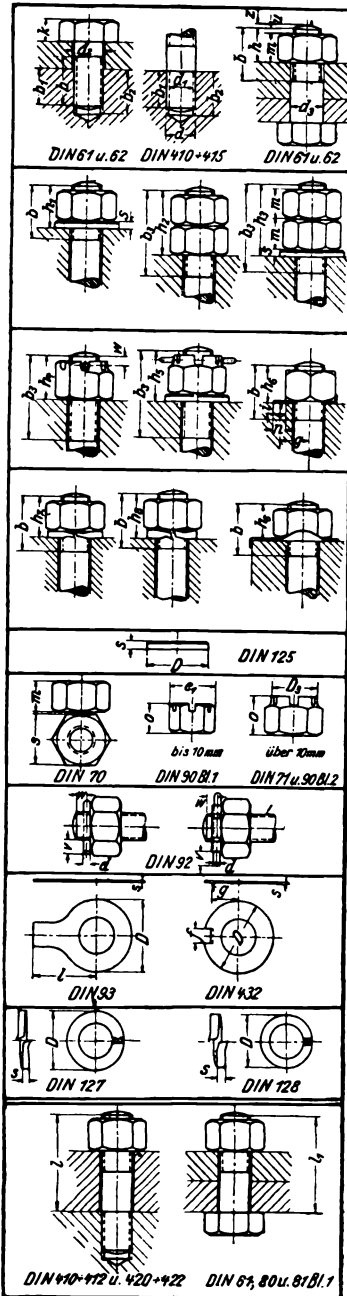


Abb. 37 ÷ 70.

Über Ausführungsformen von Schrauben und Muttern, Bezeichnungsweise und genormte Abmessungen vgl. DIN. 72, Bl. 1 und 2, Konstruktionsblatt über Schraubenverbindungen, Abb. 37 ÷ 70.

Sicherung des Abstandes durch Zwischen- (Futter-) ringe oder Gasrohr- (distanz-) stücke mit durchgehender Schraube, (beiderseits Muttern), oder besser und teurer, durch Fassonschrauben. Im Falle Verschraubung mit den zu sichernden Wänden werden die Schrauben als Stehbolzen bezeichnet.

(317) Zur Verbindung von Maschinenteilen mit dem gemauerten Fundament dienen Steinschrauben, nach DIN. 440 als normale Schraube mit Vierkantkopf, oder mit I-förmig ausgezogenem (gepreßtem) Schaftende, oder mit einem zu einer Schlaufe umgebogenen Ende. Im Falle größerer auf das Fundament zu übertragender Kräfte Fundamentanker, Ankerschrauben nach DIN. 797, mit Vierkantsmutter nach DIN. 798 und Hammerschrauben, DIN. 261 mit den zugehörigen Ankerplatten DIN. 795 bzw. DIN. 794 und 796, zum Durchstecken der Hammerschraube eingerichtet.

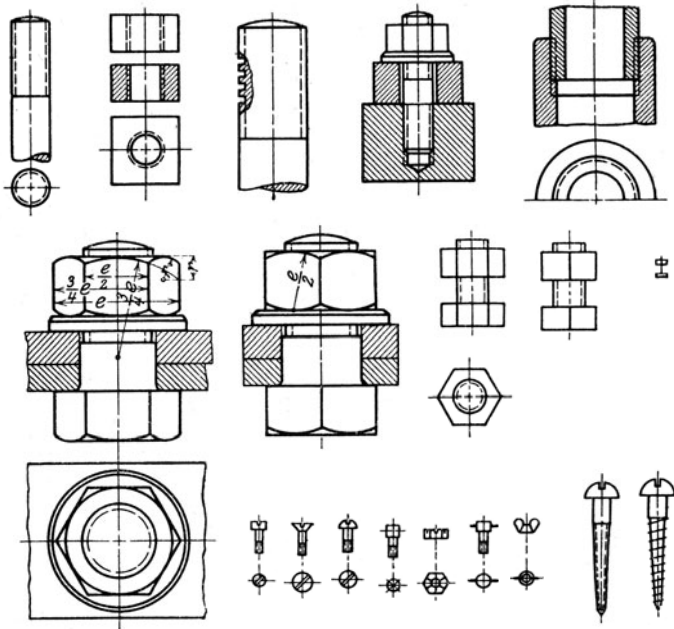















Abb. 71 ÷ 90.

Ankerschrauben mit Gewinde auf beiden Seiten ermöglichen gleichen Überstand über die Mutter (fehlerhafte Ankerlänge ausgleichbar, Schmiedearbeit entbehrlich). Größe der Ankerplatte durch Pressung bestimmt: 10 kg/cm^2 für Ziegelmauerwerk in Zementmörtel. Stärke aus Biegungsgleichung folgend mit $k_b = 300 \text{ kg/cm}^2$ für Gußeisen. Berechnung der Ankerschraube rücksichtlich der hohen anfänglichen Inanspruchnahme und der bleibend werdenden Formänderungen von Anker und Fundament mit dem 0,75fachen der oben ermittelten Beiwerte.

Zeichnerische Darstellung der Schrauben entsprechend DIN. 27 nach Abb. 71 ÷ 90 und sinnbildliche Darstellung gemäß DIN. 139 nach Abb. 91.

Abb. 91.

Maße in Zoll.	
Durchmesser	$\frac{5}{16}''$ $\frac{3}{8}''$ $\frac{1}{2}''$ $\frac{5}{8}''$ $\frac{3}{4}''$ $\frac{7}{8}''$ $1''$ $1\frac{1}{8}''$ $1\frac{1}{4}''$ $1\frac{3}{8}''$ $1\frac{1}{2}''$ $1\frac{5}{8}''$ $1\frac{3}{4}''$
Sinnbild	             Kreis mit Maßangabe z. B. $\frac{13}{16}''$

Die Kreise der Sinnbilder sind so groß wie die der entsprechenden Niete (vgl. (320)) zu zeichnen.

Vgl. DIN. Mitteilungen 10. 12. 20, Heft 5.

Nieten.

(318) Allgemeines. Niet, aus zähem Eisen bestehend: Nietschaft mit Setzkopf d_1 , Abb. 92, vor dem Vernieten vorhanden, Schließkopf d_2 durch Hand- oder Maschinennietung erzeugt. Bei kleinen Durchmessern auf kaltem Wege möglich, kalte Vernietung; oder Bildung des Schließkopfes in glühendem Zustande des Nietes, warme Vernietung.

Ein-, zwei- und mehrschnittige Vernietung, je nachdem die Niete in einem, zwei oder in mehreren Querschnitten abgeschert würden, eine solche Trennung als möglich vorausgesetzt. Ein-, zwei- und mehrreihige Nietverbindungen, je nach der Anordnung in einer, zwei oder mehreren Reihen.

Zickzacknietung, wenn die Niete der einen gegen die der anderen Reihe versetzt sind; Parallel- oder Kettennietung mit hintereinander liegenden Nieten.

(319) Nach Anforderung an die Nietverbindung Unterscheidung in

- fest-dichte Nietung (Dampfkessel),
- feste Nietung (Eisenbau),
- dichte Nietung (Gefäße für geringen inneren oder äußeren Überdruck).

(320) Niete für die verschiedenen Verwendungszwecke hinsichtlich Durchmesser, Kopfform und Schaftlängen genormt; Abb. 93 ÷ 96 lassen die normalen Abmessungen erkennen. Ebenso sind die Nietlängen genormt und zwar

für Kesselbau, Abb. 93,	gemäß DIN. 123,
„ Eisenbau, Abb. 94,	„ „ 124,
„ Senkniete, Abb. 95,	„ „ 302,
„ Linsensenkniete, Abb. 96,	„ „ 303;

für 1 ÷ 9 mm Durchmesser

Blechniete mit Halbrundkopf nach DIN. 660
„ „ Senkkopf „ „ 661
„ „ Linsenkopf „ „ 662.

Die vom NDI. festgesetzten Sinnbilder, vgl. DIN. 139, sind aus Abb. 97 ersichtlich.

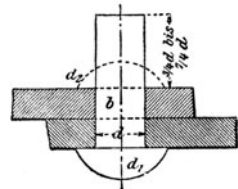


Abb. 92.

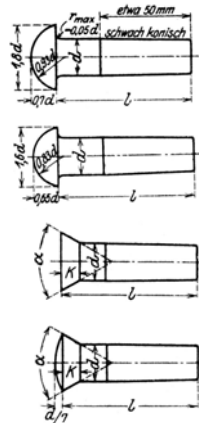


Abb. 93 ÷ 96.

Fest-dichte Nietung.

(321) Satt aufeinander liegende Bleche, insbesondere der Enden, mit gut passenden Nietlöchern, die im Falle hoher Blechbeanspruchung zu bohren sind.

Lochen nur im Falle genügend zähen Bleches zulässig, wenn Zähigkeitsverminderung statthaft erscheint, die durch örtliche Erwärmung gesteigert werden kann.

Beim Warmnieten von Hand diese Forderungen im allgemeinen besser erfüllt, außerdem die Blechschädigung geringer als bei maschineller Nietung im

Abb. 97.

Fertiggeschlagener Niet	11	14	17	20	23	26	29	32	35	38	41	44
Maßstab 1:5												
Sinnbild							Kreis mit Maßangabe z. B. ⌀^{38}					
Maßstab 1:10												

Als Kreise der Sinnbilder sind im Maßstab 1:5 die Schaftkreise, im Maßstab 1:10 die Kopfkreise zu wählen.

Unter 11 mm geschlagenem Niet wird für die Kennzeichnung ebenfalls das + Zeichen verwendet, jedoch das Maß des Nietdurchmessers beigelegt, z. B. für den 9,5 mm geschlagenen Niet + 9,5.

Art der Vernietung	Versenkt		Beidseits	Halbversenkt		Beidseits	Montageniet
	Oberer Kopf	Unterer Kopf		Oberer Kopf	Unterer Kopf		
Sinnbild.							
Beispiel: Breite 23 mm geschlagenem Niet; Maßstab 1:10.							

Falle zu hohen Nietdruckes, über $6500 \div 8000 \text{ kg/cm}^2$ Schaftquerschnitt. Abdichtung durch Verstemmen der Bleche über 5 mm Dicke und der Nietköpfe, das gleichfalls die Zähigkeit des Bleches herabsetzt und nur dort bewirkt werden sollte, wo es notwendig ist. Entbehrlichmachung des Verstemmens der Nietköpfe strebt die Stiftnietung von Schuch an: Ersatz des Nietes durch Stift mit kegeligem Ende. Vgl. Baumann, Z. 1919, S. 555 ff.

Kraftübertragend wirkt die warm hergestellte Verbindung nur durch den Gleitwiderstand, der in den Berührungsflächen der Bleche auftritt und abhängt von der Stauchtemperatur und Nietlänge, der Art und Ausführung der Nietverbindung (hand- oder maschinengenietet, verstemmt oder unverstemmt). Vgl. hierüber C. Bach, M. E., 13. Aufl., S. 182ff. und die daselbst genannten Quellen. Eine Inanspruchnahme des Nietquerschnittes auf Absicherung kann allenfalls nur nach vorausgegangenem Gleiten erfolgen, dessen Betrag abhängt vom Unterschied der Durchmesser von Niet- und Lochwand und das die Abdichtung in Frage stellt, ganz abgesehen davon, daß in diesem Falle nicht alle Niete gleich satt zum Anliegen kommen. Nach Bach soll der Gleitwiderstand je cm^2 Nietquerschnitt folgende Werte nicht ohne Not überschreiten:

$k_n = 700 \text{ kg/cm}^2$ bei einreihiger Überlappungsnietung	} einschnittige Niete,
$= 650$ „ „ zweireihiger „	
$= 600$ „ „ dreireihiger „	
$= 1200$ „ „ einreihiger Doppellaschennietung	} zweischnittige Niete.
$= 1150$ „ „ zweireihiger „	
$= 1100$ „ „ dreireihiger „	

Berechnung.

(322) Einschnittige, einreihige Vernietung, Abb. 98¹⁾.

Obere Grenze der Nietteilung t rücksichtlich Abdichtung, untere durch Möglichkeit des Verstemmens bestimmt; dasselbe gilt von Überlappung e . Erfahrungsgemäß $e \approx 1,5 d$. Nietdurchmesser abhängig von Blechstärke, etwa $d = \sqrt{5s} - 0,4$, worin s bestimmt ist durch die Materialanstrengung k_z . Unter Voraussetzung gleichmäßiger Spannungsverteilung gilt

$$(t - d) s \cdot k_z = b s k_z \geq 0,5 p D t,$$

mit $p =$ innerer Überdruck, so daß

$$s = D \frac{p}{2 k_z} \frac{t}{t - d}.$$

worin wegen der zusätzlichen Biegeanstrengung $k_z = (1/5 \div 1/4,5) K_z$.

Mit zulässigem Gleitwiderstand k_n je cm^2 Nietquerschnitt folgt aus

$$0,5 p D t = k_n \cdot 0,25 \pi d^2 = \sigma_v t \cdot s,$$

$$\sigma_v = k_n \cdot 0,25 \pi d^2 : s t \quad \text{und} \quad 2 s \sigma_v = p D;$$

$$k_n \leq 700 \text{ kg/cm}^2.$$

Bestimmung von $s = \frac{1}{2} \frac{p D}{k_z} \frac{t}{t - d}$ unter Schätzung von $z = \frac{t - d}{t}$, des Nietdurchmessers und der Nietteilung. Ermittlung von z und ev. Wiederholung der Rechnung oder ausgehen von $t = 2d + 0,8$ und mittels tabellarischer Zusammenstellung Bestimmung der Blechstärke s , für die $2 s \sigma_v = p D$ wird, mit nachfolgender Prüfung, ob $k_z = (1/5 \div 1/4,5) K_z$ erfüllt ist. Vgl. auch unter „Bauvorschriften für Landdampfkessel“.

(323) Einschnittige, zweireihige Vernietung, Abb. 99 und 100. Allgemein gilt $2 \cdot 0,25 \pi d^2 k_n \geq 0,5 p D t$ und $(t - d) s \cdot k_z \geq 0,5 p D t$. Wie vorher Bestimmung von s an Hand Schätzwertes z , von d und t . Kontrolle von z . Oder ausgehen von

$$t = 2,6 d + 1,5 \text{ cm für die Zickzacknietung, Abb. 99, mit } e_1 = 0,6 t,$$

$$t = 2,6 d + 1 \text{ cm für die Kettennietung, Abb. 100, mit } e_1 = 0,8 t$$

und aus tabellarischer Bestimmung Abgreifen der für gegebenes $D p$ folgenden Abmessungen.

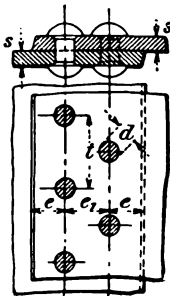


Abb. 99.

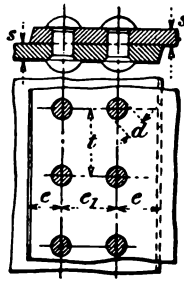


Abb. 100.

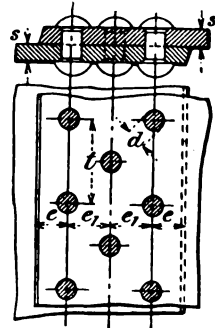


Abb. 101.

¹⁾ Das aus den Abbildungen ersichtliche Versenk der Nieten wird nicht mehr ausgeführt, der Schaft schließt durch Ausrundung an den Kopf an. Vgl. (320).

(324) Einschnittige, dreireihige Vernietung, Abb. 101.

Es ist $3 \cdot 0,25 \pi d^2 \cdot k_n \geq 0,5 p D t$ und $(t-d) s k_z \geq 0,5 p D t$. Bestimmung von t oder ausgehen von $t = 3d + 2,2$:
 $e_1 = 0,5 t$.

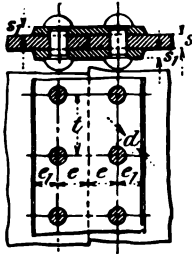


Abb. 102.

(325) Zweischnittige, einreihige Vernietung, Abb. 102.

Stärke der Lasche, aus gleichem Material, rücksichtlich Verformungsmöglichkeit und Abnutzung
 $s_1 = (\frac{5}{8} \div \frac{2}{3}) s$, u. U. verschieden stark.

$$d = \sqrt{5} s - 0,5 \text{ cm}, \quad t = 2,6 d + 1 \text{ cm}, \\ e = 1,5 d, \quad e_1 = 0,9 e.$$

Biegungsbeanspruchung des Bleches fortfallend, daher $k_z = \frac{1}{4} K_z$. Wie oben folgt unter Annahme von z die Blechstärke s , damit d und mit $k_n \leq 1200 \text{ kg/cm}^2$ die Nietteilung t .

Oder Bestimmung der Abmessungen aus Tabelle, die $2 s \sigma_v = D p$ erkennen läßt. Prüfung von k_z .

(326) Zweischnittige, zweireihige Vernietung, Abb. 103.

$$d = \sqrt{5} s - 0,6 \text{ cm}, \quad t = 3,5 d + 1,5, \quad e_1 = 0,5 t.$$

Je nach Laschenstärke gerade oder wellenförmige Begrenzung (rechts bzw. links). Ausführung derart, daß Nietzahl der zweiten Reihe halb so groß als die der ersten, wegen großen Nietabstandes (Verstemmen, Abdichtung) weniger günstig.

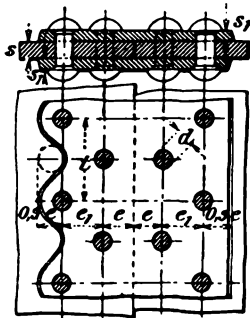


Abb. 103.

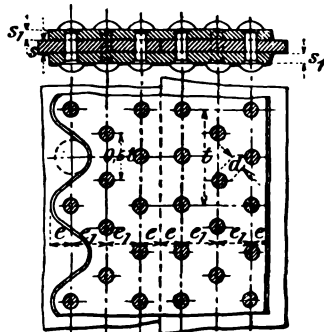


Abb. 104.

(327) Zweischnittige, dreireihige Vernietung, Abb. 104.

$$s_1 = 0,8 s; \quad d = \sqrt{5} s - 0,7; \quad t = 6 d + 2.$$

Nach links dargestellter Ausführung kommen für Nietteilung 5 Niete, nach Ausführung rechts 6 Niete in Betracht. Beschränkung der Materialanhäufung auf Kosten zusätzlicher Biegungsbeanspruchung durch verschieden breite Laschen.

(328) Wahl der Vernietung. Blechbeanspruchung in Richtung Kesselachse ungefähr halb so groß als senkrecht dazu; daher im allgemeinen Längsnähte eine größere Reihenanzahl aufweisend als Rundnähte; wegen zusätzlicher Biegungsbeanspruchung im Falle Überlappungsnetzung diese für Längsnähte bei Blech-

stärken über 12 mm tunlichst vermeiden. Für hohe Dampfspannungen bei großen Durchmessern deshalb zu mehrschnittigen Verbindungen greifen. Vgl. auch unter „Bauvorschriften für Landdampfkessel“.

Feste Nietung.

(329) Für den Eisenbau. Maßgebend für Herstellung der Nietverbindungen ist DIN. 1000: Normalbedingungen für die Lieferung von Eisenbauwerken.

(330) Nach § 6 sind alle Schrauben- und Nietlöcher, mit Ausnahme derjenigen in Futterplatten, die gelocht werden dürfen, zu bohren. Zusammengehörige Nietlöcher müssen gut aufeinander passen. Kleine Verschiebungen sind durch Aufreiben mit der Reibahle auszugleichen. Verwendung der Rundfeile und Aufdornen der Löcher sind verboten. Verstemmen der Niete ist nur gestattet in Teilen, die wasserdicht sein sollen.

Berechnung.

(331) Mit Rücksicht auf zu erwartende Erschütterungen und Stöße im Bauwerk wird der Nietschaft nicht, wie bei der Kesselnietung, auf Gleitwiderstand, sondern auf Abscheren und Lochleibungsdruck (Stauchdruck) berechnet, indem er als lose eingesteckter Bolzen behandelt wird.

Über die Berechtigung dieser Auffassung vgl. das unter (321) Gesagte.

Grundlagen zur Nietberechnung s. Berichte des Ausschusses für Versuche im Eisenbau vom deutsch. Eisenbauverband; Ausg. A (genauer Bericht), Heft 1 ÷ 3, Ausg. B (Zusammenfassung), Heft 1. Julius Springer, Berlin.

Auch hier übertragen die Niete Kräfte senkrecht zum Nietschaft; Kräften in Schafrichtung ist besonders zu beugen.

Ist k_s kg/cm² die zulässige Nietbeanspruchung und wird angenommen, daß zu übertragende Kraft P kg sich gleichmäßig auf n Niete verteilt, dann ist bei ein- bzw. zweisehnittigen Nietten nach Abb. 105/106

$$P = 0,25 \pi d^2 k_s n \quad \text{bzw.} \quad P = 2 \cdot 0,25 \pi d^2 k_s n.$$

Drei- und mehrschnittige Niete kommen selten vor.

Bei zweisehnittigen Nietten darf außerdem Lochleibungsdruck k_l kg/cm² (Pressung zwischen Nietschaft und Lochwand) die zulässige Grenze nicht überschreiten. Nach Abb. 105/106 ist

$$P = d s_1 k_l n \quad \text{für} \quad s_1 < s_2 \quad \text{bzw.}$$

$$P = d s_2 k_l n \quad \text{für} \quad s_2 < s_1 \quad (\text{meist ist } s_1 < s_2).$$

Maßgebend für Ausführung ist die aus beiden Formeln mit k_s bzw. k_l sich ergebende größere Nietzahl. Bei zweisehnittigen Nietten und üblichen Anschlußblechstärken ist i. d. Regel Lochleibungsdruck maßgebend.

Durchschnittlich ist $k_s = 500 \div 1000$ kg/cm² und $k_l \approx 2 k_s$. Näh. s. unter (210), (339) u. (340).

Einschnittige Niete sollten wegen zusätzlicher Biegebungsbeanspruchungen im Schaft geringer beansprucht werden und sind an wichtigen Stellen überhaupt zu vermeiden.

Nietlängen zwischen den Köpfen = Summen der aufeinander liegenden Plattenstärken möglichst nicht über $4\frac{1}{2}$ fache Nietstärke.

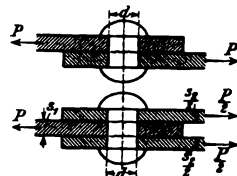


Abb. 105 u. 106.



Abb. 107.

Nietteilung $\left\{ \begin{array}{l} l \approx 3d, \\ l_{\min} \approx 2\frac{1}{2}d, \\ l_{\max} \approx 8 \div 12d \text{ bei Heftnieten.} \end{array} \right.$

Randabstand:

in Kraftrichtung $\left\{ \begin{array}{l} e \approx 2d, \\ e_{\min} \approx 1\frac{1}{2}d, \end{array} \right.$
 senkrecht dazu $\left\{ \begin{array}{l} e' \approx 1\frac{1}{2}d, \\ e'_{\min} \approx 1\frac{1}{4}d, \\ e'_{\max} \approx 2\frac{1}{2} \div 3d. \end{array} \right.$

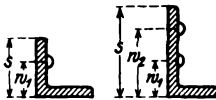


Abb. 108 u. 109.

Wurzelmaße.
Abb. 108/109.

s	w ₁	w ₂	d _{max}
35	20	Versetzte Nietung	11
40	22		
45	25		
50	28	14	
55	30		
60	32	17	
65	35		
70	37	20	
75	42		
80	45		
90	50	23	
100	55		
110	45	70	26
120	50		
130	50	90	
140	55	100	
150	55	110	
160	60	115	
200	60	150	

Anschluß von Stäben,

besonders Fachwerkstäben an Knotenblechen.

(332) **Allgemeines über Fachwerke.** Stäbe werden durch Profileisen, seltener durch Flacheisen gebildet. Bei kleineren und mittleren Fachwerken Knotenbleche von 7 ÷ 16, i. Mittel 10 ÷ 12 mm Stärke, bei größeren paarweise in 200 ÷ 400 mm Abstand angeordnet.

Bei jedem Zug- oder Druckstab soll Schwerachse genau oder angenähert in Systemlinie des Fachwerks fallen, andernfalls exzentrische Belastung. Umgehung dieser Forderung bei kleineren Fachwerken zugunsten bequemer Maßeinschreibung durch Verlegung des Nietrisses nach Abb. 110 in Systemlinie.

(333) Zugstäbe. Ist S die größte Stabkraft in kg für den gefährdeten Stabquerschnitt ab , Abb. 111, ist $F_n = F_b - 2d\delta$, (F_b der ungeschwächte Bruttoquerschnitt, F_n der nach Nietlochabzug bleibende Nutz- oder Nettoquerschnitt, δ die Schenkelstärke, alles in cm bzw. cm²), so gilt unter Annahme gleichmäßiger Spannungsverteilung, s. (215), $\sigma = S : F_n \leq k_z$.

Für unwichtige Stäbe mindestens 2, für wichtige mindestens 3 Niete; aus Herstellungsgründen 1 Niet nicht zulässig.

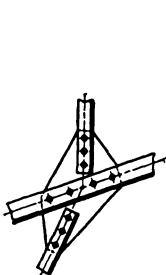


Abb. 110.

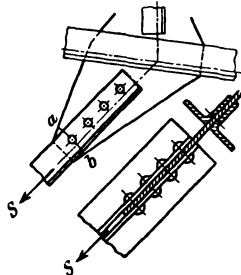


Abb. 111.

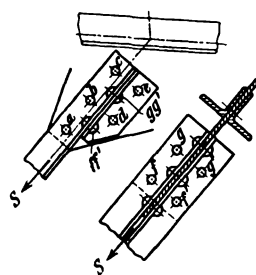


Abb. 112.

Falls Rechnung mehr als 4 Niete ergibt, kann bei einreihiger Anordnung auf gleichmäßiges Tragen aller Niete kaum gerechnet werden; stärkere Beanspruchung der am Knotenblechrand sitzenden Niete. In diesen Fällen Ausdehnung des Nietbildes mehr nach der Breite, bei L-Stäben unter Verwendung sog. Hilfswinkel nach Abb. 112. In Abb. 112 sind α bis e die tragenden Niete je zweischnittig; $\frac{2}{3}$ von S gehen durch die 4 einschnittigen Niete f, f', g und g' in die Hilfswinkel und in die Niete d und e ; daher annähernd gleiche Beanspruchung in allen Nietquerschnitten.

Abstände e , Abb. 113, so groß wählen, daß F_b nur durch ein Nietloch und nicht wie bei Abb. 114 durch beide geschwächt wird.

Stäbe aus Flacheisen ermöglichen bei genügender Stabbreite stets symmetrische Nietanordnung und breites Nietbild.

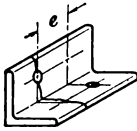


Abb. 113.

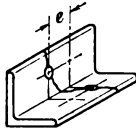


Abb. 114.

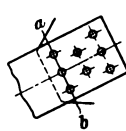


Abb. 115.

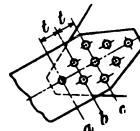


Abb. 116.

Nietung nach Abb. 115 unzureichend, da F_b in Querschnitt $a-b$ durch 3 Niete verschwächt wird; besser nach Abb. 116 (verjüngte Nietung).

Querschnitt a trägt ganze Stabkraft S und wird durch 1 Niet geschwächt; b trägt nur noch $\approx \frac{2}{3} S$ und wird durch 2 Niete geschwächt; c trägt $\frac{1}{3} S$ und wird durch 3 Niete geschwächt; es sei möglichst $\sigma = S : F_{na} = \frac{2}{3} S : F_{nb} = \frac{1}{3} S : F_{nc}$. Maßgebend bleibt σ_{\max} für Bestimmung des Stabquerschnittes. Nietteilung t so, daß schräger Bruch ausgeschlossen bleibt.

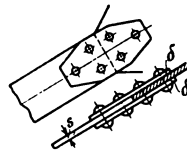


Abb. 117.

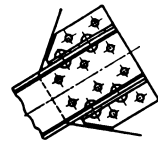


Abb. 118.

Abb. 117 zeigt Anschluß eines an Knotenblech stumpf gestoßenen Flachstabes durch Doppellaschen von Stärke $\delta > s/2$, etwa $\delta = 2/3 s$.

Abb. 118 gilt für Doppel-L-Stäbe; hierbei Hilfswinkel stets zweckmäßig.

Zwischen Knotenpunkten sind Doppelisen, obwohl theoretisch nicht erforderlich, ein- oder zweimal durch Futter gleich Knotenblechstärke zu verbinden (Futterringe, Abb. 119, $D \approx 2d$, oder besser Flacheisen Abb. 120).

Breite Doppelisen wegen Anstreichschwierigkeiten unzureichend; besser ganzen Zwischenraum mit allerdings nicht tragendem Futter ausfüllen (bei Brücken vielfach vorgeschrieben).



Abb. 119.



Abb. 120.

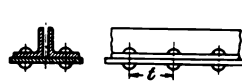


Abb. 121.

Einzelplatten zusammengesetzter Zugstäbe Abb. 121 der ganzen Länge nach durch Heftniete zusammenzuhalten; Nietteilung zwecks Verhinderung des Wassereindringens zwischen den Platten etwa 8 bis 12 d . Stäbe mit Zwischenräumen, in denen sich Wasser und Schmutz ansammeln kann, Abb. 121, vermeiden; statt dessen Abb. 122 oder besser Abb. 123.

Einseitig an einfaches Knotenblech angeschlossene Stäbe sind zuweilen aus besonderen Gründen, beispielsweise bei Quer- und Windverbänden, nicht zu umgehen. Anschlußniete sind dann einschneitig (k_s maßgebend). Möglichst steife Stäbe (\perp u. dergl.), Flachstäbe wegen Krummziehens vermeiden. Bei Haupttragwerken einseitiger Anschluß unstatthaft.



Abb. 122.



Abb. 123.

(334) Druckstäbe. Anschluß an Knotenblech und Nietberechnung wie bei Zugstäben. Bei Bestimmung erforderlichen Stabquerschnittes braucht, rücksichtlich Druckfestigkeit, keine Nietverschwächung berücksichtigt zu werden; daher $\sigma = S: F_b \leq k$.

Mit Ausnahme ganz kurzer Stäbe jeder Druckstab auf Ausknicken zu berechnen. Vgl. hierüber (240), dritter Abschnitt Elast. u. Fest.

Knotenbleche für Fachwerke. Abb. 124: Entstehung eines Knotenbleches für vier angeschlossene Doppelwinkelstäbe.

(335) Folgende Regeln beachten:

1. Ecken nach e_1 oder, wenn zu spitz, nach e_2 ausbilden.

2. Blech in Querschnitt a auf Festigkeit nachrechnen.

3. Stumpf gestoßene Druckstäbe (S_1 und S_2) je durch der Stabkraft entsprechend erforderliche Niete anschließen; Stoßfuge an den rechtwinklig gefrästen Stabenden wird zwar spielfrei ausgeführt, aber nicht als druckübertragend angesehen.

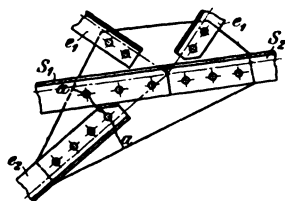


Abb. 124.

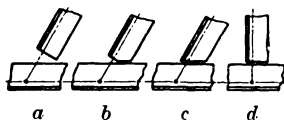


Abb. 125.

4. Winkelanschluß nach Abb. 125a, b oder d (Scherschnitt), nicht nach c (Sägenschnitt).

5. Bei einspringenden Ecken nach Abb. 126, sowie bei Ausführung nach Abb. 127 besteht Gefahr der Rißbildung im Blech bei „a“; Zugband, in Abb. 126 gestrichelt, unnütz, zieht sich gerade und überträgt nichts; Ausführung nach Abb. 128 und Abb. 129 besser.

Abb. 126.

Abb. 127.

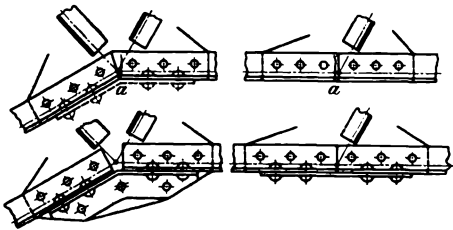


Abb. 128.

Abb. 129.

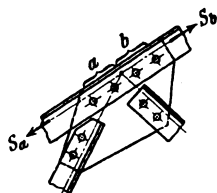


Abb. 130.

6. Geradlinig durchlaufende Stäbe brauchen nicht je auf Seite a und b , Abb. 130, mit der der Kraft S_a und S_b entsprechenden Nietzahl angeschossen zu werden;

der Schub des Bleches zwischen den beiden \perp beträgt $S_a - S_b$; dementsprechend die Nietzahl bestimmen; meist aus praktischen Gründen mehr als erforderlich ausgeführt.

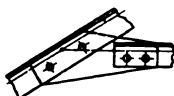


Abb. 131.



Abb. 132.



Abb. 133.

7. Geknickte Stäbe möglichst vermeiden, da Schmiedefeuer und Schablone erforderlich; bei starker Knickung nach Regel 3, bei schwacher nach 6 behandeln.

8. Bei spitzen Stabanschlüssen Knotenblech nach Abb. 131, nicht nach Abb. 132 ausführen, da sonst einseitige Nietverteilung.

9. Knotenbleche möglichst mit parallelen Seiten und gleicher Breite, am besten Rechteck, da sie mit wenig Abfall aus einem Universaleisen geschnitten werden können.

10. Ausgeschweifte Bleche nach Abb. 133 öfter aus Schönheitsgründen vorgeschrieben; als untechnisch und teuer vermeiden; bieten Gewichts-, aber nicht Materialersparnis.

11. Zuweilen werden statt einzelner Knotenbleche durchgehende, zum Stabquerschnitt beitragende Universaleisen angeordnet. Nur in besonderen Fällen, z. B. Laufkranträgern, zweckmäßig. s. Lasthebemaschinen. Im Hochbau wenig üblich wegen konstruktiver Schwierigkeiten.

(336) Allgemeine Regeln für den Fachwerksbau.

1. Man wähle einfache, statisch bestimmte Systeme mit klarer Kräftewirkung, große Felder, möglichst geradlinige Gurtungen.

2. Möglichst nur gleichschenklige \perp - (Normal)-Profile verwenden; sind außer den Blechen und Flacheisen die billigsten Profile und bieten bequemste Nietung.

3. Für Zugstäbe ebenfalls steife Profile (möglichst $\perp\perp$); Flacheisen, wenn auch billiger, vermeiden. Werden durch Zufälligkeiten leichter beschädigt als steife Stäbe.

4. Nicht unter $\perp 40 \cdot 40 \cdot 4$ bis $50 \cdot 50 \cdot 5$ verwenden, wenn auch nach Rechnung sehr wenig F erforderlich.

5. Möglichst vielen Stäben gleiches Profil geben, wenn auch einige Stäbe zu stark werden.

6. Wenig verschiedene Nietstärken im Fachwerk verwenden; $d_{\min} = 12$, $d_{\max} = 23 \phi$. In je einem Stab immer dieselbe Nietstärke, nur in den Knotenblechen verschiedene Lochgrößen zulässig.

7. Für Querschnittsberechnung der Stäbe im allgemeinen S_{\max} maßgebend. Stäbe mit abwechselnd großem Zug und kleinerem Druck erfordern meist für Druck größeres Profil als für Zug; daher immer auf Zug und auf Knicken rechnen.

Anmerkung. Bei größeren Fachwerken sind die Knotenbleche doppelt (in 200 bis 400 mm Abstand) anzuordnen; die Stäbe liegen dann auf den Außenseiten der Knotenbleche oder dazwischen. Über den Aufbau solcher Fachwerke und besonders über die knicksichere Ausbildung der meist gegliederten Druckstäbe vgl. die Fachliteratur.

Blechträger.

(337) Konstruktion. Stehblechhöhe $\frac{1}{8}$ bis $\frac{1}{12}$ der Stützweite; entweder unveränderlich oder Begrenzung nach Kurven oder Vieleck.

Gurtwinkel gewöhnlich gleichschenkelig; Gurtplatten oben und unten je 1 bis 3-fach; sollen 5 bis 15 mm über Plattenrand hinausstehen.

Versteifung des Trägers durch \perp mit Futter, Abb. 134 b u. c, besser als Kröpfung; in Abständen 0,8 bis 1,5 m anzubringen, hauptsächlich an Lastangriffspunkten, besonders an Auflagern erforderlich.

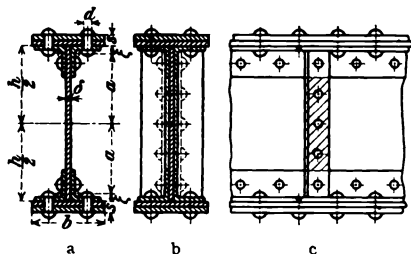


Abb. 134.



Abb. 135.

Bei geringer Bauhöhe Kastenquerschnitt, Abb. 135, zweckmäßig, wobei Möglichkeit des Nietens zu berücksichtigen ist.

(338) Berechnung des Querschnittes, d. h. Bestimmung von J und W bei gegebenem M und k_b s. (234), Bestimmung der Gurtplattenlängen bei gegebener M -Linie s. (225).

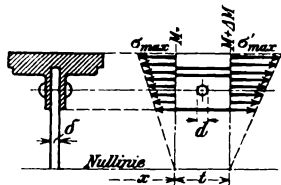


Abb. 136.

Gurtnietberechnung erfolgt in ähnlicher Weise wie Bestimmung von τ beim einfachen Balken nach (221). Ist an Stelle x , Abb. 136, das Biegemoment M und an Stelle $x+t$, (t die Teilung der Winkelgurt-nietung), $M' = M + \Delta M$, dann ist die Summe der Gurtkräfte für Querschnitt x

$$Y = \int \sigma dF = \frac{\sigma_{\max}}{e} \int \eta dF = \frac{\sigma_{\max}}{e} S,$$

und für Querschnitt $x+t$ $Y' = \frac{\sigma'_{\max}}{e} S$, worin S das statische Moment schraffierten Querschnittes, bezogen auf die Nulllinie. Nun ist

$$Y' - Y = \left(\frac{\sigma'_{\max}}{e} - \frac{\sigma_{\max}}{e} \right) S = \left(\frac{M'}{J} - \frac{M}{J} \right) S = \Delta M \frac{S}{J} = \frac{\Delta M S}{t} \frac{1}{J} t.$$

Da aber nach (217) Querkraft $Q = \Delta M : \Delta x$, ergibt sich (mit t statt Δx) $Y' - Y = Q S t : J$. Diese Differenzkraft beansprucht zweischnittigen Niet auf Abscheren und Lochleibung, daher

$$2 k_s \frac{\pi}{4} d^2 = Q \frac{S}{J} t \text{ und } t = \frac{2 k_s \frac{\pi}{4} d^2 J}{Q S}, \text{ bzw.}$$

$$k_t d \delta = Q \frac{S}{J} t \text{ und } t = \frac{k_t d \delta J}{Q S};$$

kleineres t (meist aus zweiter Formel) ist für Ausführung maßgebend.

Angenähert ist $J : S =$ Nietreihenabstand zwischen Ober- und Untergurt.

Berechnung der Nietteilung für Gurtplatten ebenso, jedoch meist unnötig, da Gurtplattenniete zwischen Winkelniete gesetzt worden.

$t_{\max} = (8 \div 12) d$, nicht größer, auch wenn Berechnung größere t liefert.

Stehblechstoß. Man kann annehmen, daß vom Biegemoment M der Betrag $M_s = M \cdot J_s : J$ auf Stehblech entfällt, worin J für ganzen Querschnitt und J_s für Stehblech gilt. Stoßlaschen und Niete sind diesem Moment M_s entsprechend auszugestalten.

Von einzelnen Nieten 1, 2, 3, ..., Abb. 137, aufzunehmenden Nietkräfte N_1, N_2, \dots sind proportional ihren Abständen von Nulllinie; demnach ist

$$\begin{aligned} M_s &= N_1 a_1 + N_2 a_2 + \dots = N_1 a_1 = N_1 \frac{a_2}{a_1} a_2 + \dots \\ &= N_1 a_1 \left[1 + \left(\frac{a_2}{a_1} \right)^2 + \left(\frac{a_3}{a_1} \right)^2 + \dots \right]. \end{aligned}$$

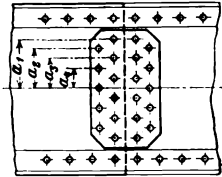


Abb. 137.

Die Summierung erstreckt sich über alle Niete einer Stoßseite.

Größte Nietkraft N_1 darf $k_1 d \delta$ rücksichtlich Lochleibungsdruckes nicht übersteigen; Nietzahl und Verteilung durch Probieren.

Laschen bei großer Stehblechhöhe zwischen Schenkelränder der Gurtwinkel, bei kleiner Höhe über Winkelschenkel legen und unterfuttern; Laschenstärke etwa 0,7 bis 0,8 \times Stehblechstärke.

Bei gleichzeitig vorhandener großer Querkraft ist Nietung reichlicher zu nehmen.

(339) Zulässige Beanspruchungen. Es ist zu unterscheiden zwischen allgemeinem Eisenbau und Eisenhochbau.

Für Festigkeitsanforderungen der Baustoffe ist maßgebend DIN. 1000, Normalbedingungen für die Lieferung von Eisenbauwerken, Abschn. I, § 1 \div 4 s. (205).

(340) Allgemeiner Eisenbau, namentlich Krangerüste, Verladebrücken u. dgl. Im allgemeinen keine behördlichen Vorschriften bezügl. zulässiger Beanspruchungen. (Kranlaufbahnen gehören zum Eisenhochbau.) Bei Flußeisen gilt: für Stäbe, Träger usw., soweit nicht Durchbiegungen und Formänderung niedrigere Werte bedingen, $k_z = k = k_b = 600 \div 1200 \text{ kg/cm}^2$, je nach Zweck der Konstruktion; bei Stößen und Erschütterungen kleinere Werte;

für zweischnittige Niete $k_s \approx 0,8 k_z$, $k_l \approx 2 k_s$,

für einschnittige Niete etwa $\frac{2}{3}$ davon;

für Druckstäbe Knicksicherheit $\ominus = 4 \div 5$, s. (240).

(341) Eisenhochbau. Behördliche Vorschriften nach DIN. 1050, s. (210).

Nietung zur Übertragung von Kräften mit wechselnder Krafrichtung.

(342) Im Falle kalt geschlagener, stramm eingetriebener Nieten diese mit Pressung anliegend: Berechnung auf Leibungsdruck mit $k_z = 400 \text{ kg/cm}^2$; sofern Nietquerschnitt mit 320 kg/cm^2 beansprucht wird, gilt $P \leq 320 \cdot 0,25 \pi d^2 = 400 d \cdot s$, woraus folgt

$$d = 1,6 s \text{ und } s = 0,625 d.$$

Ausführung teuer, namentlich im Falle größerer Nietdurchmesser (nicht über 26 mm); deshalb und wegen der Notwendigkeit, den Blechschluß durch einige warm eingezogene Niete herbeizuführen, wird neuerdings die kalte Nietung durch warme ersetzt, die mit $k_n = 200 \text{ kg/cm}^2$ bzw. $k_n = 350 \text{ kg/cm}^2$ für ein- bzw. zweischnittige Verbindung berechnet wird. Vgl. hierüber C. Bach, Die Wasserräder, Stuttgart 1886, die Berechnung einer Wasserradachse betr.

Dichte Nietung.

(343) Abgesehen von groben Wasserbehältern, die wie Dampfkessel zu berechnen sind, erhalten derartige Gefäße (Gasometer, Schornsteine) meist einschneidige, einreihige Vernietung. Blechstärke mehr durch Abrosten als durch innere Pressung bestimmt. Abdichtung unterhalb 5 mm Blechstärke unter Zuhilfenahme von Leinwand, Papier, Bindfaden, mit Mennige getränkt. $t = 3d + 0,5$ cm. Niete unter 8 mm werden kalt geschlagen.

Schweißen und Löten.

(344) Von Vorteil, wenn Materialanhäufung durch Laschen Wärmespannungen und damit Undichtheiten befürchten lassen, die gegenüber gepreßten (verflüssigten) Gasen nicht immer ohne weiteres erkennbar sind oder für Gefäße zum Aufbewahren von Säuren, gegenüber denen die Stemmkannten und Nietköpfe nicht erfolgreich geschützt werden können.

(345) Schweißen. Über die im Gebrauch befindlichen Verfahren und ihre Verwendungsmöglichkeit vgl. Diegel, Das Schweißen und Hartlöten mit besonderer Berücksichtigung der Blechschweißung, V. d. V. z. B. d. G. 1908, S. 323 u. ff. Über die Prüfungsergebnisse der mit geschweißten Stäben ausgeführten Festigkeitsversuche vgl. ebendas., ferner F. A. Heft 83, 84 und Bach-Baumann, F. u. G. d. K. 1921, S. 74 ff. Nach Bach, M. E. 1921, S. 299 ff. ist die Zugfestigkeit sorgfältig überlappt geschweißter Stäbe ungefähr derjenigen des ungeschweißten Materials, die Bruchdehnung d. h. Zähigkeit an Schweißstelle dagegen oft recht erheblich geringer. Der Umstand, daß Güte der Schweißung von Zuverlässigkeit des Schweißers erheblich abhängt, ist Veranlassung, daß nach den Deutschen Bauvorschriften für Dampfkessel (1908) überlappt geschweißte Kesselmäntel bei höchstem Betriebsdruck mit $\frac{1}{7} \div \frac{1}{6}$ der tatsächlichen Zugfestigkeit des Materials beansprucht werden sollen gemäß der Beziehung $s = \frac{Dp}{2 \frac{K_z}{4,5} \cdot 0,7} + 0,1$ cm $= \frac{Dp}{2 \frac{K_z}{6,5}} + 0,1$ cm. Über die sonstigen

auf Schweißung bez. Bestimmungen s. diese Vorschriften.

(346) Löten. Hartlöten für Bleche unter 6 mm Stärke vorteilhaft; Festigkeit überlappt gelöteter Bleche größer und Zähigkeit nicht herabgesetzt. Widerstandsfähigkeit der Naht abhängig von Festigkeit des Lotes und der Überlappung. Bruchfestigkeit des Lotes (Kupfer-Zinklegierung) etwa $1400 \div 1900$ kg/cm². Mit unterem Grenzwert folgt Überlappung $e \geq \frac{s \cdot K_s}{1400} \approx 3s$. Aus Herstellungsgründen wird $e > 3s$ ausgeführt.

Nach Diegel, a. a. O., beträgt Widerstandsfähigkeit hart gelöteter Behälter das $2 \div \frac{4}{3}$ fache derjenigen der autogen geschweißten. Im Falle Kupferbleches bei hohen Temperaturen die Festigkeitsverminderung in Ansehung der mit Überlappung verbundenen Biegungsbeanspruchung beachten. Vgl. hierüber Bach: „Untersuchung eines im Betriebe aufgerissenen Kupferrohres“, Z. 1907, S. 1667.

Für Weichlot (Zinnlot) wurde zufolge F. u. G. d. K., 2. Aufl., S. 162, eine Festigkeit von $175 \div 250$ kg/cm² der Lotfläche beobachtet, die im Falle raschen Abkühlens im Wasser auf $50 \div 150$ kg/cm² vermindert wurde.

Schrumpfen.

(347) Auf Kraftwirkung beruhend, die verknüpft ist mit gehinderter Zusammenziehung erkaltender Bänder oder Ringe oder Klammern. Zur Verbindung mehrteiliger Stücke unter sich (Kranz und Nabe von Rädern, Funda-

mentrahmen) oder einteiliger Stücke mit anderen (Aufschrumpfen von Bandagen, von Kurbel auf Welle, Zapfen in Kurbel (Abb. 138 ÷ 140)).



Abb. 138 ÷ 140.

Mit Aufschrumpfen elastische Zusammendrückung des Maschinenteiles M , etwa innerhalb der Länge l (Abb. 140) und elastische Verlängerung der Schrumpfkammer K verknüpft. Sind S_k und S_m die nach Erkalten der Verbindung im Ruhezustande, S_k' und S_m' die im Betriebszustande auftretenden Kräfte, so gilt $S_k = S_m$ oder im Falle gleichmäßiger Spannungsverteilung $\frac{\lambda_k}{l} \frac{1}{\alpha_k} f = \frac{\lambda_m}{l} \frac{1}{\alpha_m} \cdot F$. S_m ist die in Teilfuge der Verbindung wirksame Kraft. Die zu übertragende (Umfangs-)Kraft S verursacht eine zusätzliche Klammerverlängerung λ derart, daß $S_k' = S_k + \frac{\lambda}{l} \frac{1}{\alpha_k} f$ und eine Verminderung der Zusammendrückung um den gleichen Betrag, womit die Fugenschlußkraft folgt zu $S_m' = S_m - \frac{\lambda}{l} \frac{1}{\alpha_m} F$; das Gleichgewicht fordert $S_k' - S_m' = S = \frac{\lambda}{l} \left(\frac{f}{\alpha_k} + \frac{F}{\alpha_m} \right)$. Gesicherter Fugenschluß bedingt $S_m' > 0$, d. h. $\lambda_m > \lambda = \psi \lambda_m$ mit $\psi < 1$. Damit wird

$$S = \psi \frac{\lambda_m}{l} \left(\frac{f}{\alpha_k} + \frac{F}{\alpha_m} \right) \quad \text{oder} \quad \psi \frac{\lambda_m}{l} = \frac{S}{\frac{f}{\alpha_k} + \frac{F}{\alpha_m}}$$

$$S_k = \frac{S}{\psi} \frac{1}{\frac{f}{\alpha_k} + \frac{F}{\alpha_m}} \quad \text{und} \quad S_k' = \frac{S}{\psi} \frac{1 + \psi \frac{f}{F} \frac{\alpha_m}{\alpha_k}}{1 + \frac{f}{F} \frac{\alpha_m}{\alpha_k}}$$

Wird gesetzt $S_k' = \beta S$, so folgt $\beta = \frac{1}{\psi} \frac{1 + \psi \frac{f}{F} \frac{\alpha_m}{\alpha_k}}{1 + \frac{f}{F} \frac{\alpha_m}{\alpha_k}}$; für $\frac{\alpha_m}{\alpha_k} = \frac{850000}{2000000} = 2,35$,

$\frac{f}{F} = \frac{1}{20}$, $\psi = 0,75$ wird $\beta = 1,33 \frac{1 + 0,75 \cdot 0,05 \cdot 2,35}{1 + 0,05 \cdot 2,35} = 1,29$ und damit $S_k' = 1,29 S$, $S_k = 1,19 S$ und $S_m' = 0,29 S$.

Wie ersichtlich, ist $\beta = 1,29$ nur wenig vom Wert 1 : $\psi = 1,33$ verschieden, dessen Zugrundelegung im Sinne sicherer Rechnung liegt.

S_k' bedingt die Abmessungen der Schrumpfkammer. Für $S = 10000$ kg und $k_z = 1000$ kg/cm² folgt unter obigen Voraussetzungen (namentlich auch hinsichtlich $\frac{f}{F}$) $f = 12900 : 1000 = 12,9$ cm².

Schrumpfmaß J entspricht vor dem Schrumpfen der Baulänge l , die Klammerlänge ist $l(1 - J)$; nach Erkalten sind die entsprechenden Längen

$$l(1 - \varepsilon_m) = l(1 - \alpha_m \sigma_m) \quad \text{und} \quad l(1 - J)(1 + \varepsilon_k) \approx l(1 - J + \varepsilon_k) = l(1 - J + \alpha_k \sigma_k)$$

Zufolge deren Gleichheit gilt $J = \varepsilon_m + \varepsilon_k = \alpha_m \sigma_m + \alpha_k \sigma_k = \frac{\lambda_m + \lambda_k}{l}$; für gewähltes Beispiel

$$J = \alpha_m \frac{S_m}{F} + \alpha_k \frac{S_k}{f} = \frac{S_k}{f} \left(\alpha_k + \frac{f}{F} \alpha_m \right) = \frac{11900}{12,9} \left(\frac{1}{2000000} + \frac{1}{20} \frac{1}{850000} \right) \approx \frac{1}{1950}$$

Die erforderliche Erwärmung um t^0 folgt mit $\alpha_m = \frac{1}{80000}$ (Wärmeausdehnungszahl) aus

$$l = \alpha_m \cdot t \text{ zu } t = \frac{l}{\alpha_m} = \frac{1950}{\frac{1}{80000}} \approx 400^0.$$

Abgesehen von oben gemachten und für Klammern einigermaßen zutreffenden Voraussetzungen ist zufolge Unvollkommenheit der Berührungsflächen der Schrumpfung reichlich zu bemessen (Verwendung zähen Materials für Schrumpfringe usw.) und werden Abmessungen vielfach empirisch gewählt. Eine Zusammenstellung amerikanischer Anschauungen hinsichtlich des erforderlichen Schrumpf-(Über-)maßes vgl. Schlesinger, F. A. 193/194. Für den Schrumpf Δ gebräuchliche Mittelwerte sind

$$\begin{aligned} \frac{1}{5000} \div \frac{1}{4000} & \text{ für Grauguß auf Grauguß,} \\ \frac{1}{2500} \div \frac{1}{1000} & \text{ für Schmiedeeisen auf Grauguß,} \\ \frac{1}{1500} \div \frac{1}{900} & \text{ für Stahl auf Grauguß.} \end{aligned}$$

Nach Bach¹⁾ soll für Nabenschmumpfringe sein: Ringquerschnitt $f = 5 \text{ cm}^2 + 0,05 d_0^2$, worin d_0 der dem Drehmoment entsprechende Wellendurchmesser. Nach derselben Quelle soll der Schrumpfung betragen

$\frac{1}{800}$ für Gußeisenkurbeln und $\frac{1}{200}$ für geschmiedete Kurbeln. Vgl. auch Hütte. 24. Aufl., 1923, S. 1049 und Mitt. des NDI., 6. Jahrg., 1922/23. S. 61.

Zahnräder²⁾.

(348) Je nachdem die beiden Räderachsen parallel laufen oder sich schneiden oder sich kreuzen, erhalten die Zahnräder die Grundformen:

1. den Zylinder (zylindrische Räder, Stirnräder),
2. den Kegel (konische Räder, Kegelhäder),
3. das Hyperboloid oder den Zylinder (hyperbolische oder zylindrische Schraubenräder oder Schnecke und Schraubenrad).

Stirnräder mit geraden Zähnen.

Die allgemeine Verzahnung.

(349) Das Verzahnungsgesetz. Abb. 141 stellt zwei Räder mit je einem Zahn dar, die sich um die Mittelpunkte m_1 und m_2 so drehen, daß die Zahnflanken F_1 und F_2 sich dauernd berühren.

Rad 1 mache eine Drehung im Uhrzeigersinne mit der augenblicklichen Winkelgeschwindigkeit ω_1 und erteilt vermöge der Flankenberührung im Punkte b dem Rade 2 eine augenblickliche Winkelgeschwindigkeit ω_2 . Das augenblickliche Verhältnis $\omega_1 : \omega_2$, d. i. das Übersetzungsverhältnis i , läßt sich aus den Zahnflankenformen wie folgt bestimmen.

¹⁾ C. Bach, M. E., 13. Aufl., 1922, S. 399.

²⁾ Bearbeitet von Prof. Dr.-Ing. G. Unold. — Vgl. auch Einzelkonstruktionen aus dem Maschinenbau. Drittes Heft: Stirn- und Kegelhäder mit geraden Zähnen. Fünftes Heft: Räder mit schrägen Zähnen. Von Dr. A. Schiebel, Berlin, Julius Springer.

Im sehr kleinen Zeitteilchen t dreht sich Rad 1 nach Abb. 142 um den kleinen Winkel $\gamma_1 = \omega_1 t$ und Punkt b beschreibt den Bogen $w_1 = a_1 \gamma_1 = a_1 \omega_1 t$; die Verschiebungsstrecke der Flanke 1 normal zur Flanke beträgt mithin

$$n_1 = w_1 \cos \alpha_1 = a_1 \omega_1 \cos \alpha_1 t.$$

Im gleichen Zeitteilchen verschiebt sich nach Abb. 143 Flanke 2 um die Strecke $n_2 = a_2 \omega_2 \cos \alpha_2 t$.

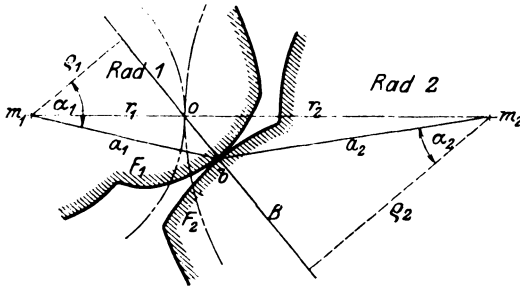


Abb. 141.

Da die Flanken dauernd in Berührung bleiben, ist $n_1 = n_2$ und somit

$$a_1 \omega_1 \cos \alpha_1 = a_2 \omega_2 \cos \alpha_2.$$

Sind ϱ_1 und ϱ_2 , Abb. 141, die von m_1 und m_2 aus gezogenen Winkelrechten zur augenblicklichen Berührungsnormale B , dann bildet ϱ_1 mit a_1 bzw. ϱ_2 mit a_2 den Winkel α_1 bzw. α_2 , es ist daher

$$\varrho_1 = a_1 \cos \alpha_1 \quad \text{und} \quad \varrho_2 = a_2 \cos \alpha_2, \quad \text{somit} \quad \varrho_1 \omega_1 = \varrho_2 \omega_2.$$

Wird der Schnittpunkt von B mit der Zentrale $m_1 m_2$ mit o , die Strecke $o m_1$ und $o m_2$ mit r_1 und r_2 bezeichnet, dann ist wegen der Dreiecksähnlichkeit $\varrho_1 : r_1 = \varrho_2 : r_2$ und

$$r_1 \omega_1 = r_2 \omega_2 \quad \text{oder} \quad \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1}; \quad \text{d. h.}$$

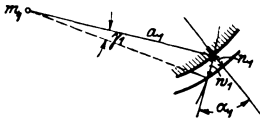


Abb. 142.

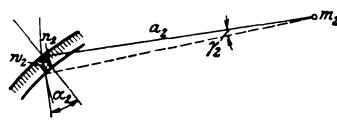


Abb. 143.

Die Winkelgeschwindigkeiten verhalten sich umgekehrt wie die Abstände des Punktes o von m_1 und m_2 .

Das Übersetzungsverhältnis $i = \omega_1 : \omega_2$ ist unveränderlich, wenn die Berührungsnormale B die Zentrale $m_1 m_2$ stets im gleichen Punkte o schneidet.

Für das Weitere ist stets unveränderliches Übersetzungsverhältnis, also feste Lage des Punktes o vorausgesetzt.

Verbindet man mit Rad 1 einen Kreis mit dem Radius r_1 und mit Rad 2 einen Kreis mit dem Radius r_2 , beide durch o gehend, dann haben diese Kreise stets dieselbe Geschwindigkeit $v = \omega_1 r_1 = \omega_2 r_2$ und rollen bei der Drehung der Räder aufeinander ab. Werden auf beiden Kreisen gleiche Teile abgetragen, dann stoßen bei der Drehung die Teilpunkte in o aufeinander. Die Kreise heißen daher Teilkreise.

Werden die Orte, in denen während der Räderbewegung Flankenberührung stattfindet, aufgezeichnet, dann heißt der geometrische Ort der Flankenberührungen Eingrifflinie.

(350) Vorstehendes liefert die zeichnerische Lösung folgender Grundaufgaben.

a) Gegeben: die Radmittelpunkte m_1 und m_2 , die Teilkreise T_1 und T_2 , die Flanke F_1 und der augenblickliche Berührungspunkt (in o).

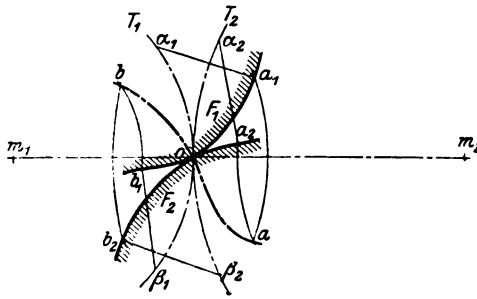


Abb. 144.

Gesucht: die Flanke F_2 und die Eingriffslinie.

1. Nach Reuleaux, Abb. 144. Auf F_1 Punkt a_1 wählen, Normale zu F_1 durch a_1 ziehen, die T_1 in α_1 schneidet.

Bogen $o\alpha_1 = o\alpha_2$ machen.

Durch a_1 Bogen um m_1 ziehen, darauf von o aus Strecke $= o_1\alpha_1$ abschneiden, liefert Punkt a .

Durch a Bogen um m_2 ziehen, darauf von a_2 aus Strecke $= a_1\alpha_1$ abschneiden, gibt Gegenpunkt a_2 der Flanke F_2 .

Für die weiteren Punkte b_1, c_1, \dots liefert dasselbe Verfahren die Gegenpunkte b_2, c_2, \dots .

Die Kurve $abc\dots$ ist die Eingriffslinie. Sie schneidet die Flanken in o stets winkelrecht.

Aus Abb. 145 geht hervor, daß die Eingriffslinie schon durch das eine der beiden Räder vollständig bestimmt ist.

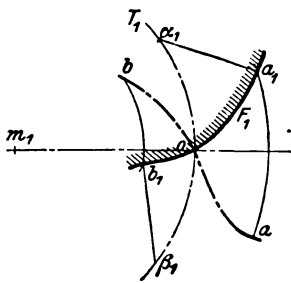


Abb. 145.

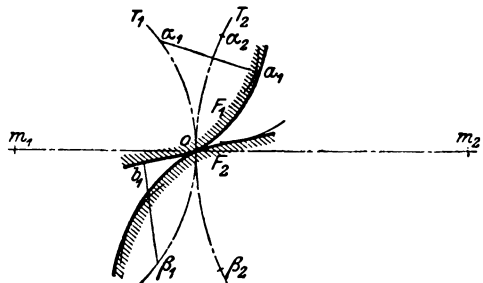


Abb. 146.

2. Nach Poncelet; ohne Benutzung der Eingriffslinie, Abb. 146.

Wie unter 1. sind die Punkte a_1, α_1, α_2 zu bestimmen. Schlägt man nun einen Kreisbogen um α_2 mit dem Radius $= a_1\alpha_1$ und wiederholt die Konstruktion für die Punkte b_1, c_1, \dots , so bildet die Einhüllende dieser Bögen die gesuchte Flanke F_2 .

b) Gegeben: der Teilkreis T_1 und die Eingriffslinie.

Gesucht: die Flanke F_1 .

Da die Eingriffslinie durch T_1 und F_1 bestimmt ist, läßt sich umgekehrt F_1 aus der Eingriffslinie konstruieren. Zieht man nach Abb. 147 eine Reihe von konzentrischen Kreisen um m_1 , dann bilden die Abstände der Punkte $abc\dots$, von o die Längen der Normalen zu F_1 bis zum Schnitt mit T_1 . Der Anfang der Flanke schneidet in o die Eingriffslinie winkelrecht. Nun zieht man die Kreisbogen mit den Radien oa, ob, \dots derart, daß ein stetiger Linienzug, d. i. Flanke F_1 , entsteht. Zwecks ausreichender Genauigkeit sind die konzentrischen Kreise sehr dicht zu legen.

Ist nach Abb. 148 die Eingrifflinie von Punkt *I* bzw. *II* an rückläufig, dann ergibt sich eine in sich zurückkehrende, also unbrauchbare Flanke.

(351) Folgerungen aus der allgemeinen Verzahnung. Eine vollständige konstruktive Behandlung der allgemeinen Verzahnung, bei der die eine Flanke als beliebige Kurve gegeben ist, wonach die andere zu bestimmen ist, zeigt Abb. 149.

Eingriffbogen. Die Eingrifflinie ist durch die Kopfkreise begrenzt, erstreckt sich also von *a* bis *b*. Während eines Flankenspiels bewegen sich die Flanken zwischen den gestrichelten Lagen; hierbei ist $\widehat{A_1 o} = \widehat{A_2 o}$ und $\widehat{B_1 o} = \widehat{B_2 o}$; die Bogenstrecke $\widehat{A_1 o B_1} = \widehat{A_2 o B_2}$ heißt Eingriffbogen.

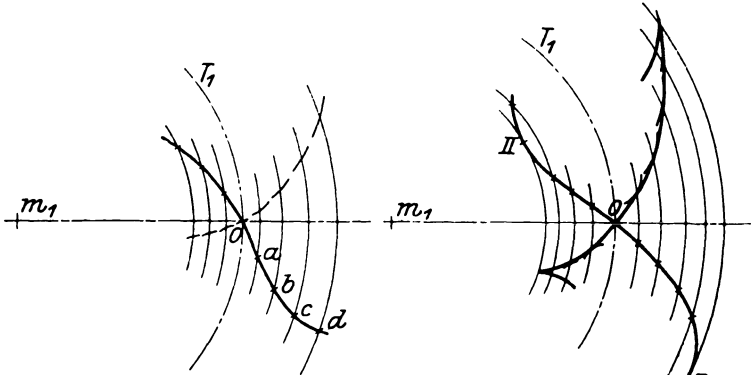


Abb. 147.

Abb. 148.

Relative Kopfbahn. Denkt man sich Rad 1 auf dem festgehaltenen Rad 2 abrollend, dann beschreibt die Kopfecke a_1 eine Kurve, die relative Kopfbahn des Rades 1. Diese Kurve geht in Punkt a_2 tangential an Flanke F_2 vorbei und zeigt den für den freien Durchgang des Kopfes erforderlichen Raum in der Zahnücke. Der außerhalb der Strecke $o a_2$ liegende Teil der Fußflanke kann dann beliebig ausgebildet werden, sofern nur der Raum für diese relative Kopfbahn frei bleibt. Konstruktion der relativen Kopfbahn. Abb. 150: Von o aus gleiche Teile auf beiden Teilkreisen abtragen. Kreisbogen um $1'' 2'' 3'' \dots$ mit den Radien $1' a_1, 2' a_1, 3' a_1, \dots$ ziehen, die die gesuchte Kurve einhüllen. Dasselbe gilt für die andere Kopfecke b_2 .

Gleitverhältnisse. Wird nach Abb. 149 die Kopfflanke $o a_1$ durch die Punkte $1_1 2_1 \dots$ in gleiche Strecken geteilt, und werden die Gegenpunkte $1_2 2_2 \dots$ hierzu gezeichnet, dann geben die gegenseitigen Streckenverhältnisse ein Bild des verhältnismäßigen Gleitens der Flanken. Wäre z. B. Strecke $1_1 2_1 = 1_2 2_2$, dann würden die Flanken aufeinander abrollen, ohne zu gleiten. Ist $1_1 2_1 > 1_2 2_2$, dann gleiten die Flanken aufeinander um den Unterschied dieser Strecken. Unter Voraussetzung gleicher Baustoffe und annähernd gleicher Flankenkrümmung ist die Abnutzung der Strecke $1_2 2_2$ gegen die der Strecke $1_1 2_1$ um so größer, je größer der Unterschied beider Strecken ist. Mit Rücksicht auf gute Abnutzungsverhältnisse ist derjenigen Verzahnungsart der Vorzug zu geben, die geringere Unterschiede der Flankenteilstrecken aufweist.

Dasselbe gilt für die andere Flankenseite.

Abnutzungscharakteristik. In Abb. 151 sind zwei sehr nahe beieinanderliegende Flankenstellungen (F_1 bzw. F_2) gezeichnet. Die Gleitstrecken sind s_1 und s_2 ; maßgebend für die Flankenabnutzung ist die Strecke $s_2 - s_1$. Bezeichnet N den augenblicklichen Zahndruck (d. i. Normaldruck zwischen den Flanken), b die Zahnbreite, n_1 und n_2 die Umlauffzahlen in der Minute und μ die Gleitreibzahl, dann ist die Abnutzungstiefe der Flanke $o a_1$ bzw. $o a_2$

$$\Delta_1 = c_1 \frac{\mu N (s_2 - s_1) n_1}{b s_1} \quad \text{bzw.} \quad \Delta_2 = c_2 \frac{\mu N (s_2 - s_1) n_2}{b s_2},$$

worin die Festwerte c_1 und c_2 die Härte der Werkstoffe ausdrücken.

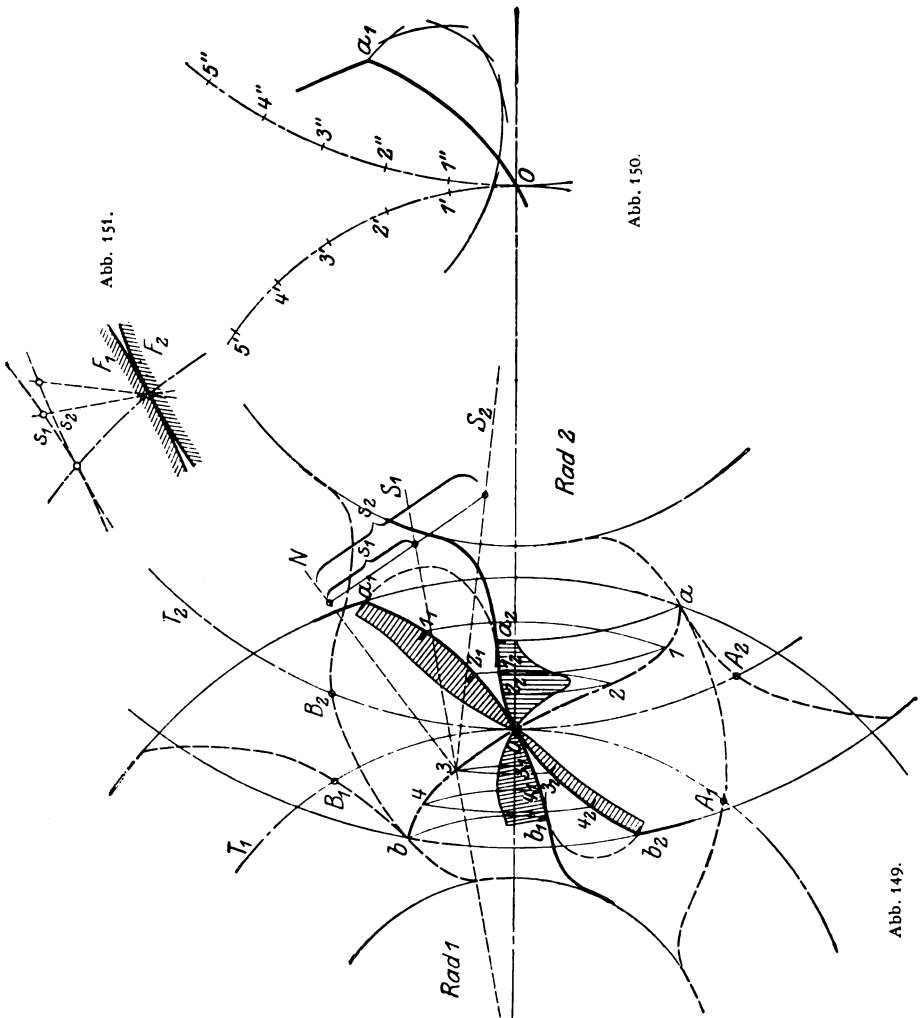


Abb. 151.

Abb. 150.

Abb. 149.

Bestehen beide Räder aus demselben Werkstoff, dann ist $c_1 = c_2$ und

$$\Delta_1 = K \gamma_1 n_1 \quad \text{bzw.} \quad \Delta_2 = K \gamma_2 n_2,$$

worin

$$\gamma_1 = \frac{s_2 - s_1}{s_1} \quad \text{bzw.} \quad \gamma_2 = \frac{s_2 - s_1}{s_2}$$

einen Ausdruck für das verhältnismäßige Gleiten darstellt, während N als unveränderlich angenommen ist, obwohl es während der Eingriffdauer etwas wechselt. Mit den Zähnezahlen z_1 und z_2 bzw. den Teilkreisradien r_1 und r_2 ist auch

$$\Delta_1 = K \frac{\gamma_1}{z_1} \quad \text{bzw.} \quad \Delta_2 = K \frac{\gamma_2}{z_2} \quad \text{oder} \quad \Delta_1 = K \frac{\gamma_1}{r_1} \quad \text{bzw.} \quad \Delta_2 = K \frac{\gamma_2}{r_2}.$$

Die Werte γ_1 und γ_2 können sehr einfach zeichnerisch ermittelt werden, was in Abb. 149 für Punkt 3 gezeigt ist. Zieht man durch 3 die Gerade N senkrecht zur Eingriffslinie und in beliebigem Abstände von 3 eine Parallele zu o_3 , dann schneiden die Radien S_1 und S_2 darauf die Strecken s_1 und s_2 ab, die zur Berechnung von γ_1 und γ_2 dienen. Die auf diese Weise berechneten Werte Δ_1 und Δ_2 sind an jedem Flankenpunkt maßstäblich und normal zu den Flanken aufgetragen und liefern die Abnutzungscharakteristik. Zwischen der Stelle 1₂ und 2₂ der Flanke $o a_2$ tritt eine besonders starke Abnutzung auf, weshalb die in Abb. 149 dargestellten Flanken hinsichtlich der Abnutzung ungünstig gewählt sind.

(352) Allgemeines über Zahnabmessungen. Es bezeichnet nach Abb. 152

t die Teilung in mm,

z_1 bzw. z_2 die Zähnezahl des Rades 1 bzw. 2,

$D_1 = \frac{z_1 t}{\pi}$ bzw. $D_2 = \frac{z_2 t}{\pi}$ deren

Teilkreisdurchmesser.

Damit die Teilkreisdurchmesser in ganzen Millimetern ausgedrückt werden, legt man die Teilung nicht in ganzen Millimetern fest, sondern drückt sie in Vielfachen von π aus. Es ist demnach

$$t = m \pi \text{ mm,}$$

worin m der Modul heißt.

Hiernach folgt

$$D_1 = z_1 m \text{ mm} \quad \text{und} \quad D_2 = z_2 m \text{ mm,}$$

z. B.

$$m = 9, \quad z_1 = 13, \quad z_2 = 52,$$

$$t = 9\pi = 28,27 \dots \text{ mm,}$$

$$D_1 = 13 \cdot 9 = 117 \text{ mm,} \quad D_2 = 52 \cdot 9 = 468 \text{ mm.}$$

Die Kopfhöhe ist $k \approx 0,3 t$, die Fußhöhe $f = 0,4 t$, demnach der Kopfspielraum $\approx 0,1 t$.

Über die im Teilkreise gemessenen Zahnstärken s_1 und s_2 s. (356) und (371).

Das Flankenspiel $f_s = t - s_1 - s_2$ ist von der Ausführungsgenauigkeit abhängig und bei genau bearbeiteten Flanken = null.

Die Fußecken sind stets ausgerundet, die Kopfecken bei unbearbeiteten Flanken etwas abgerundet, bei bearbeiteten Flanken scharfkantig.

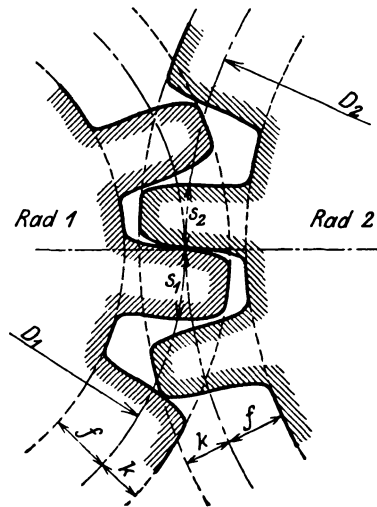


Abb. 152.

Eingriffdauer τ ist das Verhältnis

Eingriffbogen : Teilung.

Damit stets mindestens ein Flankenpaar im Eingriff liegt, ist erforderlich $\tau > 1$. Praktisch sei mindestens $\tau = 1\frac{1}{4}$, für gewöhnliche Verhältnisse $\tau \approx 1\frac{1}{2}$; für Dauerbetrieb und ruhiges Arbeiten sollen stets mindestens zwei Flankenpaare im Eingriff sein, daher $\tau = 2$ bis 3.

Satzräder sind Räder von gleicher Teilung, aber verschiedenen Zähnezahlen, die alle wechselweise richtig miteinander kämmen. Bedingung hierfür ist, daß alle Räder dieselbe Eingriffslinie haben, die durch den Teilkreispunkt o in zwei kongruente Stücke zerlegt werden.

Die zyklischen Verzahnungen.

(353) Allgemeines. Als einfachste Formen der Eingriffslinie kommen nur der Kreis und die Gerade in Betracht. Beide führen zu zyklischen Zahnflanken, die nach Abb. 153 a bis e durch Abrollen eines Kreises (des Rollkreises) auf einem festen Kreis (dem Grundkreis) entstehen.

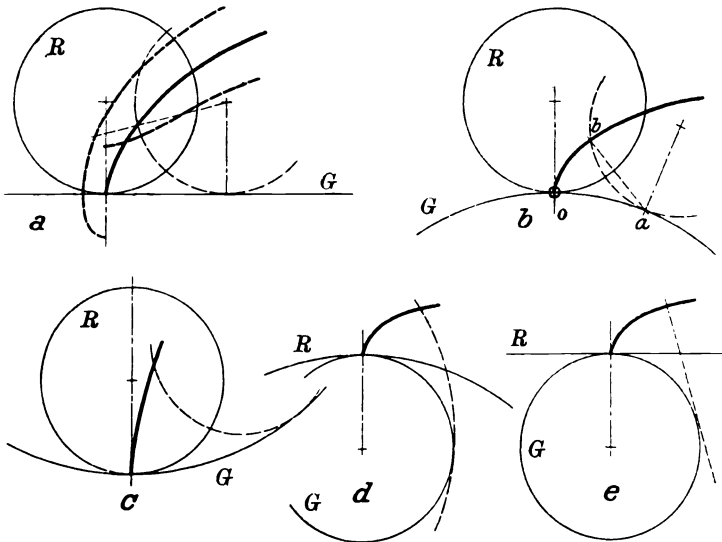


Abb. 153 a-e.

Gewöhnliche Zyklode, Abb. 153 a. R rollt auf einer Geraden. Die strichierten Kurven zeigen die verkürzte und die verlängerte Zyklode, je nachdem der leitende Punkt innerhalb oder außerhalb des Rollkreises liegt.

Epizykloide, Abb. 153 b. R rollt auf dem Außenumfang des Grundkreises G .

Hypozykloide, Abb. 153 c. R rollt auf dem Innenumfang des Grundkreises.

Perizykloide, Abb. 153 d. R umfaßt den Grundkreis und rollt auf ihm ab.

Evolvente, Abb. 153 e. $R = \infty$, d. h. eine Gerade rollt auf einem Grundkreis ab.

Einfachste Konstruktion dieser Kurven: Man trägt von Punkt o aus (z. B. Abb. 153 b) eine ausreichend kleine, aber sonst beliebige Teilung auf

dem Grundkreise mit dem Stechzirkel ab, bis man in die Nähe des Berührungspunktes zwischen Grund- und Rollkreis kommt und trägt ohne abzusetzen dieselbe Anzahl Teile auf dem Rollkreis zurück. Dasselbe Verfahren, für verschiedene Rollkreislagen wiederholt, gibt die einzelnen Punkte der Kurve, deren Richtung normal zur augenblicklichen Verbindungslinie ab verläuft.

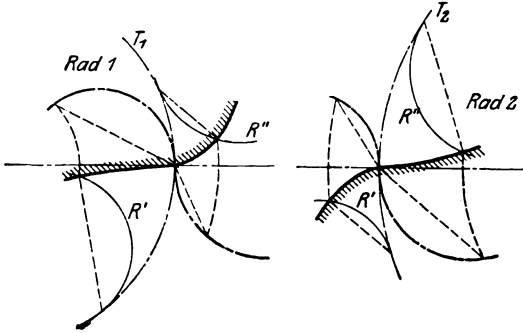


Abb. 154.

Abb. 155.

(354) Die Zykloidenverzahnung. Die Flanken sind Zykloiden und zwar für Rad 1, Abb. 154:

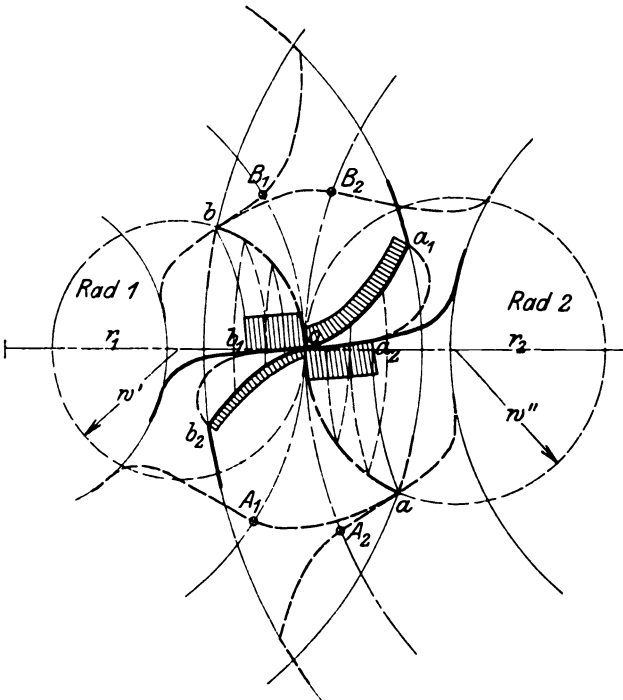


Abb. 156.

Kopfflanke ist Epizykloide — Rollkreis R'' rollt auf Teilkreis T_1 ,
Fußflanke ist Hypozykloide — „ R' „ in „ T_1 .

Für Rad 2, Abb. 155:

Kopfflanke ist Epizykloide — Rollkreis R' rollt auf Teilkreis T_3 ,
Fußflanke ist Hypozykloide — „ R'' „ in „ T_2 .

Aus der Anwendung der Reuleaux-Konstruktion, s. (350) folgt sofort, daß die Eingriffslinie durch die beiden Rollkreise gebildet wird.

Abb. 156 zeigt den vollständigen Flankeneingriff mit Anfangs- und Endlagen. Aus der Zeichnung folgt sofort

$$\widehat{a o} = \widehat{A_2 o} = \widehat{A_1 o} \quad \text{und} \quad \widehat{b o} = \widehat{B_2 o} = \widehat{B_1 o},$$

mithin Eingriffsbogen $\widehat{A_1 B_1} = \widehat{A_2 B_2} = \widehat{a o b} =$ Länge der Eingriffslinie.

Für die Gleitverhältnisse gilt nach Abb. 157 folgendes:

Flanke $a_1 o$ arbeitet mit Flanke $a_2 o$.

Nach bekannten Formeln aus der analytischen Geometrie ist

$$\widehat{o a_1} = 4w \frac{R_1 + w}{R_1} \left(1 - \cos \frac{\varphi_1}{2}\right), \quad \widehat{o a_2} = 4w \frac{R_2 - w}{R_2} \left(1 - \cos \frac{\varphi_2}{2}\right);$$

ferner

$$\varphi_1 = \frac{\widehat{a_1 \alpha_1}}{w} = \frac{\widehat{o \alpha_1}}{w} \quad \text{und} \quad \varphi_2 = \frac{\widehat{a_2 \alpha_2}}{w} = \frac{\widehat{o \alpha_2}}{w}.$$

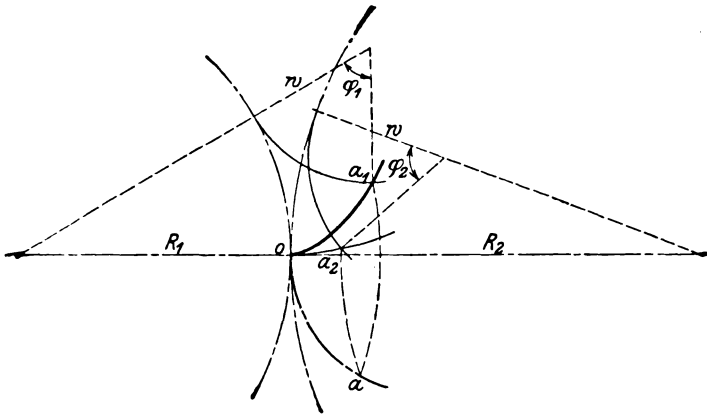


Abb. 157.

Da aber $\widehat{o \alpha_1} = \widehat{o \alpha_2}$, ist $\varphi_1 = \varphi_2$ und somit

$$\frac{\widehat{o a_1}}{\widehat{o a_2}} = \frac{4w \frac{R_1 + w}{R_1}}{4w \frac{R_2 - w}{R_2}} = \frac{1 + \frac{w}{R_1}}{1 - \frac{w}{R_2}} = \text{unveränderlich,}$$

d. h. teilt man die eine Flanke in gleiche Teile, dann liefern die entsprechenden Gegenpunkte auf der Gegenflanke ebenfalls gleiche Teile, vgl. Abb. 156.

Da bei Außenverzahnung die Fußflanke stets kürzer als die Kopfflanke ist, erhält bei gleichem Werkstoff die Fußflanke stets die stärkere Abnutzung, was

auch die weiter oben berechnete und in Abb 156 eingezeichnete Abnutzungscharakteristik zeigt.

Zykloidenräder von gleicher Teilung sind Satzräder, wenn sämtliche Rollkreise einander gleich sind.

Sonderfälle. Ist der Rollkreisdurchmesser gleich dem Teilkreisradius, dann geht die betreffende Fußflanke in eine Gerade in Durchmesserrichtung über — Geradflankenverzahnung.

Ist der Rollkreisdurchmesser gleich dem Teilkreisdurchmesser, dann schrumpft die Fußflanke in einen Punkt zusammen — Punktverzahnung, Abb. 158. Die Fußausbildung des Zahnes erfolgt dann mit Rücksicht auf die relative Kopfbahn der Gegenkopfecke. Obwohl bei dieser Verzahnung mit der Zähnezahl sehr weit herabgegangen werden kann, ist sie wegen der sehr starken Abnutzung der Ecke am Teilkreis kaum anwendbar.

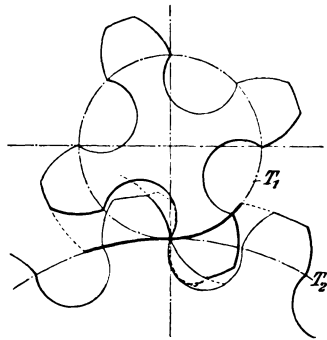


Abb. 158.

(355) Die Evolventenverzahnung. Nach Abb. 159 werden die Flanken durch Evolventen mit den Grundkreisen G_1 und G_2 gebildet. Aus der Anwendung der

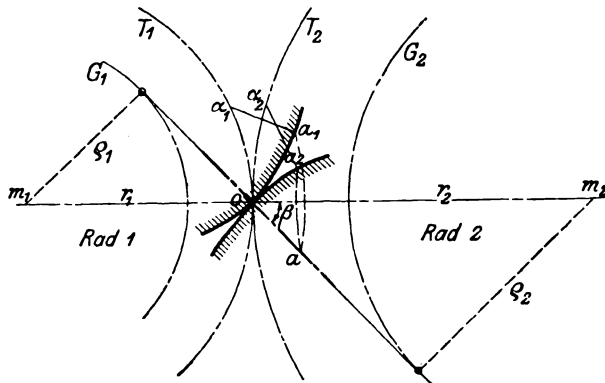


Abb. 159.

Reuleaux-Konstruktion folgt, daß die Eingriffslinie eine Gerade und zwar die gemeinsame Tangente an die Grundkreise ist; Winkel β heißt Eingriffswinkel. Es gilt $r_1 : r_2 = \rho_1 : \rho_2$ und $\rho_1 = r_1 \sin \beta$, $\rho_2 = r_2 \sin \beta$.

Die Beziehung zwischen Eingriffbogen und Eingriffslinie folgt aus Abb. 160. Es ist

$$\overline{oN_2} = \overline{A_2 a_2'} = \widehat{a a_2'}, \quad \text{mithin} \quad \overline{o a} = \widehat{N_2 a_2'}.$$

Ferner ist

$$\widehat{N_2 a_2'} : \overline{o A_2} = \rho_2 : r_2;$$

hieraus

$$\widehat{o A_2} = \widehat{N_2 a_2'} \cdot \frac{r_2}{\rho_2} = \overline{o a} \cdot \frac{1}{\sin \beta} = \widehat{o A_1}.$$

Ebenso ist

$$\widehat{oB}_1 = \widehat{oB}_2 = \overline{ob} \cdot \frac{1}{\sin \beta}, \quad \text{somit} \quad \widehat{A}_1 o B_1 = \widehat{A}_2 o B_2 = \frac{\overline{ab}}{\sin \beta};$$

Eingriffbogen = Länge der Eingrifflinie : $\sin \beta$.

Evolutenräder gleicher Teilung sind Satzräder, wenn sie gleiche Eingriffwinkel haben.

Gleitverhältnisse. Aus Abb. 160 folgt unmittelbar, daß bei gleichmäßiger Einteilung der Kopfflanken die entsprechenden Gegenpunkte auf den Fußflanken stets ungleiche Teilung liefern. Die Teilstrecken der Fußflanken sind um so kleiner, je näher sie am Grundkreise liegen. Bei gleichem Werkstoff ist die Ab-

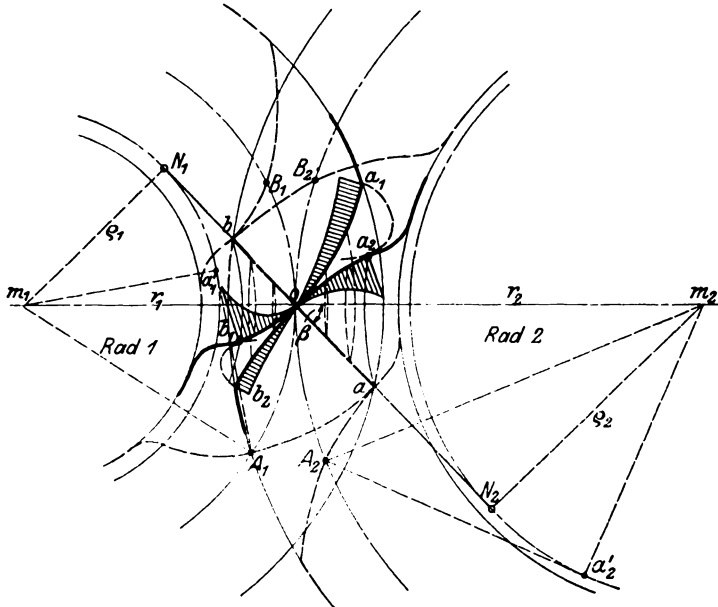


Abb. 160.

nutzung der Fußflanke stärker als die der Kopfflanke und am stärksten in der Nähe des Grundkreises. Die eingezeichnete Abnutzungscharakteristik zeigt dies deutlich. Liegt der Schnittpunkt aus Fußflanke und Grundkreis innerhalb des Eingriffs, so tritt daselbst unzulässig hohe Abnutzung auf, weshalb dieser Fall vermieden werden sollte (vgl. weiter unten).

Da alle Evoluten für gleiche Grundkreise einander gleich sind, gestatten Evolutenräder Entfernungsänderungen der Achsen, solange die Eingriffdauer $\tau > 1$.

Für die Zahnstange geht die Evolute in eine Gerade winkelrecht zur Eingrifflinie über.

Abb. 161 zeigt eine Innenverzahnung; die Hohlradflanken sind hierbei konkav.

(356) Ausführung der Evolutenräder mit unbearbeiteten Flanken. Für gewöhnliche Räder mit nicht zu kleinen Zähnezahlen ist üblich

$$\beta = 75^\circ, \quad k \approx 0,3t, \quad f \approx 0,4t.$$

Fußecken reichlich ausgerundet, Kopfecken bei unbearbeitetem Kopfkreis etwas abgerundet, bei abgedrehtem Kopfkreis scharfkantig.

Das Flankenspiel f_s sei je nach Ausführungsgenauigkeit

- $\approx 0,06 t$ bei Modellguß,
- $\approx 0,04 t$ bei Schablonenguß.

Die im Teilkreise gemessenen Zahnstärken s_1 und s_2 werden entweder einander gleich gemacht u. zw. $s_1 = s_2 = (t - f_s) : 2$ oder wenn keine Rücksicht auf vorhandene Modelle zu nehmen ist, mit Rücksicht auf die Zahnfestigkeit bemessen, s. (371).

Rückt bei kleinen Zähnezahlen der Grundkreis nahe an den Teilkreis, dann wird nach Abb. 162a das Flankenstück zwischen Grund- und Fußkreis radial gezogen, damit der Übergang zwischen diesem Fußstück und der Evolvente am Grundkreise stetig erfolgt

Arbeitet ein Rad 1 von großer Zähnezahl mit einem Trieb2 von kleiner Zähnezahl, dann kommt der Lotpunkt N , Abb. 162a, innerhalb des Kopfkreises des Rades 1 zu liegen. Nach den Darlegungen (351) ist die Eingriffslinie ab von N an rückläufig und verursacht Eingriffstörungen, die sich dadurch äußern, daß die Kopfecke b in den Fuß des Rades 2 einschneidet und gleichzeitig ein Stück der Evolvente abschneidet. Außerdem gelangen die Stellen der übermäßigen Abnutzung in den Eingriffsbereich.

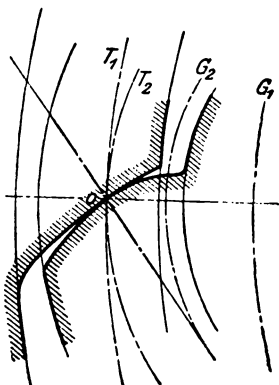


Abb. 161.

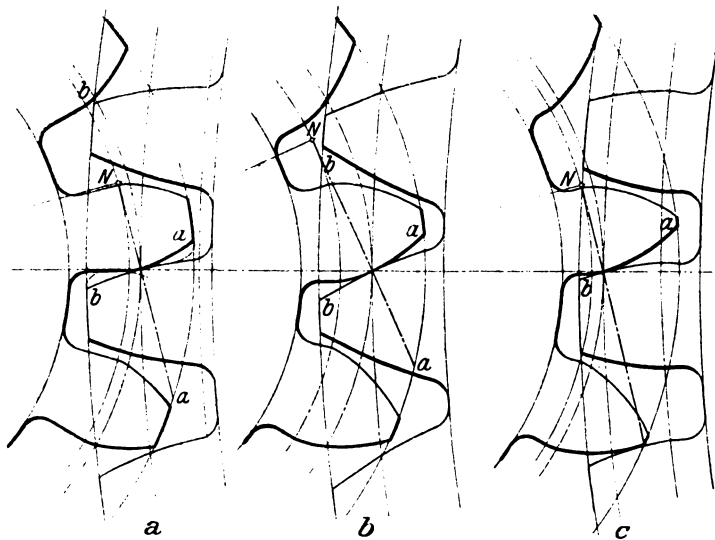


Abb. 162 a - c.

Bei langsamlaufenden Rädern mit rohen Flanken, an deren Genauigkeit ohnehin geringe Ansprüche gestellt werden, kann diese Unregelmäßigkeit vernachlässigt werden, wenn der Überstand Nb verhältnismäßig gering ist.

Bei größerem Überstand ist die Verzahnung zu ändern und zwar durch folgende Mittel:

α) Man verkleinert nach Abb. 162 b den Eingriffswinkel ($\beta_{\min} \approx 65^\circ$), behält aber die normalen Kopf- und Fußhöhen bei, wodurch N wieder außerhalb des Kopfkreises zu liegen kommt. Zu beachten ist hierbei die nach (352) genannte Forderung nach genügender Eingriffsdauer. Da der Zahndruck stets in Richtung der Eingriffslinie wirkt, drückt dessen Komponente in Zentralenrichtung die Radachsen auseinander, was aber bis zu $\beta = 65^\circ$ belanglos ist.

β) Die sog. „Korrektion“. Man verkürzt die Kopfhöhe des Rades 1 und verlängert um denselben Betrag die Kopfhöhe des Triebes 2, unter Beibehaltung der Zahnlänge l . Abb. 162 c zeigt das durch Korrektion hervorgegangene Räderpaar. Die Eingriffstörungen sind hierbei vollständig verschwunden; außerdem wird hierdurch eine Verbesserung der Gleitverhältnisse und eine Verstärkung der Zahnwurzel des Rades 1 erzielt, weshalb bei kleineren Triebzähnezahlen von der Korrektion reichlich Gebrauch gemacht werden sollte.

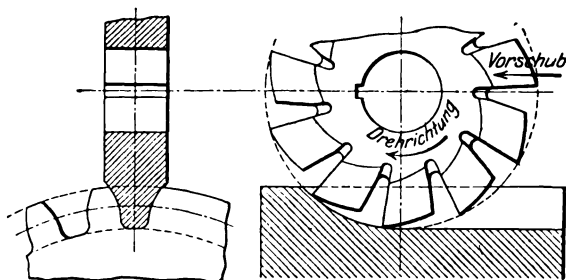


Abb. 163.

(357) Ausführung der Evolventenräder mit bearbeiteten Flanken. Bei Rädern kleiner und mittlerer Teilung — bis etwa 20π — werden die Zahnücken aus dem vollgegossenen und abgedrehten Radkörper herausgehobelt oder gefräst. Nur bei sehr großer Teilung werden die Zähne mit Stoffzugabe vorgegossen und nachbearbeitet.

Die Bearbeitung der Flanken erfolgt nach dem Teil-, dem Abwälz- und dem Schablonenhobelverfahren.

(358) Das Teilverfahren mittels Formfräser. Nach Abb. 163 wird jede Lücke aus dem auf Kopfkreis abgedrehten Radkörper mit dem hinterdrehten Formfräser — auch Einzel- oder Scheibenfräser genannt — herausgefäst, das Rad mittels Teilvorrichtung um einen Zahn weitergedreht, die nächste Lücke gefräst usw. Die Lückenform richtet sich hierbei nach dem Fräserprofil, das der Teilung und der Zähnezahle entsprechend auszubilden ist.

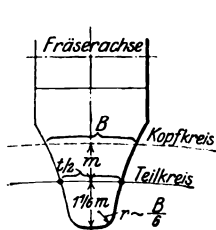


Abb. 164 a.

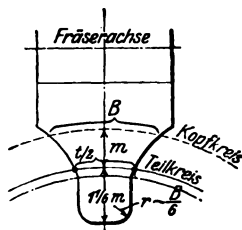


Abb. 164 b.

Mit Rücksicht auf die hohen Kosten der Fräser ist deren Normung erforderlich. Die im Handel befindlichen Fräser sind fast ausschließlich nach folgenden Normen hergestellt, s. Abb. 164a und b:

1. Die Teilung wird im Modulmaß ausgedrückt, d. h. $t = m \cdot \pi$ mm, worin m der Modul heißt. Damit ist der Teilkreisdurchmesser $D = z t : \pi = z m$ mm.

2. Der Radkranz wird auf den Außendurchmesser $D_a = D + 2 m = (z + 2) m$ mm abgedreht und der Fräser so eingestellt, daß er um die Schnitttiefe $n = 2 \frac{1}{8} m$ in den Radkranz eintaucht. Somit ist

$$\text{Kopfhöhe } k = m \text{ mm und Fußhöhe } f = 1 \frac{1}{8} m \text{ mm.}$$

3. Die Fräserstärke ist so bemessen, daß im fertig gefrästen Rad die im Teilkreise gemessene Zahnstärke gleich der Zahnücke $= 0,5 t$ wird, womit die Räder ohne Flankenspiel arbeiten.

4. Der Eingriffswinkel beträgt 75^{01} .

5. Die Kopfecken der Zähne bleiben scharfkantig; die Fräserecken bzw. die Zahnfußecken sind stark abgerundet. Zweckmäßig wird $r \approx B/6$ gewählt.

6. Die bei kleinen Zähnezahlen zwischen Fuß- und Grundkreis liegenden Flankenstücke sind nicht radial, sondern parallel zur Lückenmitte.

7. Da die Flankenform von der Zähnezahl abhängig ist, müßte für jede Zähnezahl ein besonderer Fräser auf Lager gehalten werden. Man begnügt sich jedoch in der Praxis mit einer geringeren Anzahl von verschiedenen Fräsern, indem man den für eine bestimmte Zähnezahl konstruierten Fräser auch für die nächst größeren Zähnezahlen benutzt, was wegen der unwesentlichen Unterschiede in den Zahnformen der nebeneinander liegenden Zähnezahlen angängig ist.

In den meisten Fällen kommt man für jeden Modul mit je 15 verschiedenen Fräsern für sämtliche Zähnezahlen von 12 bis ∞ (Zahnstange) aus; für kleinere Teilungen genügt der 8teilige Satz, der nur die ganzzahligen Nummern des 15teiligen Satzes enthält.

15teiliger Satz.

Fräser Nr. . . .	1	$1 \frac{1}{2}$	2	$2 \frac{1}{8}$	3	$3 \frac{1}{8}$	4	$4 \frac{1}{8}$	5	$5 \frac{1}{8}$	6	$6 \frac{1}{8}$	7	$7 \frac{1}{8}$	8
Konstruiert für $z = \dots \dots$	12	13	14	15	17	19	21	23	26	30	35	42	55	80	135
wird benutzt für z bis $\dots \dots$				16	18	20	22	25	29	34	41	54	79	134	∞

8teiliger Satz.

Fräser Nr. . . .	1	2	3	4	5	6	7	8
Konstruiert für $z = \dots \dots$	12	14	17	21	26	35	55	135
wird benutzt für z bis $\dots \dots$	13	16	20	25	34	54	134	∞

In Abb. 165a sind alle Fräser gleicher Teilung so aufgezeichnet, daß ihre Mittelachsen zusammenfallen. Der Übersichtlichkeit wegen wurde nur der 8teilige Satz gewählt. Man sieht deutlich, wie z. B. der für 13 Zähne zu benutzende Fräser Nr. 1 aus der Kopfplanke zu viel Stoff wegnimmt.

¹⁾ In vielen deutschen Werkstätten wird heute noch mit dem aus der amerikanischen Praxis übernommenen Winkel von $75^{\circ} 30'$ gearbeitet. Nach den Festlegungen des NDI. soll künftig 75° als normal gelten.

Abb. 165 b enthält die mit ihren Mittellinien zusammengelegten Zähne von $z = 12$ bis 134; die mit z stark wechselnde Wurzelstärke und Fußausrundung ist deutlich erkennbar.

Hinsichtlich der beim Zusammenarbeiten von großen Rädern mit kleinen Trieben auftretenden Eingriffstörungen gilt auch hier das bei unbearbeiteten Flanken gesagte: Bei geringer Umlaufzahl und bei Rädern von untergeordneter Bedeutung können die Störungen vernachlässigt werden; besser ist jedoch die nach den weiter unten behandelten Verfahren durchführbare Korrektur.

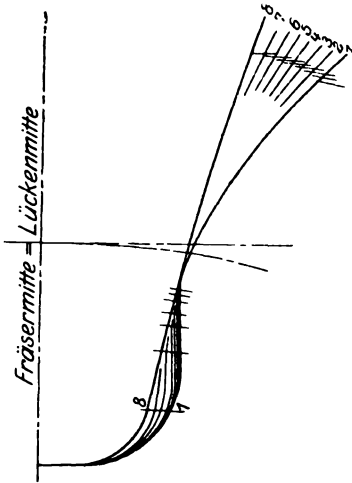


Abb. 165 a.

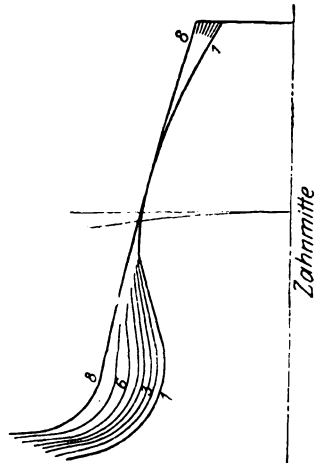


Abb. 165 b.

Die Verstärkung der Triebzahnwurzeln unter gleichzeitiger Eingriffverbesserung durch Verlegung der Kopf- und Fußkreise wäre zwar ausführbar, würde jedoch einen besonderen Fräsesatz erfordern und ist, weil zu kostspielig, nicht allgemein in Gebrauch genommen. Aus denselben Gründen läßt sich eine Verbesserung durch Wahl kleinerer Eingriffwinkel nicht allgemein durchführen.

(359) Das Teilverfahren mittels Hobelformstahl erfolgt wie beim

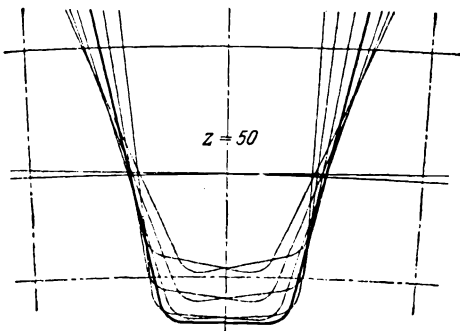


Abb. 166.

Formfräser, der durch einen Formstahl ersetzt wird und in der Stoßmaschine die Lücken unter allmählichem Vorschub herausstößt. Weniger leistungsfähig als der Formfräser, wird verwendet bei besonderen Zahnformen, wofür kein Fräser vorhanden, und namentlich bei Innenverzahnung, s. (364).

(360) Das Abwälzverfahren. Es beruht auf der Eigenschaft der Zahnstange, mit jedem Rad von beliebiger Zahnzahl im richtigen

Eingriff zu stehen. Das Werkzeug ist hierbei im wesentlichen eine Zahnstange, deren Schneidkanten demnach Trapeze bilden. Bringt man dieses Werkzeug so mit dem zu bearbeitenden Rad zusammen, daß die Zahnstangenteilrißlinie den Radteilkreis berührt, und erteilt man beiden eine solche zwangsläufige Schaltbewegung, daß sich die Teilrißlinie auf dem Teilkreis abwälzt, so räumen die Schneidzähne aus dem Radkranz die richtigen Zahnlücken aus.

Dieser Arbeitsvorgang ist aus Abb. 166 und 167 ersichtlich, worin der Radkörper stillstehend gedacht ist, während sich das Werkzeug um das Rad herum wälzt. Es ist klar, daß dadurch alle außenverzahnten Räder von beliebiger Zähnezahl bis zur Zahnstange ebenfalls in den Lücken sich bewegen können, ohne sich zu klemmen. Dafür wird aber bei kleinen Trieben aus der Fußflanke etwas zu viel Stoff herausgeschnitten. s. Abb. 167, was aber durch die weiter unten behandelte Korrektur vermieden werden kann.

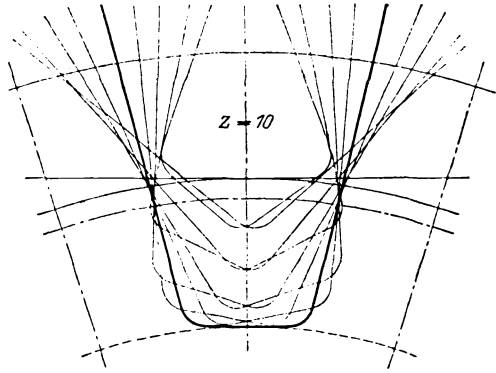


Abb. 167.

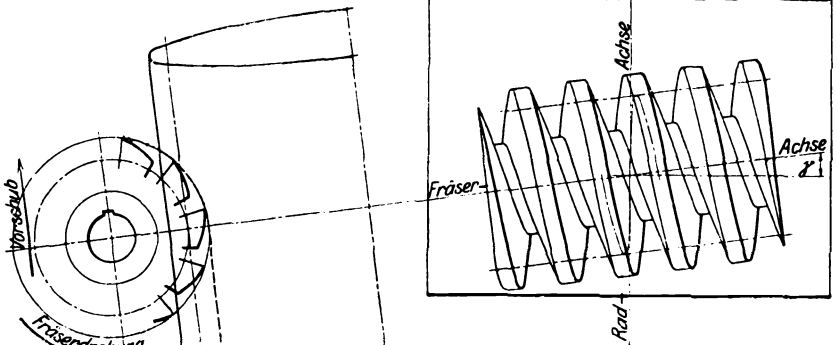
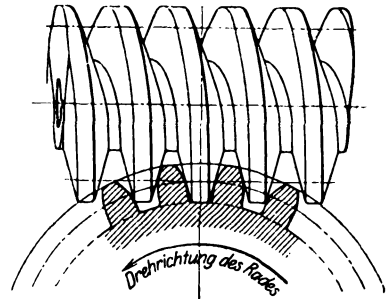


Abb. 168.

Das Abwälzverfahren wird in zweifacher Weise ausgeführt:

Nach dem neueren Stoßverfahren wird das Werkzeug durch einen trapezförmigen Stoßmeißel gebildet und vollführt in einer kräftig gebauten Stoßmaschine die Arbeitsbewegung senkrecht zur Radebene, während das Arbeitsstück die — oben beschriebene — Schaltbewegung macht.

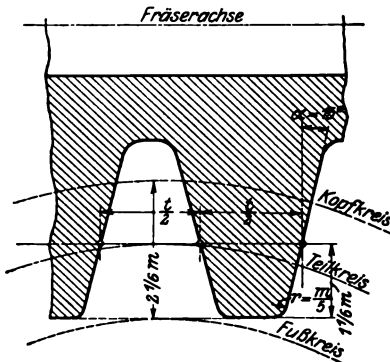


Abb. 169.

Der ebenfalls auf dem Abwälzverfahren beruhende schneckenförmige Stirnradfräser, kurz der Wälzfräser, ist in Abb. 168 in mehreren Ansichten dargestellt. Seine Schneidzähne, in Richtung der Teilrißschraubenlinie gesehen — vgl. die strichpunktierte Linie im Grundriß — bilden das schon erwähnte Zahnstangenprofil. Bringt man das zu bearbeitende Rad so mit dem Fräser zusammen, daß die in den Radkranz eindringenden Schraubengänge parallel zur Radachse liegen, und erteilt man dem Fräser und dem Rad je eine zwangsläufige Bewegung derart, daß nach einer Fräserumdrehung das Rad

sich um eine Teilung weiter dreht, dann räumen, wie beim Stoßverfahren, die Fräserzähne aus dem Radkranz die Lücken der Evolventenverzahnung aus. Auch hier ist die Größe bzw. die Zähnezahl des Rades gleichgültig, so daß für alle Zähnezahlen ein einziger Wälzfräser genügt.

Die Schneidezahnform ist in Abb. 169 deutlicher wiedergegeben; sie entspricht den üblichen Normen, die mit denen der Formfräser übereinstimmen. Zweckmäßig wird der Fräserkopf — mit etwa $r = m/5$ — abgerundet; zuweilen wird der Kopf auch abgeschragt, scharfkantiger Kopf ist zu vermeiden.

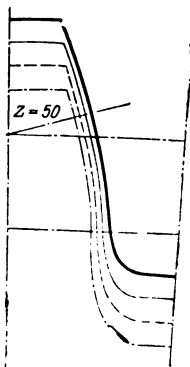


Abb. 170.

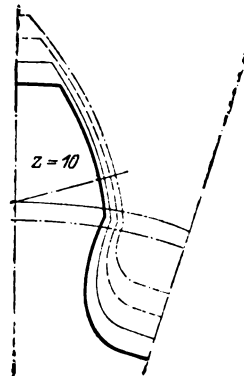


Abb. 171.

In Abb. 170 u. 171 zeigen die stark ausgezogenen Linien für $z = 50$ und 10 die entstehenden Flanken. Es ist wieder wie beim Teilverfahren

Kopfhöhe = m , Fußhöhe = $1\frac{1}{6}m$, demnach

Schnitttiefe = $2\frac{1}{6}m$.

Zahnstärke = Zahnücke = $t/2$, im Teilkreise gemessen,

Eingriffswinkel $\beta = 75^\circ$ bzw. $\alpha = 15^\circ$.

Die Evolventenflanken sind hier — ein genaues Werkzeug vorausgesetzt — im Gegensatz zum Teilverfahren für alle Zähnezahlen richtig; die Fußflanken richten sich etwas nach der Ausbildung des Schneidzahnkopfes, der bei kleinen Zähnezahlen ein Stück von der eigentlichen Evolvente wegschneidet und den Zahn ziemlich stark unterschneidet, weshalb auch hier die kleinen Zähnezahlen vermieden werden sollten.

Die bisher dargelegte Normalverzahnung ist bei Verwendung der genannten Normalfräser nur möglich, wenn zwischen den z_1 und z_2 des kleinen bzw. großen Rades folgende Beziehung besteht

$z_2 =$	21	27	34	43	55	80	115	200	400	∞
von	{ 21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
z_1 bis	{ 21	27	34	43	55	80	115	200	400	∞ .

(361) Die korrigierte Verzahnung. Über deren Grundgedanken und Verfahren gilt das bei den unbearbeiteten Evolventenflanken Genannte, s. (356).

Beim Abwälzverfahren wird die Kopfhöhe k_1 des Kleinrades vergrößert, während je nach Fall die Kopfhöhe k_2 des Großrades normal ($=m$) oder größer oder kleiner genommen wird, aber derart, daß stets $k_1 + k_2 \geq 2m$ ist.

Abb. 172a zeigt die Fräserstellung für das Kleinrad, Abb. 172c die für das Großrad. Hierbei heißen die Kreise vom Durchmesser $D_1 = z_1 m$ bzw. $D_2 = z_2 m$ Teilkreise, die sich auf den Fräserteilrißlinien, dessen Lagen mit den jeweiligen

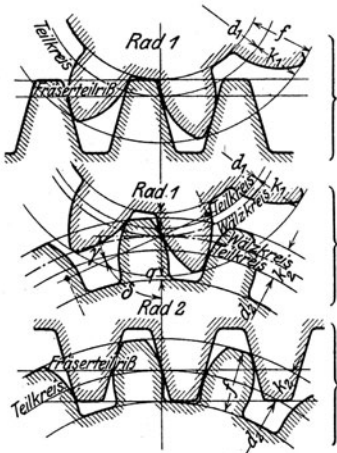


Abb. 172 a ÷ c.

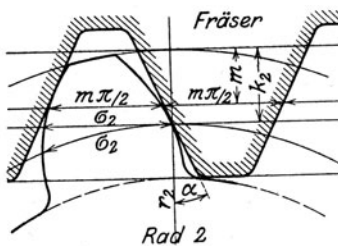


Abb. 173.

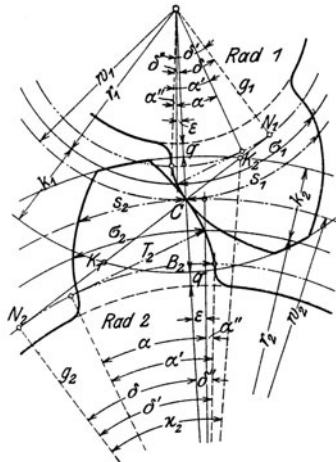


Abb. 174.

Kopfhöhen k_1 bzw. k_2 wechseln, abwälzen. Die Fräserschnittiefe f bleibt unverändert $2\frac{1}{6}m$.

Bringt man nun die beiden Räder nach Abb. 172 b zum spielfreien Eingriff, dann heißen die durch den Wälzpunkt gehenden Kreise Wälzkreise, die bei $k_1 + k_2 > 2m$ größer als die Teilkreise werden; der Eingriffswinkel γ wird

kleiner als 75° , das Kopfspiel q wird etwas kleiner als das normale von $\frac{1}{6}m$ und der Achsabstand a wird etwas größer als der normale von $(z_1 + z_2)m : 2$.

Zunächst folgt aus der (unmaßstäblich gez.) Abb. 173 (Bearbeitung des Rades 2) Zahnstärke im Teilkreise

$$s_2 = \frac{m\pi}{2} + 2(k_2 - m) \operatorname{tg} \alpha \dots m \left(\frac{\pi}{2} + 2 \operatorname{tg} \alpha \left(\frac{k_2}{m} - 2 \right) \right).$$

Ebenso ist für Rad 1

$$s_1 = m \left(\frac{\pi}{2} + 2 \operatorname{tg} \alpha \left(\frac{k_1}{m} - 2 \right) \right).$$

In Abb. 174 ist $r_2 = \frac{z_2 m}{2}$, $g_2 = r_2 \cos \alpha$ und $T_2 = r_2 \sin \alpha$; wegen $T_2 = B_2$ ist ferner $\alpha' = \frac{B_2}{g_2} = \frac{r_2 \sin \alpha}{r_2 \cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha$, somit $\alpha'' = \alpha - \operatorname{tg} \alpha$.

Setzt man den Achsabstand $a = \frac{z_1 + z_2}{2} m n$, worin $n > 1$, dann ist $w_2 = r_2 n$, $w_1 = r_1 n$ und $w_2 : r_2 : g_2 = w_1 : r_1 : g_1$. Die in den Wälzkreisen gemessene Teilung ist $t = m \pi n$.

Zur Berechnung der im Wälzkreise gemessenen Zahnstärke s_2 dient $\cos \delta = \frac{g_2}{w_2} = \frac{r_2 \cos \alpha}{r_2 n} = \frac{\cos \alpha}{n}$, hieraus δ .

Ähnlich wie oben beim Winkel α ist $\delta'' = \delta - \operatorname{tg} \delta$ und $\varepsilon = \delta'' - \alpha'' = \delta - \operatorname{tg} \delta - \alpha + \operatorname{tg} \alpha$, also $\varepsilon = f(n)$.

Somit ist

$$s_2 = s_2 \frac{w_2}{r_2} = 2 \varepsilon w_2 = 2 \varepsilon r_2 n = n m \left(\frac{\pi}{2} + 2 \operatorname{tg} \alpha \left(\frac{k_2}{m} - 2 \right) - 2 \varepsilon z_2 \right).$$

Desgleichen ist $s_1 = n m \left(\frac{\pi}{2} + 2 \operatorname{tg} \alpha \left(\frac{k_1}{m} - 2 \right) - 2 \varepsilon z_1 \right)$.

Beim spielfreien Kämmen ist nun $s_1 + s_2 = t$ oder

$$\frac{\pi}{2} + 2 \operatorname{tg} \alpha \left(\frac{k_2}{m} - 2 \right) - 2 \varepsilon z_2 + \frac{\pi}{2} + 2 \operatorname{tg} \alpha \left(\frac{k_1}{m} - 2 \right) - 2 \varepsilon z_1 = \pi \text{ oder}$$

$$\frac{k_1 + k_2}{m} = \frac{\varepsilon (z_1 + z_2)}{\operatorname{tg} \alpha} + 2 = \frac{(z_1 + z_2) f(n)}{\operatorname{tg} \alpha} + 2.$$

Diese Beziehung zwischen $k_1 + k_2$, $z_1 + z_2$ und n ist in Kurventafel Abb. 175 niedergelegt, die für $\alpha = 15^{\circ}$ bzw. $\beta = 75^{\circ}$ gilt und außerdem noch die Eingriffswinkel γ und den Kopfspielraum q enthält. Dieser ist nach Abb. 174 b

$$q = a - r_1 - r_2 - k_1 - k_2 + \frac{13}{6} m = m \left(\frac{z_1 + z_2}{2} (n - 1) - \frac{k_1 + k_2}{m} + \frac{13}{6} \right).$$

Eine Verminderung von q gegenüber dem Normalwert $m/6$ bis auf etwa $0,13 m$ herab mag noch zulässig sein. Wird bei kleinerem $z_1 + z_2$ q zu klein, dann kann es vergrößert werden

1. durch Vergrößerung des Achsabstandes, wobei aber Flankenspiel entsteht. Bei Vergrößerung von a um v ist das Flankenspiel $f \approx 2 v \operatorname{ctg} 75^{\circ} \approx 0,54 v$;

2. durch Verkleinerung der Kopfhöhen und der Frästiefe um den Betrag $m/6 - q$.

In solchen Fällen, namentlich bei kleineren $z_1 + z_2$, ist durch Rechnung oder Konstruktion die Eingriffdauer zu bestimmen; über deren zulässigen Kleinstwert s. (352).

Aus Abb. 174 folgt

$$\overline{N_1 N_2} = a \sin \delta = \frac{z_1 + z_2}{2} m n \sin \delta,$$

$$\overline{N_2 K_2} = g_2 \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{z_2}{2} m \cos \alpha \operatorname{tg} \alpha_2 \text{ bzw.}$$

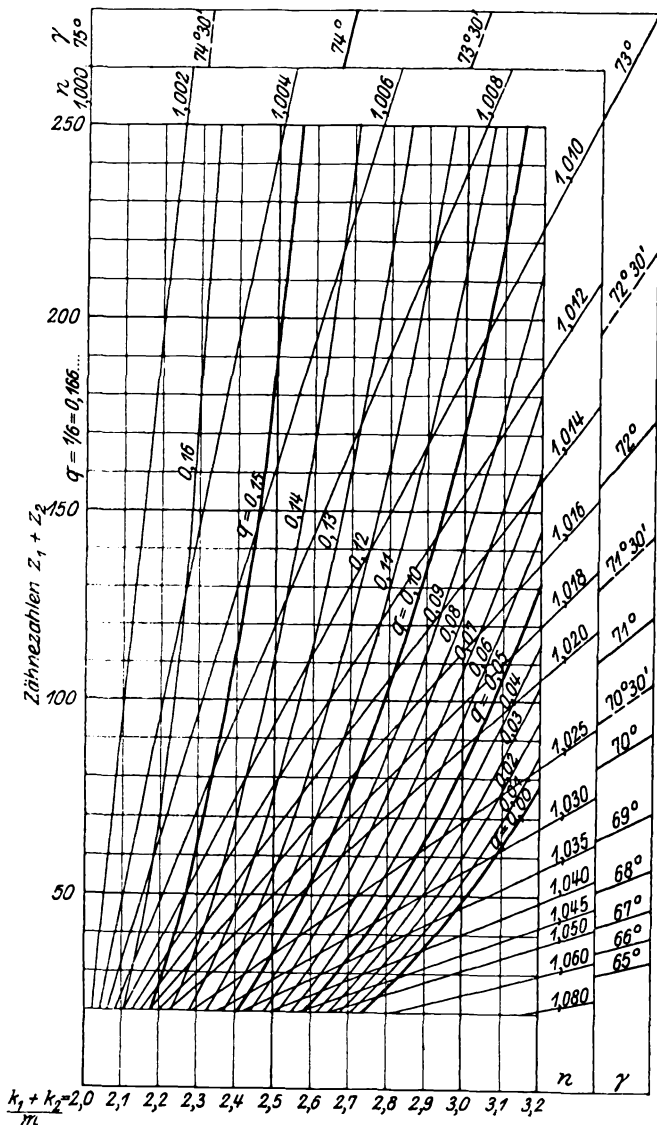


Abb. 175. Kurventafel der q , n und γ .

$$\overline{N_1 K_1} = g_1 \operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{z_1}{2} m \cos \alpha \operatorname{tg} \alpha_1, \text{ worin}$$

$$x_2 \text{ aus } \cos \alpha_2 = \frac{r_2 \cos \alpha}{r_2 + k_2} = \frac{\cos \alpha}{1 + \frac{k_2}{z_2} \frac{2}{m}} \quad \text{bzw.} \quad x_1 \text{ aus } \cos \alpha_1 = \frac{\cos \alpha}{1 + \frac{k_1}{z_1} \frac{2}{m}}$$

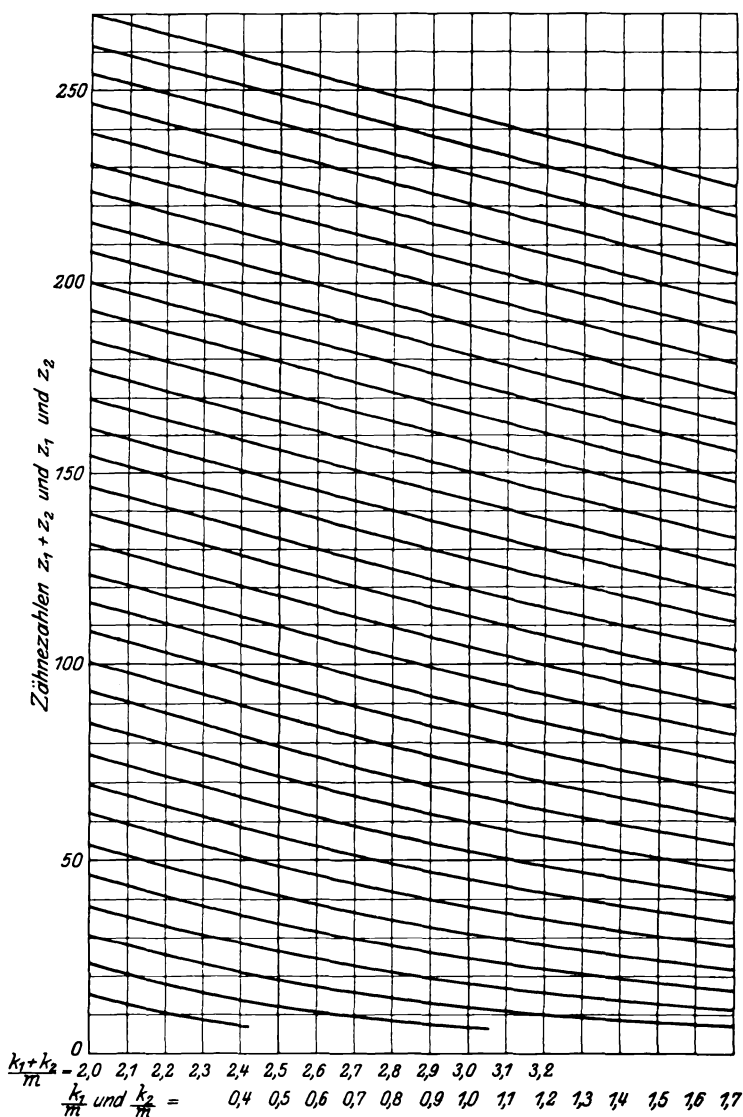


Abb. 176. Kurventafel zur Bestimmung der Kopfhöhen.

Aus der Forderung, daß die Lotpunkte N_1 und N_2 außerhalb der Kopfkreise liegen, folgt $\overline{N_1 N_2} > \overline{N_2 K_2}$ und $\overline{N_1 N_2} > \overline{N_1 K_1}$ oder

$$\frac{z_1 + z_2}{2} n \sin \delta > \frac{z_1}{2} \cos \alpha \operatorname{tg} \alpha_2 \quad \text{bzw.} \quad \frac{z_1 + z_2}{2} n \sin \delta > \frac{z_1}{2} \cos \alpha \operatorname{tg} \alpha_1.$$

An Stelle dieser Rechnung kann Kurventafel Abb. 176 benutzt werden; Abb. 177 zeigt den Gebrauch dieser Tafel. Aus $z_1 + z_2$ und $(k_1 + k_2) : m$ bestimmt sich Punkt P , aus z_1 und $k_1 : m$ bzw. aus z_2 und $k_2 : m$ die Punkte P_1 und P_2 , die beide unterhalb der durch P gehenden Kurve liegen müssen.

Man wähle

für $z = 10 \div 12$	$12 \div 18$	$18 \div 25$	$25 \div 35$	35 u. mehr
$\frac{k}{m} = 1,6$	1,5	1,4	1,2	1,0.

Für große z (über 80) kann auch $k < m$ sein, bis $k = 0,5 m$ herab; aber stets ist gefordert $k_1 + k_2 \geq 2m$.

Die öfters bevorzugten Werte $k_1 = 1,5 m$ und $k_2 = 0,5 m$ haben den Vorteil, daß wegen $k_1 + k_2 = 2m$ und $n = 1$ der Achsabstand derselbe bleibt wie bei der Normalverzahnung.

Die schwach gezeichneten Flanken in Abb. 170 und 171 gelten für $k_1 : m = 1,2, 1,4$ und $1,6$ bzw. für $k_2 : m = 0,8, 0,6$ und $0,4$. Die Verstärkung des Zahnfußes beim Kleinrad mit wachsendem k_1 ist deutlich zu erkennen. Diese Bilder zeigen die Brauchbarkeit der korrigierten Verzahnung bis zu 10, äußerst 8 Zähne herab, sie findet daher besonders im Hebezeugbau wegen der dort vielfach vorkommenden kleinen Triebe ausgedehnte Verwendung.

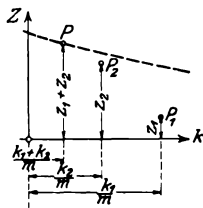


Abb. 177.

(362) Das Fellow-Verfahren. Die beim Abwälzverfahren genannte Zahnstange ist hierbei durch ein Stoßrad ersetzt, welches nach Abb. 178 a u. b in stetigem Arbeitsvorgang die Lücken aus dem vollen Kranz herausstößt. Schaltung und Arbeitsweise der Stoßmaschine sehr einfach, dagegen ist das Stoßrad teuer.

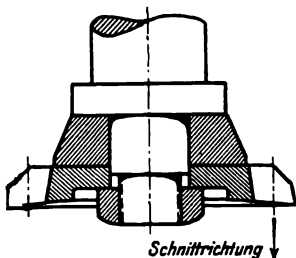


Abb. 178 a. Stoßrad.

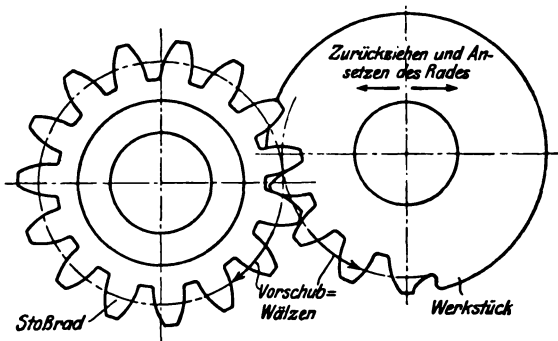


Abb. 178 b. Fellow-Verfahren.

Die Kopfhöhe des Stoßrades ist — der Fußtiefe des zu stoßenden Rades entsprechend wieder $1\frac{1}{6} m$ und die Schnitttiefe ebenfalls $2\frac{1}{6} m$. Auch hier ist durch Änderung des Kopfkreisdurchmessers am Radkörper die korrigierte Verzahnung sofort durchführbar. Das Fellow-Verfahren ist besonders bei innen

verzahnten Rädern bevorzugt. Zähnezahl des Stoßrades = 24 bei größeren Teilungen, > 24 bei kleinen Teilungen.

(363) Vergleich zwischen Teil- und Wälzverfahren.

Wälzfräser. Vorteil: Stetiger Arbeitsvorgang, daher gleichmäßige Erwärmung des Werkstückes und gleichmäßige Teilung. Ein Fräser genügt bei normaler und beliebig korrigierter Verzahnung für alle Zähnezahlen. Einfachheit in Aufbau und Bedienung der Wälzfräsmaschine; schnellstes, billigstes und weitaus verbreitetstes Verfahren. Zur Schonung des Fräsers und Erzielung genauere Arbeit werden die Lücken meist in zwei Arbeitsgängen vor- und dann fertiggefräst. **Nachteil:** Jeder zunächst richtig bearbeitete und hinterdrehte Wälzfräser verzieht sich beim Härten und liefert ungenaue Zahnflanken. Indessen ist dieser Fehler bei gewöhnlichen Anforderungen belanglos gegenüber denjenigen durch unstarre und ungenaue Achslagerung. — Neuerdings werden (nach Pfauter und Reinecker, Chemnitz) genaue Wälzfräser durch Hinterschleifen nach dem Härten erzielt; s. Betrieb, Jahrg. 3, S. 858. Der Fräser kostet aber das $1\frac{1}{2}$ fache des gewöhnlichen und die mit ihm hergestellten Räder erfüllen ihren Zweck nur in Verbindung mit bester Achslagerung.

Teilverfahren mit Formfräser. Vorteil: Ein einzelner Formfräser kostet etwa $\frac{1}{10}$ des gewöhnlichen Wälzfräsers und ist zweckmäßig bei großen und bei selten vorkommenden Teilungen. **Nachteil:** Ein 8- bzw. 15-teiliger Normalfräsersatz ungenau für alle Zwischenzähnezahlen. Die gewöhnlichen Fräser werden nur für Normalverzahnung hergestellt und sind bei korrigierter Verzahnung unbrauchbar. Bei Vermeidung von Flankenunterschneidungen können demnach die für $z \leq 20$ nicht verwendet werden. Dagegen besteht die Möglichkeit, für solche Fälle besondere Formfräser herzustellen.

Unstetiger Arbeitsvorgang, daher örtliche Erwärmung des Radkörpers und ungleiche Teilung; wird vermieden durch Vorfräsen (zuweilen mit Wälzfräser) und Fertigfräsen mit schwachem Span.

Verfahren weniger leistungsfähig als mit Wälzfräser; die Ansichten über Zweckmäßigkeit und Verwendungsbereich des Wälz- oder Teilverfahrens gehen auseinander.

Teilverfahren mit Hobelformstahl. Werkzeug billig, aber nur für nicht normale Zahnformen. Wenig leistungsfähig.

Stoßverfahren. Vorteil: Der Stoßzahn oder Stoßkamm bildet gegenüber den Fräsern ein billiges und auch nach dem Härten genau nachschleifbares und bequem nachzuschärfendes Werkzeug. Korrektur durchführbar. **Nachteil:** Stoßmaschine in Aufbau und Bedienung unständlicher als die Wälzfräsmaschine und hat unstetigen Arbeitsgang. Abnutzung des Werkzeuges stärker als des Fräsers.

Stoßrad (Fellow). Vorteil: Stoßmaschine einfach; stetiger Arbeitsgang. Korrektur durchführbar. **Nachteil:** Stoßrad sehr teuer. Über Bearbeitung mit Fingerfräsern s. (378).

(364) Bearbeitung der Innenverzahnung.

Mit Formstahl nach dem Teilverfahren, Abb. 179.

Mit Scheibenfräser nach dem Teilverfahren unter Benutzung einer Hilfsvorrichtung nach Abb. 180.

Mit Stoßrad nach dem Fellow-Verfahren.

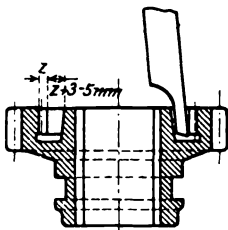


Abb. 179.

(365) Flankenschleifen. Das nach irgendeinem Verfahren bearbeitete Rad wird im Einsatz bis etwa 1 mm Tiefe gehärtet und nach Wiederanlassen auf $100 \div 150^\circ$ nach dem Abwälzverfahren geschliffen. Hierbei macht nach Abb. 181 die Schleifscheibenebene x dieselbe Relativbewegung gegen das Rad wie die Hobelstahlkante beim Stoßwälzverfahren. Ausgeführt von Maag, Zahnradfabrik Friedrichshafen, und Thyssen. Weitaus genauestes Erzeugnis, aber Verfahren sehr schwierig und teuer, da zur Erreichung der hohen Genauigkeit elektrische Fühlhebel u. dgl. erforderlich sind; daher oft nur am Kleinrad benutzt, während

das Großrad ungehärtet und ungeschliffen bleibt. Verfahren nur zweckmäßig bei Großdampfturbinen (Schiffgetrieben) in Verbindung mit Radkästen und genauester Achslagerung. Näh. s. Z. 1921, S. 1376/78, ferner Stodola, Dampfturbinen, V. Aufl. S. 653, Julius Springer.

Reinecker, Chemnitz, benutzt zum Nachschleifen eine Scheibe von Trapezprofil in gleicher Weise wie den Hobelstahl beim Stoßwälzverfahren.

(366) Zahnradgenauigkeitsprüfung. Schema der Prüfvorrichtung von Saurer, Arbon (Schweiz) nach Abb. 182. a und b sind die zu prüfenden Stirnräder; b wird auf Nabe der Reibscheibe c gesetzt, die ihre Drehung auf Reibscheibe d absetzt. Die mit a bzw. d verbundenen Meßscheiben e bzw. f haben bei Teilungs- oder Flankenfehlern gegenseitige Vor- oder

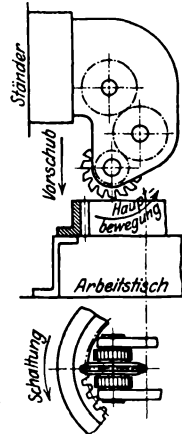


Abb. 180.

Nacheilungen, die durch Schreibstift vergrößert aufgezeichnet werden. Flanken gehobelt liefert Aufzeichnung nach Abb. 183 a, dann gehärtet 183 b, dann geschliffen 183 c, die nur bei Staubkörnchen oder Haar Schwankungen zeigt. Näh. s. Z. 1920, S. 382.

(367) Ausführung der Zykloidenräder. Obwohl die Zykloide gegenüber der Evolvente hinsichtlich der Gleit- und Abnutzungsverhältnisse bessere Zahnform liefert, werden hauptsächlich aus Bearbeitungsgründen für kleine und mittlere Teilungen fast nur noch Evolventenräder hergestellt.

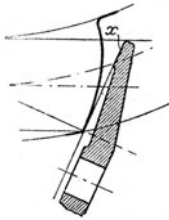


Abb. 181.

Nur bei sehr großen Rädern, die als Triebwerksräder dauernd laufen und bei denen die Abnutzungsverhältnisse maßgebend sind und die infolge ihrer großen Teilung nicht mehr mit Normalwerkzeugen bearbeitet werden können, kommt mit Vorteil die Zykloidenverzahnung zur Anwendung.

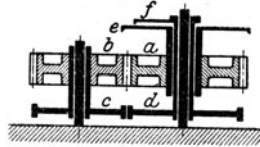


Abb. 182.

Bei unbearbeiteten Flanken werden die Räder mittels Schablone eingeformt; bei bearbeiteten Flanken kommt das bei den Evolventen genannte Schablonenhobelverfahren und bei mäßigen Teilungen das Teilverfahren mittels Hobelformstahl in der Stoßmaschine zur Ausführung.

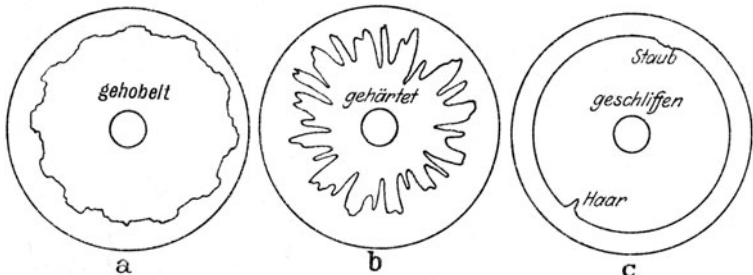


Abb. 183.

Flankenkonstruktion: Mit Rücksicht auf die Forderung, daß mindestens zwei Flankenpaare im Eingriff sind, soll $z \geq 24$, besser $= 30 \div 35$ sein.

Bei zu kleinen Wälzkreisen wird die Eingriffdauer zu klein, zu große Wälzkreise liefern ungünstige Gleitverhältnisse.

Zweckmäßig ist nach Abb. 156

$$w' = 0,7 \div 0,8 r_1 \quad \text{und} \quad w'' = 0,7 \div 0,8 r_2.$$

Die Bemessung der Zahnstärken erfolgt nach den bei den unbearbeiteten Evolventenrädern genannten Regeln, s. (356) oder mit Rücksicht auf die Zahnfestigkeit s. (371).

(368) Triebstockverzahnung. Die Radzähne werden durch zylindrische Bolzen — Triebstöcke — gebildet. Die Triebzahnflanke und die Eingriffslinie folgt aus der Reuleaux-Konstruktion nach Abb. 184. Die Fußflanke kommt nicht zur Berührung und ist lediglich mit Rücksicht auf freien Durchgang des Triebstockes auszubilden.

Hinsichtlich der Gleitverhältnisse ist diese Verzahnung ungünstig, denn die ganze Triebzahnflanke gleitet auf einem sehr kleinen Umfangsstück des Triebstockes, der an dieser Stelle stark abgenutzt wird.

Früher wurde die Triebstockverzahnung meist nur für die Zahnstangen der Schützensaufzüge benutzt; in neuerer Zeit erhalten die Schwenkwerke größerer Drehkrane Triebstockzahnkränze nach Abb. 185 ÷ 187 mit Außen- oder Innen-

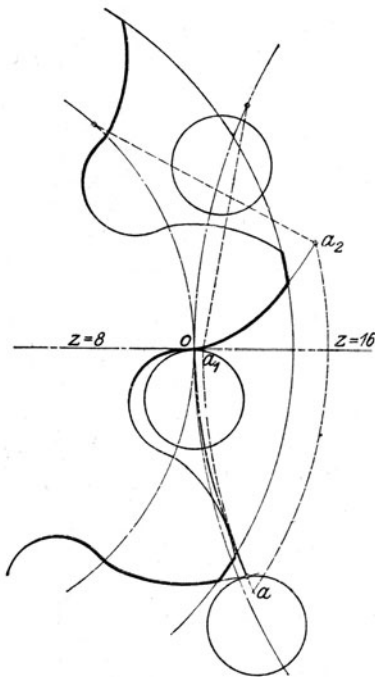


Abb. 184.

verzahnung, die eine wesentlich größere Festigkeit aufweisen als Zahnkränze in Grau- oder Stahlguß.

Obige genaue Flankenkonstruktion wird dann meist durch eine angenäherte, aber einfachere nach Abb. 188 ersetzt, indem die Triebzahnflanke als Zykloide ausgebildet wird, die durch Rollen des Triebstockteilkreises auf dem Triebteilkreise entsteht. Brauchbare Verhältnisse folgen nach Abb. 188 für Triebstockdurchm. $d \approx 0,425 t$, Zahnstärke im Teilkreis $a \approx 0,525 t$, Kopfhöhe $k \approx d$, Fußhöhe $f \approx 0,3 d$.

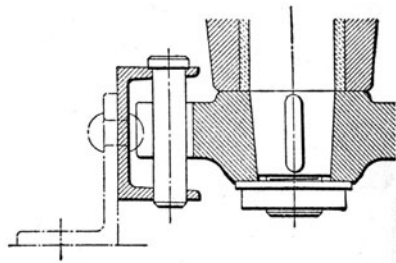


Abb. 185.

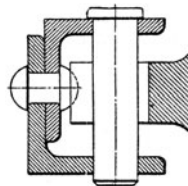


Abb. 186.

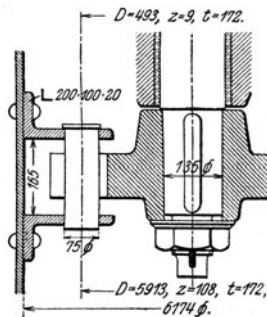


Abb. 187.

(369) Grissongetriebe, Abb. 189, ist eine Triebstockverzahnung mit etwas geänderter Bolzenanordnung. Konstruktion der Triebzahnflanken und der Eingriffslinie folgt ebenfalls aus dem Reuleaux-Verfahren. Der Trieb hat hierbei die Zähnezahl 1, weshalb stets zwei um die halbe Teilung versetzte Getriebe nebeneinander zu setzen sind. Die Triebstöcke werden als Röllchen ausgebildet, um die Umfangsreibung zu vermindern; das Ganze sitzt im öldichten Getriebekasten und dient zur Verminderung großer Umlautzahlen.

Näh. s. Bach, Maschinenelemente, X. Aufl., S. 379. E. Roser, Untersuchung des Grissongetriebes, Stuttgart 1901, A. Bergsträsser.

Neuere Ausbildung des „Grisongetriebes“ mit zwei oder mehrfach gekürzten Daumen verringert die Gleit- und Reibungsverluste und vermehrt die Lebensdauer, den Wirkungsgrad und die Ruhe des Ganges (s. Z. 1917, S. 830).

Berechnung der Zähne.

(370) Es bezeichnet

- r den Teilkreishalbmesser und t die Teilung in cm,
 z die Zähnezah, b die Zahnbreite = ψt in cm,
 l und h die übrigen Zahnabmessungen nach Abb. 190
in cm,
 P die auf den Teilkreis bezogene Umfangskraft in kg,
bestimmt durch das zu übertragene Drehmoment
 $M_d = Pr$ in cmkg,
 N die zu übertragende Leistung in PS,
 n die Umdrehungszahl i. d. Min.

Die Abmessungen der Zähne sind mit Rücksicht auf Festigkeit, Abnutzung und Erwärmung zu bestimmen.

Es ist hierbei zwischen langsam- und schnellaufenden Rädern zu unterscheiden, da bei ersteren die Zahnfestigkeit maßgebend ist, während bei schnellaufenden Rädern neben der Festigkeitsforderung die Abnutzungs- und Erwärmungsverhältnisse zu berücksichtigen sind.

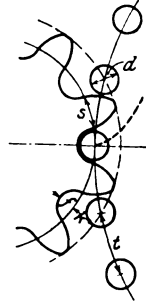


Abb. 188.

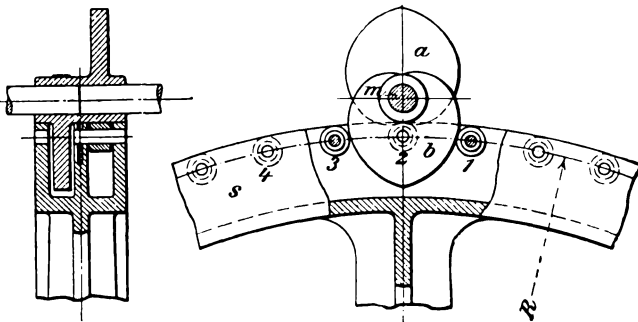


Abb. 189.

(371) **Räder mit geringer Umfangsgeschwindigkeit.** Ist die Zähnezah des Triebes so klein, daß die Eingriffdauer wenig über 1 liegt ($z \geq$ etwa 15), dann darf angenommen werden, daß die gesamte Umfangskraft von einem Zahn und zwar am Zahnkopf übertragen wird. Bei gleichzeitiger Annahme einer gleichmäßigen Verteilung dieses Zahndruckes über die Zahnbreite folgt aus Abb. 190 die Festigkeitsbedingung

$$k_b \geq \frac{Pl}{\frac{1}{6} b h^3} \quad \text{und hieraus} \quad P = k_b \frac{1}{6} \frac{b h^3}{l}$$

Zur Bestimmung von l und h ist die Aufzeichnung des Zahnes erforderlich. Bei freier Formgebung der Flanken wird die Zahnstärke s_1 und s_2 , Abb. 152, zweckmäßig so gewählt, daß bei gleichem Werkstoffe von Rad und Trieb $h_1 \approx h_2$ ist und bei ungleichen Stoffen die h^3 im umgekehrten Verhältnis zu den Werten k_b stehen.

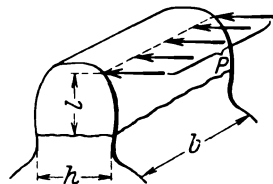


Abb. 190.

Bei den nach dem Teilverfahren gefrästen normalen Evolventenrädern ist die Zahnform nur von der Zähnezahl abhängig. Setzt man $l = \alpha t$ und $h = \beta t$, dann ist

$$k_b = P \frac{\alpha t}{\frac{1}{6} \beta^2 t^2} = \frac{P}{b t} 6 \frac{\alpha}{\beta^2} = \frac{P}{b t} \gamma \quad \text{und} \quad P = \frac{k_b}{\gamma} b t.$$

Hierin ist $\gamma = 6 \frac{\alpha}{\beta^2}$ ein nur von der Zähnezahl, aber nicht von der Teilung abhängiger Zahlenwert und kann für das Teilverfahren aus nachstehender Zahlentafel abgelesen werden.

$z = 12$	13	14	15	16	18	20	22	24
$\gamma = 22,0$	20,7	19,6	19,0	18,3	17,2	16,4	15,6	15,2
$z = 26$	28	30	35	40	45	50	60	70
$\gamma = 14,6$	14,3	14,0	13,2	12,6	12,0	11,6	11,2	11,0
$z = 80$	90	100	120	140	170	200	300	∞
$\gamma = 10,8$	10,5	10,2	9,8	9,6	9,5	9,4	9,2	9,0

Für das Abwälzverfahren gilt die Kurventafel Abb. 191, die gleichzeitig die γ für die korrigierten Zähne bis zu $k = 1,6 m$ bzw. $= 0,4 m$ enthält.

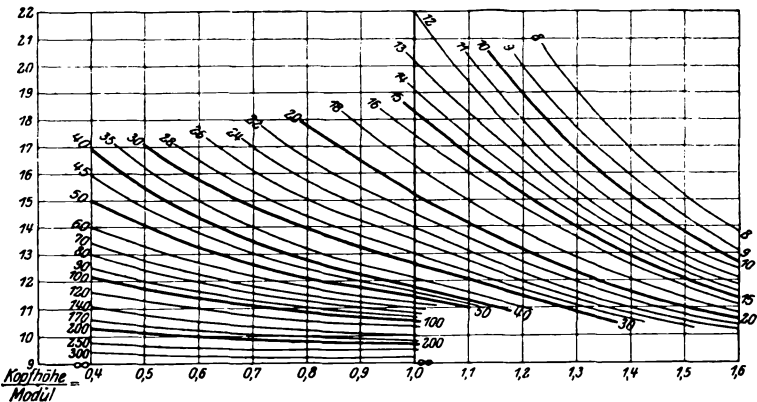


Abb. 191. Kurventafel für die Werte γ .

Nach Vorstehendem können Räder von gegebenen Abmessungen auf Beanspruchung oder auf Zahndruck nachgeprüft werden.

Für Neuberechnungen setzt man

$$P = \frac{M_d}{r}, \quad r = \frac{z t}{2 \pi} \quad \text{und} \quad b = \eta t.$$

Dann ist

$$k_b = \frac{M_d}{\frac{z t}{2 \pi} \eta \cdot t} \cdot \gamma,$$

woraus

$$t = \sqrt[3]{\frac{M_d \gamma 2 \pi}{z \eta k_b}} = 1,84 \sqrt[3]{\frac{M_d \gamma}{z \eta k_b}}.$$

Mit $M_d = 71620 \frac{N}{n}$ ist

$$t = \sqrt[3]{\frac{N \gamma}{n z \psi k_b} \cdot 71620 \cdot 2 \pi} = 0,766 \sqrt[3]{\frac{1000000 N \gamma}{n z \psi k_b}}$$

Wahl der Zahnbreite. Das Verhältnis $\psi = b : t$ darf um so größer sein, je besser die gleichmäßige Verteilung des Zahndruckes über die Zahnbreite gewährleistet ist. Es sei

- $\psi \approx 2$ bis 2,5 für unbearbeitete Flanken,
- $\psi' \approx 2,5$ „ 3,5 für bearbeitete Flanken bei guter Lagerung der Wellen,
- $\psi' \approx 3,5$ „ 5 u. mehr für bearbeitete Flanken und sehr guter Lagerung der Wellen im Getriebekasten.

Die Lagerung der Wellen hat so zu erfolgen, daß deren Parallelität gesichert ist. Die neben den Rädern sitzenden Lager sind möglichst auf demselben Rahmen oder Träger zu befestigen, so daß deren gegenseitige Lage durch den Zahndruck keine Änderung erleidet.

Zulässige Beanspruchung k_b sei

250 bis	350 kg/cm ²	für guten Grauguß,
500 „	700 „	„ Stahlguß, Phosphorbronze, Deltametall,
800 „	1200 „	„ S. M. Schmiedestahl,
„	2000 „	„ Sonderstahle,
300 „	500 „	„ Rotguß,
100 „	150 „	„ Rohhaut,
250 „	300 „	„ Silcurit, Unika-Papierstoff.

Setzt man für Überschlagrechnungen i. M.

$\alpha = 0,7$ und $\beta = 0,5$, so folgt

$$\gamma = \frac{6 \cdot 0,7}{0,5^2} = 16 \text{ und mit } k_b \approx 250 \text{ bis } 350 \text{ kg/cm}^2$$

für Gußeisen $c = 15$ bis 21.

Für die anderen Werkstoffe ändern sich die c im Verhältnis zu den jeweiligen k_b

Bei Handwinden, die mit großen Unterbrechungen oder nicht häufig mit der Höchstlast arbeiten, kann $c = 24$ bis 28 gesetzt werden.

Liegt die kleine Zähnezahlnzahl wesentlich über 15, dann darf mit Sicherheit angenommen werden, daß gleichzeitig mehrere Zähne an der Kraftübertragung teilnehmen; in noch höherem Maße gilt dies für bearbeitete Flanken. Demnach ist in der Festigkeitsformel für P nur ein Teil der Umfangskraft, etwa $\frac{2}{3}$ bis $\frac{1}{2}$ davon, einzusetzen.

(372) Räder mit größerer Umfangsgeschwindigkeit, Transmissionsräder, Motorvorgelege, allgemein Arbeitsräder genannt, dienen zur dauernden oder unterbrochenen Übertragung mechanischer Arbeit. Außer Festigkeit noch Flankenpressung, Abnutzung, Beschränkung der Erwärmung maßgebend.

Erforderlich guter Eingriff und große Eingriffsdauer, daher reichliche Zähnezahlnzahl, bei Motorvorgelegen nicht unter 20, bei Transmissionsrädern mindestens 30. Gute starre Wellenlagerung, bei Motorvorgelegen Getriebekasten, damit große Zahnbreite ermöglicht wird.

Festigkeit. Da mit der Umfangsgeschwindigkeit auch die Stöße zunehmen, sei k_b mit wachsendem v abnehmend.

Für $v =$ bis	1	2	4	6	8	10	15 m/sek
sei k_b etwa	100	90	75	67	60	53	43%

der für langsam laufende Räder gültigen Werte. Wegen des reichlichen z und τ für P etwa $\frac{2}{3}$ bis $\frac{1}{2}$ Umfangskraft zu rechnen, s. (371).

Flankenpressung, Abnutzung, Lebensdauer. Ausgangsbeziehung $P = cbt$, worin P die Umfangskraft bezeichnet und c die Bedeutung einer aus bewährten Getrieben zu ermittelnden Erfahrungszahl hat.

Für offene gußeiserne geschmierte Transmissionsräder empfiehlt Bach bei vorzüglicher Ausführung (Zähne bearbeitet, genaue Teilung) für $n = 60 \div 400$ (n die Umlaufzahl des für die Abnutzung maßgebenden Rades)

$$c = 20 - \sqrt{n}.$$

Weitaus höhere Werte für c bei Getrieben im Räderkasten, in Öl laufend; bei Stahltrieb mit Stahlgußrad c bis 50, bei Sonderstahl mit gehärteten und geschliffenen Flanken c bis 200 und mehr, hierbei großes v vorausgesetzt, wobei wegen der kurzen Flankenberührungszeit reine Flüssigkeitsreibung vorliegt.

Erwärmung. Die Forderung, daß die auf 1 cm^2 der Gleitfläche bh eines Zahnes des kleineren Rades entfallende Reibungsarbeit einen gewissen Betrag nicht überschreitet, damit nicht unzulässig starke Erwärmung eintritt,

führte Stribeck zur Beziehung $\frac{Pn}{\tau b} = w$, worin w einen aus bewährten Getrieben zu gewinnenden Vergleichswert darstellt.

Für gut geschmierte Transmissionsräder gilt als bewährt w bis 8000, für Getriebe im Räderkasten bei Dauerbetrieb w bis 25000, bei unterbrochenem Betrieb (Hebemaschinen) $w = 40000 \div 60000$; wesentlich höher bei künstlicher Wärmeabfuhr durch Luftzug, Wasserkühlung usw.

Bei gegebenem M_d oder N ist wie bei langsam laufenden Rädern

$$t = 1,84 \sqrt[3]{\frac{M_d}{z \psi c}} \quad \text{bzw.} \quad t = 0,766 \sqrt[3]{\frac{1000000 N}{n z \psi c}}.$$

Zahnbreite. $\psi = 3 \div 5$ und mehr bei Transmissionsrädern, je nach Güte der Achslagerung und Starrheit der Achsen; desgleichen bei Getrieben im Räderkasten; neuerdings sehr breite Räder bei Schiffsgetriebenen mit sorgfältiger Achslagerung.

Übersetzungsverhältnis für Triebwerkräder mit geringer Umlaufzahl bzw. geringer Geschwindigkeit (Wasserradvorgelege) 1:7, wenn möglich nicht über 1:6 — wobei Zähnezahzahl des kleinen Rades $z_{\text{min}} = 36$ bis 40 — bei großer Umlaufzahl keinesfalls über 1:5, wenn möglich weniger.

Bei unveränderlichem Zahndruck ist ein möglichst ganzzahliges Übersetzungsverhältnis — 1:1, 1:2, 1:3 usw. — zu wählen, damit sich die Abnutzung über alle Zähne gleichmäßig verteilt.

Ist dagegen der Zahndruck periodisch veränderlich — wie z. B. beim Antrieb von Kolbenpumpen —, dann ist das Übersetzungsverhältnis etwa 2:3, 3:4, 3:5 zu wählen, um ungleichmäßige Abnutzung zu vermeiden.

(373) Holzkämme aus Weißbuche, für geräuschlosen Gang, in der Regel im größeren Rad, Gußeisen für das kleine Rad. c wie für Gußeisenräder; für Erwärmung Eisenrad maßgebend (Austrocknung der Kämme). Stärke des Eisenzahnes $0,4 t$, des Holzkammes nahe $0,6 t$. Bei Annahme des Zahndruckes (bei $\tau \approx 2$ etwa $\frac{1}{2}$ Umfangskraft) am Zahnkopf sei für den Holzkamm an der Zahnwurzel $\sigma_b \leq 100 \text{ kg/cm}^2$.

(374) Beispiele.

1. Für eine elektrisch betriebene Lastwinde ist das — langsam laufende — Trommelvorgelege zu berechnen. Die Umfangskraft an der Trommel von 500 mm Durchm. sei 4000 kg, die Übersetzung sei 1:5, demnach die Drehmomente $M_2 = 4000 \cdot 25 = 100000 \text{ cmkg}$ und $M = 100000 : 5 = 20000 \text{ cmkg}$.

Gewählt sei $z_1 = 14$, $z_2 = 5 \cdot 14 = 70$ und $\psi \approx 3$.

Kurventafel Abb. 176 zeigt die Möglichkeit der Annahmen $k_1 = 1,5 m$ und $k_2 = 1,0 m$.
Damit folgt aus Abb. 191 $\gamma_1 = 12,3$ und $\gamma_2 = 11,1$.

Werkstoffe: für das Trommelrad Stahlguß mit $k_b \approx 600 \text{ kg/cm}^2$, für das Trieb Schmiedestahl $k_b \approx 1000 \text{ kg/cm}^2$. Hieraus

$$t_1 = 1,84 \sqrt[3]{\frac{20000 \cdot 12,3}{14 \cdot 3 \cdot 1000}} = 3,32 \text{ cm}, \quad t_2 = 1,84 \sqrt[3]{\frac{100000 \cdot 11,1}{70 \cdot 3 \cdot 600}} = 3,80 \text{ cm}.$$

Gewählt $m = 12$, $b \approx 3 \cdot 12 \pi = 115 \text{ mm}$, $D_1 = 12 \cdot 14 = 168 \text{ mm}$, $D_2 = 12 \cdot 70 = 840 \text{ mm}$,
 $D_{k1} = 168 + 2 \cdot 1,5 \cdot 12 = 204 \text{ mm}$, $D_{k2} = 840 + 2 \cdot 1,0 \cdot 12 = 862 \text{ mm}$; ferner ist für spielfreien

Eingriff aus Kurventafel Abb. 175 mit $n = 1,011$ der Achsabstand $a = \frac{14 + 70}{2} \cdot 12 \cdot 1,011 = 509,54 \text{ mm}$, $\beta = 72^\circ 40'$ und $q = 0,133 \cdot 12 = 1,6 \text{ mm}$.

Soll $q = 2,0 \text{ mm}$ (d. i. normal) sein, dann ist ohne Änderung obiger Flankenmaße $a = 509,54 + 0,4 = 509,94 \text{ mm}$; es tritt Flankenspiel $f = 0,54 \cdot 0,4 = 0,216 \text{ mm}$ auf.

Soll bei spielfreiem Eingriff $q = 2,0 \text{ mm}$ sein, dann sind obige Kopfkreisradien und die Frästiefe um je $0,4 \text{ mm}$ zu verkleinern.

2. Für einen 25-PS-Elektromotor bei 600 Uml./min und Dauerbetrieb ist ein im öldichten Gehäuse laufendes Stirnradgetriebe mit 5facher Übersetzung ins Langsame zu berechnen.

Annahme: Kleinrad Schmiedestahl, Großrad Stahlguß, $z_1 = 20$, $z_2 = 100$, $\psi \approx 5$.
 $n_1 = 600$, $n_2 = 120/\text{min}$.

Unter Annahme von $c = 40$ ist

$$t = 0,766 \sqrt[3]{\frac{1000000 \cdot 25}{600 \cdot 20 \cdot 5 \cdot 40}} = 1,68 \text{ cm}.$$

Gewählt $m = 6$, $b = 5 \cdot 6 \pi = 95 \text{ mm}$, $D_1 = 120 \text{ mm}$, $D_2 = 600 \text{ mm}$.

Hieraus folgt Umfangskraft $P = 500 \text{ kg}$ und mit $r = 1,7$ ist $w = \frac{500 \cdot 600}{1,7 \cdot 9,5} = 19000$,
ist zulässig.

Nachrechnung auf Festigkeit. Mit $k_1 = 1,4 m$ und $k_2 = 1,0 m$ folgt $\gamma_1 = 11,6$, $\gamma_2 = 10,6$
und mit Zahndruck $\approx \frac{1}{3} \cdot 500 = 333 \text{ kg}$

$$\sigma_1 = \frac{333 \cdot 11,6}{9,5 \cdot 6 \pi} = 217 \text{ kg/cm}^2, \quad \sigma_2 = \frac{333 \cdot 10,6}{9,5 \cdot 6 \pi} = 200 \text{ kg/cm}^2,$$

also sehr gering.

Weiterbehandlung der Abmessungen wie Beispiel 1.

3. 50 PS sollen von einer Welle mit 300 Uml./min auf eine Welle mit 100 Uml./min übertragen werden. Kleinrad Grauguß, Großrad mit Holzkämmen, bearbeitete Flanken.

Annahme: $z_1 \approx 30$, $z_2 = 90$, $\psi \approx 3$. Mit $c = 20 = 0,5 \sqrt[3]{300} = 11,5$ ist

$$t = 0,766 \sqrt[3]{\frac{1000000 \cdot 50}{300 \cdot 30 \cdot 3 \cdot 11,5}} = 4,2 \text{ cm}.$$

Gewählt $m = 14$, $b = 135 \text{ mm}$, $D_1 = 30 \cdot 14 = 420 \text{ mm}$, $D_2 = 90 \cdot 14 = 1260 \text{ mm}$.

Umfangskraft $P = 570 \text{ kg}$. Mit $r \approx 2$ ist $w = \frac{570 \cdot 300}{2 \cdot 13,5} = 6400$, ist zulässig.

Konstruktion des Radkörpers.

(375) Sehr kleine Triebe werden mit der Welle aus einem Stück in Schmiedestahl hergestellt, und zwar besser vorgeschmiedet als aus einem Rundstahl herausgearbeitet. Entweder große Hohlkehlen nach Abb. 205 oder besser mit Eindrehungen nach Abb. 202.

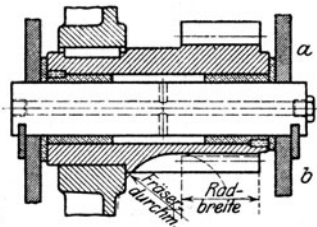


Abb. 192.

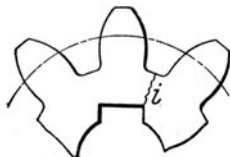


Abb. 193.

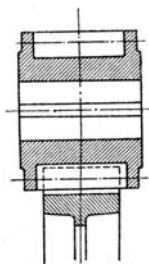


Abb. 194.

Sitzen Rad und Trieb dicht nebeneinander, dann das Rohrritzel nach Abb. 192a oder b.

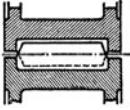


Abb. 195.

Bei aufgekeilten Trieben sei nach Abb. 193

$i \geq 0,6 t$ für Schmiedestahl, $\geq 0,8 t$ für Stahlguß,
 $\geq 1,0 t$ für Grauguß.

Die bei unbearbeiteten Flanken zuweilen vorgesehenen Bordscheiben nach Abb. 194 oder 195 erhöhen die Zahnfestigkeit bedeutend, erschweren aber das Nachbearbeiten der Lücke mit Feile und Meißel.

Trieb mit bearbeiteten Flanken werden, um an Modellkosten zu sparen, häufig aus Walzstahl hergestellt, auch wenn Gußeisen als Baustoff ausreichend ist. Größere Trieb werden nach Abb. 196 oder 197 ausgeführt.

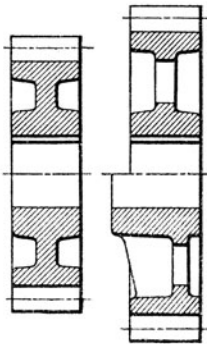


Abb. 196.

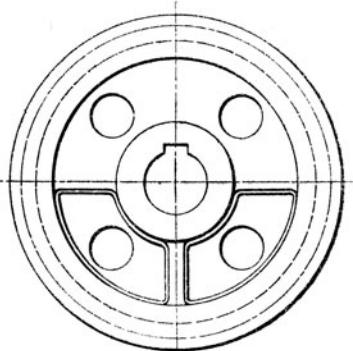


Abb. 197.

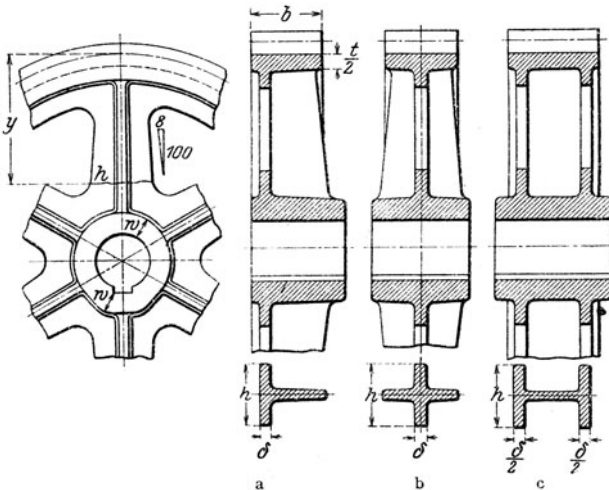


Abb. 198.

Räder erhalten Arme mit \perp -, $+$ - oder H -Querschnitt, seltener runde oder ovale Arme. Ausführung erfolgt für mittlere Räder nach Abb. 198a, seltener nach Abb. 198b, größere Räder nach Abb. 198c.

Die Armzahl sei $i \approx \frac{1}{3} \sqrt{D}$, worin D = Teilkreisdurchmesser in mm. Unter der Annahme, daß der dritte Teil aller Arme die Umfangskraft P auf die Nabe überträgt, gilt für den Armquerschnitt

$$k_b = \frac{P y}{\frac{i}{3} \frac{1}{6} \delta h^2} \quad \left(\begin{array}{l} \leq 300 \text{ für Gußeisen und} \\ \leq 450 \text{ für Stahlguß.} \end{array} \right)$$

Nabenwandstärke, wenn Nabe aufgekeilt und Bohrung dem Drehmoment entspricht

$$w \approx 0,35 d + 1,0 \text{ cm für Gußeisen,}$$

$$w \approx 0,3 d + 1,0 \text{ cm für Stahlguß.}$$

w kleiner als vorstehend, wenn Nabe nicht aufgekeilt und wenn Bohrung größer, als für Drehmoment erforderlich.

Große Naben sind nach Abb. 199 hohl auszubilden, erhalten aber durchgehende Bahn für den Keil.

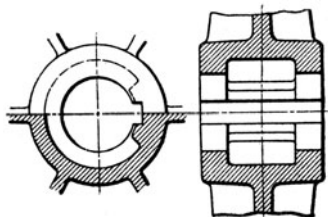


Abb. 199.

Zweiteilige Räder werden nach Abb. 200 im Arme geteilt, als Ganzes gegossen und gesprengt; Teilfuge geht durch Zahnücke. Die Verbindungsschrauben sind möglichst nahe an Kranz und Nabe zu drängen; Trennleisten zu beiden Seiten der Schrauben, um Armbiegung zu vermeiden.

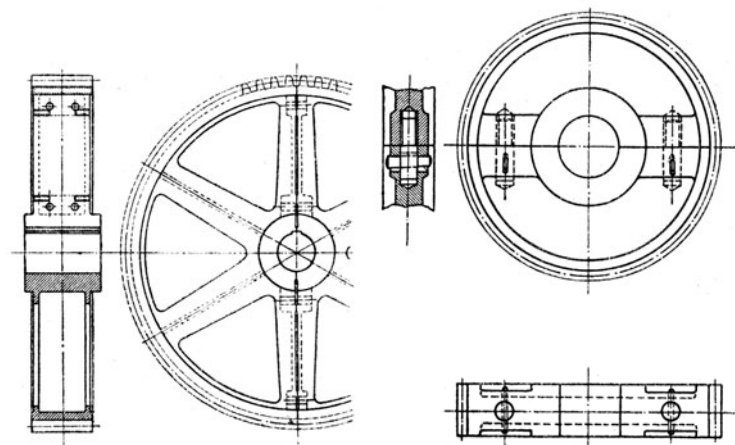


Abb. 200.

Abb. 201.

Abb. 201 zeigt ein kleineres Rad mit gehobelter Trennfuge und Querkeilschrauben.

Sonderausbildung der Räder für Seiltrommeln, Laufräder usw. s. Abschn. Lasthebemaschinen.

Getriebekasten für Übersetzung von einem Elektromotor auf eine langsam laufende Vorgelegewelle; Räder im Ölbad laufend. Die herausragende Triebwelle wird mit dem Motoranker durch eine elastische Kupplung verbunden.

Abb. 202 zeigt einen Getriebekasten mit Ringschmierlager für die Schaftritzwelle und geschlossener Buchse mit Staufferschmierung für die Radwelle; Kasten

mit zwei \sqsubset -Eisen verschraubt. Abb. 203 bzw. 204 zeigt Ölumlauf- bzw. Ringschmierung der Radwelle für höhere Drehzahlen.

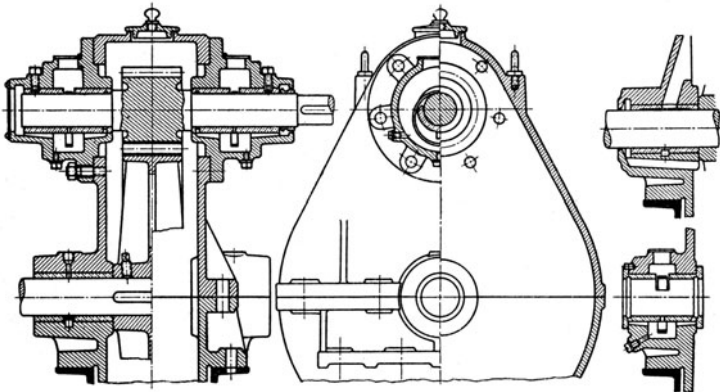


Abb. 202.

Abb. 203/204.

Kugellagerung der Schafttritzelwelle nach Abb. 205 a bei geschlossenem und nach Abb. 205 b bei geteiltem Gehäuse. Näh. über Kugellagereibau s. unter „Wälzlager“. Andere Radkastenbauarten nach Abb. 206 und 207.

Motorvorgelege mit auf Ankerwellenstumpf sitzendem fliegenden Trieb ist bedeutend billiger als der Getriebekasten, aber auch viel geringwertiger, da die Achsen nicht so starr gelagert sind wie dort und da der Zahndruck von

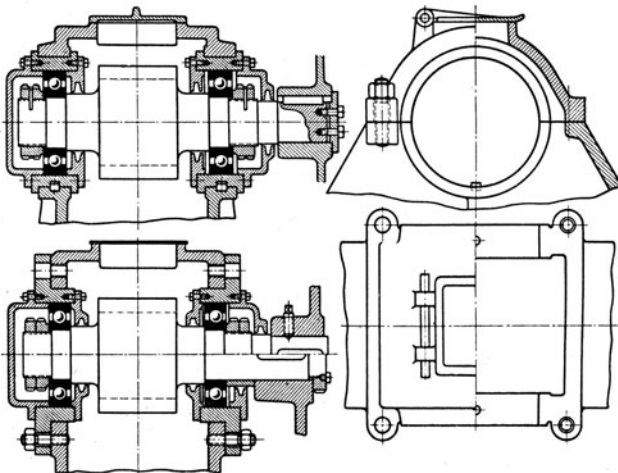


Abb. 205 a u. b.

den Ankerwellenlagern im Motorgehäuse aufgenommen werden muß, was Lager-schalenabnutzung und Wellendurchbiegung (Anstreifen des Ankers am Gehäuse, besonders bei Drehstrommotoren) zur Folge hat. Gute Verbindung zwischen Motor und Vorgelegewelle, etwa nach Abb. 208 erforderlich.

Trieb aus Stahl oder Bronze nach Abb. 209 bzw. 210 und Abb. 211 in Verbindung mit Bremscheibe für Hebezeuge.

Geräuschloser Betrieb wird erzielt durch Rohhauttrieb nach Abb. 212 und 213 ohne und mit Bremscheibe, für zylindrischen oder konischen Wellenstumpf.

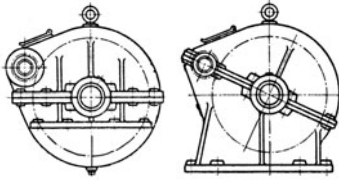


Abb. 206 u. 207.

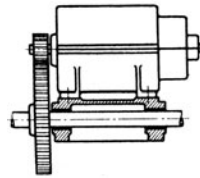


Abb. 208.

Der von Spezialwerken zu beziehende Rohhautkolben wird mit Eisen- oder Metallseitscheiben verschraubt und mit diesen zusammen gefräst, um das Abblättern der außenliegenden Hautschichten zu verhindern. Das eingreifende Rad (Grauguß genügt stets) erhält etwas geringere Breite als der Rohhautkolben, damit die Metallseitscheiben nicht zum Eingriff kommen. Die Bremscheiben (Grauguß) werden allseitig abgedreht, um Rundlaufen zu erzielen.

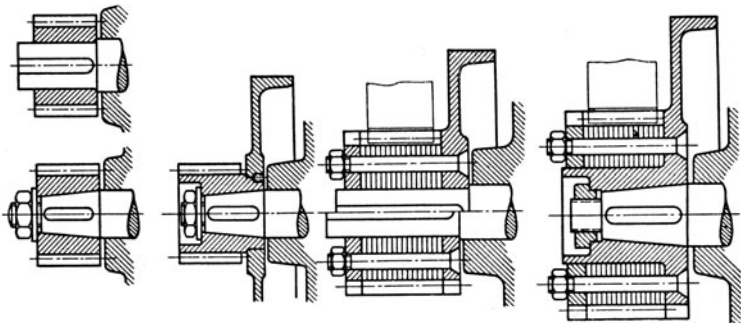


Abb. 209 ÷ 213.

Rohhauttriebe sind gegen Hitze und Nässe zu schützen, da sonst Schrumpfen bzw. Aufquellen eintritt; Schmieren mit Gemisch von Talg, Graphit und Harz, zugleich als Feuchtigkeitsschutz. Rohhauträder müssen von vornherein wegen des unvermeidlichen Aufquellens mit etwas Flankenspiel laufen. Hinsichtlich der Abnutzung sind Rohhauttriebe verfehlte Konstruktionen, weil der ohnehin größere Verschleiß des Triebes noch durch das weiche Material vermehrt wird.

Bei kleineren Trieben statt Rohhaut auch Vulcanfiber. O. Gruson verwendet den festeren und härteren „Unica“-Papierstoff, Fr. Stolzenberg für feuchte Räume das Pflanzenfasergewebe „Silcurit“, ebenfalls fester und härter als Rohhaut.

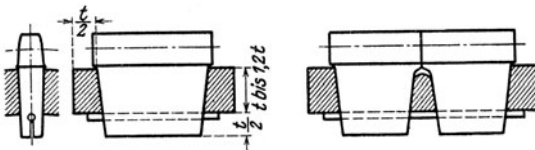


Abb. 214 u. 215.

Radkranz mit Holzkämmen nach Abb. 214 und 215. Sicherung der Kämme gegen Herausfallen durch Splinte. Trennung des Kammes von etwa 18 cm Zahnbreite an. Zähnezahl zweckmäßig ein Vielfaches der Armzahl. Eisenzahn etwas breiter als Holzkamm zwecks Vermeidung von Ansatzbildung an den Kämmen.

Stirnräder mit schrägen Zähnen.

(376) Die Flankenfläche eines Schrägzahnes — oder Schraubenzahnes — entsteht durch axiale Verschiebung und gleichzeitige Verdrehung des Zahnprofils in unveränderlichem Bewegungsverhältnis. Die Schraubenlinie der Zahnfläche im Teilkreis verläuft somit im unveränderlichen Steigungswinkel β , Abb. 216. Die im Teilkreis gemessene Verdrehung der beiden um die Zahnbreite b voneinander abstehenden Endprofile heißt der Sprung des Zahnes $t_0 = b : \operatorname{tg} \beta$.

Bei der fast ausschließlich zur Anwendung kommenden Evolventenverzahnung berührt sich nach Abb. 217 das Flankenpaar in der gezeichneten Lage längs der schrägen Geraden E_4 , die sich in der Eingriffsebene — im Aufriß mit $e-e$ bezeichnet — vorschiebt; die Länge dieser Berührungsgeraden ist wie bei den geraden Zähnen stets durch die beiden Kopfkreiszyylinder und gleichzeitig durch die Radbreite begrenzt, so daß die Eingriffsebene durch ein Rechteck begrenzt wird. In Abb. 217 bezeichnen $E_1, E_2, E_3 \dots$ die während der Drehung sich vorschiebenden und dabei parallel bleibenden Berührungslinien.

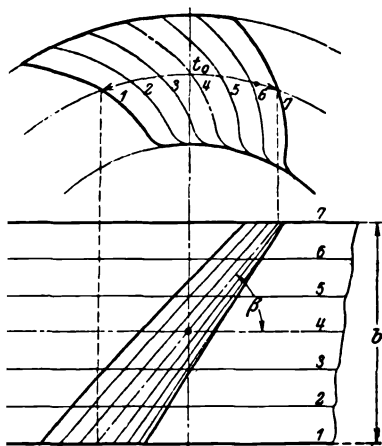


Abb. 216.

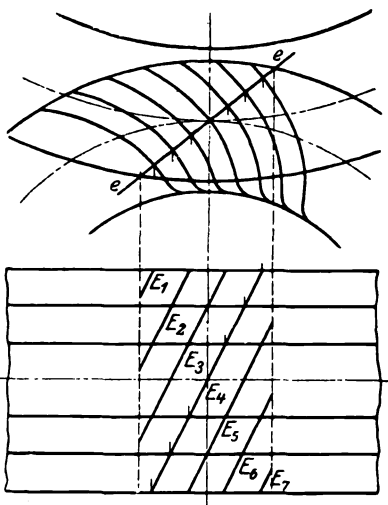


Abb. 217.

Während beim geraden Zahn der Eingriff sofort auf die ganze Zahnbreite erfolgt, tritt beim Schrägzahn zunächst nur eine Ecke in das Eingriffsfeld, und erst allmählich verbreitet sich der Eingriff über die ganze Zahnbreite; desgleichen tritt der Zahn allmählich aus dem Eingriffsfeld heraus. Daher laufen die Schraubenzähne im allgemeinen ruhiger als die geraden Zähne. Dieser Vorteil kann allerdings durch die schwierigere Herstellung, besonders der bearbeiteten Flanken, zum Teil wieder aufgehoben werden. Gut laufende Schraubenzähne erfordern daher genaueste Bearbeitung. Als weiterer Vorteil des Schrägzahnes gilt dessen größere Biegefestigkeit, was weiter unten näher dargelegt wird.

Infolge der Schrägstellung der Zähne tritt bei der Übertragung der Umfangskraft P ein Normaldruck $P_n = P : \sin \beta$ auf, der im Verhältnis $1 : \sin \beta$ den Zahnreibungsverlust der geraden Zähne vergrößert. Außer dieser Zahnreibung treten noch infolge des von der Schrägstellung der Zähne herrührenden seitlichen Druckes Kraftverluste (Lagerreibungen usw.) auf. Um diese möglichst herabzumindern, wird β nicht kleiner als 70 bis 80° genommen.

Hinsichtlich der konstruktiven Ausbildung der Schrägzahnräder ist zwischen unbearbeiteten und bearbeiteten Flanken zu unterscheiden.

(377) Unbearbeitete Flanken. Um den seitlichen Druck auf die Lager zu vermeiden, ordnet man die Zähne meist nach Abb. 218 als Winkel- oder Pfeilzähne an. Solche können vor- und rückwärts arbeiten; sie werden jedoch, wenn die Drehung nur nach einer Seite nötig ist, am besten so eingebaut, daß die Spitze des treibenden Zahnes voreilt. Hierbei sind die Zähne widerstandsfähiger als bei der entgegengesetzten Drehrichtung. Muß das Rad abwechselnd nach beiden Richtungen umlaufen, dann empfiehlt es sich, durch Anordnungen von Seiten-scheiben die Zähne an den Stirnflächen zu verstärken.

Der Winkel, unter dem die Erzeugende bei der Evolventenverzahnung gegen die Zentrale geneigt ist, pflegt bei Pfeilrädern zwischen 68° und 72° zu schwanken. Der Zahnfuß findet sich $0,35 t$ bis höchstens $0,4 t$, der Zahnkopf $0,25 t$ bis höchstens $0,3 t$. Die Zahnstärke im Teilkreise kann $s = 0,46 t$ gewählt werden, woraus für die wirkliche Zahnstärke $s_1 = s \sin \beta$ (\approx rd. $0,377 t$ bei $\beta = 55^\circ$) folgt. Für die Zahnbreite nimmt man $b = 4 t$, für den Sprung $t_0 = R \gamma = 1,4 t$, entsprechend einem Steigungswinkel $\beta = 55^\circ$. (Gruson & Co. nehmen als Norm für alle Räder mit Winkelzähnen $t = t_0 = b : 4$.)

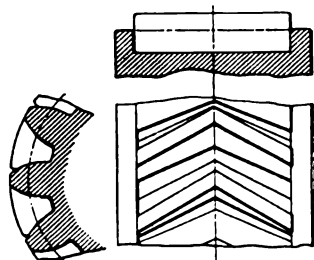


Abb. 218.

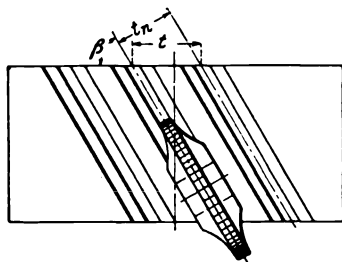


Abb. 219.

(378) Bearbeitete Flanken. Zum Herausfräsen der Lücken aus dem vollen Kranz dient

1. der Formfräser nach Abb. 219, wobei wieder jede Lücke für sich gefräst wird. Für die Radteilung t benutzt man einen Fräser von der Normalteilung $t_n = t \sin \beta$; außerdem muß der Fräser für eine Zähnezahl $z_n = z : \sin^3 \beta$ konstruiert sein; bei Verwendung von Normalfräsern ist die dieser Zähnezahl entsprechende Nummer zu wählen.

2. Der Wälzfräser, der wie bei den geraden Zähnen gehandhabt wird; hierbei ist der Fräser so gegen die Radachse zu neigen, daß die Fräserschraubenlinie tangential zur Teilrißschraubenlinie des Rades verläuft.

Beide Verfahren liefern keine vollständig genauen Flanken und sind nur bei hinreichend großen β ($\geq 60^\circ$) zulässig.

3. Der Fingerfräser (Endfräser), Abb. 220, dessen Profil dem Normalschnitt der Lücke entspricht; er arbeitet bei beliebigen Steigungen vollkommen genau, aber langsam und nutzt sich wegen seiner Kleinheit rasch ab; daher stets ein bis zwei Vorfräser und ein Schlichtfräser mit schwachem Schlichtspan erforderlich.

Zwecks Aufhebung der axialen Komponenten des Zahndruckes werden die be-

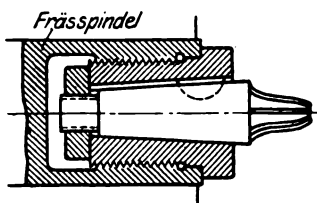


Abb. 220.

arbeiteten Schrägzähne stets als Winkel- oder Pfeilzähne ausgebildet. Sollen beide Radhälften aus einem Stück bestehen, dann ist für den Auslauf des Fräasers nach Abb. 221 eine hinreichend breite Nut freizulassen. Statt dessen können auch beide Radhälften für sich bearbeitet und dann nach Abb. 222 oder 223 miteinander verschraubt werden, wodurch an Radbreite gespart wird. Das damit eingreifende Trieb wird i. d. Regel aus einem Stück mit dem obengenannten Fingerfräser hergestellt; bei sehr kleiner Zähnezahl — bis zu 4 herab — werden die Lücken unmittelbar in die Welle eingelasen — Schaftritzel Abb. 224.

In solchen Fällen kann β ziemlich klein — bis etwa 20° — genommen werden, so daß das Trieb das Aussehen einer mehr-

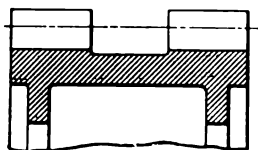


Abb. 221.

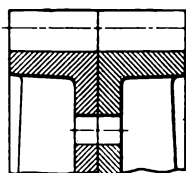


Abb. 222.

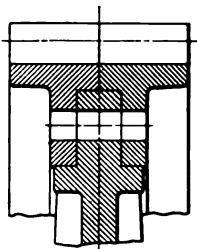


Abb. 223.

gängigen Doppelschraube erhält. Mit einem solchen Räderpaare läßt sich eine sehr starke Übersetzung — bis $1 : 30$ — bei gutem Wirkungsgrade erzielen.

Winkelzähne in einem Zuge über die ganze Zahnbreite erfordern die Bearbeitung mittels Fingerfräser. Bei gleichbleibender Drehrichtung genügt die einfache Winkelform, bei wechselnder Drehrichtung wird die *Z*- oder *W*-Form gewählt; in beiden Fällen ist $\beta \approx 45^\circ$ — Zitroën-Verzahnung, ausgeführt von der Bergischen Stahlindustrie, Remscheid und von Lorenz, Ettlingen (Baden).

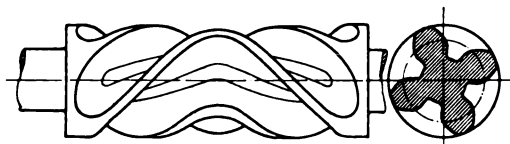


Abb. 224.

Der Fingerfräser kann selbstverständlich auch zum Fräsen von Stirnrädern mit geraden Zähnen nach dem Teilverfahren benutzt werden, was für größere, selten vorkommende Teilungen zweckmäßig sein kann; hierbei wird ebenfalls mit Vor- und Schlichtfräser gearbeitet.

Die Schrägzahnräder haben neuerdings große Bedeutung für die Vorgelege der Land- und Schiffsdampfturbinen gewonnen, erfordern aber genaueste Bearbeitung mittels Wälzfräser auf großen, möglichst starr gebauten Maschinen. Näh. s. Z. 1920 S. 839, 1921 S. 673, 1301, 1376.

Neuere Bestrebungen gehen dahin, wie bei den geraden Zähnen die gefrästen Räder zu härten und nachzuschleifen. S. Betrieb, Jahrg. 4, S. 179.

(379) Berechnung. Bezeichnet

P die auf den Teilkreis bezogene Umfangskraft, $P_n = P : \sin \beta$ den Normaldruck, b die Radbreite, $b_n = b : \sin \beta$ die wirkliche Zahnbreite, t die Teilung, $t_n = t \sin \beta$ die Normalteilung, dann folgt aus der allgemeinen Formel

$$P_n = c b_n t_n \quad \text{oder} \quad P = c b t_n.$$

Bei einfach schrägen Zähnen ohne Bordscheiben kann der bei den geraden Zähnen übliche Wert c übernommen werden. Zufolge der gegenüber den geraden Zähnen besseren Eingriffsverhältnisse darf hierin P kleiner als die Umfangskraft eingesetzt werden, und zwar um so kleiner, je kleiner β genommen wird,

oder man rechnet mit der Umfangskraft P und nimmt dementsprechend die c höher, was auf dasselbe hinauskommt.

Bei Rädern mit Bordscheiben und besonders bei durchlaufenden Winkel- oder Pfeilzähnen braucht auf die Festigkeit keine Rücksicht genommen zu werden und die Räder sind wie Arbeitsräder zu behandeln. In obiger Formel bildet c , wie bei den geraden Zähnen, die Abnutzungsziffer, die auch hier wegen der größeren Eingriffdauer größer als bei den geraden Zähnen gewählt werden darf.

Kegelräder.

(380) **Verzahnung.** Die Bewegung zweier Kegelräder wird auf das Abrollen zweier Kegel, der Teilrißkegel, Abb. 225, zurückgeführt, deren gemeinsame Spitze im Schnittpunkt beider Achsen liegt.

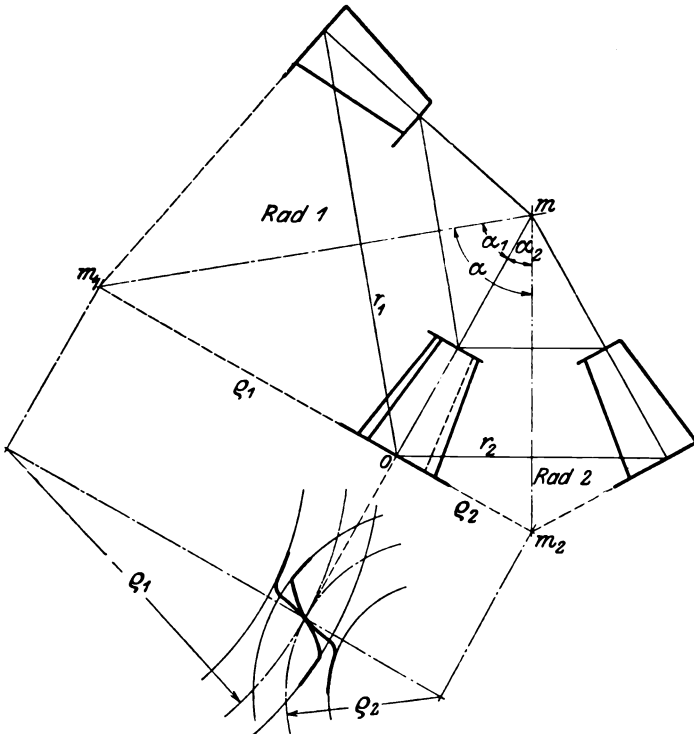


Abb. 225.

Bei der Zykloidenverzahnung rollen die Rollkegel R' und R'' , Abb. 226 und 227 auf den Teilrißkegeln T_1 und T_2 . Die gemeinsame Kegelmantellinie M beschreibt somit kegelige Flächen — die Flankenflächen. Die bisherige Eingrifflinie geht hier über in die Eingrifffläche, das sind Mantelstücke der beiden Rollkegel.

Bei der Evolventenverzahnung treten an die Stelle der bisherigen Grundkreise die Grundkreiskegel G_1 und G_2 , Abb. 228 und 229, und an die Stelle der gemeinsamen Tangente die gemeinsame Tangentialebene; die in ihr liegende Gerade M beschreibt beim Abwickeln dieser Ebene von den Kegeln G_1 und G_2 kegelige Evolventenflächen als Flankenflächen.

Die auf diese Weise entwickelten Flankenflächen liefern zwar eine vollständig genaue Verzahnung, sind aber mit einfachen Mitteln nicht herstellbar.

Daher wird das genaue Verfahren durch das Tregoldsche Annäherungsverfahren ersetzt, das jedoch bei zu kleinen Zähnezahlen nicht mehr anwendbar ist.

Die Zahnkurven werden auf den sogenannten Ergänzungskegeln, Abb. 225, verzeichnet, deren Erzeugende om_1 bzw. om_2 winkelrecht zur Erzeugenden om der Teilrißkegel stehen. Die Mantelflächen dieser Ergänzungskegel werden als Kreisabschnitte mit den Halbmessern ρ_1 und ρ_2 in die Zeichenebene abgewickelt und das Aufzeichnen der Zahnkurven erfolgt mittels dieser Kreise als Teilkreise wie bei den Stirnrädern. Die Zähne selbst sind dann abgestumpfte Pyramiden und verjüngen sich nach der gemeinsamen Kegelspitze m .

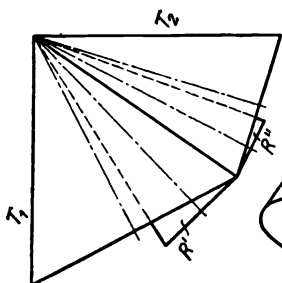


Abb. 226.

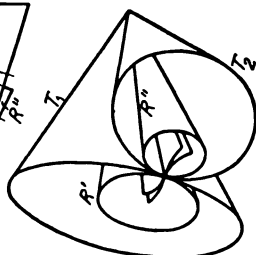


Abb. 227.

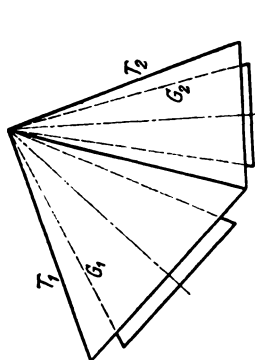


Abb. 228.

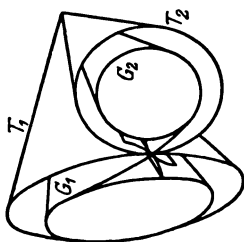


Abb. 229.

Bezeichnet t die auf den durch o gehenden Kreisen gemessene Teilung, dann ist nach Abb. 225

$$r_1 = \frac{t z_1}{2\pi} = z_1 m, \quad r_2 = \frac{t z_2}{2\pi} = z_2 m \quad \text{und} \quad i = \frac{r_1}{r_2} = \frac{z_1}{z_2}.$$

ρ_1 und ρ_2 können durch Zeichnung oder nach den Formeln

$$\rho_1 = \frac{r_1}{\cos \alpha_1} \quad \text{und} \quad \rho_2 = \frac{r_2}{\cos \alpha_2}$$

oder

$$\rho_1 = r_1 \frac{\sqrt{z_1^2 + z_2^2 + 2z_1 z_2 \cos \alpha}}{z_2 + z_1 \cos \alpha} \quad \text{und} \quad \rho_2 = r_2 \frac{\sqrt{z_1^2 + z_2^2 + 2z_1 z_2 \cos \alpha}}{z_1 + z_2 \cos \alpha}$$

berechnet werden.

Für $\alpha = 90^\circ$ (Winkelräder) gilt

$$\rho_1 = r_1 \frac{\sqrt{z_1^2 + z_2^2}}{z_2} \quad \text{und} \quad \rho_2 = r_2 \frac{\sqrt{z_1^2 + z_2^2}}{z_1}.$$

Die für Stirnräder gültigen Regeln sind unverändert auf die mit ρ_1 und ρ_2 zu konstruierenden Kegelradflanken anwendbar. Insbesondere gilt dies für die

Kopf- und Fußhöhen, Zahnstärken, bei Evolventen für Eingriffswinkel, Korrektion, bei Zykloiden für die Wälzkreisgrößen, relative Kopfbahn usw.

(381) Unbearbeitete Flanken. Meist Schablonenguß mittels Zahnradformmaschinen, bei kleinen Rädern Modellguß. Genaues Aufzeichnen der Zahnform erforderlich, sonst aber jegliche Freiheit in den Zahnabmessungen.

(382) Gehobelte Flanken. Kegelraderhobelmaschinen führen alle Schnitte durch die Spitze des Kegelrades aus, Zahnflanke wird entweder nach Schablone kopiert oder durch Wälzen erzeugt: Die Kegelraderhobelmaschine nach dem Kopierverfahren führt den Hobelstahl mit einem Stößel *A* in der Zahnrichtung *EE*, Abb. 230, durch die Kegelspitze *G* hin und zurück. Nach jedem Schnitt rückt der Aufspanndorn das Rad *B* nach der vergrößerten Zahnform um die Spantiefe vor, dabei gleitet Schablone *D* am Führungsstift *E*. Zu jeder Zahnflanke gehört eine besondere Schablone und Stahl. Die Lücke muß roh vorgearbeitet sein. Auch hierbei ist das Aufzeichnen der Zahnform erforderlich, wobei die Zahnabmessungen und die Verzahnungsart — Evolventen bei kleineren und Zykloiden bei sehr großen Triebwerksrädern — frei gewählt werden können. Sehr große Räder werden nur nach diesem Verfahren gehobelt.

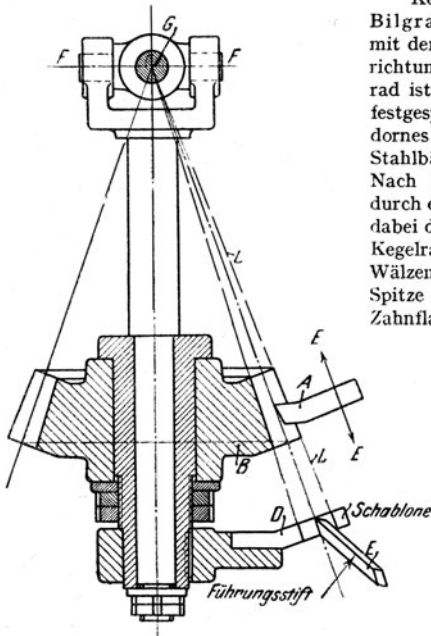


Abb. 230. Kegelraderhobelmaschine.
G F F = Kranz Gelenk.

Kegelraderhobelmaschinen nach dem Bilgram-Wälzverfahren führen ebenfalls mit dem Stößel den Hobelstahl in der Zahnrichtung hin und her, Abb. 231. Das Kegelrad ist unter Kegelwinkel α am Spannbock festgespannt. Am Ende des Aufspanndornes *d* sitzt ein Wälzbogen *w*, der mit Stahlbändern *bb*₁ gegenseitig angebunden ist. Nach jedem Schnitt wird der Spannbock durch ein Schaltwerk um *xy* etwas gedreht, dabei dreht sich der Aufspanndorn *d* mit dem Kegelrade um seine Achse gleichsam einem Wälzen des Ergänzungskegels *ADE* um die Spitze *A*. Infolgedessen wälzt das Rad die Zahnflanke auf dem Stahle ab. Jede Flanke

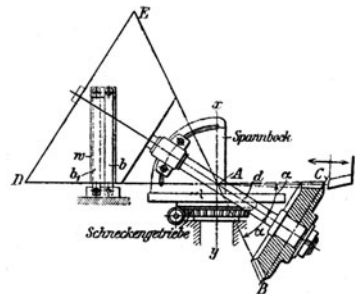


Abb. 231. Kegelraderhobelmaschine.
A B C = Grundkegel.

erfordert einen besonderen Stahl, dessen Schneide nach der Flanke einer Zahnstange geneigt ist. Die Räder müssen auch hier vorgearbeitet sein. Zum Hobeln der verschiedenen Zähnezahlen ist ein Satz Wälzbogen nötig. Die Maschine teilt das Rad nach jedem Schnitt um einen Zahn weiter, so daß nach einer vollen Umdrehung von demselben Zahn wieder ein Span genommen wird.

(383) Gefräste Flanken. Die Kegelraderhobelmaschine nach System Warren arbeitet ebenfalls nach dem Abwälzverfahren, dagegen sind die Hobelstähle durch zwei scheibenförmige Fräser ersetzt, die in Richtung der Zahnflanke auf und ab schwingen und einen Vorschub nach der Kegelspitze erhalten. Nach jedem Durchgang werden zwei Zahnflanken fertig. Der Rückgang kann zum Schlichten benutzt werden.

Die durch das Abwälzverfahren hergestellten Evolventenflanken erhalten in der Regel dieselben Abmessungen in Kopf- und Fußhöhe, Zahnstärke, Eingriffswinkel usw. wie bei den durch Abwälzen hergestellten Evolventenstirnrädern. Bei kleinen Zähnezahlen ist ebenfalls Korrektur anzuwenden; alles dort Behandelte gilt auch hier.

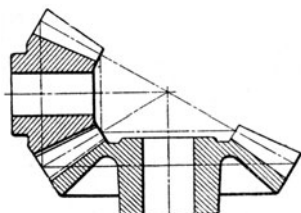


Abb. 232.

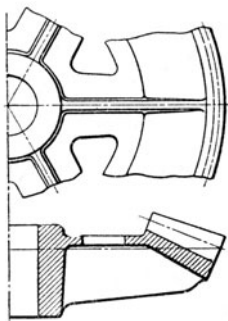


Abb. 233.

(384) Berechnung. Die Umfangskraft wird auf den mittleren Teilkreis bezogen, desgleichen die Zahnabmessungen; die weitere Rechnung erfolgt ebenso wie bei den Stirnrädern. Bei Benutzung der γ -Kurven für Evolventenverzahnung — s. (371) — ist aber mit den theoretischen Zähnezahlen

$$z_1' = \frac{z_1}{\cos \alpha_1} \quad \text{und} \quad z_2' = \frac{z_2}{\cos \alpha_2}$$

oder

$$z_1' = z_1 \frac{\sqrt{z_1^2 + z_2^2 + 2 z_1 z_2 \cos \alpha}}{z_2 + z_1 \cos \alpha} \quad \text{und} \quad z_2' = z_2 \frac{\sqrt{z_1^2 + z_2^2 + 2 z_1 z_2 \cos \alpha}}{z_1 + z_2 \cos \alpha}$$

zu rechnen (s. Zahlenbeispiele).

(385) Konstruktion. Bei kleinen Rädern, Abb. 232, fallen Kranz und Nabe zusammen; mittlere, Abb. 232, erhalten Scheibe ohne oder mit Löchern, größere (Abb. 233) | -Arme. Abb. 234 zeigt ein geteiltes Holzkammerad im Eingriff mit einem Eisenrad.

Man drückt die Außenteilung im Modulmaß aus, um die Außenteilkreisdurchmesser in ganzen mm zu erhalten; dagegen ist die Angabe der Innenteilung und der Innendurchmesser überflüssig.

Kegelräder mit spiraligen oder auch mit Winkelzähnen — Flanken roh oder geschnitten werden des ruhigen Ganges wegen für Steuerräder von Dampfmaschinen und Verbrennungsmotoren und besonders für Kraftwagengetriebe verwendet. Näh. s. Uhlich, Chemnitz, Kegelräder mit Schraubenzähnen und deren Bearbeitung. Z. 1920, S. 208.

(386) Beispiele.

1. Berechnung des zulässigen Zahndruckes für ein langsam laufendes Winkelraderpaar mit gehobelten Flanken von folgenden Abmessungen:

Rad 1: $z_1 = 15$, $m = 10$, $t_a = 31,42$ mm, $D_1 = 15 \cdot 10 = 150$ mm, $b = 100$ mm,

Rad 2: $z_2 = 30$, $m = 10$, $t_a = 31,42$ mm, $D_2 = 30 \cdot 10 = 300$ mm, $b = 100$ mm.

Werkstoff für beide Räder: Gußeisen; $k_b = 250$ kg/cm².

Die theoretischen Zähnezahlen sind

$$z_1' = 15 \frac{\sqrt{15^2 + 30^2}}{30} = 16,8, \quad z_2' = 30 \frac{\sqrt{15^2 + 30^2}}{15} = 67,2.$$

Die Länge om , Abb. 225, beträgt

$$\sqrt{75^2 + 150^2} = 168 \text{ mm};$$

daraus folgt die mittlere Teilung zu

$$t_m = 31,42 \frac{168 - 100/2}{168} = 22 \text{ mm}.$$

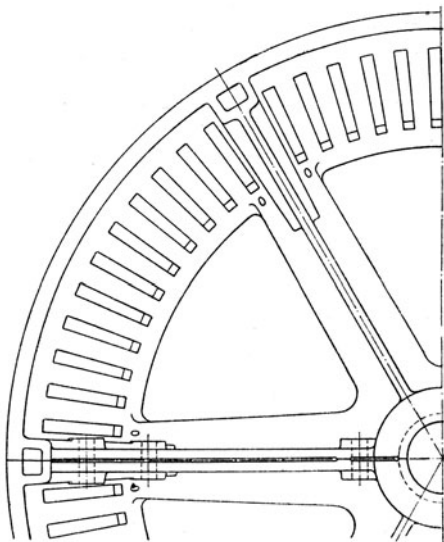


Abb. 234.

α) Für Normalverzahnung ($k_1 = k_2 = m$) ist nach Kurventafel Abb. 191 mit $z_1' = 16,8$ und $z_2' = 67,2$

$$\gamma_1 = 17,0, \quad \gamma_2 = 11,1,$$

$$P_1 = \frac{250}{17,0} \cdot 10 \cdot 2,2 = 324 \text{ kg (maßgebend!)} \quad \text{und} \quad P_2 = \frac{250}{11,1} \cdot 10 \cdot 2,2 = 496 \text{ kg}.$$

β) Korrigierte Verzahnung zur Vermeidung von Unterscheidungen. Mit Rücksicht auf $z_1' = 16,8$ und $z_2' = 67,2$ wird wie bei Stirnrädern $k_1 = 1,5 m$ und $k_2 = 1,0 m$ gewählt, was nach Kurventafel Abb. 176 zulässig ist. Hierfür ist $\gamma_1 = 11,5$ und $\gamma_2 = 11,1$, somit

$P_1 = \frac{250}{11,5} \cdot 10 \cdot 2,2 = 480 \text{ kg}$ und $P_2 = \frac{250}{11,1} \cdot 10 \cdot 2,2 = 495 \text{ kg}$, also mehr als bei Normalverzahnung, zugleich besserer Eingriff.

2. Entwurf eines Winkelröderpaares mit gehobelten Flanken nach Abb. 235. Gegeben $M_1 = 10000 \text{ cmkg}$, $i = z_2 : z_1 = 3 : 2$, demnach $M_2 = 10000 \cdot 3 : 2 = 15000 \text{ cmkg}$.

Werkstoff: Stahlguß, $k_b \approx 600 \text{ kg/cm}^2$.

Gewählt $z_1 = 16$, $z_2 = 24$, $\psi = b : t_m \approx 3$, somit

$$z_1' = 16 \sqrt{16^2 - 24^2} : 24 = 19,2, \quad z_2' = 24 \sqrt{16^2 + 24^2} : 16 = 43,3.$$

Gewählt nach (361) $k_1 = 1,4 \text{ m}$, $k_2 = 1,0 \text{ m}$, hieraus $\gamma_1 = 11,8$, $\gamma_2 = 11,7$, somit

$$t_m = 1,84 \sqrt[3]{\frac{10000 \cdot 11,8}{16 \cdot 3 \cdot 600}} = 2,94 \text{ cm} \quad \text{bzw.} \quad t_m = 1,84 \sqrt[3]{\frac{15000 \cdot 11,7}{24 \cdot 3 \cdot 600}} = 2,93 \text{ cm}.$$

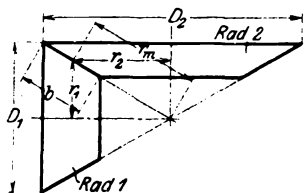


Abb. 235.

Weiter ist nach Abb. 235

$$r_1 = 2,94 \cdot 16 : 2 \pi = 7,50 \text{ cm},$$

$$r_2 = 2,94 \cdot 24 : 2 \pi = 11,2 \text{ cm};$$

$$r_m = \sqrt{r_1^2 + r_2^2} = 13,5 \text{ cm}, \quad b = 3 \cdot 2,94 = 9,0 \text{ cm},$$

$$t_a = t_m \frac{r_m + b/2}{r_m} = 2,94 \frac{13,5 + 4,5}{13,5} = 3,92 \text{ cm}.$$

Gewählt $t_a = 13 \pi$, somit $D_1 = 16 \cdot 13 = 208 \text{ mm}$,

$$D_2 = 24 \cdot 13 = 312 \text{ mm}, \quad k_1 = 18,2 \text{ mm}, \quad k_2 = 13 \text{ mm}.$$

3. Für eine Wasserturbine mit lotrechter Achse ist ein Kegelröderpaar zu entwerfen.

Gegeben: $N = 80 \text{ PS}$, $n_1 = 270$, $n_2 = 90 \text{ Uml./min}$. Rad 1: Gußeisen, Rad 2: Gußeisen mit Holzkämmen, Flanken gehobelt.

Gewählt $z_1 = 36$, $z_2 = 3 \cdot 36 = 108$ und $\psi = 3$.

Mit $c = 20 - 0,5 \sqrt{270} = 12$ folgt

$$t_m = 0,766 \sqrt[3]{\frac{1000000 \cdot 80}{270 \cdot 36 \cdot 3 \cdot 12}} = 4,8 \text{ cm} \quad \text{und} \quad b = 3 \cdot 4,8 = 14,5 \text{ cm}.$$

Nach Abb. 235 ist

$$r_1 = 4,8 \cdot 36 : 2 \pi = 27,5 \text{ cm}, \quad r_2 = 4,8 \cdot 108 : 2 \pi = 82,6 \text{ cm} \quad \text{und} \quad r_m = \sqrt{r_1^2 + r_2^2} = 87,1 \text{ cm},$$

$$t_a = t_m \frac{r_m + b/2}{r_m} = 4,8 \frac{87,1 + 14,5/2}{87,1} = 5,2 \text{ cm}.$$

Gewählt $t_a = 17 \pi$, $D_1 = 17 \cdot 36 = 612 \text{ mm}$, $D_2 = 17 \cdot 108 = 1836 \text{ mm}$.

Umfangskraft $P = 770 \text{ kg}$. Mit $\tau \approx 2$ ist $w = \frac{770 \cdot 270}{2 \cdot 14,5} = 7100$, ist zulässig.

Zahnräder für sich kreuzende Achsen. Zylindrische Schraubnräder.

(387) Stirnräder mit Schraubenzähnen, wie unter (376) bis (379) behandelt, können zur Bewegungsübertragung von sich kreuzenden Achsen dienen und heißen zylindrische Schraubnräder. Während bei jenen die Steigungswinkel in beiden Rädern miteinander übereinstimmen müssen, können sie hier gleich oder verschieden sein.

Abb. 236 zeigt ein Räderpaar in mehreren Ansichten und Schnitten; beide Räder haben linksgängig gewundene Schraubenzähne.

Bezeichnet

β_1 und β_2 den Steigungswinkel für das untere Rad (1) und das obere Rad (2),

r_1 und r_2 die Teilkreisbahnmesser, z_1 und z_2 die Zahnzahlen,

v_1 und v_2 die Umfangsgeschwindigkeit, ω_1 und ω_2 die Winkelgeschwindigkeiten,

t_1 und t_2 die Teilungen und t_n die winkelrecht zur Schraubenrichtung gemessene Teilung (die Normalteilung),

dann geht die Bewegungsübertragung aus Abb. 237 hervor:

Die Umfangsgeschwindigkeit v_1 zerlegt sich in

$$\text{Normalgeschwindigkeit } v_{n_1} = v_1 \sin \beta_1$$

und

$$\text{Tangentialgeschwindigkeit } v_{t_1} = v_1 \cos \beta_1.$$

Ebenso zerlegt sich v_2 in

$$\text{Normalgeschwindigkeit } v_{n_2} = v_2 \sin \beta_2$$

und

$$\text{Tangentialgeschwindigkeit } v_{t_2} = v_2 \cos \beta_2.$$

Wegen dauernder Berührung der Flanken ist

$$v_{n_1} = v_{n_2} \quad \text{oder} \quad v_1 \sin \beta_1 = v_2 \sin \beta_2$$

oder mit

$$v_1 = \omega_1 r_1 \quad \text{und} \quad v_2 = \omega_2 r_2 \\ \omega_1 r_1 \sin \beta_1 = \omega_2 r_2 \sin \beta_2.$$

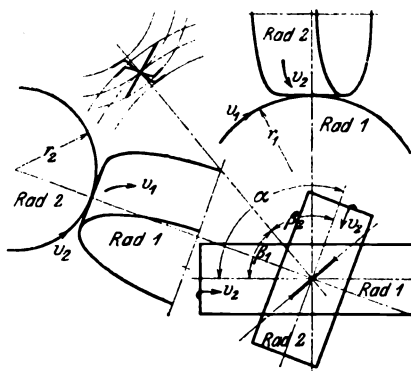


Abb. 236.

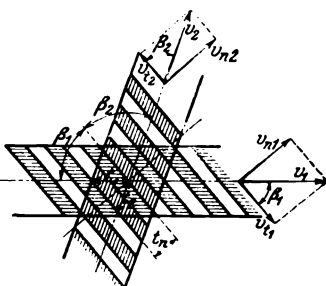


Abb. 237.

Hieraus folgt das Übersetzungsverhältnis

$$i = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{r_1 \sin \beta_1}{r_2 \sin \beta_2}.$$

Ferner ist nach Abb. 237

$$t_1 = \frac{t_n}{\sin \beta_1} \quad \text{und} \quad t_2 = \frac{t_n}{\sin \beta_2}.$$

Mit

$$r_1 = \frac{t_1 z_1}{2\pi} = \frac{t_n z_1}{2\pi \sin \beta_1} \quad \text{und} \quad r_2 = \frac{t_2 z_2}{2\pi} = \frac{t_n z_2}{2\pi \sin \beta_2}$$

folgt

$$i = \frac{t_1 z_1 \sin \beta_1}{t_2 z_2 \sin \beta_2} = \frac{z_1}{z_2}.$$

Die beiden Zahnflanken gleiten gegenseitig mit der Geschwindigkeit

$$v = v_{t_1} + v_{t_2} = v_1 \cos \beta_1 + v_2 \cos \beta_2,$$

was im Gegensatz zu den bisherigen Rädern besonders starke Reibung und Abnutzung zur Folge hat.

Der Eingriff dieser Schraubenräder erfolgt nicht wie bei den Schraubenstirnrädern in jedem Augenblick längs einer Geraden, sondern nur jeweils in einem

Punkte, der bei Evolventenverzahnung längs der Eingriffslinie wandert. In Wirklichkeit erfolgt die Flankenberührung infolge Abnutzung auf einer kleinen Fläche. Die dadurch hervorgerufene starke Pressung in Verbindung mit der oben genannten hohen Gleitgeschwindigkeit machen solche Schraubenräder für größere Kraftübertragung ungeeignet. Sie werden daher nur für Steuerräder an Dampfmaschinen und Verbrennungsmotoren, zum Reglerantrieb solcher Maschinen und für Schalträder an Werkzeugmaschinen angewendet.

Die geringste Gleitgeschwindigkeit und damit die geringste Reibung und den besten Wirkungsgrad erhält man für $\beta_1 = \beta_2$; auf alle Fälle sollen β_1 und β_2 nicht viel voneinander abweichen.

Meist ist der Achsenwinkel $\alpha = 90^\circ$; man wählt in diesem Falle am besten $\beta_1 = \beta_2 = 45^\circ$.

Die Berechnung der Räder erfolgt ähnlich wie bei den Schraubenstirnrädern; wegen der starken Abnutzung können sie aber höchstens halb so stark wie jene belastet werden.

Schnecke und Schneckenrad.

(388) **Entwicklung und Konstruktion der Flanken.** Man geht hier zweckmäßig von der Herstellung der gefrästen Schneckenräder aus:

Ein schneckenförmiger — ein- oder mehrgängiger — Fräser taucht nach Abb. 238 in den vollen und mit Rundkehle abgedrehten Radkranz ein. Wird

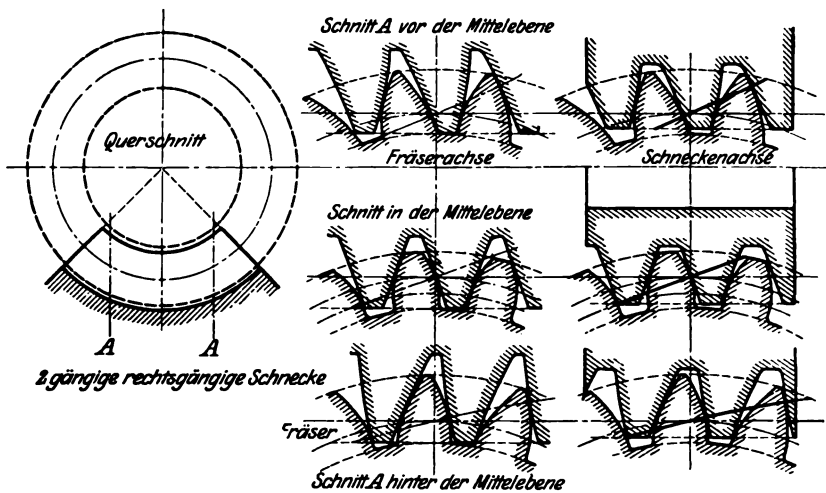


Abb. 238.

den beiden eine zwangsläufige Drehung erteilt, so räumen die Fräserzähne aus dem Radkranz die Lücken aus. Die Fräserzähne erhalten im Mittelschnitt Trapezprofil, genau wie bei der Evolventenzahnstange; dementsprechend erhält das Schneckenrad im Mittelschnitt Evolventenzähne.

Ersetzt man nun die Frässhnecke durch eine genau so gedrehte Schnecke, die aber einen um den Kopfspielraum verkleinerten Außendurchmesser erhält, so arbeitet diese Schnecke mit dem Schneckenrad einwandfrei und ohne Flankenspiel.

Das Aufzeichnen der Radzahnflanken außerhalb des Mittelschnittes ist in der Regel überflüssig, da die Flanken beim Fräsvorgang von selbst entstehen. Die Flanken in einer zur Mittelebene parallelen Ebene A können nach Abb. 238 in folgender Weise zeichnerisch ermittelt werden:

Zunächst stellt man den Schnitt des Fräasers mit Ebene *A* her, läßt diesen, als Zahnstange angesehen, um das Rad herumwälzen und paust die dicht aufeinanderfolgenden Lagen dieser Zahnstange durch, die dann, wie nach (360) beim Wälzverfahren der Stirnräder dargelegt, die gesuchte Zahnflanke einhüllen. Während die Eingrifflinie im Mittelschnitt die bekannte Gerade ist, erhält sie außerhalb des Mittelschnittes eine gekrümmte Form. Die Gesamtheit aller Eingriffslinien bildet sodann eine krumme Fläche, die Eingrifffläche.

Der Vorgang beim Fräsen ist verschieden. Meist wird der Fräser dem Rade allmählich genähert, bis die volle Schnitttiefe erreicht ist. Beim Reinecker-Verfahren hat der Fräser ein kegelig abgestuftes Ende, der Vorschub des Fräasers erfolgt hierbei nicht radial, sondern axial.

Ein billiges Werkzeug zum Schneiden der Flanken ist der sog. Schlagzahn, das ist ein Drehstahl, der dem Fräserprofil nachgebildet ist. Hierbei ist allmählicher axialer Vorschub der diesen Zahn tragenden Achse erforderlich. Der Schlagzahn kann radial verstellt und durch Einschalten passender Wechselräder jede Steigung erzielt werden. Die Leistungsfähigkeit des Schlagzahnes ist gering, weshalb er vielfach nur zum Vorschruppen dient.

Die Schneckenfräser bilden wie die Stirnradwälzfräser teure Werkzeuge, die nur in beschränkter Anzahl auf Lager gehalten werden können und deren Abmessungen für die Ausbildung der Betriebsschnecken maßgebend sind.

Für die Fräserzähne bzw. die Betriebsschnecke sind folgende Normen üblich, unabhängig von der Steigerung, Gängigkeit und Gangrichtung, Abb. 239:

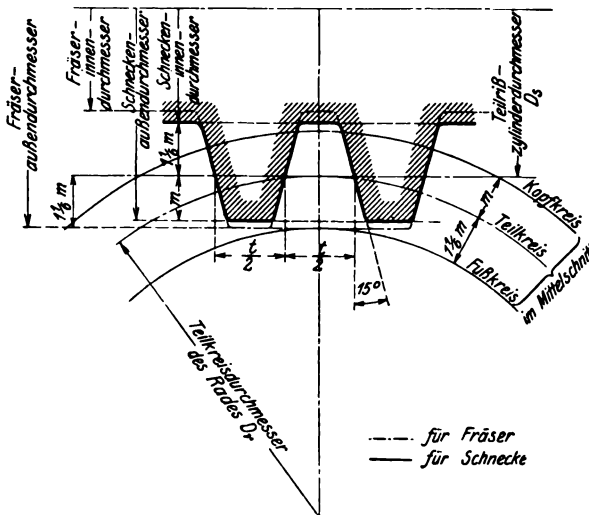


Abb. 239.

Teilung $t = m\pi$ (m der Modul), Zahnstärke im Teilkreis $= \frac{1}{2}t$,

Flankenwinkel $= 15^\circ$ (Eingriffwinkel), $\left. \begin{array}{l} \text{Schneckenkopfhöhe} = m, \\ \text{Schneckenfußhöhe} = 1\frac{1}{2}m. \end{array} \right\}$

für das Rad ist im Mittelschnitt

Kopfhöhe $= m$, Fußhöhe $= 1\frac{1}{2}m$, Zahnstärke $=$ Lücke $= \frac{1}{2}t$.

Für das Verhältnis $D_2 : t$ sind Normen nicht festgelegt; dieser Wert schwankt zwischen 2 und 4 und beträgt i. M. etwa 3.

Vor Entwurf eines Schneckengetriebes müssen dem Konstrukteur sämtliche Hauptabmessungen des zu benutzenden Fräasers bekannt sein, wodurch die Abmessungen der Schnecke und des Kranzquerschnittes vollständig festgelegt sind.

Für kleinere Zähnezahlen — etwa unter 30 — ist wieder Korrektur anzuwenden, um Flankenunter-scheidungen zu umgehen. Hierbei wird im Rade die Kopfhöhe vergrößert und die Fußhöhe verkleinert, jedoch sollen Zähnezahlen unter 30 nach Möglichkeit vermieden werden.

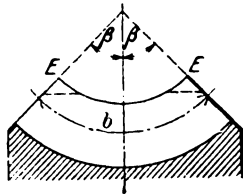


Abb. 240.

Abb. 240 zeigt den Kranzquerschnitt. Der Winkel β sei etwa 45° . Zur Erzielung einer großen Zahnbreite sei β möglichst groß. Bei zu großem β können die Radzähne an den Ecken E spitz ausfallen. Abb. 241 zeigt für verschiedene Zähnezahlen und $D_s : t$ diejenigen β , bei denen solches eintritt.

Abb. 242 gibt die β an, bei denen die Zahnstärke an der Ecke etwa $0,1 t$ wird; auf keinen Fall dürfen die β größer als diese genommen werden.

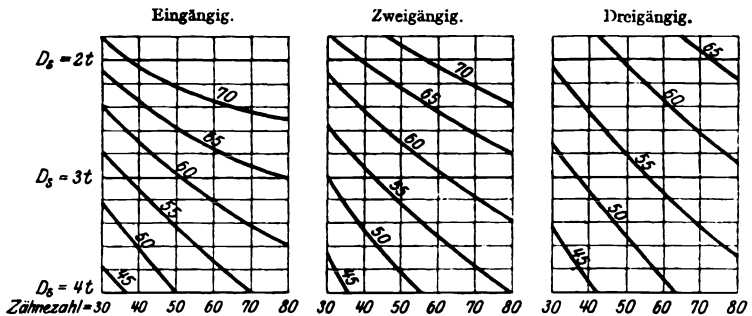


Abb. 241. Kurventafel für den Winkel β (in Grad), bei welchem der Zahnkopf an der Ecke E spitz wird.

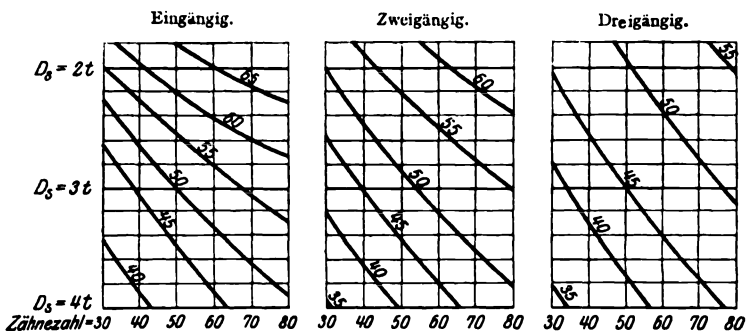


Abb. 242. Kurventafel für den Winkel β (in Grad), bei welchem der Zahnkopf an der Ecke E noch eine Stärke von $\approx 0,1 t$ erhält.

Vielfach wird die Ecke E nach Abb. 240 durch zylindrisches Abdrehen abgenommen, weil sie zur Erhöhung des Eingrifffeldes wenig beiträgt, aber Eingriffstörungen zur Folge haben kann.

Die Schneckenlänge darf nicht zu groß genommen werden, weil durch die geringsten Steigungsungenauigkeiten und durch ungleiche Erwärmung von Schnecke und Rad Eingriffstörungen entstehen. Die Schneckenlänge sei 4 bis 6*l*.

Die Herstellung der Schnecke erfolgt entweder auf der Leitspindelbank oder durch Fräser mittels eines Scheibenfräasers, dessen Profil der Gestalt der Gewindelücke, im Normalschnitt also dem Trapez, entspricht. Ein solcher Scheibenfräser bringt allerdings nicht das genaue Trapezgewinde hervor, für Steigungswinkel unter 10' kann der Fehler vernachlässigt werden.

Die auf solche Weise hergestellten Schneckengetriebe dienen zur Bewegungsübertragung bei hohen Geschwindigkeiten. In diesem Falle besteht die Schnecke aus naturhartem Stahl, der nicht nachgehärtet zu werden braucht — durch das Nachhärten entstehen Verwerfungen; nach dem Abdrehen bzw. Fräsen wird die Schnecke poliert. Das Schneckenrad besteht aus Gußeisen und bei großen Geschwindigkeiten und Zahndrücken aus Phosphorbronze; Schnecke und Rad laufen in einem öldichten Gehäuse dauernd im Ölbad.

Bei den Schneckenwinden für Handbetrieb besteht die Schnecke aus gewöhnlichem Stahl und das Rad aus Gußeisen, Hartguß oder Stahlguß.

Für untergeordnete Zwecke — mäßige Geschwindigkeiten und Zahn drücke usw. — kommen Schraubenräder mit im Steigungswinkel der Schnecke schräg stehenden geraden Zähnen zur Anwendung, deren Anlage an die Schneckengänge aber nur gering ist. Erst bei fortschreitender Abnutzung der Zähne im Betriebe bilden sich größere Anlageflächen. Anstatt schräg stehend gerade können die Zähne auch schraubenförmig gewunden auf dem Grundzylinder der Räder sitzen.

(389) Bewegungsverhältnisse. Bezeichnet

g die Gangzahl der Schnecke (= 1, 2, ... für ein-, zwei-, ... gängige Schnecke),

z die Zähnezahzahl des Schneckenrades, $\left\{ \begin{array}{l} t \text{ die Teilung,} \\ s = tg \text{ die Steigung der Schnecke,} \end{array} \right.$

r_s den Teilrißhalbmesser der Schnecke, $r_r = \frac{z t}{2\pi}$ den des Schneckenrades,

$\text{tg } \alpha = \frac{s}{2 r_s \pi}$ den Steigungswinkel der Schnecke,

n_s bzw. *n_r* die Umlaufzahlen der Schnecken- bzw. Schneckenradwelle i. d. Min.,

dann ist die Übersetzung des Getriebes

$$i = \frac{z}{g} = \frac{n_s}{n_r}.$$

(390) Kraftübertragung. Hierfür genügt es, die Schnecke vom Trapezgewinde als flachgängige Schraube aufzufassen. Es bezeichne

M_s bzw. *M_r* die Drehmomente der Schnecken- bzw. Radwelle,

N_s und *N_r* die entsprechenden Leistungen,

μ die Gleitreibungszahl in den Flanken,

ρ den entsprechenden Reibungswinkel aus $\text{tg } \rho = \mu$.

Schnecke treibend, Schneckenrad getrieben. Wie bei den flachgängigen Schrauben ist, falls nur die Flankenreibung berücksichtigt wird,

$$M_r + M_s \frac{z}{g} \eta_{sr} \quad \text{und} \quad N_r = N_s \eta_{sr},$$

worin

$$\eta_{sr} = \frac{\text{tg } \alpha}{\text{tg } \alpha (\alpha + \rho)}$$

den Wirkungsgrad des Getriebes bezeichnet.

Kurventafel Abb. 243 zeigt die Werte für η_{sr} bei verschiedenen $D_s : t$, g und μ .

Durch die Reibung in den Lagern wird dieser Wert η_{sr} noch etwas herabgesetzt, und zwar um

	Spurlager der Schneckenwelle	Traglager der Schneckenwelle	Traglager der Schneckenradwelle	
rd. 10% für	Gleitlager	Gleitlager	Gleitlager	} meist üblich
7% „	Kugellager	„	„	
4% „	„	Kugellager	„	
1% „	„	„	Kugellager	

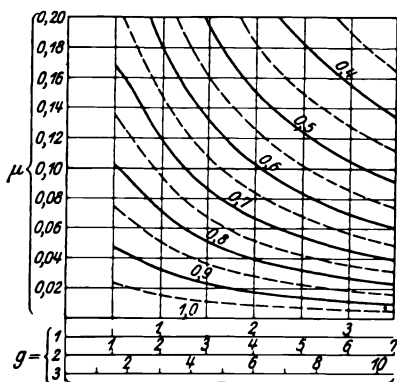
Als Mittelwert für die Reibungszahl μ können bei glatten Flanken und guter Schmierung eingeführt werden:

$\mu = 0,1$ für Guß auf Guß, $\mu = 0,03$ für Stahl auf Phosphorbronze.

Für die Ruhe sind die μ wesentlich größer,

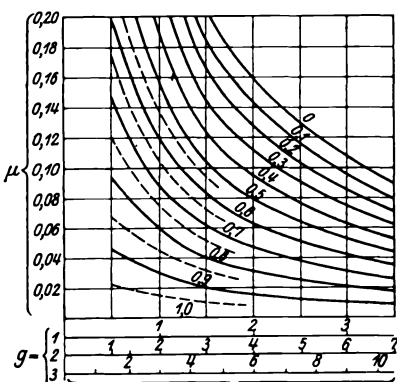
etwa 0,2 für Guß auf Guß und etwa 0,1 für Stahl auf Phosphorbronze.

Dementsprechend sind die M_s für den Anlauf z. B. bei Schneckenwinden wesentlich größer als für die Bewegung.



Die Zahlen sind die Werte $D_s : t$

Abb. 243. Kurventafel der η_{sr} .



Die Zahlen sind die Werte $D_s : t$

Abb. 244. Kurventafel der η_{rs} .

Leistungsversuche mit verschiedenen Getrieben ergaben übereinstimmend ein zunehmendes η_{sr} mit steigender Geschwindigkeit und mit α bis etwa 30° . Schneckenrad treibend, Schnecke getrieben. Hier ist

$$M_s = M_r \frac{g}{z} \eta_{rs} \quad \text{und} \quad N_s = N_r \eta_{rs}.$$

worin

$$\eta_{rs} = \frac{\text{tg}(\alpha - \rho)}{\text{tg} \alpha}.$$

Hierzu Kurventafel Abb. 244.

Dieser Wert η_{rs} wird wie oben durch die Lagerreibung weiter herabgesetzt.

Für $\alpha = \rho$ ist $M_s = 0$, d. h. das Getriebe ist selbsthemmend, wovon bei einfachen Schneckenwinden und Aufzügen Gebrauch gemacht wird. Soll die Selbsthemmung auch bei Erschütterungen — z. B. bei Aufzügen — sicher vorhanden sein, dann ist $\alpha < \rho$ zu wählen. Die Sperricherheit wird außerdem durch die Lagerreibung weiter erhöht.

(391) Berechnung. Bei langsam laufenden Getrieben für Handwinden mit rohen oder bearbeiteten Flanken und Fettschmierung ist nur die Zahnfestigkeit des Rades maßgebend. Für t in cm und $D_s \approx 1,6 \div 2 t$ ist der zulässige Zahndruck in kg

$$P \approx 60 t^2 \text{ für Graugußrad, } P \approx 100 t^2 \text{ für Stahlgußrad.}$$

Bei raschlaufenden Getrieben als Motorvorgelege im Ölbad laufend, kann bei Dauerbetrieb $k v \approx 100$ gesetzt werden, worin v in m/sek gilt.

Bezeichnet

P die Umfangskraft in kg,

t die Teilung in cm,

b die Zahnbrücke in cm, s. Abb. 240,

dann ist in der grundlegenden Triebwerksräderformel $P = c b t$ der Wert c ein Erfahrungswert, der mit steigender Gleitgeschwindigkeit v abnimmt.

Für harte Stahlschnecke und Phosphorbronzekranz im Ölbad laufend, kann bei Dauerbetrieb $k v \approx 100$ gesetzt werden, worin v in m/sek gilt.

Setzt man nach Abb. 240 $b \approx r_s \pi : 2$ und $v = v_s 2 \pi n_s : 60 \cdot 100$, dann folgt $P = c b t = 100 b t : v = \frac{100}{r_s 2 \pi n_s : 6000} r_s \frac{\pi}{2} t = 150000 t : n_s$, und $t = P n_s : 150000$ cm.

Die Umfangsgeschwindigkeit des Rades ist $v_r = n_r g t : 60 \cdot 100$ und damit ist $N_r = P v_r : 75 = P n_r g t : 6000 \cdot 75$ und $P = N_r \cdot 450000 : n_r g t$.

Das liefert

$$t = \frac{P n_s}{150000} = N_r \frac{450000 n_s}{n_r g t \cdot 150000} = N_s \frac{3}{g t}$$

und mit $N_r = N_s \eta_{sr}$ $t = \sqrt{\frac{3 N_s \eta_{sr}}{g}}$.

Diese Formel gilt für Dauerbetrieb und für kleine Räder mit $z \approx 30$.

Ist — wie bei Hebezeugen — der Betrieb stark unterbrochen, dann kann t wesentlich kleiner, bis $\frac{3}{4}$ davon, genommen werden. Weitere Verkleinerung ist bei $z > 30$ wegen der Vergrößerung des Gehäuses und der Abkühlungsfläche zulässig. Scharfe Berechnung ist unmöglich, da die Erwärmung und Abnutzung auch von der Genauigkeit der Herstellung und Lagerung abhängig ist.

Beispiel. Schneckengetriebe für eine elektrisch betriebene Lastwinde mit unterbrochenem Betrieb. Motorleistung 16 PS, $n_s = 800/\text{min}$, $i = 20$, demnach $n_r = 800 : 20 = 40/\text{min}$.

Für zweigängige Schnecke ($g = 2$) ist $z = 2 \cdot 20 = 40$.

Für $D_s : t \approx 3$ ist mit $\mu = 0,03$ nach Abb. 243 $\eta_{sr} \approx 0,87$ und wegen der Lagerreibung, die 4% ausmacht, $\eta_{sr} \approx 0,83$. Somit $t = \sqrt{\frac{3 \cdot 16 \cdot 0,83}{2}} = 4,5$ cm für Dauerbetrieb

Für unterbrochenen Betrieb und $z = 40$ mag $t = 10 \pi$ ausreichen. Endgültige Abmessungen

$$D_r = 40 \cdot 10 = 400 \text{ mm,}$$

$$D_s \approx 3 t = 95 \text{ mm.}$$

(392) Konstruktion. Die Schnecken werden wegen ihres kleinen Durchmessers meist mit der Welle aus einem Stück hergestellt, selten mit Bohrung versehen und auf die Welle gekeilt.

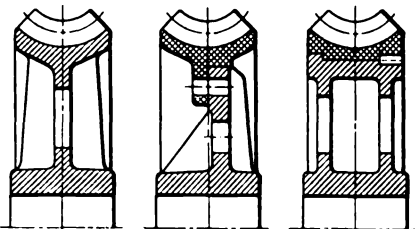


Abb. 245.

Abb. 246.

Abb. 247.

Abb. 245 zeigt den Querschnitt eines Gußrades, Abb. 246 und 247 den des Gußrades mit aufgeschraubtem Bronzekranz.

Abb. 248 bis 255 zeigt das Schneckenradgehäuse und dessen Einzelteile. Die Teilfuge geht meist durch die Schneckenradwelle; eine weitere Teilfuge durch die Schneckenwelle nach Abb. 249 oder 255 verteuert die Ausführung, ermöglicht aber bequemes Herausnehmen der Schneckenwelle.

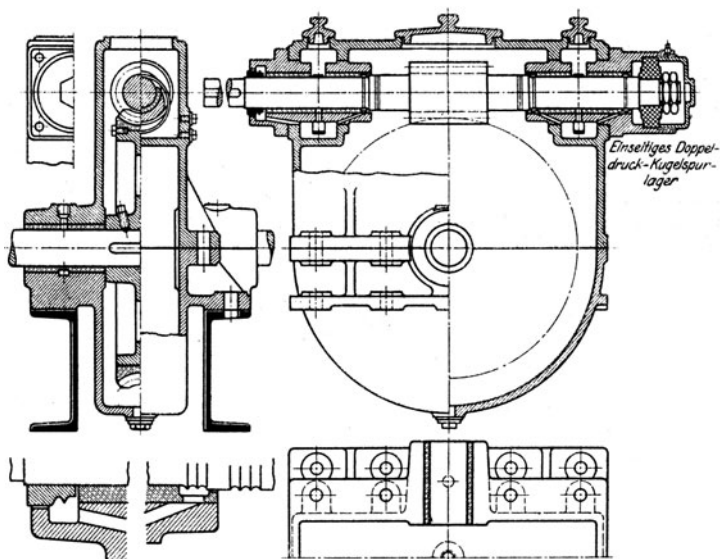


Abb. 248.

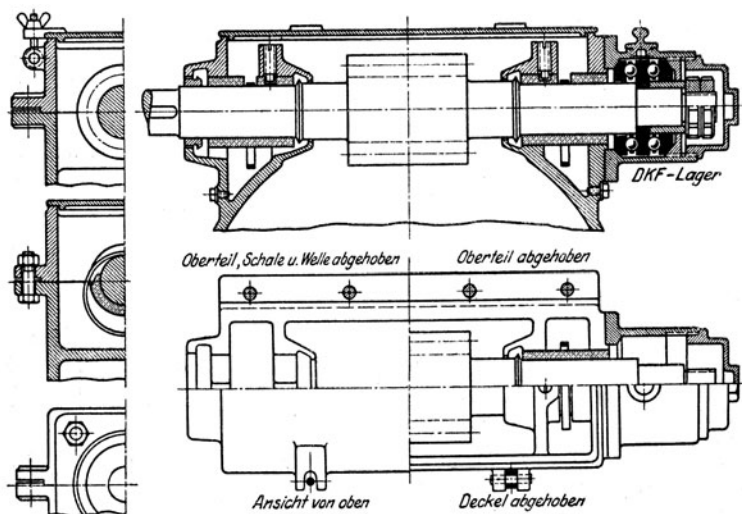


Abb. 249.

Die Schneckenwelle wird am besten in langen Rotgußbuchsen mit Ringschmierung gelagert, bei hohen Umlaufzahlen auch Kugellager. Der Schneckenlängsschub = Umfangskraft des Rades ist durch ein Kugelspurlager aufzunehmen, das am besten am Wellenende, nicht wie früher vielfach üblich, zu beiden Seiten der Schnecke, liegt. Gegen Ölaustritt am Lager sind Spritzringe, Stopfbuchsen u. dgl. vorzusehen. Näh. s. unter Kugellager.

Für die Schneckenradwelle genügen wegen der kleineren Umlaufzahlen einfache Lagerbuchsen mit Fettschmierung, bei größeren Umlaufzahlen ist Ringschmierung oder Ölumlauf nach Abb. 203 und 204 zweckmäßig, Kugellager sind überflüssig. Bei der Ausbildung des Gehäuses ist darauf zu achten, daß die gegenseitige Lage zwischen Schnecke und Rad erhalten bleibt und genau dieselbe ist, wie beim Fräsen des Rades gegen den Fräser; die Nabenstirnwand des Rades soll daher in breiter Fläche an der Lagerstirnfläche liegen; durch Schmiernuten ist diese Fläche gut unter Öl zu halten.

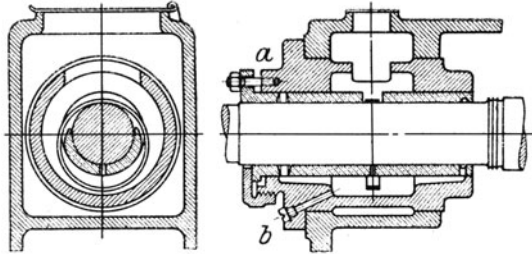


Abb. 250.

Gehäuses ist darauf zu achten, daß die gegenseitige Lage zwischen Schnecke und Rad erhalten bleibt und genau dieselbe ist, wie beim Fräsen des Rades gegen den Fräser; die Nabenstirnwand des Rades soll daher in breiter Fläche an der Lagerstirnfläche liegen; durch Schmiernuten ist diese Fläche gut unter Öl zu halten.

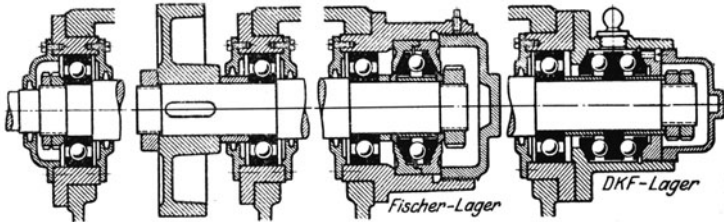


Abb. 251 ÷ 254.

Die Schneckenwelle kann oben oder unten liegen; die obere Lage ist konstruktiv bequemer; bei unterer Lage ist die Ölabdichtung schwieriger und die Schnecke wirbelt den unten sich ansammelnden Ölschlamm auf.

Der gegenseitige Abstand der Schneckenwellenlager ist klein zu halten, um die Traglänge der Schnecke und deren Durchbiegung zu vermindern.

Über andere Gehäuseanordnungen besonders für lotrechte Schneckenradwellen bei Kranschenwerken s. unt. Lasthebemaschinen.

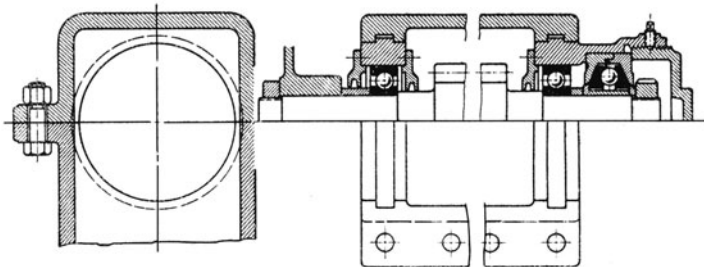


Abb. 255.

Reibungsräder.

(393) Kraftübertragend die an Berührungsstelle wirksame Reibung infolge der durch Normaldruck gegeneinander gepreßten Räder, sofern die Reibung größer ist als die auf ihren Hebelarm bezogene, zu übertragende Umfangskraft. Unmittelbar sich berührend oder Zwischenschaltung eines endlosen Riemens: Antrieb von Stevens. Als Ersatz für Zahnräder im Falle hoher Umlaufzahl und Forderung rascher Ausrückmöglichkeit, für Vorgelege der nicht unter Last anlaufenden Elektromotoren, für veränderliches Übersetzungsverhältnis (innerhalb enger Grenzen). Vorteil: Unstarre Verbindung, Gleiten infolge plötzlicher Widerstandssteigerung (Stoßwirkung); Nachteil: Hoher Anpressungsdruck, starke Welle (Zapfenreibung).

Bedingung: Genauer Rundlauf (Abdrehen nach Aufkeilen).

Parallele Achsen.

(394) Grundkörper Zylinder, Abb. 256. Solange Umfangskraft $P \leq \mu Q$ also $Q \geq P : \mu$, ist Übersetzungsverhältnis $\varphi = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{R_1}{R_2} = \text{konst}$ gewährleistet. Reibungszahl unsicher, abhängig von Material, Oberflächenbeschaffenheit und insbesondere Schmierzustand (Flüssigkeitsreibung unabhängig vom Druck, abhängig von Zähigkeit und Temperatur). Flüssigkeitsreibung gering gegenüber Trockenreibung, Veränderung der Reibungszustände in ungleichförmiger Übertragung sich äußernd. Mit wachsendem μ (trockene Reibfläche) Q abnehmend und Wirkungsgrad steigend. Daher Reibkörper mit großer Trockenreibung.

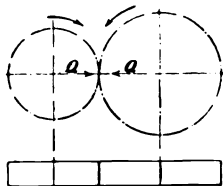


Abb. 256.

μ kann gewählt werden

$\mu = 0,1$	bis 0,15	bei Gußeisen auf Gußeisen,
$\mu = 0,15$	„ 0,20	bei Papier auf Gußeisen,
$\mu = 0,20$	„ 0,30	bei Leder ¹⁾ auf Gußeisen,
$\mu = 0,30$	„ 0,50	bei Holz ²⁾ auf Gußeisen,

und zwar gelten die kleineren Werte für glatte und feste Reibflächen, wie sie gewöhnlich anzutreffen sind.

Für Leder auf Holz hat Bach beobachtet $\mu = 0,29 \div 0,38$ und im Falle Holzscheiben mit Korkeinlagen $\mu = 0,38 \div 0,54$; verwendet wurde hierbei ein Lederriemen, dessen Zustand die Reibungszahl erheblich beeinflusste.

Auf 1 cm Radbreite bezogene Umfangskraft soll höchstens betragen bei

Gußeisen auf Gußeisen	$p = P : b = 20 \div 30$ kg/cm,
Leder auf Gußeisen	15 \div 25 „
Papier auf Gußeisen	15 „
Holz (Ahorn) auf Gußeisen	5 „
Holz (Pappel, Tanne) auf Gußeisen	3,75 \div 2,5 „ ;

damit folgt $b = P : p = \frac{75 N}{p v}$ mit $v = 2 R \pi n = 6000$.

Berührung über Radbreite: Aufrechterhaltung des Parallelismus der Achsen, Parallelverschiebung derselben und Beschränkung ihrer Durchbiegung.

(395) Verminderung Anpressungsdruckes durch keilförmige Reibflächen: Keilräder. Zuzolge Abb. 257 gilt $P \leq 2 \mu N$ und unter Annahme absolut starrer

¹⁾ C. Bach, M. E., 13. Aufl., 1922, S. 423.

²⁾ Über die bei gußeisernen und schmiedeeisernen Bremscheiben und Backen aus verschiedenem Holze beobachteten Reibungsziffern vgl. F. A., Heft 10, S. 49 u. ff.

Unter Berücksichtigung der Elastizität im Sinne des oben Gesagten folgt $P \leq \mu N = \frac{\mu}{\sin \alpha + \mu \cos \alpha} Q$ und wie oben $\frac{P}{\frac{\mu}{\sin \alpha}} < Q < \frac{P}{\frac{\mu}{\sin \alpha + \mu \cos \alpha}}$

Für $\alpha = 14^\circ$, entsprechend $\text{tg } \alpha = 1 : 4$ und mit $\mu = 0,1$ folgt

$$P \leq 0,3 Q \text{ und } Q \geq 3,3 P.$$

Zusammenfallende Kegelspitzen im angepreßten Zustande: axiale Verschiebung (Bundlager) oder Schwenkung der Achse großen Rades in Achsen-ebene um Kegelspitze.

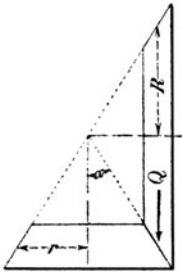


Abb. 258.

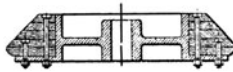


Abb. 259.

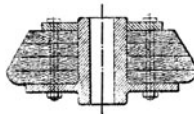


Abb. 260.

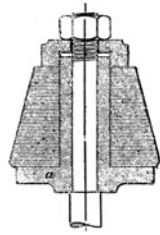


Abb. 261.

Wirkungsgrad (nach Ernst) für $\varphi = 1/4 \div 1/6$; $\eta = 0,85 \div 0,92$. Ausführung nach Abb. 259 ÷ 261.

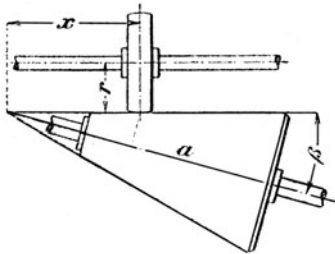


Abb. 262.

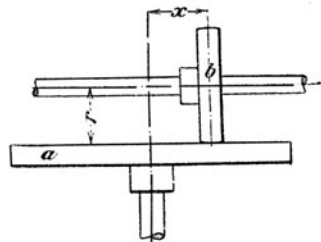


Abb. 263.

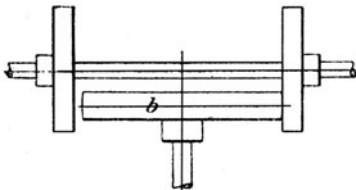


Abb. 264.

(397) Veränderliches Übersetzungsverhältnis durch konische Trommel. Abb. 262, Achsenwinkel $\alpha < 90^\circ$; oder für $\alpha = 90^\circ$ durch sog. Diskusgetriebe, Abb. 263 ÷ 264. Es ist

$$\varphi = \frac{r}{x \sin \beta} \text{ bzw. } \varphi = \frac{r}{x}.$$

(Wendegetriebe für Spindelpressen, vgl. Schlesinger, „Beitrag zur Berechnung von Schwungradpressen,“ Z. 1909, S. 287).

(398) Mittelbare Berührung durch losen Riemenring, gleichmäßig dick; Berührungsfläche vergrößernd und Pressung vermindern. Größeres μ als im Falle unmittelbarer Berührung gußeiserner Scheiben. Abnutzung vorzugsweise auf

leicht auswechselbaren Riemenring beschränkt, dessen Auswalzen nachstellbare Achsen bedingt. Hauptsächlich in Verbindung mit konischen Trommeln: je nach Ringstellung Übersetzungsverhältnis verschieden, dessen Veränderlichkeit sich streng genommen innerhalb der Riemenbreite bemerkbar macht. Deshalb tunlichst schmaler Riemen, durch Halter geführt. Anwendung zum Antriebe der sog. veränderlichen Transmission von Papiermaschinen, nach der Lizenzinhaberin der Stévensschen Patente, der Evans Friction Cone Co., Boston, Mass., auch als Evans-Getriebe bezeichnet. Ausführung des Eisenwerkes Wülffel nach Abb. 265.

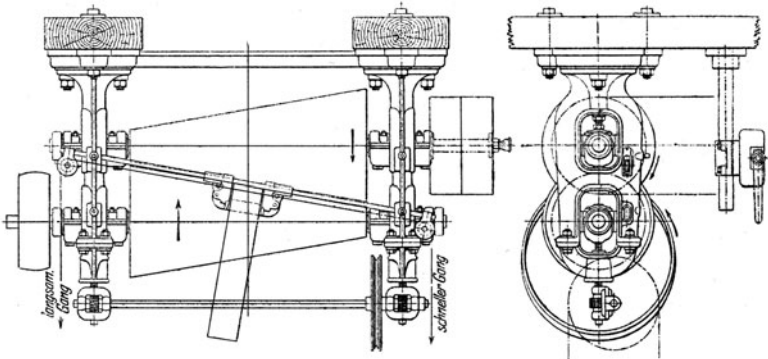


Abb. 265.

(399)

Zahnkettengetriebe

für Transmissionszwecke. Für Achsenentfernungen, die für Riemen- oder Seilbetrieb (400) zu klein, für Zahnradübertragung unbequem groß sind.

Gelenkkette mit geschweiften Laschen zwecks Gewichtsbeschränkung, deren äußere mit Bolzen durch Nietung, und deren innere mit Stahlbüchsen verbunden sind, Abb. 266. Geringe Flächenpressung, Schmierung der Gelenke. Von 2000 kg Belastung ab führen Zobel, Neubert & Co. in Schmalkalden hohle Bolzen im Interesse Verminderung des Eigengewichtes aus. für Geschwindigkeiten bis 2,5 m/sek verwendbar.



Abb. 266.

Nach Angabe dieser Firma Belastung nach Ausführungs-

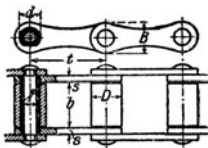


Abb. 267

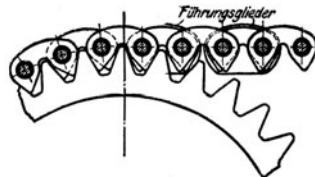


Abb. 268.

listen, mit wachsender Geschwindigkeit abnehmend. Kettenzahnräder mit Kreisbogen als Flanken; mit $l = \text{Gliedlänge}$ folgt $l = 2R \sin \frac{\alpha}{2} = 2R \sin \frac{180^\circ}{z}$.

Große Zähnezahl im Interesse geringer Abnutzung: z zwischen 10 und 70 liegend. Räder mit seitlichen Stützrändern für Laschen. Verschiebbare Anordnung der Achse. Achsenabstand nicht unter $3R$ und höchstens $3 \div 4 m$. Gleitreibung zwischen Stahlbüchse und Radzahn wird vermieden durch drehbare Stahlbüchse.

Rollenkette, nach Abb. 267.

Renold-Kette, Abb. 268, der Firma Hans Renold Ltd., Manchester, mit abgeänderter Ausführung durch Friedrich Stolzenberg & Co., G. m. b. H., Berlin-Reinickendorf: Verschiebungsmöglichkeit der Kettenglieder nach außen infolge Vergrößerung der Gliedlänge innerhalb enger Grenzen. Seitliche Sicherung der Kette durch Außenlaschen oder Mittelasche, in Ringnut des Rades geführt.

Nach Angabe genannter Firma für Geschwindigkeiten bis 6,5 m/sek, für höchstens 6fache Übersetzung; Achsenabstand = $(40 \div 50) \times$ Gliedlänge und höchstens $3 \div 3,5 m$. Zähnezahl zwischen 15 und 100 liegend. Schmierung mit reinem, dickflüssigen Maschinenöl, in staubigen Betrieben Nierenfett (-talg) und tunlichst Einkapselung in dichte Gehäuse.

Morse-Kette der Westinghouse Eisenbahn-Bremsen-Gesellschaft und von W. Wippermann jr., Hagen (Westf.), ausgeführt. Statt gleitender Zapfenreibung rollende Reibung: Schneidenlagerung der Zapfen. Bis 500 PS zu übertragende Leistung, 10fache Übersetzung und bis 3000 Umdr./min.

Hauptsächliche Anwendung im Motorenbau. Vgl. auch Schiefers Abhandlung in V. d. V. z. B. d. G. 1917, S. 257 u. ff. und Heller, Motorwagen und Fahrzeugmaschinen für flüssige Brennstoffe, Berlin: Julius Springer, 1912.

Riemen- und Seilbetrieb.

(400) **Allgemeines.** Verwendung im Falle größeren, durch Zahnkettenräder nicht zu bewältigenden Achsenabstandes und für im allgemeinen größere zu übertragende Leistungen.

Mittelbar wirkend durch Reibung des mit Pressung gegen Scheibenoberfläche sich legenden Fadens. Übersetzungsverhältnis nur insoweit gesichert, als diese Reibung größer ist als zu übertragende Umfangskraft; andernfalls Gleiten (Riemenrutsch) infolge ungenügender Reibung.

Unter Voraussetzung vollkommen biegsamen und gewichtslosen Fadens gilt, Abb. 269 und 270, für dessen Element $r d\varphi$

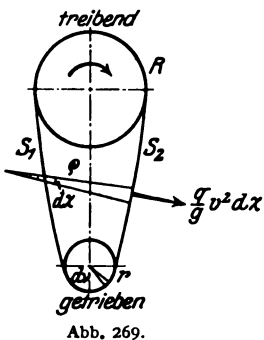


Abb. 269.

$$\text{Normaldruck } N = 2 S \sin \frac{d\varphi}{2} \approx S d\varphi$$

und im Grenzfalle des Gleitens $dS = \mu S d\varphi$, so daß unter der weiteren Voraussetzung konstanter, von Pressung und Geschwindigkeit unabhängiger Reibungszahl

folgt $\frac{S_1}{S_2} = e^{\mu \delta}$. Hiernach

entspricht bei gegebenem S_2 jedem brauchbaren Wert von S_1 ein Grenzwinkel δ , dessen Größtwert = Umschlingungswinkel die Größtkraft S , bestimmt. Gleichgewichtsbedingung gegen-

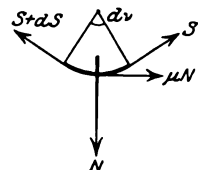


Abb. 270.

über Verschiebung fordert $S_1 - S_2 = P =$ übertragbare Umfangskraft; damit

$$\text{folgt: } S_1 = \frac{e^{\mu \delta}}{e^{\mu \delta} - 1} P \quad \text{und} \quad S_2 = \frac{1}{e^{\mu \delta} - 1} P.$$

In Wirklichkeit sind die in krummen Bahnen sich bewegenden Massenelemente $\frac{q}{g} \rho d\chi$ der Fliehkraft unterworfen, mit deren Größe $\frac{q}{g} \rho d\chi \cdot \frac{v^2}{\rho} = \frac{q}{g} v^2 d\chi$ eine zusätzliche Zugkraft im Riemen verknüpft ist und die, wie oben, aus $\frac{q}{g} v^2 d\chi = S_f \cdot d\chi$ zu $S_f = \frac{q}{g} v^2$ sich ergibt.

Um die von Gestalt des Fadens unabhängige, in gleicher Größe über ganze Fadenlänge sich verteilende Zugkraft S_f sind die mit Übertragung verknüpften Zugkräfte kleiner, so daß obige Gleichung übergeht in :

$$\frac{S_1 - \frac{q}{g} v^2}{S_2 - \frac{q}{g} v^2} = e^{\mu \delta}, \quad \text{also} \quad S_1 = \frac{e^{\mu \delta}}{e^{\mu \delta} - 1} P + \frac{q}{g} v^2, \quad S_2 = \frac{1}{e^{\mu \delta} - 1} P + \frac{q}{g} v^2$$

und $P = \left(S_1 - \frac{q}{g} v^2 \right) \frac{e^{\mu \delta} - 1}{e^{\mu \delta}}$. Mit $S_1 = \sigma_2 f$, $q = q_1 f$, $f = b s$ folgt

$$P = \left(\sigma_2 - \frac{q_1}{g} v^2 \right) \frac{e^{\mu \delta} - 1}{e^{\mu \delta}} f = k f.$$

Hiernach bei gegebener Zuganstrengung σ_2 die zulässige Fadenbelastung k um so kleiner, je größer v ; in Wirklichkeit Übertragungsfähigkeit mit wachsender Geschwindigkeit (bis zu gewisser Grenze) zunehmend. Grund dieses abweichenden Verhaltens liegt in Nichterfüllung der Voraussetzungen, insbesondere bez. der Reibungszahl, die nicht konstant ist. (Verlängerungen des Fadens dem Kraftwechsel folgend: Voreilung auf getriebener, Nacheilen auf treibender Scheibe). Mit diesem Schlupf verknüpfte Relativgeschwindigkeiten um so bedeutender, je größer die Riemengeschwindigkeit. Friederich¹⁾ beobachtete, daß Unterschied $S_1 - S_2$ von der Geschwindigkeit der unter dem Riemen weggleitenden Scheibe abhängig ist, mit dieser zunehmend, und ferner vom Zustande der Scheibenoberfläche (Grad der Fettung) abhängig ist. Diese Feststellung legt nahe, daß nicht Trockenreibung, sondern Flüssigkeitsreibung als wirksam bei der

Kraftübertragung anzusehen ist. Hiernach kann das Verhältnis $\frac{S_1 - \frac{q}{g} v^2}{S_2 - \frac{q}{g} v^2}$ ein

Vielfaches des Wertes $e^{\mu \delta}$ sein, der mit konstantem μ ermittelt wurde. Es ist größer mit der Wirkung, daß bei gleichbleibender Zugkraft S_2 die Fadenkraft S_1 (bei sonst gleichem in Betracht kommenden Umschlingungswinkel) größer ist: die übertragbare Umfangskraft nimmt mit der Fadengeschwindigkeit zu. Oder bei gleicher Umfangskraft $P = S_1 - S_2$ nimmt die Fadenkraft $S_2 = \frac{P}{e^{\mu \delta} - 1} + \frac{q}{g} v^2$ ab, deren Größenwert davon abhängt, in welcher Weise die zur Übertragung erforderliche Anpressung erzeugt wird.

Erzeugung der Spankräfte.

(401) Durch Eigengewicht des nach Kettenlinie (92) durchhängenden Fadens, deren Gestalt unter Annahme konstanten Gewichtes q für ruhenden und mit Geschwindigkeit v laufenden Fadens sich nicht ändert.

¹⁾ F. A. Heft 196 ÷ 198.

Insofern bereits im Falle ruhenden Fadens q nicht konstant ist und beim laufenden Faden mit der Zusatzkraft $\frac{q}{g} v^2$ eine Längenänderung verknüpft ist, sind in Wirklichkeit beide Kettenlinien verschieden.

Mit $a =$ halbe Spannweite, $\Delta_a = y_a - y_0 =$ Durchhang und $y_0 = \frac{H}{q}$,

$$\text{Abb. 271, folgt } \Delta_a = \frac{y_0}{2} \left[e^{\frac{a}{y_0}} + e^{-\frac{a}{y_0}} - 2 \right] = \frac{a^2}{2H} q + \frac{a^4}{24} \left(\frac{q}{H} \right)^3 + \dots$$

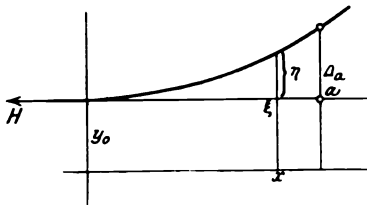


Abb. 271.

Da $\frac{q}{H}$ im allgemeinen ein kleiner Bruch ist, folgt genügend genau $\Delta_a \approx \frac{q a^2}{2H}$ und als Gleichung der Fadenlinie, bezogen auf die Scheiteltangente, $\eta = \frac{q \xi^2}{2H}$ (Parabel, vgl. 89).

Vergrößerung Durchhanges Δ_a bei gleichbleibender Spannweite a mit Abnahme der Spannkraft H ver-

knüpft; umgekehrt diese mit abnehmender Pfeilhöhe oder Fadenlänge zunehmend. (Leder- oder Textilfasern in feuchten Räumen, Einfluß der Temperatur.) Diese Veränderlichkeit der Spannkraft um so geringer, je größer die Pfeilhöhe im Verhältnis zur Fadenlänge: **Drahtseiltrieb**, große Pfeilhöhe und damit großen Achsenabstand fordernd. Oder Dehnung des aufgelegten Fadens derart, daß wachgerufene Fadenkraft zur Übertragung von P genügt: **Betrieb mit Dehnungsspannung**. Nachlassen der Fadenkraft infolge bleibend werdender Dehnung, daher Notwendigkeit des Nachspannens (durch Kürzung des Fadens oder Achsenverschiebung), dessen Eintritt durch Auflegen mit Überschußspannung und durch Verwendung ausreichend und dauernd elastischen Materials hinausgeschoben wird: **Riemen- und Seiltrieb**. Streng genommen nur bei vertikaler Anordnung vorhanden, die aus Gründen gesicherter Durchzugsfähigkeit tunlichst zu vermeiden ist, andernfalls aber geringe Fadenbelastung fordert. Meist in Verbindung mit Gewichtswirkung. Oder Erzeugung der Spannkraft durch äußere Kraft, der Belastung entsprechend, auf Spannrolle wirkend: **Betrieb mit Belastungsspannung** im Falle Riemen- oder Seiltriebes, Abb. 272 und 273.

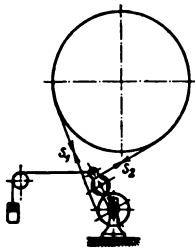


Abb. 272.

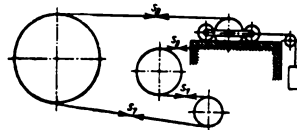


Abb. 273.

(402)

Gleiten

infolge der Fadenelastizität, Schlupf. Unter Voraussetzung der Proportionalität zwischen Dehnung und Spannung des unendlich dünnen Fadens und der Einflußlosigkeit der Zeit auf die Formänderungen sowie unter Vernachlässigung der zusätzlichen Biegungsanstrengungen läuft bei α , Abb. 274, die Fadenlänge 1 auf und bei d die Länge $1 - \frac{S_1 - S_2}{f} \cdot \alpha$ ab: getriebene Scheibe (v_2) bleibt

gegenüber treibender (v_1) zurück und verhältnismäßiger Geschwindigkeitsverlust folgt zu

$$\psi = \frac{v_1 - v_2}{v_1} = \frac{S_1 - S_2}{f} \cdot \alpha = \frac{P}{f} \alpha = \alpha k.$$

Wegen nicht erfüllter Voraussetzungen ist

$\psi = \kappa \cdot \alpha k$ mit $\kappa > 1$. Nach Bach für Lederriemen $\kappa = 2$, für Drahtseile $\kappa = 1,5$, für Hanfseile $\kappa = 1,25$.

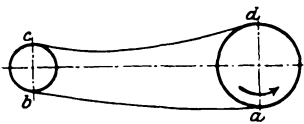


Abb. 274.

Übersetzungsverhältnis.

(403) Unter Vernachlässigung des Schlupfes, für unendlich dünnen Faden mit R_1 für Treibscheibe sich verstehend, ist $\varphi = R_1 : R_2$; für den s cm starken Faden, unter Voraussetzung gleichmäßiger Spannungsverteilung, gilt

$$\varphi = \frac{R_1 + \frac{s}{2}}{R_2 + \frac{s}{2}} \quad \text{und unter Berücksichtigung des Schlupfes} \quad \varphi = \frac{R_1 + \frac{s}{2}}{R_2 + \frac{s}{2}} (1 - \psi).$$

Die ungleiche Spannungsverteilung berücksichtigt Bach dadurch, daß er die resultierenden Zugkräfte in den Abständen $\frac{s}{3}$ und $\frac{2}{3}s$ angreifend schätzt, womit das tatsächliche Übersetzungsverhältnis zu

$$\varphi = \frac{R_1 + \frac{1}{3}s}{R_2 + \frac{2}{3}s} (1 - \psi) \quad \text{folgt.}$$

Rientrieb.

(404) Grundbedingung: Erhaltung der Elastizität des Riemenmaterials durch entsprechende Riemenbelastung und -behandlung. Material: Leder, Gewebe, bestehend aus: Hanf, Baumwolle, Haar, Zellstoff (Papiergarn), Gummi, Holz, Stahlband.

(405) **Lederriemen.** Ochsenleder am besten; 4 ÷ 6 mm stark, größere Stärke bei Doppel- oder Mehrfachriemen, 500 ÷ 600 mm breit für einfachen Riemen, größere Breite bei Mehrfachriemen. Verbindung der einzelnen Baulängen von 1100 ÷ 1300 mm und der Breite nach durch Leimen oder Kitten (in feuchten Räumen) und durch Nähen (Verbindungsstelle nicht gegen Scheibe stoßend). Für Verbindung 200 ÷ 400 mm Länge erforderlich (auf 1 cm² Riemenquerschnitt etwa 18 cm³ Leimfläche), Festigkeit etwa 70 ÷ 80% der des unverletzten Riemens, zwischen $K_2 = 250$ und 450 kg/cm² liegend. Dehnungskoeffizient α abhängig davon, ob Riemen neu oder gebraucht ist, zwischen $\alpha = \frac{1}{1250}$ und

(innerhalb der üblichen Beanspruchungen) $\alpha = \frac{1}{2250}$ liegend. Stark von der Zeit

(Versuchsdauer) abhängig, nicht konstant, mit wachsender Beanspruchung abnehmend. Obige von Bach ermittelten Werte verstehen sich für Belastungswechsel innerhalb 1,5 Minuten; zwischen 0,3 und 4 Sekunden erfolgenden Wechseln hat Skutsch eine nennenswerte Veränderung von α nicht fest-

gestellt¹⁾. Maßgebend der Koeffizient der federnden Dehnung; die Bestimmung der Zugfestigkeit K_z allein nicht ausreichend zur Beurteilung der Eignung anderer Stoffe für Riementriebe.

(406) Geweberiemen. Im Staatlichen Materialprüfungsamt Berlin-Lichterfelde ausgeführte Untersuchungen²⁾ haben für

Baumwollriemen: $K_z \approx 350 \text{ kg/cm}^2$ ergeben. Größere Geschmeidigkeit, stärkere Dehnung als bei Leder. Imprägnierung (mit Leinöl) auf Kosten der Elastizität im Falle Laufes in feuchten Räumen. Als Epata-Riemen der Aktiengesellschaft für Seilindustrie vorm. Ferd. Wolff, Mannheim-Neckarau aus nebeneinanderliegenden, quadratisch geflochtenen Seilchen bestehend, die durch Flechtung miteinander verbunden sind.

Haarriemen: K_z , etwa 200 kg/cm^2 . Für Kamelhaar nach Kammerer

$$\alpha \sim \frac{1}{3200} \text{ bei } \sigma_z = 0 \div 30 \text{ kg/cm}^2.$$

Dreifacher Hanftuchriemen mit 2 eisernen Längsdrahteinlagen 7 mm stark: $K_z \approx 300 \text{ kg/cm}^2$.

Papierriemen³⁾, gewebt und genäht: $K_z = 100 \div 200 \text{ kg/cm}^2$. Geringe Belastung empfehlenswert, andernfalls starkes Längen.

Papierriemen, geflochten, mit 25⁰/₀ Baumwollzusatz (Textilose): $K_z \approx 275 \text{ kg/cm}^2$.

Verstärkung der Papierbahn durch Drahtnetze oder Gewebe: Schiefziehen des Riemens, Drahtbrüche, Zerstörung des Bandes.

Bezüglich der mit Geweberiemen erzielten Versuchsergebnisse vgl. F. A. Heft 132, S. 36 u. ff.

(407) Balatarriemen, Hanf oder Baumwollgewebe in Balatamasse eingebettet (amerikanische Guttapercha, koagulierter Milchsaff des in Guayana heimischen Sternapfelbaumes), gegen Hitze empfindlich. $K_z = 350 \div 675 \text{ kg/cm}^2$,

$$\alpha \approx \frac{1}{4500}.$$

(408) Gummiriemen, für feuchte Betriebe; $K_z = 300 \div 350 \text{ kg/cm}^2$,

$$\alpha \approx \frac{1}{4000}, \text{ gegen Mineralöl sehr empfindlich.}$$

(409) Holzfurnierriemen, 2 mm dick, Furniere verleimt, ergab nach Bach $K_z \approx 400 \text{ kg/cm}^2$ und

$$\alpha = \frac{1}{82500} \quad \text{für } \sigma_z = 24,8 \div 74,3 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\alpha = \frac{1}{64500} \quad \text{,, } \sigma_z = 24,8 \div 173,3 \text{ kg/cm}^2.$$

(410) Stahlbandriemen der Eloesser-Kraftband-Ges. m. b. H., Charlottenburg. Stahlband, $s = 0,2 \div 1 \text{ mm}$ stark und bis $350 s$ breit, $K_z \approx \approx 15000 \text{ kg/cm}^2$, auf Korkreibungsbelag laufend.

(411) Gliederriemen nach der Art der Gelenkketten mit Plättchen aus Faserstoff (Pappe), Leder, Holz oder flachgepreßten Drahtspiralen⁴⁾, durch

¹⁾ C. Bach, M. E., 13. Aufl., S. 115 u. ff., die daselbst angegebenen Quellen und insbesondere F. A. Heft 120, Versuche von Skutsch betr.

²⁾ Z. 1921, S. 1041.

³⁾ Vgl. Steinmetz, „Die Ersatzstoffriemenfrage“. Betrieb 1919, S. 293 u. ff.

⁴⁾ Z. 1919, S. 1057 und 1920, S. 587.

Bolzen miteinander verbunden: für feuchte Räume, kurzen Achsenabstand, starke Übersetzung im Falle nahezu horizontalen Laufes. Starke Abnutzung der Gelenke, Bruchgefahr, großes Gewicht.

Riemenverbindung.

(412) Durch Leimen (Leder, Holz), Nähen (Leder, Gewebe), Überlappungsnetzung (Stahl) und durch besondere Schlösser: tunlichst geringe Beeinträchtigung der Biegsamkeit des Riemens (kurz und gelenkig), Vermeidung von Verdickungen des Riemens (Doppelung) und Beschränkung der Schloßmasse: Fiehkraft (zusätzliche Beanspruchung des Riemens); fehlende Gelenkigkeit in Anschmiebung an Scheibe zu Gelenkausbildung am Schloßende und Riemenbrüchen daselbst führend. Schloßkonstruktion bei Geweberiemern besonders wichtig; für diese das Jackson-Schloß am geeignetsten, Abb. 275. Über andere für Geweberiemern vorgeschlagene Schlösser, vgl. F. A. 132, S. 52 ff.

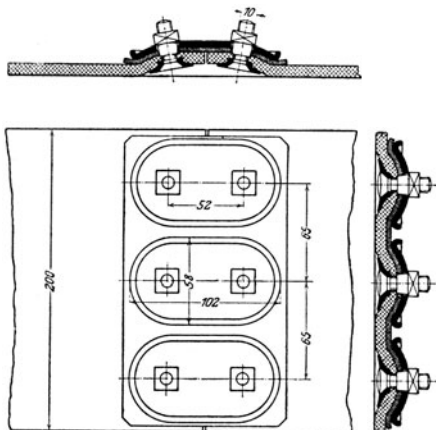


Abb. 275.

Lederriemen für große Geschwindigkeiten, geschränkten oder gekreuzten und für Kegelscheibenantrieb endlos herstellen durch Nähen oder Leimen. Kralle (Harris-Verbinder) für Geschwindig-

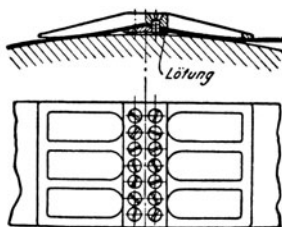


Abb. 276.

keit innerhalb 10 m/sek brauchbar (leichte Verbindungsmöglichkeit). Nähen der stumpf gestoßenen Lederriemenenden mittels Drahtspirale (steife Verbindung) oder Kupplung der in die Enden eingenähten Spiralen durch Rohhautdorn (gelenkige Verbindung). Für Stahlbandtriebe ersetzt die Eloesser-Kraftband-Gesellschaft m. b. H., Charlottenburg, das bisher übliche Schloß, Abb. 276, durch Überlappungsnetzung.

Anordnung des Betriebes.

(413) Je nach gegenseitiger Lage der Achsen Unterscheidung in offenen Trieb mit parallelen Achsen: gleicher Drehsinn derselben; in geschränkten Trieb für (unter beliebigem Winkel) sich kreuzende Achsen und in gekreuzten (ganz geschränkten) Trieb für parallele Achsen mit entgegengesetztem Drehsinn.

Achsenabstand nach oben begrenzt durch Zuverlässigkeit des Betriebes, um so größer, je geringer die Schwankungen der zu übertragenden Kraft, andernfalls Schlägen des Riemens (Schwingungen, zusätzliche Beanspruchungen). Obere Grenze $18 \div 20$ m. Untere Grenze abhängig von Art des Betriebes und Elastizität des Riemens. Bei halb geschränktem Trieb soll nach Völckers sein kleinste

Entfernung $e \geq 10 \sqrt{bd}$, mit b = Riemenbreite, d = Treibscheibendurchmesser in m, und nach Gehrckens $e > 4D$ bzw. $e \geq 20b$, worin D sich für die größere Scheibe versteht.

Zusammenfallende Mittelebenen der (rundlaufenden) Scheiben bei offenem oder gekreuztem Trieb, durch exzentrisch oder Schiefkeilen, zufolge Wellendurchbiegung in Frage gestellt. Im Falle geschränkter Achsen fordert selbstleitender Trieb, daß Riemen richtig aufläuft. Ohne Rücksicht auf das elastische Verhalten des Riemens müssen Ablaufstellen in Auflaufebenen liegen oder die Schnittlinie der Mittelebenen beider Scheiben muß deren Umfänge in den Ablaufstellen berühren. In Wirklichkeit kommt es auf die Lage des resultierenden Riemenzuges an, der außerhalb der Riemenmittellinie, nach der weniger stark verwundenen Riemenkante hin liegt. Daher Verschiebung der Scheibenmittel nach außen erforderlich, nach Bach etwa um $e_1 = (0,1 \div 0,2) b$ für die treibende und um $e_2 = (0,5 \div 0,6) b$ für die getriebene Scheibe, Abb. 277. Verschiebbarkeit der Scheiben vorsehen und genaue Stellung entsprechend der Riemenwanderung im Betriebe feststellen.

Halbgeschränkte Riemen stellt Gehrckens aus zwei, bei größeren Breiten aus mehreren treppenförmig übereinander gelegten Streifen mit verschieden weit überstehenden Kanten her, die im abgerollten Zustande Sichelform zeigen (D. R. P. Nr. 24382). Nach D. R. P. Nr. 120893 vom 29. August 1900 sind die einzelnen Streifen verschieden breit.

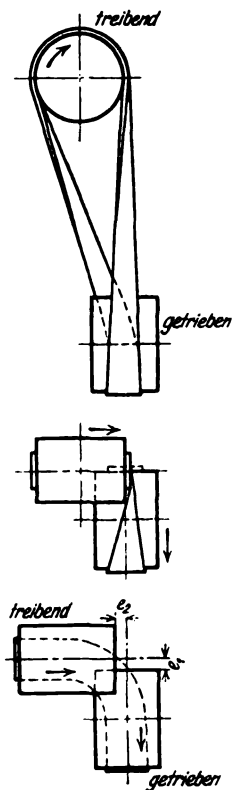


Abb. 277.

Geschränkte selbstleitende Riementriebe nur in einer bestimmten Drehrichtung laufend; wenn diese wechselt oder wenn die Bedingung richtigen Auflaufes nicht erfüllt ist, werden Leitrollen erforderlich, deren Anordnung ihr entsprechen muß, Abb. 278. Sicherung des Riemens gegen Abfallen (Nichterfüllung obiger Voraussetzungen, Riemenrutsch) durch Wölbung der Scheibenoberfläche. Nach Gehrckens für einfache Riemen und Geschwindigkeiten über 25 m'sek beide Scheiben wölben; vgl. hierüber auch (417).

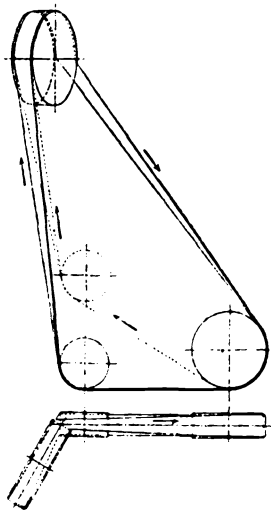


Abb. 278.

Nebeneinander oder übereinander angeordnete (einfache) Riemen im Falle Verteilung der (Kraftmaschinen)leistung auf mehrere Arbeitsmaschinen¹⁾. Drehrichtung bzw. Stellung derselben derart, daß ziehendes Riementrum unten liegt. (Geringerer Durchhang, größerer Umschlingungswinkel.) Über einen Kreisriementrieb (in verschiedener Höhe liegende, parallele und gekreuzte Achsen, werden durch einen Riemen, unter Zuhilfenahme von Leit- und Spannrollen, vgl. (421) angetrieben) vgl. Z. 1921, S. 677.

Für **Stahlbänder** nach Angabe der ausführenden Firma (410) Achsenabstand derart, daß Bandlänge mindestens $\frac{3}{4}$ der Riemengeschwindigkeit ist; für alle Neigungen brauchbar. Bedingung: Genau rund laufende Scheiben, über 350 mm Durchmesser, mit zusammenfallenden Mittelebenen. Unbrauchbar zu Stufenscheiben, halbgeschränkte und ausrückbare Triebe.

Berechnung.

Für Betrieb mit Dehnungsspannung.

(414) Wie in (410) ausgeführt wurde, ist $S_1 - S_2 = \text{konst.}$ für unveränder-

liche Umfangskraft $P = \frac{75 N}{v}$ und $\frac{S_1 - \frac{q}{g} v^2}{S_2 - \frac{q}{g} v^2} = e^{\mu \delta}$ in erheblichem Maße

abhängig von der Reibungszahl μ , die bedingt ist durch den Grad der Fettung und den von der Riemenbeanspruchung abhängigen Schlupf. Abgesehen von der hierin liegenden Unsicherheit bezüglich der Größe von S_1 , die im Falle Betriebes mit Dehnungsspannung noch vermehrt wird durch diejenige bezüglich der Vorspannung, verteilt sich S_1 nicht gleichmäßig über den Riemenquerschnitt, der außerdem noch durch die Anschmiegung des Riemens an die (ev. gewölbte) Scheibe auf Biegung beansprucht wird. Und schließlich bedingen ganz wesentlich die besonderen Betriebsverhältnisse die Lebensdauer des Riemens. Wegen der Unmöglichkeit, alle Einflüsse durch eine Formel zu erfassen, empfiehlt sich die Ableitung der zulässigen Belastung von **Lederriemen** aus bewährten Betrieben an Hand der Beziehungen

$$P = k \cdot b \cdot s \quad \text{mit} \quad k = \frac{P}{b \cdot s} \text{ kg/cm}^2,$$

oder, mit Rücksicht auf die durch den Gerbprozeß mögliche Veränderlichkeit von s im Gegensatz zu der nur wenig veränderlichen Stärke der rohen Haut,

$$P = k_1 \cdot b \quad \text{mit} \quad k_1 = \frac{P}{b} \text{ kg/cm}.$$

Die im Falle günstiger Betriebsverhältnisse (normaler Achsenabstand, wagrchter oder nur wenig geneigter Trieb, ziehendes Trum unten, Übersetzung ins Schnelle) von Bach, Gehrckens und der Berlin-Anhaltischen Maschinenbau-Aktiengesellschaft, Dessau für Triebe mit Dehnungsspannung und einfache Riemen vorgeschlagenen Werte für k_1 sind aus Abb. 279 ersichtlich; für Doppelriemen pflegt meist mit dem $(\frac{3}{8} \div \frac{2}{3})$ -fachen der Werte gerechnet zu werden.

Diese Nutzbelastungen sind nach Bach zu vermindern

für Triebe, wie oben angegeben, aber mit geringem Achsenab-	
stand	um etwa 20 $\frac{0}{10}$,
für steilen bzw. senkrechten Trieb	20 $\frac{0}{10}$,
für gekreuzte Triebe, je nach Achsenabstand und Riemenbreite	10 ÷ 30 $\frac{0}{10}$.

¹⁾ Z. 1889, S. 572; 1921, S. 677 (4 übereinanderlaufende Riemen, 1000, 700, 650 und 600 mm breit); Z. f. D. u. M. B. 1921, S. 285 (3 nebeneinanderlaufende Riemen, 650, 800 und 1250 mm breit).

für Triebe mit starken Belastungsschwankungen unter Zugrundelegung des Mittelwertes P_m bis zu für halbgeschränkte Triebe im Falle geringen Achsenabstandes (413), bei Übersetzung ins Langsame, für gesteuerte (ausrückbare) Riemen und im Falle ungünstiger atmosphärischer Einflüsse (feuchte Betriebe) empfiehlt sich Verminderung dieser Werte k_1 .

50%,

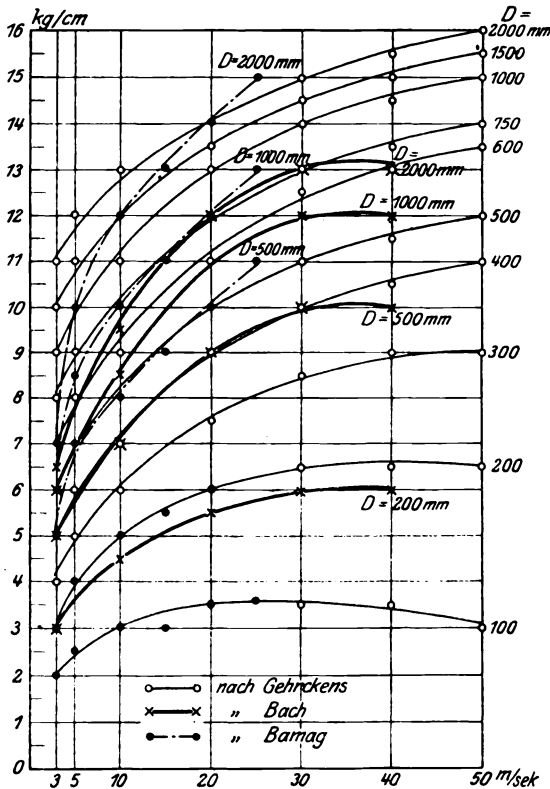


Abb. 279.

Für Gummi- und Baumwollriemen wird zugelassen

$$k_1 = 9 \div 21 \div 33 \text{ kg/cm}$$

für Riemen mit 3 bzw. 6 bzw. 9 Lagen und für **Kamelhaarriemen** wird angegeben

$$\begin{aligned} k_1 &= 10 \div 12 \text{ kg/cm} & \text{für } s &= 5 \div 6 \text{ mm} & b &= 25 \div 400 \text{ mm} \\ &= 15 \div 16 \text{ kg/cm} & & 7 \div 8 \text{ mm} & & 50 \div 800 \text{ mm} \\ &= 20 \div 22 \text{ kg/cm} & & 16 \div 12 \text{ mm} & & 150 \div 1000 \text{ mm}. \end{aligned}$$

Baumwoll- und Kamelhaarriemen nicht empfehlenswert im Falle häufiger Ein- und Ausrückung.

Für **Stahlbänder** rechnet die ausführende Firma (410) mit $k = 4 \div 6 \text{ kg/mm}^2$ im Falle kleiner, $k = 5 \div 7 \text{ kg/mm}^2$ für größere Bänder, und zwar bei Parallelbändern mit niedrigeren Werten als bei Einzelbändern.

Zwecks Schonung des Riemens $d \geq 100 s$, namentlich bei Übersetzung ins Langsame.

Übersetzung möglichst nicht über 5fach (Umschlingungswinkel).

Schlupf (402) für mittlere Verhältnisse mit $\kappa = 2$ und $k = 10 \text{ kg/cm}^2$ für neue, vorher entsprechend gestreckte Lederriemen $\left(\alpha = \frac{1}{1250}\right) \psi \approx 1,6\%$, für gebrauchte Riemen $\left(\alpha = \frac{1}{2250}\right) \psi \approx 0,9\%$; beim Stahlband sehr klein und vernachlässigbar.

Wirkungsgrad ohne Lagerreibung und Luftwiderstand der Scheibe nach Kammerer¹⁾ für Lederriemetriebe $\eta = 0,94 \div 0,98$ für $k_1 = 2 \div 6 \text{ kg/cm}$. Die auf Welle abgesetzte Querkraft (Achsdruk) wird für (Leder-) Riemetriebe geschätzt zu $3P$, sofern es sich um die Bemessung der Zapfen handelt, und zu $5P$, insoweit diejenige der Welle (446) in Frage kommt; beim Stahlbandtrieb ist dieser Achsdruk erheblich größer.

(415) Betrieb mit Belastungsspannung, Spannrollenrieb²⁾

für geleimte Lederriemen und gewebte, gut verbundene Riemen. Spannrolle auf gezogenes Trum wirkend, tunlichst um Achse kleiner Scheibe schwingend, den Umschlingungswinkel vergrößernd und damit die Spannkraft im ziehenden und gezogenen Trum vermindern. Von Vorteil bei geringem Achsenabstand, stark steilem Betrieb, großer Übersetzung, im Falle Beeinflussung der Riemenlänge durch umgebende Atmosphäre; Nachspannen des Riemens nicht oder weniger oft notwendig. Nachteil: größere Anlagekosten, zusätzliche Reibungsverluste und Schmiermaterialverbrauch (Kugellagerung der Spannrolle oder Gleitzapfen mit Ölumlaukschmierung), Abbiegung des Riemens nach entgegengesetzten Seiten. Dieser Nachteil wird bei nicht zu knappen Spannrollendurchmessern ($d \approx 100 s$) durch den Vorteil geringerer Vorspannung reichlich aufgewogen.

(416) Berechnung

nach Vorschlag des Eisenwerkes Wülfel, Hannover-Wülfel, derjenigen für Dehnungsspannungsbetrieb entsprechend. Die Beibehaltung der Beanspruchungen k_1 im Interesse der Lebensdauer des Riemens liegend.

Belastungsgewicht für eine auf Zapfen abgesetzte Querkraft bestimmen, die als Resultierende aus den Seilzügen $S_3 = P$ folgt.

Wirkungsgradverminderung durch Einschaltung der Spannrolle ist nach Kammerer gering.

Riemenscheiben.

(417) Material von Geschwindigkeit abhängig. Gußeisen für $v \leq 25 \text{ m/sek}$ am häufigsten verwendet: verhältnismäßig schwer. Gegossene Scheiben nicht zu vermeiden im Falle besonderer Ausbildung des Armsternes; in diesem Falle zwecks Gewichtersparnis Verwendung von Leichtmetallen. Schmiedeeisen oder Stahl für hohe Geschwindigkeiten. Holz für untergeordnete Zwecke: leichter als Gußeisen, Lauffläche weniger glatt, den Riemen stärker angreifend.

Gußeisen. Nach Modell geformt oder schabloniert. Kranzbreite, Abb. 280, für gerade und ruhig laufende Riemen $B \approx 1,1b + 1 \text{ cm}$, für unruhig laufende

¹⁾ F. A. Heft 56 und 57.

²⁾ Vgl. Z. 1920, S. 245 u. ff.

und geschränkte Riemen breiter. Randstärke $s_1 \approx 0,01 R + 0,3$ cm, richtiger abhängig von Breite rücksichtlich Bearbeitung. Wölbung $w \approx \left(\frac{1}{4} \div \frac{1}{3}\right) \sqrt{B}$,

w und B in mm; für kleine Durchmesser und große Breiten wesentlich geringer. Scheibendurchmesser und -breiten sowie Wölbung (auch als Richtmaß bezeichnet) sind genormt. Vgl. DIN 111.

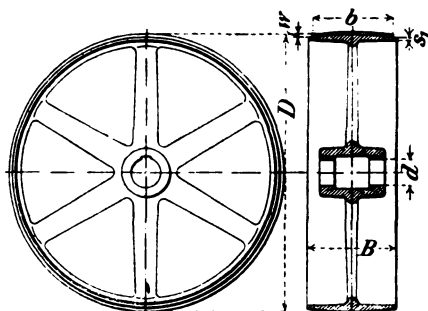


Abb. 280.

Alle treibenden Scheiben im Falle Geschwindigkeiten unter 25 m/sec, beide Scheiben bei geschränktem Trieb, Scheiben für gesteuerte Riemen (Fest- und Losscheibe) werden nach Gehrckens (Z. 1889, S. 113) nicht gewölbt (ballig), sondern zylindrisch ausgeführt. Bohrung d für Normdurchmesser, vgl. (451). Befestigung ungeteilter Scheiben durch Aufkeilen, vgl. (288). Art der Keile abhängig von Scheibendurch-

messer und -breite. Vgl. DIN 110. Nabenabmessungen ähnlich denen der Zahnräder (375). Ungefährte Nabenwandstärke an schwächster Stelle (Keilnut) $\delta \geq \left(\frac{1}{4} \div \frac{1}{5}\right) (d_1 + d_2) + 1$ cm mit $d_1 = \sqrt[3]{\frac{5M}{k_d}}$. Für Nabdurchmesser rundes Maß. Nabenlänge $\leq B$, sofern $B \geq (1,2 \div 1,5) d$, für breite Scheiben kleiner. (Wirkung exzentrischen oder Schiefkeilens um so größer, je kleiner Nabenlänge im Verhältnis zum Durchmesser bzw. Breite.)

Armstern, einfach, eben oder durchgerichtet zwecks unmittelbarer Abfangung der Querkraft durch das Lager. Armachse im ersten Falle gerade, im anderen u. U. gekrümmt.

Querschnitt elliptisch, mit Achsenverhältnis 1 : 2,5; für Schwungradriemenscheiben, vgl. unter Schwungräder, 2 : 3. Verjüngung 5 : 4 von Nabe nach dem Kranze.

Armzahl $i \approx \frac{1}{7} \sqrt{D}$ mm, zwischen 3 und 8 liegend.

Ebener Arm auf Biegung beansprucht; unter Annahme, daß $\frac{i}{3}$, mit Kranz nicht verbundene Arme übertragen, folgt Biegungsgleichung.

$$\frac{PD}{2} = k_b \frac{\pi}{4} \frac{b_1}{2} \left(\frac{h_1}{2}\right)^2 \cdot \frac{i}{3}$$

Mit $b_1 = 0,4 h_1$, $\frac{\pi}{32} \approx \frac{1}{10}$ folgt

$$h_1 = \sqrt[3]{\frac{75}{i k_b} \frac{PD}{2}} = \sqrt[3]{\frac{75 k}{i k_b} f R} = \sqrt[3]{\frac{75 k_1}{i k_b} b R}$$

Im Interesse weiten Verwendungsbereiches des Armsternmodelles mit voraussichtlich größtem k_1 rechnen. (Aus Herstellungsgründen $f \geq 3$ cm².) Mit

$k_1 = 10$ und $k_b = 300$ kg/cm² wird $h_1 = \sqrt[3]{\frac{2,5}{i} b R} = \sqrt[3]{\frac{5}{i} f R}$. Vereinigung

der Arme zu einer Scheibe, deren Durchmesser der Bohrung $d \approx \frac{D}{10} + 2 \text{ cm}$ (s. o.) entspricht. Für Stahlbandtriebe die höheren Belastungszahlen und starke Vorspannung beachten.

Zwei ebene Armsterne im Abstände $(0,5 \div 0,6) B$ für breite Scheiben: etwa von $B = 300 \text{ mm}$ an. Ersatz der (doppelt)breiten Scheibe durch nebeneinander gesetzte, einfach breite, ev. am Kranze verschraubte Scheiben.

Geteilte Scheiben rücksichtlich Herstellung, Bearbeitung, Transport und Aufstellung (nachträgliches Aufbringen auf bestehenden Wellenstrang).

In den Armen geteilt: gesprengt und durch rohe Schrauben verbunden oder zusammengehobelt und Verwendung von Paßschrauben im Falle der Notwendigkeit häufigen Ausbaues, Abb. 281 ÷ 283. Bei steifem Kranze (Schwungradriemenscheiben) auch Teilung zwischen den Armen. Anordnung der Verbindungsschrauben tunlichst nahe dem Kranze bzw. der Nabe:

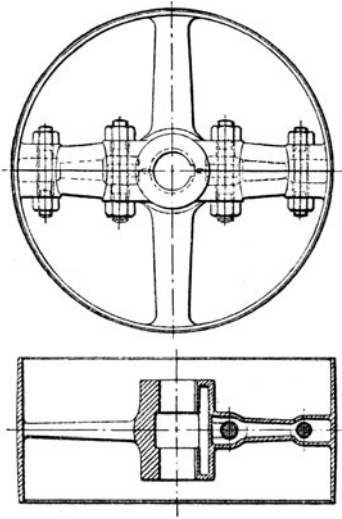


Abb. 281.

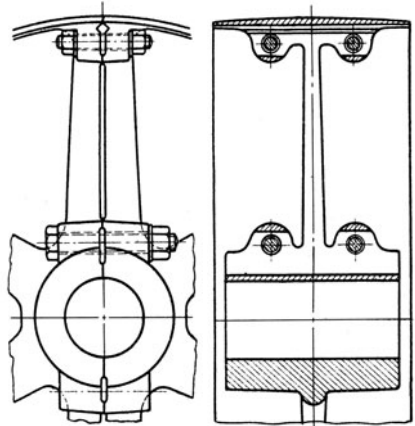


Abb. 282.

Schraubstifte, beiderseits Muttern. Spannungsverbindung. Kranzschrauben für den Widerstand des frei rotierend gedachten Kranzes gegenüber Zug bei $v \sim 25 \text{ m/sek}$ bestimmen¹⁾. Vgl. (309). Nabenschrauben mit nächst

¹⁾ Für frei rotierenden (durch Arme nicht unterstützt gedachten) Ring, dessen Stärke s gering ist gegenüber R (gleichmäßige Verteilung von S über Querschnitt bs) folgt an Hand Abb. 283, sofern die Abmessungen in cm, v in m sek, $g = 9,81 \text{ m/sek}^2$ und γ in kg cm^3 eingeführt wird

$$dC = \frac{\gamma}{g} R d\varphi \cdot bs \cdot \frac{v^2}{R} = 2 S \sin \frac{d\varphi}{2} = S d\varphi$$

mithin

$$S = 100 \frac{\gamma}{g} v^2 \cdot bs \text{ und } \frac{S}{bs} = \sigma_z = 100 \frac{\gamma}{g} v^2 \cdot \text{kg/cm}^2.$$

Mit $\gamma = 0,00725 \text{ kg/cm}^3$ und $v = 30 \text{ m/sek}$ folgt

$$\sigma_z = 100 \frac{0,00725}{9,81} \cdot 30^2 = 66,5 \text{ kg/cm}^2$$

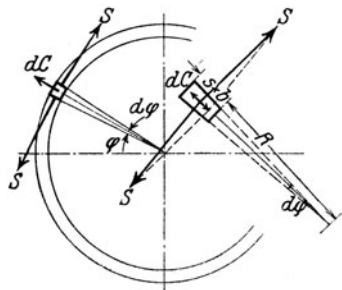


Abb. 283.

(418) Ungefähre Gewichte fertig bearbeiteter gußeiserner Riemenscheiben in kg.

Berlin-Anhaltische Maschinenbau-A.-G. in Dessau.

(Auszug.)

Die oberen Zahlen gelten für ungeteilte, die unteren für geteilte Scheiben¹⁾,
Bohrung $\leq 0,1 D + 20$ mm.

D in mm	Breite B der Scheiben in mm											D in mm
	75	100	125	150	200	250	300	350	400	450	500	
200	6,5	7,5	8,5	10	12	14,5	18	25	30	.	.	200
	7,5	8,5	10	11,5	14	16,5	21	28	33	.	.	
300	10	11,5	13	15	17	22	27	37	43	.	.	300
	11	12,5	14,5	16,5	19	26,5	31	43	53	.	.	
400	15	16,5	18	20	23	32	37	52	58	.	.	400
	16	18	19,5	21,5	28	36,5	44	61	73	.	.	
500	20	21,5	23	28	33	42	49	67	74	86	98	500
	21,5	23,5	25	31	38	47	59	81	95	96	108	
600	24	25,5	27	35	42	50	61	83	92	106	122	600
	26	28,5	30	39	48	59	71	99	117	120	136	
700	28,5	31	34	43	52	62	75	100	112	130	146	700
	31	34	38	48	59	71	85	121	141	148	164	
800	.	39	42	51	62	76	89	120	132	154	174	800
	.	43	47	58	71	85	101	145	165	178	192	
900	.	47	50	59	72	90	105	141	154	182	202	900
	.	52	56	68	84	99	119	171	191	210	224	
1000	.	51	58	69	84	104	123	165	178	212	236	1000
	.	61	65	79	98	115	137	199	217	244	260	
1100	.	64	68	79	96	122	142	189	202	244	268	1100
	.	71	76	91	113	131	157	229	247	280	298	
1200	.	74	80	91	110	140	162	217	230	280	304	1200
	.	82	89	103	129	149	177	261	279	318	338	
1300	.	84	92	105	126	160	184	245	260	316	344	1300
	.	93	102	117	146	169	198	295	313	358	382	
1400	.	.	.	119	142	182	207	277	292	354	388	1400
	.	.	.	133	164	191	222	331	349	400	428	
1500	.	.	.	135	162	204	233	310	326	394	432	1500
	.	.	.	151	183	215	248	369	387	444	478	
1600	.	.	.	153	182	226	258	346	364	438	480	1600
	.	.	.	171	203	241	276	409	427	490	530	
1700	.	.	.	171	202	248	286	382	404	484	528	1700
	.	.	.	191	225	269	306	451	469	540	586	
1800	.	.	.	191	222	274	316	420	446	534	580	1800
	.	.	.	213	249	299	338	495	515	594	642	
1900	.	.	.	211	246	302	346	462	490	586	634	1900
	.	.	.	237	275	331	372	541	565	652	704	
2000	270	330	378	509	538	642	692	2000
	303	365	408	586	619	714	766	
2500	416	496	560	776	828	968	1034	2500
	473	561	618	889	927	1078	1136	
3000	6:8	706	784	1116	1188	1372	1456	3000
	693	791	878	1259	1327	1510	1596	
3500	838	956	1048	1512	1604	1838	1950	3500
	963	1071	1188	1685	1797	2034	2134	
4000	1096	1234	1346	1932	2050	2334	2486	4000
	1269	1383	1532	2169	2303	2590	2738	

¹⁾ Riemenscheiben von 2150 bis 4000 mm Durchmesser werden auch für Freiten von je 600 mm geliefert.

größerem Gewindedurchmesser für aufgekeilte Scheiben oder im Falle Aufklemmens die Schraubenkraft aus zu übertragendem Moment mit $\mu \approx 0,2$ bestimmen¹⁾. Bei Teilung zwischen den Armen Sprengflächen zu beiden Seiten der Schrauben vorsehen, andernfalls starke zusätzliche Biegungsanstrengung derselben.

Sprengflächen durchlaufend, Abb. 281, (Bamag) oder unterbrochen, Abb. 282; durch Anordnung der Schrauben seitlich des Armsternes Heranrückung an Kranz und Nabenbohrung möglich, Abb. 284, (J. M. Voith), mit 2 Armsystemen in den Armen zusammengehobelt. Nut in Teilfuge anordnen.

(419) Schmiedeeisen, Stahl. Für Geschwindigkeiten über 25 m/sek geboten; leichter als Gußeisen. Bedingung: Aufrechterhaltung der zylindrischen Form unter Belastung (glatte, durch locker werdende Niete nicht unterbrochene Lauffläche.)

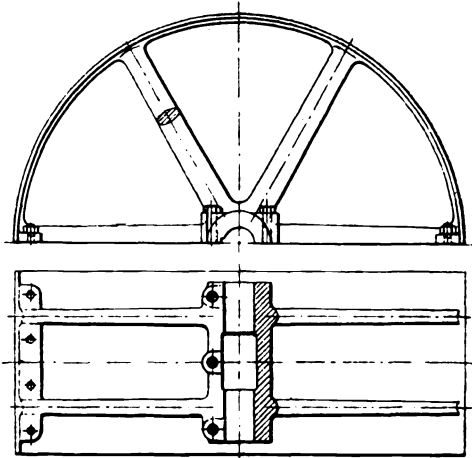


Abb. 284.

Abb. 286 zeigt die Ariel-Riemenscheibe (Amerika).

Kranz, Arme und Nabe, aus Blech gepreßt, sind durch Nietung entsprechend obiger Bedingung miteinander verbunden (abgesehen von den Befestigungsnieten der verzahnten Laschen für die axiale Sicherung der Scheibenhälften). Befestigung durch Aufklemmen; Einlegebüchsen gleichen den Unterschied zwischen Bohrung und Wellenstärke aus.

Bei der Riemenscheibe der Aktiebolaget Svenska Kugellagerfabriken Göteborg (S. K. F.) bestehen Nabe und Armkreuz aus Guß-

Zufolge nicht erfüllter Voraussetzung (Unterstützung und Biegungsbeanspruchung des Kranzes) tatsächliche Anstrengung, die im Falle nicht vernachlässigbarer Kranzstärke aus Normal- und Schubspannungen sich zusammensetzt, erheblich größer.

1) Für Abb. 285 folgt:

$$\text{Elementardruck} = p r d \varphi \cdot l$$

$$\text{Komponente in Richtung der Schraubenkraft} = r l p \sin \varphi \cdot d \varphi$$

$$\text{Elementarreibungsmoment} dM = \mu r^2 l p d \varphi.$$

Damit wird $M = \mu r^2 l \int_0^{2\pi} p d \varphi$; Integration nur aus-

föhrbar, wenn Abhängigkeit von p und φ bekannt ist. Annahme $p = \text{konst.}$ (Weisbachsche Hypothese.). Dann wird $M = 2\pi \mu p r^2 l$

$$p = \frac{M}{2\pi \mu r^2 l} \quad \text{und} \quad 2K = \frac{M}{2\pi \mu r} \int_0^{\pi} \sin \varphi d \varphi = \frac{M}{\pi \mu r}.$$

Damit folgt

$$S \approx 1,25 K = \frac{0,625 M}{\pi \mu r}.$$

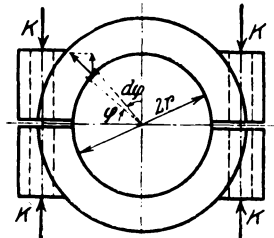


Abb. 285.

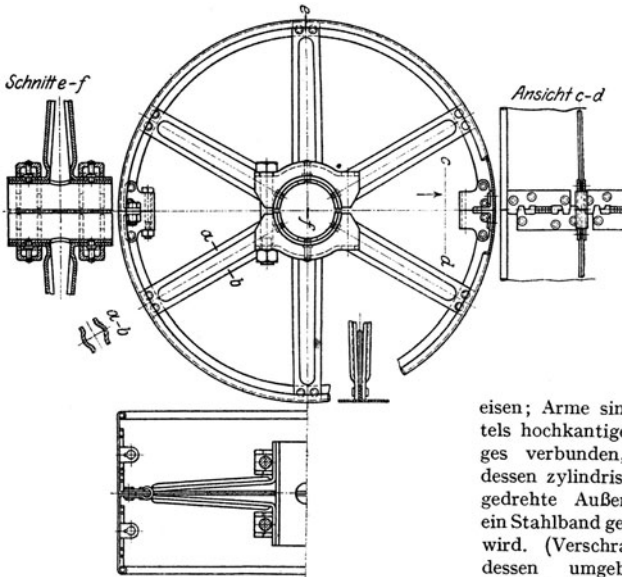


Abb. 286.

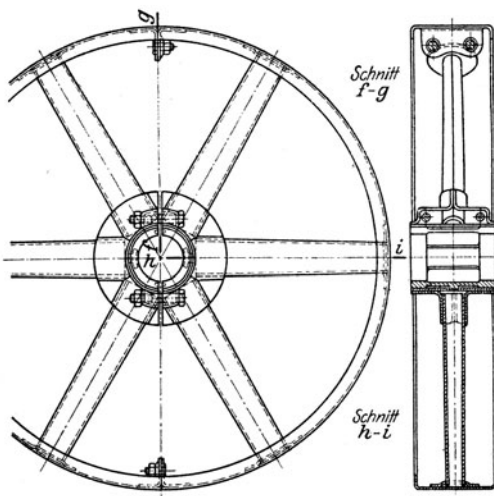


Abb. 287.

eisen; Arme sind mittels hochkantigen Steges verbunden, über dessen zylindrisch abgedrehte Außenfläche ein Stahlband gespannt wird. (Verschraubung dessen umgebogener Enden.) Sicherung des Bandes in axialer Richtung durch eine im Kranzsteg eingedrehte Rille, in die an einzelnen Stellen das Stahlband eingedrückt wird. Wie vorher Befestigung durch Klemmen, unter ev. Zwischenschaltung zweiteiliger Ausgleichbüchsen.

Bei der Union-Stahlriemenscheibe (Deutsch - Luxemburgische Bergwerks- und Hütten A. G., Dortmunder Union), Abb. 287, sind Kranz, Nabe und Arme aus Stahlblech gepreßt und durch elektrische Punktschweißung miteinander verbunden. Die Arme, je nach Scheibengröße $2 \div 8$ Stück, erhalten

ovalen Querschnitt. Ausführung zweiteilig, mit Einlegebüchsen und ballig oder gerade geschliffenem Kranz. Kleine und mittlere Scheiben zum Aufkleben, größere zum Aufkeilen eingerichtet. Ausführung entsprechend den D. I.-Normen.

(420) Unterbrechung der Kraftübertragung durch Anordnung von Fest- und Losscheibe auf einer Welle und doppelt breiter Scheibe auf der anderen. Bei Anordnung dieser auf treibender Welle läuft ausgerückter Riemen ständig mit (Arbeitsverlust, Schmierung, Verschleiß). Anders im Falle Anordnung der Fest- und Losscheibe auf treibender Welle. Im ausgerückten Zustande still-

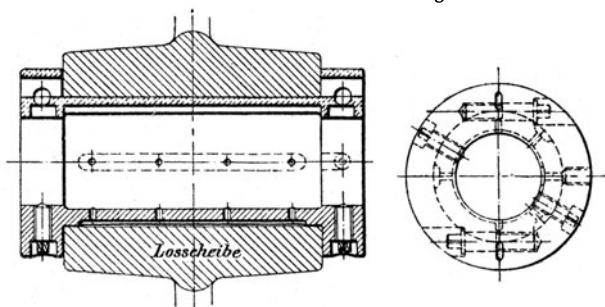


Abb. 288.

stehender Riemen bedarf der Ingangsetzung zwecks Einrückens, die durch Mitnahme infolge Kranzreibung der an die dauernd laufende Festscheibe gepreßten Losscheibe erfolgt. Außer Ausrückvorrichtung noch Anpreßvorrichtung erforderlich, die vereinigt werden können. Nur verwendbar, solange Anlaufwiderstand durch die mit Anpressungsdruck verknüpfte Kranzreibung überwunden werden kann.

Nabenlänge der Los- oder Leerscheiben abhängig von zulässiger Pressung

$k = \frac{Q}{ld}$, nach dem aufeinander gleitenden Material und der Art der Schmierung

verschieden, vgl. das unter Zapfen, (440), Gesagte. Unmittelbar auf Welle laufende Scheiben, mit Büchse versehen oder unausgebücht, diese angreifend. Zwecks Schutzes Scheibe auf Leerlaufbüchse anordnen, ungeteilt oder im Interesse der Auswechselbarkeit geteilt. Mit Fett- oder Ölschmierung.

Fettschmierung. Lünнемannsche Leerlaufbüchse, Abb. 288.

Bei sich drehender Welle Fett aus gefüllter Kammer infolge Fliehkraftwirkung an Lauffläche tretend, bei sich drehender Scheibe Schmierung von

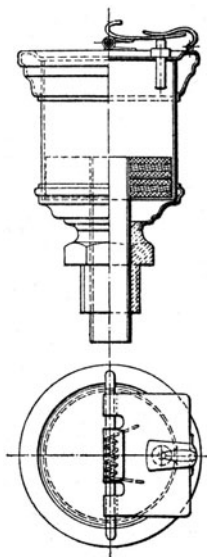


Abb. 289.

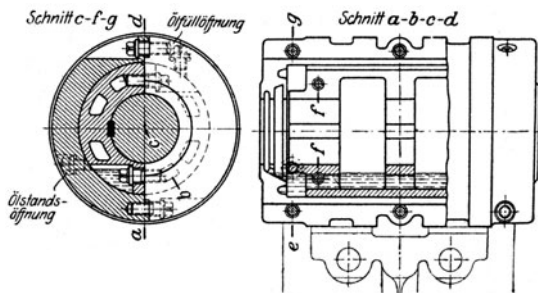


Abb. 290.

Hand mittels (Staufer)büchse. Selbsttätig durch die auf Scheibennabe gesetzte Tovote-Büchse, Abb. 289: schwerer Kolben im Betriebe das Fett in Lauffläche pressend. Auffüllung in Stillstandspausen.

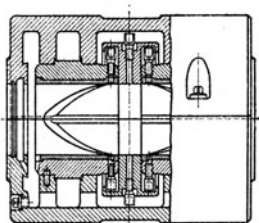


Abb. 291.

Ölschmierung. Vorkehrungen treffen zum Auffangen und Zurückführen verschleichenen Öles. Abb. 290 zeigt die Legus-Büchse (D. R. G. M.) des Eisenwerkes Wülfel in Hannover-Wülfel; zweiteilige, gegen Drehung gesicherte innere Büchse nimmt im Falle Drehung gegen äußere, die Scheibe tragende Büchse das Öl mit Fliehkraftwirkung, die auch im Falle Umkehr des Bewegungszustandes die Schmierung gewährleistet. Bei der Hill-Büchse, Abb. 291, für höhere Umlaufzahlen empfohlen, wird das Öl durch Fliehkraftwirkung gepreßt durch Schöpfer den Gleitflächen zugeführt. Abb. 291 zeigt den

Fall beider Möglichkeiten, daß Welle oder Scheibe sich drehen.

Schöpfer der Drehrichtung entsprechend einstellen.

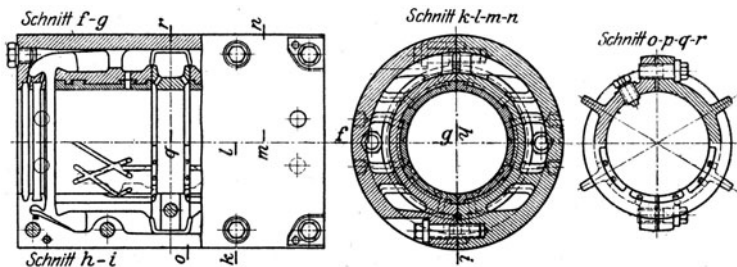


Abb. 292.

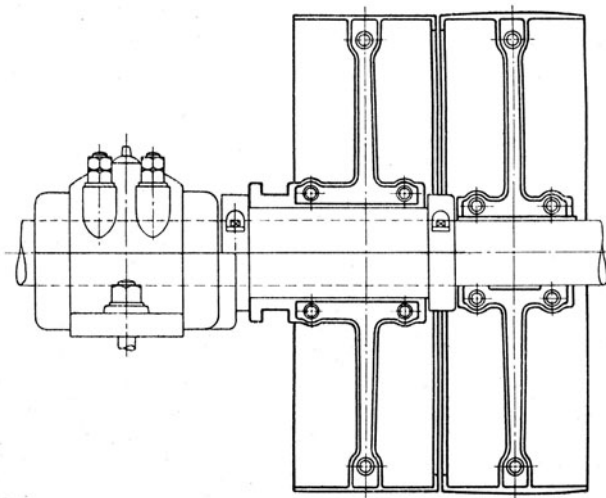


Abb. 293.

Die Leerlaufbüchse der Berlin-Anhaltischen Maschinenbau-Aktiengesellschaft Dessau zeigt Abb. 292; auf Schwerkraftwirkung bei mittlerer und Fliehkraftwirkung bei höherer Geschwindigkeit beruhend. Hebung des Öles und Abfluß durch Schmierlöcher oder Erzeugung zentrifugaler Pressung, Hinderung der Rotation durch stillstehenden Teil und Schmierung unter Druck.

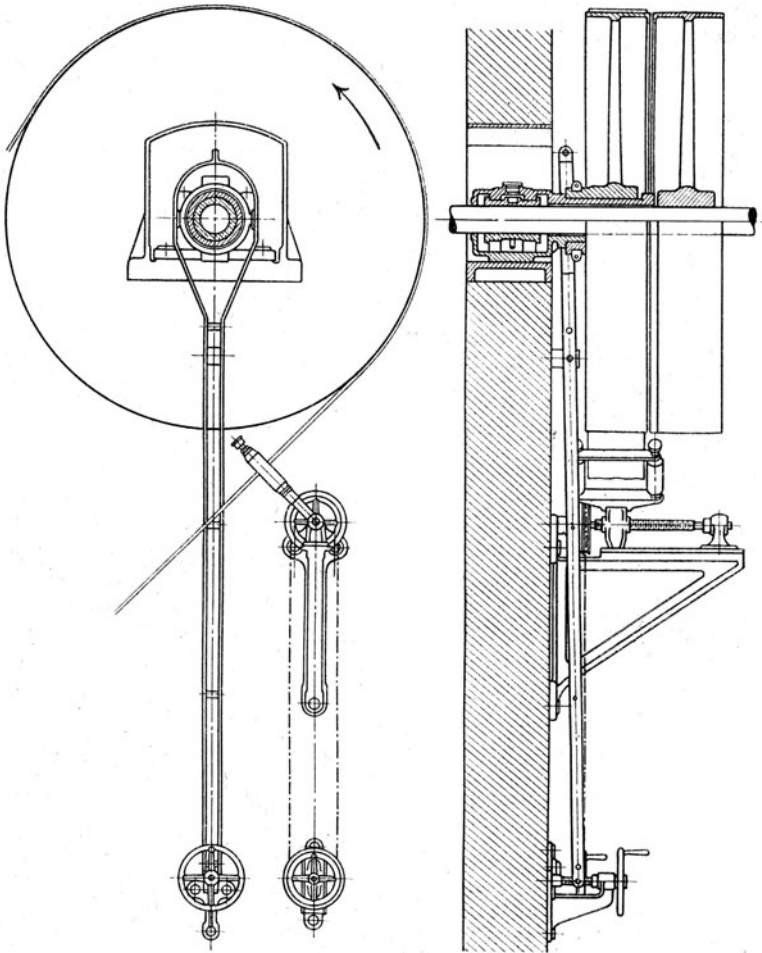


Abb. 291.

Vgl. außerdem Z. 1907, S. 767, die Konstruktion der Peniger Maschinenfabrik und Eisengießerei A.-G., Penig betr. Ersatz der Gleitreibung durch Rollreibung: Kugelstützung. Vgl. unter Wälzlager.

Vermeidung des Arbeitsverlustes und Schmiermittelverbrauchs bei ausgerücktem Riemen durch Anordnung der Leerscheibe auf Leerscheibenträger: die Welle mit Luft umschließende Büchse, am Lager, Abb. 293, oder dessen Unterstützung angeschlossen.

Anpressung durch Hebel- oder Gewichtswirkung; Abb. 294 zeigt eine getrennte Anpreß- und Ausrückvorrichtung mit Betätigung durch Hebel bzw. Zugkette und Schraube. Auflaufendes und tunlichst schwach gespanntes Trum steuern: Ausrücker zweckmäßig an Arbeitsmaschine oder deren nächstem Vorgelege vorsehen.

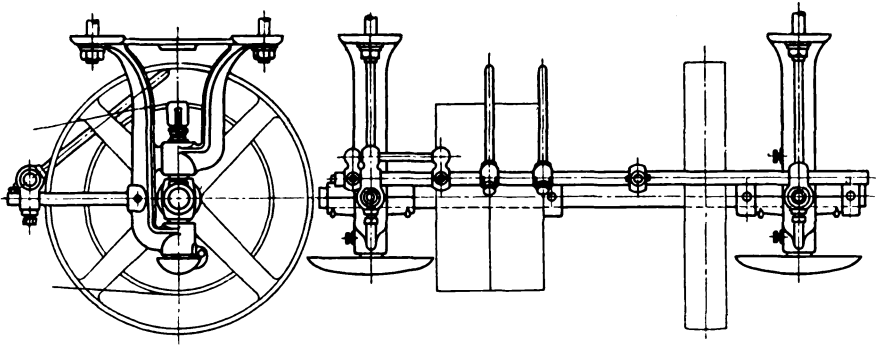


Abb. 295.

Abb. 295 gibt ein Vorgelege mit Ausrückung nach Ausführung der Berlin-Anhaltischen Maschinenbau-Aktiengesellschaft Dessau wieder: Antrieb durch Hebel oder Zahnradantrieb durch eine auf Ausrückschiene gesetzte Zahnstange, gleichzeitig den Hub begrenzend oder durch Kurbelschleife nach Ausführung des Eisenwerkes Wüfel in Hannover-Wüfel, Abb. 296.

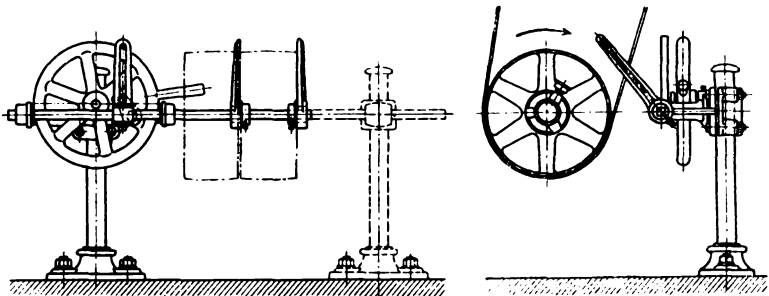


Abb. 296.

Über Ausrücker mit nur einem Zugorgan (Zugstange oder -seil) vgl. die Ausführungen der Berlin-Anhaltischen Maschinenbau-Aktiengesellschaft Dessau, des Eisenwerkes Wüfel in Hannover-Wüfel (Riemen-ausrücker „Ideal“), der Eisengießerei und Maschinenfabrik G. Polysius, Dessau. Federn führen nach jedesmaligem Ziehen das Zugorgan in Arbeitsstellung zurück, die Betätigung der Ausrückschiene erfolgt durch eine Sperrklinke.

Riemenleiter, für nicht selbstleitende Triebe, einstellbar derart, daß Rollenebene in Berührungsebene beider Scheiben liegt: Achsen verstellbar, Sicherstellung der Schmierung durch besonders angeordnete Ölzuführungskanäle und Schmieruten (Drehrichtung beachten) oder durch Nutzbarmachung der Fliehkraftwirkung. In dieser Weise wirken die Ausführungen, Abb. 297 u. 298, der Berlin-Anhaltischen Maschinenbau-Aktiengesellschaft Dessau.

Im Falle ausrückbaren Triebes Leitrollen verschiebbar: Wanderrolle, Abb. 299, (Ausführung der Bamag).

Schmierung und Auffangvorrichtungen beachten.

(421) **Spannrolle**, fliegend angeordnet oder im Falle größerer Riemenbreite beiderseits gestützt. Leicht beweglich; Gleitreibung (zuverlässige Schmierung) oder Rollreibung (Wälzlager). Gewichtsbelastung: Ein- oder doppelarmiger Hebel, unmittelbar oder mittels Zugseiles angreifend, Abb. 300. Dämpfung der im Falle plötzlicher Kraftschwankungen auftretenden Schwingungen durch Ölbremse, Abb. 301; Einschaltung eines Widerstandes in den Verbindungskanal von Boden- und Deckelraum eines mit Öl gefüllten Zylinders, dessen voller oder Ventilkolben mit der Spannrolle gekuppelt ist.

(422) Für stetig veränderliches Übersetzungsverhältnis offenen oder gekreuzten Trieb mittels konischer Trommeln. Sicherung der Riemenlage durch Führung der auflaufenden Riementeile im Falle offenen Triebes oder durch einen Stift (Finger) mit elliptischem Querschnitt, an Kreuzungsstelle des gekreuzten Riemens.

Beschränkung der Konizität im Interesse der Schonung des Riemens: höchstens 1 : 10, besser 1 : 15. Verwendung besonders gestalteter Riemen: Mittelleistenriemen (breite Unterbahn aus Chromleder mit schmaler Leiste, Achsen beider zusammenfallend; für offenen Trieb und für gekreuzten Trieb stufenförmiger Riemenquerschnitt (Streifen seitlich aufgesetzt).

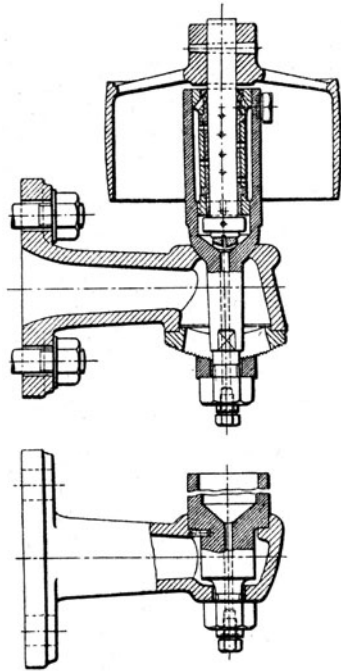


Abb. 297.

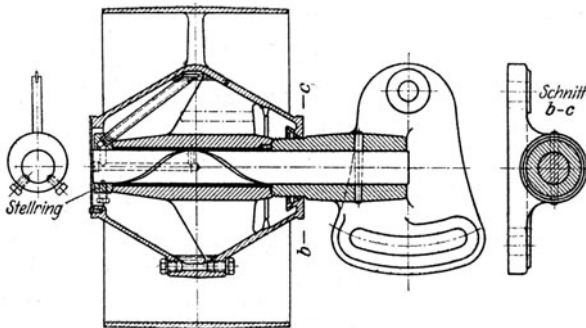


Abb. 298.

(423) Ersatz der Kegeltrommeln durch den Umdrehungsregler von G. Polysius, Dessau: Aus Gummiriemen mit Baumwollleinlage bestehender

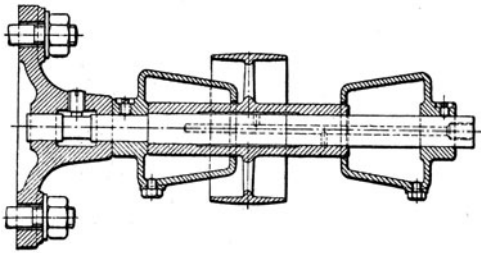


Abb. 299.

der Treibgurt ist mit Rotbuchenklötzen besetzt, die an Stirnflächen mit Leder armiert sind. Lauf zwischen konischen Scheiben, deren Abstand von einander verändert werden kann, wodurch der Abstand des Treibgurtes von Achse sich verändert. Übersetzungsverhältnis bis 10fach, bis $n = 320$ und $N = 110$ PS

Beispiel: Eine Leistung von 75 PS von der Hauptvorlegewelle mit 175 Umdr./Min. auf die Generatorwelle zu übertragen, die 625 Umdrehungen macht. Scheibendurchmesser 600 mm.

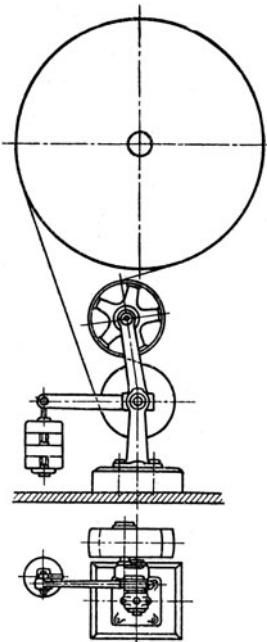


Abb. 300.

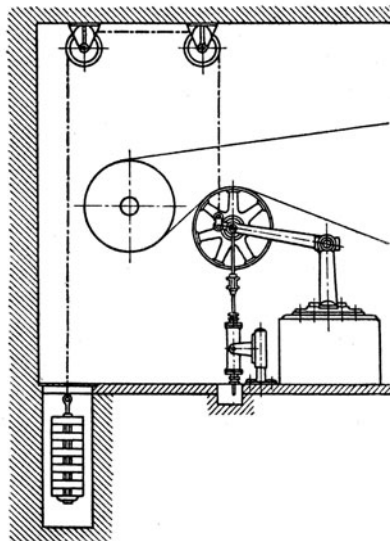


Abb. 301.

$$\text{Riemengeschwindigkeit } v = \frac{0,6 \pi \cdot 625}{60} = 19,6 \text{ m sek.}$$

$$\text{Nutzbare Umfangskraft } P = \frac{75 \cdot 75}{19,6} = 287 \text{ kg.}$$

Mit $k_1 = 10$ (günstige Betriebsverhältnisse, Betriebsunterbrechung) folgt

$$b = \frac{287}{10} = 290 \text{ mm} \quad \text{Gewählt } b = 300 \text{ mm.}$$

Ausführung der Scheibe mit $B = 375$ mm entspricht $k_1 \sim 8,5$ kg/cm.

$$\text{Übersetzungsverhältnis} \quad q = \frac{625}{175} = 3,57.$$

Für einen Schlupf $\nu = 0,015$ und eine Riemenstärke $s = 6$ mm folgt aus

$$3,57 = \frac{R + 0,2}{30 + 0,4} \cdot 0,985$$

Scheibenhalmmesser $R = 1100$ mm gegenüber dem Überschlagswert

$$2R' = 600 \cdot \frac{625}{175} = 2143 \text{ mm.}$$

Unterschied $\frac{57}{2200} \cdot 100 = 2,6\%$ zu klein.

Seiltrieb.

(424) Als Drahtseiltrieb, vorwiegend für Kraftübertragungen im Freien, vgl. (431); für kleine Entfernungen seltener werdend, für größere durch elektrische Kraftübertragung verdrängt. Wichtiger Hanf- und Baumwollseiltrieb, vgl. (429), für Anlagen im Freien imprägniert.

Drahtseiltrieb.

(425) Achsenabstand tunlichst nicht unter 20 m, andernfalls große Scheibendurchmesser rücksichtlich der mit Biegung verknüpften Spannungswechsel, und nicht über 125 m zwecks Beschränkung des Durchhanges (Höhe der Lagerung von örtlichen Verhältnissen abhängig). Für größere Entfernungen Zwischenstationen vorsehen. Sehr steiler Betrieb unmöglich. Am günstigsten beide Achsen in einer Horizontalebene; Mittelebenen zusammengehöriger, tunlichst gleich großer Scheiben zusammenfallend, Übersetzung und Ablenkung durch Räder- oder Riemenvorlege. Bedingung für geordneten Betrieb: Genaueste Lagerung der Achsen (horizontal und parallel), rund laufende Scheiben (auswuchtet und aufgeklemt). Für mittleren Achsenabstand unteres Trum ziehend, für größeren das obere, wegen der im anderen Falle vorliegenden Schleifgefahr infolge großen Durchhanges, der unter normalen Spannungsverhältnissen etwa 2% bzw. 5% der Achsenentfernung für das ziehende bzw. gezogene Trum beträgt; mit zu übertragender Umfangskraft (Kräfte S_1 und S_2) und Temperatur veränderlich (etwa 25 mm Länge auf 100 m Seil bei 40° Temperaturunterschied, von geringem Einfluß auf Durchhang). Schutznetze bei Wegekrenzungen.

(426) **Seile** nach Listen der ausführenden Firmen: Felten & Guilleaume-Lahmeyerwerke Akt.-Ges. Carlswerk, Mülheim a. Rh.; Aktiengesellschaft für Seilindustrie vorm. Ferd. Wolff in Mannheim-Neckarau; Voltohm, Seil- und Kabelwerk A. G. in Frankfurt a. M. u. a. Litzen mit und ohne Hanfseile (weniger biegsam, geringere Dehnung), im Seile den gleichen Windungssinn wie Drähte in ihnen: Längs- oder Albertschlag. Dehnbarer und biegsamer, glattere Oberfläche als im Falle entgegengesetzten Windungssinnes: Kreuzschlag, mit geringerer Neigung, unter freihängender Last sich aufzuwickeln.

Seildurchmesser $9 \div 34$ mm, Drahtstärke $1 \div 2$ mm ($K_z \approx 12000$ kg/cm²), Drahtzahl $36 \div 96$ ¹⁾. Verbindung der Seilenden durch Spleißen, je nach Litzenzahl $3 \div 4$ m Spleißlänge ($6 \div 8$ m Zugabe zur Nettolänge) erforderlich. Schmierung im Betriebe mittels gekochten Leinöls (Rostschutz, Geschmeidigkeit). Lebensdauer unter normalen Verhältnissen $2 \div 3$ Jahre.

(427) Berechnung. Schraubenförmig gewundene Drähte unter Einwirkung von S_1 in Richtung Seilachse eine Beanspruchung erfahrend, die genau kaum feststellbar ist und angenähert $\sigma_z = S_1 \cdot \frac{\pi}{4} \delta^2$ beträgt (Pressung zwischen den Drähten, damit verknüpfte Reibungskräfte, ungleiche Übertragung und Spannungsverteilung). Dazu Biegungsanstrengung σ_b tretend infolge Abbiegung über Rolle; unter Voraussetzung parallel geschichteten Drahtbündels für den auf Scheibe aufliegenden Draht folgend aus

$$\sigma_b = \frac{(R + \delta) - \left(R + \frac{\delta}{2}\right)}{\left(R + \frac{\delta}{2}\right)} \approx \frac{\delta}{D} \quad \text{zu} \quad \sigma_b \approx \frac{1}{\alpha} \frac{\delta}{D}$$

Wegen Nichtvorhandenseins paralleler Drähte wird, abgesehen davon, daß die Lebensdauer der Seile noch von anderen Umständen abhängt, gesetzt

$$k_z = \sigma_z + \alpha \sigma_b = \frac{S_1}{\frac{\pi}{4} \delta^2} + \alpha \frac{1}{\alpha} \frac{\delta}{D}$$

worin, nach dem Vorschlage von Bach, $\alpha = \frac{3}{8}$ eingeführt wird und nach Auffassung anderer $\alpha = \frac{1}{2} \div 1$, je nach Ausführung des Seiles, zu setzen ist.

Vgl. hierüber C. Bach, M. E., 1923, 2. Band, 5. Abschnitt und F. A. Heft 177.

¹⁾ Ausführungen der Felten & Guilleaume-Lahmeyerwerke Akt.-Ges. Carlswerk, Mülheim a. R.

Seil- durch- messer	Bei normalem Durchmesser der Seilscheiben				Bei kleinem Durchmesser der Seilscheiben			
	Kleinster zulässiger Scheiben- durch- messer	Zahl der Drähte	Stärke der Drähte	Ungefähres Gewicht von 1 m Seil	Kleinster zulässiger Scheiben- durch- messer	Zahl der Drähte	Stärke der Drähte	Ungefähres Gewicht von 1 m Seil
mm	mm		mm	kg	mm		mm	kg
9	1000	36	1,0	0,26				
10	1100	42	1,0	0,31				
11	1200	36	1,2	0,38	1000	48	1,0	0,36
12	1200	42	1,2	0,45	1000	54	1,0	0,40
13	1400	36	1,4	0,51	1000	60	1,0	0,45
14	1400	42	1,4	0,61	1000	64	1,0	0,48
15	1500	48	1,4	0,70	1100	72	1,0	0,55
16	1600	42	1,6	0,79	1200	64	1,2	0,69
18	1600	48	1,6	0,91	1200	72	1,2	0,79
20	1800	48	1,8	1,15	1200	80	1,2	0,88
22	1800	54	1,8	1,30	1400	80	1,4	1,20
24	2000	60	1,8	1,46	1500	88	1,4	1,33
26	2250	60	2,0	1,80	1600	80	1,6	1,56
28					1750	88	1,6	1,73
30					1900	80	1,8	1,98
32					2000	88	1,8	2,19
34					2250	96	1,8	2,41

Jedenfalls wächst σ_b mit zunehmendem $\frac{\delta}{D}$, daher der Scheibendurchmesser nicht unter das 1000fache der Drahtdicke sinken soll.

Mit $\sigma_z i \frac{\pi \delta^2}{4} = k_1 d^2$ folgt nach (400)

$$P = \left(k_1 - \frac{q_1 v^2}{g} \right) \frac{e^{\mu \delta} - 1}{e^{\mu \delta}} d^2$$

und für $k_1 = 223 \text{ kg/cm}^2$, entsprechend $\sigma_z = 675 \text{ kg/cm}^2$, $q_1 = 0,35 d^2$, $v = 25 \text{ m/sek}$, $\mu = 0,25$ (gefütterte Seilrille), $\delta = 2,8$, vgl. Abb. 302, wird

$$P = 100 d^2.$$

Gang der Rechnung: Annahme von $v \leq 25 \text{ m/sek}$ (Gefahr des Herauspringens des Seiles aus Rille bei höherer Geschwindigkeit), für kleine Leistungen bis $v = 6 \text{ m/sek}$, und Bestimmung von

$$d = \sqrt{0,75 \frac{N}{v}} \quad \text{oder mit } v = \frac{\pi D}{100} \cdot \frac{n}{60} = \frac{\pi}{6000} \cdot \iota d n,$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{4500 N}{\pi \iota n}}, \quad \text{worin } \iota \geq 150.$$

Wahl des Seiles entsprechend Ausführungsliste und Prüfung, ob $\sigma_z + \sigma_b \leq 2000 \text{ kg/cm}^2$ (für Stahl). Ermittlung der Pfeilhöhen

$$\Delta_a = \frac{q_1 a^2}{2 \left(\sigma_z - \frac{q_1 v^2}{g} \right)}$$

für ziehendes, gezogenes und ruhendes Trum an Hand der Werte S_1, S_2 und

$$S_0 = \frac{P e^{\mu \delta} + 1}{2 e^{\mu \delta} - 1} + \frac{q}{g} v^2,$$

der zugehörigen Bogenlängen (für die Spannweite 2a)

$$l \approx a \left(1 + \frac{2}{3} \left(\frac{\Delta_a}{a} \right)^2 \right)$$

und der Seillängen

$(l) = \frac{l}{1 + \varepsilon}$ im spannungslosen Zustande, in dem $(2l_0)$ wenig kleiner sein muß als $(l_1) + (l_2)$; $\varepsilon = \alpha \sigma$ mit $\alpha \approx \frac{1}{700000}$.

Slupf mit $\kappa = 1,5$ (geschätzt) und $\alpha = \frac{1}{700000}$ zu rund $\frac{1}{16} \%$ folgend, vernachlässigbar. Wirkungsgrad infolge Steifigkeit und Luftwiderstand des

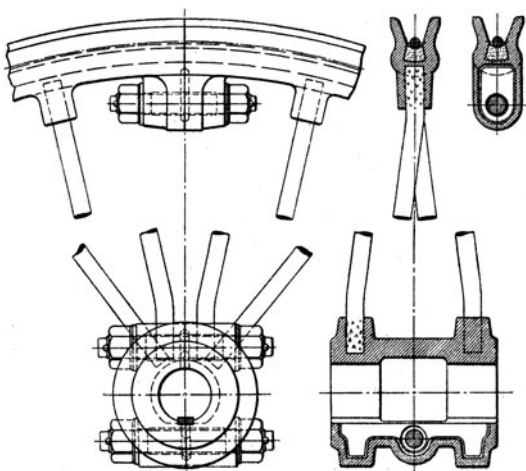


Abb. 302.

¹⁾ Nach (401) ist $\Delta_a \approx \frac{q a^2}{2 H}$; mit $q = q_1 f$ und $S = H + \frac{q}{g} v^2 = \sigma_z f$ folgt obige Beziehung.

Seiles: $0,98 \div 0,99$ bis 100 m Spannweite, Abnahme um $1 \div 2^0$ für je weitere 100 m.

Auf Welle abgesetzte Querkraft beträgt für oben gemachte Annahmen etwa 3,5 P.

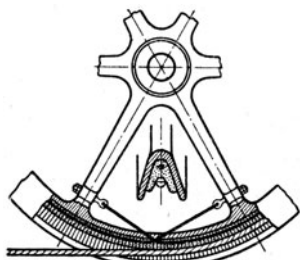


Abb. 303.

(428) Seilscheiben. $D \geq 150 d$ und $D \geq (1000 \div 1500) \delta$, je nach der Seilart für Tragrollen, wenn nicht zu umgehen; mindestens $0,75 D$.

Rille nach Abb. 302, Tiefe gleich doppelter Seilstärke, bearbeitet und vorteilhaft mit Hirnleder gefüttert, von Teilfuge aus eingebracht oder Sicherung in der von der Gesellschaft für Förderanlagen Ernst Heckel m. b. H., St. Johann-Saarbrücken, vorgeschlagenen, aus Abb. 303 ersichtlichen Weise. Arme mit kreuzförmigem oder ovalem Querschnitt im Falle Gußeisens oder schmiedeisernes Armsystem, Abb. 302, Rund-

eisen oder auch Flacheisen, mit Kranz und Nabe verschraubt. Kranz- und Nabenverbindung wie bei den Riemenscheiben.

Hanf- und Baumwollseiltrieb.

(429) Achsenabstand tunlichst nicht unter $6 \div 8$ m und nicht über $20 \div 25$ m; abhängig von Belastung der Seile, Bemessung der Scheiben und Art des Betriebes. Allgemein wird etwa das 200fache des Seildurchmessers als günstig angesehen und der Abstand mit zunehmender Geschwindigkeit größer gewählt (Häufigkeit der Abbiegungen über Scheiben). Im Falle Unterschreitung geringe Belastung besonders dehnbarer Seile, bei Überschreitung Unterteilung des Abstandes oder Unterstützung durch Tragrollen. Zulässiger Abstand auch abhängig von erforderlichem Durchhang.

(430) Dehnungsspannungsbetrieb. Stark steiler Betrieb nicht unmöglich, geringe Belastung und elastische Seile fordernd. Im Falle mehrerer nebeneinander liegender Seile, Parallelbetrieb, auf gleiche Seilbeanspruchung nicht zu rechnen (Verschiedenheit in Spannung und Geschwindigkeit zufolge verschieden starker Eindrückung in Rille). Verschieden starker Durchhang. Für gezogenes Trum bis zu $7\frac{1}{2}^0$ der Achsenentfernung. Herabsetzung durch Belastungsverminderung, Vermehrung der Seilzahl. Ziehendes Trum, wenn möglich unten, vgl. (425). Mittelebenen zusammengehöriger Scheiben (Rillen) möglichst zusammenfallend; etwa notwendige Schränkung nicht über 6^0 . Übersetzungsverhältnis tunlichst höchstens 5fach, übliche Seilgeschwindigkeit $15 \div 20$ m/sek, abnehmend bis auf 10 m/sek und gesteigert bis auf 30 m/sek und darüber. Im Falle kleinen Achsenabstandes Baumwollseile.

(431) Belastungsspannungsbetrieb sog. **Kreisseilbetrieb** für im Freien laufende Seile und vertikale Triebe. Ein endloses Seil wird so oft um die verschiedenen Scheiben geschlungen als Einzelseile erforderlich wären und durch eine Spannrolle auf Wagen oder Schlitten, der durch Gewicht belastet wird, gespannt, Abb. 304 a u. b¹⁾.

Vorteil: Einstellbare Belastung, Regelung des Durchhanges, unempfindlich gegen Längenänderung des Seiles, Beschränkung der Querkraft.

¹⁾ Nach H. Dubbel, Taschenbuch für den Maschinenbau, 3. Aufl. Berlin, Julius Springer 1921.

Nachteil: Spannvorrichtung, u. U. auch Leitrollen mit Zubehör erforderlich, Raumbedarf, namentlich für erstere: Weg des Spannwagens $2,5\%$ der gesamten Seillänge für Triebe in geschlossenen Räumen, $3,5\%$ für Triebe im Freien. Stillstand der Anlage im Falle Reißens des Seiles.

Spannrolle an gezogenes Trum anschließen, Seilabiegung nach verschiedenen Richtungen möglichst vermeiden. Im übrigen gilt das oben bei Dehnungsspannungstrieb Gesagte.

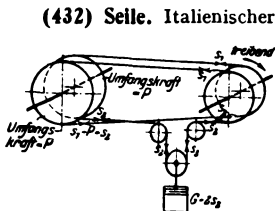


Abb. 304 a.

Hanf, russischer Reinhanf, badischer Schleifhanf, Manilahanf, auch Jute und Baumwolle, teuer und elastischer als Hanf, bevorzugt bei kleinen Scheiben, kurzem Achsenabstand und senkrechtem Trieb. Ebenso badischer Schleifhanf geschmeidigere Seile als Manilahanf liefernd. Für Triebe im Freien imprägniert oder Manilahanf. Hanf: $K_2 = 700 \div 1400 \text{ kg/cm}^2$, $\alpha = \frac{1}{6000} \div \frac{1}{15000}$, bezogen auf den tragenden Querschnitt und $\alpha = \frac{1}{3000} \div \frac{1}{7500}$ bezogen auf $\frac{\pi d^2}{4}$; mit wachsender Belastung abnehmend, von Material und Seilausführung abhängig. Rundseil: Drei Litzen, ungefähr unter 45° Neigung zum Seile, lose oder fest, gewunden (geschlagen), sich abflachend, so daß Seildurchmesser (umschriebener Kreis) $d \approx 2,2 d_1$ und tragende Fläche $= (0,60 \div 0,65) \frac{\pi d^2}{4}$ Abmessungen nach den Ausführungslisten der in Betracht kommenden Firmen, vgl. (426) und ¹⁾.

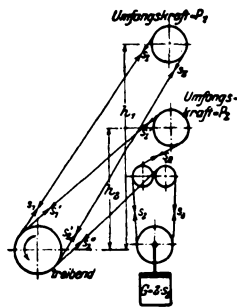


Abb. 304 b.

Quadratseil in Ausführung der unter (426) zuerst genannten Firmen: Litzen zum Seile mit annähernd quadratischem Querschnitt geflochten, sind geschmeidiger und weniger dehnbar. (Kleinere Scheibendurchmesser, weniger häufiges Nachspannen im Falle Dehnungsspannungsbetriebes), neigen nicht zur Drehbewegung ²⁾.

Gegen Witterungseinflüsse imprägnierte Seile etwa 10% schwerer. Außerdem Dreikantseil (trapezförmiger Querschnitt, Felten & Guilleaume-Lahmeyerwerke), Sexagonalseil (sechseckiger Querschnitt, Aktiengesellschaft für Seilindustrie), Achtkantseil (Felten & Guilleaume-Lahmeyerwerke, und Aktiengesellschaft für Seilindustrie) und Virax-Seil der zuletzt genannten Firma, besonders biegsam, namentlich für Spannrollentriebe empfohlen, sämtlich geflochten.

¹⁾ Die Aktiengesellschaft für Seilindustrie vorm. Wolff in Mannheim-Neckarau gibt für Rundseile an:

Seildurchmesser in mm		30	35	40	45	50	55	60
Gewicht eines Meters in kg ohne Imprägnierung, Drehung	fest	0,8	1,1	1,3	1,5	1,9	2,2	2,4
	lose	0,6	0,9	1,1	1,3	1,7	1,9	2,1
mit Imprägnierung, Drehung	fest	0,9	1,32	1,56	1,8	2,28	2,64	2,88
	lose	0,7	1,08	1,32	1,56	2,04	2,28	2,52

²⁾ Quadratseile werden in folgenden Abmessungen ausgeführt:

Seilstärke s in mm	25	30	35	40	45	50	55
Gewicht eines Meters in kg	0,55	0,90	1,10	1,45	1,75	2,15	2,70

Baumwollseile nach den Ausführungslisten der betr. Firmen in vorstehend genannten Querschnittsformen.

Verbindung durch Spleißen, für Rundseile etwa $3 \div 3,5$ m, für Quadratseile ungefähr 5 m Zugabe erforderlich. Seilschlösser die Scheibe in Rille angreifend, für kleine Scheibendurchmesser ungeeignet.

Seile vor Auflegen gestreckt und trocken, Schmierung im Betriebe innerhalb angemessener Perioden (Geschmeidigkeit). Lebensdauer bis 6 Jahre und mehr.

(433) Berechnung. Wie bei Drahtseilen zur Zugbeanspruchung durch S_1 noch Biegungsanstrengung tretend, die um so bedeutender ist, je kleiner der Scheibendurchmesser im Verhältnis zur Seildicke. Beschränkung durch Einhaltung von Mindestgrößen für Scheibendurchmesser, und zwar für

runde Hanfseile $D \geq 30 d$, wenn möglich $D \geq 50 d$,

Quadrat-Hanfseile $D \geq (15 \div 25) s$, mit wachsendem s zunehmend, so daß (nach Angabe der ausführenden Firma) einander entsprechen:

$$D_{\min} = 375 \text{ und } s = 25 \text{ sowie } D_{\min} = 1400 \text{ und } s = 55 \text{ mm.}$$

Baumwollseile $D \geq 20 d$, besser $D \geq 30 d$.

Wegen Unsicherheit der Reibungszahl $\mu_1 = \frac{\mu}{\sin \beta + \mu \cos \beta}$ mit $2\beta =$ Keilwinkel der Rille, vgl. (395) und das unter (414) für Riemen Gesagte, wird zweckmäßig wie bei diesen P statt S_1 der Rechnung zugrunde gelegt unter Benutzung von Belastungszahlen, die sich bewährt haben.

Hiernach gilt für runde Hanf- und Baumwollseile bei Betrieb mit Dehnungsspannung unter günstigen Verhältnissen (wenig geneigter Trieb, genügender Achsenabstand, nahezu konstante Umfangskraft, keilförmige Rille, mit $\operatorname{tg} \beta = 0,45$, $v = 15 \div 20$ m/sek, vorzügliches Material, gut gepleißt)

$$P = (3 \div 4) d^2 \quad \text{wenn } D \geq 30 d \quad \text{und } \delta \geq 2,5$$

$$P = (5 \div 6) d^2 \quad \text{wenn } D \geq 50 d \quad \text{und } \delta \geq 3 \quad \text{mit } d \text{ in cm.}$$

Steigerungsmöglichkeit bis $P = 10 d^2$ im Falle $v \geq 30$ m/sek und großer Scheiben.

Für Quadratseile, sofern $v = 10 \div 25$ m/sek,

$$P = (6 \div 8) s^2$$

mit s in cm, unter Beachtung, daß oben angegebene Minstdurchmesser nicht unterschritten werden. Günstigste Geschwindigkeit wird zu $v = 20$ m/sek angegeben.

Die Aktiengesellschaft für Seilindustrie vorm. Ferd. Wolff, Mannheim-Neckarau, rechnet im Falle stark stoßenden Betriebes (Walzwerk) bei $v = 50$ m/sek und mehr für Quadratseile besonderer Konstruktion mit $P = (7 \div 8) s^{2,1}$

Nach Maßgabe der Entfernung von obengenannten günstigen Verhältnissen Reduktion der Belastungszahlen oder Beibehaltung derselben auf Kosten der Lebensdauer des Seiles.

Kammerer rechnet auf Grund von Versuchen ($d = 50$ mm, Manilahanf-Rundseil und Dreikant- (Trapez-) seil, $D = 1000$ mm) mit $\mu_1 = 0,5$

$$S_1 = 7,5 v + 100 \text{ kg, gültig bis } v = 40 \text{ m/sek.}$$

Dem entspricht für $v = 20$ m/sek, $S_1 = 250$ kg und mit

$$q = 0,075 d^2, \quad \mu_1 = 1,6 \cdot 0,25 = 0,4, \quad \frac{e^{\mu \delta} - 1}{e^{\mu \delta}} \sim \frac{2}{3},$$

$$\text{folgt} \quad P = \left(10 - \frac{0,075}{9,81} \cdot 400\right) \cdot \frac{2}{3} d^2 = 4,6 d^2.$$

¹⁾ C. Bach, M. E. 13. Aufl. 1922, S. 512.

Im Falle Belastungsspannungsbetriebes pflegt unter sonst gleichen Umständen (abgesehen von der Neigung) mit den gleichen oder bis 25% erhöhten Belastungszahlen gerechnet zu werden. Das Eisenwerk Wülfel in Hannover-Wülfel rechnet mit $P = 5 d^2$, $D = (30 \div 40) d$ für Treibscheiben mit Rillenform ($\operatorname{tg} \beta \sim 0,4$) und $D = 30 d$ für Leit- und Spannrollen.

(434) Spannrollenbetrieb im Falle Parallelbetriebes: Ausgleich geringer Längenunterschiede der annähernd gleich stark belasteten Seile. Begegnung des Nachteils entgegengesetzter Biegungen durch besondere Seilkonstruktion und reichliche Scheibendurchmesser. Möglichkeit größerer Übersetzung als 5fach. Ausführungen ergeben für 40-mm-Quadratseile bei $d = 1600$ mm, d. h. $d = 40 s$ und $D = 4000$ mm, Achsenabstand 6100 mm, $v \sim 25$ m/sek,

$$P = 6,3 s^2$$

vorausgesetzt, daß alle Seile gleichmäßig übertragen¹⁾.

Hanfrundseile über 50 mm Durchmesser tunlichst vermeiden, wenn reichlich große Scheiben unmöglich sind. (Biegungsanstrengung, innere Reibung, Vermahlen.)

Schlupf: Mit $\kappa = 1,25$ (geschätzt), $\alpha = \frac{1}{5000}$ und $P = 5 d^2$ folgt $\psi = 0,16\%$.

Wirkungsgrad, ohne Lagerreibung und Luftwiderstand der Scheiben, nach Kammerer

$$\begin{aligned} \eta &\leq 0,97 \text{ beim einseitigen Trieb,} \\ &\leq 0,95 \text{ bei Rundseilen in Parallelschaltung,} \\ &\leq 0,90 \text{ bei 4 Rundseilen in Kreisseilschaltung.} \end{aligned}$$

Im Falle Spannrollenbetriebes wurde eine erhebliche Verminderung des Nutzeffektes beobachtet.

Auf Welle abgesetzte Querkraft beim Dehnungsspannungsbetrieb einführen mit $5 P$ für die Berechnung der Zapfen und $8 P$ für die Berechnung der Wellen. Im Falle Belastungsspannung ungefähr $3 P$.

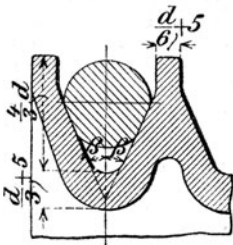


Abb. 305.

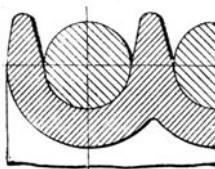


Abb. 306.

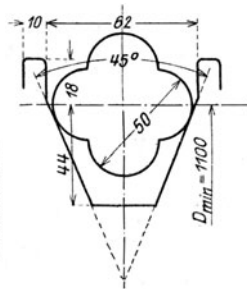


Abb. 307.

(435) Seilscheiben. Gußeisen; ungeteilt oder geteilt. Betr. Teilung vgl. das unter (417) für Riemenscheiben Gesagte. Glatte Rille mit gleichbleibendem Durchmesser und Querschnitt. Für Treibscheiben im Falle Rundseiles nach Abb. 305 und Klemmwirkung (μ_1 statt μ): $\operatorname{tg} \beta \sim 0,4 \div 0,45$ oder

¹⁾ Ob die Einführung der Spannrolle die Änderung der Parallel-Seiltriebe in Riementriebe durch Ummantelung der Seilscheiben (Ausführung durch die Berlin-Anhaltische Maschinenbau-Aktiengesellschaft Dessau und Eisenwerk Wülfel in Hannover-Wülfel) aufzuhalten vermag, ist bis zur Gewinnung eines abschließenden Urteils über den Wert beider Übertragungsmöglichkeiten ungewiß.

$2\beta = 43^{\circ}30' \div 49^{\circ}$. Damit Unbestimmtheit des Durchmessers verknüpft; Unterschied etwa $\frac{1}{3}\%$. Bei Leitrollen Seil im Grunde aufliegend nach Abb. 306. Treibrille für Quadratseile im Falle Dehnungsspannungsbetriebes wie für Rundseile, und zwar entspricht dem Durchmesser d die Quadratseite $s = d - 5$ mm. Für Kreisteiltriebe empfiehlt die Aktiengesellschaft für Seilindustrie vorm. Ferd. Wolff das Profil Abb. 307.

Kranz- und Nabenverbindungsschrauben wie bei den Riemenscheiben bestimmen, ebenso Formgebung der Arme und ihre Berechnung (mit $k = 6$ für je 1 Seil und $k_b = 80 \div 100$ kg/cm² rücksichtlich der starken Vorspannung, mit der Seile vielfach aufgelegt werden) dem dort Gesagten entsprechend.

In Armen geteilte Scheibe mit 1 bzw. 2 Armsystemen nach Abb. 308.

(436) Gewichte gußeiserner Hanfseilscheiben in kg-Ausführung der Bamag, Dessau.

Die oberen Zahlen gelten für ungeteilte, die unteren für geteilte Scheiben.

Scheibendurchmesser mm	Anzahl der Rillen für 45 mm Seildurchmesser									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1000	85	160	233	305	375	465	535	604	672	740
	95	175	253	325	405	505	575	644	722	790
1200	112	202	289	373	455	575	657	739	819	900
	127	217	309	393	485	615	697	779	869	950
1400	139	244	344	441	535	685	780	874	966	1060
	154	259	364	461	585	725	820	924	1016	1120
1600	167	288	403	514	622	802	910	1017	1123	1230
	182	308	423	534	652	842	950	1067	1173	1290
1800	196	334	466	593	716	926	1047	1168	1289	1410
	211	354	486	613	746	966	1097	1218	1339	1470
2000	225	380	529	672	810	1050	1185	1320	1455	1590
	245	400	549	702	850	1090	1235	1370	1505	1650
2200	257	432	601	762	918	1190	1343	1496	1649	1802
	277	452	621	792	958	1240	1393	1546	1709	1872
2400	289	484	672	853	1026	1330	1501	1672	1843	2014
	309	504	697	883	1066	1380	1551	1722	1903	2084
2600	320	538	748	950	1114	1480	1670	1862	2053	2243
	340	558	773	980	1184	1530	1720	1922	2113	2313
2800	350	594	829	1055	1272	1640	1853	2066	2278	2489
	370	614	854	1085	1322	1690	1903	2126	2338	2559
3000	380	650	910	1160	1400	1800	2035	2270	2504	2735
	405	680	940	1195	1450	1850	2085	2330	2564	2805

Beispiel. Eine Dampfmaschinenleistung von 150 eff. PS auf das Hauptvorgelege durch Seile zu übertragen. Seilswungrad 3500 mm Durchmesser, Umlaufzahl der Dampfmaschine 110, des Vorgeleges 250. Reichlicher Achsenabstand, unter 30° gegen Horizontale geneigt.

$$\text{Seilgeschwindigkeit} = \frac{3,5 \pi \cdot 110}{60} = 20 \text{ m/sek.}$$

$$\text{Umfangskraft} = \frac{75 \cdot 150}{20} = 560 \text{ kg,}$$

$$\text{Durchmesser der Gegenscheibe auf Vorgelege} \approx \frac{110}{250} \cdot 3500 = 1540 \text{ mm,}$$

Seildurchmesser = $\frac{1540}{30} \approx 50$ mm; mit $3,5 \cdot 5^2 \approx 90$ kg übertragbarer Umfangskraft durch 1 Seil folgt

$$\text{Seilzahl} = \frac{560}{90} = 6.$$

Schungrad ausgeführt mit 8 Rillen. Geuauer Gegenscheibendurchmesser aus

$$\frac{250}{100} = \frac{3500}{d} (1 - 0,0016) \text{ zu } d = 1535 \text{ mm folgend.}$$

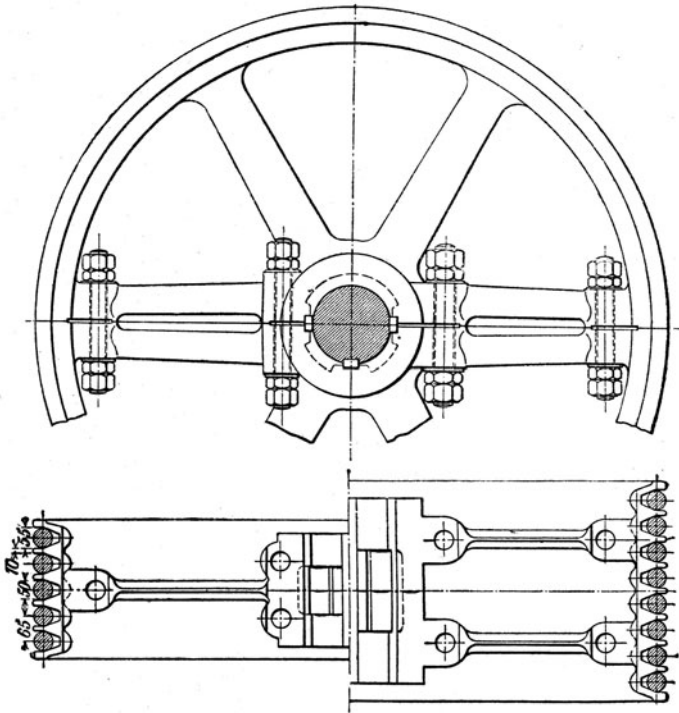


Abb. 308.

Zapfen.

(437)

Allgemeines.

Nach Richtung des Zapfendruckes Unterscheidung in Tragzapfen, wenn dieser senkrecht zur Zapfenachse wirkt, und in Spurzapfen mit axial gerichtetem Zapfendruck. Für geneigten Druck ist der Zapfen gleichzeitig Trag- und Spurzapfen.

Nach Lage: Stirn- oder Endzapfen, wenn am Ende der Welle sitzend und Mittel- oder Halszapfen, wenn dies nicht der Fall ist.

Je nachdem das Lager den Zapfen mit nur wenig Spiel umschließt (Ölschicht), so daß im Falle der Relativbewegung es sich um Gleitreibung (fester oder flüssiger Körper) handelt oder die Stützung durch Vermittlung von Wälzkörpern erfolgt und Rollreibung in Betracht kommt, spricht man von Gleitlagern und Wälzlagern.

(438)

Zapfenreibung

bei Gleitlagern. Voraussetzung: Konstante, von Pressung und Gleitgeschwindigkeit unabhängige Reibungszahl.

Tragzapfen. Sofern die Pressung in Punkten der nämlichen Mantellinie gleich groß ist, folgt, Abb. 309.

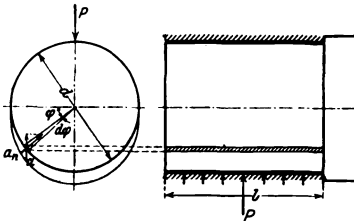


Abb. 309.

$$P = \int_0^\pi p r d\varphi l \sin \varphi$$

und, wenn weiter (nach Weisbach) p als konstant vorausgesetzt wird, $P = 2 r l p$ oder $p = k = \frac{P}{2 r l} =$ Kraft je cm^2 Zapfenprojektion.

Damit wird

$$M = \int_0^\pi \mu p r d\varphi l r = \frac{\pi}{2} \mu P r.$$

Dieses Ergebnis ist bestenfalls für neue Zapfen zutreffend, nicht aber für eingelaufene, bei denen Pressungsverteilung abhängt vom Gesetze, nach dem die Abnutzung verläuft (Hypothese von Reye). Reibungsarbeit in Erwärmung und Abnutzung von Zapfen und Lager sich äußernd; wird angenommen, daß Verhältnis beider konstant ist, so folgt die normale Abnutzung proportional p etwa $\alpha_n = a \cdot p$. Zuzufolge der auch im Falle Abnutzung dauernden Berührung von Zapfen und Schale muß die Abnutzung in Richtung von P für alle Berührungspunkte konstant sein d. h.

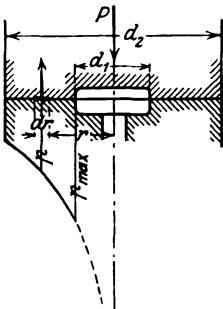


Abb. 310.

$$\frac{a p}{\sin \varphi} = \beta \quad \text{oder} \quad p = a \sin \varphi.$$

Damit folgt

$$P = a r l \int_0^\pi \sin^2 \varphi d\varphi = a r l \cdot \frac{\pi}{2} \quad \text{oder} \quad a = \frac{2 P}{\pi r l}$$

und $p = \frac{2 P}{\pi r l} \sin \varphi$; hiermit wird

$$M = \int_0^\pi \mu \frac{2 P}{\pi r l} \cdot r^2 l \sin \varphi d\varphi = \frac{4}{\pi} \mu P r;$$

für Umschlingungswinkel $\varphi_0 < \pi$ sind die Grenzen entsprechend einzuführen.

Spurzapfen. Zuzufolge Abb. 310 ist $P = \int_{r_1}^{r_2} p \cdot 2 \pi r dr$ und sofern nach Weisbach $p = \text{konst.}$ gesetzt wird

$$P = p (r_2^2 - r_1^2) \pi \quad \text{oder} \quad p = k = \frac{P}{(r_2^2 - r_1^2) \pi}$$

folglich

$$M = \int_{r_1}^{r_2} \mu p 2 \pi r^2 dr = \frac{2}{3} \mu \frac{r_2^3 - r_1^3}{r_2^2 - r_1^2} \cdot P.$$

Für den eingelaufenen Zapfen muß sein $p r = a$, d. h. $p = \frac{a}{r}$, womit

$$P = 2 a \pi \int_{r_1}^{r_2} dr = 2 a \pi (r_2 - r_1) \quad \text{und} \quad a = \frac{P}{2 \pi (r_2 - r_1)} \text{ folgt.}$$

Damit wird

$$p = \frac{P}{2\pi(r_2 - r_1)} \cdot \frac{1}{r}$$

und

$$M = \int_{r_1}^{r_2} \mu \frac{P}{2\pi(r_2 - r_1)} \cdot 2\pi r dr = \mu P \frac{r_1 + r_2}{2}$$

Pressung p nach gleichseitiger Hyperbel sich ändernd, für $r = 0$ wird $p = \infty$: Beseitigung der in Nähe der Achse liegenden Flächenelemente, auch mit Rücksicht auf Schmierung, die von innen nach außen zu erfolgen hat.

In Wirklichkeit sind Zapfen und Schale (Spurlinse) durch die Schmierschicht getrennt, so daß unter normalen Verhältnissen nur Flüssigkeitsreibung in Frage kommt, die außer von der Gleitgeschwindigkeit der einzelnen Schichten aneinander von vielen Umständen (Schmiermaterial, Pressung, Temperatur) abhängt, so daß z. Z. auf die versuchsmäßige Feststellung der Reibungszahlen unter Zugrundelegung der oben erwähnten Theorien noch nicht verzichtet werden kann.

Tragzapfenversuche von Tower¹⁾ lassen erkennen, daß die (Öl)-Pressung durchaus nicht konstant und am größten ist im Mittelpunkt einer Mantellinie, die von der Belastungsebene im Drehsinn etwas absteht; in Richtung der Mantellinie nimmt die Pressung nach den Lagerstirflächen hin ab.

Die Versuche von Stribeck²⁾ (gußeiserne und Weißmetallschalen, Ringschmierung) fassen die Einlauf- und Anlaufverhältnisse sowie den Beharrungszustand ins Auge (Anpassen von Zapfen und Schale, Erwärmung und Beharrungstemperatur). Sie lassen deutlich die Abnahme der Reibungszahl mit wachsender Temperatur und mit zunehmender Pressung bis auf einen Kleinstwert erkennen und zeigen, daß dieser abhängt von Pressung und Geschwindigkeit; die ihm entsprechende Pressung ist um so größer, je größer die Umlaufzahl ist (selbsttätige Schmierung). Schließlich fand Stribeck, daß für alle Pressungen die Reibungszahl der Ruhe $\mu = \text{konst.} = 0,14$ bzw. $0,24$ für Gußeisen bzw. Weißmetallschale ist und diejenige des Beharrungszustandes um so weniger veränderlich ist, je größer die Pressungen und Gleitgeschwindigkeiten sind.

Versuche von Lasche³⁾ bestätigen die von Stribeck gefundene starke

¹⁾ C. Bach, M. E. 1922, 12. Aufl., 2. Band, S. 4.

²⁾ Z. 1902, S. 1341 und F. A., Heft 7.

Versuchsgegenstand: Weißmetallager mit Ringöler; $r = 35$ und $l = 70$ mm, Schmierung mit Gasmotorenöl. Öltemperatur 25° .

$v = \text{m/sek}$	$p = 1$	2,25	4	9	16	25	36	49 kg/cm ²
7,7	—	0,0573	0,04	0,0209	0,0136	0,0112	—	—
4,03	0,067	0,048	0,0355	0,02	0,0128	0,0102	0,0087	0,0077
2,78	0,05	0,039	0,0288	0,0168	0,0114	0,0091	0,008	0,0071
1,39	0,0415	0,0302	0,0213	0,0126	0,0085	0,007	0,0063	0,0059
0,7	0,028	0,0212	0,0156	0,0091	0,0064	0,0052	0,0048	0,0045
0,23	0,018	0,0108	0,0081	0,0051	0,0035	0,0030	0,0027	0,0026
0,12	0,013	0,0072	0,0052	0,0032	0,0025	0,0021	0,0020	0,0020
0,044	0,0095	0,0046	0,0031	0,0020	0,0019	0,0017	0,0017	0,0025
0,029	0,0074	0,0039	0,0036	0,0018	0,0016	0,0017	0,0023	0,0058
0,018	0,0067	0,0034	0,0033	0,0017	0,0016	0,0019	0,0031	0,0089
0	—	0,21	0,21	0,21	0,21	0,22	0,22	0,23

³⁾ Z. 1902, S. 1881 und F. A., Heft 9.

Versuchsgegenstand: Stahlzapfen. Lagerschalen: Weißmetall. $r = 55$ und $l = 240$ mm, $p = 6,5$ kg/cm². Temperatur des Oles 50° . Schmierung mit Imperial 0.

$v = \text{m/sek}$	3	5	10	15	20	23
$\mu_1 =$	0,0057	0,0067	0,0083	0,0104	0,010	0,0102

Abhängigkeit der Reibungszahl von Pressung, Geschwindigkeit und Temperatur, die Lasche ausdrückt durch

$$\mu k t = \varrho$$

worin ϱ , von der Gleitgeschwindigkeit abhängig, aus Versuchskurven $\mu = f(v)$ abzuleiten ist. Nach Lasche folgt für

$$\begin{array}{ccc} v = 5 & 10 & 20 \text{ m/sek} \\ \varrho \approx 2,3 & 2,9 & 3,5 \end{array} ,$$

Weiter stellte Lasche den Einfluß des Zapfenmaterials auf die Reibungszahl fest und fand, daß das Material von bedeutendem Einfluß nicht ist (Flüssigkeitsreibung). Dagegen hat Lasche durch neue Versuche¹⁾ mit hoch belasteten und rasch laufenden Turbinenlagern (k bis 20 kg/cm^2 , v bis über 60 m/sek) den schon vorher von Heimann²⁾ behaupteten Einfluß des Spieles zwischen Zapfen und Schale bestätigt gefunden. Für $v = 30 \text{ m/sek}$ und 35° Erwärmung des Öles setzt Lasche bei $k = 3 \div 20 \text{ kg/cm}^2$ $\mu k^{0,8} = 0,405$.

Alle Versuche lassen erkennen, daß μ innerhalb weiter Grenzen veränderlich ist, zwischen $0,14$ für die Reibung der Ruhe und $0,0035$ für Stahl auf Gußeisen und zwischen $0,24$ und $0,0021$ für Stahl auf Weißmetall, in beiden Fällen Ringschmierung (nach Stribeck) und daß im Beharrungszustande beobachtete Werte im An- und Auslauf nicht vorhanden sind. Im Interesse sicherer Rechnung liegt reichliche Bemessung von μ .

Versuche mit Spurzapfen³⁾, ausgeführt von: Woodbury (Engineering 1884, S. 532 und Z. 1885, S. 450)⁴⁾, von Lasche (Z. 1906, S. 1289), von Neumann (Z. 1918, S. 571) und v. Freudenreich (B. B. C. Mitteilungen 1918, Heft 1 bis 4 und Z. f. g. T. 1917, S. 293) lassen die Abhängigkeit der Reibungszahl von Pressung, Temperatur und Geschwindigkeit erkennen.

Neumann setzt $\mu k = C = f(v, t)$ und $\mu t = C' = \varphi(v, k)$; er fand bei $k = 10 \text{ kg/cm}^2$, $v = 5 \text{ m/sek}$, $t = 50^\circ \text{ C}$,

für Gußeisen auf Gußeisen $\mu = 0,01$,

Stahl auf Bronze $\mu = 0,005$.

v. Freudenreich setzt $\mu = 0,00762 \sqrt{\frac{v}{k}}$.

Allgemein zu beachten, daß Spurzapfen betriebssicher sind nur im Falle selbsttätiger Schmierung von innen nach außen: Ringspurzapfen; oder im Falle Preßschmierung.

¹⁾ Konstruktion und Material im Bau von Dampfturbinen und Turbodynamos. Berlin: Julius Springer 1920.

²⁾ Z. 1905, S. 1161.

³⁾ C. Bach, M. E., 12. Aufl., 3. Lieferung, S. 25.

⁴⁾ Versuchsgegenstand: Ringzapfen aus Stahl, $57,8 \text{ mm}$ äußerer und $36,3 \text{ mm}$ innerer Durchmesser. Geschwindigkeit 300 Uml/min . Schmierung mit Paraffinöl.

p kg/cm ²	Temperatur				
	$15,5^\circ \text{ C}$	21° C	$26,5^\circ \text{ C}$	32° C	$37,5^\circ \text{ C}$
0,07	0,34	0,268	0,212	0,17	0,138
0,35	0,09	0,074	0,0620	0,0520	0,0436
0,70	0,0554	0,0468	0,0402	0,0348	0,0302
1,05	0,0435	0,0375	0,0325	0,0280	0,0257
1,4	0,0375	0,0327	0,0289	0,0257	0,0227
1,76	0,0336	0,0296	0,0265	0,0236	0,0210
2,1	0,0307	0,0273	0,0245	0,0222	0,0199
2,46	0,0286	0,0256	0,0231	0,0210	0,0190
2,8	0,0221	0,0243	0,0221	0,0201	0,0181

Berechnung.

(439) Maßgebend

1. Festigkeitsforderung: Beschränkung der Beanspruchung und Formänderung (gleichmäßiges Tragen auf ganzer Schalenlänge);
2. Pressungsforderung: Beschränkung der Pressung auf den Wert, oberhalb dessen Schmiermaterial aus Lauffläche herausgedrückt wird, Trockenreibung und Fressen der Gleitflächen zu befürchten ist;
3. Warmlaufforderung: Beschränkung der Übertemperatur, bei welcher die in Wärme umgesetzte Zapfenreibungsarbeit eben noch abgeleitet werden kann (oberhalb deren Heißblauf) und schließlich Fressen statthat.

(440) Tragzapfen als Stirn- oder Endzapfen.

Die beiden ersten Forderungen ergeben unter Voraussetzung gleichmäßiger Verteilung des Zapfendruckes über Zapfenlänge l in Kraftebene für den Vollzapfen, Abb. 309

$$P \cdot 0,5 l = 0,1 k_b d^3 \quad \text{und} \quad P = k l d;$$

für den Hohlzapfen

$$P \cdot 0,5 l = 0,1 k_b \frac{d_3^4 - d_1^4}{d_3} \quad \text{und} \quad P = k l d_3.$$

Damit folgt für den Vollzapfen (Stirnkurbelzapfen)

$$\text{Zapfenverhältnis } \frac{l}{d} = \sqrt{0,2 \frac{k_b}{k}}.$$

Für den beiderseits gestützten Zapfen (Kreuzkopfzapfen) folgt, Abb. 311, entsprechend

$$\frac{P}{2} \left(\frac{l_1 + l}{2} - \frac{l}{4} \right) = 0,1 k_b d^3, \quad P = k l d;$$

mit $l_1 = x d$ wird $\frac{l}{d} = -x + \sqrt{0,8 \frac{k_b}{k} + x^2}$, worin

$x = 0,45 \div 0,55$ für große bzw. kleine Zapfen.

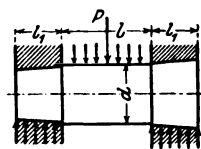


Abb. 311.

Hierin ist im Falle Wechsels der Krafrichtung für

Flußstahl	Flußbeisen	Gußeisen	Stahlguß
$k_b = 400 \div 600$	$300 \div 500$	$150 \div 250$	$250 \div 400 \text{ kg/cm}^2$

und hängt k von Material, Ausführung, Schmierung, Betriebsverhältnissen, von der Zweckbestimmung der Konstruktion und ihrer Lebensdauer (Abnutzung und ihre Folgen) ab. Daher ist Angabe allgemein gültiger Werte für mittlere Pressung $k = P : l d$ streng genommen nicht möglich; als höchstens zulässige Werte für beständig sich drehende Zapfen in nachstellbaren Lagern normaler Maschinen werden angesehen

Gußstahl gehärtet auf Gußstahl	bei bester Arbeit, Wartung und Schmierung k bis 150 kg/cm^2		
desgl. „ Bronze	} im übrigen wie vorstehend	120	„
„ „ Weißmetall		90	„
Gußstahl, ungehärtet auf Bronze oder Weißmetall		80 bzw. 60	„
Flußbeisen		50	„ 40
„ auf Flußbeisen		25	„

Überschreitung der Werte unterhalb 60 kg/cm^2 im Falle unterbrochener Drehung, belangloser Abnutzung um $100 \div 200\%$. Dasselbe gilt bez. der größeren Werte unter dem Zwange gedrängter Konstruktion (Raum- und Gewichtsbeschränkung).

Betriebserfahrungen an gut durchgebildeten und gewarteten Anlagen lassen folgende Pressungen als bewährt erscheinen¹⁾:

	Hauptlager	Kurbelzapfen	Kreuzkopfzapfen
Verbrennungsmotoren	k bis 30	bis 90	bis 150 kg/cm ²
Dampf-Fördermaschinen	„ 30	„ 120	„ 150 „
Einzylinderdampfmaschinen	„ 20	„ 70	„ 90 „
Mehrzylinderdampfmaschinen	„ 16	„ 60	„ 80 „
Pumpen (Stoßwirkung)	„ 10	„ 45	„ 60 „
Kompressoren und Gebläse	„ 14	„ 50	„ 60 „

Hierbei höchster Kolbendruck zugrunde gelegt und Beschleunigungsdruck vernachlässigt. Für Außen- (Schwungrad-)lager von Einzylindermaschinen wegen fehlenden Atmens k kleiner als für Kurbellager.

Bei Lokomotiven k bis 150 bzw. 350 kg/cm² für geschliffenen Kurbel- bzw. Kreuzkopfzapfen (größere Abnutzung).

Im Falle vorübergehend wirkender Größtkräfte (Pressen, Scheren usw.) $k \geq 200$ kg/cm².

Die dritte Forderung läuft unter Voraussetzung, daß gesamte Reibungsarbeit in Wärme umgesetzt wird und die ableitbare Wärmemenge proportional ld gesetzt werden darf, hinaus auf diejenige, daß spezifische Reibungsarbeit $A_z = \frac{A}{ld}$ einen gewissen, von vielen Umständen abhängigen Wert nicht überschreitet. Damit folgt mit $P_m =$ mittlerer Zapfendruck während einer Umdrehung

$$A_z \geq \frac{A}{ld} = \frac{\mu P_m \frac{d}{200} \frac{\pi n}{30}}{ld} = \frac{\pi \mu P_m n}{6000 l} = \mu kv.$$

Mit $\frac{6000 A_z}{\pi \mu} = w$ wird, $l \geq \frac{P_m n}{w}$ oder $l \geq \frac{\pi}{6000} \frac{P_m n}{kv}$ entsprechend

$$kv = \frac{\pi}{6000} w.$$

Lasche setzt (438) $A_z = \rho \frac{v}{t} = \mu kv.$

Das Ergebnis, daß nur l , nicht aber d die Beharrungstemperatur bestimmt, ist eine Folge der nicht erfüllten Voraussetzungen; namentlich ist μ nicht konstant und hängt A_z bei gleichem ld von Größe und Beschaffenheit der wärmeabgebenden Oberfläche ab, ganz abgesehen von der durch die Welle abgeleiteten Wärme. Daher erscheinen w bzw. kv nur als aus bewährten Betrieben abzuleitende Erfahrungszahlen, deren Größe zunimmt mit abnehmender Reibungszahl (Ausführung und Schmierung) und den die Wärmeableitung begünstigenden Umständen (bewegte Luft, künstliche Kühlung); sie hängt ab vom Material (Weißmetall günstiger als Bronze).

Sonderwerte für w bzw. kv .

Stirnkurbelzapfen (Gußstahl auf Bronze oder Weißmetall)	früher $w = 37500$ entspr. $kv \approx 20$ kgm
	jetzt ≈ 70000 37,5
Kurbelzapfen gekröpfter Wellen	bis 90000 47
Kurbel- (Schwungrad-)wellen, Zapfen auf Kurbelseite	40000 21
Kurbel- (Schwungrad-)wellen, Zapfen auf Schwungradseite	früher 15000 8
	jetzt 28000 15

¹⁾ C. Bach, M. E., 12. Aufl., 2. Band, S. 35.

Güldner ¹⁾ empfiehlt für Rotgußschalen	$w = 48000$	$kv \begin{matrix} \leq 25 \\ \leq 28 \\ \leq 30, \end{matrix}$
Bronzeschalen	53000	
Weißmetallschalen	57000	

unter Zugrundelegung von $k = \frac{P^m}{ld}$, berechnet aus mittlerem Kolbendruck eines vollen Arbeitsganges. Für Schwungradwellenzapfen setzt er

$$w = 29000 \quad kv \leq 15$$

Erhöhung von w bzw. kv durch künstliche Kühlung (Spülschmierung); bei Dampfturbinen, Turbogeneratoren mittlerer Größe wird gegangen bis

$$w = 285000 \quad kv \text{ bis } 150$$

bei $k = 5 \div 6 \text{ kg/cm}^2$ und $v = 30 \div 25 \text{ m/sek.}$

Im Falle kleiner Maschinen Unterschreitung dieser Werte, für große Steigerung bis auf $kv = 280 \text{ kgm}$ bei v bis 40 m/sek.

Für Achszapfen von Personenwagen:

$$w = 190000, \quad kv = 100 \quad k \text{ bis } 40 \text{ kg/cm}^2$$

„ dreiachsiger Lokomotiven bei Schnellzugsgeschwindigkeit

$$w \text{ bis } 150000 \quad kv = 70 \quad k \text{ bis } 15 \text{ kg/cm}^2$$

und für äußere Kurbelzapfen w bis 250000 .

(441) Gang der Rechnung für Tragzapfen: Bestimmung von $\frac{l}{d}$ und Entscheidung hierüber. Sofern errechnetes $\frac{l}{d}$ beibehalten wird, erscheint Zapfen hinsichtlich Beanspruchung und Pressung ausgenutzt. Im Falle Vergrößerung von $\frac{l}{d}$ ist Anstrengung maßgebend. Prüfung, ob Warmlauf-Verkleinerung von $\frac{l}{d}$ ist Pressung maßgebend. Prüfung, ob Warmlauf-forderung genügt wird; im Falle hoher Umlaufzahl bzw. Geschwindigkeit von dieser ausgehen.

Ausführung, Aufstellung und Wartung sprechen für tunlichste Beschränkung von l (Pressungsverteilung, Abnützung, Schiefstellung); deshalb $\frac{l}{d}$ möglichst klein. Außerdem sprechen wirtschaftliche Verhältnisse (Modelle) für Einhaltung bestimmter Werte $\frac{l}{d}$. Vgl. auch das unter Lager Gesagte. Praktisch bewährte Zapfenverhältnisse sind:

$$\text{für Stirnkurbelzapfen} \quad \frac{l}{d} = 1 \div 1,25,$$

$$\text{für Kreuzkopfzapfen} \quad = 1,20 \div 1,50,$$

$$\text{für Halslager und Schwungradlager} = 2.$$

Bei Halszapfen der Durchmesser vielfach durch Drehmoment bestimmt und Rechnung auf Kontrolle der üblichen Lauflänge beschränkt.

Beispiel. Größter Kolbendruck einer Einzylinderdampfmaschine 6000 kg , Mittelwert 4600 kg , $n = 100$. Dann folgt für

$$\text{Kurbelzapfen: } \frac{l}{d} = \sqrt[3]{0,2 \frac{600}{75}} \approx 1,3.$$

Gewählt $\frac{l}{d} = 1,25$; hierfür gilt

$$6000 = 75 \cdot 1,25 d^3 \quad d = 80 \text{ mm} \quad l = 100 \text{ mm.}$$

Damit folgt

$$w = \frac{4600 \cdot 100}{10} = 46000 \quad \text{oder} \quad kv = \frac{\pi}{6000} \cdot 46000 = 24.$$

¹⁾ Entwerfen und Berechnen der Verbrennungskraftmaschinen und Kraftgasanlagen, Berlin: Julius Springer 1914,

Abmessungen sind zulässig. Für $n = 150$ würden folgen

$$l \geq \frac{4600 \cdot 150}{50000} = 140 \text{ mm} \quad \text{und} \quad d = \sqrt[3]{\frac{6000 \cdot 7}{10} \cdot 600} = 55 \text{ mm};$$

damit wäre $\frac{l}{d} = \frac{140}{85} = 1,65$; gewählt $\frac{l}{d} = 1,25$ und damit $d = 110 \text{ mm}$.

Kreuzkopfzapfen: $\frac{l}{d} = -0,5 + \sqrt{0,8 \frac{600}{100} + 0,25} \approx 1,75$.

Mit $\frac{l}{d} = 1,5$ folgt d aus $6000 = 1,00 \cdot 1,5 d^3$ zu $d = 65 \text{ mm}$, $l = 100 \text{ mm}$.

Warmaufförderung kommt nicht in Frage.

Ausführung s. u. Einzelteile der Dampfmaschinen.

(442) Spurzapfen, Abb. 310, Festigkeitsforderung durch Pressungs-
forderung gedeckt durch

$$P = k \cdot 0,25 \pi (d_2^3 - d_1^3).$$

Warmaufförderung führt unter Annahme, daß ableitbare Wärme proportional $0,25 \pi (d_2^3 - d_1^3)$ ist, zu

$$A_z \geq \frac{A}{0,25 \pi (d_2^3 - d_1^3)} = \frac{\mu P \frac{d_1 + d_2}{400} \frac{\pi n}{30}}{0,25 \pi (d_2^3 - d_1^3)} \quad \text{oder} \quad d_2 - d_1 \geq \frac{\mu P n}{3000 A_z};$$

mit $\frac{3000 A_z}{\mu} = w$ folgt $d_2 - d_1 \geq \frac{P n}{w}$.

Wegen $\frac{P}{0,25 \pi (d_2^3 - d_1^3)} = k$ und $\frac{d_1 + d_2}{400} \frac{\pi n}{30} = v$ ist auch $A_z \geq \mu k v$

und $k v = \frac{w}{3000} \cdot k$ und w stark abhängig von Schmierung. Im Falle Zuführung

des Schmiermaterials unter Druck und damit beförderter Wärmeableitung wesentlich höhere Werte zulässig als bei selbsttätiger Schmierung. Für dauernd umlaufende Zapfen, gehärteter Gußstahl auf Bronze, $k \leq 70 \text{ kg/cm}^2$, für nur schwingende oder langsam umlaufende Zapfen oder im Falle häufiger Betriebsunterbrechungen (mit Vollast) erheblich höher.

Berücksichtigung der Erwärmung durch $w \leq 50000$ oder $k v \leq 72 \text{ kgm}$, bei fehlender Mantelreibung, andernfalls geringer (Mantelreibung tunlichst vermeiden).

Hauptanwendungsgebiet im Turbinenbau. Pfarr¹⁾ empfiehlt für Wasserturbinen

¹⁾ Pfarr, Turbinen für Wasserkraftbetrieb. Berlin, Julius Springer, macht über gut laufende Spurzapfen, Gußeisen auf Gußeisen, in Dampfzylinderqualität, folgende Angaben:

d_2 cm	d_1 cm	$d_2 - d_1$ cm	P kg	Minutliche Umdrehungszahl n	n berechnet mit $w = 40000$	$w = \frac{P n}{d_2 - d_1}$	$k = \frac{P}{\frac{\pi}{4} (d_2^3 - d_1^3)}$ kg/cm ²	$P_{\max} = \frac{P}{\pi d_1 \frac{d_2 - d_1}{2}}$ kg/cm ²
12,0	4,0	8,0	6200	32	51,6	24800	61,7	123,3
39,5	28,5	11,0	9400	40	46,8	34200	16,0	19,1
17,8	6,0	11,8	12600	47	37,5	50200	57,1	113,3
17,5	5,0	12,5	17300	46,5	28,9	64300	78,3	176,2
42,0	29,0	13,0	6000	150	86,7	69200	8,3	10,1
6,0	—	6,0	5150	100	46,6	85800	182,2	—
15,0	3,0	12,0	9600	122	50,0	97600	56,6	169,8
16,0	10,5	5,5	4100	160	53,7	119300	35,8	45,3
10,0	2,0	8,0	10000	96	32,0	120000	132,6	397,9
14,0	5,0	9,0	7536	150	47,8	125600	56,1	106,6
24,0	6,0	18,0	55000	41,5	13,1	126800	129,7	324,2
46,0	31,0	15,0	6500	300	92,3	130000	7,2	8,9

$$w = 40000 \div 75000 \text{ entspr. } kv = 15 \div 25 \text{ kgm}$$

$$k = 50 \div 70 \text{ kg/cm}^2$$

$$p_{\max} = 100 \div 170 \text{ kg/cm}^2, \text{ vgl. (438).}$$

Die Firma J. M. Voith in Heidenheim a. d. Brenz rechnet mit

$$kv = 28 \text{ kgm für kleine Ringspurlager } (k = 15 \text{ kg/cm}^2 \text{ und } v = 1,9 \text{ m/sek}) \\ \text{bis } 34 \text{ „ „ große „ „ } (k \text{ bis } 30 \text{ kg/cm}^2 \text{ „ „ } v = 1,1 \text{ m/sek}).$$

Gelpke rechnet bei fehlender künstlicher Kühlung mit $kv \leq 60$, sofern v die Umfangsgeschwindigkeit des äußeren Linsendurchmessers bedeutet.

Warmlaufforderung eine Mindestbreite $b = \frac{d_2 - d_1}{2}$ fordernd, nach Ent-

wicklung unabhängig vom Abstände von der Achse; je größer b und dieser Abstand, desto empfindlicher der Zapfen. Zerlegung der Gesamtbreite in Einzelbreiten: Kammzapfen, Abb. 312.

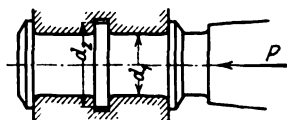


Abb. 312.

(443) d_1 durch Festigkeits- oder andere Rücksichten bestimmt, d_2 ist wählbar; je

kleiner $b = \frac{d_2 - d_1}{2}$, desto mehr Kämme, um so empfindlicher der Zapfen (gleichmäßige Übertragung und Abnutzung).

$$\text{Etwa } b = (0,1 \div 0,3) d_1.$$

Die Pressungsforderung lautet

$$P = k \frac{\pi}{4} (d_2^2 - d_1^2) \delta = k \frac{\pi}{2} b (d_2 + d_1) \delta = k \pi d_m \cdot b \cdot \delta;$$

die Warmlaufforderung bedingt

$$b \delta \geq \frac{\mu P n}{6000 A_z} = \frac{P n}{2 w}.$$

Hierin wegen erwähnter Schwierigkeiten $k \leq 40 \div 45 \text{ kg/cm}^2$ (Stahl auf Bronze oder Weißmetall)

$$w \leq 20000 \text{ oder } kv = 6 \div 7 \text{ kgm.}$$

Um so kleiner, je größer δ . Überschreitung um ein Vielfaches im Falle künstlicher Kühlung. Kammstärke durch Festigkeitsrücksichten (Formänderung) bedingt.

Ausführungseinzelheiten siehe unter Lager.

Beispiel. Eine Axialkraft von 1000 kg bei $n = 200$ durch Stützzapfen zu übertragen. Als End-Ringspurlager: dann gilt mit $k = 40 \text{ kg/cm}^2$ und $w = 40000$

$$\frac{\pi}{4} (d_2^2 - d_1^2) = \frac{1000}{40} = 25 \text{ und } d_2 - d_1 = \frac{1000 \cdot 200}{40000} = 5.$$

Dem würde $d_2 = 60 \text{ mm}$, $d_1 = 10 \text{ mm}$ und

$$p_{\max} = \frac{1000}{\pi \cdot 5} \cdot \frac{2}{0,5} = 127 \text{ kg/cm}^2 \text{ entsprechen.}$$

Als Mittelkammzapfen für einen Wellendurchmesser von 100 mm.

In diesem Falle werde gewählt $b = 17,5 \text{ mm}$ entsprechend $d_2 = 100 + 35 = 135 \text{ mm}$. Mit $w = 20000$ folgt

$$\delta \cdot 3,5 = \frac{1000 \cdot 200}{20000} = 10;$$

$$\delta = 3 \text{ tragende Kämme, entsprechend } k = \frac{1000}{\frac{\pi}{4} (13,5^2 - 10^2)} \approx 5 \text{ kg/cm}^2.$$

Achsen und Wellen.

(444) Achsen vorzugsweise auf Biegung, Wellen auf Biegung und Drehung beansprucht.

Für Abmessungen, je nach dem Verwendungszweck, maßgebend die Materialbeanspruchung oder die Formänderung rücksichtlich der gleichmäßigen Berührung zwischen Zapfen und Lagerschale, zusammenfallender Mittelebenen von Riemenscheiben oder Stirnrädern, oder gemeinsamer Kegelspitzen zusammenarbeitender konischer Räder.

Berechnung.

(445) Für Achsen gilt die Biegleichung

$$M_b \approx \frac{1}{10} k_b d^3 \quad \text{bzw.} \quad M_b \approx \frac{1}{10} k_b \frac{d_2^4 - d_1^4}{d_2}$$

für vollen Kreis- bzw. Kreisringquerschnitt.

Ist $s = \frac{d_2 - d_1}{2}$ gering, so gilt mit $d_m = \frac{d_2 + d_1}{2}$ auch

$$M_b = 0,8 k_b d_m^2 s.$$

Für vollständigen Wechsel der Krafrichtung bei

	Flußstahl	Flußeisen	Gußeisen	Stahlguß	Eichenholz ¹⁾
k_b	$400 \div 600$	$300 \div 500$	$130 \div 250$	$250 \div 400$	60 kg/cm^2

Formänderung nach (226) bestimmen.

(446) Wellen. Materialanstrengung ist maßgebend.

Für reine Drehung gilt

$$M_d = k_d \frac{\pi}{16} d^3 \approx \frac{1}{5} k_d d^3 \quad \text{bzw.} \quad M_d = k_d \frac{\pi}{16} \frac{d_2^4 - d_1^4}{d_2} \approx \frac{1}{5} k_d \frac{d_2^4 - d_1^4}{d_2}$$

im Falle vollen Kreis und Kreisringquerschnittes.

Hierin für vollständigen Wechsel des stoßfrei wirkenden Momentes zwischen $+M_d$ und $-M_d$ bei

	Flußstahl	Flußeisen	Gußeisen	Stahlguß	Eichenholz ¹⁾
k_d	$300 \div 480$	$200 \div 400$	$80 \div 100$	$480 \div 960$	$40 \div 50 \text{ kg/cm}^2$

Das 2- und 3fache dieser Werte für ein zwischen M_d und 0 schwankend bzw. für konstantes M_d . Besondere Berücksichtigung von Stoßwirkungen durch Verminderungen k_d .

Mit $M_d = \frac{450000 N}{2 \pi n}$ folgt $d = \sqrt[3]{\frac{3600000}{\pi^2} \cdot \frac{1 N}{k_d n}}$; wird die zusätzliche Biegungsbeanspruchung (Eigengewicht, Zahndruck, Querkraft) durch Beschränkung der Drehungsanstrengung auf $k_d = 120 \text{ kg/cm}^2$ berücksichtigt, so folgt für normale Transmissionswellen rücksichtlich Anstrengung

$$d = \sqrt[3]{3000 \frac{N}{n}} = 14,5 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}.$$

Im Falle erheblicher Beanspruchung auf Biegung (Hauptvorgelege, schwerbelastete Wellen) auf zusammengesetzte Festigkeit rechnen. Es ist

¹⁾ Für Wasserradachsen.

$$k_b \cdot \frac{1}{10} d^3 = 0,35 M_b + 0,65 \sqrt{M_b^2 + (\alpha_0 M_d)^2}$$

mit $\alpha_0 = \frac{k_b}{1,3 k_d}$. Ev. Verschwächung durch Keilnuten beachten (Wellenkopf, Stahl- oder Fräserauslauf).

(447) Formänderung gegenüber Verdrehung ist maßgebend.

Mit verhältnismäßigem Verdrehungswinkel $\vartheta = \frac{32}{\pi} \beta \frac{M_d}{d^4}$ folgt derjenige einer l cm langen Welle zu

$$\vartheta_l = l \vartheta = \frac{32}{\pi} \beta l \frac{M_d}{d^4} = \frac{32 \cdot 450000}{2 \pi^2} \beta \frac{l N}{d^4 n}$$

und mit $\beta = \frac{1}{830000}$ $\vartheta_l = 0,88 \frac{N l}{n d^4}$.

Mit $M_d = k_d \frac{\pi}{16} d^3$ folgt auch $\vartheta_l = 2' \beta k_d \frac{l}{d}$ und $k_d = \frac{1}{2\beta} \vartheta_l \frac{d}{l}$. Hiernach k_d proportional ϑ_l und d , ferner umgekehrt proportional l bzw. proportional ϑ_l : Abhängigkeit der Anstrengung von zugelassener Formänderung.

Für die übliche Vorschrift $\vartheta_l = 1/4^0$ auf $l = 100$ cm folgt mit $\beta = \frac{1}{830000}$ aus $\frac{1}{4} \cdot \frac{180}{\pi} = 0,88 \frac{N \cdot 100}{n \cdot d^4}$

$$d \approx 12 \sqrt[4]{\frac{N}{n}}$$

ϑ_l im allgemeinen von vielen Umständen abhängig, so daß allgemein gültige Angaben nicht gemacht werden können.

(448) Formänderung gegenüber Biegung ist maßgebend.

Mit geringem radialen Spiel einander umschließende, sich drehende Zylinder bedingen entsprechend kleine Wellendurchbiegungen und bei reichlicher Breite außerdem Beschränkung des Neigungswinkels der elastischen Linie, der auch von Bedeutung ist für die Pressungsverteilung in nicht selbsttätig sich einstellenden Lagerschalen, vgl. unter Lager.

Sofern Kegelrädervorgelege nicht in Frage kommen, erscheint Neigungswinkel

$$\beta_1 \leq \frac{1}{1000} \div \frac{1}{1200} \quad (\text{nach Pfarr})$$

ausreichend; dem ersten Wert entspricht für unveränderlichen Durchmesser d im Falle gleichmäßiger über die Welle verteilter Last eine höchstens zulässige Durchbiegung von 0,3 mm auf das Meter Wellenlänge und im Falle einer in Wellenmitte angreifenden Einzellast eine solche von $1/3$ mm auf 100 cm Wellenlänge. Bei Belastung durch mehrere Kräfte (Zahndruck, Riemen- oder Seilzug, vgl. (414) und (435)), u. U. in verschiedenen Ebenen, sind die aus Einzelbelastungen resultierenden Neigungswinkel in horizontaler und vertikaler Ebene zu bestimmen und damit der Neigungswinkel der elastischen Linie zu ermitteln. Vgl. (230). Für nicht konstanten Wellenquerschnitt wird β_1 zweckmäßig zeichnerisch mittels des Mohrschen Verfahrens ermittelt. Vgl. (228)⁹⁾.

¹⁾ Dieser Durchmesser wird in den Ausführungslisten der Transmissionsfirmen als „theoretischer Wellendurchmesser“ bezeichnet.

⁹⁾ S. auch Z. f. M. u. Ph. 1874, S. 392 ff.: rein rechnerisches Verfahren von Weyrauch. Z. d. B. 1886, S. 249: zeichnerisches, auf Mohr sich stützendes Verfahren, von Land. — Kloß, Analytisch-graphisches Verfahren zur Bestimmung der Durchbiegung zwei- und dreifach gestützter Träger, Berlin 1902. — Vgl. auch die Beispiele in C. Bach, M. E. 1922, 3. Lieferung, S. 72 ff.

Im Falle nicht erheblicher Absätze, größere sind durch konische Übergänge zu vermitteln, genügt u. U. schätzungsweise Ersatz durch eine gleich starke Welle.

(449) Auf die Beanspruchung ist die Lagerentfernung von bedeutendem Einfluß. Sofern biegender Einfluß durch eine gleichförmig verteilt gedachte Last dadurch berücksichtigt wird, daß statt spez. Gewichtes γ das Vielfache $\gamma_1 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^3}$ gesetzt wird, gilt für die l cm lange, an den Enden gestützte Welle

$$M_b = \frac{\pi}{4} d^3 l \gamma_1 \frac{l}{8} = \sigma_b \frac{\pi}{32} d^3 \text{ und folgt } \sigma_b = \gamma_1 \frac{l^2}{d};$$

für den noch über beide Lager hinaus geführten Wellenstrang dagegen

$$\sigma_b = \frac{2}{3} \gamma_1 \frac{l^3}{d}.$$

Für die mit $\tau = 120 \text{ kg/cm}^2$ berechnete Welle, vgl. (446), und

$$\alpha_0 = \frac{400}{1,3 \cdot 400} \sim 0,8$$

folgt aus $400 = 0,35 \cdot \gamma_1 \frac{l^2}{d} + 0,65 \sqrt{\left(\gamma_1 \frac{l^2}{d}\right)^2 + 4 (0,8 \cdot 120)^2}$

$$\frac{l^2}{d} = \frac{370}{\gamma_1}$$

und mit $\gamma_1 = 4,75 = 0,0356$

$$l = 100 \sqrt{d}$$

im Falle der an Enden gestützten Welle und

$$l = 125 \sqrt{d}$$

für die über beide Lager hinaus sich erstreckende Welle.

Abhängig außer von γ_1 und zulässiger Biegungsanstrengung σ_b auch von örtlichen Verhältnissen (Maschinen- und Säulenstellung, Balkenlage).

Für Hauptantriebe von Lagerentfernung ausgehen und Durchmesser nach (446) oder (448) bestimmen.

(450) Über die Berechnung gekröpfter Kurbelwellen vgl. das unter Dampfmaschinen Gesagte und das Verfahren von Pfeleiderer in C. Bach, M. E. 1922, 3. Lieferung, S. 84 ff.¹⁾

(451) Mit der Durchbiegung umlaufender Wellen sind Biegungsschwingungen, mit der Drehung der durch die elastische Welle gekuppelten Massen aber Verdrehungsschwingungen verknüpft, die u. U. von Bedeutung werden können (Beanspruchung, Ruhe des Ganges, Erschütterungen der Umgebung). Vgl. bezüglich der hierüber erschienenen Veröffentlichungen die Zusammenstellung in C. Bach, M. E. 1922, 3. Lieferung, S. 107 ff. und (680).

(452) **Konstruktion und Ausführung.** Material: Flußeisen und Flußstahl von ausreichender Zähigkeit: widerstandsfähigere Oberfläche als im Falle Flußeisens, namentlich für Zapfen in staubigen Betrieben in Betracht kommend; rücksichtlich Durchbiegung diesem aber nicht überlegen (α nahezu gleich groß). Gußeisen, dicht und zäh, für Hohlwellen; Holz u. U. für Wasserradachsen.

Voller Kreis- oder Kreisringquerschnitt, in schmiedbarem Material für Hohlwellen.

¹⁾ Siehe auch Ensslin, Mehrfach gelagerte Kurbelwellen mit einfacher und doppelter Kröpfung. Stuttgart 1902.

Glatte Wellen mit normalen Durchmessern gemäß DIN. 114¹⁾.

Abgesetzte oder Fassonwellen: plötzliche Übergänge, scharfe Eindrehungen, namentlich bei Flußmaterial streng vermeiden.

Je nach dem Verwendungszweck wird das Spiel zwischen Welle und Bohrung, die Passung in die Welle oder in die Bohrung verlegt.

(453) Passungen für Achsen (Wellen) und Bohrungen, festgesetzt vom NDI.

Die Größe der Passung richtet sich nach verlangter Genauigkeit und Sitzart.

Als Bezugstemperatur gilt nach DIN. 102 für sämtliche Werkstattlehren + 20° C, d. h. z. B. eine Rachenlehre für 50 mm hat bei + 20° C genau 50 mm Weite.

Die Spiele beruhen auf Paßeinheiten; der NDI. setzte fest $1 \text{ PE} = 0,005 \sqrt[3]{D}$ mit D als Nenndurchmesser in mm und faßt mehrere Normaldurchmesser für je eine Paßeinheit wie folgt zusammen:

für D über	1	3	6	10	18	30	50	80	120	180	260	360 mm
bis	3	6	10	18	30	50	80	120	180	260	360	500 mm
$1 \text{ PE} =$	0,005	0,008	0,010	0,012	0,015	0,018	0,020	0,022	0,025	0,030	0,035	0,040 mm

An Werkstücken werden die Durchmesser mit Rachenlehren und Dornlehren gemessen und geprüft nach dem Toleranzsystem.

Nach Abb. 313 ist bei der Rachenlehre die Gutseite größer als die Ausschußseite, so daß der wirkliche Durchmesser zwischen beiden Maßen liegt. Entsprechendes gilt bei der Dornlehre nach Abb. 314.

Man unterscheidet Einheitsbohrung (EB.) und Einheitswelle (EW.).

(454) EB. Für mehrere Sitzarten (Fest- und Haftsitz = Ruhesitze, Gleit- und Laufsitz = Bewegungssitze) wird bei demselben Nenndurchmesser die Bohrung nach derselben Dornlehre, die Achsendurchmesser aber je nach Sitzart nach verschiedenen Rachenlehren hergestellt.

(455) EW. Hier wird die Welle nach derselben Rachenlehre, aber die zugehörigen Bohrungen je nach Sitzart nach verschiedenen Bohrungen hergestellt.

Man unterscheidet außerdem vier Gütegrade der Passungen: die Edel-, Fein-, Schlicht- und Grobpassung. Edelpassung, mit kleinstem Spiel, eignet sich nur für genauesten Maschinenbau in Verbindung mit Schleiftechnik. Meist kommt man mit Fein- und Schlichtpassung aus; während die Grobpassung für Stellwerke, landwirtschaftliche Maschinen usw. gut ist.

Abb. 315 u. 316 zeigt je eine Übersicht der Gütegrade und Sitzarten mit Angabe der Normenblätter.

Gutseite.
Die Lehre soll infolge ihres Eigengewichtes über die Welle gehen.

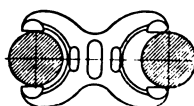


Abb. 313. Grenzrachenlehren für den Schaft.

Gutseite.
Die Lehre soll sich zwanglos einführen lassen.



Abb. 314. Grenzlehren für das Loch.

Ausschußseite.
Die Lehre darf sich nicht über die Welle führen lassen, sondern darf höchstens anschnäbeln.

Ausschußseite.
Die Lehre darf sich nicht einführen lassen, sondern darf höchstens anschnäbeln.

¹⁾ Der N. D. I. hat zwecks Beschränkung der Werkzeuge Normaldurchmesser zwischen 1 und 500 mm festgelegt, vgl. DIN. 3. Für Transmissionswellen gelten als normale Durchmesser: 25 30 35 40 45 50 55 60 70 80 90 100 110 125 140 160 180 200 240 260 280 300 320 340 360 380 400 420 440 460 480 500 mm.

Gütegrad	Edelpassung				Feinpassung								Schlichtpassung			Grobpassung			
DINORM	18				19								148			159			
Einheitsbohrung Paßeinheiten: $1 PE = 0,005 \sqrt{D}$	[Graph showing tolerance zones for hole fits]																		
	Sitz	Edelfestsitz	Edelhaftsitz	Edelschiebesitz	Edelgleitsitz	Festsitz	Haftsitz	Schiebesitz	Gleitsitz	Enger Laufsitz	Laufsitz	Leichter Laufsitz	Weiter Laufsitz	Schlichtgleitsitz	Schlichtlaufsitz	Weiter Schlichtlaufsitz	Grobsitz g 1	Grobsitz g 3	Grobsitz g 4
	DINORM	26	25	24	23	26	25	24	23	22	21	20	52	151	150	149	163	161	160
	Gütegrad	Edelpassung				Feinpassung								Schlichtpassung			Grobpassung		
	Sitz	Edelfestsitz	Edelhaftsitz	Edelschiebesitz	Edelgleitsitz	Festsitz	Haftsitz	Schiebesitz	Gleitsitz	Enger Laufsitz	Laufsitz	Leichter Laufsitz	Weiter Laufsitz	Schlichtgleitsitz	Weiter Schlichtlaufsitz	Schlichtlaufsitz	Grobsitz g 1	Grobsitz g 3	Grobsitz g 4
	DINORM	51	50	49	48	47	46	45	44	43	42	41	53	157	156	155	169	166	165
	Einheitswelle Paßeinheiten: $1 PE = 0,005 \sqrt{D}$	[Graph showing tolerance zones for shaft fits]																	
		DINORM	40								154			164					

Beispiele: 40 mm Nenndurchmesser, 1 PE = 0,018 mm.

EB. Feinpassung. Bohrung = 50 bis $50 + 1,5 \cdot 0,018 = 50$ bis 50,027 mm.

Laufsitz hierzu, Welle = $50 - 1,5 \cdot 0,018$ bis $50 - 3,0 \cdot 0,018 = 49,973$ bis 49,946 mm, alles auf $+ 20^\circ \text{C}$ bezogen.

Die Zweckmäßigkeit des einen oder andern Systems richtet sich nach dem jeweiligen Maschinenbauzweig; für Transmissionsbau eignet sich die EW., für Werkzeugmaschinenbau die EB. Die Kugellagerpassungen decken sich mit diesen Normalpassungen nicht, dasselbe gilt vom Preßsitz.

Größtlängen rücksichtlich Transport und Aufstellung (Verbiegen), abgesehen von Bearbeitung, vom Durchmesser abhängig, von etwa 5 m an bei 45 mm Durchmesser steigend auf 6,950 m für stärkere Wellen. Genaue Längen abhängig von haulicher Anlage und Lagerstellen vgl. (449).

Die Beziehung $l = (100 \div 120) \sqrt{d}$ für kleinere bzw. größere Wellendurchmesser liefert bewährte Lagerentfernungen für den Fall, daß die Antriebs Scheiben in unmittelbarer Nähe der Lager sitzen, andernfalls gilt $l = (85 \div 100) \sqrt{d}$ für die an beliebigen Stellen zwischen den Lagern sitzenden Scheiben.

Rücksichtlich Gewichtsbeschränkung hohe Umlaufzahlen, in Abhängigkeit von denen der Arbeitsmaschinen wegen der Übersetzung durch Riementriebe.

$n = 100 \div 150$ bzw. $n = 250 \div 400$ für Vorgelege von langsam- bzw. schnelllaufenden Arbeitsmaschinen.

Durchmesserverminderung nach Maßgabe des abnehmenden Drehmomentes vom Antrieb nach dem Wellenende hin: Abgesetzte Welle (höchstens etwa $\frac{1}{5}$ des Durchmessers) oder Kupplungshälften verschieden gebohrt. Wellenstoß in unmittelbarer Nähe des Lagers, vom Antrieb ausgehend, hinter diesem: Abkupplungsmöglichkeit einzelner Wellen oder Teilstränge.

Genügender Überstand über Lager: Kupplungsmöglichkeit.

(456) Fassonwellen im Falle starker Inanspruchnahme auf Biegung für Hauptantriebe, geschmiedet oder aus Vollem gedreht. Verstärkung im Rad- oder Scheibensitz derart, daß Fräser oder Hobelstahl für Keilnut auslaufen kann. Starke Absätze durch konische Übergänge vermitteln.

(457) Hohlwellen in Gußeisen, Stahlguß oder Flußeisen bzw. -stahl, für ausrückbare Antriebe, vgl. (464). Radialer Spielraum zwischen Voll- und Hohlwelle 7,5 mm und mehr im Falle innen roh bleibender Gußeisenwellen, 5 mm und darunter für ausgebohrte Stahlwellen. Zentrierung durch zweiteilige Zentrier- ringe (Enden unter allen Umständen ausgebohrt). Auf Biegung und Drehung beansprucht, zufolge großer Zapfendurchmesser von üblichen Werten abweichende

Zapfenverhältnisse $\frac{l}{d}$.

(458) Gezogene und mit starkem Vorschub gedrehte, rundgeglättete Wellen starke Oberflächenspannung besitzend, die durch Anarbeiten von Flächen oder Nuten teilweise aufgehoben wird: Krummziehen¹⁾.

(459) Sicherung gegen axiale Verschiebung (Axialkräfte von größerer oder geringerer Bedeutung, Zufälligkeiten, Wärmedehnungen) an einem Lager in Nähe des Hauptantriebes, oder der lösbaren Kupplung, oder konischen Räder- triebes. Je nach Größe der Kräfte durch Bunde, warm aufgezogen oder ange- schmiedet oder aus Vollem gedreht²⁾ oder durch Stellringe, ein- oder zwei- teilig in Schmiedeisen oder Gußeisen.

Sicherung durch Druckschrauben im Falle einteiliger, auch durch Klemmen bei zweiteiligen Ringen, Abb. 317 und 318.

Ausdehnungsmöglichkeit langer Stränge durch Teilung und Einbau be- sonderer Kupplungen. Vgl. (463).

¹⁾ Z. 1898, S. 1279.

²⁾ Das Eisenwerk Wülfel in Hannover-Wülfel benutzt die Bunde gleichzeitig als zwangsläufige Ölringe (raue Oberfläche). Vgl. unter Lager.

(460) Biegsame Wellen für Werkzeugantriebe (in Metall- oder Gummischlauch angeordnete, gekuppelte Gelenkstücke oder ineinandergesteckte rechts- und linksgängige Flachdrahtspiralen)¹⁾.

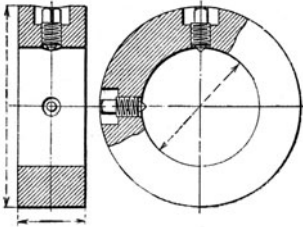


Abb. 317.

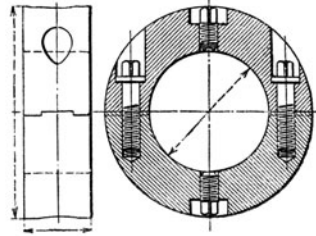


Abb. 318.

Kupplungen.

(461) Zur Verbindung von einzelnen Wellen, deren Achsen entweder zusammenfallen (konaxiale Wellen), oder parallel sind, oder unter einem Winkel sich schneiden oder kreuzen. Hiernach Unterscheidung in

starre, nachgiebige und bewegliche, gelenkige oder elastische Kupplungen. Unterbrechung der Wellenverbindung durch Ausrückkupplungen und insbesondere im Falle der Reibung als Kupplungskraft durch Reibungskupplungen.

Starre Kupplungen.

(462) Muffenkupplung (Kupplungsmuffe): Einteiliger, über Wellenenden geschobener Zylinder. Kupplungschluß durch Nasenkeile. Muffenlänge $l \approx 3 d$, Durchmesser $D \approx 1,8 d + 2 \text{ cm}$. Übereinstimmende Wellendurchmesser bedingend, andernfalls Verlagerung. Notwendigkeit der Verschiebung um $0,5 l$ im Falle Lösen. Nur für untergeordnete Zwecke (Spindelverlängerungen usw.).

¹⁾ Biegsame Wellen
der Deutschen Fabrik biegsamer Wellen, A. Otto & Co., Berlin N 31.
Größter Durchmesser 100 mm. Zulässiger Krümmungshalbmesser, in dem die Wellen normal arbeiten können $(6 \div 7) d$

Leistung in PS	Minutliche Umlaufzahl									
	200	300	400	600	800	1000	1200	1400	1600	2000
	Durchmesser d der Wellen in mm									
$\frac{1}{40}$	10	8	8	7	7	5	5	5	5	5
$\frac{1}{30}$	15	15	12,5	10	10	10	10	8	8	8
$\frac{1}{6}$	20	20	20	15	12,5	12,5	12,5	10	10	8
$\frac{1}{4}$	25	25	25	20	15	15	15	12,5	12,5	10
$\frac{1}{2}$	30	30	30	25	20	20	20	15	15	12,5
$\frac{3}{4}$	35	35	35	30	25	20	20	15	15	12,5
1	40	40	35	30	30	25	25	20	20	15
1,5	45	45	40	35	30	30	25	25	20	20
2	50	50	45	40	35	30	30	25	25	20
2,5	55	55	50	45	40	35	35	30	30	25
3	60	60	55	45	45	40	35	35	30	30
4	.	65	60	50	45	45	40	40	35	35
5	.	70	65	60	50	50	40	40	35	35
6	.	.	70	65	55	50	45	45	40	40
18	.	.	.	70	60	55	50	45	45	40
10	65	60	55	50	50	45
12	70	65	60	55	50	50
15	70	65	60	55	50

Hüsenkupplung, Abb. 319. Zwei außen schwach kegelförmige Schalen (1 : 25 ÷ 1 : 20), mit Zwischenlage auf Wellendurchmesser ausgebohrt, werden durch übergeschobene Ringe ($f = (\frac{1}{8} \div \frac{1}{4}) d^2$) gegen die Welle gepreßt.

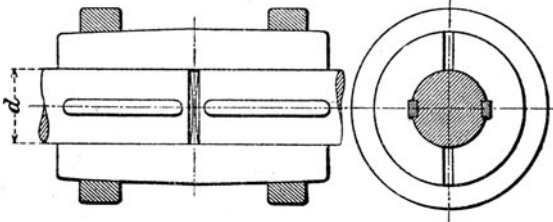


Abb. 319.

Kupplungschluß durch wachgerufene Reibung, nächst dem durch Federn, in Schmalseite tragend. Kupplungslänge $l \approx 3d + (2 \div 4)$ cm, mittlerer Durch-

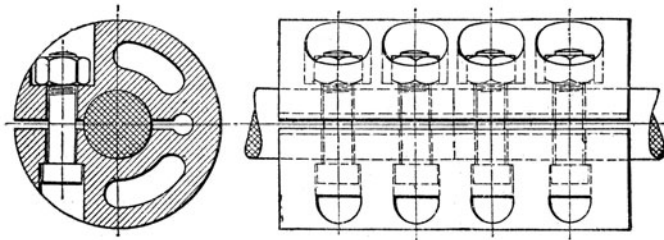


Abb. 320.

messer $D \approx 1,6d + 2$ cm. Statt zweiteiliger Hülse auch nur einseitig aufgeschnittene; im Falle Verwendung von Schrauben leichter lösbar¹⁾, Abb. 320.

Schalenkupplung, Abb. 321. Verbindung der zusammengehobelten und mit Zwischenlage ausgebohrten Hälften durch Schrauben. Kupplungschluß durch Reibung, die Schraubenabmessungen bestimmend. Entsprechend dem Vorgange unter (418) folgt mit $\mu = 0,25$ und Belastung der Schraube

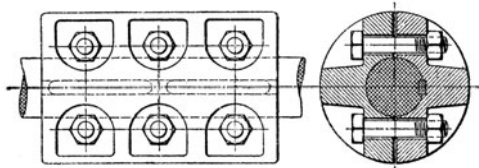


Abb. 321.

¹⁾ Abmessungen derartiger Kupplungen, entspr. Abb. 320, nach Ausführung der Deutschen Maschinenfabrik A.-G., Werk Bechem & Keetman, Duisburg.

Bohrung	Länge	Äußerer Durchmesser	Anzahl der Schrauben	Bohrung	Länge	Äußerer Durchmesser	Anzahl der Schrauben
mm	mm	mm		mm	mm	mm	
40	220	134	2	85	355	225	4
50	236	150	2	95	390	250	4
60	256	175	2	110	440	280	4
70	309	190	4	130	520	310	4
80	344	220	4	150	530	350	4

mit $300 \delta^2$ aus $\frac{36 d^3}{d} = 300 \delta^2 \frac{\delta}{2} \cdot 0,25 \frac{\pi}{2}$ die Schraubenzahl zu

$$\delta \approx 0,6 \left(\frac{d}{\delta} \right)^2 \geq 4.$$

Sicherung durch einfache oder Hakenfeder. Beschränkung der Länge durch Hammerkopfschrauben, von entgegengesetzten Seiten eingeführt. Schutzmantel aus Blech oder mit Kupplung zusammengeworfen. Gewinde- oder andere Löcher zum Abheben der Hälften. Bohrung und Länge nach DIN 115.

Nachteil der beiden Konstruktionen: Übereinstimmende Wellendurchmesser fordernd, andernfalls Verlagerung. Vermieden durch

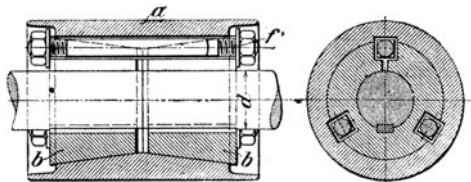


Abb. 322.

Sellers (Doppelkegelklemm-) Kupplung, Abb. 322. Geschlitzte Kegel b , außen gegen Hülse a sich stützend, werden durch Vierkantschrauben gegen diese und Welle gepreßt. Kupplungsschluß durch Reibung und nächst dem durch Feder bzw. Vier-

kantschraube. Konizität etwa 1:8; 3 Schrauben. Schaulöcher in Kupplungsmitte zur Prüfung, daß Kegel nicht zusammenstoßen. Unempfindlich gegen geringe Durchmesserunterschiede, leicht aufzubringen und lösbar¹⁾.

Übertragung größerer Momente (mit stärkeren Wellen) durch

Scheibenkupplung, Abb. 323. Gußeiserne, aufgekeilte Scheiben (oder Flanschen), zentrisch ineinandergreifend, werden miteinander verschraubt. Kraftübertragend die Reibung, verknüpft mit Schraubkraft, nächst dem der Widerstand gegen Biegung der eingepaßten (gedrehten) Schrauben.

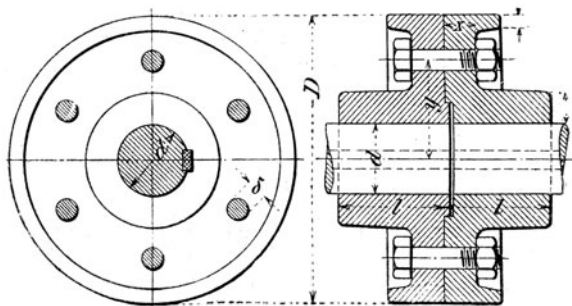


Abb. 323.

¹⁾ Hauptabmessungen und Gewichte nach Ausführungen der Bamag, Dessau.

Bohrung	Länge	Äußerer Durchmesser	Gewicht	Bohrung	Länge	Äußerer Durchmesser	Gewicht
mm	mm	mm	kg	mm	mm	mm	kg
30	160	110	8	80	310	222	59
40	200	130	13	90	330	250	79
50	220	150	20	100	370	270	96
60	250	180	31	110	390	290	124
70	290	200	44	120	410	300	150

Baulängen (Länge der Naben und Keilnuten, Entfernung der Nabenstirnflächen vom Lager) nach DIN 116. Schraubenstärke $\delta \approx \frac{d}{8} + (1 \div 1,5)$ cm. Großes μ ($= 0,25$) für rauhe Scheibenstirnflächen; großer Reibungshalbmesser im Falle schmaler Ringfläche am Umfange. Rücksichtlich Reibungsschlusses mit y als Reibungshalbmesser

$$\frac{\frac{1}{2} k_d d^3}{y} = \mu \cdot 300 \delta^2 \cdot \delta \quad \text{und} \quad \delta = \frac{k_d}{1500 \mu} \frac{d^3}{y \delta^2} \quad (\text{gerade Anzahl});$$

auf Biegungsanstrengung mit Flanschdicke $x \approx \frac{5}{4} \delta$

$$\frac{M_d x}{y \cdot \delta \cdot 2} = 0,1 k_b \delta^3 \quad \text{und} \quad \delta = \frac{5}{k_b y \delta^3} M_d.$$

Im Interesse Rundlaufes nochmaliges Abdrehen nach Aufkeilen.

Nachteil: Geteilte Räder und Scheiben, offene Lager, Verschiebung um Höhe der Zentrierleiste zwecks Ausbaues erforderlich. Gemildert durch beiderseitige Aufdrehungen und zweiteilige Zentrierscheibe¹⁾.

Bei großem Wellendurchmesser Flansch u. U. mit Welle aus einem Stück geschmiedet und Schraubentlastung durch Keil, in Schmalseite tragend, oder mit Hohlwelle zusammengesogen.

Bewegliche Kupplungen.

(463) Ausdehnungs- (längsbewegliche) Kupplung. Abb. 324. Um die Wirkungen der Ausdehnung eines langen Wellenstranges (1 mm bei 1 m Länge um 100^0 Temperaturunterschied) auf Zahnräder- oder Fadentriebe und insbesondere auf Lager möglichst zu beschränken. Festlegung der Welle dort, wo diese Wirkungen am unzutraglichsten sind. Kupplungshälften mit passend

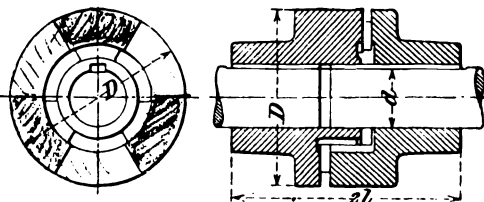


Abb. 324.

¹⁾ Hauptabmessungen und Gewichte nach Ausführungen der Bamag, Dessau.

Bohrung d mm	Länge $2l$ mm	Durchmesser D mm	Durchmesser der Schrauben mm	Anzahl der Schrauben	Gewicht kg
30	125	170	13	4	8
40—45	150	190	13	4	12
50—55	175	225	16	4	20
60—65	200	260	20	4	32
70—75	225	300	23	4	47
80—85	250	330	26	4	62
90—95	275	345	26	4	77
100—105	300	360	26	6	92
110—115	325	385	26	6	112
120—125	350	420	29	6	138
130—135	375	435	29	6	158
140—145	400	455	29	8	180
150—155	425	470	29	8	215
160—165	450	500	32	8	250
170—175	475	520	32	8	290
180—185	500	555	35	8	335
190—195	525	570	35	8	375
200—205	500	590	35	10	420

ineinander greifenden Klauen (zwei oder drei); Zentrierung durch Eingreifen des einen Wellenendes in die verlängerte Nabe der anderen Kupplungshälfte. Oder nach Ausführung des Eisenwerkes Wülfel in Hannover-Wülfel durch innen liegenden Zentrierring. Entlastung der Bundlager durch Einfetten der Klauen oder Lauf der Kupplung im Ölbad. Beim Zusammenbau die Temperatur beachten und danach den Abstand der inneren Stirnflächen bemessen¹⁾.

Im Falle paralleler Verlagerung (Kupplung von Vorgelegewelle mit Kalanderzapfen). Kreuzscheibenkupplung von Oldham, Abb. 325.

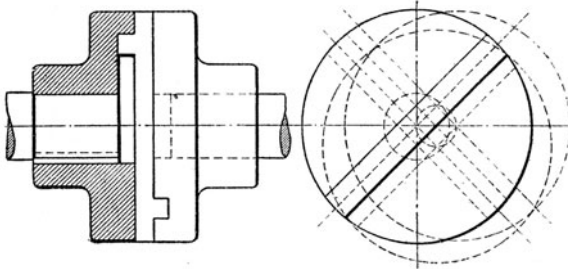


Abb. 325.

Zwischen Kupplungshälften liegt eine Scheibe mit zwei um 90° gegeneinander versetzten prismatischen Federn, in entsprechende Nuten der ersteren eingreifend und bei zentrischer Lage der Wellen ohne Gleitung als Mitnehmer wirkend. Im Falle paralleler Verschiebung der Wellen, führt Zwischenscheibe unter dem Einflusse der Drehbewegung beider Wellen eine resultierende Bewegung um parallele Achse in Mitte zwischen den beiden ursprünglichen Wellenachsen aus. Mittelpunkt der Zwischenscheibe vollführt sonach bei einer Umdrehung der Wellen zwei Umdrehungen auf einem Kreise vom Durchmesser = dem Achsenabstande. Bewegungsübertragung geschieht gleichförmig.

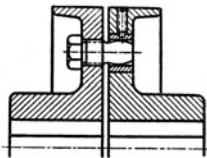


Abb. 326.

Eine gegenüber kleinen Achsenschnittwinkeln nachgiebige Kupplung stellt Abb. 326, Ausführung der Deutschen Maschinenfabrik A.-G., Werk Stuckenholz, Wetter (Ruhr), dar. Bewegungsmöglichkeit durch ballig gedrehte Zapfen. Maßgebend Pressung zwischen diesem und Büchse.

Indem beide Hälften durch elastische Teile gekuppelt werden, die u. U. den elektrischen Strom nicht leiten, werden die nachgiebigen Kupplungen auch als elastische und isolierende bezeichnet.

¹⁾ Hauptabmessungen und Gewichte nach Ausführungen der Bamag, Dessau.

Bohrung d	Länge $2l$	Durchmesser D	Gewicht	Bohrung d	Länge $2l$	Durchmesser D	Gewicht
mm	mm	mm	kg	mm	mm	mm	kg
40—45	221	180	19	120	467	362	170
50—55	250	195	25	130	501	390	200
60—65	284	215	35	140	530	420	244
70—75	315	238	47	150	563	450	304
80—85	349	260	61	160	600	480	368
90—95	378	284	80	170	631	510	440
100—105	409	308	110	180	662	540	525
110—115	440	334	140				

Lederscheibenkupplung, Abb. 327. Bolzen auf Biegung beansprucht, Pressung zwischen Bolzen und Scheibe maßgebend.

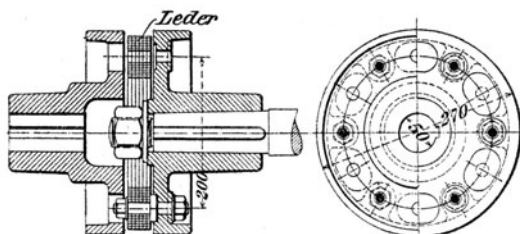


Abb. 327.

Statt ringförmiger Scheibe auch einzelne Ringe aus Leder, über Bolzen in einer Hälfte gesteckt und in Bohrungen der anderen passend: Ausführungen der Sächsischen Maschinenfabrik vorm. Rich. Hartmann, A.-G., Chemnitz. Oder Kupplungsschluß durch Lederbolzen, in etwas weiter gebohrten, gegenüberstehenden Löchern der Kupplungshälften sitzend: Lederbolzenkupplung der Bamag, Dessau, Abb. 328, für wechselnde Drehrichtung geeignet. Axiale Sicherung der Bolzen durch Federringe und Begrenzung des ev. in axialer Richtung erforderlichen Spieles a (Rotoren elektrischer Maschinen) durch Zangen, Abb. 329. Verwendung im Walzwerkbetriebe¹⁾.

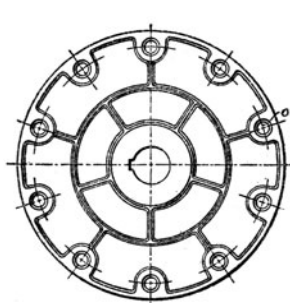


Abb. 328.

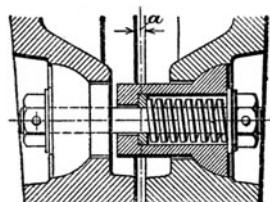
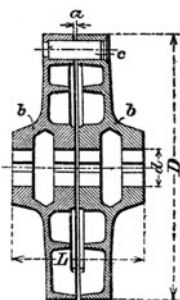


Abb. 329.

Oder Kupplungsschluß durch prismatische Lederkissen, mit wenig Luft in Nuten der ineinander gesteckten Kupplungskörper passend: Ausführung von J. M. Voith, Heidenheim a. d. Brenz, Abb. 330. Sicherung der Kissen gegen Herausfallen durch Federn. Für wechselnde Drehrichtung geeignet; oder Übertragung dadurch, daß zwischen die ineinander greifenden Klauen oder Zähne elastische Zwischenlagen auf Holz und Filz eingeschoben werden: Elastische Zahnkupplung von G. Polysius, Dessau, Abb. 331.

Sämtliche Kupplungen weniger nachgiebig als die Lederscheibenkupplung und Bandkupplungen: Leder- oder Baumwollriemen, genäht oder durch Schloß verbunden, stellt statt früher üblicher Gummibänder, (Raffardkupplung), die mit der Zeit brüchig werden, den Kupplungsschluß her.

Bandkupplung von J. M. Voith, Heidenheim a. d. Brenz, Abb. 332. Einseitig wirkend. Beanspruchung des Lederriemens bis 40 kg/cm^2 . Kraft S aus zu übertragendem Moment, Hebelarm von S und Anzahl der Schlingungen folgend. Äußerer Fensterring mit Nabenscheibe verschraubt (Reibungsschluß,

¹⁾ Ober Walzwerkkupplungen vgl. F. Peter, Die Kupplungen der Walzwerke. Halle a. S. 1914.

Biegungsanstrengung der Schrauben) im Interesse Lösbarkeit. Durch Verwendung zweier nebeneinander liegender, gegeneinander verspannter Riemen wird

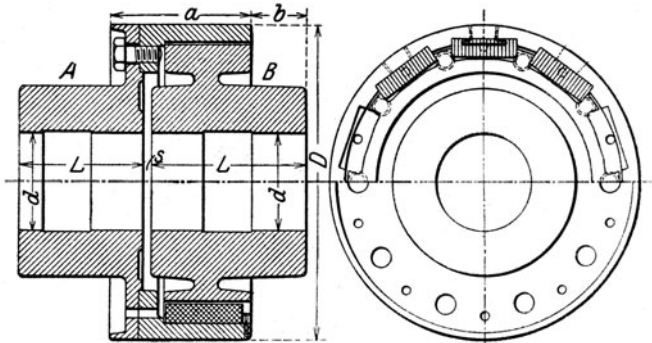


Abb. 330.

die als Zedel-Voith-Kupplung bekannte Konstruktion (D. R. P. Nr. 81 852 vom 1. XII. 1894), Abb. 333, geeignet zur Übertragung von entgegengesetzten Momenten, allerdings auf Kosten der Nachgiebigkeit.

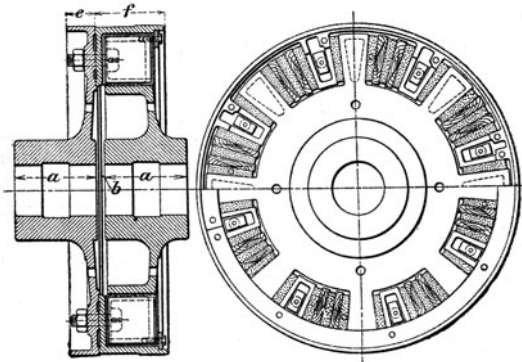


Abb. 331.

Cachin-Kupplung des Eisenwerkes Wülfel in Hannover-Wülfel, Abb. 334. Endloses Lederband um Zapfen sich schlingend, die mit Kupplungshälften zusammengeworfen sind. Lösbarkeit durch Verschraubung des getriebenen Kranzes (eine Zapfenreihe besitzend) mit Nabenscheibe.

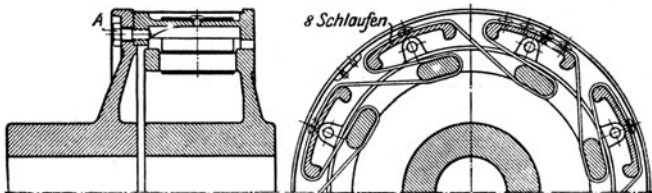


Abb. 332.

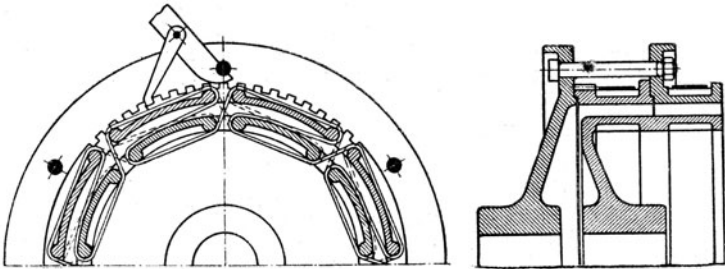


Abb. 333.

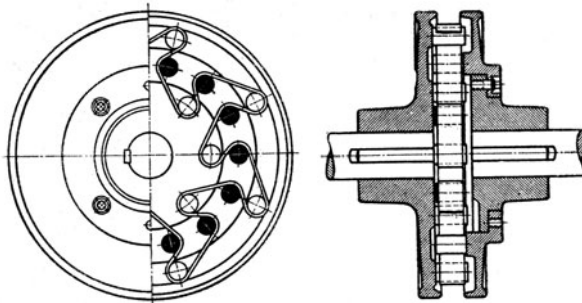


Abb. 334.

Ähnlich der Voithschen Bandkupp-
lung ist diejenige der Dinglerschen
Maschinenfabrik A.-G., Zwei-
brücken: Riemen um Fensterstege des
äußeren Kranzes und um Holzrollen
geschlungen, die in Taschen der Gegen-
scheibe liegen.

Kupplungsschluß durch einzelne
Riemenringe bei der Kupplung von
F. Tacke, Rheine i. Westfalen,
durch Lederschlaufen bei derjenigen von
Vogel & Schlegel, Maschinenfab-
rik, Dresden-Plauen. Nachteil der
ungleichmäßigen Verteilung der Um-
fangskraft auf alle Ringe oder Schlaufen
gemildert durch deren Elastizität.

Nachgiebigkeit durch Zwischen-
schaltung federnder Körper hergestellt
bei der Beilke-Kupplung der Deut-
schen Munitionsfabrik Max Wal-
binger, Ober-Ramstadt bei Darm-
stadt; Blattfedern, deren Träger ev.
isoliert sind, Abb. 335¹⁾.

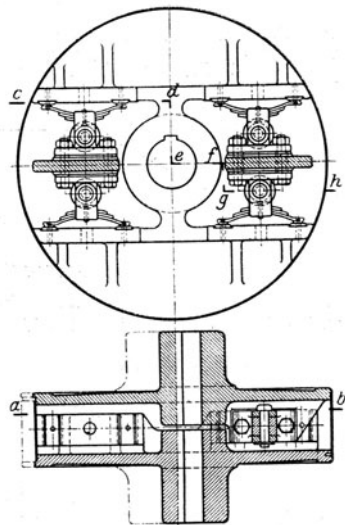


Abb. 335.

¹⁾ Ähnlich wirkt die Konstruktion der Maschinenfabrik Eßlingen, die El-Is-Kupp-
lung der Peniger Maschinenfabrik und Eisengießerei A.-G., Penig i. S. u. a.
Vgl. C. Bach, M. E., 12. Aufl., 3. Lieferung, S. 128.

Größere Neigungswinkel bei geringen Verlagerungen der zu kuppelnden Wellen werden überwunden durch die Kreuzgelenk-Kupplung (Universal- oder Cardangeln, Hookescher Schlüssel, Abb. 336, Ausführung der Bamag, Dessau¹⁾). Fest aufgekeilte Kupplungsstücke, mit je 2 Zapfen versehen,

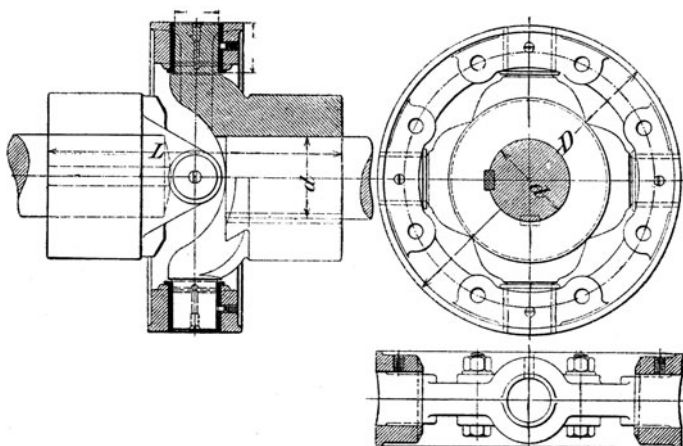


Abb. 336.

werden durch axial geteilten Ring verbunden. Ungleichförmige Drehbewegung, Winkelgeschwindigkeiten bei Neigungswinkel α zwischen $\frac{1}{\cos \alpha}$ und $\cos \alpha$ veränderlich, Relativbewegung zwischen Zapfen und Ring (ausgebücht, Schmierung). Vermeidung dieser Ungleichförmigkeit durch Einschaltung einer Zwischenwelle c, Abb. 337.

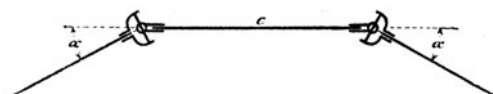


Abb. 337.

(464)

Ausrückkupplungen,

verschieden, je nachdem nur während Stillstandes oder auch während Betriebes Ein- und Ausrückmöglichkeit vorhanden sein soll. Im ersten Falle

¹⁾ Hauptabmessungen und Gewichte nach folgender Zusammenstellung.

Bohrung d	Länge L	Außerer Durch- messer D	Gewicht	Bohrung d	Länge L	Außerer Durch- messer D	Gewicht
mm	mm	mm	kg	mm	mm	mm	kg
40—45	166	180	10	100—105	402	390	120
50—55	204	210	16	110—115	440	430	165
60—65	240	240	25	120—130	490	490	225
70—75	280	280	40	135—150	580	580	330
80—85	330	315	58	155—170	640	690	520
90—95	370	350	86	175—190	730	810	780

Klauenkupplungen. Anordnung der verschiebbaren Hälfte unmittelbar auf der Welle, Abb. 338. Hat im Falle einer Feder (Schiebesitz) starke Beanspruchung derselben im Gefolge (Kantwirkung); durch zwei gegenüberliegende Federn gemildert. Vermieden bei der Hildebrandtschen Zahnkupplung, Abb. 339¹⁾.

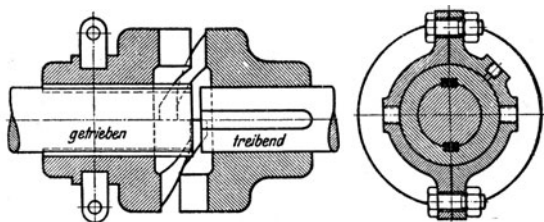


Abb. 338.

Kupplungshälften *a* und *b* sind fest aufgekeilt und Kupplungsschluß wird bewirkt durch die Klauen der verschiebbaren Muffe d_1 , im ausgerücktem Zustande mit den Lücken von *a* im Eingriff bleibend. (Genauere Bearbeitung, gleiche Teilung der übertragenden Flächen, zusammenfallende Achsen.)

Bolzenkupplung von J. M. Voith, Heidenheim a. d. Brenz, Abb. 340. Dreh- und Bohrarbeit. Bolzen in ausgerücktem Zustande im Eingriff bleibend mit der die Muffe tragenden Kupplungshälfte. Gleiche Durchmesser und Teilung. Biegsamkeit und Pres-

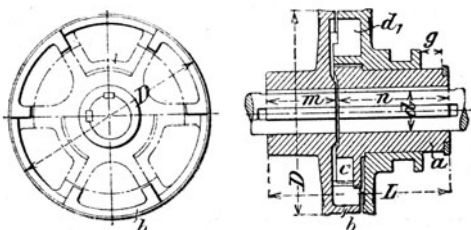


Abb. 339.

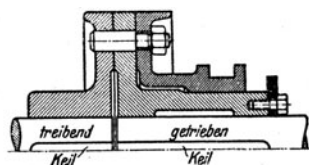


Abb. 340.

¹⁾ Hildebrandtsche Zahnkupplung der Bamag, Dessau (Fig. 339).

Bohrung <i>d</i>	Ganze Länge <i>L</i>	Äußerer Durch- messer <i>D</i>	Länge des Wellenendes		Hub <i>g</i>	Gewicht
			für die feste Scheibe <i>m</i>	für das Kreuz <i>n</i>		
mm	mm	mm	mm	mm	mm	kg
30—35	240	250	90	145	23	42
40—45	260	275	97	158	24	47
50—55	280	300	105	170	27	54
60—65	300	330	110	185	31	68
70—75	330	365	125	200	35	91
80—85	380	425	142	230	42	136
90—95	450	500	167	275	51	220
110—120	515	575	193	314	60	325
125—135	590	650	220	360	70	460
150—155	670	750	250	410	80	675
160—175	820	920	300	505	100	1030
180—200	960	1080	350	596	112	1620

sung für Bolzen maßgebend, auf deren gleiche Heranziehung zur Übertragung nicht zu rechnen sein wird. Nach einer Ausführung genannter Firma beträgt die Pressung unter Voraussetzung gleich satten Anliegens aller Bolzen $p = 20 \text{ kg/cm}^2$.

Kupplungsschluß bedingt genau zusammenfallende Achsen; nachgiebig die ausrückbare Zodel-Voith-Kupplung, Abb. 341.

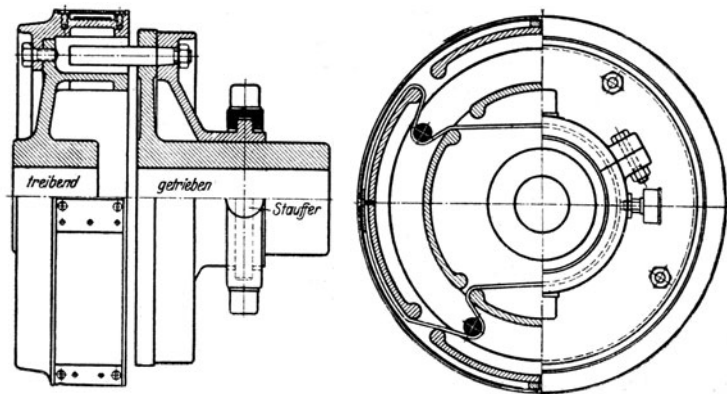


Abb. 341.

Über die leicht ausrückbare Klinkenkupplung von Lohmann & Stolterfoht, Witten a. d. Ruhr, vgl. C. Bach, M. E., 12. Aufl., 3. Lieferung, S. 134 und A. Ernst, „Ausrückbare Kupplungen“, Berlin 1890.

Sofern die Ausrückung im Betriebe bei voller Belastung erfolgt, treten bei den bisher besprochenen Kupplungen in deren schließenden, nach Maßgabe der Ausrückung abnehmenden Flächen große Pressungen auf. (Deformation, großer Ausrückwiderstand; Einrückung ist nur möglich, wenn die Kupplungshälften zum Schlusse aufeinanderpassen. Im Betriebe nur einen Augenblick vorhanden, ganz abgesehen davon, daß mit plötzlicher Mitnahme der stillstehenden Welle (Trägheitswiderstände) Stoßwirkungen verknüpft sein würden (Überanstrengung, Bruchgefahr). Deshalb allmähliche Mitnahme der getriebenen Welle durch Reibungsschluß innerhalb endlicher Zeit, während deren Gleiten innerhalb der Kupplung statthat. (Wärmeerzeugung und -ableitung.)

(465) Reibungskupplungen. Reibflächen kegelförmig, zylindrisch und scheibenförmig in Metall, Holz, Leder.

Für die älteste Ausführung der Kegelschleifkupplung, Abb. 342, gilt im Betriebszustande $\mu N \geq \frac{M_d}{r}$ und Anpressungsdruck $Q \geq N \sin \alpha$, während des Einrückens ist Q größer; wie unter (395) muß sein:

$$Q > \frac{M_d}{r \sin \alpha},$$

$$Q < \frac{M_d \sin \alpha + \mu \cos \alpha}{r \mu}$$

μ von vielen Einflüssen abhängig; nach Bach unter Zugrundelegung der rechten Seite letzter Gleichung mit $\mu = 0,1 \div 0,125$ rechnen.

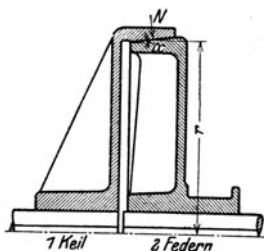


Abb. 342.

$\operatorname{tg} \alpha \geq \frac{1}{6}$ im Interesse leichten Lösens und allmählicherer Mitnahme. Ausrückweg etwa 5 mm. Nachteil: Verschiebung auf Welle (Schiebesitz, Kantwirkung). Großer Anpressungsdruck, dauernd auf Halsring wirkend (Schmierung, Abnutzung, Erwärmung) und vom Lager abzufangen (Bundlager, axiale Verschiebung durch Abnutzung).

Vermieden durch Vereinigung von Kegelreibungs- und gewöhnlicher Klauenkupplung oder Hildebrandtscher Zahnkupplung: Kupplung von Missong. Durch Schluß der Reibungskupplung erfolgt Mitnahme der getriebenen Welle, und sobald deren Geschwindigkeit nahezu mit derjenigen der treibenden übereinstimmt, wird die Klauenkupplung geschlossen und die Reibungskupplung gelöst. Oben erwähnte Schwierigkeiten beim Ausrücken bestehen bleibend, werden behoben durch die Doppelkegelreibungskupplung Freund der Sächsischen Maschinenfabrik vorm. Rich. Hartmann, A.-G., Chemnitz. Abb. 343.

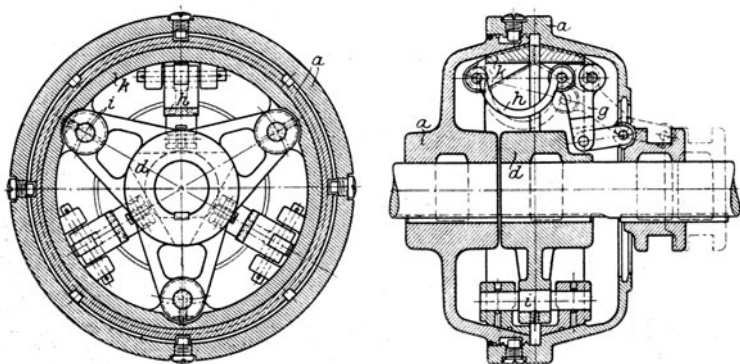


Abb. 343.

Auf treibender Welle aufgekeilt doppelt konischer, durch Verschraubung (Sicherung) einstellbarer Hohlkörper *a*, auf getriebener der Armstern *d*, der Führungsbolzen *f* für die geschlossenen Reibringe *k* mit Gelenkzapfen für die U-förmigen Blattfedern *h* bzw. Winkelhebel *g* trägt. Im eingerückten Zustande dessen langer Schenkel über die radiale Stellung hinausschlagend, so daß Halsring entlastet wird. Vollständig geschlossen, gute Schmierung der Wellen, wenig Gelenke, kleine Einrückkraft durch große Hebelübersetzung. Bei hohen Umlaufzahlen Ausbalancierung der Fliehkraftwirkung der Federn durch Gegenwichte am Hebel *g*.

Im wesentlichen nur durch die Spannvorrichtung verschieden (durch *S*-Feder betätigter und ausbalancierter Hebel auf Kniehebel wirkend) ist die Doppelkegelkupplung der Deutschen Munitionsfabrik Max Walbinger in Ober-Ramstadt, Abb. 344.

Bei der Konstruktion von G. Polysius, Maschinenfabrik und Eisengießerei

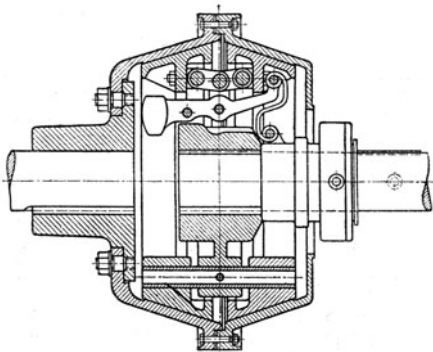


Abb. 344.

Dessau, Abb. 345, werden die Reibringe e mittels Hebel k und l durch Vermittlung einstellbarer und federnd abgestützter Druckstangen m an hohlen Doppelkonus angepreßt. Übertragung erfolgt durch Traversen f , drehbar in e gelagert und an Seitenwände von Nischen in getriebener Kupplungshälfte durch Vermittlung elastischer Beilagen wirkend.

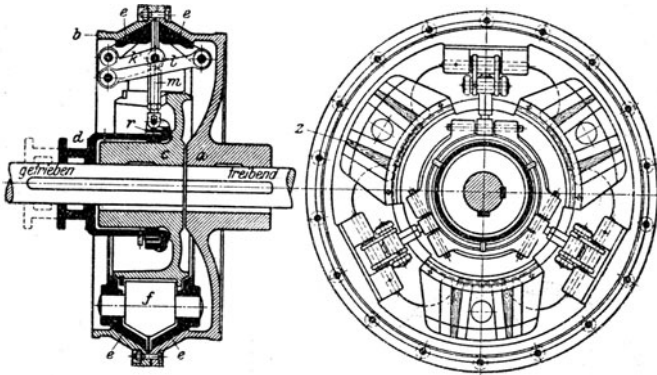


Abb. 345.

Mit glatten oder rillenförmigen, zylindrischen Reibflächen ausgestattet, ist die Dohmen-Leblanc-Kupplung, Ausführung der Bamag, Dessau¹⁾.

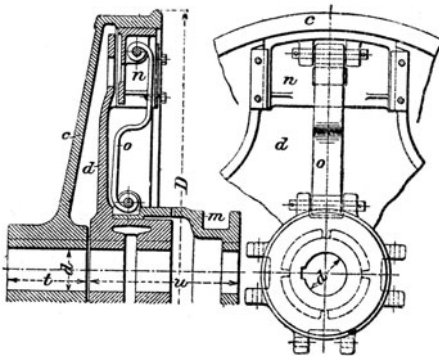


Abb. 346.

Abb. 346. Kupplung der treibenden Hälfte c mit der getriebenen d durch die in dieser geführten Backen n , angepreßt mittels der S-förmigen Federn o über radiale Stellung etwas hinausschlagend. Sicherstellung der Entkupplung bei hohen Umlauffzahlen oder im Falle Wechsels des Antriebs durch Ausbalancierung der Backenfliehkraft nach Abb. 347.

Nach Ausführung der Bamag, Dessau, halber Keilwinkel der Rille, entsprechend $\operatorname{tg} \alpha = \frac{5}{14}$; $\mu \approx 0,1$.

Für Feder $k_b \approx 4500 \text{ kg/cm}^2$.
Pressung in Reibfläche $p \approx 10 \text{ kg/cm}^2$. Zuzufolge feh-

1) Abmessungen und Gewichte gemäß Abb. 346.

Bohrung d	Größter Durchmesser D	Länge des Wellenendes		Hub der Muffe	Gewicht
		für das Gehäuse t	für Kreuz und Muffe u		
mm	mm	mm	mm	mm	kg
40	350	80	147	30	40
50	450	85	184	40	70
55—60	600	100	211	50	100
70	860	135	250	55	210
75—80	740	150	260	65	240
85—90	880	160	288	75	320
95—105	1040	180	340	95	490
110—115	1290	200	370	110	740
120—130	1490	230	411	125	1050
140—150	1720	300	475	140	1600

lender Zentrierung der Wellen (Durchbiegung, Abnützung der Lager) unmittelbare Lagerung nahe Kupplung, bei Ausrückkupplungen übrigens stets empfehlenswert. Gleichmäßige Heranziehung aller Backen zufolge Verschiedenheit der Federn, Abnützung, Durchbiegung kaum zu erwarten. Diesen Nachteil sucht die Firma G. Polysius, Maschinenfabrik und Eisengießerei Dessau, durch die aus Abb. 345 ersichtliche federnde Stützung der Druckstangen zu erreichen.

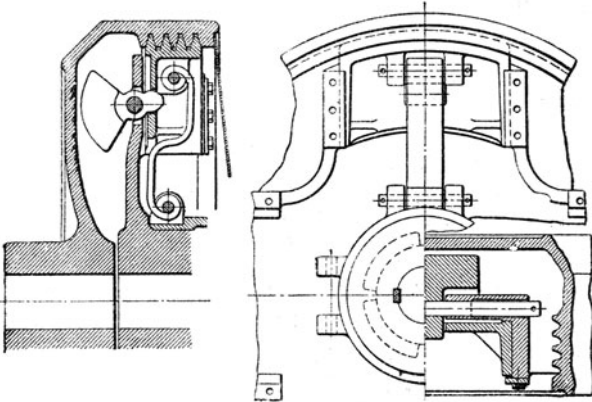


Abb. 347.

Bei der Kupplung, Abb. 348, Ausführung von Lohmann & Stolterfoht, Witten a. d. Ruhr, umschließt der Reibkörper *b* den auf treibender Welle aufgekeilten Kupplungsteil *c* fast auf ganzem Umfange. Durch Gelenkstücke *f* stützt er sich gegen den zu kuppelnden Teil *a*. Anspannung erfolgt durch Übertragung der Muffen-

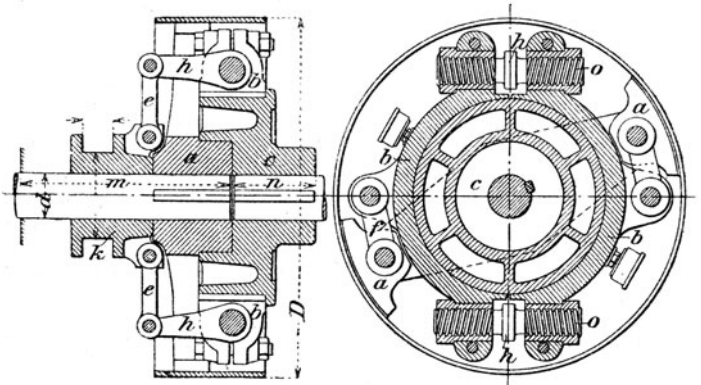


Abb. 348.

bewegung durch Hebel *e* und *h* auf die mit Rechts- und Linksgewinde versehenen Schrauben *o*, deren Muttern im Reibkörper *b* festgeklemmt sind. In Abb. 348 ist getriebener Teil mit Riemenscheibenkranz ausgestattet.

Ähnlich wirkt die Gnom-Kupplung der Deutschen Munitionsfabrik Max Walbinger, Ober-Ramstadt: an den Reibkranz des treibenden Teiles werden von außen und innen durch Schrauben mit entgegengesetztem Gewinde betätigte Reibbacken (Hirnholz) angepreßt.

Grundsätzlich gleich und nur durch das Spannwerk verschieden ist die Hillkupplung des Eisenwerkes Wülfel in Hannover - Wülfel, Abb. 349¹⁾.

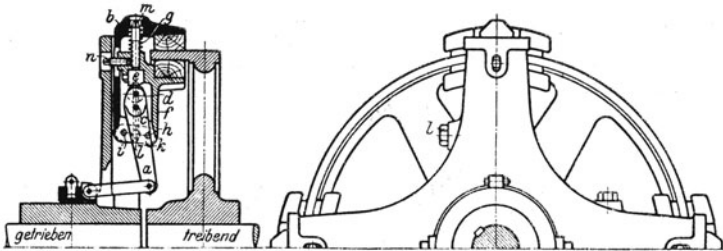


Abb. 349.

Verschiebung des Ausrückringes drückt Hebel *a*, um *c* in äußerer Backe *b* drehbar, durch Rolle *d* und Bolzen *e* auf innere Backe *f*; beide Backen, durch doppelarmigen Hebel, um einstellbaren Bolzen *l* drehbar, miteinander gekuppelt nähern sich oder entfernen sich unter Einwirkung der Spiralfeder *g*.

Die Schraubenfeder-Reibungskupplung „Triumph“ der Aktiengesellschaft Louis Schwarz & Cie., Dortmund, Abb. 350, besorgt den

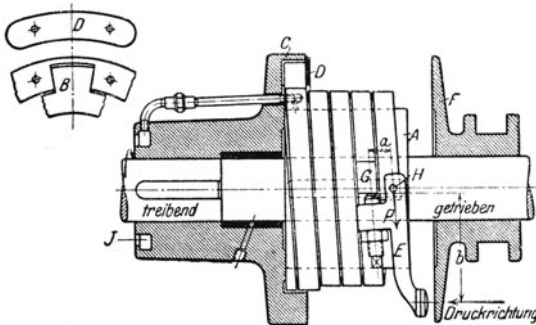


Abb. 350.

Kupplungsschluß nach Einleitung durch Verschiebung der Einrückmuffe *F* selbsttätig. Mit treibendem Kupplungsteil *C* durch Knagge *B* verbundene Schraubenfeder umschließt Hartgußmuffe *A* auf getriebener Welle mit wenig Luft und wird beim Einrücken mittels Winkelhebels *E*, um *H* drehbar und bei *G* sich stützend, zum Anliegen gebracht. Die Umfangsreibung, ähnlich der Seilreibung, besorgt den weiteren Schluß.

1) Reibungskupplung, Bauart Hill, des Eisenwerkes Wülfel, Hannover-Wülfel.

Numm.r	Wellen-Durchmesser mm	Anzahl der Arme	Größt. Durchmesser mm	Durchmesser des Reibringes		Höchstwert der übertragbaren Leistung (in PS) bei minütlichen Umdrehungen															Ungetragenes Ge- wicht der Kupp- lung einschließ- lich Ausrückring kg
				innen mm	außen mm	50	60	70	80	90	100	120	140	160	180	200	250	300	350		
						2	2	2	3	3	4	4	5	6	7	7	8	10	11		
5	40—65	2	500	399	415	2	2	2	3	3	4	4	5	6	7	7	8	10	11	52	
7	60—90	3	610	490	510	5	6	7	8	9	10	12	14	16	17	18	22	25	27	92	
9	75—130	4	865	713	745	14	16	19	22	25	28	33	38	44	48	52	62	72	80	260	
11	90—160	4	1090	902	940	30	36	42	48	54	60	72	83	94	102	110	134	155	170	505	
13	110—190	4	1420	1168	1220	80	94	110	126	142	155	190	218	242	266	290	338	375	.	1035	
15	130—215	6	1620	1344	1400	160	195	225	260	290	321	390	450	505	555	600	675	.	.	2010	
17	150—250	6	2020	1682	1750	285	345	400	455	515	575	685	780	860	920	975	.	.	.	3920	
19	220—330	6	2610	2176	2260	575	690	805	920	1030	1150	1330	1495	1650	8125	
21	320—400	8	3400	2905	3000	1250	1500	1750	2000	2250	2500	2840	14865	

Außerdem die Zwischennummern 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18 und 20.

Vorteil: Große übertragbare Umfangskräfte (Walzwerke) bei geringem Anpressungsdruck.

Nachteil: Reichliche Muffenlänge und Notwendigkeit der Wellenzentrierung (Schmierung, Verschleiß). Schmierung der Reibfläche von *J* aus.

Für wechselnde Drehrichtung (Reversierkupplung) zwei entgegengesetzt gewundene Federn nach Abb. 351.

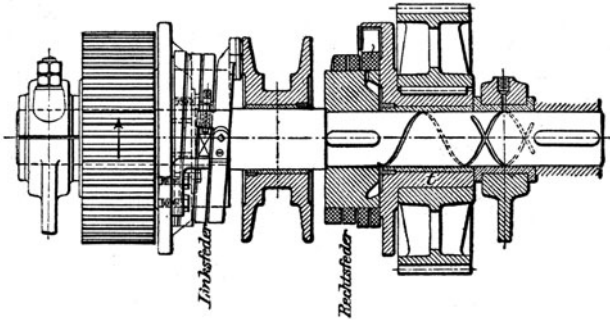


Abb. 351.

Die Dortmunder Vulkan-Aktiengesellschaft, Dortmund, bewirkt das Anspannen der kegelförmigen Schraubenfeder mittels Kegelreibungskupplung nach D. R. P. Nr. 329207 vom 24. X. 1918.

Für Wendegetriebe (Werkzeugmaschinen- und Hebezeugbau) finden Spreiz- oder Schubkeilkupplungen Verwendung, Abb. 352. Ausführung der Deutschen Maschinenfabrik A.-G. Duisburg, Werk Stukenholz, Wetter a. d. Ruhr.

Schubkeil *b* spreizt den Ring *a* auseinander, so daß Mitnahme des zugehörigen Rades erfolgt. Entkupplung nach Zurückziehung des Schutzkeiles an Elastizität des sich zusammenziehenden Ringes gebunden.

Zwangsläufige Durchmesser- vermindering nach D. R. P. Nr. 94 540 vom 30. XI. 1897 und D. R. P. Nr. 274 308 vom 26. IV. 1913.

Ausführungen vgl. Z. 1898, S. 4 und 61; 1903, S. 1744; 1904, S. 268 und W. M. 1911, S. 174.

Über Spreizkraft, Anpressungsdruck und Ringbeanspruchung vgl. Z. 1898, S. 534 und 795.

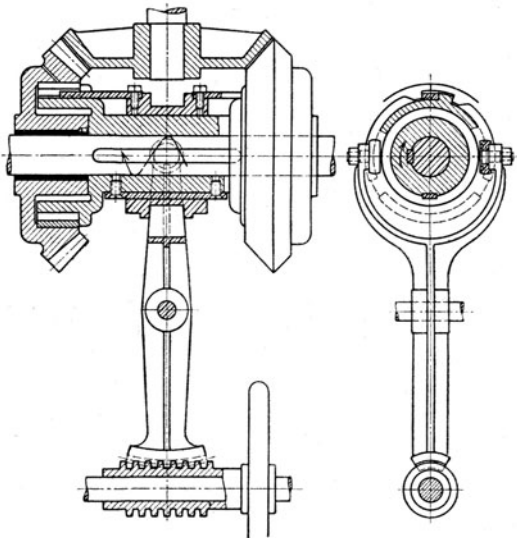


Abb. 352.

Ebene Reibfläche besitzt die Benn-Kupplung, Abb. 353, ausgeführt u. a. von der Firma Vogel & Schlegel, Maschinenfabrik, Dresden-Plauen.

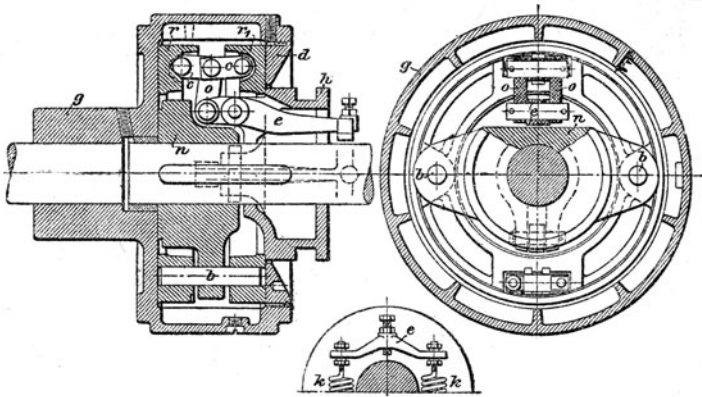


Abb. 353.

Treibender Kupplungsteil *g* mit eingeschraubtem (einstellbarem) Deckel *d*, durch Reibscheiben *r* und *r*₁, auf Bolzen *n* oder durch Keile geführt, getriebenen Teil *n* mitnehmend. Anpressung durch doppelarmigen, mittels Feder *k* gespannten Hebels *e*, auf Kniehebel *e* wirkend. Schmierung der Reibflächen und Gelenke durch das von den Rippen des Gehäuses beim Anlaufen *g* hoch gehobene Öl, das auf Spannrack und Reibkörper fällt; im eingerückten (Beharrungs-) Zustande der Fliehkraft unterworfen und (bei entsprechender Umlaufzahl) an Innenwand von *g* sich anlegend. Schmierung des zentrisch geführten, getriebenen Wellenendes.

Bei der Isfort-Kupplung der Firma A. Friedrich Flender & Co., Düsseldorf, Abb. 354, sitzen hölzerne Reibklötze *C* in Aussparungen des mit treibenden Kupplungsteiles verschraubten Mitnehmers. Beim Einrücken drücken Rollen *R* auf Bolzen *D* Ring *E*, gegenüber Kupplungsteil axial verschiebbar, unmittelbar und diesen selbst mittelbar durch Arm *A* gegen Reibkörper pressend. Entkuppeln durch Aufhebung des Reibungsschlusses mittels Federn. Entlastung des Ausrückringes dadurch, daß Hebel *H* etwas über radiale Stellung hinausschlägt.

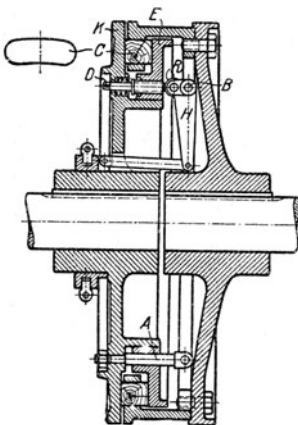


Abb. 354.

Ein der Hill-Kupplung ähnliches Spannrack besitzt die X-Kupplung, vom Eisenwerk Wülfel in Hannover-Wülfel für staubige Betriebe und im Falle ausrückbarer Riementriebe empfohlen.

Zufolge Mitnahme der Riemenscheibe durch Knaggen *B* wird durch Abnutzung der Leerlaufbüchse der zentrische Lauf beider Kupplungshälften nicht beeinflusst.

Ebene, nachgiebige Reibflächen senkrecht zur Achse besitzen die Baumgartner-Kupplung (vgl. C. Bach, M. E., 12. Aufl., 3. Lief., S. 153), die Türk-Kupplung der Crimmitschauer Maschinenfabrik, Crimmitschau i. S. Bei Verwendung eines den elektrischen Strom nicht leitenden Materials für den Reibkörper ist die Kupplung u. U. auch isolierend.

Durch Einstellung des Anpressungsdruckes mittels Federn zwecks Begrenzung des Momentes und damit der Motorenbelastung im Falle elektrischen Antriebes entstehen die Überlastungs-Sicherheits- oder Rutschkupp-

lungen, die sich ebenfalls der Reibung bedienen. Vgl. das unter Hebezeugen Gesagte.

Für Transmissionszwecke und zur Begrenzung der durchgeleiteten mechanischen Arbeit (Vermietung derselben) geeignet ist die Klinkenreibungskupplung, Abb. 355 (D. R. P. Nr. 35721), der Firma Lohmann & Stolterfoht, Witten a. Ruhr.

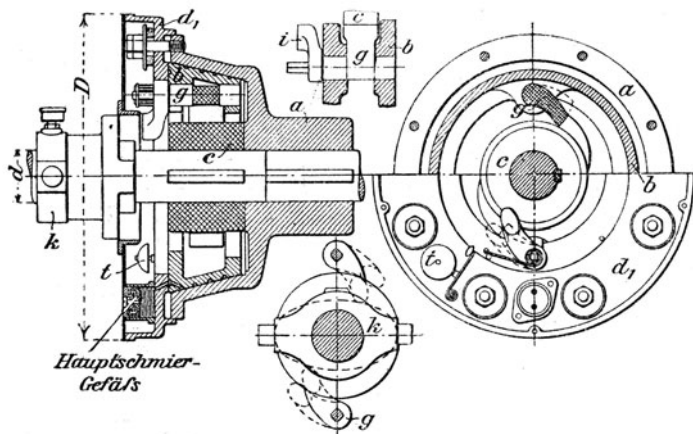


Abb. 355.

Auf treibender Welle Klinkenzahnrad *c*, auf getriebener Hohlkegel *a* aufgekeilt, dem loser Reibkegel *b*, durch Klinken *g* mit *c* gekuppelt, zugehört und dessen Anpressung durch Stirnscheibe *d*₁ mittels Spanschrauben (Gummiunterlagen behufs Ausgleiches von Formänderungen infolge Erwärmung, und von Abnützungen) einstellbar ist. Kupplung geschlossen bei zurückgezogener Muffe und durch Spiralfedern gesicherten Klinkeneingriff, Entkupplung dadurch, daß bei Rechtsbewegung der an Drehung gehinderten Muffe die auf kleinen Bolzen sitzenden Arme *t*, auf daumenförmigen Rücken gleitend, den Klinkeneingriff lösen.

(466) Schluß der mit ebenen zylindrischen oder kegelförmigen Reibflächen ausgestatteten Kupplungen auch durch die magnetische Zugkraft: **Elektromagnetische Kupplungen.**

Magnetkörper mit stromdurchflossener Spule meist auf treibender, Anker auf getriebener Welle verschiebbar angeordnet. Sicherstellung der Entkupplung bei unterbrochenem Strom durch Anordnung eines Luftspaltes und Reibkörpers aus unmagnetisierbarem Stoff. Entfernung des Ankers vom Magnetkörper durch Spiralfeder.

Vgl. die Patente und Ausführungen der Vulcan Maschinenfabrik A.-G. Wien und Berlin, des Magnetwerkes G. m. b. H., Eisenach, der Siemens-Schuckertwerke G. m. b. H., Nürnberg und des Eisenwerkes Wülfel in Hannover-Wülfel.

Die Dauer der Beschleunigungsperiode (Einrücken ohne Stoßwirkung) hängt ab von der Kupplungskraft (magnetischer Zug). Über die Berechnung magnetisch betätigter Kupplungen vgl. die Diss. von Jos. Roemmelt, Berlin 1907.

Siehe außerdem die Veröffentlichungen in W. M. 1912, S. 461 und Z. f. D. u. M. B. 1919, S. 10ff.

(467) **Kraftmaschinenkupplungen.** Sollen bei mehreren, auf gemeinsame Vorgelegewelle arbeitenden Kraftmaschinen verhindern, daß im Falle sinkender Umlaufzahl der einen (Zusatz-) Maschine diese von der anderen geschleppt wird. Selbsttätige Einschaltung der Leistungsübertragung auf Vorgelegewelle nach Maßgabe der Geschwindigkeit der Maschine.

Uhlhorn-Kupplung, Abb. 356, mit Klinken ausgestattet. Sobald Zusatzmaschine die Umlaufzahlen der Hauptmaschine erreicht, legen sich Klinken *c* in Lücken der äußeren Kupplungshälfte *n*, diese mitnehmend. Ausrückung im Falle Vorellens von *n* dadurch, daß *c* in Aussparungen zu liegen kommen und Federn *S*, die vorher aufrichteten, jetzt über die Klinken hinweggleiten.

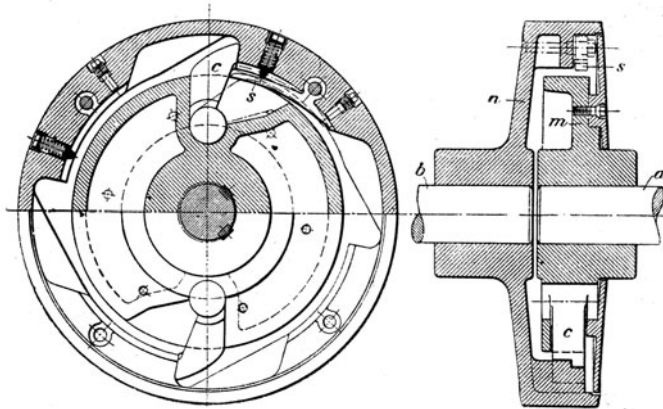


Abb. 356.

Benutzung der Bandreibung durch die „Ohnesorge-Kupplung“, Abb. 357, nach Ausführung der Bamag, Dessau.

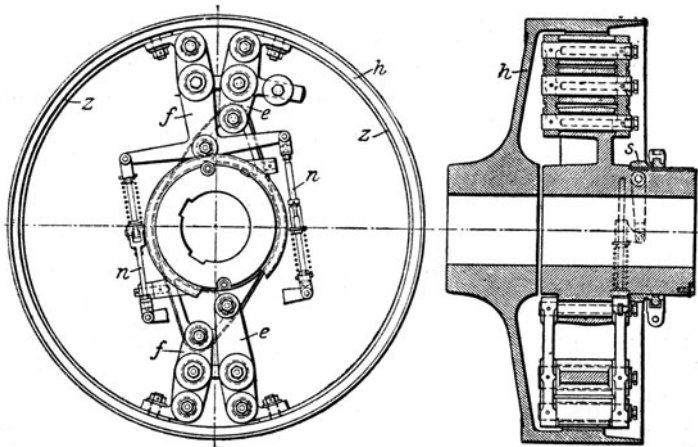


Abb. 357.

Auf Welle ständig laufender Hauptmaschine Bremsgehäuse *h* sitzend, Sperrraum *z* mit Differentialhebeln *e*, *f* und Schaltvorrichtung mit Welle der Zusatzmaschine verbunden. Anpassung des Zaunes *z* durch Muffe *s* regulierbar.

(468) Betätigung verschiebbaren Teiles vorteilhaft durch geschlossenem Ring, zweiteilig und geschmiert. Übergreifend besser als eingreifend rücksichtlich Schmierung. In letzterem Falle übergreifende Auffangkappen für abspritzendes Schmiermaterial. Verbindung mit Ausrückhebel durch Schrauben. Durchmesser

von Ring und Hals übereinstimmend; Zapfen in Langlöcher greifend. Oder Zapfen in Löcher passend und Luft zwischen Hals und Ring. Ringwarzen zwischen Hebel passend: Hinderung der Drehung des Ringes infolge Reibung. Hebelantrieb von Hand, bei Reibungskupplungen auch durch Zahnradübersetzung oder Schraubenwirkung (Beschleunigungsperiode, andernfalls Stoßwirkung). Toter Gang für Spindelausrücker zwecks Entlastung des Halsringes bei Reibungskupplungen, für die auch Momentfederausrücker mit elektrischer oder mechanischer Auslösung (Unfallverhütung) gebaut werden (Ausführungen der Bamag und des Eisenwerkes Wülfel in Hannover-Wülfel). Sicherung des

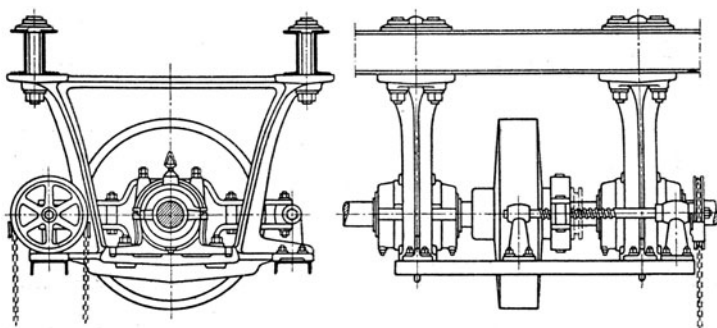


Abb. 358.

Handhebels in Endstellungen (Hinderung selbsttätigen Ein- oder Ausrückens). Kupplung zwischen zwei Lagern, Festlegung der Welle durch Bunde und Verwendung der Lager oder ihrer Unterstützungen: Unschädlichmachung der Wirkung der Axialkraft, Abb. 358. Wenn möglich, die Lager neben Kupplung oder bewegliche Lager von Voll- und Hohlwelle auf gemeinsamer Platte oder Rahmen anordnen.

Lager.

(469) Nach Art der Kraftübertragung Gleit- und Wälzlager (Kugel- und Rollenlager) für umlaufende Wellen und Schneidenlager im Falle schwingender Bewegung; nach Zapfendruckrichtung Unterscheidung in Trag- und Spur-(Stütz-)lager. Vgl. (437).

Gleitlager.

(470) Bestandteile: Büchse oder Schalen, Lagerkörper oder -stuhl; im Falle geteilter Lager noch Lagerdeckel und Deckelschrauben. Ferner Fußschrauben und Schmiervorrichtungen.

Je nach Verwendungszweck Abmessungen, vgl. Zapfen (441), und Formgebung verschieden, die überdies noch abhängt von der Art der Schmierung.

Schmierung.

(471) Aufgabe: Hinderung der unmittelbaren Berührung von Zapfen und Schale durch eine, von der Pressung abhängige, verschieden dicke Schmier-schicht: Ersatz der Trockenreibung durch Flüssigkeitsreibung.

Schmiermittel. Es muß netzende Eigenschaften und eine innere Reibung (Zähflüssigkeit, Viskosität) besitzen, die, innerhalb weiter Temperaturgrenzen möglichst wenig veränderlich, durch die Pressung bestimmt wird (Aufrecht-

erhaltung der Schmierschicht). Es soll beständig sein gegenüber Eindickung und Eintrocknen (Verharzen und Verdunsten), hohe Verdampfungs- und tiefe Erstarrungstemperatur besitzen (Flammpunkt, Brennpunkt, Kältepunkt) und muß frei sein von mechanischen und chemischen Beimengungen (Beschwerungsmittel, Harz, Säure, Wasser).

Arten: Pflanzen-, tierische und mineralische Fette und Öle, die Schmier-
vorrichtung bestimmend.

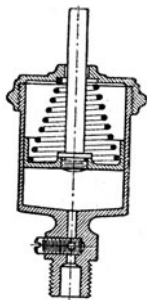


Abb. 359.

Fettschmierung: Größere Zähigkeit, bei ausreichend hohem Schmelzpunkt $70 \div 85^\circ\text{C}$ nicht tropfend. Von Hand betätigte Büchsen (Stauferbüchse zum Schrauben eingerichtet), oder Büchse mit feder- oder gewichtsbelastetem Kolben, Abb. 359 u. 360: Schmierung in Ermessen des Bedienungspersonals gestellt (unterbrochen) bzw. abhängig von Temperatur (Zähflüssigkeit). Vgl. auch 438.

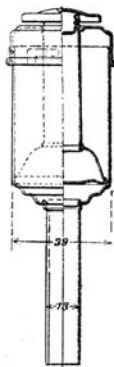


Abb. 360.

Ölschmierung. Mittels Docht-
schmierbüchsen: Kapillarwirkung, Lieferung vom Ölstande, An- und Abstellung, von Bedienung abhängig, Abb. 361. Nadelschmierbüchse: Schmierung nur während Ganges infolge Pumpwirkung der an Ersitterungen teilnehmenden Nadel, die Welle u. U. angreifend, Abb. 362. Förderung, wie vorher, vom Ölstande abhängig, weder sicht- noch regulierbar.

Tropföler, mit sichtbarem und einstellbarem Tropfenfall, Abb. 363, Abhängigkeit der Lieferung vom Ölstande und Temperatur soll vermieden werden, durch den Öler der Ipsag Akt.-Ges. für Armaturen und Apparatebau, Berlin SW, Abb. 364. Während bei den übrigen Tropfölfen der Ausfluß unter dem Drucke einer veränderlichen Ölsäule sich vollzieht, folgt bei diesem der Ventilsitz dem veränderlichen Ölstande durch Vermittlung eines Schwimmers und Nebenrohres.

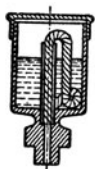


Abb. 361.

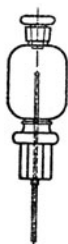


Abb. 362.

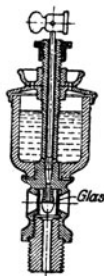


Abb. 363.

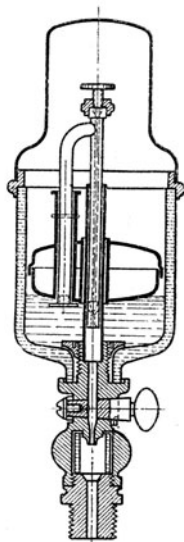


Abb. 364.

Anschluß mehrerer Schmierstellen an ein Ölgefäß führt zur Zentral-
schmierung, und sofern das verbrauchte Öl gesammelt, gereinigt und durch eine Pumpe in das offene Zentralgefäß gehoben wird, spricht man von Umlauf-
schmierung. In beiden Fällen werden Apparate (Ventile) in die Leitung zur Regulierung der Ölmenge eingeschaltet, die, an die Schmierstelle angeschlossen,

die ganze zwischen dieser und dem Ölbehälter vorhandene Druckhöhe nutzbar machen; ihre Wirkung nähert sich derjenigen der Spül- oder Preßschmierung, bei der das Öl unter einer durch Sicherheits- oder Überlaufventile einstellbaren Pressung (geschlossene Leitungen) den Schmierstellen zugeführt wird. (Durchspülung, Wärmefaufnahme und Rückkühlung des gereinigten Öles.) Die Pressung wird durch ventillose Zahnrad- oder Kapselpumpen oder im Falle zugemessener Ölmen gen durch Kolbenpumpen erzeugt. (Bosch-Öler der Robert Bosch Aktiengesellschaft Stuttgart und Ausführung von Rohleder & Ehninger Akt. Ges., Feuerbach-Stuttgart). Vgl. auch Z. 1910, S. 1247, 1487 und 1770.

Der hierbei vorhandene Kreislauf des Öles wird selbsttätig herbeigeführt bei der auf Adhäsionswirkung beruhenden Ringschmierung.

Auf Kapillarwirkungen beruhende, ähnlich der Dochtschmierung wirkende Vorrichtungen, bei denen die Kapillaren (harmonikaartig zusammengesetztes Messingblech beim Pat.-Lager „Compound“, vgl. Z. 1902, S. 1842; oder Bambusrohr oder Federn) in der Ölkammer liegen und an Welle anlaufen, bewähren sich nicht unter allen Umständen. Vgl. das a. a. O. Gesagte und insbesondere den Umstand, daß die Ölzufuhr an der ungünstigsten Stelle (tiefster Punkt der Welle) erfolgt.

Ferner kommt in Betracht die Schöpferschmierung, auf Gewichtswirkung beruhend im Falle geringer Geschwindigkeiten und nicht zu dickflüssigen Öles, oder auf der mit Fliehkraft verknüpften Pressung bei höheren Geschwindigkeiten, vgl. (420).

Konstruktive Gesichtspunkte und Ausführungen.

(472) Wirtschaftlichkeit des Betriebes und Betriebssicherheit: Materialbeschaffenheit und Schmierung derart, daß die Reibung und ihre Folgen (Abnützung und Verlustleistung) möglichst gering ausfallen. Materialstärken den wirkenden Kräften, Bearbeitungsrücksichten und Bediengungsmaßnahmen entsprechend. Gleichmäßige Verteilung des Zapfendruckes über Lauflänge (Einstellbarkeit derart, daß Zapfen- und Schalenachse zusammenfallen). Möglichkeit der Ausgleichung der Abnützung und der Schalen auswechslung. Sicherung der Schale gegen Verschiebung und Drehung und des Deckels gegenüber dem Lagerstuhl, daß relative Bewegungen in Richtung der Achse und (in Horizontalebene) senkrecht dazu ausgeschlossen sind. Geringer Ölbedarf, reinlicher Betrieb. Billige Bearbeitungsmöglichkeit (Preis, Wirtschaftlichkeit).

Für untergeordnete Zwecke (kleine Kräfte und Geschwindigkeiten) einteilige Lager, unausgebücht oder mit Büchse versehen, als Flansch- und Augenlager, für Hebe maschinen nach DIN 502 ÷ 504. Vgl. unter Hebezeuge. Leichtere Ein- und Ausbaumöglichkeit durch Teilung, für die gleiche Verwendung ohne und mit Schalen, sowie mit 2 bzw. 4 Fußschrauben nach DIN 505 ÷ 506. Schmierung durch Fett (Fettkammer oder Staufferbüchse).

Transmissionslager.

(473) Traglager. Schalen aus Gußeisen, Bronze, Stahlguß oder Bronze mit Ausguß aus Weißmetall, Kalzium-Weißlagermetall (Z. 1918, S. 618), Thermit (Z. 1923, S. 455), je nach Zapfendruck und Verwendungszweck, soll Zapfen schonen und nicht von diesem noch vom Schmiermittel oder der Atmosphäre angegriffen werden. Gleichförmiges nicht zu hartes Gußeisen, bei Legierungen geeignete Zusammensetzung, stark beeinflußt durch das Gieß- und Schmelzverfahren¹⁾. Bronze bei höherer Temperatur zum Klemmen neigend (starke Schalen, dem Verziehen entgegenwirkend). Weißmetall mit reichlichem Bleigehalt ist weich, paßt sich durch Fließen an, mit hohem Antimon-

¹⁾ Czochralski und Walter, Lagermetalle und ihre technologische Bewertung. Berlin: Julius Springer 1920.

gehalt dagegen hart; das Anpassen erfolgt durch Schleifen. Bleilegierungen mit Härtung durch Zusatz von Kalzium oder Natrium neigen im Falle reichlicher Ölspülung zur Zersetzung infolge des vom Öle aufgenommenen Sauerstoffes. Neuerdings Bleilegierung mit $2 \div 4\%$ Barium-Zusatz als Ersatz des Zinn-Weißmetalls empfohlen. Zinklegierungen sind hart und greifen geschliffene Zapfen an. Zapfenverhältnis (für besondere Lager s. unter Zapfen, (441)) für Gußeisenschale $l = (3 \div 4) d$, für Bronze und Weißmetall $l = (2 \div 3) d$; für Rotguß Mindeststärke $s \approx (0,1 \div 0,05) d + 0,5$ cm. Für Gußeisen größte Stärke $s \approx 0,1 d + (1 \div 2)$ cm, für Stahlguß etwa das $\frac{3}{4}$ fache. Ausguß-Stärke $s_2 \approx 0,03 d + 0,5$ cm mit Begrenzung nach oben auf etwa 12,5 mm.

Verbindung mit Schale durch Nuten, $3 \div 6$ mm tief, $10 \div 15$ mm breit, meist schwalbenschwanzförmig in etwa 150 mm Abstand von Mitte bis Mitte, oder zylindrisch (gedreht); in diesem Falle Hinderung der Drehung des Futters durch je eine Längsnut oder durch gedrehte Zapfen, Anbohrungen der Schale, ev. mit Gewinde versehen, ausfüllend. Eisenwerk Wülfel versieht außerdem die ausgebohrten Schalenkörper mit Nuten, denen für die Schmierung entsprechend (gleiche Ausgußstärke). Konische Verstärkung an Schalenenden zum Schutze gegen Herausdrücken, das vermieden wird durch das sog. Glyco-Skelett der Glyco-Metallwerke Daehlen & Loos, Schierstein a. Rh. Das Skelett

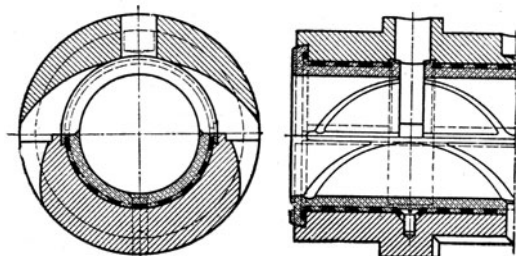


Abb. 365.

ist ein der Bohrung angepaßtes, an den Rändern umgebogenes, gelochtes Blech aus Bronze oder Flußeisen, verzinnt, das mit der Schale verschraubt und um einen Dorn ausgegossen wird, Abb. 365. Schalen fest, mit zylindrischer Außenbegrenzung, in axialer Richtung durch Bund in Schalenmitte

oder Ränder an Schalenenden gesichert (Stützfläche durch Pressung bedingt, Stärke s_1 , abhängig von Formänderung, $s_1 \approx 1,25 s$). Oder Schalen durch Kugelstützfläche einstellbar, bei größeren Axialkräften über ganzen Umfang reichend, mit Kugelmittelpunkt in Zapfenachse, in axialer Richtung gesichert, Sicherung gegen Drehung rücksichtlich Auswechselbarkeit an Oberschale und wegen Bearbeitung durch Stifte besser als durch Warzen. Oder durch die in Aussparungen der Schale mit Luft passenden Deckelschrauben oder durch die mit Auskragung schließend auf Lagerschale und Lagerstuhl aufsetzende Oberschale. Sicherung des Deckels gegenüber Stuhl durch Zusammendrehen oder Zusammenhobeln, ein- oder übergreifend. Im letzten Falle Sicherung in axialer Richtung durch Präzisionsringe oder -stifte oder Rand bzw. Bund der Oberschale, über Lagerstuhl greifend; durch passend gedrehte Schrauben (Stiftschrauben tunlichst vermeiden). Teilung derart, daß Zapfendruck nicht auf Teilfuge wirkt. Deckelschrauben für nach oben gerichteten Zapfendruck, $P = 2000 d^2$, mit d in engl. Zollen, und $k \leq 10$ kg/cm² für Gußeisenschalen bzw. $k \leq 20 \div 25$ kg/cm² für Weißmetallschalen berechnen. Gesamter Querschnitt der Fußschrauben etwas stärker als der für Deckelschrauben. Deckelstärke in Mitte und Fußstärke auf Biegung berechnen mit $k_b \leq 300$ kg/cm².

Abb. 366 läßt das Calypsol-Lager mit Gußschalen¹⁾ und Kugelbewegung erkennen. Das Calypsol, ein kanadisches Pflanzenfett, wird in Kammern unter-

¹⁾ Vgl. Drucksachen der Deutschen Calypsol-Transmissionswerke, G. m. b. H., Düsseldorf.

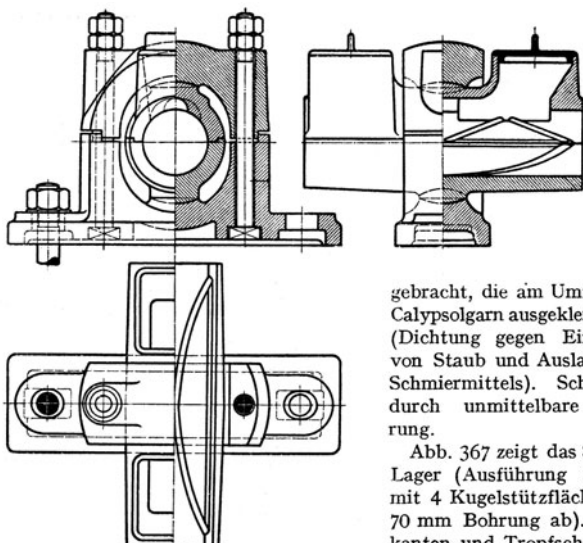


Abb. 366.

gebracht, die am Umfang mit Calypsolgarn ausgekleidet sind (Dichtung gegen Eindringen von Staub und Auslaufen des Schmiermittels). Schmierung durch unmittelbare Berührung.

Abb. 367 zeigt das Sellers-Lager (Ausführung Bamag) mit 4 Kugelstützflächen (von 70 mm Bohrung ab). Tropfkanten und Tropfschalen dienen zum Auffangen entweichenden Öles¹⁾.

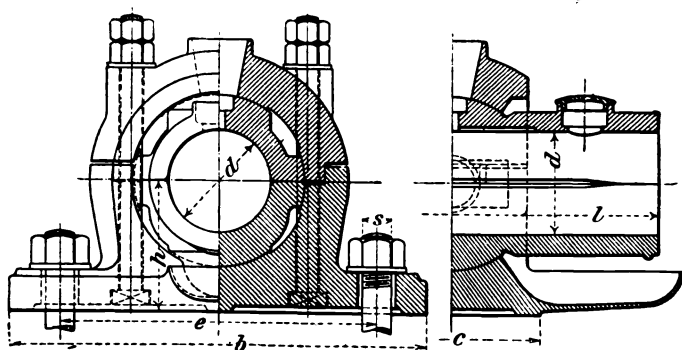


Abb. 367.

¹⁾ Hauptabmessungen und Gewichte der Sellers-Lager, Abb. 367.

Wellen- durchmesser d mm	Schalen- länge l mm	Lagerhöhe h mm	Fußplatte		Schrauben		Gewicht kg
			b mm	c mm	e mm	s mm	
25	Länge der Schale gleich dem 4 fachen Wellendurchmesser	48	160	65	115	13	3
30—35		55	190	75	140	13	5
40—45		75	220	90	166	13	9
50—55		82	260	105	200	16	14
60—65		95	310	125	230	20	23
70—80		110	350	140	260	23	38
85—95		125	400	165	300	26	58
100—110		140	450	190	340	29	88
115—130		160	516	220	396	32	144

Nicht tropfend und selbsttätig schmierend das Ringschmierlager durch losen Schmiering, Ausführung Bamag¹⁾, Abb. 368.

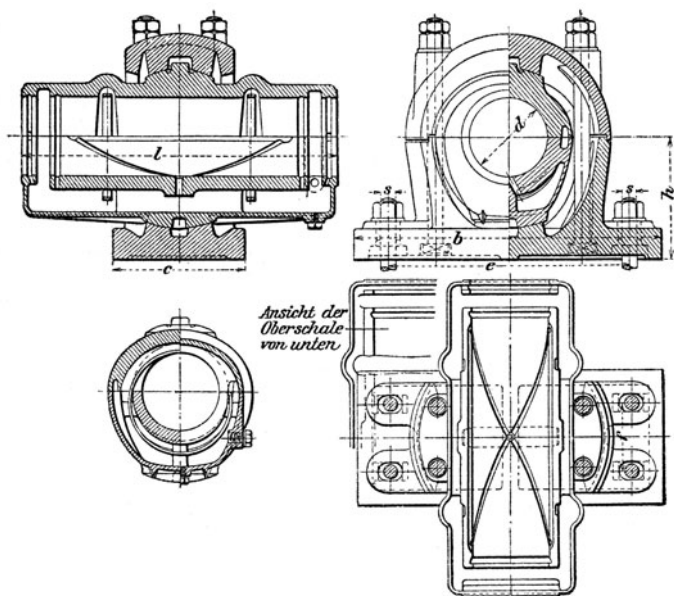


Abb. 368.

Ring aus gezogenem Flußeisen, zwecks Vermeidung magnetischer Bremsung aus Messing oder Zink. Einteilige Ringe aus Flußeisen sind nach Innendurchmesser, Breite und Stärke genormt, vgl. DIN 322. Für zweiteilige Ringe ändern sich die Stärken nach Maßgabe der Verbindung, durch Überplattung und Stift oder Scharnier erfolgend. Nach den bis 250 mm Bohrung aufgestellten Normen ist der Ringinnendurchmesser $D \approx 1,5 d + 10$ mm, die Ringbreite $b \approx \frac{d}{20} + (3 \div 6)$ mm, höchstens 21 mm und nimmt die Ringstärke (für einteilige Ringe) zu von 2 bis 7 mm.

Mit Durchbrechungen (Löchern, Schlitzten) versehen in der Absicht, die Ölforderung zu steigern (Ausführung von Berghänel & Lindner, Chemnitz und Richard Graßmann, Chemnitz-Altendorf), gleichen Zweck verfol-

¹⁾ Ringschmierlager (Bamag-Sparlager) der Bamag, Dessau, Abb. 368.

Wellendurchmesser d mm	Schalenlänge l mm	Lagerhöhe h mm	Fußplatte		Schrauben		Gewicht kg
			b mm	c mm	e mm	s mm	
30—35	150	80	190	75	140	13	8
40—45	200	90	220	90	166	13	12
50—55	240	100	260	105	200	16	18
60—65	280	110	310	125	230	20	27
70—80	330	130	350	140	260	23	43
85—95	390	150	400	165	300	26	67
100—110	460	180	450	190	340	29	98
115—130	520	200	516	220	396	32	152

gend wie zwangläufige Mitnahme lösen Ringes durch Armierung mit innerem Wellblechring, mit einem solchen auf Welle geklemmt, kämmend (Konstruktion von Gebr. Wetzel, Leipzig-Plagwitz): Ölförderung unter ungünstigen Umständen zu sichern (geringe Umlaufzahl, dickflüssiges Öl). Verwendung von Schmierketten für diesen Fall hat sich nicht bewährt (Hängenbleiben, Reißen).

Geringer seitlicher Spielraum zwischen Ring und Schale (nach Cranz¹⁾ bis 1,2 mm), andernfalls Wandern und einseitige Ölabbgabe des Ringes.

Oberschale mit Ölnuten, vor und hinter Scheitel, mit gut abgerundeten Kanten, das Öl auf ganze Länge der Unterschale (ohne Nuten bei hohen Umlaufzahlen) verteilend.

Schalenden mit Rundnut und Loch (Bildung eines Ölringes zur Abdichtung gegen Staub und Abspritzen entweichenden Öles) oder Schlitz an tiefster Stelle (Ölabstreifen). Genügender Abstand zwischen Schalen-Stirnfläche und Innenwand der Haube (Zusammensetzen des Schmierringes, Anbringung des Stellringes, Abb. 369), Ölhaube mit Nut für ev. Dichtung(sfilz)ring (sich vollsaugend, nicht sicher wirkend, allenfalls Staubverschluß), und Ölstand, die Ölfüllung begrenzend, sowie Ablasschraube.

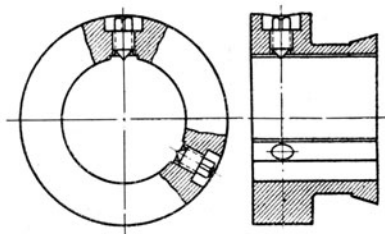


Abb. 369.

In Abb. 368 Schalen mit Ölkammern versehen, die miteinander in Verbindung stehen: verschiedene Kugeldurchmesser, Schalen schließend, mit Ölfangrinnen, Deckel und Stuhl zusammenpassend gedreht.

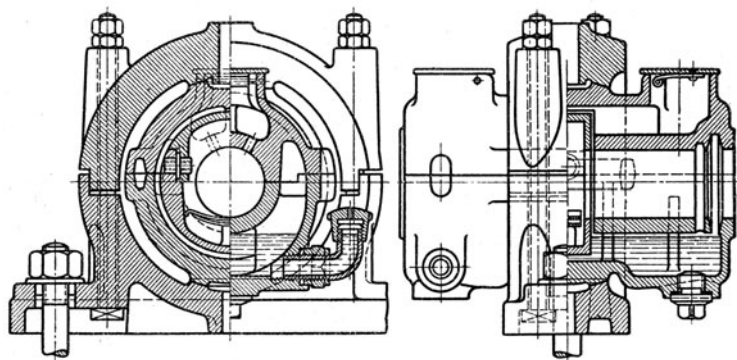


Abb. 370.

Abb. 370 zeigt die entsprechende Ausführung mit festem Schmierring durch das Eisenwerk Wülfel, Hannover-Wülfel. Mitnahme des zweiteiligen Ringes durch Reibungsschluß (Anpressung durch Blatt- oder Schraubenfedern). Baulänge bei gleicher Tragfläche infolge Unterbrechung der Traglänge größer.

Ein Weißmetallager mit festen, auswechselbaren Schalen und festem Schmier-ring der gleichen Firma zeigt Abb. 371²⁾.

¹⁾ H. Cranz, Versuche mit Schmierringen bei höheren Tourenzahlen; Doktordiss. Berlin.

²⁾ Über die Bearbeitung der Wülfel-Lager vgl. Z. 1907, S. 1245 u. ff. und W. T. 1909, S. 214 u. ff.

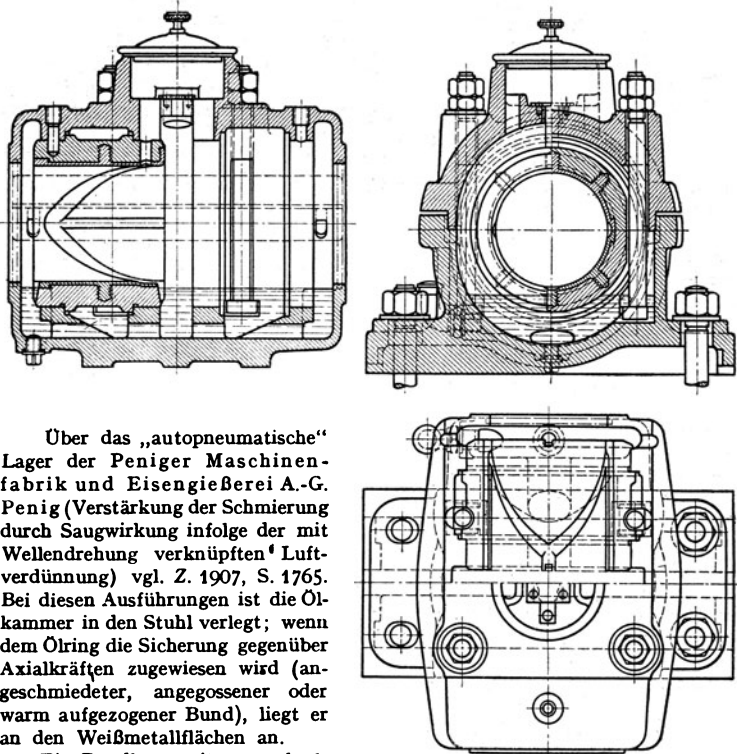


Abb. 371.

Über das „autopneumatische“ Lager der Peniger Maschinenfabrik und Eisengießerei A.-G. Penig (Verstärkung der Schmierung durch Saugwirkung infolge der mit Wellendrehung verknüpften Luftverdünnung) vgl. Z. 1907, S. 1765. Bei diesen Ausführungen ist die Ölkammer in den Stuhl verlegt; wenn dem Ölring die Sicherung gegenüber Axialkräften zugewiesen wird (angeschmiedeter, angegossener oder warm aufgezogener Bund), liegt er an den Weißmetallflächen an.

Ein Bundlager mit auswechselbaren, festen Weißmetallschalen und eingelegter Kühlschlange (Sicherung, Abdichtung, reines Wasser), Konstruktion J. M. Voith, Heidenheim a. Br., zeigt Abb. 372. Förderung der Wärmeableitung wird auch durch Kühlung der Schalen oder zweckmäßiger des Zapfens (als Endzapfen) angestrebt.

Diese Lager, hinsichtlich Abmessungen der Schale und Fußplatte, Höhe und Fußschraubendurchmesser sowie -anzahl nach DIN 118 genormt, gestatten nur Verstellung durch Verschiebung auf ihrer Unterlage.

Höhenverstellungen ermöglichen das seitlich offene Stehlager mit Kugelbewegung und gußeisernen Schalen, Abb. 373, Ausführung Bamag¹⁾ und die

¹⁾ Offene Stehlager (Sparlager) der Bamag, Dessau, Abb. 373.

Bohrung des Lagers d mm	Länge		Lager- höhe h mm	Fußplatte			Lagerfußschrauben			Ge- wicht kg	
	der Lauf- fläche mm	der Schale mm		Länge a mm	Breite b mm	Stärke w mm	Entfernung		Zahl		Durch- messer s mm
							e mm	i mm			
40—45	145	200	160	270	90	25	150	60	2	13	15
50—55	180	240	175	315	105	30	175	70	2	16	22
60—65	215	280	205	380	125	35	215	85	2	20	33
70—80	260	330	240	445	140	40	255	100	2	23	52
85—95	315	390	275	510	165	50	295	115	2	26	77
100—110	375	460	310	570	190	50	340	130	2	29	115

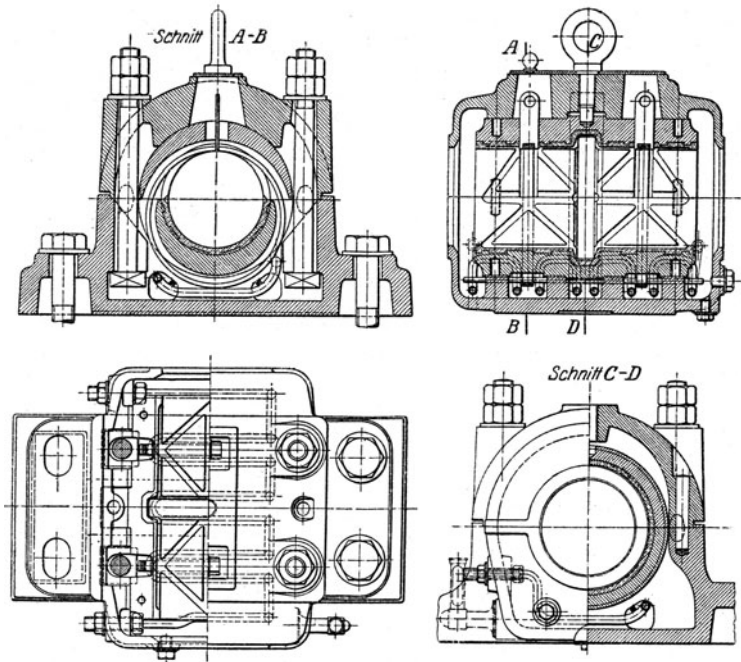


Abb. 372.

folgenden durch die verschiedenen Stützungsmöglichkeiten der Schalen bedingten Konstruktionen der gleichen Firma:

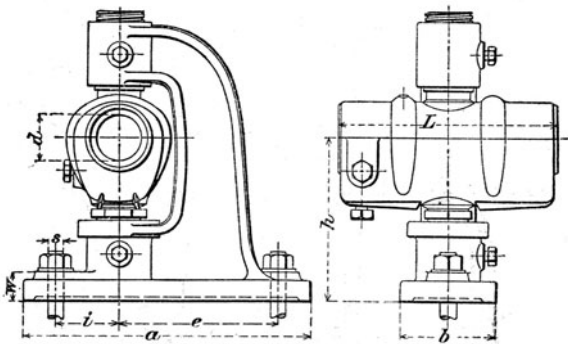


Abb. 373.

(474) Offenes Wandkonsollager, Abb. 374.

Offenes Säulenkonsollager, Abb. 375, mit ebener Anschlußfläche oder

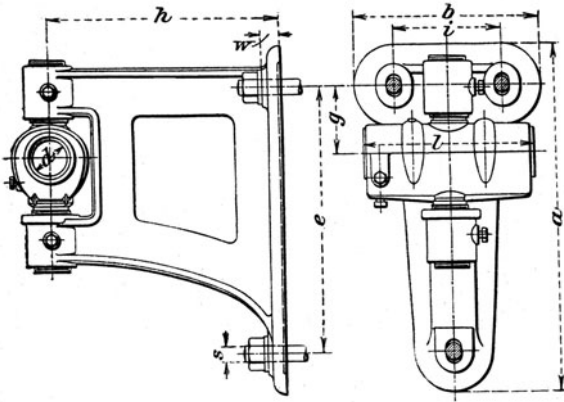


Abb. 374.

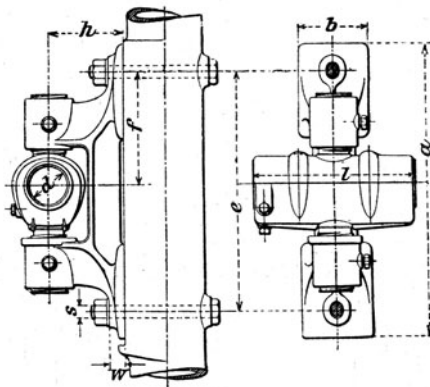


Abb. 375.

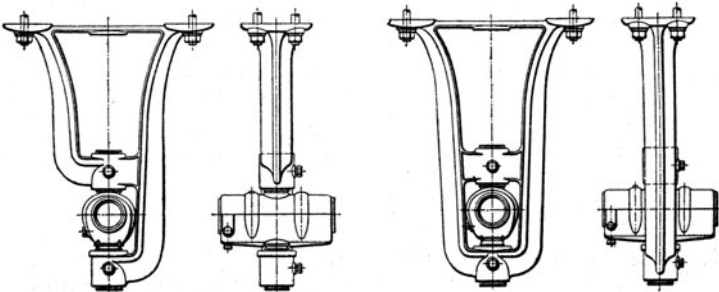


Abb. 376.

Abb. 377.

auch mit zylindrischem Hals bzw. Schelle. Hängelager, offen nach Abb. 376¹⁾, nach DIN 119 hinsichtlich Abmessungen der Schale, Fußplatte, der Ausladung (Höhe) und Schrauben genormt, geschlossen nach Abb. 377 und mit Stangenschluß nach Abb. 378, zum Anschluß an die Decke (geschlossene Konstruktion stabil, zweiteilige Räder und Scheiben bedingend).

Als Konsor-Hängelager zur Befestigung an Deckenträgern (Steg und Flansch).

Verschiebungsmöglichkeiten der Stehager bedingt bearbeitete Fußflächen und besondere Unterstützungen. Als solche kommen in Betracht die Sohlplatte²⁾ Abb. 379, genormt nach DIN 189: Einsteckschrauben für Lagerfuß, Lager seitlich abziehbar. Untergießen, Luftlöcher. Mauerkasten, Abb. 380, die Zugänglichkeit des Lagers erschwerend. Vgl. DIN 193.

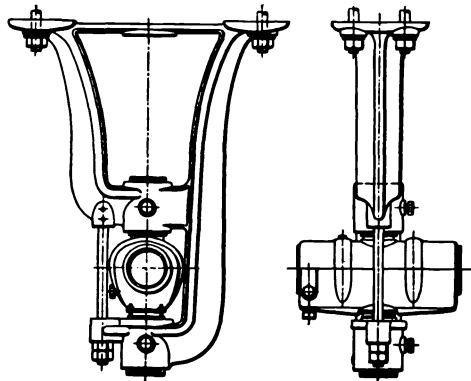


Abb. 378.

Besser ist der Winkelarm, Abb. 381, vgl. DIN 187. Die bei Lagerung nach Abb. 374 und 375 festliegende Ausladung erschwert im Falle eines Wellenstranges die Montage; sie gestaltet sich leichter durch Verwendung des Wandarmes, Abb. 382, vgl. DIN 117 und im Falle größerer Lagerdrucke durch den Lagerbügel oder -träger, Abb. 383.

¹⁾ Offene Säulen-Konsollager (Sparlager) der Bamag, Dessau, Abb. 376.

Bohrung des Lagers <i>d</i> mm	Länge der Schale <i>l</i> mm	Aus- ladung <i>h</i> mm	Befestigungsplatte			Befestigungsschrauben			Ge- wicht kg
			Länge <i>a</i> mm	Breite <i>b</i> mm	Stärke <i>w</i> mm	Entfernung		Durch- messer <i>s</i> mm	
						<i>e</i> mm	<i>f</i> mm		
40—45	200	150	430	130	23	350	160	20	17
50—55	240	150	490	140	28	390	180	23	24
60—65	280	150	550	150	30	450	210	26	32
70—80	330	150	630	160	32	510	240	26	46
85—95	390	180	700	170	37	570	270	29	72
100—110	460	180	790	180	38	640	300	32	98

²⁾ Abmessungen nach Ausführung der Bamag, Dessau.

Wellen- durchmesser <i>d</i> mm	Sohlplatte					Fundamentanker				Gewicht kg
	Länge <i>a</i> mm	Breite		Stärke		Entfernung		Zahl	Durch- messer <i>s</i> mm	
		<i>b</i> mm	<i>B</i> mm	<i>h</i> mm	<i>w</i> mm	<i>e</i> mm	<i>f</i> mm			
100—110	710	185	275	75	90	600	—	2	32	65
115—130	840	205	320	85	110	710	—	2	39	100
135—160	1000	265	390	100	135	850	—	2	45	160
165—190	1230	310	450	115	150	1040	—	2	58	260
195—220	1480	400	550	150	200	1300	170	4	45	480
225—240	1600	440	600	170	220	1400	210	4	51	600

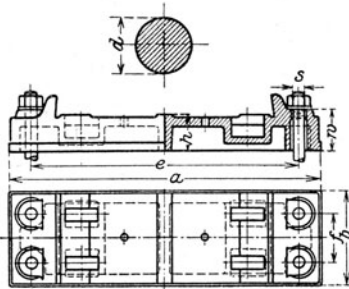


Abb. 379.

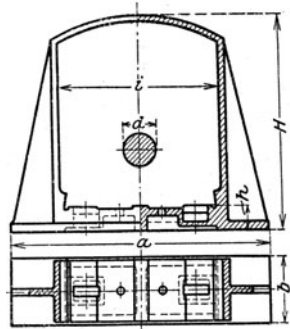


Abb. 380.

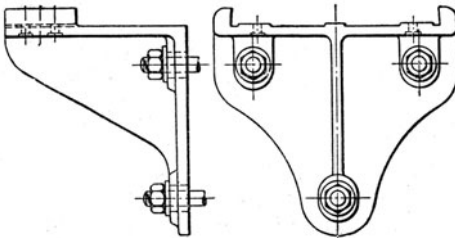


Abb. 381.

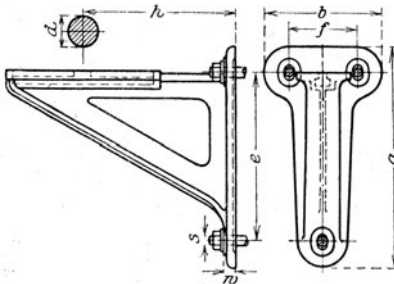


Abb. 382.

Die Befestigung der Transmission an der Decke erfolgt mittels Hängebockes, Abb. 384, vgl. DIN 194.

An Stelle der Sohlplatte, Abb. 379, findet bisweilen auch der Stehbock, Abb. 385, Verwendung, vgl. auch DIN 105.

Die in Abb. 384 und 385 dargestellten Konstruktionen werden statt in Rippenguß auch in Hohl- (Kasten-) guß ausgeführt und u. U. mit Beton ausgestampft (Vermehrung der Masse, Beschränkung der Vibrationen).

Bez. Sonderkonstruktionen (Kurbel-, Kurbelzapfen- und Kreuzkopflager) vgl. unter Einzelheiten der Dampfmaschinen.

(475) Spurlager. Zusammenfallende Achsen der tragenden Linsen bedingen

Führung der zu stützenden Welle; die Stützung der festen Linse in einer Kugelfläche in der Absicht selbsttätiger Einstellung (gleichmäßige Pressung in Zapfenstützfläche) ist von bedingtem Werte (Relativbewegung in Kugelstützfläche).

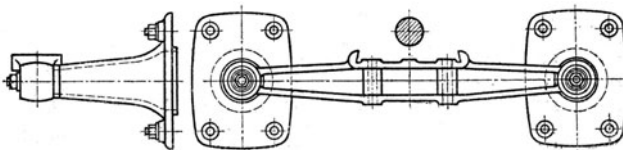


Abb. 383.

Zu beachten: leichte Auswechslungsmöglichkeit der Linsen, (Stahl auf Stahl, gehärtet; dichtes Gußeisen auf Gußeisen; Stahl auf Bronze neigt zur Spannbildung), und der Führung (zweiteilige Schalen), zuverlässige Schmierung (Ölzuführung von Achse aus zweckmäßig), Ausgleichung der Abnutzung durch Nachstellbarkeit.

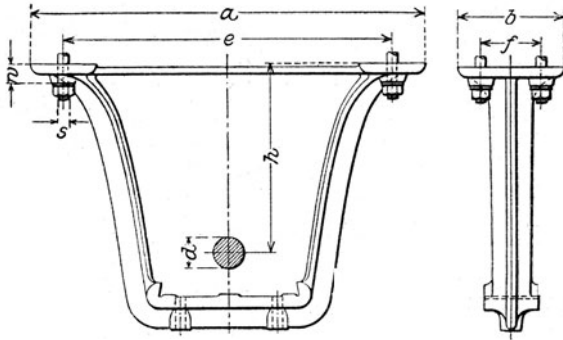


Abb. 384.

Diesen Forderungen wird die Konstruktion gemäß Abb. 386 nicht in vollem Umfange gerecht, gegen die sich noch einwenden läßt, daß die mit Welle aus einem Stück bestehende Lauflinse Mantelreibung erfährt. Besser wäre die Einsetzung einer besonderen Lauflinse (konischer Zapfen), deren Durchmesser meistens viel kleiner sein darf als der Wellendurchmesser: Abb. 387. Bei hohen Belastungen mit Preßschmierung von unten und Überlauf bei A. Seitlicher Anschluß der Preßölleitung liegt im Interesse der Montage und der Zugänglichkeit. Hauptsächlichstes Anwendungsgebiet der Spurzapfen im Turbinenbau. Vgl. unter Wasserkraftmaschinen.

(476). Hierher gehört auch das Kammlager (Auflösung der Ringbreite $b = \frac{d_2 - d_1}{2}$ in mehrere hintereinander liegende Kämme, Abb. 388; sofern

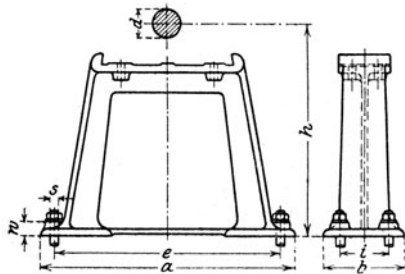


Abb. 385.

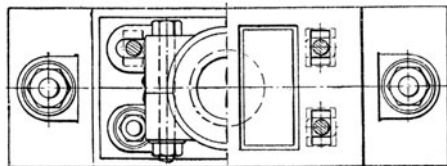
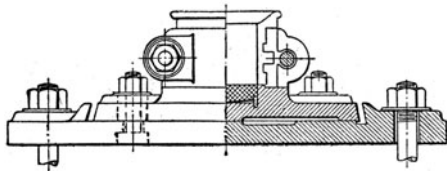


Abb. 386.

die Kämme in der Schale liegen, nehmen alle an der Übertragung, wenn auch in verschiedenem Grade, teil. Von den an den Schalenstirnflächen anlaufenden Kämmen gelangt einer zum Abheben. Dagegen ist in diesem Falle die Schmierung sicherer als im ersten.

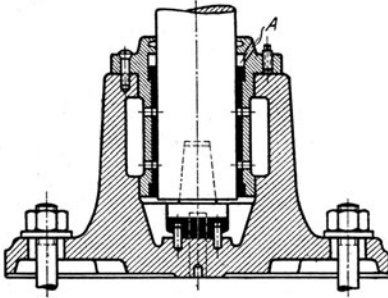


Abb. 387.

Z. f. d. g. T. 1916, S. 21 und 297; Z. 1916, S. 305 und Z. 1919, S. 1266; D. P. I. 1916, S. 95; 1918, S. 4; 1919, S. 115 und 1920, S. 211.

Große Axialkräfte in Verbindung mit hohen Umlaufzahlen bedingen viele Kämme (Drucklager von Schiffswellen). Die damit verknüpften Übelstände werden neuerdings behoben durch das Einring- oder Einscheibendrucklager, auch Michell-Lager genannt. Die ringförmige Stützfläche ist aufgelöst in eine Anzahl sektorenförmiger Tragflächen, Gleitstücken angehörig, die sich (unter der Einwirkung der Ölpressung) um radial verlaufende Kanten schräg stellen können. Vgl. hierüber C. Bach, M. E., 12. Aufl., 3. Lieferung, S. 201;

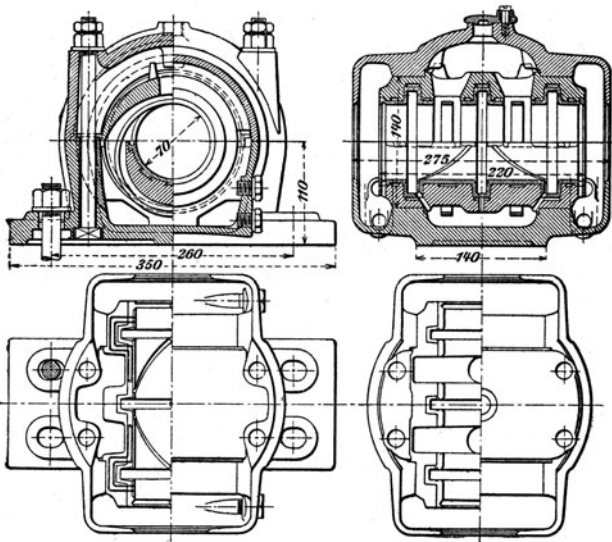


Abb. 388.

Kugellager¹⁾.

Die im nachstehenden genannten Walzlagerfabriken und die benutzten Abkürzungen.
 DKF = Deutsche Kugellagerfabrik G. m. b. H. Leipzig-Plagwitz.
 DWF = Deutsche Waffen- und Munitionsfabriken, Berlin-Wittenau.
 Fischer = Kugellagerfabrik Fischer, Schweinfurt a. M.
 FS = Schweinfurter Kugellager-Werke Fichtel & Sachs, Schweinfurt a. M.
 Rheinld. = Maschinenfabrik „Rheinland“, Düsseldorf.
 Riebe = Riebe-Kugellager- und Werkzeugfabrik, Berlin.
 SKF-N = SKF-Norma G. m. b. H. Berlin W 8, d. i. Vereinigung der schwedischen Kugellagerfabrik und der Norma-Ges. Cannstatt.

Einteilung in Quer- und Längslager, je nachdem der Achsdruck quer zur Achse oder längs derselben wirkt.

Querlager.

(477) Einreihige Querlager nach Abb. 389 mit den Rillennradien $r_a = 0,56 d$ und $r_i = 0,52 d$.

Zweireihige Querlager bei größerer Belastung nach Abb. 390.

Einbringung der Kugeln. Nuten nach Abb. 389, entweder je eine in beiden Ringen oder eine nur im Außenring oder ungenutzte Ringe. Kugelzahl bei genutzten Ringen etwas größer als bei ungenutzten. Im letzteren Falle läßt sich durch elastisches Ausweiten oder Erwärmen des Außenringes noch eine weitere Kugel hineinzwingen.

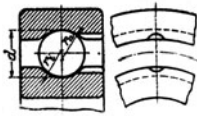


Abb. 389.

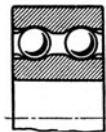


Abb. 390.

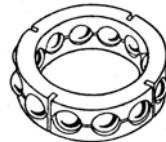


Abb. 391.



Abb. 392.

Kugelkäfige sollen das gegenseitige Berühren der Kugeln verhindern. Anforderungen: weicher Stoff (Messing, Bronze besser als Stahl), doch hinreichend widerstandsfähig, geringes Gewicht, für große Kugelzahl zu bauen. Einige Ausführungen:



Abb. 393.

Wabenring von FS nach Abb. 391 (ganz ähnlich der von DKF), Wellenkorb von FS nach Abb. 392, Zellenkorb von Fischer nach Abb. 393, Bronzekäfig von DWF nach Abb. 394, dessen Enden um die Kugeln herumgebogen werden. Weitere Ausführungen s. die Listen der Kugellagerfabriken.



Abb. 394.

(478) Einbau der Querlager. Der Innenring hat gegen die Welle Festsitz und der Außenring gegen das Gehäuse Gleitsitz, aber beide in etwas anderen als den DIN-Toleranzen.

¹⁾ Bearbeitet von Prof. Dr.-Ing. G. Unold; vgl. auch Einzelkonstruktionen aus dem Maschinenbau. Viertes Heft: Die Kugellager und ihre Verwendung im Maschinenbau. Von Werner Ahrens. Berlin: Julius Springer 1913.

„Die Behandlung der Wälzlager“. Betriebsblatt 2 der BTA.

Mehrere Aufsätze von Prof. R. Stribeck in Z. 1901 S. 73, 1902 S. 1341, 1907 S. 1445.

Schwinning, Belastungsversuche von Kugeln und Kugellagern. Z. 1901 S. 332.

Über Entwicklung des Kugellagers s. Bauschlicher, Z. 1908 S. 1185, Brühl, Z. 1909 S. 1844.

Der Innenring wird durch Mutter u. dgl. in Längsrichtung stramm gegen eine Wellenschulter, Radnabe u. dgl. gepreßt. Der Außenring soll seitlich nur einen ganz geringen Spielraum haben, so daß er sich im Betriebe langsam dreht (wandert), wodurch allmählich verschiedene Stellen der Laufrille in die Belastungszone kommen.

Läuft eine Welle in zwei oder mehreren Querlagern, so darf nach Abb. 395 nur ein Lager die Festlegung der Welle in Längsrichtung übernehmen und das oben genannte geringe Seitenspiel haben. Alle übrigen Außenringe müssen auf beiden Seiten mehrere Millimeter Luft haben, um Ungenauigkeiten in der Bearbeitung und Wärmedehnungen der Welle und des Rahmens auszugleichen (schwimmende Lager).

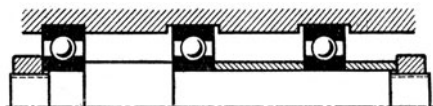


Abb. 395.

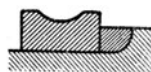


Abb. 396.

Ist der Ausrundungsradius einer Wellenschulter größer als der Abrundungsradius des Innenringes, dann ist eine Zwischenscheibe nach Abb. 396 einzulegen, da sonst der Innenring gesprengt wird.

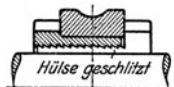


Abb. 397 u. 398.

Spannhülse zum Aufbringen des Innenringes auf glatter Welle an beliebiger Stelle nach Abb. 397. Hülse ist geschlitzt und preßt sich durch Anziehen der Mutter fest gegen Welle und Ring.

Bei der Fischer-Spannhülse Abb. 398 können normale Querlager, also mit zylindrischer Bohrung des Innenringes, verwendet werden. Durch das Sägen der Innengewinde preßt sich die geschlitzte Innenhülse zwischen Welle und ungeschlitzte Außenhülse und liefert gleichzeitig die erforderliche Längsverspannung.

(479) Längsdrücke auf das Querlager. Die Querlager sind zur Aufnahme von Achsbelastungen quer zur Achse bestimmt, können jedoch geringe Längsdrücke aufnehmen.

Bei größeren Achsdrücken empfiehlt SKF-Norma das sog. „Radiallager“, d. i. ein gewöhnliches Querlager mit tieferen Laufrillen und ohne Einfüllnuten. Für denselben Zweck benutzt DKF das sogen. „Vierpunktlager“ nach Abb. 399 mit geteiltem Außenring, aber stets in Verbindung mit normalen Querlagern.

Große Längsdrücke erfordern neben den Querlagern besondere Längslager (einfache oder Doppeldrucklager); hierbei sind dann sämtliche Querlageraußenringe schwimmend zu lagern.

(480) Einstellring. Achse und Maschinengerüst unelastisch, aber mit Ungenauigkeiten derart behaftet, daß die Mittellinien der Achse und der Gehäusebohrung sich schneiden (Montagefehler). Der Einstellring nach Abb. 400 und 401 bezweckt eine einmalige Einstellung des Lagers, also kein dauern des Spiels zwischen Einstell- und Außenring vorhanden. Der Einstellring erhält zwei Halbnuten zwecks Zusammenbau mit dem Außenring. Üblich für ein- und zweireihige Querlager ohne und mit Spannhülse.

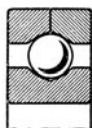


Abb. 399.



Abb. 400 ÷ 402.

Rührt das Schiefstellen von elastischer Formänderung des Ge-

rüsten und der Achse her oder ist die Achse von vornherein krumm, dann würde der Einstellring beständig Schwingungen gegen den Außenring machen. Sollte vermieden werden, da diese Kugelfläche nicht so unter Öl liegt, wie erforderlich. Ist dieser Fall unvermeidlich, dann das sog. Pendellager der SKF-Norma, Cannstatt, Abb. 402. Hierbei Voraussetzung, daß Kräfte in Achsenrichtung sehr gering und außerdem Belastung kleiner als sonst wegen der großen Ausrundung der Außenrille.

Im übrigen gestatten einreihige Querlager mäßige Bewegungen der Welle, sind also weniger empfindlich gegen Durchbiegungen und Montagefehler als Gleitlager.

Längslager.

(481) Laufrillenradius = $0,6 \div 0,7 d$.

Kugelkäfige nach Abb. 403 (konisches Loch verstemmt), nach Abb. 404 oder 405 (Platten vernietet).

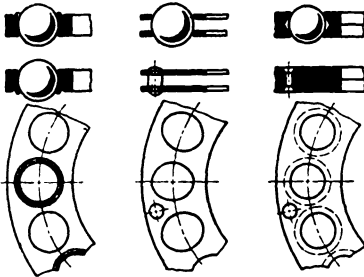


Abb. 403–405.

Sehr langsam laufende Lager wie für Lasthaken erfordern keinen Käfig und können daher mehr Kugeln aufnehmen, s. Abschn. Hebezeuge.

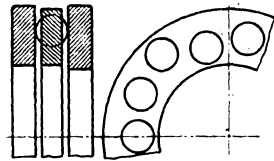


Abb. 406.

Scheibenslängslager ohne Rillen nach Abb. 406, Kugeln hierbei über die Ringbreite verteilt. Zulässige Belastung geringer als bei gerillten Scheiben.

Einbau der Längslager nach Abb. 407. Bei *a* Festsitz, bei *b* Gleitsitz.

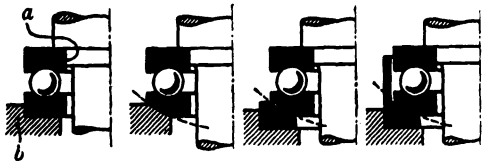


Abb. 407–410.

Ballige Druckringe erforderlich nach Abb. 408 zwecks gleichmäßiger Kugelbelastung bei ungenauer Wellenlage oder Wellendurchbiegung. Meist wird dann nach Abb. 409 ein Gegenring beigegeben, der in der Planfläche des Gehäuses sitzt. Besondere Ausführungen nach Abb. 410 (DKF) und Abb. 411 mit Blechkappe (DWF).

Längslager dürfen nur in Achsenrichtung belastet werden. Bei gleichzeitig wirkenden Querkräften sind diese durch besondere Querlager (Gleit- oder Kugellager) aufzunehmen.

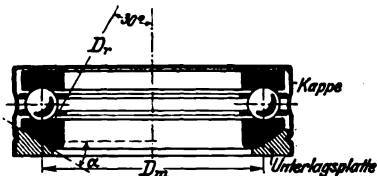


Abb. 411.

(482) **Doppeltwirkende Längslager** für Druckrichtungswechsel nach Abb. 412.

Ausführung hierzu mit Fassung nach DKF s. Abb. 249 und 254.

Dasselbe, aber mit einer Kugelreihe nach Fischer, Abb. 413a u. b. Ganz ähnliche Bauarten von DWF und Rheinland. Über deren Einbau s. Abb. 248 und 255.

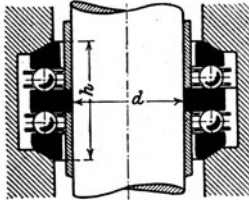


Abb. 412.

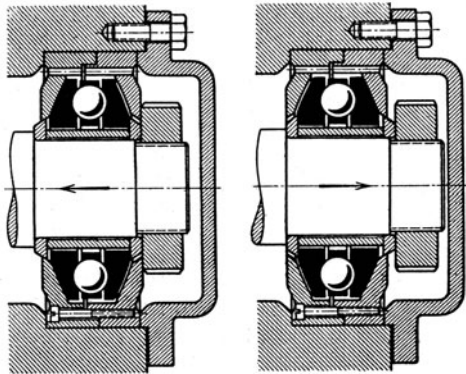


Abb. 413a u. b.

Berechnung und Auswahl der Kugellager.

(483) Allgemeines. Die umfangreichen Kugeldruckversuche von Striebeck (s. Z. 1901 S. 332) haben ergeben, daß bei gleichartigen Versuchen mit Kugeln vom gleichen Stoff und verschiedenen Durchmessern d die Bruchlast stets proportional d^3 ist. Somit ist auch die zulässige Belastung einer Kugel prop. d^3 , außerdem mit steigender Umlaufzahl des Lagers fallend.

Im weiteren bezeichne

P die zulässige Gesamtbelastung des Längs- oder Querlagers in kg,

z die Gesamtkugelnzahl des einreihigen Lagers,

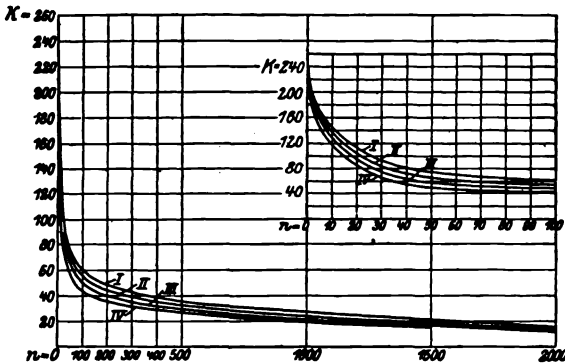
d den Kugeldurchmesser in cm,

n die Umlaufzahl des Lagers i. d. Min.

Längslager. Unter Annahme einer gleichmäßigen Verteilung der Gesamtlast über alle Kugeln ist

$$P = z k d^3,$$

worin die spezifische zulässige Belastung k etwa nach Abb. 414 von n und von der Lagergröße abhängig ist.



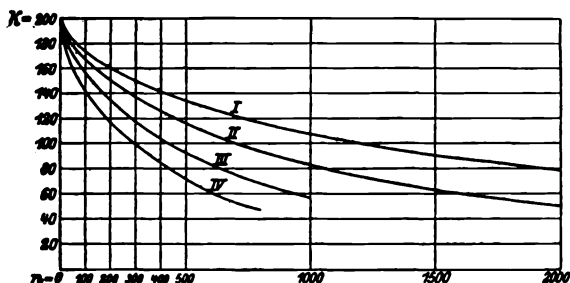
- I für $D \leq 100$ mm
 II „ $D = 100 \div 150$ „
 III „ $D = 150 \div 200$ „
 IV „ $D = 200 \div 250$ „
 D der Kugelmittendurchmesser.

Abb. 414.

Querlager. Mit Rücksicht auf die ungleiche Verteilung der Gesamtlast über die Hälfte der Kugeln gilt die Stribecksche Näherungsformel

$$P = 0,2 z k d^2,$$

worin k nach Abb. 415 von n und von der Lagergröße abhängig ist.



I für $D \leq 50$ mm
 II „ $D = 50 \div 100$ „
 III „ $D = 100 \div 150$ „
 IV „ $D = 150 \div 200$ „
 D der Kugelmittendurchmesser.

Abb. 415.

Die zulässige Belastung der zweireihigen Querlager wird mit dem etwa 1,6fachen derjenigen der einreihigen Lager angesetzt.

Vorstehende k sind Höchstwerte und gelten für stoßfreie Belastung des Lagers. Bei nicht stoßfreier Belastung ist diese mit Zuschlägen in obige Formeln einzusetzen. So ist üblich, bei Riementrieb den Druck auf die Riemenscheiben mit dem fünffachen Wert der Scheibenumfangskraft einzusetzen, den Zahndruck von Zahnrädern mit bearbeiteten Zähnen gleich dem dreifachen und denjenigen mit unbearbeiteten Zähnen gleich dem fünffachen theoretischen Zahndruck. Bei oft und ruckweise anlaufenden Zahnradgetrieben geht man möglichst noch über diese Werte hinaus.

(484) Kugellagernormen. Die Listen der Kugellagerfabriken enthalten die Außenmaße der Ringe für kleine und mittlere Größen und die zulässigen stoßfreien Belastungen bei verschiedenen n , dagegen nicht Kugelzahl und -größe. Diese Listenwerte sind heute bei allen deutschen Fabriken ganz oder nahezu übereinstimmend; die Erzeugnisse unterscheiden sich, von Sonderausführungen abgesehen, nur noch in Kugeleinführung und Käfig. Der Kugellagerverbraucher sollte stets normale Ausführungen benützen und die anschließenden Maschinenteile hiernach bemessen. Größere, nicht genormte Ringe werden auf besondere Bestellung hergestellt.

Zur Zeit sind vom NDI nur die Querlager genormt; die Tafel S. 462, 63 vereinigt die betreffenden DIN-Blätter.

Reibungsverhältnisse.

(485) Das Reibungsmoment beträgt bei Quer- und Längslagern

$$M = P r \mu_i \text{ cmkg,}$$

worin

P den Lagerdruck in kg,

r die halbe Bohrung des Innenringes in cm

und

μ_i die ideelle Reibungszahl bezeichnet.

Nach zahlreichen Versuchen (namentlich von Stribeck, s. Z. 1901 S. 123) ist μ_i ganz im Gegensatz zu den Gleitlagern nahezu unabhängig von der Umlaufzahl, gilt mithin auch für den Anlauf aus der Ruhe und beträgt i. M. 0,0013 für normal belastete Lager, steigend bis etwa 0,0020 bei abnehmender Belastung.

Herstellung des Kugellagers.

(486) Kugeln. Abschneiden eines zylindrischen Stückes vom Rundstahl, Pressen annähernd in Kugelform (über $\frac{1}{8}$ " warm gepreßt, über 2" in Gesenken geschmiedet). Ausglühen zur Beseitigung von Spannungen. Vorschleifen im ungehärteten Zustande in Scheiben mit konzentrischen Kreisrillen unter Öl und Schmirgel. Vorsortieren auf $\frac{1}{100}$ bis $\frac{2}{100}$ mm. Härten, Erhitzen auf Kirschrotglut, dann in den Kühlbottich. Fertigschleifen bis auf $\frac{1}{1000}$ mm Toleranz, Polieren, Putzen. Sortieren nach Größe.

Ringe. Abstechen aus Stangen oder Röhren, größere werden vorgeschmiedet und mäßig ausgeglüht. Drehen oder Schruppen mit Voltoleranz, möglichst auf Revolverbänken oder Halbautomaten. Härten im Salzbad oder im elektrischen Härteofen. Schleifen, besonders genaues Rillenschleifen. Prüfen und Sortieren.

Werkstoff für Kugeln und Ringe. Chromstahl, mit naturhartem Schnellstahl bearbeitbar.

Lagerkörper mit Kugellagereinsätzen.

(487) Querlager. Abb. 416 bis 424 zeigt normale geschlossene Transmissionsstehlager mit ein- und zweireihigen Querlagern ohne und mit Spannhülse (Abb. 419 nach DKF, die andern nach Fischer).

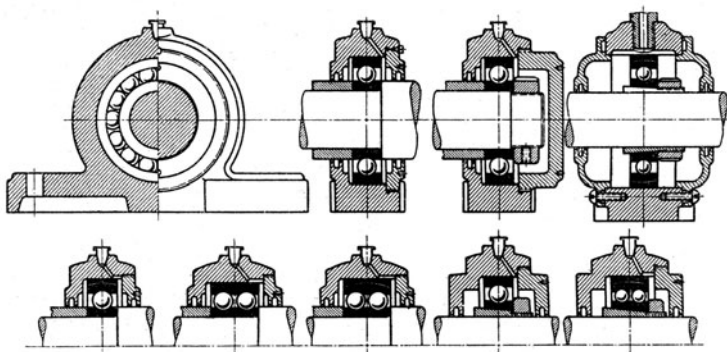


Abb. 416 ÷ 424.

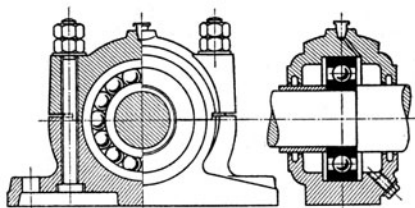


Abb. 425.

Abb. 425 zeigt ein geteiltes Lager (Fischer).

Lagereinsätze nach Art der Sellers-Lager mit Kugelbewegung nach Abb. 426, geteilt nach Abb. 427 (Fischer).

In vorstehenden Lagern ist, wie nach (478) dargelegt, für eine Wellenleitung ein Außenring ohne und alle anderen Außenringe mit Seitenspiel (wie gezeichnet) einzubauen.

Ungeteiltes Stehkugellager für landwirtschaftliche Maschinen mit balligem Außenring nach Abb. 428 (Fischer); hierbei besonders einfache Befestigung des langen Innenringes auf glatter Welle.

(488) Vereinigte Quer- und Längslager. Obere Abstützung einer lotrechten Welle nach Abb. 429, untere nach Abb. 430 (Fischer). Oberes und unteres

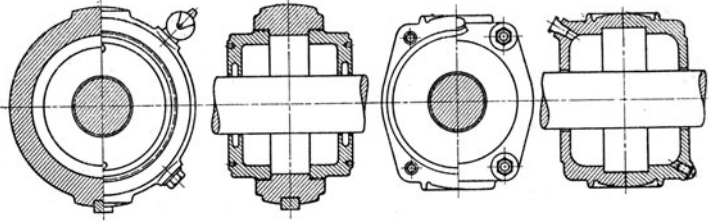


Abb. 426.

Abb. 427.

Lager einer Fräsmaschinenwelle nach Abb. 431 (DWF). Wesentlich ist bei diesen Ausführungen die Ölabdichtung.

Doppelt vereinigt Kugellager ohne und mit balligen Ringen mit zylindrischem oder kugeligem Gehäuse nach Abb. 432 und 433 (DKF).

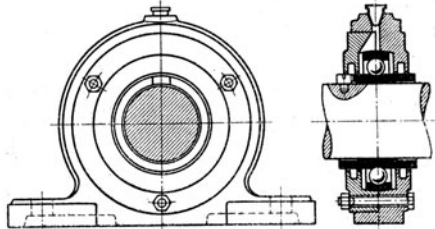


Abb. 428.

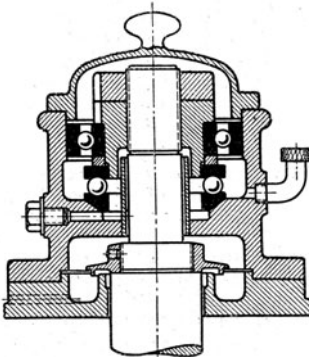


Abb. 429.

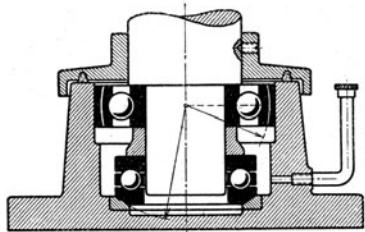


Abb. 430.

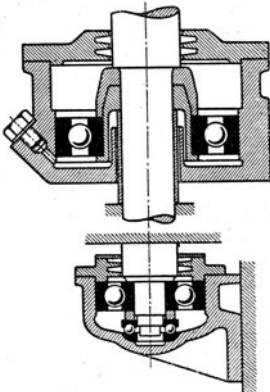


Abb. 431.

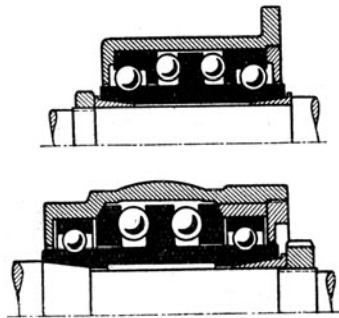


Abb. 432 u. 433.

Querkugellager, ein- und zweireihig ohne und mit Einstellung nach DIN 611 ÷ 614 und 622 ÷ 624.

Beispiel für die Bezeichnung eines zweireihigen mittelschweren Querlagers mit 60 mm Bohrung und Einstellung: Kugellager B 60 DIN 623.

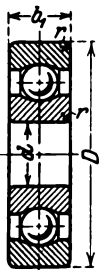


Abb. 434.

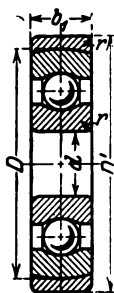


Abb. 435.

Die Zahlen sind die DIN-Nr.	Maße in mm					Höchstbelastungen der einreihigen Lager in kg bzw. t, die der zweireihigen sind das 1,6fache davon											
						Umdrehungen in der Minute											
	d	D	D'	b ₁	b ₂	r	1	10	50	100	200	500	1000	1500	2000	3000	5000
4	13	5	0,5	15	14	13	12	11	9	7	5	4	3	2			
5	16	5	0,5	20	18	17	16	14	11	9	6	5	4	2			
6	19	6	0,5	26	24	23	20	18	14	11	8	6	5	2,5			
7	19	6	0,5	33	31	28	25	23	18	13	10	7	6	3			
8	22	7	0,5	40	38	35	32	29	21	15	12	8	7	3			
9	24	7	0,5	48	46	42	38	34	27	18	14	10	8	3,5			
10	28	8	0,5	60	55	50	46	42	32	23	17	12	10	4			
12	30	8	0,5	75	70	60	55	50	40	28	21	15	12	4,5			
15	32	8	0,5	90	80	75	70	60	50	34	26	18	15	5			
17	35	8	0,5	110	100	90	85	75	60	42	33	22	18	5,5			
20	42	8	0,5	130	120	110	100	90	70	50	40	26	21	6			
25	47	8	0,5	150	140	130	120	110	80	60	50	32	24	6,5			
30	55	8	0,5	180	170	160	140	130	100	70	60	38	27	6,5			
35	62	9	0,5	210	200	190	160	150	120	80	70	45	30				
40	68	9	0,5	240	230	220	190	170	140	90	80	55	34				
45	75	9	0,5	280	270	250	220	190	160	100	90	60	38				
50	80	10	0,5	320	310	280	250	220	180	120	100	70	42				
55	90	10	0,5	360	350	310	280	250	200	140	110	80					
60	95	10	0,5	400	390	350	310	280	220	160	120	90					
65	100	11	0,5	450	430	390	350	310	240	180	130	100					
70	105	11	0,5	500	470	430	390	340	270	200	140	110					
75	110	12	0,5	550	520	480	430	380	300	220	160	120					
80	120	13	1	620	600	540	490	430	340	240	180						
85	125	13	1	700	680	610	550	490	380	270	200						
90	135	14	1	780	760	690	620	540	420	300	220						
95	140	14	1	880	850	770	690	590	450	330	240						
100	150	16	1	980	950	850	760	650	490	360	260						
105	160	18	1	1,1	1,05	950	840	710	540	390	280						
110	170	18	1	1,2	1,15	1,05	920	780	590	420	300						
120	180	18	1	1,35	1,3	1,15	1	860	640								
130	190	19	1	1,5	1,45	1,25	1,1	950	700								
140	200	19	1	1,65	1,6	1,35	1,2	1,05	780								
150	220	22	1	1,85	1,75	1,5	1,35	1,15	860								
160	230	22	1,5	2	1,95	1,65	1,5	1,3	940								
170	250	25	1,5	2,2	2,1	1,8	1,65	1,35	1,05								
180	260	25	1,5	2,5	2,4	2	1,85	1,55	1,15								
190	280	28	1,5	2,8	2,7	2,3	2	1,75	1,25								
200	300	30	1,5	3,2	3,1	2,6	2,3	1,95	1,4								
220	320	30	1,5	3,6	3,4	2,9	2,6	2,2	1,6								
240	340	32	1,5	4,1	3,9	3,2	2,9	2,4	1,8								
260	360	32	1,5	4,5	4,3	3,6	3,2	2,7	2								
280	380	34	1,5	5,1	4,8	4	3,6	3	2,2								
300	420	36	1,5	5,7	5,4	4,5	4	3,3	2,4								
320	440	36	1,5	6,4	6,1	5	4,5	3,7	2,7								
340	480	44	1,5	7,1	6,8	5,6	5	4,2	3								

Einreihig ganz leicht, ohne Einstellung 611

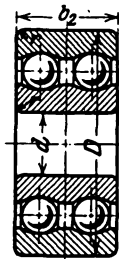


Abb. 436.

Die Zahlen sind die DIN-Nr.	Maße in mm						Höchstbelastungen d. einreih. Lager in kg bzw. t, die der zweireihigen sind das 1,6fache davon																																																											
	d	D	D'	b ₁	b ₂	r	Umdrehungen in der Minute																																																											
							1	10	50	100	200	500	1000	1500	2000	3000	5000																																																	
612 Einreihig leicht ohne und mit Einstellring 622 Zweireihig leicht ohne und mit Einstellring	4	16		5	0,5	26	24	22	21	19	16	13	10	8,5	6	4	35	32	30	28	25	21	17	14	11	8	5,5	7	22		7	1	35	32	30	28	25	21	17	14	11	8	5,5	9	26		8	1	70	65	60	55	50	40	32	26	22	15	11							
	10	30	35	9	14	1	100	90	85	75	60	55	45	40	35	25	15	12	32	37	10	14	110	100	95	85	80	65	50	45	40	30	20	15	35	40	11	14	130	120	110	100	90	75	60	55	45	35	25	17	40	47	12	16,1	170	160	150	130	110	100	80	65	55	40	30	
	20	47	52	14	18	1,5	220	210	190	160	140	120	100	80	65	50	35	25	52	58	15	18,2	270	250	240	210	190	150	120	100	85	60	40	30	62	70	16	20,2	350	340	320	300	250	200	160	130	110	80	50	35	72	80	17	23,2	450	430	400	370	300	250	190	160	140	100	60	
	40	80	90	18	23,2		550	530	490	440	380	310	240	200	160	120	70	45	85	95	19	23,2	650	630	580	520	450	370	290	240	200	150	80	50	90	100	20	23,2	750	730	680	610	540	450	360	290	240	170	100	55	100	110	21	25,2,5	900	880	820	750	660	530	410	330	270			
	60	110	120	22	28,2,5		1,1	1,05	970	890	780	620	490	380	310			65	120	130	23	31,2,5	1,3	1,2	1,1	1	880	720	550	440	350			70	125	135	24	31,2,5	1,5	1,4	1,3	1,2	1	820	630	500	400			75	130	140	25	31,2,5	1,75	1,6	1,5	1,35	1,2	940	720	580	460			
	80	140	150	26	33,3		2	1,8	1,7	1,6	1,4	1,1	850	690			85	150	160	28	36,3	2,3	2,1	2	1,85	1,6	1,25	1	820			90	160	170	30	40,3	2,6	2,4	2,3	2,1	1,8	1,45	1,15	930			95	170	180	32	43,3,5	2,9	2,8	2,6	2,4	2,1	1,7	1,3	1,05							
	100	180	190	34	46,3,5		3,2	3,1	2,9	2,7	2,3	1,9	1,5	1,15			105	190	210	36	50,3,5	3,5	3,4	3,2	2,9	2,6	2	1,6			110	200	220	38	53,3,5	3,9	3,6	3,4	3,1	2,8	2,2	1,7																								
	613 einreihig mittelschwer ohne und mit Einstellring 623 Zweireihig mittelschwer ohne und mit Einstellring	10	35	40	11	17,1	160	150	130	120	110	95	75	60	50	35	25	12	37	42	12	17,1,5	170	160	150	140	120	100	80	65	55	40	30	15	42	47	13	17,1,5	190	180	170	150	130	110	90	75	60	45	35	17	47	52	14	19,1,5	270	260	240	220	190	160	130	110	90	65	50	
		20	52	58	15	21,2	360	340	310	300	250	220	170	140	110	85	65	25	62	70	17	24,2	450	430	420	380	340	280	230	180	150	110	80	30	72	80	19	27,2	650	600	560	500	450	380	300	250	200	150	35	80	90	21	31,2,5	850	800	720	660	600	500	400	320	260	190			
		40	90	100	23	33,2,5	1,1	1	920	860	750	640	500	400	320	220		45	100	110	25	36,2,5	1,3	1,2	1,1	1,05	920	760	600	480	380	260		50	110	120	27	40,3	1,55	1,5	1,4	1,25	1,1	880	690	550	440	300		55	120	130	29	43,3	1,85	1,8	1,7	1,45	1,3	1,05	820	640	500			
		60	130	140	31	46,3,5	2,3	2,1	2	1,75	1,5	1,25	960	760	580			65	140	150	33	48,3,5	2,7	2,5	2,3	2	1,8	1,5	1,15	900	680		70	150	160	35	51,3,5	3,1	3	2,7	2,4	2,1	1,7	1,35	1	780		75	160	170	37	55,3,5	3,5	3,4	3,1	2,8	2,5	2	1,5	1,2	900					
		80	170	180	39	58,3,5	3,9	3,8	3,5	3,1	2,7	2,2						85	180	190	41	60,4	4,5	4,2	3,9	3,4	3	2,4						90	190	210	43	64,4	5	4,7	4,3	3,7	3,3	2,6						95	200	220	45	67,4	5,5	5,2	4,7	4,2	3,7	2,9						
		614 Einreihig schwer ohne und mit Einstellring 624 Zweireihig schwer ohne und mit Einstellring	17	62	70	17	29,2	550	500	450	430	380	320	250	200	160	120	70	20	72	80	19	33,2	750	690	650	600	530	440	330	270	220	160	80	25	80	90	21	36,2,5	970	900	870	780	690	560	440	350	290	200	120	30	90	100	23	40,2,5	1,2	1,1	1,05	970	900	700	550	450	360		
			35	100	110	25	43,2,5	1,5	1,35	1,3	1,2	1,1	860	670	550	430			40	110	120	27	46,3	1,75	1,65	1,6	1,4	1,2	1	800	650	500			45	120	130	29	50,3	2	1,95	1,9	1,7	1,5	1,2	930	750	600			50	130	140	31	53,3,5	2,4	2,3	2,2	2	1,75	1,4	1,1	870	700		
			55	140	150	33	57,3,5	2,9	2,8	2,6	2,3	2	1,7	1,3				60	150	160	35	60,3,5	3,4	3,3	3	2,7	2,4	2	1,5						65	160	170	37	64,3,5	3,9	3,8	3,4	3,1	2,7	2,2	1,6			70	180	190	42	74,4	4,4	4,3	4	3,6	3,1	2,5	1,9						
			75	190	210	45	77,4	5	4,8	4,5	4	3,5	2,8	2,1				80	200	220	48	80,4	5,6	5,4	5	4,5	4,1	3,3						85	210	230	52	86,5	6,3	6	5,3	4,7	4,2	3,5																						

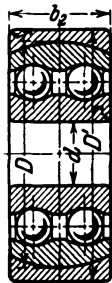


Abb. 437.

Rollenquerlager.

(489) An Stelle der früheren langen Walzen, die sich wegen der Gefahr des Schränkens nicht bewährt haben, werden jetzt ganz kurze zylindrische oder tonnenartige Rollen verwendet, deren gegenseitiger Abstand durch Rollenkäfig gesichert bleibt.

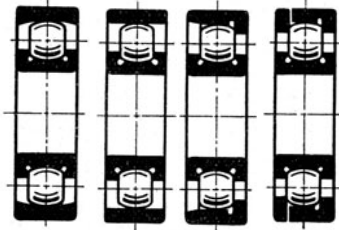


Abb. 438 a ÷ d.

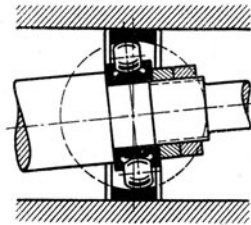


Abb. 439.

Das Tonnenlager von Fischer. Abb. 438 a ÷ d zeigt verschiedene Ringarten. Rollen und Rillen sind so gewölbt, daß die Rollenseiten etwas Spiel haben und reines Rollen eintritt. Das normale Tonnenlager mit Kugelrille,

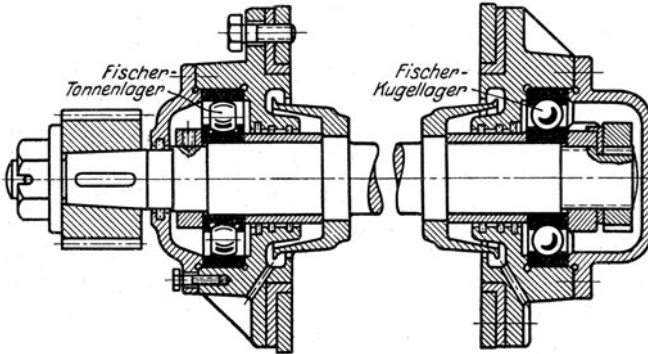


Abb. 440.

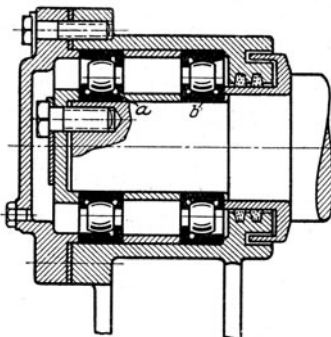


Abb. 441.

Abb. 438 a, erlaubt wie bei den Kugellagern mit Einstellung ein Schiefstellen der Achse nach Abb. 439. Der Außenring kann in Längsrichtung festgehalten oder schwimmend sein. Das Tonnenlager, Abb. 438 b, läßt ein Längsspiel der Achse zu, die Tonnenbündelager, Abb. 438 c und 438 d, übertragen Längskräfte zwischen Außen- und Innenring; eine nennenswerte Reibung an den Rollensenden tritt nicht auf.

Abb. 440 zeigt eine Motorwellenlagerung mit Rollenlagerung auf der stärker belasteten Ritzelseite, Abb. 441 eine Fahrzeugachsagerung.

Das Rollenlager von Riebe, Abb. 442, hat zylindrische Rollen und zylindrischen Innenring, während der Außenring nur auf etwa $\frac{1}{3}$ Rollenlänge zylindrisch und seitlich davon ballig gedreht ist, was wieder geringe Schiefstellung ermöglicht.

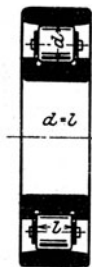


Abb. 442.

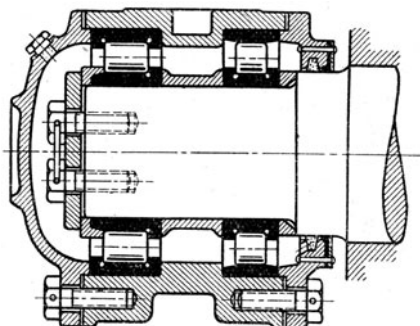


Abb. 443.

Abb. 443 zeigt eine Achslagerung mit einem offenen und einem geschlossenen Rollenlager.

Näh. über Kugel- und Rollenlager für Schienenfahrzeuge s. Z. 1921 S. 1260 (hieraus auch vorsteh. Abb.).

Zulässige Belastung eines Rollenlagers ist etwa das doppelte bis dreifache eines Kugellagers von gleichen Abmessungen. Grund: die Rolle wird stets nur quer zu ihrer Faserrichtung belastet, während bei der Kugel auch die Möglichkeit der Belastung in Faserrichtung vorliegt, wobei sie weniger tragfähig ist; außerdem hat die Rolle theoretische Linienberührung gegenüber der Punktberührung bei der Kugel. Daher ist das neuere Rollenlager geeignet, bei starker und nicht stoßfreier Belastung das dann versagende Kugellager zu ersetzen.

Befestigung von Hänge- und Wandlagern (Rohrleitungen usw.) an Betonbalken.

Durch Gasrohre und verschraubte Winkeleisen nach Abb. 444. Einbetonierte Gasrohrabschnitte einige Millimeter von Betonwand zurückstehend, so daß die Winkeleisen durch die Schrauben an die Betonwand geklemmt werden und durch Reibungsschluß tragen. Gasrohre in gleichmäßiger Teilung (rd. 400 mm) einlegen. Längen der Winkeleisenstücke nach Bedarf, können auch nachträglich

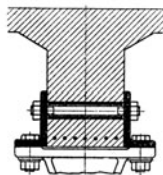


Abb. 444.

angebracht oder verändert werden. Diese tragen die Lagerkörper unmittelbar durch Schrauben oder Klemmplatten, oder dienen zur Unterstützung besonderer Hilfsträger, an denen die Lager hängen.

Durch besondere Profileisen der Deutschen Kahneisen-Gesellschaft Jordahl & Co., Berlin W 35. DKG-Ankerschie-

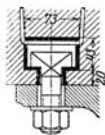


Abb. 445.

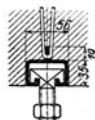


Abb. 446.

nen System Dr. Bauer oder Jordahl nach Abb. 445 bzw. 446. Werden einbetoniert, alle 250 mm durch Flacheisenbügel 22×2 bis $22 \times 3\frac{1}{2}$ mm mit dem Betonbalken verbunden, innen gegen Rostbildung gestrichen und an den Enden mit Verschlusskappen gegen Eindringen von Beton versehen. Die Schrauben sind den Profilen angepaßt und tragen entweder unmittelbar die Lagerkörper oder wie oben besondere Hilfsträger. Wesentlicher

Deutsche Rohr-Normalien für gußeiserne

(Die Normen zu Rohrleitungen für Dampf von hoher Spannung — auf-

Lichter Durch- messer D	Normale Wandstärke s	Äußerer Rohr- durchmesser D_1	Gewicht eines (glatten) Rohrstückes von 1 m Länge, ausschl. Muffe oder Flansch	Muffenrohre, Abb. 447							Gewicht der Muffe	Gewicht eines Rohres von vorstehender Nutzlänge	Gewicht für den lfd. m Rohr bei vorstehender Nutzlänge
				Weite der Dichtungstufe f	Innere Muffen- weite D_2	Äußerer Muffen- durchmesser D_3	Innere Muffen- tiefe t	Dichtungstiefe $t_0 = t - 0,5t$	Übliche Nutzlänge eines Rohres L	kg			
mm	mm	mm	kg	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	kg	kg	kg
40	8	56	8,75	7	70	116	74	62	2	2	2,68	20,18	10,09
50	8	66	10,57	7,5	81	127	77	65	2	2	3,14	24,28	12,14
60	8,5	77	13,26	7,5	92	140	80	67	2	2	3,89	30,41	15,21
70	8,5	87	15,20	7,5	102	150	82	69	3	3	4,35	49,95	16,65
80	9	98	18,24	7,5	113	163	84	70	3	3	5,09	59,81	19,94
90	9	108	20,29	7,5	123	173	86	72	3	3	5,70	66,57	22,19
100	9	118	22,34	7,5	133	183	88	74	3	3	6,20	73,22	24,41
125	9,5	144	29,10	7,5	159	211	91	77	3	3	7,64	94,94	31,65
150	10	170	36,44	7,5	185	239	94	79	3	3	9,89	119,21	39,74
175	10,5	196	44,36	7,5	211	267	97	81	3	3	12,00	145,08	48,36
200	11	222	52,86	8	238	296	100	83	3	3	14,41	172,99	57,66
225	11,5	248	61,95	8	264	324	100	83	4	4	16,89	202,71	67,57
250	12	274	71,61	8,5	291	353	103	84	4	4	19,61	306,05	76,51
275	12,5	300	81,85	8,5	317	381	103	84	4	4	22,51	349,91	87,48
300	13	326	92,68	8,5	343	409	105	85	4	4	25,78	396,50	99,13
325	13,5	352	104,08	8,5	369	437	105	85	4	4	28,83	445,15	111,29
350	14	378	116,07	8,5	395	465	107	86	4	4	32,23	496,51	124,13
375	14	403	124,04	9	421	491	107	86	4	4	34,27	530,43	132,61
400	14,5	429	136,89	9,5	448	520	110	88	4	4	39,15	586,71	146,68
425	14,5	454	145,15	9,5	473	545	110	88	4	4	41,26	621,82	155,46
450	15	480	158,87	9,5	499	573	112	89	4	4	44,90	680,38	170,10
475	15,5	506	173,17	9,5	525	601	112	89	4	4	48,97	741,65	185,41
500	16	532	188,04	10	552	630	115	91	4	4	54,48	806,64	201,66
550	16,5	583	212,90	10	603	683	117	92	4	4	62,34	913,94	228,49
600	17	634	238,90	10,5	655	737	120	94	4	4	71,15	1026,75	256,69
650	18	686	273,86	10,5	707	793	122	95	4	4	83,10	1178,54	294,64
700	19	738	311,15	11	760	850	125	96	4	4	98,04	1342,64	335,66
750	20	790	350,76	11	812	906	127	97	4	4	111,29	1514,33	378,58
800	21	842	392,69	12	866	964	130	98	4	4	129,27	1700,03	425,01
900	22,5	945	472,76	12,5	970	1074	135	101	4	4	160,17	2051,21	512,80
1000	24	1048	559,76	13	1074	1184	140	104	4	4	195,99	2435,03	608,76
1100	26	1152	666,81	13	1178	1296	145	106	4	4	243,76	2911,00	727,75
1200	28	1256	783,15	13	1282	1408	150	108	4	4	294,50	3427,10	856,78

Vorteil dieser Bauart besteht in der baupolizeilich zugelassenen Ausnutzungsmöglichkeit der Profile als vollwertiges Armierungsseisen und in der Freizügigkeit betr. der anzubringenden Lager.

Muffen- und Flanschenrohre.

gestellt vom Verein deutscher Ingenieure 1900 — finden sich S. 474 bis 475).

Flanschenrohre, Abb. 448															
Durchmesser D	Flansch		Dichtungsleiste			Lochkreisdurchmesser D''	Schrauben			Durchmesser des Schraubenloches d_0	Übliche Baulänge L	Gewicht des Flansches nebst Anschluß	Gewicht eines Rohres bei vorstehender Baulänge	Gewicht für den lfd. m Rohr bei vorstehender Baulänge	Lichter Durchmesser D
	Dicke s_1	Ereite b	Höhe h	Anzahl	Stärke d		Länge l								
	mm	mm	mm		mm			engl. Z.	mm						
140	18	25	3	110	4	17,7	$\frac{1}{8}$	70	15	2	1,89	21,28	10,64	40	
160	18	25	3	125	4	15,9	$\frac{5}{8}$	75	18	2	2,41	25,96	12,98	50	
175	19	25	3	135	4	15,9	$\frac{5}{8}$	75	18	2	2,96	32,44	16,22	60	
185	19	25	3	145	4	15,9	$\frac{5}{8}$	75	18	3	3,21	52,02	17,34	70	
200	20	25	3	160	4	15,9	$\frac{5}{8}$	75	18	3	3,84	62,40	20,80	80	
215	20	25	3	170	4	15,9	$\frac{5}{8}$	75	18	3	4,37	69,61	23,20	90	
230	20	28	3	180	4	19,0	$\frac{3}{4}$	85	21	3	4,96	76,94	25,65	100	
260	21	28	3	210	4	19,0	$\frac{3}{4}$	85	21	3	6,26	99,82	33,27	125	
290	22	28	3	240	6	19,0	$\frac{3}{4}$	85	21	3	7,69	124,70	41,57	150	
320	22	30	3	270	6	19,0	$\frac{3}{4}$	85	21	3	8,96	151,00	50,33	175	
350	23	30	3	300	6	19,0	$\frac{3}{4}$	85	21	3	10,71	180,00	60,00	200	
370	23	30	3	320	6	19,0	$\frac{3}{4}$	85	21	3	11,02	207,89	69,30	225	
400	24	30	3	350	8	19,0	$\frac{3}{4}$	100	21	3	12,98	240,79	80,26	250	
425	25	30	3	375	8	19,0	$\frac{3}{4}$	100	21	3	14,41	274,37	91,46	275	
450	25	30	3	400	8	19,0	$\frac{3}{4}$	100	21	3	15,32	308,68	102,89	300	
490	26	35	4	435	10	22,2	$\frac{7}{8}$	105	25	3	19,48	351,20	117,07	325	
520	26	35	4	465	10	22,2	$\frac{7}{8}$	105	25	3	21,29	390,79	130,26	350	
550	27	35	4	495	10	22,2	$\frac{7}{8}$	105	25	3	24,29	420,70	140,23	375	
575	27	35	4	520	10	22,2	$\frac{7}{8}$	105	25	3	25,44	461,55	153,85	400	
600	28	35	4	545	12	22,2	$\frac{7}{8}$	105	25	3	27,64	490,73	163,58	425	
630	28	35	4	570	12	22,2	$\frac{7}{8}$	105	25	3	29,89	536,39	178,80	450	
655	29	40	4	600	12	22,2	$\frac{7}{8}$	105	25	3	32,41	584,33	194,78	475	
680	30	40	4	625	12	22,2	$\frac{7}{8}$	105	25	3	34,69	633,50	211,17	500	
740	33	40	5	675	14	25,4	1	120	28,5	3	44,28	727,26	242,42	550	
790	33	40	5	725	16	25,4	1	120	28,5	3	47,41	811,52	270,51	600	
840	33	40	5	775	18	25,4	1	120	28,5	3	50,13	921,84	307,28	650	
900	33	40	5	830	18	25,4	1	120	28,5	3	56,50	1046,45	348,82	700	
950	33	40	5	880	20	25,4	1	120	28,5	3	59,81	1171,90	390,63	750	

Näh. s. Mittel. des NDI (Betrieb), Jahrg. 2, S. 257, ferner die Druckschriften der Deutschen Kahneisen-Ges., daselbst auch weitere Profile, Befestigungsarten und Verwendungsmöglichkeiten. Vgl. auch W. T. 1914, S. 221 u. ff., Befestigung von Transmissionen in Eisenbetonbauten.

(490) **Schneldenlager**¹⁾. Stahlschneide und Stahlpfanne, gehärtet. Schneidewinkel 120° und Pfanne eben bei großen Kräften und kleinen Ausschlägen bzw. 45° Schneiden- und 105° Pfannenwinkel bei feineren Wagen. Im ersten Falle Abrundung der Winkellkante. Zulässige Belastung $200 \div 500 \div 1000$ kg/cm und mehr bei kleinen Ausschlägen, bei feineren Wagen $1 \div 2$ kg/cm.

¹⁾ C. Bach, M. E. 12. Aufl., 3. Lieferung, S. 196.

Rohrleitungen.

(491) Zur Fortleitung von Flüssigkeiten und Gasen, u. U. mit festen Körpern versetzt (Entstaubung, Förderung, Spülung).

Lichtweite, durch Kleinstwert der Betriebskosten bedingt (Energieverlust, Anlagekosten, Verzinsung und Abschreibung), bestimmt Geschwindigkeit und Druckverlust sowie Wärmeverlust der Dampfleitung. Druckverlust im Falle Fortleitung flüssiger Körper s. Mechanik tropfbar flüssiger Körper, von Gasen s. Mechanik der Gase.

Rücksichtlich Herstellung und Lagerhaltung sind Rohrdurchmesser genormt; Bezeichnung der Druckstufen soll nach größten Betriebsdrücken für Dampf und Wasser erfolgen; z. B. bedeutet $D 16$ eine Dampfleitung für 16 at größten Betriebsdruck und $W 20$ die entsprechende Wasserleitung. Unter Bezeichnung D werden Dampf, Gase, ätzende und heiße Flüssigkeiten, unter W kalte Flüssigkeiten zusammengefaßt. Arbeits- (Betriebs-)druck und Prüf- (Probe-)druck sind in 3 Tabellen angeordnet.

(492) Normale Nennweiten in mm der Lichtweiten nach DIN 370.

1	5	20	70	125	200	350	600	1100
1,2	6	25	80	(130)	225	375	650	1250
1,5	8	32	90	140	250	400	700	1400
2	10	40	100	150	275	450	800	1600
2,5	13	50	110	160	300	500	900	1800
3	16	60	(120)	180	325	550	1000	2000
4								

Nach den DI-Normen beträgt der Probedruck das 1,5 fache des Betriebsdruckes, für Betriebsdrücke unter 1 at ist der Probedruck um 1 at höher und für Teile zu Vakuumleitungen ist der Probedruck 1,5 at.

(493) Werkstoff. Gußeisen, Stahlguß, Flußeisen, Kupfer, Bronze und Messing, Zinn und Blei, Steinzeug, je nach Verwendungszweck. Material neben Rücksicht auf Herstellung, Fortschaffung und Aufstellung sowie Betriebsbedingungen die Wandstärke bestimmend, die nach dem Vorschlage des NDI betragen soll (für gewalztes Material)

$$s = \frac{1}{\varphi} \frac{p_t D_t}{2 k_z} + c,$$

worin φ veränderlich, von Herstellung abhängig, und c ($= 1$ mm) eine Abrostungskonstante.

(494) Rohre aus Gußeisen oder Stahlguß.

Stehend oder liegend gegossen; für Wasserleitungsrohre im Falle Fehlens erheblicher Temperaturunterschiede

$$s = \frac{D}{60} + 0,7 \text{ cm, stehend gegossen, und } s = \frac{D}{50} + 0,9 \text{ cm, liegend gegossen}$$

Für Dampfleitungen von etwa $D = 10$ cm Vergrößerung von s um $12,5 \div 25 \%$; im Falle großer Lichtweiten und hoher Spannung (Temperatur) Gußeisen vermeiden.

Für geringe Überdrücke (Gas-, Wind-, Kanalisationsleitungen) Verminderung von s statthaft. Nach Art der Verbindung Unterscheidung in Muffen- und Flanschenrohre, Abb. 447 und 448.

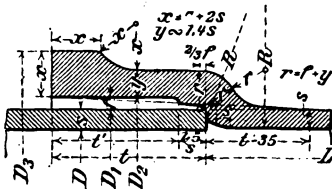


Abb. 447.

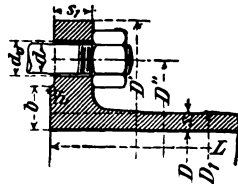


Abb. 448.

Vom Verein deutscher Ingenieure und Verein deutscher Gas- und Wasserfachmänner gemeinschaftlich aufgestellte, im Jahre 1882 revidierte Normalien geben über vereinbarte Abmessungen, Gewichte usw. gußeiserner Muffen- und Flanschenrohre, sowie über Formstücke und Baulänge der Absperrschieber gußeiserner Rohrleitungen weitere Auskunft.

(Siehe hierzu die Tabellen S. 466 und 467.)

(495) II. Normale Formstücke und Baulänge der Absperrschieber für gußeiserner Rohrleitungen (1882).

A- und B-Stücke, Abb. 449 u. 450.

$$a = 0,2 D + 0,5 d + 100 \text{ mm,}$$

$$l = 0,1 d + 120 \text{ mm,}$$

$$r = 0,05 d + 40 \text{ mm,}$$

$$t = \text{Muffentiefe des Abzweiges für } d \text{ als lichten Durchmesser.}$$

D	d	L
Durchmesser des Hauptrohres mm	Durchmesser des Abzweiges mm	Nutzlänge m
40 bis 100	40 bis 100	0,80
125 „ 325	40 „ 325	1,00
350 „ 500	40 „ 300	1,00
	325 „ 500	1,25
550 „ 750	40 „ 250	1,00
	275 „ 500	1,25
	550 „ 750	1,50

E-Stücke, Abb. 453.

$L = 300 \text{ mm}$; zulässig für $D \geq 40 \text{ mm}$.

F-Stücke, Abb. 454.

$L = 600 \text{ mm}$ für $D = 40$ bis 475 mm ,
 $L = 800 \text{ mm}$ für $D = 500$ bis 750 mm .

J-Stücke, Abb. 457.

$R = 250 \text{ mm}$ für $D = 40$ bis 90 mm ,
 $R = D + 150 \text{ mm}$ für $D \geq 100 \text{ mm}$,
 $m = D + 200 \text{ mm}$ für $D = 40$ bis 375 mm ,
 $m = 600 \text{ mm}$ für $D \geq 400 \text{ mm}$.

C-Stücke (Abb. 451).

$$a = 0,1 D + 0,7 d + 80 \text{ mm,}$$

$$c = 0,1 D + 80 \text{ mm,}$$

$$l = 0,75 a \text{ und } r = d.$$

D	d	L
Durchmesser des Hauptrohres mm	Durchmesser des Abzweiges mm	Nutzlänge m
40 bis 100	40 bis 100	0,80
125 „ 275	40 „ 275	1,00
300 „ 425	40 „ 250	1,00
	275 „ 425	1,25
450 „ 600	40 „ 250	1,00
	275 „ 425	1,25
	450 „ 600	1,50
650 „ 750	40 „ 250	1,00
	275 „ 425	1,25
	450 „ 600	1,50
	650 „ 750	1,75

K-Stücke, Abb. 458.

$R = 10 D$; zulässig für $D \geq 40 \text{ mm}$.

L-Stücke, Abb. 456.

$R = 5 D$; zulässig für $D \geq 300 \text{ mm}$.

R-Stücke, Abb. 455.

Übergangrohr. $L = 1,0 \text{ m}$.

Ü-Stücke, Abb. 452.

Überschieber. $L = 4 t$, wenn t die D entsprechende Muffentiefe.

Außer A-, B- und C-Stücken sind AA-, BB- und CC-Stücke mit zwei gegenüberliegenden Abzweigen erhältlich; Abmessungen sind dieselben wie bei einfachen Stücken.

Abb. 449.
A $\frac{300}{150}$



Abb. 450.
B $\frac{300}{150}$

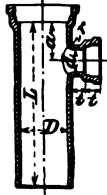


Abb. 451.
C $\frac{300}{150}$

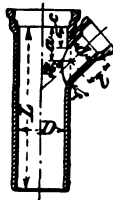


Abb. 452.
U 300



Abb. 453.
E 300



Abb. 454.
F 300



Abb. 455.
R $\frac{300}{200}$



Abb. 456.
L $\frac{300}{3}$

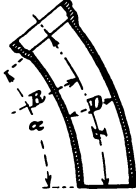


Abb. 457.
J 300



Abb. 458.
K $\frac{300}{6}$

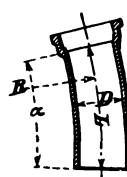


Abb. 459.
Flanschen-Deckel.



Die Bezeichnung der einzelnen Formstücke erfolgt in der über den Abb. 449 bis 458 (als Beispiel) angedeuteten Weise, wobei Art (Name) des Formstückes und lichter Durchmesser D des Rohres in mm angegeben werden, ferner unter einem Bruchstriche bei Abzweigrohren lichter Durchmesser des Abzweiges und bei Krümmern Anzahl der Stücke für den Quadranten (also 90° : a); $a = 45, 30, 22\frac{1}{2}$ und 15° .

Flanschen-Formstücke.

Für Fig. 460 bis 463 ist $L = D + 100$ mm,
für Abb. 462 außerdem $l = \frac{1}{2}(D + d) + 100$ mm.

Abb. 460.

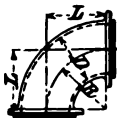


Abb. 461.

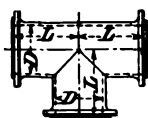


Abb. 462.

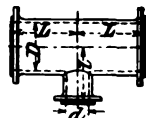
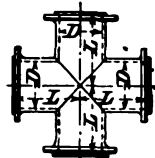


Abb. 463.



Flanschen-Formstücke

Bei Berechnung der Gewichte von Formstücken ist dem Gewichte für normale Abmessungen ein Zuschlag von 15% , bei Krümmern ein solcher von 20% zu geben. — Abzweigstücke, deren Abzweig einen lichten Durchmesser von 400 mm und mehr besitzt, sind von 2 at Betriebsdruck an sowohl in ihren Wandungen, als auch, wenn nötig, durch Rippen zu verstärken.

Sämtliche Formstücke über 750 mm Durchmesser werden nicht als normale Formstücke betrachtet.

Normale Wandstärken s (Tabelle I, S. 466 und 467) gelten für Rohre mit Betriebsdruck von etwa 10 at und Probedruck von höchstens 20 at, die vor allem Wasserleitungszwecken dienen. Für gewöhnliche Druckverhältnisse von Wasserleitungen (4 bis 7 at) Verminderung der Wandstärken zulässig, ebenso für Leitungen mit geringem Druck (Gas-, Wind-, Abflußleitungen usw.). Für Dampfleitungen mit größeren Temperaturunterschieden und dadurch entstehenden Spannungen und für die besonders schädigenden äußeren Einflüssen ausgesetzten Leitungen ist Erhöhung der Wandstärke empfehlenswert. (Vgl. das oben Gesagte.)

Äußerer Durchmesser des Rohres (D_1) ist feststehend; Änderungen der Wandstärke nur auf den lichten Rohrdurchmesser (D) von Einfluß. Als unabänderlich normal gilt innere Muffenform, Art des Anschlusses an Rohr und Fugenweite (Bleifuge) f .

Aus Gründen der Herstellung sind bei geraden Normalrohren Abweichungen von den durch Rechnung ermittelten Gewichten um höchstens $\pm 3\%$ statthaft. In Gewichtsberechnungen ist das spezifische Gewicht des Gußeisens = 7,25 gesetzt worden. — Für Anordnung der Schraubenlöcher bei Flanschenrohren gilt die Regel, daß lotrechte Ebene durch Rohrachse Symmetrieebene für die Löcher ist und kein Schraubenloch enthält.

Zu beachten ist, daß übliche Nutzlänge L der Muffenrohre und die übliche Baulänge L der Flanschenrohre von verschiedenen Fabriken für manche Rohre um 0,5 bis 1,0 m größer ausgeführt werden, sodaß bei Bestellungen vorhergehende Vereinbarung mit dem Lieferanten geboten erscheint.

Baulänge L der Absperrschieber beträgt für

Flanschenschieber $L = D + 200$ mm,
 Muffenschieber mit unmittelbar eingetrieb. Ringen $L = 0,7 D + 100$ mm,
 Muffenschieber mit eingeleiteten Sitzringen . . . $L = D - 2t + 250$ mm.

Normalien für gußeiserne Abflußrohre wurden durch Erlaß des preußischen Ministers der öffentlichen Arbeiten vom 19. Juli 1908 aufgestellt. Vgl. auch DIN 364 (Rohre), DIN 540/541 (Übergangsrohre und Krümmer). Stahlguß, wenn Gußeisen nicht statthaft erscheint oder starke Abmessungen

bedingt. Im Falle hoher Innenpressung gilt $R_a = R_t \sqrt{\frac{k_2 + 0,4 p_i}{k_2 - 1,3 p_i}} + c$ mit $c = 3 \div 6$ mm (Rosten, Kernverlegen).

(496) Flanschrohre. Rohrwandung durch Flanschverbindung und Flansch selbst auf Biegung um so stärker beansprucht, je größer der Abstand x der Schrauben von dem durch halbe Wandstärke bestimmten Zylinder, deshalb x tunlichst klein. Vgl. hierauf bezügliche Untersuchungen in C. Bach, M. E., 10. Aufl., S. 839 u. ff. Übergang zwischen Rohrwand und Flansch nach DIN 376 genormt.

(497) Dichtung nach Material und Ausführung abhängig von Flüssigkeiten, gegen die abzudichten ist. Gummi, ohne und mit Einlagen, Pappe mit Mennige, Asbestpappe, Blei, Kupfer oder anderes Weichmetall¹⁾. Geringe Stärke, etwa 2 mm, andernfalls Zerreißen unter Wirkung der Flüssigkeitspressung; für $p_i \geq 10$ kg/cm² vermieden durch Flanschen mit Vor- und Rücksprung, Abb. 464, bzw. durch Feder und Nut, Abb. 465. Stromrichtung im Pfeilsinne. Bei Ausführung nach Abb. 465 Eindringen der Dichtung in das Rohrinne hindert. Nachteil beider Konstruktionen: Er-

¹⁾ Vgl. Protokoll der 23. Delegierten- und Ingenieur-Versammlung des Internationalen Verbandes der Dampfessel-Überwachungsvereine 1894 und Z. 1894, S. 401 sowie Stückle, Bericht des Ausschusses für Ersatzstoffe von Dichtungsmaterialien, Mitt. d. Württ. Bez.-Ver. Deutscher Ing. 1920, S. 3 u. ff.

schwerer Rohrausbau. Vermieden durch verschiebbaren Ring, Abb. 466. Selbsttätig wirkende Dichtungen (Rundgummi, Enden auf $26 \div 30$ mm abgeschragt, Schnittflächen mit Gummilösung, Paragummi in Benzin, bestrichen,

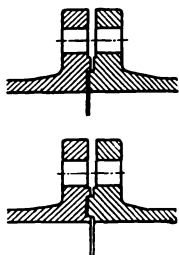


Abb. 464 u. 465.

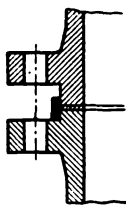


Abb. 466.

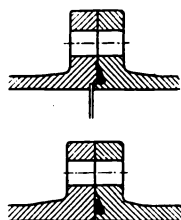


Abb. 467 u. 468.

nach etwa $\frac{1}{4}$ Stunde schließen) bei hohen Pressungen, Abb. 467 und 468. (Querschnitt der Dichtungsschnur den der Eindrehung nicht unterschreitend.) Verschwächung des Flansches, Biegungsbeanspruchung des etwa unter 45° verlaufenden Bruchquerschnittes.

Nachgiebigkeit der Dichtung gegenüber (beabsichtigter) Schränkung der Rohrachsen gering. Größere Beweglichkeit erreichbar durch kugelförmige Borde mit losen Flanschen (etwaige Biegungsbeanspruchung der Schrauben beachten) oder durch keilförmige Ringe, Abb. 469 (Konstruktion Gebr. Sulzer, Winterthur).

Verbindungsschrauben in gerader Anzahl, nicht unter 4, so bestimmt, daß Abstand innerhalb 160 mm bleibt. In Vertikalebene keine Schraube vorsehen, Durchmesser nicht unter 13 mm, abhängig von Pressung, Schraubenmaterial und Art der Dichtung.

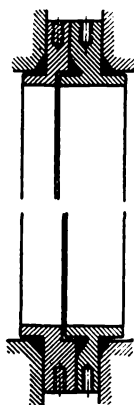


Abb. 469.

Gesicherte Dichtung nach Eintritt der Flüssigkeitspressung bedingt vorheriges schärferes Anziehen aller Schrauben mit einer Gesamtkraft, die abhängig ist von der Nachgiebigkeit (Stärke und Elastizität) der Dichtung. Für hohe und elastische (Weich)dichtungen ist der Dichtungsdruck vorher und nachher nahezu konstant, etwa $P_0 = \frac{1}{3} P$, sofern P die durch Flüssigkeitspressung und maßgebenden Durchmesser bedingte Schraubenkraft bezeichnet; für schwache, wenig elastische (Hart)dichtungen nimmt der Dichtungsdruck ab von $(1,25 \div 1,33) P$ auf $(0,25 \div 0,33) P$. Berücksichtigung der Vorspannung der Schrauben entweder durch den entsprechenden Zuschlag zu P oder durch Verminderung der Schraubenbelastung; in diesem Falle folgt

$$i \cdot 900 d^2 = \frac{\pi}{4} (D_i + b)^2 p_i$$

mit $b \approx \frac{D_i}{50} + (2 \div 2,5)$ cm = Dichtungsbreite und $p_i \geq 5$. Flanschstärke

$\approx \frac{5}{4} d$, auf Biegungsanstrengung zu prüfen.

Schraubenlochdurchmesser $d_1 \approx 1,1 d$ und b bestimmen Schraubenlochkreis, der Überstand des Flansches über Mutter den Flanschdurchmesser. Runde Maße für beide.

Vgl. die Flanschrohr-Normalien S. 467. Bei den Formstücken den Übergangswiderstand (Querschnitts- und Geschwindigkeitsänderung, reichliche Krümmungshalbmesser) besonders bei tropfbaren Flüssigkeiten, und weiter beachten, daß Widerstandsfähigkeit des Rohres durch Abzweigstutzen bedeutende Verminderung erfährt. Vgl. Z. 1894, S. 868 u. ff.

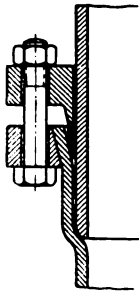


Abb. 470.

(498) Muffenrohre. Muffe zylindrisch oder kegelförmig (Sicherung gegen Herausdrücken durch Flüssigkeitspressung). Dichtung, durch verstemmtes, geteertes Hanfseil und Bleieinguß, ebenfalls verstemmt, die Muffenabmessungen bestimmend.

Oder durch Eisenkitt, verstemmt. Pressung des Dichtungsmaterials durch Schrauben nach Abb. 470 oder nach Abb. 471 (System „Somzee“) selbsttätig durch Flüssigkeitsdruck.

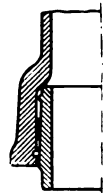


Abb. 471.

Für Dampfleitungen zufolge Unbeständigkeit der Dichtung kaum verwendet, für Wasserleitungen (Rostschutz durch Asphalt- oder Teerüberzug) nach den Normalien S. 466.

Rohre aus schmiedbarem Werkstoff.

(499) Genietet, geschweißt, hart gelötet oder nahtfrei hergestellt.

Genietet im Falle großer Weiten und geringer Pressungen (Windleitungen) und als Hochdruckleitungen für Wasserkraftanlagen. Bestimmung der Blechstärke (Beanspruchung durch Flüssigkeitsdruck oder äußere Kräfte, ev. Abnutzung), der Nietstärke und der Vernietung nach (322) u. ff. bzw. (343). Verbindung durch Flanschen, aufgenieteter Winkeleisenring; Schenkelstärke ungefähr $\frac{5}{4} \cdot d$, sofern Schraubenteilung, abhängig von Nietteilung, 160 mm nicht überschreitet. Kleiner Lochkreis- und Flanschdurchmesser durch versenkte Niete, Abb. 472,

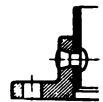


Abb. 472.

Geschweißt und zwar

1. stumpf geschweißt als Gasrohre für Gas-, Heiz- und Wasserleitungen mit geringem Drucke in nachstehenden Abmessungen. Ungebräuchliche Durchmesser sind eingeklammert.

D = lichte Weite in Zoll engl., s = Wandstärke in mm, g = Gewicht in kg/m.

$D = (\frac{1}{2})$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{2}$	$(\frac{5}{8})$	$\frac{3}{4}$	$\frac{7}{8}$	1	$1\frac{1}{4}$	$1\frac{1}{2}$	$(1\frac{3}{4})$	2	$(2\frac{1}{4})$	$2\frac{1}{2}$	$(2\frac{3}{4})$	3	$3\frac{1}{2}$	4
$s = 1,9$	2,1	2,3	2,7	3	3	3,3	3,3	3,7	3,9	4	4,3	4,5	4,7	4,8	5	5,3	5,3
$g = 0,4$	0,57	0,87	1,15	1,50	1,72	2,25	2,44	3,4	4,2	4,6	5,8	6,8	7,7	8,9	10	11,5	13,5

Für Wasserleitungen werden die Rohre auch „verzinkt“ geliefert. Verbindungen durch sog. „Fittings“, auch aus schmiedbarem Guß, hergestellt.

2. Gewinderohre, stumpf geschweißt, 6 ÷ 104 mm Lichtweite, 2 ÷ 5 mm Wandstärke nach DIN 371.

3. Autogen geschweißt 10 ÷ 2000 mm Lichtweite, 2 ÷ 8 mm Wandstärke nach DIN 372.

4. Überlappt (patent) geschweißt, als Siede- oder Kesselrohre, 20 ÷ 400 mm Lichtweite, 2,5 ÷ 9 mm Wandstärke nach DIN 373.

5. Wassergasgeschweißte Rohre, 325 ÷ 2000 mm Lichtweite, 6 ÷ 12 mm Wandstärke nach DIN 374.

6. Spiralgeschweißt, mit 157 ÷ 622 mm äußerem Durchmesser und 2,5 ÷ 6 mm Wandstärke; bez. der Verbindungen vgl. die Listen der ausführenden Firma Rheinmetall in Düsseldorf.

Tabelle der Maße für Normen zu Rohr-
Aufgestellt vom Verein

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15		
Rohre						Flansche und										
Bezeichnung	Tatsächlicher Durchmesser		Wand- dicke			Wanddicke am Hals des Ventils Abb. 481 und 482	Äußerer Durchmesser der losen Flansche Abb. 473 bis 480 sowie d. festen Flansche Abb. 481 u. 482	Lochkreisdurchmesser Abb. 473 bis 482	Innerer Durchmesser der losen Flansche D_3						Höhe der losen Flansche Abb. 473 bis 480	Höhe d. fest. Flansche Abb. 481 u. 482 so w.d. Bordringes Abb. 473 b. 480
	außen	innen	im Schaft Abb. 473 bis 482	s_1	s_2				s_3	bei aufge- schweiß- tem Bordring	bei vorge- schweiß- tem Bordring	bei auf- gewalz- tem und aufge- nietetem Bordring				
												mit Flachsitz Abb. 473	mit Schrägsitz Abb. 474	mit Flachsitz Abb. 475		
	$D_a^1)$ mm	D_i mm	mm	mm	mm				D_1 mm	D_2 mm	mm	mm	mm	mm		
25	32	26	3	—	11	120	90	35	50	—	—	52	13	13		
30	38	32	3	—	11	125	95	42	55	—	—	58	14	14		
35	41,5	35,5	3	—	12	130	100	45	60	—	—	64	14	14		
40	47,5	41,5	3	—	12	140	110	52	65	—	—	70	15	15		
45	51	45	3	—	12	150	115	55	70	—	—	76	15	15		
50	57	51	3	—	13	160	125	62	75	—	—	82	16	16		
55	60	54	3	—	13	165	130	65	80	—	—	88	16	16		
60	65,5	57,5	3	—	13	175	135	68	85	—	—	92	17	17		
65	70	64	3	—	14	180	140	74	90	—	—	100	17	17		
70	76	70	3	—	14	185	145	80	95	—	—	106	18	18		
80	89	82,5	3 $\frac{1}{4}$	—	14	200	160	94	110	—	—	118	19	18		
90	95	88,5	3 $\frac{1}{4}$	—	15	220	180	100	120	—	—	130	20	19		
100	108	100,5	3 $\frac{3}{4}$	—	15	240	190	114	130	—	—	142	21	20		
110	121	113	—	—	15	250	200	126	144	—	—	154	22	21		
120	127	119	4	—	16	260	210	132	156	—	—	164	23	22		
125	133	125	4	—	16	270	220	138	164	—	—	170	24	22		
130	140	131	4 $\frac{1}{8}$	—	16	280	230	145	170	—	—	178	25	23		
140	152	143	4 $\frac{1}{8}$	—	17	290	240	158	180	—	—	190	26	24		
150	159	150	4 $\frac{1}{8}$	—	17	300	250	165	190	—	—	200	27	25		
160	171	162	4 $\frac{1}{8}$	—	18	310	260	176	200	—	—	212	28	26		
180	191	180	5 $\frac{1}{8}$	—	19	335	285	198	220	—	—	235	30	27		
200	216	203	6 $\frac{1}{8}$	—	20	360	310	224	242	—	—	262	32	28		
225	241	228	6 $\frac{1}{8}$	—	21	390	340	248	270	—	—	286	34	29		
250	267	253	7	—	22	420	370	274	300	—	—	312	36	30		
275	292	277	7 $\frac{1}{8}$	15	23	450	400	—	—	314	330	340	38	31		
300	318	303	7 $\frac{1}{8}$	15	24	480	430	—	—	340	355	370	40	32		
325	343	327	8	16	25	520	465	—	—	366	380	396	42	33		
350	368	352	8	16	26	550	495	—	—	392	405	424	45	34		
375	394	377	8 $\frac{1}{8}$	17	27	580	525	—	—	418	430	452	48	35		
400	420	402	9	18	28	605	550	—	—	446	455	480	50	36		

Die durch schrägen Druck kenntlich gemachten Abmessungen gelten

1) Diese Werte sind durch Umrechnung aus englischem Maß erhalten.

leitungen für Dampf von hoher Spannung.
deutscher Ingenieure 1912.

16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Bordringe						Nieten			Schrauben					
aufgeschweißt, Abb. 473 und 474 sowie vorge- schweißt, Abb. 475 u. 476 aufgewalzt Abb. 476 u. 477 sowie aufgenietet Abb. 478 und 479	Hals der auf- gewalzten u. aufgenieteten festen Flansche so- wie des auf- gewalzten u. aufgenieteten Bordringes Abb. 477 bis 482		Außerer Durchmesser der Dichtungseiste Abb. 473 bis 482	Höhe der Dichtungseiste Abb. 473 bis 482	Anzahl	Durchmesser	Abstand von Oberkante Hals Abb. 479, 480 und 482	Gesamtdruck $P = \frac{\pi}{4} D_8^2 \cdot 20$ kg	Anzahl δ	Durchmesser	Werte von $P: f$, worin f Kernquerschnitt der Schraube	Durchmesser des Schraubenloches	Fezeichnung	
	Außerer Durch- messer D_8	Höhe h_8												Außerer Durchmesser der Dichtungseiste Abb. 473 bis 482
60	64	48	18	60	2	—	—	565	4	1/3	180	14	25	
65	68	54	19	65	2	—	—	665	4	1/3	212	14	30	
70	74	60	20	70	2	—	—	770	4	1/3	246	14	35	
75	80	66	21	75	2	—	—	885	4	1/3	282	14	40	
80	88	72	22	80	2	—	—	1005	4	5/8	192	17	45	
85	94	78	23	85	2	—	—	1135	4	5/8	216	17	50	
90	100	82	24	90	2	—	—	1270	4	5/8	242	17	55	
95	106	86	25	95	2	—	—	1420	4	5/8	271	17	60	
102	114	94	26	102	2	—	—	1635	4	5/8	312	17	65	
110	122	102	27	110	2	—	—	1900	4	5/8	363	17	70	
125	134	114	28	125	2	—	—	2455	8	5/8	234	17	80	
135	146	124	29	135	2	—	—	2865	8	5/8	273	17	90	
145	158	138	30	145	2	—	—	3305	8	5/8	315	17	100	
160	172	150	31	160	3	—	—	4020	8	3/4	257	21	110	
172	182	160	32	172	3	—	—	4645	8	3/4	296	21	120	
180	188	165	33	180	3	—	—	5090	8	3/4	324	21	125	
185	195	174	34	185	3	—	—	5375	8	3/4	343	21	130	
195	206	186	36	195	3	—	—	5975	10	3/4	305	21	140	
205	216	195	38	205	3	—	—	6600	10	3/4	337	21	150	
215	230	208	40	215	3	—	—	7260	10	3/4	370	21	160	
238	252	230	44	238	3	—	—	8900	10	7/8	327	24	180	
260	280	256	48	260	4	—	—	10620	10	7/8	390	24	200	
290	305	280	50	275	4	—	—	11880	12	7/8	364	24	225	
320	332	306	52	305	4	—	—	14610	12	1	341	28	250	
350	362	334	54	330	4	—	—	17105	12	1	399	28	275	
380	395	362	56	355	4	20	16	19795	14	1	396	28	300	
405	420	388	58	380	4	20	18	22680	14	1 1/8	360	32	325	
430	450	416	60	410	4	20	18	26405	14	1 1/8	419	32	350	
455	478	444	62	435	4	22	18	29725	16	1 1/8	413	32	375	
485	510	472	64	460	4	22	18	33240	16	1 1/8	462	32	400	

für Rohrweiten, die als Zwischengrößen und nicht als normal anzusehen sind.

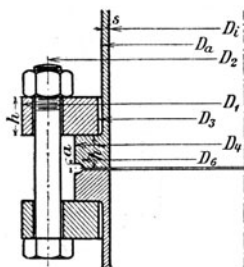


Abb. 473.

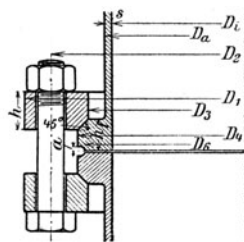


Abb. 474.

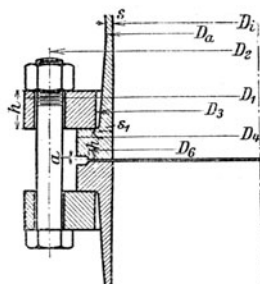


Abb. 475.

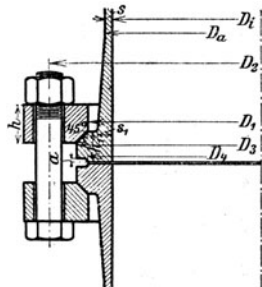


Abb. 476.

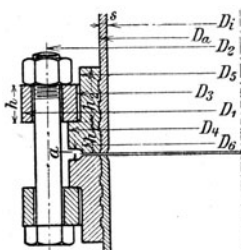


Abb. 477.

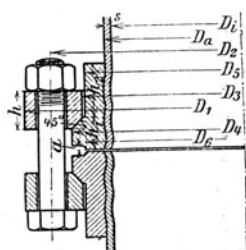


Abb. 478.

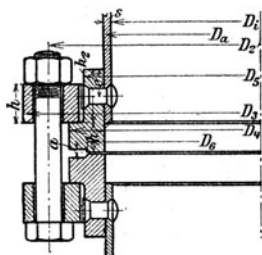


Abb. 479.

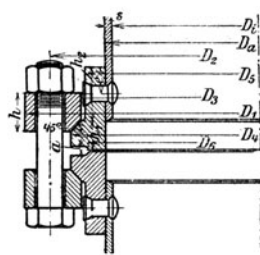


Abb. 480.

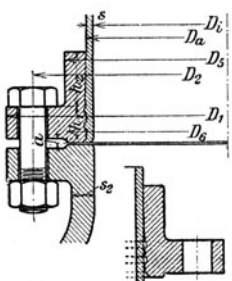


Abb. 481.

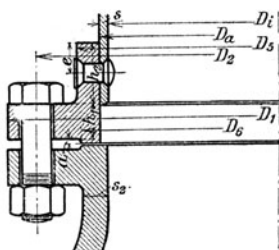


Abb. 482.

Nach 4. und 5. hergestellte Rohre in entsprechenden Wandstärken für alle Pressungen verwendbar.

Hart gelötet für Dampfheizungen. Vgl. (346).

Nahtlose Rohre. Kalt oder warm gezogen, bis $\frac{3}{4}$ " Lichtweite als Gewinderohre, von 20 bis 303 mm Lichtweite und 2,5 bis 7,5 mm Wandstärke warm gewalzt nach DIN 375. (Loch- und Ausziehverfahren von Ehrhardt, Walzverfahren von Mannesmann¹⁾).

Für beliebig hohe Drücke mit größerer Wandstärke für hydraulische Anlagen.

Hiernach und nach 4. hergestellte Rohre auch als Muffenrohre mit kegelförmig verengter Muffe. Als Flanschenrohre mit aufgeschraubten, aufgelöteten, aufgeswalzten oder aufgeschweißten Flanschen (fest) oder Bunden mit losen Flanschen. Für Mittel- und Hochdruck; für Niederdruck Rohrbördel mit losem Flansch gebräuchlich.

(500) Normen zu Rohrleitungen für Dampf von hoher Spannung, aufgestellt vom Verein deutscher Ingenieure 1912.

Hierzu eine Tabelle, S. 474 und 475.

1. Geltungsbereich der Normen hinsichtlich des Rohrdurchmessers und Dampfdruckes; Prüfungsdruck.

Die Normen gelten für Rohre von 25 bis 400 mm Durchmesser, für einen Betriebsdruck bis 20 at Überdruck und für eine Dampftemperatur bis 400° C.

Die Einzelstücke sind bei gewöhnlicher Temperatur mit dem Zweifachen des höchsten Betriebsdruckes zu prüfen. Dabei sind dieselben, während sie unter Druck stehen, mit dem Hammer abzuklopfen.

2. Druckfläche der Flanschverbindungen.

Die den Festigkeitsberechnungen zugrunde gelegte Druckfläche der Flanschverbindungen ist gleich der Kreisfläche, die sich bis zur Außenkante der Dichtungsringfläche erstreckt.

3. Baustoffe.

a) Gußeisen.

Gußeisen darf

bis 8 at zu Rohren, Formstücken und Ventilkörpern für alle Durchmesser, von 8 bis 13 Atm. zu Ventilkörpern und Formstücken für alle Durchmesser, zu Rohren nur bis 150 mm Durchmesser, über 13 at überhaupt nicht verwendet werden, mit Ausnahme von Ventilen bis 50 mm Durchmesser.

Das Gußeisen muß für 30 mm starke Rundstäbe mit Gußhaut bei 600 mm Entfernung der Auflager eine Biegezugfestigkeit von mindestens 3400 kg/cm² und eine Durchbiegung von wenigstens 10 mm ergeben.

b) Bronze.

Für Ventilkörper und Formstücke ist bei Temperaturen bis 220° C gewöhnliche Bronze zulässig, vorausgesetzt, daß sie bei Zimmertemperatur eine Zugfestigkeit von mindestens 2000 kg/cm² bei mindestens 15% Dehnung besitzt.

Soll bei Verwendung von Legierungen über 220° C hinausgegangen werden, so ist vorher die Ermittlung der Festigkeitseigenschaften für die in Betracht kommenden höheren Temperaturen geboten.

c) Flußeisen, Schweißisen, Stahlguß.

Aus Flußeisen oder Schweißisen können angefertigt werden: die Schrauben und die Rohrwandungen; aus Schweißisen, Flußeisen oder Stahlguß: die Flansche. Die Ventile werden aus Stahlguß, die Formstücke aus Stahlguß, Fluß- oder Schweißisen hergestellt, sofern nicht Gußeisen oder Bronze im Rahmen der für diese Baustoffe geltenden Beschränkungen gewählt wird.

Die Zahlen der Festigkeit und der Dehnung (auf die Meßlänge $l = 11,3 \sqrt{f}$, wenn f der Stabquerschnitt) sollen betragen:

für Flußeisen: 3600 bis höchstens 4500 kg/cm² bei mindestens 20% Dehnung;

¹⁾ Z. 1890, S. 621 und Patentschriften D. R. P. Nr. 67430 vom 10. X. 1891; Nr. 67921 vom 28. I. 1891; Nr. 73005 vom 21. IV. 1892

für Schweißen: in der Längsrichtung mindestens 3400 kg/cm^2 bei mindestens 12% Dehnung; in der Querrichtung mindestens 3200 kg/cm^2 bei mindestens 8% Dehnung;

für Stahlguß: mindestens 3800 kg/cm^2 bei mindestens 20% Dehnung. Bei Stahlguß gelten die angegebenen Festigkeitszahlen für angegossene Probestäbe. Stumpf geschweißte Rohre (sog. Gasrohre) sollen nicht verwendet werden.

4. Rohrverbindungen.

a) Flansche und Bordringe.

Winkelflansche sind für alle Rohrdurchmesser und für Drücke bis 20 zulässig.

Die Verbindung der Flansche mit den Rohren mittels Lötung allein ist nicht zulässig, die Sicherung der Flanschköpfe gegen Abschieben von den Rohren muß durch Schweißen oder Nieten, durch Einwalzen, mittels Gewindes oder durch Umbördeln erzielt werden.

Das Einwalzen mit Walzapparaten ist zweckmäßig, erfordert aber da, wo die Wandstärke größer als 8 mm ist, maschinelle Vorrichtungen. Sind diese nicht vorhanden, so ist Nietung zu empfehlen.

Das Aufschweißen von Bordringen ist bis 250 mm zulässig, wobei der Schweißdruck durch mechanische Vorrichtungen zu erzeugen ist. Das Vorschweißen von Bordringen oder Flanschen kann nur für die größeren Rohrweiten empfohlen werden, bei denen eine beiderseitige Bearbeitung der Schweißnaht möglich ist.

Die Flansche können mit Schrägsitz oder mit Flachsitz ausgeführt werden.

b) Flanschdurchmesser, Lochkreisdurchmesser.

Bis zu 80 mm Durchmesser stimmen die Flansch- und Lochkreisdurchmesser mit den Maßen der gußeisernen Flanschrohre für geringen Druck überein (S. 467); über 80 mm Durchmesser hinaus sind sie größer.

c) Die glatten Bordringe und Flanschen setzen voraus, daß ein dem hohen Drucke und der hohen Temperatur entsprechend gewähltes Dichtungsmaterial verwendet wird.

Die Abmessungen der Bordringe und Flansche gestatten auch die Herstellung von Nut und Feder.

Rohre aus andern Werkstoffen.

(501) Metallrohre. Aus Kupfer, Bronze und Messing mit Naht und hart gelötet für $4 \div 250 \text{ mm}$ Lichtweite und $0,75 \div 6 \text{ mm}$ Wandstärke oder nahtlos, gezogen oder gewalzt in Lichtweiten $3 \div 380 \text{ mm}$ und Wandstärken $1 \div 10 \text{ mm}$ oder auf elektrolytischem Wege bis 2500 mm Lichtweite hergestellt. Abbiegungen mit Krümmungshalbmesser mindestens gleich dem $2 \div 3$ fachen, bei großen Lichtweiten gleich dem $4 \div 5$ fachen Rohrdurchmesser.

Für höhere Dampfspannungen statt gelöteter Rohre gezogene oder mit Doppellaschen genietete ($k_z \leq 200 \text{ kg/cm}^2$) verwenden. Erhöhung der Festigkeit durch Umwicklung, in Rechnung nicht berücksichtigen. Vgl. die oben genannten Normen des V. d. I. und Z. 1895, S. 780 u. ff.

Verbindungen nach Abb. 483 \div 485 (Rohrkupplungen).

Blei und Zinn, leicht biegsam, als Weichblei- und Hartbleirohre, $3 \div 300 \text{ mm}$ Lichtweite und $1 \div 17,5 \text{ mm}$ Wandstärke.

Für Wasserleitungszwecke: Zinnrohr mit Bleimantel. Vgl. die Listen der Staatlichen Sächsischen Hüttenwerke, Freiberg i. S. Blei-Abflußrohre in Lichtweiten $25 \div 50 \text{ mm}$ und $3 \div 4 \text{ mm}$ Wandstärke, vgl. Z. Bauverw. 1905, S. 613.

Steinzeugrohre nach Normen der Verbandes der Architekten- und Ingenieurvereine, $100 \div 200 \text{ mm}$ Lichtweite und $15 \div 19 \text{ mm}$ Wandstärke. Vgl. Z. Bauw. 1905, S. 613 und DIN 364.

(502) Seilrohre¹⁾ für Leitungen durch Seen, Moräste. Bleirohr, mit asphaltiertem Hanfgarn umwickelt und mit-

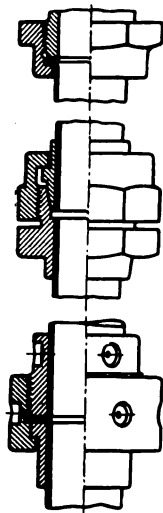


Abb. 483 \div 485.

¹⁾ Hütte, des Ingenieurs Taschenbuch, 24. Aufl., I. Teil, S. 953.

tels geschlossener Formdrähte bewehrt; Schutz der Bewehrung durch dicke Lage asphaltierten Hanfgarnes und verzinktem Eisendraht. Verbindung durch Muffen, auf Drahtumwicklung festgeschraubt. Lederpackung. Schraubenverbindung. Vgl. Ausführungsliste der Felten & Guillaume-Lahmeyer-Werke, A. G., Carlswerk, Mülheim a. Rh.

(503) Metallschläuche. Metallband mit geeigneter Querschnittsform ist schraubenförmig so aufgerollt, daß Ränder beweglich ineinander oder übereinander greifen. Dichtung entstehender Rinnen durch Gummi, Asbest usw.¹⁾ Abmessungen nach Ausführungslisten der Zwickauer Metallschlauchfabrik Gebr. Jakob in Zwickau i. S.; Metallschlauchfabrik Pforzheim v. m. Heinr. Witzmann; Industrieschlauchfabrik Chr. Berg-höfer & Co., Cassel.

(504) Ausgleichs- oder Dehnungsrohre.

Auch als Kompensationsrohre oder Dilatationsvorrichtungen bezeichnet. Bezwecken die Unschädlichmachung der Wirkung unvermeidlicher Längenänderungen infolge Temperaturschwankungen auf Beanspruchung der Leitung und angeschlossener Teile, sowie auf die Dichtung. Deren Nachgiebigkeit im Falle ebener Dichtungsringe und geraden Rohrstranges ist meist nicht ausreichend; besser gewellte Dichtungsscheiben aus Kupfer- oder Nickelblech, mit

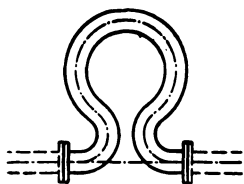


Abb. 486.

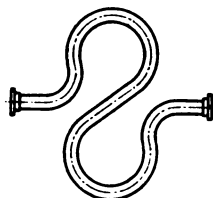


Abb. 487.

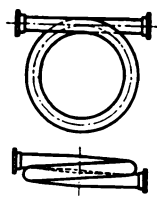


Abb. 488.

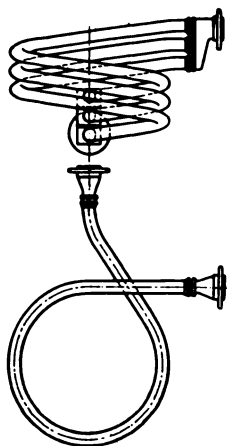


Abb. 489.

Mennige oder Graphit bestrichen. Wirksamer sind Bogenrohre (tunlichst großer Krümmungsradius) im Falle Ablenkung der Rohrachse und besondere Ausgleichs- oder Dehnungsrohre bei fehlender Ablenkung, Abb. 486 ÷ 488. Mit kleiner werdendem Rohrdurchmesser nimmt Wandstärke ab und damit die Federung unter sonst gleichen Umständen zu. Hiernach Unterteilung des Rohrquerschnittes in Einzelquerschnitte, Abb. 489 (Konstruktion Sulzer, Winterthur) zweckmäßig. Ausführung in Flußeisen und, besser federnd, in Kupfer (F. G. Rühmkorff & Co., Hannover), wenn sonst Kupfer erlaubt ist (Temperaturgrenze 250 °C). Über Elastizität derartiger Rohre vgl. F. A. 96. Gleichem Zwecke dienen Stopfbüchsenrohre, Abb. 490: Not-

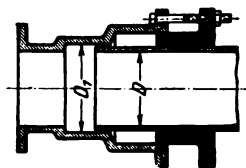


Abb. 490.

¹⁾ Z. 1911, S. 82 u. ff.; 1914, S. 154.

wendigkeit einer Packung, Verschleiß und Nachziehen, die Wirkung u. U. beeinträchtigend. In Richtung der Rohrachse wirkende Kraft $P = \frac{1}{4} \pi D_i^2 p_i$, ohne Beeinträchtigung der Längenänderungen durch Anker aufheben. Entbehrlich bei Ausführung nach Abb. 491: 2 Stopfbüchsen und Ablenkung der Strömungsrichtung um 2 mal 90° , durch D. R. P. Nr. 94 534 vom 22. XI. 1896 (Konstruktion Frahm, Ausführung von A. L. G. Dehne, Halle a. d. Saale) vermieden. Vgl. auch Z. 1903, S. 917 und D. R. P. Nr. 106249.

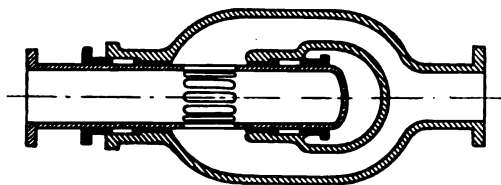


Abb. 491.

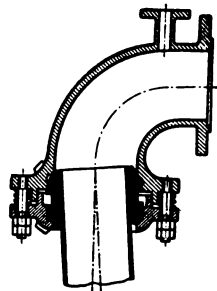


Abb. 492.

Die Verwendung von Bogenrohren sucht die Firma Franz Seiffert & Co., Akt.-Ges., Berlin, durch ihre Kugelgelenkausgleicher Abb. 492, D. R. P. Nr. 152668 vom 18. XII. 1902 zu ermöglichen.

Kennzeichnung der Rohrleitungen durch Farben nach nebenstender Tafel.

(505) Absperrvorrichtungen.

Dienen nicht nur zur Unterbrechung (Absperrung) der Strömung, sondern auch zur Einstellung auf Durchfluß bestimmter Flüssigkeitsmengen und schließlich als Widerstand zur Herstellung eines Pressungsunterschiedes vor bzw. hinter der betreffenden Absperrvorrichtung.

Betätigung von Hand oder selbsttätig, durch Maschine bzw. durch Flüssigkeit. Nach Art der Bewegung des Absperrorgans Unterscheidung in Schieber und Hähne mit Bewegung quer zum Sitz, und in Ventile, vom Sitze sich abhebend.

(506) Schieber und Hähne.






































Hinsichtlich Sitz- (Dichtungs-) flächen als Flach-, Kolben- und Drehschieber bezeichnet; Hähne kegelförmige Dichtungsfäche besitzend.

Ganz geöffnet erfährt Flüssigkeit weder Querschnitts- noch Richtungsänderungen.

Gehäuse mit Sitz und Führung, Schieber; Antrieb und Dichtung verschieden, je nach Aufgabe, Flüssigkeit und Druck.

(507) **Absperrschieber für Wasser**, mit Flanschen und Muffen, vgl. Normen S. 466, 467 und 471. Schieber, Abb. 493, keilförmig ($1 : 8 \div 1 : 15$), beiderseits Dichtungsflächen, (Bronze auf Bronze, Ringe in Nuten eingestemmt, eingepreßt oder aufgeschraubt), im Falle Richtungswechsels des Überdruckes. Dichtungskraft durch Flüssigkeitsdruck und Übersetzung der Antriebskraft bedingt, somit veränderlich nach Maßgabe letzterer; im Falle Öffnens Schieber sich abhebend: Gleitreibung bei reiner Dichtungsfläche verschwindend, im Falle Schließens Fressen abhängig von Schließkraft. Schieberführung erforderlich

Einheitsfarben zur Kennzeichnung von Rohrleitungen in industriellen Betrieben

Grundfarben	Bezeichnung der Einzelleitungen.	
 Wasser	 Nutzwasser  Schmutz- und Abwasser  Presswasser	 Salzwasser (Gefrieranlagen usw.)  Warmwasser  Spülversatz
 Gas	 Hochofengas, gereinigt  Hochofengas, roh  Generatorgas	 Leuchtgas und Koksofengas  Wassergas  Ölgas und Azetylgas
 Luft	 Gebläseluft usw.  Pressluft, bis 10 at Überdruck	 Pressluft über 10 at Überdruck  Heissluft
 Dampf	 Dampf, bis 2 at Überdruck (Heizdampf)  Dampf, über 2 at Überdruck	 Dampf, überhitzt  Abdampf, bis 2 at Überdr. u. Kondensationswasser
 Säure	 Säure	 Säure, konzentriert
 Lauge	 Lauge	 Lauge konzentriert
 Öl	 Öl	 Teeröl
 Teer	 Teer	
 Vakuum	 Vakuum	

Die in der umseitigen Tafel gegebene Farbenübersicht für Rohrleitungen erhebt nicht den Anspruch, ohne weiteres für jeden Betrieb vollständig zu sein. Sie soll vielmehr nur die unveränderliche Grundlage abgeben, die nach den besonderen Verhältnissen und Bedürfnissen weiter auszugestalten ist. In welcher Weise dies unter Benutzung der Grundfarben vorgeschlagen wird, mögen die nachstehenden Beispiele zeigen:

1. Rohre, die außerhalb der Zentrale elektrische Hochspannungsleitungen enthalten, können in roter Farbe, die allgemein hohe Spannung, hohe Temperatur oder Konzentration bezeichnen soll, ein Band oder das schon vielfach übliche Blitzzeichen tragen.
2. Bei Trinkwasser empfiehlt es sich, die Zapfstellen besonders zu kennzeichnen. Soll auch die Leitung selbst hervorgehoben werden, so wird die Verwendung der grünen Grundfarbe für Wasser mit weißer Punktierung vorgeschlagen.
In ähnlicher Weise können kenntlich gemacht werden
3. Wasserstoff durch Benutzung gelber Grundfarbe und weißer Punktierung.
4. Sauerstoff durch Benutzung blauer Grundfarbe und weißer Punktierung.

Auch hier lassen sich die Unterschiede in der Höhe der Spannung bis 10 at und über 10 at durch einen oder zwei rote Streifen ersichtlich machen.

Für die praktische Anbringung der Farbenbezeichnung im Betriebe wird als zweckmäßigste Art die Benutzung von Blechbändern von etwa 10—15 cm Breite empfohlen, die in den betreffenden Farben emailliert oder lackiert sind und an den Kreuzungspunkten der Rohrleitungen oder an andern wichtigen Stellen um die Rohre gelegt werden. Als Ergänzung dazu sei die Anregung gegeben, die Farbenstreifen nicht unmittelbar auf die Rohrleitungen aufzulegen, sondern durch die Anbringung von Rippen einen gewissen Abstand zu schaffen, um dadurch eine schädliche Einwirkung der Rohrtemperatur auf die Farbenstreifen zu verhüten.¹⁾

¹⁾ Ausführlichere Angaben für den Gebrauch der Farbentafel s. Zeitschrift d. Vereins deutscher Ingenieure 1911, Nr. 48 u. 1913, Nr. 12.

im Gehäuse mit ovalem oder Kreisquerschnitt (abhängig von Pressung, u. U. Verstärkung der flach gewölbten Wände durch innere Rippen). Axial gesicherte Rotguß- oder Stahlspindel mit Linksgewinde (Rechtsdrehung für Schieberschluß), Mutter am Schieberkopf: Angriff des Spindelgewindes, vermieden bei Kupplung des Schiebers mit Spindel durch Rohr mit innen liegender Mutter, (die Schieberstellung anzeigend), oder durch außen liegend angeordnete Mutter: Brücke mit Aufsatzbock zusammengelassen oder durch Säulen gestützt: Steigende Spindel, die Schieberstellung anzeigend, größere Bauhöhe bedingend. Antrieb von Hand, unmittelbar, oder Übersetzung zwischen Handrad und Spindel, ev. mit Zeigervorrichtung für Schieberstellung verbinden. Schieberreibung: $\mu \approx 0,3 \div 0,4$; Kraft am Handrad $15 \div 20$ kg; Wirkungsgrad der Schraube $\eta \approx 0,15$ (mangelhaft geschmiert). Spindel u. U. auf Knickung beansprucht. Verminderung der Antriebskraft bzw. der Übersetzung von etwa 4 at und 300 mm Lichtweite ab durch absperrbare Umgangsleitung: Verringerung des Druckunterschiedes vor und hinter geschlossenem Schieber. Oder nach Abb. 494 durch Verbindung beider Schieberseiten (reines Wasser). Für große Lichtweiten und hohe Drücke Antrieb hydraulisch: Schieberstange mit doppelwirkendem Arbeitskolben gekuppelt, Abb. 495. Druckflüssigkeit entweder Wasser, der Leitung unter ev. Zwischenschaltung eines Filters entnommen (bei geringem Druck und großer Lichtweite großen Arbeitskolben erforderlich), oder gepreßtes Öl.

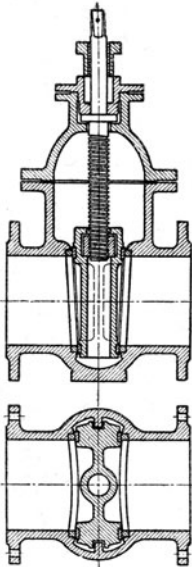


Abb. 493.

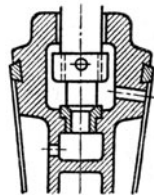


Abb. 494.

Einfache Steuerung vom Schaltbrett aus. Unterbrechung der Leitung durch Schieberführung begünstigt Wirbelbildung, die durch Schieberkonstruktion nach Abb. 495 gemildert wird. Für Wasserkraftanlagen meist als Schieber mit einfacher Dichtungsfläche ausgeführt. Einseitige Keilwirkung nach Abb. 496 oder nach Abb. 497 Konstruktion Missong.

(508) Auch als **Dampfschieber** (niedrige Dampfspannung) verwendbar; für hoch gespannten Dampf Nickeldichtungsringe in besonderen Einsätzen (Bearbeitungsflächen senkrecht zur Rohrachse). Mit beiderseitigen ebenen Dichtungsflächen ausgestattet ist der Dampfschieber Hopkinson-Ferranti, Abb. 498: Einschnürung mit nachfolgender Umsetzung von Geschwindigkeit in Druck, geringerer Durchmesser. Bei der als Peet-Ventil bekannten Konstruktion, Abb. 499, werden die Schieberplatten durch eine keilförmige Spindelmutter zum Anliegen gebracht (Innengewinde, Unbestimmtheit, daß Ring auf Ring zu liegen kommt).

(509) **Gasschieber**. Keilförmiges Verschlußstück, Guß auf Guß gleitend.

(510) **Drehschieber**, als Drosselorgane zur Leistungsregelung benutzt, auf die Dauer nicht dicht haltend.

(511) **Hähne** mit Drehbewegung. Hahngehäuse und Hahnkegel oder -küken. Material: Gußeisen, Bronze, Zinklegierungen. Als Durchgangshahn oder

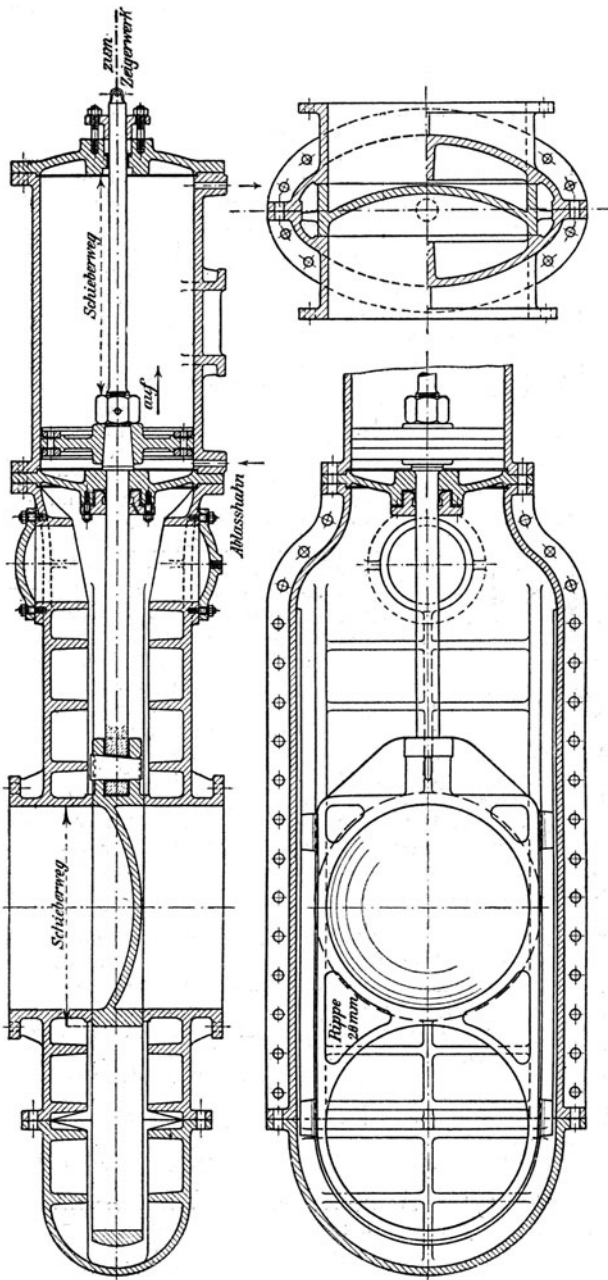


Abb. 495 1).

1) Aus Pffarr: Die Turbinen für Wasserkraftbetrieb. Berlin: Julius Springer 1912.

Dreiweghahn. Kükten kegelförmig ($1:8 \div 1:15$); Durchflußquerschnitt im Kükten länglich (Abnutzung und Nachschleifen beachten), mindestens gleich dem Rohranschlußquerschnitt. Lichte Höhe $\approx (1,8 \div 2,5) \times$ lichte Breite.

Mittlerer Kükten Durchmesser derart, daß im Falle Schlusses genügende Überdeckung vorhanden ist ($10 \div 40$ mm je nach Größe); die gleiche Überdeckung erfordert die Abdichtung in axialer Richtung. Rücksichtlich Abdichtung eingeschliffen; verschieden hartes Material für Gehäuse und Kegel, Einschleif- und Nachschleifmöglichkeit bedingt sich deckende Dichtungsflächen (zylindrische Bohrung des Gehäuses, Zylinderansatz des Kegels außerhalb der Dichtungsfläche). Fernhaltung von Formänderungen vom Gehäuse (Bearbeitung, Flanschverschraubung); Dichtungskraft durch Schraubenwirkung (Mitnahme der Unterlegscheibe durch Vierkant), Abb. 500, durch Flüssigkeitsdruck, Abb. 501, oder durch Federdruck.

Abb. 50 zeigt einen Packungshahn, bei dem der Dichtungsdruck durch Packung auf das Kükten übertragen wird und Abb. 503 einen solchen mit einem vom Packungsdruck unabhängigen Dichtungsdruck.

Beim Dreiweghahn, Abb. 504, liegen die Rohranschlüsse in einer Ebene, bei Ausführung entspr. Abb. 505 erfolgt die Ablenkung in Richtung Küktenachse.

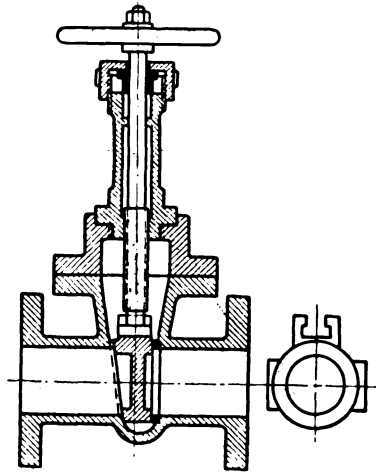


Abb. 496.

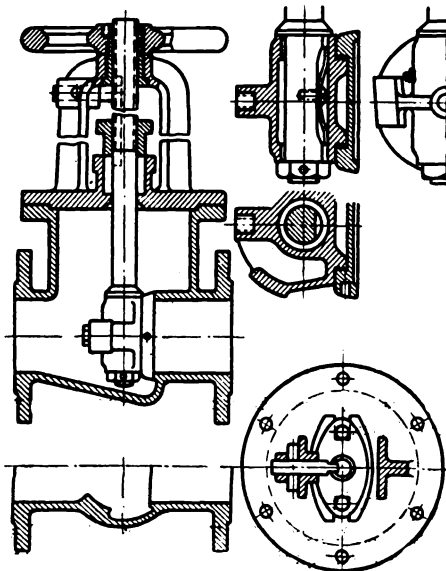


Abb. 497.

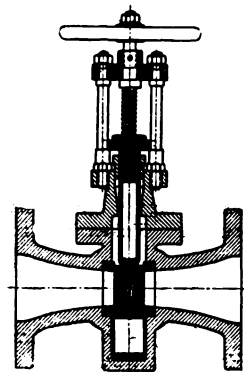


Abb. 498.

Möglichkeit des Festklemmens infolge verschiedener Wärmedehnung von Gehäuse und Kücken wird durch geheizte oder gekühlte Kücken begegnet. Statt metallischer Dichtung solche mittels Asbest, mit Graphit vermischt: Hähne

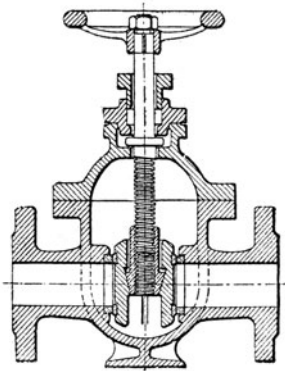


Abb. 499.

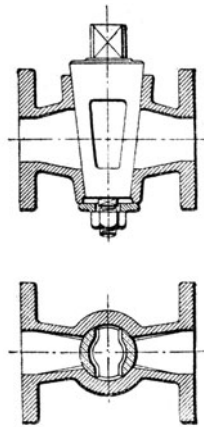


Abb. 500.

(insbesondere Wasserstandshähne) mit Asbestfütter und zylindrischem Kücken, Abb. 506 (Konstruktion Dreyer, Rosenkranz & Droop, Hannover).

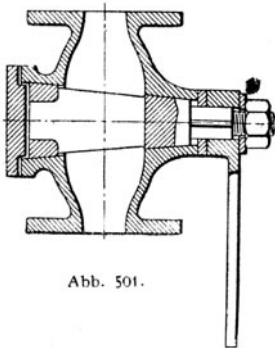


Abb. 501.

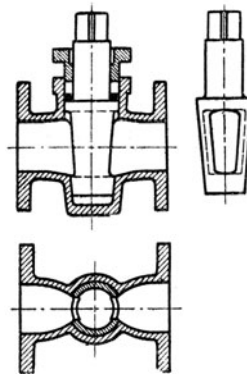


Abb. 502.

Asbestringe o und u sind durch die axialen Asbeststreifen miteinander verbunden: Kücken bewegt sich auf diesen.

Ventile.

(512) Abheben vom Sitz; wenn in Richtung der Ventilachse erfolgend als Hubventil bezeichnet, und als Klappenventil, wenn es sich um eine Achse in der Ventilebene oder parallel dazu dreht. Nach Art der Betätigung Unter-

scheidung in Absperrventile, Abschluß willkürlich von Hand erfolgend; gesteuerte Ventile: Beeinflussung des Ventilspieles durch die Maschine, und selbsttätige Ventile, bei denen das Öffnen und Schließen durch den Flüssigkeitsüberdruck erfolgt, sowie in Ventile für Sonderzwecke als Sicherheits-, Reduzier-, Rohrbruchventile u. a. m. An-

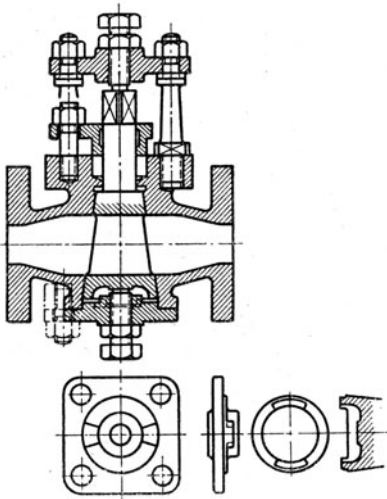


Abb. 503.

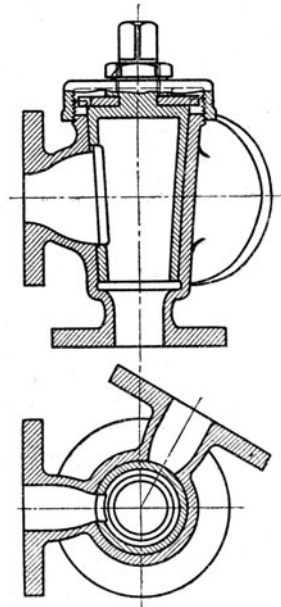


Abb. 505.

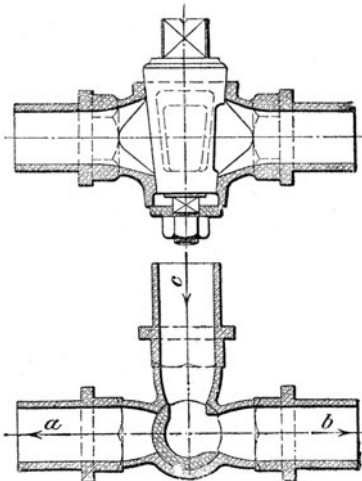


Abb. 504.

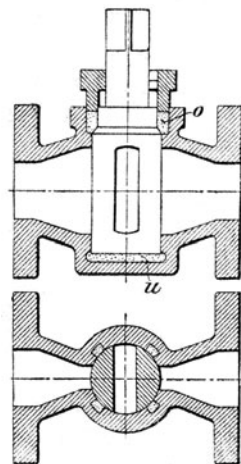


Abb. 506.

forderung: Gesicherte Abdichtung geschlossenen Ventiles und, je nach Zweckbestimmung, geringer Durchflußwiderstand.

Absperrventile.

(513) Ventilgehäuse, Ventilkörper mit Sitz, Spindel, Stopfbüchse und Antrieb.

Baustoff abhängig von Flüssigkeit: Rotguß für kleine Abmessungen. Gußeisen oder Stahlguß. Vgl. (500). Geringer Durchflußwiderstand: gleiche Geschwindigkeit durch Ventilsitz und frei gegebenen Mantel. Sofern dieser rechtwinklig

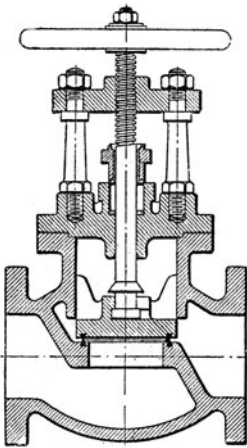


Abb. 507

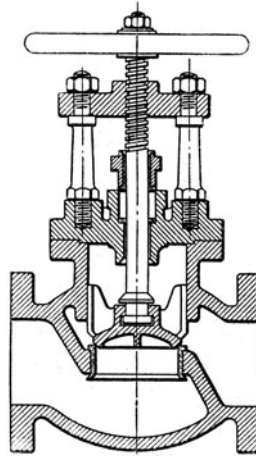


Abb. 508

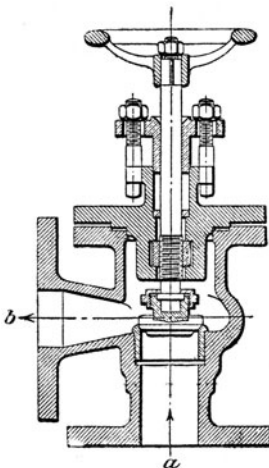


Abb. 509.

durchströmt wird, folgt Ventilhub $h = \frac{d}{4}$.

Metallische Dichtungsflächen, u. U. wie bei Schiebern, besondere Dichtungsringe, Abb. 507, oder elastische Abdichtung: Gummi, Leder, Asbest u. a. Als Durchgangs- oder als Eckventile, Abb. 508 und 509, Ventilkörper meist einsitzig; Sitzfläche eben oder kegelförmig, gelenkige Verbindung mit Stahl- oder Rotgußspindel; gute Führung wegen der

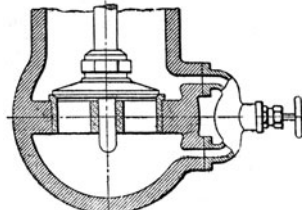


Abb. 510.

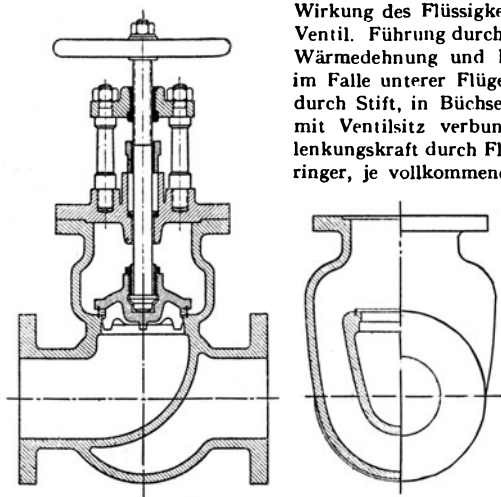


Abb. 511.

Wirkung des Flüssigkeitsstromes auf geöffnetes Ventil. Führung durch untere oder obere Flügel: Wärmedehnung und Durchbiegung des Tellers im Falle unterer Flügelführung beachten. Oder durch Stift, in Büchse geführt, die durch Stege mit Ventilsitz verbunden ist, Abb. 510. Ablenkungskraft durch Flüssigkeitsstrom um so geringer, je vollkommener die Stromrichtung axial

gerichtet ist. Deshalb Tieflegung des Sitzes gegenüber Abflußquerschnitt zweckmäßig; von Bedeutung bei selbsttätigen Ventilen. Angestrebt durch die Konstruktion Abb. 511, Wiss-Ventil nach Ausführung von Schäffer & Budenberg, Magdeburg-Buckau. Spindelmutter innen oder außen liegend: Brücke, durch Säulen gestützt oder mit Gehäusedeckel

zusammengedrosselt; größere Bauhöhe, höherer Preis als im Falle innen liegender Mutter: durch möglichen Angriff des Gewindes erschwertes Öffnen. Gewinde in höchster Spindelstellung nicht in Packungsraum reichend. Durchflußrichtung derart, daß Stopfbüchse verpackt werden kann ohne Flüssigkeit von Leitung absperrern zu müssen: Flüssigkeit auf Ventilteller von unten drückend, Verpackung bei geschlossenem Ventil oder

Durchfluß nach beiden Seiten möglich, wenn Spindel mit Bund versehen wird, Abb. 50: Verpackung bei ganz geöffnetem Ventil. Spindel auf Zug bzw. Druck oder Knickung beansprucht. Spindel-

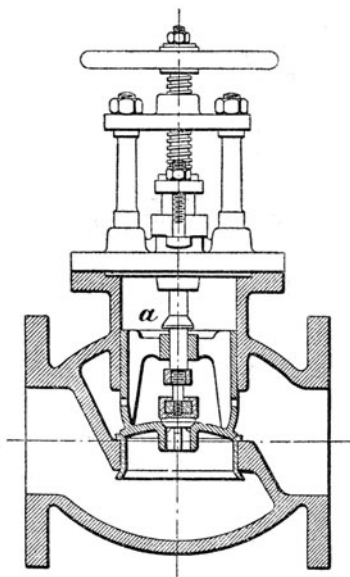


Abb. 512.

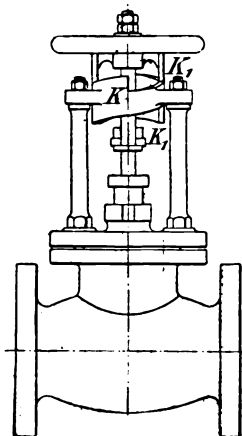


Abb. 513.

druck die Summe aus Flüssigkeitsdruck auf Ventilteller und Dichtungsdruck in Sitzfläche, falls Flüssigkeit von unten drückt. Dichtungsdruck abhängig von Bedienung: Umfangskraft am Handrad, $K = 10 \div 50 \text{ kg}$ bei Handraddurchmesser $10 \div 50 \text{ cm}$, die Druckkraft in Spindelachse bestimmend, die auch für Befestigung des Ventilgehäusedeckels maßgebend ist. Stillstehende Mutter, Spindel sich drehend und steigend, gelenkige Verbindung mit Ventil, Abb. 507 \div 509, oder drehende, axial nicht verschiebbare Mutter und steigende Spindel mit Ventilkegel fest verbunden.

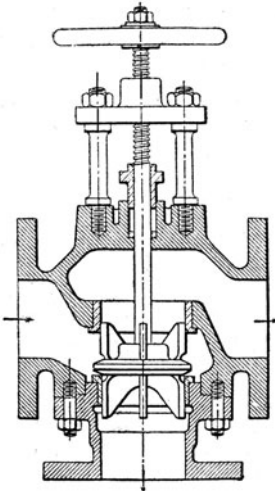


Abb. 514.

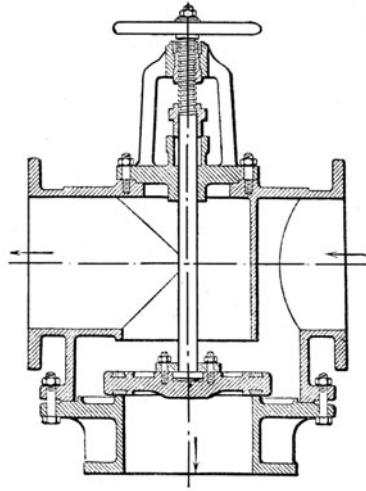


Abb. 515.

Stopfbüchse Gußeisen, ev. ausgebücht oder Bronze im Falle kleiner Abmessungen. Anzug durch Schrauben oder Überwurfmutter.

Entlastung der Spindel mittels Umlaufventils, Abb. 510, oder nach Abb. 512, Bauart Daelen, mittels Hilfsventiles. Dampfströmung von Spindel her; beim Anheben des Hilfsventiles Dampfdruck in a fallend und Hauptventil entlastet.

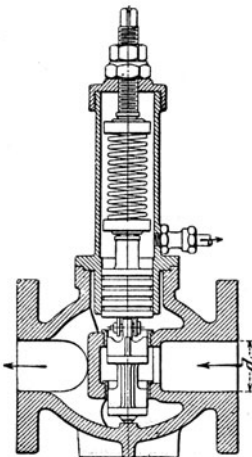


Abb. 516.

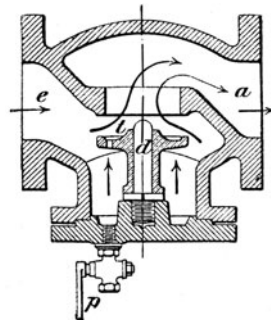


Abb. 517.

Schnellschlußventil, Konstruktion Dreyer, Rosenkranz & Droop, Hannover, zeigt Abb. 513. Ersatz des Außengewindes in Brücke durch Keilkeilpaar K . Begrenzung der Endstellung durch Knaggen K_1 . Selbstsperrung in Zwischenstellungen durch Keilreibung.

Doppelabsperrventile (Wechselventile) zur Einschaltung in die Abdampfleitung (Schaltung des Dampfes auf Auspuff oder auf Kondensator). Abb. 514 und 515 zeigen Ausführungen von Schäffer & Budenberg in Magdeburg-Buckau.

(514) Reduzierventile bewirken durch Drosselung eine Minderung der Dampfspannung; die reduzierte Spannung soll einstellbar und möglichst konstant sein. Abb. 516 zeigt eine Ausführung von Schäffer & Budenberg in Magdeburg-Buckau: Entlastetes Doppelsitzventil ist mit federbelastetem, eingeschliffenem Kolben verbunden (Manometer).

(515) Selbstschluß-(Rohrbruch-)Ventile, Abb. 517 u. 518. selbsttätig sich schließend im Falle erheblicher Überschreitung der normalen Wasser- oder Dampfgeschwindigkeit (im Falle Rohrbruches).

Nach Abb. 517, Ausführung Dreyer, Rosenkranz & Droop, Hannover, wird durch die strömende Wirkung des Dampfes (Vergrößerung des Überdruckes zwischen e und a) der auf t geführte Ventilteller auf seinen Sitz gedrückt.

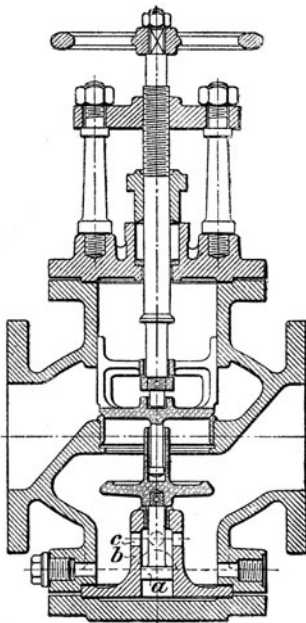


Abb. 518.

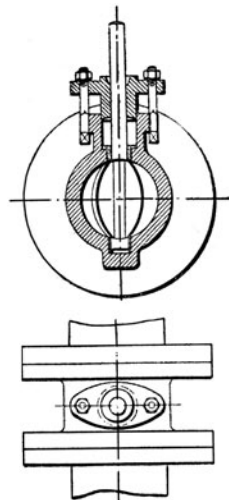


Abb. 519.

Nach Abb. 518, Ausführung von L. Schumann & Co., Leipzig-Plagwitz, ist Absperr- und Selbstschlußventil vereinigt: Ventilteller den im Zylinder b dicht eingeschliffenen Rotgußkolben a tragend, oberhalb dessen (Löcher c) die Spannung des strömenden Dampfes, unterhalb dessen Saugspannung herrscht. Druckunterschied stoßfreien Ventilschluß bewirkend. Vgl. außerdem F. A., Heft 34 und Z. 1898, S. 644, sowie 1903, S. 392 und 1904, S. 1047.

Über Rückschlagventile, deren Schluß durch die Wirkung des Gewichtes, der rückströmenden Flüssigkeit, u. U. durch Federkraft unterstützt wird und als

Saug- bzw. Druckventil selbsttätig die Steuerung von Kolbenpumpen für Flüssigkeiten und Gase bewirken, siehe unter „Kolbenpumpen“.

Ebenso vgl. bez. Sicherheitsventile das unter „Dampfkessel“ und „Kolbenpumpen“ Gesagte.

(516) Abb. 519 zeigt eine Drosselklappe, die in Dampfleitungen eingeschaltet häufig mit dem Regulator verbunden wurde und in Druckleitungen für Wasserkraftanlagen in großen Abmessungen als Absperrorgan dient.

(517) Schwimmentile zur selbsttätigen Absperrung des Zuflusses, sobald bestimmter Flüssigkeitsstand erreicht ist: Schwimmer durch Hebel mit Ventil verbunden.

Sechster Abschnitt.

Wärmemechanik.

Bearbeitet von Prof. Dipl. Ing. C. Zietemann.

Begriffsbestimmungen und Grundlagen.

(518) Temperatur. Zum quantitativen Vergleich des Wärmezustandes muß eine Temperaturskala zugrunde gelegt werden. Diese geben die Thermometer durch die Ausdehnung der Körper bei Zunahme der Temperatur. Für wissenschaftliche und technische Temperaturmessung wird die hundertteilige Temperaturskala nach Celsius benutzt, deren Nullpunkt die Temperatur des schmelzenden Eises ist, während die Siedetemperatur des reinen Wassers bei 760 mm Barometerstand zu 100 angenommen ist; der hundertste Teil der Ausdehnung des Quecksilberfadens im Thermometer zwischen diesen Temperaturen ist als Einheit der Temperatur angenommen und heißt 1 Grad Celsius ($^{\circ}\text{C}$).

Außer der Celsiuskala werden zuweilen noch die Skalen nach Réaumur (Gefrierpunkt 0° Siedepunkt 80° R) und nach Fahrenheit (Gefrierpunkt -32° F, Siedepunkt $+212^{\circ}$ F) benutzt. Zum Vergleich muß umgerechnet werden:

$$\begin{aligned} t^{\circ}\text{C} &= \frac{4}{5} t^{\circ}\text{R} = 32 + \frac{9}{5} t^{\circ}\text{F}; & t^{\circ}\text{R} &= \frac{5}{4} t^{\circ}\text{C} = 32 + \frac{9}{4} t^{\circ}\text{F}; \\ t^{\circ}\text{F} &= \frac{5}{9} (t - 32)^{\circ}\text{C} = \frac{4}{9} (t - 32)^{\circ}\text{R}. \end{aligned}$$

Zur genauen Messung mit dem Quecksilberthermometer muß außer dem Quecksilbergefäß auch der ganze Quecksilberfaden der zu messenden Temperatur ausgesetzt sein. Falls letzteres nicht möglich, so ist die mittlere Temperatur des herausragenden Fadens zu berücksichtigen; als solche kann die Temperatur der Umgebung des Thermometers angenommen werden. Ist t_0 die abgelesene Temperatur, n° die Anzahl Grade des herausragenden Fadens und t_p die mittlere Temperatur desselben, so ist die wahre Temperatur:

$$t = t_1 + 0,000158 (t_1 - t_p) \cdot n.$$

Das Quecksilberthermometer ist aber nur in den Grenzen von Gefrierpunkt des Hg (-39°C) bis zum Siedepunkt desselben ($+357^{\circ}\text{C}$) brauchbar. Für tiefere und höhere Temperaturen werden deshalb Gas-thermometer mit Wasserstofffüllung verwendet; da das Volumen vom Druck abhängig ist, muß letzterer konstant gehalten und die Ausdehnung des Gases bei konstantem Volumen durch die Messung der Temperatur durch die Änderung des Druckes bei konstantem Volumen alsdann Druck und abs. Temperatur proportional sind (s. u.).

Zu Temperaturmessungen werden fernere elektrische Eigenschaften von Metallen benutzt. Derartige Instrumente — Pyrometer — sind:

Elektrische Widerstands-pyrometer, die auf der Zunahme des Widerstandes eines von einem schwachen Strom durchflossenen Platindrahtes bei Temperaturerhöhung beruhen und bis zu sehr hohen Temperaturen brauchbar sind. Die Skala zeigt direkt $^{\circ}\text{C}$ an.

Thermoelektrische Pyrometer beruhen auf der Entstehung eines in der Stärke von der Temperatur abhängigen Stromes in einem Kreise aus 2 Metallen oder Legierungen, wenn die Verbindungsstellen verschiedenen Temperaturen ausgesetzt werden. Benutzt werden Thermo-elemente mit Kupfer mit Konstantan (58 Cu, 41 Ni, 1 Mn), Eisen-Neusilber (bis 600°), Platin-Platinrhodium (bis 1611) u. a.

Zur Bestimmung der Temperaturen in Öfen werden auch optische Pyrometer benutzt, mit denen Temperaturen zwischen 900 und 4000° genau gemessen werden können.

Die absolute Temperatur. Bezeichnet t die Temperatur in $^{\circ}\text{C}$ der Celsiuskala, so ist die absolute Temperatur $T = 273 + t$. Der Nullpunkt der absoluten Temperaturskala liegt demnach bei -273°C . In allen Gleichungen der Wärmelehre kommt nur die abs. Temperatur in Betracht; sie ist in der Natur begründet, da alle Gase für je 1°C ihr Volumen um $\frac{1}{273} = 0,003663$ ändern (s. Gesetz von Gay-Lussac S. 49).

(519) Spezifischer Druck oder Spannung ist der Teil des Gesamtdruckes bezogen auf die Flächeneinheit. Als Einheit dient der Druck von 1 kg auf den cm² — die technische Atmosphäre, oder von 10 000 kg auf einen m². Bezeichnung: p — der Druck in kg/cm² (at), P — in kg/m².

Die Druckmessung erfolgt durch Flüssigkeitssäulen. Nach dem Gesetz der Hydraulik ist der Gewichtsdruck einer Flüssigkeit gleich Tiefe $h \times$ Fläche \times spezifisches Gewicht γ , also auf die Flächeneinheit $= \gamma \cdot h$. Dieses ist aber nur der Überdruck bzw. Unterdruck, da auf die Flüssigkeit außen noch der Oberflächendruck der Luft p_l wirkt, Abb. 1 und 2, so daß der ganze Druck im Gefäß, der absolute Druck

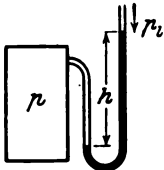


Abb. 1.

$$p = p_l + \gamma \cdot h \text{ bzw. } p = p_l - \gamma \cdot h \text{ ist.}$$

Da p_l schwankt, so ist bei gleichbleibendem Druck im Gefäß die Anzeige des Meßinstrumentes verschieden; deshalb ist stets der absolute Druck einzusetzen.

Es ist $p - p_l = \gamma \cdot h$ der Über- bzw. Unterdruck; für Wasser mit $\gamma = 1000 \text{ kg/m}^3$ ist für $p - p_l = 1 \text{ at} = 10\,000 \text{ kg/m}^2$ die Säule

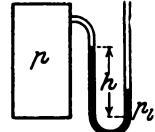


Abb. 2.

$$h = \frac{10000 \text{ kg/m}^2}{1000 \text{ kg/m}^3} = 10 \text{ m Wassersäule (W.-S.)}$$

oder $1 \text{ m W.-S.} = \frac{1}{10} \text{ at} = \frac{1}{10} \text{ kg/cm}^2$

und $1 \text{ mm } ,, = \frac{1}{10000} \text{ kg/cm}^2 = 1 \text{ kg/m}^2$.

Für Quecksilber mit $\gamma = 13.595 \cdot 1000 \text{ kg/m}^3$ (bei 0° C) entspricht einer Atmosphäre:

$$h = \frac{10000}{13595} = 0,7355 \text{ m} = 735,5 \text{ mm Quecksilbersäule (Q.-S.)}$$

Eine alte oder physikalische Atmosphäre ist der Druck von 760 mm Q.-S. bei 0° C; es ist somit

$$1 \text{ alte Atm.} = 760 : 735,5 = 1,0333 \text{ kg/cm}^2$$

Bei anderer Temperatur als 0° C muß eine Reduktion des Barometerstandes auf 0° erfolgen. Auf je 1000 mm Q.-S. ist vom abgelesenen Wert abzuziehen (nach: Landolt und Börnstein):

bei	0°	5°	10°	15°	20°	25°	30°
	0,00	0,87	1,73	2,59	3,45	4,31	5,17 mm Q.-S.

Bei Kältegraden ist ebensoviel zu addieren: z. B. bei 25° sei der abgelesene Barometerstand 765 mm Q.-S.; dann ist der auf 0° C reduzierte:

$$765 - 0,765 \cdot 4,31 = 765 - 3,3 = 761,7 \text{ mm Q.-S.}$$

Beispiele. 1. In einem Gefäß herrsche ein Unterdruck von $h = 600 \text{ mm}$ (Abb. 2) bei 740 mm Q.-S. Barometerstand. Dann ist der absolute Druck im Gefäß: $740 - 600 = 140 \text{ mm Q.-S.}$ oder, da $735,5 \text{ mm Q.-S.} = 1 \text{ at}$, $p = 140 : 735,5 = 0,19 \text{ at abs.}$

2. Der Überdruck im Gefäß (Abb. 1) sei $h = 250 \text{ mm W.-S.}$ bei 750 mm Q.-S. Barometerstand. Letzterer ebenfalls in W.-S. ausgedrückt ist $750 \cdot 10000 : 735,5 = 10197 \text{ mm W.-S.}$ und damit der abs. Druck im Gefäß

$$p = 10197 + 250 = 10447 \text{ mm W. S.} = 1,0447 \text{ at abs.}$$

3. Bei einem Barometerstand von 725 mm Q.-S. zeigt das Vakuummeter eines Kondensators 0,75 at Unterdruck. Der Barometerstand in at ist $725 : 735,5 = 0,984 \text{ at}$ und der Kondensatordruck $p = 0,984 - 0,75 = 0,234 \text{ at abs.}$

(520) Spezifisches Volumen v in m³/kg ist das Volumen der Gewichtseinheit (1 kg) vom bestimmten Zustand, unabhängig vom Gesamtvolumen $V \text{ m}^3$ einer beliebigen Menge. Ist G das Gewicht der betrachteten Menge vom Volumen V , so ist $v = V : G$.

Der reziproke Wert des spez. Volumens ist das spezifische Gewicht γ in kg/m^3 , also das Gewicht der Raumeinheit: $\gamma = 1 : v$.

Mit einer Volumensänderung ist stets äußere Arbeit verbunden, die aus der Volumensänderung (als Weg) und dem Druck (als Kraft) bestimmt werden kann. Ist F_{qm} die Kolbenfläche, $P_{\text{g/im}}$ der jeweilige Druck in einem Zylinder, so ist $F \cdot P = K_{\text{ig}}$ die Kraft (Abb. 3) und bei einer Verschiebung des Kolbens um einen kleinen Weg ds ist die Arbeit

$$dL := K \cdot ds = P \cdot F \cdot ds;$$

da aber $F \cdot ds := dV$ die Volumensänderung, so ist $dL := P \cdot dV$ oder für den ganzen Weg s : $L := \int P \cdot dV$.

Bei Ausdehnung nach allen Seiten kann man sich dieselbe in unendlich viele kleine Zylinder von der Grundfläche dF zerlegt denken und erhält durch zweimaliges Integrieren den obigen Ausdruck für die Arbeit.

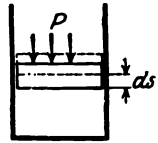


Abb. 3.

(521) Wärmemenge Q.

Gleiche Gewichtsmengen verschiedener Körper von gleicher Temperatur ergeben beim Eintauchen in Wasser, bei gleicher Menge desselben, ganz verschiedene Erwärmung des Wassers, enthalten also verschiedene Wärmemengen. Man unterscheidet deshalb die Temperatur von der Wärmemenge, nimmt aber als Maß für die Wärmemenge, die ein Körper aufgenommen oder abgegeben hat, diejenige Temperaturänderung, welche ein mit dem Körper in Berührung gebrachter „Normalkörper“ erfährt (bei Anschluß anderer Ursachen). Als Normalkörper dient Wasser.

Eine Wärme-Einheit WE ist diejenige Wärmemenge, die nötig ist, um 1 kg Wasser (rein) von 15° auf 16° C zu erwärmen; sie wird auch große Kalorie oder kg-Kalorie (kcal) genannt.

Einen Nullpunkt für die Messung der Wärmemenge braucht man nicht, da nur die zu- oder abgeführte Wärme in Betracht kommt, nicht die „enthaltenen“.

Diejenige Wärmemenge, die nötig ist, um 1 kg eines Stoffes in einen anderen Aggregatzustand bei derselben Temperatur überzuführen, heißt latente Wärme, im besonderen die Schmelzwärme oder Verdampfungswärme.

Der Betrag der latenten Wärme ist von den äußeren Umständen, besonders vom Druck, abhängig (s. auch Anhang).

Schmelzwärme für 1 kg

Eis	79,24 WE/kg	Blei	5,5 WE/kg
Quecksilber	2,82 „	Zinn	14,24 „
Paraffin	35,0 „	Eisen (rein)	69,0 „
Zink	22,6 „	Silber	21,1 „

Verdampfungswärme bei 760 mm Q.-S.

Wasser	539 WE/kg	Ammoniak	327 WE/kg
Quecksilber	68 „	Schwefl. Säure	92,3 „
Alkohol	210 „	Ather	90 „

(522) Spezifische Wärme c eines Stoffes ist die Anzahl WE, die nötig ist, um 1 kg des Stoffes von 15° um 1° zu erwärmen. Die Aufnahmefähigkeit für Wärme — Wärmekapazität — ist von der Natur der Stoffe abhängig, somit auch die spez. Wärme. Die Wärmemenge Q zur Erwärmung von G kg von t_1^0 auf t_2^0 ist

$$Q = G \cdot c (t_2 - t_1) \dots \dots \dots 1$$

Da c von der Temperatur abhängig ist, so ist zu setzen

$$dQ = Gc dt; \quad Q = G \int_{t_1}^{t_2} c dt \dots \dots \dots 1a$$

woraus für 1 kg $c = \frac{dQ}{dt}$ die wahre spez. Wärme oder für endliche Temperaturdifferenz $c_m = Q : (t_2 - t_1)$ die mittlere spez. Wärme, die von der wahren um so mehr abweicht, je größer $(t_2 - t_1)$.

Ist in Abb. 4 der Verlauf der wahren spez. Wärme durch die Kurve c in Abhängigkeit von der Temperatur gegeben, so ist die Fläche unterhalb c die ganze Wärmemenge Q und die mittlere spez. Wärme die mittlere Höhe dieser Fläche.

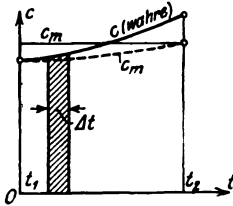


Abb. 4.

Bestimmt man diese für von t_1 bis t_2 , zunehmenden Temperaturintervalle, so ergibt sich die Kurve c_m der mittleren spez. Wärmen.

Allgemein gilt für die Abhängigkeit der spez. Wärme von der Temperatur die Beziehung: $c = a + b t$, worin a und b von dem Stoff abhängige Werte sind.

Bei Gasen ist die Wärmemenge für eine Temperaturänderung bei gleichem Druck und bei gleichem Volumen verschieden; man hat deshalb zu unterscheiden:

spez. Wärme bei konstantem Druck c_p
und spez. Wärme bei konstantem Volumen c_v ,

wobei $c_p > c_v$; das Verhältnis $c_p : c_v = \kappa$ ist von der Atomzahl der Gase abhängig (S. 496).

Spezifische Wärme c ($0^\circ \div 100^\circ$)

flüssiger und fester Körper

Wasser	1,000	Aluminium	0,2150	Petroleum	0,500
Eis	0,50	Gold	0,0316	Alkohol	0,58
Quecksilber	0,033	Kupfer	0,0936	Ammoniak	1,00
Eisen (rein)	0,1162	Zink	0,0935	Äther	0,54
Guß Eisen	0,1190	Zinn	0,0559	Schwefl. Säure	0,32
Blei	0,0307	Glas	0,186	Maschinenöl	0,40

(523) Erster Hauptsatz: Wärme und Arbeit sind äquivalent (gleichwertig) (Robert Mayer, 1842). Für jede WE, die in Arbeit umgesetzt wird, erhält man eine ganz bestimmte Arbeit und umgekehrt. Ist L die Arbeit in mkg, Q die Wärmemenge, so ist $Q = A L$, worin A das mechanische Wärmeäquivalent, das nach Ergänzung der ersten von Joule ausgeführten Versuche jetzt zu $A = \frac{1}{127}$ (WE/mkg) festgesetzt ist. Damit ist 1 WE = 427 mkg; da 1 PS = 75 mkg sek = $75 \cdot 3600$ mkg/St, so ist 1 PS-Stunde = $270000 : 427 = 632,3$ WE oder 1 WE in der Sek. = 5,7 PS.

Wärme ist somit eine Energieform. Arbeit kann in mkg (L) oder in WE ($A L$) ausgedrückt werden.

Führt man also einem Körper Wärme zu, so wird seine Energie erhöht, die sich in Temperatur-, Druck-, Volumen- oder Geschwindigkeitserhöhung äußern kann. Die in Form von Wärme im Körper befindliche Energie ist seine

(524) innere Energie, die in WE ausgedrückt und für 1 kg mit u , für eine beliebige Menge mit U bezeichnet wird. Einen Nullpunkt für die Messung der Energie braucht man nicht, da nur die Änderung der Energie wichtig ist.

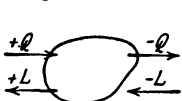


Abb. 5.

Innere Energie kann ein Körper auf zweifache Weise erhalten: 1. durch direkte Wärmeabgabe und 2. durch Arbeitszufuhr (z. B. durch Verdichtung, Schlag oder Reibung).

Es werde die zugeführte (aufgewendete) Arbeit mit $-L$, die entnommene (vom Körper geleistete) mit $+L$ bezeichnet, Abb. 5; andererseits sei die zugeführte Wärme $+Q$, die abgeführte $-Q$.

Allgemein können beide Arten zugleich vorliegen: durch die zugeführte Wärme $+Q$ und die aufgewendete Arbeit $-L$ werde die innere Energie von U_1 auf U_2 erhöht; es ist dann: $\Delta U = U_2 - U_1 = Q + (-A L)$ oder

$$Q = U_2 - U_1 + A L = U_2 - U_1 + A \int P dV \dots \dots \dots 2$$

$$dQ = dU + A P dV.$$

Dieses ist die allgemeine Wärmegleichung. Für 1 kg ist $u_2 - u_1$ und v einzusetzen.

Wird außer der inneren Energie auch noch die kinetische (Bewegungs-) Energie E_1 in E_2 geändert, so ist

$$Q = (U_2 - U_1) + (E_2 - E_1) + AL.$$

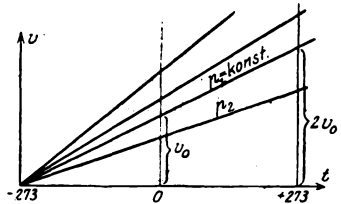
Die Mechanik der Gase. Die Gasgesetze.

(525) Gesetz von Gay-Lussac. Der Ausdehnungskoeffizient α ist für alle Gase bei demselben Druck gleich, und zwar für 1°C $\alpha = \frac{1}{273} = 0,003663$. Ist V_0 das Volumen bei 0° , so ist es bei t_1° $V_1 = V_0 + V_0 t_1 : 273 = V_0 (1 + t_1 : 273) = V_0 (273 + t_1) : 273$ oder, da $t_1 + 273 = T_1$ die abs. Temperatur, $V_1 = V_0 \cdot T_1 : 273$. Für t_2° ist dann $V_2 = V_0 T_2 : 273$ und

$$V_1 : V_2 = T_1 : T_2 \dots \dots \dots 3$$

d. h. bei konstantem Druck verhalten sich die Volumina wie die absoluten Temperaturen.

Trägt man für einen bestimmten Druck die Volumina über den Temperaturen auf, Abb. 6, so ändert sich V nach einer Geraden, die durch $t = -273$ und $T = 0$, den abs. Nullpunkt geht. Da das Volumen aber nicht Null werden kann, so folgt, daß das Gesetz nicht bis zum abs. Nullpunkt gelten kann (s. Dämpfe). Für andere Drücke ergeben sich andere Geraden, die aber alle durch $T = 0$ gehen, Abb. 6, und zwar entsprechen höheren Drücken tiefer liegende Geraden.



Zieht man eine wagerechte Gerade, $V = \text{konst.}$, so folgt daraus

die 2. Form des Gay-Lussacschen Gesetzes: Bei gleichbleibendem

Volumen verhalten sich die Drücke wie die absoluten Temperaturen

$$p_1 : p_2 = T_1 : T_2 \dots \dots \dots 4$$

(526) Gesetz von Boyle-Marlotte: bei gleichbleibender Temperaturverhalten sich die Volumina umgekehrt wie die absoluten Drücke:

$$V_1 : V_2 = v_1 : v_2 = p_2 : p_1 \dots \dots \dots 5$$

oder:

$$p_1 v_1 = p_2 v_2 = p v = \text{konst.} \dots \dots \dots 5a$$

d. h. bei gleichbleibender Temperatur ist das Produkt aus Druck und Volumen konstant.

Für eine andere Temperatur hat das Produkt einen anderen, nur von der Temperatur des Gases abhängigen Wert, ist somit eine Funktion der Temperatur, $p v = f(t)$.

(527) Vereinigtes Gesetz Gay-Lussac-Boyle. Hat eine Gasmenge von G kg bei $t_1^\circ \text{C}$ und dem Druck P_1 kg/m^2 den Rauminhalt V_1 , so ist bei derselben Temperatur t_2 und dem Druck P_2 das Volumen $V_2' = V_1 \cdot P_1 : P_2$.

Wird nun bei gleichem Druck P_2 die Temperatur auf T_2 gebracht, so ändert sich V_2' in $V_2 = V_2' \cdot T_2 : T_1$ und nach Einstellung ist $V_2 = V_1 \frac{P_1 \cdot T_2}{P_2 \cdot T_1}$ oder

$$\text{für 1 kg } v_2 = v_1 \frac{P_1 \cdot T_2}{P_2 \cdot T_1}, \text{ daraus folgt } \frac{P_1 v_1}{T_1} = \frac{P_2 v_2}{T_2} = \text{konst.}$$

Der Ausdruck $P \cdot v : T$ ist somit für jedes Gas konstant, unabhängig vom Zustand; man nennt

$$\frac{P \cdot v}{T} = R \quad \text{die Gaskonstante}$$

und

$$P \cdot v = RT \quad \text{oder} \quad PV = GRT \quad \dots \dots \dots 6$$

die **allgemeine Zustandsgleichung**.

In derselben sind die Gasgesetze enthalten, da

$$\begin{aligned} \text{für } P_1 &:: P_2 = \text{konst. folgt } v_1 : T_1 = v_2 : T_2 \quad \text{oder} \quad v_1 : v_2 = T_1 : T_2 \\ \text{für } t_1 &:: t_2 = \text{konst.} & P_1 v_2 = P_2 v_1 \quad \text{und für} \\ v_1 &:: v_2 = \text{konst.} & P_1 : T_1 = P_2 : T_2 \quad \text{oder} \quad P_1 : P_2 = T_1 : T_2. \end{aligned}$$

Die Gaskonstante jedes Gases kann leicht bestimmt werden, wenn das spez. Gewicht z. B. bei 0° und 760 mm Q.-S. bekannt ist:

$$R = P \cdot v : T = P : \gamma_0 T = 10333 : 273 \cdot \gamma_0 = 37,85 \gamma_0$$

oder mit γ_{15} bei 15°, 1 at

$$R = 10000 : 288 \cdot \gamma_{15} = 34,72 \cdot \gamma_{15}$$

(528) Die Energie der Gase. Aus Gl. 1a folgt für 1 kg $c_v = \left(\frac{dQ}{dt}\right)_v$ und mit dQ nach Gl. 2, da für $v = \text{konst}$ die Arbeit Null ist

$$c_v = \left(\frac{du}{dt}\right)_v \quad \text{oder} \quad u = \int c_v dt$$

die innere Energie ist eine Funktion der Temperatur. Damit erhält die allgemeine Wärme Gleichung die Form

$$dQ = c_v dt + A P dv \quad \dots \dots \dots 7$$

(529) Die spez. Wärme. Es ist,

$$c_p = \left(\frac{dQ}{dt}\right)_p = \left(\frac{du}{dt}\right)_p + A P \left(\frac{dv}{dt}\right)_p$$

$$c_v = \frac{dQ}{dt} = \left(\frac{du}{dt}\right)_p, \quad \text{und da } u \text{ nur eine Funktion von } t,$$

so ist $\frac{du}{dt}$ in beiden Fällen gleich. Durch Subtraktion $c_p - c_v = A P \left(\frac{dv}{dt}\right)_p$ und da für $p = \text{konst.}$ $P dv = R dt$ (aus der allg. Zustandsgleichung) oder

$P \left(\frac{dv}{dt}\right)_p = R$, so ist

$$c_p - c_v = A R = \frac{1}{427} \cdot \frac{848}{\mu} = 1,985 : \mu \quad \dots \dots \dots 8$$

Ferner ist für zweiatomige Gase

$$\kappa = c_p : c_v = 1,40 \quad \dots \dots \dots 8a$$

Für Gase anderer Atomzahl ist κ ein anderer Wert, z. B. $\kappa = 1,66$ für einatomige, $\kappa = 1,3$ für dre atom ge Gase.

Gasverbindungen und -gemische.

(530) Molekulargewicht. Die kleinsten Teile eines Stoffes, die mit anderen Stoffen chemische Verbindungen eingehen können, heißen Atome, die kleinsten Teile dieser Verbindungen heißen Moleküle (Molekel). Die Verbindung der Grundstoffe erfolgen stets nach bestimmten Gewichtsverhältnissen der-

4) S. 497, Gl. 10.

selben — den Atomgewichten und ergeben als Gewichtsverhältnis der Verbindung das jeder Verbindung eigene Molekulargewicht μ .

So verbinden sich stets 12 Gewichtsteile C mit 16 Gewichtsteilen O zu 28 Gew.-T. CO ; 12 bzw. 16 sind die Atomgewichte von C bzw. O, 28 das Molekulargewicht von CO, wobei für Wasserstoff das Atomgewicht = 1 gesetzt ist.

Die kleinsten im freien Zustande möglichen Teile von H, N und O sind Moleküle von 2 Atomen, man schreibt deshalb für diese zweiatomigen Gase H_2, N_2, O_2 , z. B. $2C + O_2 = 2CO$, d. h. 2 Atome C verbinden sich mit 1 Molekül O (aus 2 Atomen) zu 2 Molekülen CO.

Bei gasförmigen Stoffen geben die Gleichungen auch die Raumverhältnisse an, es bedeutet z. B. $2CO + 1O_2 = 2CO_2$, daß 2 Raumteile CO sich mit 1 Raumteil O_2 zu 2 R.-T. CO_2 verbinden.

Ist μ das Molekulargewicht eines Gases, so heißt eine Menge von μ kg ein Kilogramm-Molekül oder ein Mol. Das Volumen $\mu \cdot v$ m³ eines Mol ist das Molekularvolumen \mathfrak{V} .

Nach dem Gesetz von Avogadro enthalten alle Gase bei gleichem Druck und gleicher Temperatur in gleichen Räumen dieselbe Anzahl Moleküle; es verhalten sich also die spez. Gewichte wie die Molekulargewichte:

$$\gamma_1 : \gamma_2 = \mu_1 : \mu_2 = v_2 : v_1 .$$

woraus

$$\mu_1 v_1 = \mu_2 v_2 \quad \text{oder} \quad \mathfrak{V}_1 = \mathfrak{V}_2 = \mathfrak{V}, \dots \dots \dots 9$$

d. h. bei gleichem Druck und gleicher Temperatur sind die Molekularvolumina für alle Gase gleich; so ist mit μ und γ irgendeines Gases z. B. Sauerstoff dessen $\mu = 32$ und $\gamma_0 = 1,429$ bei 0° und 760 mm Q.-S. und $\gamma_{15} = 1,311$ bei 15° und 1 at;

$\mathfrak{V}_0 = 32 : 1,429 = 22,4$ m³ das Volumen von 1 Mol bei 0°, 760 mm Q. S. und

$\mathfrak{V}_{15} = 32 : 1,311 = 24,4$ m³, desgl. bei 15° 1 at abs.

Daraus kann das spez. Gewicht jeden Gases ermittelt werden:

$$\gamma_0 = \mu : 22,4 \text{ bei } 0^\circ, 760; \gamma_{15} = \mu : 24,4 \text{ bei } 15^\circ, 1 \text{ at.}$$

Aus der allgemeinen Zustandsgleichung (6) folgt für 1 Mol $P \cdot \mathfrak{V} = \mu \cdot R T$, woraus $\mu \cdot R = P \cdot \mathfrak{V} : T$ für alle Gase wegen gleichem \mathfrak{V} gleich sein muß. Nach Einstellung zugehöriger Werte von P, T und \mathfrak{V} , z. B. für 0°, 760 mm Q.-S. ist

$$\mu \cdot R = 10333 \cdot 22,4 : 273 = 848, \dots \dots \dots 10$$

d. i. die Gaskonstante für 1 Mol.

Daraus kann die Gaskonstante jeden Gases für 1 kg berechnet werden

$$R = 848 : \mu \dots \dots \dots 10a$$

Werte von γ_0, γ_{15}, R und μ für einige Gase.

Stoff	Chem. Zeichen	γ_0 0°, 760 mm	γ_{15} 15°, 1 at.	Gaskonstante R	Molekulargewicht μ
Sauerstoff	O ₂	1,429	1,311	26,52	32
Wasserstoff	H ₂	0,0899	0,0827	420,9	2,016
Stickstoff	N ₂	1,254	1,152	30,13	28,08
Kohlenoxyd	CO	1,251	1,148	30,30	28
Kohlensäure	CO ₂	1,965	1,804	19,28	44
Methan	CH ₄	0,716	0,657	52,81	16,032
Äthylen	C ₂ H ₄	1,250	1,149	30,2	28,032
Luft	—	1,293	1,188	29,26	28,95
Wasserdampf	H ₂ O	—	—	47,10	18,016

(531) **Gasgemische.** Die Gasgesetze und die Zustandsgleichung gelten auch für Gemische, nur wird die Gaskonstante R_m des Gemisches je nach der Zusammensetzung desselben zu ermitteln sein. Nach dem Gesetz von Dalton verhält sich in einem Raum mit einer Mischung von Gasen jedes Gas so, als ob

die anderen nicht vorhanden wären und übt einen Partial- oder Teildruck aus; die Summe der Teildrücke ergibt den Gesamtdruck: $P_1 + P_2 + P_3 + \dots = P$.

Sind $G_1, G_2, G_3 \dots$ die Gewichte, $R_1, R_2, R_3 \dots$ die Gaskonstanten, so ist für jedes Gas $P_1 = G_1 R_1 T : V$ usw. und die Summe der Drücke

$$P = P_1 + P_2 + \dots = (T : V) (G_1 R_1 + G_2 R_2 + \dots) \quad \text{oder} \\ P \cdot V = T (G_1 R_1 + G_2 R_2 + \dots) = T \cdot R_m \cdot G$$

die Zustandsgleichung für das Gemisch, woraus

$$R_m = (G_1 R_1 + G_2 R_2 + \dots) : G \quad \text{oder} \\ R_m = R_1 (G_1 : G) + R_2 (G_2 : G) + \dots$$

Mit $G = G_1 + G_2 + G_3 + \dots$ folgt $G_1 : G + G_2 : G + \dots = m_1 + m_2 + m_3 + \dots = 1$, wenn $m_1, m_2, m_3 \dots$ die verhältnismäßigen Anteile am Gewicht (oder das Einzelgewicht in 1 kg Gemisch), und es ist

$$R_m = m_1 R_1 + m_2 R_2 + \dots = 848 (m_1 : \mu_1 + m_2 : \mu_2 + \dots) \quad \dots \quad 11$$

die Gaskonstante des Gemisches (Gemischtkonstante).

Da Gase meist dem Volumen nach angegeben werden, kann auch die Gaskonstante nach Raumteilen bestimmt werden.

Als Volumen der Einzelgase im Gemisch bezeichnet man dasjenige Volumen, das die Gase beim Druck und der Temperatur des Gemisches einnehmen würden, wenn sie nebeneinander geschicht t wären; dann wäre $V_1 + V_2 + \dots = V$ und $V_1 : V + V_2 : V + \dots = r_1 + r_2 + \dots = 1$, worin r_1, r_2, \dots die Raumanteile (oder das Einzelvolumen in 1 m³ Gemisch).

Zur Umrechnung von Gewichtsanteilen in Raumanteile dienen die Beziehungen :

$$m_1 = \frac{r_1 \mu_1}{r_1 \mu_1 + r_2 \mu_2 + \dots} ; \quad m_2 = \frac{r_2 \mu_2}{r_1 \mu_1 + r_2 \mu_2 + \dots} \quad \dots \quad 12$$

$$r_1 = \frac{m_1 : \mu_1}{m_1 : \mu_1 + m_2 : \mu_2 + \dots} ; \quad m_2 = \frac{m_2 : \mu_2}{m_1 : \mu_1 + m_2 : \mu_2 + \dots} \quad \dots \quad 12a$$

Damit wird die Gaskonstante auf das Volumen bezogen (aus Gl. 11)

$$R_m = m_1 R_1 + m_2 R_2 + \dots = \frac{r_1 \mu_1}{\sum (r_i \mu_i)} \cdot \frac{848}{\mu_1} + \dots$$

$$R_m = 848 : (r_1 \mu_1 + r_2 \mu_2 + \dots) = 848 : \mu \quad \dots \quad 13$$

Verglichen mit Gl. 10a vertritt die Summe $(r_i \mu_i)$ das Molekulargewicht und wird deswegen das scheinbare Molekulargewicht genannt

$$\mu = r_1 \mu_1 + r_2 \mu_2 + \dots = \sum (r_i \mu_i) \quad \dots \quad 14$$

Die **Teildrücke** lassen sich aus dem Gesamtdruck bestimmen :

a) nach Gewichtsteilen : aus $P_1 \cdot V = G_1 R_1 T$ und $P \cdot V = G \cdot R_m \cdot T$ folgt durch Division

$$P_1 = P \cdot \frac{G_1}{G} \cdot \frac{R_1}{R_m} = P \cdot m_1 \cdot \frac{R_1}{R_m} \quad \dots \quad 15$$

b) nach Raumteilen : mit dem Druck der Mischung ist für ein Einzelgas $P \cdot V_1 = G_1 R_1 T$ und innerhalb der Mischung für dasselbe Gas : $P_1 V = G_1 R_1 T$, woraus durch Division

$$P_1 = P \cdot V_1 : V = r_1 \cdot P \quad \dots \quad 15a$$

(532) Spezifische Wärme der Gasgemische. Sind m_1, m_2, \dots, m_t die Gewichtsanteile, c_1, c_2, \dots, c_t die spez. Wärmen der Einzelgase, so muß jedem Teil die für ihn nötige Wärme zugeführt werden, so daß für 1 kg Gemisch zur Erwärmung um 1°C $c = m_1 c_1 + m_2 c_2 + \dots + c_t m_t$ WE erforderlich sind, d. i. die spez. Wärme des Gemisches; für Gase ist

$$c_p = \Sigma (m_i c_{pi}); \quad c_v = \Sigma (m_i c_{vi}) \dots \dots \dots 16$$

Für 1 Mol Gemisch, das aus $r_1 \mu_1 \text{ kg}, r_2 \mu_2 \text{ kg} \dots$ der Einzelgase besteht (s. Gl. 14), ist dann

$$\mu c = r_1 \mu_1 c_1 + r_2 \mu_2 c_2 + \dots + r_t \mu_t c_t$$

$\mu c, \mu_1 c_1 \dots$ sind die Molekularwärmen, d. h. die Anzahl WE zur Erwärmung von 1 Mol um 1°C .

Für 2-atomige Gase gilt der Satz: Unter gleichen Umständen sind die Molekularwärmen aller 2-atomigen Gase gleich, oder: Gleiche Volumina 2-atomiger Gase erfordern bei gleichem Druck und gleicher Temperatur zu gleicher Temperaturerhöhung dieselbe Wärmemenge; es ist somit:

$$\left. \begin{aligned} \mu_1 c_1 = \mu_2 c_2 = \dots = \mathcal{U} \\ \text{und } \mu c = (r_1 + r_2 + \dots + r_t) \mathcal{U} = \mathcal{U} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 17$$

wenn \mathcal{U} die Molekularwärme.

Nach Langen ist:

$$\mathcal{U}_p = \mu c_p = 6,855 + 0,00105 t_m \dots \dots \dots 17a$$

$$\mathcal{U}_v = \mu c_v = 4,870 + 0,00105 t_m \dots \dots \dots 17b$$

Für 1 m³ sind die spez. Wärmen C_p und C_v

$$C_p = \gamma_0 c_p = c_p \cdot \mu : 22,4; \quad C_v = \gamma_0 c_v = c_v \cdot \mu : 22,4 \text{ bei } 0^{\circ}, 760 \text{ mm Q.-S.}$$

$$C_p = \gamma_{15} c_p = c_p \cdot \mu : 24,4; \quad C_v = \gamma_{15} c_v = c_v \cdot \mu : 24,4 \text{ bei } 15^{\circ}, 1 \text{ at.}$$

Ferner ist

$$C_p - C_v = \gamma_0 (c_p - c_v) = \mu/22,4 \cdot 1,985/\mu = 0,089 \text{ bei } 0^{\circ}, 760 \text{ mm};$$

$$C_p - C_v = \gamma_{15} (c_p - c_v) = \mu/24,4 \cdot 1,985/\mu = 0,081 \text{ bei } 15^{\circ}, 1 \text{ at,}$$

und da $C_p : C_v = c_p : c_v = \kappa = 1,4$ für 2-atomige Gase, so sind die spez. Wärmen für 1 m³ für alle Gase bei gleichem Druck und gleicher Temperatur gleich:

$$C_p = 0,311; \quad C_v = 0,222 \text{ bei } 0^{\circ}, 760 \text{ mm Q.-S.} \dots \dots \dots 18a$$

$$C_p = 0,284; \quad C_v = 0,203 \text{ bei } 15^{\circ}, 1 \text{ at.} \dots \dots \dots 18b$$

(533) Mischungstemperatur und -druck. Werden mehrere Gase, deren Gewichtsmengen G_1, G_2, \dots , deren Drücke P_1, P_2, \dots und Temperaturen T_1, T_2, \dots sind, in Gefäßen von V_1, V_2, \dots durch Verbinden der Räume gemischt, so daß $V = V_1 + V_2 + \dots$ das Volumen nach der Mischung, dann ist die gesamte Wärme gleich der Summe der Wärmen der Einzelgase (auf 0° bezogen)

$$G_1 c_{v1} t_1 + G_2 c_{v2} t_2 + \dots = G \cdot c_v t$$

Daraus kann die Mischungstemperatur ermittelt werden; nach Einsetzen von $G \cdot c_v = G_1 c_{v1} + G_2 c_{v2} + \dots, G_1, G_2 \dots$, aus der Zustandsgleichung und da $c_{v1} : R_1 = c_{v2} : R_2 = \dots$), wird die absolute Mischungstemperatur:

$$T = \frac{P_1 V_1 + P_2 V_2 + \dots}{P_1 V_1/T_1 + P_2 V_2/T_2 + \dots} \dots \dots \dots 19$$

1) Folgt durch Division von $\mu_1 c_{v1} = \mu_2 c_{v2} = \dots$ durch $\mu_1 R_1 = \mu_2 R_2 = \dots$

daraus mit $P_1 V_1 : T_1 = G_1 R_1$ usw. und $G_1 R_1 + G_2 R_2 + \dots = GR_m$ der Mischungsdruck:

$$P = (P_1 V_1 + P_2 V_2 + \dots) : V \quad \dots \quad 20$$

(534)

Feuchte Luft.

Absolute Feuchtigkeit heißt das Gewicht des in 1 m³ feuchter Luft enthaltenen Wasserdampfes. Meist ist der Wasserdampf der atmosphärischen Luft überhitzt und wird wegen seines geringen Druckes als gasförmige Beimengung betrachtet. Ist soviel Wasserdampf in der Luft enthalten, daß der Druck des Dampfes der Temperatur nach den Dampftabellen (s. S. 521) entspricht, so ist die Luft gesättigt und kann nicht mehr Wasserdampf aufnehmen, ohne ihn in Form von Nebel auszuscheiden (übersättigte Luft). Dasselbe tritt auch ein, wenn die Luft sich soweit abkühlt, bis sie dem Dampfdruck nach den Tabellen entspricht; diese Temperatur ist der Taupunkt. Einen höheren Druck kann der Dampf bei dieser Temperatur nicht annehmen; die absolute Feuchtigkeit ist bei gesättigter Luft nur von der Temperatur abhängig und gleich dem den Dampftabellen entsprechenden Dampfgewicht γ_s kg/m³. Ungesättigte Luft hat ein geringeres Dampfgewicht γ , als γ_s , übersättigte ein höheres.

Relative Feuchtigkeit oder Dunstsättigung x (Sättigungsgrad) ist das Verhältnis des in 1 m³ Luft enthaltenen Dampfgewichtes γ zu dem Dampfgewicht γ_s von 1 m³ gesättigter Luft von gleicher Temperatur: $x = \gamma : \gamma_s$ (das Verhältnis der absoluten Feuchtigkeiten).

Ist p und $v = 1 : \gamma$ Druck und Volumen im ungesättigten, p_s und $v_s = 1 : \gamma_s$ im gesättigten Zustand, so ist bei gleicher Temperatur $p v = p_s v_s$; $p : \gamma = p_s : \gamma_s$ und $x = \gamma : \gamma_s = p : p_s$.

p_s ist aus den Dampftabellen S. 521 für die Lufttemperatur t zu entnehmen; p kann durch Psychrometer bestimmt werden.

Meist wird das Augustsche Psychrometer benutzt. Näheres hierüber s. Weiß. Die Kondensation.

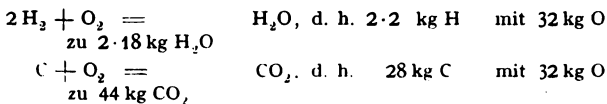
Verbrennung. Gewichtsverhältnisse.

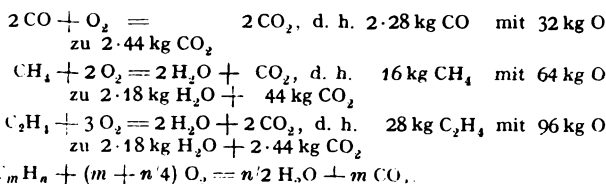
(535) Sauerstoff- und Luftbedarf. Verbrennung — chemischer Vorgang der Verbindung der Stoffe mit Sauerstoff unter starker Licht- und Wärmeentwicklung. Die Zusammensetzung der festen, flüssigen oder gasförmigen Brennstoffe ist verschieden; brennbare Bestandteile: C, H, CO und Kohlenwasserstoffe (CH-Verbindungen, wie Methan CH₄, Äthylen C₂H₄, Azetylen C₂H₂ u. a. m.). Zur vollkommenen Verbrennung ist eine bestimmte theoretische Sauerstoffmenge S_{th} erforderlich, aus der sich der theoretische Luftbedarf L_{th} ergibt, da 1 kg Luft 0,232 kg Sauerstoff und 0,768 kg N₂ enthält; wegen unvollständiger Mischung des Brennstoffes mit Luft wird praktisch ein Luftüberschuß von 25 bis 100⁰/₀ zugeführt, so daß der wirkliche Luftbedarf $L = n \cdot L_{th}$ ist, worin $n = 1,25$ bis 2,0, oder

$$L = n \cdot S_{th} : 0,232 \text{ kg/kg.}$$

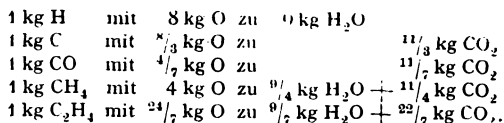
Da zur vollkommenen Verbrennung von 1 kg Brennstoff S_{th} kg O₂ verbraucht werden, bleiben in den Verbrennungsgasen noch $n \cdot S_{th} - S_{th} = 0,232 \cdot L - S_{th} = (n - 1) S_{th}$ kg O₂ übrig.

Es verbinden sich bei der Verbrennung:





Folglich verbrennen:



Sind H_2 , CO , CO_2 usw. die Gewichtsanteile einer Gasmischung, so ist zur Verbrennung von 1 kg Brennstoff der theoret. Sauerstoffbedarf

$$S_{th} = 8 \text{ H}_2 + 8/7 \text{ CO} + 4 \text{ CH}_4 + 24/7 \text{ C}_2\text{H}_4 - \text{O}_2 \text{ kg/kg} \dots \quad 21$$

(536) Verbrennungsprodukte. 1 kg Brennstoff ergibt $(1 + n L_{th})$ kg Feuergase; in denselben sind enthalten:

$$\left. \begin{aligned}
 \text{Wasserdampf: } \text{H}_2\text{O} + 9 \text{ H}_2 + 9/4 \text{ CH}_4 + 9/7 \text{ C}_2\text{H}_4 &= G_{\text{H}_2\text{O}} \text{ kg} \\
 \text{CO}_2: \text{CO}_2 + 11/7 \text{ CO} + 11/4 \text{ CH}_4 + 22/7 \text{ C}_2\text{H}_4 &= G_{\text{CO}_2} \text{ kg} \\
 \text{O}_2: (n - 1) S_{th} &= G_{\text{O}_2} \text{ kg} \\
 \text{Stickstoff: } \text{N}_2 + 0,768 \cdot L &= G_{\text{N}_2} \text{ kg}
 \end{aligned} \right\} \dots 22$$

worin H_2O , CO_2 , N_2 die im Gasgemisch enthalten gewesenen Mengen sind.

Die Gewichtsanteile der Verbrennungsprodukte sind $m_{\text{H}_2\text{O}} = G_{\text{H}_2\text{O}} : G$; $m_{\text{CO}_2} = G_{\text{CO}_2} : G$; $m_{\text{O}_2} = G_{\text{O}_2} : G$; $m_{\text{N}_2} = G_{\text{N}_2} : G$, wenn

$$G = G_{\text{H}_2\text{O}} + G_{\text{CO}_2} + G_{\text{N}_2} + G_{\text{O}_2} = 1 + n L_{th}.$$

Vor der Verbrennung ist der Gewichtsanteil der Gase am Gas-Luftgemisch $m_{\text{Gas}} = 1 : (1 + n L_{th})$ und der Gewichtsanteil der Luft

$$m_{\text{Luft}} = n L_{th} : (1 + n L_{th}).$$

Die Gaskonstante vor der Verbrennung ist

$$R = m_{\text{Gas}} \cdot R_m + m_{\text{Luft}} \cdot R_{\text{Luft}},$$

wenn R_m die Mischungskonstante der Gase.

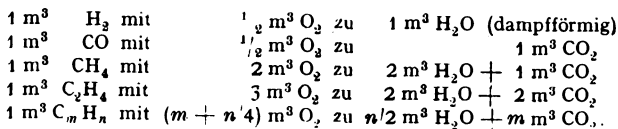
Nach der Verbrennung ist für die Feuergase

$$R_f = m_{\text{CO}_2} \cdot R_{\text{CO}_2} + m_{\text{H}_2\text{O}} \cdot R_{\text{H}_2\text{O}} + m_{\text{N}_2} \cdot R_{\text{N}_2} + m_{\text{O}_2} \cdot R_{\text{O}_2}.$$

Raumverhältnisse.

(537) Sauerstoff- und Luftbedarf. Bei der Verbrennung tritt eine Raumänderung ein.

Es verbrennen:



Die Raumänderung bei Kohlenwasserstoffen ist

$$[1 + (m + n \cdot 4)] - [n \cdot 2 + m] = 1 - n/4 \text{ m}^3.$$

also bei $n < 4$ Raumverminderung,
bei $n > 4$ Raumvergrößerung.

Sind H_2 , CO , CO_2 usw. die Raumanteile der Bestandteile, so ist der theoret. Sauerstoffbedarf:

$$S_{th} = 1/2 \text{H}_2 + 1/2 \text{CO} + 2 \text{CH}_4 + 3 \text{C}_2\text{H}_4 - \text{O}_2 \text{ m}^3/\text{m}^3 \dots 23$$

Da 1 m^3 Luft $0,21 \text{ m}^3 \text{ O}_2$ enthält, so ist der wirkliche Luftbedarf:
 $L = n S_{th} : 0,21 \text{ m}^3/\text{m}^3$.

(538) Verbrennungsprodukte. Die Verbrennungsgase von 1 m^3 Brennstoff enthalten:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Wasserdampf: } \text{H}_2\text{O} + \text{H}_2 + 2 \text{CH}_4 + 2 \text{C}_2\text{H}_4 = V_{\text{H}_2\text{O}} \text{ m}^3 \\ \text{CO}_2 \quad : \quad \text{CO}_2 + \text{CO} + \text{CH}_4 + 2 \text{C}_2\text{H}_4 = V_{\text{CO}_2} \quad \cdot \cdot \\ \text{O}_2 \quad : \quad (n - 1) S_{th} = V_{\text{O}_2} \quad \cdot \cdot \\ \text{N}_2 \quad : \quad \text{N}_2 + 0,79 \cdot L = V_{\text{N}_2} \quad \cdot \cdot \end{array} \right\} \dots 24$$

worin H_2O , CO_2 , N_2 die im Gasgemisch enthalten gewesenen Mengen (Raumanteile).

Die Raumänderung ist: $(1 + L) - (V_{\text{H}_2\text{O}} + V_{\text{CO}_2} + V_{\text{O}_2} + V_{\text{N}_2}) \text{ m}^3$.

Die Raumanteile der Verbrennungsprodukte

$r_{\text{H}_2\text{O}} = V_{\text{H}_2\text{O}} : V$; $r_{\text{CO}_2} = V_{\text{CO}_2} : V$ usw., wenn V das Volumen nach der Verbrennung.

Die Gaskonstante von der Verbrennung ist

$R = 848 : \mu$, wenn μ das scheinbare Molekulargewicht des Gas-Luft-Gemisches

$\mu = r_{\text{Gas}} \cdot \mu_{\text{Gas}} + r_{\text{Luft}} \cdot \mu_{\text{Luft}}$, wenn μ_{Gas} das scheinbare Molekulargewicht des Gases.

Nach der Verbrennung ist das scheinbare Molekulargewicht der Feuergase

$$\mu_f = r_{\text{H}_2\text{O}} \cdot \mu_{\text{H}_2\text{O}} + r_{\text{CO}_2} \cdot \mu_{\text{CO}_2} + r_{\text{N}_2} \cdot \mu_{\text{N}_2} + r_{\text{O}_2} \cdot \mu_{\text{O}_2}$$

und die Gaskonstante: $R_f = 848 : \mu_f$.

Heizwert.

(539) Der Heizwert eines Brennstoffes ist diejenige Anzahl Wärmeeinheiten, die bei der Verbrennung von 1 kg flüssiger oder fester, oder von 1 m^3 gasförmiger Brennstoffe abgegeben werden, wenn die Verbrennungserzeugnisse wieder auf die Temperatur vor der Verbrennung gebracht werden.

Zur Verdampfung des Wassers in den Feuergasen ist eine bestimmte Wärmemenge erforderlich, die bei Verflüssigung frei wird und zusammen mit der übrigen Wärme den oberen Heizwert H_u bildet. Bleibt das Wasser gasförmig, so wird die Verdampfungswärme in den Verbrennungsgasen fortgeführt, es ist nur der übrige Teil der erzeugten Wärme nutzbar, den man den unteren Heizwert H_u nennt.

Obleich die Verdampfungswärme des Wasserdampfes von Druck und Temperatur abhängig ist, rechnet man durchweg mit 600 WE für 1 kg . Werden also bei der Verbrennung von 1 kg oder $1 \text{ m}^3 w \text{ kg}$ Wasserdampf gebildet, so ist der untere Heizwert

$$H_u = H_o - 600 \cdot w \text{ WE} \dots 25$$

Bei Gasgemischen kann der Heizwert aus dem Heizwert der Einzelgase ermittelt werden.

Bei Gewichtsanteilen ist, wenn H_1, H_2, \dots die Heizwerte der Einzelgase:

$$H_u = m_1 \cdot H_1 + m_2 \cdot H_2 + \dots - 600 \cdot w \text{ WE/kg} \dots 25a$$

bei Raumanteilen:

$$H_u = r_1 H_1 + r_2 H_2 + \dots - 600 \cdot w \text{ WE/m}^3; \dots 25b$$

der Heizwert auf 1 kg oder 1 m³ Gas-Luft-Gemisch bezogen ist:

$$H = H_u : (1 + n L_{th}) \text{ WE.}$$

Heizwerte einiger Brennstoffe.

	oberer Heizwert H_o		unterer Heizwert H_u	
	für 1 kg	für 1 m ³ *)	für 1 kg	für 1 m ³ *)
C	8 100	—	—	—
S	2 500	—	—	—
CO	2 440	2 800	—	—
H ₂	34 200	2 800	28 800	2 360
CH ₄	13 250	8 700	11 900	7 820
C ₂ H ₄	12 000	13 800	11 250	12 920
C ₂ H ₂	12 000	12 800	11 600	12 360

Die Bestimmung des Heizwertes erfolgt für flüssige und gasförmige Brennstoffe mit Hilfe des Junkersschen Kalorimeters — ein Röhrenapparat, in dem die Verbrennung mit beliebigem Luftüberschuß erfolgt und die Verbrennungswärme aus der Menge und der Erwärmung des Kühlwassers, bei Abkühlung der Gase auf die Anfangstemperatur, bestimmt wird.

Für feste Brennstoffe wird die kalorimetrische Bombe benutzt — ein starkwandiges geschlossenes Gefäß, in welchem die Brennstoffe in reinem, meist verdichtetem Sauerstoff elektrisch entzündet und verbrannt werden; die Wärme wird aus dem im Mantel der Bombe befindlichen Wasser bestimmt.

Der Heizwert von Gasgemischen kann auch aus der chemischen Zusammensetzung nach Gl. 25a b ermittelt werden.

Bei festen und flüssigen Brennstoffen wird der Heizwert auch aus der Elementaranalyse bestimmt. Sind C, H, O und S die Gewichtsanteile der betr. Stoffe, so wird angenommen, daß O mit H chemisch gebunden ist; da 1 kg H sich mit 8 kg O zu 9 kg H O verbindet, so sind für O kg Sauerstoff O 8 kg H erforderlich, so daß noch (H — O/8) kg zur Verbrennung frei sind.

Wegen Ungenauigkeit einiger Werte rechnet man nach der Verbandsformel:

$$H_u = 8100 C + 29000 (H - O/8) + 2500 S - 600 w \text{ WE kg.} \dots 26$$

Zustandsänderungen.

(540) Graphische Darstellung der Gasarbeit. Der Zustand ist gegeben durch P, V, T und U oder p, t, v, u ; diese Größen sind die Zustandsfunktionen.

Ändert sich eine der Größen, so ist damit allgemein eine Änderung aller anderen verbunden, wie aus der allgemeinen Zustandsgleichung ((27), Gl 6) hervorgeht. Besonders wichtig sind die Beziehungen bei solchen Zustandsänderungen, bei denen eine der Größen unverändert bleibt. Wird der Druck als Ordinate über dem Volumen als Abszisse aufgetragen, so erhält man das Druck-Volumen- oder $p v$ -Diagramm, Abb. 7. Ein Flächenstreifen unterhalb der Kurve der Zustandsänderung hat die Größe $P dV$ mkg, stellt also die Arbeit $dL = P dV$ (s. 5-0)

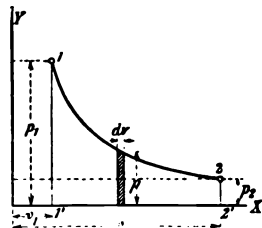


Abb. 7.

*) bei 15° und 1 at abs.

für die Volumenänderung dV dar, so daß für den ganzen Verlauf von 1 bis 2 die absolute Gasarbeit $L = \int P dV$ durch die Fläche unterhalb der p - v -Kurve dargestellt wird. Nach Abb. 3 ist in einem Arbeitszylinder $dV = F \cdot ds$, so daß die Volumenänderung dem Kolbenweg proportional ist und die Abszisse im entsprechenden Maßstab auch als Kolbenweg angesehen werden kann. Wird beim Kolbenrückgang eine andere Zustandsänderung durchlaufen, so ist die Fläche zwischen den Kurven für Hin- und Rückgang die geleistete Nutzarbeit oder die aufgewendete Betriebsarbeit.

Das p - v -Diagramm heißt deshalb auch Arbeitsdiagramm.

(541) Zustandsänderung bei unveränderlichem Volumen. $v = \text{konst.}$ Nach dem Gesetz von Gay-Lussac (525) ist hierbei

$$P_1 : P_2 = T_1 : T_2.$$

Arbeit wird nicht geleistet, da $dV = 0$. Abb. 8. Damit folgt aus der allgemeinen Wärme Gleichung 2 (524)

$$Q = u_2 - u_1 = c_v (T_2 - T_1) = c_v (t_2 - t_1) \dots \dots \dots 27$$

Bei größeren Temperaturdifferenzen muß die mittlere spez. Wärme eingesetzt werden, d. h. die bei der Temperatur $t_m = (t_2 + t_1) : 2$ ermittelte.

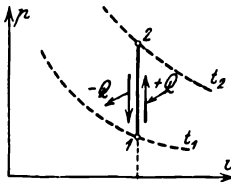


Abb. 8.

(542) Zustandsänderung bei unveränderlichem Druck. $p = \text{konst.}$ Nach dem Gesetz von Gay-Lussac (525) ist hierbei

$$V_2 : V_1 = T_2 : T_1;$$

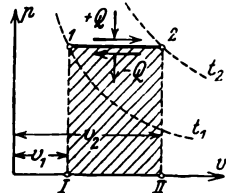


Abb. 9.

die Arbeit ist, Abb. 9: $L = \int P dV = P (V_2 - V_1)$ für beliebige Mengen. $L = P (v_2 - v_1)$ für 1 kg. Aus der allgemeinen Zustandsgleichung 6 (527) folgt

$$L = P (v_2 - v_1) = R (T_2 - T_1) = R (t_2 - t_1) \dots \dots \dots 28$$

oder in WE: $AL = AR (t_2 - t_1)$ und mit $AR = c_p - c_v$ (529)

$$AL = (c_p - c_v) (t_2 - t_1) \dots \dots \dots 28a$$

Die zu- oder abzuführende Wärmemenge ist

$$Q = c_p (t_2 - t_1), \dots \dots \dots 29$$

was mit AL nach Gl. 28a auch aus der allgemeinen Wärme Gleichung hergeleitet werden kann.

Da $c_p > c_v$, so ist Q bei $p = \text{konst.}$ größer, als bei $v = \text{konst.}$; bei gleicher Temperaturänderung ist aber die vom Gas aufgenommene Wärme in beiden Fällen gleich und zwar gleich $u_2 - u_1 = c_v (t_2 - t_1)$. Der Mehrbetrag bei $p = \text{konst.}$, d. i. $(c_p - c_v) (t_2 - t_1)$ verschwindet als Wärme und erscheint in Form der Raumänderungsarbeit, die für 1° nach Gl. 28 gleich R mkg ist oder AR WE, während die dazu umgesetzte Wärme gleich $(c_p - c_v)$ WE ist, so daß $c_p - c_v = AR$ sein muß; hieraus errechnete Robert Mayer (523) das mechanische Wärmeäquivalent $A = (c_p - c_v) : R$.

(543) Zustandsänderung bei unveränderlicher Temperatur. $t = \text{konst.}$ (Isothermische Zustandsänderung.) Nach dem Gesetz von Boyle-Mariotte ist hierbei $p_1 v_1 = p_2 v_2$; $p v = \text{konst.}$ Die Druck-Volumen-Kurve — die Isotherme — mit diesem Gesetz läßt sich als gleichzeitige Hyperbel (S. 122) leicht konstruieren, wie sich aus Abb. 10 ergibt.

Ist der Anfangszustand in Punkt 1 gegeben, so zieht man eine Wagerechte und eine Senkrechte und durch die Schnittpunkte b bzw. c derselben mit einem beliebigen Strahl aus O eine Senkrechte bzw. Wagerechte, deren Schnittpunkt ein Punkt der gleichseitigen Hyperbel ist.

Beweis: Die Dreiecke Oab und $O'1'c$ sind ähnlich; daher $O'1':Oa = 1'c':ab$, d. h. allgemein $p v = \text{konst.}$

Eine andere einfache Konstruktion von Proell ist die nach Abb. 11. Durch den gegebenen Zustandspunkt 1 werden Gerade $A_1 B_1, A_2 B,$ usw. gezogen und die Strecken $B_1 2 = A_1 1, A_3 3 = B_3 1$ usf. abgetragen; dann sind 2, 3 usw. Punkte der Isotherme.

Beweis: die Dreiecke $B_1 1 C$ und $B_1 2 D$ sind ähnlich, und $\triangle A_1 1 E = \triangle B_1 2 D, \triangle B_1 C 1 = \triangle A_1 2 F$, daher $B_1 D : B_1 C = 2 D : 1 C :: E 1 : F 2$ und da $E 1 = v_1, F 2 = v_2, C 1 = p_1, D 2 = p_2$, so ist auch $v_1 : v_2 = p_2 : p_1$.

Einer bestimmten Hyperbel entspricht eine bestimmte Temperatur nach der Beziehung $T = P \cdot v : R$. Höher liegenden Hyperbeln (höherer Druck bei gleichem Volumen) entsprechen höhere, tiefer liegenden niedrigere Temperaturen.

Da $t_2 = t_1$, so folgt aus der allgemeinen Wärme Gleichung

$$Q = \pm A L \dots \dots \dots 30$$

Bei Ausdehnung ($+L$, geleistete Arbeit, s. Abb. 5) muß also die äquivalente Wärmemenge zugeführt, bei Verdichtung ($-L$, aufgewendete Arbeit) abgeführt werden.

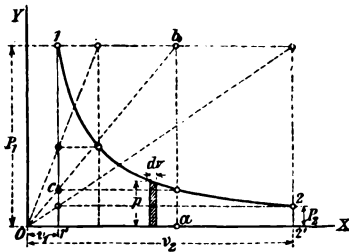


Abb. 10.

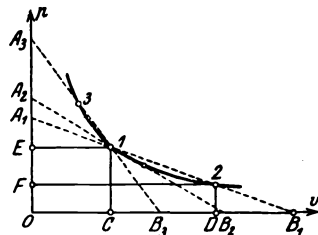


Abb. 11.

Die Arbeit ist, Abb. 10, für 1 kg

$$L = \int_{v_1}^{v_2} P dv \text{ und da } P v = P_1 v_1 \text{ oder } P = P_1 v_1 : v,$$

so ist

$$L = \int_{v_1}^{v_2} P_1 v_1 \frac{dv}{v} = P_1 v_1 \int_{v_1}^{v_2} \frac{dv}{v} = P_1 v_1 \ln \frac{v_2}{v_1}$$

oder

$$L = P_1 v_1 \ln \frac{p_1}{p_2} \dots \dots \dots 31$$

Die zu- oder abgeführte Wärme ist

$$Q = A L = A P_1 v_1 \ln \frac{p_1}{p_2} = A R T \ln \frac{p_1}{p_2} \dots \dots \dots 32$$

oder

$$Q = 2,303 A R T \lg \frac{p_1}{p_2}$$

(544) Zustandsänderung ohne Zu- oder Abfuhr von Wärme. (Adiabatische Zustandsänderung.) Hierbei ist $Q = 0$ und $dQ = 0$, die allgemeine Wärme Gleichung erhält die Form

$$\pm A L = -c_v (t_2 - t_1); \quad \mp A L = c_v (t_1 - t_2) \dots \dots \dots 33$$

Bei $+AL$ (Ausdehnung) muß $t_2 < t_1$ sein, die Temperatur sinkt, die Kurve der Zustandsänderung, die Adiabate, verläuft dann unterhalb der Isotherme; bei $-AL$ (Verdichtung) muß $t_2 > t_1$ sein, die Temperatur steigt, die Adiabate verläuft also steiler, als die Isotherme. Die ganze Arbeit geht auf Kosten der Eigenwärme (innere Energie).

Die Gleichung der Adiabate ergibt sich durch Division der Gleichungen

$$0 = c_v dT + AP dv$$

$$RT = P \cdot v$$

$$0 = c_v \frac{dT}{T} + AR \frac{dv}{v}$$

nach Integration und Division durch c_v

$$\ln T + \frac{AR}{c_v} \ln v = \text{konst. oder, da } \frac{AR}{c_v} = \kappa - 1.$$

$$\ln T + (\kappa - 1) \ln v = \text{konst.}; \quad \ln T \cdot v^{\kappa-1} = \text{konst.}$$

somit auch

$$T \cdot v^{\kappa-1} = \text{konst.}; \quad T_1 v_1^{\kappa-1} = T_2 v_2^{\kappa-1}; \quad \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{\kappa-1} \quad \dots \quad 34a$$

Da $T_1 : T_2 = P_1 v_1 : P_2 v_2$ (aus der allgemeinen Zustandsgleichung), so ist auch

$$P \cdot v^{\kappa} = \text{konst.}; \quad \frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{\kappa} \quad \dots \quad 34b$$

Diese Gleichung ist das Poissonsche Gesetz. Darnach ist die Adiabate eine Hyperbel höherer Ordnung. Durch Umstellung folgt nach

$$T : P^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = \text{konst.}; \quad T_1 : T_2 = (P_1 : P_2)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \quad \dots \quad 34c$$

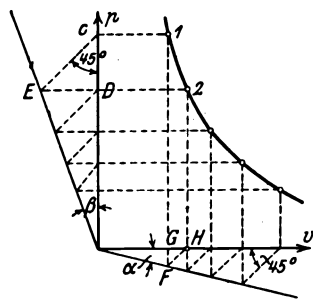


Abb. 12.

Konstruktion der Adiabate. Die Punkte können rechnerisch aus der Gleichung der Adiabate ermittelt werden oder graphisch nach dem Verfahren von Brauer, Abb. 12. Man zieht unter beliebigem Winkel mit der v -Achse einen Strahl und ferner einen Strahl unter dem Winkel β mit der p -Achse, wobei

$$\text{tg } \beta = (1 + \text{tg } \alpha)^{\kappa} - 1 \quad \dots \quad 35$$

Zieht man nun durch 1 eine Wagerechte $1C$ und eine Senkrechte $1F$, sowie durch die erhaltenen Punkte C und F Gerade unter 45° und durch die hierdurch sich ergebenden Punkte H und E wieder eine Wagerechte $E2$ und eine Senkrechte $H2$, so ist deren Schnittpunkt 2 ein Punkt der Adiabate. Nun konstruiert man in gleicher Weise vom neuen Punkt 2 weiter. Umgekehrt kann man von unten anfangen. Genau zeichnen da Fehler sich vergrößern! Je kleiner gewählt wird desto enger liegen die erhaltenen Punkte. Tabelle der $\text{tg } \beta$ s. S. 507.

Beweis: Es ist $DF = GH = v_2 - v_1$ und $DE = DC = p_1 - p_2$, somit $\text{tg } \alpha = (v_2 - v_1) : (p_1 - p_2)$, oder $v_2 = v_1 (1 + \text{tg } \alpha)$ und $p_1 = p_2 (1 + \text{tg } \alpha)^{\kappa}$. Nun muß sein: $p_2 (1 + \text{tg } \beta) v_1^{\kappa} = p_2 v_2^{\kappa} (1 + \text{tg } \alpha)^{\kappa}$ oder $1 + \text{tg } \beta = (1 + \text{tg } \alpha)^{\kappa}$.

Die Arbeit $L = c_v (T_1 - T_2) : A$ kann noch in folgende Formen gebracht werden:

$$L = c_v T_1 (1 - T_2/T_1) : A \quad \text{und mit } T_1 = P_1 v_1 : R \quad \text{und } AR = c_p - c_v$$

$$\text{folgt} \quad L = \frac{P_1 v_1}{\kappa - 1} \left[1 - \frac{T_2}{T_1} \right] \quad \dots \quad 36a$$

oder durch Einstellen nach Gl. 34 c

$$L = \frac{P_1 v_1}{\kappa - 1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \right] \dots \dots \dots 36b$$

und nach Gl. 34 a

$$L = \frac{P_1 v_1}{\kappa - 1} \left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{\kappa - 1} \right] \dots \dots \dots 36c$$

Wird in Gl. 36a $T_2 : T_1 = P_2 v_2 : P_1 v_1$ eingesetzt, so ergibt sich noch

$$L = \frac{1}{\kappa - 1} [P_1 v_1 - P_2 v_2] \dots \dots \dots 36d$$

Für Ausdehnung ist p_1, t_1, v_1 der Anfangszustand, p_2, t_2, v_2 der Endzustand; für Verdichtung umgekehrt.

Soll bei Verdichtung die Arbeit auf den Anfangszustand bezogen werden, so ist, wenn $P_1 v_1 = P_2 v_2^\kappa : v_1^{\kappa - 1}$ (aus Gl. 34 b, bzw. 34 a u. 34 c) gesetzt wird:

$$L = \frac{P_2 v_2}{\kappa - 1} \left[\frac{T_1}{T_2} - 1 \right] \quad 37a; \quad L = \frac{P_2 v_2}{\kappa - 1} \left[\left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} - 1 \right] \quad 37b;$$

$$L = \frac{P_2 v_2}{\kappa - 1} \left[\left(\frac{v_2}{v_1} \right)^{\kappa - 1} - 1 \right] \quad 37c.$$

(545) Polytropische Zustandsänderung. (Zustandsänderung mit konst. spez. Wärme.) Wird ein Gas verdichtet unter gleichzeitiger Kühlung, so wird stets die ganze absolute Gasarbeit in Wärme umgesetzt; aus der allgemeinen Wärme-gleichung folgt, da Q und AL negativ Abb. 5,

$$-Q = c_v (t_2 - t_1) - AL; \quad AL = c_v (t_2 - t_1) + Q.$$

Bei Ausdehnung unter Wärmezufuhr wird, solange $t_2 < t_1$, stets die ganze zugeführte Wärme Q und noch ein Teil der Eigenwärme des Gases $c_v (t_1 - t_2)$ in mechan. Arbeit umgesetzt; denn es ist

$$Q = c_v (t_2 - t_1) + AL; \quad AL = c_v (t_1 - t_2) + Q.$$

Der Verlauf der Druckkurven hängt davon ab, welcher Teil der Arbeit in Form von ab- oder zugeführter Wärme und welcher als Änderung der Eigenwärme erscheint. Als Grenzfälle erscheinen für $c_v (t_2 - t_1) = 0$ die Isotherme, für $Q = 0$ die Adiabate; d. h. der Exponent n der Hyperbel liegt zwischen 1 (Isotherme) und κ (Adiabate).

Die Gleichung der Polytrope hat deshalb die allgemeine Form

$$P v^n = \text{konst.} \dots \dots \dots 38$$

Es gelten alle Gleichungen der adiabatischen Zustandsänderung, wenn statt κ der Exponent n gesetzt wird; dieses gilt auch für die Arbeit und die Konstruktion der Polytrope, wobei $1 < n < \kappa$; folgende Tabelle gibt Werte des $tg \beta$ für verschiedene $tg \alpha$ und n .

Tabelle der $tg \beta$ für verschiedene $tg \alpha$ und n .

$n =$	1,05	1,10	1 15	1 20	1 25	1 30	1 35	1 40
$tg \alpha = 0 2$	0 211	0 222	0 234	0,245	0,256	0,267	0 279	0 291
$tg \alpha = 0 25$	0 264	0,278	0 293	0,307	0 322	0 3365	0,352	0 367
$tg \alpha = 0 30$	0 317	0 334	0,352	0,370	0 388	0 406	0 425	0 444
$tg \alpha = 0,4$	0,424	0,454	0,472	0,497	0,522	0,549	0,575	0,608

Die zu- oder abgeführte Wärme läßt sich aus der allgemeinen Wärme-
gleichung ermitteln. Wird in $dQ = c_v dt + A P dv$ der durch Differenzieren
der Gl. $T v^{n-1} = \text{konst.}$ ermittelte Wert $dv = -\frac{v dt}{(n-1)T}$ eingesetzt, so
ist mit $P v : T = R$ und $AR = c_p - c_v$

$$dQ = \left[c_v - \frac{c_p - c_v}{n-1} \right] dt = c_n dt \dots \dots \dots 39$$

und

$$Q = c_n (t_2 - t_1) \text{ für 1 kg.} \dots \dots \dots 39a$$

wenn

$$c_n = c_v - \frac{c_p - c_v}{n-1} = c_v \frac{n-\kappa}{n-1} \dots \dots \dots 40$$

Hieraus ist

$$\kappa = \frac{c_p - c_n}{c_v - c_n} \dots \dots \dots 40a$$

Allgemein ist die Polytrope eine Hyperbel, deren Exponent n jeden be-
liebigen Wert von $+\infty$ bis $-\infty$ annehmen kann. Darin sind alle bisher be-
trachteten Zustandsänderungen enthalten, Abb. 13

$n = 1;$	$p v = \text{konst.};$	Isothermie;	$c_n = \kappa$
$n = \kappa;$	$p v^\kappa = \text{konst.};$	Adiabate;	$c_n = 0$
$n = 0;$	$p = \text{konst.};$	Isobare;	$c_n = c_p$
$n = \pm \infty;$	$v = \text{konst.};$	Isochore;	$c_n = c_v$

Das Verhältnis der Wärme zur Arbeit ist

$$\frac{Q}{AL} = \frac{\kappa - n}{\kappa - 1} \dots \dots \dots 41$$

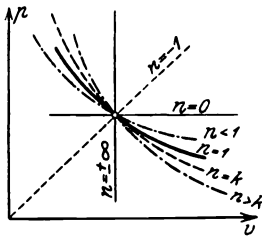


Abb. 13.

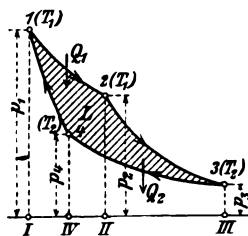


Abb. 14.

(546) Kreisprozesse, d. s. Prozesse, die aus einer Reihe von Zustandsände-
rungen bestehen, Abb. 14, welche derart verlaufen, daß sie in den Anfangs-
zustand zurückführen. Die algebraische Summe der Arbeiten aller einzelnen
Zustandsänderungen ist die durch den geschlossenen Linienzug derselben ein-
geschlossene Fläche. Um in den Anfangszustand zurückkommen zu können
und den Kreisprozeß überhaupt möglich zu machen, ist erforderlich, daß
mindestens bei einer der Zustandsänderung Wärme zugeführt und mindestens
bei einer Wärme abgeführt wird. Die Differenz der zu- und der abgeführten
Wärmen ist in Arbeit umgesetzt, so daß allgemein

$$AL = A(L_1 - L_2) = Q_1 - Q_2 = Q \dots \dots \dots 42$$

Je nach der Richtung, in der der Prozeß verläuft, ist Arbeit aufzuwenden
($-L$) oder es wird Arbeit vom Gas geleistet ($+L$). Von der ganzen zugeführten

4) Nicht zu verwechseln mit der isotherm. Zustandsänderung!

Wärme Q_1 wird also nur $Q = Q_1 - Q_2$ in Arbeit verwandelt, der Rest Q_2 geht unausgenutzt fort. Die Umwandlung einer Wärmemenge Q in die äquival. mechan. Nutzarbeit $AL = Q$ ist nicht möglich, wenn nicht gleichzeitig eine Wärmemenge Q_2 aufgewendet wird, die nicht ausgenutzt werden kann. Es ist somit eine Wärmequelle mit höherer Temperatur erforderlich, von der Q_1 dem Kreisprozeß zugeführt wird, und ferner ein anderer Körper von tieferer Temperatur, an den Q_2 abgeführt werden kann. Diese Bedingung für die Arbeitsleistung bei den Kreisprozessen der Kraftmaschinen ist bereits von Carnot aufgestellt worden, ohne die Abhängigkeit zu kennen. Die Wichtigkeit ist erst von Clausius (1868) erkannt und als

(547) zweiter Hauptsatz der Wärmelehre bezeichnet worden, in dem Satz: Wärme kann nicht ohne Aufwand von Arbeit von einem kälteren Körper zu einem wärmeren übergehen. Dasselbe besagt der Satz nach Thomson (1869): Aus einem System kann Arbeit nur gewonnen werden, wenn Temperaturdifferenzen vorhanden sind.

Das Verhältnis der in Nutzarbeit umgesetzten Wärme Q zur gesamten zugeführten Q_1 ist der thermische Wirkungsgrad:

$$\eta_{th} = Q : Q_1 = (Q_1 - Q_2) : Q_1 = 1 - (Q_2 : Q_1) \dots \dots \dots 43$$

Um den therm. Wirkungsgrad möglichst groß, also das Maximum der Arbeit zu erhalten, muß demnach Q_2 möglichst klein werden, d. h. es muß die tiefste mögliche Temperatur (Umgebung oder Kühlwasser) erreicht werden, der Zustand völligen Wärmegleichgewichtes. Ferner müssen die durchlaufenen Zustandsänderungen umkehrbar (reversibel) sein, d. h. sie müssen auch in umgekehrter Richtung verlaufen können und dann in den Ausgangspunkt zurückführen (dann sind zwischendurch keine Verluste eingetreten). Die natürlich verlaufenden Prozesse, wie Wärmeübergang, Reibung, Drosselung u. a. m., sind nicht umkehrbar (irreversibel), aus ihnen kann keine Arbeit gewonnen werden.

Die Art des arbeitenden Gases ist ohne jeden Einfluß, das Gas ist nur Vermittler.

Die ideale Maschine arbeitet mit umkehrbaren Prozessen, praktisch ist dieses nicht möglich.

(548) Carnotscher Kreisprozeß. Derselbe besteht aus 2 Isothermen und 2 Adiabaten. Abb. 15. 1—2 isothermische Expansion bei T (Wärmezufuhr Q_1), 2—3 adiabatische Expansion bis auf die Temperatur T_0 des Kühlkörpers, 3—4 isoth. Kompression bei T_0 (Wärmeabfuhr Q_2), 4—1 adiab. Kompression bis in den Anfangszustand.

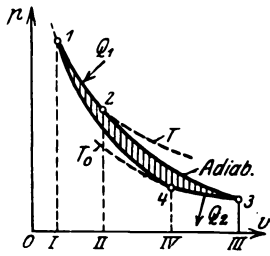


Abb. 15.

Dann ist nach Gl. 32. da $p_1 : p_2 = v_1 : v_2 :$

$$Q_1 = ART \ln \frac{v_2}{v_1} ; \quad Q_2 = ART_0 \ln \frac{v_3}{v_4} ,$$

und da $(v_3 : v_2)^{\kappa-1} = T : T_0 = (v_4 : v_1)^{\kappa-1}$ und daraus $v_3 : v_2 = v_4 : v_1$ oder $v_2 : v_1 = v_3 : v_4$, so ist

$$Q = AL = Q_1 - Q_2 = AR (T - T_0) \ln \frac{v_2}{v_1} \dots \dots \dots 44$$

$$L = R (T - T_0) \ln \frac{v_2}{v_1} = (P_1 v_1 - P_3 v_2) \ln \frac{v_2}{v_1} \dots \dots \dots 44a$$

und
$$\eta_{th} = \frac{Q}{Q_1} = \frac{AR(T - T_0) \ln v_2/v_1}{ART \ln v_2 v_1} = \frac{T - T_0}{T} = 1 - \frac{T_0}{T} \dots 45$$

Aus dem Verhältnis der Volumina folgt $v_1 v_3 = v_2 v_4$ und da

$$T : T_0 = (p_1 : p_2)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} = (p_3 : p_4)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}}$$

so ist $p_1 : p_1 = p_2 : p_1$ und $p_1 p_3 = p_2 p_4$, d. h. die Produkte der diagonal gegenüberliegenden Volumina, Drücke und der Temperaturen sind auf beiden Diagonalen gleich.

(549) Wärmediagramm. Wie im Arbeitsdiagramm die Arbeit L als Fläche unterhalb der Kurve der Zustandsänderung erscheint, so wird im Wärmediagramm (Entropie- oder TS -Diagramm) die zu- oder abgeführte Wärme Q ebenfalls als Fläche unterhalb der Kurve dargestellt; es ist demnach $dQ = y dx$, $Q = \int y dx$. Die Koordinaten x und y müssen dementsprechend gewählt werden. Für den Carnot-Prozeß war

$$\eta_{th} = (Q_1 - Q_2) : Q_1 = Q : Q_1 = (T_1 - T_2) : T_1,$$

woraus $Q = \frac{Q_1}{T_1} (T_1 - T)$, also in der Form ähnlich der Arbeitsgleichung $P(v_1 - v_2)$ oder der Arbeit eines von der Höhe h_1 auf h_2 , sinkenden Gewichtes: $G(h_1 - h_2)$. Diese Wärmemenge kann durch ein Rechteck dargestellt werden mit den Seiten $Q_1 : T_1$ und $(T_1 - T_2)$. Schreibt man die Gleichung in der Form $Q = \frac{Q_1}{T_1} T_1 - \frac{Q_1}{T_1} T_2$ oder, da $1 - (Q_2 : Q_1) = 1 - (T_2 : T_1)$ und daraus $Q_2 : T_2 = Q_1 : T_1$, $Q = \frac{Q_1}{T_1} T_1 - \frac{Q_2}{T_2} T_2$, so ist das erste Glied die zu-, das zweite die abgeführte Wärme, jede als Rechteck von der Höhe T_1 bzw. T_2 und der Basis $Q_1 : T_1$ bzw. $Q_2 : T_2$ darstellbar. Für beliebige Zustandsänderungen muß, wenn T als Ordinate aufgetragen wird, Abb. 16, die Abszisse die Beschaffenheit haben, daß

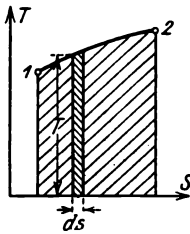


Abb. 16.

$$dQ = T \cdot dS \text{ oder } Q = \int T dS \dots 46$$

wobei S für eine beliebige Menge, s für 1 kg gesetzt werde. Hieraus folgt für die Abszisse $dS = dQ : T$. Für Gase ist $dQ = c_v dT + AP dv$ und

$$\frac{dQ}{T} = c_v \frac{dT}{T} + AP \frac{dv}{T} \text{ oder mit } P \cdot T = R : v$$

$$\frac{dQ}{T} = c_v \frac{dT}{T} + AR \frac{dv}{v} = d[c_v \ln T + AR \ln v] = ds.$$

Man nennt die Größe S bzw. s nach Clausius

(550) die Entropie (Verwandlungsinhalt). Dieselbe ist nur vom Zustand abhängig, nicht aber davon, wie derselbe erreicht worden ist (im Gegensatz zu Q und L).

Der Begriff der Entropie ist schwer definierbar, da mit den Sinnen nicht wahrnehmbar. Wie der Druck als treibende Kraft nur dann Arbeit leisten kann, wenn eine Volumensänderung eintritt, so kann die Temperatur nur dann eine Wärmezufuhr- oder -abfuhr ergeben, wenn eine Entropieänderung stattfindet. Die Entropie steht im engen Zusammenhang mit der Umkehrbarkeit und liefert das Kriterium dafür. Bei umkehrbaren Kreisprozessen ist die Änderung der Entropie gleich Null, bei nicht umkehrbaren nimmt sie zu; sie kann aber nie abnehmen.

Die absolute Größe der Entropie ist belanglos, es kommt für die Wärmemengen nur die Entropieänderung in Betracht. Für veränderliche spez.

Wärmen gelten nur die Differentialgleichungen, für unveränderliche c_v und c_p können endliche Änderungen bestimmt werden.

Es ist für 1 kg die Entropie-Gleichung:

$$ds = c_v \frac{dT}{T} + AR \frac{dv}{v} = c_v d(\ln T) + AR d(\ln v) \quad . . \quad 47a$$

und $s_2 - s_1 = c_v \ln(T_2/T_1) + AR \ln(v_2/v_1) \quad \quad 48a$

oder durch Einstellen von $T_2 : T_1 = P_2 v_2 : P_1 v_1$ und $AR = c_p - c_v$

$$s_2 - s_1 = c_v \ln(P_2/P_1) + c_p \ln(v_2/v_1) \quad \quad 48b$$

und $ds = c_v \frac{dp}{p} + c_p \frac{dv}{v} \quad \quad 47b$

Oder endlich durch Einsetzen von $v_2 : v_1 = T_2 P_1 : T_1 P_2$ in Gl. 48 a :

$$s_2 - s_1 = c_p \ln(T_2/T_1) - AR \ln(p_2/p_1) \quad \quad 48c$$

und $ds = c_p \frac{dT}{T} - AR \frac{dp}{p} \quad \quad 47c$

Die Übertragung aus dem pv - in das TS -Diagramm kann leicht erfolgen, indem punktweise für die aus der Zustandsgleichung ermittelte Temperatur T als Ordinate bei Entropieänderung aus einer der obigen Gleichungen errechnet wird. Verläuft die Kurve nach rechts, so ist wegen positivem $s_2 - s_1$ Wärme zuzuführen, nach links abzuführen. Im TS -Diagramm kann auch die Arbeit im Wärmemaß sehr anschaulich dargestellt werden.

Die Zustandänderungen im Wärmediagramm.

(551) Unveränderliches Volumen. $v = \text{konst.}$ Aus Gl. 48a folgt mit $v_2 = v_1$,

$$s_2 - s_1 = c_v \ln \frac{T_2}{T_1}$$

Die Kurve konst. Volumens ist demnach eine logarithmische Linie Abb. 17, die Subtangente ist c_v . Die zu- oder abgeführte Wärme $Q = c_v(t_2 - t_1)$ ist die Fläche unter der Kurve. Die Kurven größeren Volumens liegen nach rechts, diejenigen kleineren Volumens nach links.

(552) Unveränderlicher Druck. $p = \text{konst.}$ Aus Gl. 48c folgt mit $p_2 = p_1$,

$$s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1}$$

— eine logarithmische Linie, Abb. 18, deren Subtangente $= c_p$ ist; sie verläuft somit flacher als die Kurve konst. Volumens. Die Fläche I 1 2 II unterhalb der Kurve ist die Wärmemenge $Q = c_p(t_2 - t_1)$. Die Kurven höheren Druckes liegen weiter

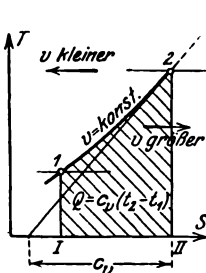


Abb. 17.

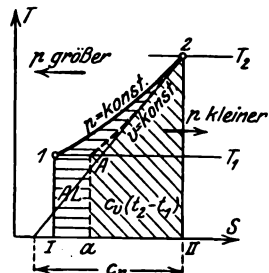


Abb. 18.

links, diejenigen tieferen Druckes rechts.

Die der Arbeit äquivalente Wärme ist (542):

$$AL = (c_p - c_v)(t_2 - t_1) = c_p(t_2 - t_1) - c_v(t_2 - t_1),$$

also in Abb. 18 die Fläche $I 1 2 A a$; die Fläche $a A 2 II$ ist Änderung der Eigenwärme (innere Energie) des Gases $= c_v (t_2 - t_1)$.

(553) Unveränderliche Temperatur. $t = \text{konst.}$ Aus Gl. 48 c folgt mit $T_2 = T_1$

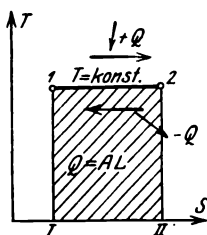


Abb. 19.

$$s_2 - s_1 = AR \ln \frac{p_1}{p_2}.$$

Die Kurve ist eine wagerechte Gerade, Abb. 19, die bei Ausdehnung nach rechts, bei Verdichtung nach links verläuft. Die Fläche $I 1 2 II$ ist die Wärmemenge, die zugleich der Arbeit äquivalent ist,

$$AL = Q = T (s_2 - s_1) = ART \ln \frac{p_1}{p_2}.$$

(554) Adiabatische Zustandsänderung. $Q = 0$. Aus $dQ = T ds = 0$ folgt $ds = 0$, $s_2 - s_1 = 0$, $\kappa = \text{konst.}$, daher auch isentropische Zustandsänderung genannt

Die Kurve ist eine senkrechte Gerade, die bei Verdichtung nach oben (wegen Zunahme der Temperatur), bei Ausdehnung nach unten verläuft, Abb. 20.

Die Arbeit ist (514) $L = c_v (t_2 - t_1) : A$ oder die ihr äquivalente Wärme $AL = c_v (t_2 - t_1)$, der Form nach also eine bei gleichbleibendem Volumen zu- oder abgeführte Wärme, die sich als Fläche $1 A a b$ (bei Ausdehnung) darstellen läßt.

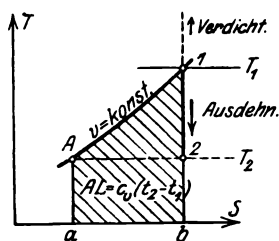


Abb. 20.

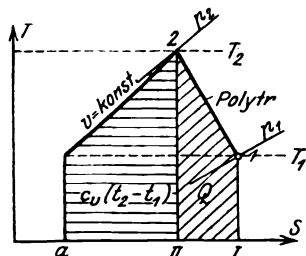


Abb. 21.

(555) Polytropische Zustandsänderungen. Aus $dQ = c dT = T ds$ ist $ds = c \frac{dT}{T}$ oder

$$\kappa = c \ln T + \text{konst.};$$

die Kurve ist somit eine logarithmische Linie, die zwischen Isotherme und Adiabate verläuft. c ist die Subtangente. Je kleiner c , desto steiler die Kurve, die wenig von einer Geraden abweicht. Bei Ausdehnung verläuft sie nach unten, bei Verdichtung nach oben. Die Entropieänderung ist nach Gl. 58 a, b, c zu ermitteln. Die zu- oder abgeführte Wärme $Q = c_n (t_2 - t_1)$ ist die Fläche $1 2 III$ unterhalb der Polytrope, Abb. 21.

Die Arbeit ist (545) $AL = c_v (t_2 - t_1) + Q$, d. h. die Summe der Fläche für Q und der Änderung der Eigenwärme $c_v (t_2 - t_1)$, d. h. der Fläche $a A 2 II$, somit die Fläche $a A 2 I$.

(556) Wärmehalt. Setzt man in $T ds = du + A P dv$ für $P dv$ den Wert ein aus $d(Pv) = P dv + v dP$; $P dv = d(Pv) - v dP$, so ist

$$T ds = du + A d(Pv) - A v dP$$

$$T ds = d(u + A Pv) - A v dP.$$

Die Summe $u + APv$ ist der Wärmehalt i

$$i = u + APv \dots\dots\dots 49$$

und damit

$$dQ = Tds = di - AvdP \dots\dots\dots 50$$

Bei $p = \text{konst.}$ ist $dQ = di$, es ist somit der Wärmehalt i die bei konst. Druck zu- oder abzuführende Wärme, so daß

$$di = (dQ)_p = c_p dt, \quad i_2 - i_1 = c_p (t_2 - t_1) \dots\dots\dots 51$$

und folglich

$$dQ = Tds = c_p dt - AvdP \dots\dots\dots 50a$$

(557) Kreisprozesse. Da sich dieselben aus Zustandsänderungen zusammensetzen, so gilt das bei diesen Gesagte. Besonders einfach ist der

Carnot-Prozeß, Abb. 22 (2 Isothermen und 2 Adiabaten), der im Ts -Diagramm als Rechteck erscheint. Es ist die zugeführte Wärme Q_1 die Fläche 1 2 II I, die abgeführte Q_2 die Fläche 3 4 III und die in Arbeit umgesetzte $Q = AL$ die Fläche 1 2 3 4, wobei $Q_1 = (s_2 - s_1) T$, $Q_2 = (s_2 - s_1) T_0$ und $Q = (s_2 - s_1) (T - T_0)$ und $s_2 - s_1 = AR \ln \frac{p_1}{p_2}$ (553).

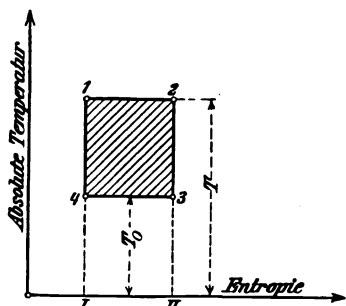


Abb. 22.

Der thermische Wirkungsgrad ist durch das Verhältnis der Fläche 1 2 3 4 zur Fläche 1 2 III gegeben.

Für die Kreisprozesse können zweckmäßig Entropietafeln benutzt werden, die für die verschiedenen Stoffe gezeichnet und käuflich zu haben sind (z. B. Ostertag, Entropietafel für Luft).

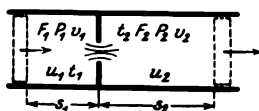


Abb. 23.

(558) Drosselung. Dieses ist ein nicht umkehrbarer Prozeß, bei dem durch Querschnittsverengung ein Spannungsabfall erzielt wird ohne Arbeitsabgabe nach außen. Es seien in einem gut isolierten Rohr ($Q = 0$), Abb. 23, die Zustände vor dem Drosseln mit Index 1, nach demselben mit Index 2 bezeichnet, F_1 und F_2 die Querschnitte des Rohres. Dann wird durch Volumensänderung (die als Bewegung zweier Kolben gedacht werden kann) eine innere Arbeit geleistet, die für 1 kg

$$L = L_2 - L_1 = P_2 \cdot F_2 \cdot s_2 - P_1 F_1 s_1 = P_2 v_2 - P_1 v_1$$

ist. Für $Q = 0$ ist alsdann (554), Gl. 3:

$$0 = u_2 - u_1 + AP_2 v_2 - AP_1 v_1$$

oder

$$u_2 + AP_2 v_2 = u_1 + AP_1 v_1$$

und mit Gl. 49

$$i_2 = i_1$$

d. h. beim Drosseln wird der Wärmehalt nicht geändert.

Hat das Gas noch eine nicht zu vernachlässigende Störungsenergie mit der Geschwindigkeit w_1 bzw. w_2 , so erhält die Wärmeleichung die Form

$$u_1 + AP_1 v_1 + Aw_1^2 : 2g = u_2 + AP_2 v_2 + Aw_2^2 : 2g.$$

Da nach Gl. 51 $i_2 - i_1 = c_p (t_2 - t_1)$, so folgt für $i_2 = i_1$ auch $t_2 = t_1$, d. h. beim Drosseln vollkommener Gase bleibt die Temperatur unverändert.

Aus Gl. 50 kann die Entropievermehrung beim Drosseln berechnet werden, da $di = 0$, so ist

$$T ds = -A v dp.$$

Da p fällt, so ist dp negativ und für endlichen Wert des Druckabfalles ΔP ist

$$\Delta s = \frac{A v}{T} \cdot \Delta P$$

oder für vollkommene Gase mit $v: T = R: P$

$$\Delta s = AR \cdot \Delta P: P = AR \Delta p: p \dots \dots \dots 52$$

(559) ts - (Mollier-) Diagramm. Um das Planimetrieren der Ts -Diagramme bei Zustandsänderungen oder Kreisprozessen zwecks Bestimmung der Wärmemengen zu vermeiden, kann nach Mollier¹⁾ die Entropie s wieder als Abszisse, als Ordinaten aber der Wärmehalt $i = u + APv$ aufgetragen werden; dann lassen sich die Wärmemengen einfach als Strecken abgreifen.

Die Adiabaten sind wieder senkrechte Gerade, während die Drossellinien $i = \text{konst.}$ wagerechte Gerade sind. In den Diagrammen sind noch die p -, v - und T -Kurven eingetragen.

Besonders wichtig ist das is -Diagramm für Wasserdampf (s. S. 529).

Die Mechanik der Dämpfe.

(560) Die Spannungskurve. Grenzkurven. Dämpfe sind Stoffe, die sich in der Nähe ihres flüssigen Zustandes befinden. Die Temperatur, bei der der Übergang vom flüssigen in den dampfförmigen stattfindet, heißt die Siedetemperatur t_s (auch Sättigungs- oder Verdampfungstemperatur). Die Siedetemperatur ist ganz wesentlich vom Druck abhängig, sie ist eine Funktion des Druckes; je tiefer der Druck, um so tiefer die Siedetemperatur. Die Beziehung läßt sich nicht durch eine einfache Gleichung festlegen, sie ist durch Versuche bestimmt; trägt man über den Drücken die zugehörigen Temperaturen auf, so erhält man die Spannungskurve, die Abb. 26 für Wasserdampf zeigt; die Kurven haben für alle Stoffe ähnlichen Charakter.

Wird einer Flüssigkeitsmenge, z. B. 1 kg von 0° C, Wärme zugeführt, so ändert sich zunächst das Volumen der Flüssigkeit unmerklich, bis die dem Druck entsprechende Temperatur erreicht wird, das Volumen der Flüssigkeit sei dann v' ; bei weiterer Wärmezufuhr beginnt die Verdampfung, das Volumen nimmt zu, die Temperatur bleibt während des ganzen Verdampfungsvorganges unverändert. Ist alle Flüssigkeit verdampft, so ist der Dampf trocken gesättigt, sein Volumen ist v'' ; wird weiter Wärme zugeführt, so steigt bei $p = \text{konst.}$ Temperatur und Volumen — der Dampf ist überhitzt. Trägt man die Volumina v' und v'' zu den Temperaturen oder Drücken graphisch für verschiedene Drücke auf, so gibt sich durch Verbinden der Punkte v' die linke oder untere Grenzkurve (Flüssigkeitskurve) (Abb. 24), und durch Verbinden der v'' die rechte oder obere Grenzkurve (Sättigungskurve). Links der v' -Kurve ist das Flüssigkeitsgebiet, zwischen beiden Grenzkurven das Sättigungs-(Verdampfungs-)gebiet und rechts der v'' -Kurve das Überhitzungs- (Heißdampf-)gebiet.

Für die Grenzkurve gilt nach Mollier

$$p^{1/8} \cdot v'' = 1,7235 \dots \dots \dots 53$$

wenn p in kg/cm^2 und v'' in m^3/kg .

¹⁾ Z. 1904, S. 272.

(561) Kritische Temperatur. Die wagerechte Strecke zwischen den Grenzkurven wird nach oben immer kleiner, die Grenzkurven gehen bei einer für jeden Stoff bestimmte Temperatur — der kritischen Temperatur — ineinander über; der zugehörige Druck ist der kritische Druck. Oberhalb des durch den kritischen Punkt *K*, Abb. 25, bestimmten Zustandes ist eine Verflüssigung nicht möglich.

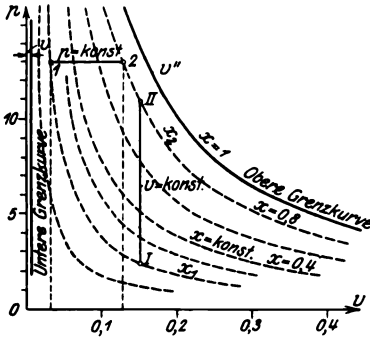


Abb. 24.

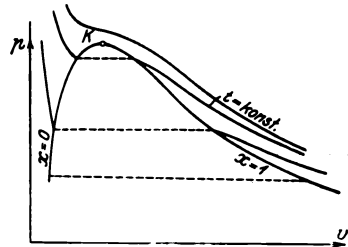


Abb. 25.

	Siedetemp. bei 760 mm Q.-S. °C	Kritische Temp. °C	Kritischer Druck at
Wasser	+ 100	+ 374,0	224,2
Kohlensäure	- 78	+ 31,35	75,3
Ammoniak	- 33,7	+ 132,9	116,2
Schweflige Säure	- 8	+ 156	81,5
Sauerstoff	- 182	- 118	52,2
Wasserstoff	- 252,8	- 242	20,7
Stickstoff	- 195,6	- 146	36,2
Luft	- 191	- 140	40,4

(562) Wärmemengen. Soll 1 kg einer Flüssigkeit von 0° C verdampft werden, so ist zunächst die Flüssigkeitswärme i' (q) zur Erwärmung von 0° bis auf die Siedetemperatur zuzuführen; für die nun folgende Verdampfung ist noch die Verdampfungswärme r zuzuführen, die keine Temperaturänderung bewirkt, sondern nur eine Volumensänderung. Die für diese Raumänderungsarbeit aufgewendete Wärme, die äußere Verdampfungswärme $\psi = AP(v'' - v')$ ist aber nur ein kleiner Teil der ganzen Verdampfungswärme; der übrige weit größere Teil dient zur Lösung des molekularen Zusammenhanges, zur Änderung des Aggregatzustandes und heißt die innere Verdampfungswärme ϱ ; so daß

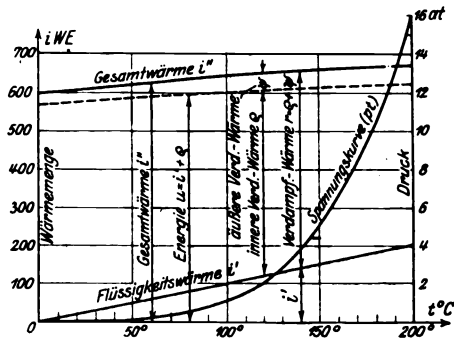


Abb. 26.

Zusammenhanges, zur Änderung des Aggregatzustandes und heißt die innere Verdampfungswärme ϱ ; so daß

$$r = \varrho + \psi = \varrho + AP(v'' - v') \text{ WE/kg} \dots \dots \dots 54$$

Zur Erzeugung trockenen Dampfes ist somit die Gesamtwärme (Dampfwärme)

$$i'' = i' + r = i' + \rho + \psi \text{ WE/kg} \dots \dots \dots 55$$

erforderlich (häufig auch mit λ bezeichnet).

Genau genommen ist der Wärmehalt i'' größer als die Dampfwärme, da $i'' = i' + \rho + \psi + APv''$; es kann aber fast immer $APv'' \approx AP(v'' - v')$ gesetzt werden, so daß $i'' = \lambda$ ist.

Abb. 26 zeigt die Wärmemengen über den Temperaturen.

Die Werte $p, t, v', v'', i', i'', r, \rho$ und ψ sind auch aus den Dampftabellen (für Wasserdampf S. 521) zu entnehmen. Zwischen 100^0 und 200^0 kann für Wasserdampf angenähert angenommen werden:

$$r = 610,2 - 0,712 t \dots \dots \dots 56a$$

und

$$i'' = 608 + 0,311 t \dots \dots \dots 56b$$

Ist die Temperatur der gespeisten Flüssigkeit nicht 0^0 , sondern t_w^0 , so ist nicht die ganze Wärme i'' , sondern nur die Erzeugungswärme λ_e zuzuführen

$$\lambda_e = i'' - c \cdot t_w = i'' - t_w.$$

Die innere Energie des Dampfes. Da bei der Verdampfung nach außen die äußere Verdampfungswärme ψ als Arbeit abgegeben wird, während i' und ρ (als Spannungsenergie) im Dampf bleiben, so ist die Energie des Dampfes

$$u = i' + \rho \dots \dots \dots 57$$

(563) Feuchter Dampf. Solange nicht alle Flüssigkeit verdampft ist, ist der Dampf feucht (naß); er hat einen geringeren Wärmehalt als trockener Dampf, da nur für den dampfförmigen Teil die Verdampfungswärme aufgewendet ist; ist in 1 kg x der bereits verdampfte Teil, y der noch flüssige, also $x + y = 1$, so ist der Wärmehalt i (mit $y = 1 - x$)

$$i = (i' + r)x + (1 - x)i' = i' + xr \text{ WE/kg} \dots \dots \dots 58$$

Die Größe x bezeichnet man als Dampfgehalt oder spezif. Dampfmenge, y als Flüssigkeits- oder Feuchtigkeitsgehalt.

Das Volumen des feuchten Dampfes ist

$$v = xv'' + yv' = xv'' + (1 - x)v' = v' + x(v'' - v') \dots \dots \dots 59$$

Bestimmt man für verschiedene Drücke die Volumina bei gleichem x , z. B. für $x = 0,1, 0,2$ usw. und verbindet die Punkte, so ergeben sich Kurven gleichen Dampfgehaltes (oder x -Kurven), Abb. 24.

Die Energie des feuchten Dampfes ist

$$u = i' + x\rho \dots \dots \dots 60$$

(564) Überhitzter Dampf (Heißdampf). Steigt bei gleichbleibendem Druck die Temperatur über die Siedetemperatur, so ist der Dampf überhitzt. Sein Volumen ist größer als v'' . Um überhitzten Dampf zu erhalten, muß dem trockenen Dampf bei $p = \text{konst.}$ noch die Überhitzungswärme zugeführt werden, und zwar c_p für 1^0 und 1 kg und für die Überhitzung von t_s auf t die Wärmemenge $c_p(t - t_s)$ WE/kg, so daß die Gesamtwärme des überhitzten Dampfes (\approx Wärmehalt)

$$i = i'' + c_p(t - t_s) \text{ WE/kg} \dots \dots \dots 61$$

Die spezif. Wärme c_p des überhitzten Dampfes ist sowohl vom Druck, als auch von der Temperatur abhängig. Es muß also mit einem mittleren Wert $c_{p,m}$ gerechnet werden, der für Wasserdampf für verschiedene Drücke und Temperaturen aus folgender Zahlentafel nach Knoblauch und Jakob entnommen werden kann.

Mittlere spezifische Wärme $c_{p,m}$ für Wasserdampf für Überhitzung von t_s auf t ($c_{p,s}$ = spez. Wärme des trockenen Dampfes).

$p =$	0,5 at	1	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
$t_s =$	80,9° C.	99,1	119,6	142,9	158,1	169,6	179,1	187,1	194,2	200,5	206,2	211,4
$c_{p,s} =$	0,478	0,487	0,501	0,528	0,555	0,584	0,613	0,642	0,671	0,699	0,729	0,760
$t = 120^{\circ}$	0,473	0,483	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
140	0,471	0,480	0,496	—	—	—	—	—	—	—	—	—
160	0,470	0,478	0,491	0,521	—	—	—	—	—	—	—	—
180	0,470	0,476	0,488	0,515	0,544	0,576	—	—	—	—	—	—
200	0,469	0,475	0,486	0,509	0,534	0,561	0,590	0,623	0,660	—	—	—
220	0,469	0,475	0,485	0,505	0,526	0,548	0,572	0,599	0,629	0,661	0,697	0,738
240	0,469	0,474	0,484	0,501	0,519	0,538	0,558	0,580	0,605	0,631	0,660	0,694
260	0,469	0,474	0,483	0,499	0,514	0,530	0,548	0,567	0,588	0,610	0,634	0,660
280	0,470	0,474	0,482	0,497	0,510	0,525	0,540	0,556	0,575	0,594	0,615	0,637
300	0,470	0,474	0,482	0,496	0,508	0,521	0,534	0,548	0,565	0,582	0,600	0,619
320	0,471	0,475	0,482	0,495	0,505	0,517	0,530	0,543	0,558	0,572	0,589	0,606
340	0,472	0,476	0,482	0,494	0,504	0,515	0,527	0,538	0,552	0,565	0,580	0,596
360	0,473	0,477	0,483	0,494	0,504	0,514	0,524	0,535	0,548	0,560	0,574	0,587
380	0,475	0,478	0,483	0,494	0,503	0,512	0,522	0,533	0,545	0,556	0,568	0,580
400	—	—	0,484	0,494	0,503	0,511	—	—	—	—	—	—

Überhitzter Dampf verhält sich ähnlich den Gasen. Nach Versuchen von Linde lassen sich die Werte p, t, v durch eine Zustandsgleichung verbinden

$$P(v + 0,016) = 47,1 \cdot T \quad (R = 47,1). \dots\dots\dots 62$$

Daraus ist das Volumen überhitzten Dampfes

$$v = \frac{47,1 T}{P} - 0,016 \text{ m}^3/\text{kg}. \dots\dots\dots 63$$

Spezifische Volumina in m^3/kg von überhitztem Dampf nach den Versuchen von Knoblauch und Jakob.

°C	$p = 1$	$p = 2$	$p = 4$	$p = 6$	$p = 8$	$p = 10$	$p = 12$	$p = 14$	$p = 16$	$p = 18$	$p = 20$
400	3,322	1,632	0,822	0,557	0,422	0,340	0,290	0,254	0,229	0,211	0,196
380	3,212	1,576	0,793	0,537	0,406	0,327	0,278	0,243	0,219	0,200	0,186
360	3,103	1,521	0,764	0,516	0,390	0,314	0,266	0,232	0,209	0,190	0,176
340	2,995	1,467	0,735	0,496	0,374	0,300	0,254	0,221	0,199	0,180	0,165
320	2,887	1,413	0,706	0,476	0,368	0,287	0,243	0,211	0,189	0,170	0,156
300	2,779	1,359	0,677	0,456	0,342	0,274	0,232	0,200	0,179	0,160	0,147
280	2,671	1,305	0,649	0,436	0,326	0,261	0,221	0,190	0,170	0,152	0,138
260	2,563	1,251	0,621	0,416	0,311	0,248	0,210	0,180	0,160	0,144	0,129
240	2,455	1,197	0,593	0,396	0,296	0,235	0,199	0,170	0,152	0,135	0,120
220	2,347	1,143	0,565	0,377	0,281	0,222	0,188	0,159	0,140	0,125	0,110
200	2,239	1,090	0,538	0,358	0,266	0,209	—	—	—	—	—
180	2,133	1,037	0,511	0,339	—	—	—	—	—	—	—
160	2,026	0,984	0,484	—	—	—	—	—	—	—	—
140	1,919	0,931	—	—	—	—	—	—	—	—	—
120	1,812	0,877	—	—	—	—	—	—	—	—	—
100	1,705	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

(565) Wärmediagramm ($T s$ -Diagramm). Aus der allgemeinen Wärme-gleichung in der Form (556), Gl. 50

$$dQ = T ds = di - Av dP$$

folgt für Flüssigkeit, da $p = \text{konst.}$,

$$T ds' = di' - Av' dP = di',$$

oder $di = c dT = T ds'$, woraus die Entropie der Flüssigkeit:

$$s' = \int_0^t c \frac{dT}{T} = \int_0^t \frac{dT}{T} = \ln \frac{T_s}{T_0} = \ln \frac{T_s}{273} \dots \dots \dots 64$$

auf Wasser von 0° bezogen.

Werden die Werte von s' für verschiedene Drücke im Wärmediagramm eingetragen und verbunden, so ergibt sich die untere Grenzkurve OA (Abb. 27); die Fläche unterhalb derselben von 0° bis zur Siedetemperatur ist die Flüssigkeitswärme ($|||||$) s' . Während der Verdampfung wird bei gleicher Temperatur die Verdampfungswärme r zugeführt, die durch ein Rechteck $A_1 A B B_1$ dargestellt wird (\equiv), so daß $r = T_s (s'' - s')$, wenn s'' die Entropie des trockenen Dampfes; daraus ist

$$\left. \begin{aligned} s'' - s' &= r : T_s; \\ s'' &= s' + r : T_s = \ln (T_s : 273) + r : T_s. \end{aligned} \right\} \cdot 65$$

Werden die Werte s'' im Ts -Diagramm aufgetragen, so ergibt sich die obere Grenzkurve BC (Abb. 27).

Feuchter Dampf hat nur die Verdampfungswärme xr , also ebenfalls ein Rechteck von der Basis

$$s - s' = xr : T_s \text{ oder } s = s' + xr : T_s. \quad 66$$

Der Zustand ist leicht zu finden durch Teilung der Strecke zwischen den Grenzkurven entsprechend x . Werden diese Strecken für die verschiedenen Drücke in Teile entsprechend verschiedenen x -Werten geteilt, z. B. $x = 0,1, 0,2$ usw., so ergeben sich durch Verbinden der Punkte gleichen x wieder die Kurven gleichen Dampfgehalts (x -Kurven), Abb. 29.

Die Entropie des überhitzten Dampfes (bei $p = \text{konst.}$ (552)) ist

$$s = s'' + c_{pm} \ln \frac{T}{T_s} = s' + r/T_s + c_{pm} \ln \frac{T}{T_s}. \quad 67$$

worin c_{pm} nach Zahlentafel S. 517 einzusetzen ist.

Die Überhitzungswärme ist die Fläche $B_1 B D D_1$ (Abb. 27), unterhalb der Kurve gleichen Drucks ($|||||$).

Trägt man in den linken oberen Quadranten der Abb. 27 die Spannungskurve (560) ein und

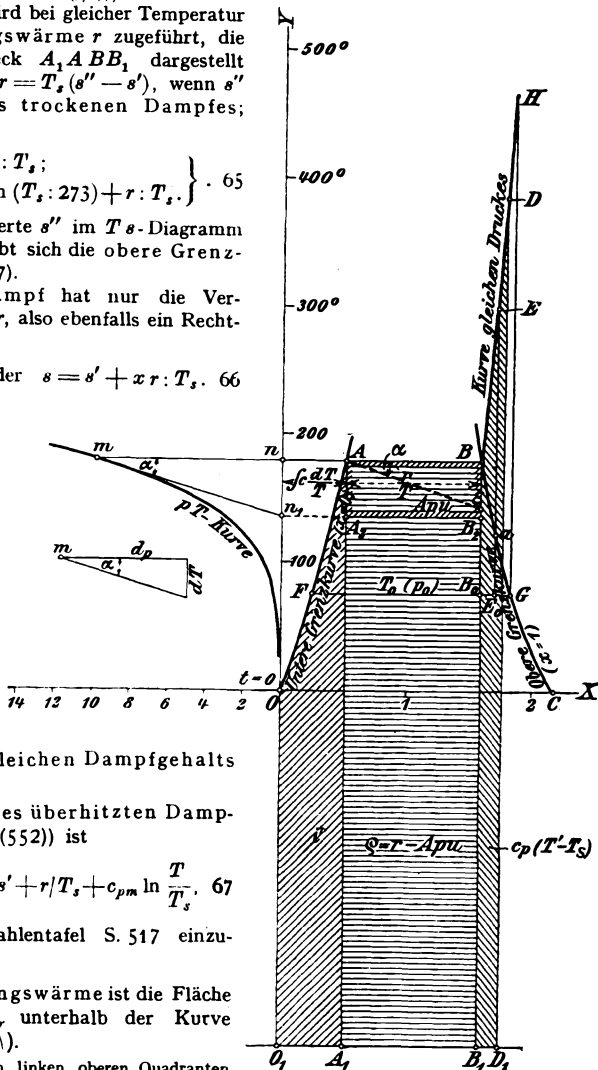


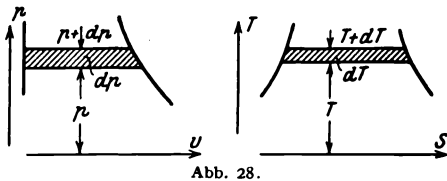
Abb. 27.

zieht in dem der jeweiligen Temperatur entsprechenden Punkte derselben, z. B. m eine Tangente bis zur Ordinatenachse und aus dem Schnittpunkt n_1 eine Wagerechte bis zum Punkt B_2 , so ist $n n_1 = m n \operatorname{tg} \alpha$ oder mit $\operatorname{tg} \alpha = \frac{dT}{dp}$ und $m n = p$, $n n_1 = p \frac{dT}{dp} = P \frac{dT}{dP}$. Nun ist nach Gl. 68 $\frac{dT}{dP} = A T \frac{u}{r}$ (der Kürze wegen $v'' - v' = u$ gesetzt) und damit $n n_1 = P A T u : r$ und Rechteck $AB B_2 A_2 = n n_1 AB = P \cdot A T \frac{u}{r} \cdot T = A P u = A P (v'' - v')$, also gleich der äußeren Verdampfungswärme ψ . Dann ist die Fläche

$$A_1 A_2 B_2 B_1 - r = A P (v'' - v') = \psi$$

die innere Verdampfungswärme.

(566) Die Dampftabellen enthalten alle vorerwähnten Werte für trockenen Dampf; die Werte p , t_s , v' und i'' sind experimentell bestimmt, die übrigen berechnet. Die Beziehungen zwischen der Verdampfungswärme und der Volumensänderung im Sättigungsgebiet ergeben sich wie folgt. Vergleicht man einen elementaren Prozeß im $p v$ - und im $T s$ -Diagramm (Abb. 28) zwischen den Drücken p und $p + dp$ bzw. T und $T + dT$, so ist die Fläche der Arbeit L im $p v$ -Diagramm äquivalent der Wärmefläche $Q = A L$ im $T s$ -Diagramm



$$A (v'' - v') dP = (s'' - s') dT \quad \text{oder mit } s'' - s' = r : T,$$

$$A (v'' - v') \frac{dP}{dT} = \frac{r}{T} \dots \dots \dots 68$$

Das ist die Clapeyrorsche Gleichung, aus der v'' ermittelt werden kann, da $dP : dT = 1 : \operatorname{tg} \alpha$ (s. (565)) bekannt ist.

Zustandsänderungen.

(567) Die zu- oder abzuführende Wärmemenge für eine Zustandsänderung gesätt. Dampfes läßt sich aus der Wärmegleichung (556) $dQ = di - A v dP$ ableiten, da nach Gl. 58 $i = i' + x r$ und damit $dQ = di' + d(xr) - A v dP$

$$\text{oder} \quad Q = i_2' - i_1' + x_2 r_2 - x_1 r_1 - A \int_1^2 v dP \quad \dots \dots \dots 69$$

(568) Gleichbleibender Druck. Im Sättigungsgebiet sind die Kurven $p = \text{konst.}$ sowohl im $p v$ - wie im $T s$ -Diagramm mit der Temperatur identische wagerechte Gerade, Abb. 24 und 29.

Die Arbeit für eine Zustandsänderung 1—2, Abb. 24, ist $L = P (v_2 - v_1)$ und mit $v_1 = v' + x_1 (v'' - v')$, $v_2 = v' + x_2 (v'' - v')$

$$A L = (x_2 - x_1) A P (v'' - v') = (x_2 - x_1) \psi.$$

Die Punkte 1 und 2 liegen im $T s$ -Diagramm auf den Kurven x_1 und x_2 ; die zugeführte Wärme ist $Q = (x_2 - x_1) r$, was auch aus Gl. 69 folgt, da $dP = 0$ und $i_2' = i_1'$; $r_1 = r_2 = r$ ist.

Im Überhitzungsgebiet fallen die p -Kurven nicht mehr mit den Temperaturen zusammen; im $p v$ -Diagramm bleiben es natürlich wagerechte Gerade, im $T s$ -Diagramm, Abb. 29, sind es stark ansteigende Linien, für die

$$dQ = c_p dT = T ds; \quad ds = c_p \frac{dT}{T} \quad \text{oder}$$

$$s - s'' = c_{pm} \ln \frac{T}{T_s} \quad \dots \dots \dots 70$$

Da c_p veränderlich (564), so muß die Kurve mit einem mittleren Wert von $c_{p,m}$ für kleine Temperaturintervalle punktweise eingetragen werden.

Die Arbeit ist wieder $L = P(v_2 - v_1)$, nur sind für v_2 evtl. auch für v_1 die Werte für überhitzten Dampf (S. 517) einzusetzen. Für die zugeführte Wärme ist noch die Überhitzungswärme (564) zu beachten.

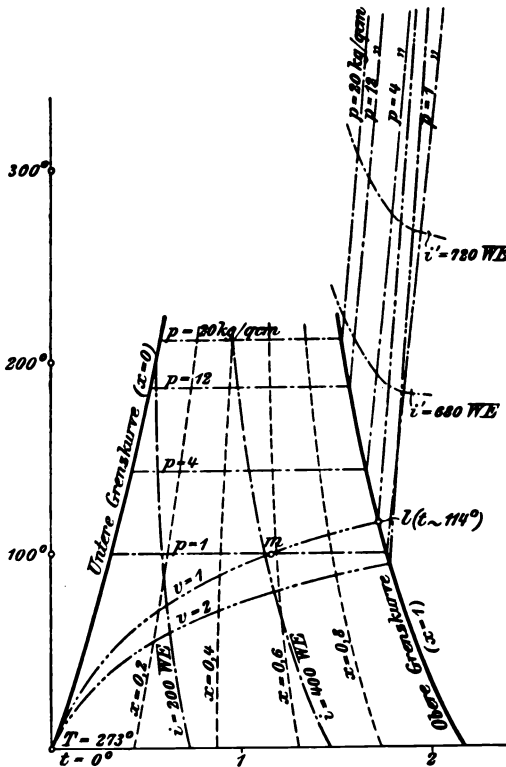


Abb. 29.

(569) Gleichbleibendes Volumen. Im Sättigungsgebiet sind die v -Kurven im p - v -Diagramm senkrechte Gerade, z. B. I–II, Abb. 24. Bei Druckerhöhung ist x_2 , wenn Zustand I gegeben ist, zu ermitteln, da $v_1 = v_2 = v$, woraus mit Gl. 59

$$x_2 = x_1 \frac{v_1'' - v'}{v_2'' - v'}, \quad \dots \dots \dots 71$$

wenn $v_2' \approx v_1' \approx v'$ gesetzt wird.

Im T - s -Diagramm, Abb. 29, sind die v -Kurven gekrümmte Linien, die mit dem Wert von x aus Gl. 71 leicht eingezeichnet werden können durch Teilen der Strecken zwischen den Grenzkurven im Verhält-

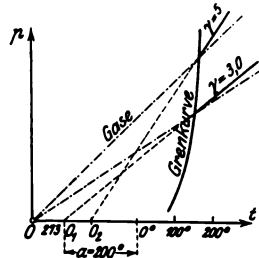


Abb. 30.

nis der x -Werte oder durch Bestimmung der Abszisse $s = s' + xr : T_s$ (S. 518).

Die zuzuführende Wärmeist die Fläche unterhalb der v -Kurve im T - s -Diagramm oder auch $Q = u_2 - u_1$

$$Q = i_2' - i_1' + x_2 e_2 - x_1 e_1.$$

Im Überhitzungsgebiet verlaufen die v -Kurven im T - s -Diagramm, Abb. 29, ähnlich wie bei Gasen; die Koordinaten sind aus Gl. 62 und 67 zu bestimmen.

Für Gase gilt (525) $p_1 : p_2 = T_1 : T_2 = (273 + t_1) : (273 + t_2)$.

Ein ähnliches Gesetz besteht nach den Münchner Versuchen für Wasserdampf:

$$p_1 : p_2 = (a + t_1) : (a + t_2),$$

wobei a^0 nur vom Volumen (bzw. von γ) abhängig ist. In einem p - t -Diagramm, Abb. 30 ist, demnach die v -Kurve eine Gerade, die durch die Punkte O_1 bzw. O_2 usw. geht, während für vollkommene Gase mit $a = 273$ die v -Kurven durch O gehen, s. Abb. 30.

Dampftabellen für Wasserdampf¹⁾.

Druck kg/cm ²	Temperatur °C	Spez. Volumen cm ³ /kg	Spez. Gewicht kg/m ³	Flüssigkeits- wärme	Verdampfungswärme			Gesamtwärme	Entropie des Wassers	Entropie des Dampfes
					gesamte	innere	äußere			
<i>p</i>	<i>t</i>	<i>v''</i>	<i>γ</i>	<i>ξ'</i>	$r =$ <i>e</i> + <i>ψ</i>	<i>e</i>	<i>ψ</i>	$ξ' + r$	<i>s'</i> ²⁾	<i>s''</i> ²⁾
0,02	17,2	68,28	0,01465	17,2	586,0	554,0	32,0	603,2	0,0616	2,0800
0,04	28,6	35,47	0,02819	28,6	580,0	546,8	33,2	608,6	0,1004	2,0250
0,06	35,8	24,19	0,04134	35,7	576,2	542,2	34,0	611,9	0,1240	1,9980
0,08	41,1	18,45	0,05420	41,1	573,4	538,7	34,7	614,5	0,1411	1,9660
0,10	45,4	14,96	0,06631	45,3	571,4	536,1	35,3	616,7	0,1546	1,9486
0,12	49,0	12,54	0,07880	48,0	568,4	533,8	35,7	618,3	0,1659	1,9322
0,15	53,6	10,22	0,09785	53,5	566,6	530,5	36,1	620,1	0,1799	1,9136
0,20	59,7	7,80	0,1282	59,6	563,1	526,5	36,6	622,7	0,1984	1,8910
0,25	64,6	6,33	0,1580	64,5	560,1	523,1	37,0	624,6	0,2129	1,8700
0,30	68,7	5,33	0,1876	68,6	557,9	520,4	37,5	626,5	0,2252	1,8543
0,35	72,3	4,620	0,2164	72,2	555,7	517,9	37,8	627,9	0,2356	1,8420
0,40	75,4	4,062	0,2462	75,3	553,9	515,8	38,1	629,2	0,2448	1,8330
0,45	78,2	3,630	0,2755	78,1	552,2	513,9	38,3	630,3	0,2528	1,8230
0,50	80,9	3,290	0,3039	80,8	550,4	511,9	38,5	631,2	0,2604	1,8138
0,60	85,4	2,775	0,3603	85,4	547,2	508,2	39,0	632,6	0,2734	1,7972
0,70	89,4	2,400	0,4167	89,4	544,6	505,3	39,3	634,0	0,2846	1,7850
0,80	93,0	2,115	0,4728	93,0	542,5	502,9	39,6	635,4	0,2944	1,7750
0,90	96,2	1,900	0,5263	96,2	540,6	500,6	40,0	636,8	0,3032	1,7660
1,00	99,1	1,721	0,5811	99,1	538,8	498,5	40,3	637,9	0,3111	1,7578
1,10	101,8	1,574	0,6352	101,8	537,3	496,7	40,5	639,4	0,3183	1,7490
1,20	104,2	1,451	0,6892	104,3	535,7	495,0	40,7	640,0	0,3250	1,7422
1,40	108,7	1,258	0,7949	108,7	532,9	491,7	41,2	641,7	0,3370	1,7296
1,60	112,7	1,108	0,9025	112,8	530,4	488,8	41,6	643,2	0,3475	1,7185
1,80	116,3	0,993	1,007	116,5	528,0	486,1	41,9	644,5	0,3569	1,7090
2,00	119,6	0,902	1,109	119,9	525,7	483,5	42,2	645,6	0,3655	1,7000
2,50	126,8	0,735	1,361	127,2	520,3	477,4	42,9	647,5	0,3839	1,6832
3,0	132,9	0,619	1,615	133,4	516,1	472,7	43,4	649,5	0,3993	1,6680
3,5	138,2	0,5335	1,874	138,7	512,3	468,6	43,7	651,0	0,4125	1,6558
4,0	142,9	0,4710	2,123	143,8	508,7	464,6	44,1	652,5	0,4242	1,6458
4,5	147,2	0,4220	2,370	148,1	505,8	461,6	44,4	653,9	0,4347	1,6360
5,0	151,1	0,3823	2,616	152,0	503,2	458,5	44,7	655,2	0,4442	1,6270
5,5	154,7	0,3494	2,862	155,7	500,6	455,7	44,9	656,3	0,4529	1,6208
6,0	158,1	0,3218	3,107	159,3	498,0	452,9	45,1	657,3	0,4609	1,6144
6,5	161,2	0,2983	3,352	162,4	495,9	450,6	45,3	658,3	0,4683	1,6077
7,0	164,2	0,2778	3,600	165,5	493,8	448,3	45,5	659,3	0,4753	1,6022
7,5	167,0	0,2608	3,834	168,5	491,6	445,9	45,7	660,1	0,4819	1,5976
8,0	169,6	0,2450	4,082	171,2	489,7	443,9	45,8	660,9	0,4881	1,5932
8,5	172,2	0,2318	4,314	173,9	487,8	441,9	45,9	661,7	0,4939	1,5882
9,0	174,6	0,2194	4,557	176,4	486,1	440,1	46,0	662,5	0,4995	1,5848
9,5	176,9	0,2080	4,808	178,6	484,5	438,4	46,1	663,2	0,5048	1,5803
10,0	179,1	0,1980	5,050	181,2	482,6	436,4	46,2	663,8	0,5099	1,5773
10,5	181,2	0,1896	5,274	183,3	481,2	434,8	46,4	664,5	0,5147	1,5745
11,0	183,2	0,1815	5,510	185,4	479,8	433,3	46,5	665,2	0,5194	1,5710
11,5	185,2	0,1740	5,747	187,5	478,3	431,7	46,6	665,8	0,5238	1,5680
12,0	187,1	0,1668	5,995	189,5	476,9	430,3	46,6	666,4	0,5282	1,5652
12,5	189,0	0,1607	6,223	191,6	475,5	428,8	46,7	667,1	0,5323	1,5625
13,0	190,8	0,1544	6,477	193,4	474,1	427,3	46,8	667,5	0,5364	1,5598
13,5	192,5	0,1492	6,702	195,2	472,8	425,9	46,9	668,0	0,5404	1,5570
14,0	194,2	0,1442	6,935	197,0	471,4	424,4	47,0	668,4	0,5440	1,5546
14,5	195,8	0,1395	7,169	198,7	470,1	423,0	47,1	668,8	0,5477	1,5520
15,0	197,4	0,1350	7,407	200,4	468,9	421,7	47,2	669,3	0,5513	1,5500
16	200,5	0,1272	7,862	203,7	466,6	419,3	47,3	670,3	0,5581	1,5453
17	203,4	0,1203	8,312	206,8	464,1	416,6	47,5	670,9	0,5646	1,5420
18	206,2	0,1140	8,772	209,8	461,8	414,2	47,6	671,6	0,5707	1,5380
19	208,9	0,1086	9,208	212,7	459,5	411,7	47,8	672,7	0,5767	1,5344
20	211,4	0,1035	9,662	215,4	467,4	409,6	47,8	672,8	0,5821	1,5308

1) Nach Z. V. d. I. 1911, S. 1506: W. Schüle, Die Eigenschaften des Wasserdampfes nach den neuesten Versuchen.

2) Aus den Tabellen von Mollier.

3) Aus dem i - s -Diagramm von Schüle.

Gesättigter Wasserdampf von 0° bis 220°¹⁾.

Temperatur t °C	Druck p kg/cm ² abs.	Spez. Vol. der Flüssigkeit 1000 σ ltr/kg	Spez. Vol. des Dampfes v_s m ³ /kg	Spez. Gew. des Dampfes γ_s kg/m ³	Flüssigkeitswärme q Cal/kg	Verdampfungswärme r Cal/kg	Gesamtwärme $q+r=\lambda$ Cal/kg	Außere Verd.-Wärme $A p$ ($v_s - \sigma$) Cal/kg	Innere Verd.-Wärme q Cal/kg
0	0,00622	1,0001	206,5	0,004843	0,00	594,8	594,8	30,4	564,4
5	0,00889	1,0000	147,1	0,006798	5,03	592,2	597,2	30,6	561,6
10	0,01252	1,0003	106,4	0,009398	10,05	589,5	599,5	31,3	558,2
15	0,0174	1,0009	77,95	0,01283	15,05	586,9	601,9	31,8	555,1
20	0,0238	1,0018	57,81	0,01730	20,05	584,3	604,3	32,3	552,0
25	0,0323	1,0029	43,38	0,02305	25,04	581,7	606,7	32,8	548,9
30	0,0433	1,0043	32,93	0,03037	30,03	579,2	609,2	33,4	545,8
35	0,0573	1,0060	25,24	0,03962	35,0	576,6	611,6	33,9	542,7
40	0,0752	1,0078	19,54	0,05118	39,9	574,0	613,9	34,4	539,6
45	0,0977	1,0098	15,28	0,06545	44,9	571,3	616,2	34,9	536,4
50	0,1258	1,0121	12,02	0,08320	49,9	568,5	618,4	35,4	533,1
55	0,1602	1,0145	9,581	0,10437	54,9	565,7	620,6	36,0	529,7
60	0,2028	1,0167	7,677	0,13026	59,9	562,9	622,8	36,5	526,4
65	0,2547	1,0198	6,200	0,16129	64,9	560,0	624,9	37,0	523,0
70	0,3175	1,0227	5,046	0,1982	69,9	557,1	627,0	37,5	519,6
75	0,3929	1,0258	4,123	0,2425	74,9	554,1	629,0	38,1	516,0
80	0,4827	1,0290	3,406	0,2936	79,9	551,1	631,0	38,6	512,5
85	0,5893	1,0324	2,835	0,3527	84,9	548,0	632,9	39,1	508,9
90	0,7148	1,0359	2,370	0,4219	89,9	545,0	634,9	39,6	505,4
95	0,8619	1,0396	1,988	0,5030	95,0	541,9	636,9	40,2	501,7
100	1,0333	1,0433	1,674	0,5974	100,0	538,7	638,7	40,7	498,0
105	1,2319	1,0473	1,420	0,7042	105,0	535,4	640,4	41,1	494,3
110	1,4608	1,0513	1,210	0,8264	110,1	532,1	642,2	41,5	490,6
115	1,7237	1,0556	1,030	0,9709	115,2	528,7	643,9	41,8	486,9
120	2,0242	1,0592	0,891	1,122	120,2	525,3	645,5	42,2	483,1
125	2,3662	1,0635	0,771	1,297	125,3	521,7	647,0	42,6	479,1
130	2,7538	1,0678	0,668	1,497	130,5	518,2	648,7	43,0	475,2
135	3,1914	1,0725	0,581	1,721	135,6	514,2	650,2	43,3	471,3
140	3,6835	1,0772	0,508	1,968	140,7	510,9	651,6	43,7	467,2
145	4,2352	1,0825	0,446	2,242	145,8	507,4	653,2	44,1	463,3
150	4,8517	1,0878	0,3926	2,547	150,9	503,8	654,7	44,5	459,3
155	5,5373	1,0936	0,3470	2,882	156,1	500,2	656,3	44,8	455,4
160	6,2986	1,0995	0,3074	3,253	161,2	496,6	657,8	45,1	451,5
165	7,1414	1,1060	0,2725	3,670	166,4	493,0	659,4	45,4	447,6
170	8,0714	1,1124	0,2431	4,114	171,6	489,4	661,0	45,7	443,7
175	9,0937	1,1192	0,2170	4,608	176,8	485,8	662,6	46,0	439,8
180	10,215	1,1260	0,1945	5,141	182,0	482,2	664,2	46,2	436,0
185	11,443	1,1334	0,1743	5,737	187,3	478,5	665,8	46,5	432,0
190	12,785	1,1407	0,1574	6,353	192,6	474,7	667,3	46,8	427,9
195	14,246	1,1487	0,1417	7,057	197,8	470,8	668,6	47,0	423,8
200	15,834	1,1566	0,1287	7,770	203,1	467,0	670,1	47,3	419,7
205	17,56	1,165	0,1167	8,569	208,5	462,9	671,4	47,5	415,4
210	19,43	1,173	0,1059	9,443	213,8	458,8	672,6	47,7	411,1
215	21,45	1,182	0,0963	10,38	219,2	454,6	673,8	47,8	406,8
220	23,62	1,191	0,0879	11,38	224,6	450,2	674,8	48,0	402,2

Je kleiner v , um so kleiner ist α . Folgende Zahlentafel gibt einige Werte von α nach den Münchner Versuchen:

Spez. Gewicht kg/m ³	Spez. Volum. m ³ /kg	Sättigungsdruck	α °C	Spez. Gewicht kg/m ³	Spez. Volum. m ³ /kg	Sättigungsdruck	α °C
0,5	2,0	0,83	258	3,5	0,285	6,8	192,2
1,0	1,0	1,80	243,5	4,0	0,25	7,8	186,0
1,5	0,666	2,80	230,5	4,5	0,222	8,9	180,4
2,0	0,5	3,8	218,6	5,0	0,20	10,0	175,5
2,5	0,4	4,7	209,0	5,5	0,182	11,1	171,0
3,0	0,333	5,9	200,0				

¹⁾ Aus: Schüle, Tech. Thermodynamik, Bd. I, 4. Aufl. Berlin: Julius Springer 1923.

Gesättigter Wasserdampf von $+10^{\circ}$ bis $+50^{\circ}$).

Temperatur C	Druck		Spezifisches Volumen v_s	Spezifisches Gewicht 1000 γ_s	Verdampfungs- Wärme r	Gesamt- Wärme λ
	mm Hg	kg/cm ²	m ³ /kg	g/m ³	Cal/kg	Cal/kg
10	9,21	0,0125	106,4	9,40	589,5	599,5
11	9,84	0,0134	99,7	10,03	589,0	600,0
12	10,52	0,0143	93,7	10,67	588,5	600,5
13	11,25	0,0153	87,9	11,38	588,0	601,0
14	11,99	0,0163	83,0	12,05	587,5	601,5
15	12,79	0,0174	77,9 _s	12,83	586,9	601,9
16	13,64	0,0186	73,2	13,66	586,4	602,4
17	14,5	0,0197	69,0	14,49	585,9	602,9
18	15,5	0,0211	65,1	15,36	585,4	603,4
19	16,5	0,0224	61,4	16,29	584,9	603,9
20	17,5	0,0238	57,8	17,3	584,3	604,3
21	18,6 _s	0,0254	54,4	18,3	583,8	604,8
22	19,8	0,0270	51,4	19,4	583,3	605,3
23	21,1	0,0287	48,6	20,6	582,8	605,8
24	22,4	0,0305	45,9	21,8	582,3	606,3
25	23,8	0,0324	43,4	23,0	581,7	606,7
26	25,2	0,0343	41,0	24,4	581,2	607,2
27	26,7	0,0363	38,8	25,8	580,7	607,7
28	28,3 _s	0,0386	36,8	27,2	580,2	608,2
29	30,0 _s	0,0408	34,8	28,7	579,7	608,7
30	31,8	0,0432	32,9	30,4	579,2	609,2
31	33,7	0,0458	31,2	32,0	578,7	609,7
32	35,7	0,0486	29,6	33,8	578,2	610,2
33	37,7	0,0513	28,0	35,7	577,7	610,7
34	39,9	0,0543	26,6	37,6	577,2	611,2
35	42,2	0,0573	25,2	39,6	576,6	611,6
36	44,6	0,0606	23,9	41,8	576,1	612,1
37	47,1	0,0641	22,7	44,0	575,6	612,6
38	49,7	0,0676	21,6	46,3	575,1	613,1
39	52,5	0,0715	20,5	48,8	574,6	613,6
40	55,3	0,0752	19,5	51,2	574,0	614,0
41	58,4	0,0795	18,6	53,8	573,5	614,5
42	61,5	0,0836	17,7	56,5	572,9	614,8
43	64,8	0,0882	16,8	59,5	572,4	615,3
44	68,3	0,0930	16,0	62,5	571,8	615,7
45	71,9	0,0978	15,3	65,5	571,3	616,2
46	75,7	0,103	14,6	68,5	570,7	616,6
47	79,6	0,108	13,9	71,9	570,2	617,1
48	83,7	0,114	13,2	75,8	569,6	617,5
49	88,0 _s	0,120	12,6	79,4	569,1	618,0
50	92,5	0,126	12,0	83,2	568,5	618,4

Beispiel. Welchen Druck erhält Dampf von $p_1 = 14$ at abs. 350°C , wenn er bei $v = \text{konst.}$ auf 200° abgekühlt wird?

Es ist nach Gl. 62:

$$v = \frac{47,1(273 + 350)}{140000} = 0,016 = 0,193.$$

Hierfür ist nach obiger Tabelle $a = 173,3$ (durch Interpolieren) somit

$$p_2 : p_1 = (173,3 + 200) : (173,3 + 350) = 0,714, \\ p_2 = 14 \cdot 0,714 \cong 10 \text{ at.}$$

(570) Isotherme. Im Sättigungsgebiet ist die Isotherme identisch mit der Kurve konstanten Druckes.

Im Überhitzungsgebiet verlaufen die Isothermen im p - v -Diagramm von der Grenzkurve abfallend, Abb. 25.

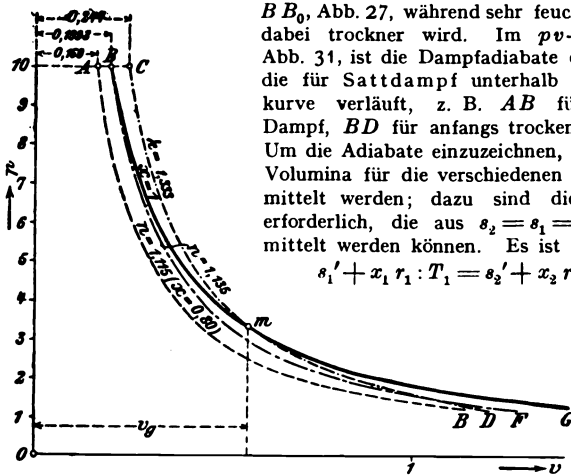
Im T - s -Diagramm sind es wagerechte Gerade.

(571) Adiabate. Im T - s -Diagramm ist die Adiabate eine senkrechte Gerade (da $s = \text{konst.}$). Anfangs trockener Dampf wird bei Expansion feucht, z. B.

1) Aus: Schüle, Techn. Thermodynamik, Bd. I, 4. Aufl. Berlin: Julius Springer 1923

Gesättigter Wasserdampf von 0,01 bis 0,20 kg/cm² abs.¹⁾

Druck p_s		Temp. 0° C	Spez. Vol. v_s m ³ /kg	Spez. Gew. 1000 γ_s g/m ³	Verdampf- Wärme r Cal/kg	Gesamt- Wärme λ Cal/kg
kg/cm ²	mm Hg					
0,010	7,35	6,7	131,7	7,60	591,1	597,8
0,015	11,03	12,7	89,5	11,2	588,2	600,9
0,020	14,7	17,2	68,3	14,7	586,0	603,2
0,025	18,4	20,8	55,3	18,1	583,9	604,7
0,030	22,1	23,8	46,6	21,4	582,4	606,2
0,035	25,8	26,4	40,2	24,9	581,1	607,5
0,040	29,4	28,6	35,5	28,2	580,0	608,6
0,045	33,1	30,7	31,7	31,5	578,8	609,5
0,050	36,8	32,5	28,7	34,8	578,0	610,5
0,055	40,5	34,2	26,2	38,2	577,0	611,2
0,060	44,1	35,8	24,2	41,3	576,2	612,0
0,065	47,8	37,3	22,4	44,6	575,4	612,7
0,070	51,5	38,7	20,9	47,8	574,7	613,4
0,075	55,2	39,9	19,6	51,0	574,0	613,9
0,080	58,8	41,1	18,5	54,2	573,4	614,5
0,085	62,5	42,3	17,4	57,5	572,7	615,0
0,090	66,2	43,4	16,5	60,6	572,2	615,6
0,095	69,9	44,4	15,7	63,7	571,6	616,0
0,10	73,5	45,4	15,0	66,3	571,1	616,5
0,11	80,9	47,3	13,8	72,5	570,0	617,2
0,12	88,3	49,0 _s	12,6	79,4	569,1	618,0
0,13	95,6	50,7	11,7	85,5	568,2	618,8
0,14	103,0	52,2	10,9	91,7	567,4	619,5
0,15	110,3	53,6	10,2	97,9	566,5	620,0
0,16	117,6	55,0	9,62	103,9	565,7	620,6
0,17	125,0	56,2	9,09	110,0	565,1	621,1
0,18	132,3	57,4	8,62	116,0	564,4	621,6
0,19	139,7	58,5	8,20	121,9	563,7	622,2
0,20	147,1	59,7	7,80	128,2	563,1	622,7



- Anfanglich überhitzter Dampf.
- „ trocken gesättigter Dampf.
- „ nasser Dampf ($x = 0,80$).
- Sättigungskurve.

Abb. 31.

$B B_0$, Abb. 27, während sehr feuchter Dampf dabei trockner wird. Im $p v$ -Diagramm, Abb. 31, ist die Dampfadiabate eine Kurve, die für Sattedampf unterhalb der Grenzkurve verläuft, z. B. AB für feuchten Dampf, BD für anfangs trockenen Dampf. Um die Adiabate einzuzichnen, müssen die Volumina für die verschiedenen Drücke ermittelt werden; dazu sind die x -Werte erforderlich, die aus $s_2 = s_1 = \text{konst.}$ ermittelt werden können. Es ist

$$s_1' + x_1 r_1 : T_1 = s_2' + x_2 r_2 : T_2$$

¹⁾ Aus: Schüle, Techn. Thermodynamik, Bd. I, 4. Aufl., Berlin: Julius Springer 1923.

und hieraus

$$x_2 = \frac{s_1' - s_2' + x_1 r_1 : T_1}{(r_2 : T_2)} \dots \dots \dots 72$$

und somit $v_2 = v_2'' \cdot x_2$, wenn v' vernachlässigt wird. Alle Werte sind den Dampftabellen S. 521 für p_1 bzw. p_2 zu entnehmen.

Die Arbeit ist, da $Q = 0$,

$$AL = u_2 - u_1 = i_2' - i_1' + x_2 e_2 - x_1 e_1.$$

Man kann die Adiabate auch durch die Gleichung $pv^x = \text{konst.}$ darstellen, wobei nach Zeuner $x = 1.035 + 0,1 x$, wenn x der anfängliche Dampfgehalt

$$pv^{1,035+0,1x} = \text{konst.} \dots \dots \dots 73$$

Für anfangs trockenen Dampf ist dann

$$pv^{1,135} = \text{konst.} \dots \dots \dots 73a$$

Diese Beziehung ist nur eine Näherung und bis $x \approx 0,7$ herunter und $p_1 : p_2 \approx 20$ anwendbar.

Für Heißdampf ist $x = 1,3$ und

$$pv^x = pv^{1,3} = \text{konst.} \dots \dots \dots 74$$

solange der Dampf noch überhitzt ist. Die Heißdampfadiabate überschneidet meist die Grenzkurve, z. B. CD , Punkt m , Abb. 31; EE_1 , Punkt a , Abb. 27, und befolgt dann als Sattdampfadiabate die Gl. 73a.

Der Druck an der Grenzkurve kann auch rechnerisch ermittelt werden, da der Punkt der Gl. 53 und der Gl. 74 genügen muß.

Die Arbeit der Adiabate kann auch aus der Gleichung 36 b (544)

$$L = \frac{P_1 v_1}{x-1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{x-1}{x}} \right]$$

errechnet werden.

(572) Kurven gleichen Wärmehalts. $i = \text{konst.}$ Zugleich sind es die Drosselkurven, $i_1 = i_2$ oder mit Gl. 58 $i_1' + x_1 r_1 = i_2' + x_2 r_2$, woraus

$$x_2 = (i_1' - i_2' + x_1 r_1) : r_2 \dots \dots \dots 75$$

Da $i_2' < i_1'$ und $r_2 < r_1$, so wird $x_2 > x_1$, d. h. durch Drosseln wird der Dampf trockener.

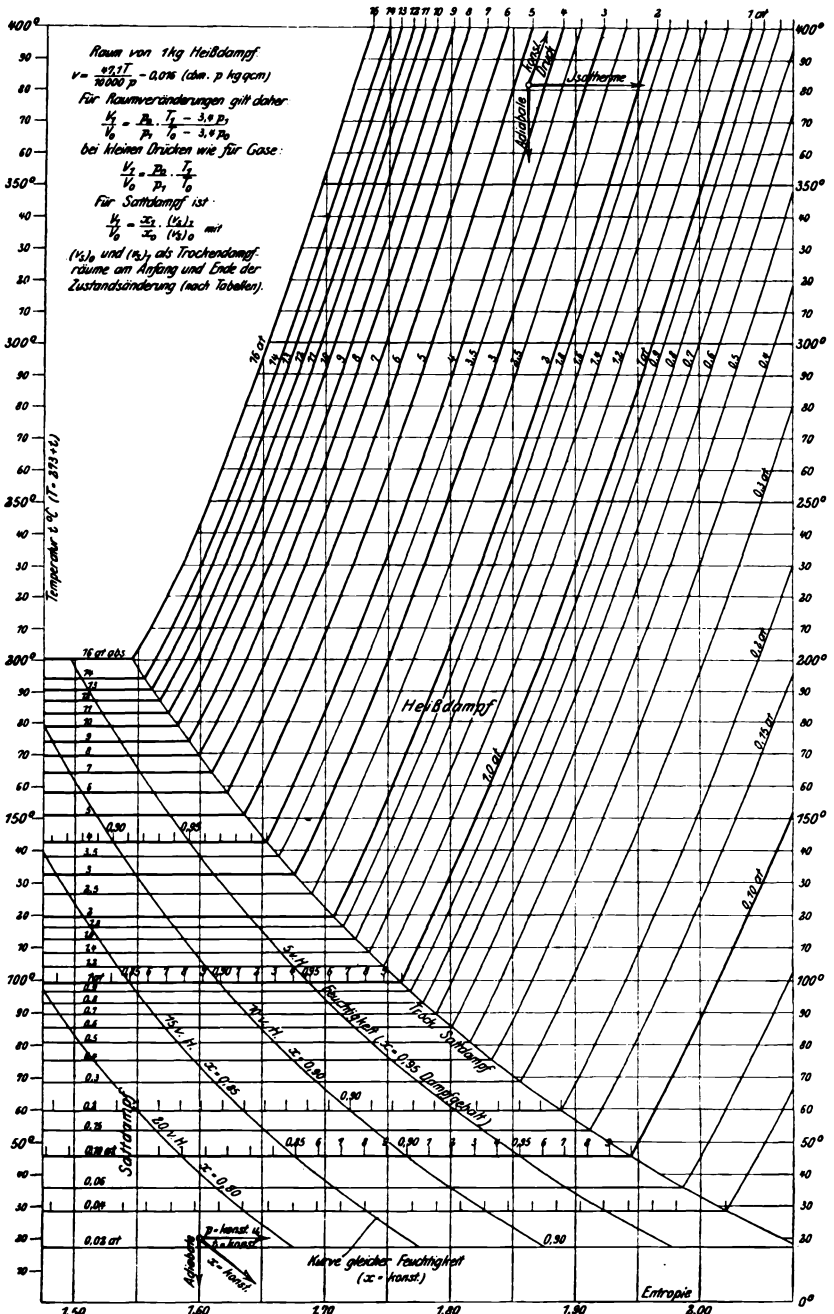
Man kann daraus errechnen, wie weit man herunterdrosseln muß, um trocknen Dampf zu erhalten.

In Abb. 29 sind die Kurven gleichen Wärmehalts im Sättigungs- und im Überhitzungsgebiet eingetragen.

Die Tafel auf S. 526 ist ein Ausschnitt aus dem Ts -Diagramm und umfaßt das gebräuchliche Gebiet.

(573) Übertragung der pv -Kurven in das Wärmediagramm. Der Zusammenhang des Spannungsdiagramms (pv -Diagramm) mit dem Wärmediagramm (Ts -Diagramm) läßt sich zeichnerisch mittels des von Boulvin¹⁾ angegebenen Verfahrens feststellen. Zu dem Zwecke wird, wie Abb. 32 zeigt, im oberen rechten Quadranten eines Koordinatensystems die untere und obere Grenzkurve des Wärmediagramms, im oberen linken Quadranten in beliebigem Druckmaßstabe die zugehörige pT -Kurve mit dem Temperaturmaßstabe des Wärmediagramms eingetragen. Wenn dann noch das Dreieck ABE , welches die Seite $BE = Au = A(v'' - v)$ enthält (vgl. Abb. 27), als Dreieck $A_0B_0E_0$ an die OX -Achse angelegt und die Strecke $B_0E_0 = Au$ desselben auf die im Abstände p von O gezogene Senkrechte zur Abszissenachse übertragen wird, so

1) F. A. Heft 19, S. 24.



(Aus: Schüle, Techn. Thermodynamik, Bd. I, 4. Aufl. Berlin: Julius Springer 1923.)

Abb. 32.

erhält man einen Punkt a_1 der Au -Kurve im unteren linken Quadranten. Wiederholt man dieses Verfahren für mehrere Punkte der pT -Kurve (z. B. für Punkt d), so ergibt sich die in Abb. 33 angegebene Au -Kurve, die bei entsprechend gewähltem Maßstabe auch als $u = (v'' - v')$ -Kurve, oder — mit Vernachlässigung des kleinen Wertes $v' = 0,001$ — als v'' - oder Sättigungskurve gelten kann. Dieselbe entspricht der oberen, die OX -Achse dagegen der unteren Grenzkurve des Wärmediagramms.

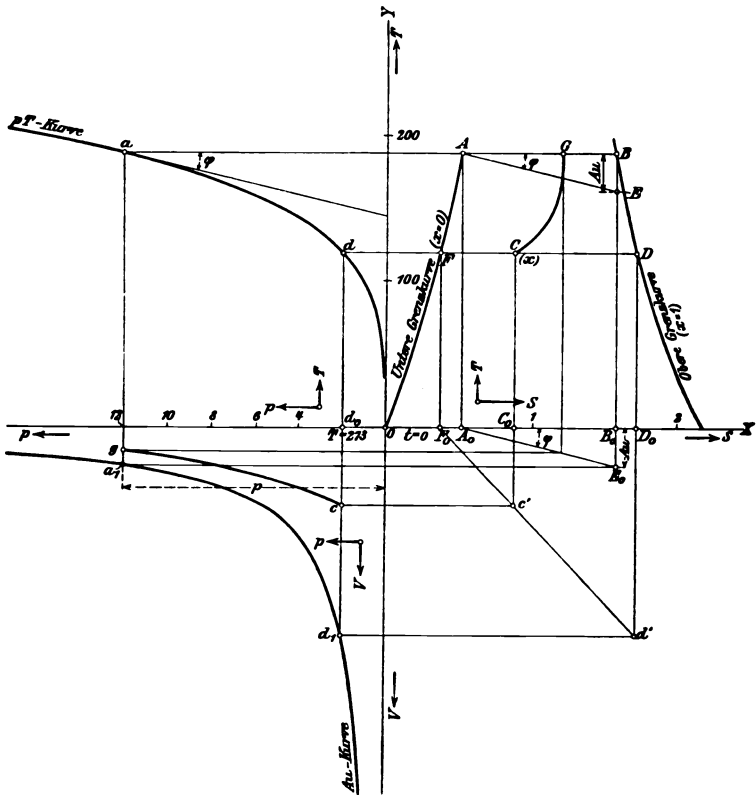


Abb. 33.

Zu einem beliebigen Punkte C des letzteren mit der spezifischen Dampfmenge x gehört der Punkt c im pv -Diagramm, der mittels der Hilfslinien Dd' , $d'd_1$, Dd , dd_1 , FF_0 , F_0d' , Cc' und $c'c$ leicht gefunden werden kann. Es ist

$$\frac{F_0 C_0}{F_0 D_0} = \frac{FC}{FD} = x, \quad \text{ferner} \quad \frac{C_0 c'}{D_0 d'} = \frac{F_0 C_0}{F_0 D_0} = \frac{d_0 c}{d_0 d_1},$$

dennach

$$\frac{d_0 c}{d_0 d_1} = x \quad \text{und da} \quad d_0 d_1 = v'' \quad \text{auch} \quad d_0 c = x v''.$$

Die Strecke d_0c stellt das spezifische Volumen des nassen Dampfes vom Dampfgehalt α dar. Damit ist auch umgekehrt jede beliebige $p v$ -Kurve des Sättigungsgebietes in das Wärmediagramm übertragbar.

Abb. 33 zeigt dies z. B. für die Expansionslinie gc eines Indikatordiagramms, die im Wärmediagramm als Strecke GC erscheint.

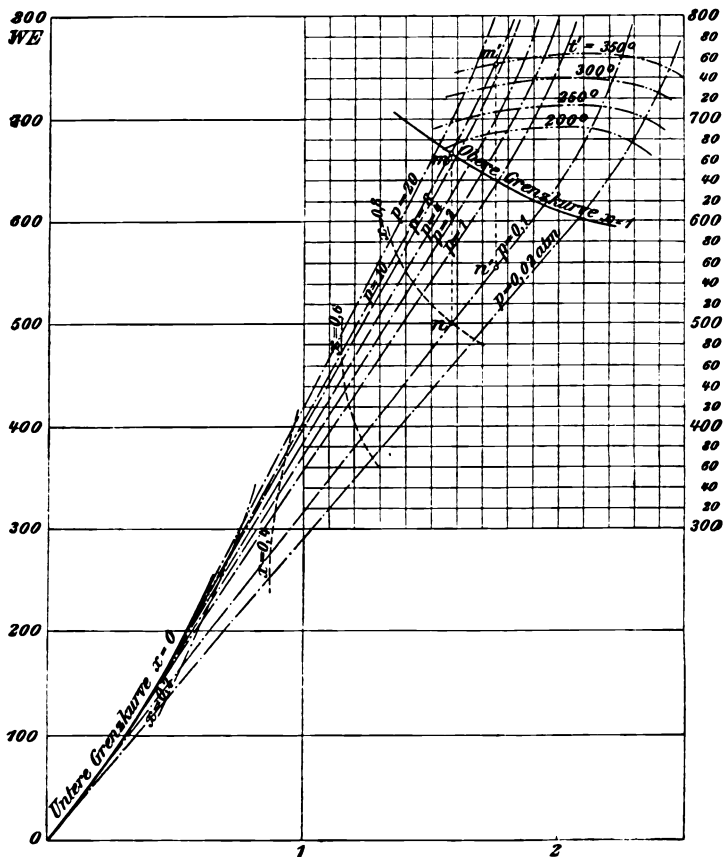


Abb. 34.

Unter gewissen Bedingungen lässt sich auch das ganze Indikatordiagramm einer Dampfmaschine in das Wärmediagramm als eine geschlossene Kurve übertragen und damit der thermische Wirkungsgrad dieser Maschine zeichnerisch feststellen.

Für überhitzten Dampf eignet sich das vorbesprochene Verfahren nicht. Hier ist aus Druck und Volumen mittels der Zustandsgleichung 62 zunächst die Temperatur T des überhitzten Dampfes zu berechnen, die einem Punkte des $p v$ -Diagramms entspricht, und dieser dann, da seine Entropie nunmehr bekannt ist, in das $T s$ -Diagramm zu übertragen.

Dieses umständliche Verfahren läßt sich — nach Bouilvin — ebenfalls durch ein zeichnerisches Verfahren ersetzen¹⁾.

(574) *is*-Diagramm nach Mollier. Um auch für Wasserdampf die Wärmemengen als Strecken abgreifen zu können, werden im *is*- oder Mollier-Diagramm als Abszissen die Entropiewerte, als Ordinaten die Wärmehalte *i* aufgetragen. Mit den Entropien der Flüssigkeit *s'* und der Flüssigkeitswärme *i'* ergibt sich die untere Grenzkurve, Abb. 34, sowie mit *s''* und *i''* die obere Grenzkurve. Die Kurven gleichen Druckes sind im Sättigungsgebiet Gerade, die die entsprechenden Punkte beider Grenzkurven verbinden; es sind zugleich die Isothermen. Durch Teilung der Strecken zwischen den Grenzkurven im gleichen Verhältnis erhält man die Kurven gleichen Dampfgehalts.

Im Überhitzungsgebiet können die *p*-Kurven eingetragen werden für verschiedene Temperaturen durch Zugrundelegen der Gl. 61 und 67; sie verlaufen leicht nach oben gekrümmt. Die Isothermen werden in gleicher Weise eingetragen, sie verlaufen fast wagerecht, nach oben etwas konvex.

Die Drossellinien sind wagerechte Gerade. Aus dem *is*-Diagramm kann das Wärmegefälle (580) durch den senkrechten Abstand zwischen Anfangszustand und dem Enddruck, z. B. von *m'* in Abb. 34 auf *p* = 0,1 in Punkt *n'*.

Die Tafel auf S. 534 ist der gebräuchlichste Teil des *is*-Diagramms in halber Größe der sonst üblichen: 1 WE = 0,5 mm.

Strömende Bewegung der Gase und Dämpfe.

(575) Strömung in Leitungen. Zur Erzeugung der Strömungsgeschwindigkeit muß ein Druckabfall eintreten, eine Umsetzung der Energien stattfinden. Würde die Strömung im ganzen Leitungsquerschnitt mit gleicher Geschwindigkeit vor sich gehen — stationäre Strömung — und mit parallelen Stromlinien, so lägen die Verhältnisse einfach. Tatsächlich sind die Zustände und Geschwindigkeiten in einem Querschnitt verschieden; in der Mitte ist die Geschwindigkeit am größten, an der Rohrwand wegen der Reibung am kleinsten, Abb. 35. Durch Unebenheiten der Wandungen ist keine Parallelströmung möglich, sondern es treten Wirbel und Störungen auf. Praktisch muß mit Mittelwerten gerechnet werden. Als mittlere Geschwindigkeit nimmt man diejenige an, die bei gleichmäßiger Strömung die gleiche Durchflußmenge *G* ergeben würde. Es ist $G \cdot v = F \cdot w$ und in verschiedenen Querschnitten $G = F_1 w_1 = v_1 = F_2 w_2 = v_2$ und die mittlere Geschwindigkeit $w_1 = G v_1 : F_1$; $w_2 = G v_2 : F_2$.

Für das Volumen ist ein Mittelwert zu nehmen, der dem durch Manometer gemessenen mittleren Druck im Querschnitt entspricht.

Es seien in einem Rohrteil auf der Strecke 1 bis 2 die in Abb. 36 angegebenen Zustände; das Gas wird eine gewisse Wärmemenge Q_{12} aufnehmen (+ oder -), ferner wird noch durch Reibung eine Wärmemenge Q_r dem

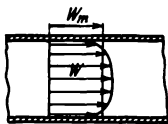


Abb. 35.

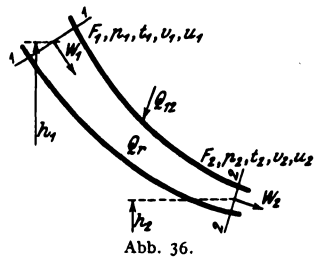


Abb. 36.

Gas zugeführt. Es muß in 2 die gesamte Energie gleich sein der Energie in 1 plus der aufgenommenen Wärme und der Arbeit. Allgemein sei noch eine

¹⁾ F. A., Heft 19, S. 24 u. ff. oder 1903, S. 1409.

Höhendifferenz $h_1 - h_2$ angenommen, dann ist für 1 kg die potentielle Energie $A h$ WE, die kinetische $A w^2 : 2 g$ WE und die Arbeit $A P v$ WE, so daß

$$A h_2 + u_2 + (A w_2^2 : 2 g) + A P_2 v_2 = A h_1 + u_1 + (A w_1^2 : 2 g) + A P_1 v_1 + Q_{12}$$

oder mit $u + A P v = i$ (Gl. 49)

$$A (w_2^2 - w_1^2) : 2 g + A (h_2 - h_1) + (i_2 - i_1) = Q_{12} \dots \text{I}$$

Auf den inneren Zustand bezogen ist die zugeführte Wärme $= Q_{12} + Q_r$ und nach Gl. 50 (S. 513)

$$Q_{12} + Q_r = i_2 - i_1 - A \int_1^2 v dP \dots \text{II}$$

Durch Vereinigung von I und II und Division durch A ist, wenn $Q_r = A L_r$ gesetzt wird,

$$(w_2^2 - w_1^2) : 2 g + h_2 - h_1 + L_r = \int_2^1 v dP \dots \text{III}$$

Diese ganz allgemeinen Beziehungen lassen sich vielfach vereinfachen. Meist ist die Höhendifferenz vernachlässigbar: $h_2 - h_1 = 0$ (nur in Schächten mit langer senkrechter Leitung zu berücksichtigen); ferner ist wegen guter Isolierung meist $Q_{12} = 0$. Endlich kann $Q_r = 0$ gesetzt werden, da die Reibung durch Koeffizienten berücksichtigt wird. Unter diesen Annahmen wird

$$A (w_2^2 - w_1^2) : 2 g = i_1 - i_2 \dots \text{(Ia) 76a}$$

$$i_1 - i_2 = A \int_2^1 v dP \dots \text{(IIa) 76b}$$

$$(w_2^2 - w_1^2) : 2 g = \int_2^1 v dP \dots \text{(IIIa) 76c}$$

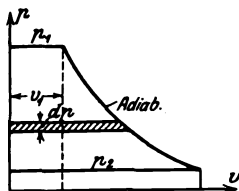


Abb. 37.

Die Gleichung IIa ist die Gleichung der adiabatischen (verlustlosen) Strömung.

$\int v dP$ ist gleich der Fläche des Kreisprozesses einer verlustlosen Maschine, Abb. 37, (als Summe der Flächenstreifen $v dv$) bei adiabatischer Expansion

$$L = \int v dP = (w_2^2 - w_1^2) : 2 g.$$

Nach Gl. IIa ist die Fläche dann auch

$$L = (i_1 - i_2) : A.$$

$i_1 - i_2$ kann direkt aus dem $i s$ -Diagramm abgegriffen (S. 537) und die Geschwindigkeit berechnet werden.

Die Arbeit des Kreisprozesses besteht aus der Füllungsarbeit $= P_1 v_1$ plus der Expansionsarbeit $L = \int P dv = \frac{P_1 v_1}{\kappa - 1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^\kappa \right]$, abzüglich der Ausschubarbeit $P_2 v_2$.

Bequemer erhält man aus Gl. 76b mit Gl. 51:

$$A (w_2^2 - w_1^2) : 2 g = i_1 - i_2 = c_p (T_1 - T_2) = c_p T_1 (1 - T_2 : T)$$

und mit $T_1 = P_1 v_1 : R$ und $A R = c_p - c_v$:

$$(w_2^2 - w_1^2) : 2 g = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \cdot P_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^\kappa \right] = L \dots \text{77}$$

Für kleine Druckunterschiede wird Gl. III a $v(P_1 - P_2) = (w_2^2 - w_1^2) : 2g$ oder

$$\frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma} = \frac{w_2^2}{2g} - \frac{w_1^2}{2g} \quad \text{und} \quad \frac{P_1}{\gamma} + \frac{w_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{w_2^2}{2g}$$

d. h. die Summe von Druck- und Geschwindigkeitsenergie ist konstant

$$\frac{P}{\gamma} + \frac{w^2}{2g} = \text{konst.} \quad \text{oder} \quad P + \gamma \cdot w^2 : 2g = \text{konst.}$$

P ist der statische Druck in kg/m^2 , man kann ihn in mm W.-S. einsetzen $= h_s$; folglich ist auch das zweite Glied ein Druck in mm W.-S. Man bezeichnet $\gamma \cdot w^2 : 2g = h_d$ als dynamischen Druck; die Summe $h_s + h_d = H$ ist der Gesamtdruck.

Wird h_d durch ein Hindernis vernichtet, so daß $h_d = 0$, dann steigt h_s bis auf H , dadurch ist Messung von h_s und H möglich mittels Stauröhren (Pitot'sche Röhre). Es ist dann: $\gamma \cdot w^2 : 2g = H - h_s$ und daraus

$$w = \sqrt{2g(H - h_s)} : \gamma$$

(576) Ausströmen aus Mündungen. Hierbei wird die Druckenergie in Geschwindigkeit umgesetzt. Es sei nach Abb. 38 der Zustand im Gefäß (also vor der Mündung), ohne Index, am Mündungsende mit dem Index 0 bezeichnet; die Geschwindigkeit w vor der Mündung kann vernachlässigt werden. Wird die Reibung nicht berücksichtigt, so gilt Gl. 76a oder 76c

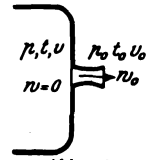


Abb. 38.

$$A w_0^2 : 2g = i - i_0; \quad w_0^2 : 2g = - \int_1^2 v dP = L,$$

es ist somit die Strömungsenergie gleich der Arbeit einer verlustlosen Maschine, Abb. 37. Daraus folgt die Ausfluggeschwindigkeit mit Gl. 77

$$w_0 = \sqrt{2g L} = \sqrt{2g \frac{\kappa}{\kappa - 1} P \cdot v \left[1 - \left(\frac{p_0}{p} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \right]}, \quad \dots \quad 78$$

wobei

- $\kappa = 1,4$ für Gase bei gewöhnlichen Temperaturen,
- $\kappa = 1,3$ für überhitzten Wasserdampf,
- $\kappa = 1,135$ für trockenen Wasserdampf,
- $\kappa = 1,035 + 0,1 \kappa$ für feuchten Wasserdampf.

Mit $L = (i - i_0) : A$ ist

$$w_0 = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 427 (i - i_0)} = 91,5 \sqrt{i - i_0} \dots \dots \dots 78a$$

Die sekundliche Ausflußmenge G_{sek} folgt aus der Kontinuitätsgleichung

$G_{\text{sek}} = w_0 F_0 : v_0$, wenn F_0 der Austrittsquerschnitt; mit $v_0 = v(p : p_0)^{\frac{1}{\kappa}}$ und w_0 aus Gl. 78 wird dann

$$G_{\text{sek}} = F_0 \sqrt{2g \frac{\kappa}{\kappa - 1} \frac{P}{v} \left[\left(\frac{p_0}{p} \right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left(\frac{p_0}{p} \right)^{\frac{\kappa + 1}{\kappa}} \right]} \dots \dots \dots 79$$

Zwischen Druck, Volumen, Geschwindigkeit und Querschnitt muß eine gewisse Beziehung bestehen. Trägt man p , v und w in einem $p v$ -Diagramm für die Mündungslänge auf, Abb. 39, so muß für einen beliebigen Querschnitt $F_x = G \cdot v_x : w_x$ sein. Am Düsenanfang ist für $p_x = p$, $w_x = 0$ und $F = \infty$, was durch gute Abrundung erzielt wird; für den Druck $p_x = 0$ wäre $v_x = \infty$

(tatsächlich hat der Druck am Mündungsende einen endlichen Wert) und wieder $F_x = \infty$. Zwischendurch muß F_x bei einem bestimmten Druck einen kleinsten Wert haben.

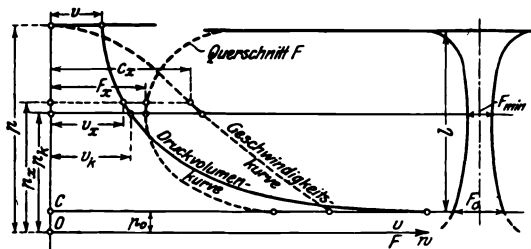


Abb. 39.

Hat eine Mündung (Düse) einen kleinsten Querschnitt F_{min} , so stellt sich in demselben ein nur vom Anfangsdruck abhängiger Druck p_k — der kritische Druck — ein, ist der engste Querschnitt am Mündungsende und $p_0 < p_k$, so findet ein plötzlicher Über-

gang von p_k in p_0 statt unter explosiven Wirbelungen. Entsprechend dem Druck p_k kann im engsten Querschnitt auch nur die kritische Geschwindigkeit erreicht werden.

Diese ist nach Gl. 78

$$w_k = \sqrt{2g \frac{\kappa}{\kappa-1} \cdot P \cdot v \left[1 - \left(\frac{p_k}{p} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]} \dots \dots \dots a$$

Der Querschnitt $F_{min} = G \cdot v_k : w_k$ wird ein Minimum, wenn

$$\frac{d}{dp} \left(\frac{v_k}{w_k} \right) = \frac{w_k dv_k - v_k dw_k}{w_k^2 dp} = 0$$

ist, woraus

$$w_k dv_k = v_k dw_k \dots \dots \dots b$$

Aus $w_k^2 : 2g = \int_1^2 v_k dP_k$ ist durch Differenzieren $w_k dw_k = -v_k dP_k$ und mit dw_k

aus Gl. b $w_k^2 dv_k : v_k g = -v_k dP_k$, woraus

$$w_k^2 = -v_k^2 g \cdot \frac{dP_k}{dv_k} \dots \dots \dots c$$

Da $v_k = 1 : \gamma_k$, so ist $w_k^2 = g \left(\frac{dP_k}{d\gamma_k} \right)_s$ (bei adiab. Strömung $s = \text{konst.}$) und

$w_k = \sqrt{g \left(\frac{dP_k}{d\gamma_k} \right)_s}$ = Schallgeschwindigkeit. Im engsten Querschnitt stellt sich also als kritische Geschwindigkeit die Schallgeschwindigkeit ein.

Durch Differenzieren von $P_k v_k^\kappa = \text{konst.}$ erhält man $\left(\frac{dP_k}{dv_k} \right)_s = -\kappa \frac{P_k}{v_k}$ und nach Einsetzen in die Gl. c

$$w_k = \sqrt{-g v_k^2 \left(\frac{dP_k}{dv_k} \right)} = \sqrt{g \cdot \kappa P_k v_k}$$

oder mit $P_k v_k = P v (p_k : p)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$

$$w_k = \sqrt{g \cdot \kappa P \cdot v (p_k/p)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}} \dots \dots \dots 80$$

Durch Gleichsetzen der Gl. a (S. 532) und 79 folgt das kritische Druckverhältnis

$$\frac{p_k}{p} = \left(\frac{2}{\kappa + 1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} \dots \dots \dots 81$$

das nur vom Anfangsdruck abhängig ist. So ist

für Gase	$\kappa = 1,4$;	$p_k : p = 0,528$;	$p = 1,892 p_k$	} . 81 a
für überhitzten Dampf	$\kappa = 1,3$;	$p_k : p = 0,5475$;	$p = 1,83 p_k$	
für trockenen Dampf	$\kappa = 1,135$;	$p_k : p = 0,5774$;	$p = 1,73 p_k$	

Durch Einsetzen von Gl. 81 in 80 wird

$$w_k = \sqrt{2g \frac{\kappa}{\kappa + 1} P v} \dots \dots \dots 82$$

Für vollkommene Gase ist mit $Pv = RT$

$$w_k = \sqrt{2g \frac{\kappa}{\kappa + 1} RT} = 3,38 \sqrt{RT} \dots \dots \dots 82a$$

Für überhitzten Dampf

$$w_k = 333 \sqrt{pv} \text{ m/sek} \dots \dots \dots 82b$$

Für trockenen gesättigten Dampf

$$w_k = 323 \sqrt{pv} \text{ m/sek} \dots \dots \dots 82c$$

wenn p_s in kg/cm^2 .

Die Ausflußmenge ist mit Gl. 81

$$G_{\text{sek}} = \frac{F_{\text{min}} \cdot w_k}{v_k} = F_{\text{min}} \left(\frac{2}{k + 1}\right)^{\frac{1}{k - 1}} \sqrt{gk \frac{P}{v} \left(\frac{2}{k + 1}\right)} \text{ kg/sek} \dots 83$$

Für überhitzten Dampf ist

$$G_{\text{sek}} = 209 F_{\text{min}} \sqrt{p \cdot v} \dots \dots \dots 83a$$

Für trockenen gesättigten Dampf ist

$$G_{\text{sek}} = 199 F_{\text{min}} \sqrt{p \cdot v}, \dots \dots \dots 83b$$

wenn F_{min} in m^2 und p in kg/cm^2 .

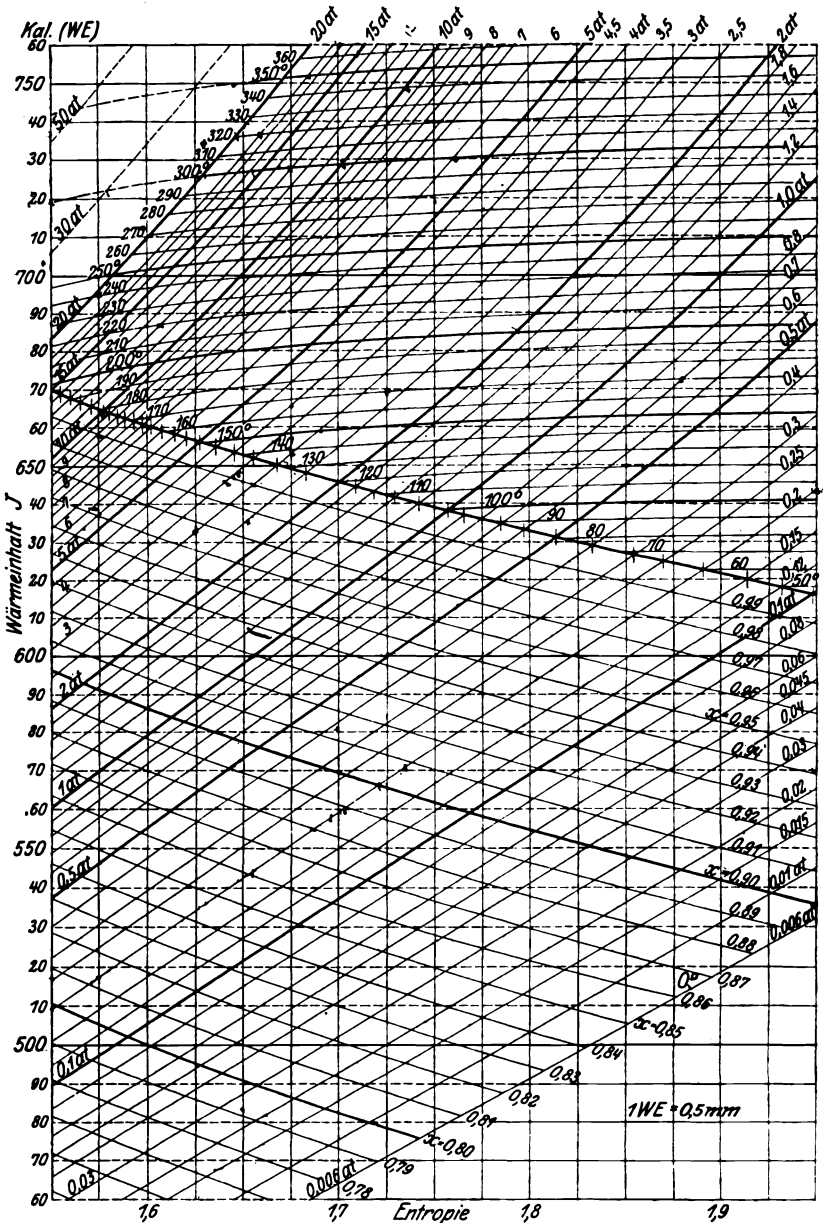
Soll die dem ganzen Druckgefälle entsprechende Geschwindigkeit v_0 erreicht werden, so muß, wenn $p_0 < p_k$, die Mündung (Düse) richtig erweitert werden, anderenfalls wird nur das Gefälle bis zum Druck p_k ausgenutzt. Ist $p_0 \geq p_k$, so ist keine Erweiterung erforderlich (s. Dampfturbinen).

Da der wirkliche Ausfluß mit Verlusten verbunden ist, so wird nur eine Geschwindigkeit $w_1 = \varphi w_0$ erreicht, wobei φ ein Erfahrungswert. Ist die Mündung keine Düse, sondern eine Öffnung in dünner Wand, so ist auch noch die Strahlkontraktion zu berücksichtigen.

Bei sehr kleinen Druckunterschieden (Saugventile, Leuchtgasleitungen u. a.) kann die Arbeitsfläche im $p \cdot v$ -Diagramm als Rechteck angenommen werden.

Für Luft ist:

$$w_1 = 24 \varphi \sqrt{T \left(1 - \frac{p_0}{p}\right)} \dots \dots \dots 84$$



(Aus: Schüle, Thermodynamik, Bd. I, 4. Aufl. Berlin: Julius Springer 1923.)

Abb. 40.

oder wenn die Druckdifferenz in h mm Wassersäule ausgedrückt ist

$$w_1 = 0,24 \varphi \sqrt{T \cdot h} \dots \dots \dots 84a$$

mit $\varphi = 0,9 \div 0,95$.

(577) Wärmedurchgang und -übergang. Sind zwei Stoffe von der Temperatur t_1 und t_2 durch eine Wand von δ m Dicke mit der Oberfläche von F m² getrennt, so ist die stündlich zwischen beiden Stoffen übergehende Wärmemenge

$$Q = k (t_1 - t_2) \cdot F \text{ WE/St.},$$

worin k die Wärmedurchgangszahl, die

$$k = \frac{1}{1/\alpha_1 + 1/\alpha_2 + \delta/\lambda}$$

ist, wenn α_1 und α_2 die Wärmeübergangszahlen von der Wand an die Stoffe und λ die Wärmeleitzahl des Materials der Wand in WE für 1 m² Querschnitt und 1 m Dicke für 1^o Temperaturdifferenz in der Stunde. Die Werte α sind von der Art des Stoffes und von der Geschwindigkeit der Bewegung abhängig; es ist

- $\alpha = 10000$ für kondensierenden Dampf,
- $\alpha = 4000 \div 6000$ für siedendes Wasser,
- $\alpha = 300 + 1800 \sqrt{w}$ für nicht siedendes Wasser,
- $\alpha = 2 + 10 \sqrt{w}$ für Luft,
- $\alpha \approx 100$ für nicht kondensierenden (überhitzten) Dampf.

λ ist für:

Messing	50 ÷ 100	Porzellan	0,9
Eisen	40 ÷ 50	Mauerwerk (Ziegel)	0,35
Kupfer	~ 330	Luft, ruhend	0,02
Silber	~ 360	Asbest, 0 ^o	0,13
Wasser	0,5	Asbest, 400 ^o	0,29
Eis	2		

Siebenter Abschnitt.

Dampfmaschinen.

Bearbeitet von Prof. Dipl.-Ing. C. Zietemann, Chemnitz.

Verhalten des Dampfes in der Dampfmaschine.

Kreisprozeß der Dampfmaschine.

(578) Dampfdiagramm. Die Arbeitsweise der idealen Dampfmaschine ist folgende. Es tritt eine gewisse Dampfmenge z. B. 1 kg trocken gesättigt, in den Zylinder — Füllung — ab , Abb. 1, mit dem Anfangsdruck p und leistet eine Volldruckarbeit gleich der Fläche $ab21$; dann folgt adiabatische Expansion bc bis auf den Enddruck p_0 mit der Expansionsarbeit $bc32$, und beim Rückgang

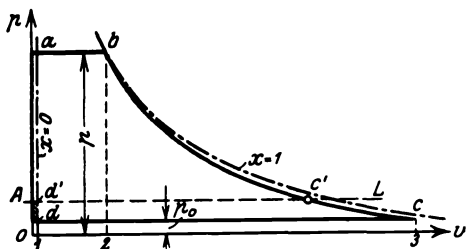


Abb. 1.

des Kolbens das Ausschleiben cd 1 3 aufgewendet wird. Die Arbeit bei einer Kurbelumkehrung ist somit gleich der Fläche $abcd$. Der Verlauf der Adiabate hängt vom Dampfzustand ab. Bei anfangs feuchtem Dampf verläuft die Adiabate ganz links der Grenzkurve mit $k = 1,035 + 0,1 x$; bei anfangs trocken gesätt. Dampf liegt Punkt 1 auf der Grenzkurve, dann wird der Dampf feucht, die Adiabate verläuft immer weiter ins Sättigungsgebiet mit $k = 1,135$; bei überhitztem Dampf liegt 1 rechts der Grenzkurve, die Adiabate verläuft nur bei starker Überhitzung ganz rechts der Grenzkurve, meist wird letztere überschritten, der Dampf wird feucht. Der Gegendruck p_0 liegt entweder über Atmosphärendruck — Arbeit mit Auspuff, oder unter 1 at abs. — Arbeit mit Kondensation.

Die Arbeit L des Kreisprozesses für 1 kg Dampf läßt sich aus der Fläche ermitteln oder rechnerisch bestimmen, da nach (575), Gl. 77

$$L = P v + \frac{P v}{k-1} \left[1 - \left(\frac{p_0}{p} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right] - P_0 v_0 = \frac{k}{k-1} P \cdot v \left[1 - \left(\frac{p_0}{p} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]$$

Die Arbeit des Dampfes erreicht den Höchstwert, wenn der Kreisprozeß aus umkehrbaren Zustandsänderungen besteht und in den Zustand völligen Gleichgewichts, d. h. auf den Druck und die Temperatur der Umgebung bzw. des Kühlwassers führt.

(579) Der theoretische Kreisprozeß der Dampfmaschine kann wie folgt stattfinden. Es wird z. B. 1 kg Wasser mit der Temperatur der Umgebung

— Punkt *d* im *p v*-Diagramm, Abb. 1, bzw. im *T s*-Diagramm, Abb. 2, — im Zylinder durch Zufuhr der Flüssigkeitswärme auf die dem Druck *p* entsprechende Siedetemperatur *t* gebracht — Punkt *a*, und durch Zufuhr der Verdampfungswärme *r* in trocken gesätt. Dampf (oder feuchten bzw. überhitzten, wenn nur *x r*, bzw. wenn noch die Überhitzungswärme zugeführt wird) verwandelt — Punkt *b*. Hierbei wird durch Volumenänderung die Volldruckarbeit geleistet. Nun folgt adiabatische Expansion, Linie *bc*, die, um die Temperatur *t*₀ der Umgebung zu erreichen, unter den atmosphärischen, auf einen der Temperatur *t*₀ entsprechenden Druck *p*₀ führen muß — Punkt *c* in Abb. 1 und 2. Nun erfolgt Wärmeentziehung bei konst. Druck *p*₀ bis zur vollständigen Verflüssigung — Punkt *d* und dann Kompression bis auf 1 at abs.

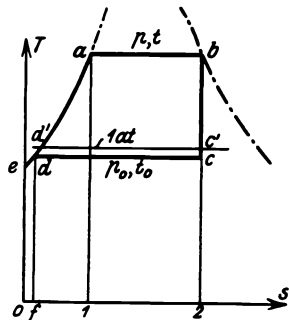


Abb. 2.

Tatsächlich geht der ganze Prozeß nicht im Zylinder vor sich, sondern es wird das Wasser vom Anfangszustand durch eine Speisepumpe auf den Druck *p* gebracht unter Erwärmung auf Siedetemperatur (Vorwärmer), die weitere Wärmezufuhr erfolgt im Kessel, dann wird der Dampf in den Zylinder geschoben — Volldruckarbeit, expandiert — Expansionsarbeit, und wird hinausgeschoben — Ausschubarbeit, in den Kondensator, wo die Wärmeentziehung und Verflüssigung erfolgt; endlich saugt die Luft- und Kondensatpumpe die Flüssigkeit und die Luft an und drückt sie auf atmosphärischen Druck. (Diese Arbeit ist die kleine schraffierte Fläche.)

(580) Das Arbeitsvermögen von 1 kg Dampf vom Druck *p* bei Expansion in der verlustlosen Maschine auf den Enddruck *p*₀ ist die Fläche *abcd* im *p v*-Diagramm, Abb. 1, und die demselben äquivalente Wärme ist die Fläche *abcd* im *T s*-Diagramm, Abb. 2. Die erstere ist

$$L = \int_{p_0}^p v dP$$

und da nach (556) Gl. 50 $dQ = di - A v dP$ und für adiabatische Zustandsänderung $dQ = T ds = 0$ (wegen $s = \text{konst.}$), so folgt:

$$i - i_0 = A \int_{p_0}^p v dP = AL \dots \dots \dots 2$$

wenn *i* bzw. *i*₀ der Anfangs- bzw. der Wärmehalt am Ende der adiabatischen Expansion.

Somit ist das Arbeitsvermögen gleich der Differenz der Wärmehalte am Anfang und am Ende der adiabatischen Expansion.

Besonders einfach ist die Bestimmung des Arbeitsvermögens im *i s*-Diagramm, Abb. 3, wo es als Wärmegefälle $h_t = i - i_0$ abgegriffen wird. Wie ersichtlich, ist die Arbeit des überhitzten Dampfes zwischen den gleichen Drücken größer als bei gesättigtem Dampf.

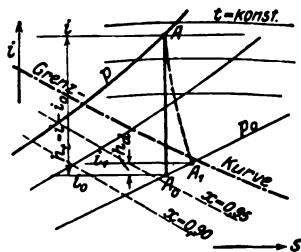


Abb. 3.

Die verfügbare Arbeit läßt sich auch ohne Diagramme durch Rechnung bestimmen, ent-

weder aus der Beziehung nach Gl. 1 oder aus den Wärmemengen, Abb. 2, da $AL = i - i_0$, wobei $i = i' + x r$ für feuchten, $i = i''$ für trockenen und $i = i'' + c_p (t' - t)$ für auf $t' = 0$ überhitzten Dampf, wenn t die dem Druck p entsprechende Siedetemperatur, die ebenso wie i' und i'' den Dampftabellen S. 521 zu entnehmen ist.

Analog läßt sich der Endwärmehalt i_0 ermitteln, doch muß dazu der Zustand durch x_0 oder durch t_0 bei überhitztem Dampf bestimmt sein, wozu die Bedingung $s = s_0$ dient, denn es ist nach (565) Gl. 67 $s = s'' + c_p \ln \frac{T}{T_s}$ und $s_0 = s_0' + x_0 (s_0'' - s_0')$ für feuchten bzw.

$s_0 = s_0'' + c_p \ln \frac{T_0}{T_0 s}$ für überhitzten Dampf, woraus x_0 bzw. t_0 ermittelt werden kann. (Die Bezeichnungen ohne Index gelten für p , die mit dem Index 0 für p_0 ; c_p ist der Tabelle S. 517 zu entnehmen.)

Für trockenen Dampf ($x = 1$) kann nach Mollier mit großer Genauigkeit gesetzt werden

$$AL_{x=1} = 632 \frac{\log p - \log p_0}{6,87 - 0,9 \log p_0} \dots \dots \dots 3$$

Für feuchten Dampf ist $(1 - x)(T_s - T_0) \cdot r / T$ abzuziehen, für überhitzten Dampf der Betrag von $c_p (t - t_s) - (s - s'') T_{0s} = c_p (t - t_s) - T_{0s} c_p \ln \frac{T}{T_s}$ zu dem Wert der Gl. 3 zu addieren.

Die Leistung N in PS in 1 Stunde, die 1 kg Dampf in der verlustlosen Maschine ergibt, ist nach den „Regeln für Leistungsversuche an Dampfkesseln und Dampfmaschinen“ des V. d. I., S. 801, zu bestimmen.

(581) Das wirkliche Arbeitsdiagramm weicht vom Diagramm der verlustlosen Maschine nicht unwesentlich ab, da eine Reihe von Verlusten die Prozesse zu nicht umkehrbaren macht.

Zunächst arbeitet die wirkliche Maschine mit unvollständiger Expansion, wodurch ein Teil der Arbeit verloren geht, doch werden dadurch die Zylinderabmessungen wesentlich kleiner und die Füllungen erhalten praktisch günstigere Werte.

Ferner hat jede Dampfmaschine einen schädlichen Raum, der mit Abdampf gefüllt bleibt und beim Dampftritt mit Frischdampf gefüllt werden muß, der keine Volldruckarbeit leistet. Endlich kommen noch Wandungsverluste hinzu, die durch den Wärmeaustausch (s. (589)) bedingt sind.

Die Eintrittsspannung liegt tiefer als der Kesseldruck (s. (587)) wegen der Verluste in den Leitungen und im Absperrventil vor der Maschine.

Die Einström-(Füllungs-)linie ab , Abb. 4, verläuft abfallend wegen der Wandungswirkungen und geht infolge Drosselung im Einlaßorgan beim Abschließen mit einer Abrundung in die Expansionslinie bc über. Die Vorgänge während der Expansion sind sehr verwickelt, die Kurve ist keine Adiabate, sie ist für gesättigten Dampf zufällig fast genau eine gleichseitige Hyperbel (hier aber keine Isotherme!), für überhitzten Dampf eine Hyperbel höherer Ordnung, $p v^n = \text{konst}$, deren Exponent n von der Höhe der Überhitzung abhängt (s. S. 547).

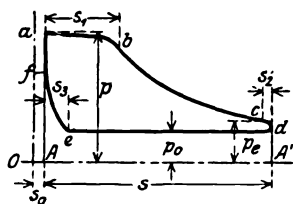


Abb. 4.

Die Expansion wird nicht bis zum Hubende geführt, sondern das Auslaßorgan öffnet vor der Totlage — Vorausströmen cd , um den Ausschubdruck im Totpunkt zu erreichen, den Druckwechsel nicht im Hubwechsel zu erhalten und Stöße im Kurbeltrieb zu vermeiden. Die Größe des Vorausströmens hängt vom Expansionsenddruck p_e und von der Umlaufzahl ab.

Der eigentliche Austritt (Ausströmen) de folgt vom Totpunkt an und erfolgt wegen der Widerstände beim Ausschieben bei etwas höherem, als dem Außen- bzw. dem Kondensatordruck. Das Ausströmen geht nicht bis Hubende, sondern das Auslaßorgan wird viel vor dem Hubende geschlossen, wobei kurz vor dem Schließen infolge Drosselung ein kleiner Druckanstieg stattfindet.

Nun beginnt die Kompression ef ; dieselbe soll den Gang der Maschine sanfter machen durch Verzögern des Kolbens und ferner den Einfluß des schädlichen Raumes verringern, da bei vollständiger Kompression der schädliche Raum nicht mit Frischdampf gefüllt zu werden brauchte. Ferner vermindert die Kompression die Eintrittskondensation (s. (589)). Da andererseits die Kompression Arbeit erfordert und die Ungleichförmigkeit des Ganges der Maschine erhöht (647), wird sie nicht bis auf den Anfangsdruck getrieben und nicht bis zum Hubende, sondern vor demselben öffnet das Einlaßorgan g für das Voreinstromen fa , das den vollen Druck in der Totlage ergibt und das Hineinstürzen von Frischdampf, das beim Öffnen in der Totlage stattfinden würde, sowie Druckwechsel im Hubwechsel vermeidet.

(582) Wirkungsgrade. Der thermische Wirkungsgrad η_{th} ist das Verhältnis des Arbeitsvermögens AL zur gesamten zugeführten Wärme $Q = i - i_0' \approx i - t_w$, Fläche $fdab2$, Abb. 2, wenn t_w die Speisewassertemperatur:

$$\eta_{th} = AL : Q = (i - i_0) : (i - t_w).$$

Da $i_0 =$ Fläche $0edc2$ abgeführt wird, müßte zur Erhöhung des thermischen Wirkungsgrades diese Wärmemenge möglichst klein und andererseits i möglichst groß gemacht werden, doch hat dieses wegen der geringen Zunahme des Wärmeinhaltes bei Drucksteigerung im Sättigungsgebiet nur wenig Einfluß, und auch im Überheizungsgebiet stehen der Erhöhung praktische Erwägungen entgegen, während eine Herabsetzung von i_0 durch die untere Temperatur (Umgebungs- oder Kühlwassertemperatur) begrenzt ist. Somit ist keine prinzipielle Verbesserung von η_{th} zu erwarten. Im $i\theta$ -Diagramm läßt sich η_{th} durch Abgreifen von $i - i_0 = h_c$ und Ablesen von i sehr einfach bestimmen.

Der indizierte (innere) Wirkungsgrad η_i , auch Gütegrad oder Volligkeitsgrad genannt, ist das Verhältnis der Arbeit L_i des wirklichen Prozesses, die gleich der Fläche des Indikatordiagramms ist — indizierte Arbeit — zur Arbeit L der verlustlosen Maschine

$$\eta_i = \frac{L_i}{L}.$$

Derselbe zeigt die Güte der Ausnutzung des Dampfes in der Maschine; durch Vergleich der Arbeitsflächen im $p\upsilon$ - oder im $T\theta$ -Diagramm („Völligkeit“) tritt η_i deutlich hervor.

Das Verhältnis $\eta_{thi} = AL_i : (i - t_w)$ wird häufig als indizierter thermischer Wirkungsgrad bezeichnet.

Der mechanische Wirkungsgrad η_m , der die mechanischen Verluste — Reibung, Stöße, Regler- und Schmierpressenantrieb — berücksichtigt, ist das Verhältnis der Nutz- oder effektiven Arbeit L_e zur indizierten

$$\eta_m = L_e : L_i = (L_i - L_v) : L_i,$$

wenn L_v die mechanische Verlustarbeit ist.

Der effektive (Nutz-)Wirkungsgrad η_e ist das Verhältnis der Nutzarbeit L_e zu der Arbeit der verlustlosen Maschine

$$\eta_e = L_e : L = (L_e : L_i) (L_i : L) = \eta_m \cdot \eta_i;$$

derselbe umfaßt alle Verluste in der Maschine.

Wirkungsgrade η_e . Übersichtswerte.

Leistung N_n	PS ₀	50	75	100	200	300	400	600	800	1000	1200	1500
Einzylinder- auspuff		0,58	0,62	0,68	0,73	0,76						
Einzylinder- kondensation			0,59	0,62	0,64	0,67	0,69					
Verbundmaschine mit Kondensation				0,53	0,59	0,63	0,66	0,69	0,70	0,71	0,715	0,72

Wird noch der Kesselwirkungsgrad η_k eingeführt, d. h. das Verhältnis der im Kessel nutzbar gemachten (an das Wasser abgegebenen) Wärme zum Heizwert der Kohle, so kann

der wirtschaftliche (Gesamt-) Wirkungsgrad η_w gebildet werden, als Verhältnis der effektiven Arbeitswärme von 1 kg Dampf zur für 1 kg Dampf im Brennstoff zugeführten Wärme i_k

$$\eta_w = \frac{AL_e}{i_k} = \frac{i - t_w}{i_k} \cdot \frac{AL}{i - t_w} \cdot \frac{AL_t}{AL} \cdot \frac{AL_e}{AL_t} = \eta_k \cdot \eta_{th} \cdot \eta_i \cdot \eta_m,$$

η_k , η_i und η_m liegen bei etwa 0,80, nur η_{th} liegt tief und zieht den Gesamtwirkungsgrad herab.

Der wirtschaftliche Wirkungsgrad dient zum Vergleich der Dampfmaschine mit den Verbrennungskraftmaschinen; für erstere ist η_w bei guten Maschinen kaum höher als 0,15, während bei Gasmaschinen $\eta_w = 0,25$ und bei Dieselmotoren $\eta_w = 0,33$ erreicht wird.

Um η_{th} und η_i ermitteln zu können, muß der Verlauf des zum Vergleich herangezogenen verlustlosen Prozesses festgelegt werden, da ein einheitlicher Vergleichsprozeß nicht besteht, sondern folgende in Betracht kommen. Es ist deshalb bei den Wirkungsgraden stets anzugeben, welcher Vergleichsprozeß zugrunde gelegt wurde.

(583) Vergleichsprozesse. 1 Der Carnot-Prozeß mit 2 Adiabaten und 2 Isothermen könnte nur durchgeführt werden, wenn während der isothermischen Expansion Wärme zugeführt würde, was praktisch nicht angängig ist. Dieser Prozeß wird deshalb nicht mehr herangezogen, obgleich er die günstigste Wärmeausnutzung hat.

2. Vergleichsprozeß nach Clausius-Rankine. Derselbe entspricht dem Prozeß einer idealen Maschine (578), in der keine nicht umkehrbaren Zustandsänderungen vorkommen; keine Wandungswirkungen, keine Verluste durch Strahlung oder Leitung, kein schädlicher Raum, kein Spannungsabfall beim Eintritt, kein erhöhter Gegendruck, kein Drosseln, vollständige adiabatische Expansion bis auf den Austrittsdruck, vollständiger Ausschub (keine Kom-

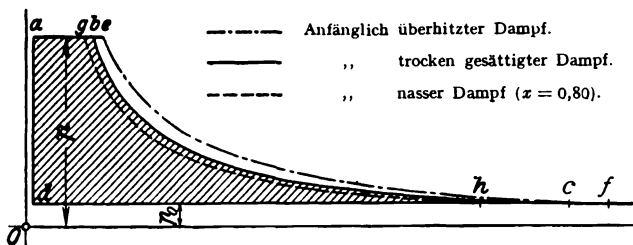


Abb. 5.

pression). Das Speisewasser gelangt mit der Temperatur des ausströmenden Dampfes in den Kessel.

Abb. 5 zeigt diesen Prozeß im $p v$ -Diagramm, Abb. 6 das zugehörige Wärme-
diagramm für feuchten Dampf (gh bzw. GH), für trockenen Dampf (bc bzw. BC) und für überhitzten Dampf (ef bzw. EF). Die Arbeit kann nach den Gl. 1, 2 und 3 bestimmt werden.

Beispiel. Es sei für eine Dampfmaschine die indizierte Leistung $N_i = 200 \text{ PS}_i$, wenn $p = 10,5 \text{ at abs.}$, $t = 320^\circ \text{ C}$ ($T = 593^\circ$), $p_0 = 0,08$ der gemessene Dampfverbrauch $D_i = 4,40 \text{ kg/PS/st}$; zu bestimmen der thermische und der indizierte Wirkungsgrad.

Nach den Tabellen S. 521 ist für $p = 10,5 \text{ at}$ die Sättigungstemperatur $t_s = 181,2^\circ \text{ C}$, $T_s = 454,2^\circ$, die Flüssigkeitswärme $i' = 183,3 \text{ WE/kg}$ und für $p_0: t_0$ $41,1^\circ$; $i_0' = 41,1 \text{ WE/kg}$, $r_0 = 573,4 \text{ WE/kg}$. c_p ist aus Tabelle S. 517 zu entnehmen. Damit ist

$$i = i' + r \cdot c_p (t - t_s) = 183,3 + 481,2 + 0,533 (320 - 181,2) = 738,5 \text{ WE/kg}$$

und da

$$s - s' + c_p \ln \frac{T}{T_s} = 1,5745 + 0,533 (\ln 593 - \ln 454,2) = 1,7166$$

kleiner ist als $s_0'' = 1,9660$, so liegt der Endzustand der adiabatischen Expansion im Sättigungsgebiet und aus $s = s_0$ oder $1,7166 = s_0' + x_0 (s_0'' - s_0')$ folgt

$$x_0 = \frac{1,7166 - s_0'}{s_0'' - s_0'} = \frac{1,7166 - 0,1411}{1,9660 - 0,1411} = 0,863.$$

Damit ist

$$i_0 = i_0' + x_0 r_0 = 41,1 + 0,863 \cdot 573,4 = 535,6 \text{ WE/kg}$$

und

$$AL = i - i_0 = 738,5 - 535,6 = 202,9 \text{ WE/kg}$$

die Erzeugungswärme ist mit $t_w = t_0 = 41,1$

$$i - t_0 = 738,5 - 41,1 = 697,4 \text{ WE/kg.}$$

Der thermische Wirkungsgrad

$$\eta_{th} = 202,9 : 697,4 = 0,291 = 29,1 \text{ vH.}$$

Der Wärmeverbrauch der Maschine ist

$$4,40 \cdot 697,4 = 3070 \text{ WE/PS}_i/\text{st}$$

und da das Wärmeäquivalent von $1 \text{ PS}_i/\text{st}$ $632,3 \text{ WE/PS}_i/\text{st}$ beträgt, so ist der indizierte thermische Wirkungsgrad

$$\eta_{th i} = 632,3 : 3070 = 0,206,$$

somit der indizierte Wirkungsgrad

$$\eta_i = \eta_{th i} : \eta_{th} = 0,206 : 0,291 = 0,708 = 70,8 \text{ vH.}$$

Wesentlich einfacher ist die Ermittlung von η_{th} aus dem is -Diagramm.

3. Vergleichsprozess des Vereins deutscher Ingenieure. Dieser Prozeß unterscheidet sich vom vorgenannten nur dadurch, daß die adiabatische Expansion nicht vollständig bis auf den Gegendruck p_0 , sondern nur auf eine dem Expansionsgrade der wirklichen Maschine entsprechende Spannung p_e getrieben wird. Abb. 7 zeigt das Arbeitsdiagramm, Abb. 8 das zugehörige Wärme-
diagramm für 1 kg feuchten, trocken gesättigten und überhitzten Dampf.

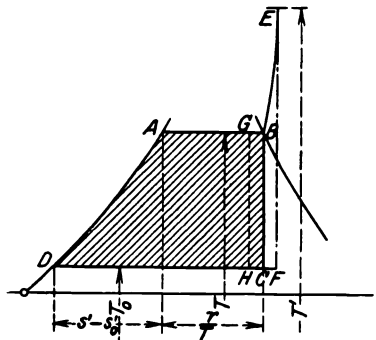
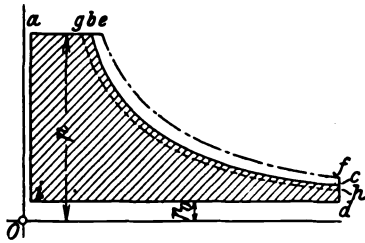


Abb. 6.



----- Anfanglich überhitzter Dampf.
 ————— „ trocken gesättigter Dampf.
 - - - - - „ nasser Dampf ($x = 0,89$).

Abb. 7.

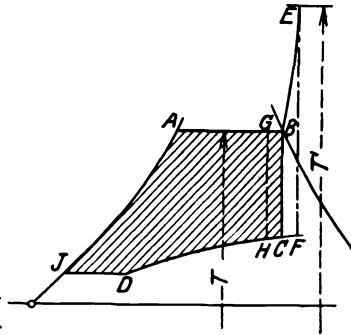


Abb. 8.

Um den Expansionsgrad zu ermitteln, wird der Vergleichsprozess über das aufgenommene Indikatorgramm verzeichnet, Abb. 9. Dazu bestimmt man aus dem gemessenen Dampfverbrauch D_1 kg/PS/st den Verbrauch für ein Arbeitsspiel einer Kolbenseite

$$D = D_1 N_1 : 60 \cdot n \cdot 2 \text{ kg}$$

und mit dem spez. Volumen v beim Druck p nach (563) Gl. 59 oder (564) Gl. 63 ist das theoretische Füllungsvolumen $V_1' = v \cdot D \text{ m}^3$ für ein Arbeitsspiel. Dieses Volumen wird im Maßstab, den man aus dem Hubvolumen und der Diagrammlänge ermittelt, über dem Indikatorgramm, Abb. 9, eingetragen, so daß die Ordinatenachse in der Entfernung V_0 , entsprechend dem schädlichen Raum,

vom Diagrammanfang a liegt. Nun wird durch Rückwärtszeichnen der Expansionslinie bis zum vollen Anfangsdruck p (vor dem Absperrventil) das auf den Druck p reduzierte Füllungsvolumen V_r gefunden oder durch Rechnung nach der gleichseitigen Hyperbel aus $V_r \cdot p = V_1 p_1$ ermittelt.

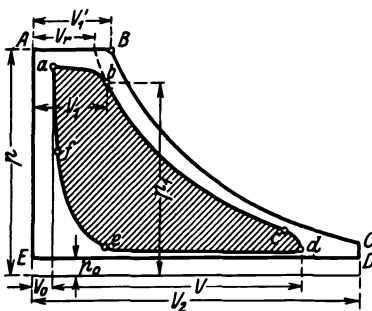


Abb. 9.

Dann ist das Expansionsverhältnis

$$\epsilon = \frac{V_0 + V}{V_r} = \frac{V_2}{V_1'}$$

woraus V_2 zu ermitteln ist und damit der Vergleichsprozess, wie in

Abb. 9, eingezeichnet werden kann. Das Verhältnis der Flächen ist der Völligkeitsgrad η_t (Güte- oder indizierter Wirkungsgrad).

(584) Dampfverbrauch. Da für 1 PS-Stunde theoretisch 632,3 WE erforderlich sind, die Leistung von 1 kg Dampf (Arbeitsvermögen) in der verlustlosen Maschine aber AL ist, so ist der theoretische Dampfverbrauch

$$D_{th} = 632,3 : AL \text{ kg/PS/st} \dots \dots \dots 4$$

Der Dampfverbrauch gibt kein genaues Bild von der Güte der Maschine, da derselbe vom Dampfzustand abhängt. Zur schnellen Beurteilung kann man aber doch nach dem Dampfverbrauch gehen, da der Wärmehalt bei Sattedampf

nicht sehr verschieden ist (z. B. $i'' = 655$ WE/kg bei 4 at, $i'' = 662$ bei 7 at und $i'' = 670$ bei 15 at).

Wird ein mittlerer Wert $i'' = 662$ angenommen und die Speisewassertemperatur im Mittel zu $t_w = 30^\circ$ gesetzt, so ist $\eta_{th} = A L : (i'' - t_w) = A L : (662 - 30) = A L : 632$ und mit $A L$ aus Gl. 4 folgt

$$\eta_{th} = 1 : D_{th} \quad \text{oder} \quad D_{th} = 1 : \eta_{th},$$

d. h. der theoretische Dampfverbrauch ist der reziproke Wert des thermischen Wirkungsgrades. Da meist der indizierte Dampfverbrauch D_i angegeben wird, so ist $\eta_{thi} = 1 : D_i$ und $D_i = 1 : \eta_{thi}$.

Bei überhitztem Dampf kann nicht nach dem Dampfverbrauch, wie er festgestellt ist, geurteilt werden, da der Wärmehalt i von der Überhitzung abhängig ist. Um aber zum Vergleich den Dampfverbrauch heranziehen zu können, wird derselbe auf den Zustand gesättigten Dampfes reduziert:

$$D_{ri} = D_i \frac{i - t_w}{i'' - t_w} \approx D_i \frac{i - 30}{632},$$

womit wieder $\eta_{thi} \approx 1 : D_{ri}$.

Bei Dampfmaschinen wird meist der indizierte Dampfverbrauch angegeben, da die indizierte Leistung bequem gemessen werden kann (588), jedoch ist der effektive (oder Nutz-)Dampfverbrauch D_e für die praktische Beurteilung der Maschine wichtig. Die Nutzleistung N_e (effektive) kann durch Bremsung ermittelt werden, dann ist

$$D_e = 632,3 : A L_e = 632,3 : A L \eta_e.$$

Werte des Dampfverbrauches D_{th} der verlustlosen Maschine kg/PS/st.

Für Auspuffmaschinen mit $p_0 = 1,10$ at abs.

Druck p	feucht		trocken gesättigt	überhitzt $t =$							
	$\alpha = 0,90$	$\alpha = 0,95$		200°	225°	250°	275°	300°	325°	350°	
4	13,6	12,8	12,05	11,1	10,54	10,1					
5	11,45	10,8	10,3	9,60	9,16	8,85	8,38				
6	9,36	8,88	8,50	8,03	7,79	7,51	7,09	6,80	6,45		
9	8,24	7,79	7,40	7,15	6,94	6,66	6,42	6,15	5,91	5,63	
10	7,73	7,29	7,01	6,83	6,63	6,39	6,17	5,93	5,61	5,44	
11	7,46	7,10	6,74	6,60	6,41	6,19	5,96	5,72	5,50	5,29	
12	7,19	6,86	6,51	6,41	6,20	6,00	5,79	5,57	5,36	5,15	
13	6,92	6,61	6,30	6,24	6,04	5,85	5,62	5,43	5,21	5,05	

Für Kondensationsmaschinen mit $p_0 = 0,15$ at.

Druck p	feucht		trocken gesättigt	überhitzt							
	$\alpha = 0,90$	$\alpha = 0,95$		200°	225°	250°	275°	300°	325°	350°	
4	5,85	5,55	5,27	4,96	4,81	4,67					
5	5,42	5,16	4,94	4,69	4,55	4,41	4,26				
7	4,96	4,71	4,53	4,32	4,22	4,10	3,96	3,84	3,71		
9	4,64	4,41	4,22	4,11	3,99	3,87	3,77	3,65	3,54	3,42	
10	4,49	4,28	4,10	4,01	3,90	3,79	3,69	3,58	3,46	3,35	
11	4,41	4,20	4,01	3,94	3,84	3,73	3,63	3,51	3,41	3,33	
12	4,31	4,13	3,94	3,88	3,77	3,67	3,57	3,47	3,37	3,27	
13	4,22	4,04	3,86	3,83	3,72	3,62	3,51	3,42	3,32	3,22	

(585) Die Bestimmung des Dampfverbrauches aus dem Indikatordiagramm (abgenommenen oder entworfenen). Der indizierte Dampfverbrauch besteht aus dem nutzbaren Dampfverbrauch und den Dampfverlusten.

Der nutzbare Dampfverbrauch läßt sich aus dem Indikatordiagramm ermitteln. Die wirksame Füllung s_1 wird durch Verlängern der Füllungslinie und der Expansionslinie bis zum Schnitt, Abb. 10, gefunden. Mit dem Füllungsgrad $\varepsilon_1 = s_1 : s$ und dem Koeffizienten des schädlichen Raumes $\varepsilon_0 = s_0 : s$, worin s die Diagrammlänge, ist das Füllungsvolumen $V_1 = \varepsilon_1 V$ und das Volumen des schädlichen Raumes $V_0 = \varepsilon_0 V$, wenn V das Hubvolumen. Ohne Berücksichtigung der Kompression ist das pro Hub gefüllte Volumen $V_0 + V_1 = V(\varepsilon_0 + \varepsilon_1) = FS(\varepsilon_0 + \varepsilon_1)$ und das gefüllte Gewicht $(V_0 + V_1)\gamma_1 = V(\varepsilon_0 + \varepsilon_1)\gamma_1$ kg. Hiervon ist das zu Beginn der Kompression im Zylinder verbleibende Dampfgewicht abzuziehen: $(V_0 + V_3)\gamma_3 = V(\varepsilon_0 + \varepsilon_3)\gamma_3$ kg, wenn $\varepsilon_3 = s_3 : s$, Abb. 10, der Kompressionsgrad und γ_3 die Dichte bei Kompressionsbeginn, so daß pro Hub das Dampfgewicht $G_h = V(\varepsilon_0 + \varepsilon_1)\gamma_1 - V(\varepsilon_0 + \varepsilon_3)\gamma_3$ in den Zylinder tritt und in der Stunde bei $2n60$ Hüben

$$G_{st} = 2n60V[(\varepsilon_0 + \varepsilon_1)\gamma_1 - (\varepsilon_0 + \varepsilon_3)\gamma_3] \text{ kg/st.}$$

Ist F die nutzbare Kolbenfläche (588) und S der Kolbenhub, so ist $V = FS$ und der nutzbare Dampfverbrauch für 1 PS₁-Stunde

$$D_i = G_{st} : N_i = 2n60FS[(\varepsilon_0 + \varepsilon_1)\gamma_1 - (\varepsilon_0 + \varepsilon_3)\gamma_3] : N_i$$

oder, da $Sn : 30 = c_m$ die mittlere Kolbengeschwindigkeit und $N_i = 10000 p_i F c_m : 75$ mit F in m²,

$$D_i' = \frac{27}{p_i} [(\varepsilon_0 + \varepsilon_1)\gamma_1 - (\varepsilon_0 + \varepsilon_3)\gamma_3] \text{ kg/PS}_1/\text{st}$$

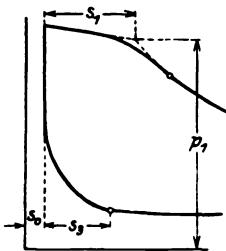


Abb. 10.

Die Dichte γ_1 des eintretenden Dampfes ist entsprechend dem Zustand zu bestimmen; die Dichte γ_3 des austretenden Dampfes ist bei Auspuffmaschinen $\gamma_3 \cong 0,66$, bei Kondensationsmaschinen $\gamma_3 \cong 0,137$.

Als Dampfverluste kommen noch hinzu:

a) der Abkühlungsverlust D_i'' , der von dem Dampfzustand und den Wandungswirkungen abhängig ist; derselbe kann angenommen werden zu $D_i'' = 0,2 D_i'$ bei Sattdampf und $D_i'' = 0,02 D_i'$ bis $0,01 D_i'$ bei hoher Überhitzung. Für Zweizylinderheidampfmaschinen ist $D_i'' = 0,04 - 0,02 D_i'$ und für Dreizylinder-Heidampfmaschinen $D_i'' = 0,06 - 0,03 D_i'$, abnehmend mit höherer Temperatur.

b) Der Lssigkeits-(Undichtheits-)verlust D_i''' kann für Einzylinder-sattdampfmaschinen rund zu 1 kg, für Heidampfmaschinen zu 0,7 kg angenommen werden; für Zweizylindermaschinen etwa das 0,8fache, für Dreizylindermaschinen das 0,7fache der obigen Werte.

Der gesamte Dampfverbrauch für 1 PS₁/st ist somit

$$D_i = D_i' + D_i'' + D_i''' \text{ kg/PS}_1/\text{st.}$$

Die Speisewassermenge ist bei Sattdampf um 5 bis 10 vH. größer, wegen des Kondenswassers in den Rohrleitungen.

(586) Der Wärmeverbrauch für 1 PS₁/st wird angegeben, um den Vergleich mit anderen Wärme kraftmaschinen ziehen zu können. Nachstehende Zahlentafel gibt einige Werte für Leistungen von 100 bis 500 PS₁ (die größeren Werte gelten für kleinere Leistungen).

Kohle- und Wärmeverbrauch für 1 PS₁/st (abnehmend mit wachsender Leistung, Heizwert = 7500 WE und Kesselwirkungsgrad = 75 vH. angenommen).

Einzylinder- maschine	Auspuffmaschinen		Kondensationsmaschinen	
	Sattdampf	Heißdampf	Sattdampf	Heißdampf
Wärme- verbrauch WE	6400—10000	5000—7300	5000—7000	4000—5500
Kohle- verbrauch kg	1,2 · 2	1,0—1,45	1,0—1,4	0,80—1,1

Konden- sations- maschinen	Zweizylinder		Dreizylinder	
	Sattdampf	Heißdampf	Sattdampf	Heißdampf
Wärme- verbrauch WE	4000—4800	3200—4000	3500—4000	3100—3700
Kohle- verbrauch kg	0,8—0,95	0,625—0,8	0,7—0,8	0,6—0,725

(587) **Entwurf des Diagramms der Einzylindermaschinen.** Die Basis (Kolbenhub) s , Abb. 11, wird im Diagramm meist zu 100 mm — auch 120 oder 150 mm — und der Druckmaßstab so gewählt, daß die Diagrammhöhe etwa 0,7 der Länge wird.

Die Größe des schädlichen Raumes, der in vH. des Hubvolumens bzw. des Kolbenhubes angegeben wird, $\epsilon_0 = \epsilon_0 : s$, kann angenommen werden:

$\epsilon_0 = 0,05$ bis $0,10$, im Mittel $0,08$ für Flachschieber (für kurze Dampfkanäle $\epsilon_0 = 0,03$ bis $0,06$).

$\epsilon_0 = 0,07$ bis $0,16$, im Mittel $0,12$ für Kolbenschieber,

$\epsilon_0 = 0,05$ „ $0,10$ „ „ $0,07$ „ Ventile.

$\epsilon_0 = 0,03$ „ $0,06$ „ „ $0,04$ „ Drehschieber (Corlißhähne).

Kleine Maschinen und großes Verhältnis Hub zu Durchmesser haben verhältnismäßig größeren schädlichen Raum, als große Maschinen und kurzer Hub.

Die Eintrittsspannung (Admissionsdruck) p ist kleiner als der Druck p_k im Kessel, wegen des Spannungsverlustes in der Rohrleitung.

Es ist etwa

$p = 0,87 p_k - z$ für Maschinen mit Drosselregelung,

$p = 0,92$ bis $0,95 p_k - z$ für solche mit vom Regler beherrschter Steuerung

zu nehmen, wenn z den Druckverlust (in kg/cm²) in der Dampfleitung bezeichnet. Derselbe kann nach Eberle für gesättigten und überhitzten Dampf

$$z = \frac{10,5}{10^4} \gamma \cdot l \cdot w^2$$

gesetzt werden; hierin bedeutet

γ das spez. Gewicht des Dampfes in kg/m³ bei der in der Leitung herrschenden mittleren absoluten Spannung in kg/cm²,
 l die Länge und d den lichten Durchmesser der Leitung in m,
 w die mittlere Dampfgeschwindigkeit in m/sek.

Hilfsbuch f. d. Maschinenbau. 7. Aufl.

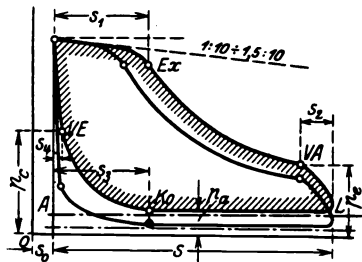


Abb. 11

Bei kurzen Leitungen mit genügender Weite und Dampfkesseln mit großem Wasserinhalt wird z gewöhnlich 0,25 at nicht überschreiten.

In der Leitungslänge l sind Krümmer und Ventile zu berücksichtigen, für je ein Ventil kann 17 bis 20 m Rohr angenommen werden.

Die Füllungsline verläuft abfallend mit einer Neigung von 10 bis 15 vH. und geht wegen der Drosselung bei Schließen des Einlaßorgans mit größerer oder kleinerer Abrundung in die Expansionslinie über. Um hierbei die gleiche Expansionslinie zu erhalten, muß die wirkliche Füllung größer sein als ohne jedes Drosseln, d. h. als die sog. „wirksame“ Füllung.

Die Größe der Füllung wird durch wirtschaftliche Rücksichten bestimmt, da kleine Füllung bei gleicher Leistung geringeren Dampfverbrauch, aber größere Zylinder, d. h. teurere Anlage ergibt, jedoch wird bei zu weit getriebener Expansion der Gewinn im Verhältnis zu den höheren Anschaffungskosten zu gering. Meist wird der Enddruck p_e der Expansion angenommen und zwar $p_e = 1,5$ bis 1,9 at abs. bei Auspuffmaschinen und $p_e = 0,6$ bis 1,0 at abs. bei Kondensationsmaschinen, und dann erhält man durch Rückwärtskonstruktion der Expansionslinie die „normale“ Füllung, die für die normale Leistung angenommen wird. Bei überhitztem Dampf kann die Füllung kleiner gewählt werden, wegen geringerer Eintrittskondensation, obgleich infolge steileren Verlaufes der Expansionslinie die Rückwärtskonstruktion größere Füllungen ergibt. Folgende Tabelle gibt Überschlagswerte der Füllungen.

Mittlere Werte wirtschaftlich vorteilhaftester Füllungen.

Absolute Einström- spannung p at	Einzyylinder- Auspuffmaschinen		Kondensationsmaschinen			
	mit Kulissen- steuerung	mit Expansions- steuerung	Einzyylindermaschinen		Zweizylindermaschinen	
			ohne Dampf- mantel	mit Dampf- mantel	ohne geheizten Aufnehmer	mit geheiztem Aufnehmer
4	0,52—0,44	0,38—0,32	0,20—0,16	0,15—0,12	0,125—0,115	0,11 —0,10
5	0,44—0,35	0,32—0,28	0,17—0,15	0,13—0,11	0,11 —0,10	0,10 —0,09
6	0,38—0,30	0,27—0,23	0,15—0,13	0,11—0,09	0,095—0,085	0,085—0,075
8	0,32—0,26	0,22—0,19	0,14—0,12	0,09—0,08	0,085—0,075	0,07 —0,06
10	0,28—0,22	0,19—0,17			0,075—0,07	0,06 —0,05

Anmerkung. Als „normale“ Füllungen herzustellender Maschinen sind Zwischenwerte, und zwar größere Werte für kleine und kleinere Werte für große Maschinen zu wählen. Die normalen Füllungen können etwas kleiner genommen werden bei hohen Brennstoffpreisen und ununterbrochenem Betriebe; dagegen können etwas größere Füllungen als normal angenommen werden bei billigem Brennstoffe oder häufig unterbrochenem Betriebe.

Die größte Füllung muß die Maximalleistung ergeben, unter Umständen sind hiernach die Zylinderabmessungen zu bestimmen. Je größer die Füllung an sich, um so geringer die Zunahme der Diagrammfläche. Deswegen geht man meist nicht über 50 vH. Die wirksame Füllung ist hierbei je nach Bauart der Steuerung verschieden. Bei einigen Maschinengattungen kommt für die Wahl der größten Füllung noch das erforderliche Kraftmoment beim Anfahren in Frage (Lokomotiven, Walzenzugs- und Fördermaschinen).

Die kleinste Füllung muß meist unabhängig von der verlangten kleinsten Leistung der Forderung genügen, daß bei Aufhören des Widerstandes der Regler das Durchgehen der Maschine verhüten kann; zuweilen genügt dazu Nullfüllung nicht, dann muß auch das Voreinströmen unterbleiben — bei Kondensationsmaschinen und bei großem schädlichen Raum — absolute Null (oder 00)-Füllung.

Die Expansionslinie ist bei gesättigtem (oder sehr wenig überhitztem) Dampf praktisch zufällig fast genau eine gleichseitige Hyperbel, die, wie unter (543) angegeben mit Berücksichtigung des Volumens des schädlichen Raumes,

also mit der Abszisse $s_0 + s_1$ bei Beginn, oder $s_0 + s - s_2$ am Ende der Expansion vom Koordinatenanfang 0, Abb. 11, zu zeichnen ist.

Bei überhitztem Dampf ist die Expansionslinie als Polytrope nach (544) zu zeichnen, wobei der Exponent n je nach Größe der Füllung und der Überhitzung zu $n = 1,1$ für mäßige Überhitzung (80^0 bei großen, 100^0 bei kleinen Füllungen),

$$\begin{aligned} n &= 1,15 \text{ für mittlere Überhitzung (} 100^0 \text{ bzw. } 120^0 \text{),} \\ n &= 1,20 \text{ „ hohe „ (} 120^0 \text{ bzw. } 140^0 \text{),} \\ n &= 1,25 \text{ „ sehr hohe „ (} 140^0 \text{ bzw. } 160^0 \text{),} \end{aligned}$$

gesetzt werden kann.

Je kleiner der gewählte Winkel α , um so enger liegen die ermittelten Punkte. Sehr genau zeichnen! Werte des $\operatorname{tg} \beta$ für verschiedene $\operatorname{tg} \alpha$ und n s. S. 507.

Die Vor-Ausströmung $\varepsilon_2 = s_2 : s$ (bei VA beginnend) ist so groß zu wählen, daß der Dampfdruck bis zum Hubwechsel nahezu auf die Ausströmspannung p_a herabsinken kann; sie muß um so früher beginnen, je schneller die Maschine läuft, doch ist auf die von ihrer Größe ebenfalls abhängige Kompression Rücksicht zu nehmen. Man gibt bei Auspuffmaschinen etwa 5 bis 10 vH., bei Kondensationsmaschinen etwa 7 bis 20 vH., unter Umständen noch mehr Vorausstritt (Hochdruck- bzw. Mitteldruckzylinder mehrfacher Expansionsmaschinen erhalten wegen der geringen in Betracht kommenden Druckunterschiede entsprechend kleineres Vorausströmen, 2 bis 5 vH.).

Bei sehr kleiner Füllung ist aber bei Auspuffmaschinen großes Vorausströmen vorteilhaft, damit die Expansion nicht unter die Austrittsspannung führt und Schleifenbildung vermieden wird (s. Abb. 1051). Die Vorausströmlinie ist nach Gefühl etwa nach Abb. 11 einzuzichnen. Das Ausströmen soll möglichst ungehindert erfolgen, da jede Drosselung Drucksteigerung und Verlust an Diagrammfläche nach sich zieht; deshalb muß die Austrittsspannung schon zu Beginn der Ausströmung (also im Totpunkt) erreicht werden.

Der Gegendruck während der Ausströmung beträgt bei Auspuffmaschinen etwa 1,15 bis 1,2, bei Kondensationsmaschinen etwa 0,15 bis 0,2 at (absolut). Bei ungehindertem Austritt (weite und kurze Auspuffrohre) verläuft die Ausströmlinie wagerecht und steigt nur gegen Schluß der Periode etwas an, und zwar um so mehr, je schleichender der Kanalschluß, und um so weniger, je plötzlicher derselbe erfolgt.

Die Kompressionslinie (bei Ko beginnend) wird — gleichwie die Expansionslinie — als gleichseitige Hyperbel aufgezeichnet. Der Kompressionsenddruck p_c muß, um Druckwechsel im Triebwerke kurz vor dem Hubwechsel und damit einen ruhigen Gang der Maschine zu erzielen, den Verzögerungsenddruck der Triebwerkmassen überwiegen (vgl. (627)); er darf jedoch die Spannung des Einströmdampfes nicht erreichen, sondern muß unter dieser bleiben. Für normale Auspuffmaschinen kann die Endspannung der Kompression bis zu etwa $\frac{2}{3} \div \frac{3}{4}$ der Einströmspannung genommen werden; bei Kondensationsmaschinen beträgt die Endspannung der Kompression selten mehr als 2 at (abs.). Kondensationsmaschinen, die auch mit Auspuff arbeiten müssen, erhalten in der Regel nur so viel Kompression, als für Auspuffbetrieb noch zulässig ist, oder Einrichtungen für rasches Ändern des Kompressionsgrades — stellbare Exzenter, Daumenscheiben, Lenker oder dergl. Je niedriger die Austrittsspannung p_a , desto früher muß die Kompression beginnen, um den gewünschten Enddruck p_c zu erreichen. Die Wandlungswirkungen verringern den Kompressionsenddruck, da der tatsächliche Verlauf von der gleichseitigen Hyperbel häufig stark abweicht. Als vorläufiger Anhalt kann angenommen werden:

$$\begin{aligned} \varepsilon_3 = s_3 : s &= 0,06 \div 0,14 \text{ bei Hochdruckzylindern,} \\ &= 0,08 \div 0,20 \text{ „ Auspuffmaschinen,} \\ &= 0,18 \div 0,30 \text{ „ Kondensationsmaschinen,} \end{aligned}$$

und zwar bei kleinem schädlichen Raum näher den unteren Werten.

Die Vor-Einströmung hängt von der Größe des schädlichen Raumes der Kompression und dem Eröffnungsgesetze der Steuerung ab; im Mittel kann dieselbe $\epsilon_4 = \epsilon_4 : s = 0,005$ bis $0,015$ (0,5 bis 1,5 vH.) betragen. Bei Einschieber-Expansionssteuerungen kann das VE bei kleinen Füllungen wesentlich größer ausfallen, wodurch aber zu hoher Kompressionsenddruck und Schleifenbildung vermieden wird. Im Diagramm wird die Vor-Einströmlinie als Gerade eingezeichnet.

(588) Berechnung der Einzylindermaschinen. Es bezeichne

- N_n die Nutz-, N_i die indizierte Leistung in PS,
- $\eta_m = N_n : N_i$ den mechanischen Wirkungsgrad,
- F, F' die nutzbaren Kolbenflächen auf Deckel- bzw. Kurbelseite in qcm,
- D — Zylinderbohrung in cm,
- S — Kolbenhub in m,
- p_i, p_i' die mittlere indizierte Spannung in kg/cm²,
- c_m die mittlere Kolbengeschwindigkeit in m/sek.,
- n — die Umlaufzahl der Maschine in der Minute.

Dann ist:

$$N_i = (p_i F + p_i' F') S 2 n : 60 \cdot 75 \text{ PS}_i \dots\dots\dots 5$$

und mit $c_m = S n : 30$ und $N_n = \eta_m N_i$.

$$N_n = \eta_m (p_i F + p_i' F') c_m : 2 \cdot 75 \dots\dots\dots 6$$

Ist $F = F'$ und $p_i = p_i'$, so folgt:

$$N_n = \eta_m \frac{c_m}{75} F p_i = \eta_m \frac{S n F p_i}{30 \cdot 75} \text{ PS}_e \dots\dots\dots 6a$$

Für neu zu entwerfende Maschinen ist

$$F = 75 \frac{N_i}{p_i c_m} = 75 \frac{N_n}{\eta_m p_i c_m} \dots\dots\dots 7$$

Berücksichtigt man die Kolbenstange, deren Querschnitt im Mittel 1,5 bis 3 vH. der Kolbenfläche beträgt, so ist der erforderliche Zylinderquerschnitt

$$\varphi F = \frac{D^2 \cdot \pi}{4} = 1,015 F \text{ bis } 1,03 F$$

und der Durchmesser

$$D = \sqrt{\frac{\varphi F 4}{\pi}} = \sqrt{\frac{75 N_n 4 \varphi}{\eta_m p_i c_m \pi}} \text{ cm}$$

oder

$$D = \sqrt{\frac{75 N_n 4 \cdot 30 \varphi}{\eta_m p_i S n \pi}} = 53,5 \sqrt{\frac{N_n \varphi}{\eta_m p_i S n}} \text{ cm} \dots\dots\dots 8$$

Für ausgeführte Maschinen wird N_n durch Bremsung gemessen und N_i durch Indizieren nach Gl. 5 ermittelt, wonach für die Maschine $\eta_m = N_n : N_i$ bei verschiedenen Belastungen bestimmt wird.

Für neu zu entwerfende Maschinen kann η_m nach Erfahrungswerten geschätzt werden, je nach Ausführung, Steuerungsarbeit und Größe der Maschine; folgende Werte entsprechen praktischen Ausführungen.

Leistung N_n PS _e	10	50	75	100	300	500	750	1000
Auspuffmaschine $\eta_m =$	0,82 bis 0,87	0,83 bis 0,88	0,84 bis 0,89	0,85 bis 0,90	0,86 bis 0,91	0,87 bis 0,92	0,88 bis 0,93	0,89 bis 0,94
Einzylinder Kondens.-Maschine ¹⁾ $\eta_m =$	0,79 bis 0,84	0,80 bis 0,85	0,81 bis 0,86	0,82 bis 0,87	0,84 bis 0,89	0,85 bis 0,90	0,86 bis 0,91	0,87 bis 0,92

¹⁾ Bei Antrieb der Kondensation durch die Maschine.

Der mittlere indizierte Druck p_i kann aus dem Indikatordiagramm ermittelt werden durch Planimetrieren oder auf folgende Weise, Abb. 12: Man teilt die Länge des Diagramms in 10 gleiche Teile, die Ordinaten seien y_1 bis y_9 . Den ersten und letzten Teil teilt man noch in 4 Teile und mißt y_0 und y_{10} im ersten bzw. letzten Viertel. Dann ist die mittlere Diagrammhöhe

$$y = \frac{1}{10} \left(\frac{y_0 + y_{10}}{2} + y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 + y_6 + y_7 + y_8 + y_9 \right)$$

und daraus mit dem Kräftemaßstab $1 \text{ mm} = a \text{ kg}$ folgt $p = y \cdot a \text{ kg/cm}^2$.

Die mittlere Kolbengeschwindigkeit $c_m = \frac{S n}{30}$ wählt man je nach Maschinengröße 2 bis 3 m/sek, bei großem Hub (über 0,8 m) bis 4 m/sek.

Vorläufige Kolbengeschwindigkeiten für normale Umlaufzahlen:

Leistung PS _e	bis 25	50	75	100	150	200	300	400	500	600	700	800
Einzylindermaschinen	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	2	2,1	2,2	2,3	2,5	2,5	2,8
Verbundmaschinen		1,6	1,7	1,9	2	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,8

für Schnelläufer bis 1,4 c_m .

Der Kolbenhub S beträgt bei liegenden gewöhnlichen Betriebsmaschinen mit $n = 90$ bis 160

$$S = 1,5 D \text{ bis } 2 D$$

bei Schnelläufern mit $n > 160$ $S = 0,9$ bis $1,3 D$. Bei Zwei- und Dreifach-Expansionsmaschinen gelten diese Verhältnisse in bezug auf die Bohrung des Hoch- bzw. Mitteldruckzylinders.

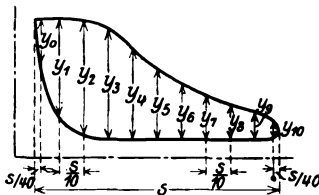


Abb. 12.

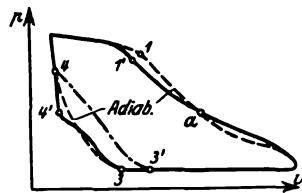


Abb. 13.

(589) Wandungswirkungen. Die Zylinderwand kommt mit Dampf sehr verschiedener Temperatur in Berührung, da die Eintrittstemperatur je nach dem Anfangszustand bei Sattedampf etwa 160° bis 190° C und die Austrittstemperatur bei Kondensation etwa 50° C beträgt. Da gesättigter Dampf durch Tropfenbildung sehr leicht Wärme abgibt, so findet ein reger Wärmeaustausch statt. Der eintretende Dampf findet auf $\sim 50^{\circ}$ C abgekühlte Wandungen vor, es bildet sich Niederschlag — Eintrittskondensation; es muß mehr Dampf zugeführt werden, als der Füllung entspricht. Die Wärmeabgabe an die Wand dauert noch während eines Teiles der Expansion an, bis Temperaturengleich eintritt, was bei Auspuffmaschinen etwa im Punkt a , Abb. 13, bei Kondensationsmaschinen aber erst kurz vor oder beim Voraustritt der Fall ist; nun tritt Nachdampfen ein, da die Dampftemperatur t_D unter die Wandungstemperatur t_W sinkt. Der Wiedergewinn kann aber nicht vollständig sein, selbst wenn alles wieder verdampft, da die Wärmerückgabe bei viel niedrigerem Druck stattfindet, als die Abgabe an die Wand.

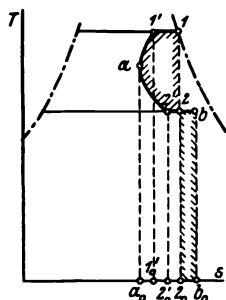


Abb. 14.

Besseren Überblick gibt das Ts -Diagramm, Abb. 14. Es sei der Dampf vor dem Eintritt trocken gesättigt, Punkt 1; durch Eintrittskondensation beginnt aber die Expansion in Punkt 1', es wird die Wärme gleich Fläche $1'1_0'2_0$ an die Wand abgegeben; während der Expansion bis a wird eine weitere Wärmemenge = Fläche $1'a a_0 1_0'$ abgegeben und von a an findet Rückgabe der Wärmemenge = Fläche $a'2'2_0 a_0$ statt; während des Austritts wird dann noch eine Wärmemenge = Fläche $2'b b_0 2_0'$ nutzlos an den Dampf zurückgegeben. Würde nichts nach außen ausstrahlen, so wäre Fläche $1'1'a a_0 2_0 1 =$ Fläche $a'2'b_0 a_0 a$ oder Fläche $1'1'a'2'2 =$ Fläche $2'b b_0 2_0 a$.

Alle Verluste rühren hauptsächlich von der Eintrittskondensation her und vom Nachdampfen, da durch bloßes Berühren kein so starker Wärmeaustausch stattfinden würde.

Der austretende Dampf kühlt die Wandungen unnütz weiter ab. Bei Beginn der Kompression steigt der Druck, der Dampf nimmt aber vorerst noch weiter etwas Wärme auf, wodurch die Kompression steiler verläuft als die Adiabate, Abb. 13; bald aber steigt die Temperatur des Dampfes über die Wandungstemperatur, der Dampf gibt nun wieder Wärme ab. Daher schneidet die wirkliche Kompressionslinie die Adiabate 3—4 und geht nach Punkt 4'. Um nach 4 zu gelangen, müßte die Kompression in 3' anfangen, was einen Verlust an Diagrammfläche ergeben würde. Die während der Kompression abgegebene Wärmemenge ist so groß, da das Verhältnis der kühlenden Oberfläche zum geringen Inhalt ungünstig groß ist. Es ist nur teilweise Kompression vorteilhaft¹⁾.

Der Wärmeaustausch und die damit verbundenen Verluste hängen ab:

1. Von der Größe der Abkühlflächen F qm
2. Vom Temperaturunterschied zwischen Dampf und Zylinderwand $t_D - t_W$,
3. Von der Zeitdauer z der Wirkung des Temperaturunterschiedes in Stunden,
4. Von der Beschaffenheit des Dampfes, die einen Koeffizienten α in WE je qm Fläche, Stunde und 1°C Temperaturdifferenz beeinflusst.

Der Wärmeübergang läßt sich demnach durch die Beziehung ausdrücken:

$$Q = F (t_D - t_W) z \alpha.$$

1. Die Fläche F hängt außer von der Art der Steuerung besonders von der Füllung ab; sie besteht im wesentlichen aus der Kolben-, Deckel-, Zylinderwand- und der Kanalfäche, die bei Schiebern bedeutend ist und abwechselnd von Frischdampf und von Abdampf durchströmt wird. Es kommt nicht auf die absolute Größe der Fläche an, sondern auf das Verhältnis der Fläche zum Inhalt $F:J$, das vom Verhältnis Hub zu Durchmesser und dann von der Füllung abhängig ist. Bei der Füllung 0 ist die Fläche nicht Null, sondern wegen des schädlichen Raumes groß und steigt mit zunehmender Füllung nach einer Geraden. Der Inhalt ist bei Füllung 0 klein und steigt dann schneller, so daß F/J und der Wandungsverlust mit zunehmender Füllung abnimmt, also gerade umgekehrt, wie der Verlust durch unvollständige Expansion. Werden beide Verluste kombiniert, so ist die Summe für eine bestimmte Füllung am kleinsten, das ist dann die günstigste Füllung. Um dafür F/J klein zu erhalten, müßte der Füllungsweg etwa gleich dem Durchmesser werden, was langhubige Maschinen ergibt.

2. Je höher das Temperaturgefälle des Dampfes, desto größer auch der Temperaturunterschied zwischen Frischdampf und der durch den austretenden Abdampf gekühlten Zylinderwand. Es müßte demnach der Wärmeaustausch bei Kondensationsmaschinen größer sein, als bei Auspuffmaschinen; Versuche von Prof. Doerfel (Z. V. d. I. 1899, S. 658) zeigen jedoch, daß die Verluste bei Kondensationsmaschinen nicht viel größer sind. Die Zunahme des Tempera-

¹⁾ s. Klemperer, F. A. Heft 24. 1905.

turgefälles, besonders nach unten, hat nicht so großen Einfluß wie die Dichte, s. unter 4.

3. Die Zeitdauer steht im Zusammenhang mit der Betriebsgeschwindigkeit der Maschine, je größer diese, um so weniger Zeit ist für Wärmeabgabe vorhanden. Im allgemeinen wählt man die Geschwindigkeit an sich schon möglichst hoch, doch ist die Kolbengeschwindigkeit praktisch begrenzt; deswegen sind langhubige Maschinen, wie sie für kleines Verhältnis F/J vorteilhaft, rücksichtlich der Zeit ungünstiger als kurzhubige.

4. Die Beschaffenheit des Dampfes hat sehr großen Einfluß auf den Wärmeübergang, da Feuchtigkeit denselben fördert. Der Koeffizient α kann für gesättigten Dampf zu $\alpha = 10000 \text{ WE/St/qm/1}^\circ\text{C}$ angenommen werden, dagegen für stark überhitzten Dampf $\alpha = 100$ (für Luft $\alpha = 4!$).

Nach neueren Versuchen hängt α in erster Linie von der Dichte des Dampfes ab: je größer diese, um so größer der Wärmeaustausch. Da bei gesättigtem Dampf die Dichte mit dem Druck zunimmt, so gibt die an sich nützliche Erhöhung des Druckes über 12 ÷ 15 at keine bessere Wärmeausnutzung. Dagegen bietet die Überhitzung wegen der geringeren Dichte trotz höherer Temperaturdifferenz ein gutes Mittel zur Verringerung des Wärmeaustausches.

Die Wärmemenge Q läßt sich nicht errechnen, da die einzelnen Werte nicht bestimmbar sind.

(590) Mittel zur Verringerung der Wandungsverluste. 1. Dampfmantel. Derselbe führt die Verdampfung des Niederschlagwassers während der arbeitsverrichtenden Expansion herbei, während ohne Mantel die Verdampfung während der arbeitsverzehrenden Ausströmung erfolgt. Durch die Wärmeabgabe vom Manteldampf an die Zylinderwand hat diese eine höhere mittlere Temperatur, wodurch die Eintrittskondensation wesentlich geringer wird. Allerdings wird auch der Abdampf etwas geheizt.

Natürlich muß der Dampfverbrauch des Mantels mit eingerechnet werden. Ein wirklicher Gewinn ist nur dann vorhanden, wenn die Mehrleistung (die im Ts -Diagramm besonders deutlich erscheint) keinen höheren Gesamtdampfverbrauch erfordert. Der Vorteil des Mantels läßt sich nicht errechnen; er ist dort am vorteilhaftesten, wo die Verluste groß sind: bei Kondensationsmaschinen mehr als bei Auspuffmaschinen, bei kleiner Füllung, bei niedriger Umlaufzahl.

Der Mantel kann geheizt werden: 1. durch ruhenden Dampf, Abb. 15, oder 2. durch strömenden Dampf vor Eintritt desselben in den Zylinder, Abb. 16, hierdurch wird jedoch der eintretende Dampf feuchter, auch kann Mantelkondensat in den Zylinder mitgerissen werden.

2. Überhitzung des Dampfes. Dieses ist das wichtigste Mittel zur Verminderung des Austausches, da, solange der Dampf überhitzt ist, keine Eintrittskondensation stattfindet. Wohl ist $t_D - t_W$ größer, doch ist der



Abb. 15.

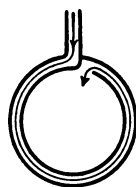


Abb. 16.

Wärmeübergang wesentlich kleiner, als bei gesättigtem Dampf ($\alpha \cong 100$ gegen 10000), wegen der geringeren Dichte. Die Überhitzung muß aber genügend hoch sein, damit während der Füllung nicht der Sättigungszustand eintritt, was bei Kondensationsmaschinen leichter eintritt, als bei Auspuffmaschinen.

Mit höherer Temperatur nimmt aber nicht nur die Dichte ab, sondern auch das wirksame Temperaturgefälle zu, das größere Volumen gibt mehr Volldruckarbeit, doch ist die Expansionsarbeit wegen des steileren Verlaufes etwas geringer, als bei Sattedampf. Ferner werden die Lässigkeitsverluste geringer.

Bei hoher Überhitzung haben Einzylindermaschinen denselben Dampfverbrauch wie Zweizylinder-Sattedampfmaschinen. Der Vorteil hoher Spannung

(s. (582)) nimmt mit der Überhitzung ab. Bei $\sim 260^\circ$ tritt über 12 at keine bessere Ausnutzung mehr ein. Auch der Nutzen des Dampfmantels nimmt ab, über 260 bis 280° wird keine Mantelheizung angewendet.

Nach Berner (Z. d. V. d. I. 1905, S. 1184) ist der Wärmeverbrauch bei Auspuff um mindestens 8 vH., bei Kondensation um mindestens 7 vH. für je 50° Überhitzung geringer, als bei Sattdampf.

3. Die Verbund-Anordnung. Das Druck- und damit das Temperaturgefälle wird unterteilt durch Expansion in 2 oder 3 Zylindern, wodurch der Wärmeaustausch zwischen Dampf und Zylinderwand herabgesetzt wird. Dieses ist der eigentliche Zweck der Verbundwicklung, doch ergeben sich weiter noch praktische Vorteile der Mehrzylindermaschinen.

(591) Mehrfachexpansionsmaschinen. Die Diagramme des theoretischen Prozesses von Ein- und Mehrzylindermaschinen sind ganz gleich, Abb. 17. Die Summe der Flächen der Mehrzylindermaschine ist gleich der Fläche der Einzylindermaschine, also sind auch die Arbeiten gleich, wenn alle Zylinder die gleiche nutzbare Kolbenfläche F haben. Der Hochdruckzylinder muß dann den Hub s , der Niederdruckzylinder den Hub S gleich der Einzylindermaschine haben. Das Verhältnis der Hubvolumina — Zylinderverhältnis — ist bei Zweifachexpansion

$$v: V = s F : S F = s : S.$$

Die Leistung bleibt dieselbe, wenn man, wie praktisch ausgeführt, die Hübe gleich S macht und dafür die nutzbare Kolbenfläche des HD-Zylinders im Verhältnis $v: V$ verkleinert.

Für den Prozeß der wirklichen Maschinen (mit schädlichem Raum) gilt obiges nur, wenn der schädliche Raum des Hochdruckzylinders derselbe ist, wie bei der Einzylindermaschine und die Kompressions- und Expansionslinie sich in beiden Zylindern ununterbrochen fortsetzt, Abb. 18. Beim Niederdruckzylinder ist dann der schädliche Raum S_0 und der Hub S . Bei Dreizylindermaschinen sind die entsprechenden Größen des Hoch-, Mittel- und Niederdruckzylinders aus Abb. 19 ersichtlich.

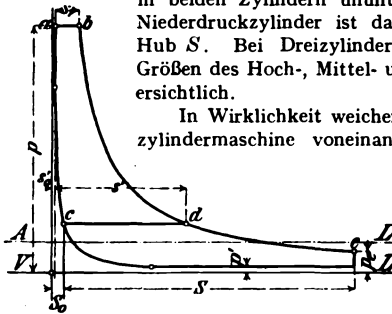


Abb. 17.

In Wirklichkeit weichen die Diagramme von Ein- und Mehrzylindermaschine voneinander ab. Der schädliche Raum des Hochdruckzylinders ist im Zylinderverhältnis kleiner, als bei der Einzylindermaschine. Ist die reduzierte Füllung $\varepsilon_1' = s_1 : S$ des Hochdruckzylinders gleich der Füllung der Einzylindermaschine, so ist die wirkliche Füllung $\varepsilon_1 = s_1 : s'$ des Hochdruckzylinders größer, was in

bezug auf Wandungswirkungen und Regelung günstig ist, da letztere bei kleinen Füllungen konstruktiv schwierig wird und unruhige Regelung nach sich zieht (Überregulieren). Der Enddruck der Expansion kann deshalb bei Mehrzylindermaschinen niedriger sein, da der Übelstand sehr kleiner Füllung nicht zu befürchten ist.

Die aufeinanderfolgenden Zylinder werden durch einen Aufnehmer (Receiver) miteinander verbunden, der als Zwischenbehälter dient, da ein direkter Übertritt nicht immer stattfinden kann. Beim Eintritt des Dampfes in den Aufnehmer und aus diesem in den folgenden Zylinder entsteht ein Spannungsabfall.

Häufig wird ein Spannungssprung absichtlich herbeigeführt, da er in gewissen Grenzen vorteilhaft sein kann. Dadurch wird auch das Hubvolumen des Hochdruckzylinders etwas kleiner.

Die Auström- und Füllungsline cd bzw. ef verläuft nur bei unendlich großem Aufnehmer als wagerechte Gerade; bei endlicher Größe hängt der Verlauf von dieser und von der Zylinderanordnung ab.

Die Aufnehmergröße, d. h. der Inhalt schwankt je nach den Anforderungen an die Regulierfähigkeit der Maschine zwischen den Hubvolumina der anschließenden Zylinder, also zwischen v und V bzw. v_1 und v_2 für den ersten und zwischen v_2 und V für den zweiten Aufnehmer. Meist wird der kleinere Wert gewählt.

Der Einfluß des Aufnehmers auf die Regelung äußert sich darin, daß die Füllungsänderung nur die Leistung des

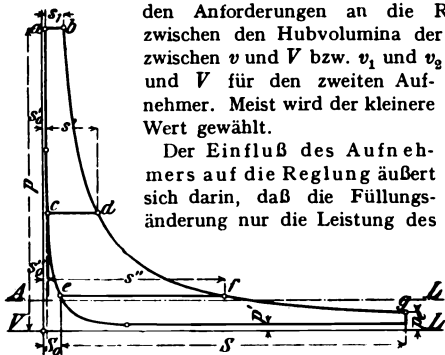


Abb. 19.

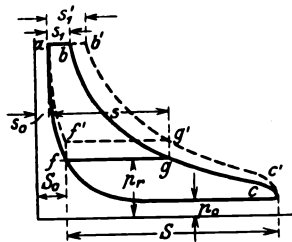


Abb. 20.

Niederdruckzylinders ändert, wie Abb. 20 bei Vergrößerung der Füllung zeigt, da durch Steigen der Aufnehmerspannung die Fläche des Hochdruckdiagramms kaum geändert wird. Die Änderung der Leistung tritt also erst ein, wenn der Dampf in den Niederdruckzylinder gelangt, wodurch die Regelung wesentlich träger ist, als bei Einzylindermaschinen. Um schnelle Regelung zu erhalten, müßte auch die Füllung des Niederdruckzylinders geregelt werden, was aber nur bei Zwischendampfentnahme (s. d.) geschieht.

Die Arten der Mehrfachexpansionsmaschinen. Zweifachexpansionsmaschinen werden entweder als Reihen-Verbundmaschinen mit hintereinander liegenden Zylindern (Tandem-, Einkurbelmaschinen) mit durchgehender Kolbenstange und einer Kurbel oder als Zwillings-(Parallel-)Verbundmaschinen (Compound-) mit nebeneinanderliegenden Zylindern mit Kurbeln meist unter 90° und voreilender Niederdruckkurbel ausgeführt.

Liegende Dreifach-Expansionsmaschinen werden als Zweikurbelmaschinen ausgeführt, meist Hoch- und Mitteldruckzylinder in Reihenanordnung, Niederdruckzylinder allein, oder Hochdruckzylinder allein, Mittel- und Niederdruck in Reihenanordnung.

Bei großen Abmessungen des Niederdruckzylinders unterteilt man diesen in zwei Zylinder, deren einen man mit dem Hochdruck- und den anderen mit dem Mitteldruckzylinder je in Reihenanordnung, letztere voreilend, ausführt.

Mantelheizung wird meist nicht angewendet oder bei gesättigtem und unter 260 bis 280° überhitztem Dampf nur am Hochdruckzylinder.

Der Einfluß der Überhitzung auf den Wärmeverbrauch ist geringer als bei Einzylindermaschinen. Nach Berner (Z. 1905, S. 1114 und 1387) ist die Wärmersparnis für je 50° höherer Überhitzung

bei Zweizylindermaschinen $6,5$ vH.,

bei Dreizylindermaschinen $6,0$ vH.

Zwischenüberhitzung (im Aufnehmer) ist nur dann lohnend, wenn dazu nicht Dampf, sondern die Abgase benutzt werden (Lokomobilen).

(592) Diagrammentwurf für Mehrzylindermaschinen. Um die Größe der Füllung und die vorläufigen Verhältnisse zu bestimmen, zeichnet man das In-

dikator-diagramm wie für eine Einzylindermaschine, doch muß der schädliche Raum für den Hochdruckzylinder im Verhältnis zu dessen Hub eingetragen werden. Da das zu ermittelnde Zylinderverhältnis für Dreizylindermaschinen

$$v:V = 1:2,25 \text{ bis } 1:3 = 1:m$$

und für Dreizylindermaschinen

$$v_1:v_2:V = 1:(2,1 \text{ bis } 2,8):(5 \text{ bis } 7) = 1:m':m$$

beträgt, so ist, wenn ϵ_0 der Koeffizient des schädlichen Raumes (s. (587)) und S die beliebig gewählte Basis des Diagramms, die Größe des schädlichen Raumes für den Hochdruckzylinder

$$s_0 = \epsilon_0 s = \epsilon_0 S \cdot v/V \text{ bzw. } s_0 = \epsilon_0 S \cdot v_1/V,$$

wobei im Mittel $v/V = 1:2,5$ für Zweifach- und $v_1:V = 1:6$ für Dreifach-Expansionsmaschinen gesetzt werden kann. Mit der ermittelten Strecke s_0 und dem angenommenen Enddruck p_e der Expansion (meist etwa niedriger als für Einzylindermaschinen, und zwar für Zweizylindermaschinen mit Auspuff $p_e = 1,2$ bis $1,8$ at abs., mit der Kondensation $p_e = 0,5 \div 0,7$ at und für Dreizylinder-Kondensationsmaschinen $p_e = 0,4 \div 0,6$ at abs.) wird die Expansionslinie als gleichseitige Hyperbel oder als Polytrope (545), sowie die Kompressionslinie als gleichseitige Hyperbel vom Enddruck der Kompression rückwärts gezeichnet.

Exponenten der Expansionslinie für Heißdampf nach Berner (Z. d. V. d. I. 1905, S. 1523)

Dampftemperatur	200°	250°	300°	350°
kleine Leistung	$n = 1,00$	1,05	1,10	1,14
mittlere Leistung	$n = 1,05$	1,10	1,14	1,17
große Leistung	$n = 1,10$	1,15	1,19	1,22

Spannungsabfall, $VE (= 1:m$ des Wertes der Einzylindermaschine), VA und Ausschubspannung wie für Einzylindermaschinen. Das so erhaltene Diagramm, in Abb. 21 gestrichelt, wird nun so geteilt, daß sich 2 gleich große Flächen $abcde$ und $dckid$ ergeben. Damit ist dann der Aufnehmerdruck p_r gefunden. Die Länge S_n des Niederdruckdiagramms ergibt sich aus der Gleichung:

$$S_0 + S_n = s_0 + S,$$

wobei $S_0 = \epsilon_0 S_n$ sein soll, also

$$S_n = (s_0 + S) : (1 + \epsilon_0) \dots \dots \dots 9$$

Nun kann das Niederdruckdiagramm gezeichnet werden. Den Enddruck p_c der Kompression wählt man etwa 1 at tiefer, als die Einströmspannung; diese wird etwa 0,1 at niedriger angenommen, als p_r . Die Füllung ergibt sich aus der Mischung des aus dem Hochdruckzylinder tretenden Dampfvolmens s_3 mit dem im Niederdruckzylinder noch befindlichen noch komprimierten Dampfvolmen S_0 (Voreinstromen vernachlässigt), vom Druck p_c .

Das Mischungsvolumen S_1'' mit dem Druck $p_1 = p_r - 0,1$ ergibt sich aus der Beziehung¹⁾

$$S_1'' p_1 = s_3 p_r + S_0 p_c \dots \dots \dots 10$$

Wegen der Eintrittskondensation wird aber die Füllung kleiner, im Durchschnitt etwa um 10 vH., so daß bei Expansionsbeginn das ganze Volumen

1) Statt der Volumina können die Strecken im Diagramm genommen werden, da diese dem Volumen proportional sind: $V_1'' = S_1'' F$, $v_2 = s_2 F \dots$

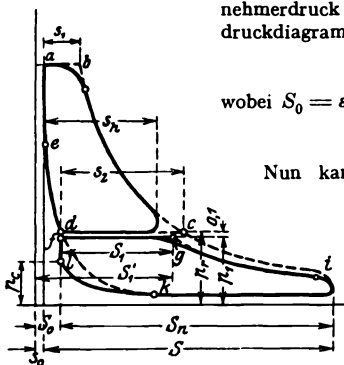


Abb. 21.

(einschl. schädlicher Raum) $S_1' = S_1 + S_0 = 0,9 S_1''$; die Expansionslinie wird als gleichseitige Hyperbel gezeichnet. Im Hochdruckzylinder wird die Expansion nicht bis zum Aufnehmerdruck durchgeführt, sondern ein Spannungssprung angenommen, so daß das Volumen nur s_h wird; dadurch kann Schleifenbildung bei kleiner Füllung vermieden und die Arbeit in den Zylindern günstig verteilt werden. Ergeben sich unzulässige Unterschiede in den Diagrammflächen, so muß der Aufnehmerdruck entsprechend geändert werden. Aus den so gefundenen Diagrammen kann der mittlere indizierte Druck p_i ermittelt werden. Da der Aufnehmerinhalt unendlich groß angenommen war, werden die wirklichen Diagramme etwas anders verlaufen; für die Berechnung der Zylinderabmessungen wird deshalb mit $0,95 p_i$ für Zweifach- und $0,90 p_i$ für Dreifach-Expansionsmaschinen gerechnet.

(593) Raumdiagramme. Zur genaueren Bestimmung der Druckverteilung, der Zylinderabmessungen und der Steuerungsverhältnisse kann das Raumdiagramm nach Schröter gezeichnet werden, aus dem für jeden Zeitpunkt die Stellung der Kolben und der zwischen denselben befindliche Raum bestimmt werden kann. Hierbei werden die Zylinderinhalte v, V bzw. v_1, v_2 und V als Hublängen, die schädlichen Räume s_0, S_0 bzw. s_0', s_0'', S_0 und die Aufnehmerinhalte r bzw. r_1 und r_2 in der aus Abb. 22 bis 24 ersichtlichen Weise aufgetragen.

Raumdiagramm für Verbundmaschinen mit Kurbeln unter 90° , Abb. 22.

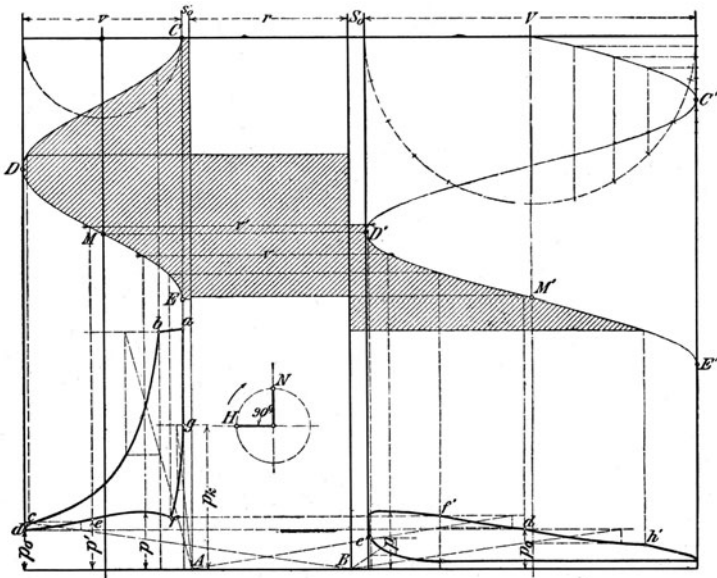


Abb. 22.

Es sind hier die Raumverhältnisse $v : V = 1 : 2,1$ und $v : r = 1$ zugrunde gelegt, ferner die schädlichen Räume s_0 und S_0 zu $0,05$ der zugehörigen Zylinderinhalte angenommen. Die Kolbenweglinien CDE und $C'D'E'$, deren Abszissen den Kolbenwegen und deren Ordinaten den Zeiten proportional sind, in denen gleiche Strecken des Kurbelkreises von dem mit gleichförmiger Geschwindigkeit sich drehenden Kurbelzapfenmittel durchlaufen werden, sind für unendliche Stangenlänge, und zwar im vorliegenden Falle (bei 90° Kurbelwinkel) so zu zeichnen, daß der der Totlage des Niederdruckkolbens entsprechende Punkt D' mit dem der Mittellage des Hochdruckkolbens entsprechenden Punkte M in gleicher Höhe liegt. Im Hochdruckdiagramm ist ab

Einströmung, bc Expansion (gleichseitige Hyperbel von A aus oder Polytrope bei überhitztem Dampf), cd Vor-Auströmung in den Aufnehmer und, wenn der Niederdruckeinlaß noch nicht abgesperrt war, sog. zweite Einstromung in diesen. Von d (oder dem einer späteren Absperrung des Niederdruckzylinders entsprechenden Punkte) Kompression im Hochdruckzylinder (nebst schädlichem Raume) und im Aufnehmer; daher de Kompressionslinie (gleichseitige Hyperbel von B aus). In e Eröffnung des Niederdruckzylinders. Von e bis f gemeinsamer Vorgang in beiden Zylindern und im Aufnehmer. Bestimmung der Kurve durch Berechnung des p für jedes V mittels der Gleichung $pV = p'V'$; die V sind aus dem Raumiagramm zu entnehmen. Die Überströmlinie findet sich mit einigen Druckverlusten wegen Dampfgeschwindigkeit und Länge des Dampfweges im Niederdruckdiagramm von e' bis f' mit Hilfe der Kolbenweglinien. Von f' ab Expansion im Aufnehmer und Niederdruckzylinder allein; daher $f'd'$ Expansionslinie (gleichseitige Hyperbel von A aus). Der Abschluß des Niederdruckzylinders muß so erfolgen, daß im Aufnehmer die Spannung p_0 zurückbleibt; daher Bestimmung des Punktes der Expansion d' durch wagerechtes Projizieren von d aus. (Wegen der Drosselung vor dem Schluß der Steuerung liegt d' jedenfalls unter dem gleichzeitigen Druck im Aufnehmer, der angenähert mit dem im Hochdruckzylinder bei d gemessenen übereinstimmt.) Von d' ab Expansion im Niederdruckzylinder; daher $d'h'$ Expansionslinie (gleichseitige Hyperbel von B aus). Im Punkte h' beginnt die Vor-Auströmung. Im Hochdruckdiagramm ist noch fg Kompression (gleichseitige Hyperbel von A aus) für den angenommenen Enddruck p_k der Kompression, womit sich durch Rückwärtskonstruktion f als Schnittpunkt mit ef bestimmt.

Raumiagramm für Reihenmaschinen mit Kurbeln unter 0° , Abb. 23.

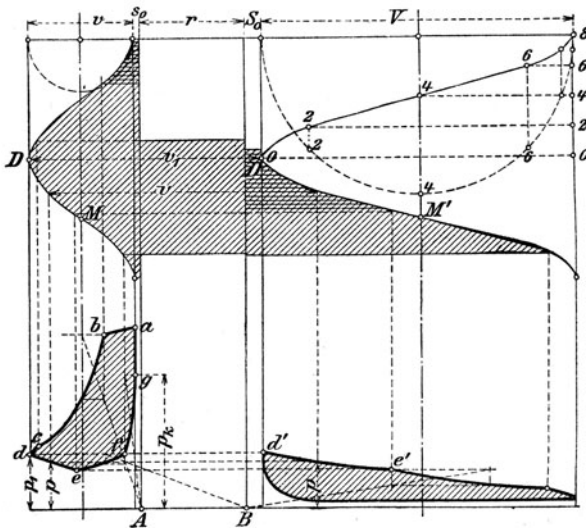


Abb. 23.

Raumverhältnisse der mit gleichläufigen Kolben arbeitenden Kondensationsmaschine: $v_1 : V = 0,33 \sim 1 : 3$ und $r = v = 1$, ferner $\sigma_0 = 0,05v$ und $S_0 = 0,05V$. Die der Totlage der Kurbel entsprechenden Punkte D liegen in gleicher Höhe.

Im Hochdruckdiagramm ist ab Einstromung, bc Expansion und cd Vor-Auströmung in den Aufnehmer wie vordem, Abb. 23; dann folgt de Kurve der Überströmung mit Expansion in beiden Zylindern. Nach erfolgter Absperrung bei e findet Expansion im Niederdruckzylinder allein statt, während der Hochdruckkolben den Aufnehmerdampf von e nach f komprimiert. fg Kompressionslinie im Hochdruckzylinder. Angestrebt wird, die Spannung p_1 — bei f ungefähr — auf diejenige bei e oder d zu bringen, um damit einen möglichst kleinen Spannungsabfall zu erhalten. Steigt p_1 höher, so tritt bei d Aufnehmerdampf in den Hochdruckzylinder zurück und es läuft das Diagramm hier in eine Spitze oder Schleife aus.

Bei größeren Füllungen des Hochdruckzylinders wächst der Spannungsabfall.

Die Überströmlinien können nach $p v = \text{konst.}$ durch Berechnen von p für gegebene v ermittelt werden, doch ist zu beachten, daß sowohl für die Überström-Expansion, als auch für die Aufnehmer-Kompression veränderliche Exponenten < 1 gelten.

Raumdiagramm für Mehrzylindermaschinen mit dreimaliger Expansion, Abb. 24.

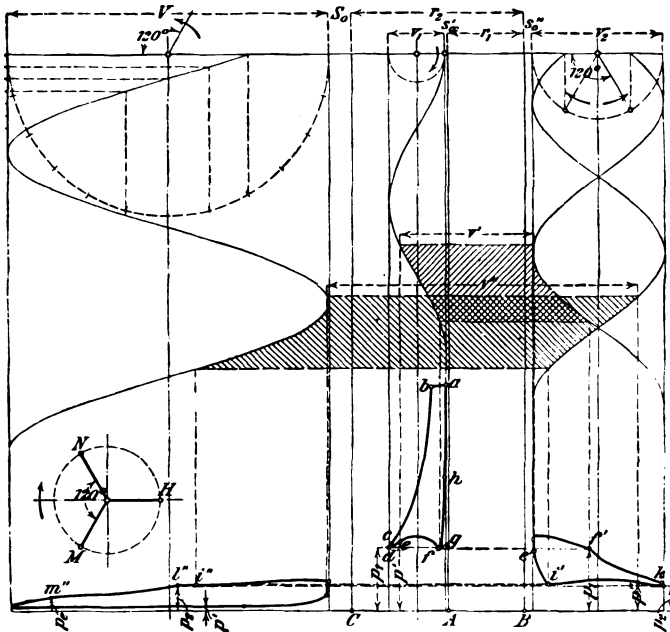


Abb. 24.

Die gewählte Anordnung mit drei unter 120° gegeneinander versetzten Kurbeln (Niederdruckkurbel voraus, hierauf Mitteldruck, dann Hochdruckkurbel) findet sich zumeist bei stehenden Maschinen. Es sind die Raumverhältnisse $v_1 : v_2 : V = 1 : 2,3 : 5,7$ und $v_1 : r_1 : r_2 = 1 : 1,4 : 3,1$ zugrunde gelegt, ferner die schädlichen Räume s_0', s_0'' und S_0 zu 0,05, 0,065 und 0,07 der zugehörigen Zylinderinhalte angenommen. Die Kolbenweglinien sind, den Kurbelstellungen entsprechend, gegeneinander zu versetzen. Im Hochdruckdiagramm ist wieder ab Einströmung, bc Expansion (gleichseitige Hyperbel von A aus), cd Vor-Ausströmung, ferner de Kompression im kleinen Zylinder (nebst schädlichem Raume) und ersten Aufnehmer (gleichseitige Hyperbel von B aus). Von e bis f gemeinsamer Vorgang im Hochdruckzylinder, ersten Aufnehmer und Mitteldruckzylinder. Bestimmung der Kurve durch Berechnung (mittels der Gleichung $pV = p'V'$). fg Kompression im kleinen Zylinder und ersten Aufnehmer; gha Kompression und Vor-Einströmung (g h gleichseitige Hyperbel von A aus). Von f ab Expansion im mittleren Zylinder allein. Rückwärtskonstruktion von gh (g in gleicher Höhe mit d) und fg (Punkt B) zur Bestimmung von f als Schnittpunkt mit ef . Dieser Vorgang wiederholt sich für den mittleren und großen Zylinder, nur erfolgt die Absperrung des mittleren Zylinders vom zweiten Aufnehmer (in i') früher als die des großen Zylinders (in l''); daher Expansion $i''l''$ im großen Zylinder und im zweiten Aufnehmer (gleichseitige Hyperbel von B aus). $l''m''$ Expansion im großen Zylinder allein (gleichseitige Hyperbel von C aus).

(594) **Berechnung der Mehrzylindermaschinen.** Zunächst berechnet man die nutzbare Kolbenfläche F_n des Niederdruckzylinders wie bei einer Einzylindermaschine von gleicher Leistung und der reduzierten Füllung $s_1 : S$, so daß

$$F_n = \frac{75 N_e}{p_t c_m \eta_m} \text{ ist.}$$

Die mittlere indizierte Spannung p_t ist aus dem Gesamtdiagramm zu bestimmen, indem die ganze Fläche durch die Länge des Diagramms, also durch S , dividiert wird; ist p_t aus dem Raumdiagramm bestimmt mit Berücksichtigung

des Spannungsverlustes beim Überströmen, so kann dieser Wert von p_t der Berechnung zugrunde gelegt werden. Ist hingegen p_t aus dem Diagrammentwurf nach (592) ermittelt, so ist p_t mit dem Völligkeitsgrade 0,95 bzw. 0,90 zu multiplizieren, und wenn p_t aus Diagrammen nach Abb. 18 bzw. 19 ermittelt wurde, so ist der Völligkeitsgrad 0,75 ÷ 0,85 für Zweifach- bzw. 0,70 ÷ 0,80 für Dreifach-Expansionsmaschinen, die höheren Werte für stark überhitzten Dampf.

Die mittlere Kolbengeschwindigkeit c_m ist wie für Einzylindermaschinen (s. (588)) anzunehmen.

Der mechanische Wirkungsgrad η_m ist etwas kleiner als bei Einzylindermaschinen und kann vorläufig nach folgender Tabelle angenommen werden; die höheren Werte gelten für beste Ausführung und gut eingelaufene Maschinen.

Wirkungsgrade η_m (einschließlich Kondensationsantrieb).

Leistung PS _e	50	100	300	500	700	1000	1500
Zweizyl.-Maschinen $\eta_m =$	0,79 — 0,83	0,81 — 0,85	0,83 — 0,88	0,84 — 0,89	0,85 — 0,90	0,86 — 0,91	0,87 — 0,92
Dreizyl.-Maschinen $\eta_m =$		0,79 — 0,83	0,82 — 0,86	0,83 — 0,87	0,84 — 0,88	0,85 — 0,89	0,86 — 0,90

Für stehende Maschinen 5 ÷ 2% höhere Werte.

Die nutzbaren Kolbenflächen des Hoch- bzw. Mitteldruckzylinders folgen aus der berechneten Kolbenfläche F_n des Niederdruckzylinders zu

$$F_h = F_n v_1 / V \quad \text{bzw.} \quad F_m = F_n v_2 / V.$$

Mit einem Zuschlag von 1,5 ÷ 3% für die Kolbenstangen folgen die Durchmesser aus $\pi D^2 : 4 = 1,015 F$ bis 1,03 F .

Der Kolbenhub S wird so gewählt, daß für normale Betriebsmaschinen ($n = 90 \div 160$) $S : D_n = 0,9 \div 1,2$ bei liegender, $S : D_n = 0,6 \div 0,9$ bei stehender Bauart, für Schnellläufer ($n > 160$) $S : D_n = 0,7 \div 1,0$ bei liegender, $S : D_n = 0,5 \div 0,8$ bei stehender Bauart, wenn D_n der Durchmesser des Niederdruckzylinders.

Steuerungen.

Schiebersteuerungen.

(595) **Kanalabmessungen.** Bezeichnet F die wirksame Kolbenfläche in qm, c die Kolbengeschwindigkeit in m/sek, f den Querschnitt des Einströmkanals in qm, w die Dampfgeschwindigkeit im Kanal in m/sek, so muß allgemein $f = F \cdot c : w$ sein; da c veränderlich ist, so ist auch w verschieden groß. Für die Bestimmung von f wird die mittlere Kolbengeschwindigkeit c_m und eine mittlere Dampfgeschwindigkeit w zugrunde gelegt, wobei die Geschwindigkeit des gesättigten Dampfes $w = 30$ bis 40 m/sek zu wählen ist, für überhitzten Dampf das 1,5- bis 2fache dieser Werte.

$$f = F \cdot c_m : w = a h \quad \dots \dots \dots 11$$

Kleinere oder sehr langsam laufende Maschinen erhalten kleinere Werte für w — bis 20 m/sek herunter.

Flachschiebersteuerungen sollen grundsätzlich mit $w = 40$ m/sek oder mehr bemessen werden, um an Schieberreibung und an den Außenmaßen der Steuerteile zu sparen. Die Kanalbreite h ist zwischen 0,5 und 0,8 D ($D =$ Kolbendurchmesser), die Kanalweite a meist nicht unter 20 mm, nur bei sehr kleinen Maschinen bis 12 mm zu wählen.

Der mittlere Ausströmkanal erhält bei gleicher Breite h eine solche Weite a_0 , daß bei äußerster Schieberstellung noch mindestens eine Auslaßweite $= a$ bis $\frac{1}{3}a$ verbleibt (vgl. (603), Gl. 14).

Schnellläufer mit Kolbenschiebersteuerung erhalten $w = 20$ bis 30 m/sek für den Kanalquerschnitt in der Büchse, der jedoch meist nur für den Auslaß vollständig geöffnet wird.

Bei sehr großen Maschinen kann w bis zu 60 m/sek betragen.

Trägt man die mindestens erforderlichen Querschnitte $f_{\min} = F \cdot c : w_{\max}$ (für die größte gerade noch zulässige Dampfgeschwindigkeit w_{\max}) über den Kolbenstellungen auf, so erhält man die halbellipsenförmige Drosselkurve.

Einfache Schiebersteuerungen.

(596) Schieberbewegung. Der gewöhnliche Schieber, der sog. Muschelschieber, Abb. 25, überdeckt in der Mittellage die im Schieberspiegel ausmündenden Kanäle von der Weite a um die Strecken e und i . e heißt die Einlaßüberdeckung, i die Auslaßüberdeckung. Die Weite des Auspuffkanals ist mit a_0 bezeichnet. Unter dem Einfluß eines Exzenters (Gegenkurbel) führt der Schieber solche Bewegungen aus, daß eine richtige Dampfverteilung stattfindet.

Es sei vorausgesetzt, daß bei den Betrachtungen der Zylinder links, das Kurbelgetriebe rechts liegt (s. Abb. 112), dann ist die linke Zylinderseite die Deckel-, die rechte die Kurbelseite. Es werde zunächst nur erstere betrachtet.

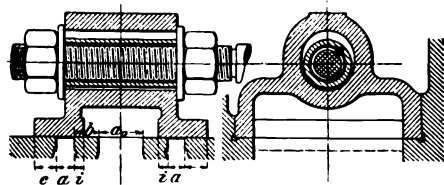


Abb. 25.

Die Kolbenwege x werden von der Totlage an gerechnet, die Schieberwege ξ von der Mittellage des Schiebers, und zwar werden die Schieberausweichungen nach rechts positiv, nach links negativ angenommen.

Wegen der Überdeckung e muß der Schieber schon den Weg $\xi = +e$ zurückgelegt haben, wenn Dampf in den Zylinder treten soll, und da in der Kolbentotlage der Schieber schon eine gewisse Eröffnung v haben muß, so ist hierbei $\xi = e + v$; dazu muß das Exzenter der Kurbel um einen Winkel $90^\circ + \delta$ vorangehen.

Der Winkel δ wird Voreilwinkel, die Größe v das Voreilen für den Eintritt (äußeres lineares Voreilen), diejenige v' das Voreilen für den Austritt (inneres lineares Voreilen) genannt.

Bezeichnet r die Exzentrizität des Exzenters („Exzenter-Kurbelradius“, also $2r$ den ganzen Schieberhub), so ist in der linken Kurbelotlage

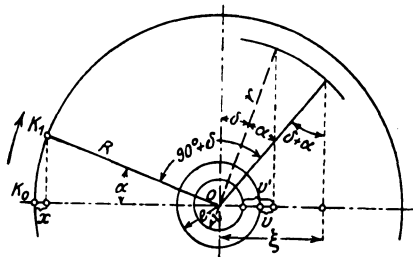


Abb. 26.

$$\xi = +r \sin \delta = e + v = i + v'$$

Für eine beliebige Kurbelstellung OK_1 , Abb. 26, mit dem Winkel α aus der Totlage ist der Schieberweg allgemein

$$\xi = r \sin (\delta + \alpha) \dots \dots \dots 12$$

Nimmt man die Gleichung für den Kolbenweg (für unendliche Schubstangenlängen)

$$x = R(1 - \cos \alpha) \dots \dots \dots 13$$

hinzu, so läßt sich, wenn r und δ bekannt sind, mittels der Gl. 12 und 13 die zu jedem Kurbelwinkel gehörige Kolben- und Schieberstellung berechnen und umgekehrt.

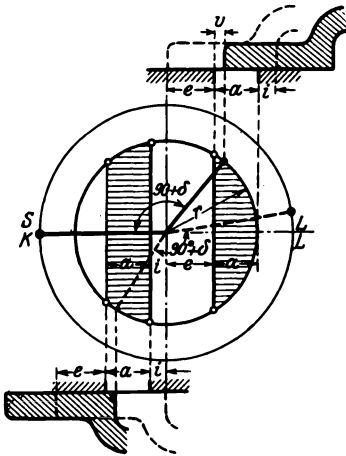


Abb. 27.

Zeichnet man den Kurbelkreis und konzentrisch den Schieberkreis, Abb. 27, so ist der Kolbenweg der Abstand der Projektion des Kurbelzapfenmittelpunktes auf die wagerechte Kolbenweglinie von der Kolbentotlage und der Schieberweg die Projektion des Exzenterradius r auf die ebenfalls wagerechte Schieberweglinie. Legt man ferner die steuernde Kante des Schiebers in dessen Mittellage über (bzw. unter) den Mittelpunkt der Kreise, so gibt die Projektion des Exzentermittelpunktes (auf dem Schieberkreis gelegen), die zu jeder Hauptkurbelstellung durch Abtragen von $\delta + \alpha$ die Exzenterstellung und damit die Schieberstellung. Umgekehrt kann zu jeder Schieberstellung die zugehörige Kurbel- und Kolbenstellung gefunden werden und damit der Zusammenhang des Schieberdiagramms mit dem Indikatorgramm.

Für die Dampfverteilung, z. B. auf der linken Zylinderseite, kommen als Schieberstellungen in der Reihenfolge ihres Auftretens in Betracht:

- $\xi = + e$, Beginn der Vor-Einströmung (Rechtsgang des Schiebers),
- $\xi = + e$, „ „ Expansion (Linksgang des Schiebers),
- $\xi = - i$, „ „ Vor-Auströmung (Linksgang des Schiebers),
- $\xi = - i$, „ „ Kompression (Rechtsgang des Schiebers).

Da das Abtragen des Winkels $\delta + \alpha$ unbequem ist, werden folgende geometrische Verfahren angewendet.

(597) Müller-Reuleaux-Diagramm (axiales Schieberdiagramm.) Bei demselben werden Kurbel- und Schieberkreis meist gleich groß angenommen, ferner fallen Kurbel- und Exzenterradius zusammen, d. h. letztere ist um $90 + \delta$ zurückgedreht, folglich auch die Schieberweglinie, die nun den Winkel $90 - \delta$ mit der Wagerechten bildet bzw. die Schieberwegmittellinie den Winkel δ , Abb. 28. Für einen beliebigen Kurbelwinkel $K_0 O K_1 = \alpha$ findet man den Kolbenweg x durch Abloten des Punktes K_1 auf die Kolbenweglinie $K_0 O L$ und den Schieberweg als Projektion von $K_1 O$ auf die Schieberweglinie oder als Länge des Lotes von K_1 auf die Schieberwegmittellinie $S O L$. Durch Abtragen von e, i und a bei gegebenem α erhält man die Einlaß- und Auslaßflächen, die in Richtung der Schieberweglinie schraffiert werden; man kann dann bei jeder Kurbelstellung auch die Kanaleröffnung als innerhalb der Flächen liegenden Teil des Schieberweges ersehen. Sind Füllung und Voreinströmen gegeben, Abb. 29, so gibt die Verbindung von $E x$ und $V E$ — die e -Linie — die relative Größe von e und zugleich δ ; da die i -Linie der e -Linie (und der Schieberwegmittellinie) parallel ist, kann nur eine der Perioden VA oder $K O$ angenommen werden, die andere ist dann eindeutig bestimmt. Nach Abb. 28 ist der Kanal für den Einlaß nur einen Moment ganz offen, soll er längere Zeit voll geöffnet sein, so muß der Schieber einen

größeren Ausschlag als $e + \alpha$ machen, so daß $r = e + \alpha + c$ wird, wobei c das Überschleifen oder der Überlauf. Da das Diagramm zunächst nur die relativen Größen von r , e , α und i enthält, so muß der Maßstab des Diagramms gefunden werden durch Vergleich der Strecke a im Diagramm mit der gegebenen oder ermittelten Kanalweite a .

(598) Zeuner-Diagramm (polares Schieberdiagramm, Abb. 30). Die Kolbenwege x werden auf der Linie K_0OL gemessen, die Schieberwege ξ auf den Kurbelstellungen vom Mittelpunkt O aus als Längen abgetragen. Bei unendlich langer Exzenterstange liegen die Endpunkte von ξ auf zwei Kreisen, die sich in O berühren, die Exzentrizität r als Durchmesser haben und deren Zentrale in O mit der Senkrechten den Winkel δ bildet. Diese Zeuner-Kreise schneiden für die einzelnen Kurbelstellungen die Schieberwege als Sehnenlängen ab.

Dies läßt sich, wie folgt, nachweisen: Steht — unter Bezugnahme auf Abb. 31 — bei beliebiger Kurbelstellung OK_1 das Exzenter in der Stellung OA_1 , dann ist bei unendlich langer Exzenterstange der Schieberweg $\xi = OF$. Fällt man von K_0' aus ein Lot auf den Exzenterstrahl OA_1 , so folgt, da $\sphericalangle OA_1F = \sphericalangle OK_0'G = \delta + \alpha$, ferner $OA_1 = OK_0' = r$ und $\sphericalangle OGK_0' = \sphericalangle OFA_1 = 90^\circ$ (als Winkel im Halbkreis), aus der Kongruenz der Dreiecke OGK_0' und OFA_1 : $OG = OF$; mithin stellt OG den Schieberweg ξ auf dem Strahle OA_1 dar.

Zieht man einen Kreis über OK_0' , so schneidet dieser hiernach auf jedem Exzenterstrahl den zugehörigen Schieberweg ab.

Die zu OA_1 gehörige Kurbelstellung OK_1 liegt um $90 + \delta$ in der Drehrichtung der Kurbel zurück; auf dieser Stellung wäre jetzt der Schieberweg abzutragen. Dreht man jedoch den ganzen Kreis über OK_0' als Durchmesser um $90 + \delta$ zurück, so schneidet dieser Kreis über OH als Durchmesser den Schieberweg $\xi = OJ = OG$ auch auf der Kurbelstellung OK_1 ab, was — in ähnlicher Weise wie oben — aus der Kongruenz der Dreiecke OJH und OGK_0' nachgewiesen werden kann. Für größere Drehungswinkel α der Kurbel bzw. für die Ausweichungen des Schiebers von der Mittellage aus nach links läßt sich die Richtigkeit der obigen Behauptung ebenfalls nachweisen.

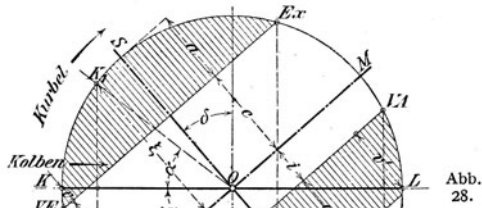


Abb. 28.

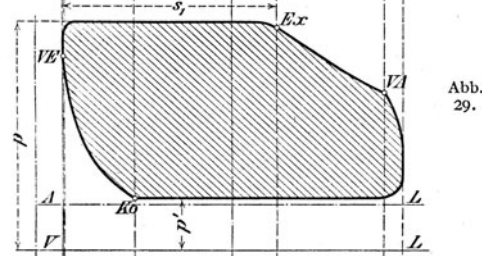


Abb. 29.

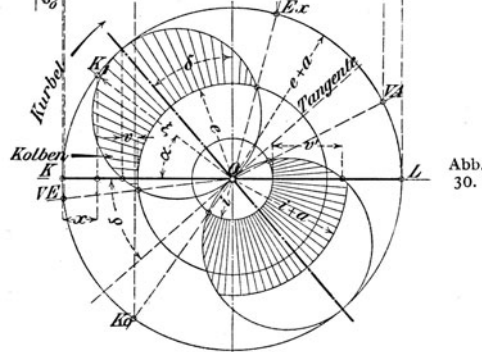


Abb. 30.

In Abb. 30 gilt der obere Kreis (positiver Schieberkreis) für die Schieberausweichungen nach rechts, der untere Kreis (negativer Schieberkreis) für die Schieberausweichungen nach links.

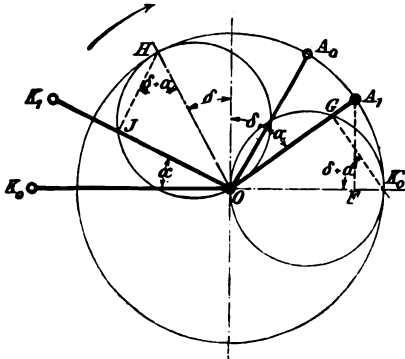


Abb. 31.

Betrachtet man den aus O beschriebenen Kreis K_0K_1L als Kurbelkreis und zieht ferner mit den Halbmessern e und i Kreise um O , so geben durch die Schnittpunkte der letzteren mit den Schieberkreisen gelegte Strahlen die den entscheidenden Schieberstellungen entsprechenden Kolbenwege und Kurbelwinkel an. Desgleichen ergeben sich v und v' . Die schraffierten Flächen der Schieberkreise zeigen die Größe der Einlaß- bzw. Auslaßöffnung bei der betreffenden Kurbelstellung; sie geben ein Bild von der Geschwindigkeit, mit der die Er-

öffnung und der Abschluß des Kanals von der Weite α erfolgt.

(599) **Schieberellipsen**, Abb. 32. Die Schieberellipse ist eine Darstellung der Steuerbewegung durch eine Kurve, die entsteht, wenn die Kolbenwege als Abszissen, die zugehörigen Schieberwege als Ordinaten, und zwar die Ausweichungen rechts von der Schiebermittellage oberhalb, diejenigen links von der Schiebermittellage unterhalb der Kolbenweglinie aufgetragen werden. Bei unendlichen Stangenlängen ($l = \infty$) liegen die Endpunkte von ξ auf einer Ellipse, bei endlichen Stangenlängen (in Abb. 32 für $l = 5R$ gezeichnet) auf einer unsymmetrischen ellipsenähnlichen Kurve. Die schraffierten Flächen der Ellipse gegen die Größe der Einlaß- bzw. Auslaßöffnung bei der betreffenden Kurbelstellung an. Ebenso ergeben sich das

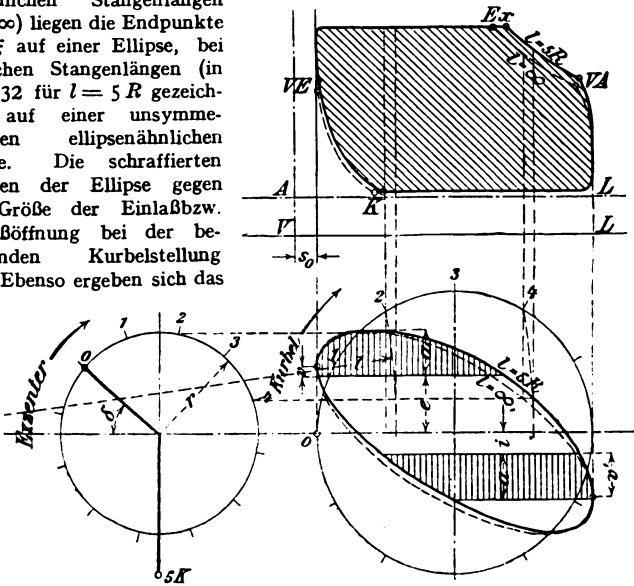


Abb. 32.

äußere und innere lineare Voreilen v bzw. v' auf der den Kurbelkreis links bzw. rechts berührenden Senkrechten.

(600) Sinoldiagramm, Abb. 33. Bei diesem Diagramm werden, wie bei der Schieberellipse, die Ausschläge des Schiebers aus der Mittellage nach rechts und links durch die nach oben und unten abzutragenden Ordinaten der Kurve dargestellt. Abszissen sind die Kurbelwege. Werden auch die Kolbenwege als Ordinaten in das Diagramm eingetragen, so erhält man zwei Kurven — die Schieber- und die Kolbenwegsinoide —, von denen erstere die Bewegung der Einlaß- bzw. der Auslaßkante des Schiebers, letztere die der zugehörigen Kurbellage entsprechende Kolbenstellung darstellt.

Die Kurven haben die Eigenschaft, daß die Ordinate dem Sinus der Abszisse proportional ist; sie sind, wie auch das zugehörige Dampfdiagramm, für $l = \infty$ und $l = 5R$ gezeichnet.

(601) Berücksichtigung der endlichen Stangenlängen. Die bisherigen Untersuchungen sind — ausgenommen diejenigen in Abb. 32 und 33 — unter der Voraussetzung einer Schubstange von unendlicher Länge durchgeführt worden. Bei genaueren Ermittlungen ist die Berücksichtigung der endlichen Schubstangenlänge erforderlich. Damit ergeben sich nicht unbedeutende Verschiedenheiten der Dampfdiagramme für die beiden Zylinderseiten. In welchem Maße diese Verschiedenheiten auftreten, läßt sich an Hand der (Abb. 34 bis 36 S. 564) gezeichneten Schieber- und Dampfdiagramme übersehen. Es sind hier mit Hilfe des Müller-Reuleaux-, Abb. 34, und des Zeuner-Diagramms, Abb. 36, die Dampfdiagramme, Abb. 35, für die Deckel- und Kurbelseite einer Maschine ermittelt, und zwar unter der Voraussetzung, daß $l = \infty$ bzw. $l = 5R$ ist. Im letzteren Falle ist statt senkrechter Projektion der betreffenden Kurbelpunkte auf die Kolbenweglinie Bogenprojektion mit einem Halbmesser l gleich der Schubstangenlänge auszuführen (s. S. 603). In dieser Weise ist in Abb. 34 und 36 und ebenso bei der in Abb. 32 dargestellten Schieberellipse verfahren.

Die durch die endliche Exzenterstangenlänge l' hervorgerufene Abweichung des Schieberweges von dem für $l' = \infty$ läßt sich in ähnlicher Weise, wie dies bezüglich der Schubstange besprochen ist, durch Bogenprojektion mit einem Halbmesser l' gleich der Exzenterstangenlänge auf die Schieberweglinie berücksichtigen.

Um die meist unbequeme Bogenprojektion zu vermeiden, kann das Brixsche Verfahren angewendet werden, bei welchem als Scheitel der Kurbelwinkel nicht der Mittelpunkt O des Kurbelkreises, sondern ein Pol O' gewählt wird, Abb. 37, im Abstand $R^2 : 2l$ von O nach der Kurbel hin. Man erhält dann die Kolbenwege x sehr angenähert einfach durch Projektion des Punktes K' auf die Hubrichtung, der als Schnitt eines zur Kurbelstellung OK parallelen Strahles $O'K'$ mit dem Kurbelkreis gefunden wird.

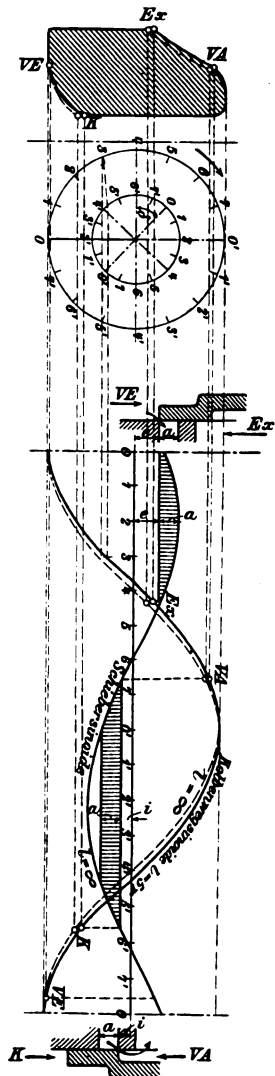


Abb. 33.

Umgekehrt kann zu jeder Kolbenstellung die Kurbelstellung gefunden werden durch Abloten der Kolbenstellung auf den Kurbelkreis — K' — und Ziehen einer zu $K'O'$ Parallelen OK .

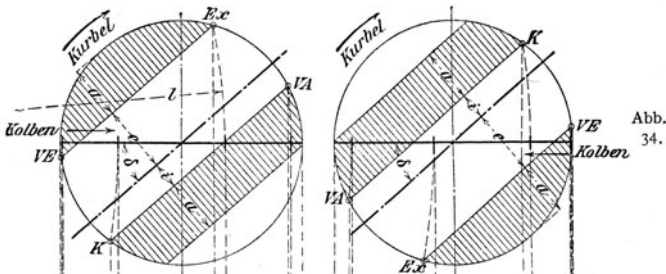


Abb. 34.

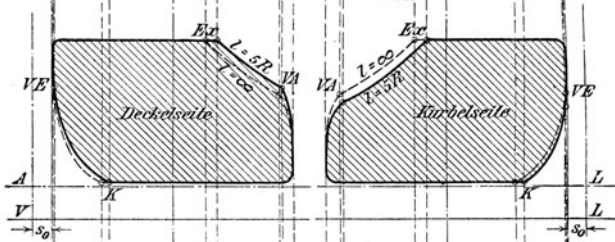


Abb. 35.

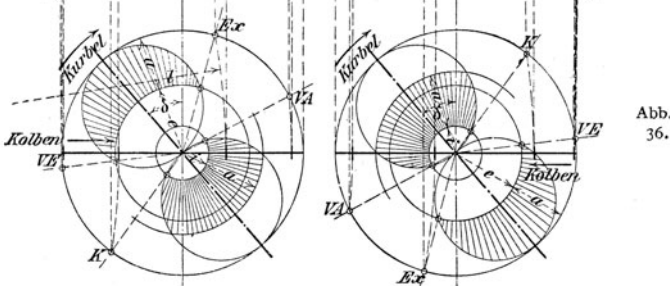


Abb. 36.

Beim Müller-Reuleaux- und beim Zeuner-Diagramm liegt alsdann die Mitte des Schieberkreises bzw. der Berührungspunkt des Zeuner-Kreises in O' , Abb. 38 und 39. Beim Müller-Reuleaux-Diagramm kann gleichzeitig auch die Endlichkeit der Exzenterstange berücksichtigt werden, Abb. 38, indem der Mittelpunkt noch in der Richtung der Schieberbewegung um $r^2 : 2l'$ verschoben wird.

Wegen der meist verhältnismäßig großen Exzenterstangenlänge im Verhältnis zum Schieberhub sind die betreffenden Schieberabweichungen nur gering und deshalb in der Regel zu vernachlässigen (wenn $l > 15r$).

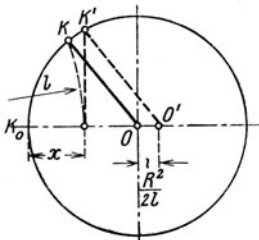


Abb. 37.

(602) Füllungsausgleich. Um angenähert gleiche Dampfverteilung, auf beiden Zylinderseiten zu erhalten, wird der Schieber entweder unsymmetrisch eingestellt, d. h. bei der Mittellage des Exzenters seine Mittellinie von derjenigen des Schieberspiegels durch Verlängerung der Schieberstange um einen gewissen

Betrag n entfernt, so daß an Stelle der bisherigen Überdeckungen e und i nunmehr auf der Deckelseite die Überdeckungen $e_d = e + n$ und $i_d = i - n$, und auf der Kurbelseite diejenigen $e_k = e - n$ und $i_k = i + n$ auftreten, oder aber es wird der Schieber selbst unsymmetrisch ausgebildet und z. B. behufs Erzielung gleicher Füllung auf beiden Zylinderseiten die äußere Überdeckung auf der Deckelseite vergrößert, diejenige auf der Kurbelseite dagegen verkleinert usw.

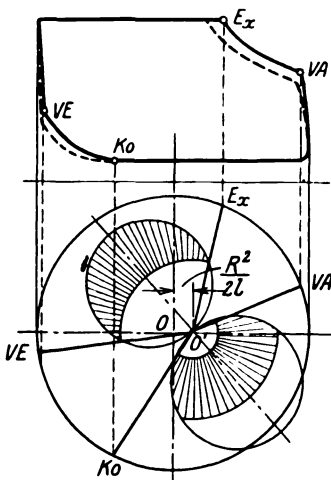


Abb. 38.

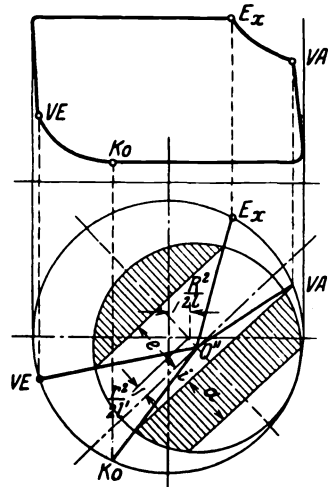


Abb. 39.

Bei unsymmetrischer Einstellung der Schieber ist noch besonders darauf zu achten, daß die Verschiedenheit des linearen Voreilens auf beiden Zylinderseiten innerhalb zulässiger Grenzen bleibt.

(603) Entwurf des Schieberdiagramms und Bestimmung der Schieberabmessungen. Liegt Neuentwurf vor, so geht man vom entworfenen Indikator-
diagramm aus und ermittelt die Steuerabmessungen derart, daß sie die erforderliche Dampfverteilung ergeben. Im allgemeinen kann ein beliebig entworfenes Druckdiagramm nicht ohne jede Änderung verwirklicht werden. Neben der Füllung wählt man meist den Voreintritt, dadurch ist δ und das Verhältnis e zu a gegeben; dann wird meist noch VA angenommen, wodurch i und die Kompression bestimmt ist. Nun muß a aus dem erforderlichen Kanalquerschnitt nach (595) ermittelt werden, wodurch der Diagramm-Maßstab und damit die wirkliche Größe von e , i und r bestimmt ist. Im Schieberdiagramm sollte a möglichst groß angenommen werden, wenn die Ausführungsmaße klein werden sollen, da von a der Maßstab für die übrigen Größen abhängt. Daher meist kein Überschleifen. Nach Feststellung der Abmessung an der Berührungsfläche — Schieberspiegel — wird der Schieber in der Mittellage gezeichnet, Abb. 25. Die Stegbreite b folgt aus der Wandstärke (nur bei sehr großem Überschleifen aus der Bedingung, daß bei größtem Ausschlag noch genügend Dichtung — Sicherheitsdeckung — zwischen Frischdampf- und Abdampfraum vorhanden sein muß).

Die Weite des Auslaßkanals a_0 muß so groß sein, daß er bei vollem Schieberausschlag mindestens die Weite $= a$ offen ist, woraus folgt

$$a_0 \geq r + a + i - b. \dots\dots\dots 14$$

Bei innerer Einströmung (s. unten) wird

$$a_0 \geq r + a + e - b, \dots\dots\dots 15$$

wobei b genügend Sicherheitsdeckung (> 5 bis 10 mm) geben muß.

(604) Abarten des einfachen Schiebers. Zur Verringerung des schädlichen Raumes bei großer Zylinderlänge werden geteilte Schieber, Abb. 40, verwendet, die sich unabhängig voneinander auf gemeinsamer Stange verstellen lassen. Die Weite des Auspuffkanales in jedem Schieberspiegel ist hier $a_0 \geq a$ zu nehmen. Im übrigen ergeben sich die Abmessungen des Schiebers und des Schieberspiegels aus Abb. 40.

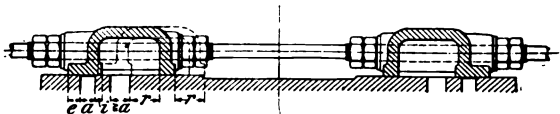


Abb. 40.

Schieber mit innerer Einströmung. Während beim einfachen Schieber der Eintritt des Frischdampfes in den Zylinder durch die äußeren, sein Austritt aus demselben durch die inneren Kanten des Schiebers gesteuert wird — Schieber mit äußerer Einströmung —, kommen bei Verwendung von Heißdampf, ferner bei den Niederdruckzylindern von Mehrfach-Expansionsmaschinen — hier meist aus konstruktiven Rücksichten — auch Schieber mit innerer Einströmung in Anwendung.

Bei diesen Schiebern steuern die inneren Kanten den Dampfeintritt, die äußeren den Dampfaustritt. Die Einlaß- und Auslaßüberdeckungen e bzw. i sind in entsprechender Weise am Schieber anzutragen und es ist derselbe durch ein gegenüber der bisherigen Anordnung diametral entgegengesetztes Exzenter anzutreiben, das alsö der Kurbel um $270 + \delta$ voreilt.

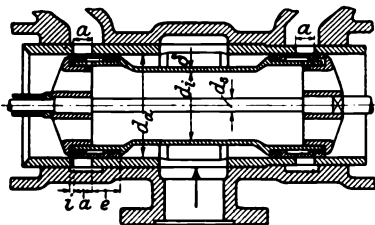


Abb. 41.

Schieber mit innerer Einströmung werden zwecks Entlastung meist als Kolbenschieber ausgeführt, Abb. 41.

Der Querschnitt des den Kolbenschieber umgebenden ringförmigen Dampfkanals er-

mittelt sich nach Abzug aller Stegbreiten, die bis zu $\frac{1}{3}$ seines Umfanges betragen können, zu

$$f \cong 0,66 d_a \pi a,$$

wenn d_a den äußeren Durchmesser des Schiebers bedeutet; hieraus folgt mit dem nach (595) ermittelten Kanalquerschnitt f die Kanalweite a . d_i ist so zu bemessen, daß

$$(\pi d_i^2 - \pi d_s^2) : 4 \geq f$$

und für d_a gilt

$$[\pi d_a^2 - \pi (d_i + 2 \delta)^2] : 4 \geq f. \dots\dots\dots 16$$

(605) Trick-Kanalschieber. Die beiden Enden dieses Schiebers, der sowohl ein Muschel- als auch ein Kolbenschieber sein kann, sind nach Abb. 42 durch einen Zwischenkanal (Trick-Kanal) verbunden. Der Schieber bewirkt eine doppelte Eröffnung für den Dampfeinlaß, indem er nach Abb. 42 den frischen

Dampf sowohl von der einen als auch von der anderen Schieberseite her eintreten läßt. Weite des Trick-Kanals $= 0,5 a$. Die Stegstärke s kann, je nach der Größe des Schiebers, 1 bis 2 cm gewählt werden; dann folgt die Kanalweite im Schieber-spiegel $= a + s$ und die Länge des letzteren außerhalb des Kanals $= 2e - s$. Die Verdopplung der Einströmung findet von Beginn des Voröffnens ($\xi = e$) statt; sie hört auf, wenn die Schieberkante 1 mit der rechtsseitigen Kanal-kante 2 zusammentrifft ($\xi = e + 0,5 a$). Es ist dann der Kanal bereits um die Größe a geöffnet. Das Schieberdiagramm, Abb. 43, ist dasselbe wie bei dem gewöhnlichen Muschelschieber, vgl. Abb. 28 u. 30, nur hat man von der Vor-Einströmung (VE) bis zur Kanalöffnung

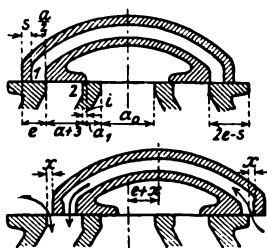


Abb. 42.

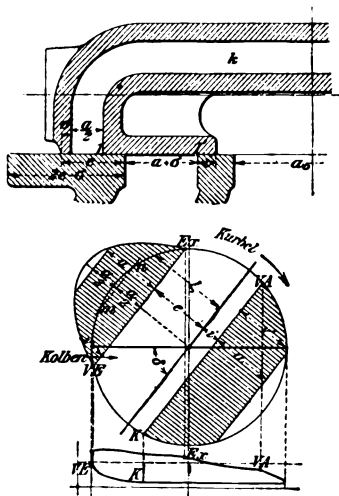


Abb. 43.

$0,5 a$ (Punkt m in Abb. 43), ebenso von n bis Ex die Eröffnungen über den mit der Exzentrizität $r = e + 0,5 a + c$ (c — Überschleifen $= 0$ bis 5 mm) als Halbmesser geschlagenen Schieberkreis hinaus nochmals aufzutragen. Für die Auslaßseite gilt $r \geq a + i$.

Der Trick-Schieber wird auch mit Überströmen ausgeführt, d. h. während eines Kolbenhubteiles sind beide Zylinderseiten verbunden, so daß Druckausgleich stattfindet (zur Vermeidung zu hoher oder zur Erhöhung zu geringer Kompression). Es tritt Überströmen ein, wenn $s + 0,5 a > e$ ist.

Einen Trick-Kolbenschieber für innere Einströmung zeigt Abb. 44. Mit doppelter Eröffnung für Einlaß und für Auslaß arbeitet der Penn-Schieber, mit je dreifacher der Hochwald-Schieber.

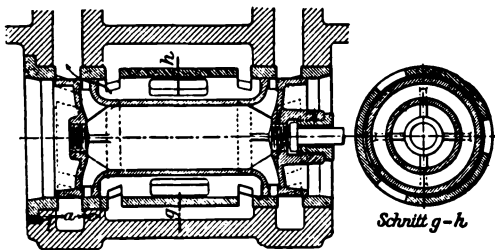


Abb. 44.

(606) Einschieber-Expansionssteuerungen.

Eine Veränderlichkeit der Füllung läßt sich bei Maschinen mit einfacher Schiebersteuerung

durch Veränderung des Schieberhubes $\frac{1}{2}(2r)$ oder des Voreilwinkels des Exzenters oder beider Größen erreichen, sobald das Exzenter nicht mehr fest, sondern beweglich auf der zugehörigen Welle angeordnet und z. B. durch einen Achsenregler in einer dem jeweiligen Beharrungszustande der Maschine entsprechenden Lage festgehalten wird.

Bei der Verstellung des Exzenters bewegt sich der Mittelpunkt desselben auf einer entsprechenden Kurve — der Scheitelkurve oder -linie. Hierbei wird in der Regel die Forderung gestellt, daß das lineare Voreilen (v) sich bei den verschiedenen Füllungen nur wenig ändert. Da sich bei Änderung des Schieberhubes allein (Scheitellinie: Gerade durch Wellenmitte) und des Voreilwinkels allein (Scheitellinie: Kreisbogen mit r um Wellenmitte) v stark ändert, ja sogar leicht negativ wird und die Füllungsänderung nur in engen Grenzen möglich ist, werden diese Arten jede für sich nicht angewendet, sondern gleichzeitige Änderung von r und δ . Die Scheitelkurve kann hierbei eine Gerade oder ein Kreisbogen sein.

Konstantes lineares Voreilen wird bei quer verschiebbarem Exzenter — Schema zeigt Abb. 45 — mit gerader Scheitelkurve erreicht, die senkrecht zur Kurbeltotlage steht,

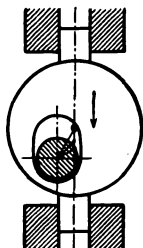


Abb. 45.

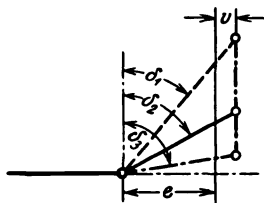


Abb. 46.

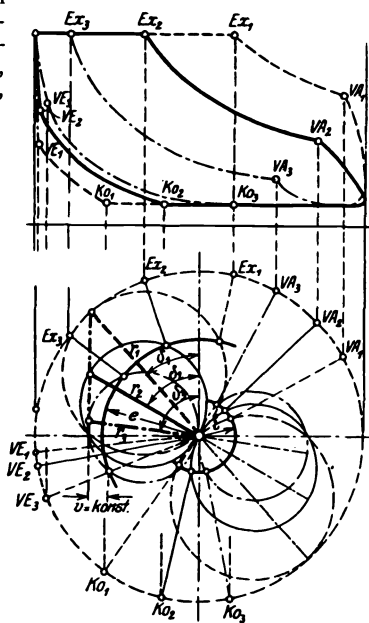


Abb. 47.

Abb. 46. Je größer δ , um so kleiner die Füllung. Nullfüllung ist nicht möglich. Das zugehörige Schieber- und Indikator diagramm für drei verschiedene Füllungen zeigt Abb. 47.

Eine Annäherung an die gerade Scheitelkurve ist die Drehung um einen von der Exzentermitte möglichst entfernt liegenden Punkt, Abb. 48. Soll nicht v konstant sein, sondern die Kurbelstellung für Voreinströmen dieselbe bleiben, so muß in dieser Kurbelstellung die Scheitelkurve lotrecht zur Kurbelotlage stehen, Abb. 49 a, also in Kurbelotlage unter dem Winkel $(90 - \gamma)$ geneigt, als Tangente an den e -Kreis, Abb. 49 b. Das zugehörige Schieber- und Indikator diagramm zeigt Abb. 50 (gezeichnet für 0 bis $60^\circ/0$ Füllung). Absolute Nullfüllung ist möglich für $r = e$ und $\delta = 90 + \gamma$, s. Abb. 50.

Einen Kreisbogen als Scheitelkurve ergeben 2 ineinander drehbare Exzenter. Meist ist das innere Exzenter auf der Welle fest, das äußere ist durch den Regler verstellbar (Doerfel, Proell). Die Scheitelkurve ist ein Kreisbogen

um den Mittelpunkt O' des inneren Exzentrers (Exzentrizität $r_1 = OO'$) mit dem Radius $r_a =$ der Exzentrizität des äußeren, Abb. 51; Winkel β wird 60 bis 90° angenommen. Die Scheitelkurve ist so zu wählen, daß Nullfüllung und nötigenfalls absolute Nullfüllung gegeben werden kann (nur möglich bei veränderlichem linearen Voreilen v_2). Nullfüllung ergibt diejenige Stellung des drehbaren

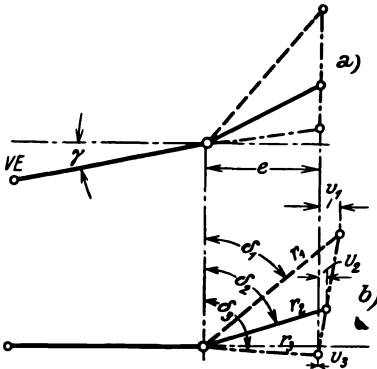


Abb. 49.

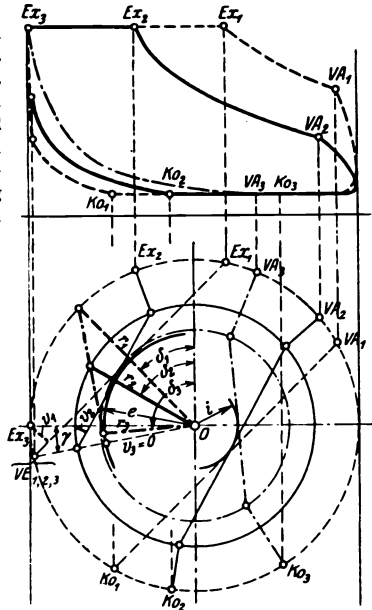


Abb. 50.

Exzentrers, bei der die e -Linie den Schieberkreis auf der Kurbeltotlage schneidet. Absolute Null-

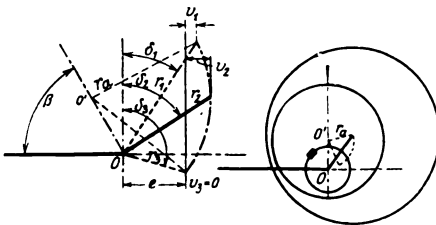


Abb. 51.

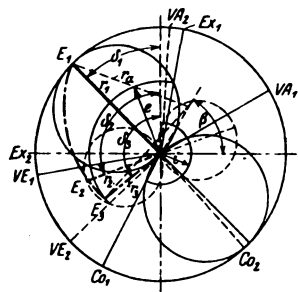


Abb. 52.

füllung ergibt die durch den Schnittpunkt der e -Linie mit der Scheitellinie gehende Exzenterstellung, also $r_3 = e$. Abb. 52 zeigt ein Zeuner-Schieberdiagramm einer Einschieber-Expansionssteuerung; gezeichnet ist die Stellung des Exzentrers für 60% Füllung (r_1), für 0-Füllung (r_2) und für absolute Nullfüllung (r_3).

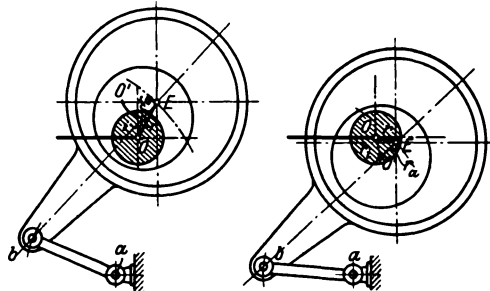


Abb. 53.

Es kann aber auch das innere Exzenter vom Regler gestellt, das äußere durch Gelenk geführt werden, Abb. 53. Die resultierende (wirksame) Exzentrizität $r = OE$ kann ermittelt werden, da b auf einem Kreisbogen um a , O' um O ($OO' = r_i =$ Exzentrizität des inneren Exzenters), E (Mittelpunkt des äußeren Exzenters) um O' ($O'E = r_a$) bewegt wird und $bE = bO' + r_a = \text{konst.}$ ist; Punkte b , O' und E liegen auf einer Geraden.

Doppelschiebersteuerungen.

(607) Arten. Doppelschiebersteuerungen haben den Vorteil, daß bei Füllungsänderung die übrigen Steuerungsabschnitte unverändert bleiben. VE , VA und Kompression werden von dem wie ein Muschelschieber wirkenden Grundschieber (Verteilungsschieber) gesteuert, während die Füllung durch den von einem zweiten Exzenter bewegten Expansionsschieber beeinflusst wird. Der Expansionsschieber kann entweder in demselben Raume wie der Grundschieber auf dem Rücken desselben gleiten — Einkammersteuerung — oder sich in einem anderen Raume befinden — Zweikammersteuerung; er sperrt den Dampfzutritt zum Kanal im Grundschieber bzw. zur Grundschieberkammer je nach der Größe der Füllung früher oder später ab.

Bei Doppelschiebersteuerungen kann Füllungsänderung bewirkt werden:

- durch Änderung des Abstandes der steuernden Kanten von Grund- und Expansionsschieber von Hand oder vom Regler;
 - Meyer-Steuerung, b) Rider-Steuerung;
- durch Ändern von Hub und Voreilwinkel des Expansionsexzenters mittels Achsenregler.

(608) Meyer-Steuerung, Abb. 54. Der Expansionsschieber besteht aus zwei Platten, die durch Drehen der Spindel von- oder gegeneinander verstellt werden können.

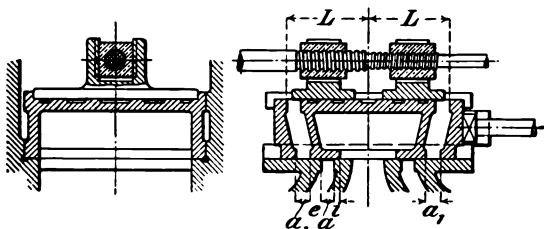


Abb. 54.

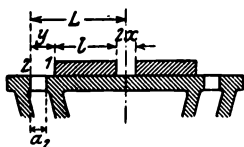


Abb. 55.

Der Dampfeintritt hört in Abb. 55 für den linken Kanal auf, wenn die Kante 1 des Expansionsschiebers über der Kante 2 des Grundschiebers steht, wenn also die Mitte des ersten Schiebers um die Strecke y gegen die Mitte des zweiten Schiebers verschoben ist.

Der Abschluß hängt also von der relativen Bewegung beider Schieber zueinander ab.

Ist in Abb. 56 $OG = r_g$ die Grundexzenterstellung, $OE = r_e$ die Expansionsexzenterstellung bei Kurbelstotlage, so ist der relative Weg des Expansionsschiebers in bezug auf den Grundschieber $\xi_r = \xi_e - \xi_g = Og - Oe$; bei einem beliebigen Kurbelwinkel α ist in gleicher Weise ξ_r stets der wagerechte Abstand der Exzentermittelpunkte G und E , also die Projektion der Strecke GE auf die Schieberweglinie oder der ihr gleichen und parallelen Seite OR des über OE als Diagonale und OG als andere Seite konstruierten Parallelogramms $OGER$. Da sich GE und OR um denselben Winkel drehen, wie die Kurbel, so kann OR als Relativexzenter aufgefaßt werden; die Wege des Relativexzentermittels sind dann stets die relativen Verschiebungen der beiden Schieber gegeneinander.

Im Zeuner-Diagramm schneidet die Kurbel auf den Relativkreisen als Sehnenlängen die relativen Wege ab; im Müller-Releaux-Diagramm sind die relativen Wege die Projektion der Kurbellänge innerhalb des Relativschieberkreises auf die Relativ-Schieberweglinie.

Der positive Relativkreis bzw. die positive Seite der Schieberweglinie ist der aus den positiven Kreisen bzw. Richtungen gefundene. Unter den bisherigen Annahmen liegt der positive Relativzenterkreis für die Deckelseite links unten, der negative rechts oben, desgleichen die positive und negative Seite der Schieberweglinie.

Der Abschluß des linken Kanals, d. h. Füllungsende, erfolgt in Abb. 55, wenn der Expansionsschieber den relativen Weg $\xi_r = -y$ nach links zurückgelegt hat bei zunehmendem Weg; in der gleichen Stellung bei abnehmendem Weg öffnet der Schieber den Kanal wieder. Die zugehörige

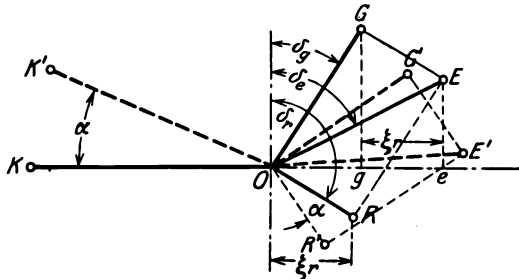


Abb. 56.

Füllung wird ermittelt, indem man die dem relativen Weg $\xi_r = -y$ entsprechende Kurbelstellung im Schieberdiagramm zeichnet.

In Abb. 57 ist $OG = r_g$ der unter dem Winkel δ_g aufgetragene Grundschieberkreis, $OE = r_e$ die unter δ_e angetragene Exzentrizität des Expansionsschiebers. Durch Konstruktion des Parallelogramms mit OE als Diagonale erhält man die relative Exzentrizität $OR = r_r$ und den positiven bzw. auf der anderen Seite der Wellenmitte den negativen Relativschieberkreis.

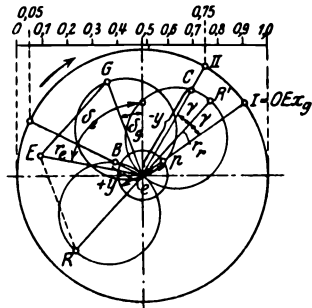


Abb. 57.

Schlägt man mit $\xi_r = -y = OC$ einen Bogen, so gibt die durch den Schnittpunkt desselben mit dem negativen Relativschieberkreis gehende Kurbelstellung OII die der Kantentfernung $-y$ entsprechende Füllung, bzw. OI die Wiederöffnung des Schieberkanals an, erstere bei zunehmendem, letztere bei abnehmendem Weg. Sind die Expansionsschieberplatten so verschraubt, daß in der relativen Mittellage der Kanal überdeckt ist, so ist y positiv, es muß mit $\xi_r = +y = OB$ der positive Schieberkreis geschnitten werden, da das Schließen und Öffnen bei der Schieberstellung rechts von der Mitte erfolgt und zwar das Schließen bei abnehmendem, das Öffnen bei zunehmendem Weg.

Um für eine gewünschte Füllung die Entfernung y , Abb. 55, bei relativer Mittellage zu finden, zieht man die der Füllung entsprechende Kurbellage und erhält $\xi_r = \pm y$. Schneidet die Kurbel den positiven Kreis (OR Abb. 57), so ist der Grundschieberkanal um $+y$ überdeckt.

Soll also z. B. bei einer Füllung von 0,75 der linke Kanal im Grundschieber durch den Expansionsschieber abgeschlossen werden, so muß die Kante 1, Abb. 55, bei der Mittellage des oberen Schiebers gegenüber dem unteren um die Strecke $y = OC$, Abb. 57, rechts von der Kante 2 stehen. Soll der Abschluß schon bei 0,05 Füllung erfolgen, so muß sich bei der erwähnten Mittellage des Expansionsschiebers die Kante 1 um die Strecke $y = OB$, Abb. 57, links von der Kante 2 befinden.

Die durch den Expansionsschieber gesteuerte größte Füllung ist dadurch bestimmt, daß der Expansionsschieber nicht vor dem Abschluß des Zylinderkanals durch den Grundschieber wieder öffnen darf, also nicht vor $OE x_g = OI$, Abb. 57. Hierdurch ist aber die Deckung y festgelegt, denn die dem Schließen entsprechende Kurbellage ist der dem Öffnen entsprechenden symmetrisch (s. Winkel γ , Abb. 57) in bezug auf OR . Bei größerer Füllung würde Nachfüllung eintreten (s. Diagramm Abb. 105 f.). Um dieses zu vermeiden, läßt man OR mit $OE x_g$ zusammenfallen oder nimmt OR noch über $OI = OE x_g$ hinaus an und bestimmt dazu den Voreilwinkel δ_e des Expansionsexzentrers. Mit Rücksicht auf schnellen Abschluß ist δ_e am günstigsten, wenn bei der Kurbelstellung für normale Füllung das Expansionsexzenter senkrecht nach unten steht¹⁾. Da hierbei aber die relative Bewegung ungünstig groß wird (Schieberreibung), so wird δ_e kleiner angenommen.

Bei der kleinsten Füllung ist zu beachten, daß der Dampf im Grundschieberkanal an der Expansion teilnimmt. Für absolute Nullfüllung genügt es demnach nicht, daß der Expansionsschieber den Grundschieberkanal schließt, ehe der Grundschieber für die Voreinstromung öffnet, sondern es darf der Grundschieberkanal überhaupt nicht geöffnet werden; dazu muß $+y_{00} \geq r_r$ sein.

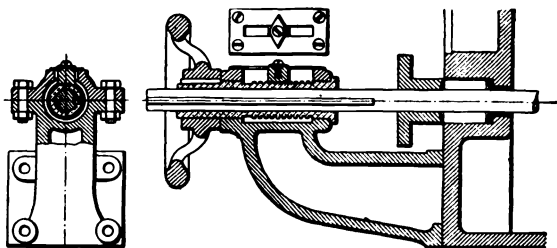


Abb. 58.

Damit beim ausgeführten Schieber die beiden Schieber nicht erst in die relative Mittellage gebracht zu werden brauchen um dann y einzustellen, geht man nach der Entfernung $2x$ der Expansionsschieberplatten voneinander, Abb. 55, wobei die „Verschraubung“ $x = L - l + (\mp y)$, ($-$ bzw. $+$ wenn der obere negative bzw. der untere positive Schieberkreis von der Kurbellage geschnitten wird). y wird unter Berücksichtigung des Diagrammmaßstabes aus dem Diagramm, Abb. 57, entnommen.

Die Einstellung der Expansionsplatten wird außerhalb des Schieberkastens durch Zeiger und Skala sichtbar gemacht, Abb. 58.

Bestimmung der Längen L und l . Beim Entwurf bestimmt man die Abmessungen des Grundschiebers wie beim einfachen Muschelschieber und nimmt die Weite des Grundschieberkanals $a_1 = 0,8a$ bis a , Abb. 54, dann ist $r_g = a_1 + e$, δ_g wird gewöhnlich $= 20 \div 30^\circ$. Nun wird entweder

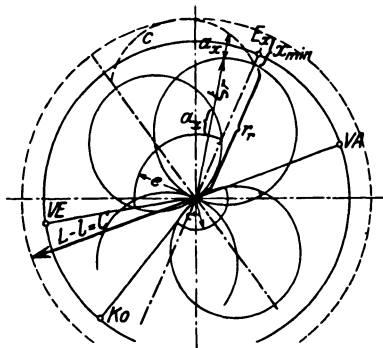


Abb. 59.

¹⁾ s. Watzinger, Z. 1906, S. 115.

$r_e = r_0$ bis $1,3 r_0$ oder $r_r = r_0$ bis $1,3 r_0$ und δ_e so gewählt, daß Nachfüllung ausgeschlossen ist, d. h. daß die Richtung des Relativexzentrums mit OEx zusammenfällt, Abb. 59.

Nun kann das Schieberdiagramm vollständig gezeichnet werden, Abb. 59, daraus ergeben sich dann unter Berücksichtigung des Maßstabes (s. (603)) die Deckungen für die größte und kleinste gewünschte Füllung. Da der Abschluß bei großen Füllungen durch den Expansionschieber sehr schleichend erfolgt, kann die Forderung aufgestellt werden, daß die mögliche Maximalfüllung durch den Grundschieber allein gesteuert wird; es muß also während der ganzen Dauer der Füllung in jedem Augenblick die Eröffnung y des Grundschieberkanals durch den Expansionschieber mindestens ebenso groß sein wie die Eröffnung α_x des Zylinderkanals durch den Grundschieber. Dazu werden die beiden Expansionschieberplatten, die bei der größten von denselben gesteuerten Füllung um $2x_{min}$ voneinander entfernt sein müssen, ganz zusammengeschraubt.

Ist y_x die Eröffnung des Schieberkanals, Abb. 60, bei Steuerung der größten Füllung durch den Expansionschieber, so ist $y_x + x_{min}$ die Kanaleröffnung bei der größten vom Grundschieber allein bewirkten Füllung. Für jede Kurbelstellung muß dann sein $y_x + x_{min} \geq \alpha_x$.

Ferner ist aber auch $y_x + x_{min} = L - l - \xi_r$, somit auch $L - l - \xi_r \geq \alpha_x$ oder

$$L - l \geq \xi_r + \alpha_x \dots \dots \dots 17$$

Man kann nun die Kurve c der variablen $\xi_r + \alpha_x$ als Polardiagramm in Abb. 59 eintragen, Gl. 17 wird erfüllt, wenn $(L - l)$ gleich dem größten Wert von $\xi_r + \alpha_x$ gemacht wird, also gleich dem Radius C des die Kurve c tangierenden Kreises, somit

$$L - l = C \dots \dots \dots 18$$

Da bei der größten Füllung, wenn sie durch den Expansionschieber gesteuert wird, die äußere Plattenkante, Abb. 61, bei größtem Weg nach links ($\xi_r = r_r$) den Kanal α_1 gerade noch schließen muß, so ergibt sich die Forderung

$$L - l = r_r + x_{min} = C, \dots \dots 19$$

so daß $x_{min} = C - r_r$ ist, Abb. 59. Endlich darf bei der kleinsten Füllung die innere Plattenkante, Abb. 62, nicht über die innere Kanalkante hinausgehen, es muß noch eine Sicherheitsdeckung σ vorhanden sein, woraus folgt

$$L = \alpha_1 + \sigma + r_r + x_{max} \dots \dots 20$$

Gl. 19 und 20 dienen zur Berechnung von L und l , da x_{min} und x_{max} aus dem Schieberdiagramm entnommen werden können.

Ist die maximale Füllung kleiner, als die durch den Grundschieber allein mögliche, so können die Platten bei jener zusammenstoßen, also $x_{min} = 0$ werden. Dann würde $L = l + y_{max}$ und nach Abb. 62 $l = r_r + y_{min} + \alpha_1 + \sigma$.

Füllungsausgleich. Für genauere Ermittlungen der Steuerungsverhältnisse ist die endliche Schubstangenlänge zu berücksichtigen, insbesondere die Ungleichheit der Füllung auf beiden Kolbenseiten für den meist benutzten Füllungsgrad der Maschine zu beseitigen. Dies läßt sich dadurch erreichen, daß die Expansionschieberstange um den Betrag $0,5 (y' - y)$ — wenn y' und y die dem genannten Füllungsgrade entsprechenden Deckungen auf der Kurbel- bzw. Deckelseite der Maschine sind — nach der letzteren hin verlängert wird. Damit fallen jedoch bei gleicher Ganghöhe der Verstellungsschraube alle übrigen Füllungen auf beiden Kolbenseiten verschieden aus. Um auch hierfür einen

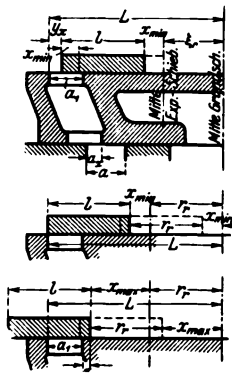


Abb. 60 ÷ 62.

gewissen Ausgleich zu schaffen, gibt man zuweilen dem Links- und Rechtsgewinde der Verstellungsschraube verschiedene Ganghöhen und verfährt dabei wie folgt.

Man ermittelt die zu gleichen Kolbenwegen für die Deckel- und Kurbelseite gehörigen Kurbelstellungen in bekannter Weise durch Bogenprojektion mit der Schubstangenlänge als Halbmesser, greift die entsprechenden Deckungen y' und y des Expansionschiebers als Abstände der Relativexzenterkreismittelpunkte von

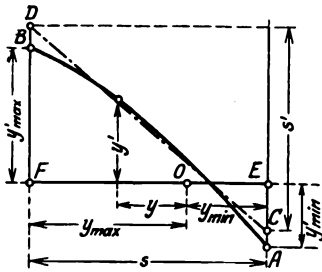


Abb. 63.

der Schiebermittellinie ab und trägt zu den Werten y als Abszissen die zugehörigen Werte y' als Ordinaten auf; dann liegen die Endpunkte von y' auf einer flachen Kurve AB , Abb. 63. Trägt man weiter in Abb. 63 eine Gerade CD ein, die von AB (besonders in der Nähe der meist benutzten Füllungsgrade) möglichst wenig abweicht, so erhält man in dem Unterschiede s' der Ordinaten der Endpunkte C und D das Maß der Verschraubung für die Kurbelseite, während für die Deckelseite die Abszissenstrecke $s = y_{min} + y_{max}$ dieses Maß angibt. Entsprechend den verschiedenen Werten von s und s' erhalten das

Rechts- und Linksgewinde der Verstellungsschraube verschiedene Ganghöhen. Die Strecken EC und FD sind die Deckungen, die die Schraube entsprechend der kleinsten und größten Füllung auf der Kurbelseite wirklich einstellt.

(609) Rider-Steuerung. Die Rider-Steuerung stimmt in den Grundlagen mit der Meyer-Steuerung überein; sie beseitigt jedoch den Übelstand der letzteren, daß Gewinde im Dampf liegt und Füllungsänderung nur von Hand, nicht durch Regler möglich ist. Die Kanäle des Grundschiebers münden im Rücken nicht parallel aus, sondern geneigt, Abb. 65; der Expansionschieber

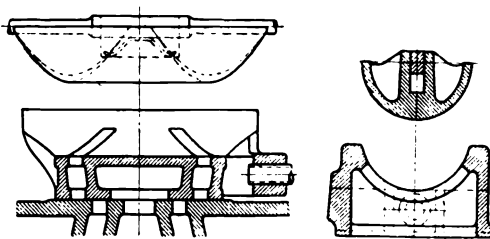


Abb. 64.

besteht aus nur einer Platte, deren steuernde Kanten den geneigten Kanälen parallel sind, so daß die Platte trapez- oder keilförmige Form hat, Abb. 66. Die Platte ist meist nach einer Zylinderfläche gekrümmt, deren Achse mit der Achse der Expansionschieberstange zusammenfällt,

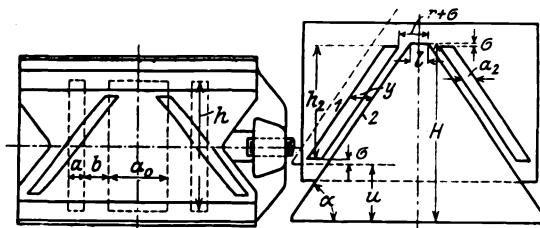


Abb. 65.

Abb. 66.

Abb. 64. Die Abwicklung zeigt Abb. 66; der Abschluß des linken Kanals erfolgt, wenn Kante 2 über 1 steht. Für die Größe der Füllung ist somit wie bei der Meyer-Steuerung der Abstand y

maßgebend. Füllungsänderung wird durch Verschieben der Platte senkrecht zur Hubrichtung bewirkt, durch Drehen der Schieberstange vom Regler aus mittels eines Hebels, wie die Vorrichtung, Abb. 67, zeigt.

Beim Entwurf sind y_{max} und y_{min} für größte und kleinste Füllung dem Schieberdiagramm, Abb. 59, zu entnehmen. Die Weite der Durchlaßkanäle im Grundschieber ist am Schieber Spiegel $\alpha_1 = 0,8 \alpha$ bis α und am Schieberücken, Abb. 66, $\alpha_2 = \alpha_1 h : h_2$.

Den Neigungswinkel α nimmt man zu $\alpha = 30$ bis 60° an; die Plattenlänge l (kurze Grundlinie) ist mit Rücksicht auf das Geschlossenbleiben bei größter Füllung und Sicherheitsdeckung σ bei größtem Ausschlag r ,

$$l = r_r + \sigma - y_{max} + a_2 \dots \dots \dots 21$$

Die erforderliche Gesamtverstellung u ist, Abb. 66,

$$u = (y_{min} - y_{max}) \operatorname{tg} \alpha, \dots \dots \dots 22$$

wenn die Deckungen mit positivem oder negativem Vorzeichen eingesetzt werden bei in der Mittellage verdecktem oder nicht verdecktem Kanal.

Die Gesamtbreite H ist dann

$$H = h_2 + u + 2\sigma \dots \dots \dots 23$$

Der Winkel γ , um den die Schieberstange bei der Verstellung u höchstens zu drehen ist, folgt aus $u = \pi \rho \gamma : 180$, wenn ρ den Radius der Zylinderfläche bezeichnet, nach der der Expansionsschieber gekrümmt ist. γ beträgt gewöhnlich 30 bis höchstens 60° und wird um so kleiner, je kleiner α ist. Eine ausgeführte Rider-Steuerung mit Schieberkasten¹⁾ zeigt Abb. 68.

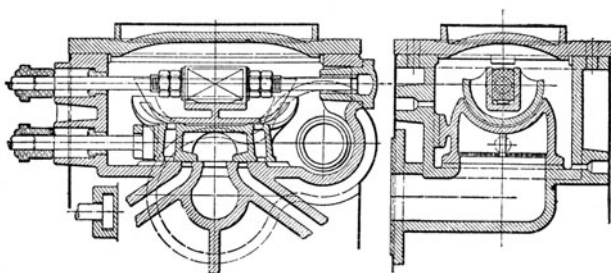


Abb. 68.

Häufig findet, um keine zu großen Längenabmessungen der Schieber (in Richtung der Schieberstangen) zu erhalten, eine Teilung der beiden schrägen Einlaßkanäle in je zwei, drei und mehr Öffnungen statt, wobei dann der abgewinkelte Expansionsschieber ebenfalls aus zwei, drei oder mehreren miteinander verbundenen Trapezen besteht, die im aufgerollten Zustande einen ge-

¹⁾ Zu einer liegenden Dampfmaschine 220/500 der Maschinenfabrik Germania vorm. J. S. Schwalbe & Sohn in Chemnitz gehörig.

schlossenen Zylinder mit schraubenförmigen Außenkanten bilden, der vom Grundschieber umgeben ist.

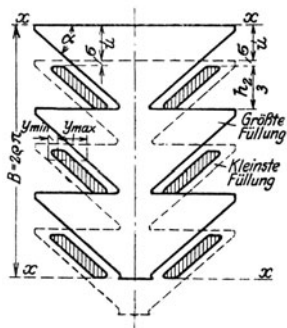


Abb. 69.

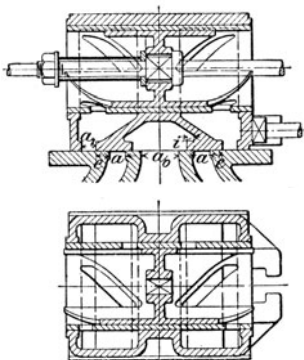


Abb. 70.

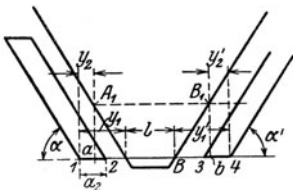


Abb. 71.

Expansionsexzenters und gegenüber dieser um r_e in der Richtung des Grundexzenters verschoben ist. Die Deckung y bleibt unverändert; ist sie negativ, so ist die Füllung nach einem Schieberwege $\xi_r = -y$ (ξ_r zunehmend) beendet, bei positiver Deckung nach $\xi_r = +y$ (ξ_r abnehmend).

Im Zeuner-Diagramm, Abb. 73, mit der angegebenen Scheitelkurve würde sich die Füllung durch die Schnittpunkte des y -Kreises mit den r_e -Kreisen ergeben. Bei der kleinsten Relativexzentrizität $r_{r_1} = 0$ (R_1 (kleinstes δ_e und größtes r_e) hört die Füllung bei Kurbellage

Die Abwicklung eines solchen Expansionschiebers zeigt Abb. 69, ein Ausführungsbeispiel Abb. 70.

Bei größeren Maschinen wird vielfach auch der Grundschieber als Kolbenschieber ausgebildet.

Füllungsausgleich. Die wegen der endlichen Stangenlängen ungleiche Füllung kann für normale Füllung in gleicher Weise wie beim Meyer-Schieber durch Verlängern der Schieberstange erreicht werden. Soll die Füllung in weiteren Grenzen ausgeglichen, so kann die Neigung der Kanäle nicht mehr gleich angenommen werden. Ist die Neigung des einen Kanals angenommen z. B. α auf der Deckelseite, Abb. 71, so findet man die Neigung α' auf der Kurbelseite wie folgt. Für die Füllungen, innerhalb deren Ausgleich erzielt werden soll,

werden y_1 und y_2 bzw. y_1' und y_2' für Deckel- bzw. Kurbelseite aus dem Schieberdiagramm entnommen. Von der Ecke 1 des angenommenen Kanals trägt man y_1 ab,

Abb. 71, dann noch l nach Gl. 21 (Punkt B), ferner y_1' (bis 4) und zurück a_3 (3). Nun trägt man von 1 und 4 die Größen y_2 bzw. y_2' nach rechts bzw. nach links ab und zieht aus den Punkten a und b Senkrechte und durch den Schnitt der ersteren mit der Plattenkante in A_1 eine Wagerechte bis zum Schnitt mit der letzteren in B' . Die Verbindung BB_1 gibt dann die gesuchte Neigung α' des rechten Kanals.

(610) Einkammersteuerungen

mit Änderung von Hub und Voreilwinkel des Expansionsexzenters. Durch Flachregler wird r_e und δ_e nach einer Scheitelkurve wie bei der Einschiebersteuerung gestellt, Abb. 72. Die Mittelpunkte des Relativexzenters liegen dann auch auf einer Scheitelkurve $R_1 R_2 R_3$, die den gleichen Krümmungsradius hat, wie diejenige des

$O E x_1$ auf, also größte Füllung; umgekehrt ist bei größtem r_{r3} — $O R_3$ (größtes δ_e , kleinstes r_e) die Füllung am kleinsten. Nachfüllung ist bei kleinster Füllung am ehesten möglich, da Öffnen A_3 nahe an $E x_0$. Nullfüllung kann auch bei negativem y erreicht werden, auch Schluß bei $V E$, was hier aber nicht absolute Nullfüllung ist, da der Schieberkanal vorher mit Dampf gefüllt wurde; absolute Nullfüllung, d. h. überhaupt keine Eröffnung des Kanals kann nur bei positivem y erreicht werden, wenn $+y > r_{r \min}$.

(611) Zweikammersteuerungen. Bei den Einkammersteuerungen bewegen sich beide Schieber in einer gemeinsamen Kammer. Dies hat bei ineinander gelegten Kolbenschiebern neben ihrer umständlichen Fassung durch die Schieberstangen und der komplizierten Führung und Verbindung der letzteren mit den Exzenterstangen noch den

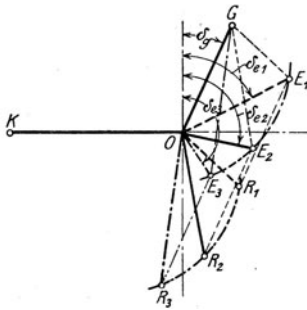


Abb. 72.

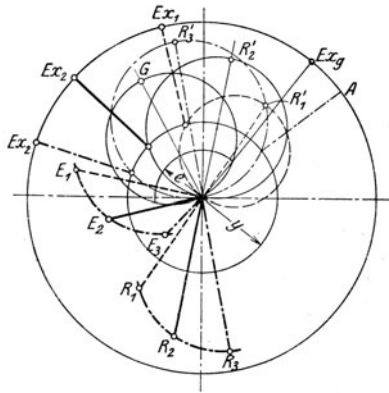


Abb. 73.

Nachteil großer Empfindlichkeit bei hohem Dampfdruck und insbesondere bei Überhitzung. Diese Nachteile lassen sich vermeiden, wenn man — nach Doerfel — die Schieber in zwei getrennten Kammern unterbringt.

Für die Füllung kommt nun nicht die relative, sondern die absolute Bewegung des Expansionsschiebers in Betracht, also im Diagramm die Expansionsschieberkreise. Innere Einströmung. Voreinströmen größer als gewöhnlich,

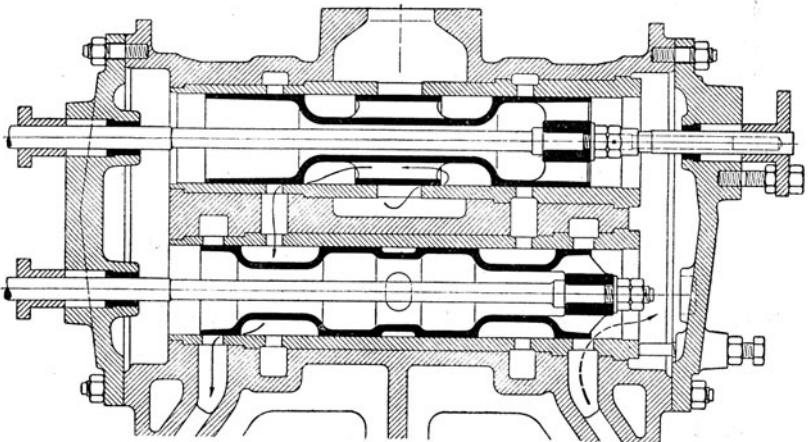


Abb. 74.

damit auch bei kleinen Füllungen genügende Eröffnung stattfindet. Füllungsänderung sowohl durch veränderliche Überdeckungen (wie Meyer- und Rider-Steuerungen), also auch durch Änderung von Hub und Voreilwinkel des Expansionsschiebers möglich.

Für absolute Nullfüllung muß die Exzentrizität r_e kleiner als die Überdeckung sein.

Abb. 74 zeigt eine Zweikammersteuerung nach Doerfel der Dingerschen Maschinenfabrik Zweibrücken. Der Expansionsschieber hat doppelten Abschluß durch einen besonderen mittleren Ringschieber, der den Dampfeintritt in den Ringraum des Expansionsschiebers steuert, wodurch bessere Dichtung erzielt wird.

Ventilsteuerungen.

(612) **Abmessungen der Ventile.** Die Ventile der Dampfmaschinen sind fast durchweg Doppelsitz-Ventile (Rohrventile). Der erforderliche freie Durchgangsquerschnitt f ist wie für Schiebersteuerungen zu ermitteln (603). Zunächst wird überschläglich der Durchmesser D_1 , Abb. 75, ermittelt, unter Berücksichtigung der Verengung durch die Wandstärke, Rippen, Nabe usw. des Ventilkörpers, die für kleine Ventile 0,4, bei großen 0,2 des Kreisquerschnittes angenommen werden kann:

$$\pi D_1^2 : 4 = f : 0,6 \text{ bis } f : 0,8.$$

Um den oberen Durchmesser D_1 , Abb. 75, des Ventils endgültig festlegen zu können, wählt man zunächst die Stärke d_s der Ventilspindel an der schwächsten Stelle — $d_s \sim \sqrt{D_1} + 5 \text{ mm}$ —, ferner den äußeren Durchmesser der Nabe d_n sowie die Anzahl i und Stärke δ_1 der Rippen des Ventils und bestimmt hierauf den freien Durchgangsquerschnitt innerhalb und außerhalb desselben so, daß derselbe je etwa 0,6 f beträgt, um Drosselung im Ventiltrium zu vermeiden.

Dann ist aus

$$\pi (d_i^2 - d_n^2) : 4 = 0,6 f + i (d_i - d_n) \delta_1 \quad 24$$

d_i zu bestimmen (zur Vermeidung der quadratischen Gleichung kann $(d_i - d_n)$ geschätzt werden), i je nach Ventilgröße = 3, 4 oder 5. Rippen wegen

Ausdehnung tangential an die Nabe stellen, Abb. 75.

Ferner ist $d_a = d_i + 2 \delta$ mit $\delta = 5 \div 7 \text{ mm}$ und endlich kann aus $\pi (D_1^2 - d_n^2) : 4 = 0,6 f$ der genaue Durchmesser D_1 bestimmt werden, wobei etwa vorgesehene Führungsstege zu berücksichtigen sind.

Die Breite der Sitzflächen s bewegt sich, je nach der Größe des Ventils, zwischen den Grenzen 2 und 5 mm.

Der erforderliche Ventilhub h ist, wenn α^0 der Neigungswinkel der Sitzfläche, i die Zahl, b die Breite der versperrenden Säulen am Ventilkorb,

$$h = \frac{f}{2 (\pi D_1 \cos \alpha - i \cdot b)} \dots \dots \dots 25$$

Der größte Ventildurchmesser ist $D = D_1 + 2 s$ und $D_2 = D_1 - 0,5$ bis 1 mm.

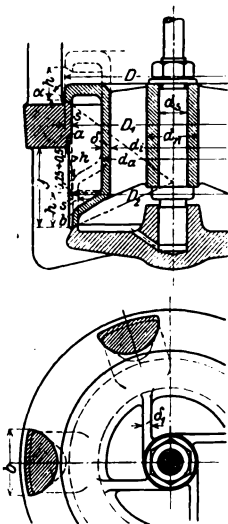


Abb. 75.

Bei Ventilen mit Überdeckung, s. Abb. 76, ist h noch um die Überdeckungsgröße μ — etwa 3 bis 6 mm — größer zu wählen¹⁾.

Die Sitzflächen werden meist kegelförmig gestaltet — bis zu 65° gegen die Sitzebene geneigt —, und zwar erhalten beide Sitze entweder gleiche Neigung oder man läßt ihre Kegel in eine gemeinsame Spitze auslaufen.

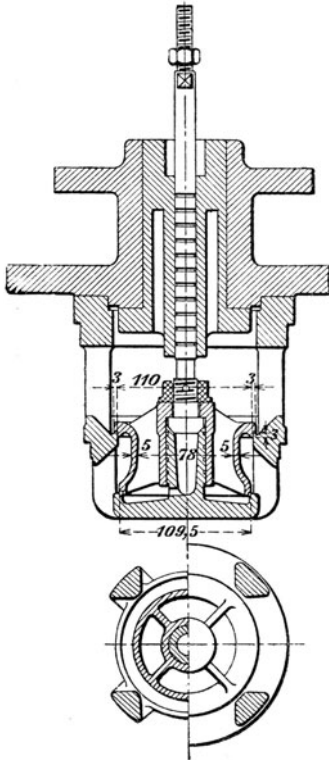


Abb. 76.

Die Höhe y , Abb. 75, wird bestimmt mit Rücksicht darauf, daß beim größten Ventilhub (dieser kann größer sein als h , z. B. bei Wälzhebelsteuerung!) zwischen den Kanten a und b ein Querschnitt von $0,6f$, d. h. ein Abstand von $\sim 1,2h$ bleibt.

Auch die Abmessungen der Dampfwege über und unter dem angehobenen Ventil sind derart zu wählen, daß sie dem hindurchtretenden Dampfe einen Querschnitt $\geq f$ bieten. Dasselbe gilt für die Durchgangsquerschnitte des Ventilkorbes sowie für die Abmessungen des Gehäuses, in das derselbe eingesetzt wird. Hierbei ist die höchste Lage, die das Ventil überhaupt einnehmen kann, zu berücksichtigen.

Die Führung des Ventils am zugehörigen Sitz geschieht entweder mit Rippen oder mittels eines zylindrischen Teiles (zuweilen auch durch beides gleich-

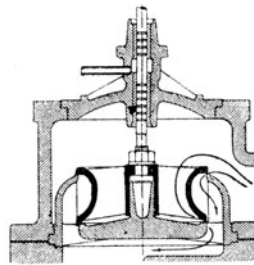


Abb. 77.

zeitig), seine Verbindung mit der Spindel in der in Abb. 76 bis 79 ersichtlichen Weise.

Abb. 77 zeigt eine für Heißdampf gern gewählte Ventilform, bei der Ventil und Sitz auf jeder Seite mit Dampf von gleicher Temperatur in Berührung kommen und deshalb gleiche Ausdehnung erfahren.

Viersitzige Ventile werden angeordnet, wenn der Durchmesser bzw. der Hub eines Doppelsitzventils ungewöhnlich groß ausfällt; sie bestehen aus zwei unmittelbar übereinander gelegten Doppelsitzventilen, von denen nur das eine auf der Spindel fest ist (bei Einlaßventilen das untere, beim Auslaß das obere),

¹⁾ Durch die Überdeckung wird erreicht, daß die Eröffnung des Ventils später als sonst, der Abschluß schon vor Beendigung der Ventilbewegung erfolgt — Vor-Einstromung und Expansion des Dampfes infolgedessen weniger schleichend als sonst vor sich gehen. Ein weiterer Vorteil besteht darin, daß bei auslösenden Steuerungen ein zu kleiner Weg des über dem Ventil befindlichen Pufferkolbens — insbesondere bei kleinen Füllungen — vermieden wird.

das andere durch Feder angedrückt, damit beide unabhängig von Wärmedehnung gut sitzen. Abb. 78 zeigt eine solche Ausführung¹⁾.

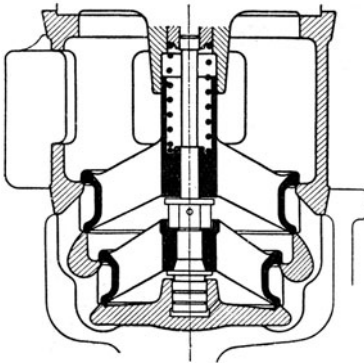


Abb. 78.

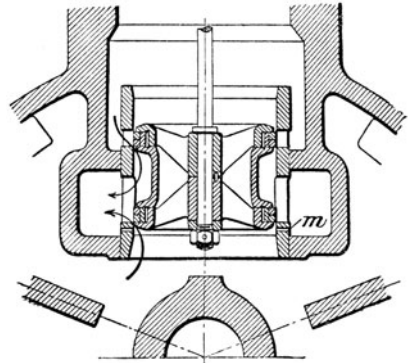


Abb. 79.

Kolbenventile haben den Vorteil schneller Eröffnung, da sie Überdeckungen besitzen. Abb. 79 zeigt ein solches Ventil mit doppelter Einströmung für die Kerchov-Steuerung, ausgeführt von der Sächsischen Maschinenfabrik A.-G., Chemnitz. Die Ventile werden in den Zylinderdeckel eingebaut. Die in der Führungsbüchse desselben angebrachten Öffnungen *m* gestatten schon während der Kompression den Zutritt frischen Dampfes in den Zylinder.

Tellerventile werden meist bei Gleichstromdampfmaschinen angewendet, wo sie bei der hohen Kompression zugleich als Sicherheitsventil dienen. Abb. 80 zeigt ein Düsentellerventil von Prof. Stumpf.

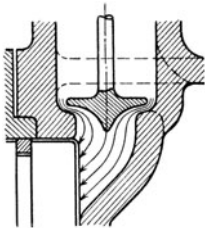


Abb. 80.

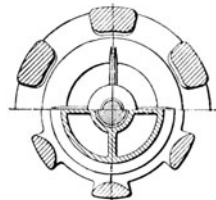
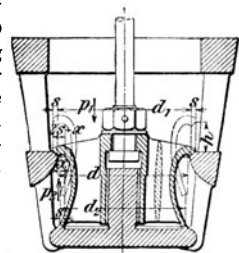


Abb. 81.

(613) Ventilkräfte. Zum Anheben der Ventile ist eine Kraft erforderlich, die den Eröffnungswiderstand überwindet. Den größten

Teil desselben bildet meist der Dampfdruck auf die nicht ausgeglichene Ventilfläche, Abb. 81. Sind p_1 und p_2 die Dampfdrücke über bzw. unter dem Ventil, s die Sitzbreite und ist ferner $(d_1 - d_2) : 2 = x$, $d = (d_1 + d_2) : 2$, so ist der Dampfdruck:

$$\pi d (2s + x) p_1 - \pi dx p_2 = \pi d 2s p_1 + \pi dx (p_1 - p_2)$$

bei der Annahme, daß kein Dampf unter die Sitzflächen gelangt (vollkommene Berührung). Beim Einlaßventil ist p_1 die Einstrom-, p_2 die Endspannung der Kompression, beim Auslaßventil p_1 die Endspannung der Expansion, p_2 die Ausstromspannung.

¹⁾ Waggon- und Maschinenbau-A.-G., Abt. Maschinenbau Görlitz (GMA).

Ferner entsteht ein Spindelruck durch den nicht entlasteten Spindelquerschnitt $= p_1 \pi d_s^2 : 4$; er wirkt beim Einlaßventil öffnend, beim Auslaßventil bei Auspuff schließend, bei Kondensation bei geöffnetem Ventil aber öffnend.

Schließend wirkt das Gewicht des Ventils nebst Spindel, Federteller, Pufferkolben usw., während die Beschleunigungskräfte am Bewegungsanfang hindernd, am Ende fördernd wirken.

Hinzu kommt noch die Reibung der Ventilspindel in der Büchse, die Saugkraft des strömenden Dampfes und endlich die zum Schließen erforderliche Federkraft.

Damit die Federkraft möglichst klein ausfallen kann, erhalten die unteren Dichtungsflächen der nach Angabe von Lentz gebauten Ventile einen größeren Durchmesser als die oberen. Ein derartiges Ventil wird, um es einbauen zu können, mit dem äußeren Sitz *D*, Abb. 82, zusammengegossen und gleichzeitig mit diesem bearbeitet; hierauf wird der nur durch Rippen oder dgl mit dem Ventil verbundene Sitz abgestochen, so daß er nun einen Ring bildet, der sich am Ventil hin und her schieben läßt. Dieser Ring mit daranhängendem Ventil wird dann auf den Hauptsitz *E*, in dem er sich zentriert, aufgepaßt und mittels Schrauben befestigt.

Bei anderen Konstruktionen wird das Ventil mit dem zugehörigen Korb ebenfalls in einem Stück gegossen und an zwei Stellen abgestochen, so daß der innere Durchmesser gleich groß wie der äußere gehalten werden kann und das Ventil vollständig entlastet ist (Praktischer Maschinen-Konstrukteur 1910, Nr. 23).

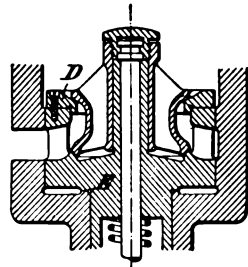


Abb. 82.

(614) Ventildedern. Bei geschlossenem Ventil muß eine gewisse Kraft vorhanden sein, die den Spindelruck reichlich überwindet und das Hängenbleiben beim Schließen verhindert.

Bei Ausklinksteuerungen soll die Feder das freigegebene Ventil möglichst schnell schließen, bei zwangsläufigen Steuerungen soll die Berührung mit dem Gestänge erhalten bleiben.

Vernachlässigt man bei den Einlaßventilen der Ausklinksteuerungen (s. (615)) den auf der Spindel lastenden Dampfdruck und die Saugwirkung des strömenden Dampfes — beide Kräfte wirken hier einander entgegen — und ferner auch die Stopfbüchsenreibung, so kommen, sobald die Ausklinkung erfolgt ist, für die Beschleunigung des Steuerorgans nur noch das Gewicht des Ventils und der mit ihm verbundenen Teile, sowie der Federdruck in Betracht. Bei den Auslaßventilen wirken Dampfdruck auf die Spindel und Saugwirkung in gleichem Sinne; beide Kräfte sind aber hier verhältnismäßig klein, so daß sie bei Einzylindermaschinen vernachlässigt werden können. Bei den zum Hochdruckzylinder von Verbundmaschinen gehörigen Auslaßventilen ist die Wirkung dieser beiden Kräfte auf die Ventilbewegung von größerem Einfluß. Bezeichnet *F* einen mittleren Federdruck, *G* das Gewicht des Ventils und der mit ihm verbundenen Teile, *t* die Schließdauer (in sek) und *h* den Hub des Ventils (in m), *b* die zum Schließen notwendige Beschleunigung (in m/sek), so muß die Schließkraft

$$F + G \cdot b \frac{G}{g} \quad \text{oder} \quad F = \left(\frac{b}{g} - 1 \right) G \text{ sein, worin } b = \frac{2h}{t^2}.$$

Bezeichnet noch *s_t* den Kolbenweg, *c_t* die mittlere Kolbengeschwindigkeit während der Schließdauer *t*, so ist *s_t* = *c_t* *t* oder $t = \frac{s_t}{c_t}$.

Für die Schließdauer *t* kann bei Maschinen mit *n* = 100 Uml/min und *w* = 40 bis 45 m/sek Dampfgeschwindigkeit im Augenblicke der Ausklinkung der Einlaßventile 6, 9, 12% des Kolbenweges bei einer Ausklinkung nach 8 bzw. 25 bzw. 45% dieses Weges gewonnen werden. Für die Auslaßventile ist die Schließdauer 12 bis 15% des Kolbenweges zu wählen¹⁾.

Bei zwangsläufigen Steuerungen ist die Federkraft für die höchste Umlaufzahl zu berechnen und der erhaltene Wert noch um 5 bis 10% zu vergrößern. Genauere Werte erhält man bei solchen Steuerungen durch Aufzeichnung der aus der Antriebbewegung unmittelbar abgeleiteten Beschleunigungs- und Kräftekurven (s. z. B. Z. d. V. d. I. 1908, S. 1112).

Beispiel. Bei einer Einzylindermaschine mit Ausklinksteuerung 400/700 (*n* = 100 Uml/min) betrage *G* = 4,5 kg, dann findet sich, wenn der Ventilhub für die Ausklinkung nach 45% des Kolbenweges *h* = 20 mm beträgt — aus dem betreffenden Steuerschema (s. nachstehend) — zu

¹⁾ Vgl. W. Trinks, Berechnung der Federn für die Ventile von Dampfmaschinen und Kompressoren. Z. 1898, S. 1162.

entnehmen — für die Schließdauer von 12% dieses Weges (s. oben) die mittlere Kolbengeschwindigkeit während dieser Zeit — nach Tabelle auf S. 604 $\left(\frac{\tau}{t} = \frac{1}{s}\right)$ — zu

$$c_t = 1,004 \cdot \frac{\pi s n}{60} = 1,004 \cdot \frac{\pi \cdot 0,7 \cdot 100}{60} = \sim 3,68 \text{ m/sek und}$$

$$t = \frac{s_t}{c_t} = \frac{0,12 \cdot 0,7}{3,68} = 0,0228 \text{ sek.}$$

Damit folgt $b = \frac{2 \cdot 0,02}{0,0228^2} = \sim 77 \text{ m/sek}^2$ und $F = \left(\frac{77}{9,81} - 1\right) 4,5 = \sim 30,8 \text{ kg.}$

Ist die Ventilschraube mittels einer Stopfbüchse abgedichtet, so hat die Feder noch die Stopfbüchsenreibung P_0 zu überwinden.

Da F (bzw. $F + P_0$) die mittlere Federkraft während der Schließdauer des Ventils ist, die Feder aber schon mit einer gewissen Vorspannung F_{\min} auf das geschlossene Ventil wirkt — entsprechend einer Zusammendrückung aus dem spannungslosen Zustande von f_{\min} — wird ihre Spannung beim größten Ventilhub h_{\max} — entsprechend einer Zusammendrückung von f_{\max} — den Höchstwert F_{\max} erreichen. Es ist hiernach $h_{\max} = f_{\max} - f_{\min}$.

f_{\max} ist aus F_{\max} und F_{\min} so festzustellen, daß sich die f wie die F verhalten

$$f_{\max} : f_{\min} = F_{\max} : F_{\min}, \text{ also } f_{\max} : (f_{\max} - f_{\min}) = F_{\max} : (F_{\max} - F_{\min})$$

oder

$$f_{\max} = h_{\max} \cdot F_{\max} : (F_{\max} - F_{\min}).$$

Nachspannen ist zu berücksichtigen, also F_{\max} entsprechend größer einzusetzen.

Hiermit lassen sich die Abmessungen der zylindrischen Schraubenfeder berechnen (vgl. S. 260); k_d kann $\sim 3200 \text{ kg/cm}^2$ angenommen werden, wenn möglich noch niedriger.

Für die vorstehend ermittelte Federkraft $F = 30,8 \text{ kg}$ — Spindelreibung vernachlässigt — ergibt sich mit (schätzungsweise) $k_d = 2700 \text{ kg/cm}^2$ und $r = 3,0 \text{ cm}$ die Drahtdicke

$$d = \sqrt[3]{\frac{30,8 \cdot 3,0}{0,2 \cdot 2700}} = 0,55 \text{ cm} = 5,5 \text{ mm}$$

und als Zusammendrückung der Feder bei $m = 12$ Windungen und $G = 825000 \text{ kg/cm}^2$

$$f = \frac{64 \cdot 12 \cdot 3,0^3}{0,55^4 \cdot 825000} 30,8 = \sim 8,5 \text{ cm.}$$

Für den größten Ventilhub $h_{\max} = 3,0 \text{ cm}$ folgt dann

$$f_{\max} = 8,5 + (3 - 2) = 9,5 \text{ und } f_{\min} = 9,5 - 3 = 6,5 \text{ cm,}$$

entsprechend $F_{\max} = 30,8 \frac{9,5}{8,5} \sim 34,5$ und $F_{\min} = 34,5 \frac{6,5}{9,5} \sim 23,2 \text{ kg,}$

sowie für die größte Drehungsbeanspruchung der Feder

$$k_d = \frac{34,5 \cdot 3,0}{0,2 \cdot 0,55^3} \sim 3110 \text{ kg/cm}^2;$$

sie liegt somit unter dem zulässigen Wert.

Anstatt rechnerisch wird die Federkraft häufig erfahrungsgemäß als ein Vielfaches vom Durchmesser D (in mm) des zur Feder gehörigen Zylinders genommen. Man wählt bei Hochdruckzylindern $F_{\min} = \frac{1}{15} D$, bei Niederdruckzylindern, je nachdem kleine oder große Maschinen in Frage kommen, $F_{\min} = \frac{1}{17} D$ bis $\frac{1}{23} D$.

Diese Zahlen gelten etwa für $n = 100$ Uml/min. Ist $n > 100$, so muß die Federkraft größer genommen werden, insbesondere auch dann, wenn noch — wie z. B. bei zwangläufigen Steuerungen — Teile der äußeren Steuerung zu beschleunigen sind.

F_{\max} kann $1,2 F_{\min}$ bis $2 F_{\min}$ betragen.

(615) Arten der Ventilsteuerungen. Die Bewegung der Ventile erfolgt von der Steuerwelle aus, die durch Kegelräder von der Kurbelwelle aus angetrieben wird, seltener direkt von dieser (Fördermaschinen). Je nach der Art der Übertragung können unterschieden werden:

A. Zwangsläufige Steuerungen. 1. Kettenschlüssige, bei denen sowohl die Öffnungs- als auch die Schließbewegung durch Gestängekraft erfolgt, jetzt wenig angewendet (Doerfel, Pfeiffer u. a.). Antrieb durch Exzenter.

2. Kraftschlüssige, bei denen nur die Öffnungsbewegung vom Gestänge, die Schließbewegung durch Federkraft erfolgt, jedoch so, daß das Ventil nur der Bewegung des Gestänges folgen kann. Diese Steuerung kann durch a) unrunder Scheiben (Nocken, für Dampfmaschinen wenig angewendet) oder durch b) Exzenter mittels Wälzhebel oder Schwingdaumen (Lentz, Proell) bewirkt werden.

Beim Antrieb der Ventile durch Nockenscheiben sind deren Abmessungen aus dem Indikator diagramm zu bestimmen, Abb. 83. Man findet die dem Einlaß und Auslaß des Dampfes entsprechenden (für Kurbeltotlage gezeichneten) Anfangs- und Endpunkte der Nocken in den zu VE und Ex bzw. VA und K gehörigen Kurbelstellungen. Die Ermittlungen sind für endliche Schubstangenlänge und beide Zylinderseiten anzustellen. Damit ist der Winkel, über den sich der Einlaß- bzw. Auslaßnocken erstreckt, gegeben. Die Höhe der Nocken in radialer Richtung muß dem berechneten Ventilhub unter Berücksichtigung der Übersetzung zwischen Rolle und Ventil entsprechen. Weicht die Andrückrichtung der Rolle von der Lage in Abb. 83 ab, so sind die Nocken um den gleichen Winkel zu versetzen. Beim Entwurf der Nockenform ist von der Bahn des Rollenmittelpunktes auszugehen. Über ein hierbei einzuschlagendes Verfahren siehe Z. d. V. d. I. 1919, S. 253.

Einlaßsteuerungen mit veränderlicher Füllung können ausgeführt werden a) mit festem Exzenter und durch Regler verstellte Triebwerksteile (alte Collmann, Widmann, Höfner u. a., jetzt kaum noch ausgeführt), b) mit verstellbarem Exzenter und Flachregler (Proell, Doerfel, Lentz, Pfeiffer).

Die Steuerung darf keinen Rückdruck auf den Regler ausüben, keine unnötig großen Ventilhuberfordern und muß einfache Bauart mit wenig Gelenken haben.

B. Ausklink-Steuerungen (freifallende). Das Ventil wird durch das Gestänge gehoben und nach Ausklinkung einem freifallenden Schluß unter Einwirkung der Feder überlassen; dadurch werden rasche Schließbewegung und scharfe Diagrammecken erzielt. Um das harte Aufsitzen bei der großen Geschwindigkeit und die damit zusammenhängenden Stöße und Geräusche zu vermeiden, werden zur Verzögerung Luft- oder Flüssigkeitspuffer (S. 586) angeordnet.

Die zum Antrieb der Einlaß- und Auslaßventile eines Zylinders dienenden Exzenter sind um etwa 180° versetzt und behufs Änderung ihrer Voreilwinkel und Stangenlängen häufig durch Zahnkeile (s. Abb. 130) auf der Steuerwelle zu befestigen. Damit läßt sich auch die durch die endliche Schubstangenlänge bedingte Verschiedenheit in der Dampfverteilung auf beiden Zylinderseiten in Wegfall bringen.

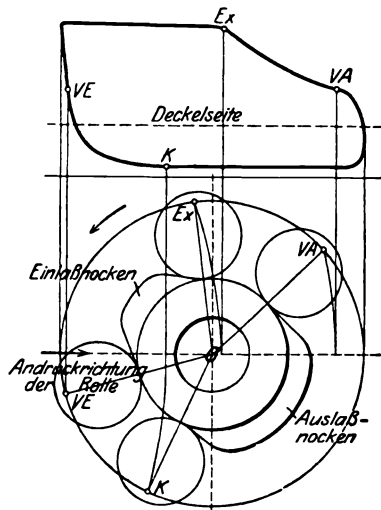


Abb. 83.

(616). Ventilheberungsdiagramme. Um eine übersichtliche Darstellung der Eröffnungsverhältnisse eines Einlaß- oder Auslaßventils zu erhalten, trägt man — entsprechend der Schieberellipse (vgl. (599)) — als Abszissen die Kolbenwege, als Ordinaten die aus dem Steuerschema (s. nachstehend) zu entnehmenden zugehörigen Hübe des Ventils auf und zeichnet in das erhaltene Ventilheberungsdiagramm noch die Linie der Kolbengeschwindigkeiten mit einem solchen Maßstabe ein, daß die größte Kolbengeschwindigkeit (c_{\max}) gleich dem rechnermäßigen erforderlichen Ventilhub h_{\min} ist, der sich aus Gl. 25 für ebenen Sitz ($\alpha = 0$) ergibt.

Es muß sein:

$$f_{\min} = Fc : w_{\max} \quad \text{und} \quad h_{\min} = f_{\min} : 2 (\pi D_1 - ib)$$

oder — mit Benutzung der Gl. 25 und 27 — der zur Vermeidung von Drosselungsverlusten erforderliche Ventilhub mindestens

$$h_{\min} = Fc : 2 w_{\max} (\pi D_1 - ib) = F \cdot v \left(\sin \alpha + \frac{r}{2l} \sin 2\alpha \right) : 2 w_{\max} (\pi D_1 - ib) \cdot 26$$

Da die Ventilhübe den jeweiligen Durchgangsquerschnitten, diese aber den gleichzeitig vorliegenden Kolbengeschwindigkeiten proportional sind, stellen die Ordinaten der Geschwindigkeitskurve (Drosselungskurve) auch die jeweils erforderlichen Ventilhübe dar.

Behufs rechnerischer Ermittlung derselben für beliebige Kolbenstellungen ist der unveränderliche Faktor

$$Fv : 2 w_{\max} (\pi D_1 - ib)$$

der vorstehenden Gleichung mit den in der Tabelle auf S. 604 angegebenen

Werten $\sin \alpha + \frac{r}{2l} \sin 2\alpha$ zu multiplizieren. Die Eröffnungskurven eines Ventils sollen in ihrem ganzen Verlauf außerhalb der Kolbengeschwindigkeitskurve liegen; die Schnittpunkte der letzteren mit den Schlußkurven geben den Beginn der Drosselung des Ein- bzw. Ausströmdampfes an, die — je nach dem Verlauf der Schlußkurven — sich auf einen größeren oder kleineren Kolbenweg erstreckt.

An vorhandenen Maschinen können die Ventilheberungsdiagramme unmittelbar aufgenommen werden durch Schreibstift an der Spindel, der die Bewegung auf eine von der Kolbenbewegung gedrehte Papiertrommel (s. Indikator (622)) aufgezeichnet. Anzustreben ist möglichst gleichbleibende Erhebung bei allen Füllungen. Darin sind Steuerungen mit

Schwingdaumen (Lentz, Proell, Schwabe) günstiger, s. Abb. 89, als Wälzhebelsteuerung; das Ventilheberungsdiagramm einer Wälzhebelsteuerung (Widmann) zeigt Abb. 84.

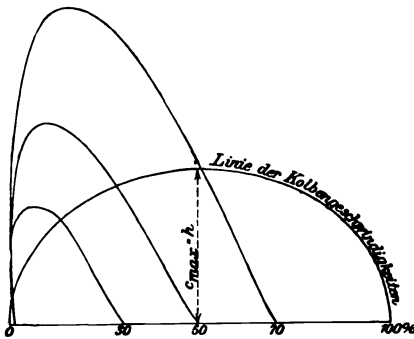


Abb. 84.

Für den Entwurf einer Ventilsteuerung, bei der nur die Dampfverteilung gegeben ist, empfiehlt sich, die noch unbekannteren Triebwerkabmessungen zunächst probeweise anzunehmen und dann für gewisse Reglerstellungen die Bahnen der Gelenkpunkte — das sog. Steuerschema — aufzuzeichnen, aus dem die betreffende Füllung und die Bewegung des Ventils hervor-

geht. Man wird die Abmessungen zweckmäßig so wählen, daß auch bei kleinen Füllungen das Ventil sich genügend erhebt, um dem Dampf den erforderlichen Durchtriebsquerschnitt freizugeben, und zu dem Zweck das vorgenannte Ventilerhebungsdiagramm mit der Ellipse der Kolbengeschwindigkeiten aufzeichnen. Die Abmessungen sind ferner so zu wählen, daß die Vor-Einströmung bei den verschiedenen Füllungen möglichst unveränderlich bleibt und der größte Ventilwiderstand (im Augenblick der Eröffnung des Ventils) nur eine geringe Rückwirkung auf den Regler hervorbringt. Bei der Annahme der zur Totlage der Kurbel gehörigen Exzenterstellung ist zu beachten, daß sich damit auch die Auslaßsteuerung in geeigneter Weise bewirken läßt, vorausgesetzt, daß Ein- und Auslaß von einem gemeinsamen Exzenter aus angetrieben werden. Als Beispiele für die Untersuchung am Steuerschema können die nachstehend beschriebenen Ventilsteuerungen von Sulzer und Proell-Schwabe dienen.

(617) Ausklinksteuerungen.

Sulzer-Steuerung, Abb. 85. Die kurze (gegabelte) Exzenterstange *a* wird ungefähr in der Mitte durch zwei Schienen auf einem Kreisbogen um die Welle *b* geführt, während ihr äußeres Ende mit einem Winkelhebel *c* gelenkig verbunden ist, dessen unteres Ende durch eine Stange *d* mit einem auf der Welle *b* festgekeilten Hebel *e* zusammenhängt. Auf derselben Welle ist ferner ein zweiter Hebel *f* befestigt, der durch die nach dem Regler führende Stange *g* gehoben oder gesenkt werden kann. Inmitten der Exzenterstange greift noch eine nach oben geführte Stange *h* an, deren anderes Ende einen Winkelhebel trägt, dessen lotrechter Schenkel den treibenden Anschlag bildet und diesem sowie zwei um einen Festpunkt frei drehbaren Lenkern *i* eine auf und nieder gehende Bewegung erteilt.

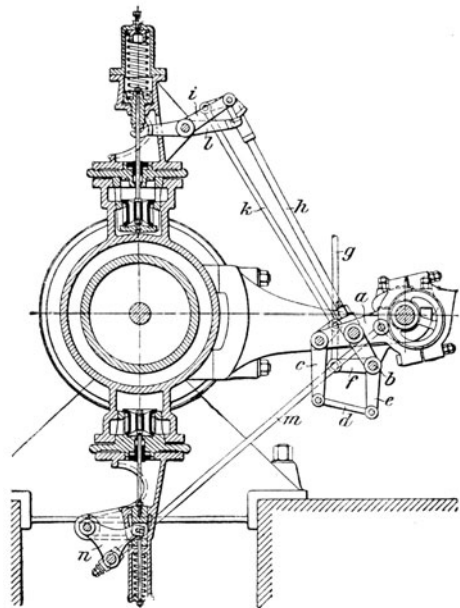


Abb. 85.

Der wagerechte Schenkel des vorgenannten Winkelhebels ist durch eine Stange *k* mit dem am äußeren Ende der Exzenterstange angreifenden Winkelhebel *c* verbunden, so daß der treibende Anschlag eine entsprechende Bewegung ausführt. Hierbei trifft er auf den zwischen den Lenkern liegenden Ventilhebel *l* mit harter Gleitfläche (getriebener Anschlag) und drückt denselben nieder, wobei das Einlaßventil geöffnet wird, während gleichzeitig eine Verschiebung des treibenden Anschlages über den getriebenen erfolgt, bis die Ausklinkung eintritt und das Ventil durch eine vormed zusammengedrückte Feder rasch auf seinen Sitz zurückgelangt. Durch den Regler wird eine derartige Verstellung des treibenden Anschlages bewirkt, daß derselbe längere oder kürzere Zeit mit dem getriebenen Anschlage in Berührung bleibt, wodurch Füllungsänderungen erreicht werden.

Der Anstieg des Ausströmventils geschieht ebenfalls von der Exzenterstange a aus mittels der Stange m , die den Winkelhebel n bewegt.

In Abb. 86 ist das Schema für diese Steuerung mit den Kurven von Gelenkpunkten und Klinkenkante für die kleinste und größte Füllung gezeichnet.

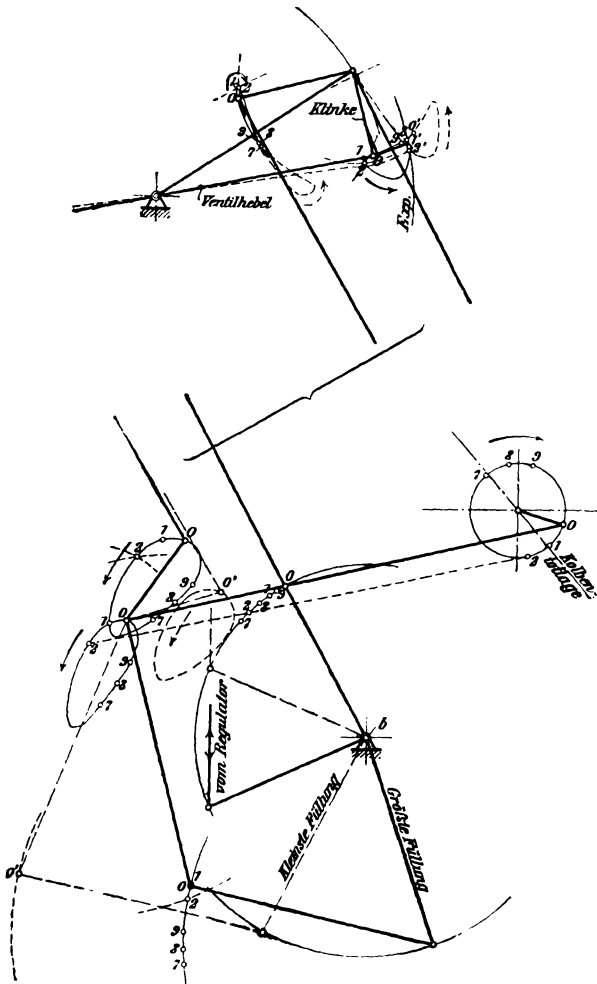


Abb. 86.

Zufolge des herzförmigen Verlaufes der Kurve, die der Klinkenendpunkt beschreibt, kann das Hinüberschieben der Klinke über das entsprechend der Ventilschlußlage in Ruhe befindliche Ende des Ventilhebels fast parallel mit dessen Anschlagfläche und sehr nahe über derselben herbeigeführt und das Zusammentreffen beider Teile bei verhältnismäßig kleiner Geschwindigkeit bewirkt werden.

Neue Collmann-Steuerung mit Flüssigkeitspuffern, Abb. 87. Bei dieser Steuerung endet die Stange s des zu jedem Einlaßventil gehörigen

Exzenters in einer Gabel, die mit dem Führungshebel v durch einen Bolzen b gelenkig verbunden ist, um den sich auch die Klinke k dreht; diese hebt bei ihrer Abwärtsbewegung mittels des Doppelhebels e das Einlaßventil so lange, bis ihr unteres Ende mit dem auf einer vom Regler oder dgl. eingestellten Stange p sitzenden Daumen d in Berührung kommt, worauf das Auslösen der Klinke und damit die durch Federdruck veranlaßte Abwärtsbewegung der Ventilspindel unter Mitwirkung eines Flüssigkeitspuffers erfolgt. Derselbe besteht aus einem mit der Ventilspindel verbundenen Kolben t , der sich in einem mit Öl gefüllten Zylinder bewegt, und dessen Umfang mit einer Reihe von Löchern versehen ist, die der Flüssigkeit einen je nach der Lage des Kolbens veränderlichen Durchströmquerschnitt bieten. Bei der Aufwärtsbewegung des Ventils mitsamt dem Kataraktkolben t gelangen die Löcher des letzteren über die betreffende Zylinderkante, und bei der durch Federdruck veranlaßten Abwärtsbewegung des Ventils strömt das in dem Raume unter dem Kolben eingeschlossene Öl

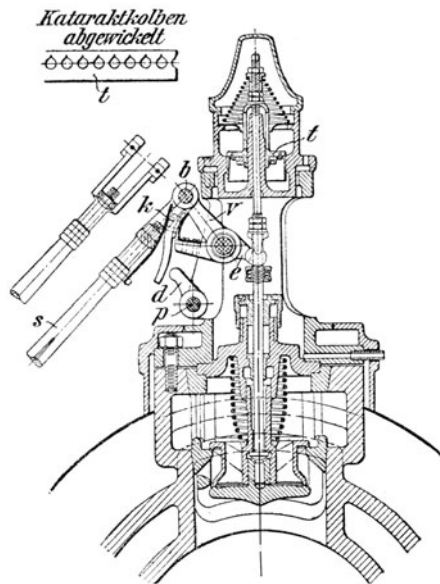


Abb. 87.

ohne besonderen Widerstand durch diese Löcher. Das Ventil fällt infolgedessen rasch herunter, bis die Zylinderkante nur noch die Spitzen der Löcher frei läßt, womit ein sanftes Setzen des Ventils herbeigeführt wird¹⁾. Die sich berührenden Flächen der Klinke k und des Hebels e sind leicht auswechselbar aus Stahl hergestellt. Das Einschnappen der Klinke erfolgt geräuschlos mittels einer gegenüberliegenden Feder.

(618) Zwangläufige Steuerungen. Lentz-Steuerung, Abb. 88. Das Einlaßventil jeder Zylinderseite wird durch einen im Schlitz des Ständers und des Führungsstückes b der Spindel schwingenden Gleitschuh t bewegt, dessen nasenartige Erhöhung beständig gegen die in dem ersten gelagerte Rolle h drückt und so geformt ist, daß ein schneller, sanfter und zwangläufiger Schluß des Ventils erreicht wird.

Am äußeren Zapfen des Gleitschuhs greift die nach einem losen Exzenter der Steuerwelle führende Stange an. Dieses Exzenter steht unter Wirkung des auf S. 683 beschriebenen Achsenreglers (Trägheitsreglers), es ist mit zwei zueinander senkrecht stehenden Schlitzen s und s_1 versehen, in die ein mit der Steuerwelle fest verbundener Gleitklotz g bzw. ein vom Regler beeinflusster Stein r eingreift. Letzterer bewirkt die Verschiebung des Exzenters längs des Gleitklotzes, so daß sich Exzentrizität und Voreilwinkel desselben je nach der Belastung der Maschine ändern. Da im Augenblicke der Ventileröffnung, in dem die größten

¹⁾ Über einen Flüssigkeitspuffer, Patent Wiegleb, mit beim Gange der Maschine regelbarer Flüssigkeitsmenge s. Z. 1902, S. 139, über einen aus einer Anzahl dünner Blechscheiben bestehenden, während des Ganges ebenfalls regelbaren Puffer von v. Bavier siehe Z. 1903, S. 618.

Widerstände zu überwinden sind, die Exzenterstange senkrecht zum Gleitklotz steht, wird die Rückwirkung der Steuerung vom Gleitklotz aufgenommen und kann infolgedessen den Regler nicht beeinflussen.

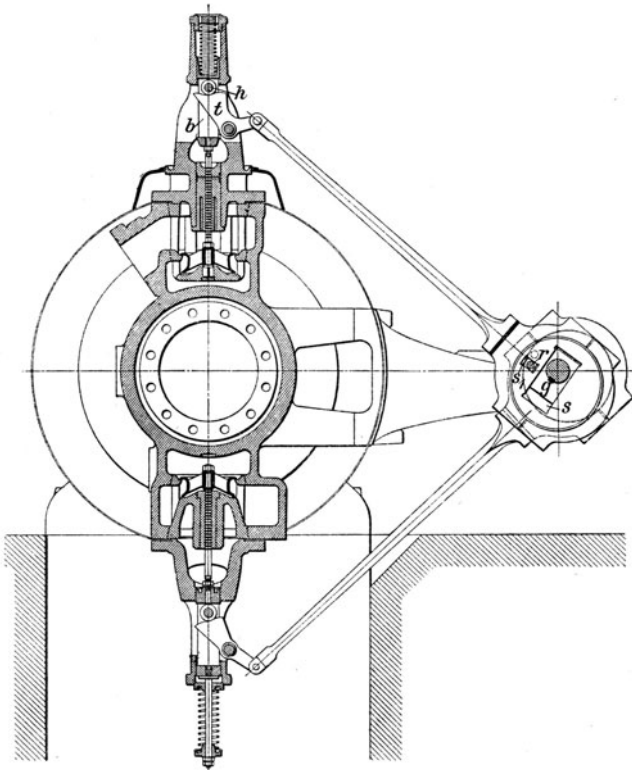


Abb. 88.

Die Steuerung der Auslaßventile erfolgt in gleicher Weise, nur mit dem Unterschiede, daß die Bewegung von auf der Steuerwelle feststehenden Exzentrern abgeleitet wird¹⁾.

Damit die Steuerung auch bei hohen Umlaufzahlen richtig und geräuschlos

arbeitet, ist es nötig, daß die Rolle *h* in steter Berührung mit dem Gleitschuh *t* bleibt. Zu dem Zwecke müssen die nach abwärts gerichteten Kräfte in jedem Augenblicke gleich oder größer als die nach oben wirkenden Kräfte sein. Dies läßt sich unter Berücksichtigung der Massenwirkungen bei richtiger Wahl der Ventillfeder leicht erreichen.

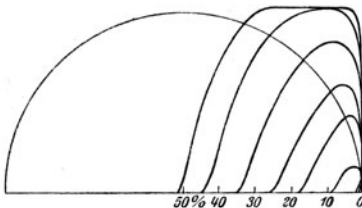


Abb. 89.

¹⁾ Ausführung der Maschinenfabrik Augsburg-Nürnberg A.-G.

Abb. 89 zeigt das Erhebungs- und Falldiagramm des Einlaßventils einer Lentz-Steuerung¹⁾.

Einestehende Verbundmaschine mit Lentz-Steuerung an beiden Zylindern ist in Abb. 196 bis 198 (S. 654 und 655) dargestellt.

Proell-Schwabe-Steuerung, Abb. 90. Die zu beiden Seiten eines unmittelbar an der Steuerwelle sitzenden Achsenreglers (s. Abb. 236) angeordneten Exzenter der Einlaßventile sind je auf einem festen Exzenter der genannten Welle drehbar; sie gestatten die Verstellung des Exzentermittelpunktes auf einem Kreisbogen (Scheitelkurve), wodurch Hub und Voreilwinkel bei nahezu konstant bleibender Vor-Einströmung verändert werden.

Der Einlaßmechanismus besteht aus einem zweiarmigen, um einen Bolzen drehbaren Ventilhebel, dessen eines Ende geschlitzt ist und die Ventilspindel anhebt, während das andere Ende nach einer bestimmten Kurve begrenzt ist, auf der eine mittels Lenkers auf einem Kreisbogen geführte Rolle läuft.

Abb. 91 a bis h (S. 590 und 591) zeigen das Schema der Proell-Schwabe-Steuerung für die Kurbelseite des Hochdruckzylinders einer Tandem-Verbundmaschine 460 bzw. 800/900.

BFC , Abb. 91 a, ist die zur Einlaßsteuerung gehörige Scheitelkurve. Die kleinste Exzentrizität MB fällt in die Richtung der Exzenterstange und der Länge derselben für den Beginn des Ventilanhubes geschlagene Kreisbogen DBE — angenähert eine gerade Linie — stellt den geometrischen Ort aller derjenigen Lagen des Drehexzenters dar, in denen Voreintritt und Expansion erfolgen. Steht der Kolben in seiner inneren Totlage, so findet z. B. für die Stellung

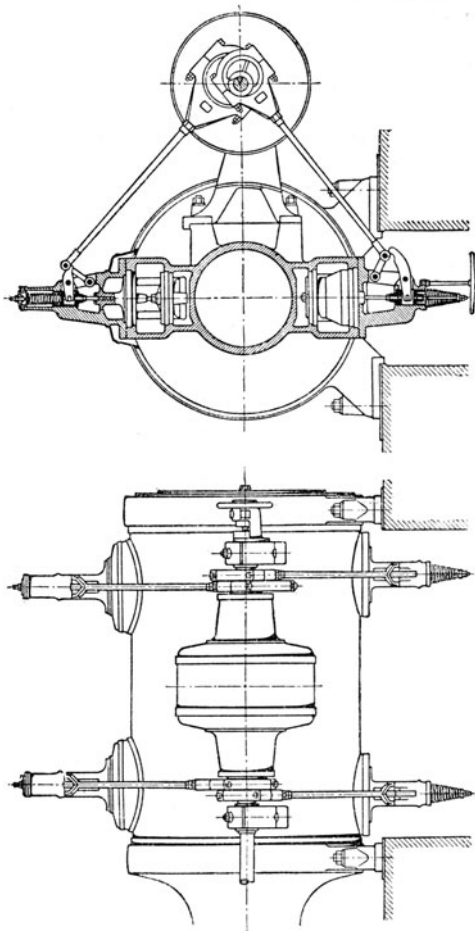


Abb. 90.

¹⁾ Ober Untersuchungen am Steuerschema einer Lentz-Maschine s. „Die Steuerungen der Ventildampfmaschinen“ von Straube; D. p. J., 1905, S. 115 u. ff.

MF des Exzenters Voreintritt und Expansion in VE und Ex statt. Um den Winkel FME bzw. $FMEex$ hat man die Kurbel aus ihrer Totlage rückwärts bzw. vorwärts zu drehen, um den Augenblick des Voreintritts bzw. der Expansion zu erhalten. Man kann aber auch — bei festgehaltener Steuerwelle — die Linie DBE um das Steuerwellenmittel im entgegengesetzten Sinne gedreht denken, so daß z. B. $\sphericalangle LMB = \sphericalangle FMEex$ wird. Durch Kreisbogenprojektion LN von L auf die Kolbenweglinie BP ergibt sich die Füllung $\overline{BN} : BP$, im vorliegenden Falle zu 40% .

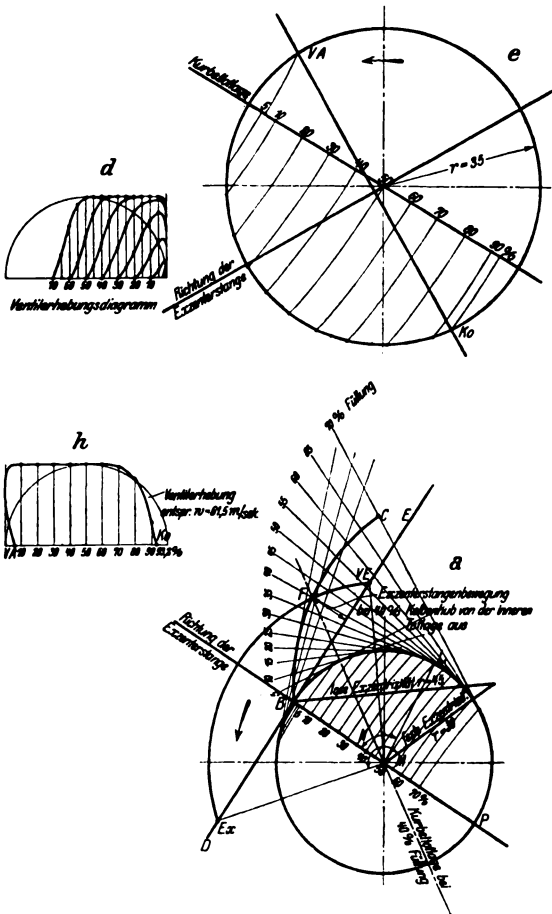


Abb. 91 a, d, e, h.

In Abb. 91a sind auf diese Weise für alle von 5 zu 5⁰/₁₀ fortschreitenden Füllungen bis 70⁰/₁₀ und ferner durch Drehung in entgegengesetztem Sinne die relativen Lagen von DBE für die von 1 bis 3⁰/₁₀ zunehmenden Werte des Voreintritts bestimmt und eingezeichnet. Die so gewonnenen beiden Linienscharen

ermöglichen, für jeden Punkt der Scheitelkurve Füllung und Voreintritt unmittelbar abzulesen.

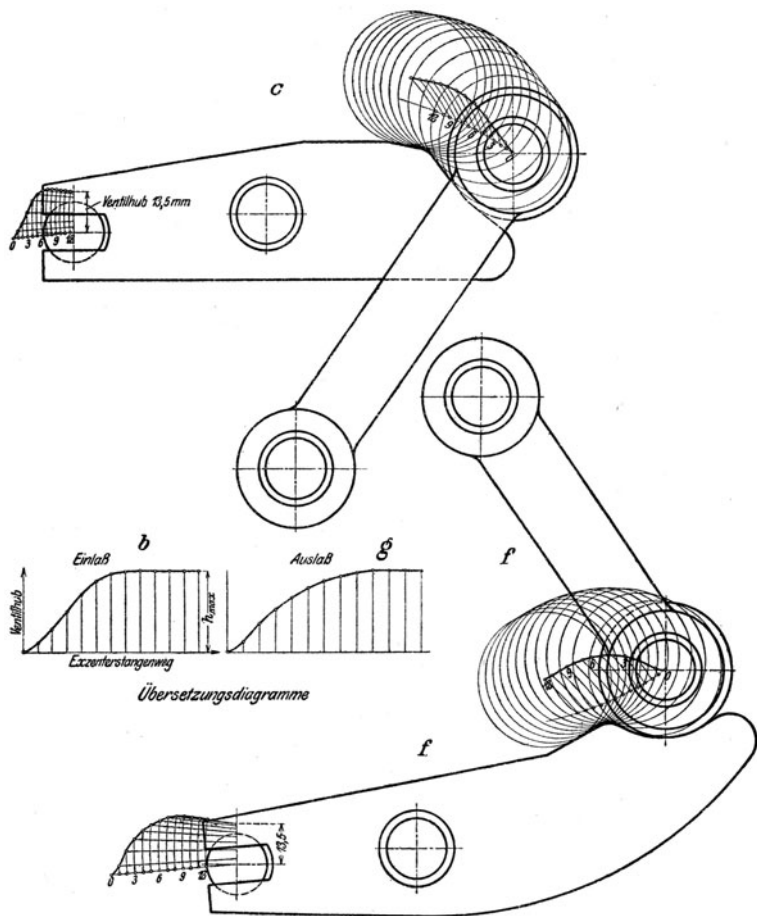


Fig. 91 b, c, f, g.

Es läßt sich aus Abb. 91a auch der Exzenterstangenweg für den Augenblick abgreifen wo der Kolben einen bestimmten Teil seines Hubes (z. B. 40%) von der inneren Totlage aus zurückgelegt hat. Damit kann die Gestalt der Begrenzungskurve des Ventilhebels bestimmt werden, sobald man ein gewisses Übersetzungsverhältnis zwischen Exzenter bzw. Rollenwegen und Ventilhub festlegt. Die Übersetzungskurve, Abb. 91 b, soll rasch ansteigen und frühzeitig in eine Waagrechte übergehen, deren Abstand von der x-Achse den größten Ventilhub h_{max} darstellt. In Abb. 91 c ist der größte Rollenweg in 12 gleiche Teile geteilt und sind dementsprechend 12 Punkte der Relativbahn des Rollenmittelpunktes gegenüber dem Ventilhebel bestimmt. Man hat dann nur um die einzelnen Punkte der Relativbahn Kreise mit dem Rollenhalbmesser zu schlagen, die die ge-

suchte Kurvenbahn des Ventilhebels als Hüllkurve liefern. Abb. 91 d stellt das Ventilerhebungsdiagramm der Steuerung bei den angenommenen Übersetzungsverhältnissen und der angenommenen Rollkurve dar.

Für die Auslaßsteuerung gelten Abb. 91 e bis h (vgl. Z. 1907, S. 132 u. ff.).

Pfeiffer-Steuerung, Abb. 92. Die ohne Belastungsfeder arbeitende Steuerung ist für den Ein- und Auslaß einer liegenden Dampfmaschine dargestellt.

In beiden Fällen wird durch eine Exzenterstange eine Schwinge bewegt, die an ihrem freien Ende eine Rolle trägt. Diese kommt periodisch an den der beabsichtigten Ventilbewegung entsprechend ausgebildeten Schnabel des Ventilhebels zu liegen, und indem sie abwechselnd beim Öffnen gegen die untere, beim Schließen gegen die obere Lauffläche des Schnabelhebels drückt, wird das betreffende Ventil angehoben bzw. auf seinen Sitz zurückgeführt. Infolge der

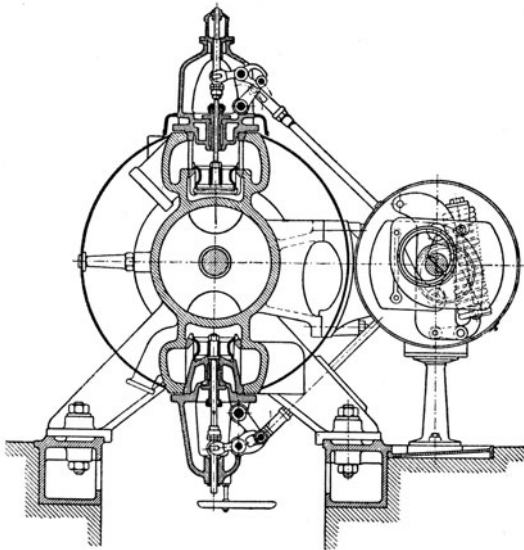


Abb. 92.

paarschlüssigen Ausbildung des Schnabelhebels kommt die zusätzliche Ventilbelastung durch eine Schlußfeder in Wegfall — es genügt ein geringer Druck mit der Hand gegen die Rolle, um die Ventile auf und nieder zu bewegen. Das Einlaßventil wird von einem unter Wirkung eines Achsenreglers (s. Abb. 234) stehenden losen Exzenter, das Auslaßventil von einem festen Exzenter der Steuerwelle aus angetrieben.

Drehschiebersteuerungen.

(619) Bei diesen erfolgt die Dampfverteilung durch hin und her schwingende Drehschieber (Hähne), die in den meisten Fällen als getrennte Schieber für Ein- und Auslaß, und zwar bei liegenden Maschinen die Einlaßschieber oben und die Auslaßschieber unten, oder beide mit je einem gemeinsamen Steuerkanal unterhalb der Zylinderbohrung, zuweilen auch in den Deckeln angeordnet werden. Bei stehenden Maschinen befinden sich meist die beiden Einlaßschieber auf der einen, die beiden Auslaßschieber auf der anderen Zylinderseite. Kleinere schnellaufende Maschinen erhalten nach Doerfel-Proell einen einzigen, unter-

halb des Zylinders liegenden Drehschieber mit Trick-Kanal, der gewöhnlich von einem unter Wirkung eines Achsenreglers stehenden losen Exzenter bewegt wird.

Sonst wird der Antrieb der Drehschieber entweder unter Vermittlung einer Schwingscheibe und durch Kniehebel von einem festen Exzenter der Kurbelwelle aus bewirkt, oder es werden Einlaß- und Auslaßschieber je durch ein besonderes Exzenter unmittelbar gesteuert, zuweilen auch nur die Einlaßschieber unter Zwischenschaltung einer Schwingscheibe, die Auslaßschieber durch eine Exzenter-bzw. eine Kuppelstange unmittelbar angetrieben und umgekehrt. Bei unmittelbarem Exzenterantrieb können für die Untersuchung zwangläufiger Drehschiebersteuerungen, wie sie in Deutschland wegen kleiner schädlicher Räume nur noch bei den Niederdruckzylindern der Verbundmaschinen anzutreffen sind, die Diagramme der einfachen Schiebersteuerung Verwendung finden.

Abb. 93 zeigt im Schema die Wirkungsweise einer solchen Steuerung und das zugehörige Dampfdiagramm. Die Kurbel eilt hier dem Exzenter um $90 + \delta$ nach.

Bezeichnet $MC = r$ die Exzentrizität, $OC' = R$ die Länge des Schwinghebels, l die Länge der Exzenterstange und wird angenommen, daß die Verbindungslinie der beiden Totpunkte A' und B' des Schwinghebels durch den Wellenmittelpunkt M geht, so findet man die einer beliebigen Exzenterstellung entsprechende Lage des Schwinghebels OC' , wenn man um C mit l einen Kreisbogen beschreibt, der den Bogen $A'B'$ in C' schneidet.

Schwingt der Schieber vom Halbmesser ρ aus seiner Mittellage mm um die äußere Deckung e nach rechts, dann beginnt die Einströmung; schwingt er um die innere Deckung i nach links, dann beginnt die Ausströmung. Hierbei steht der Endpunkt der Schwinge auf dem Bogen $A'B'$ in Ex bzw. in K . Beschreibt man um diese Punkte mit l Kreisbögen, so ergeben die Schnittpunkte derselben mit dem Exzenterkreis die den genannten Schieberstellungen entsprechenden Punkte VE (Vor-Einströmung), Ex (Expansion), VA (Vor-Ausströmung) und K (Kompression). Nimmt man die Größe des linearen Voreilens v an, so ist damit der Voreilwinkel δ festgelegt. Da s zugehörige Dampfdiagramm kann dann aufgezeichnet werden.

Beim Entwurf einer solchen Steuerung geht man von diesem Diagramm aus und bestimmt zunächst — unter Annahme von r — den Voreilwinkel δ ; werden dann ρ , R und l gewählt, so lassen sich die Größen e , a und i unmittelbar ablesen.

Wird die erforderliche Kanalweite a nach Gl. 11 (S. 558) berechnet, so ergeben sich die Abmessungen ρ , e und i , wenn man die im Diagramm abgelesenen Werte derselben mit der nach Vergleich der Strecke a in dem Diagramm mit der durch Rechnung gefundenen Kanalweite a bestimmten Verhältniszahl multipliziert. Zu beachten ist, daß die gefundene Übereinstimmung der Diagramme von Muschel- und Drehschieber nicht so weit geht, daß die Größen a , e und i — gleichwie im Reuleaux-Müllerschen Diagramm — aus dem Exzenterkreis der Abb. 93 entnommen werden könnten.

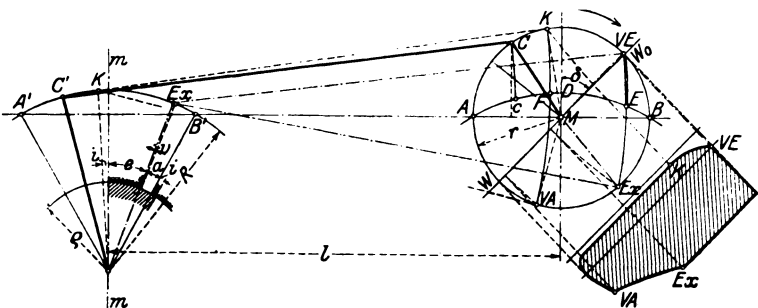


Abb. 93.

Denkt man sich den Sektor $A'O B'$ nach rechts geschoben und Bogen $A'B'$ mit Bogen AB zur Deckung gebracht, so fallen die Punkte K und Ex des ersten mit denjenigen F und E des zweiten Bogens zusammen; dem Punkte C' entspricht der Punkt e . Damit ist der Zusammenhang zwischen der Kolben- und der Schieberbewegung wie beim Muschelschieber gegeben, nur mit dem Unterschiede, daß der Weg des letzteren auf der Geraden AMB , derjenige des Drehschiebers auf dem Bogen ADB zu verfolgen ist. Das Verhältnis der Bogenstrecken BE , ED und DF untereinander ist dasselbe wie zwischen a , e und i .

Umsteuerungen.

(620) Stephenson'sche Kulissensteuerung. Diese wird vorzugsweise für Fördermaschinen, Winden, Aufzüge und für fahrbare Lokomobile verwendet, Abb. 94. Sie besitzt 2 Exzenter B und B_1 , von denen das eine in dem einen,

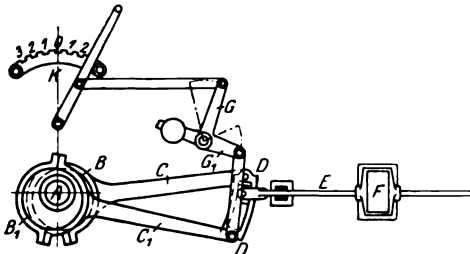


Abb. 94.

das andere im entgegengesetzten Drehungsinne den gleichen Voreilwinkel δ hat. Die Exzenterstangen C und C_1 sind mit den Lenden einer verschiebbaren Kulisse DD' gelenkig verbunden, deren Krümmungshalbmesser gleich der Länge l der Exzenterstangen ist. Der Kulissenstein ist mit der Schieberstange E verbunden. Durch Heben und

Senken der Kulisse mittels des Hebels K wird die Füllung bzw. die Drehrichtung der Maschine geändert. Die mittlere Lage der Kulisse entspricht dem Stillstand. Abb. 95 zeigt das Schema dieser Umsteuerung; u ist die jeweilige Entfernung des Steines von Mitte Kulisse, c die halbe Kulissenlänge.

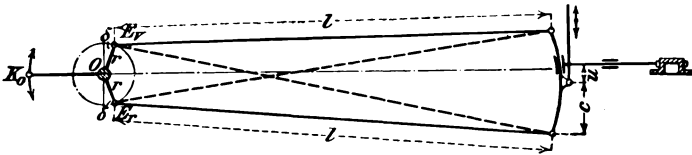


Abb. 95.

Es ist allgemein die durch eine Kulisse bei beliebiger Lage des Gleitstückes hervorgebrachte Schieberbewegung dieselbe, die durch ein einfaches (ideelles) Exzenter hervorgebracht würde, dessen Exzentrizität r_i und Voreilwinkel δ_i sich bei der Stephenson'schen Kulissensteuerung für jede Lage des Gleitstückes aus den Gleichungen

$$r_i \sin \delta_i = r \left(\sin \delta \pm \frac{c^2 - u^2}{cl} \cos \delta \right) \quad \text{und} \quad r_i \cos \delta_i = \pm \frac{ur}{c} \cos \delta$$

bestimmen lassen, worin das obere Zeichen für offene, das untere für gekreuzte Exzenterstangen (in Abb. 95 gestrichelt angegeben).

Der einem beliebigen Kurbelwinkel α entsprechende Schieberweg ist hiernach

$$\xi = r \left(\sin \delta \pm \frac{c^2 - u^2}{cl} \cos \delta \right) \cos \alpha \pm \frac{ur}{c} \cos \delta \sin \alpha.$$

Die Schieberwege lassen sich, wie bei der einfachen Schiebersteuerung, als Sehnen eines Kreises darstellen, dessen Mittelpunktkoordinaten

$$x = \frac{r}{2} \left(\sin \delta \pm \frac{c^2 - u^2}{cl} \cos \delta \right) \dots \dots \dots 27$$

und

$$y = \frac{ru}{2c} \cos \delta \dots \dots \dots 28$$

sind.

Die vorstehenden Ausdrücke für x und y sind aber von u abhängig, und daher entspricht jeder Kulissenstellung ein besonderer Schieberkreis. Die Mitten aller dieser Kreise liegen auf einer Kurve — der sog. Zentralkurve —, die bei der Stephensonschen Kulissensteuerung eine Parabel bildet; sie kehrt bei offenen Stangen ihre konkave, bei gekreuzten Stangen ihre konvexe Seite gegen die Welle O hin.

In Abb. 96 ist das Zeunersche Schieberdiagramm einer Stephensonschen Kulissensteuerung mit offenen Stangen (für unendliche Schubstangenlänge) aufgezeichnet.

Die Mittelpunkte der Schieberkreise O bis IV erhält man aus den Gl. 27 und 28, wenn in dieselben nacheinander für u die Werte 0 , $\frac{1}{4}c$, $\frac{1}{2}c$, $\frac{3}{4}c$ und c eingesetzt werden. Zieht man noch von dem Mittelpunkte des Kurbelkreises aus mit den Halbmessern i und e (innere und äußere Überdeckung) Kreise, so geben deren Schnittpunkte mit den Kreisen O bis IV die entscheidenden Schieberstellungen für die Dampfverteilung an, die sich z. B. für $u = \frac{1}{2}c$ in der Abb. 96 angegebenen Weise gestaltet. Man sieht, daß die Kompression und die Ausströmung des Dampfes vor dem Kolben sowie die Einströmung desselben hinter den Kolben um so früher beginnt, je stärker man expandiert, d. h. je näher das Gleitstück in der Kulisse dem toten Punkte derselben liegt. (Unter Berücksichtigung der endlichen Schubstangenlänge fallen die Verhältnisse bei der Dampfverteilung für den Hin- und Rückgang des Kolbens verschieden aus.)

Besonderes Gewicht wird bei Kulissensteuerungen auf die Größe des linearen Voreilens gelegt; dasselbe wächst bei offenen Stangen, je stärker man expandiert, s. Abb. 96, während bei gekreuzten Stangen das Umgekehrte der Fall ist. Die Veränderlichkeit des Voreilens wird nach Gl. 27 um so kleiner, je kleiner die Kulisse und je länger die Exzenterstange ist. Durch unsymmetrische Stellung der Kurbel zu den Exzentern läßt sich das lineare Voreilen z. B. für den Vorwärtsgang einer Dampfmaschine näherungsweise unveränderlich machen, jedoch mit entsprechender Verschlechterung für den Rückwärtsgang derselben. Sofern an Vorwärts- und Rückwärtsgang gleiche Ansprüche gestellt werden, sind die Voreilwinkel beider Exzenter gleich groß zu machen.

Die Aufhängung der Kulisse geschieht gewöhnlich im Mittelpunkte derselben, da dieser den geringsten seitlichen Ausschlag macht; damit letzterer von der geraden Linie nur wenig abweicht und ein Springen (Würgen) des Gleitstückes in der Kulisse zufolge ihrer auf und ab steigenden Bewegung möglichst vermieden wird, sind tunlichst lange Hänigestangen anzuwenden.

(621) Heusinger-Umsteuerung. Diese findet bei Lokomotiven weitgehende Anwendung, Abb. 97.

Die Bewegung des Schiebers ergibt sich aus der Zusam-

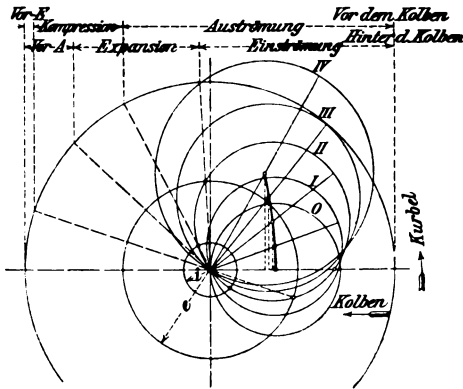


Abb. 96.

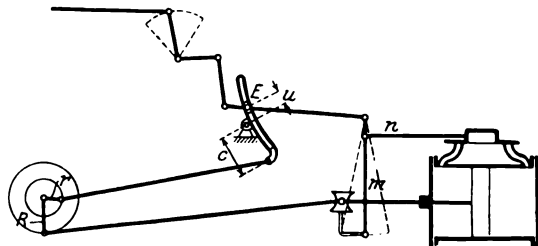


Abb. 97.

mensetzung zweier Bewegungen, von denen die eine von einem Exzenter, das der Hauptkurbel bei Vorwärtsgang um 90° nacheilt, die andere vom Kurbelgetriebe (Kreuzkopf) abgeleitet wird.

Vom Exzenter r aus ist der Hub des in der Schwinde (Kulisse) verschiebbaren Steines E ru/c und der Schieberhub infolge der Hebelübersetzung

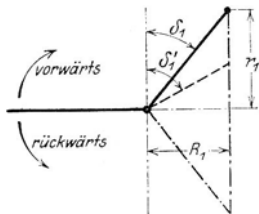


Abb. 98.

$$r_1 = r \frac{u}{c} \cdot \frac{m}{m+u}$$

Vom Kreuzkopf aus ist der Schieberhub

$$R_1 = R \frac{n}{m+n} \quad (R \text{ Kurbelradius}) \text{ mit } 90^\circ \text{ Vor-}$$

eilung. Auf den Schieber wirkt die aus r_1 und R_1 resultierende Bewegung, Abb. 98. R_1 ist konstant, r_1 hängt von u ab, Abb. 97, ist also von $+$ auf $-$ veränderlich. Der Endpunkt des resultierenden Exzenters r_r bewegt sich bei Verstellung auf einer Geraden als Scheitellinie.

Untersuchung der Dampfmaschinen.

(622) **Der Indikator.** Die Untersuchung der Dampfmaschinen kann die Ermittlung der Leistung oder die thermische Beurteilung bezwecken. In jedem Falle müssen Indikator diagramme aufgenommen werden, die über den Verlauf des Druckes im Zylinder, aber auch über den thermischen Verlauf (Wandungswirkungen usw.) Aufschluß geben. Der Indikator besteht im wesentlichen aus dem Zylinder mit federbelastetem Kolben, der mittels Kolbenstange und

Lenker die Bewegung auf einen Schreibstift überträgt, und aus der Schreibtrommel, die einen Papierstreifen trägt und eine vom Arbeitskolben abgeleitete Drehbewegung ausführt; der am Ende des Lenkers (Geradföhrung) angebrachte Schreibstift verzeichnet den Druckverlauf in Abhängigkeit von der Kolbenstellung. Zwischen Kolben- (oder Kreuzkopf-) Bewegung und der Schreibtrommel muß eine Hubverminderung angebracht werden, wozu neuerdings neben Hebelübersetzung meist Rollhubverminderer benutzt werden. Die neueren Indikatoren haben alle außerhalb des Indikatorzylinders liegende Federn.

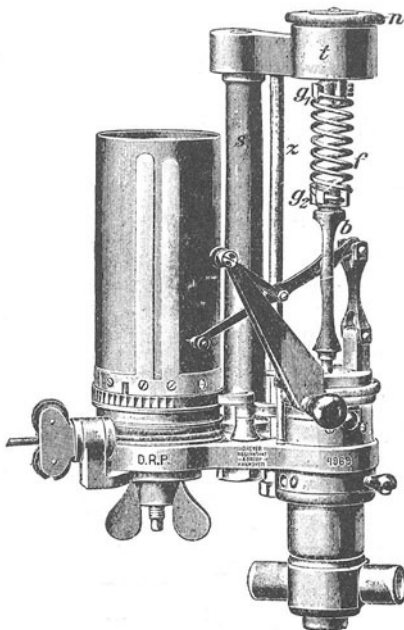


Abb. 99.

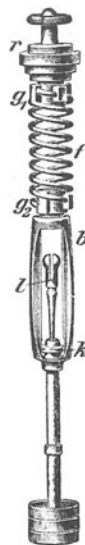


Abb. 99a. Rosenkranz & Droop in

Den ersten in Deutschland (1902) eingeföhrten Außenfeder-Indikator von Dreyer, Rosenkranz & Droop in

Hannover zeigt Abb. 99. Der Federträger t stützt sich auf eine hohle Stahlsäule s , wobei das Kippmoment durch eine kräftig angezogene Zugstange z aufgehoben wird. Der Schraubenkopf r , Abb. 99 a, wird nach Entfernung der Druckmutter n mit der bei g_1 aufgeschraubten Feder f in den Träger t von oben eingesteckt, sodann auf das Gewinde g_2 am Bügel b der Kolbenstange k aufgeschraubt und hierauf die Druckmutter n fest angezogen.

Der geschlitzte Teil b der Kolbenstange nimmt die mit Kugelgelenk angeschlossene Lenkstange l des Schreibhebels auf.

Auch der Thompson-Indikator der Firma Schäffer & Budenberg kann mit freiliegender Kolbenfeder geliefert werden.

Die Schraubenfedern der vorbesprochenen Indikatoren sind auf Druck, die der neueren Indikatoren von Willner, Staus u. a. behufs Verminderung der Kolbenreibung auf Zug beansprucht.

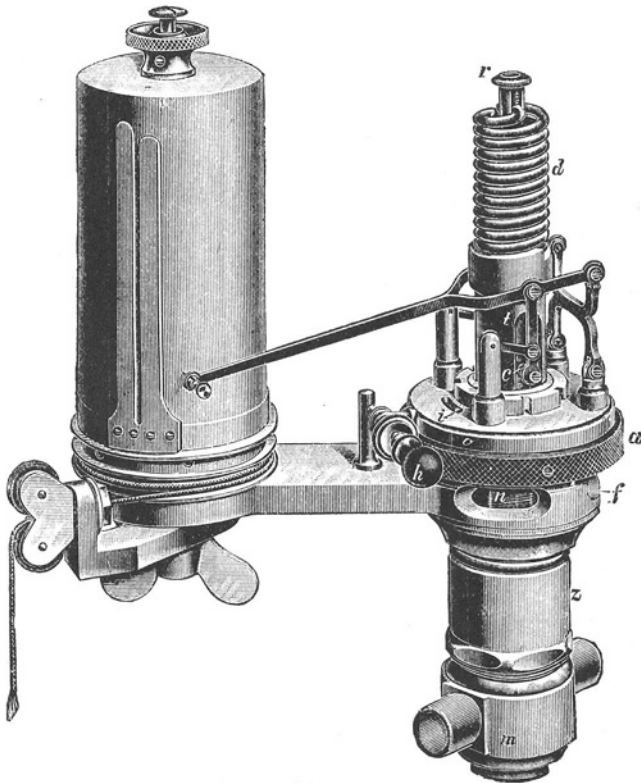


Abb. 100.

Abb. 100 zeigt den durch die Weiterentwicklung des Staus-Indikators entstandenen Maihak-Indikator mit außenliegender Zugfeder. Der hier zentrisch zur Kolbenstange angeordnete Federträger t besteht mit dem Indikator-Schlußdeckel aus einem Stück; er kann bei Lösung der Überwurfmutter a mittels des Griffes h im Kreise herumbewegt werden¹⁾.

Einen modernen Lehmann-Indikator (Lehmann & Michels, Hamburg-Wandsbek) zeigt im Schnitt Abb. 101.

¹⁾ Näheres über diesen Indikator s. A. Staus, „Der Indikator und seine Hilfseinrichtungen“, Berlin 1911, Julius Springer.

In dem vom Dampf oder Gas umspülten Zylindereinsatz 1 bewegt sich der dünnwandige Kolben 2 aus gehärtetem und geschliffenem Stahl; die Kolbenstange 3 besteht aus einem Stück; Federträger 4 und Zylinderdeckel 5 sind in einem Drehteil vereinigt, zwischen diesem und dem Trommelträger 6 ist zwecks geringen Verschleißes ein Kugellager 7 angeordnet. Das Schreibgestänge 8 ist gegabelt, die Übertragung der Kolbenbewegung auf dasselbe erfolgt durch eine Lenkstange 9, an der auch das um einen Festpunkt drehbare Glied 10 angreift. Die Geradföhrung ist eine abgeleitete Storchschnabelübertragung, bei der die Punkte a , b und c stets auf einer Geraden liegen, wodurch genaue Proportionalität zwischen Kolben- und Schreibstiftbewegung erreicht wird.

Der mit ein oder zwei Schnurrillen versehenen Papiertrommel 17 wird durch eine kurze mittels Mutter 18 nachstellbare Schraubenfeder 19 eine der Kolbenbewegung proportionale Drehbewegung erteilt.

Die Schnurleitrollen 20 lassen sich nicht nur mit ihrem Arm 21 verstellen, sondern auch um eine wagerechte Achse beliebig verdrehen, so daß die Schnur in jeder gewünschten Richtung geführt werden kann.

Die Schutzhülse 12 soll das Gestänge vor Beschädigungen schützen. Zylindereinsatz und Kolben können für hohen Druck gegen kleinere ausgewechselt werden. Die Befestigung des Indikators erfolgt durch Konus 15 und Überwurfmutter 16.

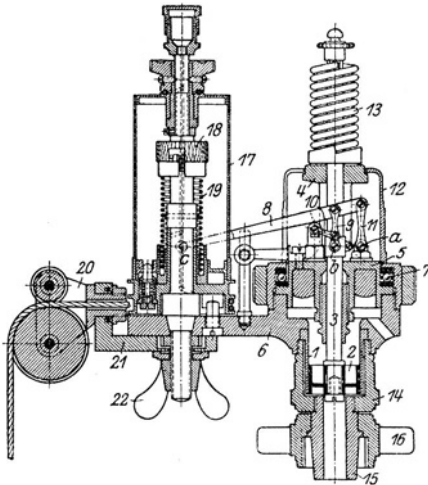


Abb. 101.

Für fortlaufende Diagramme (Bündeldiagramme) werden besondere Papiertrommeln verwendet, die ein selbsttätiges Vorrücken des Papierstreifens bei bewegter Trommel ermöglichen bzw. nach Auslösen einer Sperrklinke — was während des Ganges geschehen kann — wie gewöhnliche Trommeln arbeiten.

Mittels elektrischer Ausrückvorrichtung läßt sich bei mehreren Indikatoren, wie sie zur genaueren Untersuchung von Mehrfach-Expansionsmaschinen nötig sind, ein gleichzeitiges Anrücken sämtlicher Schreibstifte an die Papierzylinder durch eine einzige Person bequem und sicher erreichen.

Bei Verbrennungsmotoren, Walzenzugs-, Fördermaschinen u. dgl. läßt sich, sofern diese Maschinen mit stark schwankenden Belastungen arbeiten, kein genauer Wert für die mittlere indizierte Leistung derselben gewinnen. Man verwendet in solchen Fällen Indikatoren, die die entwickelten Diagrammflächen, ohne sie erst aufzuzeichnen, sofort planimetrieren und die Summe der einzelnen Flächen mit Hilfe eines Zählwerkes von selbst bilden. Hierhin gehört der integrierende Indikator von Böttcher¹⁾.

Bei dem als Monograph bezeichneten Lichtstrahlindikator von Hospitalier und Carpenter werden die Bewegungen einer aus einem ebenen gehärteten Stahlblech bestehenden Membran, deren eine Seite den Drücken im Zylinder ausgesetzt ist, auf einen Spiegel übertragen, der die auf ihn fallenden Strahlen einer Lichtquelle auf eine Mattscheibe zurückwirft und so auf ihr ein Diagramm erscheinen läßt. Soll dieses festgehalten werden, so wird an Stelle der Mattscheibe eine Kassette mit photographischem Papier eingeschoben und belichtet. Der Indikator kann für Motoren bis zu 2000 Uml./min benutzt werden²⁾.

Der optische Indikator von Hopkinson unterscheidet sich von dem Lichtstrahlindikator von Hospitalier und Carpenter in der Hauptsache dadurch, daß die im Motorzylinder auftretenden Drücke nicht auf eine Membran, sondern mittels Kolbens auf eine Blattfeder wirken, deren Formänderungen durch ein biegsames Stahlblatt einer zwischen zwei Blattfedern leicht drehbaren Spindel mitgeteilt werden, auf der der Spiegel befestigt ist³⁾.

(623) Untersuchung des Indikator diagrams. Um brauchbare Diagramme zu erhalten, ist an jedem Zylinderende je ein Indikator durch geeignete Ver-

¹⁾ Siehe Note S. 597. ²⁾ Z. 1902, S. 365. ³⁾ Z. 1907, S. 2040.

bindungsstücke (Knierohre, Hähne, Verschraubungen) mit dem Inneren des Dampfzylinders in Verbindung zu bringen. Nur in seltenen Fällen wird ein einziger Indikator auf einen durch Bogenrohre mit den Zylinderenden verbundenen Dreiweghahn gesetzt. Man erhält im letzteren Falle die Diagramme rechts und links vom Kloben auf demselben Papierstreifen.

Die Schnurverbindung des Indikators mit dem Rollen-Hubverminderer bzw. mit dem Kreuzkopf usw. der Maschine ist in der Weise zu regeln, daß die Papiertrommel bei ihrer Drehbewegung auf keiner Seite anstößt. Nach Einhängen der Schnur oder dgl. wird zunächst bei geschlossenem Indikatorhahn durch sanftes Aufdrücken des Schreibstiftes auf den Papierstreifen die atmosphärische Linie gezogen, hierauf bei geöffnetem Hahn das Diagramm genommen.

Der Verlauf der einzelnen Linien des Dampfdiagramms gibt über die Arbeitsweise der betreffenden Maschine Aufschluß. Man erkennt aus dem Diagramm mittels des Federmaßstabes die Höhe der Einström- und Ausströmspannung des Dampfes, den Beginn der Expansion, des Kompression, der Vor-Ein- und Vor-Auströmung des Dampfes u. dgl. (vgl. S. 545 u. ff.).

Über das Verhalten des Dampfes in der Maschine gibt die Untersuchung der Expansionslinie Aufschluß, deren Verlauf von der Größe des schädlichen Raumes (siehe S. 545) von Undichtheiten und von den Wandungswirkungen abhängt.

Bei undichtem Kolben fällt die Expansionslinie anfangs unter die Hyperbel und steigt gegen Ende wegen des Kompressionsdruckes auf der anderen Kolbenseite wieder an.

Bei undichtem Einlaßorgan liegt wegen Nachströmen die Expansionslinie höher als die Hyperbel. Beide Undichtheiten können sich im Diagramm ausgleichen, deshalb Prüfung der Dichtheit im betriebswarmen Zustand der Maschinen empfehlenswert.

Um den Verlauf der Expansionslinie im Vergleich zur gleichseitigen Hyperbel zu prüfen, bedient man sich des folgenden Verfahrens (Z. d. V. d. I. 1897, S. 25).

Man zieht, Abb. 102, vom Anfangspunkt b Strahlen $bx_1, bx_2, bx_3 \dots$ und trägt auf ihnen von b aus nach oben die Strecken $mx_1, nx_2, ox_3 \dots$ ab, also $by_1 = mx_1$ usw. Die durch die Punkte y_1, y_2, y_3 erhaltene Charakteristik ist eine senkrechte Gerade, wenn die Expansionslinie eine gleichseitige Hyperbel ist, andernfalls ist die Charakteristik gekrümmt und zwar nach dem Diagramm hin geneigt, wenn die Expansionslinie unter die Hyperbel sinkt ($n > 1$) und vom Diagramm fortgeneigt, wenn sie über der Hyperbel (also flacher) verläuft ($n < 1$). Der Exponent n der Expansion kann auch rechnerisch bestimmt werden aus der Beziehung

$$p_1 v_1^n = p_2 v_2^n,$$

wonach

$$n = \frac{\log p_1 - \log p_2}{\log v_2 - \log v_1};$$

man greift nun aus dem Diagramm, Abb. 103, die Werte in mm ab, z. B.

$$\begin{aligned} v_1 &= a_1 \text{ mm}, & p_1 &= h_1 \text{ mm} \\ v_2 &= a_2 \text{ mm}, & p_2 &= h_2 \text{ mm}, \end{aligned}$$

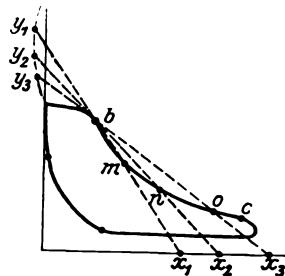


Abb. 102.

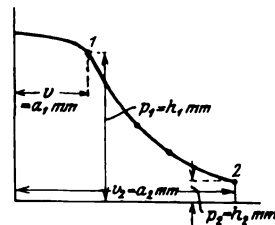


Abb. 103.

so daß

$$n = \frac{\log h_1 - \log h_2}{\log a_2 - \log a_1}$$

ist. Zweckmäßig bestimmt man noch für einige Zwischenpunkte den Exponenten n , da er veränderlich sein kann.

Um Indikator diagramme von Mehrzylindermaschinen zu untersuchen, werden sie „rankinisiert“, d. h. so ungezeichnet, daß sie in das Diagramm einer ideellen Einzylindermaschine von gleichen Abmessungen wie der Niederdruck-

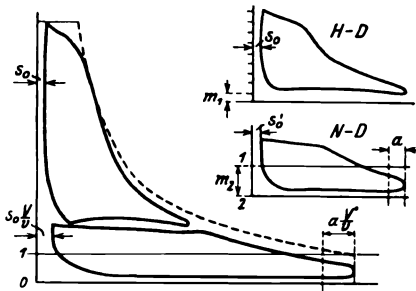


Abb. 104.

Zylinder hineinpassen. Dieses geschieht dadurch, daß man die Länge des Hochdruckdiagramms unverändert läßt, die Länge des Niederdruckdiagramms aber im Zylinderverhältnis verstreckt, so daß die Zehntelteilung von der Länge a gleich $\frac{v}{v'}$ wird,

Abb. 104. Ferner nimmt man den Druckmaßstab des Niederdruckdiagramms als Einheit an, so daß die Ordinaten des Hochdruckdiagramms im Verhältnis $\frac{m_2}{m_1}$ der Maßstäbe zu vergrößern

sind. Als Gegendrucklinie des Einzylinderdiagramms nimmt man 1 at bei Auspuff und die Nulllinie bei Kondensation. Als Expansionslinie zeichnet man die gleichseitige Hyperbel (s. S. 546), die bei gesättigtem Dampf durch den Endpunkt der Expansion im Höchstdruckzylinder, bei überhitztem Dampf durch den Anfangspunkt dieser Expansion gelegt wird (wie in Abb. 104).

Das Verhältnis der Fläche des rankinisierten Diagramms zum Flächeninhalt des ideellen Einzylinderdiagramms ist der Völligkeitsgrad oder Gütegrad. Derselbe beträgt bei Verbundmaschinen etwa 65 bis 75 %, bei Dreizylindermaschinen 55 bis 65 %. Häufig tritt zwischen Hochdruckzylinder und Aufnehmer ein Spannungsabfall ein — Spannungssprung —, der vorteilhaft sein kann: geringere Drosselung bei Austritt aus dem Hochdruckzylinder, Volumen des letzteren kann kleiner gemacht werden, sicheres Nachdampfen. Man kann an ausgeführten Maschinen den günstigsten Spannungssprung dadurch ermitteln, daß man die Niederdrucksteuerung so einstellt, daß das Hochdruckdiagramm in eine Spitze endigt, und vergrößert dann die Füllung des Niederdruckzylinders, wobei der Regler bis zu einer gewissen Stellung steigt, also kleinere Hochdruckfüllung bei gleicher Leistung einstellt, d. h. der Dampfverbrauch geringer wird.

Nachfolgende Diagramme zeigen die häufigsten Fehler in der Dampfverteilung (schraffierte Flächen sind Verluste), Abb. 105.



Voreinströmung erfolgt zu spät.



Voreinströmung erfolgt zu früh.

Abb. 105a ÷ b.



Einströmender Dampf wird gedrosselt (Querschnitte zu gering).



Füllungen beider Zylinderseiten sind verschieden.



Einlaßorgan (Schieber oder Ventil) ist undicht.



Nachfüllung nach beendetem Dampfeintritt (Doppelschiebersteuerung).



Vorausströmung erfolgt zu spät oder fehlt.



Gegendrucklinie zu hoch (zu enge Steuerkanäle).



Kompression zu hoch (Auslaßorgan schließt zu früh).



Indikatorkolben klemmt in oberer Lage.



Indikatorkolben geht sprungweise wegen Reibung oder Wasser in Leitung zum Indikator. Expansion zu weit.



Vorausströmung erfolgt zu früh.



Indikatortrommel stößt an einer Seite an, Schnur zu lang.

Abb. 105c ÷ n.

Teile der Dampfmaschinen. Kurbeltrieb.

(624) **Kolbenweg.** Ist $r = ob$, Abb. 106, der Halbmesser des Kurbelkreises (Kurbelarm), l die Länge der Schubstange, γ_1, γ_2 die Ausschlagwinkel, so findet man den Kolbenweg x für einen beliebigen Kurbelwinkel α_1 beim Hingang für endliche Schubstangenlänge aus

$$r \cos \alpha_1 + l \cos \gamma_1 + x_1 = r + l$$

zu
$$x_1 = r(1 - \cos \alpha_1) + l(1 - \cos \gamma_1)$$

Für den Rückgang des Kolbens ist

$$r \cos \alpha_2 + l - r + x_2 = l \cos \gamma_2,$$

demnach

$$x_2 = r(1 - \cos \alpha_2) - l(1 - \cos \gamma_2).$$

Allgemein ist

$$x = r(1 - \cos \alpha) \pm l(1 - \cos \gamma) = r(1 - \cos \alpha) \pm l \left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{r}{l} \sin \alpha\right)^2} \right],$$

worin $+$ für den Hingang, $-$ für den Rückgang des Kolbens gilt.

Da in der Ausführung l stets erheblich größer als r gewählt wird — bei normalen liegenden Dampfmaschinen z. B. $r:l \sim 1:5$ —, so kann angenähert

$$x = r(1 - \cos \alpha) \pm \frac{r^2}{2l} \sin^2 \alpha \dots \dots \dots 26$$

gesetzt werden.

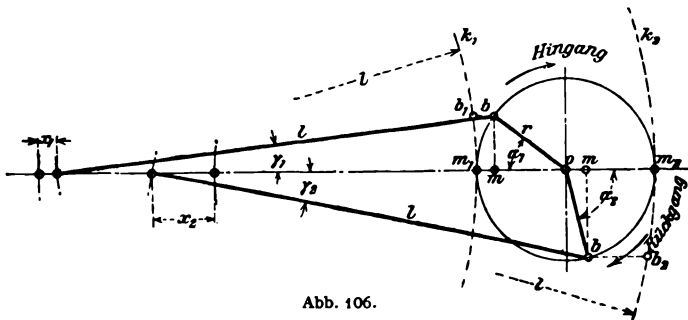
Für $\alpha = 90^\circ$ ist $x = r \pm \frac{r^2}{2l} = r \left(1 \pm \frac{r}{2l} \right)$; für $\alpha = 180^\circ$ ist $x = 2r$.

Gl. 26 läßt erkennen, daß der für den gleichen Drehwinkel der Kurbel zurückgelegte Weg beim Hingange des Kolbens größer ist als beim Rückgange desselben. Der Unterschied beider Wege ist durch das sogen. Fehlerglied $\frac{r^2}{2l} \sin^2 \alpha$ gegeben. (Bei $r:l = 1:5$ und $\alpha = 90^\circ$ ist $x = 1,1r$ bzw. $0,9r$).

Für $l = \infty$ wird

$$x = r(1 - \cos \alpha) \dots \dots \dots 26a$$

d. h. beide Wege stimmen in diesem Falle überein.



Die zeichnerische Darstellung des Kolbenweges erfolgt, wenn man in Abb. 106 zwei Kreisbögen k_1 und k_2 vom Halbmesser l tangierend an den Kurbel-

kreis in den Totpunkten m_1 und m_2 legt; dann ist z. B. die wagerechte Strecke bb der zum Kurbelwinkel α_1 gehörige Kolbenweg x_1 und in gleicher Weise für den Rückgang die wagerechte Strecke bb_2 der zum Kurbelwinkel α_2 gehörige Kolbenweg x_2 . Für $l = \infty$ gehen die Kreisbogen k_1 und k_2 in lotrechte Gerade über.

Um die Kolbenwege auf dem wagerechten Kurbelkreisdurchmesser zu erhalten, projiziert man den Kurbelzapfenmittelpunkt auf die wagerechte Mittellinie und zwar bei $l = \infty$ durch Horizontalprojektion A_1B_1 bzw. A_2B_2 , Abb. 107, bei $l =$ endlich durch Bogenprojektion A_1B_1' bzw. A_2B_2' mit dem Radius $= l$; dann ist der Abstand der Projektion von der Totlage der Kolbenweg x bzw. x' .

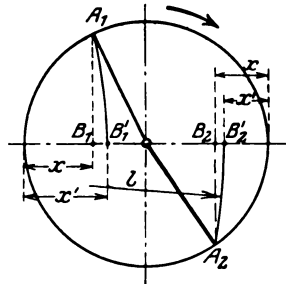


Abb. 107.

Ein anderes einfaches Verfahren für endliche Stangenlänge s. (601).

(625) Kolbengeschwindigkeit. Die Geschwindigkeit c des Kolbens (Kreuzkopfes) zur Zeit t , welche dem Kurbelwinkel α entspricht, ist unter Bezugnahme auf Gl. 26 für endliche Schubstangenlänge:

$$c = \frac{dx}{dt} = r \sin \alpha \frac{d\alpha}{dt} \pm \frac{r^2}{2l} \sin 2\alpha \frac{d\alpha}{dt},$$

woraus mit $\frac{d\alpha}{dt} = \omega$ (Winkelgeschwindigkeit) und $r\omega = v$ (konstante Geschwindigkeit des Kurbelzapfens) folgt

$$c = v \left(\sin \alpha \pm \frac{r}{2l} \sin 2\alpha \right) = v \sin \alpha \left(1 \pm \frac{r}{l} \cos \alpha \right) \dots 27$$

Für unendlich lange Schubstange ($l = \infty$) wird

$$c = v \sin \alpha \dots 27a$$

somit = der wagerechten Komponente der Kurbelzapfengeschwindigkeit; für $\alpha = 90^\circ$ wird $c = v$; für $\alpha = 0^\circ$ und 180° wird $c = 0$.

Da die mittlere Kolbengeschwindigkeit

$$c_m = 2r n : 30, \text{ ferner } v = 2r \pi n : 60 \text{ (} n = \text{Uml/min),}$$

ist auch

$$v = \frac{\pi}{2} c_m = 1,571 c_m; \quad c_m = \frac{2}{\pi} v = 0,637 v.$$

Für den Höchstwert von c folgt aus Gl. 27 beim Hingange

$$\frac{dc}{d\alpha} = \cos \alpha + \frac{r}{l} \cos 2\alpha = 0; \quad \cos^2 \alpha + \frac{l}{2r} \cos \alpha = 0,5$$

$$\cos \alpha = \frac{l}{4r} \left[-1 + \sqrt{1 + 8 \left(\frac{r}{l} \right)^2} \right] \sim \frac{r}{l}$$

und für $r:l = 1:5$

$$\alpha = 79^\circ 16'.$$

Beim Rückgange ergibt sich dieser Winkel zu $100^\circ 44'$.

Mit Einsetzung des Wertes $\cos \alpha = r:l$ in Gl. 27 wird

$$c_{\max} = v \left[\sqrt{1 - \left(\frac{r}{l} \right)^2} + \left(\frac{r}{l} \right) \sqrt{1 - \left(\frac{r}{l} \right)^2} \right] = \sim v \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{r}{l} \right)^2 \right]$$

und für $r:l = 1:5$

$$c_{\max} = 1,02 v = 1,6 c_m.$$

Der Hingang beginnt ($\alpha = 0$) mit dem Höchstwerte der Beschleunigung $p_{\max} = \frac{v^2}{r} \left(1 + \frac{r}{l}\right)$ und endigt ($\alpha = 180^\circ$) mit der Verzögerung $p'_{\max} = \frac{v^2}{r} \left(1 - \frac{r}{l}\right)$, der Rückgang dagegen eröffnet mit der Beschleunigung $\frac{v^2}{r} \left(1 - \frac{r}{l}\right)$ und schließt mit der Verzögerung $\frac{v^2}{r} \left(1 + \frac{r}{l}\right)$.

Für $l = \infty$ wird

$$p = \frac{v^2}{r} \cos \alpha \dots \dots \dots 28a$$

und für $\alpha = 0^\circ$ und $\alpha = 180^\circ$ die größte Beschleunigung bzw. größte Verzögerung

$$p_{\max} = \frac{v^2}{r}.$$

Behufs zeichnerischer Darstellung der Kolbenbeschleunigung verlängert man nach Mohr die Schubstange EA , Abb. 108, über A hinaus bis zum Schnitte D mit der senkrechten Mittellinie, durch D Wagerechte bis zum Schnitt H mit der Kurbelrichtung, durch H eine Senkrechte bis zum Schnitt N mit der Schubstange, in N Senkrechte auf die Schubstange bis zum Schnitt M mit der wagerechten Mittellinie, dann ist $OM = EQ = p$ die der beliebigen Kolbenstellung E entsprechende Beschleunigung bzw. Q ein Punkt der gesuchten Beschleunigungskurve $Q_1 Q Q_2$ — einer angenäherten Parabel.

Für den Rückgang ergeben sich für gleiche Kolbenstellungen dieselben absoluten Werte, so daß, wenn die Beschleunigungen nach unten, die Verzögerungen nach oben aufgetragen werden, die Kurven für Hin- und für Rückgang symmetrisch in bezug auf die Wagerechte liegen, Abb. 109.

Für $l = \infty$ werden die Kurven der Beschleunigungen Gerade, die die Kolbenweglinie in der Mitte schneiden (bei $x = r$ ist $p = 0$); es genügt die Bestimmung der gleichen Endordinaten.

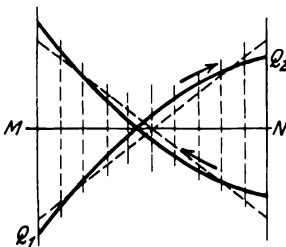


Abb. 109.

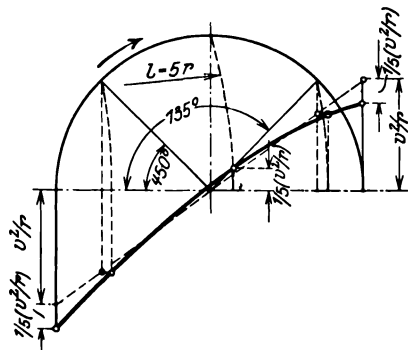


Abb. 110.

Eine einfache Art der Aufzeichnung kann davon abgeleitet werden, daß in den Totpunkten p_{end} für endl. Stange um $(r:l)$ p_{\max} größer bzw. kleiner ist, als bei unendlicher Stange ($p_{\max} = v^2:r$), also z. B. bei $r:l = 1:5$ braucht man die Anfangsordinate p_{\max} beim Hingang um $1/5$ ihrer Länge zu vergrößern, die Endordinate um dasselbe Stück zu verkleinern, Abb. 110. Dann ermittelt man für $\alpha = 90^\circ$ die Kolbenstellung für endl. Stange und trägt dazu wieder dieses Stück nach oben ab. Zwei weitere Punkte findet man für die Kurbellagen $\alpha = 45^\circ$ und 135° , für welche $p_{\text{end}} = p_\infty$, und zieht durch die fünf Punkte die Kurve.

Das Verfahren nach Mohr versagt in den Totlagen; ein auch für diese Stellungen verwendbares Verfahren s. (127).

(627) Beschleunigungsdruck. Derselbe ist für endliche Stangenlänge (Masse \times Beschleunigung)

$$B_e = M p_{end} = \frac{G}{g} p = \frac{G}{g} \frac{v^2}{r} \left(\cos \alpha \pm \frac{r}{l} \cos 2\alpha \right) \text{ kg} \dots 29$$

worin G das Gewicht der hin und her gehenden Maschinenteile (Kolben mit Stange, Kreuzkopf und $\sim \frac{2}{3}$ Schubstangengewicht) in kg, g die Beschleunigung durch die Schwere = 9,81 m/sek² bedeutet.

Für $l = \infty$ ist

$$B_\infty = M \cdot p_\infty = \frac{G}{g} \frac{v^2}{r} \cos \alpha \text{ kg} \dots 29a$$

Bezeichnet F die Fläche des Kolbens in cm², so ist der auf die Einheit derselben entfallende Beschleunigungsdruck

$$b = \frac{B}{F} = \frac{G}{F} \frac{p}{g} \text{ kg/cm}^2$$

oder, wenn $\frac{G}{F} = q$ gesetzt wird, für endliche Stangenlänge

$$b_e = q \frac{p}{g} = \frac{q}{g} \frac{v^2}{r} \left(\cos \alpha \pm \frac{r}{l} \cos 2\alpha \right) \text{ kg/cm}^2 \dots 30$$

und für unendlich lange Schubstange

$$b_\infty = \frac{q}{g} \frac{v^2}{r} \cos \alpha \text{ kg/cm}^2 \dots 30a$$

Die Beschleunigungsdruckkurve kann durch dasselbe Diagramm wie die Beschleunigungskurve, Abb. 108, dargestellt werden, wenn man den Maßstab für die Ordinaten derselben so wählt, daß

$$\frac{q}{g} \frac{v^2}{r} (\text{kg}) = r (\text{m}),$$

oder auch mit Hilfe der nachstehenden Tabelle berechnet werden, deren Werte, mit $\frac{q}{g} \frac{v^2}{r}$ — gemäß Gl. 30 — multipliziert, die Abmessungen der 11 Ordinaten 0, 1, 2 . . . , Abb. 108, für den in 10 gleiche Teile zerlegten Hub des Kolbens beim Hin- und Rückgange desselben geben.

Werte von $\cos \alpha \pm \frac{r}{l} \cos 2\alpha$.

Ordinate	$\frac{r}{l} = \frac{1}{4}$	$\frac{r}{l} = \frac{1}{5}$	$\frac{r}{l} = \frac{1}{6}$
0	1,250	1,200	1,167
1	0,941	0,920	0,840
2	0,664	0,639	0,633
3	0,409	0,379	0,376
4	0,129	0,126	0,134
5	0,101	0,091	0,078
6	0,318	0,300	0,284
7	0,471	0,465	0,458
8	0,610	0,613	0,608
9	0,715	0,717	0,742
10	0,750	0,800	0,833

Da die Beschleunigungsdrücke im gleichen Maßstabe wie das Druckdiagramm in dieses eingezeichnet werden müssen, so muß die zeichnerisch im Maßstabe $q v^2 : g r = r$ sich ergebende Beschleunigungsdruckkurve im Diagrammmaßstabe umgezeichnet werden. Dazu werden an die Endordinaten der Kurve

die Beschleunigungsdrücke im Diagrammmaßstabe wagerecht angetragen, Q_1A bzw. Q_2B , Abb. 111, und die Punkte A und B mit K_1 bzw. K_2 verbunden. Dann ergeben sich die gesuchten Ordinaten, z. B. für E durch Ziehen der Wagerechten durch D als Stück $FG = EH = b_c$.

(628) Kraftverhältnisse. Bezeichnet P die resultierende Kolbendruckkraft in kg, so läßt sich diese nach Abb. 112 in den Normaldruck $N = P \operatorname{tg} \gamma$ und die Schubstangenkraft $S = P : \cos \gamma$ zerlegen. Erstere wird durch die Gleitbahn aufgenommen; letztere wirkt auf den Kurbelzapfen und kann hier in eine Tangentialkraft $T = \frac{P}{\cos \gamma} \sin(\alpha + \gamma)$ und in eine Normalkraft $D = \frac{P}{\cos \gamma} \cos(\alpha + \gamma)$ zerlegt werden.

Normaldruck auf die Gleitbahn $N = P \operatorname{tg} \gamma = S \sin \gamma$;

für $\alpha + \gamma = 90^\circ \dots N = Pr : l$;

für $\alpha = 90^\circ (\gamma = \gamma_{\max}) \dots N_{\max} = P \operatorname{tg} \gamma_{\max} \sim P \sin \gamma_{\max} \sim Pr : l$.

Schubstangenkraft $S = P : \cos \gamma$;

für $\alpha = 90^\circ (\gamma = \gamma_{\max}) \dots S_{\max} = \frac{P}{\sqrt{1 - \left(\frac{r}{l}\right)^2}}$;

für $l = \infty \dots S = P$.

Tangential-Kurbeldruck (Drehkraft)

$$T = P \frac{\sin(\alpha + \gamma)}{\cos \gamma};$$

für $\alpha = 0^\circ$ und $\alpha = 180^\circ \dots T = 0$;

für $\alpha = 90^\circ (\gamma = \gamma_{\max}) \dots T = P$;

für $\alpha + \gamma = 90^\circ \dots T_{\max} = S = P \sqrt{1 + \left(\frac{r}{l}\right)^2}$;

für $l = \infty \dots T = P \sin \alpha$.

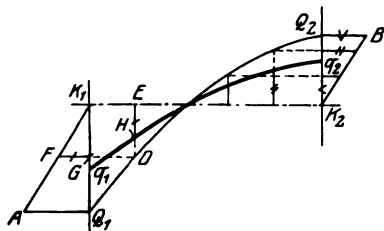


Abb. 111.

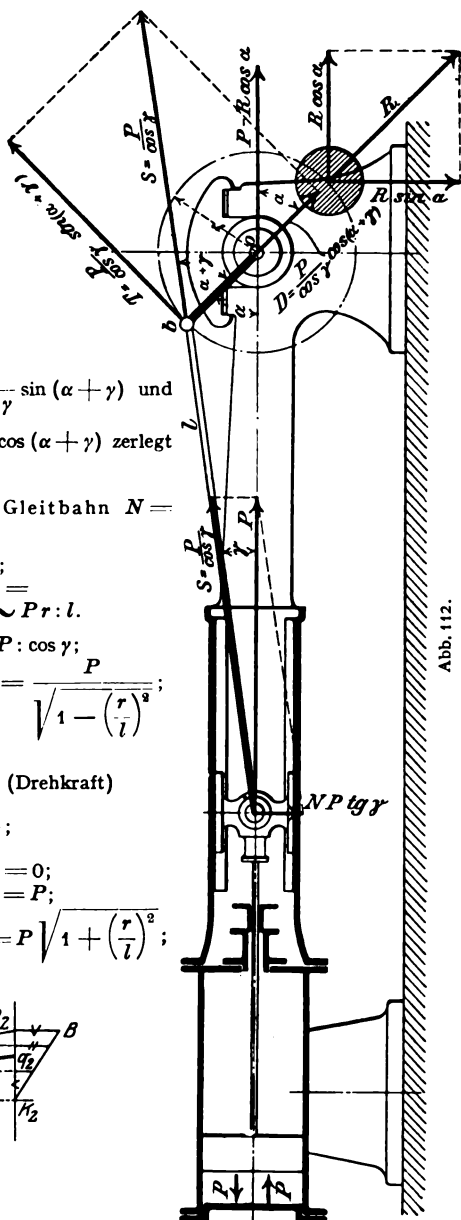


Abb. 112.

Die Tangentialdrücke können auch zeichnerisch ermittelt werden, indem für eine beliebige Kurbelstellung die resultierende Kolbenkraft auf der Kurbel vom Kurbelzapfenmittelpunkt abgetragen wird, AB , Abb. 113, und von B eine Senkrechte BC bis zum Schnitt mit der verlängerten Schubstange gezogen wird; dann ist $BC = T$ die Tangentialkraft.

Beweis: Es ist $\triangle ABC \sim \triangle AOD$, woraus folgt $BC : AB = OD : OA = OD : r$ und nach dem Sinussatz $\sin(\alpha + \gamma) : \sin(90^\circ - \gamma) = OD : OA = OD : r$, also

$$BC = P \sin(\alpha + \gamma) : \cos \gamma = T.$$

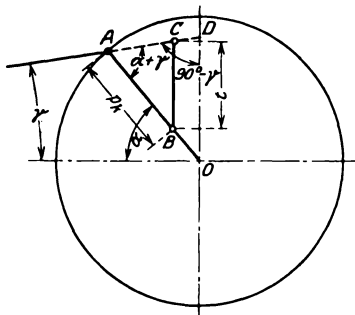


Abb. 113.

Trägt man über der Abwicklung des Kurbelkreises die Tangentialdrücke auf, so ergibt sich das Tangentialdruck- oder Drehkraftdiagramm, das zur Schwungradberechnung dient (s. (648)).

(629) Gegengewichte. Da bei der Bewegung einer Dampfmaschine auf den Deckel der volle Dampfüberdruck wirkt, während auf die Schubstange und damit auf das andere Ende des Rahmens der um die Massenkräfte kleinere oder größere resultierende Kolbendruck übertragen wird, so bleibt eine auf den Rahmen in Richtung der größeren Kraft wirkende Differenzkraft = dem

jeweiligen Beschleunigungsdruck übrig, die bei einer liegenden Maschine auf eine Längsverschiebung derselben hinwirkt; sie wird, da sie beim Hin- und Rückgange des Kolbens auftritt, die Maschine mitsamt ihrem Fundament in eine hin und her gehende Bewegung zu versetzen suchen. Um den Einfluß dieser Kraft unschädlich zu machen, sind kleine Maschinen und solche, die mit mäßigen Geschwindigkeiten arbeiten, in solider Weise mit einem genügend schweren Fundament zu verbinden.

Bei größeren Geschwindigkeiten lassen sich die nachteiligen Wirkungen der hin und her gehenden Massen durch Gegengewichte nahezu vollständig in Wegfall bringen.

Wird in Abb. 112 (S. 607) im Kurbelkreise und dem Kurbelzapfen gegenüber noch eine Masse vom Gewicht G , gleich dem der hin und her gehenden Teile, angebracht, so entwickelt diese bei der Drehung eine Fliehkraft $R = \frac{Gv^2}{gr}$. Im wagerechten Sinne liefert dieses mit der Kurbel umlaufende Gewicht die veränderliche Komponente $\pm R \cos \alpha = \pm \frac{Gv^2}{gr} \cos \alpha$, die als Horizontaldruck in das Kurbellager tritt und für $l = \infty$ dieselbe Größe, aber entgegengesetzte Richtung wie der jeweilige Beschleunigungsdruck hat. Infolgedessen wird der Horizontaldruck im Lager während der ersten Hälfte des Kolbenhubes um die Größe des Beschleunigungsdruckes vermehrt, in der zweiten Hälfte des Kolbenhubes um dieselbe Größe vermindert, die Maschine sonach unbeweglich auf dem Fundament liegen bleiben.

Die lotrechte Komponente der Fliehkraft $\pm R \sin \alpha$ übt auf die Bewegung der Maschine keinen wesentlichen Einfluß aus.

Bei stehenden Maschinen sind im allgemeinen nur für die Kurbel und die abschwingende Schubstange Gegengewichte anzubringen.

Bei Maschinen mit endlichen Schubstangenlängen nehmen die Beschleunigungsdrücke in den beiden Hälften des Kolbenhubes ungleiche Werte an, die nach Gl. 29 (S. 606) von dem Verhältnis $r : l$ abhängig sind. Da die wagerechte

Komponente der Fliehkraft eines Gegengewichtes aber symmetrisch auftritt, so folgt, daß die hin und her gehenden Massen einer Maschine mit endlicher Schubstangenlänge nicht vollständig (wohl aber zum größten Teil) ausgeglichen werden können.

Es genügt bei liegenden Maschinen, mit Rücksicht auf den Widerstand der Gesamtmasse der Maschine und des Fundamentes gegen Verschieben, das Gegengewicht nur 0,5- bis 0,8mal so schwer zu machen, als dem Gewichte der hin und her gehenden Teile entspricht. Dabei fallen auch die im Kurbellager auftretenden lotrechten Komponenten der Fliehkraft entsprechend kleiner aus.

Die beste Massenausgleichung — und zwar im Triebwerke selbst — ist bei liegenden und stehenden Zweizylindermaschinen durch Anordnung der Kurbeln unter 180° zu erreichen. Um das hierbei auftretende Drehmoment der Massenkräfte zu vermindern, sind die Zylinder möglichst nahe aneinander zu legen.

(Weiteres über die Wirkungen der hin und her gehenden Massen s. unter „Schwungräder“.)

(630) Kurbeln. Die Kurbeln werden aus Stahl, Fluß- oder Schweißseisen, seltener aus Gußeisen angefertigt.

Sitzt die Kurbel am Ende einer Welle, so wird sie als Stirnkurbel bezeichnet; trägt sie an dem zugehörigen Zapfen noch eine zweite Kurbel, so heißt diese Gegenkurbel, Abb. 114. (Befindet sich die Kurbel nicht am Ende der Welle, so ist es eine gekröpfte Welle — s. (632).)

Für die Berechnung des Kurbelzapfens vgl. unter „Zapfen“ (410).

Die Befestigung des Kurbelzapfens mit dem Kurbelkörper geschieht in der Regel in der Abb. 115 ersichtlichen

Weise mit Kegel und Keil; seltener wird an Stelle des letzteren eine Mutter, Schraube oder Vernietung gewählt. Zuweilen sind Kurbel und Kurbelzapfen aus einem Stück geschmiedet. In Abb. 116 hat der in das warme Auge eingesetzte Kegel eine von der gebräuchlichen Anord-

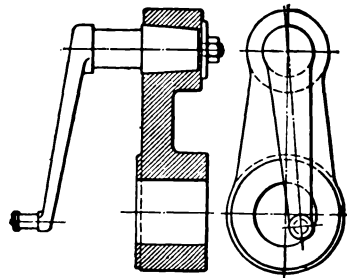


Abb. 114.

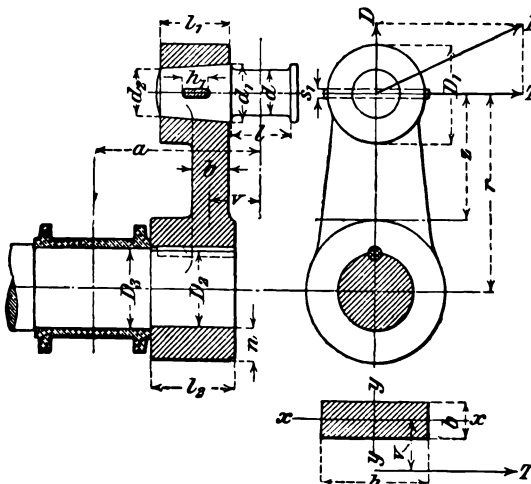


Abb. 115.

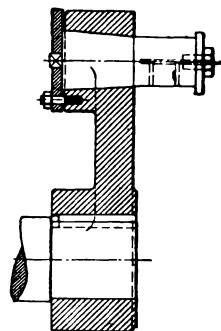


Abb. 116.

nung abweichende Lage; zur Sicherung dient eine am Kurbelkörper mittels Stiftschrauben befestigte Druckplatte.

Für normal belastete Kurbelzapfen kann unter Bezugnahme auf Abb. 115 gewählt werden

$$l_1 = 1,5 d \text{ bis } 1,75 d, \quad h_1 = 0,3 l_1 \text{ bis } 0,4 l_1, \quad s_1 = 0,2 d \text{ bis } 0,25 d,$$

$$\frac{d_1 - d_2}{2 l_1} = \frac{1}{25} \text{ bis } \frac{1}{15},$$

$D_1 = 2 d$ für geschmiedete Kurbeln, $D_1 = 2,5 d$ für gußeiserne Kurbeln.

Die Kurbelnabe wird für einen Schrumpf von etwa 0,001 bis 0,0005 bei gußeisernen und für einen solchen von etwa 0,005 bei geschmiedeten Kurbeln gebohrt, warm aufgezogen und mit einem oder zwei Keilen befestigt.

Durch Aufziehen mittels der Wasserdruckpresse auf das etwas kegelförmig abgedrehte Wellenende läßt sich ebenfalls eine betriebssichere Verbindung erzielen.

Man nimmt ferner D_2 einige mm $< D_3$, l_2 , je nach der Genauigkeit der Ausführung,

$$l_2 \geq D_2,$$

wenn die Kurbel warm oder mittels der Presse aufgezogen, und

$$l_2 \geq 1,25 D_2,$$

wenn sie kalt in der gewöhnlichen Weise wie Räder aufgekeilt wird. Hierbei ist zu beachten, daß die Biegungsbeanspruchung der Kurbelwelle um so größer ausfällt, je länger die Nabe gewählt wird; der Hebelarm a von Kurbelzapfenmitte bis Lagermitte soll deshalb möglichst klein sein.

Die Nabenstärke einer geschmiedeten Kurbel kann im Mittel $n = 0,4 D_2 + 1$ cm betragen; gußeiserne Kurbeln erhalten eine um 30% bis 50% größere Nabenstärke.

Für die Berechnung des Kurbelarmes sei z der Abstand der Kurbelzapfenachse von dem Armquerschnitt $b h$, wobei b die axiale, h die tangentielle Abmessung des Armes bedeutet.

Durch Zerlegung des zunächst beliebig gerichteten Zapfendruckes P in die Normalkraft D und die Schubkraft T ergeben sich

von der Normalkraft D herrührend:

die Normalkraft D und das biegende Moment $M_2 = Dv$ mit xx als Biegungsachse;

von der Schubkraft T herrührend:

die Schubkraft T , das biegende Moment $M_1 = Tz$ mit yy als Biegungsachse und das drehende Moment $M_d = Tv$.

Vernachlässigt man die Normalkraft D und die Schubkraft T , so verbleiben die biegenden Momente M_1 und M_2 , ferner das drehende Moment M_d . Die ersteren sind mit dem letzteren zu den ideellen biegenden Momenten, vgl. (248),

$$M_1' = 0,33 M_1 + 0,65 \sqrt{M_1^2 + (3/2 \alpha_0 M_d)^2} = 1/6 b h^3 \sigma_b' \text{ bzw.}$$

$$M_2'' = 0,35 M_2 + 0,65 \sqrt{M_2^2 + (3/2 \alpha_0 M_d)^2} = 1/6 b^3 h \sigma_b''$$

zusammensetzen — $\alpha_0 = \frac{k_b}{1,3 k_d}$ — und es sind aus diesen Gleichungen die größten Beanspruchungen des Querschnittes $b h$ der zunächst nach freiem Er-messen aufgezeichneten Kurbel zu ermitteln.

Dann muß sein

$$\sigma_b' + \sigma_b'' = \frac{M_i'}{\frac{1}{6} b h^3} + \frac{M_i''}{\frac{1}{6} b^2 h} \leq k_b,$$

wenn k_b die zulässige Biegungsbeanspruchung (für Flußstahl $k_b \sim 600 \text{ kg/cm}^2$).

Bei den gebräuchlichen Verhältnissen ist meistens die Beanspruchung in der Totstellung der Kurbel maßgebend, um so mehr, als die plötzliche Richtungsänderung der Kräfte in dieser Stellung die Wahl einer niedrigen zulässigen Beanspruchung erfordert. Hier ist das Biegemoment $M_b = P v$ und die Zug- bzw. Druckkraft $= P$, mithin

$$\frac{M_b}{\frac{1}{6} b^2 h} + \frac{P}{b h} \leq k_b \text{ oder } P \left(v + \frac{b}{6} \right) \leq \frac{b^2 h}{6} k_b,$$

woraus sich h nach Annahme von b berechnen läßt.

Der Durchmesser D_3 des Wellenzapfens ist für das durch den größten Zapfendruck P hervorgerufene Biegemoment $M_b = P a$ und das durch den größten Tangentialdruck T erzeugte Drehmoment $M_d = T r$ aus der Gleichung

$$M_i = 0,35 M_b + 0,65 \sqrt{M_b^2 + M_d^2} = 0,1 D_3^3 k_b$$

zu ermitteln.

An Stelle des einfachen Kurbelarmes finden zuweilen, z. B. bei kleineren schnelllaufenden Dampfmaschinen, aus Gußeisen oder Stahlguß hergestellte Kurbelscheiben Verwendung. Dieselben ermöglichen die Anbringung von Gegengewichten, durch welche die nachteiligen Wirkungen der hin und her gehenden Triebwerkmassen auf das Maschinenfundament beseitigt oder wenigstens verringert werden.

Abb. 117 zeigt eine solche aus Stahlguß gefertigte Kurbelscheibe mit eingepreßtem und vernietetem Zapfen sowie die zur Schmierung des

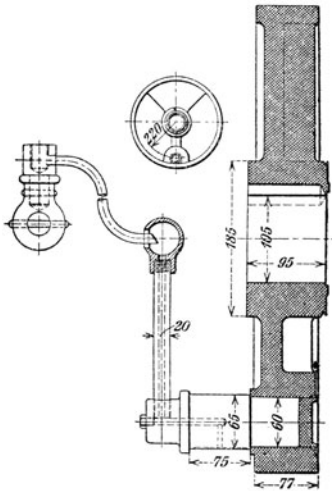


Abb. 117.

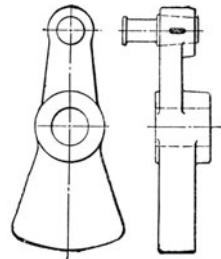


Abb. 118.

letzteren dienende Vorrichtung (Zentrifugalöler). Gegengewichte lassen sich auch an geschmiedeten Stirnkurbeln anbringen, Abb. 118. (Über die Größe der Gegengewichte s. (629).)

(631) Kurbelwelle. Einfache Wellen mit nur einer Stirnkurbel, Abb. 119, werden bei liegenden Einzylinder- oder bei Reihenverbundmaschinen angewendet.

Die Abmessungen des Kurbelzapfens und des Kurbelarmes sind nach (440) und (630) zu berechnen. Die Lagerentfernung und Lage des Schwungrades ergeben sich aus dem allgemeinen Entwurf; alsdann sind l_2 und l_1 zunächst schätzungsweise anzunehmen. Dann ist, wenn P der Kurbelzapfendruck in kg , r der Kurbelhalbmesser in cm , der Zapfendurchmesser d_1 zu ermitteln aus

$$0,35 M_b + 0,65 \sqrt{M_b^2 + M_d^2} = 0,1 d_1^3 k_b; \dots \dots \dots 31$$

hierin bedeuten

$$M_b = P(0,5l + l_2 + l_1) \text{ und } M_d = Pr.$$

Für Flußstahl kann $k_b = 500 \text{ kg/cm}^2$ angenommen werden.

Die Länge des Lagerzapfens muß nun rücksichtlich Erwärmung und Flächenpressung genauer ermittelt werden.

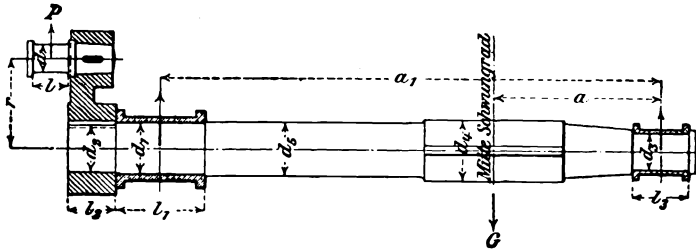


Abb. 119.

Der von der Kurbelzapfenkraft herrührende Druck im Kurbellager beträgt, wenn a_1 die Entfernung von Mitte bis Mitte Zapfen,

$$R_1' = P \frac{a_1 + 0,5l_1 + l_2 + 0,5l}{a_1};$$

derselbe läßt sich in eine wagerechte und in eine lotrechte Komponente $R_1' \cos \gamma_{\max}$ bzw. $R_1' \sin \gamma_{\max}$ zerlegen, sofern γ_{\max} den größten Winkel bedeutet, den die Schubstangenrichtung mit der Zylinderachse einschließt.

Der vom Schwungradgewicht G herrührende lotrechte Druck beträgt

$$R_1'' = G \frac{a}{a_1},$$

worin a die Entfernung von Mitte Lager bis Mitte Schwungrad bezeichnet. (Der Zug eines über das Schwungrad gelegten Riemens usw. ist unberücksichtigt geblieben.)

Bei rechtsumlaufenden Maschinen ist $R_1' \sin \gamma_{\max}$ von der Kraft R_1'' abzuziehen, bei links-umlaufenden dagegen zu derselben hinzuzufügen.

Es beträgt somit der resultierende Zapfendruck

$$R_1 = \sqrt{(R_1' \cos \gamma_{\max})^2 + (R_1'' \mp R_1' \sin \gamma_{\max})^2},$$

worin das obere Vorzeichen für rechtsumlaufende, das untere für links-umlaufende Maschinen gilt, und es folgt nach (440)

$$l_1 \geq \frac{R_1 n}{w},$$

worin n die minutliche Umlaufzahl der Welle, w eine Erfahrungszahl bedeutet.

Sofern der für l_1 aus vorstehender Gleichung erhaltene Wert dem ursprünglich angenommenen Werte l_1 nicht entspricht, müßte die Rechnung zur Bestimmung von d_1 — unter Einsetzung eines passenderen Wertes für l_1 — nochmals durchgeführt werden.

Die Flächenpressung im vorderen Lager beträgt

$$k = \frac{R_1}{l_1 d_1} \text{ kg/cm}^2,$$

wobei k nach (440) anzunehmen ist.

Neuerdings wird vielfach nicht mit dem Erfahrungswert w , sondern mit dem Produkt $k \cdot v$ gerechnet, wenn v die Geschwindigkeit am Zapfenumfang. Ist P_m der mittlere Zapfendruck auf den Kurbelzapfen, so ist für diesen die Zapfenreibungsarbeit $A_r = P_m \mu v$, ferner muß $P_m = l \cdot d \cdot k$ sein; setzt man noch $v = \pi d \cdot n : 60 \cdot 100$ (da d in cm), so folgt

$$l d k \mu v = P_m \mu \pi d n : 6000,$$

woraus

$$l = \frac{P_m \pi n}{6000 \cdot k v} \dots \dots \dots 32$$

ist, wobei $k v = 22 \div 25$ für Rotguß, $k v = 25 \div 28$ für Bronze- und $k v = 30$ für Weißmetallschalen. Bei den Lagerzapfen kommt noch der Reaktionsdruck G' vom Schwungradgewicht G hinzu

$$l = \frac{(P_m + G') \pi n}{600 k v} \dots \dots \dots 32a$$

wobei wegen der geringeren Luftkühlung gegenüber dem Kurbelzapfen $k v = 15$ für Weißmetall zu setzen ist.

Als dann muß die Zapfenlänge noch auf Flächenpressung beim Höchstdruck kontrolliert werden $l > P : k d$ (440).

Für den hinteren Zapfen findet sich der vom Schwungradgewicht herführende lotrechte Druck

$$R_3'' = G \frac{a_1 - a}{a_1}$$

und die vom Kurbelzapfen kommende Kraft

$$R_2' = P \frac{0,5 l + l_2 + 0,5 l_1}{a_1}$$

Für eine linksgehende Maschine ist der hier in Frage stehende Einfluß dieser Kraft verschwindend klein, da ihre lotrechte Komponente von R_3'' abgezogen ist; sie kann daher unberücksichtigt bleiben. Läuft aber die Maschine rechts um, so ist diese Komponente

$$R_2' \sin \gamma_{\max}$$

zum Druck R_3 hinzuzufügen.

Damit folgt der resultierende Zapfendruck

$$R_2 = \sqrt{(R_3'' + R_2' \sin \gamma_{\max})^2 + (R_2' \cos \gamma_{\max})^2}.$$

Die Zapfenlänge folgt, wie oben, aus

$$l_3 \geq \frac{R_2 n}{w}, \text{ somit der Durchmesser } d_3 \text{ aus}$$

$$R_2 0,5 l_2 = 0,1 d_3^3 k_b.$$

Die Flächenpressung im hinteren Lager beträgt

$$k = \frac{R_1}{l_3 d_3}.$$

Die Stärke d_4 der Welle an der Befestigungsstelle des Schwungrades ergibt sich mit

$$M_b = R_2 a \text{ und } M_d = P r$$

aus

$$0,35 M_b + 0,65 \sqrt{M_b^2 + M_d^2} = 0,1 d_4^3 k_b.$$

Mit Rücksicht auf die eingearbeiteten Keilnuten ist die Welle entsprechend zu verstärken!

(632) Gekröpfte Kurbelwelle. Einfach gekröpfte Kurbelwellen finden sich bei liegenden Einzylinder-Dampfmaschinen mit Gabelrahmen und bei allen stehenden Einzylindermaschinen.

Die in Abb. 120 dargestellte einfach gekröpfte Welle einer stehenden Dampfmaschine ist bei b und d gelagert; sie trägt bei g das gleichzeitig als Riemenscheibe wirkende Schwungrad vom Gewichte G , während bei c die lotrechte Komponente P der vom Dampfkolben kommenden Stangenkraft angreift. (Die von den Riemensträngen herrührende Seitenkraft soll ebenso wie die wagerechte Komponente der Stangenkraft vernachlässigt werden.)

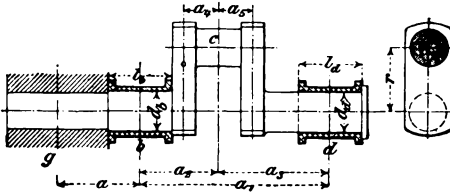


Abb. 120.

Für aufwärts gerichteten Kurbelzapfendruck, Abb. 121, wirkt bei b der Lagerdruck

$$G_1 = G \frac{a + a_1}{a_1}$$

lotrecht aufwärts und derjenige

$$P_1 = P \frac{a_2}{a_1}$$

lotrechts abwärts.

Hierzu folgt für den resultierenden lotrecht aufwärts gerichteten Lagerdruck

$$R_1' = G_1 - P_1 = G \frac{a + a_1}{a_1} - P \frac{a_2}{a_1} = \frac{G(a + a_1) - P a_2}{a_1}.$$

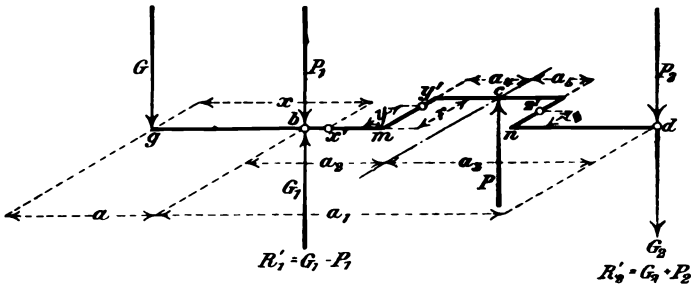


Abb. 121.

Bei d beträgt der resultierende, lotrecht abwärts gerichtete Lagerdruck

$$R_2' = G_2 + P_2 = G \frac{a}{a_1} + P \frac{a_2}{a_1} = \frac{G a + P a_2}{a_1}.$$

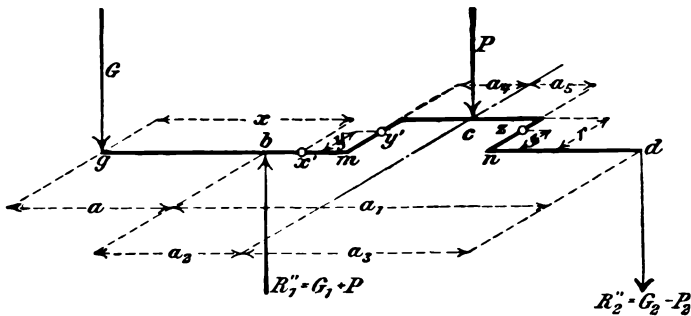


Abb. 122.

Für abwärts gerichteten Zapfendruck P , Abb. 122, ergibt sich in gleicher Weise

$$R_1'' = G_1 + P_1 = \frac{G(a + a_1) + P a_2}{a_1} \quad \text{und} \quad R_2'' = G_2 - P_2 = \frac{G a - P a_2}{a_1}.$$

Es sind nun die Berechnungen für die größten bzw. die kleinsten Lagerdrücke (R_1' , R_2' und R_1'' , R_2'') durchzuführen! Ergeben sich für andere Kurbelstellungen größere Beanspruchungen, so sind diese zu ermitteln.

Für den Querschnitt in b ist das biegende Moment $M_b = Ga$ und das drehende Moment $M_d = Pr$; hiermit folgt der Durchmesser d_b des Wellenzapfens aus

$$0,35 M_b + 0,65 \sqrt{M_b^2 + M_d^2} = 0,1 d_b^3 k_b$$

Die Länge l_b dieses Zapfens ergibt sich mit Rücksicht auf den zulässigen Flächendruck und die Reibungsarbeit nach (440) zu

$$l_b \geq \frac{R_1}{d_b k} \quad \text{bzw.} \quad l_b \geq \frac{R_1 n}{w},$$

worin R_1 den (größten) Lagerdruck in kg , n die minutliche Umlaufzahl der Welle, k den zulässigen Flächendruck in kg/cm^2 und w eine Erfahrungszahl [s. (440)] bedeuten.

Der Stirnzapfen d erhält solche Abmessungen, daß der Flächendruck k (in kg/cm^2) annähernd derselbe ist wie im vorderen Lager.

Durchmesser d_d und Länge l_d dieses Zapfens folgen aus

$$R_{2(\text{max})} = k l_d d_d.$$

Für einen beliebigen, zwischen b und m gelegenen Querschnitt x' der Welle ergeben sich die Momente

$$M_b = Gx - R_{1 \text{ min}}(x - a) \quad \text{und} \quad M_d = Pr.$$

Die zwischen n und d liegenden Querschnitte der Welle sind nur auf Biegung beansprucht Für den Kurbelzapfen gilt

$$M_b = R_{2(\text{max})} a_2 \quad \text{und} \quad M_d = R_{2(\text{max})} r.$$

Für den beliebigen Punkt y' des linksseitigen Kurbelarmes ist

$$M_b = R_{2(\text{max})} y + P(r - y) = (R_{2(\text{max})} - P) y + Pr$$

$$M_d = R_{2(\text{max})} (a_2 + a_4) - Pa_4.$$

Das Drehmoment M_b ist für alle Querschnitte des Kurbelarmes konstant; das biegende Moment erhält seinen Höchstwert $M_b = Pr$ für $y = 0$, d. h. für den Punkt m . Die größte Beanspruchung des Querschnittes bh des zunächst wieder nach freiem Ermessen aufgezichneten Kurbelarmes (b bedeutet die axiale, h die tangential Abmessung desselben) folgt mit den ermittelten Höchstwerten für M_b und M_d aus

$$0,35 M_b + 0,65 \sqrt{M_b^2 + \left(\frac{3}{2} \alpha_0 M_d\right)^2} = \frac{1}{6} b h^2 k_b, \quad \text{worin} \quad \alpha_0 = \frac{k_b}{1,3 k_d}$$

zu setzen ist

Für den beliebigen Punkt z' des rechtsseitigen Kurbelarmes findet sich

$$M_b = R_{2(\text{max})} z \quad \text{und} \quad M_d = R_{2(\text{max})} (a_2 - a_4).$$

Da M_d unveränderlich, ist die Beanspruchung am größten, wenn das biegende Moment seinen Höchstwert $M_b = R_{2(\text{max})} r$ (für $z = r$) erhält.

Für liegende Maschinen mit gekröpfter Welle kann die Länge des Kurbel- bzw. der Lagerzapfens wie oben bestimmt werden, wenn mit dem mittleren Kolbendruck P_m gerechnet wird (Gl. 32 bzw. 32a).

Mit den Bezeichnungen nach Abb. 123 ist Lagerdruck in der Totlage

in I: vom Schwungradgewicht: $G_1 = Gc: a$ und vom Kolbendruck: $P_1 = P a_2: a$,

in II: $G_2 = G(c+a): a$ und $P_2 = P a_1: a$.

Kurbelzapfen. Biegemomente

von G_1 : $M_{b1} = G_1 a_1 = Gc a_1: a$ und

von P_1 : $M_{b2} = P_1 a_1 = P a_2 a_1: a$

beide senkrecht zueinander, so daß das resultierende Biegemoment

$$M_{br} = \sqrt{M_{b1}^2 + M_{b2}^2},$$

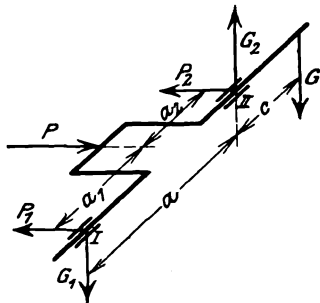


Abb. 123.

welches mit dem Drehmoment $M_d = G_1 \cdot r = G \cdot r : a$ das ideale Biegemoment

$$M_i = 0,35 M_{br} + 0,65 \sqrt{M_{br}^2 + M_d^2} = W \cdot k_b$$

ergibt, aus dem mit $W = 0,1 d^3$ der Zapfendurchmesser

$$d = \sqrt[3]{10 M_i : k_b}$$

ist. Zur Kontrolle des Flächendruckes muß nun $l \geq P : kd$ sein.

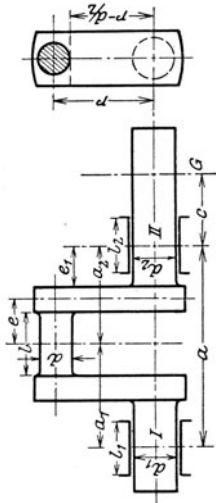


Abb. 124.

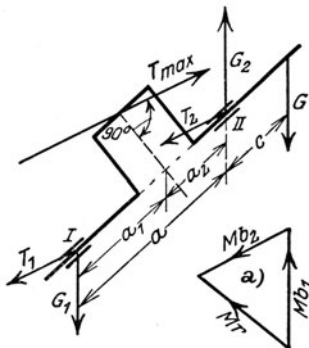


Abb. 125.

Kurbelarm. Biegemomente im rechten Arm, Abb. 124,

durch G_2 und G : $M_{b_1} = G_2 (r - d/2) - G (r - d/2) = G e (r - d/2) : a$

durch P_2 : $M_{b_2} = P_2 \cdot e = P a_1 e : a$.

Diese Momente sind je mit dem Drehmoment $M_d = G c (a - e) : a$ zu ideellen Biegemom-

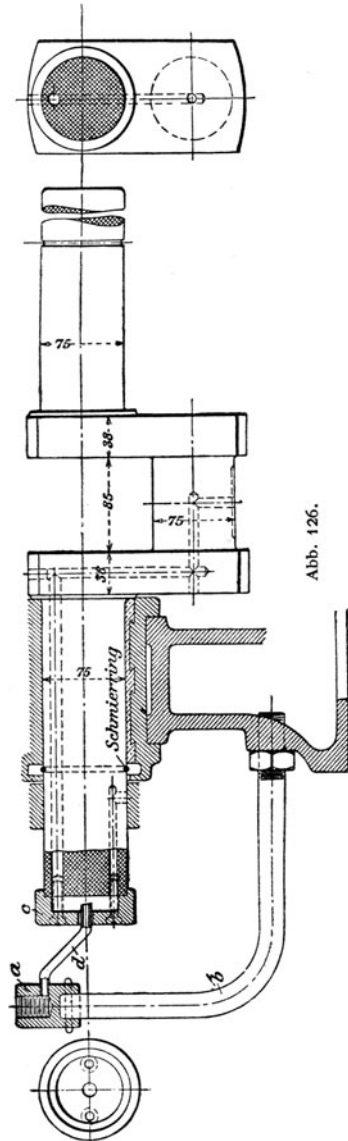


Abb. 126.

momenten zu vereinigen und die Summe der beiden daraus ermittelten Beanspruchungen muß dann kleiner sein, als die zulässige Beanspruchung.

Lagerzapfen II. Im gefährlichen Querschnitt (am Kurbelarm) ist das Biegemoment von G bzw. G_2 herrührend, Abb. 124,

$$M_{b1} = G(c + e_1) - G_2 e_1 = Gc(a - e_1) : a.$$

In der Kurbelstellung des größten Drehmomentes, Abb. 125, ($\alpha + \gamma = 90^\circ$, $T_{\max} = P\sqrt{1 + (r/l)^2}$) ist das Biegemoment $M_{b2} = T_{\max} a_1 e_1 : a$.

Beide Momente ergeben ein resultierendes Biegemoment M_r , Abb. 125 a, das zusammen mit dem Drehmoment $M_d = T_{\max} \cdot r$ ein ideales Biegemoment ergibt

$$M_i = 0,35 M_r + 0,65 \sqrt{M_r^2 + M_d^2} = W \cdot k_b,$$

aus welchem der Zapfendurchmesser d_2 zu bestimmen ist

$$d_2^3 = \sqrt[3]{10 M_i : k_b} \quad (k_b = 600 \text{ kg/cm}^2).$$

Der Lagerzapfen I ist entsprechend zu berechnen, wird aber meist gleich dem Zapfen II ausgeführt.

Abb. 126 zeigt die die zu einer Gabelmaschine 160/200 gehörige gekröpfte Kurbelwelle mit der zur Schmierung des Kurbelzapfens usw. getroffenen Einrichtung. Letztere besteht aus einer am Maschinenrahmen befestigten Stütze b mit Aufsatz a für Tropföler; aus diesem fließt das Öl durch Röhrchen d in den Hohlraum einer mit der Kurbelwelle verschraubten Kappe c und durch Bohrungen der ersteren nach den Verwendungsstellen.

Exzenter und deren Stangen.

(633) Das Exzenter, Abb. 127, bildet durch eine exzentrisch auf der Welle sitzende Scheibe einen Zapfen — die Exzenterischeibe — mit darübergreifendem Bügel.

Der Durchmesser d der Exzenterischeibe ist bestimmt durch

$$d = 2(\varrho + 0,5D + s + x) = 2\varrho + D + 2s + 2x,$$

worin bedeutet

- ϱ die Exzentrizität in cm,
- D den Durchmesser der Welle in cm,
- s die kleinste Nabenstärke des Exzenterers in cm,
- x die Stärke des äußeren Randes in cm.

Die Größe l (in cm), d. h. die Länge des Zapfens, an dessen Stelle das Exzenter getreten ist, muß bei mittleren Verhältnissen der Beziehung

$$l \geq \frac{P_m n}{w} \quad \text{oder} \quad l \geq \frac{P_m n}{6000 k v}$$

genügen. Darin bedeutet

- P_m den in der Mittelebene des Exzenterers wirkenden mittleren Druck in kg,
- n die minutliche Umlaufzahl des Exzenterers,
- w bzw. $k v$ eine Erfahrungszahl, für welche gesetzt werden kann

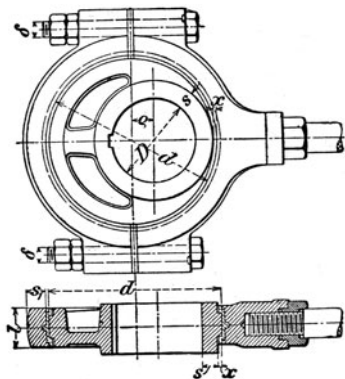


Abb. 127.

$w = 10000$ bzw. $kv = 5,5$ für Flußeisen oder Stahl (Bügelmaterial)
auf Gußeisen (Exzentermaterial),
 $w = 20000$ bzw. $kv = 11$ für Weißmetall (Futter der Exzenterbügel)
auf Gußeisen,

entsprechend zulässigen Werten der (spezifischen) Reibungsarbeit A_z in mkg/sek
auf 1 cm^2 Zapfenprojektion von 0,33 bzw. 0,66 und einer Reibungszahl $\mu \sim \frac{1}{20}$.

Sind die Exzenter starkem Luftzuge ausgesetzt, wie z. B. bei Lokomotiven,
so kann w bzw. kv höher gewählt werden.

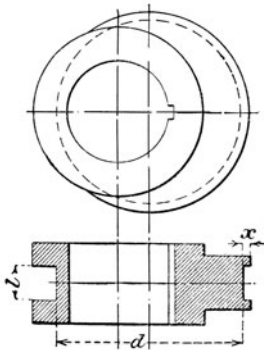


Abb. 128.

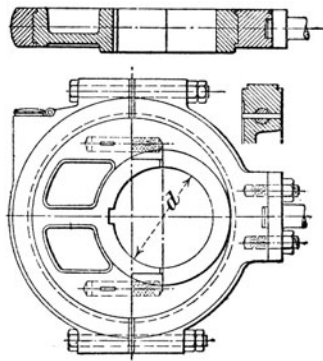


Abb. 129.

Der Gestängedruck P_m
kann bei Schiebern $P_m =$
 $= 0,2 p F$ kg gesetzt werden,
wenn p der Dampfüber-
druck und F die Schieber-
fläche; bei Ventilen muß P_m
aus den Ventilkraften er-
mittelt werden (s. (613)).

Damit der Durchmesser
 d des Exzenters möglichst
klein ausfällt, wird dasselbe
mit seitlichen Naben ver-
sehen, Abb. 128, zuweilen
auch mit der Welle aus einem
Stück geschmiedet.

Exzenter scheiben auf
gekröpften Wellen (bei Zwei-
zylindermaschinen, oder
wenn die Welle an der
Stelle, wo das Exzenter
sitzt, schwächer ist) macht
man zweiteilig (s. z. B.
Abb. 129). Zur Verbindung
beider Hälften dienen Kopf-
schrauben mit Stiftsiche-
rung, Abb. 131, oder Schrau-
benbolzen mit Querkeilen,

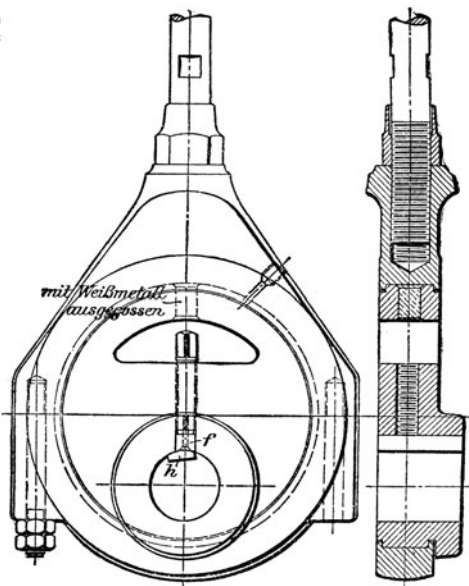


Abb. 130.

Abb. 129; an Stelle der letzteren finden zuweilen auch Schraubenmuttern Verwendung.

Nutenkeile für die Befestigung der Exzenter auf ihren Wellen erhalten eine

$$\text{Breite } b = 0,5l, \quad \text{Höhe } h = 0,25l.$$

Um Exzenter innerhalb gewisser Grenzen verstellen zu können, wird eine gezahnte Feder f , Abb. 130, verwendet, die mittels Stellschraube gegen ein in die Welle eingelassenes Zahnsegment h gepreßt und bei einer beabsichtigten Verdrehung durch die Schraube gehoben wird.

Die aus Flußeisen (Stahl) oder Gußeisen gefertigten Exzenterbügel (Exzenteringe) sind zumeist als offene geteilte Köpfe mit Flanschen für die durchgehenden Verbindungsschrauben ausgeführt.

Zur Verringerung der Reibungsverluste und Verhütung des Heißlaufens erhalten flußeiserne Bügel ein Lagerfutter aus Rotguß oder aus Weißmetall; auch gußeiserne Bügel werden, sofern Pn groß ausfällt, mit einem Weißmetallfutter versehen.

Die Verbindung der Exzenterbügel mit den Exzenterstangen erfolgt durch Flanschen und Schrauben, Abb. 129, oder durch eine Hülse mit Querkeil, Abb. 131; auch werden runde Exzenterstangen mit einem Gewinde versehen und in die Bügelhülse oder in eine Rotgußbüchse derselben eingeschraubt, außerdem durch eine vorliegende Schraubenmutter gegen Drehung gesichert, Abb. 127 u. 130.

Für die Berechnung der Bügelstärke s_1 kann unter Bezugnahme auf Abb. 127 (S. 617) gesetzt werden

$$0,5P(0,5d - 0,25D) = \frac{ls_1^2}{6} k_b,$$

wenn P die mittlere Stangekraft und k_b die Biegungsbeanspruchung des Bügelmaterials (für Flußeisen $k_b = 300$, für Gußeisen $k_b = 150 \text{ kg/cm}^2$) bedeutet.

Der äußere Durchmesser δ der Bügelschrauben ergibt sich aus

$$0,5P = 600\delta^2 \text{ bis } 800\delta^2$$

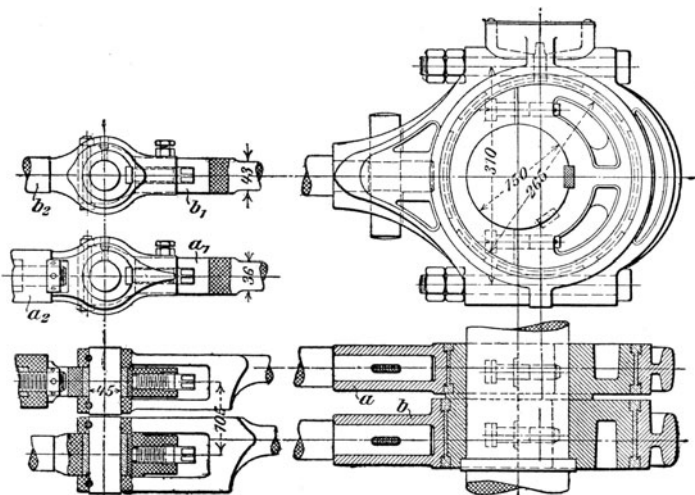


Abb. 131.

Die Exzenterstangen haben entweder rechteckigen oder runden Querschnitt, dessen Abmessungen in der Mitte, wie bei den Schubstangen, mit $\odot=40$ zu berechnen sind; es muß die größte durch Eigengewicht und Stangenkraft erzeugte Druckspannung bei Schweiß- oder Flußeisen $< 300 \text{ kg/cm}^2$ sein.

Der Einfluß der Durchbiegung der Stange ist dabei erforderlichenfalls zu berücksichtigen. Die runden Exzenterstangen erhalten gewöhnlich einen Durchmesser $= d_1$, d. h. gleich demjenigen der zugehörigen Schieberstange (s. d.) am schwächeren und einen solchen von $1,2 d_1$ am stärkeren Ende.

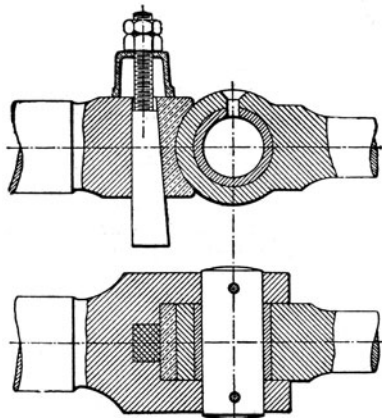


Abb. 132.

Abb. 131 zeigt die beiden Exzenter mit zugehörigen Stangen einer Doppelschiebersteuerung¹⁾.

In den Hülßen des Expansions- und des Verteilungsexzenters a bzw. b sind die zugehörigen Stangen a_1 und b_1 mittels Querkeiles befestigt. Die gegabelten Enden der Exzenterstangen tragen mittels eingelassener Schraubenbolzen befestigte Zapfen, die in nachstellbaren Lagern der Schieberstangenführungen a_2 bzw. b_2 schwingen.

Häufig werden zur Vermeidung toten Ganges der Gelenkverbindungen zwischen Exzenter- und Schieberstange die hier auftretenden Druckkräfte nicht durch die Gelenkzapfen, sondern in der Abb. 132 ersichtlichen Weise durch die Gelenkköpfe übertragen.

Schubstangen.

(634) **Schaft der Schubstangen.** Es bezeichnet

P die größte Stangenkraft in kg,

l die Länge der Stange von Mitte bis Mitte Zapfen in cm,

J das kleinste Trägheitsmoment des Stangenquerschnitts in der Mitte in cm^4 , f die Größe des letzteren in cm^2 , d_m den mittleren Durchmesser der Stange in cm,

E das Elastizitätsmaß des Stangenmaterials in kg/cm^2 ,

\odot den Sicherheitsgrad gegen Knicken,

r den Kurbelhalbmesser in cm, $n = \frac{30 \omega}{\pi}$ die minutliche Umlaufzahl,

γ das Gewicht der Stange in kg/cm^3 ($\gamma = 0,008$),

$v = r \omega$ die Geschwindigkeit des Kurbelzapfens in cm/sek.

Schubstangen werden entweder blank aus Flußstahl (kleine auch aus Flußeisen) oder roh in Stahlformguß hergestellt. Der Querschnitt ist rund, vielfach auch seitlich abgeflacht, rechteckig oder I-förmig.

Der Schaft wird vorzugsweise auf Zug bzw. auf Druck oder Knickung durch die Stangenkraft, ferner durch das Eigengewicht, durch die aus der Zapfenreibung sich ergebenden Momente und durch das Trägheitsvermögen der Stange auf Biegung beansprucht.

¹⁾ Zu einer liegenden Dampfmaschine 300/600 von Gebr. Sulzer, Winterthur, gehörig.

1. Stangen für kleine und mittlere Geschwindigkeiten.

Der Schaft kann lediglich auf Knickung bestimmt werden aus der Beziehung nach (239)

$$P = \frac{\pi^2 EJ}{\mathcal{C} l^3} \dots \dots \dots 33$$

Bei normalen Schubstangen der Dampfmaschinen mit mittleren Kolbengeschwindigkeiten von etwa 1,5 bis 2 m/sek kann für kreisförmigen Querschnitt (d_m = Durchmesser in der Mitte, demnach $J = 0,05 d_m^4$) $\mathcal{C} = 25$ gesetzt werden.

Damit ergibt sich, sofern noch $E = 2000000 \text{ kg/cm}^2$, aus Gl. 33

$$P \sim 40000 \frac{d_m^4}{l^3}$$

Nach dem Kurbelzapfen hin nimmt der Stangendurchmesser bis $0,8 d_m$, nach dem Kreuzkopfpapfen bzw. Kolbenbolzen hin bis $0,7 d_m$ ab. Bei großem Durchmesser des Kurbelzapfens (z. B. bei gekröpften Wellen) läßt man jedoch den Querschnitt nach dem Kurbelzapfen hin wachsen (im Verhältnis bis 1 : 1,3), oder man hilft sich durch Abflachung.

Bei sehr langsam gehenden Maschinen empfiehlt sich, \mathcal{C} bis 33 zu wählen; bei stoßweisem Wechsel der Richtung von P , z. B. bei Pumpen, soll \mathcal{C} etwa 40 bis 60 betragen.

Ist der Querschnitt der Stange kreisringförmig (äußerer Durchmesser D cm und innerer Durchmesser d cm), so ist $J = 0,05 (D^4 - d^4)$ in Gl. 33 einzusetzen.

Für Stangen mit rechteckigem Querschnitte (Breite b cm und Höhe $h = 1,75b$ bis $2b$ cm in der Mitte) ist

$$P = \frac{\pi^2 E b^3 h}{\mathcal{C} 12 l^3}$$

Die Höhe der Stangen an den Köpfen kann $1,2h$ bzw. $0,8h$ gewählt werden; die Breite b bleibt konstant.

2. Stangen für große Geschwindigkeiten.

Dieselben werden mit Rücksicht auf die abwechselnde Beschleunigung und Verzögerung der hin und her gehenden Massen möglichst leicht hergestellt. Der Umstand, daß bei raschem Wechsel von Zug und Druck sich Formänderungen nicht ausbilden können, unterstützt diese Bestrebungen um so mehr, je schneller der Gang ist.

Der mittlere Stangenquerschnitt wird mit Rücksicht auf die durch P sowie durch die Trägheitskräfte hervorgerufenen Normalspannungen gewählt.

Die durch P in dem Querschnitt f der Stange hervorgerufene Normalspannung ist

$$\sigma_1 = \frac{P}{f} \text{ kg/cm}^2, \dots 34$$

die vom Trägheitsvermögen herrührende Beanspruchung — unter Annahme einer prismatischen Schubstange — nahezu die eines Trägers auf zwei Stützen von der Länge l , der eine Dreieckbelastung, Abb. 133, trägt. Die Last im Kreuz-

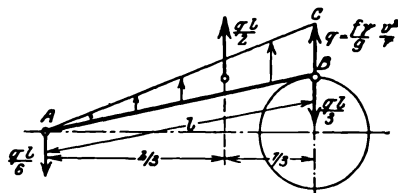


Abb. 133.

kopf ist = 0, diejenige im Kurbelzapfen für 1 cm Stangenlänge

$$q = \frac{f \gamma v^2}{g r} \quad (g = 981 \text{ cm/sek}^2),$$

gleich der Fliehkraft im Kurbelkreis.

Die ganze Belastung ist daher gleich der halben Fliehkraft der im Kurbelzapfen vereinigt gedachten Stangenmasse¹⁾, also $\frac{1}{2} q l$; die resultierende Kraft greift im Abstände $\frac{1}{3} l$ vom Kurbelzapfen an. Der Druck auf den Kurbelzapfen beträgt $\frac{1}{3} q l$, auf den Kreuzkopf $\frac{1}{6} q l$.

Das maximale Biegemoment ist dann

$$M_b = \frac{1}{2} q l \cdot \frac{l}{8} = q \frac{l^2}{16} = \frac{f \gamma v^2 l^2}{g r 16} \sim \left(\frac{n}{300}\right)^2 r f \gamma \frac{l^2}{16}$$

und die durch die Trägheitskräfte hervorgerufene größte Normalspannung

$$\sigma_2 = \frac{M_b}{W} = \left(\frac{n}{1200}\right)^2 \gamma r \frac{f l^2}{W} \text{ kg/cm}^2, \dots \dots \dots 35$$

wenn W (in cm^3) das Widerstandsmoment für den Querschnitt f bedeutet.

Die gesamte Beanspruchung auf Zug (Druck) und Biegung darf die zulässige Beanspruchung k_b nicht überschreiten, d. h. es muß

$$k_b \geq \sigma_1 + \sigma_2 = \frac{P}{f} + \left(\frac{n}{1200}\right)^2 \gamma r \frac{f l^2}{W}$$

sein, worin bei gewöhnlichem Schweiß- oder Flußeisen $k_b = 300$, bei vorzüglichem Schweiß- oder Flußeisen $k_b = 400$, bei gutem Flußstahl $k_b = 500 \text{ kg/cm}^2$ gesetzt werden kann.

Für kreisförmigen Querschnitt der Stange gilt

$$k_b \geq \frac{P}{f} + \frac{1}{18} \left(\frac{n}{1000}\right)^2 r \frac{f l^2}{d_m^3} \text{ kg/cm}^2.$$

Dabei wird bei hohen Umlaufzahlen der Sicherheitsgrad \mathcal{S} unter Umständen höher ausfallen als bei Stangen für kleine und mittlere Geschwindigkeiten. Vielfach wird der runde Querschnitt seitlich abgeflacht, wobei die Breite $b = 0,5 d$ bis $0,57 d$ gemacht wird.

Bei rechteckigem Querschnitt ist $h = 1,5$ bis $1,75 b$.

Bei veränderlichem Querschnitt f ist die Belastung in den Querschnitten verschieden (vgl. Frey, Schubstangen, Einzelkonstruktionen aus dem Maschinenbau VI, Julius Springer, Berlin 1913).

Beispiel: Für die Schubstange einer schnellaufenden Tandemmaschine 450 bzw. 780/800 ($n = 150$ Uml/min sei $P = 30000 \text{ kg}$; es folgt mit $l = 200$ und $d_m = 14,5 \text{ cm}$

$$k_b \sim 190 + 108 = 298 \text{ kg/cm}^2,$$

welcher Wert für gewöhnliches Schweiß- oder Flußeisen noch genügt.

Der Sicherheitsgrad ergibt sich zu

$$\mathcal{S} = \frac{\pi^2 \cdot 2000000 \cdot 14,5^4}{20 \cdot 30000 \cdot 200 \cdot 200} \sim 36,8.$$

Die unmittelbar wirkenden Zug- bzw. Druckkräfte sowie die infolge der hohen Umlaufzahl bzw. der großen Kolbengeschwindigkeit von 4 m sek auftretenden Biegekräfte sind für die Abmessungen dieser Stange maßgebend gewesen!

Unter Umständen können Stangen für große Geschwindigkeiten auch ausschließlich auf Knickung (Gl. 33) berechnet werden, jedoch wählt man $\mathcal{S} = \frac{20}{3}$

¹⁾ Vgl. Autenrieth: Z. 1895, S. 716; Land: Desgl 1896, S. 904

bis $\frac{10}{3}$, d. h. um so kleiner, je schneller die Maschine läuft. Beispiele solcher Stangen sind die Lokomotivschubstangen.

(635) Köpfe der Schubstangen. Man unterscheidet offene und geschlossene Schubstangenköpfe. Die von ihnen umschlossenen Lagerschalen sind mit Nachstellvorrichtungen zu versehen, derart, daß die Stangenlänge von Mitte zu Mitte Zapfen möglichst unverändert bleibt.

Für die Abmessungen der Köpfe sind Festigkeitsrücksichten maßgebend, plötzliche Querschnitts- und Formänderungen sind zu vermeiden.

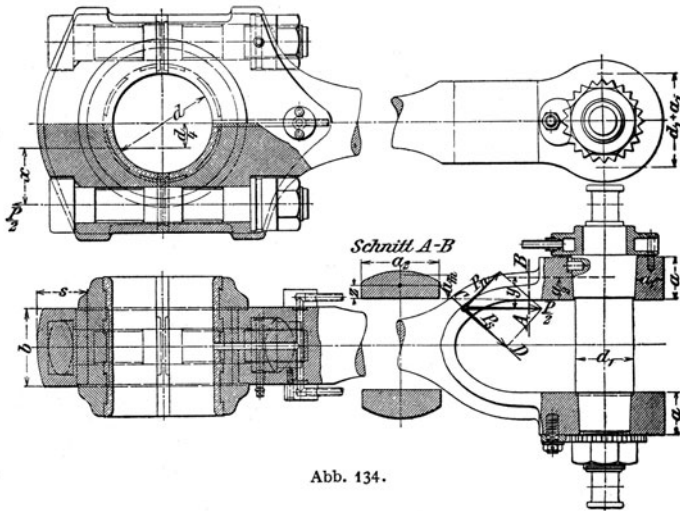


Abb. 134.

Für die Deckelstärke s , Abb. 134, gilt mit $k_b = 600 \text{ kg/cm}^2$ (für Schweiß-eisen)

$$0,5 P x = \frac{b \delta^2}{6} k_b.$$

Der gegabelte Stangenkopf wird, nachdem die Schaftstärke a_m ermittelt worden ist, nach freiem Ermessen aufgezeichnet, d. h. es werden Breiten und Stärken angenommen und diese alsdann auf ihre Zulässigkeit geprüft.

Die Beanspruchung im Querschnitte AB erfolgt durch die abwechselnd als Zug und Druck auftretende Kraft $0,5 P$ und durch das Biegemoment $0,5 P (0,5 a - z)$, worin z den Schwerpunktsabstand des Querschnittes bedeutet; zur Vereinfachung der Rechnung kann derselbe durch ein Rechteck ersetzt werden.

Es findet sich dann die von der Kraft $0,5 P$ herrührende Normalspannung, wenn a_m die mittlere Höhe des rechteckigen Querschnittes bedeutet,

$$\sigma_1 = \frac{0,5 P}{a_2 a_m}$$

und die von dem Biegemomente herrührende größte Spannung

$$\sigma_2 = \frac{0,5 P (0,5 a - 0,5 a_m)}{\frac{a_2 a_m^2}{6}},$$

also die größte Gesamtspannung $\sigma = \sigma_1 + \sigma_2$; dieselbe kann für Schweiß-eisen, mit Rücksicht auf den Wechsel der Spannungsrichtung, $\sigma \leq 300 \text{ kg/cm}^2$ gewählt werden.

Der Querschnitt CD wird durch die zu vernachlässigende Schubkraft P_s , die Normalkraft P_n und das Biegemoment $0,5 P y$ beansprucht.

Die in gleicher Weise wie vordem ermittelte größte Gesamtspannung σ soll auch hier 300 kg/cm^2 nicht überschreiten.

Die geringste Wandstärke a_1 folgt aus

$$0,5 P \frac{d_1 + a_1}{8} = \frac{\alpha a_1^3}{6} k_s,$$

worin $k_s = 600 \text{ kg/cm}^2$ gesetzt werden kann.

Durchmesser und Länge der Zapfen sind unter Zugrundelegung der Stangenkraft P zu berechnen (s. (440)).

Die Schraubenbolzen sind aus bestem zähen Material (Mannesmann-Verbundstahl) hergestellt; sie sind bei doppelwirkenden Maschinen mit je $\frac{1}{2} P$

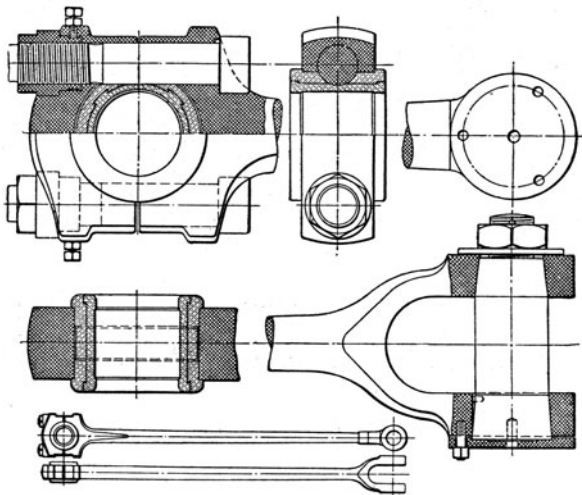


Abb. 135.

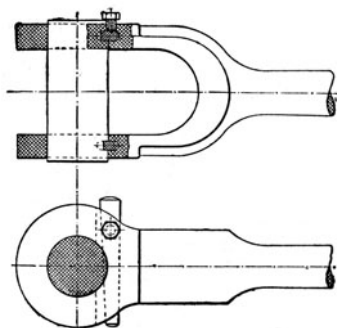


Abb. 136.

und durch die Vorspannung auf Zug beansprucht, bei einfachwirkenden durch die Trägheitskräfte (S. 606, Gl. 29). k_s bis 600 kg/cm^2 . Schaft mit schlanker Hohlkehle auf Kerndurchmesser abgesetzt, Abb. 134, oder besser glatt ohne Absätze, Abb. 135, und innen vom Kopf bis an das Gewinde ausbohren, damit Querschnitt \leq Kernquerschnitt. Kopf mit guter Hohlkehle. Sicherung gegen Drehen durch Schraubchen im Kopf, um Schaft nicht zu schwächen.

Abb. 134 zeigt die Schubstange einer stehenden Dampfmaschine mit offenem Kurbelzapfenkopf (sog. Marine-

kopf). Befestigung des Lagerdeckels und Nachstellung der mit Weißmetall gefütterten gußeisernen Schalen durch Schraubenbolzen mit Pennsichererung. Schraubenmuttern sitzen behufs leichter Zugänglichkeit am inneren Ende des Stangenkopfes.

Der noch mit Außenzapfen für die angreifenden Schwinghebel einer Luftpumpe versehene Kreuzkopfpapfen ist mit seinen dem gleichen Kegelmantel angehörigen Enden in das gegabelte Stangenende sauber eingeschliffen und durch eine Mutter mit gezählter Scheibe, in die ein Legschlüssel eingreift, befestigt.

Eine andere Zapfenbefestigung zeigt Abb. 135.

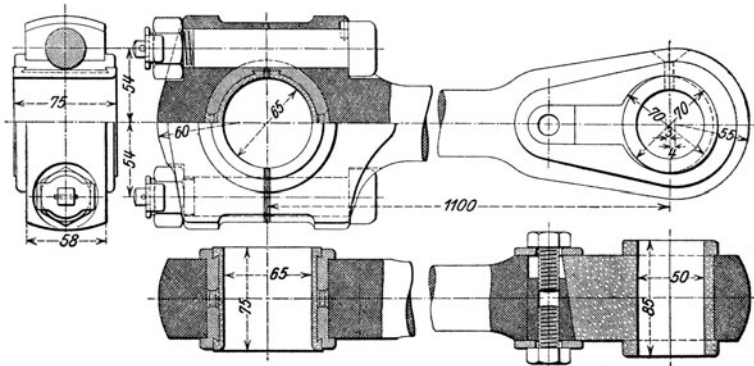


Abb. 137.

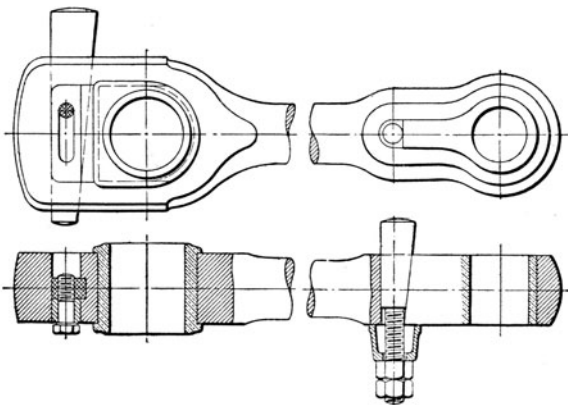


Abb. 138.

Zylindrische Kreuzkopfpapfen werden nach Abb. 136 mittels schmaler Flachkeile, zu deren Sicherung Kopfschrauben dienen — zuweilen auch durch Stifte — in dem gegabelten Kreuzkopfende gehalten.

Bei der Schubstange für gabelförmigen Kreuzkopf, Abb. 137, erfolgt das Nachziehen der Rotgußschalen des Kreuzkopfpapfens durch einen mittels Kopfschrauben stellbaren Querkeil.

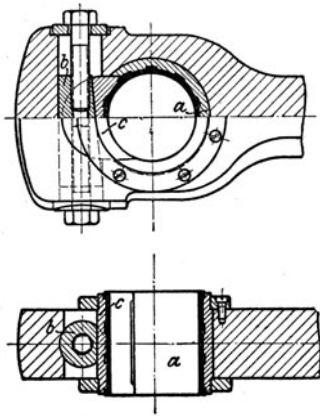


Abb. 139.

Die in Abb. 138 dargestellte Schubstange für liegende Dampfmaschinen hat beiderseits geschlossene Köpfe.

Eine zweckmäßige Form hat der geschlossene Kurbelzapfenkopf nach Abb. 139. Lagerschale a und Keil b sind Rundkörper; letzterer wird zylindrisch gedreht, die Keilfläche angehobelt. Der Lagersitz wird durch Bohren oder Fräsen hergestellt. Neben diesen Vorzügen in der Bearbeitung hat der Kopf noch den Vorteil, daß zufolge des besonders kräftig ausgebildeten, von der vorderen Lagerschale umfaßten Druckstückes c ein Zusammenfedern der Lagerschale verhindert wird.

Kreuzköpfe.

(636) Der bei einfachen Kurbeltrieben zur Geradföhrung der Kolbenstange dienende, aus Gußeisen, Stahlguß oder Flußeisen hergestellte Kreuzkopf ist entweder lagerartig (s. z. B. Abb. 140) oder gabelförmig (s. z. B. Abb. 145) ausgebildet; er trägt einerseits die mit ihm verbundene Kolbenstange, anderseits einen Zapfen, dessen zumeist kegelförmige und dann dem gleichen Kegelmantel angehörige Enden in dem Kreuzkopfe bzw. in das gegabelte Schubstangenende eingeschliffen sind. Im letzteren Falle ist die für den zapfennerforderliche Nachstellvorrichtung in den Kreuzkopfkörper zu verlegen (s. z. B. Abb. 140).

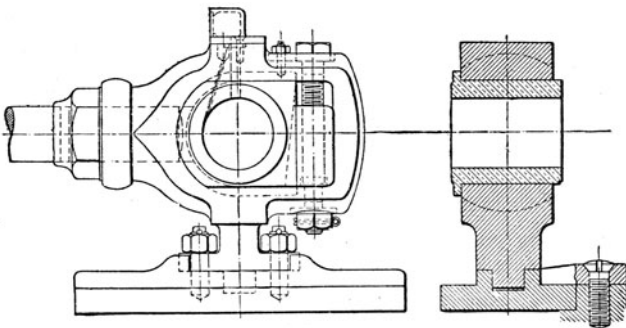


Abb. 140.

Verbindung mit der Kolbenstange durch Konus und Keil (z. B. Abb. 142), seltener durch Gewinde mit Gegenmutter, Abb. 140, oder mit Klemmsicherung, Abb. 141.

Der Zapfen wird gegen Drehen meist durch Federkeil gesichert (z. B. Abb. 144 bis 146).

Schmierung des Zapfens vom oberen Gleitschuh aus (z. B. Abb. 142) oder durch Bohrungen im Zapfen mittels Tropföler und Abstreichelch. Die Flächen der Gleitbahnen zur Geradföhrung des Kreuzkopfes selbst sind zu-

meist zylindrisch, mitunter auch, z. B. bei stehenden Dampfmaschinen, eben. Zu beachten ist, daß der auf die Gleitbahnen wirkende Normaldruck N (vgl. 628) bei Rechtsdrehung einer liegenden Dampfmaschine stets nach abwärts, bei Linksdrehung derselben stets nach aufwärts gerichtet ist; wirkt dagegen die Schubstange treibend auf den Kreuzkopf, wie es z. B. bei der Kompression der Fall ist, so ändert sich die Richtung des Normaldruckes. Für eine bestimmte Dreh- und Kraft- richtung einer Maschine wird sonach der Normaldruck N stets nur auf einer Gleitbahn zur Wirkung kommen.

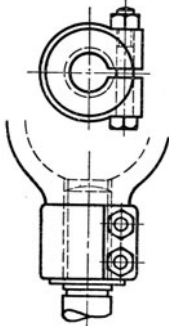


Abb. 141.

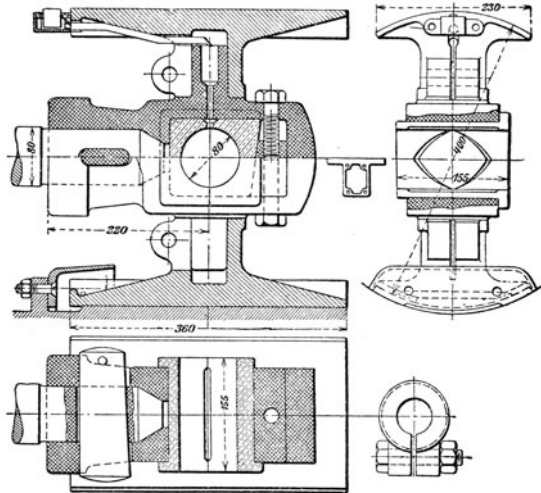


Abb. 142.

Zur Vermeidung von Stößen in den Gleitflächen des Kreuzkopfes empfiehlt sich — wenn möglich — nur rechtsgehende Maschinen anzuordnen, da bei diesen der von N und dem Gewichte des Kreuzkopfes nebst Zubehör herrührende Bahndruck stets nach abwärts gerichtet ist. Die Erhaltung einer hinreichenden Ölschicht zwischen Kreuzkopf und Gleitbahn erscheint überdies nur bei der letzteren Anordnung gesichert.

Die Abmessungen der Gleitschuhe sind unter Annahme einer Flächenpressung von 2 bis 3 kg/cm^2 für Gußeisen und höchstens 4 kg/cm^2 für Weißmetall zu berechnen, wobei die Breite $B \approx 0,6D$, mit D als Gleitbahndurchmesser, ausgenommen werden kann.

Nachstellung der Gleitschuhe meist durch Zwischenlegen von Platten zwischen Schuh und Kreuzkopfkörper.

Schmierung der Gleitbahnen oben durch Tropföler, unten durch Eintauchen in den Ölfang der über die Bahn streifenden, am Schuhende befestigten Messingbleche, durch Überschwemmen der Bahn aus den seitlichen Ölfängen oder durch Überspritzen des durch den Schuh in den Ölfang ver-

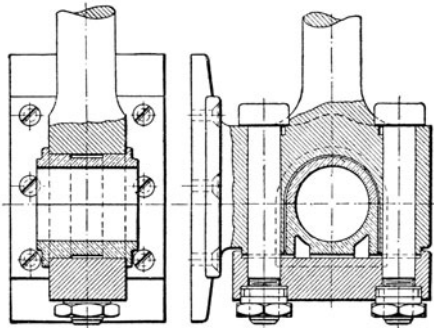


Abb. 143.

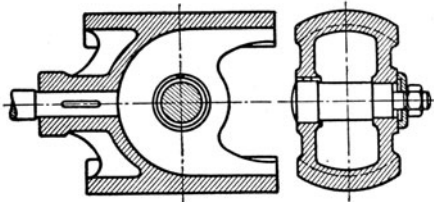


Abb. 144.

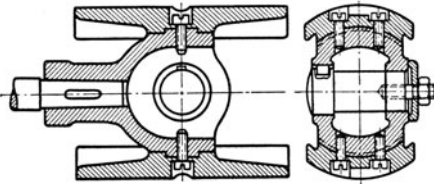


Abb. 145.

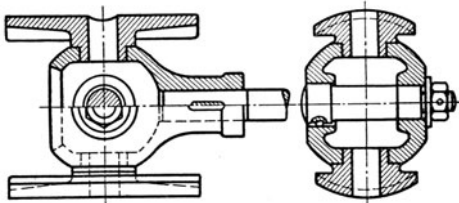


Abb. 146.

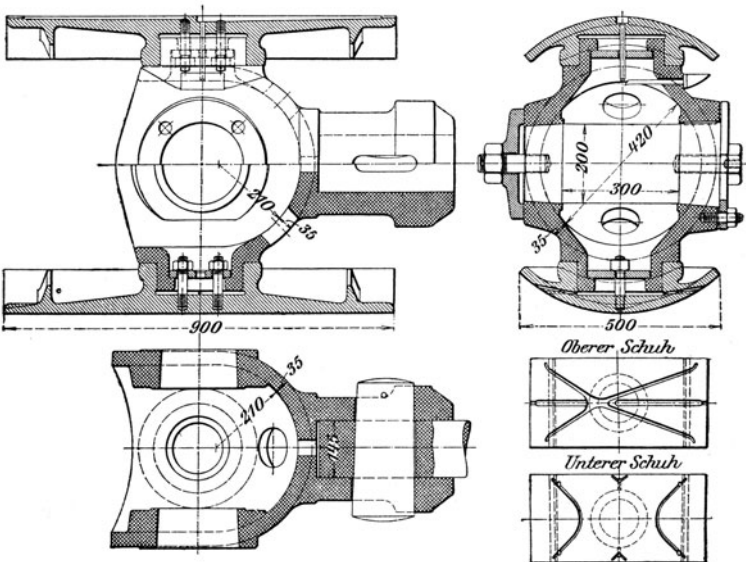


Abb. 147 .

drängten Öl über den Schuh, von wo aus es durch Bohrungen auf die Bahn gelangt, Abb. 142.

Einen nur auf der einen Seite des zugehörigen Zapfens geführten, zu einer stehenden Dampfmaschine gehörigen Kreuzkopf aus Flußeisen zeigt Abb. 140. Zur Nachstellung der zweiteiligen Lagerschalen dient ein mittels Stellschraube bewegter Stahlkeil (Anzug 1:10).

Bei schnelllaufenden Dampfmaschinen (Schiffsmaschinen) werden Kreuzkopf und Kolbenstange häufig aus einem Stück geschmiedet. Abb. 143 zeigt einen solchen Kreuzkopf mit einseitiger Gleitfläche. Das Nachstellen der Lagerschalen geschieht durch die mit Pennschrauben versehenen Deckelschrauben. Letztere sind aus einem möglichst zähen Material (Niet-eisen) herzustellen und höchstens mit $k_z = 600 \text{ kg/cm}^2$ zu belasten.

Bezeichnet

L die Länge der Stange zwischen der Achse des Kreuzkopfes und der des Tragschuhes (Schlitten) in cm,

G_k das in der Mitte der Stange wirkende Kolbengewicht in kg,

G_s das Stangengewicht in kg,

J das Trägheitsmoment des Stangenquerschnittes in cm^4 ,

so ist die Durchbiegung in der Mitte der Stange (in cm)

$$f = \frac{L^3}{48} \frac{G_k + \frac{5}{8} G_s}{E J}$$

dieselbe darf die noch zulässige erachtete Größe 1,0 bis 2 mm nicht überschreiten.

Der Durchmesser des Kolbenkörpers ist dann mindestens um das 1,5- bis 2fache der zugelassenen Durchbiegung kleiner zu wählen als der Durchmesser der Zylinderbohrung.

Kolben aus Stahlguß und hohle Kolbenstangen tragen durch ihr geringes Eigengewicht und das reichliche J zur Verminderung von f bei.

Um die Durchbiegung der tragenden Kolbenstangen zu vermeiden, werden sie nach Collmann nach oben durchgebogen hergestellt, unter Belastung, die sie geradebiegt, mit umlaufendem Stahl bearbeitet, so daß sie im Betriebe durch den Kolben geradegerichtet sind.

Die Durchbiegung der Kolbenstange kann auch verhindert werden durch tragende Kolben, Abb. 156. Bei diesen erzeugt die an Kolben und Stange exzentrisch angreifende Reibung erhebliche Formänderungen der Stange und Klemmung des Kolbens, weshalb auch hier reichlicher Stangenquerschnitt zu empfehlen ist (s. Kolben (638)).

Kolben.

(638) Kolbenkörper. Für Dampfmaschinen werden Scheibenkolben verwendet, die entweder als einwandige (offene, schwedische), Abb. 149, oder als doppelwandige Kolben ausgeführt werden, diese mit Deckel, um die Ringe einlegen zu können, Abb. 153, oder als geschlossene (Hohl-) Kolben, Abb. 156.

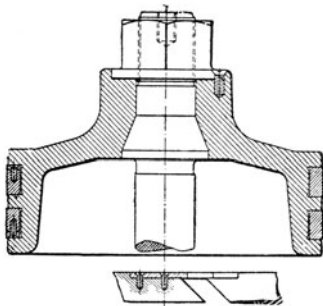


Abb. 149.

Das Material ist Gußeisen, Stahlformguß oder geschmiedeter bzw. gepreßter Flußstahl.

Verbindung mit der Kolbenstange durch eingepaßten Konus, dessen halber Kegelwinkel $30^\circ \div 45^\circ$ ist. Um bei großem Winkel das meist erforderliche Verstärken der Stange, Abb. 149, 154, zu vermeiden (zwecks Überschieben einteiliger Stopfbuchsringe) wird die Stange abgesetzt und ein genau passender Stahlring eingelegt, Abb. 155. Stangenmutter gegen Lösen sichern durch Splint, Abb. 153, Keil, Sicherungsplatte, Abb. 155, Unterlegscheibe aus Kupfer oder durch Sicherungsschraube, Abb. 149 u. 156.

Berechnung der Kolben nach Pfeleiderer¹⁾. Bei einem einwandigen Kolben, Abb. 150, bestimmt sich h , wenn p der Überdruck in kg/cm^2 , ferner

¹⁾ Z. 1910, S. 317 bzw. 1911, S. 830.

der Nabendurchmesser nicht kleiner als das 1,6fache der Bohrung und $R - R_1 > 0,8 h$ ist, aus

$$\sigma = \frac{p}{h^2} (R_1 - r_n) \left(11,5 \frac{R_1^2}{R_1^2 + 16 r_n} + 1,63 \frac{R^2 - R_1^2}{0,2 R_1 + r_n} \right) = c \frac{p}{h^2}$$

zu

$$h = \sqrt{c \frac{p}{\sigma}}$$

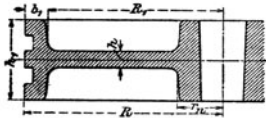


Abb. 150.



Abb. 152.

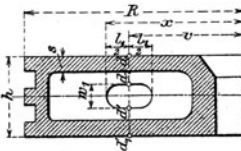


Abb. 151.

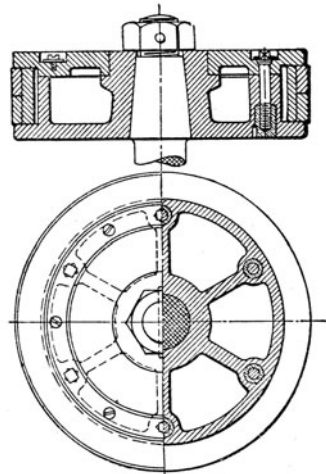


Abb. 153.

Für Stahl kann $\sigma \sim 600 \text{ kg/cm}^2$ gesetzt werden.

Bei einem Hohlkolben, Abb. 151, wurde die größte Beanspruchung σ in der Rippe am äußeren Lochrand, also in der Entfernung x von der Kolbenmitte, zu

$$\sigma = 0,5 h \frac{M_b}{J} + P \frac{l_1}{4} \left[\frac{1}{a f} + \frac{a - \frac{w_1}{2}}{J_1} \right],$$

ermittelt, worin

$$P = (R^2 - v^2) \frac{\pi}{n} p, \quad M_b = p \frac{\pi}{3n} (R - x)^2 (2R + x),$$

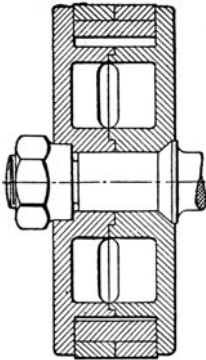


Abb. 154.

- n die Anzahl der Rippen,
 J das Trägheitsmoment, des durch die Lochmitte geführten Querschnittes $dd_1 d' d'_1$ desjenigen Ausschnittes, dessen Seitenflächen den Winkel zwischen den Rippen halbieren,
 J_1 das Trägheitsmoment der \perp -förmigen Querschnitte dd_1 und $d' d'_1$, d. h. der oberhalb und unterhalb der Nulllinie liegenden Teile des vorstehend genannten Ausschnittquerschnittes,
 $2a$ die Entfernung der Schwerpunkte dieser beiden Querschnitte,
 f den Inhalt jedes dieser Querschnitte,
 l_1 die Länge der Aussparung, w_1 deren lichte Höhe bedeuten.

Es ist noch der zwischen je 2 Rippen liegende Teil der Kolbenscheibe (Boden) zu berechnen, indem der Sektor in eine Kreisscheibe vom Durchmesser d_x

verwandelt gedacht wird; dann ist die Stärke $s = \frac{d_x}{2} \sqrt{\frac{p}{k_b}}$ mit $k_b \leq 200 \text{ kg/cm}^2$.

Die Wandstärke ist meist $= s (0,015 D + \sim 1 \text{ cm})$.

Eine Entlastung der Stopfbüchsen und Grundringe wird durch unmittelbar von der Zylinderwandung getragene Kolben erzielt. Der Flächendruck zwischen Kolben und Zylinderwandung soll, wenn

G_k das in der Mitte der Stange wirkende Kolbengewicht in kg,
 G_s das Stangengewicht in kg,

$$k = \frac{G_k + \frac{5}{8} G_s}{\text{Tragfläche im Zylinder}} < 3 \text{ kg/cm}^2,$$

also nicht größer als zwischen Kreuzkopf und Gleitbahn (s. S. 627), besser noch geringer (bis herunter auf $0,5 \text{ kg/cm}^2$) sein.

Tragende Kolben (Schleifkolben) werden meist exzentrisch ausgeführt, Abb. 152¹⁾ und Abb. 156, indem sie erst genau auf Zylinderbohrung gedreht, dann um $e = 0,5$ bis 1 mm exzentrisch aufgespannt werden und oben $s = 0,5$ bis $1,5 \text{ mm}$ weggedreht wird, auf den Durchmesser $(D - e_1) \text{ mm}$, so daß unten $\frac{1}{3}$ des Umfanges von Drehstahl unberührt bleibt, wobei $e_1 = 0$ bis 1 mm , $s = e + e_1/2$. Zweckmäßig wird nur der Teil zwischen den Ringen exzentrisch gedreht, die überstehenden Teile zentrisch mit geringem Spiel, zur Vermeidung einseitigen Dampfdruckes nach unten. Bei tragender Kolbenstange muß der Kolbendurchmesser um das 3 bis 4fache der elastischen Durchbiegung kleiner sein als die Zylinderbohrung.

Ausgeführte Kolben. Einen einwandigen (sogen. schwedischen) Kolben zeigt Abb. 149 aus Stahlguß für eine stehende Maschine.

Doppelwandige Kolben werden meist bei liegenden Maschinen angewendet. Bei dem in Abb. 153 dargestellten geteilten Kolben werden die beiden gußeisernen Dichtungsringe durch einen hintergelegten Spannring nach außen gepreßt. Die Deckelschrauben mit Bronzemuttern sind gegen selbsttätiges Lösen durch einen über ihre vierkantigen Köpfe gelegten Ring gesichert, der selbst wieder mittels kleiner Schrauben in einer Ringnut des Deckels gehalten wird.

¹⁾ Aus C. Volk, Kolben. Einzelkonstruktionen aus dem Maschinenbau. Julius Springer, Berlin: 1912.

Bei geteilten Kolben von 150 bis etwa 400 mm Durchmesser wird vielfach die Befestigungsschraube für die Kolbenstange auch gleichzeitig zur Verbindung der beiden ungefähr gleichgestalteten Kolbenhälften benutzt, Abb. 154.

Einen geschlossenen Kolben zeigt Abb. 155¹⁾ und einen solchen als tragenden Kolben von 750 mm ϕ Abb. 156 (Dresdner Maschinenfabrik u. Schiffswerft A.-G.), der von m bis n vollkommen im Zylinder aufliegt.

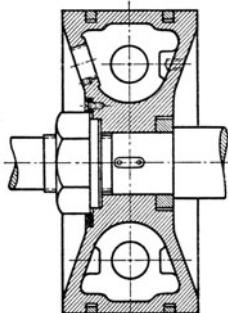


Abb. 155.

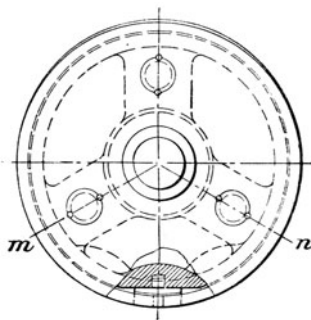
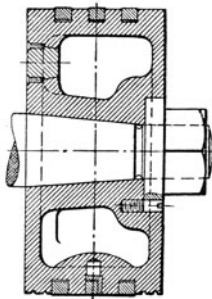


Abb. 156.

(639) Kolbenringe. Die meist aus Gußeisen gefertigten Ringe müssen behufs Abdichtung sich mit einer gewissen Pressung an die Zylinderwandung legen und ferner mit ihren Stirnflächen gut in die entsprechenden Kolbennuten passen. Zu dem Zwecke sind sie in radialer Richtung beweglich anzuordnen. Sie liegen entweder durch die eigene Elastizität an der Zylinderwandung an — Selbstspanner — oder (jetzt seltener) durch besondere Federung.

Selbstspanner werden aus besonderem biegsamem sog. Kolbenringgußeisen hergestellt; sie werden in passender Breite vom Ringzylinder (Ringtopf) vom äußeren Durchmesser $D + l/\pi + y$ und von $(s + y)$ Wandstärke, der außen und innen y 4 mm abgedreht wird, abgestochen, worin $l = aD \approx 0,08 D$ bis $0,1 D$ der Ringausschnitt, s die Ringstärke und y die Bearbeitungszugabe; dann wird ein Stück l mm (am Umfang) herausgeschnitten, die Ringe zusammengespannt (durch Lötung oder Stift) und dann außen auf D mm, innen auf $D - 2s$ mm ϕ fertiggedreht. Hierbei liegen die Ringe an der Fuge kräftiger an, als an der gegenüberliegenden Seite. Deswegen läßt man zuweilen die Ringstärke nach der Fuge hin bis auf $0,7 s$ abnehmen, was aber teurere Herstellung erfordert.

Besser ist deshalb ein anderes Herstellungsverfahren, bei dem das mit $D + y$ hergestellte Modell aufgeschnitten und ein Stück $l +$ Schnittstärke eingesetzt wird, wodurch die Ringe unruhig gegossen, nach dem Ausschneiden des Stückes $l +$ Schnittstärke und dem Zusammenbiegen aber fast genau kreisrund werden.

Die Form der Stoßfuge muß Dampfdurchtritt verhüten; die Fugen benachbarter Ringe werden gegeneinander versetzt, bei tragendem Kolben innerhalb des aufliegenden Umfangs. Der Stoß ist stumpf oder besser schräg; bessere Abdichtung wird vielfach durch besondere „Zunge“ bewirkt, Abb. 149. Noch besser ist der überlappte Stoß, der Ausschnitt wird meist gefräßt, seltener abgebohrt und nachgearbeitet, Abb. 157.

Zur Sicherung der Laegerder Fugen werden die Ringe durch Haltevorrichtungen am Drehen gehindert; solche Vorrichtungen, die oft an die

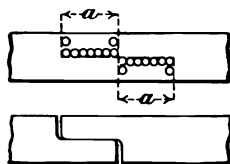


Abb. 157.

¹⁾ S. Fußnote S. 632.

Stoßstelle gelegt werden (keine Schwächung des Ringes), zeigen die Abb. 158 bis 161.

Bei der Sicherung der Ringe des Kolbens, Abb. 156, ist der senkrechte Schenkel des über den schrägen Schlitz eines jeden Ringes gelegten winkelförmigen Schlosses in dem letzteren etwas eingelassen und mit einem kleinen in den Kolbenkörper eingreifenden Zapfen versehen.

Es ist darauf zu achten, daß ein genügendes Ausdehnungsspiel im

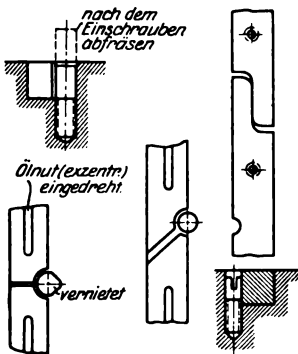


Abb. 158 ÷ 160.

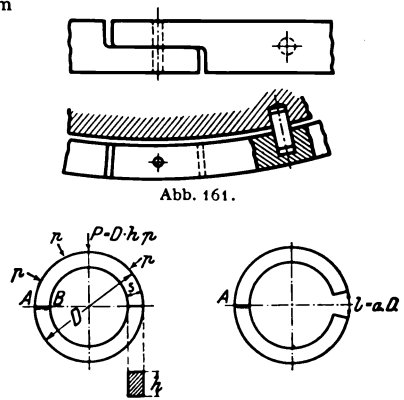


Abb. 162.

zusammengedrückten Zustande vorhanden ist: $a' \geq (t_r - t_z) \pi D \cdot 0,000011$, worin t_r die Ring-, t_z die mittlere Zylindertemperatur.

Für die Berechnung der Selbstspanner mit dem gleichmäßigen Liderungsdruck p , kann im Querschnitt AB , Abb. 162), das Biegemoment

$$M_b = D h p \cdot D/2 = h s^2 k_b : 6 \dots \dots \dots 36$$

angenommen und daraus die Ringstärke s für einen Liderungsdruck p (meist $p = 0,1$ bis $1,2 \text{ kg/cm}^2$ berechnet werden: $s = D \sqrt[3]{p \cdot k_b}$, wobei $k_b = 800 \div 1200 \text{ kg/cm}^2$ ist. Die Ringstärke beträgt im Mittel etwa $s \cong D : 30$, wird diese angenommen, so ergibt sich p aus Gl. 36. Zu beachten ist auch die Spannung s' beim Überstreifen, die 1800 kg/cm^2 nicht überschreiten darf; ist sie größer, so müssen die Ringe eingelegt und Kolben mit Deckel verwendet werden; das ist bei großem s , kleinem p und kleinem D der Fall.

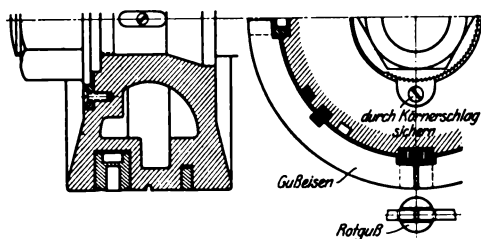


Abb. 163.

Besondere Federvorrichtung wird bei einteiligen Ringen wenig angewendet, es sind dies meist hinter den Kolbenringen liegende Federringe aus Gußeisen oder Stahl, Abb. 153 u. 154. Mehrteilige Kolbenringe haben besondere Verschlussstücke und werden durch kleine Schraubensfedern (auch Blattfedern)

nach außen gedrückt. Abb. 163 zeigt eine Ausführung der Hannoverschen Maschinenbau A.-G. (Hanomag) nach Patent Schmeck.

(640) Zylinder.

Mit Rücksicht auf Herstellung, Fortschaffung, Aufstellung und Abnutzung der auszubohrenden gußeisernen Dampfzylinder kann bei D cm lichthem Durchmesser derselben die Wandstärke s genommen werden.

$$\begin{aligned} s &= \frac{1}{50} D + 1,3 \text{ cm, wenn stehend gegossen} \\ s &= \frac{1}{40} D + 1,5 \text{ cm, wenn liegend gegossen} \end{aligned} \quad \cdot \cdot \cdot \quad 37$$

Die für den inneren Überdruck p des Dampfes (S. 253) berechnete Wandstärke würde kleiner ausfallen, als aus den vorstehenden Gleichungen hervorgeht.

Stehend angeordnete wie auch liegende Zylinder für verhältnismäßig kurzen Kolbenhub können um 10 % bis 20 % schwächer gehalten werden, als die Gl. 37 ergibt.

Die Stärke der Flanschen ist 1,3 s bis 1,5 s zu wählen.

Vielfach wird eine besondere Laufbüchse aus hartem und dichtem Gußeisen eingesetzt, der dadurch entstehende ringförmige Hohlraum kann als Dampfmantel dienen.

Mit dem Heizmantel aus einem Stück gegossene Zylinder erhalten einen ringförmigen Zwischenraum — den eigentlichen Dampfmantel — von 40 bis 70 mm Breite — je nach der Größe des Zylinders.

Um Gratbildung an der Lauffläche des Zylinders zu vermeiden, läßt man die äußeren Kolbenringe beiderseits je etwa 1 mm überlaufen. Das Einbringen des Kolbens wird durch eine Abschrägung an einem Ende jeder Laufbüchse erleichtert.

Spielraum zwischen Deckel bzw. Boden und Kolben eines Dampfzylinders, je nach Größe desselben, 0,4 bis 1,0 cm; bei stehenden Maschinen oben meist größer als unten.

Anzahl der Deckelschrauben $i = \frac{1}{8} D + 4$; zur Erzielung eines gleichmäßigen Dichtungsdruckes soll die Schraubenentfernung jedoch höchstens 15 cm betragen, ferner um so kleiner sein, je geringer die Flanschenstärke ist.

Zulässige Zugspannung des Kernquerschnittes der Deckelschrauben $k_z \leq 300 \text{ kg/cm}^2$.

Über Berechnung der Querschnitte der Einlaß- und Auslaßkanäle bei Schieberzylindern s. (595). An den Enden sind die Kanäle vorteilhaft durch Halbkreise zu begrenzen, im Schieberspiegel sollen sie (auf etwa 1 cm) senkrecht zu diesem ausmünden. Die lichte Weite d des Einlaß- und Auslaßstutzen ist für Dampfgeschwindigkeiten $w \leq 25$ bzw. ~ 15 m sek aus

$$\frac{d^2 \pi}{4} = \frac{D^2 \pi c}{4 w} \quad (\text{Gl. 11, S. 558})$$

zu berechnen.

Bei Ventilzylindern (s. z. B. Tafel I, Abb. 7 bis 10) ist der freie Durchgangsquerschnitt eines Doppelsitzventils nach Angaben auf S. 578 zu wählen.

Bei Zylindern für überhitzten Dampf vermeidet man im Bereich der Lauffläche alle Eisenanhäufungen, Längs- und Ringkanäle, Rippen- und Fußanschlüsse und versieht die vier Ventilkammern, wie es Abb. 164 (S. 63) erkennen läßt, mit getrennten Stutzen zum Anschluß der Einström- und Ausströmrohre, um den Wärmedehnungen des Zylinders Rechnung zu tragen. Die Ventilkammern sind so angeordnet, daß eine gleichmäßige Ausdehnung der den mittleren Ring des Ventilkorbes tragenden Wand erreicht wird. Anordnung der Ventile in den Deckeln ist günstig.

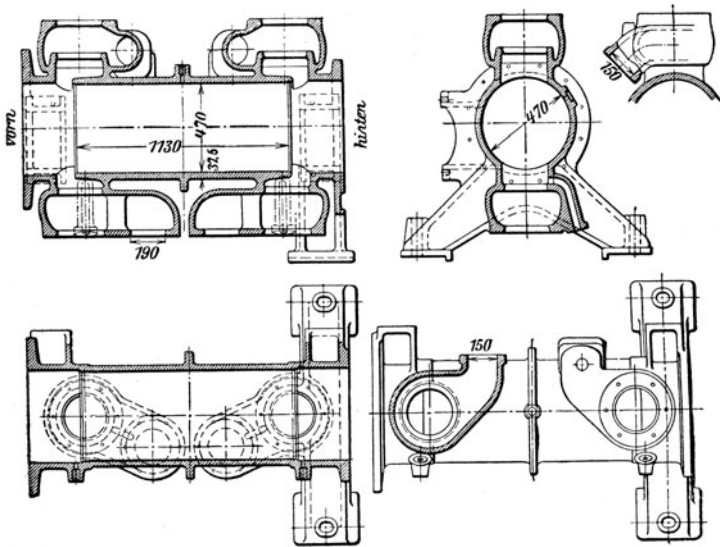


Abb. 164.

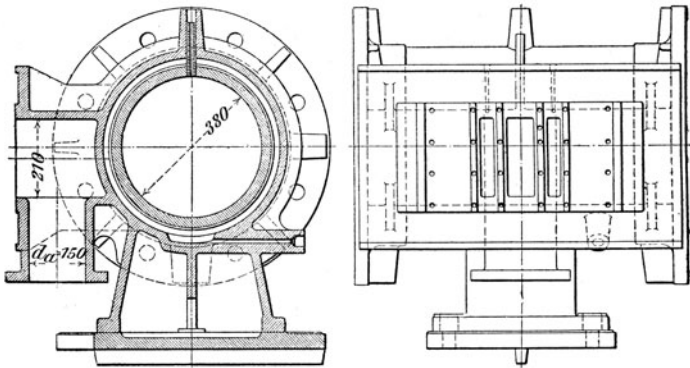
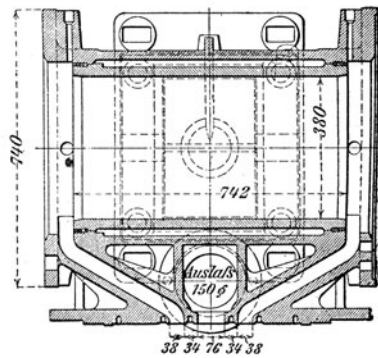


Abb. 165.



Die Wandstärke s des Schieberkastens und Schieberkastendeckels ist nach den von Bach für plattenförmige Körper aufgestellten Formeln zu berechnen. Ist a die lange, b die kurze Seite der Wand bzw. des Deckels, so ist nach S. 256

$$s \geq 0,5 b \sqrt{\frac{2 \varphi}{1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2} \frac{p}{k_b}} \dots \dots \dots 38$$

In dieser Gleichung ist $\varphi = 1$ bis $\frac{9}{8}$, $k_b = 200$ bis 250 kg/cm^2 einzusetzen.

Rippen sind bei gußeisernen Deckeln nur dann wirksam, wenn sie innen angeordnet werden, so daß den gezogenen Fasern der kleinere und nicht der größere Schwerpunktsabstand zukommt. Im allgemeinen sind nach innen gewölbte Deckel vorteilhaft.

Für die zur Befestigung der Schieberkastendeckel dienenden Schrauben gilt das auf S. 635 für Zylinderdeckel Bemerkte.

Tafel I, Abb. 1 bis 6, zeigt den Hochdruckzylinder einer stehenden Verbunddampfmaschine 350 bzw. 550,400 ($n = 200 \text{ Uml/min}$) mit Kolbenschiebersteuerung¹⁾.

Die an den Zylindern angebrachten Warzen dienen für Sicherheitsventil (a), Indikator (b), Zylinderentwässerung (c), Heißdampfzuführung und Mantelentwässerung (d), Kolbenschieberschmierung (e), Receiverentwässerung (f). Indikatorbohrungen nicht unter 10 mm, Gewinde der Indikatorhähne 1" engl. Lichte Weite der Sicherheitsventile etwa $\frac{1}{10}$ des Zylinderdurchmessers.

Die Böden der Zylinder sind mit einer der Bohrspindel entsprechenden Öffnung versehen, die durch den Stopfbüchseinsatz verschlossen wird; ihre oberen Enden werden durch eingreifende Deckel geschlossen, die, behufs Erzielung genügender Festigkeit, doppelwandigen Guß erhalten, sonst auch durch Rippen usw. versteift werden können.

Abb. 165 (S. 636) zeigt den Hochdruckzylinder einer liegenden Tandem-Verbundmaschine 380 bzw. 600 600 mit Flachschiebersteuerung für anzuschraubenden Schieberkasten. Mit Rücksicht auf Wärmedehnung ist der Zylinderfuß auf einer mit dem Fundament verankerten Platte verschiebbar. Die Abdichtung der eingeschobenen Laufbüchse erfolgt durch zu verstemmende Kupfereinlagen.

Den Hochdruckzylinder einer liegenden Tandemverbundmaschine 550 bzw. 850 900 ($n = 107 \text{ Uml/min}$) mit Ventilsteuerung lassen Abb. 7 bis 10 (Tafel I) erkennen.

Die mit dem Zylinder zusammengegossenen 4 Füße stehen verschiebbar auf einem Rahmen.

Abb. 166 zeigt den Arbeitszylinder einer Gleichstromdampfmaschine 475/550 ($n = 140 \text{ Uml/min}$) der Maschinenbau-A.-G. vorm. Starke & Hoffmann, Hirschberg.

Die Einlaßventile sitzen hier am oberen Teile des Zylinders in dessen Mittelebene, sie werden häufig in die Deckel eingebaut. Der Dampfauslaß erfolgt dagegen durch Schlitze in der Zylindermitte, die durch den Dampfkolben selbst gesteuert werden. Infolgedessen strömt der Dampf in stets gleichbleibender Richtung durch den Zylinder.

An den äußeren Stirnseiten der vom Frischdampf geheizten Zylinderdeckel sind zusätzliche schädliche Räume untergebracht, die, wenn die Maschine mit Auspuff arbeiten soll, behufs Vermeidung unzulässig hoher Kompressionen des Gegendampfes, durch Öffnen besonderer Ventile mit dem Zylinderinnern in Verbindung treten.

¹⁾ Sächsische Maschinenfabrik A.-G., Chemnitz.

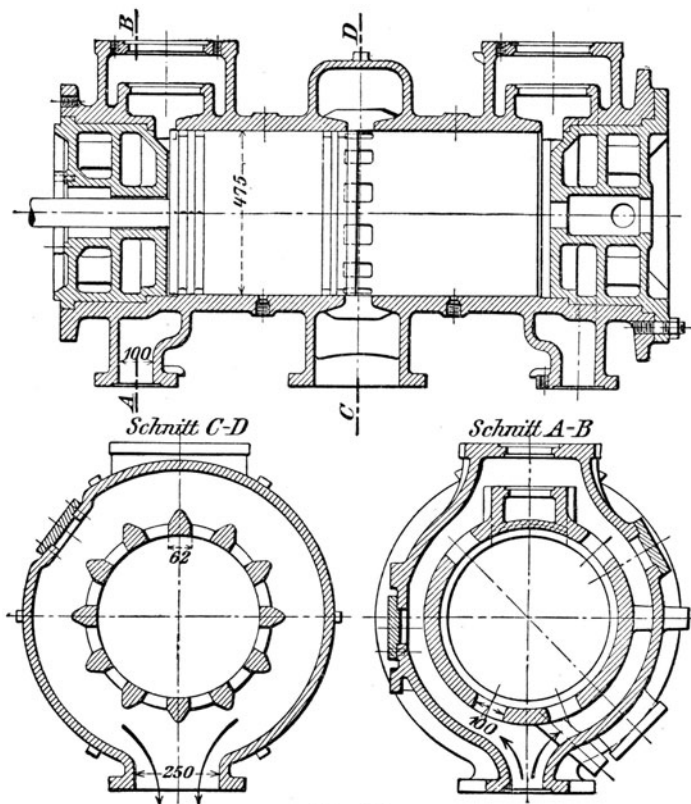


Abb. 166.

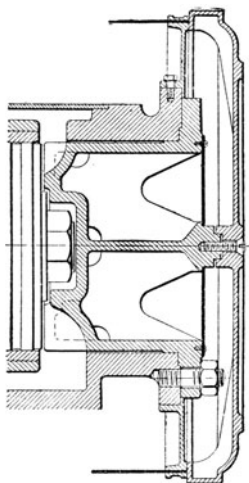


Abb. 167.

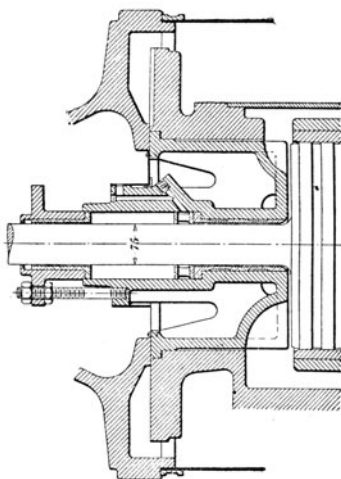


Abb. 168.

Andere Zylinder für stehende und liegende Dampfmaschinen mit Schieber und Ventilsteuerungen s. unter „ausgeführte Dampfmaschinen“ (S. 649).

Abb. 167 und 168 zeigen die zum Hochdruckzylinder einer liegenden Heißdampf-Verbundmaschine 380 bzw. 630/700 gehörigen beiden Zylinderdeckel, Abb. 169 den zum Hochdruckzylinder einer Tandem-Verbundmaschine 440 bzw. 760/800 gehörigen vorderen Zylinderdeckel mit Stopfbüchse¹⁾.

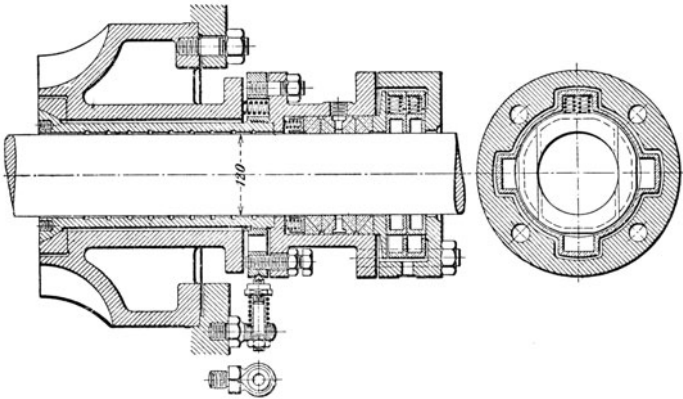


Abb. 169.

(641)

Stopfbüchsen.

Die Stopfbüchsen gewöhnlicher Bauart, Abb. 170, bestehen aus dem Gehäuse mit auswechselbarem, meist aus Bronze gefertigtem Grundring *g*, dem Packungsmaterial und der mittels Schrauben stellbaren Brille *b*. Als Packungsmaterial finden vorzugsweise Hanf, außerdem Baumwollenschnur, mit Talg durchtränkt oder mit Graphit schlüpfrig gemacht, ferner Asbest und Metallringe Verwendung. In neuerer Zeit werden packungslose Stopfbüchsen angewendet, die sich vorzüglich bewährt haben.

Unter Bezugnahme auf Abb. 170 kann etwa gewählt werden

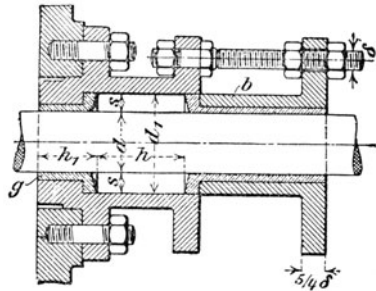


Abb. 170.

$$s = 0,65 \sqrt{d} \text{ bis } 0,8 \sqrt{d};$$

$$d_1 = d + 2s; \quad h \sim d_1;$$

$$h_1 \sim d \text{ bzw. } h_1 \sim 0,5d \text{ (Maße in cm),}$$

je nachdem es sich um die Abdichtung wagerechter oder senkrechter Stangen handelt. Im ersteren Falle dient der Grundring zumeist auch als Führungsbüchse. Bei Dichtung gegen gasförmige Stoffe (Dampf, Luft usw.) kann *h* etwas größer genommen werden. Je höher die Packung, um so dauerhafter ist sie im Betriebe, und um so geringer ist die Reibungsarbeit.

¹⁾ Ascherslebener Maschinenbau-A.-G., Aschersleben.

Bezeichnet i die Anzahl der Stopfbüchenschrauben, δ den Kerndurchmesser derselben in cm, p den Dampfüberdruck in kg/cm^2 , so ist

$$\frac{\pi}{4} (d_1^2 - d^2) k p = \frac{\pi}{4} \delta^2 i k_z, \dots \dots \dots 39$$

worin $k = 1$, wenn die Packung nicht zusammengepreßt wird, wachsend bis $k = 3$ bei Weichpackung.

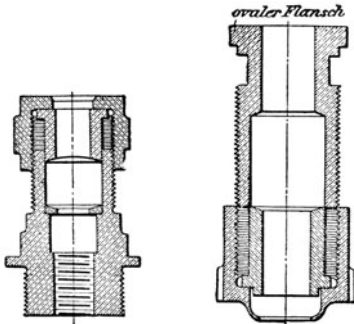


Abb. 171.

Abb. 172.

In der Regel werden drei, bei kleinem Stangendurchmesser (z. B. bei den Stopfbüchsen der Schieberstangen von Dampfmaschinen) auch nur zwei Schrauben angewendet; im ersteren Falle wird der Brillenflansch — Stärke desselben bei Gußeisen etwa $\frac{5}{4} \delta$ — kreisförmig, im letzteren elliptisch gestaltet.

Ein gleichmäßiges Anziehen der Stopfbüchsenbrille wird am besten mit einer einzigen Mutter, zuweilen auch mittels einer einzigen Schraube erreicht.

Abb. 171 und 172 zeigen mittels Überwurfmutter nachziehbare Stopfbüchsen, mit Hanfpackung, wie sie zur Abdichtung von Ventilspeindeln, Schieberstangen usw. Verwendung finden; Ventilspeindeln erhalten jetzt meist packungslose Lentzbüchsen, s. Abb. 76, S. 579.

Bei größerem Durchmesser der abdichtenden Stangen pflegt man, um das gleichmäßige Anziehen zu sichern, die Muttern der Stopfbüchenschrauben in der Abb. 173 ersichtlichen Weise durch ein Rädergetriebe miteinander

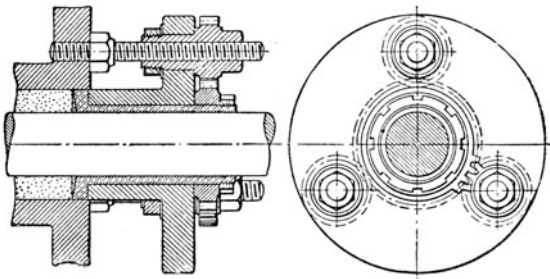


Abb. 173.

zu verbinden. Zuweilen erhalten die Muttern Zahnkränze, Abb. 174, in die auf gemeinsamer Spindel sitzende Schnecken eingreifen. Hierbei sind zwei Stopfbüchenschrauben genügend.

Bei hohem Druck oder überhitztem Dampf werden bewegliche Stopfbüchsen mit Metallpackung verwendet.

Die von Howaldt in Kiel angegebene Metallpackung, Abb. 175, besteht aus Metallringen mit kegelförmigen Stirnflächen. Zum Herausnehmen und Einsetzen der einzelnen Ringhälften sind Löcher mit Gewinde vorgesehen.

Die in Abb. 176 dargestellte Stopfbüchse von Schelling findet bei der Marine Verwendung. Eine dreiteilige Metallbüchse m aus Weichkupfer wird in

den Packungsraum eingelegt, der verbleibende Zwischenraum a zur Erzielung seitlicher Beweglichkeit mit Hanfpackung ausgefüllt und das Ganze durch einen zweiteiligen Druckring r niedergehalten. Eine über diesen letzteren gelegte Flechte d aus gewöhnlichem Packungsmaterial hindert das Eindringen von Staub und Schmutz in die Büchse.

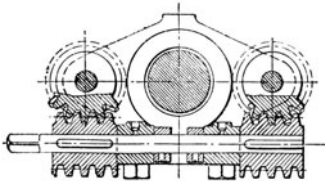


Abb. 174.

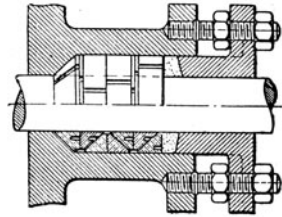
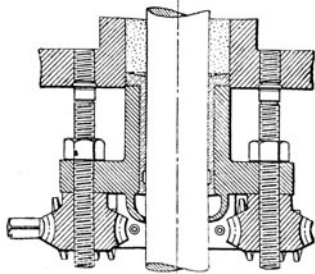


Abb. 175.

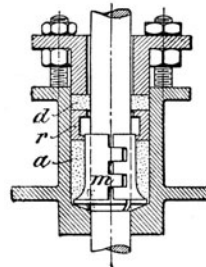


Abb. 176.

Bei der beweglichen Metallpackung, Patent Proell, befinden sich in jeder Ringkammer zwei in je sechs Teile zerschnittene gußeiserne Dichtungsringe die durch umgelegte schlauchartige Schraubenfedern zusammengehalten und sanft gegen die Kolbenstange gedrückt werden. Je nach der Höhe des abzudichtenden Dampfdruckes ist die Zahl der erforderlichen Ringpaare verschieden. Bei zwei Ringpaaren, Abb. 177, ist der dem Dampf zunächst gelegene Dichtungsring

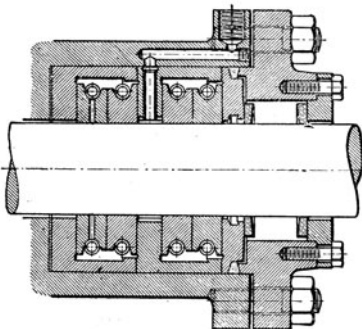


Abb. 177.

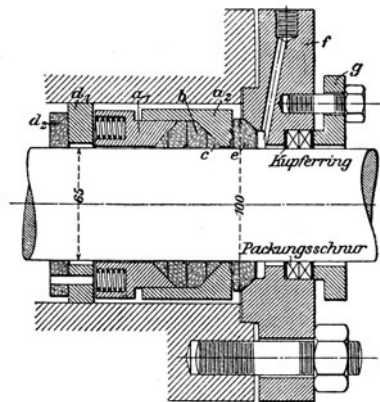


Abb. 178.

der ersten Kammer, bei drei Ringpaaren auch der entsprechende Ring der zweiten Kammer durch Bohrungen vom Dampfdruck entlastet und damit das Druckgefälle gleichmäßig über die ganze Packung verteilt. Die Schmierung erfolgt durch Drucköl.

Die von A. Borsig, Berlin-Tegel, ausgeführte, zu einem Niederdruckzylinder gehörige bewegliche Stopfbüchse mit Metallpackung, Abb. 178, besteht aus den zwischen Feder- und Dichtungshalter a_1 bzw. a_2 liegenden zweiteiligen Rotgußringen b und c . Die in Löchern des Halters a_1 untergebrachten Schraubenfedern wirken andererseits auf einen in das Stopfbüchsengehäuse eingelegten Zwischenring d_1 , der sich gegen den aus Phosphorbronze bestehenden Grundring d_2 legt, während auf die äußere Stirnfläche des Halters a_2 ein Kugelring e dampfdicht aufgeschliffen ist, über den — ebenfalls dampfdicht — der Stopfbüchsendeckel f greift. An diesem ist mittels Schrauben die Brille g befestigt, durch deren Anzug die zwischen Kupferscheiben liegende Packung zusammengedrückt wird.

Bei Verwendung der Stopfbüchse für Hochdruckzylinder greift über die Linsendichtung e ein Zwischenstück und über dieses erst der jetzt als Hohlzylinder ausgebildete Stopfbüchsendeckel, in den dann ein zweiter Satz Dichtungsringe mit zugehörigen Haltern und ein zweiter Kugelring eingebaut wird.

Eine ähnliche Stopfbüchse s. Abb. 169.

Die Vorrichtung zur packungslosen Metallabdichtung von Kolbenstangen von H. Lentz zeigt Abb. 179. Sie besteht aus einer Reihe von Kammerringen a ,

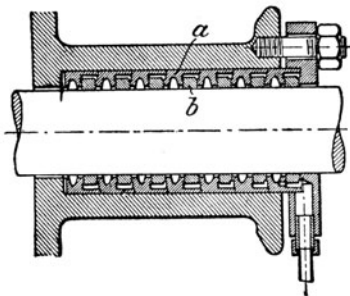


Abb. 179.

deren Bohrungen die Kolbenstange mit reichlichem Spiel umschließen. Zwischen ihnen verschiebbar liegen auf der Stange aufgeschliffene Dichtungsringe b , die durch den Dampfdruck, ähnlich wie Rückschlagventile, fest gegen die geschliffenen Dichtungsflächen der Kammerringe gepreßt werden. Der zwischen Dichtungsring und Kolbenstange schleichende Dampf sammelt sich, stark abgedrosselt, in den Innenräumen der Kammerringe und strömt beim Hubwechsel in den Zylinder zurück. Sämtliche Teile der Vorrichtung sind aus Gußeisen hergestellt.

(642)

Kreuzkopfführungen und Rahmen.

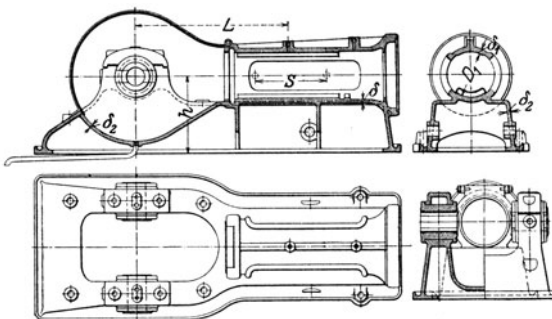


Abb. 180.

Die Geradföhrung des Kreuzkopfes bildet mit dem Rahmen meist ein einziges Gußstück. Kleinere Maschinen mit gekröpfter Welle erhalten Gabelrahmen, wie Abb. 180 für eine Maschine 180/300 zeigt, während größere Maschinen mit Bajonett-

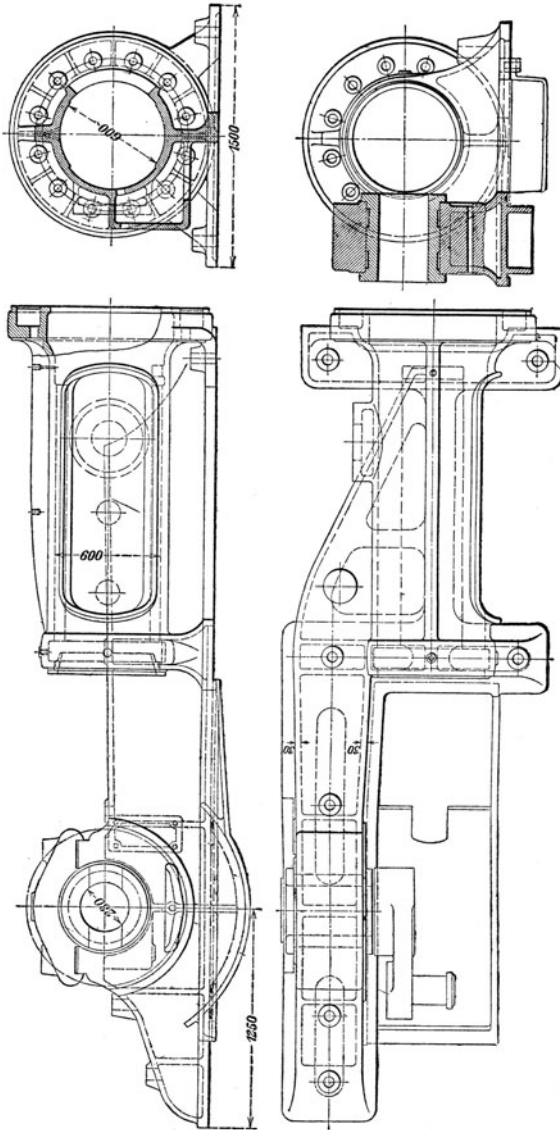


Abb. 181.

rahmen, Abb. 181¹⁾), ausgeführt werden. Bei großen Maschinen findet man auch an den einseitigen Balken angeschraubte Rundführung für den Kreuzkopf.

¹⁾ Cottbuser Maschinenbau-Anstalt und Eisengießerei, A.-G., Cottbus.

Für stehende Dampfmaschinen ist ein Ständer gebräuchlich, wie er auf Tafel II abgebildet ist.

Der mit ebener Kreuzkopfführung versehene einseitige Hohlgußständer trägt zusammen mit meist schräg stehenden, geschmiedeten oder gegossenen Säulen — auf der Vorderseite der Maschine — den Zylinder. Ständer und Säulen stützen sich auf eine mit den Kurbellagern zusammengewogene Grundplatte. Der Zylinder ist mit einem hinteren kastenförmigen Ansatz unmittelbar auf den Ständer gestellt. Zuweilen erhält letzterer einen runden kragenförmigen Anschlußflansch, auf dem der Zylinder zentrisch befestigt wird.

Ist D die Zylinderbohrung, S der Kolbenhub, L die Schubstangenlänge, so macht man, Abb. 180, die Bohrung der Rundführung $D_1 = D \text{ bis } D + 30 \text{ mm}$, die Wandstärken $\delta = \frac{1}{80} D + 5 \text{ mm}$, $\delta_1 = \delta + 6 \text{ bis } 15 \text{ mm}$, $\delta_2 = 0,8 \delta \text{ bis } \delta$. Die Länge der Führungseise muß so groß sein, daß die Kreuzkopfschuhe in den Totlagen 8 bis 15 mm übertreten.

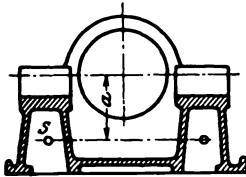


Abb. 182.

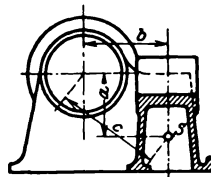


Abb. 183.

Der Rahmen wird auf Biegung beansprucht durch die Kolbenkraft P , die bei Gabelrahmen in jedem Balken ein Moment $M_b = 0,5 P \cdot a = W \cdot k_b$ hervorruft, wenn a der Hebelarm = dem senkrechten Abstand der Zylindermitte von der Schwerpunktslinie des

kleinsten Balkenquerschnittes, Abb. 182. Bei einseitigem Balken (Bajonett-rahmen) hingegen tritt auch noch in der wagerechten Ebene ein Biegemoment P auf, Abb. 183, das resultierende Moment ist $M_b = P \cdot c = W \cdot k_b$, wenn c der Abstand der Zylindermitte von der Schwerpunktslinie des Balkenquerschnittes, W dessen Widerstandsmoment.

Damit letzteres auf die Hauptachsen bezogen werden kann, ist es bequemer die Beanspruchungen durch die Momente $M_{b_1} = P \cdot a = W_1 \sigma_{b_1}$ und $M_{b_2} = P \cdot b = W_2 \sigma_{b_2}$ zu ermitteln und zu addieren.

(643)

Lager.

Kurbelwellenlager durchweg mit Schalen mit Weißmetallfutter; Stärke der Schalen $\delta \approx D/6 + 2 \text{ cm}$, des Weißmetalls $\delta_1 \approx D/40 + 0,5 \text{ cm}$, wenn D die Zylinderbohrung.

Schrauben- und Deckelstärke s. S. 444.

Lagerschalen bei stehenden Maschinen zweiteilig, bei liegenden Maschinen nur bei kleineren zweiteilig mit Fugen unter 45° , sonst vierteilig.

Das Nachziehen der Lagerschalen erfolgt bei zweiteiligen Schalen durch die lotrecht zur Schalenfuge, zumeist in Richtung des größten Zapfendruckes stehenden Deckelschrauben. Bei liegenden Maschinen mit in wagerechter Richtung wechselndem Zapfendruck müssen die Seitenschalen wagrecht verstellbar sein, die Nachstellung erfolgt durch Keile oder Druckschrauben. Häufig wird auch die Unterschale, besonders bei schweren Schwungrädern, stark belastet, doch macht man diese nicht nachstellbar, sondern gleicht die Abnutzung durch Anziehen der Deckelschrauben aus.

Schmierung durch Tropföler oder Ringschmierung.

Ein mit der Grundplatte einer stehenden Dampfmaschine aus einem Stück gegossenes Lager zeigt Abb. 184.

Die Drehung der mit Weißmetall ausgegossenen gußeisernen Lagerschalen wird durch einen in die Oberschale eingeschlagenen, in den Deckel greifenden

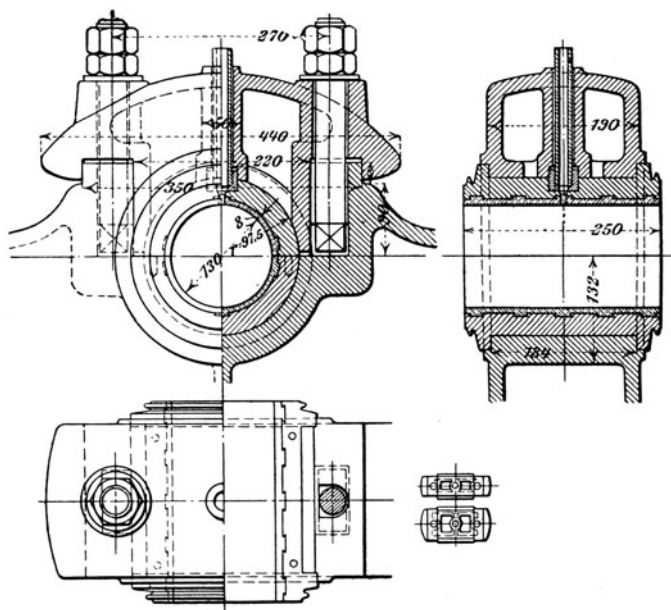


Abb. 184.

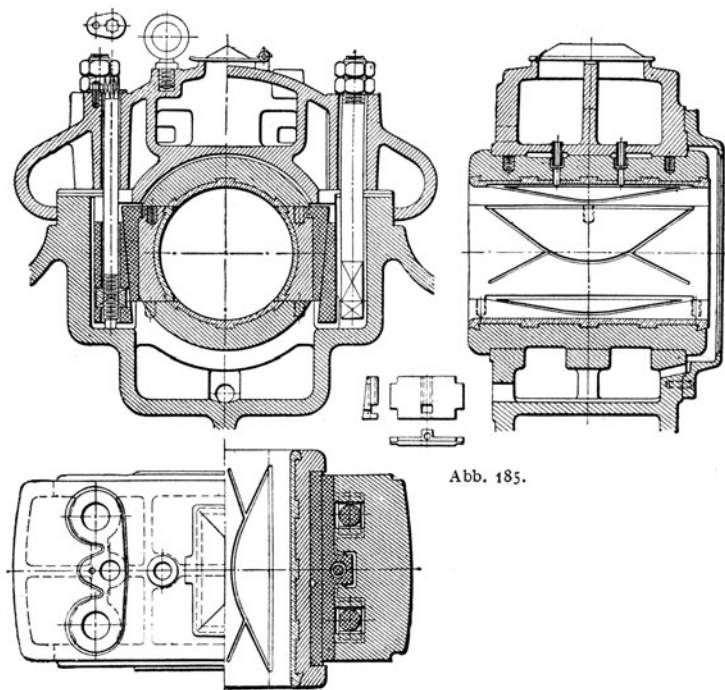


Abb. 185.

Dübel, in den das Ölrohr geschraubt ist, verhindert. Die vierkantigen Köpfe der Deckelschrauben liegen in entsprechenden Aussparungen des Lagerkörpers.

Bei dem vierteiligen Kurbelwellenlager Abb. 185 werden die beiden Seitenschalen je durch einen mittels Stellschraube *b* bewegten Keil — unter Zwischenschaltung eines Druckstückes — nachgestellt. Das Muttergewinde der Stellschrauben ist in eine aus Metall hergestellte, in den betreffenden Keil eingesetzte Vierkantmutter geschnitten.

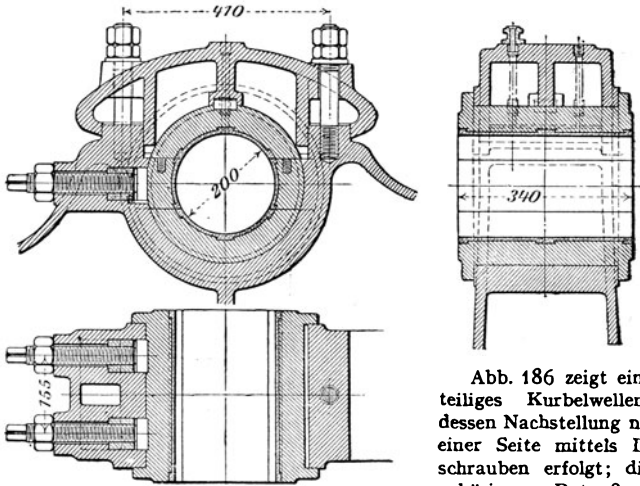


Abb. 186.

Abb. 186 zeigt ein vierteiliges Kurbelwellenlager, dessen Nachstellung nur auf einer Seite mittels Druckschrauben erfolgt; die zugehörigen Rotgußmutter sind durch Schraubentifte gegen Drehen gesichert.

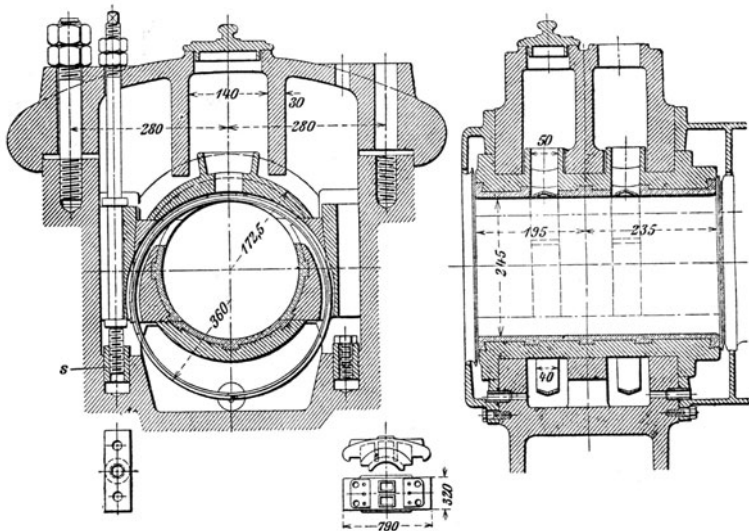


Abb. 187

Ein Kurbelwellenlager mit Ringschmierung zeigt Abb. 187. Nachstellung der Seitenschalen durch Stahlkeile, die durch je zwei Stahlschrauben bewegt werden, deren Muttergewinde sich in einem am unteren Teil der Lagerkörpers angeschraubten Bügel s befindet; Mitnahme der Keile durch Bunde der Stellschrauben. Die schmiedeeisernen Schmierringe haben winkelförmigen Querschnitt. Kleinere Lager erhalten nur einen Ring.

Weitere Lager s. ausgeführte Dampfmaschinen (645).

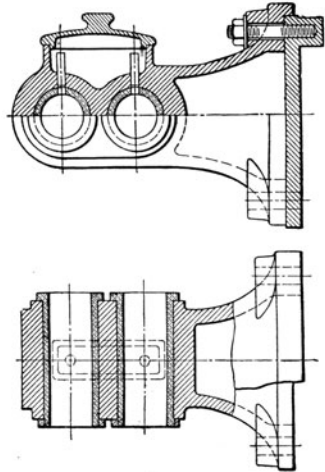


Abb. 188.

(644) Führungsteile.

Abb. 188 zeigt einen einfachen Führungsbock, wie er z. B. bei den zu einer Meyerschen Schiebersteuerung gehörigen Stangen Verwendung findet.

Zur Führung der Steuerwelle liegender Ventil-Dampfmaschinen dienen die in Abb. 189 und 190 dargestellten Konsollager — letzteres gleichzeitig noch zur Stützung des mittels Schraubenräder angetriebenen Regulators.

Das mit dem Regulatorbock zusammengegossene Führungsgehäuse für die zu einer liegenden Dampf-

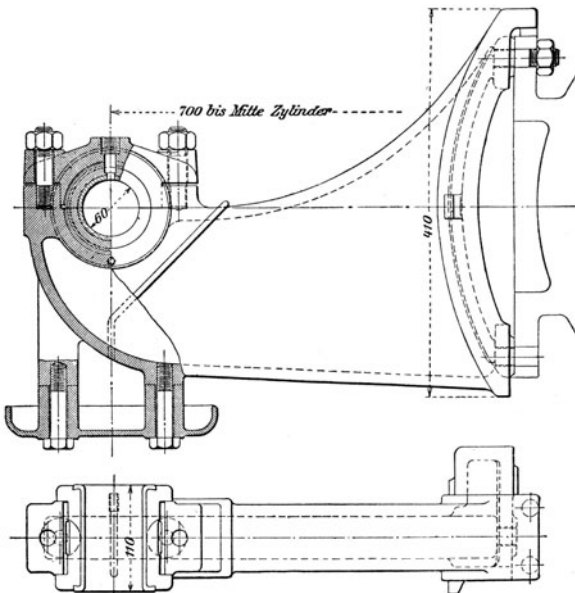


Abb. 189.

maschine mit Ridersteuerung gehörigen beiden Schieberstangen läßt Abb. 191 erkennen; es ist mittels ovalen Flansches am Maschinenrahmen befestigt¹⁾.

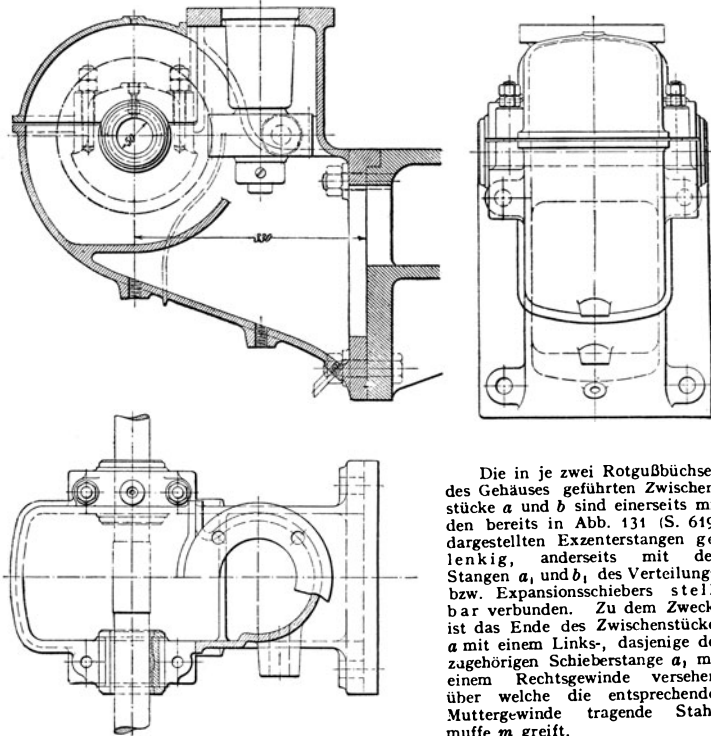


Abb. 190.

Drehung der in eine Rotgußmutter *o* des ausgebohrten und mit einer längeren Durchbohrung versehenen Zwischenstückes *b* geschraubten, mittels außenliegender Gegenmutter gesicherten Kopfschraube *n*.

Auf der Expansionschieberstange *b*₁ ist mittels Nut und Feder der durch die Öffnung des Zwischenstückes *b* tretende Hebel *f* befestigt; an seinem freien Ende ist derselbe mit einem Schlitz versehen, in dem der abgeflachte Teil des am Ende des Regulatorstellhebels *e* lose drehbaren Bolzens *g* liegt. Die Abbildungen zeigen noch den Antrieb und die Führung der Regulatorspindel in einer oberen Büchse *h* bzw. auf der unteren stellbaren Spurplatte *i*, ferner die Verbindung des Regulatorhebels *e* mit dem über die Regulatormuffe greifenden, durch Gewichte belasteten Schleifring *k*.

Die Schieberstangenführung für den Hochdruckzylinder einer stehenden Verbunddampfmaschine mit Ridersteuerung der Maschinenfabrik Augsburg-Nürnberg A.-G. und gleichzeitig auch die Einstellung der Expansionschieberstange durch den Regulator zeigt Abb. 192.

Letzterer bewirkt mittels Hebels *l* die Drehung einer Rotgußbüchse *m*, die durch zwei Federn mit einem in ihr gleitenden Führungsstücke *n* in Verbindung steht. An diesem ist einerseits die Expansionschieberstange *b*, andererseits ein drehbarer Kloben befestigt, über dessen Zapfen die gegabelte Exzenterstange greift. Die Bewegungsübertragung des zum Grundschieber gehörigen Exzenters auf die Stange *a* des ersten, die hier hohl ausgeführt ist und die Stange *b* des Expansionschiebers konzentrisch umschließt, geschieht durch Einschaltung eines die hohle Stange *a* mit der nach oben verlängerten Führungsstange *p* verbindenden Zwischenstückes *o*.

¹⁾ Gebr. Sulzer, Ludwigshafen.

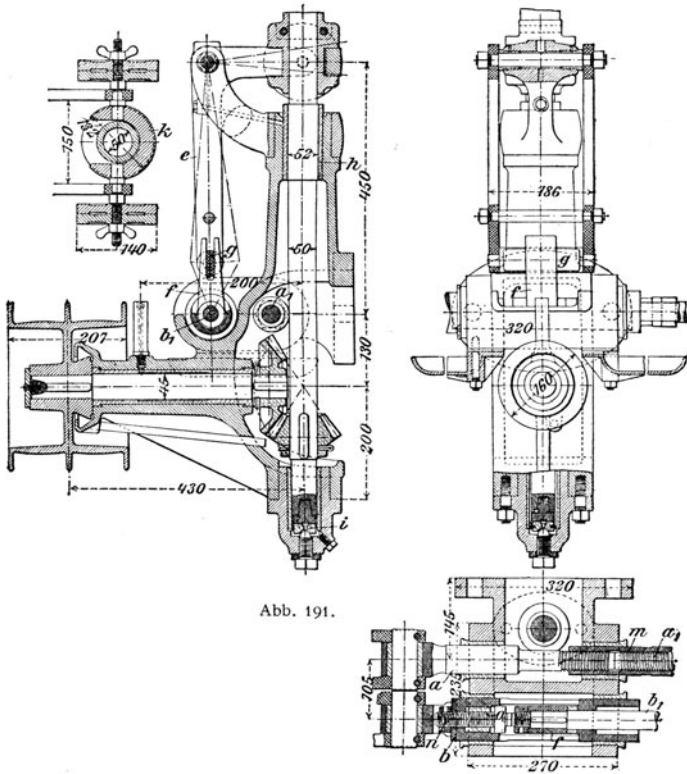


Abb. 191.

Ausgeführte Dampfmaschinen.

(645) a) Ortsfeste Dampfmaschinen.

Eine liegende Einzylinderdampfmaschine 350/500 ($n = 150$ Uml/min) mit Außenkurbel und Schiebersteuerung (Bauart Rider) der Maschinenfabrik Germania, Chemnitz, ist in Abb. 193 (S. 651) dargestellt.

Der Frischdampf strömt von unten in den mit dem Zylinder verschraubten Schieberkasten, aus diesem auch in den Mantel des ersten sowie in denjenigen des vorderen Zylinderdeckels.

Nachstellung der seitlichen Lagerschalen je durch einen Zugkeil.

Abb. 194 (S. 652) zeigt eine liegende Ventildampfmaschine 550/1150 ($n = 100$ Uml/min) der Cottbuser Maschinenbauanstalt u. Eisengießerei A.-G., Cottbus. Frischdampfeintritt seitlich durch einen den Zylinder umgebenden Kanal, Austritt durch ein unten am Zylinder befestigtes Rohr.

Abb. 195 läßt eine kurzgebaute Heißdampf-Tandemaschine 350 bzw. 640/700 ($n = 150$ Uml/min) mit Ventilsteuerung Proell-Schwabe (S. 589) der Firma Främbs & Freudenberg, Schweidnitz, erkennen.

Behufs Zugänglichkeit des der Kreuzkopfführung am nächsten liegenden Kolbens ist der Hochdruckzylinder an dieser befestigt und der Niederdruck-

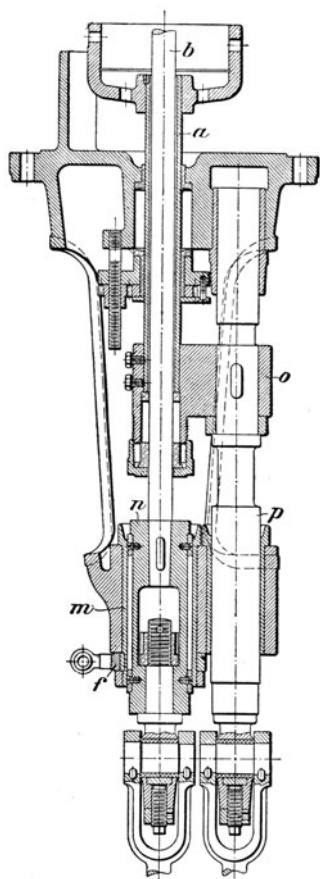


Abb. 192.

zylinder hinter dem ersteren angeordnet. Den Abschluß zwischen beiden Zylindern bewirkt eine im Zwischenstück untergebrachte Stoffbüchsenpackung mit nachgiebigen Dichtungsringen aus Weißmetall. Um Wärmedehnungen Rechnung zu tragen, hängt der Hochdruckzylinder frei zwischen Rahmen und Niederdruckzylinder; letzterer ist verschiebbar auf den Zylinderfußplatten befestigt.

Die Anordnung einer stehenden Kondensations-Verbundmaschine mit Schiebersteuerung der Maschinenfabrik Augsburg-Nürnberg A.-G., Werk Nürnberg, ist auf Tafel II dargestellt.

Die Maschine hat Zylinder von 550 bzw. 860 mm Durchmesser und 550 mm Hub; sie leistet mit 150 Uml/min und 10 kg/cm² Spannung des Einströmdampfes 300 bis 450 PS_n. Die Ständer haben runde kragenförmige Anschlußflansche, auf die die Zylinder zentrisch aufgesetzt sind.

Die Zylinder sind mit ihren Mänteln in einem Stück gegossen. Der Mantel des Hochdruckzylinders kann mit Frischdampf geheizt werden, während der des Niederdruckzylinders vom Aufnehmerdampf durchströmt wird.

Der Hochdruckzylinder wird durch zwei ineinander geführte Kolbenschieber aus Tiegelguß gesteuert, von denen der innere Expansionsschieber — ein Rider-Spaltschieber — von einem kräftigen Federregler verstellbar wird, der Veränderungen der Umlaufzahl der Maschine während des Ganges gestattet.

Zur Sicherung des Betriebes bei eintretender gänzlicher Entlastung ist ein Schnellschlußventil vor dem Absperrventil eingeschaltet, das mittels Hebels und Gestänge vom Regler derart gesteuert wird, daß der Dampf bei 0,9 des Muffenhubes gedrosselt, bei höchster Stellung des Reglermuffs vollständig abgesperrt wird.

Der Niederdruckzylinder hat Kolbenschiebersteuerung mit gelidertem Schieber und Trick-Kanal für doppelte Einströmung. Die Gewichte des Grundschiebers am Hochdruckzylinder und des Schiebers am Niederdruckzylinder sind durch Entlastungsvorrichtungen aufgehoben. Durch Einschaltung eines Wechselventils kann die Maschine mit oder ohne Kondensation arbeiten.

Die vom Kreuzkopfpfaffen des Hochdruckzylinders durch Lenker und Schwinghebel angetriebene Luftpumpe wirkt doppelt saugend und einfach drückend.

Eine stehende Verbunddampfmaschine mit zwangsläufiger Ventilsteuerung nach Lentz lassen Abb. 196 bis 198 erkennen.

Die von Gebr. Meer in M.-Gladbach erbaute Maschine hat 450 bzw. 725 Zylinder-Durchmesser und 450 mm Hub; sie leistet mit 200 Uml/min normal 200 PS_i.

Die Ständer der Maschine sind mit der Grundplatte in einem Stück gegossen; zur Versteifung derselben dienen noch zwei vor den Zylindern angeordnete Säulen. Dichtung und Führung der Ventilspindeln durch Lentzbüchsen; Kolbenstangen durch Lentzstopfbüchsen (Abb. 179, S. 642) gedichtet.

Zur Füllungsänderung im Hochdruckzylinder dient ein auf der Kurbelwelle sitzender, mit Trägheitsring versehener Flachregler — sog. Beharrungsregler — der Abb. 235 (S. 685) ersichtlichen Bauart Lentz.

Zum unmittelfachen Antrieb von Dynamomaschinen, Schleuderpumpen u. dgl. werden Dampfmaschinen mit hohen Umlaufzahlen — Schnellläufer — verwendet.

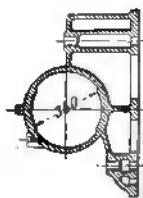
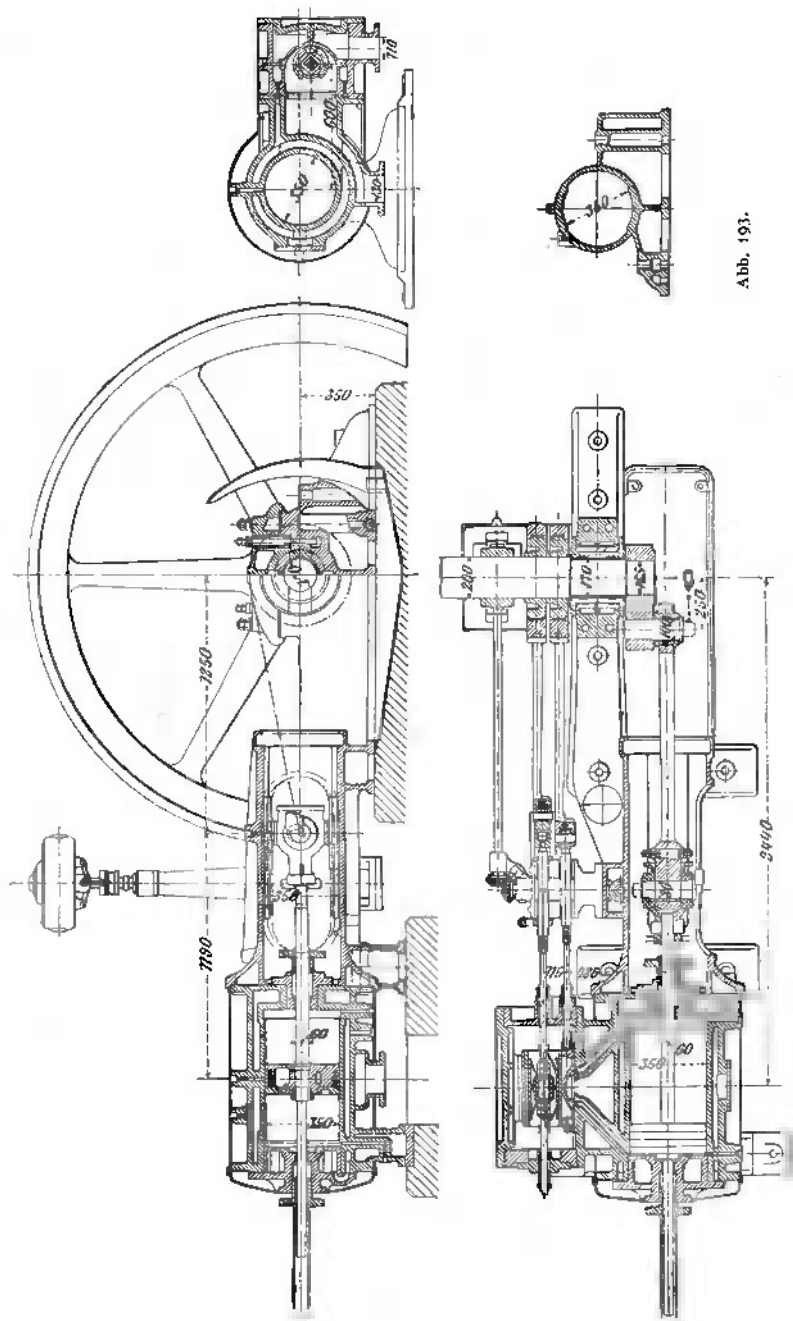


Abb. 193.

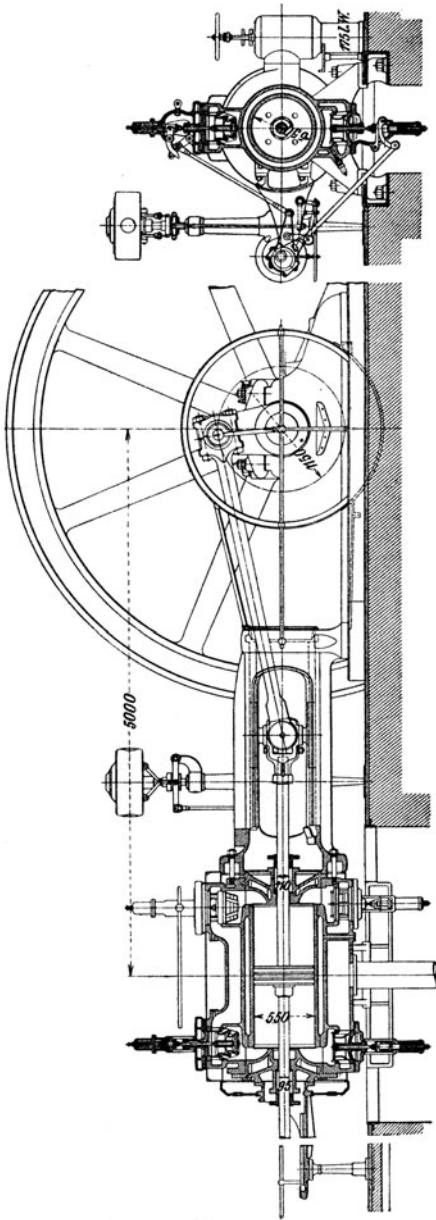


Abb. 194.

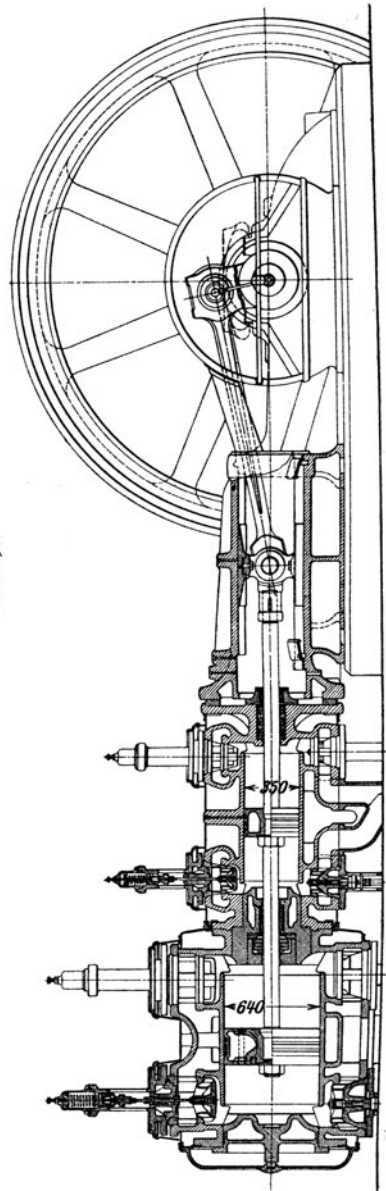


Abb. 195 (Längsschnitt).

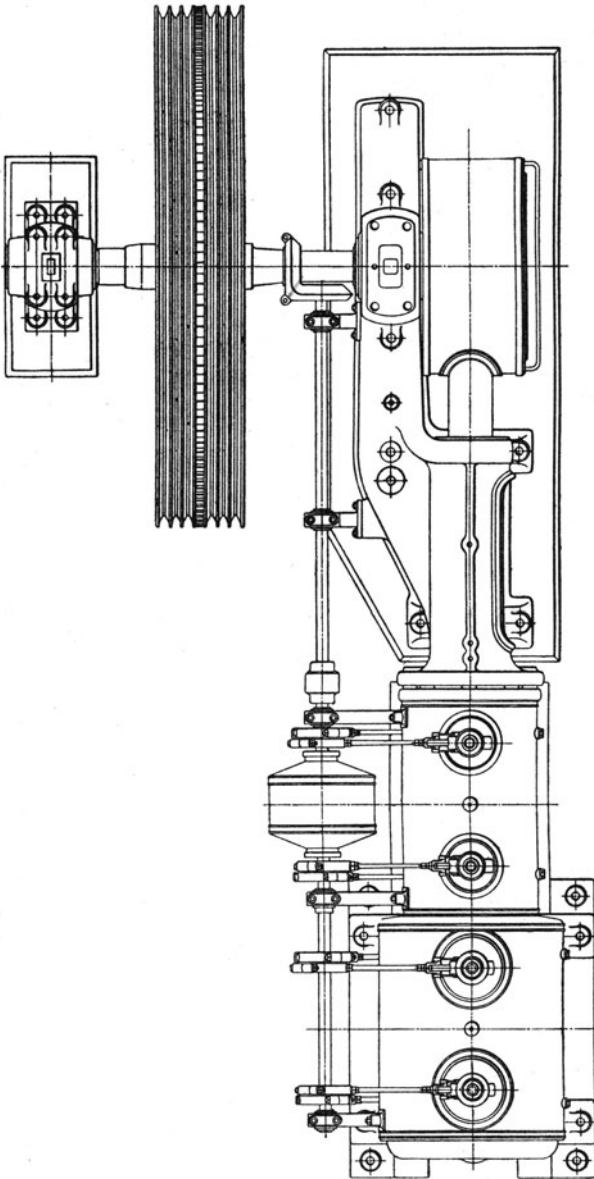


Abb. 195 (Grundriß).

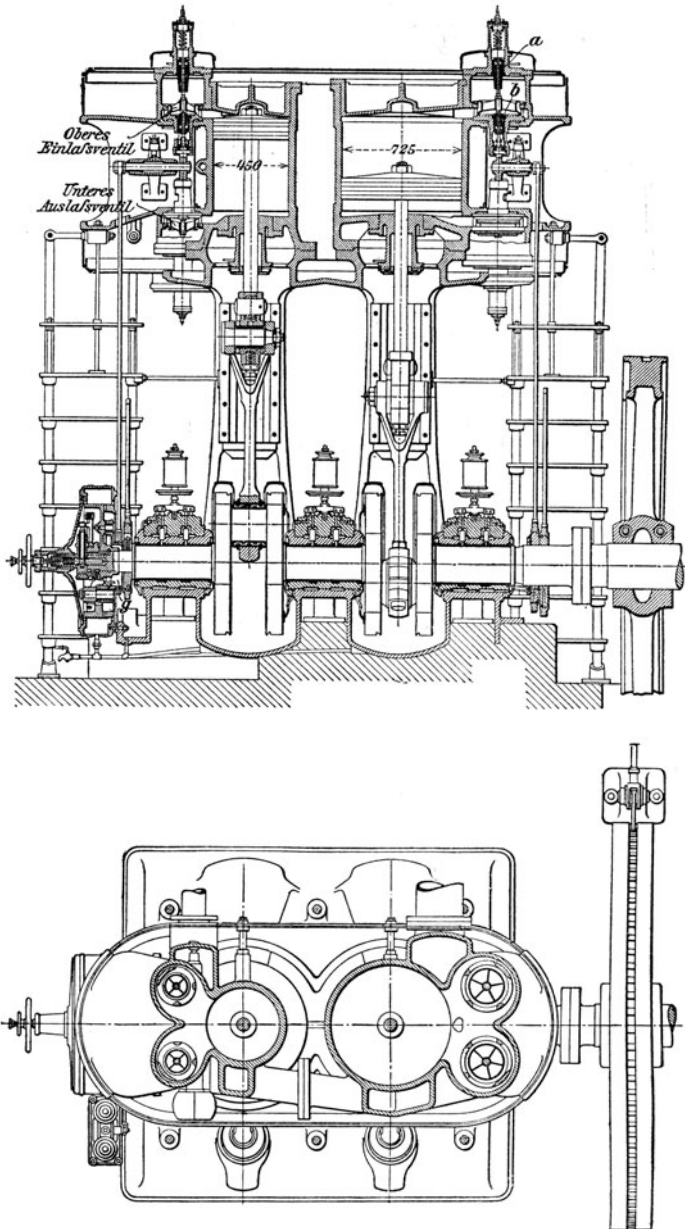


Abb 196.

Abb. 199 zeigt eine solche Einzylindermaschine 170/120 ($n = 500$ Uml./min) von 6,5 PS der Kieler Maschinenbau-A.-G., vorm. C. Daewel, Kiel, mit angekuppelter Dynamo — sog. Dampfdynamo.

Zur Dampfverteilung dient ein unter Wirkung eines Achsenreglers stehender Kolbenschieber mit Trick-Kanal. Den hohen Umlaufzahlen entsprechend sind die beiden Lager der Kurbelwelle, insbesondere dasjenige auf der Dynamo-seite, reichlich lang gehalten.

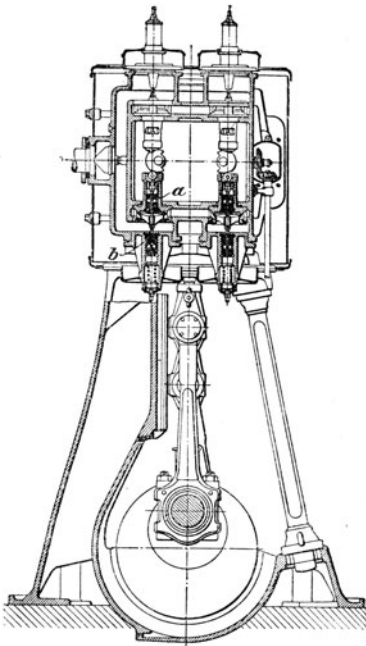


Abb. 197.

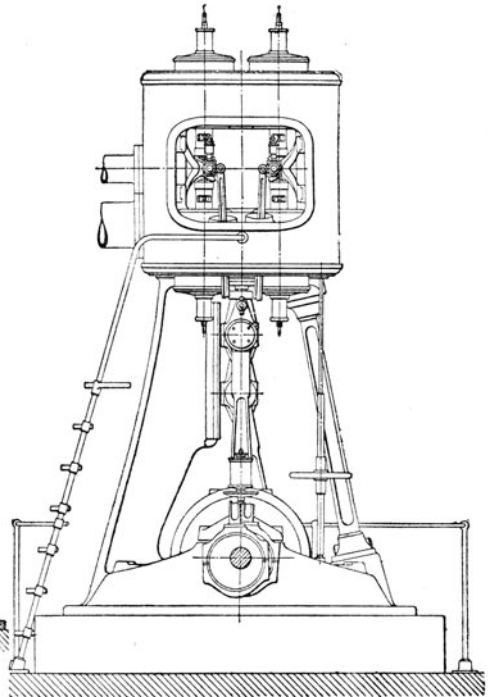


Abb. 198.

(646)

Lokomobilen.

Sie empfehlen sich als fahrbare Anlagen von verhältnismäßig kurzer Dauer, für Betriebe, die ihren Ort häufig wechseln, sowie in Fällen, wo zur Einmauerung eines Kessels, zur Fundamentierung und Aufstellung der zugehörigen Maschine nicht die nötige Zeit verbleibt. Aushilfe für Licht und Kraftbeschaffung bei Montagen. Lokomobilen werden aber auch häufig für ortsfeste Anlagen — bis zu 1000 Nutzpferdestärken (normal) — verwendet, da ihre Wirtschaftlichkeit derjenigen anderer Maschinenanlagen überlegen ist.

Bei der in Abb. 200 dargestellten Tandemlokomobile von R. Wolf, A.-G., Magdeburg-Buckau mit doppelter Überhitzung des Arbeitsdampfes wird der in der Rauchkammer untergebrachte Hochdruckzylinder von den abziehenden Heizgasen umspült und mit Dampf aus dem ersten Überhitzer gespeist, während der in der bekannten Wolfschen Bauart als Dom ausgebildete Niederdruckzylinder den zuvor in einem als Zwischenbehälter dienenden zweiten Überhitzer erwärmten Abdampf des Hochdruckzylinders aufnimmt. Zur Steuerung des letzteren dient ein mittels Achsenreglers beeinflusster, von federnden Dichtungs-

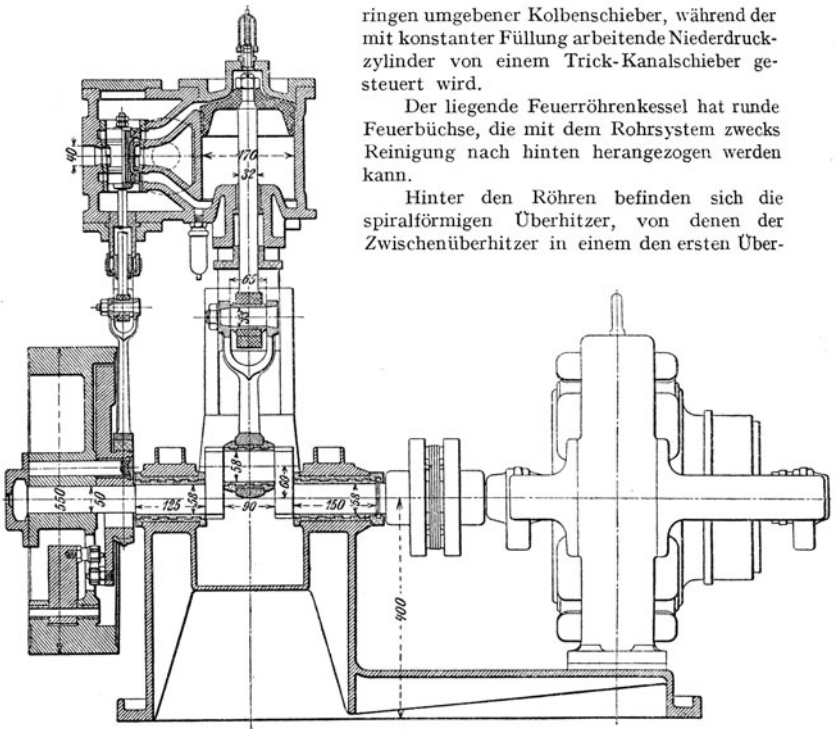


Abb. 199.

ringen umgebener Kolbenschieber, während der mit konstanter Füllung arbeitende Niederdruckzylinder von einem Trick-Kanalschieber gesteuert wird.

Der liegende Feuerröhrenkessel hat runde Feuerbüchse, die mit dem Rohrsystem zwecks Reinigung nach hinten herangezogen werden kann.

Hinter den Röhren befinden sich die spiralförmigen Überhitzer, von denen der Zwischenüberhitzer in einem den ersten Über-

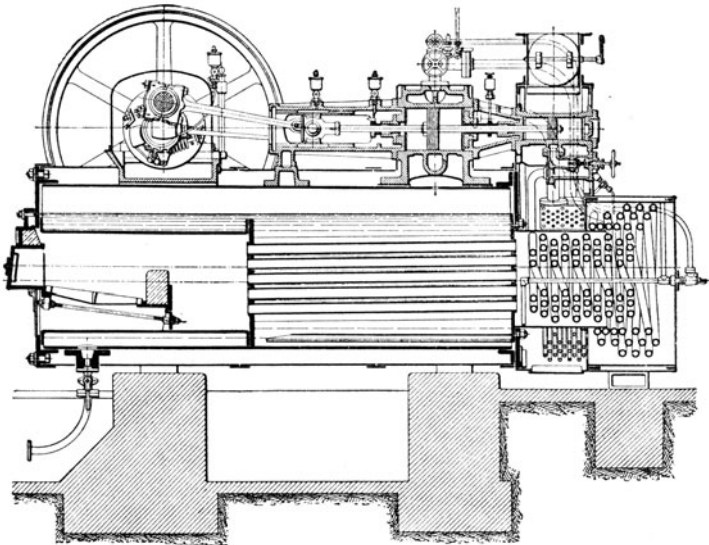


Abb. 200.

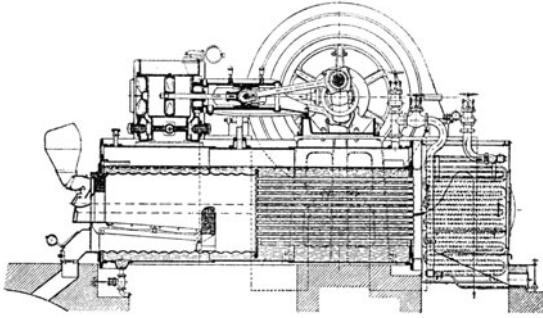


Abb. 201.

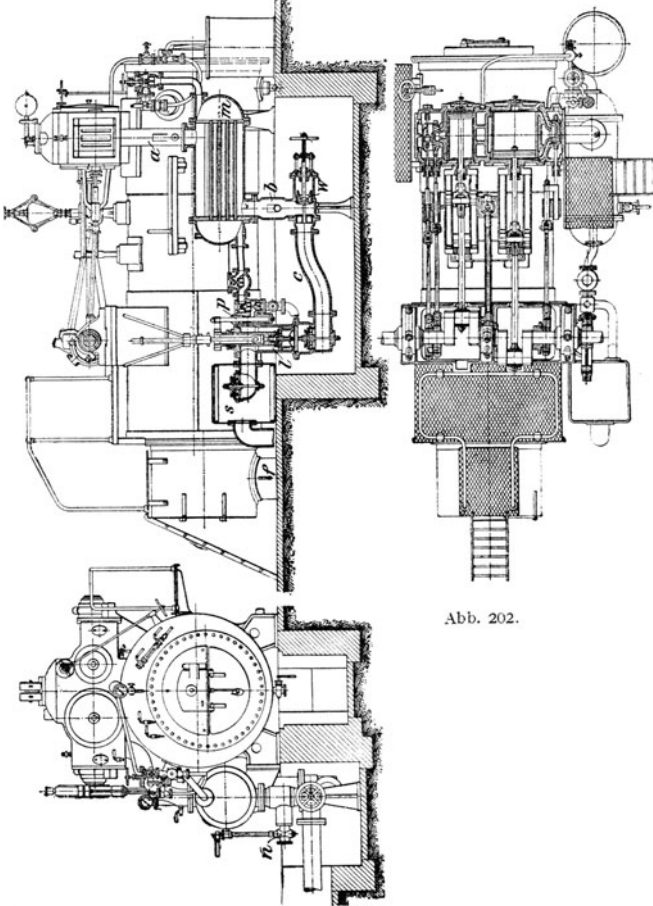


Abb. 202.

hitzer umschließenden Ringraum angeordnet ist; die Baulänge der Lokomobile wird also dadurch nicht beeinflusst.

In neuerer Zeit baut die R. Wolf A.-G. Verbund-Heißdampf-Lokomobile ohne Zwischenüberhitzung mit nebeneinander liegenden Zylindern, deren Einlaß- und Auslaßwege für den Dampf besonders kurz und getrennt gehalten sind; sie liegen im Hochdruckzylinder einander gegenüber, während im Niederdruckzylinder sich die Auslaßöffnungen im Kolbenweg befinden und durch den Dampfkolben gesteuert werden.

Lokomobile mit Ventilsteuerung System Lentz werden von der Fa. Heinrich Lanz in Mannheim gebaut. Abb. 201 zeigt eine solche 200-PS-Verbundlokomobile bei 176 Umdr/min mit einfacher Überhitzung, die auch mit der packungslosen Metallabdichtung, Abb. 179, und mit Lentzschem Beharrungsregler, Abb. 235, ausgerüstet ist.

Heißdampflokomobile mit Gleichstromdampfmaschinen, System Stumpf, sind von der Maschinenfabrik Badenia, vorm. Wm. Platz Söhne, A.-G., Weinheim (Baden), in den Handel gebracht worden.

Abb. 202 zeigt die Gesamtanordnung einer auf Tragfüßen ruhenden kleineren Verbundlokomobile mit ausziehbarem Röhrenkessel, Röhrenvorwärmer und Einspritzkondensator der R. Wolf A.-G. in Magdeburg-Buckau.

Der Hochdruckzylinder hat Ridersteuerung, die unter dem Einflusse eines Porter-Reglers steht. Die Füllung des Niederdruckzylinders, dessen Dampfverteilung ein Trickscher Kanalschieber regelt, läßt sich durch ein von Hand stellbares Exzenter verändern. Die aus Bessemerstahl gefertigte Kurbelwelle läuft in zwei äußeren und in einem mittleren Lager. Von etwa 100 PS, an sind die äußeren Lager als Kugellager ausgebildet. Der unmittelbar an das Auspuffrohr *a* des Niederdruckzylinders angeschlossene Röhrenvorwärmer *m* ist mit der stehend angeordneten, von einem Exzenter der Kurbelwelle aus betriebenen Luftpumpe *l* durch eine Leitung *b*, *c* in Verbindung, deren lotrechter Teil (*b*) gleichzeitig den Kondensator bildet und zu dem Zwecke mit einem regelbaren Zulaufhahn *n* für das Einspritzwasser versehen ist. In das wagerechte Verbindungsrohr *c* zwischen Kondensator und Luftpumpe ist ein bei den neueren Ausführungen über Flur angeordnetes Wechselventil *w* eingeschaltet, um erforderlichenfalls auch ohne Kondensation arbeiten zu können. Die Luftpumpe *l* fördert das Einspritzwasser usw. in einen Wasserkasten *s*, aus dem es abläuft bzw. durch die mit der Luftpumpe gekuppelte Speisepumpe *p* in den Vorwärmer *m*, von hier in den Kessel gedrückt wird. Als zweite Speisevorrichtung dient ein Injektor.

Die Heizgase werden durch den nach unten gerichteten Rauchkammerstutzen *f* in einen unter dem ausziehbaren Flammrohrkessel mit Heizrohren befindlichen gemauerten Kanal, sodann in einen auf gemauertem Sockel stehenden Blechschornstein geführt; hierbei bestreichen sie den unteren Teil des Kessels, wodurch eine gleichmäßige Erwärmung und Ausdehnung desselben bewirkt wird.

Schwungräder für Kraftmaschinen.

(647) **Ungleichförmigkeitsgrad.** Die Wirkung eines Schwungrades besteht darin, während eines Arbeitsspieles die periodischen Arbeitsüberschüsse einer Maschine aufzunehmen und bei nicht ausreichender Arbeit wieder abzugeben, wobei eine Masse beschleunigt bzw. verzögert wird. Die hiermit verbundene Ungleichförmigkeit des Ganges der Maschine soll einen gewissen Betrag nicht überschreiten, der als Ungleichförmigkeitsgrad δ_s bezeichnet und ausgedrückt wird durch

$$\delta_s = \frac{V_{\max} - V_{\min}}{V}, \dots \dots \dots 40$$

worin V_{\max} die größte, V_{\min} die kleinste und $V = \frac{V_{\max} + V_{\min}}{2}$ die mittlere Umfangsgeschwindigkeit des Schwungringes in m/sek bedeuten.

Mittlere Werte des Ungleichförmigkeitsgrades δ_s .

Für Maschinen zum Antriebe von:

Pumpen und Schneidewerken
Werkstätten-Triebwerken

$\delta_s = 1:20$ bis $1:30$,
 $\delta_s = 1:35$ bis $1:40$.

Webstühlen und Papiermaschinen	$\delta_s = 1:40,$
Mahlmühlen	$\delta_s = 1:50,$
Spinnmaschinen (niedrige Garnnummer)	$\delta_s = 1:60,$
„ (hohe „ „)	$\delta_s = 1:100,$
Dynamomaschinen für Lichtbetrieb	
(ohne Akkumulatoren)	$\delta_s = 1:150,$
Drehstrommaschinen	$\delta_s = 1:300.$

(648) **Tangentialdruck- (Drehkraft-) Diagramme.** Zur Ermittlung des bei einer Kurbelumdrehung vom Schwungrade aufzunehmenden Arbeitsüberschusses sind die Tangentialdruck-Diagramme für Kraft und Widerstand, auf den Kurbelzapfen bezogen, aufzuzeichnen.

1. Einzylindermaschinen.

Um das Tangentialdruck-Diagramm der Kraft zu erhalten, ist zunächst das Überdruckdiagramm aufzuzeichnen, dessen Ordinaten dem Unterschiede der beiderseits auf den Kolben wirkenden Drücke — dem jeweiligen Dampfüberdruck — entsprechen. Zu dem Zwecke sind zusammengehörige Indikatorgramme von Deckel- und Kurbelseite der Maschine entsprechend zu vereinigen.

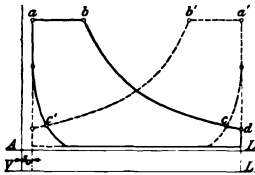


Abb. 203.

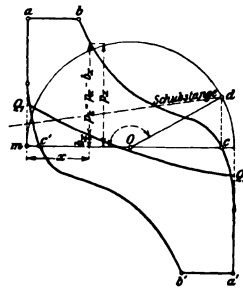


Abb. 204.

Abb. 204 zeigt das Überdruckdiagramm für den Hin- und Rückgang des Kolbens, das aus den Indikatorgrammen, Abb. 203, entstanden ist; es besitzt gleichen Flächeninhalt mit den beiden letzteren und stellt die Arbeit des Dampfes in mkg für 1 cm^2 Kolbenfläche während einer Umdrehung der Maschine dar. In den Punkten c und c' , Abb. 204, ist der Dampfüberdruck Null; er wechselt an beiden Stellen seine Richtung und wirkt von da an der Kolbenbewegung entgegen. Die aus dem Überdruckdiagramm für jede Kolbenstellung zu entnehmenden Dampfdrücke werden aber durch die Wirkung der hin und her gehenden Massen beeinflusst. Es ist deshalb in Abb. 204 noch die Beschleunigungsdruckkurve $Q_1 Q_2$ einzutragen, deren Ordinaten nach Gl. 30 (S. 606)

$$b = \frac{q}{g} \frac{v^2}{r} \left(\cos \alpha \pm \frac{r}{l} \cos 2\alpha \right) \text{ kg/cm}^2,$$

wenn q das Gewicht der hin und her gehenden Massen (in kg) bezogen auf 1 cm^2 Kolbenfläche bezeichnet.

Betreffs der Werte $\cos \alpha \pm \frac{r}{l} \cos 2\alpha$ s. Tabelle auf S. 606.

Zeichnerische Ermittlung der Beschleunigungsdruckkurve s. (627).

Für überschlägliche Ermittlung kann im Mittel für liegende Einzylinder-Dampfmaschinen

$$\begin{aligned} \text{mit Auspuff} & \quad q = 0,28 \text{ kg/cm}^2, \\ \text{,, Kondensation} & \quad q = 0,33 \text{ ,,} \end{aligned}$$

genommen werden ohne Berücksichtigung der zur Luftpumpe gehörigen Antriebs- oder anderer Nebenteile.

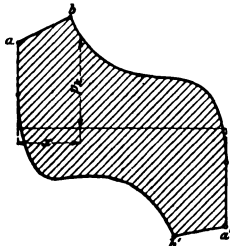


Abb. 205.

Die Ordinaten der Überdrucklinien $abc a' b' c'$ vermindert um diejenigen der Beschleunigungsdruckkurve $Q_1 Q_2$ ergeben dann das resultierende Horizontaldruckdiagramm, Abb. 205, und dessen Ordinaten die bei jeder Kolbenstellung x auf den Kreuzkopf übertragene Druckkraft $p_k = p_x - b_x$. Durch Zerlegung derselben ergibt sich zunächst — nach Abb. 112 (S. 607) — der Normaldruck $n = p_k \operatorname{tg} \gamma$ und die Schubstangenkraft $s = p_k \cos \gamma$, durch nochmalige Zerlegung der letzteren die dem Kolbenwege x entsprechende Tangential- und Radialkraft für 1 cm^2 Kolbenfläche

$$t = \frac{p_k}{\cos \gamma} \sin(\alpha + \gamma) \quad \text{bzw.} \quad d = \frac{p_k}{\cos \gamma} \cos(\alpha + \gamma),$$

worin α den zum Kolbenwege x gehörigen Kurbelwinkel bedeutet. Für $l = \infty$ wird

$$t = p_k \sin \alpha \quad \text{bzw.} \quad d = p_k \cos \alpha.$$

Auf zeichnerischem Wege erhält man die Tangentialkräfte (Drehkräfte) t nach Abb. 113 (S. 608).

Wickelt man den Kurbelkreis vom Halbmesser r in eine Gerade MN , Abb. 206, als Abszissenachse ab, deren Länge für Hin- und Rückgang des Kolbens $2\pi r$, und trägt in entsprechenden Punkten derselben die Drehkräfte t als Ordinaten auf, so

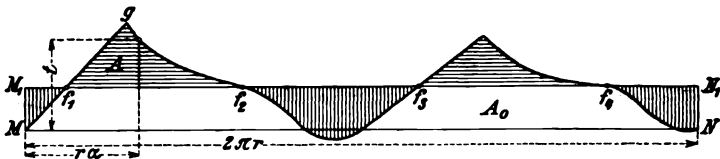


Abb. 206.

erhält man durch Verbindung ihrer Endpunkte die Drehkraftkurve bzw. das Drehkraftdiagramm der Kraft, dessen Fläche — abgesehen von Reibungswiderständen usw. — die vom Dampfdruck auf den Kurbelzapfen übertragene Arbeit in mkg auf 1 cm^2 wirksamer Kolbenfläche während einer Umdrehung (Doppelhub) der Maschine darstellt.

Abb. 206 zeigt, wie die Drehkräfte anfänglich (für die Volldruckperiode) schnell wachsen, dann fortgesetzt fallen und schließlich — gleichwie die entsprechenden Dampfüberdrücke — negativ werden. Wirkt der Widerstand tangential an der Kurbelwelle (Riementrieb, Zahnräder, Dynamo u. dgl.) und wird derselbe gleichmäßig angenommen, so ist das Widerstandsdiagramm ein Rechteck $MN N_1 M_1$, mit der Basis $2\pi r$, dessen Höhe $MM_1 = NN_1$, da die Arbeit des Dampfdruckes und die des Widerstandes gleich groß sind, aus der Flächengleichheit beider Diagramme bestimmt werden kann. Es gibt die über der Widerstandslinie $M_1 N_1$ liegende wagerecht gestrichelte Fläche (für den Beharrungszustand gleich der Summe der lotrecht gestrichelten Flächen) den Ar-

beitsüberschuß A in mkg für 1 cm^2 wirksamer Kolbenfläche während einer Umdrehung der Maschine an.

Wirkt der Widerstand direkt an der Kolbenstange (Pumpe, Gebläse o. dgl.), so wird das Widerstandsdiagramm über das Indikatordiagramm gezeichnet unter Vergrößerung im Verhältnis $N_i : N_n = 1 : \eta_m$.

Erfolgt der Antrieb der Arbeitsmaschine aber durch Kurbel, so ist vom Arbeitsdiagramm ebenfalls ein Tangentialdruckdiagramm zu ermitteln und über dem Tangentialdruckdiagramm aufzutragen, wodurch sich die Ober- und Unterschußflächen ergeben.

In den Schnittpunkten f_1, f_2, f_3 und f_4 der Kraftkurve mit der Widerstandslinie sind Drehkraft und Widerstand einander gleich; von M_1 bis f_1 ist die Drehkraft kleiner, von f_1 bis f_2 größer als der Widerstand usw. Infolgedessen wächst die Geschwindigkeit des Kurbelzapfens von f_1 bis f_2 , während sie von f_2 bis f_4 und von f_4 bis N_1 abnimmt. Bezeichnen V_{min} und V_{max} die kleinste bzw. größte Umfangsgeschwindigkeit der im Kranze vereinigt gedachten Masse M des Schwungrades, so muß die von demselben aufgenommene oder abgegebene Arbeit gleich der Zu- oder Abnahme seines Arbeitsvermögens (lebendigen Kraft)

$$M \frac{V_{\text{max}}^2 - V_{\text{min}}^2}{2}$$

sein, d. h. gleich der größten überschießenden Fläche $A = f_1 g f_2$ multipliziert mit der Kolbenfläche F .

Da ferner

$$\frac{V_{\text{max}} + V_{\text{min}}}{2} = V \quad \text{und} \quad \frac{V_{\text{max}} - V_{\text{min}}}{V} = \delta_s \quad (\text{vgl. (647)}),$$

woraus
$$\frac{V_{\text{max}}^2 - V_{\text{min}}^2}{2 V^2} = \delta_s \quad \text{bzw.} \quad \frac{V_{\text{max}}^2 - V_{\text{min}}^2}{2} = V^2 \delta_s,$$

so ist

$$A F = M V^2 \delta_s, \quad \dots \dots \dots 41$$

woraus die Masse bzw. das Gewicht des Schwungrades ermittelt werden kann.

Bei mehr als vier Schnittpunkten der Kraftkurve mit der Widerstandslinie hat man zu untersuchen, wo die algebraische Summe der aufeinander folgenden Über- und Unterschußflächen $a, b, c \dots$ ihr Maximum und Minimum erreicht. Abb. 207. Die Summe dieser beiden Werte ist dann in Gl. 41 für A einzusetzen ¹⁾.

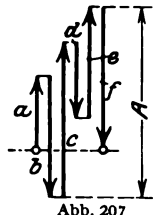


Abb. 207

2. Verbundmaschinen mit versetzten Kurbeln.

Bei diesen Maschinen sind für jede einzelne Kurbel die Drehkraftkurven aufzuzeichnen und entsprechend den zwischen den Kurbeln liegenden Winkeln gegeneinander zu versetzen. Durch Summierung der zu gleicher Zeit wirkenden Drehkräfte erhält man die resultierende Drehkraftkurve. Vorher ist eine Zurückführung der Ordinaten der verschiedenen Kurven auf einen der Zylinder — zumeist den Niederdruckzylinder — vorzunehmen.

(649) Schwungradberechnung bei Dampfkraftmaschinen. Bezeichnet G das Gewicht des Schwungrades in kg , so läßt sich Gl. 41 auch schreiben

$$A F = \frac{G}{g} V^2 \delta_s \quad (g = 9,81 \text{ m/sek}^2).$$

Daraus berechnet sich

$$G = 9,81 \frac{A F}{V^2 \delta_s} \quad \dots \dots \dots 42$$

¹⁾ Vgl. M. Tolle: Die Regelung der Kraftmaschinen. Berlin: Julius Springer.

Bezeichnet man die durch das Rechteck MNN_1M_1 , Abb. 206, dargestellte Widerstandsarbeit mit A_0 , so ist auch

$$G = 9,81 \frac{F}{V^2 \delta_s} \left(\frac{A}{A_0} \right) A_0 \dots \dots \dots 42a$$

Entwickelt die Maschine bei n Uml/min eine Nutzleistung N_n in PS, so ist ferner

$$N_n = \frac{A_0 F n}{60 \cdot 75}, \text{ woraus } A_0 F = 60 \cdot 75 \frac{N_n}{n}.$$

Mit Einsetzung dieses Ausdruckes in Gl. 42a erhält man brauchbare Näherungswerte für das Schwungradgewicht einer Dampfmaschine, ohne Aufzeichnung von Drehkraftkurven, aus

$$G = 9,81 \cdot 60 \cdot 75 \frac{N_n}{\delta_s n V^2} \frac{A}{A_0} = 44150 \frac{A}{A_0} \frac{N_n}{\delta_s n V^2} = \frac{c}{\delta_s n V^2} N_n,$$

worin $c = 44150 \frac{A}{A_0}$ gesetzt werden kann:

bei Einzylindermaschinen und Tandemverbundmaschinen $c = 7000$,
 bei Verbundmaschinen mit versetzten Kurbeln $c = 2500$ bis 4000 ,
 bei Dreizylindermaschinen $c = 1400$ ¹⁾.

Bei Maschinen mit stark wechselnden äußeren Belastungen — für elektrische Straßenbahnen über 100 PS_n u. dgl. — kann man — nach Graßmann —

$$G \geq 6000 \frac{N_n + 100}{V^2}$$

wählen.

Bei vorhandener Pufferbatterie ist G kleiner, bei bergigem Gelände und fehlender Batterie bis 50% größer zu nehmen.

Für Holzbearbeitungsmaschinen, Warmeisensägen usw. genügt etwa

$$G \geq 3000 \frac{N_n + 20}{V^2}.$$

Das berechnete Gewicht G schließt den Anteil der Radarme an dem gesamten Schwungradmoment ein, der bei kleinen Schwungrädern mit 0,1 G geschätzt werden kann, so daß der Schwungring für das Eigengewicht $G_r \sim 0,9 G$ zu bemessen ist.

Bezeichnet

F_r den Querschnitt des Schwungringes in cm^2 ,

R den Schwerpunktsabstand des Ringquerschnittes von der Drehachse in m,

γ das spezifische Gewicht (für Gußeisen $\gamma = 7,25 \text{ kg/dm}^3$),

so ist

$$G_r = \frac{F_r \cdot 2 R \pi \gamma}{10}, \text{ woraus } F_r = 0,22 \frac{G_r}{R}.$$

$2R = D$ ist gewöhnlich um 5 bis 7% bei sehr breitem Schwungring (Riemen- oder Seilschwungrädern) um etwa 3% kleiner als der äußere Raddurchmesser $D_a = 2R_a$.

Der Schwungradhalbmesser ist im Mittel etwa

$$R = 5 r \quad (r = \text{Kurbelhalbmesser}),$$

stets aber derart zu wählen, daß (bei Gußeisen) $V \leq 30 \text{ m/sek}$ wird. (Nur bei Walzenzugmaschinen geht man zuweilen auf etwas höhere Werte.)

Für große Schwungräder ist das Schwungradmoment der Radarme genau zu ermitteln oder vorsorglich $G_r > 0,9 G$ zu wählen, wenn δ_s gewahrt werden muß. Das ganze Schwungradgewicht ist ungefähr $G_s = \frac{5}{4} G_r$ bis $\frac{4}{3} G_r$.

¹⁾ Vgl. Karl Meyer: „Graphische Bestimmung des Schwungradgewichtes der Dampfmaschinen“. Z. 1889, S. 113.

ecke x und $y = a a_1 b + d e_1 e$ kleiner als das $W/4$ darstellende Rechteck $a a_1 e_1 e$.

Unter Vernachlässigung dieser beiden kleinen Dreiecke ist

$$A = A_a - A_0 = A_a - W/4$$

die das Schwungradgewicht bestimmende Überschußfläche. Da sowohl A_a als W jedem Indikatordiagramm entnommen werden kann, lassen sich die Größe A und das Schwungradgewicht G rechnerisch ermitteln.

Bezeichnet noch p_c den mittleren Verdichtungsdruck eines Indikatordiagramms, so ist mit $p_c \cdot p_i = \varrho$

$$A_a = A_i \left(1 + \frac{p_c}{p_i} \right) = A_i (1 + \varrho) \text{ mkg,}$$

sonach auch (s. vorstehend)

$$A = (1 + \varrho) W - 0,25 W = (0,75 + \varrho) W$$

und für einfachwirkende Viertaktmotoren

$$A = (0,75 + \varrho) p_w F r \tau = \frac{G}{g} V^2 \delta_s \text{ mkg} \quad (V = \text{Schwerpunkts-} \\ \text{geschwindigkeit des Schwungringes).}$$

Mit $p_w F r = 716,2 \frac{N}{n}$ folgt (abgerundet)

$$G = \frac{(0,75 + \varrho) \cdot 90\,000 \cdot N_i}{\delta_s \cdot V^2 \cdot n} = \frac{(0,75 + \varrho) \cdot 32,8 \cdot 10^6 \cdot N_i}{\delta_s \cdot D^2 \cdot n^3} \text{ kg} \quad \dots \quad 46$$

(D = Durchmesser des Schwerpunktkreises.)

Erfahrungswerte von $\varrho = \frac{p_c}{p_i}$.

Leuchtgasmotoren . . .	$\varrho = 0,25$ bis $0,35$	Benzinmotoren	$\varrho = 0,10$ bis $0,20$
Kraftgasmotoren . . .	$\varrho = 0,35$ „ $0,45$	Spiritusmotoren . . .	$\varrho = 0,25$ „ $0,32$
Petroleummotoren . .	$\varrho = 0,30$ „ $0,40$	Gleichdruckölmotoren	$\varrho = 0,48$ „ $0,52$

Für liegende Viertakt- und Zweitaktmotoren allgemein kann

$$G = \frac{10^6 \cdot c \cdot N_i}{\delta_s D^2 n^3} = \frac{C N_i}{\delta_s D^2 n^3} \text{ kg} \quad \dots \quad 47$$

gesetzt werden, worin $c = \frac{C}{10^6}$ für arme Gase ($\varrho = 0,45$) und für β = Zündungsabstände in Graden zu setzen ist:

Viertakt:	1	Zylinder einfachwirkend	$\beta = 720^0$	$c = 40$
	1	„ doppeltwirkend	$\beta = 540$ u. 180^0 ,	$c = 25$
	2	„ einfachwirkend ¹⁾	$\beta = 360^0$	$c = 17$
	2	„ doppeltwirkend ²⁾	$\beta = 180^0$	$c = 3,3$
Zweitakt:	4	„ doppeltwirkend ³⁾	$\beta = 90^0$	$c = 1,4$
	1	„ einfachwirkend	$\beta = 360^0$	$c = 16$
	1	„ doppeltwirkend	$\beta = 180^0$	$c = 2,4$
	2	„ einfachwirkend ⁴⁾	$\beta = 180^0$	$c = 2,52$
	2	„ doppeltwirkend ¹⁾	$\beta = 90^0$	$c = 1,25$

Schwungringgewicht, Querschnitt und Schwungmoment wie für Dampfmaschinen.

1) Kurbelversetzung $\alpha = 0^0$. 2) Tandemanordnung. 3) $\alpha = 90^0$. 4) $\alpha = 180^0$.

(651) Festigkeitsberechnung. Die für das Zerreißen eines sich frei drehenden (nicht durch die Arme festgehaltenen) Schwungringes in Betracht kommende tangential gerichtete Zugspannung ist

$$\sigma_z = \frac{\gamma}{g} V^2 \dots\dots\dots 48$$

Für Gußeisen mit $\gamma = 7,25 \text{ kg/dm}^3$ und V in m/sek wird z. B. $\sigma_z = 0,074 V^2$, für Flußstahl mit $\gamma = 7,85 \text{ kg/dm}^3$ $\sigma_z = 0,08 V^2 \text{ kg/cm}^2$.

Die Beanspruchung hängt also nur von V ab und beträgt z. B. für $V = 30 \text{ m/sek}$ — dem bei Dampfmaschinen gebräuchlichen Höchstwerte für die Umfangsgeschwindigkeit des Schwungrades (Gußeisen als Material vorausgesetzt) — $\sigma_z = 66,6 \text{ kg/cm}^2$.

In Wirklichkeit kann sich ein Schwungring nie frei ausdehnen, da die Arme an ihren Ansatzstellen einen Zug nach innen ausüben, wodurch Biegungsspannungen hinzukommen; hierdurch kann die Zugbeanspruchung auf das Doppelte bis Dreifache steigen¹⁾.

Hat das zwischen zwei Armen liegende Stück des Schwungringes die Länge l , so läßt sich dasselbe als ein durch die Fliehkraft

$$C = \frac{G_r V^2}{i g R_0} \quad (i = \text{Anzahl der Arme})$$

gleichmäßig belasteter, fest eingeklemmter Balken betrachten, dessen Abmessungen sich ergeben aus (vgl. S. 236)

$$\frac{C l}{12} = W k_b.$$

Ist das Schwungrad zwischen den Armen geteilt, so wirkt noch die Fliehkraft C_1 des Verbindungsflansches mit Schrauben als Einzellast in der Mitte auf Biegung und die Beanspruchung folgt aus

$$C l / 12 + C_1 l / 8 = W \cdot k_b.$$

Die Arme (Anzahl derselben gewöhnlich 6 bis 8) werden durch die Fliehkraft C des Kranzteiles und $C' \approx 0,25 C$ vom Eigengewicht des Armes auf Zug, durch das größte dem Schwungrad mitgeteilte Moment

$$M_b = \frac{T_{\max} r}{i R_0} l_1$$

auf Biegung beansprucht, wobei T_{\max} die größte Tangentialkraft am Halbmesser r der Kurbel, Abb. 112 auf S. 607, und l_1 die Länge eines Armes und

$$\text{für Gußeisen} \quad \left\{ \begin{array}{l} k_z = 120 \text{ bis } 150 \text{ kg/cm}^2 \\ k_b = 100 \text{ kg/cm}^2 \end{array} \right.$$

„ Schweißeisen $k_b = 400$ „

zulässig ist.

Armquerschnitt oval oder $\bar{\Gamma}$ -förmig (vgl. S. 388).

Bis zu 3 m Durchmesser werden Schwungräder, wenn das Aufbringen gut möglich, einteilig, darüber zweiteilig ausgeführt. Zur Verbindung der Kranzteile dienen Schrauben, Schrumpfringe, Keilbolzen usw. Die Verbindungsteile müssen die Fliehkraft der Hälften auf-

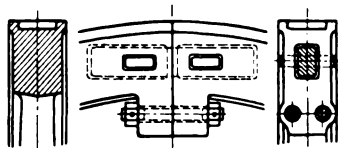


Abb. 209.

¹⁾ S. J Göbel: „Ober Schwungradexplosionen“, Z. 1898, S. 352.

nehmen und sind mit etwa 20% größerer Kraft zu berechnen. Die Schwungräder der Verbrennungskraftmaschinen erhalten Keilverbindung, Abb. 209.

(652) Ausgeführte Schwungräder. Abb. 210 stellt ein mitten durch einen Arm geteiltes Riemscheiben-Schwungrad von 3,200 m äußerem Durchmesser und

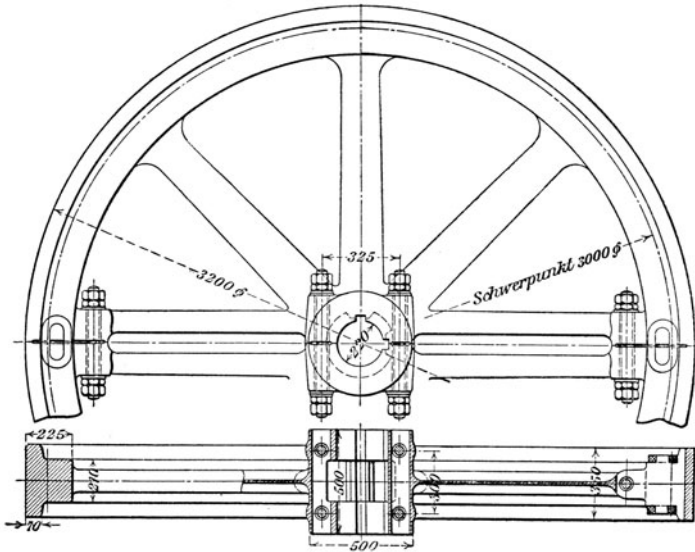


Abb. 210.

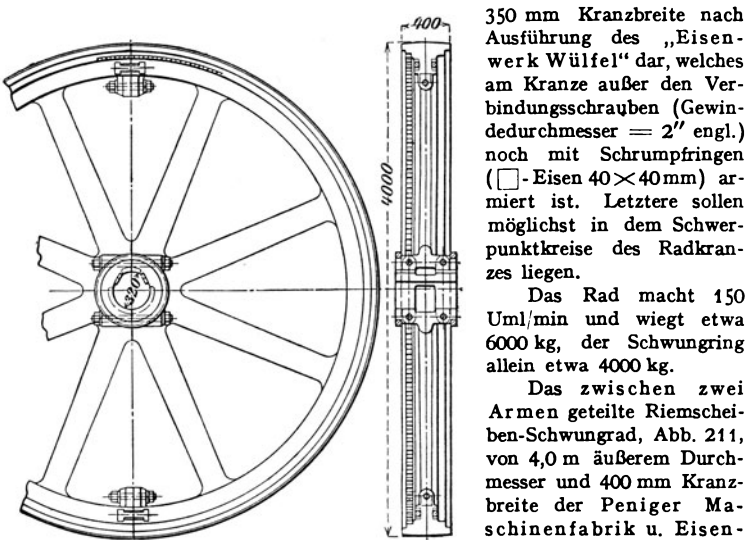


Abb. 211.

350 mm Kranzbreite nach Ausführung des „Eisenwerk Wülfel“ dar, welches am Kranze außer den Verbindungsschrauben (Gewindedurchmesser = 2" engl.) noch mit Schrumpringen (□-Eisen 40×40mm) armiert ist. Letztere sollen möglichst in dem Schwerpunktkreise des Radkranzes liegen.

Das Rad macht 150 Uml/min und wiegt etwa 6000 kg, der Schwungring allein etwa 4000 kg.

Das zwischen zwei Armen geteilte Riemscheiben-Schwungrad, Abb. 211, von 4,0 m äußerem Durchmesser und 400 mm Kranzbreite der Peniger Maschinenfabrik u. Eisengießerei A.-G. wiegt etwa 7600 kg. Die Verbindung

des Kranzes erfolgt durch eingelegte Laschen und Schraubenbolzen, diejenige der Nabe durch Schraubenbolzen und Schrumpfringe.

Dient das Schwungrad nicht als Riemenscheibe, so wird das Kranzprofil schmaler und höher gemacht, um größeres Widerstandsmoment zu erhalten.

Auch als Seilscheiben-Schwungräder ausgeführt.

Zum Anlassen der zugehörigen Maschinen (auch für Riemenauflagen, Reparaturen usw.) sind die Schwungräder mit einem inneren oder äußeren Zahnkranz versehen, in den die Hebel oder Getriebe sog. Schaltwerke bzw. von Andrehvorrichtungen eingreifen. Die Schaltwerke mit Hebel werden, je nach der Größe der Maschine, einfach- und doppelwirkend ausgeführt. Abb. 212 zeigt ein doppelwirkendes Schaltwerk.

Die an ihren freien Enden entsprechend ausgebildeten Hebel *c* und *d* kommen bei der Auf- und Abwärtsbewegung des Handhebels *h* abwechselnd mit den Zähnen des innen verzahnten Schwungrades in Eingriff und bewirken damit die fortschreitende Drehung desselben.

Bei Andrehvorrichtungen mit Getriebe wird das letztere mittels eines Hebels von Hand ausgerückt, oder aber es erfolgt die Ausrückung selbsttätig, sobald die Maschine schneller läuft, als die

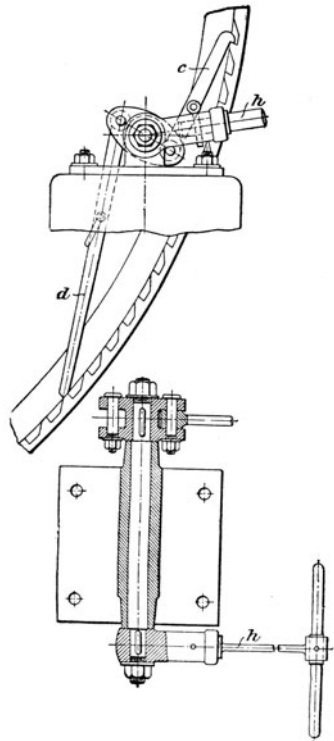


Abb. 212.

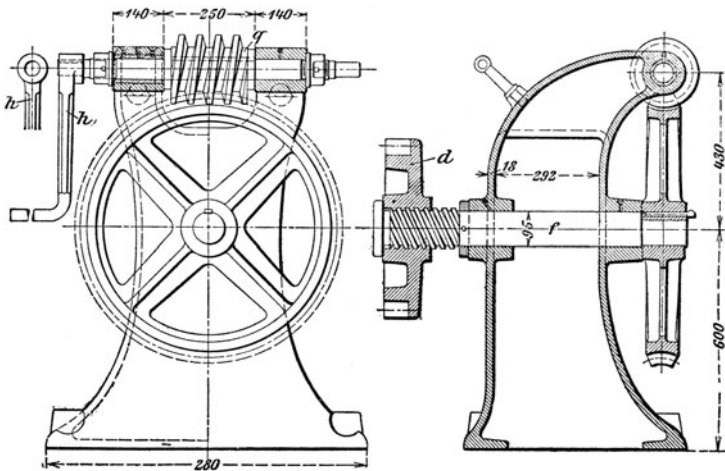


Abb. 213.

Vorrichtung gedreht wird. Abb. 213 zeigt eine solche Andrehvorrichtung mit Schnecke und Schneckenrad. Das mittels Kurbel h bewegte Getriebe d greift in die Innenverzahnung des Schwungrades; es wird durch das steile Schraubengewinde der Welle f selbsttätig ausgerückt, sobald die Anlaufgeschwindigkeit der Maschine diejenige der Andrehvorrichtung überschreitet.

Andrehvorrichtungen für größere Maschinen bestehen aus einer

kleinen Hilfsmaschine — in der Regel einer Zwillingsdampfmaschine mit geneigt liegenden Zylindern —, die mittels Schnecke und Schneckenrades ein in den Zahnkranz des Schwungrades eingreifendes Getriebe in Umdrehungen bringt.

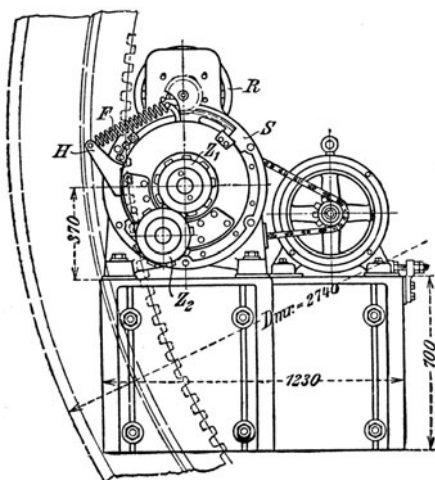


Abb. 214.

Die Leistung dieser Hilfsmaschine beträgt etwa 5% bis 7% der mittleren Leistung der Hauptdampfmaschine, ihre Umlaufzahl etwa 150 bis 200 in der Minute — entsprechend einer Umfangsgeschwindigkeit des Schwungrades von etwa 0,3 m/sek.

Eine elektrische betriebene Andrehvorrichtung der Felten & Guillaume-Lahmeyerwerke A.-G. (D. R. P. Nr. 145018) für Zahndrücke bis etwa 3000 kg zeigt Abb. 214.

Das von einem Elektromotor mittels Gelenkkette angetriebene Zahnrad Z_1 steht mit dem auf einer drehbaren Scheibe S befestigten Zahnrad Z_2 im Eingriff, und sobald die durch eine am Arme H angreifende Feder F mit einem Zahnsegment in Verbindung stehende Scheibe durch Handrad R und ein in das Segment eingreifendes kleines Getriebe gedreht wird, kommt Z_2 mit dem Zahnkranz des Schwungrades in Eingriff, wobei gleichzeitig der Kontaktarm des Motoranlassers den ersten Kontakt berührt. Durch weitere Drehung des Handrades und des Segmentes wird die Spannung der Feder F vergrößert und der Anlasser allmählich kurzgeschlossen, bis das Segment in der Endstellung durch einen Sperrstift festgehalten wird. Überschreitet die Anlaufgeschwindigkeit der Maschine diejenige der Andrehvorrichtung, so werden Z_2 und damit auch S in der Drehrichtung des Zahnkranzes verschoben und der Sperrstift durch einen auf der Scheibe sitzenden Anschlag ausgelöst. Das Segment schnellert jetzt infolge Federkraft zurück und schaltet dabei den Anlasser aus, so daß der Motor zum Stillstand kommt, während die Scheibe S durch das Schwungrad noch so weit gedreht wird, bis das auf ihr befestigte Zahnrad Z_2 wieder außer Eingriff kommt. Für größere Zahndrücke tritt an Stelle der Kettenübertragung eine solche mittels Schneckengetriebes.

Fliehkraftregler.

(653) **Allgemeines.** Je nachdem der Fliehkraft der umlaufenden Schwungmassen durch Gewichte oder Federn Gleichgewicht gehalten wird, unterscheidet man Gewichts- und Federregler. Schlagen die Schwungkörper der Regler in der Ebene der Reglerspindel aus, so sind es Kegelregler, bewegen sie sich in einer senkrecht zur Spindel stehenden Ebene, so nennt man sie Flachregler (Achsenregler). Erstere übertragen ihre Bewegung auf eine in der Längsrichtung der Reglerspindel verschiebbare Muffe, von dort mittels Gleitringes auf das Steuergestänge, letztere beeinflussen die auf der Reglerspindel (Steuerwelle) befindliche Steuerung unmittelbar.

Ist ein Fliehkraftregler (meist Flachregler) noch mit einer Hilfsschwungmasse verbunden, deren in tangentialer Richtung auftretender Trägheitswider-

stand eine Vergrößerung der Stellkraft des Reglers bewirkt, so wird er als Beharrungsregler (Trägheitsregler) bezeichnet.

Man unterscheidet ferner unmittelbar und mittelbar wirkende Regler. Erstere bewirken die Verstellung der Steuerung unmittelbar, letzte schalten hierfür eine Hilfskraft ein.

Geschwindigkeitsregler (Drehzahlregler) halten die Umlaufzahl konstant.

Leistungsregler für Pumpwerke, Kompressoren u. dgl. gestatten Änderungen der minutlichen Umlaufzahl innerhalb weiter Grenzen und damit bei gleicher Hubarbeit stark wechselnde Maschinenleistungen.

Wächst die minutliche Umlaufzahl, die zur Herstellung des Gleichgewichtes eines Reglers nötig ist, mit der Entfernung der Schwungmassen von der Drehachse bzw. mit jeder höheren Muffenstellung, so ist der Regler statisch, — er befindet sich auf allen Teilen seines Hubes im stabilen Gleichgewicht.

Astatisch sind Regler, die nur bei einer bestimmten Umlaufzahl bei jeder Muffenstellung im Gleichgewicht sind. Bei allen übrigen Umlaufzahlen springen diese Regler von einer Grenzlage der Muffe in die andere. Derartige Regler sind nur als mittelbar wirkende zu gebrauchen; ihr Gleichgewichtszustand ist indifferent.

Ein brauchbarer, unmittelbar wirkender Regler soll pseudoastatisch sein, d. h. sich dem astatischen Zustande stark nähern, derart, daß die kleinste und die größte Umlaufzahl, die also der tiefsten und höchsten Muffenstellung entspricht, nur wenig voneinander abweichen.

Befindet sich ein Regler im stabilen Gleichgewicht, so muß nach obigem mit steigender Muffe die Umlaufzahl zunehmen.

Das Maß dieser Zunahme wird als Ungleichförmigkeitsgrad δ_r bezeichnet und ausgedrückt durch

$$\delta_r = \frac{n_1 - n_2}{n_m} = \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_m}; \dots \dots \dots 1$$

hierin bedeutet $n_1 (\omega_1)$ die größte, $n_2 (\omega_2)$ die kleinste und $n_m (\omega_m)$ die mittlere Umlaufzahl (Winkelgeschwindigkeit) eines nicht mit dem Stellzeug gekuppelten Reglers.

Von der richtigen Wahl des Ungleichförmigkeitsgrades δ_r hängt in erster Linie die Regulierfähigkeit des Reglers ab. Wird δ_r zu klein genommen, so führt der Regler bei Änderung der Belastung des Motors langdauernde Pendelungen aus, während bei großem δ_r der gesamte Ungleichförmigkeitsgrad (vgl. S. 670 unten) zu groß wird.

Für Gewichtszugregler kann nach Tolle¹⁾ angenähert betragen:

$$\delta_r = \sqrt[3]{\frac{s}{gt^2}}; \dots \dots \dots 1a$$

hierin bedeutet

- s den Muffenhub in cm,
- g die Beschleunigung durch die Schwere = 981 cm/sek²,
- t die Zeit in Sekunden, in der der Motor vom Ruhezustande aus bei größter Füllung und Leerlauf seine normale Umlaufzahl erlangt.

Bezeichnet

- N die größte Leistung der Maschine in PS,
- M die Masse des Schwungringes in kg/m/sek²,
- V die Schwungringgeschwindigkeit in m/sek,

¹⁾ Max Tolle: „Die Regelung der Kraftmaschinen“. -Berlin: Julius Springer.

so ist

$$i = \frac{M V^3}{75 N}.$$

Bei Federreglern ist statt des wirklichen Muffenhubes s nur ein Teilbetrag s_r desselben in Gl. 1a einzusetzen — bei Federreglern nach Tolle z. B. $s_r = \frac{1}{13,5} s$ für kleinere und $s_r = \frac{1}{15} s$ für größere Ausführungen (vgl. S. 681). Federregler gestatten somit bei gleicher Regelungsfähigkeit kleinere Ungleichförmigkeitsgrade als Gewichtregler.

Der der Muffenbewegung entgegengerichtete Widerstand P setzt sich zusammen aus dem nützlichen Teile W , der durch das Stellzeug auf die Muffe übertragen wird, und dem von der Eigenreibung des Reglers herrührenden schädlichen Teile R . Ein Steigen oder Sinken der Muffe erfordert aber eine bestimmte Änderung der minutlichen Umlaufzahl n in positivem bzw. negativem Sinne ($+\Delta n$ bzw. $-\Delta n$), bei der der Regler unempfindlich bleibt. Das Verhältnis dieser Änderung der Umlaufzahl zwischen $n' = n - \Delta n$ bis $n'' = n + \Delta n$ zur Umlaufzahl n heißt der Unempfindlichkeitsgrad ε des Reglers; er läßt sich schreiben:

$$\varepsilon = \frac{n'' - n'}{n} = \frac{(n + \Delta n) - (n - \Delta n)}{n} = \frac{2 \Delta n}{n} \dots \dots 2$$

Der Unempfindlichkeitsgrad ε soll bei Maschinen mit hin und her gehender Bewegung stets größer als der Ungleichförmigkeitsgrad δ_s des zugehörigen Schwungrades (vgl. S. 658) sein, um ein unnötiges Zucken des Reglers innerhalb eines jeden Maschinenhubes zu vermeiden; er darf ferner nicht kleiner sein als der kleinste zulässige Ungleichförmigkeitsgrad δ_r des Reglers (vgl. S. 669).

Als Energie S (eigentlich richtiger Muffendruck) bezeichnet man diejenige Kraft, welche der ruhend und vom Stellzeug nicht belastet gedachte Regler an der Muffe ausübt.

Die bekannten Regler mit Federbelastung zeigen starke Veränderlichkeit der Energie (Zunahme bei Hartung, Trenck usw., Abnahme bei Proell); nahezu konstante Energie hat z. B. der Federregler nach Tolle. Die Größe S ist durch Auswiegen des Muffendruckes bei ruhender Spindel für jede Muffenstellung leicht zu ermitteln.

Mit Rücksicht auf gleichbleibende Unempfindlichkeit für alle Muffenstellungen ist konstante Energie S am günstigsten; sie ermöglicht, ohne Änderung des Ungleichförmigkeitsgrades die Muffenbelastung zu vergrößern oder zu verkleinern, z. B. behufs Änderung der Umlaufzahl.

Mit Hilfe der Energie läßt sich ε auch schreiben

$$\varepsilon = \frac{P}{S} = \frac{W + R}{S} = \frac{W}{S} + \frac{R}{S} = \varepsilon_w + \varepsilon_r;$$

hieraus folgt

$$P = S \varepsilon,$$

d. h. die vom Regler zur Überwindung der an der Muffe gemessenen Widerstände $W + R$ ausübende Verstellungskraft ist = Energie \times Unempfindlichkeitsgrad.

Bei den meisten Reglern ist ε_r für die einzelnen Muffenstellungen verschieden. Am zweckmäßigsten sind Regler mit möglichst konstantem ε_r .

Die Größe W läßt sich durch Auswiegen an der vorhandenen Regelungsvorrichtung (unter Dampf) zweckmäßig mittels Federwage ermitteln.

Der gesamte Ungleichförmigkeitsgrad i , den der Regler für die Maschine zuläßt, beträgt angenähert $i = \delta_r + \varepsilon$; er entspricht dem mit dem Stellzeuge gekuppelten Regler.

Das Produkt aus der mittleren Energie S_m und dem Muffenhube s ergibt das Arbeitsvermögen \mathfrak{A} des Reglers, also

$$\mathfrak{A} = S_m s = \int S ds.$$

(654) Analytische Berechnung der Fliehkraftregler.

Außer den unter (653) angegebenen Bezeichnungen bedeutet

G das Gesamtgewicht der an einem Pendel hängend gedachten Schwungmasse in kg,

Q das Gewicht der die Muffe belastenden Hülse in kg,

l die Länge des Pendels, l_1 die des Kurbelarmes (Pendelstange) und l_2 die der Schubstange (Hülsenstange) in m,

$\alpha, \alpha_1, \alpha_2$ einen beliebigen, den größten und kleinsten Ausschlagwinkel des Pendels,

n, n_1, n_2 die diesen Winkeln entsprechenden Umlaufzahlen,

h die lotrechte, r die wagerechte Projektion von l in m,

a den Abstand des Pendeldrehpunktes von der Spindelachse in m,

$\omega = \frac{\pi n}{30}$ die Winkelgeschwindigkeit der Reglerspindel.

Bei den nachstehenden Berechnungen der Gewichtszugler sind die Gewichte der Pendel- und Hülsenstangen l_1 und l_2 unberücksichtigt geblieben; dieselben beeinflussen die Umlaufzahlen des Reglers oft nicht unerheblich. Zur angenäherten Berücksichtigung dieses Einflusses kann, wenn

$$\begin{aligned} G_1 & \text{ das Gewicht von } l_1 \text{ in kg,} \\ G_2 & \text{ ,, ,, ,, } l_2 \text{ ,, ,,} \end{aligned}$$

bedeutet, statt G

$$G + 0,4 G_1 + 0,5 G_2 \frac{l_1}{l}$$

und statt Q

$$Q + 0,5 G_2 \text{ gesetzt werden.}$$

1. Gewichtszugler.

Abb. 215 zeigt einen Watt-Regler mit offener Aufhängung der Schwungmassen G .

Es ist

$$\begin{aligned} h &= l \cos \alpha + a \operatorname{ctg} \alpha; \quad r = l \sin \alpha \quad \text{und für } l_1 = l_2 \\ s &= 2 l_1 (\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1). \end{aligned}$$

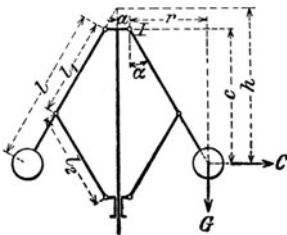


Abb. 215.

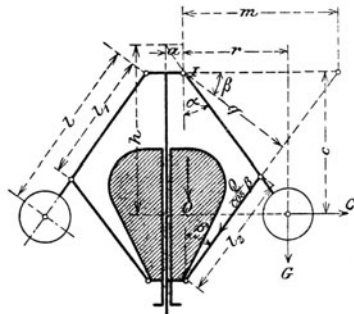


Abb. 216.

Für die Friehkraft C der Schwungkörper G gilt

$$C = \frac{G}{g} \omega^2 (r + a), \quad \text{oder} \quad \omega = \sqrt{\frac{C}{r+a} \cdot \frac{1}{G}}$$

und hieraus

$$n = \frac{30 \omega}{\pi} \sim 30 \sqrt{\frac{C}{r+a} \cdot \frac{1}{G}} \dots \dots \dots 3$$

Für Drehpunkt I der Pendel besteht die Gleichgewichtsbedingung

$$-Cc + Gr = 0, \quad \text{woraus} \quad C = G \frac{r}{c}.$$

Mit Einsetzung dieses Wertes in Gl. 3 folgt

$$n = 30 \sqrt{\frac{1}{c} \frac{r}{r+a}} \quad \text{oder} \quad \left(\frac{n}{30}\right)^2 = \frac{1}{c} \frac{r}{r+a}.$$

Für die zentrale Aufhängung der Schwungmassen ist $a = 0$, für die gekreuzte Aufhängung ist a negativ in die vorstehende Gleichung einzusetzen.

Es ist ferner

$$S = G \frac{l}{2l_1}; \quad \varepsilon = \frac{2 \Delta n}{n} = \frac{P}{G} \frac{l_1}{l}; \quad P = \varepsilon G \frac{l}{l_1}.$$

Man nimmt

$$l_1 = l_2 = 0,6 l, \quad \alpha_2 = 15^\circ;$$

dann wird für zentrale Aufhängung ($a = 0$)

$$n = 30 \sqrt{\frac{1}{h}}$$

und für

$$\begin{array}{cccc} \alpha_1 = 20^\circ & 25^\circ & 30^\circ & 35^\circ \\ \delta_r = 0,011 & 0,032 & 0,055 & 0,083 \end{array}$$

Für offene und gekreuzte Stangen kann $a \sim 0,1 l$ gesetzt werden.

Belastet man die Muffe des Watt-Reglers für offene Aufhängung noch mit einem Gewichte Q , so entsteht der Porter-Regler. Abb. 216.

Für den Drehpunkt I der Pendel gilt

$$-Cc + Gr + \frac{Q}{\cos \beta} q = 0,$$

woraus

$$C = G \frac{r}{c} + \frac{Q}{\cos \beta} \cdot \frac{q}{c}$$

und in Verbindung mit Gl. 3

$$\left(\frac{n}{30}\right)^2 = \frac{r}{(r+a)c} \left(1 + \frac{Q}{G} \frac{q}{r \cos \beta}\right) = \frac{1}{h} \left(1 + \frac{Q}{G} \frac{m}{r}\right)$$

bzw. für rhombische Aufhängung ($a = \beta, l_1 = l_2$)

$$\left(\frac{n}{30}\right)^2 = \frac{1}{h} \left(1 + \frac{2Q}{G} \frac{l_1}{l}\right).$$

Es ist ferner

$$S = Q + G \frac{r}{m} \quad \text{bzw.} \quad = Q + G \frac{l}{2l_1} \quad (\text{für rhomb. Aufhängung});$$

$$\varepsilon = \frac{2 \Delta n}{n} = \frac{P}{Q + G \frac{r}{m}}; \quad P = \varepsilon \left(Q + G \frac{r}{m}\right).$$

Die Umlaufzahlen sind infolge der Muffenbelastung bei gleichem l wesentlich größer als beim Watt-Regler, ebenso auch die Energie und die Verstellkraft; dagegen wird der Unempfindlichkeitsgrad klein.

Zu empfehlen ist

$$a = 0,1 l; \quad l_1 = l_2 = 0,66 l \quad \text{neben} \quad \alpha_2 = 40^\circ;$$

dann wird für

$$\begin{matrix} \alpha_1 = 42^\circ & 43^\circ & 44^\circ & 45^\circ & 46^\circ & 47^\circ \\ \delta_r = 0,019 & 0,027 & 0,036 & 0,045 & 0,055 & 0,067 \end{matrix}$$

Häufig findet man $l = l_1$, obwohl $l > l_1$ günstiger ist.

Bei dem Proell-Regler, Abb. 217, mit umgekehrter Aufhängung und geknickten Pendelstangen sind die Schwungkörper G und Q sowie deren Fliehkräfte im Gleichgewicht, wenn ihre jeweilige Resultierende durch den augenblicklichen Pol \mathfrak{P} geht.

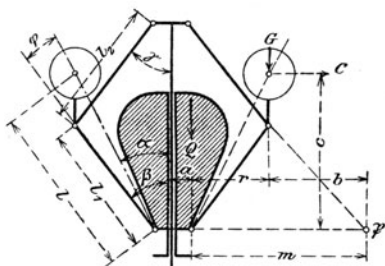


Abb. 217.

Hierfür gilt

$$C c - G b - Q m = 0$$

oder

$$C = G \frac{b}{c} + Q \frac{m}{c}$$

und in Verbindung mit Gl. 3

$$\left(\frac{n}{30}\right)^2 = \frac{1}{c(a+r)} \left(b + \frac{Q}{G} m\right) = \frac{1}{h} \left[\left(1 + \frac{Q}{G}\right) \frac{m}{r} - 1\right].$$

Zumeist $l_1 = l_2$; $\beta = \gamma$; aber $\alpha < \beta$.

2. Federregler.

Die Wirkungsweise und Berechnung der Federregler läßt sich am besten auf zeichnerischem Wege ermitteln (s. 658).

(655) Konstruktion und Bedeutung der C-Kurven.

Bezeichnet

G das Gewicht und M die Masse aller Schwungkörper zusammen,
 C deren gesamte Fliehkraft,

Q das Gewicht der die Muffe belastenden Hülse,

x den Abstand des Schwerpunktes M von der Spindel,

so findet sich die minutliche Umlaufzahl n des Reglers aus

$$C = M \omega^2 x = \left(\frac{n}{30}\right)^2 \frac{\pi^2}{g} G x \sim \left(\frac{n}{30}\right)^2 G x, \dots \dots \dots 4$$

Bestimmt man die Fliehkräfte C in den verschiedenen Reglerstellungen und trägt dieselben als Ordinaten von einer Wagerechten aus senkrecht unter den Schwerpunkten der Massen M ab, so liegen die Endpunkte auf einer Kurve — der sog. C -Kurve —, die, da sie über den Charakter des Reglers in den einzelnen Wirkungsgebieten Aufschluß gibt, die Charakteristik des Reglers genannt wird.

Für den beliebigen Punkt P , Abb. 218, einer so ermittelten C -Kurve folgt

$$\frac{C}{x} = \text{tg } \varphi \dots \dots \dots 5$$

worin φ den Winkel bedeutet, den der Fahrstrahl OP_u mit der Wagerechten ON bildet.

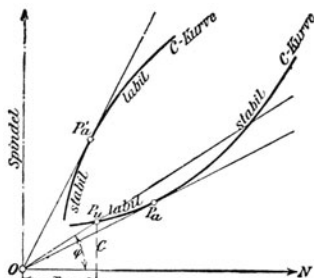


Abb. 218.

Entspricht einem zweiten Punkte der *C*-Kurve derselbe Winkel φ , so ist für beide Reglerstellungen die gleiche Umlaufzahl erforderlich.

Ist die *C*-Kurve eine durch *O* gehende Gerade, so ist der Regler astatisch. Eine größere oder geringere Annäherung an diesen Zustand wird bei unmittelbar wirkenden Reglern angestrebt (vgl. 653); die *C*-Kurve muß sich somit einer durch *O* gehenden Geraden möglichst nähern, um die gewünschte Pseudoastasia zu liefern.

Wächst der Winkel φ mit wachsendem Pendelausschlag, so ist der Regler stabil; nimmt φ mit zunehmendem x ab, so ist der Regler labil (s. Abb. 219).

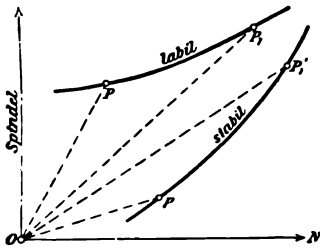


Abb. 219.

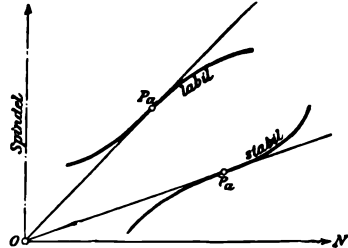


Abb. 220.

Kann man in Abb. 218 an die *C*-Kurve von *O* aus eine Tangente ziehen, so bedeutet der Berührungspunkt P_a (bzw. P_a') derselben einen sog astatischen Punkt. Vor dem astatischen Punkte P_a ist der Regler stabil, dahinter labil, Abb. 218, obere Kurve, oder umgekehrt, Abb. 218, untere Kurve. Ist P_a bzw. P' , Abb. 220, ein Wendepunkt der *C*-Kurve, so ist der Regler ganz stabil oder ganz labil.

Bei genügender Annäherung der *C*-Kurve an eine durch *O* gehende Gerade, d. h. an die Astasia, nimmt der Ungleichförmigkeitsgrad des Reglers

$$\delta_r = \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_m} \quad (\text{vgl. 653})$$

einen so kleinen Wert an, daß $\omega_m = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$, demnach

$$\delta_r = \frac{(\omega_1 - \omega_2) \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}}{\omega_m^2} = \frac{\omega_1^2 - \omega_2^2}{2 \omega_m^2} \dots \dots \dots 6$$

gesetzt werden kann.

Bezeichnet allgemein

x den Schwerpunktsabstand eines Schwungkörpers von Mitte Reglerspindel, so ist — gemäß Gl. 4 (S. 673) —

$$\omega = \sqrt{\frac{C}{x} \frac{g}{G}}$$

und mit Einsetzung des Wertes aus Gl. 5

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{G}} \sqrt{\text{tg } \varphi}.$$

Schreibt man hiernach

$$\omega_1^2 = \frac{g}{G} \text{tg } \varphi_1; \quad \omega_2^2 = \frac{g}{G} \text{tg } \varphi_2; \quad \omega_m^2 = \frac{g}{G} \text{tg } \varphi_m$$

und setzt diese Werte in Gl. 6 ein, so folgt

$$\delta_r = \frac{\operatorname{tg} \varphi_1 - \operatorname{tg} \varphi^2}{2 \operatorname{tg} \varphi_m}$$

Um diesen Wert aus der C -Kurve zu finden, zieht man in einem beliebigen Abstände d von O , Abb. 221, eine Senkrechte zu ON , überträgt durch Fahrstrahlen von O aus die Endpunkte P_1 und P_2 der C -Kurve auf diese Senkrechte und ermittelt hier die Abschnitte c_1 , c_2 und c_m , wobei

$$c_m = \frac{c_1 + c_2}{2} \quad \text{und} \quad 2c = c_1 - c_2$$

ist, dann wird

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{c_1}{d}; \quad \operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{c_2}{d}; \quad \operatorname{tg} \varphi_m = \frac{c_m}{d};$$

folglich

$$\delta_r = \frac{c_1 - c_2}{2 c_m} = \frac{c}{c_m}$$

Ist umgekehrt δ_r gegeben und ein Endpunkt der C -Kurve, z. B. P_1 , so findet man den anderen Endpunkt, indem man

$$c = \delta_r c_m$$

ausrechnet, die Größe $2c$ von P_1 nach unten abträgt und von dort den Fahrstrahl nach O zieht, dessen Schnittpunkt mit der C -Kurve dann den Punkt P_2 liefert. Da die C -Kurve von der Lage der Reglerspindel unabhängig bleibt, kann der Ungleichförmigkeitsgrad δ_r des Reglers — beim Entwurf desselben — beliebig abgeändert werden.

In der Nähe eines astatistischen Punktes ist der Ungleichförmigkeitsgrad δ_r am leichtesten klein zu halten; man verwendet deshalb zweckmäßig solche Stücke der C -Kurve, die ungefähr mit P_a beginnen und stabil sind.

Die C -Kurve ermöglicht ferner eine unmittelbare Bestimmung des Arbeitsvermögens \mathcal{A} eines Reglers. Beachtet man nämlich, daß sich Energie S und Fliehkraft C eines Reglers in jeder Stellung desselben das Gleichgewicht halten, und daß für eine unendlich kleine Verschiebung ds der Muffe die Schwungkugeln in Richtung der Fliehkraft C um dx nach außen rücken, so folgt

$$C dx = S ds \quad \text{und} \quad \mathcal{A} = \int S ds = \int C dx.$$

Das Arbeitsvermögen ist in Abb. 221 durch die schraffierte Fläche $\mathcal{A} = \int C dx = AP_2P_1B$ dargestellt.

Für die weiteren Untersuchungen zur Beurteilung der Fliehkraftregler empfiehlt es sich, die von G und Q bzw. von der Spannkraft F einer Belastungsfeder herrührenden Anteile der Fliehkraft (C_g und C_q bzw. C_f) getrennt zu ermitteln und zu einer Kurve aufzutragen, deren Ordinaten

$$C = C_g + C_q \quad \text{bzw.} \quad C = C_g + C_q + C_f.$$

(656) Die **Untersuchung ausgeführter Regler** kann auf folgende Weise vorgenommen werden. Man bringt am Regler eine Zeigervorrichtung mit Skala (nach Abb. 222) an, auf der die Muffenstellungen vergrößert erscheinen. Als oberste und unterste Stellung wählt man nicht die äußersten möglichen Stellungen, um das Spiel des Zeigers beobachten zu können. Die Umlaufzahl wird allmählich gesteigert und beim Durchgang des Zeigers durch die markierten Stellungen mittels Tachometer möglichst genau gemessen — n_1 , n_0 , n_2 . Nach Erreichung der höchsten Muffenstellung läßt man die Umlaufzahl wieder langsam abnehmen und bestimmt dieselbe beim Niedergang für die gleichen Zeigerstellungen — n'_2 , n'_0 , n'_1 . Trägt man die so erhaltenen Umlaufzahlen über den Muffen-(Zeiger-)Stellungen als Abszissen auf, so erhält man ein Schaubild nach Abb. 223 und kann den ge-

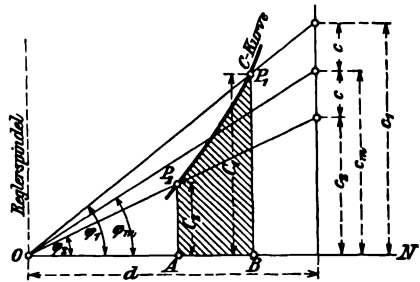


Abb. 221.

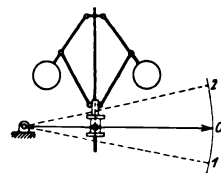


Abb. 222.

samt den Ungleichförmigkeitsgrad δ , den Stabilitätsgrad ε und den Unempfindlichkeitsgrad ε leicht bestimmen.

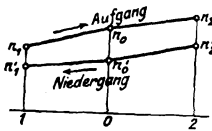


Abb. 223.

$$\text{Ungleichförmigkeitsgrad: } \delta = \frac{n_2 - n_1'}{n_2 + n_1'} = 2 \frac{n_2 - n_1'}{n_2 + n_1'}$$

$$\text{Stabilitätsgrad: für Aufgang } \varepsilon_a = \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} = 2 \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}$$

$$\text{für Niedergang } \varepsilon_n = 2 \frac{n_2' - n_1'}{n_2' + n_1'}$$

Unempfindlichkeitsgrad: bei 1, 0, 2:

$$\varepsilon_1 = 2 \frac{n_1 - n_1'}{n_1 + n_1'}$$

$$\varepsilon_0 = 2 \frac{n_0 - n_0'}{n_0 + n_0'}$$

$$\varepsilon_2 = 2 \frac{n_2 - n_2'}{n_2 + n_2'}$$

Sind x_1, x_0, x_2 die den Stellungen 1, 0, 2 entsprechenden Abstände der Schwerpunkte des Schwingkörpers von der Drehachse, so können die Fliehkräfte $C_1, C_0, C_2, C_1', C_0', C_2'$ aus der Beziehung $C = M \omega^2 x$ ermittelt werden, wenn $M = \frac{G}{g}$ die auf den Schwerpunkt reduzierte Masse der Fliehkraft erzeugenden Teile ist. Man kann dann nach obigem die C -Werte über x für Auf- und Niedergang auftragen und den Verlauf der C -Kurven beurteilen, Abb. 224, die zwischen den Strahlen aus O durch den obersten und den untersten C -Punkt liegen.

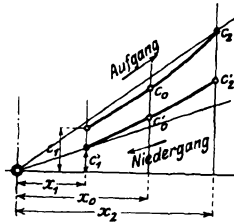


Abb. 224.

Die Untersuchung kann auch für verschiedene Muffenbelastungen Q und für verschiedene Stellezugwiderstände W durchgeführt werden. Für Aufgang ist W zu Q zu addieren, beim Niedergang von Q abzuziehen.

(657) Gewichtsregler. Für den allgemeinen Fall ergibt Abb. 225 — es sind hier $Q = 80$ kg und $G = 40$ kg zugrunde gelegt — alle erforderlichen Größen durch Zeichnung wie folgt.

C_p -Kurve. G und C_p sind an dem Pendel $III M$ im Gleichgewicht, wenn ihre Resultierende R durch den festen Drehpunkt I geht. Man trägt daher von I aus G senkrecht nach unten ab und zieht durch den Endpunkt die Wagerechte gg , so schneiden die Linien IM auf der letzteren die gesuchten C_p für die einzelnen Regulatorstellungen ab.

C_q -Kurve. Die Wirkung von Q überträgt sich auf das Pendel III durch die Schubstange $II III$. Die Zugkraft S_q in dieser folgt durch Zerlegung von Q in die Horizontalkomponente H und nach der Richtung von $II III$. Da H auf jeder Seite der Spindel erscheint, heben sich ihre Wirkungen auf. S_q und C_q müssen am Pendel III im Gleichgewicht stehen unter Vermittelung einer Zapfenreaktion R' , deren Richtung dadurch bestimmt ist, daß sie einerseits durch I , andererseits durch den Schnittpunkt B von C_q und S_q gehen muß. Die Größen von R' und der gesuchten C_q finden sich dann aus dem Kräfte-dreieck IAD , in welchem IA gleich und parallel S_q dadurch gemacht worden ist, daß Q von I aus senkrecht nach oben abgetragen, durch den Endpunkt von Q die Wagerechte gg gelegt, BI über I hinaus verlängert und schließlich durch I zur Schubstange die Parallele IA gezogen ist.

Energie S . Es ist stets

$$\frac{S}{C} = \frac{Q}{C_q}$$

man erhält somit S als Höhe aus einem zu IAD ähnlichen Dreieck mit C als Grundlinie.

Zapfendrucke. Die Resultierende von R und R' bedeutet den gesamten Druck Z_1 auf den Zapfen I ; derselbe ist durch die Verbindungslinie DE seiner Größe und Richtung nach gegeben. S_q ist der Zapfendruck für II und III . Hiermit lassen sich die bezüglichen Zapfendurchmesser d_1, d_2 und d_3 berechnen.

Die Eigenreibung R (auf die Hülse bezogen) ergibt sich, wenn $I H = h_1$ und $III \beta = h_2$, ferner μ die Zapfenreibungszahl bedeutet, aus

$$R = \frac{\mu}{2 h_1} (Z_1 d_1 + Z_2 d_2) + \frac{\mu}{2 h_2} (Z_2 d_3 + Z_3 d_3)$$

und, wenn $d_1 = d_2 = d_3$, allgemein $= d$ gesetzt wird, aus

$$R = \frac{\mu d}{2} \left[\frac{Z_1 + Z_2}{h_1} + \frac{Z_2 + Z_3}{h_2} \right].$$

Für den von der Eigenreibung herrührenden Unempfindlichkeitsgrad ϵ_r gilt

$$\epsilon_r = \frac{R}{S}.$$

Für die Auswahl der Größe eines Reglers ist zumeist die sog. nützliche Verstellkraft W maßgebend. Die dieser entsprechende Energie S folgt bei einem angenommenen gesamten Unempfindlichkeitsgrade ϵ_r aus

$$\epsilon_w = \epsilon - \epsilon_r$$

mit

$$S = \frac{W}{\epsilon_w} = \frac{W + R}{\epsilon}.$$

Für rhombische Aufhängung des Pendels (I und III haben gleichen Abstand von der Spindel, $I III = I III$ und $I II M$ liegen auf einer Geraden), d. h. bei den Reglern von Watt, Porter und Kley sind die C'_g , C_q und C -Kurve von gleicher stabiler Gestalt. Q und G können, ohne δ_r zu beeinflussen, behufs Erzielung anderer Umlaufzahlen beliebig abgeändert werden. (Durch Kreuzung der Stangen läßt sich der Ungleichförmigkeitsgrad δ_r nach Belieben verringern.) Es ist ferner die Energie S im allgemeinen konstant, während die Größe R der Eigenreibung und damit auch ϵ_r für die oberen Stellungen wesentlich niedriger ist als für die unteren.

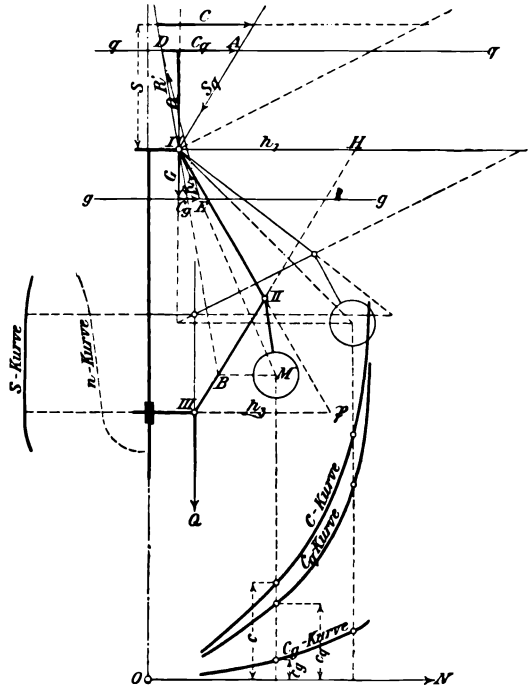


Abb. 225.

(658) **Federregler** Die außer den Gewichten noch mit Federn belasteten Regler gestatten, wie schon (S. 670) hervorgehoben, bei gleicher Regelungsfähigkeit kleinere Ungleichförmigkeitsgrade als Gewichtsregler. Es läßt sich durch passende Wahl der Federabmessungen beliebige Annäherung an die Astasie herbeiführen und da der Charakter des Reglers vollkommen von dem Verhalten der Feder abhängig ist, durch Spannen oder Entspannen derselben der Ungleichförmigkeitsgrad nach Bedarf abändern.

Als Beispiel zur Ermittlung der Fliehkräfte

$$C = C_g + C_q + C_f$$

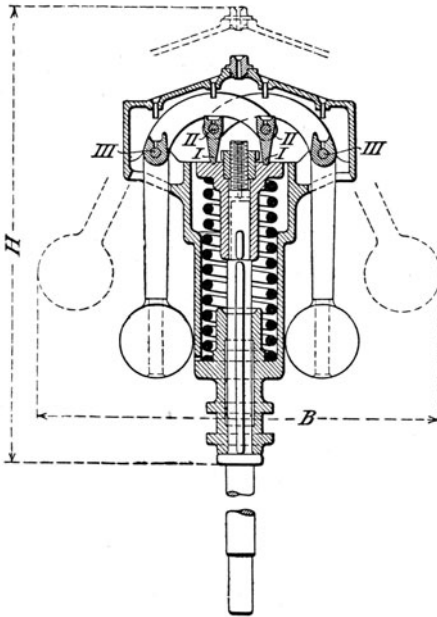


Abb. 226.

und der C -Kurven usw. eines Federreglers durch Rechnung und Zeichnung diene der in Abb. 226 dargestellte Winkelhebelregler von R. Trenck mit Gewichts- und Federbelastung.

Der Drehpunkt III ist mit der Hülse verbunden und wird somit lotrecht, der Endpunkt II angenähert in einer Wagerechten durch Stelzen III geführt, die um den festen Punkt I schwingen.

Die Federbelastung F soll dem größten Teile der Fliehkraft das Gleichgewicht halten; die entsprechende

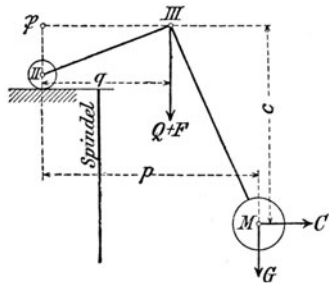


Abb. 227.

C_p -Kurve muß also schon einen fast astatischen Charakter zeigen, damit nach Ausgleich derselben mit der C_q - und C_f -Kurve die gesamte C -Kurve die gewünschte Annäherung an die Astatie erhält.

Unter der Voraussetzung, daß Punkt II genau wagerecht geführt wird, ergibt sich C_q durch folgende Überlegung.

Zieht man in dem Abb. 227 ersichtlichen Schema eines Trenck-Reglers durch II eine Lotrechte, durch III eine Wagerechte, so liefert der Schnitt beider den augenblicklichen Drehpunkt für den Winkelhebel, den Pol Ψ . In bezug auf ihn gilt

$$-Cc + (Q + F)q + Gp = 0,$$

woraus für die Fliehkraft C , mit der aus Gl. 4 (S. 673) n berechnet werden kann, folgt

$$C = (Q + F) \frac{q}{c} + G \frac{p}{c} \dots \dots \dots 7$$

Ferner läßt sich aus Gl. 4, wenn die mittlere Umlaufzahl n und der Ungleichförmigkeitsgrad δ_r gegeben sind, C (C_{\max} bzw. C_{\min}) und nach Einsetzung des betreffenden Wertes in Gl. 7 die Federspannung F (F_{\max} bzw. F_{\min}) berechnen.

Mit Berücksichtigung der wirklichen Bahn des Zapfens II lassen sich alle maßgebenden Größen am einfachsten zeichnerisch ermitteln, was in Abb. 228 durchgeführt ist.

Es sind hier folgende Maße zugrunde gelegt: Hülsengewicht $Q = 68$ kg; Gewicht aller Schwungmassen $G = 16$ kg; Muffenhub = 54 mm; mittlere Fliehkraft $C_m = 115$ kg — bei einem Abstände der Schwungmassen $x = 0,2$ m, entsprechend einer mittleren Umlaufzahl von 180 in der Minute.

Mit einem Ungleichförmigkeitsgrade $\delta_r = 0,02$ lassen sich die Werte der Fliehkkräfte C für die höchste und tiefste Stellung nach Abb. 221 (S. 675) ermitteln.

Legt man in Abb. 228 durch die der tiefsten, mittleren und höchsten Muffenstellung entsprechenden Punkte III_1 , III_2 und III_3 eine Wagerechte, so schneidet diese auf der Stelzenrichtung III den Pol Ψ ab. Zieht man ΨM , verlängert diese Linie über M hinaus und setzt sie mit G zu einem Kräfte dreieck zusammen, so erhält man C_q . In gleicher Weise findet sich C_f aus Q , indem man durch M die Wagerechte MB legt, diese in B zum Schnitt mit der Lotrechten durch III bringt und in dem Kräfte dreieck $b' || B \Psi$ zieht. Damit sind die C_q - und die C_f -Kurven bestimmt. Die an der gesamten Fliehkraft C noch fehlenden Bertäge $C - (C_q + C_f)$ ergeben dann

für die äußersten Muffenstellungen die Werte C_f , womit die kleinste und größte Federspannung nach dem in Abb. 228 angegebenen Verfahren gefunden werden. Nachdem auch für Zwischenstellungen der Muffe aus den Federspannungen die entsprechenden Werte C_f ermittelt sind, lassen sich die C_f -Kurve und die C-Kurve fertigstellen.

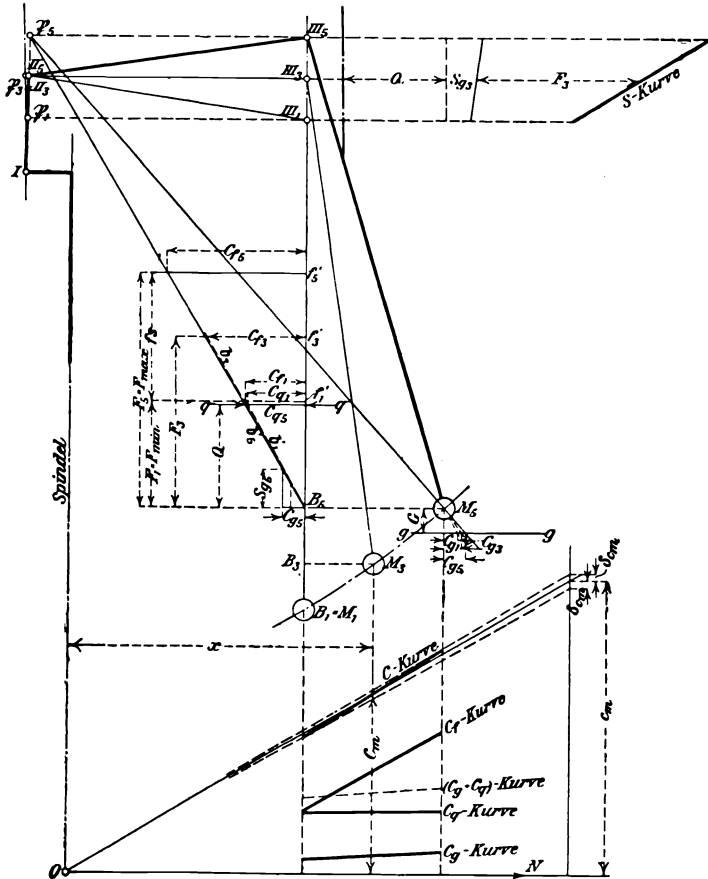


Abb. 228.

[Die C_g -Kurve ist astatisch. Da C_q , wie schon ausgeführt, fast konstant ist, so muß das Stellzeug genau ausbalanciert werden.]

Federberechnung.

Bezeichnet

F_{\max} die größte } Federspannung in kg,
 F_{\min} die kleinste }

f_{\max} bzw. f_{\min} die betreffende Zusammendrückung der Feder vom spannungslosen Zustande aus in cm,

$$s = f_{\max} - f_{\min} = \frac{F_{\max} - F_{\min}}{F_{\max}} f_{\max} \text{ den Reglerhub in cm,}$$

r den mittleren Halbmesser der Windungen in cm,

m die Anzahl der Windungen,

d die Drahtdicke in cm,

so gilt für zylindrische Schraubenfedern mit rundem Querschnitte (vgl. S. 260)

$$F_{\max} r = \sim 0,2 d^3 k_d$$

und für die Windungszahl

$$m = \frac{f_{\max} d^4}{64 r^3} \frac{G}{F_{\max}} = \frac{s \cdot d^4}{64 r^3} \frac{G}{F_{\max} - F_{\min}}$$

Die zulässige Drehungsspannung kann $k_d = 3500 \text{ kg/cm}^2$ (für guten gehärteten Federstahl), das Schubmaß $G = 825000 \text{ kg/cm}^2$ genommen werden.

Die Energie S setzt sich aus zwei Teilen zusammen: aus der Gewichts- und Federbelastung $Q + F$ und einem von G herrührenden (im allgemeinen veränderlichen) Betrage S_g ; für den letzteren gilt

$$\frac{S_g}{C_g} = \frac{Q}{C_g}$$

Mittels dieses Ausdruckes ist S_g rechnerisch oder zeichnerisch (mit Hilfe zweier ähnlicher Dreiecke) zu bestimmen; schließlich erhält man dann

$$S = Q + F + S_g$$

S wächst (hauptsächlich infolge der zunehmenden Federspannung F) nach oben hin bedeutend.

Die auf die Muffe bezogene Eigenreibung R wächst anfangs langsam, dann ziemlich schnell; auch der durch R hervorgerufene Unempfindlichkeitsgrad ε_r (im Mittel $\sim 1\%$) nimmt nach oben hin zu.

Eine Änderung der Umlaufzahl durch Änderung der Federspannung ist unzulässig, deshalb wird eine besondere Einrichtung zur Tourenänderung geliefert.

Der reduzierte Hub s_r (s. S. 670) ist im Mittel gleich $\frac{1}{2} s =$ dem halben Hube.

Auch der in Abb. 229 dargestellte Winkelhebelregler von Zabel & Co. in Quedlinburg unterscheidet sich nur unwesentlich von dem Trenck-Regler. Die Enden der Winkelhebel werden hier durch oberhalb aufgehängte Gelenke angenähert in einer Wagerechten geführt

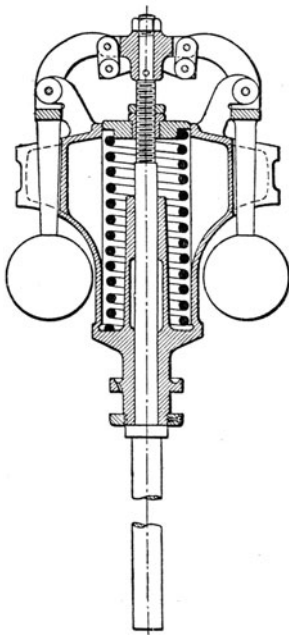


Abb. 229.

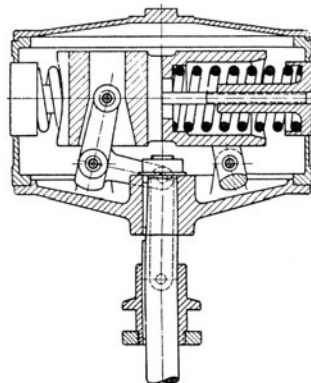


Abb. 230

Eine Abänderung der Umlaufzahl durch Spannen oder Entspannen der Feder ist ohne erhebliche Änderung des Ungleichförmigkeitsgrades auch bei diesem Regler wegen des labilen Charakters der C_g -Kurve nicht zulässig. Dagegen lassen sich mittels der freigelegten Spannmutter durch das Stellzeug hervorgerufene Be- oder Entlastungen der Muffe ausgleichen.

Der reduzierte Hub beträgt $s_r = 0,3 s$ bis $0,4 s$, das Hülsengewicht nur noch etwa $\frac{1}{10}$ der Federbelastung. Zur Veränderung der Umlaufzahl werden 2 bis 3 Zusatzfedern angeordnet.

Den Federregler mit entlasteten Gelenken von Hartung, Kuhn & Co., A.-G. in Düsseldorf zeigt Abb. 230.

Hartung-Kuhn-Federregler mit normalem¹⁾ Hub und schweren Gewichten (Abb. 230).

Regler-Nummer		505	506	507	508	509	510	511	512	513	514	515	516
Hub	mm	16	20	25	30	35	40	50	60	70	80	90	100
mit schwachen Federn	Umdrehungen/Min.	450	400	350	300	250	220	200	200	180	180	170	160
	Mittlere Energie kg	25	55	90	120	140	180	230	375	500	800	1070	1500
	Mittlere Verstellkraft nach 1% Geschw.-Änderg. kg	0,5	1,1	1,8	2,4	2,8	3,6	4,6	7,5	10	16	21	30
	Arbeitsvermögen nach 1% Geschw.-Änderg. mm kg	8	22	45	72	98	144	230	450	700	1280	1890	3000
	Reduzierter Hub cm	0,28	0,3	0,35	0,5	0,7	0,9	1,0	1,1	1,3	1,4	1,5	1,8
	Hierzu Federwage Nr.	5	5	6	7	8	9	10	11	12	14	15	16
	mit starken Federn	Umdrehungen/Min.	700	600	500	430	380	330	300	260	240	215	190
Mittlere Energie kg		60	120	180	250	320	400	500	640	875	1140	1320	1700
Mittlere Verstellkraft nach 1% Geschw.-Änderg. kg		1,2	2,4	3,6	5,0	6,4	8,0	10,0	12,8	17,5	22,8	26,4	34,0
Arbeitsvermögen nach 1% Geschw.-Änderg. mm kg		20	48	90	150	224	320	500	768	1225	1820	2380	3400
Reduzierter Hub cm		0,12	0,15	0,2	0,25	0,3	0,4	0,5	0,7	0,8	1,0	1,2	1,6
Hierzu Federwage Nr.		5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Gewicht des Reglers ca. kg		16	28	40	55	75	98	138	210	300	385	540	760
Gewicht m. Verpackung ca. kg	21	36	50	73	100	125	170	250	350	450	630	870	

Die Druckfedern sind fest mit den Schwungmassen und diese gelenkig mit den Winkelhebeln verbunden. Da die Federkraft unmittelbar der Fliehkraft entgegenwirkt, hat der Mechanismus zur Übertragung des Ausschlages der Schwungmassen auf die Hülse nur die Eigengewichte auszuhalten; die Zapfen bleiben nahezu druckfrei, und es fällt der Unempfindlichkeitsgrad infolge der Eigenreibung sehr gering aus:

$$\epsilon_r = 0,3\% \text{ bei langsam laufenden Reglern,}$$

$$\epsilon_r = 0,2\% \text{ bei rasch laufenden Reglern,}$$

$$\epsilon_r = 0,1\% \text{ bei Ausführung mit Kugellagern.}$$

Durch Anspannen der Hauptfedern wird die C-Kurve parallel verschoben und deshalb bald labil; durch Entspannung wird der Ungleichförmigkeitsgrad vergrößert. Immerhin kann auf diese Weise die Umlaufzahl im Stillstand um 2% erhöht und um etwa 3% vermindert werden. Zur Verstellung der Umlaufzahl während des Ganges um + und - 5% dienen Federwagen mit Belastungs- und Entlastungsdrüsen, wobei die hohe Empfindlichkeit und der Ungleichförmigkeitsgrad möglichst erhalten bleiben. Die gesamte C-Kurve ist gerade, so daß die Regler auch bei kleinsten Ungleichförmigkeitsgraden in allen Lagen stabil sind. Die Energie wie die Fliehkraft nehmen nach oben hin zu, weil die Winkelhebel rechtwinklig sind. Dafür sind aber Klümmungen im Getriebe vermieden. Der reduzierte Hub beträgt je nach Größe und Umlaufzahl $\frac{1}{6}$ bis $\frac{1}{15}$ S.

Bei dem von der Hannoverschen Maschinenbau-A.-G., vorm. G. Egestorff, Hannover, gebauten Federregler von Tolle (Abb. 231, S. 682) ist durch Anwendung von zwei Belastungsfedern — einer Längsfeder m und einer Querfeder n — die Möglichkeit gegeben, ohne Änderung des Ungleichförmigkeitsgrades die Umlaufzahl durch Spannen der Längsfeder und den Ungleichförmigkeitsgrad durch Spannen der Querfeder zu ändern, wobei im letzteren Falle die gleichzeitig herbeigeführte Änderung der Umlaufzahl durch Entspannen der Längsfeder wieder ausgeglichen werden kann.

¹⁾ Die Regler mit großem Hub haben den anderthalbfachen Hub bei $\frac{2}{3}$ Energie.

Die C_g - und ebenso die C_g -Kurve ist astatisch, die gesamte C -Kurve fast gerade. Der Unempfindlichkeitsgrad infolge Eigenreibung beträgt im Mittel $\epsilon_r = 0,8\%$. Die Energie S ist fast konstant. Der reduzierte Hub beträgt $s = 1/12 s$ für die kleineren, bis $1/15 s$ für die größeren Nummern.

(659) **Flachregler (Achsenregler). \mathfrak{M} -Kurven.** Die mit beliebig gestalteten Schwungkörpern arbeitenden, auf der Kurbel-, bei den Ventilsteuerungen auch häufig auf der Steuerwelle sitzenden Regler verstellen in der Regel ein frei bewegliches Exzenter derart, daß Exzentrizität und Voreilwinkel desselben sich ändern.

Ist S_0 , Abb. 232, der Schwerpunkt eines beliebig gestalteten Schwungkörpers von der Masse M und dem Gewichte G , der sich im Abstände r von der Achse A um diese mit der Winkelgeschwindigkeit ω dreht und \mathfrak{M} dessen Fliehkraftmoment, so folgt mit den weiteren Bezeichnungen der Abb. 232 für die Fliehkraft

$$C = M \omega^2 r$$

und das von derselben ausgeübte, auf den Zapfen I bezogene Moment

$$\mathfrak{M} = C h_1 = M \omega^2 r h_1$$

oder, da $r h_1 = a x$, somit $h_1 = \frac{a x}{r}$ auch .

$$\mathfrak{M} = C \frac{a x}{r} = M \omega^2 a x = \left(\frac{n}{30}\right)^2 \frac{\pi^2}{g} a G x \dots \dots \dots 8$$

Die \mathfrak{M} -Kurve läßt sich hiernach genau so aufzeichnen und benutzen wie die C -Kurve der vorbesprochenen Kegelregler. Da nach Abb. 232 $\mathfrak{M} = F h_2$ (Moment der Federspannung) von der Lage des Wellenmittels, d. h. von a ganz unabhängig, bleibt bei Änderung des letzteren der Charakter des Reglers, somit auch der Ungleichförmigkeitsgrad δ_r erhalten; es ändert sich nur a und damit die Umlaufzahl n .

Auch bei den Flachreglern läßt sich eine C -Kurve aufzeichnen, deren Fläche

$$A = \int C dx$$

dem Arbeitsvermögen des Reglers entspricht.

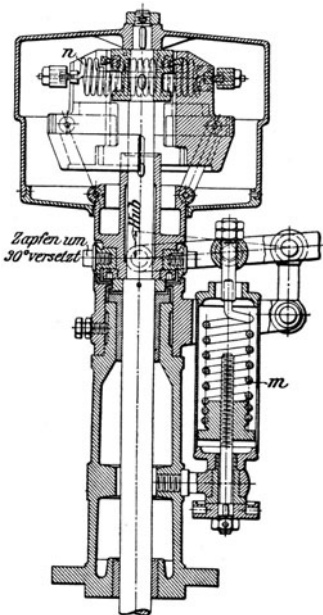


Abb. 231.

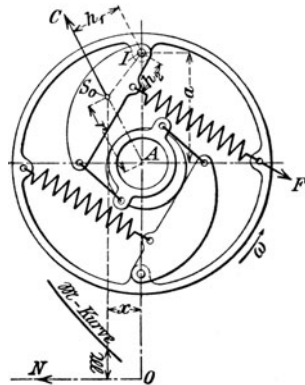


Abb. 232.

Bei genauer Berechnung der Achsenregler sind nicht nur die Fliehkkräfte der eigentlichen Schwungkörper (Pendel), sondern auch diejenigen der Pendelarme, Übertragungsstangen usw. sowie der Federwindungen sinngemäß zu berücksichtigen.

(660) Ausgeführte Flachregler. In Abb. 233 ist ein Achsenregler der Maschinenfabrik J. E. Christoph & Unmack, A.-G., Niesky, dargestellt.

Den Fliehkkräften der um feste Bolzen *I* schwingenden Gewichtshebel *c* wird durch die Spannkraft einer einzigen zentralen Schraubenfeder Gleichgewicht gehalten, deren Enden durch Bolzen *e* mit den hier gabelförmig gestalteten Hebeln *e* verbunden sind und je ein Schraubengewinde tragen, über das eine Stahlmutter *g* greift.

Die Gewichtshebel *c* sind durch Lenker *b* mit dem Steuerexzenter *d* verbunden, das sich auf der exzentrisch ausgeführten Nabe der auf der Kurbelwelle befestigten Scheibe *a* dreht und durch den zweiteiligen Ring *f* gegen axiale Verschiebungen gesichert ist.

Das Exzentermittel *m* bewegt sich auf einem Kreisbogen *m m* in der in Abb. 233 ersichtlichen Weise. Der Regler ist von einem zweiteiligen gußeisernen Gehäuse umgeben.

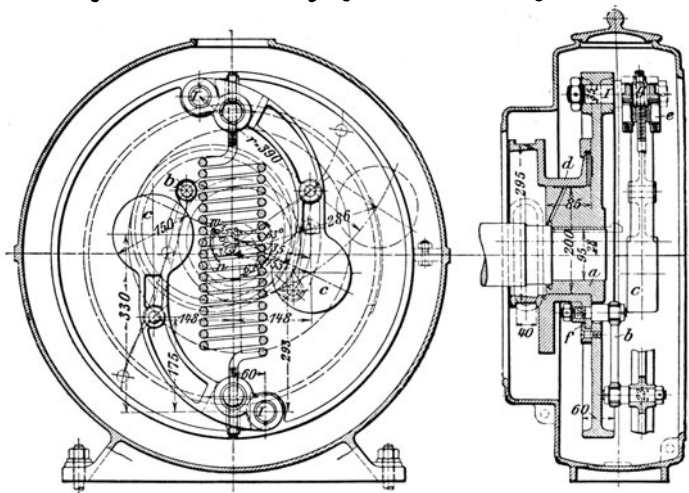


Abb. 233.

Eine unmittelbare Übertragung der Pendelbewegung auf die Einlaßventile der in Abb. 92 (S. 592) dargestellten paarschlüssigen Steuerung der Maschinenfabrik Gebr. Pfeiffer, Kaiserslautern, läßt sich mittels des Abb. 234 ersichtlichen Achsenreglers bewirken.

Auf der Steuerwelle ist ein Pendelträger *p* mit um Zapfen *m* drehbaren, unmittelbar zu Exzentrern ausgebildeten Pendeln *g* befestigt, deren Stangen nach den zum Steuerungsmechanismus gehörigen Schnellhebeln führen (s. Abb. 92). Schlägt das Pendel aus, so werden dadurch Exzentrizität und Voreilwinkel, mithin auch Füllung und Leistung der Maschine entsprechend beeinflußt. Beide Pendel sind durch Stangen *s* gekuppelt, so daß ihre gesamte Fliehkraft, der auch hier durch eine einzige Feder Gleichgewicht gehalten wird, für die Steuerung zur Wirkung kommt.

Einen mit Trägheitsring versehenen, zu einer liegenden Dampfmaschine gehörigen Flachregler — sog. Beharrungsregler (Bauart Lentz) — zeigt Abb. 235.

Er besteht aus dem auf der Steuerwelle befestigten Pendelträger *a*, an dem mittels Bolzen die Schwunggewichte *c* drehbar befestigt sind; letztere sind durch Schließen *d* mit dem auf die Welle lose aufgeschobenen Trägheitsring *e* gelenkig verbunden. Dem durch die Pendelfliehkkräfte entwickelten, eine Verdrehung des Ringes anstrebenden Drehmomente wirkt das durch die Spannung einer kreisförmigen Biegungsfeder *i* erzeugte statische Moment entgegen. Die Feder ist einerseits mit dem Schwungring *e*, andererseits mit dem Pendelträger *a* verbunden.

Beim Anlassen der Maschine wird der Trägheitsring durch die Feder so lange mitgenommen, bis bei zunehmender Drehgeschwindigkeit die Pendel ausfliegen. Die Feder wird dann gespannt, der Ring, der bereits die Geschwindigkeit der Maschine angenommen hat, zurückgezogen und das mit ihm verbundene Einlaßexzenter auf die entsprechende Füllung eingestellt. Zu dem Zwecke ist der Ring *e* beiderseits mit hülsenartigen Verlängerungen *o* versehen, die an den

Enden zu Scheiben ausgebildet sind; letztere tragen je einen von viereckigen Gleitsteinen g umschlossenen Bolzen h , der in den Schlitz des betreffenden Einlaßzentrums eingreift und damit die Verdrehung des Trägheitsringes e in eine Verschiebung des Einlaßzentrums umsetzt. Behufs Tourenverstellung während des Ganges wird der n einer Führung des Pendelträgers gleitende Stift m radial nach außen verschoben und damit eine Zunahme der Federspannung bewirkt.

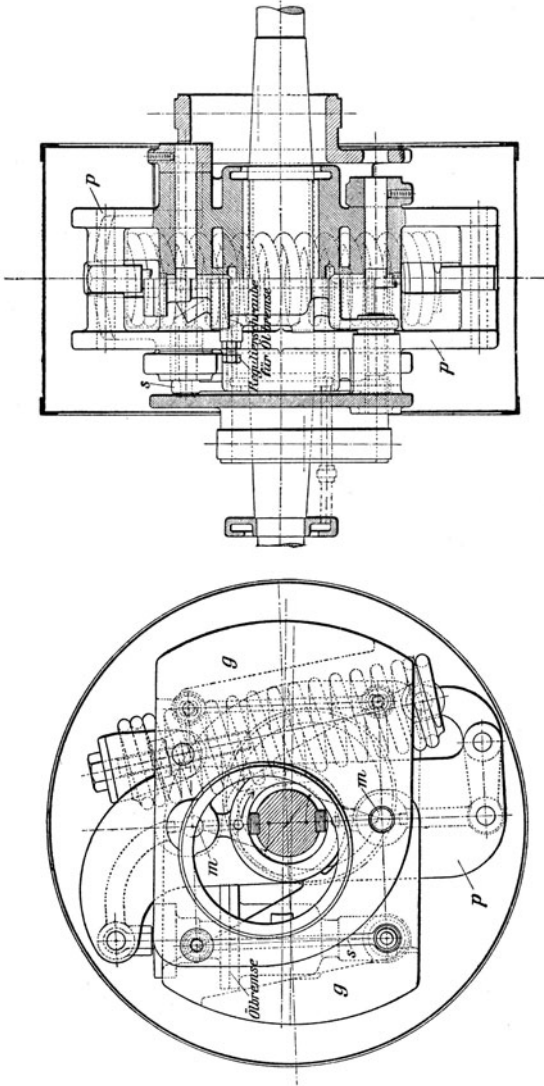


Abb. 234.

Das innere Ende des Stiftes m liegt in der schräg ansteigenden Nut eines in der Bohrung der Steuerwelle längsbeweglichen Bolzens, der durch Kupplung k mit einer von Hand gedrehten Schraubenspindel n verbunden ist¹⁾.

¹⁾ Ober Beharrungsregler s. A. Stodola, Das Siemensche Regulierprinzip und die amerikanischen „Inertie-Regulatoren“; Z. 1899, S. 506.

Ein vielfach angewendeter Achsenregler ist derjenige von R. Proell, Abb. 236¹⁾, bei dem eine weitgehende Verstellung der Umlaufzahl während des Ganges möglich ist.

Die beiden Pendel p sind im Gehäuse bei b gelagert; die Federn und f_2 greifen nicht unmittelbar am Pendel an, sondern durch Rollen o , die sich auf einer Rollbahn der Pendel bewegen und durch l um den Punkt h im Kreisbogen geführt werden. Die Bewegung der Pendel bewirkt die Verstellung der Exzenter mittels Stellstangen.

Die anderen Enden der Federn greifen an den Punkten g des Winkelhebels d an. Die Verstellung der Umlaufzahl erfolgt durch Verschieben einer in der Welle befindlichen Spindel mittels Handräder, wodurch zwei in die Spindel eingreifende Winkelhebel, die im Gehäuse gelagert sind, gedreht werden und durch die Stellstangen s die in d gelagerten Winkelhebel verstellen, so daß die Feder Spannung sowohl durch die Bewegung des Punktes g verändert wird, als auch gleichzeitig durch Verändern des Hebelarmes am Pendel mittels der Lenkstangen l , welche die Kollé r und das andere Federende auf den Pendeln p verschieben. Durch verschieden steife Federn, die so gespannt werden, daß bei der kleinsten Umlaufzahl die steifere Feder noch spannungslos ist und bei der größten Umlaufzahl die gleiche Spannung erhält, wie die weichere, kann der Bereich der Verstellung auf 1 : 5 erweitert werden.

(661) Leistungsregler.

Die Aufgabe dieser Regler besteht — im Gegensatz zu den vorbesprochenen Reglern — darin, die minutliche Umlaufzahl einer Kraftmaschine, bei gleicher Hubarbeit derselben, inner-

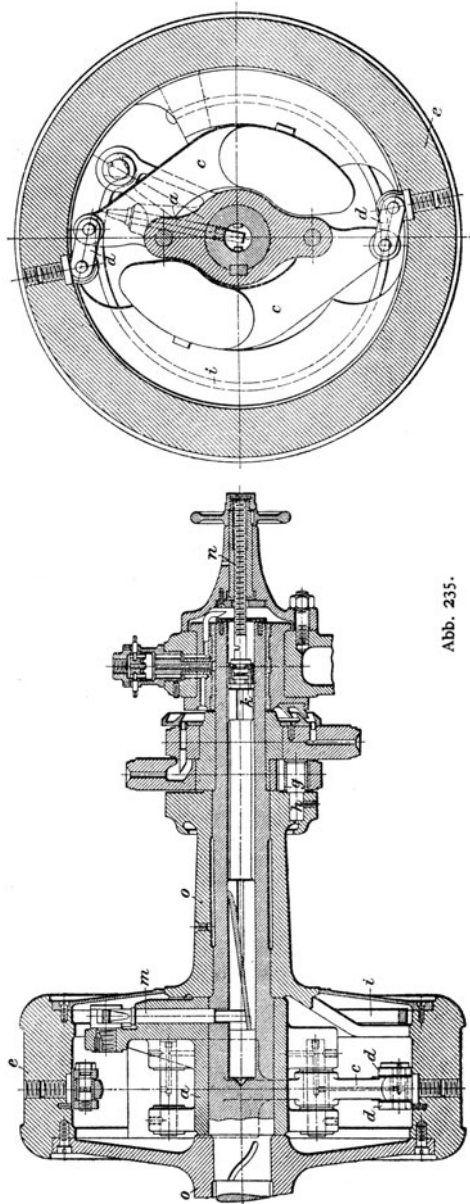


Abb. 235.

¹⁾ Aus M. Tolle, Die Regelung der Kraftmaschinen. Berlin: Julius Springer.

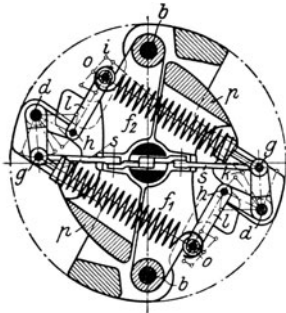


Abb. 236.

halb weiter Grenzen zu verändern; sie müssen sich von Hand oder selbsttätig auf kleinere oder größere Umlaufzahlen einstellen lassen, derart, daß die einem bestimmten Füllungsgrade der betreffenden Kraftmaschine entsprechende Stellung der Steuerung stets dieselbe bleibt. Dies läßt sich nach F. J. Weiß durch einen stark statischen Regler erreichen, dessen Muffe mit der Steuerung in eine abänderliche Verbindung gebracht wird.

Abb. 237 zeigt eine solche Verbindung zwischen dem Regler und einem Riderschieber. Die zweiteilige Verbindungsstange *a b* trägt Links- und Rechtsgewinde und kann durch das Handrad *f* verlängert oder verkürzt werden.

Nimmt z. B. der Wasserbedarf bei einer aus Dampfmaschine und zugehörigen Pumpe bestehenden Wasserwerksanlage ab, und soll deshalb die Umlaufzahl der Maschine bei vollständig offenem Dampfzulaßventil — also ohne Zuhilfenahme von Dampfrosselung — verringert werden, so ist die Stange *a b* zu verlängern. Damit wird zunächst die Steuerung auf eine kleinere Füllung gebracht, als dem Beharrungszustande der Maschine entspricht — letztere wird langsamer laufen. Infolgedessen sinkt die Reglermuffe *d* so lange, bis der alte Füllungsgrad wieder erreicht ist. Nunmehr hat der Regler eine neue, kleinere Umlaufzahl angenommen, die so lange andauert, bis durch abermalige Verlängerung der Verbindungsstange *a b* eine Wiederholung des geschilderten Vorganges erfolgt bzw. durch Verkürzung derselben eine entsprechend größere Umlaufzahl eingestellt wird. Der von Weiß in bezug auf Regulierfähigkeit als am zweckmäßigsten angegebene Leistungsregler hat Gewichtbelastung und ein Kreuzschleifengertriebe mit festem Pendeldrehpunkte; die zylindrischen Schwungkörper tragen unmittelbar auf ihrer oberen Seite die Muffenbelastung *Q*.

Nach den von Tolle angestellten Ermittlungen beträgt der durch die Eigenreibung hervorgerufene Unempfindlichkeitsgrad dieses Reglers in den unteren Lagen über 40⁰/₀; er wird zwar nach den mittleren Lagen hin kleiner, hat aber immer noch als kleinsten Wert $\epsilon_r = 16\%$. Der Muffendruck ist konstant, doch findet man für das Arbeitsvermögen

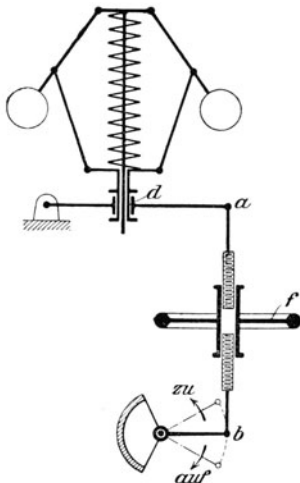


Abb. 237.

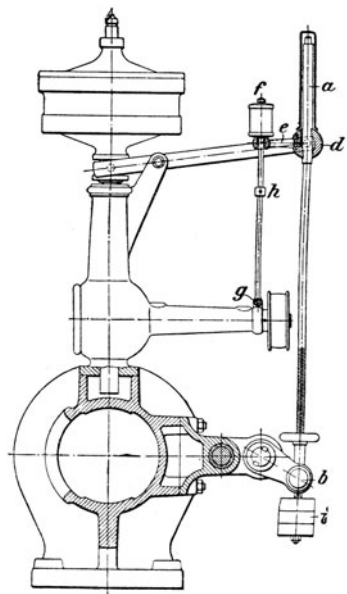


Abb. 238.

und den Muffenhub nur verhältnismäßig kleine Werte¹⁾. Die Umlaufzahl ist bei der kleinsten Nummer des Weißschen Reglers nur 5,6 mal so groß wie für die niedrigste Muffenstellung. Demgegenüber lassen sich bei dem zur Gewinnung einer stark statischen C_q -Kurve mit umgekehrter Aufhängung der nach außen geknickten Pendelarme und mit entsprechender Federbelastung ausgeführten Leistungsregler von Tolle erheblich günstigere Verhältnisse schaffen.

Bei diesem Regler beträgt der durch die Eigenreibung hervorgerufene Unempfindlichkeitsgrad ϵ_r für alle Reglerstellungen nur etwa $1,2\%$, und es ist z. B. bei den von der Hannoverschen Maschinenbau-A.-G. hergestellten Leistungsreglern, Bauart Tolle, die beinahe genau proportional mit dem Muffenhub wachsende Umlaufzahl für die höchste Stellung der Muffe 10 mal so groß wie für die niedrigste Muffenstellung — die Zunahme an Umlaufzahl also ganz bedeutend.

Um bei plötzlichen Entlastungen der Kraftmaschine eines Pumpwerkes — bei eintretenden Rohrbrüchen oder dgl. — ein Durchgehen der Maschine zu verhüten, hat Weiß seine Leistungsregler mit einer Auslösevorrichtung versehen, die in Abb. 238 dargestellt ist. Die Verbindungsstange ab zwischen Reglerstellhebel und Steuerung ist mittels eines schrägen Einschnittes mit einer auf dem Stellhebel drehbar befestigten Muffe d verbunden, deren angeschraubter Arm e mit seinem anderen Ende auf einer Stange f gleitet. Überschreitet der Regler die einer noch zulässigen Umlaufzahl entsprechende Stellung, so kommt die Verbindungsstange ab und damit die Muffe d und der Arm e in eine solche Lage, daß letzterer an den Stellring h anstößt; dadurch wird der Arm e etwas gedreht und die nunmehr ausgeklinkte Verbindungsstange ab durch das Belastungsgewicht i in die untere, der Nullfüllung der Steuerung entsprechende Lage gebracht, d. h. die Maschine augenblicklich abgestellt.

Solche Auslösevorrichtungen sind jedoch sehr empfindlich und unzuverlässig. Der Leistungsregler, System Stumpf (D. R. P. 126774), vermeidet durch seine eigenartige Anordnung eine bei Rohr- oder Gestängebruch etwa auftretende Gefahr in anderer Weise²⁾.

Der verhältnismäßig große Hub dieses Reglers zerfällt in zwei Teile, von denen nur der untere Teil stark statisch und zur Leistungsregelung verwendet wird, während der obere, wie der Hub eines gewöhnlichen Muffenreglers pseudoastatische Teil als Sicherheitshub dient und die Aufgabe hat, sobald durch plötzliche Entlastungen die Höchstgeschwindigkeit der Maschine überschritten wird, diese auf Leerlauf einzustellen. Auch der Hartung-Kuhn-Federregler wird als stark statischer Leistungsregler mit Sicherheitshub ausgeführt.

Über hydraulische Regler siehe unter Wasser- und Dampfturbinen.

¹⁾ S. Fußnote S. 685. ²⁾ Z. 1902, S. 888.

Achter Abschnitt.

Dampfturbinen.

Bearbeitet von Prof. Dipl.-Ing. Zietemann.

Allgemeines.

(662) Wirkungsweise und Arbeitsvorgang. Bei den Dampfturbinen wird nicht, wie bei den Kolbenmaschinen, der statische Druck direkt ausgenutzt, sondern es findet zunächst eine Umwandlung der Wärmeenergie in Strömungsenergie statt, dann wird der Dampfstrahl in ein Schaufelrad geleitet und überträgt seine Bewegungsenergie an dasselbe. Der ganze Arbeitsvorgang setzt sich somit aus zwei Teilen zusammen: 1. Verwandlung des Arbeitsvermögens des Dampfes in Strömungsenergie (Bewegungs- oder kinetische Energie, lebendige Kraft) in einer Leitvorrichtung (Düse, Leitkanal, Leitschaukel, s. (671/72)); der Dampf tritt mit der erlangten wirklichen Geschwindigkeit c_1 — absolute Eintrittsgeschwindigkeit c_1 — unter dem Leitwinkel α_1 aus der Leitvorrichtung in das Laufrad, das die Umfangsgeschwindigkeit u hat. Auf die Laufschaufel

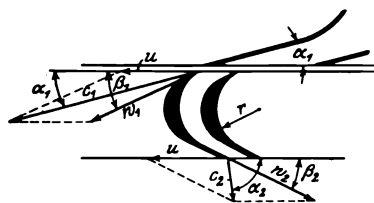


Abb. 1.

bezogen hat der Dampf eine relative Eintrittsgeschwindigkeit w_1 , Abb. 1, unter dem Schaufeleintrittswinkel β_1 ; es erfolgt nun 2. die Arbeitsabgabe an das Laufrad durch den Ablenkungsdruck (Bahndruck). Beim Austritt aus der Laufschaufel hat der Dampf eine relative Austrittsgeschwindigkeit w_2 mit dem Schaufelaustrittswinkel β_2 , welche mit u die

absolute Austrittsgeschwindigkeit c_2 und den Winkel α_2 derselben ergibt.

Es kann entweder das ganze Druckgefälle in der Leitvorrichtung in Geschwindigkeit umgesetzt werden, so daß im Laufrad und in der Turbinenkammer überall gleicher Druck herrscht — Gleichdruckturbinen —, oder aber es wird nur ein Teil des Druckgefälles im Leitrad, der andere Teil in der Laufschaufel in Geschwindigkeit umgesetzt, so daß im Spalt zwischen Leit- und Laufrad ein Überdruck gegenüber der Schaufelaustrittsseite herrscht — Überdruckturbinen.

(663) Ausströmgeschwindigkeit. Das theoretische Arbeitsvermögen L von 1 kg Dampf ist dasselbe wie bei der Kolbenmaschine, und nach (575) Gl. 76 abc ist, wenn c die Anfangsgeschwindigkeit (vor der Leitvorrichtung), c_0 die Austrittsgeschwindigkeit, i der Anfangs-, i_0 der Endwärmehalt der adiabatischen (verlustlosen) Strömung entsprechend dem Anfangsdruck p bzw. dem Enddruck p_0 ,

$$AL = A \int_{p_0}^p v dP = A (c_0^2 - c^2) : 2g = i - i_0 \dots \dots 1$$

woraus die theoretische Ausströmgeschwindigkeit c_0 ermittelt werden kann:

$$c_0 = \sqrt{2g L + c^2} = \sqrt{2g 427 (i - i_0) + c^2} \dots 2$$

Das Arbeitsvermögen L kann nach (575) Gl. 77 errechnet werden, oder am bequemsten aus dem Wärmegefälle, das aus dem $i-s$ -Diagramm abgegriffen werden kann, $h_t = i - i_0$, bestimmt werden. Wird c vernachlässigt, so ist nach (576) Gl. 78a

$$c_0 = 91,5 \sqrt{i - i_0} = 91,5 \sqrt{h_t} \dots 2a$$

Die wirkliche Strömung verläuft nicht adiabatisch, sondern mit Entropiemehrung wegen der Reibung; die Ausströmgeschwindigkeit wird $c_1 < c_0$, der Verlust an kinetischer Energie erscheint als Wärme, Temperatur und Volumen nehmen gegenüber adiabatischer Expansion zu, der Endpunkt liegt dadurch etwa in Punkt A_1 , Abb. 2, auf derselben Druckkurve p_0 . Die Vorgänge im Strahl sind sehr verwickelt, die zahlreichen Versuche¹⁾ ergeben keine genaue Übereinstimmung. Der tatsächliche Verlauf dürfte etwa nach der Linie AA_1 , Abb. 2, stattfinden. Da der Verlauf nicht bekannt, kann i_1 und c_1 nicht ohne weiteres ermittelt werden; praktisch führt man einen Erfahrungs-Geschwindigkeitskoeffizienten φ ein, so daß

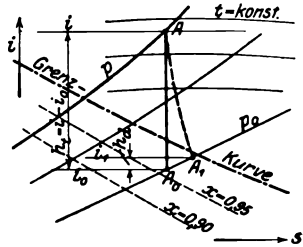


Abb. 2.

$$c_1 = \varphi c_0 \text{ mit } \varphi = 0,93 \text{ bis } 0,97,$$

je nach der Ausführung der Leitvorrichtung. Dann ist der Energieverlust in der Leitvorrichtung — kurz Düsenverlust genannt —

$$L_d = (c_0^2 - c_1^2) : 2g = (c_0^2 - \varphi^2 c_0^2) : 2g = \zeta c_0^2 : 2g = \zeta L_d \text{ mkg/kg}$$

oder

$$h_d = A L_d = A (c_0^2 - c_1^2) : 2g = i_1 - i_0, \dots 3$$

wenn $\zeta = 1 - \varphi^2$ der Energieverlust-Koeffizient.

(664) **Geschwindigkeitsplan** (-Dreiecke). Mit der ermittelten Geschwindigkeit c_1 , dem Winkel α_1 (s. (662)) und der Umfangsgeschwindigkeit u kann der Geschwindigkeitsplan für den Eintritt, Abb. 1, und nach Wahl von β_2 auch für den Austritt gezeichnet werden. Zur Vereinfachung zeichnet man nur die Dreiecke, die nach Abb. 3 oder Abb. 4 zusammengezeichnet werden. Die

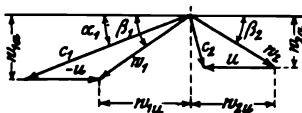


Abb. 3.

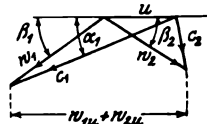


Abb. 4.

Austrittsgeschwindigkeit w_2 ist bei Gleichdruckturbinen wegen der Verluste kleiner als w_1 (s. (666)), bei Überdruckturbinen größer (s. (665)).

¹⁾ A. Stodola: Dampf- und Gasturbinen. Berlin: Julius Springer 1922; Christlein: Z. 1911, S. 2084; Gutermuth: Z. 1904, S. 75; Loschge: Z. 1916, S. 770 und F.A., Heft 144 u. a. m

(665) Leistung am Radumfang. Ein Massenpunkt m , auf den eine konstante Kraft P wirkt, erhält die Beschleunigung $P : m$ und nach der Zeit t sek die Geschwindigkeit $w = w_a + (P : m) t$, wenn w_a die Anfangsgeschwindigkeit, woraus

$$m(w - w_a) = Pt,$$

d. h. die Zunahme der Bewegungsgröße in der Krafrichtung ist gleich dem Produkt aus der Kraft und der Dauer der Einwirkung derselben oder ihrem „Antrieb“ (151).

In der Sekunde tritt in die Schaufel die Masse m mit der relativen Umfangskomponente w_{1u} (nach links gerichtet, Abb. 3) und tritt aus mit der Komponente w_{2u} ; die Bewegungsgröße wächst also von $-w_{1u}$ über Null auf $+w_{2u}$, während die Umfangskraft 1 Sekunde lang wirkt

$$P \cdot 1 = m(w_{1u} + w_{2u}),$$

und da die Geschwindigkeit am Umfang, an dem P wirkt, u ist, so ist die sekundliche Leistung am Umfang von 1 kg, dessen Masse $m = 1 : g$,

$$L_u = Pu = (w_{1u} + w_{2u}) u : g \text{ mkg/kg/sek} \dots \dots \dots 4$$

oder

$$L_u = (w_1 \cos \beta_1 + w_2 \cos \beta_2) u : g \dots \dots \dots 4a$$

Die Geschwindigkeitskomponenten w_{1u} und w_{2u} bzw. die Summe ($w_{1u} + w_{2u}$) kann aus dem Geschwindigkeitsplan, Abb. 3 oder 4, entnommen werden.

Gleichdruckturbinen.

Theoretisch wäre für ein bestimmtes u die Leistung L_u ein Maximum, wenn die Winkel unendlich klein würden, dann hätten alle Geschwindigkeiten die Umfangsrichtung und es ist $w_1 = c_1 - u = w_2 = w_{1u} = w_{2u}$.

Damit würde

$$L_u = 2(c_1 - u) u : g = Pu.$$

Wichtig ist die Abhängigkeit der Leistung von u , da davon die Wahl von u abhängt. Von $u = 0$ an nimmt zwar $P = 2(c_1 - u) : g$ ab, jedoch L_u zunächst zu, wegen größerem Einfluß von u ; wird jedoch u so groß, daß $c_1 - u = 0$ ist, so wird P und L_u wieder $= 0$, zwischendrin liegt das Maximum bei $u = \frac{1}{2} c_1$ mit $L_{u \max} = 2(c_1 - c_{1/2}) c_1 : 2g = c_1^2 : 2g$ oder, wenn auch die Düsenverluste $= 0$ sind, $L_{\max} = c_0^2 : 2g$, also gleich der verfügbaren Arbeit. Somit ist für die ideale Turbine der Wirkungsgrad $\eta_u = 1$; derselbe ändert sich, ebenso wie die Umfangsleistung mit u nach einer Parabel, Abb. 5. Wirkungsgrad der wirklichen Turbine s. (667).

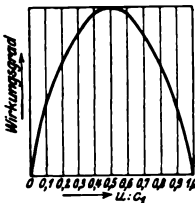


Abb. 5.

Überdruckturbinen.

Werden, wie bei den Gleichdruckturbinen, auch hier die Winkel unendlich klein angenommen, so ist $w_1 = c_1 - u = w_{1u}$ und bei halbem Reaktionsgrad (S. 691) $w_2 = c_1$ (da Leit- und Laufschaufel gleiche Geschwindigkeiten haben, Abb. 7), somit nach Gl. 4)

$$L_u = (c_1 - u + c_1) u : g = (2c_1 - u) u : g.$$

Für $u = 0$ ist $L_u = 0$ und steigt dann bis zum maximalen Wert bei $u = c_1$ mit $L_{\max} = c_1^2 : g$, und da bei halbem Reaktionsgrad $c_0^2 = \sqrt{2g L/2}$, so ist ohne Leit- und Laufschaufelverlust $L_{\max} = L$. Der Wirkungsgrad am Umfang hat den in Abb. 6 gezeigten Verlauf.

Bei Berücksichtigung der Verluste in den Leit- und Laufschaufeln, Abb. 7, kann die Leistung am Umfang bei Überdruckturbinen außer nach Gl. 4 auch wie folgt ermittelt werden. Expandiert der Dampf in der Leitschaufel von p bis auf den Druck p_s mit dem Wärmeinhalt i' , Abb. 8, so ist:

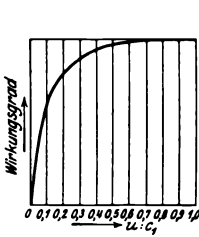


Abb. 6.

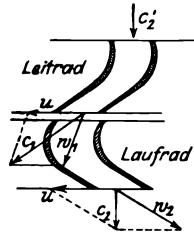


Abb. 7.

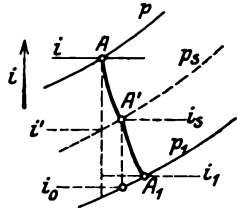


Abb. 8.

$$c_1 = \varphi \sqrt{c_0^2 + c_2'^2} = \varphi \sqrt{\frac{2g}{A} (i - i') + c_2'^2}$$

oder

$$i - i' = \frac{A}{2g} \left(\frac{c_1^2}{\varphi^2} - c_2'^2 \right),$$

wenn c_2' die ausgenutzte Austrittsgeschwindigkeit von der vorhergehenden Stufe.

In der Laufschaufel würde die Geschwindigkeit w_1 auf ψw_1 abnehmen, doch wird durch die weitere Expansion von p_s auf p_1 (von i_s auf i_0) die Geschwindigkeit, Abb. 7

$$w_2 = \psi \sqrt{\frac{2g}{A} (i_s - i_0) + w_1^2}$$

oder

$$i_s - i_0 = \frac{A}{2g} \left(\frac{w_2^2}{\psi^2} - w_1^2 \right)$$

und das Gesamtgefälle

$$h_t = i - i' + i_s - i_0 = \frac{A}{2g} \left(\frac{c_1^2}{\varphi^2} - c_2'^2 + \frac{w_2^2}{\psi^2} - w_1^2 \right),$$

oder bei halbem Reaktionsgrad (je die Hälfte von h_t im Leit- und im Lauftrad, also $i - i' = i_s - i_0$) mit $c_1 = w_2$; $c_2' = c_2 = w_1$, $\varphi = \psi$ (gleiche Geschwindigkeitsdreiecke)

$$h_t = \frac{A}{g} \left(\frac{c_1^2}{\varphi^2} - w_1^2 \right) \dots \dots \dots 5$$

Das wirklich ausgenutzte Gefälle ist

$$h_w = i - i_1 = \frac{A}{g} (c_1^2 - w_1^2) \dots \dots \dots 6$$

(666) Verluste. Der Düsen-(Leitrad-) Verlust h_d ist bereits unter (663) erwähnt; er ist abhängig von der Beschaffenheit der Wandungen, wird durch den Geschwindigkeitskoeffizienten $\varphi = 0,93$ bis $0,97$ berücksichtigt und ist nach Gl. 3 zu ermitteln.

Wird der Düsenverlust in das i_s -Diagramm, Abb. 9, eingetragen, so ist in Punkt A_1 der Zustand am Austritt aus der Leitvorrichtung mit dem Wärmeinhalt $i_1 = i_0 + h_d$ gegeben.

Der Schaufelverlust h_s entsteht durch Stoß auf die Schaufel, da der Schaufeleintrittswinkel nicht genau mit der Richtung β_1 des Dampfstrahles übereinstimmt (s. (673)), durch Reibung an der Schaufel und insbesondere durch die Strahlumlenkung (ähnlich der Seilreibung); in geringem Maße treten auch Wirbelverluste auf. Diese Verluste sind einzeln nicht bestimmbar, sie werden in einen Geschwindigkeitskoeffizienten ψ zusammengefaßt, der in Abhängigkeit von der Strahlumlenkung γ bzw. von dem Mittelwert der Schaufelwinkel $(\beta_1 + \beta_2) : 2$ nach Erfahrungswerten angegeben wird und wie folgt angenommen werden kann:

$\frac{\beta_1 + \beta_2}{2} =$	10°	20°	25°	30°	40°	50°	60°	70°
$\psi =$	0,66	0,77	0,815	0,85	0,89	0,92	0,94	0,95

Dann ist $w_2 = \psi w_1$ und der Schaufelverlust wird

$$h_s = A L_s = A (w_1^2 - w_2^2) : 2g = A (1 - \psi^2) w_1^2 : 2g \text{ WE/kg} \dots 7$$

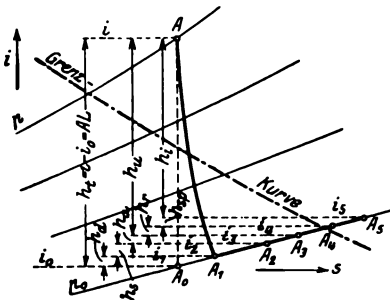


Abb. 9.

Trägt man den Schaufelverlust in das is -Diagramm, Abb. 9, ein, so ergibt sich durch A_2 der Zustand am Schaufelaustritt.

Der Austrittsverlust h_a entsteht dadurch, daß die Geschwindigkeit c_3 im Laufrade nicht mehr ausgenutzt wird und meist verwirbelt und in Wärme zurückverwandelt wird; der Verlust ist somit $h_a = A L_a = A c_3^2 : 2g \text{ WE/kg} \dots 8$

Dadurch wird der Wärmeinhalt um h_a erhöht, man erhält im is -Diagramm, Abb. 9, den Zustand

A_3 . Wird die Geschwindigkeit c_3 in der folgenden Stufe ausgenutzt, so kann in dieser die Geschwindigkeit nach Gl. 2 ermittelt werden. Werden die Verluste h_d, h_s und h_a von h_t abgezogen, so ergibt sich die auch nach Gl. 4 zu ermittelnde Leistung am Radumfang

$$h_u = A L_u = h_t - h_d - h_s - h_a.$$

Der Radreibungs- und Ventilationsverlust h_r entsteht durch die Reibung der Radscheiben im Dampf und durch Ventilationswirkung der nicht beaufschlagten Schaufeln.

Die Radreibungs- und Ventilationsarbeit ist nach Versuchen von Stodola in PS

$$N_{r,v} = \alpha (1,46 D^3 + \epsilon \cdot 0,83 D l u^3) \frac{u^3}{10^6} \cdot \gamma \text{ PS}, \dots \dots \dots 9$$

worin

- D = Teilkreisdurchmesser in m,
- l = mittlere Schaufellänge in cm,
- u = Umfangsgeschwindigkeit auf D in m/sek,
- γ = Dampfdichte in kg/m^3 ,
- ϵ = das Verhältnis des unbeaufschlagten Bogens zum ganzen Umfang,
- $\alpha = 1,2$ für überhitzten,
- $\alpha = 1,3$ bis $1,5$ für gesättigten Dampf, je nach Dichte.

Nach Lasche ist diese Arbeit in kW für unbeaufschlagte unverhüllte Räder

$$N_{rv} = \beta 10^{-9} D^4 l_m n^3 \gamma \text{ kW}, \dots \dots \dots 10$$

worin D wie oben, l_m die mittlere Schauffellänge aller Kränze in m, n die minutliche Umlaufzahl und

$$\begin{aligned} \beta &= 17,5 \text{ für einkränzige Räder,} \\ &= 20,5 \text{ „ zwei „ „} \\ &= 28 \text{ „ drei „ „} \\ &= 42,5 \text{ „ vier „ „} \end{aligned}$$

Gl. 10 soll für $D = 0,9 \div 1,2$ m und $l = 0,01 \div 0,05$ m mit $\pm 5\%$ Genauigkeit gelten.

Die Arbeit N_{rv} wird ebenfalls in Wärme rückverwandelt, letztere beträgt für 1 kg Dampf

$$h_r = \frac{75 \cdot N_{rv}}{427 \cdot G_{sek}} \quad \text{bzw.} \quad h_r = \frac{102 \cdot N_{rv}}{427 \cdot G_{sek}} \text{ WE} \dots \dots \dots 11$$

mit N_{rv} nach Gl. 9 bzw. Gl. 10, wenn G_{sek} die sekundliche Dampfmenge in kg.

Die Reibungswärme h_r erhöht den Wärmeinhalt auf i_4 , so daß A_4 für einstufige Turbinen und für die erste Stufe mehrstufiger Turbinen der Endzustand ist.

Die Undichtheits- (Lässigkeits-) Verluste entstehen bei mehrstufigen Gleichdruckmaschinen durch den Durchtritt von Dampf durch den Spalt zwischen Radnabe und Zwischenwand (Leitradscheibe), bei Überdruckturbinen durch den Spalt zwischen Laufschaufel und Gehäuse und zwischen Leitschaufel und Trommel. Die Größe des Spaltverlustes ist somit vom Spaltquerschnitt $f_{sp} = \pi d s$ abhängig, wenn d der mittlere Durchmesser des Ringspaltes und s die Spaltweite; die sekundliche durchtretende Dampfmenge ist

$$G_{sp} = \varphi_{sp} f_{sp} c : v \text{ kg/sek}, \dots \dots \dots 12$$

worin φ_{sp} ein Kontraktionskoeffizient (= 0,6 bis 0,8), c die Dampfgeschwindigkeit im Spalt und v das zugehörige Volumen.

Der Spaltverlust ist dann

$$h_{sp} = h_t G_{sp} : G_{sek}; \dots \dots \dots 13$$

er erhöht den Wärmeinhalt in der Stufe auf i_6 in Punkt A_6 , Abb. 9, der der Anfangszustand der folgenden Stufe ist.

Werden die Verluste h_r und h_{sp} von der Umfangsleistung h_u abgezogen, so erhält man die vom Laufrad an die Welle abgegebene innere (indizierte) Leistung

$$h_i = h_u - h_r - h_{sp} \dots \dots \dots 14$$

Die Verluste h_{st} durch Wärmeleitung, Strahlung und bei mehrstufigen Turbinen durch die Stopfbüchsen sind nicht genau zu ermitteln und sind nach Erfahrung zu schätzen; bei kleinen Turbinen können sie bis zu 5% betragen, bei großen Leistungen sind sie gering.

Die Leerlaufsverluste (mechanische Verluste) h_l durch Lagerreibung, Regler- und Ölpumpenantrieb, Rädervorgelege nehmen mit zunehmender Leistung stark ab; sie werden meist durch den mechanischen Wirkungsgrad η_m (s. (667)) berücksichtigt.

Nach Abzug der äußeren Verluste h_{st} und h_l von der an die Welle übertragenen Leistung h_i ergibt sich die an dem Wellenstumpf (Kupplung) verfügbare effektive (Nutz-) Leistung

$$h_e = h_i - h_{st} - h_l, \dots \dots \dots 15$$

d. h. der wirklich ausgenutzte Teil des Gefälles h_t .

(667) Wirkungsgrade. Der Wirkungsgrad am Radumfang $\eta_u = h_u : h_t$ hatte nach (665) theoretisch ein Maximum bei $u/c_1 = 0,5$ für Gleichdruck- und bei $u/c_1 = 1$ bei Überdruckturbinen. Bei Berücksichtigung der endlichen Winkel und der Verluste hat η_u den Höchstwert bei kleinerem u/c_1 .

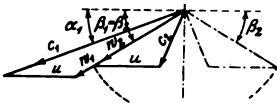


Abb 10.

Gleichdruckturbinen. In der Annahme $\beta_1 = \beta_2$ ist nach Abb. 10 (Austrittsdreieck herumgeklappt)

$$w_{1u} = w_1 \cos \beta_1 = c_1 \cos \alpha_1 - u$$

$$w_{2u} = w_2 \cos \beta_2 = \psi w_1 \cos \beta_1 = \psi (c_1 \cos \alpha_1 - u)$$

und mit $c_0 = c_1 : \varphi$ und Gl. 4

$$\eta_u = \frac{L_u}{L} = \frac{2u(w_{1u} + w_{2u})}{c_0^2} = \frac{2u\varphi^2}{c_1^2} (c_1 \cos \alpha_1 - u + \psi c_1 \cos \alpha_1 - \psi u)$$

oder

$$\eta_u = \frac{2u\varphi^2}{c_1} (1 - \psi) (\cos \alpha_1 - u/c_1) \dots \dots \dots 16$$

Bei $u/c_1 = 0$ und $u/c_1 = \cos \alpha_1$ ist $\eta_u = 0$ und hat den Höchstwert bei $u/c_1 = 0,5 \cos \alpha_1$ mit

$$\eta_{u \max} = \frac{\varphi^2}{2} (1 + \psi) \cos^2 \alpha_1 \dots \dots \dots 16a$$

Abb. 11 zeigt den Verlauf für verschiedene Leitschaufelwinkel α_1 für ein, zwei und drei Geschwindigkeitsstufen (s. (669)).

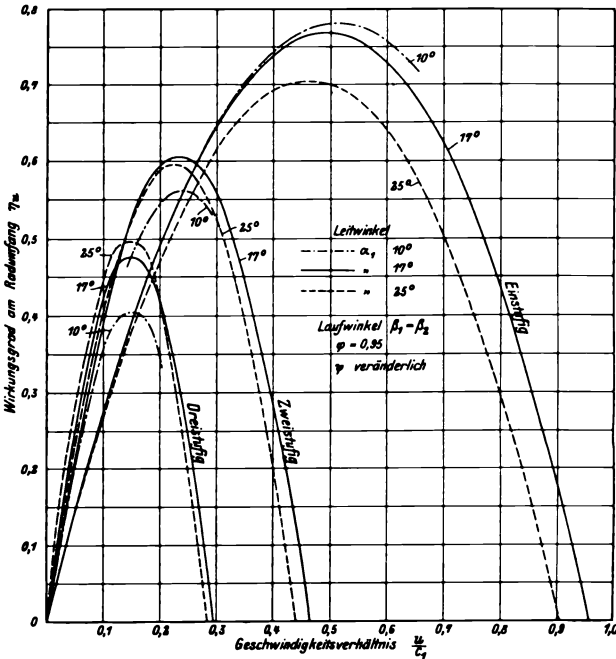


Abb. 11 (nach Stodola).

Überdruckturbinen. Mit Gl. 5 und 6 ist

$$\eta_u = \frac{h_u}{h_t} = \frac{c_1^2 - w_1^2}{c_1^2/\varphi^2 - w_1^2} \quad \text{und mit } \zeta = 1/\varphi^2 - 1$$

und $w_1^2 = c_1^2 + u^2 - 2 c_1 u \cos \alpha_1$ (aus dem Geschwindigkeitsplan) folgt

$$\eta_u = \frac{2 (u/c_1) \cos \alpha_1 - (u/c_1)^2}{2 (u/c_1) \cos \alpha_1 + (u/c_1)^2 + \zeta} \dots \dots \dots 17$$

η_u ist somit von u/c_1 abhängig und erhält den Höchstwert bei $u/c_1 = \cos \alpha$ mit

$$\eta_{u \max} = \frac{\cos^2 \alpha_1}{\cos^2 \alpha_1 + \zeta} \dots \dots \dots 17a$$

Innerer (indizierter) Wirkungsgrad. $\eta_i = h_t : h_t$; er berücksichtigt die Radreibungs- und die Spaltverluste und ist praktisch für die Wahl der Umfangsgeschwindigkeit bzw. des Durchmessers der Stufen maßgebend.

Mechanischer (Betriebs-) Wirkungsgrad. $\eta_m = h_e : h_t$; er berücksichtigt die mechanischen Verluste (s. (666)), sowie meist auch die Stopfbüchsen- und die Strahlungsverluste. Für Neuentwürfe kann η_m wie folgt angenommen werden.

n = 3000 Umdr/min		n = 1500 Umdr/min	
Leistung PS _e	η_m	Leistung PS _e	η_m
bis 100 PS _e	0,88 ÷ 0,93	1000 ÷ 4000	0,96 ÷ 0,97
100 ÷ 400	0,94 ÷ 0,96	4000 ÷ 6000	0,97 ÷ 0,98
400 ÷ 1000	0,96 ÷ 0,97	6000 ÷ 10000	0,98 ÷ 0,985
1000 ÷ 1500	0,97 ÷ 0,975	10000 ÷ 15000	0,985 ÷ 0,99
1500 ÷ 3000	0,975 ÷ 0,985	15000 ÷ 25000	0,99 ÷ 0,994
3000 ÷ 6000	0,985 ÷ 0,99		

Effektiver (Nutz-) Wirkungsgrad. $\eta_e = h_e : h_t$ (auch thermodynamischer oder Gesamtwirkungsgrad genannt). Derselbe muß bei Neuentwürfen geschätzt werden nach Erfahrungswerten, wie sie die Zahlentafel auf S. 696 gibt.

(668) Dampfverbrauch. Der theoretische Dampfverbrauch (der verlustlosen Turbine) für 1 PS in der Stunde ist

$$D_{th} = \frac{75 \cdot 3600}{L} = \frac{75 \cdot 3600}{427 h_t} = \frac{632,3}{h_t} \text{ kg/PS/st.}$$

Der effektive Dampfverbrauch, auf die Leistung an der Kupplung bezogen, ist

$$D_e = 632,3 : h_e = 632,3 : h_t \eta_e \text{ kg/PS}_e\text{/st.} \dots \dots \dots 18$$

oder auf die elektrische Leistung bezogen, unter Berücksichtigung des Dynamowirkungsgrades η_{dyn}

$$D_e = \frac{632,3}{0,736 h_e \eta_{dyn}} = \frac{859,5}{h_t \eta_e \eta_{dyn}} \text{ kg/kW/st.} \dots \dots \dots 18a$$

Die sekundlich durch die Turbine strömende Dampfmenge ist

$$G_{sek} = N_e D_e : 3600 \text{ kg/sek,} \dots \dots \dots 19$$

wenn N_e die Nutzleistung ist.

Der Dampfverbrauch einschließlich der für die Kondensation aufzuwendenden Arbeit N_k ist, wenn D_e der Verbrauch für eine Nutz-PS und Stunde

$$D_e' = (N_e + N_k) D_e : N_e \text{ kg/PS}_e/\text{st.} \quad \dots \quad 20$$

Der Arbeitsaufwand für die Kondensation beträgt etwa 2 bis 5% der Nutzleistung je nach Kühlwassermenge und Förderhöhe.

Effektive (Gesamt-) Wirkungsgrade η_e in % für Kondensationsturbinen. Für $p = 12$ at abs
 $p_0 = 0,06$ (94% Vakuum).

a) $n = 3000$ Umdrehungen in der Minute.

Leistung PS _e	100	200	300	400	500	600	800	1000	1250	1500	1750	2000	2500	3000	4000	5000	6000	8000	10000	12000
η_e in %	42,3	49,0	52,5	55,3	57,2	59,0	61,6	63,6	65,5	67,2	68,5	69,8	71,4	72,5	73,7	74,5	75,0	75,5	75,9	76,1

b) $n = 1500$ Umdrehungen in der Minute.

Leistung PS _e	1000	1500	2000	3000	4000	5000	6000	8000	10000	12500	15000	18000	20000	25000
η_e in %	59	61,5	64,1	67,8	70,0	71,5	72,5	74,0	74,7	75,1	75,4	75,6	75,8	76,0

Effektive Wirkungsgrade η_e in % für Gegendruckturbinen¹⁾. Gültig für Wärmegefälle von 70 — 90 WE, 1 — 3 at Überdruck, Gegendruck und $n = 3000$ Umdr/min (Für kleinere Umlaufzahlen bis 1500 Umdr, min bei Leistungen über 1000 PS noch annähernd erreichbar.)

Leistung PS _e	20	50	100	200	400	600	800	1000	1200	1600	2000	2500	3000	4000	5000
η_e in %	20,0	27,5	36,0	45	54,5	59,5	62,5	64,0	65,0	67,0	68,0	69,0	70,0	71,0	72,0

¹⁾ Werte der Waggon- und Maschinenbau-A.-G., Abteilung: Maschinenbau Görlitz (GMA.).

Änderungen des Dampfverbrauches.

- Für je 1% besseres Vakuum Ermäßigung um 1,5%,
 „ „ 1% schlechteres „ Zunahme „ 1,6%,
 „ „ $\pm 7^\circ$ Temperaturänderung um $\mp 1\%$ von 225 bis 350°.

Zunahme des Dampfverbrauches bei Teilbelastung (Drosselreglung) und Überlastung (durch Zuschaltventil)

bei $\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$ Last	
um $2\frac{0}{0}$	$5\frac{0}{0}$	$14\frac{0}{0}$	bei gleichbleibender Kühlwassermenge.,
„ $3\frac{0}{0}$	$7\frac{0}{0}$	$18\frac{0}{0}$	bei gleichbleibendem Vakuum,
bei $10\frac{0}{0}$	$15\frac{0}{0}$	$20\frac{0}{0}$	$25\frac{0}{0}$ Überlast,
um $0\frac{0}{0}$	$1\frac{0}{0}$	$2\frac{0}{0}$	$3\frac{0}{0}$.

(669) Mittel zur Verminderung der Umfangsgeschwindigkeit. Da die günstigste Umfangsgeschwindigkeit u bei Gleichdruckturbinen fast gleich der halben, bei Überdruckturbinen fast gleich der Dampfgeschwindigkeit c_1 ist (s. Abb. 5 und 6), so würde bei Ausnutzung des ganzen Gefälles in einer Stufe die Umfangsgeschwindigkeit sehr groß, was sowohl konstruktiv ungünstig, als auch rücksichtlich der Materialfestigkeit unausführbar wäre. Für den praktisch günstigsten Wert von u kommt zwar die größte innere Leistung in Frage, die wegen der Radreibung eine kleinere Umfangsgeschwindigkeit u ergibt, aber immerhin noch wesentlich zu groß.

Um brauchbare Umfangsgeschwindigkeiten bei günstigen Wirkungsgraden zu erreichen, kann bei Gleichdruckturbinen die erzeugte Dampfgeschwindigkeit nacheinander in mehreren Laufschaufelreihen ausgenutzt werden — Geschwindigkeitsstufung in mehrkränzigen (Curtis-) Rädern mit zwischen den Laufschaufeln stehenden Umleitschaufeln — oder es kann bei Gleich- und Überdruckturbinen das Druckgefälle so unterteilt werden, daß in jeder der dadurch entstehenden Druckstufen nur eine dem gewählten u entsprechende Dampfgeschwindigkeit c_1 erzeugt wird.

Bei Gleichdruckturbinen können beide Mittel vereinigt werden; um auch bei Überdruckturbinen die hohe Stufenzahl zu verringern und die Schwierigkeiten der wegen der vollen Beaufschlagung im Hochdruckteil ungünstig kurzen Schaufeln zu vermeiden, werden jetzt fast alle Überdruckturbinen als kombinierte Turbinen ausgeführt mit einer Gleichdruckstufe mit Geschwindigkeitsstufung im Hochdruckteil, reine Überdruckstufen im Niederdruckteil.

Hieraus ergibt sich folgende Einteilung der gebräuchlichen Turbinenbauarten.

A. Gleichdruckturbinen.

1. Eine reine Druckstufe (de Laval-Turbine),
2. eine Druckstufe mit Geschwindigkeitsstufung (Curtis-Rad; für Kleinturbinen in Anwendung),
3. mehrere reine Druckstufen (Zoelly-Turbine; Rateau),
4. mehrere Druckstufen, je mit Geschwindigkeitsstufung (Curtis-Turbine; langsamlaufende Turbinen);
5. Hochdruckteil: Druckstufe mit Geschwindigkeitsstufung, Niederdruckteil: reine Druckstufen (vielfach angewendete Bauart: AEG, MAN, Bergmann-El.-Werke, A.-G. Weser, Germaniawerft u. a.).

B. Überdruckturbinen.

1. Reine Überdruckstufen (Parsons u. a., jetzt nur für große Leistungen und für Gegendruckturbinen verwendet).
2. Kombinierte Turbinen: Hochdruckteil: Gleichdruck mit Geschwindigkeitsstufung, Niederdruckteil: reine Überdruckstufen. (Melms & Pfenniger, Brown Boveri & Cie., Gutehoffnungshütte, Thyssen-Röder.)

Gleichdruckturbinen.

(670) Berechnung der Gleichdruckturbinen. Einstufige Turbinen werden nur für kleine Leistungen ausgeführt. Nach Ermittlung des verfügbaren (adiabatischen) Wärmegefälles h_1 , Abb. 9, wobei zweckmäßig ~ 1 at Drosselung angenommen wird, kann c_0 bzw. c_1 errechnet (s. (663)) und nach Wahl des Rad-

durchmessers bzw. u der Geschwindigkeitsplan gezeichnet werden, aus dem h_u ermittelt werden kann. Nach Schätzung des effektiven Wirkungsgrades η_e (s. (667)) kann der Dampfverbrauch und die sekundl. Dampfmenge G_{sek} vorläufig bestimmt werden, so daß der Radreibungsverlust h_r (s. (666)) ermittelt werden kann. Weicht der nach Schätzung des mechanischen Wirkungsgrades (s. (666)) sich ergebende Wert von η_e vom geschätzten stark ab, so müßte h_r korrigiert werden. Mit der genauer ermittelten Dampfmenge G_{sek} sind alsdann die Abmessungen der Düsen und Schaufeln zu berechnen (s. u.). Bei mehrstufigen Turbinen muß nach Ermittlung des Wärmegefälles h_r eine Aufteilung des Gefälles vorgenommen werden; dazu kann der Durchmesser oder die Zahl der Stufen angenommen werden. Neuerdings werden wenig Stufen gewählt, besonders bei größeren Leistungen. Die üblichen Durchmesser sind 0,9 bis 1,4 m für 1000 bis 10000 PS_e, die Stufenzahl 9 bis 6 bei reiner Druckstufe und $n = 3000$ Umdrehungen in der Minute, bei Geschwindigkeitsstufe im Hochdruckteil wird die Stufenzahl 7 bis 4. Bei $n = 1500$ werden mehr Stufen und größere Durchmesser ausgeführt.

Bei Geschwindigkeitsstufe im Hochdruckteil ist das Gefälle der ersten Stufe natürlich größer, als dasjenige der folgenden Druckstufen, die fast gleiche Gefälle erhalten, die letzten Stufen gegebenenfalls etwas größere, um zu lange Schaufeln zu vermeiden. Aber auch bei reiner Druckstufe erhält die erste Stufe ein größeres Gefälle, um niedrigeren Druck im Gehäuse zu erhalten; man geht etwas über das kritische Druckverhältnis (s. (576)).

Um den günstigsten Wert von u/c_1 zu finden, bestimmt man für einige Werte u/c_1 (also für verschiedene Durchmesser D bzw. u , oder falls D angenommen, für verschiedene c_1 bzw. Stufengefälle) die innere Leistung h_i bzw. η_i und kann ersehen, bei welchem u/c_1 der Höchstwert von η_i liegt. Der Dampfverbrauch ist zunächst, wie bei den einstufigen Turbinen angegeben, zu ermitteln, der Radreibungs- und der Spaltverlust zu errechnen, ferner η_m und die Stopfbüchsenverluste zu schätzen, womit dann h_e und der genaue Wert von η_e , D_e und G_{sek} bestimmt werden kann. Die Abmessung der Leitkanäle und Schaufeln sind dann mit dem genauen Wert von G_{sek} zu berechnen (s. Beispiel (674)).

(671) Düsen. Wird das kritische Druckverhältnis (s. (576)) überschritten, so müssen erweiterte Düsen angewendet werden. Es ist für gesättigten Dampf der kritische Druck

$$p_k = 0,5774 p, \quad p : p_k = 1,73$$

die kritische Geschwindigkeit (im engsten Querschnitt)

$$c_k = 323 \sqrt{p v} \text{ m/sek}$$

der engste Querschnitt:

$$F_{\text{min}} = G_{\text{sek}} : 199 \sqrt{p v} \text{ m}^2 \quad \dots \dots \dots 21$$

und für anfangs überhitzten Dampf

der kritische Druck:

$$p_k = 0,5457 p; \quad p : p_k = 1,83$$

die kritische Geschwindigkeit

$$c_k = 333 \sqrt{p v} \text{ m/sek}$$

der engste Querschnitt

$$F_{\text{min}} = G_{\text{sek}} : 211 \sqrt{p v} \text{ m}^2 \quad \dots \dots \dots 21a$$

mit p und p_k in kg/cm², F_{min} in m².

Der Endquerschnitt F_1 ergibt sich aus der Kontinuitätsgleichung zu

$$F_1 = G_{\text{sek}} v_1 : c_1 \text{ m}^2, \quad \dots \dots \dots 22$$

worin v_1 das Volumen am Düsenende (durch Punkt A_1 im $i\theta$ -Diagramm, Abb. 9 zu ermitteln).

Wegen der Nachteile zu starker Erweiterung wird der Endquerschnitt meist etwas kleiner ausgeführt, der Dampf tritt mit etwas Überdruck aus, beträgt dieser nicht über $\frac{1}{2}$ at, so kann die Strahlablenkung vernachlässigt werden.

Der Kegelwinkel der Düse soll $10 \div 15^\circ$ nicht überschreiten.

Der Gesamtquerschnitt wird auf mehrere Düsen verteilt, so daß möglichst volle Beaufschlagung erreicht wird, doch darf die radiale Kanalhöhe am Austritt nicht zu klein werden (etwa 8 mm). Der engste Querschnitt kann rund oder rechteckig sein, der Endquerschnitt ist stets rechteckig und im Kreisbogen dem Schaufelkranz angepaßt. Der Düsenwinkel wird meist nicht unter $\alpha_1 = 20^\circ$ angenommen, bei sehr starker Erweiterung größer.

Düsen werden häufig aus Gußeisen hergestellt, wobei sie zu Segmenten vereinigt werden. Abb. 12¹⁾ zeigt eine Ausführung der AEG; die Düsenachsen sind

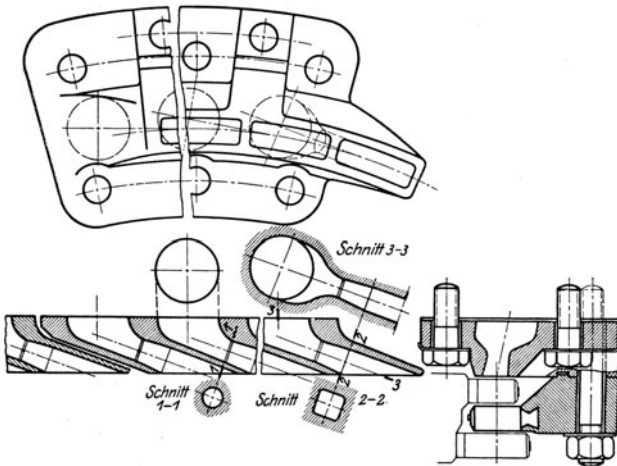


Abb. 12.

geradlinig und stehen tangential an den Teilkreis. Eine einfachere Form zeigt Abb. 13. Zuweilen werden die gefrästen Düsenchaufeln eingegossen oder in Winkelsegmente eingietet.

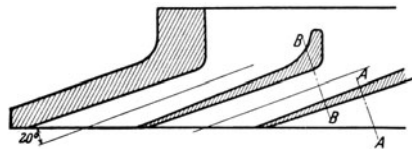


Abb. 13.

(672) Leitkanäle. Diese erhalten keine Erweiterung (da das kritische Druckverhältnis nicht überschritten wird), der Querschnitt ist $F_1 = G_{sek} v_1 : c_1 m^2$ und wird durch eingegossene Nickelstahlblechschaufeln von

meist 2 mm Stärke (bei sehr großer Kanalhöhe auch mehr) gebildet. Die Kanalhöhe a soll nicht unter ~ 8 mm betragen; ist z die Anzahl der Kanäle,

¹⁾ Nach Zietemann: Die Dampfturbinen, Sammlung Göschel.

in die der Gesamtquerschnitt F_1 geteilt wird, so ist nach Abb. 14 der Querschnitt eines Kanals

$$f = F : z = a \delta, \text{ wobei } \delta = t \sin \alpha_1 - s, \dots \dots \dots 23$$

daraus ist $a = f : \delta$.

Die Teilung t kann zu 43 bis 50 mm angenommen werden, wobei $\pi D : t$ eine ganze Zahl ergeben muß.

Der Leitschaufelwinkel α_1 wird meist zu 14° , in den letzten Stufen $16^\circ, 18^\circ$ und mehr angenommen, wegen der starken Volumenzunahme. Die Kanalhöhe a soll, von der ersten Stufe mit voller Beaufschlagung an, kontinuierlich zunehmen.

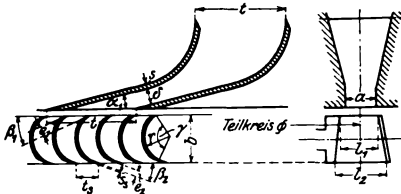


Abb. 14.

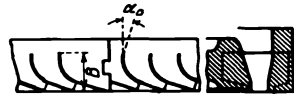


Abb. 15.

In neuerer Zeit werden bei großen Leistungen nichterweiterte Kanäle auch bei geringer Überschreitung des kritischen Druckverhältnisses angewendet; es tritt dann im Schrägabschnitt eine Strahlablenkung ein, die ermittelt werden muß, da davon der Schaufelwinkel β_1 abhängt.

Abb. 15 zeigt den Schnitt durch die Leitschaufeln; die Breite B ist etwa 45 mm, bei großer Kanalhöhe mehr; der Winkel α_0 wird der Richtung der Austrittsgeschwindigkeit c_3 aus dem vorhergehenden Laufrade angepaßt. Die Schaufelkrümmung soll mit möglichst großem Radius erfolgen. Das gerade Stück soll so lang werden, daß mit der Nachbarschaufel noch etwa 8 mm parallele Führung sich ergeben.

Zwecks besseren Haltes im Gußeisen werden die Schaufelbleche gelocht.

Der Leitschaufelkranz wird meist mit der Zwischenwand einstückig ausgeführt (Leitapparat). Die Wand ist meist gewölbt oder kegelig, um den Dampfdruck ohne wesentliche Durchbiegung aufnehmen zu können. Die Spannung und die Durchbiegung kann nach den Gleichungen von Bach (s. 256) ermittelt werden, die jedoch nur für ungeteilte ebene Scheiben gelten. Für kegelige ungeteilte Scheiben ist nach Rateau die Durchbiegung

$$y = \frac{d_a - d_i}{2} \cdot \frac{d_a + 2d_i}{E(\delta^2 + f^2) \ln d_a/d_i} \cdot p \dots \dots \dots 24$$

worin f die Pfeilhöhe in der Mitte, d_a der äußere, d_i der innere Scheibendurchmesser, δ die Scheibenstärke und p der Überdruck.

Für geteilte Scheiben kann nach Stodola¹⁾ angenommen werden

$$\sigma_{\text{halb}} = 1,6 \sigma_{\text{voll}}; \quad y_{\text{halb}} = 2,4 y_{\text{voll}}.$$

(673) Laufschaufeln. Der Eintrittswinkel β_1 ergibt sich aus dem Geschwindigkeitsdreieck, man macht jedoch den Winkel am Schaufelrücken etwa $2 \div 4^\circ$ größer, um Stoß auf den Schaufelrücken zu vermeiden.

Der Austrittswinkel β_2 wird gleich β_1 oder etwas kleiner gewählt; kleiner Winkel ist zwar für die Umfangskomponente $w_{1,u}$ günstig, doch wird dadurch ψ (s. (666)) kleiner (also auch w_2) und die Schaufellänge wegen geringerer Strahldicke ungünstig groß (s. u.).

¹⁾ A. Stodola: Die Dampf- und Gasturbinen. Berlin: Julius Springer.

Die Schaufelbreite b , Abb. 16 u. 17, wird bei den kleinen de Laval-Turbinen zu 10 mm, bei mehrkränzigen Rädern zu 14 bis 20 mm angenommen. Bei Druckstufen wird bis 50 mm Schaufellänge $b \approx 20$ mm, bis 200 mm Länge $b = 25$ mm und über 200 mm $b = 30$ bis 35 mm ausgeführt.

Das Schaufelprofil kann nun entworfen werden, die Krümmung soll möglichst großen Halbmesser r erhalten und die Schaufeln am Austritt ein gerades Stück von $s \sim 0,5$ mm Stärke. Ausführung als Blechschaufeln, Abb. 16, für Druckstufen oder als Rücken-(Profil-) Schaufeln, Abb. 17, für Geschwindigkeitsstufen (wegen Strahlführung), aber auch für Druckstufen.

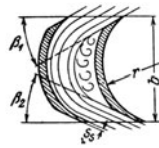


Abb. 16.

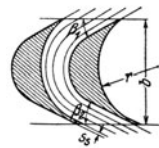


Abb. 17.

Der Kanalquerschnitt bleibt bei Profilschaufeln gleich oder nimmt etwas ab. Die günstigste Strahldicke ist nach Versuchen von Briling

$$e = 0,5 r \text{ und da nach Abb. 14 } e = t_s \sin \beta_1,$$

so ist

$$t_s = e : \sin \beta_1 = r : 2 \sin \beta_1 \dots \dots \dots 25$$

Die Schaufelzahl ist $z = \pi D : t_s$.

Die Schaufelhöhe (Länge) am Eintritt wird $l_1 = \alpha + 1$ bis 2 mm angenommen (wegen Streuung); die Austrittshöhe l_2 folgt aus der Beziehung:

$$G_{\text{sek}} = (e_1 \cdot a) w_1 : v_1 = (e_2 l_2) w_2 : v_2,$$

woraus

$$l_2 = \alpha \cdot e_1 / e_2 \cdot w_1 / w_2 \cdot v_2 / v_1$$

und mit

$$e_1 = t_s \sin \beta_1, \quad e_2 = t_s \sin \beta_2 - s$$

$$l_2 = \alpha \frac{t_s \sin \beta_1}{t_s \sin \beta_2 - s} \cdot \frac{w_1 v_2}{w_2 v_1} = \alpha \frac{t_s}{t_s - s / \sin \beta_2} \cdot \frac{w_1 \sin \beta_1 v_2}{w_2 \sin \beta_2 v_1} = \alpha \cdot \tau \cdot w_{1a} / w_{2a} \cdot v_2 / v_1, \dots \dots \dots 26$$

wenn $\tau = t_s : (t_s - s / \sin \beta_1)$ der Verengungsfaktor des Schaufelprofils und $w_{1a} = w_1 \sin \beta_1$, $w_{2a} = w_2 \sin \beta_2$ die axialen Komponenten (s. Abb. 3). Damit l_2 nicht zu groß wird, muß w_{1a} / w_{2a} klein sein, d. h. β_2 darf nicht zu klein gewählt werden.

Die Schaufeln sind auf Zug und Biegung zu berechnen. Sie werden mit Füßen von verschiedener Form, Abb. 18 bis 21, in den Laufrädern befestigt.

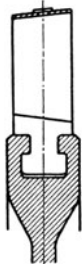


Abb. 18.

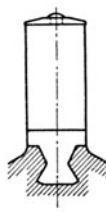


Abb. 19.

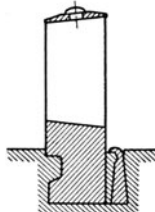


Abb. 20.



Abb. 21.

Eine neue aus dem Vollen gefräste Schaufel der Bergmann-Turbine zeigt Abb. 22. Die Flächenpressung zwischen Fuß und Rad darf 1000 kg/cm² bei

S.-M.-Stahl und 1500 kg/cm^2 bei Ni-Stahl nicht überschreiten, deswegen werden längere Schaufeln mit angeschmiedetem Zwischenstück hergestellt, Abb. 23. Außen werden die Schaufeln durch aufgenietete Deckbänder abgedeckt.

Bei hoher Fliehkraft werden Schaufeln über 50 mm freier Länge mit nach dem freien Ende abnehmender Stärke (als Träger gleicher Festigkeit) ausgeführt, Abb. 23.

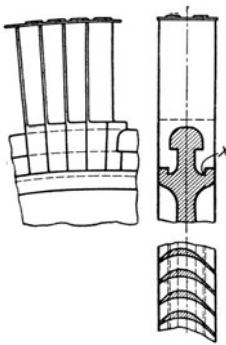


Abb. 22.

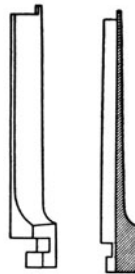


Abb. 23.

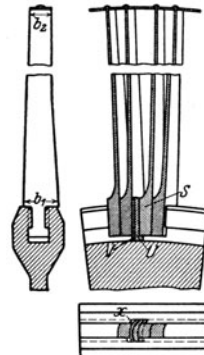


Abb. 24.

Bei sehr langen Schaufeln wird auch die Breite verringert, wie Abb. 24 zeigt, aus der auch die Befestigung der letzten Schaufel S durch ein untergreifendes Schloß U und die Beilage V ersichtlich ist; U wird oben über V verstemmt.

Berechnungsbeispiele.

(674) **Einstufige Turbine mit Geschwindigkeitsstufung.** Berechnung einer Kleinturbine von $N_e = 90 \text{ PS}_e$ für $n = 3000 \text{ Umdr./min}$, Frischdampf 11 at Üb., 250° und Auspuffbetrieb ($p_0 = 1,2 \text{ at}$ abs. wegen Rohrwiderstände).

Das verfügbare Wärmegefälle ist, 1 at Drosselung im Einlaßventil angenommen, Abb. 25, $h_t = i - i_0 = 703,5 - 604,5 = 99 \text{ WE/kg}$. Wird $\eta_e = 0,42$ geschätzt (s. (667)), so ist der Dampfverbrauch (Gl. 18)

$$D_e = 632,3 : 99 \cdot 0,42 = 15,3 \text{ kg/PS}_e/\text{st}$$

und die sekundliche Dampfmenge

$$G_{\text{sek}} = D_e N_e : 3600 = 15,3 \cdot 90 : 3600 = 0,382 \text{ kg/sek.}$$

Die Dampfgeschwindigkeit (nach (663), Gl. 2 a)

$$c_0 = 91,5 \sqrt{99} = 910 \text{ m/sek.},$$

$$c_1 = 0,95 c_0 = 865 \text{ m/sek.}$$

Um die praktisch günstigste Umfangsgeschwindigkeit u bzw. den Durchmesser D zu ermitteln, ist es zweckmäßig für verschiedene Werte von u bzw. u/c_1 die innere Leistung h_i oder η_i zu ermitteln, um festzustellen,

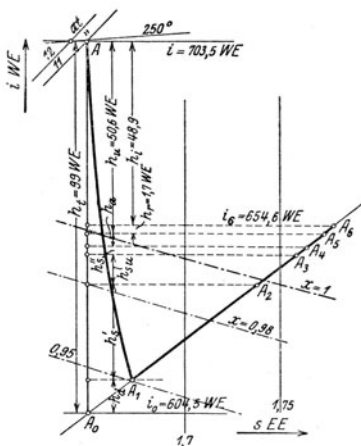


Abb. 25.

wo η_t den Höchstwert hat. Im vorliegenden Falle werde die Ausführung mit 2 Geschwindigkeitsstufen gewählt, dann ist η_t am höchsten bei etwa $D=1,0$ m bzw. $u=157,1$ kg/sek oder $u/c_1=0,182$ (der günstigste Wert von η_u liegt nach Abb. 11 bei $u/c_1=0,23$). Es werde aber mit Rücksicht auf billigere Ausführung $D=0,8$ m, $u=125$ m/sek, $u/c_1=0,145$ gewählt, und der Geschwindigkeitsplan Abb. 26 gezeichnet für $\alpha_1=20^\circ$, β_1 etwas größer als die Richtung von w_1 und β_2 etwas kleiner als β_1 .

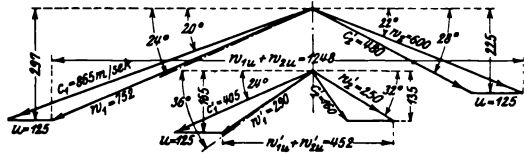


Abb. 26.

Damit wird die Leistung am Umfang:

$$\dot{h}_u = \frac{u(w_{1u} + w_{2u} + w'_{1u} + w'_{2u})}{g} = \frac{125 \cdot 1700}{9,81 \cdot 427} = 50,6 \text{ WE/kg}$$

und

$$\eta_u = 50,6 : 99 = 0,512.$$

Die Radreibung ist nach Gl. 9, mit $\alpha=1,1$, $\epsilon=0,9$ und $l=2,0$ cm geschätzt, mit dem durch Punkt A_8 , Abb. 25, festgelegten Volumen (s. (564), Gl. 63)

$$v_g = RT : P - 0,016 = 421 \cdot 403 : 12000 - 0,016 = 1,568 \text{ m}^3/\text{kg}$$

oder

$$\gamma_g = 1 : v_g = 0,64$$

$$\begin{aligned} N_{rv} &= \alpha(1,46 \cdot D^2 + \epsilon \cdot 0,83 \cdot D l^{1,5}) u^3 \gamma : 10^6 \text{ PS} \\ &= 1,1(1,46 \cdot 0,8^2 + 0,9 \cdot 0,83 \cdot 0,8 \cdot 2^{1,5}) 125^3 \cdot 0,64 : 10^6 = 3,6 \text{ PS}. \end{aligned}$$

Auf 1 kg Dampf bezogen ist

$$\dot{h}_r = N_{rv} : 5,7 G_{\text{sek}} = 3,6 : 5,7 \cdot 0,382 = 1,7 \text{ WE/kg}$$

und damit die innere Leistung

$$\dot{h}_i = \dot{h}_u - \dot{h}_r = 50,6 - 1,7 = 48,9 \text{ WE/kg}, \quad \eta_i = 48,9 : 99 = 0,494.$$

Wird der mechanische Wirkungsgrad einschließlich der Abkühlungsverluste zu $\eta_m=0,88$ geschätzt, so wird die effektive Leistung (an der Wellenkupplung)

$$\dot{h}_e = \dot{h}_i \cdot \eta_m = 48,9 \cdot 0,88 = 43 \text{ WE/kg} \quad \text{und} \quad \eta_e = 43 : 99 = 0,434.$$

Die genaue Dampfmenge ist dann:

$$D_e = 632,3 : 99 \cdot 0,434 = 14,7 \text{ kg/PS}_e/\text{st} \quad \text{und} \quad G_{\text{sek}} = 90 \cdot 14,7 : 3600 = 0,367 \text{ kg/sek}.$$

Mit diesem Werte sind die Düsen- und Schaufelabmessungen zu berechnen.

Düsen. Der engste Querschnitt ist ((674), Gl. 21 a)

$$F_{\text{min}} = G_{\text{sek}} : 211 \sqrt{p/v} = 0,367 : 211 \sqrt{12 : 0,206} = 0,000237 \text{ m}^2 = 238 \text{ mm}^2.$$

Der Endquerschnitt ist

$$F_1 = G_{\text{sek}} v_1 : c_1 = 0,367 \cdot 1,38 : 865 = 582 \text{ mm}^2,$$

es werde jedoch $F=540 \text{ mm}^2$ ausgeführt, so daß der Dampfstrahl etwas Überdruck hat (das Volumen v_1 ist im Punkt A_1 , Abb. 25, nach Abtragen des Düsenverlustes zu ermitteln mit $x_1=0,95$ und $v''=1,451$, $v_1 = x v'' = 1,38 \text{ m}^3/\text{kg}$).

Es seien für Vollast 4 Düsen mit rechteckigem Querschnitt angenommen, jede somit

$$f_{\text{min}} = 238 : 4 = 59,5 \text{ mm}^2 = 7 \times 8,5 \text{ mm}$$

$$f_1 = 540 : 4 = 135 \quad ,, \quad = 9 \times 15 \quad ,, \quad .$$

Die Ausführung als gegossene Düsen zeigt Abb. 27, welche auch die sich aus der Schaufelbreite $b=15$ mm, den Winkel β und β_2 und möglichst großem Krümmungshalbmesser r ergeben-

den Schaufelprofile erkennen läßt. Damit lassen sich die folgenden Werte der Schaufelabmessungen usw. ermitteln.

I. Kranz. $\beta_1 = 24^\circ$, $\beta_2 = 22^\circ$, $r = 8,5$ mm und nach Gl. 25 $t_s = 8,5 : 2 \sin 24^\circ = 10,5$ mm, Schaufelzahl $z_s = \pi D : t_s = \pi \cdot 800 : 10,5 = \sim 239$, damit genauer $t_s = 10,51$ mm.

Nun wird

$$l_1 = 9 + 2 = 11 \text{ mm}$$

und nach Gl. 26

$$l_2 = a \cdot r \cdot (w_{1a} : w_{2a}) (v_2 : v_1),$$

worin der Verengungsfaktor

$$\tau = t_s : (t_s - 0,5/\sin \beta_2) = 10,5 : (10,5 - 1,3) = 1,125,$$

w_{1a} und w_{2a} aus dem Geschwindigkeitsplan, Abb. 26; $v_2 : v_1$ werde vernachlässigt; damit wird

$$l_2 = 9 \cdot 1,125 \cdot (297 : 225) = 13,35 = \sim 13,5 \text{ mm}.$$

Umlaufschaufeln: $\beta_1 = 28^\circ$, $\beta_2 = 24^\circ$, $r = 9$ mm, $t_s = 9,6$ mm, $\tau = 1,146$;

$$l_1 = 13,5 + 1,5 = 15 \text{ mm}$$

$$l_2 = 13,35 \cdot 1,146 (225 : 165) = 20,85 \sim 21 \text{ mm}.$$

II. Kranz: $\beta_1 = 36^\circ$, $\beta_2 = 32^\circ$, $r = 9,3$ mm, $t_s = 8,8$ mm, $\tau = 1,12$; Schaufelzahl $z_s = \pi \cdot 800 : 8,8 = \sim 286$ und damit genau $t_s = 8,79$ mm

$$l_1 = 21 + 2 = 23 \text{ mm}$$

$$l_2 = 20,85 \cdot 1,12 (165 : 135) = 28,7 \sim 29 \text{ mm}.$$

Es kann nun noch zur Kontrolle die Wärmebilanz aufgestellt werden, wozu die einzelnen Verluste h_a , h_s , h_{ru} , h_r , h_a und h_r ausgerechnet werden, die zusammen mit h_t das verfügbare Gefälle h_t ergeben müssen. Die Verluste sind im i - s -Diagramm, Abb. 25, eingetragen.

Den Schaufelschnitt zeigt Abb. 27.

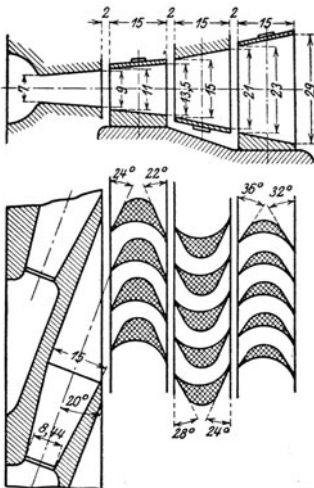


Abb. 27.

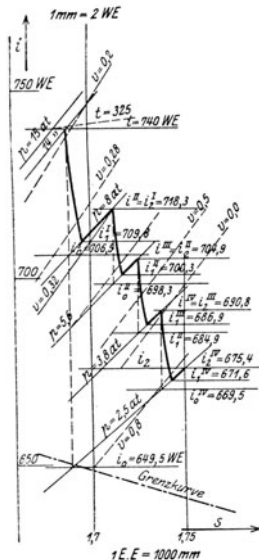


Abb. 28.

(675) Mehrstufige Turbine mit reinen Druckstufen. Berechnung einer Gegendruckturbine von $N_e = 2000$ PS, bei $n = 3000$ Umdr./min für Dampf von 14 at Übr., 325°C und 1,5 at Übr. Gegendruck.

1 at Drosselung im Einlaßventil angenommen, also vor dem 1. Leitapparat 14 at abs., ist aus dem i - s -Diagramm, Abb. 28, das verfügbare Wärmegefälle

$h_t = i - i_0 = 740 - 649,5 = 90,5$ WE/kg und mit $\eta_e = 0,65$ (s. (667)) der Dampfverbrauch

$D_e = 632,3 : 90,5 \cdot 0,65 = 10,8$ kg/PS_e/st, $G_{\text{sek}} = 2000 \cdot 10,8 : 3600 = 6,0$ kg/sek.

Es werde ein Modell mit einem Teilkreisdurchmesser $D = 1150$ mm gewählt mit $u = 180,64$ m/sek, es ergeben sich dann 4 Druckstufen.

Durch Rückgewinn der Verlustwärme in der folgenden Stufe wird die Summe der Einzelgefälle etwa 3% größer als h_t , also $1,03 \cdot 90,5 = 93,5$ WE/kg.

Das Gefälle der ersten Stufe werde größer gewählt, von 14 auf 8 at (wegen geringerer Radreibung, Stopfbuchsverlust und geringerem Druck im Gehäuse), dann ist $h_t^I = 740 - 706,5 = 33,5$ WE/kg, entsprechend $c_0 = 91,5 \sqrt{33,5} = 530$ m/sek ($c_k = 333 \sqrt{p v} = 333 \sqrt{14 \cdot 0,19} = 552$ m/sek, wird also nicht erreicht); Gefälle der II. und III. Stufe je 20 WE (entsprechend dem größten Wert von η_i), der Rest für die IV. Stufe (etwas größer als vorhergehende Stufen).

Die Radreibungs- und Ventilationsverluste seien nach Gl. 9 ermittelt.

In der 2., 3. und 4. Stufe treten noch Spaltverluste auf; der Nabendurchmesser werde zu 220 mm geschätzt, das Spiel 0,5 mm, dann ist der Spaltquerschnitt $f'_{sp} = \pi \cdot 220 \cdot 0,5 = 345$ mm², der wirksame Querschnitt (wegen Kontraktion) $f_{sp} = \psi f'_{sp} = 0,6 \cdot 345 \approx 200$ mm².

Werden die Geschwindigkeitspläne gezeichnet, Abb. 29, und die ermittelten Zustände bzw. Verluste in das i - s -Diagramm, Abb. 28, eingetragen, so ergibt sich die Berechnung wie folgt:

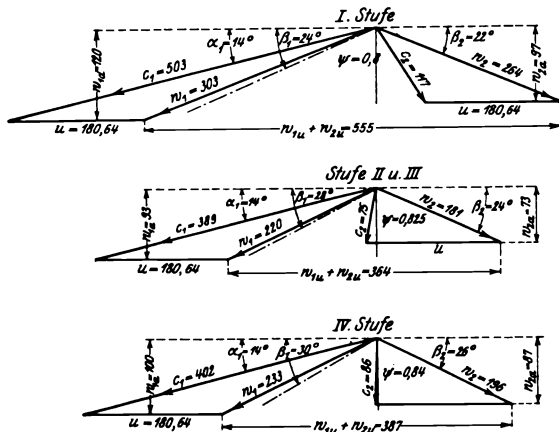


Abb. 29.

I. Stufe:

$$h_t = 33,5 \text{ WE/kg}, \quad c_0 = 530 \text{ m/sek}, \quad c_1 = 0,95 \cdot 530 = 503 \text{ m/sek}$$

$$h_u = 180,64 \cdot 555 : 9,81 \cdot 427 = 23,9 \text{ WE/kg}; \quad \eta_u = 0,713$$

$$N_{rv} = 79 \text{ PS}; \quad h_r = 79 : 5,7 \quad G_{\text{sek}} = 2,2 \text{ WE/kg}$$

$$h_i = 23,9 - 2,2 = 21,7 \text{ WE/kg}; \quad \eta_i = 21,7 : 33,5 = 0,645.$$

Der Endzustand = $740 - 21,7 = 718,3$ WE/kg.

II. Stufe:

$$h_t = 20 \text{ WE/kg}; \quad i_0^{\text{II}} = 718,3 - 20 = 698,3 \text{ WE/kg};$$

$$c_0 = 91,5 \sqrt{20} = 409,5 \text{ m/sek}, \quad c_1 = 0,95 \cdot 409,5 = 389 \text{ m/sek}$$

$$h_u = 180,64 \cdot 364 : 9,81 \cdot 427 = 15,7 \text{ WE/kg} \quad \eta_u = 0,785$$

$$N_{rv} = 58 \text{ PS}, \quad h_r = 58 : 5,7 \cdot 6 = 1,7 \text{ WE/kg}.$$

Spaltverlust: $G_{sp} = f_{sp} \cdot c_1 \cdot v_1 = 0,0002 \cdot 389 \cdot 0,423 = 0,184 \text{ kg/sek}$ (v_1 nach Abtragen des Düsenverlustes h_d)

$$h_{sp} = h_t G_{sp} : G_{\text{sek}} = 20 \cdot 0,184 : 6 = 0,6 \text{ WE/kg}$$

$$h_i = 15,7 - 1,7 - 0,6 = 13,4 \text{ WE/kg}; \quad \eta_i = 13,4 : 20 = 0,67$$

Endzustand $i_1^{\text{II}} = 718,3 - 13,4 = 704,9 \text{ WE/kg} = i^{\text{III}}$.

III. Stufe:

$$h_i = 20 \text{ WE}; \quad i_0^{\text{III}} = 704,9 - 20 = 684,9 \text{ WE/kg};$$

Geschwindigkeitsplan wie II, $h_u = 15,7 \text{ WE/kg}$

$$N_{rv} = 41 \text{ PS}, \quad h_r = 1,2 \text{ WE/kg};$$

$$G_{sp} = 0,0002 \cdot 389 : 0,575 = 0,135, \quad h_{sp} = 20 \cdot 0,135 : 6 = 0,4 \text{ WE/kg}$$

$$h_i = 15,7 - 1,2 - 0,4 = 14,1 \text{ WE/kg}, \quad \eta_i = 14,1 : 20 = 0,705.$$

Endwärmeinhalt $i_3^{\text{III}} = i^{\text{IV}} = 704,9 - 14,1 = 690,8 \text{ WE/kg}$.

IV. Stufe:

Rest des Gefälles $h_i = 690,8 - 669,5 = 21,3 \text{ WE/kg}$

$$c_0 = 424 \text{ m/sek}, \quad c_1 = 0,95 \cdot 424 = 402 \text{ m/sek}$$

$$h_u = 180,64 \cdot 387 : 9,81 \cdot 427 = 16,7 \text{ WE/kg}; \quad \eta_u = 16,7 : 21,4 = 0,78$$

$$N_{rv} = 31 \text{ PS}; \quad h_r = 0,9 \text{ WE/kg}$$

$$G_{sp} = 0,0002 \cdot 402 : 0,81 = 0,099; \quad h_{sp} = 21,3 \cdot 0,099 : 6 = 0,35 \text{ WE/kg}$$

$$h_i = 16,7 - 0,9 - 0,35 = 15,45 \text{ WE/kg}; \quad \eta_i = 15,45 : 21,3 = 0,722.$$

Endwärmeinhalt $i_3^{\text{IV}} = 690,8 - 15,45 = 675,4 \text{ WE/kg}$.

Das in der Turbine ausgenutzte Gefälle ist somit $h_t = 740 - 675,4 = 64,6 \text{ WE kg}$ und $\eta_t = 64,6 : 90,5 = 0,715$.

Die mechanischen Verluste können nach (667) ($\eta_m = 0,985$) zu $1,5\%$ angenommen, die Stopfbüchsen- und Strahlungsverluste zu $2,5\%$ geschätzt werden, zusammen 4% ; das effektive Nutzgefälle ist dann

$$h_e = h_t \cdot 0,96 = 64,5 \cdot 0,96 = 61,9 \text{ WE/kg}$$

und

$$\eta_e = 61,9 : 90,5 = 0,684.$$

Der Dampfverbrauch ist nun $D_e = 632,3 : 61,9 = 10,22 \text{ kg/PS/st}$. Da die Radreibungs-, die Stopfbüchsen- und die mechanischen Verluste nicht ganz sicher zu ermitteln sind und bei Gegendruckturbinen wegen des kleinen Gefälles den Dampfverbrauch merklich beeinflussen können, so werde für die Berechnung der Abmessungen ein um $\sim 5\%$ größerer Dampfverbrauch zugrunde gelegt, somit

$$D_e = 10,22 \cdot 1,05 = 10,75 \text{ kg/PS}_e \text{ st}$$

und $G_{\text{sek}} = 5,98 \text{ kg/sek}$, stimmt demnach mit der Annahme gut überein.

Bei der Berechnung der Leitkanalquerschnitte ist die durch den Nabenspalt strömende Dampfmenge zu berücksichtigen, also mit ($G_{\text{sek}} - G_{s1}$) zu rechnen oder der Querschnitt um f_{sp} kleiner auszuführen. Dann gestaltet sich die Berechnung wie folgt:

Ermittlung der Abmessungen.

I. Stufe:

Leitapparat. $F_1 = G_{\text{sek}} \cdot v_1 : c_1 = 5,98 \cdot 0,304 : 503 = 0,0036 \text{ m}^2 = 3600 \text{ mm}^2$ (zur Ermittlung von v , muß der Düsenverlust h_d bestimmt und in das i - s -Diagramm eingetragen werden $h_d = 3,3 \text{ WE/kg}$ $i_1 = 709,8$ $t = 256^\circ$, $v_1 = 0,304 \text{ m}^3/\text{kg}$). $\alpha_1 = 14^\circ$, Zahl der Teilungen am Umfang 78. Teilung $t = D : 78 = 46,3 \text{ mm}$, $\beta = t \sin \alpha = 2 = 9,2$ (s. Abb. 14); Zahl der 8ften Kanäle $z = 46$ (möglichst volle Beaufschlagung, jedoch soll die radiale Höhe a nicht unter 7 mm betragen). Damit wird $a = F : z = 3600 : 9,2 \cdot 46 = 8,50 \text{ mm}$.

Laufschaufeln: $\beta_1 = 24^\circ$, $\beta_2 = 22^\circ$, Teilung $t_s = 12,05$ (s. Gl. 25), Schaufelzahl $z_s = \pi D : t_s = 300$, Verengungsfaktor $\tau = t_s : (t_s - 0,5/\sin \beta_2) = 1,124$

$$l_1 = 8,5 + 1,5 = 10 \text{ mm}$$

$$l_2 = a \cdot \tau \cdot (w_{1a} : w_{2a}) = 8,5 \cdot 1,124 \cdot (120 : 97) = 11,8 \sim 12 \text{ mm}.$$

II. Stufe:

Leitapparat: Düsenverlust $h_d = 2,0$ WE/kg, $v_1 = 0,420$ m³/kg

$$F_1 = 5,98 \cdot 0,420 : 389 = 0,006420 \text{ m}^2 = 6420 \text{ mm}^2,$$

zur Berechnung

$$F = F_1 - f_{sp} = 6420 - 200 = 6220 \text{ mm}^2.$$

α_1 , t , δ wie bei Stufe I, Beaufschlagung voll.

$$a = 6220 : 9,6 \cdot 78 = 8,68 \text{ mm}.$$

Laufschaufeln: $\beta_1 = 28^\circ$, $\beta_2 = 24^\circ$, $t_s = 12,05$ mm, 300 Schaufeln, $\tau = 1,113$;

$$l_1 = 8,68 + 1,32 = 10 \text{ mm}$$

$$l_2 = 8,68 \cdot 1,113 \cdot (93 : 73) = \sim 12 \text{ mm}.$$

III. Stufe:

Leitapparat: $h_d = 2,0$ WE/kg, $v_1 = 0,575$ m³/kg,

$$F_1 = 5,98 \cdot 0,575 : 389 = 0,0088 \text{ qm} = 8800 \text{ mm}^2,$$

$$F = 8800 - 200 = 8600 \text{ mm}^2.$$

α_1 , t , δ wie Stufe I, volle Beaufschlagung,

$$a = 8600 : 9,6 : 78 = 11,98 \text{ mm}.$$

Laufschaufeln: β_1 , β_2 , t_s , z_s , τ wie Stufe II.

$$l_1 = 11,98 + \sim 2 = 14 \text{ mm}$$

$$l_2 = 11,98 \cdot 1,113 \cdot (93 : 73) = 17 \text{ mm}.$$

IV. Stufe.

Leitapparat: $h_d = 2,1$ WE/kg, $v_1 = 0,810$ m³/kg,

$$F_1 = 5,98 \cdot 0,81 : 402 = 0,01171 \text{ m}^2 = 11710 \text{ mm}^2, F = 11510 \text{ mm}^2.$$

α_1 , t , δ wie Stufe I.

$$a = 11510 : 9,6 \cdot 78 = 16,05 \text{ mm}.$$

Laufschaufeln: $\beta_1 = 30^\circ$, $\beta_2 = 26^\circ$, $t_s = 12,05$, $z_s = 300$. $\tau = 1,104$.

$$l_1 = 16,05 + 2 \sim 18 \text{ mm}$$

$$l_2 = 16,05 \cdot 1,104 \cdot (100 : 87) = 20,5 \text{ mm}.$$

Den Schaufelschnitt zeigt Abb. 30. Bei Kondensations-turbinen werden in den weiteren Stufen die Schaufelwinkel und in den letzten Stufen auch die Leitradwinkel größer ausgeführt um kontinuierliche und nicht zu starke Zunahme der Schaufellängen zu erhalten.

Abschaltungen bei Teilbelastung (s. Regelung (684)) müssen entsprechend dem Dampfverbrauch die erforderliche Anzahl Leitkanäle ergeben. Es sei Abschaltung für $1/2$ und $3/4$ Last vorzusehen. In der ersten

Stufe wird dabei der kritische Druck überschritten, so daß in den nicht-erweiterten Kanälen nur die kritische Geschwindigkeit $c_k = 333 \sqrt{pv} = 333 \sqrt{14 \cdot 0,19} = 552$ m sek erreicht wird, der unter Berücksichtigung des

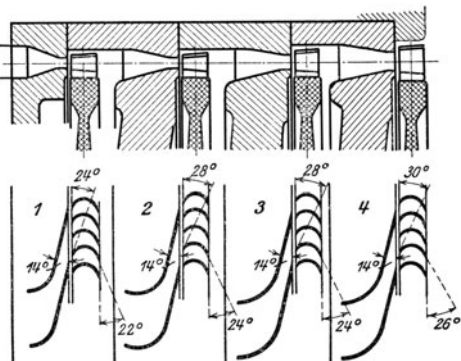


Abb. 30.

Düsenverlustes ein Gefälle von $h_{tk} = 552^2 : 2 \cdot g \cdot 427 \varphi^2 = 40,4$ WE entspricht: $i_{0k} = 740 - 40,4 = 699,6$, $p_k = 7,65$ at, $h_d = 4,7$ und damit $v_k = 0,34$ m³/kg.

Dampfverbrauch bei $1/2$ Last, s. (668),

$$10,75 + \sim 10^0/0 = 11,75 \text{ kg/PS}_0/\text{St}, \quad G_{\text{sek}} = 11,75 \cdot 1000 : 3600 = 3,27 \text{ kg/sek},$$

bei $3/4$ Last $10,75 + 3^0/0 = 11,04$ kg/PS₀/st, $G_{\text{sek}} = 11,04 \cdot 1500 : 3600 = 4,60$ kg/sek.

Dafür sind die erforderlichen Querschnitte:

$$\text{für } 1/2 \text{ Last } F_{1/2} = 3,27 \cdot 0,34 : 552 = 0,002015 \text{ m}^2 = 2015 \text{ mm}^2,$$

$$\text{für } 3/4 \text{ Last } F_{3/4} = 4,6 \cdot 1,34 : 552 = 0,00283 \text{ m}^2 = 2830 \text{ mm}^2$$

und die Zahl der offenen Kanäle

$$\text{für } 1/2 \text{ Last } z_{1/2} = z \cdot F_{1/2} : F = 46 \cdot 2015 : 3600 = \sim 26 \text{ Kanäle dauernd offen,} \\ \text{unter } 1/2 \text{ Last Drosselreglung,}$$

$$\text{für } 3/4 \text{ Last } z_{3/4} = 46 \cdot 2830 : 3600 = 36 \text{ Kanäle} = 26 + 10 \\ \text{und für Vollast } 26 + 10 + 10 = 46 \text{ Kanäle.}$$

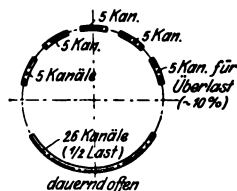


Abb. 31.

Für automatische Düsenreglung würden je 5 Kanäle zuschaltbar angeordnet (für $\sim 5/8$ - und $7/8$ -Last) und für Überlast noch 5 Kanäle ($\sim 10^0/0$ Überlastung) vorgesehen.

Abb. 31 zeigt die Anordnung der Abschaltungen.

Überdruckturbinen.

(676) Berechnung der Überdruckturbinen. Wegen der großen Anzahl Stufen wird die Berechnung nicht für jede Stufe einzeln durchgeführt, sondern für je eine Gruppe von Stufen gemeinsam. Es werden dazu verschiedene Methoden angewendet, u/c_1 in den Stufen konstant oder aber wachsend angenommen¹⁾. Eine einfache Berechnung gibt Zerkowitz²⁾, die wie folgt durchgeführt wird:

Das verfügbare Gefälle einer Stufe ist (Gl. 5)

$$h_t = A (c_1^2/\varphi^2 - w_1^2) : g \quad \text{und mit } \zeta = 1/\varphi^2 - 1 \quad \text{und } w_1 = c_2$$

$$h_t = A [(1 + \zeta) c_1^2 - c_2^2] : g$$

oder, da $c_2^2 = w_1^2 = c_1^2 + u^2 - 2u c_1 \cos \alpha_1$ (Abb. 7)

$$h_t = A (\zeta c_1^2 - u^2 + 2u c_1 \cos \alpha_1) : g =$$

$$= A u^2 (\zeta c_1^2/u^2 + 2 \cdot c_1/u \cdot \cos \alpha_1 - 1) : g$$

und mit $u/c_1 = \chi$

$$h_t = \frac{A}{g} \left(\frac{\zeta}{\chi^2} + \frac{2 \cos \alpha_1}{\chi} - 1 \right) u^2 = K \cdot u^2 \dots \dots \dots 27$$

K ist das spezifische Gefälle, das bei $u = 1$ m/sek in einer Stufe verarbeitet wird, da nur von u/c_1 und φ abhängig und für $u = 1$ $h_t = K$ ist.

Meist ist $\chi = u/c_1 = 0,45$ bis $0,55$, $\zeta = 0,20$ bis $0,25$.

Ist $Z = z_1 + z_2 + \dots$ die Gesamtstufenzahl, wenn z_1, z_2, \dots die Stufenzahl in den Gruppen 1, 2, 3, \dots , so ist

$$Z (u^2)_m = z_1 u_1^2 + z_2 u_2^2 + \dots = \sum_0^z u^2, \dots \dots \dots 28$$

¹⁾ Stodola: Die Dampf- u. Gasturbinen, 5. Aufl. Berlin: Julius Springer.

²⁾ G. Zerkowitz: Die Thermodynamik der Turbomaschinen. München: Oldenbourg.

wenn $(u^2)_m$ das mittlere Quadrat der Umfangsgeschwindigkeiten. Ist das Gesamtgefälle H_t , so ist mit dem Wärmerückgewinnungsfaktor μ ($= 1,03$ bis $1,08$)

$$\mu H_t = \sum h_t = \sum K u^2 = K_m \sum_0^z u^2, \dots \dots \dots 29$$

worin K_m ein Mittelwert des spez. Gefalles.

Alsdann kann die Stufenzahl

$$Z = \mu H_t : K_m (u^2)_m \dots \dots \dots 30$$

ermittelt werden, wenn u angenommen oder berechnet ist; K_m muß für günstiges u/c_1 nach Gl 27 angenommen werden.

Nach Loschge¹⁾ ist für unveränderliche Wirkungsgrade

$$\sum u^2 : \mu H_t = \sigma = \text{konst.} \dots \dots 31$$

für alle Turbinensysteme; σ ist die spezifische Quadratsumme der Umfangsgeschwindigkeiten, die mit Gl. 29 $\sigma = 1 : K_m$ ist, so daß mit Gl. 30

$$Z = \frac{\mu H_t}{(u^2)_m} \cdot \sigma \dots \dots \dots 30a$$

Man kann $\sigma = 1 : K_m$ (K_m aus Gl. 27) in Abhängigkeit von $\chi = u/c_1$ für verschiedene ζ ($= 0,2 \div 0,25$) und $\alpha_1 = \beta_2$ ermitteln und über u/c_1 graphisch auftragen, so daß σ für jedes u/c_1 entnommen werden kann. Abb. 32²⁾

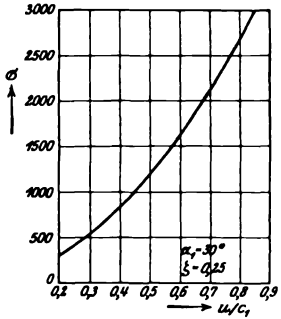


Abb. 32.

zeigt die Werte σ für $\alpha_1 = 30^\circ$ und $\zeta = 0,25$ für Überdruckturbinen.

Zur Berechnung einer neuen Turbine kann zunächst ein mittlerer Durchmesser und die „reduzierte“ Stufenzahl bestimmt werden. Mit η_e nach (667) wird der Endzustand der ganzen Tur-

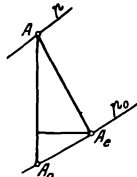


Abb. 33.

bine angenommen (A_e in Abb. 33), die ungefähre Zustandskurve AA_e eingezeichnet und G_{sek} kg/sek bestimmt.

Nun ist nach Abb. 34

$$F = e l z_s = (t_s \sin \alpha_1 - s) z_s l = t_s z_s (1 - s : t_s \sin \alpha_1) l \sin \alpha_1$$

oder mit $z_s t_s = \pi D$, $\tau = 1 - s : t_s \sin \alpha_1$ und der Kontinuitätsgleichung

$$F = \pi D \tau l \sin \alpha = G_{\text{sek}} v : c_1,$$

woraus mit $c_1 = u/\chi = \pi D n : 60 \chi$. und $D/l = \vartheta$ (s_f (677))

$$D = \sqrt[3]{\frac{60 G_{\text{sek}} v \vartheta \chi}{\tau \pi^2 n \sin \alpha_1}} \dots \dots \dots 32$$

Für ϑ , χ und α_1 werden Durchschnittswerte eingesetzt, v wird aus dem i - s -Diagramm, Abb. 33, in einem Punkt, etwas über der Mitte von AA_e an-

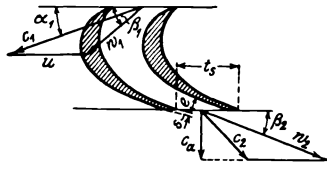


Abb. 34.

1) Z. f. d. g. T. 1911, S. 545.
2) Nach Zerkowitz, s. Fußnote 2, S. 708.

genommen. Mit dem gewählten u/c_1 ermittelt man K_m oder σ , somit die reduzierte Stufenzahl

$$Z_{red} = \mu H_t : K_m (u^2)_m = \mu H_t \sigma : (u^2)_m = z_{1,red} + z_{2,red} + \dots$$

Die wirkliche Stufenzahl ergibt sich aus den Durchmessern der Stufen bzw. den Umfangsgeschwindigkeiten

$$Z = z_{1,red} (u : u_1)^2 + z_{2,red} (u : u_2)^2 + \dots$$

Es kann nun die Durchrechnung der Stufenreihen erfolgen, indem man für 2 bis 4 Stufen (die letzten Stufen auch einzeln) den Geschwindigkeitsplan zeichnet, die Umfangsleistung, die Verluste und die Schaufelabmessungen ermittelt (s. (677)). Durch Einzeichnen in das *is*-Diagramm ergeben sich die Volumina. Die Stufen einer Reihe erhalten meist gleich lange Schaufeln und gleiche Winkel, entsprechend mittleren Werten von v und c_1 , in der ersten bzw. letzten Stufe der Reihe stellt sich dann etwas kleinere bzw. größere Dampfgeschwindigkeit ein. Der Radreibungs- und Ventilationsverlust ist wegen voller Beaufschlagung und da keine einzelnen Radscheiben, vernachlässigbar.

Der Spaltverlust ist $h_{sp} = \zeta_{sp} h_t$ mit $\zeta_{sp} = 0,08 \div 0,12$ im Hochdruck-, $\zeta_{sp} = 0,03 \div 0,06$ im Niederdruckteil, somit $h_t = h_u - h_{sp} = h_u - \zeta_{sp} h_t$.

(677) Leit- und Laufschaufeln. Leit- und Laufschaufeln erhalten bei halbem Reaktionsgrad gleiche Profile. Schaufelwinkel in den ersten Stufen $\alpha_1 = \beta_2 = 18^\circ$ bis 25° wachsend auf 40° bis 50° in den letzten. Schaufelbreite je nach Länge 10 mm im Hoch-, 15 bis 25 mm im Niederdruckteil; Schaufelteilung 5 bis 6 bzw. 10 bis 16 mm, kann nach Gl. 25 ermittelt werden. $\varphi = \varphi'$ nach (666).

Radiales Spiel mindestens 0,5 mm bei kleinsten, bis höchstens 3 mm bei den längsten Schaufeln.

Axiales Spiel zwischen Leit- und Laufschaufeln nicht unter 2 mm.

Schauffellänge nicht unter 10 mm, nicht über $1/7$ Trommeldurchmesser, $D : l = \delta \geq 7$. Sie kann aus dem erforderlichen Querschnitt berechnet werden, der unter Berücksichtigung der durch den Spalt gehenden Menge zu bestimmen ist, die $G_{sp} = \varphi_{sp} \zeta_{sp} G_{sek}$ beträgt, mit $\varphi_{sp} = 0,8$ in den ersten, abnehmend bis $\varphi_{sp} = 0,4$ in den letzten Stufen, und ζ_{sp} wie (676) unten; $G = G_{sek} - G_{sp}$.

Aus

$$F = Gv : w_2 = e l \pi D : t_s, \quad \text{Abb. 34,}$$

folgt mit $e = t_s \sin \beta_2 - s = (t_s - s : \sin \beta_2) \sin \beta_2$ und $w_2 \sin \beta_2 = w_a$

$$l = \frac{Gv t_s}{w_2 e \pi D} = \frac{Gv}{\pi D w_a} \frac{t_s}{t_s - s : \sin \beta_2}$$

$$l = \frac{Gv \tau}{\pi D w_a}, \quad \dots \dots \dots 33$$

wenn $\tau = t_s : (t_s - s : \sin \beta_1)$ der Verengungsfaktor.

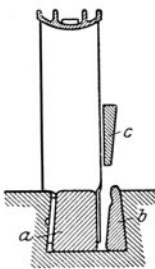


Abb. 35.

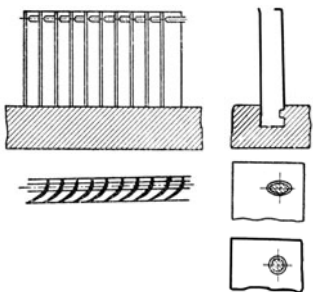


Abb. 36.

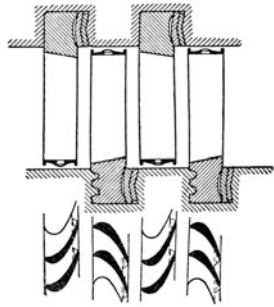


Abb. 37.

Die Befestigung der Schaufeln in der Trommel ist wegen der geringeren Fliehkraft gegenüber den Laufrädern der Gleichdruckturbinen meist einfacher, vielfach genügt Verstemmen. Abb. 35 zeigt die Befestigung bei der Melms & Pfenninger-Turbine, Abb. 36 diejenige von Brown, Boveri & Cie., die Schaufelenden sind durch eingelöteten Draht versteift; bei hohen Fliehkraften ist die Befestigung ähnlich der bei Gleichdruckschaufeln angewendeten, wie Abb. 37 für Mitteldruckschaufeln der Thyssen-Röder-Turbine zeigt.

Berechnung und Konstruktion der Einzelteile.

(678) **Trommeln.** Diese werden bei Überdruckturbinen für kleine Umfangsgeschwindigkeiten verwendet, und zwar

Trommeln aus Flußeisen	höchstens bis zu	$u = 100$ m/sek
„ „ Flußstahl	„ „ „	$u = 125$ „
„ „ Nickelstahl	„ „ „	$u = 150$ „

Betrachtet man die Trommel als einen um seine Achse frei rotierenden Ring von der Breite b , Abb. 38, und Dicke δ , so bestimmt sich die Tangentialspannung σ_t desselben unter Annahme gleicher Verteilung der Fliehkraft C der beiden Ringhälften auf zwei Querschnitte aus

$$C = 2b \delta \sigma_t .$$

Bezeichnet $\frac{\gamma}{g} b \delta r \pi$ die Masse,

$r_s = \frac{2r}{\pi}$ den Schwerpunktsradius des

Halbringes, $\omega = \frac{\pi n}{30}$ die Winkelgeschwindigkeit, so ist auch

$$C = m r_s \omega^2 ,$$

womit

$$\sigma_t = \frac{\gamma}{g} r^2 \omega^2 = \frac{\gamma}{g} u^2 . . . 34$$

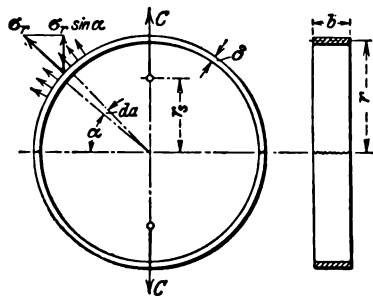


Abb. 38.

Denkt man sich die Fliehkraft der Schaufeln durch eine am Trommelumfang wirkende Radialspannung σ_r ersetzt, so hat die Vertikalkomponente derselben für ein Element von der Bogenlänge $r_a d\alpha$ den Wert (r_a äußerer Trommeldurchmesser)

$$\sigma_r b r_a d\alpha \sin \alpha$$

und es folgt als Resultierende

$$\int_{\pi}^0 \sigma_r b r_a \sin \alpha d\alpha = 2 \sigma_r b r_a ;$$

sie ruft in den beiden Querschnitten es Trommelringes eine Spannung

$$\frac{2 \sigma_r b r_a}{2 b \delta} = \sigma_r \frac{r_a}{\delta}$$

hervor, so daß unter Berücksichtigung der Schaufeln für die Spannung der Trommel folgt

$$\sigma = \sigma_t + \sigma_r \frac{r_a}{\delta} 35$$

Kleine Trommeln können mit den Wellen aus einem Stück hergestellt werden, oder nur das Hochdruckende, Abb. 39, am Niederdruckende wird auf den Wellenflansch aufgeschraubt. Neuerdings werden Trommel und Welle auch

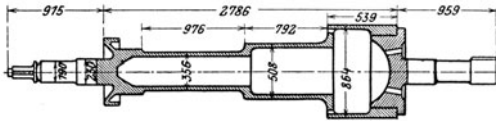


Abb. 39.

verschraubt, zumal wenn ein Gleichdruckrad zu befestigen ist. Der Entlastungskolben ist häufig als Flansch an der Welle ausgebildet. Weitere Trommel Ausführungen s. ausgeführte Turbinen.

Zum Ausgleich des Axialschubes, der durch den Dampfdruck auf die Ringflächen der Trommelabsätze und auf die Schaufeln entsteht, dienen Entlastungskolben. Die Trommeln werden statisch und dynamisch ausgewuchtet.

(679) Laufräder. Der Kranz muß die Schaufeln tragen, erhält eine der Fußform entsprechende Nut und muß die Fliehkraft der Schaufeln und eines Teiles des Kranzes selbst aufnehmen; es treten Zug- und Biegebungsbeanspruchungen auf.

Die Scheibe hat außer der eigenen Fliehkraft (s. (255)) noch Radialspannungen durch den Kranz und die Schaufeln aufzunehmen. Die Stärke y_2 am Übergang vom Kranz in die Scheibe ist mehr durch Vermeidung der Durchbiegung bei der Bearbeitung, Verziehen, Flattern u. a. bedingt als durch die Festigkeit; meist wird $y_2 \geq 8$ mm, nur bei kleinen Scheiben weniger.

Meist werden die Scheiben ungefähr als Scheiben gleicher Festigkeit ausgeführt (s. (255) und Stodola¹⁾), bei denen die Radial- und die Tangentialspannungen in allen Scheibenteilen unverändert sind,

$$\sigma_r = \sigma_t = \sigma = \text{konst.},$$

womit man nach Integration die Gl. unter (255) erhält

$$y = y_a e^{-\frac{\mu \omega^2}{2\sigma} r^2},$$

wenn y die Dicke im Radius r , y_a die Dicke in der Drehachse, $\mu = 8 : g$ die spez. Masse des Materials und ω die Winkelgeschwindigkeit. Ist $y_2 = y$ wie oben angenommen, so muß die Scheibendicke in Wellenmitte werden, Abb. 40,

$$y_a = y_2 e^{\frac{\mu \omega^2}{2\sigma} r_3^2} \dots \dots \dots 36$$

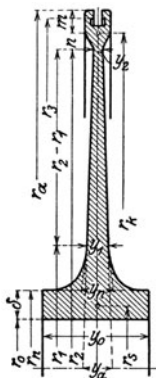


Abb. 40.

Die Spannung σ in der Scheibe kann nach Annahme von y_2 ermittelt werden aus der Randbedingung.

Ist p die Fliehkraft der Schaufeln auf 1 cm Umfang in r_3 , f_k der Kranzquerschnitt, die übrigen Bezeichnungen nach Abb. 40, so wirkt auf 1 cm Breite des Umfangs im Schwerpunktskreis r_k die Kraft

$$q_k = \mu f_k r_k \omega^2 + p r_3 / r_k - \sigma y_2 r_3 / r_k \dots \dots \dots a)$$

Für das Gleichgewicht der Außenkräfte und Spannungen am halben Kranz gilt

$$\sigma_t = q_k r_k : f_k \dots \dots \dots b)$$

Ist der Mittelwert der Radialspannung im Kranz σ_r , so ist die Umfangsdehnung nach dem Gesetz der Elastizität (207)

$$\epsilon_t = (\sigma_t - \nu \sigma_r) : E = \xi_k : r_k,$$

1) a. Fußnote 1, S. 708.

wenn ξ_k die radiale Dehnung. Wird angenähert in $r_2 \xi_2' = \sim \xi_k$ gesetzt, so ist in r_2

$$\xi_2' = (\sigma_t - \nu \sigma_r) r_k : E c)$$

Für die Scheibe ist andererseits in r_2 die radiale Verschiebung

$$\xi_2 = (1 - \nu) \sigma r_2 : E$$

und wegen des Zusammenhanges von Scheibe und Kranz ist die Randbedingung $\xi_2' = \xi_2$, woraus mit den Gl. a, b, c unter Vernachlässigung von $\nu \sigma_r$ sich die Scheibenspannung ergibt zu

$$\sigma = \frac{\mu \omega^2 r_k^2 f_k + p r_3}{(1 - \nu) f_k + y_2 r_3} \text{ kg/cm}^2 37$$

Soll die Scheibenstärke an einer anderen Stelle, z. B. in r_1 ermittelt werden, so kann gesetzt werden (vgl. Gl. 36).

$$y_1 = y_2 e^{\frac{\mu \omega^2}{2\sigma} (r_2^2 - r_1^2)} 38$$

Wird die Scheibe mit anderer Dicke ausgeführt, so ändert sich die Spannung. Für mäßige Abweichung von der Dicke nach Gl. 38 kann die Spannung angenähert aus Gl. 38 bestimmt werden, aus welcher folgt:

$$\sigma_1 = 0,434 \frac{\mu \omega^2 (r_2^2 - r_1^2)}{2 \lg y_1/y_2} \text{ kg/cm}^2 39$$

Die Nabe kann als Ring von geringer radialer Dicke δ angesehen werden; am äußeren Umfang wirkt die radiale Scheibenspannung σ_{rn} und am inneren Umfang die Spannung σ_0 , die im Betriebe um die durch die Fliehkraft hervorgerufene Spannung kleiner ist, als die Montagespannung p_0 , mit der das Rad auf der Welle sitzen muß. Die Tangentialspannung ist dann, gleichmäßige Verteilung vorausgesetzt,

$$\sigma_{t0} = (\sigma_{rn} y_n r_n + \mu \omega^2 y_0 r_s^2 \delta + y_0 r_0 \sigma_0) : y_0 \delta \text{ kg/cm}^2 . . . 40$$

und die radiale Ausdehnung

$$\xi_0 = \sigma_{t0} r_s : E \text{ cm} 41$$

Für die Scheibe gilt aber $\xi = (1 - \nu) \sigma r_n$ und es muß $\xi_0 = \xi$ sein, da beide Dehnungen derselben Scheibe angehören. Wird δ , r_n , r_s und r_0 angenommen, so kann y_0 ermittelt werden. Meist wird y_0 konstruktiv angenommen und σ_{t0} ermittelt, nötigenfalls muß δ geändert werden.

Das Material der Laufräder ist für mäßige Beanspruchungen Martinstahl von 45 bis 50 kg/mm² Festigkeit, 25 kg/mm² Streckgrenze und 20% Dehnung; für höhere Beanspruchungen ($u > 200$ m/sek) Martin-Sonderstahl von 55 bis 60 kg/cm² Festigkeit, 30 kg/mm² Streckgrenze, 30% Dehnung und bei den höchsten Beanspruchungen Spezial-Martinstahl, Ni-Stahl oder Chromnickelstahl

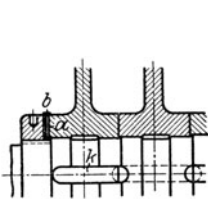


Abb. 41.

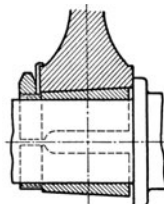


Abb. 42.

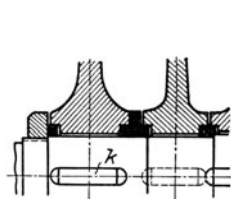


Abb. 43.

von 60 bis 70 kg/mm² Festigkeit, 35 bzw. 50 bzw. 60 kg/mm² Streckgrenze und 18 bzw. 15 bzw. 13% Dehnung.

Befestigung der Laufräder auf der Welle mit der Montagespannung p_0 , die größer sein muß als die Nabenspannung im Betriebe; dazu muß der innere Durchmesser der Radnabe um die radiale Dehnung bei p_0 kleiner sein als der Durchmesser der Welle bzw. der Ringe, das Aufpressen erfolgt hydraulisch. Befestigung auf der Welle direkt, Abb. 41, nicht so gut wie mittels geschlitzter Ringe, Abb. 42, oder geschlitzten Konusses, Abb. 43. Keile müssen Drehmoment übertragen und keine zu hohe Flächenpressung haben.

(680) Wellen. Ist S , Abb. 44, der Schwerpunkt eines auf der beiderseits gelagerten Welle befestigten Gewichtes G von der Masse m , e die Entfernung desselben von der Wellenmitte O , y die bei Drehung der Welle unter dem Einfluß der Fliehkraft C hervorgerufene Durchbiegung, so ist

$$C = m(y + e)\omega^2 = Py,$$

worin $\omega = \frac{\pi n}{30}$ die Winkelgeschwindigkeit und P diejenige Kraft bezeichnet, welche die Welle um 1 cm durchbiegt. Es ist dann

$$y = \frac{m\omega^2 e}{P - m\omega^2}.$$

Die Durchbiegung y nimmt hiernach mit wachsendem ω schnell zu und wird unendlich groß, sobald der Nenner in der obigen Gleichung gleich Null wird, also

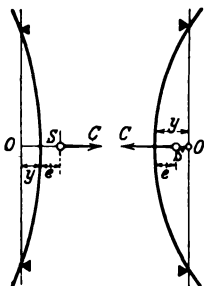


Abb. 44/45.

$$P = m\omega^2.$$

Damit folgt die kritische Winkelgeschwindigkeit

$$\omega = \omega_k = \sqrt{P:m}.$$

Steigt die Geschwindigkeit über ω_k hinaus, was durch eine Begrenzung der Durchbiegung oder eine so schnelle Steigerung der Winkelgeschwindigkeit zu ermöglichen ist, daß die Welle „keine Zeit“ zur Durchbiegung hat, so wird y negativ, d. h. es kommt mit e auf dieselbe Seite der Welle zu liegen, Abb. 45, und aus

$$C = m(y - e)\omega^2 = Py$$

folgt

$$y = \frac{e}{1 - P:m\omega^2}.$$

Bei weiter wachsendem ω nimmt y ab und fällt für $\omega = \infty$ mit e zusammen. Mit Einführung der kritischen Geschwindigkeit ω_k wird

$$y = \frac{e}{1 - (\omega_k:\omega)^2}$$

und die Fliehkraft beträgt nun

$$C = \frac{m e \omega^2}{(\omega:\omega_k)^2 - 1}.$$

Die von dem Gewicht G der Scheibe und Welle herrührende Durchbiegung ist

$$f = G:P$$

oder mit $G = mg$ und $P = m \omega_k^2$

$$f = \frac{g}{\omega_k^2} = \left(\frac{300}{n_k}\right)^2, \dots \dots \dots 42$$

worin $g = 981 \text{ cm/sek}^2$ und n_k die „kritische Umlaufzahl“ heißt, welche somit nur von der Durchbiegung abhängig ist (also vom Wellendurchmesser). Es ist dann

$$n_k = 300 \sqrt{1:f} \dots \dots \dots 43$$

mit f in cm.

Für einen auf zwei Stützen ruhenden Träger beträgt die Durchbiegung unter Wirkung einer Einzellast G allgemein

$$f = \frac{G}{EJ} \frac{a^2 b^3}{3l} \quad (\text{vgl. S. 233})$$

und daher für $f = 1 \text{ cm}$

$$P = G = EJ \frac{3l}{a^2 b^2}.$$

Nach Gl. 42 ist dann

$$\left(\frac{n_k}{300}\right)^2 = \frac{EJ}{G} \frac{3l}{a^2 b^2} \quad \text{oder} \quad J = G \frac{a^2 b^2}{3lE} \left(\frac{n_k}{300}\right)^2 = \frac{\pi d^4}{64}$$

und hieraus der Durchmesser d für irgendeinen Querschnitt der Welle zu berechnen, sodann zu prüfen, wie weit derselbe der Gleichung

$$0,1 d^3 k_b = 0,35 M + 0,65 \sqrt{M^2 + M_d^2} \quad (\text{vgl. S. 252})$$

Genüge leistet. Für Flußstahl kann $k_b \leq 500 \text{ kg/cm}^2$ genommen werden.

Für mehrere Scheiben auf einer Welle hat Dunkerley die Beziehung aufgestellt

$$\frac{1}{\omega_k^2} = \frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} + \frac{1}{\omega_3^2} + \dots,$$

worin $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ die kritischen Winkelgeschwindigkeiten der gewichtslosen Welle sind, die jedesmal nur mit den Scheiben 1, 2, 3 belastet ist¹⁾. Setzt man nach Gl. 42

$$\omega_1 = \sqrt{g:f_1}, \quad \omega_2 = \sqrt{g:f_2} \dots,$$

so erhält man

$$\frac{1}{\omega_k^2} = \frac{f_1}{g} + \frac{f_2}{g} + \frac{f_3}{g} + \dots$$

$$\omega_k = \sqrt{\frac{g}{\sum f}}$$

$f_1, f_2, f_3 \dots$ sind die Durchbiegungen unter der Last, die sich durch die Belastung mit den Scheiben 1, 2, 3 als Einzellasten, vermehrt um die Gewichte der zugehörigen Wellenstücke einstellen.

Die hiernach errechneten Werte sind um etwa $4,5\%$ kleiner als die wirklichen Größen.

Für mehrere Scheiben empfiehlt sich die zeichnerische Bestimmung der Durchbiegung für die entworfene Welle (s. (218)) (oder es kann die der gewünschten Drehzahl n_k entsprechende Durchbiegung angenommen und danach der Wellendurchmesser bestimmt werden, s. Stodola)²⁾.

Aufzeichnen der Welle im Maßstab $1:n$ und der Momentenlinie für Belastungen einschließlich Eigengewicht; Kräftepolygon $1 \text{ mm} = a \text{ kg}$, Polabstand beliebig $H = M \text{ mm}$, damit Seilpolygon (vgl. (218)). Hierauf die Ordinaten desselben (in Wellenabsätzen) mit dem Verhältnis $J_m:J$ multiplizieren, wenn J das betreffende Trägheitsmoment und J_m dasjenige in der Mitte, um die Momentenflächen auf ein und dasselbe Trägheitsmoment J_m reduziert zu er-

¹⁾ Martin Krause: Z. 1914, S. 878. ²⁾ s. Fußnote 1, S. 708.

halten. Die einzelnen Flächen dieser verzerrten Momentenfläche in cm^2 ermitteln. Da 1 cm^2 der Zeichnung $= n^2 \text{ cm}^2$ in Wirklichkeit, so sind als neuer Kräfteplan diese Werte (im Schwerpunkt der einzelnen Flächen angreifend) aufzutragen

im Maßstab $1 \text{ mm} \equiv b \text{ cm}^2$. Der Polabstand ist dann $H_1 = \frac{J_m E}{H \cdot b}$ (cm^2),

wobei $H = \alpha \cdot M \text{ kg}$. Meist wird dieser Polabstand zu groß, man nimmt $H_1 : m$, wodurch die Ordinaten des nun zu zeichnenden Seilpolygons (elastische Linie s. S. 218) in m -facher Vergrößerung erscheinen, wegen des Zeichnungsmaßstabes aber n -fach kleiner, als in Wirklichkeit. Nach Ziehen der Schlußlinie ergibt sich die größte Ordinate $y \text{ cm}$ und die wirkliche Durchbiegung $f = y \cdot n / m \text{ cm}$.

(681) Lager. Die Lagerabmessungen ergeben sich aus der Forderung, daß die Flächenpressung nicht zu groß ist und keine unzulässig hohe Lagertemperatur auftritt; der Durchmesser ist meist durch die Konstruktion der Welle bestimmt, für die Länge ist die Flächenpressung $k = P : l d \text{ kg/cm}^2$ mit $k = 3 \text{ kg/cm}^2$ bei Ringschmierung und $k = 7,5 \text{ kg/cm}^2$ bei Druckölschmierung und das Produkt $k v$ ($= 150$ bis 170 bei Druckölschmierung) maßgebend.

Nach Lasche¹⁾ muß die Öltemperatur unter 125°C bleiben, darüber nimmt die Schmierfähigkeit plötzlich ab.

Ringschmierung nur bei Kleinturbinen (Abb. 64 u. 65), sonst stets Druckölschmierung; Lagerschalen stets mit gutem Weißmetall ausgegossen. Die Schalen im Gehäuse kugelig (Abb. 66 hinteres Lager) oder zylindrisch gelagert (Abb. 66 vorderes Lager); seitliche Ablaufkammern und Kappen mit Abstreiblechen, um Verspritzen von Öl zu vermeiden.

Zur Aufnahme des nicht ausgeglichenen Axialschubes und zur Fixierung des Laufzeuges dienen Kammlager, die bei Kleinturbinen durch Anlaufbünde (Abb. 64 u. 65) oder durch einige Kämme im Traglager ersetzt werden. Flächen-
druck $k \leq 5 \text{ kg/cm}^2$ oder $k v$ bis 120 ; reichliche Ölzirkulation zur Wärmeabfuhr. Verschiedene Ausführungen der Lager s. ausgeführte Turbinen.

Kühlung nur bei kleinen Aggregaten durch Lagerkörper, bei Ringschmierung meist Wasserkühlung des Lagerkörpers unter dessen Ölraum oder durch Kühlschlange. Bei Druckschmierung Kühlung des ablaufenden Öles in besonderen Röhrenkühlern, oder durch Kühlschlangen im Ölbehälter (als solcher dient häufig der Hohlraum der Grundplatte).

Ölpumpe meist Zahnradpumpe von Reglerwelle angetrieben, Öl-
druck $0,3$ bis 1 at Überdruck, Menge bei jedem Lager durch Drosselhahn regelbar. Die für jedes Lager erforderliche zirkulierende Ölmenge Q in ltr/sek ist

$$Q = \mu k l v \cdot 0,29 (t_a - t_e) : 427 \dots \dots \dots 44$$

wenn t_e bzw. t_a die Ein- bzw. Austrittstemperatur des Öles.

Schmierölverbrauch (Zusatzölmenge) für die Betriebsstunde in Gramm angenähert:

für	50	100	500	1000	2000	5000	10000	20000	PS.
	50	75	100	160	220	250	270	280	g Öl/st.

(682) Stopfbüchsen. Die Wirkung beruht auf Drosselvorgängen in den Verengungen und Erweiterungen der Labyrinthkammern. Die Hochdruckstopfbüchse hat gegen Dampfdruck, nur bei kleiner Belastung gegen Vakuum, die Niederdruckstopfbüchse hat gegen Vakuum zu dichten. Um Eindringen von Luft zu vermeiden, wird der N.-D.- (notfalls auch der H.-D.-) Stopfbüchse Sperrdampf zugeführt, wozu der Abdampf der H.-D.-Stopfbüchse benutzt wird, wenn dieser nicht ausreicht, wird gedrosselter Frischdampf zugesetzt. Die Stopfbüchsen sollen im Betriebe ganz wenig dampfen.

¹⁾ Z. 1902, S. 1881 u. 1918, S. 605; Lasche: Konstruktion und Material im Bau von Dampfturbinen. Berlin: Julius Springer 1921.

Es kommen 2 Arten zur Ausführung: Labyrinthstopfbüchsen und Liderungsstopfbüchsen.

Labyrinthstopfbüchsen bestehen aus Kämmen in der Welle oder in einer besonderen aufgesetzten Büchse und dazwischengreifenden Ringen im Stopfbüchsengehäuse, das zweiteilig ist und Kanäle besitzt, durch die der durchtretende Dampf abgeführt wird oder Sperrdampf zugeführt wird.

Ist P_1, v_1 der Zustand vor, P_2 (kg/m²) der Druck hinter der Stopfbüchse, so ist die sekundlich durchtretende Dampfmenge bei z Labyrinthinthen und einem Spaltquerschnitt f_{sp} m²

$$G_{sp} = f_{sp} \sqrt{\vartheta (P_1^2 - P_2^2)} : z_1 P_1 v_1 \text{ kg/sek.}$$

Wird die Schallgeschwindigkeit überschritten, was nur im letzten Spalt und bei (nach Stodola)

$$p_k = p_1 \frac{0,85}{\sqrt{z + 1,5}}$$

der Fall ist, so ist

$$G_{sp} = f_{sp} \sqrt{\frac{\vartheta}{z + 1,5} \left(\frac{p_1}{v_1}\right)} \text{ kg/sek.} \dots \dots \dots 45$$

Für eine zugelassene Dampfmenge G_{sp} kann aus obigen Gleichungen die erforderliche Zahl der Labyrinthinthen ermittelt werden.

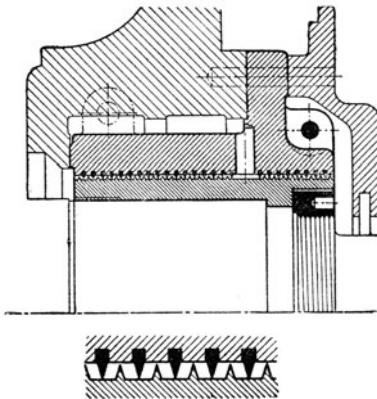


Abb. 46.

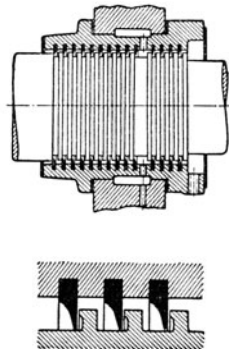


Abb. 47.

Abb. 46 zeigt eine Stopfbüchse der Bergmann El.-Werke, Abb. 47 eine solche der Melms-Pfenninger-Turbine, die ohne Schrauben im Gehäuse gehalten wird.

Reichliche Abdampfkammern hat die Stopfbüchse der A.-G. „Weser“, Abb. 48; der Abdampf der nach innen liegenden Kammer wird als Sperrdampf der N.-D.-Stopfbüchse zugeführt, von der außen liegenden wird der Dampf durch ein Drosselventil in den Kondensator gesaugt.

Eine nachgiebige Labyrinthstopfbüchse der AEG. zeigt Abb. 49; die durch Plättchen Z gehaltenen Schalen können nach oben und unten ausweichen, gegen die Welle sind sie durch die Pfalze gehalten.

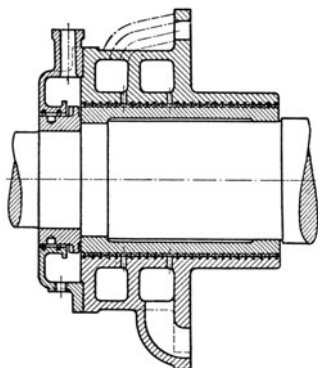


Abb. 48.

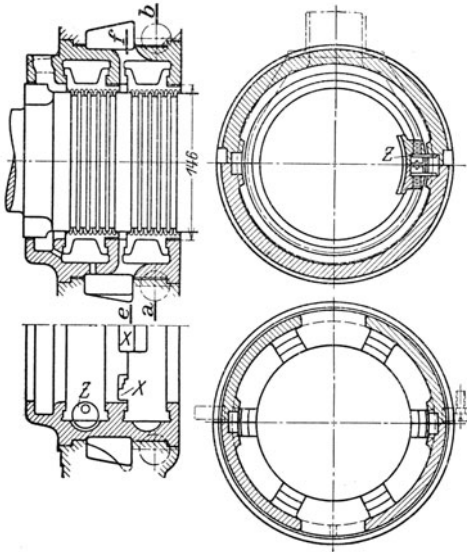


Abb. 49.

Liderungsstopfbüchsen (Kohlenstopfbüchsen) besitzen eine glatte Laufbüchse, meist aus zähem Gußeisen, auf welcher die Kohlenringe mit geringem Spiel, aber ohne Druck schleifen. Die Kohlenringe sind drei-, bei sehr großen Büchsen vierteilig, werden durch Schlauchfedern zusammengehalten und sitzen in Kammerringen radial beweglich, aber seitlich dichtend. Das Gewicht der Kohlenringe wird vielfach durch unten angeordnete Blattfedern aufgenommen. Abb. 50 zeigt eine Niederdruck-stopfbüchse von Escher, Wyß & Cie., Zürich; die Kohlenringe sind durch Schraubchen am Drehen verhindert.

Bei der Hochdruck-

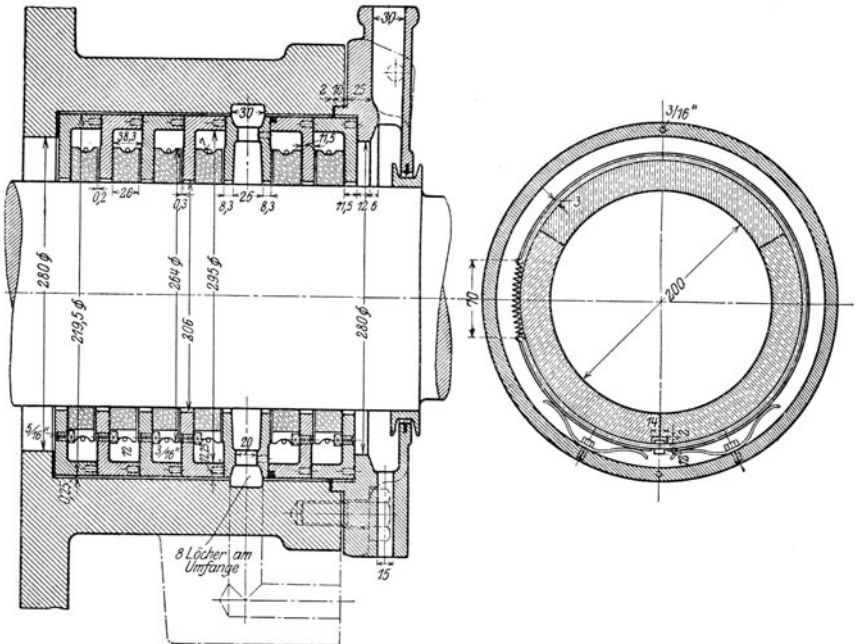


Abb. 50.

stopfbüchse der GMA.¹⁾, Abb. 51, ist der innere Gehäuseteil einteilig, der äußere und die äußeren Kammerringe zweiteilig zwecks Montage und Demontage bei geschlossenem Turbinengehäuse. Die Kohlenringe werden durch radiale Bleche, welche in Einschnitte der Kammerringe und der Kohlenringe greifen, gegen Drehen gesichert.

(683) Sicherheitsvorrichtungen. Dieses sind Schnellschlußvorrichtungen, die bei Überschreitung der normalen

Umlaufzahl um 10 bis 15% die Dampffuhr zur Turbine plötzlich abstellen; sie bestehen aus einem labilen Sicherheitsregler, der beim Ausschlagen gegen einen Hebel schlägt, welcher durch Gestänge die das federbelastete Absperrventil offenhaltende Klinke auslöst, worauf die Feder das Absperrventil zu-

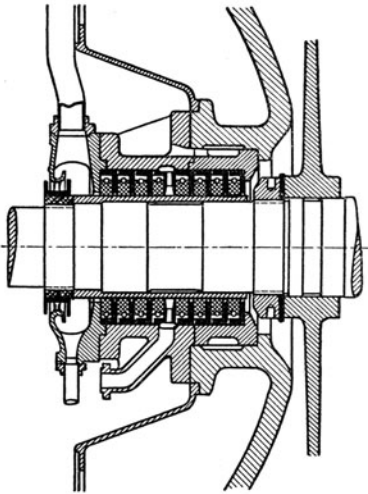


Abb. 51.

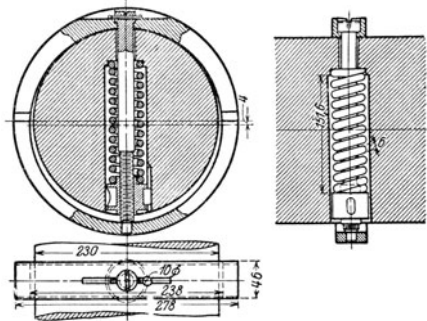


Abb. 52.

drückt. Der Regler besteht aus einem exzentrisch ausgebohrten, auf der Turbinenwelle sitzendem Ring, der durch eine Schraubenfeder im Gleichgewicht gehalten wird, Abb. 52, oder aus einem in einer radialen Bohrung der Welle sitzenden Bolzen, Abb. 53, oder auch aus 2 Schwungkörpern, wie bei der Schnellschlußvorrichtung von Brown-Boveri, Abb. 62 u. 63.

Der auf der Reglerwelle *S* sitzende Sicherheitsregler *T* löst beim Ausschlagen durch Drehen der Welle *x* mit der Knagge *y* das Verbindungsgestänge aus, welches seinerseits den Ring z. Abb. 63, auslöst, worauf das Absperrventil *A* durch die Feder *F* geschlossen wird. *G* ist ein Pufferkolben, der zu scharfes Zuschlagen verhindern soll. Das Auslösen kann auch von Hand durch Drehen des Handhebels auf der Welle *x* erfolgen.

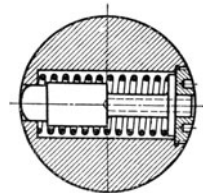


Abb. 53.

Die Federspannung muß beim Ausschlagen weniger zunehmen, als die Fliehkraft des Reglers.

Reglung der Dampfturbinen.

(684) Arten der Reglung. Aus der Beziehung:

$$N_e = \frac{G_{st}}{D_e} = \frac{h_t \eta_e}{632,3} \cdot G_{st}$$

folgt, daß die Änderung der Leistung erfolgen kann

¹⁾ Waggon- u. Maschinenbau A.-G. Görlitz, Abt. Maschinenbau, Görlitz.

²⁾ Aus Stodola, s. Fußnote S. 708.

1. durch Änderung von h_t durch Drosslung — Drosselreglung;
2. durch Änderung der durchströmenden Dampfmenge G_{st} — Füllungs- oder Mengen- (Düsen-) reglung;
3. durch Vereinigung beider Arten — kombinierte Reglung.

Reine Überdruckturbinen können nur durch Drosseln geregelt werden.

Drosselreglung ergibt zwar einen Verlust an Wärmegefälle, doch ist dieser um so kleiner, je höher die Überhitzung und je besser das Vakuum; ferner wird der Radreibungsverlust geringer (geringere Dichte) und meist u/c_1 günstiger, da bei Normallast u/c_1 meist unterhalb des günstigsten, wegen billigerer Ausführung. Bei zu kleinem c_1 kann aber Stoß auf den Schaufelrücken auftreten.

Für Drosselreglung gelten folgende Sätze:

- a) die Durchflußmenge ist dem absoluten Druck vor dem ersten Leitapparat proportional;
- b) die Nutzleistung nimmt linear mit dem absoluten Druck zu,
- c) die Stufendrucke nehmen linear mit der stündlichen Dampfmenge zu;
- d) der Leerlaufdampfverbrauch beträgt etwa 10% des Verbrauches bei Vollast.

Bei Füllungsreglung bleibt h_t unverändert, es wird der Querschnitt der Leitvorrichtung geändert durch Abschalten von Kanälen. Da dieses aber nur an der ersten Leitvorrichtung ausgeführt wird, so bleibt D_e nicht gleich für alle Belastungen. Durch Abnahme der Beaufschlagung nimmt der Schaufelventilationsverlust zu. Da die Abschaltungen der Düsen meist gruppenweise erfolgen, so ist keine kontinuierliche Änderung der Dampfmenge vorhanden, so daß zwischen je 2 Abschaltungen doch kleine Drosselung stattfindet. Das Zu- oder Abschalten erfolgt meist automatisch durch den Regler mittels Servomotor.

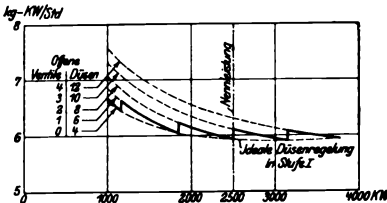


Abb. 54.

Bei starken Belastungsschwankungen gibt Füllungsreglung für Teillast kleineren Dampfverbrauch, besonders bei kleinem Gefälle (z. B. Gegendruckturbinen). Die Änderung des Dampfverbrauches - bei Drossel- und Düsenreglung zeigt Abb. 54. Doch kann auch bei Drosselreglung für längere Zeit anhaltende

Teillast der Dampfverbrauch bei derselben verbessert werden durch Anordnung von Abschaltungen von Hand bei bestimmten Belastungen.

Bei kombinierter Reglung erfolgt das Ändern der Belastung bis zu einer gewissen Teillast, etwa $\frac{1}{2}$ Last, herab durch Füllungsreglung, von da ab bis Leerlauf durch Drosselreglung.

Bei Verringerung der Belastung konzentriert sich die Leistung im Hochdruckteil, bei Füllungsreglung stärker als bei Drosselreglung, daher erstere weniger empfindlich bei Schwankungen des Vakuums. Bei Füllungsreglung nimmt das verfügbare Gefälle h_t der ersten Stufe zu, das der letzten ab, in den mittleren bleibt es fast unverändert. Bei Drosselreglung wird das Gefälle fast ausschließlich in der letzten Stufe geändert, das Gefälle der ersten bleibt gleich.

Die Druckverteilung in den Stufen ändert sich bei Belastungsänderungen und kann durch Rückwärtsrechnen und Eintragen in das $i-s$ -Diagramm bestimmt werden. Bei Düsenreglung muß immer derselbe Anfangszustand erreicht werden, bei Drosselreglung liegt er auf der Drossellinie $i = \text{konst.}$ Die Drosselkurve stimmt ungefähr mit der Kurve $p v = \text{konst.}$ überein, also $p = \text{konst.} : v$, und da nach Satz a) (s. o.) $G_{sek} = k p$, so ist $G_{sek} = k' : v$ oder $G_{sek} \cdot v = \text{konst.}$,

d. h. das die Turbine durchströmende sekundliche Gesamtvolumen ist bei Drosselregelung konstant.

$$\text{Da } G_{\text{sek}} = \text{konst.} \sqrt{p \cdot p} = \text{konst.} \sqrt{p \cdot k : v} = C' \sqrt{p/v},$$

$$\text{so ist } G_{st} = 3600 G_{\text{sek}} = 3600 c' \sqrt{p/v} = C \sqrt{p/v}.$$

Man kann nun die Konstante C einer Turbine bestimmen, wenn G_{st} ermittelt wird.

(685) Regelvorrichtungen. Direkte Regelung mit unmittelbarer Beeinflussung des Regelventils durch den Regler wird als Drosselregelung nur bei Kleinturbinen angewendet. Bei größeren Leistungen (etwa über $200 \div 300 \text{ PS}_e$) wird indirekte Regelung ausgeführt, mit vom Regler gesteuertem Ölkolbenschieber und durch Drucköl bewegten Kraftkolben (Servomotor), der das Regelventil, oder bei Mengenregelung die Zuschaltventile betätigt.

Das Prinzip der Servomotorregelung zeigt Abb. 55. Steigt z. B. die Muffe des Reglers R bei Entlastung, so läßt der nach oben verstellte Steuerschieber S das durch l eintretende Drucköl in die Leitung l_1 und über den Servomotorkolben K treten, während das Öl unter dem Kolben durch l_2 ablaufen kann;

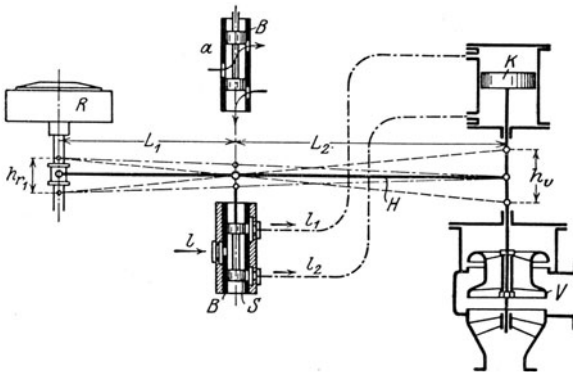


Abb. 55.

dadurch wird das Regulierventil V mehr geschlossen, bis durch die Abwärtsbewegung die Rückführung des Steuerschiebers in seine abschließende Mittel-lage erfolgt. Dem ganzen Ventilschub h_v muß ein möglichst kleiner Hub h_{r1} der Reglermuffe entsprechen, um geringe Ungleichförmigkeit zu erhalten (normal 4%).

Die Änderung der Umlaufzahl, bedingt durch die Regelung, beträgt bei plötzlicher Ent- oder Belastung um 25% nicht mehr als $\pm 1,5\%$ vorübergehend und im Beharrungszustande nicht mehr als $1/2\%$. Bei plötzlicher Entlastung von Vollast auf Leerlauf, beträgt die vorübergehende Steigerung der Umlaufzahl etwa 5% , die im Beharrungszustand bleibende etwa 4% .

Die Drehzahlverstellung (meist $\pm 5\%$ verlangt) kann erfolgen, entweder durch Verlegen des Hebelangriffspunktes an der Spindel des Regelventils, so daß der gleichen Ventilstellung, also Leistung, eine andere Muffenstellung (bei Mittellage des Steuerschiebers), also andere Drehzahl entspricht, oder durch Verstellen der Steuerschlitze in der Büchse des Steuerschiebers durch Verschieben der Büchse, so daß der gleichen Ventilstellung eine andere Mittellage des Steuerschiebers und somit auch der Reglermuffe entspricht. Der Reglerhub muß somit um den Gesamtbetrag der Muffenverstellung bei \pm Drehzahländerung größer

sein, als h_{r1} . Ist h_r der hierzu erforderliche Muffenhub, so ist, wenn $a\%$ der Ungleichförmigkeitsgrad des Reglers, $\pm b\%$ die Drehzahlverstellung,

$$h_r = \frac{a + 2b}{a} \cdot \frac{L_1}{L_2} \cdot h_v.$$

Dem Ventilhub h_v entspricht dann ein Muffenhub

$$h_{r1} = \frac{a}{a + 2b} \cdot h_r = h_v \cdot \frac{L_1}{L_2}$$

und der Drehzahlverstellung eine Verschiebung des Muffenhubes um

$$h_{r2} = \frac{b}{a + 2b} \cdot h_r = \frac{b}{a} \cdot \frac{L_1}{L_2} \cdot h_v$$

nach oben und nach unten. Um mit Sicherheit vollständiges Schließen bzw. Öffnen des Regelventils zu erhalten, wird der mögliche Muffenhub nach oben und unten um je 2 mm größer genommen, somit $h_r + 4$ mm.

Der gesamte Ungleichförmigkeitsgrad des Reglers ist alsdann

$$\delta_r = (h_r + 4) (a + 2b) : h_r \%;$$

die erforderliche Verstellung an der Ventilspindel beträgt für $\pm b\%$ Drehzahländerung $v = h_v \cdot b : a$ nach oben und nach unten und die Verschiebung der Steuerschieberbüchse $s = \frac{b}{a} \cdot \frac{L_1}{L_1 + L_2} \cdot h_v$.

Bei automatischer Düsenregelung wird die Bewegung des Kolbens zur Betätigung der Düsenventile benutzt (MAN.); auch besonderer Servomotor mit Drehkolben, Nockenwelle und durch diese bewegte Ventilhebel werden angewendet (AEG., GMA., Thyssen-Röder) oder gestängelose Öldrucksteuerung (BBC. Gutehoffnungshütte), s. ausgeführte Reglungen.

(686) Berechnung der Regelventile. Die Ventile werden stets als vollständig entlastete Doppelsitzventile (gleiche Sitzdurchmesser) ausgeführt. Die Hauptabmessungen sind wie bei den Ventilen für Dampfmaschinen (612) zu bestimmen.

Bei Drosselventilen, Abb. 56, soll der Ventilhub möglichst proportional der Leistung sein, dazu müssen die Durchgangsquerschnitte so bemessen sein, daß bei Drosselung auf den der Leistung entsprechenden Druck die erforderliche Dampfmenge hindurch kann. Die Ventile erhalten deswegen Drosselkegel, etwa nach Abb. 56.

Die stündliche Dampfmenge ändert sich nach (684) Satz a) und b) mit der Leistung nach einer Geraden, sie kann demnach, wenn zwei Werte bekannt sind, über der Leistung aufgetragen werden; nach Satz a) kann dann auch der Druck als Gerade aufgetragen werden,

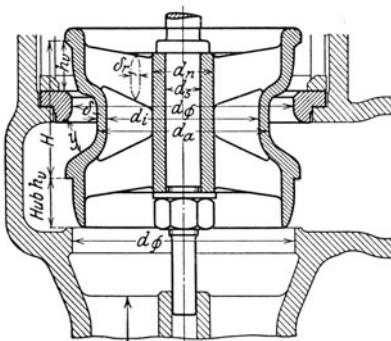


Abb. 56.

Abb. 57, so daß das im Ventilquerschnitt verfügbare Gefälle und die dadurch erreichte Dampfgeschwindigkeit c ermittelt werden kann, die höchstens den kritischen Wert c_k erreicht. Dem Gefälle entsprechend kann noch das Volumen v ermittelt werden, mithin auch der Drosselquerschnitt $F = G_{\text{sek}} v : c$.

Mit dem zugehörigen Hub ergibt sich dann die Form des Drosselkegels, Abb. 58.

Der Drosselkegel kann auch am Sitz angeordnet werden.

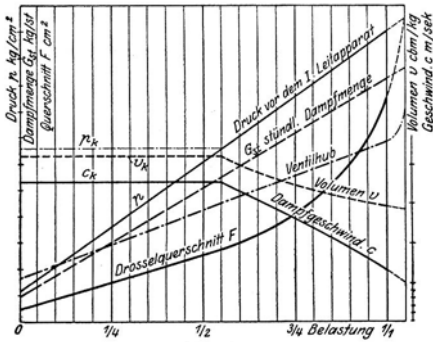


Abb. 57,

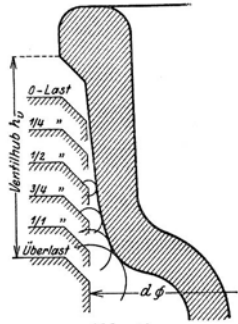


Abb. 58.

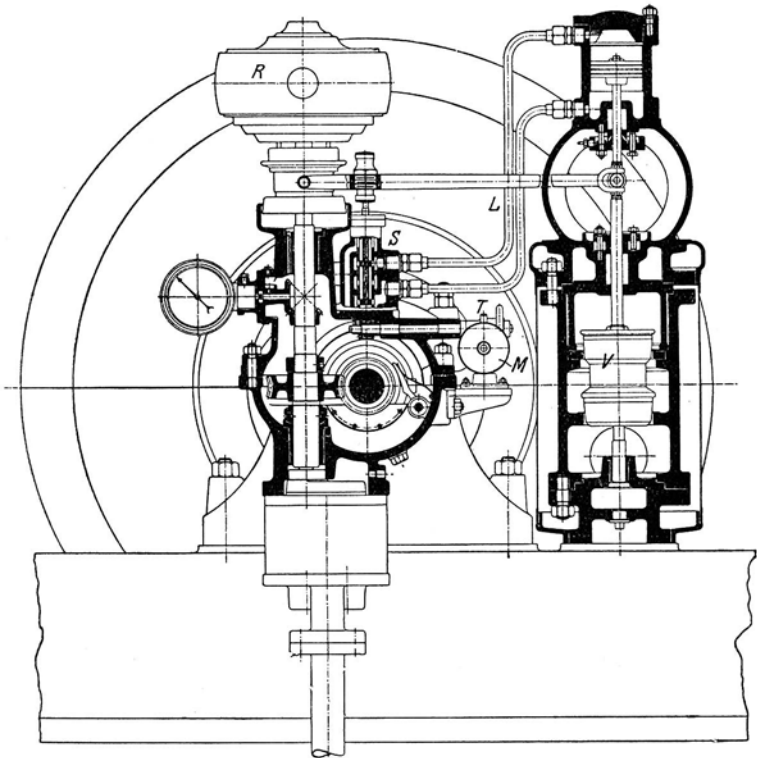


Abb. 59,

(687) Ausgeführte Regelvorrichtungen. Direkte Regelung zeigen die Kleinturbinen, Abb. 64 u. 65.

Die Drosselregelung mit Servomotor der GMA veranschaulicht Abb. 59; die Dichtung der Ventilspindel erfolgt neuerdings durch Lentzbüchse. Drehzahlvorstellung durch Verschieben der Steuerschieberbüchse mittels Handrad *T* oder Elektromotor *M*.

Die automatische Düsenregelung der Bergmann Elektrizitätswerke ist in Abb. 60 dargestellt; sie besteht aus einer Reihe doppelsitziger Ventile, die von einer gemeinsamen Spindel bewegt werden.

Jedes einzelne Ventil regelt die Dampfzufuhr zu je einer Düse oder Düsengruppe der ersten Turbinenstufe. Die Spindel hängt an dem Kraftkolben eines Drucköl-Servomotors, der indirekt von dem Geschwindigkeitsregler gesteuert wird und die Düsenventile mit zunehmender Belastung nacheinander anhebt, bis bei Überlast der Turbine sämtliche Dampfwege offen stehen. Dieses Anheben geschieht behufs genauer Zentrierung durch je einen konischen Bund, der in die ebenfalls konisch ausgebildete Bohrung des Ventilkörpers eindringt. Durch den infolge der verschieden groß bemessenen Sitzflächen auf jedem Ventil lastenden Dampfüberdruck wird dasselbe auf seinen Sitz gepreßt.

Tourenverstellung durch Verschrauben des Hebelpunktes *P* mittels Handrad. Die automatische Düsenregelung der AEG mit Dreh-Servomotor, der die Nockenwelle dreht, zeigt Abb. 61; die Nocken sind so gegeneinander versetzt, daß die Ventile nacheinander öffnen. Die Firma Brown, Boveri & Cie. führt die Regelung als gestängelte Druckölsteuerung nach Abb. 62 und 63 (S. 726) aus.

Durch die im Reglergehäuse I, Abb. 62, geführte Spindel *S* wird die Ölpumpe *P* betrieben, mittels welcher Drucköl durch ein Rohr *n* unter den Kolben *K*, Abb. 63, des Gehäuses II, von hier durch ein Rohr *m* in den Ringraum *N* gelangt und aus diesem durch einen Schlitz der Büchse *L* in Richtung der Pfeile in den Ölbehälter zurückfließt. Bei einer Belastungsabnahme wird der freie Schlitzquerschnitt in der Büchse *L* vergrößert, so daß bei unveränderter Zufußmenge der Öldruck unter dem Kolben *K* abnimmt und die Feder *D* das Drosselventil *B* senkt. Bei einer Belastungszunahme tritt der entgegengesetzte Vorgang ein. Um die Empfindlichkeit der Regelung zu erhöhen, bildet die obere Regulierkante *k* der Muffe *M* in der Abwicklung eine Schraubenlinie, wodurch der Öldruck während einer Umdrehung der Spindel *S* fortwährend vergrößert und verkleinert und damit ein Heben und Senken des Kolbens *K* innerhalb enger Grenzen bewirkt wird. Behufs Tourenverstellung kann die Büchse *L* mittels des Handrades *Q* (oder vom Schaltbrett aus) gehoben bzw. gesenkt werden. Ein Überregeln infolge von Massenwirkungen wird durch Abfluß des überschüssigen Oles zwischen Konus *p* auf dem nach unten verlängerten Kolben *K* und einer Büchse *b* verhindert.

Ausgeführte Dampfturbinen.

(688) Gleichdruckturbinen. Kleinturbinen zum Antrieb von Kessel Speisepumpen, Dynamos, Lüftern, Kondensationspumpen u. a., meist einstufig mit Geschwindigkeitsstufung, direkte Regelung, kompensiöser Zusammenbau. Abb. 64 (S. 727) zeigt eine 8-PS-Elektroturbine für $n = 5000$ Umdr./min, die als Radialturbine mit Umlenkung des Dampfstrahles in denselben Laufschaufelkranz ausgeführt wird. Regler auf der Turbinenwelle betätigt direkt das Reglerventil *D*. Schnellschluß durch Drehen der Klinke *R*.

Eine Kleinturbine der AEG. für 50 kW zeigt Abb. 65 (S. 727), für direkte Kupplung mit einer Dynamo, die Einzelheiten sind aus der Abbildung ersichtlich.

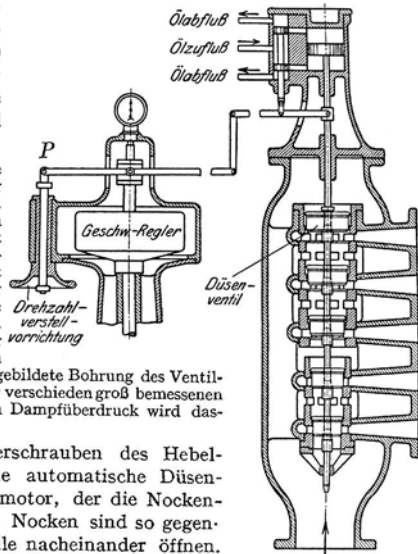


Abb. 60.

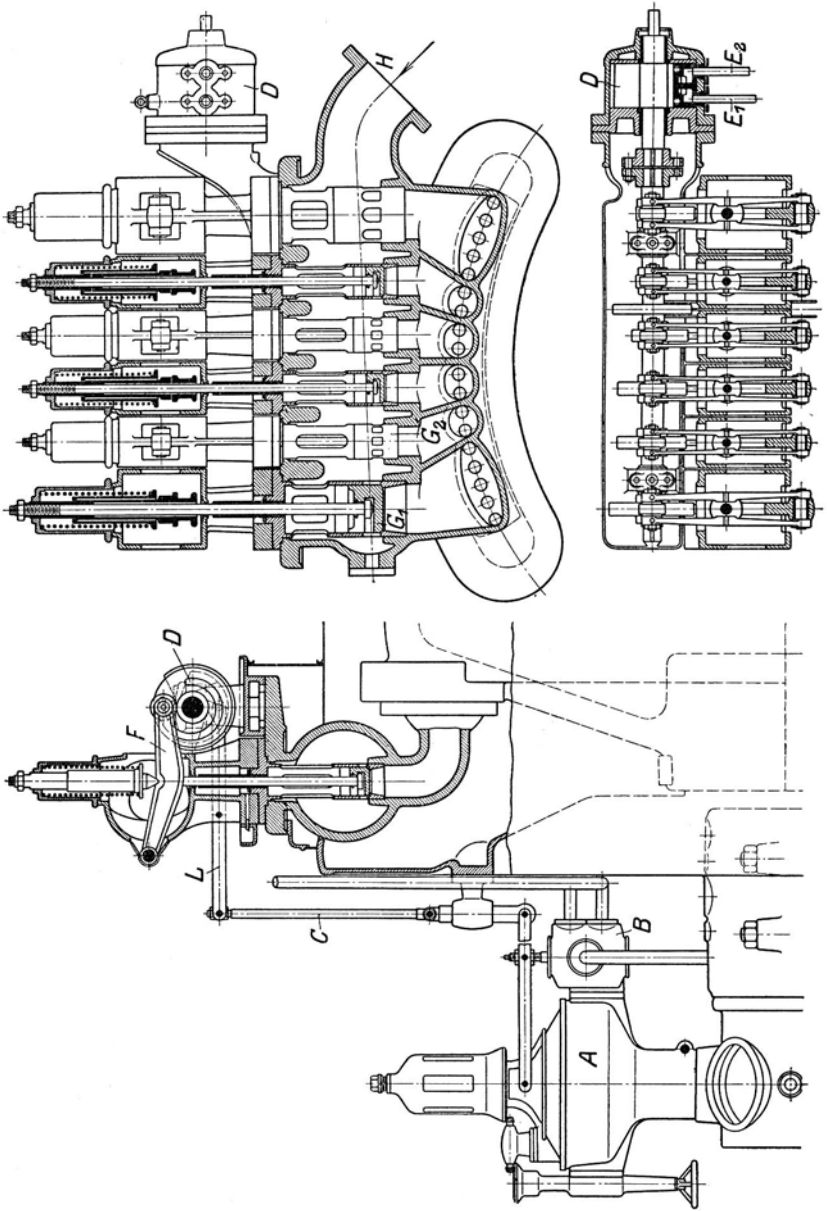


Abb. 61.

Turbinen für mittlere und große Leistungen erhalten reine Druckstufung oder häufig als Hochdruckstufe ein Curtissrad. Eine Zoelly-Turbine der MAN. zeigt Abb. 66 (S. 728). Das vordere Trag- und Kammlager ist verschiebbar auf dem Grundrahmen befestigt und mit dem Gehäuse durch Bolzen *X* verbunden, so daß es bei axialer Wärmedehnung des Gehäuses mitgenommen wird und der Spalt zwischen Leit- und Laufschaufeln fast unverändert bleibt. Zoelly-Turbinen werden auch von der Waggon- und Maschinenbau A.-G., Abt. Maschinenbau Görlitz (GMA.) und von Schüchtermann & Kremer, Dortmund gebaut. Die Turbinen mittlerer Leistung der AEG werden nach Abb. 67 (S. 729) ausgeführt; bei kleinen Leistungen ist das Curtissrad größer, bei großen Leistungen kleiner, als die Druckstufen. Ganz große

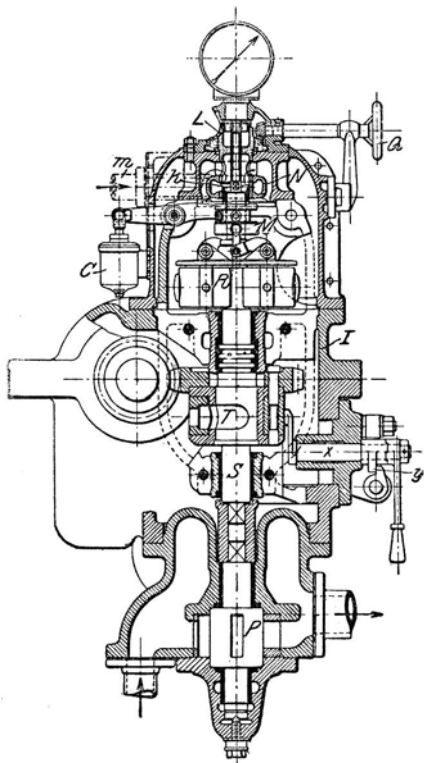


Abb. 62.

R Hartung-regler, *m* Verbindungsrohr zwischen Steuerung und Kolben *K*, *L* Reglerbüchse, *X* Reglernuffe, *T* Sicherheitsregler, *P* Ölpumpe, *C* Ölbreme.

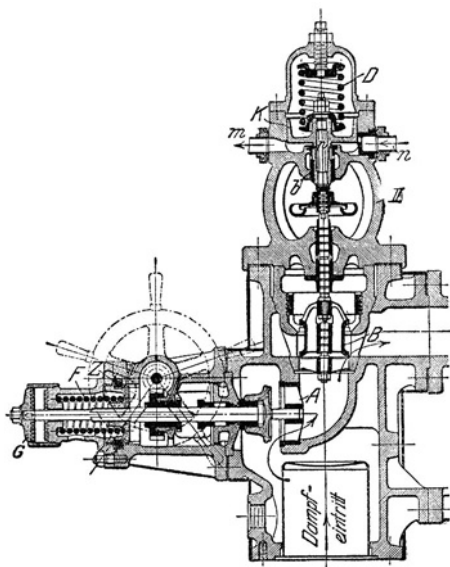


Abb. 63.

A Hauptabsperrentil, *B* Drosselventil, *D* Ventillfeder, *K* Kraftkolben, *F* Schnellschlußfeder, *Z* Auslösering, *n* Verbindungsrohr zwischen Kolben *K* und Druckraum der Ölpumpe *P*, *G* Pufferteller.

Leistungen mit hoher Umlaufzahl erhalten verdoppeltes Niederdruckrad. Meist ist Dreilageranordnung ausgeführt.

Abb. 68 (S. 730) zeigt die Turbine der Bergmann E.-W. in Vierlageranordnung. Ähnlich sind die Turbinen der A.-G. „Weser“, der Germaniawerft Kiel und der Vulkan-Werke Stettin.

(689) **Überdruckturbinen.** Reine Überdruckturbinen werden jetzt nur für Gegendruckturbinen oder für große Leistungen ausgeführt.

Abb. 69 (S. 730) zeigt eine Ausführung von Brown, Boveri & Cie. mit 3 Trommelabsätzen. *v* ist ein selbsttätiges Überlastungsventil. Die Entlastung

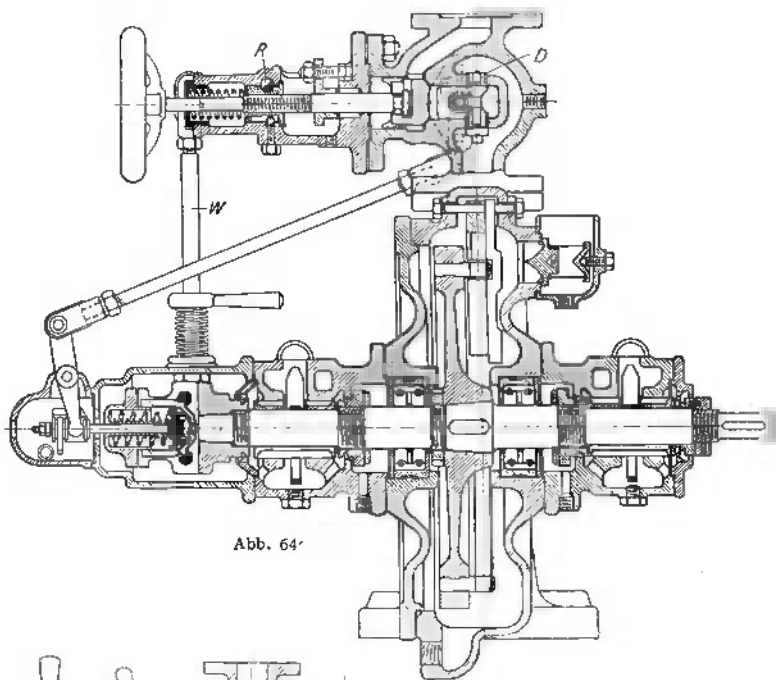


Abb. 64.

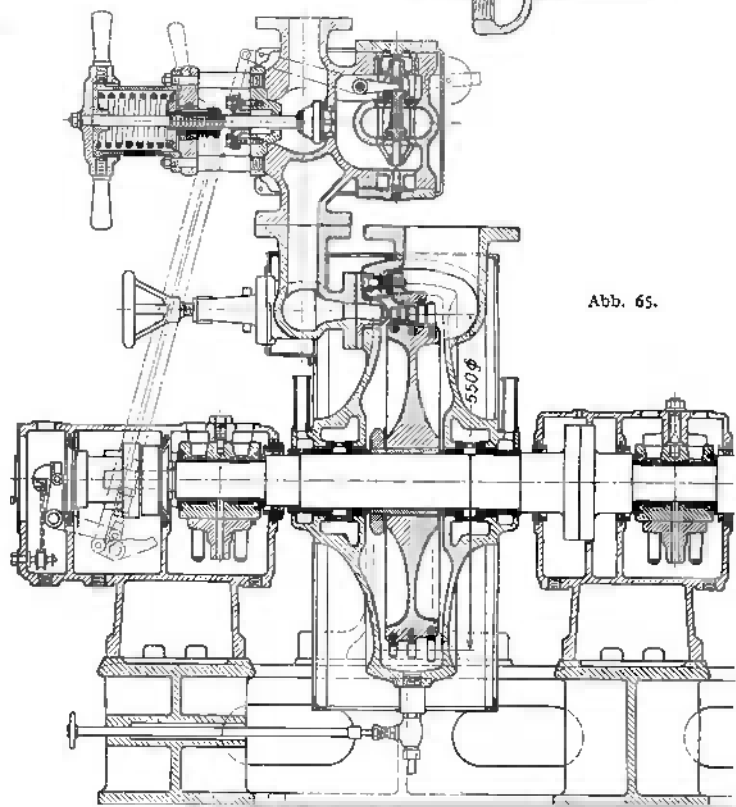


Abb. 65.

vom Axialschub ist nach Fullagar ausgebildet, der eine Entlastungskolben ist ans Niederdruckende verlegt.

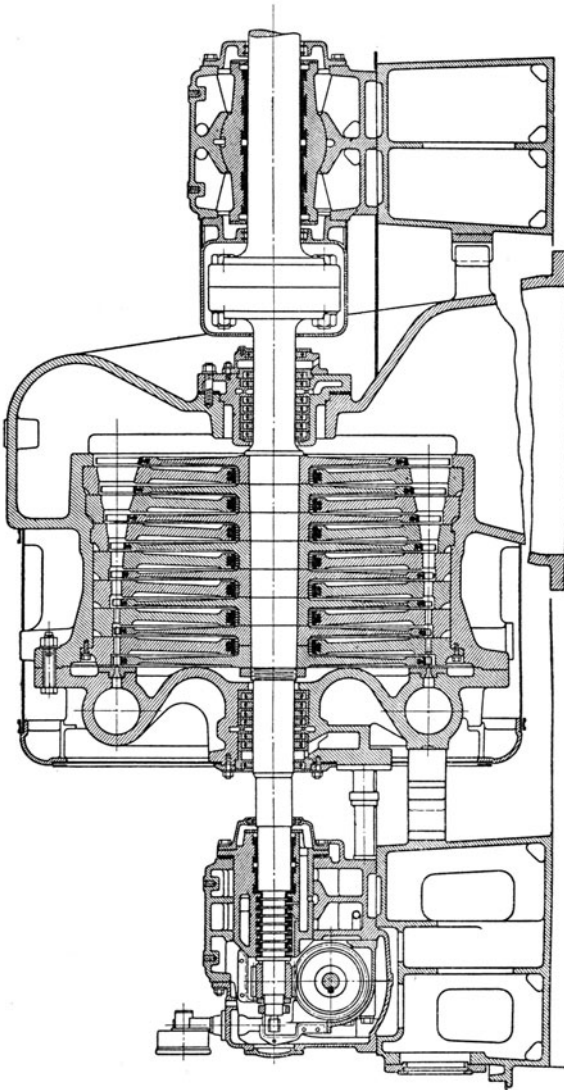


Abb. 66.

Meist wird als Hochdruckstufe ein zweikränziges Gleichdruckrad vorgeschaltet, wodurch teilweise Beaufschlagung möglich ist und die ersten Überdruckschaufeln günstige Länge erhalten, der Druck im Gehäuse ist niedriger. Die Ausführung von BBC. zeigt Abb. 70 (S. 731). Zum Ausgleich des Axial-

schubes sind die Räume vor und hinter der Trommel durch Bohrungen in das Innere derselben verbunden, soweit Entlastung nicht schon durch das Geschwindigkeitsrad erreicht wird.

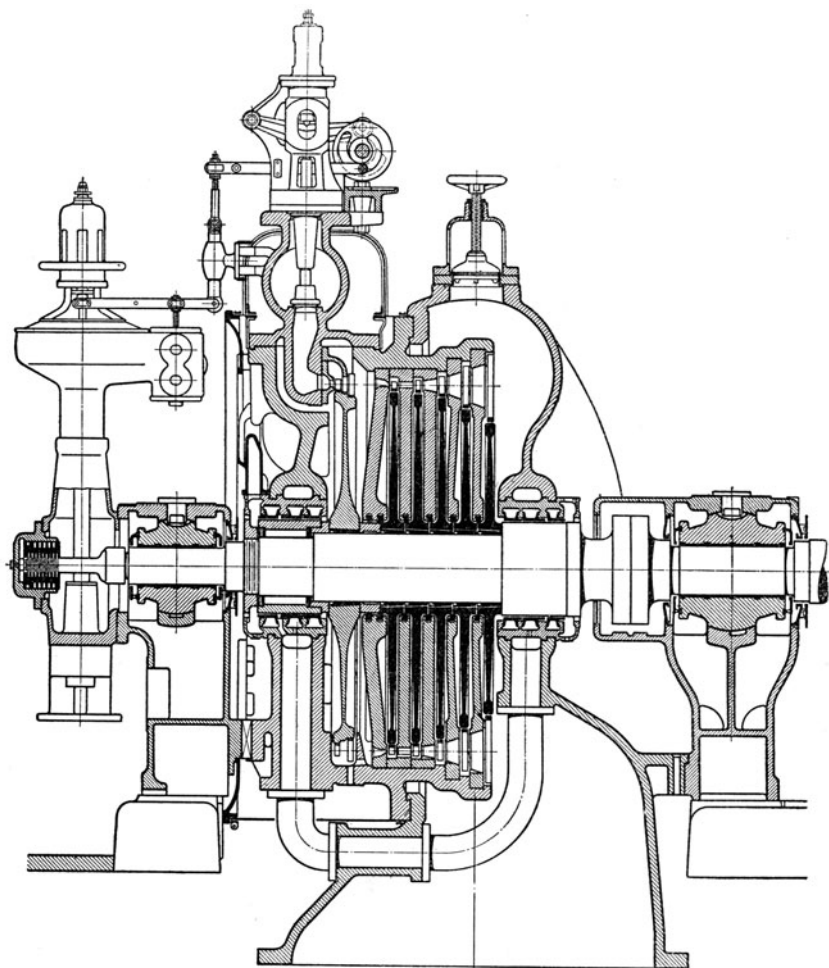


Abb. 67.

Eine der ersten Überdruckturbinen mit Curtisrad war die Turbine von Melms & Pfenninger (ausgeführt von J. A. Maffei, München und den Maffei-Schwartzkopff-Werken, Berlin), die in Abb. 71 (S. 731) dargestellt ist. Die Regelung ist eine kombinierte Drossel- und Düsenreglung; bei kleiner Belastung wird nur das Hauptventil (rechts oben) betätigt, bei größerem Hub desselben werden nacheinander die federbelasteten Zuschaltventile (links oben) durch die zweiarmigen Hebel aufgedrückt. Frischdampfzufuhr von unten in einem Rohr innerhalb der Verkleidung um das Gehäuse herum

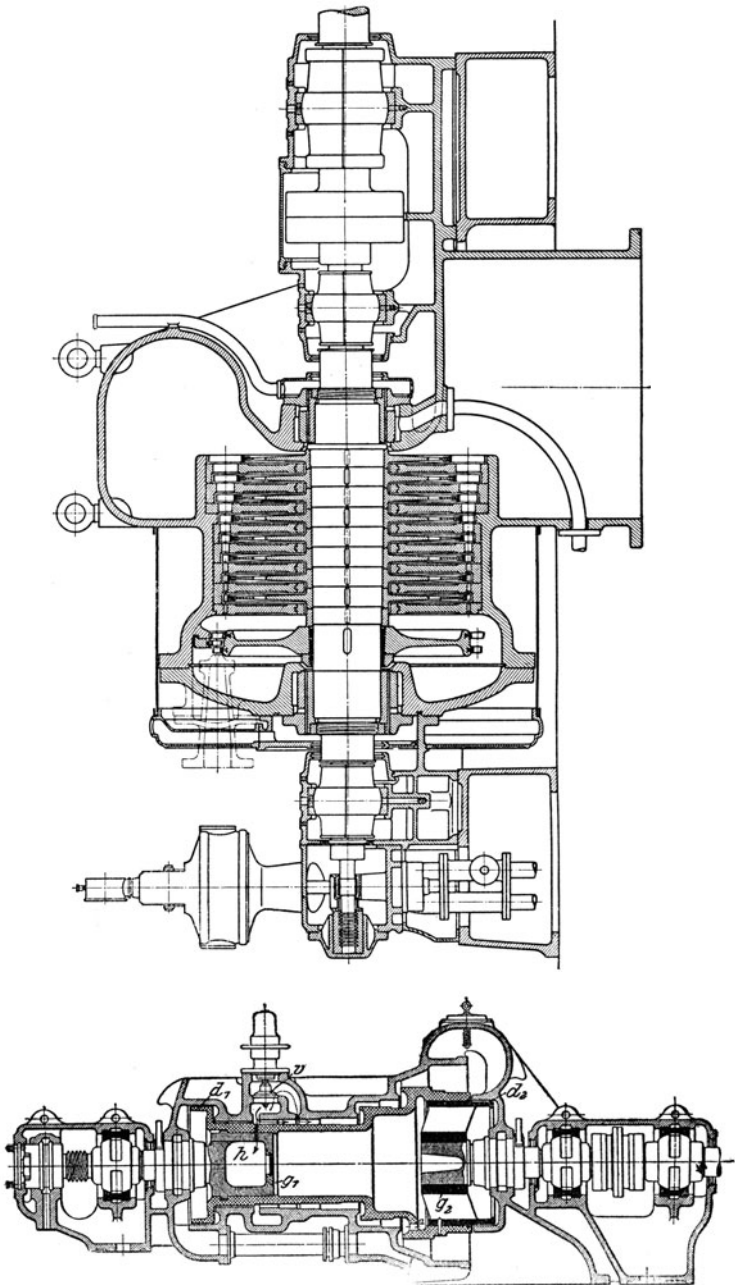


Abb. 69.

Ähnlich sind die Ausführungen der Gutehoffnungshütte (Aktien-Verein für Bergbau- und Hüttenbetrieb, Oberhausen, Rhld.) und der Thyssen-Röder-Turbine.

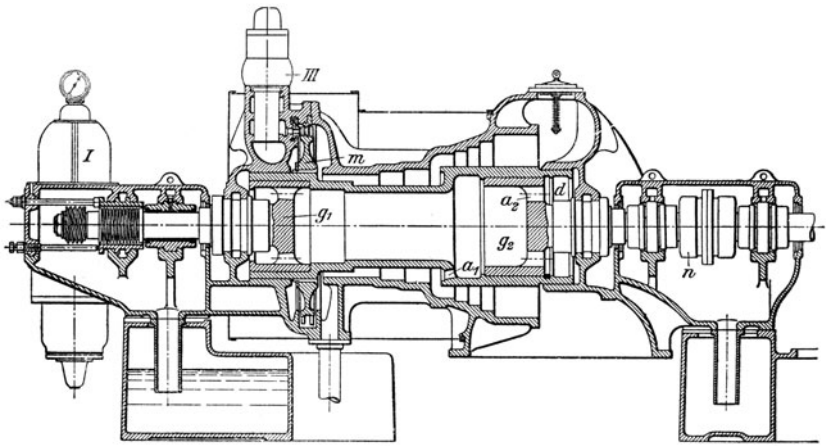


Abb. 70.

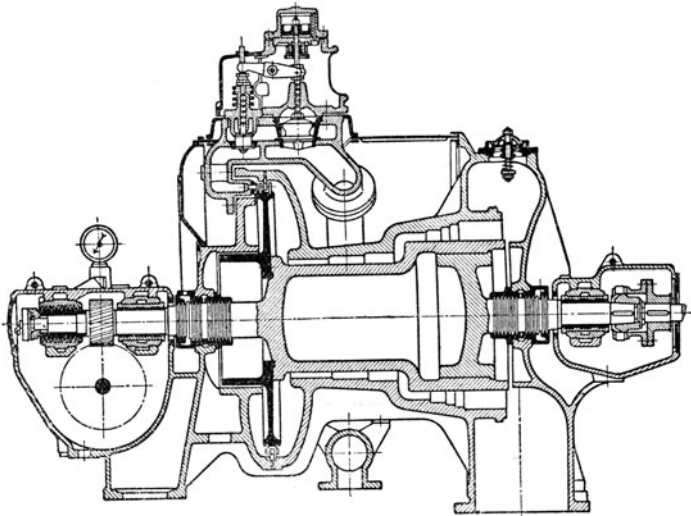


Abb. 71.

Neunter Abschnitt.

Kondensation.

Bearbeitet von Prof. Dipl.-Ing. C. Zietemann, Chemnitz.

(690) Arten der Kondensation. 1. Misch- oder Einspritzkondensation: Das Kühlwasser mischt sich mit dem Dampf, das Gemisch wird durch eine Pumpe abgesaugt oder es fließt durch ein barometrisches Fallrohr ab. Anordnung im Parallelstrom (Gleichstrom), wenn Wasser und Dampf sich in derselben Richtung im Kondensator bewegen, oder im Gegenstrom, wenn Wasser und Dampf in entgegengesetzter Richtung strömen.

2. Oberflächen-Kondensation: Das Kühlwasser kommt mit dem Dampf nicht in unmittelbare Berührung, der Wärmeaustausch erfolgt durch die Kühlrohre. Anordnung stets im Gegenstrom.

Es bezeichne im folgenden:

- i den Wärmeinhalt des Abdampfes in WE/kg,
- p_k den Kondensatordruck in kg/cm²,
- p_d den Dampfdruck im Kondensator in kg/cm²,
- p_l „ Luftdruck „ „ „ „ „
- t_k die dem Dampfdruck p_d entsprechende Kondensatortemperatur,
- t_e die Kühlwasser-Eintrittstemperatur,
- t_a „ „ Austritts „ „

Nach dem Daltonschen Gesetz ist die Kondensatorspannung

$$p_k = p_d + p_l.$$

Diese Gesamtspannung mit möglichst kleiner Kühlwassermenge, möglichst kleiner Luftpumpe und möglichst geringer Betriebsarbeit so niedrig als möglich zu halten, ist die Aufgabe einer guten Kondensationsanlage.

(691) Parallelstrom-Mischkondensation. Die Gemischttemperatur ist $t_k = t_a$; wird die Flüssigkeitswärme = t_a gesetzt und ist m die zum Niederschlagen von 1 kg Dampf erforderliche Kühlwassermenge (Kühlwasserverhältnis), so folgt aus

$$i - t_a = (t_a - t_e) m$$

$$m = (i - t_a) : (t_a - t_e) \text{ kg/kg} \dots \dots \dots 1$$

Ist D die stündliche Dampfmenge, so ist der stündliche Kühlwasserbedarf

$$W = mD = D \frac{i - t_a}{t_a - t_e} \text{ kg/st} \dots \dots \dots 2$$

Bei gegebener Kühlwassermenge $m = W : D$ ist die erreichbare Kondensatortemperatur (Gemischtemperatur)

$$t_k = t_a = (i + m t_e) : (m + 1) \dots \dots \dots 3$$

Für i kann durchweg $i = 600$ WE/kg gesetzt werden, wegen Feuchtigkeitsgehalt und Abkühlungsverluste.

Die Kühlwassermenge ist abhängig von der Kühlwassertemperatur t_e und von der Gemischtemperatur t_a . Es ist $t_e = 8$ bis 15^0 für Brunnenwasser, $t_e = 15$ bis 20^0 bei Fluß- oder Teichwasser und $t_e = 25$ bis 35^0 bei rückgekühltem Wasser. t_a ist meist 35 bis 40^0 bei frischem und $\sim 45^0$ bei rückgekühltem Wasser.

Die Kühlwassermenge beträgt $m = 22$ bis 35 .

Luft und Gemisch werden zusammen durch nasse Luftpumpe abgesaugt.

Die abzusaugende Luftmenge L beträgt unter der Annahme, daß die im Kühlwasser absorbiert enthaltene Luftmenge bei atmosphärischem Druck und 15^0 Temperatur (nach Bunsen) im Mittel zwei Raumprocente beträgt und ferner (nach Weiß¹⁾) der Luftzutritt durch die Stopfbüchsen sowie durch Undichtheiten der Rohrleitung zur Kondensation, deren gesamte Länge z (in m) ist, sich durch eine Undichtheitszahl μ ausdrücken läßt,

$$L = \frac{1}{1000} (0,02 W + \mu D) \text{ cm}^3/\text{st}^2) \dots \dots \dots 4$$

bei atmosphärischem Druck.

Die Undichtheitszahl μ beträgt

für grobe Betriebe (Hüttenwerke u. dgl.) $\mu = 1,8 + 0,01 z$,
 „ feine „ (Elektrizitätswerke
 mit Zentralkondensation) . . . $\mu = 1,8 + 0,006 z$;

bei Maschinen mit Einzelkondensation ist $z = 0$.

Der Luftdruck im Kondensator ist $p_l = p_k - p_d$. Da der Dampf mit dem Gemisch von t_a^0 in Berührung steht, also gesättigt ist, kann der Druck p_d den Dampftabellen S. 523 entnommen werden.

Ist V_l das abzusaugende Luftvolumen mit dem Druck p_l , so ist nach dem Mariotteschen Gesetz (526)

$$L \cdot 1 = V_l \cdot p_l \text{ und } V_l = L : p_l \text{ m}^3/\text{st} \dots \dots \dots 5$$

Da die Naßluftpumpe noch das Gemisch (Warmwasser) $D + W$ abzusaugen hat, so ist die ganze Fördermenge

$$Q = V_l + (W + D) : 1000 \text{ m}^3/\text{st} \dots \dots \dots 6$$

Kraftbedarf und Berechnung s. (695/96).

Beispiel: Es sei $D = 5000$ kg/st, die Kühlwassertemperatur $t_e = 20^0$, das Vakuum soll $p_k = 0,15$ at betragen. Dann ist das Kühlwasserverhältnis bei $t_a = 40^0$ nach Gl. 1 ($\epsilon = 600$)

$$m = (600 - 40) : (40 - 20) = 28$$

und die Kühlwassermenge $W = 5000 \cdot 28 = 140000$ kg.

Der Temperatur t_a entspricht nach den Dampftabellen ein Dampfdruck $p_d = 0,0752$ at, somit ist die Luftspannung

$$p_l = p_k - p_d = 0,15 - 0,0752 = 0,0748 \text{ at.}$$

Für Einzelkondensation mit $\mu = 1,8$ ist die Luftmenge bei atmosphär. Druck (Gl. 4)

$$L = (0,02 \cdot 140000 + 1,8 \cdot 5000) : 1000 = 11,8 \text{ cbm/st}$$

und das abzusaugende Luftvolumen bei $0,0748$ at (nach Gl. 5)

$$V_l = 11,8 : 0,0748 = \sim 158 \text{ m}^3/\text{st.}$$

Das Fördervolumen der Naßluftpumpe (Gl. 6)

$$Q = 158 + (140000 + 5000) : 1000 = 303 \text{ m}^3/\text{st.}$$

1) Weiß: Kondensation. Berlin: Julius Springer.

2) Hierbei ist angenommen, daß diese Luftmenge die Temperatur t_k des Kondensators hat, bzw. daß bei dem Anteil der absorbierten Luft wegen Unsicherheit die geringfügige Korrektur $\frac{273 + t_k}{273 + 15}$ überflüssig erscheint.

(692) Gegenstrom-Mischkondensation. Dampf und Kühlwasser treten an gegenüberliegenden Enden des Kondensators ein.

Bei dem in Abb. 1 schematisch dargestellten Weißschen Gegenstromkondensator tritt der Dampf unten bei *A*, das Wasser oben bei *B* ein, und die Luftpumpe saugt ihr Gasgemenge bei *C* ab, d. h. an einer Stelle, wo es wegen des dort eintretenden Wassers am kühlfsten ist. Infolgedessen wird auch die Dampfspannung hier nahezu der Temperatur t_e des Kühlwassers entsprechen. Andererseits ist an der Stelle, wo der Dampf ein- und das erwärmte Wasser austritt, zwar die Dampfspannung der höheren Temperatur entsprechend, aber zugleich die Luftspannung geringer. Die Kondensatorspannung ist daher nur wenig höher als p_d , und man kann kleinere Kühlwassermengen anwenden und bessere Luftleere erzielen. Abb. 1 a zeigt den Druckverlauf im Kondensator.

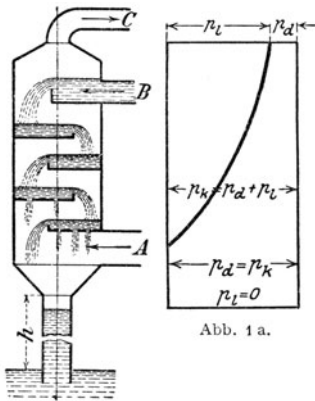


Abb. 1 a.

Die Temperatur an Luftabsaugestelle ist größer als t_e , da Dampf und Luft nicht so rasch die Wärme abgeben. Nach Weiß ist die Temperatur t_l an der Absaugestelle $t_l = t_e + \alpha$, wobei

$$\alpha = 4 + 0,1 (t_a - t_e) \dots \dots \dots 7$$

ist.

Die Kühlwassermenge ist nach Gl. 1 (S. 732) zu ermitteln, die Gemischtemperatur t_a entspricht aber dem Kondensatordruck p_k , da unten $p_l = 0$ (die Luft strömt nach oben) und $p_k = p_d$ ist; somit ist t_a höher als bei Parallelstrom und die Kühlwassermenge geringer, sie beträgt bei $t_e = 20$ bis 30°

$$m = 15 \text{ bis } 28.$$

In Abb. 2 sind die Kühlwassermengen m kg/kg für verschiedene Kondensatordrucke bzw. Luftleeren in % und in cm QS über verschiedenen Kühlwassertemperaturen aufgetragen.

Die abzusaugende Luftmenge L ist wie für Parallelstrom nach Gl. 4 zu ermitteln, sie ist wegen der kleineren Kühlwassermenge geringer.

An der Absaugestelle ist mit Gl. 7 $t_l = t_e + 4 + 0,1 (t_a - t_e)$, der Dampf an dieser Stelle besitzt einen dieser Temperatur nach den Dampftabellen S. 523 entsprechenden Druck p_d , der geringer ist, als an anderen Stellen des Kondensators.

Da die Luftspannung p_l größer ist, als bei Parallelstrom, so ist das abzusaugende Luftvolumen kleiner,

$$V_l = L : p_l.$$

Gegenstromkondensation wird meist bei größeren Anlagen und bei Zentralkondensationen verwendet.

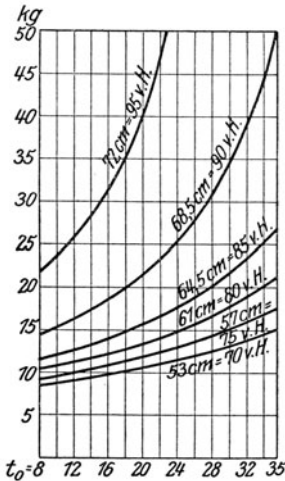


Abb. 2.

Das Wasser wird bei Gegenstromkondensatoren häufig durch ein sog. barometrisches Fallrohr, Abb. 1, abgeführt, dessen Höhe h größer als die dem Atmosphärendruck entsprechende Wassersäulenhöhe zu nehmen ist; zuweilen wird hierzu eine Warmwasserpumpe verwendet. Die Luft wird gewöhnlich durch eine trockene Schieberluftpumpe abgesaugt.

Die Zuführung des Kühlwassers geschieht entweder durch unmittelbares Ansaugen infolge der Luftleere im Kondensator oder durch eine besondere Kaltwasserpumpe, unterstützt durch die Saugwirkung des Kondensators, in den das Druckrohr einmündet.

Beispiel. Es sei zum Vergleich mit Parallelstrom wie im Beispiel S. 733 $D = 5000$ kg/st, $e = 20$, $p_k = 0,15$; dem entspricht eine Temperatur $t_a = 53,6^\circ\text{C}$, somit ist die Kühlwassermenge

$$m = (600 - 53,6) : (53,6 - 20) = 16,3$$

und der Kühlwasserbedarf $W = 5000 \cdot 16,3 = 81\,500$ kg/st. Damit ist

$$L = (0,02 \cdot 81\,500 + 1,8 \cdot 5000) : 1000 = 10,63 \text{ m}^3/\text{st}.$$

Die Temperatur an der Absaugstelle ist $t_i = 20 + 4 + 0,1(53,6 - 20) = \sim 27,4^\circ$ und der dem entsprechende Dampfdruck $p_d = 0,0373$ at, somit die Luftspannung

$$p_l = p_k - p_d = 0,15 - 0,0373 = 0,1127 \text{ at}$$

und das durch trockene Luftpumpe abzusaugende Luftvolumen

$$V_l = L : p_l = 10,63 : 0,1127 = 94,5 \text{ m}^3/\text{st}.$$

Die Warmwasserpumpe hat $(W + D) : 1000 = 86,5$ m³/st fortzuschaffen.

(693) Oberflächenkondensation. Hierbei läuft das mittels Kreiselpumpe zugeführte Kühlwasser durch ein vom Dampfe umspültes Rohrsystem des in der Regel geschlossenen Kondensators von zylindrischer Gestalt. Zwischen den ebenen Rohrböden desselben sind dünnwandige Messingrohre von $d = 20$ bis 40 mm Durchmesser und $d + 8$ bis $d + 16$ mm Abstand der Mitten.

Die für 1 kg Dampf erforderliche Kühlwassermenge — das Kühlwasserhältnis — berechnet sich für derartige Oberflächenkondensatoren ebenfalls nach Gl. 1 (S. 732), doch ist zu berücksichtigen, daß die Abflußtemperatur des Kühlwassers hier um etwa 10 bis 15° niedriger als die im Kondensator herrschende Temperatur angenommen werden muß, so daß

$$m = \frac{580}{[t_k - (10 \text{ bis } 15)] - t_e}.$$

Gewöhnlich ist $m = 35$ bis 45 ; für Dampfturbinen, wo eine größere Luftleere verlangt wird, ist bei rückgekühltem Wasser — je nach dem verlangten Vakuum — m 50 bis 70 zu setzen.

Die Wärmedurchgangszahl k , d. h. die Wärmemenge in WE, die durch 1 m² Kühlfläche des Kondensators für 1° Temperaturunterschied stündlich übertragen wird, hängt ab von den Widerständen der Wärmeübertragung von Dampf an die Rohrwand, beim Durchgang durch diese und von hier an das Kühlwasser¹⁾. Bezeichnet α_1 und α_2 die Wärmedurchgangszahl für erstere bzw. letztere Übertragung, ferner l die Wärmeleitzahl des Metalls in WE und δ die Wandstärke der Rohre in mm, so ist

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{l} + \frac{1}{\alpha_2}.$$

l kann bei der allgemein gebräuchlichen Wandstärke der Messingrohre von 1 mm zu 9000 WE angenommen, α_2 (nach Ser) $= 4500 \sqrt{v}$ gesetzt werden, worin v die Geschwindigkeit (in m/sek) bedeutet, mit der sich das Wasser in den Rohren bewegt; ferner ermittelte Ser $\alpha_1 \sim 19000$.

¹⁾ Z. 1909, S. 322.

Diese Werte in die obige Gleichung eingesetzt, ergeben mit $v = 0,5$ m/sek und $\delta = 1$ mm

$$k = 2640.$$

Man sieht, daß k hauptsächlich von α_2 , d. h. von der Größe der Kühlwassergeschwindigkeit in den Rohren abhängen würde, wenn der Dampf sich allein im Kondensator befände. Nun gelangt aber auch Luft in diesen, die gekühlt werden muß und damit ändert sich, da der Wärmeübergang der letzteren an die Wandung gegenüber demjenigen des Dampfes verschwindend klein ist, die Wärmedurchgangszahl ganz erheblich. Man wird sich bei Bestimmung der Kühlfläche des Kondensators an im praktischen Betrieb gewonnene Erfahrungszahlen halten müssen, die mittleren Verhältnissen entsprechen, und nimmt $k \leq 2000 \div 2500$.

Normale Werte für das Verhältnis Kühlfläche F zur Dampfmenge D ist $f = F/D = 0,02 \div 0,03$, bei Turbinen-Kondensation bis $0,04 \div 0,05$, oder die Kühlflächenbeanspruchung $D : F = 50 \div 33,3$ bzw. $D : F = 25 \div 20$.

Aus der Beziehung $D \cdot (i - t_a) = W (t_a - t_e)$ folgt mit $i - t_a = 580$ als Mittelwert die Kühlwassererwärmung

$$t_a - t_e = D \cdot 580 : W; \quad t_a = t_e + D \cdot 580 : W \quad 8$$

Andererseits ist die durchgehende Wärmemenge

$$Q = (t_d - t_a) k \cdot F = D \cdot 580,$$

woraus die Temperaturdifferenz

$$\Delta t = t_d - t_a = D \cdot 500 : F \cdot k \quad 9$$

zwischen Dampf und Kühlwasser ermittelt werden kann, die im ganzen Kondensator bei Gegenstrom unverändert bleibt.

Die Dampftemperatur am Dampfeintrittsstutzen (Kühlwasseraustritt) ist somit

$$t_d = t_a + \Delta t = t_e + D \cdot 580 : W + D \cdot 580 : F \cdot k \quad 10$$

und dementsprechend ist der Kondensatordruck $p_k = p_d$ den Tabellen S. 523 zu entnehmen, da dort $p_l = 0$.

An der Luftabsaugestelle (Kühlwassereintritt) ist alsdann die Temperatur

$$t_l \doteq t_e + \Delta t = t_e + D \cdot 580 : F \cdot k \quad 11$$

und mit dem dieser Temperatur entsprechenden Dampfdruck p_d' ist die Luftspannung

$$p_l = p_k - p_d'.$$

Die abzusaugende Luftmenge erweist sich aus $L = \mu D : 1000$ mit dem Wert $\mu = 1,8$ als zu groß.

Als praktische Werte des für je 1000 kg Stundendampf abzusaugenden Luftvolumens V_l kann angenommen werden

$$\begin{array}{l} V_l = 0,75 \text{ bis } 0,8 \text{ m}^3/\text{min} \text{ bei } 85 \text{ bis } 90\% \text{ Vakuum (Dampfmaschinen)} \\ V_l = 1,1 \text{ ,, } 1,2 \text{ ,, ,, } 95 \text{ ,, } 96\% \text{ ,, (Dampfturbinen).} \end{array}$$

Abb. 3 zeigt das für verschiedene Kühlwassertemperaturen bei $m = 65$ facher Kühlwassermenge und einer Flächenbeanspruchung $D : F = 33,5$ erreichbare Vakuum im Kondensator bzw. den absoluten Druck; das Vakuum im Abdampfstutzen ist um $0,5\%$ schlechter, der absolute Druck $0,005$ at höher. Ferner sind die den Drücken entsprechenden Dampftemperaturen eingetragen.

Beispiel. Der stündliche Dampfverbrauch einer Turbine sei $D = 15000$ kg/st, das Vakuum soll 94% betragen, also $p_k = 0,06$ at, dem entspricht $t_k = 35,8^\circ$; Kühlwassertemperatur $t_e = 15^\circ$. Es werde 50fache Kühlwassermenge genommen

$$W = 15000 \cdot 50 = 750000 \text{ kg/st} = 750 \text{ m}^3/\text{st}.$$

Dann ist nach Gl. 8 die Kühlwasseraustrittstemperatur

$$t_a = 15 + 15000 \cdot 580 : 750000 = 15 + 11,6 = 26,6^\circ$$

und die Temperaturdifferenz (Gl. 9) mit $F : D = 35$ und $k = 2000$, also $F = 15000 : 35 = 430 \text{ m}^2$

$$\Delta t = 15000 \cdot 580 : 430 \cdot 2000 = 10,1^\circ$$

An der Luftabsaugstelle ist

$$t_l = t_e + \Delta t = 15 + 10,1 = 26,1^\circ,$$

dem entspricht (S. 523) $p_d = 0,0343$ at und damit ist

$$p_l = 0,06 - 0,0343 = 0,0257$$

und das abzusaugende Luftvolumen mit $\mu = 1,8$

$$V_l = \frac{\mu D}{1000 p_l} = \frac{1,8 \cdot 15000}{1000 \cdot 0,0257} = 1050 \text{ m}^3/\text{st.}$$

oder $1050 : 60 = 17,5 \text{ m}^3/\text{min}$, während nach den praktischen Werten sich $1,1 \cdot 15 = 16,5 \text{ m}^3/\text{min}$ ergeben würden (bei 95% Vakuum, bei 94% noch weniger).

Werden Kühlrohre von 29 mm äußerem Durchmesser mit 1 mm Wandstärke gewählt von 3,0 m Länge, so sind

$$i = \frac{430}{3,0 \cdot \pi \cdot 0,029} = 1575 \text{ Rohre}$$

erforderlich.

(694) Ausführung der Oberflächenkondensatoren. Geschlossene liegende Oberflächenkondensatoren bestehen aus einem zylindrischen schmiedeeisernen Mantel mit Flanschen, an welche die Rohrböden aus Schmiedeeisen oder Muntzmetall (bei saurem und salzigem Wasser) und die gußeisernen Deckel bzw. Wasserkammern mit Gummidichtung geschraubt werden. Abb. 4 zeigt diese Ver-

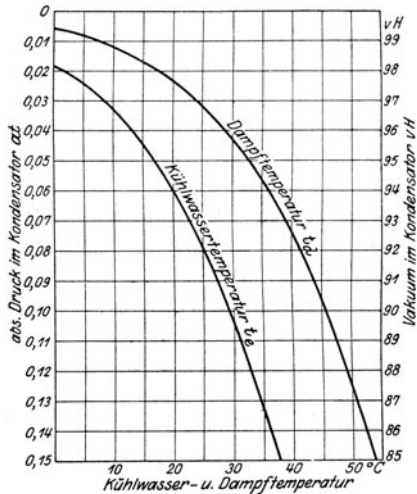


Abb. 3.

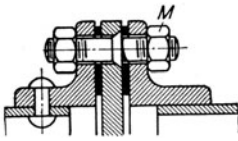


Abb. 4.

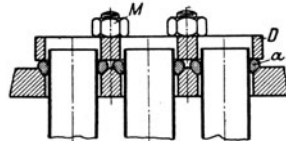


Abb. 5.

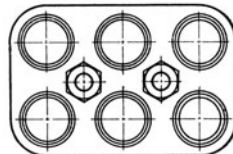


Abb. 6.

schraubung. In den Rohrböden werden die Kühlrohre befestigt, durch Einwalzen, durch Gummiringe (Politzdichtung), Abb. 5, oder durch besondere Druckplatten, Abb. 6¹⁾, durch Verschraubungen, Abb. 7, oder durch elastische Gummipplatten, Abb. 8.

1) aus: K. Schmidt: Die Kondensation. Berlin: Julius Springer.

Die Rohrböden werden durch Anker gegen den Wasserdruck versteift. Abb. 9.

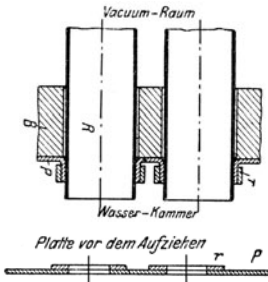


Abb. 8.

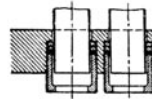


Abb. 7.

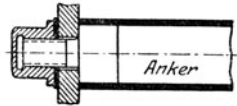


Abb. 9.

Abb. 10 zeigt einen geschlossenen Oberflächenkondensator von Balcke & Co., Bochum.

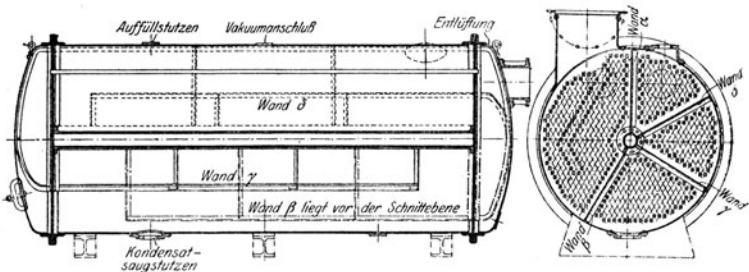


Abb. 10.

In die durch ein gußeisernes Rohr gegeneinander versteiften Rohrböden sind die Messingrohre eingewalzt bzw. durch Stopfbüchsen mit Gummipackung abgedichtet. Der eintretende Dampf wird durch die Scheidewände α , β , γ und δ , die den Kondensator in vier miteinander in Verbindung stehende Kammern zerlegen, gezwungen, das Röhrenbündel mehrmals zu umspülen, und wird, soweit er nicht kondensiert ist, samt der Luft oben abgesaugt. Das am hinteren Deckel eintretende Kühlwasser wird durch die in die gußeisernen Deckel eingegossenen Scheidewände so geführt, daß es sich im Gegenstrom zu dem Dampf bewegt und nach dem Durchströmen aller Rohre am hinteren Deckel austritt.

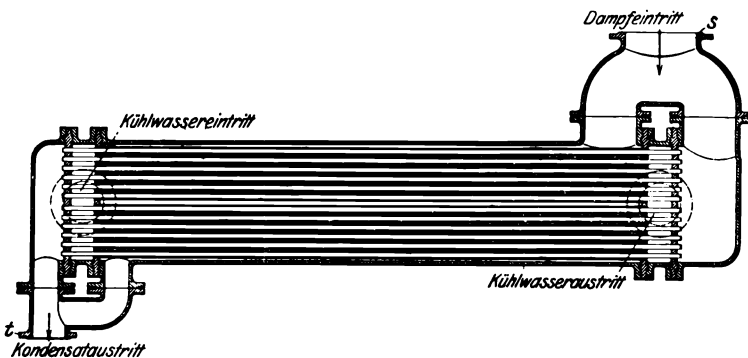


Abb. 11.

Meist werden die Scheidewände nicht radial sondern parallel oder zueinander geneigt angeordnet.

Eine erhebliche Erhöhung des Wärmedurchganges läßt sich durch ineinander gesteckte Messingrohre — der Dampf strömt durch die inneren und umspült die äußeren Rohre, während das Kühlwasser im Gegenstrom den ringförmigen Zwischenraum der Rohre durchfließt — erreichen.

Abb. 11 zeigt einen Doppelrohr-Oberflächenkondensator der G. m. b. H. Schaffstädt, Gießen, wie er für größere Dampfmen gen zur Verwendung kommt. Bei einem solchen Kondensator von ~ 15 m² Kühlfläche waren nur 0,008 m² Kühlfläche für 1 kg/st Dampferforderlich.

Oberflächenkondensatoren werden auch als offene stehende, als Bassinkondensatoren mit in den Röhren strömendem Dampf oder als Berieselungskondensatoren ausgeführt.

Kolbenluftpumpen.

(695) Trockene Luftpumpen. Bei einer trockenen Luftpumpe ergibt sich, unter Zugrundelegung eines Lieferungsgrades $\lambda \sim 0,90$ bis $0,95$, der Durchmesser d derselben bei dem Hube s (beide in m) aus

$$V_i = i \lambda \frac{d^3 \pi}{4} s n \quad , \quad \quad 12$$

worin n die minutliche Umlaufzahl und $i = 1$ oder 2 , je nachdem die Pumpe einfach- oder doppeltwirkend ist.

Mittlere Kolbengeschwindigkeit $c_m = 1,2$ bis $2,5$ m/sek. Trockene Luftpumpen werden als Schieberluftpumpen mit Überströmung ausgeführt. Kanalabmessungen mit $w = 25$ bis 35 m/sek wie für Dampfmaschinen (595) zu berechnen. Weite des Überströmkanals $c = a/4$ bis $a/3$, Überdeckung $e = c + 3$ bis 5 mm; Exzentrizität meist $r = e + a + 1$ bis 3 mm, Voreilwinkel $\delta = 8$ bis 14° . Luftgeschwindigkeit im Saugrohr $w = 10$ bis 20 m/sek, im Druckrohr $w = 15$ bis 30 m/sek.

Kraftbedarf der trockenen Luftpumpen bei Annahme isothermer Kompression $= P_k V_i \ln 1/p_k$ für eine Umdrehung, oder in PS

$$N_i = 1,2 \frac{10000 p_k V_i \ln 1/p_k}{3600 \cdot 75} \text{ PS} \quad \quad 13$$

und die erforderliche effektive Leistung mit $\eta_m = 0,65 \div 0,80$ $N_e = N_i : \eta_m$.

Die Ausführung ist ähnlich den Schieberkompressoren, siehe diese.

(696) Naßluftpumpen. Die Abmessungen einer nassen Luftpumpe sind mit Rücksicht auf das von ihr anzusaugende, aus Luft, Kühlwasser und verdichtetem Dampf bestehende Volumen, somit aus

$$V_i + \frac{W + D}{1000} = i \lambda \frac{d^3 \pi}{4} s n \quad \quad 14$$

zu ermitteln. Hierin ist für den Lieferungsgrad $\lambda \sim 0,80$ zu setzen.

Für die mittlere Kolbengeschwindigkeit c_m kann bei liegenden, doppeltwirkenden Luftpumpen (für die also $s n = 30 c_m$) etwa 2 bis 3 m/sek genommen werden. Die Wassergeschwindigkeit in den Ventilen soll für c_m bis 3 m/sek etwa $1,0$ bis $1,5$ m/sek und für $c_m > 3,0$ m/sek etwa $1,5$ bis $2,0$ m/sek betragen.

Bei stehenden, einfachwirkenden Luftpumpen ist $c_m = 1,0$ bis $1,3$ m/sek zu wählen.

Beispiel. Es sind die Abmessungen der doppeltwirkenden nassen Luftpumpe einer Dampfmaschine zu ermitteln, deren Abdampfmenge $D = 300$ kg/min beträgt. Das Vakuum im Kondensator soll zu 670 mm Q.-S., entsprechend $p_k = 0,12$ kg/m², angenommen werden.

Die Kühlwassertemperatur sei $t_e = 12^\circ$. Für eine zur Verfügung stehende Kühlwassermenge $W = 7500 \text{ kg/min}$ ergibt sich nach (691)

$$m = \frac{7500}{300} = 25$$

und damit die Mischungstemperatur nach Gl. 3 zu

$$t_k = \frac{600 + 25 \cdot 12}{25 + 1} \sim 35^\circ.$$

Der dieser Temperatur entsprechende Dampfdruck beträgt (s. Tabelle auf S. 523)

$$p_d \sim 0,057 \text{ kg/m}^2.$$

Aus Gl. 4 folgt mit $\mu = 1,8$

$$L = \frac{1}{1000} (0,02 \cdot 7500 + 1,8 \cdot 300) \sim 0,7 \text{ m}^3/\text{min}$$

und damit aus Gl. 5 u. 6 das von der Luftpumpe anzusaugende Volumen

$$\frac{0,7}{0,12 - 0,057} + \frac{7500 + 300}{1000} \sim 19 \text{ m}^3/\text{min}.$$

Für eine mittlere Kolbengeschwindigkeit $c_m = 2,4 \text{ m/sek}$ bzw. $s n = 72$ ergibt sich dann der Durchmesser d der Luftpumpe aus

$$2 \cdot 0,8 \frac{d^2 \pi}{4} 72 = 19$$

zu

$$d = 0,460 \text{ m}$$

und der Hub (für $n = 120 \text{ Uml/min}$) aus $c_m = \frac{n s}{30}$

zu

$$s = \frac{30 \cdot 2,4}{120} = 0,600 \text{ m}.$$

Der Durchmesser d_v der Ventile folgt bei i Ventilen, wenn $\alpha = 0,60$ bis $0,65$ der Verengungsfaktor aus der Beziehung ($w =$ Wassergeschwindigkeit)

$$i \alpha \pi \frac{d_v^2}{4} = Q : 3600 w.$$

Der Durchmesser d_0 (in m) der Abdampfleitung zum Kondensator kann nach Weiß für eine stündliche Dampfmenge D in kg genommen werden

$$\text{für kurze Leitungen } d_0 = \frac{D^{0,4}}{76} \text{ und}$$

$$\text{„ lange „ } d_{0(l)} = \left(1 + \frac{l}{600}\right) \frac{D^{0,4}}{76},$$

wobei l (in m) stets von der Maschine bis zum Kondensator zu rechnen ist.

Bei kleinem schädlichem Raum treten leicht Schläge des Wassers gegen die Ventile auf; zur Vermeidung werden Schnüffelventile, die etwas Luft ansaugen, angeordnet.

Statt der Saugventile werden häufig Saugschlitze angewendet; die Schlitzlänge s_1 ist etwa $\frac{1}{3}$ des nutzbaren Kolbenhubes s_h , der ganze Hub also $s = s_h + s_1$.

Stehende Luftpumpen mit Saugschlitzen arbeiten mit einem Verdrängerkolben. Berechnung s. Weiß, Kondensation, oder Schmidt, Die Kondensation.

Der Kraftbedarf der Naßluftpumpen beträgt bei Pumpen mit Saugventilen

$$N_i = 1,4 (A_i + A_w) : 75 \text{ PS}_i, \dots \dots \dots 15$$

wenn $A_i = \frac{10000}{60 \cdot 60} p_i \cdot V_i \ln \frac{1 - p_d}{p_i'}$ die Arbeit der Luftförderung ($p_i' = p_i$ weniger Ventilwiderstand, der $\sim 0,2 \text{ at}$ beträgt) und $A_w = (W + D) \cdot h : 1000 \text{ mkg}$, mit der Förderhöhe $h = 10 [1 - (p_d + p_i')] \text{ m}$ bei freiem Auslauf oder

$h = 10 [1 - (p_d + p_i')] + h_1$ bei Förderung auf den Kühlturm von h_1 m Höhe; im letzteren Falle ist auch A_1 größer, da der Druck um $(h_1 : 10)$ at höher.

Bei Pumpen mit Saugschlitzten ist

$$A_1 = \frac{10\,000}{60 \cdot 60} p_i V_i \left(1 + \ln \frac{1 - p_d}{p_i} \right).$$

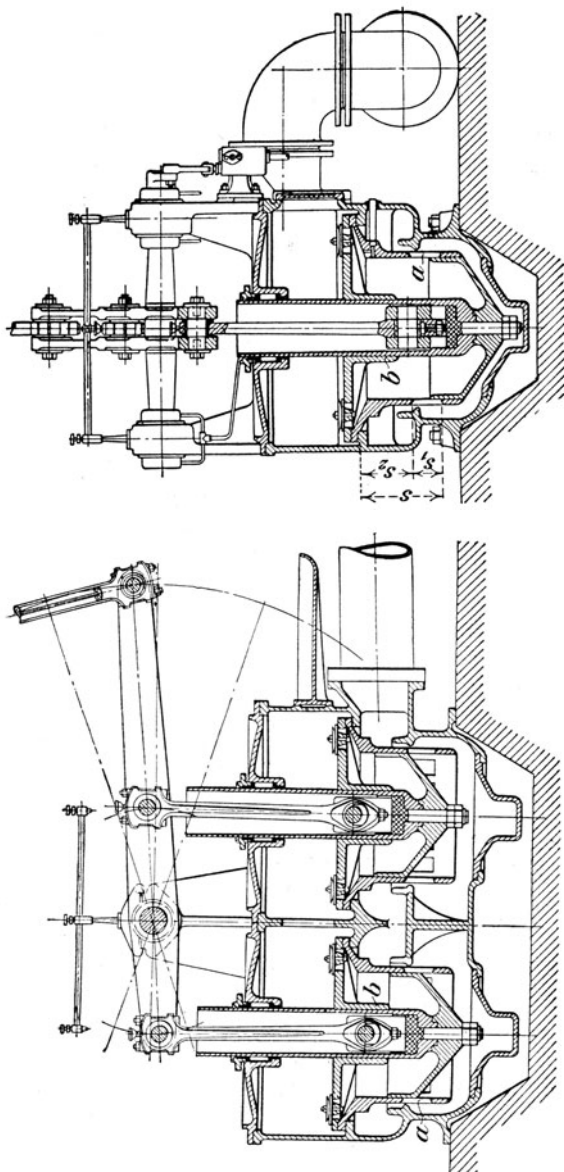


Abb. 12.

(697) Ausgeführte Naßluftpumpen. Liegende Luftpumpen sind meist doppelwirkend, stehende Luftpumpen einfachwirkend. Häufig werden zwei einfachwirkende Luftpumpen miteinander gekuppelt und unter Einschaltung eines Schwinghebels und angreifender Lenkstangen vom Kurbel- oder Kreuzkopfbolzen oder auch von einer durchgehenden Kolbenstange der Dampfmaschine aus betrieben.

Abb. 12 (S. 741) zeigt eine solche Pumpe, die mittels Schubstange vom Kurbelzapfen aus bewegt wird; sie arbeitet ohne Saugventile in der Weise, daß eine ringförmige Öffnung a in der Lauffläche des Pumpenzylinders bei der Bewegung des hohlen Kolbens während eines Teiles des Niederganges desselben frei wird und dabei dem Dampf- und Luftgemisch und dem Wasser den Zutritt in den Pumpenraum gestattet. Sobald beim Aufgange des Kolbens die Öffnung a geschlossen ist, wird bei der Weiterbewegung desselben durch den Verdränger b zuerst die Luft und darauf ein Teil des eingeschlossenen Wassers durch die mit Kautschukklappen arbeitenden Ventile gedrückt.

Als Hauptvorteile dieser Brown-Kuhnschen Pumpe sind, außer der billigen Herstellung, Abwesenheit der Saugventile, der geringere Druck im Kondensatorräume und der zwangsläufige Schluß der Saugöffnungen durch die Kolbenoberkante zu betrachten. Allerdings sind damit — gegenüber anderen einfachwirkenden Luftpumpen mit Saugventilen — die Nachteile verbunden, daß für die Förderung vom Gesamthube $s = s_h + s_1$ nur ein Teil s_h wirksam ist — die Kolbengeschwindigkeit daher unter sonst gleichen Umständen im Verhältnis $s : s_h$ größer (um 30 bis 50%) sein muß, ferner der Verdränger b bzw. die Relativbewegung des Wassers im hohlen Kolbenkörper eine hohe Geschwindigkeit desselben im Zylinder und in den Druckventilen bedingt¹⁾.

In Abb. 13 ist eine stehende Luftpumpe mit Saugschlitzder Maschinenfabrik R. Raupach, G. m. b. H., Görlitz, dargestellt. Die obere Ventilplatte a ist mit einem dreieckigen Ausschnitt versehen, auf den sich ein durch zwei Wände vom Druckraum der Pumpe abgeschlossener

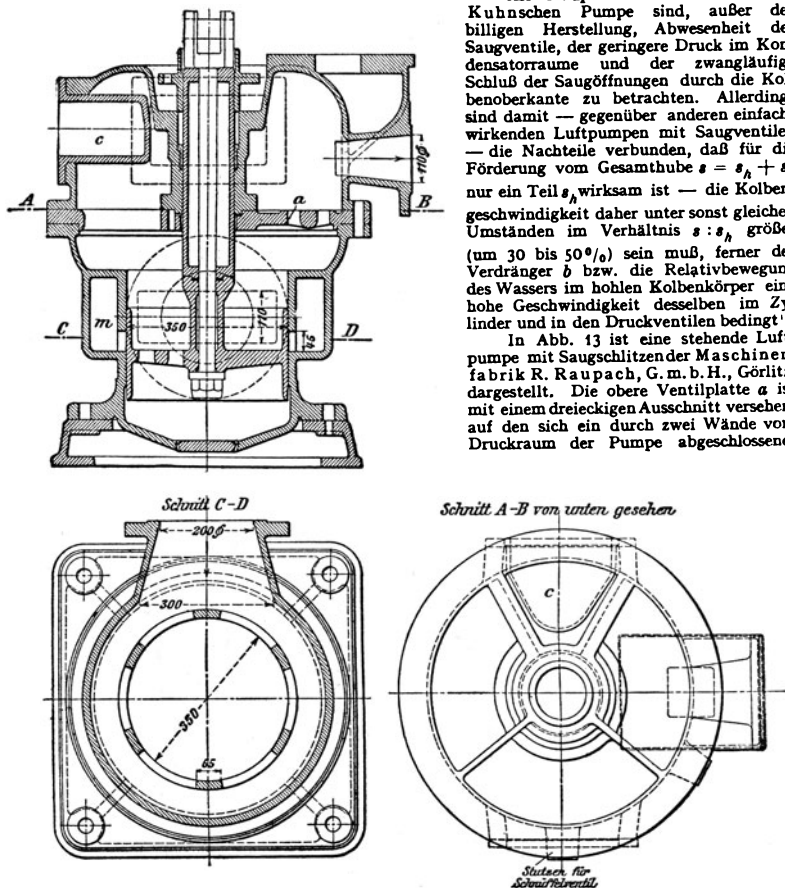


Abb. 13.

Teil aufsetzt. Der so gebildete, nach außen durch einen Deckel c abgeschlossene Luftraum dient als Windkessel, um, insbesondere bei hohen Umlauffzahlen, eintretende Stöße zu mildern. Nach

¹⁾ Über die Berechnung dieser Pumpe siehe Berg, Z. 1899, S. 92 ff.

Entfernung des Deckels *c* und Hochziehen des Kolbens sind die Klappenventile desselben zugänglich.

Abb. 14 zeigt ein zur Pumpe gehöriges Klappenventil.

Die Abb. 15 ersichtliche stehende Kondensatorluftpumpe nach Doerfel kennzeichnet sich dadurch, daß der obere Raum des Zylinders zu einer großen Luftkammer *a* ausgebildet ist und die in derselben eingeschlossene Luft beim Kolbenaufgange als elastisches Kissen wirkt, wodurch — wie vordem, Abb. 13 — Stöße, auch bei schnellem Gange der Pumpe, vermieden werden. Der mit seiner Stange in einem Stück gegossene, in den Zylinder eingeschliffene Kolben trägt 30 Ventile; außerdem sind 35 Saug- und 45 Druckventile vorhanden.

Eine stehende Kondensatorluftpumpe mit Tauchkolben gehört zu der auf Tafel II ersichtlichen stehenden Verbundmaschine der Maschinenfabrik Augsburg-Nürnberg A.-G., Werk Nürnberg.

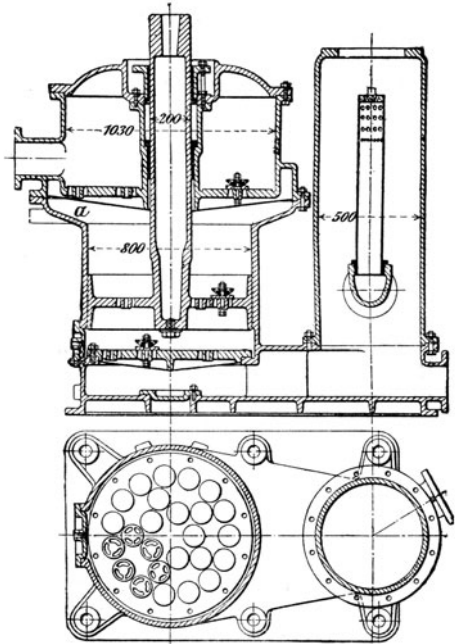


Abb. 15.

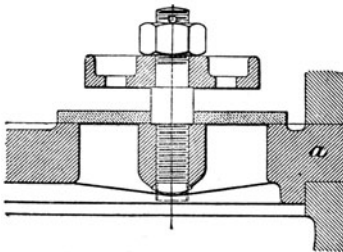


Abb. 14.

Abb. 16 zeigt eine liegende doppelwirkende Luftpumpe nach Ausführung von A. Borsig. Der Einspritzraum ist in das Pumpengehäuse verlegt. Die Saugventile sind hängend angeordnet, so daß ihr Eröffnungswiderstand nur gering ist. Zuerst strömt das Kondensat in den Pumpenraum über, dann folgt die Luft nach.

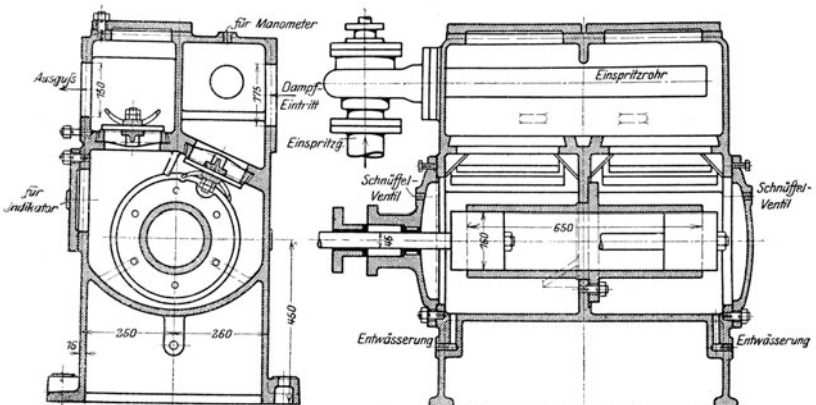


Abb. 16.

In Abb. 17 ist eine unter Maschinenflur aufgestellte liegende Luftpumpe dargestellt, deren Antrieb mittels zweiarmligen Schwinghebels von der verlängerten Kolbenstange des Niederdruckzylinders einer liegenden Verbunddampfmaschine aus erfolgt.

(698) Rotierende Luftpumpen Meist als Wasserstrahlpumpen ausgeführt.

Abb. 18 zeigt die Bauart der auf dem Prinzip des Wasserstrahl-Ejektors beruhenden rotierenden Kon-

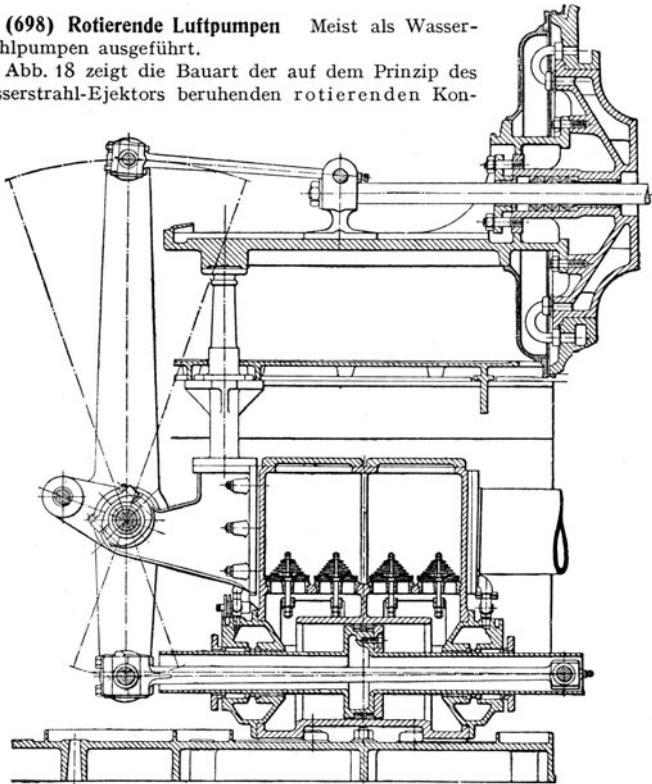


Abb. 17.

densatorluftpumpe von Westinghouse-Leblanc nach Ausführung der Maschinenbau-A.-G. Balcke, Bochum.

Das durch den Stutzen *a* in das Pumpengehäuse tretende Aufschlagwasser wird durch die feststehenden Leitschaufeln *h* dem Laufrade *g* zugeführt, das von der mittels Kugellager gestützten Welle angetrieben wird. Beaufschlagung, Umlaufzahl und Schaufelwinkel sind so bemessen, daß das Wasser aus dem Laufrade in Strahlform austritt und mit großer Geschwindigkeit in die Düse *b* geschleudert wird. Dabei wird es infolge der partiellen Beaufschlagung fein zerstäubt und bietet so der abzusaugenden, durch den Stutzen *l* eintretenden Luft eine große Oberfläche. Die Verdichtung des Gemisches von Luft und Wasser erfolgt in dem düsenartigen Rohrstück *k*; das aus diesem austretende Wasser kann aufgefangen und von neuem benutzt werden.

Zum Anlassen der Pumpe mit Dampf, der durch den Stutzen *t* zugeführt wird, dient die Ringdüse *p*. Zuzufolge des hierdurch erzeugten Vakuums wird das Aufschlagwasser durch *a* angesaugt, worauf das Laufrad *g* zu fördern beginnt und der Anlaßdampf abgesperrt werden kann.

Die Luftpumpe kann sowohl als trockene wie auch als sog. Naßluftpumpe dienen; sie kann sowohl zur Entfernung von Luft als Oberflächen- und Mischkondensationen wie auch zur gleichzeitigen Entfernung von Luft und Kondensat aus einem Oberflächenkondensator Verwendung finden.

Ebenfalls mit Aufschlagwasser (dazu wird das Kondensat benutzt) arbeitet die Schleuderluftpumpe der AEG, den Schnitt durch Lauf- und Leitrad zeigt Abb. 19. Viel angewendet wird auch die Siemens-Schuckert-Luftpumpe.

Luftpumpe Bauart Thyssen - Pfeleiderer s. Z. 1911, S. 318.

Auch Wasser- oder Dampfstrahl-Luftpumpen (nach Art der Injektoren) werden neuerdings verwendet; Berechnung derselben s. Pfeleiderer, Z. 1914, S. 965.

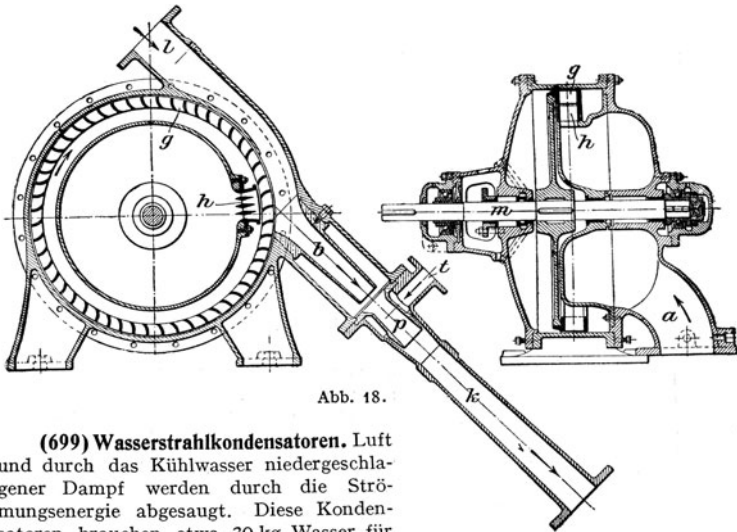


Abb. 18.

(699) Wasserstrahlkondensatoren. Luft und durch das Kühlwasser niedergeschlagener Dampf werden durch die Strömungsenergie abgesaugt. Diese Kondensatoren brauchen etwa 30 kg Wasser für 1 kg Dampf.

Bei dem in Abb. 20 ersichtlichen Universal-Strahlkondensator von Gebr. Körting, A.-G., wird die Anpassung an die von der Belastung der Maschine abhängige Dampfmenge durch die mittels eines vom Regler aus einstellbaren Hebels *a* bewirkte Verschiebung der Aufnehmerdüse *b* im Führungsrohr *d* erreicht. Zum Anlassen ist eine besondere Düse *g* für Frischdampf vorgesehen, die nach erfolgtem Wasserzulauf abgestellt wird. Behufs Erzielung einer guten Luftleere hat die Verschiebung der Aufnahmedüse derart zu erfolgen, daß bei großem Dampfverbrauch möglichst wenig, bei kleinem Dampfverbrauch möglichst viel Düsenöffnungen verdeckt liegen. (In der Abb. 20 ersichtlichen Stellung des Hebels *a* bzw. der Aufnahmedüse *b* sind sämtliche Düsenöffnungen geschlossen.) Die Saughöhe darf bei diesem Kondensator 3 m nicht übersteigen, auch muß das abfließende Wasser mindestens bis auf die Höhe des Unterwassers zurückgeführt werden. (Über die Wirkungsweise des Körtingschen Universal-Strahlkondensators s. „Dinglers polytechn. Journal“, Bd. 287.)

Der von Gebr. Körting, A.-G. in den Handel gebrachte Vielstrahl-Kondensator für Dampfturbinen unterscheidet sich von dem vorherbeschriebenen vollstrahligen Kondensator durch Verringerung der Bauhöhe und ferner noch dadurch, daß behufs Erzielung besserer Vakuumbildung und Luftförderung der stärkere Vollstrahl des letzteren durch entsprechend ausgebildete Düsen in eine größere Anzahl feinere Strahlen zerlegt worden ist.

Um bei etwaigem Versagen des Kondensators das Rücktreten von Wasser in die Abdampfleitung zu verhindern, ist derselbe — an Stelle der bisherigen Rückschlagklappen — mit einer aus einem Schwimmer- und zugehörigen Luftventil bestehenden Vorrichtung versehen, durch welche das in der Abdampfleitung herrschende Vakuum schnell zerstört wird.

Das mit diesen Kondensatoren erreichbare Vakuum soll bei $\sim 15^\circ$ Kühlwassertemperatur 93% betragen. Mischkondensationen mit Strahlwirkung werden auch von Balcke & Co. und von Brown, Boveri & Cie. gebaut.

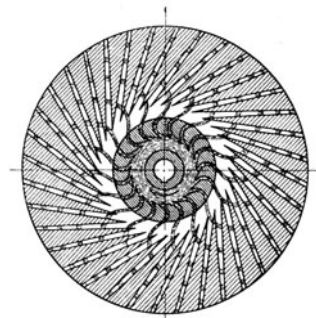


Abb. 19.

(700) Rückkühlanlagen. Steht eine genügende Kühlwassermenge für die Kondensation des Abdampfes nicht zur Verfügung oder ist die Beschaffung dieses Wassers nur mit großen Kosten und Schwierigkeiten zu erreichen, so empfiehlt sich die Rückkühlung desselben nach jedesmaligem Gebrauch.

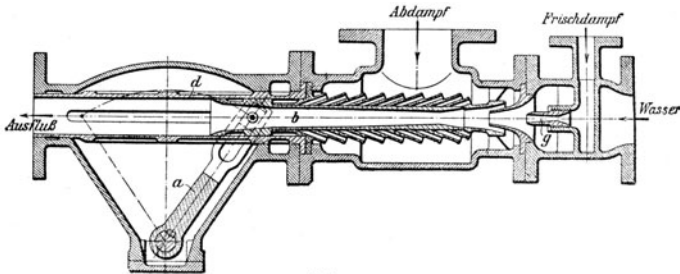


Abb. 20.

Wärmeentziehung mittels Luft infolge Verdunstung und durch direkte Wärmeabgabe. Erforderliche Luftmenge $V \text{ m}^3$ aus Erfahrungen.

Hinsichtlich Theorie der Rückkühlung s. Otto H. Mueller, Z. V. d. I. 1905, S. 5 ff. bzw. S. 733 u. 737 (Fußnote) angegebene Literatur.

1. Kühlteiche mit Flächen von etwa 3 m^2 für 1 PS bzw. 30 bis 40 m^2 für 100 kg/st Abdampf.

2. Gradierwerke, meist offen ausgeführt, aus einem Holzgerüst mit Reißigbündeln oder schräg gestellten Latten von großer Länge bestehend; Höhe 8 bis 10 m. Das mittels Pumpe in einen Verteiltrog gehobene Warmwasser rieselt in steter Bewegung mit dem durchströmenden Luftzug im Gradierwerk langsam abwärts und sammelt sich in einem Behälter, aus dem es von der Kühlwasserpumpe zurückgesaugt wird. Grundfläche für 1 PS oder $0,3 \text{ m}^3$ Wasser/st etwa $0,3 \text{ m}^2$ bei 20° bis 30° oder $0,1 \text{ m}^2$ bei 10 bis 15° Abkühlung. Sehr wirksame Kühlung, aber Belästigung der Umgebung durch Dunst und feinen Regen.

Dem Winde zugekehrte Seitenfläche (Nähe \times Breite) $F = V : 3600 w$; $w =$ Windgeschwindigkeit $\sim 0,4 \text{ m/sek}$.

3. Kaminkühler. Diese jetzt am meisten verwendeten Rückkühlwerke bestehen in der Regel aus einem ringsum geschlossenen Gradierwerk mit aufgesetztem Kamin (meist Holz, aber auch Beton oder Eisen), der die bei der Verdunstung entstehenden Schwaden in großer Höhe abführt. Die erwärmte, also leichte Luft

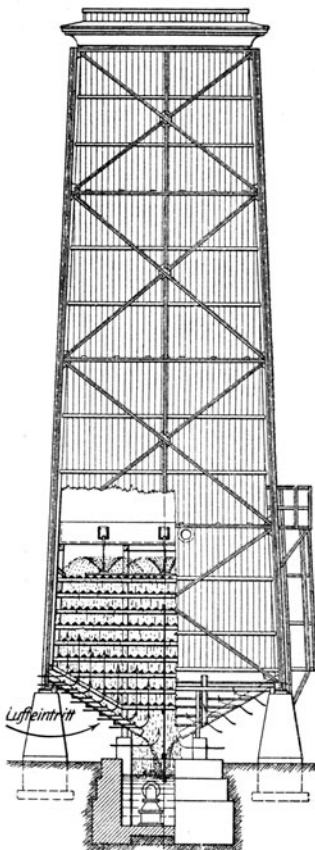


Abb. 21.

zieht nach oben und saugt kalte Luft von unten an. Wassereintritt in $\frac{1}{8}$ bis $\frac{1}{4}$ Höhe; Platzbedarf $0,8 \div 1,3 \text{ m}^2$ für je 100 kg Abdampf/st. Grundfläche nach Weiß $F = a \cdot W : 1000$ mit Erfahrungswert $a \sim 16,5$ und W die zu kühlende Wassermenge in m^3/min .

Abb. 21 zeigt einen solchen Kühler der Maschinenbau-A.-G. Balcke, Bochum, mit Treppenrost-Luftzuführung. Das warme Wasser gelangt in hölzerne Tröge, in deren Böden Gasrohre angebracht sind, durch die es auf Spritzeller schlägt. Das herunterfallende Wasser wird in schräg übereinanderliegenden Schalen aufgefangen und durch diese Sammelrinnen zugeführt. Die Luft kann auf der ganzen Grundfläche des Kühlers ohne Widerstand in diesen eintreten; dadurch daß sie — gegenüber anderen Kühlwerkea — nicht über das gekühlte Wasser hinwegstreicht, wird ihre Wirkung verbessert.

Bei dem Querstrom-Kaminkühler, System Balcke-Moll, der vorgenannten Firma wird die Luft in horizontaler Richtung, d. h. im Querstrom durch das zu kühlende Wasser geleitet. Wasserverteilungs- und Kühlvorrichtungen sind nicht wie sonst in den unteren Teil des Kamins eingebaut, sondern leicht zugänglich außen um diesen angeordnet. Der untere Teil des Kühlers bleibt vollständig leer, wodurch ein guter Luftzug ohne störende Wirbelbildungen erreicht wird.

Querstrom-Kaminkühler werden auch von Otto Estner, Kühlwerksbau G. m. b. H., Dortmund ausgeführt; eine Neuerung ist der nagellose Rieseleinbau und der Rieseleinbau ohne Tropfenfall.

4. Unterflurkühler, wie Kaminkühler, jedoch Rieselböden unter Flurhöhe, damit Wasser frei zulaufen kann. Platzbedarf $2,5$ bis $3,5 \text{ m}^2$ für je 100 kg Dampf in der Stunde.

5. Ventilator Kühler; wenn natürlicher Luftzug bei Kaminkühler nicht ausreicht und bei Platzmangel wird Ventilator angeordnet. Platzbedarf $0,4$ bis $0,75 \text{ m}^2$ für eiserne, $0,4$ bis 1 m^2 für hölzerne Kühler für je 100 kg Stundendampf. Großer Kraftbedarf.

6. Streudüsen von Körting; Warmwasser mit 1 bis $1,5$ at Druck über Sammelteich in Rohrsysteme geleitet, auf welchem im Abstände von mindestens $1,5$ m (bis 3 m) Düsen von $\sim 10 \text{ mm } \varnothing$ mit drehbarem Zerstäuber angebracht sind; springbrunnenartig. Abkühlung des Wasserstaubes bei kühler feuchter Luft 8 bis 9° über Luftwärme. Platzbedarf 6 bis 10 m^2 für je 100 kg Stundendampf. Anlagekosten hoch, Kraftaufwand für Druck, starkes Verstreuen bei Wind — Wasserverlust. Für kleinere Anlagen geeignet bei Schönheitsrücksichten.

Zehnter Abschnitt. Dampfkessel¹⁾.

(S. auch unter „Normen für Leistungsversuche an Dampfkesseln und Dampfmaschinen“ auf S. 801 u. ff.)

(701) Verbrennung.

Ein auf Verbindung eines brennbaren Körpers mit Sauerstoff beruhender, unter Lichterscheinung und Wärmeentwicklung sich vollziehender Vorgang. Nur oberhalb der Entzündungstemperatur und dort möglich, wo brennbarer Stoff mit Sauerstoff zur Berührung kommt (Oberfläche bei stückigen Brennstoffen).

Brennbare Bestandteile sind Kohlenstoff (C), der vollkommen zu Kohlen- säure (CO₂) verbrennt; sofern diese mit glühendem Kohlenstoff zur Berührung gelangt wird sie zu Kohlenoxyd (CO) reduziert, die im Falle Vorhandenseins der Entzündungstemperatur (ungefähr 300°) und des erforderlichen Sauerstoffes zu CO₂ verbrennt.

Der andere Bestandteil Wasserstoff (H) verbrennt zu Wasser (H₂O) dampf- förmig und der allenfalls vorhandene Schwefel (S) zu schwefliger Säure (SO₂). Weiterhin im Brennstoff vorhandene Kohlenwasserstoffe (gasförmige Verbindungen von C und H) entweichen unter der Verbrennungstemperatur und verbrennen vollkommen, d. h. zu CO₂ und H₂O nur oberhalb der Entzündungs- temperatur im Falle guter Mischung mit Verbrennungsluft (O); andernfalls erfolgt Zersetzung unter Ausscheidung von Ruß und Teerdämpfen. Verbrennungs- vorgang in der Weise vor sich gehend, daß zunächst Entgasung, dann Verbren- nung der Kohlenwasserstoffe unter Flammenentwicklung erfolgt und der restliche Kohlenstoff (Koks) schließlich zu CO₂ flammenlos verbrennt.

(702) Heizwert ist die bei vollkommener Verbrennung von 1 kg Brennstoff oder 1 m³ Gas erzeugte Wärmemenge; seine Ermittlung erfolgt mittels Kalori- meters. Angenäherte Werte von h (für feste Brennstoffe außer Holz) erhält man auf Grund der chemischen Analyse nach der sog. Verbandsformel

$$h = 8100 C + 29000 \left(H - \frac{O}{8} \right) + 2500 S - 600 W,$$

worin C , H , O und S den entsprechenden Gehalt in 1 kg Brennstoff bezeichnen. Vorausgesetzt ist hierbei dampfförmiges Wasser (unterer Heizwert) im Gegen- satz zum Wassergehalt in flüssigem Zustande (oberer Heizwert).

(703) Zur vollkommenen Verbrennung erforderliche Mindestluftmenge folgt für 1 kg Brennstoff (Zusammensetzung der Luft 23% O und 77% N (Stick- stoff)) zu

$$L_{\min \text{ kg}} = \frac{\frac{8}{3} C + 8 H + S - O}{0,23} \text{ kg} \quad \text{oder} \quad L'_{\min \text{ cbm}} = \frac{L_{\min \text{ kg}}}{1,29} \text{ cbm [0°, 76 cm]}$$

¹⁾ Bearbeitet von Prof. P. Gerlach unter Benutzung von Tetzner-Heinrich, Die Dampfkessel. Berlin: Julius Springer 1921.

und für irgendeine Lufttemperatur t°

$$L_{t_{\min}} \text{ cbm} = \frac{R T}{p} L_{\min \text{ kg}} = \frac{29,272 (273 + t)}{10333} L_{\min} \text{ cbm.}$$

In Wirklichkeit größere Luftmenge L erforderlich; $m = \frac{L}{L_{\min}}$ heißt Luftüberschuß.

Für Braunkohlen ist etwa $m = 1,3 \div 1,5$, für Steinkohlen $1,7 \div 1,9$, für flüssige und gasförmige Brennstoffe $m = 1,15 \div 1,4$. Bestimmung durch Ermittlung des CO_2 - und O-Gehaltes (in Raumprozenten) in Absorptionsgefäßen (Orsat, Hempel); es folgt angenähert

$$m = \frac{21}{21 - 79 \frac{\text{O}}{100 - (\text{CO}_2 + \text{O})}}$$

und damit die aus 1 kg festen oder flüssigen Brennstoff entstandene

(704) Verbrennungsgasmenge in kg $G = 1 + m L_{\min} \text{ kg}$

bzw. $G = 1 + m L_{\min} \text{ cbm}$ für 1 cbm Brenngas,

bezogen auf Druck und Temperatur desselben beim Eintritt in die Feuerung.

Die bei Verbrennung nutzbar gemachte Wärmemenge ist kleiner als die theoretische h ; das Verhältnis beider

$$\eta = \frac{\eta h}{h} = \eta_1 \cdot \eta_2$$

ist der Wirkungsgrad = Wirkungsgrad η_1 der Feuerung \times Wirkungsgrad η_2 der Heizfläche. Es ist etwa $\eta_1 = 0,87 \div 0,95$: Verlust durch Abgang in die Herdrückstände ($2 \div 3\%$), durch unverbrannte Gase ($1 \div 2\%$, ausnahmsweise bis 7%) und deren Rußgehalt ($1 \div 2\%$). Für ortsfeste Kessel ist $\eta_2 = 0,70 \div 0,85$: Verlust durch Wärmeinhalt der Abgase, sog. Schornsteinverlust ($10 \div 20\%$) sowie durch Leitung und Ausstrahlung (bis zu 10%).

Verbesserung des Wirkungsgrades $\eta = 0,60 \div 0,80$ durch solche der Feuerung und Nutzbarmachung der Abwärme (Überhitzer, Abgaswärmer). Ist λ_k die Gesamtwärme des Dampfes (gegenüber Wasser von 0°), so folgt $\eta = \frac{\lambda_k \cdot D}{h \cdot B}$.

(705) Die Verbrennungstemperatur t_1 des Brennstoffes auf dem Roste folgt bei t_a° Lufttemperatur im Kesselhause angenähert zu

$$t_1 = t_a + \eta_1 \frac{(1 - \sigma) h}{(1 + m L_{\min}) c_p},$$

sofern $c_p \approx 0,24$ die spezifische Wärme der Luft bei konstantem Druck und σ das Verhältnis der ausgestrahlten Wärme zu der auf dem Roste nutzbar gemachten Wärme bezeichnet. Es ist etwa

$$\begin{aligned} \sigma &= 0,25 \div 0,30 \text{ bei Innenfeuerung,} \\ &= 0,20 \div 0,25 \text{ bei Unterfeuerung,} \\ &= 0,10 \div 0,15 \text{ bei Vorfeuerung.} \end{aligned}$$

Genauere Bestimmungen von t_1 durch unmittelbare Messung (Pyrometer).

(706) Verdampfungszahl ist die mit 1 kg ursprünglichen Brennstoffes erzeugte Dampfmenge x ; sie hängt vom Heizwert h , dem Wirkungsgrad η , der Speisewassertemperatur t_0 und der Wassertemperatur t im Kessel ab und folgt aus

$$D = \eta_1 \cdot \eta_2 \frac{h}{\lambda_0} B = \eta \frac{h}{\lambda_0} B \quad \text{zu} \quad x = \frac{D}{B} = \eta \frac{h}{\lambda_0},$$

sofern $\lambda_0 = \lambda - q_0 + (t - t_0)w$ und w ($3 \div 6\%$, bei Lokomotiven bis zu 20%) die mit 1 kg Dampf mitgerissene Wassermenge bezeichnet. Mit $\lambda_0 = 600$ WE folgen für $\eta = 0,65 \div 0,70$ nachstehende Werte von x

Oberschlesische Steinkohle ≈ 6800 WE	7,6 \div 8,5
Westfälische Steinkohle ≈ 7300 WE	8,0 \div 8,5
Gaskoks ≈ 6800 WE	7,6 \div 7,8
Böhmische Braunkohle ≈ 4600 WE	5,4 \div 5,5
Lausitzer Braunkohle ≈ 2300 WE	2,1 \div 2,3
Torf ≈ 1800 WE	1,8 \div 2,0
Holz (trocken) ≈ 3000 WE	3,2 \div 3,4
Stroh ≈ 1500 WE	1,7 \div 1,8
Lohe ≈ 1000 WE	1,1 \div 1,2

Rost- und Heizfläche.

(707) Rostbelastung ist das Verhältnis der auf R m² Gesamtrostfläche stündlich verbrannten Brennstoffmenge B . Mit Dampfmenge veränderlich und nach oben begrenzt durch Art des Brennstoffes und Zugstärke. Bei etwa 10 mm Zugstärke ist

$\frac{B}{R} = 60 \div 70$ für Anthrazit,
$= 70 \div 90$ für Koks,
$= 70 \div 110$ für gasarme Steinkohle,
$= 90 \div 120$ für gasreiche Steinkohle,
$= 120 \div 180$ für Braunkohlenbriketts und böhmische Braunkohle,
$= 170 \div 300$ für deutsche Braunkohle,
$= 120 \div 200$ für Torf,
$= 120 \div 180$ für Holz.

Im Falle künstlichen Zuges Steigerung von $\frac{B}{R}$ bis 400 für Steinkohle.

(708) Mittlere Heizflächenbeanspruchung $\frac{D}{H}$ ist die auf 1 m² Heizfläche stündlich erzeugte Dampfmenge in kg. Abhängig von Heizgasen nach Menge und Temperatur, Mischung und Zugeswindigkeit, von Kesselwandung nach Baustoff und Reinheit, vom Wasserumlauf.

Mittelwerte für $\frac{D}{H}$ ¹⁾.

Kesselbauart	Anstrengungsgrad des Betriebes			
	mäßig	normal	flott	gesteigert
Batteriekessel	12	17	22 ²⁾	
Ein-, Zwei-, Dreiflammrohrkessel . .	15; 16; 22	20; 22; 28	25; 30 ²⁾ ; 35	
Doppelkessel (unten 2 Flammrohe, oben Heizröhren)	12	16	20 ²⁾	
Mac-Nicol-Kessel	16 ²⁾	20 ²⁾	25 ²⁾	
Heizrohrkessel	10	14	20 ²⁾	
Lokomobilkessel	—	14	18	27 ²⁾
Lokomotivkessel	—	—	40	60 ²⁾
Schiffs- (Zylinder-) Kessel	—	—	28	35
Wasserrohrkessel ohne Kammern . .	9 ²⁾	12 ²⁾	15 ²⁾	—
Kammer-Wasserrohr-Kessel	14 ²⁾	18 ²⁾	26 ²⁾	35 ²⁾
Steilrohrkessel	18 ²⁾	24 ²⁾	30 ²⁾	40 ²⁾
Schiffs-Wasserrohr-Kessel	—	22	36	50 ²⁾
Stehende Kessel	10	14	20 ²⁾	

¹⁾ Nach Dubbel: Taschenbuch für den Maschinenbau. 3. Aufl. Berlin: Julius Springer.

²⁾ Mit Oberhitzer. ³⁾ Mit Oberhitzer und Rauchgasvorwärmer.

Feuerungsanlage.

Nach Art der Lage der Feuerung zum Kessel Unterscheidung in Innen-, Unter- und Vorfeuerung.

(709) **Innenfeuerung** mit Ausnahme der Seiten, von der die Beschickung erfolgt und nach der Heizgase abziehen, von wassergekühlter Kesselwandung umgeben: Flammrohr- und Feuerbuchskessel und Kessel mit Tenbrinkvorlage. Geringster Ausstrahlungsverlust, keinen zusätzlichen Raum beanspruchend. Rostfläche von Kesselabmessungen abhängig und Feuerraum für Flammentwicklung unter Umständen nicht ausreichend.

(710) **Unterfeuerung**: Geringere Beschränkung der Rostfläche und des Feuerraumes, größerer Ausstrahlungsverlust. Unterster Kesselteil im Feuer liegend, rasche Erwärmung beim Anheizen.

(711) **Vorfeuerung**, fest oder fahrbar vor Kessel liegend und zufolge Platzbedarfes höhere Anlagekosten. Vorteil: Große Rostflächen ermöglichend (geringwertiger Brennstoff), Verbrennungsvorgang günstig beeinflussend; Nachteil: großer Strahlungsverlust, höhere Kosten für Anheizen und Unterhaltung des im Feuer liegenden Mauerwerkes.

Feuerungen für feste Brennstoffe.

(712) **Rostfläche**. Rost, den Brennstoff tragend, und die zur Verbrennung erforderliche Luft dem Verbrennungsraum zuführend.

Totale Rostfläche R ist das Produkt aus Rostlänge und Rostbreite, freie Rostfläche R_f ist die Summe aller Luftzuführungsöffnungen. Erstere, abhängig von stündlich zu verfeuernder Brennstoffmenge und Rostbelastung gemäß der Beziehung $R = B \cdot \left(\frac{B}{R}\right)$, durch Erfahrung bestimmt. Vgl. S. 750. Im allgemeinen mit Kleinstwert von $\frac{B}{R}$ rechnen und für voraussichtlich auf längere Zeit gering beanspruchte Kessel Mittelwerte $\frac{B}{R}$ zugrunde legen.

Freie Rostfläche derart, daß Bewegungswiderstand gering und Mischung der Luft mit brennbaren Gasen gut ist: große Spaltbreite, geringe Roststabdicke. Grenzen gezogen durch Beschaffenheit des Brennstoffes (Verlust infolge Herdrückstandes), Mischung und Festigkeitsrücksichten. Im allgemeinen ist

$$\begin{aligned} R_f &= (0,2 \div 0,5) R \text{ bei Plan- und Schrägrosten,} \\ &= (0,6 \div 0,7) R \text{ bei Treppenrosten.} \end{aligned}$$

(713) **Planrost**. Für Innenfeuerung fast ausnahmslos, Unterfeuerung häufig und Vorfeuerung vereinzelt, hauptsächlich bei stückigem Brennstoff von größerem Heizwert; ebene horizontale oder schwach geneigte (1:20) Oberfläche. Rostlänge nicht über 2,2 m, 0,6 ÷ 0,8 m über Kesselhausflur und in Flammrohrmitte oder bis 100 mm darunter liegend; bei Unter- und Vorfeuerung lichte Höhe des Verbrennungsraumes 0,5 ÷ 0,6 m für Steinkohle und Koks, 0,35 ÷ 0,45 m für Braunkohlen.

Roststäbe meist aus Gußeisen (Hartguß) 500 ÷ 900 mm lang, 10 ÷ 20 mm stark mit einer Höhe $\frac{1}{8} \div \frac{1}{6}$ der Länge, nach unten verjüngt, Abb. 1, glatt oder profiliert; zur Vermehrung des Luftzutrittes, Vorwärmung der Luft, günstige und gleichmäßige Verteilung derselben: Polygonrost oder gewellte, zackige und geschlitzte Roststabformen. Prometheus-Hohlroste aus Siemens-Martin-Stahl, von innen durch Wasser gekühlt, haben sich gut bewährt.

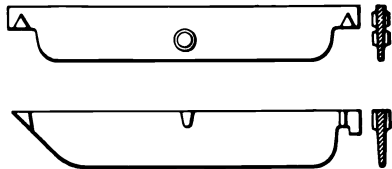


Abb. 1.

Hinter dem Rost liegt die aus feuerfesten Steinen aufgemauerte Feuerbrücke *m*, Abb. 2, — wenn möglich nicht unter 500 mm hoch — vor dem Rost die Schürplatte *n*, beide mit schrägen Flächen zur Auflagerung der Roststäbe; mittlere Rostträger *d* stützen sich auf Flacheisen *d*₁, mit Schürplatte bzw.

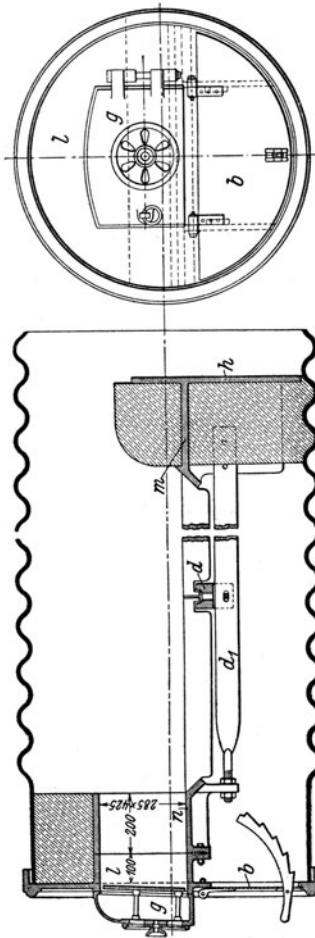


Abb. 2.

Feuerbrücke verschraubt oder durch Zugstangen und Schrauben in gewünschter Lage festgehalten. Abschluß des Feuerraumes nach vorn durch das am Kesselmauerwerk, bei Flammrohrkesseln, Abb. 2, am Kessel, befestigte Feuergeschränk *l* mit durch Türen *g* bzw. *b* schließbaren Öffnungen für Feuerraum und Aschenfall. Feuertür einflügelig, 300 ÷ 350 mm Breite bei 250 ÷ 300 mm Höhe, oder zweiflügelig, 450 ÷ 500 mm Breite bei 300 ÷ 350 mm Höhe. Gegen Wärmestrahlung nach außen mindestens 200 mm vom Rost abstehend; innen mit feuerfesten Steinen verkleidet oder in etwa 100 mm Abstand mit Schutzplatte versehen. Zur Beobachtung des Feuers in der Tür *g* Rosette mit verschließbaren Luftöffnungen. Abschluß der Flammrohre nach unten durch Wand *h* der Feuerbrücke.

(714) **Schrägrost.** Für alle 3 Feuerungsarten und Steinkohlen, die keine stark backende und nur schwer fließende Schlacken liefern. Neigungswinkel gleich oder etwas größer als natürlicher Böschungswinkel des Brennstoffes, der aus Fülltrichter von selbst und ohne Eintritt kalter Luft in den Feuerraum gelangt. Roststablänge bis 1,8 m, Stäbe glatt oder im oberen Teile, Abb. 3, mit stufenartigem Ansatz (Herdrückstände). Spaltweite und Stabdicke wie beim Planrost. Roststäbe oben an Schürplatte eingehakt, stützen sich unten auf Rundeisen oder Gußeisenbalken. Unterer Abschluß des Verbrennungsraumes erfolgt durch die sich hier ansammelnde Schlacke oder durch kleinen Planrost von 0,3 ÷ 0,5 m Länge. Abb. 3 zeigt den Schrägrost in einer Tenbrink-Vorlage¹⁾.

(715) **Treppenrost** bei Unter- und Vorfeuerung, für geringwertige Brennstoffe (Braunkohle, Torf, Lohe, Sägespäne). Roststäbe wie Trittstufen einer Treppe; Rost bis 2,5 m lang und 2 m breit, Neigung 30 ÷ 35°. Abb. 4 stellt eine Schüttfeuerung mit Treppenrost von J. A. Topf & Söhne, Erfurt, in Verbindung mit einem Flammrohrkessel dar. Länge der Rostplatten 400 ÷ 700, Dicke 8 ÷ 15, Breite 80 ÷ 120, Spaltenhöhe 20 ÷ 30 mm. Am Ende des Treppenrostes ein ausziehbarer Schlackenrost. Im Seitenmauerwerk angeordnete Kanäle

¹⁾ Abb. 3 und 4 entnommen aus F. Haier: Dampfkessel-Feuerungen, 2. Aufl., Berlin: Julius Springer.

dienen für Oberluftzufuhr, an der Stirnwand mit verschließbaren Klappen zur Regelung versehen. Der Neigungswinkel des Rostes kann behufs Anpassung an die Brennstoffsorte verstellt werden.

(716) Halbgasfeuerungen mit Entgasung des Brennstoffes auf oberem Teil des Treppenrostes und Verbrennung auf dessen unterer Hälfte: Treppenrost von E. Völcker in Bernburg.

Wirtschaftlicher Betrieb und rauchfreie Verbrennung wird angestrebt durch Verminderung des Luftüberschusses (Verminderung der durch offene Feuertür eindringenden Luftmenge), Regelung des Zuges oder der Ober-(Sekundär-)Luft), durch besondere Rostkonstruktionen, durch Einrichtungen zur Auflockerung der unter starker Schlackenbildung verbrennenden Stoffe und durch

(717) selbstbedienende Feuerungen (mechanische Rostbeschickung). Abb. 5 zeigt die Leach-Feuerung (Sächsische Maschinenfabrik vorm. Richard Hartmann A.-G. Chemnitz). Von Welle *g* angetriebene Wurfäder *e* verteilen die aus Kammern der Speisewalze *c* fallende Kohle je nach Stellung der durch Exzenterstange *v* und Hebel *w* in schwingende Bewegung gesetzten Prellklappe, gleichmäßig über die Rostfläche. Drehbewegung der Speisewalze erfolgt durch Schneckengetriebe *h*, *i*, Ex-

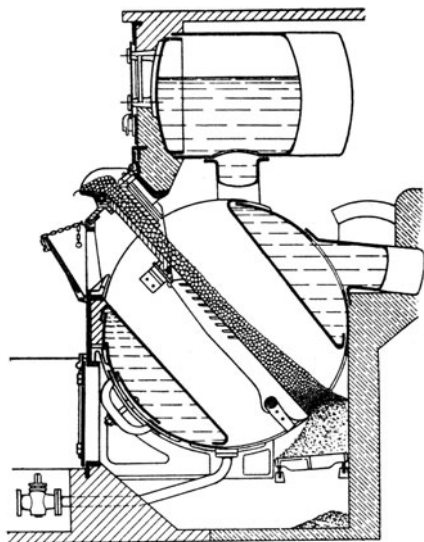


Abb. 3.

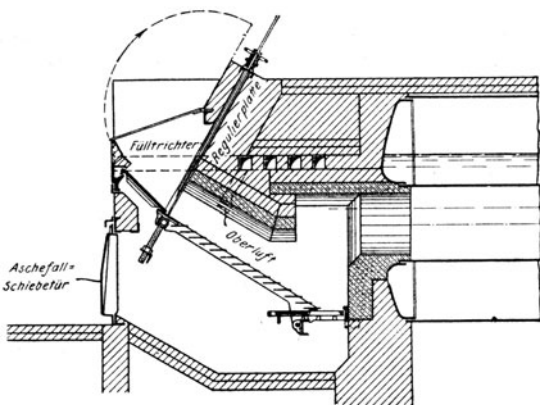


Abb. 4.

zenter *k*, Doppelschwinge *l* und die exzentrische Einstellung des Steines *m* im Schlitz der durch Zahnäder angetriebenen Scheibe *n* mittels der Stange *o*, des Winkelhebels *p*, der Klinken *q* und des Schaltrades *r*; ihre Größe ist je nach Stellung des Steines *m* in dem Schlitz der Scheibe *n* veränderlich. Der „Leach-Apparat“ ist nur für Nußkohlen geeignet. Weniger von Größe der Körnung des Brennstoffes abhängig sind die Apparate, welche die Kohlen mittels einer durch

eine ausgelöste Spannfeder bewegte Wurfchaufel auf den Rost werfen — Selbstheizer.

Gleichen Zweck verfolgen die bewegten Roste:

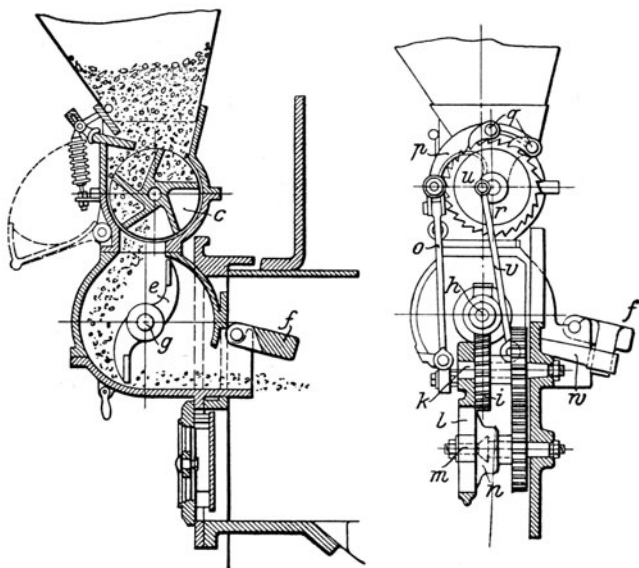


Abb. 5.

(718) Selbsttätige Beschickung und Abschlacken durch Wander- (Ketten-) Roste. Abb. 6 (in Verbindung mit Garbe-Kessel, Bauart Dürr): Gute Ausnutzung des Brennstoffes, rauchfreie Verbrennung, einfache Wartung, große Rostfläche für geringwertigen Brennstoff und große Kesseleinheiten auf kleiner Grundfläche (Großanlagen). Nicht für Innenfeuerung geeignet (Entfernung des Herdrückstandes) und gut sortierten Brennstoff (gleichmäßige Stückgröße), gasreich und nicht backend (keine fließende Schlacke) bedingend. Der Wanderrost besteht nach Abb. 6 im wesentlichen aus Rostwagen, Roststabträgern, die an Gliedern der auf Rollen laufende Kette befestigt sind, aus dem Fülltrichter mit einem durch Schnecke und Handrad stellbaren Kohlenschichtregler und dem Antrieb (in geschlossenem Gehäuse gelagertes, in Öl laufendes Räder- vorgelege), Abschlackung durch Drehschieber und mittels Handrades von außen stellbare zweiteilige Klappe.

(719) Kohlenstaubfeuerungen: Getrocknete und zu Staub vermahlene Kohle wird durch einen Brenner, mit Luft innig gemischt, in den Feuerungsraum eingeführt. Vorteil: Luftüberschuß und Verlust durch Herdrückstände gering, hoher Wirkungsgrad. Untere Grenze des Luftüberschusses (obere Grenze des CO_2 -Gehaltes) durch Verbrennungstemperatur (ungefähr 1500°C) und Schlackenbildung (Dauerhaftigkeit des Mauerwerkes) bedingt. Geeignet für Abfallprodukte (mit hohem Heizwert und gutem Gasgehalt). Anpassungsfähigkeit an die Belastungsschwankungen (Regelung der Staubzufuhr).

Nachteil: Aufbereitungskosten des Kohlenstaubes und Schwierigkeit trockener Lagerung (Hygroskopizität). Unterhaltungskosten des Mauerwerkes. Vgl. hierüber Münzinger, Kohlenstaubfeuerungen für ortsfeste Dampfkessel. Berlin: Julius Springer 1921.

Feuerungen für flüssige Brennstoffe.

(720) Vorteil: Geringe, auf Heizwert bezogene Frachtkosten, bequeme Lagerungsmöglichkeit und fehlende Beeinträchtigung des Heizwertes infolge Lagerung. Einfache und staubfreie Brennstoffzuführung, einfacher Aufbau der Feuerung durch Fortfall des Rostes, geringe Unterhaltungskosten. Arbeiten mit geringem Luftüberschuß, rauchfreie Verbrennung, guter Wirkungsgrad. Fortfall der Herdrückstände. In Betracht kommen Erdöl, dessen Destilla-

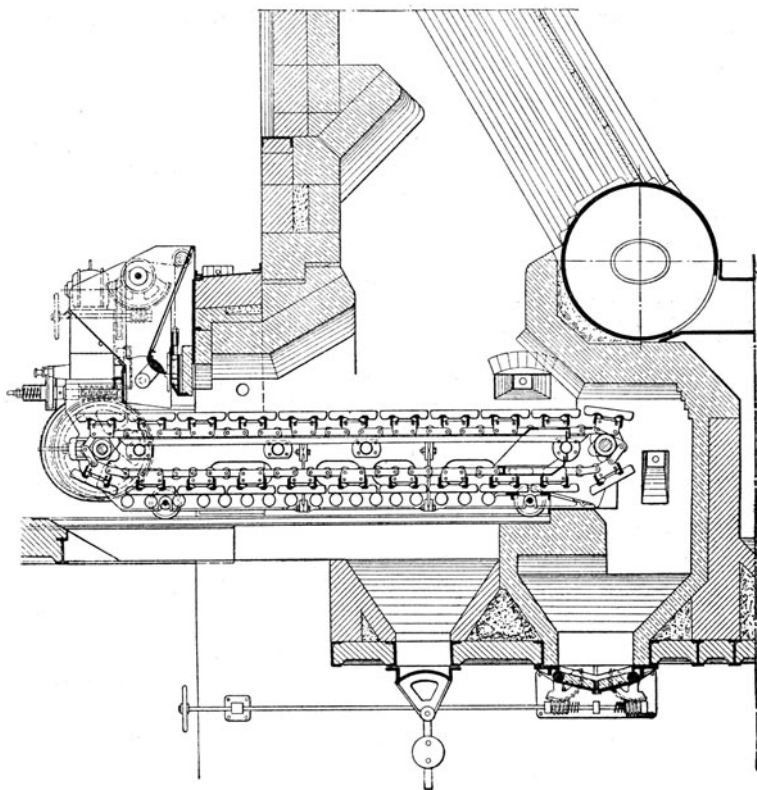


Abb. 6.

tionsrückstände (Naphtha, Masut), Teeröle und Teer. Zulauf aus 2 ÷ 3 m höher liegendem Behälter mit Heizschlange (Anwärmung zähflüssiger Öle auf 60 ÷ 70° mittels Dampf), Siebfilter in Ölleitung. Zerstäubung und Mischung mit Luft in einem Brenner.

Zerstäubung mittels Öldruckes (bis 10 at, Dampfdruckpumpe mit Windkessel, Vorwärmer in Saug- und Druckleitung) nach Ausführung von Gebr. Körting, Hannover.

Zerstäubung mittels Preßluft (Windpressungen 150 ÷ 700 WS, u. U. Vorwärmung der Luft. Gute Mischung mit Luft, geringster Luftüberschuß. Größere Betriebs-, geringere Anlagekosten). Ausführung von Carl Schmidt, Heilbronn a. N.

Zerstäubung durch Dampf mittels Strahles von überhitztem Dampf bei dickflüssigen Ölen oder Dampfblutstrahles bei dünnflüssigen Ölen im Brenner von Simonis & Lanz, Frankfurt a. M. Dampfstrahlerzerstäubung am einfachsten und am billigsten in Anlage, nicht aber im Betrieb (Erhöhung des Schornsteinverlustes).

Inbetriebsetzung dieser Ölstaubfeuerungen (Anheizern) durch Verwendung von Petroleum (Zuführung mittels Handpumpe bei Öldruckzerstäubung) oder auch von Brenngas (im Falle Preßluftzerstäubung).

Verdampfung des Öles und Mischung vor Eintritt in Feuerraum durch den Irinyi-Brenner.

Feuerungen für gasförmige Brennstoffe.

(721) Vorteil: Einfache und reinliche Brennstoffzuführung, leicht regel- und bedienbar, geringster Luftüberschuß, rauchfreie Verbrennung, fehlende Herdrückstände. Nachteil: Explosionsgefahr.

In Betracht kommen: Generatorgas und Abgas aus Öfen.

Feuerung mit Hilfsfeuer auf Rost in Verbrennungskammer, den Zügen vorgebaut: Schlechte Ausnutzung (bis 50 %).

Feuerung mit Brenner: Ausnutzung der Luft durch ausströmendes Brenngas oder Zuführung unter Druck: Terbeckbrenner und Mollbrenner von Gustav Moll & Co., Akt.-Ges., Neubeckum.

Ausnutzung der Abhitze in Hüttenwerken durch hinter oder über den Öfen aufgestellte Kessel. Vgl. F. Peter, Die Abhitzeessel, Halle a. S.: W. Knapp 1913.

Heizkanäle.

(722) Gemauert mit Querschnitt rücksichtlich Befahrbarkeit (Reinigung, Beschichtung der Kesselwandung), Geschwindigkeit der Gase ($3 \div 4 \div (6)$ m/sek im Falle natürlichen Zuges) und Wärmeabgabe (Berührung benetzter Kesselwand, Durchmischung). Scheitel 100 mm unter niedrigstem Wasserstand, Gesamtlänge tunlichst unter 35 m. Aschensäcke, Einfahröffnungen (500×450 mm) mit Verschuß, verschließbare Schaulöcher, Gasrohre mit Verschußkappe am Ende jedes Zuges zur Gasentnahme.

Fuchs, letzten Kesselzug mit Schornstein verbindend; kurz, ohne scharfe Richtungsänderungen. Regelung der Zugstärke durch Rauchschieber (dicht und leicht gehend).

Zugerzeugung.

(723) **Natürlicher Zug** durch Schornstein erzeugt: auf Unterschied der Pressungen auf Endflächen der in ihm enthaltenen warmen Gassäule beruhend; ihm entsprechende Zugstärke in mm Wassersäule gemessen (Unterdruck). Mit

c_s = Geschwindigkeit in m/sek ($c \geq 4$),
 V = stündliches Gasvolumen je kg Brennstoff folgt

$$\text{Schornsteinquerschnitt } F_s = \frac{BV(1 + \alpha t_s)}{3600 c_s} \text{ m}^2,$$

worin $V \approx 15 \text{ m}^3$ bei Koks und Steinkohle,
 12 m^3 bei böhm. Braunkohle und Braunkohlenbriketts,
 8 m^3 bei erdiger Braunkohle, Torf, Holz,
 $t_s \approx 250 \div 300^\circ$ ohne Abgasvorwärmer,
 $180 \div 200^\circ$ mit Abgasvorwärmer.

Mindestens 660 mm lichter Durchmesser bei Errichtung ohne Gerüst (Bau von innen). Höhe der Mündung über Rost erfahrungsgemäß

$$H_r = (25 \div 30) d \text{ für mittleren lichten Durchmesser } d \leq 2,5 \text{ m,}$$

$$H_r = 20 d, \quad \text{,,} \quad \text{,,} \quad \text{,,} \quad \text{,,} \quad d > 2,5 \text{ m.}$$

Geringste Höhe etwa 16 m; aus Gründen der Rauchbelästigung Mündung mindestens 3 m über höchstem First von Wohngebäuden im Umkreise von 250 m. Über Berechnung vgl. Z. 1899, S. 894 u. ff. und G. Lang, Der Schornsteinbau. Hannover: Helwing.

Ausführung in Mauerwerk oder Blech.

(724) Gemauerte Schornsteine: Gründung, Standsicherheit; mit oder ohne Sockel, mit innerem Futter (Lehmmörtel). Schaft mit rundem Querschnitt (Radialformsteine), sich verjüngend. Einsteigschacht gegenüber Fuchsmündung, abgedeckt oder vermauert, Blitzableiter, Steigspalten.

(725) Blechschornsteine für fahrbare Lokomobilen, bei schlechtem Baugrund, beschränkter Bauzeit, vorübergehender Anlage. Kegelförmige Blechschüsse, oberer über unteren greifend. Starke Abkühlung. Standfestigkeit durch Spannanker erzielt, an Winkelring in etwa $\frac{2}{3}$ Höhe angeschlossen. Gußeiserner Grundrahmen mit Mauersockel verankert.

(726) Künstlicher Zug für bewegliche Kessel, wenn vorhandener, (an sich vorteilhafterer), Schornsteinzug nicht mehr ausreicht, (Vergrößerung der Anlage oder Vermehrung der Widerstände), oder gemauerter Schornstein untunlich ist.

Druckzug durch Ober- oder Unterwind erzeugt. Bei ersterem der Heizraum unter geringem Überdruck stehend, durch Ventilatoren erzeugt. Beim Unterwind Aschenfall unter Überdruck gesetzt (Dampfstrahl oder Ventilator) derart, daß im Feuerraum atmosphärischer oder wenig höherer Druck herrscht (Sicherung gegen herausschlagende Glut im Falle Öffnung der Heiztür).

Saugzug, dem natürlichen Zuge entsprechend und durch Dampfstrahl (Blasrohr) oder Ventilator erzeugt; direkter Saugzug, wenn Ventilator die Gase aus Fuchs ansaugt und nach Schornstein drückt, indirekter Saugzug, wenn die Gasabsaugung mittelbar (Luftjektor) erfolgt. (Hilfisdampfleitung für den Fall des Versagens des Ventilators.)

Bedingung: dichtes Mauerwerk. Im Falle direkten Saugzuges ist nur die abzugsaugende Gasmenge zu bewegen.

In allen Fällen zusätzlicher Dampfverbrauch; bei Unterwind Druckzug mittels Dampfstrahlgebläses bis zu 5% (und mehr mit ausgeschliffener Düse), bei direktem Saugzug 0,4 ÷ 0,8%¹⁾ und im Falle indirekten Saugzuges 1,2 ÷ 2,5%¹⁾ der Kesselleistung.

Vormärmer.

(727) Erhöhung des Wirkungsgrades, Schonung des Kesselkörpers (Beschränkung der Temperaturschwankungen).

Abgas- und Abdampfvormärmer.

(728) Abgasvormärmer. Abgastemperatur mindestens 300°. In Speisedruckleitung eingeschaltetes System gußeiserner oder schmiedeiserner Rohre im letzten Kesselzuge.

Gußeisen (Greenscherscher Economiser). Stehende, gerade Rohre, 85 ÷ 100 mm lichter Durchmesser, 2,7 ÷ 4 m lang, zu je 6 ÷ 12 Stück gebündelt mittels querliegender Kästen zu einem Rohrelement. Außenreinigung durch Schieber ($\frac{1}{3}$ ÷ 3 PS). Feuchtigkeitsniederschlag im Falle einer unter 40° liegenden

¹⁾ M. Gensch, Berechnung, Entwurf und Betrieb rationeller Kesselanlagen. Berlin: Julius Springer 1913.

Wassertemperatur an den ersten Rohrelementen (Abdampfanwärmung des Wassers oder Mischung mit vorgewärmtem Wasser), Mauerdurchlässe für Schaberantrieb mit möglichst wenig Spiel: Nebenluft.

Schmiedeeisen, weniger gut bewährt: Rosten, Verziehen und Reinigung mittels Dampfstrahles. Hauptsächlich in Verbindung mit Steilrohrkesseln für enthärtetes und entlüftetes Speisewasser verwendet.

(729) Dampfgeheizte Vorwärmer. Ähnlich den Oberflächenkondensatoren: äußerer Rohrdurchmesser $38 \div 70$ mm. Ausdehnungsmöglichkeit der Rohre und Rücksicht auf Reinigung. In Auspuffleitung oder zwischen Niederdruckzylinder und Naßkondensator eingeschaltet oder seltener mit Frischdampf geheizt.

(730) Berechnung. Mit dem bei Abgasvorwärmern vorhandenen mittleren Temperaturunterschied.

$$\Delta = t_{m_g} - t_{m_f} \text{ folgt } H_v \text{ aus}$$

$$D \cdot t_{m_f} = H_v \cdot k_v \cdot \Delta \quad \text{zu} \quad H_v = \frac{D \cdot t_{m_f}}{k_v \Delta}; \quad \text{hierin ist}$$

$v = 10$ für sauber gehaltenes Gußeisen,

$= 15$ für Schmiedeeisen im Falle Speisung reinen Kondensates.

H_v so bemessen, daß Gastemperatur zur Zugerzeugung ausreicht (mindestens 200°); Abkühlung um 2° eine Wassererwärmung um etwa 1° entsprechend. Mit H_v folgt Rohrzahl an Hand zugelassener Wassergeschwindigkeit (0,001 bis 0,01 m/sek bei gußeisernen bzw. schmiedeisernen Rohren. Wasserinhalt $\approx (0,5$ bis $1,25) D$).

Für dampfgeheizte Vorwärmer gilt

$$H_v = \frac{Q}{k \cdot \Delta} = \frac{D' \cdot t_{m_f}}{k \cdot \Delta},$$

worin Q die zur Erhöhung der Wassertemperatur erforderliche Wärmemenge und $D' = D \frac{60}{z}$ ($z =$ Dauer der Speisung in Min.) bedeutet.

$k = 300 \div 1000$, je nach Dampf- und Wassergeschwindigkeit. Erfahrungsgemäß $H_v = (1/12 \div 1/16) H$ und Wasserinhalt $= (1/4 \div 1/10) D$.

Überhitzer¹⁾.

(731) Vorteil der Überhitzung: Zufolge größeren spezifischen Volumens leistet 1 kg Heißdampf mehr Arbeit als 1 kg Sattdampf gleicher Spannung oder Erzielung gleicher Leistung durch geringeren Wärmeverbrauch im Falle der Überhitzung (fehlender Wärmeaustausch). Überhitzung bis zu 400° . Wärmeverluste durch Abkühlung $0,5 \div 1^\circ \text{C}$ je 1 m Rohrlänge.

(732) Zentralüberhitzer mit direkter Feuerung: besondere Bedienung, Regelung der Heizgastemperatur mittels Luftüberschusses, mangelhafte Wärmeausnutzung. Verwendungsmöglichkeit beschränkt.

(733) Einzel- oder Zugüberhitzer, in Kesselzüge eingebaut; bessere Wärmeausnutzung. Ein- und ausschaltbar; in Parallelschaltung oder Hintereinanderschaltung mit Kessel, je nachdem ein Teil der Heizgase oder die gesamte Rauchgasmenge die Überhitzerheizfläche bestreichen. Heizgasführung im Gleich- oder im Gegenstrom: wirksamer, aber Rohrangriff stärker, deshalb meist gemischte Strömung. Aus gußeisernen Rohren, 190 mm lichten Durchmessers, mit äußeren Querrippen und inneren Längsrippen (E. Schwoerer in Colmar i. E.).

¹⁾ Vgl. F. A. Heft 14 \div 16: Die Erzeugung überhitzten Wasserdampfes.

Mittels Doppelbogen (mit Fuß und Entwässerungsstutzen) gruppenweise in Reihe geschaltet. Rohrreinigung mittels Dampfstrahles.

Schmiedeiserne Überhitzer mit geraden, U-förmigen und schlangenförmigen Rohren (Achse in einer Ebene liegend) und Spiralrohren. Gerade Rohre zwischen 2 Dampfkammern eingebaut, röhrenförmig, gegossen (Gußeisen, Stahlguß), genietet, geschweißt oder nahtlos gezogen, eine derselben verankert. Gußeisen nur im Falle zuverlässiger Entwässerung. Innerhalb Mauerwerkes liegend sind die Verbindungen der Rauchgaswirkung ausgesetzt und entfallen die Ausstrahlungsverluste. Außerhalb des Mauerwerkes bedürfen sie eines wirksamen Schutzes gegenüber diesen und liegt die Gefahr der Undichtheit (Rohrdurchdringungsstellen) vor.

Rohrbefestigung durch Flansch (bei gußeisernen Kammern), durch Aufwalzen oder Einschrauben mit oder ohne Umbördelung.

Ausrüstung mit Thermometer am Dampfaustritt, unter Umständen auch Manometer und Absperrvorrichtungen vor und hinter Überhitzer (Füllung mit Wasser im Falle fehlender Ausschaltmöglichkeit). Außerdem (behördlich gefordert) Sicherheitsventil und Entwässerungseinrichtung. Vgl. 787.

Regelung der Überhitzungstemperatur: durch Veränderung der Heizgasmenge mittels einstellbarer Klappen (wenig dauerhaft); durch Mischung von überhitztem und Sattdampf (gleichmäßige Mischung schwer zu erreichen); durch Abkühlung überhitzten Dampfes infolge Wärmeabgabe an Sattdampf, an Speisewasser oder Wasserinhalt des Kessels (volle Ausnutzung der Überhitzerheizfläche); durch Veränderung der Feuchtigkeit des Sattdampfes.

Berechnung.

(734) Bezeichnet

H' die Heizfläche des Überhitzers,

w die Gewichtsprocente an Feuchtigkeit des Rohdampfes,

t und t' die Temperaturen des Roh- und Heißdampfes,

c_{p_m} dessen mittlere spezifische Wärme innerhalb dieser Temperaturen,

t_e und t_a die Rauchgastemperaturen unmittelbar vor bzw. hinter dem Überhitzer,

k die Wärmedurchgangszahl der Überhitzerheizfläche,

ϑ_m der mittlere Temperaturunterschied zwischen Heizgas und Dampf,

so folgt

$$H' = D \frac{\frac{w}{100} r + c_{p_m} (t' - t)}{k \vartheta_m}$$

worin $w = 2 \div 3$ für Flammrohrkessel,
 $= 3 \div 5$ für Kammerkessel,
 $= 4 \div 6$ für Steilrohrkessel,
 $= 10 \div 15$ für Hochleistungen,

und für Kesselzugüberhitzer

$k = 12 \div 13$ WE bei $15 \div 18$ kg Kesselbeanspruchung,
 $= 13 \div 15$ $18 \div 20$ „
 $= 15 \div 18$ $20 \div 25$ „
 $= 18 \div 20$ $25 \div 30$ „

für Zentralüberhitzer $k = 20 \div 25$ WE.

Ferner ist angenähert $\vartheta_m \approx \frac{t_e + t_a}{2} - \frac{t' + t}{2}$, worin

bei Zugüberhitzern $t_e = 450 \div 600^\circ \text{C}$ für Flammrohrkessel,
 $= 550 \div 700^\circ \text{C}$ für Doppelkessel,
 $= 500 \div 650^\circ \text{C}$ für Kammerkessel,
 $= 400 \div 550^\circ \text{C}$ für Steilrohrkessel

und t_a bestimmt ist durch

$$t_a = t_e - \frac{D}{B} \frac{\frac{w}{100} r + c_{pm} (t' - t)}{\eta G c_{pg}};$$

hierin ist etwa $\eta \sim 0,95$ (5% Strahlungsverlust) und $c_{pg} = 0,24$.

Für Zentralüberhitzer ist etwa $t_e = 900^\circ \text{C}$ und $t_a = 350^\circ \text{C}$ und

$$B = D \frac{\frac{w}{100} r + c_{pm} (t' - t)}{\eta G c_{pg} (t_e - t_a)},$$

worin $\eta \approx 0,90$ und G für einen Luftüberschuß entsprechend 900° Verbrennungstemperatur zu bestimmen ist.

Querschnitt der Überhitzerrohre durch Spannungsverlust bedingt, (bis 0,25 at für Spannungen unter 10 at bis höchstens 0,3 at für höhere Spannungen), der Dampfgeschwindigkeit bestimmt; sofern diese nicht größer ist als $9 \div 12$ m/sek bei Zugüberhitzern und $15 \div 20$ m/sek bei Zentralüberhitzern werden angegebene Grenzen nicht überschritten.

Kesselbauarten.

(735) Großwasserraumkessel mit großem Wasserinhalt: Großer Wärmevorrat im Wasser, geringe Druck- und Wasserstandsschwankungen im Falle unregelmäßiger und stark schwankender Dampfentnahme; größere Verdampfungsoberfläche und unter sonst gleichen Umständen trockenerer Dampf als im Falle von Kleinwasserraumkesseln: vorteilhaft bei gleichmäßiger Dampfentnahme, ermöglichen Abkürzung der Anheizperiode und Unterbringung großer Heizflächen auf kleiner Grundfläche. Dem Nachteil der Dampfnässe wird durch Überhitzung begegnet.

(736) Einfacher Walzenkessel.

Meist liegender, nach hinten geneigter Zylinder bis 1,5 m Durchmesser und 10 m Länge (Durchmesser: Länge $\approx 1:6 \div 1:8$). Konische Schüsse derart, daß heiße Heizgase nicht gegen Kanten stoßen; Stützung durch angenietete Pratzen in 2 m Abstand. Unterfeuerung; Zuführung entweder längs Mantels oder in Schlangenlinien (Kammersystem).

Vorteil: Einfach und billig, leicht zu reinigen; im Verhältnis zur Heizfläche großer Wasser- und Dampfraum: trockener Dampf.

Nachteil: Kurzer Gasweg, geringe Wärmeausnutzung, geringe Heizflächenbeanspruchung ($D:H \leq 8$) und ungünstiges Verhältnis von Heizfläche: Kesselgrundfläche. Höchstens noch in stehender Anordnung hinter Puddel- und Schweißöfen angeordnet.

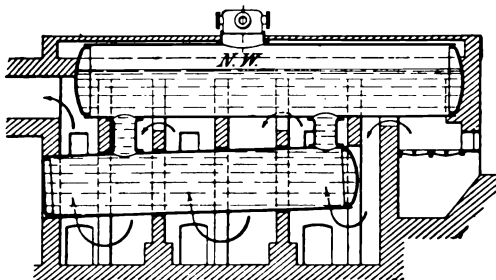


Abb. 7.

Besser

(737) mehrfacher Walzen- (Batterie-) Kessel, Abb. 7.

Zylindrische Walzen, zu zweien oder dreien übereinander (bis 100 bzw. 160 m² Heizfläche), durch Stützen verbunden und bis zu dreien nebeneinander (9 Walzen bis etwa 300 m²). Oberkessel durch gemeinsamen Dampfsammler, Unterkessel am hinteren Ende durch wagrechte Stützen in Verbindung. Oberkessel horizontal, übrige geneigt (Wasserumlauf).

Unterkessel rücksichtlich Unterbringung der Feuerung (Plan-, Ketten- oder Schrägrost, vielfach in Tenbrink-Vorlage eingebaut.) etwas kürzer.

Oberkessel $d_1 = 800 \div 1500$ mm Durchmesser, Länge = $(8 \div 10) d_1$, für übrige Walzen und Dampfsammler $d_2 \approx 0,8 d_1$. Verbindungsstützen $400 \div 500$ mm i. L., 400 mm lang (mindestens 350 mm für die zwischen mittlerer und unterer Reihe).

Unterkessel auf Stühlen gestützt, Oberkessel an Trägern federnd aufgehängt. Speisung in Oberkessel vom Mantel oder Boden aus.

Zugführung nach Kammer-system: Scheidewände $\frac{1}{2}$ Stein stark (Schamotte), Verkleidung der im ersten Zuge liegenden Stützen.

$$D : H \leq 22.$$

Vorteil: Große Wasser- und Dampfäume, kleine Walzendurchmesser, dünne Bleche. Gute Wärmeausnutzung.

Nachteil: Empfindlich gegen Steinbildung, kostspielige Reinigung. Mannloch in jeder Walze, ebenso Einsteigöffnung in jeder Kammer (Undichtheiten). Neigung zu Undichtheiten an den Stützenanschlüssen. Langsames und kostspieliges Anheizen.

(738) Flammrohrkessel. Nach Anzahl der Flammrohre Unterscheidung in Ein-, Zwei- und Dreiflammrohrkessel für Heizflächen von $25 \div 50$ m² bzw. $50 \div 100$ m² bzw. $100 \div 250$ m².

Meist mit Planrostinnenfeuerung, unter Umständen mit mechanischer Beschickungseinrichtung, seltener mit Treppenrost-Vorfeuerung ausgestattet.

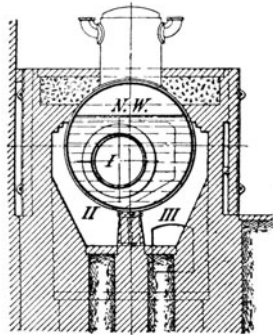


Abb. 8.

(739) Einflammrohrkessel.

Glattes Flammrohr, mit gewölbten ein- bzw. ausgehalsten Böden vernietet und seitlich angeordnet:

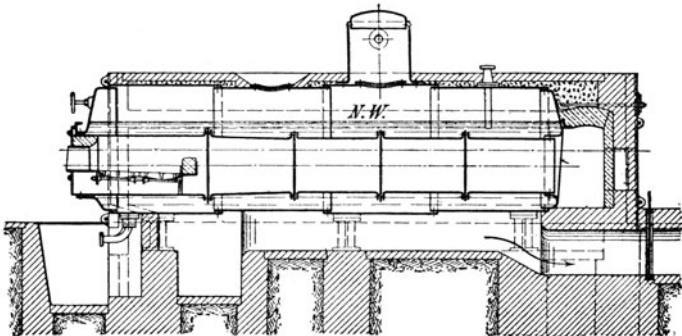


Abb. 9.

Seitrohrkessel, Abb. 8 und 9, besser befahrbar und lebhafterer Wasserumlauf. Durchmesser durch gangbare Abmessungen der Böden bestimmt. Anhaltspunkte: $D = (0,25 \div 0,26) \sqrt{H}$ m, mindestens aber $D_{\min} = 1400$ mm (Befahren) und $d = 0,5 D$, mindestens aber 600 mm (Feuerraum).

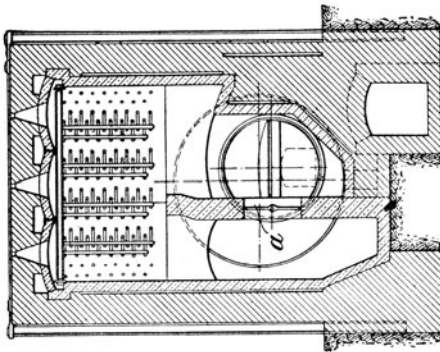


Abb. 11.

Seitliche Exzentrizität etwa $= 0,1 D$, Mindestspielraum zwischen Rohr und Mantel $= 125$ mm. Flammrohr im ersten Feuerzuge liegend und starke Längenänderungen aufweisend. Fernhaltung schädlicher Beanspruchungen und von Undichtheiten bedingte Nachgiebigkeit in Rohrachse: Elastische Böden oder nachgiebige Flammrohre durch Verbindung der einzelnen

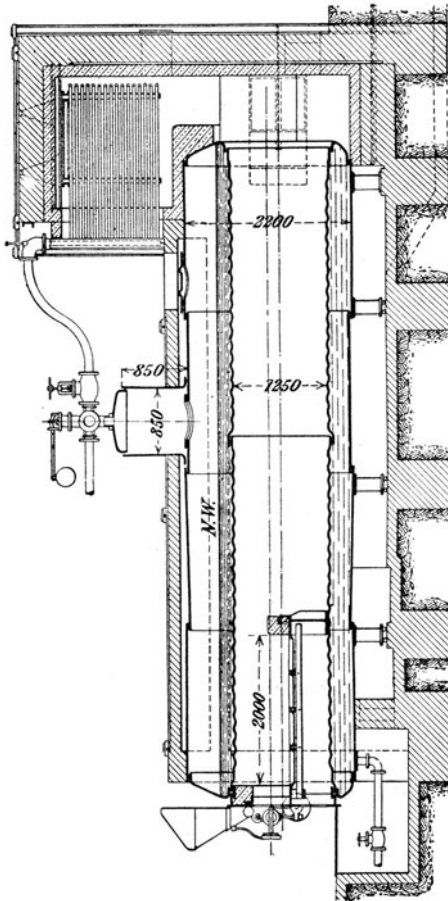


Abb. 10.

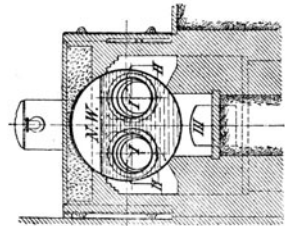


Abb. 13.

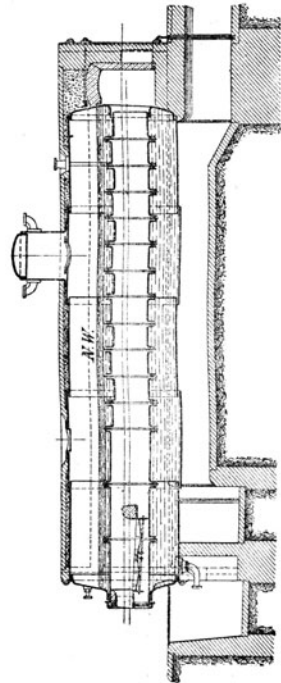


Abb. 12.

Schüsse mittels Adamson-scher Ringe (Rundnähte dem Feuer entziehend und Rohr gegenüber äußerem Überdruck wirksam versteifend) oder durch Verwendung gewellter Flammrohre.

Abb. 10 u. 11 (Ausführung der vorm. Görlitzer Maschinenbauanstalt und Eisengießerei A.-G. Görlitz) in Verbindung mit Dampfüberhitzer (Ausführung A. Hering, Nürnberg).

Überhitzer liegt zwischen 1. und 2. Zug und ist eingeschaltet im Falle geschlossener Klappe in Trennungswand in hinterer Rauchkammer.

Lagerung auf Kesselstühlen, nahe der Rundnaht, diese zugänglich lassend.

Speisung meist durch vordere Stirnwand, etwa 120 mm unter tiefstem Wasserspiegel dort endigend, wo Zwischenraum zwischen Mantel und Flammrohr am größten ist; Speiserohr etwa 2 ÷ 3 m lang.

Zugführung: Erster Zug in Flammrohren, zweiter Zug zu beiden Seiten des Mantels (nach vorn) und dritter Zug als Unterzug (nach hinten) oder häufiger zweiter Zug auf Flammrohrseite nach vorn und dritter Zug, vom zweiten durch Mauerzunge getrennt, nach hinten.

(740) Zweiflammrohrkessel.

Manteldurchmesser $D = (0,22 \div 0,24) \sqrt{H}$ m, Flammrohrdurchmesser $d = 0,5 D - (0,25 \div 0,30)$ m. Zwischen Flammrohren 150 mm, zwischen Rohr und Mantel 125 mm Mindestspiel.

Abb. 12 u. 13 zeigt Ausführung mit Stufenflammrohr der Aktiengesellschaft H. Paucksch, Landsberga.W. (Wirbelung und Mischung der Heizgase). Gleiche Wirkung durch Galloway-Rohre, gleichzeitig Heizfläche vergrößernd und Flammrohr versteifend. Dagegen Reinigung (Asche, Ruß und Kesselstein) erschwerend; Anwendung seltener werdend.

Zugführung: Wie vorher gemäß Abb. 10 u. 11 oder zweiter Zug als Unterzug nach vorn, fast gesamten wasserberührten Mantel bespülend

Fortsetzung dieses Abschnitts auf S. 770.

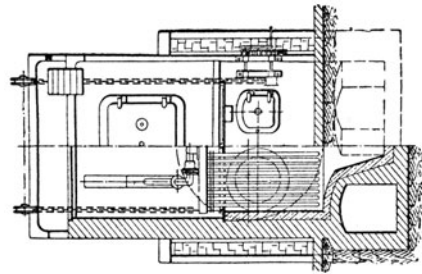


Abb. 15.

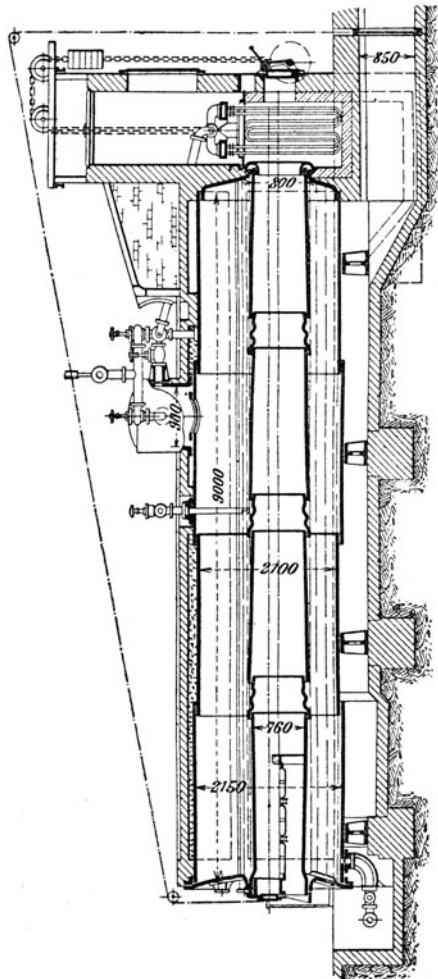


Abb. 14.

β) Aus- und eingehalste

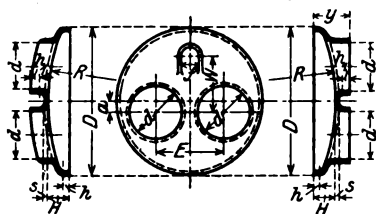


Abb. 20. Ausgehälste Böden.

Böden mit Bord für

D	Stärke- grenzen	d	H	a	h ₁	y	a	E	R	W	f	Stärke	Gewicht
1800	18—21	671	290	90	75	415	110	850	2400	710	240	18	450
												19	480
												20	510
												21	535
1900	18—22	725	315	95	75	440	110	900	2400	760	240	18	515
												19	540
												20	560
												21	590
2000	18—26	775	340	100	80	470	120	950	2400	810	240	22	660
												23	690
												24	720
												25	750
2100	20—26	826	350	100	80	480	120	1000	2600	865	240	20	660
												21	695
												22	725
												23	760
2200	20—26	876	350	100	80	480	120	1050	2800	910	240	20	730
												21	760
												22	800
												23	840
2300	20—26	930	350	100	80	490	130	1100	3000	970	240	20	780
												21	820
												22	860
												23	900
2400	21—26	1000	365	100	90	515	105	1180	3000	1050	240	21	890
												22	930
												23	970
												24	1015
2500	22—27	1075	385	100	90	530	105	1225	3000	1065	240	22	990
												23	1030
												24	1070
												25	1110
2600	22—27	1025	385	100	90	530	105	1225	3000	1065	240	24	1070
												25	1110
												26	1170
												27	1215

Zweiflammrohr - Böden.

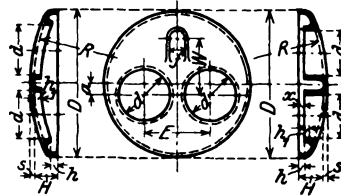


Abb. 21. Eingehalste Böden.

einfache Nietnaht.

D	Stärke- grenzen	d	H	h	h ₁	x	a	E	R	W	f	Stärke s	Gewicht
1800	18—21	671	290	90	75	45	110	850	2400	710	240	18	450
												19	410
												20	580
												21	535
1900	18—22	725 671	315	95	75	53 58	110	900	2400	760	240	18	515
												19	540
												20	560
												21	590
2000	18—26	775 725 671	340	100	80	45 55 65	120	950	2400	810	240	18	553
												19	575
												20	600
												21	630
												22	660
												23	690
												24	720
2100	20—26	826 775 725	350	100	80	50 60 70	120	1000	2600	865	240	20	660
												21	695
												22	725
												23	760
												24	795
												25	825
2200	20—26	876 826 775 725	350	100	80	45 55 65 75	120	1050	2800	910	240	20	730
												21	760
												22	800
												23	840
												24	880
												25	920
2300	20—26	930 876 826 775	350	100	80	30 38 46 54	130	1100	3000	970	240	20	780
												21	820
												22	860
												23	900
												24	935
												25	975
2400	21—26	975 950 925 900 875	365	100	90	20 20 25 30 30 35	105	1180	3000	1065	240	21	890
												22	939
												23	970
												24	1015
												25	1060
												26	1105
2500	22—27	1025 1000 975 950 925 900	385	100	90	18 25 30 35 40 45	105	1225	3000	1065	240	22	990
												23	1030
												24	1070
												25	1110
												26	1170
												27	1215

Böden mit Bord für

D	Stärke- grenzen	d	H	h	h ₁	y	a	E	R	W	f	Stärke s	Gewicht kg
1800	18—21	671	320	120	75	445	110	850	2400	710	240	18	490
												19	515
												20	545
												21	575
1900	18—22	725	345	125	75	470	110	900	2400	760	240	18	535
		19										565	
		20										595	
		21										625	
		22										655	
2000	18—26	775	370	130	80	500	120	950	2400	810	240	18	580
		19										610	
		20										640	
		21										670	
		22										700	
		23										735	
		24										765	
25	795												
26	826												
2100	20—26	826	380	130	80	510	120	1000	2600	865	240	20	700
		21										740	
		22										770	
		23										805	
		24										840	
		25										875	
26	920												
2200	20—26	876	385	135	80	515	120	1050	2800	910	240	20	770
		21										810	
		22										850	
		23										890	
		24										930	
		25										970	
		26										1010	
2300	20—26	930	385	135	80	525	130	1100	3000	970	240	20	820
		21										860	
		22										900	
		23										945	
		24										985	
		25										1020	
26	1060												
2400	21—26	1000	400	135	90	550	105	1180	3000	1050	240	21	935
		22										980	
		23										1020	
		24										1070	
		25										1120	
		26										1170	
2500	22—27	1075	430	135	90	565	105	1225	3000	1065	240	22	1060
		23										1100	
		24										1140	
		25										1180	
		26										1200	
27	1230												

Im Durchmesser sind Abweichungen von 5% , für die Höhe H solche bis 20 mm gestattet. Die Böden können auch mit eingepreßtem Mannloch $300/400$ oder $390/420$ angefertigt werden.

Die angegebenen Gewichte sind nur annähernd und gelten nur für Zweiflammrohr-Böden mit geraden Lochborden.

doppelte Nietnaht.

D	Stärke- grenzen	d	H	h	h ₁	x	a	E	R	W	f	Stärke s	Gewicht kg
800	18—21	671	320	120	75	75	110	850	2400	710	240	18	490
												19	515
												20	545
												21	575
1900	18—22	725 671	345	125	75	83 88	110	900	2400	760	240	18	535
												19	565
												20	595
												21	625
												22	655
2000	18—26	775 725 671	370	130	80	75 85 95	120	950	2400	810	240	18	580
												19	610
												20	640
												21	670
												22	700
												23	735
												24	765
25	795												
26	825												
2100	20—26	826 775 725	380	130	80	80 90 100	120	1000	2600	865	240	20	700
												21	740
												22	770
												23	805
												24	840
												25	875
26	920												
2300	20—26	875 825 775 775	385	135	80	80 90 100 110	120	1050	2800	910	240	20	770
												21	810
												22	850
												23	890
												24	930
												25	970
26	1010												
2300	20—26	930 875 826 775	385	135	80	65 73 81 89	130	1100	3000	970	240	20	820
												21	860
												22	900
												23	945
												24	985
												25	1020
26	1060												
2400	21—26	975 950 925 900 875	400	135	90	55 55 60 65 70	105	1180	3000	1050	240	21	930
												22	980
												23	1020
												24	1070
												25	1120
												26	1175
2500	22—27	1025 1000 975 950 925 900	435	135	90	53 60 65 70 75 80	105	1225	3000	1065	240	22	1060
												23	1100
												24	1140
												25	1180
												26	1200
												27	1230

Ein- und Zweiflammrohr-Böden werden auch in Größen unter 1200 bzw. 1800 mm Durchmesser und bis zu einem Höchstdurchmesser von 3000 mm angefertigt, Zweiflammrohr-Böden jedoch nur mit radialen Lochböden und ohne Wasserstand.

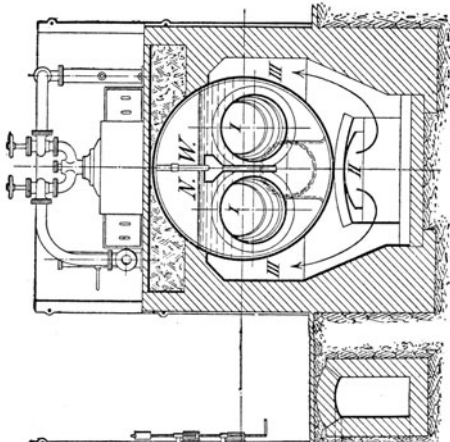


Abb. 17.

und dritter Zug als Oberzug nach hinten, Dampfraum bestreichend. Gefahr der Wärmestauung, deshalb seltener angewendet.

Abb. 14 u. 15 zeigt einen Zweiflammrohrkessel nach Ausführung von W. Koch in Sieghütte b. Siegen.

Ausgehaltete Böden, vorn nach innen gewölbt, mit Mantel durch Winkelring verbunden (äußere Nietung), Verbindung des hinteren, nach außen gewölbten Bodens durch Gußring geschützt. Konische Flammrohrschüsse durch kurze Wellrohrschüsse verbunden. Regelung der Überhitztemperatur durch veränderliche Heizfläche.

(741) Abb. 16 u. 17 zeigt den Dreiflammrohrkessel nach Ausführung der Aktiengesellschaft H. Paucksch in Landsberg a. W.

Drittes Flammrohr, unter beiden anderen liegend, an hinteren Boden unmittelbar und in etwa $\frac{1}{3}$ der Kessellänge vom vorderen Boden mittels Vorwärmer, angeschlossen. Vorwärmung des Speisewassers in Rinne oberhalb der beiden Flammrohre, Abfluß desselben in Raum zwischen Rohrkrümmer und vorderen Kesselboden (lebhafter Wasserumlauf).

Zugführung der vorigen entsprechend.

Ausführung mit $D = 2,1 \div 3,2$ m, $d_0 = 0,8 \div 1,1$ m und $d_w = 0,7 \div 1,0$ m.

Vorteil der Flammrohrkessel: Weniger empfindlich gegen steinhaltige Wasser und einfache Reinigung (vom Dreiflammrohrkessel abgesehen). Gute Wärmeausnutzung.

Nachteile: Gefährdung der im ersten Feuer liegenden Heizflächenteile durch Wärmestauungen (ölhaltiges Wasser) oder im Falle nachlässiger Bedienung (Wassermangel). Anwendung weit verbreitet.

Hier folgt (742) (Tabellen) S. 764 bis 769.

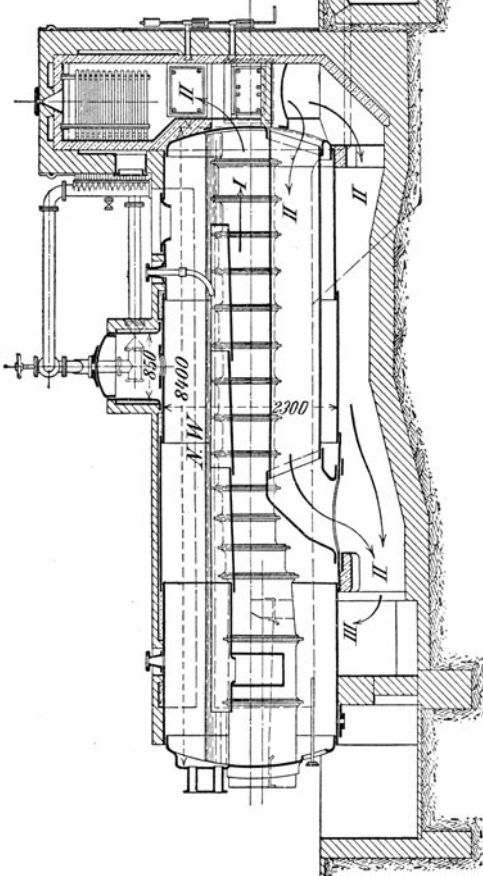


Abb. 16.

(743) Heizrohrkessel für Heizflächen von $20 \div 150 \text{ m}^2$, Manteldurchmesser $1,25 \div 2 \text{ m}$, Länge bis 5 m , mit Planrost- oder Treppenrostunterfeuerung.

Heizrohre im Innern die Heizgase führend, außen von Wasser umspült und im Interesse Reinigung symmetrisch in Gruppen angeordnet. Rücksichtlich Verbindung mit Böden durch Einwalzen und Umbördeln diese eben, mit zylindrischen Stützen für Abblasevorrichtung, ev. auch für Wasserstand. Heizrohre: Anzahl bis zu 100 (freier Rohrquerschnitt $\geq R/6$), Durchmesser $64/70 \div 94,5/102 \text{ mm}$. Lagerung auf Pratzen oder besser auf Stühlen. Speisung mittels Einhängerohres. Zuführung: Unter Kessel nach hinten, durch Heizrohr nach vorn, in 2 Seitenzügen nach hinten und mittels senkrechter Abfallkanäle nach dem Fuchs, Abb. 22 u. 23.

Vorteil: Rasches Anheizen, gute Brennstoffausnutzung, geringe Anlagekosten.

Nachteil: Sehr empfindlich gegenüber gehindertem Wärmedurchgang (Kesselstein, Ablagerung zwischen Rohren; fordert rücksichtlich kleinen Wasser-, Dampf- und Speiseraumes aufmerksame Bedienung und häufige Reinigung des Rohrinnern, Beeinflussung der Zugstärke durch Ablagerungen von Flugasche).

Zwecks Unterbringung größerer Heizflächen auf gegebener Grundfläche Vereinigung der vorstehend besprochenen Arten.

(744) Vereinigter Walzen- und Heizrohrkessel. Abb. 24 u. 25. Ausführung der Maschinen- und Dampfkesselfabrik F. L. Oschatz, Meerane i. S.

Heizgase bestreichen Unterkessel (Sieder) nach hinten, Oberkessel nach vorn und ziehen durch Heizrohre in den Fuchs. Oberhitzerrohre aus Gußstahlröhren mit inneren Längs- und äußeren Längs- und Querrippen hinter Feuerbrücke, unter Siedern liegend.

(745) Flammrohrkessel mit Heizrohren für Heizflächen von $100 \div 200 \text{ m}^2$ mit Zweiflammrohrkessel und bis 500 m^2 mit Dreiflammrohrkessel als Unterkessel mit $1,9 \div 2,4 \text{ m}$ bzw. bis $3,2 \text{ m}$ Durchmesser und $5 \div 7,5 \text{ m}$ Mantellänge. Oberkessel meist $1 \div 1,5 \text{ m}$ kürzer. Abb. 26 u. 27, Ausführung der Firma Moritz Jahr in Gera.

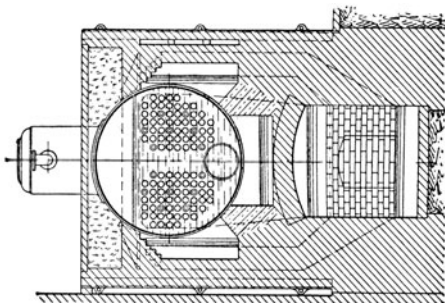


Abb. 23.

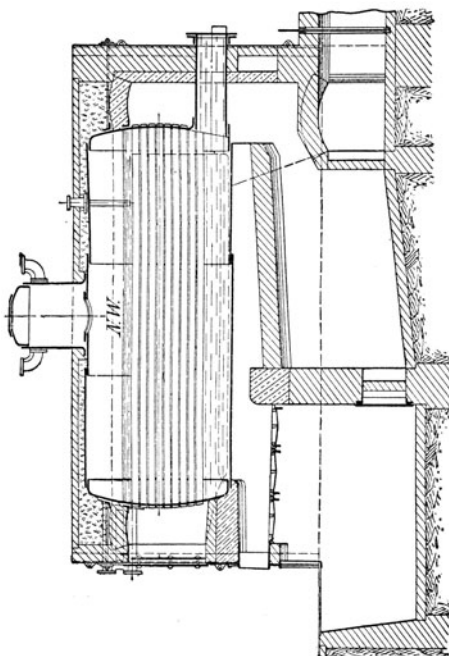


Abb. 22.

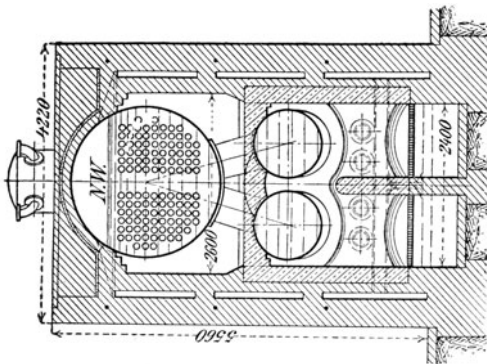


Abb. 25.

Mit getrennten Dampfräumen, durch etwa 0,5 m weites Rohr miteinander in Verbindung stehend. Speisung des Oberkessels, durch Oberlaufrohr mit Unterkessel verbunden. Halbgasfeuerung von Völkers. Heizgase durch Flammrohr nach hinten, durch Heizrohre nach vorn gehend und Ober- und Unterkesselmantel umspülend nach hinten in Fuchs abziehend.

Ausführung bis zu 300 m² Heizfläche.

Nach Abb. 28 u. 29 (Bauart Dupuis) mit stehendem Heizrohrkessel, Ausführung der Firma Otto Henschel, Grimma.

Mit Schrägrost-Vorfeuerung, Heizgase durch Flammrohr nach hinten und Mantel des vorderen Kessels umspülend nach vorn gehend, treten unten in Heizrohre ein.

Vorteil: Gute Brennstoffausnutzung, einfache Wartung und geringeren Instandhaltungsaufwand als bei Wasserrohr- (Kammer-) Kesseln. Siehe diese.

Nachteil: Unterbringung der Rostfläche $R = (1/_{60} \div 1/_{65}) H$ bedingt im Falle großer Heizflächen lange und schwer zu bedienende Roste (Abschlacken).

(746) Flammrohrkessel mit vorgehenden Heizrohren, sog. Feuerbuchskessel, für Heizflächen von 10 ÷ 135 m², Abb 30.

Zylindrische Feuerbüchse für Innenfeuerung mit Heizrohrbündel zu Ganzem verbunden entweder in fester Verbindung mit Kesselboden (Reinigung) (s. d.) ausziehbare

Lokomobilkessel. Gase aus Heizrohren in Rauchkammer entweichend oder Führung derselben durch gemauerten Unterzug (Rauchkammerstützen nach unten gerichtet). Vgl. S. 655. Manteldurchmesser $D = 0,65 \div 2,2$ m, Länge $(2,5 \div 3) D$ (bis zu 4 D im Falle Rauchkammerüberhitzers); Feuerbüchse $D_1 \approx 0,6 D$ und $L_1 = 2 D_1$; Rostlänge $\approx 0,6 L$. 30 ÷ 120 Heizrohre mit 43/47,5 ÷ 64/70 mm Durchmesser und 20 ÷ 25 mm lichten Zwischenraum. Lagerung auf Tragfüßen, fest oder fahrbar, Speisung vom Mantel oder Boden aus.

(747) Stehender Feuerbuchskessel für Heizflächen bis 20 m².

Mit Innenfeuerung und Heizrohren, Abb. 31, Heizgase durch Rohre in Rauchkammer entweichend oder mit Quersiedern, Abb. 32 (Lachapelle-Kessel), unmittelbar in Schorn-

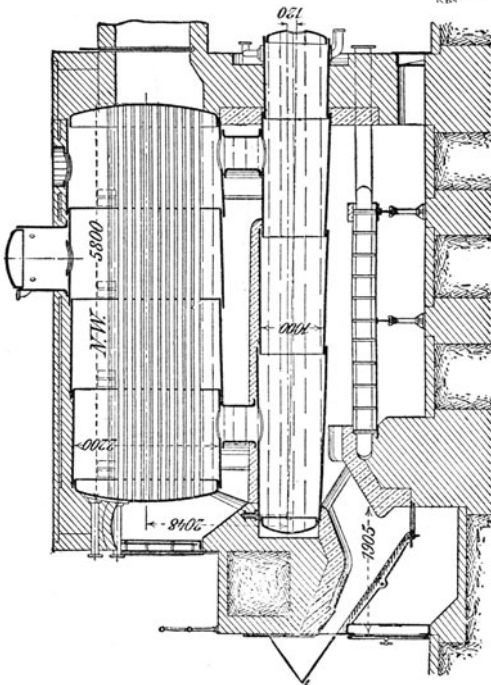


Abb. 24.

stein abziehend. Manteldurchmesser $0,7 \div 1,5$ m. Höhe $2 \div 4$ m. Feuerbüchsdurchmesser $0,55 \div 1,3$ m. Quersieder $250 \div 400$ mm, Heizrohre $64/70 \div 101/108$ mm Durchmesser.

Vorteil: Geringer Grundflächenbedarf, fehlende Einmauerung, einfache Aufstellung. Rasch betriebsfähig.

Nachteil: Schlechte Zugänglichkeit des Inneren, kurzer Gasweg. Kleine Verdampfungsoberfläche (mangelhafte Brennstoffausnutzung, bei gasreichen Kohlen stark rauchend, nasser Dampf).

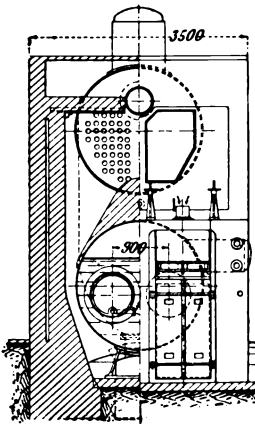


Abb. 26.

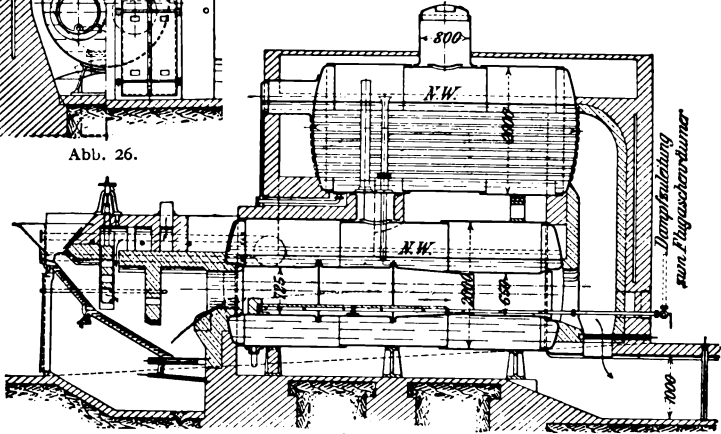


Abb. 27.

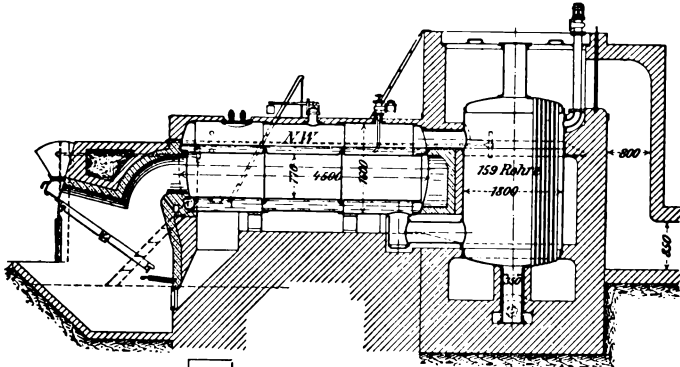


Abb. 28.

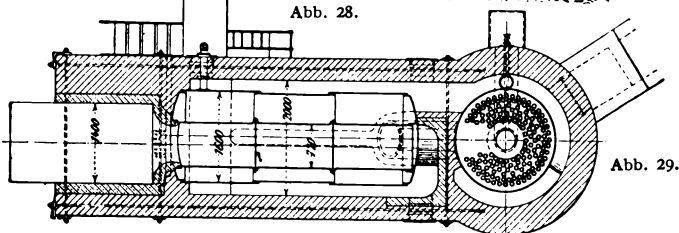


Abb. 29.

Anwendung für ortsbewegliche Dampfkraftanlagen und für Hilfskessel auf Schiffen (bis zu 100 m² Heizfläche).

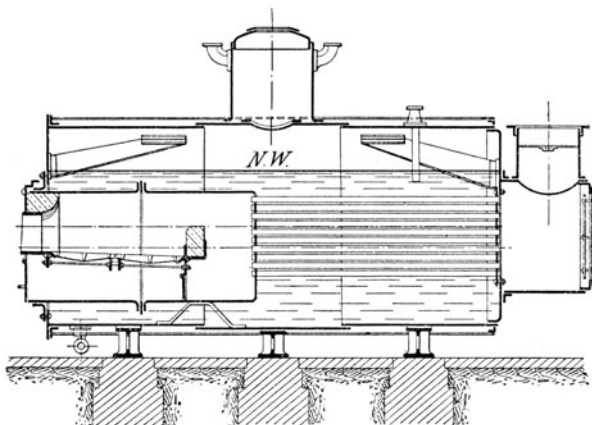


Abb. 30.

Mit kastenförmiger Feuerbüchse, ebene Wände aus Kupfer oder zähem Flußeisen durch Stehbolzen oder Deckenträger versteift, für bewegliche Kessel: als Lokomotivkessel bezeichnet.

(748) Doppelflammrohrkessel, Abb. 33 u. 34, Ausführung der Dresdener Maschinenfabrik und Schiffswerft A.G.

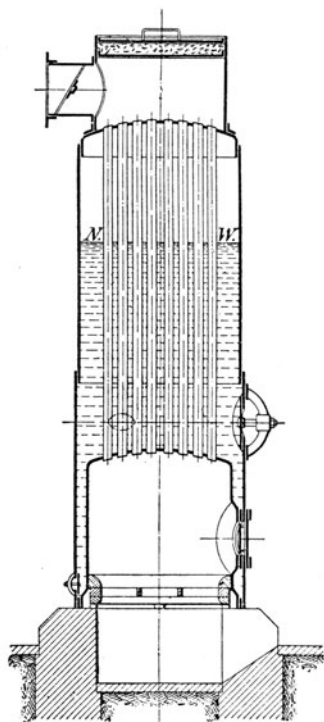


Abb. 31.

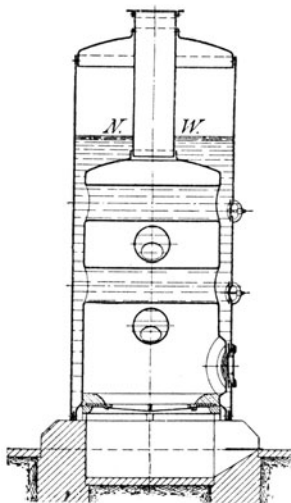


Abb. 32.

Oberkessel ein Flammrohrkessel mit Galloway-Röhren. Dampfäume durch federndes Kupferrohr miteinander verbunden. Getrennte Speisung.

Nur noch selten ausgeführt.

(749) Wasserrohrkessel.

Rohre mit Wasser gefüllt, von Heizgasen umspült, liegen wenig geneigt, Schrägrohrkessel, oder stark geneigt bis senkrecht, Steilrohrkessel.

Schrägrohrkessel. Rohre gerade, mit Neigung 1 : 5 bis 1 : 3,5, durch Kappen oder Krümmer miteinander verbunden: Gliederkessel. Oder Verbindung durch Wasserkammern an einem oder beiden Enden: Ein- bzw. Zweikammerkessel.

(150) Zweikammerkessel.

Rohre in die inneren ebenen Wände der Wasserkammern eingesetzt, die früher dreiteilig durch Schweißung der Wände mit dem Umlaufblech hergestellt wurden; äußere Kammerwände mit Putzlöchern versehen und Kammern durch Stützen mit ein oder zwei Oberkesseln verbunden, das Kesselgewicht auf Mauerwerk übertragend. Verschiedene folgenschwere Explosionen infolge Lösung des Umlaufbleches (ungenügende Schweißung) haben behördliche Vorschriften für die Herstellung neuer sowie Sicherungsmaßnahmen für bestehende Kammerkessel und im Zusammenhange damit neue Kammerkonstruktionen veranlaßt¹⁾. Indem das Umlaufblech dem ersten Feuer entrückt und durch Mauerwerk derart geschützt wird, daß dessen ordnungsgemäße Beschaffenheit von außen ebenso jederzeit untersucht werden kann wie die Dichtheit der Kammer (Lecken) dürfte in Verbindung mit häufigen Revisionen ausreichender Schutz gegen Explosionen ausgeführter Kammerkessel gegeben sein. Diese Forderung führt zur Aufhängung oder Stützung der Oberkessel. Innenverschluß der Putzlöcher. Reinigung der Rohre mittels Dampfstrahles.

Rohre 76 ÷ 102 mm äußerer Durchmesser, bis 5 m lang, bis zu 400 Stück in 4 bis 5 übereinander liegenden Reihen mit 130 ÷ 150 mm Abstand, Rohrleitung 150 ÷ 170 mm; Lichtweite der Kammer 150 ÷ 350 mm, Querschnitt des Kammerhalses mindestens $\frac{1}{8}$ des Gesamtrohrquerschnitts. Oberkessel wagerecht oder schwach nach hinten geneigt, einfach mit 0,7 ÷ 1,8 m Durchmesser und 5 ÷ 7 m lang für Heizflächen bis 250 m² und zwei Stück 1,0 ÷ 1,5 m Durchmesser bis 500 m². Speisung im Oberkessel vom vorderen Boden aus. Zugführung längs oder quer zu Rohren (in Horizontal- oder Vertikalzügen) durch Einbau dünner Schamottewände oder gußeiserner Platten, wo dies Temperatur gestattet. Vertikalzüge vorteilhafter rücksichtlich gleichmäßiger Gas- und Rohrtemperatur (Ausdehnung, Dampfentwicklung); Feuerraum durch Längswand abgedeckt, andernfalls infolge starker Wärmeentziehung Rauchbildung.

Oberhitzer ohne zusätzliche Ausstrahlungsflächen unterzubringen.

Vorteil: Große Heizfläche auf kleiner Grundfläche; guter Wasserumlauf.

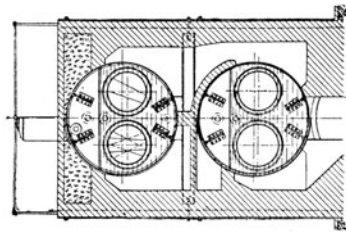


Abb. 34.

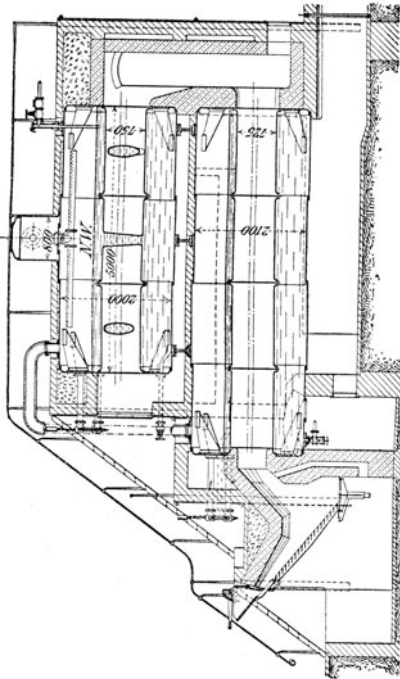


Abb. 33.

¹⁾ Preuß. Ministerialerlaß vom 26. VI. 1918; Bayerische Ministerial-Entschließung vom 8. II. 1919. H. Bußmann, Berg- u. Hüttenm. Z. Glückauf 1918, S. 493 u. ff.

Nachteil: Ungleiche Ausdehnung der Rohre (Krummziehen, erschwerte Reinigung, Durchbrennen). Nasser Dampf bei fehlender Überhitzung.

Anwendung: Für Heizflächen von 80 m² an aufwärts in Großanlagen mit wenig veränderlicher Dampfentnahme.

Abb. 35 u. 36 zeigt die Ausführung der Firma Simonis & Lanz in Sachsenhausen b. Frankfurt a. M.

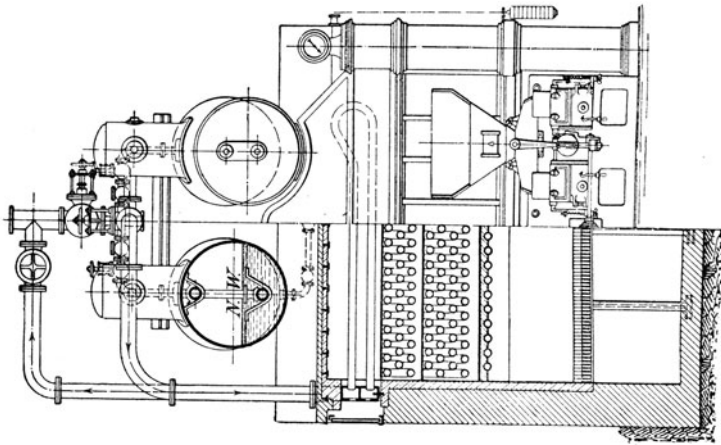


Abb. 36.

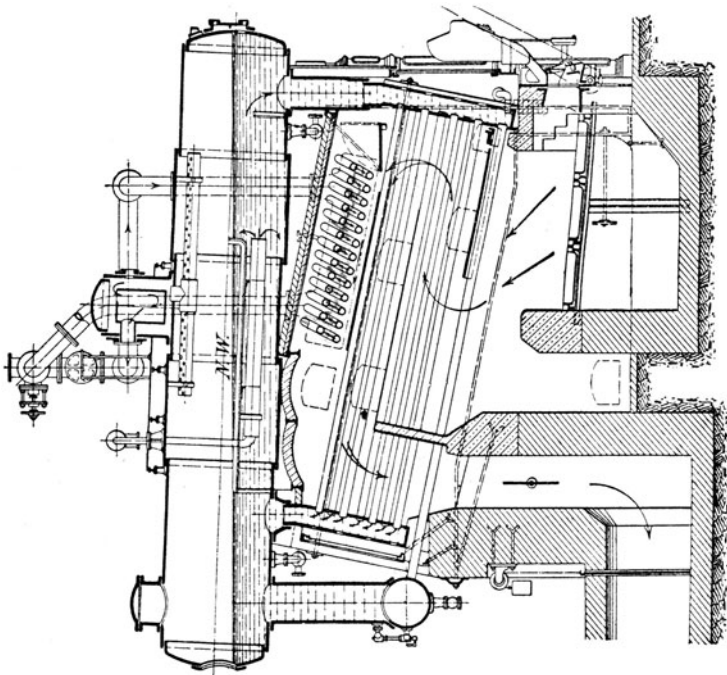


Abb. 35.

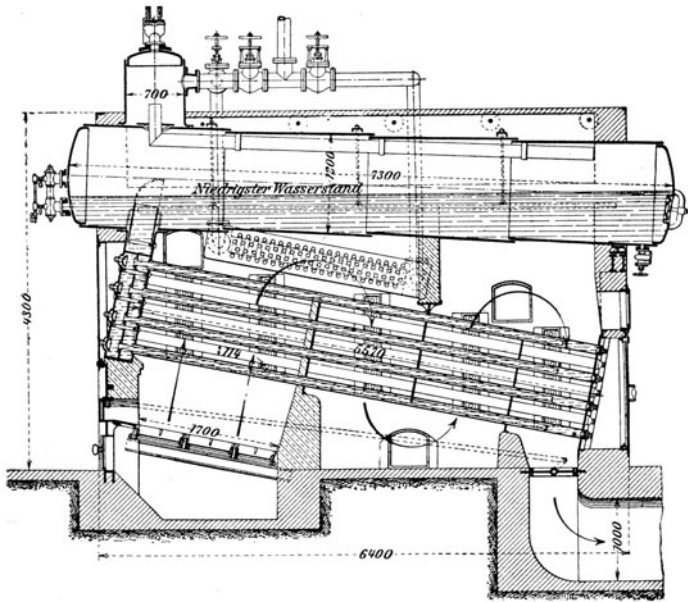


Abb. 37.

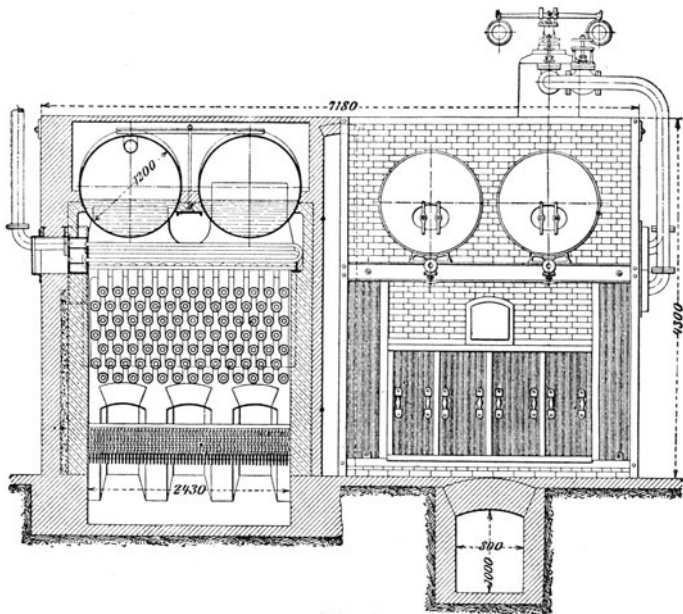


Abb. 38.

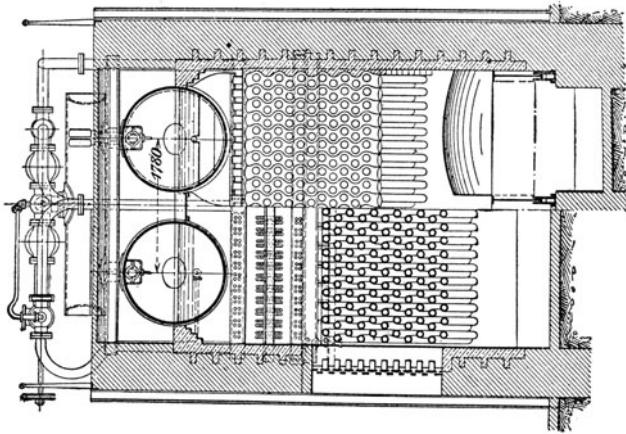


Abb. 40.

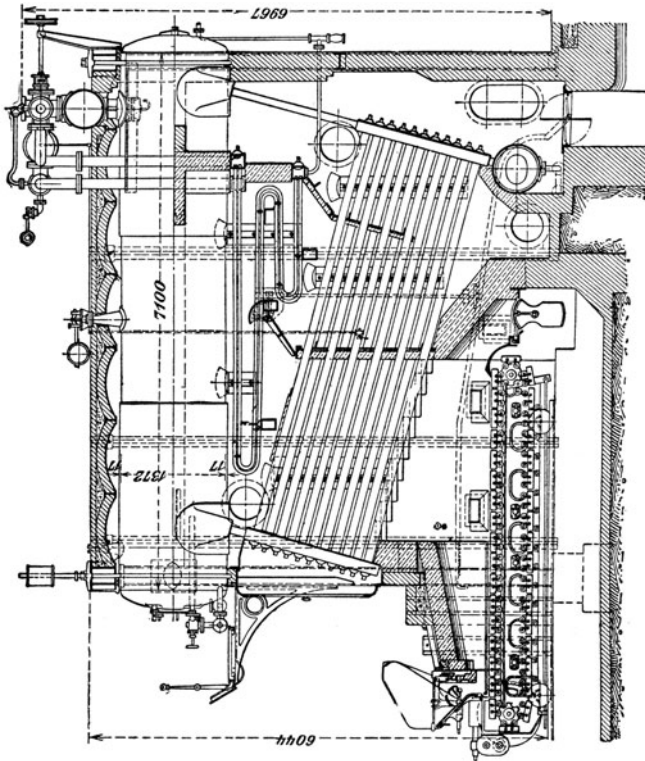


Abb. 39.

Außer Rohrsystem zwischen Kammern (7 Reihen zu je 21 Stück) eine unterste Reihe, von verlängerter vorderer Kammer nach Sammler führend, mit beiden Oberkesseln durch Stützen verbunden (Begünstigung des Wasserumlaufes auf Kosten rauchfreier Verbrennung: starke

Wärmeentziehung durch unterste Rohrreihe). Mechanische Rostbeschickung, einstellbare Oberhitzung, Speisung und Entwässerung des Rohdampfes.

(751) Einkammerkessel nach Abb. 37 u. 38. Ausführung der Düsseldorf-Ratinger Röhrenkesselfabrik vorm. Dürr & Co. in Ratingen b. Düsseldorf.

Doppelrohre, 100 bzw. 50 mm weit ineinander geschoben und am hinteren Ende ohne Verbindung; äußere Rohre vorn in Kammerwand eingesetzt, innere in Kammerzwischenwand befestigt.

Vorteil: Ungehinderte Ausdehnungsmöglichkeit der Rohre.

Nachteil: Verrostung der inneren Rohre, Erschwerung der Reinigung und des Ablassens (Öffnen sämtlicher hinteren Verschlüsse).

Bei dem Zweikammerkessel der Babcock & Wilcox-Werke, Abb. 39 und 40, sind die Kammern in einzelne nebeneinanderliegende, nach Maßgabe der Rohrversetzung wellenförmig gestaltete Abteilungen (Sektionen) zerlegt, deren jede mit Oberkessel durch Rohr verbunden ist. Oberkessel aufgehängt, trägt ganzes Rohrbündel. Kettenrost-Feuerung, regelbare Oberhitzung, Schlammfänger.

(752) Hochleistungskammerkessel bezwecken Erhöhung der Dampfmenge bei gleicher Kesselgrundfläche durch große Rostflächen und hohe, gleichmäßige Temperatur im Feuerraum (Kettenrost, Halbgasfeuerung), durch Förderung der Wärmeübertragung und Verminderung des Strahlungsverlustes, durch Verbesserung des Wasserumlaufes, Anordnung von Dampfsammeln oder -Trocknern, durch reichlich bemessene Überhitzer und Anbringung von Abgasvorwärmern.

Abb. 41 zeigt einen solchen der Babcock & Wilcox-Werke¹⁾ mit übergebautem Vorwärmer. Dampf und heißes Wasser aus hinterer Kammer durch 2 horizontale Rohrreihen in querliegenden Oberkessel gelangend, von dem der Dampf nach Dampfsammler und Überhitzer, das Wasser nach vorderer Kammer abströmt.

Durch Verbindung des Zweikammerkessels mit einem mehrfachen Walzenkessel ist der Mac-Nicol-Kessel entstanden.

(753) Steilrohrkessel. Ersatz der Wasserkammern (Verankerungen, Verschlüsse, kostspielige Herstellung) durch Trommeln 1,2 bzw. 1,5 m Durchmesser nutzen bzw. oben, bis 6,5 m lang, in welche die geraden oder gekrümmten Rohre

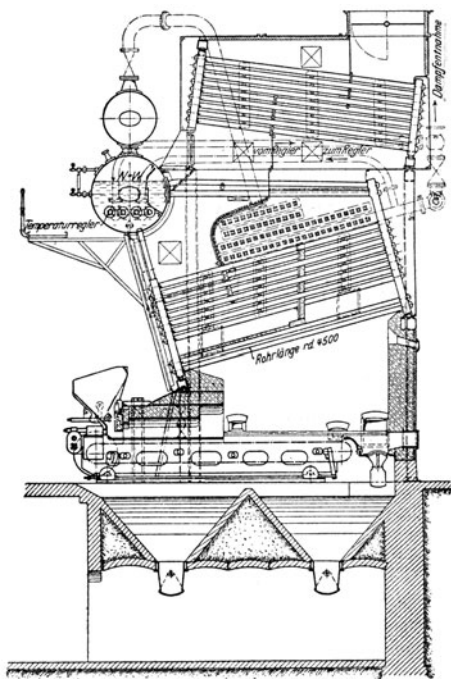


Abb. 41.

¹⁾ Ähnlich sind die Ausführungen von A. Borsig, Berlin-Tegel, und der Büttner-Gesellschaft i. m. B. H., Uerdingen a. Rh.

53,5/60 mm Durchmesser eingesetzt werden. Stützung der Oberkessel, an denen Rohrbündel und Unterkessel hängen.

(754) Garbe-Kessel mit geraden Rohren, Abb. 42 u. 43, Zweibündelkessel, Ausführung der Düsseldorf-Ratinger Röhrenkesselfabrik vorm. Dürr & Co., Ratingen b. Düsseldorf.

Befestigung der Rohre in abgestuften Buckelplatten, sog. Garbeplatten: verhältnismäßig steif, mit halbem Trommelmantel durch Überlappungsnetzung verbunden; starke Biegebanspruchung des Bleches. Vorteil des Einwalzens in einer Ebene steht Nachteil gegenüber, daß an sich, bei geneigter Buckelplatte, und infolge Rohrüberstandes innen Dampfäume mit gehinderter Wärmeübertragung entstehen. Außerdem neigen die Rohre zum Krummziehen (verschiedene Temperaturen). Obere und untere Trommeln durch weite Rohrstützen miteinander verbunden. Speisung in hinterem Oberkessel.

Gebogene Rohre besitzt der

(755) Stirling-Kessel, Abb. 44 u. 45, Ausführung der Hannoverschen Maschinenbau A.-G. vorm. G. Egestorff, Hannover.

4 Trommeln, geschweißt, 3 obere durch gekrümmte Rohre miteinander verbunden. Speisung in hintere, Dampfentnahme aus mittlerer Trommel.

Über weitere Konstruktionen s. Tetzner-Heinrich, Die Dampfkessel. Berlin: Julius Springer 1921.

Vorteile der Steilrohrkessel: Große Kesseleinheiten auf kleiner Grundfläche; runde Kesselteile, fehlende Verankerungen, billige Herstellung; guter Wasserumlauf.

Nachteile: Schwierige Reinigung und häufige Schäden am Feuerungsmauerwerk.

(756) Feuerbuchskessel mit Wasserrohren, sog. Field-Kessel: Wasserrohre unten geschlossen, in Feuerbuchsdecke eingewalzt und in Feuerbuche hängend. Mit dünnen, unten offenen Einsatzrohren (Wasserumlauf in Rohren) für bewegliche Dampferzeuger und Zwergkessel (Heizfläche $0,1 \text{ m}^2$), Dampfspannung 2 at nicht übersteigend; vgl. Allgem. pol. Best. über die Anlegung von Landdampfkesseln, S. 786.

(757) Elektrisch geheizte (Elektro-)Dampfkessel. Überschüssige, insbesondere Nachtwasserkraft wird mittels elektrischen Stromes in verschiedener Weise in Wärme umgesetzt und auf das Wasser übertragen. Unter Umständen in Verbindung mit Dampfspeichern, wenn an sich geringe Energieüberschüsse zur Deckung des Wärmebedarfes nicht ausreichen. Gebunden an die Bedingung, daß Herstellungspreis erzeugten Dampfes denjenigen des durch Brennstoffheizung gewonnenen nicht überschreiten.

Man darf je Kilowattstunde etwa 1,23 kg Dampf oder auf 1000 PS ungefähr 900 kg Dampf stündlich rechnen, entsprechend einem stündlichen Kohlenaufwand von ungefähr 700 kg mit etwa 4000 WE.

Vorteil: Einfache Bedienung, sauberer Betrieb (Fortfall der Brennstofflager bzw. Bekohlungsanlagen und der Verbrennungsrückstände — Asche, sowie Rauch und Ruß). Wegfall des Schornsteins bzw. der Zugerzeugungsanlagen; sofortige Betriebsbereitschaft. Ersparnis an Bedienungspersonal.

Betrieb mit Gleichstrom bis 250 V Spannung: isolierte Widerstandsheizung; Chromnickeldrähte in Siede- oder Tauchröhren verlegt. Regulierung durch Stufenschaltung.

Oder mit Wechselstrom: Als wasserberührte Widerstandsheizung bis 1000 V Spannung, mit Stromdurchgang nur durch Heizspirale oder durch diese und Wasser. Regulierung durch Stufenschaltung. Für hochgespannte

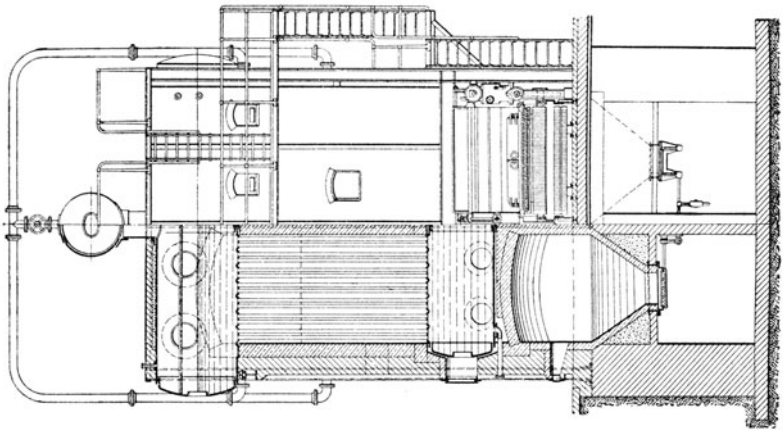


Abb. 43.

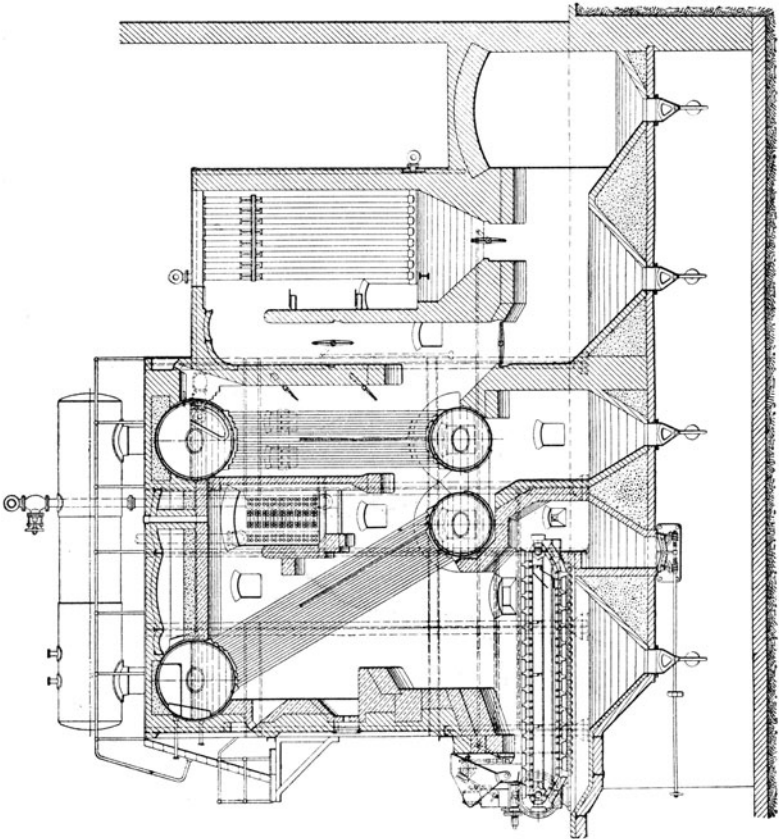


Abb. 42.

Ströme Ausführung als Elektrodenkessel; nach Art der Regelung verschieden, die bewirkt wird durch

Veränderung der Tauchtiefe der Elektroden (Verschiebung derselben oder Änderung des Wasserstandes);

durch Abdeckung der Elektroden mittels verschiebbarer Isolierrohre;
 durch Veränderung des die Elektroden umgebenden Flüssigkeitsquerschnittes;
 durch Veränderung der Beschaffenheit des zu verdampfenden Wassers.

Vgl. hierüber Z. d. Bayer. Rev. Ver. 1919, S. 183; 1920, S. 33 u. ff. Z. 1923, S. 7 und die betr. Mitteilungen der AEG. sowie von Brown, Boveri & Co., A.-G., Mannheim, Jahrg. VIII, Heft 8/9, S. 155.

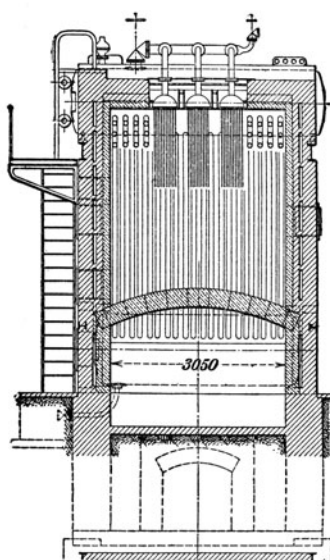


Abb. 45.

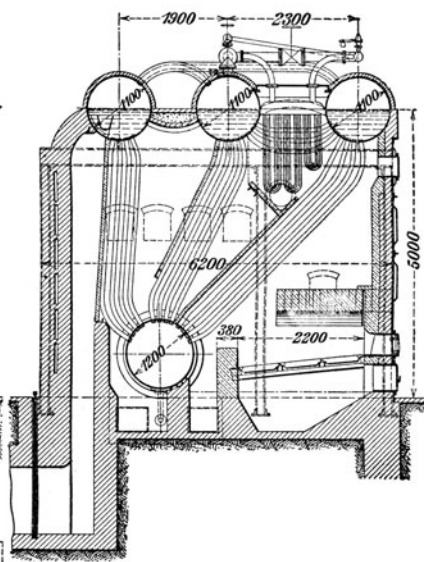


Abb. 44.

(758) Kesselmauerwerk. Umfassungswände aus Ziegelsteinen in Kalkmörtel, Grundmauern in Zementmörtel. Berührungsstellen von Kesselwandung und Mauerwerk in Schamottemörtel oder Lehm. Abhängig von Gastemperatur; für 450° und mehr Auskleidung mit Schamottefutter ($\frac{1}{2}$ Stein stark). Für Feuerbrücken und Feurgewölbe Formsteine.

Außenmauern $1\frac{1}{2} \div 2\frac{1}{2}$ Stein stark, mindestens 80 mm von Kesselhauswänden abgehend. Isolierung durch ruhende Luftschicht 50 \div 100 mm Stärke oder $\frac{1}{4} \div \frac{1}{2}$ Stein starke Isolierschicht, mit Asche, Kieselgur u. dgl. gefüllt. Ev. Verblendung mit Glasursteinen.

Zwischenmauer oder Trennungswände zwischen zwei Kesseln mit gemeinsamem Mauerwerk mindestens 340 mm stark; Scheidewände zwischen Zügen $\frac{1}{2}$ Stein stark, bei Wasserrohrkesseln aus 100 mm starken Schamotteformsteinen oder gußeisernen Formstücken. Züge oben möglichst belastungsfrei abgedeckt; besondere Tragdecke über Kessel. Seitenwände des Fuchses 1 Stein stark, Deckenkappe $\frac{1}{2} \div 1$ Stein stark, Sohle als Rollschicht. Verankerungen oder zu-

sammengenietetes Gestell, je nach Höhe (Steilrohrkessel): 1'' Anker, Profilleisen oder besondere Eckschienen miteinander verspannend.

Kesselausrüstung.

(759) Hierunter fallende Vorrichtungen sind entweder behördlich vorgeschrieben im Interesse möglichst gefahrlosen Betriebes oder sie haben sich aus Gründen erleichteter Kesselwartung eingeführt.

(760) **Speisepumpen.** Bemessung derart, daß Förderung der doppelten Verdampfungsfähigkeit entspricht.

Kolbenpumpen als Handpumpen für kleinen Kessel (Heizfläche in $m^2 \times$ Dampfspannung in $at \leq 120$). Maschinenpumpen durch Exzenter von Kurbelwelle aus angetrieben (Umlaufzahl der Maschine); Ausrückung durch Lösen eines Steckkeiles oder Verbindung von Saug- und Druckraum. Für Lokomobilen und kleine ortsfeste Anlagen.

Transmissionspumpen, ebenfalls von Maschine abhängig. Leicht auszurücken (Losscheibe) und leicht zugängliche Aufstellung.

Dampfpumpen mit Hilfsrotation. Schwungradpumpen oder schwingradlose sog. Duplex- (Triplex-) Pumpe: Anpassungsfähigkeit der Leistung an Betriebsverhältnisse durch Dampfdrosselung.

Zentrifugalpumpen, gekuppelt mit Elektromotor oder Dampfturbine. Siehe diese.

Dampfstrahlpumpen oder Injektoren, meist als zweite Speisevorrichtung (nicht regelbare Leistung), mit einfachem oder doppeltem Düsensystem. Siehe diese.

(761) **Speiseventil** als Rückschlagventil mit unterer Flügel- und oberer Stiftführung oder beiderseits Flügelführung. (Klemmwirkung infolge Wasserablenkung: Wiss-Ventil (S. 487)). Einrichtung mit Absperrung erübrigt sich durch die Vorschrift der Anbringung besonderer Absperrorgane. Anders im Falle Speisung mehrerer Kessel durch gemeinsame Leitung: Ventilbelastung durch Gewichtshebel mit Lüftung durch Zugkette.

Ist c die Wassergeschwindigkeit im Ventilsitz ($c = 0,5 \div 0,8$ m/sek), d der Ventildurchmesser in mm, so folgt im Falle eines Ventilhubes $h = 0,15 d$

$$d \approx 1,1 \sqrt{\frac{D}{c}}$$

(762) **Speiserohr**, 100 \div 200 mm unter niedrigstem Wasserstand mündend und mit Einrichtungen zur Ausscheidung der im Wasser enthaltenen Gase versehen.

(763) **Speise- oder Wasserstandsregler** zum Zwecke tunlichster Konstanthaltung des Wasserstandes (Vermeidung der Schwankungen des Druckes, der Dampfeuchtigkeit und Überhitzungstemperatur):

Schwimmer wirken unmittelbar auf Speiseventil, im Falle sinkenden Wasserstandes dieses öffnend oder auf einen Elektromagneten, dessen Anker die Stromzuführung zu Hubmagneten erteilt, die mit Speiseventil und Dampfabsperrentil an Pumpe in Verbindung stehen.

(764) **Speiserufer**, bei Überschreitung des tiefsten Wasserstandes ein Warnungssignal (Dampfpeife, Läutewerk) gebend.

(765) **Dampfabsperrentil**, als Durchgangs- oder Eckventil (S. 486), dem Durchmesser der Dampfleitung entsprechend (Spannungs-, Wärme- und Kondensationsverlust). Verminderung des Spannungsverlustes infolge scharfer

Richtungsänderungen durch das Ideal-Ventil, Patent Marscheider-Salingré (A. Borsig, Berlin-Tegel).

Ev. selbsttätiges Absperrventil als Rohrbruchventil: durch Druckunterschied infolge Dampfströmung betätigtes Rückschlagventil.

Rückschlagsventile oder Klappen in Verbindung mit Reduzierventilen im Falle Anschluss mehrerer Kessel von verschiedener Spannung an gemeinsame Dampfleitung.

(766) Entleerungsvorrichtungen. An tiefster Stelle, nicht in Kesselzügen oder heißem Mauerwerk liegend (Festbrennen). Stopfbüchshähne (Rotgußküken) mit Lüftschaube. Ev. mit Heiz- und Kühlvorrichtung. Vgl. (511). Ventile unter Umständen nach erfolgtem Abschlämmen nicht dichtend; deshalb Absperrventil in Verbindung mit vorgeschaltetem Hahn oder Hilfsventil: Doppelventile, mit Rohranschluß zum Ausblasen. Durchmesser des Ablaufrohres etwa mit Speiseventildurchmesser übereinstimmend.

(767) Wasserstandsgläser zur Sichtbarmachung des Wasserstandes. Wasserstandsköpfe aus zinkfreier Bronze oder Stahlguß mit Absperrvorrichtung, von

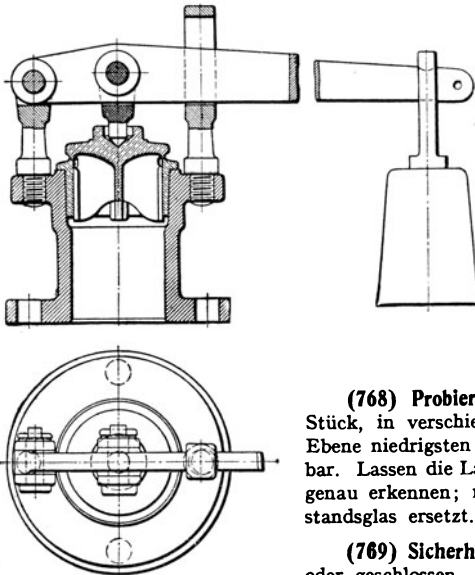


Abb. 46.

Hand zu betätigen oder selbständig sich schließend im Falle Glasbruches und durchstoßbar eingerichtet (Hähne, Klappen, Kugelventile), angeschlossen an einzelne Stützen oder besser an gegossenes Gehäuse, mit Kesselboden vernietet.

Gläser auswechselbar, gedichtet durch Stopfbüchsen und geschützt durch Hüllen: Netze, Drahtglas, unter Umständen mit Einrichtungen, die Erkennung des Wasserstandes erleichtern.

(768) Probierhähne oder -ventile, 2 ÷ 4 Stück, in verschiedenen Höhen, unterster in Ebene niedrigsten Wasserstandes; durchstoßbar. Lassen die Lage des Wasserstandes nicht genau erkennen; meist durch zweites Wasserstandsglas ersetzt.

(769) Sicherheitsventil. Offen, Abb. 46, oder geschlossen, Abb. 47, mit Gewichts- oder Federbelastung: weniger empfindlich gegenüber Erschütterungen für bewegliche Kessel verwendet und unmittelbar wirkend. Ebene Sitzfläche, 1,5 ÷ 2,5 mm breit; zuverlässige Ventilführung, Druckpunkt der Stelze in oder unter Sitzebene (Stabilität). Ventil unter Druck nachschleifbar: Sechskant oder Umfangswulst mit Rasten. Hebelübersetzung 1 : 7 bis 1 : 10, Lagerung auf Schneiden statt mittels Bolzen (Reibung) derart, daß Schneiden in Horizontalebene liegen.

Mit F = Gesamtquerschnitt der Sicherheitsventile eines Kessels in mm^2 ,
 γ = spezifisches Gewicht des Dampfes von p at Überdruck folgt

$$F = 15 H \sqrt{\frac{1000}{\gamma \cdot p}}$$

Für $d > 100$ mm mindestens zwei Ventile.

Nur wenig öffnend, als Warnungseinrichtung dienend und nicht imstande, gesamten Dampf im Falle plötzlicher Abnahmeunterbrechung ohne größere Spannungsüberschreitung abblasen zu lassen.

Wird ermöglicht durch Hoch- oder Vollhubventile, Abb. 48: Teller wird durch Wirkung ausströmenden Dampfes trotz Nachlassens der (hydraulischen) Pressung so hoch gehoben, daß die erforderliche Ausflußöffnung vorhanden ist. In diesem Falle ist etwa

$$F_{vh} = 5 H \sqrt{\frac{1000}{\gamma \cdot p}}$$

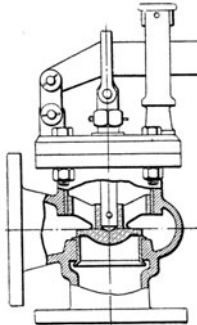


Abb. 47.

Abb. 49 zeigt die Wirkungsweise einer Ausföhrung von Dreyer, Rosenkranz & Droop in Hannover. Bereits bei 0,3 at Überspannung voll geöffnet, läßt sie viel Dampf entweichen: durch abnehmbare Haube geschlossen und Abblaserohr über Dach mündend. Da behördlich eine Überspannung um $\frac{1}{10}$ der festgesetzten Höchstspannung zugestanden ist, würde in diesem Falle der Abblaseverlust sehr groß; deshalb stattet genannte Firma diese Ventile auch mit Rollgewichtsbremse aus:

Rollgewicht bei Überschreitung des Hubes gewöhnlicher Sicherheitsventile, gegen Hebel sich legend, nach Maßgabe dessen weiteren Ausschlag die Hebelbelastung vergrößert.

(770) Manometer. Als Platten- [oder Röhrenfedermanometer] [mit Dreiweghahn und Wassersack (Schutz der Feder gegen hohe Temperatur). Dreiweghahn mit Kontrollflansch.

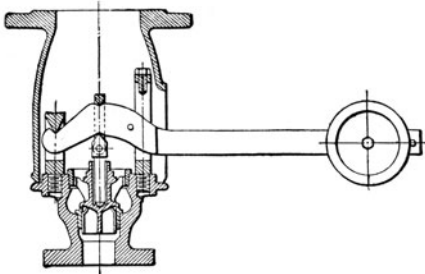


Abb. 48.

(771) Anbringung der Ausrüstung am Kessel durch schmiedeeiserne oder gußeiserne Stützen, diese unter Zwischenschaltung eines Stembleches mit Kesselkörper vernietet.

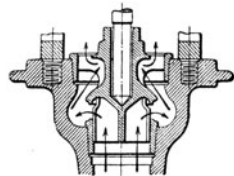


Abb. 49.

(772) Ferner gehören zum Kesselbetriebe die Einrichtungen zur Reinigung des Speisewassers, mechanisch oder chemisch, zur Kesselhausbeköhlung und zur Entfernung der Rückstände. Vgl. hierüber Tetzner-Heinrich Die Dampfkessel. Berlin: Julius Springer 1921.

Allgemeine polizeiliche Bestimmungen über die Anlegung von Landdampfkesseln.

Erlaß des Bundesrates vom 17. Dezember 1908 auf Grund des § 24 der Reichs-Gewerbeordnung.

(773) I. Geltungsbereich der Bestimmungen.

§ 1.

1. Als Dampfkessel im Sinne der nachstehenden Bestimmungen gelten alle geschlossenen Gefäße, die den Zweck haben, Wasserdampf von höherer als der atmosphärischen Spannung zur Verwendung außerhalb des Dampfwirklers zu erzeugen.

2. Als Landdampfkessel (Dampfkessel) gelten außer den an Land benutzten feststehenden und beweglichen Dampfkesseln auch die vorübergehend auf schwimmenden und im Wasser beweglichen Bauten aufgestellten Dampfkessel.

3. Den Bestimmungen für Landdampfkessel werden nicht unterworfen:

a) Behälter, in denen Dampf, der einem anderen Dampfwirkler entnommen ist, durch Einwirkung von Feuer besonders erhitzt wird (Dampfüberhitzer);

b) Kessel, die mit einer Einrichtung versehen sind, welche entweder verhindert, daß die Dampfspannung 0,5 at Oberdruck übersteigen kann (Niederdruckkessel) oder bewirkt, daß der Kessel hierbei abzublasen beginnt und bei einer Überschreitung des angegebenen Oberdrucks um 10 Prozent den Kessel bis auf den atmosphärischen Druck entlastet. Als Einrichtungen dieser Art gelten:

α) ein unverschließbares, vom Wasserraum ausgehendes Standrohr von nicht über 5000 mm Höhe und mindestens 80 mm Lichtweite;

β) ein vom Dampfraum ausgehendes, nicht abschließbares Rohr in Heberform oder mit mehreren auf- und absteigenden Schenkeln, dessen aufsteigende Aste bei Wasserfüllung zusammen nicht über 5000 mm, bei Quecksilberfüllung nicht über 370 mm Länge haben dürfen, wobei die Lichtweite dieser Rohre so bemessen werden muß, daß auf 1 m² Heizfläche (§ 3 Abs. 3) ein Rohrquerschnitt von mindestens 350 mm² entfällt. Die Lichtweite der Rohre muß mindestens 30 mm betragen und braucht 30 mm nicht zu überschreiten;

γ) jede andere von der Zentralbehörde des zuständigen Bundesstaats genehmigte Sicherheitsvorrichtung.

c) Zwergkessel, das heißt Dampfwirkler, deren Heizfläche 0,1 m² und deren Dampfspannung 2 at Oberdruck nicht übersteigt, sofern sie mit einem zuverlässigen Sicherheitsventil ausgerüstet sind.

4. Für die Kessel der Eisenbahnlokomotiven bleiben die auf Grund der Artikel 42 und 43 der Reichsverfassung erlassenen besonderen Bestimmungen in Kraft.

II. Bau.

§ 2. Kesselwandungen¹⁾.

1. Jeder Dampfkessel muß in bezug auf die verwendeten Baustoffe und seine Bauart, Ausführung und Ausrüstung den anerkannten Regeln von Wissenschaft und Technik entsprechen. Als solche Regeln gelten die Baustoff- und die Herstellungsvorschriften, die auf Grund der Anlage vom Deutschen Dampfkessel-Ausschuß aufgestellt und vom Reichsarbeitsminister durch Verkündung im Reichsanzeiger in Kraft gesetzt werden. Diese Regeln können bei der Vielgestaltigkeit der Verhältnisse und dem Fortschreiten der Technik nicht als erschöpfend angesehen werden. Die nach zivil- oder strafrechtlichen Vorschriften bestehende Verantwortlichkeit für die Güte der verwendeten Baustoffe, für die Bauart, für die Ausführung oder für den Betrieb des Kessels bleibt deshalb unberührt, auch wenn der zuständige Sachverständige keine Bedenken erhoben hat.

2. Die von den Heizgasen berührten Teile der Wandungen der Dampfkessel dürfen nicht aus Gußeisen oder Temperguß hergestellt werden; andere nur, sofern ihre lichten Querschnitte kreisförmig sind und ihre lichte Weite 250 mm nicht übersteigt. Für höhere Dampfspannungen als 10 at Oberdruck ist Gußeisen oder Temperguß in keinem Teile der Kesselwandungen gestattet. Formflußeisen darf für alle nicht im ersten Feuerzuge liegenden Teile der Wandungen benutzt werden. Auf Gehäusewandungen von Dampfzylindern, die mit dem Dampfkessel verbunden sind, finden die vorstehenden Bestimmungen keine Anwendung.

3. Als Wandungen der Dampfkessel gelten die Wandungen derjenigen Räume, welche zwischen den Absperrventilen (§ 6 Abs. 1, 2 und 3) liegen. Den Kesselwandungen sind die mit ihnen verbundenen Anschlußteile gleich zu achten.

4. Die Verwendung von Messingblech ist nur für Feuerrohre gestattet, deren lichte Weite 80 mm nicht übersteigt.

§ 3. Feuerzüge.

1. Die Feuerzüge der Dampfkessel müssen an ihrer höchsten Stelle mindestens 100 mm unter dem festgesetzten niedrigsten Wasserstande liegen. Bei Dampfkesseln, deren Wasseroberfläche kleiner als das 1,3-fache der gesamten Rostfläche ist, muß dieser Abstand mindestens

¹⁾ Verordnung über die Anlegung von Dampfkesseln vom 14. XII. 1923, veröffentlicht im Reichsgesetzblatt, Teil I 1923, vom 22. XII. 1923, Nr. 131, Seite 1229 bis 1130. Vgl. auch V.D.I.-Nachrichten Nr. 4 vom 23. I. 1924, 1. Beiblatt.

150 mm betragen. Bei Innenzügen ist der Mindestabstand über den von den Heizgasen berührten Blechen zu messen.

2. Die Bestimmungen über die Höhenlage der Feuerzüge finden keine Anwendung auf Dampfkessel, deren von den Heizgasen berührte Wandungen ausschließlich aus Wasserrohren von weniger als 100 mm Lichtweite oder aus derartigen Rohren und den zu ihrer Verbindung angewendeten Rohrstücken bestehen, sowie auf solche Feuerzüge, in welchen ein Erglühen des mit dem Dampfraum in Berührung stehenden Teiles der Wandungen nicht zu befürchten ist. Die Gefahr des Erglühens ist in der Regel als ausgeschlossen zu betrachten, wenn die vom Wasser bespülte Kesselfläche, welche von den Heizgasen vor Erreichung der vom Dampfe bespülten Kesselfläche bestrichen wird, bei natürlichem Luftzuge mindestens zwanzigmal, bei künstlichem Luftzuge mindestens vierzigmal so groß ist als die gesamte Rostfläche. Bei Dampfkesseln ohne Rost ist der 4-fache Betrag des Querschnitts des ersten Feuerzugs, unter Ausschluß des verengten Querschnitts über der Feuerbrücke als der Rostfläche gleichstehend zu erachten.

3. Als Heizfläche der Dampfkessel gilt der auf der Feuerseite gemessene Flächeninhalt der einerseits von den Heizgasen, andererseits vom Wasser berührten Wandungen.

4. Als künstlicher Luftzug gilt jeder durch andere Mittel als den Schornsteinzug erreichte Luftzug, welcher bei saugender Wirkung in der Regel mehr als 25 mm W.-S., gemessen hinter dem letzten Feuerzuge, bei Preßluft mehr als 30 mm W.-S., gemessen unter dem Roste, beträgt.

III. Ausrüstung.

§ 4. Speisevorrichtungen.

1. Jeder Dampfkessel muß mit mindestens zwei zuverlässigen Vorrichtungen zur Speisung versehen sein, die nicht von derselben Betriebsvorrichtung abhängig sind. Mehrere zu einem Betriebe vereinigte Dampfkessel werden hierbei als ein Kessel angesehen.

2. Jede der Speisevorrichtungen muß imstande sein, dem Kessel doppelt so viel Wasser zuzuführen, als seiner normalen Verdampfungsfähigkeit entspricht. Bei Pumpen, die unmittelbar von der Hauptbetriebsmaschine angetrieben werden (Maschinenspeisepumpen) genügt das 1,5-fache der normalen Verdampfungsfähigkeit. Zwei oder mehrere Speisevorrichtungen, die zusammen die geforderte Leistung ergeben, sind als eine Speisevorrichtung anzusehen. Maschinenspeisepumpen werden, wenn die Kessel beim Stillstande der Maschine auch noch anderen Zwecken dienen, nur dann als zweite Speisevorrichtung angesehen, wenn es dem regelmäßigen Betrieb entspricht, daß die Maschinen zum Speisen in Gang gesetzt werden.

3. Handpumpen sind nur zulässig, wenn das Produkt aus der Heizfläche in m^3 und der Dampfspannung in at überdruck die Zahl 120 nicht übersteigt.

4. Die unmittelbare Benutzung einer Wasserleitung an Stelle einer der Speisevorrichtungen ist zulässig, wenn der nutzbare Druck der Wasserleitung am Kessel jederzeit mindestens 2 at höher als der genehmigte Dampfdruck im Kessel ist.

§ 5. Speiseventile und Speiseleitungen.

1. In jeder zum Dampfkessel führenden Speiseleitung muß möglichst nahe am Kesselkörper ein Speiseventil (Rückschlagventil) angebracht sein, das bei Abstellung der Speisevorrichtungen durch den Druck des Kesselwassers geschlossen wird.

2. Die Speiseleitung muß möglichst so beschaffen sein, daß sich der Dampfkessel bei undichtem Rückschlagventil nicht durch die Speiseleitung entleeren kann. Haben Speisevorrichtungen gemeinschaftliche Saug- oder Druckleitung, so muß jede Speisevorrichtung von der gemeinschaftlichen Leitung abschließbar sein. Obereinanderliegende Verbundkessel mit getrennten Wasserräumen sowie Dampfkessel mit verschieden hohem Betriebsdrucke müssen je für sich gespeist werden können.

§ 6. Absperr- und Entleerungsvorrichtungen.

1. Jeder Dampfkessel muß mit einer Vorrichtung versehen sein, durch die er von der Dampfleitung abgesperrt werden kann. Wenn mehrere Kessel, die für verschiedene Dampfspannung genehmigt sind, ihre Dämpfe in gemeinschaftliche Dampfleitungen abgeben, so müssen die Anschlüsse der Kessel mit niedrigerem Drucke an die gemeinsame Dampfleitung unter Zwischenschaltung eines Rückschlagventils erfolgen. Durch die Anwendung von Druckminderventilen oder Druckreglern wird das Rückschlagventil nicht entbehrlich gemacht.

2. Jeder Dampfkessel muß zwischen dem Speiseventil und dem Kesselkörper eine Absperrvorrichtung erhalten, auch wenn das Speiseventil abschließbar ist.

3. Jeder Dampfkessel muß mit einer zuverlässigen Vorrichtung versehen werden, durch die er entleert werden kann.

4. Die Speiseabsperrvorrichtungen und die Entleerungsvorrichtungen müssen gegen die Einwirkung der Heizgase geschützt sein und ebenso wie alle anderen Absperrvorrichtungen (§ 5 Abs. 2, § 6 Abs. 1) so angebracht werden, daß der verantwortliche Wärter sie leicht bedienen kann.

§ 7. Wasserstandsvorrichtungen.

1. Jeder Dampfkessel muß mit mindestens zwei geeigneten Vorrichtungen zur Erkennung seines Wasserstandes versehen sein, von denen wenigstens die eine ein Wasserstandsglas sein muß. Schwimmer und Schmelzpfropfen sowie Spindelventile, die nicht durchstoßbar sind oder sich ganz herausdrehen lassen, sind als zweite Vorrichtung nicht zulässig. Die Vorrichtungen müssen gesonderte Verbindungen mit dem Innern des Kessels haben. Es ist jedoch gestattet, sie an einem gemeinschaftlichen Körper anzubringen, oder, falls zwei Wasserstandsgläser gesondert voneinander durch Rohre mit dem Kessel verbunden werden, die Dampfrohre durch

eine gemeinsame Öffnung in den Kessel zu führen, wenn die Öffnung mindestens dem Gesamtquerschnitte beider Rohre gleich ist.

2. Werden die Wasserstandsrichtungen an einem gemeinschaftlichen Körper angebracht, so müssen dessen Verbindungen mit dem Wasser- und Dampftraume mindestens je 6000 mm² lichten Querschnitt haben. Werden die Wasserstandsrichtungen einzeln durch Rohre mit dem Kessel verbunden, so müssen die Verbindungsrohre ohne scharfe Krümmungen geführt sein, unter Vermeidung von Wasser- und Dampfsäcken. Gerade, nach dem Kessel durchstoßbare Verbindungsrohre müssen mindestens 20 mm, gebogene Verbindungsrohre bei Kesseln bis zu 25 m² Heizfläche mindestens 35 mm, über 25 m² Heizfläche mindestens 45 mm lichten Durchmesser haben. Verbindungsrohre sind gegen die Einwirkung der Heizgase zu schützen. Gebogene Zuleitungsrohre im Innern des Kessels zum Anschluß an die Wasserstandsrichtungen sind nicht gestattet.

3. Die Lichtweiten der Wasserstandsgläser sowie die Bohrungen der Wasserstandsrichtungen müssen mindestens 8 mm betragen. Die Hähne und Ventile der Wasserstandsrichtungen müssen so eingerichtet sein, daß man während des Betriebs in gerader Richtung durch die Vorrichtungen hindurchstoßen kann. Wasserstandsköpfe müssen so ausgeführt sein, daß das Dichtungsmaterial nicht in das Glas gepreßt werden kann.

4. Alle Hahnkegel der Wasserstandsrichtungen müssen sich ganz durchrehen lassen. Die Durchgangsrichtung muß bei allen Hähnen deutlich auf dem Hahnkopfe gekennzeichnet sein. Die Bohrung der Hahnkegel an Wasserstandsrichtungen muß so beschaffen sein, daß sich der Durchgangsquerschnitt beim Nachschleifen nicht vermindert.

5. Werden Probierröhne oder Probierventile als zweite Vorrichtung angewendet, so ist die unterste dieser Vorrichtungen in der Ebene des festgesetzten niedrigsten Wasserstandes anzubringen. Die Höhenlage der Wasserstandsgläser ist so zu wählen, daß der höchste Punkt der Feuerzüge mindestens 30 mm unterhalb der unteren sichtbaren Begrenzung des Wasserstandsglases liegt. Dieses Erfordernis gilt nicht für Kessel, deren von den Heizgasen berührte Wandungen ausschließlich aus Wasserrohren von weniger als 100 mm Lichtweite oder aus solchen Rohren und den zu ihrer Verbindung angewendeten Rohrteilen bestehen.

6. Es müssen Einrichtungen für ständige, genügende Beleuchtung der Wasserstandsrichtungen während des Betriebs der Dampfkessel vorhanden sein. Die Wasserstandsrichtungen müssen im Gesichtskreise des für die Spelung verantwortlichen Wärters liegen und von seinem Standorte leicht zugänglich sein.

§ 8. Wasserstandsmarke.

1. Der für den Dampfkessel festgesetzte niedrigste Wasserstand ist durch eine an der Kesselwandung anzubringende feste Strichmarke von etwa 30 mm Länge, die von den Buchstaben N. W. begrenzt wird, dauernd kenntlich zu machen. Die Strichmarke ist bei der Bauprüfung des Dampfkessels unter Berücksichtigung des dem Kessel bei der Aufstellung etwa zu gebenden Gefälles festzulegen. Ihre Höhenlage ist durch Angabe ihres Abstandes von einem jederzeit erreichbaren Kesselteil in der über die Abnahmeprüfung aufzunehmenden Bescheinigung dann zu sichern, wenn die Marke nicht sichtbar bleibt.

2. Werden die Wasserstandsrichtungen unmittelbar an der Kesselwandung angebracht, so ist neben oder hinter jedem Wasserstandsglas in Höhe der Strichmarke ein Schild mit der Bezeichnung „Niedrigster Wasserstand“ mit einem bis nahe an das Wasserstandsglas reichenden wagerechten Zeiger anzubringen. Werden die Wasserstandsrichtungen an besonderen Wasserstandskörpern oder Rohren befestigt, so ist mit diesen in Höhe der Strichmarke neben oder hinter jedem Wasserstandsglas das vorbezeichnete Schild mit Zeiger zu verbinden. Für Dampfkessel mit weniger als 25 m² Heizfläche kann, wenn es an Platz mangelt, die Bezeichnung „Niedrigster Wasserstand“ in N. W. abgekürzt werden. Die Schilder sind dauerhaft, aber weder mit den Schrauben der Armaturgegenstände noch an der Bekleidung zu befestigen.

§ 9. Sicherheitsventil.

1. Jeder feststehende Dampfkessel ist mit wenigstens einem zuverlässigen Sicherheitsventil, jeder bewegliche Dampfkessel mindestens mit zwei solchen Ventilen zu versehen. Die Sicherheitsventile müssen zugänglich und so beschaffen sein, daß sie jederzeit gelüftet und auf ihrem Sitze gedreht werden können. Bei Ventilen, die durch Hebel und Gewicht belastet werden, darf der auf jedes Ventil durch den Dampf ausgeübte Druck 600 kg nicht überschreiten. Die Belastungsgewichte der Ventile müssen je aus einem Stück bestehen. Sind zwei Ventile vorgeschrieben, so muß ihre Belastung unabhängig voneinander erfolgen. Der Dampf darf den Ventilen nicht durch Rohre zugeführt werden, die innerhalb des Kessels liegen. Geschlossene Ventilhäuse müssen in ihrem tiefsten Punkte mit einer nicht abschließbaren Entwässerungsvorrichtung versehen sein. Bei Hebelventilen ist die Stellung des Gewichts durch Splinte, bei Federventilen die Spannung der Federn durch Sperrhülsen oder feste Scheiben zu sichern.

2. Die Sicherheitsventile dürfen höchstens so belastet werden, daß sie bei Eintritt der für den Kessel festgesetzten Dampfspannung den Dampf entweichen lassen. Ihr Querschnitt muß bei normalem Betrieb imstande sein, so viel Dampf abzuführen, daß die festgesetzte Dampfspannung höchstens um 0,1 ihres Betrags überschritten wird. Sind zwei Sicherheitsventile vorgeschrieben oder bedingt die Größe des Kessels mehrere Ventile, so muß ihr Gesamtquerschnitt dieser Anforderung entsprechen. Änderungen in den Belastungsverhältnissen, die den Druck des Ventilegels gegen den Sitz erhöhen, dürfen nur durch die amtlichen Sachverständigen vorgenommen werden. Über jede Änderung der bei der amtlichen Abnahme festgesetzten Belastung ist von dem dazu Berechtigten ein Vermerk in das Revisionsbuch (§ 19) aufzunehmen.

§ 10. Manometer.

Mit dem Dampfraume jedes Dampfkesseles muß ein zuverlässiges, nach Atmosphären (§ 12) geteiltes Manometer verbunden sein. Dieser Bestimmung wird auch durch Anschluß des Manometers an den Dampfraum eines dem § 7 Abs. 2 entsprechenden besonderen Wasserstandskörpers genügt. An dem Zifferblatte des Manometers ist die festgesetzte höchste Dampfspannung durch eine unveränderliche, in die Augen fallende Marke zu bezeichnen. Das Manometer muß die Ablesung des bei der Druckprobe anzuwendenden Probedrucks (§§ 12 und 13) gestatten. Es muß so angebracht sein, daß es gegen die vom Kessel ausstrahlende Hitze möglichst geschützt ist und daß seine Angaben vom Kesselwärter jederzeit ohne Schwierigkeiten beobachtet werden können. Die Leitung zum Manometer muß mit einem Wassersacke versehen und zum Ausblasen eingerichtet sein.

§ 11. Fabrikschild.

1. An jedem Dampfkessele muß die festgesetzte höchste Dampfspannung, der Name und Wohnort des Fabrikanten, die laufende Fabriknummer und das Jahr der Anfertigung auf eine leicht erkennbare und dauerhafte Weise angegeben sein.

2. Diese Angaben sind auf einem metallenen Schilde (Fabrikschild) anzubringen, das mit versenkt vernieteten kupfernen Stiftschrauben so am Kessel befestigt werden muß, daß es auch nach der Ummantelung oder Einmauerung des letzteren sichtbar bleibt.

IV. Prüfung.

12. Bauprüfung, Druckprobe und Abnahme neu oder erneut zu genehmigender Dampfkessele.

1. Jeder neu oder erneut zu genehmigende Dampfkessele ist vor der Inbetriebnahme von einem zuständigen Sachverständigen einer Bauprüfung, einer Prüfung mit Wasserdruck und der nach § 24 Abs. 3 der Gewerbeordnung vorgeschriebenen Abnahmeprüfung zu unterziehen. Die Bauprüfung und Druckprobe müssen vor der Einmauerung oder Ummantelung des Kessels ausgeführt werden; sie sind möglichst miteinander zu verbinden. Die Bauprüfung kann jedoch auf Antrag des Fabrikanten auch während der Herstellung des Dampfkesseles vorgenommen werden. Bei neu zu genehmigenden Dampfkessele kann, wenn seit der letzten inneren Untersuchung noch nicht zwei Jahre verflossen sind, nach dem Ermessen des Sachverständigen von der Durchführung dieser Bestimmungen insoweit abgesehen werden, als eine erneute Prüfung für die Erneuerung der Genehmigung nicht erforderlich ist.

2. Die Bauprüfung erstreckt sich auf die planmäßige Ausführung der Abmessungen, den Baustoff und die Beschaffenheit des Kesselkörpers. Bei ihrer Ausführung ist der Dampfkessele äußerlich und, soweit es seine Bauart gestattet, auch innerlich zu untersuchen. Vor Ausführung der Prüfung ist dem Sachverständigen bei neuen Dampfkessele der Nachweis darüber zu erbringen, daß der zu den Wandungen des Kessels verwendete Baustoff nach Maßgabe der hierüber bestehenden Bestimmungen geprüft worden ist. Über die Bauprüfung hat der Sachverständige ein Zeugnis auszustellen und mit diesem den Materialnachweis und — falls nicht eine bereits genehmigte Zeichnung vorgelegt wird — die den Abmessungen des Dampfkesseles zugrunde gelegte Zeichnung zu verbinden. Vom Lieferer sind im letzteren Falle zwei Zeichnungen des Dampfkesseles zur Verfügung des Sachverständigen zu halten. Bei erneut zu genehmigenden Dampfkessele hat der Sachverständige in dem Zeugnis über die Bauprüfung zugleich ein Gutachten darüber abzugeben, mit welcher Dampfspannung der Kessel zum Betriebe geeignet erscheint.

3. Die Wasserdruckprobe erfolgt bei Dampfkessele bis zu 10 at Oberdruck mit dem 1,5-fachen Betrage des beabsichtigten Oberdrucks, mindestens aber mit 1 at Mehrdruck, bei Dampfkessele über 10 at Oberdruck mit einem Drucke, der den beabsichtigten um 5 at übersteigt. Die Kesselwandungen müssen während der ganzen Dauer der Untersuchung dem Probedrucke widerstehen, ohne undicht zu werden oder bleibende Formveränderungen aufzuweisen. Sie sind für undicht zu erachten, wenn das Wasser bei dem Probedruck in anderer Form als der von feinen Perlen durch die Fugen dringt. Über die Prüfung mit Wasserdruck hat der Sachverständige ein Zeugnis auszustellen.

4. Unter dem Atmosphärendrucke wird der Druck von 1 kg/cm² verstanden.

5. Nachdem die Bauprüfung und die Wasserdruckprobe mit befriedigendem Erfolge stattgefunden haben, sind die Nieten des Fabrikschildes (§ 11) von dem zuständigen Sachverständigen mit dem amtlichen Stempel zu versehen, der in dem Prüfungszeugnis über die Wasserdruckprobe abzudrucken ist. Einer Erneuerung des Stempels bedarf es bei alten, erneut zu genehmigenden Dampfkessele nicht, wenn der alte Stempel noch gut erhalten ist und mit dem amtlichen Stempel des Sachverständigen übereinstimmt.

6. Die endgültige Abnahme der Dampfkesseleanlage muß unter Dampf erfolgen. Dabei ist zu untersuchen, ob die Ausführung der Anlage den Bedingungen der erteilten Genehmigung entspricht. Nach dem befriedigenden Ausfalle dieser Untersuchung und der Behändigung der Abnahmebescheinigung oder einer Zwischenbescheinigung darf die Kesseleanlage ohne weiteres in Betrieb genommen werden, soweit die baupolizeiliche Abnahme der etwa zur Kesseleanlage gehörigen Baulichkeiten stattgefunden und zu keinem wesentlichen Bedenken Anlaß gegeben hat.

§ 13. Druckproben nach Hauptausbesserungen.

1. Dampfkessele, die eine Hauptausbesserung erfahren haben, oder durch Wassermangel oder Brandschaden überhitzt worden sind, müssen vor der Wiederinbetriebnahme von einem zuständigen Sachverständigen einer Prüfung mit Wasserdruck in gleicher Höhe wie bei neu aufzustellenden Dampfkessele unterzogen werden. Der völligen Bloßlegung des Kessels bedarf es in solchem Falle in der Regel nicht.

2. Von der Außerbetriebsetzung eines Dampfkessels zum Zwecke einer Hauptausbesserung des Kesselkörpers hat der Kesselbesitzer oder ein Stellvertreter der zur regelmäßigen Prüfung des Dampfkessels zuständigen Stelle Anzeige zu erstatten. Die gleiche Pflicht liegt dem Kesselbesitzer oder seinem Vertreter ob, wenn ein Dampfkessel durch Wassermangel oder Brandschaden überhitzt worden ist.

§ 14. Prüfungsmanometer.

1. Der bei der Prüfung ausgeübte Druck muß durch ein von dem zuständigen Sachverständigen amtlich geführtes Doppelmanometer festgestellt werden.

2. An jedem Dampfkessel muß sich in der Nähe des Manometers (§ 10) am Manometerrohr ein mit einem Dreiwegehahn versehener Stutzen zur Anbringung des amtlichen Manometers befinden. Dieser Stutzen muß bei beweglichen Kesseln einen ovalen Flansch von 60 mm Länge und 25 mm Breite besitzen. Die Weite der Schlitzes zur Einlegung der Befestigungsschrauben und die Öffnung des Stutzens muß 7 mm, die Länge der Schlitzes 20 mm betragen.

V. Aufstellung.

§ 15. Aufstellungsort.

1. Dampfkessel für mehr als 6 at Oberdruck und solche, bei welchen das Produkt aus der Heizfläche (§ 3 Abs. 3) in m^3 und der Dampfspannung in at Oberdruck für einen oder mehrere gleichzeitig im Betriebe befindliche Kessel zusammen mehr als 30 beträgt, dürfen unter Räumen, die häufig von Menschen betreten werden, nicht aufgestellt werden. Das gleiche gilt für die Aufstellung von Dampfkesseln über Räumen, die häufig von Menschen betreten werden, mit Ausnahme der Aufstellung über Kellerräumen. Innerhalb von Betriebsstätten und in besonderen Kesselräumen ist die Aufstellung solcher Dampfkessel unzulässig, wenn die Räume mit fester Wölbung oder fester Balkendecke versehen sind. Feste Konstruktionsteile über einem Teile des Kesselraums, die den Zwecken der Rostbeschickung dienen, sind nicht als feste Balkendecke anzusehen. Trockeneinrichtungen oberhalb des Dampfkessels sowie das Trocken auf dem Kessel sind nicht zulässig. Bei eingemauerten Dampfkesseln, deren Plattform betreten wird, muß oberhalb derselben eine mittlere verkehrsfreie Höhe von mindestens 1800 mm vorhanden sein.

2. Dampfkessel, die in Bergwerken unterirdisch oder auf Kraftfahrzeugen aufgestellt werden, und solche, welche ausschließlich aus Wasserrohren von weniger als 100 mm Lichtweite oder aus derartigen Rohren und den zu ihrer Verbindung angewendeten Rohrstücken bestehen, unterliegen den vorstehenden Bestimmungen nicht, Dampfkessel letzterer Art auch dann nicht, wenn sie mit Schlammfassern und mit Oberkesseln, die nur als Dampfsammler dienen, versehen sind. Auf Wasserkammerrohrkessel mit Rohren unter 100 mm Lichtweite finden die Bestimmungen des Abs. 1 dann keine Anwendung, wenn ihre Rohre nahtlos hergestellt sind, die Wandungen ihrer Oberkessel von den Heizgasen nicht berührt werden und ihr Dampfdruck 6 at Oberdruck nicht übersteigt.

§ 16. Kesselmauerung.

Zwischen dem Mauerwerke, das den Feuerraum und die Feuerzüge feststehender Dampfkessel einschließt, und den dieses umgebenden Wänden muß ein Zwischenraum von mindestens 80 mm verbleiben, der oben abgedeckt und an den Enden verschlossen werden darf. Die Feuerzüge müssen durch genügend weite Einfahröffnungen zugänglich und in der Regel so groß bemessen sein, daß sie befahrbar sind. Werden die Feuerzüge benachbarter Kessel durch eine gemeinsame Mauer getrennt, so ist diese mindestens 340 mm dick herzustellen. Das Kesselmauerwerk darf nicht zur Unterstützung von Gebäudeteilen benutzt werden.

VI. Bewegliche Dampfkessel und Kleinkessel.

§ 17. Bewegliche Dampfkessel.

Als bewegliche Dampfkessel gelten solche, deren Benutzung an wechselnden Betriebsstätten erfolgt. Als bewegliche Dampfkessel dürfen nur solche Dampfenwickler betrieben werden, zu deren Aufstellung und Inbetriebnahme die Herstellung von Mauerwerk, das den Kessel umgibt, nicht erforderlich ist.

§ 18. Kleinkessel.

Kleinkessel, das sind Dampfenwickler, bei denen das Produkt aus der Heizfläche in m^3 und der Dampfspannung in at Oberdruck die Zahl 2 nicht übersteigt, gelten hinsichtlich ihres Aufstellungsorts als bewegliche Kessel, auch wenn sie von Mauerwerk umgeben sind und an einem Betriebsorte zu dauernder Benutzung aufgestellt werden.

VII. Allgemeine Bestimmungen.

§ 19. Aufbewahrung der Kesselpapiere.

1. Zu jedem Dampfkessel gehören:

a) Eine Ausfertigung der Urkunde über seine Genehmigung nebst den zugehörigen Zeichnungen und Beschreibungen.

Mit der Urkunde sind die Bescheinigungen über die Bauprüfung, die Wasserdruckprobe und die Abnahme (§ 12) zu verbinden. Letztere Bescheinigung muß einen Vermerk über zulässige Bestimmung der Sicherheitsventile enthalten. Gelangen in einer Anlage mehrere Dampfkessel von gleicher Größe, Form, Ausrüstung und Dampfspannung gleichzeitig zur Aufstellung, so ist für diese nur eine Urkunde erforderlich.

- b) Ein Revisionsbuch, das die Angaben des Fabrikschildes (§ 11) enthält. Die Bescheinigungen über die im § 13 vorgeschriebenen Prüfungen und die periodischen Untersuchungen müssen in das Revisionsbuch eingetragen oder ihm derart beigefügt werden, daß sie nicht in Verlust geraten können.

2. Die Genehmigungsurkunde nebst den zugehörigen Anlagen und beglaubigte Abschriften dieser Papiere sowie das Revisionsbuch sind an der Betriebsstätte des Dampfkessels aufzubewahren und jedem zur Aufsicht zuständigen Beamten oder Sachverständigen auf Verlangen vorzulegen. Auf die Dampfkessel von Kraftfahrzeugen und Feuerspritzen findet diese Bestimmung keine Anwendung, wenn ihr Betrieb den Polizeibehörden und den zuständigen Kesselsachverständigen ihres Heimatsortes angemeldet ist.

§ 20. Entbindung von einzelnen Bestimmungen.

1. Bei Kleinkesseln (§ 18) ist es zulässig:

- a) von der Anbringung einer zweiten Speisevorrichtung,
- b) von dem Speiseventil (Rückschlagventil),
- c) von der Anbringung einer zweiten Wasserstandsvorrichtung abzusehen,
- d) nur ein Sicherheitsventil anzuwenden, auch wenn der Kessel beweglich betrieben wird,
- e) die Lichtweiten der Wasserstandsgläser und die Bohrungen der Wasserstandsvorrichtungen auf 6 mm zu ermäßigen.

2. Im übrigen sind die Zentralbehörden der einzelnen Bundesstaaten befugt, in einzelnen Fällen und für einzelne Kesselarten von der Beachtung der Bestimmungen der §§ 2—19 und des § 21 zu entbinden.

§ 21. Übergangsbestimmungen.

1. Bei Dampfkesseln, die zur Zeit des Inkrafttretens dieser Bestimmung auf Grund der bisher geltenden Vorschriften genehmigt sind, kann eine Abänderung ihres Baues, ihrer Ausrüstung oder Aufstellung nach Maßgabe dieser Bestimmungen so lange nicht gefordert werden, als sie einer erneuten Genehmigung nicht bedürfen.

2. Im übrigen finden die vorstehenden Bestimmungen für die Fälle der erneuten Genehmigung von Dampfkesseln mit der Maßgabe Anwendung, daß dabei von der Durchführung der Bestimmungen des § 2 Abs. 1 und 4 und des § 7 Abs. 5 zweiter Satz abgesehen werden kann. Bei der Genehmigung alter Dampfkessel, deren Materialbeschaffenheit nicht nachgewiesen wird, ist eine Festigkeit von höchstens 30 kg/mm² anzunehmen.

§ 22. Schlußbestimmungen.

1. Die Bekanntmachung, betreffend allgemeine polizeiliche Bestimmungen über die Anlegung von Dampfkesseln, vom 5. August 1890, wird aufgehoben, insoweit sie nicht für bestehende Dampfkesselanlagen Geltung behält.

2. Die Bestimmungen des § 21 Abs. 2 über die zulässige Materialbeanspruchung alter Dampfkessel treten sofort in Kraft. Im übrigen treten die vorstehenden Bestimmungen erst ein Jahr nach ihrer Veröffentlichung in Wirksamkeit. Dampfkessel, die bereits vor diesem Zeitpunkt nach den vorstehenden Bestimmungen gebaut und angelegt werden, sind nicht zu beanstanden.

(774) Bauvorschriften für Landdampfkessel.

I. Material.

1. Für die Anforderungen an das zum Bau von Dampfkesseln zur Verwendung kommende Schweiß- und Flußeisen sind die Materialvorschriften für Landdampfkessel maßgebend¹⁾.

2. Für Kupfer kann, wenn größere Festigkeit nicht nachgewiesen wird, eine Zugfestigkeit von 22 kg/mm² bei Temperaturen bis 120° C angenommen werden. Im Falle höherer Temperatur ist die Zugfestigkeit für je 20° C um 1 kg/mm² niedriger zu wählen.

3. Gegenüber überhitztem Wasserdampf von 250° C und mehr ist die Verwendung von Kupfer zu vermeiden.

4. Für kupferne Dampfrohrleitungen ist innerhalb der bezeichneten Grenze eine Materialbeanspruchung von höchstens $\frac{1}{10}$ der Zugfestigkeit zulässig.

5. Die Scherfestigkeit des Schweißeisens, Flußeisens und des Kupfers kann zu 0,8 der Zugfestigkeit angenommen werden.

II. Vernietung, Schweißung und Bearbeitung im Feuer.

1. Die Widerstandsfähigkeit der Niete gegen Abscheren darf sich nicht geringer erweisen, als die in Rechnung zu ziehende Festigkeit des Bleches in der Nietnaht. Hierbei

¹⁾ Diese Materialvorschriften sind im Verlage von Otto Hammerschmidt, Hagen i. W. erschienen.

darf die Belastung eines Nietes durch die Scherkraft auf 1 mm² Nietquerschnitt höchstens 7 kg/qmm betragen, sofern keine höhere Zugfestigkeit des Nietmaterials als 38 kg/mm² nachgewiesen wird.

2. Bei Laschennietung sollen die Laschen aus Blechen von mindestens gleicher Güte wie die Mantelbleche geschnitten werden.

3. Die Festigkeit gut und mittels Überlappung geschweißter Nähte kann zu 0,7 der Festigkeit des vollen Bleches in Rechnung gesetzt werden.

4. Empfehlenswert ist es, solche Nähte, die auf Biegung oder Zug beansprucht werden, nicht zu schweißen und keine Schweißnaht herzustellen, wenn das geschweißte Stück nicht nachträglich ausgeglüht werden kann.

5. In besonderen Fällen kann bei geschweißten Längsnähten in Kesselmänteln verlangt werden, daß Sicherheitslaschen angebracht werden.

6. Jedes geschweißte Stück ist, wenn irgend möglich, gut auszuglühen.

7. Bleche, die im Feuer bearbeitet worden sind, müssen nach vollendeter Formgebung, soweit dies möglich ist, sachgemäß ausgeglüht werden. Dies gilt besonders für solche Bleche, die wiederholt einer stellenweisen Erhitzung ausgesetzt worden sind.

III. Berechnung der Blechdicken zylindrischer Dampfkesselwandungen mit innerem Überdruck.

1. Bezeichnet

s die Blechdicke in mm,

D den größten inneren Durchmesser des Kesselmantels in mm,

p den größten Betriebs-Überdruck in at,

K die Zugfestigkeit des zu dem Mantel verwendeten Bleches,

x einen Zahlenwert,

z das Verhältnis der Mindestfestigkeit der Längsnaht zur Zugfestigkeit des vollen Bleches

dann ist
$$s = D \frac{p x}{200 K z} + 1 \text{ oder } p = \frac{200 K z (s-1)}{D x} \dots \dots \dots 1$$

Hierin sind zu wählen:

$K = 33$ kg/mm² bei Schweißseisen,

$K = 36$ „ „ Flußeisen von 34 bis 41 kg/mm² Zugfestigkeit,

$K = 40$ „ „ „ „ 40 „ 47 „ „

$K = 44$ „ „ „ „ 44 „ 51 „ „

$x = 4,75$ bei überlappten oder einseitig gelaschten, handgenieteten Nähten,

$x = 4,5$ „ „ „ „ „ „ maschinengenieteten Nähten und bei

geschweißten Nähten (vgl. Abschnitt II Ziffer 3 bis 6),

$x = 4,35$ bei zweireihigen, doppelgelaschten, handgenieteten Nähten, deren eine Lasche nur einreihig genietet ist,

$x = 4,25$ bei doppelgelaschten, handgenieteten Nähten,

$x = 4,1$ bei zweireihigen, doppelgelaschten, maschinengenieteten Nähten, deren eine Lasche nur einreihig genietet ist,

$x = 4$ bei doppelgelaschten, maschinengenieteten Nähten.

2. Die Werte $x = 4,25$ und $x = 4$ können auch dann in die Rechnung eingeführt werden, wenn bei drei- und mehrreihigen Doppelaschennietungen die eine Lasche eine Nietreihe weniger besitzt als die andere.

3. Die Blechdicke soll nicht geringer als 7 mm genommen werden; nur bei kleinen Kesseln (z. B. für Feuerspritzen oder Kraftfahrzeuge) sind allenfalls dünnere Bleche zulässig.

4. Bleche, die eine höhere Zugfestigkeit als 41 kg/mm² besitzen, dürfen zu Mantelteilen nur verwendet werden, wenn die Verarbeitung kalt oder rotwarm stattfindet, wenn die Kanten gehobelt, gedreht, gefräst oder — mangels anderer Möglichkeit der Bearbeitung — gemeißelt werden und wenn ihre Verbindung in den Längsnähten durch Doppelaschennietung erfolgt und die Nietung maschinell hergestellt wird.

5. Unterschreitungen der Wanddicken, die innerhalb der in den Materialvorschriften für Landkessel bezeichneten zulässigen Grenzen bleiben, werden bei der Berechnung nicht berücksichtigt.

6. Die Zugbeanspruchung des Bleches darf unter Annahme gleichmäßiger Spannungsverteilung über den Querschnitt in keiner Nietreihe die zulässige Grenze $\frac{K}{x}$ überschreiten.

7. Hinsichtlich der zulässigen Nietbeanspruchung vgl. Abschnitt II.

8. Bei Berechnung der Wanddicke nahtlos gewalzter Mantelschüsse kann $x = 4$ und $z = 1$ gesetzt werden, sofern keine Schwächung der Wandung vorhanden ist.

9. Es empfiehlt sich die Nietlöcher zu bohren. Die Nietlöcher in Blechen, die eine höhere Zugfestigkeit als 41 kg/mm² besitzen und in solchen über 27 mm Dicke müssen gebohrt werden, derart, daß das Bohren der Löcher an den zum Kessel zusammengesetzten

Blechen vorgenommen wird. Werden die Nietlöcher schwächerer Bleche gelocht, so ist zu den vorstehenden Werten von α ein Zuschlag von 0,25 erforderlich. Bei gelochten und mindestens um ein Viertel des Durchmessers der Nietlöcher aufgebohrten Löchern kann dieser Zuschlag auf 0,1 ermäßigt werden.

Für die Nietnahtfestigkeit kann gesetzt werden:

- $z = 56\%$ des vollen Bleches bei Dampfkesselmänteln mit einreihiger Überlappungsnaht,
- $z = 70\%$ „ „ „ „ „ „ „ „ doppelreihiger „ und
- $z = 75\%$ „ „ „ „ „ „ „ „ dreireihiger „

IV. Berechnung der Blechdicken von Dampfessel-Flammrohren mit äußerem Überdruck.

Glatte und versteifte Rohre.

1. Bezeichnet

- s die Blechdicke in mm,
- d den inneren Durchmesser zylindrischer Flammrohre, bei konischen Flammrohren den mittleren inneren Durchmesser in mm,
- l die Länge des Flammrohres in mm, zutreffendenfalls die größte Entfernung der wirksamen Versteifungen voneinander,
- p den größten Betriebs-Überdruck in at,
- α einen Zahlenwert,

dann ist
$$s = \frac{p \cdot d}{2400} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{\alpha}{p} \frac{l}{d}} \right) + 2 \text{ mm} \dots \dots \dots 2$$

Hierin ist zu wählen:

- $\alpha = 100$ für Rohre mit überlappter Längsnaht
- $\alpha = 80$ „ „ „ gelaschter oder geschweißter Längsnaht, } bei liegenden Flamm-
- $\alpha = 70$ „ „ „ überlappter Längsnaht } rohren,
- $\alpha = 50$ „ „ „ gelaschter oder geschweißter Längsnaht } bei stehenden Flamm-

Als wirksame Versteifungen gelten neben den Stirnplatten und den Rohrwänden vorzugsweise folgende Konstruktionen:

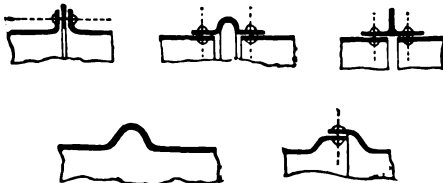


Abb. 50.

die letztere jedoch nur unter der Voraussetzung, daß die Abkröpfung nicht weniger als etwa 50 mm beträgt.

2. Die Länge l derjenigen Rohrstrecken, die von Quersiedern durchdrungen werden kann man wie folgt annehmen:

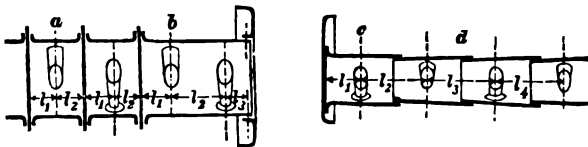


Abb. 51.

bei der Rohrstrecke a , Abb. 51

$l = l_1 + 0,5 l_2$, sofern l_1 die größere Strecke,

bei der Rohrstrecke b

$l = l_1 + l_2$, sofern l_1 größer als l_2 , andernfalls tritt l_2 an die Stelle von l_1 ,

bei der Rohrstrecke c

$l = l_1 + l_2$,

bei der Rohrstrecke d

$= l_2 + l_3$ bzw. $l = l_3 + l_4$.

Wellrohre und gerippte Rohre nach System:

1. Bezeichnet

- s die Blechdicke in mm,
- d den kleinsten inneren Flammrohrdurchmesser in mm,
- p den größten Betriebs-Überdruck in at,

dann ist

$$s = \frac{p \cdot d}{1200} + 2 \dots \dots \dots 3$$

2. Die Blechdicke soll nicht geringer als 7 mm genommen werden; nur bei kleinen Kesseln (z. B. für Feuerspritzen oder Kraftfahrzeuge) sind allenfalls dünnere Bleche zulässig.

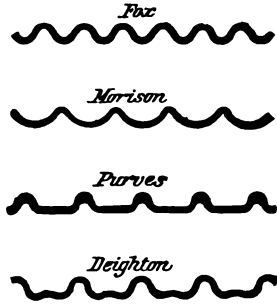


Abb. 52.

V. Berechnung der Blechdicken ebener Wandungen.

Ebene Platten.

1. Bezeichnet

- s die Blechdicke in mm,
- p den größten Betriebs-Überdruck in at,
- a den Abstand der Stehbolzen oder Anker innerhalb einer Reihe voneinander in mm,
- b den Abstand der Stehbolzen- oder Anker-Reihen voneinander in mm,
- c einen Zahlenwert,

dann ist

$$s = c \sqrt{p (a^2 + b^2)} \dots \dots \dots 4$$

Hierin ist zu wählen:

- $c = 0,017$ bei Platten, in denen die Stehbolzen oder Anker eingeschraubt und vernietet sind, und die von den Heizgasen und vom Wasser berührt werden,
- $c = 0,015$, wenn solche Platten nicht von den Heizgasen berührt werden.
- $c = 0,0155$ bei Platten, in denen die Stehbolzen oder Anker eingeschraubt und außen mit Muttern oder gedrehten Köpfen versehen sind, und die von den Heizgasen und vom Wasser berührt werden,
- $c = 0,0135$, wenn solche Platten nicht von den Heizgasen berührt werden,
- $c = 0,014$ bei Platten, die durch Ankerröhren versteift sind.

2. Bei Platten, deren Anker mit Muttern und Verstärkungsscheiben versehen sind, ist in der Gleichung 4

- $c = 0,013$, sofern der Durchmesser der äußeren Verstärkungsscheibe $\frac{2}{3}$ der Ankerentfernung und die Scheibendicke $\frac{2}{3}$ der Plattendicke,
- $c = 0,012$, sofern der Durchmesser der äußeren Verstärkungsscheibe $\frac{3}{4}$ der Ankerentfernung und die Scheibendicke $\frac{5}{8}$ der Plattendicke,
- $c = 0,011$, sofern der Durchmesser der äußeren Verstärkungsscheibe $\frac{4}{5}$ der Ankerentfernung, auch diese mit der Platte vernietet und die Scheibendicke gleich der Plattendicke ist und die Platten nicht vom Feuer berührt sind. Werden sie dagegen auf der einen Seite von den Heizgasen, auf der andern Seite vom Dampf berührt, dann sind sie, falls sie nicht durch Flammbleche geschützt werden, um $\frac{1}{10}$ stärker zu nehmen als die Rechnung ergibt.

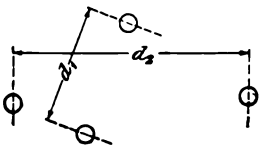


Abb. 53.

3. Bei unregelmäßig verteilten Verankerungen, wie in nebenstehender Abb. 53, ist

$$s = c \cdot \frac{1}{2} (a_1 + a_2) \sqrt{p} \dots \dots \dots 5$$

Der Wert von c ist je nach Verankerung aus Ziffer 1 oder 2 dieses Abschnitts zu nehmen.

4. Für Verstärkungen nicht dem ersten Feuer ausgesetzter ebener Platten durch Doppelungsplatten können $12\frac{1}{2}\%$ von den für die ebenen Platten sich ergebenden Blechdicken in Abzug gebracht werden, wenn die Dicke der Doppelungsplatte mindestens $\frac{2}{3}$ der berechneten Blechdicke beträgt und die Doppelungen gut mit den Platten vernietet sind.

5. Rechteckige Platten, die am Umfange befestigt sind, erhalten die Wanddicke

$$s = 0,053 b \sqrt{\frac{p}{k_2 \left[1 + \left(\frac{b}{a} \right)^2 \right]}} \dots \dots \dots 6$$

worin

- s die Blechdicke in mm,
- a die größere Rechteckseite in mm,
- b die kleinere
- p den größten Betriebs-Überdruck in at,
- k die zulässige Zugbeanspruchung des Materials in kg/mm², wofür bis 1/4 der rechnungsmäßigen Zugfestigkeit eingeführt werden kann,

6. Bei Platten, die nicht durch Stehbolzen oder Längsanker, sondern durch Eckanker oder in anderer Weise ausreichend unterstützt werden, ist die Wanddicke nach

$$s = 0,017 d \sqrt{p} \dots \dots \dots 7$$

zu bemessen, sofern nicht nachgewiesen wird, daß eine geringere Wanddicke zulässig ist.

Hierin bedeutet noch

d den Durchmesser des größten Kreises in mm, der nach Maßgabe der Abb. 54 a bis d auf der ebenen Platte, durch die Befestigungsstellen gehend, beschrieben werden kann.

Werden keine Angaben über das Maß des Krempungshalbmessers der Stirnplatten gemacht, so ist dieses zu 50 mm anzunehmen.

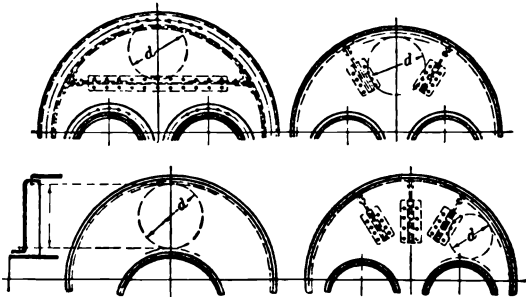


Abb. 54 a bis d.

7. Vorstehende Ausführungen gelten nur für flußeiserne Wandungen. Durch Stehbolzen oder Anker unterstützte Kupferplatten erhalten die folgenden Wanddicken, und zwar bei regelmäßig verteilten Verankerungen :

$$s = 5,83 c \sqrt{\frac{p}{K} (a^2 + b^2)} \dots \dots \dots 8$$

bei unregelmäßig verteilten Verankerungen (wie in Abb. 53):

$$s = 5,83 c^{1/2} (d_1 + d_2) \sqrt{\frac{p}{K}}, \dots \dots \dots 9$$

worin die Werte von K = Zugfestigkeit des Kupfers aus Abschnitt I, von c, je nach der Art der Verankerung, aus Ziffer 1 oder 2 dieses Abschnittes zu entnehmen sind.

Gekrempte flache Böden.

Bezeichnet

- s die Blechdicke in mm,
- p den größten Betriebs-Überdruck in at,
- r den Wölbungshalbmesser der Krempe in mm,
- d den inneren Durchmesser des Bodens in mm,

dann ist
$$s = \frac{1}{98} \left[d - r \left(1 + \frac{2r}{d} \right) \right] \sqrt{p} \dots \dots \dots 10$$

oder
$$p = 9600 \left[\frac{s}{d - r \left(1 + \frac{2r}{d} \right)} \right]^2 \dots \dots \dots 11$$

Rohrplatten von Heizrohrkesseln.

1. Die außerhalb des Rohrbündels liegenden Teile der Rohrplatte müssen nach den für ebene Wandungen geltenden Bestimmungen (Gl. 4 bis 9) verankert werden, falls die Größe der dem Dampfdruck ausgesetzten Fläche die Verankerung fordert.

2. Die innerhalb des Rohrbündels liegenden Teile der Rohrplatte sind wie folgt zu bemessen:

a) bei Verwendung besonderer Anker oder mit Gewinde eingesetzter Ankerrohre sind die Gleichungen 4, 5, 8 oder 9 anzuwenden. Die Rohre können in diesem Falle einfach aufgewalzt sein, jedoch darf die Wandstärke der sicheren Befestigung der Rohre halber

bei Flußeisenplatten

$$\text{nicht unter } s = 5 + \frac{d}{8} \text{ für } d = 38 \text{ bis etwa rund } 100 \text{ mm}$$

bei Kupferplatten

$$\text{nicht unter } s = 10 + \frac{d}{5} \text{ für } d = 38 \text{ bis etwa rund } 75 \text{ mm}$$

gewählt werden, worin d den äußeren Rohrdurchmesser an der Befestigungsstelle in mm bedeutet; ferner muß der Mindestquerschnitt des Steges zwischen zwei Rohrlöchern betragen:

bei Flußeisenplatten

180 mm² für $d = 38$ mm,
zunehmend auf etwa das 2,5-fache für $d =$ rund 100 mm

bei Kupferplatten

340 mm² für $d = 38$ mm,
zunehmend auf etwa das 2,5-fache für $d =$ rund 75 mm.

b) Bei nicht besonders verankerten Rohrwänden, deren Rohre jedoch beiderseits umgebördelt oder in kegelförmig sich nach außen erweiternden Löchern eingewalzt sind, ist Sicherheit gegen Herausziehen der Rohrenden zu erwarten, wenn die auf 1 cm Rohrumfang entfallende Belastung, s. Abb. 55

$$\sigma = \frac{p \cdot \text{Fläche } abcdefghijklm}{\pi d} \dots \dots \dots 12$$

den Betrag von 25 kg nicht überschreitet, sachgemäße Ausführung vorausgesetzt.

Bei nicht besonders verankerten Rohrwänden, deren Rohre in zylindrischen Löchern glatt eingewalzt sind, ist bei einer Beanspruchung bis zu 7 at Betriebs-Überdruck gleichfalls der Betrag $\sigma = 25$ als zulässig zu erachten. Bei höheren Dampfspannungen darf jedoch σ den Betrag von 15 kg nicht überschreiten.

Wenn σ diese Beträge nicht überschreitet, bedarf es einer Berechnung des durch den Dampfdruck beanspruchten kleinen Feldes $abcdefghijklm$, Abb. 55 nicht, sofern die in Ziffer a) mit Rücksicht auf sichere Befestigung der Rohre geforderten Mindeststärken vorhanden sind.

In zweifelhaften Fällen kann dahingehende Prüfung durch die Gleichung

$$p = 360 \left(1 - 0,7 \frac{d}{e}\right) \left(\frac{s}{e}\right)^2 k_p \dots \dots 13$$

stattfinden. Hierbei bedeutet

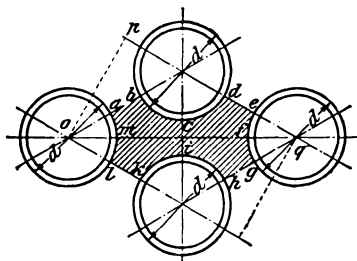


Abb. 55.

p den größten Betriebs-Überdruck in at,

d den äußeren Rohrdurchmesser an der Befestigungsstelle in mm,

s die Plattendicke in mm,

e die Seite des quadratischen Feldes in mm, das durch die vier unterstützenden Rohre gebildet wird, oder das arithmetische Mittel aus den Seiten des Rechtecks, das durch

die vier Rohre bestimmt erscheint (in Abb. 55 $e = \frac{\sigma p + p q}{2}$),

die eintretende Biegebungsbeanspruchung des Plattenmaterials in kg/mm², die bis zur Höhe = $\frac{\text{Zugfestigkeit}}{4,5}$ zulässig erscheint.

Wird die Beanspruchung nach Gl. 13 zu groß oder überschreitet σ die vorgeschriebenen Werte, so sind Anker oder Ankerrohre anzuordnen.

Insbesondere sind Randrohre darauf zu prüfen, ob ihre Belastung innerhalb der als zulässig bezeichneten Grenzen bleibt; andernfalls ist ein Teil von ihnen nach Gl. 4 als Ankerrohre auszubilden oder sonstige Verankerung anzuordnen.

3. Ist bei Feuerbüchsen die Decke nicht durch Anker oder in anderer Weise mit dem Kesselmantel verbunden, sondern durch Bügel- oder Deckenträger, die auf den Rändern der Rohrplatten stehen, unterstützt, dann darf die Dicke der Rohrwand nicht geringer sein als

$$s = \frac{p \cdot w \cdot b}{1900 (b - d)} \dots \dots \dots 14$$

worin

- w* die Weite der Feuerbüchse in mm, s. Abb. 58,
- b* die Entfernung der Rohre voneinander, von Mitte zu Mitte gemessen, in mm,
- d* den inneren Durchmesser der Rohre in mm

bedeuten.

VI. Berechnung der Blechdicken gewölbter voller Böden ohne Verankerung gegenüber innerem Überdruck.

1. Bezeichnet

- s* die Blechdicke in mm,
- p* den größten Betriebs-Überdruck in at,
- r* den inneren Halbmesser in der Mitte der Wölbung in mm,
- k* die zulässige Belastung in kg/mm²,

so ist

$$s = \frac{p r}{200 k} \text{ oder } p = \frac{200 s k}{r} \dots \dots \dots 15$$

2. Unter der Voraussetzung, daß der Krempungshalbmesser ausreichend groß gewählt wird, damit ein allmählicher Übergang von dem zylindrischen Teil am Umfang des Bodens in den gewölbten mittleren Teil stattfindet, darf *k* gewählt werden

- bis zu 5 kg/mm² für Schweißeisen,
- „ „ 6,5 „ „ Flußeisen,
- „ „ 4 „ „ Kupfer, sofern die Dampftemperatur desselben 200° C nicht überschreitet.

VII. Berechnung der Blechdicken gewölbter Flammrohrböden mit Aushalsung oder Einhalsung für ein oder zwei Flammrohre.

Unter der Voraussetzung ausreichend großer Krempungshalbmesser der Böden (s. VI. Ziffer 2) und ausreichend großen Abstandes der Flammrohre von den Krempen sowie unter der Voraussetzung der Verwendung elastischer Flammrohre in Richtung ihrer Achse, so daß die Böden durch die Flammrohre keine erheblichen Zusatzspannungen erfahren, kann die Blechdicke bis auf weiteres nach Gl. 15 berechnet und dabei *k* bis 7,5 kg/mm² gewählt werden.

VIII. Berechnung der Blechdicken von gewölbten Böden gegenüber äußerem Überdruck.

1. Bezeichnet

- r* den äußeren Halbmesser der mittleren Wölbung in mm,
- s* die Stärke des Bodens in mm,
- p*₀ die Flüssigkeitspressung in at, bei der die Einbeulung zu erwarten steht,

so kann die durch

$$k_0 = \frac{1}{200} p_0 \frac{r}{s} \dots \dots \dots 16$$

bestimmte Einbeulungs-Druckspannung *k*₀ in kg/mm² aus der Gleichung

$$k_0 = A - B \sqrt{\frac{r}{s}} \dots \dots \dots 17$$

ermittelt werden, worin

für kugelförmige, stark gehämmerte Kupferböden, die aus dem Ganzen bestehen,

$$A = 25,5 \qquad B = 1,2,$$

für geglähtes Flußeisenböden, die aus dem Ganzen bestehen,

$$A = 26 \qquad B = 1,15,$$

für Flußeisenböden, die aus einzelnen Segmenten mit Überlappungsnetzung hergestellt sind,

$$A = 24,5 \qquad B = 1,15$$

zu setzen ist.

2. Als zulässige Materialanstregungen können gemäß der Gleichung

$$k = \frac{1}{200} p \frac{r}{s},$$

worin *p* den größten Betriebs-Überdruck in at bezeichnet, *r* und *s* die eben bezeichnete Bedeutung haben, für *k* nachstehende Werte als zulässig erachtet werden:

gegenüber Druck

- für gehämmertes Kupfer bis 4 kg/mm², sofern die Temperatur 200° C nicht überschreitet,
- für geglähtes Flußeisen bis 6,5 kg/mm²,

gegenüber Einbeulung

bis 0,4 *k*₀ für beide Materialien

unter Bestimmung von *k*₀ aus Gleichung 17.

In bezug auf die Form der Böden gilt die Voraussetzung, daß der Krempungshalbmesser eine solche Größe besitzt, wie erforderlich ist, damit der Übergang von dem zylindrischen Teil am Umfang des Bodens in den gewölbten mittleren Teil ausreichend allmählich stattfindet.

IX. Schrauben und Verschraubungen.

1. Es ist zu unterscheiden zwischen Schrauben, die für bearbeitete, und solchen, die für un bearbeitete Flächen zur Verwendung kommen.

2. Bezeichnet

P den Gesamtdruck auf die gedrückte Fläche in kg,
 P_1 „ auf einen Schraubenkern entfallenden Teil des Gesamtdrucks P in kg,
 k die Beanspruchung des Schraubenkerns in kg/mm²,
 d den Durchmesser des Schraubenkerns in mm,

so ist

$$k = 1,27 \frac{P_1}{d^2} \dots \dots \dots 18$$

und ferner, gleichviel ob die Schrauben aus Schweißeisen oder aus Flußeisen hergestellt sind,
 a) bei guten Schrauben, guter Bearbeitung der Flächen und weichem Dichtungsmaterial:

$$d = 0,45 \sqrt{P_1} + 5 \dots \dots \dots 19$$

b) wenn den unter a) genannten Anforderungen weniger vollkommen entsprochen ist:

$$d = 0,55 \sqrt{P_1} + 5 \dots \dots \dots 20$$

3. Wird der Nachweis geliefert, daß das Schraubenmaterial den in den Materialvorschriften für Landdampfkessel für das Nieteisen aufgestellten Anforderungen genügt, so kann der Koeffizient in Gleichung 19 bis auf 0,4 vermindert werden.

4. Die Gleichungen 19 und 20 liefern bei ihrer Anwendung auf das Whitworthsche System:

Außerer Durchmesser der Schraube			Zulässige Belastung der Schraube		
engl. "	mm	Kern- mm	Koeffizient 0,4 kg	Koeffizient 0,45 kg	Koeffizient 0,55 kg
1/8	12,70	9,98	155	122,5	82
3/8	15,88	12,93	393	310	208
3/4	19,05	15,80	729	576	386
7/8	21,23	18,62	1159	916	613
1	25,40	21,34	1669	1318	883
1 1/8	28,57	23,93	2240	1770	1185
1 1/4	31,75	27,10	3053	2412	1614
1 3/8	34,92	29,51	3755	2967	1986
1 1/2	38,10	32,69	4792	3786	2535
1 5/8	41,27	34,77	5539	4377	2930
1 3/4	44,45	37,95	6785	5361	3589
1 7/8	47,62	40,41	7837	6192	4145
2	50,80	43,59	9308	7355	4922
2 1/4	57,15	49,02	12111	9569	6406
2 1/2	63,50	55,37	15857	12528	8387
2 3/4	69,85	60,55	19286	15237	10201
	76,20	66,90	23947	18923	12667

5. Schrauben aus Flußeisen sollen kein scharfes, sondern möglichst abgerundetes Gewinde erhalten.

6. Schrauben aus Stahl, welcher härter ist, sind nicht zulässig.

7. Bei der Berechnung der Flanschschrauben, sofern deren mehrere in unter sich gleichen Abständen zur Befestigung rechteckiger oder elliptischer Flächen verwendet werden, wie dies in Abb. 56 und 57 veranschaulicht ist, kann man annehmen, daß, wenn

r den geringsten Abstand der Schrauben vom Schwerpunkt der gedrückten, rechteckigen oder elliptischen Fläche in mm,
 e die Schraubenteilung in mm

bezeichnet, die am stärksten belastete Schraube den Druck

$$P_1 = \frac{P e}{2 \pi r} \dots \dots \dots 21$$

zu übertragen hat.

8. Wenn Biegungsspannungen von Erheblichkeit zu befürchten sind, wie namentlich bei un bearbeiteten Flächen, Durchbiegungen der Flanschen, ein-

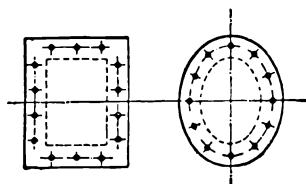


Abb. 56.

Abb. 57.

das größte biegende Moment im Querschnitt bei B und in den Querschnitten zwischen BB

$$M_b = R \left(\frac{l}{2} - \frac{e}{2} \right) - P_a \cdot e$$

und somit in

$$M_b \leq \frac{J}{e'} k_b \dots \dots \dots 22$$

die Gleichung zur Berechnung des Trägerquerschnitts, worin bedeutet:

- J dessen Trägheitsmoment,
 e' den Abstand der am stärksten beanspruchten Faser von der Nullachse;
 für rechteckigen Querschnitt, wie in Abb. 58 c angenommen, ist

$$\frac{J}{e'} = \frac{1}{6} 2b \cdot h^3 = \frac{1}{3} b h^3;$$

k_b die zulässige Bieugungsanstrengung des Trägermaterials, die für zähes Material (Schweiß-
 eisen, Flußeisen, Flußstahl, Stahlguß) zu einem Viertel der Zugfestigkeit in Rechnung
 gestellt werden darf. Falls ein Nachweis der Zugfestigkeit nicht vorliegt, kann für die
 genannten Materialien $k_b = 9 \text{ kg/mm}^2$ eingeführt werden.

4. Werden die Deckenträger aufgehängt, so sind sie den veränderten Belastungsverhältnissen
 entsprechend zu berechnen.

XII. Mannlöcher und sonstige Ausschnitte.

1. Im allgemeinen sollen die ovalen Mannlöcher mindestens $300 \times 400 \text{ mm}$ weit sein;
 hiervon ist nur dann abzuweichen, wenn die Anbringung derartig bemessener Mannlöcher mit
 Schwierigkeiten verknüpft ist. Die geringste zulässige Weite ist in diesem Ausnahmefalle
 $280 \times 380 \text{ mm}$.

2. Die in den Dampfdom führenden Öffnungen sind stets so zu bemessen, daß das Innere
 des Domes sowie dessen Decken- und Randkrempe der Untersuchung zugänglich bleiben.

3. Verschußdeckel oder Mannlocheinfassungen (Rahmen) dürfen nicht aus Gußeisen oder
 Temperguß hergestellt werden. Sie müssen so gestaltet sein, daß die Packung nicht herausgedrückt
 werden kann.

4. Es empfiehlt sich, die Schraubenbolzen der Mannlochdeckel bei Kesseln für hohe Dampf-
 spannung mit Gewinde einzusetzen und zu vernieten.

5. Die Ränder der Mannloch- und der sonstigen Ausschnitte sind stets dann wirksam zu ver-
 steifen, wenn durch das Einschneiden der Löcher eine unzulässige Verschwächung des Bleches
 gegenüber dem beabsichtigten Druck eintritt, oder wenn zu befürchten steht, daß das Blech durch
 das Anziehen der Bügel und dergleichen durchgespannt wird.

XIII. Allgemeines.

Kesselarbeit kann nur dann als beste angesehen werden und die Sicherheitskoeffizienten
 der Festigkeit können nur dann nach Abschnitt III gewählt werden, wenn den folgenden
 Anforderungen entsprochen ist:

- a) Das Zurichten und Bearbeiten des Materials, wie Biegen und Bördeln der Bleche,
 das Bohren der Löcher usw. ist mit möglichster Vorsicht und in sachgemäßer
 Weise auszuführen. Nicht genau übereinander liegende Nietlöcher sind durch
 Aufreiben nachzuarbeiten. Das Vernieten ist sorgfältig vorzunehmen und beim
 Verstemmen ist zu beachten, daß die Bleche nicht verletzt werden.
- b) Bleche mit eingerissenen Kanten sowie fehlerhafte Niete sind zu entfernen und
 durch fehlerfreie zu ersetzen.
- c) Die Mantelbleche und Laschen zylindrischer Kessel aus Schweißeisen müssen mit
 der Längsfaser gebogen sein.

XIV. Schlußbemerkung.

Ist es gegebenenfalls nicht möglich, auf dem Wege der Rechnung die Widerstandsfähig-
 keit eines Kessels oder einzelner Teile desselben festzustellen, so ist der Weg des Versuchs zu
 beschreiten.

Die Druckprobe wird in solchen Fällen zur Festigkeitsprobe und ist dann mit dem zwei-
 fachen Betrage des beabsichtigten Betriebs-Überdrucks auszuführen.

Elfter Abschnitt.

(775) Normen für Leistungsversuche an Dampfkesseln und Dampfmaschinen,

aufgestellt vom Vereine deutscher Ingenieure, dem Internationalen Verbands der Dampfkessel-Überwachungsvereine und dem Vereine deutscher Maschinenbauanstalten im Jahre 1899.

Einleitung.

Die folgende Zusammenstellung hat den Zweck, für Leistungsversuche an Dampfkesseln und Dampfmaschinen Normen von allgemeiner Gültigkeit zu schaffen.

Es ist wünschenswert, durch Angabe der wichtigsten Verhältnisse der untersuchten Anlagen und der Umstände, unter denen die Ergebnisse erzielt worden sind, dahin zu wirken, daß diese Ergebnisse nicht nur für den einzelnen Fall benutzt werden können, sondern auch allgemeinen Wert erhalten. Zu dem Zwecke ist es erforderlich, daß alle Angaben einheitlich nach Maßgabe der nachfolgenden Bestimmungen gemacht werden.

Mit der Ausführung derartiger Untersuchungen sind nur solche Personen zu beauftragen, die die hierzu erforderliche Sachkenntnis und Übung besitzen. Sie sollen mit Beachtung des jeweiligen Zweckes, der es in vielen Fällen nicht erfordert wird, daß die hier betrachteten Untersuchungen sämtlich durchgeführt werden, einen Versuchsplan aufstellen, die zur Untersuchung dienenden Vorrichtungen auf ihre Brauchbarkeit prüfen und die Ergebnisse zusammenstellen¹⁾. Ihren Arbeiten sind die folgenden Bestimmungen mit sinngemäßer Anwendung und Auswahl für den einzelnen Fall zugrunde zu legen.

I. Allgemeine Bestimmungen.

a) Gegenstand der Untersuchungen.

1. Gegenstand der Untersuchung einer Dampfkesselanlage kann sein:
 - a) die Menge des stündlich auf 1 m² Heizfläche erzeugten Dampfes;
 - b) die Verdampfungszahl, d. h. die Anzahl der Kilogramme Wasser von bestimmter Temperatur, die durch 1 kg näher bezeichneten Brennstoffes in Dampf von gewisser Spannung und Temperatur verwandelt werden (Brennstoffverbrauch);
 - c) der Wirkungsgrad der Dampfkesselanlage, d. h. das Verhältnis der an den Inhalt des Dampfkessels abgegebenen Wärmemenge zu dem Heizwerte des verbrauchten Brennstoffes;
 - d) die einzelnen in der Dampfkesselanlage stattfindenden Wärmeverluste.

Bemerkung. Bei Überhitzern und Vorwärmern, die keinen Bestandteil des zu untersuchenden Dampfkessels bilden, jedoch von derselben Wärmequelle geheizt werden, sind auch deren Leistungen festzustellen, jedoch getrennt von denen des Dampfkessels.

2. Gegenstand der Untersuchung einer Dampfmaschine kann sein:
 - a) die indizierte Arbeit und die Nutzarbeit;
 - b) der mechanische Wirkungsgrad, d. h. das Verhältnis der Nutzarbeit zur indizierten Arbeit;
 - c) der Dampfverbrauch für 1 Pferdestärken-Stunde (1 PS/st);
 - d) der Wärmewert des für 1 PS/st verbrauchten Dampfes;
 - e) die Schwankungen der Umlaufzahlen bei wechselnder Belastung.

Bemerkung. Sollen Dampfkessel und Dampfmaschinen nicht bloß in bezug auf ihre Leistung, sondern auch nach anderen Richtungen beurteilt werden, so ist die Anlage in ihren einzelnen Teilen einer besonderen Durchsicht zu unterwerfen. Die Rücksichten auf Dauerhaftigkeit und Betriebssicherheit bestimmen in erster Linie den hierbei anzulegenden Maßstab. Bei Dampfmaschinen ist überdies dem Ölverbrauche Beachtung zu schenken.

β) Zahl und Dauer der Untersuchungen; zulässige Schwankungen.

3. Zahl und Dauer der Versuche haben sich nach dem Zwecke der Untersuchung zu richten und sind unter Berücksichtigung der Anlage- und Betriebsverhältnisse — bei Versuchen von

¹⁾ Zu diesem Zwecke werden die den Normen beigefügten Vordrucke zur Anwendung empfohlen.

besonderer Wichtigkeit, deren Ergebnisse z. B. für die Abnahme, für Abzüge oder Prämien maßgebend sind, auch nach der Bedeutung des damit verknüpften Interesses — gemäß Nr. 4 bis 6 zu bemessen und vorher zu vereinbaren.

4. Um die zu untersuchende Anlage im Betriebe kennen zu lernen, die zur Verwendung kommenden Vorrichtungen zu prüfen und die Beobachter und Hilfskräfte anzuweisen, empfiehlt es sich, Vorversuche anzustellen.

5. Für Untersuchungen von besonderer Wichtigkeit sind mindestens zwei Versuche hintereinander auszuführen, die nur dann als gültig erachtet werden, wenn sie nicht durch Störungen unterbrochen worden sind, und wenn ihre Ergebnisse nicht um mehr voneinander abweichen, als unvermeidlichen Beobachtungsfehlern zugeschrieben werden darf. Aus den Versuchen mit annähernd gleichen Ergebnissen wird der Mittelwert als endgültig angenommen.

6. Handelt es sich um die Ermittlung des Brennstoffverbrauches, so ist ein Versuch von mindestens 10 stündiger Dauer, handelt es sich um die Menge des erzeugten oder verbrauchten Dampfes, so ist ein Versuch von mindestens 8 stündiger Dauer zu machen.

Eine kürzere Dauer — beim Brennstoffverbrauch von mindestens 8, beim Dampfverbrauch von mindestens 6 st — ist zulässig, wenn die zu untersuchende Anlage durchaus gleichmäßig beansprucht wird.

Wird die Menge des erzeugten oder verbrauchten Dampfes durch Oberflächenkondensation festgestellt, so genügt ein kürzerer Versuch, dessen Dauer nach den Schwankungen des Betriebes zu bemessen ist.

Soll lediglich der mechanische Wirkungsgrad einer Dampfmaschine festgestellt werden, so genügen Versuche von kurzer Dauer.

Bei den vorstehenden Zeitangaben ist vorausgesetzt, daß keine Unterbrechung oder Störung des Versuches stattfindet.

7. Wie weit von der zugesagten Leistung abgewichen werden darf, ohne die Zusage als verletzt erscheinen zu lassen, ist vor den Versuchen (sei es im Lieferungsvertrage, sei es bei Aufstellung des Versuchsplanes) zu vereinbaren. Ist keine andere Vereinbarung getroffen, so gilt die Zusage noch als erfüllt, wenn die durch den Versuch ermittelte Zahl um nicht mehr als 5% ungenügender ist als die zugesicherte Zahl. Innerhalb derselben Grenzen muß der zugesicherte Verbrauch an Brennstoff oder Dampf auch dann noch innegehalten werden, wenn bei Schwankungen während des Versuches die Belastung der Dampfmaschine im Mittel während des ganzen Versuches um nicht mehr als $\pm 7,5\%$, im einzelnen in der Regel um nicht mehr als $\pm 15\%$, von der dem zugesicherten Brennstoff- oder Dampfverbrauch zugrunde gelegten Beanspruchung oder Belastung abgewichen ist.

Sind größere Schwankungen im einzelnen aufgetreten, so soll der Versuch nur dann als gültig betrachtet werden, wenn das Durchschnittsergebnis dadurch nicht wesentlich beeinflußt wird.

Bemerkung. Da es bei Leistungsversuchen oft nicht möglich ist, die Dampfmaschine mit derjenigen Nutzleistung arbeiten zu lassen, auf die sich die im Vertrage ausgesprochene Zusage bezieht, so empfiehlt es sich, auch für größere und kleinere Leistungen Zahlen des voraussichtlichen Dampfverbrauches in den Vertrag aufzunehmen. Dasselbe gilt sinngemäß auch für Dampfkessel.

Versuche mit festgestelltem Regulator sind zulässig; jedoch ist dies im Versuchsbericht zu erwähnen.

8. Unmittelbar nach Inbetriebnahme einer Anlage soll kein Abnahmeversuch ausgeführt werden; dem Lieferanten wird zu eigenen Vorversuchen und zu den etwa nötigen Verbesserungen eine Frist eingeräumt, deren Dauer und sonstige Bedingungen möglichst bei Abfassung des Lieferungsvertrages festzustellen sind.

γ) Maße und Gewichte für die Berechnungen.

9. Alle Wärmemessungen (Wärmeeinheiten, Temperaturen) beziehen sich auf das 100 teilige Thermometer (Celsius).

10. Ist ohne nähere Angabe vom Dampfdruck die Rede, so ist darunter stets der Überdruck über den Druck der Atmosphäre zu verstehen.

Spannungen, die geringer sind als der Druck der Atmosphäre, werden als Vakuum angegeben. Man versteht unter Vakuum den Unterschied zwischen der atmosphärischen und der zu messenden Spannung, beide von 0 an gerechnet.

Die Maßeinheit für den Überdruck und für das Vakuum ist der Druck von 1 kg auf 1 cm² oder die metrische Atmosphäre.

Die absolute Dampfspannung erhält man, wenn man zum jeweiligen atmosphärischen Druck den Überdruck hinzurechnet, bzw. vom atmosphärischen Druck das Vakuum abzieht.

11. Die Zugstärke wird in mm Wassersäule angegeben.

12. Unter Heizfläche ist bei Dampfkesseln der Flächeninhalt der einerseits von den Heizgasen, andererseits vom Wasser berührten Wandungen zu verstehen. Sind noch andere Wandungen vorhanden, durch die Wärme in den Dampfkessel übergeht, und sollen sie berücksichtigt werden so ist deren von Heizgasen bespülte Fläche besonders anzugeben.

Alle Heizflächen sind auf der Feuerseite zu messen.

13. Der Heizwert ist auf 1 kg ursprünglichen Brennstoffes (ohne Abzug von Asche, Feuchtigkeit usw.), bezogen in WE, anzugeben. Die Berechnung geschieht unter der Voraussetzung, daß der im Brennstoff enthaltene Wasserstoff zu dampfförmigem Wasser verbrennt, und daß auch die Feuchtigkeit des Brennstoffes dampfförmig wird.

14. Die Verdampfung durch 1 kg ursprünglichen Brennstoffes und die Verdampfung auf 1 m² Heizfläche sind auf Wasser von 0° und trocken gesättigten Dampf von 100° (637 WE) berechnet anzugeben.

15. Die für die Beurteilung der Dampfmaschine maßgebenden Spannungen und Temperaturen des einströmenden Dampfes sind unmittelbar vor dem Eintritt in die Dampfmaschine, diejenigen des ausströmenden Dampfes im Ausströmrohr unmittelbar nach dem Austritt aus dem Dampfzylinder zu messen.

16. Für die Leistung einer Dampfmaschine gilt als Maßeinheit die Pferdestärke = 75 sek/mkg. Falls keine weitere Bezeichnung angegeben ist, versteht man darunter stets die Nutzleistung. Soll die indizierte Leistung gemeint sein, so ist dies ausdrücklich auszusprechen. Die Angabe des Dampfverbrauches dagegen bezieht sich, wenn nicht anders bestimmt ist, auf die indizierte Leistung.

Die Angabe in nominellen Pferdestärken ist unstatthaft.

17. Als Maß für die Nutzleistung der Dampfmaschine wird der Unterschied zwischen der indizierten Leistung bei der jeweiligen Belastung (N_i) und der Leistung beim Leerlauf (N_0), als Maß für den mechanischen Wirkungsgrad das Verhältnis dieses Unterschiedes zur indizierten Leistung angesehen

$$\left(\frac{N_i - N_0}{N_i} \right).$$

Hinsichtlich strenger Bestimmung der Nutzleistung und des mechanischen Wirkungsgrades, vgl. Nr. 36.

18. Ist der Wärmewert des für 1 PS/st verbrauchten Dampfes zu berechnen, so gilt 0 als Anfangstemperatur des Speisewassers.

II. Ausführung der Untersuchungen.

19. Zu Anfang und zu Ende jedes Versuches sollen überall gleiche Verhältnisse vorhanden sein; Dampfkessel und Dampfmaschinen sollen sich während des ganzen Versuches im Beharrungszustande befinden.

20. Handelt es sich um die Bestimmung des erzeugten oder des verbrauchten Dampfes, so sind alle für den Versuch nicht zur Anwendung kommenden Dampf- und Wasserrohre vom Versuchskessel und der Versuchsmaschine abzusperrern, am besten mittels Blindflansche, die möglichst nahe am Dampfkessel und der Dampfmaschine anzubringen sind.

a) Untersuchung einer Dampfkesselanlage.

21. Art, Zahl und Dauer der Versuche sind nach Maßgabe der „Allgemeinen Bestimmungen“ (Nr. 1 bis 8) zu vereinbaren.

22. Die Konstruktions- und Betriebsverhältnisse der Dampfkesselanlage sind möglichst vollständig anzugeben und durch Zeichnung zu erläutern; insbesondere sollen bei vollständigen Untersuchungen in diesen Angaben enthalten sein:

- a) die Heizfläche des Dampfkessels gemäß Nr. 12;
- b) die von Heizgasen bespülten Oberhitzer- und Vorwärmer-Heizflächen;
- c) der Inhalt des Wasser- und Dampfraumes, der Speisewasservorwärmer und der von den Heizgasen geheizten Dampfüberhitzer;
- d) die Verdampfungsoberfläche;

Bemerkung. Die vorstehenden Angaben, insofern sie vom Wasserstand beeinflusst werden, müssen dem bei der Untersuchung tatsächlich beobachteten Wasserstande entsprechen.

- e) die gesamte und die freie Rostfläche; die Größe etwaiger Schwelplatten ist besonders anzugeben;
- f) der Querschnitt der Feuerzüge an den wesentlichen Stellen;
- g) der mittlere Zugquerschnitt der sämtlichen für den Versuch in Betracht kommenden Absperrvorrichtungen während des Versuches;
- h) die Höhe des Schornsteines (von der Rostfläche aus gemessen) und dessen Querschnitt an der Ausmündung oder an der engsten Stelle.

23. Vor dem Versuche ist der Dampfkessel zu reinigen, innerlich und äußerlich zu untersuchen, auf seine Dichtheit zu prüfen und in ordnungsmäßigen Zustand zu bringen.

24. Bei Beginn des Versuches muß sich der Dampfkessel tunlichst im Beharrungszustande befinden; er muß deshalb nach der Reinigung, bevor der Versuch beginnt, je nach seiner Beschaffenheit einen oder mehrere Tage im normalen Betriebe gewesen sein, und zwar mit demselben Brennstoff und derselben Beanspruchung wie während des Versuches.

25. Wasserstand und Dampfdruck sollen während des ganzen Versuches möglichst auf gleicher Höhe erhalten werden; sie werden zu Anfang und zu Ende sowie während des Versuches viertelstündlich vermerkt. Falls Oberhitzer vorhanden, sind die Temperaturen der Gase vor und hinter dem Oberhitzer, diejenigen des Dampfes dicht hinter dem Oberhitzer viertelstündlich festzustellen.

Bemerkung. Geringe Abweichungen des Wasserstandes oder des Dampfdruckes am Ende des Versuches sind, falls sie sich nicht vermeiden lassen, nach ihrem Wärmewerte — entsprechend den Spannungen am Anfang und am Ende des Versuches — in Rechnung zu ziehen.

Besondere Sorgfalt verlangen in dieser Beziehung die Wasserrohrkessel und ähnliche Konstruktionen mit stark schwankendem Wasserspiegel, bei denen außerdem während der Dampfentwicklung die Wassermasse durch die im Wasser enthaltenen Dampfblasen erheblich vergrößert erscheint

26. Das Speisewasser wird entweder gewogen oder nach seinem Rauminhalt in geeichten Gefäßen gemessen; im letzteren Falle ist der Inhalt der Gefäße nach der Temperatur des Wassers zu berichtigen. Bei Versuchen von besonderer Wichtigkeit ist nur Wägung zulässig.

Die Speisungen müssen regelmäßig und womöglich ununterbrochen geschehen; ist ununterbrochene Speisung nicht möglich, so sind mindestens 10 Minuten vor Beginn und ebenso vor Schluß des Versuches Speisungen zu vermeiden.

Die Temperatur des Speisewassers wird im Behälter, aus dem gespeist wird, gemessen, bei genauen Versuchen je nach Umständen auch kurz vor dem Eintritt in den Dampfkessel, und zwar bei jeder Speisung, mindestens aber halbstündlich.

Die Speisung durch Injektoren ist bei genauen Leistungsversuchen an Dampfkesseln unstatthaft.

Es ist unzulässig, zur Speisung Dampfpumpen zu verwenden, deren Abdampf mit dem Speisewasser in Berührung kommt, es sei denn, daß die dem Speisewasser auf diese Weise zugeführte Wärme- und Wassermenge genau bestimmt werden kann.

Alles Leckwasser an den Ausrüstungsteilen sowie etwa an ihnen ausgeblasenes Wasser ist aufzufangen und in Rechnung zu bringen.

27. Versuche, bei denen nachweisbar erhebliche Wassermengen durch den Dampf mitgerissen werden, sind ungenau, solange nicht Verfahren und Vorrichtungen bekannt sind, die es möglich machen, diese Wassermengen genau zu ermitteln.

28. Zum Beginne des Versuches muß das Feuer in einen normalen Zustand der Beschickung und Reinigung gebracht, Asche und Schlacke aus dem Aschenfall entfernt werden; ist es nicht möglich, den Aschenfall zu entleeren (Schrägrostfeuerungen), so sind die Rückstände darin vor und nach dem Versuche bis auf eine bestimmte Höhe zu bringen und abzugleichen. In demselben Zustande wie beim Beginn muß sich das Feuer am Ende des Versuches befinden. Die Dauer und der Brennstoffverbrauch des Anheizens werden vermerkt, bleiben aber außer Berechnung.

Der während des Versuches zur Verwendung kommende Brennstoff ist zu wägen.

29. Um eine richtige Durchschnittsprobe dieses Brennstoffes zu erlangen, kann man in folgender Weise verfahren. Von jeder Ladung (Karre, Korb u. dgl.) des zugeführten Brennstoffes wird eine Schaufel voll in ein mit einem Deckel versehenes Gefäß geworfen. Sofort nach Beendigung des Verdampfungsversuches wird der Inhalt des Gefäßes zerkleinert, gemischt, quadratisch ausgebreitet und durch die beiden Diagonalen in vier Teile geteilt. Zwei einander gegenüberliegende Teile werden fortgenommen, die beiden anderen wieder zerkleinert, gemischt und geteilt. In dieser Weise wird fortgefahren, bis eine Probemenge von etwa 10 kg übrig bleibt, die in gut verschlossenen Gefäßen zur Untersuchung gebracht wird. Außerdem ist während des Versuches eine Anzahl von Proben in luftdicht verschließbare Gefäße zu füllen. (Feuchtigkeitsproben.)

30. Die Zusammensetzung des Brennstoffes ist durch chemische Analyse zu ermitteln. Es soll der Gehalt an Kohlenstoff (C), Wasserstoff (H), Sauerstoff (O), Schwefel (S), Asche (A) und Wasser (W) in Prozenten des Brennstoffgewichtes angegeben werden. Der Gehalt des Brennstoffes an Stickstoff (N) kann unberücksichtigt bleiben. Das Verhalten in der Hitze ist durch Verkokungsprobe zu ermitteln.

31. Der Heizwert des Brennstoffes ist kalorimetrisch zu ermitteln

Bemerkung. Auf Grund der chemischen Analyse kann der Heizwert von Steinkohlen und Braunkohlen angenähert mittels der sogenannten Verbandsformel:

$$8100 C + 29000 \left(H - \frac{O}{8} \right) + 2500 S - 600 W$$

berechnet werden (vgl. S. 748).

32. Die Temperatur der abziehenden Heizgase wird an der Stelle, wo sie den Kessel verlassen, jedenfalls aber vor dem Schieber, durch Quecksilberthermometer oder thermoelektrische Pyrometer gemessen. Diese Geräte sind mit sorgfältiger Abdichtung in den Rauchkanal so einzusetzen, daß sich die Quecksilberkugel oder die Lötstelle mitten im Gasstrom befindet. Die Ablesungen erfolgen möglichst oft, längstens aber viertelstündlich, und zwar womöglich bei Entnahme der Gasproben.

Die Temperatur der in die Feuerung tretenden Luft wird nahe der Feuerung gemessen, wobei das Thermometer vor Wärmestrahlung zu schützen ist. Aus den einzelnen Ablesungen wird das Mittel genommen.

33. Während des Heizversuches werden entweder ununterbrochen oder in gleichmäßigen Zwischenräumen möglichst oft, längstens aber alle 20 min, durch ein luftdicht neben dem Thermometer eingesetztes Rohr, dessen untere Mündung mitten in den Gasstrom reicht, Gasproben entnommen. Der Gehalt an Kohlensäure (e) ist regelmäßig zu bestimmen. Vollständige Untersuchungen der Heizgase auf Kohlensäure, Sauerstoff, Kohlenoxyd und Stickstoff sind nach Bedarf vorzunehmen. Hierzu dienen am besten Durchschnittsproben, die mittels gleichmäßig saugender Aspiratoren entnommen werden.

Soll der Verlust durch unvollständig verbrannte Gase festgestellt werden, so ist die Zusammensetzung der Gase nach genauen Verfahren festzustellen, da hierfür die üblichen Verfahren der technischen Gasanalyse nicht ausreichen.

Um zu ermitteln, wieviel Luft in die Feuerzüge eindringt, können an verschiedenen Stellen derselben Gasproben entnommen und auf ihren Gehalt an Kohlensäure und Sauerstoff untersucht werden.

Bemerkung. Auf einfache Weise kann man in der Regel starke Undichtheiten des Mauerwerkes nachweisen, indem man den im Betriebe befindlichen Rost mit stark rauchendem Brennstoffe beschickt und hierauf den Zugschieber schließt, oder auch dadurch, daß man beobachtet, ob die Flamme eines an dem Kesselmauerwerk entlang bewegten Lichtes angesaugt wird.

Für die Berechnung der Wärme, die in den abziehenden Heizgasen verloren geht, ist die Zusammensetzung derjenigen Heizgase maßgebend, die neben dem Thermometer entnommen sind.

β) Untersuchung einer Dampfmaschinenanlage.

34. Art, Zahl und Dauer der Versuche sind nach Maßgabe der „Allgemeinen Bestimmungen“ (Nr. 1 bis 8) zu vereinbaren.

35. Die Konstruktions- und Betriebsverhältnisse der Dampfmaschine sind möglichst vollständig anzugeben und durch Zeichnung zu erläutern; insbesondere sollen bei vollständigen Untersuchungen in diesen Angaben enthalten sein:

- a) die Bauart der Maschine, Beschreibung und Zeichnung ihrer Hauptteile; die Abmessungen der Zylinder; die Größe der schädlichen Räume; der Kolbenhub und sonstige in Betracht kommende Abmessungen;
- b) die normale Umlaufzahl, deren zulässige Schwankungen und der Ungleichförmigkeitsgrad;
- c) die Spannung und die Temperatur des Dampfes, mit dem die Dampfmaschine arbeiten soll, und die höchste Spannung, für die sie gebaut ist;
- d) die Leistung, auf die sich der zugesagte Dampfverbrauch und der mechanische Wirkungsgrad beziehen, die zugesagte größte Leistung und die entsprechenden Füllungsgrade;
- e) der für die indizierte oder für die Nutzleistung zugesagte Dampfverbrauch;
- f) für die im Verträge vorausgesetzte Temperatur und Menge des Einspritz- oder Kühlwassers und das dieser Voraussetzung entsprechende Vakuum.

Im Sinne des Absatzes 2 der Einleitung liegt es außerdem, die Länge und den Durchmesser der Dampfzu- und -ableitungsrohre, die Entwässerungsvorrichtungen, die Weite der Dampfkäme, die Abmessungen der Luftpumpen sowie die Bauart und die Betriebsverhältnisse der Dampfkesselanlage anzugeben.

36. Eine strenge Ermittlung der wirklichen Nutzleistung und damit der sog. zusätzlichen Reibung ist nur mittels der Bremse möglich; jedoch ist dieses Verfahren bei größeren Maschinen schwierig und mit Gefahren verknüpft und deshalb nur ausnahmsweise anzuwenden (vgl. Nr. 17).

Ist eine Dynamomaschine mit der Dampfmaschine unmittelbar gekuppelt, so kann aus dem dem Anker der Dynamomaschine entnommenen elektrischen Arbeit die Nutzarbeit der Dampfmaschine bestimmt werden, falls der Wirkungsgrad des Ankers der Dynamomaschine unter den obwaltenden Temperatur- und Belastungsverhältnissen genau bekannt ist.

Die Geräte, mit denen die elektrischen Messungen vorgenommen werden, müssen ge-richt sein.

37. Die Indikatoren sind möglichst unmittelbar am Zylinder, ohne lange und scharf gekrümmte Zwischenleitungen anzubringen, und zwar an jedem Zylinderende ein Indikator. Zu dem Zwecke ist jedes Zylinderende mit einer Bohrung für 1" Whitworth zu versehen.

Die Indikatoren und ihre Federn sind vor und nach dem Versuch entweder durch unmittelbare Belastung oder an offenen Quecksilber- bzw. Eichmanometern bei einer der mittleren Dampfspannung des Versuches entsprechenden Temperatur zu prüfen. Ergeben sich Unterschiede, so ist der Mittelwert maßgebend. Sind tägliche Federprüfungen während der Versuchszeit ausführbar, so sind diese vorzuziehen).

Die Maßstäbe sehr schwacher Vakuumfedern sind in derselben Lage zur Wagerechten zu berichtigen, die sie während des Versuches innehaben.

38. Bei Leistungsversuchen, die zur Ermittlung des Dampfverbrauches dienen, sind folgende Regeln zu beobachten:

Der Versuch soll nicht eher beginnen, als bis in der Maschine und in den Meßgeräten Beharrungszustand bezüglich der Kräfte und Temperaturen eingetreten ist.

Erstreckt sich der Versuch bei regelmäßigem Fabrikbetriebe auf die Dauer eines Arbeitstages, so sind die erste und die letzte Stunde des Arbeitstages von der eigentlichen Versuchszeit auszuschließen; ebenso die Tage vor und nach Sonn- und Feiertagen.

Dampfspannung, Belastung der Maschine und Überhitzungstemperatur (s. Bemerkung zu Nr. 40) müssen während der Versuchsdauer möglichst gleichmäßig erhalten werden; erforderlichenfalls ist die Gleichmäßigkeit der Belastung künstlich herzustellen (vgl. Nr. 7).

Die Umlaufzahl der Maschine wird durch Hubzähler gemessen und stündlich vermerkt. Bei wechselnder Belastung empfiehlt es sich, die Schwankungen der Umlaufzahl mit Hilfe eines Tachographen od. dgl. zu ermitteln.

In regelmäßigen Zwischenräumen (alle 10 bis 20 min) werden der Wasserstand und die Spannung im Kessel, die Spannung und, falls der Dampf überhitzt ist, die Temperatur unmittelbar vor der Maschine, die Spannungen in den Zwischenbehältern, im Ausströmrohr unmittelbar hinter dem Dampfzylinder und im Kondensator, außerdem die Temperaturen des Einspritz- oder Kühlwassers sowie des ausfließenden Kondensationswassers vermerkt. Der Barometerstand ist, gebotenfalls mehrmals, zu verzeichnen, und ebenso, falls ein Gradierwerk benutzt wird, die Temperatur und der Feuchtigkeitsgrad der Luft.

Während des Versuches sind alle 10 bis 20 min (womöglich gleichzeitig mit den soeben genannten Ablesungen) Diagramme an jedem Zylinderende abzunehmen, bei starken Schwankungen der Belastung tunlichst noch öfter. Die Diagramme erhalten Ordnungsnummern und Angaben über die Zeit der Entnahme.

Die Diagrammflächen werden mit Hilfe eines Polarplanimeters oder in anderer zuverlässiger Weise ausgerechnet, und zwar der Sicherheit wegen wiederholt.

Der Durchmesser des Dampfzylinders (in möglichst betriebswarmem Zustand) und der Kolbenhub sind zu messen, der Querschnitt der Kolbenstange in Rechnung zu nehmen.

¹⁾ S. „Bestimmungen über die Feststellung der Maßstäbe für Indikatorfedern“ Z. 1906, S. 709.

39. Der Dampfverbrauch wird durch das in den Dampfkessel gespeiste Wasser gewogen bzw. gemessen (vgl. Nr. 26). Es ist unzulässig, zur Speisung Dampfpumpen zu verwenden, die ihren Dampf demselben Dampfkessel entnehmen wie die zu untersuchende Dampfmaschine, oder deren Abdampf mit dem Speisewasser in unmittelbare Berührung kommt, es sei denn, daß der Dampfverbrauch dieser Pumpen genau ermittelt werden kann.

Bei Oberflächenkondensation kann der Dampfverbrauch der Dampfmaschine durch das Gewicht des niedergeschlagenen Dampfes festgestellt werden.

Die Berechnung des Dampfverbrauches aus dem Diagramm ergibt kein richtiges Maß dieses Verbrauches und ist deshalb unstatthaft.

Das in der Dampfleitung niedergeschlagene Wasser muß vor dem Eintritt in die Maschine abgelenkt und von der Speisewassermenge abgezogen werden.

Das innerhalb der Maschine (Zwischenbehälter, Mantel usw.) niedergeschlagene Wasser gehört zum Verbrauch der Maschine und soll möglichst an jeder Entnahmestelle getrennt bestimmt werden.

Bemerkung. Die Vorrichtungen zum Abfangen des niedergeschlagenen Wassers (Kühlschlangen u. dgl.) sind derart einzurichten, daß Verluste durch Wiederverdampfung vermieden werden; zu dem Zwecke soll es in diesen Vorrichtungen auf mindestens 40° abgekühlt werden.

40. Bedeutet t_1 die Sättigungstemperatur, die zum Drucke des einströmenden Dampfes unmittelbar vor der Dampfmaschine gehört, t_1' die Temperatur des überhitzten Dampfes an derselben Stelle, so ist der Wärmewert von 1 kg des verbrauchten Dampfes (s. Nr. 18) ausgedrückt durch:

$$606,5 + 0,305 t_1 + c_p (t_1' - t_1) \text{ WE } ^1).$$

Hiernach ermittelt sich der Wärmewert für 1 PS/st verbrauchten Dampfes.

Bemerkung. Bei Ermittlung der Temperatur des überhitzten Dampfes ist darauf zu achten, daß der Siedepunkt der Flüssigkeit, in die das Thermometer eintaucht, höher liegt als die zu messende Temperatur des Dampfes.

41. Die Dichtheit der Kolben, Dampfmäntel, Schieber und Ventile usw. ist nicht durch Indikatormessungen zu prüfen, sondern durch besondere Versuche an der betriebswarmen Maschine, derart, daß die eine Seite des Kolbens, Ventiles usw. bei abgespreiztem Schwungrade mit Dampf belastet wird. Diese Belastung geschieht bei normalem Dampfdruck, und die betreffenden Dichtungsflächen sind für undicht zu erachten, wenn der Dampf in anderer Form als in der von feinem Nebel oder Wasserperlen auf der anderen Seite zum Vorschein kommt.

III. Anhang.

Der weitergehenden wissenschaftlichen Verwertung der Versuchsergebnisse zur Bestimmung der Wärme- und Arbeitsverluste dienen die folgenden Bemerkungen.

a) Bestimmung der Wärmeverluste einer Dampfkesselanlage.

1) Der Wärmeverlust, der dadurch entsteht, daß die Heizgase den Dampfkessel mit der Temperatur T verlassen, die höher ist als die Temperatur t der Außenluft, berechnet sich aus der Menge ihrer Bestandteile, ihrer spezifischen Wärme und dem Unterschiede $T - t$.

Die Heizgasmenge aus 1 kg verheizten Brennstoffes wird aus der Zusammensetzung des Brennstoffes und dem Kohlenstoffgehalt der Heizgase in folgender Weise berechnet:

Ist C der Kohlenstoffgehalt des Brennstoffes und c der Kohlenstoffgehalt der Heizgase, so liefert 1 kg Brennstoff $\frac{C}{0,536 c}$ m³ Heizgas (ohne Wasserdampf) von 0° und 760 mm Barometerstand.

Bemerkung. Die großen Buchstaben bedeuten Gewichtsprozent des Brennstoffes, die kleinen Buchstaben Volumenprozent der Heizgase.

Das Gewicht des bei der Verbrennung entstandenen Wasserdampfes ist $\frac{9H + W}{100}$, worin H den Prozentgehalt an Wasserstoff und W den Prozentgehalt an Wasser im Brennstoff bedeutet, Bemerkung. Das Volumen des Wasserdampfes bei 0° und 760 mm Barometerstand ist

$$\frac{9H + W}{0,804 \cdot 100}$$

Das Gesamtvolumen des aus 1 kg Brennstoff entstandenen Gasgemenges ist also

$$\frac{C}{0,536 c} + \frac{9H + W}{0,804 \cdot 100} \text{ m}^3$$

bei 0° und 760 mm Barometerstand.

Nimmt man 0,32 als mittlere spezifische Wärme für 1 m³ Heizgas (Wärmekapazität) und 0,48 als spezifische Wärme für 1 kg Wasserdampf an, so ist der Wärmeverlust durch die Heizgase für 1 kg Brennstoff:

$$V = \left(0,32 \frac{C}{0,536 c} + 0,48 \frac{9H + W}{100} \right) (T - t) \text{ WE.}$$

Bemerkung. Die zur Verbrennung von 1 kg Brennstoff erforderliche Luftmenge berechnet sich wie folgt:

¹⁾ Betreffs des Wertes c_p für die spezifische Wärme des überhitzten Dampfes s. S. 517.

1 kg Brennstoff, der aus C kg Kohlenstoff, H kg Wasserstoff S kg Schwefel und O kg Sauerstoff besteht, erfordert

$$\left(\frac{8}{3}C + 8H + S - O\right) \frac{100}{23} = L \text{ kg Luft}$$

und damit

$$\frac{L}{1,29} = L' \text{ m}^3 \text{ Luft, vgl. S. 497.}$$

Haben die Gasanalysen außer c Raumprozent Kohlensäure o Raumprozent Sauerstoff und n Raumprozent Stickstoff ergeben, so ist das Verhältnis der verbrauchten Luftmenge zu der theoretisch erforderlichen ($v : 1$), die sog. Luftüberschußzahl

$$\frac{n}{n - \frac{79}{21} o}$$

b) Der Wärmeverlust durch Unverbranntes in den Herdrückständen (Schlacke und Asche) wird in folgender Weise ermittelt: Nach Beendigung des Versuchs wird das Gewicht der trockenen Verbrennungsrückstände bestimmt und in einer Durchschnittsprobe der Gehalt an unverbrannten Bestandteilen festgestellt. Das „Verbrennliche“ in den Herdrückständen wird hier als Kohlenstoff mit 8100 WE in 1 kg in Rechnung gesetzt.

Der Wärmeverlust durch Entfernen heißer Schlacken aus dem Brennraum ist gering und kann vernachlässigt werden.

Bemerkung. Der Wärmeverlust durch unverbrannte Gase und Ruß kann bei qualmender Feuerung bedeutend sein; soll er bestimmt werden, so ist der Gehalt an unverbrannten Bestandteilen nach bekannten Verfahren zu ermitteln und in Rechnung zu stellen.

c) Zur Aufstellung der Wärmebilanz sind die vorstehend im einzelnen ermittelten Wärmeverluste sowie die an das Wasser im Dampfkessel abgegebene Wärmemenge in $\%$ des kalorimetrisch ermittelten Heizwertes anzugeben. Was an 100 fehlt, stellt, abgesehen von unvermeidlichen Versuchsfehlern, den Verlust durch Strahlung und Leitung sowie durch unverbrannte Gase und Ruß dar.

β) Bestimmung der Arbeitsverluste einer Dampfmaschine.

Die Bestimmung der Arbeitsverluste einer Dampfmaschine kann in folgender Weise geschehen:

Es bedeutet:

p_1 den Druck des einströmenden Dampfes unmittelbar vor der Maschine in kg/cm^2 abs.;

T_1' die zugehörige absolute Temperatur im Falle überhitzten Dampfes;

x_1 die zugehörige spez. Dampfmenge im Falle gesättigten Dampfes in kg ;

v_1 das zugehörige spez. Volumen in m^3 ;

u_1 das zugehörige Volumen des trocken gesättigten Dampfes, vermindert um dasjenige des flüssigen Wassers, in m^3 ;

p_2 den Druck im Ausströmrohr unmittelbar hinter dem Niederdruckzylinder in kg/cm^2 abs.;

$\varepsilon = \frac{\text{schädlicher Raum} + \text{Hubvolumen im Niederdruckzylinder}}{\text{schädlicher Raum} + \text{Füllungsvolumen im Hochdruckzylinder}}$

den gesamten Expansionsgrad der Maschine (wobei das Füllungsvolumen mit Hilfe des Gesetzes der gleichseitigen Hyperbel auf den Druck p_1 bezogen ist).

Gesättigter Dampf.

Die Gleichung der adiabatischen Expansion lautet $p v^n = \text{konst.}$, wo $n = 1,081 + 0,1 x_1$ ist.

Die indizierte Arbeit N_i^0 in PS, die von 1 kg Dampf eine Stunde lang in der untersuchten Maschine bei dem vorhandenen Expansionsgrade, bei der Eintrittsspannung p_1 und der Austrittsspannung p_2 geleistet würde, wenn Arbeitsverluste durch den schädlichen Raum, durch die Wärmebewegung in der Wandung, durch Drosselung und durch Undichtheiten nicht vorhanden wären, ist

$$N_i^0 = \frac{p_1 v_1}{27} \left\{ \frac{n}{n-1} - \frac{1}{n-1} \frac{1}{\varepsilon^{n-1}} - \varepsilon \frac{p_2}{p_1} \right\}$$

und für $x_1 = 1$ (anfänglich trocken gesättigten Dampf)

$$N_i^0 = \frac{p_1 v_1}{27} \left\{ 8,41 - \frac{7,41}{\varepsilon^{0,186}} - \varepsilon \frac{p_2}{p_1} \right\}.$$

Hierin ist $v_1 = v' - v'' = v''$ aus den Dampftabellen, S. 521, zu bestimmen¹⁾.

Oberhitzter Dampf.

v_1 bestimmt sich aus der Gleichung

$$p_1 v_1 = R' T_1' - C p_1^m,$$

wo $R' = 0,00509$, $C = 0,193$, $m = 1/4$.

¹⁾ Der kleine Wert $v' = \sim 0,001$ kann vernachlässigt werden.

Die Gleichung der adiabatischen Expansion lautet, solange der Dampf überhitzt ist,

$$p v^k = \text{konst. mit } k = 1,338,$$

für gesättigten Dampf

$$p v^n = \text{konst. mit } n = 1,135.$$

Druck und Volumen in demjenigen Zustande, in dem der Dampf gerade trocken gesättigt ist, hängen durch die Gleichung $p v^\mu = R$ (Gleichung der Grenzkurve) zusammen, mit $\mu = 1,0646$, $R = 1,762$.

Zunächst wird nun aus v_1 das Volumen v'' bestimmt, bei dem der Dampf trocken gesättigt ist. Dies geschieht aus der Gleichung

$$v'' = \frac{\frac{1}{R^{k-\mu}} v_1^{k-\mu}}{\frac{1}{R^{k-\mu}}} = \frac{p_1^{3,72} v_1^{4,97}}{8,28}.$$

Dann werden die Expansionsgrade $\varepsilon_1 = \frac{v''}{v_1}$ und $\varepsilon_2 = \frac{v}{v_1}$ gebildet.

Schließlich wird die von 1 kg/st Dampf geleistete indizierte Arbeit der verlustlosen Maschine

$$\begin{aligned} N_i^0 &= \frac{p_1 v_1}{27} \left\{ \frac{k}{k-1} + \frac{k-n}{(k-1)(n-1)} \frac{1}{\varepsilon_1^{k-1}} - \frac{1}{n-1} \frac{1}{\varepsilon_1^{k-1} \varepsilon_2^{n-1}} - \varepsilon \frac{p_2}{p_1} \right\} \\ &= \frac{p_1 v_1}{27} \left\{ 4 + 4,41 \frac{1}{\varepsilon_1^{0,338}} - 7,41 \frac{1}{\varepsilon_1^{0,338} \varepsilon_2^{0,135}} - \varepsilon \frac{p_2}{p_1} \right\}. \end{aligned}$$

Bezeichnet D_i^0 den Dampfverbrauch der verlustlosen Maschine für 1 PS_i/st, so ist

$$D_i^0 = \frac{1}{N_i^0}.$$

Ist D_i der durch die Versuche bestimmte wirkliche Dampfverbrauch für 1 PS_i/st und damit $N_i = \frac{1}{D_i}$ die von 1 kg Dampf auf die Dauer einer Stunde wirklich geleistete indizierte Arbeit, so sind die Arbeitsverluste auf 1 kg Dampf $N_v = N_i^0 - N_i$, oder im Verhältnis zur Arbeit der verlustlosen Maschine:

$$\eta_v = \frac{N_i^0 - N_i}{N_i^0}.$$

Das Verhältnis der wirklich geleisteten Arbeit zu derjenigen der verlustlosen Maschine ist

$$\eta_g = \frac{N_i}{N_i^0} = \frac{D_i^0}{D_i}.$$

Zwölfter Abschnitt.

Verbrennungskraftmaschinen.

Bearbeitet von Prof. Dipl.-Ing. C. Zietemann.

Allgemeines.

(776) Arten und Wirkungsweise.

Die Verbrennungskraftmaschinen sind gekennzeichnet durch Erzeugung des Druckes im Zylinder selbst, durch Verbrennung des Brennstoff-Luft-Gemisches. Sie arbeiten entweder im Viertakt oder im Zweitakt.

Beim Viertaktverfahren umfaßt ein Kreislauf vier Hübe (Takte). Arbeitsweise: 1. Hub — Ansaugen von Brennstoff-Luft-Gemisch oder reiner Luft; 2. Hub — Verdichten des Gemisches oder der Luft, 3. Hub — Entzünden (evtl. Brennstoffeinspritzung und Selbstentzündung), Verbrennen und Ausdehnen, am Hubende Auspuff; 4. Hub — Ausschieben der Abgase.

Beim Zweitakt werden Ansaughub und Ausschubhub fortgelassen und durch Laden bzw. Spülen ersetzt. Arbeitsweise: 1. Hub — Laden von Brennstoff-Luft-Gemisch oder reiner Luft durch besondere Pumpen während eines Hubteiles, Verdichten der Ladung; 2. Hub — Entzünden, Verbrennen und Ausdehnen, gegen Hubende Auspuff, meist durch vom Kolben gesteuerte Schlitze im Zylinder und Spülen mit Luft bis in den Anfang des folgenden (ersten) Hubes.

Erfolgt die Verbrennung plötzlich, theoretisch bei gleichbleibendem Volumen, so arbeitet die Maschine nach dem Verpuffungsverfahren; wird der Brennstoff (flüssig) in die bis über die Selbstzündungstemperatur verdichtete Luft so eingespritzt, daß die Verbrennung bei gleichbleibendem Druck erfolgt, so arbeitet die Maschine nach dem Gleichdruckverfahren. Beide Maschinenarten können im Viertakt, wie im Zweitakt arbeiten; sie können ferner einfachwirkend oder doppeltwirkend sein, je nachdem, ob der Arbeitsvorgang nur auf einer oder aber auf beiden Zylinder- oder Kolbenseiten stattfindet.

Nach der Bauart und der Betriebsweise kann man unterscheiden

A. Verpuffungsmaschinen:

Für gasförmige Brennstoffe:

1. Gasmaschinen; Betriebsstoffe: Leuchtgas, Kraft- (Generator-) Gas, Gichtgas, Koksofengas.

Für flüssige Brennstoffe (allgemein Öle):

2. Vergasermaschinen (Leichtölmotoren), Betriebsstoffe: **Benzin**, Benzol, Naphthalin, Spiritus.
3. Glühkopfmotoren; Betriebsstoffe: Petroleum, Rohöle.

B. Gleichdruckmaschinen:

4. Dieselmotoren; Betriebsstoffe: Gasöl, Teeröl, Paraffinöl.

Die Maschinen unter 3 und 4 werden auch als Schwerölmotoren oder Ölspritzmaschinen bezeichnet; die Glühkopfmotoren nähern sich neuerdings mehr den Gleichdruckmaschinen.

Wärmetechnische Grundlagen. Kreisprozesse der Verbrennungskraftmaschinen.

(777) Verpuffungsverfahren.

Theoretisch sind Viertakt und Zweitakt gleichwertig und ergeben denselben Kreisprozeß, Abb. 1; derselbe besteht aus 2 Adiabaten und 2 Zustandsänderungen bei gleichbleibendem Volumen. Nach dem Ansaugen bzw. Laden erfolgt adiabatische Verdichtung 1—2, dann Verbrennung (Wärmezufuhr) bei konst. Volumen 2—3, wobei der Druck von p_2 auf p_3 steigt; nun folgt adiabatische Ausdehnung 3—4 bis zum Hubende und endlich Auspuffen (Wärmeabfuhr) 4—1 bei konst. Volumen bis in den Anfangszustand.

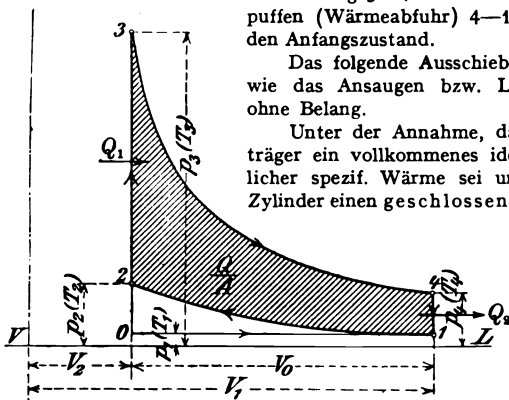


Abb. 1.

$$\eta_{th} = \frac{AL}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1},$$

und da die zugeführte Wärme $Q_1 = G \cdot c_v (T_3 - T_2)$ und die abgeführte Wärme $Q_2 = G \cdot c_v (T_4 - T_1)$, so ist

$$\eta_{th} = 1 - \frac{G \cdot c_v (T_4 - T_1)}{G \cdot c_v (T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}.$$

Bezeichnet $\varepsilon = \frac{V_1}{V_2}$ das Verdichtungs- bzw. Ausdehnungsverhältnis, so ist für die Adiabaten (vgl. (544))

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa-1} = \frac{T_3}{T_4} = \varepsilon^{\kappa-1} \quad \text{oder} \quad \frac{T_4}{T_1} = \frac{T_3}{T_2} \quad \text{und} \quad \frac{T_4 - T_1}{T_1} = \frac{T_3 - T_2}{T_2},$$

woraus $\frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = \frac{T_1}{T_2}$, folglich

$$\eta_{th} = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}} = 1 - \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \dots \dots \dots 1$$

Zu gleichem Ergebnis gelangt man aus der Arbeit der Adiabaten; die absolute Ausdehnungsarbeit ist (vgl. (544)), Gl. 33.

$$L_a = c_v (T_3 - T_4) : A$$

und die Verdichtungsarbeit

$$L_e = c_v (T_2 - T_1) : A,$$

somit die verfügbare Arbeit für 1 kg

$$L = L_a - L_c = c_p (T_3 - T_4 - T_2 + T_1) : A$$

und mit $Q_1 = c_p (T_3 - T_2)$ ist

$$\eta_{th} = \frac{A L}{Q_1} = \frac{c_p (T_3 - T_4 - T_2 + T_1)}{c_p (T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2},$$

wie oben. Auch aus den Arbeiten nach (544), Gl. 36 a

$$L_a = \frac{P_2 V_2}{\kappa - 1} \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right), \quad L_c = \frac{P_2 V_2}{\kappa - 1} \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)$$

kommt man zum selben Schluß.

Hiernach hängt der thermische Wirkungsgrad η_{th} der Verpuffungsmotoren von dem Verdichtungsverhältnis ε , also von der Verdichtungsdruckspannung p_2 ab; er ist außerdem von der Größe des Wärmeverhältnisses $\kappa = \frac{c_p}{c_v}$ abhängig (c_p und c_v bedeuten die spezifischen Wärmen bei unveränderlichem Druck bzw. unveränderlichem Volumen, der Einfluß desselben auf p_2 ist nur gering.

Nach Güldner ist für $\varepsilon = 5$ der thermische Wirkungsgrad bei einem Leuchtgasgemisch

$$1 : 6, \quad \text{dessen } \kappa = 1,354, \quad \eta_{th} = 1 - \frac{1}{50,354} = 0,435;$$

$$1 : 13,5, \quad \text{dessen } \kappa = 1,383, \quad \eta_{th} = 1 - \frac{1}{50,383} = 0,461.$$

Der Unterschied beträgt

$$\frac{0,461 - 0,435}{0,435} 100 = \frac{2,6}{0,435} = 6\%.$$

Das schwache Gemisch liefert mithin einen um 6% besseren Wirkungsgrad η_{th} des Kreisprozesses als das reiche.

Man soll deshalb gasarme Ladungen verwenden und diese möglichst hoch verdichten.

Die Erfahrung lehrt aber, daß Verdichtungsgrade über $\varepsilon = 8$ bei Verpuffungsmotoren keinen erheblichen Vorteil in der Wärmeausnutzung mehr bieten und daß die wirtschaftliche Höchstverdichtung in der Nähe von 15 zu liegen wird.

Praktisch ist der Verdichtungsdruck bei Verdichtung von Gas-Luft-Gemischen durch die Gefahr der Selbstentzündung (Frühzündung) begrenzt und liegt meist wesentlich unter dem theoretisch günstigsten.

Die folgende Tabelle enthält thermische Wirkungsgrade η_{th} des Verpuffungsverfahrens für verschiedene ε und κ .

$\varepsilon =$	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	6,0	7,0	8,0
$\kappa = 1,20$	0,129	0,167	0,197	0,221	0,242	0,260	0,275	0,301	0,322	0,340
$\kappa = 1,25$	0,159	0,205	0,240	0,269	0,293	0,313	0,331	0,361	0,385	0,405
$\kappa = 1,30$	0,188	0,241	0,281	0,313	0,340	0,363	0,383	0,416	0,442	0,464
$\kappa = 1,35$	0,216	0,274	0,319	0,355	0,384	0,409	0,431	0,466	0,494	0,517
$\kappa = 1,40$	0,248	0,313	0,363	0,402	0,434	0,460	0,483	0,520	0,550	0,574

Bei Darstellung des Kreisprozesses im Wärme- (T_s -) Diagramm, Abb. 2, sind die Wärmemengen und der thermische Wirkungsgrad sehr anschaulich. 1—2 adiabatische Verdichtung, 2—3 Wärmezufuhr (Verbrennung) bei konst. Volumen, 3—4 adiabatische Ausdehnung, 4—1 Wärmeabfuhr (Auspuff) bei $v = \text{konst.}$ Dann ist Q_1 die Fläche $a 2 3 b$, Q_2 die Fläche $4 1 a b$, AL die Fläche $1 2 3 4$ und η_{th} das Verhältnis der Fläche $1 2 3 4$ zu $a 2 3 b$.

(778) Gleichdruckverfahren.

Den für Viertakt und Zweitakt gleichen Kreisprozeß zeigt Abb. 3. Es wird nur Luft adiabatisch verdichtet 1—2 (somit keine Frühzündungsgefahr) bis auf einen der Selbstzündungstemperatur des Brennstoffes entsprechenden Druck; Brennstoffzufuhr derart, daß die Verbrennung (Wärmezufuhr) bei $p = \text{konst.}$ vor sich geht, 2—3; dann folgt adiabatische Ausdehnung 3—4, das Ausdehnungsverhältnis $\delta = V_1 : V_3$ ist kleiner als das Verdichtungsverhältnis $\epsilon = V_1 : V_2$, und endlich Auspuffen (Wärmeabfuhr) bei konst. Volumen, 4—1, bis in den Anfangszustand.

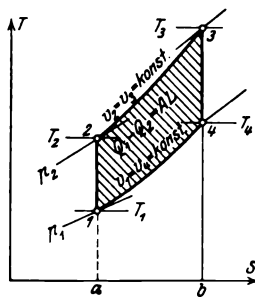
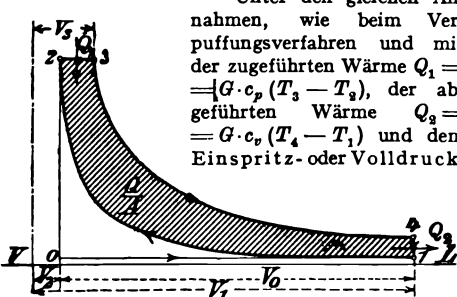


Abb. 2.



Unter den gleichen Annahmen, wie beim Verpuffungsverfahren und mit der zugeführten Wärme $Q_1 = G \cdot c_p (T_3 - T_2)$, der abgeführten Wärme $Q_2 = G \cdot c_p (T_4 - T_1)$ und dem Einspritz- oder Volldruck-

Abb. 3.

verhältnis $e = V_3 : V_2$ ist der thermische Wirkungsgrad

$$\eta_{th} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{G \cdot c_p (T_4 - T_1)}{G \cdot c_p (T_3 - T_2)} = 1 - \frac{1}{k} \frac{T_1}{T_2} \cdot \frac{T_4/T_1 - 1}{T_3/T_2 - 1}$$

Nun ist aber $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa-1} = \epsilon^{\kappa-1}$; $\frac{T_3}{T_2} = \frac{V_3}{V_2} = e$; $\frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{V_3}{V_1}\right)^{\kappa-1} = \left(\frac{V_3}{V_2} \cdot \frac{V_2}{V_1}\right)^{\kappa-1} = \frac{e^{\kappa-1}}{\epsilon^{\kappa-1}}$; demnach ist $\frac{T_4}{T_1} = \frac{T_3}{T_2} \cdot \frac{e^{\kappa-1}}{\epsilon^{\kappa-1}} = \frac{T_3}{T_2} \cdot e^{\kappa-1} = e^{\kappa}$

und damit

$$\eta_{th} = 1 - \frac{1}{\epsilon} \cdot \frac{1}{e^{\kappa-1}} \cdot \frac{e^{\kappa} - 1}{e - 1} \dots \dots \dots 2$$

Zum gleichen Ergebnis gelangt man von den Arbeiten ausgehend; die verfügbare Arbeit ist (für 1 kg) gleich der Volldruckarbeit (Gleichdruck) $L_g = P_2 (V_3 - V_2) = R (T_3 - T_2)$; $\Delta L_g = \Delta R (T_3 - T_2) = (c_p - c_v) (T_3 - T_2)$ + der Ausdehnungsarbeit $\Delta L_a = c_v (T_3 - T_4)$ abzüglich Verdichtungsarbeit $\Delta L_c = c_v (T_2 - T_1)$, somit $\Delta L = \Delta L_g + \Delta L_a - \Delta L_c = (c_p - c_v) (T_3 - T_2) + c_v (T_3 - T_4) - c_v (T_2 - T_1)$ und da die zugeführte Wärme $Q_1 = c_p (T_3 - T_2)$, so ist

$$\eta_{th} = \frac{c_p (T_3 - T_2) - c_v (T_3 - T_2) + c_v (T_3 - T_4) - c_v (T_2 - T_1)}{c_p (T_3 - T_2)} = 1 - \frac{c_v (T_3 - T_2 - T_3 + T_4 + T_2 - T_1)}{c_p (T_3 - T_2)} \Rightarrow 1 - \frac{1}{\kappa} \cdot \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} \text{ wie oben.}$$

Auch mit der Arbeitsgleichung für die Adiabate nach (544) ergibt sich dasselbe.

Hiernach ist der thermische Wirkungsgrad des Gleichdruckmotors (Dieselmotor) außer vom Verdichtungsgrade ϵ und dem spezifischen Wärmeverhältnis κ noch vom Einspritzverhältnis (Volldruck) e abhängig und zwar ganz erheblich.

Bei gleichem Verhältnis e ist η_{th} um so besser, je höher die Verdichtung und je größer κ . Bei gleichem ϵ (Verdichtung) ist η_{th} um so höher je kleiner e , also je

kleiner die Belastung. Praktisch wird dabei aber der Betriebswirkungsgrad η_m schlechter; auch die Kühlung ist von Einfluß. Thermische Wirkungsgrade für $p_2 = 33 \text{ at}$ gibt folgende Zahlentafel (aus Güldner)

	$e = 1,50$	$1,75$	$2,0$	$2,25$	$2,5$	$2,75$	$3,0$
$\kappa = 1,3,$	$\varepsilon = 16,$	$\eta_{th} = 0,535$	$0,522$	$0,512$	$0,499$	$0,488$	$0,479$
$\kappa = 1,41,$	$\varepsilon = 13,$	$\eta_{th} = 0,616$	$0,602$	$0,588$	$0,576$	$0,564$	$0,552$

Im Vergleich mit η_{th} der Verpuffungsmaschinen ist der therm. Wirkungsgrad der Gleichdruckmaschinen bei gleichem Verdichtungsdruck kleiner; es ist aber richtiger, den Vergleich bei gleichen Höchstdrücken zu ziehen, dann ist der Wirkungsgrad des Gleichdruckmotors höher.

Besonders übersichtlich ist wieder die Darstellung im Wärmediagramm, Abb. 4; 1—2 adiabatische Verdichtung, 2—3 Wärmezufuhr bei gleichbleibendem Druck (Verbrennung), 3—4 adiabatische Ausdehnung, 4—1 Wärmeabfuhr (Auspuffen) bei gleichbleibendem Volumen. Dann ist die zugeführte Wärme $Q_1 = \text{Fläche } a23b$, die abgeführte Wärme $Q_2 = \text{Fläche } 41ab$ und die in Arbeit umsetzbare Wärme $Q = Q_1 - Q_2 = \text{Fläche } 1234$; der thermische Wirkungsgrad ist das Verhältnis der Fläche 1234 zu $a23b$.

(779) Die Hübe beim Viertakt.

1. Saughub. Die Abgasreste dehnen sich bis auf den Ansaugdruck p_a aus, erst dann kann Luft oder Gemisch eintreten; die ganze Ladung besteht aus einer Mischung des angesaugten Stoffes mit den Abgasresten. Es wird nur während eines Hubteiles frisches Gemisch oder Luft angesaugt, die Ladung wird durch die hohe Temperatur verringert, wodurch der Lieferungsgrad η_l des Ansaughubes beeinflusst wird.

Ansaug- und Abgasdruck p_a bzw. p_r hängen von den Widerständen in Ventilen und Leitung ab, die Restgastemperatur T_r ist nicht genau festzulegen, sie ist etwa gleich der Temperatur am Ende der Expansion; $T_r = \sim 700^\circ$ (absolute). Es muß Restgasdruck und -temperatur möglichst niedrig (vollkommener Auspuff, Spülen, Kühlung), der Ansaugdruck möglichst hoch gehalten werden (reichliche Saugquerschnitte). Erfahrungswerte: Ausschubdruck $p_r = 1,08 \div 1,15 \text{ at}$, Abgastemperatur $t_r = 400 \div 500^\circ \text{ C}$, Ansaugtemperatur $t_a = 80 \div 125^\circ \text{ C}$, Ansaugdruck

$p_a = 0,88 \div 0,95 \text{ at}$ bei langsamlaufenden Motoren mit gesteuertem Einlaßventil,
 $p_a = 0,85 \div 0,90 \text{ at}$ bei desgl. mit selbsttätigem Einlaßventil,
 $p_a = 0,80 \div 0,85 \text{ at}$ bei schnelllaufenden Motoren mit gesteuertem Einlaßventil,
 $p_a = 0,78 \div 0,83 \text{ at}$ bei desgl. mit selbsttätigem Einlaßventil,
 $p_a = 0,60 \div 0,75 \text{ at}$ bei sehr schnelllaufenden Wagenmotoren mit selbsttätigem Einlaßventil und Rippenkühlung.

2. Verdichtungshub. Die Verdichtung kann polytropisch angenommen werden nach dem Gesetz $p v^n = \text{konst.}$ Dann ist, wenn V_1 das Zylindervolumen, V_h das Hubvolumen und V_c der Verdichtungsraum, der Verdichtungsdruck p_c (vgl. (545))

$$p_c = p_a \left(\frac{V_1}{V_c} \right)^n = p_a \varepsilon^n$$

und die Verdichtungstemperatur

$$T_c = T_a \left(\frac{V_1}{V_c} \right)^{n-1} = T_a \varepsilon^{n-1}.$$

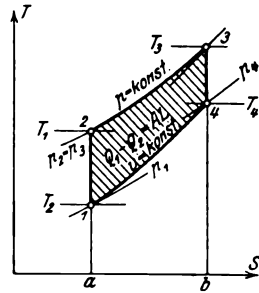


Abb. 4.

Für gegebenen Enddruck bzw. Temperatur ist der Verdichtungsraum:

$$\left. \begin{aligned} V_c &= V_1 \left(\frac{p_a}{p_c} \right)^{\frac{1}{n}} = \frac{V_1}{\varepsilon} = \frac{V_h + V_c}{\varepsilon} = \frac{V_h}{\varepsilon - 1} \\ V_c &= V_h \left[\left(\frac{p_c}{p_a} \right)^{\frac{1}{n}} - 1 \right] = V_h \cdot \left[\left(\frac{T_c}{T_a} \right)^{\frac{1}{n-1}} - 1 \right]. \end{aligned} \right\} \dots (3)$$

Der Exponent ist während der Verdichtung veränderlich infolge der Wandungswirkungen; erfahrungsgemäß kann in Mittel mit $n = 1,25$ bis $1,35$ gerechnet werden.

Die Zahlentafel auf S. 815 gibt Verdichtungsspannungen und Temperaturen für verschiedene ε , T_a und n (aus Güldner, Verbrennungskraftmaschinen).

Erfahrungswerte für $n = 1,3$:

Benzinmotoren u. dgl.: $p_c = 4 \div 5$ at, $\varepsilon \cong 3,5$, $V_c : V_h = 0,4$, $T_c \cong 550^\circ$,
 Leuchtgasmaschinen $p_c = 6 \div 8$ at, $\varepsilon \cong 5,0$, $V_c : V_h = 0,25$, $T_c \cong 600^\circ$,
 Sauggasmaschinen $p_c = 8 \div 12$ at, $\varepsilon \cong 7,0$, $V_c : V_h = 0,75$, $T_c \cong 680^\circ$,
 Gleichdruckmaschinen $p_c = 32 \div 35$ at, $\varepsilon \cong 14$, $V_c : V_h = 0,08$, $T_c \cong 850^\circ$.

3. Verbrennungs- und Ausdehnungshub.

Verpuffungsmaschinen. Zündung vor Totlage, um so mehr, je höher die Umlaufzahl und je langsamer die Verbrennung; Ende der letzteren fällt nicht mit Höchstdruck zusammen, sondern liegt im ersten Viertel bis Drittel des Hubes.

Wäre die Verbrennung bei $v = \text{konst.}$, dann wäre, wenn T_z die abs. Zündungstemperatur und G_l das Ladungsgewicht, der Zündungsdruck

$$p_z = p_c \frac{T_z}{T_c} = T_z \frac{G_l R_l}{V_c}$$

worin T_z aus $Q_1 = G_l c_v (T_z - T_c)$

$$T_z = \frac{Q_1}{c_v G_l} + T_c$$

jedoch wegen c_v und unvollständiger Verbrennung unverlässlich; weitere Abweichung, da v nicht konstant. Das wahre Ausdehnungsverhältnis ist kleiner als das Verdichtungsverhältnis, da Auslaß vor der Totlage öffnet.

Bei Viertakt ist aber $\delta \sim \varepsilon$ und der Expansionsenddruck

$$p_e = p_z \left(\frac{V_c}{V_1} \right)^n = p_z : \varepsilon^n$$

Gleichdruckmaschinen. Hier ist $p_z \sim p_c$; mit dem Volldruckverhältnis $e = V_z : V_c$ und dem Ausdehnungsverhältnis $\delta = V : V_z$, Abb. 5, ist

$$T_z = T_c \frac{V_z}{V_c} = T_c e \text{ oder wie oben}$$

$$T_z = T_c + \frac{Q_1}{c_p G_l}$$

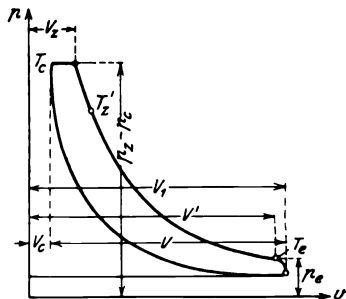


Abb. 5.

Für den Endzustand der Ausdehnung ist

$$p_e = p_z \left(\frac{V_z}{V'} \right)^n = p_z : \delta^n, \quad T_e = T_z \left(\frac{V_z}{V'} \right)^{n-1} = T_z : \delta^{n-1}.$$

Verdichtungsspannung (p_c in at) und -temperatur (T_c absolut) für verschiedene ε , T_a und η .

$\varepsilon = \frac{V_c + V_h}{V_c}; \frac{V_h}{V_c} = \varepsilon - 1$	Passend für Verpufungsmotoren															Passend für Gleichdruckmotoren																													
	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0	12	13	14	15	16	17	18	19	20	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0	12	13	14	15	16	17	18	19	20									
$\eta = 1,20$	Verdichtungsgrad $\varepsilon =$																																												
	bei $p_a = 0,9$ at ist $p_c =$																																												
	473	488	501	513	525	543	561	574	589	625	644	653	662	670	677	685	692	625	636	644	653	662	670	677	685	692	625	636	644	653	662	670	677	685	692	625	636	644	653	662	670	677	685	692	
	und $\left\{ \begin{array}{l} T_a = 380^0 \\ T_a = 400^0 \end{array} \right.$																																												
	T_c bei $\left\{ \begin{array}{l} T_a = 425^0 \\ T_a = 425^0 \end{array} \right.$																																												
	529	546	560	574	586	608	627	643	659	699	709	718	730	740	749	757	766	774	699	709	718	730	740	749	757	766	774	699	709	718	730	740	749	757	766	774	699	709	718	730	740	749	757	766	774
$\eta = 1,25$	bei $p_a = 0,9$ at ist $p_c =$																																												
	500	519	538	554	568	595	618	640	659	707	722	734	748	760	771	782	793	804	707	722	734	748	760	771	782	793	804	707	722	734	748	760	771	782	793	804	707	722	734	748	760	771	782	793	804
	und $\left\{ \begin{array}{l} T_a = 380^0 \\ T_a = 400^0 \end{array} \right.$																																												
	T_c bei $\left\{ \begin{array}{l} T_a = 425^0 \\ T_a = 425^0 \end{array} \right.$																																												
	558	580	601	618	636	665	690	714	736	791	807	822	836	856	863	875	888	899	791	807	822	836	856	863	875	888	899	791	807	822	836	856	863	875	888	899	791	807	822	836	856	863	875	888	899
$\eta = 1,30$	bei $p_a = 0,9$ at ist $p_c =$																																												
	3,75	4,58	5,46	6,36	7,29	9,24	11,3	13,42	15,7	22,7	25,2	27,8	30,3	33,0	35,8	38,8	41,3	44,6	22,7	25,2	27,8	30,3	33,0	35,8	38,8	41,3	44,6	22,7	25,2	27,8	30,3	33,0	35,8	38,8	41,3	44,6	22,7	25,2	27,8	30,3	33,0	35,8	38,8	41,3	44,6
	und $\left\{ \begin{array}{l} T_a = 380^0 \\ T_a = 400^0 \end{array} \right.$																																												
	T_c bei $\left\{ \begin{array}{l} T_a = 425^0 \\ T_a = 425^0 \end{array} \right.$																																												
	528	553	576	597	616	650	681	708	734	801	822	840	856	873	889	904	919	934	801	822	840	856	873	889	904	919	934	801	822	840	856	873	889	904	919	934	801	822	840	856	873	889	904	919	934
	und $\left\{ \begin{array}{l} T_a = 380^0 \\ T_a = 400^0 \end{array} \right.$																																												
	T_c bei $\left\{ \begin{array}{l} T_a = 425^0 \\ T_a = 425^0 \end{array} \right.$																																												
	591	618	644	667	688	727	761	793	820	896	918	940	958	976	993	1012	1028	1044	896	918	940	958	976	993	1012	1028	1044	896	918	940	958	976	993	1012	1028	1044	896	918	940	958	976	993	1012	1028	1044
$\eta = 1,35$	bei $p_a = 0,9$ at ist $p_c =$																																												
	3,96	4,88	5,84	6,86	7,89	10,1	12,4	14,9	17,5	25,7	28,8	31,8	34,9	38,2	41,1	44,4	47,5	51,8	25,7	28,8	31,8	34,9	38,2	41,1	44,4	47,5	51,8	25,7	28,8	31,8	34,9	38,2	41,1	44,4	47,5	51,8	25,7	28,8	31,8	34,9	38,2	41,1	44,4	47,5	51,8
	und $\left\{ \begin{array}{l} T_a = 380^0 \\ T_a = 400^0 \end{array} \right.$																																												
	T_c bei $\left\{ \begin{array}{l} T_a = 425^0 \\ T_a = 425^0 \end{array} \right.$																																												
	558	588	623	644	671	716	755	795	825	907	932	956	980	1004	1024	1047	1064	1086	907	932	956	980	1004	1024	1047	1064	1086	907	932	956	980	1004	1024	1047	1064	1086	907	932	956	980	1004	1024	1047	1064	1086
	und $\left\{ \begin{array}{l} T_a = 380^0 \\ T_a = 400^0 \end{array} \right.$																																												
	T_c bei $\left\{ \begin{array}{l} T_a = 425^0 \\ T_a = 425^0 \end{array} \right.$																																												
	625	658	691	719	750	800	845	886	922	1014	1040	1070	1096	1134	1147	1171	1190	1215	1014	1040	1070	1096	1134	1147	1171	1190	1215	1014	1040	1070	1096	1134	1147	1171	1190	1215	1014	1040	1070	1096	1134	1147	1171	1190	1215
$\eta = 1,41$	bei $p_a = 0,9$ at ist $p_c =$																																												
	4,23	5,26	6,35	7,50	8,68	11,2	13,9	16,8	19,9	29,9	33,5	37,2	41,1	44,9	48,9	53,0	56,8	61,5	29,9	33,5	37,2	41,1	44,9	48,9	53,0	56,8	61,5	29,9	33,5	37,2	41,1	44,9	48,9	53,0	56,8	61,5	29,9	33,5	37,2	41,1	44,9	48,9	53,0	56,8	61,5
	und $\left\{ \begin{array}{l} T_a = 380^0 \\ T_a = 400^0 \end{array} \right.$																																												
	T_c bei $\left\{ \begin{array}{l} T_a = 425^0 \\ T_a = 425^0 \end{array} \right.$																																												
	597	635	671	704	735	793	843	891	936	1053	1090	1123	1153	1188	1216	1244	1273	1303	1053	1090	1123	1153	1188	1216	1244	1273	1303	1053	1090	1123	1153	1188	1216	1244	1273	1303	1053	1090	1123	1153	1188	1216	1244	1273	1303
	und $\left\{ \begin{array}{l} T_a = 380^0 \\ T_a = 400^0 \end{array} \right.$																																												
	T_c bei $\left\{ \begin{array}{l} T_a = 425^0 \\ T_a = 425^0 \end{array} \right.$																																												
	667	710	750	788	821	886	943	996	1049	1177	1219	1253	1291	1329	1360	1390	1424	1457	1177	1219	1253	1291	1329	1360	1390	1424	1457	1177	1219	1253	1291	1329	1360	1390	1424	1457	1177	1219	1253	1291	1329	1360	1390	1424	1457

Da die Verbrennung bis in die Ausdehnung hinein stattfindet, wird das Ausdehnungsverhältnis kleiner und T_e größer.

Erfahrungswerte: der Exponent n der Ausdehnungslinie ist $n = 1,30$ bis $1,50$, im Mittel etwa $1,35$, er kann aber auch wesentlich höher liegen (aus Diagrammen bis $n = 1,7$ festgestellt, Ursache: Kühlung). Im Mittel ist die höchste Verbrennungstemperatur $T_{\max} = \sim 1750^\circ$ ($t_{\max} = \sim 1500^\circ\text{C}$) bei Gasmaschinen und $T_{\max} = 1850^\circ$ ($t_{\max} = 1580^\circ\text{C}$) bei Gleichdruckmaschinen. Die Ausdehnungsendtemperatur ist $T_e \cong 850$ ($t_e = \sim 580^\circ\text{C}$) für Gasmaschinen und $T_e \cong 1350^\circ$ ($t_e = \sim 1080^\circ\text{C}$) für Gleichdruckmaschinen.

4. Ausschubhub. Nach Öffnen des Auslaßventils — 10 bis 15 % vor Hubende — erfolgt Auspuffen vom Druck p_e auf p_r , die Geschwindigkeit erreicht $800 \div 900$ m/sek; Auspuff soll im Hubende beendet sein, damit Ausschubarbeit klein wird. Ausschubdruck p_r soll möglichst tief sein — reichliche Querschnitte. Zuweilen Spannungsschwankungen in der Ausschublinie, Ursache: Schwingen der Gasmassen in der Leitung, dieses kann vorteilhaft sein, jedoch von Zufälligkeiten abhängig.

Ausschubdruck $p_r = 1,08$ bis $1,15$ at, kann bei größerem Widerstande noch höher liegen, Temperatur $t_r = 400 \div 500^\circ\text{C}$.

(780) Hübe beim Zweitakt.

Verdichten, Verbrennen und Ausdehnen wie bei Viertakt, anders Spül- und Ladevorgänge.

Die Spül- und Ladepumpen können als solche zweckentsprechend gestaltet werden: kleiner schädli. Raum, leichter Kolben usw. Lieferungsgrad $\eta_l = 0,95 \div 0,97$; Ansaugdruck $p_a = 0,96 \div 0,98$ (nicht bei Kurbelkastenpumpen); Spülluftdruck $0,10 \div 0,2$ Überdruck.

Die Leistungsfähigkeit des Zweitakt-Motors hängt wesentlich von den Spül- und Ladevorgängen ab; gutes Austreiben der Abgase erforderlich, dazu muß Spülluftvolumen größer sein, als Zylindervolumen, Überschuß nur durch besondere Pumpen erreichbar (nicht durch Kurbelkastenpumpe) mit größerem Hubraum, als Arbeitszylinder. Um bei versetzter Pumpen- und Arbeitskurbel unnötig hohe Luftdrücke zu vermeiden, muß Aufnehmer für Luft angeordnet werden. Sind p und T Druck und abs. Temperatur im Aufnehmer, so ist die Luftgeschwindigkeit beim Eintritt in den Arbeitszylinder mit dem Druck p_0 nach

Hütte $w = 24 \varphi \sqrt{T \left(1 - \frac{p_0}{p}\right)}$ m/sek und das Volumen $V = \alpha \varphi w f$ m³/sek,

wenn φ — Geschwindigkeitskoeffizient ($\varphi = 0,85 \div 0,90$), α — Kontraktionskoeffizient ($\alpha = 0,6 \div 0,65$) und f — der Ventilquerschnitt. Das Spülen darf erst nach vollständigem Auspuff und Druckausgleich anfangen. Auspuff- und Spülschlitze im Zylinder sind günstig, da Querschnitte reichlicher werden können, als bei Ventilen. Auspuff beginnt etwa 18° ($\cong 60^\circ$ Kurbelwinkel), Spülen etwa 10° ($\sim 40^\circ$) vor Totlage.

Motorische Verbrennung.

Feste Brennstoffe sind für Motorbetrieb ungeeignet, sie müssen erst vergast oder verflüssigt und verdampft werden. Jeder Brennstoff muß mit der Verbrennungsluft gut gemischt werden, wegen unvollkommener Mischung ist ein Luftüberschuß über den theoretischen Bedarf von $20 \div 100\%$ nötig. Vor der Verbrennung muß Zersetzung des Brennstoffes in einzelne Gase erfolgen, wozu eine bestimmte Zersetzungswärme erforderlich ist.

(781) Verbrennung gasförmiger Brennstoffe.

Die Güte der Verbrennung und Wärmeausnutzung ist nach neueren Anschauungen (vgl. Güldner, Verbrennungskraftmaschinen) abhängig

1. von der Reinheit und Gleichartigkeit des Gemisches und von der schnellen Verbrennung; dazu ist erforderlich: vollständiges Austreiben der Abgase, Vermeidung von Wärmestauungen (einfache Form des Verbrennungsraumes);

2. von genügend hoher Verdichtung; dadurch wird auch der Verbrennungsraum kleiner, weniger Abgase bleiben zurück, das Gemisch wird meist zündfähiger, dadurch sind wärmearme Gase verwendbar. Die durch Frühzündungsgefahr gesetzte Grenze der Verdichtung ist von CO- und H-Gehalt abhängig; je höher H-Gehalt desto niedriger, je höher CO-Gehalt desto höher kann die Verdichtung sein (am höchsten bei Gichtgas);

3. von der zweckmäßigen Form des Verbrennungsraumes und der günstigen Lage des Zünders, damit die Entflammungsstrecken und dadurch die Entflammungszeit möglichst kurz und nach allen Richtungen gleich ist. Ist l die Entflammungsstrecke, v die Entflammungsgeschwindigkeit, so ist die Zeit $t = l : v$ sek und der bei n Umdrehungen i. d. Minute zurückgelegte Kurbelwinkel $\alpha = tn \cdot 360 : 60 = 60 nl : v^\circ$.

Bei großem n und l und kleinem v (armes Gemisch) ist α groß, bei Zündung im Totpunkt würde die Entflammung in b , Abb. 6, beendet sein statt in a ; zur Vermeidung der dadurch entstehenden Verluste muß Vorzündung gegeben werden, etwa in c , damit bei gleichem Kurbelwinkel α die Verbrennung in a beendet ist. Der günstigste Zündzeitpunkt muß durch Probieren praktisch ermittelt werden (spitze Diagramme), dazu ist eine Vorkehrung zur Verstellung vorzusehen.

(782) Verbrennung flüssiger Brennstoffe.

Die Vorgänge bei der Verbrennung flüssiger Brennstoffe sind sehr verwickelt, besonders bei Ölspritzmaschinen. Flüssige Brennstoffe müssen erst vergast oder verdampft in Nebelform mit Luft gemischt werden. Der folgerichtige Verbrennungsvorgang ist je nach der Art der Bindung der Kohlenwasserstoffe des Brennstoffes verschieden: a) aliphatische oder Paraffinverbindungen (kettenförmig gebundene Kohlenwasserstoffe) sind leicht zersetzlich. b) Benzolverbindungen (ringförmig gebundene Kohlenwasserstoffe oder schwere) sind schwerer zersetzbar. Je höher der Wasserstoffgehalt, um so leichter die Verdampfung, Zersetzung und Verbrennung, d. h. um so weniger Wärme ist dazu nötig, jedoch kommt es auf die Art der C-H-Verbindung an. Bei aliphatischen Verbindungen muß zu vollkommener Verbrennung erst feine Zerteilung (Zerstäubung) des Brennstoffes, dann Verdampfung der Teilchen, hierauf Mischung mit Luft, Zersetzung in C und H und endlich Verbrennung stattfinden. Bei leichtflüchtigen Brennstoffen, die bei mäßiger Temperatur — bis 150°C — „Zünddämpfe“ bilden (Benzin, Benzol), erfolgt diese Reihenfolge der Vorgänge in Vergasermaschinen. Leicht verdampfbare Brennstoffe sind aber für Ölspritzmaschinen ungeeignet, da die zu frühe Verdampfung die Zerstäubung und Verteilung der Teilchen in der Verbrennungsluft, d. h. die Mischung verhindert. Für Ölspritzmaschinen (Glühkopf- und Diesel-Maschinen) sind deshalb schwerer verdampfbare Brennstoffe geeignet, die sich noch in flüssiger Form als Nebel in die Verbrennungsluft einführen lassen. Für Vergasermaschinen sind hingegen diese schwereren Öle ungeeignet. Für Ölspritzmaschinen eignen sich am besten Öle, die wenig oder gar keine Zünddämpfe bilden, aber bei 150 bis 350° verdampfen

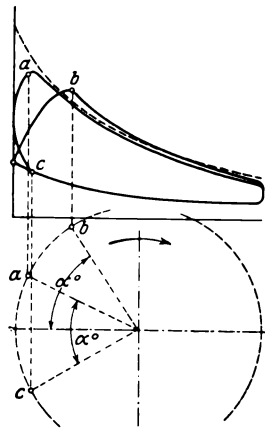


Abb. 6.

und leicht zersetzliche „Ölgase“ bilden. Das sind aliphatische C-H-Verbindungen, wie die Destillate des Erdöls (Gasöl) und der Braunkohle (Paraffinöl).

Ringförmig gebundene schwere C-H-Verbindung (Benzolverbindungen, Destillate der Steinkohle), z. B. Teeröl, müssen vor der Zersetzung erst in kettenförmig gebundene aufgespalten (reduziert) werden. Die von diesen Brennstoffen gebildeten „Öldämpfe“ müssen also erst in Ölgase aufgespalten werden, da die sofortige Zersetzung ein Vielfaches der Zersetzungswärme der aliphatischen Verbindungen erfordert und alsdann evtl. zur Verbrennung nicht mehr genügend Wärme vorhanden ist. Das Aufspalten wird begünstigt durch hohe Verdichtung und katalytisch wirkende Mittel, wie z. B. Wasserdampf (Anreicherung mit Wasserstoff) oder auch Metalle.

Brennstoffe und ihre Eigenschaften.

Gase.

(783) Leuchtgas.

Erzeugung. Gewonnen durch Entgasung magerer, bituminöser Steinkohlen in glühenden Retorten von 120 ÷ 220 kg Inhalt (neuerdings Kammeröfen); Nebenerzeugnisse aus 100 kg Kohle 50 ÷ 70 kg Koks, etwas Graphit, 4,25 bis 4,75 kg Teer und 6 ÷ 10 kg Ammoniakwasser (1,5 ÷ 2,0° B). Gasausbeute etwa 25 ÷ 30 cm³ (gekühlt) aus 100 kg Kohle. Eigenverbrauch zur Retortenheizung 15 ÷ 20 kg Koks auf 100 kg Kohle. Destillationsdauer 4 ÷ 6 Stunden.

Zusammenstellung der für den Konstrukteur wichtigsten Hauptwerte für ermitteltes Durchschnittsgas.

Bestandteile des Leuchtgases	1 m ³ Gas bei 15° und 1 at enthält:		H _u in WE	Bestandteile des Leuchtgases	1 m ³ Gas bei 15° und 1 at enthält:	
	m ³	kg			m ³	kg
Wasserstoff H ₂ . . .	0,485	0,0401	1150	Kohlensäure CO ₂	0,020	0,0361
Methan CH ₄ . . .	0,350	0,2300	2737	Sauerstoff O . . .	0,0025	0,0033
Kohlenoxyd CO . . .	0,070	0,0803	193	Stickstoff N . . .	0,0275	0,0316
Äthylen C ₂ H ₄ . . .	0,045	0,0516	582			

Abgerundet: Spez. Gewicht 0,4 ÷ 0,5 kg/m³; Dichte 0,34 ÷ 0,45 (Luft = 1); H₀ = 9960 WE/kg; H_u = 8900 WE/kg; H₀ = 5130 WE/m³ (15° u. 1 at); H_u = 4600 WE/m³ (15° u. 1 at).

Theoretischer Luftbedarf, wenn CO, H₂ usw. die Raumanteile dieser Gase

$$L_{th} = \left(\frac{1}{2} \text{CO} + \frac{1}{2} \text{H}_2 + 2 \text{CH}_4 + 3 \text{C}_2\text{H}_4 + 2,5 \text{C}_2\text{H}_2 + 4,5 \text{C}_3\text{H}_8 - \text{O}_2 \right) : 0,21 \text{ m}^3/\text{m}^3,$$

d. s. etwa 5 ÷ 6 m³/m³.

Versuche ergaben, daß bei 1 at ein Gemisch von 1 : 4 (1 R.-T. Gas mit 4 R.-T. Luft) anfängt und von 1 : 12 bis 1 : 14 aufhört entzündbar zu sein. Durch Verdichten wird die Zündfähigkeit der armen Gemische erhöht, ebenso die Verpuffungsspannung.

Nach Güldner betragen bei (Steinkohlen-) Leuchtgas — auch bei Fettgas, Koksogas und anderen Industriegasen — für

Gas: Luft = 1 : 6 bis 1 : 7 R.-T. 1 : 10 bis 1 : 15 R.-T.

die Entzündungstemperaturen

etwa 550 bis 600° C 650 bis 750° C

die gebräuchlichen Verdichtungs-

spannungen 3 „ 4,5 at 5,5 „ 8 at

die Verpuffungsspannungen 12 „ 18 „ 15 „ 20 „

die mittleren indizierten Kolben-

drücke 3,5 „ 5,5 kg/cm² 4 „ 6 kg/cm².

(784) Koksofengas.

Als Nebenerzeugnis bei der Herstellung von Koks 250 bis 300 m³ Gas aus 1 t Steinkohle bei etwa 80 % Koks. Spezifisches Gewicht 0,465 kg/m³, Dichte 0,36 (Luft = 1).

Unterer Heizwert 4850 WE/m³ oder 10000 WE/kg, geringster Luftbedarf 5 m³/m³ oder 6,5 kg/m³.

Durchschnittliche Zusammensetzung von Koksofengas.

Bestandteile des Koksofengases	1 m ³ Gas enthält		Unterer Heizwert WE	1 kg Gas enthält kg
	m ³	kg		
Wasserstoff H ₂ . .	0,550	0,049	1412	0,105
Methan CH ₄ . . .	0,320	0,230	2720	0,496
Äthylen C ₂ H ₄ . . .	0,015	0,019	209	0,041
Benzol C ₆ H ₆ . . .	0,008	0,028	210	0,060
Wasserdampf H ₂ O .	0,010	0,088	214	0,190
Kohlenoxyd CO . .	0,070	0,008	—	0,017
Kohlensäure CO ₂ .	0,012	0,023	—	0,049
Stickstoff N ₂ . . .	0,015	0,019	—	0,041

(785) Hochofen- (Gicht-) Gas.

Als fast kostenloses, wärmearmes, aber noch sicher entzündbares Nebenerzeugnis des Eisenhochofenbetriebes in großen Mengen zur Verfügung. Auf 1 t Roheisen kommen etwa 1 t Koks und 4 t Gebläsewind oder rund 5 t ~ 4000 m³ Gichtgas. Ein mittelgroßer Hochofen von 150 t Tagesleistung liefert also nebenbei 600000 m³ in 24 Stunden.

Rechnet man für Winderhitzer 30 bis 40, für Gasverluste 5, für Hochofenbetrieb 25 bis 30 %, so bleiben noch 30 bis 40 % ~ 200000 m³, womit in Gasmaschinen mindestens 2600 PS_e in 24 stündigem Betrieb erzeugt werden können.

Die Zusammensetzung der Hochofengase schwankt bei verschiedenen Öfen und bei demselben Hochofen je nach den Betriebsverhältnissen sehr stark. Spannung des Gases an der Gicht 11 bis 17 mm Wassersäule (Überdruck); brennbare Bestandteile enthält es meist zwischen 25 und 35 %. Geringste Verbrennungstemperatur 1200 bis 1400° C. Spez. Gewicht 1,25 kg/m³, Dichte 0,98 (Luft = 1). Unt. Heizwert 900 WE/m³ od. 710 WE/kg; ger. Luftbedarf 0,7 m³/m³ od. 0,9 kg/m³.

Zusammensetzung des Gichtgases im Durchschnitt

1 m³ Gichtgas enthält:

Wasserstoff H	0,030 m ³	Wasserdampf H ₂ O	0,050 m ³
Methan CH ₄	0,005 „	Kohlensäure CO ₂	0,095 „
Kohlenoxyd CO	0,260 „	Stickstoff N	0,560 „

Störend bei der Verwendung in Motoren ist der Staubgehalt (an der Gicht) von 5 bis 25 g/m³, der Wassergehalt von 30 bis 300 g/m³ (a. d. G.) und die hohe Gichttemperatur von 120 bis 330°.

Die Gewährleistung der Motorenfabriken gilt in der Regel nur für Gas mit $\leq 0,02 \text{ g/m}^3$ Staub und 25° Temperatur vor dem Motor. Daher ist Motorbetrieb mit Hochofengas (Gichtgas) erst möglich geworden durch die Fortschritte der Reinigung dieses Gases. Hierzu dienen¹⁾:

Trockenreiniger (Staubsäcke). Rauminhalt 0,8 bis $1,5 \frac{1}{10}$ der stündlichen Gasmenge. Durchmesser: Höhe = 1 : 2 bis 1 : 3. Geschwindigkeit in den Staubsäcken 0,3 bis 0,6 m/sek.

Kühler. Größe $0,6$ bis $1 \frac{1}{10}$ der stündlich zu reinigenden Gasmenge, innen mit Horsten (System Zschokke) versehen; oben sind Streudrüsen, die das von unten heraufströmende Gas berieseln. Kühlwassermenge nach Temperatur, Wassergehalt und Menge des Gases, Anfang- und Endtemperatur des Kühlwassers zu berechnen; z. B. Gichtgas 55000 m^3 von 125° und $0,1 \text{ kg}$ Wasserdampf, Kühlwasser 20° . Gas soll abkühlen auf 25° ; Erhöhung der Kühlwassertemperatur 25° .

$$\begin{array}{r} 55000 (125 - 25) 0,25 \dots = 1375000 \text{ WE} \\ 55000 (0,1 - 0,02290) 630 \dots = 2671515 \text{ ,,} \\ \hline 4046515 \text{ WE} \end{array}$$

$$x \cdot 1 \cdot 25 = 4046515; \quad x = 161867 \text{ kg} \sim 162 \text{ m}^3 \text{ Wasser.}$$

Staubreinigung 50 bis $60 \frac{1}{10}$. Entfernung des Schlammes möglichst selbsttätig.

Bian-Reiniger. In einem Zylinder rotieren Scheiben aus Drahtgewebe, unten in ein Wasserbad tauchend.

Mechanische Reiniger. System Zschokke. Nach Durchgang durch Trockenreiniger und Kühler geht Gas in die Reinigungsventilatoren, in welchen es mit eingespritztem Wasser geschleudert wird. Zur Feinreinigung für Motoren bietet ein zweiter Ventilator notwendig.

Im Vorreinigungsventilator Staubentfernung bis auf $0,1$ bis $0,5 \text{ g/m}^3$; Wasserverbrauch 1 bis $1,2 \text{ l/m}^3$ Gas. $2,5$ bis PS/1000 m^3 gereinigtes Gas. Im Nachreinigungsventilator Staubentfernung bis auf $0,01$ bis $0,05 \text{ g/m}^3$; Wasserverbrauch $\sim 2 \text{ l/m}^3$. 5 bis 6 PS/1000 m^3 feingereinigtes Gas.

System Theisen. Konische Trommel, mit schraubenförmigen, kurzen Flügeln versehen, läuft in einem mit Drahtgewebe ausgekleideten Gehäuse. Gegenstromprinzip in bezug auf Gas und Wasser. Vor- und Feinreinigung in einem Apparat. 7 bis $7,5 \text{ SP/1000 m}^3$ Gas und Stunde. Wassereinspritzung 1 bis $1,5 \text{ l/m}^3$.

Reinigung $0,025$ bis $0,001 \text{ g/m}^3$.

System Bian. Rotierender Bian-Kühler; Ventilatoren und dann Zentrifugalwasserabscheider. Wasserverbrauch 3 bis $3,5 \text{ l/m}^3$.

Nach Feinreinigung passiert Gas häufig noch Filter mit Sägespänen.

(786) Kraftgas (Generatorgas).

Wird für den Motorbetrieb aus verschiedenen Brennstoffen in besonderen Gasgeneratoren erzeugt durch unvollkommene Verbrennung in der oberen Schicht, wobei ein Gemisch von Luft und Wasserdampf durch die untere glühende Verbrennungszone geleitet wird.

Die hauptsächlichsten chemischen Vorgänge sind folgende:

- 1) auf dem Rost verbrennt $\text{C} + 2 \text{O} \text{ zu } \text{CO}_2$,
- 2) in der Zone der unvollkommenen Verbrennung verbindet sich CO_2 mit C zu CO: $\text{CO}_2 + \text{C} = 2 \text{CO}$,
- 3) Wasserdampf wird durch glühenden Brennstoff zersetzt, O verbindet sich mit C zu CO und H wird frei: $\text{H}_2\text{O} + \text{C} = \text{CO} + 2 \text{H}$.

¹⁾ Stahl und Eisen 1910, S. 1397.

Durchschnittliche Zusammensetzung von 1 m³ Kraftgas.

Kraftgas aus	H ₂		CH ₄		CO		CO ₂		N ₂		Heizwert WE/m ³
	m ³	kg	m ³	kg	m ³	kg	m ³	kg	m ³	kg	
Koks	0,070	0,006	0,020	0,014	0,276	0,346	0,048	0,095	0,586	0,736	1190
Anthrazit	0,242	0,021	0,020	0,014	0,166	0,208	0,113	0,222	0,459	0,571	1298
Braunkohlen- briketts	0,267	0,221	0,024	0,017	0,152	0,190	0,119	0,236	0,438	0,550	1300
Torf	0,10	0,083	0,04	0,028	0,15	0,198	0,140	0,277	0,57	0,716	1350

Mittelwerte für Kraftgas aus Koks (in Klammern: aus Anthrazit): spez. Gewicht 1,2 (1,04) kg/m³, Dichte 0,93 (0,8) (Luft = 1). Unterer Heizwert H_u = 1200 (1300) WE/m³ oder 1000 (1250) WE/kg. Geringster Luftbedarf 1 (1,15) m³/m³ oder 1,3 (1,5) kg/m³.

Man erhält aus 1 kg Gaskoks oder Anthrazit 4 bis 4,8 m³ Kraftgas von durchschnittlich 1100 bzw. 1200 WE/m³, wobei gewöhnlich 1 bis 2 kg Wasserdampf eingeblasen werden. Die Ausnutzung des in dem Brennstoffe enthaltenen Heizwertes beträgt in diesem Falle etwa 80 % und mehr. Das Gas verläßt den Generator mit einer zwischen je zwei Beschickungen ständig ab- und zunehmenden Temperatur von 500 bis 800 °; seine Dichte beträgt 0,84 bis 1,0, sein spezifisches Gewicht also 1,0 bis 1,2 kg/m³. Zur vollkommenen Verbrennung von 1 m³ Kraftgas sind etwa 1,25 m³ Luft erforderlich.

Aus 100 hl Braunkohle ~ 1200 m³ Gas von (im Mittel) 2470 WE/m³ oder 2450 WE/kg unterem Heizwert. Geringster Luftbedarf 2,4 m³/m³ oder 3,1 kg/m³ oder 3 kg/kg. Spez. Gewicht 1,0 kg/m, Dichte 0,78 (Luft = 1).

Nach Güldner betragen bei Kraftgas — auch bei Hochofengas und anderen Industriegasen unter 3000 WE/m³ — für Gemische von Gas im Verhältnis 1 : 1 bis 1 : 2 R.-T. die

Entzündungstemperaturen	700 bis 800 ° C,
gebräuchlichen Verdichtungsspannungen	8 „ 12 at,
Verpuffungsspannungen	15 „ 22 „
mittleren indizierten Kolbendrücke	3 „ 5 kg/cm ² .

(787) Kraftgas-Erzeugung.

Je nachdem, ob Luft und Wasserdampf durch die Brennstoffschicht hindurchgedrückt oder ob sie von der Maschine hindurchgesaugt wird, unterscheidet man Druckgas- und Sauggas-Anlagen. Druckgasanlagen erhalten entweder einen besonderen Dampfkessel, dessen Dampf durch ein Dampfstrahlgebläse die Luft mit dem Dampf gemischt unter den Rost des Generators bläst (nach Dowson, jetzt nicht mehr ausgeführt), oder sie werden ohne Dampfkessel ausgeführt, dann wird die mit Wasserdampf gesättigte Luft durch einen Ventilator unter den Rost geblasen. Das Gas muß in einen Behälter geführt werden — Gasglocke, deren Stellung die Menge des eingeblasenen Dampfluftgemisches regelt —, aus welchem dem Motor die erforderliche Menge zugeführt wird.

Sauggasanlagen umgehen den Dampfkessel und den Gasbehälter, da nur die vom Motor angesaugte Menge erzeugt wird. Die durchgesaugte Luft sättigt sich im oben auf dem Generator befindlichen Verdampfer mit Wasserdampf. Zum Anblasen des Generators ist ein Hilfsventilator notwendig, der im normalen Betriebe abgestellt wird.

Dieser Anblaseventilator hat bei Anlagen bis 50 PS eine Leistung von etwa 5 m³/min; für größere Gaserzeuger wählt man Modelle von 10 bis 20 m³/min Leistung. Kleinere Anlagen erhalten Handventilatoren, bei größeren wird der Ventilator durch einen Elektromotor od. dgl. angetrieben.

Abb. 7 (S. 822) zeigt eine aus einem Generator a mit Verdampfer b und Kokskrubber c bestehende Sauggasanlage der Gasmotorenfabrik Deutz

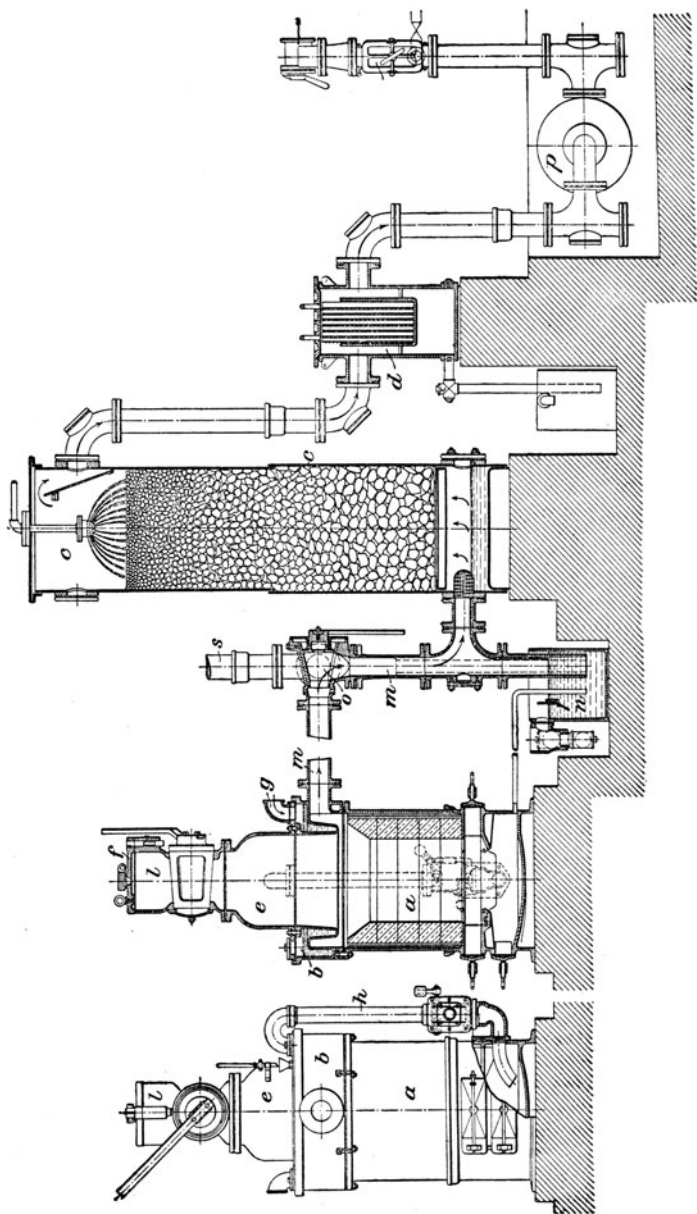


Abb. 7.

für 100 bis 1200 m³/std. Je nach dem Brennstoff können noch weitere Reinigungsapparate — Kondensator *d* und Schlußreiniger *r* — hinzukommen.

Der Generator *a* besteht aus einem allseitig geschlossenen Schachtofen mit hohlem gußeisernen Deckel *b*, dessen gefalteter Innerraum zum Teil mit Wasser gefüllt ist und als Verdampfer dient, während die Mitte eine Fortsetzung des ausgemauerten Kohlenschachtes bildet. Darüber liegt der vom Fülltrichter *l* mittels eines Hahnes abgeschlossene Kohlenbehälter *e*. Durch einen weiteren Verschuß *f* des Fülltrichters wird ein Entweichen von Gas aus dem Generator beim Einfüllen von Brennstoff verhütet. Die bei *g* eingesaugte Luft streicht über die Wasseroberfläche des Verdampfers, schwängert sich hier mit Wasserdunst und wird durch das Rohr *h* unter den Rost geleitet. In diese Leitung ist noch eine Wechselklappe mit Sicherheitsabschlußventil eingeschaltet und ein kleiner Ventilator angeschlossen, durch den Luft unter den Rost geblasen werden kann.

Das erzeugte Gas tritt durch das mit einem Dreiweghahn *o* versehene Rohr *m* und einen Wasserverschluß *n* behufs Reinigung in den mit Koks gefüllten Skrubber *c*, aus diesem durch den Kondensator *d*, den Gastopf *p* und einen kurz vor dem Motor in die Saugleitung eingebauten Schlußreiniger *r* in den ersten.

Der Wasserspiegel in der Verdampferschale wird durch stetigen Zufluß und Überlauf auf gleichbleibender Höhe erhalten.

Während des Betriebes hat die mittels Hebels stellbare Wechselklappe die Luftleitung vom Ventilator abgeschlossen und die Verbindung mit dem Verdampfer durch das Rohr *h* hergestellt. Der Dreiweghahn *o* steht so, daß die Verbindung zum Skrubber offen und die zur Kaminleitung *s* abgesperrt ist.

Um die Anlage stillzusetzen, dreht man den Hahn *o* herum, so daß die Verbindung mit dem Kamin hergestellt ist; gleichzeitig wird damit der Gaszufluß nach dem Skrubber abgesperrt.

Behufs erneuter Ingangsetzung des Generators ist mittels des Ventilators das Feuer anzufachen und zu dem Zwecke durch Umstellen der Wechselklappe die Zuleitung vom Ventilator zu öffnen, diejenige zum Verdampfer zu schließen. Die Abgase entweichen dann, wie in der Periode des Stillstandes, durch die Kaminleitung *s*.

Für bituminöse (teerhaltige) Brennstoffe (Braunkohle, Holz, Torf, Stroh usw.) können ebenfalls Sauggasgeneratoren benutzt werden, doch muß der Generator entsprechend ausgeführt und betrieben werden. Um Teerbildung und Absetzen des Teeres in den Leitungen und im Motor zu verhindern, muß die Luft

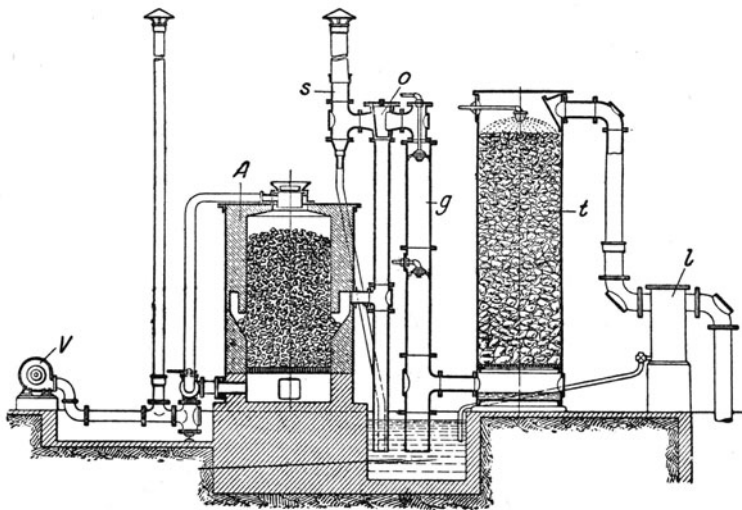


Abb. 8.

unten und oben zugeführt werden, so daß sich zwei Brennzonen bilden und das Gas in der Mitte abgesaugt wird. Die Schwelgase werden beim Durchgang durch die Glühzone in nicht kondensierbare (permanente) Gase zersetzt, so daß sich kein Teer abscheiden kann. Wasserdampf wird nicht zugeführt, da die Brennstoffe genügend Wasser enthalten.

Einen solchen Generator der Gasmotorenfabrik Deutz zeigt Abb. 8.

Der Generator *A* besteht aus einem oben offenen Schachtofen mit Gasabzug in etwa halber Höhe des Schachtes.

Während des Betriebes findet die Luftzufuhr in den Generator oben und unten gleichzeitig statt, so daß sich zwei Brennzonen in demselben bilden. Der oben aufgegebene Brennstoff wird zunächst durch die Berührung mit der unter ihm liegenden glühenden Schicht verkocht und hierbei, indem er nach abwärts sinkt, im unteren Teile des Generators vollständig vergast. Die bei der Verkokung nach abwärts ziehenden Destillationsprodukte enthalten noch eine große Menge leicht kondensierbarer flüchtiger Kohlenwasserstoffe (Teere); diese werden aber, da sie vor ihrem Austritt aus dem Generator in voller Glut befindliche Kohlenschichten durchstreichen müssen, vollständig in permanente, nicht kondensierbare Gase zerlegt und dadurch für den Motorbetrieb unschädlich gemacht. Das erzeugte Gas wird, bevor es in den Motor gelangt, von etwa mitgerissenen Staubteilchen befreit und gekühlt. Hierzu dient der Staubabscheider *g* und der Skrubber *t*. Zur Abscheidung von Wasser und teerigen Unreinigkeiten ist noch ein sog. Stoßreiniger *l* in die Saugleitung eingeschaltet.

Der Ventilator *V* dient zum Anblasen des Generators, der Dreiweghahn *o* auch hier zur Verbindung des Generators mit dem Skrubber bzw. mit der Kaminleitung *s*.

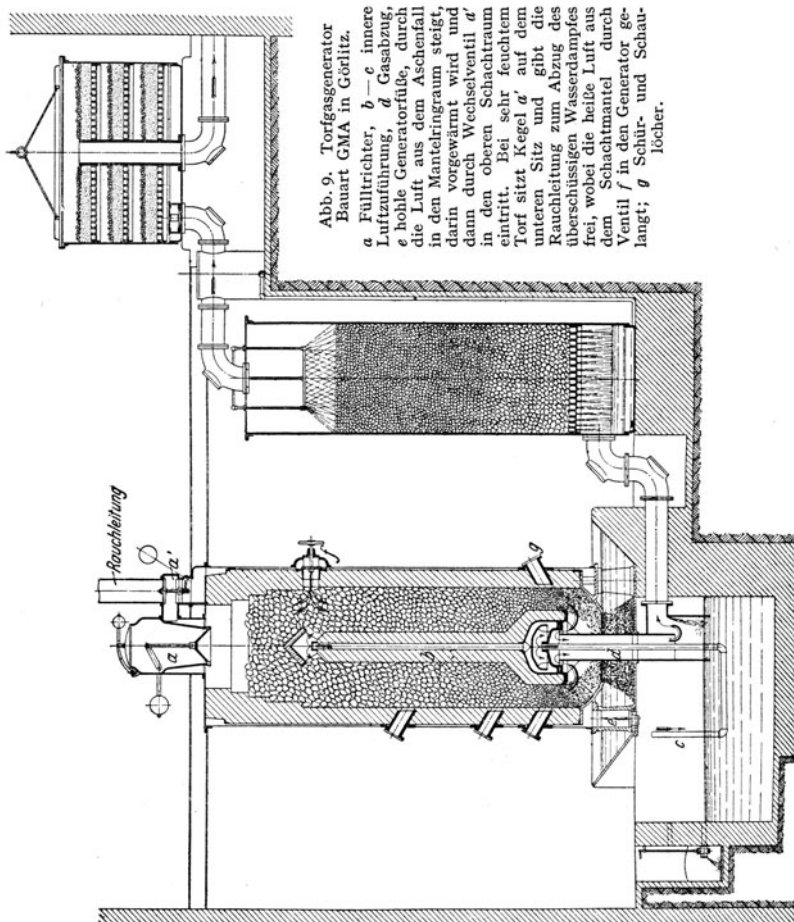


Abb. 9. Torfgasgenerator Bauart GMA in Görlitz.
a Fülltrichter, *b—c* innere Luftzuführung, *d* Gasabzug, *e* hohle Generatorfüße, durch die Luft aus dem Aschenfall in den Mantelringraum steigt, darin vorgewärmt wird und dann durch Wechselventil *a'* in den oberen Schachtraum eintritt. Bei sehr feuchtem Torf sitzt Kegel *a'* auf dem unteren Sitz und gibt die Rauchleitung zum Abzug des überschüssigen Wasserdampfes frei, wobei die heiße Luft aus dem Schachtmantel durch Ventil *f* in den Generator gelangt; *g* Schür- und Schaulöcher.

Einen Torfgasgenerator der Waggon- und Maschinenbau-A.-G. Görlitz, Abt. Maschinenbau Görlitz (GMA.) zeigt Abb. 9; bei demselben wird die Wärme des Generators zur Vorwärmung der Luft ausgenutzt.

Gegenüber den vorbesprochenen Generatoren mit Hand-Entschlackung werden die Brennstoffrückstände (Schlacken und Asche) bei den Drehrost-Generatoren selbsttätig und dauernd von dem in langsamer Umdrehung befindlichen Rost ausgestoßen. Abb. 10 zeigt einen Drehrostgenerator mit nasser Aschen-Abführung und Wassermantel der A.-G. Julius Pintsch, Berlin.

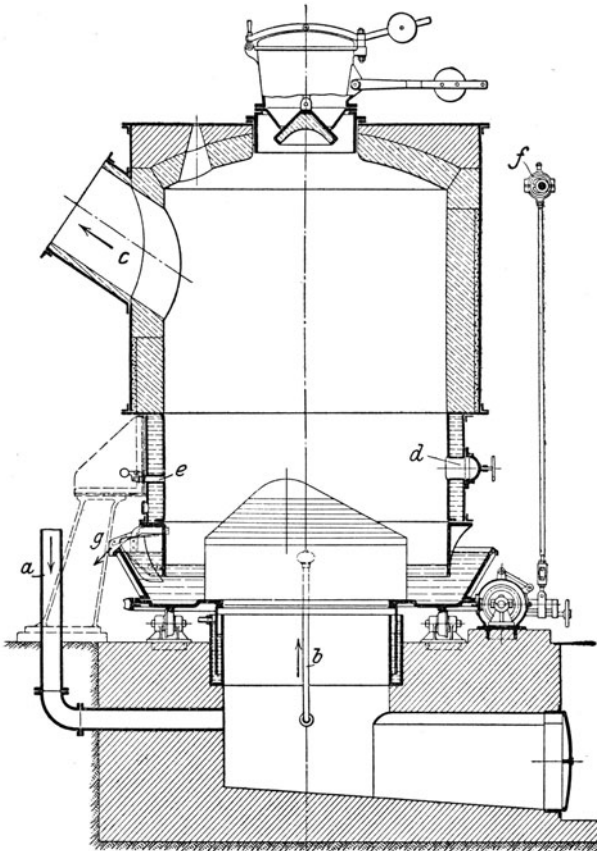


Abb. 10.

a Luftleitung, *b* Dampfleitung, *c* Gasabzug, *d* Schüröffnung, *e* Schauloch, *f* Antrieb des Rostes, *g* Aschenaustritt.

Er wird im allgemeinen mit Überdruck betrieben und besteht aus einem runden ausgemauerten Schacht, der oben den Fülltrichter mit Doppelverschluß trägt, unten mit einem durch Schnecke und Schneckenrad drehbaren schüsselartigen Boden versehen ist. Auf dieser drehbaren Schüssel sitzt — einseitig zur Schachtmitte — ein kegelförmiger Treppenrost (Korbrost), der eine ständige Auflockerung der Kohle bewirkt und, da vollständig mit Asche bedeckt, vor dem Wegbrennen und Abzndern geschützt ist. Bei normaler Beschaffenheit der Kohle kann die Wasserkammer des Schachtes fortfallen; der untere Teil desselben wird dann von Schamottemauerwerk gebildet. Die zur Vergasung des Brennstoffes erforderliche Luft wird durch Ventilatoren geliefert. Die Generatoren eignen sich insbesondere auch für die Vergasung von Rohbraunkohlen sowie feinkörniger Brennstoffe, wie sie z. B. in den Kokereien und Gasanstalten als sog. „Koksasche“ entfallen. Im letzteren Falle werden sie mit trockenem, unterem Abschluß gebaut.

Bei dem Drehrost-Generator, Bauart Poetter, ohne Wasserkühlung sitzt auf dem drehbaren Unterteil eine behufs energischer Kühlung sternförmig gestaltete Rosthaube. Zur besseren Durcharbeitung des Brennstoffes erhält die Schüssel eine aus Vor- und Rückwärtsdrehung zusammengesetzte, pilgerschrittartige Drehbewegung, deren Resultierende für das Aschenauswerfen maßgebend ist. Solche mit bayerischer Rohbraunkohle gefeuerte Generatoren ergaben bei angestellten Versuchen Wirkungsgrade von 80 $\frac{0}{0}$; in der Asche waren nur 0,32 $\frac{0}{0}$ des ursprünglichen Brennstoffes enthalten.

Für kleinere Leistungen — von 4 PS bzw. 10 m³ Gas an aufwärts — empfiehlt die Gasmotorenfabrik Deutz die Abb. 11 ersichtliche Liliput-Gasanlage.

Gaserzeuger *AA'* und Gasreiner *BB'* sind mit ihren Unterteilen *A* und *B* als gemeinsames Gußstück ausgeführt. Durch Scheidewände *b*, *s'* wird das zu reinigende Gas gezwungen sich in Richtung der in Schnitt *c-d* angegebenen Pfeile zu bewegen. Zwischen den Wandungen *d* und *e* des Unterteils liegen die Kammern *J*, *G* und *H*, die mit dem Kaminrohr *m* bzw. dem Gaserzeuger bzw. dem einen Teilschacht des Gasreiners in Verbindung stehen und mit Öffnungen versehen sind, an die sich der Wechselhahn *L* anschließt. Der untere Teil der Kammer *H* ist durch Einbau der

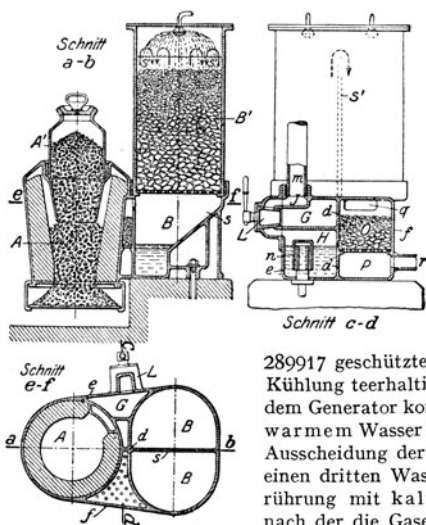


Abb. 11.

Kappe *n* mit angeschlossenem Ablaufrohr gleichzeitig als Wasserabschluß für den Hauptreiner ausgebildet. Die zwischen den Wandungen *d* und *f* des Unterteils liegende Kammer bildet den Nachreiner; ihre obere, mit Reinigungsmasse gefüllte Abteilung *O* steht durch die Öffnung *q* mit dem Hauptreiner, die untere Abteilung *P* mit dem Gasabzugsrohr *r* in Verbindung. Der Rost ist als tellerförmiger Treppenrost ausgebildet und frei und leicht zugänglich am Unterteil des Gaserzeugers aufgehängt; seine obere Stufe *H* ist drehbar angeordnet. Das zur Bildung des Gases erforderliche Wasser fällt tropfenweise in die glühende Kohle, wo es verdampft.

Bei der Gasmotorenfabrik Deutz unter D. R. P.

289917 geschützten Vorrichtung zur Reinigung bzw. Kühlung teerhaltiger Generatorgase gelangt das aus dem Generator kommende Gas zunächst in zwei mit warmem Wasser beschickte Schleuderwascher, nach Ausscheidung der teerigen Bestandteile in diesen in einen dritten Washer, in welchem durch die Berührung mit kaltem Wasser die Kühlung erfolgt, nach der die Gase noch in einem Trockner von etwaigem Wasserstaub befreit werden können. Die

auf gemeinsamer, von einem Elektromotor oder durch den Gasmotor selbst angetriebenen Welle sitzenden Wascher haben je eine mittlere Scheidewand mit beiderseitigen Flügeln, wodurch die Gase gezwungen werden, sich behufs inniger Berührung mit dem in der Nähe der Welle eingeführten Wasser entsprechend zu bewegen.

Die hauptsächlichsten Bauverhältnisse der vorbesprochenen Generatoren und namentlich des Generatorschachtes gehen aus praktischen Versuchen und Erfahrungszahlen hervor.

Man kann als Durchschnittswerte des Rost- oder Schachtquerschnittes annehmen:

Für 1 PS_n Nennleistung 40 bis 50 cm².

Sehr kleinstückige und ferner wärmearme Brennstoffe erfordern eine größere Rost- bzw. Schachtfläche.

Der Fassungsraum des Generators muß bei drei- bis vierstündiger Beschickung mindestens betragen:

bei Anthrazitbetrieb	3 l	} für 1 PS _n Nennleistung;
„ Koksbetrieb	5 l	
„ Braunkohlenbetrieb	5 l	

hiermit läßt sich bei angenommenem Schachtquerschnitt die Schachthöhe berechnen.

Gleichartige Brennstoffe verlangen einen um so größeren Generator, je grobstückiger sie sind.

Dem Skrubber (Naßreiniger) gibt man einen vom Wasser berieselten Fassungsräum von mindestens 20, besser von 25 bis 30 l, dem Sägespänerreiniger (Trockenreiniger) einen solchen von mindestens 5, besser von 10 bis 15 l für 1 PS Nennleistung.

Verbrauch an Reinigungswasser ~ 5 l auf 1 m³ Gas.

Flüssige Brennstoffe.

(788) Erdöldestillate.

Das natürliche rohe Erdöl ist wegen seiner verschiedenartigen Bestandteile für den Motorbetrieb unvorteilhaft, es werden dazu die Destillationsprodukte verwendet. Diese sind folgende

1. Benzin (bis 150° C abdestillierend), spez. Gewicht $\gamma = 0,7 \div 0,72$, Schwerbenzin $\gamma = 0,75 \div 0,77$, Heizwert $H_u = 10000$ WE/kg, Flammpunkt (s. (792)) $\sim 15^\circ$ C.

2. Petroleum (von 100 bis 300° C überdestillierend), spez. Gewicht $\gamma = 0,8$, Heizwert $H_u \cong 10000$ WE/kg, Flammpunkt = 25° C und höher.

3. Gasöl (250 ÷ 400° C), spez. Gewicht $\gamma = 0,87$. Heizwert $H_u \cong 10000$ WE/kg, Flammpunkt $\sim 60^\circ$ C.

4. Masut, Destillationsrückstand, spez. Gewicht $\gamma = 0,93 \div 0,98$, Heizwert $H_u = 10500$ WE/kg. Für Motorenbetrieb nur wenig verwendet, ist nur nach Vorwärmung ausnahmsweise brauchbar.

(789) Steinkohlendestillate.

1. Benzol; spez. Gewicht $\gamma = 0,8$, Heizwert $H_u = 9600$ WE/kg, Flammpunkt 15° C. Für Motorbetrieb wird meist das sogenannte 90er Handelsbenzol (weil bis 100° C 90% überdestillieren) verwendet.

2. Teeröl (bei Gas- und Kokserzeugung gewonnen); spez. Gewicht $\gamma = 1,0 \div 1,1$, Heizwert ~ 9000 WE/kg, Flammpunkt über 65° C.

3. Steinkohlenteere können für den Dieselmotorbetrieb unter Umständen verwendet werden; in Betracht kommen jedoch nur Vertikal- und Kammerofenteere und evtl. Koksofenteer.

Ein weiteres Destillationsprodukt der Steinkohle ist Naphthalin (C₁₀H₈), das bei 80° C flüssig wird und dann in Vergasermaschinen gut verwendet werden kann; s. (809).

(790) Braunkohlendestillate

Die aus dem rohen Braunkohlenteer durch Destillation gewonnenen Öle sind aliphatische (kettenförmig gebundene) Kohlenwasserstoffverbindungen; als Treiböle kommen folgende in den Handel.

1. Solaröl (zwischen 150 ÷ 250° C überdestillierend); spez. Gewicht $\gamma = 0,825 \div 0,83$, Heizwert $H_u \cong 10000$ WE/kg, Flammpunkt 45 ÷ 50° C, theoret. Luftbedarf ~ 10 m³/kg.

2. Paraffinöl (dunkles und leichtes, zwischen 200 und 300° überdestillierend); spez. Gewicht $\gamma = 0,88 \div 0,9$ (dunkles) bzw. 0,900 ÷ 0,92 (leichtes), Heizwert $H_u \sim 9800$ WE/kg, Flammpunkt 100 ÷ 120° C, theoret. Luftbedarf ~ 10 m³/kg.

(791) Pflanzenöle und Spiritus.

Pflanzenöle, wie Palmöl, Erdnußöl, kommen als Treiböle höchstens in den Kolonien in Frage; Heizwert ~ 8800 WE/kg, für Dieselbetrieb gut geeignet.

Spiritus, im Handel eine Mischung von Alkohol mit Wasser, für gewerbliche Zwecke denaturiert durch azetonreichen Methylalkohol (2%) und Pyridinsäure ($\frac{1}{8}\%$). Für Motorbetrieb meist 90 Vol.-Proz., Heizwert ~ 5700 WE/kg, spez. Gewicht $\gamma = 0,83$. Wird häufig mit Zusatz von Benzin oder Benzol gemischt, die auch zum Anfahren der kalten Maschine erforderlich sind.

(792) Eigenschaften der flüssigen Brennstoffe.

Verdampfung — der Anteil an Zünddämpfen bei Erwärmung in Abhängigkeit von der Temperatur. Je rascher die Verdampfung, um so leichter entflammbar ist der Brennstoff, also für Vergasermaschinen geeignet. Nach der Siedeanalyse in Form von Verdampfungskurven aufgetragen zum Vergleich der Brennstoffe.

Entflammung (Flammpunkt) — diejenige Temperatur, bei welcher sich Dämpfe bilden, die mit Luft ein entzündbares Gemisch bilden, das an einer Flamme vorübergehend entflammt. Durch geringe Beimengung leichtflüchtiger Teile können auch Brennstoffe, die keine Zünddämpfe bilden, einen niedrigen Flammpunkt haben. Nach dem Flammpunkt werden die Brennstoffe in Gefahrenklassen eingeteilt, nach denen sich die behördlichen Vorschriften für die Lagerung usw. richten.

Gefahrenklasse I: Flammpunkt unter 21°C (Benzin, Benzol).

Gefahrenklasse II: Flammpunkt zwischen 21 und 65°C (Leuchtpetroleum).

Gefahrenklasse III: Flammpunkt zwischen 65 und 140°C (Treiböle: Gasöl, Teeröl u. a.).

Gefahrenklasse IV: Flammpunkt über 140°C (Schmieröle). Keiner behördlichen Vorschrift unterliegend.

Brennpunkt — diejenige Temperatur, bei welcher sich Dämpfe bilden, die bei Berührung mit einer Flamme in dauerndes Brennen geraten; liegt $20 \div 65^\circ$ höher als der Flammpunkt.

Zündpunkt — diejenige Temperatur, bei welcher der mit Luft gemischte Brennstoff sich selbst entzündet (der Brennstoff wird auf eine Platte getropft und bis zur Selbstentzündung erwärmt); er liegt bei aliphatischen Erdöldestillaten bei $400 \div 500^\circ\text{C}$, bei Steinkohlenölen bei $550 \div 650^\circ\text{C}$.

Erstarrungs- (Stock-) Punkt — diejenige Temperatur, bei welcher der lagernde Brennstoff anfängt fest zu werden; wichtig für Betrieb bei Kälte. (Benzin — 40° , Benzol zwischen $+5^\circ$ und -15°C je nach Beschaffenheit, Treiböle zwischen $+5^\circ$ und -20°C .) Asphaltartige Öle erstarren allmählich, paraffinhaltige meist plötzlich. Steinkohlenteeröl scheidet bei Kälte Naphthalin aus.

Zähflüssigkeit (Viskosität) oder Fließvermögen — wichtig für das Fortleiten (Pumpen), wird in Englergraden gemessen (die Zeit zum Ausfließen von $0,21$ Öl im Vergleich zu Wasser von 20°). (S. Tabelle von Constam und Schläpfer, Z. 1913.)

Spezifisches Gewicht — wächst meist mit der Zähflüssigkeit und mit abnehmender Wasserstoffzahl.

Heizwert — nimmt meist mit dem spez. Gewicht ab. Für aus Kohlenwasserstoffen bestehende Öle gilt angenähert $H_u = \sim 9600 + 500 \cdot \gamma$ WE/kg. Der genaue Heizwert muß durch kalorimetrische Messung bestimmt werden.

(793) Eignung der Öle für den Motorbetrieb¹⁾.

Je nach der Beschaffenheit der Dämpfe können die Öle in folgende Gruppen eingeteilt werden:

¹⁾ Vgl. Löffler-Riedler: Ölmaschinen. Berlin: Julius Springer 1922.

1. Öle, die hauptsächlich Zünddämpfe (zwischen 20 und 150° C) bilden, für Vergasermaschinen sehr gut geeignet, für Öleinspritzmaschinen (Diesel- und Glühkopfmotoren) ungeeignet. Hierzu gehören: Benzin, Benzol, Naphthalin, Spiritus.

2. Öle, die Ölgase bilden (beim Erwärmen der aliphatischen CH-Verbindungen), entstehen zwischen 100 und 400° C. Sehr gut für Öleinspritzmaschinen geeignet, für Vergaserbetrieb unbrauchbar. Hierzu gehören: a) Erdöle — Petroleum, Gasöl, Destillationsrückstände (Masut), b) Braunkohlenteeröle, c) Pflanzenöle.

3. Öle, die beim Sieden fast nur Öldämpfe bilden, d. h. aus ringförmig gebundenen Kohlenwasserstoffen, die zwischen 150 und 450° C entstehen; zerfallen sie nur bei großer Wärme, müssen erst in aliphatische Verbindungen reduziert werden. Nach entsprechender Vorbereitung für Öleinspritzmaschinen gut brauchbar, für Vergasermaschinen unbrauchbar. Hierzu gehören: Steinkohlenteeröle (für Deutschland am wichtigsten) und Steinkohlenteere — bedingt brauchbar.

Ferner bestehen Zwischengruppen: Öle, die Ölgase, aber auch Zünddämpfe bilden (rohes Erdöl, Leuchtpetroleum). Zur 2. und 3. Gruppe gehören verschiedene Teerprodukte wie Wassergasteer, Ölgasteer u. a., die für Öleinspritzmaschinen geeignet sind, aber nur in geringen Mengen zur Verfügung stehen.

Berechnung und Entwurf.

(794) Ermittlung der Hauptmaße.

Die Berechnung erfolgt am sichersten nach dem Luftbedarf, da der Lieferungsgrad und der wirtschaftliche Wirkungsgrad aus Erfahrungen ziemlich genau bekannt sind, während der mittlere indizierte Druck und der mechanische Wirkungsgrad von Zufälligkeiten abhängen und mit diesen Werten die Berechnung nur für gleichartige Ausführungen durchgeführt werden, wenn eine Reihe von Versuchsergebnissen an gleichen Typen vorliegt.

Bezeichnet

N die Nennleistung (effektive) des Motors in PS ($\sim 0,80$ der erreichbaren Höchstleistung),

n die Umlaufzahl in der Minute,

D den Durchmesser und S den Hub des Kolbens in m,

$V_h = 0,785 D^2 S$ das Kolbenhubvolumen in m^3 ,

$V = \eta_l V_h$ die wirklich angesaugte Gemischmenge (0° und 760 mm Q.-S.) in m^3 ,

L den praktisch günstigsten Luftbedarf für 1 m^3 gasförmigen bzw. 1 kg flüssigen Brennstoff in m^3 ,

L_h den aus L entstehenden wirklichen Luftverbrauch eines Verbrennungshubes,

C_{st} den stündlichen Brennstoffverbrauch bei der Nennleistung N in m^3 bzw. kg,

B den stündlichen Brennstoffverbrauch für 1 PS in m^3 bzw. kg,

C_h den stündlichen Brennstoffverbrauch pro Saughub,

H den unteren Heizwert des Brennstoffes für 1 m^3 (1 kg) in WE,

$\eta_l = \frac{V}{V_h}$ den Lieferungsgrad des Saughubes,

$\eta_w = \frac{632 N}{C_{st} H}$ den wirtschaftlichen Wirkungsgrad,

so ist $C_{st} = \frac{632 \cdot N}{H \cdot \eta_w}$ und für Viertaktmaschinen

$$C_h = \frac{21,1 N}{\eta_w \cdot H \cdot n} \quad \text{und} \quad L_h = C_h \cdot L = \frac{21,1 N \cdot L}{\eta_w \cdot H \cdot n}$$

für Zweitaktmaschinen die Hälfte obiger Werte.

Dann ist für Viertakt:

bei gasförmigem Brennstoff:

$$D = \sqrt{\frac{27 \cdot N \cdot (1 + L)}{H \cdot \eta_w \cdot S \cdot n \cdot \eta_t}} \text{ m}$$

oder mit $\frac{S}{D} = k$; $S = k \cdot D$

$$D = \sqrt[3]{\frac{27 \cdot N \cdot (1 + L)}{H \cdot \eta_w \cdot k \cdot n \cdot \eta_t}} \text{ m}$$

bei flüssigem Brennstoff:

$$D = \sqrt{\frac{27 \cdot N \cdot L}{H \cdot \eta_w \cdot S \cdot n \cdot \eta_t}} \text{ m}$$

$$D = \sqrt[3]{\frac{27 \cdot N \cdot L}{H \cdot \eta_w \cdot k \cdot n \cdot \eta_t}} \text{ m}$$

und die für bestimmte Leistung N bei gegebenen D und S erforderliche Umlaufzahl

$$n = \frac{27 \cdot N \cdot (1 + L)}{H \cdot \eta_w \cdot D^2 \cdot S \cdot \eta_t}$$

$$n = \frac{27 \cdot N \cdot L}{H \cdot \eta_w \cdot D^2 \cdot S \cdot \eta_t}$$

für Zweitakt die Hälfte dieser Umlaufzahl bzw. die Hälfte des Wertes unter der Wurzel.

Das Verhältnis $k = S:D$ s. (795).

η_t kann genommen werden bei

langsam laufenden Motoren mit gesteuertem Einlaßventil	$\eta_t = 0,87$ bis 0,90
langsam laufenden Motoren mit selbsttätigem Einlaßventil	$\eta_t = 0,80$ „ 0,85
schnell laufenden Motoren mit gesteuertem Einlaßventil	$\eta_t = 0,78$ „ 0,83
schnell laufenden Motoren mit selbsttätigem Einlaßventil	$\eta_t = 0,65$ „ 0,75
Wagenmotoren mit selbsttätigem Einlaßventil und Rippenkühlung	$\eta_t = 0,50$ „ 0,65

Über den Heizwert H_u , den Luftbedarf L , den wirtschaftlichen Wirkungsgrad η_w und den Brennstoffverbrauch B für 1 PS_e/std gibt die nachstehende Tabelle Aufschluß.

(795) Angaben für den Entwurf.

Wahl der Bauart: liegend oder stehend. Letztere meist vorteilhaft, da keine Biegungskräfte im Rahmen bei A-Gestell, günstige Zylinderform, Ventile im Deckel, Zylinderzahl beliebig (s. u.), bei einfachwirkenden ohne Kreuzkopf langhubige Maschinen möglich, Verunreinigungen bleiben auf dem Kolbenboden und können durch Ventilbohrung leicht entfernt werden, Zylinder können sich frei ausdehnen; die Maschinen benötigen kleinere und leichtere Fundamente und weniger Raum. Montage und Demontage der Kolben durch Flaschenzug bequem möglich. Liegende Bauart dort am Platze, wo der Raum niedrig, doppeltwirkende Maschinen leichter ausführbar. Antrieb von Pumpen oder Gebläsen mittels durchgehender Kolbenstange möglich; Bedienung von Maschinenhausflur möglich.

Ohne Kreuzkopf sind Maschinen bis 150 PS_e Zylinderleistung anstandslos ausführbar; bei größeren Maschinen wird der Kolben zu lang, Schmierung schwierig, Kolbenbolzen ist schwer genügend groß zu bemessen. Doppeltwirkende Maschinen müssen stets einen Kreuzkopf haben.

Einfachwirkend — billig, kleinere Massenwirkung, keine Kolbenkühlung nötig, keine Stopfbüchsen.

Doppeltwirkend — erfordert Kolben- und Stopfbüchsenkühlung, Zylinderdeckel schwierig in Konstruktion und Kühlung; jedoch Kurbelkräfte weniger schwankend, bessere Ausnutzung der Triebwerksteile.

Heizwert, Luftbedarf und wirtschaftlicher Wirkungsgrad der motorischen Brennstoffe.

1	2	3	Verbrauch B für 1 PS _n /std (bezogen auf 735,5 mm Q.-S. und 15°), wenn die Nennleistung N_n ==					8	9							
			5 PS _n		10 PS _n		25 PS _n			50 PS _n		100 PS _n		200 PS _n und mehr		
			B m ³ (kg)	η_w	B m ³ (kg)	η_w	B m ³ (kg)			η_w	B m ³ (kg)	η_w	B m ³ (kg)	η_w	B m ³ (kg)	η_w
Die eingeklammerten Gewichtseinheiten in den Spaltenköpfen 1 bis 9 gelten für die flüssigen (und festen) Brennstoffe.	Luftbedarf		wirklich L für 1 m ³ (kg)										200 PS _n und mehr			
	Un- terer Heiz- wert für 1 m ³ (kg)	theo- retisch für 1 m ³ (kg)														
	H_u	H_w	H_u	H_w	H_u	H_w	H_u	H_w	H_u	H_w	H_u	H_w	H_u	H_w		
	WE															
	4500	5,0	7,5	0,63	0,22	0,58	0,24	0,54	0,26	0,525	0,27	0,5	0,28	0,485	0,29	
	5000	bis	bis	0,57	0,22	0,52	0,24	0,48	0,26	0,47	0,27	0,45	0,28	0,435	0,29	
	5500	6,0	9,0	0,52	0,22	0,48	0,24	0,44	0,26	0,43	0,27	0,42	0,28	0,40	0,29	
	6000			0,475	0,22	0,44	0,24	0,40	0,26	0,39	0,27	0,40	0,28	0,365	0,29	
	7500					0,58	0,15	0,50	0,17	0,45	0,19	0,40	0,21	0,38	0,22	
	1250	0,9 bis 1,1	1,5			2,7	0,19	2,4	0,21	2,2	0,23	2,1	0,24	2,0	0,26	
7000					0,65	0,14	0,56	0,16	0,50	0,18	0,45	0,20	0,41	0,22		
1150	0,85 bis 1,0	1,25			2,9	0,19	2,6	0,21	2,4	0,23	2,3	0,24	2,2	0,25		
4800								0,73	0,18	0,67	0,20	0,63	0,21	0,60	0,22	
1150	0,9 bis 1,0	1,3						2,5	0,22	2,4	0,23	2,3	0,24	2,2	0,25	
950	0,75	0,9 bis 1,0						0,18		2,8	0,24	2,65	0,25	2,55	0,26	
4500	5,3	7,0						0,17		0,6	0,23	0,55	0,26	0,50	0,27	
10500	11,5	16 bis 22			0,50	0,12	0,46	0,13	0,40	0,15						
10000	11,0	18 "			0,24	0,26	0,22	0,29	0,20	0,32	0,19	0,33	0,185	0,34	0,185	0,34
11000	11,5	15 "			0,29	0,20	0,26	0,22	0,25	0,23						
9500	9,5	10 "			0,28	0,24	0,26	0,26	0,24	0,27	0,23					
5700	6,0	8 "			0,48	0,23	0,45	0,25	0,43	0,26						

1) Bei Sauggas-Anlagen einschl. 8 bis 12% eines vollen Tagesverbrauches für Anheizen oder Durchbrand.

Mehrzylinderanordnung — größere Leistung möglich, da Zylinderleistung begrenzt, (Höchstleistung bisher bei Viertakt 1500 PS_e in einem Zylinder doppeltwirkend — in 4 Zylindern 6000 PS_e, $n = 80$, $D = 1,3$ m, $S = 1,4$ m; bei Zweitakt doppeltwirkend 2000 PS_e in einem Zylinder, $D = 1,15$ m, $S = 1,4$ m; $n = 60$)¹⁾, größere Gleichförmigkeit, leichteres Schwungrad, Massenkräfte und Momente können mehr oder weniger ausgeglichen werden, kleinere Zylinder, Serienfabrikation möglich, da gleiche Zylinder für verschiedene Leistungsgrößen anwendbar. Man geht selten über 300 PS_e Zylinderleistung einfachwirkend, meist viel kleinere Leistung, je nach verlangtem Gleichgang, abhängig von Herstellungskosten u. a. m.

Hubverhältnis und Umlaufzahl. Praktisch ist großer Hub und mäßige Umlaufzahl günstig, Gemischbildung besser, Verbrennungsraum günstiger, da Entflammungstrecken kleiner (für gleiche Zylinderleistung wird bei großem $S:D$ der Durchmesser kleiner), kleinere Kolbenkräfte, daher leichteres Triebwerk, kleinere Wandstärke des Zylinders, Kolben leichter, geringere Reibung. Für Fahrzeugmotoren jedoch geringstes Gewicht maßgebend, daher meist kurzhubige Maschinen, wodurch auch die Baulänge kleiner wird (Leistung wächst mit dem Quadrat von D und einfach mit S und n).

Man wählt praktisch:

für kleine Gasmaschinen	$k = S : D = 1,15 \div 1,6$
für große Gasmaschinen mit $c_m > 4$ m/sek	$k = S : D = 1,1 \div 1,25$
für große Gasmaschinen, Zweitakt	$= 1,5 \div 1,75$
für Dieselmotoren	$= 1,3 \div 1,7$
bei Schiffsmotoren (U-Bootsmaschinen)	$S : D = 1,0 \div 1,5$

Je größer n , um so kleiner $S : D$.

Mittlerer indizierter Druck p_i , der für die Festigkeitsberechnung und für die Schwungradberechnung wichtig ist, beträgt:

für Leuchtgasmotoren	$p_i = 3,5 \div 5,5$ kg/cm ² ,
„ Kraftgasmotoren	$p_i = 3,0 \div 5,0$ „
„ Gichtgasmotoren	$p_i = \sim 4,5$ „
„ Benzinmotoren	$p_i = 4,0 \div 5,5$ „
„ Petroleummotoren	$p_i = 3,0 \div 4,5$ „
„ Glühkopfmotoren	$p_i = 2,0 \div 4,0$ „
„ Gleichdruckmotoren (Diesel)	$p_i = 4,0 \div 8,0$ „

Gasmaschinen.

(796) Gemischbildung. Zur vollkommenen Mischung von Gas und Luft müssen diese durcheinander gewirbelt werden. Dazu dienen Mischventile, in denen Gas und Luft möglichst senkrecht zueinander geführt werden, oder ein Mischraum vor dem Einlaßventil. Das Mischungsverhältnis wird je nach Gasart und Heizwert durch die Größe der Luft- und Gasquerschnitte festgelegt. Häufig werden Luft- und Gasmenge vor dem Einlaßventil durch Drosselklappen eingestellt. Beim Zweitakt wird Gas und Luft durch je eine besondere Pumpe mit geringem Überdruck durch das Einlaß- (Misch) Ventil in den Zylinder geführt; die Mischung erfolgt unmittelbar vor oder im Einlaßventil. Das Größenverhältnis der Pumpen richtet sich nach dem Mischungsverhältnis und andererseits hängt die Größe von der Leistung, d. h. der Größe des Arbeitszylinders ab. Die Berechnung der Pumpen muß mit Rücksicht auf die Ladevorgänge erfolgen²⁾.

Abb. 12 zeigt ein selbsttätiges Mischventil von Körting (zur Maschine Abb. 27 u. 28, S. 839), das als Doppelsitzventil ausgebildet ist und die Her-

¹⁾ Z. 1912, S. 417.

²⁾ Vgl. Borth: Zur Berechnung der Ladepumpen der Körting-Zweitaktmaschinen. Z. 1912, S. 1496.

stellung einer in der Zusammensetzung stets gleichbleibenden Ladung ermöglicht (vgl. Mengenreglung (804)) unabhängig von den Betriebsverhältnissen der Maschine. In der Abbildung ist das Ventil links in geschlossener, rechts in offener Stellung dargestellt.

(797) Zündung. Die ältere Glührohrzündung wird nicht mehr ausgeführt, die Zündung erfolgt jetzt stets durch elektrische Funken, und zwar durch Abreiß-(Öffnungs-) Funken. Im Zylinder geht der von einem Magnetapparat erzeugte Strom durch Zündstift und Zündhebel, der Stromkreis wird durch plötzliches Abreißen des Hebels vom Stift unterbrochen, so daß ein Funke überspringt und die Ladung entzündet. Das Abreißen kann erfolgen durch Gestänge von der Steuerwelle aus oder durch Elektromagnet (Magnetkerze). Es muß eine Vorrichtung zum Verstellen des Zündzeitpunktes vorgesehen werden, da der günstigste Zeitpunkt erprobt werden muß. Die Stromerzeugung kann außer durch Magnetinduktor auch durch Batterie oder seltener durch Gleichstrom- oder Erregerdynamo einer Wechselstrommaschine erfolgen.

Ein Abreißgestänge mit Magnetinduktor, Bauart Bosch, zeigen Abb. 13 und 14.

Der eine Pol des I-förmigen Ankers ist mit dem Gehäuse der Maschine, der andere mit dem isolierten Zündstift e' leitend verbunden. Der Daumen der Steuerwelle bewirkt einen Ausschlag des auf der Ankerwelle sitzenden Kreuzhebels b um 25 bis 30° aus seiner Mittellage, die Federn werden gespannt und bewirken nach dem Abgleiten des Hebels b vom Daumen eine schnelle Bewegung des Ankers, wodurch ein starker Strom (~ 150 V) entsteht. Durch diese Bewegung wird beim Überschlagen des Kreuzhebels über die Mittellage durch die Stoßstange c der Zündhebel e von Stift e' abgerissen, es springt ein Funke über. In der Rubelage darf die Stoßstange c den äußeren Hebel d nicht verdrängen, damit der Zündhebel e durch die am Hebel d' angreifende Feder zuverlässig am Stifte e' anliegt. Je schneller die Bewegung des Zündhebels, um so länger ist der Funke.

Einen Zündflansch für Kleinmotoren mit Specksteinisolation des Zündstiftes zeigt Abb. 15.

Bei hoher Umlaufzahl, bei der die Gestängemassen zu träge sind, und in Fällen, wenn mehrere Zündstellen angeordnet werden sollen (Großgasmaschinen) oder

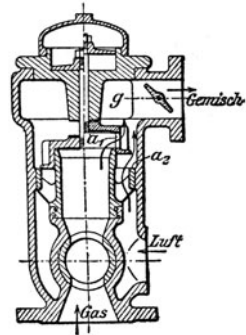


Abb. 12.

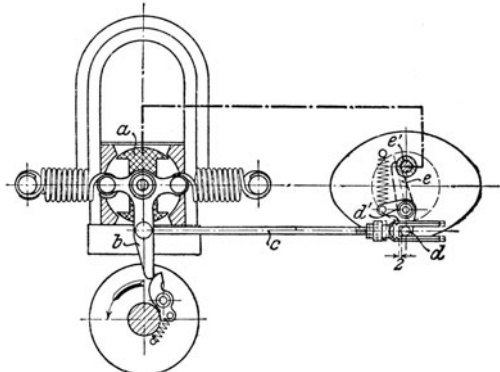


Abb. 13.

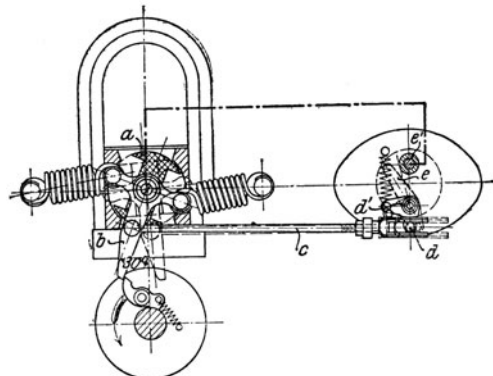


Abb. 14.

wenn die gegenseitige Lage von Steuerwelle und Zündflansch für Gestänge zu ungünstig ist, wird eine magnetische Abreibvorrichtung (Magnetkerze) angewendet, Abb. 16.

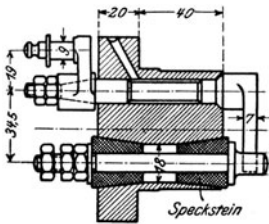


Abb. 15.

Der Strom fließt von der oberen Klemme durch die Magnetspule s , der Eisenkern m wird magnetisch und zieht den eisernen, um eine Schneide drehbaren Hebel d an, wodurch die Berührung der Kontakte g_1, g_2 unter Funkenbildung unterbrochen wird. Nach der Unterbrechung des Stromes drückt der Federbügel f den Hebel d zurück. Das Schließen des Stromes wird durch umlaufenden Kontakt hebel von der Steuerwelle aus bewirkt.

Bei Großgasmaschinen werden mehrere Zündstellen angeordnet, um die Entflammungsstrecken zu verkürzen.

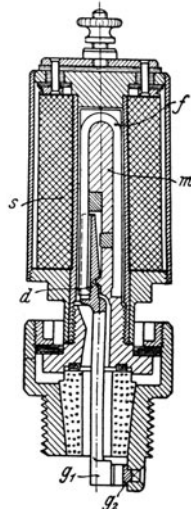


Abb. 16.

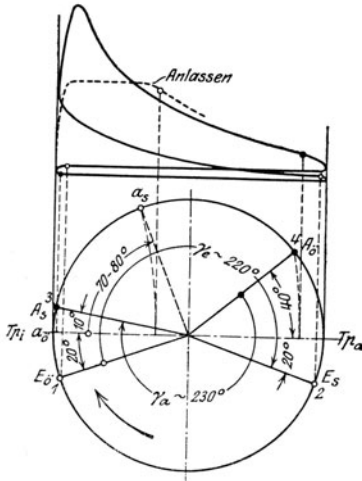


Abb. 17.

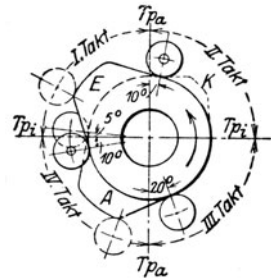


Abb. 18

Steuerung.

(798) Steuerungsantrieb ähnlich wie bei den Dampfmaschinen von der Steuerwelle aus durch Nockenscheiben oder Exzenter (Wälzhebel, seltener Schwingdaumen). Beim Entwurf der Steuerung geht man jedoch zweckmäßig nicht vom Indikatordiagramm aus, sondern von den praktisch erprobten Kurbelstellungen für Einlaß und Auslaß, d. h. vom Steuerwinkeldiagramm.

(799) Viertaktsteuerung. Abb. 17 ist ein Steuerwinkeldiagramm für Ventilsteuerung. Tp_i und Tp_a bezeichnen den inneren bzw. äußeren Totpunkt, E_o und E_s das Öffnen bzw. Schließen des Einlaßventils, A_o und A_s desg. für das Auslaßventil, α_o und α_s desgl. für das Auslaßventil; γ_e, γ_a sind die Steuerwinkel für Einlaß bzw. Anlaß bezogen auf den Kurbelkreis. Die Kurbelstellungen beziehen sich auf zwei Umdrehungen (4 Hübe), die Reihenfolge ist durch 1, 2, 3, 4 ge-

kennzeichnet (mit Ansaugen angefangen). Auf die Steuerwelle bezogen, betragen die Winkel die Hälfte, wie Abb. 18 einer Steuerung durch Nockenscheiben zeigt; *E* — Einlaßnocke, *A* — Auslaßnocke, *K* — Kompressionsverminderungsnocke. Ventilberechnung s. (827).

(800) Ausgeführte Viertaktsteuerungen. Die Steuerung einer Deutzer Gasmaschine zeigt Abb. 19 (vgl. Abb. 31) mit Füllungsreglung (s. (804)); *b* ist ein über die Einlaßventilschraube *a* gesteckter Rohrschieber, der von Hand durch

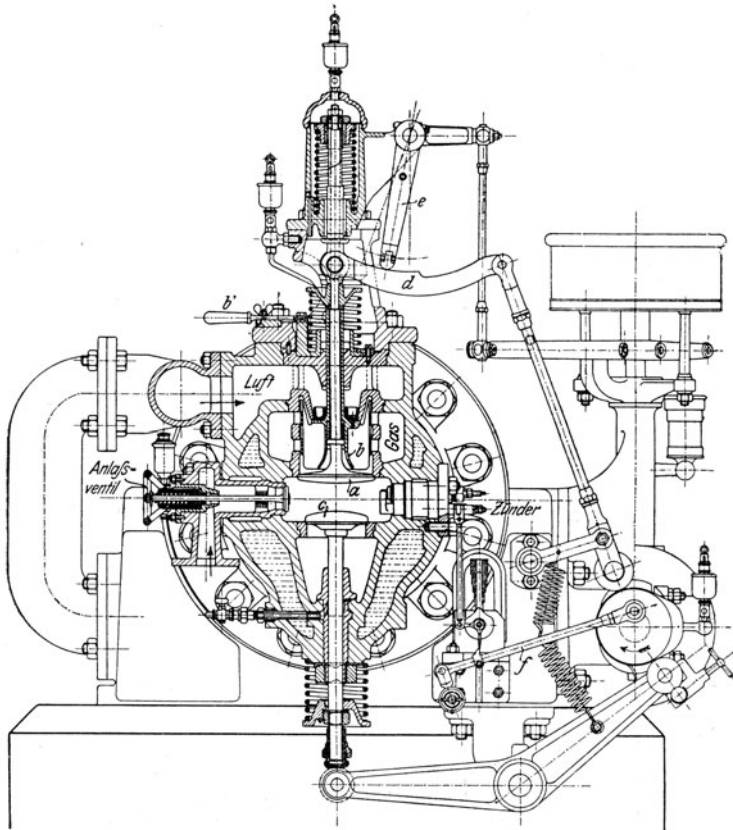


Abb. 19.

Handgriff *b'* eingestellt werden kann. Aus der Abbildung ist auch das Zündgestänge ersichtlich. Eine Steuerung derselben Firma mit besonderem Mischventil (Gemischreglung, s. (803)) ist in Abb. 20 dargestellt.

a, *b*, *c* sind Einlaß-, Misch- und Auslaßventil. Mischventilhebel *d'* durch Einlaßventilhebel *d* bewegt, Gasmenge durch Verschieben der Rolle zwischen *d'* und *e'* mittels Stange *e* verändert.

Die Steuerung der Viertaktmotoren von Körting zeigen die Abb. 27 und 28, S. 839. Eine Steuerung der MAN für Großgasmaschinen s. Abb. 34 S. 841.

(801) Zweitaktsteuerung. Das normale Steuerwinkeldiagramm für vom Kolben gesteuerten Einlaß und Auslaß durch Schlitze zeigt Abb. 21; *E_δ*, *E_ε* — Öffnen bzw. Schließen der Einlaßschlitze, *A_δ*, *A_ε* — desgl. der Auslaßschlitze, *a_δ*, *a_ε*

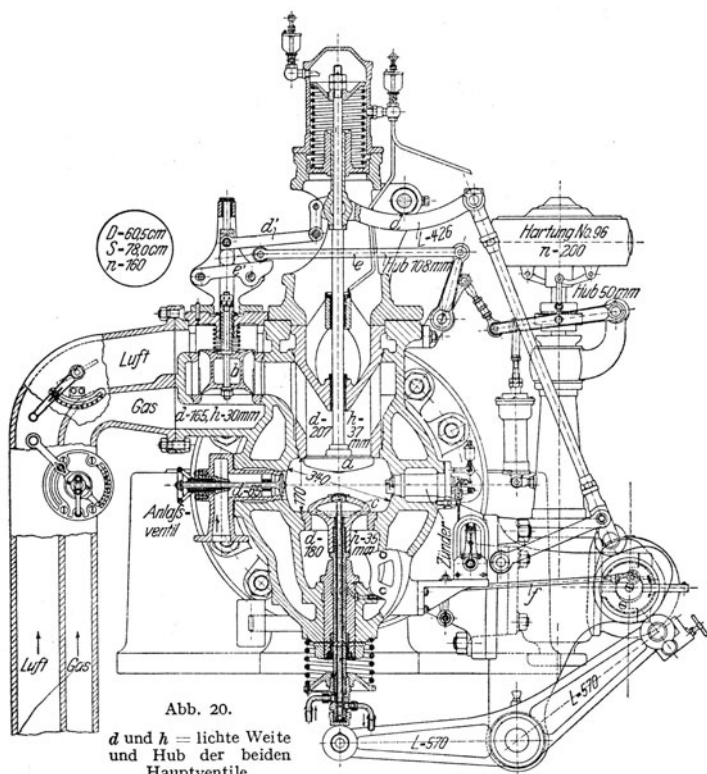


Abb. 20.

d und h = lichte Weite
und Hub der beiden
Hauptventile.

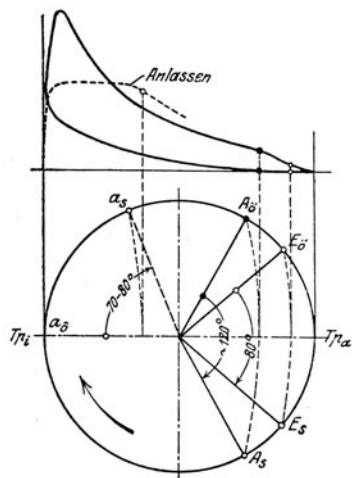


Abb. 21.

— desgl. des Anlaßventils. Nach Öffnen des Einlasses wird zunächst nur Luft zum Spülen eingeführt, alsdann Gas und Luft geladen. Günstiger sind Einlaßventile am Zylinderkopf, da das Spülen in Ausströmrichtung erfolgt, ferner kann das Laden bis über Auslaßschluß hinaus erfolgen, es kann mehr Ladung mit höherem Druck gegeben, also höhere Leistung erzielt werden. Die anfangs zugeführte Spül-
luft soll auch Gemischverluste durch die Auspuffschlitze verhüten.

Kurz nach dem Schließen der Auslaßschlitze durch den Kolben erreichen auch die Kolben der Gas- und der Luftpumpe ihre Totlagen, die Verdichtung findet weiter im Arbeitszylinder statt. Die Steuerung der Pumpen erfolgt meist durch Schieber (s. Fußnote 2 S. 832).

Die Steuerung der Zweitaktmaschine ist ähnlich derjenigen für Viertakt, jedoch sind weniger Ventile zu betätigen.

Reglung.

(802) Aussetzerreglung. Nur bei kleineren Maschinen angewendet: es wird bei Abnahme der Belastung vom Regler die Brennstoffzufuhr abgestellt, wodurch Arbeitshübe ausfallen; die Ungleichförmigkeit wird größer. Gemischmenge und Zusammensetzung bleiben unverändert, dadurch gute Wärmeausnutzung, es kühlen sich jedoch bei Aussetzern die Zylinderwände ab. Aussetzerreglung wird erreicht durch Geschlossenhalten des Brennstoffventils durch Verschieben der Brennstoffnocke oder Pendelregler, oder durch Offenhalten des Auslaßventils (bei selbsttätigem Einlaßventil) und Zurücksaugen von Abgasen, wodurch Zylinderwandungen warm gehalten werden.

(803) Gemischreglung. Die Füllung (Menge) bleibt unverändert, es wird das Mischungsverhältnis geändert; bei kleinerer Belastung wird weniger Gas und mehr Luft angesaugt. Dieses kann erfolgen a) durch Verändern von Hub und Öffnungsdauer des Brennstoffventils (verschiebbare Nocke oder Änderung des Hebelübersetzungsverhältnisses) oder b) durch Verändern von Hub und Öffnungsdauer des Luftventils bei selbsttätigem Brennstoffventil. Die Änderung des Mischungsverhältnisses zeigt Abb. 22. Vorteil dieser Reglungart: stets gleiche Menge, daher gleicher Kompressionsdruck, also günstiger thermischer Wirkungsgrad (s. (777)); Regulierdiagramm s. Abb. 23¹⁾.

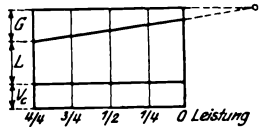


Abb. 22.

Nachteil: die Zündfähigkeit nimmt bei kleinerer Belastung ab, kann bei Leerlauf ganz aufhören. Dieses kann vermieden werden dadurch, daß erst nur Luft angesaugt wird, das Gasventil öffnet später, in der Nähe der Zündstelle liegt dann reicheres Gemisch. Ausführungen dieser Reglungart s. Abb. 27 u. 28, Abb. 35 bis 37 und Abb. 20.

(804) Füllungs- (Mengen-) Reglung. Das Mischungsverhältnis bleibt unverändert, s. Abb. 24; es wird die Gemischmenge geregelt. Dieses kann erfolgen a) durch Rückschieben von angesaugtem Gemisch, b) durch frühen Schluß des

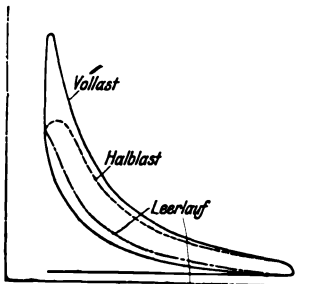


Abb. 23.

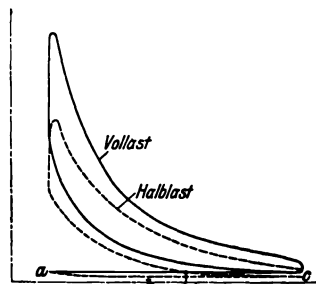


Abb. 25.

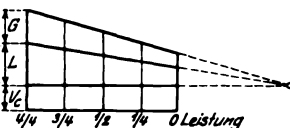


Abb. 24.

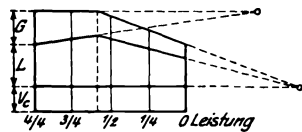


Abb. 26.

¹⁾ Aus Magg, J.: Die Steuerungen der Verbrennungskraftmaschinen. Berlin: Julius Springer.

Einlaßventils und c) durch Drosseln des Gemisches während des ganzen Saughubes. Ansaug- und Verdichtungsdruck werden geändert, also auch Kompressionsenddruck, s. Leistungsregulierdiagramm Abb. 25¹⁾, dadurch Nachteil: der thermische Wirkungsgrad wird schlechter (vgl. (777)). Vorteil: Zündfähigkeit gleichbleibend, daher auch Leerlaufsregelung gut.

Ausgeführte Mengenregelung zeigen Abb. 19 der Gasmotorenfabrik Deutz (s. auch Abb. 31) und Abb. 34 der MAN. Bei scharfen Ansprüchen an die Regelung wird mittelbare Regelung angewendet durch Druckkolben mit Rückführung, ähnlich derjenigen bei den Dampfturbinen.

(805) Vereinigte Gemisch- und Füllungsregelung wird für Großgasmaschinen angewendet, um die Vorteile beider zu vereinigen, derart, daß von Höchstleistung abwärts erst Gemischregelung und bei kleinen Leistungen Füllungsregelung eintritt. Abb. 26 zeigt die Verhältnisse dieser Reglungart. Durch den Unterdruck im Zylinder wird Schmieröl hineingesaugt, wodurch der mechanische Wirkungsgrad besser wird.

Ausgeführte Gasmaschinen.

Viertaktmotoren.

(806) Die von Gebr. Körting A.-G. in Körtingsdorf bei Hannover gebauten liegenden Viertakt-Gasmotoren zum Betriebe mit Leucht-, Kraft-, Koks- ofengas usw. zeigen Abb. 27 und 28.

Der mit dem Zylinder verschraubte Zylinderkopf trägt oben das Einlaßventil *b*, unten das Auslaßventil *c*, beide durch Nocken gesteuert: seitlich sitzt das Mischventil *m* (vgl. Abb. 12 S. 833) und der Zündflansch.

Die Regelung der Maschine erfolgt durch Verstellung einer im Kanal *g* (Abb. 28) zwischen Mischventil *m* und Einlaßventil *b* sitzenden Drosselklappe — Füllungsregelung.

Derartige Motoren werden für Leistungen von 1 bis 1000 PS als Ein- oder Mehrzylinder-motoren gebaut.

(807) Bei den von der Gasmotorenfabrik Deutz für Leistungen von 50 bis 175 PS_n gebauten liegenden Viertakt - Gasmotoren (Abb. 29 bis 31) sind Gasventil *c*, Einlaßventil *i* und Auslaßventil *k* übereinander liegend und leicht herausnehmbar im Zylinderkopf untergebracht.

Die Bildung der Ladung geht im Innern des Ventilkorbes *t* vor sich, und zwar strömt Gas in den oberen, die Luft in den unteren Teil desselben, wo sie, durch Öffnungen *g* des Korbes in das Gas eintretend, sich innig mit diesem mischt. Die so gebildete Ladung gelangt durch das Einlaßventil *i* in den Zylinder und wird nach erfolgter Verdichtung durch einen elektrischen Funken entzündet.

Die elektrische Abreißzündung erfolgt durch die Stange *p* von einem exzentrischen Zapfen der am hinteren Ende der Steuerwelle *s* befestigten Nockenscheibe *l* aus, von der auch die Steuerhebel des Einlaß- und Auslaßventils bewegt werden. Der Zeitpunkt der Zündung läßt sich beliebig einstellen.

Das Mischungsverhältnis der Ladung kann je nach Stellung eines in die betreffende Leitung eingebauten Abschlußorganes mittels der Handhebel *d* bzw. *e* eingestellt werden.

Die Regelung des Motors geschieht dadurch, daß der Stützpunkt des Hebels *h*, der das Gas- und Einlaßventil öffnet, in der in Abb. 31 ersichtlichen Weise von einem mit Ölbremse versehenen Federregler, Bauart Hartung, mittels des Hebels *m* verlegt wird. Da bei geschlossenem Einlaßventil zwischen der abgerundeten Druckfläche des letzteren und dem Einlaßhebel *h* ein geringer Spielraum vorhanden ist, kann der Regler frei spielen. Nur während der Einströmperiode — also während des vierten Hubes jedes Arbeitsspiels — wird der Hebel *m* belastet und der Regler infolgedessen festgehalten. Die Verhältnisse sind aber so gewählt, daß ein Ausgleiten des ersteren auf dem Hebel *h* nicht stattfinden kann.

Durch diese Art der Regelung wird, wie bei der vorherbesprochenen liegenden Gasmaschine der Gebr. Körting A.-G., bei stets gleichbleibendem Mischverhältnis der Ladung nur deren Menge und damit deren Verdichtung geändert — somit eine äußerst günstige Brennstoffausnutzung erreicht — Füllungsregelung.

Abb. 31 zeigt die Stellung der Steuerungsteile bei mittlerer Belastung des Motors. Bei voller Belastung, also bei dem größten Hub des Einlaßventils, liegt der Stützpunkt des Hebels *h* am weitesten von der Ventilspindel entfernt, beim Leerlauf des Motors kommt er ganz nahe an die Ventilspindel zu liegen.

Anlassen des Motors durch Druckluft von 6 bis 8 at Spannung.

Für größere Leistungen werden zwei der besprochenen Motoren in einem gemeinsamen Rahmen mit drei Lagern vereinigt, derart, daß die beiden meist um 180° versetzten Kurbeln der

¹⁾ s. Fußnote S. 837.

Motorachse nur um die Länge des mittleren Hauptlagers voneinander entfernt liegen. Die Steuerung ist für jede Zylinderseite selbständig und in gleicher Ausführung wie bei der Einzylindermaschine außen angeordnet. Solche Doppelmotoren werden für Leistungen von 100 bis 350 PS_n gebaut.

Die Vereinigung zweier Doppelmotoren durch eine Welle mit in der Mitte liegendem Schwungrad wird als Doppel-Zwilling für Leistungen bis 700 PS_n ausgeführt.

Einen stehenden Viertakt-Kleingasmotor der vorgenannten Firma für Dauerleistungen von 2,5 bis 9 PS bei 480 bis 380 Uml./min zeigen Abb. 32 und 33.

Kurbelstange und Kurbelwelle laufen in luftdicht abgeschlossenem Raum; erstere taucht bei jeder Umdrehung in ein Ölbad. Ein- und Ausströmventil werden zwangsläufig gesteuert. Behufs Regelung bleibt das Einströmventil bei Überschreitung der normalen Umlaufzahl geschlossen. Die Zündung ist elektrisch. Zum Andrehen genügt eine einfache, auf das Ende der Kurbelwelle gesteckte Handkurbel.

Der Großgasmotor der Maschinenfabrik Augsburg-Nürnberg, A.-G., wird im allgemeinen mit zwei doppelwirkenden, hintereinander liegenden Zylindern, Abb. 34, ausgeführt, die, um der Gefahr einseitiger Wärmespannungen vorzubeugen, bei größeren Motoren in der Mitte geteilt und mit Laufbüchsen versehen sind.

Jede Zylinderseite hat oben eine Öffnung für das Einlaßventil *k*, dessen Führung sich in dem Ventilkasten *e* befindet, der gleichzeitig den Ventilbügel mit der Steuerung trägt, unten eine Öffnung für das Auslaßventil *a*. Beide Ventile werden durch ein einziges Exzenter *h* und Wälzhebel gesteuert und gleichzeitig mit dem Gas auch der Luftzutritt durch das als Kolbenschieber ausgebildete, mit dem Ventil *k* auf gleicher Spindel sitzende Mischventil *p* geregelt. Zu dem Zweck verändert der Regler durch Verschieben eines Steines *l* den Ventilhub und es gelangt eine bei allen Belastungen in der Zusammensetzung nahezu gleichbleibende größere oder kleinere Gemischmenge in den Zylinder. Der wassergekühlte Kolben sitzt auf einer hohl gebohrten Stange, durch die das Kühlwasser zu- und abgeleitet wird. Die Zündung der Ladung erfolgt für jede Zylinderseite durch zwei elektromagnetisch betätigte Funkenabreiß-Zünder. Der Zeitpunkt der Zündung kann während des Betriebes eingestellt werden. Zum Anlassen dient gewöhnlich Druckluft von 15 bis 20 at Spannung.

Die Tandemaschinen werden bis zu 3000 PS_n, die Zwillingstandemaschinen bis zu 6000 PS_n Einzelleistung gebaut.

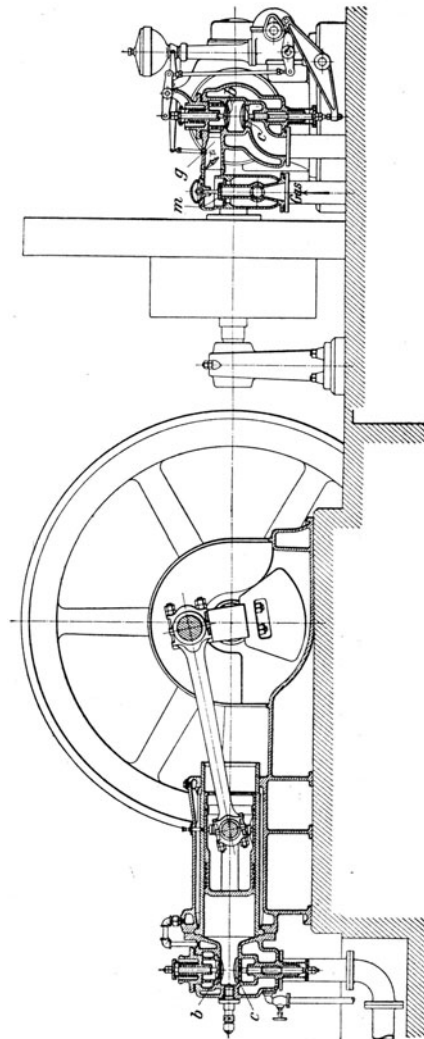


Abb. 27 u. 28.

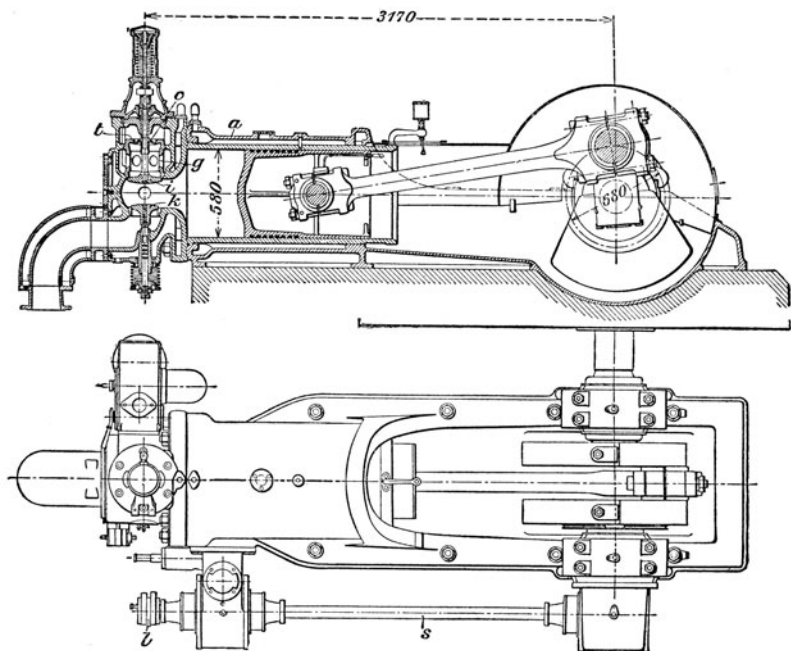


Abb. 29 u. 30.

Zweitaktmotoren.

(808) Bei der von Gebr. Körting A.-G. gebauten doppeltwirkenden Zweitaktmaschine, Abb. 35 bis 37, mit Füllungsreglung ist der Zylinder, in dem sich ein ungewöhnlich langer Kolben bewegt, in der Mitte mit Auslaßschlitzen versehen, durch welche die verbrannten Gase ausströmen und die durch den Kolben selbst in den beiden Totpunktlagen einmal nach der vorderen und einmal nach der hinteren Zylinderseite hin geöffnet werden, während das frische Gemisch an den Enden eingeführt wird.

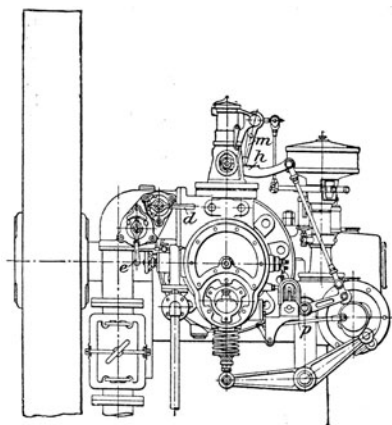


Abb. 31.

Vergasermaschinen.

(809) Die Gemischbildung der Vergasermaschinen, die als ortsfeste oder fahrbare Motoren in Leistungen von 1 bis 80 PS_e ausgeführt werden, erfolgt im Vergaser, einem Mischraum, in welchen eine mit einem Schwimmerbehälter in Verbindung stehende Düse einmündet. Durch den Unterdruck beim Ansaugen wird aus der Düse etwas Brennstoff in die vorbeistreichende Luft gespritzt, mit

der Luft gemischt und vergast (verdampft). Die Wirkungsweise im Zylinder ist dieselbe wie in der Gasmaschine, es können auch alle Gasmaschinen für flüssige Brennstoffe und Vergaserbetrieb eingerichtet werden. Als Brennstoffe kommen

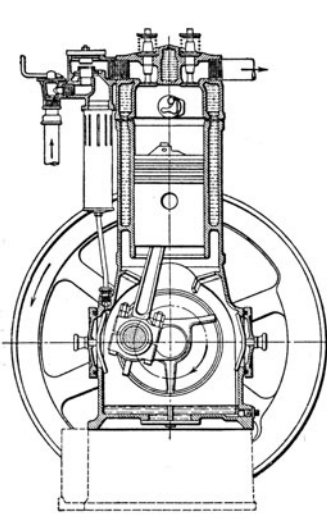


Abb. 32.

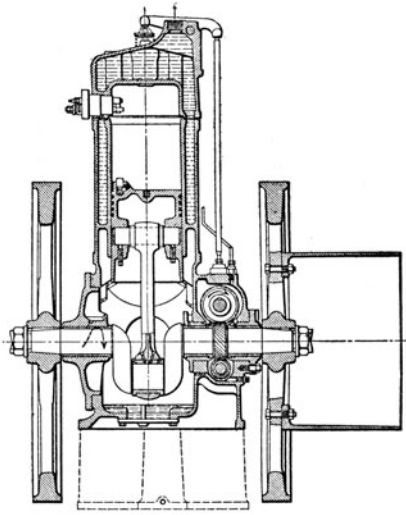


Abb. 33.

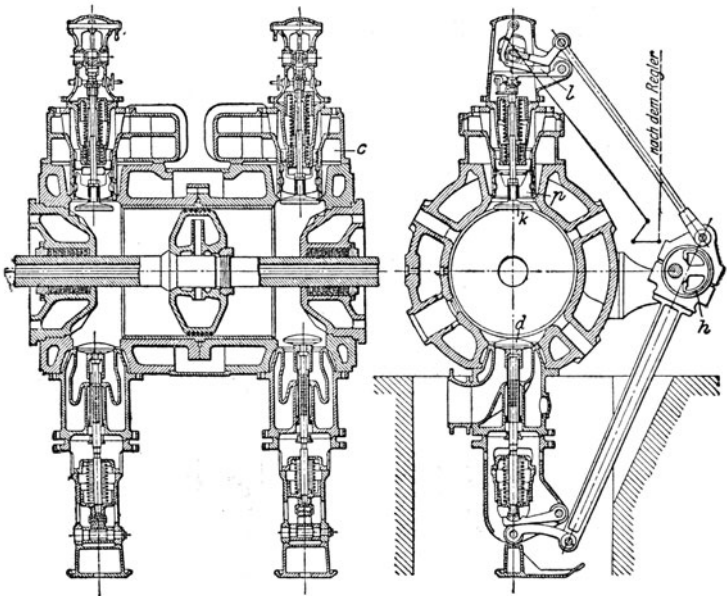
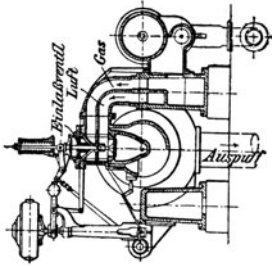


Abb. 34.

in Frage; Benzin, Benzol, Petroleum, Spiritus und Naphthalin. Einen Vergaser der Motorenfabrik Deutz zeigt Abb. 38.

In den Brennstoffnapf *f* befindet sich das vom Flüssigkeitsspiegel mittels des Schwimmers *d* eingestellte Ventil *g*. Der Brennstoff tritt bei geöffnetem Absperrventil *e* in feinen Strahlen aus der Düse *b* in das Gehäuse *a* und mischt sich mit der durch den Hahnreiber *m* eingesaugten Luft. Für den Betrieb mit 2 Brennstoffen ist der Napf *f* mit zwei Kammern ausgeführt, von denen die zweite ohne Schwimmer ist und mit einer einfachen Bohrung in die Düse *b* mündet. In diese zweite Kammer kommt der leichtere zum Anlassen dienende Brennstoff.



Die Anordnung eines Doppelvergaser mit der Regelung zeigt Abb. 39.

Für Naphthalinbetrieb wird ein besonderer Vergaser angeordnet. Abb. 40 zeigt eine Ausführung der Gasmotorenfabrik Deutz.

Das in kleinen Stückchen in den Behälter *B* gebrachte Naphthalin wird durch Dampf, der sich in den mit Kühlwasser gefüllten, durch die

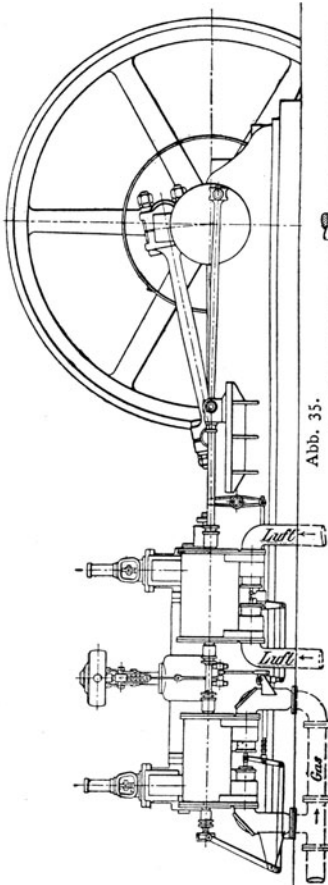


Abb. 35.

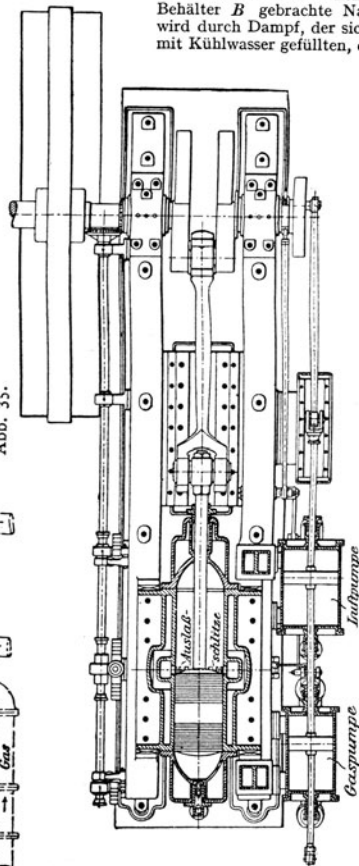


Abb. 36.

heißen Auspuffgase des Motors umspülen Rohren *m* bildet, zum Schmelzen gebracht, gelangt im flüssigen Zustande durch eine Leitung in ein Schwimmergehäuse, aus diesem beim Saughube des Kolbens in eine Brause und nach erfolgter Zerstäubung mitsamt der Verbrennungsluft in den Zylinder.

Beim Inbetriebsetzen muß man den Motor so lange mit Benzol, Leuchtgas oder dergl. laufen lassen, bis der durch die heißen Auspuffgase erzeugte Wasserdampf die Verflüssigung des festen Naphthalins bewirkt hat. Dann kann der Motor auf Naphthalinbetrieb umgeschaltet werden. Die Naphthalinmotoren werden für Leistungen von 6 bis 25 PS gebaut. Der Brennstoffverbrauch wurde bei einem 8 bis 10pferdigen Motor zu etwa 300 g für 1 PS-st festgestellt.

(810) Die Steuerung und Regelung erfolgt in gleicher Weise, wie bei den Gasmaschinen (s. Ausführungsbeispiele), die Zündung durch Abreißfunken (Magnetkerze) oder, bei raschlaufenden Maschinen, durch Hochspannungskerze.

Stehend ausgeführte Maschinen erhalten meist seitlich vom Zylinder senkrecht übereinander angeordnete Ventile, s. Abb. 44 und 45, die von einer parallel zur Welle liegenden Steuerwelle durch Nocken, Stangen *m*, Abb. 45, und die Einlaßventile *h* noch durch Hebel *s* gesteuert werden. Letztere sind in Abb. 45 seitlich gekröpft, um sie trotz des engen Raumes lang ausführen zu können. Regelung durch Drosselklappe, Abb. 39. Zum Betrieb mit Spiritus, Petroleum und Naphthalin muß zur Erwärmung des Zylinders mit Benzin angefahren werden.

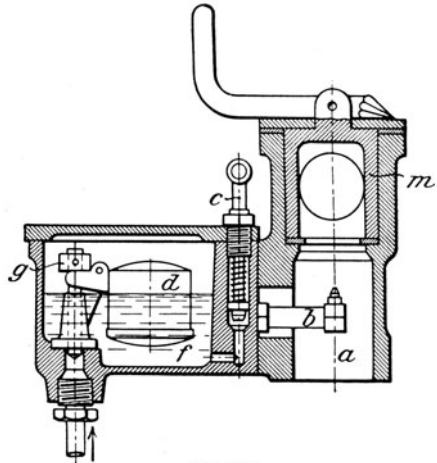


Abb. 38.

(811) Ausgeführte Vergasermaschinen. Ein von der Gasmotorenfabrik Deutz für Leistungen von 2 bis 12 PS, gebauter liegender Viertaktmotor für flüssige Brennstoffe (Benzin, Benzol, Spiritus, Petroleum usw.) ist in Abb. 41

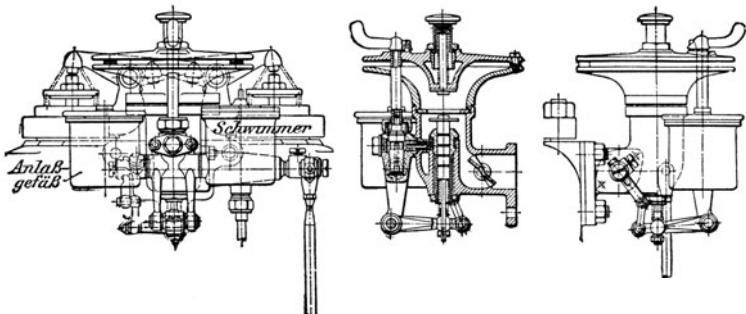


Abb. 39.

und 42 für Durchflußkühlung, in Abb. 43 für Verdampfungskühlung dargestellt. Letztere eignet sich besonders da, wo Druckwasser nicht vorhanden ist oder der Motor auf ein fahrbares Untergestell aufgebaut wird.

Ein- und Auslaßventil sind in beiden Fällen übereinander und leicht zugänglich in den Zylinderkopf eingebaut: sie werden zwangsläufig durch Hebelgestänge und Nockenscheiben von

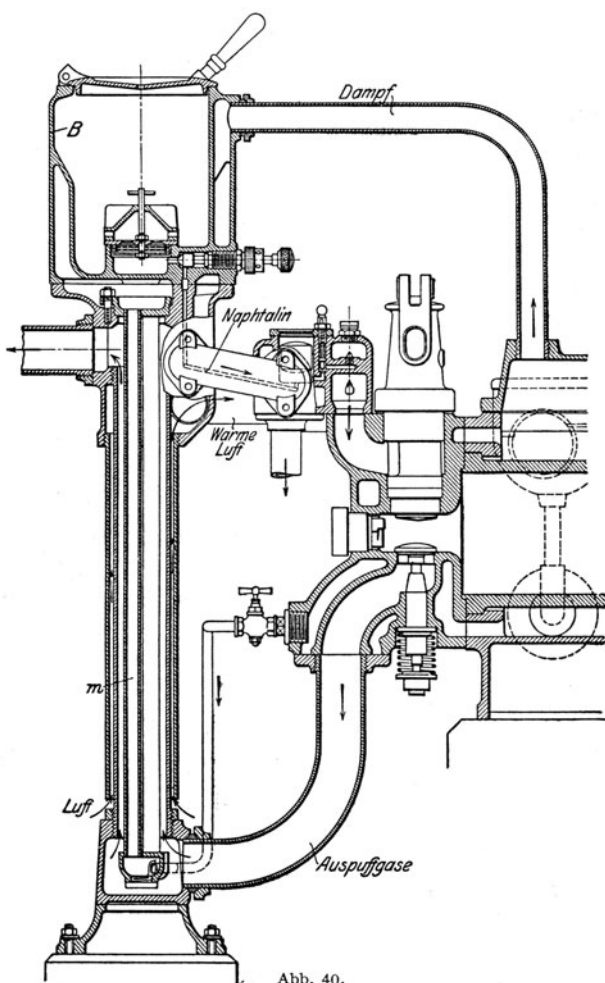


Abb. 40.

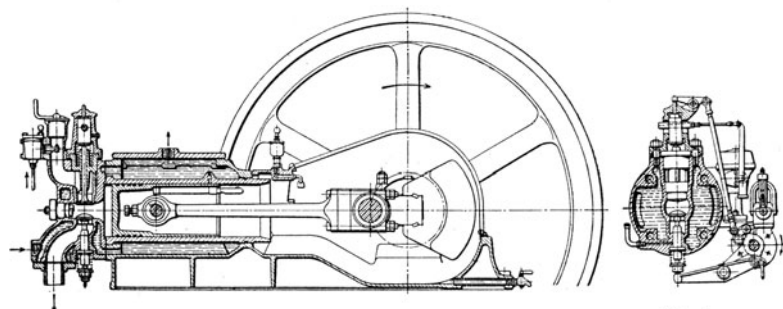


Abb. 41.

Abb. 42.

der Steuerwelle aus bewegt. Die Regulierung des Motors wird durch einen Federregler bewirkt, der durch Verschieben eines Keiles, Abb. 42, Hub und Hubdauer des Einlaßventils der jeweiligen Belastung entsprechend einstellt. Dabei gelangt ein Brennstoffluftgemisch von stets gleichbleibender Zusammensetzung in den Zylinder.

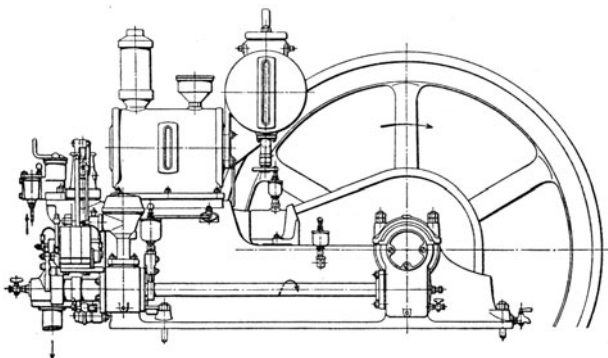


Abb. 43.

Zugehörigen Vergaser s. Abb. 38, S. 843.

Der Brennstoffverbrauch für die 12-PS-Type ist 325 g Benzin, 275 g Benzol oder Rohbenzol, 390 g Petroleum, 430 g Spiritus oder 530 ltr Leuchtgas bzw. 480 ltr Sauggas für 1 PS-st.

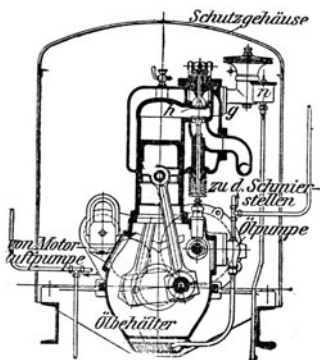


Abb. 44.

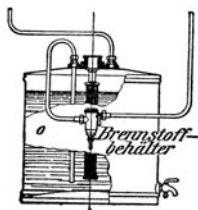


Abb. 46.

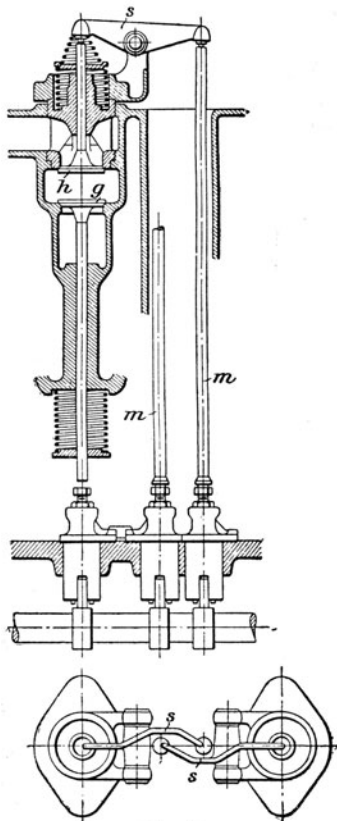


Abb. 45.

Kühlwasserverbrauch bei Durchflußkühlung für 1 PS_e-st 15 bis 20 ltr, bei Verdampfungskühlung 2 ltr/PS_e-st.

Die stehenden Kleinmotoren genannter Firma für flüssige Brennstoffe entsprechen in der Bauart und Wirkungsweise den in Abb. 32 und 33 ersichtlichen Kleingasmotoren.

Der mittels Pumpe in ein Überlaufgefäß geförderte Brennstoff wird aus diesem durch eine Spritzdüse einfachster Art in die Maschine gerissen. Solche Motoren werden für Dauerleistungen von 3 bis 10 PS geliefert.

Einen anderen stehenden Motor zeigt Abb. 44 im Schnitt durch einen Zylinder; er wird als 2- oder 4-Zylinder-Motor ausgeführt für 7 bis 60 PS. Den zugehörigen Vergaser zeigt Abb. 39, S. 843, die Steuerung Abb. 45. Der Brennstoff wird aus dem Behälter, Abb. 46, durch von der Motorluftpumpe verdichtete Luft in das Schwimmergefäß *n*, Abb. 44, gefördert. Zum Anlassen bei Betrieb mit Petroleum und Spiritus dient im Anlaßgefäß befindliches Benzin.

Glühkopfmotoren.

(812) Die Gemischbildung dieser mit Rohöl betriebenen Ölspritzmaschinen erfolgt im Zylinder, indem der Brennstoff gegen Ende der Verdichtung mit hohem Druck durch eine Brennstoffdüse in den heißen Glühkopf zerstäubt wird, sich mit der verdichteten reinen Luft mischt und an den heißen Wänden des Glühkopfes sich entzündet.

Vor Inbetriebnahme muß der Kopf durch eine Heizlampe erhitzt werden, er bleibt dann im Betriebe durch die Verbrennungswärme glühend, bei kleiner Belastung muß zuweilen die Heizlampe zu Hilfe genommen werden (s. *l.*, Abb. 49, S. 847; vgl. Fußnote S. 847).

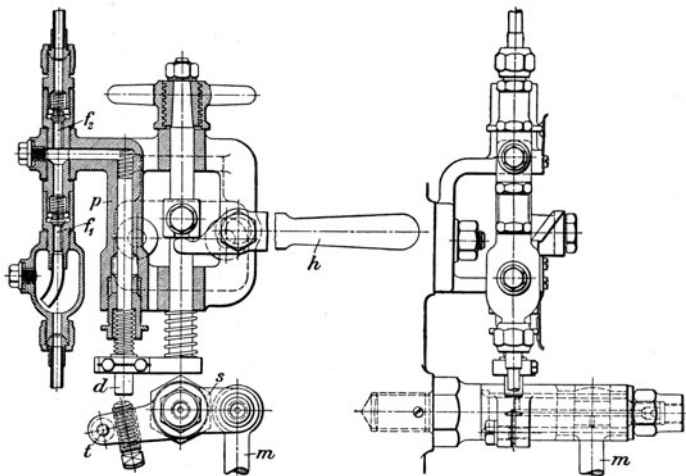


Abb. 47.

Glühkopfmotoren arbeiten meist im Zweitakt, da sie dann besonders einfach ausgeführt werden können, wenn der Arbeitskolben und der Kurbelkasten als Pumpe wirken (s. ausgeführte Motoren). Eine besondere Steuerung und Ventile sind dann nicht erforderlich.

(813) Die Reglung wird durch Aussetzer (Pendelregler) oder meist durch Ändern der Brennstoffmenge bewirkt, indem der Brennstoffpumpenhub durch

einen auf der Kurbelwelle sitzenden Achsregler und verstellbares Exzenter verändert wird. Eine Brennstoffpumpe zum Glühkopfmotor der Deutschen Automobil-Konstruktionsgesellschaft m. b. H., Charlottenburg, zeigt Abb. 47.

Der Antrieb der Ölpumpe p mit Saug- und Druckventil f_1 bzw. f_2 wird von einem unter Wirkung des im Gehäuse r , Abb. 48, eingeschlossenen Flachreglers stehenden Doppelexzenter b abgeleitet, dessen Stange m unter Zwischenschaltung der Schwinge s einen auf das Ende des Pumpenkolbens d mittels einstellbarer Anschlagsschraube wirkenden Hebel l bewegt, so daß dem Motor nur eine der jeweiligen Belastung desselben entsprechende Ölmenge zufließt. Damit der Motor stets die richtige Drehrichtung annimmt — Vorwärts- oder Rückwärtsgang —, ist an der Pumpensteuerung noch ein Hebel h angebracht, der dazu dient, den Pumpenkolben in einem beliebigen Zeitpunkte aufwärts zu drücken und hierdurch Brennstoff in den Zylinder einzuspritzen.

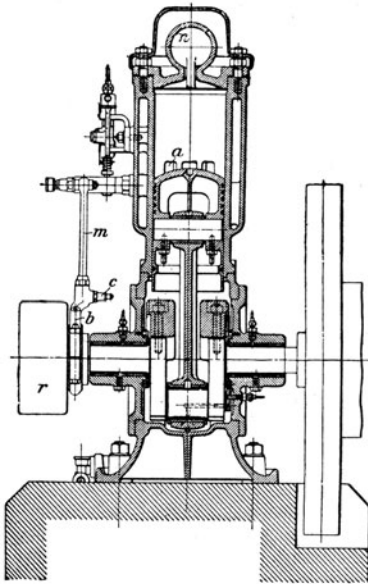


Abb. 48.

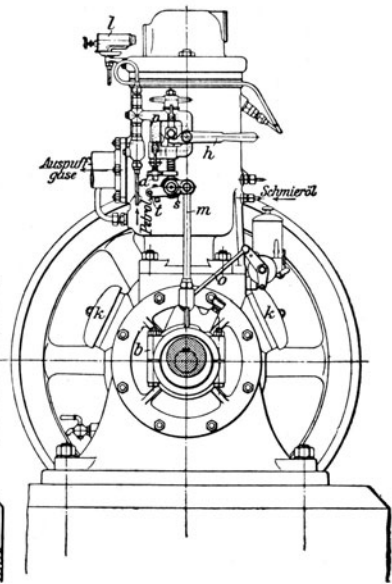


Abb. 49.

(814) Ausgeführte Glühkopfmotoren. Einen nach Zeichnungen der Deutschen Automobil-Konstruktionsgesellschaft m. b. H. in Charlottenburg gebauten stehenden Zweitakt-Rohölmotor mit Glühkopffzündung zeigen Abb. 48 und 49.

Das allseitig geschlossene Kurbelgehäuse dient als Ladepumpe für die Mischluft und ist zu dem Zwecke mit Lufteinlaßklappen k , sowie mit einem zu den Einlaßschlitzen a des Zylinders führenden Oberströmkanal versehen. Beim Aufwärtsgange des Kolbens saugt derselbe durch die Klappen k Luft an und verdichtet zugleich die über dem Kolben im Zylinder befindliche Ladungsluft; ungefähr in der oberen Kolbentotlage erfolgt die Entzündung der Ladung an dem im Dauerbetriebe durch die bei den Zündungen frei werdende Wärme dunkelrot erhaltenen, aus Stahlguß gefertigten Glühkopf n . Während der Abwärtsbewegung des Kolbens wird die beim vorhergehenden Hube angesaugte Frischluft im Kurbelgehäuse verdichtet und kurz vor der unteren Totlage ein im Zylinder befindlicher Auspuffkanal freigelegt, durch den die Verbrennungsgase ins Freie entweichen. Kurz darauf öffnet der Kolben die Einlaßschlitze a , durch die die im Kurbelgehäuse verdichtete Luft in den Zylinder strömt, diesen auswäscht und von neuem ladet. Dann wiederholt sich der beschriebene Vorgang. Durch eine Lampe l wird der Glühkopf vor dem Anlassen des Motors angewärmt¹⁾. Bei den vorliegenden Glühkopfmotoren ist eine Füllungs-

¹⁾ Zuweilen wird behufs Inbetriebsetzung kalter Glühkopfmotoren Benzin in den Glühkopfkörper eingespritzt und das nach Mischung mit der in dem Zylinder eingesaugten Luft sich bildende Benzingeruch durch eine magnet-elektrische Zündung entzündet. Sobald der Glühkopf derart erwärmt ist, daß eingespritztes Rohöl vergast, wird durch entsprechende Stellung

reglung vorgesehen. Pumpe und Reglung s. Abb. 47. Eine mittels festen Exzenters der Kurbelwelle bewegte Pumpe liefert das erforderliche Kühlwasser. Der seitlich am Motor angebrachte Zentralschmierbehälter wird von einem am Bügel des Drehexzenters *b* befestigten Zapfen *c* aus mittels Stange *o* angetrieben.

Um die Zylinderdrücke und Temperatur herabzumindern, führt man außer dem Brennstoff noch Wasser in den Zylinder ein, entweder mittels einer Pumpe, die ähnlich gesteuert wird wie die Brennstoffpumpe, oder einfacher mittels eines von Hand einstellbaren Tropfhahnes, der Wasser aus dem Kühlmantel in einen zum Zündraum führenden Kanal eintreten läßt, das beim Saughub in den Zylinder mitgerissen wird. Bei dem in Abb. 48 und 49 dargestellten Motor von 8 PS ($n = 475$ Uml/min) erfolgt die Wasserezuführung durch einen solchen Tropfapparat. Größere Motoren werden mit selbsttätiger Wassereinspritzung ausgeführt, derart, daß die Maschine entsprechend den veränderlichen Belastungen die Einspritzwassermenge zugleich mit der Brennstoffmenge regelt.

Einen Zweitaktglühkopfmotor mit Kurbelkastenspülpumpe der Motorenfabrik Deutz zeigt Abb. 50.

Lufttritt durch Klappe *a*, die Verdichtung erfolgt während des Arbeitshubes des Kolbens (auf $\sim 0,15$ at Überdruck); kurz vor der unteren Totlage erfolgt der Auspuff durch vom Kolben freigelegte Schlitze ins Auspuffrohr *g*, gleich darauf gibt der Kolben die Spülschlitze frei, die leicht verdichtete Luft tritt aus dem Kurbelkasten durch den Oberströmkanal *e* in den Zylinder, spült und ladet Luft bis der Kolben die Schlitze wieder verdeckt, worauf im Zylinder die Verdichtung beginnt: eine Treiböl- oder Brennstoffpumpe drückt den Brennstoff in regelbarer Menge in die Brennstoffdüse *b*, die das Öl in den heißen Glühkopf hinein zerstäubt, worauf Verdampfung und Zündung erfolgt. Beim Anlassen dient die Benzinlampe *d* zur Erhitzung des Glühkopfes, im Betrieb bleibt er dauernd glühend durch die Verbrennungswärme, bei zu hoher Erhitzung wird Wasser durch das Tropfventil *e* eingeführt.

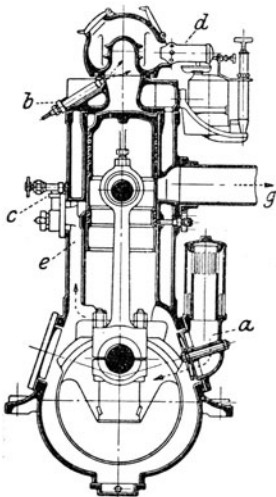


Abb. 50.

Eine der ältesten Ausführungen der Glühkopfmotoren ist der Bolinders-Motor, dem viele andere Ausführungen nachgebildet sind. Im Aufbau und in der Anordnung ist dieser Motor den vorbesprochenen ähnlich.

Eine Abart der eigentlichen Glühkopfmotoren ist der Brons-Motor (Viertakt), bei welchem der Brennstoff (Petroleum und Gasöl) nicht eingespritzt, sondern in eine in den Zylinder hängende Kapsel eingeführt wird, dort verdampft und sich entzündet. Eine Ausführung der Motorenfabrik Deutz zeigt Abb. 51. Die Motoren werden in Größen von 6 bis 32 PS, und mit Umlaufzahlen von 380 bis 330 i. d. Minute ausgeführt.

Der Kolben saugt beim ersten Niedergang durch das wie alle übrigen Ventile im Zylinderkopf untergebrachte gesteuerte Ventil *e* Luft und durch das Einströmventil *b* den Brennstoff an, der jedoch nicht unmittelbar in den Zylinder, sondern in eine in diesen einragende, mit ihm durch feine Öffnungen in ständiger Verbindung stehende Brennstoffkapsel *f* fließt. Beim nächsten Kolbenaufgang wird die Luft verdichtet, wobei infolge der Kompressionswärme ein kleiner Teil des in der Kapsel gelagerten Brennstoffes in Dampfform in den Arbeitszylinder tritt, hier durch die hohe Temperatur der Luft im Totpunkte entzündet wird und die Verbrennung des noch übrigen Brennstoffes einleitet, die sich dann auf einen Teil des zweiten Kolbenniederganges erstreckt. Ist die in der Kapsel befindliche Brennstoffmenge verbraucht, so expandieren während des übrigen Teiles des Kolbenniederganges die Verbrennungsprodukte und beim nächsten Aufgange werden die Abgase durch das gesteuerte Ausströmventil *a* ausgestoßen. Da die Verdichtung der Luft bis auf 32 at getrieben wird, können Anfangsdrücke von 45 bis 50 at erreicht werden.

eines Dreiweghahnes auf Rohölbetrieb umgeschaltet. Solche Motoren bringt z. B. die Reform-Motorenfabrik, G. m. b. H. in Böhlitz-Ehrenberg bei Leipzig, in den Handel. Um zu verhindern, daß sich während des Leerlaufes der Glühkopf zu stark abkühlt, gelangt bei der Glühkopf-Schiffsmaschine von Vickers-Patters, Ipswich, eine geringe Ölmenge in den Glühkopf, verbrennt in diesem ohne Krafterleistung und heizt ihn soweit, daß bei plötzlichem Auftreten einer Belastung der Motor nicht stehen bleiben kann (Z. 1920, S. 263 nach Engineering, 20. Februar 1920).

Die Reglung der Maschine erfolgt durch veränderliche Zumessung des Brennstoffes mittels eines auf der Steuerwelle sitzenden einfachen Achsenreglers.

Das Anlassen des Motors geschieht bei 6 PS durch eine Andrehkurbel, von 8 PS ab mit Druckluft von 8 at: letztere wird durch einen kleinen stehenden, am Motor angebauten und von diesem unmittelbar angetriebenen einstufigen Kompressor erzeugt, der sie in einen kleinen Druckluftbehälter befördert. Hat sie in diesem eine Spannung von 8 at erreicht, so wird die zu ihm führende Leitung abgesperrt und das Druckventil des Kompressors angehoben, der dann — wenn der Behälter geladen ist — leer mitläuft.

Beim Anlassen wird die die Steuernocken tragende Büchse auf der von der Kurbelwelle mittels Stirnräder im Verhältnis 1:2 angetriebenen Steuerwelle mittels des aus dem Kurbelkasten ragenden Handgriffes *K* so verschoben, daß die Maschine im Zweitakt läuft.

Der Verbrauch an gewöhnlichem Lampenpetroleum beträgt bei voller Belastung etwa 250 bis 280 g für 1 PS_e-st

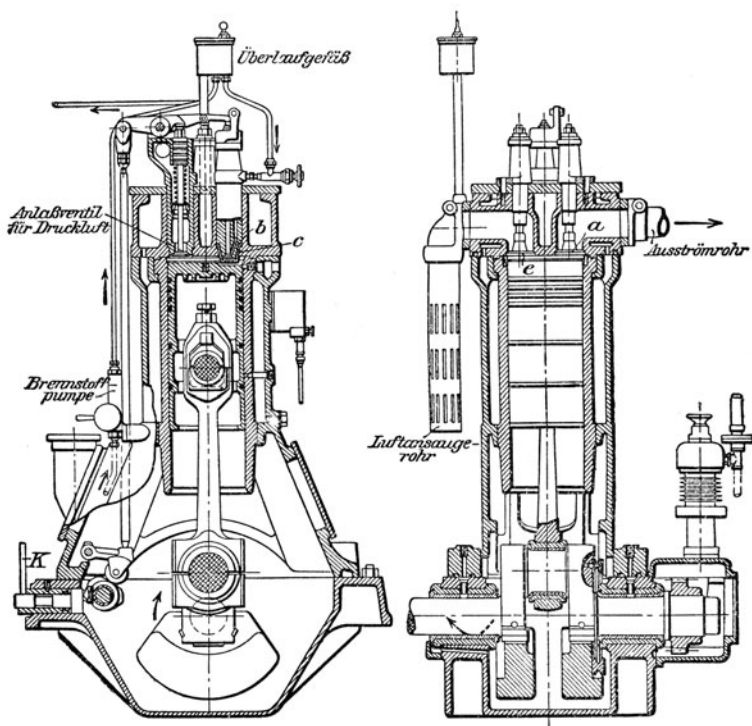


Abb. 51.

Gleichdruckmotoren.

(815) **Gemischbildung.** Der Brennstoff wird in die bis über seine Selbstzündungstemperatur verdichtete reine Luft kurz vor Hubende mittels Druckluft einblasen, nachdem er in der Brennstoffdüse fein zerteilt worden ist. Die Gemischbildung findet somit vorwiegend im Zylinder selbst statt und ist von der Güte der Zerstäubung und Verteilung im Verbrennungsraum abhängig.

Es werden offene Brennstoffdüsen oder meist durch gesteuertes Nadelventil geschlossene Brennstoffventile angewendet. Bei ersteren wird der Brennstoff von der Pumpe in regelbarer Menge während des Saug- oder

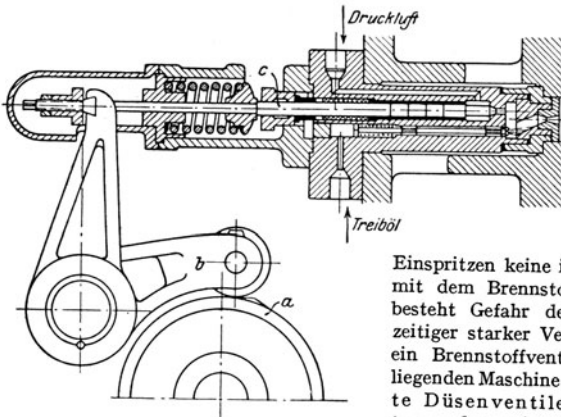


Abb. 52.

des Verdichtungshubes in einen mit dem Zylinder in Verbindung stehenden Raum gelagert, dort vorgewärmt und beim Öffnen des Luftventils in den Zylinder gerissen und zerstäubt. Offene Düsen geben weniger gute Zerstäubung, da vor dem

Einspritzen keine innige Berührung der Luft mit dem Brennstoff vorhanden ist; ferner besteht Gefahr der Frühzündung bei vorzeitiger starker Verdampfung. Abb. 52 zeigt ein Brennstoffventil mit offener Düse einer liegenden Maschine von Körting. Gesteuerte Düsenventile werden mit Lochplatten oder mit Düsenpaltzerstäuber ausgeführt. Der Brennstoff wird von der

Brennstoffpumpe in regelbarer Menge in das Brennstoffventil gegen den dort herrschenden Druck der Einblasluft von 55—80 at gefördert und verteilt sich über die mit Löchern versehenen Lochplatten, bzw. in den Kanälen der Spaltzerstäuber, wodurch er der Luft eine große Oberfläche bietet. Beim Anheben der Brennstoffnadel reißt die Einblasluft den Brenn-

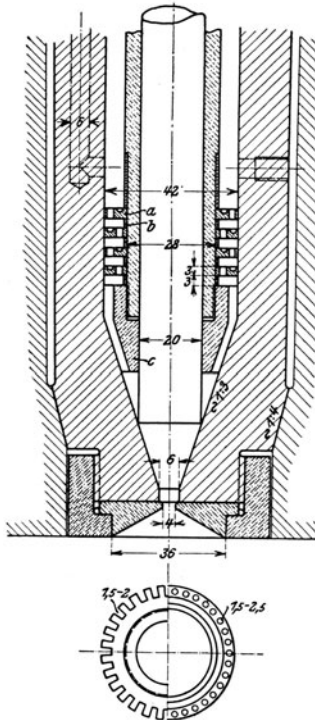
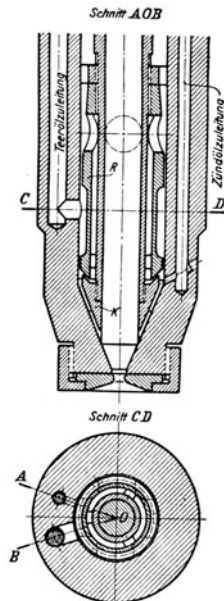


Abb. 53.



stoff durch die Düsenplatte in den Zylinder. Abb. 53 zeigt den inneren Teil eines Brennstoffventils mit Lochplatten, Abb. 54 eines solchen mit Spaltzerstäuber. Abmessungen und Anordnungen s. (828).

Beim Betrieb mit schwer verdampfenden und zersetzbaren Brennstoffen (Benzolverbindungen, s. (782)) wird dem Treiböl durch eine besondere Pumpe Zündöl vorgelagert, das vor dem Treiböl in den Zylinder gelangt und durch die Verbrennung die zum Zersetzen des Treiböles erforderliche Wärme erzeugt. Abb. 54 zeigt die Zuführung des Zündöles.

In neuerer Zeit ist mit Erfolg versucht worden, die Zerstäubung durch Druckluft zu umgehen und den Brennstoff durch geeignete Vorrichtungen und durch hohen Druck des Brennstoffes diesen direkt zu zerstäuben. Einige Werke bewirken die Zerstäubung durch besonders hohen Druck des Öles — mehrere hundert Atmosphären —, andere benutzen den Arbeitskolben als Kompressor, z. B. Haselwander, Trinkler (mit besonderem in den Zylinder ragenden Verdichterkolben). Ein eigenartiges Verfahren wendet die Motorenfabrik Deutz

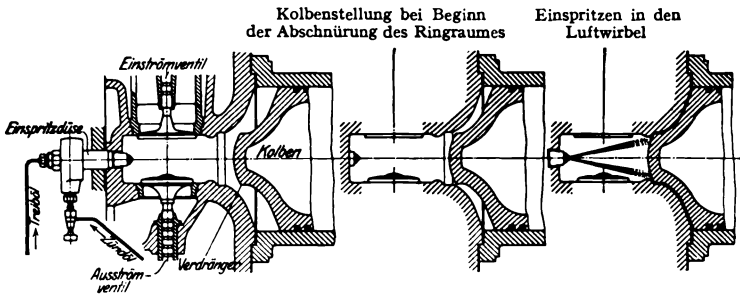


Abb. 55.

an; der Kolben ist mit einem Verdänger versehen, Abb. 55, der gegen Hubende einen Ringraum bildet, bei einer bestimmten Kolbenstellung beginnt die Einschnürung dieses Raumes, in dem verdichtete Luft strömt mit großer Geschwindigkeit durch den Ringspalt, der zu gleicher Zeit eingespritzte Brennstoff wird in dem sich bildenden Luftwirbel zerstäubt. Zugehörige Brennstoffpumpe s. Abb. 92.

Steuerung.

(816) Die Steuerung der Ventile erfolgt zumeist durch Nockenscheiben, seltener durch Exzenter und Wälzhebel. Von der Kurbelwelle wird mittels Schraubenräder die Reglerwelle angetrieben und von dieser durch Schraubenräder (seltener Kegelräder) die Steuerwelle, auf der die Nockenscheiben sitzen (vgl. Abb. 86). Die Nocken betätigen durch auf einer gemeinsamen Hebelwelle gelagerte Hebel die Ventile. Ein-, Aus- und Anlaßventil werden durch Niederdrücken, das Brennstoffventil durch Anheben geöffnet. Die Anordnung und gegenseitige Lage der Hebel und Ventile eines Viertaktmotors zeigen in einer Ausführung der GMA Abb. 56 u. 57. Die Anordnung muß so getroffen werden, daß beim Anlassen, das stets durch Druckluft erfolgt, das Brennstoffventil ausgeschaltet wird, das Anlaßventil aber in Tätigkeit tritt. Dieses erfolgt dadurch, daß Brennstoff- und Anlaßhebel auf einer exzentrisch auf der Hebelwelle sitzenden Büchse gelagert sind (s. Abb. 56), die durch einen Hebel um 90° gedreht werden kann. In der Betriebsstellung ist die Rolle des Brennstoffhebels an die zugehörige Nockenscheibe gerückt, die Rolle des Anlaßhebels steht außer Bereich der Anlaßnocke. Zum Anlassen wird die Büchse gedreht, wodurch der Brennstoffhebel

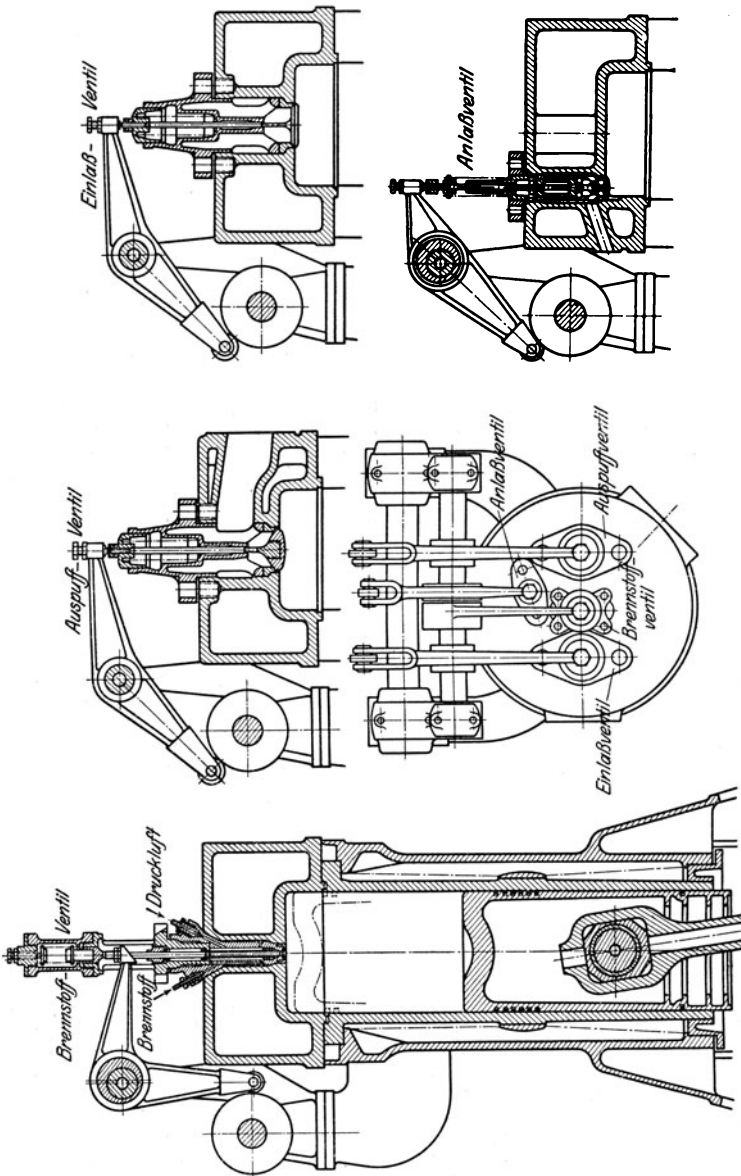


Abb. 56.

von der Steuerwelle abrückt, der Anlaßhebel aber in den Bereich seiner Nockenscheibe gelangt. Zwischen diesen Grenzstellungen muß eine neutrale Lage (Stillstand) vorhanden sein, in der beide Hebel ausgerückt sind. Abb. 58¹⁾ zeigt die Stellung der Hebel beim Anlassen, in der neutralen Lage und im Betrieb. Eine Ausführung der Umschaltung s. Abb. 59¹⁾ (Motorenfabrik Deutz). Der Handhebel ist an der Exzenterbüchse befestigt und meist durch eine Blattfeder in die Nuten einer auf der Hebelwelle sitzenden Feststellscheibe gedrückt, um die Büchse in der gewünschten Lage zu erhalten.

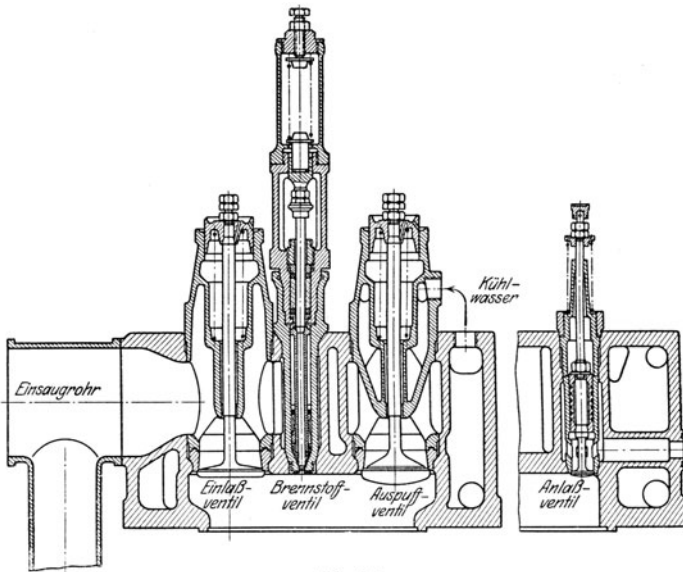


Abb. 57.

(817) Viertaktsteuerung. Ein normales Steuerwinkeldiagramm zeigt Abb. 60, die Bezeichnungen haben dieselbe Bedeutung wie Abb. 17 S. 834, ferner bedeutet B_0 und B_s Brennstoffventil öffnet bzw. schließt. Einem Arbeitsspiel entsprechen zwei Umdrehungen, für die Steuerwelle betragen die Winkel die Hälfte. Die gegenseitige Lage der Nocken auf der Steuerwelle s. Abb. 18 S. 834. Die Lage der Ventile im Zylinderkopf zeigt Abb. 56; das Brennstoffventil soll möglichst in der Mitte sitzen. Berechnung der Ventile und Nocken s. (827).

(818) Zweitaktsteuerung. Auslaß erfolgt durch vom Kolben gesteuerte Auspußschlitze, das Spülen und Laden kann ebenfalls durch vom Kolben gesteuerte Schlitze (Schlitzspülung) erfolgen, oder durch im Zylinderkopf befindliche Ventile (Ventilspülung).

Ein normales Steuerwinkeldiagramm für Schlitzspülung zeigt Abb. 61; die Bedeutung der Zeichen ist dieselbe wie Abb. 21, S. 836, ferner bedeutet B_0 und B_s Brennstoffventil öffnet bzw. schließt.

Ventilspülung hat den Vorteil, daß das Laden bis nach Schluß der Auslaßschlitze erfolgen kann, wodurch besseres Austreiben der Abgase, größere Lademenge und damit höhere Leistung erreicht wird. Ein Steuerwinkeldiagramm für

¹⁾ Nach K. Körner: Bau des Dieselmotors. Berlin: Julius Springer.

Ventilspülung zeigt Abb. 62, die Bedeutung der Bezeichnungen ist dieselbe wie Abb. 61.

Im Zylinderkopf können mehrere Spülventile angeordnet werden, da nur noch Brennstoff- und Anlaßventil Platz finden müssen; hierdurch ist ein besser über den ganzen Zylinderquerschnitt verteilter Spülluftstrom möglich, eine Mischung mit den Abgasen wird möglichst vermieden.

Die Anordnung einer Zweitakt-Dieselmachine mit Schlitzspülung zeigt Abb. 63¹⁾; Lufteintritt bei *a*, Auspuff bei *b*, Brennstoffzuführung bei *c*.

Auch bei Schlitzspülung kann Laden bis nach Schluß der Auspuffschnitze erfolgen, wenn besondere Nachfüllschlitze angeordnet werden, zu denen der Luftzutritt durch ein Ventil gesteuert wird.

Eine Schnittdarstellung einer Zweitaktmaschine mit Spülventilen zeigt Abb. 64²⁾; die vier Ventile werden gemeinsam gesteuert.

Berechnung der Spül- und der Auslaßquerschnitte s. Löffler und Riedler, Ölmaschinen, der Ladepumpen s. J. Magg, Die Steuerungen der Verbrennungskraftmaschinen.

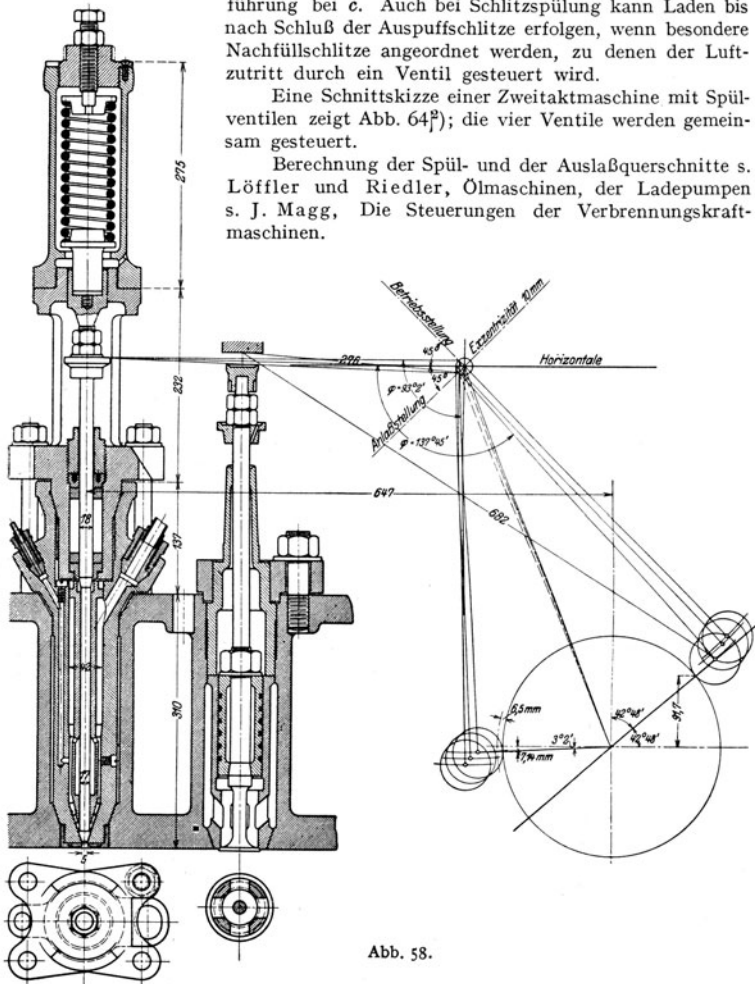


Abb. 58.

¹⁾ Aus Löffler-Riedler: Ölmaschinen. Berlin: Julius Springer.

²⁾ Aus Güldner, Verbrennungskraftmaschinen. Berlin: Julius Springer.

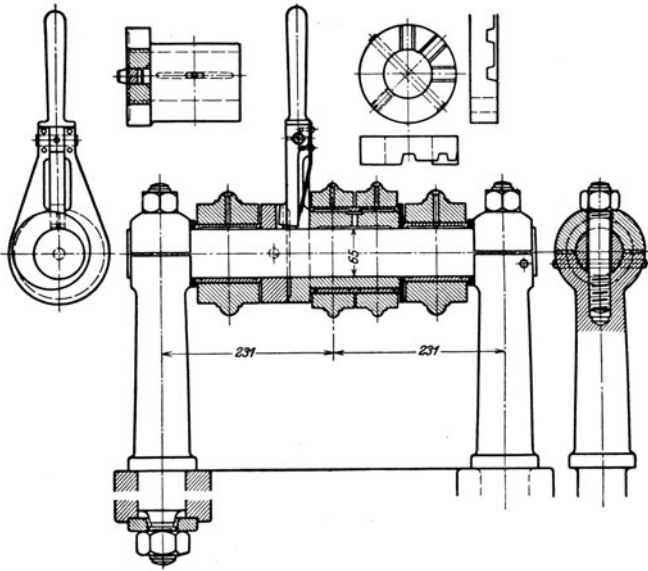


Abb. 59.

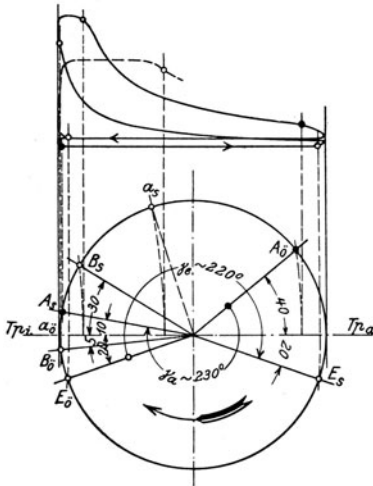


Abb. 60.

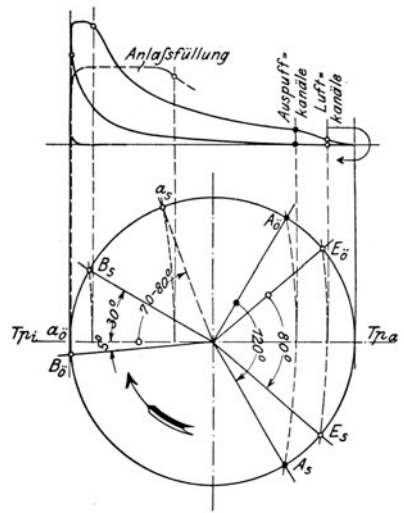


Abb. 61.

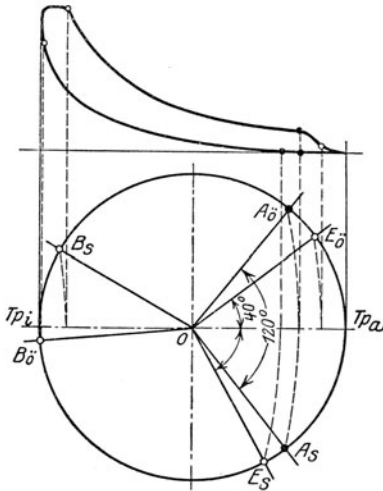


Abb. 62.

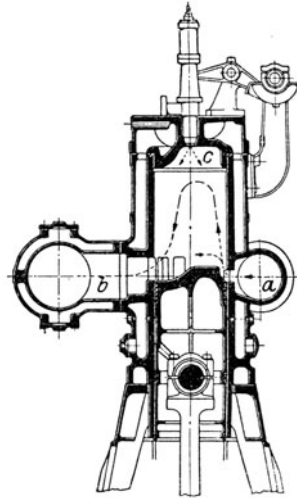


Abb. 63.

Reglung.

(819) Die Reglung der Gleichdruckmotoren erfolgt durch Ändern der von der Pumpe geförderten Brennstoffmenge vom Regler aus.

Da die Pumpenabmessungen bei den kleinen zu fördernden Ölmengen (bei 20 PS z. B. $\sim 1 \text{ cm}^3$ je Pumpendruckhub) sehr klein würden, werden die Pumpen für die 3—5 fache Menge bemessen, das zuviel angesaugte Öl wird durch Offenhalten des Saugventils durch einen Mitnehmer während des größten Teils des Druckhubes in den Behälter zurückgeführt. Die nutzbare Förderung beginnt erst, wenn das Saugventil geschlossen ist, das frühere oder spätere Schließen beeinflusst der Regler.

Das Schema einer Reglung zeigt Abb. 65.

Der Pumpenkolben P wird von einem auf der Steuerwelle ω sitzenden Exzenter angetrieben; der Mitnehmer M erhält eine gleichartige Bewegung durch Hebel H und läßt

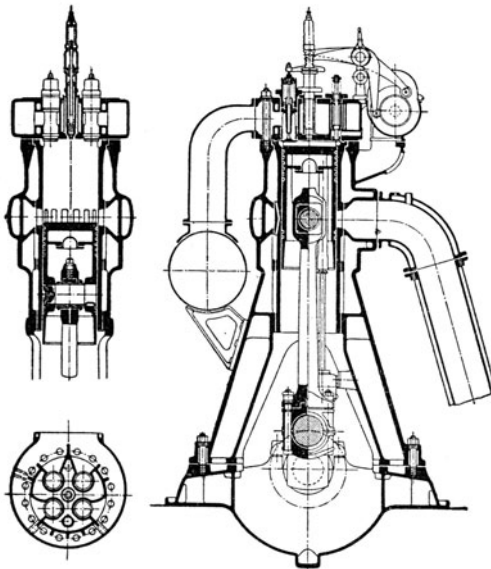


Abb. 64.

das Saugventil *S* erst nach einem bestimmten Weg des Kolbens im Druckhub schließen, d. h. bei einer bestimmten Fördermenge. Durch Verstellen des Hebel­drehpunktes *O* vom Regler aus wird der frühere oder spätere Schluß des Saug­ventils, also größere bzw. kleinere Öl­menge eingestellt. Es werden zweck­mäßig zwei Druckventile *D*₁ und *D*₂ angeordnet, um zwischen beiden eine Prüfschraube *a* einbauen zu können, die im Betrieb das regelmäßige Arbeiten der Pumpe zu prüfen gestattet. Die Handpumpe *p* dient zum Füllen der Leitungen mit Öl (nur nach Entleeren wegen Demontage nötig), der innere Teil des Handpumpenkolbens ist als Ventil ausgebildet, um besondere Dichtung des Kolbens zu vermeiden. Das Saugventil kann zwecks Stillsetzen der Maschine auch von Hand offen gehalten werden durch Gestänge *G*.

Den Einfluß des Reglers auf die Mitnehmerbewegung veranschaulicht Abb. 66; wie für die Kolben ein Pumpen­kurbelkreis, so kann für den Mitnehmer ein Mitnehmerkreis gezeichnet werden, dessen Durchmesser 2ϱ gleich dem Mitnehmerhub *h* ist.

Ist *O* der Drehpunkt des Hebels *H*, so gilt der voll ausgezogene Kreis; ist das Saugventil in der gezeichneten Stellung geschlossen, so würde es nach einem freien Mitnehmerhub *h*_n gehoben und nach einem Steuerwellenwinkel α wieder geschlossen, so daß *h*_n der nutzbare Förderhub ist. Wird nun vom Regler der Drehpunkt nach *O'* verlegt, so verschiebt sich die Mitnehmerbewegung entsprechend, es gilt der gestrichelte Mitnehmerkreis; das Saugventil wird bereits nach einem Leer­gang *h*₀ entsprechend einem Steuerwinkel α' geschlossen, der nutzbare Förderhub ist somit größer, die Maschinenleistung steigt. Wird Punkt *O* nach oben ver­stellt, so ist der Vorgang umgekehrt.

Statt der Verschiebung des Mitnehmer­kreises kann die Gerade *o—o* ver­chiebbar angenommen werden, man erhält dann ein Förderdiagramm wie Abb. 67; *Tp*_a ist der äußere Totpunkt, *Tp*_i der innere.

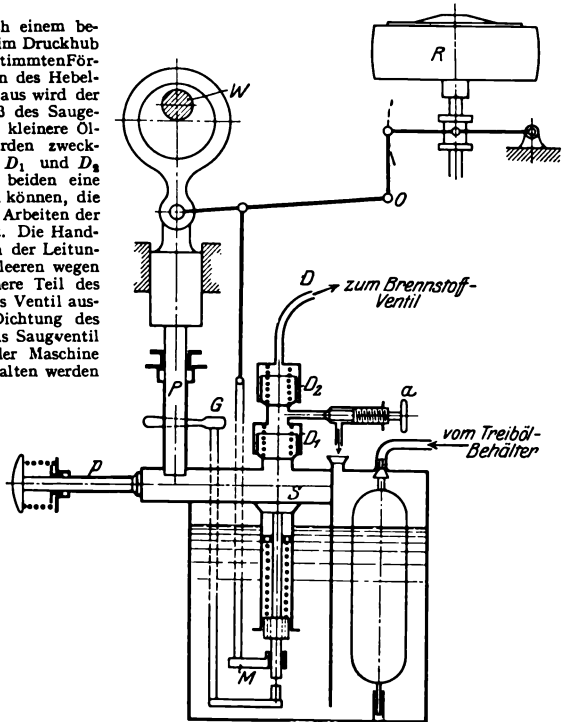


Abb. 65.

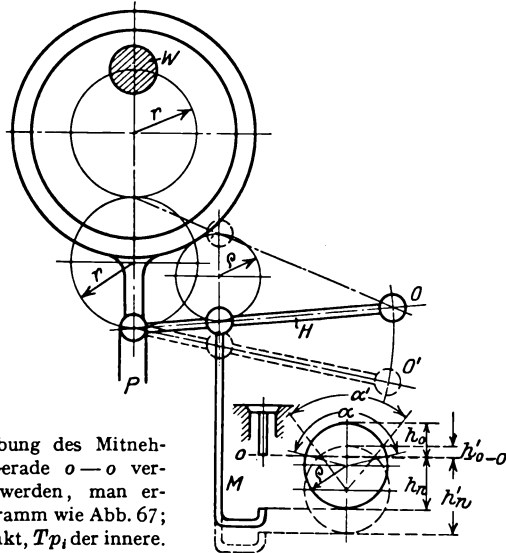


Abb. 66.

und der durch Schwinghebel angetriebenen Mittel- und Hochdruckstufe des Kompressors zeigt Abb. 72¹⁾.

Zuweilen wird die Luftpumpe vor die Zylinder gesetzt und durch Schwinghebel von der Schubstange aus angetrieben. Die Steuerung erfolgt häufig durch selbsttätige Ventile.

Einzelteile der Verbrennungsmotoren.

(822) **Zylinder und Einsätze.** Das Material ist zähes, dichtes Gußeisen, das für die Laufflächen auch genügend hart sein muß.

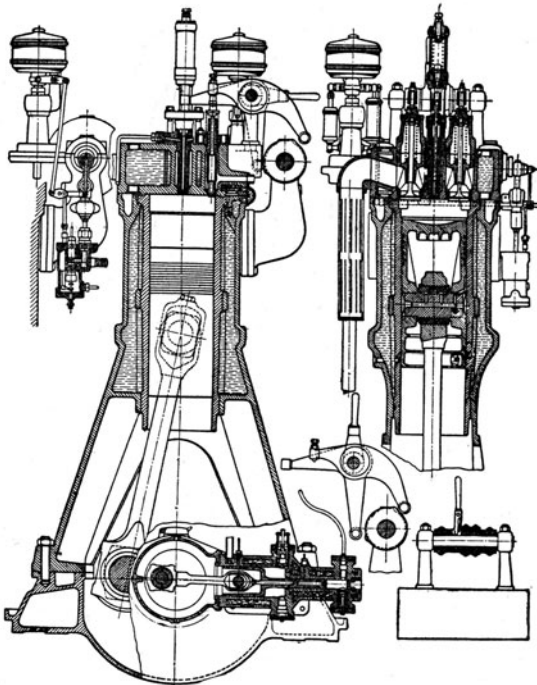


Abb. 69.

Mit V_1, V_2, V, p_1 und p_2 nach Abb. 3, S. 812 ist die Größe V_2 des Verdichtungsraumes nach der Poissonschen Gleichung

$$V_2 = V_1 \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{\epsilon}} = \frac{V_1}{\epsilon} = \frac{V_0}{\epsilon - 1} 4$$

¹⁾ Nach K. Körner, s. Fußnote S. 853.

Aus dem hiernach für den Enddruck p_2 zu schaffenden Verdichtungsverhältnis ε ergibt sich die axiale Höhe des auf den wirksamen Kolbenquerschnitt bezogenen Verdichtungsraumes $h = \frac{S}{\varepsilon - 1}$, wobei vorausgesetzt ist, daß die nutzbare Verdichtungshubstrecke nicht erheblich von dem Kolbenhub S abweicht.

Für Viertaktmotoren ist das Größenverhältnis $h : S$ durchschnittlich bei Benzinmotoren ($p_2 \sim 4$ at) etwa 0,40, bei Leuchtgasmotoren ($p \sim 7$ at) etwa 0,25, bei Sauggasmotoren ($p_2 \sim 10$ at) etwa 0,15, bei Gichtgasmotoren ($p_2 \sim 12$ at) etwa 0,12 und bei Gleichdruck-Rohölmotoren ($p_2 \sim 35$ at) etwa 0,07 bis 0,08.

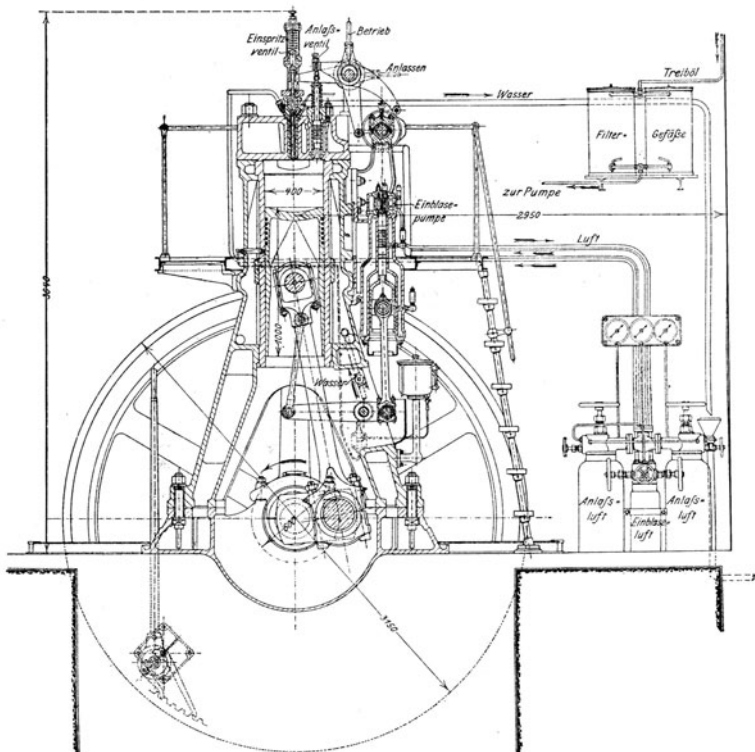


Abb. 70.

Wandstärke s der Zylinderbüchse vom inneren Durchmesser $D = 2r$, (in cm) zu berechnen mit $p_1 =$ größter Gasdruck (Verpuffungsdruck) p_2 . Siehe unter Zylinder. Es ergibt sich durchschnittlich

für Verpuffungsmotoren ($p_2 = 25$ at) $s = 0,050 D$ cm
 „ Gleichdruckmotoren ($p_2 = 35$ „) $s = 0,085 D$ „

mit einem Zuschlag von 0,6 bis 1,5 cm für Kernverlegung. Aus praktischen Gründen sei jedoch für ortsfeste Motoren mit $D \geq 20$ cm

- $s \geq 1,8$ cm für einstückige Zylinder,
 $s \geq 1,5$ „ „ Zylinderbüchsen.

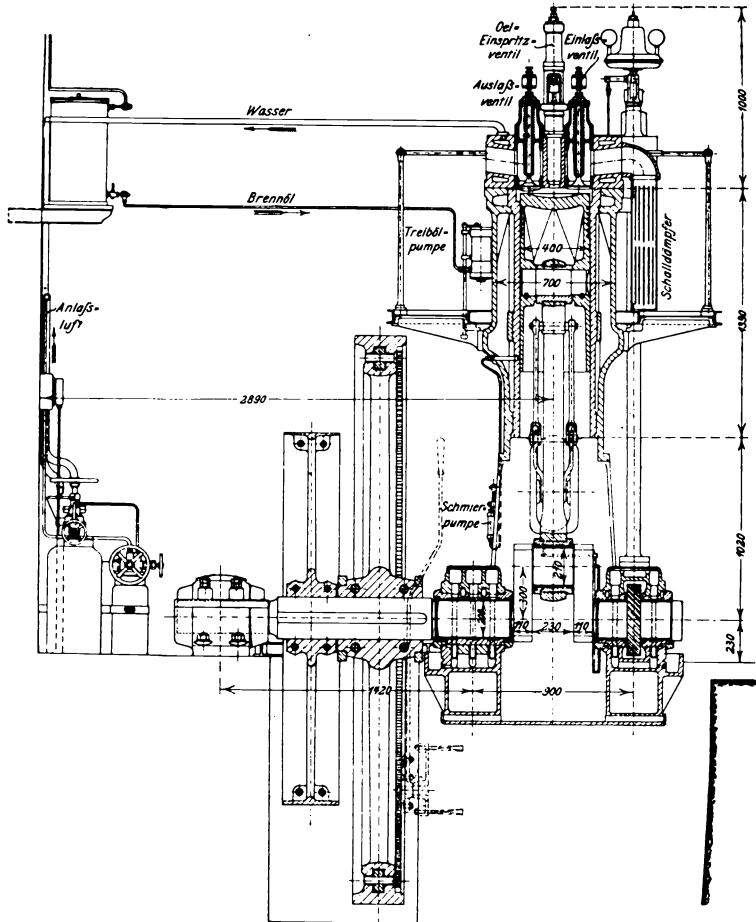


Abb. 71.

Die Einsatzbüchsen sind noch auf Biegung durch den Bahndruck N zu berechnen.

Wandstärke s_1 des Zylindermantels vom mittleren Durchmesser D_m

$$\text{für Verpuffungsmotoren } s_1 \geq \frac{D^2}{20 D_m} \text{ cm}$$

$$\text{„ Gleichdruckmotoren } s_1 \geq \frac{D^2}{13 D_m} \text{ „}$$

Praktisch soll s_1 bei Kleinmotoren nicht unter 1 cm, bei größeren Modellen nicht unter 1,3 cm betragen. Die Flanschen des Zylinders sind auf Biegung zu berechnen.

Die Festigkeitsberechnungen der Zylinderdeckel und Zylinderköpfe führen nur bei den einfachen Deckelformen zu brauchbaren Werten. Bei den Zylinderköpfen ergeben sich durch die Erfahrung ungefähr folgende Wandstärken als Anhalt

Zylinderbohrung (D) . . .	200	400	600	800	1000	mm
Innenwand	18÷20	32÷36	50÷52	55÷58	65÷70	„
Außenwand (Mantel)	13	22	26	30	35	„
Flanschstärke	26÷28	45÷48	70÷75	85÷90	100÷110	„

Anzahl der Zylinderdeckelschrauben etwa

$$i = (0,15 \div 0,25) D + 4 \text{ (Bohrung } D \text{ in cm).}$$

Zur Schonung der Liderung soll der tangentiale Schraubenabstand 175 bis 200 mm nicht überschreiten.

(823) Kolben. Einfachwirkende Verbrennungsmotoren erhalten Tauchkolben, die gewöhnlich auch zur Geradführung des einen Schubstangenendes dienen. Die Länge L , von der die spez. Pressung k auf die Gleitflächen abhängt, folgt bei dem größten Gleitbahndruck N_{\max} und dem höchsten Kolbendruck (Verpuffungsdruck) P_z aus (mit $N_{\max} \approx 0,10 P_z$)

$$\frac{N_{\max}}{D L} \leq k$$

zu

$$L \geq \frac{N_{\max}}{k D} = \frac{0,10 P_z}{k D}.$$

worin k ohne Abrechnung der Ringnuten etwa 1,25 bis 1,5 kg/cm² gesetzt werden kann.

Wo eine größere Kolbenlänge nicht stört (liegende Kleinmotoren), wählt man $L \sim 2 D$ bis $2,5 D$, entsprechend $k = 0,7$ bis $0,8$ kg/cm², bei Großmotoren höchstens $L \sim 1,25 D$.

Stärke des Kolbenbodens ohne Berippung

$$\delta = R_t \sqrt{\frac{p_z}{k_b}},$$

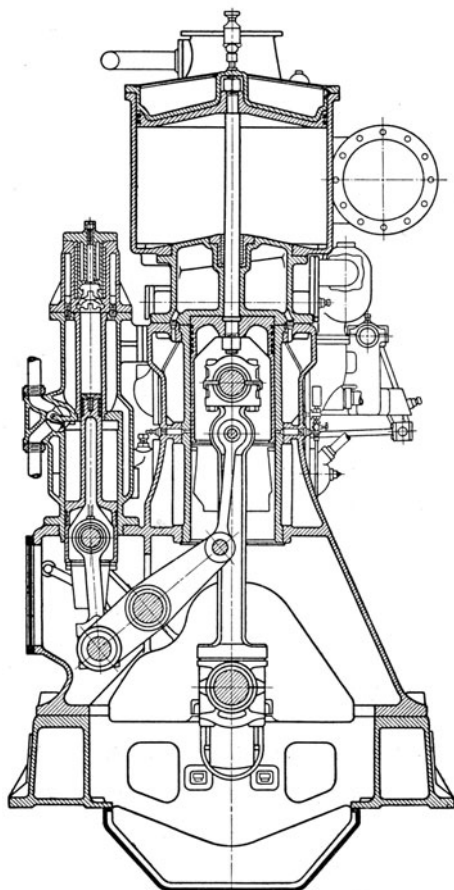


Abb. 72.

als frei aufliegende Kreisplatte betrachtet, wenn R_t der innere Kolbenhajtbmesser, wobei $k_b \sim 375 \text{ kg/cm}^2$ für Gußeisen, $k_b \sim 500 \text{ kg/cm}^2$ für Stahlformguß, Im Mittel ist dann

für Verpuffungsmotoren $\delta \geq 0,11 D \text{ cm}$, bzw. $0,095 D \text{ cm}$ ($p_z = 25 \text{ at}$)
 „ Gleichdruckmotoren $\delta \geq 0,135 D$ „, bzw. $0,12 D \text{ cm}$ ($p_z = 35 \div 38 \text{ at}$).

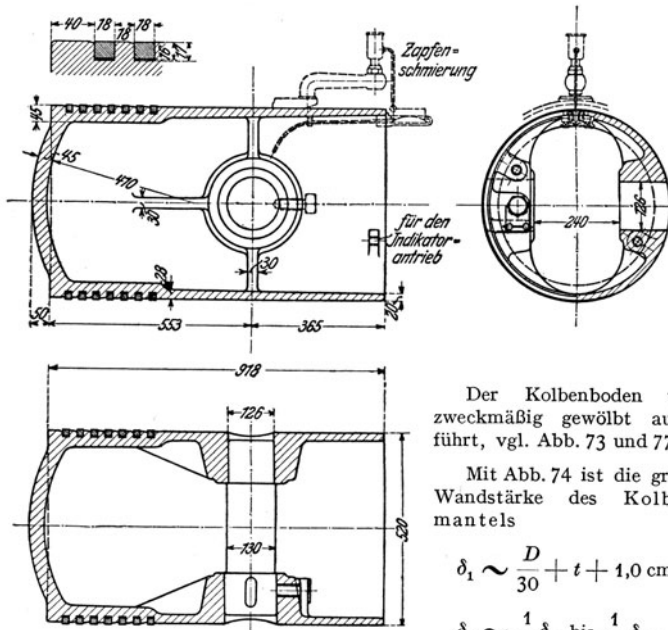


Abb. 73.

Der Kolbenboden wird zweckmäßig gewölbt ausgeführt, vgl. Abb. 73 und 77.

Mit Abb. 74 ist die größte Wandstärke des Kolbenmantels

$$\delta_1 \sim \frac{D}{30} + t + 1,0 \text{ cm};$$

$$\delta_0 \sim \frac{1}{2} \delta_1 \text{ bis } \frac{1}{3} \delta_1.$$

Kolbenbolzen. Mit Bezug auf Abb. 74 und den Verpuffungsdruck p_z ist aus Festigkeitsrücksichten, die Kolbenkraft als Einzellast aufgefaßt, um die Flächenpressung in zulässigen Grenzen zu erhalten,

$$M_b = P_z l_0 : 4 = 0,1 d^3 k_b, \text{ oder } d = \sqrt[3]{10 M_b : k_b},$$

wobei $k_b = 800 \text{ kg/cm}^2$ (Flußstahl).

Läßt die Flächenpressung geringeren Durchmesser zu, so kann P_z als über die Länge l gleichmäßig verteilte Last angenommen werden.

Mit dem höchsten Flächendruck $\frac{P_z}{dl} = 125 \div 135 \text{ kg/cm}^2$ ist die erforderliche kleinste Bolzenlänge

$$\text{für Verpuffungsmotoren } (p_z \sim 25 \text{ at}) \quad l \geq \frac{0,16 D^3}{d} \text{ cm},$$

$$\text{„ Gleichdruckmotoren } (p_z \sim 35 \text{ at}) \quad l \geq \frac{0,24 D^3}{d} \text{ cm}.$$

Die Schmierung des Kolbens erfolgt durch Drucköl, das in der inneren Totlage zwischen den ersten und den zweiten Kolbenring eingeführt wird. Der

Kolbenbolzen wird entweder durch in eine Schleuse im Kolben eingeführtes Öl, s. Abb. 77 S. 865, geschmiert, oder durch die hohle Schubstange bzw. an dieser befestigtes Röhrchen vom Kurbelzapfen aus, der dann Druckschmierung erhalten muß, s. Abb. 83. Bei liegenden Maschinen erfolgt die Schmierung des Kolben-

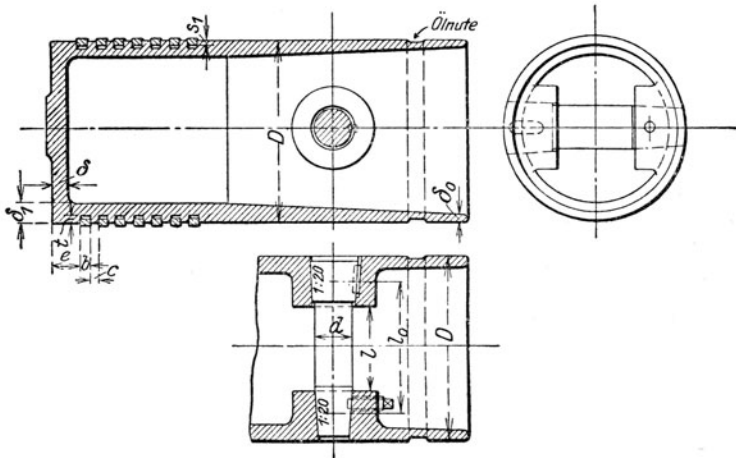


Abb. 74.

bolzens häufig durch Tropföler, Fangnut und Röhrchen, Abb. 73, oder im Kolben eingegossenen Kanal.

Bei doppeltwirkenden Maschinen werden die Kolben als Hohlkolben ausgeführt, die Bodenstärke ist wie für Dampfmaschinen, s. (638), zu berechnen.

Die Kolbenringe sind gußeiserne Selbstspanner von geringer Breite, aber entsprechend großer Anzahl — bei einfachen Tauchkolben 4–6, bei Gleichdruckmotoren und bei doppeltwirkenden Bauarten 6–8 Ringe, Berechnung s. (639).

Axiale Ringbreite

$$b = 1,25 \text{ bis } 0,75 s_1.$$

Im übrigen mit Beziehung auf Abb. 74

$$e \geq 1,2 \text{ bis } 1,5 \delta; c \geq b;$$

$$t = s_1 + 0,05 \text{ bis } s_1 + 0,2 \text{ cm.}$$

Ausgeführte Kolben. Verpufungsmaschinen: Einen Gasmaschinenkolben der Motorenfabrik Deutz zeigt Abb. 73¹⁾; der Bolzen ist zylindrisch eingepreßt.

Abb. 74 veranschaulicht den Kolben einer kleinen liegenden Gasmaschine. Abb. 75¹⁾ zeigt einen doppeltwirkenden Kolben einer Großgasmaschine (Bauart Erhardt & Seher, Zweibrücken); Kühlung mittels hohler Kolbenstange, *a* und *b* sind Kupferringe zum Abdichten.

1) Nach Güldner, s. Fußnote S. 854.

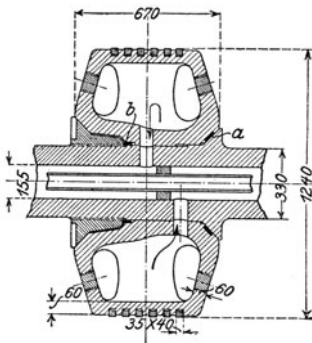


Abb. 75.

Gleichdruckmaschinen: Den Kolben eines stehenden Dieselmotors, Bauart Güldner, zeigt Abb. 76; der Bolzen ist durch Riegel gegen Drehen und seitliche Verschiebung gesichert. Der Kolbenboden ist mit Kühlrippen versehen.

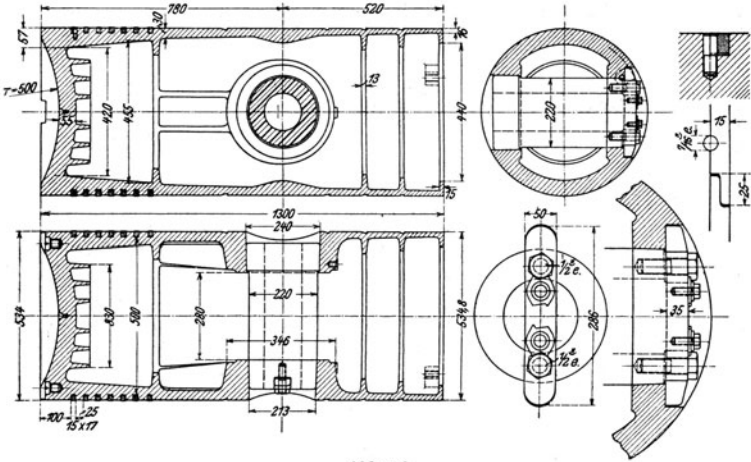


Abb. 76.

Beim Kolben der GMA. (Waggon- & Maschinenbau A.-G., Görlitz), Abb. 77, ist der Bolzen durch Querkeile gehalten, der Kolbenboden ist muldenförmig gewölbt. Aus der Abbildung ist auch die Schleuse zur Aufnahme des eingeführten Öles für die Bolzenschmierung ersichtlich.

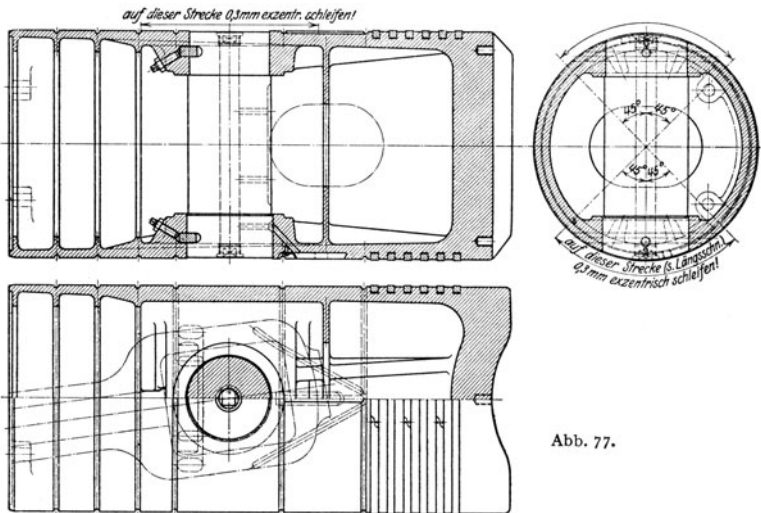


Abb. 77.

(824) Schubstangen. Berechnung der Schubstangen s. (634). Material: Flußstahl für blankbearbeitete Stangen, Stahlformguß oder schmiedbarer Tiegelguß für rohe profilierte Stangen. Schalen für Kolbenbolzenlager Phosphorbronze, für Kurbelzapfenlager Stahlguß- oder Gußeisen mit Weißmetall. Schraubenbolzen aus zähem Stahl (Elektromanganstahl oder Mannesmann-Verbundstahl). Innerer Kopf meist geschlossen, Nachstellung der Schalen an der inneren (entlasteten) Seite.

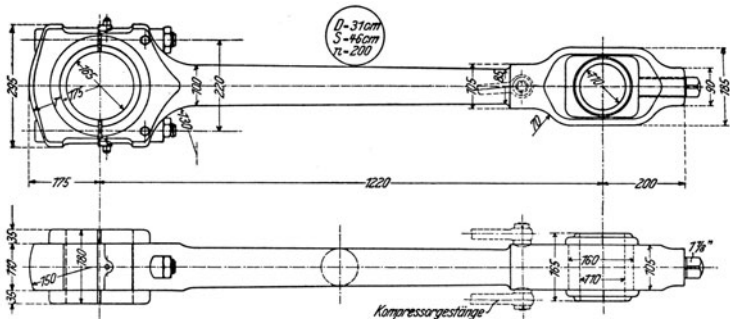


Abb. 78.

Ausgeführte Schubstangen. Abb. 78¹⁾ zeigt die Schubstange eines Gleichdruckmotors von 40 ÷ 50 PS, Bauart Gebr. Sulzer. Eine Treibstange der GMA. zeigt Abb. 79; die Zwischenlage *Z* dient zum Einstellen des Verdichtungsverhältnisses.

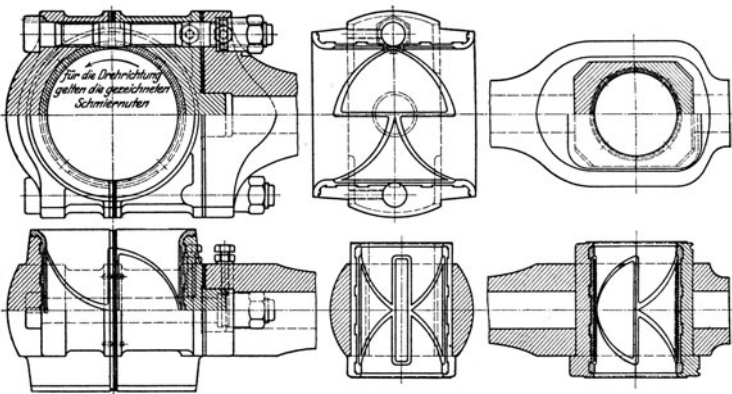


Abb. 79.

(825) Kurbelwellen. Dieselben werden stets als gekröpfte Wellen ausgeführt. Berechnung der mehrfach gekröpfte Wellen s. (632) und Güldner (s. Fußnote S. 854), der Gegengewichte s. (629).

Material der Wellen: Martinstahl.

¹⁾ Nach Güldner, s. Fußnote S. 854.

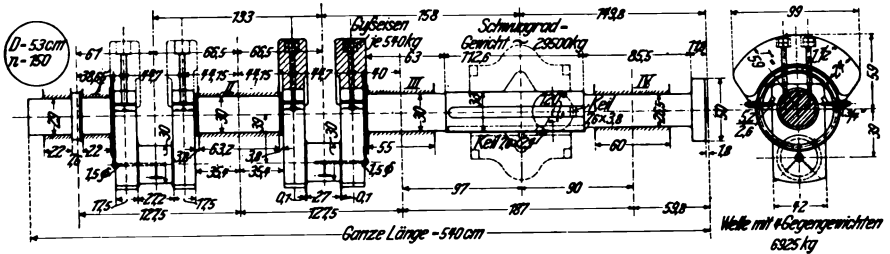


Abb. 80.

Die Kurbelwelle einer stehenden Zwillingsgasmaschine von 250 PS_e, Bauart Güldner, zeigt Abb. 80.

Wichtig ist sichere Schmierung der Kurbelzapfen. Die gebräuchlichsten Schmiereinrichtungen zeigen die Abb. 81, 82 und 83¹⁾.

Schwungradberechnung s. (650).

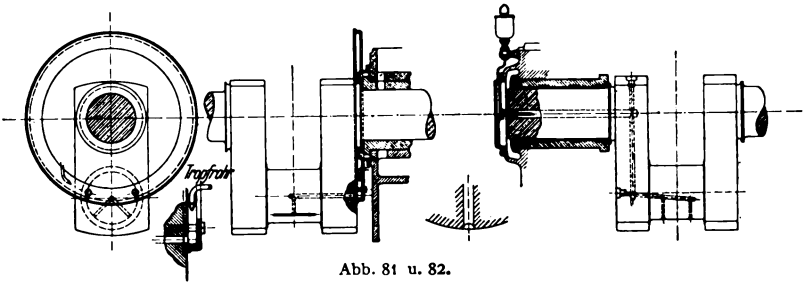


Abb. 81 u. 82.

(826) Gestelle, Grundplatten und Rahmen.
Der Auflagedruck aus Gewicht und etwaiger Massenwirkung des Triebwerkes soll bei Fundamenten aus Stampfbeton 3 bis 4, Klinkern in Zement 4 bis 5, Sandsteinquadern 5 bis 6, Granitquadern 8 bis 10 kg/cm² gewöhnlich nicht überschreiten; unterhalb der Kurbellager liegender Motoren hält man den Auflagedruck womöglich noch um $\frac{1}{4}$ bis $\frac{1}{3}$ kleiner.

1. Bockgestelle. Die Festigkeitsberechnung ergibt die Zylinder- und Mantelwandstärken für die Ausführung zu klein; mit Rücksicht auf die Gießerei und auf gelegentliches Ausbohren des Kolbenlaufes kann bei eingegossenem Zylinder

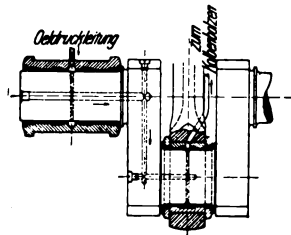


Abb. 83.

bis $D = 125$ mm	$\delta = 13$ bis 15 mm	$\delta' = 10$ mm
„ $D = 175$ „	$\delta = 16$ „ 18 „	$\delta' = 12$ „
„ $D = 200$ „	$\delta = 18$ „ 20 „	$\delta' = 13$ „
„ $D = 225$ „	$\delta = 20$ „ 23 „	$\delta' = 14$ „

gewählt werden. Bei Einsatzzylindern ist eine Verminderung von δ nach (822) zulässig.

¹⁾ Nach Güldner, s. Fußnote S. 854.

Weite des Wassermantels mindestens 3 cm; zum Entfernen des Kernsandes usw. sind Putzlöcher oder Kernlochschauben vorzusehen.

Die Ankerschrauben der Bockgestelle erhalten bei

$D = 125$	150	175	200	225 mm
etwa $3/4''$	$3/4''$	$7/8''$	$7/8''$	1" Durchmesser.

Die Bockgestelle mit obenliegender Kurbel sind nur als langsamlaufende Kleinmotoren noch anzutreffen; für größere Leistungen und Geschwindigkeiten kommt die tiefe Kurbellage zur Anwendung (Standmaschinen).

2. Gestelle für Standmaschinen. Die sog. Kastengestelle (s. z. B. Abb. 32) erhalten ein Hubverhältnis $S:D = 1$ bis 1,5; Höhe der Lagermitte von Unterfläche des Kastens 0,7 bis 1 S , über Fußboden, je nach Größe des Motors und dem Schwungrad Durchmesser, 400 bis 600 mm. Ganze Bauhöhe von Kastenunterfläche 5,5 bis 6,5 S , Seitenlänge der meist quadratischen Grundplatte 3,5 bis 4,5 D .

Stärke der Gestellwände kann genommen werden

für $D = 125$	175	225	275	325	375 mm
$\delta' = 13$	14	15	16	18	20 „

Durch Nachrechnung ist die Zugbeanspruchung im kleinsten wagerechten Querschnitt des Kastens und des etwa angegossenen Wassermantels, ferner die Biegungsbeanspruchung in den gefährlichen Querschnitten unterhalb der Kurbellager festzustellen. Es sei $\sigma_z = \sigma_b \leq 150 \text{ kg/cm}^2$.

Stärke der Ankerschrauben nicht kleiner wie für Bockgestelle angegeben.

Die A-Gestelle der Gleichdruckmotoren (s. Abb. 69) bedürfen einer besonders gründlichen Nachrechnung der meist beanspruchten oberen Übergangsstelle

der beiden Gestellbalken, von denen jeder die axiale Kraft $P = \frac{P_z}{2}$ aufzunehmen

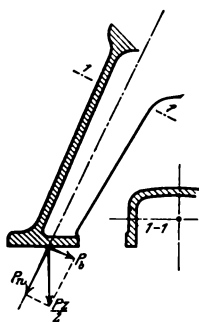


Abb. 84.

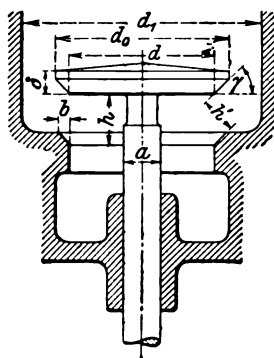


Abb. 85.

hat, Abb. 84. Man kann P an der Verbindungsstelle der Gestellfüße mit der Grundplatte in die beiden Seitenkräfte P_n und P_b zerlegen, von denen P_n fast genau in der Zentrallinie (Nulllinie) der Balkenquerschnitte liegt, diese also auf Zug beansprucht, während die senkrecht hierzu gerichtete Kraft P_b den Balken auf Biegung beansprucht. Es sei $\sigma + \sigma_b \leq 200 \text{ kg/cm}^2$.

3. Rahmen der liegenden Motoren (s. Abb. 27 und 30). Möglichst zentrale Aufnahme des Verpuffungsdruckes P_z ist zu beachten. Auftretende Biegemomente s. (642). Die Höhe der Kurbellager- und Zylindermitte über Flur soll bei kleinen Rahmen wegen der Bedienung nicht unter 700 mm, bei den größten Motoren nicht über 1200 bis 1500 mm betragen.

(827) Ventile und Antriebsnocken. Bezeichnet nach Abb. 85

$f \sim \pi d h'$ den freien Ventilquerschnitt in cm^2 (ohne Rücksicht auf den Ventilschaft),

$F = \frac{D^2 \pi}{4}$ die Arbeitskolbenfläche in cm^2 ,

V_h das einfache Kolbenhubvolumen in cm^3 ,

v die mittlere Geschwindigkeit der Gase im Ventilquerschnitt f in m/sek,

c_m die mittlere Geschwindigkeit des Arbeitskolbens in m/sek,

dann ergibt sich aus

$$f = \frac{F c_m}{v} = \frac{10000 V_h}{v} \text{ cm}^2 \quad \text{oder} \quad f = \pi d h' = \frac{\pi D^2 S n}{4 \cdot 30 v} \text{ cm}^2$$

für die bei gewöhnlichen Betriebsmotoren noch als günstig geltende mittlere Ansauge- und Ausschubgeschwindigkeit $v = 40$ bis 42 m/sek

$$d h' = \frac{D^2 S n}{120 v'} \sim \frac{D^2 S n}{5000} \text{ cm}^2.$$

Höchstwerte von v etwa 60 m/sek (bei Schnellläufern), ausnahmsweise sogar bis 90 m/sek.

Aus den Bewegungsgesetzen des Kurbelgetriebes (624) entsteht noch die Forderung

$$\pi d h' \geq \frac{\pi D^2 \pi s n}{4 \cdot 60 v} \psi \quad \text{mit} \quad \psi = \sin \alpha \left(1 \pm \frac{r}{l} \cos \alpha \right)$$

und daraus die für jede Kolbenstellung einzuhaltende kleinste Spaltweite

$$h'_i = \frac{D^2 \pi s n}{4 \cdot 60 d v} \psi \text{ cm} \quad \dots \dots \dots 5$$

oder für $v = 25$ 30 35 40 45 m/sek

$$h' = \frac{D^2 s n}{1900 d} \psi, \quad \frac{D^2 s n}{2300 d} \psi, \quad \frac{D^2 s n}{2650 d} \psi, \quad \frac{D^2 s n}{3000 d} \psi, \quad \frac{D^2 s n}{3450 d} \psi,$$

mit der Einschränkung, daß $h' < h_{\text{max}}$.

Wenn der Liderungswinkel $\gamma = 45$ 40 35 30° ,
 so ist die freie Spaltweite nur $h' = 0,707 h,$ $0,766 h,$ $0,819 h,$ $0,866 h$
 und der größte wirksame Hub $h_{\text{max}} \sim \frac{d}{2,8}$ $\frac{d}{3}$ $\frac{d}{3,3}$ $\frac{d}{3,5}$

Die übliche Annahme $h_{\text{max}} = \frac{d}{4}$ trifft nur für Ventile mit ebenen Sitzen, also $\gamma = 90^\circ$ zu.

Bei dem gebräuchlichen Verhältnis $r : l = 1 : 5$ sind Zahlenwerte für die Veränderlichkeit der Kolbenbewegung $\psi = \sin \alpha (1 \pm \frac{1}{5} \cos \alpha)$ aus der nachstehenden Tabelle zu entnehmen.

Werte von ψ .

Kolbenweg	→ vor	0,02	0,04	0,06	0,08	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50
	← zurück	0,98	0,96	0,94	0,92	0,90	0,85	0,80	0,75	0,70	0,65	0,60	0,55	0,50
$\psi =$		0,304	0,428	0,516	0,586	0,648	0,765	0,853	0,914	0,962	0,993	1,011	1,018	1,014
Kolbenweg	→ vor	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,92	0,94	0,96	0,98	1,00
	← zurück	0,45	0,40	0,35	0,30	0,25	0,20	0,15	0,10	0,08	0,06	0,04	0,02	0,00
$\psi =$		1,00	0,976	0,939	0,892	0,832	0,759	0,668	0,554	0,496	0,433	0,355	0,251	0,00

Die Werte ψ als Ordinaten mit den zugehörigen Kolbenstellungen als Abszissen liefern eine der Kolbengeschwindigkeitskurve (vgl. Abb. 103 S. 604) entsprechende Sinuskurve, aus der sich die Ventilhubkurve (h -Kurve) und damit die Form der Steuerungsnocken (s. Abb. 18, S. 834) ableiten läßt. Die ψ -Kurve soll bei entsprechendem Ordinatenmaßstab innerhalb der h -Kurve

liegen; Abb. 86 zeigt, daß dies nur bei genügender Voröffnung und Nachschließung des Ventils möglich ist.

Steuerrollendurchmesser d_w und Gleitrollendurchmesser d_r können nach folgenden Durchschnittswerten angenommen werden:

$N_e P S_e =$	2	5	10	15	20	30	40	50	60	75	100
d_w mm	32	35	35	40	40	45	45	50	50	55	60
d_r mm	40	45	50	55	60	65	70	75	80	90	105

Die Form der Nocke wird nach Abb. 87 angenommen; der innere Rastkreis ist 0,5 mm kleiner anzunehmen, damit sicherer Ventilschluß erreicht wird; erst bei Beginn des Anhubes kommt die Rolle zum Anliegen. Die Auf- und Ablaufkurven werden tangential angenommen, Abrundung a muß genügend groß sein.

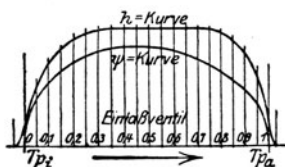


Abb. 86.

Untersuchung über die Nockenform s. W. Borth, Wirtschaftsmotor 1921, Heft 7.

Ventilkegelabmessungen. Für gesteuerte Ventile etwa

$$\delta = \sqrt{\frac{p_z (0,5 d_0)^2}{450}}$$

Der Teller ist hierbei als frei aufliegende ebene Platte betrachtet und die zulässige Anstrengung mit Rücksicht auf die hohe Temperatur und auf wiederholtes Nachdrehen der Dichtungsflächen nur zu $k_b = 400 \text{ kg/cm}^2$ angenommen. Bei selbsttätigen Ven-

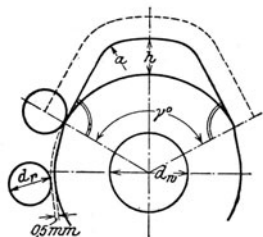


Abb. 87.

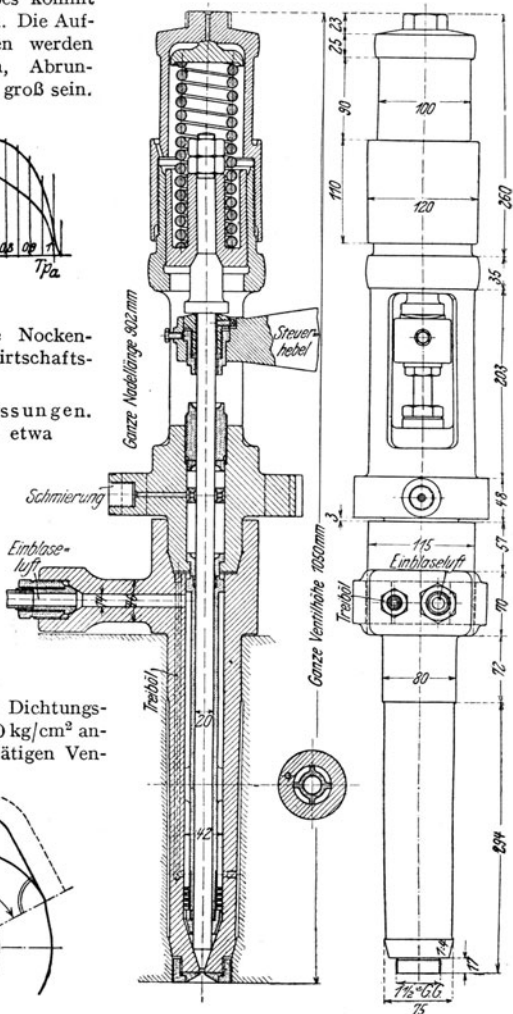


Abb. 88.

tilen kann behufs Gewichtsverminderung bis $k_b \sim 800 \text{ kg/cm}^2$ gegangen werden. Abnahme von δ nach dem Umfange etwa $\frac{4}{5}$ bis $\frac{1}{8} \delta$, wenn $d \geq 10 \text{ cm}$. Radiale Sitzbreite $b \geq 0,5 (d_0 - d) = 0,01 d + 0,4 \text{ cm}$; bei selbsttätigen Kegeln etwas mehr. Schaftstärke $a = \frac{1}{8} d + (0,5 \text{ bis } 0,8) \text{ cm}$; beim Auslaßventil vorteilhaft noch etwas größer. Lichter Durchmesser des Ventilgehäuses $d_1 \geq 1,6 d$.

Federspannung der gesteuerten Ventile von Motoren mit Drosselregelung nicht unter $0,5 \text{ kg}$ für 1 cm^2 Kegelfläche, bei selbsttätigen Ventilen je nach Umdrehungszahl und Kegelmasse $0,05$ bis $0,07 \text{ kg/cm}^2$.

Ausführung der Ventile s. Steuerung (800) und (817). Auslaßventile erhalten auswechselbaren Teller, meist aus Gußeisen. Große Ventile müssen auch im Teller gekühlt werden. Der Ventilhub soll möglichst klein werden wegen der Beschleunigungsverhältnisse, die Querschnitte müssen jedoch reichlich bemessen sein.

Anlaßventile insbesondere für Dieselmotoren erhalten zweckmäßig einen inneren Sitzdurchmesser von $\frac{1}{9}$ bis $\frac{1}{11}$ des Zylinderdurchmessers. Die Spindel ist zwecks Entlastung vom Luftdruck in der Führung auf den Ventildurchmesser zu verstärken oder es ist ein Führungskolben aufzusetzen evtl. mit Dichtungen, vgl. Abb. 56, S. 852.

(828) Brennstoffventile für Gleichdruckmaschinen (vgl. auch Gemischbildung (815)). Nach Güldner können folgende Ausführungsmaße angenommen werden:

Zylinderleistung	25	50	80	100	125	150 PS _e
Stärke der Nadel	11	13	15	18	20	22 mm
Hub der Nadel	2,5	2,5	3	3	3,5	3,5 „
Lochweite der Düsenplatte	2	2,5	3	3,5	4	4 „

Anzahl der Lochplatten durchweg vier.

Nach Dr. Koenemann (Z. 1916, S. 1080) kann der Durchmesser der Düsennadeln in mm angenommen werden $d^2 = 1,5 N$ für Viertakt-, $d^2 = 3,2 N$ für Zweitaktmaschinen, wenn N die Zylinderleistung. Nach Magg ist der Durchmesser des Loches in der Düsenplatte $d = \sqrt{0,2 N}$ mm.

Die Ausführungen der Brennstoffventile zeigen mehr oder weniger übereinstimmende Formen. Abb. 88 zeigt ein Brennstoffventil mit Lochplatten, Bauart Güldner, für 80–100 PS. Bei schwer entzündlichen und schwer zersetzlichen Treibölen wird im Ventil an der Nadel etwas Zündöl vorgelagert, das zuerst in den Zylinder gelangt und durch die Verbrennung Wärme für die Zersetzung des Treiböles erzeugt (vgl. (782)). Als Zündöl wird meist Gasöl (s. (788)) verwendet.

Ein Brennstoffventil mit Düsenpaltzerstäuber, Bauart MAN, für Betrieb mit Treiböl und Zündöl zeigt Abb. 89.

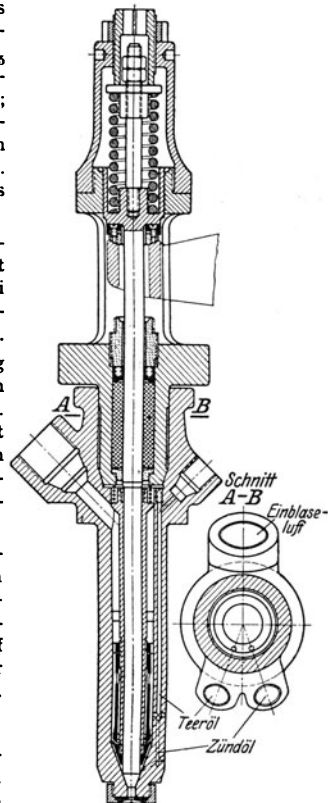


Abb. 89.

Brennstoffpumpen.

(829) **Bemessung der Brennstoffpumpen.** Wirkungsweise und Regelprinzip s. (819).

Der nutzbare Pumpenhubraum V ist kleiner als der ganze Hubraum V_p . $V = \eta_l V_p$, wenn $\eta_l = s_n : s$ das Verhältnis der nutzbaren Pumpenhubes s_n zum gesamten Hub s (vgl. Abb. 67), wobei für Vollast $\eta_l = 0,25$ bis $0,5$, im Mittel $0,37$. η_l kann aus dem Förderdiagramm Abb. 67 bzw. 68 entnommen werden, oder es sind mit Annahme von η_l die Winkel im Förderdiagramm festgelegt.

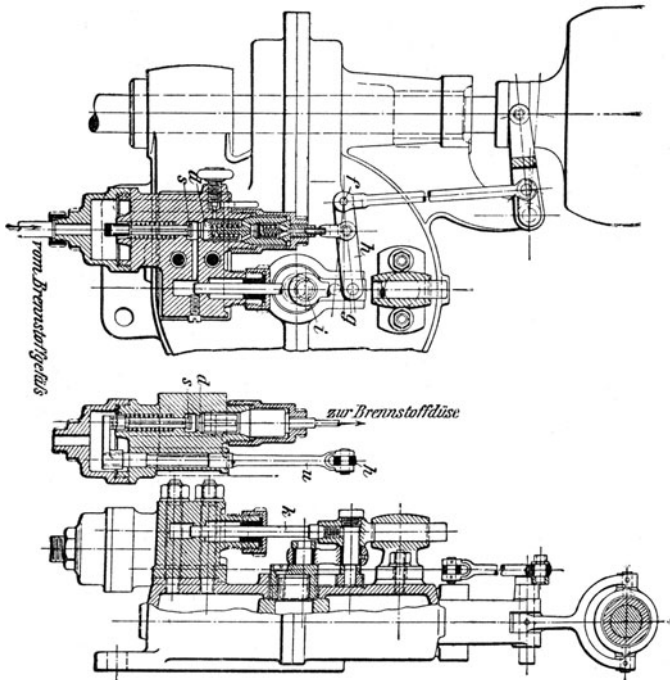


Abb. 90.

Bezeichnet N die normale volle Leistung in PS, B den Brennstoffverbrauch in g/PS-st, γ das spez. Gewicht des Brennstoffes in kg/ltr oder in g/cm³, n die Umdrehungszahl in der Minute und i die Anzahl der Umdrehungen für ein Arbeitsspiel ($i = 2$ für Viertakt, $i = 1$ für Zweitakt), so ist bei $60n : i$ Arbeitspielen in der Stunde das Brennstoffvolumen für einen Pumpendruckhub

$$V = \frac{BNi}{60n\gamma} \text{ cm}^3 \dots \dots \dots 6$$

z. B. für $N = 50$ PS, $B = 195$ g/PS-st, $n = 200$, $\gamma = 0,9$, und Viertakt ist

$$V = \frac{50 \cdot 195 \cdot 2}{60 \cdot 200 \cdot 0,9} = 1,8 \text{ cm}^3.$$

Das Verhältnis des nutzbaren Pumpenhubraumes zum Hubraum des Arbeitszylinders, der für 1 PS 5,5 bis 6 ltr in der Sekunde beträgt, also für N PS bei Viertakt je Arbeitshub

$$V_h = \frac{5,5 \cdot N \cdot 60}{i \cdot n} = \frac{330 \cdot N}{i \cdot n} \text{ ltr} = \frac{330000 \cdot N}{i \cdot n} \text{ cm}^3,$$

ist mit Gl. 6

$$\frac{V}{V_h} = \frac{B N i}{60 n \gamma} \cdot \frac{n \cdot i}{330000 N} = \frac{B \cdot i^2}{60 \cdot \gamma \cdot 330000}$$

z. B. mit obigen Werten

$$\frac{V}{V_h} = \frac{195 \cdot 4}{60 \cdot 0,9 \cdot 330000} = \sim 1 : 15000.$$

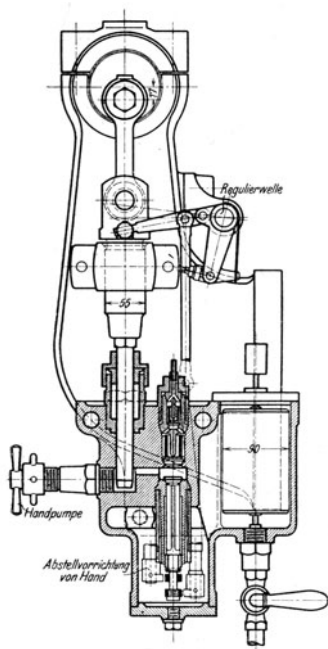


Abb. 91.

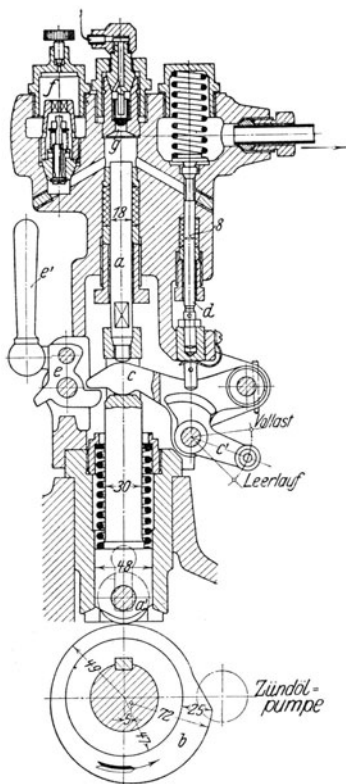


Abb. 92.

Der Lieferungsgrad η_l wird zweckmäßig nicht über 0,5 angenommen, bei kleinen Leistungen kleiner. Damit ist dann der ganze Pumpenhubraum $V_p = V : \eta_l$ bestimmt.

Meist wird der Pumpenhub s etwas größer als der Kolbendurchmesser d gewählt, man geht nicht unter $d = 10$ mm und nicht über $s = 45$ mm. Die Zündölmenge ist etwa $\frac{1}{4}$ bis $\frac{1}{5}$ der Treibölmenge, demgemäß ist die Zündöl-pumpe zu bemessen. Die Menge bleibt bei allen Belastungen gleich. Der Kolben wird aus Nickelstahl gefertigt.

Pumpengehäuse aus bestem dichtem Gußeisen oder Schmiedeeisen; alle Hohlräume im Druckraum werden zweckmäßig aus dem Vollen herausgearbeitet. Luftsäcke sind zu vermeiden, nötigenfalls Entlüftungen vorzusehen.

Für die Ventile sind Ausführungsriicksichten maßgebend, da Berechnung zu geringe Abmessungen ergibt. Der Saugventilhub ist vom Mitnehmerweg abhängig, Druckventilhub bis 3 mm, zweckmäßig 2 Druckventile (vgl. (819) u. (830)). Ventilkegel aus Phosphorbronze.

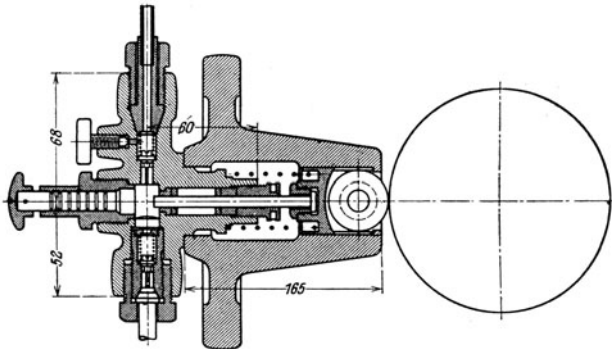


Abb. 93.

(830) Ausgeführte Brennstoffpumpen. Eine Brennstoffpumpe der MAN zeigt Abb. 90, die Wirkungsweise ist dieselbe, wie (819) erläutert.

Antrieb des Pumpenkolbens *k* durch Stirnkurbel *i* von der Steuerwelle aus; gleichartige Bewegung des Mitnehmers *u* durch den in *g* an der Kolbenführung angreifenden Hebel *h*. Regelung durch Verstellen des Hebelpunktes *f* vom Regler aus.

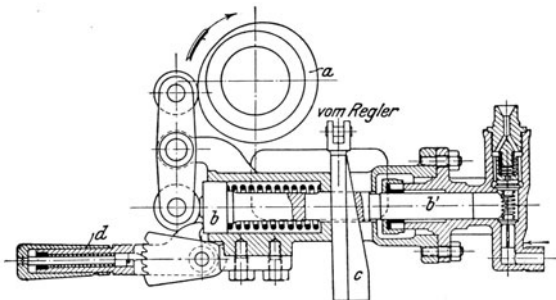


Abb. 94.

Ähnlich ist die Brennstoffpumpe der Linke-Hoffmann-Werke, Breslau, Abb. 91.

Eine Pumpe für Teeröl der Motorenfabrik Deutz zeigt Abb. 92.

Kolben *a* wird durch eine Nockenscheibe *b* mittels Rolle *a'* bewegt, die Saugbewegung erfolgt durch eine Schraubenfeder; *f* ist Saug-, *g* Druckventil. Die Regelung erfolgt durch längeres oder kürzeres Offenhalten eines besonderen Rückstromventils *d* mittels Hebels *c* und des vom Regler gedrehten Mitnehmerhebels *c'*. *e*, *e* sind Hebel zum Pumpen von Hand und zum Abstellen.

Bei Betrieb mit Zündöl kann von derselben Nockenscheibe aus eine Zündöl-pumpe angetrieben werden, die in Abb. 93 dargestellt ist.

Eine andere Art der Regelung der Treibölmenge hat die Brennstoffpumpe von Gebr. Körting, Abb. 94¹⁾.

Der Pumpenkolben *b'* wird mittels Druckstück *b* durch die unrunde Scheibe *a* bzw. durch eine Schraubenfeder bewegt. Durch Verstellen des Keiles *c* vom Regler aus wird der Saughub begrenzt und dadurch die Ölmenge verändert. Handhebel *d* dient zum Auffüllen der Leitungen und zum Ausschalten der Pumpe, wozu auch die Sperrvorrichtung angeordnet ist, mittels deren bei Zündölpumpen auch die Zündölmenge eingestellt wird.

Einblaspumpen.

(831) Bemessung der Pumpen. Der Druck, auf den verdichtet werden muß, beträgt 50 bis 80 at. Die Pumpen werden zweistufig oder auch dreistufig ausgeführt mit Zwischenkühlung und Kühlung am Ende der Verdichtung, um Öl-explosionen im Luftbehälter zu verhindern.

Der Hubraum wird größer als erforderlich, um auch im Betriebe die Anlaßgefäße auffüllen zu können; bei normalem Betrieb wird also mit stark gedrosseltem Saugventil oder sonstwie vermindertem Lieferungsgrad η_l gearbeitet. Der Luftbedarf wird nicht nach der Anlaßluftmenge, sondern nach der Einblase-menge angenommen, er ist schwer rechnerisch zu bestimmen und wird deshalb nach Erfahrung angenommen.

Nach Güldner kann zugrunde gelegt werden für ortsfeste Maschinen

	8—20	20—40	50—100	über 100 PS _e Leistung
von				
ein Ansaug-				
volumen von				
für 1 PS _e }	10	9	8	7 ltr/min

Das Verhältnis der Hub-räume von Niederdruckkolben zum Arbeitskolben ist für Vier-takt, wenn der Arbeitskolben-hubraum 6 ltr/sek für 1 PS_e ge-setzt wird und die Pumpe im Zweitakt arbeitet

$$\frac{V_p}{V_A} = 10 : \frac{60 \cdot 6 \cdot 2}{4} = 1 : 18$$

bis

$$7 : \frac{60 \cdot 6 \cdot 2}{4} = 1 : 26$$

im Mittel etwa 1:20. Werden die Lieferungsverluste berücksichtig, so ist das Verhältnis im Mittel 1:15, also etwa 4 ltr/min für 1 PS_e. In Wirk-lichkeit beträgt der Verbrauch an Einblasluft etwa 3 ltr/min für 1 PS_e, bei kleineren Maschi-nen etwas mehr.

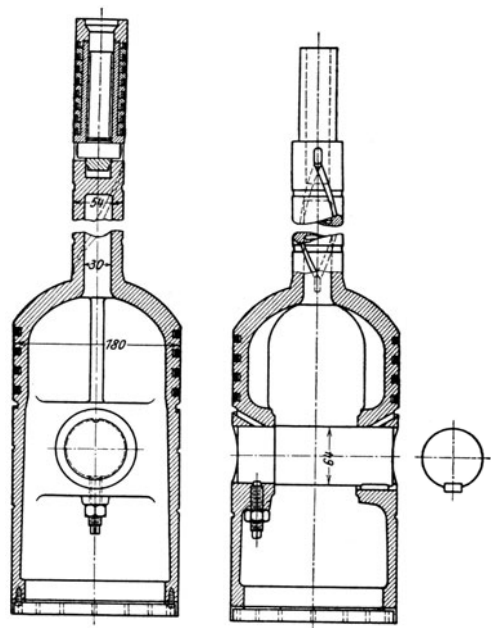


Abb. 95.

¹⁾ Aus Güldner, s. Fußnote S. 854.

Die Kolben werden als Stufenkolben ausgeführt. Die Ventile erhalten nach bewährten Ausführungen als freie Querschnitte für

Saugventile $\sim \frac{1}{6}$ bis $\frac{1}{8}$ } der bezüglichen Kolbenfläche.
 Druckventile $\frac{1}{8}$ bis $\frac{1}{12}$ }

Der Hub soll klein gehalten werden, etwa $\frac{1}{6}$ bis $\frac{1}{8}$ des Durchmessers, die Luftgeschwindigkeit in dem Ventil beträgt ~ 30 m/sek, in den Druckventilen bis 70 m/sek. Die Ventile sind durchweg selbsttätig, deshalb möglichst leicht auszuführen (s. auch „Kompressoren“).

Die Ventildfedern belasten die Ventile mit 0,05 bis 0,4 kg je cm^2 Ventilfläche bei Tellerventilen und mit 0,008 bis 0,015 kg bei Plattenventilen.

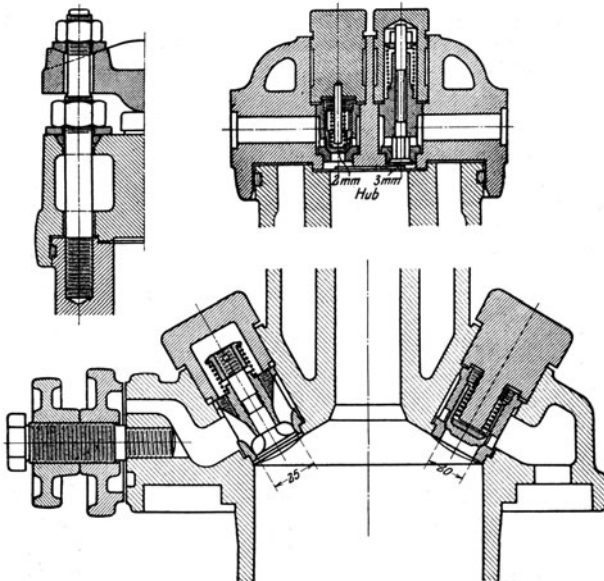


Abb. 96.

Für die Kühlung sind an Frischwasser bei 40° Erwärmung 20—30 ltr für die PS_6 und Stunde, bei rückgekühltem Wasser etwa 3 ltr für die PS_6 und Stunde Zusatz erforderlich.

(832) Ausgeführte Einblaspumpen. Der Antrieb erfolgt entweder durch Stirnkurbel von der Kurbelwelle aus, der Kompressor sitzt dann neben dem Zylinder, Abb. 98, oder von der Schubstange des Arbeitszylinders aus durch Schwinghebel, der Kompressor befindet sich dann vor oder hinter dem Zylinder (vgl. Abb. 70). Stehende Anordnung ist besser als liegende.

Die Kolben erhalten Dichttringe, die Berechnung, Schmierung und Befestigung der Kolbenbolzen ist dieselbe wie beim Arbeitskolben, der Flächendruck wird mit 50 bis 65 kg/cm^2 angenommen. Einen Kolben zeigt Abb. 95¹⁾ der Linke-Hoffmann-Werke.

Die Ventile werden sehr verschiedenartig ausgeführt. Eine Ausführung der Motorenfabrik Deutz zeigt Abb. 96. Weitere Formen s. unter Kompressoren.

¹⁾ s. Fußnote S. 853.

Die Kühlung erfolgt durch Kühlmäntel und durch in diesen oder in besonderen Kühlern verlegte Rohrschlangen, durch welche die Luft strömt.

Die Gesamtanordnung einer Luftpumpe der GMA zeigt Abb. 97 mit Antrieb von der Kurbelwelle aus. Ein besonderes Gestell hat der Kompressor der Linke-Hoffmann-Werke, Abb. 98¹⁾; die Niederdruckstufe hat Saugschlitzte.

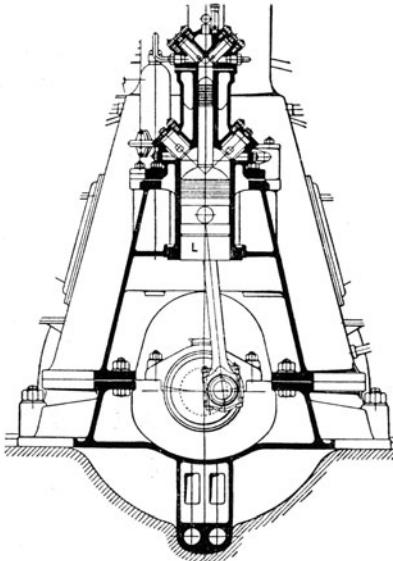


Abb. 97.

Zubehör.

(833) Druckluftbehälter. Anlaßgefäße für Verpuffungsmaschinen, deren Anlaßdruck 15 bis 25 at beträgt, werden mit wenigstens 10 ltr/PS_e oder gleich dem zehnfachen Hubraum des Arbeitszylinders bemessen.

Gleichdruckmaschinen erhalten meist 2 Anlaßgefäße (eines als Reserve), deren jedes bei einem Druck bis 55 at mit 3 ltr/PS_e bis 5 ltr/PS_e (bei kleinen Maschinen) bemessen wird.

Das Einblasegefäß der Gleichdruckmaschinen wird mit 0,8 bis 1 ltr/PS_e, bei kleinen Maschinen bis 1,5 ltr/PS_e bemessen; der Druck beträgt bis 80 at, der Probedruck 150 at.

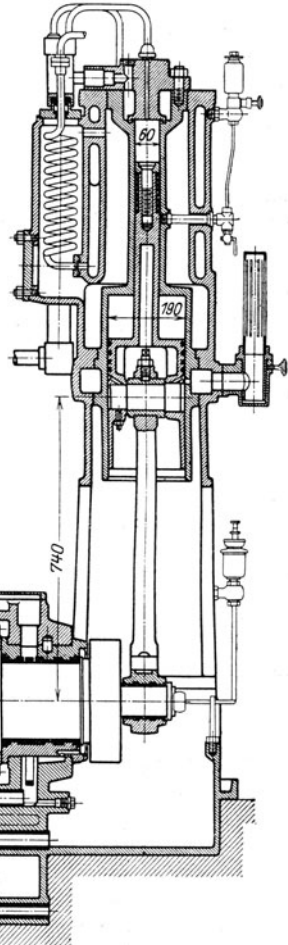


Abb. 98.

¹⁾ s. Fußnote S. 853.

Anlaßgefäße sind zwecks gegenseitigen Auffüllens durch absperrbare Leitungen miteinander verbunden. Ferner müssen die Behälter mit einer Abblaseleitung versehen werden, die bis auf den Boden des Gefäßes führt, um das mitgerissene Öl, das zu Störungen und Behälterexplosionen führen könnte, zu entfernen. Die Ventile zum Abblasen und Absperrn, ferner häufig ein Sicherheitsventil sind im Ventilkopf der Behälter angeordnet. Die Gefäße werden nebeneinander aufgestellt, der Druck muß durch Manometer deutlich erkennbar sein.

(834) Brennstoffbehälter für Gleichdruckmaschinen. Aus dem Kesselwagen wird das Öl in einen Vorratsbehälter abgelassen, der bei Anfuhr im Eisenbahnkesselwagen etwa 15 t, bei Straßentransportwagen 2 bis 3 m³ aufnehmen muß. Vom Vorratsbehälter wird das Öl in das Betriebsgefäß gepumpt, das für 10 bis 12 Betriebsstunden reicht, von diesem läuft es in die Meßgefäße und in die Filtriergefäße, die mindestens Öl für 3 Betriebsstunden fassen. Die Filtriergefäße müssen wechselweise abschaltbar sein, um während des Betriebes die Filter reinigen zu können. Vom Filter läuft das Öl in das Schwimmergefäß an der Brennstoffpumpe (vgl. Abb. 65 u. 71).

Zur Brennstoffversorgung der Maschine gehören noch die erforderlichen Leitungen und Pumpen. Die Abdichtung muß sorgfältig erfolgen mit in Leim getränkter Asbestpappe oder Kupferblech.

(835) Auspufftöpfe und -leitungen Vollkommene Schalldämpfung nur bei Fassungsraum von etwa 20fachem Hubvolumen des Zylinders erreichbar, meist wird nur 6- bis 8faches Hubvolumen ausgeführt; günstig mehrere Töpfe hintereinander und darnach gemauerte Kanäle und Kammern.

Wandstärke der gußeisernen Töpfe vom Durchmesser D_t (in cm)

$$\delta = \frac{D_t}{50} + 0,6 \text{ cm (doch mindestens } \delta \geq 1,5 \text{ cm);}$$

Höhe etwa: $H = 1,25$ bis $1,75 D_t$.

Von $D_t \sim 100$ cm an werden die Töpfe in Schmiedeeisen ausgeführt und die Blechstärken, mit Rücksicht auf Fehlzündungen in den Auspuffleitungen, auf mindestens 5 at berechnet.

Auspuffleitung. Rohrquerschnitt bis zum Auspufftopf, je nach der Entfernung, gleich dem 1,15- bis 1,3fachen freien Ventilquerschnitt. (Mittlere Ansaug- und Ausschubgeschwindigkeit in den Ventilen $v \geq 25$ m/sek.)

Die Auspuffleitung ist in der Nähe der Maschine mit einem Kühlmantel zu umgeben. Bei Verlegung der Leitung Wärmedehnung beachten!

(836) Luft-, Gas- und Kühlwasserleitungen.

Luftleitung. Sofern das Volumen des Brennstoffes gegenüber demjenigen der Luft klein ist,

$$d = \sqrt{\frac{D^3 s \eta}{30 v_g}} \text{ m (D und S sind in m einzusetzen).}$$

$v_g \sim 20$ m/sek bei kurzen Leitungen; für lange Leitungen geht man bis auf $v_g \sim 10$ m/sek herunter.

Nimmt das Brenngas einen wesentlichen Teil der Ladungsmenge ein (z. B. bei Kraftgasmotoren), so kann d entsprechend kleiner gehalten werden. Mittelwerte für Anlaßdruckluftleitungen gibt untenstehende Tabelle.

Gasleitungen. Die Rohrweiten für Leuchtgas enthält die folgende Tabelle. Leitungen für Kraftgas können nach der Gasmenge C_g für einen Laughub (vgl. (794)) bemessen werden, man macht sie häufig ebenso weit wie die Luftleitungen.

Abmessungen von Rohrleitungen für normale Verbrennungsmotoren.

Motorleistung PS _e	Leuchtgasleitung Zoll	Gasmessergröße Anzahl der Flammen	Kühlwasserzuleitung Zoll	Kühlwasserableitung Zoll	Druckluftleitung zum Anlassen Zoll
2	3/4	20	1/2	3/4	.
4	1	30	1/2	3/4	.
6	1	40	1/2	7/8	.
8	1 1/4	50	1/2	7/8	.
10	1 1/4	60	3/4	1	.
12	1 1/2	80	3/4	1	.
15	1 1/2	100	3/4	1	.
20	2	150	3/4	1	1 1/4
25	2	150	7/8	1 1/4	1 1/4
30	2 1/2	200	7/8	1 1/4	1 1/2
35	2 1/2	200	1	1 1/4	1 1/2
40	3	250	1	1 1/4	1 1/2
50	3	250	1 1/4	1 1/2	1 3/4
60	3 1/2	300	1 1/4	1 1/2	1 3/4
70	3 1/2	300	1 1/2	1 3/4	2
80	3 1/2	350	1 1/2	1 3/4	2
100	4	400	1 3/4	2	2 1/4
125	4	400	1 3/4	2	2 1/4
150	4 1/2	450	2	2 1/2	2 1/2

Kühlwasserleitung. Lichte Weite der Zuleitung etwa

$$d = \sqrt[3]{0,15 N_n} \text{ cm,}$$

wenn N_n die Nennleistung des Motors und (sehr reichlich) ein Verbrauch an Frischwasser von 40 ltr für 1 PS_e-st und eine Durchflußgeschwindigkeit von 0,95 m/sek vorausgesetzt wird. Weite der Ableitung — je nach Gefälle und Länge —

$$d_1 = 1,25 \text{ bis } 1,75 d.$$

Die vorstehende Tabelle enthält abgerundete Mittelwerte für die Kühlwasserzu- und -ableitung.

(837) Regeln für Leistungsversuche an Gasmaschinen und Gaserzeugern,

aufgestellt vom Verein deutscher Ingenieure, dem Verein deutscher Maschinenbauanstalten und dem Verband von Großgasmaschinenfabrikanten im Jahre 1906.

Allgemeine Bestimmungen.

Gegenstand der Untersuchungen.

- Gegenstand der Untersuchung einer Kraftgaserzeugungsanlage kann sein:
 - die Menge, die Zusammensetzung und der Heizwert des verbrauchten Brennstoffes;
 - die Menge, die Zusammensetzung und der Heizwert des erzeugten Gases;
 - der Wirkungsgrad der Gaserzeugungsanlage;
 - die einzelnen in der Gaserzeugungsanlage stattfindenden Wärmeverluste;
 - die Menge der in 1 cm³ Gas enthaltenen Verunreinigungen (Staub, Teer, Schwefel usw.);
 - der Feuchtigkeitsgehalt des Gases;
 - der Wasserverbrauch der Gaserzeugungsanlage, insgesamt und in den einzelnen Teilen;
 - die zum Betrieb einschließlich der Reinigungsanlage erforderliche mechanische Arbeit;
 - die Dauer des Anblasens;
 - der Abbrand während der Tag- und Nachtpausen.
- Gegenstand der Untersuchung einer Verbrennungskraftmaschine kann sein:
 - die indizierte Leistung und die Nutzleistung;
 - der mechanische Wirkungsgrad;
 - der Brennstoffverbrauch und der Wärmeverbrauch für 1 PS-st;
 - der Verbrauch an Schmiermitteln, getrennt für Zylinder und Maschine;
 - der Verbrauch an Wasser und die ins Kühlsasser abgeführte Wärme;
 - die Schwankungen der Umlaufzahl;
 - die Zusammensetzung der Abgase.

Zahl und Dauer der Untersuchungen; zulässige Schwankungen.

3. Zahl und Dauer der Versuche haben sich nach dem Zwecke der Untersuchung zu richten und sind unter Berücksichtigung der Anlage- und Betriebsverhältnisse — bei Versuchen von besonderer Wichtigkeit, deren Ergebnisse z. B. für die Abnahme, für Abzüge oder Prämien maßgebend sind, auch nach der Bedeutung des damit verknüpften Interesses — gemäß Nr. 4 bis 8 zu bemessen und vorher zu vereinbaren.

4. Abnahmeversuche sollen möglichst bald nach Inbetriebnahme einer Anlage ausgeführt werden; jedoch wird dem Lieferanten zu eigenen Vorversuchen und zu den etwa nötigen Verbesserungen eine angemessene Frist eingeräumt. Die Dauer dieser Frist und sonstige Bedingungen sind möglichst bei Abfassung des Lieferungsvertrages festzustellen.

5. Um die zu untersuchende Anlage im Betriebe kennenzulernen, die zur Verwendung kommenden Vorrichtungen zu prüfen und die Beobachter und Hilfskräfte anzuweisen, müssen Vorversuche zugelassen werden.

6. Handelt es sich um die Ermittlung des Brennstoffverbrauches von Gaserzeugern, so hat der Versuch im Beharrungszustand mindestens acht Stunden ohne Unterbrechung zu dauern.

7. Handelt es sich um die Bestimmung des Verbrauches an flüssigem oder gasförmigem Brennstoff, so genügen, den Beharrungszustand vorausgesetzt, bei den hohen Belastungsstufen Messungen von etwa einstündiger Dauer, und falls außerdem der Verbrauch bei niedrigeren Belastungen ermittelt werden soll, hierfür Messungen von noch kürzerer Dauer. Um den Beharrungszustand nachzuweisen, ist die Temperatur des abfließenden Kühlwassers von Zeit zu Zeit abzulesen. Bei den vorstehenden Zeitangaben ist vorausgesetzt, daß keine Unterbrechung oder Störung des Versuches stattfindet, und daß Zwischenablesungen für den Verbrauch nur wenig voneinander abweichende Werte ergeben.

8. Soll lediglich der mechanische Wirkungsgrad einer Verbrennungskraftmaschine festgestellt werden, so genügen Versuche von kurzer Dauer im Beharrungszustand; doch sind mindestens 10 Diagrammsätze zu nehmen.

9. Für Untersuchungen von besonderer Wichtigkeit sind mindestens zwei Versuche hintereinander auszuführen, die nur dann als gültig erachtet werden, wenn sie nicht durch Störungen unterbrochen worden sind und wenn ihre Ergebnisse nicht mehr voneinander abweichen, als unvermeidlichen Beobachtungsfehlern zugeschrieben werden darf. Der Mittelwert aus diesen beiden Versuchen wird als endgültig angenommen.

10. Wie weit von der zugesagten Leistung und von dem zugesagten Verbrauch abgewichen werden darf, ohne die Zusage als verletzt erscheinen zu lassen, ist vor den Versuchen (sei es im Lieferungsvertrage, sei es bei Aufstellung des Versuchsplanes) zu vereinbaren. Ist keine andere Vereinbarung getroffen, so gilt die Zusage noch als erfüllt, wenn die durch den Versuch ermittelte Zahl um nicht mehr als 5% ungünstiger ist als die zugesicherte Zahl. Doch gilt dieser Spielraum für die Leistung nur bezüglich einer außer der Dauerleistung zugesagten Höchstleistung. Die zugesagte Dauerleistung muß die Maschine unter allen Umständen aufweisen. Innerhalb derselben Grenzen muß der zugesicherte Verbrauch an Brennstoff oder Wasser auch dann noch innegehalten werden, wenn bei Schwankungen während des Versuches die Belastung der Maschine im Mittel während des ganzen Versuches um nicht mehr als $\pm 5\%$, im einzelnen in der Regel um nicht mehr als $\pm 15\%$ von der dem zugesicherten Brennstoff- oder Wasserverbrauch zugrunde gelegten Beanspruchung der Belastung abgewichen ist.

Bemerkung. Da es bei Leistungsversuchen oft nicht möglich ist, die Verbrennungskraftmaschine mit derjenigen Nutzleistung arbeiten zu lassen, auf die sich die im Vertrage ausgesprochene Zusage bezieht, so empfiehlt es sich, auch für größere und kleinere Leistungen Zahlen des voraussichtlichen Brennstoffverbrauches in den Vertrag aufzunehmen. Dasselbe gilt sinngemäß auch für Kraftgaserzeuger.

Maßeinheiten und Benennungen.

11. Bei Druckangaben ist stets beizufügen, ob absoluter, Ober- oder Unterdruck zu verstehen ist. Unter Atmosphäre als Druckbezeichnung ist die metrische, d. h. 1 kg/cm², zu verstehen.

12. Alle Temperatur- und Wärmemessungen beziehen sich auf das 100teilige Thermometer von Celsius.

13. Als mechanisches Wärmeäquivalent gilt der Wert 427 mkg = 1 WE, entsprechend 1 PS-st = 632 WE.

14. Als Heizwert eines Brennstoffes ist der untere Heizwert einzusetzen, d. h. diejenige Wärmemenge, die bei der vollständigen Verbrennung des Brennstoffes und bei der Abkühlung der Verbrennungserzeugnisse auf die ursprüngliche (Zimmer-)Temperatur unter konstantem Druck frei wird, falls angenommen wird, daß das Verbrennungswasser und die in dem Brennstoff enthaltene Feuchtigkeit dampfförmig bleiben. Der Heizwert ist auf die Einheitsmenge ursprünglichen Brennstoffes (ohne Abzug von Asche, Feuchtigkeit usw.) bezogen in WE anzugeben. Bei festen und flüssigen Brennstoffen gilt als Einheitsmenge 1 kg Brennstoff. Der Heizwert von gasförmigen Brennstoffen ist auf 1 cm³ bei 0° und 760 mm Barometerstand bezogen oder als „effektiver“ Heizwert, d. h. bezogen auf 1 cm³ des tatsächlich vorliegenden Gases, in WE anzugeben. Falls keine weiteren Angaben gemacht sind, ist immer der auf 0° und 760 mm Barometerstand reduzierte Heizwert gemeint.

15. Unter dem Wirkungsgrad einer Gaserzeugungsanlage versteht man das Verhältnis der in dem erzeugten Gase chemisch gebundenen Wärmemenge zu der Verbrennungswärme der gesamten in der Anlage verbrauchten Brennstoffmenge, beide aus dem unteren Heizwert berechnet.

Bemernung. Bei Kraftgasanlagen mit einem besonders geheizten Dampfkessel empfiehlt es sich, auch das Verhältnis der im erzeugten Gase chemisch gebundenen Wärmemenge zu dem Heizwert des lediglich im Generator hierzu aufgebrauchten Brennstoffes zu bestimmen.

16. Für die Leistung einer Verbrennungskraftmaschine gilt als Maßeinheit die Pferdestärke gleich 75 Sekundenmeterkilogramm. Es ist unzweifelhaft auszudrücken, ob die indizierte oder die Nutzleistung gemeint ist. Falls keine weitere Bezeichnung angegeben, ist stets die Nutzleistung gemeint.

17. Als indizierte Leistung der Maschine oder indizierte Leistung schlechthin gilt der Unterschied zwischen den im ganzen erzeugten und den im ganzen hiervon innerhalb der Maschine verbrauchten indizierten Arbeiten, oder kurz: der Unterschied zwischen der positiven und der negativen indizierten Leistung. Leerlaufarbeit ist die indizierte der Maschine in dem Zustand, in dem sie keine Nutzarbeit leistet.

18. Der mechanische Wirkungsgrad ist das Verhältnis der Nutzleistung zur indizierten Leistung der Maschine.

19. Alle Verbrauchszahlen sind auf die Stunde und, falls sie mit der Leistung der Maschine verglichen werden sollen, auf 1 PS-st zu beziehen. Wenn nichts anderes bestimmt ist, beziehen sich diese Angaben auf die Nutzleistung bei voller Belastung.

Ausführung der Untersuchungen.

20. Handelt es sich um die Messung des in einem Gaserzeuger erzeugten Gases oder des in einer Maschine verbrauchten Brennstoffes, so sind alle für den Versuch nicht zur Anwendung kommenden Leitungen von den Versuchsleitungen, dem Generator und der Versuchsmaschine abzusperrten, am besten mittels Blindflansche. Die Versuchsleitungen, Gasbehälter usw. sind auf ihre Dichtigkeit zu prüfen und zu dichten. Unvermeidliche Undichtigkeitsverluste sind, zumal bei gemauerten Gaskanälen, festzustellen.

Untersuchung des Brennstoffverbrauches einer Kraftgasanlage.

21. Art, Zahl und Dauer der Versuche sind nach Maßgabe der „Allgemeinen Bestimmungen“ (Nr. 1 bis 10) zu vereinbaren.

22. Die Konstruktions- und Betriebsverhältnisse der Kraftgasanlage sind im Versuchsberichte so vollständig anzugeben und durch Zeichnungen zu erläutern, wie es zur Beurteilung der Wirkungsweise und der Prüfungsergebnisse erforderlich ist.

23. Vor dem Versuch ist die Kraftgasanlage innerlich und äußerlich auf ihren ordnungsmäßigen Zustand zu prüfen.

24. Der im Gaserzeuger verbrauchte Brennstoff wird gemessen durch das Gewicht des Brennstoffes, der während des Versuches nachgefüllt werden muß, damit der Generator am Ende des Versuches genau denselben Inhalt an im Brennstoff chemisch gebundener und an freier Wärme besitzt wie zu Anfang des Versuches. Zur Erfüllung dieser Bedingung ist es nicht ausreichend, daß die Schütthöhe am Ende gleich ist wie am Anfang; vielmehr muß auch beachtet werden, welchen Einfluß die im Generator enthaltenen Aschen- und Schlackenmengen, die Lage der Glühzone, die Bildung von Hohlräumen, die Dichte der Generatorfüllung und die chemische Beschaffenheit der in Verbrennung begriffenen Brennstoffteile auf den Wärmeinhalt des Generators ausüben.

Um der geforderten Bedingung zu genügen, sind folgende Vorschriften zu erfüllen:

25. Bei Beginn des Versuches muß sich die Anlage tunicht im Beharrungszustande befinden, sie muß deshalb nach der Reinigung einen oder mehrere Tage im Betriebe gewesen sein, und zwar mit Brennstoff von derselben Beschaffenheit und Korngröße, bei derselben Schütthöhe, bei derselben Art der Bedienung hinsichtlich des Nachfüllens von Brennstoff und des Schlackens und derselben Beanspruchung wie während des Versuches.

26. Während des Versuches soll der Gaserzeuger möglichst nach den Bedienungsvorschriften beschickt und geschürt werden; die Schütthöhe muß zu Anfang und zu Ende des Versuches gleich sein und während des Versuches möglichst ebenso erhalten bleiben; ungefähr eine halbe Stunde vor Beginn und vor Ende des Versuches ist abzuschlacken. Ist es unmöglich, während des Betriebes zu schlacken, so muß die Anlage zu Ende des Versuches sofort stillgesetzt werden, worauf der Generator rasch abzuschlacken und bis zu gleicher Schütthöhe wie zu Anfang des Versuches nachzufüllen ist. Die hierzu verwendete Kohlenmenge ist dem Verbrauch zuzurechnen.

27. Der während des Versuches verbrauchte Brennstoff ist zu wägen, ebenso der unverbrauchte und noch brauchbare Brennstoff, der beim Schlacken oberhalb des Rostes herausfällt, und derjenige, der aus der Asche herausgelesen wird. Die Menge des ersteren darf vom Verbrauch in Abzug gebracht werden, nicht aber der Brennstoff, der aus der Asche herausgelesen wird, und nicht der Kohlenstaub, der sich in den Reinigern und Leitungen hinter dem Generator vorfindet.

28. Um die während des Versuches gezogene Aschen- und Schlackenmenge bestimmen zu können, ist der Aschenfall vor dem Versuche zu entleeren; ist das nicht möglich (Schrägrostfeuerungen), so sind die Rückstände darin vor und nach dem Versuch abzugleichen.

29. Der Abbrand während der Tag- und Nachtpausen ist festzustellen.

30. Um vom festen Brennstoff eine richtige Durchschnittsprobe zu erlangen, kann man in folgender Weise verfahren. Von jeder Ladung (Karre, Korb und dgl.) des zugeführten Brennstoffes wird eine Schaufel voll in ein mit einem Deckel versehenes Gefäß geworfen. Sofort nach Beendigung des Versuches wird der Inhalt des Gefäßes zerkleinert, gemischt, quadratisch ausgebreitet und durch die beiden Diagonalen in vier Teile geteilt. Zwei einander gegenüberliegende

Teile werden fortgenommen, die beiden andern wieder zerkleinert, gemischt und geteilt. In dieser Weise wird fortgefahren, bis eine Probemenge von 5 bis 10 kg übrigbleibt, die in gut verschlossenen Gefäßen zur Untersuchung gebracht wird. Außerdem ist während des Versuches eine Anzahl von Proben zur Bestimmung der Feuchtigkeit in luftdicht verschließbare Gefäße zu füllen.

31. Die Zusammensetzung des Brennstoffes ist durch Elementaranalyse zu ermitteln, Es soll der Gehalt an Kohlenstoff (C), Wasserstoff (H), Sauerstoff (O), Schwefel (S), Asche (A) und Wasser (W) in Gewichtsprozenten bezogen auf ursprünglichen Brennstoff angegeben werden. Der Gehalt des Brennstoffes an Stickstoff (N) kann unberücksichtigt bleiben. Das Verhalten in der Hitze ist durch die Verkokungsprobe zu ermitteln.

32. Der Heizwert des Brennstoffes ist kalorimetrisch zu ermitteln.

Bemernung. Auf Grund der chemischen Analyse kann der Heizwert von Anthrazit-Koks, Steinkohlen und Braunkohlen angenähert mittels der sogenannten Verbandsformel

$$81 C + 290 \left(H - \frac{O}{8} \right) + 25 S - 6 W$$

berechnet werden.

Untersuchung der Leistung einer Verbrennungskraftmaschine.

33. Art, Zahl und Dauer der Versuche sind nach Maßgabe der „Allgemeinen Bestimmungen“ (Nr. 1 bis 8) zu vereinbaren.

34. Die Konstruktions- und Betriebsverhältnisse der Maschine sind im Versuchsbericht so vollständig anzugeben, wie es zur Beurteilung der Wirkungsweise und der Betriebsergebnisse erforderlich ist; insbesondere: Bauart und Leistung der Maschine; Durchmesser der Zylinder und Kolbenstangen; Kolbenhub; Inhalt des Kompressionsraumes und sonstige in Betracht kommende Abmessungen; die normale Umlaufzahl und ihre zulässigen Schwankungen; Art und Heizwert des Brennstoffes, für den die Maschine bestimmt ist. Der Durchmesser des Zylinders und der Kolbenhub sind, wenn es möglich ist, zu messen.

Bemerkung. Der Inhalt des Kompressionsraumes soll womöglich durch Wasserfüllung bestimmt werden. Wenn es nicht möglich ist, den Inhalt des Kompressionsraumes anzugeben, sollte wenigstens die bei voller Belastung erreichte Kompressionsspannung angegeben werden. Sie wird bestimmt durch Entnahme eines Diagramms bei abgestellter Zündung.

35. Vor dem Versuch ist die Maschine innerlich und äußerlich auf ihren ordnungsmäßigen Zustand zu prüfen.

36. Die Umlaufzahl der Maschine wird durch ein Zählwerk ermittelt, dessen Stand in entsprechenden Zwischenräumen vermerkt und von Zeit zu Zeit durch direkte Zählung der Umläufe nachgeprüft wird.

Werden die Geschwindigkeitsverhältnisse der Maschine untersucht, so sind zu bestimmen:

1. die Umlaufzahlen im Beharrungszustande bei maximaler Belastung und im Leerlauf;
2. die Schwankungen der Umlaufzahl bei gleichbleibender Belastung;
3. um wieviel die Umlaufzahl, vom Beharrungszustand aus, bei vorgeschriebener Belastung oder Entlastung vorübergehend sinkt oder steigt.

Bemerkung. Diese Ermittlungen können mit Geräten nach Art der Hornschen Tachographen ausgeführt werden. Die Schwankungen der Umlaufzahl während eines Maschinenspieles (Viertakt, Zweitakt usw.) um ihren Mittelwert nach oben und nach unten in Teilen des letzteren

$$\left(\text{Ungleichförmigkeitsgrad des Schwungrades} = \frac{n_{\max} - n_{\min}}{n_{\max} + n_{\min}} \right)$$

werden bis auf weiteres durch Rechnung bestimmt.

37. Die Nutzleistung kann mittels der Bremse oder auf elektrischem Weg ermittelt werden.

Die Maß- und Gewichtsverhältnisse der Bremse sind möglichst vor dem Versuch festzustellen.

Die elektrische Messung kann durch eine Dynamomaschine erfolgen, die mit der Gasmaschine unmittelbar gekuppelt ist. Die Nutzarbeit wird aus der von der Dynamomaschine abgegebenen Leistung berechnet. Der Wirkungsgrad der Dynamomaschine ist nach einer der Methoden zu bestimmen, die in den „Normalien für Bewertung und Prüfung von elektrischen Maschinen und Transformatoren“, herausgegeben vom Verband deutscher Elektrotechniker, festgelegt sind. Ist der Wirkungsgrad mittelbar durch Bestimmung der „meßbaren Verluste“ ermittelt, so ist für die nicht berücksichtigten Verluste ein Bauschbetrag von 2% der Vollastarbeit als von der Gasmaschine zusätzlich geleistete Arbeit einzusetzen.

Die Geräte, mit denen die elektrischen Messungen vorgenommen werden, müssen vor und möglichst auch nach dem Versuch geeicht werden.

Bemerkung. Ob außer diesem Bauschbetrag für vermehrte Lagerreibung und Luftwiderstand der Dynamomaschine der Gasmaschine etwas zu vergüten ist, muß jeweils festgestellt werden. Ob in Fällen, wo die Nutzarbeit weder durch Bremsung noch auf elektrischem Wege ermittelt werden kann, das für Dampfmaschinen als zulässig erachtete Verfahren, die Nutzleistung als den Unterschied zwischen der indizierten und der Leerlaufarbeit zu bestimmen, für Gasmaschinen zulässig ist, kann zurzeit nicht festgestellt werden, weil es an gesicherten Versuchsergebnissen fehlt.

38. Die Indikatoren sind möglichst unmittelbar am Verbrennungsraum ohne lange und scharf gekrümmte Zwischenleitungen anzubringen, und zwar an jedem Verbrennungsraum ein Indikator. Zu dem Zweck ist jeder Verbrennungsraum mit einer Bohrung für $\frac{3}{4}$ " oder 1" Whitworth zu versehen. Dasselbe gilt sinngemäß für die Pumpenzylinder.

Die Indikatoren und ihre Federn sind vor und nach dem Versuch nach den Normen des Vereins deutscher Ingenieure zu prüfen.

39. Während des Versuches sind möglichst oft Diagramme an jedem Verbrennungsraum und an den Pumpenzylindern abzunehmen. Die Diagramme erhalten Ordnungsnummern und Angaben über die Zeit der Entnahme, den Federmaßstab und die Zahl der Einzeldiagramme. Es sind jedesmal mindestens 5 Diagramme hintereinander auf einem Blatt aufzunehmen. Von Zeit zu Zeit sind auch Diagramme mit schwacher Feder an den Verbrennungsräumen zu entnehmen.

Die indizierte Leerlaufarbeit ist unmittelbar nach Schluß des Hauptversuches zu messen, solange die Maschine noch betriebswarm ist. Hierbei ist besonders darauf zu achten, daß die Leerlaufdiagramme nicht während einer Beschleunigungs- oder einer Verzögerungsperiode des Schwungrads entnommen werden.

Untersuchung des in einer Kraftgasanlage erzeugten oder in einer Verbrennungskraftmaschine verbrauchten Gases oder des verbrauchten flüssigen Brennstoffes.

40. Die Proben für die chemische Analyse des Gases werden während des Versuches in gleichmäßigen Zwischenräumen möglichst oft entnommen und entweder an Ort und Stelle analysiert oder in zugeschmolzenen Glasröhren bis zur Ausführung der Analyse aufbewahrt. Durch die Analyse soll der Gehalt in Volumprozenten an Kohlenoxyd (CO), Kohlensäure (CO₂), Wasserstoff (H₂), Methan (CH₄), an schweren Kohlenwasserstoffen und an Sauerstoff (O₂) bestimmt werden; außerdem empfiehlt es sich, den Schwefelgehalt (in g/m³) zu ermitteln. Die Gasproben sind zwischen der Reinigungsanlage und der Maschine zu entnehmen.

41. Der Heizwert des Gases ist möglichst oft kalorimetrisch zu bestimmen. Der Brenner des Kalorimeters, in dem die Heizwertbestimmung ausgeführt wird, soll womöglich ununterbrochen von der Gasleitung aus gespeist werden. Bei Sauggasanlagen kann dies durch Anwendung einer Gaspumpe, welche aus der Leitung saugt, geschehen. Ist man gezwungen, bei abgestelltem Kalorimeter eine Gasprobe aus der Gasleitung zu entnehmen, die erst nachher unter Überdruck gesetzt und im Kalorimeter verbrannt wird, so soll die abgezapfte Gasmenge mindestens 300 l betragen, damit das Kalorimeter auch hinsichtlich des abtropfenden Verbrennungswassers zuerst in den Beharrungszustand gebracht werden kann, und damit dann mindestens 100 l für zwei aufeinander folgende Heizwertermittlungen übrigbleiben. Die Saugpumpe, der Gasbehälter und die Leitungen müssen bei der Kalorimetrierung von Sauggas besonders sorgfältig gedichtet werden.

42. Die Gasuhr des Kalorimeters, in dem der Heizwert des erzeugten Gases bestimmt wird, muß geeicht werden. Zur Bestimmung der Temperaturen des Kalorimeterwassers dürfen nur mit Eichschein versehene Thermometer, oder mit solchen verglichene Thermometer, die mindestens in $\frac{1}{10}$ eingeteilt sind, verwendet werden.

Bemerkung. Auf Grund der chemischen Analyse kann der Heizwert von Gasen, die keine schweren Kohlenwasserstoffe enthalten, mittels der Formel

$$30,5 (\text{CO}) + 25,7 (\text{H}_2) + 85,1 (\text{CH}_4)$$

berechnet werden, falls die Bestimmung durch Kalorimeter nicht ausführbar ist.

43. Die Menge des erzeugten oder verbrauchten Gases wird mittels Gasglocke oder Gasuhr bestimmt. Die Querschnittsfläche der Gasglocke ist durch Messung ihres Umfanges an mehreren Stellen zu bestimmen. Verbrauchsmessungen mittels der Gasglocke sollen nicht ausgeführt werden, während die Sonne auf die Glocke scheint.

44. Die Gasuhr ist zu eichen und nach der Wasserwaage aufzustellen; sie ist so zu füllen, daß der Wasserstand der normalen Füllung beim Eichen entspricht. Zwischen Gasuhr und Maschine ist ein Druckregler oder ein so großer Saugraum einzuschalten, daß der Wasserstand an der Gasuhr bei den auftretenden Druckschwankungen nur leichte Zuckungen ausführt.

45. In der Versuchsdauer angepaßten Zwischenräumen sind abzulesen: die Stellung der Gasglocke an drei Stellen oder der Stand der Gasuhr; der Druck in der Glocke oder der Gasuhr; die Temperatur des Gases beim Eintritt und beim Austritt aus der Glocke oder dem Gasmesser und vor der Maschine; der Barometerstand.

46. Ist die Temperatur des Gases bei der Verbrauchsmessung verschieden von derjenigen bei der Heizwertbestimmung, so ist bei der Umrechnung auch diejenige Vergrößerung des Volumens zu berücksichtigen, die durch den größeren Feuchtigkeitsgehalt des Gases bei höherer Temperatur bedingt ist.

47. Der Verbrauch an flüssigem Brennstoff ist durch Wägung oder Raummessung festzustellen. Für die Bestimmung des Heizwertes, der Zusammensetzung und des spezifischen Gewichtes des Brennstoffes genügt dabei eine Durchschnittsprobe.

48. Gleichzeitig mit den Messungen über den Brennstoffverbrauch von Verbrennungskraftmaschinen ist der Verbrauch an Schmieröl für ihre Arbeitszylinder zu bestimmen.

49. Soll bei doppeltwirkenden oder Tandem- oder Zwillingsmaschinen der Verbrauch bei niedrigeren Belastungen bestimmt werden, so darf dabei nicht etwa an einer oder mehreren Zylinderseiten der Gaszutritt abgesperrt werden, falls nicht andere Bestimmungen vereinbart und im Versuchsbericht erwähnt werden, oder falls nicht der Regler selbsttätig die Absperrung besorgt.

Dreizehnter Abschnitt.

Abdampf- und Abwärmeverwertung.

Bearbeitet von Prof. Dipl.-Ing. Zietemann.

Abdampfverwertung.

(838) Die Wärmebilanz der Kraftanlagen, wie sie Abb. 1 in Form eines Sankey-Diagramms einer guten Dampfturbine mit Kondensation anschaulich darstellt, zeigt, daß der größte Teil der im Brennstoff verfügbaren Wärme un-

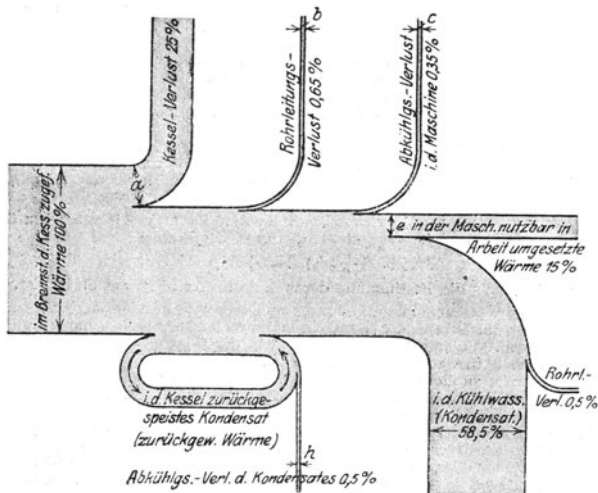


Abb. 1.

ausgenutzt ins Kühlwasser geht, während nur 15% in Nutzarbeit umgesetzt werden (bei Gasmotoren werden etwa 25%, beim Dieselmotor etwa 33% der Brennstoffwärme nutzbar gemacht). Wesentlich ungünstiger liegen die Verhältnisse natürlich bei Auspuffmaschinen. Eine viel größere Wirtschaftlichkeit des Betriebes kann erzielt werden, wenn der Abdampf der Kraftmaschinen für die Fabrikation (Kochen, Verdampfen, Heizen, Trocknen) weiter verwertet wird, so daß noch die ganze Verdampfungswärme ausgenutzt und das Kondensat für die Kesselspeisung verwendet wird. Eine solche Vereinigung von Kraft- und Wärmebedarf — Kraft-Heizungsanlagen — ergibt gegenüber getrennter Erzeugung

von Kraft und Wärme eine bedeutende Ersparnis (s. u.). Andererseits aber kann der Abdampf periodisch arbeitender Kolbenmaschinen mit Auspuff (Dampfhämmer, Pressen, Walzenzugmaschinen, Fördermaschinen) gesammelt werden — in Abdampf- oder Wärmespeichern — und in Abdampf-Kraftanlagen mit Turbinen verwertet werden, da diese hohe Vakua gut ausnutzen können.

Die Abdampfwärme kann auch in Vakuum-Verdampfern zur Destillation, Eindampfen usw. ausgenutzt werden.

Kraft-Heizungsanlagen.

(839) **Gegendruckanlagen.** Der Dampf tritt mit 1 bis 4 at Überdruck aus der Maschine, der gesamte Abdampf wird für die Fabrikation verwertet. Die Wirtschaftlichkeit dieser Anlagen gegenüber getrenntem Betrieb mit Kondensations-Dampfturbine zeigt das Diagramm Abb. 2¹⁾.

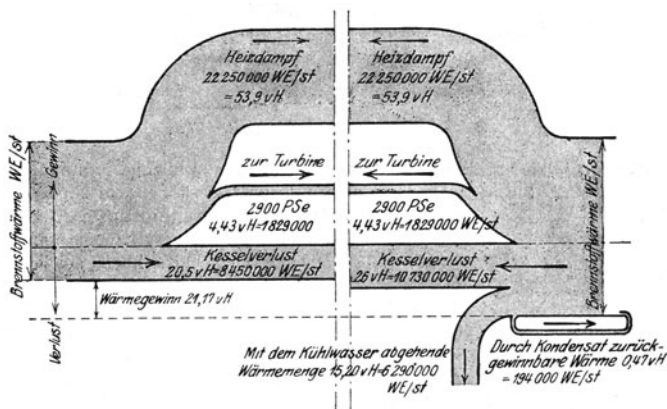


Abb. 2.

Bei vereinigttem Betrieb ist ein bedeutender Wärmegewinn (21,2⁰%) zu erreichen, es geht nichts ins Kühlwasser verloren.

Wird der Maschinenabdampf vollständig zur Heizung verwendet, so kann entweder eine einzige Gegendruckmaschine angeordnet werden und etwa fehlender Heizdampf durch Frischdampfzusatz gedeckt werden oder es arbeitet eine Gegendruckmaschine mit einer anderen Kraftmaschine parallel, erstere liefert den Heizdampf in von einem Druckregler eingestellter Menge, letztere übernimmt die Kraftschwankungen. Der Druckregler reagiert auf Druckschwankungen wie der Fliehkraftregler auf Drehzahlschwankungen und ändert die Dampfmenge bzw. die Füllung dementsprechend. Gegendruck-Dampfturbinen erhalten nur einige Hochdruckstufen oder auch nur ein Curtisrad; sie haben gegenüber Kolbenmaschinen den Vorteil vollständig ölfreien Dampfes.

Kann nicht der gesamte Abdampf verwertet werden, so wird der Betrieb mit Gegendruckmaschine um so unwirtschaftlicher, je geringer die verwertete Menge. In solchen Fällen empfiehlt sich Zwischendampfentnahme.

¹⁾ Gezeichnet links für eine Gegendruckturbine von 2900 PSe, $n = 3000$, 14 at Oberdr. 325 °C und 2 at Gegen-Überdruck mit 32620 kg/st Abdampf und rechts für Kondensationsdampfturbine für 2900 PSe und Heizdruckreduktion auf 2 at Oberdr. mittels Reduzierventil, wobei für die gleiche Anzahl WE im Heizdampf 30 000 kg/st und für die 2900 PSe 10900 kg/st, zusammen 40900 kg/st erforderlich sind; Ersparnis 3271 kg/st Dampf.

(840) Anlagen mit Zwischendampfenahme. Der Dampf wird in erforderlicher Menge aus einer Zwischenstufe der Turbine oder dem Aufnehmer der Kolbenmaschine entnommen, der übrige Dampf arbeitet weiter im Niederdruckteil (bzw.

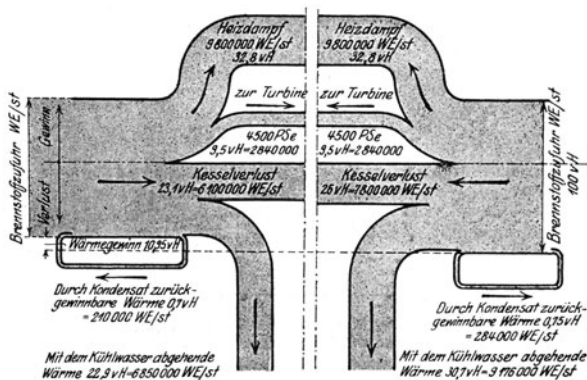


Abb. 3.

-zylinder) mit Kondensation. Wird die gesamte Dampfmenge entnommen, so arbeitet die Maschine als Gegendruckmaschine mit leerlaufendem Niederdruckteil; wird nichts entnommen, so arbeitet sie als reine Kondensationsmaschine.

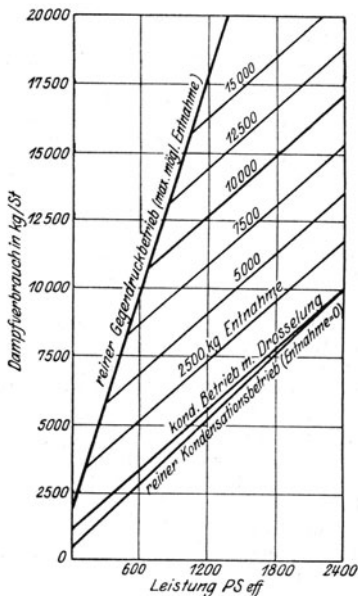


Abb. 4.

Die Wirtschaftlichkeit solcher Anlagen zeigt die Wärmebilanz für vereinigten und getrennten Betrieb, Abb. 3¹⁾. Den Dampfverbrauch bei verschiedenen Belastungen und Entnahmemengen kann man zweckmäßig wie in Abb. 4 angeben, welche für 2400 PS_e-Entnahmeturbine (12,5 at Überdr. 325⁰ C) mit 15000 kg/st maximaler Entnahmemenge bei 2 at Überdr. gezeichnet ist. Aus der Aufzeichnung ist auch die Dampfersparnis zu ersehen, da z. B. bei Vollast und 10000 kg/st Entnahme der Gesamtdampfverbrauch 17200 kg/st beträgt, während bei getrenntem Betrieb die Kondensationsmaschine 10000 kg/st benötigt und die Heizdampfmenge wegen der größeren Wertigkeit des gedrosselten Dampfes (741,5 WE/kg gegen 694,5 WE/kg des Entnahmedampfes) 9320 kg/st, zusammen also 19320 kg/st betragen würde. Aus dem Diagramm sind auch die Grenzen der Entnahmen bei verschiedenen Belastungen ersichtlich. Bei größerem Heizdampfbedarf muß reduzierter Frischdampf zugesetzt werden, was automatisch erfolgen kann.

¹⁾ Gezeichnet für eine Turbine von 4500 PS_e, 14 at Überdr. 350⁰ C und 14000 kg/st Entnahme bei 2 at Überdr. (G.M.A.) bzw. für 13000 kg/st auf 2 at Überdr. gedrosselten Frischdampf mit gleicher Wärmemenge.

(841) Von den Kolbendampfmaschinen eignet sich zur Zwischendampfentnahme insbesondere die Tandem-Verbundmaschine, da diese wegen der durch die Dampfentnahme bedingten ungleichen Arbeitsverteilung auf beide Zylinder weniger empfindlich ist, als die Maschine mit nebeneinander liegenden Zylindern. Die Entnahme des Dampfes erfolgt aus dem zwischen Hochdruck- und Niederdruckzylinder liegenden Aufnehmer, nachdem er im Hochdruckzylinder bereits Arbeit verrichtet hat. Der für Heizzwecke nicht benötigte Rest des Arbeitsdampfes strömt unter weiterer Arbeitsleistung durch den Niederdruckzylinder und wird im Kondensator niedergeschlagen. Der Niederdruckzylinder arbeitet hiernach mit einer um die Entnahmemenge verminderten Dampfmenge, die ein kleines Volumen dieses Zylinders bedingt, weil kleine Füllungen, die die Kondensationsverluste in demselben steigern, vermieden werden müssen. Man wählt in dieser Erkenntnis das Zylinderverhältnis etwa 1 : 1,5 bis 1 : 2.

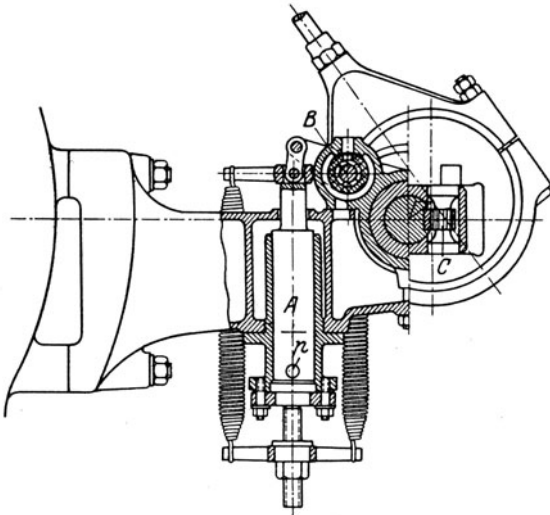


Abb. 5.

Die Regelung der Zwischendampfentnahme geht unter Wirkung des jeweiligen Aufnehmerdruckes in folgender Weise vor sich: Braucht die Heizung plötzlich weniger Dampf, oder wird der Maschine bei gleichbleibendem Heizbedarf zufolge Vergrößerung ihrer Leistung mehr Dampf zugeführt, so steigt der Aufnehmerdruck. Diese Druckzunahme wird auf einen Regler übertragen, der selbsttätig die Füllung des Niederdruckzylinders vergrößert, wodurch der Aufnehmerdruck wieder sinkt. Infolge der jetzt größeren Leistung des Niederdruckzylinders steigt aber die Geschwindigkeit der Maschine und es wird durch den Fliehkraftregler die Füllung des Hochdruckzylinders verkleinert. In umgekehrter Weise spielt sich der Vorgang bei zunehmendem Heizdampfbedarf ab. Bei kleineren Belastungen der Maschine kann es vorkommen, daß dem Aufnehmer nicht genügend Heizdampf entnommen werden kann. Der Regler hat die Steuerung des Niederdruckzylinders auf die kleinste Füllung (~ 2 bis 4%) eingestellt und der Aufnehmerdruck fällt trotzdem noch weiter. Dann tritt ein Frischdampfzusatzapparat in Tätigkeit, der in der Endlage der Niederdrucksteuerung gelegenen Frischdampf in die Heizleitung treten läßt.

Abb. 5 zeigt eine Ausführung des Druckreglers der Maschinenfabrik Augsburg-Nürnberg, der die Füllung des Niederdruckzylinders durch Verdrehen des Einlaßexzenters der jeweiligen Dampfentnahme anpaßt. Die Veränderung des Dampfdruckes der Entnahmeleitung wirkt auf den federbelasteten Kolben *A* ein, dessen Bewegung durch einen Oldruckhilfsmotor auf das Exzenter übertragen wird, indem der Kolben *A* den Steuerdreheschieber *B* des auf der Steuerwelle sitzenden Oldruckhilfsmotors betätigt. Dieser verstellt das Exzenter mittels Zahnstange und Ritzel *C* und ändert Exzenterhub und Voreilwinkel.

Gebr. Sulzer, Ludwigshafen a. Rh., verwenden für die Dampfzufuhr zum Niederdruckzylinder den in Abb. 6 ersichtlichen Regler. Der Aufnehmerdruck wirkt auf den Spiegel des im unteren Teil eines Behälters *p* befindlichen Quecksilbers, und indem er durch die mittels Spindel einstellbare Öffnung *e* drückt auf den mit Blei ausgegossenen, im Ständer *k* schwimmenden Kolben *m*, der mittels Hebels *a* und Stange *b* die Einlaßsteuerung *c* des Niederdruckzylinders beeinflusst. Das Laufgewicht *g* gestattet, einen gewünschten Zwischendampfdruck einzustellen. Übersteigt der Zwischendampfbedarf eine gewisse Grenze, so wird mittels der Stange *h* das Frischdampfventil *f* geöffnet. Mittels der Muttern auf Schraube *s* können die Grenzstellungen des Hebels *a* gesichert werden.

Bei dem Zwischendampf-Regulierapparat der Hannoverischen Maschinenbau-A.-G. (Abb. 7) wird der Kolben des Druckreglers zum abwechselnden Öffnen und Schließen der Kontakte zweier Stromkreise benutzt, durch deren jeweiligen Schluß ein Elektromotor in der einen oder anderen Drehrichtung anläuft und mittels Zwischengetriebes verdrehend auf die Steuerwelle des Niederdruckzylinders wirkt. Ein von der Spindel der Kontaktführung aus betätigtes Drosselventil läßt in der Endlage der Niederdrucksteuerung reduzierten Frischdampf in die Heizleitung treten (D.R.G.M. Nr. 541 781).

Über eine von der Maschinenfabrik Thyssen & Co., A.-G., Mülheim-Ruhr, nach den Vorschlägen von J. Missong gebaute Einzylindermaschine mit Zwischendampfentnahme (D. R. P. Nr. 240713) s. Z. 1913, S. 2030.

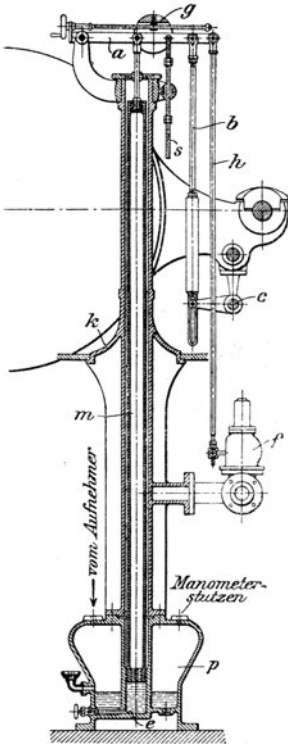


Abb. 6.

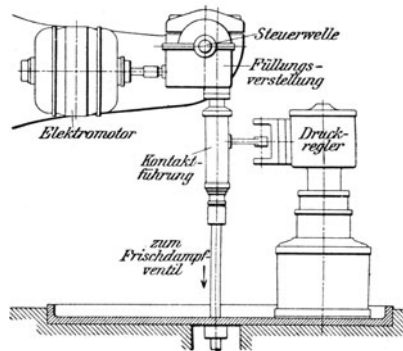


Abb. 7.

(842) Dampfturbinen mit Zwischendampfentnahme — Entnahme- oder Anzapfturbinen — sind baulich Kondensationsturbinen mit einem Heizdampfstutzen in einer Zwischenstufe mit dem gewünschten Druck und einem vom Druckregler betätigten Überströmventil, durch welches der nicht für Fabrikationszwecke benötigte Dampf in den Niederdruckteil tritt; wird die ganze Dampfmenge entnommen, so läuft der Niederdruckteil im Vakuum leer. Die Regelung der Entnahmeturbinen muß derart erfolgen, daß die Summe der Leistungen des durch die ganze Turbine strömenden Kraftdampfes und des nur im Hochdruckventil arbeitenden Heizdampfes stets der jeweiligen Belastung entspricht. Sind Entnahme- und Leistungsregelung ganz unabhängig voneinander, so wird bei Leistungsänderung, da zunächst die in den Niederdruck-

teil strömende Menge unverändert bleibt, erst der sich ändernde Entnahmedruck das Überströmventil betätigen; andererseits würde bei Änderung der Entnahmemenge erst die Drehzahländerung infolge der Änderung der Leistung die Frischdampfregelung betätigen. Um diese Schwankungen im Druck bzw. in der Drehzahl („Nachhinken“) zu vermeiden, werden neuerdings beide Regelungen derart verbunden, daß bei Belastungsänderung gleichzeitig auch das Überströmventil im selben Sinne bzw. bei Änderung der Entnahmemenge gleichzeitig auch das Frischdampfventil im entgegengesetzten Sinne entsprechend verstellt wird.

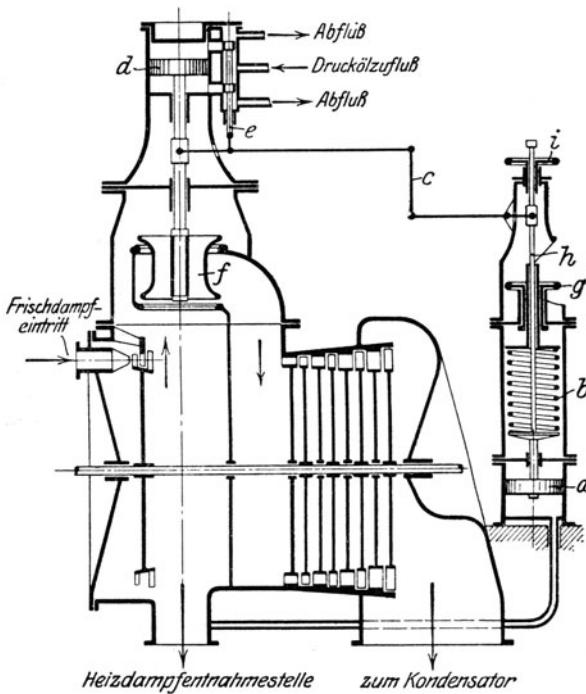


Abb. 8.

Die Gerippeskizze einer unabhängigen Entnahmereglung zeigt Abb. 8 einer älteren Ausführung der Bergmann-E.-W. Der Druckregler sitzt in Wirklichkeit seitlich neben der Turbine. Eine Beeinflussung des Frischdampfventils durch den Entnahmedruck derselben Firma zeigt im Schema Abb. 9; der über dem Kolben g wirkende Dampfdruck verstellt die Steuerschieberbüchse A , so daß sich der Kolben e entgegengesetzt bewegt, wie Kolben d , Abb. 8, des Überströmventils. Die neuere Ausführung hat Bewegungsübertragung durch Gestänge¹⁾.

Die Vereinigung beider Regelungen zeigt anschaulich das Schema Abb. 10, wie sie die AEG. ausführt; der Übersichtlichkeit wegen ist die Ölsteuerung fortgelassen und direkte Regelung angedeutet. Die gleichartige Bewegung der Ventile bei Belastungsänderungen und die entgegengesetzte bei Änderung der Heizdampfmenge geht aus der Abbildung hervor.

¹⁾ s. Zietemann, Die Dampfturbinen III, Sammlung Göschen.

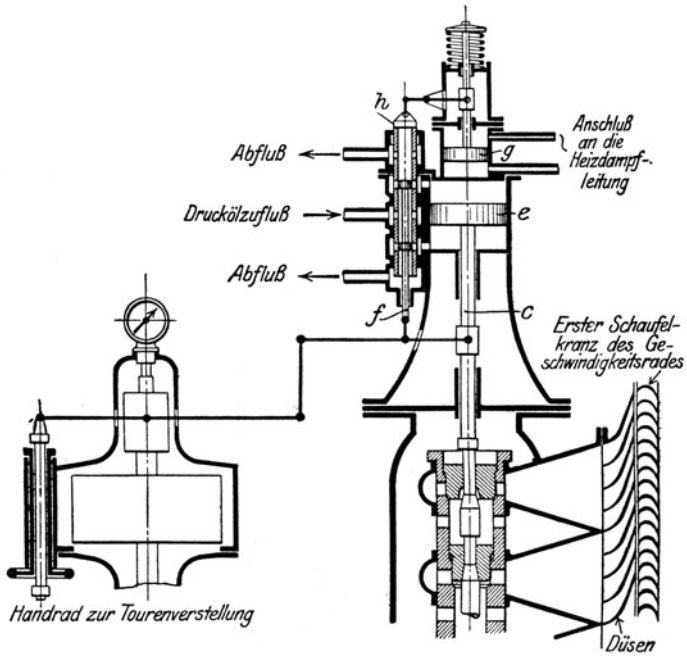


Abb. 9.

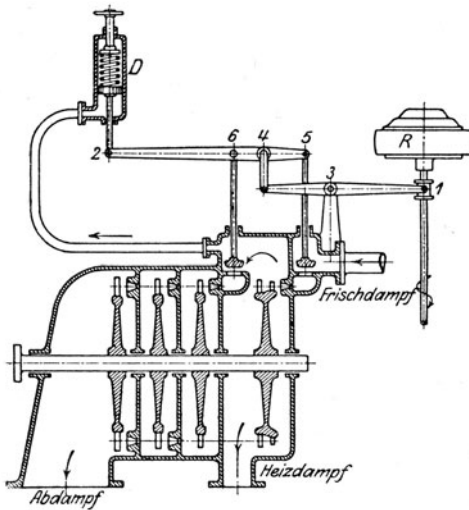


Abb 10.

Abdampfkraftanlagen.

(843) **Wärme- und Abdampfspeicher.** Um den periodisch und in wechselnder Menge aus den Kolbenmaschinen tretenden Auspuffdampf in kontinuierlichem Strom der Turbine zuführen zu können und überschüssigen Abdampf zu sammeln, werden in Abdampf-Kraftanlagen Dampf- bzw. Wärmespeicher angeordnet. In diesen kann der Dampf entweder im Wasser des Speichers niedergeschlagen werden, wobei er seine Verdampfungswärme an das Wasser abgibt, oder es kann der Dampf als solcher gespeichert werden.

(844) **Wärmespeicher mit Wasserfüllung.** Sie erfordern gute Mischung des eintretenden Dampfes mit dem Wasser, durch die Abgabe der Verdampfungswärme wird bei Dampfüberschuß eine Drucksteigerung eintreten, bei größerer Entnahme aus dem Speicher wird der Druck etwas sinken und eine Verdampfung des Wassers eintreten, die durch Wasserumlauf begünstigt werden muß.

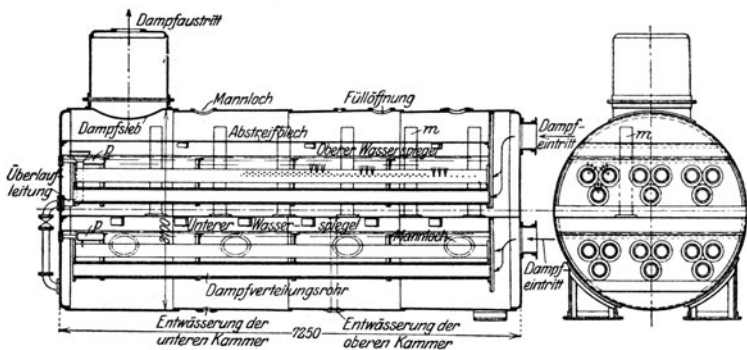


Abb. 11.

Ist W kg das Wassergewicht des Speichers, G_1 das während z_1 Sekunden des intermittierenden Betriebes eintretende sekundl. Dampfgewicht, z_2 die Zeit in Sekunden, während der kein Dampf zugeführt wird, und G_2 kg/sek die kontinuierliche Entnahme aus dem Speicher, so ist im Beharrungszustand

$$G_1 z_1 = G_2 (z_1 + z_2),$$

woraus G_2 ermittelt werden kann.

Ist ferner r ein Mittelwert der Verdampfungswärme und $i_2' - i_1'$ die Zunahme der Flüssigkeitswärme, die gleich $t_2 - t_1$ gesetzt werden kann, so ist nach z_1 Sekunden

$$z_1 (G_1 - G_2) \cdot r = W (t_2 - t_1);$$

bei gegebenem Wasserinhalt W kann die Temperaturzunahme $t_2 - t_1$ und damit die Druckzunahme bestimmt oder für einen zugelassenen Druckunterschied der erforderliche Wasserinhalt ermittelt werden. Nach Angaben von Balcke, Bochum, ist für 0,2 at Druckunterschied der Temperaturunterschied praktisch 4° C.

Abb. 11 zeigt einen von der Maschinenbau-A.-G. Balcke, Bochum, gebauten Wärmespeicher, Patent Rateau, mit 30 t Wasserfüllung.

Durch eine horizontale Scheidewand ist derselbe und damit auch die Wassermenge in zwei Teile zerlegt, die von einer Anzahl runder (oder elliptischer) Rohre mit zahlreichen Löchern durchsetzt sind. Durch diese Löcher tritt der Dampf in das Wasser, bringt es in lebhaftere Zirkulation und gibt seine Wärme an dasselbe ab. Mit der Erwärmung des Wassers ($\sim 4^{\circ}$) steigt auch dessen

Druck ($\approx 0,2$ at); hört die Dampfzuströmung auf, so fällt der Druck und das nunmehr erwärmte Wasser gibt die aufgenommene Wärme in Gestalt von Dampf wieder ab. Die Rohre m dienen zum Überströmen des Dampfes aus der unteren in die obere Kammer des Akkumulators. Durch Olabschäumer p kann das auf der Wasseroberfläche trotz des vorgebauten Entölers sich etwa ausscheidende Öl zeitweise von Hand abgelassen werden. In neuerer Zeit sind die beiden Dampfeintrittsstutzen in einem gemeinschaftlichen Stutzen vereinigt, ferner ist der Dampftöler, be-

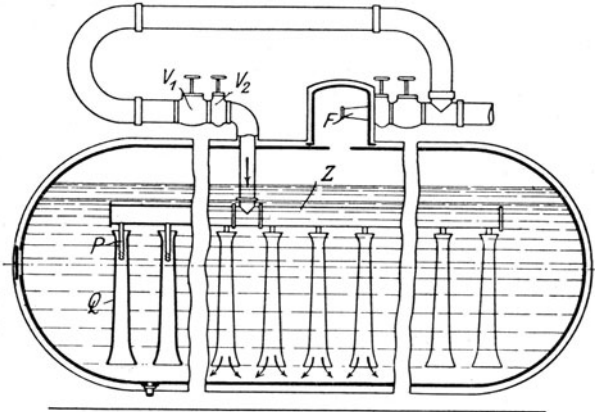


Abb. 12.

hufs Raumersparnis, in den Mantel des Akkumulators eingebaut worden. Außer dem vorbeprochenen liegenden Wärmespeicher werden auch solche in stehender Anordnung von der vorgenannten Firma ausgeführt. In diesen wird das in einer großen Anzahl neben- und übereinander liegender flacher, tellerförmiger Schalen befindliche Wasser vom Dampf umströmt, wobei er seine Wärme an das erstere abgibt. Die Vorgänge sind sonst die gleichen wie bei dem liegenden Wärmespeicher.

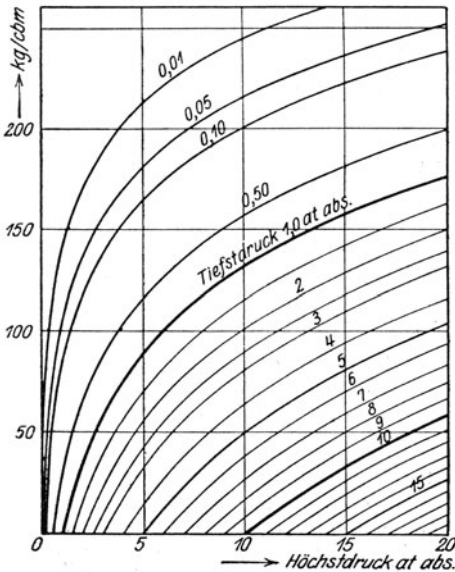


Abb. 13.

Der Ruths-Speicher besteht ebenfalls aus einem zylindrischen isolierten Kessel, Abb. 12, der Dampf wird durch Düsen P , die in Umlaufhülsen Q sitzen, eingeführt und bei Entlastung aus dem Dom entnommen; F ist eine Begrenzungsdüse, welche für eine größte Entnahmemenge bemessen wird. Rückschlagventile V_1 verhüten bei Ladung bzw. Entnahme den direkten Eintritt in den Dom ohne Mischung bzw. bei Rückströmen durch die Zuführungsleitung; zwei Sicherheitsventile schützen vor zu hohem Druck. Der eigentliche Vorteil des Ruths-Speichers besteht nicht in der Speicherung von Abdampf wie der Rateauspeicher, sondern von Hochdruckdampf zum Ausgleich der Schwankungen der Dampfmenge im Be-

triebe, damit die Kessel möglichst im Beharrungszustande mit bestem Wirkungsgrad arbeiten können, wodurch eine bedeutende Kohlenersparnis erzielt wird. Die große Speicherfähigkeit beruht auf den großen zulässigen Druckschwankungen; Abb. 13 zeigt die Speicherfähigkeit in kg je m³ Wasserinhalt für verschiedenen Höchst- und Tiefdruck im Speicher.

Auch brauchen die Kessel nicht für den vielleicht nur selten auftretenden größten Dampfbedarf bemessen zu sein, können somit kleiner sein.

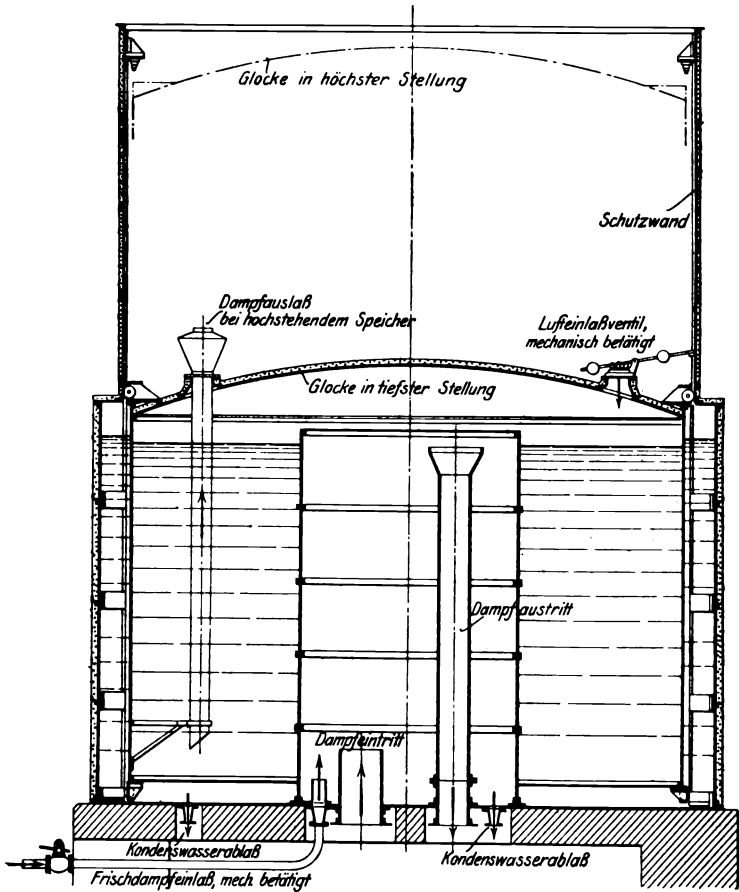


Abb. 14.

(845) Glockenspeicher sind ähnlich den Gasbehältern und bestehen aus einer in einem ringförmigen Wasserbehälter schwimmenden Glocke, in die der entölte Abdampf in der Mitte eingeführt wird. Abb. 14 zeigt einen Balcke-Harlé-Speicher der Maschinenbau-A.-G. Balcke. Überwiegt die Dampffzufuhr den Verbrauch der Abdampfturbine, so hebt sich die Glocke, und umgekehrt. Beim höchsten Stande der Glocke wird ein Sicherheitsauslaß geöffnet, kurz vor der tiefsten Lage wird ein Frischdampf-Zusatzventil mechanisch geöffnet, so daß die

Glocke schweben bleibt, bis neue Abdampfmengen zuströmen. Beim Abstellen der Anlage wird ein Luftenlaßventil geöffnet, um jeden Unterdruck zu verhüten.

Der Vorteil der Glockenspeicher besteht in dem praktisch konstanten Druck, doch werden die Abmessungen, die sich aus der Menge leicht bestimmen lassen, bei größeren Mengen (Differenz der zugeführten und entnommenen) bedeutend.

(846) Raumspeicher mit unveränderlichem Rauminhalt speichern den Dampf ebenfalls dampfförmig, arbeiten aber mit Druckänderung. Ist eine Änderung von 1,0 bis 1,2 at zulässig, so wird ein Raum von $0,270 \text{ m}^3/\text{kg}$ gleich dem Unterschied der spez. Volumina bei diesen Drücken frei, in welchem

Räume $0,186 \text{ kg}$ Dampf untergebracht werden können, so daß $15,7\%$ des ganzen Raumes für die Speicherung nutzbar gemacht werden.

Abb. 15¹⁾ zeigt die Bauart Estner-Ladewig; der Speicher besteht aus einem von Mauerwerk umgebenen zylindrischen Blechmantel von 7 bis 9 mm Wandstärke bei 8 bis 14 m Durchmesser, oben halbkugelförmig, bis zu 22 m hoch. Die Luftschicht zwischen Mantel und Mauerwerk verhindert Wärmeverluste; dieser Zwischenraum kann in den Fuchs der Dampfkesselanlage eingeschaltet werden, wodurch der Speicherdampf überhitzt wird. Dampfeintritt unten, Entnahme oben; Schutz gegen Überdruck durch Sicherheitsventile, gegen Unterdruck durch ein in den Wasserspiegel mündendes nach außen führendes offenes Standrohr.

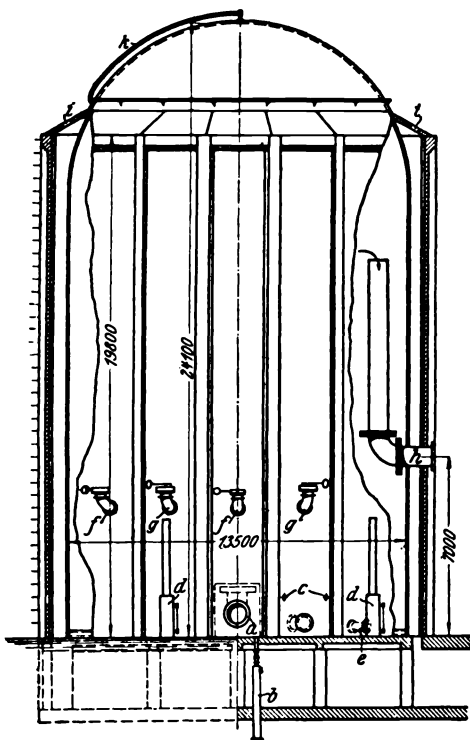


Abb. 15.

Bauart und Regelung sind bis auf die größeren Querschnitte und die geringere Stufenzahl dieselben, wie bei normalen Kondensationsturbinen; der Wirkungsgrad ist wegen der geringeren Verluste besser als bei letzteren. Die erzielbare

(847) Abdampfturbinen.

Die Ausnutzung des Abdampfes von Dampfkraftmaschinen kann wirtschaftlich nur in Dampfturbinen erfolgen²⁾. Die Wirtschaftlichkeit der Abdampfturbinenanlagen zeigt die Wärmebilanz Abb. 16.

Die Kosten für den Betrieb der Anlage bestehen nur in den Kosten für Verzinsung und Abschreibung, sowie in den Ausgaben für Wartung und Schmierung, da der Betriebsdampf kostenlos zur Verfügung steht.

¹⁾ Z. 1921, Nr. 19, S. 498.

²⁾ Der praktische Erfolg der Abwärmedampfmaschine (Mehrstoffkraftmaschine), bei der der Abdampf in einem Oberflächenkondensator durch Flüssigkeiten niedergeschlagen wird, die bei niederen Temperaturen sieden, z. B. schweflige Säure, deren Dämpfe somit bei den in Frage kommenden Temperaturen schon erhebliche Drücke aufweisen und in einem besonderen Zylinder mechanische Arbeit leisten, war so ungenügend, daß sie im Wettbewerb mit anderen Kraftmaschinen sich bisher nicht behauptet haben. Über Abwärmedampfmaschinen s. E. Josse, „Mitteilungen aus dem Maschinenlaboratorium der Technischen Hochschule zu Berlin“; München 1899, R. Oldenbourg.

Leistung kann aus der zur Verfügung stehenden Dampfmenge und dem Wärmegefälle ermittelt werden.

Reine Abdampfturbinen werden nur dort vorteilhaft sein, wo die Abdampfmenge für den Kraftbedarf ausreicht und zeitlich ungefähr übereinstimmt; ist dieses nicht der Fall, so verwendet man

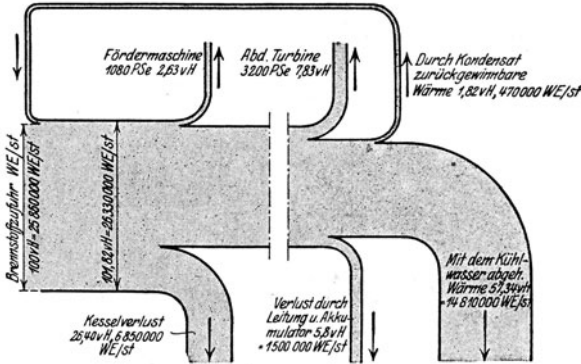


Abb. 16.

(848) Zweidruck- (Frischdampf-Abdampf-) Turbinen. Bei diesen wird der Niederdruckturbinen ein Hochdruckteil vorgeschaltet, dem entsprechend der verfügbaren Abdampfmenge und der Leistung Frischdampf zugeführt wird. Reicht der Abdampf aus, so arbeitet die Turbine als reine Abdampfturbine, der Hochdruckteil läuft leer mit reiner Abdampfbetrieb; ist kein Abdampf vorhanden, so arbeitet die Turbine als reine Frischdampfturbine — reiner Abdampfbetrieb; reicht der Abdampf allein nicht aus, so wird Mischbetrieb eintreten.

Der Gesamtdampfverbrauch bei verschiedenen Leistungen und verschiedenen Abdampfmengen wird übersichtlich in einem Diagramm aufgetragen, Abb. 17.

Die Regelung muß derart wirken, daß zunächst der Abdampf ausgenutzt wird und Frischdampf- und Abdampfbefuhr zur Turbine der im Speicher vorhandenen Dampfmenge angepaßt wird.

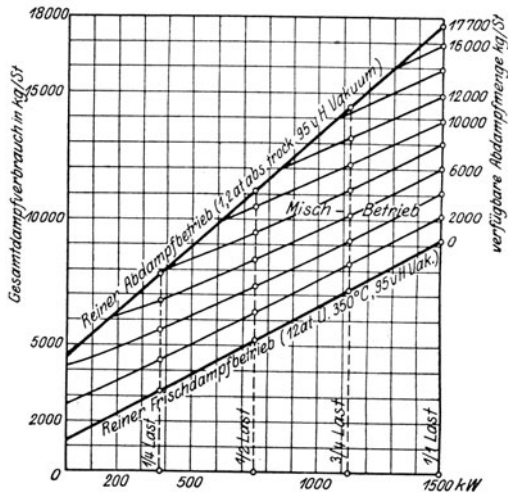


Abb. 17.

Bei Belastungsänderung müssen beide Ventile im gleichen Sinne, bei Änderung der Abdampfmenge und gleichbleibender Belastung im entgegengesetzten Sinne bewegt werden. Das Prinzip der Regelung zeigt das in Abb. 18 dargestellte Schema der Zweidruckregelung der GMA.¹⁾

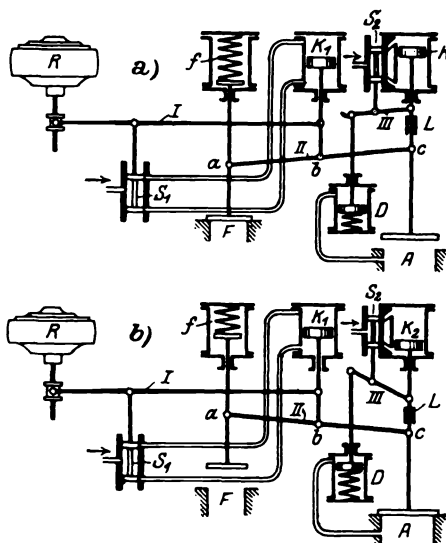


Abb. 18.

Der Drehzahlregler R stellt mittels Steuerschieber S_1 durch Oldruck den Servomotorkolben K_1 , der am Doppelhebel II angreift, welcher die Ventile in gleichem Sinne zu bewegen versucht. Ist genügend Abdampf vorhanden, so bewirkt der Druckregler D das Steigen des Kolbens K_2 , das Abdampfventil A kann nach oben bewegt werden, das Frischdampfventil F wird durch die Feder f geschlossen — reiner Abdampfbetrieb, Abb. a; der Regler R betätigt nur das Abdampfventil, da a Festpunkt ist. Ist A ganz offen bzw. stößt die Spindel in L an die Kolbenspindel, so wird bei weiterer Aufwärtsbewegung von K_1 das Frischdampfventil entgegen dem Federdruck geöffnet — Mischbetrieb. Wird hingegen der Abdampfdruck zu gering, so stellt die Druckreglerfeder den Kolben K_2 nach unten, A wird geschlossen, c wird Drehpunkt für II und K_1 betätigt nur F — reiner Frischdampfbetrieb, Abb. 18 b.

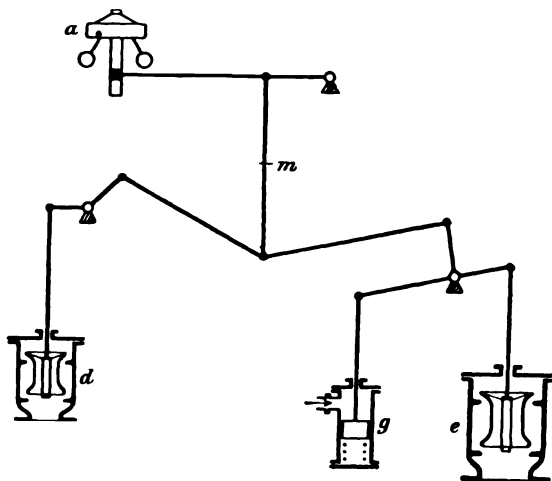


Abb. 19.

Die von der Maschinenfabrik Augsburg-Nürnberg, A.-G., ausgeführte Regelung (System Rateau) einer Zweidruckturbine ist in Abb. 19 dargestellt.

¹⁾ Waggon- und Maschinenbau-A.-G., Görlitz, Abt. Maschinenbau Görlitz.

Der von der Abdampfspannung abhängige Druckregler g wirkt unmittelbar (die Ölsteuerung ist fortgelassen) auf das Abdampfventil e und mittelbar durch ein von dem Fliehkraftregler a beeinflusstes Gestänge auch auf das Frischdampfventil d . Bei genügender Abdampfmenge hält der Dampfdruck im Abdampfsammler der Feder des Druckreglers g das Gleichgewicht. Sinkt dieser Dampfdruck, so dreht sich der dreiarmlige Winkelhebel im Sinne des Uhrzeigers und schließt das Abdampfventil; gleichzeitig wird durch das Gestänge das Frischdampfventil geöffnet. Steigt der Dampfdruck im Sammler, so findet der umgekehrte Vorgang statt — das Abdampfventil öffnet sich und das Frischdampfventil wird geschlossen. Steigt infolge einer Entlastung die Umlaufzahl der Turbine, so schließt der Fliehkraftregler zunächst das Frischdampfventil, wobei der Druckregler das Abdampfventil festhält, bis das Frischdampfventil ganz geschlossen ist. Ein Sinken der Umlaufzahl bewirkt den umgekehrten Vorgang.

Abwärmeverwertung.

(849) **Abwärmeverwertung bei Gasmaschinen.** Die im Kühlwasser und in den Abgasen der Gasmaschinen, besonders der großen Einheiten, enthaltene Wärme kann zur Erhöhung der Wirtschaftlichkeit solcher Anlagen mit Erfolg verwertet werden durch Aufstellung von Abwärmeverwertern. Abb. 20 zeigt die Anordnung einer Anlage der MAN für eine 6000-PS_e-Gichtgas-Maschine, Abb. 21

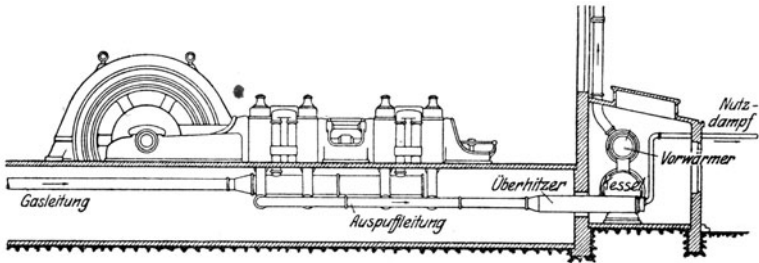


Abb. 20.

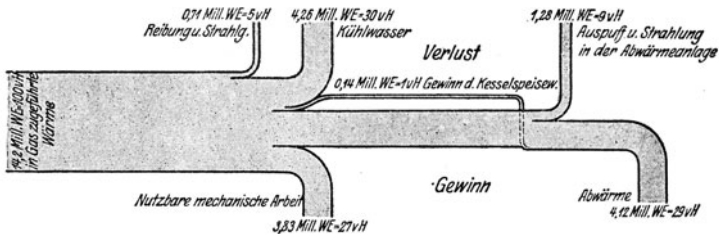


Abb. 21.

die Wärmebilanz. Die Abgase sind zur Dampferzeugung ausgenutzt und zwar kann für jede Gas-PS_e-Stunde eine Dampfausbeute von 0,93 kg von 12 at und 325° C an Maschinen mittlerer Größe bei Vollast erzielt werden, wobei als Speisewasser ein Teil des Kühlwassers dient, oder je nach der Abgastemperatur 400 bis 600 WE je PS_e-Stunde.

Der Abwärmeverwerter besteht aus einem Kessel mit herausziehbarem Abgas-Röhrenbündel, einem Vorwärmer und einem Überhitzer. Die Abwärme kann auch zur Heißwasserbereitung für Destillieranlagen oder Heißlufttrockner verwendet werden. Das Kühlwasser kann für Waschkauen, Bäder u. a. verwertet werden.

(850) Abwärmeverwertung bei Rohölmaschinen. Da das Kühlwasser mit $50\text{--}60^{\circ}$ austritt, so kann dasselbe vielfach unmittelbar verwendet werden, oder aber es kann eine weitere Erwärmung stattfinden durch die Abgase, deren Temperatur je nach den Betriebsverhältnissen $250\text{--}500^{\circ}$ betragen kann. Nach Angaben von Hattinger¹⁾ können aus dem Kühlwasser für 1 PS_e-Stunde bei Volllast ungefähr 500 WE, bei kleiner Belastung bis 700 WE, aus den Abgasen noch 400 WE, zusammen somit 900 WE je PS_e-Stunde gewonnen werden (vgl. auch Z. 1912, S. 458). Bei Parallelschaltung von Kühlwasser und Abgasen und Gegenstrom von Wasser und Gasen ist höchstens eine Heizfläche von $0,2\text{ m}^2$ je PS_e nötig bei einer Beanspruchung der Heizfläche mit 2000 bis 3000 WE je m^2 . Bei Hintereinanderschaltung von Kühlwasser und Abgaswärme ist etwas mehr Heizfläche erforderlich wegen der geringeren Temperaturdifferenz.

Die Abgase der Dieselmotoren können auch zur Erwärmung von Luft für Trockenräume u. dgl. ausgenutzt werden¹⁾.

¹⁾ Z. 1911, S. 673.

Vierzehnter Abschnitt.

Wasserkraftmaschinen.

Bearbeitet von Professor P. Gerlach.

Grundlehren der Mechanik tropfbar flüssiger Körper¹⁾.

(851) Tropfbar flüssiger Körper ein stetig zusammenhängendes System materieller Teilchen, dessen Gestalt durch diejenige des einhüllenden Gefäßes bedingt ist. Je nach Flüssigkeitsgrad oder innerer Reibung (Zähigkeit, Viskosität) und Zusammenhangskraft (Kohäsion) ist der Widerstand gegenüber Verschiebung aneinander bzw. Trennung voneinander für verschiedene Flüssigkeiten verschiedenen groß; bei der in der Folge betrachteten vollkommenen (idealen) Flüssigkeit werden diese Widerstände als nicht vorhanden angesehen. Übereinstimmung der für diese gedachte Flüssigkeit abgeleiteten Gesetze mit Wirklichkeit wird durch Einführung von Erfahrungszahlen (Koeffizienten) herzustellen gesucht.

Zu beiden Seiten einer Trennungsoberfläche liegende Flüssigkeitsschichten vermögen in ersterer nur aufeinander zu drücken; auf Flächeneinheit bezogener Druck, Pressung (kg/m^2), senkrecht zur Fläche, ist nicht von der Richtung, sondern nur vom Orte abhängig. (Pascalsches Gesetz: Auf ein Teilchen einer im Gleichgewicht befindlichen Flüssigkeit ausgeübter Druck nach allen Richtungen hin sich gleichmäßig fortpflanzend.) Die Veränderlichkeit der Pressung mit dem Orte d. h. mit der Tiefe z unter irgend einer Fundamentelebene drückt sich, Abb. 1, aus durch

$$p - p_0 = \gamma (z - z_0),$$

worin p_0 und z_0 zusammengehörige, für den Flüssigkeitsspiegel sich verstehende Werte sind.

Mit $z - z_0 = H$ folgt

$$\begin{aligned} \text{absolute Pressung in Tiefe } H \text{ unter Flüssigkeitsspiegel } p &= p_0 + \gamma H, \\ \text{Überdruckspannung } p - p_0 &= \gamma H \quad (\gamma \text{ in } \text{kg}/\text{m}^3, H \text{ in m}). \end{aligned}$$

(852) Folgerungen: In kommunizierenden Gefäßen liegen die unter gleicher Pressung stehenden Spiegel absolut ruhender Flüssigkeiten in einer Horizontalebene. Für verschiedene Pressungen, Abb. 2, auf Flüssigkeitsspiegel diese sich verschieden hoch einstellend gemäß der Beziehung $p_2 - p_1 = \gamma H$, worin $H =$ Abstand der Flüssigkeitsspiegel (Anwendung für Apparate zur Druckmessung). Für verschiedene, sich nicht mischende Flüssigkeiten, Abb. 3, die Spiegelhöhen über der Trennungsoberfläche bei gleichen auf die Flüssigkeitsspiegel wirkenden Pressungen sich umgekehrt wie die spezifischen Gewichte der Flüssigkeiten verhaltend.

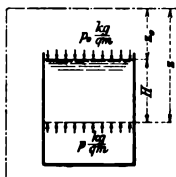


Abb. 1.

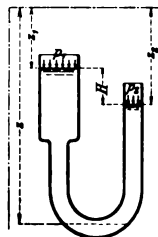


Abb. 2.

¹⁾ Lorenz: Technische Hydromechanik. München und Berlin: R. Oldenbourg 1910. Vgl. auch unter Pumpen.

Ersatz der auf Flüssigkeitsspiegel wirkenden Pressungen durch entsprechende Flüssigkeitssäulen, auf deren Spiegel keine Pressung wirkt, nach Maßgabe der Beziehung $p_0 = \gamma H_0$.

(853) Druck ruhender Flüssigkeit auf ebene Wände. Als Mittelkraft paralleler Elementarkräfte $dP = (p_0 + \gamma H) dF$, Abb. 4, absolut zu $P = p_0 F + \gamma H_0 F$ folgend und senkrecht zur Fläche gerichtet. Als Überdruck gemessener Flüssigkeitsdruck $P - p_0 F = \gamma H_0 F$.

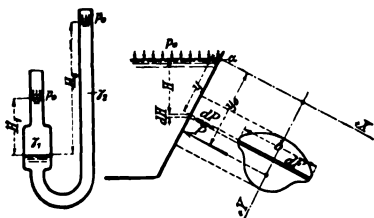


Abb. 3.

Abb. 4.

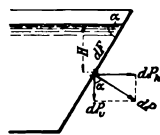


Abb. 5.

Hierin ist H_0 die Schwerpunkstiefe gedrückter Fläche F unter Flüssigkeitsspiegel. Angriffspunkt (Druckmittelpunkt) des Flüssigkeitsüberdruckes liegt in gedrückter Fläche im Abstände

$$y_0 = \frac{J}{S} = \frac{\text{Trägheitsmoment}}{\text{Statisches Moment}} \text{ der gedrückten Fläche}$$

hinsichtlich der bezeichneten Schnittlinie.

(854) Flüssigkeitsdruck nach bestimmten Richtungen, Abb. 5, Flüssigkeitsdruck senkrecht zu gedrückter, im allgemeinen geneigter (α) Fläche die Komponenten P_h und P_v horizontal bzw. vertikal liefernd, bestimmt durch

$$P_h = P \sin \alpha = \gamma H_0 F \sin \alpha = \gamma H_0 F_v,$$

$$P_v = P \cos \alpha = \gamma H_0 F \cos \alpha = \gamma H_0 F_h.$$

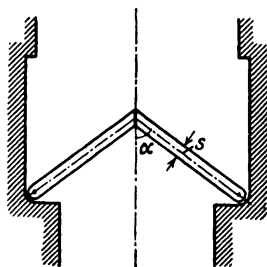


Abb. 6.

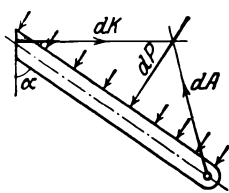


Abb. 7.

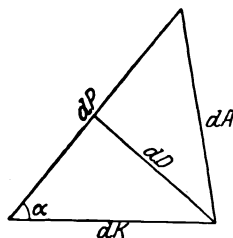


Abb. 8.

Hiernach Komponenten des Wasserdruckes aus Pressung in der Tiefe des Flächenschwerpunktes und den zur Druckrichtung senkrechten Flächenprojektionen folgend.

Beispiel. Bestimmung des Neigungswinkels α , Abb. 6 ÷ 8, für kleinste Bohlenstärke s der Stemmre bei gegebener Gesamtanstrengung k .

Auflösung der gedrückten Fläche in Elementarbalken von Höhe dH m, unabhängig voneinander auf Druck und Biegung beansprucht.

$$\text{Druckkraft} \quad dD = \frac{dP}{2} \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2} \gamma \frac{B}{2 \sin \alpha} dH \cdot H \cdot \operatorname{tg} \alpha = \frac{\gamma}{4 \cos \alpha} BH dH,$$

$$\text{Druckanstrengung} \quad \sigma = \frac{dD}{dF} = \frac{\frac{\gamma}{4 \cos \alpha} BH dH}{100 dH \cdot s} = \frac{\gamma}{400 \cos \alpha} \frac{BH}{s},$$

$$\text{Biegemoment} \quad dM_b = \frac{1}{8} \cdot \gamma \frac{B}{2 \sin \alpha} H dH \frac{100 B}{2 \sin \alpha} = \frac{100}{32} \frac{\gamma}{\sin^2 \alpha} B^2 H dH,$$

$$\text{Biegeanstrengung} \quad \sigma_b = \frac{dM_b}{dW} = \frac{\frac{100}{32} \frac{\gamma}{\sin^2 \alpha} B^2 H dH}{\frac{1}{6} \cdot 100 dH \cdot s^2} = \frac{3}{16} \frac{\gamma}{\sin^2 \alpha} \frac{B^2 H}{s^2},$$

$$\text{Resultierende Anstrengung} \quad k = \sigma + \sigma_b = \frac{\gamma}{400} BH \left(\frac{1}{s \cos \alpha} + \frac{75}{\sin^2 \alpha} \frac{B}{s^2} \right) = f(\alpha, s).$$

$$\text{Hieraus} \quad s^2 - \frac{\gamma BH}{400 k \cos \alpha} - \frac{3}{16} \frac{\gamma B^2 H}{k \sin^2 \alpha} = 0$$

für $\alpha = 0$ und für $\alpha = \frac{\pi}{2}$ folgt $s = \infty$; für zwischenliegenden Winkel ein Min. folgend aus

$$\frac{df(\alpha, s)}{d\alpha} = \frac{\partial f(\alpha, s)}{\partial \alpha} + \frac{\partial f(\alpha, s)}{\partial s} \cdot \frac{ds}{d\alpha} = 0 \quad \text{oder}$$

$$s^2 - \left[\frac{150 B \cos^3 \alpha}{8 \sin^4 \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \frac{ds}{d\alpha} \right] s - \frac{150 B \cos^2 \alpha}{\sin^3 \alpha} \frac{ds}{d\alpha} = 0.$$

Durch Koeffizientenvergleich und Gleichsetzung der nach $\frac{ds}{d\alpha}$ aufgelösten Gleichungen folgt

$$\operatorname{tg} \alpha = 10 \sqrt[4]{\frac{1,5 k}{\gamma H}}.$$

Vgl. hierüber Hydraulik von Philipp Forchheimer, Leipzig und Berlin: B. G. Teubner 1914, S. 6.

(855) Flüssigkeitsdruck auf krumme Flächen. Elementardrücke $dP = \gamma H dF$, jeweils senkrecht zum Flächenelement, lassen sich im allgemeinen nicht zu einer einzigen Mittelkraft vereinigen. Es werden die Drücke nach zueinander senkrechten Richtungen bestimmt, beispielsweise nach Abb. 9 zu

$$P_h = \int dP \sin \tau = \gamma \int H dF \sin \tau = \gamma \int H dF_v,$$

$$P_v = \int dP \cos \tau = \gamma \int H dF \cos \tau = \gamma \int H dF_h.$$

Hiernach ist Horizontalkomponente des Flüssigkeitsdruckes auf die krumme Fläche gleich dem auf ihre Vertikalprojektion entfallenden Flüssigkeitsdruck und stimmt Vertikalkomponente überein mit dem Gewichte der über krummer Fläche stehenden, bis zum Flüssigkeitsspiegel reichenden Flüssigkeitssäule.

Es folgt weiter die Tiefe des Angriffspunktes der Horizontalkomponente in derjenigen des Flüssigkeitsdruckes auf die Vertikalprojektion, während die Wirkungslinie der Vertikalkomponente durch den Schwerpunkt der bezeichneten Flüssigkeitssäule geht.

(856) Flüssigkeitsdruck in beliebiger Richtung, Abb. 10. In der durch φ bestimmten Druckrichtung und senkrecht dazu sind die Wasserdruckkomponenten

$$dQ = dP \cos(\tau - \varphi) = \gamma H dF \cos(\tau - \varphi) = \gamma H dF',$$

$$dN = dP \sin(\tau - \varphi) = \gamma H dF \sin(\tau - \varphi).$$

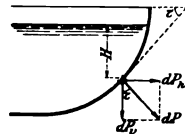


Abb. 9.

Mit $H = H' \cos \varphi$ wird

$$dQ = \gamma \cos \varphi H' dF' \quad \text{und} \quad Q = \gamma \cos \varphi \int H' dF' = G' \cos \varphi.$$

Flüssigkeitsdruck in gegebener Richtung φ auf gekrümmte Gefäßwand F ist bestimmt durch die in diese Richtung fallende Gewichtskomponente des über F stehenden, bis Flüssigkeitsspiegel reichenden Flüssigkeitszylinders mit einer

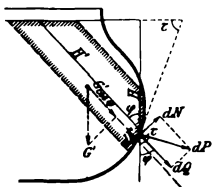


Abb. 10.

in Richtung φ fallenden Erzeugenden. Angriffspunkt von Q im Schnittpunkt der durch φ bestimmten Schwerlinie dieses Flüssigkeitszylinders mit gedrückter Fläche.

Beispiel. Bestimmung des Wasserdruckes auf Mantelfläche des Eckpfeilers, Abb. 11, und seine Neigung gegen Horizontalene. Es ist

$$\text{Wasserdruck } P = \sqrt{2H^2 + V^2},$$

worin

$$H = \gamma \frac{r+R}{2} \cdot h \cdot \frac{h}{3} \frac{2R+r}{r+R} = \gamma \frac{h^2}{6} (2R+r) = \text{Komponente}$$

auf Mantelprojektion (Trapez) und

$$V = \frac{1}{4} \gamma \frac{R-r}{2} \cdot h \cdot 2\pi \left[r + \frac{2}{3} (R-r) \right] = \frac{\pi \gamma h}{4} (R-r) \frac{2R+r}{3}; \text{ folglich}$$

$$P = \frac{\gamma h (2R+r)}{6} \sqrt{2h^2 + \frac{\pi^2}{4} (R-r)^2} = \frac{\gamma h^2 (2R+r)}{12} \sqrt{8 + \pi^2 \cotg^2 \alpha}$$

$$\text{Neigungswinkel } \delta \text{ bestimmt durch } \tg \delta = \frac{V}{H \sqrt{2}} = \frac{\pi}{2 \sqrt{2}} \cotg \alpha.$$

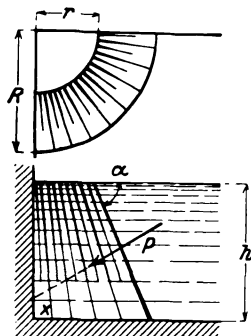


Abb. 11.

Anwendungen. Auftrieb ganz oder teilweise in Flüssigkeit untergetauchter Körper (Satz von Archimedes), ruhiges Schwimmen eingetauchter Körper, Bestimmung des spezifischen Gewichtes von Flüssigkeiten mittels der Aräometer.

Hinsichtlich weiterer Anwendungen vgl.

Weisbach, Lehrbuch der theoretischen Mechanik, 5. Aufl. bearbeitet von Herrmann. Braunschweig 1875, I. Teil S. 845 u. ff.

Ritter, Lehrbuch der technischen Mechanik. Leipzig: Baumgärtners Buchhandlung 1892.

Budau, Kurzgefaßtes Lehrbuch der Hydraulik. Wien und Leipzig: Carl Fromme 1913.

Wittenbauer, Aufgaben aus der technischen Mechanik. Berlin: Julius Springer 1921, 3. Band.

Durchfluß durch Mündungen und gefüllte Leitungen.

(857) Jeweilige Geschwindigkeit v , Abb. 12, die Strombahn oder -linie (Weg des betrachteten Teilchens) berührend. Stromlinien durch den Umfang des zu v senkrechten Flächenstückes ΔF (mit dem Spurpunkt von v als Mittelpunkt) eine Stromröhre, Stromfaden begrenzend. Stromlinien deren Normalschnitt im allgemeinen unter spitzem Winkel schneidend. Geschwindigkeit v die Komponenten $v \cos \varphi$ und $v \sin \varphi$ senkrecht bzw. parallel zu ΔF ergebend. Sofern Geschwindigkeitsrichtung von Normale zu ΔF nur wenig abweicht, ist $v \sin \varphi \approx v \varphi$ vernachlässigbar und $v \cos \varphi \approx v$.

Für endlichen ebenen Schnitt senkrecht zur mittleren Stromlinie darf angenähert die in dieser vorhandene Geschwindigkeit als Mittelwert aufgefaßt werden. Streng genommen ist in Betracht kommender Querschnitt gekrümmt

(senkrecht zu den Stromlinien) und die Vernachlässigung von $v \sin \varphi$ nur für das Element dF statthaft. Obige Annäherung läßt die Krümmung der Stromlinien außer acht, sie läuft auf äquidistante (parallele) Wasserfäden hinaus (Parallelströmung).

Für um ds von einander abtastende Querschnitte ΔF und $\Delta F + d(\Delta F)$ folgt, Abb. 13, mit q als eine für die Masseneinheit sich verstehende Kraft, unter ψ gegen ds geneigt, die beschleunigende Kraft in Bewegungsrichtung

$$p \Delta F + p [\Delta F + d(\Delta F) - \Delta F] - \left(p + \frac{\partial p}{\partial s} ds \right) [\Delta F + d(\Delta F)] + q \frac{\gamma}{g} \left[\Delta F + \frac{d(\Delta F)}{2} \right] ds \cdot \cos \psi = \frac{\gamma}{g} \left[\Delta F + \frac{d(\Delta F)}{2} \right] ds \cdot \frac{dv}{dt}$$

oder

$$q \cos \psi - \frac{g}{\gamma} \frac{\partial p}{\partial s} = \frac{dv}{dt}.$$

Für die von der Zeit unabhängige (stationäre) Strömung ist $p = f(s)$; damit geht die Gleichung unter Beachtung,

daß $dt = \frac{ds}{v}$, über in

$$q \cos \psi - \frac{g}{\gamma} \frac{dp}{ds} = \frac{v dv}{ds}$$

oder

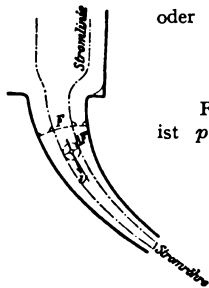


Abb. 12.

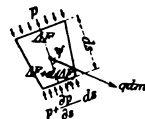


Abb. 13.

$$\int_I^{II} \frac{q \cos \psi \cdot ds}{g} = p_2 - p_1 + \gamma \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g}.$$

$\int_I^{II} \frac{q \cos \psi \cdot ds}{g}$ ist die auf die Gewichtseinheit der Flüssigkeit innerhalb des Weges I—II durch irgendwelche Massenkraft übertragene Arbeit. Für die ausschließliche Wirkung der Schwerkraft ist

$$\gamma \int_I^{II} \frac{q \cos \psi ds}{g} = \gamma H,$$

mit H als Tiefe des Querschnitts II unter demjenigen I. Damit wird

$$\gamma H = p_2 - p_1 + \gamma \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} \quad \text{oder} \quad \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + H = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g}.$$

Bernoullische Gleichung. p ist die Pressung des bewegten Wassers: hydraulische Pressung und $\frac{p}{\gamma}$ die ihr entsprechende Druckhöhe: hydraulische

Druckhöhe und je kg Wasser das Arbeitsvermögen der Pressung. $\frac{v^2}{2g} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{g} v^2$

ist die Energie des bewegten Wassers, je kg: kinetische Energie und übereinstimmend mit der v entsprechenden Fallhöhe (im luftleeren Raume und ohne Anfangsgeschwindigkeit). H ist die Tiefe des Punktes II unter I und je kg Wasser die

Lagen- oder potentielle Energie in I hinsichtlich II. Damit folgt die Energiegleichung

$$\begin{aligned} & \underbrace{\text{Pressungs-} + \text{Geschwindigkeits-}}_{\text{energie}} + \underbrace{\text{Lagen-}}_{\text{energie}} = \\ & \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{in I}} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{in I hinsichtlich II}} \\ & = \underbrace{\text{Pressungs-} + \text{Geschwindigkeitsenergie}}_{\text{in II.}} \end{aligned}$$

1. Freier Ausfluß aus Mündung parallel zum Flüssigkeitsspiegel, um H unter diesem, und Pressung in Mündungsebene gleich der auf den Flüssigkeitsspiegel wirkenden. Konstante Druckhöhe bedingt, daß unten ausfließende Menge oben zufließt; sofern Zuflußgeschwindigkeit restlos nutzbar gemacht wird folgt mit $p_2 = p_1$

$$H + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{v_2^2}{2g}$$

und im Falle Nichtausnutzung von v_1 (Wirbelung)

$$\frac{v^2}{2g} = H \quad \text{und} \quad v = \sqrt{2gH},$$

d. h. theoretische Ausflußgeschwindigkeit unter Druckhöhe H gleich der Endgeschwindigkeit eines im luftleeren Raume von Höhe H frei herabfallenden Körpers ohne Anfangsgeschwindigkeit v_1 ; $\frac{v^2}{2g}$ als Geschwindigkeitshöhe bezeichnet, d. i. die der Geschwindigkeit v entsprechende Fallhöhe.

v_1 und v_2 für den von Flüssigkeit voll erfüllten Raum verbunden durch

$$F_1 v_1 = F_2 v_2 = F v \quad (\text{Kontinuitätsgleichung}).$$

In Abb. 14 mittels offener Piëzometerrohre dargestellte Pressungen sind Überdruckpressungen gegenüber den auf Flüssigkeitsspiegel wirkenden p_0 ; damit folgt Energiegleichung

$$\frac{p_0}{\gamma} + \frac{v_0^2}{2g} + H_1 = \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g},$$

woraus mit $v_0 = 0$

$$H_1 = \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} \quad \text{und ebenso} \quad H_2 = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} \quad \text{usf.}$$

Die Summe aus hydraulischer Druckhöhe und Geschwindigkeitshöhe ist jeweils gleich der hydrostatischen Druckhöhe.

Für die oben unter 1. behandelte, in Abb. 15 dargestellte Sachlage ist v_1 die dem Gefäßquerschnitte F_1 entsprechende Zuflußgeschwindigkeit, damit die Druckhöhe H konstant bleibt. Dabei ist vollständige Ausnutzung von v_1 für Abflußzwecke vorausgesetzt, andernfalls nur die in Richtung v_2 fallende Komponente v_x in Betracht kommt, die andere hydraulisch als Verlust in Rechnung zu stellen ist, Abb. 15. Die Verschiedenheit der Pressungen auf Flüssigkeitsspiegel und im Mündungsquerschnitt gelangt in $\frac{p_1 - p_2}{\gamma}$ zum Ausdruck; aus

$$\frac{v_2^2}{2g} = H + \frac{v_x^2}{2g} + \frac{p_1 - p_2}{\gamma} = H'$$

ist ersichtlich, daß der Ausfluß unter Druckhöhe H' erfolgend angesehen werden kann, wenn der Flüssigkeitsspiegel (mit $v_z = 0$ und $p_1 = p_2$) um $\frac{v_z^2}{2g} + \frac{p_1 - p_2}{\gamma}$ erhöht gedacht wird: berichtiger (ideeller) Flüssigkeitsspiegel.

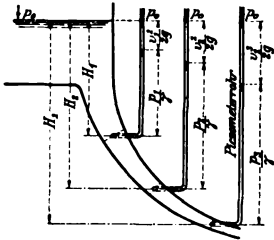


Abb. 14.

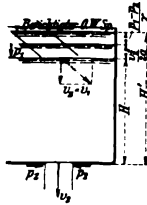


Abb. 15.

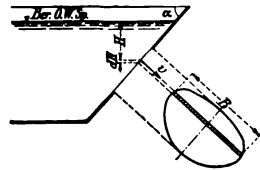


Abb. 16.

2. Ausflußmündung gegen Flüssigkeitsspiegel geneigt, Abb. 16.

Querschnittselement
$$dF = B \frac{dH}{\sin \alpha},$$

Geschwindigkeit senkrecht dazu $v = \sqrt{2gH}$ (H für berichtigten Flüssigkeitsspiegel sich verstehend),

Elementarwassermenge
$$dQ_0 = \frac{\sqrt{2g}}{\sin \alpha} B \sqrt{H} dH,$$

Gesamtwassermenge
$$Q_0 = \frac{\sqrt{2g}}{\sin \alpha} \int B \sqrt{H} dH,$$

mittlere (theoretische) Geschwindigkeit
$$v_0 = \frac{Q_0}{F} = \sqrt{2g} \frac{\int B \sqrt{H} dH}{\int B dH},$$

worin Integration über den ganzen Ausflußquerschnitt auszudehnen ist, die möglich ist, sobald die Ausflußmündung mathematisch bestimmt ist.

Z. B.: Rechteckige Mündung senkrecht zum Flüssigkeitsspiegel, d. h. $B = \text{konst.}$ und $\alpha = 90^\circ$.

$$Q_0 = B \sqrt{2g} \int_{H_0}^{H_u} \sqrt{H} dH = \frac{2}{3} B \sqrt{2g} [H_u^{\frac{3}{2}} - H_0^{\frac{3}{2}}].$$

Mit $H_u = H_s + \frac{a}{2}$, $H_0 = H_s - \frac{a}{2}$ und Entwicklung der Ausdrücke $H_i^{\frac{3}{2}}$

in Reihen folgt unter Vernachlässigung höherer Potenzen von $\frac{a}{H_s}$,

$$Q_0 = aB \sqrt{2gH_s} \left[1 - \frac{1}{96} \left(\frac{a}{H_s} \right)^2 \right] \quad \text{und} \quad v_0 = \sqrt{2gH_s} \left[1 - \frac{1}{96} \left(\frac{a}{H_s} \right)^2 \right];$$

für das Dreieck mit der Grundlinie B parallel zum Flüssigkeitsspiegel, H_0 unter diesem, gilt

$$Q_0 = \frac{2}{15} B \sqrt{2g} \frac{2H_u^{\frac{5}{2}} - 5H_u H_0^{\frac{3}{2}} + 3H_0^{\frac{5}{2}}}{H_u - H_0}$$

und für den Kreis vom Halbmesser r und Mittelpunkt um H unter dem Flüssigkeitsspiegel,

$$Q_0 = r^2 \pi \sqrt{2gH_s} \left[1 - \frac{1}{32} \left(\frac{r}{H_s} \right)^2 - \frac{5}{1024} \left(\frac{r}{H_s} \right)^4 - \dots \right].$$

(858) Vorstehend ermittelte, theoretische Werte v_0 und Q_0 werden in Wirklichkeit nicht erreicht. Tatsächliche Ausflußgeschwindigkeit v zufolge unvollkommener Ausnutzung von v_s und Reibung der Flüssigkeitsteilchen unter sich wie an den Wandungen kleiner als v_0 . Es wird bezeichnet

$$\frac{v}{v_0} = \frac{\text{tatsächliche}}{\text{theoretische}} \text{ Ausflußgeschwindigkeit} = \varphi \text{ als Geschwindigkeitszahl (-beiwert, -koeffizient).}$$

keitszahl (-beiwert, -koeffizient).

Der Mündungsquerschnitt wird im allgemeinen in gekrümmten Bahnen durchflossen mit der Wirkung, daß Strahlquerschnitt (dort, wo besten Falles die Strombahnen parallel sind) nahe der Mündung von deren Querschnitt verschieden ist; es wird bezeichnet

$$\frac{F}{F_0} = \frac{\text{Strahl}}{\text{Mündungs}} \text{querschnitt} = \alpha \text{ als Kontraktionszahl.}$$

Unter Voraussetzung, daß F' und v zusammengehörige Werte sind, folgt tatsächliche Ausflußmenge Q kleiner als die theoretische; es wird bezeichnet

$$\frac{Q}{Q_0} = \frac{\text{tatsächliche}}{\text{theoretische}} \text{ Ausflußmenge} = \mu \text{ als Ausflußzahl, und es folgt}$$

$$Q = \mu Q_0 = F' v = \alpha F_0 \cdot \varphi v_0 = \alpha \varphi Q_0, \text{ d. h. } \mu = \alpha \varphi.$$

Der Verminderung der theoretischen Ausflußgeschwindigkeit ein Energie- oder (für 1 kg Ausflußmenge) ein Druckhöhenverlust $\frac{v_0^2 - v^2}{2g}$ entsprechend; es wird bezeichnet das Verhältnis der verlorenen zur nutzbar gemachten Druckhöhe, d. h. $\frac{v_0^2 - v^2}{2g} : \frac{v^2}{2g} = \frac{1}{\varphi^2} - 1 = \zeta$ als Widerstandszahl; sie drückt die verlorene Druckhöhe oder Widerstandshöhe in Teilen der nutzbar gemachten Geschwindigkeitshöhe aus gemäß der Beziehung

$$\frac{v_0^2 - v^2}{2g} = \zeta \frac{v^2}{2g} = H_\zeta = \frac{v_\zeta^2}{2g},$$

sofern v_ζ die H_ζ entsprechende Geschwindigkeit bezeichnet. Damit folgt für das in Abb. 15 dargestellte Beispiel

$$H' = \frac{v^2}{2g} + \zeta \frac{v^2}{2g} = (1 + \zeta) \frac{v^2}{2g} = \frac{v^2}{2g} + H_\zeta = \frac{v^2}{2g} + \frac{v_\zeta^2}{2g}$$

oder

$$v = \sqrt{\frac{2gH'}{1 + \zeta}} \quad \text{und} \quad \frac{v_\zeta^2}{2g} = H' - H_\zeta.$$

Die hydrostatische Druckhöhe ist gleich der Summe aus Geschwindigkeitshöhe und Widerstandshöhe innerhalb des Weges vom Flüssigkeitsspiegel bis zur Ausflußmündung.

Für die durch Abb. 14 gekennzeichnete Sachlage folgt unter Berücksichtigung der Widerstände

$$H_1 = \frac{v_1^2}{2g} + \zeta_1 \frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma}; \quad H_2 = \frac{v_2^2}{2g} + \zeta_2 \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma}; \quad H_3 = \frac{v_3^2}{2g} + \zeta_3 \frac{v_3^2}{2g} + \frac{p_3}{\gamma}.$$

Die hydrostatische Druckhöhe ist jeweils gleich der Summe als hydraulischer Druckhöhe, Geschwindigkeitshöhe und Widerstandshöhe (bis zu dem betreffenden Querschnitt sich verstehend). Aneinandergereihte Druckhöhen der rechten Seiten liefern in offenen Piézometern die Flüssigkeitsspiegel in einer Horizontalebene. Durch Subtraktion folgt

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + \zeta_1 \frac{v_1^2}{2g} + H_2 - H_1 = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + \zeta_2 \frac{v_2^2}{2g}$$

oder

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + H_2 - H_1 - \left(\zeta_2 \frac{v_2^2}{2g} - \zeta_1 \frac{v_1^2}{2g} \right) = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g}.$$

Die Summe aus hydraulischer Druckhöhe und Geschwindigkeitshöhe im Querschnitte II ist gleich der entsprechenden Summe für Querschnitt I, zuzüglich dessen Höhe über II und abzüglich der Widerstandshöhe innerhalb der Wegstrecke I—II.

(859) Dieses Ergebnis ist unmittelbar aus der erweiterten Bernoulli'schen Gleichung feststellbar. Nach dieser folgt mittels Arbeitssatzes an Hand der Abb. 13, sofern q eine Massenkraft pro Masseneinheit ausschließlich der Schwerkraft, dW irgendeine Widerstandsarbeit innerhalb der Wegstrecke ds bezeichnet und die positive Z -Achse vertikal abwärts angenommen wird

$$p \Delta F \cdot ds + p [\Delta F + d(\Delta F) - \Delta F] ds - \left(p + \frac{\partial p}{\partial s} ds \right) [\Delta F + d(\Delta F)] ds \\ + g dm \cdot dz + q dm \cos \psi \cdot ds - dW = dm \cdot v dv$$

oder nach Division mit $dm = \frac{\gamma}{g} \Delta F \cdot ds$ und unter Vernachlässigung unendlich kleiner Größen zweiter Ordnung

$$- \frac{g}{\gamma} \frac{\partial p}{\partial s} ds + g dz + q \cos \psi ds - \frac{dW}{dm} = v dv$$

und für stationäre d. h. von der Zeit unabhängige Strömung

$$- \frac{dp}{\gamma} + dz + \frac{q \cos \psi ds}{g} - \frac{dW}{g dm} = \frac{v dv}{g}$$

oder integriert zwischen den Grenzen I und II

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} + \int_I^{II} \frac{q \cos \psi ds}{g} + z_2 - z_1 - \int_I^{II} \frac{dW}{g dm} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g}$$

oder

$$\gamma (H + A - B) = p_2 - p_1 + \gamma \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g}.$$

Hierin ist H die Tiefe des Punktes II unter demjenigen I,

A die für die Gewichtseinheit Flüssigkeit auf diese innerhalb der Wegstrecke I—II durch irgendwelche Massenkraft (ausschließlich Schwerkraft) übertragene Arbeit,

B die für die Gewichtseinheit Flüssigkeit auf dem gleichen Wege durch irgendwelche Widerstände verbrauchte Arbeit, d. i. die Widerstandshöhe,

p_2 und p_1 die hydraulische Pressung } in den Punkten II bzw. I
 v_2 und v_1 die Geschwindigkeit }

Mit $A = 0$ folgt das oben abgeleitete Ergebnis.

(860) Kontraktion abhängig von Beschaffenheit und Größe der Mündung, von Druckhöhe und Geschwindigkeit der vor Mündung ankommenden Flüssigkeit (Verhältnis des Mündungsquerschnitts zum Gefäß- oder Stromquerschnitt).

Durch Versuche feststellbar sind Ausflußzahlen μ und allenfalls (für kreisförmige Mündungen) die Kontraktionszahlen α ; Bestimmung der Geschwindigkeitszahlen φ aus der Wurfparabel ist unsicher. Bei fehlender Kontraktion ist

$\varphi = \mu$ und die Widerstandszahl $\zeta = \frac{1}{\mu^2} - 1$. Über diese Erfahrungszahlen vgl.:

Hütte, 24. Aufl. 1923, S. 337 u. ff.

Weyrauch, Hydraulisches Rechnen, 4. u. 5. Aufl. Stuttgart: Konrad Wittwer 1921.

Bubendey, Praktische Hydraulik. Leipzig: W. Engelmann 1911.

Anwendung auf Bestimmung der über Überfälle entweichenden Wassermengen aus den Überfallhöhen (vgl. unter Wassermessung) und der bei Abtragung einer gegebenen Wassermenge über dem „Wehr“ sich einstellenden Überfallhöhe (Überspiegelung). Über die in dieser Richtung gemachten Vorschläge vgl. die oben angegebenen Quellen und Handbuch der Ingenieur-Wissenschaften, 4. Aufl., II₁. Leipzig: W. Engelmann.

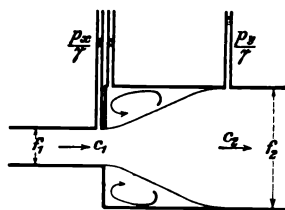


Abb. 17.

Druckhöhenverluste sind verknüpft mit jeder Geschwindigkeitsänderung nach Richtung und Größe, beispielsweise beim Durchfluß von Krümmern (vgl. unter Pumpen) und bei Querschnittsänderungen. Die übliche ältere Auffassung, daß einer plötzlichen Querschnittserweiterung eine ebensolche Geschwindigkeitsverminderung entspreche, ist nicht zutreffend; der Übergang erfolgt allmählich, wie in Abb. 17 angedeutet. Sich ausbreitender Strahl wird von wirbelndem Wasser eingehüllt.

Durch Versuche ist nachgewiesen, daß unmittelbar vor und nach dem Übergange nahezu der gleiche hydraulische Druck p_x herrscht, der in Ebene, in der sich Strahl auf den Gehäusequerschnitt erweitert hat, auf p_y gestiegen ist.

Für kreiszylindrisch vorausgesetztes Gefäß mit horizontaler Achse gilt zufolge Antriebsatzes

$$p_x f_1 + p_x (f_2 - f_1) + m (c_1 - c_2) = p_y \cdot f_2$$

oder
$$f_2 (p_y - p_x) = m (c_1 - c_2) = \frac{\gamma}{g} f_2 c_2 (c_1 - c_2)$$

und
$$\frac{p_y - p_x}{\gamma} = \frac{c_2 (c_1 - c_2)}{g}$$

Arbeitsinhalte vor und nach dem Übergange können sich nur durch den Arbeitsverlust unterscheiden, also für 1 kg Wasser

$$\frac{p_x}{\gamma} + \frac{c_1^2}{2g} - \left(\frac{p_y}{\gamma} + \frac{c_2^2}{2g} \right) = H_Q = \frac{c_1^2 - c_2^2}{2g} - \frac{2c_2(c_1 - c_2)}{2g},$$

oder
$$H_Q = \frac{(c_1 - c_2)^2}{2g} \text{ (Borda-Carnotsche Formel).}$$

Verfolgung der Aufgabe nach älterer Auffassung unter Zugrundelegung der Gesetze des unelastischen Stoßes liefert für H_Q dasselbe Ergebnis.

Aus
$$H_e = \frac{c_2^2}{2g} \left(\frac{c_1}{c_2} - 1 \right)^2 = \frac{c_2^2}{2g} \left(\frac{f_2}{f_1} - 1 \right)^2$$

folgt in
$$\left(\frac{f_2}{f_1} - 1 \right)^2 = \zeta \text{ die Widerstandszahl.}$$

Versuche von Baer¹⁾ haben gezeigt, daß die wirklichen Verluste liegen zwischen

$$\frac{(c_1 - c_2)^2}{2g} \quad \text{und} \quad \frac{c_1^2 - c_2^2}{2g} \text{)}.$$

Für die allmähliche Erweiterung empfiehlt Fliegner²⁾, sicherheitshalber die Carnotsche Formel zugrunde zu legen.

Anwendung: Venturi-Wassermesser.

(861) Der dem Durchfluß durch Leitungen und Gerinne sich entgegenstellende Widerstand, verknüpft hauptsächlich mit der Reibung des Wassers an den Wandungen, pfligt gesetzt zu werden

$$H_e = \rho \frac{u}{F} l \frac{v^2}{2g},$$

worin bezeichnet

- ρ eine Erfahrungszahl,
- u den vom Wasser benetzten Umfang der Leitung,
- F den Wasserquerschnitt,
- l die Leitungslänge und
- v die mittlere Geschwindigkeit.

Für die vollgefüllte Leitung mit Kreisquerschnitt ist $\frac{u}{F} = \frac{4}{d}$; damit wird

$$H_e = 4 \rho \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}.$$

λ ist abhängig vom Durchmesser, der Geschwindigkeit und vor allem von der Beschaffenheit der Wandung.

Weisbach setzt $\lambda = 0,0144 + \frac{0,00947}{\sqrt{v}}$; brauchbar für fast glatte Rohre

mit $d \approx 0,060$ m; für $d \leq 0,060$ m wird λ zu klein
 groß;

nach Darcy ist $\lambda = 0,0199 + \frac{0,000508}{d}$; brauchbar für rauhe Rohre mit

$v \approx 25 d$; für $v \leq 25 d$ wird λ zu klein
 groß.

Lang hat alle bis zum Jahre 1910 veröffentlichten und etwa 300 eigene Versuche zusammengefaßt in

$$\lambda = 0,009 + \frac{a}{\sqrt{d}} + \frac{b}{\sqrt{v d}},$$

worin

- a den Rauigkeitsgrad,
- b den Flüssigkeitsgrad (Temperatur) berücksichtigt.

¹⁾ Dinglers polyt. Journal 1907, S. 177.

²⁾ Camerer: Vorlesungen über Wasserkraftmaschinen, S. 118. Leipzig: W. Engelmann 1914. Vgl. außerdem Bach: Ein üblicher Fehler bei gewissen hydraulischen Rechnungen. Z. 1891, S. 474.

³⁾ Escher: Die Theorie der Wasserturbinen, S. 50. Berlin: Julius Springer 1921.

Hierin soll sein

für	0°	10°	20°	100° C
	$b = 0,0023$	$0,0020$	$0,0018$	$0,0004$

und

- $\alpha = 0,0004$ für Glas- und ganz glatte Metallrohre,
- $= 0,0007$ „ besonders glatte schmiedeiserne Wandung,
- $= 0,0009$ „ gewöhnliche schmiedeiserne Wandung und gußeiserne Flanschenrohre,
- $= 0,0026$ „ neue gußeiserne Muffenrohre,
- $= 0,005$ „ gereinigte gußeiserne Muffenrohre,
- $= 0,012$ „ Rohre mit dünner Ansatzschicht.

Nach Biel, Z. 1908, S. 1035, sowie F.A. Heft 44 ist

$$\lambda = \alpha + \frac{2f}{\sqrt{d}} + \frac{2b}{v\sqrt{d}} \frac{[\eta]}{\gamma}$$

worin für Wasser $\alpha = 0,12$, f und b von Zähigkeit und Rauigkeit abhängen, für die Biel 6 Grade aufstellt.

I. Glas und glatte Metallröhren	$f = 0,0064$	$b = 0,95$	$b \frac{[\eta]}{\gamma} = 0,0118$
II. bes. glatte Eisen- u. Zementröhren	$0,018$	$0,71$	$0,0088$
III. ger. neue gußeis. oder Holzdaubenrohre, ebene Wandungen, sauber verputzt	$0,036$	$0,46$	$0,0057$
IV. Rauhe Bretter, gut ausgefugte Backsteine, gew. Beton	$0,054$	$0,27$	$0,0032$
V. normal ausgef. Backsteine, behauene Quader	$0,072$	$0,27$	$0,0032$
VI. sehr rauhe Wandungen, Bruchsteinmauerwerk, Kanäle in Erde, Bäche und Flüsse, Wasserläufe mit Wasserpflanzen oder Gerölle	$0,18 \div 1,16$	—	—

Vgl. hierüber auch Budau, Druckverluste in Eisenbetonrohrleitungen. Z. f. d. g. T. 1914, S. 360; Stückle, Einfluß des Leitungswiderstandes von Zementrohren mit Inertolinnenanstrich. Z. 1914, S. 796; Reichel, Versuche usw., Z. 1911, S. 1414, sowie Weyrauch, Hydraulisches Rechnen, S. 132ff. Stuttgart: Konrad Wittwer 1921.

(862) Für gleichförmige Bewegung in offenen Kanälen setzt Weisbach $\varrho = 0,0074 + \frac{0,000433}{v}$;

nach Bazin (ältere Formel) ist
$$\sqrt{\frac{2g}{\varrho}} = \sqrt{\frac{1}{a + b \frac{u}{F}}}$$

nach der neueren Formel dagegen
$$\sqrt{\frac{2g}{\varrho}} = \frac{87}{1 + c \sqrt{\frac{u}{F}}}$$

worin

	α	b	c
für gehobeltes Holz, Zement	0,00015	0,0000045	0,06
„ Quader, nicht gehobeltes Holz	0,00019	0,0000133	0,16
„ Bruchsteinmauerwerk	0,00024	0,00006	0,47
„ Erde, Querschnitt regelmäßig	0,00028	0,00035	1,30
„ Gerölle (nach Kutter)	0,00040	0,0007	1,75

Nach Biel, a. a. O. gilt in $H_e = \rho \frac{u}{F} l \frac{v^2}{2g} = K \frac{v^2 l}{R}$, mit $R = \frac{F}{u} =$ hydraulischer Radius,

$$K = 0,12 + \frac{f}{\sqrt{R}} + \frac{b}{v \sqrt{R}} \frac{[\eta]}{\gamma}; \quad f \text{ und } b \frac{[\eta]}{\gamma} \text{ nach obiger Rauigkeitstabelle.}$$

In erster Annäherung $\rho \approx 0,008$.

Über weitere Berechnungsvorschläge vgl. Weyrauch, Hydraulisches Rechnen, S. 94 u. ff.

Gleichförmige Bewegung bedingt im Falle konstanter Breite ein mit Wasserspiegelgefälle übereinstimmendes Sohlengefälle; anderenfalls ist die Bewegung ungleichförmig, wird das (Spiegel-) Gefälle zur Überwindung der Reibung und zur Beschleunigung verbraucht.

(863) Bei Übertragung obiger Werte auf die ungleichförmige Bewegung ist jeweils mit den Mittelwerten der in Betracht kommenden Größen zu rechnen:

Zerlegung von l in Teilstrecken Δl für die zufolge Abb. 18 gilt

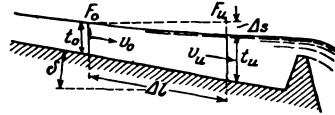


Abb. 18.

$$\frac{v_0^2}{2g} + \Delta s = \frac{v_u^2}{2g} + \rho \frac{u_m \Delta l v_m^2}{F_m^2 2g},$$

worin $v_m = \frac{v_0 + v_u}{2}$, $F_m = \frac{F_0 + F_u}{2}$. Mit $Q = F_0 v_0 = F_u v_u$ folgt

$$\Delta s = \frac{Q^2}{2g} \left[\frac{1}{F_u^2} - \frac{1}{F_0^2} + \rho \Delta l \cdot u_m \frac{F_0 + F_u}{2 F_0^2 F_u^2} \right] = \Delta l \sin \delta + t_0 - t_u.$$

(864) Ungleichförmige Bewegung des Wassers findet statt bei Stauanlagen und ähnlich wirkenden Bauwerken. Die durch den Stau bewirkte Erhebung des Wasserspiegels über die ursprünglich vorhandene Höhe heißt Stauhöhe, die Strecke, auf der eine Erhöhung stattfindet, Stauweite. Diese ist theoretisch unendlich groß und erstreckt sich praktisch bis zu dem Punkt, bei dem die Stauhöhe innerhalb der unvermeidlichen Wasserspiegelschwankung (Wellenhöhe, gewöhnlich 0,010 m) liegt.

Betr. Ermittlung der Stauweite und Bestimmung der Kronenhöhe des Stauwerkes für gegebene Wassermenge und Stauhöhe vgl. Handbuch der Ingenieurwissenschaften, 4. Aufl., II₁, W. Engelmann, Leipzig und Weyrauch, Hydraulisches Rechnen, S. 216 u. ff.

Wirkung des bewegten Wassers auf Ablenkungsflächen.

(865) Die Änderung des Beharrungszustandes (Geschwindigkeit nach Größe und Richtung) bewegten Wassers bedingt das Vorhandensein von Kräften, die von den Ablenkungsflächen auf das Wasser ausgeübt werden und sich aus dem Satze vom Antrieb berechnen. Nach diesem gilt (für stationäre Strömung)

$$dP \cdot dt = dm \cdot dv \quad \text{oder} \quad dP = \frac{dm}{dt} \cdot dv = m dv, \quad \text{d. h.} \quad P = m (v_2 - v_1).$$

Mittlere Bahn der sekundlich zur Wirkung gelangenden Masse auf zwei zueinander senkrechte Richtungen projizieren und auf diese eben ermitteltes Ergebnis anwenden.

Im Falle der in Abb. 19 angedeuteten Sachlage wird der Strahl mit Annäherung an Platte abgelenkt, um an deren ganzen Umfang mit einer von c nur wenig verschiedenen Geschwindigkeit abzufließen. Der Strahldruck (in Richtung von c) bestimmt sich im Falle einer Ablenkung um 90° zu

$$P = -m(0 - c) = mc = \gamma \frac{\pi d^2}{4} \cdot 2 \frac{c^2}{2g},$$

d. i. das Doppelte der c entsprechenden hydrostatischen Druckhöhe.

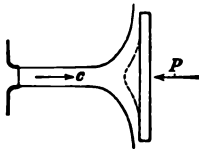


Abb. 19

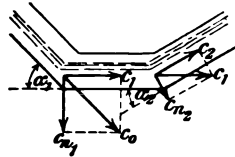


Abb. 20.

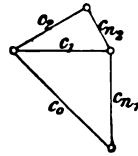


Abb. 21.

Anwendung auf die Pitotsche Röhre. Die übliche Auffassung unelastischen Stoßes ist, trotzdem sie den gleichen Strahldruck ergibt, nicht haltbar. Dasselbe gilt von derjenigen, daß die Energieinhalte, die den in Abb. 20 und 21 dargestellten Normalkomponenten c_{N1} entsprechen, verloren seien. Das Wasser bewegt sich vielmehr in gekrümmten Bahnen und besitzt eine Endgeschwindigkeit c_2 , die nur nach Maßgabe der Reibungs- und Krümmungsverluste kleiner ist als c_0 ¹⁾.

Hiernach kein nennenswerter Unterschied bestehend, ob Kanalstück gebrochen oder stetig gekrümmt ist wie in Abb. 22. In diesem Falle ist

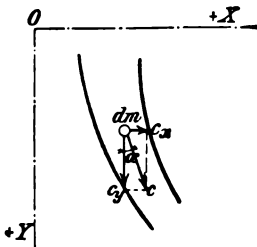


Abb. 22.

$$dX = dm \frac{dc_x}{dt} = m dc_x = m d(c \sin \alpha)$$

$$dY = dm \frac{dc_y}{dt} = m dc_y = m d(c \cos \alpha)$$

und die auf das Wasser wirkenden Komponenten

$$X = m(c_2 \sin \alpha_2 - c_1 \sin \alpha_1)$$

$$Y = m(c_2 \cos \alpha_2 - c_1 \cos \alpha_1).$$

Gleichgroß und entgegengesetzt gerichtet sind die Wasserwirkungen auf das Kanalstück.

Im Falle Bewegung der Ablenkungsfläche sind relative Geschwindigkeiten einzuführen. Immer muß mitgebrachte Energie zuzüglich der Arbeit der Schwerkraft und abzüglich der durch Widerstände verbrauchten Energie gleich sein der nutzbar gemachten zuzüglich der im abfließenden Wasser enthaltenen.

Beispiel. Bestimmung des Strahldruckes und der nutzbar gemachten Leistung für die aus Abb. 23 ersichtliche Ablenkungsfläche im Falle stoßfreien Eintritts (Relativgeschwindigkeit ist Tangente an erstes Schaufelelement).

Zufolge übereinstimmender Pressung in Eintrittsebene und auf Flüssigkeitsspiegel (Atmosphäre) ist $c_1 = \varphi \sqrt{2gH_0}$, nach Maßgabe der Verluste kleiner als Gefällgeschwindigkeit, ein GrößtWert. Für den unendlich dünn vorausgesetzten Strahl ist $w_2 \gtrsim w_1$, je nachdem innerhalb

H_r die Schwerkraftarbeit \gtrsim Widerstandsarbeit ist. Sofern $w_2 = w_1 = w$ folgt

¹⁾ Vgl. hierüber Banki: Ober unrichtige Anwendung hydraulischer Sätze. Z. 1919, S. 1490 ff.

Strahldruck in Richtung u : $P_u = \frac{1}{g} [w \cos(180 - \beta_1) + w \cos \beta_2]$,

nutzbar gemachte Arbeit: $P_u \cdot u = \frac{1}{g} w [\cos(180 - \beta_1) + \cos \beta_2] u$;

mittels Arbeitssatzes folgt je 1 kg (Aufschlag)wasser mitgebrachte Energie

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{g} c_1^2 = \frac{c_1^2}{2g}$$

im abfließenden Wasser enthaltenen Energie $A_n = \frac{c_2^2}{2g}$, somit zufolge obiger Voraussetzung, d. h. Schwerkraftarbeit = Widerstandsarbeit innerhalb H_r ,

$$\text{nutzbar gemachte Arbeit } \frac{1}{2g} (c_1^2 - c_2^2) = A_n.$$

Nach Abb. 23 ist

$$c_1^2 = w^2 + u^2 - 2wu \cos \beta_1$$

$$c_2^2 = w^2 + u^2 - 2wu \cos \beta_2,$$

also

$$A_n = \frac{1}{g} w [\cos(180 - \beta_1) + \cos \beta_2] u,$$

d. i. obiger Wert.

Strahldruck in vertikaler Richtung $P_v = \frac{1}{g} w [\sin \beta_1 - \sin \beta_2] \geq 0$,

je nachdem $\beta_1 \geq \beta_2$ (Stützkraft, Zapfenreibung bestimmend).

Zufolge $w = \text{konst.}$ ist Strahlquerschnitt (dreiseitig begrenzt) oder Zellenquerschnitt (bei voller Ausfüllung allseitig begrenzt) konstant.

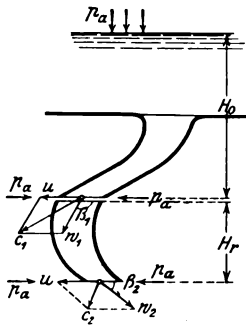


Abb. 23.

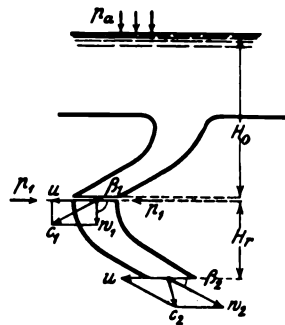


Abb. 24.

Beispiel. Aufgabe wie vorher für eine im Eintrittsquerschnitt vorhandene Pressung

$p_1 > p_a$, Abb. 24. Aus $c_1 = \varphi \sqrt{2g \left(H_0 - \frac{p_1 - p_a}{\gamma} \right)}$ ersichtlich, daß c_1 nach Maßgabe zunehmenden Überdruckes $p_1 - p_a$ kleiner wird als vorher. Vorhandener Überdruck bedingt allseitig begrenzten Strahl, dessen Querschnitt zufolge $w_2 > w_1$ abnimmt; es folgt

$$\frac{w_2^2}{2g} = \frac{w_1^2}{2g} + H_r + \frac{p_1 - p_a}{\gamma} - H_{\ell_{1,2}}$$

und für $H_{\ell_{1,2}} = H_r$

$$\frac{w_2^2}{2g} = \frac{w_1^2}{2g} + \frac{p_1 - p_a}{\gamma}.$$

Damit ergibt sich

Strahldruck in Richtung u : $P_u = \frac{1}{g} [w_2 \cos \beta_2 - w_1 \cos \beta_1]$,

nutzbar gemachte Arbeit: $A_n = P_u \cdot u = \frac{1}{g} (w_2 \cos \beta_2 - w_1 \cos \beta_1) u$.

Ähnlich wie oben folgt

$$c_1^2 - c_2^2 = w_1^2 - w_2^2 - 2u(w_1 \cos \beta_1 - w_2 \cos \beta_2)$$

oder

$$\frac{c_1^2 - c_2^2 + w_2^2 - w_1^2}{2g} = \frac{1}{g} u (w_2 \cos \beta_2 - w_1 \cos \beta_1).$$

Unter Beachtung, daß

$$\frac{c_1^2}{2g} = H - H_{e0} - \frac{p_1 - p_2}{\gamma} = H - H_{e0} - \frac{w_2^2 - w_1^2}{2g},$$

folgt

$$\frac{c_1^2 - c_2^2}{2g} = H - H_{e0} - \frac{c_2^2}{2g} = \frac{1}{g} u (w_2 \cos \beta_2 - w_1 \cos \beta_1) \quad \text{wie oben.}$$

Wasserkraftanlagen¹⁾.

(866) Zur vollständigen Wasserkraftanlage gehören die Wasserfassung, die Wasserführung nach und von der Kraftanlage samt Zubehör, die Maschinenanlage mit Baulichkeiten und u. U. die Einrichtungen zur Fortleitung der gewonnenen Energie.

(867) Wasserfassung. Einziehung des Wassers eine Anstauung desselben durch Staukörper oder Wehre bedingend, die entweder dauernd über ganze Breite absperrn: feste oder dichte Wehre, oder Durchflußbreite teilweise oder vollständig freigeben: bewegliche oder lichte Wehre als Schützen- oder Fallenwehre, (im Falle von Strompfeilern oder fester Gestelle den Durchfluß von Schwimmkörpern hindernd, daher mit Losständern); als Sektorwehr, versenkbar und den Stau selbsttätig regulierend (Weserwehr b. Bremen, vgl. Z. 1916, S. 81 ff. und 1917, S. 902); als Klappenwehre oder als Walzenwehre (Mainwehre, vgl. D. B. 1904, Nr. 5 und Schw. B. Bd. 43, Nr. 6 u. 7). Rücksichtlich Eisabführung über, nicht unter dem Wehrkörper wird das Segmentwehr bevorzugt.

Feste Wehre mit Grundablaßschütze, Schwelle auf Sohlentiefe, unter der des Grabeneinlaufes. Zugang und Bedienungsteg hochwasserfrei.

Anordnung des festen Wehres an möglichst breiter Stelle des Flußlaufes: Hochwasserabführung bei geringer Überspiegelung der Wehrkrone. Zwecks deren Beschränkung fester Wehrkörper mit beweglichem Aufsatz, der selbsttätig abschwimmbar oder umlegbar oder vom Ufer aus aufgerichtet werden kann: Dachwehr von A. Bezner in Ravensburg i. Württ. Vgl. Z. 1909, S. 1783 ff.

Selbsttätige Beherrschung der Stauwirkung am Wehre durch die Konstruktionen der Stauwerke A. G. in Zürich. Vgl. Z. 1914, S. 1284 ff. u. Schw. B. 1911, S. 181.

Rücksichten auf Schifffahrt und Flößerei erfordern die Ausführung von Schleußen und Floßgassen, diejenigen der Fischzucht schreiben die Anbringung von Fischpässen oder -leitern vor.

Grabeneinlauf: möglichst 10 bis 50 m oberhalb Staukörpers den gestauten Flußlauf anschneiden. Geringe Eintrittsgeschwindigkeit $v_e = 0,3$ bis $0,5$ bis $0,75$ m/sek. Eintrittsschwelle $0,3$ bis $0,5$ m über Flußsohle zwecks Fernhaltung des Geschiebes. Grobrechen: gebrauchte Eisenbahnschienen, 300

¹⁾ Vgl. Pfarr, Neuere Turbinenanlagen, ausgeführt von der Maschinenfabrik J. M. Voith, Heidenheim a. Brenz. Z. 1897, S. 792 ff. und Turbinen für Wasserkraftbetrieb, 2. Aufl. Berlin: Julius Springer 1912; Thomann, Wasserturbinen. Stuttgart: Konrad Wittwer 1908 und 1921, 1. Teil; Gelpke, Turbinen und Turbinenanlagen. Berlin: Julius Springer 1906; die hierauf bezüglichen Veröffentlichungen in der Schw. B., in der Z. f. d. g. T. und in der Zeitschrift „Die Turbine“.

Über eine wertvolle Zusammenstellung und Kritik von Ausführungen und technischen Einzelheiten, wie der wirtschaftlichen Gesichtspunkte, siehe: Ludin, Die Wasserkräfte. Berlin: Julius Springer 1923. Schließlich sei auf Rümelin, Wasserkraftanlagen, Sammlung Göschen, verwiesen.

bis 400 mm Teilung, gegen U-Eisenschwelle N.P. 30 sich stützend. Bedienungssteg und Zugang hochwasserfrei.

Grabeneinlaßschütze, gegen Hochwasser abschließend, bei großer Tiefe mit Hochwasserschild. Schwellenhöhe durch Stauanlage gegeben. Durchflußgeschwindigkeit etwa 0,75 m/sek, damit lichte Weite folgend. Unter 3 m Wassertiefe und innerhalb 4 m lichte Weite einfache Holztafeln (Eiche, $k_b = 100$ bis 120 kg/cm^2), bei größerer Wassertiefe zwei oder mehrere Tafeln übereinander, Antrieb unabhängig voneinander oder Kupplung der Tafeln. Schwierigere Abdichtung eiserner Tafeln.

Widerstand = Eigengewicht + Reibung. Rücksichtlich Anfrrierens $\mu \approx 0,3$ und mehr. Verminderung der Reibung durch Rollen. Antrieb von Hand oder elektrisch vom Maschinenhause aus (mit Handhilfshubwerk) oder hydraulisch (Sicherung gegen Einfrieren der Druckerflüssigkeit).

Grabensohle ab Einlaßschwelle stark fallend auf Schwellenhöhe der Kieschütze (Querschnittsvergrößerung, Geschiebeabsetzung) mit folgender plötzlicher Erhebung auf normale Sohlentiefe. Entstehende Stufe etwa $\frac{1}{2}$ m hoch, scharfkantig.

(868) Obergraben im Abtrag oder Auftrag mit Trapezquerschnitt (mittlere Breite Wasserquerschnittes ungefähr doppelter Tiefe), gemauert oder betoniert mit Rechteckquerschnitt (Breite gleich doppelter Tiefe) und Sohlengefälle mit errechnetem Wasserspiegelgefälle übereinstimmend (gleichförmige Bewegung im Falle unveränderlicher Breite).

Reichlich breiter Überfall mit gut abgerundeter Kante zur Begrenzung der Anschwellung des Wasserspiegels infolge plötzlicher Minderung oder Unterbrechung der Wasserverarbeitung bzw. zwecks Sicherstellung des Wasserbezuges für Unterlieger. Unter Vernachlässigung der Zuflußgeschwindigkeit und Kontraktion durch 1 m Breite abtragbar $Q = \frac{2}{3} \cdot 0,90 \cdot 4,43 h \sqrt{h} \approx 2,6 h \sqrt{h} \text{ m}^3/\text{sek}$.

Verminderung von h durch Saugüberfall: Heberrohr mit rechteckigem Querschnitt, derjenige für Eintritt in Höhe Überfallkante liegend. Vgl. Schw. B. 1911, Bd. 57, Heft 25 u. Bd. 58, Heft 15 sowie Ludin, a. a. O., II. Bd., S. 860 ff.

Leerschütze mit Oberkante in Höhe Überfallkante zum Absenken des Wasserspiegels und Ablassen des Obergrabens möglichst nach Wildbett, andernfalls nach Untergraben. Einteilige oder zweiteilige Tafel zum Zweck des Eisablassens. Absturzhöhe behufs Schonung der Ufermauern unterteilt: Wasserkissen mit Überfällen und Entleerungsöffnungen am Boden. Je nach Eisbetrieb Lichtweite zwischen 1 und 4 m.

Feinrechen, 10 bis 15 bis 20 mm Lichtweite (gesetzliche Vorschriften), Flacheisen 5 bis 10 mm stark, Höhe berechnen ($k_b \approx 1200 \text{ kg/cm}^2$) aus Wasserdruk auf versetzte Rechenfläche, die abhängig von Wassergeschwindigkeit (0,3 bis 0,5 m/sek durch freie Rechenfläche). Breite, bei offenen Turbinen durch Einbau (Kammerweite und Pfeilerstärke) gegeben, bestimmt Wassertiefe am Rechen und damit Schwellenhöhe. Über derjenigen der Leerschütze liegend: Sandfang.

Statt Rechteckquerschnitt auch Fischbauchprofil der Dillinger Hütte (Festsetzen der Schwemmsel) oder Trapezquerschnitt mit abgerundeten Kanten oder das durch D. R. G. M. geschützte Profil (Gelpke, Ausführung von Amme, Giesecke & Konegen, A.-G. in Braunschweig). Vgl. Z. 1913, S. 567 ff. Verbindung der Stäbe durch Bolzen und Futteringe zu Feldern von 200 bis 300 kg Gewicht. Verbindungsschrauben außerhalb Stabmitte wasserabwärts gesehen und nicht in Höhe normalen Wasserspiegels rücksichtlich Reinigung. Aus diesem Grunde auch Schrägstellung der Stäbe ($\text{tg } \alpha = 0,4$ bis $0,6$). Rechenfläche schräg gestellt, nach Leerschütze weisend (Selbstreinigung). Volle Ausnutzung durch Anordnung vor und nicht zwischen den Mauerpfeilern. Rechen gegen Holm des Podiums sich stützend, das hochwasserfrei liegt. Andernfalls und ev. rücksicht-

lich Reinigung bei großer Stablänge Zwischenpodium mit Hochwasserschild. Verhinderung des Eisansatzes durch Berieseln mit Grund- oder Abwasser (Spritzrohr längs Rechens, Lochteilung = Stabteilung). Wassergeschwindigkeit von 0,3 m/sek durch Nettorechenfläche soll gegen Vereisung schützen. Stabenden 150 mm über Podium vorstehend, Bohlenabdeckung mit Längsfaser entlang dem Rechen. Ablaufschlitze nach Rechen. Breite des Podiums entsprechend dem Gebrauche des u. U. langen Putzrechens.

Einlaßschütze, wie die am Grabeneinlauf als Hubschütze (Holz, Eisen) oder als Drehschütze (leichter zu betätigen, weniger Platz beanspruchend, Getriebeteile unter Wasser, Durchlaß verengend).

(869) Diese für Nieder- und Mitteldruckanlagen erforderlichen Einrichtungen auch bei Hochdruckanlagen für Wasserführung zwischen Fassung und Wasserschloß unentbehrlich. Unter Umständen geschlossener Kanal: Betonröhren, in Fels gesprengte Stollen (drucklos, eventuell mit Überläufen oder unter Druck stehend mit Kaminen oder Steigrohren zwecks Milderung der Druckanschwellungen). Einlaufkammer für Druckrohranschluß: Podium über höchstem Wasserstand (Pendeln), Sohle möglichst tief (Wasserreserve) mit Sammelrinne für Leckwasser durch Schütze. Stetige Ablenkung nach konisch verjüngtem Einlauf (gut abgerundete Kanten).

Einlaufstück, einbetoniert, mit Ausdehnungsstopfbüchse. Rohrleitung Gußeisen bis 750 mm lichter Durchmesser und für mäßige Gefälle: Beanspruchung 120 bis 150 kg/cm², Verstärkung der Form- und Abzweigstücke (Probedruck \geq doppelter Betriebsdruck). Sonst Flußeisen oder -stahl, genietet oder geschweißt; Blechbeanspruchung 600 bis 800 kg/cm², Rostungszuschlag bis 2 mm, Festigkeit der Schweißstelle das 0,75 bis 0,80fache derjenigen der Bleche. Ev. Eisenbeton. Verbindung bei Gußeisen und nahtlosen schmiedeeisernen Röhren durch Muffen, bei schmiedeeisernen oder Gußröhren für 100 bis 150 m Druckhöhe durch Flanschen, glatt oder mit Auf- und Eindrehung oder beiderseits eingedreht (selbstdichtend: Gummi). Kleine Ablenkungen durch schieb abgeschnittene Ringe oder Keilkränze (Geb. Sulzer, Winterthur.) Lagerung auf Mauersockel und Gleitsattel oder Rolle. Durchlaufende Mauer bei steilen Leitungen. Unterteilung langer Leitungen: Fixpunkte in 200 bis 400 m Entfernung durch Einbettung in schwere Betonklötze und nachgiebiges oberes Ende mittels Ausdehnungs-(Stopfbüchse)muffen. Fixpunkte in Ablenkungspunkten der Leitung, dazwischen gerader Verlauf, andernfalls Hintermauerung oder pendelnde Stützen im Ablenkungspunkte. Mannlöcher, Belüftungs-, Füll- und Entleerungsvorrichtung. Leerschieber ohne Umlaufleitung, $\frac{1}{60}$ bis $\frac{1}{25}$ des Querschnittes der Druckleitung. Abschlußvorrichtung am Ende durch Schieber oder Drosselklappe (leichter beweglich, weniger dicht. Zwecks Beschränkung der Abmessungen Welle mit $k_b = 600$ bis 800 kg/cm² berechnen). Antrieb von Hand, elektrisch oder hydraulisch (Reibungswiderstand mit $\mu = 0,3 \div 0,5$). Vgl. auch (507).

Wassergeschwindigkeit in Rohrleitung verschieden je nach Gefälle und zugelassenem Gefällverlust, nach Transport- und Aufstellungsmöglichkeit, zwischen $1,25 \div 3$ m/sek. Durch Absperrorgan an Turbine höchstens $\frac{1}{4} \sqrt{2gH}$.

Automatisch wirkender Rohrabschluß zur Sicherung gegen Brüche der Leitung oder Turbine, im oberen Teile ersterer. Massenwirkung bei Bemessung der Wandstärke beachten¹⁾, wenn diese nicht durch Kamine, Steigrohre mit

¹⁾ Vgl. hierüber Alliévi, Allgemeine Theorie über die veränderliche Bewegung des Wassers in Leitungen, deutsche Ausgabe bearbeitet von Dubs und Bataillard, Berlin: Julius Springer 1910; Budau, Druckschwankungen in Turbinenleitungsrohren, Wien: Spieß 1905 und Z. d. österr. Ing.- u. Arch.-Ver. 1905, S. 417 ff.; Braun, Druckschwankungen in Rohrleitungen, Stuttgart: Konrad Wittwer 1909; Prášil, Wasserschloßprobleme. Schw. B. Bd. 52, Nr. 21 ff.; Utard, Die bei der Turbinenregulierung auftretenden sekundären Erscheinungen, bedingt

Überlauf oder vom Geschwindigkeitsregler beherrschte Freilaufventile unschädlich gemacht wird.

Untergrentiefe an Turbine durch Saugrohr bedingt (898). Vorspringende Pfeiler mit Falzen zum Abdichten durch Dammbalken. Horizontale Sohle, Tiefe durch Breite und Wassergeschwindigkeit c_a bedingt, gegen Grabenende allmählich auf Sohle des Flußbettes ansteigend.

Pegel für Ober- und Unterwasser an Turbine. Ev. Wasserstandsanzeiger für Unterwasser (Schwimmer oder pneumatisch). Sicherstellung gleichbleibenden Wasserabflusses durch Wasserstandsregler (924).

Gefälle.

(870) Für Leistung der Wasserkraftmaschinen maßgebendes Gefälle H gleich dem Gesamtgefälle abzüglich aller durch Wasserführung bedingten Gefällverluste; im ankommenden Wasser enthaltene und die für Abfluß aufzuwendende Bewegungsenergie sind zu berücksichtigen¹⁾. Hiernach ist an Hand der Abb. 25 der Höhenunterschied zwischen A und B die aufzuwendende Druckhöhe zur Erzeugung der Eintrittsgeschwindigkeit, sofern Wassergeschwindigkeit im Flußlauf hierzu nicht herangezogen wird, und zur Überwindung des Eintrittswiderstandes, also

$$\overline{BC} = (1 + \zeta_0) \frac{c_0^2}{2g}.$$

Höhenunterschied zwischen B und E ist das Widerstandsgefälle im Obergraben, sofern $c_0 = c_e = \text{konstant}$ ist, bzw derjenige zwischen B und E_1 die Summe von Widerstands- und Beschleunigungsgefälle, wenn die Geschwindigkeit derart zunimmt, daß $c_{e1} > c_e$.

Im Untergraben ist das Widerstandsgefälle $= \overline{GJ}$ und die zur Erzeugung der Abflußgeschwindigkeit aufzuwendende Druckhöhe

$$\overline{KF} = \frac{c_a^2}{2g}; \text{ es folgt somit}$$

$$H = \frac{c_0^2}{2g} + \overline{EK} = \frac{c_e^2}{2g} + \overline{EF} - \frac{c_a^2}{2g}, \text{ sofern } c_0 = c_e = \text{konst.}, \text{ und}$$

$$H = \frac{c_0^2}{2g} + \overline{E_1K} = \frac{c_{e1}^2}{2g} + \overline{E_1F} - \frac{c_a^2}{2g},$$

wenn c_{e1} die Geschwindigkeit des in E ankommenden Wassers ist.

durch die Massenträgheit des zufließenden Arbeitswassers, D. p. J. 1909, S. 402ff.; Hemmeler in Z. 1909, S. 1229ff.; Forchheimer ebendas. 1912, S. 1291 und 1913, S. 545; Hutzelsieder, Der Steigschacht, Z. f. d. g. T. 1911, S. 4 ff.; Grammel, Zur Theorie der Schwingungen im Wasserschloß, ebendas. 1913, S. 129; Kröner, Zur Dimensionierung der Druckstollenausgleichbehälter für Wasserkraftwerke, Gas u. Wasser 1911, S. 341 ff. und schließlich die experimentellen Untersuchungen von Watzinger und Nissen, Z. 1912, S. 228ff. Über Entlastungskonstruktionen s. Z. f. d. g. T. 1907, S. 545 (Sicherheitsventil); Z. 1909, S. 932 (Standrohr); 1905, S. 994; 1909, S. 1110; 1914, S. 1534 ff. (Druckregler); ferner die oben genannte Veröffentlichung von Budau, Thomann, Wasserturbinen, und die Berichte über Wasserkraftwerke in der Schw. B.

¹⁾ Bach, Z. 1872, S. 289f., sowie „Die Wasserräder“, Stuttgart: Konrad Wittwer 1886, Camerer, Z. 1906, S. 1994, und Z. f. d. g. T., 1906, S. 395.

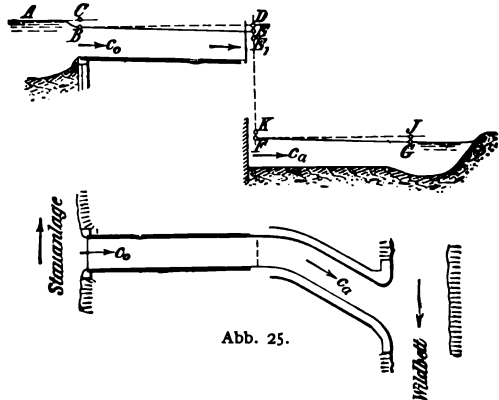


Abb. 25.

Nur für $c_a = c_e$ ergibt sich das an Kraftmaschine verfügbare Gefälle als Wasserspiegelhöhenunterschied an ihr zwischen den Querschnitten, in denen die Wassergeschwindigkeiten $c_e = c_a$ sind.

In vielen Fällen ist c_a wenig von c_e verschieden, so daß mit Höhenunterschied der Wasserspiegel als Gefälle an Kraftmaschine gerechnet werden darf.

Zuflußgeschwindigkeit c_e wird bisweilen für Eintrittszwecke nur mangelhaft ausgenutzt, der Verlust ist zu Lasten der Kraftmaschine zu setzen; dagegen wird bei gewissen Anordnungen das Wasser dem Untergraben mit richtiger Geschwindigkeit nach Größe und Richtung zugeführt; die Höhe $\bar{K}\bar{F}$ ist dem Motor gutzuschreiben.

Bei Zuführung mittels Rohrleitung ist der mit dieser verknüpfte Verlust, (861), wenn er nicht zu Lasten der Kraftmaschine geht, wie es meist der Fall ist, auszuschalten; es wird der hydraulische Druck am Motor gemessen mittels Flüssigkeits- oder Federmanometers. Vgl. Z. 1911, S. 1414 (Differentialflüssigkeitsmanometer), 1912, S. 218 (registrierendes Röhrenfeder-Manometer). Zurechnung der Geschwindigkeitshöhe gibt die nutzbare Druckhöhe im Einlauf; der andere Teil des Gefälles, vom Einlauf bis Unterwasserspiegel, ist leicht bestimmbar.

Das Gefälle selbst ist mit Wassermenge derart veränderlich, daß mit Zunahme letzterer das Gefälle abnimmt und umgekehrt. Bei Stauanlagen mit zunehmender Wassermenge der Unterwasserspiegel rascher ansteigend als Oberwasserspiegel — das Gefälle nimmt ab. Zur Erhöhung des mit zunehmender Wassermenge abnehmenden Gefälles werden mit Erfolg Gefällvermehrer (Herschel), Ejektorschützen und ähnlich wirkende Einrichtungen angewendet. Vgl. Z. 1906, S. 1825 u. ff.; Z. f. d. g. T. 1907, S. 185 u. ff., 1908, S. 524 u. ff. Bei abnehmender Wassermenge sinkt Oberwasserspiegel langsam und verbleibt schließlich (vom Abarbeiten abgesehen, im Falle die verarbeitete Wassermenge vorübergehend größer ist, als die vom Flußlauf dargebotene) in Wehrkronenhöhe, während Unterwasserspiegel unabhängig vom Oberwasserspiegel weitersinkt — das Gefälle nimmt zu.

Unterschied zwischen Wasserrädern und Turbinen.

(871) Im Wasser enthaltenes Arbeitsvermögen ist

$$A = 1000 Q H,$$

mit Q = sekundliche Wassermenge in m^3 , H = Gefälle in m .

Das Wasser sinkt entweder mit nahezu gleichförmiger und geringer Geschwindigkeit von der Höhe H herab, Zellen füllend und auf diese drückend: Wirkungsweise des Wassers durch sein Gewicht in Wasserrädern¹⁾ — Ausnutzung der potentiellen Energie des Wassers —, oder es trifft mit einer dem nutzbaren Gefälle H , oder einem Teil desselben entsprechenden Geschwindigkeit auf Ablenkungsflächen (gekrümmte Schaufeln), durch diese eine Ablenkung erfahrend und damit auf sie einen (Strahl)druck ausübend: Wirkungsweise des Wassers vermöge seiner Geschwindigkeit in Turbinen — Ausnutzung der kinetischen Energie —. Vgl. Beispiele, (865).

Der der Höhe H entsprechende hydrostatische Druck kann auf den in einem Zylinder hin und her gehenden Kolben wirken und damit durch einen Kurbelmechanismus die für Kraftmaschinen geeignete Rotationsbewegung erzeugt werden: Wirkungsweise des Wassers in Wassersäulenmaschinen (Umkehrung der Kolbenpumpen).

¹⁾ C. Bach, Die Wasserräder, II. Teil. Stuttgart: Konrad Wittwer 1886.

Turbinen¹⁾.

(872) Allen Turbinen gemeinschaftlich ist

1. ein Leitapparat oder Leitrad, bestehend entweder aus unbeweglichen, in Eisen oder Stahl eingegossenen, schmiedeeisernen oder Stahlblechschaufeln oder aus drehbaren Leit-schaufeln, je nach Wassergeschwindigkeit und Abmessungen aus Gußeisen, Stahlguß oder Bronze bestehend, oder aus einem bzw. mehreren Leitkanälen, die mittels Stempels oder Zungenschiebers oder mittels Nadel reguliert bzw. geschlossen werden;
2. ein Laufrad aus Gußeisen, Stahlguß oder Bronze mit ebensolchen Schaufeln oder eingegossenen Stahlblechschaufeln;
3. eine Welle, aus Flußstahl, massiv, oder aus Gußeisen bzw. Stahlguß, hohl, ev. mit Standsäule oder Tragstange (stehend);
4. ein Spurzapfen zum Abfangen der in Richtung der Achse wirkenden Kräfte sowie Führungslager der Turbinenwelle und
5. Vorrichtungen zum Regulieren (vgl. unter 1).

Nach Richtung des dem Laufrade zufließenden Wassers unterscheidet man Axial- und Radialturbinen, je nachdem die Wasserteilchen den Spalt zwischen Leit- und Laufrad auf Rotationszylindern um Achse oder in Ebenen senkrecht dazu überschreiten. Zwischenstufen stellen die Konus- und die Diagonalturbinen dar. Spaltfläche ist bei Axialturbinen im allgemeinen eben, bei Radialturbinen zylindrisch. Bei diesen kann außerdem das Wasser am äußeren oder inneren Umfange des Laufrades eintreten: Radialturbinen mit äußerem oder innerem Leitrad bzw. äußerer oder innerer Beaufschlagung.

Hinsichtlich hydraulischer Wirkung des Wassers ist zu unterscheiden zwischen Reaktions- oder Überdruckturbinen und Aktions-Druck- oder Freistrahlturbinen. Bei ersteren ist die Wassergeschwindigkeit beim Durchgang durch den Spalt kleiner, als die Gefällgeschwindigkeit; es ist ein auf Vermehrung der relativen Wassergeschwindigkeit hinwirkender Überdruck (Pressung) vorhanden, das Wasser leistet Arbeit durch Änderung der Richtung und Größe seiner relativen Geschwindigkeit. Bei den Freistrahlturbinen dagegen ist das gesamte vorhandene Gefälle in Geschwindigkeit umgesetzt, die Wasserpressung beim Eintritt in das Laufrad ist Null, das Wasser leistet Arbeit nur vermöge der Richtungsänderung seiner relativen Geschwindigkeit, wenn vom Einflusse des Bewegungswiderstandes im Laufrad und der Gewichtswirkung des Wassers innerhalb des Laufrades abgesehen wird. Je nachdem hierbei das Wasser die Laufradzellen vollständig ausfüllt oder sie in einem Strahle, nur eine Fläche der Schaufel berührend, durchfließt, spricht man von Grenz- oder von Strahl- turbinen.

Das Wasser wird dem Laufrad entweder auf dessen ganzem Umfang zugeführt: Vollturbinen, oder nur auf einem Teil desselben: Partialturbinen.

Durch Teilung der Eintrittsbreite, sei es zwecks gesicherter Wasserführung oder aus konstruktiven oder anderen Gründen, erhält man mehrkränzige Axialturbinen oder mehretägige Radialturbinen. Durch Verteilung der Wassermenge auf zwei oder mehrere auf derselben Welle sitzende Laufräder entstehen Zwilling- oder mehrfache Turbinen.

¹⁾ Nach Thomann, Wasserturbinen. Stuttgart: Konrad Wittwer 1908 und 1921.

Vgl. außerdem:

Pfarr, Turbinen für Wasserkraftbetrieb, 2. Aufl. Berlin: Julius Springer 1912.

Gelpke, Turbinen und Turbinenanlagen. Berlin: Julius Springer 1906.

Camerer, Vorlesungen über Wasserkraftmaschinen. Leipzig und Berlin: Wilhelm Engelmann 1914.

Wenn Turbinenleistung dem veränderlichen Kraftbedarf oder der verfügbaren Wassermenge durch Änderung der Durchflußquerschnitte angepaßt werden kann, spricht man von Regulier- oder regulierbaren Turbinen.

Hinsichtlich der ersten konstruktiven Durchbildung in Verbindung mit der hydraulischen Wirkung des Wassers bezeichnet man die mit Überdruck arbeitende Axialturbine als Jonval-Turbine (zuerst von Henschel & Sohn, 1837, in Kassel gebaut und kurz darauf dem Werkmeister Jonval in Mülhausen durch französisches Patent geschützt), die ohne solchen arbeitende Druckturbine als Girard-Turbine, die mit Überdruck und äußerem Leitrad arbeitende Radialturbine als Francis-Turbine und die Radialturbine mit innerem Leitrad in Anordnung mit stehender Welle ganz allgemein als Fourneyron-Turbine (1829)¹⁾. Die teilweise, innen beaufschlagten Freistrah-Radialturbinen in Ausführung mit horizontaler Achse heißen nach ihrem ersten Erbauer Schwamkrug-Turbinen.

Schließlich gibt es noch partiell, außen beaufschlagte Freistrahlturbinen, in denen das Wasser ähnlich wie in einer doppelten Axialturbine (Ablenkung des Wasserstrahles um nahezu 180°) arbeitet: Pelton-, Löffel- und Becherturbinen.

Bezeichnungen¹⁾.

(873) Es bezeichne mit Bezugnahme auf Abb. 26 bis 29 durch Index²⁾

- e einen beliebigen Punkt im Eintrittsquerschnitt F_e ,
- a „ solchen im Austrittsquerschnitt F_a ,
- 0 „ „ „ Leitradaustritt F_0 bzw. f_0 ³⁾,
- 1 „ „ „ Laufradeintritt F_1 bzw. f_1 ,
- 2 „ „ „ Laufradaustritt F_2 bzw. f_2 ,
- 3 „ „ „ Saugrohreintritt F_3 vgl. (898),
- 4 „ „ „ Saugrohraustritt F_4 . Hierbei sind F_e , F_a , F_3 und F_4 normal zur Längsrichtung des Kanales oder Rohres, die Querschnitte F_0 , F_1 und F_2 normal zu der auf der Umfangsgeschwindigkeit u senkrechten Geschwindigkeit c_m für die gesamte Wassermenge zu rechnen. f_0 , f_1 und f_2 sind die Querschnitte je für einen Kanal, und zwar versteht sich f_0 senkrecht zu c_0 , f_1 und f_2 bzw. senkrecht zu w_1 und w_2 .

Index I versteht sich für die auf 1 m Gefälle bezogene Größe.

Ferner bezeichne

- Q die Wassermenge in m³/sek, und insbesondere die bei voller Beaufschlagung verarbeitete Wassermenge,
- Q_I die Wassermenge in m³/sek für 1 m Gefälle,
- Q_n die Normalwassermenge in m³/sek, die der Bedingung stoßfreien Eintrittes entspricht ($\beta_1 = \beta_1'$) Abb. 29,
- G die Wassermenge in kg/sek, also $G = Q\gamma$,
- γ das spezifische Gewicht des Wassers in kg/m³,
- g die Beschleunigung infolge der Schwerkraft,
- M die sekundliche Wassermasse, also $M = \frac{G}{g} = \frac{Q\gamma}{g}$,

H , mit entsprechendem Index, die Höhenlage des betrachteten Punktes über beliebig gewählter, unterhalb der Anlage befindlichen Horizontalfläche gleich dem (potentiellen) Arbeitsvermögen für 1 kg Aufschlagwasser, bezogen auf diese,

¹⁾ Die Konstruktion mit Wasserzuführung von oben rührt von Fourneyron, diejenige mit unterer Beaufschlagung von Nagel her.

²⁾ Die Bezeichnungen entsprechend der Berliner Vereinbarung 1916, sind der Vollständigkeit halber aufgeführt und im wesentlichen den folgenden Entwicklungen zugrunde gelegt. Vgl. Z. f. d. g. T. 1906, S. 393, und Z. 1906, S. 1993, denen auch die Abbildungen entnommen sind.

³⁾ Nach Thomann unmittelbar vor Laufradeintritt liegend.

p die Wasserpressung in kg/m^2 ,

h die dieser Pressung entsprechende Wassersäule in m; es ist $h = \frac{p}{\gamma}$

und weiter $\frac{G}{\gamma} p_e = Q p_e$ das Arbeitsvermögen des Druckes im Punkte e ,

ω die Winkelgeschwindigkeit,

U die Umfangsgeschwindigkeit in m/sek,

C die absolute Wassergeschwindigkeit in m/sek,

C_u die Umfangskomponente der absoluten Wassergeschwindigkeit in m/sek,

C_m die Meridiankomponente der absoluten Wassergeschwindigkeit in m/sek,

Abb. 27
und 28

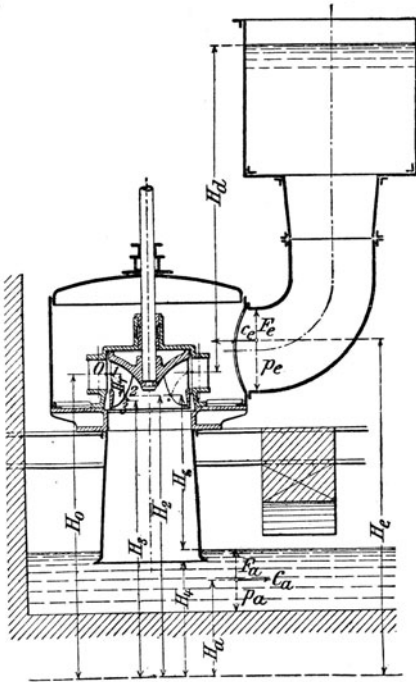


Abb. 26.

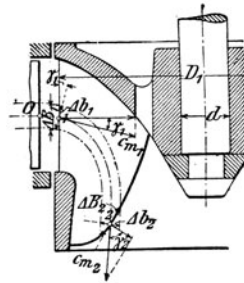


Abb. 27.

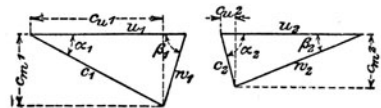


Abb. 28.

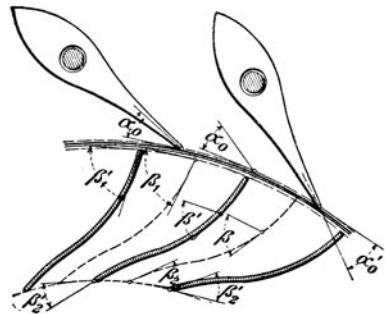


Abb. 29.

W die relative Wassergeschwindigkeit im Laufrad in m/sek, Abb. 28,
 H_d die Druckhöhe = Tiefe des Laufradeintritts (Punkt 1) unter Oberwasserspiegel,

H_r die Radhöhe = lotrechter Abstand der Punkte 1 und 2,

H_s die Saughöhe = Höhe des Laufradaustritts (Punkt 2) über Unterwasserspiegel,

H_n das Netto- oder Nutzgefälle = lotrechte Entfernung von Ober- bis wasserspiegel, $H_n = H_a + H_r + H_s$,

R , mit Index, die Reibungsarbeit in mkg derart, daß R_s den Reibungsverlust auf dem Wege zwischen 1 und 2 bedeutet und alle hydraulischen Reibungs-, Stoß- und Wirbelverluste einschließt,

ρ die auf das Gefälle von 1 m bezogene, die spezifische Reibungsarbeit, also $\rho_s = \frac{R_s}{H}$, worin $H = H_e - H_a + h_e - h_a + \frac{c_e^2 - c_a^2}{2g}$, das an der Turbine verfügbare Gefälle bedeutet¹⁾).

α, β , die aus Abb. 28 und 29 ersichtlichen Winkel der Wassergeschwindigkeiten,

α', β' die im allgemeinen hiervon verschiedenen Schaufelwinkel; im Falle stoßfreien Eintritts²⁾ ist $\alpha = \alpha', \beta = \beta'$,

N die an der Turbine verfügbare Leistung in PS; es ist $N = \frac{1000 Q H}{75}$,

ε den hydraulischen Wirkungsgrad der Turbine,

N_e deren hydraulische Leistung in PS, also $N_e = \varepsilon N$,

η den mechanischen Wirkungsgrad der Turbine,

e den Gesamtwirkungsgrad der Turbine, also $e = \varepsilon \cdot \eta$,

N_e die effektive Turbinleistung in PS, also $N_e = e N$,

N_g die gesamte verfügbare Leistung der Anlage, d. i. $N_g = \frac{1000 Q H_g}{75}$,

also

H_g das Gesamtgefälle in m,

e_g den Gesamtwirkungsgrad der Anlage, somit $N_e = e_g N_g$,

n die Umlaufzahl in der Minute,

n_s die spezifische Umlaufzahl, d. i. die bei $H = 1$ m erzielte Umlaufzahl einer Turbine von 1 PS Leistung, vgl. S. 925; es ist

$$n_s = \frac{1}{\sqrt[4]{H^3}} \cdot n \sqrt{N} = n_I \sqrt{N_I}$$

a die Schaufelweite,

b die effektive, d. i. die senkrecht zur Meridiangeschwindigkeit und zur Umfangsgeschwindigkeit gemessene Schaufelbreite,

B die konstruktive Schaufelbreite,

Δb und ΔB die entsprechenden Werte für eine Teilturbine bzw. Wasserstraße,

D den Durchmesser und insbesondere

D_1 den Laufrad-Eintrittsdurchmesser,

D_2 den Laufrad-Austrittsdurchmesser, d. i. der doppelte Schwerpunktsabstand der effektiven Schaufelbreite b_s von der Turbinenachse,

D_3 und D_4 der dem Punkte 3 zugehörige bzw. der Saugrohrdurchmesser,

z mit Index die Schaufelzahl,

s die Schaufeldicke,

t die Teilung (auch die Zeit in Sekunden).

Ferner bezeichne³⁾

h_p den dem Überdrucke entsprechenden, auf Vermehrung der Relativgeschwindigkeit hinwirkenden Gefällanteil,

H_g den dem gesamten Widerstand entsprechenden Gefällanteil, mit Index die Widerstandshöhe innerhalb der bezeichneten Wegstrecke,

¹⁾ Dieser Ausdruck stimmt überein mit dem S. 917 für H entwickelten.

²⁾ Nach Reindl (Z. 1911, S. 1072), Eintritt mit Winkelübereinstimmung oder glatter Eintritt.

³⁾ Nicht auf der Berliner Besprechung 1906 vereinbart.

$H_t = H - H_\rho$ das indizierte Gefälle, das gleiche hydraulische Leistung wie H ergibt, wenn Widerstände fehlen¹⁾,
 C_p , C_ρ und C_t die entsprechenden (tatsächlichen) Geschwindigkeiten,
 c , u , w usw. die spezifischen Geschwindigkeiten²⁾.

(874) Das an der Turbine vorhandene Gefälle ist gleich der Summe aus Druckgefälle, bis Leitradaustritt oder Laufradeintritt sich verstehend, Radgefälle, der zwischen Laufradein- und -austritt liegende Gefällanteil, im allgemeinen in Ansehung des Gesamtgefälles gering und vernachlässigbar, und aus Sauggefälle, zwischen Laufradaustritt und Unterwasser, wenn die Verbindung der Turbine mit diesem durch ein Saugrohr erfolgt. Abb. 26. Vgl. auch (898).

Die innerhalb dieser Einzelwege auftretenden Verluste werden entweder in Teilen des Gefälles ($H_\rho = \rho \cdot H$) oder in Teilen der im betrachteten Querschnitt vorhandenen Geschwindigkeitshöhe ($H_\rho = \zeta \frac{C^3}{2g}$) ausgedrückt. Es kommen folgende Verluste in Betracht:

1. Weg vom Oberwasser bis Leitradaustritt: Fehlende oder nur teilweise erfolgende Ausnutzung der Zuflußgeschwindigkeitshöhe $\frac{C_z^2}{2g}$ bzw. $\frac{C_e^2}{2g}$, Abb. 26, für offene bzw. geschlossene (Gehäuse-) Turbinen; im allgemeinen mit Ablenkung und Wirbelung verknüpft, für gut ausgeführte Spiralturbinen ($\max C_e = \frac{1}{4} \sqrt{2gH}$) am kleinsten, etwa 1% des Gefälles, und steigend, bis auf etwa 3% für Kesselturbinen mit zentralem Einlauf, Abb. 26. Ferner Eintrittswiderstand in das Leitrad infolge Kontraktion, gemildert durch Abrundung der Kränze und Schaufelenden und Reibungswiderstand, längs des Leitkanales veränderlich; proportional $\frac{u}{F} dL$, deshalb wenig und kurze Schaufeln.

Das Thomannsche Näherungsverfahren bestimmt den Verlust als Summe der für $\frac{L}{2}$ (des mittleren Wasserfadens) folgenden Einzelverluste mit den beim Ein- und Austritt vorhandenen Werten; nach ihm folgt für mittlere Verhältnisse der Verlust zu 1,5 und 3,2% für die Überdruck- bzw. Freistrahlturbine.

Strahldicke
 Krümmungswiderstand, proportional $\frac{\text{Strahldicke}}{\text{Krümmungshalbmesser}}$, mit wachsender Schaufelzahl und zunehmendem Krümmungshalbmesser abnehmend. Thomann empfiehlt Bestimmung des Verlustes in der Weise, daß die für die halben Ablenkungswinkel ermittelten Verluste mit den für Ein- und Austritt vorliegenden Größen addiert werden; für mittlere Verhältnisse beläuft sich der Krümmungsverlust auf etwa 3 und 6,5% für die Überdruck- bzw. Freistrahlturbine.

Zwischen den rücksichtlich Geringhaltung des Reibungs- und Krümmungswiderstandes sich widersprechenden Forderungen wird vermittelt derart, daß scharfe Krümmungen durch entsprechende Bemessung der Kanallänge (Radhöhe bzw. Tiefe) vermieden werden, und die stärkere Krümmung in die Gegend kleiner Geschwindigkeit verlegt wird. Im übrigen erfolgt die Formgebung in der Weise, daß eine stetige und rasche Querschnittsverminderung nach dem Austritt hin erfolgt: Vermeidung langer Schläuche.

2. Übergang vom Leitrad ins Laufrad, Durchgang durch den Schaufelspalt: Verlust infolge plötzlicher Änderung der Geschwindigkeit nach Größe

¹⁾ Nach Thomann, S. 12.

²⁾ Nach Holl, Die Wasserturbinen, Sammlung Göschel, „Schnelle“ z. B. u = Umfangsschnelle.

und u. U. auch nach Richtung. Ersterer nach Borda-Carnot, (860) zu berechnen, letztere vorhanden infolge der endlicher Schaufelstärke bzw. bei nicht normalem Gange der Turbine: Stoßverlust. Wasserverlust durch den Kranzspalt zwischen Leit- und Laufrad.

3. Durchgang durch das Laufrad: Eintrittsverlust ist im Falle zugschärfter Schaufelkante gering. Bestimmung des Reibungsverlustes der fürs Leitrad entsprechend, abhängig von der Größe des Überdruckes; sofern dieser etwa $0,45 H$, beläuft sich der Verlust für die Überdruckturbine auf etwa $1,5\%$, für die Freistrahlturbine, (Strahl auf nur 3 Seiten begrenzt), auf ungefähr $0,7\%$.

Auch der Krümmungsverlust wird wie beim Leitrade bestimmt, nach Thomann unter Zugrundelegung des absoluten Strahles; er stellt sich auf etwa 3% .

4. Austritt aus dem Laufrade, Eintritt ins Saugrohr: Plötzlicher Querschnittsübergang infolge endlicher Schaufelstärke; Milderung des nach Borda-Carnot (860) zu berechnenden Verlustes und Besserung der Wasserführung durch verschieden starke (Guß)schaukel.

5. Durchgang durch das Saugrohr und Austritt aus diesem: Reibungsverlust und ev. Krümmungsverlust, Verlust infolge unvollkommener Umsetzung von Geschwindigkeit in Druck (Wirbelung) und zufolge der mit Luftausscheidung verknüpften mangelhaften Saugwirkung, vgl. unter Saugrohr.

6. Übergang vom Saugrohraustrittsquerschnitt F_4 , Abb. 26, nach dem Unterwasserquerschnitt F_a an der Turbine: Reibungs- und Wirbelverluste. Durch Addition der auf diese 6 wichtigen Wasserwege angewendeten Bernoullischen Gleichung, nämlich

$$\frac{p_z}{\gamma} + \frac{C_z^2}{2g} + H_d - z = \frac{p_0}{\gamma} + \frac{C_0^2}{2g} + \varrho_0 H,$$

mit z = Tiefe unter Flüssigkeitsspiegel,

$$\frac{p_0}{\gamma} + \frac{C_0^2}{2g} = \frac{p_1}{\gamma} + \frac{C_1^2}{2g} + \varrho_1 H$$

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{W_1^2}{2g} + \frac{U_2^2}{2g} - \frac{U_1^2}{2g} + H_r = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{W_2^2}{2g} + \varrho_2 H$$

$$\frac{p_2}{\gamma} + \frac{C_2^2}{2g} = \frac{p_3}{\gamma} + \frac{C_3^2}{2g} + \varrho_3 H$$

$$\frac{p_3}{\gamma} + \frac{C_3^2}{2g} + H_s + y = \frac{p_4}{\gamma} + \frac{C_4^2}{2g} + \varrho_4 H,$$

mit y = Tauchtiefe des Saugrohres.

$$\frac{p_4}{\gamma} + \frac{C_4^2}{2g} + y_a - y = \frac{p_a}{\gamma} + \frac{C_a^2}{2g} + \varrho_5 H,$$

sofern y_a = Tiefe unter Flüssigkeitsspiegel und unter Beachtung, daß

$$\frac{p_z}{\gamma} = \frac{p_A}{\gamma} + z \text{ und } \frac{p_a}{\gamma} = \frac{p_A}{\gamma} + y_a \text{ folgt}$$

$$H_d + H_r + H_s + \frac{C_z^2}{2g} - \frac{C_a^2}{2g} = H = \frac{C_1^2}{2g} - \frac{C_2^2}{2g} + \frac{W_2^2}{2g} - \frac{W_1^2}{2g} + \frac{U_1^2}{2g} - \frac{U_2^2}{2g} \\ + (\varrho_0 + \varrho_1 + \varrho_2 + \varrho_3 + \varrho_4 + \varrho_5) H$$

oder

$$2g H (1 - \Sigma \varrho) = C_1^2 - C_2^2 + W_2^2 - W_1^2 + U_1^2 - U_2^2 = 2g (H - \Sigma H_\varrho).$$

Mit $H - \Sigma H_\rho = H_t =$ nutzbar gemachte Gefällhöhe und $\varepsilon = \frac{H_t}{H} =$ hydraulischer Wirkungsgrad folgt die Ponceletsche Grundgleichung der Turbinentheorie

$$\varepsilon \cdot 2gH = C_1^2 - C_2^2 + W_2^2 - W_1^2 + U_1^2 - U_2^2$$

und

$$\varepsilon \cdot 2g(xH) = (\sqrt{x}C_1)^2 - (\sqrt{x}C_2)^2 + (\sqrt{x}W_2)^2 - (\sqrt{x}W_1)^2 + (\sqrt{x}U_1)^2 - (\sqrt{x}U_2)^2,$$

unter der mit großer Genauigkeit zulässigen Annahme, daß die ρ_i konstant und damit die Einzelwiderstände dem Gefälle proportional sind, so daß dies auch mit ΣH_ρ zutrifft und ε als vom Gefälle unabhängig angesehen werden darf. Damit erweisen sich die Geschwindigkeiten als proportional \sqrt{H} .

(875) In der Folge werden die Widerstände unter 1. und 3. zusammengefaßt und mit H_ρ bezeichnet, die unter 2. und 4. aber je für sich betrachtet. Läufe insbesondere die Turbine stoßfrei, vgl. S. 926, so ist der Gefällverlust unter 2. bei richtiger Formgebung der Schaufeln gering und im Falle fehlenden Saugrohres tritt das Wasser mit der Geschwindigkeit C_2 ins Unterwasser. Damit verknüpfter Arbeitsverlust beläuft sich auf

$$\frac{C_2^2}{2g} : H = C_2^2 : 2gH = c_2^2.$$

$c_2 = C_2 : \sqrt{2gH}$ ist als Verhältnis der tatsächlichen Geschwindigkeit C_2 zu der dem Gefälle H entsprechenden (Gefäll)geschwindigkeit eine unbenannte Zahl, die als spezifische Geschwindigkeit bezeichnet wird. Vgl. S. 923. Mit diesen schreibt sich die Ponceletsche Grundgleichung

$$\varepsilon = c_1^2 - c_2^2 + w_2^2 - w_1^2 + u_1^2 - u_2^2,$$

die im Falle stoßfreien Eintrittes ins Laufrad und unmittelbaren Austrittes ins Unterwasser mit $\varepsilon = c_1^2 - c_2^2$ in der Schreibweise

$$c_1^2 = c_1^2 + w_2^2 - w_1^2 + u_1^2 - u_2^2$$

auch als Durchflußgleichung (im Falle stoßfreien Ganges) bezeichnet wird.

(876) Zufolge dieser Erklärung ist auch $C_2 = c_2 \sqrt{2gH}$ und mit $2gH = 1$ d. h. $H = \frac{1}{2g}$ wird $C_2 = c_2$: die spezifische Geschwindigkeit ist die für das Gefälle $\frac{1}{2g}$ entsprechend $2gH = 1$ sich verstehende tatsächliche Geschwindigkeit. Und schließlich läßt $c_2^2 = \frac{C_2^2}{2g} : H$ erkennen, welcher Gefällanteil an betr. Stelle in Geschwindigkeit umgesetzt, als Geschwindigkeitshöhe vorhanden ist, die in m Wassersäule zu $c_2^2 \cdot H = \frac{C_2^2}{2g}$ folgt.

Statt auf das Gefälle $H = \frac{1}{2g}$ kann die Turbine auch auf $H = 1$ m bezogen werden; in diesem Falle werden die Geschwindigkeiten mit Index I bezeichnet, vgl. S. 920, so daß $c_{2I} = \frac{C_2}{\sqrt{H}}$, mit C_2 als die H entsprechende tatsächliche Geschwindigkeit. Aus $C_2 = c_{2I} \sqrt{H} = c_2 \sqrt{2gH}$ folgt $c_{2I} = c_2 \sqrt{2g}$ als Zusammenhang zwischen den für die Einheitsgefälle sich verstehenden Geschwindigkeiten.

(877) Für stoßfreien Eintritt ergeben die beiden ersten Bilanzgleichungen, S. 924

$$p_0 + \frac{C_0^2}{2g} = \frac{p_1}{\gamma} + \frac{C_1^2}{2g}.$$

Gleichheit der absoluten Energieinhalte, der entsprochen wird durch $p_0 = p_1$ und $C_0 = C_1$; zufolge Voraussetzung ist ferner $\alpha_0 = \alpha_1$, und damit wird auch $W_0 = W_1$ sowie $\beta_1 = \beta_1'$ (S. 921). Im Falle vorhandenen Eintrittsstoßes bestehen diese Identitäten nicht mehr; deshalb werde in der Folge die zum stoßfreien Eintritt sich verstehende Durchflußgleichung geschrieben

$$c_i^2 = c_0^2 + w_2^2 - w_0^2 + u_1^2 - u_2^2.$$

Die Einführung von

$$w_0^2 = c_0^2 + u_1^2 - 2 u_1 c_0 \cos \alpha_1 \quad \text{und} \quad w_2^2 = c_2^2 + u_2^2 - 2 u_2 c_2 \cos \alpha_2,$$

Abb. 28, in die Poncelet'sche Grundgleichung liefert die Arbeitsgleichung im Falle stoßfreien Eintrittes

$$\varepsilon = 2 u_1 c_0 \cos \alpha_0 - 2 u_2 c_2 \cos \alpha_2$$

oder

$$c_0 \cos \alpha_0 = \frac{\varepsilon}{2 u_1} + \frac{u_2}{u_1} c_2 \cos \alpha_2. \quad \text{oder} \quad c_{u_0} = \frac{\varepsilon}{2 u_1} + \frac{u_2}{u_1} c_{u_2}.$$

Hierin ist $\alpha_2 \leq 90^\circ$ und versteht sich $c_2 \cos \alpha_2$ algebraisch.

Die Widerstandshöhe H_e kann auch ersetzt werden durch die ihr entsprechende Geschwindigkeitshöhe $\frac{C_e^2}{2g}$; ihr Anteil am Gefälle ist

$$\frac{C_e^2}{2g} : H = \frac{C_e^2}{2gH} = c_e^2,$$

so daß auch gilt $c_i^2 = 1 - c_e^2$.

(878) Die S. 923 u. ff. angedeuteten Einzelverluste sind unter sonst gleichen Umständen ziemlich genau proportional dem Quadrat der Durchflußgeschwindigkeit. Daher ist auch c_e^2 proportional c_0^2 oder w_2^2 , d. h. unabhängig vom Gefälle; dagegen erweist sich c_e^2 als abhängig von der Laufradgröße, mit der sich $\frac{u}{F}$ ändert, ganz abgesehen vom Einfluß der mit zunehmender Größe wachsenden Ausführungsgenauigkeit. Mit dem für $D = 1$ m sich verstehenden Wert $c_e^2(1\text{ m})$ setzt Thomann für im übrigen gleiche Ausführung

$$c_e^2 = c_e^2(1\text{ m}) \cdot \left(0,9 + \frac{0,1}{D}\right),$$

mit $c_e^2(1\text{ m}) = 0,08 \div 0,14$ für die Francis- und Becherturbine
 $= 0,12 \div 0,18$ „ „ Axialturbine
 $= 0,12 \div 0,18$ „ „ innere Radialturbine.

(879) Eintritt mit Stoß. Liegt vor, wenn c_0 und c_1 sowie w_0 und w_1 , nach Größe und Richtung nicht übereinstimmen, ist streng genommen zufolge endlicher Schaufelstärke stets, wenn auch in geringem Grade vorhanden (Schaufelzuschärfung) und tritt im übrigen bei nicht normalem Gange der Turbine auf. Spezifischer Geschwindigkeit c_0 entspricht, Abb. 30, die relative w_0 , während die durch Schaufel bestimmte w_1 ist; umgekehrt würde dieser die spezifische Geschwindigkeit c_1 entsprechen. Die Überführung von w_0 in w_1 kann durch eine Geschwindigkeit w_{st} bewirkt gedacht werden, die

für Francisturbinen mit Drehschaufelregulierung parallel u angenommen werden darf, und es erscheint der Stoßverlust durch die Umlenkungskomponente w_{st} bedingt. Durch Zerlegung von w_0 in $w_0'' \perp w_1$ und w_0' in Richtung von w_1 folgen die (üblicher Auffassung) entsprechenden Verluste $w_0''^2$ und $(w_0' - w_1)^2$ und damit der Gesamtverlust

$$w_{st}^2 = w_0''^2 + (w_0' - w_1)^2,$$

wobei streng genommen zwischen Beschleunigung und Verzögerung von w_0' auf w_1 zu unterscheiden ist. Thomann setzt den Stoßverlust $\frac{H_{e_{st}}}{H} = k w_{st}^2$, worin k , zwischen 0,7 und 1,1 liegend, in erster Annäherung gleich der Einheit angenommen werden darf.

(880) Bei unmittelbarem Austritt ins Unterwasser beträgt der **Austrittsverlust** c_2^2 ; nicht unter 0,01 wegen kleiner Winkel β_2 und damit verknüpfter schwieriger Herstellung der Laufschaufel und nicht ohne Not größer als $c_{m_2}^2 = 0,07$ entsprechend $c_2 = 0,26$. Für Ausfluß verfügbar $c_{m_2} = c_2 \sin \alpha_2$, um so größer bei gleichem c_2 je größer $\sin \alpha_2$: tunlichst senkrechten Austritt anstreben, für den $F_2 \perp c_{m_2}$ am kleinsten ausfällt. Durch Anbringung eines sich stetig erweiternden Saugrohres, Abb. 26, ist es im Falle verlustloser Überführung von c_2 in c_4 möglich, diesen auf $c_4^2 = c_2^2 - (c_2^2 - c_4^2)$ herabzumindern. In Wirklichkeit ist der Saugrohrgewinn $c_g^2 < c_2^2 - c_4^2$ (Wirbelung, Reibung, Luftabscheidung) etwa

$$c_g^2 = k_s (c_2^2 - c_4^2) - \frac{H_{e_{3,4}}}{H} - \frac{H'}{H},$$

worin nach Thomann $k = 0,3 \div 0,7$, $\frac{H_{e_{3,4}}}{H}$ die verhältnismäßige Widerstandshöhe bezeichnet und $\frac{H'}{H}$ der Verminderung der Saughöhe durch Luftausscheidung Rechnung trägt. Geringe Wirbelverluste bedingen, daß $c_{u_2} = c_2 \cos \alpha_2$ klein gehalten wird, α_2 von 90° nicht erheblich abweicht.

(881) Die Luftausscheidung ist abhängig vom Luftgehalt des Wassers und der Saughöhe, deren Größtwert bestimmt ist durch die Forderung, daß die Wasserpressung p_2 größer ist als die der Wassertemperatur entsprechende Dampfspannung. Nach S. 924 folgt

$$\max H_s = \frac{p_A}{\gamma} - \frac{p_2}{\gamma} - \frac{C_2^2 - C_4^2}{2g} + (\varrho_3 + \varrho_4) H.$$

Thomann rechnet mit $1 \div 1,6\%$ Verlust durch Luftausscheidung und bestimmt die größte zulässige Saughöhe für $\frac{p_A}{\gamma} = 9$ m in Abhängigkeit des Gefälles beispielsweise zu $H_s = 6$ m bei $H = 30$ m.

(882) Damit folgt für den nicht stoßfreien Gang

$$\varepsilon = 1 - c_0^2 - c_2^2 + c_g^2 - w_{st}^2$$

und mit $c_i^2 = 1 - c_0^2 + c_g^2$ wird $\varepsilon = c_i^2 - c_2^2 - w_{st}^2$.

Die Durchflußgleichung lautet dann

$$c_i^2 = c^2 + w_2^2 - w_0^2 + u_1^2 - u_2^2 + w_{st}^2$$

und unter Beachtung, daß nach Abb. 30

$$w_u^2 - w_0^2 = w_0''^2 + (w_0' - w_1)^2 - w_0''^2 - w_0'^2 = -2 w_0' w_1 + w_1^2$$

$$= -2 w_1 (w_0' - w_1) - w_1^2$$

auch

$$c_i^2 = c_0^2 + w_2^2 - w_1^2 + u_1^2 - u_2^2 - 2 w_1 (w_0' - w_1)$$

und mit

$$\varepsilon = 1 - c_0^2 - c_2^2 + c_i^2 - w_u^2 = c_i^2 - c_2^2 - w_u^2$$

schreibt sich die Arbeitsgleichung

$$c_{u_0} = \frac{c_i^2 - c_2^2 - w_u^2}{2 u_1} + \frac{u_2}{u_1} c_{u_2}$$

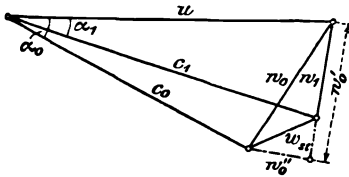


Abb. 30.

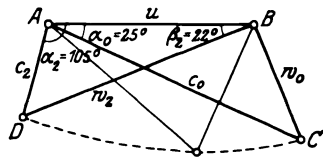


Abb. 31.

(883) Durch Aufeinanderlegung der im Maßstabe Einheit = 1 oder 2 dm gezeichneten Geschwindigkeitsdreiecke oder Vierecke derart, daß Anfangspunkte und Richtungen von u_1 und u_2 zusammenfallen, wird das Geschwindigkeitsdiagramm erhalten, Abb. 31 (für eine Axialturbine gültig), das nur Aufschluß gibt über die im Ein- und Austritt vorliegenden Geschwindigkeitsverhältnisse; für zwischenbefindliche Querschnitte liegen die Endpunkte der Relativgeschwindigkeiten auf dem Geschwindigkeitsriß, dessen Verlauf rücksichtlich guten Wirkungsgrades oder kleiner Widerstände bestimmt ist. Vgl. die S. 923 ausgesprochenen Forderungen außer der weiteren, daß die Relativgeschwindigkeit nach dem Austritt hin stetig zunehmen soll: Vollkommene Umsetzung von Druck in Geschwindigkeit als umgekehrt.

(884) Konstruktion des Diagramms bei stoßfreiem Eintritt nach Braun für Axialturbinen. Mit $u_1 = u_2 = u$ folgt die Durchflußgleichung

$$c_i^2 = w_2^2 - w_0^2 + c_0^2$$

oder nach Abb. 32 $c_i^2 - w_2^2 = c_0^2 - w_0^2 = x^2 - y^2$;

die Schnitt-(End-)punkte von c_0 und w_0 bzw. c_i und w_2 liegen auf einer zu u Senkrechten, der Eintrittsvertikalen. Mit $x = c_0 \cos \alpha_0 = c_{u_0}$ folgt nach der Arbeitsgleichung

$$c_{u_0} = \frac{\varepsilon}{2 u} + c_{u_2} \quad \text{oder auch} \quad c_{u_0} - c_{u_2} = \frac{\varepsilon}{2 u}$$

Die Eintrittsvertikale steht von der Austrittsvertikalen um $\frac{\varepsilon}{2 u}$ ab.

Beispiel. Zu vorhandenem Leitrad (gegeben D_0, z_0, f_0, α_0), ein neues Laufrad zu konstruieren, das bei H m Gefälle Q cbm/sek Wasser schluckt bei einer nach Größe und Richtung gegebenen absoluten Austrittsgeschwindigkeit $c_2 = \sqrt{c_2^2}$, Abb. 32. Den gegebenen Abmessungen entspricht $c_0 = \frac{Q}{z_0 f_0 \sqrt{2 g H}}$; damit liegt die Eintrittsvertikale und auf ihr Endpunkt von c_i fest. Durch diesen und Endpunkt von c_2 gehender Kreis (mit sich ergebendem Halbmesser w_2) bestimmt u .

Beispiel. Für eine gegebene Axialturbine und ein bestimmtes Gefälle zu berechnen: die stoßfreiem Eintritt entsprechende Umfangsgeschwindigkeit, die Umlaufzahl, den Aus-

trittsverlust und die Schluckmenge. Durch α_0 und β_1 ist, Abb. 33, das Eintrittsdreieck (c_0^* und u^*) in unbekanntem Maßstabe bestimmt; mit $w_2^* = \frac{z_0 f_0}{z f_2} c_0^*$ und β_2 folgt das Austrittsdreieck im gleichen Maßstabe, das durch Vergleich des Diagrammwertes c_i^* mit dem Erfahrungswert c_i folgt. Das wahre Diagramm wird erhalten durch Multiplikation der Diagrammwerte (rechnerisch oder zeichnerisch) mit $\frac{c_i}{c_i^*}$; es ergibt sich $U = u \sqrt{2 g H}$, $n = \frac{60 U}{\pi D}$, c_2^2 und $Q = z_0 f_0 \cdot c_0 \sqrt{2 g H}$.

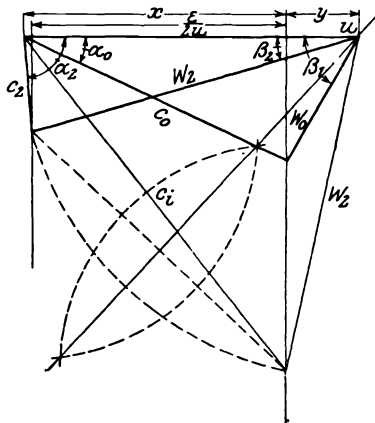


Abb. 32.

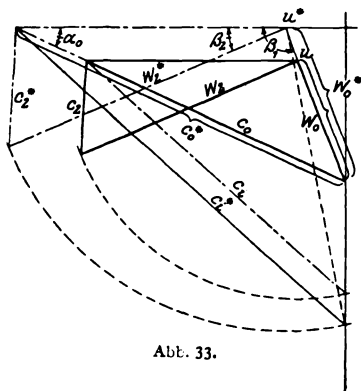


Abb. 33.

(885) Der im Eintritt (Index 0) gegenüber dem Austritte (Index 2) vorhandene Überdruck berechnet sich an Hand der Energiegleichungen zu

$$\frac{p_0}{\gamma} + \frac{C_0^2}{2g} + H_0 - \left(\frac{p_2}{\gamma} + \frac{C_2^2}{2g} + H_2 \right) = \frac{C_i^2}{2g} - \frac{C_2^2}{2g} + H_{e_{0,2}}$$

oder

$$\frac{p_0 - p_2}{\gamma} + H_0 - H_2 = \frac{C_i^2}{2g} - \frac{C_0^2}{2g} + H_{e_{0,2}}$$

mit

$$\frac{p_0 - p_2}{\gamma} + H_0 - H_2 = \frac{C_p^2}{2g}$$

folgt auch

$$c_p^2 = c_i^2 - c_0^2 + c_{e_{0,2}}^2$$

und unter Vernachlässigung der kleinen Größe $\frac{c_{e_{0,2}}^2}{c_{e_{0,2}}^2}$ wird $c_p^2 \approx c_i^2 - c_0^2$. c_p^2 wird als Spaltüberdruck bezeichnet, die ihm entsprechende Wassersäule ist $c_p^2 \cdot H$. Er ist aus den Diagrammen, Abb. 32 und 33, leicht bestimmbar.

(886) Für die (axiale) Freistrahlturbine ist $c_p^2 = 0$, daher $c_0 = c_i$ und $w_2 = w_0$. Der Geschwindigkeitsriß, Abb. 34, ist ein Kreisbogen.

In Anwendung auf das 1. Beispiel ist $c_0 = c_i$ unter α_0 anzutragen und auf $C'D$ das Mittellot zu errichten; damit folgen u , $w_0 = w_2$ und die übrigen Winkel. Die Wassermenge ist eindeutig bestimmt; es folgt $Q = z_0 f_0 \cdot c_i \sqrt{2 g H}$.

In Wirklichkeit ist $c_0 = \sqrt{1 - c_{e_0}^2} > c_i = \sqrt{1 - c_{e_0}^2 - c_{e_{0,2}}^2}$, Abb. 35; der Unterschied von c_0 und c_i ist gering und noch kleiner ist der Fehler der relativen Eintrittswinkel.

(887) Mit zunehmendem Überdruck nimmt zufolge des oben Gesagten c_0 ab und für senkrechten Austritt folgt unter Annahme $\varepsilon = \text{konst.}$ nach der Arbeitsgleichung $u c_{u_0} = \frac{\varepsilon}{2} = u c_0 \cos \alpha_0 = \text{konst.}$ Der Abnahme von c_0 entspricht eine Zunahme von u , der stumpfe Winkel β_1 geht in einen spitzen über, Abb. 34 und 32, für $\beta_1 = 90^\circ$ ist $u = c_{u_0} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{2}}$: Henschel-Jon-

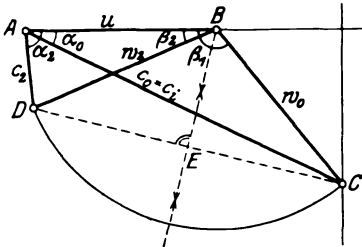


Abb. 34.

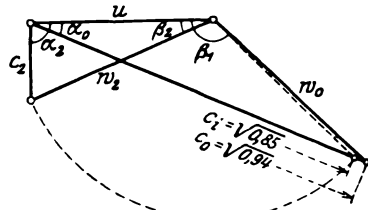


Abb. 35.

valturbine (S. 920). Für diese ist $u = 0,63 \div 0,65$ und $\varepsilon = 0,80 \div 0,85$ (für stoßfreien Eintritt).

Für die Freistrahlturbine folgt im Falle senkrechten Austrittes und für $\alpha_0 = 0$

$$u = \frac{\varepsilon}{2 c_i} = \frac{1 - c_e^2 - c_s^2}{2(1 - c_e^2)} < 0,5.$$

(888) Die Schaufelungen und ihre Entwicklung für beide Turbinengattungen sind aus den Abb. 36 und 37 ersichtlich. Beginn mit dem

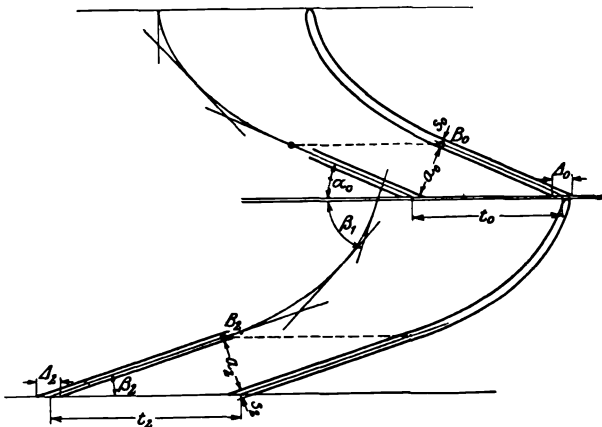


Abb. 36.

Laufradaustritt: Abtragung der Teilung $t = \frac{D\pi}{z}$, worin der mittlere Durchmesser D entweder durch die verlangte Umlaufzahl bestimmt ist zu

$$D = \frac{60 u \sqrt{2 g H}}{\pi n}$$

oder aber mittels der Schluckmenge folgt aus

$$D^2 = \frac{Q}{\lambda_2 c_{m_2} \sqrt{2 g H}} \frac{t_2}{t_2 - A_2}$$

mit $\lambda_2 = \frac{b_2}{D} = \frac{1}{5} \div \frac{1}{6}$ (Rücksicht auf guten Wirkungsgrad)

und $A_2 = \frac{s_2}{\sin \beta_2}$; Schätzungswert von $\frac{t_2}{t_2 - A_2} = 1,1 \div 1,3$.

Abrundung von D auf durch 50 oder 100 teilbares Maß und Bestimmung von

$$b_2 = \frac{Q}{\pi D c_{m_2} \sqrt{2 g H}} \frac{t_2}{t_2 - A_2}.$$

Schaufelzahl nach Thomann

$$z_2 = c_0 \sqrt{D} \text{ mm} \div 2 \quad \text{und Laufradhöhe } H_r = 7 c_0 \sqrt{D} \text{ mm}.$$

Escher empfiehlt

$$z_2 = 2 \sqrt{D} \text{ cm} \quad \text{oder} \quad z_2 = 0,12 D \div 6 \div 8$$

und $H_r = 4 a_2 = 4 (t \sin \beta_2 - s_2)$.

Bach gibt an $t = 0,15 \sqrt{D} \text{ m}$ mit $H_r \sim t$.

Schaufelstärke

$s_2 = 3 \div 5 \div 8 \text{ mm}$ für (gleichstarke) Stahlblechschaufeln } nach Thomann,
 $s_2 = 5 \div 10 \div 15 \text{ mm}$ „ verschieden starke Gußschaufeln }

oder nach Escher

$$s_2 = 0,13 \sqrt{B} \text{ cm für Stahlblech}$$

und

$$s_2 = 0,22 \sqrt{B} \text{ cm für Guß.}$$

Gußschaufeln, einfacher herstellbar, leichter ausbrechend und weniger glatte Oberfläche besitzend, die Kränze aber gut verbindend, für höhere Gefälle.

Antragung der Winkel β_2 und Verzeichnung der im Interesse zwanglosen Austrittes geradlinigen Schaufelenden bis Punkt B (paralleler, kontraktionsfreier Austritt, neutrales Schaufelende). Von da ab Verzeichnung der Schaufelkurve nach Eintrittsumfang, diesen unter β_1 schneidend, derart, daß rasche Erweiterung erfolgt und die stärkere Krümmung mit dem kleineren w zusammenfällt (als Parabel aus den Tangenten). Vgl. S. 124. Ähnlich ist für die Leitschaufel zu verfahren, für die nach Thomann

$$z_0 = 0,7 \sqrt{D} \text{ mm} \div 1$$

und der Eintrittswinkel 90° ist.

Für die Freistrahlschaufel, Abb. 37, ist $b_0 \leq \frac{D}{10}$. Ausbildung des freien Strahles bedingt Loslösung desselben von der Rückschaufel, Ventilation,

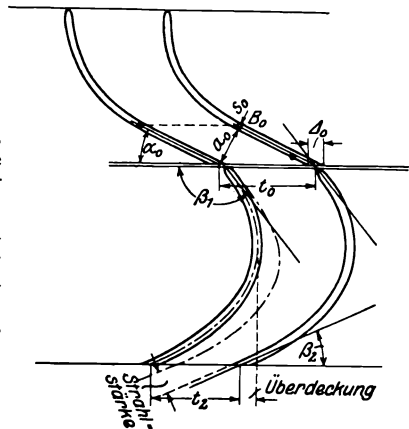


Abb. 37.

des Strahles (Luftzuführung zwischen Strahloberfläche und Rückschaufel): Abnehmende Strahldicke nach dem Austritte hin und entsprechende, aus der Kontinuitätsgleichung folgende Breitenzunahme; b_3 um $20 \div 30\%$ größer als im Falle voller Ausfüllung von f_2 bzw. F_2 . Rücksichtlich Krümmungsverlustes und richtigen Austrittes stärkste Krümmung etwa in Schauffelmitte.

(889) Die Notwendigkeit der Ventilation des freien Strahles schließt ein Waten oder Tauchen des Freistrahrrades im Unterwasser aus, es muß freihängen. Um das Freihängen, $100 \div 200$ mm, je nach Unterwasserstand, ist das nutzbar gemachte Gefälle kleiner als das verfügbare, daher Freistrahlturbinen nur wirtschaftlich sind im Falle größerer Gefälle.

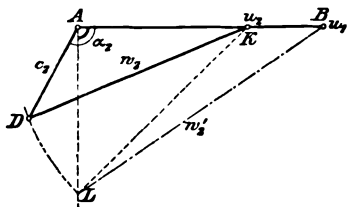


Abb. 38.

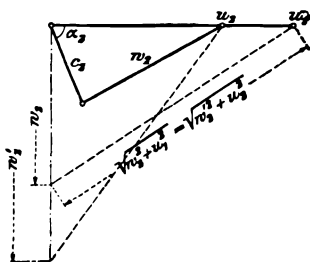


Abb. 39.

(890) Für die Radialturbine lautet die Durchflußgleichung

$$c_1^2 - w_2^2 + u_2^2 - u_1^2 = c_0^2 - w_0^2;$$

die rechte Seite entspricht der Axialturbine mit gleichen Geschwindigkeits- und Druckverhältnissen im Spalt; wird gesetzt

$$w_2^2 - u_2^2 + u_1^2 = w_0^2,$$

so folgt

$$c_1^2 - w_2'^2 = c_0^2 - w_0^2.$$

Zurückführung des Diagramms der gegebenen Radialturbine auf die hinsichtlich der Verhältnisse im Spalte gleichwertige Axialturbine. w_2' wird nach Abb. 38 und 39 bestimmt.

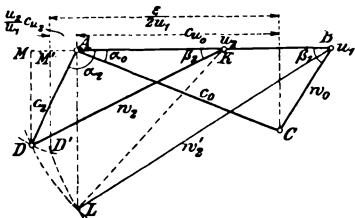


Abb. 40.

Beispiel. Zu gegebenem Leitrad ein Laufrad zu konstruieren, das bei vorgeschriebener Umlaufzahl stoßfrei arbeitet und bei H Meter Gefälle Q cbm/sek schluckt.

Es ist bekannt $u_1 = \frac{n \pi D}{60 \sqrt{2 g H}}$ und $c_0 = \frac{Q}{z_0 f_0 \sqrt{2 g H}}$ sowie α_0 , also auch das Eintrittsdreieck und die Eintrittsvertikale, Abb. 40. Mit $c_1 = \sqrt{1 - c_0^2}$ folgt w_2' und mit der durch Erfahrung bestimmten Radtiefe ist u_2 bekannt, es folgt das Austrittsdreieck, sobald c_2 oder c_{m_2} oder (seltener) α_2 festliegt.

Beispiel. Von einer Freistrahlturbine sind gegeben der Leitradaustrittswinkel, c_0 und die Umfangsgeschwindigkeiten u_1 und u_2 ; das Austrittsdreieck zu bestimmen.

Mit $c_1 = \sqrt{1 - c_0^2}$ ist die Eintrittsvertikale, Abb. 41, und damit auch $w_2' = w_0$ bestimmt, mittels dessen das Austrittsdreieck folgt, sobald eine Festsetzung hinsichtlich c_2 getroffen ist.

Die Arbeitsgleichung lautet

$$c_0 \cos \alpha_0 = \frac{\epsilon}{2 u_1} + \frac{u_2}{u_1} c_2 \cos \alpha_2;$$

sofern ε und damit auch c_1 und c_2 als konstant angesehen werden, ist D' , Abb. 40, die Spitze des Austrittsdreieckes der gleichwertigen Axialturbine mit gleichem hydraulischen Wirkungsgrad ε und steht die Eintrittsvertikale von D' um $\frac{\varepsilon}{2 u_1}$ ab. Denn es ist nach Abb. 40

$$c_2'^2 = \overline{AM}^2 + \overline{DM}^2,$$

worin $\overline{AM}^2 = c_2^2 \cos^2 \alpha_2 = c_{u_2}^2$, $\overline{DM}^2 = \overline{KD}^2 - \overline{KM}^2 = w_2^2 - [u_2 - c_{u_2}]^2$, folglich

$$c_2'^2 = c_{u_2}^2 + w_2^2 - u_2^2 - c_{u_2}^2 + 2 u_2 \cdot c_{u_2}.$$

Ebenso ergibt sich

$$\begin{aligned} c_2'^2 &= \overline{AM}'^2 + \overline{D'M}'^2 \\ &= \overline{AM}'^2 + w_2'^2 - (u_1 - \overline{AM}'^2) \\ &= w_2'^2 - u_1^2 + 2 u_1 \overline{AM}', \end{aligned}$$

somit

$$\begin{aligned} w_2'^2 - u_1^2 + 2 u_1 c_{u_2} \\ = w_2'^2 - u_1^2 + 2 u_1 \overline{AM}' \end{aligned}$$

und da

$$w_2'^2 = w_2^2 + u_1^2 - u_2^2$$

folgt $\overline{AM}' = \frac{u_2}{u_1} c_{u_2}$.

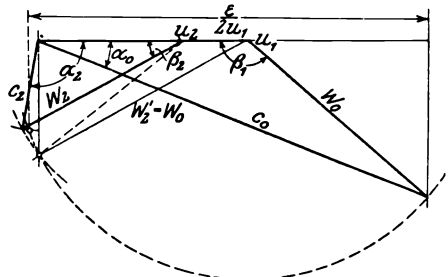


Abb. 41.

(891) Diagramm bei Eintritt mit Stoß nach Braun. Der Vergleich der allgemeinen Form der Arbeitsgleichung

$$c_{u_0} = \frac{c_1^2 - c_2^2 - w_{st}^2}{2 u_1} + \frac{u_2}{u_1} c_{u_2} = \frac{c_1^2 - c_2^2}{2 u_1} + \frac{u_2}{u_1} c_{u_2} - \frac{w_{st}^2}{2 u_1}$$

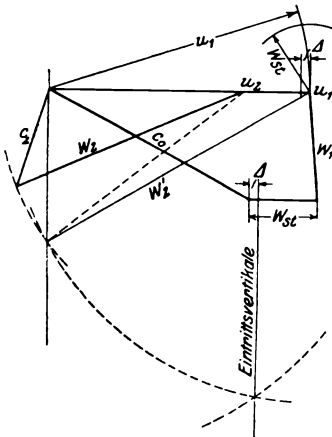


Abb. 42.

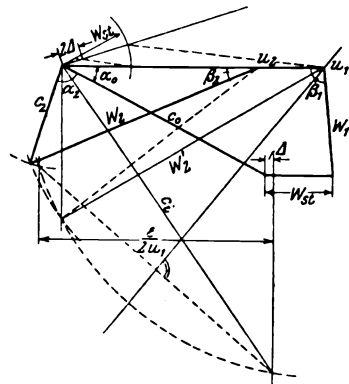


Abb. 43.

mit der für stoßfreien Eintritt (Index n) und für das gleiche Austrittsdreieck gültigen

$$c_{u_0(n)} = \frac{c_1^2 - c_2^2}{2 u_1} + \frac{u_2}{u_1} c_{u_2}$$

liefert

$$c_{u_0} = c_{u_0(n)} - \frac{w_{st}^2}{2u_1},$$

sofern in beiden Fällen das $c_l = \sqrt{1 - c_0^2}$ das gleiche ist. Der Endpunkt von c_0 liegt von der durch den Schnittpunkt der c_l - und w_2 -Kreise bestimmten Eintrittsvertikalen um $\frac{w_{st}^2}{2u_1}$ nach dem Anfangspunkt von u_1 hin verschoben, Abb. 42, aus der die Konstruktion von $\Delta = \frac{w_{st}^2}{2u_1}$ ersichtlich ist.

Beispiel. Zu gegebenem Leitrad einer Francisturbine ein Laufrad zu konstruieren für Q cbm/sek bei H m Gefälle; außerdem c_0^2 und w_{st}^2 sowie c_2 nach Größe und Richtung gegeben.

Wie oben ist $c_0 = \frac{Q}{z_0 f_0 \sqrt{2gH}}$, Abb. 43. Mit D_1 ist auch D_2 (durch die Erfahrung)

und damit $\frac{u_2}{u_1} c_2 \cos \alpha_2$ (algebraisch) sowie $\frac{1 - c_0^2 - c_2^2 - w_{st}^2}{2u_1}$ bestimmt. Es folgt u_1 und damit das Diagramm.

(892) Die Schaufelung der reinen Radialturbine läßt Abb. 44 erkennen. Die Entwicklung entspricht der unter (888) angegebenen: Vom Austritt ausgehen, Teilung t antragen und Mittellinien der Schaufelenden unter Austrittswinkel β_2 gegen Umfang ziehen, Abb. 44. Zwangloser (kontraktionsfreier) Austritt des Wassers bedingt Parallelismus der Wasserfäden im Querschnitt

AB , bis zu dem das Wasser die Energie an die Schaufel abgegeben haben soll. Das in B anschließende Schaufelende soll neutral sein (weder Arbeit aufnehmen noch auf das Wasser übertragen); es ist gekrümmt nach einer Kurve, für die (nach der Arbeitsgleichung) gilt:

$$Rc_u = \text{konst.} = R_2 c_{u_2}.$$

Der Durchfluß ist gebunden an die Beziehung

$$BRc_m = \text{konst.} = B_2 R_2 c_{m_2},$$

damit folgt

$$B \frac{c_m}{c_u} = \text{konst.} = B_2 \frac{c_{m_2}}{c_{u_2}},$$

für $B = B_2 = \text{konst.}$ wird

$$\frac{c_m}{c_u} = \text{konst.} = \frac{c_{m_2}}{c_{u_2}}$$

oder auch $\text{tg } \beta = \text{konst.} = \text{tg } \beta_2$: Der Austrittswinkel ändert sich nicht längs des neutralen Schaufelendes, dieses ist eine logarithmische Spirale.

Wird gefordert $c_m = \text{konst.} = c_2$ (senkrechter Austritt mit konstantem c_2), so muß sein

$$BR = \text{konst.} = B_2 R_2 \quad \text{und wegen} \quad \text{tg } \beta = \frac{dR}{R d\varphi} = \frac{c}{R\omega}$$

$$\varphi - \varphi_2 = \frac{\omega}{c_2} (R - R_2): \text{ Gleichung der archimedischen Spirale.}$$

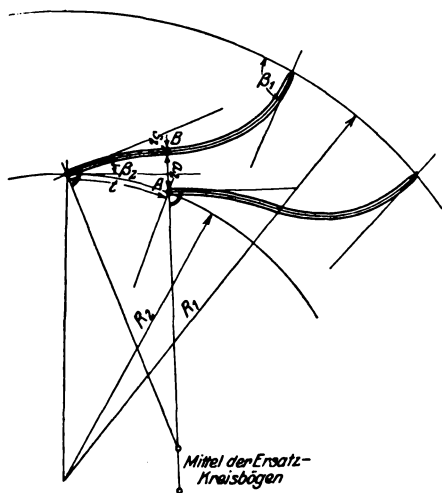


Abb. 44.

Die auf die jeweilige Beaufschlagung und den Gang der Turbine (Ausgangsdiagramm) beschränkte Gültigkeit dieser an Hand bestimmter Bedingungen ermittelten neutralen Enden ist der Grund für deren Ersatz durch Näherungskurven: Evolventen, die äquidistant verlaufen oder Kreisbögen mit Mittelpunkt im Schnitt der Normalen im Endpunkte der unter β_2 geneigten Schaukeln. Von B ab verläuft die Schaukelkurve derart, daß rasche Querschnittserweiterung erfolgt, ihre Länge nicht unnötig groß ausfällt, die stärkere Krümmung in die Gegend der kleineren Geschwindigkeit zu liegen kommt und der Eintrittsumfang unter dem Winkel β_1 geschnitten wird. Für die feste (eingegossene) Leitschaukel ist entsprechend zu verfahren (t_0, α_0), sie schließt unter 90° gegen den Eintrittsumfang an oder unter einem um $5 \div 10^\circ$ im Sinne der Ablenkung kleineren Winkel (Krümmungsverlust). Für die Umlenkung nach erfolgtem Austritt in die axiale Abflußrichtung sind etwa 100 mm erforderlich; damit folgt der Saugrohrdurchmesser, von dem gewöhnlich ausgegangen zu werden pflegt.

(893) Durch den Kranzspalt entweicht im Falle vorhandener Entlastungseinrichtung Wasser ohne nützliche Arbeitsleistung:

Spaltverlust $v_{sp} = \frac{Q_{sp}}{Q_J}$, der abhängig ist von Q_J , vom Überdruck $h_1 - h_2$

und von der Ausbildung des Kranzspaltes: Einschaltung hydraulischer Widerstände, Abb. 45. Zufolge Rotation des Wassers (Umfangskomponente C_u nach Austritt aus Spalt noch teilweise vorhanden, Mitnahme durch Reibung an Nabenscheibe) wird der für den Durchfluß wirksame Überdruck und damit v_{sp} kleiner, dagegen nimmt die Axialbelastung des Laufrades zu; Milderung derselben durch Entlastungslöcher, Abb. 45, zufolge deren der Abfluß ermöglicht wird, wenn nicht anders die Abführung des Spaltwassers erfolgt, vgl. unter Heberturbine und S. 946. Beschränkung des Axialschubes durch symmetrische Anordnung des Kranzspaltes, Hinderung der Wasserrotation, einstellbarer Gegendruck auf Saugrohrseite im Falle langsamlaufender (eingezogener) Räder, durch Anordnung zweier gleicher Räder mit entgegengesetzt gerichtetem Abfluß. Größe des Spaltverlustes abhängig von Art und Größe des Laufrades und von Schnellläufigkeit, zwischen $v_{sp} = 0,01 \div 0,02$ liegend und darüber hinaus für (schmale) Langsamläufer¹⁾. Bei Freistrahlturbinen verschwindet der Spaltverlust (Einsaugen von Luft, Ventilation).

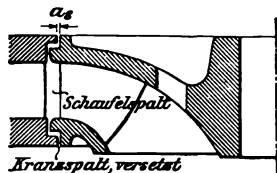


Abb. 45.

¹⁾ Mit $Q_{sp} = \mu \cdot 2 \pi D a_s c_p \sqrt{2 g H}$, worin $\mu = 0,6 \div 0,7$ und a_s , von Genauigkeit der Ausführung und Montage abhängig, etwa

$$a_s = \left(0,2 + \frac{\sqrt{D}}{40} \right) \text{ mm} \quad \text{oder} \quad a_s \approx \frac{D}{800}$$

und

$$Q_J = \pi D b_0 c_{m_0} \sqrt{2 g H} = \pi D^2 \lambda_0 c_{m_0} \sqrt{2 g H}$$

folgt für $a_s = \frac{D}{800}$

$$v_{sp} = \frac{Q_{sp}}{Q_J} = \frac{\mu c_p}{400 \lambda_0 c_{m_0}}$$

d. h. abhängig von der Beaufschlagung und umgekehrt proportional $\lambda_0 = \frac{b_0}{D}$ bei sonst gleichem Diagramm: von Wichtigkeit bei schmalen Turbinen. Mit $\mu = 0,6$, $c_p = 0,65$, $\lambda_0 = \frac{1}{5}$ und $c_{m_0} = 0,25$ folgt $v_{sp} = 0,02$.

(894) Infolge **mechanischer Reibungsverluste** (Lager, Stopfbüchsen) ist die effektive Turbinenleistung N_e kleiner als die hydraulische

$$N_e = \epsilon_{\Delta} \frac{\gamma Q_{\Delta} \cdot H}{75}$$

Wird der mechanische Leistungsverlust für normale Umlaufzahl in Teilen der Leistung angegeben, die der Vollwassermenge Q entspricht, so folgt der Gesamtwirkungsgrad

$$e = \frac{L_e - L_m}{L} = \frac{\gamma(Q_{\Delta} - Q_{sp})(H - \Sigma H_{\Omega}) - v_m \gamma Q H}{\gamma Q_{\Delta} H} = \left(1 - \frac{Q_{sp}}{Q_{\Delta}}\right) \epsilon - v_m \frac{Q}{Q_{\Delta}}$$

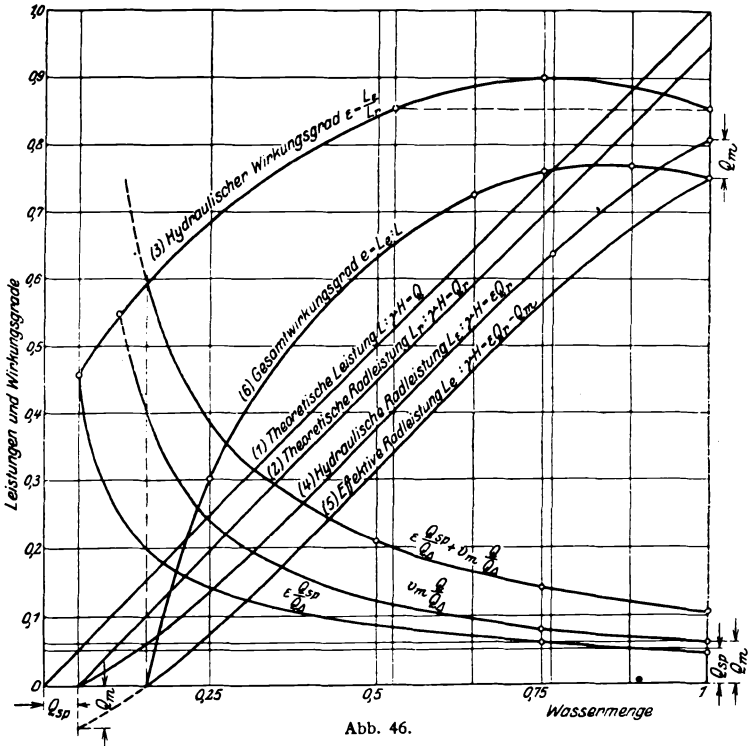


Abb. 46.

und sofern Q_{sp} als konstant, d. h. unabhängig von Q_{Δ} vorausgesetzt wird, ergibt sich in erster Annäherung für normale Umlaufzahl

$$e = \epsilon - v_{sp} \frac{Q}{Q_{\Delta}} - v_m \frac{Q}{Q_{\Delta}}$$

sofern im Falle einer von der normalen abweichenden Umlaufzahl Unabhängigkeit der Reibungsmomente von dieser angenommen wird, gilt

$$e = \epsilon - v_{sp} \frac{Q}{Q_1} - v_m \frac{Q}{Q_{\Delta}} \cdot \frac{n}{n(n)}$$

Wird im zweiten Gliede $\varepsilon = 1$ gesetzt, so folgt

$$e = \varepsilon - \frac{Q}{Q_J} v_{sp} - \frac{Q}{Q_J} v_m \frac{n}{n(n)}.$$

Hierin ist $v_m = 0,01 \div 0,005$ und weniger für Turbinen großer Leistung, es steigt bis auf $v_m = 0,02 \div 0,09$ mit abnehmender Leistung; der Wirkungsgrad ε folgt aus dem Diagramm für veränderliche Wassermenge. Der Zusammenhang und Einfluß der verschiedenen Verluste ist aus Abb. 46 zu ersehen, die nach dem Vorschlage Sandels für verhältnismäßig große Werte von Q_{sp} und Q_m sich versteht.

(895) Verhalten der Turbine unter geänderten Betriebsverhältnissen. Läßt die Turbine mit anderer als dem Ausgangsdiagramm zugrunde gelegter Geschwindigkeit, so ändern sich Wassermenge, Leistung, Drehmoment und Wirkungsgrad. Diese Abhängigkeit ist feststellbar mittels der Durchflußgleichung

$$c_i^2 = w_2^2 - w_0^2 + c_0^2 + u_1^2 - u_2^2 + w_i^2;$$

wird zufolge Abb. 30 gesetzt

$$w_0^2 - w_i^2 = w_0'^2 - (w_0' - w_1)^2.$$

so ist auch

$$c_i^2 = w_2^2 - w_1^2 + c_0^2 + u_1^2 - u_2^2 - 2 w_1 (w_0' - w_1).$$

Hierin sind die Geschwindigkeiten bestimmt durch die Kontinuitätsgleichung

$$\frac{Q}{\sqrt{2gH}} = q = c_0 z f_0 = w_1 z f_1 = w_2 z f_2,$$

so daß auch geschrieben werden darf

$$c_i^2 + 2 w_1 (w_0' - w_1) + u_2^2 - u_1^2 = q^2 \left[\frac{1}{(z f_2)^2} - \frac{1}{(z f_1)^2} + \frac{1}{(z_0 f_0)^2} \right],$$

worin $c_1^2 = 1 - c_0^2$ von der Schluckmenge und daher auch von der Umfangsgeschwindigkeit abhängig ist. Bezeichnet Index (n) den stoßfreien Gang, so darf gesetzt werden

$$c_0^2 = c_{0(n)}^2 \left(\frac{c_0}{c_{0(n)}} \right)^2 = \frac{c_{0(n)}^2}{c_{0(n)}^2} \left(\frac{q}{z_0 f_0} \right)^2.$$

Damit wird
$$q^2 = \frac{1 + u_2^2 - u_1^2 + 2 w_1 (w_0' - w_1)}{\left(\frac{1}{z f_2} \right)^2 - \left(\frac{1}{z f_1} \right)^2 + \left(\frac{1}{z_0 f_0} \right)^2 \left[1 + \left(\frac{c_{0(n)}}{c_{0(n)}} \right)^2 \right]},$$

während für stoßfreien Gang gilt

$$q_{(n)}^2 = \frac{1 + u_{2(n)}^2 - u_{1(n)}^2}{\left(\frac{1}{z f_2} \right)^2 - \left(\frac{1}{z f_1} \right)^2 + \left(\frac{1}{z_0 f_0} \right)^2 \left[1 + \left(\frac{c_{0(n)}}{c_{0(n)}} \right)^2 \right]},$$

so daß die Abhängigkeit der spez. Schluckmenge von der Umfangsgeschwindigkeit folgt aus

$$\left(\frac{q}{q_{(n)}} \right)^2 = \frac{1 + u_2^2 - u_1^2 + 2 w_1 (w_0' - w_1)}{1 + u_{2(n)}^2 - u_{1(n)}^2}.$$

Mit $u_2 = \kappa u_1$, also $u_2^2 - u_1^2 = -u_1^2 [1 - \kappa^2]$ wird

$$\left(\frac{q}{q_{(n)}}\right)^2 = \left(\frac{Q}{Q_{(n)}}\right)^2 = \left(\frac{c_0}{c_{0(n)}}\right)^2 = \left(\frac{w_2}{w_{2(n)}}\right)^2 = \frac{1 - u_1^2 (1 - \kappa^2) + 2 w_1 (w_0' - w_1)}{1 - u_{1(n)}^2 (1 - \kappa^2)}$$

Für die äußere Radial- $\left\{ \begin{array}{l} \text{Turbine ist } D_1 \geq D_2 \text{ und } 1 - \kappa^2 \geq 0, \\ \text{daher wird durch das Glied } u_1^2 (1 - \kappa^2) \\ \text{mit steigender Geschwindigkeit die} \end{array} \right\}$ verkleinert
 „ „ Axial- nicht verändert
 „ „ innere Radial- vergrößert.
 Wassermenge

Ferner wird sie beeinflusst, wenn $w_0' \geq w$, d. h. w_{st} nicht senkrecht zu w_1 steht oder $\beta_1 \leq 90^\circ$ ist; für $\beta_1 \leq 90^\circ$ ist im Falle rascheren Ganges $w_0' - w_1$ positiv.

Sofern das mit * bezeichnete Ausgangsdiagramm sich für Eintritt mit Stoß versteht, gilt

$$\begin{aligned} \left(\frac{q}{q^*}\right)^2 &= \frac{1 + u_2^2 - u_1^2 + 2 w_1 (w_0' - w_1)}{1 + u_2^{*2} - u_1^{*2} + 2 w_1^* (w_0'^* - w_1^*)} \\ &= \frac{1 - u_1^2 (1 - \kappa^2) + 2 w_1 (w_0' - w_1)}{1 - u_1^{*2} (1 - \kappa^2) + 2 w_1^* (w_0'^* - w_1^*)}. \end{aligned}$$

Schätzungsweise Annahme von c_0 für die geänderte Umfangsgeschwindigkeit u_1 , Bestimmung von $w_1 (w_0' - w_1)$ und Ermittlung von q . Findet man $\frac{q}{q^*} = \frac{c_0}{c_0^*}$, so ist der Schätzwert c_0 richtig, im anderen Falle ist

die Rechnung mit dem korrigierten Werte $c_0 = \frac{q}{q^*} c_0^*$ zu wiederholen. A-fragung von q in Funktion von u_1 : Wassermengenkurve in Abhängigkeit der Umlaufzahl bei konstantem Gefälle.

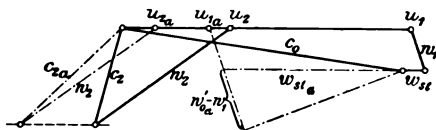


Abb. 47.

Einfacher ist das von Prášil angegebene Verfahren¹⁾, Abb. 47: Bestimmung des Gefälles xH , unter dem die Turbine bei nicht normalem Gange die gleiche Schluckfähigkeit besitzt, also C_0 , W_1 und W_2 sich nicht ändern und insbesondere C_0^2 und damit C_1^2 konstant sind. Die entsprechenden spezifischen Geschwindigkeiten sind im Ausgangsdiagramm

$$c_0 = \frac{C_0}{\sqrt{2gH}}, \quad w_1 = \frac{W_1}{\sqrt{2gH}}, \quad w_2 = \frac{W_2}{\sqrt{2gH}},$$

und in dem für u_{1z} , u_{2z} sich verstehenden Diagramm (in vorerst unbekanntem Maßstabe)

$$c_{0z} = \frac{C_0}{\sqrt{2gxH}} = \frac{c_0}{\sqrt{x}}, \quad \text{ebenso } w_{1z} = \frac{w_1}{\sqrt{x}} \quad \text{und} \quad w_{2z} = \frac{w_2}{\sqrt{x}}.$$

¹⁾ Thomann, Wasserturbinen, 1. Aufl., S. 59.

Damit lautet die Durchflußgleichung

$$\frac{c_1^2}{x} = 1 - \frac{c_0^2}{x} = \frac{w_2^2}{x} - \frac{w_1^2}{x} + \frac{c_0^2}{x} - \frac{u_{2a}^2}{x} + \frac{u_{1a}^2}{x} - \frac{2 w_1 (w'_{0a} - w_1)}{x}$$

und folgt

$$x = w_2^2 - w_1^2 + c_0^2 + c_0^2 - u_{2a}^2 + u_{1a}^2 - 2 w_1 (w'_{0a} - w_1).$$

Mit x werden die dem Gefälle xH entsprechenden spezifischen Geschwindigkeiten und der hydraulische Wirkungsgrad

$$\varepsilon_x = 1 - c_{\ell x}^2 - c_{3x}^2 - w_{\mu x}^2 = 1 - \frac{1}{x} (c_0^2 + c_2^2 + w_{\mu}^2)$$

bestimmt.

Beaus Feststellung der Betriebseigenschaften der Francisturbine bei veränderlichem Gefälle und gleichbleibender Umlaufzahl geht man zweckmäßig wie folgt vor. Gegeben Gefälle H_n und Ausgangsdiagramm, Abb. 48,

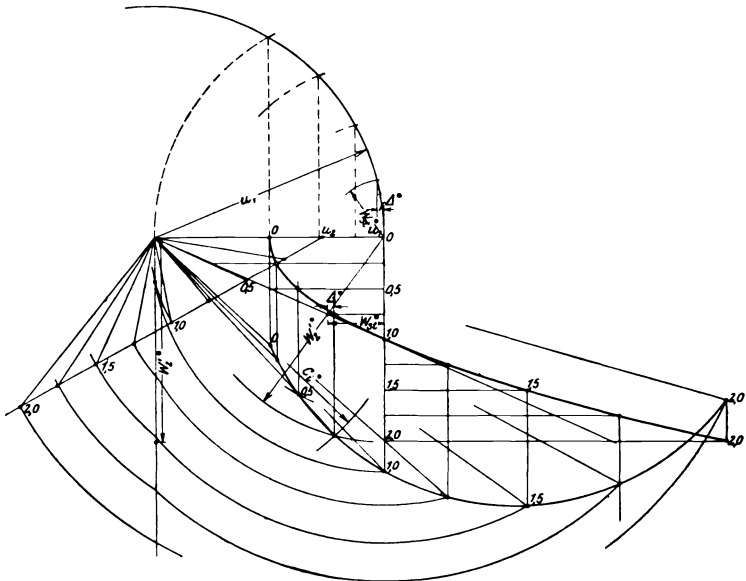


Abb. 48.

mit 1,0 bezeichnet, das aufgefaßt werden darf als gezeichnet in tatsächlichen Geschwindigkeiten im Maßstabe $1:10\sqrt{2gH_n}$. Für das geänderte Gefälle H' bleiben die Umfangsgeschwindigkeiten U_1 und U_2 sowie α_0 , β_1 und β_2 konstant, dagegen ändert sich C_2 nach Größe und Richtung; einem angenehmen C_0 gehören bestimmte Werte von W_2 und C_2 zu, denen ein Diagramm mit Stoß entspricht. Unter Annahme der Nichtbeeinträchtigung von c_1 durch den Eintrittsstoß folgt beispielsweise für die Eintrittsgeschwindigkeit $C_{0,75}^*$ die Stoßgeschwindigkeit W_{μ}^* und $\Delta^* = \frac{W_{\mu}^{*2}}{2u_1}$ und damit die Eintrittsvertikale, auf der sich die C_1^* - und W_2^* -Kreise schneiden. Dieser in Abb. 48

zu $C_i^* = 0,79$ gefundene Wert wird in die Gleichung $\frac{C_i^{*2}}{c_i^2} = \frac{H'}{H_n}$ eingesetzt, womit H' folgt, Spalte 4 der Zusammenstellung.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\frac{Q'}{W} : \frac{Q}{W}$	C_i^*	C_i^{*2}	$\frac{H'}{H_n} : \frac{C_i^{*2}}{C_i^2}$	C_2^*	C_2^{*2}	W_{st}^*	W_{st}^{*2}	ε
0	0,465	0,216	0,231	0,495	0,245	0,680	0,462	-2,125
0,25	0,510	0,260	0,279	0,390	0,152	0,510	0,260	-0,545
0,50	0,630	0,397	0,426	0,300	0,090	0,340	0,116	+0,448
0,75	0,790	0,624	0,670	0,245	0,060	0,170	0,029	0,798
1,00	0,965	0,931	1,000	0,255	0,065	0	0	0,866
1,25	1,151	1,346	1,446	0,315	0,099	0,170	0,029	0,842
1,50	1,355	1,836	1,972	0,410	0,168	0,340	0,116	0,787
1,75	1,555	2,418	2,597	0,520	0,270	0,510	0,260	0,727
2,00	1,760	3,098	3,327	0,635	0,403	0,680	0,462	0,669

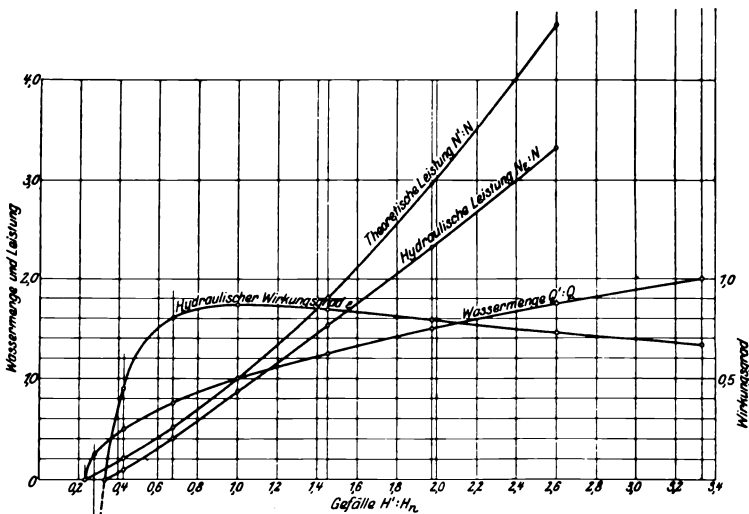


Abb. 49.

Für die Wassermengen gilt $\frac{Q'}{Q} = \frac{W_1^{*'}}{W_1} = \frac{W_2^{*'}}{W_2}$, Spalte 1.

Der Wirkungsgrad ε ergibt sich mittels der spezifischen Geschwindigkeiten, die durch Multiplikation der Diagrammwerte mit $\frac{c_i}{C_i^*}$ erhalten werden,

z. B. $w_2 = W_2^* \frac{c_i}{C_i^*}$. Damit folgt

$$\varepsilon = c_i^2 - c_2^2 - w_{st}^2 = \left(\frac{c_i}{C_i^*}\right)^2 [C_i^{*2} - C_2^{*2} - W_{st}^{*2}], \text{ Spalte } 5 \div 9.$$

Die Auftragung der Tabellenwerte $\frac{Q'}{Q}$ und ε in Funktion von $\frac{H'}{H_n}$, Abb. 49, liefert den Verlauf der Wassermengen- und Wirkungsgradkurve sowie die

Kurven der theoretischen und hydraulischen Leistung, sie lassen die Gefälle H' erkennen, für die $Q = 0$ bzw. $N_\epsilon = 0$ wird. Dies trifft zu für $H' \approx \frac{1}{3} H_n$. Ähnliche, auch auf veränderliche Beaufschlagungen (Leitradöffnungen) sich erstreckende Untersuchungen liegen vor von Heidebroek (D. p. J. 1892, Heft 1 bis 3); Baumann (ebendas. 1904, S. 529 u. ff.); Braun (Z.f.d.g.T. 1909, S. 277); Prášil (Sch. B. Bd. 45, Nr. 7 u. ff.); Kröner (Die Turbine 1911, S. 182 u. ff. und 1912, S. 421).

(896) **Relativer und absoluter Wasserweg**¹⁾. In Abb. 50 dargestellter mittlerer relativer Wasserweg (vgl. auch Abb. 51), Stromfaden durch Mitte des Laufradkanals, wird bei verhältnismäßig kleiner Schaufelteilung genügend genau erhalten durch Halbierung der durch zwei aufeinanderfolgende Schaufeln begrenzten konzentrischen Kreisbögen oder als geometrischer Ort der Mittelpunkte der dem Laufradkanal eingeschriebenen Kreise.

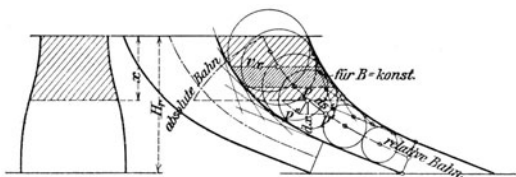


Abb. 50.

Axialturbinen. Abb. 50. Zur Zeit t ist Wasserteilchen in P ; nach Verlauf von weiteren dt sek hat es sich relativ im Rade um ds' nach P' bewegt und mit diesem um $u dt$ gedreht, so daß absoluter Ort in P'' folgt.

Es ist $ds' = w_x dt$, also $dt = \frac{ds'}{w_x} = \frac{ds' \cdot \sin \beta_x}{w_x \sin \beta_x} = \frac{dx}{w_{m_x}}$,

und Element des Führungsweges

$$dl = u dt = u \frac{dx}{w_{m_x}} = \frac{u}{q} F_x dx, \text{ sofern } q = \frac{Q}{\sqrt{2gH}}$$

folglich

$$l = \frac{u}{q} \int_0^x F_x dx;$$

das Integral stellt den Inhalt aller Laufradzellen zwischen Eintritt und dem durch x bestimmten Schnitt senkrecht zur Achse dar; mit $\int_0^x F_x dx = z \cdot v_x$, worin $v_x =$ Kanalinhalt zwischen den angegebenen Grenzen, wird

$$l = \frac{u}{q} \cdot v_x \cdot z.$$

Zwecks zeichnerischer Ermittlung Unterteilung der Radhöhe H_r und Bestimmung der Einzelwerte v_x . Für gleichbleibende Breite planimetrische Inhaltsbestimmung der angedeuteten Einzelstreifen.

Für $w_x = \text{konst.} = w$, d. h. die Freistrahlturbine, folgt unmittelbar $l = \frac{u}{w} \cdot s_x'$.

¹⁾ Zeuner, Vorlesungen über Theorie der Turbinen. Leipzig 1899, Arthur Felix Thomann, a. a. O. S. 33 u. ff.

Radialturbinen. Abb. 51. Das zur Zeit t in P befindliche Teilchen bewegt sich im Verlaufe von dt sek relativ um $ds' = w_x dt$ nach P' , wobei es sich um $w_x \sin \beta_x dt$ radial verschiebt, und es dreht sich mit dem Rade um den Winkel $P'O P'' = A'O A'' = \frac{dl}{R_1} = \omega dt$, sofern P'' ein Punkt der absoluten Bahn des Teilchens ist. Es folgt

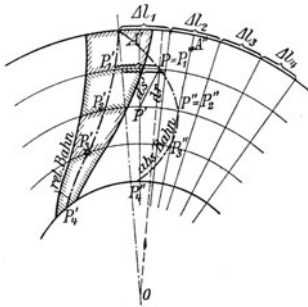


Abb. 51.

$$A'O A'' = dl = u_1 dt = u_1 \frac{-dr}{w_x \sin \beta_x};$$

$$\text{mit } w_x \sin \beta_x \cdot F_x = \frac{Q}{\sqrt{2gH}} = q$$

$$\text{folgt } dl = -\frac{u_1}{q} F_x dr$$

und

$$l = -\frac{u_1}{q} \int_{r_1}^{r_x} F_x dr = \frac{u_1}{q} \int_{r_x}^{r_1} F_x dr.$$

Das Integral stellt den Inhalt aller Kanäle zwischen den durch r_x und r_1 bestimmten Grenzen dar; mit

$$\int_{r_x}^{r_1} F_x dr = v_x \cdot z \quad \text{folgt} \quad l = \frac{u_1}{q} v_x \cdot z.$$

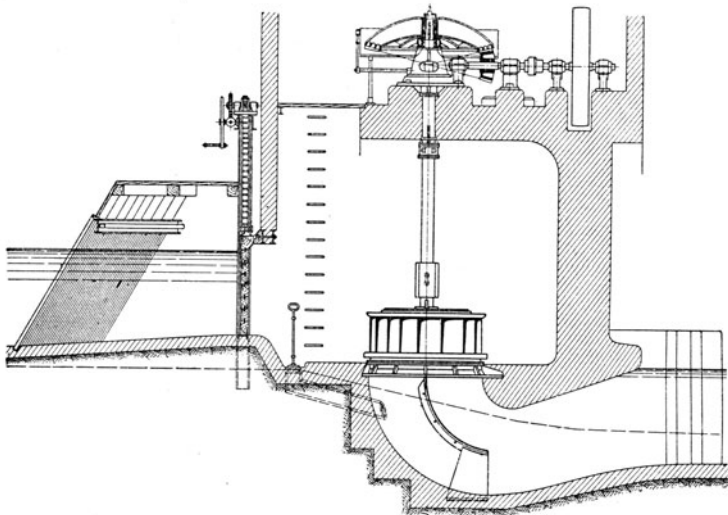


Abb. 52.

Unterteilung eines Kanals durch konzentrische Kreise, Bestimmung der von ihnen begrenzten Inhalte $\Delta v_1, \Delta v_2 \dots$ und der zugehörigen Werte $\Delta l_1, \Delta l_2$, die auf dem Kreise R_1 aneinandergereiht werden; von den Schnittpunkten der Teilradien mit den konzentrischen Kreisen x sind deren Bögen, die durch den Anfangsradius und die Relativbahn begrenzt werden, nach ersterem hin abzutragen.

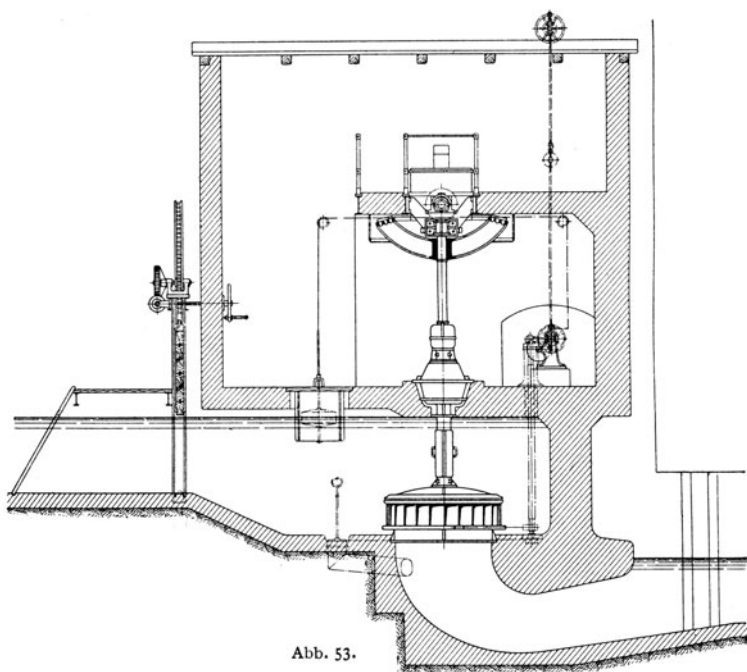


Abb. 53.

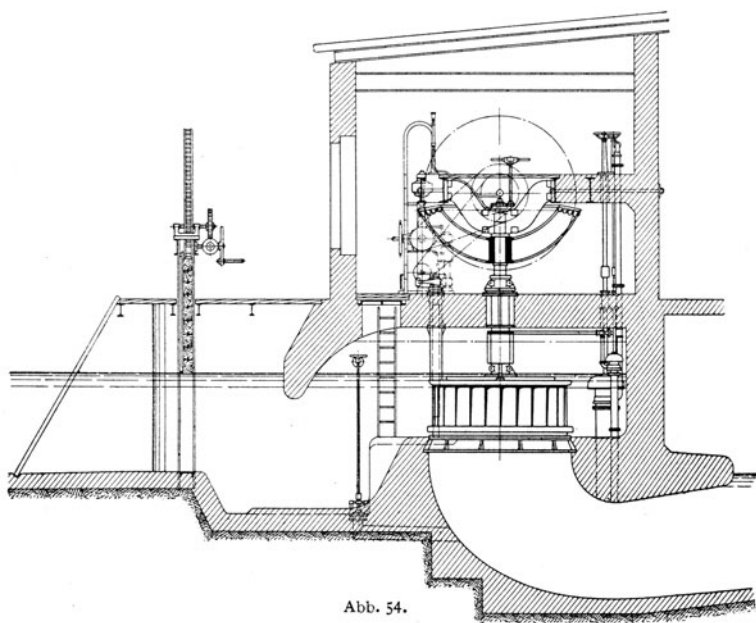


Abb. 54.

(897) **Äußere Radial- (Francis-) Turbine.** Für Gefälle von $0,5 \div 150$ m und mehr bevorzugt aus Gründen ihrer Anpassungsfähigkeit an Gefälle und Umlaufzahl, guter Wirkungsgrade (bis 86 %), vgl. S. 926, die innerhalb eines weiten Beanspruchungsbereiches sich nur wenig ändern und ihrer Aufstellungsmöglichkeit über Unterwasser, mit dem die Verbindung durch Saugrohr erfolgt: leichte Zugänglichkeit der Turbine. Schließlich ermöglicht die Francis turbine eine zuverlässige und wirtschaftliche Regulierung, von Hand oder automatisch, durch gleichzeitige Verstellung aller Leitschaufeln unmittelbar, auf die Schluckmenge wirkend. Die kleine und mittlere Gefälle früher beherrschende Anordnung im offenen Schacht zeigen Abb. 52÷56:¹⁾ Ausführung mit stehender bzw. liegender

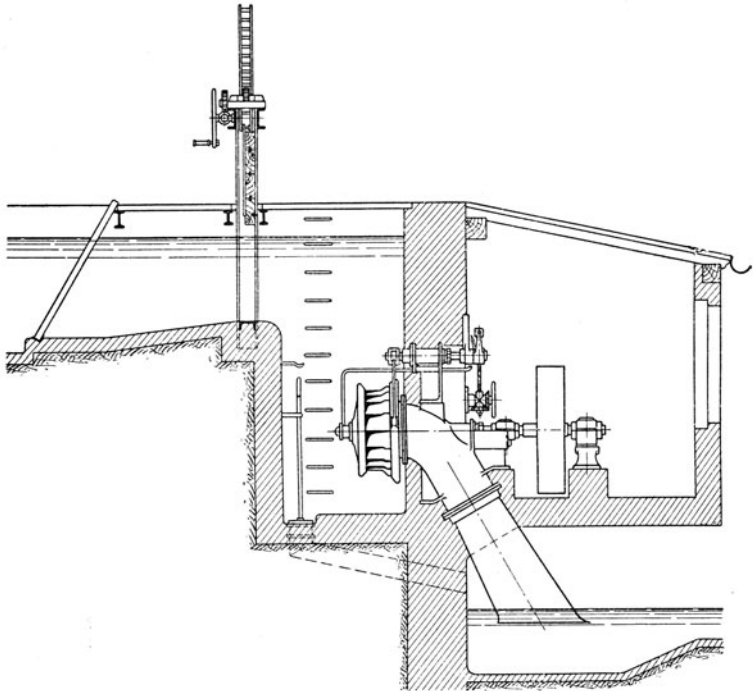


Abb. 55.

Welle; in diesem Falle Leistung unmittelbar an horizontaler Welle verfügbar, leichter Abtrieb. Anordnung über Unterwasser, genügend Standwassertiefe über Turbine (Gefahr der Lufteinziehung durch Trichter) und hochwasserfreie Lage des Abtriebes bedingen bis etwa 5 m Gefälle im Falle offener Kammern die Ausführung mit stehender Welle. Diejenige mit liegender Welle ist rück-sichtlich Festigkeit, Dichtheit und Kosten der Kammern bis etwa 15 m möglich. Von da ab sind geschlossene oder Gehäuseturbinen zweckmäßig, je nach den Verhältnissen als Kesselturbinen, Abb. 26 und Tafel VI, Frontal- oder Stirnkesselturbinen, Abb. 74 oder Spiralturbinen, Abb. 57. Im Falle offener Kammern erforderliches Druckgefälle $H_d' \geq 0,35H$ versteht sich für die Ausführung mit liegender Welle bis oberen Leittradscheitel; Kammerboden

¹⁾ Die Abb. 52÷57 und 74 geben Ausführungen der Firma J. M. Voith, Heidenheim a. Br. wieder.

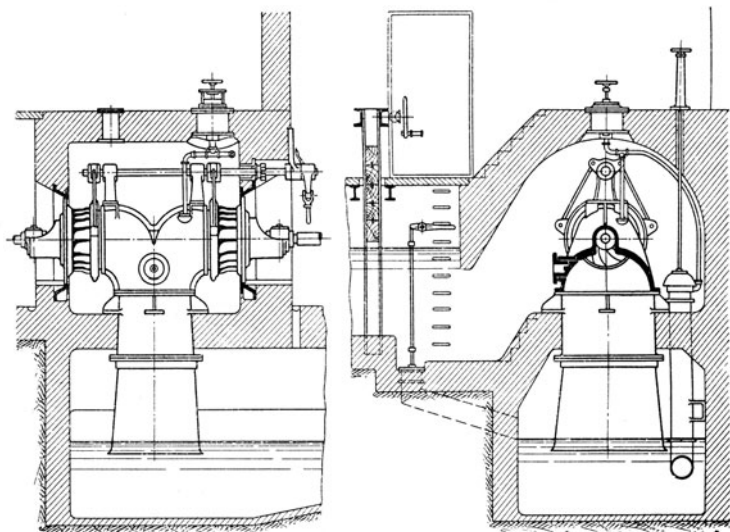


Abb. 56.

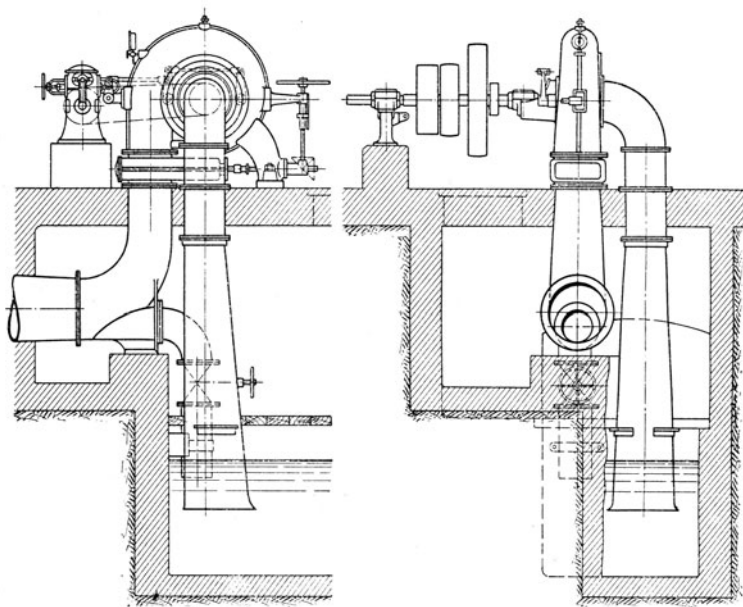


Abb. 57.

tunlichst hochwasserfrei. Damit folgt Sauggefälle H_s , dessen obere Grenze, abhängig vom Barometerstand, etwa bei 6 m liegt. Vgl. unter Saugrohr. Das Druckgefälle ist einer Verminderung fähig, wenn die Trichterbildung unmöglich gemacht wird: Turbinenkammer überdeckt, benetzte Tauchdecke, Abb. 53. Es wird negativ, der Wasserspiegel über der Turbine liegt über dem im Obergraben bei den Heberturbinen, Abb. 54 u. 56, wenn die unter Unterdruck sich abscheidende Luft ständig (selbsttätig) abgesaugt wird: geschlossene Kammer unter äußerem Überdruck stehend, genügend tief ins Oberwasser tauchende Lippe zwecks gesicherter Luftabspernung; weniger leicht anlaufend, Entlüftungsvorrichtung für die Kammer. Hierdurch wird die Verwendungsmöglichkeit der Anordnung mit liegender Welle für kleinere Gefälle erweitert und die Trockenlegung des Kammerbodens im Falle stehender Welle bei kleinen Gefällen oder unter ungünstigen Hochwasserhältnissen ermöglicht. Die Anordnung als Zwillings-Heberturbine zeigt Abb. 56 (Verteilung der Wassermenge auf 2 Räder, kleinere Durchmesser, höhere Umlaufzahl).

(898) Saugrohr. Aufgabe: Verbindung von Unterwasser mit Turbine und Ermöglichung deren Aufstellung über diesem unter vollkommener Gefälleausnutzung. Deren Erfüllung bedingt zusammenhängende Saugsäule (kontinuierliche Strömung): Begrenzung der Saughöhe und dauernde Entlüftung, selbsttätig durch abströmendes Wasser erfolgend, wenn Geschwindigkeit im Saugrohr $C_{m_1} = C_1 \geq 1$ m/sek. Maximale Saughöhe abhängig vom Barometerstand, Luftgehalt, Geschwindigkeit und Temperatur des Wassers. Pressung im Eintrittsquerschnitt muß größer sein als die der Wassertemperatur entsprechende Dampfspannung. $H_{s \max} \approx 6$ m.

Guter Wirkungsgrad bedingt möglichst geschlossenen, verlustfreien Eintritt (konisch sich verjüngende Enden gegossener Schaufeln), kleine Geschwindigkeit c_{u_1} , geringen Widerstand (Reibung, Krümmung) und tunlichst verlustlosen Übergang von C_1 in C_4 : geradachsiges Saugrohr günstiger als Saugkrümmer.

Ausführung bei engen und kurzen Saugrohren in Gußeisen mit gerader oder gekrümmter Meridianlinie, für die nach Prásil¹⁾ unter Voraussetzung verlustloser Strömung gilt $z r^2 = \text{konst.}$, mit $r =$ lichter Halbmesser in Höhe z über Sohle. Oder in Blech genietet, Kegelstumpf mit Anschlußwinkelring, Nut für Dichtungsring und Versteifungsbördel am Austritt; oder in Beton mit gekrümmter Achse und Querschnittsänderung von Kreisform in eine dem Rechteck sich nähernde im Falle einfachen Krümmers. Die Änderung des Querschnittes im Falle gleichmäßig verzögerter Bewegung ist aus Abb. 58²⁾ ersichtlich. Bezüglich des Ausführungsvorschlages von Dubs vgl. Z. f. d. g. T. 1913, S. 357.

Bei horizontalachsigen Turbinen sind mit der Umlenkung des Wassers Druck- und Geschwindigkeitsunterschiede im nämlichen Querschnitt und im Falle durchgehender Welle Widerstände verknüpft: Minderung des Saugrohrgewinnes, Verbesserung durch eingebautes Führungsblech, Erweiterung des Krümmers (bei kleiner Saughöhe), fliegendes Laufrad. DurchVerbindung des Saugrohres mit dem Kammerscheitel bei Heberturbinen (Einschaltung eines Schwimmerventils) wird der Oberwasserspiegel hochgesaugt³⁾. Stark geneigte oder horizontal verlaufende Saugrohre vermeiden; genügende Eintauchung in tiefstes Unterwasser: Luftabschluß. Im Falle allseitigen Abflusses genügt $\frac{D_4}{2}$ als Abstand des Querschnittes

¹⁾ „Über die Flüssigkeitsbewegung in Rotationshöhlräumen“, Schw. B. Bd. XLI, Nr. 19 u. ff., oder Sonderabdruck hierüber; vgl. außerdem Lorenz: „Neue Grundlagen der Turbinentheorie“, Z. f. d. g. T. 1905, S. 357 u. ff. und „Folgerungen aus den Grundlagen der neuen Turbinentheorie“, Z. f. d. g. T. 1906, S. 105, sowie „Theorie und Berechnung der Vollturbinen und Kreiselpumpen“, Z. 1905, S. 1760 u. ff., in Buchform erschienen bei R. Oldenbourg, München und Berlin. Der Wasserdurchgang wird als widerstandslos erfolgend angesehen

²⁾ Ausführung für die Kraftanlage, Kykkelsrud am Glommen (Norwegen), vgl. Z. 1904, S. 581.

³⁾ J. M. Voith hat hierzu das Spaltwasser benutzt; vgl. Z. f. d. g. T. 1913, S. 82.

F_4 von Sohle; zunehmend bis auf D_4 nach Maßgabe der verminderten Ausnutzung von πD_4 für den Abfluß.

(899) In der neuzeitlichen Francisturbine erfolgt die allmähliche Umlenkung des Wassers aus der zur Achse senkrechten Ebene in die Abflußrichtung im Laufrade selbst; den Übergang von der reinen Radialturbine zur Francisturbine vermittelt die Konusturbine, Abb. 59a ÷ c. Deren Schaufelung wird für den mittleren Wasserfaden in der Abwicklung des ihm zugehörigen Kegelmantels verzeichnet, Abb. 59 b, in der die Winkel zwischen Schaufelkurve und Parallelkreisen ebenso in wahrer Größe erscheinen wie die Längen auf diesen bzw. der Kegel erzeugenden. In der S. 934 erörterten, für den Grundriß gültigen Weise wird hier

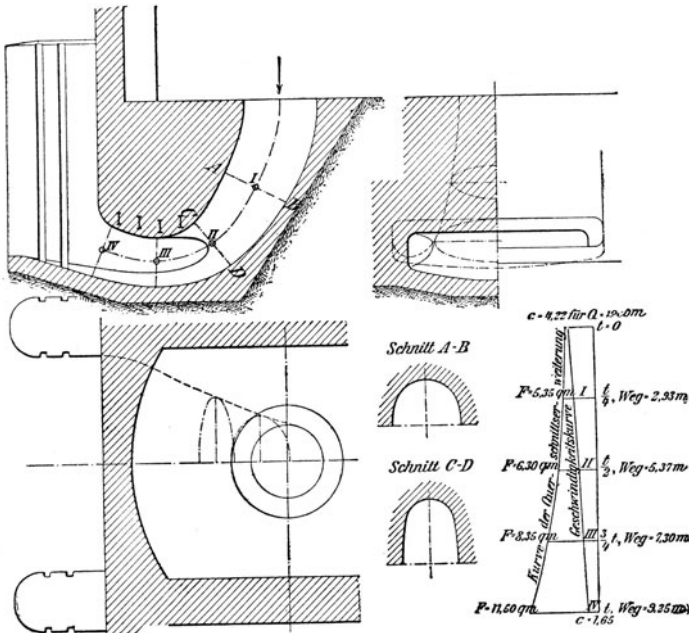


Abb. 58.

in der Abwicklung verfahren; die unter β_3 gegen den Umfang geneigte Gerade ist im Falle verschieden starker (Guß-)Schaufel die Halbierende des Zuschärfungswinkels von $5 \div 10^\circ$, die Schaufeldicke beträgt am Ende $3 \div 7 \text{ mm}$. Die Krümmung der Rückschaufel erfolgt nach einem Kreisbogen mit dem Mittelpunkt im Schnitt der Lote auf den Schenkeln des Zuschärfungswinkels in den Schaufelenden. Von A und B ab werden die Begrenzungen wie früher bestimmt unter Beachtung, daß die größte Schaufeldicke $12 \div 35 \text{ mm}$ beträgt und die Halbierende des Zuschärfungswinkels am Eintritte, $20 \div 30^\circ$, den Umfang unter β_1 , oder unter einem um $5 \div 10^\circ$ im Sinne der Ablenkung kleineren Winkel schneidet. Zur Übertragung der arbeitenden Vorschaukelkurve in den Grundriß wird der Kegelmantel durch Axialebenen geschnitten, die als Radien durch C, D, E usf. erscheinen; Hereindrehung von PD in den Aufriß nach P'D'', Projektion von D_v'' in den Grundriß auf den durch M' gehenden horizontalen Radius und Zurückdrehung um den Bogen $\widehat{AP} = \widehat{AD}$ liefert den gesuchten Grundriß-

punkt. Der Verlauf des Grundrisses für Vor- und Rückschaufel wird noch genauer bestimmt durch die Grundrißprojektion des Austrittswinkels; das durch u_2 und β_2 bestimmte rechtwinklige Dreieck AOF' wird in den Grundriß (nach $P'O'F''$) projiziert.

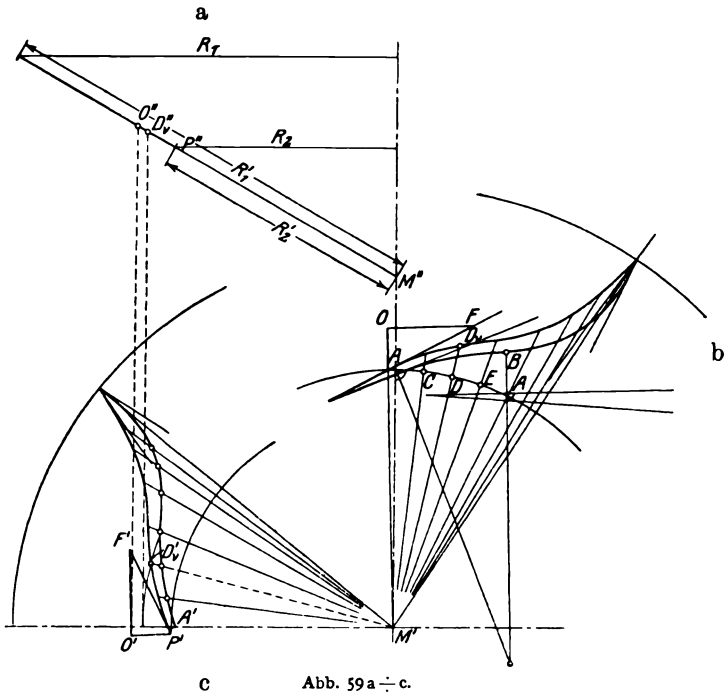


Abb. 59 a ÷ c.

(900) Bei der Francisturbine liegen die Stromfäden auf Umdrehungsflächen mit gekrümmten Meridiankurven, die nicht abwickelbar sind und näherungsweise ersetzt werden durch abwickelbare Hilfsflächen: die im Austritte berührende Kegelfläche und die im Eintritte berührende Ebene senkrecht zur Achse oder ebenfalls Kegelfläche. Der Ersatz von Punkten auf der tatsächlichen Umdrehungsfläche durch solche auf den Hilfsflächen erfolgt zweckmäßig derart, daß die Schaufelkurve auf diese abgewickelt werden: Beibehaltung der wahren Länge vom Anfangspunkte an und Benutzung derselben bis zu dem Meridianpunkt, der sich mit gleicher Genauigkeit auf beiden darstellt.

Bei schmalen Francisturbinen ($n_2 \leq 60$) braucht die Veränderlichkeit der Geschwindigkeiten längs der Stromfäden nicht berücksichtigt zu werden; es genügt die Betrachtung des mittleren Fadens, für den ein, den Hauptgleichungen entsprechendes Diagramm ausreicht. Zur Bestimmung der Schaufelform breiterer Turbinen¹⁾ werden mehrere Umdrehungsflächen benützt, die vorteilhaft so angenom-

¹⁾ Über die Schaufelung der Francis-Turbinen vgl. Hummel, D. p. J. 1899, Bd. 311, Heft 1 und 2. — Speidel und Wagenbach: Z. 1899, S. 581 u. f. — Baashuus: Z. 1901, S. 1602. — Escher, Schw. Bauz. 1903, S. 25 u. f. — Kaplan: „Ein neues Verfahren zur Berechnung und Konstruktion der Francis-Turbinenschaufel“, Z. f. d. g. T. 1905, S. 113 u. ff. und Derselbe: „Theoretische Untersuchungen und deren praktische Verwertung zur Bestimmung rationeller Schaufelformen für Schnellläufer“, Z. f. d. g. T. 1906, S. 2 u. ff. und dessen Veröffentlichungen über die Übereinstimmung der gebräuchlichen Turbinentheorie mit den tatsächlichen, durch Brems-

men werden, daß jede der entstehenden Teilturbinen die gleiche Wassermenge schluckt. Voraussetzung ist dabei, daß die Meridiangeschwindigkeit c_m auf einer Niveaufläche, senkrecht zu dieser, konstant ist. Für die auf den angenommenen Meridianen liegenden Stromfäden sind die Diagramme so zu bestimmen, daß sie den Hauptgleichungen genügen und in einer gesetzmäßigen Abhängigkeit zueinander stehen derart, daß die Stromfäden nach entsprechender Drehung um die Laufradachse eine stetig verlaufende Schauffläche ergeben. Thomann empfiehlt im Interesse tunlichst gleicher Austrittsweite, auf der Richtung von w_2 für den mittleren Wasserfaden einen Punkt in der Nähe des Schnittpunktes des vom Anfangspunkt des Diagramms auf w_2 gefällten Lotes mit w_2 anzunehmen, durch den alle anderen w_2 gezogen werden. Die doppelt gekrümmte Schauffläche wird durch Schichtlinien dargestellt, die auf Ebenen senkrecht zur Laufradachse liegen und zu deren Bestimmung die Wasserfäden im Auf- und Grundriß zu verzeichnen sind. Die Verbindungslinie der Eintrittspunkte ist die Eintrittskante, für Räder normaler Breite $\left(B = \frac{D_1}{4}\right)$ die Mantellinie eines Zylinders oder eine auf diesem liegende Schraubenlinie mit starker Steigung; die Austrittspunkte liegen auf der Austrittskante, eine Kurve in einer Ebene durch die Achse oder parallel dieser oder eine doppelt gekrümmte Kurve. Mit zunehmender Schnellläufigkeit entfernt sich die Eintrittskante mehr und mehr von dem normalen Zylinder und bei der Kaplan turbine liegt sie in einer Ebene senkrecht zur Achse¹⁾.

Die Bestimmung der Schichtlinien im Auf- und Grundriß und die Prüfung, ob ihr Verlauf im Aufriß einen stetigen Verlauf der Schauffläche ergibt, erfolgt an Hand axial verlaufender Kontrollschnitte, die mittels der Abwicklungen der Hilfsflächen bestimmt werden.

Beispiel. Für eine Wasserkraft sei $Q = 0,900$ cbm/sek und $H = 10$ m. Dem entspricht mit $\epsilon = 0,80$ eine effektive Leistung $N_e = \frac{1000 \cdot 0,9 \cdot 10 \cdot 0,8}{75} = 96$ PS. Ausgehen vom Austritt; mit dem Mittelwert $c_{m_2} = 0,275$ und dem mittleren Verengungsfaktor $\frac{t_2 - d_2}{t_2} = 0,88$ folgt

$$F_2 = \frac{0,900}{0,275 \cdot 4,43 \sqrt{10}} \cdot \frac{1}{0,88} = 0,265 \text{ m}^2 \quad \text{und} \quad c_{m_3} = c_2 = 0,23.$$

Die gleiche Geschwindigkeit für den oberen Saugrohrquerschnitt angenommen liefert dessen Eintrittsdurchmesser aus

$$D_1^2 \cdot \frac{\pi}{4} = \frac{0,9}{0,23 \cdot 4,43 \sqrt{10}} = 0,275 \quad \text{zu} \quad 0,592 \text{ m}.$$

Gewählt $D_1 = 600$ mm und mit 30 mm äußerer Kranzdicke folgt $D_1 = 660$ mm. Die spezifische Drehzahl, vgl. S. 922 und 963, beträgt für die geforderte Umlaufzahl $n = 270$

$$n_s = \frac{270}{10} \sqrt{\frac{96}{\sqrt{10}}} = 148.$$

Für den angegebenen Laufraddurchmesser wird $u_1 = \frac{270 \cdot 0,66 \pi}{60 \cdot 4,43 \sqrt{10}} = 0,67$; $n_s = 148$ und $u_1 = 0,67$ entspricht ein Normalläufer ($\beta_1 = 90^\circ$), für den mit $c_{m_0} = 0,22$, vgl. S. 963, die ichte Leitrad-Breite mit $4,43 \sqrt{10} = 14$ zu

$$b_0 = \frac{0,9}{0,22 \cdot 14 \cdot 0,66 \pi} = 141 \text{ mm}$$

proben an ausgeführten Anlagen erzielten Ergebnissen in der gleichen Zeitschrift 1907, S. 189 u. ff. und 1907, S. 234. Wagenbach: „Beiträge zur Berechnung und Konstruktion der Wasserturbinen“, Z. f. d. g. T. 1907, S. 273 u. ff. — Camerer: „Beiträge zur Berechnung der Zentripetal- (Francis-) Turbinen“, Z. 1911, S. 933 u. ff., bzw. F.A., Heft 139 und die daselbst genannten Untersuchungen von Reindl und Böhm in Z. f. d. g. T. 1910, S. 277 u. ff. bzw. 1911, S. 6 u. ff. und die Werke von Thomann, Stuttgart 1908, Konrad Wittwer; Escher, Berlin 1921; Julius Springer und Camerer, Leipzig und Berlin 1914; Wilh. Engelmann.

¹⁾ Z. 1921 S. 1036.

folgt. Dabei ist vorausgesetzt

$$\frac{t_0 - \Delta_0}{t_0} \cdot \frac{t_1 - \Delta_1}{t_1} \sim 1: \text{Zuschärfung der Schaufelenden.}$$

Oder man geht aus von $b_0 = \kappa D_1$ (für Normalläufer $\kappa = \frac{1}{4}$); aus

$$c_{m_0} = \frac{0,9}{14 \frac{D_1}{4} \cdot \pi D_1} = 0,22 \text{ folgt } D_1 = 610 \text{ mm};$$

Abb. 60.

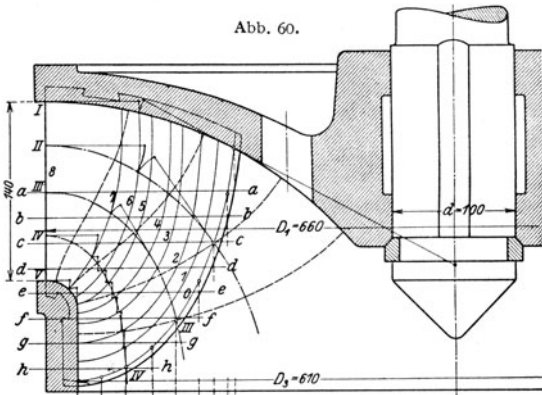


Abb. 64.

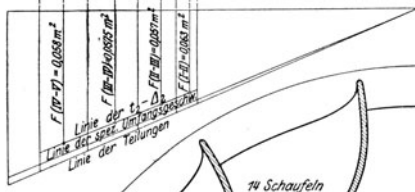
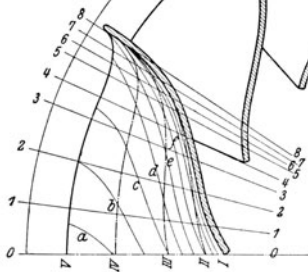


Abb. 62.



wird gewählt $D_1 = 600$ und $b_0 = 150$, so wird $c_{m_0} = 0,22 \frac{0,093}{0,09} = 0,227$. Mit 25 mm Kranzstärke folgt

$$c_2 = \frac{0,9}{14 \frac{0,55^2 \pi}{4}} = 0,27 \text{ und } c_{m_2} = \frac{0,27}{0,88} = 0,$$

dieser Wert spricht für $c_2 \approx c_{m_2}$: Saugrohrgewinn. Es mögen die zuerst errechneten Werte beibehalten werden.

Festlegung der inneren Radbegrenzung; Kreisbogen mit R_1 als Halbmesser. Wahl der Austrittskante (nach Erfahrung); sie schneidet im allgemeinen die Wasserfäden spitzwinklig und ist gegenüber Niveaufläche durch Austrittspunkt des mittleren Fadens zurückgezogen. Damit liegt die Schaufelbegrenzung fest, Abb. 60, es folgen die Austrittspunkte und die ihnen entsprechenden Austrittsdreiecke, sobald das mittlere bekannt ist, das sich für die mittlere Saugrohrgeschwindigkeit c_2 im Abstände $\frac{3}{4} D_2$ bei Normalläufem mit D_1 um $50 \div 100$ mm größer als D_2 bzw. im Abstände D_2 , sofern D_1 erheblich größer als D_2 ist, versteht. Annahme eines Stoßverlustes $w_{st}^2 = 1 (\div 2)\%$ für die Vollwassermenge, wenn günstiger Wirkungsgrad in Nähe von $\frac{2}{3} \div \frac{3}{4}$ Belastungslage liegen soll.

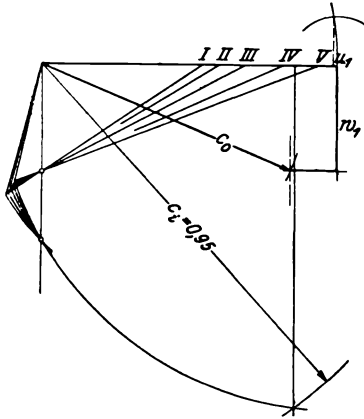


Abb. 61.

Für den Normalläufer dürfen Geschwindigkeits- und Druckverhältnisse längs Eintrittskante je als konstant vorausgesetzt werden: damit folgt Diagramm, Abb. 61. Für die Austrittsdreiecke der Teil- oder Schichtturbinen folgt an Hand der Durchflußgleichung

$$w_2'^2 = w_2^2 + u_1^2 - u_2^2 = \text{konst.};$$

Konstruktion von w_2 aus $w_2' = \text{konst.}$ nach Abb. 38 oder Abb. 39. Im vorliegenden Beispiel liegt die Richtung von w_2 bestimmende Punkt auf der Senkrechten zu u_1 durch den Anfangspunkt.

Nach Wahl der Austrittskante werden Axialschnitte im Grundriß festgelegt, Abb. 62, und Schaufelzahl rücksichtlich kleinster Lichtweite $a_2 = (t_2 - l_2) \sin \beta_2$ gewählt. Nach Thomann ungefähre Anhalt

$$z = c_0 \sqrt{D} \text{ mm} \pm 1$$

mit $D =$ Mittel zwischen Ein- und Austrittsdurchmesser; angenommen $z = 14$. Die in Hilfsflächen verzeichneten Schaufelkurven geben Abb. 63a÷e wieder, insbesondere entspricht die äußerste, Abb. 63a, derjenigen einer Axialturbinen; Begrenzung V—V wird entweder aufgewickelt und als Zylindermantellinie aufgefaßt oder, wie im vorliegenden Beispiel, außer der Hilfszylinderfläche noch die Hilfsebene senkrecht zur Achse verwendet. Statt der Hilfsflächen, Ebene und Kegel- bzw. Zylindermantel, werden auch nur letztere verwendet, wie für die Schichtlinie IV—IV angedeutet. Abb. 64 zeigt die Wassermengenkontrolle mit Hilfe der Austrittsflächen; es folgt für die

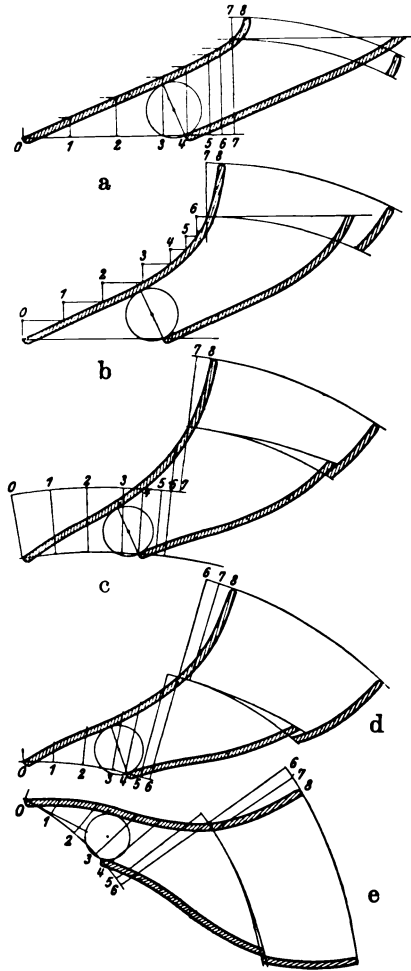


Abb. 63 a ÷ e.

Teilturbine	I—II	$q_{I-II} = 0,239 \cdot 0,062 = 0,0179$
	II—III	$q_{II-III} = 0,280 \cdot 0,059 = 0,0160$
	III—IV	$q_{III-IV} = 0,2725 \cdot 0,0575 = 0,0157$
	IV—V	$q_{IV-V} = 0,266 \cdot 0,058 = 0,0154$
		$\Sigma q = 0,0650$

und

$$Q = 0,0650 \cdot 14 = 0,910 \text{ m}^3.$$

Ein etwaiger Fehlbetrag macht Korrektur erforderlich; entweder Änderung der äußeren Laufradbegrenzung oder des Diagramms: Annahme von Proportionalität zwischen Wassermenge und Relativgeschwindigkeit im Schwerpunkt des Kanalquerschnitts. Sind (w_1) und (Q) zusammengehörige, dem Ausgangsdiagramm entsprechende Werte, so, folgt für die gegebene Wassermenge Q der wahre Wert $w_2 = (w_1) \frac{Q}{(Q)}$; Änderung von c_{u2} , c_2 , ϵ und Eintrittsdreiecks; Beibehaltung von b_0 bedingt Änderung von (α_0) in α_0 und von (w_{st}) in w_{st} . Im Unterschied zwischen errechneter und Sollwassermenge, ganz abgesehen von unvermeidlichen Ausführungsfehlern, liegt der Grund, daß von vornherein mit einer Schluckreserve ($5 \div 10\%$) gerechnet wird.

Bei breiten Turbinen treten infolge der schärferen Krümmung der Wasserfäden Druck- und Geschwindigkeitsänderungen in den Punkten der zu den Teilflächen senkrechten Niveauflächen auf mit der Wirkung, daß die Teilwassermengen sehr verschieden ausfallen. Vgl. hierüber Thomann, a. a. O. S. 126.

(901) Leitrad. Dasselbe erhält entweder die Breite b_0 , die Eintrittsbreite ist $b_1 = b_0$ (Abrundung der Kranzkanten) oder es ist $b_1 = b_0 + (2 \div 5)$ mm. Schaufelzahl im Falle fester Schaufeln $z_0 = (2 \div 2,5) c_{m0} \sqrt{D}$ mm, für drehbare (Fink-) Schaufeln ist $z_0 \approx (1,5 \div 2 \div 2,5) c_{m0} \sqrt{D}$ mm, mit c_{m0} für Vollöffnung.

Reichlicher Schaufelspalt, $15 \div 50$ mm, zum Ausgleich der durch Schaufelstärke bedingten Unstetigkeiten und Verluste: Eintrittskante gegen Außenkranz $15 \div 20$ mm zurückgesetzt. Zwangloser Austritt bedingt gekrümmte oder, von $z_0 = 15 \div 18$ ab, konvergierende Schaufelenden. Formgebung entsprechend dem oben Gesagten: Auftragung der Teilung auf dem Kreise mit einem um Spaltweite vergrößerten Laufradhalbmesser, Antragung von α_0 gegen Umfang; Konvergenzwinkel $12 \div 20^\circ$, kleinste Schaufelstärke $3 \div 8$ mm. Ersatz des neutralen Endes durch Kreisbogen. Von $15 \div 18$ Schaufeln ab geradlinige Schaufelenden mit Konvergenzwinkel = Teilungswinkel. Im Falle veränderlicher Breite

ist Schaufelwinkel α bestimmt durch $\text{tg } \alpha = \frac{c_m}{c_u} = \frac{b_0}{b} \text{tg } \alpha_0$, vgl. S. 934. Für Drehschaufeln ($b = b_0$) ist entsprechend zu verfahren; mit abnehmender Beaufschlagung wächst Schaufelspalt, in gleichem Maße nimmt Austrittsgeschwindigkeit ab.

Sind c_0' und D_0' zusammengehörige Werte, so gilt $c_0' = c_0 \frac{D_0}{D_0'}$. Konvergierende Schaufelenden, Schnitt äußerst auf Eintrittszylinder, bedingen Abweichung von dem aus Diagramm folgenden Winkel α_0 . Nach dem Vorschlage Sandels sind die Schaufelenden Tangenten an den Kreis $\rho = R_0' \sin \alpha_0$, mit $R_0' =$ Kreis durch Leitschaufelenden: Gleicher Austrittswinkel α_0 , tote Räume hinter Leitschaufel, ins Laufrad sich erstreckend. Abb. 65 b zeigt die hiernach für obiges Beispiel entwickelten Leitschaufeln.

(902) Laufrad, konstruktive Einzelheiten: Stahlblechschaufeln, vgl. S. 931, nach Camerer $s_2 = k D \sqrt{\frac{H}{z}} + C$, worin $C = 2$ mm eine Abrostungskonstante und $k = 5 \div 10$ für Langsam- bzw. Schnelläufer. Eingußtiefen $1,5 s_2$ und $3,5 s_2$ (Schwalbenschwanz), Mindestkranzstärke $2,5 s_2$. Escher empfiehlt

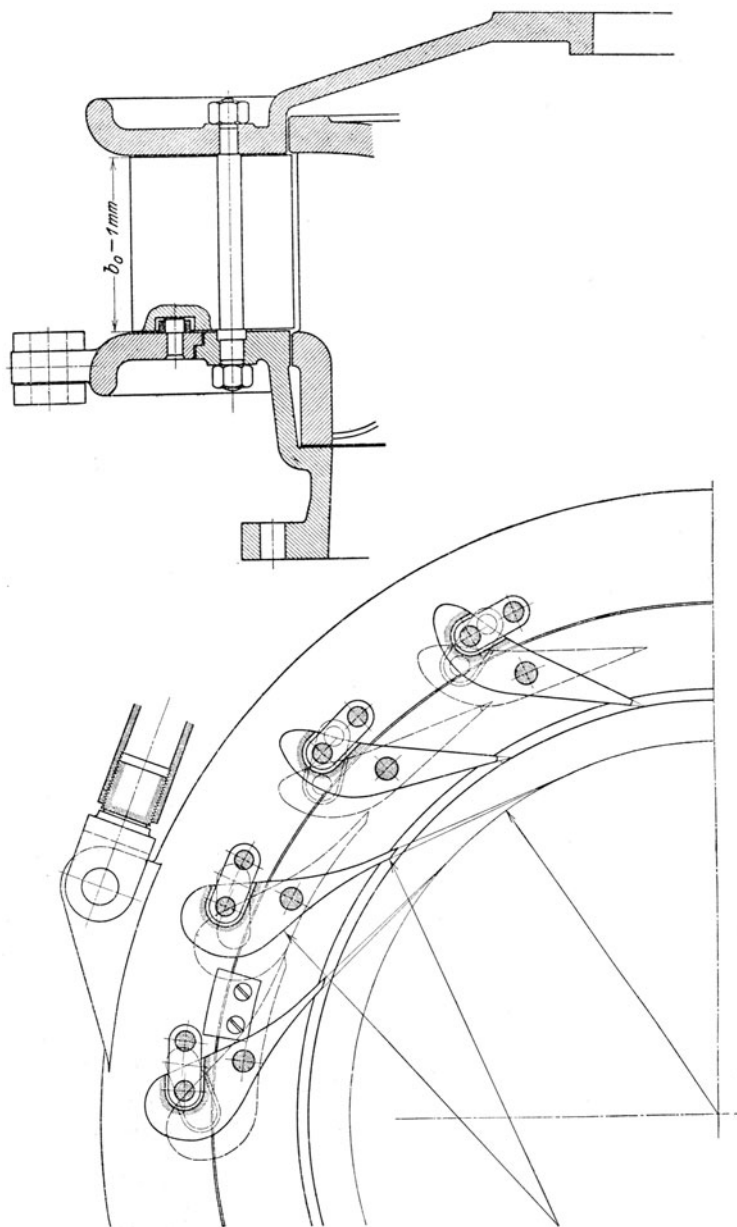


Abb. 65 a und b.

$s_3 = (0,12 \div 0,15) \sqrt{b_3}$ cm für Langsamläufer und $s_3 = (0,10 \div 0,12) \sqrt{B_3}$ cm für Normal- bzw. Schnellläufer.

Schaufelzahl innerhalb weiter Grenzen und mit Laufradcharakter veränderlich, mit wachsendem Durchmesser abnehmend. Nach Thomann soll sein $z = c_0 \sqrt{D}$ mm ± 1 für Langsam- und Normalläufer und $z = 0,3 \sqrt{D}$ mm $\pm 2 \div 4$ für Schnellläufer, mit $D =$ Mittel von Ein- und Austrittsdurchmesser; Escher empfiehlt $z = k' \sqrt{D_1}$ cm, mit $k' = 1,5 \div 1,6 \div 1,7$ für Langsam-, Normal- bzw. Schnellläufer.

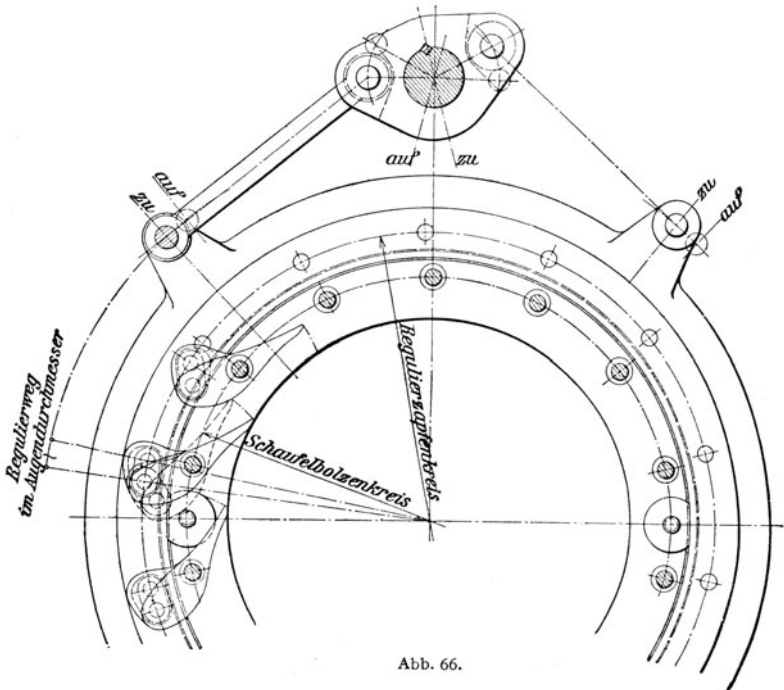


Abb. 66.

Gußschaufeln, vgl. S. 931, Mindeststärke nach Thomann im Falle Gußeisens $s_3 = 3 \div 7$ mm für kleine bzw. große Turbinen; nach Escher soll sein $s_3 = (0,16 \div 0,22) \sqrt{b_3}$ cm bzw. $s_3 = 0,16 \sqrt{B_3}$ cm für Langsam- bzw. Normal- und Schnellläufer. Größte Stärke (Herstellung) $12 \div 35$ mm, hohl gegossen (Gewicht, Bronze). Betr. drehbarer Schaufeln vgl. das oben und unter Regulierung Gesagte. Konstruktive Breite von Leit- und Laufrad entweder übereinstimmend und Laufradkranz abgerundet oder $B_1 = B_0 + (2 \div 5)$ mm (Ausführung, Spurzapfenabnutzung).

Schaufelspalt $10 \div 50$ mm, mit wachsender Schnellläufigkeit zunehmend und längs B_1 u. U. veränderlich; vgl. hierüber Z. 1921, S. 1036. Auch abhängig von Regulierung, vgl. diese.

Kranzspalt: Ausbildung derart, daß Q_{sp} und Axialschub möglichst klein ausfallen, Montage, Ausgleichung der Abnutzung durch Einstellbarkeit nicht erschwert werden. Zu beachten die Ausrückung einzelner, auf gleiche Vorgelege- welle mittels konischer Räder arbeitender Turbinen.

Leitrad. Mit drehbaren Leitschaufeln: Änderung von α_0 und Spaltdruckes, mit der Öffnung abnehmend.

Schaufelzahl z_0 entsprechend Mindestlichtweite von $40 \div 50$ mm, $z_0 = 12 \div 16$ für kleine, $z_0 = 16 \div 24$ für große Laufräder, mit zunehmendem Gefälle abnehmend und für sehr kleine Räder noch unter 12 liegend.

Bez. Formgebung vgl. das oben Gesagte; größte Stärke durch Leitschaufelbolzen bedingt; $15 \div 35$ mm Durchmesser, auf Biegung und u. U. auf Druck beansprucht, möglichst nahe der Schaufelspitze liegend, und Mindestwandstärke, $5 \div 25$ mm, für $D_1 = 500 \div 2000$ mm. Bestimmung des Schlußpunktes durch Probieren oder nach dem von Braun¹⁾ angegebenen Verfahren. Für Innenregulierung (kleine und mittlere Gefälle), Schaufeln gebohrt, um festen Zapfen sich drehend: $k_b = 350 \div 1000$ kg/cm² und Pressung $k = 10 \div 50$ kg/cm², mit wachsendem Gefälle zunehmend. Ausgebüchtet im Falle automatischer Regulierung. Gestaltung des der Spitze abgewendeten Teiles rücksichtlich Widerstandes und Antriebes:

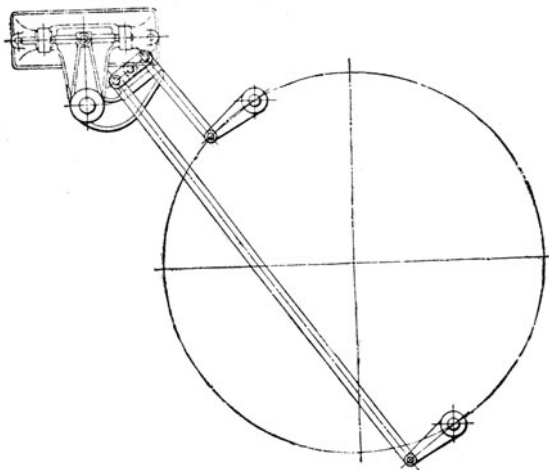


Abb. 67.

für offene Turbinen abgerundetes Schaufelende mehr radial verlaufend, bei Spiralturbinen zugespitztes Ende in Richtung Strömungsgeschwindigkeit liegend. Für Außenregulierung Schaufel mit Zapfen aus einem Stück bestehend (Stahlguß), Schaufelform von Zapfenlage unabhängig. Zapfen auf Beanspruchung und Pressung berechnen: Resultierende Anstrengung $k_b = 250$ kg/cm². Schaufelantrieb im Falle Innenregulierung durch Lenker, Abb. 66, die Zapfen in Schaufel und Regulierring kuppelnd und Achse in Schlußstellung um mindestens 15° von Radiallage noch entfernt: Mindestlänge in Abhängigkeit des Regulierweges. Voith schützt die Schubstängchen durch Anordnung in Taschen, entweder in Schaufel oder im Ring: Geringhaltung des Widerstandes, hohe Zapfenpressung.

Leitschaufelbolzen bei offenen Turbinen vielfach den Abstand der Leitradwände sichernd und Stützung des Deckels samt Halslager bewirkend.

Regulierung am Leitradunterteil durch Weißmetallbacken geführt, Abb. 66; Antrieb durch gemeinsame Regulierwelle und Stangen (Abnützung, Formänderung, reichliche Abmessung) oder die im Durchmesser liegenden Kurbeln, mit Ring durch Gelenke verbunden, werden nach außen geleitet und mit der Regulierwelle durch Gestänge und Ausgleichhebel gekuppelt, Abb. 67. Bei Gehäuseturbinen und

¹⁾ Z. f. d. g. T. 1905, S. 220.

hohen Gefällen Schaufel und Zapfen aus einem Stück, Antrieb durch Kurbeln. Aufgeklemmt (Reibungsschluß) oder aufgekeilt mit Abmessungen für eine be-

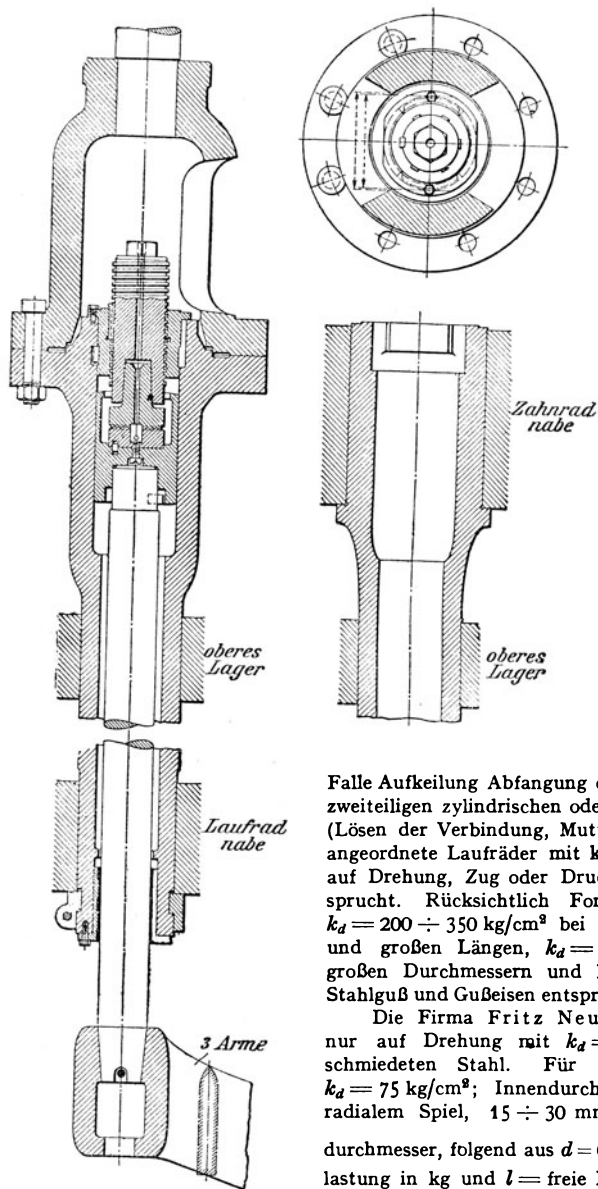


Abb. 68 a.

grenzte Kurbelkraft, nach deren Überschreitung Bruch erfolgt oder mit nachgiebiger Kupplung von Kurbeln mit Ring: Sicherung gegen Bruchgefahr. Kurbelkraft abhängig von Wasserwirkung und Reibung: $\mu \approx 0,3$. Druckstangen auf Knickung (Druck) bzw. Zug beansprucht. Statt von Bewegungswiderstand der Schaufel auszugehen wird zur Bestimmung des Regulierantriebes u. U. die größte Kurbelkraft (etwa 100 kg) zugrunde gelegt.

(903) Welle samt Lagerung. Welle massiv (geschm. Stahl) oder hohl (gegossen, Gußeisen, Stahlguß). Verbindung mit Laufrad durch Keile oder Schrauben (Welle mit Flansch). Schraubenverbindung auf Reibungsschluß und Biegung rechnen. Im

Falle Aufkeilung Abfangung der Vertikalkraft durch zweiteiligen zylindrischen oder abgesetzten Tragring (Lösen der Verbindung, Muttersicherung). Fliegend angeordnete Laufräder mit konischem Sitze. Welle auf Drehung, Zug oder Druck und Biegung beansprucht. Rücksichtlich Formänderung für Stahl $k_d = 200 \div 350 \text{ kg/cm}^2$ bei kleinen Durchmessern und großen Längen, $k_d = 300 \div 450 \text{ kg/cm}^2$ bei großen Durchmessern und kleinen Längen. Für Stahlguß und Gußeisen entsprechende Verminderung.

Die Firma Fritz Neumeyer A.-G. rechnet nur auf Drehung mit $k_d = 110 \text{ kg/cm}^2$ für geschmiedeten Stahl. Für gußeiserne Hohlwelle $k_d = 75 \text{ kg/cm}^2$; Innendurchmesser abhängig von radialem Spiel, $15 \div 30 \text{ mm}$, und Tragstangendurchmesser, folgend aus $d = 0,1 \sqrt[4]{P^2}$ mit $P =$ Belastung in kg und $l =$ freie Länge in m. Mindestwandstärke der Welle $30 \div 40 \text{ mm}$ für Innendurchmesser von 250 mm ab. Über 6 m Länge Teilung und

Verbindung durch Flanschen: Schrauben auf Reibungsschluß ($\mu = 0,1$) und Biegung rechnen. Verbindung massiver Wellenverlängerung mit Hohlwelle durch Laterne, Abb. 68 a.

Spurzapfen und Lager. Als Gleitlager. Gußeiserne Linsen (Dampfzylinderqualität), fest, gegen Öltrog sich stützend oder aufgehängt und bewegliche, an Wellendrehung teilnehmende Lauflinse. Gestützter oder aufgehängter Zapfen, im Öl wattend und selbsttätig geschmiert durch das zwischen Gleitflächen nach außen wandernde Öl (Ölzuführung innen, Schmiernuten, Zirkulation, Wärmeableitung). Mit voller oder ringförmiger Tragfläche: Voll- bzw. Ring-spurzapfen. Abb. 68 a zeigt die Voithsche Ausführung des Vollzapfens in Verbindung mit Hohlwelle und Tragstange, gegen

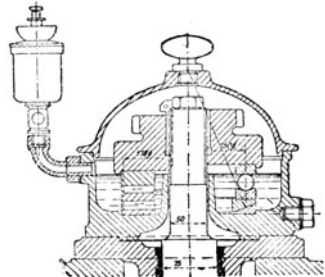


Abb. 69.

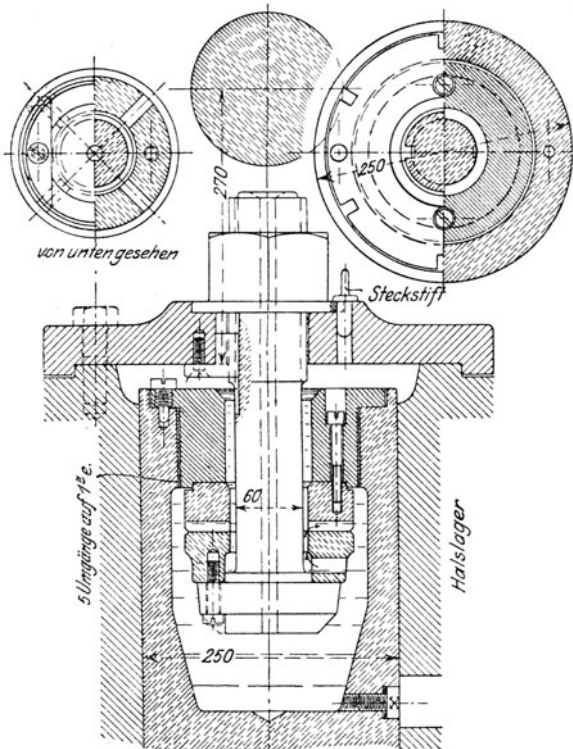


Abb. 70.

Tragkrenz im Saugkessel sich stützend ($k_b = 300 \text{ kg/cm}^2$). Im Falle Wellenverlängerung nach Abb. 68 a als Mittelzapfen mit Einrichtung für Frischölzusatz, die sich im Falle Endzapfens, Abb. 68 b, erübrigt.

Abb. 69¹⁾ zeigt einen gestützten Ringspurenzapfen, links als Gleitzapfen, rechts mit Kugellagerung, und Abb. 70¹⁾ gibt einen aufgehängten Ringspurzapfen wieder: Auswechslungsmöglichkeit der Linsen beachten. In Abb. 69 rechts ersichtliche Einstellbarkeit der Festlinse, auch für Gleitlager ausgeführt, ist von bedingtem Werte. Abb. 71 zeigt eine Ausführung als Ringspurmittelzapfen für durchgehende, massive Welle. Allgemein die Höheneinstellung (Kranzspalt, konische Räder), Auswechslung der

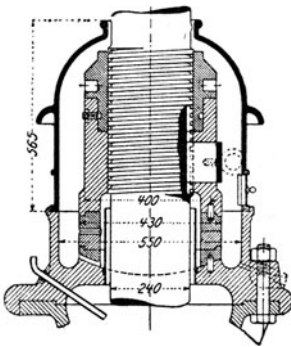


Abb. 71.

Linsen und Betriebssicherheit (Schmierung, Wärmeableitung) beachten.

Berechnung auf Pressung und Warmlauf:

$$P = k \frac{\pi}{4} (d_2^2 - d_1^2)$$

und

$$d_2 - d_1 = 2b \geq \frac{Pn}{w}$$

oder

$$k u_m \geq \frac{1}{3000} \frac{Pn}{d_2 - d_1}$$

k und w von Ausführung, Material und Betriebsbedingungen abhängig. Vgl. das unter (442) auf S. 414 und 415 Gesagte. Für ungekühlte Lager empfiehlt Wagenbach $k u_m \leq 20$ entsprechend $w \leq 60000$ und für gekühlte Lager geht er bis $k u_m = 80$ entsprechend $w = 240000$. Thomann rechnet mit

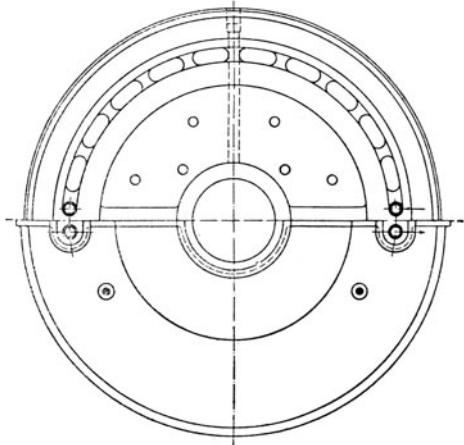
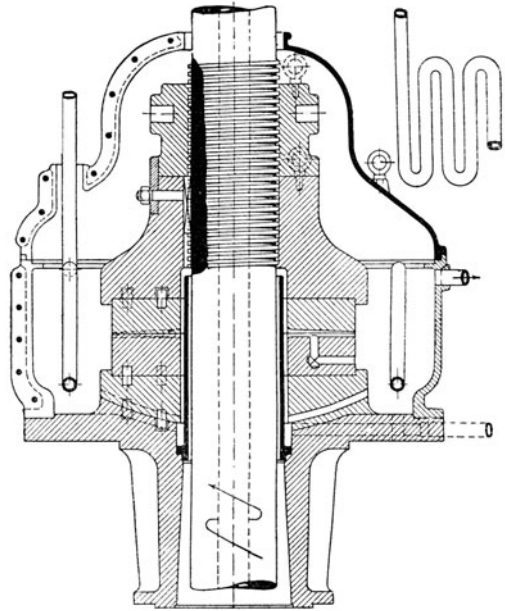


Abb. 72.

¹⁾ Pfarr, Turbinen für Wasserkraftbetrieb Berlin 1912, Julius Springer

$k u_m = 13,3 \div 20$ und $k u_m = 20 \div 33$ für ungekühlte bzw. gekühlte Ring-spurzapfen und mit $k = 30 \div 60 \text{ kg/cm}^2$.

Kühlung durch Kühlschlangen oder Preßöl-(Spül-)schmierung mit Ölrückkühlung: Hydraulische Zapfenentlastung, Abb. 72 und 73. Ölpressung bis 35 kg/cm^2 , vor dem Zapfen um $1 \div 2$ at abgedrosselt. Eine Zapfenentlastung durch das Druckwasser zeigt Tafel VI. Bei mehrfachen Turbinen mit stehender Welle ist zu gleichem Zwecke die Nabenscheibe des nach oben ausgießenden Laufrades voll ausgeführt worden: Entlastung durch das Aufschlagwasser. Vgl. Anlage Beznau a. d. Aare, Schw. Bauz.

Kugelstützlager, Abb. 69: Verminderung des Leistungsbedarfes zur Überwindung der Gleitreibung und u. U. für die Preßpumpen. Zulässige Belastung um so höher, je vollkommener P_{\max} auf alle Kugeln gleichmäßig verteilt und je geringer die Umlaufzahl, s. S. 460. Thomann empfiehlt

$$P_{\max} \leq (80 - 20 \sqrt[6]{n}) z d^2.$$

Über Anwendung großer Stützkugellager vgl. Schw. Bauz. Bd. LXVI, 1915.

Berechnung des Vollzapfens der des Ringzapfens entsprechend; für Guß auf Guß $k = 50 \div 75 \div (90) \text{ kg/cm}^2$ und $w = 50000 \div 100000$. Pfarr bestimmt noch die nach der Reyeschen Theorie, vgl. S. 408, folgende Pressung p_{\max} im Abstände $\frac{d_1}{2}$ (Schmierloch) und setzt

$p_{\max} = 100 \div 170 \text{ kg/cm}^2$. Mit k, w und p_{\max} nicht gleichzeitig an die Grenze gehen.

Lager. Zapfenverhältnis für Halslager $L : D = 1,5$; ausgegossen, Lauffläche geschmiert, gegen Wasser geschützt durch zweiteiliges Rohr, ev. über Wasserspiegel reichend. Auswechselbar (zweiteilig). Im Falle stehender massiver Welle gegen Leiträderdeckel sich stützend. Führung der Hohlwelle durch zweiteilige Büchse an Tragstange, Abb. 68 a: Beschränkung der Abnutzung durch geringe Pressung, vgl. unter Räderabtrieb. Bei horizontaler Welle Abfangung des Axialschubes durch Kammlager, vgl. S. 448 und 454, durch Bock oder durch Konsol am Turbinendeckel gestützt. Förderung der Wärmeableitung im Falle Endzapfens durch Zapfenkühlung.

Wesentliche Erhöhung der Belastung möglich durch Herbeiführung reiner Flüssigkeitsreibung: verschieden dicke Schmierschicht durch entsprechende Formgebung der Tragfläche oder Auflösung der Tragfläche in einzelne einstellbare Sektoren: Einscheibendrucklager von Michell. Vgl. D. P. J. 1913, S. 745; 1916, S. 95; 1918, S. 4; 1919, S. 115 und 1920, S. 211; Z. f. M. u. Ph. 52. Bd., 1905; J. d. Sch. G. 1916, S. 506 und 1917 (Gümbel); Z. f. d. g. T. 1916, S. 297 (Kucharski).

(904) Abtrieb, konische Räder, Vorgelegewelle. Mit stehender Welle direkte Kupplung nur im Falle ausreichenden Gefälles möglich: Zwillingsanordnung, Entwicklung in Tiefe. Meist Übersetzung ins Schnelle erforderlich: mittels konischer Räder auf horizontale Vorgelegewelle und neuerdings durch Stirnräder mit Schraubenzähnen auf vertikale (parallele) Vorgelegewelle treibend, in Öl laufend. Bisher im Interesse ruhigen Ganges im ersten Falle Holz-

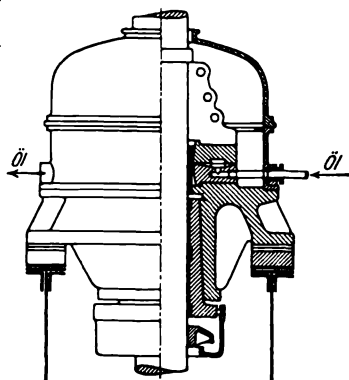


Abb. 73.

Eisenräder mit geraden Zähnen und Höchstübersetzung etwa 5fach (Ruhe des Ganges) bevorzugt: Weißbuche ($k_b = 100 \text{ kg/cm}^2$) für großes Rad. Äußere Teilung

$$t_a = 10 \sqrt[3]{\frac{450 \left(\frac{Z}{z}\right)^2 + 1}{c_m \psi z \left(\sqrt{\left(\frac{Z}{z}\right)^2 + 1} - \frac{\pi \psi}{z}\right)^2} \frac{N}{n}}$$

mit $c_m \leq 20 - \frac{1}{2} \sqrt{n}$ für schneller laufendes Rad (z)

$\psi = 3 \div 5$ und mehr

$z \geq 36$; runde Maße.

Prüfung auf Warmlauf:

$$w = 16000 \div 17000 \geq \frac{P_m \cdot n}{b}$$

Aus

$$\psi = 450000 \frac{c_m^2 \cdot n^3}{z w^3} N \frac{\sqrt{\left(\frac{Z}{z}\right)^2 + 1} - \frac{\pi \psi}{z}}{\sqrt{\left(\frac{Z}{z}\right)^2 + 1}}$$

folgt Breitenverhältnis für das auf Pressung und Warmlauf ausgenützte Räderpaar. Größte Teilkreisgeschwindigkeit $v = 12 \div (15) \text{ m/sek}$. Genaue Flankenform, zusammenfallende Kegelspitzen (Lagerung, Wellendurchbiegung). Von $b \approx 200 \text{ mm}$ ab geteilte Kämme, gut eingepaßt und versplintet. Im Falle verschieden starker Zähne Prüfung der Biegeanstrengung beider.

Glockenrad, einteilig bis 3,5 m Durchmesser möglich, im Interesse der Entlastung des unteren Lagers: Zahndruckrichtung die Achse möglichst nahe dem Lagermittel schneidend. Obergriff in Verbindung mit Stützzapfen, Untergriff bei aufgehängtem Zapfen. Heben von Welle mit Rad zwecks Ausrückung einer der beiden auf gemeinsame Vorgelegewelle treibenden Endturbine oder Nachsehen des Laufrades; im anderem Falle Ausrückung durch Absenkung der nach Zahl nicht begrenzten Turbinen und Anheben des Leitrades, bei erweiterten Rädern auch im Falle Obergriffes erforderlich. Arme mit I-Querschnitt, auf Biegung und Drehung beansprucht: Übertragung durch $\frac{i}{4}$ Arme, $k_b = 300 \text{ kg/cm}^2$. Teilung in Armen, gesprengt oder zusammengehobelt, Armstern gleich oder ungleich geteilt, je nachdem Zähnezahl ein Vielfaches der Armzahl oder nicht.

Für Stirnräder mit Schraubenzähnen empfiehlt Lasche

$$p = \frac{P}{b} = (4,2 \div 5,3) d \quad \text{für } d < 25 \text{ cm}$$

$$= (20,1 \div 24,6) \sqrt{d} \quad \text{für } d > 25 \text{ cm}$$

und (für Schiffsgetriebe) $\frac{b}{d}$ tunlichst unter 1,5 (2,5 zul. Maximum). p abhängig von Geschwindigkeit:

$$p = 150 \div 80 \div 40 \text{ kg/cm} \quad \text{für } u = 5 \text{ bis } 6 \div 30 \div 60 \text{ m/sek.}$$

Lagerung. Im Falle vertikaler Achse Halslager samt Spurzapfen und Kamm-lager bei Obergriff auf gemeinschaftlichem Bock (Hohlguß, ausgestampft mit Beton, auf Mauerwerk sich stützend) oder bei Untergriff auf gemeinsamer Tra-

verse zwischen I-Trägern (breitflansche, Differdinger). Vorgelegewelle auf Biegung und Drehung beansprucht; wichtiger als Gesamtanstrengung ist Formänderung gegenüber Biegung (Schleifen im Kranzspalt, konischer Rädertrieb, Warmlauf der Lager). Pfarr rechnet mit einem höchstens zulässigen Neigungswinkel im Auflager $\beta \approx \text{tg } \beta \leq \frac{1}{1200}$. Lager auf Pressung und Warmlauf berechnen mit $k = 40 \div 60 \text{ kg/cm}^2$, $w = 40000 \div 60000$ oder $kv = 21 \div 32$ im Falle natürlicher Kühlung. Bestimmung Zapfendruckes aus Gewichten und auf Welle abgesetzte Querkraft: 5- bzw. 8fache Umfangskraft für Dehnungsspannungsbetrieb mit Riemen bzw. Seil.

Stopfbüchse zur Abdichtung gegenüber äußerem Überdruck bei horizontalachsigen Turbinen und im Falle hochgesaugten Wasserspiegels. Mit Weichpackung als Drehstopfbüchse: Überwurfmutter sichert axiales Anziehen; als Brillenstopfbüchse für geringe Umlaufzahlen oder als Stopfbüchse mit Wasserverschluß. Vgl. Z. 1917, S. 10 u. V. D. J.-Nachr. vom 9. Jan. 1924.

(905) Turbinengehäuse für größere Gefälle: Zylindrische Kessel mit zentralem oder exzentrischem Einlauf im Falle stehender Welle, Tafel VI; für liegende Welle als Stirnkessel, Abb. 74, oder Querkessel. Oder Spiralgehäuse: bessere Ausnutzung der Zuflußgeschwindigkeit $c_e = 0,25 \div (0,3)$, für Kessel abnehmend bis auf $c_e = 0,07 \div 0,15$. Kessel genietet, mit Unterteil, (Tragkonstruktion für Turbine), und Deckel verschraubt; Mannloch, Ablaufvorrichtung. Auf Tafel VI Wellenverlängerung mit Entlastung und Schmierung des Spurzapfens ersichtlich. Abmessungen und Formgebung des Stirnkessels, Abb. 74, rücksichtlich Bewegungswiderstandes und Zugänglichkeit hinteren Lagers (Schmierung). Reichliche Wasserquerschnitte für Querkessel (mehrfache Ablenkung). Spiralgehäuse aus Gußeisen mit Rechteck- oder rundem Querschnitt und Versteifung der Wandungen, wenn eben durch Rippen oder durch Traversen oder Anker. Oder aus Schmiedeeisen genietet, ebenfalls mit Rechteck- oder rundem Querschnitt. Abnahme desselben nach Maßgabe diejenigen der Durchflußmenge. Ablauf- und Entlüftungseinrichtung, Manometer. Einlauf den örtlichen Verhältnissen angepaßt. Absperrvorrichtung: Schieber- oder Drosselklappe, von Hand oder hydraulisch betätigt, Abb. 495 S. 483. Geschwindigkeit in Rohrleitung kleiner als im Einlauf: Übergangstück.

(906) Statt mittels drehbarer Leitschaufeln kann auch durch zylindrische Schützen reguliert werden, auf Gefälle und Wassermenge wirkend. Als Außenschütze am Leitradeinlauf (Hubschütze oder drehbarer Gitterschieber) und als Schütze im Spalt. Vgl. hierüber Z. 1899, S. 1217 (Rheinfelden); Z. 1901, S. 1193 (Lyon), Z. 1986, S. 1229 (Chèvres); Z. 1904, S. 581 (Glommen).

Bez. der Vielgestaltigkeit der Ausführungsmöglichkeiten sei auf die S. 919 genannten Quellen verwiesen.

(907) Hinsichtlich der in wissenschaftlicher wie konstruktiver Hinsicht noch im Werden begriffenen Kaplanturbine vgl. Z. 1921, S. 679; Z. 1921, S. 1035 „Die Kaplanturbine in Ausführung und Verwendung“, und Thomann: Wasserturbinen und Turbinenpumpen. Stuttgart: Konrad Wittwer 1921.

(908) Turbinensätze. Verschiedene Werte $q = \frac{Q}{\sqrt{2gH}}$ verarbeitende Laufräder bilden eine Reihe oder einen Satz, wenn sie nach einheitlichen Gesichtspunkten $\left(c_s, \frac{D_s}{D_1}, \frac{b_1}{D_1} \right)$ jeweils konstant und Diagramm übereinstimmend konstruiert sind.

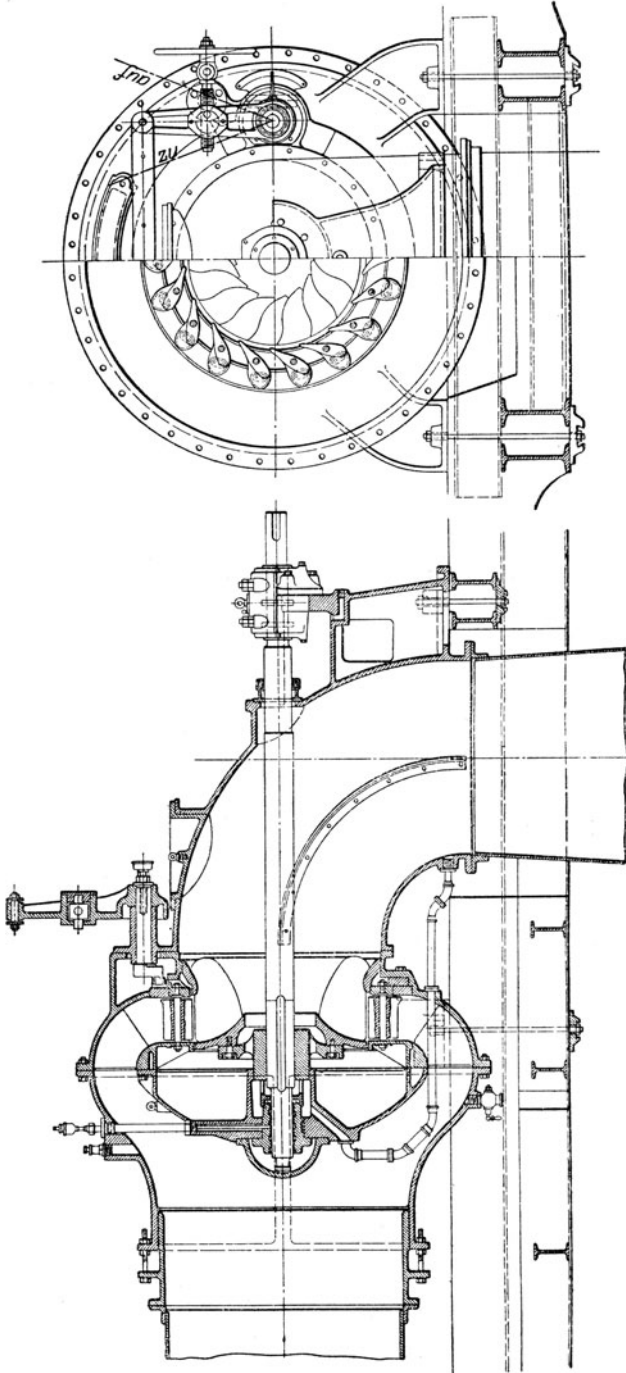


Abb. 74.

$$\text{Mit } Q = k_Q D_1^2 \sqrt{H} \quad \text{und} \quad n = k_n \frac{\sqrt{H}}{D_1} \quad \text{oder} \quad D_1 = k_n \frac{\sqrt{H}}{n}$$

folgt

$$N = \varepsilon \frac{\gamma Q H}{75} = \gamma k_Q k_n^2 \frac{H^{\frac{3}{2}}}{n^2} \cdot H \frac{\varepsilon}{75}$$

Sofern

$$\gamma k_Q k_n^2 \frac{\varepsilon}{75} = n_s^2 \quad \text{wird} \quad n_s = \frac{n}{H} \sqrt{\frac{N}{H}} = n_1 \sqrt{N_1} \quad \text{und} \quad n = n_s H \sqrt{\frac{H}{N}};$$

für $H = 1$ und $N = 1$ folgt $n_s = n_1 \sqrt{N_1} = n$,

vielfach als spezifische Umlaufzahl, Kennziffer, Systemzahl bezeichnet, vgl. S. 922, d. i. die Umlaufzahl der systemgleichen Turbine, die bei 1 m Gefälle 1 PS leistet.

$$\text{Mit } n_1 = \frac{60 \sqrt{2g}}{\pi} \frac{u_1}{D_1} \quad \text{und} \quad N_1 = \gamma \frac{\varepsilon}{75} Q_1 = \frac{\gamma \varepsilon}{75} \frac{\pi}{4} D_s^2 c_s \sqrt{2g}$$

$$\text{folgt auch} \quad n_s = 576 u_1 \frac{D_s}{D_1} \sqrt{\varepsilon c_s}.$$

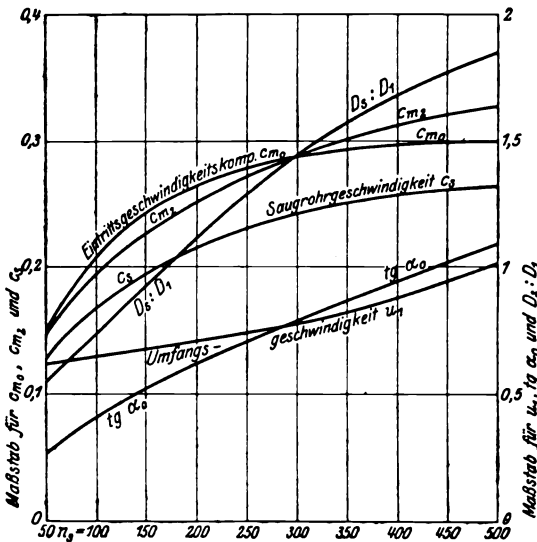


Abb. 75.

Die Abhängigkeit der Konstruktionswerte voneinander ist aus Abb. 75 ersichtlich. Mit der einfachen Francisturbine werden Systemzahlen $n_s = 60 \div 350$ beherrscht; Normalläufer $n_s = 150 \div 200$. Mehrfache Turbinen für größere Werte n_s , wenn nicht andere Gründe (Wirkungsgrad, Veränderlichkeit der Wassermenge) dafür sprechen. Verstehen sich n_{sII} , n_{sIII} usf. für die zweifache, dreifache usf. Turbine, so gilt

$$n_{sII} = \frac{n}{H} \sqrt{\frac{2N}{H}} = 1,41 n_s;$$

ebenso folgt $n_{s\text{III}} = n_s \sqrt{3} = 1,73 n_s$ usf.

Umgekehrt folgt die Systemzahl eines Rades

$$n_s = 0,7 n_{s\text{II}}, \quad n_s = 0,58 n_{s\text{III}} \quad \text{und} \quad n_s = 0,5 n_{s\text{IV}}.$$

Beispiele. 1. Durch $H = 6,6$ m, $Q = 10,5$ cbm/sek bestimmte Wasserkraft soll ausgenutzt werden; gefordert $n = 315$. Mit der effektiven Leistung

$$N_e = \frac{1000 \cdot 10,5 \cdot 6,6 \cdot 0,80}{75} = 740 \text{ PS}_e \quad \text{folgt} \quad n_s' = \frac{315}{6,6} \sqrt{\frac{740}{6,6}} = 810$$

für Laufräder aus Reihe $n_s = 260$ folgt deren Anzahl x aus

$$810 = 260 \sqrt{x} \quad \text{zu} \quad x = \left(\frac{810}{260}\right)^2 = 9,7.$$

Im Falle Ausführung mit 8 Rädern folgt

$$n_s = \frac{810}{\sqrt{8}} = 286$$

und mit $u_1 = 0,75$, Abb. 75, ergibt sich

$$D_1 = \frac{60 \cdot 0,75 \sqrt{2g \cdot 6,6}}{315} \approx 500 \text{ mm}$$

sowie die übrigen Laufradabmessungen.

$$2. \quad H = 2,25 \text{ m}, \quad Q_{\text{max}} = 5,30 \text{ cbm/sek}, \quad Q_{\text{min}} = 1,05 \text{ cbm/sek}, \quad n = 265.$$

Hierfür ist

$$N_{\text{max}} = \frac{1000 \cdot 5,3 \cdot 2,25 \cdot 0,8}{75} = 127,2 \text{ PS} \quad \text{und} \quad n_s = \frac{265}{2,25} \sqrt{\frac{127,2}{2,25}} = 1085;$$

für $n_s = 450$ würde $x = \left(\frac{1085}{450}\right)^2 = 5,7$ folgen.

Diese Lösung ist rücksichtlich Gefälle und Leistung unmöglich, es werden konische Räder erforderlich, die eine Verminderung von n_s ermöglichen: für die maximale Übersetzung 5:1 wird $n_s = 217$. Ausführung mit einem Laufrad würde bei Kleinwasser $1/3$ Beaufschlagung und schlechten Wirkungsgrad ergeben: deshalb Entscheidung für 2 gleiche oder verschieden große Laufräder. Vorteilhaft wird Reihe gewählt und Übersetzungsverhältnis bestimmt. Für gleiche Räder der Reihe $n_s = 200$ folgt

$$n_s' = \sqrt{2 \cdot 200} = 282 \quad \text{und} \quad \varphi = \frac{1085}{282} = 3,85 \approx 4.$$

(909) Freistrahls-Becherturbinen¹⁾.

In Fällen, in denen die Ausnutzung hoher Gefälle an sich oder in Verbindung mit kleinen Wassermengen durch Francisturbinen (auf ganzem Umfange beaufschlagt) hohe Umlaufzahlen bzw. sehr kleine Abmessungen ergeben würde. Minderung der Umlaufzahl durch Schaufelung ($\beta_1 > 90^\circ$) ist nur innerhalb gewisser Grenzen möglich: u_1 und damit der Überdruck abnehmend, Gefahr der Luftausscheidung und Korrosionen wachsend. Außerdem sinkt mit abnehmender spezifischer Drehzahl n_s der Wirkungsgrad, so daß für Systemzahlen $n_s < 55$ die Francisturbine vorteilhaft durch die Becherturbine ersetzt wird: partiell beaufschlagte Freistrahlturbine, mit Leitapparat aus 1 ÷ 4 Düsen von kreisförmigem Mündungsquerschnitt bestehend, dessen Größe durch eine axial verschiebbare Nadel von veränderlichem Querschnitt beeinflußt wird. Strahlen aus Rechteckquerschnitt und Regulierung durch verstellbare Zunge in U-förmiger Rinne haben sich nicht bewährt: erschwerte Abdichtung und geringere Wirkungsgrade als bei rundem Strahl. Abb. 76 a ÷ c zeigt eine Zwillingturbine mit 4 Düsen. (Ausführung von J. M. Voith, Heidenheim a. Br.)

¹⁾ Nach Prof. Dr. Ing. Sandel.

(910) Spezifische Drehzahl. Für Räder einer Reihe ist das Verhältnis $\frac{d}{D}$, worin D den Durchmesser des Berührungskreises an die Achse des Strahles vom Durchmesser d bezeichnet, konstant. Mit

$$n_I = \frac{60 \sqrt{2g}}{\pi} \frac{u_1}{D} \quad \text{und} \quad N_I = \frac{\gamma \varepsilon}{75} Q_I = \frac{\gamma \varepsilon \pi d^3}{75 \cdot 4} \cdot c_0 \sqrt{2g}$$

ergibt sich

$$n_s = 576 u_1 \frac{d}{D} \sqrt{\varepsilon c_0}.$$

$u_1 \sqrt{\varepsilon c_0}$ ist innerhalb $0,38 \div 0,42$ veränderlich¹⁾, so daß mit Mittelwert 0,4 folgt

$$n_s = 0,4 \cdot 576 \frac{d}{D} \approx 230 \frac{d}{D}.$$

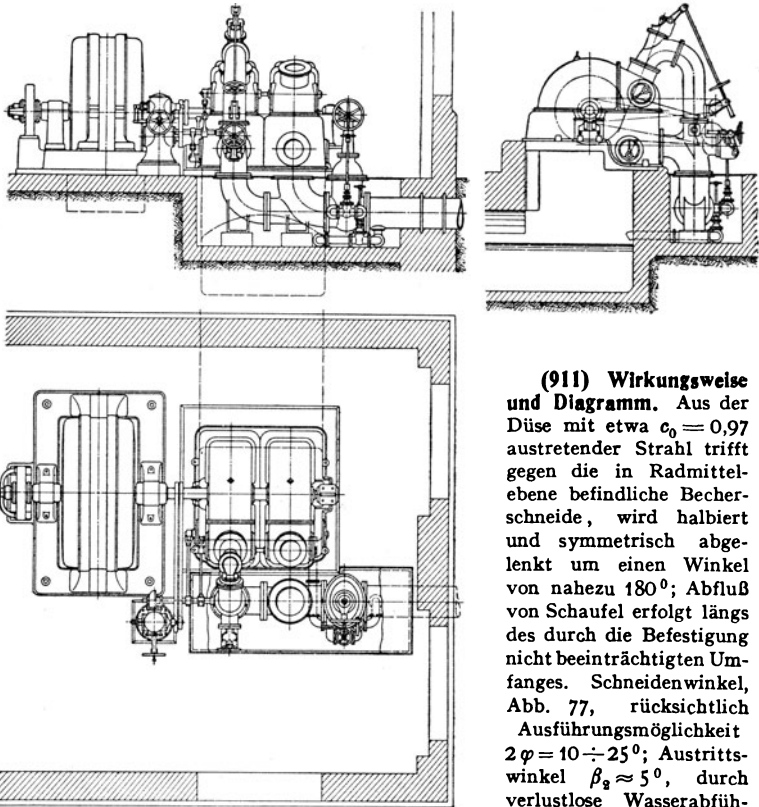


Abb. 76 a ÷ c.

(911) Wirkungsweise und Diagramm.

Aus der Düse mit etwa $c_0 = 0,97$ austretender Strahl trifft gegen die in Radmittlebene befindliche Becherschneide, wird halbiert und symmetrisch abgelenkt um einen Winkel von nahezu 180° ; Abfluß von Schaufel erfolgt längs des durch die Befestigung nicht beeinträchtigten Umfanges. Schneidewinkel, Abb. 77, rücksichtlich

Ausführungsmöglichkeit $2\varphi = 10 \div 25^\circ$; Austrittswinkel $\beta_a \approx 5^\circ$, durch verlustlose Wasserabführung zwischen zwei benachbarten Schaufeln bedingt sowie abhängig von

$c_a = 0,1 \div 0,14 \div 0,2$: Strahldicke längs Austrittskante verschieden, Strahlüber-

¹⁾ Reichel und Wagenbach: „Versuche an Becherturbinen“. Z. 1918, S. 838.

fläche soll nacheilende Rückschaukel nicht berühren. Nach Thomann soll zwischen rechteckig gedachtem relativen Strahl und nachfolgender Rückschaukel ein Zwischenraum mindestens gleich der Strahlstärke vorhanden sein. Nach Versuchen von Reichel und Wagenbach, Z. 1913, S. 441 ff., ist der Einfluß des Stoßes wegen damit verbundener geringer Strahlablenkung selbst bei kleiner Stauwirkung ($w_3 < w_2$) gering, namentlich im Falle Glättens der Rückschaukeln nach dem Rande hin.

Für den durch Abb. 77 dargestellten Schnitt durch Strahlachse und berührend an Zylinder, folgt das Diagramm, Abb. 78; es ist $\alpha_0 = 0$, $w_0 = c_0 - u_1$, mit Schneidewinkel 2φ folgt nach Thomann die Stoßgeschwindigkeit $w_{st} = w_0 \sin \varphi$, womit w_1 und $w_2 = w_1$ sich ergeben. Camerer berücksichtigt die Bewegungswiderstände durch $w_3 < w_0$, indem er setzt $w_3 = c_0 - u_1 - 0,1$.

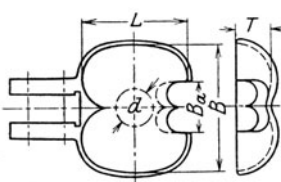


Abb. 77.

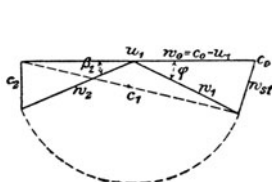


Abb. 78.

Für die außerhalb der Strahlachse liegenden Wasserfäden (endlicher Strahlquerschnitt) sind die u_1 und damit die Diagramme sowie Wirkungsgrade verschieden; werden diese mit ϵ_i , ϵ_m und ϵ_a für die innersten, mittleren und äußersten Fäden bezeichnet, so folgt angenähert der mittlere hydraulische Wirkungsgrad zu

$$\epsilon = 0,196 (\epsilon_a + \epsilon_i) + 0,608 \epsilon_m .$$

(912) Leitapparat. Hat die Aufgabe, den Strahl möglichst geschlossen und klar mit größtmöglicher Geschwindigkeit c_0 dem Laufrade zuzuführen; c_0^2 läßt den Wirkungsgrad des Leitrades erkennen.

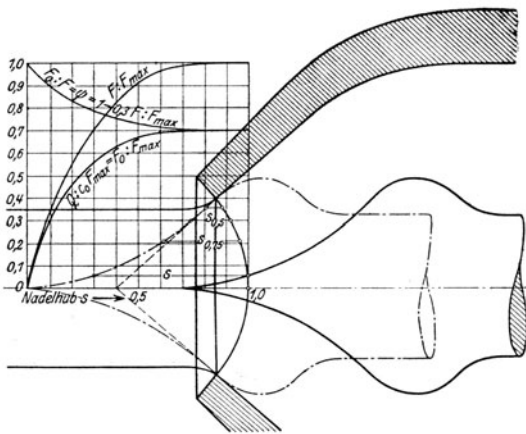


Abb. 79.

Formgebung von Düse und Nadel derart, daß keine Ablösung des Strahles von Nadel erfolgt: geringer Überdruck vor Austritt aus Düse und Kontraktion, die vorhanden ist, wenn bei Schlußstellung die Düsenaustrittskante an Nadel

anliegt. Länge der Nadel abhängig vom Regulierweg, gut ausgezogene Spitze mit zunehmender Krümmung. Die Veränderlichkeit der Wassermenge mit dem Nadelhub ist nach dem Vorgange Sandels in Abb. 79 dargestellt unter der Annahme, daß die Kontraktion bestimmt ist durch

$$\psi = \frac{\text{Strahlquerschnitt } F_0 \text{ im freien Strahl}}{\text{Austrittsquerschnitt } F} = 1 - 0,3 \frac{F}{F_{\max}},$$

entsprechend $\psi_{\min} = 0,7$, und daß die zu den Stromfäden senkrechten Flächenelemente einer Kugeloberfläche angehören. Da von $\frac{s}{s_{\max}} \approx 0,5$ ab die Wasser-

mengen nur noch unwesentlich zunehmen, empfiehlt sich Verzicht auf vollständige Zurückziehung der Nadel (Berechnung, Regulierung).

(913) Relative Bahn des Wasserteilchens hinsichtlich des sich drehenden Rades. Bestimmt Schaufelteilung und Schneidenstellung, Lage von Hauptschnitt und Austrittskante sowie im Falle mehrerer Strahlen deren gegenseitige Lage. Durch Hinzufügung zusätzlicher Drehung $-u_1 = -R\omega$ um M , Abbildung 80, wird Rad scheinbar in Stillstand versetzt und besitzt Wasserteilchen die Verschiebungsgeschwindigkeit $c_0 \sqrt{2gH}$ und Drehungsgeschwindigkeit $R\omega$ linksinnig: resultierende Bewegung eine Drehung um Pol \mathfrak{P} im Abstände

$$R_{\mathfrak{P}} = M \mathfrak{P} = \frac{c_0}{\omega} = \frac{c_0}{u_1} R$$

Von dem durch $R_{\mathfrak{P}}$ bestimmten Kreise wickelt sich Tangente in \mathfrak{P} ab bzw. auf: relative Wasserbahn = Bahn des Punktes B_1 eine verlängerte Evolvente.

Schaufelzahl. Mindestens so groß, daß jeder Tropfen ausgenutzt d. h. abgelenkt wird: die auf Spitzenkreis bezogene Schaufelteilung muß kleiner sein als Bogen i_h , der vom äußersten relativen Wasserfaden auf Spitzenkreis abgeschnitten wird, Abb. 82. Mit Zunahme von n_s und $\frac{d}{D}$ abnehmend etwa

$$z_{\min} = 12 + \frac{170}{n_s} \quad \text{oder} \quad z_{\min} = 12 + 0,74 \frac{D}{d}, \quad \text{Abb. 81.}$$

(914) Becherform und Lage zum Strahl. Von Reichel und Wagenbach¹⁾ ausgeführte Versuche mit einem (G) Becher, bei dem Breite B : Länge L :

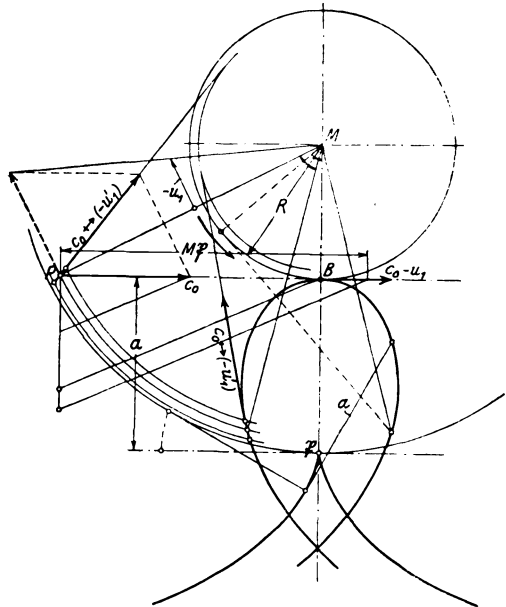


Abb. 80.

¹⁾ Z. 1918, S. 827.

Tiefe $T = 1 : 0,96 : 0,4$, behufs Ermittlung der günstigsten Wirkungsgrade entsprechenden Formen, haben ergeben

$$B = 2,04 \sqrt{Q_{I_0}} = 3,73 d_0,$$

worin Q_{I_0} und d_0 die günstigsten Wirkungsgrade entsprechenden Werte bezeichnen, und sie haben ferner gezeigt, daß die günstigste Füllung mit der spezifischen

Drehzahl sich ändert zwischen $f_0 = \frac{Q_{I_0}}{Q_I} = 0,8 \div 0,67$ für kleine bzw. große

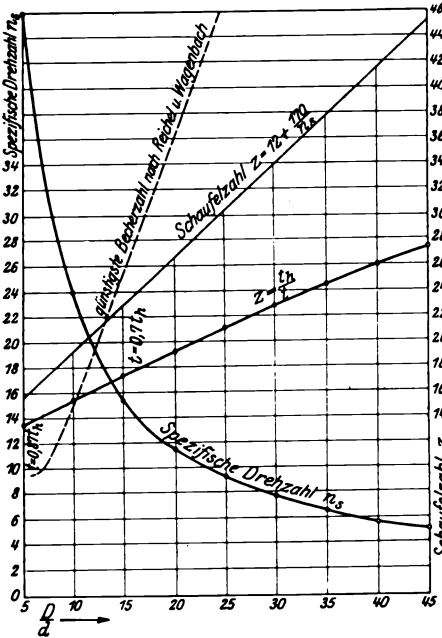


Abb. 81.

betr. Strahlteiles vor dem Einschneiden der Spitze vom Rande des zugeschärften Ausschnittes.

(915) Der Beaufschlagungsbereich der Schneide wird bestimmt für das beginnende bzw. erste volle Auftreffen im Schnitte des Spitzenkreises mit dem absoluten Strahl, in Abb. 82 Punkte D und E , bzw. mit den Schnittpunkten D' und E' vom Spitzenkreis und relativen Strahl sowie durch die Punkte D'' , E'' , um $t_s < t_h$, auf Spitzenkreis gemessen, von D' und E' abgehend. Damit folgen Punkte G und F des absoluten Strahles für das letzte volle bzw. endigende Auftreffen.

(916) Lage der Schneide. Camerer, Wagenbach u. a. fordern, daß die Schneide in der Mitte zwischen erstem und letztem Auftreten des vollen Strahles senkrecht zum relativen Strahl stehe. Sander empfiehlt rücksichtlich größtmöglichen Wasserdruckmomentes bezüglich Radachse, daß durch die Schneide der Winkel halbiert wird zwischen der Normalen zum relativen Strahl und der Radialen im Angriffspunkt des resultierenden Wasserdruckes, der im Schwerpunkt des Beaufschlagungsbereiches angenommen werden darf. Diese

Werte von n_s . Mit $\frac{Q_{I_0}}{Q_I} \approx 0,7$ folgt, Abb. 77,

$$B = 1,7 \sqrt{Q_I} = 3,1 d;$$

$$L = 1,6 \sqrt{Q_I} = 2,9 d;$$

$$T = 0,65 \sqrt{Q_I} = 1,1 d.$$

Stoßfreier Eintritt des Bechers in den Strahl fordert rinnenförmige Aushöhlung des Schaufelrückens: Durchdringung von Schaufelfläche und relativem Strahl: Ausfräsen. Hiermit zusammenhängend folgt Ausschnitt B_a , Abb. 77, der die Wassermenge Q_I nach oben begrenzt und etwas größer als d ist, etwa

$$B_a = (1,05 \div 1,10) d.$$

Von Becherform und Lage der Schneidenspitze zum Strahle abhängig und u. U. so tief, daß Wasser ungenutzt durch Ausschnitt austritt. In diesem Falle Verkleinerung des Ausschnittes und Auffangen des

Forderung deckt sich mit der von Thomann, daß die Schneide senkrecht zum absoluten Strahl in der Mitte zwischen erstem und letzter vollen Auftreffen stehe.

(917) Darstellung der Schaufel nach Festlegung der Hauptumrisse (B , L , T und B_a); sie sei an Hand folgenden, von Sandel bearbeiteten Beispiels einer Becherturbine für $n_s = 28$ erläutert.

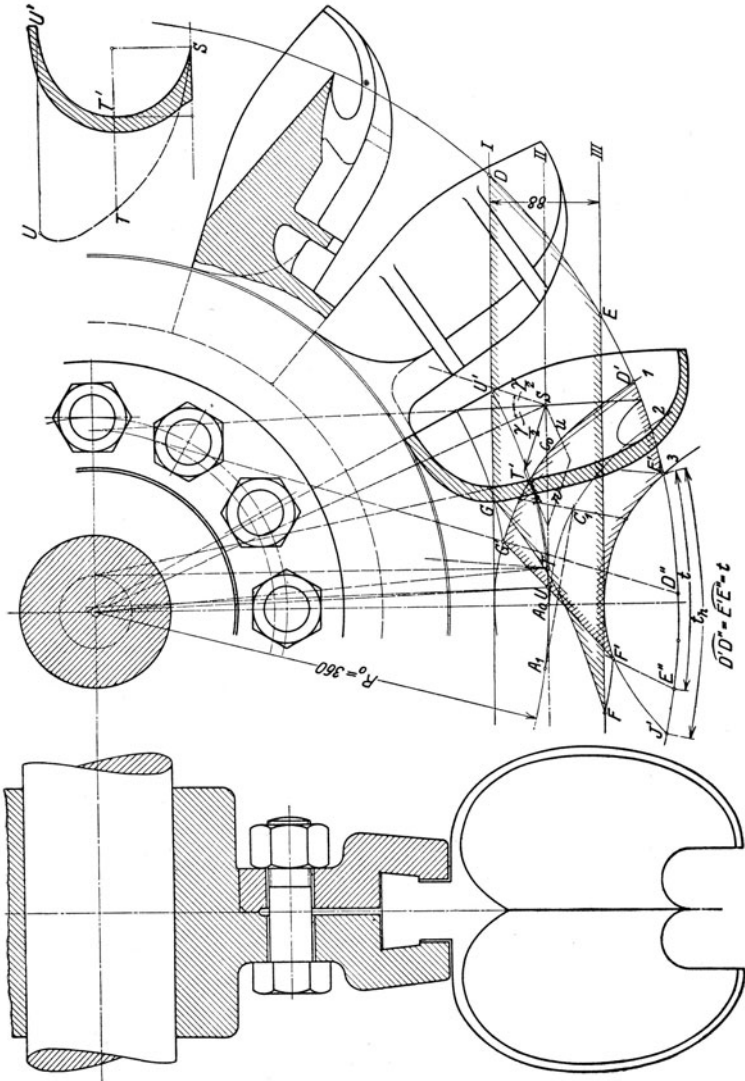


Abb. 82 u. 83.

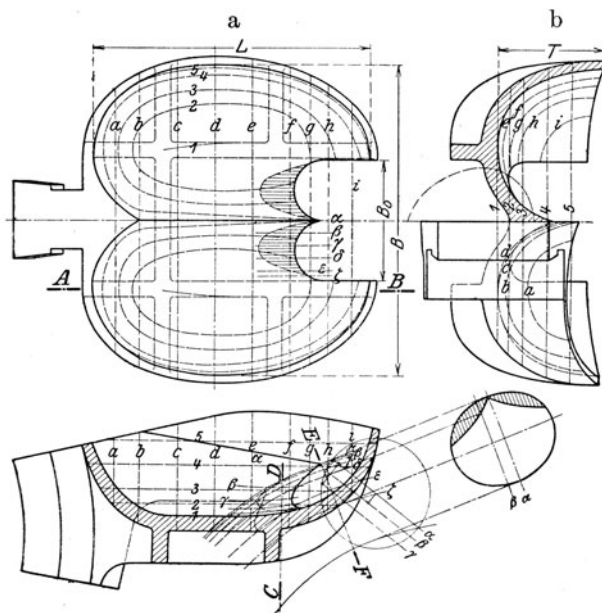
Abb. 84.

Aus

$$n_2 = 28 = 230 \frac{d}{D} \quad \text{folgt mit } D = 0,720 \quad d = \frac{28}{230} \cdot 0,72 = 0,088, \text{ Abb. 82.}$$

Wie oben erläutert, ist die relative Bahn des Wassers, als Bild gleichzeitigen Geschehens, für Durchbildung von Becher und Rad rücksichtlich Wirkungsgrades maßgebend. Die Relativbahn eines Wasserteilchens ist eine um $R_0 \frac{c_0 - u}{u_0}$ verlängerte Evolvente mit Grundkreishalbmesser

$R_0 \frac{c_0}{u_0}$. Punktweise Bestimmung durch Hinzufügung der entgegengesetzten Radbewegung. Ist A_0 gemeinsamer Punkt des relativen und absoluten Strahles, Abb. 82, so folgt weiterer Punkt C_1 des ersteren durch Vorgehen auf Kreis durch A_0 um Bogen $\widehat{A_0 A_1}$ und Rückwärtsabtragung der Strecke $C_1 A_1$ von A_1 aus tangential an Kreis, die das Wasser in derselben Zeit zurücklegt, während deren der Bogen $\widehat{A_0 A_1}$ durchlaufen wird. Hiernach folgt $\widehat{A_0 A_1} : u = \widehat{C_1 A_1} : c_0$ und daß Strahlquerschnitt in C_1 senkrecht zu $C_1 A_1$ kreisförmig sein muß.



C Abb. 85 a ÷ c.

Forderung hinsichtlich Teilung; restlose Ausnutzung der Energie des Wassers. Bei Schneidlage in E des relativen Strahles wird der letzte Wassertropfen die um t voraneilende Schaufel in E'' eingeholt haben. Bogen $E'J' = t_h$, bestimmt durch äußersten Wasserfaden und Spitzenkreis, stellt den Grenzwert der Teilung im Spitzenkreise dar. Es wird gewählt $t = \left(\frac{2}{3} \div \frac{7}{8}\right) t_h$; größerer Wert für Räder mit großem n_2 .

In Abb. 82 bezeichnet Fläche $DEFG$ und Fläche $D'E'F'G'$ den absoluten bzw. relativen Beaufschlagungsbereich der Schneide und S die Mitte des ersteren, die für Schneidstellung hinsichtlich Strahles maßgebend ist. Der Beaufschlagungsbereich ist begrenzt durch die Linien des ersten und letzten Auftreffens des Wassers auf die Schneide. Erstes Auftreffen ist durch Spitzenkreis und innersten Wasserfaden bestimmt, letztes Auftreffen des äußersten Fadens wird gefunden durch Aufzeichnen der auf nämlichem Faden um die Teilung voraneilenden Schaufelpunkte. Die einander entsprechenden Punkte des relativen und absoluten Strahles liegen auf gleichen Radien, damit folgt der absolute Beaufschlagungsbereich.

Bei der Original-Peltonschaufel ergeben Schnitte parallel zur Radebene durch die Flächen, welche axiale Ablenkung des Wassers bewirken, gerade Linien; bei den neueren Ellipsoidschaufeln zeigen diese Schnitte einen mehr oder weniger ausgerundeten Übergang zu den

radialen Begrenzungsflächen des Bechers. Richtige Stellung dieser Schnitte zum relativen Strahl ist Vorbedingung für Erzielung hohen Wirkungsgrades, der erreicht wird, wenn der Wasserdruck auf die beaufschlagten Flächenteile das größte Drehmoment auf das Rad ausübt. Dies ist der Fall, wenn die Erzeugende den Winkel zwischen der Radialen und Normalen halbiert. Hierbei ist zu unterscheiden, ob die Fläche vom freien Strahl getroffen wird oder ob sie den Strahl abzulenken hat.

Länge des absoluten Beaufschlagungsbereiches ist angenähert $l = t \frac{c_0}{u}$. Die Erzeugende kann

nur in einem Punkte dieser Länge so stehen, daß das Drehmoment ein Maximum wird: vorher und nachher nimmt es gleichartig ab, so daß dieser Punkt in die Mitte des Beaufschlagungsbereiches zu legen ist.

Die Lage des Beaufschlagungsmittelpunktes T des Hauptprofils und des Mittelpunktes U der Austrittskante hinsichtlich des Mittelpunktes S des Beaufschlagungsbereiches ist aus Abb. 83 ersichtlich: absoluten Wasserweg eines durch Schaufel axial abgelenkten Wasserteilchens darstellend. In S , T und U müssen die Erzeugenden der betr. Flächenteile so stehen, daß jeweils der Winkel zwischen der Normalen zur relativen Strahlrichtung $w = c_u \rightarrow (-u)$ und der Radialen halbiert werden.

T und U fallen in den Bereich der ablenkenden Schaufelflächen. Weil die Absolutgeschwindigkeit, deren Richtung während der axialen Ablenkung in erster Annäherung unveränderlich angenommen werde, sich auf annähernd Null verzögert, fällt die relative Strahlrichtung mehr und mehr mit der Umfangsrichtung zusammen. Deshalb muß die Richtung der Erzeugenden nach Maßgabe der Verzögerung der Umfangskomponente, die z. B. für den Hauptschnitt $c_u = u$ ist¹⁾, allmählich in die Radiale übergehen.

Entsprechend der Forderung, daß die Schneide zuerst vom relativen Strahl getroffen wird, müßte der Ausschnitt sich als Durchdringung von Schaufel und relativem Strahl ergeben, der nach Abb. 85 a um die schraffierte Fläche größer ist als der gewählte.

Der Teil des Strahles, der vor der Spitze von der Schaufel aufgefangen wird bzw. die Fläche, die gleichzeitig mit der Spitze vom Strahl getroffen wird ist, aus Abb. 85 c ersichtlich.

Zwecks Darstellung der Schaufel wird wie folgt vorgegangen;

1. Festlegung der Abmessungen B , L und T als Vielfaches von d oder Q . Anhaltspunkte:

$$B \approx 3d; \quad L \approx 2,5d; \quad T \approx 0,9d;$$

$$B_0 = (1,05 \div 1,1) d.$$

2. Aufzeichnen der Umriss auf Grund angenommenen mittleren axialen Ablenkungsprofils, Abb. 85 b entsprechend dem Diagramm Abb. 86 und Bestimmung der Richtung von Schneide, Hauptprofil und Austrittskante, wie oben angegeben.

3. Festlegung der Schaufelform durch Schnitte senkrecht zur Ebene der Radscheibe, etwa parallel und senkrecht zur Ebene, die durch die Richtung der beiden Hauptprofile gegeben ist, in der Weise, wie unter Francis turbinen erörtert.

(918) **Becherturbinen mit mehreren Strahlen.** Mit einem Strahle ausführbar bis $n_s = 36$, vorteilhaft aber zwei Strahlen von $n_s = 28$ ab oder für $D < 8d$ und maximal drei Strahlen im Falle horizontaler Welle; bei Ausführung mit stehender Welle vier Strahlen im Interesse symmetrischer Belastung der Welle (Anlage Necaxa und Biaschina). Düsenanordnung derart, daß die vom ersten Strahl beaufschlagte Schaufel sich entleert haben muß, bevor sie vom folgenden getroffen wird: Wirkungsbereich mittels relativen Strahles feststellen. Düsenlage bestimmt durch gute Abführung des Wassers: nicht auf das Rad zurückfallend, reichlich weites Gehäuse.

(919) **Mehrfache Becherturbinen** im Falle geforderter hoher Umlaufzahl und wenn für gegebenen Raddurchmesser die spezifische Umlaufzahl niedrig gehalten werden soll.

(920) **Konstruktive Ausführung.** Schaufeln aus Gußeisen oder Stahlguß, je nach Gefälle und Wasserbeschaffenheit. Bei kleinen Abmessungen mit Radscheibe zusammengegossen: erschwerte Bearbeitung. Meist mit dieser verschraubt: Schaufeln mit gabelförmigen Lappen, aneinander anliegend und

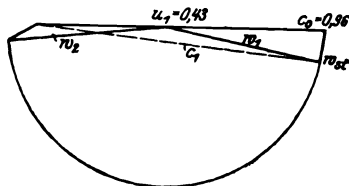


Abb. 86.

¹⁾ Da für den Hauptschnitt $w = c_u \rightarrow (-u)$ annähernd Null ist, wird die Richtung der Erzeugenden für diesen Schnitt mehr oder weniger belanglos. Die Stellung des Hauptschnittes ist in Abb. 82 so ermittelt, als ob dieser vom freien Strahle getroffen würde.

über Radkranz greifend. Berechnung der Schrauben auf Reibungschluß und auf Biegung für eine Belastung der ruhenden Schaufel durch den Strahl Druck bzw. durch die Fliehkraft der mit $2u_1$ umlaufenden Schaufel. Starke Bolzen sind u. U. schwierig unterzubringen. Entlastung durch schwalbenschwanzförmige Ausbildung von Zapfen und Schlitz, Abb. 84.

Zum Verstellen der Nadel erforderliche Kraft nach Größe und Richtung veränderlich, je nach Nadelstellung. Gute Zentrierung der Nadel. Zuflußgeschwindigkeit im Rohre

$$c_r = (0,10 \div 0,14) \sqrt{2gH} \text{ entsprechend } D_r = (2,6 \div 3) d.$$

Spitzenwinkel des Austrittskegels $60 \div 80^\circ$, rasche Querschnittsverminderung

$$\text{auf } F_0 = \frac{Q}{c_0 \sqrt{2gH}}.$$

Gehäuse meist zwei- oder dreiteilig bei großen Rädern und mehreren Düsen. Kräftiges gußeisernes Unterteil (Rahmen) zur Aufnahme der Lager und Düsen mit lichter Breite $b \geq 10 d$, Haube aus Gußeisen oder genietet. Hinderung des Wasseraustrittes durch Spritzringe.

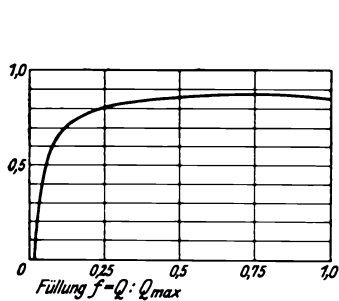


Abb. 87.

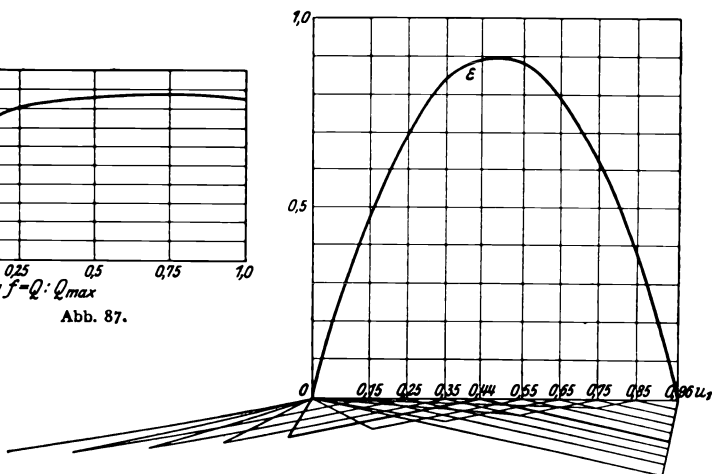


Abb. 88.

(921) **Betriebseigenschaften der Becherturbinen.** Abb. 87 zeigt den Verlauf des Wirkungsgrades ϵ in Abhängigkeit von der Wassermenge oder Füllung

$f = \frac{Q}{Q_{max}}$ bei gleichbleibender Umlaufzahl, dem Bremsergebnis an einer Turbine mit $n_s = 12$ entsprechend. ϵ wird nur nach Maßgabe von c_0^2 (Düse und Schaufel) beeinflusst.

Im Falle veränderlicher Umlaufzahl ist zufolge

$$\epsilon = 1 - c_0^2 - c_2^2 - w_{st}^2$$

der Wirkungsgrad weiter von c_2 und w_{st} abhängig; Abb. 88 läßt für eine bestimmte Nadelstellung (Füllung) die Veränderlichkeit von ϵ und dessen zeichnerische Bestimmung erkennen. Es folgen die in der Tabelle enthaltenen Werte, mittels deren das Verhalten der Turbine bei veränderlichem Gefälle und konstanter Umlaufzahl ermittelt werden kann, Abb. 89. Die nach Abb. 88

bei gegebenem Gefälle H_n relativ zu schnell bzw. zu langsam laufende Turbine läuft normal unter veränderlichem Gefälle H , das sich bestimmt mittels der Beziehung

$$H : H_n = u_1^2 : u_1^2.$$

Damit folgt Spalte 7 der Tabelle.

1	u_1	0,0	0,15	0,25	0,35	0,44	0,55	0,65	0,75	0,85	0,96
2	c_g^2	0,94	0,65	0,45	0,26	0,12	0,18	0,36	0,56	0,75	0,96
3	c_g^2	0,884	0,423	0,203	0,068	0,014	0,032	0,130	0,314	0,563	0,922
4	W_{st}	0,19	0,17	0,145	0,12	0,10	0,08	0,06	0,04	0,02	0
5	W_{st}^2	0,036	0,029	0,021	0,014	0,01	0,006	0,004	0,002	0,000	0
6	ϵ	0	0,46	0,69	0,83	0,89	0,88	0,78	0,59	0,35	0
7	$H : H_n = u_1^2 : u_1^2$	∞	8,60	3,10	1,59	1	0,64	0,46	0,34	0,27	0,21

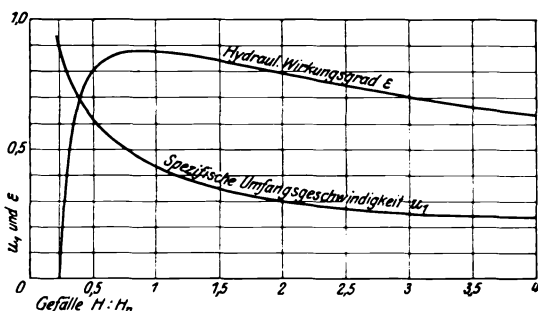


Abb. 89.

Regulatoren¹⁾.

(922) **Allgemeines.** Zweck der Regulierung: Einstellung des Regulierorgans (Leitapparat, Regulierschütze, Nadel) derart, daß unter verschiedenen Turbinenbelastungen die Umlaufzahl nur wenig von der normalen (mittleren) abweicht, Geschwindigkeitsregulierung. Erfolgt von Hand oder selbsttätig mittels Geschwindigkeitsreglers, der im Falle wirtschaftlicher Ausnutzung der Wasserkraft auf die Wassermenge (Beaufschlagung) statt auf das Gefälle (Drosselung) wirkt. Ausnutzung größtmöglichen Gefälles (Hochhaltung des Wasserspiegels im Wehrteiche) bedingt Anpassung der Beaufschlagung an die jeweils verfügbare Flußwassermenge: Regulierung in Ansehung der Wassermenge oder des Wasserstandes, Wasserstandsregulierung, automatisch durch entsprechende Regulatoren bewirkt. Mit der durch Geschwindigkeitsregler oder von Hand bewirkten Einstellung der Turbine auf kleinere Beaufschlagung ist im Falle Wasserüberschusses eine Wasserspiegelhebung im Obergraben verknüpft: erhöhte Anstauung durch Überspiegelung der Wehrkrone oder des Aufsatzes. Gleichzeitig sinkt der

¹⁾ Bez. der Verfolgung des Reguliervorganges und der ihn beeinflussenden Umstände vgl. Houkowsky, „Die Regulierung der Turbinen“, Z. 1896, S. 839ff. Stodola, „Über Regulierung von Turbinen“, Schw. Bauz. Bd. XXIII Nr. 17 u. 18. Bauersfeld, „Die automatische Regulierung der Turbinen“, Berlin 1905, Julius Springer und Z. f. d. g. T. 1906, S. 69ff. Kröner, „Zur Kritik der Turbinenregulatoren“, Kirchhe m-Teck 1910, C. Riethmüller, sowie die Veröffentlichungen desselben Verfassers in Z. f. d. g. T., Zeitschrift Helos, Elektrotechnik und Maschinenbau, Wien. Thoma, „Die Anpassung der Turbinenregler an verschiedene Betriebsbedingungen“, Z. f. d. g. T. 1911, S. 33ff. Pfarr, „Der Regulierorgan bei Turbinen und indirekt wirkendem Regulator“, Z. 1899, S. 1553ff. und „Turbinen für Wasserkraftbetrieb“, Berlin 1912, Julius Springer, S. 720ff. Thoma, „Wasserturbinen“, Stuttgart 1908, Konrad Wittwer, S. 235 u. ff.

Unterwasserspiegel infolge kleineren Transportgefälles: Veränderlichkeit des Gefälles und ev. Beeinträchtigung des Oberlieggers durch Stauwirkung, während der Unterlieger bis zur Herstellung des Beharrungszustandes im Bezuge des ihm zustehenden Wassers behindert ist. Milderung dieser Erscheinungen bei Mittel- und Niederdruckanlagen durch reichlich bemessenen Überfall in tunlichster Nähe der Kraftanlage möglich. Umgekehrt nimmt das Gefälle ab, wenn Aufschlagmenge die Flußwassermenge überragt: Oberwasserspiegel sinkt infolge Abarbeitens des Wehrteiches (Stauraumes), der Unterwasserspiegel steigt. Innerhalb des folgenden Anfüllens (Spannung) des Wehrteiches würde der Unterlieger kein Wasser erhalten und während des anschließenden Abarbeitens würde die Wassermenge unbenutzt über das Wehr des Unterlieggers entweichen, die von dessen Turbine infolge begrenzter, für Mittelwasser berechneter Schluckfähigkeit oder mangels Einstellung auf die vorübergehend vorhandene größere Wassermenge nicht geschluckt wird. Aus diesem Grunde sind diese Einwirkungen auf die Abflußmengen nicht oder nur unter gewissen Bedingungen (Wassergesetze) statthaft und empfiehlt sich die Schaffung eines Stauraumes in der Richtung, daß der Wasserstand im Wehrteiche etwa 50 mm unter Krone bzw. Aufsatzoberkante gehalten wird. Anders bei größeren Stauräumen (Talsperren) für sog. Spitzenwerke, in denen das für die Spitzenleistung erforderliche Wasser unter beträchtlicher Abarbeitung des Oberwasserspiegels gesammelt und innerhalb weniger Stunden weitergegeben wird. Der gleichmäßige Wasserbezug der Unterlieger wird in diesem Falle durch Ausgleichsbecken in Verbindung mit Abflußregulierungen sichergestellt.

Dem oben erwähnten Ansteigen des Oberwasserspiegels bei Verkleinerung der Beaufschlagung, das im Falle offener Gräben unmittelbar zu beobachten ist¹⁾, entspricht bei Zuführung des Wassers durch eine Rohrleitung eine Drucksteigerung, die dem Grade nach von der Massenwirkung des Wassers, Ausdehnung des Rohres und Zusammendrückbarkeit des Wassers abhängig ist und nach dem Einlaufe hin abnimmt: Erschwerung der Regulierung und Gefährdung der Betriebssicherheit durch Rohrbruch. Durch Druckregulatoren werden diese Nachteile unschädlich bzw. zu mildern gesucht.

(923) Geschwindigkeitsregulatoren. Im Beharrungszustande jeder Belastung eine bestimmte Öffnung des Leitapparates entsprechend, dessen Verstellung eine Regulierarbeit erfordert, die von direkt wirkenden Fliehkraftreglern, vgl. S. 668, nicht geleistet werden kann: Indirekt wirkende Regler, bei denen der Pendelschlag den Reguliervorgang einleitet und die in der verhältnismäßig kurzen Schlußzeit (von „auf“ bis „zu“) zu verrichtende Arbeit von der zu regulierenden Turbine geleistet wird. Durch den Regler wird ein Krafteinschalter oder Servomotor betätigt, der mechanisch oder hydraulisch auf die Regulierwelle in beiderseitigem Sinne einwirkt: Mechanische und hydraulische Regler. Das Wesen letzterer ist aus Abb. 90 ersichtlich:

Im Falle Geschwindigkeitszunahme hebt steigende Muffe M mittels des um P drehbaren Hebels das in R angeschlossene Steuerventil V , von oben und unten durch Druckflüssigkeit gleich stark gedrückt (entlastet); diese tritt auf Bodenseite B ein, Raum D auf Deckseite wird für Abfluß freigegeben. Der Arbeitskolben dreht Regulierwelle im Sinne des Schließens. Unterbrechung des Vorganges derart daß jeder Muffenstellung ein bestimmter Drehwinkel von W (Leitradöffnung) zugeordnet ist, erfolgt durch die Rück- oder Nachführung; die Drehung von W schlägt sich mittels Hebels H und Stange S auf den durch Handrad E verschiebbaren Punkt P , dieser wird nach unten verschoben, Hebel MP dreht sich um M und schließt Ventil. Zweck der als Handeinstellung bezeichneten und in Veränderlichkeit der Stangenlänge S bestehenden Vorrichtung ist Änderung der Umlaufzahl während des Betriebes und Abstellungs- bzw. Anlaßmöglichkeit, u. U. auch eine Begrenzung der Beaufschlagung im Falle knappen Wassers. Druckflüssigkeit ist entweder bei ausreichendem Gefälle gefiltertes Betriebswasser oder neuerdings Öl, das durch Kapsel- oder Zahnrad- oder Kolbenpumpen auf Druck (bis 20 at.) gebracht und entweder in einem Windkessel gespeichert wird: Windkesselregler, bei denen der Druck dauernd größer ist als die Verstellung des Leitrades in ungünstigster Hubstellung fordert. Verminderung des Leistungsbedarfes der Pumpe in den Regulierpausen durch Überströmen des Oles (Steuerkolben

¹⁾ E. Feifel: „Spiegelschwingungen in Turbinenkanälen“. Z. 1917, S. 48 und F.A. Heft 205.

mit negativer Überdeckung, etwa 2 at. Druckunterschied oder durch selbsttätig gesteuertes Sicherheitsventil. Anders beim windkessellosen oder Durchflußregler, der als Verbundregler mit zwei Pumpen auf gemeinsamer Welle versehen ist, einer kleinen für geringe oder langsame Regelbewegungen und einer großen zur Bewältigung großer und plötzlicher Belastungsänderungen. Siehe Z. 1915, S. 1000.

Für Francisturbinen pflegt die Regulierbarkeit angenommen zu werden, vgl. Hütte, 22. Aufl. II. Bd., S. 302,

$$A_r = KBDH = k \frac{N_{\max}}{\sqrt{H}}$$

mit $K = 60 \div 100$ und $k = 1,5 \div 2,5$. Über Einzelheiten und Ausführungen vgl.

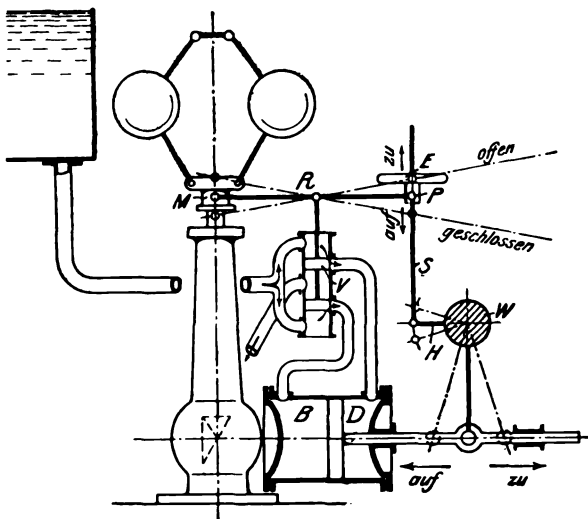


Abb. 90.

Budau: „Die Berechnung der hydraulischen Turbinenregulatoren“. Wien: Carl Fromme 1906;

Thoma: „Die neuen Turbinenregler von Briegleb, Hansen & Co. in Gotha.“ Z. 1912, S. 121 ff. (Hansenwerk Gotha);

Graf: „Neuere Wasserturbinenanlagen in Deutschland“. Z. 1917, S. 9 ff. (Hansenwerk Gotha);

Wagenbach: „Fortschritte im Bau von Wasserturbinen, zugleich Bericht über die schweizerische Landesausstellung in Bern 1914“. Z. 1915, S. 909 ff. (Escher Wyss & Co., Zürich);

Meyer: „Das Wasserkraftwerk ‚El Molinar‘ am Jucar“. Z. 1912, S. 1239 ff. (Voith, Heidenheim a. Br.);

Gelpke: „Die Turbinenanlage der Firma Carl Zeiß in Jena bei Burgau a. d. Saale“. Z. 1913, S. 610 ff. (Ammе, Giesecke & Konegen A.-G., Braunschweig.) Vgl. auch Z. 1910, S. 1845 ff.

Mechanische Regulatoren werden z. Z. kaum noch ausgeführt: erheblich größere Schlußzeit bei begrenzter Regulierarbeit. Vgl. hierüber:

Pfarr: Turbinen für Wasserkraftbetrieb, 2. Aufl. Tafel 60. (Konstruktion Voith.)

Thomann: a. a. O. S. 283 und Prašil: Ausstellungsbericht Paris, Schweiz. Bauz. 1901. (Konstruktion Piccard & Pictet“.)

Prašil: Ausstellungsbericht Genf. Schweiz. Bauz. 1896. (Konstruktion Schaad.) Außerdem Z. 1904, S. 1546 (Konstruktion Thomann) und Z. 1903, S. 895 (Konstruktion Voith-Schmittenner).

(924) Wasserstandsregulierung. Mittels Schwimmers und Hebels wird die tiefste Stellung der Muffe des Geschwindigkeitsreglers höher gelegt: Verminderung der Öffnung des Leitapparates und der größtmöglichen Beaufschlagung. Vgl. Z. 1913, S. 614. (Amme, Giesecke & Konegen A.-G., Braunschweig) und Z. 1911, S. 1522 (Fernschwimmervorrichtung, Konstruktion Voith-Schmittenner).

(925) Abflußregulierung. Die Regulierung der abfließenden Wassermenge erfolgt durch Schützen oder Drosselklappen oder im Falle Ausgleichbeckens mit stark schwankendem Wasserspiegel durch Turbinen, deren Öffnung in Abhängigkeit vom Gefälle sich selbsttätig so einstellt, daß die abfließende Wassermenge regulierbar und jeweils konstant ist. Bezüglich der Konstruktionen der Stauwerke A.-G. in Zürich, von Amme, Giesecke & Konegen A.-G. in Braunschweig und von J. M. Voith in Heidenheim a. d. Brenz muß auf die Veröffentlichung in Z. 1917, S. 137ff. verwiesen werden. Ausgleichend wirken auch Speicher- oder Akkumulierungsanlagen, namentlich im Falle Ausstattung der angeschlossenen Turbinen mit Wasserstandsreglern; in dieser Richtung sei verwiesen auf Z. 1909, S. 190ff. die Wasserkraftspeicheranlage von J. M. Voith betr. und auf Thomann: „Das hydraulische Akkumulierwerk in Neckartenzlingen“. Z. 1916, S. 314ff.

(926) Druckregulierung. Mit dem Reguliergestänge gekuppelte oder vom Geschwindigkeitsregler im Falle Schließens in Tätigkeit gesetzte und im übrigen hydraulisch betätigte Ventile oder Schieber geben einen Nebenauslaß frei, und schließen selbsttätig und langsam. Je größer die Schlußzeit, um so geringer die Drucksteigerung, um so größer die erforderlichen Schwungmassen. Vgl. hierüber Z. 1917, S. 10 und 43 (Abhandlung Graf); Z. 1919, S. 1534 und 1536 (Ausführung als Schieber von Escher Wyss & Co., Zürich und als Ventil von J. M. Voith, Heidenheim a. d. Brenz für Anlage Rjukanfos), Z. 1915, S. 911 (Ausführung als Ventil von Escher Wyss & Co., Zürich).

(927) Doppelregulierung für Hochdruck-(Becher-)Turbinen statt der Druckregulierung: Die vorstehend erörterte Drucksteigerung wird vermieden dadurch, daß im Falle Entlastung ein vom Grade der Beharrungsstörung abhängiger Teil des vollen Strahles vom Rade rasch abgelenkt und hierauf die Nadel langsam verschoben wird, wobei die Ablenkvorrichtung aus dem Strahle zurückgezogen wird. Oder die Düse wird rasch abgeschwenkt und nach Vorschub der Nadel wieder auf das Rad gelenkt: Verteilung des Regulierspieles auf längere Zeit, geringere Druckschwankung. Die Ablenk- oder Schwenkvorrichtung ist entweder mit der Regulierwelle im Sinne der Verminderung der Beaufschlagung zwangsläufig gekuppelt oder wird vom Regler unmittelbar bestätigt. Vgl. hierüber die unter (923) genannten Quellen und insbesondere Z. 1915, S. 910ff.

Untersuchung der Turbinen¹⁾.

(928) Erstreckt sich auf Feststellung von Gefälle, Wassermenge, Leistung und Wirkungsgrad bei verschiedenen Beaufschlagungen und u. U. bei verschiedenen Umlaufzahlen.

Gefällebestimmung. Bezüglich dieser sei auf das unter (870) Gesagte und auf die Normen (930) verwiesen.

¹⁾ Vgl. auch Pfarr, a. a. O. S. 846ff, Camerer, a. a. O. S. 86ff und Schmittenner „Das Bremsen der Turbinen“, D. p. J. 1899, Bd. 314, Heft 1 und 2.

Wassermessung. Je nach Wassermenge mittels rechteckigen Überfalles mit oder ohne Seitenkontraktion: Überfallkanten scharfkantig, horizontal bzw. vertikal, im Falle fehlender Seitenkontraktion zuverlässig belüftet; dichte Überfallwand. Überfallhöhe h im Abstände von $1,5 \div 2$ m bzw. $3 h$ von Überfallkante messen.

Allgemein gilt für rechteckige Überfälle $Q = \frac{2}{3} \mu b h \sqrt{2gh}$, worin mit $t =$ Wassertiefe nach Frese¹⁾ im Falle fehlender Seitenkontraktion

$$\mu = \left(0,615 + \frac{0,0021}{h}\right) \left[1 + 0,55 \left(\frac{h}{t}\right)^2\right] \text{ für } b > h > 0,100.$$

Nach Aichel²⁾ soll genauer sein

$$\mu = 0,616 + \frac{0,00049}{h - 0,0083} \left[1 + 0,55 \left(\frac{h}{t}\right)^2\right]$$

Hansen³⁾ empfiehlt

$\frac{2}{3} \mu = \frac{0,41137}{1 - 0,35815 \sqrt{h^3}}$ für $h = 82 \div 291$ mm und wahrscheinlich auch noch darüber; Überfallkante lag 514 mm über Sohle.

Für Überfälle mit Seitenkontraktion setzt Frese³⁾

$$\mu = m \left\{ 1 + \left[0,25 \left(\frac{b}{B}\right)^2 + 0,025 + \frac{0,0375}{\left(\frac{h}{t}\right)^2 + 0,02}\right] \left(\frac{h}{t}\right)^2 \right\}$$

worin $m = 0,5755 + \frac{0,017}{h + 0,18} - \frac{0,075}{b + 1,2}$.

Braschmann empfiehlt $\frac{2}{3} \mu = 0,3838 + 0,0386 \frac{b}{B} + 0,00052 \frac{1}{h}$ gültig bis $\frac{h}{t} < \frac{1}{4} \div \frac{1}{5}$.

Für kleine Wassermenge rechnet v. Wex mit

$$\frac{2}{3} \mu = 0,3655 + 0,02357 \frac{b}{B} + \frac{0,002384}{h} + 0,00305 b;$$

Genauigkeit soll bis $Q = 450$ lt/sek reichen, darüber soll die errechnete Wassermenge zu klein sein, bis 8% bei $Q = 1967$ ltsek⁴⁾.

Bez. Dreiecküberfalles von Thompson vgl. Engels, Handbuch des Wasserbaues und hinsichtlich weiterer Vorschläge siehe F.A. Heft 80.

Oder mittels Woltmannschen Flügels; mit $n =$ Anzahl der sekundlichen Flügelumdrehungen bestimmt sich die Wassergeschwindigkeit im Meßpunkte zu $c = an + \sqrt{b + cn^2}$ ⁵⁾: Möglichst regelmäßiges Profil in längerer Strecke mit tunlichst paralleler Wasserzuführung, Einteilungen in (quadratische) Felder, Abb. 91, in deren Mittelpunkten c bestimmt wird; Aufzeichnung der Vertikalgeschwindigkeitskurven und Bestimmung ihrer Mittelwerte, Abb. 92, die in gleicher Höhe liegend vorausgesetzt und aufgetragen die mittlere Wassergeschwindigkeit ergeben, Abb. 93. Bestimmung der Mittelwerte durch Planimetrieren. Nach dem von Teichmann⁶⁾ angegebenen Näherungsverfahren

¹⁾ Z. 1890, S. 1285 und 1314.

²⁾ Hütte, 22. Aufl., S. 274.

³⁾ Z. 1892, S. 1057.

⁴⁾ Schw. Bauz. Bd. XLIII, Nr. 14.

⁵⁾ Z. 1895, S. 917; 1903, S. 1698 und F.A. Heft 11.

⁶⁾ Z. 1883, S. 2.

(Teichmannsche Methode) werden die Geschwindigkeiten in 8 vorgeschriebenen Punkten des rechteckigen Profils bestimmt, deren Mittel die gesuchte mittlere Geschwindigkeit ist, Abb. 94. Liefert etwas zu kleine Werte.

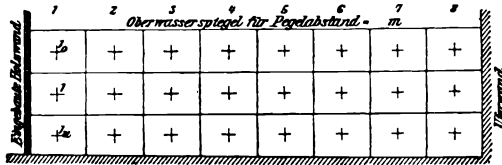


Abb. 91.

Am sichersten im Falle genau rechteckigen, horizontal verlaufenden Profils mittels Schwimmschirmes, vgl. Z. 1907, S. 627 und 1908, S. 1837, sowie Z. f. d. g. T. 1909, S. 426.

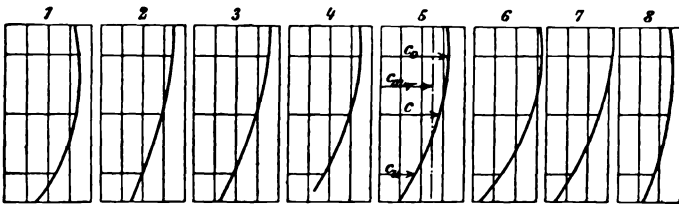


Abb. 92.

Über die Wassermengenbestimmung auf chemischem Wege vgl. Z. f. d. g. T. 1913, S. 559 und bezüglich ausgeführter Wassermessungen vgl.

Z. 1886, S. 47 ff., Roch, „James B. Francis' neueste Versuche mit einer Humphrey-Turbine und mit unvollkommenen Überfällen“;

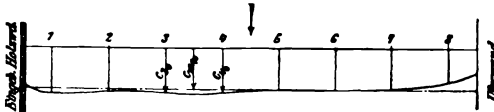


Abb. 93.

1886, S. 781 ff., Schröter, „Die Jonvalturbinen der Zwirnerei und Nähfadefabrik Göppingen“;

1892, S. 797 ff., Pfarr, „Bremsergebnisse an radialen Reaktionsturbinen“; S. 845 ff., Pfarr, „Bremsversuche an einer New American-Turbine“, und S. 1780, Herschel über den gleichen Gegenstand;

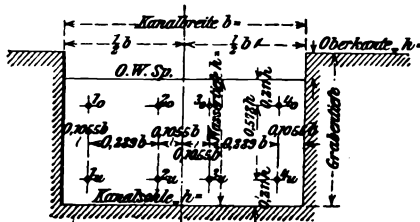


Abb. 94.

1903, S. 639ff., Pfarr, „Bremsversuche an einer Radialturbine, gebaut von der Maschinenfabrik Briegleb Hansen & Cie. in Gotha“;
 1906, S. 1122ff., Camerer, Leistungsversuche an der Wasserkraftanlage von Mos. Löw-Beer in Sagan;
 Schw. Bauz. Bd. 45, Nr. 7ff. „Vergleichende Untersuchungen an Reaktions-Niederdruckturbinen“.

Leistungsbestimmung. Die effektive Leistung wird durch Bremsung¹⁾ bestimmt: rund laufende Bremse von ausreichenden Abmessungen, tunlichst mit getrennter Kühlung und Schmierung, ausreichende Umlaufzahl.

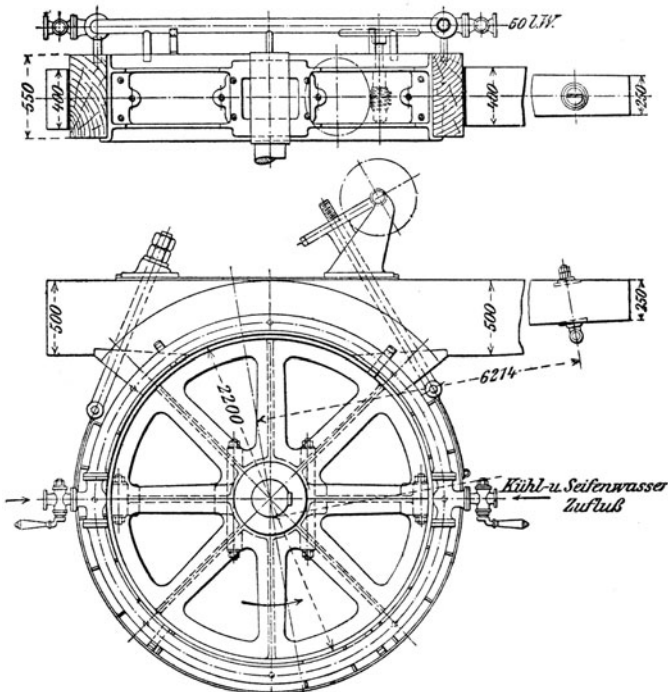


Abb. 95.

Mangels dieser und wegen schwieriger Anbringung der Bremse sowie zusätzlicher Belastung der vertikalen Turbine Leistungsfeststellung an vertikaler Welle häufig unmöglich; deshalb Bremsung auf horizontaler Vorgelegewelle und rechnerische Bestimmung der Turbinenleistung aus Bremsleistung und Verlustleistungen. Versuchsdauer im Falle Flügelmessung durch diese vorgeschrieben, während des Versuches auf tunlichste Einhaltung des Beharrungszustandes achten: Regulieren der Bremse auf Einspielen der Wage bzw. des Bremshebels. (Einfluß der Reibung- und Bremshebellänge.) Bestimmung der Bremshebellänge l und der Tara des Bremszaumes tunlichst vor und nach dem Versuch in dessen Lage während des Versuches. Für die erforderlichen Brems scheibenabmessungen finden sich

¹⁾ Z. 1881, S. 318ff., sowie 1888, S. 56ff. „Neuere Bremsdynamometer“ Z. 1900, S. 241, „selbsttätig sich regulierende Bremsen“ Z. 1913, S. 445; und Z. 1893, S. 1327 „Benutzung des Pronyschen Zaumes“.

verschiedene Angaben; nach Bach soll sein $bd \geq \frac{75 N_e}{A_z}$ mit $A_z = 2,5$ bei Wasserkühlung, A_z bis 0,5 bei Luftkühlung und mit b und d in cm; im Falle großer Geschwindigkeiten Erhöhung bis auf das Doppelte zulässig. Mit $A_z = 2,5$ folgt mit b und d in m

$$bd \geq \frac{N_e}{333} = \frac{N_e}{k}$$

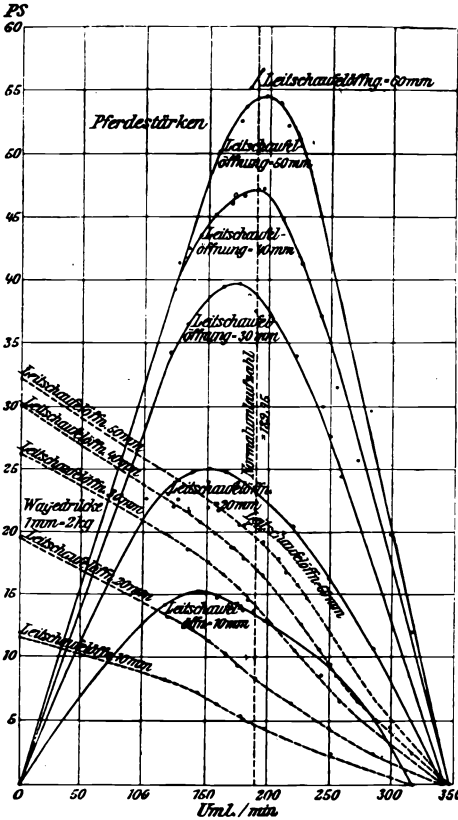


Abb. 96.

Radinger gibt in diesem Falle an $k = 300$; Thurston, die Gasmotorenfabrik Deutz und J. M. Voith, Heidenheim a. Br. haben erreicht $k = 540$ bei $n = 100$ bzw. $n = 476$ bzw. $k = 700$ bei $n = 250$. Abb. 95 zeigt den in Göggingen und Olching verwendeten Bremszaum der Maschinenfabrik Augsburg-Nürnberg A.-G.¹⁾.

Die Bremsleistung folgt mit $P =$ nutzbarer Wagedruck in kg und l in m zu

$$N_e = \frac{M \omega}{75} = \frac{\pi n}{30 \cdot 75} P l$$

$$= \frac{l}{716,2} P n = C.P.n.$$

Ermittlung der Verlustleistungen unter Annahme konstanter (zu vereinbarend) Reibungszahlen, $\mu = \frac{1}{25} \div \frac{1}{40}$ für Gleitspurzapfen und Lager, wie folgt:

Bestimmung der Zapfendrucke aus den zusätzlichen Belastungen und dem Zahn-

druck (im Falle Kegelradübersetzung) für die Turbinenwelle (Index ') und für die Vorgelegewelle (Index ''); dann folgt die am treibenden Rade verfügbare Leistung $N' = N_e - \Sigma N_v'$ und die auf den Trieb übertragene Leistung $N'' = N_b + \Sigma N_v''$. Mit dem verhältnismäßigen Zahnreibungsverlust, $1 \div 2^0/10$, ergibt sich N_e in Funktion von N_b .

Bezüglich Versuchseinrichtungen vgl.

Pražil: „Bericht über die Konstruktion und Wirkungsweise der Transformator-turbine“. Schw. Bauz. Bd. XXXIV, Nr. 22, und

„Vergleichende Untersuchungen an Reaktions-Niederdruckturbinen“, Schw. Bauz. Bd. XLV, Nr. 7 ff.;

Oesterlen: „Die Turbinenversuchsanstalten und die Wasserkraftwerke mit Wasserkraftspeicher der Firma J. M. Voith“. Z. 1909, S. 1829 ff.;

¹⁾ Z. 1886, S. 781 ff. und 1888, S. 125.

die Festschrift der Firma Briegleb, Hansen & Co. in Gotha, zur Feier ihres 50jährigen Bestehens und die Einrichtungen der verschiedenen Maschinenbau-Laboratorien (Zürich, Schw. Bauz. Bd. 42, Nr. 16ff.; Darmstadt Z. 1904, S. 1061 ff.; Dresden, Z. 1905, S. 847 ff.)

(929) Auswertung der Bremsergebnisse. Deren Auftragung in Abhängigkeit von der Umlaufzahl bei konstantem (Vertrags-) Gefälle oder umgerechnet auf das Einheitsgefälle $\left(1 m \text{ oder } \frac{1}{2g}\right)$ liefert Kurven für Wassermenge Q , (proportional \sqrt{H}), Leistung N_e (proportional $H\sqrt{H}$), Bremsbelastung P (proportional H) und Wirkungsgrad ϵ (unabhängig von H), Abb. 96; vgl. auch S. 152. Diesen an einer Voithschen Turbine ermittelten Ergebnissen¹⁾ entsprechen für normale Umlaufzahl die aus Abb. 97 ersichtlichen Höchstwerte für Leistung und Wirkungsgrad. Aus den Ergebnissen Abb. 97 sind nach Bachmeteff, Z. f. d. g. T. 1914, S. 7 ff. die Eigenschaften der Turbine bei konstanter Umlaufzahl und veränderlichem Gefälle, wie auf S. 939 angegeben, feststellbar: Bestimmung des Gefälles H , unter dem die Turbine mit konstanter Umlaufzahl n_k ähnlich läuft wie mit der Versuchsumlaufzahl n unter konstantem Gefälle H_k ; aus

$$\frac{n}{\sqrt{H_k}} = \frac{n_k}{\sqrt{H}}$$

folgt

$$\frac{H}{H_k} = \left(\frac{n_k}{n}\right)^2,$$

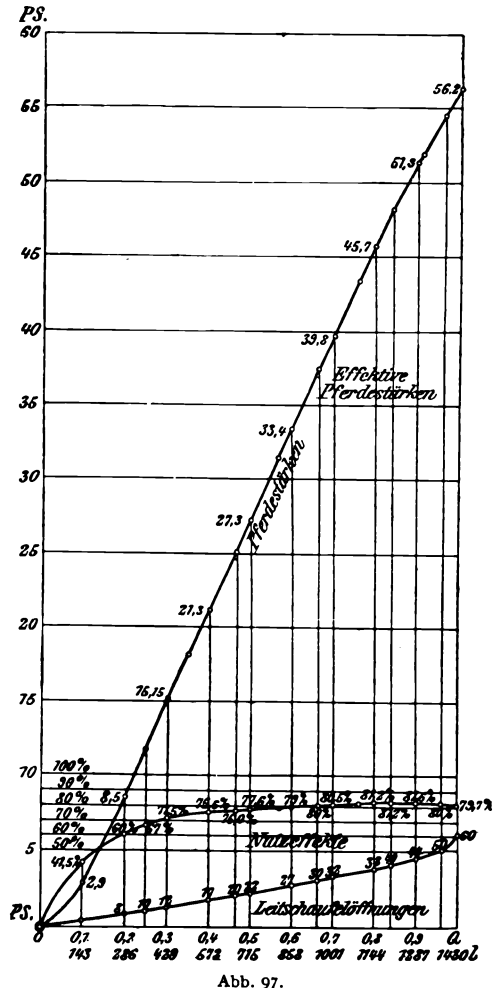


Abb. 97.

vgl. S. 940. Die Auftragung der Wassermengen, Leistungen und Wirkungsgrade in Funktion von $\frac{H}{H_k}$ liefert Kurven, die den unter (895) ermittelten entsprechen. Unter Annahme geradlinigen Verlaufes der Leistungskurve, Abb. 97, hat Scheuer (Z. f. d. g. T. 1911, S. 417) die Beziehung abgeleitet $N = an - bn^3$ mit a und b als der Turbine eigene Konstanten.

¹⁾ Z. 1892, S. 797.

Normen für Leistungsversuche an Wasserkraftanlagen.

Aufgestellt vom Verein deutscher Ingenieure Berlin und vom Deutschen Wasserwirtschafts- und Wasserkraft-Verband e. V. Berlin.

Einleitung.

(930) Die folgende Zusammenstellung hat den Zweck, die Gewähr der Erbauer von Wasserkraftanlagen auf eine einheitliche, leicht vergleichbare Form zu bringen und für die Ermittlung der Leistung in Wasserkraftanlagen und Wasserkraftmaschinen Regeln von allgemeiner Gültigkeit aufzustellen.

Es ist wünschenswert, durch die Angabe der wichtigsten Verhältnisse der untersuchten Anlagen und der Umstände, unter denen die Ergebnisse erzielt worden sind, dahin zu wirken, daß diese Ergebnisse nicht nur für den einzelnen Fall benutzt werden können, sondern auch allgemeinen Wert erhalten. Zu diesem Zweck ist es erforderlich, daß alle Angaben einheitlich nach Maßgabe der nachfolgenden Bestimmungen gemacht werden.

Mit der Ausführung derartiger Untersuchungen sind nur solche Personen zu beauftragen, welche die hierzu erforderliche Sachkenntnis und Übung besitzen. Sie sollen mit Beachtung des jeweiligen Zweckes, der es in vielen Fällen nicht fordern wird, daß die hier betrachteten Untersuchungen sämtlich durchgeführt werden, einen Versuchsplan aufstellen, die zur Untersuchung dienenden Vorrichtungen auf ihre Brauchbarkeit prüfen, die Untersuchungen mit Sorgfalt durchführen und die Ergebnisse zusammenstellen.

Die Normen können natürlich in allen ihren Punkten nur insoweit gelten, als nicht im Lieferungsvertrag über die Turbinen und deren Anlage andere Bedingungen vereinbart werden.

I. Grundlagen.

1. Die Gewähr erstreckt sich meistens auf die Erreichung einer Höchstleistung, der Wassermenge und des Wirkungsgrades bei voller und bei Teilbelastungen unter Voraussetzung bestimmter Gefälle und Umlaufzahlen, und auf die Schwankungen der Umlaufzahlen und des Druckes bei wechselnder Belastung. Zunächst sollen die hier in Frage kommenden Begriffe erläutert werden.

2. Gefälle und Drucke werden in Meter (m) Wassersäule angegeben, Wassermengen in Raummeter in der Sekunde (cbm/sek) und Arbeitsleistungen in Pferdestärken (PS) oder Kilowatt (kW). Umlaufzahlen werden auf die Minute bezogen.

A. Das Gefälle.

3. Als Rohgefälle (H_r) gilt der Höhenunterschied der Wasserspiegel am Anfang und am Ende der ausgenutzten Strecke des Wasserlaufes.

4. Das Nutzgefälle (Betriebsgefälle) H in m ist gleichbedeutend mit der Verringerung der Energie innerhalb der Turbine, die ein kg Wasser erfährt, wenn es vom Anfang der Turbine bis an das Ende derselben herabsinkt und nur noch soviel Energie behält, als es bei normalem Wasserstand zum Weiterfließen im anschließenden Untergraben bedarf.

Die Energie kann in Form von potentieller Energie (Höhenlage h über einer beliebig angenommenen Nullebene und nachhaltiger Überdruck $\frac{p}{\gamma}$ über einem beliebig angenommenen Normaldruck) oder als Strömungsenergie $\frac{c^2}{2g}$ auftreten.

$$E = h + \frac{p}{\gamma} + \frac{c^2}{2g}.$$

Es bezeichnet hierbei h die Höhenlage des Wasserspiegels in einem offenen Gerinne (dann ist $p = 0$), oder auch des Nullpunktes eines Manometers, an dem der Druck p kg/m² abgelesen wird. γ bedeutet das Gewicht von 1 m³ Wasser in kg ($\gamma = 1000$ kg/m³ bei reinem Wasser und einer Temperatur von 4° C).

c in m/sek ist die Geschwindigkeit des Wassers an derselben Stelle, an der auch h und p gemessen werden.

$g = 9,81$ m/sek² ist die Erdbeschleunigung.

Macht man die am Anfang der Turbine gemessenen Werte durch das Zeichen o (oben), die am Ende gemessenen durch das Zeichen u (unten) kenntlich, dann ist nach dieser Auffassung das Nutzgefälle

$$H = E_o - E_u = h_o - h_u + \frac{p_o - p_u}{\gamma} + \frac{c_o^2 - c_u^2}{2g}.$$

5. Die „Turbine“ im Sinne vorstehender Ausführungen beginnt am Ende des offenen Kanales oder am Ende einer Rohrleitung. Etwaige Absperrorgane und Rechen gehören nicht zur Turbine.

Die Überdruckturbine endet am Beginn des Unterwasserkanals. Die Druckturbine ohne Saugrohr endet dort, wo das Wasser das Lauftrad verläßt. Als dieser Austrittspunkt wird bei Strahltriebwerken (Peltonrädern) der Berührungspunkt des Strahlmittels mit dem Strahlkreis angesehen.

6. Es wird angenommen, daß bei den Druckturbinen der Höhenunterschied zwischen Lauf- rad-Unterkante und Unterwasserspiegel genügt, um die Abflußgeschwindigkeit c_u im Untergraben zu erzeugen. Die Geschwindigkeitshöhe $\frac{c_u^2}{2g}$ ist daher hier nicht zu berücksichtigen.

Im einzelnen ergibt sich mit dieser Betrachtungsweise:

7. Bei Oberdruckturbinen mit offenem Zulaufkanal ist das Gefälle:

$$H = h_o - h_u + \frac{c_o^2 - c_u^2}{2g},$$

$h_o - h_u$ ist der Höhenunterschied zwischen dem Ober- und dem Unterwasserspiegel. In den meisten Fällen ist die Zuflußgeschwindigkeit $c_o \approx$ der Abflußgeschwindigkeit c_u und daher

$$\frac{c_o^2 - c_u^2}{2g} \approx 0.$$

8. Bei Oberdruckturbinen mit geschlossener Zuleitung (Rohrleitung) ist das Gefälle

$$H = h_o - h_u + \frac{p_o}{\gamma} + \frac{c_o^2 - c_u^2}{2g},$$

$h_o - h_u$ ist der Höhenunterschied zwischen dem Nullpunkt des Druckmanometers und dem Unterwasserspiegel.

$\frac{p_o}{\gamma}$ ist der vom Manometer angezeigte Druck in der Zuleitung am Beginn der Turbine und $\frac{c_o^2}{2g}$ die im Meßquerschnitt herrschende mittlere Geschwindigkeitshöhe. Der Meßquerschnitt ist möglichst in eine gerade (zylindrische) Rohrstrecke zu legen, damit $\frac{p_o}{\gamma}$ über den ganzen Querschnitt konstant ist und $\frac{p_o}{\gamma} + \frac{c_o^2}{2g}$ auch die mittlere Energie darstellt.

c_u ist die mittlere Geschwindigkeit im Meßquerschnitt des Unterwassergrabens bei normalem Unterwasserspiegel. ($\frac{c_o^2 - c_u^2}{2g}$ kann also hier meistens nicht vernachlässigt werden.)

Münden mehrere Turbinen in einen gemeinsamen Unterwasserkanal, dann ist c_u aus der Abflußwassermenge aller Turbinen zu berechnen.

9. Bei Druckturbinen im offenen Zulaufkanal ist

$$H = h_o - h_u + \frac{c_o^2}{2g},$$

$h_o - h_u$ ist der Höhenunterschied zwischen dem Oberwasserspiegel und der Austrittsstelle des Wassers aus dem Laufrade. (Wegen der Nichtberücksichtigung von $\frac{c_u^2}{2g}$ siehe 6.)

10. Bei Druckturbinen mit geschlossener Zuleitung ist

$$H = h_o - h_u + \frac{p_o}{\gamma} + \frac{c_o^2}{2g},$$

$h_o - h_u$ ist der Höhenunterschied zwischen dem Nullpunkt des Manometers und der Austrittsstelle des Wassers aus dem Laufrade.

11. Bei Druckturbinen mit geschlossener Zuleitung und Saugrohr ist

$$H = h_o - h_u + \frac{p_o - p_u}{\gamma} + \frac{c_o^2}{2g},$$

$h_o - h_u$ ist der Höhenunterschied zwischen den Nullpunkten beider Manometer, p_o ist der Druck in der Zuleitung unmittelbar von der Turbine, p_u ist der (negative!) Druck an der Düsenmündung.

B. Die Wassermenge (Q cbm/sek).

12. Das Spaltwasser und etwaiger Leckverlust innerhalb der Turbine wird der Nutzwassermenge zugerechnet.

C. Die Nutzleistung der Turbine.

13. Die in der Turbine erzeugte Energie verringert sich bei ihrer Weiterleitung durch die Reibungs- und sonstigen Verluste in Lagern, Kegelrädern, Riemetrieben usw. auch durch Energieabgabe für Nebenzwecke, wie zum Betrieb des selbsttätigen Reglers.

Zur Turbine im engeren Sinne werden nur die zum Betreiben der Maschine unbedingt erforderlichen Trag- und Spurlager¹⁾ gerechnet, alle zusätzlichen Verluste sind auszuschalten. Die so ermittelte Leistung heißt die Nutzleistung (N) der Turbine. Die theoretische Leistungsfähigkeit des Wassers in PS ist $N_t = \frac{\gamma Q H}{75}$ (in kW ist sie $= \frac{\gamma Q H}{102}$). Der Wirkungsgrad (η) ist das Verhältnis der Nutzleistung N zur Leistungsfähigkeit des Wassers N_t , also $\eta = \frac{N}{N_t}$. Die Gewähr pflegt sich auf diese Turbine im engeren Sinne zu beziehen.

14. Um zu vermeiden, daß der Besteller die Gewähr falsch auffaßt, sollte im Vertrag kurz angegeben werden, an welchem Punkt die Leistung, von der die Rede ist, gemessen werden soll (z. B. gemessen an der senkrechten Welle, am Kuppelflansch der Dynamo usw.).

15. Wenn die Leistung für eine Stelle angegeben ist, an welcher sie nicht unmittelbar gemessen werden kann, dann ist vor Ausführung der Versuche zwischen den Parteien vertraglich zu vereinbaren, in welcher Weise die Verluste zwischen der Meßstelle und der Stelle, für welche die Leistung und die Wirkungsgrade gewährleistet sind, berücksichtigt werden sollen.

D. Geschwindigkeitsänderungen.

16. Die mittlere Drehzahl n_m ist der Mittelwert zwischen den Beharrungsdrehzahlen bei Leerlauf n_0 und bei voller Belastung n_u , also $n_m = \frac{n_0 + n_u}{2}$.

Unter Ungleichförmigkeitsgrad in vH versteht man den Wert $\delta = 100 \frac{n_0 - n_u}{n_m}$.

Befindet sich eine Turbine mit der Drehzahl n_1 im Beharrungszustand und sie wird nun plötzlich entlastet (oder belastet), dann steigt (fällt) die Drehzahl auf den Wert n_{max} (n_{min}) und es stellt sich nach einiger Zeit ein neuer Beharrungszustand ein, dem die Drehzahl n_2 entspricht.

Ein Maß für die Leistungsfähigkeit der selbsttätigen Regulierung bildet bei vorgeschriebenen plötzlichen Belastungsänderungen die „verhältnismäßige Drehzahländerung“: $\frac{n_{max} - n_1}{n_m}$,

(bzw. $\frac{n_1 - n_{min}}{n_m}$).

Wird bei Belastungsänderungen der kleinere, also günstiger erscheinende Wert $\frac{n_{max} - n_2}{n_m}$,

(bzw. $\frac{n_2 - n_{min}}{n_m}$) gewährleistet, dann sollte stets noch der Ungleichförmigkeitsgrad δ genannt werden, damit die oben erklärte „verhältnismäßige Drehzahländerung“ daraus berechnet werden kann.

E. Druckänderungen.

17. Infolge von raschen Änderungen der Wassergeschwindigkeit treten in Rohrleitungen Druckänderungen auf. Als „verhältnismäßige Druckänderung“ gilt der Unterschied zwischen dem höchsten auftretenden Druck (H_{max}) und dem an derselben Stelle vorhandenen statischen Druck (H_s bei der Wassergeschwindigkeit Null), geteilt durch das Nutzgefälle der Turbine H , also: $\frac{H_{max} - H_s}{H}$.

II. Auslegung des Vertrages, Fehlergrenzen.

18. Dem Lieferer steht es frei, eine wirklich erreichte Leistung als die Höchstleistung zu bezeichnen, wenn sie um nicht mehr als 10 vH über der gewährleisteten Höchstleistung liegt.

19. Wegen der unvermeidlichen Meßfehler ist eine für die Eigenschaften der Turbine gegebene Gewähr nur dann als verletzt anzusehen, wenn die bei der Untersuchung gefundenen Mittelwerte die gewährleisteten um mehr als den im Mittel zu erwartenden Meßfehler unterschreiten.

Der im Mittel erwartete Gesamtfehler ist durch eine kritische Würdigung der Meßmethoden und der Beobachtungsergebnisse abzuleiten²⁾. Er sollte wenn möglich auf 2 vH beschränkt werden.

20. Sind im Lieferungsvertrage Wirkungsgrade für wenigstens vier verschiedene Leistungen zugesichert, so ist ein gewisser Ausgleich bei den beobachteten Wirkungsgraden zulässig. Es darf jedoch in keinem der gegebenen Punkte der gewährleistete Wirkungsgrad um mehr als 3 vH unterschritten werden. Der beobachtete mittlere Wirkungsgrad darf den aus den gewährleisteten Punkten berechneten mittleren Wirkungsgrad um nicht mehr als 2 vH unterschreiten.

1) Als Turbinenlager gelten: a) das Spurlager und alle Führungslager der stehenden Turbinenwelle mit Ausschluß etwaiger Lager einer direkt gekuppelten Arbeitsmaschine, wie z. B. eines elektrischen Generators, b) das Spurlager der liegenden Welle und deren Führungslager, soweit sie zwischen Laufrädern angeordnet sind oder unmittelbar außerhalb von solchen stehen. Gemeinsame Turbinen- und Generatorlager werden anteilig berücksichtigt.

2) Kohlrausch, Lehrbuch der praktischen Physik. 11. Aufl. S. 1ff.

Der mittlere Wirkungsgrad wird als die mittlere Höhe der über den Leistungen aufgetragenen Wirkungsgradkurve bestimmt. Bei den Leistungen sollte die zugehörige Wassermenge genannt werden.

21. Da es nicht gelingen wird, sämtliche Versuche bei genau demselben Gefälle durchzuführen, müssen alle Werte der vollständigen Messungen auf ein konstantes Gefälle umgerechnet werden. Dabei ändern sich die Umfangskraft P , oder das Drehmoment M proportional mit dem Gefälle H , die Wassermengen Q und die Drehzahlen n mit \sqrt{H} . Die Leistung N ist aus den umgerechneten Werten, wie unter 13. angegeben, zu bestimmen¹⁾.

III. Ausführung der Versuche.

A. Allgemeines.

22. Die Konstruktions- und Betriebsverhältnisse der Wasserkraftanlage sind dem Leiter der Untersuchung so vollständig anzugeben und nötigenfalls durch Zeichnungen zu erläutern, wie es für die sachgemäße Durchführung der Versuche notwendig ist.

23. Dem Lieferer soll auf seinen Wunsch zu Vorversuchen Gelegenheit gegeben und zu den sich daraus ergebenden, etwa nötigen Verbesserungen eine angemessene Frist eingeräumt werden, ehe die endgültigen Abnahmeversuche stattfinden.

Um die zu untersuchende Anlage im Betrieb kennen zu lernen, die zur Verwendung kommenden Vorrichtungen zu prüfen und die Beobachter und Hilfskräfte anzuweisen, muß auch der Abnahmeingenieur Gelegenheit zu Vorversuchen haben.

Die Zahl und Dauer der Hauptversuche sind von der geforderten Genauigkeit der Ergebnisse abhängig zu machen und müssen rechtzeitig vorher vereinbart werden.

24. Für Untersuchungen von besonderer Wichtigkeit sind mindestens zwei Versuche hintereinander auszuführen, die nur dann als gültig erachtet werden, wenn sie nicht durch Störungen unterbrochen worden sind und wenn ihre Ergebnisse nicht um mehr voneinander abweichen, als es den unvermeidlichen Beobachtungsfehlern entspricht. Hierzu empfiehlt sich die Aufzeichnung sämtlicher Beobachtungen und Messungen abhängig von der Zeit. Solche Zeitafeln (oder Kurven) gestatten dann diejenigen Abschnitte aus den gesamten Versuchen herauszugreifen, die frei von unzulässigen Störungen sind und bei denen der für alle Versuche geforderte Beharrungszustand in der Wasserführung und bei den Turbinen geherrscht hat. Aus Versuchen mit annähernd gleichen Ergebnissen wird der arithmetische Mittelwert als gültig angenommen.

B. Einzelmessungen.

a) Das Gefälle.

25. Bei Höhenmessungen (h_0 , h_u) geht man von Fixpunkten aus, die durch Nivellement festgestellt sind. Die Höhenlage von Wasseroberflächen wird durch einen Stechpegel oder mittels Schwimmer bestimmt. Die zweite Methode gestattet ein bequemerer Arbeiten, hat aber die Eichung des Schwimmers mittels Stechpegel zur Voraussetzung. Während dieser Eichung soll der Wasserspiegel in Ruhe gehalten werden. Der Schwimmer soll daher (und um ihn dem Einfluß der Strömung möglichst zu entziehen) in einen Schacht eingebaut werden, der durch verschließbare Öffnungen mit der zu messenden Wasseroberfläche in Verbindung steht. Trifft die Strömung senkrecht auf diese Öffnungen auf, dann zeigt der Schwimmer $h + \frac{c^2}{2g}$ an, ist die Strömung parallel zu den Öffnungen gerichtet, dann wird h gemessen. Zur Messung beider Wasserspiegel soll möglichst dasselbe Verfahren benutzt werden, also bei beiden Messungen Abstich oder bei beiden Schwimmerablesung.

26. Zu Druckmessungen ($\frac{p_0}{\gamma}$, $\frac{p_u}{\gamma}$) in geschlossenen Querschnitten werden Piezometer, Quecksilbermanometer oder genaue Federmanometer angewendet.

Um richtige Abmessungen zu erhalten, ist das Instrument an einer geraden Rohrstrecke mit konstantem Rohrquerschnitt derart anzuordnen, daß die Bohrung (vom lichten Durchmesser des Manometerrohres, etwa 5 mm) rechtwinklig zur Innenfläche der Rohrwand und genau bündig mit letzterer mündet.

Federmanometer sind vor oder nach den Versuchen zu eichen. Der Nullpunkt des eingebauten Instruments ist durch Vergleichen mit einer ruhenden Wassersäule von bekannter Höhe festzustellen.

Der ebenfalls zu bestimmende Wert $\frac{c^2}{2g}$ ist als Mittelwert der Geschwindigkeitshöhe im betrachteten Querschnitt anzusehen. Er kann bei nicht zu großer Veränderlichkeit von c mit Rücksicht auf den geringen Einfluß von $\frac{c^2}{2g}$ auf das Gefälle meist aus dem Mittelwert der Geschwindigkeit $c_m = \frac{Q}{F}$ als $\frac{c_m^2}{2g}$ berechnet werden.

¹⁾ Bezeichnet man mit P_1 , n_1 , Q_1 und H_1 die beobachteten Werte, mit P , n , Q und N die auf das konstante Gefälle H umgerechneten, und ist $\Delta H = H - H_1$, dann erhält man, wenn ΔH kleiner als $0,1 H_1$ ist, auch genau genug: $P = P_1 \left(1 + \frac{\Delta H}{H_1}\right)$, $n = n_1 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\Delta H}{H_1}\right)$, $Q = Q_1 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\Delta H}{H_1}\right)$ und $N = N_1 \left(1 + \frac{3}{2} \frac{\Delta H}{H_1}\right)$.

b) Die Wassermenge.

27. Die im Ober- oder Unterkanal gelegene Meßstelle ist tunlichst in die Nähe der Turbine zu legen. Bei Luftausscheidung im Unterkanal ist Vorsicht in der Wahl der Meßstelle geboten. Vor Beginn der Messungen ist sorgfältig zu untersuchen, ob zwischen Meßstelle und Turbine keinerlei Wasserzu- und -abführung stattfindet.

Alle Wassermessungen sollten in einer möglichst langen geraden Strecke mit unveränderlichem (rechteckigem) Querschnitt und fester Sohle vorgenommen werden, oder doch an Stellen, wo die Geschwindigkeitsverteilung gleichmäßig und stationär ist. Gegebenenfalls ist durch den Einbau von Führungswänden eine besondere Meßstrecke zu schaffen.

28. Während einer Wassermessung darf die Öffnung des Leitrades bzw. bei Freistrahlturbinen die Düsenöffnung nicht geändert werden, wie überhaupt der Zustand der Turbine und die Führung des Wassers im Kanal nach Möglichkeit unverändert zu halten ist.

Schwankt der Wert $\frac{n}{\sqrt{H}}$ während einer Wassermessung um mehr als ± 2 vH, so ist nachzuprüfen, ob nicht die Fehlergrenze entsprechend weiter einzuschätzen ist, oder aber der Versuch ist zu verwerfen.

29. Abgesehen von Fällen, in denen die Parteien über die Anwendung auch einer anderen Meßart einig sind, können als zuverlässige Wassermessungen nur solche anerkannt werden, die vorgenommen werden:

- a) mittels Oberfalls,
- β) „ des Woltmannschen Flügels,
- γ) „ Meßschirmes.

a) Oberfallmessungen.

30. Es sind nur vollkommene Oberfälle anzuwenden.

31. Für sehr kleine Wassermengen bis etwa 0,5 cbm/sek empfiehlt sich besonders der dreieckige Oberfall von Thompson.

32. Für Wassermengen bis etwa 3 cbm/sek können rechteckige Oberfälle mit oder ohne Seiteneinschnürung Verwendung finden. Oberfälle ohne Seiteneinschnürung sind zu belüften.

Alle Oberfälle müssen sich in ihren Anordnungen und Abmessungen (Höhenlage der Oberfallkante über dem Gerinneboden, Zuschärfung der Oberfallkante, Messung der Oberfallhöhe) tunlichst genau den Versuchwehren anschließen, mit denen die zu verwendenden beiwerte gefunden worden sind. Auch sind die Messungen selbst genau so vorzunehmen wie bei den Versuchwehren.

33. Zuverlässige Beiwerte sind von Frese, Hansen, Rehbock, Bazin und Thompson veröffentlicht¹⁾. Weitere Versuche werden zur Zeit in der Schweiz ausgeführt.

34. Die Höhe h des Wasserspiegels über der Oberfallkante des Meßwehres ist stromaufwärts vor Beginn der an jedem Oberfall sich ausbildenden Senkkurve zu messen. Der Abstand der Meßstelle von der Oberfallkante soll mindestens der dreifachen größten Oberfallhöhe h gleich sein²⁾, es sei denn, daß an dem Versuchwehr an anderer Stelle gemessen worden ist. Es ist dann wie bei dem Versuchwehr zu verfahren.

 β) Flügelmessungen.

35. Den Flügelmessungen sind genaue Aufnahmen des Meßquerschnitts zugrunde zu legen.

36. Die verwendeten Flügel sollen geeicht und für den Einzelfall geeignet sein. Bei größeren Wassertiefen sind die Flügel an genügend starken Führungsstangen zu befestigen, um Schwingungen zu vermeiden. Bei größeren Meßprofilen empfiehlt es sich, mit mehreren Flügeln gleichzeitig zu arbeiten.

37. Rückläufige Bewegungen des Flügels im Meßquerschnitt machen die Messungen unbrauchbar, darum empfehlen sich Flügel, die eine rückläufige Bewegung anzeigen.

38. Sinkt die Wassergeschwindigkeit in wesentlichen Teilen des Meßquerschnittes so stark, daß sich der Flügel nicht mehr mit Sicherheit dreht, oder daß die Angaben des verwendeten Flügels infolge des wachsenden Einflusses seiner Eigenreibung unzuverlässig werden, dann muß der Meßquerschnitt verlegt, oder es müssen die Versuchsbedingungen geändert werden.

39. Bei Messungen im offenen Gerinne ist während der Flügelmessung die Höhe des Wasserspiegels über der Sohle in kurzen zeitlichen Abständen zu bestimmen.

40. Flügelmessungen in Rohrleitungen sind, falls deren Durchmesser wenigstens 1 m beträgt, zulässig und möglichst nach mehreren Durchmessern vorzunehmen. Die Messung ist im letzten Teil einer geraden Rohrstrecke von einer Länge ungefähr gleich dem 20fachen Durchmesser und in möglichst großem Abstände von scharfen Krümmungen vorzunehmen.

41. Die Messung der Wassergeschwindigkeit in jedem Meßpunkt hat sich über eine so lange Zeit zu erstrecken, daß Fehler in der Zeitmessung ausreichend klein gehalten werden und der Einfluß der Pulsation im Wasser genügend ausgeglichen wird. Unter günstigen Umständen werden dazu 60 bis 100 sek für jeden Meßpunkt ausreichen.

Falls die Zeitmessung nicht durch Registrieren erfolgt, wird sie mittels einer Stoppuhr, am besten einer solchen mit nachspringendem (doppelten) Sekundenzeiger, vorgenommen.

¹⁾ Frese, Z. 1890, S. 1285. Hansen, Z. 1892, S. 1057. Rehbock, Z. d. Verb. d. Arch.-u. Ing.-Vereine 1913 Heft 1. Bazin, S. R. Engels Handbuch des Wasserbaus 1914, S. 297. Thompson, S. R. Engels Handbuch des Wasserbaus 1914, S. 302.

²⁾ Weyrauch, Hydraulisches Rechnen, 3. Aufl. S. 157.

Die Kontrolle darüber, ob der Flügel regelmäßig läuft, und ob in der Geschwindigkeit an der Meßstelle keine zu starken Schwankungen vorkommen, ist, soweit möglich, durch Abhören der einzelnen Umdrehungen oder Beobachtung der einzelnen Zeiten zwischen den Signalen auszuüben.

42. Es wird empfohlen, für jeden Meßpunkt die Streuung¹⁾ der beobachteten Zeitintervalle zu bestimmen. Eine große Streuung weist auf Unregelmäßigkeiten der Strömung und Unzuverlässigkeiten der Geschwindigkeitsmessungen hin. Unter günstigen Umständen beträgt die Streuung weniger als 5 vH. Ist sie größer als 10 vH., so ist eine für die Bestimmung von Turbinenwirkungsgraden ausreichende Genauigkeit der Flügelmessung auf keinen Fall erreichbar, auch nicht durch Häufung der Beobachtungen. Meßprofile, bei denen an mehr als an einem Meßpunkt die Streuung 10 vH. überschreitet, sind stets als ungeeignet zu verwerfen.

y) Schirmmessung²⁾.

43. Die genauesten Ergebnisse für sehr kleine Wassergeschwindigkeiten bis herauf zu solchen von etwa 1,5 m/sek liefert die Schirmmessung in einem etwa 15 m langen Kanal mit wagerechter Sohle und gleichbleibendem, zweckmäßigerweise genau rechteckigem Querschnitt. Vor die eigentliche Meßstrecke von 8 bis 10 m Länge ist ein Anlaufweg von 4 bis 5 m zu legen, der Auslaufweg kann beliebig kurz sein. Der Schirm soll eingetaucht von Sohle und Seitenwänden bei Querschnitten unter 2 m² nicht mehr als 5 mm, bei größeren nicht mehr als 10 mm abstehen, sein Fahrgestell von möglichst geringem Gewicht und leicht beweglich sein. Ein Überdruck auf der einen Seite gegenüber der anderen von 1 bis 2 mm Wassersäule soll zur Fortbewegung des Schirms ausreichen.

44. Die Wasserstände im Meßkanal sind innerhalb des Anlaufweges an geschützter Stelle mittels Pegels oder Schwimmers zu beobachten, und zwar für jeden Versuch zweckmäßig am Beginn der Wassermessung.

C. Messung der Nutzleistung (N).

45. Eine strenge Ermittlung der wirklichen Nutzleistung ist nur mittels einer auf der Turbinenwelle angebrachten Bremse möglich. Bei größeren Maschinen ist dieses Verfahren unter Umständen schwierig und mit sehr hohen Kosten verknüpft, es ist deswegen nicht immer anwendbar.

46. Zahnräder, die zur Weiterleitung der Turbinenleistung von der gebremsten Welle dienen, sind auszurücken, Riemen und Seile abzulegen. Wenn möglich, ist die Welle hinter der Bremsstelle abzukuppeln.

47. Die Tara der Bremse bei wagerechter Lage der Bremswelle ist durch Auswiegen über einer Schneide oder nach Lösen der Stopfbüchsen unmittelbar auf der Bremswelle zu bestimmen. Die Lagerreibung ist stets dadurch auszuschalten, daß die Gleichgewichtslage der Wage einmal mit positivem, einmal mit negativem Übergewicht auf der Wagschale angestrebt wird.

Die Bestimmung der Tara ist vor Beginn und nach Beendigung der Versuche, nach Möglichkeit auch zwischen je zwei größeren Versuchsreihen, auszuführen.

¹⁾ Sind t_1, t_2, \dots, t_n die beobachteten Zeitintervalle und $t_m = \frac{1}{n} \sum t$ ihr arithmetischer Mittelwert, so ist die Streuung in vH.

$$\sigma = \frac{100}{t_m} \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum (t-t_m)^2}$$

Beispiel;

Uhrablesung nach je 50 Flügelumdrehungen

	0	16,0	31,2	46,0	62,2	77,6	93,0 sek
Zeitintervalle	t	16,0	15,2	14,8	16,2	15,8	15,2 sek

$$t_m = \frac{1}{6} \cdot 93,0 = 15,5 \text{ sek}$$

$$t-t_m = +0,5 \quad -0,3 \quad -0,7 \quad +0,7 \quad +0,1 \quad -0,3 \text{ sek}$$

$$(t-t_m)^2 = 0,25 \quad 0,09 \quad 0,49 \quad 0,49 \quad 0,01 \quad 0,09 \text{ sek}^2$$

$$\sum (t-t_m)^2 = 1,42 \text{ sek}^2$$

$$\frac{1}{n-1} \sum (t-t_m)^2 = \frac{1}{6-1} \cdot 1,42 = 0,284 \text{ sek}^2$$

$$\sqrt{\frac{1}{n-1} \sum (t-t_m)^2} = \sqrt{0,284} = 0,533 \text{ sek}$$

$$\sigma = \frac{100}{t_m} \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum (t-t_m)^2} = \frac{100}{15,5} \cdot 0,533 \sim 3,5,$$

also Streuung $\approx 3,5$ vH.

²⁾ Z. 1907, S. 627.; 1908, S. 1840.

48. Bei senkrechter Lage der Bremswelle ist durch zweckmäßige Stützung des Bremszaumes dafür zu sorgen, daß nach Möglichkeit äußere Widerstände ausgeschaltet werden.

49. Die Länge des Bremshebels ist mindestens vor und nach jeder Versuchsreihe zu messen. Der Hebel muß innerhalb geringer Abgrenzungen frei und ruhig schweben.

50. Die Bremsung einer Welle, die durch Riemen- oder Seiltrieb von der Turbinenwelle angetrieben wird, ist für genaue Versuche unzulässig und außerdem vielfach mit Gefahr verknüpft.

51. Ist eine Dynamomaschine mit der Turbine unmittelbar gekuppelt und die Anwendung einer mechanischen Bremse nicht möglich, so kann die Nutzleistung der Turbine aus der dem Anker der Dynamomaschine entnommenen elektrischen Leistung bestimmt werden, falls der Wirkungsgrad des Ankers unter den obwaltenden Temperatur- und Belastungsverhältnissen nachgewiesen ist.

Die Ermittlung des Wirkungsgrades soll im allgemeinen nach § 41 und § 42 der Maschinen-normalien des Verbandes deutscher Elektrotechniker erfolgen¹⁾.

Die so ermittelten Wirkungsgrade sind etwas zu hoch wegen Nichtberücksichtigung der zusätzlichen Verluste. Die Abweichung von dem wahren Werte des Wirkungsgrades wird indessen in der Regel $\frac{1}{2}$ vH nicht übersteigen.

Genügt dieser Genauigkeitsgrad für die Wirkungsgradbestimmung von Wasserturbinen nicht, so sind vor der Messung Vereinbarungen darüber zu treffen, wie die in dem Anker der elektrischen Maschine auftretenden Mehrverluste zu berücksichtigen sind. Bei Gleichstrommaschinen kommen insbesondere die zusätzlichen Verluste infolge Feldverzerrung in Frage, für deren Beurteilung in diesem Falle zuverlässige Unterlagen vorliegen müssen, bei Wechsel- und Drehstrommaschinen dagegen insbesondere die zusätzlichen Verluste durch Stromverdrängung, die in einfacher Weise bei Verwendung der Hilfsmotormethode durch den Kurzschlußversuch festgestellt werden können.

52. Die Geräte, mit denen die elektrischen Messungen vorgenommen werden, müssen unmittelbar vor oder nach den Versuchen geeicht werden.

53. Bei großen Maschinen kommen neuerdings zur Messung der Leistungen die Torsionsleistungsmesser in Frage²⁾.

54. Die Umlaufzahl der Turbine wird bei jedem Versuch durch unmittelbare Zählung der Umdrehungen oder mittels geeigneter Zählwerke während des Beharrungszustandes gemessen.

D. Regulierversuche.

55. Schwankungen der Umdrehungszahl. Genaue Meßwerte sind nur bei Verwendung eines Tachographen zu erwarten, jedoch werden häufig, für weniger wichtige Versuche, die Beobachtungen am geeichten Tachometer ausreichen. (Siehe auch 16.)

56. Druckschwankungen. Druckänderungen im Gefolge von Belastungsänderungen werden in offenen Kanälen an den Pegeln, in Rohrleitungen am geeichten Manometer beobachtet oder mit dem Zeitindikator aufgeschrieben³⁾. Sehr schnell auftretende Druckänderungen, z. B. bei kurzen Rohrleitungen, lassen sich am Manometer nicht mehr zuverlässig feststellen, dazu sind vielmehr Instrumente von besonders geringer Trägheit, wie z. B. optische Indikatoren, erforderlich.

¹⁾ „Normalien für die Bewertung und Prüfung von elektrischen Maschinen und Transformatoren“, herausgegeben vom Verbands Deutscher Elektrotechniker. Verlag Julius Springer (Berlin).

²⁾ Jahrbuch der Schiffbautechnischen Gesellschaft 1905, „Die neuesten Konstruktionen des Torsionsindikators und deren Versuchsergebnisse“ von H. Föttinger. Z. 1912, S. 1327.

³⁾ Z. 1912, S. 222.

Fünfzehnter Abschnitt. Lasthebemaschinen.

Bearbeitet von Prof. Dr.-Ing. G. Unold.

Hebezeugteile.

Drahtseile.

(931) **Konstruktion und Herstellung.** Das Sechslitzenrundseil. Die Litze besteht aus mehreren in der Regel gleichstarken Runddrähten, die schraubenartig in mehreren Lagen um eine Kerneinlage (Seele) — bei Kranseilen geteerter Hanf oder weicher Draht — derart gewunden werden, daß die Drahtwindungen aller Lagen dieselbe Richtung und Steigung, aber in den verschiedenen Lagen verschiedene Steigungswinkel haben.

Abb. 1 zeigt eine 18- und 36-drähtige Litze.

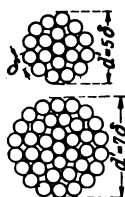


Abb. 1.

Sechs solcher Litzen werden in gleicher Weise um eine entsprechend größere Hanfseele oder um eine gleiche Litze aus weicheren Drähten gewunden, und zwar mit Längsschlag (oder Albertschlag nach dem Erfinder der Drahtseile) bei gleicher oder mit Kreuzschlag beientgegengesetzter Schraubrichtung in Litze und Seil.

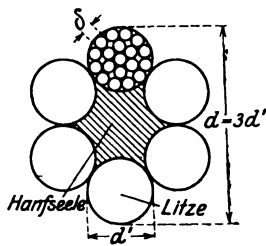


Abb. 2.

Längsschlagseil ist biegsamer als Kreuzschlagseil und die in den kreisförmigen Rollen- und Trommelrillen liegenden Außendrähte passen sich der Rillenform besser an und liefern geringere Pressung als bei Kreuzschlag. Dagegen hat das Längsschlagseil die Neigung, bei freihängender Last sich aufzudrehen, während bei Kreuzschlag durch die Gegenwindung die geforderte Drallfreiheit angenähert erreicht wird. Daher Kreuzschlag für Kranseile, Längsschlag für Aufzüge und Kätzfahrantriebe, wobei die Last geführt ist.

Nach Abb. 2 ist Seilstärke $d = 3d'$, demnach ist mit Drahtstärke δ

bei 6 Litzen zu 18 Drähten $d = 3 \cdot 5 \delta = 15 \delta$,

bei 6 Litzen zu 36 Drähten $d = 3 \cdot 7 \delta = 21 \delta$,

bei 6 Litzen zu 60 Drähten $d = 3 \cdot 9 \delta = 27 \delta$.

Wegen Schräglage der Drähte und Litzen sind die wirklichen d stets etwas größer als diese berechneten.

Das Spiralseil. 18 bzw. 36 Rundlitzen werden in 2 bzw. 3 Lagen um die Hanfseele in gleicher Richtung gewunden. Geringere Pressung in den Rillen als bei 6 Litzen, da hier 12 bzw. 18 Litzen am Seilumfang liegen; außerdem sehr biegsam; bei Kreuzschlag sehr gute Drallfreiheit.

Kabelschlag. Sechs Rundseile zu sechs Litzen werden in bisheriger Weise zu einem Kabeiseil vereinigt, somit Drahtzahl sechsfach. Nur für sehr starke Seile. Sehr biegsam.

Weitere hier nicht genannte Seilarten dienen zu Förderzwecken, Seilbahnen und Kabelbrücken.

(932) Berechnungsgrundlagen. Das Hebezeugseil unterliegt der zeitlichen Zerstörung und ist daher anders als sonstige Maschinenteile zu berechnen.

Herstellungsspannungen. Jeder Einzeldraht erhält bei der Seilherstellung starke Krümmungen, wobei die Streckgrenze des Drahtstoffes überschritten wird; denn ein aus dem Seil herausgenommener Draht behält seine Doppelschraubenform zum Teil bei. Diese einmalige und dann bleibende Krümmung und Spannung hat wenig Einfluß auf die Zugfestigkeit des ganzen Seiles.

Arbeitsspannungen. Beim Lauf des Seiles über Rollen und Trommeln vom Durchmesser $2R = D$ verhält sich jeder Einzeldraht infolge seiner Doppelschraubenform angenähert so, als ob er für sich gebogen würde, d. h. als ob das Seil ein Paralleldrahtbündel wäre. Hierbei erhält jeder Draht eine Biegungsspannung $\sigma_b = E \delta : D$, die zwar weit unter der Elastizitätsgrenze σ_e liegt aber bei jeder Umlenkung auftritt und wieder verschwindet.

Bei dem üblichen $D : \delta \approx 500$ und $E = 2200000 \text{ kg/cm}^2$ ist $\sigma_b = 2200000 : 500 = 4400 \text{ kg/cm}^2$, während σ_e etwa 10000 beträgt. Die Rollen und Trommeln sind stets so anzuordnen, daß das Seil in gleichem Sinne gebogen wird.

Mechanische Zerstörungsursachen. Gegenseitiges Quetschen und Scheuern der an den Litzenberührungsstellen liegenden Drähte.

Scheuern der die Rillen berührenden Außendrähte bis zum Blankschleifen und Durchscheuern, was einem örtlichen Kaltwalzen gleichkommt und diese Drahtstücke spröde macht; bildet die Hauptursache der Seilzerstörung. Erfordert dauernd gutes Schmieren der Seile, was aber in staubigen Räumen (Gießereien) wegen der Schmirgelwirkung des Staubes von Nachteil ist.

Scheuern des Seiles an den Rillenwänden und benachbarten Seilwindungen auf Rollen und Trommeln bei starker seitlicher Ablenkung.

Festigkeitswerte des Drahtstoffes. Verlangt wird hohes K_1 in Verbindung mit großer Zähigkeit. Bei dem üblichen Drahtstoff — gezogener und vergüteter Kohlenstoffstahl — nimmt mit steigendem K_1 die Zähigkeit ab. Diese wird aber nicht durch φ und ψ , sondern durch die technologische Biege- und Verwindungsprobe ausgedrückt; indessen ist ein zahlenmäßiger Zusammenhang zwischen K_1 und den Biege- und Verwindungszahlen nicht angebar.

Die K_1 der üblichen Kranseile liegen zwischen 120 und 160 (ausnahmsweise 180) kg/mm^2 ; darüber ist der Draht zu spröde.

Bei langen Förderseilen geht man zwecks Gewichtsverminderung des Seiles bis 200 kg/mm^2 und darüber, wobei aber die große Sprödigkeit zu $D \approx 2000 \delta$ zwingt.

Neuerdings wird eine Seilberechnung statt auf Spannung auf Lebensdauer angestrebt. Zu diesem Zwecke wurden von G. Benoit Dauerversuche an der technischen Hochschule Karlsruhe vorgenommen, wobei die Seilproben über Rollen bis zum Bruche liefen. Der noch nicht hinreichende Umfang dieser bedeutsamen Versuche erlaubt z. Zt. noch keine Anwendung auf die praktische Seilbestimmung. S. Benoit, Die Drahtseilfrage. Leipzig 1915. Friedr. Gutsch.

(933) Praktische Seilberechnungsregeln.

Wahl des Drahtstoffes. Man wähle

$K_z = 140 \div 160 \text{ kg/mm}^2$ für langsam arbeitende Hebezeuge mit schwachem Betrieb (Schwerlast- und Maschinenhauskrane) bei selten vorkommender Höchstlast,

$K_z = 120 \div 140 \text{ kg/mm}^2$ für lebhaften Betrieb (Hafen-, Greifer- und Hüttenkrane) mit oftmaliger oder stetiger Höchstlast.

Seilart. Für Krane meist das sechslitzige Kreuzschlagrundseil mit Hanfseele und 18 oder 36 Drähten je Litze. Drähte nicht zu dünn wegen Zerquetschung in den Rillen. Dünndrätige Seile teurer als dickdrätige (Gewichtspreis des Seiles mit 0,5 mm-Drähten das rund 1,4fache, mit 1,5 mm das rund 0,9fache des Seiles mit 1 mm-Drähten).

Hütten- und Gießkranseile erhalten wegen der strahlenden Hitze Weichdraht statt Hanfseele, die nicht als tragend gerechnet wird. Für diese Seile $K_z = 120 \div 140 \text{ kg/mm}^2$.

Maßgebend sind die Listen der Drahtseilfabriken, nach denen die Drahtstärke zwischen etwa 0,4 und 2 mm mit 0,1 mm Stufen liegt; s. auch DIN 655.

Rollen- und Trommeldurchmesser. Gedrängter Bau der Winde verlangt kleine D , die Rücksicht auf Seilschonung und Beschränkung der Trommellänge große D . Üblicher Mittelwert $D = 500 \delta$, wenn möglich, größer.

Über Größe und Anordnung der Ausgleichrollen bei Zwillingseilführung s. (1039).

Bruchlast, Sicherheit, Querschnitt. Bezeichnet i die Gesamtzahl der tragenden Drähte — ohne Seelendrähte —, δ die Drahtstärke in cm, S den größten Seilzug in kg einschließlich etwaiger Trägheitskräfte beim Anlaufen und Bremsen, dann ist $F = i \pi \delta^2 : 4$ in cm^2 der Nutzquerschnitt und $B = F K_z$ in kg die rechnerische Bruchlast des Seiles, worin K_z in kg/cm^2 .

Die auf der Prüfmaschine ermittelte wirkliche Bruchlast ist bis zu 10% kleiner als jene und hängt im wesentlichen von der Seilart ab.

$\mathcal{S} = B : S$ ist die rechnerische Bruchsicherheit. Somit ist der Drahtquerschnitt

$$\frac{\pi}{4} \delta^2 = \frac{S \mathcal{S}}{i K_z},$$

hieraus δ und d und $D \approx 500 \delta$.

Die Bruchsicherheit \mathcal{S} richtet sich nach den Betriebsverhältnissen und mag zwischen 5 und 8 liegen, je nachdem schwacher Betrieb mit seltener Vollast ($\mathcal{S} = 5$) oder sehr angestrengter Betrieb mit stetiger Vollast ($\mathcal{S} = 8$) vorliegt; für dazwischen liegende Verhältnisse ist \mathcal{S} abzuschätzen.

Verzinkte Seile. Vorstehendes gilt für blanke Seile, in gedeckten und trockenen Räumen zulässig. Im Freien arbeitende oder gegen Nässe zu schützende Seile sind zu verzinken, wodurch der Preis erhöht wird (je nach Zinkpreis, zur Zeit um etwa 40% der blanken Seile), die Bruchlast aber um rund 10% sinkt, d. h. die nach obigem berechnete Drahtstärke ist um rund 5% zu vergrößern.

Bei den verzinkten Seilen ist Vorsicht geboten, da nach nicht ganz sachgemäßem Verzinken im heißen Bade der Draht zu Sprödigkeit neigt.

Wertvolle Hinweise in allen Drahtseilfragen finden sich in C. Bach, Erfahrungsmaterial über das Unbrauchbarwerden der Drahtseile, F. A., Heft 177.

Beispiele. 1. Seil für Maschinenhauslaufkran, $S = 2500 \text{ kg}$, $K_z = 160 \text{ kg/mm}^2$, $\mathcal{S} = 5$, 6 Litzen je 36 Drähte, blank.

$$\frac{\pi}{4} \delta^2 = \frac{2500 \cdot 5}{216 \cdot 16000} = 0,0036 \text{ cm}^2, \quad \delta = 0,7 \text{ mm}, \quad d = 21 \cdot 0,7 = 14,7 \text{ rd. } 15 \text{ mm},$$

$$D = 500 \cdot 0,7 = 350 \text{ mm}.$$

2. Seil für Greiferkran, $S = 2500 \text{ kg}$, $K_z = 120 \text{ kg/mm}^2$, $\epsilon = 8$, 6 Litzen je 18 Drähte, verzinkt.

$$\frac{\pi}{4} \delta^2 = \frac{2500 \cdot 8}{108 \cdot 12000} = 0,0154 \text{ cm}^2, \delta = 1,4 \text{ mm}.$$

Verzinken erfordert $\delta = 1,05 \cdot 1,4 = 1,47$, gewählt $\delta = 1,5 \text{ mm}$, $d = 15 \cdot 1,5 = 22,5 \text{ mm}$, $D = 500 \cdot 1,5 = 750 \text{ mm}$.

(934) Seiltrommeln. Trommelrillen nach Abb. 3 spiralg eingedreht mit Steigung $\epsilon = 1,05 \div 1,20 d$, entsprechend einer Lichtweite zwischen den Seilrücken von $0,05 \div 0,20 d$ oder $1 \div 3 \text{ mm}$.

Werkstoff stets Grauguß.

Wandstärke aus Gießereigründen

$$w \approx 0,02 D_{\text{em}} + 1 \text{ cm},$$

mindestens 1,2 cm. Festigkeitsrechnungen

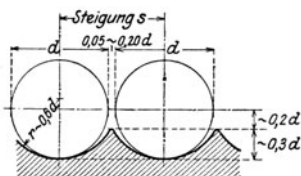


Abb. 3.

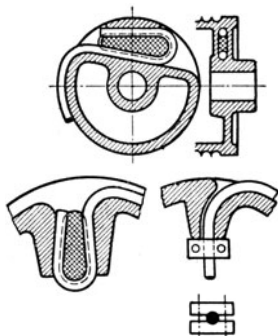


Abb. 4 a-c.

liefern meist zu geringe w . Lange Trommeln mit Innenrundrippen; Längsrippen sind schwer einzuformen.

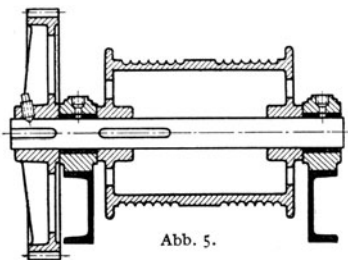


Abb. 5.

Trommellänge so bemessen, daß bei völlig abgewickelm Seil (tiefste Hakenlage) noch etwa zwei Seilwindungen auf der Trommel bleiben und bei aufgewickelm Seil noch eine Rillenwindung leer bleibt.

Befestigung des Seilendes so ausbilden, daß das Seil bequem nachgezogen und ausgewechselt werden kann. Ausführung bei größeren Trommeln nach Abb. 6, meist doppelt, bei kleineren nach Abb. 4 a-c.

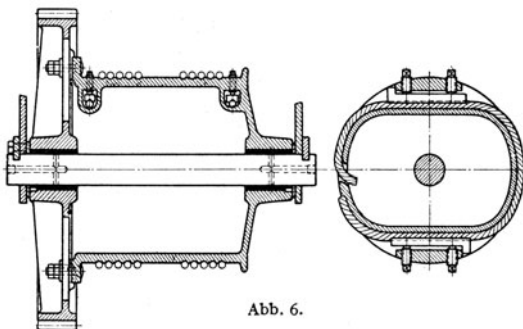


Abb. 6.

Trommel, Welle und Rad. Bei Trommel mit fliegendem Rad nach Abb. 5 wird Welle im Querschnitt des linken Lagers Biegung und Drehung beansprucht. Trommel mit angeschraubtem und zentriertem Rad bei fester Welle nach Abb. 6 stets vorzuziehen, da Welle nur auf Biegung beansprucht wird. Weniger gut nach

Abb. 7, da die schwer entfernbaren Kernreste in die Nabenbuchsen dringen. Achse in beiden Fällen in Blechwänden gelagert und durch Achshalter nach Abb. 8 festgehalten; Flächenpressung im Blech bis 1000 kg/cm^2 . Staufferschmierung

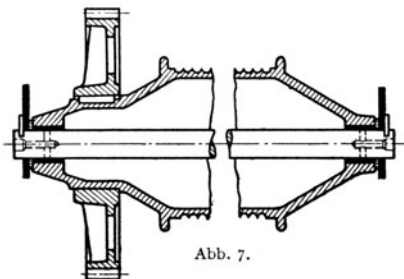


Abb. 7.

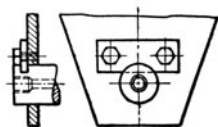


Abb. 8.

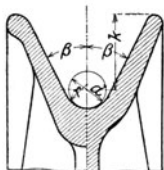


Abb. 11 a u. b.

von der Achse aus. Kugellager wenig üblich.

Fliegende Trommel mit Rad bei fester 9-Welle nach Abb. 9 kleinere Trommeln auch mit Rad aus einem Stück. Trommel auf Welle gekeilt nach Abb. 10.

Beispiele für Berechnung von Trommelwellen s. (236) u. (248).

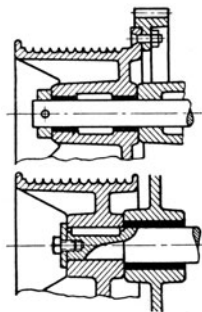


Abb. 9 u. 10.

(935) Seilrollen. Werkstoff: Grauguß, selten Stahlguß.

Kranz nach Abb. 11. Bei geringer Seilablenkung $k = 1,5 \div 2,0 d$ und $\text{tg } \beta = 0,2 \div 0,3$, bei starker Ablenkung $k = 3 \div 4 d$ und $\text{tg } \beta \geq 0,4$.

Rollenkörper. Volle Wand mit Löchern und Rippen, größere Rollen mit Kreuzrippen.

Naben erhalten Guß- oder Rotgußbuchsen. Schmierung durch Nabe oder Achse.

Kugel- oder Walzenlager, wenn guter Wirkungsgrad ohne Kostenrücksicht verlangt wird.

Rundeisenkette.

(936) Kettengliedabmessungen. Für Hebezeuge nur die kurzgliedrige Kette nach Abb. 12 mit innerer Breite $b \approx 1,5 d$ und innerer Länge oder Teilung $l \approx 2,8 d$ vom Gewicht $= 2,3 d_{cm}^3 \text{ kg/m}$.

Sie ist zwar teurer als die langgliedrige Förderkette mit $l = 3,5 d$, aber beweglicher und erhält in den Rillen der Trommeln und Rollen geringere Biegungsbeanspruchung.

Die für verzahnte Kettenrollen (Kettennüsse) bestimmte kalibrierte Kette hat dasselbe l , aber $b \approx 1,2 d$.

Herstellung erfolgt heute noch am zuverlässigsten durch Handschweißung, indem ein abgeschrägtes Rundeisenstück durch Hammerschlag im Gesenk geformt und verschweißt wird, und zwar durch Kopfschweiße bei kleineren, durch Seitenschweiße bei größeren Ketten. Die kalibrierte Kette wird durch Hammerschlag im Gesenk auf gleiche Teilung mit $\frac{1}{2} \%$ Toleranz bei Mehrpreis von rund 50% der gewöhnlichen Kette nachgearbeitet (kalibriert).

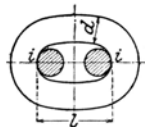


Abb. 12.

Es gibt einige mechanische Herstellungsverfahren.

Das belgische *Masion*-Verfahren (Walzen eines schweißwarmen Flacheisens zum Kettenglied, Borsigwerk O.S.) wird nur bei großen Ankerketten verwendet (s. W. T. 1913, S. 115), dsgl. das amerik. Gießverfahren (St. u. Eis. 1919, S. 317, 433, 1474), während die nach dem *Klatteschen* Walzverfahren (St. u. Eis. 1896, S. 152) hergestellten Ketten nur zu untergeordneten Zwecken dienen. Neuerdings das sehr leistungsfähige elektrische Kettenschweißverfahren, für gewöhnliche Handelsketten und für Hebezeugketten bis 15 mm Stärke geeignet (s. Schimpke, St. u. Eis. 1915, S. 1297).

Wahl der Kettenstärke gemäß nachstehender Tafel.

Kalibrierte Ketten nach DIN 671					Unkalibrierte Ketten nach DIN 672				
Rund- eisen- durch- messer	Innere Breite	Innere Länge	Nutzzug- kraft bei Hand- betrieb	Verwend- ung	Rund- eis- n- durch- messer	Innere Breite	Innere Länge	Nutzzug- kraft	
<i>d</i>	<i>b</i>	<i>l</i>	kg		<i>d</i>	<i>b</i>	<i>l</i>	kg	
5			175	Hand- ketten	7	10	22	350	
6	8	18,5	250		8	12	24	500	
7	8	22	350	Last- ketten	9,5	14	27	750	
8	9,5	24	500		11	17	31	1000	
9,5	11	27	750		13	20	36	1500	
11	13	31	1000		16	24	45	2500	
13	16	36	1500		19	29	53	3500	
16	19	45	2500		22	34	62	4500	
19	23	53	3500		24	36	67	5500	
23	28	64	5000		27	40	75	6750	
						30	45	84	8500
						33	49	92	10500
						36	54	100	12250
					40	60	110	15100	
					44	66	120	18500	

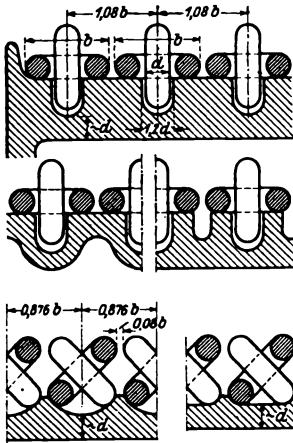


Abb. 13 a bis e.

Probelast = $2 \times$ Nutzzugkraft,
Bruchlast = $4 \times$ Nutzzugkraft.

Unter ungünstigen Verhältnissen, wie bei stoßweisem Betriebe, muß die angegebene Nutzzugkraft bis auf die Hälfte ermäßigt werden.

Werkstoff: Flußeisen

$$K_z = 36 \div 40 \text{ kg/mm}^2, \varphi \geq 18\%$$

Genauere Spannungsberechnung schwierig und unsicher. Maßgebend bleibt der Bruchversuch, dem obige Tafel zugrunde gelegt ist.

Wegen der genannten Biegung der Kettenglieder soll der Rollen- und Trommeldurchmesser nicht unter etwa $15d$ genommen werden.

(937) Trommeln und Rollen. Trommeln.

Werkstoff: Grauguß.

Die Rillen werden nach Abb. 13 a bis e eingeformt, selten gedreht; *b* und *c* bezweckt leichtere Trommeln bei starken Ketten; *d* und *e* bei schnell und unruhig laufenden Ketten zweckmäßig.

Verbindung des Kettenendes mit der Trommel nach Abb. 14.

Leitrollen. Werkstoff: Grauguß, seltener Hart- oder Stahlguß.

Rillen werden nach Abb. 15 a bis e eingedreht; *c* zur Verminderung der Kettengliedbiegung, *d* und *e* bei schnell und unruhig laufenden Ketten.

Kettenuß (verzahntes Kettenrad) für kalibrierte Kette. Werkstoff: Grau-, Hart- oder Stahlguß.

Die Rille bleibt roh, nur Bohrung und Nabe wird bearbeitet.

Abb. 16 bis 18 zeigt eine 4-, 5- und 6-zählige Nuß. $z = 4$ gibt zwar den erwünschten kleinen Lasthalbmesser, ist aber zu vermeiden, da der Kettenzug von zu wenig Zähnen aufgenommen wird und die Kette sich klemmt. Üblich ist $z = 5$

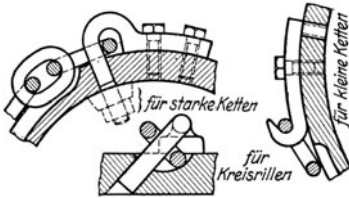


Abb. 14 a bis c.

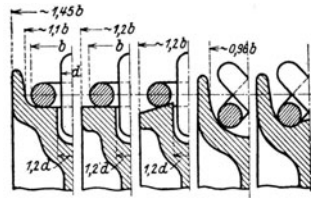


Abb. 15 a bis e.

oder 6. Die Mulden für die Kettenglieder sind so auszubilden, daß nur die flachliegenden Glieder die Kraft übertragen, die stehenden Glieder also Spiel in den Mulden haben, die somit nur einen besseren Zusammenhang der beiden Scheiben-

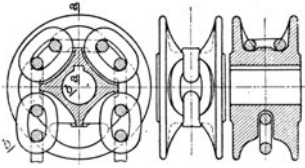


Abb. 16.

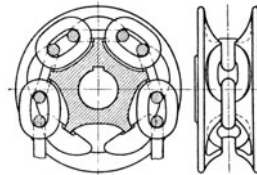


Abb. 17.

hälften bei kleinem z bezwecken. Bei größerem z (etwa von 6 an) genügen die flachen Mulden nach Abb. 18. Im Gegensatz zu den Trommeln ist der kleine Kettennußdurchmesser nicht nachteilig, da hier das Glied nicht auf Biegung beansprucht wird.

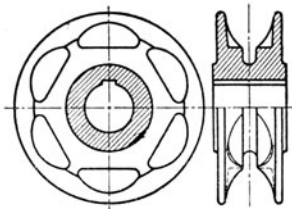


Abb. 18.

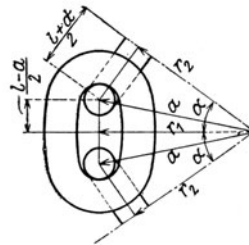


Abb. 19.

$$\text{Aus Abb. 19 folgt Baumaß } a = \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{l}{\sin \frac{90}{z}}\right)^2 + \left(\frac{d}{\cos \frac{90}{z}}\right)^2}$$

$$\text{Der Lasthalbmesser wechselt zwischen } \frac{r_1}{r_2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{l+d}{2}\right)^2}$$

In die Übersetzungs- und Geschwindigkeitsrechnung ist dagegen der mittlere Wert $r = zl : \pi$ einzusetzen.

Zur raschen Bestimmung dieser Maße kann an Stelle dieser unbequemen Formeln nachstehende Tafel für obige kalibrierte Kettenmaße dienen.

Maße in mm.

Kette		Kettenuß					
		$z = 4$		$z = 5$		$z = 6$	
l	d	a	r	a	r	a	r
22	7	29,0	28,0	35,8	35,0	42,7	42,0
24	8	31,6	30,6	39,0	38,2	46,5	45,9
27	9,5	35,7	34,4	44,0	43,0	52,3	51,6
31	11	40,9	39,5	50,5	49,4	60,1	59,2
36	13	47,5	45,8	58,7	57,3	69,8	68,8
45	16	59,3	57,3	73,2	71,6	87,4	86,0
53	19	70,0	67,5	86,4	84,4	102,7	101,0
64	23	84,5	81,6	104,2	102,0	124,2	122,1

$z \geq 10$ liefert hinreichend genau $a = r_1 = r_2 = r = zl : \pi$.

Für das Haspelrad ist $r = 18,5z : \pi$ mm.

Einbau der Kettenuß. Die Kette ist möglichst über den halben Rollenumfang zu legen und durch Kanäle oder Hilfsrollen zwangläufig zu führen; an den Ablaufstellen der Ketten sind zur Verhütung des Klemmens Abstreifer anzuordnen (s. Abb. 114 u. 122).

Haspelrad. Mit Rücksicht auf Abnutzung meist aus Hart- oder Stahlguß. Führung der Handkette erforderlich, wird festgeschraubt oder besser pendelnd aufgehängt

Übliche Zugkräfte an der Handkette (s. 987).

(938) Kettenführung. Im Gegensatz zu den Seilen ist es bei der Kette gleichgültig, ob der Umlenksinn in den aufeinanderfolgenden Rollen und Trommeln gleich oder entgegengesetzt ist oder im rechten Winkel erfolgt.

Die Abnutzung der Kette erfolgt stets an den Stellen i (Abb. 12), da hier beim Lauf über Rollen und Trommeln die benachbarten Glieder gegenseitig unter Belastung gleiten und Abnutzung verursachen. Besonders stark tritt diese Abnutzung auf, wenn bei mehrfacher Aufeinanderfolge der Rollen die Kette eine mehrmalige Umlenkung erfährt. Von besonderer Schädlichkeit ist diese Abnutzung bei kalibrierten Ketten wegen der damit verbundenen Teilungsvergrößerung.

Gallsche Lastgelenkkette.

(939) Werkstoff: Flußstahl $K_z = 55 \div 65 \text{ kg/mm}^2$ und $\varphi = 15 \div 12\%$.

Abmessungen gemäß nebenstehender Tafel (S. 997) nach DIN 673 und Abb. 20.

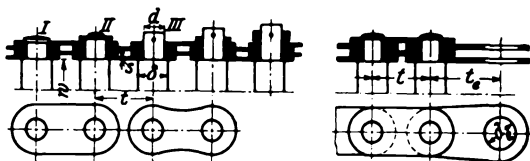


Abb. 20.

Die eingeklammerten Größen sind möglichst zu vermeiden.

Die Endglieder können nach Bedarf auch andere Bohrung und Länge erhalten.

Maße in mm.

Höchstzulässige Belastung kg	Teilung t	Bolzen			Platten			Größte Breite	Gewicht kg/m	Bauart
		δ	d	w	Breite	Dicke	Anzahl			
100	15	5	4	12	12	1,5	2	23	0,7	I
250	20	8	6	15	15	2	2	28	1	
500	25	10	8	18	18	3	2	38	2	
750	30	11	9	20	20	2	4	45	2,7	
1000	35	12	10	22	27	2	4	50	3,8	
1500	40	14	12	25	30	2,5	4	60	5	II
2000	45	17	14	30	35	3	4	67	7,1	
3000	50	22	17	35	38	3	6	90	11,1	
4000	55	24	21	40	40	4	6	110	16,5	
5000	60	26	23	45	46	4	6	118	19	
(6000)	(65)	28	24	45	53	4	6	125	24	
7500	70	32	28	50	53	4,5	8	150	31,5	
(8500)	(75)	34	30	55	56	4,5	8	160	33	
10000	80	34	30	60	65	4,5	8	165	34	
(12500)	(85)	35	32	65	70	5	8	180	45	
15000	90	38	34	70	75	5,5	8	195	51	
17500	100	40	36	75	80	6	8	208	58	III
20000	110	42	38	80	85	6	8	215	74,5	
25000	120	45	40	90	100	6,5	8	235	83	
30000	130	50	45	100	106	7	8	255	100	

Die Belastungsangaben der Tafel gelten für Handbetrieb und seltene Vollast; in ungünstigen Fällen, besonders bei Motorbetrieb, sind geringere Belastungen,

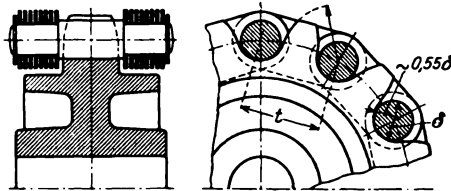


Abb. 21.

bis zur Hälfte davon, zulässig. Sehr hohe Pressungen zwischen Bolzen und Laschen, daher starke Abnutzung bei lebhaftem Betrieb, gute Schmierung erforderlich.

Kettenräder. Werkstoff: Schmiedestahl, Hart- oder Stahlguß.

Ausführung nach Abb. 21, Kranz wird gedreht, Lücken gefräst; Zahnprofil ist Kreisbogen um Nachbarbolzenmitte. Bolzen sollen im Lückengrunde auf-

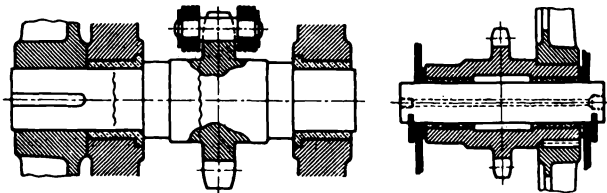


Abb. 22.

Abb. 23.

liegen, Plattenränder freiliegen; im umgekehrten Falle werden die schmalen Plattenränder infolge der hohen Pressung gestaucht, wodurch die Beweglichkeit der Kette leidet.

Für den Bolzenmittelpunktkreis ist $a = t : 2 \sin (180^\circ : z)$, für Übersetzungsrechnungen $r = tz : 2 \pi$.

Daumenwelle. Werkstoff: Schmiedestahl.

Ausführung nach Abb. 22 oder 23, aus dem Vollen bearbeitet, Lücken gefräst. $z \geq 8$, um die Daumenbelastung zu begrenzen.

(940) Kettenführung. Auch hier ist Gleichheit oder Wechsel des aufeinanderfolgenden Umlenksinnes belanglos; dagegen hat die Kette nur in einer Ebene Beweglichkeit, daher für viele Zwecke untauglich. Bei rasch fahrenden Katzen oder Laufkränen wirken die beim Anfahren oder Bremsen in der Lastmasse auftretenden Trägheitskräfte bieugend auf die Kette und bringen Längungen bzw. Stauchungen und damit Überbeanspruchung der Kettenteile hervor.

(941) Vergleich zwischen Seil und Kette.

Verwendbarkeitsbereich, Preise und Gewichte. Während früher die Rundeisenkette und später bei größeren Lasten die Gelenkkette den gesamten Kranbau beherrschte, wird heute mit geringen Ausnahmen nur noch das Drahtseil verwendet.

Zugunsten des Seiles spricht zunächst der Preis und das Gewicht. Bei gleicher Nutzlast und den üblichen Bruchsicherheiten verhalten sich die Preise zwischen Seil, gewöhnlicher Kette, kalibrierter Kette und Gelenkkette ganz ungefähr wie 15 : 25 : 40 : 100 und die Gewichte wie 7 : 60 : 60 : 100.

Das Seil erfordert gegenüber der Kette zwar größere Rollen- und Trommeldurchmesser, aber wegen der kleinen Rillensteigung mäßige Trommellänge und ist bei mehrsträngigen Flaschen bis zu den höchsten Lasten verwendbar. Der Betrieb erfolgt bei den höchsten Geschwindigkeiten geräuschlos.

Die gewöhnliche Rundeisenkette in Verbindung mit Trommeln wird heute nur noch bei kleineren Handwinden und Handkränen verwendet, da bei größeren Lasten die Kette zu stark und bei größeren Hubhöhen die Trommel wegen der großen Rillensteigung viel zu lang wird.

Die kalibrierte Kette mit Kettennuß ist heute noch bei den tragbaren Handflaschenzügen und kleineren Handlaufkatzen unersetzlich; vereinzelt wird sie auch bei Elektroflecken gebraucht. Die Kettennuß und das Windwerk ist von der Hubhöhe völlig unabhängig, da das lose Kettenzentrum in Schleifen aufgehängt oder in einem Kettenkasten aufgefangen werden kann.

Dasselbe gilt von der Galkette, die bei größeren Lasten die Rundeisenkette ersetzt.

Bei allen Kettenarten ist die Kettengeschwindigkeit wegen der Gliederabnutzung und wegen des Geräusches stark begrenzt.

Erkennung der Bruchgefahr. Das Seil reißt nicht unvermittelt, sondern zeigt die Notwendigkeit des Auswechsellens durch vorzeitige Anhäufung von Drahtbrüchen an, die dadurch leicht erkennbar gemacht werden, daß man das Seil durch Putzwolle laufen läßt, deren Fasern von den herausstehenden Drahtenden mitgerissen werden.

Die Kette hingegen reißt nach reichlicher Abnutzung und dadurch hervorgerufenen örtlicher Sprödigkeit in Verbindung mit Überlastung unvermittelt; die Reife des Auswechsellens ist vorher kaum erkennbar.

Auflegen, Wartung. Das Seil erfordert beim Auflegen und im Betriebe große Aufmerksamkeit. Das von der Seilfabrik auf Holzrollen gewickelte Seil muß so davon abgenommen werden, daß es in drallfreiem Zustande in den Kran gezogen und auf die Trommel gewickelt wird. Mitunter mag es zweckmäßig sein, das ganze Seil glatt auf den Boden auszustrecken, so daß es den Drall verliert, und dann erst in den Kran zu ziehen. Bei Nichtbeachtung dieser Vorschrift besteht die Möglichkeit, daß sich die Flasche gegen die Trommel bzw. Auslegerrolle verdreht und die herabhängenden Stränge sich schraubenförmig verwickeln.

Die Ketten dagegen erfordern diese Sorgfalt nicht, sofern nur für dauernde gute Schmierung gesorgt wird.

Lasthaken und Flaschen.

(942) Werkstoff: Flußeisen $K_2 = 35 \div 40 \text{ kg/mm}^2$ und $\varphi = 25 \div 20^\circ/0$.

Herstellung. Kleinere Haken werden in Gesenken geschmiedet oder gepreßt, größere von Hand oder unter dem mechanischen Hammer geschmiedet.

Hakenformen. Der einfache Haken bis 25 t, der Doppelhaken bis 50 t, darüber der geschlossene Lastbügel und bei sehr großen Lasten der mehrteilige Bügel.

(943) Der einfache Haken. Formgebung nach Abb. 24 mit $a_{\text{cm}} \approx 0,06 \sqrt{P_{\text{kg}}}$, bei Lasten unter 5 t etwas größer. Für den Hauptquerschnitt $a - i$ sei $h \approx 2a$, $b \approx 0,7 \div 0,9 h$ und $b' \approx 0,4 b$.

Berechnung. Der Haken ist als stark gekrümmter Stab zu behandeln; über dessen allgemeine Theorie s. (237). Die Berechnung erfolgt unter der angenähert zutreffenden Annahme, daß für den zu untersuchenden Querschnitt $\alpha - i$, Abb. 25, der Krümmungsmittelpunkt der Schwerlinie in der Hakenmaulmitte, also in der Lastlinie, liegt. Dieser Querschnitt wird durch die Last P beansprucht

auf Biegung durch Moment $P r$, das den Krümmungsradius zu vergrößern sucht, daher mit — einzusetzen ist,

auf Zug durch Kraft P .

Mithin ist für eine Faser im Abstände η vom Schwerpunkt

$$\sigma = \frac{-Pr}{rF} + \frac{-Pr}{rF} \frac{\eta}{r + \eta} + \frac{P}{F} = - \frac{P}{F} \frac{\eta}{r + \eta}$$

Außen ist $\sigma_a = - \frac{P}{F} \frac{e_a}{r + e_a}$ (Druck), innen $\sigma_i = + \frac{P}{F} \frac{e_i}{a}$ (Zug).

Abb. 25 zeigt den nicht linearen Spannungsverlauf. σ_i ist wesentlich größer als σ_a und daher maßgebend.

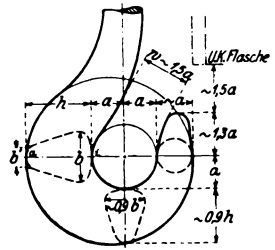


Abb. 24.

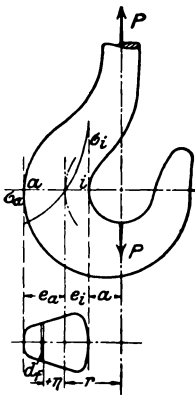


Abb. 25.

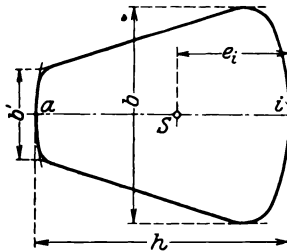
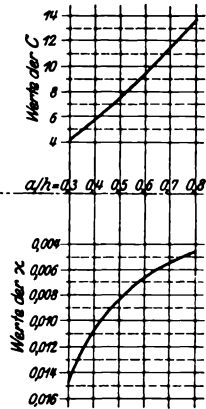


Abb. 26.



Vorstehendes kann zur Nachrechnung eines Hakens dienen; der Wert κ ergibt sich nach Zerlegung des Querschnittes in Streifen aus Tabellenrechnung.

Für Neuberechnung besser folgendes Verfahren: der Wert κ ist nur vom Verhältnis $a : h$ und $b' : b$ und in geringem Maße von den Abrundungen abhängig, aber nicht von den Größen a, h, b und b' selbst.

Für den Querschnitt nach Abb. 26 sind die κ für $a : h = 0,3$ bis $0,8$ bestimmt und als Kurve aufgetragen. Mit $e_i = 0,443 h$ und $F = 0,72 b h$ ist

$$\sigma_i = \frac{P}{F} \frac{e_i}{a} = \frac{P}{a b} \frac{e_i b}{F} = \frac{P}{a b} C, \text{ worin } C = \frac{0,615}{\kappa}$$

Abb. 26 enthält ebenfalls die C -Kurven.

Nach Annahme von a und h bestimme man $a : h$ und hieraus das zugehörige C ; nach angenommenem σ_t folgt aus obiger Formel die Breite b .

Für einwandfreien Werkstoff und gute Schmiedearbeit ist $\sigma_t = 1000$ bis 1200 kg/cm^2 zulässig, doch finden sich Ausführungen bis 1500 kg/cm^2 .

Scharfe Hakenberechnung ist zwecklos, da die wirkliche Form von der verlangten wegen der rohen Schmiedearbeit oft erheblich abweicht¹⁾.

Beispiel. $P = 10000 \text{ kg}$. $a = 0,06 \sqrt{10000} = 6 \text{ cm}$. Gewählt $h = 13 \text{ cm}$. Aus $a/h = 6/13 = 0,46$ folgt $C = 7,0$ und mit $\sigma_t = 1100 \text{ kg/cm}^2$ ist $b = 10000 \cdot 7 : 1100 \cdot 6 = 10,7 \text{ cm}$.

(944) Der Doppelhaken. Formgebung nach Abb. 27 mit $d_{\text{am}} \approx 0,075 \sqrt{P_{\text{kg}}}$ und $a_{\text{am}} \approx 0,05 \sqrt{P_{\text{kg}}}$. Querschnitt $a-i$ wie beim einfachen Haken auszubilden mit $h \approx 2a$ und $b \approx 0,75h$.

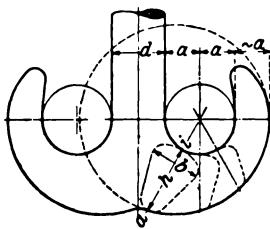


Abb. 27.

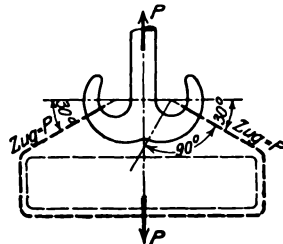


Abb. 28.

Berechnung. Bei symmetrischer Lastaufhängung nach Abb. 28 wird der Schaft nur auf Zug beansprucht, während der Querschnitt $a-i$ wie beim einfachen Haken durch den schiefen Zug P beansprucht und berechnet wird.

Demnach ist für Stelle i $\sigma_t = \frac{P}{ab} C$, worin C nach Kurventafel Abb. 26 aus dem Wert $a : h$ zu bestimmen ist.

(945) Der Lastbügel. Formgebung des einteiligen nach Abb. 29 mit $w \approx 0,12 \div 0,15 \sqrt{P}$ und $b \approx 0,08 \sqrt{P}$.

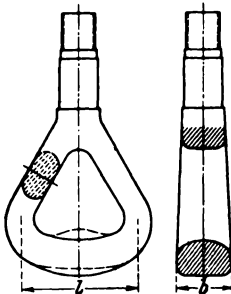


Abb. 29.

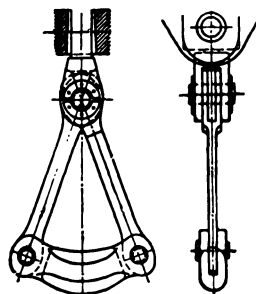


Abb. 30.

Berechnung. Mit Rücksicht auf die unvollkommene Einspannung des unteren Balkenstückes ist für Mittenlast $M_b \approx Pl : 6$. Genaue Spannungsberechnung nicht durchführbar, da der Bügel als geschlossener Stab einen statisch unbestimmten Fall darstellt. Je nach der Massenverteilung erhalten die Schrägen

¹⁾ S. Preuß, Versuche über die Spannungsverteilung in Kranhaken. F. A., Heft 126 (i. Auszug Z. 1911, S. 2173).

außer Zug auch noch beträchtliche Biegemomente und sind dementsprechend auszubilden; gute Übergänge und Abrundungen erforderlich.

Durch die strichierte Form wird der Lastangriff nach beiden Seiten verlegt und die Balkenbiegung verringert.

Der Gelenklastbügel nach Abb. 30 für sehr große Lasten bezweckt eine Umgehung der unsicheren Schweißstellen des einteiligen Bügels und eine genauere Berechnung der Einzelteile. Der Balken wird bei Mittenlast mit $M_b = Pl: 4$ auf Biegung und die Stangen auf reinen Zug beansprucht. Die Bolzen sind auf Biegung und Flächenpressung zu berechnen.

(946) Hakenschraube. Zugbeanspruchung im Kernquerschnitt sei für $5 \div 30$ t rund 600 kg/cm^2 , für größere Lasten etwas mehr, für kleinere weniger. Bei kleineren Lasten das normale scharfe, bei mittleren Lasten besser Flach- oder Rundgewinde, bei sehr großen Lasten Trapezgewinde. Die Sechskant- oder Rundmutter ist durch Splint, Schraube oder Flacheisen gut zu sichern.

Die Unterlage der Mutter soll nach Abb. 31 zwecks zentrischer Belastung in Kugelpfanne liegen. Der Hakenschaft soll in der Öffnung des Hakenquerstückes reichliches Spiel haben und darf durch das Anziehen der Mutter nicht festgeklemmt werden.

Kugellager. Die Kugeln liegen in Kreisprofilrillen mit $r \approx \frac{2}{3}$ Kugeldurchmesser. Der Hakenschaft erhält in der Bohrung des Hakenquerstückes reichlich Spiel und unterhalb desselben einen Bund, um beim Aufstoßen des Hakens auf dem Boden das Herausfallen der Kugeln zu verhindern. Durch das Anziehen der Hakenschraube dürfen die Kugeln nicht festgeklemmt werden.

Kugelkäfige sind hier überflüssig; Kugelzahl sei um 1 geringer als zur Füllung der Rille erforderlich. Kugeldurchmesser etwa $\frac{1}{3}$ bis $\frac{1}{4}$ des Gewindedurchmessers.

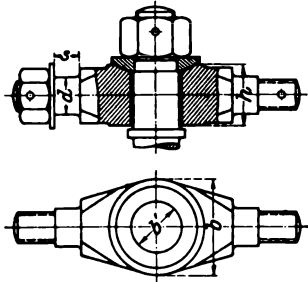


Abb. 31.

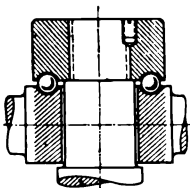


Abb. 32.

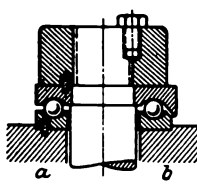


Abb. 33.

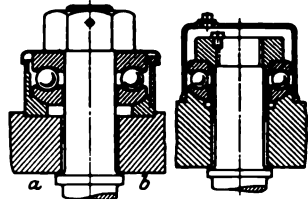


Abb. 34.

Abb. 35.

Bei kleineren Lasten werden die Rillen nach Abb. 32 in die Mutter bzw. das Hakenquerstück eingedreht, bei größeren Lasten sind besondere harte Stahlringe mit Rillen nach Abb. 33 a oder b vorzusehen. Kugelpfanne dient zur gleichmäßigen Belastung der Kugeln; in diesem Falle wird am besten das ganze Kugellager fertig bezogen. Abb. 34 a und b zeigt ein solches mit Fettschmierung, Abb. 35 mit Ölhaltung, alle mit Staubschutz.

Bezeichnet P die Hakenlast in kg, i die Kugelzahl und d den Kugeldurchmesser in cm, dann ist $P = c i d^2$, worin die Erfahrungszahl c bei harten Stahlringen mit Kreisrillen 200, äußerst 300 betragen darf, weniger bei Ausführung nach Abb. 32; s. auch (481).

(947) Hakenquerstück zwischen den Flaschenschilden nach Abb. 31 auf Biegung zu berechnen; $M_b = Pl : 4$, $W = \frac{1}{6} (b - b') h^3$; für Schmiedestahl sei $\sigma_b \approx 600 \div 1000 \text{ kg/cm}^2$.

Die Pressung in den Zapfen $p = P : 2 d s$ sei für Stahl auf Flußeisen 250 kg/cm^2 bei kleinen Lasten, bis 400 kg/cm^2 bei großen Lasten. Gute Abrundung am Querstück.

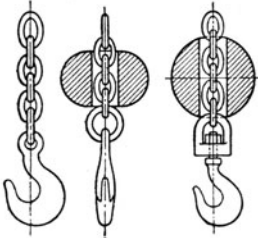


Abb. 36. Abb. 37. Abb. 38.

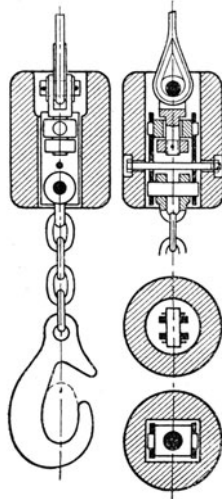


Abb. 40.

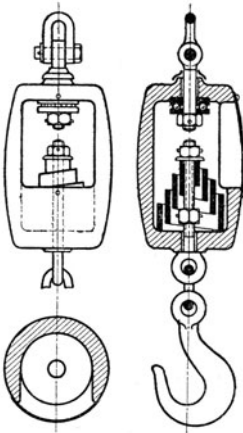


Abb. 39.

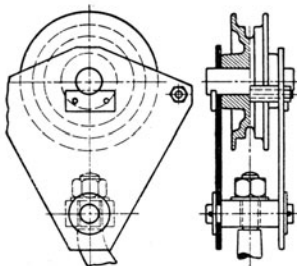


Abb. 41.

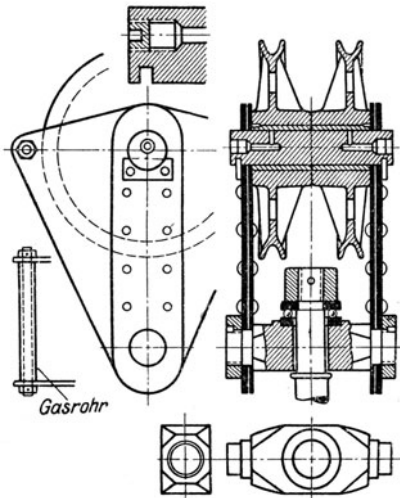


Abb. 42.

(948) Hakengeschirre. Für Rundeisenkette ohne oder mit Belastungsgewicht nach Abb. 36 bis 38, mit Federung und Wirbel nach Abb. 39, bei Maschinenbetrieb zweckmäßig.

Für Drahtseil mit Belastungsgewicht und Wirbel nach Abb. 40. Zur Vermeidung der Biegung des Seilendes beim Seitwärtsziehen des Hakens ist zwischen Geschirr und Haken eine kurze Kette gelegt. Federung ist bei dem ohnehin elastischen Seil überflüssig. Osenhaken zweckmäßig mit Nase gegen unbeabsichtigtes Herausspringen der Last.

(949) Flaschen. Für Gliederkette, einfache Ausführung mit Blechschilden nach Abb. 41.

Für Drahtseil, 4strängig nach Abb. 42 oder 43, 6strängig mit mittlerer Ausgleichsrolle (ungebucht) und Blechschild über und unter den Rollen nach Abb. 44.

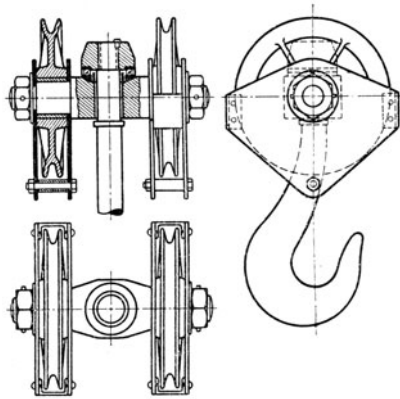


Abb. 43.

(950) Lastaufnahmemittel für Einzellasten und Stückgüter.

Für Stückgüter von wechselnder Form und Größe dienen Schlingseile und -ketten. Die Bearbeitungskanten zu fördernder Maschinenteile sind bei Verwendung von Anschlagketten leicht Beschädigungen ausgesetzt, während andererseits diese scharfen Kanten die Schlingseile verletzen. Durch Verwendung weicher Zwischenlagen oder des Seil- und Kantenschützers¹⁾ werden diese Nachteile vermieden. Meist werden die leicht knotbaren ungeteerten festgeschlagenen Schlingseile aus reinem Hanf mit 8-facher Si herheit benutzt, Ketten seltener; Drahtseile sind wegen mangelnder Biegsamkeit weniger geeignet.

Hierzu s. Kaethner, Belastungstab:lle von Hanfseilen, Drahtseilen und Ketten, W. T. 1917 S. 177. Über sachgemäße Anweisungen für Kranführer und Anbinder s. Betriebsblatt 8 des A. w. F. (Betrieb 3. Jahrg. S. 146).

Für oft vorkommende Güter von gleichbleibender Form und Größe dienen besondere Hilfsmittel. Ziegelsteine, Briketts, Säcke u. dgl. erfordern rechteckige Ladepritschen mit 4 Aufhängeketten, die oben am Haken zusammenlaufen. Abb. 45 zeigt eine selbstspannende Schienenzange, Abb. 46 eine solche für zylindrische Körper; ähnlich die Blech- und die Steinzange. Abb. 47 zeigt ein Gehänge für Radachsen und Radsätze, Abb. 48 einen Tragbalken zum Transport von Wellenstahl.

Näheres s. Hähnchen, Gestaltung 2. Jahrg., S 197 (hieraus auch obige Abb.).

Über Greifer u. Kübel für Schüttgut s. (1073), über Lastmagnete s. (1075).

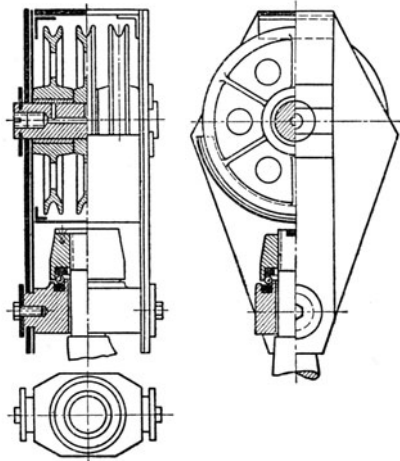


Abb. 44.

Laufräder.

(951) Werkstoff: Grau-, Hart- oder Stahlguß, je nach Raddruck, Fahrgeschwindigkeit und Betriebsanstrengung. Für schwer belastete Lauf-

¹⁾ Firma E. Sonnenthal jun. Berlin C 2.

räder bei angestrengtem Betrieb Stahlreifen warm auf Stahlgußscheiben gezogen.

Fahrschienen: Flacheisen mit abgeschrägten Kanten oder Aachener Laufkranschienen, s. Profiltafeln im Anhang. Bei Handkatzen genügt auch

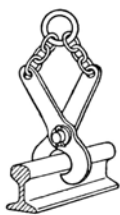


Abb. 45.

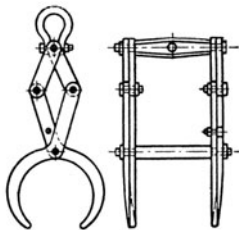


Abb. 46.

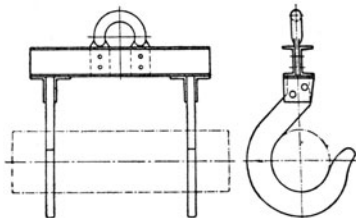


Abb. 47.

Oberflansch des I-Trägers; für fest auf dem Boden verlegte normal- oder breitspurige Geleise stets Eisenbahnschienen.

Radkranzprofil nach Abb. 49 a ÷ c. Seitliches Spiel zwischen Schiene und Spurkranz beiderseits 3 ÷ 6 mm, Abrundungsradius stets größer als Abrundungsradius des Schienenkopfes. Bei Eisenbahnkränen stets das bahnsseitig vorgeschriebene Eisenbahnradprofil.

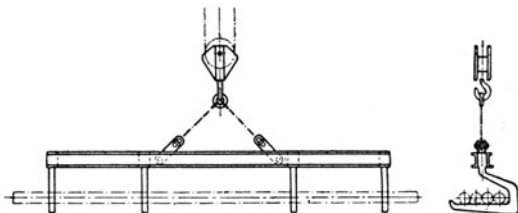


Abb. 48.

Zulässiger Raddruck. Bezeichnet b die wirksame Fahrschienenbreite und D den Raddurchmesser in cm, dann ist der zulässige Raddruck

$$N = kbD \text{ kg,}$$

worin die Beanspruchungsziffer $k = 15 \div 30 \text{ kg/cm}^2$ für Grauguß und $k = 30 \div 70 \text{ kg/cm}^2$ Hart- oder Stahlguß. Die kleineren Werte gelten für höhere Fahrgeschwindigkeit. Bei Überschreitung dieser Werte tritt Ablättern der Laufflächen ein.

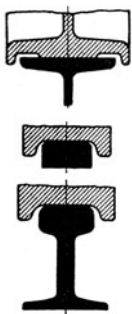


Abb. 49 a bis c..

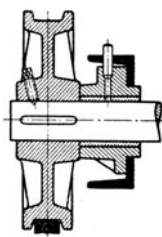


Abb. 50.

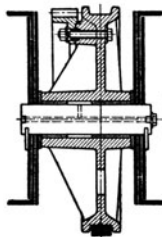
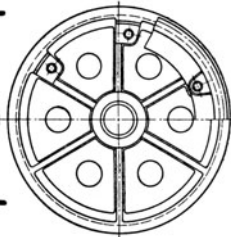


Abb. 51.



Radkörper. Außenrad mit in Lagern drehbarer Achse nach Abb. 50; Laufrad mit angeschraubtem Zahnkranz und fester Achse für Laufkrane nach Abb. 51, s. DIN 531, Bl. 2, Schrauben nicht eingepaßt, sondern mit Abscherringen. Dasselbe, aber mit aufgekeiltem Zahnrad für kleinere Räder nach Abb. 52, s. DIN 531, Bl. 1.

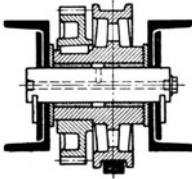


Abb. 52.

Laufrad mit angegossenem Zahnkranz nach Abb. 53 (rohe Zähne). nach Abb. 54 und 55 (bearbeitete Flanken), beides weniger zweckmäßig, da bei Zahnbruch das Ganze ausgewechselt werden muß.

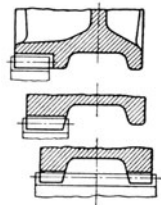


Abb. 53 bis 55.

Kupplungen.

(952) Elastische Kupplungen zwischen dem Wellenstumpf des Motors und des Stirnrad- oder Schneckengetriebekastens, vgl. S. 426. Für Hebe- maschinen müssen diese Kupplungen in beiden Drehrichtungen gleichwirkend sein. Eine der beiden Kupplungsscheiben dient als Bremsscheibe und ist zylindrisch abzudrehen.

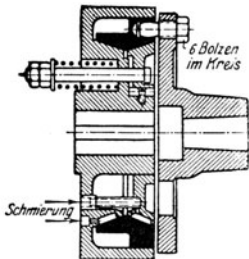


Abb. 56.

Überlastungskupplungen (Rutschkupplungen) als Schutz gegen zu hohe Drehmomente. Kegelflächenkupplung nach De-

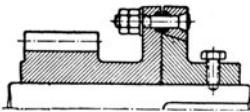


Abb. 57.

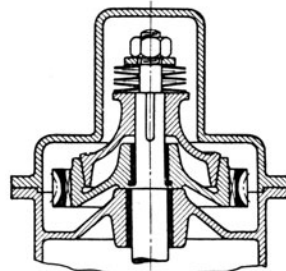


Abb. 58.

mag mit nachstellbaren Federn Abb. 56, nach Lauchhammer Abb. 57, für Schneckenräder nach Demag Abb. 58. Kupplung so einzustellen, daß Gleiten beim $2 \div 3$ fachen Nennmoment des Motors eintritt.

Lager.

(953) Flanschlager nach Abb. 59 und 60 für 2 bzw. 4 Schrauben mit Stauffergwinde oder Fettkammer, s. DIN 502/3. Die zylindrisch gedrehte Nabe paßt in das Bohrloch der Blechwand oder des Profilleisensteges. Alle Bohrlöcher im Gerüst werden

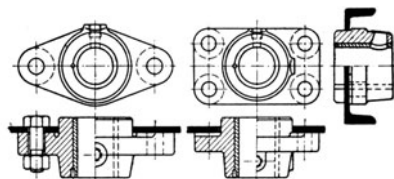


Abb. 59 u. 60.

zur Erzielung genauer Achslagen gemeinsam gebohrt oder gefräst. Zuweilen wird die Blechwand an den Anlageflächen der Flanschen gleichzeitig etwas angefräst.

Augenlager nach Abb. 61 mit 2 Schrauben, s. DIN 504, und Deckel-
lager nach Abb. 62 mit 2 oder 4 Fußschrauben und Staufferbohrung oder

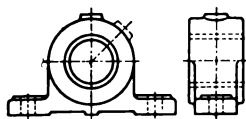


Abb. 61.

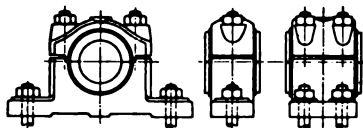


Abb. 62.

Fettkammer, s. DIN 505/6. Lager meist auf dem Flansch eines Profileisens sitzend. Bei erheblichem Horizontalschub entweder Paßschrauben oder Lager wird nach Abb. 63 zwischen angenietete Klemmplatten gesetzt. Da die Oberflächen der Profileisen nie in genau gleicher Höhe liegen, werden zwecks genauer Achslagerung an den Aufliegstellen der Lager, Radkästen usw.

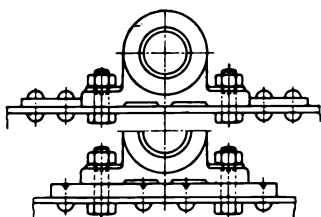


Abb. 63 u. 64.

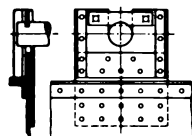


Abb. 65.

Flacheisen nach Abb. 64 auf die Profile versenkt genietet und gemeinsam angehobelt oder angefräst.

Lagerstuhl für Trommelachse nach Abb. 65; Achse nach Entfernung des Achshalters bequem herausnehmbar.

Durchmesser glatter Wellen für Hebezeuge nach DIN 537 gemäß nachstehender Tafel.

25 30 35 40 45 50 55 60 (65) 70 (75) 80 90 100 110 (120) 125 (130)
140 (150) 160 180 200 220 mm. Die eingeklammerten Durchmesser sind
möglichst zu vermeiden.

Mechanik der Triebwerksteile.

(954) Es werden Beziehungen zwischen den an den Triebwerksteilen — Rollen, Flaschen, Trommeln, Zahnrädern usw. — wirkenden Kräften ohne und mit Berücksichtigung der Reibungsverluste aufgestellt. Stets wird gleichförmige Bewegung vorausgesetzt und dementsprechend mit den Reibzahlen der Bewegung gerechnet, die etwas kleiner sind als die der Ruhe. Zur Vereinfachung der Rechnung werden überall gewisse Annahmen gemacht, die dem wirklichen Sachverhalt nur annähernd entsprechen, aber wegen der stets unsicheren Reibzahlen durchaus zulässig sind.

Seil- oder Kettentrommel bzw. Kettenuß oder Daumenwelle.

(955) Ohne Reibung ist für Lasthalten oder für gleichförmiges Heben oder Senken nach Abb. 66 ein Moment $M_0 = S r$ erforderlich.

Mit Reibung ist zwischen Seil und Kette zu unterscheiden.

(956) **Seiltrommel.** Heben. Infolge der Seilsteifigkeit tritt beim Übergang des geraden Seiles in die Krümmung zwischen benachbarten Drähten Reibung auf, die sich dadurch äußert, daß das ursprünglich gerade Seil nur allmählich in die Krümmung übergeht und die Form nach Abb. 67 annimmt. S wirkt daher am Hebelarm $r + \xi$ und für Heben ist ein Moment $M_h = S (r + \xi)$ erforderlich.

Bei gleichzeitiger Berücksichtigung der Zapfenreibung, wobei der Einfachheit wegen unter Vernachlässigung des Eigengewichtes der Trommel und des Zahndruckes im Trommelrad der Zapfendruck $= S$ gesetzt wird, ist mit der Zapfenreibzahl μ_z

$$M_h = S (r + \xi) + S r_z \mu_z = S r \left(1 + \frac{\xi}{r} + \frac{r_z}{r} \mu_z \right)$$

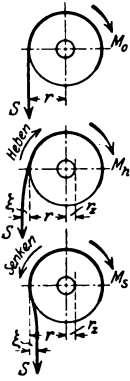
$$= S r (1 + \alpha_1 + \alpha_2) = S r (1 + \alpha), \quad \text{worin } \alpha = \alpha_1 + \alpha_2 \quad \text{und} \quad \alpha_1 = \frac{\xi}{r},$$


Abb. 66 bis 68.

$$\alpha_2 = \frac{r_z}{r} \mu_z.$$

Unter dem mechanischen Wirkungsgrad versteht man ganz allgemein das Verhältnis zwischen den Ergebnissen ohne und mit Reibung. Demnach ist der Trommelwirkungsgrad

$$\tau = \frac{M_0}{M_h} = \frac{S r}{S r (1 + \alpha)} = \frac{1}{1 + \alpha}.$$

Da nun α stets klein gegen 1 ist, gilt angenähert $\tau = 1 - \alpha$.

Senken. Hierbei geht nach Abb. 68 das krumme Seil nur zögernd in die Gerade über, S wirkt am Hebelarm $r - \xi$ und es ist wieder mit Zapfenreibung

$$M_s = S (r - \xi) - S r_z \mu_z$$

oder

$$M_s = S r \left(1 - \frac{\xi}{r} - \frac{r_z}{r} \mu_z \right) = S r (1 - \alpha_1 - \alpha_2) = S r (1 - \alpha) = S r \tau.$$

Der Wert α_1 ist für verschiedene Seilarten sehr verschieden und kaum bekannt. Für mittlere Verhältnisse mag $\alpha_1 = 0,01$ angenommen werden. Für Fettschmierung in den Zapfen ist $\mu_z \approx 0,01$.

(957) **Kettentrommel für Rundeißenkette.** Heben. Beim Heben um die Strecke l dreht sich nach Abb. 69 die Trommel um den Winkel $\alpha \approx l : r$ und gleichzeitig dreht sich das auf der Trommel liegende Glied gegen das noch hängende um denselben Winkel und verursacht die Reibungsarbeit $A = S r_k \mu_k l : r$, worin μ_k die Reibzahl zwischen den Kettengliedern bezeichnet.

Diese Reibungsarbeit muß vom Überschuss an Hubmoment über M_0 aufgebracht werden. Die Arbeit dieses Überschusses M_r ist daher gleich der Arbeit der Kettengliedreibung, und somit ist $M_r l : r = S r_k \mu_k l : r$ und $M_r = S r_k \mu_k$.

Unter Hinzufügung des Zapfenreibmomentes ist

$$M_h = S r + S r_k \mu_k + S r_z \mu_z$$

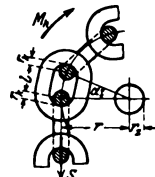


Abb. 69.

oder

$$M_h = S r \left(1 + \frac{r_k}{r} \mu_k + \frac{r_z}{r} \mu_z \right) = S r (1 + \alpha_1 + \alpha_2) = S r (1 + \alpha),$$

worin

$$\alpha_1 = \frac{r_k}{r} \mu_k \quad \text{und} \quad \alpha_2 = \frac{r_z}{r} \mu_z.$$

$$\text{Ferner ist } \tau = \frac{M_0}{M_h} = \frac{1}{1 + \alpha} \quad \text{oder} \quad \tau \approx 1 - \alpha.$$

Senken. Die Reibungen wirken umgekehrt und es folgt

$$M_z = S r - S r_k \mu_k - S r_z \mu_z = S r (1 - \alpha_1 - \alpha_2) = S r (1 - \alpha) = S r \tau.$$

Für die geschmierten, aber unbearbeiteten Kettenglieder mag $\mu_k = 0,2$ angenommen werden, für μ_z wie bei der Seiltrommel $= 0,1$.

(958) Kettenuß für kalibrierte Rundisenkette. Sie verhält sich, da das unbelastete Kettentrum unwirksam bleibt, hinsichtlich der Reibung wie die Kettentrommel.

Wegen des Klemmens der Glieder in den Mulden und am Abstreifer sei $\mu_k \approx 0,4$.

(959) Daumenwelle für Gallsche Kette. Wegen der hohen Pressung zwischen Laschen und Zapfen und der Reibung zwischen den Laschen ist trotz der Schmierung μ_k nicht geringer einzuschätzen als bei der Kettenuß. In obigen Formeln ist r_k der Halbmesser der Laschenbohrung.

Leitrollen (Umlenkrollen).

(960) Ohne Reibung ist nach Abb. 70 $T_0 = S$.

Mit Reibung ist bei Linksdrehung $T > S$. Die Auf- und Ablaufreibung tritt hier gleichzeitig auf, daher ist mit Zapfenreibung nach Abb. 71

$$T = S (1 + 2 \alpha_1) + Z \frac{r_z}{r} \mu_z,$$

worin der Zapfendruck Z nach Abb. 72 die Resultierende aus T und S ist. Wegen des geringen Unterschiedes zwischen T und S ist hinreichend genau $Z = 2 S \cos \frac{\gamma}{2}$ und somit

$$T = S (1 + 2 \alpha_1) + 2 S \cos \frac{\gamma}{2} \frac{r_z}{r} \mu_z = S (1 + 2 \alpha_1) + 2 \frac{r_z}{r} \mu_z \cos \frac{\gamma}{2}$$

oder $T = S (1 + \beta_1 + \beta_2) = S (1 + \beta)$.

Der Wirkungsgrad der Leitrolle ist

$$\lambda = \frac{T_0}{T} = \frac{S}{S (1 + \beta)} = \frac{1}{1 + \beta}$$

oder $\lambda \approx 1 - \beta$.

In diesen Formeln ist

$$\beta_1 = 2 \cdot 0,01 \quad \text{für Seilrollen,}$$

$$\beta_1 = 2 \frac{r_k}{r} \mu_k \quad \text{für Rundeisen- und}$$

Gallketten,

$$\beta_2 = 2 \frac{r_z}{r} \mu_z \cos \frac{\gamma}{2} \quad \text{für Seil und Kette.}$$

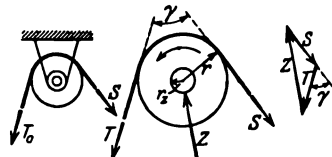


Abb. 70 bis 72.

Für parallele Stränge ist $\gamma = 0$ und $\beta_3 = 2 \frac{r_\tau}{r} \mu_z$.

Für μ_k ist zu setzen $\approx 0,2$ bei Rundeisenkette und $\approx 0,4$ bei Gallkette. Für μ_z kann gesetzt werden $\approx 0,1$ bei langsam laufenden Rollen mit Fettschmierung, weniger bei rasch laufenden Rollen mit Ölschmierung; bei Kugel- oder Walzenlager darf die Zapfenreibung vernachlässigt werden.

Im Durchschnitt kann gesetzt werden

	Buchsen mit Fettschmierung	Kugel- oder Walzenlager
für Seil- oder Kettentrommel	$\alpha = 0,04, \tau = 0,96,$	— —
für Kettenuß oder Daumenwelle	$\alpha = 0,10, \tau = 0,90,$	— —
für Seil- oder Kettenrolle	$\beta = 0,05, \lambda = 0,95,$	$\beta = 0,02. \lambda = 0,98.$

Flaschen.

(961) Je nachdem sich die Last auf 2, 3, 4 ... Stränge verteilt, unterscheidet man 2-, 3-, 4- ...-strängige Flaschen; das letzte Seil, das zur Trommel führt, ist stets nach oben gerichtet; etwaige Leitrollen für dieses Seil werden nicht mehr zur Flasche gerechnet. Für das Weitere bezeichne

- S_0 die Seilzüge für Ruhe oder Bewegung ohne Berücksichtigung der Reibwiderstände,
- S_h, S_h', S_h'' usw. die Seilzüge für Heben } mit Berücksichtigung der
- S_s, S_s', S_s'' usw. die Seilzüge für Senken } Reibung,
- η_f den Hubwirkungsgrad der ganzen Flasche,
- β bzw. β_1, β_2 usw. die im vorigen berechneten Werte der als Leitrollen zu betrachtenden Flaschenrollen.

(962) Zweisträngige Flasche, Abb. 73. Ohne Reibung:

$$S_0 = Q : 2.$$

Mit Reibung, Heben: für die Beziehung zwischen S_h und S_h' ist die Losrolle als Leitrolle anzusehen, demnach

$$S_h' = S_h (1 - \beta),$$

ferner ist

$$Q = S_h' + S_h = S_h (1 - \beta + 1) = S_h (2 - \beta),$$

$$S_h = \frac{Q}{2 - \beta} = \frac{Q/2}{1 - \beta/2} \approx \frac{Q}{2} (1 + \beta/2), \quad \eta_f = \frac{S_0}{S_h} = 1 - \beta/2$$

und

$$S_h = \frac{Q}{2} \frac{1}{\eta_f}.$$

Mit Reibung, Senken:

$$S_s' = S_s (1 + \beta), \quad Q = S_s' + S_s = S_s (1 + \beta + 1) = S_s (2 + \beta),$$

$$S_s = \frac{Q}{2 + \beta} = \frac{Q/2}{1 + \beta/2};$$

mit Rücksicht auf den gegen 1 kleinen Wert β ist wieder

$$S_s \approx \frac{Q}{2} (1 - \beta/2) \quad \text{oder} \quad S_s \approx \frac{Q}{2} \eta_f.$$

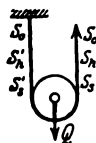


Abb. 73.

(963) Dreisträngige Flasche, Abb. 74. Ohne Reibung: $S_0 = Q : 3$.

Mit Reibung, Heben:

$$S_h' = S_h (1 - \beta_1), \quad S_h'' = S_h' (1 - \beta_2) \approx S_h (1 - \beta_1 - \beta_2),$$

$$Q = S_h + S_h' + S_h'' = S_h (2 - 2\beta_1 - \beta_2),$$

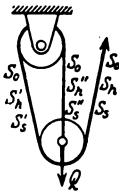


Abb. 74.

$$S_h = \frac{Q/3}{1 - \frac{2\beta_1 + \beta_2}{3}} \approx \frac{Q}{3} \left(1 + \frac{2\beta_1 + \beta_2}{3} \right).$$

$$S_h'' = \frac{Q}{3} \frac{1 - (\beta_1 + \beta_2)}{1 - \frac{2\beta_1 + \beta_2}{3}}, \quad \text{also } S_h'' > \frac{Q}{3}.$$

$$\eta_f = \frac{S_0}{S_h} = 1 - \frac{2\beta_1 + \beta_2}{3}.$$

Mit Reibung, Senken: Hierbei vertauschen sich die S und es ist $S_s = S_h''$ und $S_s' = S_h$.

(964) Viersträngige Flasche. Ein gleicher Rechnungsgang liefert

$$S_0 = Q : 4, \quad S_h = \frac{Q}{4} \left(1 + \frac{3\beta_1 + 2\beta_2 + \beta_3}{4} \right),$$

$$S_h'' = \frac{Q}{4} \frac{1 - (\beta_1 + \beta_2 + \beta_3)}{1 - \frac{3\beta_1 + 2\beta_2 + \beta_3}{4}}, \quad \eta_f = 1 - \frac{3\beta_1 + 2\beta_2 + \beta_3}{4},$$

$$S_s = \frac{Q}{4} \frac{1 - (\beta_1 + \beta_2 + \beta_3)}{1 - \frac{3\beta_1 + 2\beta_2 + \beta_3}{4}}.$$

(965) Zusammenstellung der Formeln für Flaschen.

	$S_0 =$	$\eta_f =$	$S_h =$	$S_s =$
2 str.	$\frac{Q}{2}$	$1 - \frac{\beta}{2}$	$\frac{Q}{2} \left(1 + \frac{\beta}{2} \right)$	$\frac{Q}{2} \left(1 - \frac{\beta}{2} \right)$
3 str.	$\frac{Q}{3}$	$1 - \frac{2\beta_1 + \beta_2}{3}$	$\frac{Q}{3} \left(1 + \frac{2\beta_1 + \beta_2}{3} \right)$	$\frac{Q}{3} \frac{1 - (\beta_1 + \beta_2)}{1 - \frac{2\beta_1 + \beta_2}{3}}$
4 str.	$\frac{Q}{4}$	$1 - \frac{3\beta_1 + 2\beta_2 + \beta_3}{4}$	$\frac{Q}{4} \left(1 + \frac{3\beta_1 + 2\beta_2 + \beta_3}{4} \right)$	$\frac{Q}{4} \frac{1 - (\beta_1 + \beta_2 + \beta_3)}{1 - \frac{3\beta_1 + 2\beta_2 + \beta_3}{4}}$

Bei gleichen Ober- und Unterrollen folgt mit $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \dots = \beta$

$$2 \text{ str. } \eta_f = 1 - \frac{1}{2} \beta, \quad S_h = \frac{Q}{2} \left(1 + \frac{1}{2} \beta \right), \quad S_s = \frac{Q}{2} \left(1 - \frac{1}{2} \beta \right),$$

$$3 \text{ str. } \eta_f = 1 - \frac{2}{3} \beta, \quad S_h = \frac{Q}{3} \left(1 + \frac{2}{3} \beta \right), \quad S_s = \frac{Q}{3} \left(1 - \frac{2}{3} \beta \right),$$

$$4 \text{ str. } \eta_f = 1 - \frac{3}{4} \beta, \quad S_h = \frac{Q}{4} \left(1 + \frac{3}{4} \beta \right), \quad S_s = \frac{Q}{4} \left(1 - \frac{3}{4} \beta \right).$$

$$m \text{ str. } \eta_f = 1 - \frac{m-1}{2} \beta, \quad S_h = \frac{Q}{m} \left(1 + \frac{m-1}{2} \beta \right), \quad S_s = \frac{Q}{m} \left(1 - \frac{m-1}{2} \beta \right).$$

Beim Gebrauch dieser Ergebnisse ist zu beachten, daß die Rollen der bei großen Lasten vorkommenden Flaschen besonders große Zapfendurchmesser haben und daß dann die Durchschnittswerte $\beta = 0,05$ zu klein bzw. die $\lambda = 0,95$ zu groß sind. In solchen Fällen sind die Werte $\beta_1 \beta_2 \dots$ nach den genauen Formeln zu bestimmen und damit die Werte η_f, S_h und S_x zu berechnen.

Zapfenreibung in Vorgelegewellen.

(966) Geht nach Abb. 75 (Welle W mit Rad R und Trieb T) der Kraftfluß bei Rechtsdrehung von R durch W nach T , dann wäre ohne Zapfenreibung $M_t = M_r$; mit Zapfenreibung ist M_t um diesen Betrag kleiner als M_r , und zwar $M_t = M_r \eta$, worin η den Wirkungsgrad der Übertragung bezeichnet. Umgekehrt ist beim Kraftfluß von T durch W nach R $M_r = M_t \eta$.

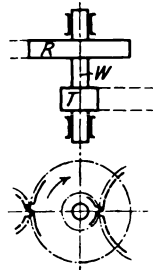


Abb. 75.

Bei Überschlagsrechnungen kann für η gesetzt werden
 rund 0,96 für gewöhnliche Fettbuchsen,
 0,99 für raschlaufende Ringschmierlager,
 1,00 für Kugel- und Walzenlager.

Stirnradgetriebe.

(967) Ist nach Abb. 76 Welle 1 treibend und Welle 2 getrieben und ist die Übersetzung $i_{21} = z_2 : z_1$, dann wäre ohne Zahnflankenreibung $M_2 = M_1 i_{21}$.

Mit Zahnflankenreibung ist $M_2 = M_1 i_{21} \eta_{12}$, worin η_{12} den Wirkungsgrad der Stirnradübersetzung bei Arbeitsübertragung von 1 nach 2 bezeichnet.

Umgekehrt ist bei Arbeitsübertragung von 2 nach 1

$$M_1 = \frac{M_2}{i_{21}} \eta_{21}.$$

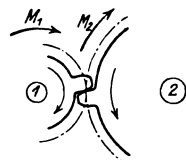


Abb. 76.

Bei Stirnrädern braucht auf den geringen Unterschied zwischen diesen beiden η nicht geachtet zu werden.

Bei Überschlagsrechnungen kann für diese η gesetzt werden

- rund 0,92 für Stirnräder mit rohen Zähnen, geschmiert,
- „ 0,96 für Stirnräder mit bearbeiteten Zähnen, geschmiert,
- „ 0,98 für Stirnräder im Getriebekasten mit Ölbad.

Für Schneckengetriebe s. (390); zu beachten ist hierbei der Unterschied zwischen den η für Kraftrichtungswechsel.

Mechanik und allgemeiner Aufbau der Handwinden.

(968) Die Lastbewegung geht von einer Kurbel- oder Haspelradwelle aus, die im weiteren stets Antriebswelle a genannt ist und das Antriebsmoment M_a aufnimmt.

Im Gegensatz zu den elektrisch betriebenen Winden ist bei Handbetrieb die Geschwindigkeit so gering, daß die bei Geschwindigkeitsänderung auftretenden Trägheitskräfte der Massen vernachlässigt werden dürfen. Es genügt daher, im weiteren nur die Verhältnisse für gleichförmiges Heben und Senken (Beharrungszustand) und für den Übergang aus der Ruhe in die Bewegung darzulegen.

Die Winde ist ohne und mit Berücksichtigung der Triebwerksreibung zu berechnen, und zwar für Heben und Senken getrennt. Die einzelnen Windenbauarten unterscheiden sich im wesentlichen durch ihre Bremsanordnungen, die jedoch nur für das Senken, nicht für Heben, von Bedeutung sind, weil während des Hebens die Bremse von Hand oder auch selbsttätig außer Wirkung gesetzt wird.

Für das Weitere sei eine Räderwinde nach Abb. 77 mit einer m -strängigen Flasche, Trommel t , Vorgelegewelle 1 und Antriebswelle a vorausgesetzt. Die Bauart der Bremse ist vorläufig belanglos.

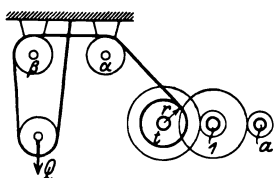


Abb. 77.

Es bezeichnet

Q die Hakenlast einschließlich Flaschengewicht,
 r den Trommelhalbmesser,
 i_{t1} die Übersetzung zwischen Welle t und 1,
 i_{1a} die Übersetzung zwischen Welle 1 und a ,
 wobei unter Übersetzung (als Verhältniszahl) stets der Quotient aus der größeren in die kleinere Zähnezah, also ≥ 1 , verstanden sei. Somit ist die Gesamtübersetzung $i = i_{t1} i_{1a}$.

(969) Heben, Lasthalten oder Senken ohne Berücksichtigung der Triebwerksreibung. Das für Ruhe oder gleichförmige Bewegung erforderliche Antriebsmoment folgt sofort aus Abb. 77 zu $M_0 = \frac{Q r}{m i}$.

Antriebsmoment für Hubbeharrung mit Triebwerksreibung.

(970) Das Trieb auf Welle a erhält wegen der Zapfenreibungen dieser Welle nicht den vollen Betrag M_a , sondern nur das Moment $M_a \eta_a$. Rad auf Welle 1 erhält wegen der Zahnradreibung $M_a \eta_a i_{1a} \eta_{a1}$, Trieb auf Welle 1 $M_a \eta_a i_{1a} \eta_{a1} \eta_1$ und das Trommelrad $M_a \eta_a i_{1a} \eta_{a1} \eta_1 i_{t1} \eta_{1t}$. Somit ist der Seilzug zwischen Trommel und Rolle α $S_{\alpha t} = M_a \eta_a i_{1a} \eta_{a1} \eta_1 i_{t1} \eta_{1t} \frac{1}{r} \tau$ und der zwischen Rolle β und der Flasche $S_{\beta f} = M_a \eta_a i_{1a} \eta_{a1} \eta_1 i_{t1} \eta_{1t} \frac{1}{r} \tau \lambda_\alpha \lambda_\beta$. Dieser ist aber auch gleich $\frac{Q}{m \eta_f}$, somit folgt nach Ordnung der Glieder und mit $i_{1a} i_{t1} = i$

$M_a = \frac{Q r}{m i \eta_a \eta_{a1} \eta_1 \eta_{1t} \tau \lambda_\alpha \lambda_\beta \eta_f}$. Nun ist der Gesamtwirkungsgrad:

$$\eta_h = \frac{M_0}{M} = \left(\frac{Q r}{m i} \right) : \left(\frac{Q r}{m i \eta_a \dots \eta_f} \right) = \eta_a \eta_{a1} \eta_1 \eta_{1t} \tau \lambda_\alpha \lambda_\beta \eta_f \quad \text{und}$$

$$M_a = \frac{Q r}{m i \eta_h}.$$

Die Triebwerkseigengewichte verursachen Reibungen, zu deren Überwindung ein Moment M an Welle a erforderlich ist, das zwar wesentlich unter dem der Größtlast bleibt, aber unabhängig von Q nur durch die Windenabmessungen bestimmt ist und zum bisherigen M_a hinzutritt. Indessen kann für die Größtlast M_e gegen M_a vernachlässigt werden, während für Leerlast (d. i. Flaschengewicht) $M_e \geq M_a$ werden kann. Bei allen weiteren Rechnungen, die sich mit Ausnahme der besonders bezeichneten auf die Größtlast beziehen, ist daher M_e vernachlässigt.

Dagegen sind beim Übergang aus der Ruhe zur Bewegung die Reibungen der Ruhe zu überwinden, die größer sind als die der Bewegung und ein $\eta' < \eta$ liefern. Setzt man die μ' der Ruhe $\approx 1,5 \mu$ der Bewegung, dann ist $1 - \eta' \approx 1,5 (1 - \eta)$, also $\eta' \approx 1,5 \eta - 0,5$ und $M_a' = \frac{Q r}{m i \eta'}$, also $M_a' > M_a$.

Momente für Senkbeharrung mit Triebwerksreibung.

Bei diesen ist auf die Bremsanordnung Rücksicht zu nehmen. Man unterscheidet drei Hauptgruppen: Winden mit freiem Rücklauf, selbsthemmende Winden und Winden mit Lastdruckbremse.

(971) Winden mit freiem Rücklauf. Die Last ist nach Lösung jeglicher Sperrung imstande, alle Triebwerksreibungen zu überwinden und die Winde im Senksinne anzutreiben, so daß zur Erzielung einer gleichförmigen Senkbewegung an Welle α oder auch an einer anderen Triebwerkswelle ein Reibmoment M_r , einer mechanischen Bremse — im weiteren stets als Bremsmoment bezeichnet — zu wirken hat; M_r ist stets gegen die Bewegung gerichtet.

Bei der Winde nach Abb. 77 bringt die sinkende Last folgende Seilzüge und Momente hervor:

$$S_{f\beta} = \frac{Q}{m} \eta_f, \quad S_{\beta\alpha} = S_{f\beta} \lambda_\beta, \quad S_{\alpha t} = S_{\beta\alpha} \lambda_\alpha, \quad M^t = S_{\alpha t} r \tau,$$

$$M^1 = M^t \frac{1}{i_{t1}} \eta_{t1} \eta_1,$$

somit wird Welle α durch Q in Senkrichtung angetrieben mit dem Lastrücktriebmoment

$$M_q = M^1 \frac{1}{i_{1\alpha}} \eta_{1\alpha} \eta_\alpha = \frac{Q}{m} \frac{r}{i} \eta_f \lambda_\alpha \lambda_\beta \tau \eta_{t1} \eta_1 \eta_{1\alpha} \eta_\alpha.$$

Hierin sind die Einzelwirkungsgrade im allgemeinen nicht gleich den für Heben gültigen, worauf besonders bei Schneckengetrieben zu achten ist. Sind aber — wie bei Stirnradgetrieben — diese Wirkungsgrade nahezu 1, dann braucht diese Verschiedenheit nicht berücksichtigt zu werden und es ist $M_q = \frac{Q}{m} \frac{r}{i} \eta_s$, worin für dieses η_s das für Heben berechnete η_h eingesetzt werden kann.

Gegen die Senkdrehrichtung wirkt das Bremsmoment M_r und die Reibung aus den Triebwerkseigengewichten, die für die Größtlast auch hier vernachlässigt werden kann. Somit ist $M_r = \frac{Q}{m} \frac{r}{i} \eta_s$.

Falls die Bremse auf einer andern Welle, z. B. auf Welle 1 sitzt und Welle α ausgerückt ist oder lose mitläuft, ist $M_r^1 = \frac{Q}{m} \frac{r}{i_{t1}} \eta_{f-1}$, also mit dem Produkt der η von Flasche bis Welle 1 zu berechnen.

Bei leerem Haken oder geringen Lasten tritt vielfach die Eigengewichtsreibung dermaßen in den Vordergrund, daß die Winde keinen freien Rücklauf hat, sondern selbsthemmend ist und Senkantrieb erfordert.

Bauarten der Winden mit freiem Rücklauf:

(972) Bremsscheibe und Sperrad fest auf Welle, Abb. 78.

Heben: Sperrklinke bleibt im Eingriff, Bremshebel ist während des Hebens vollständig zu lüften.

Lasthalten: Kurbel wird freigegeben, Last hängt in der Sperrklinke.

Senken: Bremshebel einlegen, Klinke ausheben. Durch mehr oder weniger starkes Lüften des Bremshebels kann die Last mit regelbarer Geschwindigkeit gesenkt werden.

Nachteil: unsichere Handhabung der Winde und Schlagen der Kurbeln (die gegebenenfalls ausgerückt oder abgenommen werden können).

(973) Sperrradbremse, Abb. 79. Sperrrad S sitzt fest auf Welle; Klinkenbolzen sitzt auf der lose umlaufenden Bremsscheibe B .

Heben: Der Gewichtshebel der Bremse bleibt während des Hebens auf der Scheibe, die Klinke hindert die Hubbewegung nicht.

Lasthalten: Kurbel wird freigegeben; die Last hängt in der Sperrklinke, die sich gegen die festgebremste Scheibe abstützt.

Senken: Es wird lediglich der Bremshebel gelüftet, während die Klinke in ihrer Sperrlage bleibt, wodurch sich Bremsscheibe und Sperrrad gemeinsam mit der Welle drehen.

In der Regel wird die Bremse auf die Vorgelegewelle, bei kleineren Winden auf die Trommelwelle gesetzt und die Kurbelwelle ausrückbar gemacht, um das Schlagen der Kurbeln zu verhindern. Hat bei sehr kleinen Lasten bzw. bei Leerlast die Winde keinen freien Rücklauf, dann kann sie unter völliger Lüftung des Bremshebels in Senkrichtung angetrieben werden.

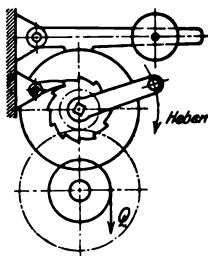


Abb. 78.

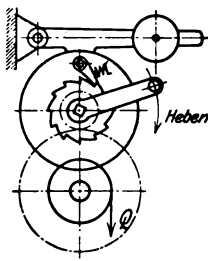


Abb. 79.

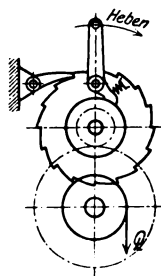


Abb. 80.

(974) Sicherheitswinde, vereinigt die Sperrradbremse mit dem Vorteil stillstehender Kurbel beim Lastsenken. Der Grundgedanke einer mit Sicherheitskurbel versehenen Winde sei an einer einfachen Ausführung nach Abb. 80 gezeigt.

Bremsscheibe B sitzt fest, Sperrrad S lose auf der Welle und trägt einen Bolzen als Drehpunkt des Kurbelarmes, der zugleich als Bremshebel dient und durch eine Feder u. dgl. in der Bremslage festgehalten wird. Die im Gerüst gelagerte Klinke bleibt dauernd in Sperrlage.

Heben: Alle Teile machen die Kurbeldrehung mit.

Lasthalten: Kurbel wird freigegeben, die Feder zieht den als Bremshebel wirkenden Kurbelarm an und bremst die Welle gegen Rücklauf, Feder und Kurbeldrehbolzen stützen sich auf der festgehaltenen Sperrscheibe ab. Die Feder ist so zu bemessen, daß sie bei freier Kurbel das erforderliche Reibmoment aufbringt.

Senken: Die Kurbel wird lediglich etwas in Senkrichtung zurückgedrückt, bis genügend Lüftung zum Senken erreicht ist; sie macht demnach keinerlei Senkbewegung mit.

Während die beiden erstgenannten Winden bei Leerlast und mangelhaftem Rücklauf in Senkrichtung angetrieben werden können, ist dies bei den Sicherheitswinden nicht der Fall; sie erfordern daher stets reichliches Hakengewicht oder besondere Vorrichtungen zum Leerlastsenken. Näh. s. (992).

(975) Selbsthemmende Winden, wenn die Triebwerksreibungen den Lastrücktrieb derart übersteigen, daß zum Senken Welle a im Senksinne angetrieben werden muß. Dieser Fall tritt ein, wenn die Übersetzungstriebwerke ein Schneckengetriebe enthalten, die für sich schon selbsthemmend ist. Da aber nach (390) der Hubwirkungsgrad einer selbsthemmenden Schnecke selbst schon kleiner als 0,5 ist, muß der Gesamtwirkungsgrad einer selbsthemmenden Winde noch mehr unter 0,5 liegen. Dasselbe gilt auch für eine Schraubenwinde mit selbsthemmender Schraube.

Hieraus folgt indessen nicht, daß eine Winde, deren Hubwirkungsgrad kleiner als 0,5 ist, für Senken Selbsthemmung haben muß; denn wenn die Einzeltriebwerke freien Rücklauf haben, besitzt auch die ganze Winde freien Rücklauf, wenn auch der Gesamtwirkungsgrad als Produkt der Einzelwirkungsgrade unter 0,5 liegt. Maßgebend für die Selbsthemmung der ganzen Winde ist die Selbsthemmung eines der Teilgetriebe.

Die selbsthemmende Winde baut sich infolge des Wegfalls besonderer Brems- und Sperrvorrichtungen sehr einfach und betriebssicher und findet da Verwendung, wo es mehr auf Einfachheit als auf guten Wirkungsgrad ankommt, wie bei Auslegerhubvorrichtungen, Wagenwinden u. dgl.

(976) Winden mit Lastdruckbremse. Grundgedanke: eine an sich nicht selbsthemmende Winde ist mit einer Reibungsbremse versehen, welche ähnlich wie die Sperradbremse nur während des Lastsenkens wirkt, aber beim Heben selbsttätig ausgeschaltet wird.

Im Gegensatz zu den bisherigen Bremsen wird diese Bremse nicht durch Handdruck oder durch ein unveränderliches Bremsgewicht, sondern durch eine Kraft betätigt, die in einem durch die Abmessungen der Windenteile festgelegten Verhältnis zur jeweiligen Lastgröße steht. Die Verhältnisse werden nun so gewählt, daß dieses Reibmoment M_r , um etwa 20 bis 30% größer ist, als das Lastrücktriebmoment M_q , so daß zum Lastsenken ein Antriebsmoment $M_a = M_r - M_q$ erforderlich ist, welches daher auch proportional zur Lastgröße ist.

Abb. 81 zeigt ein leicht verständliches Beispiel mit Sperradbremse, die sog. Seillastdruckbremse.

Heben: Winde verhält sich wie die schon genannten Winden mit Sperradbremse.

Lasthalten: bei freier Kurbel wirkt die Last auf die Trommel mit $M_q = S r$, gegen welches die Backenbremse mit Reibmoment $M_r = N \mu b$ wirkt, worin der Backendruck $N = S a : c$ und μ die Gleitreibungszahl zwischen Backen und Scheibenumfang, somit $M_r = S \mu b a : c$.

Soll $M_r = (1 + s) M_q$ sein, dann ist $S \mu b a : c = (1 + s) S r$, woraus die Konstruktionsformel $\mu b a : c = (1 + s) r$, also unabhängig von S bzw. Last Q .

Senken: Winde muß in Senkrichtung angetrieben werden mit Moment $M_a = M_r - M_q = S \mu b a : c - S r = S (\mu b a : c - r)$.

Die in dieser Rechnung der Einfachheit wegen nicht berücksichtigten η beeinflussen das Ergebnis nur unbedeutend.

Wesentlicher Vorteil der Lastdruckbremsen: selbsttätige Wirkungsweise, einfachste Bedienung, größte Betriebssicherheit, daher viel bei kurzhubigen Flaschenzügen und Winden angewendet. Demgegenüber ist der Nachteil, daß die Last heruntergekurbelt werden muß und daß zum Senken Arbeit (aber wesentlich weniger als zum Heben) aufzuwenden ist, belanglos.

Über Ausführungsformen der Lastdruckbremsen bei Schnecken- und Stirnradwinden s. (982) u. (983).

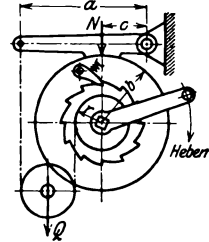


Abb. 81.

Reibungsbremsen für Handwinden.

(977) Allgemeines. Sämtliche Reibungsbremsen beruhen auf der Gleitreibung zwischen

- Bremsbacken und zylindrischer Scheibe, glatt gedreht oder mit Keilrillen,
- Bremsband auf zylindrischer Scheibe,
- Ringflächen (Planflächen),
- Kegelflächen.

Das durch die Reibung während der Bewegung hervorbrachte und stets gegen die Bewegung gerichtete Reibmoment M_r ist mit der Reibzahl μ der Bewegung zu berechnen. Dieses μ ist abhängig

- vom Werkstoff und dem Rauheitsgrad der Flächen,
- vom Schmiermittel und dem Grade der Schmiering,
- von der Flächenpressung und der Gleitgeschwindigkeit.

Der letztere Einfluß ist zwar bedeutend, aber nicht hinreichend bekannt, so daß man unabhängig davon mit folgenden Durchschnittswerten rechnet:

- $\mu \approx 0,1$ für mäßig gefettete Guß- oder Stahlflächen bei geringem v ,
 $\mu \approx 0,04$ für Stahl auf Bronze, im Ölbad mit hohem v laufend,
 $\mu \approx 0,18$ für Stahlband auf blanken Gußscheiben, mäßig gefettet,
 $\mu \approx 0,25$ für Holz oder Leder auf blanken Gußscheiben, mäßig gefettet.

Das bei der Ruhe hervorbrachte Reibmoment M_r' ist mit der Reibzahl μ' der Ruhe zu berechnen. Stets ist $\mu' > \mu$, durchschnittlich kann $\mu' = 1,5 \mu$ gesetzt werden.

Die genannten vier Hauptfälle liefern für M_r folgende Ansätze:

1a. Bremsbacken auf glatter Scheibe, Abb. 82. Backen wird mit Kraft N gegen die Scheibe gedrückt. Umfangsreibungskraft $R = N \mu$ und $M_r = N \mu r$.

1b. Bremsbacken mit Keilrille, Abb. 83. Aus der Zerlegung von N in die Normalkomponenten $N' = N : 2 \sin \beta$ folgt $M_r = 2 N' \mu r = N \mu r : \sin \beta$.

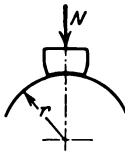


Abb. 82.

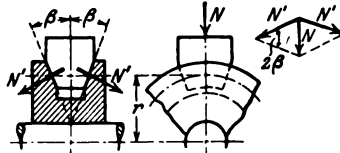


Abb. 83.

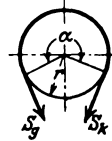
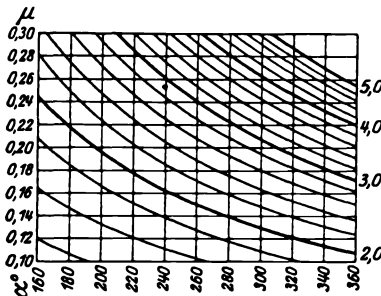


Abb. 84.

2. Bandbremse, Abb. 84. Nach (400) setzt jedes Bandedelement am Scheibenumfang eine Reibkraft ab, deren Summe die Gesamtumfangsreibung R sei. Entsprechend der eingezeichneten Drehrichtung wirkt am linken Bandende die größere Bandkraft S_g und am rechten die kleinere S_k . Ist α der Umschlingungswinkel im Bogenmaß, dann bestehen zwischen S_g , S_k , R , α und μ die Beziehungen

Abb. 85. Kurventafel der $e^{\alpha \mu}$.

$$S_g : S_k = e^{\alpha \mu} \quad \text{und} \quad R = S_g - S_k,$$

woraus

$$R = S_g \frac{e^{\alpha \mu} - 1}{e^{\alpha \mu}} = S_k (e^{\alpha \mu} - 1)$$

und

$$M_r = S_g r \frac{e^{\alpha \mu} - 1}{e^{\alpha \mu}} = S_k r (e^{\alpha \mu} - 1)$$

$$\text{bzw.} \quad S_g = \frac{M_r}{r} \frac{e^{\alpha \mu}}{e^{\alpha \mu} - 1}$$

$$\text{und} \quad S_k = \frac{M_r}{r} \frac{1}{e^{\alpha \mu} - 1}$$

Vorstehende Tafel, Abb. 85 zeigt die $e^{\alpha \mu}$ in Abhängigkeit von α und μ .

3. Planscheibe, Abb. 86. N = Anpressungsdruck, r = mittlerer Ringhalbmesser; $M_r = N \mu r$.

Durch Anordnung von Lamellen nach Abb. 87, die abwechselnd festgehalten und von der Welle durch Nut und Feder mitgenommen werden, kann das Reibmoment vervielfacht werden; bei i Reibflächen ist $M_r = N \mu r i$ (in Abb. 87 ist $i = 3$).

4. Kegelfläche, Abb. 88. Auf dem Kegelausschnitt vom Zentriwinkel $d\alpha$ trifft die Längskraft $dN = N d\alpha : 2\pi$; dieser entspricht die Normalkraft

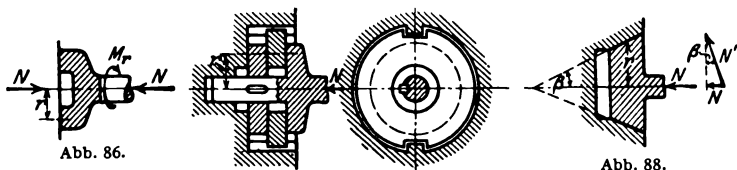


Abb. 86.

Abb. 87.

Abb. 88.

$dN' = dN : \sin \beta$ und das Reibmoment $dM_r = dN' \mu r = \frac{N}{2\pi} d\alpha \frac{\mu r}{\sin \beta}$; das Gesamtmoment ist daher $M_r = N \mu r : \sin \beta$.

Mit $\beta = 90^\circ$ geht der Kegel in die Planfläche über und $M_r = N \mu r$, d. i. Fall 3.

Hinsichtlich der allgemeinen Bremsanordnung ist nach (971) zwischen Winden mit freiem Rücklauf und Winden mit Lastdruckbremsen zu unterscheiden.

Bremsen für Winden mit freiem Rücklauf.

Sie haben die Aufgabe, im geschlossenen Zustande die Last zu halten und durch Lüften des Bremshebels die Last mit regelbarer Geschwindigkeit zu senken.

(978) Die einfache Gewichtshebelbremse. Wegen der ungenügenden Wirkung der Einfachbackenbremsen werden Handwinden in der Regel mit Bandbremse ausgerüstet.

Bei dem stets in Senkrichtung wirkenden Lastmoment wird das S_g -Band mit dem Gerüst verbunden und das S_k -Band durch den Gewichtshebel gespannt.

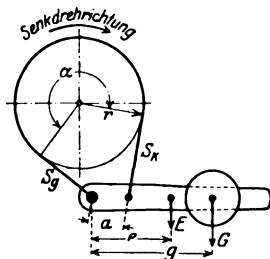


Abb. 89.

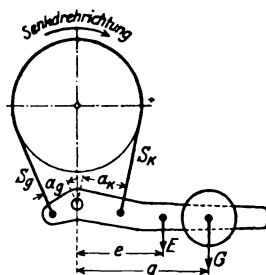


Abb. 90.

Ist M_r das von der Bremse hervorzubringende Reibmoment, dann ist nach Abb. 89 das erforderliche Hebelmoment

$$M_h = S_k a = \frac{M_r}{r} \frac{1}{e^{a\mu} - 1} a.$$

Ist ferner G das Bremsgewicht und E das Hebeleigengewicht, g und e deren Hebelarme, dann ist

$$M_h = Gg + Ee.$$

Wird das S_k -Band mit dem Gerüst verbunden und das S_g -Band gesteuert, dann ist

$$M_h = S_g a = \frac{M_r}{r} \frac{e^{\alpha\mu}}{e^{\alpha\mu} - 1} a.$$

Die Bremswirkung ist zwar ruhiger, aber das erforderliche M_h ist größer als im vorigen Falle, obige Anordnung ist die übliche.

Bei der Differentialbremse hingegen wird M_h weiter verkleinert; nach Abb. 90 ist

$$M_h = S_k a_k - S_g a_g = \frac{M_r}{r} \frac{1}{e^{\alpha\mu} - 1} a_k - \frac{M_r}{r} \frac{e^{\alpha\mu}}{e^{\alpha\mu} - 1} a_g = \frac{M_r a_k - e^{\alpha\mu} a_g}{r e^{\alpha\mu} - 1}.$$

Durch Wahl des Verhältnisses $a_k : a_g$ läßt sich zwar M_h beliebig verkleinern und bei $a_g = a_k : e^{\alpha\mu}$ ist $M_h = 0$. Bei sehr kleinem M_h wirkt die Bremse stoßend, daher sei stets $a_g < a_k : e^{\alpha\mu}$.

Bei Handwinden soll das von der geschlossenen Bremse hervorgebrachte Reibmoment mit Rücksicht auf die Senkverzögerung stets etwas größer sein als das auf die Bremswelle bezogene Lastmoment, das $1\frac{1}{2}$ fache ist in der Regel ausreichend. Damit ist beim Lasthalten reichlich Bremsüberschuß als Sicherheit vorhanden.

Für Handwindenbremsen genügt blankes Stahlband auf Gußscheibe; bei mäßiger Schmierung ist $\mu \approx 0,16$. Meist ist $\alpha \approx 250^\circ$, damit folgt nach Abb. 85 $e^{\alpha\mu} \approx 2,0$.

Nach Abb. 89 ist $M_h = \frac{M_r}{r} \frac{1}{2-1} a = \frac{M_r}{r} a$ bzw. $M_r = M_h \frac{r}{a}$,

Nach Abb. 90 ist $M_h = \frac{M_r a_k - 2 a_g}{r} = \frac{M_r}{r} (a_k - 2 a_g)$

bzw.

$$M_r = M_h \frac{r}{a_k - 2 a_g}.$$

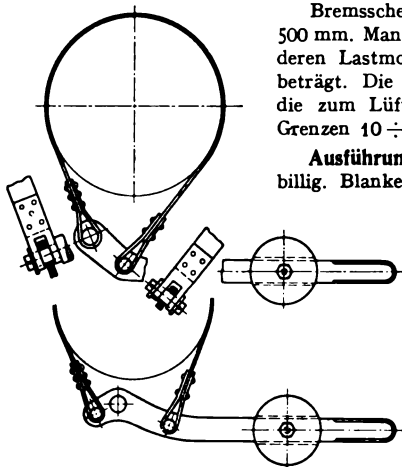


Abb. 91 u. 92.

Bremsscheibendurchmesser sei $3 \div 400$, äußerst 500 mm. Man setze die Bremscheibe auf die Welle, deren Lastmoment $2 \div 5000$, äußerst 8000 cmkg beträgt. Die Verhältnisse sind so zu wählen, daß die zum Lüften erforderliche Handkraft in den Grenzen $10 \div 20$ kg bleibt.

Ausführung dieser Bandbremsen sei einfach und billig. Blankes Stahlband 2×40 bis 4×80 mm.

Alle Beanspruchungen der Stöße wegen mäßig. Das Band sei an den aufliegenden Stellen mit Berücksichtigung von etwa 1 mm Abnutzung oder an den Enden mit Berücksichtigung der Nietverschwächung aber ohne Abnutzung auf etwa 500 kg/cm^2 beansprucht.

Konstruktionseinzelheiten nach Abb. 91 \div 95. Niete, $6 - 12 \text{ } \varnothing$, kalt geschlagen,

werden nicht auf Reibschluß oder Abscheren, sondern auf Biegung mit etwa 400 kg/cm^2 berechnet; desgl. die Stahlbolzen zur Verbindung der Schellen mit dem Hebel. Drehbolzen für den Hebel sorgfältig auf Biegung rechnen ($500/\text{kgcm}^2$). Hebel aus Schmiedeisen erhält nur die Bohrungen, sonst roh; er ist so anzuordnen und zu biegen, daß sein Handgriff $800-1000 \text{ mm}$ über Fußboden liegt.

Bremsscheibe bei glattem Stahlband zweckmäßig mit Seitenrändern; Lichtweite zwischen diesen um $3-5 \text{ mm}$ größer als Bandbreite.

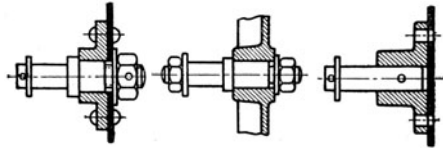


Abb. 93 bis 95.

(979) Sperradbremse. Grundgedanke s. (973). Die Bremsscheibe wird nach Abb. 96 und 97 zweckmäßig auf die Verlängerung des benachbarten Lagers gesetzt, um die Welle zu entlasten, oder man läßt sie nach Abb. 98 auf einer Wellenbuchse laufen.

Sperrrad Guß, Zähne roh oder gefräst, bei besseren Ausführungen Schmiedestahl, ganz bearbeitet. Festigkeitsrechnung der Sperrzähne überflüssig; Pressung zwischen Zahnflanke und Klinke bei Gußrad < 100 , bei Stahlrad $< 300 \text{ kg/cm}^2$.

Sperrzahnflanke so ausbilden, daß Klinke bei Belastung nach innen gedrückt wird, daher $\alpha \approx 75^\circ$, Abb. 96, neuerdings bei bearbeiteten Flanken $\alpha = 90^\circ$.

Klinke Schmiedeisen oder Stahl. Klinkenbolzen auf Biegung (200) und Flächenpressung (100 kg/cm^2) berechnen. Eine Feder sichert den Klinkeneingriff in jeder Lage.

Zur Erhöhung der Sicherheit $2 \div 3$ Klinken; Teilung und Zähnezahl des Sperrades so, daß jeweils nur eine Klinke anliegt.

Sperrrad kann auch zwecks Raumersparnis mit benachbartem Rad zusammengesossen werden (Abb. 96b), bei Innenzähnen (Abb. 98b) ist Klinke auf dem Rade befestigt.

Geräuschlose Klinke durch Reibzaum nach Abb. 97 gesteuert, bei 2 oder mehr Klinken soll jede Klinke durch je einen Reibzaum gesteuert werden.

(980) Fliehkraftbremsen haben die Aufgabe, die Senkgeschwindigkeit bei vollständig geöffneter Bremse selbsttätig zu regeln.

Einfachste Ausführung nach Stauffer, Abb. 99. Mehrere Bleiklötze K werden durch eine be-

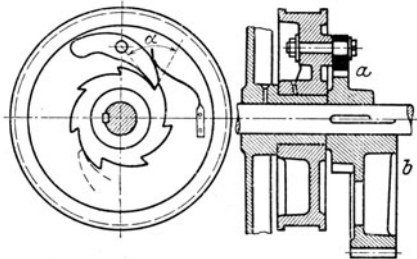


Abb. 96.

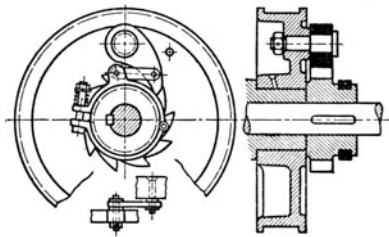


Abb. 97.

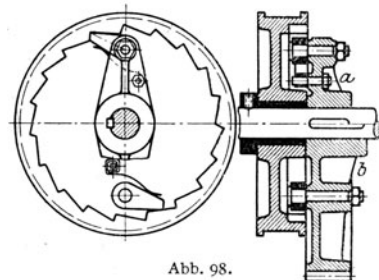


Abb. 98.

lederte Feder F zusammengehalten. Das Ganze läuft in einem festen Gehäuse G (als Fortsetzung eines Lagers gedacht) derart, daß zwischen Leder und Gehäusewand Spiel besteht. K und F wird durch Mitnehmer M von der Welle mitgenommen. Von einer gewissen Drehzahl an überwindet die Fliehkraft die Federkraft; F wird gegen G gedrückt und liefert ein Reibmoment gegen die Bewegung, das mit steigender Geschwindigkeit wächst.

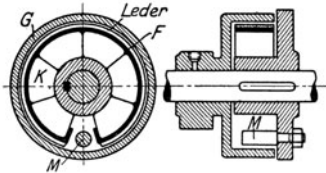


Abb. 99.

In der Beckerschen Bremse, Abb. 100, wird die Bremswirkung gesteigert durch drehbare Klötze, die als Backenbremsen ausgebildet sind. Ein Ring R wird durch eine Spiralfeder so gegen die Welle verdreht, daß die Klötze nach innen gezogen werden und die Backen gegen die Wand Spiel haben. Bei Überschreitung der kritischen Drehzahl werden die Klötze unter Überwindung der Federkraft gegen die Wand gedrückt, wodurch Bremswirkung eintritt.

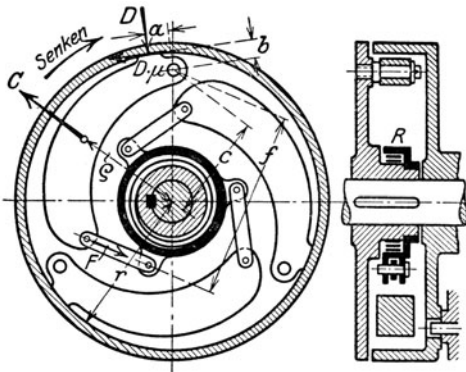


Abb. 100.

Bezeichnet in kg bzw. cm

F die auf jeden Klotz wirkende Federkraft,
 G das Klotzgewicht,
 q dessen Schwerpunktsabstand von Wellenmitte,
 D den Druck zwischen Backen und Wand,
 μ die Reibzahl in der Gleitfläche,
 f, c, a, b und r die Abmessungen nach Abb. 100,
 n die augenblickliche Drehzahl in der Minute,

dann ist nach (179) die im Klotzschwerpunkt angreifende Fliehkraft

$$C = \frac{G}{981} \omega^2 q = \frac{G}{981} \left(\frac{2\pi n}{60} \right)^2 q \approx \frac{G q n^2}{90000} \text{ kg.}$$

Auf den Klotz wirken drehend die Kräfte C, F, D , und $D\mu$, das Klotzgewicht G ist durch die Kupplung der drei Klötze mit dem Ring statisch ausgeglichen.

Das Gleichgewicht dieser Kräfte liefert $Cc = Ff + Da + D\mu b$.

Das durch D erzeugte Reibmoment ist bei drei Klötzen $= 3D\mu r$, das im Beharrungszustande dem Lastmoment M entspricht.

Aus der Vereinigung dieser Ansätze folgt die erreichte Drehzahl

$$n = 300 \sqrt{\frac{F \frac{f}{c} + \frac{M}{3\mu r} \left(\mu \frac{b}{c} + \frac{a}{c} \right)}{Gq}}$$

Zahlenbeispiel. Für Vollast sei $M = 1000$ cm/kg. Mit $r = 20$ cm, $\frac{a}{c} = \frac{b}{c} = \frac{1}{8}$,
 $e = 15$ cm, $\mu = 0,1$, $G = 14$ kg, $F = 10$ kg und $\frac{f}{c} = \frac{3}{2}$ ist

$$n = 300 \sqrt{\frac{10 \cdot \frac{3}{2} + \frac{M}{3 \cdot 0,1 \cdot 20} \left(0,1 \cdot \frac{1}{8} + \frac{1}{8}\right)}{14 \cdot 15}} = 300 \sqrt{0,0715 + 0,000109 M}.$$

Das liefert für Vollast, Halb- und Leerlast bei $M = 1000, 500$ und 0 , $n = 127, 106$ und 80 i. d. Minute.

Demnach ist die Senkgeschwindigkeit um so höher, je größer die Last, während das Umgekehrte erwünscht wäre. Dieser Nachteil haftet sämtlichen Fliehkräftbremsen an und ist durch keine bauliche Maßnahme zu beseitigen.

Läuft die Bremse umgekehrt, dann ist $D\mu$ entgegengesetzt gerichtet, also in obiger Formel mit — einzusetzen. Man vermeidet aber diese Anordnung, weil dadurch die Bremse ruckweise wirkt (Erzitterungen).

Dagegen kann durch Keilnuten statt der glatten Zylinderinnenwand die Reibung aufs Doppelte vergrößert werden.

Weitere Ausführungen s. Abb. 118.

(981) Sicherheitswinde. Grundgedanke s. (974) und Abb. 80.

Mit Bremsband nach Abb. 101, mit selbstspannender Feder, die mit Vorspannung auf die Bremscheibe zu bringen ist, nach Abb. 102.

Mit Gewinde, Bauart Weston, Abb. 103 und 104.

In diesen schematisch dargestellten Anordnungen bezeichnet T den mit dem Trommeltrieb verbundenen Teil, K den mit der Kurbel verbundenen Teil und S die als Mutter ausgebildete Sperrscheibe, deren Rücklauf durch Sperrklinke verhindert ist.

Zwischen S und K ist eine Spiralfeder eingeschaltet, die S auf dem Gewinde K in solcher Lage hält, daß dauernd eine Längsverspannung zwischen K , S und T besteht. Diese Feder ist so zu bemessen, daß das durch diesen Druck in Fläche a hervorgebrachte Reibmoment größer ist als das Lastmoment, wodurch die Last bei freier Kurbel steht.

Heben: K schraubt sich noch etwas tiefer in S ein, wodurch der Druck in a und damit das Reibmoment etwas gesteigert wird.

Lasthalten: wie oben beschrieben.

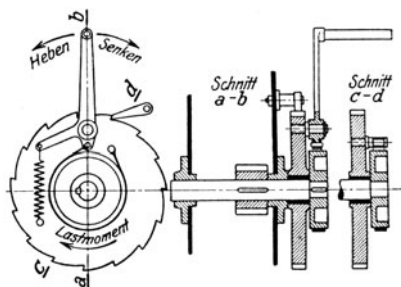


Abb. 101.

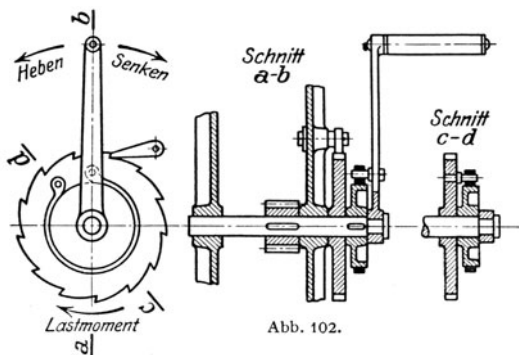


Abb. 102.

Senken: Kurbel wird etwas in Senkrichtung zurückgedrückt und dadurch die Längsverspannung so weit vermindert, daß das Reibmoment kleiner als das Lastmoment wird.

In nachstehender Berechnung ist die geringe Reibung der Ringfläche b und im Gewinde vernachlässigt. Reibung in a soll gegenüber der in b und im Gewinde möglichst groß sein, um mit geringer Längsverspannung auszukommen; daher wird Fläche a als Kegel- oder Keilrillenfläche oder als Lamellenfläche ausgebildet; ferner stets Flachgewinde; Feder verstellbar.

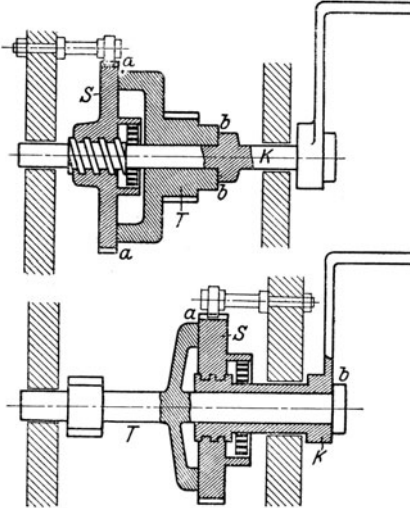


Abb. 103 u. 104.

Berechnung. Bezeichnet α den Gewindesteigungswinkel, r den mittleren Gewindehalbmesser, b den mittleren Halbmesser der Reibfläche a , μ die Reibzahl daselbst, M_r das erforderliche Reibmoment, etwa das $1\frac{1}{2}$ fache des Lastmomentes, M_f das Moment der Spiralfeder,

dann ist der Längsschub

$$A = M_f \operatorname{tg} \alpha : r,$$

somit bei einer Planfläche

$$M_r = A b \mu$$

und bei einer Kegelfläche mit dem Kegelwinkel β (s. Abb. 88) $M_r = A b \mu : \sin \beta$.

Über die Verhältnisse beim Leerlastsenken s. (974); über Ausführungen der Sicherheitswinden s. Abb. 118; der Kurbelarm wird meist zur Aufnahme eines Gegengewichtes nach rückwärts verlängert.

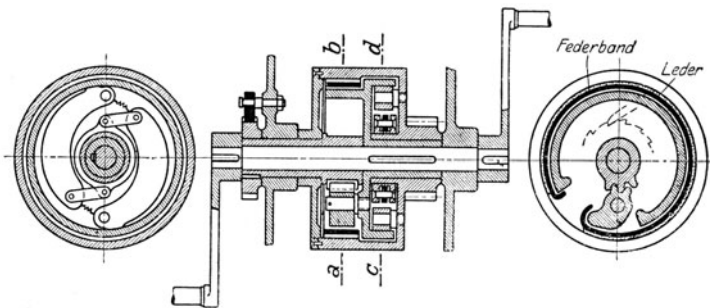


Abb. 105.

Sicherheitswinde mit Fliehkraftbremse. Die Sicherheitswinde wird stets mit einer Fliehkraftbremse versehen, um bei völlig zurückgedrückter Kurbel die Senkgeschwindigkeit zu begrenzen.

Abb. 105 zeigt Bauart Ha def, Düsseldorf. Sicherheitswinde mit Innenfeder, Fliehkraftbremse nach Becker, aber mit zwei Klötzen.

Lastdruckbremsen.

Allgemeiner Grundgedanke mit Seillastdruckbremse als Beispiel s. (976).

(982) Für Schneckenwinden. Schema nach Abb. 106. Sperrscheibe S wird durch Klinke gegen Senken gesperrt.

Heben: Normal, alles dreht sich in Hubrichtung.

Lasthalten: Last will Schneckenrad in Senkrichtung zurückdrehen und liefert Zahn-
druck = Schneckenlängsschub A proportional zur Last Q .

A will Schnecke zurückdrehen mit Moment

$$M_q = A \operatorname{tg}(\alpha - \varrho) r_s,$$

worin α der Steigungswinkel der Schnecke und ϱ der Flankenreibwinkel.

Diesem wirkt entgegen Reibmoment in Fläche f $M_r = A b \mu$, worin μ die Reibzahl dieser Fläche.

Aus der Forderung $M_r = (1 + s) M_q$ folgt $A b \mu = (1 + s) A \operatorname{tg}(\alpha - \varrho) r_s$, und die Konstruktionsformel

$$b \mu = (1 + s) \operatorname{tg}(\alpha - \varrho) r_s,$$

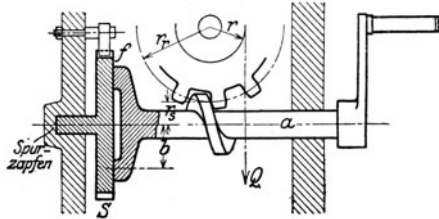


Abb. 106.

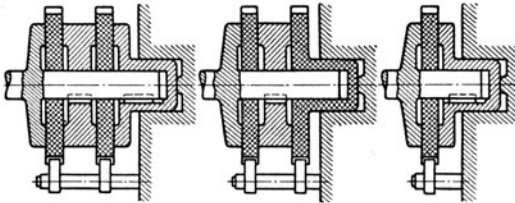


Abb. 107 a bis c.

also unabhängig von A bzw. Q .

Senken: An Welle α ist erforderlich Antriebsmoment in Senkrichtung $M_a = M_r - M_q = (1 + s) M_q - M_q = s M_q$ oder $M_a = s A \operatorname{tg}(\alpha - \varrho) r_s$,

also proportional zur Last Q und bei $s = 0,2 \div 0,3$ etwa $\frac{1}{4} \div \frac{1}{6}$ des Hubmomentes.

Um die Bremse möglichst klein zu halten, sucht man die Bremswirkung zu steigern. Hierzu dient

Vermehrung der Reibflächen. Schema für zwei bis vier Flächen nach Abb. 107 a ÷ c; bei gleichem b und μ ist mit i Flächen

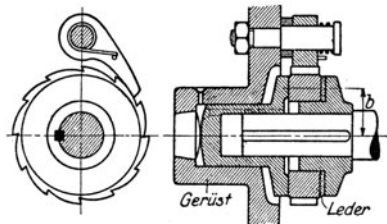


Abb. 108.

$$M_r = A i b \mu, \quad i b \mu = (1 + s) \operatorname{tg}(\alpha - \varrho) r_s,$$

und Senkmoment $M_a = i s A \operatorname{tg}(\alpha - \varrho) r_s$.

Ausführung nach Piechatzeck, Berlin, Abb. 108, mit zwei Flächen, davon eine beledert.

Kegel- statt Planfläche; Ausführung Becker, Berlin, Abb. 109. In den allgemeinen Formeln ist b durch $b : \sin \beta$ zu ersetzen.

Reibung in Planfläche und Zylinderinnenwand. Ausführung: Maxim-Bremse von Bolzani, Berlin, wobei der Achsdruck durch Keilflächen in eine Axial- und zwei Radialkomponenten zerlegt wird.

Weitere Bauarten mit 2 und mehr Planflächen, im Ölbad laufend, bei Bremsen für elektrische Winden s. (1037).

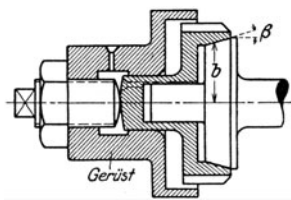


Abb. 109.

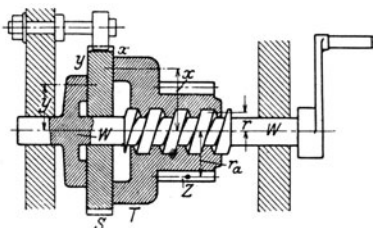


Abb. 110.

(983) Für Stirnradwinden. Gewindelastdruckbremse nach Weston, Abb. 110. Die bei den Stirnradwinden zunächst fehlende Axialkraft = Bremsdruck ist erst durch Einbau eines besonderen Gewindes hervorzubringen.

Heben: Normal; alle Teile machen die Hubdrehung mit.

Lasthalten: Scheibe S ist durch Klinke gesperrt, das Gewinde bringt Axialkraft hervor, die in Ringfläche x ein Reibmoment gegen den Lastrücktrieb erzeugt. Die Sperrbedingung lautet: Reibmoment $>$ Lastrücktriebmoment.

Senken: Kurbelwelle wird dauernd in Senkrichtung angetrieben und dadurch der Reibschluß so weit vermindert, daß die Teile W und T gegen S gleiten und Lastsenken eintritt.

Die etwas schwierige und auf nicht ganz sicheren Annahmen beruhende theoretische Behandlung liefert folgende Ergebnisse:

$$\text{Konstruktionsformel } \mu_y y > r \operatorname{tg} \alpha,$$

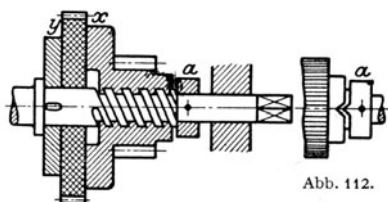


Abb. 111.

Abb. 112.

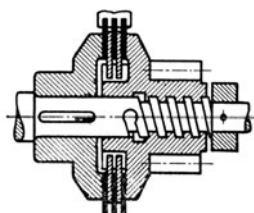


Abb. 113.

zum Einleiten des Senkens nach vorausgegangenem Heben ist erforderlich Antriebsmoment

$$M_{ae} = Z_h r_a \frac{\mu_y' y - r \operatorname{tg} \alpha}{\mu_y y + r \operatorname{tg} \alpha}.$$

Aufrechterhaltung der Senkbewegung erfordert das Dauerantriebsmoment

$$M_a = Z_s r_a \frac{\mu_y y - r \operatorname{tg} \alpha}{\mu_x x + r \operatorname{tg} \alpha}.$$

Hierin bezeichnet Z_h bzw. Z_s den Triebzahndruck für Heben bzw. Senken; μ_y bezieht sich auf die ruhende Reibung.

Man wähle $\alpha = 15 \div 25^\circ$, $\mu_y y = 1,3 \div 1,5 r \operatorname{tg} \alpha$ und mache $\mu_x x$ gegen $\mu_y y$ möglichst groß. Die Gewindereibung ist durch sorgfältige Herstellung des Gewindes (Bronzemutter und Stahlschraube) und gute Schmierung möglichst klein zu halten.

Ausführung einer einfachen Gewindebremse für Handwinden nach Abb. 111. Flächen gefettet, Gewinde geschmiert; in Fläche x Lederfutter zweckmäßig. Bei Leerlast ist Winde in Senkrichtung anzutreiben; daher Anschlag a — Stellung u. dgl. — erforderlich. Ausbildung besser mit Nase nach Abb. 112, um Klemmungen zu vermeiden.

Um geringes M_a zu erhalten, sorgt man für großes $\mu_x x$; daher bildet man Fläche x als Kegelfläche aus und setzt in obigen Formeln beim Kegelwinkel β $\mu_x x \cos \beta$ statt $\mu_x x$. Oder man vermehrt die x -Flächen und erhält die Lamellenbremse. Bei i -Flächen ist $\mu_x x i$ zu setzen. Ausführung mit 3 Lamellen, d. i. 6 Flächen nach Abb. 113.

Den Gewindelastdruckbremsen haftet der Nachteil an, daß M_{ae} meist zu groß ist, daß sie also beim Senkbeginn etwas schwer aus der Sperrlage zu lösen sind und daher im Gegensatz zu den stets sicheren Schneckenlastdruckbremsen ruckweise und unsicher wirken.

Mechanik der Fahr- und Schwenkantriebe.

(984) Bei der Fahrbewegung eines auf wagrechten Schienen rollenden Krangerüstes tritt Roll-, Zapfen- und Spurkranzreibung auf.

Das Rollreibungsmoment für ein Laufrad mit Raddruck N und der Rollreibungszahl f ist $M_r = N f$.

Das Zapfenreibungsmoment ist bei Zapfendruck Z , Zapfenhalbmesser r und Zapfenreibungszahl μ $M_z = Z r \mu$.

Sieht man zunächst von der Spurkranzreibung ab, dann ergibt sich der Gesamtfahrwiderstand W aus der Arbeitsgleichung: die zum Verschieben des Gerüstes um die Strecke s cm aufzuwendende Arbeit $A = W s$ ist gleich der Summe der dabei zu leistenden Einzelreiarbeiten.

Bezeichnet

$N_1, N_2 \dots$ die Raddrücke in kg,

$R_1, R_2 \dots$ die Laufradhalbmesser in cm,

$r_1, r_2 \dots$ die Zapfenhalbmesser in cm,

dann drehen sich die Radachsen um die Winkel $w_1 = s : R_1$, $w_2 = s : R_2$ usw. und liefern die Rollreib- bzw. Zapfenreiarbeiten

$$A_{r1} = M_{r1} w_1 = N_1 f s : R_1, \quad A_{r2} = N_2 f s : R_2 \text{ usw.},$$

$$A_{z1} = Z_1 r_1 \mu s : R_1, \quad A_{z2} = Z_2 r_2 \mu s : R_2 \text{ usw.};$$

somit ist die Gesamtreiarbeit

$$\begin{aligned} A &= A_{r1} + A_{r2} + \dots + A_{z1} + A_{z2} + \dots \\ &= s \left[f \left(\frac{N_1}{R_1} + \frac{N_2}{R_2} + \dots \right) + \mu \left(\frac{Z_1 r_1}{R_1} + \frac{Z_2 r_2}{R_2} + \dots \right) \right] \end{aligned}$$

und $W = A : s$ oder

$$W = f \left(\frac{N_1}{R_1} + \frac{N_2}{R_2} + \dots \right) + \mu \left(\frac{Z_1 r_1}{R_1} + \frac{Z_2 r_2}{R_2} + \dots \right).$$

Die noch hinzutretende Spurkranzreibung kann formelmäßig kaum gefaßt werden, weil sie von der Bauart des Kranes, vom Radkranz und Schienenprofil, von der jeweiligen Belastungsweise des Kranes und von der Güte der Schienenlage abhängt. Sie ist im allgemeinen um so größer, je kleiner der Radstand im Verhältnis zur Spurweite ist. Man pflegt daher obigen Ausdruck für W mit einer Zahl c zu multiplizieren und zu setzen

$c \approx 1,2$ für Fahrgerüste mit mäßiger Spurweite (Laufkatzen, fahrbare Drehkrane),

$c \approx 1,4$ für Fahrgerüste mit großer Spurweite (Laufkrane, Bockkrane, Verladebrücken)¹⁾.

Erfolgt der Fahrtrieb durch eine am Gerüst unmittelbar angreifende Zugkraft K , dann ist $K = Wc$.

Erfolgt die Bewegung durch Antrieb einer Laufachse l bzw. eines oder mehrerer Laufräder vom Halbmesser R , dann erfordert diese Achse bzw. die Laufräder ein Antriebsmoment $M_a^l = WRc$.

Ist dieses Moment für unmittelbaren Kurbel- oder Haspelradantrieb zu groß dann ist bei i -facher Übersetzung mit dem Wirkungsgrad η an Antriebswelle erforderlich $M_a = WRc : i\eta$.

Fährt das Gerüst auf einem Schienenpaar, dann ist bei Vernachlässigung des geringen Radsatzgewichtes das Gesamtgewicht des Wagens

$$G = N_1 + N_2 + \dots = Z_1 + Z_2 + \dots$$

Sind außerdem, wie meist bei Laufkatzen und fahrbaren Kranen, alle Zapfen und Räder einander gleich, dann ist bei beliebiger Verteilung von G über die Räder und Zapfen

$$K = G(f + r\mu)c : R \text{ bzw. } M_a = cG(f + r\mu) : i\eta.$$

(985) Bei der Schwenkbewegung eines Drehkranes um die lotrechte Achse tritt ebenfalls Zapfenreibung und je nach der Kranbauart auch Rollreibung auf, dagegen keine Spurkranzreibung. Diese Reibungen liefern auf die Drehachse des Kranes bezogen das Gesamtdrehmoment M_w , das wieder aus der Arbeitsgleichung berechnet werden kann. Hierbei wird die für einen bestimmten Drehwinkel, zweckmäßig $360^\circ = 2\pi$, aufzuwendende Arbeit $M_w 2\pi$ den Reibarbeiten der einzelnen Zapfen und Rollen gleichgesetzt. Berechnung von M_w für verschiedene Kranbauarten s. (1052) und (1056).

Kleine Drehkrane können durch seitlichen Druck auf die hängende Last oder durch Zugseile, die vom Auslegerkopf herabhängen, gedreht werden; größere erfordern Kurbelantrieb mit Stirn- und Kegelradübersetzung.

Bei i -facher Übersetzung ist dann wie beim Fahrtrieb $M_a = M_w : i\eta$.

Winden und Katzen für Handbetrieb.

Allgemeines.

(986) **Handkurbel.** Nicht über 40 cm Radius, rund 1 Meter über dem Fußboden. Doppelkurbeln um 120° versetzt. Vielfach auch Kurbeln mit verstellbarem Kurbelarm.

Übliche Annahme für Kurbelwinden:

1 Mann an der Kurbel	$P \approx 20$ kg,
2 Mann an derselben Kurbel zusammen	$P \approx 30$ kg,
2 Mann an je einer Kurbel zusammen	$P \approx 40$ kg

bei $10 \div 15$ Umdrehungen in der Minute.

¹⁾ Über Versuche zur Bestimmung der Spurkranzreibung an einem elektrisch betriebenen Laufkran s. Bülz, F. A. Heft 154/55 (i. Auszug Z. 1914, S. 1113).

(987) Haspelrad. 20 ÷ 60 cm Durchmesser. Übliche Annahmen für Flaschenzüge und Winden:

Tragkraft	0,5	1	2	3	5	7,5	10	12,5 t
Kettenzug	von 25 bis 45	30 50	40 60	45 65	60 80	70 95	75 105	80 kg 110 kg.

Für Fahrantriebe von Laufkatzen 30 ÷ 40 kg Kettenzug.

Flaschenzüge.

(988) Bis 15 t Tragkraft üblich.

Bis 10 t kalibr. Gliederkette, darüber Gallkette.

Bis 3 t ohne oder mit Unterflasche, darüber stets Unterflasche. Früher selbsthemmende Züge nach Weston, Moore, Pickering mit sehr geringem Wirkungsgrad, jetzt nur noch Züge mit Lastdruckbremse.

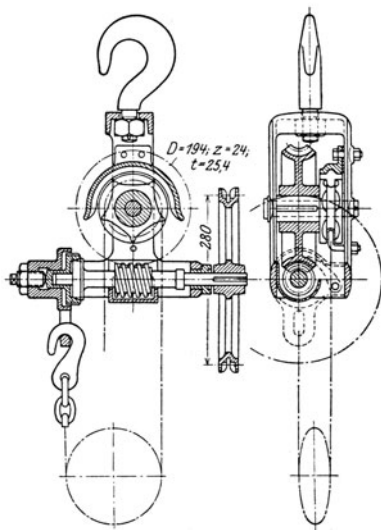


Abb. 114.

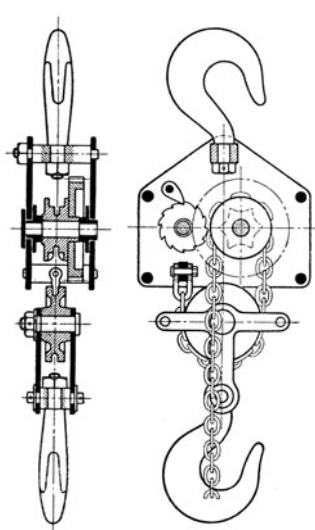


Abb. 115.

Anforderungen:

1. Günstiges Verhältnis zwischen Tragkraft und Eigengewicht, daher hochwertige Werkstoffe, hohe Beanspruchungen unter Ausnutzung des Werkstoffes bei Voraussetzung, daß die Nennlast selten vorkommt.
2. Marktfähigkeit, daher stets gut genormte Reihenherstellung.
3. Guter Wirkungsgrad.
4. Einfache Bauart, einfachste Bedienung durch ungeübte Arbeiter, größte Betriebssicherheit.
5. Geringe Bauhöhe, d. h. kleinstes Maß zwischen Aufhängehaken und Lasthaken in seiner höchsten Stellung.
6. Zugänglichkeit und Schmiermöglichkeit aller Teile, Austauschbarkeit der abgenutzten Teile.
7. Zugängliche Lage der Flasche bei wechselnden Lasten; keine Neigungsänderung bei Voll- und Leerlast.

Angenäherte Eigengewichte der Flaschenzüge.

G = Gewicht des Flaschenzuges ohne Ketten in kg,

G' = Gewicht der zugehörigen Ketten in kg,

T = Tragkraft in t.

Für Züge mit doppeltem Strang einschließlich Unterflasche

und Haken, ohne Ketten $G \approx 18 T$.

Ketten dazu, je Meter Hub $G' \approx 2,5 T$.

Für Züge mit einfachem Strang einschließlich Haken, ohne

Ketten $G \approx 33 T$.

Ketten dazu, je Meter Hub $G' \approx 3,5 T$.

(989) Schneckenflaschenzüge. Rahmen aus Blechplatten, durch Querbolzen vernietet, oder ein einziger geschmiedeter Rahmen. Stahlschnecke bearbeitet, zweigängig.

Schneckenrad und Kettenuß Hartguß; gegenseitig verkeilt oder aus einem Stück.

Rad $20 \div 30$ Zähne gefräst, Nuß $5 \div 6$ Zähne.

Lastdruckbremse nach (982), Gesamt- $\eta \approx 0,55 \div 0,60$.

Abb. 114 zeigt Ausführung von E. Becker, Berlin.

(990) Stirnradflaschenzüge. Wesentlich besserer Wirkungsgrad und kleinere Bauhöhe, aber höherer Preis als Schneckenzüge.

Stirnäder durchweg Stahl oder Stahlguß, in besonderen Fällen Nickelstahl; sorgfältige Korrektur wegen der Kleinheit des Triebes.

Abb. 115 zeigt Ausführung für 1000 kg von „Hafef“, Düsseldorf, mit Gewindelastdruckbremse nach Weston, s. (983).

Doppelte Übersetzung von etwa 1500 kg Kettenzug an.

Ähnlich Bauart Bolzani mit „Rekord“-Lastdruckbremse.

Bauart Windhoff (Ausführung von Piechatzeck). Nickelstahlzahnäder, Schrägzahndruckbremse. Teuer, aber guter gedrängter Bau und guter Wirkungsgrad.

Ferner: Bauart „Leheb“, Leipzig, mit Planbremsscheibe, und Bauart „Velox“ Yale & Towne, Ltd., London, mit Planetengetriebe.

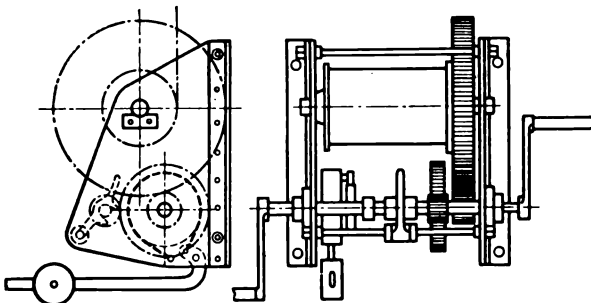


Abb. 116.

Wandwinden.

(991) Stets Kurbelantrieb, diese \parallel oder \perp zur Wand.

Zugmittel: Drahtseil oder kalibr. Kette.

Windengestell: Guß- oder Blechschilde mit verschraubten oder vernieteten Verbindungsstutzen.

Übersetzung: keine oder Schnecke oder ein- bis zweifaches Stirnradgetriebe.

Hemmung: Sperrrad, Selbsthemmung, Lastdruckbremse, Sperradbremse, Sicherheitswinde mit Fliehkraftbremse.

Mit Sperradbremse. Diese sitzt nach Abb. 116 zweckmäßig auf Zwischenwelle. Kurbelwelle wird zur Vermeidung des Kurbelschlagens beim Senken ausgerückt und in beiden Stellungen durch Stellfalle gehalten. Abb. 117 mit Wechselübersetzung für kleine und große Lasten.

Sicherheitswinden mit Fliehkraftbremse werden neuerdings in gut gekapselter und sehr gedrängter Bauart hergestellt. Abb. 118 zeigt eine Seilwinde von Schüle in Feldkirchen bei München mit Sicherheitskurbel nach Weston (Kegel­fläche) und Backenfliehkraftbremse, außerdem mit kleiner Handkurbel zum Leerlastsenken. Abb. 119 zeigt das Schema hierfür mit herausgenommener Fliehkraftbremse.

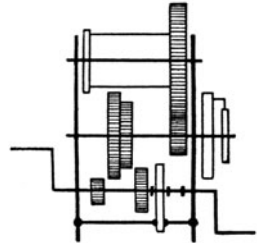


Abb. 117.

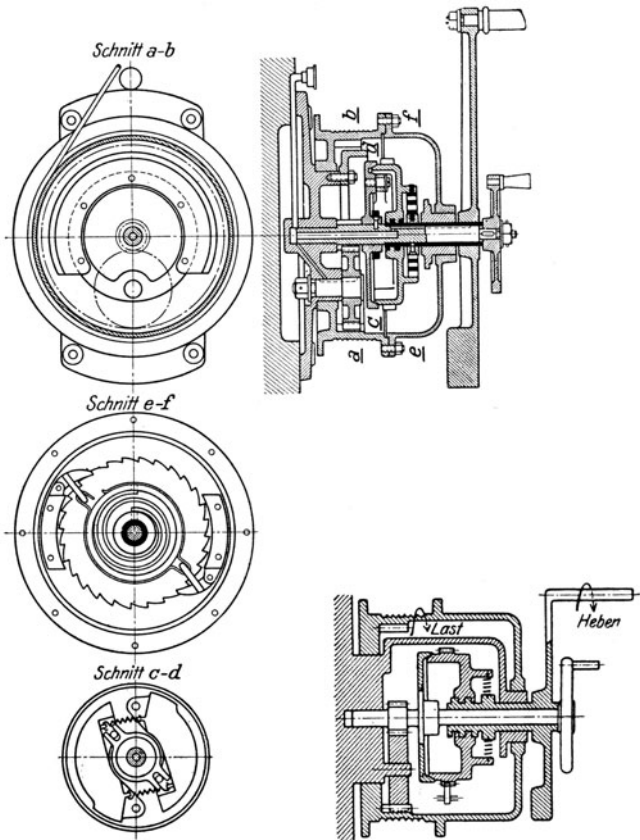


Abb. 118.

Abb. 119.

Bockwinden.

(992) Wie die Wandwinden, aber stehend. Meist Stirnradwinde mit gewöhnlicher oder Sperrradbremse.

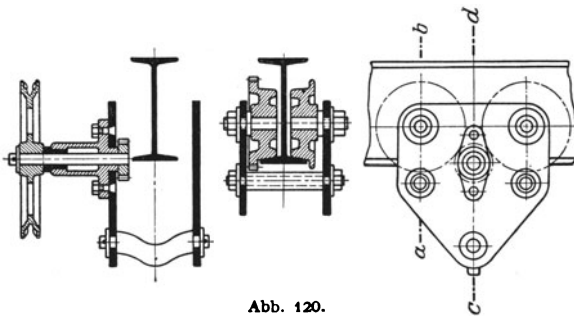


Abb. 120.

Fahrbare Winden und Laufkatzen.

(993) Abb. 120 zeigt eine Unterflanschlaufkatze zum Einhängen eines Flaschenzuges. In Abb. 121 stehen die Laufräder normal zu den Trägerflanschen. Leichter Lauf und größere Rollen.

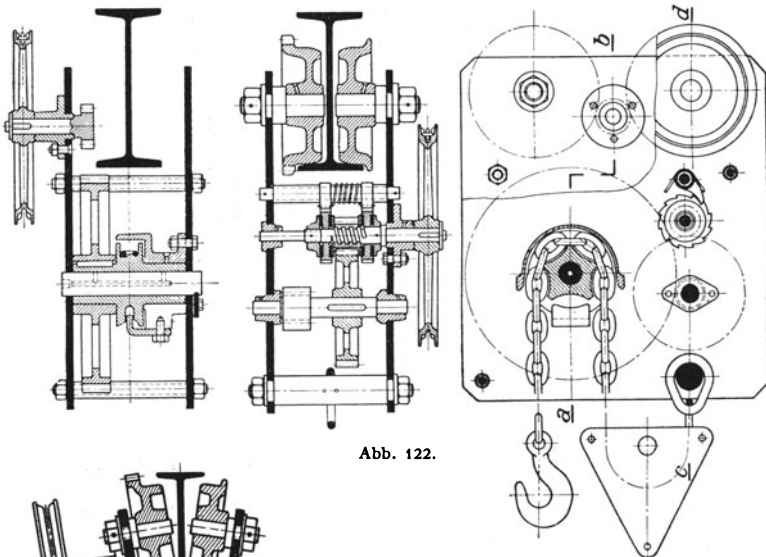


Abb. 122.

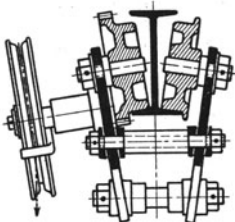


Abb. 121.

Kleinere Bauhöhe, wenn Katze und Flaschenzug zusammengebaut wird.

Ausführung der v. Rollschen Eisenwerke, Bern, nach Abb. 122 für 4 bzw. 2 t Tragkraft. Doppelgewindelastdruckbremse wegen wechselnder Drehrichtung.

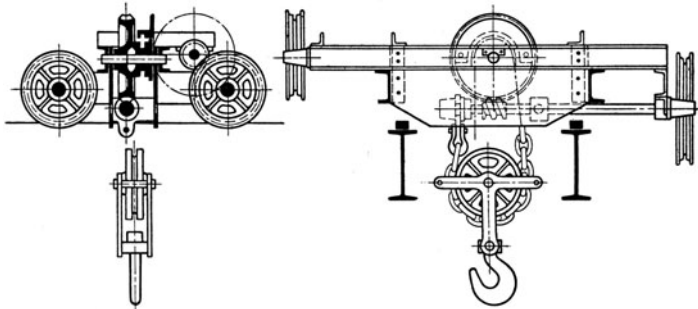
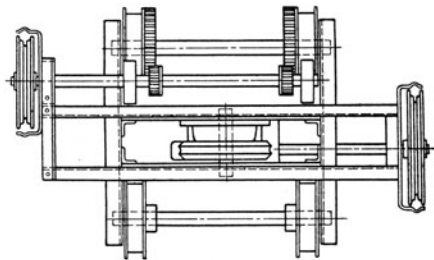


Abb. 123.

Abb. 123 zeigt eine Laufkatze Bauart Bolzani, auf Doppelspur fahrbar, mit eingebauter Winde ähnlich Abb. 114.



Dynamik der elektrischen Krantriebwerke.

(994) Im Gegensatz zu den langsam laufenden Handkranen treten in den Last- und Triebwerksmassen der elektrischen Krane im An- und Auslauf sehr hohe Beschleunigungen und Verzögerungen auf und erfordern die Berücksichtigung der damit verbundenen Trägheitskräfte.

Im folgenden werden die dynamischen An- und Auslaufsvorgänge gesondert für Lastwinden, Fahrwerke und Schwenkwerke behandelt.

Lastwinden.

(995) Vorausgesetzt ist eine Räderwinde nach Abb. 77 mit m -strängiger Flasche und der Übersetzung $i_1 \cdot i_{t1} = i$; die Winde habe freien Rücklauf und eine Reibungsbremse auf Ankerwelle, die während des Hebens vollständig und während des Senkens vollständig oder teilweise gelüftet wird.

Grundgedanke der dynamischen Behandlung s. (168) u. (178).

Bezeichnungen. Ausnahmslos sind alle Drehrichtungen und Drehmomente in Hubrichtung positiv, in Senkrichtung negativ.

- ω = augenblickliche Winkelgeschwindigkeit der Ankerwelle,
- ε = augenblickliche Winkelbeschleunigung der Ankerwelle,
- v = augenblickliche Geschwindigkeit der Last,
- p = augenblickliche Beschleunigung der Last.
- ω bzw. $v = +$ gilt für Heben,
- ω „ $v = -$ gilt für Senken,
- ε „ $p = +$ ist Hubbeschleunigung oder Senkverzögerung,
- ε „ $p = -$ ist Hubverzögerung oder Senkbeschleunigung.

ω_1 und ε_1 bzw. ω_t und ε_t bezieht sich auf Welle 1 bzw. t .

M ist das v. Magnetfeld auf den Anker ausgeübte augenblickl. Drehmoment.

$M = +$ wirkt in Hubrichtung } gleichgültig, ob Ruhe, Heben oder

$M = -$ wirkt in Senkrichtung } Senken vorliegt.

M_k ist das der Hub- oder Senkbeharrung entsprechende Moment. Für Heben ist M_k stets positiv, für Senken kann M_k positiv, null oder negativ sein.

M_r ist das von einer Reibungsbremse ausgeübte Drehmoment und ist stets gegen die jeweilige Bewegung gerichtet, kann also positiv oder negativ sein.

$Q = \text{Last} + \text{Flasche}$, $Q : g$ (rund $0,1 Q$) ist deren Masse.

$J_t, J_1, J_a = \text{Massenträgheitsmomente}$.

Ω ist die Trägheitskraft der Lastmasse.

$\mathfrak{M}, \mathfrak{M}_1, \mathfrak{M}_t$ sind die Momente der Trägheitskräfte bezogen auf Ankerwelle bzw. Welle 1 oder t .

Die Ω und \mathfrak{M} sind stets gegen die Beschleunigung (d. h. wie die Verzögerungen) gerichtet.

(996) Hubbeharrung. Wie bei den Handwinden ist $M_k = \frac{Q}{m} \frac{r}{i} \frac{1}{\eta_h}$.

Bei Hubgeschwindigkeit v ist an Ankerwelle $\omega = v m i : r$, demnach die erforderliche Beharrungsmotorleistung

$$N = \frac{M_k \omega}{75} = \frac{Q}{m} \frac{r}{i} \frac{1}{\eta_h} \frac{v m i}{r} \frac{1}{75} = \frac{Q v}{75 \eta_h} \text{ in PS bzw. } = \frac{Q v}{102 \eta_h} \text{ in kW.}$$

(997) Einzelvorgänge beim Heben. Lasthalten. Bremse geschlossen, hält die Last in der Schwebel. Erforderliches statisches Reibmoment der Bremse

wie bei Handwinden s. (974) $M_r' = \frac{Q}{m} \frac{r}{i} \eta_s'$.

Hubanlauf. Bremse wird gelüftet, gleichzeitig wird Motor ans Netz gelegt, dabei müssen, von ganz kleinen Motoren abgesehen, zwischen Motor und Netz Widerstände eingeschaltet werden, die allmählich kurz geschlossen werden. Während des Anlaufs erhält der Anker vom Feld ein Antriebsmoment $M > M_k$

(Begründung folgt später), wodurch alle Massen beschleunigt werden. Sobald die Winde in Bewegung gekommen ist, sind von M zu überwinden die Last, die Reibungen und die Trägheitskräfte.

Für diesen Zustand gilt Abb. 124. Mit ε für die Ankerwelle ist

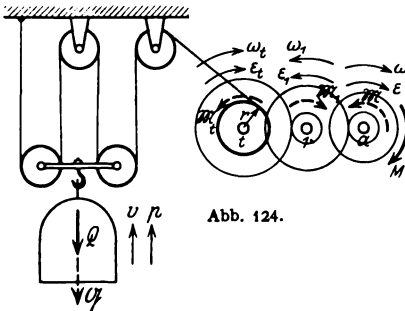


Abb. 124.

$$\varepsilon_1 = \varepsilon : i_{1a},$$

$$\varepsilon_t = \varepsilon_1 : i_{t1} = \varepsilon : i_{1a} i_{t1} = \varepsilon : i,$$

$$p_{seil} = \varepsilon_t r$$

und

$$p = p_{seil} : m = \varepsilon_t r : m = \varepsilon r : i m.$$

Nun ist mit den in Abb. 124 eingetragenen Richtungen

$$\Omega = \frac{Q}{g} p = \frac{Q}{g} \frac{\varepsilon r}{i m}, \quad \mathfrak{M}_t = J_t \frac{\varepsilon}{i}, \quad \mathfrak{M}_1 = J_1 \frac{\varepsilon}{i_{1a}}, \quad \mathfrak{M} = J_a \varepsilon.$$

Die Seilmasse und alle Rollenmassen sind hierbei vernachlässigt.

Nach Anbringung dieser Trägheitskräfte ist statisch zu rechnen. Der Zug im Seil zwischen Flasche und Seilrolle ist

$$S = \left[(M - \mathfrak{M}) \eta_a i_{1a} \eta_{a1} - \mathfrak{M}_1 \right] \eta_1 i_{t1} \eta_{1t} - \mathfrak{M}_t \left] \frac{1}{r} r \lambda = (Q + \Omega) \frac{1}{m} \frac{1}{\eta_f}.$$

Mit obigen Ausdrücken für Ω und die \mathfrak{M} folgt nach Division mit

$$M - \varepsilon \left(J_a + J_1 \frac{1}{i_{1a}^2} \frac{1}{\eta_a \eta_{a1}} + J_t \frac{1}{i^2} \frac{1}{\eta_a \eta_{a1} \eta_1 \eta_{1t}} + \frac{Q}{g} \frac{r^2}{m^2 i^2} \frac{1}{\eta_a \dots \eta_f} \right) = \frac{Q}{m} \frac{r}{i} \frac{1}{\eta_h} \quad \text{und mit} \quad \frac{Q}{m} \frac{r}{i} \frac{1}{\eta_h} = M_k$$

und den Abkürzungen $\eta_{a-1} = \eta_a \eta_{a1}$, $\eta_{a-t} = \eta_a \eta_{a1} \eta_1 \eta_{1t}$

$$M - M_k = \varepsilon \Theta_h,$$

worin
$$\Theta_h = J_a + \frac{J_1}{i_{1a}^2} \frac{1}{\eta_{a-1}} + \frac{J_t}{i^2} \frac{1}{\eta_{a-t}} + \frac{Q}{g} \frac{r^2}{m^2 i^2} \frac{1}{\eta_h},$$

das auf Welle a bezogene Trägheitsmoment aller Massen für Heben heißt.

Hieraus folgt
$$\varepsilon = \frac{M - M_k}{\Theta_h}.$$

Demnach wird die Last beschleunigt gehoben, solange $M > M_k$.

Hubbeharrung, wenn $M = M_k$; dann ist $\varepsilon = 0$ und $v = \text{konstant}$.

Hubauslauf, wenn $M < M_k$; solches tritt ein, wenn Motorstrom geschwächt wird, da dann ε negativ wird.

Größte Verzögerung, wenn Motor vom Netz getrennt wird; $\varepsilon = -M_k : \Theta_h$.
 Weitere Steigerung der Verzögerung, wenn außerdem noch ein Bremsmoment M_r wirkt; $\varepsilon = (-M_k - M_r) : \Theta_h$.

Lasthalten, wenn Last und Massen zur Ruhe gekommen sind; Haltebremse wird geschlossen.

(998) Allgemeines über Senken. Zum gleichförmigen Senken ist an

Welle a ein in positiver Richtung wirkendes Moment $M_k = \frac{Q}{m} \frac{r}{i} \eta_s$ erforderlich,

das als Reibmoment einer mechanischen Bremse oder als elektromagnetisches Gegenmoment (bei den elektrischen Senkschaltungen) auftreten kann. Somit gilt, wenn Reibungsbremse vorhanden,

Senkbeharrung, wenn $M_r = M_k$,

Senkbeschleunigung, wenn $M_r < M_k$ oder $M_r = 0$,

Senkverzögerung, wenn $M_r > M_k$.

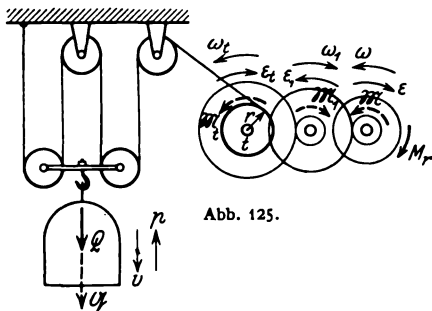


Abb. 125.

Abb. 125 gilt für Senkverzögerung. Von der Last aus gerechnet, ist

$$\left[\left((Q + \Omega) \frac{1}{m} \eta_f \lambda \tau r + \mathfrak{M}_t \right) \frac{1}{i_{1t}} \eta_{t1} \eta_t + \mathfrak{M}_1 \right] \frac{1}{i_{1a}} \eta_{1a} \eta_a + \mathfrak{M} = M_r,$$

woraus mit Ω und den \mathfrak{M} wie beim Heben

$$\frac{Q}{m} \eta_f \lambda r \frac{1}{i_{1t}} \eta_{t1} \eta_t \frac{1}{i_{1a}} \eta_{1a} \eta_a + \varepsilon \left(\frac{Q}{g} \frac{r}{i} \frac{1}{m} \eta_f \lambda \tau r \frac{1}{i_{1t}} \eta_{t1} \eta_t \frac{1}{i_{1a}} \eta_{1a} \eta_a + J_t \frac{1}{i} \frac{1}{i_{1t}} \eta_t \frac{1}{i_{1a}} \eta_{1a} \eta_a + J_1 \frac{1}{i_{1a}} \frac{1}{i_{1a}} \eta_{1a} \eta_a + J_a \right) = M_r$$

oder $M_k + \varepsilon \Theta_s = M_r$, worin mit $\eta_{1-a} = \eta_{1a} \eta_a$ und $\eta_{t-a} = \eta_{t1} \eta_1 \eta_a \eta_a$
 $\Theta_s = J_a + \frac{J_1}{i_{1a}^2} \eta_{1-a} + \frac{J_t}{i_{1a}^2} \eta_{t-a} + \frac{Q}{g} \frac{r^2}{m^2} \eta_s$ das auf Welle a bezogene Träg-
 heitsmoment aller Massen für Senken heißt.

$$\text{Hieraus } \varepsilon = \frac{M_r - M_k}{\Theta_s}.$$

(999) Einzelvorgänge beim Senken. Senkanlauf (Senkbeschleunigung), wenn ε negativ, d. h. wenn $M_r < M_k$ oder $M_r = 0$; stärkere Beschleunigung, wenn bei vollständig offener Bremse Motor umgekehrt ans Netz gelegt wird und Antrieb in Senkrichtung, also ein negatives M erhält; dann ist

$$\varepsilon = (-M - M_k) : \Theta_s.$$

Senkbeharrung, wenn $\varepsilon = 0$, d. h. wenn $M_r = M_k$.

Senkauslauf (Senkverzögerung), wenn ε positiv, d. h. wenn $M_r > M_k$.

Erfolgt die Bremsung nicht durch Reibungsbremse, sondern durch ein Gegenmoment im Motor, durch entsprechende Schaltung hervorgebracht, dann tritt in diesen Formeln an Stelle des M_r der Betrag M .

(1000) Anwendung dieser Formeln. In den Θ -Ausdrücken bezieht sich J_a auf alle mit Welle a umlaufenden Massen, d. i. der Anker- und die Kupplungs- bzw. Bremsscheibe, während das Trieb oder die Schnecke der Kleinheit wegen vernachlässigt werden darf. Da die Motorlisten das Schwungmoment GD^2 des Ankers in kg/m^2 enthalten, ist nach (173) zu setzen $J_{\text{Anker}} = GD^2/40$, während J_{Kupplung} aus der Teilzeichnung der Kupplung zu bestimmen ist.

Ferner ist in den Θ -Ausdrücken wegen der i^2 im Nenner die Berücksichtigung nur der beiden ersten Teile völlig hinreichend und es darf mit $\eta_{a-1} \approx 1$ gesetzt werden $\Theta_h = \Theta_s = \Theta = J_a + J_1 : i_{1a}^2$.

Beim Hubanlauf schwankt M , steigt bis auf das 2,5- bis 3fache des der Vollast entsprechenden M_k und fällt schon vor Eintritt der Hubbeharrung auf den Wert M_k herab. Der gesamte Anlauf dauert in der Regel nur wenige Sekunden.

Der Hubauslauf dauert ohne Zusatzbremsmoment bei Vollast ebenfalls nur kurze Zeit, dagegen bei Leerlast sehr lange, weshalb das zusätzliche Nachlaufmoment nur mit Rücksicht auf den Leerlastauslauf vorzusehen ist.

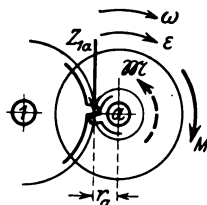


Abb. 126.

Der Senkanlauf erfolgt unter geöffneter Bremse bei Vollast mit hinreichender Beschleunigung, bei Klein- oder Leerlast dagegen entweder gar nicht oder schleichend; dann bei offener Bremse Antrieb des Motors in Senkrichtung (Senkkraft) erforderlich.

Senkauslauf erfordert bei Vollast das größte und für die Durchbildung der Bremse maßgebende Reibmoment.

Zahndrücke und Seilzüge im Beharrungszustand, An- und Auslauf (Abb. 126). Für Hubbeharrung gilt der Zahndruck $Z_{1ak} = M_k : r_a$.

Während des Hubanlaufs gilt $M - \mathfrak{M} - Z_{1a} r_a = 0$ oder mit $\mathfrak{M} = J_a \varepsilon$ und $\varepsilon = (M - M_k) : \Theta$

$$Z_{1a} r_a = M - (M - M_k) J_a : \Theta,$$

somit der Überschuß

$$(Z_{1a} - Z_{1ak}) r_a = (M - M_k) (1 - J_a : \Theta) = (M - M_k) J_1 : i_{1a}^2 \Theta.$$

In ähnlicher Weise folgt für Senkauslauf

$$(Z_{1a} - Z_{1ak}) r_a = (M_r - M_k) (1 - J_a : \Theta) = (M_r - M_k) J_1 : i_{1a}^2 \Theta.$$

Der Seilzug des Beharrungszustandes steigt bei Hubanlauf bzw. Senkauslauf mit Beschleunigung p um $\frac{\Sigma}{m} = \frac{Q}{g} p$; in diesem Verhältnis steigt auch der Zahn-
druck Z_{1a} .

Da nun nach obigem der Wert $J_1 : i_{1a}^2$ klein gegen Θ und auch p klein gegen g ist, steigen die Zahn-
drücke und Seilzüge nur wenig über die Beharrungswerte und in der Regel werden alle Festigkeitsrechnungen der Lastwinden auf den Beharrungszustand bezogen.

Fahrtriebe.

(1001) Vorausgesetzt ein auf wagerechter Bahn fahrbares Gerüst mit darauf sitzendem Motor, der nach Abb. 127 durch Räderübersetzung alle oder einen Teil der Laufräder antreibt. Außerdem ist starre Verbindung der am Kranhaken hängenden Last mit dem Gerüst vorausgesetzt, da das Pendeln der Last während der Fahrt die Vorgänge in unübersichtlicher Weise beeinflusst.

Alle Drehrichtungen, Beschleunigungen und Drehmomente sind für die Fahr-
richtung nach rechts positiv, nach links negativ. Für die Werte s (Fahrweg), ω , ε , v , p , M , M_k und M_r gilt das den Lastwinden entsprechende; R ist der Lauf-
radhalbmesser. G ist das verfahrende Gewicht, Θ deren Trägheitskraft.

Das an Welle a wirkende Fahrbeharrungsmoment ist wie bei Handbetrieb,
s. (984) $M_k = \frac{WR}{i\eta}$, die erforderliche Motorleistung

$$N = \frac{Wv}{75\eta} \text{ in PS bzw. } = \frac{Wv}{102\eta} \text{ in kW.}$$

(1002) Einzelvorgänge. Zunächst ist das Gerüst in Ruhe.

Fahr-
anlauf. Der Motor wird über die Widerstände ans Netz gelegt; Anker erhält vom Feld das Antriebsmoment M .

Der Übergang von der Ruhe in Bewegung erfordert zunächst $M > WR : i\eta'$, worin sich alles auf die μ' der Ruhe bezieht, s. (970).

Von Bewegungsbeginn an gilt Abb. 127 mit den eingezeichneten Zahn-
druckrichtungen.

Im Gegensatz zu den Lastwinden ist hier die Masse des Gerüstgewichtes G zu berücksichtigen, während die der Wellen 1 und 2 vernachlässigt werden dürfen.

Wird Welle a mit ε beschleunigt, dann ist

$$\varepsilon_l = \varepsilon : i \text{ und } p = \varepsilon_l R = \varepsilon R : i.$$

In der Gerüstmasse tritt gegen p die Trägheitskraft $\Theta = \frac{G}{g} p = \frac{G}{g} \varepsilon \frac{R}{i}$ auf, die sich als Horizontalkraft am Lager der angetriebenen Welle absetzt. Diese äußert auf Welle 1 ein Moment ΘR gegen die Bewegung, das sich mit dem des Fahrwiderstandes WR zusammensetzt. Damit folgt

$$(M - M_k) i\eta = \Theta R + WR \text{ oder } M i\eta - \varepsilon J_a i\eta = \frac{G}{g} \varepsilon \frac{R}{i} R + WR$$

oder
$$M - \varepsilon \left(J_a + \frac{G R^2}{g i^2} \frac{1}{\eta} \right) = \frac{WR}{i\eta} - M_k.$$

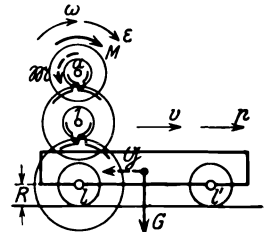


Abb. 127.

Demnach ist $M = \varepsilon \Theta + M_k$, worin $\Theta = J_a + \frac{G R^2}{g i^2 \eta} \frac{1}{\eta}$ das auf Welle α bezogene Trägheitsmoment aller Massen bezeichnet. Hieraus $\varepsilon = (M - M_k) : \Theta$.

Fahrbeharrung, wenn $\varepsilon = 0$, d. h. wenn $M = M_k$.

Fahrauslauf (Verzögerung), wenn $M < M_k$, wenn also Motorstrom geschwächt wird; stärkere Verzögerung, wenn $M = 0$, d. h. Motor vom Netz getrennt, aber ungebremst weiterläuft (Freilauf); weitere Steigerung, wenn außerdem Ankerwelle mit M_r oder durch Gegenstrom mit M gebremst wird; dann ist $\varepsilon = (-M_k - M_r) : \Theta$ bzw. $= (-M_k - M) : \Theta$.

(1003) Anwendung dieser Formeln, Zahndrucke. Im Gegensatz zu den Lastwinden kann hier im Ausdruck für Θ der zweite Teil je nach Fahrgeschwindigkeit das 0,5- bis 10fache von J_a betragen. Bei großen, langsam laufenden Fahrgerüsten ist besondere Fahrbremung nicht nötig, da die Freilaufverzögerung ausreicht. Bei rasch fahrenden Katzen, Lauf- und Drehkränen ist Fahrbremung zur Beschränkung von Auslaufweg und -zeit unerlässlich. Die Bremsung darf dabei jedoch nicht so stark sein, daß das Triebwerk festgebremst wird und die Laufräder auf den Schienen gleiten.

In diesem äußersten Falle berechnet sich die Fahrverzögerung unter Annahme einer Katze oder eines Laufkranes mit zwei angetriebenen bzw. gleitenden Laufrädern von den Raddrücken $N_1 + N_2 = G/2$ und der Gleitreibzahl μ zwischen Rad und Schiene zu $p = \frac{\text{Reibwiderstand}}{\text{Masse}} = \frac{G}{2} \mu : \frac{G}{g} = \frac{\mu}{2g}$ und mit $\mu = 0,14$ (trockene Reibflächen) zu $p = 0,07 \text{ m/sek}^{-2}$. Hieraus das entsprechende ε und das äußerst zulässige M_r . Sodann folgt Auslaufweg $s = v^2 : 2p = v^2 : 0,14 \text{ m}$ und Auslaufzeit $t = v : p = v : 0,07 \text{ sek}$.

Die Zahndrucke beim Fahranlauf sind nach derselben Formel wie beim Hubanlauf zu berechnen, s. (1000); der Mehrbetrag ist hier viel größer als bei Lastwinden und für die Festigkeitsberechnung allein maßgebend. Bei großem v setze man angenähert für Fahranlauf bzw. Bremsung $Z_{1a} = M : r_a$ bzw. $= M_r : r_a$ und $Z_{11} = Z_{1a} R_1 : r_1$.

Bei starker Bremsung wechselt die Zahndruckrichtung, die Trägheitskraft der Gerüstmassen wirkt treibend auf die unter Bremsung stehende Ankerwelle. Bei Schneckenantrieb muß die Schnecke zwei- oder mehrgängig sein, da bei eingängiger und dann selbsthemmender Schnecke sofortiges Sperren und Radgleiten in Verbindung mit Bruchgefahr eintreten würde.

Schwenkantriebe.

(1004) Auch hier bleibt das Lastpendeln beim Schwenken unberücksichtigt. Bezeichnungen wie bisher; ω_d und J_d beziehen sich auf den gesamten drehbaren Teil des Kranes einschließlich Last und Gegengewicht; die Massen der Zwischenräder sind vernachlässigt.

Das an Welle α wirkende Drehbeharrungsmoment ist wie bei Handbetrieb, s. (985) $M_k = \frac{M_w}{i \eta}$, die erforderliche Motorleistung

$$N = \frac{M_w \omega_d}{75 \eta} \text{ in PS bzw. } = \frac{M_w \omega_d}{102 \eta} \text{ in kW.}$$

Eine gleichartige Rechnung wie bisher liefert für Drehanlauf $\varepsilon = \frac{M - M_k}{\Theta}$

und für Bremsung auf Ankerwelle $\varepsilon = \frac{-M_k - M_r}{\Theta}$, worin $\Theta = J_a + \frac{J_d}{i^2 \eta}$.

Hier kann in Θ der Betrag J_a ganz vernachlässigt werden; die maßgebenden Zahndrücke berechnen sich nur aus M bzw. M_r . Aus demselben Grunde wie bei den Fahrwerken muß die stets vorhandene Schnecke mindestens zweigängig sein. Näheres s. (1056).

Elektrischer Antrieb der Lasthebemaschinen.

Gleichstrom.

Die wichtigsten Motoreigenschaften.

(1005) Hauptstrommotor. Die Schaltung nach Abb. 128, wobei der Motor ohne Vorschaltwiderstand am Netz liegt, liefert die Beziehungen zwischen Stromstärke J und Drehzahl n bzw. zwischen Drehmoment M und n nach den Betriebskurven, Abb. 129. Die dadurch ausgedrückte Eigenschaft heißt Selbstregelung des Motors. Bei abnehmendem M nimmt n zu, bei vollständiger Entlastung geht der Motor durch, d. h. der Anker wird durch die Fliehkraft zerstört.

Je nach den Betriebsverhältnissen und dem Zweck des Motors unterscheidet man nach Abschn. Elektrotechnik unter Zugrundelegung der Erwärmungsverhältnisse zwischen Dauerbetrieb, kurzzeitigem Betrieb und Aussetzbetrieb.

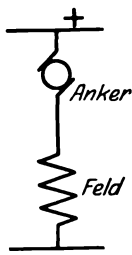


Abb. 128.

Für Lasthebemaschinen kommt nur der Aussetzbetrieb in Frage.

Die Angaben der Kranmotorlisten beziehen sich auf den Aussetzbetrieb bei 15, 25 und 40% Einschaltdauer, heißen Nennwerte (Nennleistungen, Nennmomente, Nenndrehzahlen usw.) und werden mit *AB 15*, *AB 25* und *AB 40* bezeichnet. Sie liefern beim gleichen Modell etwa die in Abb. 129 angegebene Punktfolge.

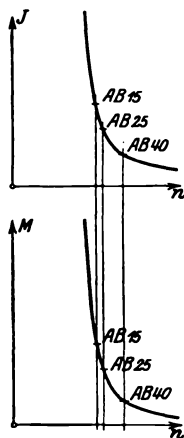


Abb. 129.

Nachstehende Tafel zeigt auszugsweise eine Seite aus der AEG-Liste über Gleichstromkranmotoren für 220 Volt. Bei den kleinen Motoren unterscheiden sich die Werte für 15 und 25 bzw. für 15, 25 und 40% nicht mehr, da die Leistungen

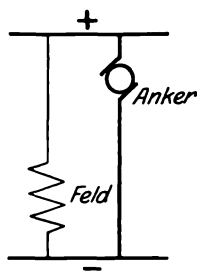


Abb. 130.

nicht durch die zulässige Erwärmung, sondern durch die Kommutierung begrenzt sind. Die Tafel gibt außerdem die äußerste Entlastung an, die durch die höchstzulässige Drehzahl begrenzt ist.

Nur während des Anlassens (s. weiter unten) dürfen die M bzw. J diese Listenwerte überschreiten und etwa das 3- bzw. 2,5-fache der Nennwerte erreichen; bei Hilfspolen sind noch größere Werte zulässig.

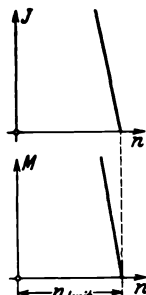


Abb. 131.

(1006) Nebenschlußmotor. Schaltung nach Abb. 130, Betriebskurven

Gekapselte AEG-Hauptstrommotoren für 220 Volt.
(Auszug aus der AEG-Kranmotorenliste 1919.)

			Nennwerte für									Entlastbar bis	
			AB 15			AB 25			AB 40				
Motor			Belastungsreihen										
			I			II			III			IV	
			Wechselnde Lasten										
			Leichter Betrieb 15% ED		Normaler Betrieb 25% ED		Schwerer Betrieb 40% ED						
			Volle Lasten										
			Leichter Betrieb 15% ED			Normaler Betrieb 25% ED			Schwerer Betrieb 40% ED				
Typ	Größe	Nr.	kW	Uml.	kW	Uml.	kW	Uml.	kW	Uml.	kW	Uml.	
HNK	o	102	0,44	890	0,44	890	0,44	890	0,36	1050	0,09	2200	
		104	0,58	1040	0,58	1040	0,58	1040	0,44	1280	0,15	2400	
		106	0,7	1300	0,7	1300	0,7	1300	0,56	1500	0,23	2550	
	I	222	0,42	580	0,42	580	0,42	580	0,35	680	0,1	1500	
		204	1	1160	1	1160	1	1160	0,81	1360	0,24	2400	
		206	1,1	1380	1,1	1380	1,1	1380	0,90	1530	0,35	2500	
KR	II	1,8	1,5	700	1,5	700	1,4	740	1,03	950	0,28	2000	
		2,3	2,2	1070	2,2	1070	2	1130	1,4	1330	0,48	2300	
		3,0	2,6	1440	2,6	1440	2,34	1500	1,7	1760	0,68	2750	
	III	2,5	2,2	700	2,2	700	2,04	740	1,5	950	0,46	2150	
		3,3	3,2	1080	3,2	1080	2,83	1170	2,1	1380	0,75	2450	
		4,5	4	1440	4	1440	3,4	1570	2,4	1900	1,1	3050	
	VI	4,4	4,2	660	4,2	660	3,71	720	2,6	890	0,95	2150	
		5,8	5,6	930	5,6	930	4,6	1030	3,3	1250	1,3	2400	
		7,0	6,2	1160	6,2	1160	5,25	1260	3,7	1500	1,75	2400	
	WD	V	5,2	4,8	440	4,8	440	4	495	2,8	650	0,7	1150
			8	7,2	680	7,2	680	5,5	770	3,7	940	1,4	1700
			10	8,8	1120	8,8	1120	7,4	1200	5,4	1410	1,8	2200
VI		8,5	7,8	380	7,8	380	6,1	425	4,6	490	1,1	900	
		12,5	12	595	12	595	9,4	670	6,8	770	2,3	1300	
		16	15,5	695	14,5	715	11,2	815	8	1010	3,2	1400	
VII		11,5	11	365	10,8	375	8,2	430	6	510	1,5	700	
		17,5	16	565	15,4	580	11,8	665	7	810	3,5	1300	
		22,5	20,5	665	18,6	690	14,2	785	10	930	4,1	1300	
VIII		16,5	16,5	340	14	380	10,8	425	7,7	480	2,4	1100	
		25	23,5	560	21,4	580	16,4	640	11,5	720	3	1350	
		30	31	640	27,4	675	21,2	755	15	900	6,8	1250	
IX		23,5	23,6	315	19,2	335	14,8	370	10,5	400	3,1	770	
		36	32	495	27,7	515	21,3	575	15,5	660	5,9	1000	
		44	42	570	35	620	27	700	19	840	9	1200	
X		36,5	32,8	280	26,4	315	20	370	15	410	4,4	720	
		45,5	41	350	34,6	380	26,2	435	19	500	5,8	920	
		53	48	450	39	485	29,5	545	21	640	8,9	1050	
	69	55	545	46,5	600	35,2	690	26	810	12,4	1150		
Xa	75	63	415	51	450	38	510	28	560	12	900		
	85	71	540	57,5	595	42,6	700	31	790	17	1100		

nach Abb. 131, also geringe Änderung von n bei Belastungswechsel, J des Ankers nahezu proportional zu M .

Während des Anlassens ebenfalls Steigerung von M und J zulässig, aber wegen schlechterer Kommutierung nicht so hoch wie bei Hauptstrommotoren.

(1007) Verwendungsbereich beider Motorarten. Hauptstrommotoren im Kranbau wegen des beim Anlassen erlaubten großen Anzugsmomentes und wegen der günstigen Selbstregelung, da kleine Lasten schnell, große langsam gehoben werden. Wegen des durch Zahnräder mit dem Triebwerk verbundenen Motors ist die Gefahr des Durchgehens selbst bei Leerlast kaum vorhanden, gegebenenfalls können besondere Sicherheitsvorrichtungen vorgesehen werden.

Nebenschlußmotoren im Aufzugsbau wegen der Möglichkeit einer vollständigen Entlastung. Das geringere Anzugsmoment bildet keinen schwerwiegenden Mangel.

Der Hauptstrommotor des Kranbaues.

(1008) Die Motorwahl. Ist der Motor bei jedem Arbeitsspiel voll belastet und beträgt die ED etwa 15 bzw. 25 bzw. 40 $\%$, dann nennt man den Betrieb leicht bzw. normal bzw. schwer. Diese drei Betriebsstärken decken sich demnach mit den Nennbelastungen $AB\ 15$, $AB\ 25$ und $AB\ 40$.

Arbeitet der Motor mit wechselnder Belastung und darf angenommen werden, daß das mittlere vom Motor abzugebende Moment höchstens das 0,5- bis 0,6fache des Vollastmomentes beträgt, dann kann ein Betrieb mit vollen Lasten bei 15 $\%$ ED gleichgesetzt werden einem Betrieb mit wechselnden Lasten bei 25 $\%$ ED und ein Betrieb mit vollen Lasten bei 25 $\%$ ED einem solchen mit wechselnden Lasten bei 40 $\%$ ED. Diese Beziehungen sind nur angenäherte und schwanken mit der Ausführung des jeweiligen Motors; aber diese Ungenauigkeiten können mit Rücksicht auf die unberechenbaren Schwankungen im Wechsel der Belastung mit in Kauf genommen werden zugunsten einer einfachen Aufstellung von vier Belastungsreihen, die den Kopf der linksstehenden Motorliste bilden.

Im Kranbau wird je nach Aufstellungsort der offene oder gekapselte Motor verwendet. Die Belastungsfähigkeit des offenen Motors ist wegen seiner Luftkühlung größer als die des gekapselten, was in den nach beiden Arten stets getrennten Listen zum Ausdruck kommt.

Motoren in warmen Räumen (Hütten- und Gießkränen) müssen besonders reichlich gewählt werden.

Bei Fahrmotoren ist zu beachten, daß einem Nutzlastwechsel nicht derselbe Wechsel in der Motorbeanspruchung entspricht, denn der Motor hat auch bei Leerlast wenigstens das Katzen- bzw. das Krangerüst zu verfahren. Entsprechendes gilt für Schwenkmotoren der Drehkrane.

Außerdem ist noch der Anlaufvorgang zu berücksichtigen. Wie weiter unten dargelegt wird, tritt während des Anlaufs vorübergehend eine besonders große Stromstärke auf. In gewöhnlichen Fällen kann diese unberücksichtigt bleiben. Wird aber der Motor sehr oft angelassen, dann tritt durch den Anlaufstrom eine zusätzliche Wärmeentwicklung auf, was einen reichlicheren Motor als sonst erfordert (z. B. bei Schwenkwerken). Rechnungen hierüber sind unsicher, der Einfluß des Anlaufs ist zu schätzen.

Bei der Motorwahl stehen schnell- und langsamlaufende Motoren zur Verfügung. Schnellaufende sind kleiner, leichter und billiger als langsamlaufende, haben aber stärkere Abnutzung und erfordern mehr Übersetzungsvorgelege als langsamlaufende.

Für Fahrmotoren dürfen in der Regel schnellaufende gewählt werden, da wie oben bemerkt, auch bei Leerlast noch keine völlige Entlastung eintritt.

Bei Hubmotoren hängt die Wahl der Drehzahl von der Schaltungsart ab. Wenn die Last ungebremst gesenkt wird, kann der Motor ein Vielfaches der normalen Hubdrehzahl annehmen; da diese aber durch die Bauart des Ankers begrenzt ist, soll die normale Drehzahl etwa 800 in der Minute übersteigen. Nur bei Schaltung *d*, s. (1022) und (1029), darf der Motor schnellaufend sein, da er beim Senken ruht, ebenso bei den Winden mit Lastdruckbremse, da auch beim Senken der Motor unter Last steht, also nicht leer läuft.

(1009) Bauarten des Motors. Die gewöhnlichen Ausführungen mit Füßen, durch 4 Schrauben mit dem Fundament zu verbinden.

Mit Ausnahme der ganz kleinen Motoren mit geschlossenem Gehäuse haben alle Motoren horizontal geteiltes Gehäuse, wobei der Anker nach oben herausnehmbar ist.

Die meisten Motoren können an der Wand oder an der Decke befestigt werden, unter Umständen nach geringer Änderung der Lager. Flanschmotoren werden bis zu 5 kW hergestellt und unmittelbar mit den Radgehäusen verschraubt.

Näheres s. die Maßskizzen der Motorenlisten.

Beispiele für Motorwahl.

1. Elektroflasche für 2000 kg Nutzlast, $Q = 2100$ kg einschließlich Flasche und Haken, $v = 4$ m/min $= 0,067$ m/sek, $\eta_h \approx 0,65$. Erforderliche Leistung $N = \frac{2100 \cdot 0,067}{102 \cdot 0,65} = 2,1$ kW.

Für dieses Kleinhebezeug genügt Reihe I, somit

Motor KR II Nr. 2,3 mit 2,2 kW und 1070 Uml./min, daher $v = 0,067 \cdot 2,2 \cdot 2,1 = 0,07$ m/sek, oder KR III Nr. 2,5 mit 2,2 kW und 700 Uml./min, v ebenso.

2. Hubmotor für Werkstattlaufkran mit Reihe II. $Q = 10\,300$ kg, $v = 8$ m/min $= 0,133$ m/sek, $\eta \approx 0,75$. $N = \frac{10\,300 \cdot 0,133}{102 \cdot 0,75} = 18$ kW.

WD VII Nr. 22,5 mit 18,6 PS und 690 Uml./min, daher $v = 0,133 \cdot 18,6 : 18 = 0,137$ m/sek, oder WD IX Nr. 23,5 mit 19,2 kW und 335 Uml./min, daher $v = 0,133 \cdot 19,2 : 18 = 0,142$ m/sek.

3. Ist derselbe Kran für sehr angestrengten Hüttenbetrieb bestimmt, dann Reihe IV, somit WD IX Nr. 44 mit 19 kW und 840 Uml./min, somit $v = 0,133 \cdot 19 : 18 = 0,14$ m/sek, oder WD X Nr. 45,5 mit 19 kW und 500 Uml./min, v ebenso.

Diese Beispiele zeigen die Abhängigkeit der Motorgröße von dem Anstrengungsgrade und der Umlaufzahl.

(1010) Die Regelkurven des Hauptstrommotors bei Widerstandsschaltung nach Abb. 132. Bezeichnet r den Widerstand des Motors (= Anker- + Feldwiderstand) und v den jeweiligen Vorschaltwiderstand, dann liefert Abb.

133 die Regelkurven, d. h. die Beziehungen zwischen M und n für $v = 0, = r, = 2r$ usw. bis $v = 50r$.

Diese Kurven stellen Durchschnittswerte verschiedener Motoren dar und sind im Verhältnis zu den Nennleistungen der AB 15, 25 und 40 dargestellt.

Die Vorschaltwiderstände dienen zum Anlassen und Regeln der Motoren, was nachstehend für Fahrwerke und Lastwinden ausführlich behandelt wird.

Die J sind zwar nicht genau proportional zu den zugehörigen M , sondern sind (s. auch Abb. 129) bei kleinem M verhältnismäßig größer, bei großem M verhältnismäßig kleiner; im ganzen zeigen die J -Kurven aber ungefähr denselben Verlauf wie die M -Kurven.

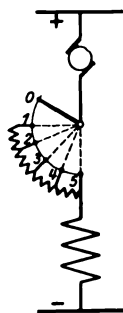


Abb. 132.

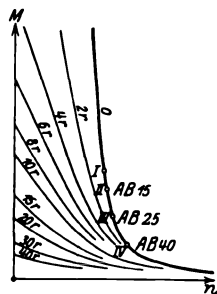


Abb. 133.

(1011) Allgemeines über Motorschaltungen. Nah- und Fernsteuerung. Die Widerstandsschaltung erfolgt durch den von Hand zu bedienenden Anlasser, als Schaltwalze, Steuerschalter oder Schützensteuerung ausgebildet, s. (1024). Die zum Antrieb gehörende Bremse kann entweder von Hand bzw. Fuß oder vom Anlasser aus durch Gestänge oder elektromagnetisch durch den Bremslüfter gesteuert werden.

Nahsteuerung, wenn der Kranführer dauernd in der Nähe der Winde bleibt und durch Hand oder Fuß die Bremse bedienen kann.

Fernsteuerung, wenn der Abstand zwischen Kranführer und Winde groß oder veränderlich ist und die Steuerung rein elektrisch erfolgen muß.

Fahrschaltung.

(1012) Anordnung Abb. 132 zeigt die Art, in der die Vorschaltwiderstände in den Stromkreis gelegt und durch den Anlasser (hier mit Kurbelbedienung gedacht) geschaltet werden. Die den Kurbelstellungen (hier 5 angenommen) entsprechenden Regelkurven sind in Abb. 134 links gezeichnet. Abb. 134 rechts zeigt den zeitlichen Verlauf der M und n während des Anlaufs. Zur Fahrbeherrung sei Moment M_k erforderlich; diesem M_k entspricht in Stellung 5 (also ohne Vorschaltwiderstand) der Beharrungsstrom J_k und die Drehzahl n_k .

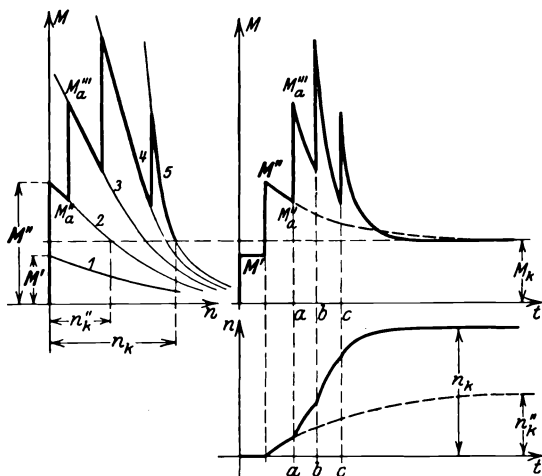


Abb. 134.

An Stelle eines (hier der Einfachheit wegen gezeichneten) Kurbelanlassers wird bei den Hebezeugen die Schaltwalze verwendet, die mehrere gegenseitig isolierte Beläge trägt, die bei Drehung der Walze an den einzelnen Kontaktfingern vorbeigleiten.

Man zeichnet die Abwicklung der Walze und denkt sich statt der Walzendrehung die Kontaktfinger über das Walzenbild gleitend.

Abb. 140 usw. zeigt solche Abwicklungen für Gleichstromanlasser mit dem den Walzenstellungen entsprechenden Stromlauf; hierbei sind die Widerstände ohne bzw. mit Strom durch leere bzw. halb ausgefüllte Rechtecke bezeichnet.

(1013) Fahrzeug in Ruhe. Kurbel auf 0, Motor stromlos.

(1014) Anlauf. Kurbel auf 1 liefert Antriebsmoment M' , das dem noch ruhenden Fahrzeug keine Bewegung erteilt, wenn $M' < M_k$; dagegen tritt sofort Strom J' auf, ebenfalls $< J_k$ und gleichbleibend, solange Kurbel auf 1 steht.

Kurbel auf 2 liefert $M'' > M_k$ und $J'' > J_k$. Nach (997) wird Anker beschleunigt mit $\varepsilon = (M'' - M_k) : \Theta$ und kommt in Bewegung. Damit geht aber infolge der Selbstregelung nach Kurve 2 J und M zurück, ε verkleinert sich und die Neigung der n - t -Kurve ist in jedem Zeitpunkt proportional dem jeweiligen $M'' - M_k$. Bei bleibender Kurbelstellung 2 würde n asymptotisch auf den Beharrungswert n_k'' steigen, J und M aber asymptotisch auf den Beharrungswert J_k und M_k fallen, s. strichierte Kurve der Abb. 134.

Hier und in allen weiteren Abbildungen ist nur der zeitliche M -Verlauf dargestellt. Die J verlaufen ganz ähnlich, und die M -Kurven können gleichzeitig als Darstellung der nicht gezeichneten J -Kurven dienen.

Um nun rascheren Anlauf zu erzielen und zugleich aus dem unwirtschaftlichen Arbeiten mit Vorschaltwiderstand herauszukommen, wird nach Erreichung einer ausreichenden Geschwindigkeit, etwa bei a , die Kurbel auf 3 gestellt. Nun gilt Regelkurve 3, M springt von M_a'' auf M_a''' und ε von $\varepsilon_a'' = (M_a'' - M_k) : \Theta$ auf den größeren Wert $\varepsilon_a''' = (M_a''' - M_k) : \Theta$. Die n - t -Kurve erhält somit bei a einen Knick.

Das Spiel wiederholt sich: M fällt wieder ab, n steigt weiter, bis in Punkt b Kurbel auf 4 gestellt wird usw. In Kurbelstellung 5 werden die Beharrungswerte n_k , M_k und J_k erreicht.

Der zeitliche Anlaufvorgang erfolgt verschieden schnell je nach der Schaltgeschwindigkeit, die bei den gewöhnlichen Kransteuerungen im Belieben des Kranführers steht.

In Abb. 134 ist schnelles Schalten angenommen; der Anlauf erfolgt zwar schnell, aber die M - und J -Spitzen liegen sehr hoch.

Bei zu langsamem Schalten erfolgt der Anlauf zwar mit kleinerem J und M , aber zu langsam.

Die größte Anlaufstromstärke wird durch Sicherungen oder besser durch selbsttätige Höchststromausschalter begrenzt, die so eingestellt werden, daß J_{\max}

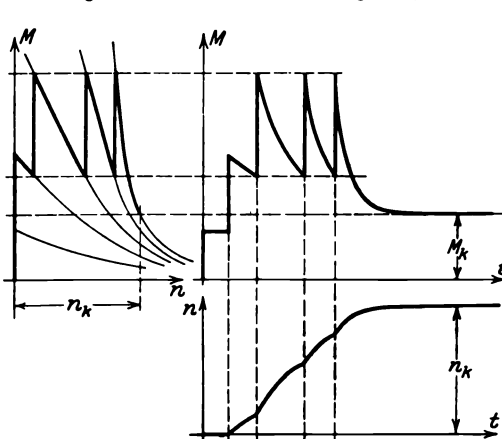


Abb. 135.

etwa das $2\frac{1}{2}$ fache des Nennstromes beträgt; dementsprechend ist M_{\max} etwa das 3fache des Nennmomentes. Dieser Wert J_{\max} ist durch die Funkenbildung am Kommutator begrenzt, er darf bei Motoren mit Hilfspolen ohne Schaden diesen Betrag auch überschreiten.

Die zweckmäßigste Schaltgeschwindigkeit liegt vor, wenn alle oberen J -Spitzen bzw. M -Spitzen dieses J_{\max} bzw. M_{\max} erreichen. Die Anlaufwiderstände werden nun so abgestuft,

daß die unteren Spitzen dieser J bzw. M ebenfalls gleich hoch liegen und der Anlaufvorgang somit nach Abb. 135 verläuft. Die Auswertung dieser Forderung bildet die Grundlage zur Bestimmung der Widerstandsstufen.

Dabei pflegt man aber die Widerstände so zu wählen, daß in der ersten Stellung der Strom J' (der Einschaltstrom) recht niedrig, meist unter dem Vollastnennstrom J_k ist. Stellung 1 bildet die Vorstufe; bei großen Leistungen nimmt man auch zwei Vorstufen.

Bei kleiner Last bzw. geringerm Fahrwiderstand ist M_k und J_k kleiner als bei Vollast; wird dabei aber so geschaltet, daß die J und M ebenso hoch liegen wie bei Vollast, dann läuft das Fahrzeug wegen des größeren $M - M_k$ rascher an; außerdem wird ja auch der Wert Θ kleiner und wirkt auf Vergrößerung der ε . Daher ist auch größere Schaltgeschwindigkeit als bei Vollast nötig und zulässig.

(1015) Fahrbeharrung tritt nach Erreichung der Werte J_k , M_k und n_k ein und dauert solange die Anlasserkurbel auf der Vollaststellung 5 verbleibt.

Regelung der Fahrgeschwindigkeit wird dadurch erreicht, daß die Kurbel nur bis zu den Stellungen 4, 3, 2 usw. gedreht wird; hierbei nimmt nach Abb. 134 die Ankerwelle bei Vollast die Beharrungswerte n_k'''' , n_k''' usw. an; bei kleinerer Last bzw. kleinerem Fahrwiderstand sind die Beharrungswerte größer als bei Vollast.

Die so erzielte Regelung ist stets unwirtschaftlich, da hierbei die Widerstände, die sonst nur während der kurzen Anlaufzeit Strom erhalten, auch bei Fahrbeharrung Strom aufnehmen und den elektrischen Wirkungsgrad herabsetzen. Sie wird aber trotzdem wegen ihrer Einfachheit und wegen der meist kleinen Beharrungswege und -zeiten benutzt.

(1016) Auslauf ohne Bremsung erfordert Stromunterbrechung, also Zurückführung der Kurbel über 4, 3, 2, 1 nach 0.

Zeitlicher Vorgang bei langsamem Schalten nach Abb. 136 mit dem jeweiligen $\varepsilon = (M - M_k) : \Theta$, also wegen $M < M_k$ negativ, d. h. Verzögerung.

Beim Übergang von 1 auf 0 verschwindet M und es bleibt $\varepsilon = -M_k : \Theta$, d. i. konstante Verzögerung des n bis auf 0 und geradliniges Abfallen der $n-t$

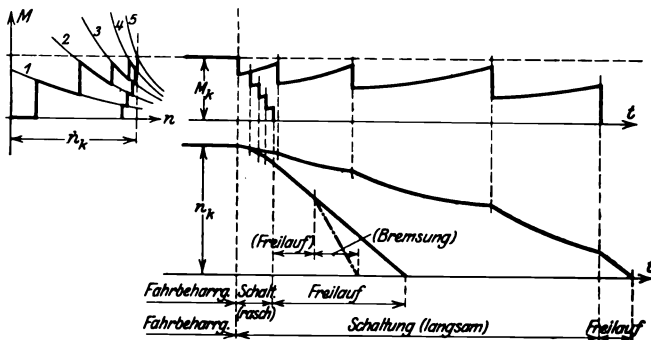


Abb. 136.

Linie auf Null, in der Folge als Freilauf bezeichnet. Beim Übergang von Stellung 1 auf 0 erfolgt Abreißen des Stromes, der um wenig kleiner ist als J_k . Solches schadet aber wegen der Selbstinduktion des Motors allen stromführenden Teilen und kann durch rasches Schalten nach Abb. 136 vermieden werden, da dann nur ein kleiner Strom abzureißen ist. Hieraus die Regel: im Anlauf langsam, im Auslauf rasch schalten.

Die Auslaufzeit t_a und der Auslaufweg s_a berechnet sich am einfachsten unter der Annahme, daß das Ausschalten plötzlich erfolgt und der Wert

$\varepsilon = -M_k : \Theta$ von n_k an bis zur Ruhe unverändert bleibt. Hiernach ist $t_a = \omega_k : \varepsilon = 0,105 n_k : \varepsilon$ und $s_a = v_k t_a : 2$.

Hierbei ist die Abhängigkeit der Werte M_k , n_k , ε und Θ von der am Fahrzeug jeweils hängenden Last zu beachten; ε_{\min} und somit $t_{a \max}$ und $s_{a \max}$ tritt im allgemeinen bei Leerlast auf.

(1017) Auslauf mit Nachlaufbremsung. Bei rascher laufenden Fahrzeugen dauert der ungebremste Auslauf zu lange und muß durch Bremsung abgekürzt werden. Diese erfolgt

a) durch Reibungsbremse auf der Ankerwelle oder auf der mit ihr gekuppelten Ritzel- oder Schneckenwelle, seltener auf einer Vorgelegewelle, betätigt meist durch Fußdruck und Gestänge vom Führerstande aus; nur bei Nahsteuerung möglich. Anordnung s. (1035) und Bild 173.

b) durch Reibungsbremse mit elektromagnetischem Bremslüfter. Auch bei Fernsteuerung verwendbar. Die Magnetwicklung kann im Hauptstromkreis oder im Nebenschluß liegen.

α) der Hauptstrombremslüfter, im Motorstromkreise liegend, hat wenig und starke Windungen; er erhält gleichzeitig mit dem Motor Strom und erfordert keine besonderen Anlasserkontakte. *Nachteil:* bei wechselnder Motorbelastung ist der Bremslüfter des sicheren Anspringens wegen nach dem kleinst vorkommenden Motorstrom zu bemessen; bei Vollast wirkt er dann zu kräftig und daher stoßend.

β) Der Nebenschlußbremslüfter mit Schaltung nach Abb. 137 hat viele und schwache Windungen, stets dieselbe Stromstärke und Zugkraft, unabhängig vom Motorstrom bzw. Belastung. Stets Parallelwiderstand neben der Lüfter-

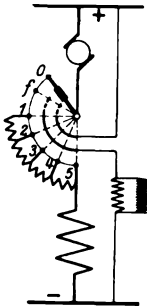


Abb. 137.

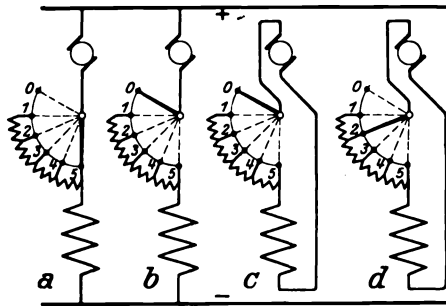


Abb. 138 a bis d.

windung zur Vernichtung der Selbstinduktion erforderlich. Bei strichierter Erweiterung der Kontaktbahn kann in Stellung *f* das Fahrzeug ungebremst, d. h. mit Freilauf auslaufen, wodurch unter Umständen beträchtlich an Strom gespart werden kann. Während der Bremsung ist nach (1002) $\varepsilon = (-M_k - M_r) : \Theta$, also stärkere Verzögerung als ohne Bremsung. Berechnung des t_a und s_a mit diesem ε wie oben.

Abb. 136 strichpunktiert zeigt den Auslauf mit Freilauf und darauffolgender Bremsung.

Bei gegebenen t_a oder s_a ist das erforderliche M_r zu berechnen; auch hier sind wie beim Freilauf die Verhältnisse bei Leerlast maßgebend. Zu beachten ist auch die Bemerkung nach (1003).

Bei jeder Reibungsbremse wird das Arbeitsvermögen der bewegten Massen in Reibungswärme umgesetzt.

c) durch Bremschaltung. Abb. 138 a bis d zeigt die aufeinanderfolgenden Schaltvorgänge; *a* gilt für Fahrt mit Strom. Wird nun während der Fahrt der Motor nach *b* (wie bisher) vom Netz getrennt und nach *c* die Bremschaltung vorbereitet, dann treibt bei Schaltung *d* die Nachlaufenergie des Fahrzeuges den Motor als Generator an; der entstehende Strom verläuft in diesem Stromkreise, geht durch die Widerstände und gibt an den Anker ein Moment M ab, das gegen die Drehrichtung, also bremsend wirkt. Das Arbeitsvermögen der bewegten Massen wird somit nicht, wie bisher, in Reibungswärme, sondern in Stromwärme, hauptsächlich im Vorschaltwiderstand, umgesetzt. Die mechanische Ausrüstung vereinfacht sich wegen des Fortfalls der Reibungsbremse, aber die Schaltung wird umständlicher und teurer.

Abb. 139 links zeigt oben die bisherigen Regelkurven, unten diejenigen der Bremschaltung. Abb. 139 rechts zeigt den zeitlichen Auslauf mit Ausschaltung, Freilauf und Bremsung mit drei Stufen. Bei zu raschem Schalten steigt der Bremsstrom zu hoch und gefährdet Motor und Anlasser, bei zu langsamem Schalten bleibt Bremsstrom und Gegenmoment zu klein. Besonders ist darauf zu achten, daß der Bremsstrom nicht vorzeitig abgerissen wird, sondern daß die Kurbel erst nach Fahrtende auf 0 gestellt wird.

Man benutzt zum Bremsen kaum alle Hubstellungen; bei kleinen Motoren genügt eine, bei größeren zwei bis drei Stellungen; dabei soll in der stärksten Bremsstellung im Stromkreis noch Vorschaltwiderstand liegen, der oft noch durch einen besonderen Bremschutzwiderstand verstärkt wird.

Diese rein elektrische Bremsung kann bei kleineren und mittleren Motoren genügen. Bei großen Motoren ist sie allein kaum ausreichend

und muß, besonders wenn genaues Halten verlangt wird, durch eine Fußdruck- oder Magnetreibungsbremse unterstützt werden.

Der letzte Rest an Nachlaufgeschwindigkeit kann ohnehin rein elektrisch nicht abgebremst werden, was aus Abb. 139 deutlich hervorgeht; er verschwindet als Freilaufsverzögerung. Soll das Fahrzeug an jedem gewünschten Punkt genau halten, dann ist dieser Rest mechanisch abzubremesen.

Gegenstrombremsung. Eine sehr wirksame Verzögerung könnte dadurch erzielt werden, daß man den Motor während des Auslaufs auf Gegenfahrt ans Netz legt, natürlich nur in den ersten Stellungen. Dabei tritt aber ein so hoher Strom auf, daß diese Schaltung nur ausnahmsweise in Gefährfällen verwendet werden darf.

(1018) Rückfahrt erfordert keine besondere Behandlung, da hierbei der Motor für entgegengesetzte Drehrichtung geschaltet wird und alle Richtungen sich umkehren. Hierbei ist entweder der Ankerstrom oder der Feldstrom zu wenden; ersteres ist üblich, letzteres ausnahmsweise.

(1019) Schwenkmotorenschaltung für Drehkrane ist genau dieselbe wie die Fahrsteuerung; meist liegt Nahsteuerung vor; Bremsung erfolgt dann durch Fußtrittbremse oder durch Bremschaltung, vielfach auch beides gleichzeitig.

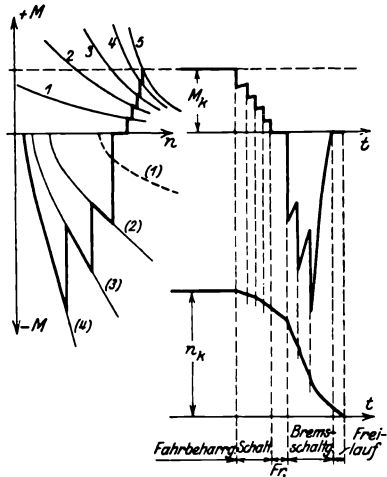


Abb. 139.

Schaltwalzen- und Stromlaufbilder für Fahrumschaltung.

(1020) Abb. 140 für einfache Umkehrung. Ein Hauptstrombremslüfter läßt sich ohne Änderung der Walze in den Stromkreis legen.

Abb. 141 für Umkehrung mit Nebenschlußbremslüfter. Bei Ausführung mit strichierter verlängertem Walzenbelag ist in Stellung f Freilauf, d. i. ungebremster Auslauf, vorhanden.

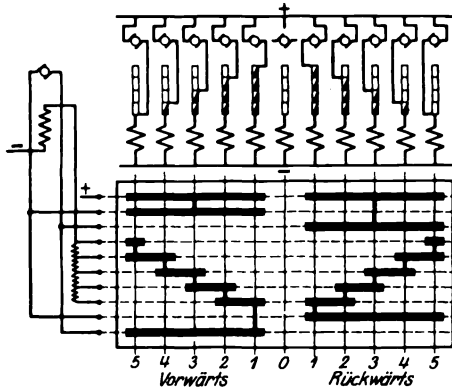


Abb. 140.

Abb. 142 für Umkehrung mit Nachlaufbremsung in Stellung b_1 und b_3 . Nachteil: bei vorzeitigem Übergang von b_2 auf 0 wird Bremsstrom abgerissen. Bei strichierter Ausführung wird dieser durch Kurzschluß in Stellung 0 verhindert.

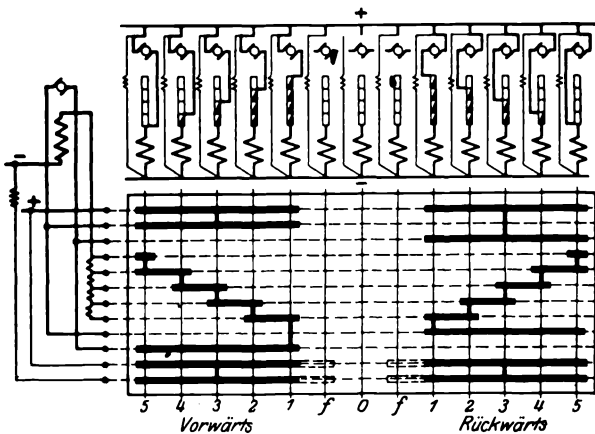


Abb. 141.

Abb. 143 zeigt Schaltung mit mittleren Bremsstellungen, die beiden Fahrrichtungen gemeinsam sind. Die für Vorwärts- bzw. Rückwärtsfahrt erforderliche Schaltung wird durch die mittels Nocke von der Hauptwalze mitgenommene

Nebenwalze selbsttätig hergestellt und der Führer braucht daher nicht zwischen Vor- und Rückwärtsbremsstellungen zu unterscheiden, sondern er stellt die Walze stets auf Null.

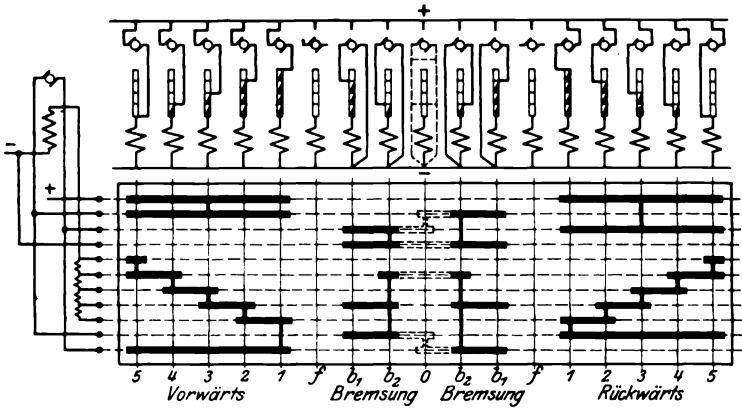


Abb. 142.

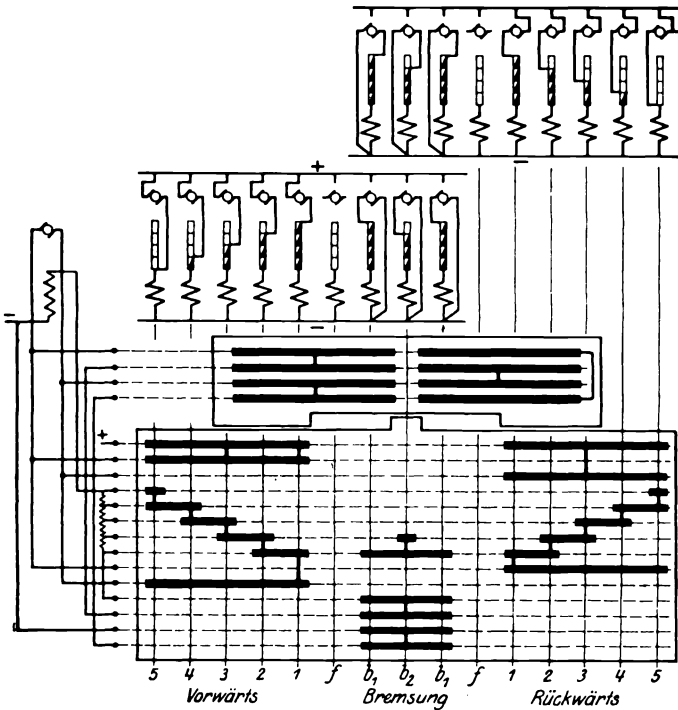


Abb. 143.

Hubschaltung.

(1021) Diese zerfällt in zwei Gruppen, je nachdem das Lastsenken durch Lüften und Regeln einer Reibungsbremse oder bei vollständig gelüfteter Bremse durch elektrische Senkschaltung erfolgt. Bei der ersten Gruppe wird die frei werdende Senkarbeit in Reibungswärme, bei der zweiten in Stromwärme umgesetzt. (Eine Rückgewinnung von Senkenergie kommt nur bei Drehstromschaltung in Frage.) Sämtliche Schaltungen unterscheiden sich im wesentlichen nur auf der Senkseite durch die Art der Bremsregelung, auf der Hubseite dagegen nicht oder nur unwesentlich.

(1022) Erste Gruppe mit Reibungsenkbremse.

Schaltung a. Mit Kurvenschiene und fester Bremsscheibe, Abb. 144. Die lotrechte Schaltwalze ist mit der horizontalen Handhebelwelle durch Kegelräder verbunden.

Lasthalten: Hebel auf 0, Bremse geschlossen.

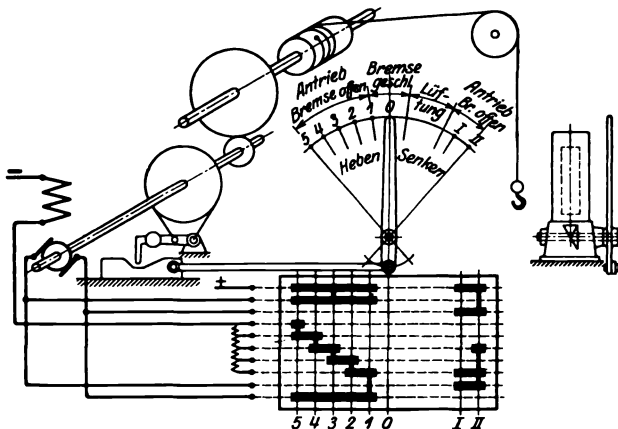


Abb. 144.

Anlauf: Hebel langsam auf 1 bis 5 bringen; in 1 wird Bremse gelüftet und Motor ans Netz gelegt.

Heben: Hebel bleibt in der jeweiligen Stellung stehen.

Auslauf: Hebel rasch auf 0, Bremse fällt ein und vernichtet Nachlauf.

Senken: Hebel auf Senkseite bringen, Lüftung steigend mit Hebelauschlag. Bei Kleinlasten und fehlendem freien Rücklauf erhält Motor 1 bis 2 stufigen Senkantrieb mit Vorschaltwiderstand.

Statt Kurvenschiene auch Kurvenscheibe auf Hebelwelle.

Schaltung ist einfach und billig. Die geforderte Gleichzeitigkeit zwischen Stromeinschaltung und Lüftung der Bremse in Stellung 1 ist infolge Abnutzung der Bremsteile fraglich, daher nur für träge anlaufende Kleinhebezeuge mit Schnecke geeignet.

Ausführung bei liegender Schaltwalze und Steuerseilbedienung nach Abb. 196 mit Doppelbackenbremse und Zugfeder statt Gewicht.

Schaltung b. Mit Sperrbremse nach Abb. 145. Nachteil der Schaltung *a* ist hier vermieden, da Bremse in Hubrichtung nicht gelüftet wird; dagegen Bremsschaltung für Hubauslauf erforderlich, wie bei Fahrerschaltung. Senkantrieb für Kleinlasten wie bei *a*. Üblich für Hafenkranen; Sperrbremse nach (1036).

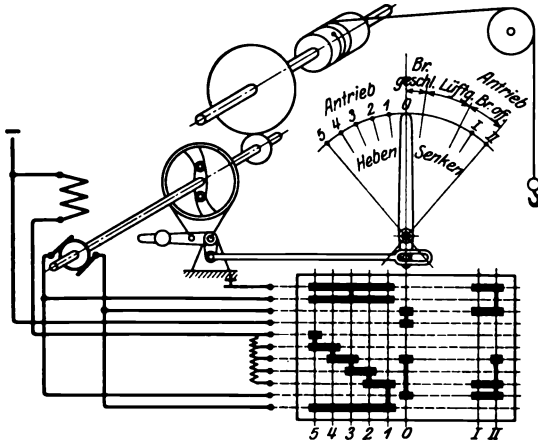


Abb. 145.

Schaltung c. Mit fester Bremsscheibe und Bremslüfter nach Abb. 146; in der Regel Nebenschlußlüfter. Hier wieder mechanische Hubnachlaufbremsung. Senkseite wie bei *a* und *b*. Ebenfalls für Hafenkranen.

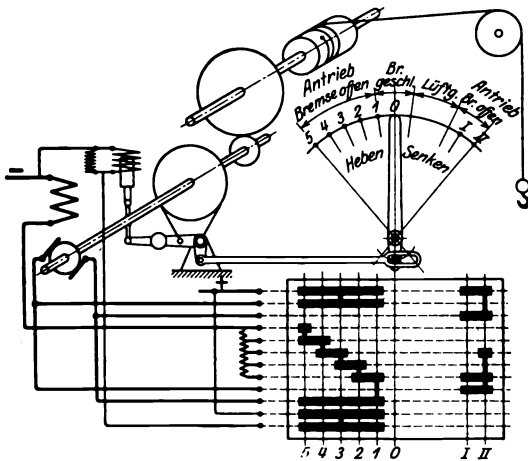


Abb. 146.

Schaltung d. Mit Reibkupplung und gesteuerter Klinke, gegen Senkdrehung wirkend, nach Abb. 147.

Lasthalten: Reibkupplung geschlossen, Klinke hält die Last.

Heben: Kupplung bleibt geschlossen, Motor arbeitet auf Lastheben, Klinke geräuschlos gesteuert.

Hubauslauf: Nachlaufbremse durch Bremschaltung (wie bei b).

Senken: Klinke bleibt im Eingriff und hält Vorgelege und Motor in Ruhe. Hebel in Senkstellung ausgelegt, lüftet die Reibkupplung, die jetzt als Senkbremse dient. Bei Leerlast ist Senkantrieb nicht möglich, daher freier Rücklauf und hinreichendes Flaschengewicht erforderlich.

Über die vorteilhafte Rückwirkung des beim Senken ruhenden Motors auf die Motorwahl, s. (1008); Schonung des Motors, da er nur halb so viel gebraucht wird wie bei allen anderen Schaltungen. Reibkupplung und Gestänge erfordert teure sorgfältige Ausführung, meist als sog. Bremsbandkupplung. Für großhubige Hafenkranen, besonders bei Greiferbetrieb.

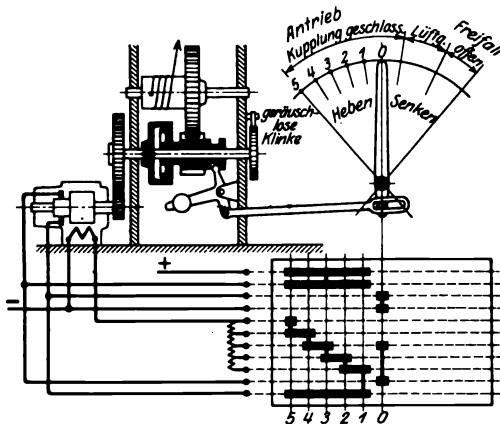


Abb. 147.

Schaltung e. Für Winden mit Lastdruckbremse. Wie bei Handwinden treibt der Motor die Winde beim Heben mit Vollstrom und beim Senken mit entsprechend kleinerem Strom an. Sicherheitsüberschuß etwa 30%.

Zur Verkleinerung des Nachlaufs beim Hub- und Senkauslauf ist Nachlaufbremse erforderlich. Ausführung: Reibungsbremse mit Nebenschlußlüfter, bei Nahsteuerung auch Bremshebel durch Kurvenscheibe auf Anlasserwelle (wie bei a) gesteuert, seltener die Bremschaltung wie bei Fahrhaltung.

Meist nur für Schneckenwinden mit kleinen Lasten üblich; sorgfältige Ausbildung der Lastdruckbremse nach (1037).

Vorteil der Schaltung: Einfachheit, kein Durchgehen des Motors beim Senken, Verwendung des gewöhnlichen Fahr Schalters. Nachteil: Stromverbrauch beim Senken.

Dieselbe Schaltung bei selbsthemmenden Winden für Lasten, Ausleger-einziehwerken usw.

(1023) Zweite Gruppe mit elektrischer Senkschaltung.

Die stets vorhandene Reibungsbremse ist nur während des Lasthaltens geschlossen, während des Hebens und Senkens aber durch Nebenschlußbremslüfter geöffnet.

Heben: normal wie bisher.

Senken: Der Motor wird in ähnlicher Weise wie bei der Fahrbremsschaltung als Generator geschaltet und der entstehende Strom durch die Vorschaltwiderstände geführt. Diese Schaltung kann aber für Lastwinden nicht ohne weiteres übernommen werden, da die Selbsterregung der Maschine zu spät oder gar nicht erfolgen könnte und die Last dann frei fällt. Daher wird zur Sicherheit das Feld von vornherein an das Netz gelegt, um sofort bei Senkbeginn Erregung zu haben (Fremderregung). Der entstehende Ankerstrom wird dann ebenfalls durch das Feld geführt, wodurch dieses weiter verstärkt wird.

Die am Hubende einfallende Bremse dient zum Abbremsen des Hubnachlaufs und ist für Leerlast nach (997) zu berechnen, erfordert also ein $M_r = \varepsilon \Theta$, worin $\varepsilon =$ Verzögerung. Während der Senkbeharrung ist das Lastmoment stets durch das vom Feld auf den Anker wirkende Gegenmoment ausgeglichen, so daß die Bremse nur den Senkauslauf abzubremsen hat und dasselbe M_r , wie am Hubende erfordert. Daher ist die Bremse wie die Fahrnachlaufbremse für beide Drehrichtungen gleichwirkend zu bauen, s. (1035). Für Lasthalten ist diese Bremse dann hinreichend stark.

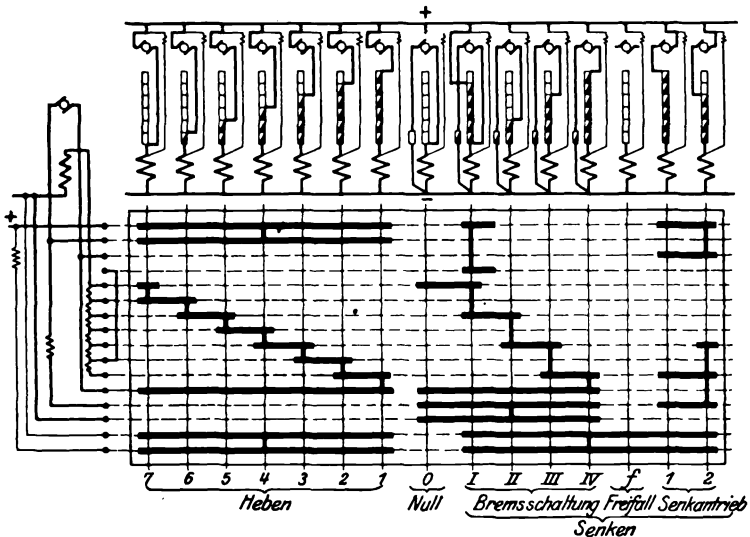


Abb. 148 Senkbremsschaltung.

Einzelausbildungen dieser Schaltung:

a) **Senkbremsschaltung**, Abb. 148.

Heben: normal.

In der Nullstellung wird die Generatorschaltung vorbereitet. In den Senkstellungen I bis IV wird das Feld durch den schwachen Bremslüfterstrom erregt (schwache Fremderregung). Um jedoch schon in der ersten Senkstellung kräftigere Erregung zu haben, wird Frischstrom benutzt (starke Fremderregung). Abb. 149 zeigt die Regelkurven hierzu auf der Hub- und Senkseite. Man erkennt, daß bei gegebenem Lastmoment die Senkgeschwindigkeit um so größer wird, je weiter die Walze aus ihrer Nulllage gedreht wird. Die Nullstellung liefert gleichzeitig Nachlaufbremsung für den Senkauslauf, s. die strichierte Kurve in Abb. 149; sie unterstützt noch die Wirkung der dann einfallenden Reibungsbremse.

Stellung *f* ist Freifallstellung, in der der ungebremste Motor vom Netz getrennt ist. Es folgen dann wie bei den Schaltungen der ersten Gruppe zwei Senkantriebstellungen für kleine Lasten.

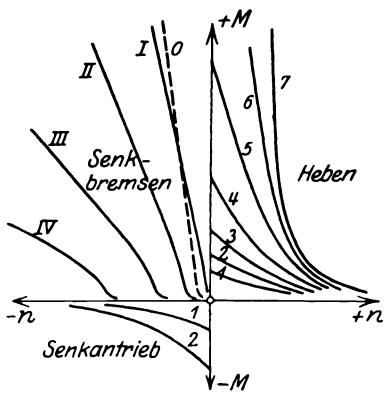


Abb. 149. Regelkurven für Senkbremsschaltung.

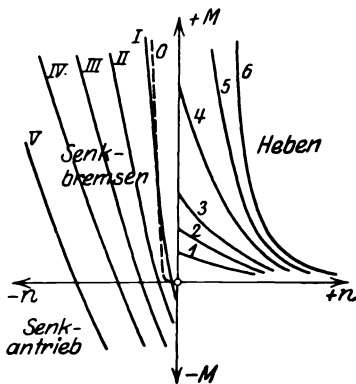


Abb. 151. Regelkurven für Senkkraftschaltung.

b) **Senkkraftschaltung**, Abb. 150. Hierbei liegt der Motor in allen Senkstellungen am Netz, arbeitet ungefähr wie eine Nebenschlußmaschine und zwar in jeder Stellung bei kleinen Lasten als Motor und bei großen Lasten als ein von der Last angetriebener Generator. Regelkurven etwa nach Abb. 151.

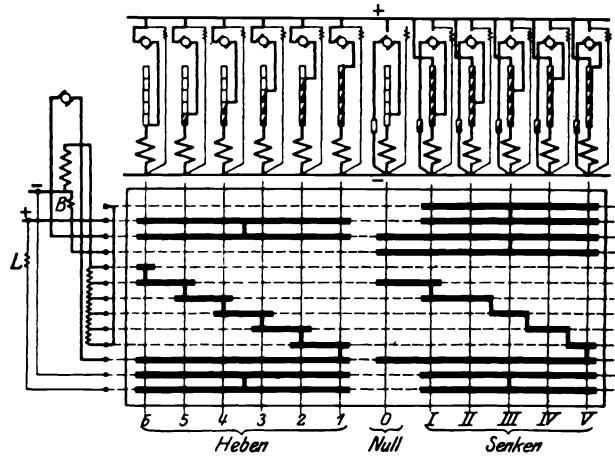


Abb. 150. Senkkraftschaltung.

Vergleich beider Schaltungen. Bei Schaltung a nimmt die Maschine in allen Senkstellungen, abgesehen von der ersten, keinen Netzstrom auf (der sehr schwache Nebenschlußbremslüfterstrom ist belanglos), daher Stromersparnis. Die Freifallstellung erlaubt zwar schnelles Senken, kann aber durch Überschreitung der zulässigen Motordrehzahl gefährlich werden; eine an der Ankerwelle angebrachte Fliehkraftklingel mahnt den Führer zum Verlassen dieser Stellung.

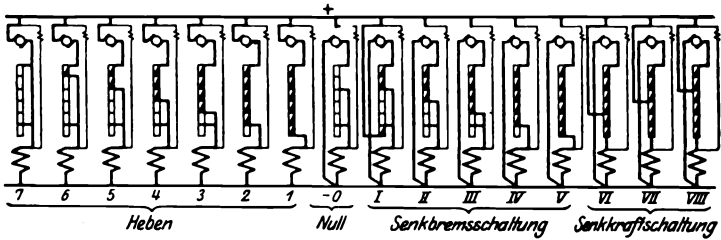


Abb. 152. Senkbremskraftschaltung.

Schaltung b erfordert Netzstrom in den Senkstellungen, hat aber den Vorteil, daß infolge des Fehlens der Freifallstellung der Motor nicht durchgehen kann und daß stetiger Übergang zwischen Senkbremsung und Senkantrieb vorliegt.

c) **Senkbremskraftschaltung**, mit Stromlauf nach Abb. 152 und Regelkurven nach Abb. 153 vereinigt beide Schaltungen; bei kleiner Senkgeschwindigkeit liegt Senkbremsung und bei großer Senkkräftschaltung vor, Freifallstellung fällt weg. Zur Zeit zweckmäßigste Schaltung, für alle Betriebsverhältnisse passend.

Heben mit Dämpfungswiderstand. Vorstehende Schaltungen liefern beim Heben nicht hinreichend feine Regelung, da schon kleine Lasten in der ersten Hubstellung zu rasch gehoben werden. Zwecks Erreichung kleiner Hubgeschwindigkeit wird nach Abb. 154 in der ersten Hubstellung dem Motor ein Dämpfungswiderstand parallel geschaltet, wodurch sich eine Änderung der

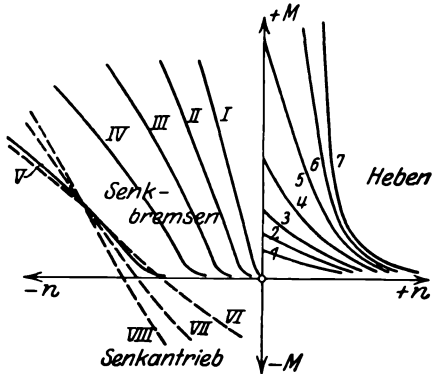


Abb. 153. Regelkurven für Senkbremskraftschaltung.

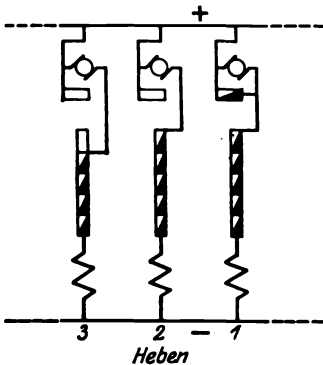


Abb. 154.

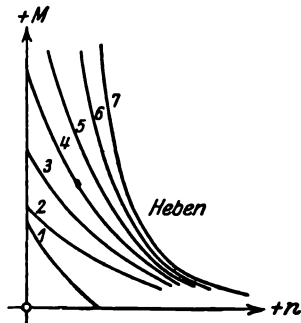


Abb. 155.

ersten Regelkurve nach Abb. 155 ergibt. Erfordert geringe Änderung der Walze auf der Hubseite und ist bei allen Hubschaltungen verwendbar.

(1024) Bau der Steuerapparate. Abb. 156 zeigt den Querschnitt durch einen SSW-Anlasser. Die federnden Kontaktfinger sitzen auf einem mit Isolierschicht versehenen Vierkantisen, sind leicht herauszuklappen und auswechselbar. Die Kontaktringe sind mittels Schellen und Schrauben auf einer ebensolchen Vierkantachse befestigt und haben auswechselbare Brennstücke b . Die aus dem Gehäuse ragende Achse wird durch Handrad oder Hebel usw. gesteuert. Ein auf dem Antriebsorgan angebrachter Pfeil oder eine sonstige Zeigervorrichtung auf dem Skalenring zeigt die einzelnen Schaltstellungen an; diese sind durch ein Sperrrad in Verbindung mit einem gefederten Sperrhebel fühlbar gemacht.

Im Gehäuse befindet sich ein vom Motorstrom gespeister magnetischer Funkenbläser, der für rasches und sicheres Erlöschen des Schaltfeuers sorgt; Funkenfächer f aus Isolierstoff verhindern ein Überspringen des Schaltfeuers von Hammer zu Hammer.

Die Widerstände bestehen aus Draht oder Gußeisen bei kleinen bzw. großen Stromstärken; sie sind in einem vergitterten Kasten vereinigt und werden in der Regel getrennt vom Anlasser aufgestellt, und zwar so, daß die aufsteigende warme Luft leicht abgeführt wird; mehrere Kästen müssen daher reichlichen Abstand voneinander haben. Kleine Anlasser können angebaute Drahtwiderstände erhalten.

Die Widerstände sind so zu bemessen, daß sie die Wärme ohne Schaden aufnehmen können; die Widerstandsmassen hängen im wesentlichen von der stündlichen Schaltzahl ab und sind besonders reichlich bei Regulierbetrieb zu nehmen, wobei die Widerstände nicht nur zum Anlassen, sondern auch zur Drehzahlregelung dienen.

Das Bedienungsgorgan der Schaltwalze hängt von der Lage der Walze ab. Stehende Anlasser erhalten das Handrad, besser als die Kurbel, bei der zu schnell gesteuert wird. Hochliegende Anlasser werden durch herabhängende Steuerseile vom Fußboden aus bedient und haben Rückschnellfeder zum raschen Ausschalten; nur für Kleinanlasser geeignet. Bei Handhebelbedienug ist Kegelradübersetzung, etwa nach Abb. 144, erforderlich; Hebel

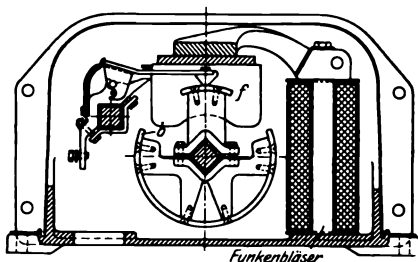


Abb. 156.

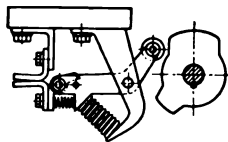


Abb. 157.

kann nach Bedarf wagrecht oder lotrecht liegen. Die nur bei Handrad vorhandene Feinfühligkeit leidet durch diese Übersetzung. Universalsteuerung, wenn zwei Anlasser gleichzeitig von einem Handhebel bedient werden.

Bei Handhebelbedienug ist die sog. sinnfällige Bewegung zwischen Hand und Last möglich und üblich. Näheres s. alle Kranausrüstungslisten.

Steuerschalter an Stelle der Schaltwalze, wenn schwerer Betrieb mit hoher Schaltzahl vorliegt. Hierbei werden die einzelnen Kontakte durch Stromschalter ersetzt, die durch Kurvenscheiben auf der Steuerwelle gesteuert werden. Abb. 157 zeigt die AEG.-Ausführung. Der Steuerschalter ist teuer und bei großen Abmessungen weniger leicht beweglich als die Schaltwalze.

Bei der Schützensteuerung werden die außerhalb des Anlassergehäuses in einem besonderen Kasten vereinigten Stromschalter (Schütz) elektromagnetisch bewegt; die Magnete werden durch einen Schwachstrom gespeist, der durch eine besondere Walze, die Meisterwalze geregelt wird. Diese ist klein und leicht beweglich und nutzt sich beim stärksten Betrieb kaum ab, aber die ganze Einrichtung bildet die teuerste Schaltung.

(1025) Endausschaltung als Schutz gegen das Überfahren der Endstellungen.

Mechanische Endschalter hauptsächlich für Lastwinden mit Nahsteuerung, seltener für Fahr- und Schwenkwerke. Durch Gestänge, Wandermutter u. dgl. wirkt die Winde in den Endlagen unmittelbar auf die Schaltwalze ein und stellt diese zwangsläufig auf null. Ausführung s. Abb. 195.

Billig, da keine stromführenden Apparate erforderlich, aber unvollkommen, da wegen des wechselnden Nachlaufes bei Belastungswechsel die Schaltwalze nicht sicher auf null zu stehen kommt.

Elektrische Endschalter unterbrechen in den Endlagen unmittelbar den Motorstrom; für Nah- und Fernsteuerung verwendbar. Teurer als mechanische Endschaltung, aber exakt wirkend.

Abb. 158 gilt für Fahrwerke; die Hebel e stoßen in den Endlagen gegen Kurvenstücke a und unterbrechen den Motorstrom. Die Schaltwalze erfordert zusätzliche Kontaktfinger und -ringe und ist so eingerichtet, daß sofort auf Rückfahrt geschaltet werden kann. Bei Lastwinden werden die Hebel nach Abb. 159 durch eine Wandermutter gesteuert, die auf einer mit der Winde gekuppelten Spindel sitzt. Nach jeder Bewegungsunterbrechung ist der Anlasser sofort auf null zu stellen.

Die Kontakte der Hebel liegen in einem ölgefüllten Gußkasten; eine Springfeder sorgt für augenblickliches Ein- und Ausschalten.

Bei angestregtem Betriebe wird ein Hilfsstrom unterbrochen, der auf ein Schütz wirkt, das den Motorstrom selbst öffnet. Dieses Schütz kann an einer gut zugänglichen Stelle, gewöhnlich im Führerhause, untergebracht und die dem Verschleiß ausgesetzten Kontakte leicht nachgesehen und ausgewechselt werden.

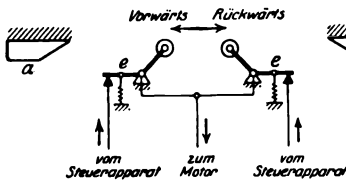


Abb. 158.

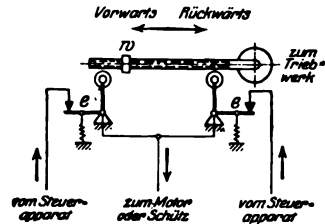


Abb. 159.

Drehstrom.

(1026) **Allgemeines.** Für den Hebezeugbetrieb eignet sich nur der asynchrone Drehstrommotor. Bei sehr kleinen Leistungen kann der Motor Kurzschlußläufer haben, normal ist der Schleifringläufer, und zwar der zwei-phasige bei kleinen und der drei-phasige bei mittleren und großen Leistungen.

Der Ständer wird in der Regel ohne Vorschaltwiderstände ans Netz gelegt; die drei Läufer-schleifringe werden durch regelbare Widerstände miteinander verbunden.

Abb. 160 zeigt das ungefähre Verhalten des Motors bei verschiedenen Widerständen im Läuferkreis; die stark gezeichneten Kurven gelten für den kurzgeschlossenen Läufer. Näheres über Drehstrommotoren s. Abschn. Elektrotechnik.

Wesentlich: Synchrondrehzahl n_s (nahezu Leerlaufdrehzahl) nur von der Polzahl und Frequenz abhängig,

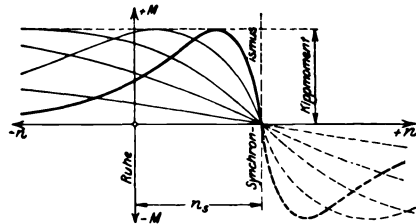


Abb. 160.

$$n_s = \frac{\text{Periodenzahl in der Sekunde}}{\text{Anzahl der Polpaare}} \cdot 60 \text{ in der Minute.}$$

Bei der üblichen Periodenzahl von 50 ist demnach bei

	2	3	4	5
	Polpaaren			
$n_s =$	1500	1000	750	600
	in der Minute.			

Bei kurzgeschlossenem Läufer und Belastung bis zum Normalwert fällt n um etwa $4 \div 5\%$ ab, der Motor verhält sich demnach ähnlich wie der Nebenschlußmotor.

Der Höchstwert der M heißt Kippmoment; dieses soll reichlich über dem Normalmoment liegen, damit der Motor hinreichend schnell und sicher anläuft; üblich ist $v = \text{Kippmoment} : \text{Normalmoment} \geq 2,5$.

(1027) **Motorwahl.** Hinsichtlich der Nennbelastungen gilt dasselbe wie bei Gleichstromhauptstrommotoren.

Geschlossene AEG-Drehstrommotoren,
Frequenz 50, Spannungen bis 600 Volt.
(Auszug aus der AEG-Kranmotorenliste 1919.)

Motor		Nennwerte für										Synchron- drehzahl w_2				
		AB 15		AB 25		AB 40		AB 25		AB 40						
		Belastungsarten														
Typ u. Nr.	Größe	I		II		III		IV		V		kW	Uml.	v		
		Wechselnde Lasten		Schwerer Betrieb		Schwerer Betrieb		Schwerer Betrieb		Schwerer Betrieb						
		Leichter Betrieb 15% ED		Normaler Betrieb 25% ED		Normaler Betrieb 25% ED		Normaler Betrieb 25% ED		Schwerer Betrieb 40% ED		Schwerer Betrieb 40% ED		Schwerer Betrieb 40% ED		
		Voll Lasten		Normaler Betrieb 15% ED		Normaler Betrieb 25% ED		Normaler Betrieb 25% ED		Schwerer Betrieb 40% ED		Schwerer Betrieb 40% ED		Schwerer Betrieb 40% ED		
		kW	Uml.	v	kW	Uml.	v	kW	Uml.	v	kW	Uml.	v	kW	Uml.	v
DK 20/4	6	2	1425	3,2	2	1425	3,2	1,82	1430	3,5						
DK 30/4	7	3	1430	3,3	3	1430	3,3	2,74	1440	3,7						
DK 50/4	8	5	1435	2,6	5	1435	2,6	4,7	1435	3,4						
DK 60/4	8	5,5	1435	2,7	5,5	1435	2,7	5,2	1435	2,9						
DNK 1504/8	10	7,5	1440	2,5	7,5	1440	2,5	6,7	1450	2,8						
DNK 1504/10	11	9	1440	2,5	9	1440	2,5	8,3	1450	2,8						
DK 1501/10	12	12	1430	2,7	12	1430	2,7	10	1440	3,2						
DK 1500/15	15	16	1430	2,5	16	1430	2,5	13,1	1440	2,9						
DK 1501/20	17	23	1430	2,8	23	1430	2,8	19,5	1440	3,3						
DK 20/6	6	1	920	2,8	1	920	2,8	1	920	2,8						
DK 30/6	7	1,7	935	2,8	1,7	935	2,8	1,7	935	2,8						
DK 50/6	8	2,8	940	2,8	2,8	940	2,8	2,7	940	2,9						
DK 60/6	8	3,2	945	2,8	3,2	945	2,8	3,2	945	2,8						
DNK 1004/5	10	5	945	2,5	5	945	2,5	4,6	950	2,7						
DNK 1004/6,5	11	6	950	2,5	6	950	2,5	5,1	960	3						
DK 1000/7,5	13	7,5	950	2,6	7,5	950	2,6	6	955	3,3						
DKH 1000/7,5	13	7,5	950	2,6	7,5	950	2,6	5,5	960	2,5						
DK 1000/10	14	10	955	3	10	955	2,9	8,2	960	3,7	5	965	3			
DKH 1007/10	14	10	955	3	10	955	2,9	7,5	965	2,6						
DK 1001/15	16	17	955	2,5	17	955	2,5	14	960	3,1						
DKH 1001/15	16	17	955	2,5	17	955	2,5	13	965	2,5						

DK 1000/20	22	960	2,6	21,4	960	2,8	17,1	965	3,5	14	975	3,2
DKH 1000/20	22	960	3,2	32	960	3,2	26,2	970	4	21,5	975	3,5
DK 1001/30	26	970	2,9	42	970	2,9	35	975	3,8	27	975	3,3
DKH 1001/30	26	970	3,2	42	970	3,2	33	970	2,7			
DK 1001/40	29	710	2,5	18	710	2,5	15	725	3,1			
DKH 1001/40	29	710	2,5	18	710	2,5	15	725	3,1			
DK 750/15	22	710	2,5	24	710	2,5	19	725	3,2			
DK 751/20	24	710	2,5	24	710	2,5	19	725	3,2			
DK 751/30	29	710	2,5	30	720	2,9	24	730	3,7	20,4	730	3
DKH 751/30	29	710	2,5	30	720	2,9	24	725	2,5			
DK 751/40	30	715	2,5	38,4	720	3	30,6	730	3,8	27,7	730	3,1
DKH 751/40	30	715	2,5	38,4	720	3	33	725	2,5			
DK 751/50	31	715	2,5	50	720	3	40	730	3,7	32,8	730	3,4
DKH 751/50	31	715	2,5	50	720	3	40	725	2,8			
DK 751/60	32	715	2,6	58,5	720	3,2	47	730	4	38,4	730	3,6
DKH 715/60	32	715	2,6	58,5	720	3,2	47	725	3			
DK 751/75	33	725	2,5	78	730	3	62,5	730	3,7	51,4	730	3,4
DKH 751/75	33	725	2,5	78	730	3	52,4	725	2,8			
DK 751/100	34	725	2,6	94,5	730	3,2	75	735	4	61,6	730	3,6
DKH 751/100	34	725	2,6	94,5	730	3,2	75	725	3			
DK 751/125	36	730	2,9	110	735	3,4	87,5	735	4,3	71,2	735	4
DKH 751/125	36	730	2,9	110	735	3,4	87,5	730	3,2			
DK 751/150	37	735	3,1	124	735	3,7	99	740	4,7	82,5	735	4,2
DKH 751/150	37	735	3,1	124	735	3,7	99	730	3,4			
DK 601/40	31	575	2,5	40	575	2,6	32	580	3,3	26,2	585	3,2
DKH 601/40	31	575	2,5	40	575	2,6	32	575	2,6			
DK 601/50	32	575	2,5	51,3	575	2,5	41	580	3,3	33,6	585	3,1
DKH 601/50	32	575	2,5	51,3	575	2,5	41	575	2,5			
DK 601/60	33	575	2,5	62,5	575	2,8	50	580	3,5	41	585	3,3
DKH 601/60	33	575	2,5	62,5	575	2,8	50	580	2,7			
DK 601/75	35	575	2,5	71	580	3,2	56,5	580	4	46	590	3,6
DKH 601/75	35	575	2,5	71	580	3,2	56,4	580	3	64	585	3,6
DK 601/100	36	585	2,5	94	585	3	78	585	3,8	74	590	4
D 601/100	36	585	2,5	94	585	3	78	580	2,9			
DK 601/125	42	585	2,9	113	590	3,5	90	590	4,4	84	590	4,2
D 601/125	42	585	2,9	113	590	3,5	90	585	3,3			
DK 601/150	44	585	3,1	128	590	3,9	102	590	4,8			
D 601/150	44	585	3,1	128	590	3,9	102	585	3,5			
DK 601/175	45	590	3,3	143	590	4	114	590	5	93,7	590	4,6
D 601/175	45	590	3,3	143	590	4	114	585	3,7			

Umstehende Tafel zeigt einen Auszug aus der AEG.-Liste. Das Kippmoment hat für jeden Motor einen festen Wert. Die Listenleistungen sind so angesetzt, daß das obengenannte Verhältnis $v = 2,5$ nicht unterschritten wird.

Wegen seiner sehr wenig veränderlichen Drehzahl ist der Drehstrommotor stark im Nachteil gegenüber dem Gleichstrom-Hauptstrommotor, der den leeren Haken etwa doppelt so schnell hebt als die Vollast, so daß man z. B. den Hubmotor eines Hafenkranes für Stückgut bei Drehstrom um etwa 40% größer in der Leistung wählen muß als bei Gleichstrom, um die gleiche stündliche Spielzahl zu erreichen.

Fahrschaltung.

(1028) **Anlauf.** Nach (1026) folgt, daß bei zunächst ruhendem Motor und kurzgeschlossenem Läufer nach Anschluß des Ständers ans Netz sofort ein zu hoher Ständer- und Läuferstrom auftreten würde. Daher Vorschaltwiderstände im

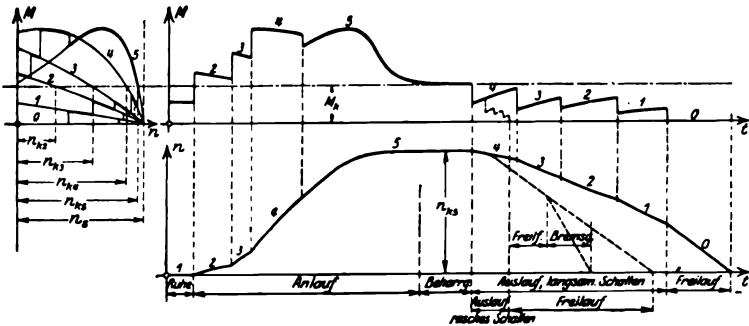


Abb. 161.

Läuferstromkreis erforderlich, die mit steigender Drehzahl abgeschaltet werden Abb. 161 zeigt das Anlaufzeitbild; Schaltgeschwindigkeit zweckmäßig so, daß M immer in der Nähe des Kippmomentes bleibt.

Fahrbeharrung. M geht auf den Beharrungswert M_k herab, n steigt auf n_k . Regelung der Fahrgeschwindigkeit möglich durch Widerstandsschaltung; bei Vollast kann n die Werte n_{k5} , n_{k4} , n_{k3} und n_{k2} annehmen.

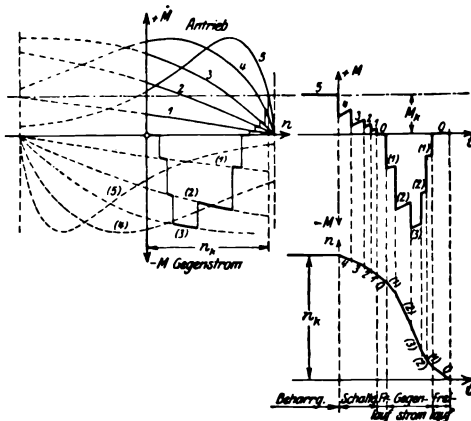


Abb. 162.

Fahrauslauf. Widerstände werden wieder vorgeschaltet und dann der Ständer vom Netz getrennt.

Nachlaufbremsung kann erfolgen

a) durch Reibungsbremse mit Fußdrucksteuerung wie beim Gleichstrom,

b) durch Reibungsbremse mit Bremslüfter. Dieser wird parallel zum Ständer geschaltet. Bremse ist offen, solange Motor am Netz liegt.

Abb. 161 (rechts) zeigt den zeitlichen Auslauf bei langsamer Schaltung (ausgezogen) und bei rascher Schaltung, Freilauf und Bremsung (strichiert).

c) durch Gegenstrombremsung. Der vom Netz getrennte Motor wird während seiner Nachlauffahrt auf Gegenfahrt ans Netz gelegt. Von den für Gegenfahrt gültigen in Abb. 162 strichierten $M-n$ -Kurven kommt nur der ausgezogene Teil zur Verwendung. Hierzu Auslaufzeitbild Abb. 162.

Vielfach benutzt man diese Bremsung nur in Notfällen. Bei eingetretener Ruhe, besser kurz vorher, ist Anlasser rasch auf null zu stellen.

Abb. 163 zeigt Schaltung und Stromlauf einer Fahrschaltung. Die Widerstände werden hierbei nicht immer gleichmäßig in allen drei Abzweigungen geschaltet, sondern zwecks Erreichung einer größeren Stufenzahl ungleichmäßig.

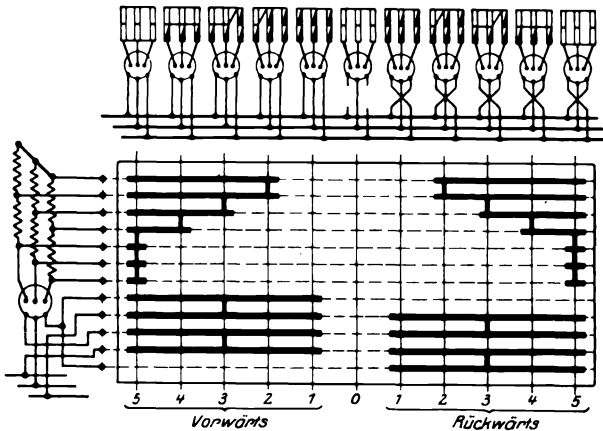


Abb. 163.

Wie bei jedem Anschluß eines Leiters an ein Wechselstromnetz nimmt der Bremslüfter im Augenblick des Einschaltens einen zwar sehr kurzen, aber sehr starken Stromstoß auf, der eine unerwünschte Rückwirkung auf das Netz ausübt. Bei großen Bremsleistungen wird er daher besser durch den Bremslüftermotor ersetzt, das ist ein kleiner Motor mit Kurzschlußanker, der durch Räderübersetzung und Kurbelgetriebe den Bremshebel lüftet und einen viel kleineren Stromstoß verursacht.

Hubschaltung.

Dieselbe Gruppeneinteilung wie bei Gleichstrom.

Erste Gruppe mit Reibungssenkbremse.

(1029) Die hier angeführten Schaltungen decken sich mit denen für Gleichstrom; hier sind nur die Änderungen gegenüber den in (1022) genannten Gleichstromschaltungen genannt.

Schaltung a. Wie bei Gleichstrom.

Schaltung b. Bremsschaltung bei Hubauslauf durch besondere Reibungsbremse ersetzen, die mechanisch (vom Steuerhebel aus) oder durch Bremslüfter gesteuert wird.

Schaltung c. Wie bei Gleichstrom.

Schaltung d. Hubauslauf wie bei b behandeln.

Schaltung e. Wie bei Gleichstrom, aber hier keine Nachlaufbremsschaltung möglich.

Zweite Gruppe mit elektrischer Senkschaltung.

(1030) a) **Übersynchronschaltung.** Regelkurven nach Abb. 164 links.

Heben: normal.

Senken: Motor wird auf Senkkraft geschaltet, kommt sehr schnell auf die Synchrondrehzahl und je nach Last und Widerstand etwas darüber hinaus, und liefert Energie ins Netz zurück.

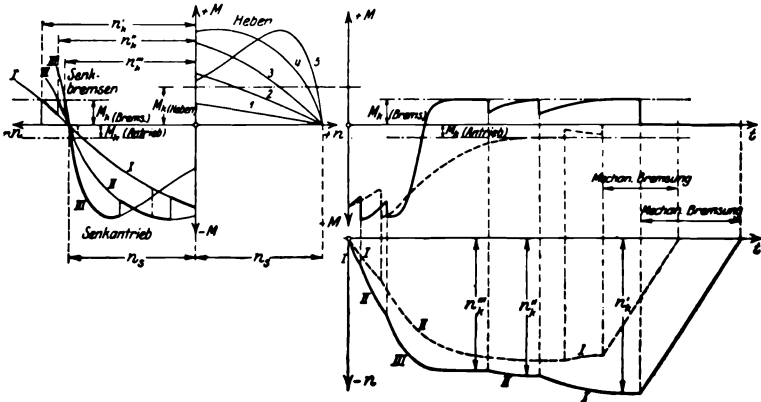


Abb. 164.

Ist bei kleinen Lasten das Lastmoment eben durch die Triebwerksreibung ausgeglichen dann erfolgt Senken mit Synchrondrehzahl. Für Leerlast ohne freien Rücklauf treibt Motor in Senkrichtung mit Untersynchrondrehzahl die

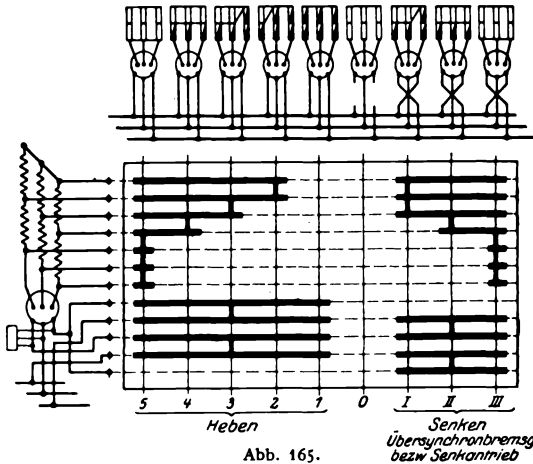


Abb. 165.

Winde an. Durchgehen des Motors in Senkrichtung bei keiner Laststufe möglich. Geeignet für große Senkgeschwindigkeit und großen Hub und wenn keine genaue Senkregelung verlangt ist. Abb. 165 zeigt Schaltwalze und Strombild hierzu. Zeitbild für Senken nach Abb. 164 rechts.

(1031) b) **Gegenstromschaltung.** Regelkurven Abb. 166.

Heben: normal.

Senken: Motor wird auf Heben geschaltet, aber mit so großem Läuferwiderstand, daß bei mittleren und großen Lasten Motormoment < Lastmoment, daher Senkbewegung. Geschwindigkeit in weiten Grenzen regelbar.

Wie bei Gleichstrom ist hier eine Freifallstellung vorgesehen.

Zum Senken kleiner Lasten dient die Übersynchron- bzw. Senkkräftschaltung wie bei Schaltung a. Hierbei sind die Gegenstromstellungen rasch zu überschalten, da sonst unerwünschtes Heben eintritt.

Wenn bei kleiner Last Gegenstrom gegeben wird, dann kann statt des Senkens Heben eintreten, und wenn große Lasten gehoben werden sollen, kann in Stellung 1 und 2 Senken eintreten. Zur Verhinderung dieser Zustände hat diese Schaltung mancherlei Ergänzungen erfahren, deren Einzelheiten von den Betriebsverhältnissen abhängen und aus den Kранаusrüstungslisten der Firmen zu ersehen sind. Abb. 167 zeigt das Strombild hierzu.

Über eine neue Schaltung der SSW mit zwei Motoren und bisher unerreicht feiner Senkregelung s. Z. 1922 S. 401.

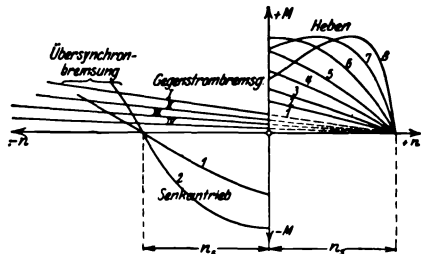


Abb. 166.

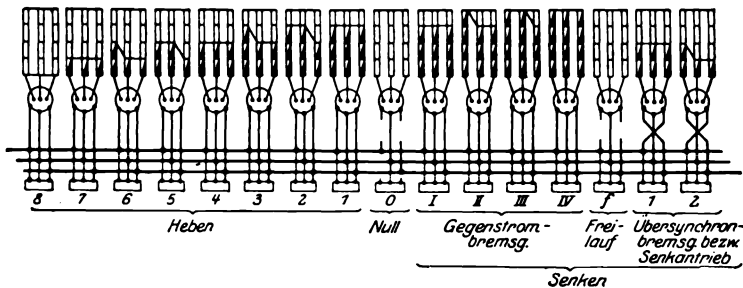


Abb. 167.

Für den Bau der Anlasser und der Widerstände gilt hier das für Gleichstrom Genannte s. (1024).

Bei den Endschaltungen unterscheidet man auch hier zwischen Hauptstrom- und Hilfsstromendschaltung; in allen Fällen wird der Ständerstrom und gegebenenfalls auch der Bremslüfterstrom zweipolig unterbrochen.

Sonderschaltungen.

(1032) **Die Leonard-Schaltung.** Gesamtanordnung nach Abb. 168. Der Anker der Steuerdynamo wird von irgendeinem Motor dauernd und in gleichbleibendem Drehsinne angetrieben. Dessen Feld wird von einer Gleichstromquelle gespeist und durch einen vieltufigen Controller geregelt und gewendet; dieser kann klein sein, da er nur den schwachen Feldstrom zu regeln hat. Somit ist der von der Steuerdynamo erzeugte Strom bei gleichbleibender Drehzahl proportional zur Feldstärke.

Der zum Heben, Fahren, Schwenken usw. bestimmte Arbeitsmotor ist ein Nebenschlußmotor mit unveränderlichem Feld, dessen Ankerstrom von der Steuerdynamo geliefert wird. Die Drehzahl des Arbeitsmotors ist fast unabhängig von dem zu leistenden Moment, also von

der Belastung, dagegen proportional zum Ankerstrom und somit proportional zur regelbaren Feldstärke der Steerdynamo. Drehrichtungswechsel erfolgt durch Feldstromwendung der Steerdynamo.

Feinste Geschwindigkeitsregelung erreichbar, aber weitaus teuerste Schaltung. Zweckmäßig bei Höchstanforderungen an Regelung wie bei großen Schwimmkranen, Hochofenaufzügen, Kohlenkippern usw.

Die Anlaßdynamo wird je nach Kraftquelle durch Dampfmaschine, Gasmotor, Nebenschluß- oder Drehstrommotor angetrieben. Bei fehlendem Gleichstromnetz wird eine kleine Erregerdynamo mit der Anlaßdynamo gekuppelt, die den Strom für die Nebenschlußfelder, Bremsmagnete usw. liefert. Die Steerdynamo und der Antriebsmotor können bei hoher Drehzahl klein gehalten und gegebenenfalls auf dem Kranerüst untergebracht werden.

Die Anlaßdynamo kann immer nur mit einem Arbeitsmotor verbunden werden. Bei mehreren Arbeitsmotoren sind diese der Reihe nach durch Umschalter mit der Steerdynamo zu verbinden.

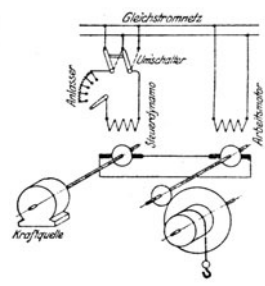
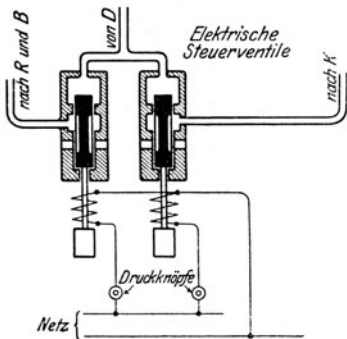
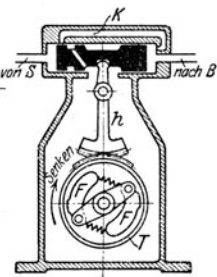
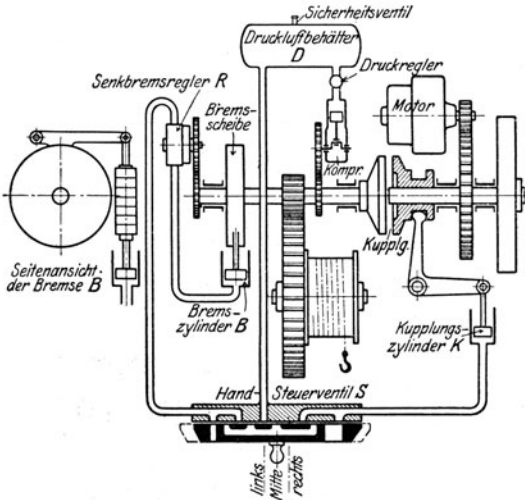


Abb. 169.

Abb. 168.

(1033) Die Jordan-Bremse. Bei allen bisher behandelten Schaltungen läuft der Motor bei jedem Kranspiel durch die gesamte Beschleunigungs- und Verzögerungsperiode und hat zur Massenbeschleunigung das Zwei- bis Dreifache des Normalmomentes aufzubringen, was ein Anschwellen des Stromes und eine entsprechende Mehrbelastung des Motors zur Folge hat. Bei handgesteuerten Reibungsbremsen und großen Motor- und Bremsleistungen wird die erforderliche Handkraft zu groß und führt zur Ermüdung des Kranführers und zu unsicherer Handhabung. Dasselbe gilt bei elektrischer Senkschaltung für die großen Schaltwalzen und Steuer-

schalter, die zwar durch die teure Schützensteuerung umgangen werden, während die hohe Motorbeanspruchung unverändert bleibt.

Sämtliche Schwierigkeiten werden durch die 1900 von Dr.-Ing. F. Jordan eingeführte Druckluftsteuerung umgangen.

In Abb. 169 ist das Steuerschema einer Lastwinde dargestellt.

Die Druckluft wird von einem von der Winde oder einem besonderen kleinen Motor angetriebenen Kompressor erzeugt und unter Zwischenschaltung eines — hier nicht näher beschriebenen — Druckreglers in den Druckluftbehälter *D* geleitet. Von hier aus führt die Leitung zu dem von Hand betätigten Steuerventil *S*, das die Druckluft in den Kupplungszyylinder *K* und über den — in Abb. 169 gesondert dargestellten — Senkbremsregler *R* in den Bremszylinder *B* führen kann.

Beschreibung der Arbeitsweise eines Kranspiels.

Last in der Schwebe: *S* in Mittelstellung. *K* und *R* ist mit der freien Luft verbunden; Kupplung ist ausgerückt. Bremsgewicht der Reibungsbremse hält die Bremse geschlossen und die Last in der Schwebe; der unten liegende Kolben in *B* hat den Schieber in *R* nach links gedrückt und durch Kanal *k* ist *B* mit der freien Luft verbunden.

Heben: *S* links; *K* erhält durch Verbindung mit *D* Druckluft und schließt die Reibkupplung; gleichzeitig erhält *R* durch Verbindung mit *D* Druckluft, wodurch der Schieber in *R* nach rechts gedrückt wird und *B* durch Kanal *k* ebenfalls Druckluft erhält und die Bremse öffnet. Somit ist die Winde mit dem Motor im Hubsinne gekuppelt und die Last wird gehoben.

Lasthalten: *S* in Mittelstellung, Vorgang wie oben.

Senken: *S* rechts; *K* ist mit der freien Luft verbunden und die Kupplung öffnet sich. *R* ist mit *D* verbunden, Schieber wird nach rechts gedrückt und durch *k* wird *D* mit *B* verbunden; Bremse öffnet sich und gibt die Winde frei. Die Senkgeschwindigkeit nimmt zu, bis die Fliehklötze *F F* gegen die Trommel *T* drücken, diese in Senkrechrichtung mitzunehmen suchen und durch Hebel *h* den Schieber nach links bringen. Sofort wird *B* mit der freien Luft verbunden, die Bremse fällt wieder ein, die Geschwindigkeit verringert sich, die Klötze *F F* gehen durch Federkraft wieder zusammen und der links unter Druckluft stehende Schieber wird wieder nach rechts gedrückt; *B* erhält wieder Druckluft, öffnet die Bremse, Geschwindigkeit steigt wieder usw. Das Senken erfolgt mit einer durch die Abmessungen des Reglers und besonders der Klötzfedern festbegrenzten Geschwindigkeit unabhängig von der Lastgröße. Diese Grenzgeschwindigkeit kann nach Bedarf durch Nachstellen dieser Federn auf beliebige Höhe eingestellt werden.

Das hier benutzte Steuerventil *S* wird von Hand gesteuert und ist nur bei Nahsteuerung verwendbar.

Bei Fernsteuerung werden die in Abb. 169 dargestellten elektromagnetisch gesteuerten Ventile eingebaut. Die Spulen werden durch Druckknöpfe ans Netz geschlossen; bei Stromgebung werden sie nach oben gedrückt und *B* bzw. *K* wird mit der freien Luft verbunden; bei Stromgebung werden sie nach oben gedrückt und *B* bzw. *K* wird mit *D* verbunden. Durch „Telegraphieren“ läßt sich die Druckluftpressung in *B* leicht so weit regeln, daß die kleinsten Senkwege und Geschwindigkeiten erzielt werden.

Bei weitergehenden Ansprüchen an die Regelbarkeit der Senkgeschwindigkeit wird an Stelle des Handstauventils ein Bremsdruckregler eingebaut, bei dem die Druckluftpressung in *K* und *B* in demselben Maße zunimmt, wie der Handhebel aus der Nulllage ausgelegt wird.

Die Drucklufteinrichtung kann auch bei Laufkatzen und Drehkränen mit einem durchlaufenden Motor benutzt werden, wobei das Fahr- und Schwenkwerk mit dem Motor durch Wendegetriebe gekuppelt wird, das von demselben Druckluftbehälter aus gesteuert wird. Auch für Greiferwinden mit den verschiedenen Kupplungen und Bremsen verwendbar.

Die Jordan-Bremse ist nichts anderes als ein mechanisches Relais, bei dem der zum unmittelbaren Betätigen der Bremse und Kupplung sonst erforderliche große Handdruck durch die Winde selbst geleistet wird. Die Druckluft bildet ein nahezu masse- und reibungsloses Gestänge und die Bedienung des Steuerventils bzw. der Druckknöpfe erfolgt leicht und bequem und, gewährt außerordentlich sichere Steuerung. Die Mehrkosten für die Drucklufteinrichtung werden durch Ersparnis: am Motor und besonders am Anlasser, der nur für Leerlauf bemessen ist, reichlich aufgewogen.

Die gesamte Drucklufteinrichtung wird von der Jordan-Bremsen-Gesellschaft, Neukölln, geliefert. Die in deren Druckschriften eingehend beschriebenen Apparate sind sehr klein und sorgfältig durchgebildet und lassen sich auch bei beschränkten Raumverhältnissen auf dem Kran- oder Katzengerüst leicht unterbringen.

Reibungsbremsen für elektrisch betriebene Hebezeuge.

(1034) **Allgemeines.** Je nach dem Zweck der Bremse unterscheidet man zwischen Lasthalte-, Senk- und Nachlaufbremsen.

Die Lasthaltebremse hält die Winde in der Ruhe gegen Rücklauf, ist also nur auf statische Wirkung zu berechnen.

Die Senkbremse hat den Zweck, die frei werdende Senkarbeit in Reibungswärme umzusetzen, ist daher mit Rücksicht auf Abnutzung und Erwärmung zu bemessen.

Der Lüfter ist nach Liste so zu wählen, daß seine Zugkraft Z den Hebel hebt, daß also $Z \approx (Gg + Ee) : b$ und daß sein Gesamthub h nicht ganz ausgenutzt wird. In Abb. 171 gilt Punkt 1 für Lüftung und angezogenen Kern, Punkt 2 für geschlossene Bremse. Es sei $h \approx 1,3w$, worin $w = b\omega$ und ω wie oben.

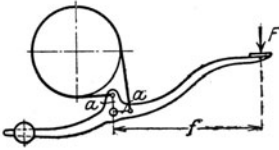


Abb. 173.



Abb. 174.

Nachlaufbremsen für Fahr- und Schwenkwerke und für Lastwinden mit Senkschaltung, deren Bremsen als Nachlaufbremsen zu berechnen sind.

Wesentlich: dieselbe Bremswirkung für beide Drehrichtungen, daher werden beide Bandenden an den Hebel gelegt.

Für Bremslüfter gilt nach Abb. 172 bei beiden Drehrichtungen

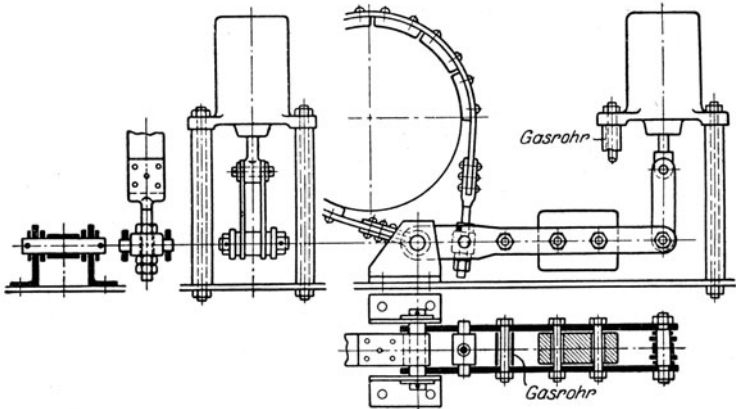


Abb. 175.

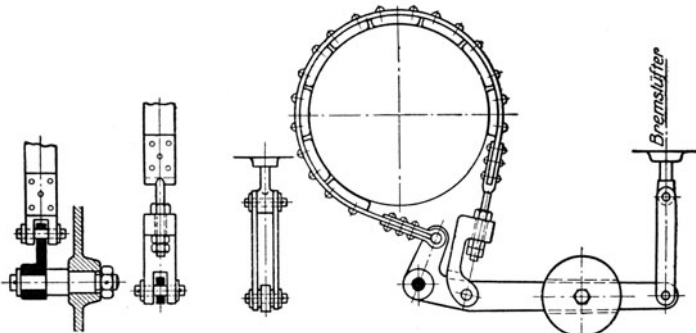


Abb. 176.

$$\begin{aligned} \text{Hebelmoment } M_h &= (S_g + S_k) a = \left(\frac{M_r}{r} \frac{e^{\alpha\mu}}{e^{\alpha\mu} - 1} + \frac{M_r}{r} \frac{1}{e^{\alpha\mu} - 1} \right) a = \\ &= \frac{M_r}{r} a \frac{e^{\alpha\mu} + 1}{e^{\alpha\mu} - 1}. \end{aligned}$$

Mit $\alpha \approx 250^\circ$ und $\mu = 0,25$, also $e^{\alpha\mu} \approx 3$ ist

$$M_h = \frac{M_r}{r} 2a \quad \text{bzw.} \quad M_r = M_h \frac{r}{2a}.$$

Ferner

$$Bb + Gg + Ee = \frac{M_r}{r} 2a \quad \text{bzw.} \quad M_r = (Bb + Gg + Ee) \frac{r}{2a}.$$

Bei radialer Lüftung λ ist Hebelrehwinkel $\omega = \frac{\lambda}{2a} 2\pi \frac{\alpha}{360^\circ}$.

Für Z und h gilt das bei den Senkbremsen Bemerkte.

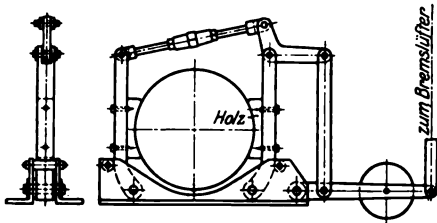


Abb. 177.

Für Fußdruckbremsen nach Abb. 173 gilt bei Fußdruck F (etwa 20 kg anzunehmen)

$$Ff = \frac{M_r}{r} 2a$$

$$\text{bzw.} \quad M_r = Ff \frac{r}{2a}.$$

Hebelgewicht muß durch Gegenhebel und Gewicht so ausgeglichen werden, daß unbenutzte Bremsen offen bleibt.

Ausführung. Flacheisenband mit Pappelholzklötzen nach Abb. 174; Band nicht auf Zugfestigkeit berechnen, sondern zwecks Steifheit reichlich nehmen, etwa 60×5 bis 100×10 mm.

Die in die Wärmeableitungsfelme einzusetzende mittlere Flächenpressung beträgt

$$p \approx M : br^2.$$

Abb. 175 zeigt einfachen, Abb. 176 doppelten Bandanschluß; ein Bandende stets nachstellbar anordnen.

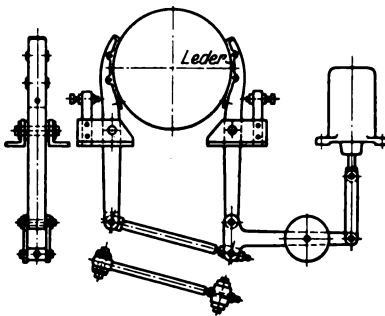


Abb. 178.

(1036) Backenbremsen. Werden stets als Doppelbackenbremsen verwendet, um einseitigen Druck auf die Bremswelle zu vermeiden.

Meist geschmiedete Hebel mit Holz- oder Lederfutter.

Hauptsächlich als Nachlaufbremsen verwendet, wo die Bremswirkung für beide Drehrichtungen dieselbe sein soll.

Statischer Backendruckausgleich wegen der Möglichkeit ungleicher Backenabnutzung durch Hebelanordnung stets durchführbar.

Ausführungsbeispiele nach Abb. 177 und 178. Abb. 196 gilt für Schalung α , wobei Feder statt Gewicht und Steuerung durch Kurvenscheibe auf horizontaler Anlasserwelle, dabei Anlasser mit Steuerseilbedienung von unten; für Kleinhebezeuge (Flaschenzüge).

Bremsscheibe. Gußscheibe, zylindrisch gedreht. Seitenränder entbehrlich.

Motortrieb in Verbindung mit Bremsscheibe s. Abschnitt Zahnräder (375), Abb. 209 bis 213.

Bei elastischen Kupplungen dient meist eine der beiden Scheiben als Bremsscheibe.

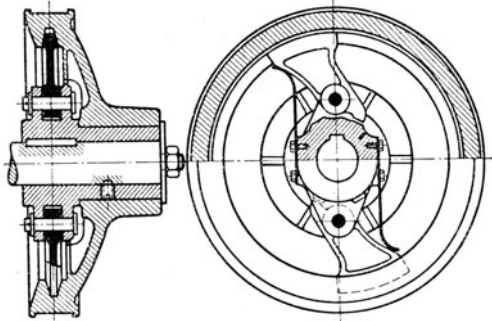


Abb. 179.

Sperrradbremse nach (979), Schaltung d, erfordert geräuschlose Klinke.

Diese stets als Reibklinke, z. B. nach Abb. 179 ausführen.

(1037) Lastdruckbremse für Schneckenwinden; Grundgedanke für Handwinden nach (982). Ausführungsbeispiel mit 4 bzw. 3 Reibflächen (Stahl auf Bronze), im Ölbad laufend, nach Abb. 180. Gesteuerte Klinke mit nachstellbarer Feder; Reibflächen mit reichlichen radialen Ölnuten.

Berechnung wie bei Handwinden, aber mit $\mu \approx 0,03 \div 0,04$.

In Abb. 180 gilt die obere bzw. untere Anordnung für Achsdruck nach rechts bzw. links.

Bei Stirnradwinden wird die Westonsche Gewindebremse wegen ihrer nicht ganz einwandfreien Wirkung heute kaum mehr verwendet; dafür besser elektrische Senkschaltung.

Schneckenwinden mit Lastdruckbremse nur noch für Kleinhebezeuge mit Motor bis zu 5 kW.

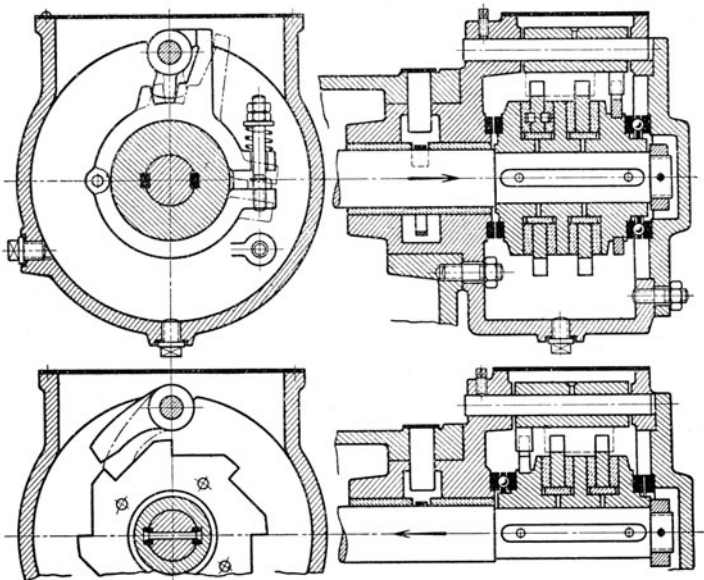


Abb. 180.

Elektrisch betriebene Winden und Katzen.

(1038) Allgemeines. Antrieb für Hub- und Fahrwerk entweder Schnecke (diese in der Regel zwischen Motor und erster Vorgelegewelle) und ein- bis mehrfach Stirnradgetriebe oder reine Stirnradübersetzung; letzteres teurer, aber besseres η .

Bei Stirnradübersetzung und gewöhnlicher Ausführung Ritzel auf Motorwellenstumpf offen oder in Schutzkasten. Besser, aber viel teurer ist öldichter Getriebekasten mit elastischer Kupplung. Über Vergleich beider Bauarten s. (375).

Arbeitsgeschwindigkeiten. Übliche Mindestwerte

Tragkraft	3	5	7,5	10	15	20	30 t
Hubgeschwindigkeit	6	5	4	3,5	3	2,5	2 m/min
Fahrgeschwindigkeit	32	30	30	25	20	20	15 m/min.

Höchstwerte etwa das doppelte hiervon.

Katze für große und kleine Lasten. Bei Laufkatzen von etwa 10 t an wird dessen Windwerk bei gewöhnlichem Gebrauch in Werkstätten selten ausgenutzt und arbeitet daher mit zu geringem η ; daher kleineres Hilfshubwerk anfügen, das bei Gießpfannen zum Kippen dienen kann.

Meist besonderes Windwerk mit besonderem Motor; zweckmäßig denselben wie für das Haupthubwerk (wegen Lagerhaltung der Ersatzteile), dafür Hubgeschwindigkeit des Hilfshubwerkes entsprechend größer. Seltener gemeinsamer Motor mit Wechselkupplung auf beide Windwerke arbeitend.

Gewichte von gewöhnlichen doppelspurigen Laufkatzen einschl. Motoren ohne Anlasser in t für Q t Tragkraft

$$K = 1,5 + 0,2Q \text{ ohne Hilfshubwerk,}$$

$$K = 1,5 + 0,22Q \text{ mit Hilfshubwerk von } Q/4 \text{ bis } Q/6 \text{ Tragkraft.}$$

Formeln bis Q etwa 30 t gültig.

Konstruktionsforderung. Last soll stets genau in der Mittelebene zwischen beiden Kranträgern hängen, damit beide Träger gleiche Belastung erhalten; nach Möglichkeit soll die Last gleichzeitig in Radstandmitte hängen, damit die vier Laufräder gleiche Drücke erhalten.

Rahmen meist aus Profileisen und Blechen mit Eckwinkel genietet; Guß- oder Stahlgußrahmen nur bei kleinen Katzen, schwerer und teurer als Profilrahmen, aber gute starre Lagerung aller Achsen. Der Rahmen soll möglichst starr sein, daher mäßige Beanspruchung aller Teile.

Zugmittel. Fast nur noch Drahtseil; Kette ausnahmsweise und nur bei geringer Geschwindigkeit und kleinem Hub.

(1039) Drahtseilführung. Last nie in einem Seil hängend, da Seil kaum drallfrei.

Zwei Stränge mit Flasche nach Abb. 181. Heben erfolgt wegen der Trommelwicklung stets in schräger Richtung, Belastungsverteilung auf die Kranträger daher von der Höhenlage der Flasche abhängig. Nur bis etwa 5 t und bei kurzen Trommeln möglich und üblich.

Der Forderung nach lotrechter Lastbewegung in Katzenmitte entsprechen nachstehende Zwillingsanordnungen.

Zwei Stränge mit Ausgleichsrolle nach Abb. 182. Flaschenrolle dient als Lastausgleichsrolle bei Pendelungen und ungleicher Seillängung und kann daher wesentlich kleiner als sonstige Flaschenrollen gehalten werden, $D \geq 250 \delta$ statt normal 500 δ . Bis 10 t üblich.

Der Ansatz für den Wirkungsgrad η enthält kein η_f , sondern nur τ ; in der Windenberechnung gilt die Flasche als einsträngige; $m = 1$.

Bei großem Seilabstand auch Ausgleichsträger statt Rolle nach Abb. 183 oder Halbrolle nach Abb. 184 zur Verminderung der Bauhöhe.

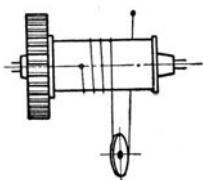


Abb. 181.

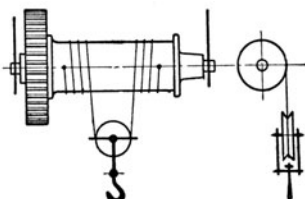


Abb. 182.

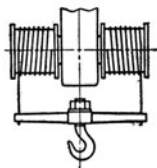


Abb. 183.

Vier Stränge nach Abb. 185 mit oberer Ausgleichsrolle. Üblich bei 4 bis 20 t.

In der Windenrechnung ist $m = 2$ und η_f für eine zweisträngige Flasche einzusetzen.

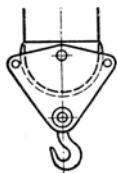


Abb. 184.

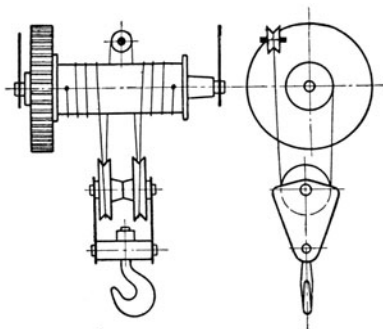


Abb. 185.

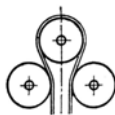


Abb. 186.

Ergibt die Rollengröße mit $D \approx 250 \delta$ großen Flaschenrollenabstand, dann diese nach Abb. 42 unsymmetrisch ausbilden oder Flasche nach Abb. 43. Statt dessen auch zwei Hilfsrollen nach Abb. 186 anbringen.

Wegen des Pendelns der Flasche auch pendelnde Aufhängung der Ausgleichsrolle nach Abb. 188 zweckmäßig.

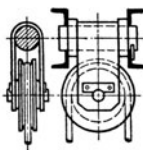


Abb. 187.

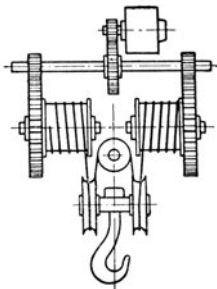


Abb. 188.

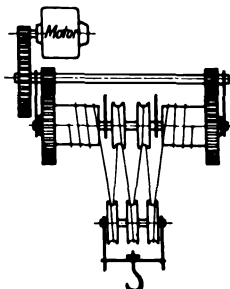


Abb. 189.

Um bei größeren Lasten nicht das gesamte Trommelmoment durch ein Trommelrad zu leiten, werden die Trommeln nach Abb. 188 geteilt, dann Flasche nach Abb. 43; diese Anordnung hat aber keinerlei Einfluß auf die Übersetzungs- und η -Rechnung.

F. A. Heft 177 S. 21 enthält wertvolle Hinweise auf Größe und Anordnung solcher Ausgleichsrollen.

Sechs Stränge nach Abb. 189 mit unterer Ausgleichsrolle. Üblich für $15 \div 40$ t. Flasche hierzu nach Abb. 44. Nachteil: wegen der Seilschränkung stellt sich die Flasche schräg und liefert bei höchster Stellung starke Seilablenkung, daher breite Rillen erforderlich.

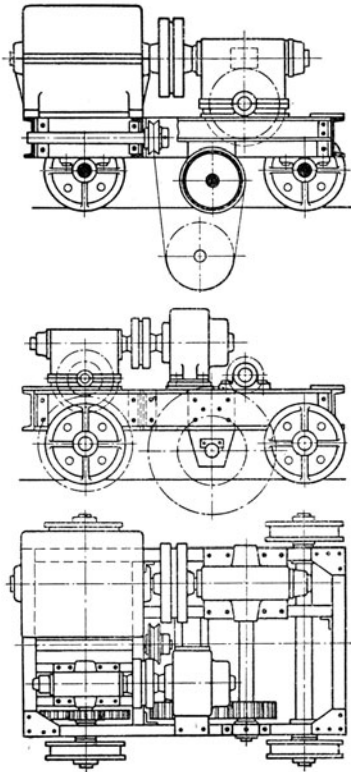


Abb. 190.

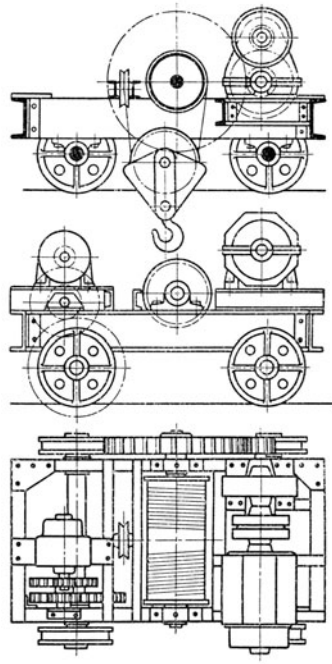


Abb. 191.

In der Windenrechnung $m = 3$ und η_f für dreisträngige Flasche.

Oberrollen sitzen entweder auf durchgehender fester Trommelwelle oder besser auf besonderen Bolzen.

Acht Stränge mit oberer, zehn Stränge mit unterer Ausgleichsrolle usw. für größere Lasten; bis zu zwölf Strängen ausgeführt.

(1040) Seilkatzen, doppelspurig, ohne Hilfshubwerk, nach Abb. 190 bis 192 (der Übersichtlichkeit wegen ohne Bremsen gezeichnet).

Trommel unten liefert größere Bauhöhe, aber kurzes Katzengerüst, Trommel oben kleinere Bauhöhe, aber längere Katze. Bauart Abb. 192 mit geteilten Trommeln und Laufrollen zwischen den Trägern ergibt kleinere Laufrollenzapfen und geringeren Fahrwiderstand.

(1041) Elektro-Flaschenzüge. Anforderungen: günstiges Verhältnis zwischen Tragkraft und Eigengewicht, geringe Bauhöhe, Aufhängungspunkt, Last- und Flaschenschwerpunkt in einer Lotrechten, damit kein Lagenwechsel bei Belastungswechsel eintritt.

Übersetzung: Stirnrad oder Schnecke, meist beides; seltener Treibgelenkkette vom Motor aus.

Anlasser auf der Flasche, durch Steuerseile von unten zu bedienen, Stromzuleitung durch Kabel mit Steckkontakt. Zuweilen auch ortsfester Anlasser, dann aber vier- bzw. sechspoliges Kabel.

Bauarten: Abb. 193 Stirnräder, Rund-eisenkette mit Kettennuß oder Gallkette mit Daumenwelle, Blechschilde (ähnlich Abb. 122), Schaltung a oder e (mit Gewindelastdruckbremse) oder Senkkraftschaltung (mit Magnetbremse).

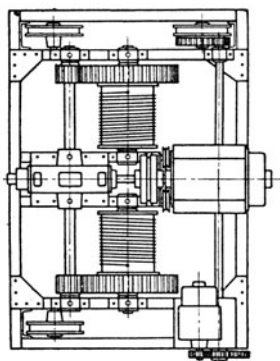
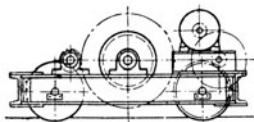
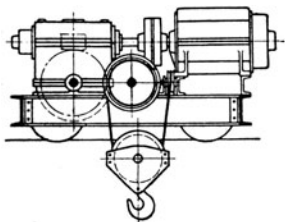


Abb. 192.

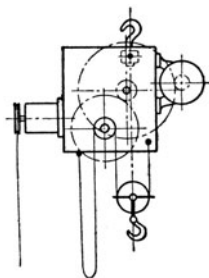


Abb. 193.

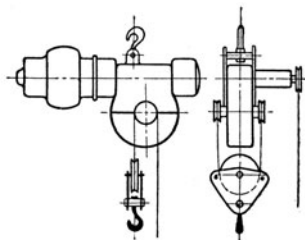


Abb. 194.

Übliche Größen und Abmessungen:

Tragkraft kg	500	1000	2000	3000	5000
Hubgeschw. m/min . .	4—8	4—6	3—5	3—4	2—4
Bauhöhe m	0,7—0,8	0,9—1,0	1,0—1,1	1,1—1,3	1,3—1,5
Gewicht kg	100—150	180—250	250—300	300—400	500—600

Abb. 194 mit Flanschmotor, Schnecke, Rund-eisenkette mit doppelter Kettennuß, Flaschenrolle als Ausgleichsrolle, Schneckenlastdruckbremse oder Schaltung a.

Bei Drahtseil ist außer dem 2 ÷ 3 gängigen Schneckengetriebe in der Regel noch Stirnradübersetzung erforderlich; dieses liegt entweder zwischen Schneckenradwelle und Trommel und zwar offen, oder zwischen Motor und Schneckenwelle, dann gekapselt.

Abb. 195 nach Schröder & Co., Chemnitz, mit Schneckengehäuse zwischen Blechschilden und Außenverzahnung oder Abb. 196 nach Schüle, Feldkirchen bei München, mit Innenverzahnung, in beiden Fällen mit Schaltung a, oder Abb. 201 mit innenliegender Ausgleichsrolle.

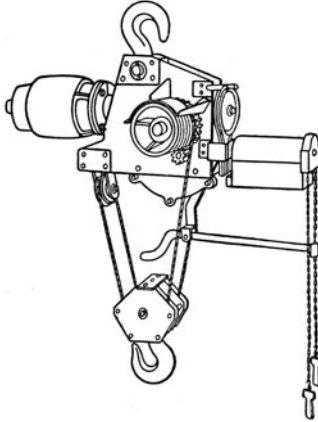


Abb. 195.

Das Bestreben nach gedrängtestem Bau der Elektroflasche hat dahin geführt, den Motor teilweise und das Getriebe ganz in das Trommelinnere zu verlegen.

Abb. 197 zeigt die Demrag-Flasche, wobei die Trommel auf Walzen in der mit Aufhängeöse versehenen ruhenden Außentrommel läuft. Das gekapselte Getriebe besteht aus einem doppelten Umlaufgetriebe mit je paarweise liegenden Stirnrädern. Die Bremse wird magnetisch gelüftet; der Umkehranlasser ist in der Regel getrennt von der Flasche ortsfest aufgestellt und durch mehrpoliges Kabel mit ihr verbunden; er kann nach Bedarf auch am Flaschengerüst befestigt und durch Zugschnüre von unten bedient werden. Ein vom wandernden Seil aus ge-

steuerter Endschalter unterbricht in den Hakenendlagen den Strom. Abb. 198 zeigt das Gesamtbild der Flasche mit Losrolle und der bekannten Zwillinganordnung; mit den in Abb. 197 eingetragenen Zähnezahlen ist die Gesamt-

$$i = \frac{z_2 z_1}{z_1 z_3} \left(1 + \frac{z_8}{z_3} \right) + \frac{z_6}{z_3}$$

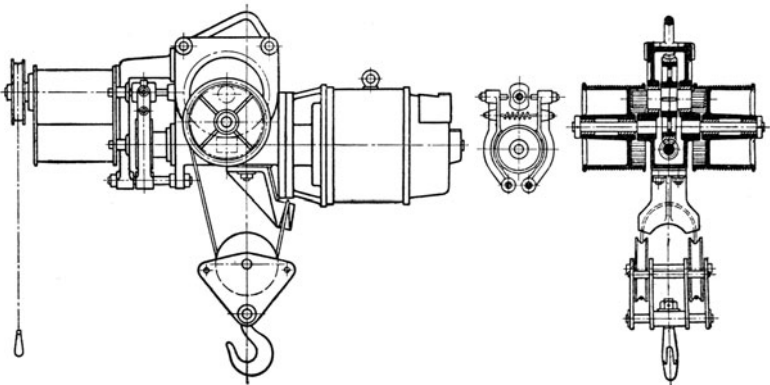


Abb. 196.

Abb. 199 zeigt die Boco-Flasche der Albatros-G. m. b. H., Berlin-Johannisthal, mit anderer Lösung derselben Aufgabe. Hierbei sind die großen Trommelwalzenlager obiger Flasche vermieden, da die Trommel um eine Nabe am Motorgehäuse und um einen Vorsprung auf der rechten Gehäusewand läuft. Die hier

ebenfalls paarweise liegenden und im Ölbad laufenden Stirnräder bilden zum Teil Umlaufgetriebe. Die in der rechten Außenkappe wagerecht liegende Steuerwelle wird durch Zugschnüre von unten bedient und bewegt einerseits durch Kegel-

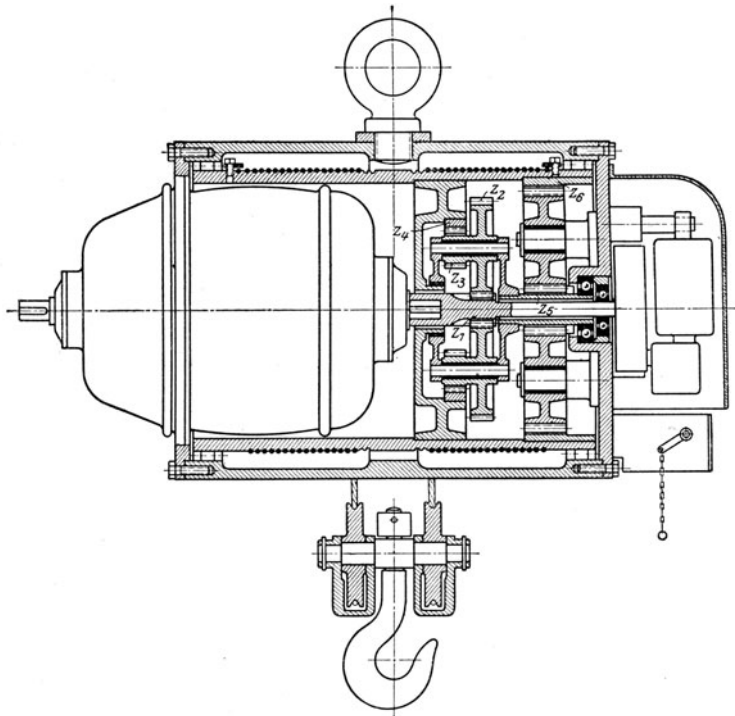


Abb. 197.

räder die lotrechte Schaltwalze, andererseits die als Stoppbremse dienende Doppelbackenbremse. In den Hakenendlagen wird durch Wandermuttern auf dieser Steuerwelle die Schaltwalze zwangsläufig auf null gestellt. Gesamtübersetzung

$$i = \frac{z_3 z_1}{z_1 z_3} \left(1 + \frac{z_8}{z_3} \right) + 1.$$

Gesamtbild der Flasche ähnlich Abb. 198; sie kann nach Abb. 200 durch Anbringung von Füßen als ortsfeste, als Drehkran- oder als fahrbare Winde u. dgl. benutzt werden.

Bei beiden Ausführungen, die bis zu 5000 kg Nutzlast gebaut werden, ist der Kollektor nach Abnahme der Motorkappe zugänglich; bei weiteren Störungen ist der ganze Motor leicht abnehmbar.

(1042) Fahrbare Katzen ohne Führerbegleitung (Elektro-Hängewinden).

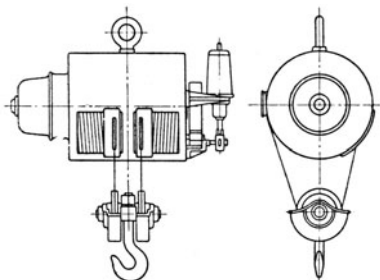


Abb. 198.

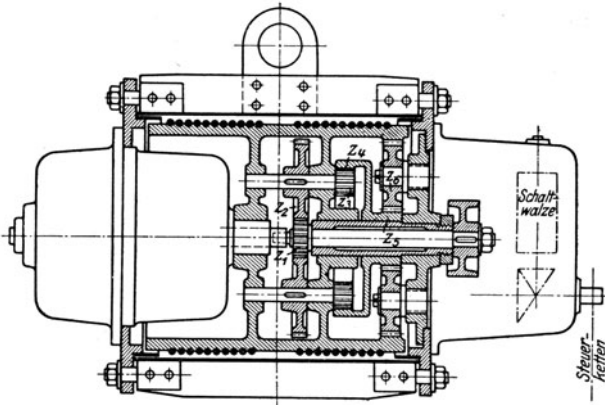


Abb. 199.

Unterflanschkatzen. Fahrgerüst bei Handbetrieb wie Abb. 122, bei elektrischem Betrieb meist zweifaches Stirnradvorgelege (Abb. 201) nach Eck & Schröder, Chemnitz, Abb. 202 fahrbare Demagflasche.

Oberflanschkatze nach Abb. 203 mit einseitig am Fahrgerüst hängender Winde. Bei großen Fahrstrecken und reichlicher Fahrgeschwindigkeit ist einfache Stirnradübersetzung zwischen Flanschmotor und Laufrädern ausreichend.

In beiden Fällen hat das Fahrgerüst bei hinreichend kleinem Radstande Kurvenbeweglichkeit; größerer Radstand erfordert dann Drehgestelle.

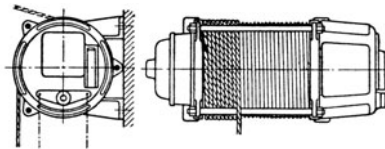


Abb. 200.

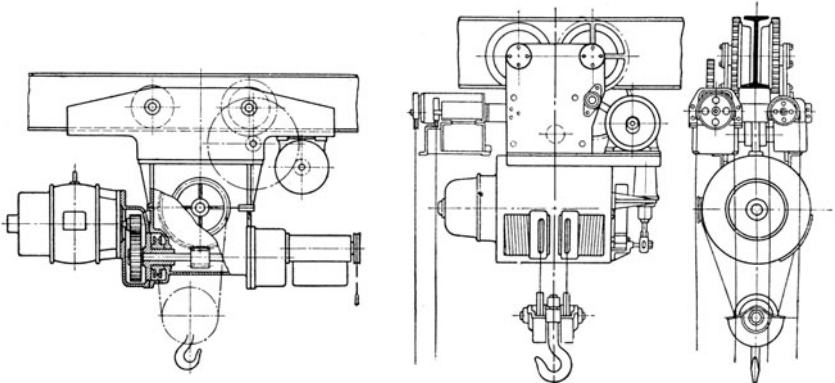


Abb. 201.

Abb. 202.

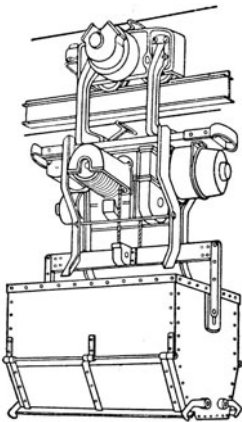


Abb. 203.

Bei kleiner Fahrgeschwindigkeit beide Anlasser auf der Katze, durch Steuerketten von unten zu bedienen; bei größerer Fahrgeschwindigkeit dienen die Katzen zum Massentransport mit Kippwagen oder Kippkübeln oder Greifern und werden von einer ortsfesten Stelle aus gesteuert; besondere elektrische Einrichtungen dienen zur Endschtaltung und zur Streckenblockung bei mehreren auf derselben Bahn fahrenden Katzen.

(1043) Führerlaufkatzen erlauben wegen der Nahsteuerung hohe Arbeitsgeschwindigkeiten.

Unterflanschkatze mit eingehängter Demagflasche für gerade Fahrbahn, Abb. 204; bei Kurvenbahn Fahrgerüst mit zwei Drehschemel zu je zwei Rollenpaaren.

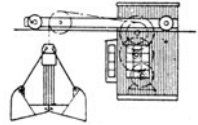


Abb. 206.

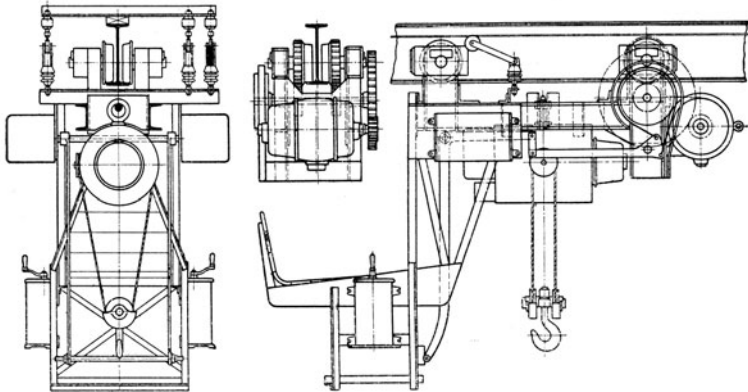


Abb. 204.

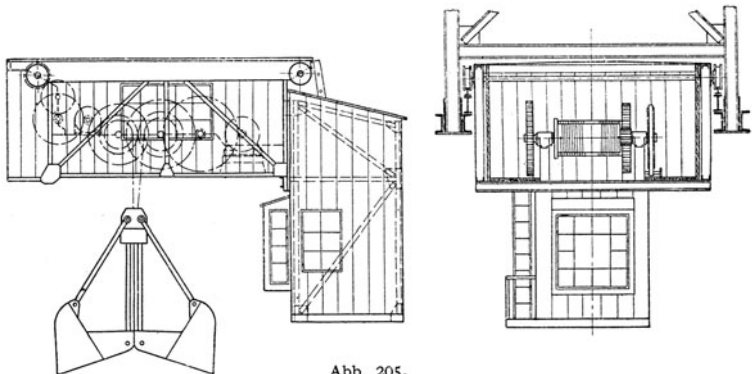


Abb. 205.

Abb. 205 zeigt eine Greiferkatze für Verladebrücken, s. (1078). Neuerdings Bauart nach Abb. 206 mit guter Zugänglichkeit der Winde vom Führerstande aus.

Laufkrane.

(1044) **Eigengewicht** der Bühne angenähert nach Kurventafel Abb. 207. Hiervon kommt rund $\frac{1}{3}$ auf jeden der beiden Hauptträger und $\frac{1}{3}$ auf alle übrigen Teile.

Raddruck. Größtwert bei Katzenendlage nach Abb. 219

$$R = \frac{G}{4} + \frac{K + Q}{2} \frac{l - a}{l},$$

worin G das Bühnengewicht, K das Katzensgewicht und Q die Nutzlast.

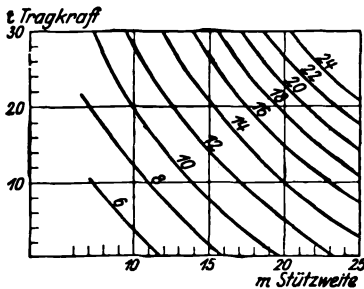


Abb. 207.

Hauptträger je nach Last und Stützweite als Walzträger, Blechträger oder Fachwerkträger auszubilden.

(1045) **Walzträger.** I-Normalprofil oder Breitflanschprofil mit aufgeschraubter oder genieteteter Rechteckschiene mit Schrägkanten nach Abb. 208 bis 210. Schrauben- oder Nietköpfe besonders stark versenkt, wegen Abnutzung der Schienen; Teilung $3 \div 600$ mm. Wegen mäßiger Verbindung beider ist der Träger als allein tragend zu rechnen. Bei Verwendung der Aachener Laufkranschiene (s. Profil-

tafeln im Anhang) nach Abb. 211 mit $100 \div 150$ mm Nietteilung ist der Träger als zusammengesetzter Querschnitt zu behandeln.

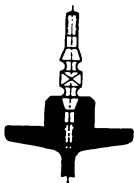


Abb. 208.

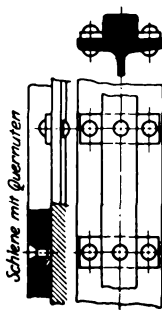


Abb. 209.

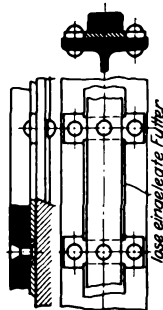


Abb. 210.



Abb. 211.



Abb. 212 u. 213.

Bezeichnet unter Voraussetzung einer Katze mit vier gleichen Raddrücken

- l die Stützweite des Trägers = Schienenmittenabstand in m,
- P jeden Katzenraddruck in kg,
- a den Katzenradstand in m,
- T das Trägereigengewicht in t,

dann liefert T das Biegemoment $M_e = T l : 8$ und nach (267) die Katzenrad-drücke $M_k = \frac{P}{2l} \left(l - \frac{a}{2} \right)^2$, somit Gesamtmoment $M = M_e + M_k$ mt.

Für das übliche Thomasflußeisen sei $k_b = 700 \div 1200 \text{ kg/cm}^2$ je nach Betriebsverhältnissen und Überlastungsmöglichkeit.

Vielfach wird gefordert, daß die größte Mittendurchbiegung den Betrag etwa $l/500$ nicht übersteigt.

Bei kleinen Stützweiten genügt der seitlich unverstifte Träger¹⁾, bei größeren muß der Träger wegen der Knickgefahr des auf Druck beanspruchten Obergurtes ausgesteift werden, entweder durch Verstärkung des Obergurtes nach Abb. 212 oder 213 oder durch leichtes Sprengwerk oder Fachwerk etwa in Obergurthorizontalebene; letzteres dann meist in Verbindung mit einem Bedienungssteg und Hilfsträger, ähnlich wie bei Blech- und Fachwerkträger; s. weiter unten.

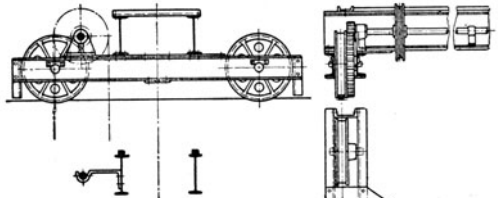


Abb. 214.

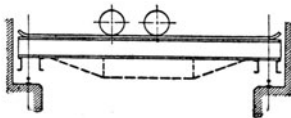


Abb. 215.

Bei größerer Fahrgeschwindigkeit mit Motorbetrieb dient diese Seitenverstiefung gleichzeitig zur Aufnahme der beim Anfahren und Bremsen auftretenden Trägheitskräfte.

Abb. 214 zeigt eine leichte Bauart mit Haspelkettenantrieb und Radbruchstützen an den Kopfträgerenden.

Mit Sprengwerk, wie nach Abb. 215 strichiert, genügt ein wesentlich kleinerer Träger. Genaue Berechnung schwierig, da statisch unbestimmt.

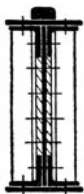


Abb. 216.

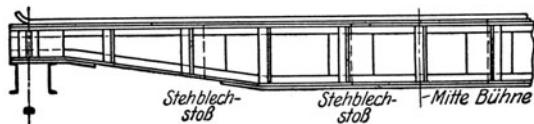


Abb. 217.

(1046) **Blechträger.** Querschnitt nach Abb. 216 mit Flacheisenschiene, die ebenfalls kaum als tragend angesehen werden kann oder mit Aachener Laufkran-

¹⁾ Zur Bestimmung der Grenzbelastung und Grenzstützweite eines I-Trägers mit Mittellast bei Vermeidung des Kippens kann dienen die Kurventafel in „Eisenbau“ 1922, S. 188.

schiene, als mittragend zu rechnen. Untergurt zweckmäßig nach Abb. 217, einfacher und billiger als Kurve. Stehblech ist durch gefütterte L-Eisen auszusteuern und mehrmals zu stoßen. Anschluß an die Kopfträger bei kleineren Bühnen ähnlich wie beim Walzträger, bei größeren Bühnen mit Laufstegen und Hilfsträgern nach Abb. 218 wie beim Fachwerkträger.

(1047) Fachwerkträger. Gegenwärtig übliche und zweckmäßigste Form nach Abb. 219 und 220. Stabkräfte nach Abschnitt Baustatik bestimmen, und zwar für Trägereigengewicht (dieses als Einzellasten auf die Obergurtnotenpunkte wirkend anzunehmen) durch Cremonaplan und für die wandernden Katzenradrücke nach dem Einflußlinien-Verfahren. Beide Stabkräfte sind tabellarisch zusammenzustellen und algebraisch zu addieren, bei den Diagonalen ist für die Radrücke der Vorzeichenwechsel bei Lagenwechsel der Katze zu berücksichtigen.

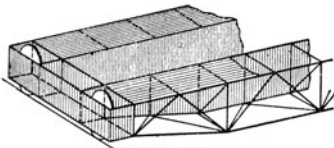


Abb. 218.

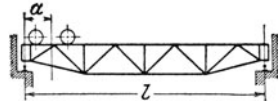


Abb. 219.

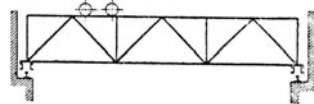


Abb. 220.

Die Stäbe sind auf Zug nach (214) und auf Druck mit $4 \div 5$ facher Knick-sicherheit nach (240) zu berechnen; die bauliche Durchbildung (Knotenpunkte, Nietung usw.) erfolgt nach (332).

Der Obergurt erfordert eine besondere Behandlung, da er nicht nur auf Druck, sondern gleichzeitig durch die Radrücke auf Biegung beansprucht wird. Bezeichnet

P den Katzenradruck in kg,

l die als gleich vorausgesetzten Knotenpunktabstände in cm,

a den Radstand der Katze in cm,

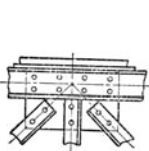


Abb. 221.

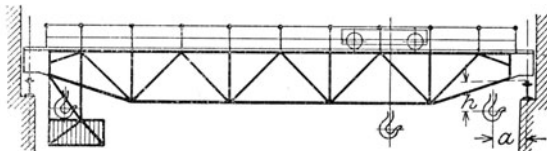


Abb. 222.

dann ist wegen des Durchlaufens des Obergurtes über die Knotenpunkte für die jeweils ungünstigste Katzenstellung das positive Mittenmoment M_m bzw. das negative Knotenpunktmoment M_k

für $a/l = 0,2 \quad 0,4 \quad 0,6 \quad 0,8 \quad 1,0 \quad 1,2 \quad 1,4 \quad 1,6$ und mehr

$M_m = 0,25 \quad 0,19 \quad 0,16 \quad 0,15 \quad 0,15 \quad 0,16 \quad 0,17 \quad 0,18 \cdot Pl$,

$M_k = 0,16 \quad 0,14 \quad 0,16 \quad 0,17 \quad 0,16 \quad 0,13 \quad 0,10 \quad 0,09 \cdot Pl$.

Begründung s. Eisenbau 1920, S. 321.

Bezeichnet ferner

S die größte Obergurtstabkraft (Druck) in kg,

F den Querschnitt dieses Stabes in cm^2 ,

J dessen Trägheitsmoment in cm^4 ,

e_o bzw. e_u dessen Schwerpunktsabstand von Ober- bzw. Unterfaser in cm,

$W_o = J : e_o$ bzw. $W_u = J : e_u$ die Widerstandsmomente in cm^3 ,

Stabtablelle.

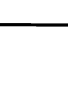





Stab	Stabkräfte			Stabquerschnitte Oberall Niet 20 Ø	Querschnittsfläche mit Nietabzug	Zugbeanspruchung kg/cm ²	Knicklänge m	Kleinste Trägheitsmoment		
	durch Eigen- gewicht t	durch die Katzenrad- drücke t	zu- sammen t.					erforderlich bei 5facher Sicherheit cm ⁴	vorhanden cm ⁴	
O ₆	- 6,6	- 22,4	- 29,0	 50-60 Fl. Eis. 183-10						
U _a U _c U _e	+ 2,7	+ 9,6	+ 12,3	 75-75-10	2 (14,1 - 1,0-2,0) = 24,2	510				
	+ 4,9	+ 16,8	+ 21,7	 80-80-12	2 (17,9 - 1,2-2,0) = 31,1	700				
	+ 6,4	- 22,0	+ 28,4	 80-80-12 Fl. Eis. 183-10	2-17,9 + 18,1 - - 2-2,2-2,0 = 45,0	630				
D ₂ D ₃ D ₄ D ₆ D ₈	+ 1,4	- 2,4 + 6,0	- 1,0 + 7,4	 70-70-9	2 (11,9 - 0,9-2,0) = 20,2	370	2,1	2,33-1,0-2,1 ² = 11,0	2-52,6 = 105,2	
	- 1,8	+ 1,6 - 8,0	- 0,2 - 9,8	do.	do.		2,1	2,33-9,8-2,1 ² = 101	do.	
	+ 1,3	- 2,4 + 7,2	- 1,1 + 8,5	 70-70-7	2 (9,4 - 0,7-2,0) = 16,0	530	2,1	2,33-1,1-2,1 ² = 11,3	2-42,4 = 84,8	
	- 0,8	+ 3,2 - 6,4	+ 2,4 - 7,2	do.	do.		150	2,1	2,33-7,2-2,1 ² = 75	do.
	+ 0,3	- 4 + 5,2	- 3,7 + 5,5	do.	do.		350	2,1	2,33-3,7-2,1 ² = 38	do.
	Vert. V	- 0,4	- 4,8	- 5,4	do.	do.		1,5	2,33-5,4-2,1 ² = 28	do.

Abb. 223.

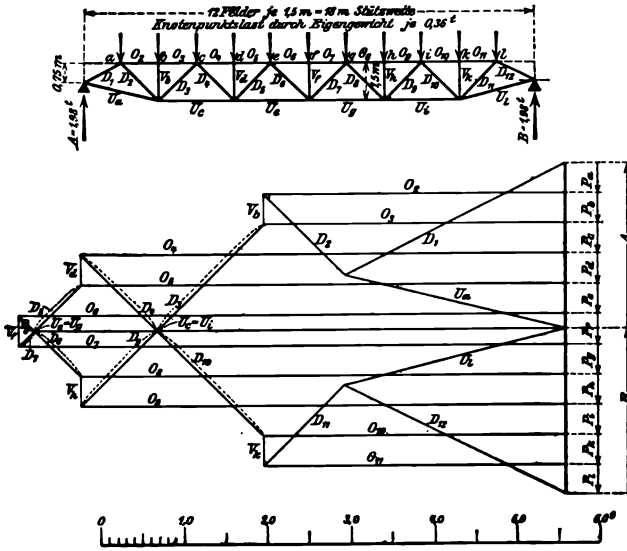


Abb. 224.

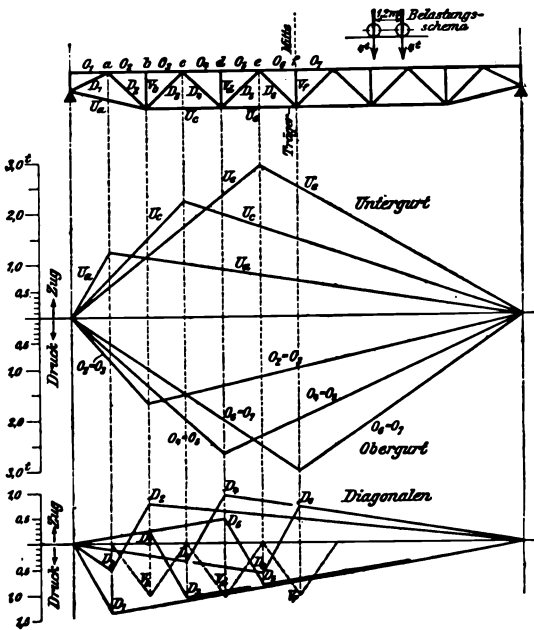


Abb. 225.

dann ist die Spannung an der Ober- bzw. Unterfaser in Stabmitte bzw. am Knotenpunkt

$$\sigma_{om} = -S : F - M_m : W_o,$$

$$\sigma_{um} = -S : F + M_m : W_u,$$

$$\sigma_{ok} = -S : F + M_k : W_o,$$

$$\sigma_{uk} = -S : F - M_k : W_u.$$

Der Stabquerschnitt ist so zu bemessen, daß keiner dieser Werte k_x bzw. k übersteigt.

Entweder durchgehendes Stehblech nach Abb. 226, gleichzeitig als Knotenblech dienend oder einzelne Knotenbleche nach Abb. 221.

Die beiden seitlichen Laufstege werden durch gelochte 5 mm-Bleche gebildet, die außen auf leichten, in der Form mit den Hauptträgern übereinstimmenden Hilfsträgern ruhen. Diese Bleche bilden mit den Obergurten der Haupt- und Hilfsträger einen leichten Blechträger, der das seitliche Ausknicken des Hauptträgerobergurtes verhindert und die Trägheitskräfte des An- und Auslaufs aufnimmt und auf die Kopfträger überträgt. In der Untergurtebene zweckmäßig ein leichter Fachwerkverband; die Querrahmen erhalten je eine Diagonale. Gute Verbindung aller Träger mit dem aus einseitigen Blechträgern bestehenden Kopfträgern erforderlich, diese in der Mitte durch geschraubte Laschen gestoßen.

Gesamtanordnung mit seitlich angehängtem Führerkorb nach Abb. 222. Anzustreben ist geringstes Anfahrmaß a und geringste Höhe h . Über diese Maße, Radstand und Raddrucke s. die Laufkranlisten der Hebezeugfirmen.

Bühnenfahrmotor für $60 \div 120$ m/min Fahrgeschwindigkeit bemessen; s. auch (1008). Fast stets doppeltes Stirnradgetriebe zwischen Anker- und Laufwelle. Nachlaufbremse: Doppelbacken- oder Bandbremse auf Anker- oder Vorgelegewelle, durch Nebenschlußbremslüfter oder durch Fußdruck mittels Gestänge vom Führerkorb aus gesteuert.

(1048) Beispiel. Laufkranfachwerkträger von 18 m Stützweite für eine 12 t-Katze. Katzensgewicht rund 4 t, somit Raddruck je $(12 + 4) : 4 = 4$ t, Radstand = 1,2 m.

Bühnengewicht nach Abb. 207 rund 13 t, hiervon rund $13 : 3 = 4,3$ t je Hauptträger, das gibt bei 12 Feldern je Feld bzw. je Obergurtenknotenpunkt $4,3 : 12 = 0,36$ t (s. Abb. 223).

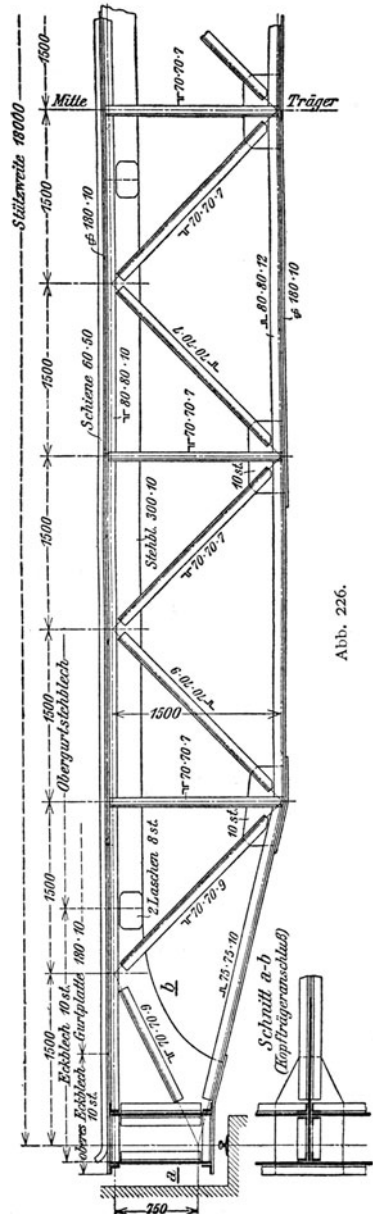


Abb. 226.

Cremonaplan hierzu Abb. 224.

Einflußlinien für 1 t Wanderlast nach Abb. 225.

Zusammenstellung der Stabkräfte und Querschnittsbestimmung mit $k_z = k = 700 \text{ kg/cm}^2$ bzw. 5facher Knicksicherheit nach untenstehender Stabtablelle.

Berechnung des Obergurtstabes.

$$S = -29000 \text{ kg,}$$

$$a/l = 120/150 = 0,8, \text{ somit}$$

$$M_m = 0,15 \cdot 4000 \cdot 150 = 90000 \text{ cmkg,}$$

$$M_k = 0,17 \cdot 4000 \cdot 150 = 102000 \text{ cmkg,}$$

$$F^2 = 108 \text{ cm}^2, \quad J = 8200 \text{ cm}^4, \quad e_o = 10 \text{ cm,} \quad e_u = 26 \text{ cm,}$$

$$W_o = 8200 : 10 = 820 \text{ cm}^3, \quad W_u = 8200 : 26 = 315 \text{ cm}^3.$$

$$\sigma_{om} = -29000 : 108 - 90000 : 820 = -378 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\sigma_{um} = -29000 : 108 + 90000 : 315 = +17 \text{ ,,}$$

$$\sigma_{ok} = -29000 : 108 + 102000 : 820 = -144 \text{ ,,}$$

$$\sigma_{uk} = -29000 : 108 - 102000 : 315 = -593 \text{ ,, (maßgebend).}$$

Konstruktion des Hauptträgers nach Abb. 226.

Ortsfeste Drehkrane.

Je nach der Lagerung des drehbaren Teils unterscheidet man freistehende Drehkrane mit fester oder mit drehbarer Säule, Wanddrehkrane, Drehscheibenkrane und Derrickkrane.

Freistehende Drehkrane mit fester Säule.

(1049) Allgemeiner Aufbau. Der drehbare Teil liegt nach Abb. 227 haubenartig über der im verankerten Gußstern steckenden Schmiedestahlsäule. Bezeichnet Q die Nutzlast und E das Eigengewicht des drehbaren Teils, dann wird die Säule beansprucht

durch den oberen Stützzapfendruck $V = Q + E$ auf Druck
und durch die Zapfendrucke $H = (Qq + Ee) : h$ auf Biegung.

Der Druck kann vernachlässigt werden; M -Linie der Säule nach Abb. 227; unterer Teil erhält Moment (das Kranmoment) $M = Hh = Qq + Ee$. Säule als Stab gleicher Festigkeit auszubilden, unterer Teil zylindrisch, oberer kegelig verjüngt, roh geschmiedet, nur die Lagerstellen gedreht. $k_b = 700 \div 1000 \text{ kg/cm}^2$, wegen Durchbiegung und Federung des Ganzen nicht höher. Durchm. nicht über 300 mm, somit größtes Kranmoment etwa 26 mt, darüber Blechsäule oder Fachwerksturm.

(1050) Gründung. Fundamentklotz aus Kiesbeton oder Mauerwerk vom Gewicht K so bemessen, daß die Resultierende P aus Q, E, S (Gewicht des festen Teils) und K innerhalb der Kernfläche der Klotzsohle liegt, s. (246) und (247). Mit $P = Q + E + S + K$ und deren Abstand von der Mitte $p = (Qq + Ee) : P$ ist die Sohlpressung an Kante e nach (247) bei Kreissohle von Halbmesser r

$$\sigma_e = \frac{P}{F} \left(1 + \frac{p}{0,25r} \right). \text{ Bei gewöhnlichem Baugrund sei } \sigma_e \leq 2 \div 3 \text{ kg/cm}^2.$$

Zur Sicherheit ist bei etwa doppelter Hakenlast die Lage der Nulllinie nachzuprüfen; ergibt sich hierbei $p_2 \leq 0,6r$, dann trägt mindestens noch die halbe Sohlfläche.

Der hier nicht berücksichtigte seitliche Erddruck erhöht die Sicherheit bzw. vermindert die Druckspannungen.

Entsprechende Formeln bei Acht-, Sechs- oder Vierecksohle.

Bei n Fundamentschrauben größter Zug in der Schraube $Z = 2 M : n a$; im Kern $k_2 \approx 600 \text{ kg/cm}^2$.

Gußarme des Fundamentsternes von T- oder I-Querschnitt auf Biegung durch Kraft Z nach unten oder $D = Z$ nach oben mit $k_b \approx 200 \text{ kg/cm}^2$ nachzurechnen.

(1051) Gegengewicht nach Abb. 228 bezweckt Verminderung des Kranmomentes.

Bei Vollast wirkt nach vorn

$$M_v = Qg + Ee - Gg,$$

bei Leerlast wirkt nach hinten

$$M_h = Gg - Ee.$$

Günstigste Größe von $G \cdot g$ für Säule, Gußstern, Anker und Fundament, wenn $M_v = M_h$, woraus $Gg = Qg : 2 + Ee$ und Kranmoment $M_v = M_h = Qg : 2$.

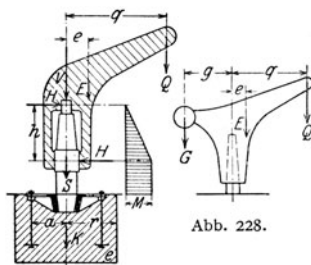


Abb. 227.

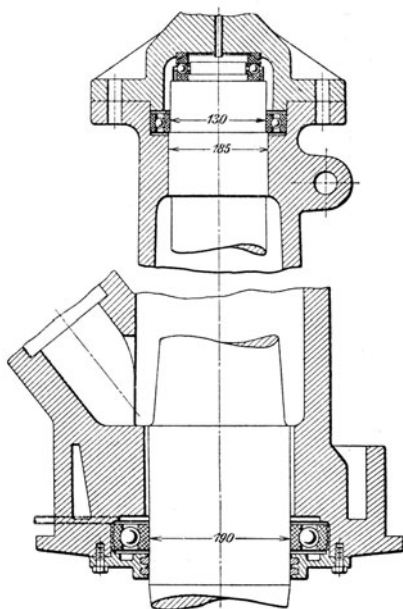


Abb. 229.

Nur anwendbar bei hochliegendem Gegengewicht, das beim Schwenken nicht stört.

(1052) Schwenken. Bezeichnet

r_m den mittleren Spurzapfenhalbmesser,

r_o bzw. r_u den oberen bzw. unteren Zapfenhalbmesser,

μ die Reibzahl, $\approx 0,1$ bei Fettschmierung,

dann ist das auf die Drehachse des Kranes bezogene Gesamtreibmoment

$$M_w = V \mu r_m + H \mu (r_o + r_u).$$

Kleine Krane können durch seitlichen Druck auf die Last oder durch Zug an den vom Auslegerkopf herabhängenden Seilen geschwenkt werden. Größere Krane erfordern Antrieb durch Handkurbel oder Motor.

Anordnung und Einzelheiten des elektrisch betriebenen Schwenkwerkes wie bei den Drehscheibenkranen nach (1056).

Herabsetzung des Reibmomentes bei Ersatz des unteren Gleitlagers durch Wälzlager oder Druckrollen.

Kugellager bei gegossener Haube nach Abb. 229.

Einfache Druckrolle nach Abb. 230 bei Kranbauart ohne Gegengewicht, Doppelrollen nach Abb. 231 bei Gegengewichtskranen mit Druckrichtungswechsel.

Abb. 230.

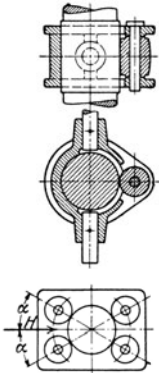


Abb. 231.

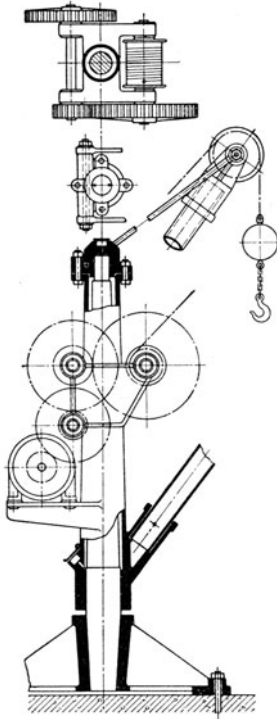


Abb. 233.

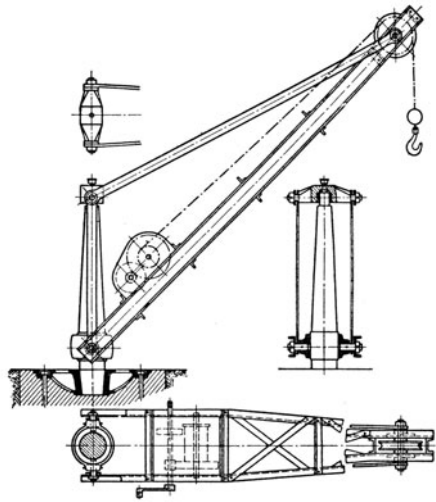


Abb. 232.

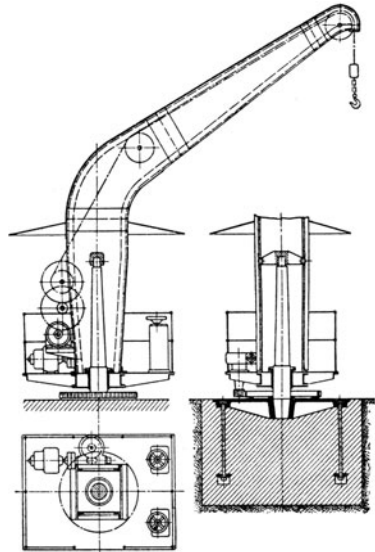


Abb. 234.

Bezeichnet

N den Rollendruck,
 r_u den Säulenhalmmesser,
 r den Rollenhalbmesser,
 r_z den Zapfenhalbmesser der Rolle,

dann ist unter Vernachlässigung der geringen Rollreibung der von diesen Rollen herrührende Anteil am Gesamtdrehmoment bei einer Rolle

$$M_u = N \mu r_z r_u : r,$$

worin $N = H$, und bei zwei Rollenpaaren

$$M_u = 2 N \mu r_z r_u : r,$$

worin $N = H : 2 \cos \alpha$.

Bauarten, Abb. 232 für Handbetrieb. Ausleger auf Knicken berechnen; Zugstangen aus Flacheisen mit angeschmiedeten Augen, $k_z \approx 600 \text{ kg/cm}^2$. Wegen der Bolzenverbindung einfacher Aufbau.

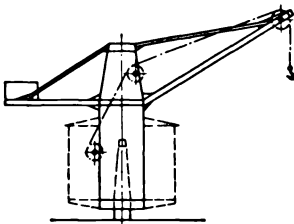


Abb. 232.

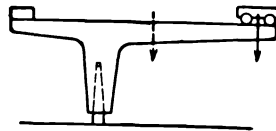


Abb. 233.

Abb. 233 mit Gußhaube und Flußeisenrohr als Auslegerstrebe, für kleinere Kranmomente.

Abb. 234 mit Blechträgerhaube und -ausleger, Plattform für den Führer und elektrisches Schwenkwerk; für größere Kranmomente. Statt des Schutzdaches auch geschlossenes Maschinen- und Führerhaus.

Abb. 235 mit Blechträgerhaube und Gegengewicht, unterer Teil wie Abb. 234.

Abb. 236, Blechträgerbauart und Katze zwecks Veränderung der Ausladung. Gegengewicht so bemessen, daß M_v für Katze mit Vollast außen $= M_h$ für leere Katze innen. Bei größeren Kranmomenten Haube und Ausleger als Fachwerk auszubilden.

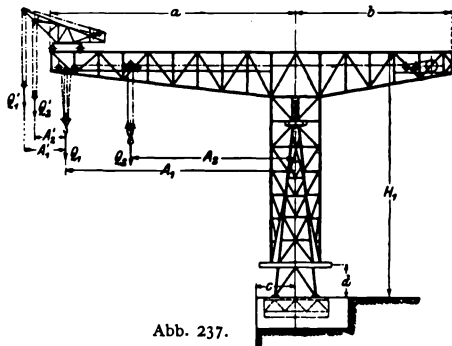


Abb. 237.

Bei sehr großen Kranmomenten ist auch die Säule als Fachwerk auszubilden. Abb. 237 zeigt die Bauart der neueren Schwerlastkrane für den Werftbetrieb (Demag). Die Winde ist im hinteren Auslegerarm untergebracht, um das Gegengewicht zu unterstützen. Am Säulenkopf Gleitlager, unten Rollen auf fester Kreisschiene laufend. Zulässige Nutzlast zwecks Begrenzung des Kran-

momentes um so kleiner, je größer die Ausladung, ferner Hilfskatze und Drehkran für kleinere Lasten auf dem Auslegerobergurt. Näheres über diesen 250-t-Kran s. Z. 1913, S. 830.

Über einen ähnlichen Kran mit kürzerer, auf Dreibein ruhender Säule s. Eisenbau 1911, S. 228.

Weitere Krane von dieser Bauart s. Abb. 280 u. 283.

Freistehende Krane mit drehbarer Säule.

(1053) Die früheren Schachtkrane nach Abb. 238 werden wegen der teuren Gründung und des wenig zugänglichen Unterzapfens heute in dieser Form nicht mehr gebaut, dagegen bei großen Kranen als Hammerkrane nach Abb. 239 mit

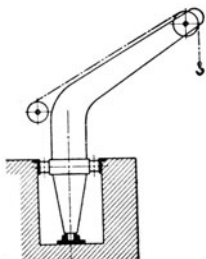


Abb. 238.

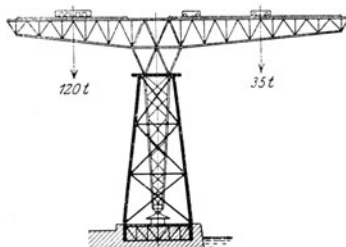


Abb. 239.

offenem Fachwerksturm ausgebildet. Erfordern etwa denselben Baustoffaufwand wie die Bauarten nach Abb. 237. Unten Gleitzapfen, oben 4 ÷ 6 Führungsrollen. Gegengewichtsbestimmung wie bei den Bauarten mit fester Säule.

Wanddrehkrane.

(1054) Allgemeine Anordnung und Zapfendrucke s. (148), Beisp. 2. Meist ohne besonderes Schwenkwerk.

Bauarten mit Winde auf der Auslegerstrebe nach Abb. 240, mit ortsfester Wand- oder Bockwinde nach Abb. 241, mit Katze und veränderlicher Ausladung

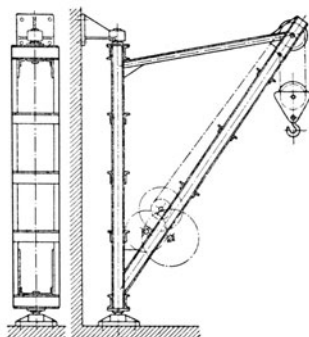


Abb. 240.

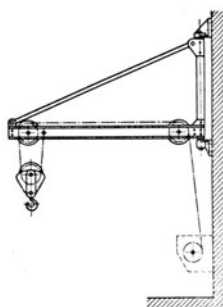


Abb. 241.

nach Abb. 242; Gießereidrehkran auf Abb. 243, hierbei entweder Katze mit Haspelketten vom Fußboden aus zu bedienen oder elektrische Katze oder Handwinde und Fahrwerk nach Abb. 244 am Krangerüst.

Kranmoment durch die Festigkeit der Wand begrenzt, Schwenkbereich höchstens Halbkreis, an Gebäudeecken mehr, Vollkreis, wenn das obere Zapfenlager an der Decke angebracht werden kann.

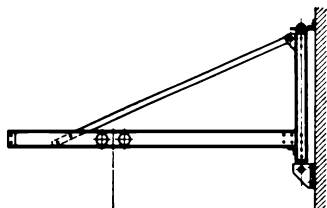


Abb. 242.

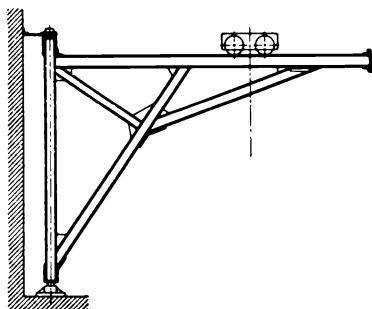


Abb. 243.

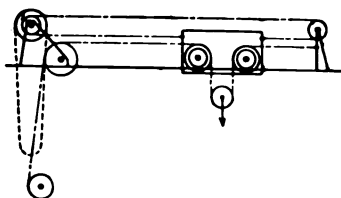


Abb. 244.

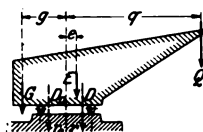


Abb. 245.

Drehscheibenkrane.

(1055) **Allgemeiner Aufbau, Standsicherheit.** Der als Profileisenplattform ausgebildete Oberwagen ruht mit vier Drehrollen auf einer fest verlegten Kreischiene. Der am Untergestell befestigte Mittelzapfen dient zur Zentrierung und nimmt nur die beim Schwenken auftretenden Horizontalkräfte auf und zwar die Gegenkraft des Zahndruckes.

Der Oberwagen trägt die gesamte Maschine, das Auslegergerüst und das Gegengewicht.

Nach Abb. 245 muß die Resultierende aller Gewichte des drehbaren Teils, und zwar $D = Q + E + G$ bzw. $D_0 = E + G$ zwischen der vorderen und hinteren Kippkante liegen; somit ist bei Vollast

$$r = \frac{Qq + Ee - Gg}{Q + E + G} < k$$

und bei Leerlast

$$r_0 = \frac{Gg - Ee}{E + G} < k.$$

Man pflegt das Gegengewicht so knapp zu wählen, daß bei einer geringen Überlast S_v , d. i. Kippsicherheit, etwa $\frac{1}{6}$ der Nennlast, Kippen über vordere Drehrollenkante eintritt, daß also

$$\frac{(Q + S_v)q + Ee - Gg}{Q + S_v + E + G} = k.$$

Befindet sich das Gegengewicht unmittelbar am Oberwagen (wie in Abb. 247), dann liegt die Leerlastresultierende hinreichend weit von der hinteren Kippkante

ab. Bei Gegengewichtsausleger nach Abb. 251 ist zu fordern, daß bei Leerlast und Druck S_h am Auslegerkopf nach oben, etwa $= S_v$, Kippen über Hinterkante

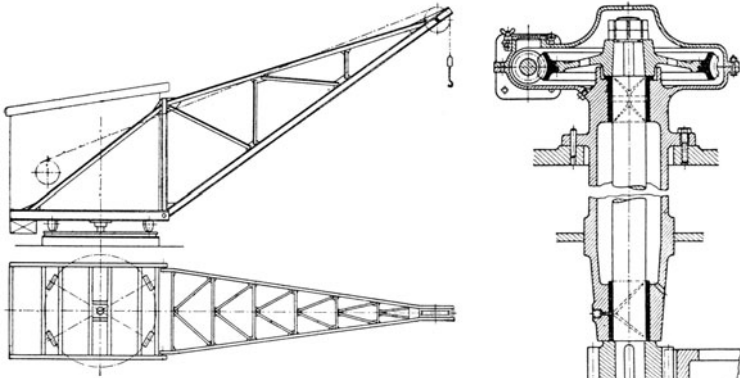


Abb. 247.

eintritt, also

$$\frac{S_h q + G g - E e}{-S_h + G + E} = k.$$

Da diese Kippsicherheiten zwecks Beschränkung des Gegengewichtes stets knapp bemessen werden, erhält der Mittelzapfen an seinem oberen Ende Muttern, die bei weiterer Steigerung der Überlast oder bei erheblichem Winddruck das Kippen verhindern; der Zapfen wird dann auf Zug beansprucht.

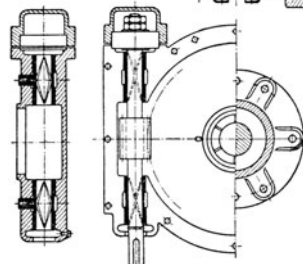


Abb. 246.

Bei Vollast Q erhalten die vorderen Drehrollen die größten Drucke

$$N_v = \frac{D}{2} \frac{k + r}{2k},$$

bei Leerlast erhalten die hinteren Drehrollen die größten Drucke

$$N_h = \frac{D_0}{2} \frac{k + r_0}{2k}.$$

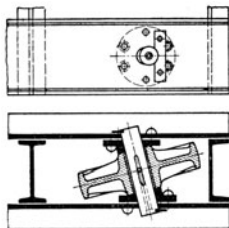


Abb. 248.

(1056) Schwenkwerk. Bezeichnet

N_1, N_2, N_3, N_4 die Drehrollendrucke bei Vollast oder bei Leerlast,

R den Drehrollenhalbmesser,

r den Drehrollenzapfenhalbmesser,

R_s den Schienenkranzhalbmesser,

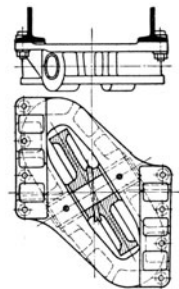


Abb. 249.

dann ist der in Schienenumfangsrichtung wirkende Reibungswiderstand

$$W_1 = N_1 (f + r\mu) : R, \quad W_2 = N_2 (f + r\mu) : R \text{ usw.},$$

somit ist das auf die Krandrehachse bezogene Gesamtreibmoment

$$M_r = (W_1 + W_2 + \dots) R_s = (N_1 + N_2 + N_3 + N_4) (f + r\mu) R_s : R,$$

worin $N_1 + N_2 + \dots = D$ für Vollast bzw. $= D_0$ für Leerlast. Weiterbehandlung nach (985) und (1004).

Ausführung. Zahnkranz Grau- oder Stahlguß zwecks Aufbringung geteilt und mit dem Untergestell durch konische Schrauben und Doppelmuttern

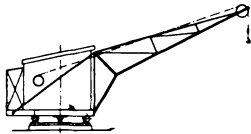


Abb. 250.

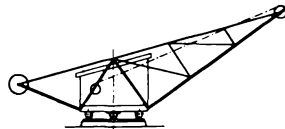


Abb. 251.

sorgfältig verbunden. Bei größeren Kranen besser Triebstockzahnkranz nach (368).

Schneckengetriebe nach Abb. 246, Schnecke stets zweigängig. Rutschkupplung zwischen Motor- und Schneckenwelle nach (952), Stoppbremse mit Gestänge und Fußtritt am Führerstande.

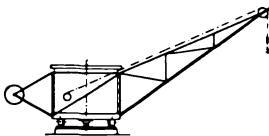


Abb. 252.

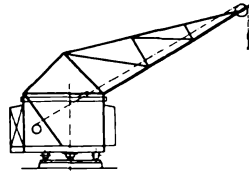


Abb. 253.

(1057) Bauarten. Einfache Bauart nach Abb. 247, Ausleger in Eisenkonstruktion mit genieteten Knotenblechen. Seilführung möglichst ohne Umlenksrollen zwischen Trommel und Auslegerkopf. Drehrollen nach Abb. 248, Stahlguß, früher konisch, jetzt stets zylindrisch oder schwach ballig abgedreht, laufen auf dem gestoßenen oder besser endlos geschweißten und abgedrehten Schienenkranz, stets Eisenbahnprofil. Drehrollen mit Gußkasten (Mohr & Federhoff, Mannheim) nach Abb. 249.

Weitere Auslegerformen: Abb. 250 mit geknickter Kranbrust, Abb. 251 und 252 mit Gegengewichtsausleger, Abb. 253 bezweckt freien Blick des Kranführers über das Arbeitsfeld, Abb. 254 mit Wippausleger zwecks Ausladungsveränderung.

Die Maschine (d. i. Winde und Schwenkwerk) wird möglichst weit nach hinten verlegt, um das Gegengewicht zu unterstützen; sie wird zweckmäßig auf eine gußeiserne und mit dem Oberwagen verschraubte Grundplatte gesetzt. Abb. 255 zeigt die Maschine für Hafenkran nach Demag mit langsam laufendem Motor und einer Stirnradübersetzung, außerdem den Mittelzapfen. Abb. 256 zeigt eine Mehrtrommelwinde für Greiferbetrieb nach MAN.

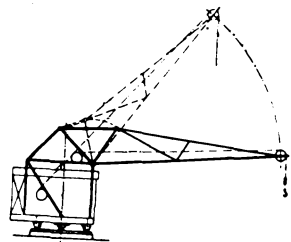


Abb. 254.

Gegengewicht entweder Gußeisen, Herdguß ohne Modell und unbearbeitet oder Blechkasten für Sandfüllung, billiger, aber mehr Raum einnehmend (Raumgewicht von Sand etwa $1,6 \text{ t/m}^3$).

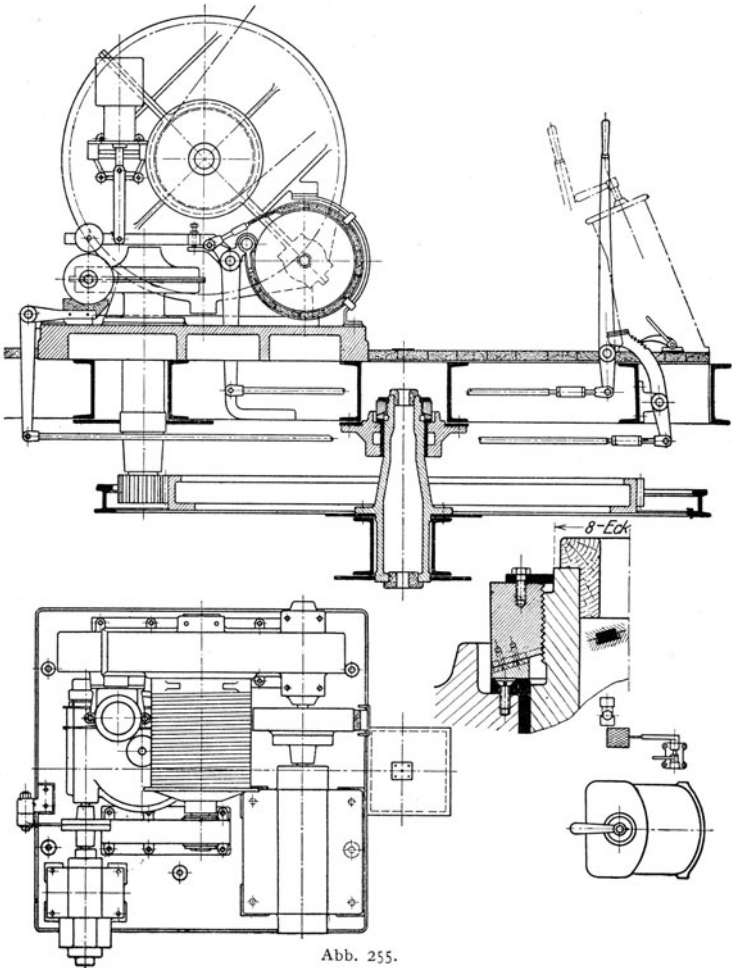


Abb. 255.

Derrick-Krane.

(1058) Nach Abb. 257 bildet die feste oder drehbare Säule mit den beiden Schrägen ein räumliches Dreibein; Stabkraftbestimmung für die ungünstigsten Auslegerlagen nach der Raumstatik. Statt der Auslegerzugstange vielfach auch Zugseile mit Flaschenzug und Wippausleger zwecks Ausladungsveränderung. Schwenkbereich höchstens 270° . In England viel, in Deutschland weniger gebräuchlich.

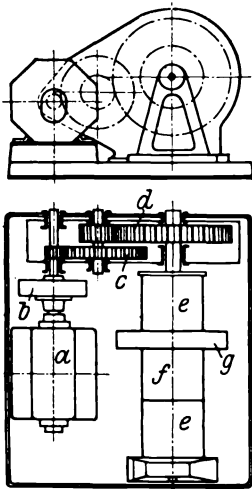


Abb. 256.

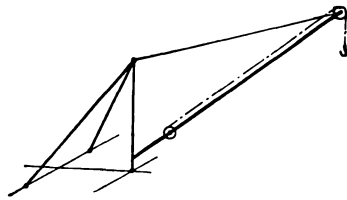


Abb. 257.

Fahrbare Drehkrane.

(1059) Allgemeines, Standsicherheit. Die fahrbaren Drehkrane werden als Säulen- oder als Drehscheibenkrane ausgebildet. Das Fahrgerüst, d. i. der Unterwagen, trägt die feste Stahlsäule bzw. den Schienenkranz samt Mittelzapfen und den Zahnkranz für das Drehwerk.

In beiden Fällen gelten für den drehbaren Teil zunächst die bisher genannten Formeln zur Gegengewichtsbestimmung, s. (1051) und (1055); außerdem erfordert die Standsicherheit des ganzen Kranes weitere Gegengewichtsbedingungen.

Während bei den Säulenkranen der drehbare Teil mit dem Unterwagen durch die Säule zusammenhängt, wird bei den Drehscheibenkranen dieser Zusammenhang durch den Mittelzapfen bewirkt, dessen oberer Abschluß (s. Abb. 255) ein Abheben des Oberwagens vom Schienenkranz verhindert.

Bezeichnet

$2a$ den Radstand,

$2s$ den Abstand von Mitte bis Mitte Fahrschiene,

U das Gewicht des Unterwagens, in dessen Mitte wirkend,

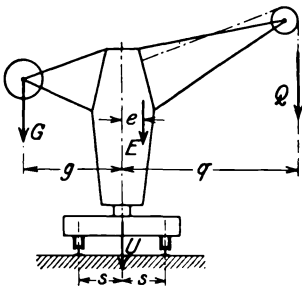


Abb. 258.

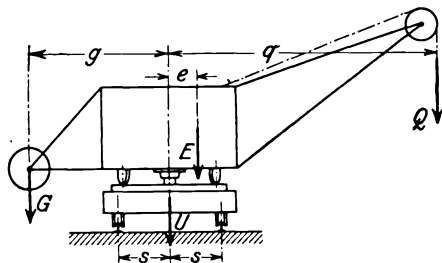


Abb. 259.

und haben die Werte Q, q, E, e, G und g die bei den ortsfesten Krane genannte Bedeutung, dann ist unter der meist zutreffenden Voraussetzung $2a > 2s$ die Standsicherheit des ganzen Kranes bei einer Auslegerstellung normal zur Fahrbahn maßgebend. Es wird gefordert, daß der Kran bei Vollast und einer Überlast S_v um vordere Schiene kippt und bei Leerlast und Druck S_h am Auslegerkopf

nach oben wirkend um hintere Schiene kippt; hierin bezeichnen diese S die Kippsicherheit über Fahrachse. Somit gilt nach Abb. 258 oder 259

$$(Q + S_v)(q - s) - E(s - e) - \dot{G}(s + g) - Us = 0$$

und
$$G(g - s) + S_h(q + s) - E(e + s) - Us = 0.$$

Bei gewöhnlichen Bauarten sei mit Q in t $S_v = 2 + Q : 3$ in t und $S_h \approx S_v : 2$; Krane mit besonders hohem Ausleger erfordern wegen des zusätzlichen Winddruckes und der Möglichkeit schrägen Seilzuges größere S .

Vorstehendes liefert in Verbindung mit den früheren Bedingungen beim Säulenkrane drei und beim Drehscheibenkrane vier Gegengewichtsbedingungen, denen die beiden unbekanntes G und g gegenüberstehen. Damit folgt, daß eine bzw. zwei dieser Bedingungen nicht oder nur angenähert erfüllt sein können, indessen müssen sämtliche S bzw. S mindestens vorhanden sein.

Ist im Verhältnis zur Spur $2s$ das Lastmoment Qq groß, dann kann ein zusätzliches Gegengewicht im Unterwagen benötigt werden. Um solches und damit zu große Raddrucke zu vermeiden, ist bei gegebenem $2s$ das Lastmoment begrenzt.

Bei normalspurigen Kranen wird zuweilen verlangt, daß die Fahrbewegung nur zur Ortsveränderung des Kranes dient, der aber beim Arbeiten, d. i. Heben und Schwenken, seinen Ort nicht wechselt. Der Unterwagen wird dann zwecks Erhöhung der Standsicherheit entweder durch festschraubbare Zangen mit den Schienen verbunden, die aber nur bei Überlast wirken, oder er wird außerhalb der Schienen durch Druckschrauben gegen den Erdboden abgestützt. In beiden Fällen soll jedoch der leere Kran ohne diese Mittel über Fahrachsen hinreichend standsicher sein.

Für den größten Raddruck N_1 des Unterwagens gilt bei der Auslegerstellung nach Abb. 260 für Säulen- und Drehscheibenkrane die Näherungsformel

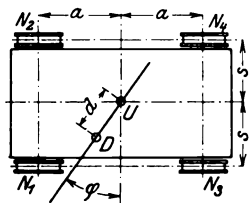


Abb. 260.

$$N_1 = D \frac{d \sin \varphi + s}{2s} \cdot \frac{d \cos \varphi + a}{2a} + \frac{U}{4},$$

worin D = Gewicht des drehbaren Teils mit Vollast und d dessen Abstand von der Drehachse. Eine genaue Berechnung müßte die elastischen Verhältnisse des Unterwagens und der Schienenlage berücksichtigen und ist nicht durchführbar. $N_{1 \max}$ tritt bei $\varphi \approx 45^\circ$ auf und ist der Bemessung des Rades, der Achse, des Lagers und des Schienenprofils zugrunde zu legen.

(1060) Fahrwerk. Bei selten und langsam fahrenden Kranen genügt die Knarre oder das Handfahrwerk mit Kurbelantrieb. Bei elektrisch betriebenem Fahrwerk richtet sich die Fahrgeschwindigkeit nach dem Zweck des Kranes, $15 \div 30$ m/min, wenn der Kran nur seinen Arbeitsort wechseln soll, bis 200 m/min bei Kranen für Verladebrücken, wobei das Fahren mit Nutzlast gleichzeitig Arbeitsbewegung bilden soll. Im ersten Falle Stirnrad- und Schneckenübersetzung, im letzteren einfaches oder doppeltes Stirnradgetriebe. In der Regel wird nur eine der beiden Laufachsen angetrieben, dabei besteht aber bei Auslegerstellung in Fahrrichtung die Möglichkeit einer so starken Entlastung der angetriebenen Achse, daß die Laufräder rutschen. In solchen Fällen ist die andere Achse durch Kegelräder oder Treibgelenkketten oder Parallelschubkurbel (wie bei Lokomotiven) mit der Triebachse zu kuppeln oder es sind beide Laufachsen durch je ein vollständiges Fahrwerk anzutreiben. Seltener erfolgt das Fahren vom Schwenkmotor aus, da hierbei Wechselkupplung, Welle durch den Mittelzapfen und mehrere Kegelräder erforderlich sind (bei Dampfkranen stets üblich).

Die sog. Lokomotivkrane dienen gleichzeitig zum Verschiebedienst auf Rangiergleisen und erfordern dementsprechend starke, zweckmäßig doppelte Fahrwerke mit Dauerleistungsmotoren. Vgl. auch die Bemerkungen über den Fahrtrieb bei Dampfkranen, s. (1072).

(1061) Ausführung der Säulenkrane. Drehbarer Teil wie bei den ortsfesten Drehkranen. Nach Abb. 261 Stahlsäule in Gußkreuz steckend, dieses mit den Γ -Trägern verschraubt. Statt Gußkreuz auch Kreuzrahmen aus \sqsubset und Blechen genietet. Größte Beanspruchung eines Kreuzarmes, wenn Ausleger in dessen Richtung steht.

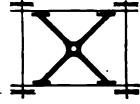


Abb. 261.

(1062) Ausführung der Drehscheibenkrane. Drehbarer Teil wie bei den ortsfesten Drehkranen, sehr verschieden, je nach Zweck des Kranes.

Unterwagen nach Abb. 262 aus Γ -Trägern, mit Eckwinkeln und Eckblechen zusammengenietet; Profileisenkreuz zur Aufnahme des Mittelzapfens und des

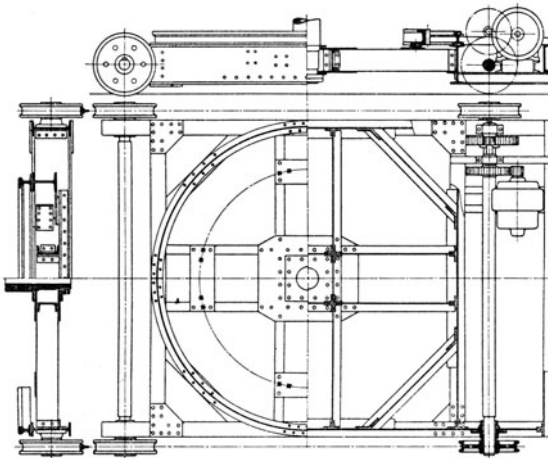


Abb. 262.

Zahnkranzes. Zuweilen wird der fertig genietete Unterwagen auf eine große Planscheibe gespannt, der Schienenkranz abgedreht, gleichzeitig die Bohrung für den Mittelzapfen hergestellt und ein Span an den Zahnkranzaufgestellen abgenommen. Laufräder je nach Spurweite außen oder innen.

Längs- und Querträger werden durch die Drehrollendrucke auf Biegung beansprucht; ungünstigste Auslegerstellungen durch Probieren zu finden, für die Längsträger $10 \div 20^\circ$ gegen die Querlage, für die Querträger $10 \div 20^\circ$ gegen die Längsträger geneigt.

Unterwagen nach Abb. 263 (Demag) mit Blechträger und festen kurzen Zapfen für die Laufräder, wobei kleiner Zapfendurchmesser und geringerer Fahrwiderstand als nach obiger Ausführung. Fahrwerk hierzu ähnlich Laufkatze Abb. 192, Mittelzapfen ähnlich Abb. 255.

(1063) Eisenbahnwagen-Drehkrane dienen zum Einstellen in Güterzügen; der 2- bis 3-achsige Unterwagen ist eisenbahnmäßig, d. h. mit Tragfedern, Puffern und Zughaken auszubilden und erhält zur Erhöhung der Stabilität Stützschauben und Schienenzangen. Bei Fahrt wird Ausleger in Fahrrichtung ge-

stellt und heruntergeklappt, wobei das Fahrprofil einzuhalten ist; für den überhängenden Ausleger ist Schutzwagen erforderlich. Raddrücke bei Fahrt nicht höher als bei Güterwagen zulässig, beim Arbeiten wesentlich höher.

Über Handkrane, deren Ausleger bei Fahrt zwecks Ersparnis des Schutzwagens zusammengeklappt wird und innerhalb der Wagenplattform bleibt s. Z. 1914, S. 1357.

Über solche Krane mit Dampftrieb und von hoher Tragkraft s. Z. 1908, S. 682 und 1911, S. 648.

(1064) Portalkrane dienen zur Ausnutzung des wertvollen Raumes zwischen Kaikante und Lager-schuppen und umfassen ein oder zwei Eisenbahnprofile.

Drehbarer Teil meist ein Drehscheibenkran, oft mit verstellbarer Ausladung wie nach Abb. 279. Für Stückgut meist 2 ÷ 3 t, für Schüttgut bei Greiferbetrieb 2 ÷ 6 t Tragkraft, 8 ÷ 14 m Ausladung.

Portal als Blechträger mit abgerundeten Ecken nach Abb. 264 und 265, mit geradlinigen Kanten nach Abb. 266, als Fachwerk nach Abb. 267, leichter und geringere Windfläche bietend als bei Blechträgern.

Größte Portalraddrücke wie nach Abb. 260 für die 45°-Auslegerstellungen. Fahren durch Handkurbeln oder elektrisch mit 12 ÷ 20 m/min; von den 4 Lauf-rädern werden 2 von einem Motor angetrieben. Abb. 268 zeigt ein sorgfältig durchgebildetes Fahrwerk der Demag (s. Z. 1911, S. 287); das landseitige Lauf-rad hat ausnahmsweise

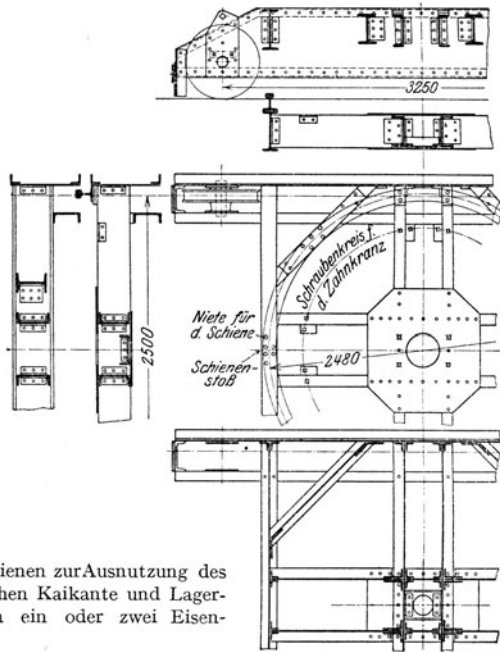


Abb. 263.

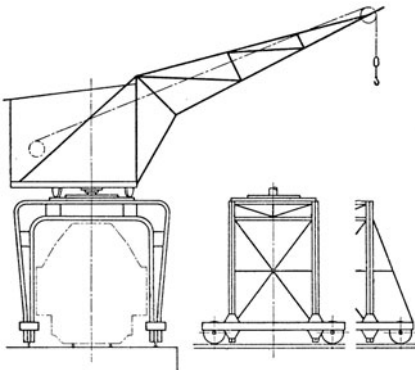


Abb. 264.

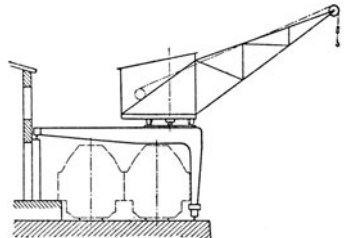


Abb. 265.

keine Spurkränze und läuft auf dem Flansch eines einbetonierten I-Trägers, der wegen Kreuzung mit Eisenbahnschienen erforderlich war.

Abb. 269 mit drehbarer Säule und Laufkatze, Winde in der Säule; als Hellingkran geeignet.

(1065) **Drehlaufkatzen** sind umgekehrte fahrbare Drehkrane und bezwecken als Laufkran- oder Verladebrückenkatzen eine Verbreiterung und Verlängerung

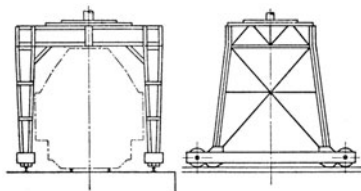


Abb. 266.

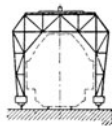


Abb. 267.

des Bestreichungsfeldes, bei Laufkränen besonders zur Bestreichung des benachbarten Raumes unter der Laufschiene weg.

Bauart nach Abb. 270 (Demag) mit drehbarer Fachwerksäule, Hängespurzapfen und Führungsrollen, nach Abb. 271 (Mannheimer Maschinenfabrik

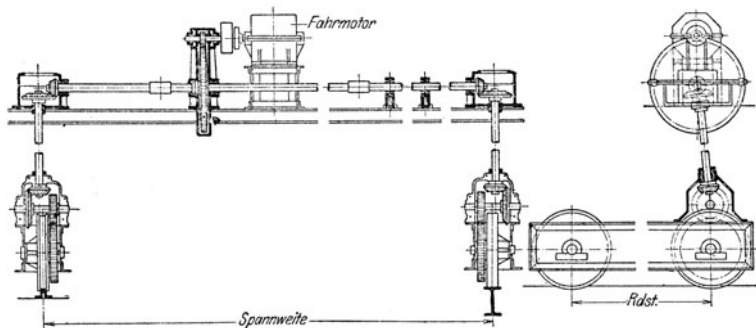


Abb. 268.

Mohr & Federhaff) als Drehscheibenkran mit Tragrollen und Mittelzapfen, für Greiferbetrieb, s. Z. 1908, S. 831.

Statische Behandlung wie bei den fahrbaren Drehkränen. Eigengewichte und Raddrücke bedeutend höher als bei normalen Katzen gleicher Tragkraft, daher nur zweckmäßig, wenn oben genannter Grund ausschlaggebend ist.

(1066) **Einschienenkran** (Velozipedkrane) erfordern eine Boden- und eine Deckenschiene und sind für schmale Gänge in niedrigen Räumen bestimmt.

Schema und Statik nach Abb. 272a und b.

Ausleger in Fahrriichtung. Stabilität und Gegengewichtsbestimmung wie bei den fahrbaren Säulendrehkränen, s. (1059). Bei Voll- und Leerlast muß Resultierende aller Gewichte zwischen den Laufrädern bleiben.

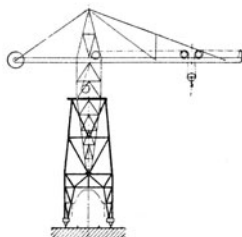


Abb. 269.

Kranmoment bei Vollast $M_v = Qq + Ee - Gg$, bei Leerlast $M_0 = Gg - Ee$; $H_0 = H_u = M_v : h$ bzw. $M_0 : h$.

Raddrücke bei Vollast

$$N_1 = \frac{Q(q+a) + E(e-a) - G(g-a)}{2a} + \frac{U}{2},$$

$$N_2 = \frac{G(g+a) - Q(q-a) + E(a-e)}{2a} + \frac{U}{2},$$

Raddrücke bei Leerlast

$$N_1 = \frac{E(e-a) - G(g-a)}{2a} + \frac{U}{2}$$

$$N_2 = \frac{G(g+a) + E(a-e)}{2a} + \frac{U}{2},$$

Oberrolle bleibt druckfrei.

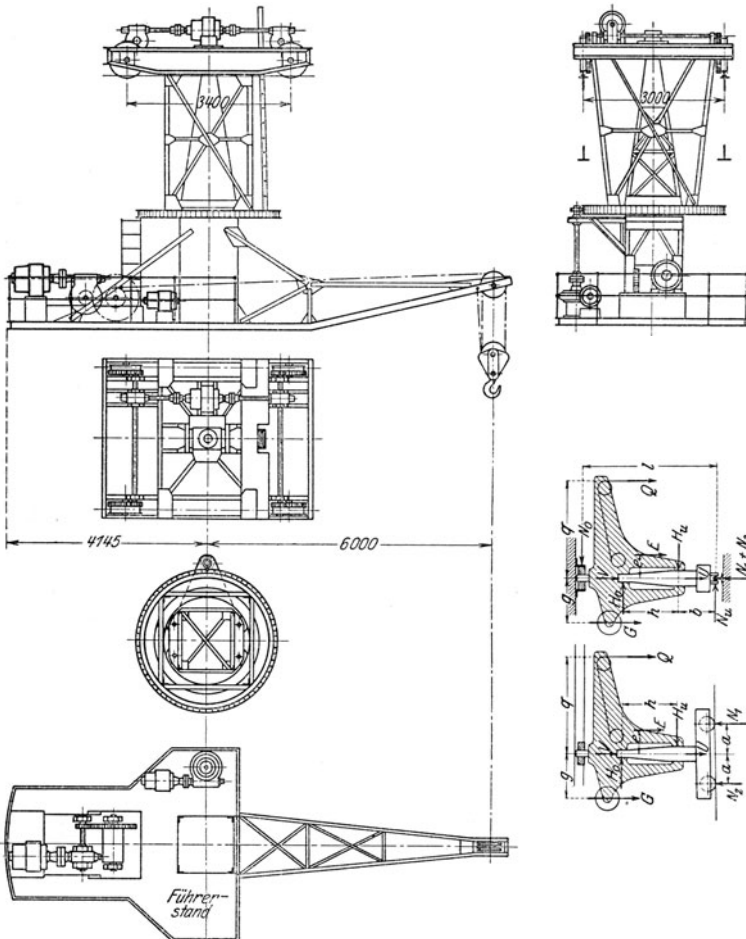


Abb. 270.

Abb. 272 a und b.

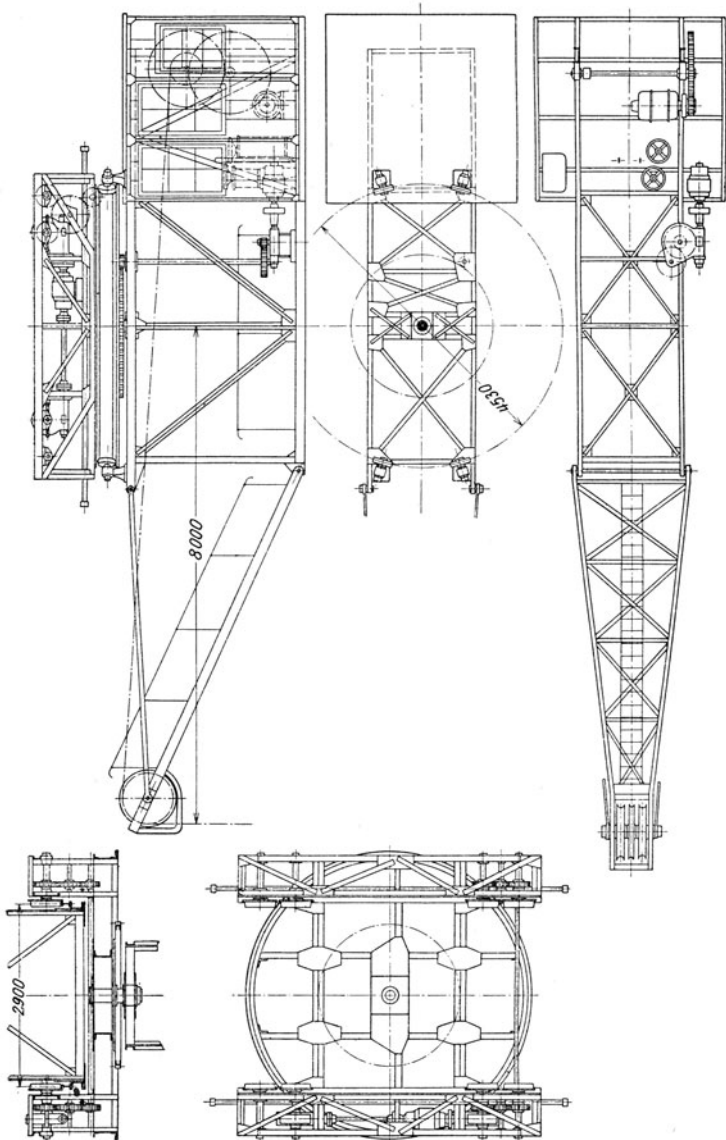


Abb. 271.

Ausleger quer dazu.

Raddrücke bei Vollast $N_1 = N_2 = (Q + E + G + U) : 2,$

Raddrücke bei Leerlast $N_1 = N_2 = (E + G + U) : 2.$

Wagrechte Raddrücke bei Vollast $N_0 = N_u = (Qq + Ee - Gg) : l,$

wagrechte Raddrücke bei Leerlast $N_0 = N_u = (Gg - Ee) : l.$

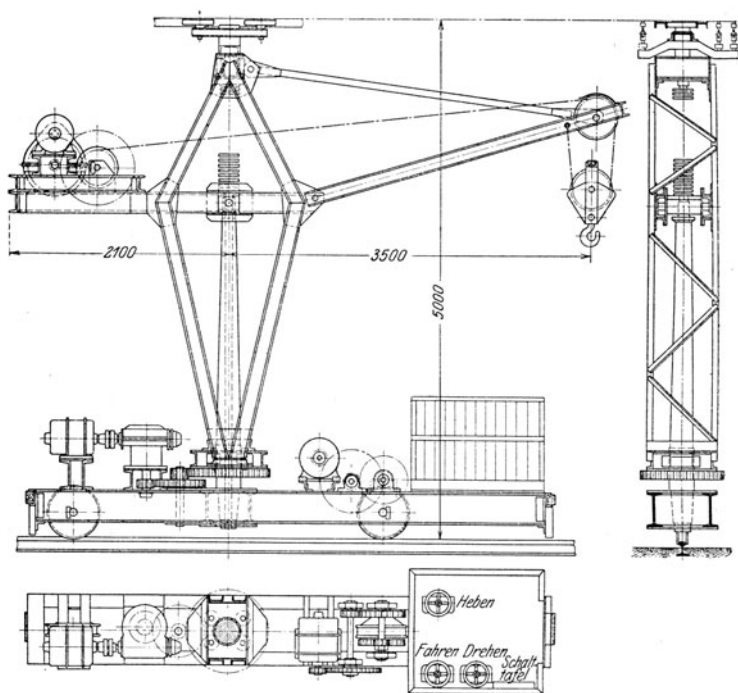


Abb. 273

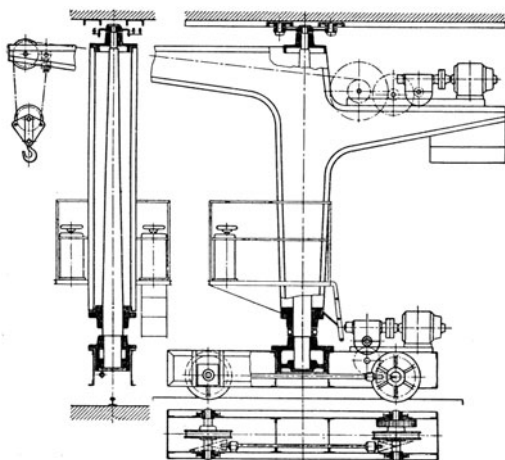


Abb. 274.

Für die Säule

$$H_0 = N_u a : h,$$

$$H_u = N_u (h + a) : h.$$

Ausführung nach Abb. 273 (Ardeltwerke, Eberswalde) mit Fachwerk oder Abb. 274 (Comp. Internat. d'Electricité, Lüttich) mit durchgehender Säule und Blechträger.

Fahrwiderstand bei Ausleger-Querstellung erheblich wegen der durch die N_u verursachten großen Spurkranzreibung, daher wird bei großen Kränen dieses N_u von besonderen, gegen die Schienenkanten drückenden Horizontalrollen aufgenommen.

Bei starker Entlastung des bei Ausleger-Längsstellung nacheilenden Laufrades kann eine Verbindung beider Laufräder (wie in Abb. 274 durch Kegelräder) erforderlich werden.

Wandlaufkrane.

(1067) Sie dienen in Werkstätten und Gießereien zur Entlastung der Laufkrane und werden für mäßige Tragkraft bemessen. Die lotrechten und wagrechten Laufdrücke erfordern verhältnismäßig schwere längs der Wand laufende Träger und beanspruchen das Gebäude ungünstig.

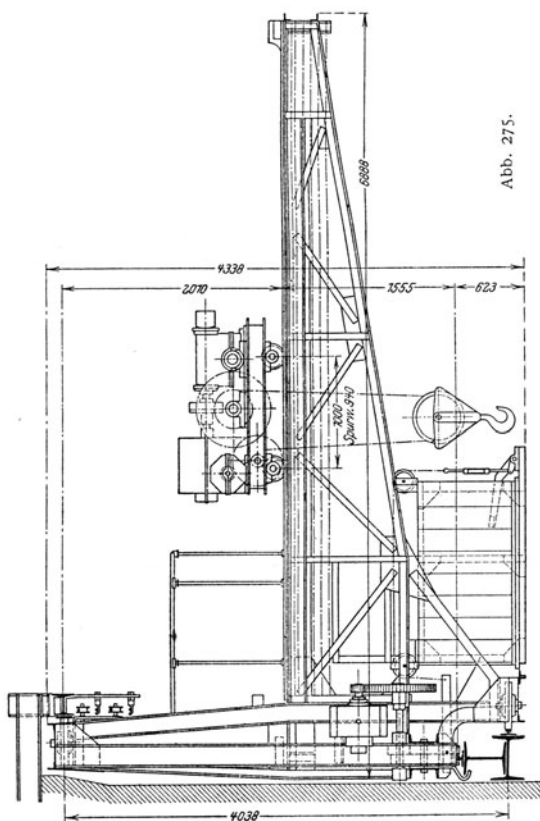
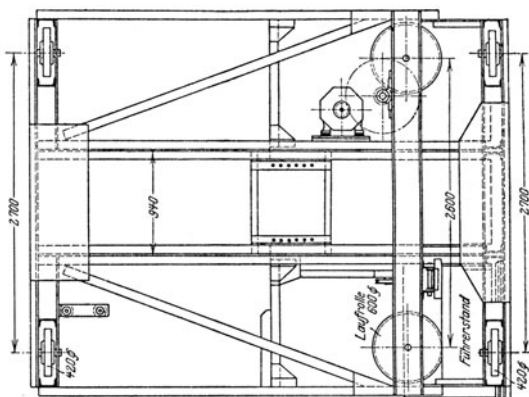


Abb. 275.

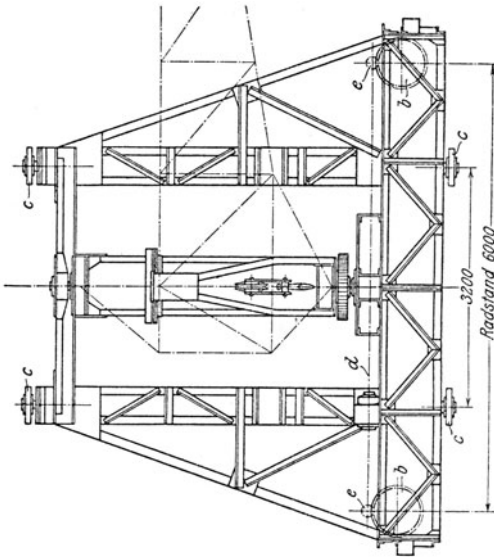


Abb. 275 (C. Flohr, Berlin) mit festem Ausleger und Laufkatze für 5 t Tragkraft.

Abb. 276 (Demag) mit Schwenkausleger für 5 t Tragkraft. Der Ausleger kann allen Hindernissen leicht ausweichen und gibt bei Nichtgebrauch und seitlich geschwenktem Ausleger das Arbeitsfeld dem darüber befindlichen Laufkran frei. Wegen Entlastung des einen Laufrades bei seitlicher Auslegerstellung werden beide Laufräder vom Motor aus durch gemeinsame Welle *d* mit Kegelräder *e* angetrieben. Näheres s. Z. 1913, S. 2044.

Die sechs belasteten Laufräder liefern erheblichen Fahrwiderstand, der durch Kugellager ermäßigt werden kann.

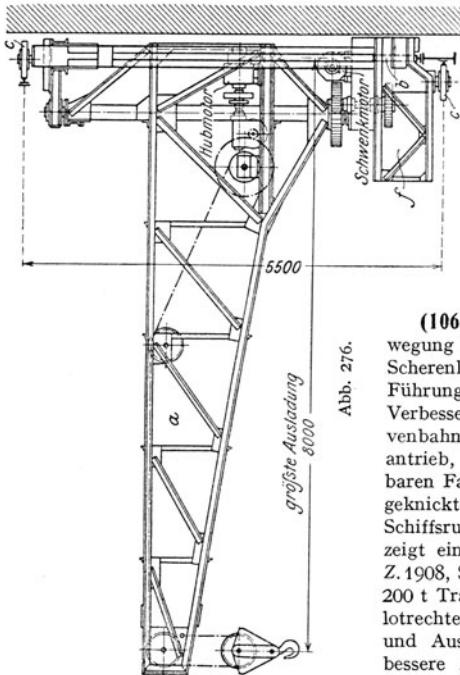


Abb. 276.

Wippkrane.

Die um eine Horizontalachse erfolgende Wippbewegung des Auslegers dient entweder nur zur Veränderung der Ausladung oder zur Lastbewegung in der lotrechten Wippebene.

(1068) Reine Wippkrane mit Lastbewegung in der Wippebene. Die früheren Scherenkrane mit Horizontalspindel und Führungsbahn für die Mutter und deren Verbesserung mit Wippspindel und Kurvenbahn für die Mutter, meist mit Dampftrieb, wurden ersetzt durch den wippbaren Fachwerksausleger, der mit seiner geknickten Kranbrust dem hochbordigen Schiffsrumpf besser angepaßt ist. Abb. 277 zeigt einen 140-t-Schwimmdampfkran (s. Z. 1908, S. 281), Abb. 278 einen solchen für 200 t Tragkraft (s. Z. 1907, S. 1476) mit lotrechter Spindel zwischen Spindelmutter und Ausleger, eine für lange Spindeln bessere Anordnung, beide von Demag.

(1069) Wippdrehkrane. Bei Drehscheibenkranen nach Abb. 254 wird die Auslegereinziehwinde meist mit Spindel ausgebildet; Doppelspindeln bei Vierecksquerschnitt des Auslegers, einfache Spindel bei Dreiecksform. Antrieb erfolgt von Hand durch Haspelrad und Kegelrad- oder Schneckenübersetzung oder durch besonderen Motor, wie z. B. nach Abb. 279 (Demag).

Abb. 280 zeigt einen ortsfesten 250-t-Hammerwippkran für die Werft von Blohm & Voß, Hamburg (s. Z. 1919, S. 349), Abb. 281 einen 250-t-Schwimmdrehkran für die Staatswerft Wilhelms-

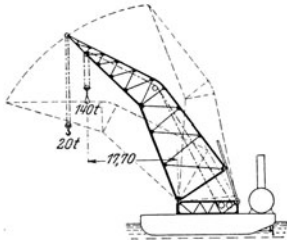


Abb. 277.

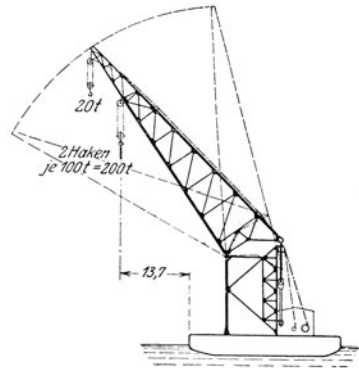


Abb. 278.

haven mit lotrechter Spindel und Gelenkstange (s. Z. 1916, S. 1602), beide von Demag.

Statt Spindel auch mehrsträngiger Seilflasenzug mit besonderer selbsthemmender Schneckenwinde wie bei den Dampfkranen Abb. 284 bis 286.

Beide Arten von Einziehwinden sind selbsthemmend, also ohne besondere Haltebremse auszubilden, da beim Versagen einer solchen der Ausleger abstürzt.

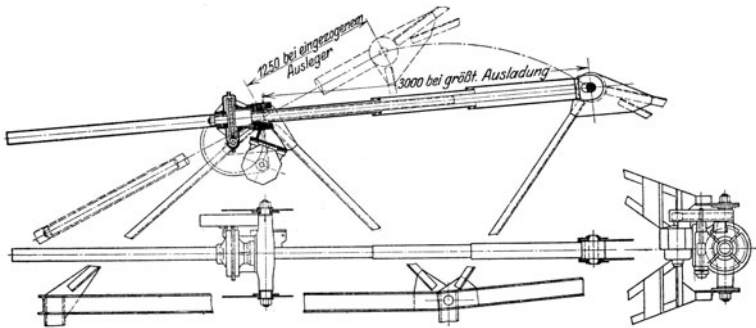


Abb. 279.

Bei kleineren Kranen dient die Auslegereinziehwinde i. d. Regel nur zur Verstellung der Ausladung, bei größeren Kranen kann sie auch zur Lastbewegung wie bei obigen reinen Wippkranen, benutzt werden, was beim Arbeiten zwischen der Schiffstakelage erforderlich ist. Diese Bewegung erfolgt aber wegen der selbsthemmenden Winde langsam und unwirtschaftlich und unter erheblichem Arbeitsverbrauch, da beim Einziehen der Auslegerschwerpunkt gehoben wird. Daneben tritt noch eine unerwünschte lotrechte Lastbewegung auf, die jedoch durch besondere Seilführung behoben werden kann. Über einen hiernach ausgeführten

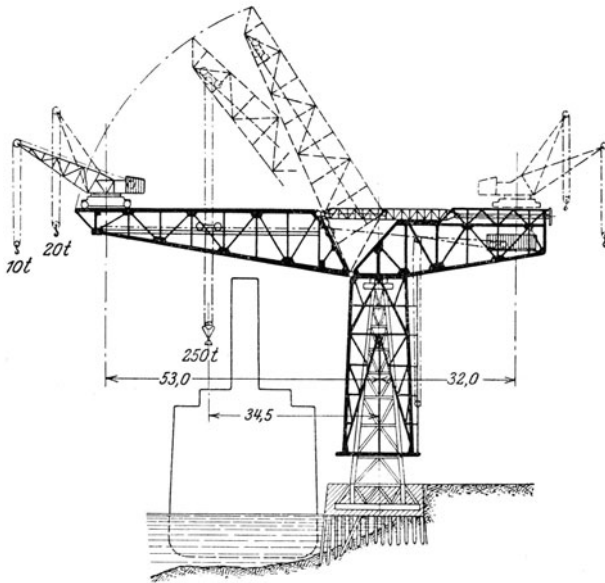


Abb. 280.

Wippdrehkran von Demag s. Z. 1908, S. 1600; allgemeines über Seilausgleich s. Proetel, D. p. J. 1911, S. 694.

Wenn bei dem in Seehäfen häufig vorkommenden Umschlagsverkehr von Schiff zu Schiff das Schwenken des Kranes durch Schiffsaufbauten, wie Masten,

Kamine usw. gehindert ist, so ist es für einen flotten Betrieb erforderlich, den Ausleger bei jedem Kranspiel einzuziehen und ihn nicht durch eine Vereinigung von Fahren und Schwenken in die gewünschte Stellung zu bringen, was lange Zeit dauert und große Aufmerksamkeit des Führers erfordert. Hierzu dient eine neue Bauart des Wippdrehkranes der Mannheimer Maschinenfabrik Mohr & Federhaff nach Abb. 282. Das Auslegerwippen erfolgt durch besondere Winde unter gleichbleibender Höhe des Auslegerschwerpunktes und

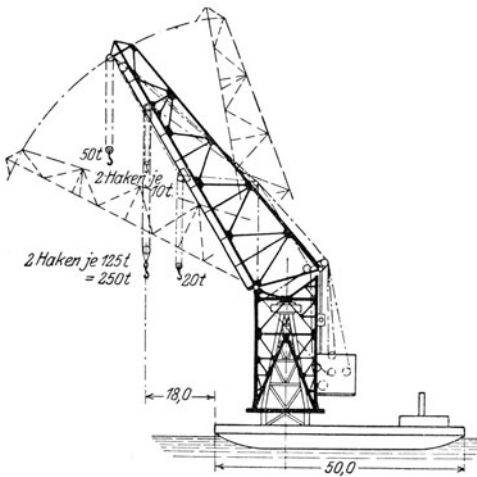


Abb. 281.

der Last, daher mit großer Geschwindigkeit und mit geringem Enzrgieaufwand; bei den 4-t-Kranen liefert der 7-PS-Motnr eine horizontale Lastgeschwindigkeit von rd. 1 m/sek. Ausführung dieser Bauart als Ufer-, Halb- und Vollportalkrane.

Schwimmkrane.

(1070) Allgemeines. Unbegrenzter Arbeitsbereich. In Häfen und Werften als Schwerlastkrane zur Schiffsbestückung bis 250 t, als Verladekrane mit Greiferbetrieb bis 10 t Tragkraft.

Meist Dampfbetrieb; bei sehr großen Kranen elektrische Dampfzentrale zur Speisung der Kranmotoren mit Leonard-Schaltung; Schiffsschrauben zur Fahrt mit eigener Kraft.

Schwimmkasten von meist Rechtecksgrundriß mit abgerundeten Ecken und vorn und hinten aufgeholtem Boden. Wird vom Schiffsbauer so bemessen, daß bei Vollast und ungünstiger Auslagerstellung eine gegebene Neigung (bis 6°) erreicht wird. Hierzu erforderlich fahrbares Gegengewicht oder besser Tanks mit Pumpwerk, Schwimmdrehkrane ohne oder mit festem Gegengewicht im Schwimmkasten, meist Betonfüllung. Bei großen Kranen wird Schwimmkastendeck zur Aufnahme und Beförderung der Lasten eingerichtet.

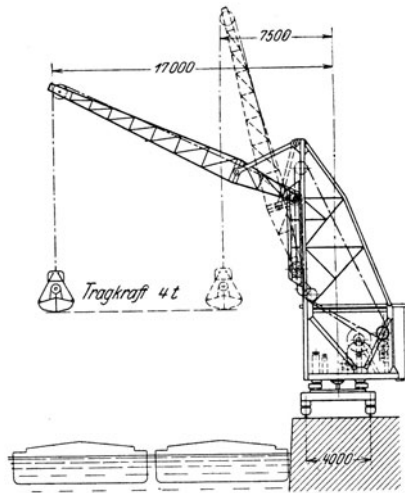


Abb. 282.

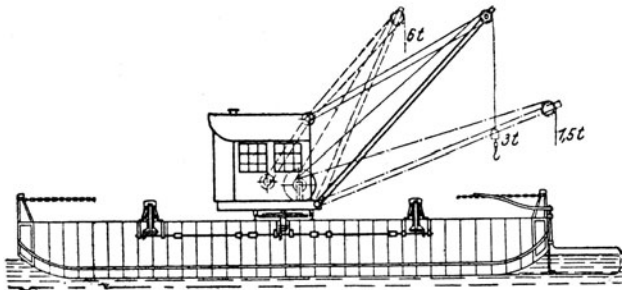


Abb. 283.

(1071) Bauarten. Mit festem wagrechtm Ausleger und Laufkatze; für Verladekrane wenig geeignet, da öfteres Verholen des Kranes erforderlich.

Über einen solchen Kran für 2 mal 120 t zum Bergen gesunkener U-Boote s. Z. 1911, S. 750. Mit schräg ansteigendem Ausleger für 25 t von Demag s. Z. 1910, S. 1415.

Mit Scherenkran. Veraltet.

Mit Wippausleger s. (1068), Abb. 277 und 278, ferner Z. 1905, S. 1.

Mit festem Drehkran auf Schwimmkastenmitte oder seitlich davon. Hiernach wurden von Demag zahlreiche Schwerlastkrane mit fester Fachwerksäule und Wippausleger gebaut; Abb. 281 zeigt die neueren 250-t-Krane. Wesentlich teurer als die reinen Wippkrane, aber leistungsfähiger, da Verholen des Kranes seltener nötig.

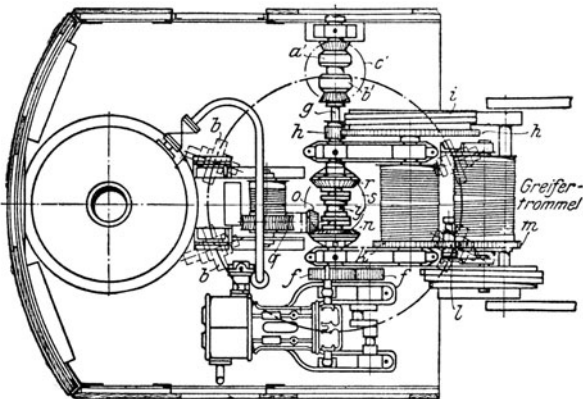
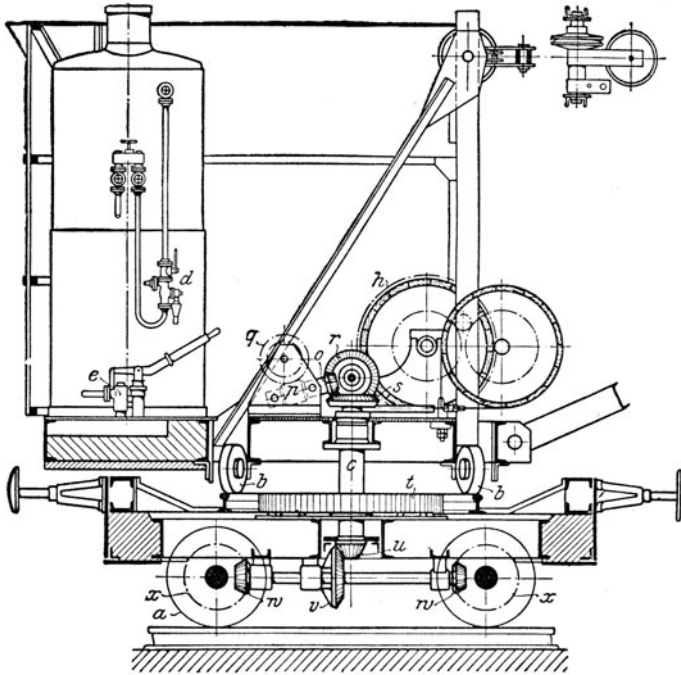


Abb. 284.

Bauart viel gebraucht als Greiferdampfkrane auf Schwimmkastenmitte nach Abb. 283 (Demag), wobei an Stelle des Fahrwerks ein Spillpaar betrieben wird, das zum Bewegen des Schwimmkörpers oder nach dessen Verankerung zum Heranholen anderer Fahrzeuge dient, s. Z. 1922, S. 968.

Mit fahrbarem Drehkran in Längsrichtung des Schwimmkastens, für diese Greiferkrane geeignet, um ohne Verholen einen größeren Schiffsraum bestreichen zu können, s. Z. 1911, S. 1552 (Mohr & Federhaff, Mannheim).

Dampfkrane.

(1072) Von den früheren Dampfkranen hat sich nach Einführung des elektrischen Betriebes neben den Schwimmdampfkranen fast nur noch der fahrbare normalspurige Dampfrehkran erhalten, dessen wesentliche Vorzüge in der eigenen Kraftquelle und durch seine Normalspur in der freien Beweglichkeit und in der Verwendung für den Verschiebedienst liegen.

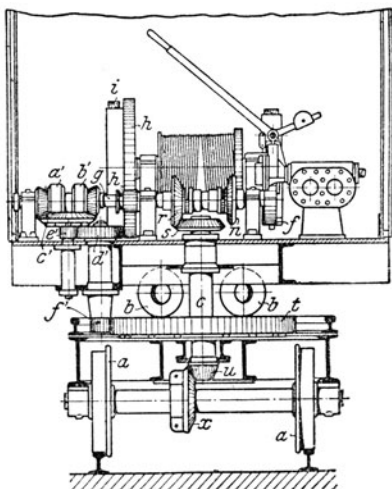


Abb. 284 a.

wird. Hubbremse *i* wird durch Fußhebel *f* (Abb. 285) gelüftet. Bei Greiferbetrieb wird die vor der Hubtrommel gelagerte Entleertrommel durch die Räder *k*, *l*, *m* angetrieben.

Drehwerk: Kegelhänderwendegetriebe *a' b' c'* und Vorgelege *d' e' f'*.

Fahrwerk: Kupplung *y* und Kegelhänder *u v w x*.

Einziehwerk: Kupplung *y* und selbsthemmendes Schneckengetriebe *n o p q* arbeitet auf Seiltrommel für die Flasche.

Steuerbewegung, Abb. 285 und 286.

Hebel *e*: Öffnen und Schließen des Dampfsperrschiebers.

Hebel *d*: Kulissenverstellung zur Umsteuerung der Dampfmaschine.

Hebel *b*: Aus- und Einrücken des Hubwerkritzels.

Fußhebel *f*: Lüften der Hubwerkbremse.

Hebel *a*: Umschalten des Drehwerkwendegetriebes.

Hebel *c*: Ankupplung des Fahr- oder Einziehwerks an die Hauptwelle.

Kranbewegungen hierdurch gleichzeitig ausführbar:

1. Heben oder Senken und Drehen.
2. Heben oder Senken und Fahren.
3. Heben oder Senken und Einziehen oder Auslegen.
4. Drehen und Einziehen oder Auslegen.
5. Drehen und Fahren.

Lastenförderung. Nutzlast 3 t bei einem Strang oder 6 t bei eingehängter Flasche; Ausladungen je nach Last s. Abb. 285 Einrichtung für Stückgut, Greifer und Klappkübel. Hebe- magneten erfordern zwei Schleifringe, bewegliches Kabel mit Steckkontakt und Kabeltrommel am Ausleger.

Normaldampfkran von Demag
nach Abb. 284 - 286 (s. Z. 1922, S. 965).

Aufbau: Drehscheiben - Bauart, Wippausleger mit Flasche, bei ganz gesenktem und in Fahrrichtung stehenden Ausleger bleibt Kran innerhalb des freien Bahnprofils. Unterwagen mit Puffern und Zughaken, aber ungefederten Radstellen.

Kessel: Quersiederkessel 8 at, 7 m² Heizfläche und 0,35 m² Rostfläche, abnehmbare Ummantelung gegen Wärmestrahlung.

Antrieb: Liegende umsteuerbare Zwillingmaschine 160 mm Zyl.-Durchmesser, 180 mm Hub, 180 Uml./min.

Hubwerk: Trommel von Welle *g* durch Stirnradvorgelege *h* angetrieben, dessen Ritzel beim Lastsenken durch Handhebel *c* (Abb. 286) ausgerückt

Verschiebe- und Fahrbetrieb. 90 t Zugkraft zum Bewegen der Eisenbahnwagen.
Größter Raddruck bei ungünstigster Auslegerstellung und Belastung etwa 15 t.

Arbeitsgeschwindigkeiten:

Heben: bei 3 t rd. 20 m/min.

Fahren: bei Vollast 50 ÷ 60 m/min, ohne Last 100 ÷ 120 m/min.

Drehen: 24 sek für eine volle Drehung.

Auslegerwippen 50 sek von der tiefsten zur höchsten Lage.

Andere Auslegerformen nach Abb. 287 bis 290 je nach Verwendungsort und -zweck.
Über Verwendung diese Kranes als Schwimmdrehkran s. (1070) und Abb. 283.

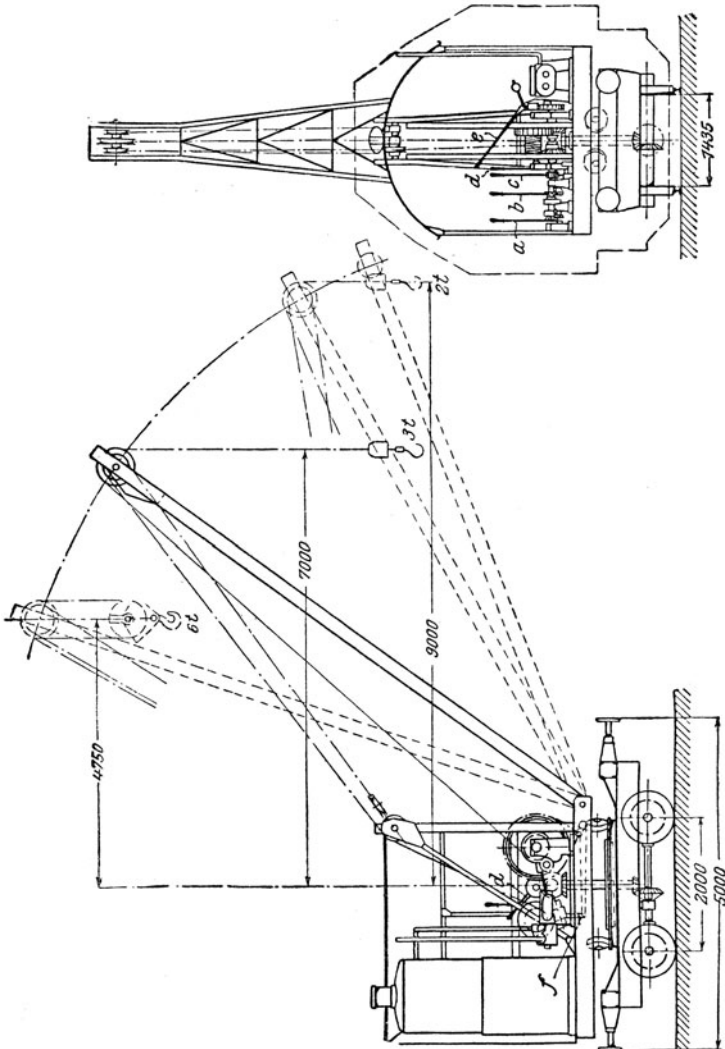


Abb. 285 u. 286.

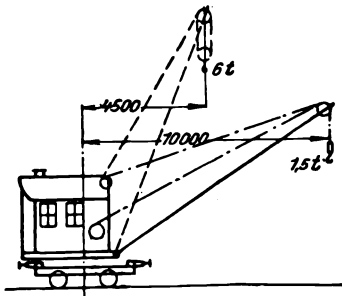


Abb. 287.

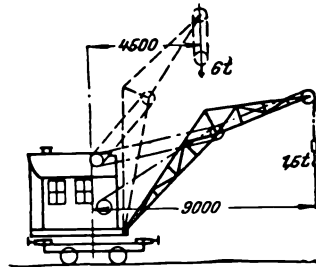


Abb. 289.

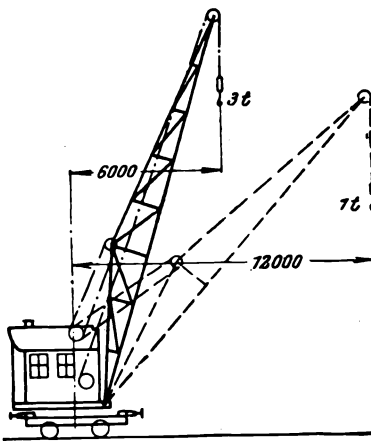


Abb. 288.

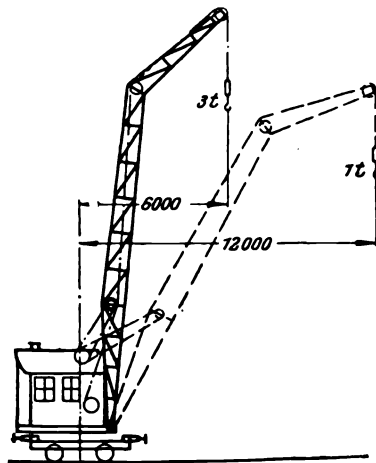


Abb. 290.

Förderung von Schüttgut.

Hierzu dienen Selbstgreifer oder Förderkübel, je nachdem das Füllen selbsttätig oder von Hand erfolgt.

(1073)

Selbstgreifer.

Man unterscheidet Mehrseil-, Einseil- und Motorgreifer.

Mehrseilgreifer. Grundgedanke des Greifers mit zugehöriger Zweitrommelwinde nach Abb. 291.

Die Hubtrommel *HT* wird vom Motor angetrieben und kann durch eine von Hand oder Magnet gesteuerte Hubbremse *HB* festgehalten bzw. gesenkt werden. Mit der Entleerungstrommel *ET* ist eine handgesteuerte Entleerungsbremse *EB* verbunden. Beide Trommeln sind durch eine leichte Reibkupplung *RK*, Kegel- oder Reibzaumkupplung, miteinander auf gleiche Seilgeschwindigkeit verbunden.

Arbeitsspiel: a) *HB* offen, Lüften der *EB*, hierdurch Senken des offenen Greifers; b) dieser setzt sich auf das Schüttgut und gräbt sich durch sein Eigengewicht etwas ein; c) *EB* offen, *HB* offen, Motor treibt die *HT* an; durch die mehrsträngige Flasche im Greifer ziehen sich die Schaufeln zusammen und fassen das Schüttgut, der Greifer füllt sich. Sobald sich die Schaufelkanten berühren, beginnt Heben, die *ET* wird durch die *RK* mitgeschleppt; (während des Hebens gleichzeitig Katzfahren, Kranschwenken usw.). d) *EB* wird geschlossen, *HB* geöffnet; Schüttgut im Greifer drückt die Schaufeln auseinander, Greifer entleert sich. e) Senken des leeren offenen Greifers wie unter a), Wiederholung des Spiels.

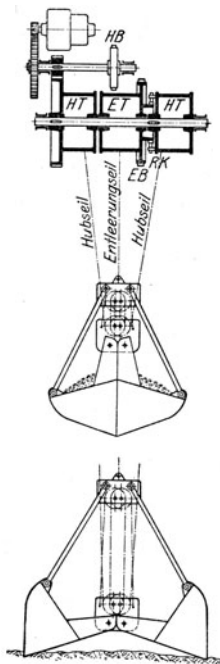


Abb. 291.

Wesentlich: Entleerung in jeder Höhenlage des Greifers möglich. Schließkraft muß so groß sein, daß größere Schüttgutstücke zwischen den Schaufelkanten zerschnitten werden, andernfalls ungenügende Füllung; daher mehrsträngige Flasche, Kniehebel u. dgl. erforderlich. In der Greiferflasche früher Rundeisenkette, jetzt meist Seil trotz starker Abnutzung. Bei Drehkränen werden die eigentlichen Hubseile des Krans mit den Flaschenseilen des Greifers (Schließseile) durch auswechselbare Seilschlösser verbunden; diese laufen über die Auslegerrollen und erfordern entsprechend weite Rillen, sollen aber die Hubtrommel nicht erreichen. Hubseile meist doppelt, Entleerungsseil einfach oder doppelt. Greiferschwerpunkt soll möglichst tief liegen, damit von der Böschung ohne Kippen gefaßt werden.

Abb. 292 zeigt die Bauart der gegenwärtigen Seilgreifer für mineralisches Schüttgut mit 2 Hub- und 2 Entleerungsseilen.

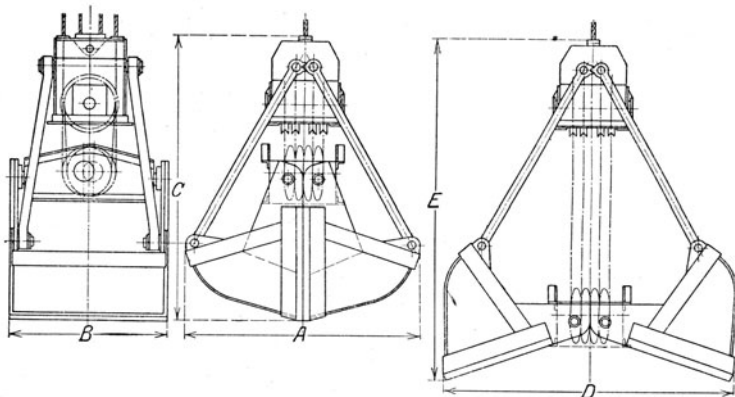


Abb. 292.

Leichte Bauart für Kohle und Koks mit nicht zu harter und zu grobstückiger Beschaffenheit, für leichtere mulmige Erze und andere mineralische Stoffe ungefähr gleichen spezifischen Gewichts und Greifwiderstandes.

Maße und Gewichte der normalen Demag-Greifer.

Gerechneter Fassungsraum der Greiferschalen		m ³	1	1 1/2	2	2 1/2	3	4	5	8	10
Leichte Bauart	Greifergewicht kg	1500	1800	2200	2650	3200	4000	4900	7000	8000	
	Tragkr. d. Kranes kg	2500	3000	4000	4750	6000	7500	9000	13400	16000	
Mittlere Bauart	Greifergewicht kg	2500	3000	3600	4600	—	—	—	—	—	—
	Tragkr. d. Kranes kg	4250	5750	7000	9000	—	—	—	—	—	—
Schwere Bauart	Greifergewicht kg	3400	4100	5100	6300	—	—	—	—	—	—
	Tragkr. d. Kranes kg	5500	7500	9500	12000	—	—	—	—	—	—
Hauptmaße in mm nach Abb. 292		A	1860	2050	2370	2500	2700	3100	3200	3550	3620
		B	1050	1200	1400	1600	1700	1950	2100	2300	2500
		C	2055	2300	2650	2680	3000	3400	3500	3870	4100
		D	2250	2650	2850	3000	3250	3650	3700	4440	4900
		E	2500	2750	3000	3315	3700	4050	4200	4730	4950

Mittlere Bauart für harte grobstückige Kohle, mittelschweres Erz, zähen oder halb getrockneten Schlamm von Klinker, Kies, Sand usw.

Schwere Bauart für hartes stückiges Erz und ähnliche, schwer greifbare Stoffe.

Die früher allgemein üblichen Greifer nach Abb. 293 werden heute nur noch für Getreide und ähnliches leichtes Schüttgut verwendet.

Über Leistungsversuche mit Greifern alter und neuer Bauart s. Kammerer, Z. 1912, S. 617.

— Über Kräftewirkung bei Selbstgreifern aus Versuchen s. Pfahl, Z. 1912, S. 2205 u. f. — Über deutsche und ausländische Greifer s. Richter, Z. 1910, S. 579 und 757, ferner Wintermeyer, Z. 1915, S. 976. — Über amerik. Hulett-Stielgreifer u. a. s. Bergmann, Z. 1913, S. 645 und 1914, S. 322, ferner Borchers, Z. 1913, S. 1477.

Einselgreifer für Stückgutkrane (ohne Entleerungstrommel) verwendbar.

Arbeitsspiel nach Abb. 294.

Wesentlich: Entleerung erfolgt nur in der jeweiligen Höhe des Anschlages, die vom Kran aus einstellbar sein kann. Greifer etwas schwerer als der Zweiseilgreifer gleichen Inhalts.

Näheres über Einketten- und Einselgreifer s. Boje, Z. 1917, S. 505.

Rundholzgreifer für die in Zellstoffabriken verarbeiteten Hölzer von 1 bis 2 m Länge und bis 20 cm Durchm. oder für Grubenhölzer nach Abb. 295 (Mohr & Federhaff, s. Z. 1909, S. 786).

Schmiedeeiserne Zangen statt Schalen. Stets Schließketten, da Seile ungeeignet. Bei zweisträngiger Aufhängung wird Drehung des Greifers vermieden, er stellt sich stets wieder in der gleichen Richtung parallel zu den Hölzern auf dem Stapel ein.

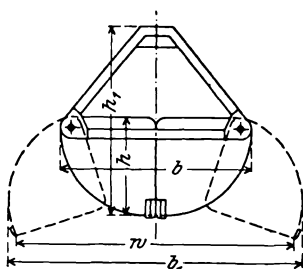
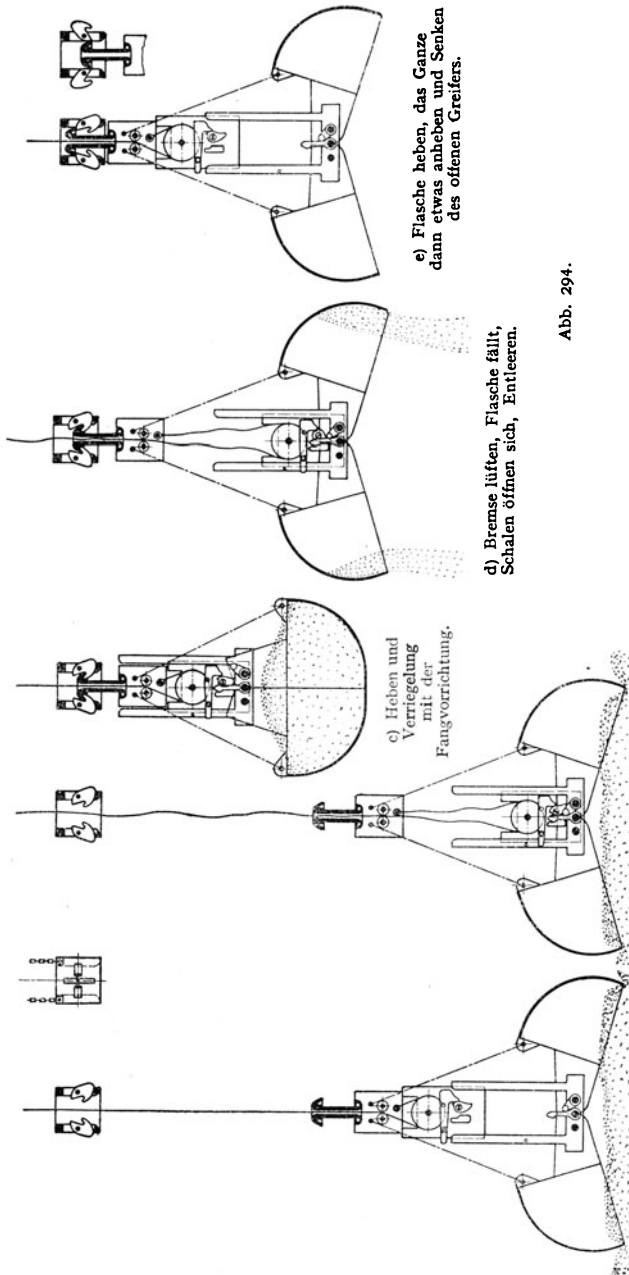


Abb. 293

Fassungsraum cbm	Greifergewicht kg	Tragkraft d. Kranes kg
bei Rundholz	$\left\{ \begin{array}{l} 1,25 \\ 3 \\ 4 \end{array} \right.$	1800
von rund		2600
1,5 m Länge		3800
		3000
		6000
		8000

Motorgreifer wird in den Haken jedes beliebigen Kranes eingehängt. [Der zum Schließen des Greifers eingebaute Motor ist mit seinem Windwerk im Greifer-



e) Flasche heben, das Ganze dann etwas anheben und Senken des offenen Greifers.

d) Bremse lüften, Flasche fällt, Schalen öffnen sich, Entleeren.

c) Heben und Verriegelung mit der Fangvorrichtung.

a) Senken, Greifer geöffnet, b) Bremse lüften, Flasche fällt und auf Schüttgutfeld ankommend. verriegelt sich mit dem Greiferquerhaupt hierauf Greifen.

Abb. 294.

querhaupt vollständig geschützt untergebracht. Der Greifer läßt sich bei allen Kranen von mindestens 6 t Tragkraft verwenden, auch bei Dampfkranen. Stromzuführung erfolgt durch Kabel mit Steckkontakt; Steuerung des Motors geschieht durch einfachen Schalter vom Führerstand aus.

Näh. über Bauart MAN. s. Z. 1913, S. 1182.

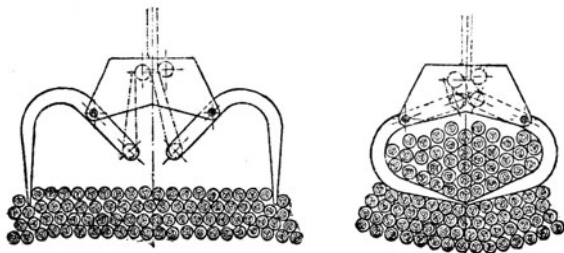


Abb. 295.

(1074)

Förderkübel.

Diese werden von Hand gefüllt und sind für Stoffe bestimmt, die mit dem Greifer nicht gefaßt werden können, wie grobstückiges Erz u. dgl.

Aufklappbare Förderkübel für Krane mit Greiferwinde. Abb. 296 für 1 Hub- und 1 Entleerungskette oder Seile, Abb. 297 für doppelte Seile. Können wie Greifer in jeder Höhe entleert werden.

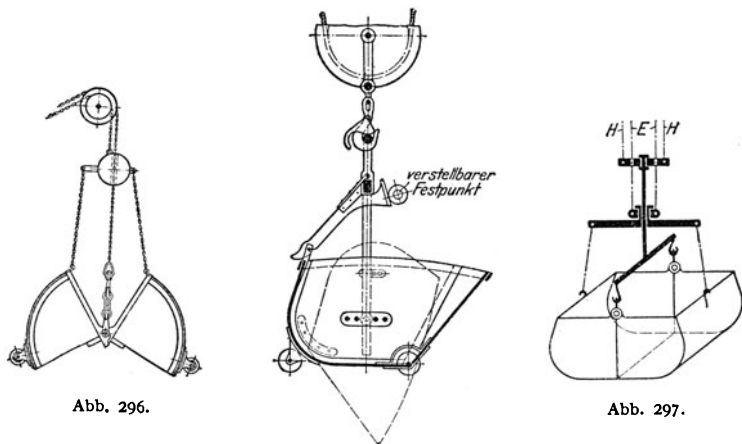


Abb. 296.

Abb. 297.

Abb. 298.

Kippkübel, Abb. 298 für Krane mit gewöhnlichen Windwerk, hängen im Sicherheitshaken der Kranflasche. Schwerpunktlagen derart, daß der gefüllte Kübel beim Auslösen der Verriegelung kippt und sich selbsttätig entleert und der leere Kübel von selbst in die ursprüngliche Lage zurückkehrt. Auslösen der Verriegelung durch wagerechte verschiebbare Anschlag. Entleerung erfolgt stets in gleicher Höhe, z. B. in Schüttrümpfe.

Literatur über Greifer und Kübel. G. v. Hanffstengel, Die Förderung von Massengütern, II. Bd., Jul. Springer 1909. — Aumund, Hebe- und Förderanlagen, I. Bd., Jul. Springer 1916. —

Lastmagnete.

(1075) Verwendungsbereich. Geeignet für den Transport von Eisen- und Stahlteilen in Mengen, wie Profileisen, Maschinenteile, Masseln, Brammen, Knüppel, Schrott, Späne usw., daher weitgehende Verwendung in Hütten- und Stahlwerken.

Bessere Ausnutzung der Lagerplätze, da wegen Fortfall jeder Handarbeit größere Stapelhöhe möglich, außerdem bedeutend größere Leistungsfähigkeit des Kranes, da Lastanbinden oder Füllen und Anhängen des Transportbehälters entfällt. Stromkosten nicht höher als Arbeitslohn, dagegen geleistete Arbeit die vielfache eines Mannes.

Der Hauptnachteil der Lastmagnete, bei Stromunterbrechung durch Kurzschluß u. dgl. die Last fallen zu lassen, verbietet dessen Anwendung bei hochwertigen Maschinen; aus gleichem Grunde darf der Magnetkran nicht über Menschen und Arbeitsmaschinen wegfahren.

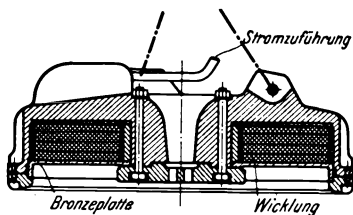


Abb. 299.

Form und Bauart. Meist rund, mit ebenen festen Polflächen, für längliche Stücke rechteckige oder ovale Form. Für Stücke mit unebener Oberfläche Magnete mit beweglichen Polen. Für Fallkugeln, Geschosse, Röhren u. dgl., die an ebener Polfläche nur in wenigen Punkten anliegen würden, feste, aber entsprechend geformte Polschuhe.

Abb. 299 zeigt den Querschnitt eines Rundmagneten. Das Gehäuse besteht aus Dynamostahlguß und soll außen völlig glatt sein. Die Spule steckt fest im Gehäuse, soll bequem herausnehmbar sein und die Wärmeausdehnung ermöglichen. Der Magnet hängt mittels dreier Ösen und Ketten im Lasthaken.

Üblich ist die Aluminiumwicklung, die gegenüber der Kupferwicklung ein um rund 25 % kleineres Magnetgewicht ergibt, aber bei gleicher Tragkraft einen um rund 25 % stärkeren Strom erfordert.

Leistung. Die Tragkraft ist sehr stark von der Form und der magnetischen Eigenschaft des zu hebenden Gutes abhängig, s. nebenstehende Zusammenstellung.

Es können auch heiße Eisenblöcke, Masseln u. dgl. angehoben werden; bis 400° geringe Abnahme der Leistung, darüber unsicheres Tragen, über 700° kein Tragen mehr.

Mangengehalt des Gutes setzt die Tragfähigkeit herab, Masseln mit über 7 % Mangan sind nicht mehr faßbar.

Strom. Zum Speisen der Magnete dient ausschließlich Gleichstrom. Größere Magnete erfordern Vorschaltwiderstände. Schaltung so einzurichten, daß Selbstinduktion beim Abreißen des Stromes schadlos verläuft. Bei kleinstückigem Gut (Schrott, Späne, Masseln) ist Umpolung erforderlich, damit der Rest abfällt, bei ganzen Stücken ist solches unnötig.

Stromzufuhr durch Hängekabel, besser Straffhaltung des Kabels durch Kabeltrommel, bei Drehkränen durch Flaschenzug am Ausleger.

Bei Drehstrom wird auf dem Kran ein kleiner Umformer aufgestellt; dieser ist billiger als ein Quecksilberdampfgleichrichter, der außerdem wegen der Erschütterungen kaum zulässig ist.

Schrottgreifer. Zum Heben von lose zusammenhängenden Schrotstückchen oder Eisenspänen werden die Magnete mit Greifern versehen, die selbsttätig arbeiten und keine Greiferwinde erfordern. Abb. 300 a und b zeigt den Schrottgreifer der Demag. Beim Fassen dringen die Greiferarme in den Schrott ein und schließen sich dabei gleichzeitig infolge ihrer eigenartigen Form. Dann

Abmessungen, Gewichte, Stromverbrauch und Hubleistungen der Demag-Lastmagnete.

Bauart *LR*, runde Form mit festen Polen und Aluminiumspule, für Schrott, Masseln, unregelmäßig liegendes Material.

Durchmesser	Gewicht	Stromverbrauch	Größte Tragkraft ¹⁾	Massive Blöcke	Fallkugeln Stahlguß	Kernschrott nicht sperrig	Masseln	Gußbreite	Drehspäne Gußeisen	Drehspäne Schmiedeseisen
mm	kg	kW	kg	kg	kg	kg	kg	kg	kg	kg
400	170	0,5	3000	1500	—	—	—	—	—	—
700	270	2,4	4500	2000	—	—	—	—	—	—
800	400	2,8	6000	3500	—	—	—	—	100—150	50—100
900	500	3,0	7500	5000	3500	100—200	100—200	100—300	150—220	70—150
1000	600	4,0	9000	7500	4000	150—350	150—350	150—350	250—330	100—200
1100	800	4,6	11000	10000	5000	300—500	300—550	350—600	300—400	100—250
1300	1400	5,8	18000	15000	6000	450—550	450—700	500—750	500—650	200—350
1400	1850	6,5	25000	18000	7000	500—700	550—800	600—850	650—800	300—500
1500	2100	7,2	30000	20000	8000	600—800	650—900	700—1000	700—850	350—550
1550	2500	9,0	35000	20000	10000	650—850	750—1200	800—1200	750—900	350—550
1750	3100	10	38000	23000	10000	700—900	850—1250	850—1250	800—1200	400—600
1900	3400	11	43000	25000	10000	700—1000	900—1300	900—1300	800—950	400—600

Bauart *LB*, rechteckige Form mit beweglichen Polen, für geordnet liegendes Material, Blöcke, Träger, Schienen u. dgl.

Polbreite	mm	800	1000	1600	2000
Gewicht	kg	550	620	1000	1200
Stromverbrauch	kW	1,0	1,2	2,0	2,4
Größte Tragkraft ¹⁾	kg	3000	4000	5500	7500

¹⁾ Diese Angaben gelten für ebene, mindestens 100 mm starke schmiedeiserne Platten.

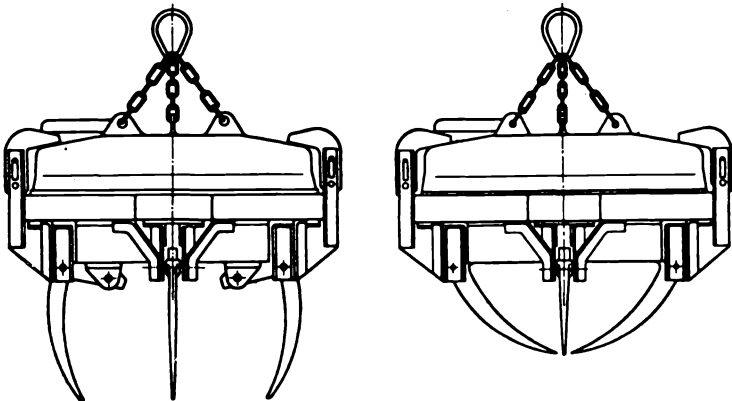


Abb. 300 a und b.

wird der Magnet eingeschaltet und dadurch werden die Greiferarme in ihrer geschlossenen Stellung festgehalten. Auf diese Weise werden die sperrigen Schrottstücke auch mechanisch festgehalten und können aus dem verschlungenen Haufen mit Gewalt herausgezogen werden. Die Greiferarme können am Rundmagnet nachträglich bequem angebracht werden und steigern die Leistung auf ein Vielfaches gegenüber dem einfachen Magnet.

Magnetkrane für Hütten, Stahl- und Walzwerke treten den jeweiligen Aufgaben entsprechend in den verschiedensten Bauarten auf.

Lange Bleche werden von zwei oder mehr Magneten gefaßt, die auf einem an mehreren Strängen hängenden Hilfsträger sitzen. Dasselbe für Träger- und Schienenverladung, wobei die Magnete oft nur zum Beladen einer am gleichen Kran hängenden, heb- und fahrbaren Sammelpritsche dienen oder wobei Zangen selbsttätig die angehobenen Träger umfassen als Sicherung gegen Stromunterbrechung.

Näheres über solche Einrichtungen und Krane s. Aumund, Hebe- und Förderanlagen Bd. 1. Berlin 1916: Julius Springer.

Verladeanlagen.

(1076) Sie dienen zum Umschlag von Schüttgut zwischen Schiff, Eisenbahn und Lagerplatz und werden je nach den örtlichen Verhältnissen in verschiedenartigster Weise ausgeführt.

Fahrbare Verladberücken.

(1077) Mit **oben fahrendem Greifer-Drehkran**; dieser in der Regel ein Drehscheibenkran mit Gegengewichtsausleger, s. (1059) und Abb. 259. Größte Leistungsfähigkeit, da der vom Greifer bestrichene Streifen eine Breite gleich der doppelten Kranausladung hat, daher Brückenfahren seltener erforderlich. Dagegen Brücke schwer und teuer, da für die Hauptträger nicht nur das Drehkrangewicht, sondern deren Raddrücke für Auslegerquerstellung maßgebend sind.

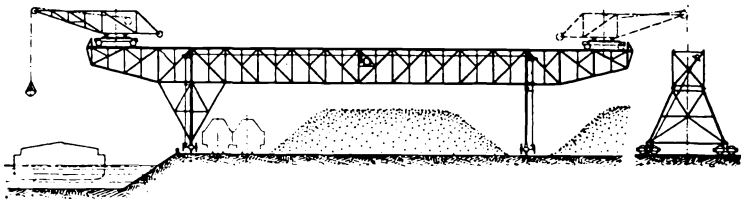


Abb. 301.

Eine Pendel- und eine feste Stütze, diese nimmt die Stoßkraft des Kranes an den Brückenenden und den Winddruck in Brückenrichtung auf. Obergurt wird wie bei Laufkränen gleichzeitig durch die Kranlaufdrücke auf Biegung beansprucht, daher unterteiltes Fachwerk. Brückenraddrücke für ungünstigste Kranstellung und für Winddruck quer zur Brücke bestimmen. Größter Raddruck etwa 30 t, bei großen Brücken werden daher je 2 oder 4 oder 8 Räder in einfachem oder doppeltem Ausgleichsschemel vereinigt. Brücke auf seitliches Kippen untersuchen für Kran in ungünstigster Stellung und Winddruck je nach Standort der Brücke bis 200 kg/m².

Abb. 301 zeigt die Bauart der Brücken von Mohr & Federhaff, Mannheim.

Ober ähnliche Anlagen s. Z, 1118 und 1546, ferner Eisenbau 1920, S. 413.

(1078) Mit Greiferkatze und mitfahrendem Führer auf dem Untergurt oder auf besonderer Fahrbahn zwischen den Untergurten laufend, s. (1043) und Abb. 205 und 206. Greifer bestreicht nur den Streifen unter der Brücke, daher öfteres Brückenfahren erforderlich. Außerdem wird wasserseitiger Ausleger wegen der Schiffsmasten durch elektrisches selbsthemmendes Windwerk hochgeklappt und oben durch Fanggabeln verriegelt, während die Katzfahrbahn selbsttätig abgeriegelt wird. Stützen gespreizt und höher als beim Drehkran. Dagegen wesentlich kleineres Brückengewicht, da Katzraddrücke $\frac{1}{3}$ bis $\frac{1}{5}$ der Drehkranraddrücke.

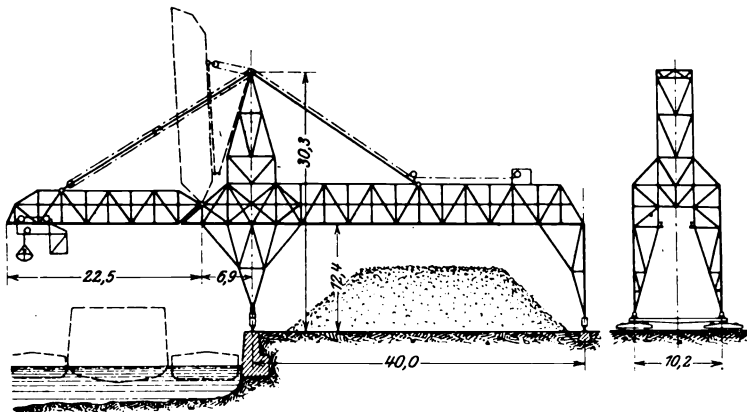


Abb. 302.

Abb. 302 zeigt eine Anlage für Hamburg, s. Z. 1912, S. 619, Abb. 303 einen Brückenquerschnitt mit besonderer Fahrbahn.

Weitere Anlagen s. Z. 1909, S. 786 und 1910, S. 1672.

(1079) Mit Drehlaufkatze, ebenfalls unten laufend, bildet ein Mittelding zwischen den genannten Bauarten; Bestreichungsfläche wie beim Drehkran. Lichtweite der Stützen meist kleiner als doppelte Katzenausladung, da sonst zu breit, Katze muß aber dann schräg durch die Stützen fahren. Neuerdings auch Katzen mit begrenzter Drehbewegung zum Bestreichen einer ganzen Schiffslücke bei ruhender Brücke.

Abb. 304 für Harburg (Mohr & Federhaff), s. Z. 1914, S. 1550, Abb. 305 für Rotterdam (Demag), s. VDI.-Nachrichten 1923, Nr. 7a.

Ähnliche Anlage s. Z. 1908, S. 831 (Katze hierzu s. Abb. 271).

(1080) Brückenfahrwerk. Verschiedene Bauarten üblich.

a) Motor in Brückenmitte, Bewegungsübertragung auf die Laufräder durch Wellen und Kegelräder, Gelenk- und Ausdehnungskupplungen im Wellenstrang, um die elastischen und Wärmeformänderungen des Fachwerks vom Getriebe fernzuhalten. In der Regel wird die Hälfte aller Laufräder angetrieben. Zur Erzielung ungefähr gleichen Fahrwiderstandes an beiden Brückenfüßen wird von einigen Firmen die Schleifleitung so eingerichtet, daß Fahrwerk nur eingeschaltet werden kann, wenn Kran in Brückenmitte steht.

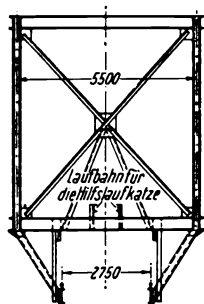


Abb. 303.

b) Um mit leichterem Wellenstrang auszukommen, versieht man jeden Brückenfuß mit je einem vollständigen Fahrwerk mit Motor. Zur Erzielung gleicher Fahrgeschwindigkeit bei ungleichen Fahrwiderständen oder bei der durch Abnutzung der Laufrillen hervorgebrachten Ungleichheit der Laufraddurchmesser dient ein durchlaufender Wellenstrang wie oben, der aber schwächer sein darf, da er nur den Unterschied der Fahrwiderstände ausgleicht. Nur bei sehr großen Brücken zweckmäßig.

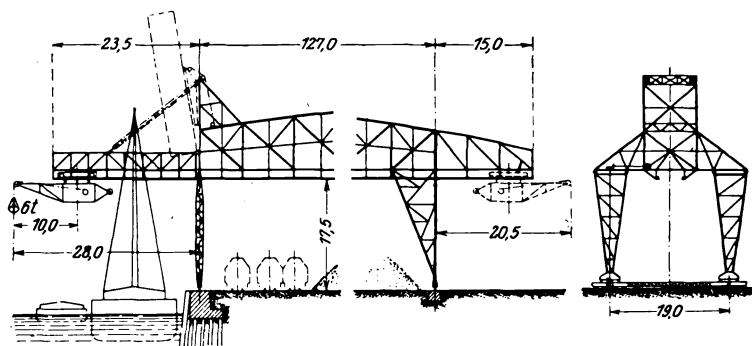


Abb. 304.

c) Bei getrenntem Antrieb der Brückenfüße ist Ausgleich in der Weise herstellbar, daß durch Differentialschalter u. dgl. nach Erreichung einer kleinen Schräglage der Brücke der eine Motor selbsttätig abgeschaltet wird, während der andere noch läuft und die Normallage wieder herstellt. Zuweilen wird eine starke Schräglage (bis 10°) zugelassen, was aber besondere Durchbildung der Stützen (Drehgestelle usw.) verlangt. Selbsttätige Endschalter und Zeigervorrichtungen im Führerhaus sorgen für Nichtüberschreitung dieser Grenzlagen.

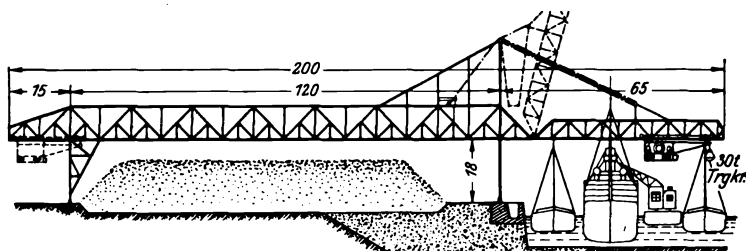


Abb. 305.

Bauart a) ist am sichersten, erfordert aber schweren Wellenstrang, wird von Mohr & Federhaff, Mannheim bei den größten Brücken verwendet; Bauart b) ebenfalls bei großen Brücken viel üblich; Bauart c) erfordert umständliche Schaltung und Stützensausbildung und enthält mehrere Störungsquellen.

Bei a) ist Hauptstrommotor zulässig; bei b) und c) zweckmäßig Nebenschlußmotoren, deren Drehzahlen bei verschiedenen Leistungen wenig schwanken, Drehstrommotoren haben ohnehin fast gleichbleibende Drehzahlen.

Über Brücken nach c) s. Z. 1910, S. 797 und 1669, über Vergleich zwischen a) und c) s. Z. 1910, S. 1879.

In allen Fällen ist der Motor für Fahrt gegen mäßigen Wind zu bemessen; Nachlaufbremse mit Bremslüfter erforderlich, die die Brücke bei Stillstand gegen Antrieb durch mittelstarken Wind sichert; außerdem sorgfältig ausgebildete Verriegelung der Brückenfüße mit den Schienen bei Außerbetriebsetzung als Sicherung gegen Sturm.

Über große amerik. Verladebrücken s. Bergmann, Z. 1913, S. 645 un 1914, S. 322.

Ortsfeste Verladegerüste.

(1081) Geschlossene Einschienenschleife bestreicht nach Abb. 306 die Schiffsmitte und die Abladestellen. Entweder Oberflanschkatze mit Winde und Förderkübel oder Greifer nach Abb. 294, hierfür Fernsteuerung, oder Einschiene-Greiferkatze mit Führerstand. Mehrere Katzen auf der Schleife gleichzeitig arbeitend und in stets gleicher Richtung fahrend.

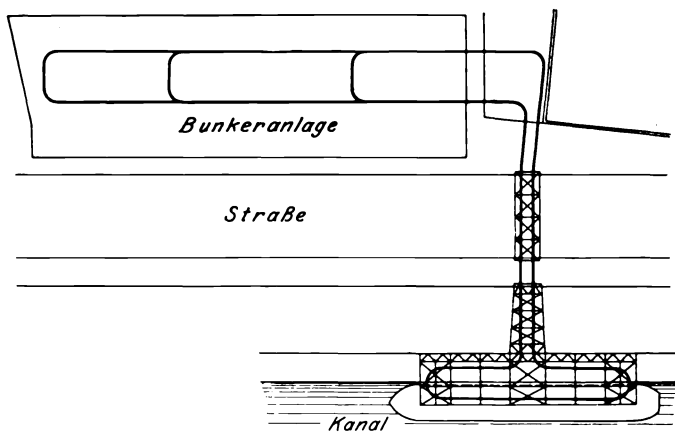


Abb. 306.

Dasselbe in Verbindung mit fahrbarer Brücke und Kletterweichen für die Fahrschiene nach Abb. 307. Statt fahrbarer auch drehbare Brücke, z. B. nach Z. 1911, S. 1058.

Solche Anlagen können den jeweiligen Verhältnissen angepaßt und beliebig erweitert werden und sind besonders zweckmäßig, wenn Ufer und Abladestelle auseinanderliegen, auch können Verkehrswege, wie Straßen und Bahngeleise, leicht überbrückt werden.

Leistungssteigerung in einfachster Weise durch Einstellung weiterer Katzen möglich.

Verladegerüste mit fester Winde.

(1082) **Wagrechte Katzenbahn.** Seilführung nach Abb. 308. Heben und Senken: Trommel 2 fest, Trommel 1 vom Motor angetrieben. Fahren ohne lotrechte Lastbewegung: Trommel 1 mit 2 gekuppelt und angetrieben. Hub- und Fahrgeschwindigkeit gleich. Bei Abb. 309 Fahrgeschwindigkeit = $2 \times$ Hubgeschwindigkeit.

Beide Anordnungen geeignet zum Einhängen eines Einseilgreifers oder eines Kippkübels. Abb. 308 auch anwendbar bei Zweiseilgreifer, wobei Trommel 1 als Hub- und Entleerungstrommel auszubilden ist.

Seilführung nach Abb. 310 mit Windentrommel 1 und Fahrtrommel 2, je durch einen Motor angetrieben, demnach lotrechte und wagrechte Lastbewegung unabhängig voneinander und gleichzeitig möglich.

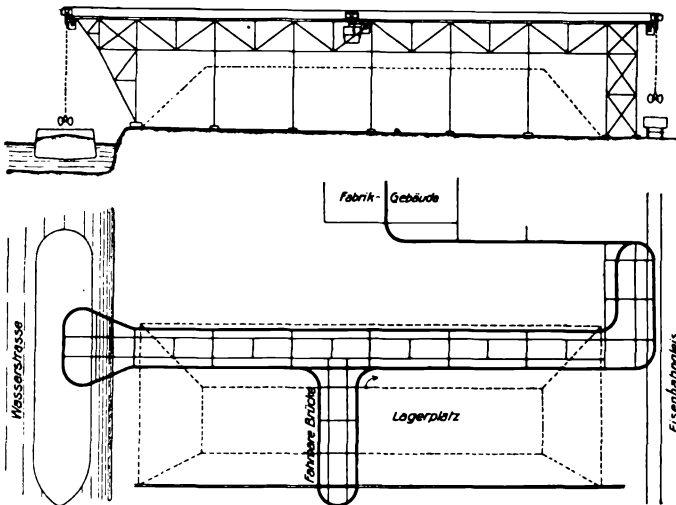


Abb. 307.

Fahrwiderstand und Lastseilabnutzung erheblich, da die Flaschenrollen auch beim Fahren unter Last stehen. Abhilfe: Flasche wird nach Abb. 311 bis zur Katze hochgezogen und dort verriegelt, so daß Lastseil spannungslos wird; geeignet für Kippkübelbetrieb bei unveränderlicher Schütthöhe.

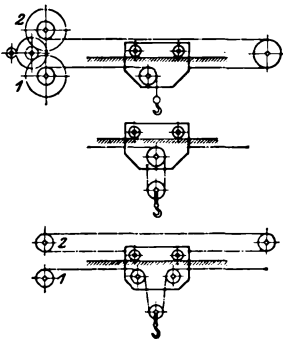


Abb. 308 bis 310.

(1083) **Schräge Katzenbahn** nach Abb. 312 für kürzere Förderwege mit Einseilgreifer oder Kippkübel: ein Hubseil mit $P=Q:2$, da Greifer in Losrolle hängend; bei 30° Bahnneigung Komponente aus Gewicht und Seilzug längs der Bahn sich ausgleichend. Verschiebbarer Anschlag (Stop), aufwärts durch Gegengewicht, abwärts durch Katze mitgenommen, durch Bremse festgestellt.

Alle diese Anordnungen liefern infolge der geringen Katzenmasse geringeren Fahrwiderstand und wesentlich geringeres Gerüstgewicht und erlauben größere Arbeitsgeschwindigkeiten als mit Führerlaufkatze, hingegen starke Seilabnutzung und wegen des Führerstandes im Windenhaus oder in dessen Nähe geringe Übersichtlichkeit des Arbeitsfeldes.

Je nach dem Zweck der Anlage ist bei beiden Bauarten Gerüst ortsfest oder fahrbar. Wird meist in Verbindung mit Drahtseil- oder Elektrohängebahn gebracht, wie z. B. nach Abb. 313 (Bleichert).

Seilbahnkrane.

(1084) Das die Fahrbahn bildende Drahtseil ist an zwei Stützgerüsten aufgehängt und durch eine Spannvorrichtung straff gehalten. Stützen ortsfest oder geradlinig fahrbar, auch eine Stütze fest und die andere im Kreise fahrbar.

Windwerk und Führerstand an einer Stütze, Seilführung ähnlich wie oben behandelt.

Neuerdings auch sehr leistungsfähige Führerkatzen.

Verwendung vorzugsweise für vorübergehende Zwecke, wie Aushebung von Kanälen, Bauausführungen aller Art, aber auch für Daueranlagen wie Lagerplatzkranen, Hellinge.

Vorzüge dieser Krane: geringe Anschaffungskosten und bequeme Aufstellbarkeit, geeignet für große Spannweiten. Nachteile: Schwanken der Katze quer zur Bahn, besonders bei Wind, Nachgiebigkeit beim Lastanheben, starke Steigungen beim Anfahren der Katze nach den Kabelenden.

Näh. s. Z. 1910, S. 763 und 2214, Z. 1913, S. 117; mit Führerkatze Z. 1916, S. 501 und 551, Eisenbau 1914, S. 285.

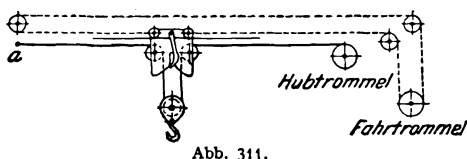


Abb. 311.

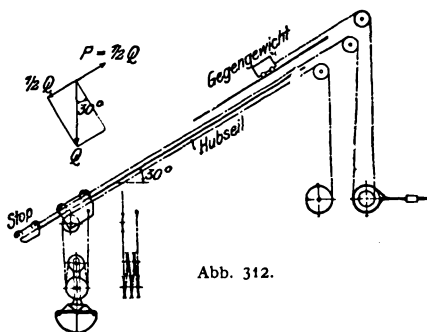


Abb. 312.

Aufzüge.

(1085) Maßgebend für deren Bau und Betrieb sind behördliche Vorschriften, gültig für alle Aufzugseinrichtungen, deren Fahrkörbe zwischen festen Führungen bewegt werden, sofern ihre Hubhöhe 2 m übersteigt.

Für Preußen und die meisten anderen Bundesstaaten gilt z. Z. Polizeiverordnung (imweiteren mit P.V. abgekürzt) betr. Einrichtung und Betrieb von Aufzügen (Fahrstühlen) — Aufzugverordnung — auf Grund des Entwurfes der Minister für Handel und Gewerbe, der öffentlichen Arbeiten und des Innern, vom 14. März 1913 nebst der Ausführungsanweisung und den Abänderungen von 1916 (Berlin: Carl Heymanns Verlag), sowie Normal-Unfallverhütungsvorschriften des Verbandes der deutschen Berufsgenossenschaften nach den Beschlüssen des Hamburger Berufsgenossenschaftstages 1912.

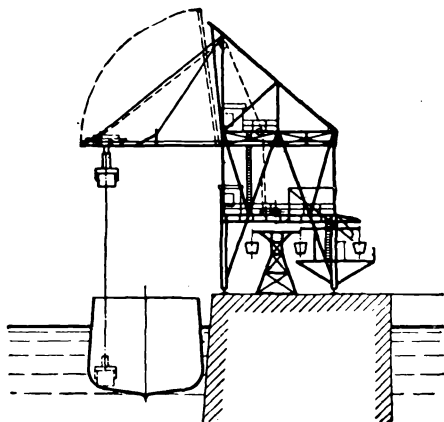


Abb. 313.

Einteilung nach dem Zweck:

1. Personenaufzüge und Lastenaufzüge mit Personenbegleitung,
2. Lastenaufzüge ohne Personenbegleitung,

nach der Betriebsart:

Handaufzüge, Transmissionsaufzüge, elektrische Aufzüge.

Für das Weitere bezeichnet

F das Gewicht des Fahrkorbes in kg,

Q die größte Nutzlast in kg,

G das Gegengewicht in kg,

v die Fahrgeschwindigkeit in m/sek,

η den mechanischen Gesamtwirkungsgrad der Anlage.

Allgemeine Anordnung von Fahrkorb, Gegengewicht und Seiltrommel.

(1086) In nachstehenden Skizzen Abb. 314 a–h sind die möglichen Anordnungen schematisch angedeutet. Hierin und in den weiteren Formeln bezeichnet

Q die größte Nutzlast,

N die jeweilige Nutzlast,

F den Fahrkorb,

G das Gegengewicht,

T die Seiltrommel,

r den Trommelhalbmesser,

S den größten Zug im Tragseil für den Korb,

M das Trommelmoment bei Nutzlast $= N$, das bei Gegengewichtsausgleich und kleinem N oder bei leerem Korb negativ werden kann.

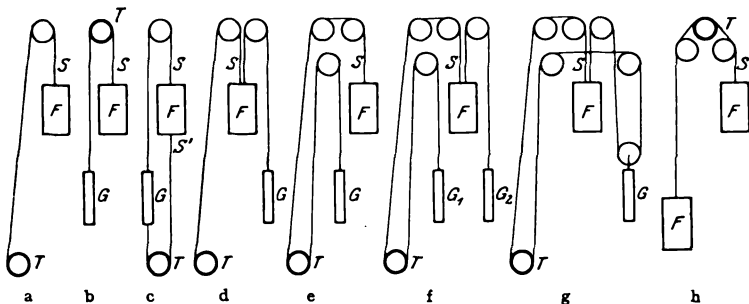


Abb. 314.

Das Gegengewicht bezweckt teilweise Entlastung des Korbseiles oder teilweisen Lastausgleich und damit Verkleinerung des Trommelmomentes und der Motorstärke oder beides gleichzeitig.

Nachstehende Formeln gelten nur angenähert, da sie die Wirkungsgrade der Seilrollen und die Reibung in der Korbführung nicht enthalten.

Fall a) $S = F + Q$, $M = (F + N) r$. Unzweckmäßig.

Fall b) $S = F + Q$, $G = F + Q : 3$ bis $F + Q : 2$, $M = (F + N - G) r$.

Für Handaufzüge, wobei die Trommel oft durch einfache Rolle mit Keilrille ersetzt wird.

Fall c) $S = F + Q - G$, $S' = G - F$, $G = F + Q : 3$ bis $F + Q : 2$, $M = (F + N - G) r$. Für elektrisch betriebene Kleinaufzüge.

Fall d) $S = F + Q - G$, $G < F$, $M = (F + N - G) r$. Vermindert den Seilzug, ist aber unzweckmäßig, da Ausgleich zu gering.

Fall e) $S = F + Q$, $G = F + Q : 3$ bis $F + Q : 2$, $M = (F + N - G) r$. Für Transmissions- und elektrische Aufzüge meist verwendet.

Fall f) $S = F + Q - G_1$, $G_1 < F$, $G_2 = F - G_1 + Q : 3$ bis $F - G_1 + Q : 2$, $M = (F + N - G_1 - G_2) r$. Vereinigt Anordnung d) und e), ist aber weniger einfach.

Fall g) $S = F + Q - G : 2$, $G < 2F$, $M = (F + N - G) r$. Etwa wie f), aber nur ein Gegengewicht. Nur für große Aufzüge.

Fall h) $S = F + Q$, $M = N r$. Für Doppelaufzüge.

Kommt im Falle b, c, e und f die Vollast oft vor, dann halber Lastausgleich, bei selten vorkommender Vollast etwa ein Drittel Lastausgleich zur Herabsetzung der Motorbelastung.

Handaufzüge.

(1087) Nur vorteilhaft für Q bis 25 kg bei Speisen- und Aktenaufzügen usw., für Q bis 500 kg nur zweckmäßig bei kleinem Hub und seltener Benutzung. Geringe Anlagekosten.

Antrieb durch Haspelrad und Hanfseil.

Zug am Seil $15 \div 20$ kg bei kleinem Hub und mittlerem v , rund 10 kg bei größerem Hub und größerem v .

Winde am oberen Schachtende nach Abb. 315. Antrieb durch 1- oder 2-faches Stirnradvorgelege. Seil läuft über einfache Rolle, die durch Umfangsreibung das Moment auf das Seil überträgt. Der gewichtsbelastete Bremshebel durch Seilzug von unten aus zu lüften. $\eta \approx 0,50$.

$G < F$, so daß leerer Fahrkorb beim Lüften der Bremse noch selbsttätig sinkt.

Bei kleinen Aufzügen auch Lastdruckbremse nach Weston, Haspelradantrieb beim Heben und Senken.

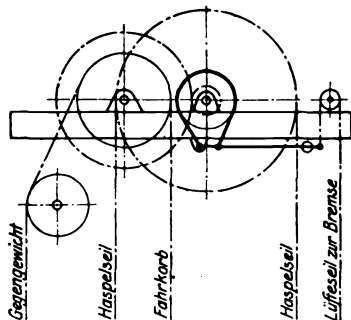


Abb. 315.

Transmissionsaufzüge.

(1088) Anwendungsgebiet: Lagerhäuser, Fabrikbetriebe, Mühlen usw. Nur bei vorhandener Transmission zweckmäßig. In der Regel für reine Lastförderung, selten mit Führerbegleitung, ungeeignet für Personenbeförderung.

Tragkraft und Geschwindigkeit. $Q = 250 \div 1500$ kg, bei reiner Lastförderung $v = 0,1 \div 0,3$ m/sek, bei Führerbegleitung mehr.

Allgemeine Anordnung nach Abb. 314e.

Winde auf besonderem Fundament im Keller, an der Decke oder an Gebäudewand. Antrieb durch offenen und gekreuzten Riemen für Auf- und Abfahrt. Fast stets Schneckenwinde, bei großen Lasten außerdem noch Stirnradübersetzung. Schnecke eingängig und selbsthemmend als Sicherung gegen Riemenabfall oder -bruch. Ausführungsbeispiel s. Abb. 316 (G. Luther, Braunschweig).

Steuerung. Steuerstange oder -seil wie bei elektrischen Aufzügen, durch alle Stockwerke geführt, wird zum Ausrücken der Winde von Hand nach oben oder unten verstellt, hierdurch die an der Winde liegende Steuerwelle verdreht, wodurch der Riemen für die gewünschte Fahrt eingerückt und die als Nachlaufbremse dienende Reibungsbremse durch Hebel oder Kurvenscheibe gelüftet wird.

Bei Ankunft des Fahrkorbes am gewünschten Stockwerk wird die Steuerstange von Hand oder vom Fahrkorb selbst (z. B. durch Anstoß von Bolzen an

den Knaggen der Steuerstange) zurückverstellt, der Riemen ausgerückt und die Bremse wieder geschlossen.

Verschiebung der Riemengabeln erfolgt in verschiedener Weise, z. B. nach Abb. 316 durch Kurvenscheibe α auf Steuerwelle mit gegeneinander versetzten Gängen auf beiden Seiten.

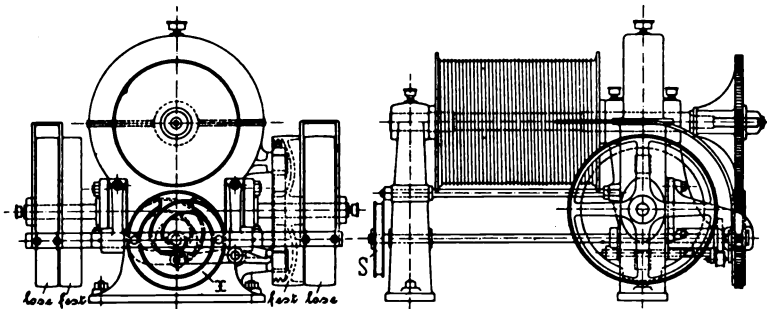


Abb. 316.

Weitere Sicherungen: Lagenanzeiger des Fahrkorbes an jedem Stockwerk, selbsttätige Endabstellung durch Wandermutter, Schlaffseilaustrückung, selbsttätige Türverschlüsse usw., ähnlich wie bei den elektrischen Aufzügen, s. weiter unten.

Nachteil der Transmissionsaufzüge: Leerlaufarbeit während des Stillstandes des Aufzuges, starker Riemenverschleiß, hohe Betriebskosten gegenüber dem elektrischen Antrieb.

Elektrische Aufzüge.

Elektrischer Antrieb für alle Arten gleich gut geeignet. Hauptvorteil: Motor läuft nur bei Fahrt, daher geringe Betriebskosten.

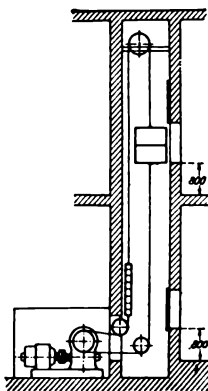


Abb. 317.

(1089) Tragkraft und Geschwindigkeit. Reine Personenaufzüge für 3 bis 20 Personen je 75 kg, somit $Q = 225 \div 1500$ kg, $v = 0,3 \div 1,5$ m/sek.

Lastenaufzüge Q bis 3000 kg und mehr, v bis 1,5 m/sek.

Alle Aufzüge erfordern für $v > 1,5$ m/sek behördliche Genehmigung.

(1090) Allgemeine Anordnung. Seilführung nach Abb. 314 e, f oder g, aber bei Personenaufzügen und Lastenaufzügen mit Führerbegleitung 2 Trageile und 1 Gegengewichtsseil vorgeschrieben, oft aber auch 2 Gegengewichtsseile ausgeführt. Bei sehr kleinen Lasten (Speisen-, Aktenaufzüge) Seilführung nach Abb. 314 c bzw. 317.

Winde zwecks Geräuschdämpfung im Keller auf besonderem, mit den Gebäudewänden nicht zusammenhängendem Fundament; in geräuschvollen Betrieben auch über dem Schacht, ergibt weniger Leitrollen und Seilschonung.

(1091) Winde. Meist selbsthemmende Schneckenwinde, bei größeren Lasten außerdem Stirnräder. Band- oder Doppelbackenbremse, auf elastische Motor- kupplung wirkend, je nach Steuerung mechanisch oder magnetisch gelüftet.

Bremse so bemessen, daß Winde und Korb nicht zu rasch, sondern mit hinreichendem Auslauf zur Ruhe kommt. Außerdem selbsttätige Endausschaltung und Schlappseil-ausschaltung, s. weiter unten.

Abb. 318 a zeigt eine Winde von A. Kühnscherf, Dresden, mit Doppelbackenbremse und Lüftmagnet, das Ganze auf Gußrahmen sitzend.

(1092) Motor für Gleichstrom oder Drehstrom, neuerdings auch für Einphasenwechselstrom.

Gleichstrom. Nebenschlußmotoren wegen der bei Gegengewichtsausgleich möglichen vollständigen Entlastung und wegen der bei Belastungswechsel fast unveränderlichen Drehzahl (wichtig für gleichen Auslauf bei Belastungswechsel).

Drehstrom. Bei gleichbleibender Frequenz Drehzahl nahezu unveränderlich.

Motorwahl entsprechend der für Kranwinden, s. (1003) u. (1027); $AB 15 \div AB 25$ bei 200, $AB 25 \div AB 40$ bei 200 \div 400, Dauerleistung über 400 tägliche Fahrten.

Wegen der Schneckenübersetzung $n = 1000 \div 1400$ zulässig, bei großen Winden bis 700 herab.

Erforderliche Motorleistung

$$N = \frac{M \omega}{102 \eta} \text{ in kW,}$$

worin M das Trommelmoment in mkg, ω die Winkelgeschwindigkeit der Trommel und η der mechanische Gesamtwirkungsgrad der Anlage.

(1093) Schaltung verschieden je nach Motorleistung und Stromart.

Gleichstrom. Bei kleinem v (bis etwa 0,6 m/sek) einfache Umkehrung im Ankerstromkreis, wobei das im Nebenschluß liegende Feld stets in gleicher Richtung ohne Vorschaltwiderstand am Netz liegt; Parallelwiderstand hierzu zur Vernichtung des Öffnungsstromes.

Im Ankerstromkreis Vorschaltwiderstände, wie bei den Kranschaltungen, der Reihe nach abschaltbar. Bei kleinen Motoren kein oder ein nicht abschaltbarer Widerstand.

Nebenschlußbremslüfter parallel zum Feld.

Stromlaufbild mit bzw. ohne Vorschaltwiderstand nach Abb. 319.

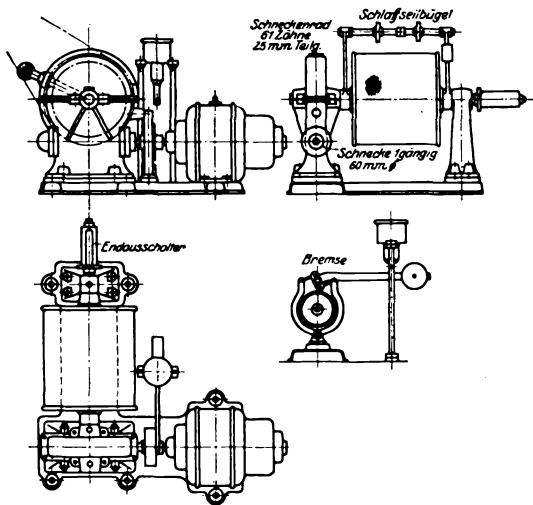


Abb. 318.

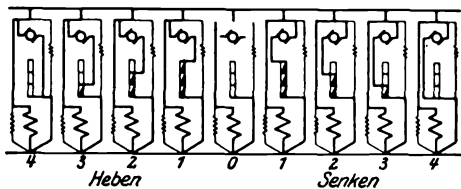


Abb. 319.

Bei größerem v Umkehrung mit Verzögerung, hierfür Nebenschlußmotoren mit regelbarer Drehzahl durch Vorschaltwiderstände im Feldstromkreis; Verminderung der Drehzahl vor dem Anhalten durch Feldverstärkung.

Bei sehr großer Leistung und starker Benutzung die Leonardschaltung wie bei Kranen, Meisterwalze im Fahrkorb.

Drehstrom. Im wesentlichen wie bei den Fahrschaltungen für Krane, s. (1028).

Bremslüfter parallel zum Ständer geschaltet.

Kleine Motoren mit Kurzschlußanker.

Ausführung der Anlaßapparate verschieden je nach Bauart und Zweck des Aufzugs und je nach Steuerung. Da sie stets durch Gestänge, Seilzug oder Elektromagnet betätigt werden, sind sie von wesentlich anderer Bauart als die Krananlasser.

Bei Radsteuerung (s. weiter unten) wird die Bewegung des Handrades im Fahrkorb durch Seile und Rollen auf die Schaltwalze übertragen; diese ähnlich der Kranfahrradsteuerung.

Bei der Seilsteuerung wird zunächst nur der Umschalter mechanisch bewegt und der Anlaßvorgang, d. i. die Widerstandsabschaltung, nur eingeleitet; die Weiterschaltung erfolgt hierauf durch Auslösung eines durch Windflügel oder Ölbremse langsam fallenden Gewichtes.

Bei der Hebel- und Druckknopfsteuerung erfolgt Einleitung der Schaltung durch Steuer magnet und Weiterschaltung wie bei der Seilsteuerung oder durch kleinen Hilfsmotor oder durch Magnetrelais.

Derartige Anlasser mit selbsttätiger Weiterschaltung heißen Selbstanlasser.

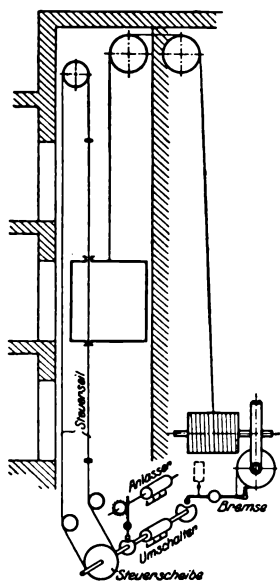


Abb. 320.

(1094) Steuerung bezweckt Bewegung des Anlassers und Lüftung der Bremse durch den Führer bzw. den Fahrgast. Erfolgt mechanisch (Seil- und Radsteuerung) oder elektrisch (Druckknopf- und Hebelsteuerung).

Seilsteuerung nur noch für Lastenaufzüge ohne oder mit Führerbegleitung bei v bis 0,5 m/sek.

Anordnung bei Führerbegleitung nach Abb. 320. Vom Steuerorgan (Seil oder Gestänge) geht der eine Strang außen durch die Stockwerke, der andere durch den Korb. Durch Zug am Seil (300–600 mm nach oben oder unten) wird die Steuerwelle gedreht, die Umschaltwalze des Anlassers bewegt und damit der Anlaßvorgang eingeleitet und die Bremse mechanisch oder magnetisch gelüftet. Das Abstellen nach Ankunft am gewünschten Stockwerk erfolgt nicht von Hand, sondern durch den Korb selbst, wobei ein vorher vom Führer am Korb eingesteckter Bolzen an einen Anschlag des Steuerseiles stößt und dieses samt der Steuerwelle in seine Anfangsstellung zurückbringt, den Anlasser zurückschaltet und den Motor abstellt. In den Endstellungen erfolgt durch feste Anschläge am Korb eine selbsttätige Abstellung. Das Steuerseil läßt sich leicht mit mechanischen Türverschlüssen verbinden.

Bei Lastenaufzügen ohne Führer gehen beide Stränge außerhalb des Korbes durch die Stockwerke, Bedienung des Seiles demnach nur von außen, alles andere wie oben.

Radsteuerung für Personenaufzüge mit Führerbegleitung bei größerem v ; Schema nach Abb. 321 mit einfachem Wendeanlasser (also nicht Selbstanlasser), wobei Abschaltung der Vorschaltwiderstände nicht wie oben durch Fallgewicht, sondern vom Korb aus durch Hand erfolgt, daher Regelung der Fahrgeschwindigkeit möglich. Lüftung der Bremse mechanisch oder magnetisch. Zeiger am Handrad zur Erkennung der jeweiligen Stellung der Steuerwelle und der Schaltwalze.

Nachteil: Steuerseil läuft während der Fahrt dauernd, daher starke Abnutzung, außerdem mangelnde Feinfühligkeit und ungenaues Schalten; heute ersetzt durch die besseren elektrischen Steuerungen.

Druckknopfsteuerung, für alle elektrischen Aufzüge verwendbar. Einfache und sichere Bedienung durch jede Person ohne besondere Übung (Selbstfahrer), daher allgemeine Anwendung in Privathäusern.

An jeder Schachttüre ein Druckknopf zum Heranholen des unbesetzten Fahrkorbes. Im Fahrkorb ein Druckknopffregister für Fahrt nach jedem gewünschten Stockwerk. Beim Betreten des beweglichen Fahrkorbbodens wird durch Kontakt die Außensteuerung ausgeschaltet. Durch Türkontakte wird erreicht, daß ein Fahren nur bei geschlossenen und verriegelten Türen möglich ist.

Hierzu dient die in Abb. 322 dargestellte Gleichstromschaltung (für 4 Stockwerke) mit Steuerleitung (schwach gezeichnet), Arbeitsleitung (stark gez.) und Bezeichnung der Einzelteile. Verbindung zwischen Schachtleitung und Fahrkorb durch hängendes Kabel.

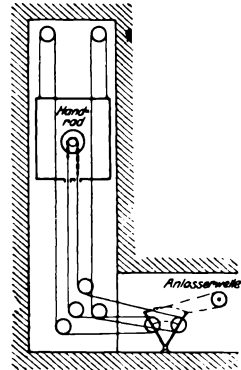


Abb. 321.

Wirkungsweise der Steuerung. Leerer Korb stehe im 1. Stock, alle Leitungen stromlos.

Der Fahrgast drückt im Erdgeschoß auf $d0$, um den Korb heranzuholen. Steuerstromlauf: $N \ 7 \ t \ u. \ f1 \ hk \ 6 \ t0 \div t3 \ As \ Ah \ 8 \ k0 \div k3 \ f2 \ 5 \ d0 \ r0 \ s0 \ ms \ ma \ N$. Relais $r0$ stellt Kontakt $u0$ her, somit beim Loslassen von $d0$ folgender Steuerstromlauf $P \ 7 \ t \ u. \ f1 \ hk \ 6 \ t0 \div t3 \ u0 \ s0 \ ms \ ma \ N$, somit hält $u0$ das Kommando fest. Steuerstrom unmöglich, wenn einer der Türkontakte offen ist oder Korb besetzt ist, da sonst $f1$ und $f2$ offen. ms legt Feld ans Netz, ma löst den Anlaßvorgang aus, somit Senken des Korbes.

Unten angekommen, öffnet Kurvenschiene K den Stockwerkschalter $s0$, somit Steuerleitung stromlos, Motor wird vom Netz getrennt, Korb steht unten.

Der Fahrgast betritt den Korb und öffnet die Fußbodenkontakte $f1$ und $f2$, wodurch die Stockwerkkontakte $d0 \div d3$ wirkungslos werden.

Will er zum 2. Stockwerk fahren, dann drückt er auf $k2$. Steuerstromlauf $N \ t \ u. \ f1 \ hk \ 6 \ t0 \div t3 \ As \ Ah \ 8 \ k0 \ k1 \ k2 \ 2 \ r2 \ s2 \ s3 \ mh \ ma \ N$. Durch $r2$ wird Kontakt $u2$ hergestellt; nach Loslassen von $k2$ folgt Stromlauf $P \ 7 \ f1 \ u. \ t \ hk \ 6 \ t0 \div t3 \ u2 \ s2 \ s3 \ mh \ ma \ N$. Korb fährt zum 2. Stock, öffnet $s2$ und hält dort.

Durch Halteknopf hk kann Fahrt des Korbes in jeder Lage unterbrochen werden.

Außerdem ist vorzusehen (hier nicht angegeben) die Leitung für Korbbeleuchtung, einzuschalten durch weitere Fußkontakte.

Statt der Stockwerkschalter, die aus räumlichen Gründen oft nicht verwendbar sind, der Kopierapparat, der vom Windwerk angetrieben wird und die Bewegung des Korbes verkleinert wiedergibt.

Wesentliche Vereinfachung der Steuerleitung bei nur 2 Haltestellen.

Für Drehstrom dasselbe Steuerschema, aber statt der Magnete besondere geräuschlose Wechselstromapparate.

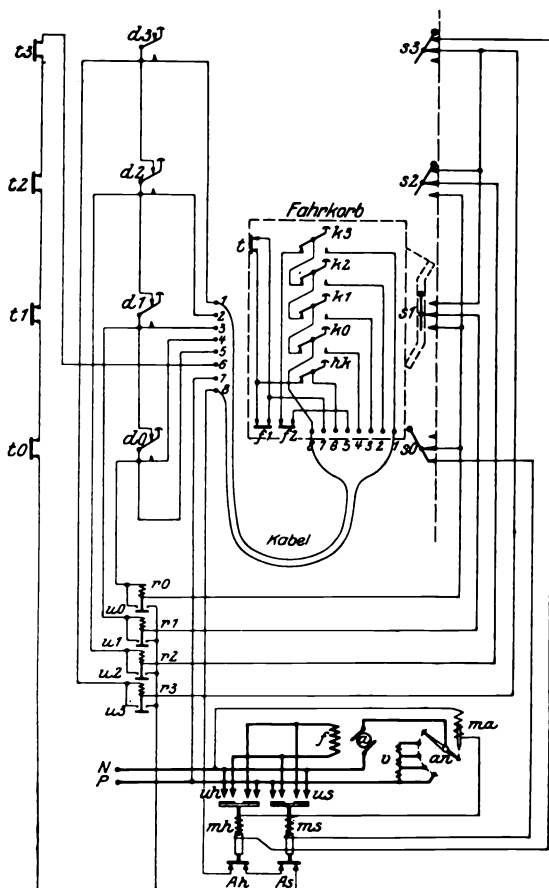


Abb. 322. Druckknopfsteuerung.

Steuerleitung	{	<p>P und N die Netzklemmen.</p> <p>Im Korb:</p> <p>k_0 bis k_3 Druckknöpfe</p> <p>h_k Halteknopf</p> <p>f_1 und f_2 Fußbodenkontakte</p> <p>t_k Türkontakt</p> <p>K Kurvenschiene für die Stockwerk-</p> <p>schalter</p> <p>Kabel 1 bis 8.</p> <p>An den Schachttüren:</p> <p>t_0 bis t_3 Türkontakte</p> <p>d_0 bis d_3 Druckknöpfe.</p> <p>Im Schacht:</p> <p>s_0 bis s_3 Stockwerkschalter.</p>	{	<p>An der Maschine:</p> <p>m_h und m_s Umschaltmagnete</p> <p>A_h und A_s Abhäng. Kontakte</p> <p>m_a Anlaßmagnet</p> <p>r_1 bis r_3 Relais</p> <p>u_0 bis u_3 Umgehungskontakte.</p>	
		Starkstrom-		{	<p>P und N die Netzklemmen</p> <p>a Anker</p> <p>an Anlasser</p> <p>v Vorschaltwiderstand</p> <p>f Feld</p> <p>u_h und u_s Umschalter.</p>
					<p>Steuerleitung</p>

Anlasser auch als Verzögerungsschalter herstellbar.

Ähnlich der Druckknopfsteuerung, aber einfacher und billiger, die Schubkontaktsteuerung mit beschränkter Steuerfähigkeit. Besonders zweckmäßig für Speisen- und Aktenaufzüge. Man kann von jedem Stockwerk in jedes beliebige höhere Stockwerk fahren, die Abwärtsfahrt muß aber stets nach dem Erdgeschoß erfolgen.

Hebelsteuerung (auch Kabinen- oder Handsteuerung genannt) für stark benutzte Personenaufzüge mit Führerbegleitung. Mittels eines Hebels im Fahrkorb wird der Steuerstromkreis geschlossen, der durch ein Kabel zu den Steuer magneten (wie bei der Druckknopfsteuerung) führt. Durch Türkontakte ist Beziehung zwischen Korbstellung und Türen leicht herstellbar. In den Endstellungen wird durch feste Kurvenschienen der Hebel zwangläufig auf Null gestellt.

Abb. 323 zeigt das Schema einer einfachen Hebelsteuerung.

Durch mehrstufigen Hebelschalter ist Fahrverzögerung möglich, hierzu ein regelbarer Nebenschlußmotor mit Feldveränderung.

Bei hohen Anforderungen an Geschwindigkeitsregelung (z. B. in Warenhäusern) am besten die Schützensteuerung oder die Leonardschaltung, je mit der Meisterwalze an Stelle des Umschalters im Fahrkorb.

(1095) Endausschalter sollen bei nicht rechtzeitigem Ausschalten oder Versagen der Steuerapparate den Fahrkorb in höchster und tiefster Stellung zur Ruhe bringen.

§ 16 der P.V. verlangt für Personenaufzüge und Lastaufzüge mit Führerbegleitung: „Die Aufzüge sind zum selbsttätigen Anhalten in ihrer Endstellung mit zwei Einrichtungen zu versehen, die unabhängig voneinander in Wirksamkeit treten und gleichzeitig die Übertragung der Betriebskraft aufheben. Eine dieser Vorrichtungen muß unabhängig von der Steuerungsvorrichtung in Tätigkeit treten.“

Man unterscheidet zwischen erster und zweiter Endausschaltung.

Die erste ist die betriebsmäßige (bei Seilsteuerung Anschlag des Korbes an die Endknaggen des Seiles, bei Druckknopfsteuerung oberster und unterster Stockwerkschalter, bei Hebelsteuerung die Kurvenschienen für den Hebel im Schacht, wie oben behandelt), die zweite tritt ausnahmsweise in Tätigkeit, wenn die erste versagt hat; sie soll stets nach der ersten, also versagenden, in Tätigkeit treten und eine Rückfahrt des Korbes nur nach Beseitigung der Ursache des Versagens ermöglichen.

Ausführung der zweiten Endausschaltung meist mit Spindel, an der Winde sitzend, und zwar

Mechanische Endausschalter, Abb. 324. Ein Gewinde b auf der verlängerten Trommelle a verschiebt bei Trommeldrehung eine durch das geschlitzte Gehäuse h geführte Mutter c , die bei Überschreitung der zulässigen Korbendlagen mittels Knaggen d und e die eine oder die

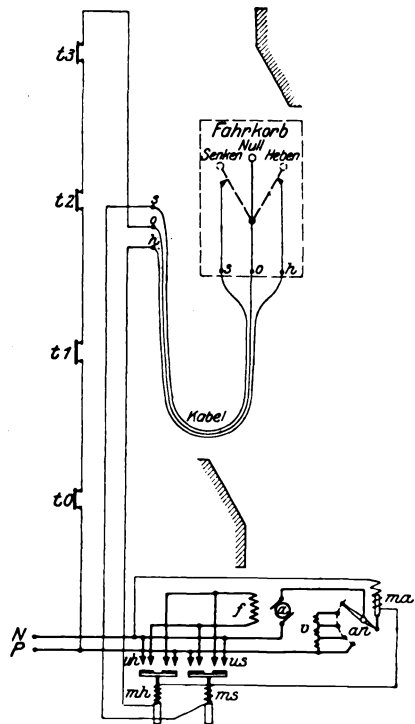


Abb. 323. Hebelsteuerung.

andere der beiden fest auf dem Gewinde sitzenden und nachstellbaren Muttern f und g erfaßt. Dann erfolgt Mitnahme des Gehäuses und des Kettenrades i , das die Bewegung auf die Steuerwelle überträgt und diese auf Null zurückdreht.

Elektrische Endausschalter unterbrechen die Stromleitung durch Hebelausschalter, die am oberen und unteren Schachtende sitzen und vom Korb betätigt werden, wenn er die Endlagen überfährt. Bei elektrischen Steuerungen wird der Steuerstrom unterbrochen. Vielfach auch ein von der Winde angetriebener Spindelausschalter (wie für Kranwinden nach Abb. 159) im Gebrauch.

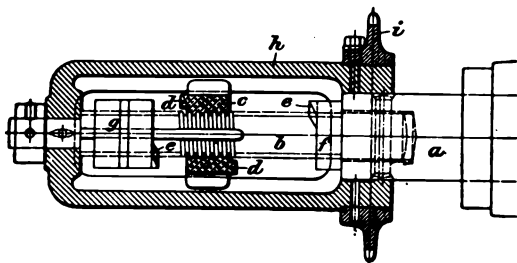


Abb. 324.

(1096) Schlaffseilausschaltung, ebenfalls behördlich vorgeschrieben, bewirkt einen Stillstand der Winde, sobald das Trommelseil schlaff wird oder reißt.

Mechanische Vorrichtungen dieser Art besitzen einen drehbaren Bügel mit Rolle (s. Abb. 318), die vom straffen Seil hochgehalten, vom schlaffen aber fallen gelassen wird; die im letzteren Falle eintretende Drehung des Bügels wird auf die Steuerwelle übertragen, die den Anlasser dann auf Null stellt und die Bremse schließt.

Statt dessen kann auch (besonders bei elektrischen Steuerungen) der Bügel beim Herabfallen einen elektrischen Ausschalter betätigen, der den Steuerstrom unterbricht.

Fahrkorb, Schacht, Fangvorrichtung.¹

(1097) Fahrkorb. Bodenfläche quadratisch oder rechteckig.

Für Lastenaufzüge $1 \div 4 \text{ m}^2$, meist $1,2 \times 1,5$ bis $1,5 \times 1,5 \text{ m}$.

Für Personenaufzüge mindestens $0,25 \text{ m}^2$ je Person, aber mindestens $1,2 \times 1,3 \text{ m}$.

Lichte Höhe bei Lastenaufzügen $1,8 \div 2 \text{ m}$, bei Personenaufzügen mindestens 2 m .

Ausführung. Abb. 325 und 326 zeigt einen Korb aus Profileisen für Lastenaufzüge ohne bzw. mit Führer. Wände ganz oder bis $1,2 \text{ m}$ Höhe aus Schwarzblech oder Holz, oben Drahtgitter, Decke desgl. Fußboden Riffelblech oder Hartholz.

Zugänge offen oder Schiebetüren oder Schiebegitter. Körbe für Außenaufzüge ganz in Eisen.

Abb. 327 zeigt das Eisengerippe eines Korbes für Personenaufzüge, erhält Holzverschalung, Flügel- oder Schiebetüre und Verglasung in verschieden reicher Ausstattung.

Zugangsöffnung im Korb entweder nur auf einer Seite oder an zwei gegenüberliegenden Seiten. Rechtwinklig zueinander stehende Zugänge erschweren die Anbringung der Führung.

Jeder geschlossene Korb erhält in der Decke eine durch Klappe verschlossene Öffnung als Notausgang.

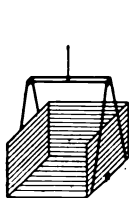


Abb. 325.

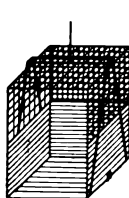


Abb. 326.

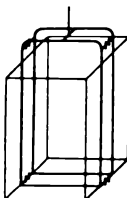


Abb. 327.

Angenäherte Gewichte des Korbes mit Zubehör in kg für Lastenaufzüge

$$F = 300 + 100 \cdot f \text{ für } 500 \text{ kg Nutzlast,}$$

$$F = 300 + 125 \cdot f \text{ für } 1000 \text{ kg Nutzlast,}$$

$$F = 300 + 150 \cdot f \text{ für } 1500 \text{ kg Nutzlast,}$$

worin f = Bodenfläche in m².

Für Personenaufzüge ist Gewicht des Korbgestelles mit Führung und Fangvorrichtung, aber ohne Verschalung und Verglasung

für	2	3	4	5	6	8	10	12	15	Personen
F	= 250	275	310	350	390	435	480	530	580	kg.

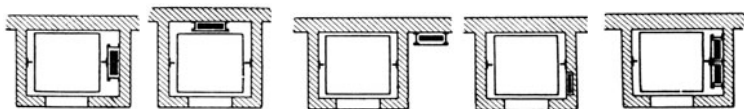


Abb. 328 a bis e.

Für Personenaufzüge und Lastenaufzüge mit Führer lautet § 18 der P.V.:

I. Die Fahrkorbdecke muß so beschaffen sein, daß sie den im Fahrkorbe befindlichen Personen Schutz gegen etwa herabfallende Teile des Triebwerks oder andere Gegenstände gewährt. Andernfalls muß dicht unterhalb der Triebwerksteile ein sicheres Fangnetz angebracht werden.

II. Der Fahrkorb muß an Seiten ohne Zugangsöffnungen von dichten Wänden oder engmaschigem Drahtnetz umgeben sein.

III. Verschlüßtüren am Fahrkorbe sind nicht erforderlich, wenn die Schachtwände an den Zugangsseiten des Fahrkorbes in voller Geschoßhöhe durchgeführt, völlig glatt und nicht mehr als 4 cm vom Fahrkorb entfernt sind. Drahtwände von nicht mehr als 2 cm Maschenweite gelten als glatte Wände.

Für Lastenaufzüge ohne Führer lautet § 28 der P.V.:

Der Förderkorb muß derart umwehrt sein, daß das Ladegut nicht über den vom Förderkorbe bestrichenen Raum hinausragen oder aus dem Korbe herausfallen kann. Bei der Beladung mit Förderwagen muß eine Feststellvorrichtung für diese angebracht werden.

(1098) Schacht trägt die Führung für Korb und Gegengewicht und je nach Anordnung auch die Leitrollen und die Maschine.

Mauerschacht innerhalb der Gebäude, nach Abb. 328 a ÷ e, entweder mit besonderer Gegengewichtsnische oder Gegengewicht im gleichen Raume laufend. Strenge bau- und feuerpolizeiliche Vorschriften zu beachten, s. P.V.

Im Treppenauge, dann Vergitterung durch 4 Eckpfosten und Fachwerk oder Drahtnetz allseitig erforderlich.

Außenaufzüge nach Abb. 329 erfordern Schachtverkleidung nur an den Stellen, wo Menschen an die Fahrbahn gelangen können, also vorzugsweise unten; im übrigen wird der Schacht nur durch die Führungsschienen gebildet. Die Rollen sitzen auf besonderen Wandkonsolen, daselbst Wellblechabdeckung. Wenn solche Rollenlagerung nicht möglich ist, wird nach Abb. 330 ein Fachwerk-

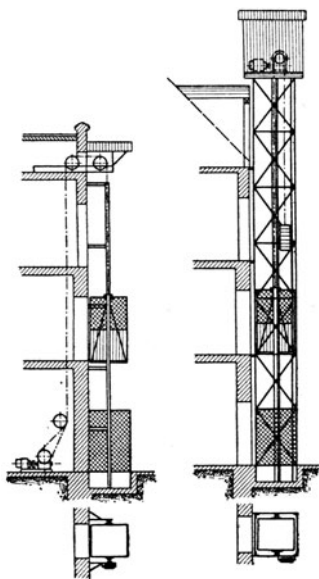


Abb. 329.

Abb. 330.

schacht an die Wand gelehnt und trägt oben die Rollen und je nach Anordnung auch die Winde. Je nach Lagenverhältnissen auch der freistehende Schacht mit Anschluß der Zufahrtsbrücke am oberen Schachtende. Das Fachwerk kann offen sein oder der ganzen Höhe nach Drahtgeflecht, Wellblech- oder Rabitzwand erhalten.

Je nachdem dieses Fachwerk nur eine Schutzvergitterung bildet oder die Rollen und gegebenenfalls auch die Maschine trägt, kann es leicht gehalten werden oder ist, besonders bei freistehendem Schacht, genaue statische Berechnung als Raumfachwerk erforderlich.

(1099) Gleitbahn für den Korb. Liegt stets zu beiden Seiten des Fahrkorbes. Für Lastenaufzüge Führungsschienen aus L-, I- oder U-Eisen, glatt geschliffen. Personenaufzüge erfordern für geräuschlos Gang Führungen aus Hartholz (Teakholz), mit Öl durchtränkt.

Befestigung der Führung an der Schachtwand nicht durchlaufend, sondern alle 2 ÷ 3 m durch Flacheisen, Bügel u. dgl., s. Abb. 331 a ÷ e.

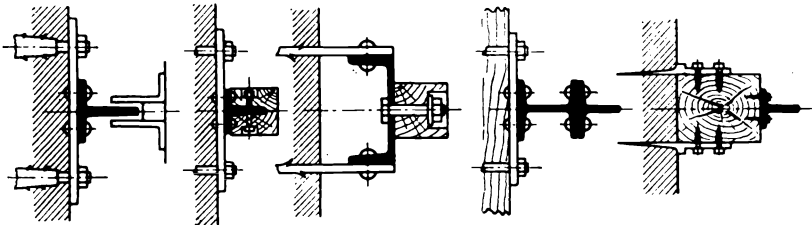


Abb. 331 a bis e.

Bei freien Schachtwänden innerhalb der Gebäude können die Führungsschienen nur an Öffnungen der Decken, also alle 3 ÷ 5 m, befestigt werden und erfordern starke Profile etwa nach Abb. 328 d zur Vermeidung von Erschütterung und Durchbiegung.

Die genaue lotrechte und parallele Ausrichtung der Führung bildet den schwierigsten Teil der Aufzugsmontage.

Über Berechnung der Führungsschienen auf Beanspruchung durch die Fangvorrichtung bei Seilbruch s. Guhlke, Z. f. Dampfk. u. Masch. 1914, S. 361.

(1100) Gleitbacken am Korb. Bei Lastenaufzügen genügen eiserne Gleitbacken mit etwa 5 mm Spiel. Bei Personenaufzügen mit Holzbahn sollen die Eisenbacken spielfrei, aber durch Federn oder Gummiklötze elastisch nachgiebig gleiten.

(1101) Gegengewicht. Stets Gußeisen, entweder ein Klotz, der durch Anhängen von Gewichten vergrößert werden kann, oder zerlegbar aus einzelnen Klötzen, mit Nut und Vorsprung ineinander greifend und auf eine Stange aufgereiht. Rechtecksquerschnitt, sehr schmal und lang, um ein Ecken in der Führung zu vermeiden und um wenig Raum im Schacht einzunehmen.

Führung zwischen Schienen oder im geschlossenen hölzernen oder eisernen Kasten. Zur Vermeidung des Geräusches erhalten die Führungsnuten im Gegengewicht Holzfutter; auch Filzhüllung des im glatten Holzschacht laufenden Gegengewichtes.

Führung unten zur Aufnahme des bei Seilbruch fallenden Gegengewichtes einzurichten, oben geschlossen, um ein Herausspringen des Gegengewichtes zu verhindern.

(1102) Fangvorrichtungen (Fänger). Nach P.V. vorgeschrieben für alle betretbaren Förderkörbe, gleichgültig, ob Personen mitfahren oder nicht. Der Fänger soll nur mit geringem Stoß wirken und den Fahrkorb allmählich zur Ruhe bringen, wobei ein Bremsweg von höchstens 0,25 m zulässig ist.

Der Nachteil aller Fänger liegt in der unsicheren Wirkung im Augenblick der Gefahr als Folge ihrer steten Untätigkeit. Die neueren amerikanischen Personenaufzüge mit großem Hub haben keine Fänger, sondern der unten geschlossene Schacht wirkt beim Fallen des Korbes als Luftpuffer und läßt die Luft durch Ventile langsam ausströmen.

Man unterscheidet einseitige Fänger (für reine Lastenförderung) und zweiseitige Fänger (für Personenmitfahrt stets vorgeschrieben). Sie beruhen auf der bei Seilbruch oder -längung oder auch bei zu großer Fahrgeschwindigkeit durch Federkraft bewirkte selbsttätige Auslösung eines Exzenters oder Keiles, der sich

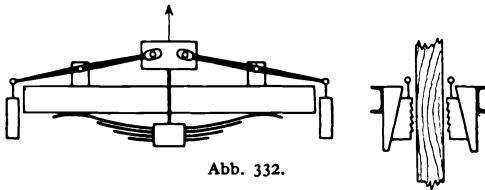


Abb. 332.

gegen die Führungsschiene preßt und durch die entstehende Reibung den Korb zur Ruhe setzt.

Einseitige Fänger. Mit Keilen nach Abb. 332. Eine zwischen Korb und Seil liegende und durch das Korbgewicht dauernd gespannte Feder drückt bei Seilbruch die Keile gegen die Führungsschiene.

Mit Exzenter, für kleinere Anlagen, nach Abb. 333. Eine Welle trägt an den Enden gezahnte Fangexzenter, steht unter Federkraft und wird in normaler Lage durch Hebel und Kettchen gehalten. Bei Seilbruch werden die Exzenter durch Federkraft gegen die Führungsschienen gedrückt.

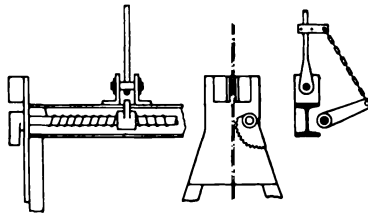


Abb. 333.

Die Federkraft ist so zu bemessen, daß bei kleinstem Seilzug, d. i. bei leerem Korb, der Fänger sicher offen bleibt. Federwirkung am unsichersten, wenn bei oberster Korbstellung der Seilbruch in der Nähe der unten stehenden Trommel erfolgt, da die Feder das ganze herabhängende Seilstück nachzuziehen hat, wodurch das Fangen erst nach erheblicher Fallstrecke unter Stoßwirkung und Bruchgefahr eintritt. Einseitige Fänger daher nur bei reiner Lastförderung zulässig.

Zweiseitige Fänger. Die beiden Seile greifen an einem zweiarmigen Hebel an, der bei genau gleichlangen Keilen wagrecht liegt. Bei Längung oder Bruch eines der beiden Seile kippt der Hebel nach der einen oder anderen Seite und löst die Fänger aus. Der Zweiseilfänger wird meist mit einem Fliehkraftregler verbunden, der die Fänger bei einer 1,5 m/sek übersteigenden Senk-

geschwindigkeit zur Wirkung bringt. Dieser Regler liegt im oberen Schachtende und wird vom Korb durch endloses Seil angetrieben. Das Stellzeug des Reglers klemmt bei Geschwindigkeitsüberschreitung das Seil fest, das die Fänger auslöst.

Schema einer einfachen Bauart nach Abb. 334, woraus das Anheben der Keile sofort ersichtlich ist.

Verbesserte Bauart von Mohr & Federhaff, Mannheim, nach Abb. 335. Seillängung oder -bruch stellt den Ausgleichsbalken schräg, der den Hebel h nach rechts drückt, wodurch dessen Nase den Anschlag a verläßt und das unter Feder-

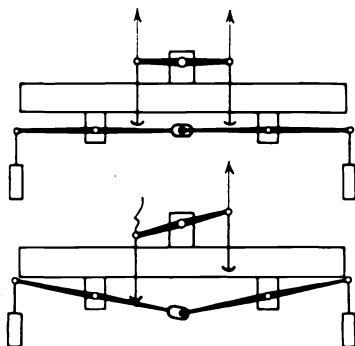


Abb. 334.

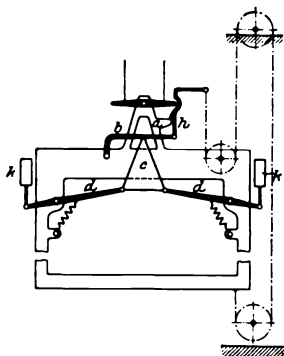


Abb. 335.

kraft stehende Hebelwerk $b c d$ frei gibt; hierdurch gehen die Keile $k k$ hoch und klemmen den Korb fest. Dieser Fänger läßt sich leicht mit dem genannten Regler verbinden, der beim Festklemmen des Reglerseiles den Hebel h nach rechts zieht. Im Gegensatz zu anderen Bauarten wirken hier die Tragseile nicht unmittelbar auf die Keile, sondern geben nur das Hebelwerk der Fänger frei.

Neuere Fänger werden so eingerichtet, daß sie jederzeit und auch während der Fahrt vom Korb aus durch Ziehen an einem Hebel oder Seil auf richtiges Arbeiten nachgeprüft werden können; in diesem Falle wird durch die Schlaffseil-ausschaltung die Maschine sofort stillgesetzt.

Die Fangfläche der Keile wird gehärtet und zur Erhöhung der Reibung scharf gezahnt; grobe Zähne bei Eisenführung, feine Zähne bei Holzführung.

Über weitere Bauarten s. H. Bethmann, Der Aufzugbau. Braunschweig: Fr. Vieweg; erner Schiffke, Z. f. Dampfkr. u. Masch.-Betr. 1914, S. 131.

Sechzehnter Abschnitt.

Hebwerke für flüssige Körper

Bearbeitet von Prof. P. Gerlach¹⁾.

(1103) Mit Hebung in vertikaler Richtung meist Fortleitung in horizontaler Richtung verknüpft: Widerstand in Leitung wird durch Widerstandshöhe H_p berücksichtigt, die zur Förderhöhe

$$H = H_a + h_a + \frac{c_a^2}{2g} - \left(H_e + h_e + \frac{c_e^2}{2g} \right)$$

hinzutritt. Vgl. hierüber das unter (861) Gesagte.

Damit folgt hydraulischer Wirkungsgrad

$$\varepsilon = \frac{H}{H + H_p} = \frac{\text{wirkliche Förderhöhe}}{\text{wirkliche Förderhöhe} + \text{gesamte Widerstandshöhe}}$$

ein Urteil ermöglichend über die in Pumpe und Leitung auftretenden Widerstände. Je nach Art der Flüssigkeitsförderung Unterscheidung in

Verdrängerpumpen als Kolbenpumpen mit hin- und hergehender Bewegung des Kolbens oder Flügelpumpen mit schwingender Bewegung des Ventilkolbens;

Rotations-(Kapsel-)Pumpen mit Drehbewegung des Verdrängers und Schraubenskolbenpumpen mit hin- und hergehender Bewegung unter gleichzeitiger Drehung des Kolbens;

Luft-, Gas- und Dampfdruckpumpen, bei denen die Druckwirkung durch die Einführung gepreßter Gase oder Dämpfe in das Pumpengehäuse erzielt wird;

Zentrifugal-(Kreisel-) Pumpen: der Flüssigkeit wird durch ein rasch sich drehendes Flügelrad lebendige Kraft (Wucht) zugeführt und die Geschwindigkeit wird mehr oder weniger vollkommen in Druck umgesetzt, vermöge dessen die Druckhöhe überwunden wird;

Wasser- oder Dampfstrahlpumpen: die lebendige Kraft wird mittels Wasser- oder Dampfstrahles erzeugt.

Kolbenpumpen.

(1104) Bestandteile: Saugleitung mit Saugkorb und Saugventil; Zylinder mit Kolben, Kolbenstange und Stopfbüchse; Druckventil und Druckleitung; Gestell mit Antrieb und Armaturen.

Nach Art der Wirkungsweise einfach oder doppelwirkend: abwechselnd, während einer Umdrehung je einmal oder bei jedem Hube saugend und drückend.

¹⁾ Unter Benützung von H. Berg, „Die Kolbenpumpen einschließlich der Flügel- und Rotationspumpen“, 2. Aufl., Berlin: Julius Springer 1921 und R. Thomann, „Die Wasserturbinen und Turbinenpumpen“, 2. Aufl., Stuttgart, Konrad Wittwer 1921.

Nach Art des Kolbens Unterscheidung in (Saug- und Druck-) Pumpen mit Scheibenkolben, Plungerkolben, Differentialkolben (Differentialpumpen): einfach saugend und doppelt drückend. Und mit Ventilkolben für Saug- und Hubpumpen.

Außerdem Unterscheidung nach:

Lage der Zylinderachse: liegende und stehende Pumpen.

Art der Aufstellung: freistehende (Gestell-) Pumpen und Wandpumpen.

Zahl der Pumpenzylinder: einfache —, Zwillings-, Drillingspumpen.

Art des Antriebes: Hand-, Transmissionspumpen (unmittelbar oder durch Zahnräder, Riemen angetrieben) und motorisch angetriebene Pumpen;

Art der Verwendung: Brunnen-, Speisepumpen, Pumpen für Wasserversorgungen und Kanalisationen und solche für besondere Zwecke: Schmierpumpen, Warmwasserpumpen u. a.

(1105) Saugwirkung. Die Anwendung der erweiterten Bernoullischen Gleichung, s. (859), hat Aufrechterhaltung des Zusammenhanges der Saugwasser-säule zur Voraussetzung: es darf kein Abreißen derselben stattfinden, die Flüssigkeit muß in dauernder Berührung mit dem Kolben sein. Zu diesem Zwecke muß die Pressung zwischen Wasser und Kolben größer sein als die der Wassertemperatur entsprechende Dampfspannung, andernfalls Dampfbildung erfolgt. Unter Beachtung, daß Punkt *II* (in Zylinderachse liegender Punkt des benetzten Kolbenquerschnittes) in der Tiefe $-H_s$ unter Punkt *I* (im Flüssigkeitsspiegel außerhalb der Saugleitung) liegt, daß in diesen Punkten die Geschwindigkeiten c_x (Kolben) bzw. 0 vorhanden sind und daß die Arbeit der mit c_x veränderlichen Trägheitskraft negativ ist, folgt mit p_a als Atmosphären-
 pression aus

$$\gamma(-H_s - A_s - H_{e_s}) = p_{x_s} - p_a + \gamma \frac{c_x^2}{2g}$$

$$H_s = \frac{p_a - p_{x_s}}{\gamma} - A_s - H_{e_s} - \frac{c_x^2}{2g}$$

Hiernach ist die größtmögliche Saughöhe H_s abhängig von der Wasserbarometerhöhe $\frac{p_a}{\gamma}$ und von der Druckhöhe $\frac{p_{x_s}}{\gamma}$;

je größer diese, um so kleiner unter sonst gleichen Umständen H_s : heißes Wasser der Pumpe ohne Saugventil zulaufend. Ferner hängt H_s ab von der Geschwindigkeit c_x , der Widerstandshöhe H_{e_s} , und der Beschleunigungsdruckhöhe A_s , die proportional ist der zu beschleunigenden Masse. Im Falle fehlenden Saugwindkessels kommt der gesamte Wasserweg zwischen Kolben und Saugrohereintritt in Betracht und ist zufolge Abb. 1

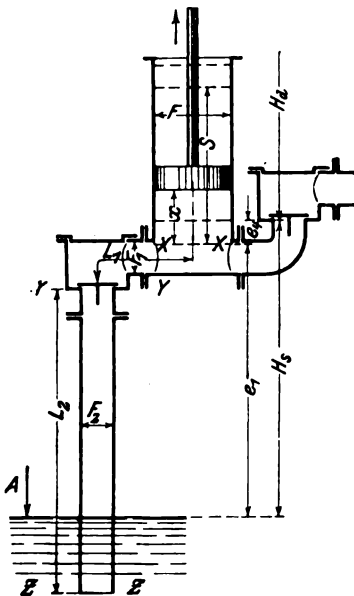


Abb. 1.

$$A_s = \frac{1}{g} \cdot b_x \left(x + L_1 \frac{F}{F_1} + L_2 \frac{F}{F_2} \right)$$

Bei vorhandenem Saugwindkessel ist die Geschwindigkeit in der Saugleitung nahezu konstant, und

$$A_s = \frac{1}{g} \cdot b_x \left(x + L_1 \frac{F}{F_1} \right)$$

Je kleiner $L_1 \frac{F}{F_1}$, desto kleiner A_s , um so größer unter sonst gleichen Umständen die zulässige Saughöhe. c_x und b_x können unter Annahme konstanter Winkelgeschwindigkeit nach (624) festgestellt werden. Die Widerstandshöhe H_{e_s} setzt sich zusammen aus dem Eintrittswiderstand ins Saugrohr; es ist etwa:

$$\zeta = 0,5 \text{ für zylindrisches Saugrohr,}$$

$$\zeta = 0,1 \text{ für trichterförmig ausgerundetes Rohrende,}$$

$\zeta > 1$ im Falle vorhandenen Saugkorbes, abhängig von Lochweite und -form. Ferner aus dem Reibungs- und aus dem Krümmungswiderstand, ersterer nach (861) zu berechnen, aus den mit plötzlichen Querschnittsübergängen verknüpften Widerständen, vgl. (860) und aus dem Ventilwiderstand.

Die mit Knieröhren, Abb. 2, und Rohrkrümmern, Abb. 3, verknüpften Widerstände werden zurzeit noch nach Weisbach bestimmt; es ist nach Abb. 2

$$\zeta = \sin^2 \frac{\delta}{2} + 2 \sin^4 \frac{\delta}{2},$$

oder für

$\delta =$	20°	40°	60°	80°	90°
$\zeta =$	0,03	0,14	0,37	0,75	1,00

und nach Abb. 3 im Falle Kreisquerschnittes

$$\zeta = \frac{\delta}{90^\circ} \left\{ 0,13 + 0,16 \left(\frac{d}{r} \right)^{3,5} \right\};$$

es folgt für

$d : r =$	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0
$90^\circ \zeta : \delta =$	0,14	0,16	0,20	0,30	0,44	0,66	1,0	1,4	2,0

und für Rechteckquerschnitt ist

$$\zeta = \frac{\delta}{90^\circ} \left\{ 0,124 + 0,274 \left(\frac{d}{r} \right)^{3,5} \right\};$$

es folgt für

$d : r =$	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2
$90^\circ \zeta : \delta =$	0,135	0,18	0,25	0,40	0,64

Druckwirkung. Für diese gilt entsprechend im Falle Ausgusses in die Atmosphäre

$$\gamma (-H_d - A_d - H_{e_d}) = p_a - p_{x_d} + \gamma \frac{c_a^2 - c_x^2}{2g},$$

folglich

$$\frac{p_{x_d} - p_a}{\gamma} = H_d + A_d + H_{e_d} + \frac{c_a^2 - c_x^2}{2g}.$$

Hiernach ist die Überdruckpressung abhängig von der Druckhöhe H_d , die praktisch begrenzt ist durch die Widerstandsfähigkeit der Baustoffe bzw. Beherrschung der Abmessungen der Getriebeteile; ferner vom Zuwachs der Wucht, von der Widerstandshöhe H_{e_d} und der Beschleunigungsdruckhöhe A_d , die ähnlich wie A_s zu bestimmen ist. Je kleiner die zu beschleunigende Masse zwischen Kolben und dem etwa vorhandenen Druckwindkessel, hinter dem die Geschwindigkeit nahezu konstant ist, desto kleiner der anteilige Überdruck.

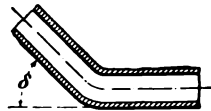


Abb. 2.

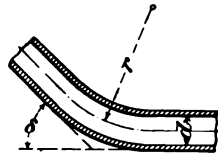


Abb. 3.

(1106) Fördermenge und volumetrischer Wirkungs- (Lieferungs-)grad.

Sofern in jedem Augenblicke das vom Kolben während des Saugens freigegebene Volumen von Flüssigkeit ausgefüllt wird und auf der Druckseite Leckverluste durch Undichtheiten (Kolben, Stopfbüchse, Rohrleitung) nicht auftreten und wenn insbesondere im Augenblick der Bewegungsumkehr des Kolbens die Ventile schließen bzw. öffnen, also keine Flüssigkeit in den Zylinder bzw. in die Saugleitung zurücktritt, d. h. im Hubwechsel die Förderung beginnt, dann stimmt die Fördermenge mit dem vom Kolben durchlaufenen Volumen überein, ist der volumetrische Wirkungsgrad $\mu = 1$.

Genannte Voraussetzungen sind nicht erfüllt: Luftgehalt und -abscheidung, Lufttritt durch Stopfbüchse zufolge Unterdruckes während Saugens; Undichtheiten des Kolbens, der Stopfbüchsen und Ventile sowie verspätetes Öffnen und Schließen derselben infolge Massenträgheit. Daher ist die tatsächlich geförderte Wassermenge Q kleiner als das vom Kolben durchlaufene Volumen. Es wird gesetzt

$$Q = \mu Q_0, \quad \text{worin} \quad \mu = \frac{Q}{Q_0}$$

als volumetrischer Wirkungsgrad bezeichnet wird, der abhängig ist von der Größe der Saug- und Druckhöhe, vom Luftgehalt der Flüssigkeit, Konstruktion und Wartung der Pumpe. Der verhältnismäßige Lieferungsverlust wächst mit der Abnahme der Pumpengröße; es ist etwa

$\mu = 0,97 \div 0,99$ für beste und große Pumpen für Wasserversorgung und Wasserhaltung,

$\mu = 0,90 \div 0,95$ für gute Pumpen mittlerer Größe,

$\mu = 0,85 \div 0,90$ für kleine, gut ausgeführte Pumpen.

Experimentelle Bestimmung durch Wägen oder Messen von Q und Berechnung von Q_0 .

Bezeichnet

Q die zu hebende Flüssigkeitsmenge in cbm/sek,

F den wirksamen Kolbenquerschnitt in qm,

c_m die mittlere Kolbengeschwindigkeit in m/sek,

S den Kolbenhub in m,

μ den Lieferungsgrad,

n die Umlaufzahl in der Minute,

so ist

$$Q = \mu F i \frac{S n}{60} = \mu F i \frac{c_m}{2};$$

worin $i = 1$ für einfachwirkende, $i = 2$ für doppeltwirkende Pumpen.

Unter Annahme von $\mu = 1$ ist die elementare Fördermenge $dQ = F ds = F c_x dt$; im Falle Antriebes durch ein normales Kurbelgetriebe mit $\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \text{konst.}$ und $L = \infty$ ist zufolge

$$s = R(1 - \cos \varphi) \quad \text{und} \quad ds = R \sin \varphi d\varphi,$$

auch $dQ = FR \sin \varphi d\varphi$. Durch Auftragung von $R \sin \varphi$ als Ordinaten zu den Winkeln φ als Abszissen, Abb. 4, wird die Lieferungskurve erhalten; die von ihr begrenzte, über 2π stehende Fläche ist die Fördermenge je Umdrehung für $FR = 1$. Q folgt durch Planimetrierung dieser Fläche und Multiplikation des Ergebnisses mit FR . Rechnerisch folgt für die einfach wirkende Pumpe

$$Q = FR \int_0^\pi \sin \varphi d\varphi = 2FR = FS.$$

Die Elementarmengen sind den veränderlichen Kolbengeschwindigkeiten proportional, der Mittelwert ist die Höhe des über 2π stehenden Rechtecks (für $FR=1$). Je kleiner die in den Abbildungen 4 ÷ 8 überstehenden schraffierten Flächen sind, desto gleichförmiger die Förderung. Abb. 5 versteht sich für eine doppeltwirkende, Abb. 6 für zwei unter 90° gekuppelte einfach wirkende Pumpen, während Abb. 7 die Lieferungskurve dreier um 120° versetzter einfach wirkender Pumpen und Abb. 8 die einer Differentialpumpe (einfach saugend und doppelt drückend) erkennen läßt.

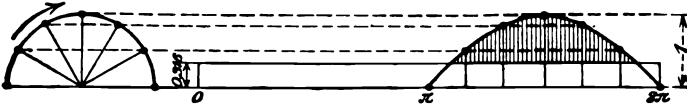


Abb. 4.

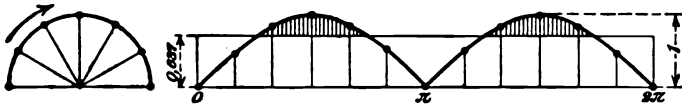


Abb. 5.

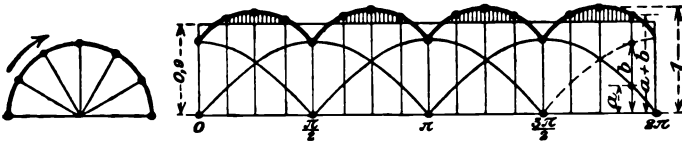


Abb. 6.

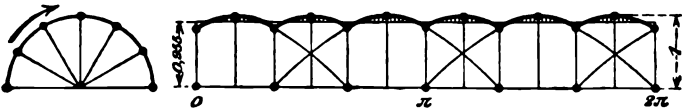


Abb. 7.

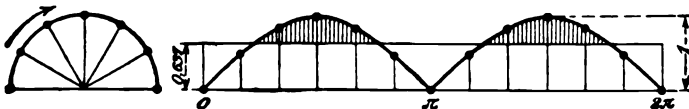


Abb. 8.

Der schraffierte Überschuß ($FR=1$) der Förderung über die mittlere (gleichmäßig geförderte) Menge wird in den Druckwindkessel gedrückt, die Pressung in ihm steigt; gleichmäßige Förderung wird dadurch erreicht, daß der gleich große Fehlbetrag dem Druckwindkessel entnommen wird, die Pressung in ihm sinkt.

(1107) **Windkessel.** Zufolge der nur wenig veränderlichen Windkessel-
 pressungen $h_{s,\pi}$ und $h_{s,d}$ sind der Unterdruck $\frac{Pa}{\gamma} - h_{s,w}$ bzw. der Überdruck

$h_{s,d} - \frac{pa}{\gamma}$ und damit die Wassergeschwindigkeiten in der Saugleitung bis zum Windkessel und in der Druckleitung von diesem ab nahezu konstant. Die nach Maßgabe des Bewegungsgesetzes des Kolbens der Beschleunigung unterworfenen Wassermassen beschränken sich auf die zwischen den Windkesseln und dem Zylinder befindlichen, sie sind um so kleiner, je näher die Windkessel an die Pumpe gerückt sind. Mit Verminderung des Beschleunigungsdruckes ist unter sonst gleichen Umständen eine Vergrößerung der Saughöhe ein gleichmäßigerer Ausfluß und Kolbenwiderstand verknüpft: ruhigerer Gang und Verminderung der Größtbeanspruchung der Getriebeteile. Die Anordnung von Windkesseln ermöglicht Steigerung der Umlaufzahl, ohne Wasser- oder Ventilschlag befürchten zu müssen und erleichtert die Ingangsetzung durch die mit normaler Drehzahl laufende Antriebsmaschine, deren Leistung im wesentlichen vorerst von den Windkesseln aufgenommen wird.

(1108) (Statisch volumetrische) Berechnung. Wie unter (1106) ausgeführt, strömt die in den Abb. 4 ÷ 8 schraffiert angedeutete Wassermenge in den Druckwindkessel bzw. wird aus dem Saugwindkessel zusätzlich entnommen; für die unterhalb der Horizontalen im Abstände der mittleren Höhe liegenden Zwickel gilt das Umgekehrte: Entnahme aus dem Druckwindkessel, Einströmen in den Saugwindkessel. Diese Wassermengen J werden als fluktuierende bezeichnet, mit ihnen sind Änderungen des Luftvolumens in den Windkesseln verknüpft (W_{\max} , W_{\min} , W_m), deren Pressungsänderungen (h_{\max} , h_{\min} , h_m) entsprechen. Mit

$$W_{\max} - W_{\min} = J$$

und $\delta_w = \frac{h_{\max} - h_{\min}}{h_m} =$ Ungleichförmigkeit des Windkesseldruckes

folgt unter Voraussetzung der Gültigkeit des Mariotteschen Gesetzes, d. h.

$$\frac{h_{\max}}{h_m} = \frac{W_m}{W_{\min}} \quad \text{und} \quad \frac{h_{\min}}{h_m} = \frac{W_m}{W_{\max}},$$

$$\delta_w = \frac{W_m}{W_{\min}} - \frac{W_m}{W_{\max}} = W_m \frac{W_{\max} - W_{\min}}{W_{\max} W_{\min}} \sim \frac{W_{\max} - W_{\min}}{W_m} = \frac{J}{W_m}$$

und hieraus

$$W_{\min} = \frac{J}{\delta_w} = \frac{kFS}{\delta_w}.$$

Das Luftvolumen ist direkt proportional dem Hubvolumen FS , umgekehrt proportional dem Ungleichförmigkeitsgrad δ_w und direkt abhängig von k , d. h. vom Pumpensystem. Hiernach sind die aus der Tabelle ersichtlichen Werte von $\frac{W_m}{FS}$ für verschiedene Ungleichförmigkeitsgrade δ_w erforderlich.

δ_w	$\frac{W_m}{FS}$	
	einfach wirkende Pumpe ($k = 0,55$)	doppelt wirkende Pumpe ($k = 0,21$)
0,01	55	21
0,02	27,5	10,5
0,03	18,3	7
0,04	13,7	5,2
0,05	11	4,2

In Wirklichkeit sind mit den Windkesselpressungen auch die Geschwindigkeiten in den Leitungen veränderlich, und zwar um so mehr, je größer die

Pressungsänderung, je größer die mittlere Pressung, d. h. je kürzer (kleiner) die Saugleitung (-höhe) und je größer die Druckhöhe ist, je kleiner die Umlaufzahl und die mittlere Wassergeschwindigkeit ist. Über die Berechnung mit Rücksicht auf das Ingangsetzen der Pumpe vgl. H. Berg, „Die Pumpen“, S. 103 u. ff. und hinsichtlich der im Windkessel tatsächlich sich abspielenden Vorgänge, Schwingungen mit Resonanz- und Interferenzerscheinungen, siehe Z. 1911, S. 842 und F. A. Heft 129: Gramberg, „Wirkungsweise und Berechnung der Windkessel von Kolbenpumpen“.

(1109) Vom Kolben verdrängtes Volumen ist zufolge $Q = iF \frac{Sn}{60}$ abhängig von S , D und n .

Umlaufzahl n ist begrenzt durch die Rücksicht auf ruhigen Gang, rechtzeitigen Ventilschluß und guten Gesamtwirkungsgrad. Für kleine und mittlere Leistungen gelten als langsamlaufende Pumpen solche mit $n = 40 \div 60$ als normallaufende „ „ „ „ $n = 60 \div 160$ und solche mit $n > 160$ als schnelllaufende. Im Falle unmittelbarer Kuppelung mit der Antriebsmaschine (Verbrennungskraftmaschine, Elektromotor) ist n von deren Umlaufzahl abhängig, die im Falle großer Leistungen denen der Pumpe entsprechen; bei mittleren und kleinen Leistungen überragen die normalen Umlaufzahlen der Antriebsmaschinen die der Pumpe: entweder Verminderung ersterer (bei Dampftrieb) oder Einschaltung einer Übersetzung (bei Verbrennungskraftmaschinen und Elektromotoren). Zunahme der Abnutzung, Abnahme der Lebensdauer der Ventile mit zunehmender Umlaufzahl. Mittels Umlaufzahl n folgt Hubvolumen

$$FS = \frac{60Q}{in}$$

Mit wachsendem Kolbenquerschnitt F nimmt Hub S in gleichem Verhältnis ab, die Kräfte dagegen zu: stärkeres Getriebe. Rücksichtlich normaler Abmessungen (Zapfen und Lager) desselben werden große Förderhöhen durch kleine Querschnitte und größere Hübe (und kleinere Umlaufzahlen) beherrscht. Beschleunigung und Massenkräfte bei gegebener Umlaufzahl proportional dem Hube und mit n^2 wachsend, deshalb schnelllaufende Pumpen kurzhubig mit verhältnismäßig großem Kolbenquerschnitt. Bewährte Ausführungen zeigen

$$\frac{S}{D} = 1,3 \div 2,0, \quad n = 250 \div 150 \div 40, \quad c = 1,2 \div 0,80 \div 0,40 \text{ m/sek}$$

im Falle Riemenantriebes schnell-, normal- oder langsamlaufender Pumpen mit selbsttätigen Ventilen;

$$\frac{S}{D} = 2,0 \div 4,5, \quad n = 70 \div 20, \quad c = 0,66 \div 2,0 \text{ m/sek}$$

für Wasserwerksmaschinen mit Dampftrieb und selbsttätigen bzw. gesteuerten Ventilen, vgl. S. 1146;

$$\frac{S}{D} = 3,25 \div 5,5, \quad n = 160 \div 50, \quad c \sim 2 \text{ m/sek}$$

für Wasserhaltungsmaschinen mit Dampftrieb.

(1110) **Ventile.** Haben die Aufgabe, abwechselnd die Verbindung des Zylinders mit dem Saug- und Druckraum herzustellen. Unterscheidung in selbsttätige und gesteuerte Ventile, je nachdem die Ventilbewegung selbsttätig unter Einwirkung der am Ventil tätigen Kräfte erfolgt oder die Ventilbewegung eine (durch Steuerungen) teilweise oder vollständig erzwungene ist.

Nach Art des Ventilspieles Unterscheidung von Hubventilen, Klappenventilen und Schiebern. Die beiden ersten Gruppen können selbsttätig arbeiten, Schieber müssen gesteuert werden.

(III) Ventilbelastung, Ventilwiderstand, Wirkungsweise der Ventile; Hubventile. Mit konstanter Geschwindigkeit c_u durch Ventilsitz für strömendes Wasser übt zufolge Ablenkung durch den Ventilteller, der in Höhe h über dem Sitz frei schwebt, eine Kraft P aus, die sich im Beharrungszustande ins Gleichgewicht setzt mit dem Gewicht G_w des Ventils samt etwaiger Feder im Wasser und dem Federdruck P_f ; der Zusammenhang zwischen beiden drückt sich nach Bach¹⁾ für die von ihm untersuchten Ventile, Abb. 9 ÷ 14, aus durch die Beziehung

$$G_w + P_f = \gamma f_u \frac{c_u^2}{2g} \left[\kappa + \left(\frac{f_u}{\mu_1 h l_u} \right)^2 \right]^2 = \gamma f_u \frac{c_u^2}{2g} \left[\kappa + \left(\frac{d_u}{4 \mu_1 h} \right)^2 \right]^2,$$

worin noch bezeichnet

$$l_u = \pi d_u \text{ den Umfang von } f_u = \frac{\pi}{4} d_u^2$$

und κ sowie μ_1 Erfahrungszahlen, abhängig von Ventilkonstruktion. Aus

$$h = \frac{f_u c_u}{\mu_1 l_u \sqrt{\frac{2g(G_w + P_f)}{\gamma f_u} - \kappa c_u^2}}$$

ist ersichtlich, daß bei gegebener Ventilbelastung h mit c_u , d. h. mit der Durchflußmenge zunimmt und daß mit wachsender Ventilbelastung unter sonst gleichen Umständen h abnimmt.

Wird gesetzt $\kappa + \left(\frac{f_u}{\mu_1 h l_u} \right)^2 = \zeta_u$, so folgt nach Berg²⁾ für das in Höhe h ruhig schwebende Ventil

$$c_u = \frac{1}{\sqrt{\zeta_u}} \sqrt{2g \frac{G_w + P_f}{\gamma f_u}}$$

oder zufolge Proportionalität von c_u und c_s (Spaltgeschwindigkeit) mit

$$\frac{G_w + P_f}{\gamma f_u} = \zeta_s \frac{c^2}{2g}$$

auch

$$c = \frac{1}{\sqrt{\zeta_s}} \sqrt{2g \frac{G_w + P_f}{\gamma f_u}},$$

und für die auf f bezogene Ventilbelastung nach Maßgabe der Beziehung

$$\frac{G_w + P_f}{\gamma f} = \zeta \frac{c^2}{2g}$$

endlich

$$c = \frac{1}{\sqrt{\zeta}} \sqrt{2g \frac{G_w + P_f}{\gamma f}},$$

worin ζ von Ventilkonstruktion und -Hub abhängig ist.

¹⁾ C. Bach, „Versuche über Ventilbelastung und Ventilwiderstand“. Berlin: Julius Springer 1884.

²⁾ a. a. O. S. 135.

Damit folgt

$$h = \frac{f_u c_u}{\alpha l_0 c} = \frac{f_u c_u}{\frac{\alpha}{\sqrt{\zeta}} l_0 \sqrt{2g} \frac{G_w + P_f}{f \gamma}} = \frac{f_u c_u}{\mu l_0 \sqrt{2g b}}$$

sofern $\frac{\alpha}{\sqrt{\zeta}} = \mu$ und $\frac{G_w + P_f}{f \gamma} = b$, d. i. die auf die Ventilfläche f bezogene Ventilbelastung in m Flüssigkeitssäule. Wegen

$$h = \frac{f_u c_u}{\alpha l_0 c}$$

folgt noch

$$\alpha c = \mu \sqrt{2g b}.$$

Für die in Abb. 9 bis 14 dargestellten fünf Ventilformen gelten unter der Voraussetzung, daß $\frac{\pi}{4} (d_1^2 - d_0^2) = 1,8 \frac{\pi}{4} d_w^2 = 1,8 f_u$, d. h. der ringförmige Querschnitt zwischen Ventilteller und Gehäusewandung um 80% größer als die Ventilsitzöffnung ist, die nachstehenden Werte α und μ .

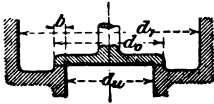


Abb. 9.

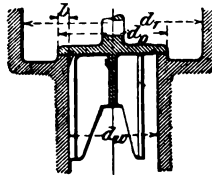


Abb. 10 u. 11.

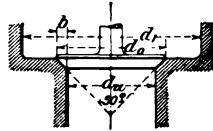


Abb. 12.

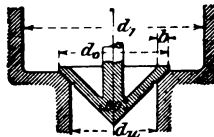


Abb. 13.

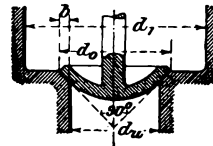


Abb. 14.

1. Für Tellerventile ohne untere Führung, Abb. 9, bei Hubhöhen $h = 0,10 d_w$ bis $0,25 d_w$ und $b = 0,10 d_w$ bis $0,25 d_w$:

$$\alpha = 2,5 + 19 \frac{b - 0,1 d_w}{d_w} \quad \text{und} \quad \mu = 0,60 \text{ bis } 0,62;$$

2. Für Tellerventile mit unterer Führung, Abb. 10 u. 11, bei $h = 0,125 d_w$ bis $0,25 d_w$ und $b = 0,10 d_w$ bis $0,25 d_w$:

$$\alpha \text{ und } \mu \text{ um } 10\% \text{ kleiner als bei 1;}$$

3. Für Kegelventile mit ebener Unterfläche, Abb. 12, bei $h = 0,10 d_w$ bis $0,15 d_w$ und $b = 0,1 d_w$:

$$\alpha = -1,05 \quad \text{und} \quad \mu = 0,89;$$

4. Für Kegelventile mit kegelförmiger Unterfläche, Abb. 13, bei $h = 0,125 d_w$ bis $0,25 d_w$:

$$\alpha = 0,38 \quad \text{und} \quad \mu = 0,68;$$

5. Für Kegelventile mit kugelförmiger Unterfläche, Abb. 14, bei $h = 0,10 d_w$ bis $0,25 d_w$:

Gleichung 64 mit

$$\alpha = 0,96 \quad \text{und} \quad \mu = 1,15.$$

Für das spielende Ventil, bei dem h und die Geschwindigkeit c_u nach Maßgabe der Kontinuitätsgleichung

$$F \cdot v_x = f_u v_u$$

veränderlich sind, tritt zur Ventilbelastung noch der Trägheitswiderstand der bewegten Massen und die Führungswiderstände; die aus dem Ventilspalt $\pi d_0 \cdot h$ austretende Wassermenge ist kleiner größer, als die durch den Ventilsitz fließende bei steigendem sinkendem Ventil (Westphalsches Gesetz). Bezeichnet:

f den Querschnitt des Ventiltellers,

v die Ventilgeschwindigkeit,

α eine von Geschwindigkeit beim Durchfluß durch Spalt unabhängige Kontraktionszahl,

c die Durchflußgeschwindigkeit am Umfange des Ventiltellers, so gilt

$$\alpha c l_0 h = f_u c_u - f v, \quad \text{woraus} \quad h = \frac{f_u v_u - f v}{\alpha c l_0} \quad \text{folgt.}$$

Unter der Voraussetzung, daß die oben für h abgeleitete Beziehung auch für das spielende Ventil Gültigkeit besitzt, folgt für dieses

$$h = \frac{f_u v_u - f v}{\mu l_0 \sqrt{2g b}}$$

In der für die Ventilbelastung gültigen Gleichung

$$P_1 = G_w + P_f \pm W + M k_v$$

für das steigende fallende Ventil ist W vernachlässigbar und da für langsam laufende Pumpen k_v klein ist und für schnelllaufende die Masse M gering gehalten wird, darf auch beim bewegten Ventil $P_1 = G_w + P_f$ und $b = \frac{G_w + P_f}{\gamma f}$ gesetzt werden.

Der Ventilwiderstand ist verschieden, je nachdem es sich um den Durchfluß durch das geöffnete Ventil oder um dessen Öffnung selbst handelt: Durchgangs- und Öffnungswiderstand. Wird ersterer allgemein mit $h_v = \zeta_v \frac{c_u^2}{2g}$ berücksichtigt, so folgt nach Bach für die nicht spielenden Ventile, Abb. 9 bis 14,

$$\zeta_v = \alpha_1 + \beta_1 \left(\frac{d_u}{h} \right)^2 \quad \text{bzw.} \quad \zeta_v = \alpha_1 + \beta_1 \left(\frac{d_u^2}{(\pi d_u - i s) h} \right)^2$$

$$\text{bzw.} \quad \zeta_v = \alpha_1 + \beta_1 \frac{d_u}{h} + \gamma_1 \left(\frac{d_u}{h} \right)^2$$

Im Falle Ausführung nach Abb. 9 wurde für $h = \left(\frac{1}{10} \div \frac{1}{4} \right) d_u$ gefunden

$$\alpha_1 = 0,55 \div 4 \frac{b - 0,1 d_u}{d_u} \quad \text{mit} \quad b = \left(\frac{1}{10} \div \frac{1}{4} \right) d_u \quad \text{und} \quad \beta_1 = 0,15 \div 0,16$$

für schmale bzw. breite Dichtungsfläche;

für Abb. 10 und 11 ergab sich bei $h = \left(\frac{1}{8} \div \frac{1}{4} \right) d_u$ und $b = \left(\frac{1}{10} \div \frac{1}{4} \right) d_u$

$$\alpha_1 \text{ um } 0,8 \div 1,6 \text{ größer als vorher und } \beta_1 = 1,70 \div 1,75;$$

für das Ventil nach Abb. 12 ist im Falle $h = \left(\frac{1}{10} \div \frac{1}{4}\right) d_u$ und $b = 0,1 d_u$

$$\alpha_1 = 2,6, \quad \beta_1 = -0,8, \quad \gamma_1 = 0,14$$

und bei Ausführung nach Abb. 13 mit $h = \left(\frac{1}{8} \div \frac{1}{4}\right) d_u$ ist

$$\alpha_1 = 0,6, \quad \beta_1 = 0,15.$$

Schließlich für Ventil nach Abb. 14 mit $h = \left(\frac{1}{10} \div \frac{1}{4}\right) d_u$

$$\alpha_1 = 2,7, \quad \beta_1 = -0,8, \quad \gamma_1 = 0,14.$$

Der Durchflußwiderstand durch das spielende Ventil ist (nach Berg) während des größten Teils des Kolbenhubes annähernd konstant und gleich dem Werte, der sich versteht für den beim Kurbeldrehwinkel $\varphi = 90^\circ$ sich einstellenden größten Ventilhub. Mit der Geschwindigkeit $c_u = \frac{F}{f_u} \omega R$ folgt der größte Ventilhub und damit ζ_v sowie $\dot{h}_v = \zeta_v \frac{c_u^2}{2g}$.

Der Durchflußwiderstand bestimmt den Anteil an der gesamten Widerstandshöhe; wichtiger ist der Öffnungswiderstand, besonders der des Saugventils, der die zulässige Saughöhe bzw. die Umlaufzahl der Pumpe bestimmt. Er ist verknüpft mit dem Pressungsunterschied in den benetzten Ventilflächen f_u und f_0 und folgt unter Vernachlässigung des Einflusses der Pressungen in der Ventilsitzfläche zu

$$h_{v_0} = \frac{p_u - p_0}{\gamma} = \frac{1}{\gamma} \left[p_0 \frac{f_0 - f_u}{f_u} + \frac{G_w + P_f}{f_u} + \frac{M F}{f_u f_u} \cdot k_0 \right].$$

Hierin sind p_u und p_0 für das Saug- bzw. Druckventil verschieden, je nachdem Windkessel vorhanden sind oder nicht, und dementsprechend sind auch die Pressungen im Pumpenzylinder veränderlich. Es zeigt sich, daß der Öffnungswiderstand des Druckventils wächst mit der Druckhöhe der Pumpe, mit der Breite der Dichtungsfläche, mit der Ventilbelastung in m Flüssigkeitssäule, mit der Ventilmasse und der Ventilbeschleunigung und das derjenige des Saugventils um so größer ist, je kleiner die Saughöhe ist, während die übrigen Einflüsse sich äußern wie beim Druckventil.

Rechnungsgang. Für das Druckventil ist h_0 bestimmt entweder durch Druck- und Widerstandshöhe oder durch die ihr entsprechende Pressung im Windkessel, durch den Abstand des Wasserspiegels in ihm vom Druckventil und den Beschleunigungsdruck für die Wassermasse zwischen Zylinder und Windkessel für $\varphi = 0$.

Mit Ventilbelastung $G_w + P_f$ und Ventilabmessungen folgt p_u und damit $\frac{p_u - p_0}{\gamma}$.

Entsprechend folgt für das Saugventil h_u und die um den Öffnungswiderstand geringere Druckhöhe h_0 , die oberhalb des Wertes liegen muß, bei dem im höchsten Punkt des Pumpenraumes Dampfentwicklung auftreten würde (Flüssigkeitstemperatur und Dampftabellen beachten).

Experimentelle Bestimmung des Ventilüberdruckes an ausgeführten Pumpen mittels Indikators und Bachscher Gabel (vgl. Z. 1886, S. 1060).

2. Klappenventile. Im Falle besonders langsam laufender Pumpen oder stark verunreinigten Wassers (Kanalisation); neuerdings nach dem Vorschlage Guterthuths (D.R.P. Nr. 132429, 132844, 133196) auch für schnelllaufende Pumpen. Für die am Ventil tätigen Kräfte die Momente hinsicht-

lich Drehachse in Betracht kommend, Abb. 15, für die nicht spielende Klappe ($c_u = \text{konst}$) gilt

$$P_1 \cdot m = G_w \cdot n + P_f \cdot o.$$

Hierin ist P_1 , die Wasserwirkung auf Klappe, abhängig von deren Größe, von c_u und Klappenöffnungswinkel. Beim spielenden Ventil (c_u ist veränderlich) sind die Momente mit dem Öffnungswinkel veränderlich infolge Änderung der Kraft (P_1 und P_f) oder des Hebelarmes (n von G_w).

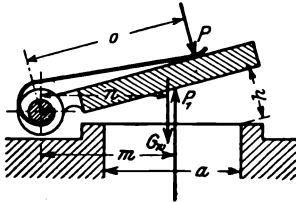


Abb. 15.

Bach rechnet mit $h(a+b)$ als Gesamtspaltquerschnitt; damit folgt für die ruhig schwebende Klappe

$$h = \frac{f_u c_u}{(a+b) \alpha \cdot c}$$

und für die spielende Klappe

$$h = \frac{f_u c_u - f v}{(a+b) \alpha c}$$

Mangels Kenntnis der Kontraktionszahl und der Spaltgeschwindigkeit c in Abhängigkeit von der Ventilbelastung ist man zurzeit bezüglich h ebenso auf Schätzungen angewiesen wie bezüglich des Ventilwiderstandes; insoweit es sich um den Öffnungswiderstand handelt, kommt das Trägheitsmoment der Klappe hinsichtlich ihrer Drehachse in Betracht.

Bisher gemachte Voraussetzung, daß Ventileröffnung bzw. -schluß im Augenblick der Kolbenumkehr erfolgt und die hinsichtlich der Bewegung der Flüssigkeitsmassen gezogenen Folgerungen treffen streng genommen nicht zu, denn Ventile schließen bzw. öffnen verspätet wegen des Unterschiedes Kolbenverdrängung-Spaltmenge = Ventilverdrängung. Die Folge verspäteter Eröffnung des Saugventils (im Falle fehlenden Windkessels) ist ein Zurückbleiben der Saugwassersäule mit folgendem Zusammenschluß; der zugehörige Kurbeldrehwinkel ist um so kleiner, je mehr die tatsächliche Saughöhe von der zulässigen Grenze entfernt ist. Die verspätete Eröffnung des Druckventils vollzieht sich unter Stoßwirkungen: Auftreffen der bewegten Wassermasse auf eine ruhende. Mit dem nach Kolbenumkehr erfolgenden Ventilschluß ist eine rückläufige Wasserbewegung verknüpft: Verdrängung durch schließendes Ventil und Absaugen durch den Kolben. Je größer die Verspätung des Schlusses, um so kleiner der Lieferungsgrad und um so stärker der Ventilschlag im Augenblick des Schlusses, der erfolgt, wenn die zwischen den Dichtungsflächen befindlichen Flüssigkeitsmengen vollständig abgesaugt sind.

Berg fordert rücksichtlich Vermeidung des Ventilschlages, daß die Hubhöhe h_0 im Augenblick des Hubwechsels genügend klein sei, in welchem Falle auch die Ventilgeschwindigkeit klein ausfällt; er bestimmt sie zu

$$h_0 = \frac{FR \omega^2 f}{(\mu \sqrt{2g b_0} \cdot l)^2} = \frac{\pi \omega}{\mu^2} \frac{Q f}{2g b_0 \cdot l^2}.$$

(1112) **Ventilberechnung.** Nach Berg soll im Falle Vermeidung eines hörbaren Ventilschlages für Tellerventile ohne untere Führung sein

$$h_0 = \frac{d_0}{250} = 0,004 d,$$

welchem Wert eine Ausflußzahl $\mu \sim 0,80$ entspricht; vgl. auch Abb. 17. Damit folgt die Beziehung

$$b_0 d_0 = 0,52 Q \cdot n.$$

$b_0 d_0$ ist proportional Q und n ; für gegebene Werte von Q und n (wählbar) sind b_0 und d_0 umgekehrt proportional; je kleiner b_0 , desto größer d_0 . Falls d_0 unbequem groß ausfällt, wird das Tellerventil durch ein Gruppenventil, bestehend aus z Tellerventilen ($\frac{Q}{z}$ statt Q) oder ein Ringventil ersetzt. Durch Einführung von $b_0 = \frac{G_w + P_{f_0}}{\gamma f}$ folgt

$$G_w + P_{f_0} = 785 b_0 d_0^2 \sim 400 Q n d_0.$$

Für Ringventile, Abb. 16, rechnet Berg mit $b_0 d_m = 0,26 Q n$ und $G_w + P_{f_0} = 815 Q n b$; falls d_m zu groß ausfällt. Ausführung mit mehreren konzentrischen Ringen (gleicher Hub). Die größte Federkraft $P_{f_{max}}$ bei $h_{max} = \frac{Q}{\mu \sqrt{2g b \cdot d_0}}$

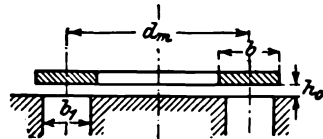


Abb. 16.

auf tretend. Hierin ist $\mu \sim 0,53$ und darf $b = b_0$ gesetzt werden. Genauer ist mit $C =$ Federkonstante

$$b = \frac{G_w + (y_0 + h) C}{\gamma f}.$$

Annahme von h , Bestimmung von $\frac{d_0}{4h}$, womit nach Berg aus Abb. 17¹⁾

μ folgt und Berechnung von b ; es muß sein $h \mu \sqrt{2g b} = \frac{Q}{d_0}$. Ev. Wiederholung der Rechnung.

Aus

$b_0 l = \pi \cdot 0,52 Q n = 1,63 Q n$ ist ersichtlich, daß mit Zunahme von $l = \pi d_0$ die Ventilbelastung b_0 abnimmt: geringerer Öffnungswiderstand, größere Saugfähigkeit, geringerer Durchgangswiderstand, besserer hydraulischer Wirkungsgrad. Dagegen große Ventile, umfangreiche Ventilkästen und Pumpenkörper, höhere Herstellungskosten. Allgemein Ventildurchmesser so klein und Ventilbelastung so groß als Rücksichten auf Saughöhe und hydraulischer Wirkungsgrad gestatten.

Meist b_0 zwischen 0,5 und 1,50 m liegend, entsprechend einer Spaltgeschwindigkeit im Totpunkte $c = 2,5 \div 4,5$ m/sek.

Lebensdauer der Ventile mit zunehmenden Werten von c und b_0 , namentlich bei unreinem Wasser, abnehmend; große Spaltgeschwindigkeiten bei kleiner Saug- und großer Druckhöhe: Preßpumpen, Festigkeitsrücksichten.

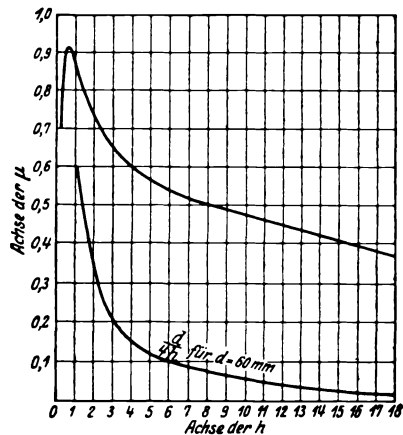
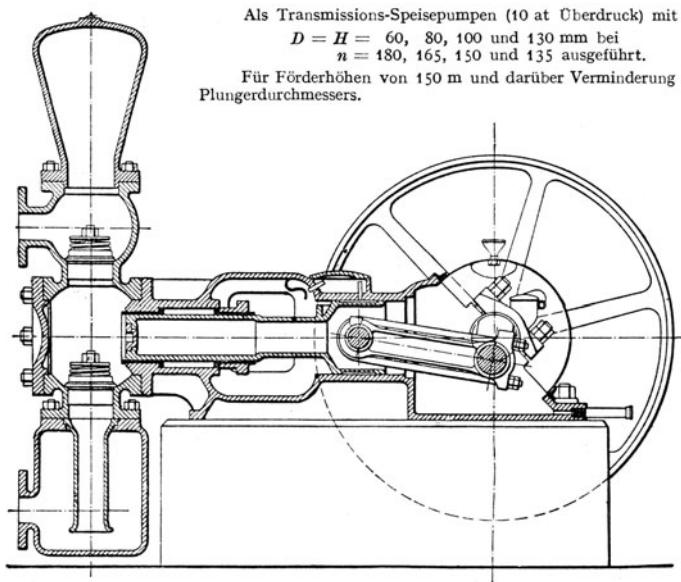


Abb. 17.

¹⁾ Aus Berg, „Die Pumpen“, Berlin: Julius Springer. Sofern $\frac{d_0}{4h} = \frac{f}{l h} = \frac{c}{v}$ den gleichen Wert besitzt, darf μ als konstant angenommen werden.

(1113) **Gesteuerte Ventile.** Nach Vorschlag von Riedler erfolgt Öffnung des Gewichtsventils selbsttätig, der Niedergang zwangsläufig (Steuerung) bis nahe an Schlußstellung und der Schluß wieder selbsttätig durch Gewicht- und Federwirkung. Im allgemeinen keine Vorteile bietend und durch selbsttätige Ventile wieder verdrängt. Vgl. hierüber A. Riedler, „Schnellbetrieb“, Berlin 1899, Z. 1890, S. 537 u. ff. und F. A. Heft 6.

(1114) **Ausführungen.** Abb. 18 zeigt eine einfachwirkende liegende Plungerpumpe mit Riemenantrieb, Ausführung der Maschinenbau A.-G. Balcke, Abt. Maschinenfabrik, Frankenthal (Pfalz) und Abb. 19 die entsprechende Wandpumpe der gleichen Firma.



Als Transmissions-Speisepumpen (10 at Überdruck) mit

$$D = H = 60, 80, 100 \text{ und } 130 \text{ mm bei} \\ n = 180, 165, 150 \text{ und } 135 \text{ ausgeführt.}$$

Für Förderhöhen von 150 m und darüber Verminderung des Plungerdurchmessers.

Abb. 18.

Abb. 20 stellt eine freistehende einfachwirkende Plungerpumpe mit Riemenantrieb nach Ausführung der Maschinen- und Armaturenfabrik vorm. Klein, Schanzlin & Becker, Frankenthal (Pfalz) dar, Abb. 21 zeigt eine stehende Gestell-Zwillingspumpe mit Rädervorgelege und Riemenantrieb, Ausführung der Firma Weise & Monski, Maschinenfabrik, Halle/Saale¹⁾ und Abb. 22 läßt eine doppeltwirkende

¹⁾ Hauptabmessungen und Gewichte dieser Pumpe nach folgender Tabelle.

Durchmesser der Plunger mm	Kolbenhub mm	Minutliche Umdrehungszahl	Fördermenge in l/min	Lichte Weite des Saugrohres mm	Lichte Weite des Druckrohres mm	Ungefähres Gewicht kg
65	80	130	60	40	40	300
80	120	95	100	60	50	520
100	150	80	170	70	60	680
130	200	64	300	100	80	1150
180	260	55	600	125	100	2150
200	300	50	800	150	125	2850

Gestell-Zwillingspumpe nach Ausführung der Maschinenbau A.-G. Balcke, Abt. Maschinenfabrik, Frankenthal (Pfalz) erkennen. Eine liegende Doppelpumpe nach Ausführung der Firma Gebr. Sulzer, Winterthur zeigt Abb. 23.

Gemeinsamer Saugwindkessel als Tragkonstruktion für die Zylinder, gesteuerte Ringventile, Tauchkolben (1000 mm Hub, mit Dampfmaschinenkolbenstange gekuppelt); innen- und außenliegende Stopfbüchsen unter Wasserverschluß; Windhauben über den Druckventilen; Absperrventil, Wasserstand, Sicherheitsventil, Füllventile.

Eine liegende Tauchkolben-Doppelpumpe mit außenliegenden Stopfbüchsen nach Ausführung der Firma Haniel & Lueg, Düsseldorf-Grafenberg, zeigt Abb. 24.

Zu einer Dreifach-Expansionspumpmaschine gehörig und im Falle hoher Drücke (unterirdische Wasserhaltungsmaschinen) wegen Gleichheit der Lieferung und der Kräfte für Hin- und Rückgang bevorzugt. Gemeinsamer Saugwindkessel; getrennte Tauchkolben, durch Umföhrungsgestänge gekuppelt (Wegfall der Innenstopfbüchse, geringere Baulänge); Spannanker α zum Ausgleich der Verschwächung infolge der Wandungsunterbrechung. Miteinander verbundene Druckwindhauben und gemeinsamer Druckwindkessel

Abb. 25 gibt eine liegende Differentialpumpe mit Plungerkolben nach Ausführung der Sächsischen Maschinenfabrik vorm. Rich. Hartmann, A.-G., Chemnitz wieder. Einfach saugend, doppelt drückend, Hubvolumen gleich für $F = 0,5 f$.

Eine liegende Zwillingspumpe der Firma Weise & Monski, Maschinenfabrik, Halle/Saale zeigt Abb. 26.

Ausführung bis 100 PS für $n = 250 \div 150$, $Q = 120 \div 5250$ l/min und H bis 150 m mit Rädervorgelege für elektrischen Antrieb.

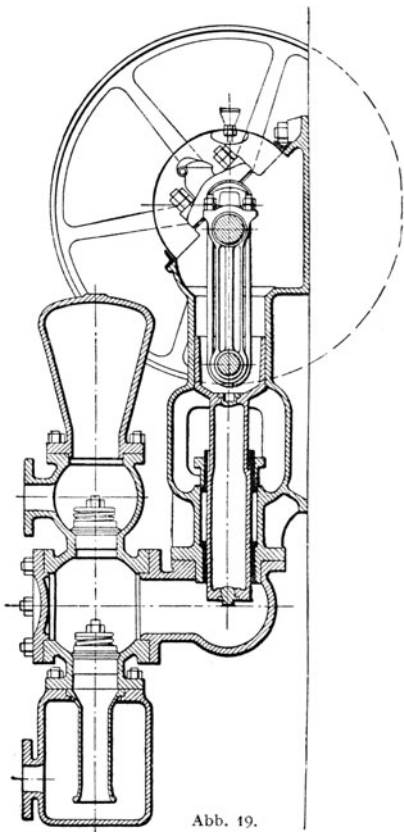
Durch Anordnung von drei nebeneinander liegenden, einfach wirkenden Plungerpumpen auf gemeinsamem Rahmen und Antrieb von einer Welle wird die Drillingspumpe erhalten, in liegender Ausführung der Firma Bopp & Reuther, Mannheim-Waldhof, nach Abb. 27.

Abb. 28 zeigt eine freistehende Drillingspumpe, ausgeführt von der Maschinenbau A.-G. Balcke, Abt. Maschinenfabrik, Frankenthal (Pfalz).

Phosphorbronzesatz a , Ventilführungs stift b mit diesem verschraubt und vernietet, Ventilteller d aus Deltametall und bronzene Schraubenfeder e mit Rechteckquerschnitt.

Abb. 29 zeigt das aus Stahlguß gefertigte Pumpengehäuse einer stehenden Drillings-Dampfpreßpumpe derselben Firma. Einzelheiten der Ventile läßt Abb. 29c erkennen:

a und b Ventilsitze aus Phosphorbronz; c durchlöchernte Distanzhülse; d und e Hubbegrenzer; f Ventilteller. Befestigung des Ventilsatzes durch Druckwindkessel und Hülse e .



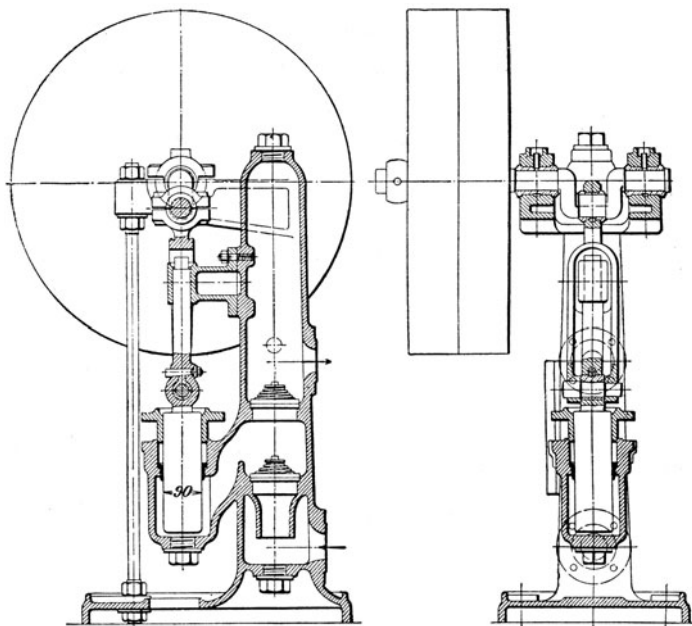


Abb. 20 a u. b.

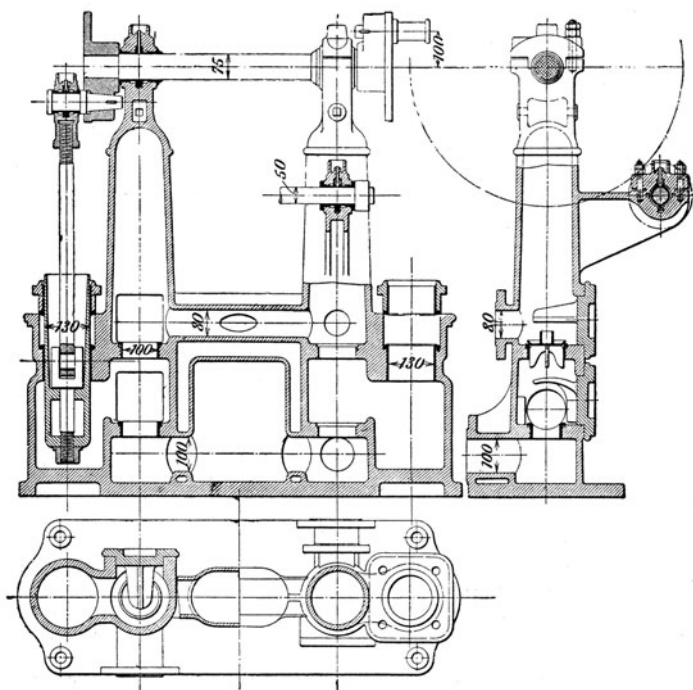


Abb. 21 a bis c.

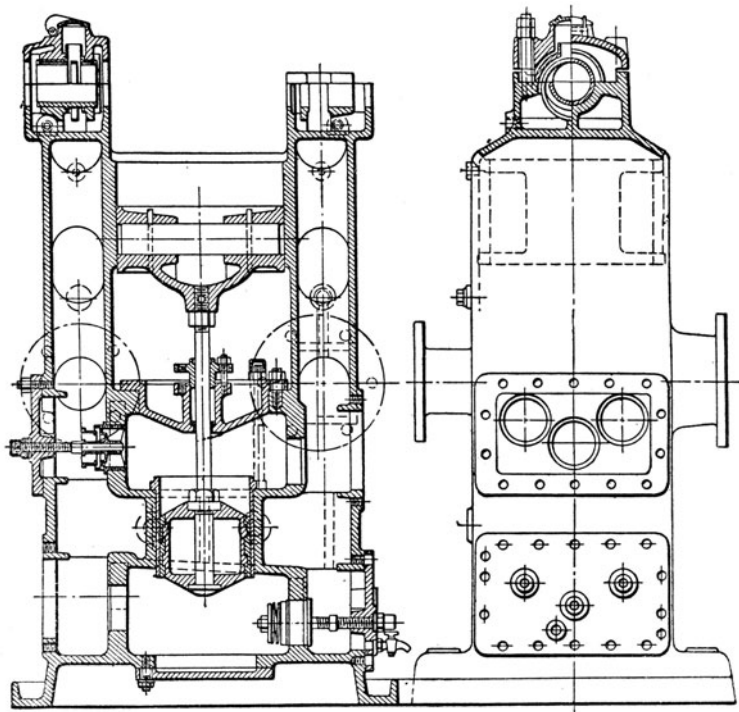


Abb. 22.

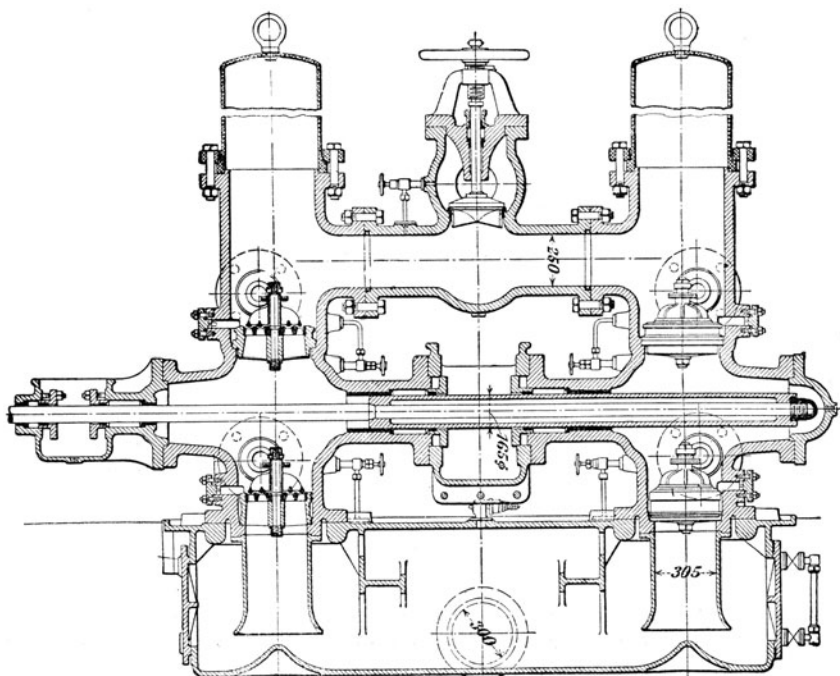


Abb. 23.

Eine liegende Dampfspeisepumpe, Ausführung der Maschinenfabriks-Aktiengesellschaft Escher Wyss & Co., Zürich zeigt Abb. 30.

Verschiedenheit der Kolbenquerschnitte bezweckt Anpassung an die Pumpenwiderstände.

Abb. 31 a ÷ b zeigt eine stehende Verbunddampfmaschine der Firma Wegelin & Hübner, A.-G., Abt. Wolff & Meinel, Halle/Saale.

Hochdruckzylinder mit Meyer-Steuerung, von Hand verstellbar¹⁾.

Eine größere, liegende Verbund-Pumpmaschine für Wasserhaltungen und Wasserversorgungen zeigen die Abb. 32 und 33, Ausführung der Firma Koch, Bantelmann & Paasch, Magdeburg-Buckau.

Dampfzylinder und Pumpe auf gemeinschaftlichem Rahmen, Verbindung beider durch kräftige Anker²⁾.

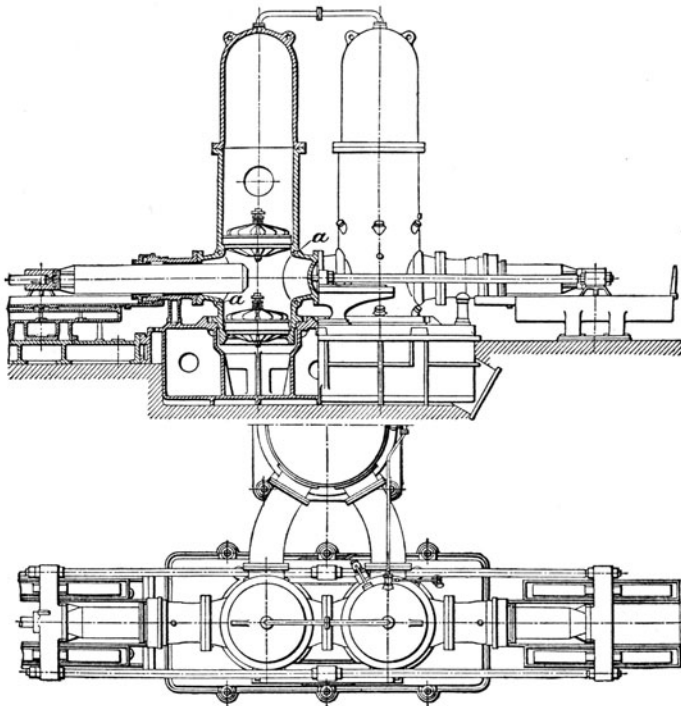


Abb. 24.

Abb. 34 zeigt die sog. Una-Pumpe der Maschinen- und Armaturenfabrik vorm. Klein, Schanzlin & Becker, Frankenthal (Pfalz).

a und *b* übereinanderliegende Pumpentiefel; *c* Innenstopflüchse; *d* Gestell und gleichzeitig Druckwindkessel. Saugventil bei *g* und *f* durch Kanal *e*, Druckventil bei *h* und *t* durch Kanal *e*, verbunden. Verbindung der Dampf- und Pumpenkolbenstange durch die Kleinsche Kurbelschleife.

¹⁾ Abmessungen und Gewichte dieser Pumpen (Auszug s. Tabelle S. 1154.

²⁾ Hauptabmessungen und Gewichte derartiger Pumpen s. Tabelle S. 1155.

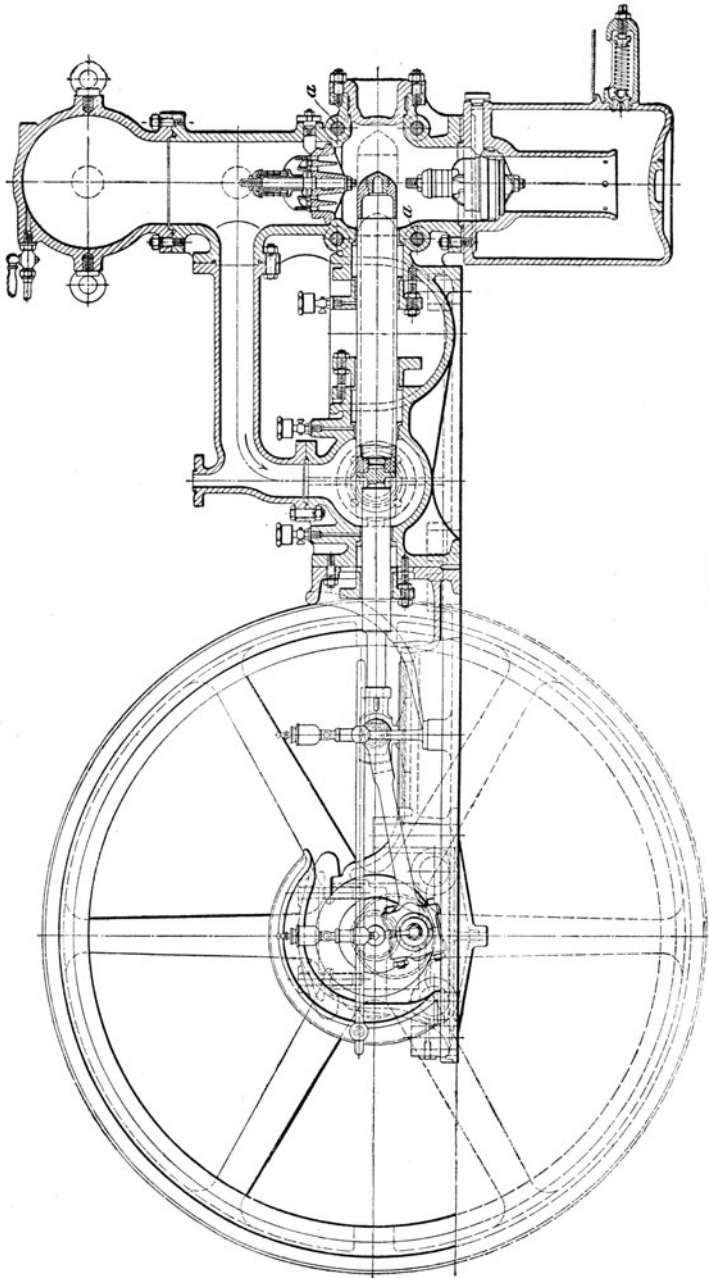


Abb. 25.

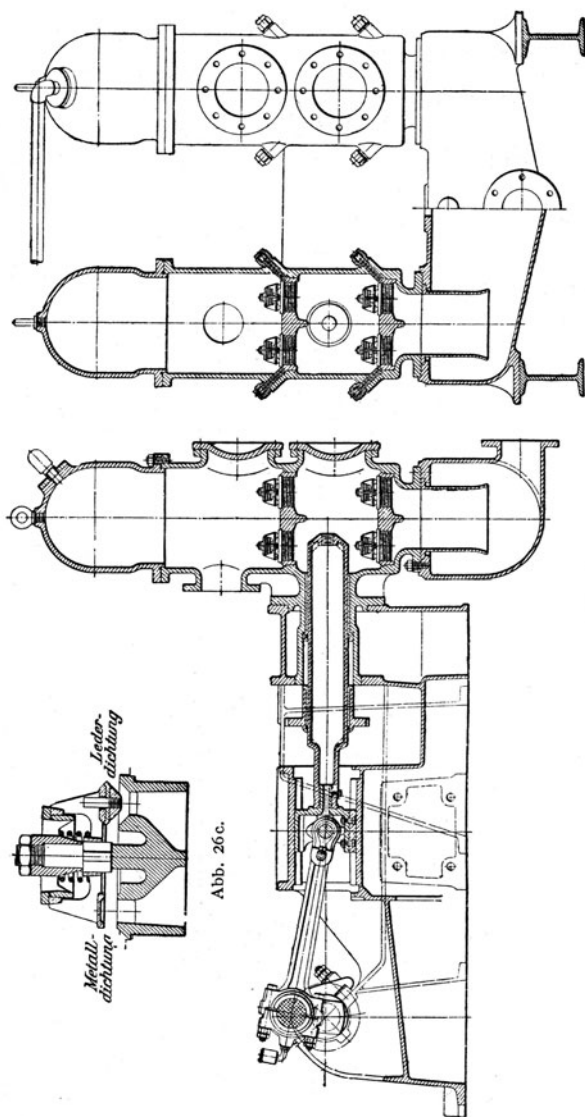


Abb. 26 a bis c.

Die von der Firma Ortenbach & Vogel, Bitterfeld gebaute Orvo-Pumpe zeigt Abb. 35 in stehender Anordnung mit Rädervorgelege für elektrischen Antrieb.

Sie arbeitet mit Kolbenschiebersteuerung, also ohne Ventile und gestattet daher hohe Umlauffzahlen. Ausführung in Zwillingenordnung mit Kurbelversetzung um 90° und vierfach wirkend. Auf Stangen s und s_1 die einfachwirkenden Arbeitskolben a und a_1 und die halb so großen Steuerkolben b und b_1 sitzend, welche die Arbeitskolben auf den benachbarten Stangen steuern.

Bei schwingradlosen Dampfpumpen mit direkt wirkender Steuerung, von Henry R. Worthington herrührend, sind stets zwei Pumpen so untereinander verbunden, daß, Abb. 36, die auf Schwinghebel σ übertragene Bewegung der

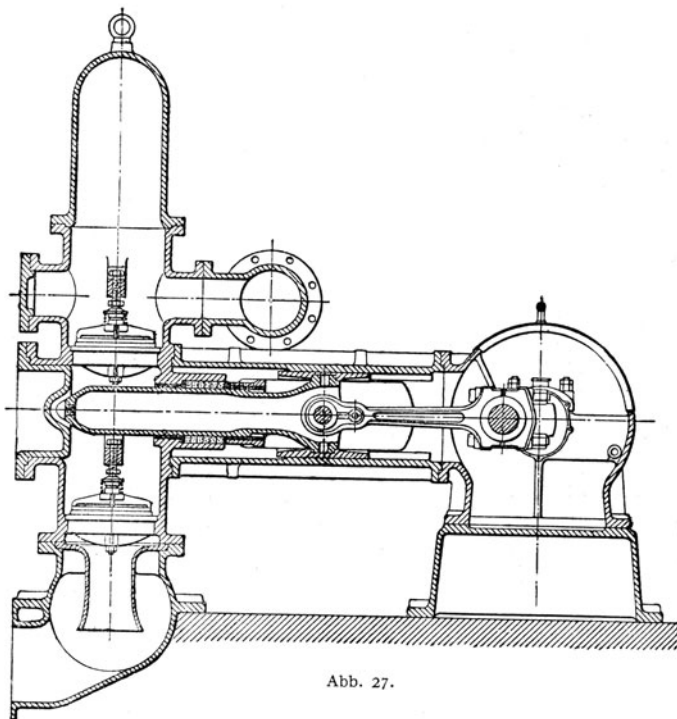


Abb. 27.

Kolbenstange k des einen Dampfzylinders d mittels Hebelübersetzung auf Schieber des anderen Zylinders übertragen wird. Wasserverlust und Stöße werden durch kurze Hubpausen am Ende des Kolbenspieles erreicht: Schließen der Ventile bei Hubbeginn; Endverdichtung des Dampfes, damit Kolben nicht anstößt: zwei innere Ausströmdampfkanäle werden durch Kolbenüberlauf geschlossen bei Annäherung an Endstellung, äußere Kanäle zur Einströmung dienend. Plungerkolben q in Grundbüchse b und Brille l geführt.

Bei der von Otto Schwade, Erfurt, gebauten sog. „Automat“-Duplexpumpe, Abb. 37, trägt die mit Kolbenstange durch Arm starr verbundene Schieberstange am inneren Ende ein steilgängiges Schraubengewinde, durch dessen geradlinige Hin- und Herbewegung eine mit entsprechendem Innengewinde versehene Hülse hin- und hergedreht wird. Von dieser Hülse erhält der Schieber der benachbarten Pumpenseite eine hin- und hergehende Bewegung, indem er mit kurzem Arm in einen an ihrer Außenseite angebrachten Schraubengang eingreift.

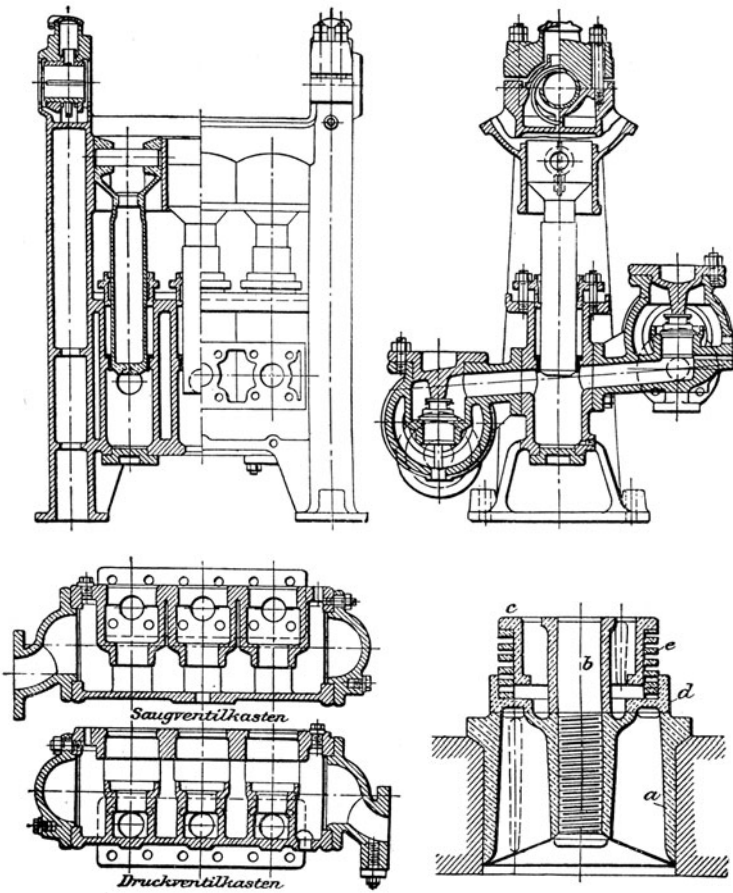


Abb. 28 a b's d.

Tabelle zu Fußnote 1 auf S. 1150.

Durchmesser des Hochdruck- zylinders	Durchmesser des Niederdruck- zylinders	Durchmesser der Pleug.r	Kolbenhub	Minutliche Umlauf- zahl	Fördermenge in	Lichte Weite des Saugrohrs	Lichte Weite des Druckrohrs	Lichte Weite des Dampf- eintritts	Lichte Weite des Dampf- austritts	Ungefähres Gewicht
mm	mm	mm	mm		l/min	mm	mm	mm	mm	kg
90	140	55	90	180	72	46	40	17	33	400
120	190	85	150	110	160	60	50	20	40	850
160	250	130	220	70	350	90	80	26	45	600
200	320	170	220	70	650	125	100	35	60	800
240	360	200	260	55	850	150	130	40	70	4100
300	420	230	300	55	1200	180	150	45	75	5500
325	500	280	320	50	1850	235	200	60	100	8000
325	500	300	350	45	2000	235	200	60	100	9500

An Stelle vorgenannter Duplex-Dampfmaschinen mit je zwei Zylindern werden auch direkt wirkende Dampfmaschinen mit nur einem Zylinder — sog. Simplexmaschinen — gebaut. Bei diesen erfolgt Einstellung des Steuerorgans behufs Umkehr der Kolbenbewegung unter Mitwirkung eines Hilfschiebers, der von Kolbenstange des eigenen Zylinders seine Bewegungen ableitet, oder aber mittels Dampfwechsels u. dgl.

Häufig werden direkt wirkende Dampfmaschinen, um die Wirtschaftlichkeit ihres Betriebes zu erhöhen, für eine zwei-, auch dreimalige Expansion des Arbeitsdampfes eingerichtet.

Gleichen Zweck verfolgen die von der Maschinenfabrik „Odessa“, G. m. b. H. Oschersleben, unter dem Namen Odessa-Dampfmaschinen in den Handel gebrachten Duplex-Dampfmaschinen mit von Hand stellbarer Expansionssteuerung, Abb. 38.

Auf Kolbenstangen sind Steuerarme *a* befestigt, mit denen Treibstangen *b* und die mit letzteren fest verbundenen Treibstücke *c* zusammenhängen. Diese besitzen eine schräge Nut, in der ein entsprechender schräger Ansatz des Grundschiebers *d* gleitet, so daß beim Arbeiten der Pumpe die Längsbewegung der Kolben in Querbewegung der Schieber umgewandelt und entsprechend dem Winkel der schrägen Nut verkürzt wird. Auf diese Weise sind alle Zwischenorgane vermieden, durch deren Verschleiß die betriebssichere Wirkung der Steuerung beeinträchtigt werden könnte.

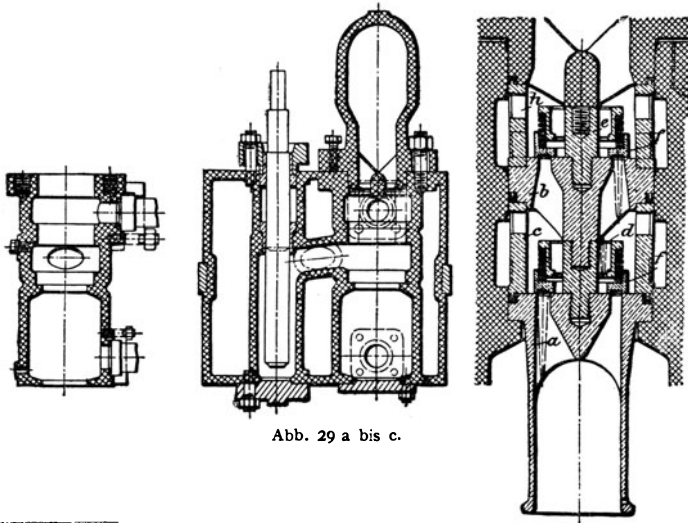


Abb. 29 a bis c.

Tabelle zu Fußnote 2 auf S. 1150

Durchmesser des Hochdruckzylinders	Durchmesser des Niederdruckzylinders	Durchmesser der Plunger	Kolbenhub	Fördermenge in	Minutliche Umdrehungszahl	Druckhöhe bei 4 atm im Hochdruckzylinder	Lichte Weite des Dampfeintrittes	Lichte Weite des Dampfaustrittes	Lichte Weite der Saug- und Druckrohre	Ungefähres Gewicht
mm	mm	mm	mm	l/min		m	mm	mm	mm	kg
400	635	225	600	4000	50	50	90	150	250	24 000
400	635	250	600	5000	50	45	90	150	275	25 000
475	800	325	600	7500	45	35	100	175	350	35 000
475	800	350	600	9000	45	30	100	175	375	35 500

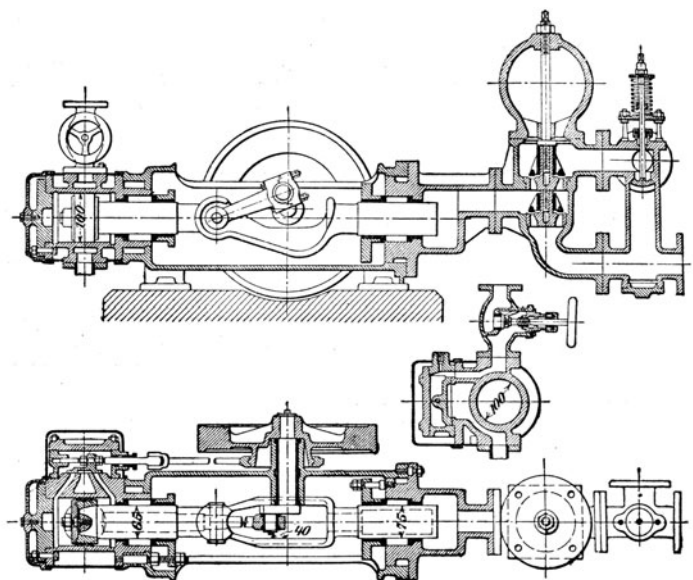


Abb. 30.

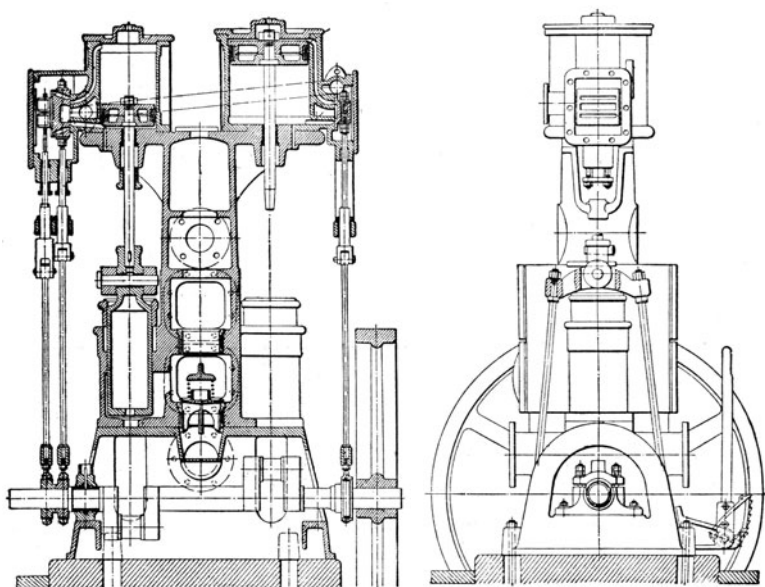


Abb. 31.

Der schräge prismatische Ansatz der Grundschieber hat in Nut des Treibstückes etwas Spielraum, um beim Hubwechsel der Pumpe eine Pause zu schaffen, während der die Ventile genügend Zeit gewinnen, um sich sanft und stoßfrei zu schließen. Die auf Rücken der Grundschieber gleitenden Expansionsschieber *m* lassen sich durch Spindeln mit links- und rechtsgängigem Gewinde — genau wie bei der Meyer-Steuerung — näher zusammen- oder auseinanderstellen. Hierdurch hat man es in der Hand, der Pumpe stets nur so viel Dampf zuzuführen, wie sie zur Erreichung der vollen Hublänge bei jeweiliger Arbeitsleistung nötig hat.

Grund- und Expansionsschieber haben zentralen Antrieb, wodurch ein Klemmen und Ecken derselben vermieden wird.

Zur genauen Einstellung der Expansion und Erkennung des Füllungsgrades sind äußere kleine Stellböckchen *f* mit Handrad, Zeiger und Skala angebracht.

Damit beim Hubwechsel Dampf hinter den Kolben treten kann, trotzdem der hier zugleich als Ausströmkanal dienende Einströmkanal von demselben verschlossen ist, sind an den Zylinderräumen kleine Hilfskanälchen mit Rückschlagventilen *g* angebracht, die mit dem vom Kolben verschlossenen Kanal in Verbindung stehen und sich öffnen, sobald Frischdampf vom Schieberkasten in den Kanal strömt.

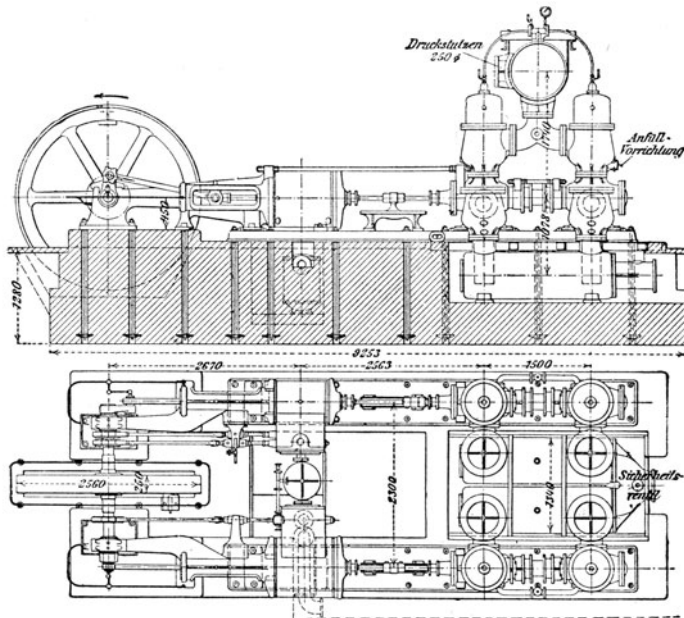


Abb. 32.

Besonders günstig wird die Dampfökonomie bei den nach dem Verbundsystem und mit Kraftausgleichern arbeitenden Odessa-Pumpen. Letztere speichern, ähnlich den Schwungrädern, die während der Dampfeintrittsperiode nicht verbrauchte Kraft auf und geben sie während der Expansionsperiode weder an Kolbenstange ab. Dies wird durch einen in *d-n* kräftig gehaltenen Rahmen zwischen Dampf- und Pumpenseite eingebauten Hilfszylinder und durch ein einfaches Kniehebelpaar erreicht. Als Kraftübertragungsmittel dienen Luft und Öl, wodurch gleichzeitig Reibung und Abnutzung erheblich herabgemindert werden. Derartige Kraftausgleicher finden auch bei größeren Duplex-Dampfmaschinen Anwendung¹⁾.

Neuerdings werden Odessa-Verbundpumpen mit von Hand stellbarer Rider-Steuerung gebaut, die auch ohne Anwendung eines besonderen Kraftausgleichers einen wirtschaftlichen Betrieb ermöglichen²⁾.

¹⁾ Z. 1905, S. 981 u. ff.

²⁾ D. p. J. 1908.

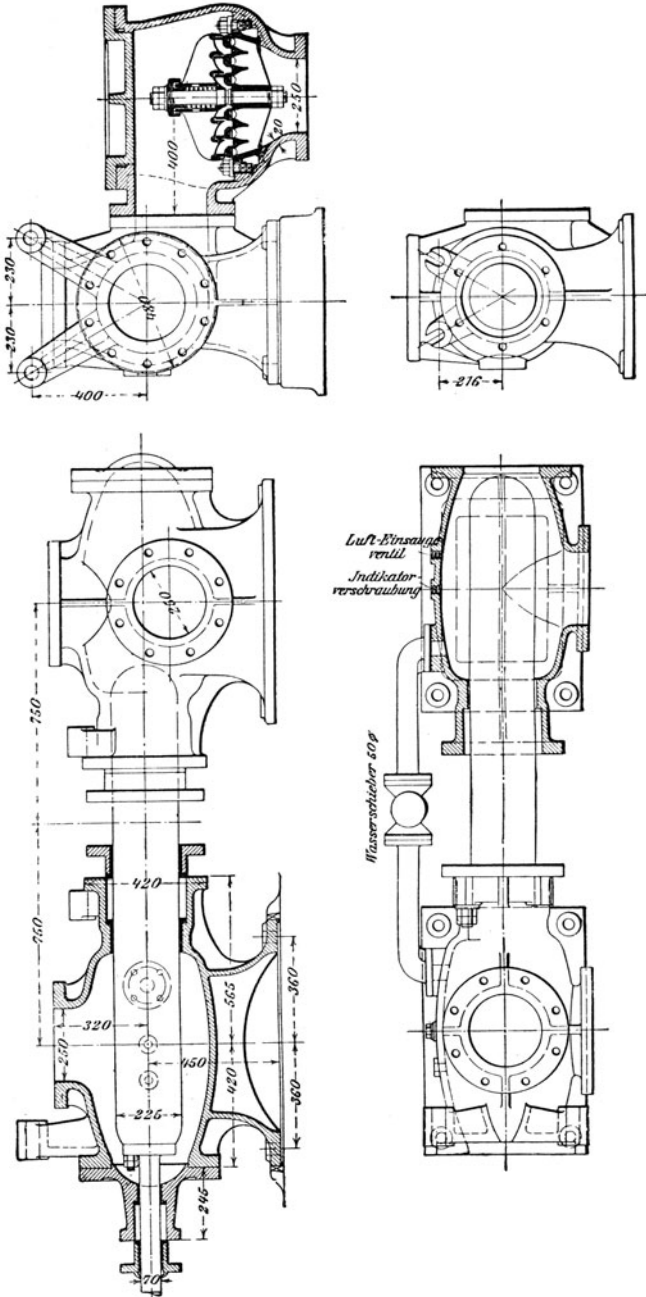


Abb. 33 a bis d.

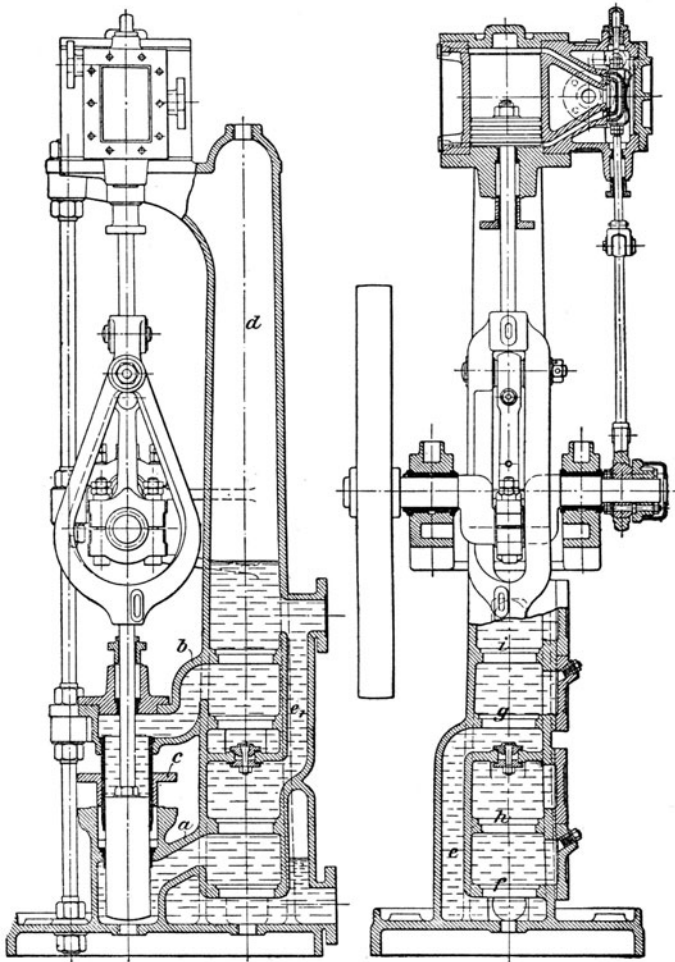


Abb. 34 a u. b.

(1115) Konstruktive Einzelheiten. Pumpenkörper (-zylinder). Werkstoff, je nach Flüssigkeit und Druck, aus Gußeisen, Stahlguß, Phosphorbronze, Flußeisen oder Stahl, Hartblei, Hartgummi, Porzellan, Ton u. a. bestehend, bestimmt Formgebung, die auch abhängt von der Wasserführung, (Anordnung der Ventile rücksichtlich geringer Widerstandshöhe und leichter Zugänglichkeit) und von der Forderung, daß keine Luftsäcke vorhanden sind: während Saughubes eingetretene Luft darf nicht hängen bleiben, muß durch Druckventil entweichen können, andernfalls verspätetes Öffnen und Schließen der Ventile (Ventilschlag, unruhiger Gang) und Beeinträchtigung des Lieferungsgrades statthat. Dem wird entsprochen durch Vermei-

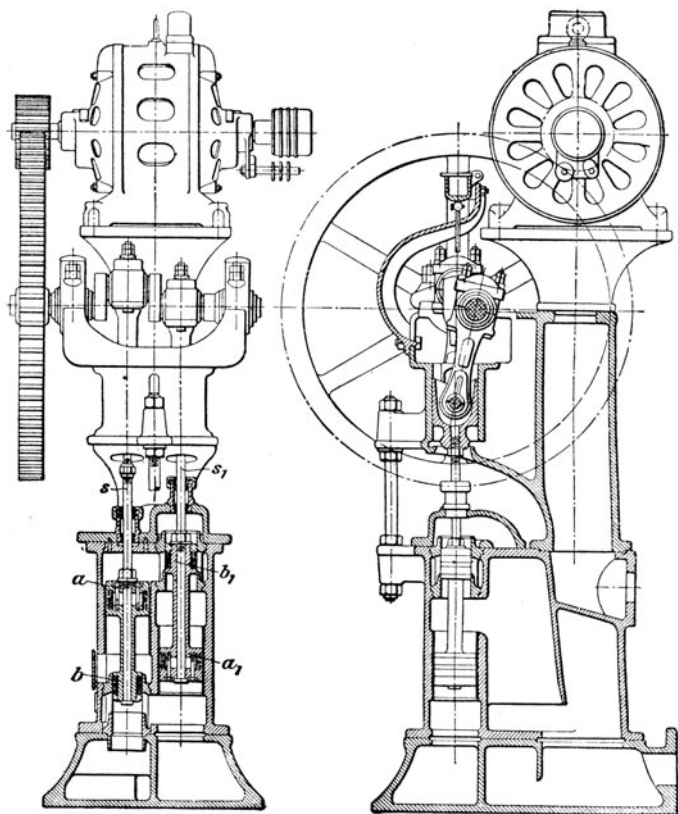


Abb. 35 a u. b.

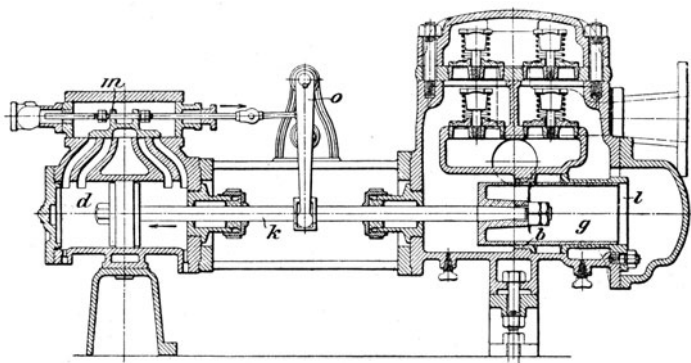


Abb. 36.

dung scharfer Ecken und plötzlicher Querschnittsübergänge, durch Anordnung des Druckventils an höchster Stelle und Sicherung des Luftabflusses dahin. Abb. 39 zeigt den gußeisernen Zylinder einer stehenden Plungerpumpe: Stopfbüchse, angeschraubter Ventilkasten; Zugänglichkeit der Ventile von der Seite bzw. von oben; Hubbegrenzung. Vgl. auch die Abbildungen 18 ÷ 38.

Wandstärke der Pumpenkörper abhängig vom Werkstoff, Form und Abmessungen, Herstellung, Transport und Aufstellung. Letztgenannten Forderungen wird nach Bach entsprochen für zylindrische, nicht auszubohrende Pumpenkörper durch

$$s = \frac{1}{60} D + 1,0 \text{ cm, wenn stehend gegossen,}$$

$$s = \frac{1}{40} D + 1,2 \text{ cm, wenn liegend gegossen;}$$

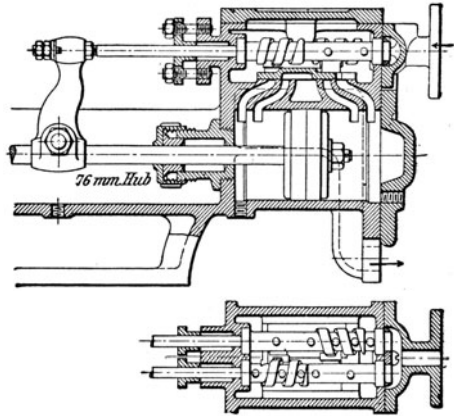


Abb. 37 a u. b.

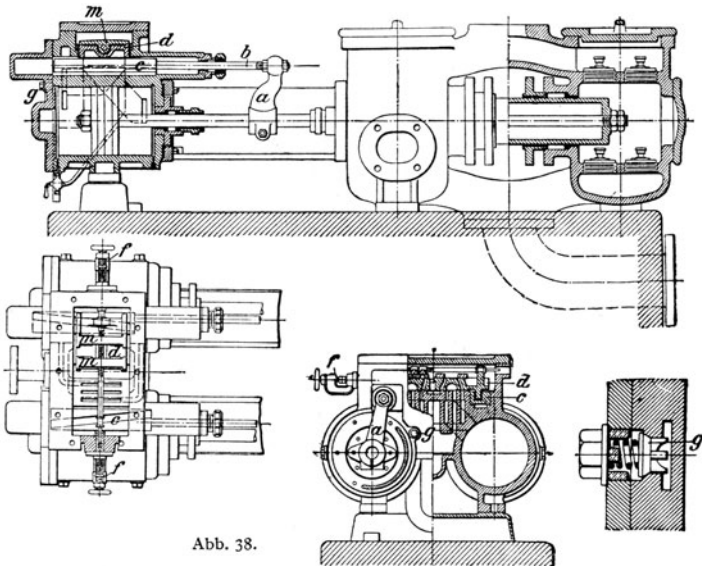


Abb. 38.

rücksichtlich Beanspruchung gilt nach Bach

$$s = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{k_z + 0,4 p_t}{k_z - 1,3 p_t}} - 1 \right) D + a,$$

worin $a = 0,3 \div 0,6$ cm der Möglichkeit der Kernverlegung Rechnung trägt.

Hierin ist

für Gußeisen $k_z = 150 \div 250 \text{ kg/cm}^2$ } je nach Beschaffenheit und Größe der
für Stahlguß $k_z = 350 \div 500 \text{ kg/cm}^2$ } Stoßwirkungen nahekommenden
Druckwechsel:

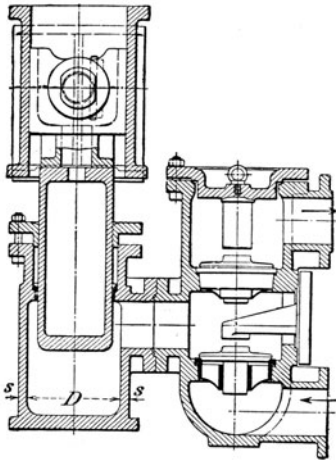


Abb. 39.

Größere aus den Gleichungen folgende Wandstärken wählen. Für ausgebohrte und ev. nachzubohrende Zylinder (Abnutzung und Abdichtung) ist

$$s = (1/10 \div 1/40) D + 1,3 \div 1,7 \text{ cm}$$

bzw.

$$a = 0,8 \div 1,6 \text{ cm}^1).$$

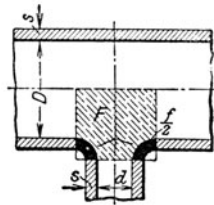


Abb. 40.

Durch Abzweigstutzen u. U. bedeutende Erhöhung der Anstrengung bedingt, die angenähert bestimmt wird an Hand der Abb. 40 aus

$$F p_l = f k_z.$$

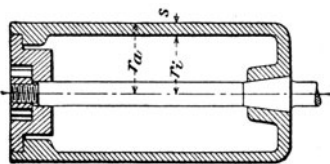


Abb. 41.

Verminderung der Anstrengung durch Vergrößerung der Abrundung, im Falle deren Begrenzung Anordnung von Spannankern α Abb. 24.

Deckel nach (252) berechnen und ev. Verstärkungen nach dem Vorschlage von Bach nicht berücksichtigen (Bruch der Verstärkung ausweichend). Vgl. auch M. E. 12. Aufl. S. 40 u. ff.

Kolben. Als Plunger- oder Tauchkolben, einfach wirkend mit Dichtung im Zylinder, Abb. 41 \div 44, massiv oder hohl von etwa 100 mm Durchmesser an, aus Flußeisen oder -stahl, Gußeisen, ev. überzogen mit nahtfreiem 3-mm-Kupferrohr, Stahlguß, Bronze für sauer reagierende,

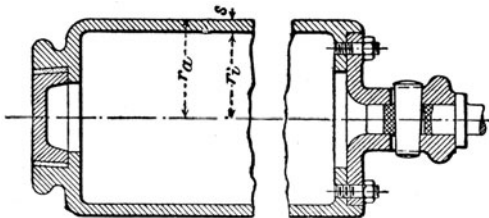


Abb. 42.

1) Für Preßzylinder hydraulischer Pressen wird rücksichtlich Beschränkung der Abmessungen nach Bach zugelassen bei Gußeisen und Bronze $k_z = 300 \div 600 \text{ kg/cm}^2$; Phosphorbronze je nach Beschaffenheit, $k_z = 500 \div 1000 \text{ kg/cm}^2$; Stahlguß $k_z = 1000 \div 1200 \text{ kg/cm}^2$ und darüber; Flußeisen k_z bis 1800 kg/cm^2 und Flußstahl, je nach Festigkeitseigenschaften, k_z bis $1/4 K_z$.

Granit im Falle sandhaltiger Flüssigkeiten (Hannibal-Pumpe von P. C. Winterhoff, Düsseldorf), Steinzeug für Laugen und Säuren.

Einerseits oder auf beiden Seiten offen gegossen und durch Deckel oder Kittboden verschlossen.

Wandstärke nach Bach aus

$$s = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{1 - 1,7 \frac{p_a}{k}} \right) D + a$$

mit p_a = äußerer Überdruck, $a = 0,2 \div 0,5$ cm (Zuschlag für Kernverlegen,

$k = 600$ kg/cm² für Gußeisen, Bronze, Schmiedeisen,

$k = 900$ kg/cm² für Stahlguß.

Verbindung mit Kolben- bzw. Schubstange in der aus Abb. 41 bis 44 ersichtlichen Weise. Im Falle stehender Anordnung Abb. 43 ohne Nische für die Mutter: Luftsack.

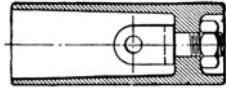


Abb. 43.

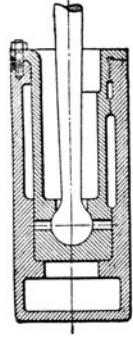


Abb. 44.

Abdichtung durch Manschetten oder Stulpe, Abb. 45.

Für kaltes (bis 30° C), sandfreies Wasser aus Leder, gut gefettet, 4 ÷ 6 mm stark Höhe $b = 12 \div 20$ mm. Neuerdings auch aus geeignetem Gummi. Oder durch Packungsstopfbüchsen.

Als Liderungskolben mit Hanf, Leder, Gummi, Holz als Dichtungstoff, für warme oder unreine Flüssigkeiten.

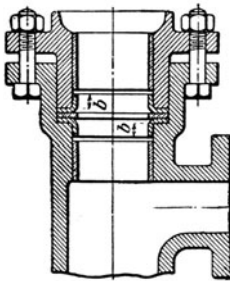


Abb. 45.

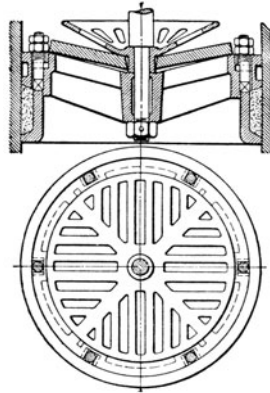


Abb. 46.

Vielfach durchbrochen: Ventilkolben, Abb. 46, mit Hanfliderung, nachstellbar, und Gummiklappe.

Packungsdicke $s = \sqrt{D}$ mm, Packungshöhe $h = 4 \sqrt{D}$ mm.

Abb. 47 mit Lederliderung, 3 ÷ 5 mm dicke Ringe, 8 ÷ 15 mm hoch, und Lederklappenventil. Abdichtung bei Bewegung in Pfeilrichtung, für doppelwirkende Kolben mit 2 Stulpen nach Abb. 48: $h = 12 \div 20$ mm, je nach Durchmesser, Dicke 3 ÷ 6 mm.

Scheibenkolben mit Metalledichtung für reine Flüssigkeiten: Federnde Ringe aus Gußeisen, Bronze, Rotguß. Vgl. das unter (638) Gesagte.

Eingeschliffene Kolben für Handfeuerspritzen, Abb. 49: Bronze in Bronzeyylinder, mit Schmier- und Schmutzrinne, Abstreikkante und Formgebung derart, daß nach sich einstellender Abnutzung eine Ledermanschette eingelegt werden kann.

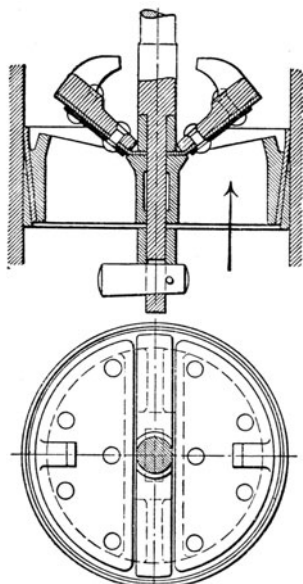


Abb. 47.

Kolbenstangen. Stahl, auf Zug oder Druck bzw. Knickung u. U. auch auf Biegung beansprucht. Vgl. unter. (637). Gegenüber Knickung gilt

$$P = \frac{\pi^3}{6} \cdot \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{J}{l^2},$$

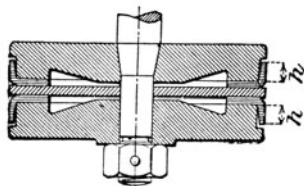


Abb. 48.

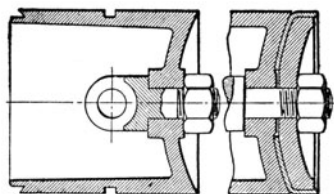


Abb. 49.

worin $\alpha = \frac{1}{2200000}$ und rücksichtlich der Stoßwirkungen gegen Hubende $\mathcal{C} = 25 \div 40$, mit wachsender Umlaufzahl abnehmend. Mit Kolben und Kreuzkopf durch Keil oder Gewinde verbunden.

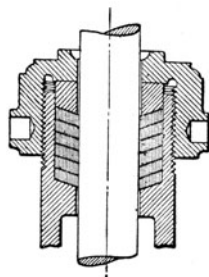


Abb. 50.

Stopfbüchsen. Vgl. auch (641). Weichpackung: Hanf, Baumwolle, Leder, Abb. 50, und Metallpackung, abhängig von Flüssigkeit und Temperatur. Hinderung der Lufteinsaugung durch Anordnung der Stopfbüchse unter Wasser, Abb. 23 u. 25. Beschränkung der Baulänge im Falle einander zugekehrter Stopfbüchsen und Entbehrlmachung einer derselben durch die Una-Stopfbüchse, Abb. 34. Stopfbüchsschrauben aus

$$\pi/4 (d_1^2 - d^2) 3 p_a = k_z \delta \delta^2$$

mit $k_z \approx 200 \text{ kg/cm}^2$ bzw. $k_z \approx 1350 \text{ kg/Quadrat-zoll}$. Mutter höher als normal (häufiges Nachziehen), oder stärkere Schrauben.

Getriebe entsprechend den Darlegungen S. 609 u. ff. mit geringeren Beanspruchungen bestimmen (Stoßwirkungen). Zum Beispiel für Kurbelzapfen $k = 30 \div 40 \text{ kg/cm}^2$, für Kurbellager $k = 15 \div 20 \text{ kg/cm}^2$.

Windkessel. Saug- und Druckwindkessel getrennt, mit zylindrischer, Kugel- oder birnenförmiger Grundform, oder vereinigt (Zylinder); oder der

Saugwindkessel dient gleichzeitig als Fundamentplatte: Formgebung abhängig vom Pumpenkörper.

Werkstoff: Gußeisen, $k_z = 100 \text{ kg/cm}^2$; Stahlguß $k_z = 500 \text{ kg/cm}^2$; gehämmertes Kupfer- bzw. Stahlblech, $k_z = 800 \text{ kg/cm}^2$ und darüber. Für chemisch wirkende Flüssigkeiten ev. ausgefüttert mit Blei, Zinn, Hartgummi. Wandstärke s nach Bach¹⁾ aus

$$s = \left(\sqrt{\frac{k_z + 0,4 p_i}{k_z - 1,3 p_i}} - 1 \right) r_i \quad \text{für inneren Überdruck} \quad \left(p_i < \frac{k_z}{1,3} \right),$$

$$s = \left(\frac{1}{\sqrt{1 - 1,7 \frac{p_a}{k}}} - 1 \right) r_i \quad \text{für äußeren Überdruck,}$$

sofern Einbeulen nicht zu befürchten steht.

Für geringe Wandstärken:

$$s = r_i \frac{p_i}{k_z} \quad \text{bzw.} \quad s = r_a \frac{p_a}{k}.$$

Beachtung der Herstellung durch Berücksichtigung der Widerstandsfähigkeit ev. Verbindungsstellen durch Nieten oder Schweißen.

Anordnung in tunlichster Nähe der Ventile, Ablenkung der Stromrichtung; aus Saugwindkessel nach oben, aus Druckwindkessel seitwärts oder nach unten austretend.

Ausrüstung der Windkessel. Entlüftung Saugwindkessels selbsttätig: Tauchrohr, mit kleinen Löchern in Ebene normalen Wasserstandes, Gesamtquerschnitt $\approx 9\%$ des Rohrquerschnittes. Luftzuführung zum Druckwindkessel (Mitreißen, Absorption) bei mittleren Druckhöhen durch Schnüffel- (Schnarch-) Ventil, Abb. 51²⁾, oder Luftereinlaßschraube Abb. 52, dicht unterhalb des Druckventils am Pumpenkörper angebracht.

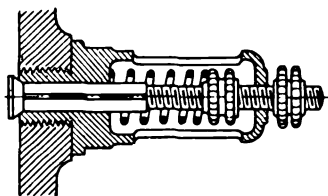


Abb. 51.

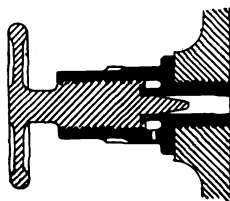


Abb. 52.

Fülleleitungen: Zur Verbindung der Druckleitung mit Pumpenraum und des Saugwindkessels mit diesem dienen absperzbare Verbindungen, Abb. 23. Wasserstandszeiger und Sicherheitsventil an beiden Windkesseln, Abb. 23. Absperrventil in Druckleitung an Pumpe oder zwischen dieser und gemeinsamem Druckwindkessel. Manometer und Vakuummeter.

Ventile. Bedingungen: Zuverlässige Abdichtung, gesicherte Führung, geringer Durchflußwiderstand und ruhiges Ventilspiel. Art der Abdichtung abhängig von derjenigen und Temperatur der Flüssigkeit sowie Druckhöhe. Metallische Dichtungsflächen im Falle reiner Flüssigkeiten, Kautschuk, Hart-

¹⁾ Z. 1880, S. 283 u. ff. und E. u. F., 9. Aufl. S. 577 u. ff.

²⁾ Aus Berg, Pumpen.

gummi, Leder, Holz für sandige, schlammhaltige Flüssigkeiten und im Interesse der Milderung des Ventilschlages. Leder für kalte, chemisch indifferente Flüssigkeiten.

Dichtungsbreite rücksichtlich Öffnungsdruckes nicht größer als gesicherte Abdichtung bedingt, abhängig von zulässiger Pressung k , die betragen darf im Falle ruhigen Ventilschlusses für Rotguß bis 150 kg/cm^2 ; Phosphorbronze bis 200 kg/cm^2 ; Gußeisen bis 80 kg/cm^2 ; Hartgummi oder Leder

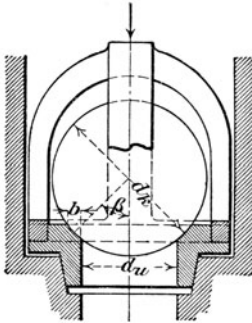


Abb. 53.

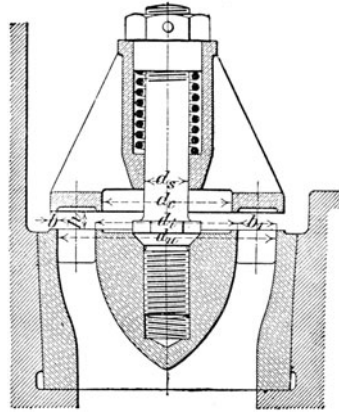
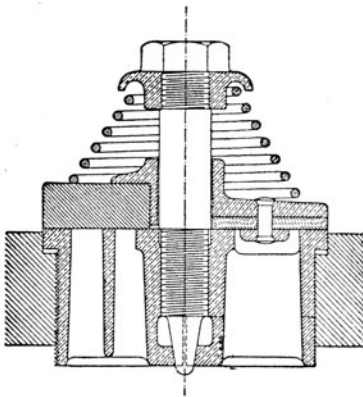


Abb. 54.

bis 50 kg/cm^2 ; nach Riedler bei sicherer Ventilfehrung bis 85 kg/cm^2 für Leder und bis 200 kg/cm^2 für Hartgummi zulässig.

Zuverlässige Führung des Hubventils durch Stift- oder Rippenführung senkrecht zur Dichtungsfläche. Geringer Durchflußwiderstand durch reich-



bb. 55

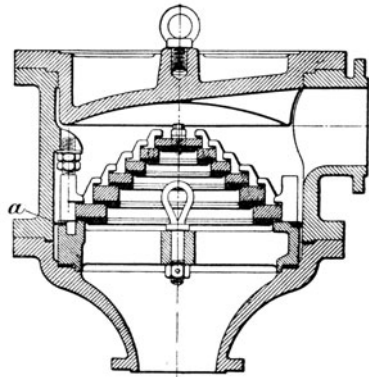


Abb. 56.

lichen Durchflußquerschnitt, rücksichtlich ruhigen Ventilschlusses bei um so kleinerem Ventilhub, je größer die Umlaufzahl.

Hubventile. Ausführung einspaltig oder mehrspaltig mit ebener, kegel- oder kugelförmiger Sitzfläche, Abb. 53. Bronze oder Rotgußkugel,

voll oder hohl aus Kautschuk mit Blei- oder Eisenkern für schlammhaltige Flüssigkeiten.

$$\beta \leq 45^\circ;$$

$$d_k = \left(\frac{3}{2} \div \frac{8}{5} \right) d_u.$$

Obere Führung und Hubbegrenzungsbügel. Einspaltige Teller- und Kegelventile nach Abb. 9 ÷ 14, zweiseitiges Teller- oder einfaches Ringventil mit metallischer Sitzfläche, oberer Stiftführung und Federbelastung nach Abb. 54 mit

$$h = \frac{d_u - d_i}{4} = \frac{b_1}{2}.$$

Ein Tellerventil mit oberer Stiftführung und Gummi- bzw. Lederdichtung zeigt Abb. 55¹⁾.

Mehrfache Ringventile zwecks Beschränkung des Ventilhubes. Hoffmannsches Pyramiden-Ringventil, Abb. 56. Ventilsitzbefestigung durch 4 Schrauben, Hub-Begrenzung, Lederring *a* zur Verhinderung der Sandansammlung zwischen Sitz und Kasten.

Zweifaches Ringventil der Sächsischen Ma-

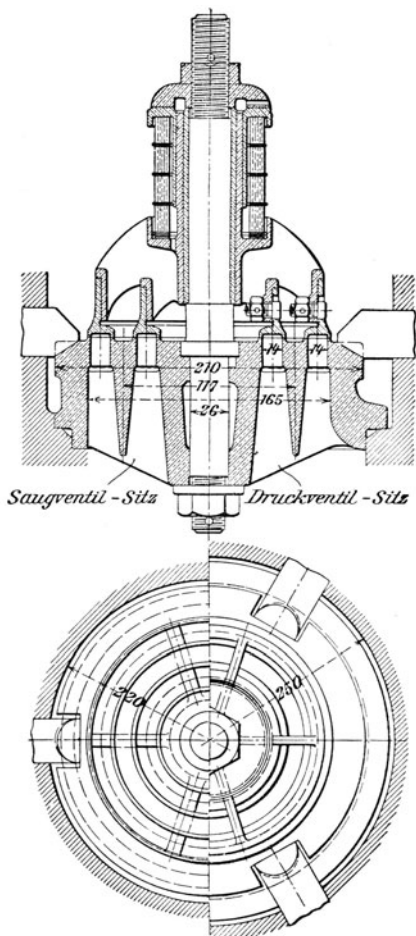


Abb. 57.

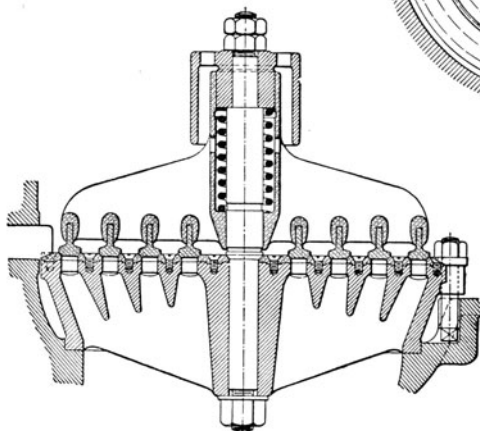


Abb. 58.

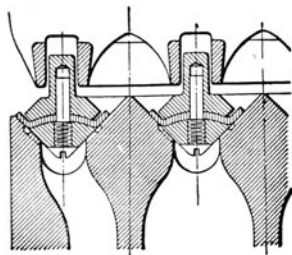


Abb. 59.

¹⁾ Aus Berg, Pumpen.

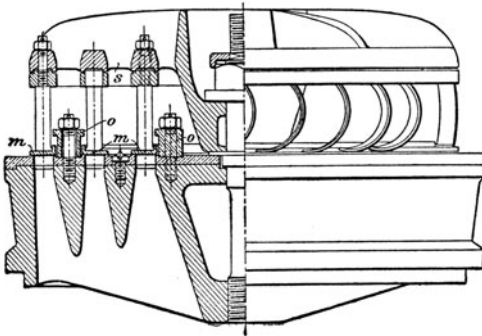


Abb. 60.

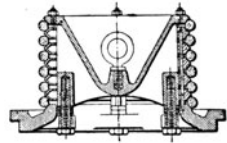


Abb. 61.

schinenfabrik vorm. Richard Hartmann, A.-G., Chemnitz zeigt Abb. 57. Ventilsitzbefestigung durch konisch abgeschrägte Bolzen, mittels Gewindes oder Flansches angepreßt, Rohrgummifedern. Kegelförmige Sitzflächen läßt Abb. 58 erkennen.

O. Fernis hat nach Abb. 59 Dichtungsfläche (Leder) und Tragfläche (Metall) getrennt. U-förmig gebogene Federn besitzt das Lenkventil Abb. 60 der Sächsischen Maschinenfabrik vorm. Rich. Hartmann, A.-G., Chemnitz, Ringe *m*, unabhängig voneinander, drehen sich zufolge

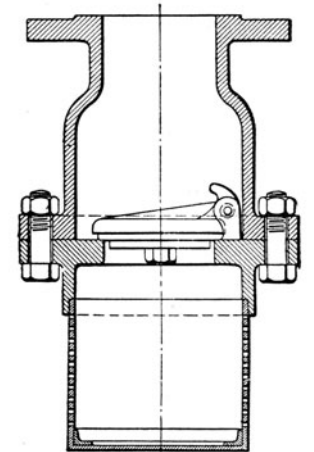


Abb. 62.

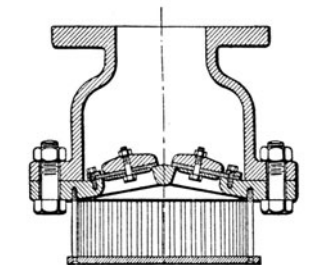


Abb. 63.

der Federwirkung gegenüber dem Sitz Hubbegrenzung durch Ränder der Ringe *o*.

Gummiringventil von Gebr. Körting A.-G., Hannover, Abb. 61, für schlamm- oder sandhaltige Flüssigkeiten

Klappenventil, vgl. auch (697): Ebene Klappe mit gelenkartig ausgebildeter Drehachse oder Klappe aus biegsamem Stoff: Leder, Kautschuk. Von Art und Temperatur der Flüssigkeit abhängig. Abb. 62 u. 63 zeigen Fußventile in Verbindung mit Saugkörben: Gesamtquerschnitt der Öffnungen = $3 \div 4$ mal Saugrohrquerschnitt.

Flügelpumpen.

(1116) Geschlossener oder durchbrochener Flügel aus Gußeisen, Schmiedeeisen, Bronze, gegen Gehäusewandung durch Lederstulpe oder federnde Metallstreifen abgedichtet oder eingeschliffen, schwingt um Winkel von 90° und darüber, Abb. 64, Ausführung der Firma E. C. Flader, Jöhstadt i. S.¹⁾.

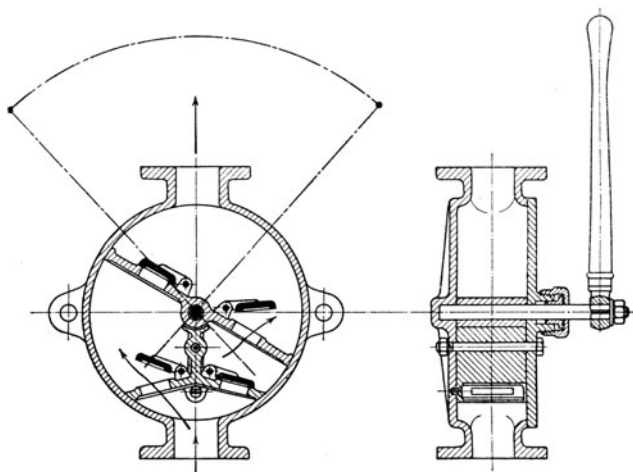


Abb. 64.

Lieferungsgrad $0,8 \div 0,9$, Wirkungsgrad etwa $0,75$. Für Handbetrieb bei kleinen Förderzügen: schwierige Abdichtung.

Rotations-(Kapsel-)Pumpen.

(1117) Förderung ohne Ventile durch Drehbewegung eines Verdrängers: Vergrößerung des Saugraumes und Verminderung des Druckraumes im Gehäuse. Mit einer zentrisch oder exzentrisch zum Gehäuse gelagerten Welle, mit 2 oder 3 parallelen Wellen: Linien- bzw. Flächendichtung. Abb. 65 zeigt eine Ausführung der Firma C. H. Jaeger & Co., Leipzig-Plagwitz:

Verdränger *k* auf Schsibe *s* sitzend, und Steuerwalze mit 4 Kammern *h* versehen, durch welche Verdränger mit reichlich Spielraum hindurchtreten unter gleichzeitigem Abschluß

¹⁾ Nach Berg, Die Kolbenpumpen.

der Druck- und Saugseite durch Kanten o und p der Walze: Flächendichtung. Ausbuchtungen m erleichtern den Austritt der Flüssigkeit beim Eintreten des Verdrängers in die Kammer, Ausparungen q_1 und q_2 entlasten die Steuerwalze.

Für Fördermengen $0,8 \div 14 \text{ m}^3/\text{min}$ bei $250 \div 60 \text{ Umdr./min}$.

Bez. weiterer Ausführung Kolbenpumpen vgl. Berg, a. a. O. S. 408.

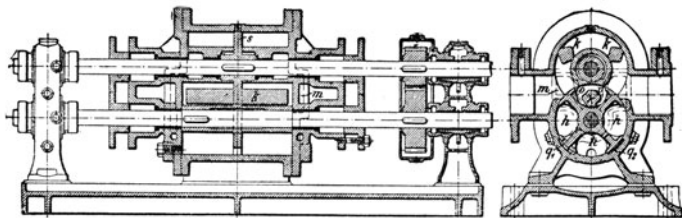


Abb. 65.

Wirkungsgrad $0,60 \div 0,75^1$), Lierungsgrad mit wachsender Umlaufzahl zunehmend und wachsender Förderhöhe abnehmend. Für dicke, breite Flüssigkeiten, frei von Beimengungen. Ausführung in Gußeisen, Drehkörper u. U. in Bronze, Hartblei. Zahnräder mit kleiner Teilung und großer Breite, ev. mit einfachen oder Doppelschraubenzähnen. Gute Wellenlagerung, Ringschmierung.

Zentrifugal-(Kreisel-)Pumpen.

(1118) Die durch ein Schaufelrad in rasche Drehung versetzte Flüssigkeit erfährt Druck- und Geschwindigkeitszunahmen, vermöge deren die Druckhöhe

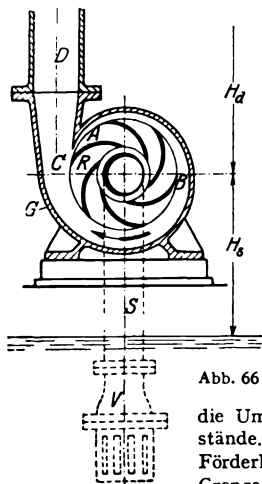


Abb. 66 und 67.

überwunden und mit der Strömung ein Nachsaugen (Überwindung der Saughöhe) erreicht wird. Nach Förderhöhe Unterscheidung in Niederdruck- und Hochdruckkreisel-pumpen; bei ersterem strömt das Wasser aus dem Rade R unmittelbar in Gehäuse G und aus diesem in Druckleitung D ab, Abb. 66²⁾). Von A über B nach C hin zunehmender Gehäusequerschnitt; Spiralform. S = Saugleitung, V = Fußventil. Je größer die Umlaufzahl, die Wassergeschwindigkeit und die Widerstände. Aus diesem Grunde werden mit Niederdruckpumpen Förderhöhen bis etwa 20 m bewältigt und oberhalb dieser Grenze Pumpen nach Abb. 71 verwendet: Umsetzung von Geschwindigkeit in Druck durch Leitkanäle nach Art des Leitrades bei Turbinen, daher auch als Turbinenpumpen bezeichnet.

Mit einem Rade, in einer Stufe zu bewältigende Förderhöhe etwa 40 m; für größere Höhen werden Räder hintereinander geschaltet: mehr-

¹⁾ Vgl. Z. 1905, S. 1040.

²⁾ Aus Berg, Die Kolbenpumpen.

stufige oder Hochdruckpumpe. Förderhöhe nach oben begrenzt durch die Widerstandsfähigkeit der Werkstoffe, die Fördermenge nach unten durch den kleinsten Raddurchmesser, der mit größer werdender Förderhöhe zunimmt.

Wirkungsgrad demjenigen der Kolbenpumpe nachstehend, dagegen kleiner Raumbedarf, vorteilhafter Antrieb durch Elektromotoren und, wegen fehlender Ventile, zur Förderung dickflüssiger Stoffe geeignet.

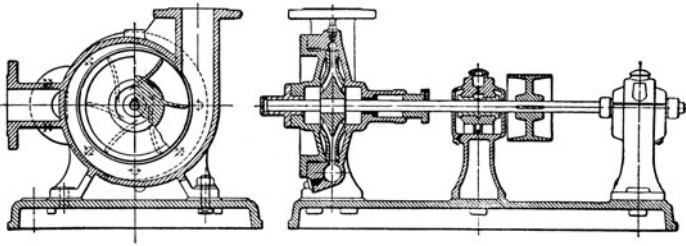


Abb. 68.

(1119) Ausführungen. Abb. 68 zeigt eine Niederdruckpumpe mit Riemenantrieb, Ausführung der Firma Bopp & Reuther, Mannheim.

Abb. 69 läßt eine Ausführung mit elektrischem Antrieb, Ausführung der Firma Gustav Bölte, Oschersleben, erkennen: Stopfbüchsen, selbsttätig mittels Sperrwasser dichtend, auswechselbare Sperrdichtungsringe aus

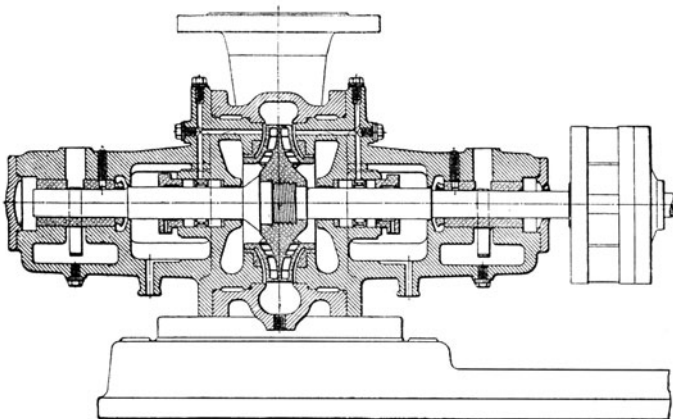


Abb. 69.

Bronze. Bis 180 m^3 std und Förderhöhen bis etwa 25 m ausgeführt; für größere Wassermengen empfiehlt genannte Firma die aus Abb. 70 ersichtliche Ausführung. Einlaufkrümmer *m* und *n* mit Deckeln vereinigt, ebenso Saugstutzen und Grundplatte aus einem Stück.

Hauptabmessungen, Leistungen und Umdrehungszahlen
bei verschiedenen Förderhöhen.

Lichte Weite des Saug- und Druck- rohres mm	Durch- messer der Riemen- scheibe mm	Breite der Riemen- scheibe mm	Förder- menge in m ³ /std	Minutliche Umdrehungszahl bei einer Förderhöhe von (ausschließlich der Widerstände in den Leitungen)			
				2,5 m	5 m	10 m	15 m
40	100	65	9,0	740	940	1370	1550
50	110	80	14,5	620	800	1080	1310
80	150	100	36,0	450	590	785	950
100	200	120	57,0	390	500	680	820
150	300	180	144	350	465	560	650
200	350	220	240	300	380	450	520
300	450	400	509	220	280	350	500
400	700	500	1020	160	220	300	400

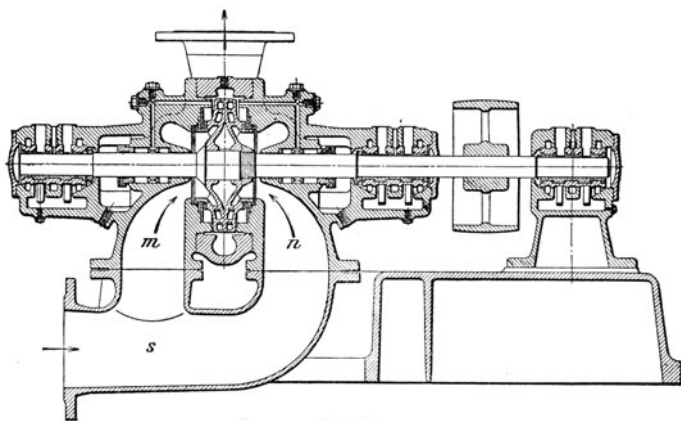


Abb. 70.

In den nebenstehenden Tabellen (S. 1173) über Abmessungen, Fördermengen und Leistungsbedarf der von Gebr. Sulzer, Winterthur, gebauten Niederdruckpumpen bezeichnen

Q die Fördermenge in m³/sek,

H „ manometrische Förderhöhe in m,

H_e „ gesamte Widerstandshöhe in m,

n „ minutliche Umlaufzeit,

N den Leistungsbedarf in PS,

D , d und d_1 die Durchmesser des Kreisrads, der Antriebscheibe bzw. der Saug- und Druckleitung in mm.

Die Tabellenwerte bezeichnen mittlere Leistungen hinsichtlich Fördermenge und -höhe, die durch Änderung der Umlaufzahl nach oben oder unten geändert werden können. Die Fördermengen entsprechen einer Wassergeschwindigkeit von rund 1,8 m/sek in den Leitungen mit einer Lichtweite gleich derjenigen der Anschlußstutzen. Bei langen Leitungen Vergrößerung der Lichtweite zweckmäßig.

Nr. I.			Nr. II.			Nr. III.			Nr. IV.			n
n	D = 150, d = 120, d ₁ = 80		D = 210, d = 170, d ₁ = 100		D = 270, d = 220, d ₁ = 125		D = 330, d = 270, d ₁ = 150					
	H + H _g	Q	N	H + H _g	Q	N	H + H _g	Q	N			
2700	20	0,010	5	2700	
2000	10,5	0,010	2,5	21	0,018	9	2000	
1500	6	0,008	1,25	11,5	0,016	4,6	18	0,021	11,5	.	1500	
1300	.	.	.	8	0,014	2,75	13,5	0,023	7,5	21	0,040	21,5
1000	.	.	.	4,5	0,012	1,5	7	0,021	3,5	13	0,035	11
800	4,5	0,018	2	8	0,030	6
700	6	0,025	3,5

Nr. V.			Nr. VI.			Nr. VII.			n	
n	D = 450, d = 450, d ₁ = 225		D = 620, d = 600, d ₁ = 300		D = 800, d = 1000, d ₁ = 400					
	H + H _g	Q	N	H + H _g	Q	N	H + H _g	Q		N
850	18	0,086	38,5	.	.	69	.	.	.	850
700	12	0,076	23	21	0,140	69	.	.	.	700
600	9	0,066	15,5	15	0,125	45	.	.	.	600
500	6,5	0,056	9	10	0,110	27	20	0,240	115	500
400	4	0,046	4,5	6	0,095	14	12	0,200	58	400
300	.	.	.	3	0,080	6	6	0,180	26	300

Nr. VIII.			Nr. IX.				
n	D = 1000, d ₁ = $\frac{550}{2 \times 400}$ ¹⁾		n	D = 1350, d ₁ = $\frac{800}{2 \times 550}$ ¹⁾			
	H + H _g	Q		N	H + H _g	Q	N
420	20	0,430	210	300	19	0,850	370
360	15	0,370	130	240	11	0,730	192
300	10	0,310	76	210	8	0,650	114
240	6	0,280	41	170	6	0,530	74

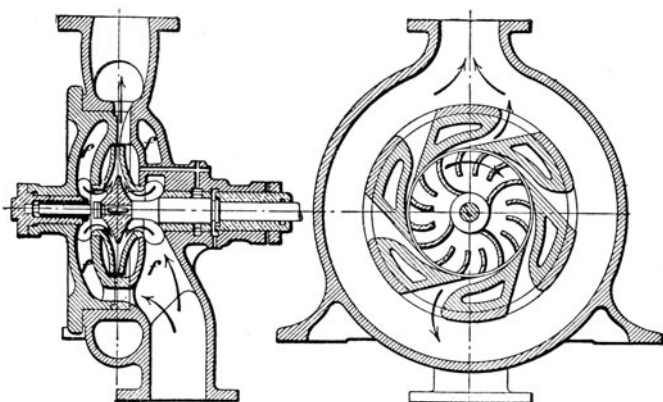


Abb. 71.

Einstufige Hochdruck- (Turbinen-) Pumpe, Abb. 71, Ausführung der Gebr. Sulzer, Winterthur, 1896 erstmals auf der Schweizer Nationalausstellung in

¹⁾ Zwei Saugöffnungen.

Genf vorgeführt, vgl. Z. 1905, S. 826. Beiderseitiger Einlauf durch Räume f vorgebogene Schaufeln, Stopfbüchse mit Wasserdichtung.

Abb. 72 zeigt eine dreistufige Turbinenpumpe der Firma C. H. Jaeger & Co., Leipzig-Plagwitz: Eintritt durch Saugstutzen in erstes Kreisrad

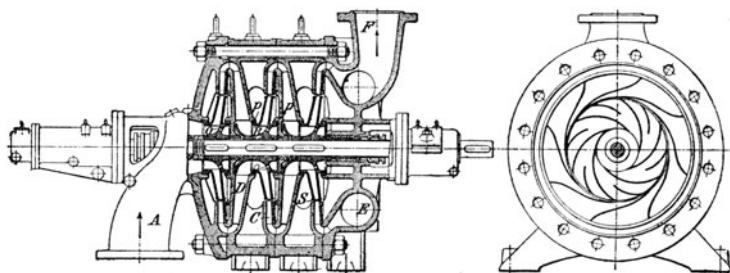


Abb. 72.

durch Kanal D in das folgende u. s. f. Austritt durch E nach Druckstutzen F . Rückwärts gebogene Schaufeln, auswechselbare Dichtungsringe p . Entlastung des Kreisrades durch Teller r und Selbsteinstellung durch kegelförmigen Spalt S ,

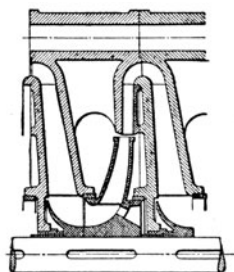


Abb. 73.

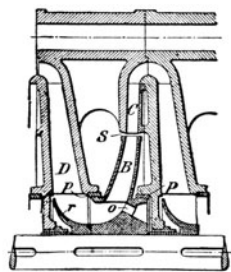


Abb. 74.

Abb. 73 und 74. Im Falle einer Verschiebung des Rades, etwa infolge Abnutzung nach links, Abb. 73, erfährt Spalt S eine Vergrößerung mit der Wirkung, daß der Druck auf den linken Radboden zunimmt und das Rad wieder nach rechts schiebt.

Bez. weiterer Ausführungen vgl. Z. 1905, S. 1181 und Z. 1911, S. 15 sowie D. p. J. 1907, S. 786 ff.

Berechnung¹⁾.

(1120) Die Anwendung der Arbeitsgleichung auf die wichtigen Abschnitte des Wasserweges vom Saugraum bis zum Druckraum liefert entsprechend den Entwicklungen unter (874) die Grundgleichung

$$\frac{C_2^2 - C_1^2 + W_1^2 - W_2^2 + U_2^2 - U_1^2}{2g} = H_s + H_d + \Sigma H_e + \frac{C_d^2}{2g} - \frac{C_z^2}{2g};$$

mit $H = H_s + H_d + \frac{C_d^2 - C_z^2}{2g}$ folgt

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} C_2^2 - C_1^2 + W_1^2 - W_2^2 + U_2^2 - U_1^2 &= 2g(H + \Sigma H_e) \\ &= 2gH \frac{H + \Sigma H_e}{H} = \frac{1}{\epsilon} 2gH. \end{aligned}$$

¹⁾ Nach Thomann a. a. O., S. 114.

Hierin schließt $\varepsilon = \frac{1}{1 + \frac{\Sigma H_\rho}{H}}$ alle Verluste, verknüpft mit Reibung, Krümmung und Wirbelung innerhalb der Pumpe samt Leitung, infolge Stoßes bei nicht normalem (winkelrechten) Gange und den Austrittsverlust ein. Wie unter (875) werden diese Verluste getrennt. Im Falle stoßfreien Eintrittes ist $C_0 = C_1$, $W_1 = W_0$ und $\alpha_0 = \alpha_1$, daher lautet die Durchflußgleichung

$$C_2^2 - C_0^2 + W_0^2 - W_2^2 + U_2^2 - U_1^2 = \frac{2gH}{\varepsilon}.$$

Hierin verstehen sich die Geschwindigkeiten als tatsächliche (m/sek); in spezifischen Geschwindigkeiten schreibt sich die Gleichung

$$c_2^2 - c_0^2 + w_0^2 - w_2^2 + u_2^2 - u_1^2 = \frac{1}{\varepsilon}.$$

Im Diagramm werden zur Unterscheidung von Turbinen die Geschwindigkeiten nach links, die Meridiangeschwindigkeiten nach oben angetragen, Abb. 75¹⁾, die eine geringe ($\alpha_0 = 85^\circ$), streng genommen nur bei geschlos-

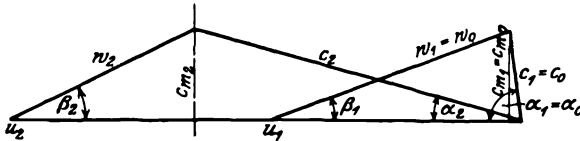


Abb. 75.

senem Druckrohr auftretende Umfangskomponente C_u , erkennen läßt. Im Falle Verzichtes auf diese gilt

$$w_0^2 = u_1^2 + c_0^2 \quad \text{und} \quad \alpha_0 = 90^\circ.$$

Mittels des Kosinussatzes folgt die Arbeitsgleichung in spez. Geschwindigkeiten

$$u_2 c_2 \cos \alpha_2 - u_1 c_0 \cos \alpha_0 = \frac{1}{2\varepsilon}$$

und sofern $c_0 \cos \alpha_0 = 0$ (vgl. oben)

$$u_2 c_2 \cos \alpha_2 = \frac{1}{2\varepsilon} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\Sigma H_\rho}{H} \right).$$

Reibungs- und Krümmungswiderstände proportional der Durchflußgeschwindigkeitshöhe. Nach Thomann für Turbinenpumpen

$$c_0^2 \approx c_\rho^2 (1 \text{ m}) \left(0,9 + \frac{0,1}{D} \right) \quad \text{mit } D \text{ in m und } c_\rho^2 = 0,1 \div 0,18.$$

Austrittsverlust c_2^2 , wesentlich größer als bei Turbinen, wird im Interesse einfacher und betriebssicherer Pumpe auf Kosten des Wirkungsgrades zum größeren Teile verloren gegeben. Gute Wirkungsgrade bedingen Rückgewinn mittels Leitrades (allmählich sich erweiternde Kanäle), oder mittels eines an Laufradaustritt sich anschließenden, durch zwei Scheiben begrenzten Rotationshohlraumes¹⁾ oder in einer Rohrstrecke mit allmählich zunehmenden Quer-

¹⁾ Nach Thomann, a. a. O. S. 114.

schnitten. Ist k der verhältnismäßige Rückgewinn, so ist der Austrittsverlust $= (1 - k) c_2^2$, worin k bestenfalls $0,5 \div 0,7$ nicht überschreitet und

$$k = \frac{1}{3} \div \frac{1}{2}$$

für gewöhnliche Bauplatzpumpen ohne Leitrad.

Bez. der mit Stoß erfolgenden Übergänge ist streng genommen zu unterscheiden zwischen Eintritt in das Laufrad und Austritt aus diesem. Der Verlust infolge Stoßes nach dem Laufrade ist größtenteils bei fehlendem Leitrad im Austrittsverlust $(1 - k) c_2^2$ enthalten; bei vorhandenem Leitrad darf gesetzt werden

$$\text{Stoßverlust} = \sigma w_{s_2}^2$$

mit $\sigma \leq k$. Der Eintrittsstoß wird durch $w_{s_0}^2$ berücksichtigt.

Damit lautet die für $\alpha_0 = 90^\circ$ gültige allgemeine Arbeitsgleichung

$$2 u_2 c u_2 = 1 + c_e^2 + (1 - k) c_2^2 + w_{s_0}^2$$

Für verhältnismäßig große Fördermengen bzw. Drehzahlen ist $c_{m_0} = 0,2 \div 0,3$ oder noch kleiner, wenn ein zwingender Grund für kleinen Eintrittsdurchmesser nicht vorliegt. Ferner ist $c_{m_2} \leq c_{m_0}$. Weil bei Zentrifugalpumpen die Fördermenge bei konstanter Förderhöhe in stärkerem Maße von der Umlaufzahl abhängig ist als bei den Turbinen und c_e^2 sowie ein etwaiger Gefällsgewinn $k c_2^2$ proportional dem Quadrat der Wassermenge sind, darf hier c_e^2 nicht mehr, wie dort, konstant gesetzt werden. Aus diesem Grunde wird die diagrammatische Untersuchung nur für stoßfreien Eintritt (Bestimmung der Eintrittsvertikalen) durchgeführt und im übrigen das rechnerische Verfahren gewählt, das im Falle stoßfreien Ganges folgenden Weg einschlägt.

Bezeichnet

$H = H_s + H_d$ die hydrostatische Förderhöhe in m,

C_s bzw. C_d die Geschwindigkeiten im Saug- bzw. Druckrohre,

$H_e = H_{e_s} + H_{e_r} + H_{e_d}$ die gesamte Widerstandshöhe innerhalb Saugleitung, Rad und Druckleitung,

so folgt mit den weiteren, S. 920 genannten bzw. aus Abb. 76 ersichtlichen Bezeichnungen:

Größtmögliche Saughöhe ist bestimmt durch

$$\frac{p_a}{\gamma} - \left(H_s + H_{e_s} + \frac{C_s^2}{2g} \right) > 0$$

mit $C_s \approx 1,25 \div 2,25$ m/sek, je nach Länge der Leitung, bei Niederdruckpumpen,

$C_s \approx 2 \div 3$ m/sek bei Hochdruckpumpen. Vielfach $\frac{C_s^2}{2g}$ in Prozenten der Förderhöhe. Mit C_s folgt d_s aus

$$Q = \frac{\pi}{4} d_s^2 \cdot C_s \quad \text{bzw.} \quad Q = 2 \frac{\pi}{4} d_s'^2 \cdot C_s$$

für ein- bzw. zweiseitigen Einlauf.

Weiter muß im Falle stoßfreien Eintrittes und $\alpha_1 = 90^\circ$ sein

$$Q = \left(2 \pi R_1 - z_1 \frac{s}{\sin \beta_1} \right) \cdot B_1 \cdot C_1 = \left(2 \pi R_2 - z_2 \frac{s}{\sin \beta_2} \right) \cdot B_2 \cdot C_2 \sin \alpha_2,$$

worin $R_1 \approx 0,6 d_s'$ und $z_1 = z_2 = 4 \div 12$, für große Pumpen $z_2 > z_1$
Schaufeldicke $s = 6 \div 10$ mm für Gußeisen,

$s = 3 \div 5$ mm für Bronze oder Stahlguß.

$R_2 \approx 2 R_1$, bei großen Förderhöhen $R_2 > 2 R_1$.

Austritts-Umfangsgeschwindigkeit

$$U_2 = \sqrt{g \left(H + H_e + \frac{C_d^2}{2g} \right) (1 + \operatorname{tg} \alpha_2 \operatorname{ctg} \beta_2)};$$

mit $C_d \sim C_s$, $\alpha_2 < 90^\circ$ und β_2 folgt U_2 ; für $\beta_2 = 90^\circ$ (radial endigende
Schaufel I in Abb. 76) wird $\operatorname{ctg} \beta_2 = 0$, daher

$$U_2 = \sqrt{g \left(H + H_e + \frac{C_d^2}{2g} \right)} = \sqrt{\frac{g}{\epsilon}} \sqrt{H},$$

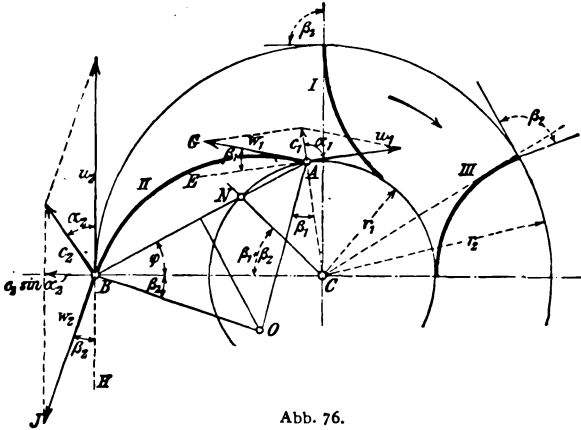


Abb. 76.

Für $\beta_2 < 90^\circ$ (rückwärts gekrümmte Schaufel II in Abb. 76) ist $\operatorname{ctg} \beta_2$
positiv und

$$\sqrt{1 + \operatorname{tg} \alpha_2 \operatorname{ctg} \beta_2} > 1, \text{ daher } U_2 > \sqrt{\frac{g}{\epsilon}} \sqrt{H}.$$

Sofern $\beta_2 > 90^\circ$ (vorwärts gekrümmte Schaufel III in Abb. 76) ist
 $\operatorname{ctg} \beta_2$ negativ, $\sqrt{1 + \operatorname{tg} \alpha_2 \operatorname{ctg} \beta_2} < 1$ und $U_2 < \sqrt{\frac{g}{\epsilon}} \sqrt{H}$. Die vorwärts-
gekrümmte Schaufel bedingt kleinere größere Umfangsgeschwindigkeit bzw. -zahl. Es
ist etwa

$\beta_2 \geq 10^\circ$ bei Niederdruckpumpen,

$\beta_2 = 45^\circ \div 90^\circ$ bei Hochdruckpumpen.

$\alpha_2 = 13 \div 30^\circ$, je nach dem Grade der Zurückziehung der Schaufel.

Wegen

$$U_2 = \frac{\sin(\alpha_2 + \beta_2)}{\sin \beta_2} \cdot C_2 \text{ folgt auch}$$

$$C_2 = \sqrt{g \left(H + H_e + \frac{C_d^2}{2g} \right)} \frac{\sin \beta_2}{\sin(\alpha_2 + \beta_2) \cos \alpha_2}$$

Mit $U_1 = \frac{R_1}{R_2} U_2$ und $C_1 \sim C_2$ folgt β_1 aus $\operatorname{tg} \beta_1 = \frac{C_1}{U_1}$ (fehlende Vorrotation). Schaufel vielfach nach Kreisbogen mit Schnittwinkeln β_1 und β_2 geformt, Abb. 76. Minutliche Umlaufzahl beträgt $n = \frac{30 U_2}{\pi R_2} = 9,55 \frac{U_2}{R_2}$, worin U_2 und R_2 nach Vorstehendem bestimmt sind.

Antriebsarbeit an Pumpenwelle

$$L = \gamma Q \left(H + H_{\rho} + \frac{C_d^2}{2g} \right) + L_{\rho} = \gamma \frac{QH}{\eta} \text{ mkg/sek}$$

sofern $L_{\rho} \approx 1,2 U_2^3$ (nach Hartig) die Verlustleistung infolge mechanischer Verluste; für Ausführungen gewöhnlicher Bauart $\eta \approx 0,6$, beste Ausführungen ergeben $\eta = 0,75$ und mit mehrstufigen Pumpen ist $\eta = 0,80$ erreicht worden.

Rechnungsgang. Gegeben Q und H . Wähle C_s und C_d , womit d_s bzw. d_s' und H_{ρ_s} bzw. H_{ρ_d} bestimmt sind. Zulässige Saughöhe gebunden an

$$\frac{p_a}{\gamma} - \left(H_s + H_{\rho_s} + \frac{C_d^2}{2g} \right) > 0. \quad (\text{Wassertemperatur, Barometerstand beachten.})$$

Winkel α_2 und β_2 sind wählbar, sie ergeben U_2 und C_2 . Nach Wahl von $\frac{R_2}{R_1}$ und Bestimmung von R_1 aus d_s bzw. d_s' ergeben sich R_2, U_1, α_1, W_1 und n . Nach Wahl von Schaufelzahl z_1 und z_2 und Schaufeldicke s folgen die Breiten B_1 und B_2 .

(1121) Abhängigkeit der Fördermenge, Druckhöhe und Umlaufzahl voneinander. Kennlinien.

Die allgemeine Form der Durchflußgleichung¹⁾

$$\frac{1}{\varepsilon} = 1 + \frac{\sum H_{\rho}}{H} = 1 + c_{\rho}^2 + (1-k)c_s^2 + w_{st}^2 = w_0^2 - w_2^2 + c_s^2 - c_0^2 + u_2^2 - u_1^2$$

geht im Falle senkrechten absoluten Eintrittes über in

$$1 = u_2^2 - w_2^2 - c_{\rho}^2 + k c_s^2 - w_{st}^2$$

oder in

$$2gH = U_2^2 - W_2^2 - 2gH_{\rho} + kC_s^2 - W_{st}^2.$$

Bei Steigerung der (normalen) Umlaufzahl auf das ν -fache ändern sich die Umfangsgeschwindigkeiten in gleichem Verhältnis und im Falle gleichzeitiger Änderung der Wassermenge von Q derart, daß $Q_x = \mu Q$, sind die relativen und Meridianschwindigkeiten sowie c_0 und c_{ρ} das μ -fache der Q entsprechenden Werte. Diesen Änderungen entspricht eine andere Förderhöhe H_x , die der Durchflußgleichung genügen muß. Diese lautet

$$2gH_x = U_{2x}^2 - W_{2x}^2 - 2gH_{\rho_x} + kC_{2x}^2 - W_{st_x}^2 = \nu^2 U_2^2 - \mu^2 W_2^2 - \mu^2 \cdot 2gH_{\rho} + kC_{2x}^2 - W_{st_x}^2.$$

Aus dem neuen Austrittsdreieck, Abb. 77, folgt

$$\frac{C_{2x}^2}{2gH} = c_{2x}^2 = u_{2x}^2 + w_{2x}^2 - 2u_{2x}w_{2x} \cos \beta_2 = \nu^2 u_2^2 + \mu^2 w_2^2 - 2\mu\nu u_2 w_2 \cos \beta_2$$

¹⁾ Thomann, a. a. O., S. 117. Vgl. auch Kröner, „Die Kreiselpumpe im Betriebe“, Fördertechnik 1912.

und zufolge des Eintrittsvierecks ist

$$\frac{w_{stx}}{v u_1} = \frac{v w_1 - \mu w_1}{v w_1}, \text{ also } \frac{w_{stx}}{\sqrt{2gH}} = w_{stx} = u_1 (v - \mu).$$

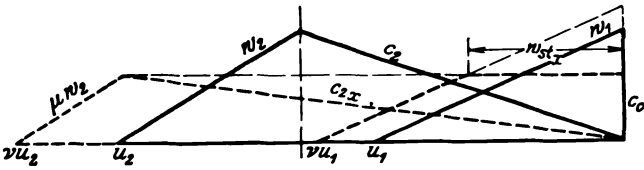


Abb. 77.

Damit folgt

$$\begin{aligned} \frac{H_x}{H} &= v^2 u_2^2 - \mu^2 w_2^2 - \mu^2 c_e^2 + k v^2 u_2^2 + k \mu^2 w_2^2 - 2k \mu v u_2 w_2 \cos \beta_2 \\ &\quad - u_1^2 (v - \mu)^2 \\ &= -\mu^2 [c_e^2 + (1 - k) w_2^2 + u_1^2] + 2\mu v [u_1^2 - k u_2 w_2 \cos \beta_2] \\ &\quad + v^2 [(1 + k) u_2^2 - u_1^2], \end{aligned}$$

worin die Geschwindigkeiten, nicht mehr spezifische in bezug auf H_x $= \frac{H_x}{H} \cdot H$ sondern hinsichtlich H , der Ausgangsdrehzahl und der Ausgangswassermenge dem Diagramm ohne Stoß entsprechen.

Die Auftragung der Werte $\frac{H_x}{H}$ als Ordinaten zu den μ als Abszissen für bestimmte Werte v , als Parameter auffaßbar, liefert Parabeln, Förderparabeln, deren jede einer anderen Drehzahl zugehört. H_x ist, abgesehen von der Geschwindigkeit, um die Widerstandshöhe H_0 größer als die statische Förderhöhe; wegen der Proportionalität der Widerstandshöhen unmittelbar feststellbar: Parabeln, welche die geometrische Förderhöhe H_0 im Punkte O berühren. Es folgt

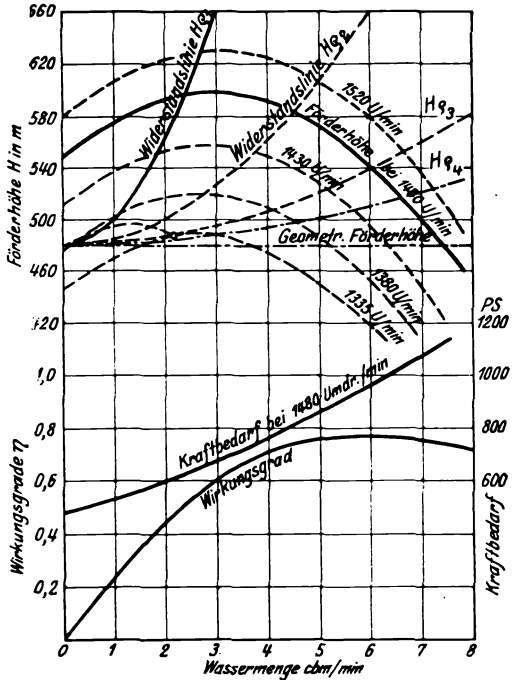


Abb. 78.

$$\frac{H_x}{H} = \frac{H_0}{H} + \alpha \mu^2 \text{ mit } \alpha = \text{konst.}$$

Im Schnitt der Widerstandslinien mit den Förderparabeln folgen die Betriebspunkte der Anlage, deren Abszissen das Verhältnis $\mu = \frac{\mu Q}{Q}$ erkennen lassen.

Bez. weiterer Untersuchungen, den Charakter der Förderparabeln, den Schwebezustand ($\mu = 0$) und die Stabilitätsbedingungen für die Förderung betreffend, sei auf Thomann, a. a. O. S. 119 ff. verwiesen.

(1122) Konstruktive Einzelheiten. Im allgemeinen denen der Turbinen S. 952 ff. entsprechend. Besondere Leitschaufeln im Interesse guten Wirkungsgrades nur bei Hochdruckpumpen; bei Niederdruckpumpen Ersatz des Leitrades

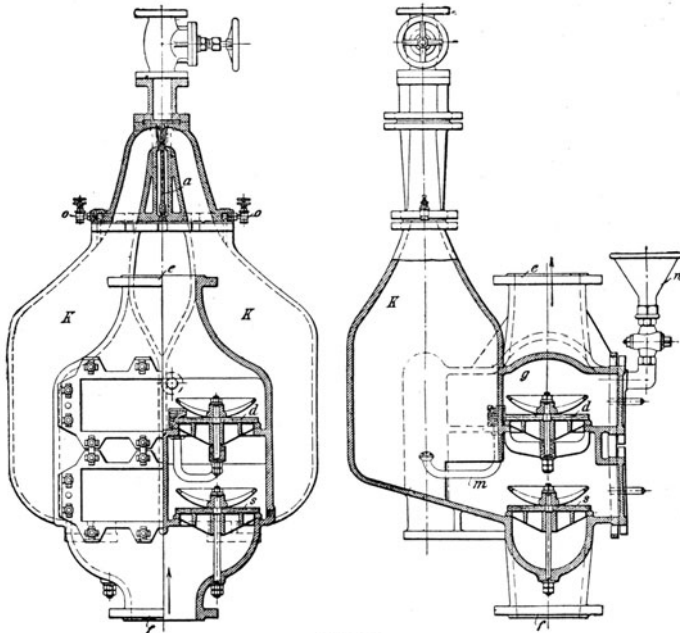


Abb. 79.

durch ein das Laufrad umschließendes Spiralgehäuse, wenn auf guten Wirkungsgrad gerechnet wird: stetig zunehmender Gehäusequerschnitt senkrecht zu c_2 ; im Falle konstanter Breite äußere Begrenzung nach Kreisvolvente, den Radumfang unter α_2 schneidend. Runder oder rechteckiger Querschnitt. Zweiseitiger Eintritt den Axialschub vermindern, die Zugänglichkeit erschwerend (Reinigungsöffnungen). Bei einseitigem Eintritt (mehrstufige Hochdruckpumpen) Verminderung des Axialschubes und Spaltverlustes durch sorgfältige Ausbildung des Spaltes: gleich große, zylindrische Schleifringe und Entlastungslöcher im Radboden oder Entlastungsscheiben nach Art der Lauflinsen bei Preßölspurzapfen. Starker Verschleiß bei unreinem Wasser, Auswechslungsmöglichkeit. Laufadbefestigung mittels Paßfedern oder Gewinde (fliegende Anordnung). Neutrale Schaufelenden von Lauf- und Leitrad, nach Neumann Evolventen.

Stopfbüchsen unter Wasserverschluß, Welle in Ringschmierlagern laufend, mit Sicherung in axialer Richtung.

Lufthahn im Gehäusescheitel, Ablaßventil, Fülleitung, Anschlüsse für Druckmessung, u. U. Wasserstand, Absperrvorrichtung in Druckleitung.

Dampfdruckpumpen (Pulsometer)

(1123) (C. H. Hall, 1871.) Pressung gespannten Dampfes und Atmosphärendruck bewirken das Fortdrücken nach dem Behälter (Ausguß) bzw. Ansaugen

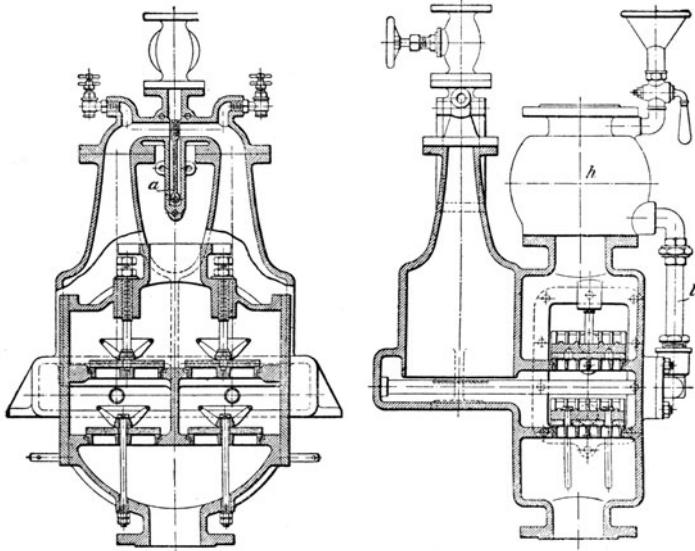


Abb. 80.

aus dem Saugbehälter nach Maßgabe der Kondensation des Dampfes, der vorhergehend eine Druckwirkung ausgeübt hat.

Abwechselnd saugend und drückend oder gleichzeitige Saug- und Druckwirkung durch Vereinigung zweier Apparate. Steuerung für Saug- und Druckleitung und für Dampfleitung entweder von Hand oder selbsttätig.

Abb. 79 zeigt den Normal-Pulsometer der Firma Gebr. Körting A. G., Hannover-Körtingendorf.

Dampfeintritt je nach Lage der auf Halbzapfen schwingenden Zungenklappe *a* in eine der beiden flaschenförmigen Kammern *K*, aus denen das Wasser durch Druckventil *d* in das bei *e* anschließende Druckrohr gedrückt wird. Sobald der Flüssigkeitsspiegel in Kammer bis auf die Eintrittsöffnung zum Ventilkasten *g* gesunken ist, erfolgt Mischung des Dampfes mit dem Wasser, es erfolgt Kondensation, die durch Wasser aus Einspritzrohr *m*, mit Ventilkasten *g* verbunden, unterstützt wird und Druckminderung, zufolge deren *a* umgesteuert wird, Dampf

Wasser, es erfolgt Kondensation, die durch Wasser aus Einspritzrohr *m*, mit Ventilkasten *g* verbunden, unterstützt wird und Druckminderung, zufolge deren *a* umgesteuert wird, Dampf

in die andere Kammer strömt und Wasser durch Saugventil *s* in die erste Kammer tritt. Wiederholung des Vorganges in der anderen Kammer. Luftventile *O* mit Stellmuttern zur Regelung der Luftströmung versehen zum Zwecke der Vermeidung von Schlägen; elastisches Kissen über dem bei Saugwirkung rasch ansteigenden Wasserspiegel. Mit Hahn versehener Trichter *n* zur Anfüllung.

Abb. 80 zeigt den Hochdruck-Pulsometer von Gebr. Körting-A.-G., Hannover-Körtingsdorf; bis 50 m Förderhöhe und darüber noch sicher arbeitend.

Ein Teil des in Druckleitung geförderten Wassers wird in eine Kammer des Windkessels *h* gedrückt, wo es solange verbleibt, bis Dampfzutritt zur zugehörigen Kammer durch Zungenklappe *a* abgesperrt ist, worauf das Wasser durch Injektionsrohr *l* mit großer Geschwindigkeit in diese Kammer zurückströmt; gutes Vakuum, große Saughöhe, bei kaltem Wasser 8 m.

Bei Förderhöhen bis 13 m Wassermengen von $0,115 \div 5,4$ cbm/min., bis zu 53 m solche von $0,43 \div 2,25$ cbm/min fördernd.

Mit gewöhnlichen, gut gebauten Pulsometern, je nach Größe, mit 1 kg Dampf $3000 \div 5000$ mkg in gehobenem Wasser erreichbar, entsprechend einem Dampfverbrauch von $54 \div 90$ kg für 1 PS₀/st. Bei Hochdruck-Pulsometern mit begrenzter Einspritzung bis zu 8000 mkg je 1 kg Dampf steigend.

Erhöhung der Wassertemperatur etwa 2^o bis zu 10 m Förderhöhe, für je 10 m Höhenpumpen etwa 1,5^o mehr.

Bez. Versuchsergebnisse s. Z. 1885, S. 755 und Z. 1883, S. 167 (heiße Flüssigkeiten).

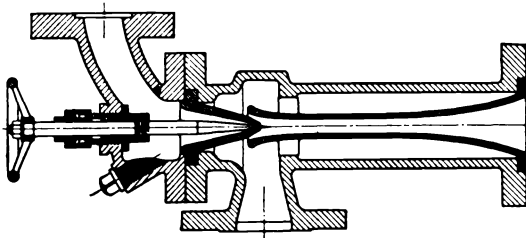


Abb. 81.

Strahlapparate.

(1124) Tropfbar flüssiger oder gasförmiger Strahl reißt umgebende Flüssigkeitsteilchen mit, mischt sich mit ihnen und das Gemisch vermag unter Geschwindigkeitsverminderung einen Gegen-

druck zu überwinden. Ejektoren oder Elevatoren, zum Heben dicker, unreiner oder, in entsprechender Ausführung, chemisch wirkender Flüssigkeiten mittels Luft-, Wasser- oder Dampfstrahles. Injektoren, zur Förderung von Wasser mittels Dampfstrahles in Dampfkessel (Giffard 1858).

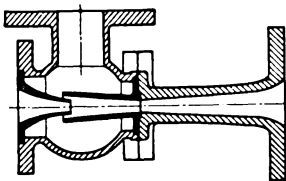


Abb. 82.

Wasserstrahl-Ejektoren zum Anschluß an Druckwasserleitungen, 3,5 ÷ 4 at Pressung, bis auf 5 m hebend bei einer Saughöhe bis zu

3 m. Für Keller- und Baugrubenentwässerung, im Bergbau und für Kanal-entwässerung. Vgl. Z. 1894, S. 553ff., Ausführungen der Firma Gebr. Körting in Hannover-Körtingsdorf betr. und außerdem die Listen der Firmen Schäffer & Budenberg, Magdeburg-Buckau; Hannoversche Zentral-

heizungs- und Apparatebauanstalt, Hannover-Hainholz. Anpassung der Triebwassermenge an die Förderhöhe durch Regulierspindel, Abb. 81.

Dampfstrahl-Ejektoren. Abb. 82, für größere Förderhöhen, allgemein von Dampfspannung und Flüssigkeitstemperatur abhängig. Nur saugend, oder nur

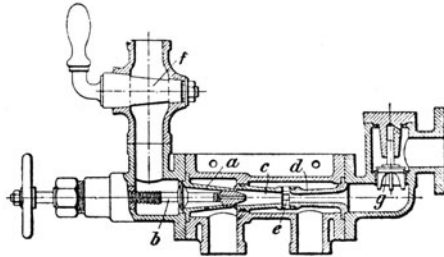


Abb. 83.

drückend oder auch saugend und drückend. Saughöhe im Falle kalten Wassers bis 7 m. Vielfach zur Verdichtung des Abdampfes benutzt: Strahlkondensatoren. Ausführungen durch oben genannte Firmen, auf deren Listen bzw.

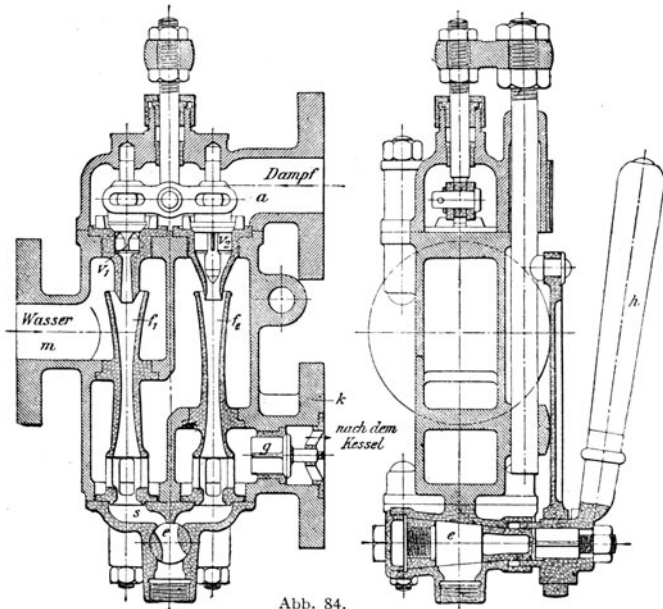


Abb. 84.

der verschiedenen Formen und der Betriebsergebnisse verwiesen sei. Vgl. hierunter außerdem „Die Pumpen“, von K. Hartmann und J. W. Knoke, Berlin 1906, Julius Springer. S. auch J. Heini, „Untersuchungen von Dampfstrahlapparaten“, F. A. Heft 256.

Dampfstrahl-Injektoren. Abb. 83 zeigt einen einfach saugenden Injektor der Firma Schäffer & Budenberg, Magdeburg-Buckau.

Feststehende Dampfduße *a* mit verstellbarer Spindel *b*, an kegelförmigem Ende durchbohrt zur Regelung der Dampfzufuhr; zwischen Mischdüse *c* und Fangdüse *d* liegender Überlauf-(Schlabber-)raum *e* zur Entfernung überflüssigen Wassers oder Dampfes beim Ingangsetzen dienend. Absperrhahn *f*, Druckventil *g*. Ausführungen für $4 \div 1501/\text{min}$ bei $3 \div 9$ at Kesselspannung. Speisewassertemperatur bis 30° . Bei nicht saugender Anordnung auch mittels Maschinenabdampfes zu betreiben und zur Erzielung von Saugwirkung mit Rohrstützen und Drosselklappe zur Frischdampfzufuhr ausgestattet: Abdampfinjektor, bis 11 at Kesselspannung verwendbar. Höchste Speisewassertemperatur 32° bei nichtsaugender Anordnung und 5 at Kesselspannung; Temperaturerniedrigung mit zunehmender Spannung.

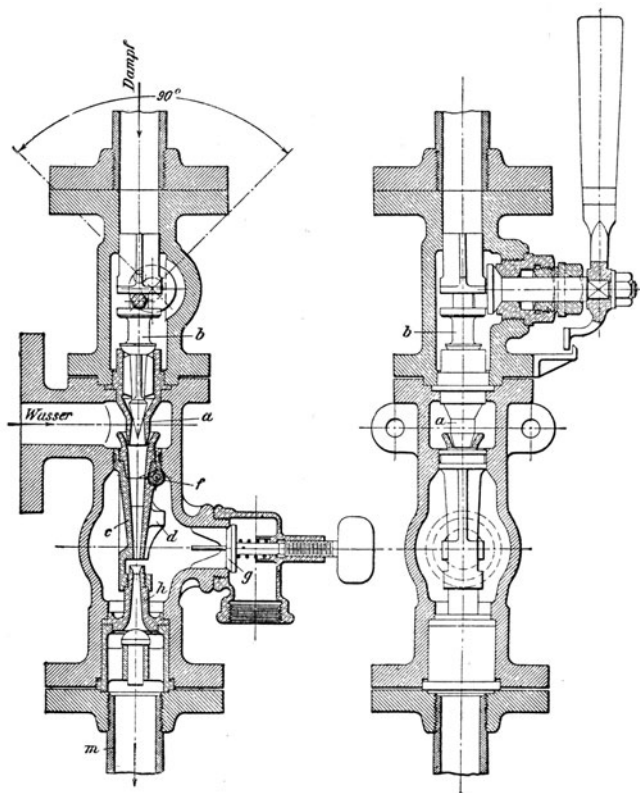


Abb. 85.

Für zufließendes Wasser mit Temperaturen bis 70° Doppelinjektoren, Abb. 84, Ausführung von Schäffer & Budenberg, Magdeburg-Buckau.

Durch Drehung des Handhebels *h* Öffnung des kleineren Ventils V_1 , bei *a* eintretender Dampf gelangt in Mischdüse f_1 , wo er sich mit dem durch *m* eintretenden Wasser mischt und verdichtet wird. Abfluß der Mischung durch Kanal *s* und den in betreffender Hebelstellung teilweise geöffneten Hahn *e*, der bei Weiterdrehung des Hebels geschlossen wird und das Gemisch unter Druck nach Düse f_2 steigt. Absaugung von hier infolge Öffnung größeren Ventils V_2 und Abströmung durch Rückschlagventil *g* nach dem Kessel.

Restarting-Injektor, nach sog. Durchschlagen, d. h. Aufhören der Saugwirkung infolge Undichtheiten der Saugleitung oder durch Stoßwirkungen, selbst-

tätig wieder anspringend. Abb. 85, Ausführung von Schäffer & Budenberg, Magdeburg-Buckau.

Regelung der Dampfdüse *a* durch verschiebbare Spindel *b*; Mischdüse aus feststehendem Teil *c* und um *f* drehbaren Teil *d* bestehend, der sich beim Durchströmen von Dampf und Wasser öffnet. Gemisch durch Schlabbventil *g* entweichend. Nach Maßgabe der Dampfkondensation nimmt Spannung im Düseninnern ab, *d* wird geschlossen und Abströmung erfolgt durch *h* nach *m*. Liefermengen und Rohrabmessungen aus nachstehender Tabelle zu entnehmen.

Nummer des Injektors . . .	1 ¹ / ₂	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	13	15	17
Lieferung bei 4 at Dampfdruck, 1 m Saughöhe und Wasser von 15° C. . l/min	4	7,5	12,5	25	37,5	50	65	80	96	120	150	200	300	375
Durchmesser der Anschlußflanschen:														
in Rotguß-Ausführung mm	65	75	75	100	100	110	110	130	130	150	150	175	185	200
in Eisen-Ausführung mm	—	—	—	110	110	130	130	140	140	150	150	175	185	200
Geringster lichter Durchmesser der Rohre mm	10	15	15	25	25	35	35	40	40	45	45	60	70	75

Größtmögliche Saughöhen etwa folgende:

Dampfdruck	at	1 ¹ / ₄ bis 1 ¹ / ₂	2	2 ¹ / ₂ bis 3	4	5	6	7	8	9	10
Saughöhe	m	2	3	4	5	6	6	6	6	6	6

Speisewassertemperatur für Saughöhen ≤ 1 m.

Dampfdruck	at	2 ¹ / ₂ bis 3	3 ¹ / ₂ bis 4	6	7	8	9	10
Temperatur	°C	58 bis 62	55 bis 56	54	50	45 bis 48	40 bis 43	38 bis 40

Bei 2 bis 3 m Saughöhe und 6 at Dampfspannung kann das Speisewasser 45° C bis 50° C und bei 4 bis 5 m Saughöhe 35° bis 40° C warm sein.

Über den zu den „Dampfstrahlpumpen“ gehörigen Universal-Strahlkondensator zur Verdichtung des Abdampfes der Dampfmaschinen von Gebr. Körting A.-G. s. unter „Kondensation“.

Siebzehnter Abschnitt.

Gebläse und Kompressoren.

Bearbeitet von Prof. Dipl.-Ing. C. Zietemann, Chemnitz.

Kolbengebläse und Kompressoren.

(1125) Theoretischer Kreisprozeß des Kompressors. Arbeitsvorgang: Beim Hingang des Kolbens Ansaugen $A-1$, Abb. 1, mit dem Druck p_1 (gewöhnlich Atmosphärendruck), beim Rückgang Verdichten $1-2$ auf den Druck p_2 (isotherm oder adiabatisch), dann Hinausschieben $2-3$ in den Druckluftbehälter. Die Arbeit des Kreisprozesses ist somit die Fläche $A123$, sie besteht

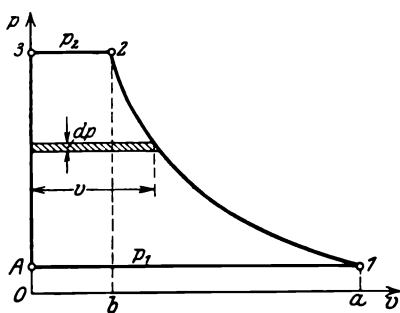


Abb. 1.

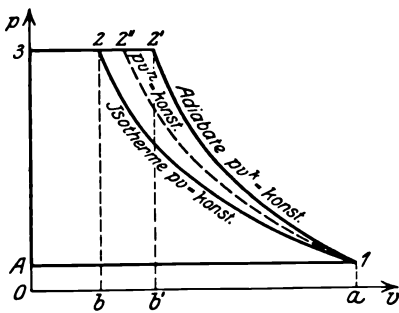


Abb. 2.

aus der Kompressionsarbeit $L_k = \text{Fläche } a12b$, zuzüglich der Ausschubarbeit $L_2 = \text{Fläche } b230$, abzüglich der Ansaugarbeit $L_1 = \text{Fläche } O A 1 a$. Die aufgewendete Kompressor- (Betriebs-) arbeit ergibt sich als Flächenintegral aus der Summe der wagerechten Flächenstreifen, Abb. 1, für 1 kg

$$L = L_k + L_2 - L_1 = \int_{p_1}^{p_2} v dp \dots \dots \dots 1$$

Die Verdichtung kann im Grenzfall nach der Isotherme (vgl. (543)) erfolgen, $p v = \text{konst.}$, wenn die ganze der Kompressionsarbeit äquivalente Wärme abgeführt wird, Kurve $1-2$, Abb. 2, oder nach der Adiabate nach dem Gesetz $p v^k = \text{konst.}$ (vgl. (544)), Kurve $1-2'$, wenn keine Kühlung während der Verdichtung eintritt. Obgleich die Kompressionsarbeit bei der Isotherme größer ist als bei der Adiabate, so ist wegen der kleineren Ausschubarbeit bei ersterer

die ganze Kompressorarbeit kleiner als bei der Adiabate; somit ist isothermische Verdichtung anzustreben. Praktisch ist diese wegen der unvollkommenen Kühlung (ungenügende Kühlfläche, zu kurze Zeit) nicht erreichbar, die Verdichtung verläuft zwischen Isotherme und Adiabate als Polytrope nach dem Gesetz $p v^n = \text{konst.}$, wobei $n > \kappa > 1$.

(1126) Isothermische Verdichtung. Aus $Pv = P_1 v_1$ folgt $v = P_1 v_1 : P$ und durch Einstellen in Gl. 1 wird die Kompressorarbeit für 1 kg

$$L = \int_{p_1}^{p_2} P_1 v_1 \frac{dP}{P} = P_1 v_1 \ln \frac{p_2}{p_1} \dots \dots \dots 2$$

Somit ist hierbei die Kompressorarbeit gleich der Kompressionsarbeit (vgl. (543) Gl. 31).

Für 1 m³ Saugluft (oder Gas) ist

$$L = P_1 \ln \frac{p_2}{p_1} \dots \dots \dots 2a$$

und für 1 m³ Druckluft

$$L = P_2 \ln \frac{p_2}{p_1} \dots \dots \dots 2b$$

Die abzuführende Wärme ist nach (553) $Q = AL$. Im Wärmediagramm, Abb. 3, ist somit die Arbeit im Wärmemaß durch die Fläche 12 III dargestellt (vgl. Abb. 19, S. 512).

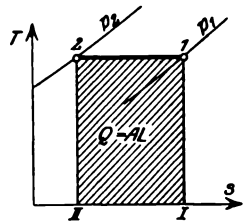


Abb. 3.

(1127) Adiabatische Verdichtung. Nach (544) Gl. 33 ist die Kompressionsarbeit $L_k = c_p (T_2 - T_1) : A$ und mit der Ansaugarbeit $L_1 = P_1 v_1$ und der Ausschubarbeit $L_2 = P_2 v_2$ wird die Kompressorarbeit

$$L = \frac{c_v}{A} (T_2 - T_1) + P_2 v_2 - P_1 v_1 \text{ oder, da } P_2 v_2 = R T_2, P_1 v_1 = R T_1 \text{ und } c_p = AR : (\kappa - 1) \text{ (s. (529)),}$$

$$L = \frac{R}{\kappa - 1} (T_2 - T_1) + R (T_2 - T_1) = \frac{\kappa}{\kappa - 1} R (T_2 - T_1) = \frac{\kappa}{\kappa - 1} R T_1 \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right)$$

und mit (544), Gl. 34 c

$$L = \frac{\kappa}{\kappa - 1} P_1 v_1 \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right) = \frac{\kappa}{\kappa - 1} P_1 v_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} - 1 \right] \dots \dots 3$$

Vergleicht man die Kompressorarbeit mit der Kompressionsarbeit (s. (544) Gl. 36b) unter Berücksichtigung des negativen Vorzeichens für aufgewendete Arbeit, so folgt: die Kompressor-(Betriebs-)arbeit ist κ -mal größer als die reine Kompressionsarbeit. Folglich ist auch

$$AL = \kappa AL_k = \kappa \cdot c_p (T_2 - T_1) = c_p (T_2 - T_1), \dots \dots \dots 4$$

somit der Form nach gleich der bei gleichbleibendem Druck zugeführten Wärme. Im T_s -Diagramm, Abb. 4, ist demnach die Betriebsarbeit in WE durch die Fläche $a 23c$ dargestellt; Fläche $a 24b$ ist die Kompressionsarbeit in WE, somit Fläche $b 23c$ die Differenz der Ausschub- und der Ansaugarbeit (kurz Gleichdruckarbeit genannt). Die Arbeit ist für 1 m³ auf den Ansaugzustand bezogen

$$L = \frac{\kappa}{\kappa - 1} P_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} - 1 \right] \text{ mkg/m}^3; \dots \dots \dots 5$$

für 1 kg auf den Endzustand der Verdichtung bezogen

$$L = \frac{\kappa}{\kappa - 1} P_2 v_2 \left[1 - \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \right] \text{ mkg/kg} \dots \dots \dots 6$$

und für 1 m³ auf den Endzustand bezogen

$$L = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \cdot P_2 \left[1 - \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \right] \text{ mkg/m}^3 \text{ (warm)} \dots \dots \dots 6a$$

Für 1 m³ vom Enddruck, jedoch auf t₁ abgekühlter Luft bzw. Gas ist die Arbeit im Verhältnis T₂/T₁ größer

$$L = \frac{T_2}{T_1} \cdot \frac{\kappa}{\kappa - 1} \cdot P \left[1 - \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \right] = \frac{\kappa}{\kappa - 1} P \left[\frac{T_2}{T_1} - \frac{T_2}{T_1} \cdot \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\kappa - 1} \right]$$

und da $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}}$, so ist

$$L = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \cdot P_2 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} - 1 \right] \text{ mkg/m}^3 \text{ (kalt)} \dots \dots \dots 6b$$

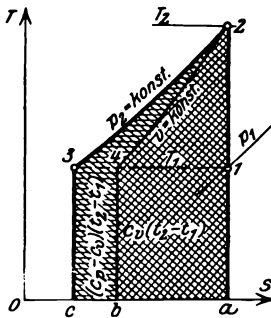


Abb. 4.

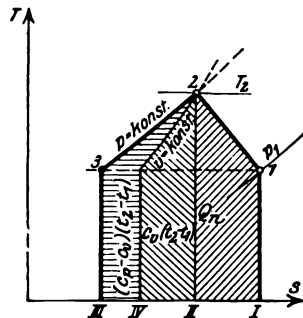


Abb. 5.

(1128) **Polytropische Verdichtung.** Analog ist auch hier die Kompressorarbeit gleich dem n-fachen der Kompressionsarbeit; demnach ist

$$L = \frac{n}{n - 1} P_1 v_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n - 1}{n}} - 1 \right] \text{ mkg/kg} \dots \dots \dots 7$$

$$L = \frac{n}{n - 1} \cdot P_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n - 1}{n}} - 1 \right] \text{ mkg/m}^3 \text{ Ansaugezustand} \dots \dots \dots 7a$$

$$L = \frac{n}{n - 1} P_2 \left[1 - \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{n - 1}{n}} \right] \text{ mkg/m}^3 \text{ vom Enddruck, warm} \dots \dots \dots 7b$$

$$L = \frac{n}{n - 1} \cdot P_2 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n - 1}{n}} - 1 \right] \text{ mkg/m}^3 \text{ vom Enddruck, kalt} \dots \dots \dots 7c$$

Die während der Verdichtung abgeführte Wärme ist nach (545) Gl. 39a $Q_n = c_n (t_2 - t_1)$ mit c_n nach (545), Gl. 40, und ist im T_s -Diagramm, Abb. 5, dargestellt durch die Fläche I 1 2 II unterhalb der Polytrope 1—2; die zur Erhöhung der inneren Energie (Eigenwärme des Gases) aufgewendete Wärme ist die Fläche II 2 4 IV, die der Kompressorarbeit L_k äquivalente Wärme ist somit nach (545) die Summe beider Flächen, d. i. Fläche I 1 2 4 IV. Um die ganze Kompressorarbeit darzustellen, ist zu beachten, daß die Differenz von Ausschub- und Ansaugarbeit $P_2 v_2 - P_1 v_1 = R(T_2 - T_1)$, oder im Wärmemaß $AR(T_2 - T_1) = (c_p - c_v)(t_2 - t_1) = c_p(t_2 - t_1) - c_v(t_2 - t_1)$ ist, somit als Differenz der bei unveränderlichem Druck und bei unveränderlichem Volumen zwischen den Temperaturen t_2 und t_1 zu- oder abzuführenden Wärmen erscheint, Fläche IV 4 2 3 III. Demnach ist die ganze Kompressorarbeit die Summe der 3 Flächen, d. i. Fläche I 1 2 3 III. Das Verhältnis der abgeführten Wärme zur Kompressorarbeit ist mit (545), Gl. 41

$$\frac{Q}{AL} = \frac{Q}{AL_k \cdot n} = \frac{1}{n} \cdot \frac{\alpha - n}{\alpha - 1} \dots \dots \dots 8$$

(1129) Wirklicher Prozeß des Kompressors. Im Kompressor tritt eine Reihe von Verlusten auf, welche eine Abweichung vom theoretischen Prozeß ergeben. Jeder Kompressor hat einen schädlichen Raum, in welchem verdichtetes Gas am Hubende zurückbleibt und bei Beginn des Saughubes expandiert — die Rückexpansion, 3—4, Abb. 6; dadurch kann erst nach Erreichung des Ansaugdruckes das Ansaugen beginnen, die Ansaugmenge ist kleiner, als dem Hubvolumen entspricht. Das Verhältnis des angesaugten Volumens zum Hubvolumen V ist der volumetrische Wirkungsgrad

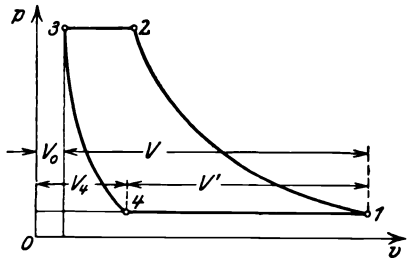


Abb. 6.

$$\lambda_0 = V' : V.$$

Ist $\epsilon_0 = V_0 : V$ der Koeffizient des schädlichen Raumes (in % des Hubvolumens, $V_0 = V_3 = \epsilon_0 V$), so wird

$$\lambda_0 = \frac{V'}{V} = \frac{V_1 - V_4}{V} = \frac{V + V_0 - V_4}{V} = \frac{V + \epsilon_0 V - \epsilon_0 V \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{n}}}{V},$$

da aus $\frac{V_4}{V_0} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{n}}$ — vgl. (545) — $V_4 = V_0 \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{n}}$,

wenn allgemein polytropischer Verlauf der Rückexpansion angenommen wird.

Durch Division ist dann

$$\lambda_0 = 1 + \epsilon_0 - \epsilon_0 \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{n}} = 1 - \epsilon_0 \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{n}} - 1 \right] \dots \dots \dots 9$$

Somit ist der volumetrische Wirkungsgrad um so kleiner, je größer der schädliche Raum und das Verdichtungsverhältnis und je kleiner n . Demnach ist isothermische Rückexpansion ungünstig, wie sie besonders bei Schieberkom-

pressoren verläuft, wo die Kanäle nicht gekühlt werden können und Wärme an das Gas abgeben, da für Ein- und Austritt derselbe Kanal benutzt wird. Die Arbeitsfläche im $p\text{-}v$ -Diagramm ist zwar kleiner, doch ist sie für eine viel geringere Menge aufzuwenden.

Ein weiterer Verlust tritt ein durch die Erwärmung der angesaugten Menge infolge Mischung mit der Restmenge und durch Wärmeaufnahme von den Wandungen des Zylinders, die Temperatur steigt von t_1 auf t'_1 . An der Gestalt des $p\text{-}v$ -Diagramms ändert das nichts, doch wird die Leistung verschlechtert, indem das angesaugte Gewicht bei gleichem Arbeitsaufwand kleiner wird. Auf 1 kg bezogen, würde das Volumen auf $v' = v_1 T'_1 : T_1$ vergrößert, der Mehraufwand an Arbeit ist durch die Zunahme der Fläche im Diagramme gekennzeichnet, die Arbeiten verhalten sich wie die Temperaturen: $L' : L = T'_1 : T_1$.

Bei Gebläsen, die nur auf geringe Drucke verdichten, ist die Erwärmung vernachlässigbar gering; bei Kompressoren, besonders bei Schieberkompressoren, ist sie bedeutend.

Ferner ergeben sich Verluste dadurch, daß der Ansaugdruck niedriger ist, als der Außendruck, Abb. 7, und der Anschubdruck höher ist, als der Druck im Behälter, infolge der Widerstände in den Leitungen. Dadurch wird die Arbeit größer, aber auch der volumetrische Wirkungsgrad kleiner, da nur während des Hubteiles s' , Abb. 7, angesaugt wird (auf den Außendruck bezogen).

Bei Kompressoren mit selbsttätigen Ventilen muß zu Beginn des Öffnens noch ein weiterer Unterdruck bzw. Druckanstieg stattfinden um die Ventilmassen zu beschleunigen, Abb. 7.

Die Liefermenge wird auch noch durch Undichtigkeit verringert.

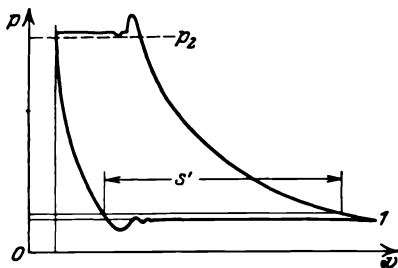


Abb. 7.

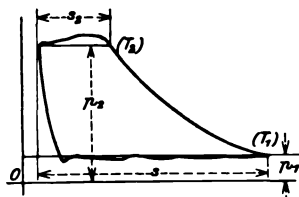


Abb. 8.

(1130) Liefergrad. Das Verhältnis der wirklich geförderten Menge G_n zu der dem Hubvolumen entsprechenden G ist der Liefergrad

$$\lambda = G_n : G,$$

oder, da meist bequemer mit dem Volumen gerechnet wird und das wirklich angesaugte Volumen $V_n = G_n \cdot v_0$ ist, wenn v_0 das spez. Volumen bei Ansaugdruck und -temperatur,

$$\lambda = V_n : V.$$

Der Liefergrad wird durch Messung der Fördermenge (S. 1193) bestimmt; angenähert kann er aus dem aufgenommenen Indikatorgramme, Abb. 8¹⁾, ermittelt werden; p_2 ist der durch Manometer gemessene Enddruck, damit ergibt sich im Diagramm die Strecke s_2 . Ist F die nutzbare Kolbenfläche. v_3 das spez. Volumen im Druckrohr entsprechend dem Druck p_2 und der Temperatur t_3 , so ist

$$G_n = F s_2 : v_3 \quad \text{und} \quad V_n = G_n v_0 = F s_2 v_0 : v_3$$

¹⁾ Ostertag, P.: Theorie und Konstruktion der Kolben- und Turbokompressoren, 2. Aufl. Berlin: Julius Springer.

und damit

$$\lambda = \frac{V_n}{F \cdot s} = \frac{s_2 v_0}{s v_3} = \frac{s_2 T_0 p_2}{s T_3 p_0}, \dots \dots \dots 10$$

wenn p_0 und T_0 Ansaugdruck bzw. Temperatur (im Saugrohr).

(1131) Wirkungsgrad des Kompressors. Das Verhältnis der Arbeit des verlustlosen Kompressors mit isothermischer Verdichtung zu der indizierten Arbeit des gegebenen Kompressors ist der Wirkungsgrad η . Ist $p_m = p_1 \ln \frac{p_2}{p_1}$ der mittlere Druck bei verlustfreier isothermischer Verdichtung, p_t der mittlere indizierte Druck, so ist die Arbeit, auf das gleiche Volumen bezogen: $L = V \cdot P_m$ bzw. $L_t = V \cdot P_t$.

Wird die Arbeit auf das pro Hub geförderte Volumen bezogen, so ist die verlustlose Arbeit $\lambda \cdot V \cdot P_m$.

Somit ist

$$\eta = \frac{\lambda \cdot V \cdot P_m}{V \cdot P_t} = \lambda \frac{P_m}{P_t} = \lambda \cdot \frac{p_m}{p_t} \dots \dots \dots 11$$

Das Verhältnis der aus dem Indikator diagramm bestimmten indizierten Arbeit zu der zugeführten ist der mechanische Wirkungsgrad.

Das Verhältnis der Arbeit des verlustlosen Kompressors bei isothermer Verdichtung zur zugeführten Arbeit wird isothermische Wirkungsgrad η_{is} genannt.

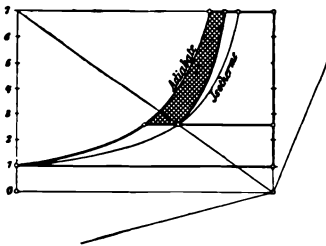


Abb. 9.

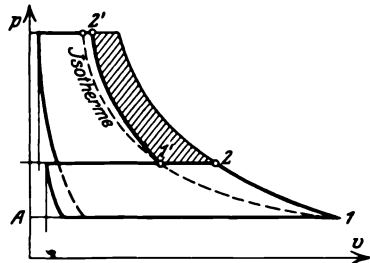


Abb. 10.

(1132) Mehrstufige Verdichtung. Um zu hohe Temperaturen zu vermeiden und den volumetrischen Wirkungsgrad zu erhöhen, d. h. die Leistung des Kompressors zu verbessern, wird die Verdichtung auf zwei oder mehrere Zylinder verteilt — Verbundkompressoren —, wobei zwischen den Zylindern Zwischenkühlung angewendet wird. Beim theoretischen Prozeß mit adiabatischer Verdichtung, Abb. 9, ergibt die Zwischenkühlung eine Arbeitsersparnis, welche gleich ist der schraffierten Fläche. Beim praktischen Prozeß ist der Vorteil noch wesentlich größer, da die Rückexpansion kleiner wird, Abb. 10, ferner ist die Erwärmung beim Ansaugen kleiner wegen der geringeren Temperaturen. Es ist zwar noch ein zweiter Zylinder erforderlich, doch ist wegen der größeren Liefermenge beim Verbund-

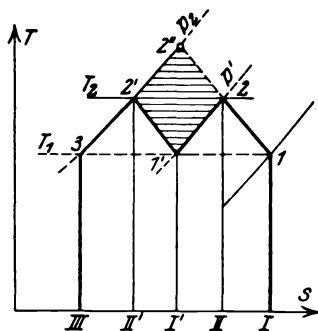


Abb. 11.

kompressor ist ein zweiter Zylinder erforderlich, doch ist wegen der größeren Liefermenge beim Verbund-

kompressor die Summe der Zylinderinhalte sogar kleiner als bei einstufiger Verdichtung. Für kleinere Leistungen können billigere Einzylinder-Verbundkompressoren (s. (1143)) angewendet werden.

Im T_s -Diagramm, Abb. 11, zeigt sich die Arbeitersparnis im Wärmemaß, bei zweistufiger polytropischer Verdichtung durch die Fläche $22''2'1'$. Die in den Zylindern durch Kühlung abgeführte Wärme ist durch die Flächen $I 12 II$ bzw. $I'1'2'II'$, die im Zwischenkühler abgeführte Wärme $Q = c_p \cdot (t_2 - t_1) \cdot G$ durch die Fläche $II 2 1' I'$ dargestellt.

Bei m -stufiger Verdichtung verhalten sich die Drücke in den aufeinanderfolgenden Zylindern wie $\sqrt[m]{p_2 \cdot p_1}$, wenn p_1 und p_2 der Ansaugdruck der ersten bzw. der Enddruck der letzten Stufe ist.

Berechnung der Abmessungen.

(1133) Einstufige Verdichtung. Ist V_n das nutzbare Ansaugvolumen in der Minute in m^3 , D, s und F der Durchmesser, bzw. Hub, bzw. die nutzbare Kolbenfläche in m^2 , n die Drehzahl in der Minute, λ der Liefergrad, s. (1130), so ist

$$V_n = i F S n \lambda = i F \cdot 30 \cdot c_m \lambda \text{ m}^3/\text{min}, \dots \dots \dots 11$$

worin $i = 1$ bei einfach wirkenden, $i = 2$ bei doppeltwirkenden Maschinen. Bei durchgehender Koblentange ist $F = \varphi \pi D^2 : 4$ worin $\varphi \cong 0,97 \div 0,98$ gesetzt werden kann.

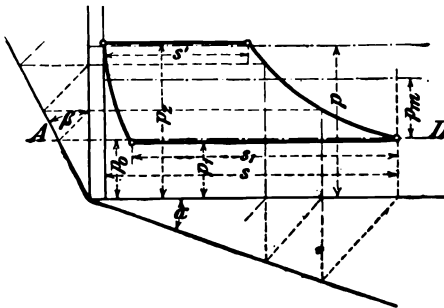


Abb. 12.

Die Drehzahl n ist beliebig, doch darf die mittlere Kolbengeschwindigkeit c_m nicht zu groß werden, etwa wie für Dampfmaschinen (588). $c_m = s_n : 30$; ferner soll $s : D \leq 2$ sein.

Der Exponent ist $\{1,2\}$ bis 1,3, nach Annahme des Koeffizienten des schädlichen Raumes (s. 1129) kann das p_v -Diagramm, Abb. 12, entworfen werden, wobei p_1 um 2 bis 3% niedriger ist als die Außenspannung p_0, p_2

um 2 bis 5% höher ist als die Spannung p im Druckraum.

λ wird kleiner als der aus dem schädlichen Raum, dem Druckverhältnis und dem angenommenen Exponenten zu ermittelnde volumetrische Wirkungsgrad λ_0 . Mit diesen Annahmen kann F bzw. D aus Gl. 11 bestimmt werden.

Der Arbeitsaufwand kann nach dem aus dem entworfenen Diagramm, Abb. 12, ermittelten mittleren indizierten Druck bestimmt werden

$$N_i = \frac{i F S n p_i}{60 \cdot 76} \text{ PS}_i, \dots \dots \dots 12$$

oder einfacher mit dem aus dem T_s -, bzw. $i s$ -Diagramm¹⁾ entnommenen Wärmewert der Arbeit AL für 1 kg

$$N_i = \frac{AL \cdot 427 \cdot G}{3600 \cdot 75} = \frac{AL \cdot G}{632,2} \text{ PS}_i, \dots \dots \dots 12a$$

¹⁾ $AL = c_p(t_2 - t_1) = i_2 - i_1$ für 1_kg (vgl. (556), Gl. 51) für adiabatische Verdichtung.

wenn G das stündliche Fördergewicht, das aus dem Ansaugvolumen nach (527), Gl. 6, errechnet werden kann.

(1134) Mehrstufige Verdichtung. Nach Wahl der Stufenzahl und Ermittlung der Zwischendrucke kann für den Niederdruckzylinder der Liefergrad (etwas kleiner als der volumetrische Wirkungsgrad) angenommen und damit F_1 bzw. D_1 wie für einstufige Verdichtung ermittelt werden. Nun ist es zweckmäßig, den Prozeß für adiabatische Verdichtung in das Ts - oder besser in das is -Diagramm einzutragen. Aus den Anfangspunkten der Verdichtungen erhält man die spez. Volumina v_1^I, v_1^{II}, \dots und damit die meßbaren Kolbenflächen der anderen Zylinder im Verhältnis der Volumina

$$F_2 = \frac{F_1}{v_1^I} \cdot v_1^{II}, \quad F_3 = \frac{F_1}{v_1^I} \cdot v_1^{III} \text{ usw.}$$

Der Arbeitsaufwand ist noch Gl. 12a zu ermitteln, wobei AL die Summe der Arbeitswärmen der einzelnen Stufen, die sich aus dem is -Diagramm bequem abgreifen lassen.

Untersuchung ausgeführter Verdichter.

Messung der Liefermenge.

(1135) Messung mittels Gasuhr, die am Anfang der Saugleitung angeordnet wird, ist nur bei kleinen Liefermengen anwendbar. Es muß zwischen Gasuhr und Kompressor ein Gefäß zum Ausgleich der Druckschwankungen eingebaut werden.

(1136) Messung mittels Stauscheibe (Drosselscheibe). Die Drosselscheibe hat eine scharfkantige Öffnung vom Durchmesser d und vom Querschnitt $f \text{ m}^2$; dadurch entsteht ein Druckabfall von p auf p' , der durch Wassersäule gemessen werden kann, Abb. 13. und eine Geschwindigkeit w m/sek erzeugt. Die Öffnung soll so gewählt werden, daß der Druckabfall $p - p'$ nicht größer ist als 100 mm W.-S. Das durch die Öffnung strömende sekundliche Volumen ist

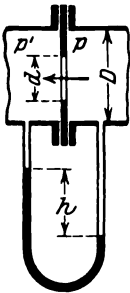


Abb. 13.

$$V = \mu \cdot f \cdot w \text{ m}^3/\text{sek}, \dots 13$$

worin μ eine Durchflußzahl, die durch Eichung für jede Öffnung festgestellt werden muß¹⁾ und vom Verhältnis Lochdurchmesser zu Rohrdurchmesser abhängig ist. Wegen des geringen Druckunterschiedes kann die Fläche im p - v -Diagramm, Abb. 14, als Rechteck angenommen werden, so daß die

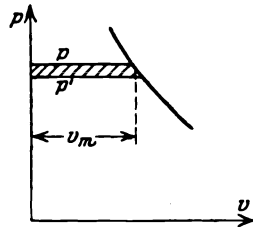


Abb. 14.

Arbeit $L = (P - P') v_m \text{ mkg/kg}$, wenn v_m das dem durch Manometer gemessenen Druck und der Temperatur entsprechende mittlere spez. Volumen ist (aus (527) Gl. 6). Da 1 kg/m^3 einer Wassersäule von 1 mm entspricht, so ist $P - P' = h \text{ mm W.-S.}$ direkt einzusetzen, so daß

$$L = h v_m = h : \gamma_m \text{ mkg/kg ist.}$$

Vernachlässigt man die geringe Geschwindigkeit vor der Scheibe, so ist die für

1 kg (Masse = 1 : g) aus L erzeugte Strömungsenergie $\frac{1}{g} \cdot \frac{w^2}{2} = L = h : \gamma_m$

(vgl. (575)), woraus $w = \sqrt{2g h : \gamma} \text{ m/sek} \dots \dots \dots 14$

¹⁾ Vgl. F.A., Heft 267.

Werte für μ .

$d : D = 0,2$	0,4	0,6	0,7	0,8	0,9
$\mu \approx 0,6$	0,615	0,65	0,68	0,74	0,82.

(1137) **Messung durch Auffüllverfahren.** Die Anordnung zu diesem Meßverfahren zeigt Abb. 15. Der Behälter B ist mit Meßvorrichtungen für Druck (Quecksilbersäule h) und für Temperatur (Thermometer t) versehen; in die Druckleitung wird in der Nähe des Behälters ein Zwischenbehälter Z zum Massenausgleich, ein Absperrventil V_1 und ein ins Freie mündendes Abzweigrohr mit einem Absperrventil V_2 angeordnet. Ventil V_2 ist erst offen, V_1 so eingestellt,

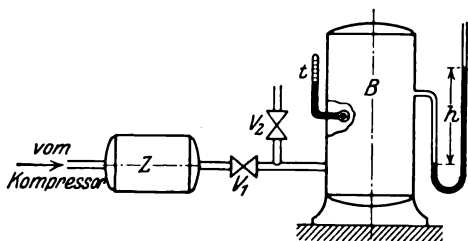


Abb. 15.

daß sich in Z ein gewünschter Druck (meist Kompressions-Enddruck) einstellt. Wird dann V_2 geschlossen, so steigt der Druck in B . Zur Mengemessung wird nun zu Beginn der Druck in B durch die Quecksilbersäule h_1 , und die Temperatur t_1 abgelesen; nach einer bestimmten Zeit z Minuten wird wieder Druck h_2 und Temperatur t_2 abgelesen.

Es sei V das Volumen des Behälters B zuzüglich der Rohrleitung bis V_1 und V_2 und der Barometerstand b mm Q.-S., dann war zu Beginn der Messung das Luft- (bzw. Gas-) gewicht

$$G_1 = \frac{P_1 V}{R T_1}, \text{ worin } P_1 = \frac{b + h_1}{735,5} \cdot 10000 \text{ kg/m}^2$$

und nach z Minuten das Gewicht im Behälter

$$G_2 = \frac{P_2 V}{R T_2} \text{ mit } P_2 = \frac{b + h_2}{735,5} \cdot 10000 \text{ kg/m}^2,$$

somit in 1 Minute gefördert

$$G = (G_2 - G_1) : z \text{ kg/min}$$

oder das angesaugte Volumen, wenn t_a die Ansaug- (Außen-) temperatur, p_a der Ansaugdruck

$$V_a = \frac{G R T_a}{P_a} \text{ m}^3/\text{min}, \text{ worin } P_a = \frac{b}{735,5} \cdot 10000 \text{ kg/m}^2.$$

(1138) **Messung mittels Düsen.** Diese Art ist bei Kolbenverdichtern wenig gebräuchlich, wird aber bei Turbokompressoren und -gebläsen viel benutzt. Bei geringen Drücken (Gebläsen), d. h. wenn $p_2 - p_1 \leq 100$ mm WE, kann die Menge wie bei der Messung durch Stauscheibe, s. (1136), bestimmt werden.

Bei Druckunterschieden bis zum kritischen Druckverhältnis (s. (576)) kann die Geschwindigkeit nach (576), Gl. 78a oder 78 und das sekundlich ausfließende Gewicht aus der Kontinuitätsgleichung ermittelt werden:

$$G = \mu \cdot f \cdot w : v \text{ kg/sek}, \dots \dots \dots 15$$

wenn v das spez. Volumen im Mündungsende (aus dem i - s -Diagramm oder aus (527) Gl. 6 zu ermitteln).

Ist das Druckverhältnis überschritten, d. h. $p_1 < 0,528 p_2$, so muß mit der kritischen Geschwindigkeit w_k gerechnet werden nach (527), Gl. 82a, die sekundliche Menge ist dann.

$$G = \mu \cdot f_{\min} \cdot w_k : v_k \text{ kg'/sek, 15 a}$$

wenn f_{\min} der engste Querschnitt der Düse und v_k das spez. Volumen in demselben, s. F.A. Heft 267.

(1139) Ist die Luftmenge bestimmt und die Umlaufzahl gemessen, so kann der Liefergrad λ (s. (1130)) ermittelt werden. Wird der volumetrische Wirkungsgrad λ_0 (1129) errechnet¹⁾ und die Erwärmung während des Ansaugens bestimmt, so kann aus dem Unterschied von λ_0 und λ ungefähr auf die anderen Verluste geschlossen werden. Wird aus dem Indikatordiagramm der mittlere Druck p_i bestimmt und ferner p_m für isothermische Verdichtung errechnet, so kann der Wirkungsgrad festgestellt werden.

(1140) **Untersuchung des Indikatordiagramms.** Zur Bestimmung des Arbeitsaufwandes bzw. des mechanischen Wirkungsgrades müssen Indikatordiagramme aufgenommen werden. Diese Diagramme können nun noch untersucht werden, um das thermische Verhalten des Verdichters, die Kühlwirkung u. a. m. zu ergründen. Zunächst ist der Exponent n der Kompression zu ermitteln, entweder rechnerisch, wie (623) Abb. 103, oder zeichnerisch nach dem Verfahren von Pröhl, Abb. 16.

Man zieht die Tangenten in den einzelnen Kurvenpunkten P , legt die Subtangente CB um 90° herum und macht $CF = CB$. Für eine polytropische Kurve mit gleichbleibendem Exponenten liegen alle Endpunkte F auf einer Geraden OD , und der Exponent ist $n = \cotg \alpha = OE : CF$. Häufig sind die Werte von n im Laufe der Verdichtung verschieden. Um den Einfluß der Kühlung zu verfolgen ist es zweckmäßig, das Indikationsdiagramm, besonders die Verdichtungslinie in das Ts -Diagramm zu übertragen.

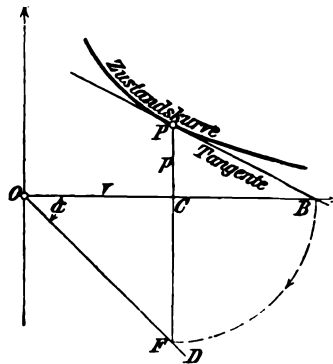


Abb. 16.

Ausgeführte Verdichter und Teile.

Zu den wichtigsten Einzelteilen gehören die Abschlußorgane. Hinsichtlich derselben unterscheidet man Ventilkompressoren (ohne Druckausgleichsvorrichtung) und Schieberkompressoren (mit Druckausgleichsvorrichtung); erstere werden zumeist mit selbsttätigen Ventilen, und zwar doppelt oder einfach wirkend, letztere mit zwangsläufig bewegten Schiebern, und zwar nur doppelt wirkend gebaut.

Ventilkompressoren.

(1141) **Ventile.** Der Durchgangsquerschnitt ist (vgl. Kanalabmessungen (595), Gl. 11)

$$f = F \cdot c_m : w,$$

wobei die Geschwindigkeit in den Saugventilen $w = 20$ bis 20 m/sek gewählt werden kann.

¹⁾ Der schädliche Raum wird durch Füllen mit Wasser und Wägen desselben bestimmt.

Bei den Druckventilen werden meist größere Geschwindigkeiten zugelassen, doch empfiehlt es sich, diese nicht über 35 m sek. anzunehmen. Damit der Ventilschluß im Hubwechsel erfolgen kann, ist der Ventilhub möglichst klein zu halten und der erforderliche Durchgangsquerschnitt durch Umfang und hinreichende Zahl der Ventile zu erreichen. Der zur Erzeugung der größten Geschwindigkeit erforderliche Druckunterschied ergibt sich aus (576), Gl. 84 oder 84a oder aus

$$w_{\max} = \varphi \sqrt{2g(p - p') : \gamma} \quad \text{zu} \quad p - p' = \frac{w_{\max}^2}{2g} \cdot \frac{\gamma}{\varphi^2},$$

worin $\gamma = p : 29,27 T$ und p für die Druckventile ungefähr der erzeugte Druck, für die Saugventile ~ 1 at ist, $\varphi = \sim 0,95$.

Mit Rücksicht auf die Beschleunigung sind die Ventile möglichst leicht auszuführen; man findet deshalb vielfach Plattenventile

(1142) Ausgeführte Ventile.

Abb. 17 zeigt ein Plattenventil mit federnden Lenkern von Hörbiger.

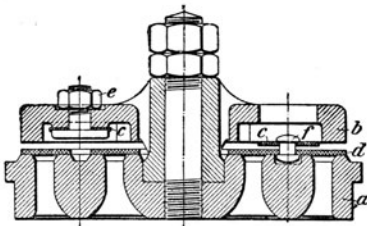


Abb. 17.

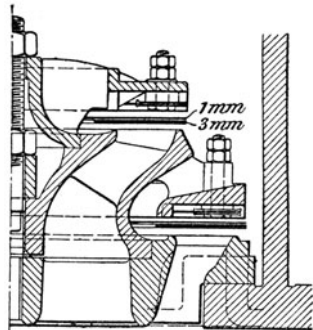


Abb. 18.

Auf dem Ventilsiß *a* ist der aus weichem Stahlguß gefertigte Ventillfänger *b* befestigt. Die Ventilscheibe *d* aus dünnem Stahlblech ist mittels dreier oder mehrerer Stahlblatfedern *c*, den sogenannten Lenkern, die einerseits durch Schrauben *e* mit dem Fänger, anderseits durch Niete *f* mit der Ventilscheibe verbunden sind, an dem ersteren aufgehängt, derart, daß sie im Ruhezustande sanft an den Ventilsiß angedrückt wird.

Durch diese Aufhängung der Ventilscheibe, bei der eine Reibung fast ganz vermieden wird, und dem geringen Ventilhub von 2 bis 3 mm ist der ruhige Gang der Ventile sowie das genaue Öffnen und Schließen derselben fast ohne wahrnehmbaren Überdruck gewährleistet.

Zur Verminderung der Stoßwirkung werden bei Hörbiger-Ventilen dicht über den Ventilscheiben noch sogenannte Polsterscheiben angeordnet, gegen die sich die Ventilscheiben etwas bewegen können. Die zwischen beiden Scheiben eingeschlossene Luft dient als Puffer.

Ein derartiges Etagen-Druckventil zeigt Abb. 18.

A. Borsig, Berlin-Tegel, verwendet bei Kompressoren Plattenventile nach System Lindemann. Abb. 19 und 20 zeigen ein Saug- und ein Druckventil dieser Bauart mit zugehörigem Deckel *a*, Ventilsiß *b* und Hubfänger *c*.

Die Ventilplatte *d* hat Führungsarme, deren Löcher in senkrechter und wagerechter Richtung Spiel haben. Mit *e* ist die Ventilfeeder — eine leichte Schraubenfeder von rechteckigem

Querschnitt — bezeichnet. Der in Abb. 30 (S. 1199) dargestellte Einzylinder-Stufenkompressor der genannten Firma läßt erkennen, in welcher Weise die Ventile in die Zylinderdeckel eingebaut werden.

Bei Hochofengebläsen sind die aus Stahlblech gepreßten Ventile von Ehrhardt & Sehmer, Abb. 21, und die diesen ähnlichen sogenannten „Schirmventile“ der Siegener Maschinenbau A.-G., Abb. 22, sehr verbreitet.

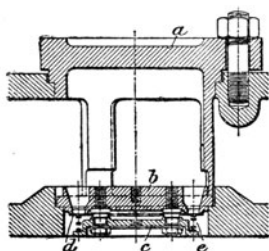


Abb. 19.

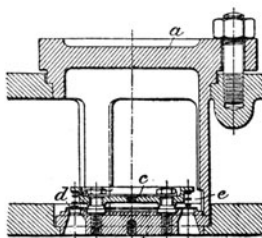


Abb. 20.

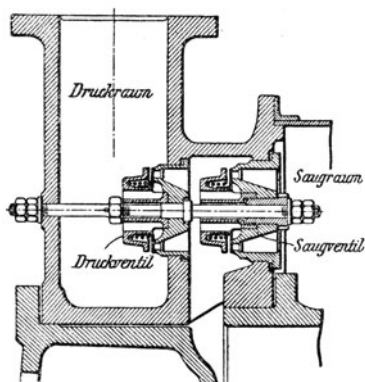


Abb. 21.

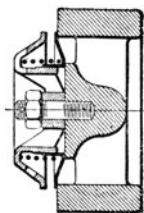
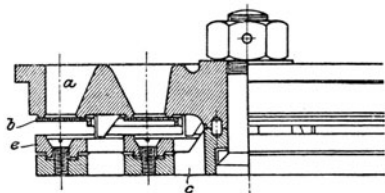


Abb. 22.

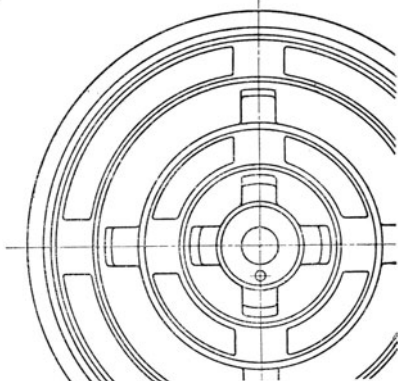


Abb. 23.

Das in Abb. 23 dargestellte Saugventil, Patent Dietrich in einer Ausführung der Sächs. Maschinenfabrik vorm. Rich. Hartmann in Chemnitz hat im Sitz *a* zwei ringförmige Durchgangsverschnitte, welche je durch einen Stahlring *b* abgedeckt werden.

Die Stahlringe *b* haben am inneren Umfang einen aufgewinkelten Rand zur Versteifung und zur losen Führung an seitlichen Rippen. Damit die Stahlplatten nicht flattern, werden sie durch Federn *d* belastet, Abb. 24, die durch Ringe *e* im Ventilfänger *c* festgehalten werden.

Gut bewährt haben sich die Guter muth - Klappen, wie sie Abb. 29, S. 1199 (*a* und *b*) im Einbau und Abb. 25 in Ansicht zeigt. Die Klappen bestehen aus Stahl- oder Bronzeblech von 1 bis 1,5 mm Stärke, die von Spiralfedern aufgewickelt sind und in einen Längsschlitz der Spindel eingreifen.

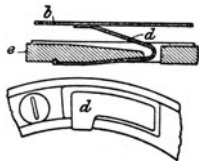


Abb. 24.

Ein besonders einfaches Blattfeder-Ventil führt die Demag (Deutsche Maschinenfabrik, A.-G., Duisburg) aus, Abb. 26. Es besteht aus dünnen Stahlplatten *P*, die sich infolge ihrer Biegsamkeit durch den atmosphärischen Überdruck der Bogenform des Plattenfängers anschmiegen.

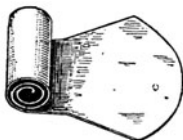


Abb. 25.

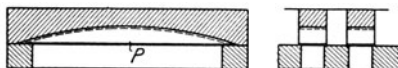


Abb. 26.

Ein Saug- und ein Druckventil eines Ammoniak-Kompressors der Maschinenfabrik Germania, Chemnitz, zeigen die Abb. 27 und 28. Ersteres ist ein Platten-, letzteres ein Glockenventil.

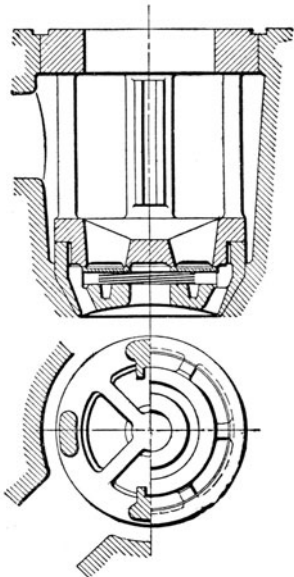


Abb. 27.

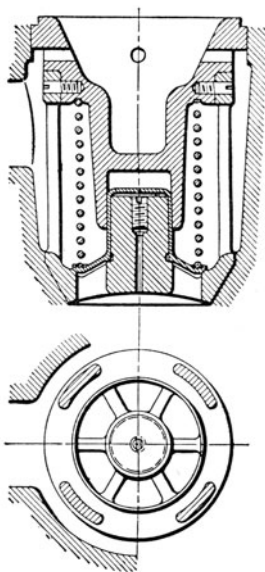


Abb. 28.

(1143) Ausgeführte Ventilkompressoren. Einstufige Kompressoren werden nur bei geringen Drücken, meist mit hohen Umlaufzahlen, als billige Maschinen ausgeführt. Abb. 29 zeigt einen solchen aus zwei gegenüberliegenden einfachwirkenden Zylindern bestehenden Kompressor für elektrischen Antrieb. Die Ventile *a* und *b* jedes Zylinders sind als Guter muth - Klappen ausgebildet.

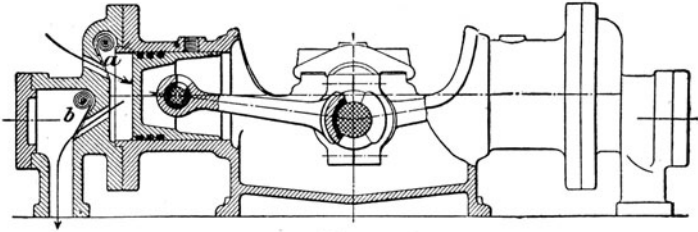


Abb. 29.

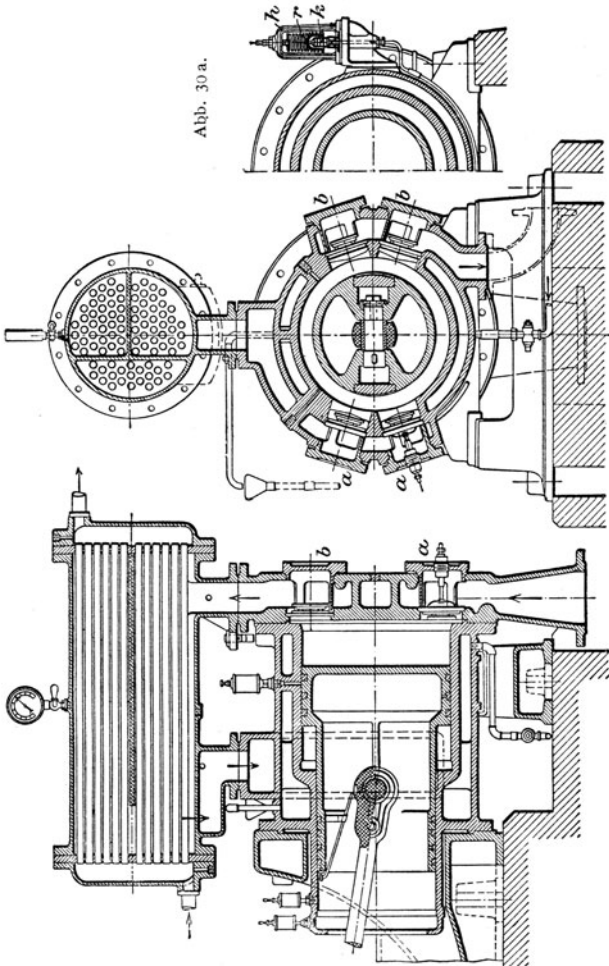


Abb. 30 a.

Abb. 30.

Zweistufige Kompressoren werden der billigeren Herstellung wegen häufig als schnelllaufende Einzylinder-Stufenkompressoren für Drücke von 6 bis 10 at und Liefermengen von 0,2 bis 30 m³/min mit Riemen- oder elektrischem Antrieb ausgeführt.

Abb. 30 zeigt einen liegenden Einzylinder-Stufenkompressor der Firma A. Borsig, Berlin-Tegel.

Zur Steuerung auf der Saug- und Druckseite dienen ringförmige Plattenventile *a* bzw. *b* der in Abb. 19 und 20 (S. 1197) ersichtlichen Bauart.

Die Ventile der Niederdruckstufe sitzen im Deckel, diejenigen der Hochdruckstufe seitlich am Zylinder. Der gußeiserne Mantel des Zwischenkühlers ist durch Längswände derart unterteilt, daß drei Gruppen von Kühlröhren gebildet werden, an denen die Luft nacheinander vorbeistreicht. Die Messingrohre (gewöhnlich 23/25 mm Durchmesser) werden vom Kühlwasser durchflossen. In der ersten und dritten Rohrgruppe erfolgt die Bewegung von Luft und Wasser im Gegenstrom, damit der Temperaturunterschied an der inneren und äußeren Seite der Kühlfläche möglichst groß ausfällt.

Die bei dem Kompressor angeordnete Leerlaufregulierung besteht aus einem Druckregler und aus einer Greifersteuerung zum Anheben der Saugventilplatten.

Der Druckregler (Abb. 30a) setzt sich aus dem Reglergehäuse *h*, dem Kolben *k* und der Regulierfeder *r* zusammen, die durch eine Stellschraube auf den höchsten Regulierdruck eingestellt wird. Bei diesem Druck steigt der Kolben *k* und läßt die vom Windkessel kommende Druckluft nach dem Kolben der betreffenden Greifersteuerung gelangen. Durch die mit diesem Kolben in starrer Verbindung stehenden Greifer werden die Saugventilplatten geöffnet und es tritt so lange Leerlauf des Kompressors ein, bis durch Luftentnahme aus dem Windkessel die Spannung in diesem sinkt und die Feder *r* den Kolben *k* in die Anfangsstellung zurückdrückt. Die hinter dem Greiferkolben befindliche Druckluft entweicht durch eine absichtlich geschaffene Undichtigkeit ins Freie. Die Maschine fördert dann wieder in normaler Weise.

Dreistufige Kompressoren für hohe Drücke bis etwa 200 at führt die Firma A. Borsig derart aus, daß für die 1. und 2. Stufe der normale Einzylinder-Stufenkompressor Verwendung findet und die 3. Stufe dem Niederdruckzylinder desselben angegliedert wird.

Größere Kompressoren und Gebläse werden häufig direkt mittels durchgehender Kolbenstange durch Dampfmaschinen oder Gasmaschinen angetrieben. Dampfkompressoren für hohe Drücke werden fünfstufig ausgeführt, mit mehreren Zylindern.

Schieberkompressoren.

(1144) **Schiebersteuerung.** Der Schieber muß die Kanäle derart steuern, daß in 1, Abb. 31, der Schieber den Eintritt genau absperrt, ferner muß er in 3 den

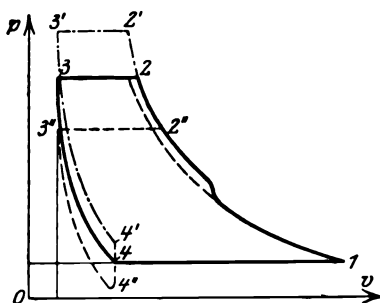


Abb. 31.

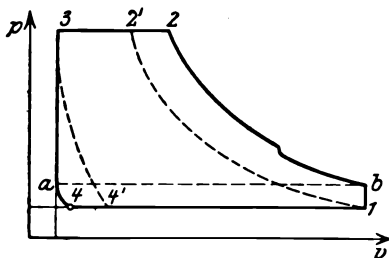


Abb. 32.

Auslaß schließen und in 4 wieder den Einlaß öffnen. Wegen der letzten Forderung sind Schiebersteuerungen nicht für verschiedene Druckverhältnisse geeignet, da der Einlaß einmal zu früh (bei höherem Enddruck), das andremal zu spät (bei tieferem Druck) öffnet (Abb. 31, 4' bzw. 4''). Da der Schieber den Kanal schon vor 2 öffnet, stürzt die in demselben befindliche verdichtete Luft in den Zylinder und erhöht den Druck etwas, was eine Arbeitsverschwendung ist. Um

das Rückströmen aus dem Druckraum zu verhindern, muß ein selbsttätiges Druckventil angeordnet werden (s. *b*, Abb. 33 und 34, Platte *a*).

Die Bewegung des Schiebers kann in einem Schieberdiagramm, wie bei den Dampfmaschinen, dargestellt werden. Häufig werden die Schieber mit Überströmung und Druckausgleich auf beiden Kolbenseiten ausgeführt (vgl. Trick-Schieber, (605)), um den volumetrischen Wirkungsgrad zu erhöhen. Die

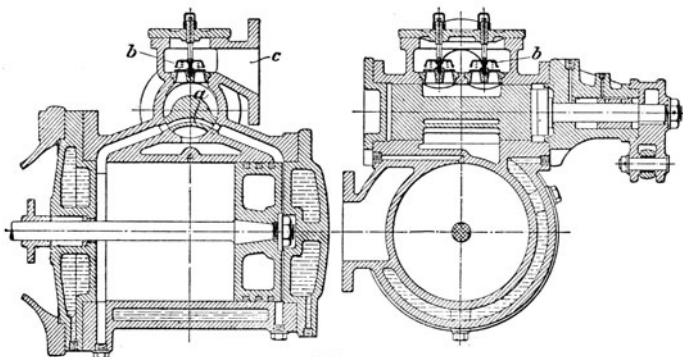


Abb. 33.

Verbindung beider Kolbenseiten muß nach Abschluß in 3 erfolgen, dann sinkt der Druck plötzlich, 3—*a*, Abb. 32, bis der Druck auf beiden Seiten ausgeglichen ist, dann folgt auf der einen Seite eine kleine Rückexpansion *a*—4, auf der anderen ein Druckanstieg 1—*b*. Die Arbeit wird größer, als ohne Überströmen,

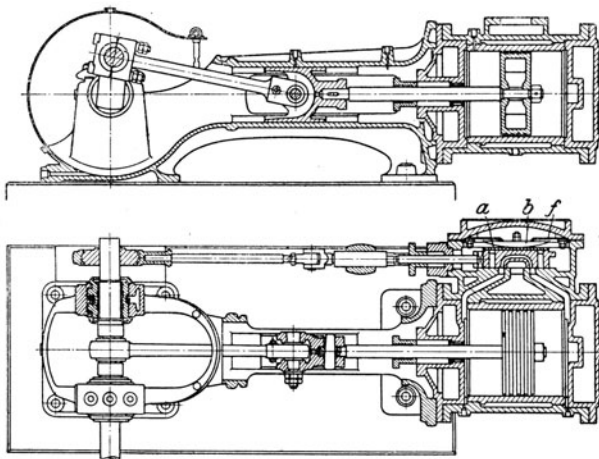


Abb. 34.

doch wird wegen des größeren volumetrischen Wirkungsgrades die geförderte Menge wesentlich größer, so daß ein Gewinn erzielt wird, der aber nur bei den Vakuumpumpen bedeutend ist, s. (1146).

(1145) Ausgeführte Schieberkompressoren. Einen von der Erfurter Maschinenfabrik, Franz Beyer & Co. in Erfurt ausgeführten Kompressor mit Rundschiebersteuerung zeigt Abb. 33. Der das Ansaugen der Luft regelnde

Rundschieber enthält einen Druckausgleichskanal a , der bei der gezeichneten Stellung die Verbindung zwischen beiden Zylinderseiten herstellt; über dem Schieber befindet sich die durch zwei federbelastete Ventile abgeschlossene Druckkammer b . Bei c ist die Druckluftleitung angeschlossen.

Der einstufige Schieberkompressor (auch als Luftpumpe gebaut) von Klein, Schanzlin & Becker, Frankenthal, Abb. 34, hat ebenfalls Druckausgleich. Als Druckventil dient die Gummiplatte a , die sich beim Öffnen an den Plattenfänger b anlegt; das Andrücken des Schiebers auf den Spiegel bewirkt die Gleitfedern f .

Größere Verbreitung hat auch der durch einen zwangsläufig bewegten Kolbenschieber in Verbindung mit selbsttätigen Rückschlagventilen gesteuerte, von Pokorný & Wittekind in Bockenheim und von Neumann & Esser in Aachen gebaute Kompressor, System Köster (D. R. P. Nr. 76308), gefunden.

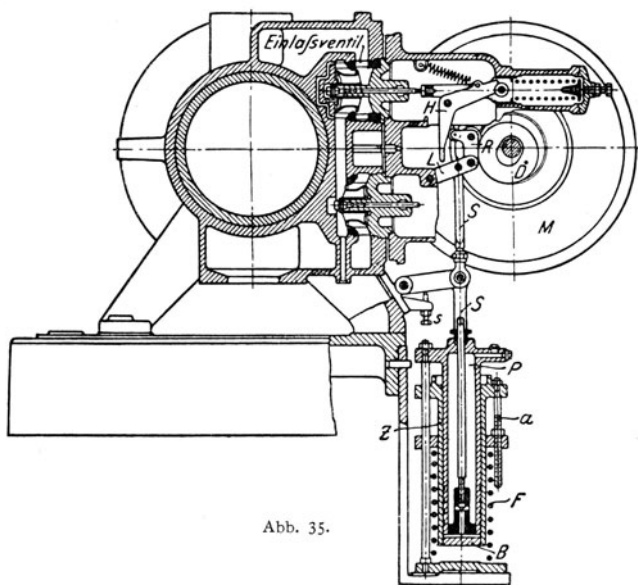


Abb. 35.

(1146) Luftpumpen, Vakuumpumpen. Es wird Luft von niederem Druck angesaugt und auf atmosphärischen Druck verdichtet. Der Unterschied gegenüber den Kompressoren besteht in dem meist hohen Druckverhältnis, z. B. von 7,6 mm Q.-S. auf 760 mm Q.-S. Der volumetrische Wirkungsgrad ist infolge der starken Rückexpansion niedrig, z. B. bei $\epsilon_0 = 0,02$, $p_2 = 1$, $p_1 = 0,02$, $n = 1$, $\lambda_0 = 1 - 0,02 (50 - 1) = 0,02!$

Da gern Schieberpumpen verwendet werden, muß Druckausgleich angewendet werden, s. (1144). Besser ist es, die Pumpen mehrstufig auszuführen.

Reglung der Kolbenverdichter.

(1147) Reglung durch Änderung der Umlaufzahl. Diese Reglungart ist bei Antrieb durch Dampfmaschine sehr bequem, bei gleichbleibendem Dampfdruck genügt Selbstreglung, der Regler soll nur Durchgehen verhüten, anderenfalls er-

folgt die Regelung von Hand. Endlich ist noch Regelung durch Druckregler möglich, der die Füllung der Maschine ändert. Die Anordnung einer solchen Reg-

lungsart in der Ausführung der Maschinenfabrik G. A. Schütz, Wurzen i. S. zeigt Abb. 35.

Der Luftdruck wirkt auf den Boden B des feststehenden Tauchkolben P umschließenden beweglichen Zylinders Z , der durch Gestänge S und Lenker L den Rollenhebel R derart verschiebt, daß der Hebelarm am Hebel H und damit der Ventilhub und die Umlaufzahl geändert wird. Stellschraube s dient zur Begrenzung, damit die Leerlauf-füllung nicht unterschritten wird; bei Erreichung der höchsten Umlaufzahl wirkt der Flachregler M durch den Daumen D auf die Steuerung ein. Solange die Druckänderung die Widerstände nicht überwindet (Unempfindlichkeit) wirkt die Selbstreglung.

Bei Gasmaschinenantrieb, besonders bei Viertakt, sind die Grenzen der Änderungsmöglichkeit der Umlaufzahl enger, als bei der Dampfmaschine.

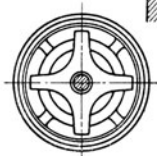
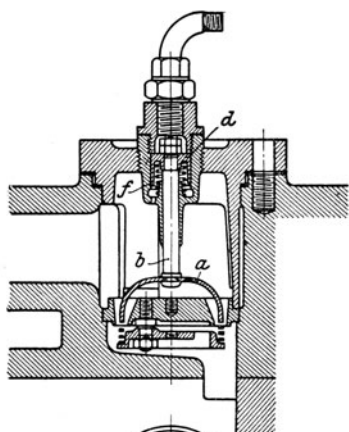


Abb. 36.

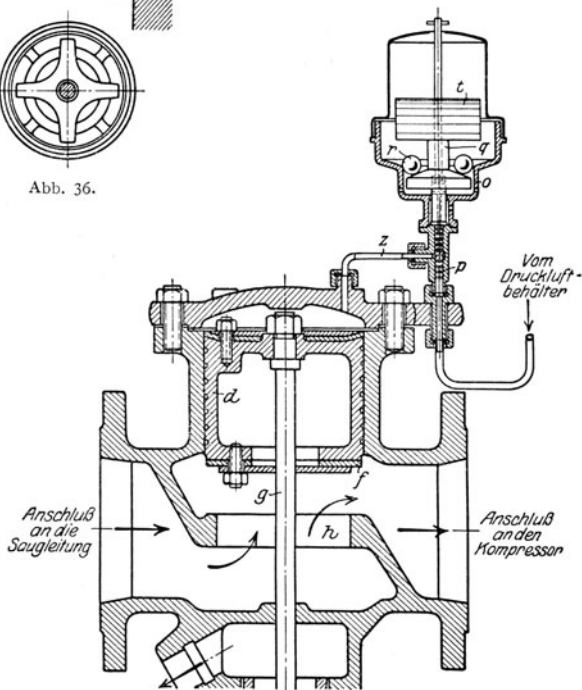


Abb. 37.

(1148) Regelung bei gleichbleibender Umlaufzahl. Diese Reglungsart ist bei Riemenantrieb, bei Gasgebläsen oder bei Antrieb durch Elektromotor in Anwendung; sie kann auf verschiedene Weise erreicht werden.

1. Regelung durch Aussetzer, d. h. Offenhalten der Saugventile und Zurückschieben der angesaugten Menge in den Saugraum, oder 2. durch Schließen der Saugleitung. Ein Ausführungsbeispiel der ersteren Art von A. Borsig, Tegel-Berlin, zeigt Abb. 36¹⁾.

Ein Druckregler öffnet bei Überschreiten des normalen Druckes ein Notventil, das Druckluft über den Kolben d treten läßt, der durch die Abwärtsbewegung mittels Stange b und Greifer a das Saugventil am Schließen hindert: dadurch sinkt der Druck, das Nadelventil wird durch eine den Kolben des Druckreglers belastende Feder wieder geschlossen, die Luft über d entweicht allmählich durch einen in der Zuleitung zum Kolben d befindlichen einstellbaren Hahn, worauf durch die Feder f der Greifer das Saugventil freigibt.

Ein Ausführungsbeispiel der zweiten Art zeigt in der Anordnung der Demag²⁾, Abb. 37, mit Gewichtsdrukregler.

Bei übernormalem Druck wird der Kolben p gehoben, die ihn belastenden Kugeln r rollen vom schrägen Kugelteller in den Kugelfang o , durch diese Verringerung der Belastung gelangt der Kolben schnell in seine Endstellung und gibt den Zutritt der Luft durch Rohr z über den Kolben d frei, dieser bewegt sich nach unten entgegen dem Druck einer Feder und schließt durch Aufpressen der Lederdichtung f auf den Sitz h die Saugleitung ab. Um hierbei Leerlaufen des Kompressors mit Vakuum in der Saugleitung und hohem Gegendruck zu verhindern, öffnet die Stange g ein Überströmventil, das die Druckluft zwischen Kompressor und Rückschlagventil ins Freie leitet. Sinkt nun der Druck im Behälter und unter p , so senkt sich dieser, schließt z ab, wobei er durch die zurückrollenden Kugeln eine Beschleunigung erfährt und schnell in seine tiefste Stellung gelangt. Der Kolben d wird nun durch die Feder wieder gehoben, der Kompressor saugt wieder; die über d befindliche Druckluft strömt durch eine Bohrung in p ins Freie. Der Druckunterschied für das Ein- und Ausschalten des Kompressors ist durch die Bleigewichte t und das Gewicht der Kugeln festgelegt.

(1149) Regelung durch Rückschieben eines Teiles der angesaugten Menge während eines Druckhubteiles. Dieses kann durch Offenhalten der Saugventile erfolgen, so daß die Verdichtung erst nach Schluß derselben beginnt oder da die Ventile meist selbsttätig sind, durch einen Schieber, der zwischen Zylinder und Saugraum eingebaut ist und, von Hand oder durch Druckluft betätigt, die Luft wieder in den Saugraum treten läßt.

(1150) Regelung durch Vergrößerung des schädlichen Raumes, so daß die Rückexpansion größer wird und dementsprechend der volumetrische Wirkungsgrad verringert wird. Dieses kann dadurch erfolgen, daß im Zylinder besondere Räume vorhanden sind, die durch Absperrorgane mit dem Zylinderraum verbunden werden können.

(1151) Rotierende Kompressoren.

Da Kolbenkompressoren für hohe Umlaufzahl (direkter Antrieb durch Elektromotor) nicht geeignet sind, Turbokompressoren aber nur für größere Mengen anwendbar sind, so sind Kompressoren mit umlaufendem Kolben ausgeführt worden, welche die gewünschte Menge auf normale Drücke verdichten. Eine Ausführungsform eines solchen Kompressors der Demag zeigt Abb. 38, für Leistungen von 25 bis 2500 m³/st (oder 5000 m³/st bei Zwillingsanordnung).

In dem allseitig gekühlten Gehäuse dreht sich ein exzentrisch gelagerter Läufer a aus Gußeisen, der in radialen Einschnitten dünne Stahllamellen b trägt. Diese Lamellen werden durch die Fliehkraft nach außen geschleudert und unterteilen dabei den durch die exzentrische Lagerung des Läufers entstehenden sichelförmigen Arbeitsraum in verschiedene große Kammern. Bei der Drehung in Pfeilrichtung wird die bei c eintretende Luft bzw. das Gas in den sich verkleinernden Kammern verdichtet und in den Druckraum d hinausgeführt. Der untere Punkt e trennt Saugraum c vom Druckraum d durch die Lamellen. Der Druckunterschied in zwei benachbarten Kammern ist infolge des geringen Raumunterschiedes klein, so daß die Abdichtung durch die Lamellen genügt.

Zur Aufnahme der Fliehkkräfte und zur Verringerung der Abnutzung der Lamellen an der Zylinderwand werden die Lamellen in Ringen f geführt, die in Aussparungen der Gehäusewand mitlaufen.

¹⁾ Aus P. Ostertag, s. Fußnote S. 1190.

²⁾ Deutsche Maschinenfabrik A.-G., Duisburg.

Der Kraftbedarf beträgt für einstufige Rotations-Kompressoren:

	$n = 1450$	1450	980	735	585	485	Umdr./min	
Ansaugleistung	1,7	4,5	10	17	28,8	41	$m^3/min.$	
Kraftbedarf	$\left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ at } \ddot{U}b. \\ \text{bei Ver-} \\ \text{dichtung auf} \end{array} \right.$	5,5	12	25,5	41	66	93 PS	
		2 „ „	8	19	40	66	109	155 „
		3 „ „	10	23	—	—	—	— „

Zweistufige Rotationskompressoren (mit Zwischenkühlung)

	$n = 1450$	1450	980	735	585	485	Umdr./min	
Saugleistung (indizierte)	1,7	4,5	10	17	28,8	40	$m^3/min.$	
Kraftbedarf	$\left\{ \begin{array}{l} 4 \text{ at } \ddot{U}b. \\ \text{bei} \\ \text{Verdichtung} \\ \text{auf} \end{array} \right.$	13	29	60	102	170	244 PS	
		5 „ „	14	32,5	65	109	182	261 „
		6 „ „	15	34	69	116	194	278 „
	7 „ „	16	36	74	124	206	296 „	

Auch Vakuumpumpen werden als rotierende Maschinen ausgeführt und können bis 90% Vakuum erzeugen.

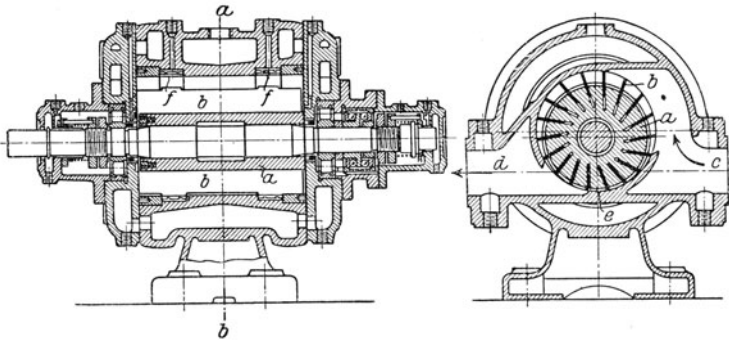


Abb. 38.

Turbokompressoren und Gebläse.

(1152) **Allgemeines.** Die Turbogebläse stimmen in ihrer Berechnung und den Konstruktionsgrundlagen im allgemeinen mit den Kreiselpumpen überein; sie erzeugen höhere Drücke als die Ventilatoren und liefern u. a. Wind für Erzröstöfen u. dgl. Ferner haben sie als Gasansauger für Koksofengase große Bedeutung erlangt.

Turbokompressoren mit direktem Antrieb durch Elektromotor oder Dampfturbine erzeugen noch höhere Drücke, wie sie bisher nur Kolbenkompressoren erzielen. Die neueren Ausführungen haben sich auch hinsichtlich der Wirtschaftlichkeit den Kolbenmaschinen gleichwertig erwiesen.

Während bei den Kolbenkompressoren die mehrstufige Verdichtung in erster Linie wegen der Zwischenkühlung und zur Erhöhung der Leistung ausgeführt wird, verlangt der Turbokompressor wegen der nur geringen Wirkung jeder einzelnen Kompressionsstufe eine große Zahl solcher Stufen. Infolge der zur Kompression erforderlichen hohen Luftgeschwindigkeiten weisen die Turbokompressoren erhebliche Lufttreibungsverluste auf, die sich bei einem ungekühlten Kompressor in einer Erhöhung der Lufttemperatur noch über diejenige adiabatische Kompression bemerkbar machen würde. Um die hierdurch herbeigeführ-

ten Arbeitsverluste zu verringern, ist eine wirksame Kühlung der Luft im Kompressor selbst erforderlich.

Die Temperaturzunahme ist in den ersten Stufen am größten, der Exponent der polytropischen Verdichtung kann $n = 1,5$ bis $1,6$ betragen und sinkt in den letzten Stufen infolge wirksamerer Kühlung (wegen der größeren Dichte) bis auf 1 oder darunter.

Der in den einzelnen Stufen eines Turbokompressors herrschende Druck nimmt wegen der zunehmenden Dichte, die die Luft durch die Pressung erleidet, nach einer logarithmischen Spirale zu. Erzeugt 1 Rad z. B. eine $1,1$ fache Drucksteigerung, so ist bei n Rädern der Gesamtkompressionsgrad $= 1,1^n$.

Die Räderzahl findet sich bei Turbokompressoren bis zu 15 in einem Gehäuse, untergebracht. Größere Räderzahlen werden in zwei bis vier Gruppen geteilt und, entsprechend der abnehmbaren Luftmenge, abgestuft.

(1153) Energieumsatz. Die dem Gas im Laufrad erteilte Geschwindigkeit wird in Druck umgesetzt; dies entsteht durch die Fliehkraft des Gases und durch die Änderung der Geschwindigkeit. Denkt man sich zunächst den Querschnitt f , den ein Massenteilchen m von der radialen Höhe dr durchströmt gleichbleibend, so ist die Masse $m = f \gamma dr : g$ und die Fliehkraft im Abstände r

$$dC = m \omega^2 r = \frac{f \gamma \omega^2}{g} r dr;$$

steigt dadurch der von der Fliehkraft erzeugte Druck von p_1 auf p_2 , so muß sein

$$(p_2 - p_1) f = \int_{r_1}^{r_2} dC = f \cdot \frac{\gamma}{g} \omega^2 \cdot \frac{r_2^2 - r_1^2}{2}$$

oder, da $\omega^2 r_2^2 = u_2^2$, $\omega^2 r_1^2 = u_1^2$, wenn u die Umfangsgeschwindigkeiten,

$$(p_2 - p_1) : \gamma = (u_2^2 - u_1^2) : 2g.$$

Der Druck wächst somit mit dem Quadrat der Umfangsgeschwindigkeit, d. h. nach einer Parabel. Da sich jedoch die Kanäle nach außen erweitern, so nimmt die relative Geschwindigkeit von w_1 auf w_2 ab, wodurch der Druck im Laufrad weiter steigt, und es ist somit die ganze Druckzunahme

$$H_s = \frac{p_2 - p_1}{\gamma} = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2g} \quad 16$$

H_s ist die im Laufrad erzeugte statische Druckhöhe oder der Spaltüberdruck. Werden die Geschwindigkeiten u_1 und w_1 bzw. u_2 und w_2 zusammengesetzt, Abb. 39, so ergeben sich die absoluten Geschwindigkeiten c_1 am Ein- und c_2 am Austritt. Die Richtung von w_1 und w_2 muß die Tangente an die Schaufel, d. h. an die Bahn sein.

In der Leitschaukel (bzw. im Diffusor) wird nun noch die Differenz der absoluten Geschwindigkeiten c_2 und c_1 in Druck umgesetzt

$$H_d = \frac{c_2^2 - c_1^2}{2g} \dots \dots \dots 17$$

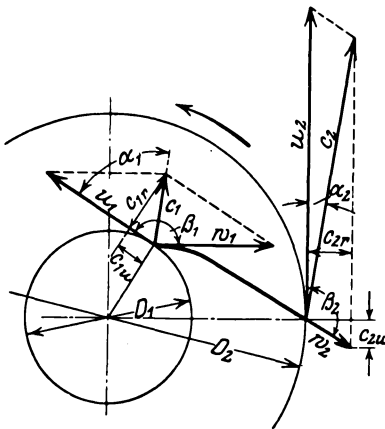


Abb. 39.

H_d ist die dynamische Druckhöhe; damit ist ganze Druckhöhe

$$H = H_s + H_d = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2g} + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2g}, \dots 18$$

die der theoretischen Arbeit entspricht, welche für 1 kg aufzunehmen ist.

Aus den Geschwindigkeitsplänen, Abb. 39, folgt

$$\begin{aligned}
 w_1^2 &= u_1^2 + c_1^2 - 2u_1c_1 \cos \alpha_1, \\
 w_2^2 &= u_2^2 + c_2^2 - 2u_2c_2 \cos \alpha_2, \\
 c_1^2 &= u_1^2 + w_1^2 + 2u_1w_1 \cos \beta_1, \\
 c_2^2 &= u_2^2 + w_2^2 + 2u_2w_2 \cos \beta_2, \text{ ferner ist} \\
 c_{1u} &= c_1 \cos \alpha_1, \quad c_{2u} = c_2 \cos \alpha_2 \text{ die Umfangskomponente}
 \end{aligned}$$

der absoluten Geschwindigkeit. Durch Einsetzen in Gl. 18 wird

$$H = (u_2 c_2 \cos \alpha_2 - u_1 c_1 \cos \alpha_1) : g = (u_2 c_{2u} - u_1 c_{1u}) : g. \dots 18a$$

Die wirkliche Druckhöhe H_1 ist natürlich kleiner, da Widerstände zu überwinden sind. Es entstehen Druckhöhenverluste im Laufrade $\zeta_1 w_2^2 : 2g$ und im Leitrade $\zeta_2 c_2^2 : 2g$, wobei ζ_1 und ζ_2 Verlustkoeffizienten sind, deren Größe nicht sicher ist und etwa im Mittel $\zeta_1 = 0,4$, $\zeta_2 = 0,36$ genommen werden kann. Das Verhältnis $\eta_h = H_1 : H$ ist der hydraulische (Druck-) Wirkungsgrad.

(1154) Ermittlung der Querschnitte¹⁾. Ist G das sekundliche Gasgewicht, v_1 und v_2 das spez. Volumen beim Ein- und Austritt aus dem Laufrade, F_1 und F_2 die Ein- bzw. Austrittsquerschnitte, auf dem Umfang der inneren bzw. äußeren Zylinderfläche gemessen, so muß nach der Stetigkeitsbedingung

$$F_1 c_{1r} = G v_1, \quad F_2 c_{2r} = G v_2$$

sein, wenn c_{1r}, c_{2r} die Radialkomponenten von c_1 bzw. c_2 , oder

$$F_2 = \frac{G v_2}{c_{2r}} = \frac{V}{v_1} \frac{v_2}{c_{2r}} \cdot m^2 \dots 19$$

Das Volumen kann aus dem $p v$ -Diagramm entnommen werden, in welchem die Verdichtungsline als Polytrope gezeichnet wird, jedoch näher an die Isotherme und das man in so viel flächen gleiche Teile teilt, als Stufen ausgeführt werden sollen. Das Volumen kann in einer Stufe als konstant angenommen werden (wegen der geringen Druckunterschiede).

Ist b_1, b_2 die axiale Breite der Schaufeln, s_1, s_2 die Schaufelstärke, z_1, z_2 die Schaufelzahl²⁾, l_1, l_2 die Länge der zwecks Vernietung umgebogenen Enden, Abb. 40, so ist

$$F_2 = \left(\pi D_2 - \frac{z_2 s_2}{\sin \beta_2} \right) b_2 - z_2 \frac{l_2 s_2}{\sin \beta_2} \dots 20$$

oder

$$F_2 = \pi D_2 \cdot \tau_2 b_2 - z_2 \frac{l_2 \cdot s_2}{\sin \beta_2}, \dots 20a$$

wenn $\tau_2 = 1 - \frac{z_2 s_2}{\pi D_2 \sin \beta_2}$ der Verengungsfaktor.

Bei Vernietung der Schaufeln durch an den Seiten derselben ausgefräste oder gestanzte Zapfen kommt das letzte Glied der Gl. 20 bzw. 20a in Fortfall.

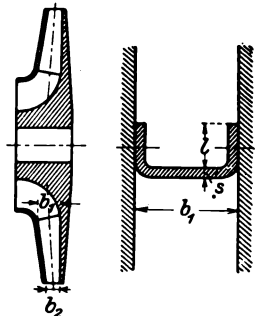


Abb. 40.

1) Vgl. P. Ostertag, s. Fußnote S. 1190.

2) Da die Schaufeln häufig nur zum Teil bis zum Eintrittsumfang reichen, ist z_1 gleich $1/2 z_2$.

Der Wert für r_2 liegt zwischen 0,85 und 0,95. Aus Gl. 20 bzw. 20a kann b_2 ermittelt werden, wenn F_2 nach Gl. 19 ermittelt ist.

Analog ist

$$F_1 = \left(\pi D_1 - \frac{z_1 s_1}{\sin \beta_1} \right) b_1 - z_1 \frac{2 l_1 s_1}{\sin \beta_1} \dots \dots \dots 20b$$

Setzt man nach Abb. 39

$$c_{2u} = u_2 + c_{2r} \operatorname{ctg} \beta_2$$

$$c_{1u} = u_1 + c_{1r} \operatorname{ctg} \beta_1 = u_2 \frac{D_1}{D_2} + c_{2r} \frac{F_2}{F_1} \operatorname{ctg} \beta_1$$

in Gl. 18a ein, so wird

$$H = \frac{u_2^2}{g} \left[1 - \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^2 \right] + \frac{u_2}{g} c_{2r} \left[\operatorname{ctg} \beta_2 - \frac{D_1 F_2}{D_2 F_1} \operatorname{ctg} \beta_1 \right], \dots \dots 21$$

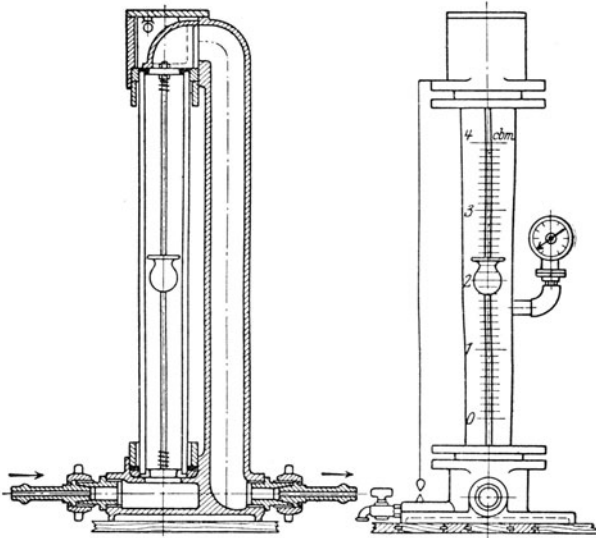


Abb. 41.

woraus für gegebene Schaufel- und Laufradabmessungen H errechnet werden kann.

Bei radialem absoluten Eintritt ergeben sich wegen $\alpha_1 = 90^\circ$ $c_{1u} = 0$ Vereinfachungen. Die Schaufeln können gerade oder gekrümmt ausgeführt werden, sie können radial gerichtete, nach vorwärts oder nach rückwärts gekrümmte Enden haben; letztere ergeben bei starker Rückwärtsneigung Schwierigkeiten hinsichtlich Festigkeit. Vorwärts gekrümmte ergeben zwar größere theoretische Druckhöhe, doch haben sie größere Verluste im Diffusor, da der größere Teil der Geschwindigkeit in diesem in Druck umgesetzt wird.

(1155) Regelung der Turbokompressoren. Regelung zur Erhaltung gleichbleibenden Druckes wird angewendet bei Erzeugung von Druckluft für Druckluftmaschinen. Hierbei kann die Liefermenge sehr verschieden sein. Bei Antrieb durch Drehstrom-Elektromotor ist die Umlaufzahl unveränder-

lich; soll nun die Menge verringert werden, so steigt der Druck und muß in der Leitung durch Drosseln verringert werden.

Bei Antrieb durch Dampfturbine läßt sich durch Änderung der Drehzahl eine viel weitgehendere und wirtschaftlichere Regelung erreichen. Die Ein-

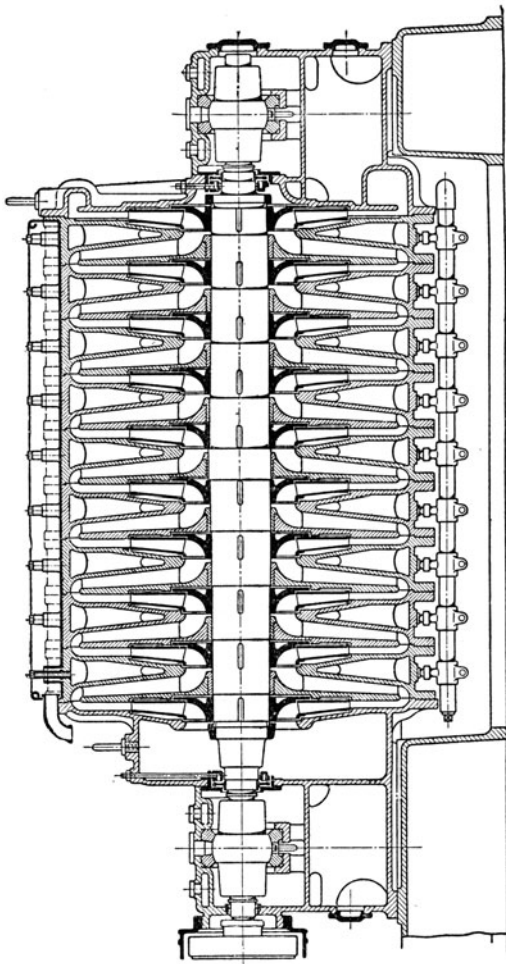


Abb. 42.

stellung der Drehzahl erfolgt durch einen Druckregler, der die Dampzufuhr beeinflusst, der Fliehkraftregler dient nur zur Begrenzung der Drehzahl.

Reglung zur Erhaltung gleichbleibender Liefermenge wird angewendet für Hoch- und Kupolöfen, bei denen zum Einschmelzen einer bestimmten Einsatzmenge eine unveränderliche Luftmenge verlangt wird, wogegen der Druck sich nach den Widerständen im Ofen richtet. Hierzu ist nicht nur die Drehzahl zu ändern, sondern auch zu drosseln.

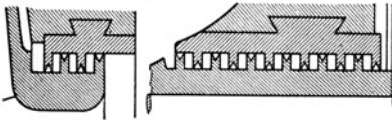
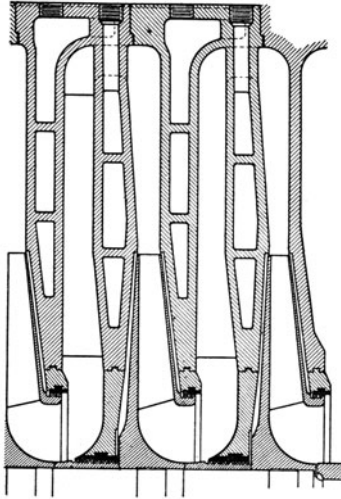


Abb. 43.

(1156) Messung der Liefermenge.

Die beste Meßart ist diejenige mittels Düsen, s. (1138). Für große Gebläse kann die Messung durch Bestimmung der Geschwindigkeit in einem bestimmten Querschnitt erfolgen, am besten im Langrohr. Die Geschwindigkeit kann durch direkt anzeigende Instrumente oder durch Staugeräte — Pitot-Rohr oder Mikromanometer — ermittelt werden. Neuerdings werden Instrumente ausgeführt, die unmittelbar die durchströmende Menge anzeigen und dadurch für die Überwachung des Betriebes geeignet sind. Ein Beispiel solcher Geräte ist der Demag - Luftmesser, System „Heinrichs“, Abb. 41.

Den Hauptteil dieses Luftmessers bildet ein konisches, sich nach oben erweiterndes, geeichtes Glasrohr, in welchem sich ein Aluminiumschwimmer auf und ab bewegt und je nach der durchströmenden Preßluftmenge in einer bestimmten Höhenlage stehenbleibt. Die am Glasrohr angebrachte Teilung gestattet die der Preßluftmenge entsprechende angesaugte Menge von atm. Spannung in Kubikmeter in der Minute unmittelbar abzulesen; es wird ein Genauigkeitsgrad

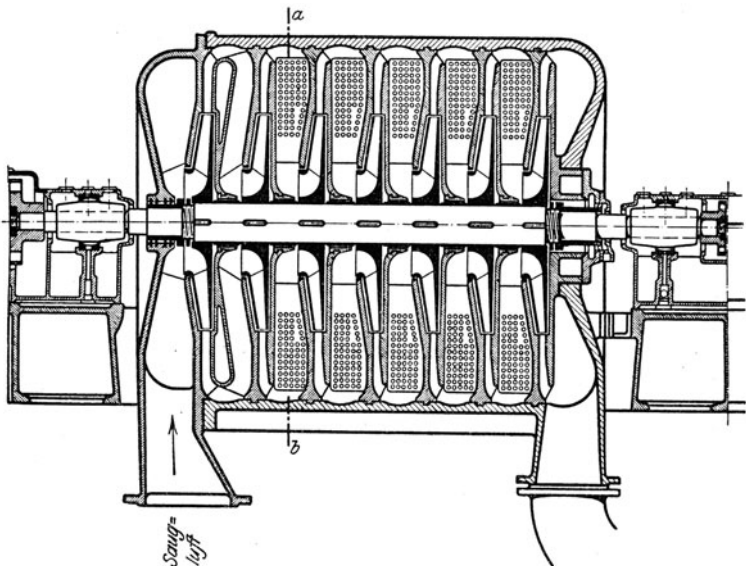


Abb. 44.

von $\pm 1\%$ gewährleistet. Für andere Drücke, als der Eichung zugrunde gelegt, müssen die Ablesungen nach beigegebenen Schaulinien umgerechnet werden.

(1157) Ausgeführte Turbokompressoren. Einen Turbokompressor¹⁾, Bauart Rateau, zeigt Abb. 42; das Kühlwasser wird durch ein gemeinsames Rohr unten in die Kühlräume geführt und läuft oben ab.

Ein Teil eines Kompressors der „Gutehoffnungshütte“ ist in Abb. 43 dargestellt, die auch die Abdichtung erkennen läßt. Die Rippen in den Zwischenwänden zwingen das Kühlwasser einen bestimmten Weg von unten nach oben zu nehmen.

Abb. 44 zeigt einen Kompressor von C. H. Jaeger & Cie., Leipzig, mit Innenkühlung zwischen jeder Stufe, bestehend aus halbkreisförmig gebogenen Messingrohren, die an den Enden in Wasserkammern eingewalzt sind. Dadurch läßt sich etwa die doppelte Kühlfläche unterbringen als bei eingegossenen Kühlräumen.

Die AEG., Berlin, hat sehr große Kompressoren gebaut, die 100000 m³/st Ansaugleistung haben und auf 10 bis 12 at verdichten; der Kraftbedarf ist 12—13000 PS. Der Kühlwasserbedarf ist etwa 0,75 m³/min für je 1000 PS.

Lüfter (Ventilatoren).

(1158) Schleudерlüfter (Zentrifugal-Ventilatoren). Die Lüfter unterscheiden sich von den Gebläsen durch den geringeren Druck; häufig sollen sie nur eine Luftbewegung oder Zirkulation erzeugen ohne wesentliche Druckzunahme. Dementsprechend erhalten sie einfachere Form, leichte Gehäuse, meist aus Eisenblech. Der Energieumsatz erfolgt in der gleichen Weise wie bei den Turbogebbläsen.

Bezeichnet h den zu erzeugenden Druckunterschied in mm W.-S. (kg/m²), v das spez. Volumen mittelfeuchter Luft in m³/kg (im Mittel $v = 0,8$ m³/kg), b_1 und b_2 die innere und äußere Rad- bzw. Schaufelbreite in m, so ist mit den Bezeichnungen der Abb. 45

$$u_2 = \varphi \left[\frac{r_1 b_1 c_1 \operatorname{tg} \alpha_2}{r_2 b_2 c_1} + \sqrt{\left(\frac{r_1 b_1 c_1 \operatorname{tg} \alpha_2}{r_2 b_2 c_1} \right)^2 + ghv} \right], \dots 22$$

worin φ bei größeren Ventilatoren guter Ausführung = $1,2 \div 1,4$, bei kleineren $\varphi = 1,4 \div 1,7$ zu setzen ist, α_2 soll nicht größer sein als 60° , meist $\alpha_2 = 45^\circ$. Für rückwärts gekrümmte Schaufeln ist α_2 positiv, für vorwärts gekrümmte negativ; für radial auslaufende Schaufeln ist $\alpha_2 = 0$, dann geht Gl. 22 über in

$$u_2 = \varphi \sqrt{ghv} = 2,8 \varphi \sqrt{h}. \dots 22a$$

Die Geschwindigkeit c_0 , mit der die Luft in das Gehäuse tritt, wird meist $c_0 = 8$ bis 10 m/sek angenommen.

Ist Q die Windmenge in m³/sek., so ergibt sich der Durchmesser d_s der Saugöffnung aus

$$4Q = d_s^2 \pi c_0 \text{ bei einseitigem Luftzutritt (saugende Ventilatoren),}$$

$$2Q = d_i^2 \pi c_0 \text{ bei zweiseitigem Luftzutritt (blasende Ventilatoren).}$$

Der äußere und innere Halbmesser des Flügelrades wird zu

$$r_2 = d_s \text{ bis } 1,5 d_s, \quad r_1 = 0,5 d_s \text{ bis } 0,75 d_s;$$

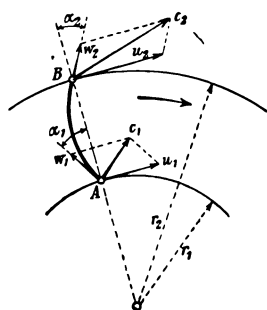


Abb. 45.

¹⁾ A.-G. Kühnle, Kopp & Kausch, Frankenthal.

damit ist die Umlaufzahl

$$n = \frac{30 u_2}{r_2 \pi} = 9,55 \frac{u_2}{r_2}.$$

Bei gegebener Umlaufzahl ist der äußere Halbmesser des Flügelrades

$$r_2 = \frac{30 u_2}{\pi n}.$$

Die Schaufelbreite wird so gewählt, daß die Geschwindigkeit im Lüfter fast ungeändert bleibt, was rücksichtlich Kontraktion ergibt:

$$\begin{aligned} b_1 &= 0,25 d \text{ bis } 0,4 d \text{ für einseitigen Luftzutritt,} \\ b_1 &= 0,5 d \text{ bis } 0,8 d \text{ „ zweiseitigen} \end{aligned}$$

Die Schaufelbreite läßt man nach außen abnehmen

$$b_2 = b_1 (r_1 : r_2).$$

Schaufelzahl nach Rittinger $z = 30 r_2$, was für große Ventilatoren aber zu große Schaufelzahl gibt.

Eine bestimmte Schaufelform läßt sich als die zweckmäßigste nicht bezeichnen, man führt sie gerade oder rückwärts gekrümmt aus; letztere sind nur am inneren Umfange gekrümmt, sonst radial, oder aus verschiedenen Krümmungen zusammengesetzt.

Für stoßfreien Eintritt muß sein

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = 0,104 \frac{n r_1}{c_1} \text{ mit } \alpha_1 \text{ nach Abb. 45.}$$

Es kann α_1 zwischen 30° und 60° gewählt werden.

Die Betriebsarbeit ist

$$N = \frac{Q \cdot h}{75 \eta} \text{ PS}_e,$$

wenn η der Wirkungsgrad, der bei großen Ventilatoren zwischen 0,4 und 0,7, bei kleinen zwischen 0,3 bis 0,5 liegen kann.

Die Flügel sind zumeist mit den seitlichen Wänden fest verbunden und außen von einem spiralförmigen Gehäuse umgeben, oder es bewegen sich die seitlich offenen Flügel in einem sich außen eng anschmiegendem Gehäuse.

Rücksichtlich der erzeugten Pressung h werden die Schleudertlüfter in Niederdruck- und in Hochdrucklüfter eingeteilt.

Aus den folgenden Tabellen sind Abmessungen, Gewichte usw. der Hochdruck-Schleudergebläse zu entnehmen.

Die weitere Tabelle enthält Angaben über die von Gebr. Sulzer in Winterthur gebauten gewöhnlichen Schleudergebläse.

Es bezeichnet

- D den Flügelrad-Durchmesser in mm,
- d den Durchmesser der Antrieb-Riemenscheibe in mm,
- h die Luftpressung in mm W.-S.,
- Q „ Luftmenge in cbm/sek,
- N „ Betriebsleistung in PS,
- n „ minutliche Umlaufzahl.

Hochdruckgebläse von G. Schiele & Co., Bockenheim.

Flügelrad- Durchmesser <i>D</i> mm	Zum Schmieden bei Windpressungen von 120 bis 160 mm W.-S.				Zum Schmelzen in Kupol- öfen bei Windpressungen von 280 bis 320 mm W.-S.				Riemen- scheiben		Durchmesser der Auslassöffnung mm	Gewicht kg
	Anzahl der Feuer mit 30 mm Düse	n_{max}	Be- triebs- leistung PS	Schmelzleistung t/st	n_{max}	Be- triebs- arbeit PS	Durch- messer mm	Breite mm				
300	1 bis 3	3500	0,25					70	50	90	60	
350	3 „ 6	3350	0,75	0,50 bis 0,75	4750	1,8		80	60	105	75	
400	6 „ 10	3050	1,35	0,75 „ 1,25	4000	2,9		100	70	120	115	
475	10 „ 15	2350	2,20	1,25 „ 2,00	3250	4,5		120	80	150	170	
600	15 „ 20	1800	3,20	2,00 „ 3,00	2500	6,5		150	90	200	320	
675	20 „ 25	1600	3,50	3,00 „ 3,25	2250	7,0		150	100	225	400	
750	25 „ 35	1450	4,25	3,25 „ 4,00	2000	8,5		200	100	250	500	
850	35 „ 45	1300	5,25	4,00 „ 5,00	1775	10,0		225	125	290	625	
950	45 „ 55	1100	6,50	5,00 „ 6,75	1550	12,0		250	150	320	800	
1075	55 „ 80	975	7,75	6,75 „ 8,00	1375	13,5		275	160	370	1100	
1200	80 „ 100	850	9,00	8,00 „ 10,00	1200	15,5		300	180	400	1600	
1350	100 „ 120	775	10,50	10,00 „ 12,25	1015	17,5		325	200	460	1850	
1500	120 „ 150	675	12,00	12,25 „ 17,50	950	20,0		350	200	500	2200	

Hochdruckgebläse von Danneberg & Quandt, Berlin.

Modell- bezeich- nung	Größe der Aus- blase öffnung in mm	Für Rohr- anschluß von mm Durch- meser passend	Für Schmelzofenbetrieb						Kraft- bedarf in PS ca.
			Touren pro Minute	Pressung des Windes in mm W.-S.	Gesamt- Quer- schnitt der Wind- düsen in qcm	Durch- neler st. Quer- schnitt des Windm. in c. m p. Min.	Lichter- Durch- messer des Ofes in cm	Schmelz- fähigkeit des Gieß- ens in kg p. Std.	
HGV 12	120 ∅	120	2900	200	35	12	40	700	1,75
HGV 15	150 ∅	150	2300	200	50	18	45	1000	2
HGV 20	200 ∅	200	2500	300	80	38	50	2300	6,5
HGV 25	250 ∅	250	2525	325	125	55	60	3300	8
HGV 30	300 × 220	300	2250	350	175	75	70	4500	12
HGV 35	350 × 260	350	1970	375	225	100	80	6000	17
HGV 40	400 × 300	400	1800	400	300	140	95	8400	25

Gewöhnliche Schleudergebläse von Gebr. Sulzer, Winterthur.

<i>n</i>	<i>D</i> = 600, <i>d</i> = 180			<i>D</i> = 750, <i>d</i> = 220			<i>D</i> = 900, <i>d</i> = 260			<i>D</i> = 1050, <i>d</i> = 290			<i>D</i> = 1200, <i>d</i> = 320			<i>n</i>
	<i>h</i>	<i>Q</i>	<i>N</i>	<i>h</i>	<i>Q</i>	<i>N</i>	<i>h</i>	<i>Q</i>	<i>N</i>	<i>h</i>	<i>Q</i>	<i>N</i>	<i>h</i>	<i>Q</i>	<i>N</i>	
1400	72	2,3	4,5													1400
1200	38	2,0	2,5													1200
1000	32	1,5	1,75	92	3,0	6,5	75	5	9							1000
900	30	1,3	1,5	56	2,0	3,0	60	4,5	7	84	7,1	13,5	114	10	25	900
800				48	1,6	2,5	48	4	5	63	6,5	10	96	8,8	18,5	800
700				37	1,4	2	37	3,5	3,5	54	5,3	7	75	7,6	12,5	700
600							27	3	2,5	37	4,7	4,5	56	6,4	8,5	600
500										31	3,5	3	37	5,6	5,0	500
400										29	2	2	27	4	3	400

(1159) Schraubenradlüfter (Schraubenventilatoren). Die Schraubenradgebläse sind zur Förderung größerer Luftmengen bei nur geringer Pressung desselben geeignet und finden hauptsächlich zu Lüftungszwecken für Gebäude usw. Verwendung, wobei dieselben je nach der Umlaufrichtung des Flügelrades entweder saugend oder blasend wirken können.

Die an schräg gestellten Armen einer mit der Treibwelle verbundenen Nabe oder dgl. befestigten Flügel sind entweder gerade oder nach Art der Schiffschraube gekrümmt.

Der äußere Durchmesser des Flügelrades ergibt sich aus

$$D = 1,3 \sqrt{\frac{Q}{c_0}},$$

worin Q die geförderte Luftmenge in cm^3/sek , c_0 die Eintrittsgeschwindigkeit der Luft ($c_0 = 8$ bis 10 m/sek) bedeutet.

Die Umfangsgeschwindigkeit des Flügelrades beträgt für Windpressungen h (in mm W.-S.) nach Gl. 164

$$u_2 = 2,8 f \sqrt{h},$$

worin für gerade Schaufeln $f = 2,8$ bis $3,5$,

„ gekrümmte „ $f = 2,2$ „ $2,9$

zu setzen ist.

Der Wirkungsgrad schwankt zwischen $0,2$ und $0,3$.

Schraubenradgebläse

von G. Schiele & Co. in Bockenheim bei Frankfurt a. M.¹⁾.

Windpressungen $h = 2$ bis 6 mm W.-S.

D	n	60 Q	N	Riemenscheiben		Gewicht angenähert
				Durch- messer	Breite	
mm		cm^3/min	in PS	in mm		in kg
200	1750—2500	10—12	0,02—0,05	60	50	12
250	1400—2300	15—25	0,03—0,11	60	50	20
300	1150—2000	23—40	0,06—0,2	80	60	27
400	870—1500	35—65	0,1—0,3	100	60	40
500	700—1200	60—105	0,2—0,5	125	60	80
650	520—900	110—190	0,3—0,9	160	80	130
800	460—800	160—280	0,5—1,5	200	100	190
1000	350—600	260—450	0,7—2,2	250	125	300
1200	290—500	372—650	0,9—3	300	121	425
1500	230—400	570—1000	1,2—4	400	150	770
1750	200—350	800—1400	1,6—5,5	500	150	985
2000	175—300	1000—1800	2—7	550	150	1200
2250	150—260	1800—2325	3—9,1	650	150	1550
2500	135—230	1600—2850	3,5—11,5	700	160	1940
3000	115—200	2300—4150	5—17	850	200	2730

Der Steigungswinkel der Schraube der Schieleschen Lüfter beträgt 35° . Die geraden Flügel sind nach dem äußeren Umfange hin verbreitert und füllen das Gehäuse vollkommen aus.

¹⁾ Wie das Schielesche Schraubenradgebläse sind im wesentlichen die Ventilatoren von Beck & Henckel in Cassel, J. C. Kämpf in Frankfurt a. M. und anderen Firmen ausgeführt.

Kapselgebläse.

(1160) Die Kapselgebläse finden zur Beschaffung der Verbrennungsluft für Schmiedefeuere, Schmelz- und Kupolöfen sowie zur Grubenlüftung Anwendung.

Als wichtigster Vertreter dieser Art von Gebläsen ist dasjenige von Root (Roots-Blower) zu bezeichnen. Dasselbe besteht in seiner einfachsten Form aus zwei in einem Gehäuse eingeschlossenen eisernen Flügel der in Abb. 46 ersichtlichen Gestalt mit Liniendichtung; dieselben sind auf zwei neben- oder übereinanderliegenden Wellen befestigt, die sich in entgegengesetzter Richtung drehen, was durch gleich große außerhalb des Gehäuses liegende Zahnräder bewirkt wird.

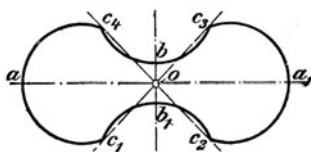


Abb. 46.

Um eine einfache Form für die Flügel zu erhalten, nimmt man die große Achse $a a_1$, Abb. 46, derselben 7 mal so groß als die kleine Achse $b b_1$, zieht durch den Schnittpunkt o beider Achsen, unter 45° geneigt, die Linien $c_1 c_3$, und $c_2 c_4$ und macht $oc_1 = oc_2 = oc_3 = oc_4 = \frac{oa + ob}{2}$. Man erhält dann in $a_1, b, b_1, c_1, c_3, c_3$ und c_4 Punkte der äußeren Flügelgestalt, die in der in Abb. 46 ersichtlichen Weise zu verbinden sind.

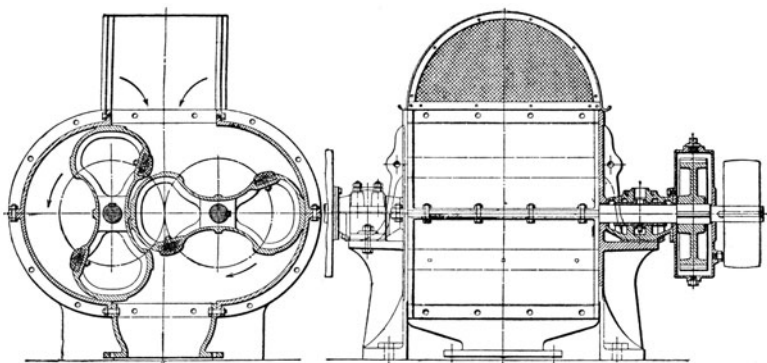


Abb. 47.

Gestattet die Größe des Gebläses das Achsenverhältnis 1 : 7 nicht, so sind nur die konkaven Bogen nach obiger Regel aufzuzeichnen, während die konvexen Bogen durch Abwälzen beider Flügel mit gleicher Winkelgeschwindigkeit erhalten werden. Zum Zwecke besserer Abdichtung, leichterer Bearbeitung der Flügeloberfläche und um möglichst geräuschlosen Gang zu erzielen, werden die Flügel zuweilen mit einer Holzbekleidung versehen.

Die geförderte Windmenge ist angenähert

$$Q = \lambda \frac{n}{60} \pi R^2 b \text{ cm}^3/\text{sek},$$

wenn n die Anzahl der minutlichen Umdrehungen, R den größten Halbmesser und b die Breite (axiale) der Flügel in m, λ den Lieferungsgrad des Gebläses

bezeichnet; letzterer ist der Umlaufzahl des Gebläses direkt, der Luftpressung umgekehrt proportional.

Bei neueren Root-Gebläsen, wie sie z. B. von Mohr & Federhaff in Mannheim für Luftpressungen von 300 bis 400 mm W.-S. und für 300 bis 250 Uml/min gebaut werden, schwankt λ zwischen 0,57 und 0,70 und beträgt im Mittel 0,62.

Der Wirkungsgrad der mit Liniendichtung arbeitenden Gebläse beträgt (nach Ledebur) für Pressungen bis zu 400 mm W.-S. im Mittel $\eta = 0,45$.

Höhere Drücke erzielt man durch Kapselgebläse mit Flächendichtung; bei diesen ergeben sich auch für den Lieferungs- und Wirkungsgrad erheblich höhere Werte als bei den nur mit Liniendichtung arbeitenden Gebläsen.

Ein hierher gehöriges sog. Präzisions-Gebläse der Aerzener Maschinenfabrik A. Meyer in Aerzen (Hannover) für Luftpressungen bis 3000 mm W.-S. zeigt Abb. 47.

In dem aus zwei ausgebohrten Zylinderhälften bestehenden Gehäuse bewegen sich auf nebeneinanderliegenden, in entgegengesetzter Richtung umlaufenden Wellen befestigte Flügel derart, daß die Luft durch den auf dem Gehäuse angebrachten, mit feinem Drahtgitter zum Abhalten des Staubes versehenen Kasten angesaugt und durch ein unteres Mundstück in die anschließende Leitung gedrückt wird. Zuzufolge dieser Luftbewegung kommt die Eigengewichtswirkung der Flügel, die von der Preßluft gewissermaßen getragen werden, in Fortfall, und es werden die zur Führung der Wellen dienenden Ringschmierlager nahezu entlastet. Die als Hohlgußkörper ausgebildeten Flügel legen sich mit genau abgedrehten breiten Dichtungsflächen gegen die Gehäusewandung; ihre gegenseitige Abdichtung erfolgt durch angeschraubte Stahlleisten mit elastischer Filzunterlage.

Die Ergebnisse von Versuchen, die mit einem Root-Gebläse Nr. 1 der Aerzener Maschinenfabrik im Maschinenlaboratorium der Technischen Hochschule in Charlottenburg angestellt wurden, sind aus der nachstehenden Tabelle zu entnehmen.

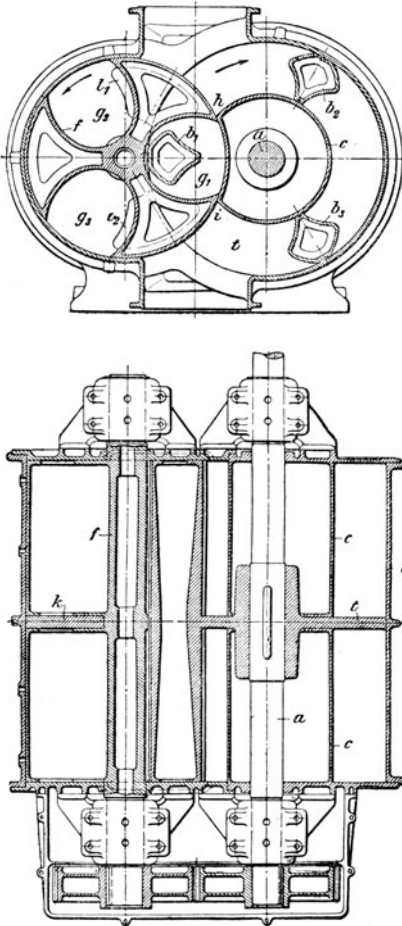


Abb. 48.

In Abb. 48 ist ein Kapselgebläse für hohe Drücke der Firma Jäger & Co. in Leipzig-Plagwitz dargestellt.

Die auf der Welle a sitzende Scheibe t ist in der Längsmittle des Gehäuses beiderseits mit drei zur Achse parallelen Kolben b_1, b_2, b_3 versehen, die gegen zwei mit den Deckeln des Gehäuses d zusammengedrückte Zylinder c abdichten und im Verein mit dem letzteren einen ringförmigen Arbeitsraum einschließen. Die von der Welle a mittels Zahnräder $\gamma_1 : \gamma_2$ angetriebene Welle e

Versuchsergebnisse eines Root-Gebläses, Bauart „Aerzen-Meyer“.

	400	600	800	1000	1200	1500	1800	2000
Luftpressung in mm W.-S.	400	600	800	1000	1200	1500	1800	2000
Betriebsarbeit einschließlich Vor- gelege PS_1	3,5	4,92	5,97	7,41	8,62	10,66	12,81	14,0
Gelieferte Luftmenge m^3/min . .	31,68	31,50	30,60	30,18	29,52	28,80	28,64	27,90
Lieferungsgrad	0,964	0,953	0,910	0,888	0,861	0,850	0,821	0,797
Minutliche Umlaufzahl	403	403	405	406	406	398	403	403
Nutzleistung in geförderter Luft PS_n	2,615	3,90	4,94	5,98	7,03	8,51	10,00	10,80
Mechanischer Wirkungsgrad	0,748	0,793	0,825	0,810	0,815	0,800	0,780	0,770

trägt den sog. Steuerkörper f — einen gußeisernen Hohlzylinder mit Aussparungen g_1, g_2, g_3 , dessen Durchmesser und Abstand von der Welle a so gewählt ist, daß die Schnittfläche $h-i$ an den Zylindern c die Aussparungen g gerade noch überdeckt.

In der Mitte seiner Länge ist der Steuerkörper mit einem Spalt zum Durchtreten der Scheibe t versehen, der, soweit ihn letztere nicht ausfüllt, durch ein stillstehendes Scheibenstück k vergeschlossen wird.

Beim Drehsinn der in Abb. 48 ersichtlichen Pfeile werden die in die Aussparungen tretenden Kolben infolge der Überdeckungsflächen h, i von der Saugseite auf die Druckseite gebracht, ohne daß Luft unmittelbar zurückströmen kann: sie saugen unter zunehmender Vergrößerung des Saugraumes Luft an und drücken sie auf der anderen Seite unter Verkleinerung des Druckraumes zusammen. Da drei Kolben angeordnet sind, werden etwaige Undichtheiten derselben nur geringe Verluste zur Folge haben.

In den Deckeln angebrachte Aussparungen l_1, l_2 dienen dazu, die in den Ausschnitten g noch verbleibende verdichtete Luft zum Teil wiederzugewinnen, bevor dieselben nach der Saugseite hin geöffnet werden.

Nach Angabe der Firma haben diese Gebläse bei einer Luftpressung von

3000 mm W.-S. einen Lieferungsgrad von über 90 $\frac{0}{0}$,
5000 „ „ „ „ „ „ 75 bis 80 $\frac{0}{0}$.

Auf einem ähnlichen Prinzip wie das Hochdruckgebläse von Jäger & Co. beruht auch das Präzisionsgebläse von Enke¹⁾.

Die von der Firma Krigar & Ihssen in Hannover gebauten, mit verhältnismäßig niedrigen Umlaufzahlen arbeitenden Krigarschen Schrauben-Gebläse zeichnen sich durch einen ruhigen, fast geräuschlos und gleichmäßigen Gang aus; sie haben schraubenförmig gestaltete Flügel, wodurch die zwischen ihnen und dem Gehäuse befindliche Luft in axialer Richtung verdrängt wird, sonach dem letzteren stets unter denselben Druckverhältnissen entströmt. Versuche, die Hartig anstellte, ergaben für den Lieferungsgrad eines Krigarschen Gebläses bei einer Pressung von 500 mm W.-S. noch 83 bis 88 $\frac{0}{0}$.

Hydraulische Kompressoren²⁾.

(1161) Abb. 49 zeigt die schematische Anordnung eines hydraulischen Kompressors, der ein Wassergefälle von der Höhe h ausnutzt. Das an eine Zuflußleitung b oder an einen offenen Zuflußkanal angeschlossene Fallrohr a hat am oberen Ende Düsen c , durch die Luft vom niederströmenden Wasser angesaugt wird. Das Luft-Wasser-Gemisch wird in dem Fallrohr auf dem Wege nach unten zusammengepreßt und in den Luftabscheider d entleert, wo sich Luft und Wasser trennen; erstere gelangt durch die Luftleitung e zur Verbrauchsstelle, das entlüftete Wasser durch ein Steigrohr zum Abfluß. Der erzeugte Luftdruck entspricht dem hydrostatischen Drucke der Rücklaufwassersäule p , ist aber unabhängig von der Gefällhöhe des Treibwassers.

¹⁾ Enke, C.: Maschinenfabrik, Schkeuditz bei Leipzig.

²⁾ Näheres über Ausführung und Versuche s. Z. 1910, S. 1903.

Einen Anhaltspunkt bei der Vorausberechnung von hydraulischen Kompressoren bietet das jeweils erzielbare Luft-Wasser-Verhältnis, d. h. die Menge der auf die Raumeinheit Wasser angesaugten Raumeinheiten Luft. Bei gegebener Gefällhöhe h (in m) und Wassermenge Q (in cm^3/sek) folgt unter Voraussetzung isothermischer Kompression die gelieferte Druckluftmenge Q' (in m^3/sek) aus der Arbeitsgleichung

$$Q h 1000 = Q' 10000 p_1 \ln \frac{p_2}{p_1} \eta$$

zu

$$Q' = \frac{Q h}{10 p_1 \ln \frac{p_2}{p_1} \eta},$$

worin p_2 den End-, p_1 den Anfangsdruck der Luft (in at abs.) bedeutet.

Nach Versuchen kann innerhalb eines Gefälles von 4 bis 120 m für den Wirkungsgrad $\eta \sim 0,6$ bis 0,7 gesetzt werden. Größere Gefälle als 100 m sind in einzelnen Stufen zu unterteilen.

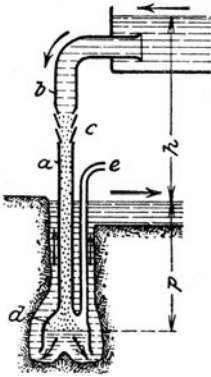


Abb. 49.

Achtzehnter Abschnitt.

Werkzeugmaschinen.

Bearbeitet von Prof. Dipl.-Ing. M. Coenen.

Werkzeuge.

(1162) Stoffe für Schneidwerkzeuge sind: Kohlenstoffstahl, Schnellstahl und Stellite.

Kohlenstoffstahl hat bis etwa 1,6% Kohlenstoff und geringe Mengen anderer Stoffe wie Wolfram, Mangan usw. Charakteristisch für den Schnellstahl ist der hohe Gehalt von Wolfram bis 25% und von Chrom bis 8%. Kohlenstoffgehalt meist etwas geringer als bei Kohlenstoffstahl. Schnellstahl wird deshalb auch nicht so hart wie dieser. Stellite besteht in der Hauptsache aus Kobalt bis 55%, Chrom bis 35%, Wolfram bis 13% und kleinen Mengen von Eisen, Mangan usw. Kohlenstoffgehalt des Stellites 0,5 bis 1,75%. Stellite braucht im Gegensatz zu den anderen Werkzeugstoffen nicht gehärtet zu werden. Die Gestalt des Werkzeugs wird hierbei durch Gießen und nachfolgendes Schleifen gewonnen. Die mittleren Schnittgeschwindigkeiten für die drei Werkzeugstoffe verhalten sich etwa wie 1 : 2 : 5 und sind aus der folgenden Tafel zu ersehen. Die Tafel gibt einen ungefähren Anhalt für die Bestimmung der Schnittgeschwindigkeiten für normale Arbeiten. Sie können im gegebenen Fall über- oder unterschritten werden. Versuche, die günstigsten Schnittgeschwindigkeiten formelmäßig und zwar in Abhängigkeit von Material und Spanquerschnitt festzulegen, sind von Taylor¹⁾ und von Friedrich²⁾ gemacht worden. Die Größen des Vorschubs hängen von der Durchzugsleistung der Maschinen ab. Die Vorschübe betragen bei Drehbänken, Ausbohrmaschinen und Hobelmaschinen 0,1 bis 15 mm/Umdr. bzw. Hub und darüber und 0,1 bis 2 mm/Umdr. bei Bohrmaschinen. Bei Fräsmaschinen betragen die Vorschübe 3 bis 300 mm/min.

Die Angaben, das Stellite betreffend, stammen von der Jägerstahl G. m. b. H. in Tübingen.

Die mit Stellite möglichen Geschwindigkeiten lassen sich beim Hobeln und Stoßen mit den zur Zeit gebräuchlichen Maschinen wohl kaum verwirklichen, da diese den Umkehrstößen nicht gewachsen sind.

Die Grundform der Werkzeugschneide ist ein Keil. Man nennt nach Abb. 1

α den Schnittwinkel,

β den Keil- oder Meißelwinkel,

γ den Anstell- oder Rückenwinkel,

δ den Spanabgangswinkel.

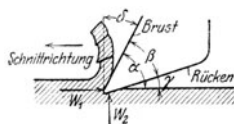


Abb. 1.

¹⁾ Taylor-Wallichs: Über Dreharbeit und Werkzeugstähle, S. 60.

²⁾ Friedrich: Z. 1909, S. 860.

Mittlere Schnittgeschwindigkeiten in m/min.

			Gußeisen	Schmiedeeisen	Maschinenstahl	Bronze, Rotguß, Messing
1.	Drehen	Werkzeugstahl Schnellstahl Stellit	6 ÷ 18 15 ÷ 24 30 ÷ 70	12 ÷ 20 20 ÷ 32 70 ÷ 130	10 ÷ 18 16 ÷ 28 60 ÷ 120	15 ÷ 28 20 ÷ 40 90 ÷ 150
2.	Abstechen	Werkzeugstahl Schnellstahl Stellit	5 ÷ 8 15 ÷ 18 30 ÷ 40	6 ÷ 10 15 ÷ 18 52 ÷ 65	5 ÷ 8 12 ÷ 15 45 ÷ 60	12 ÷ 15 18 ÷ 22 80 ÷ 100
3.	Bohren	Werkzeugstahl Schnellstahl Stellit	8 ÷ 12 16 ÷ 24 32 ÷ 48	12 ÷ 18 22 ÷ 30 75 ÷ 100	10 ÷ 18 18 ÷ 25 68 ÷ 95	16 ÷ 22 25 ÷ 35 110 ÷ 150
4.	Plänfräsen	Werkzeugstahl Schnellstahl Stellit	10 ÷ 16 25 ÷ 40 70 ÷ 120	18 ÷ 22 30 ÷ 50 80 ÷ 160	12 ÷ 18 25 ÷ 40 60 ÷ 100	25 ÷ 40 45 ÷ 70 90 ÷ 180
5.	Zahnfräsen	Werkzeugstahl Schnellstahl Stellit	9 ÷ 12 15 ÷ 20 —	10 ÷ 16 16 ÷ 24 —	12 ÷ 18 15 ÷ 25 —	20 ÷ 40 40 ÷ 60 —
6.	Hobeln, Stoßen	Werkzeugstahl Schnellstahl Stellit	8 ÷ 10 10 ÷ 15 20 ÷ 30	8 ÷ 12 12 ÷ 16 20 ÷ 30	8 ÷ 10 10 ÷ 15 20 ÷ 30	10 ÷ 20 15 ÷ 25 20 ÷ 30
7.	Gewindeschn. mit Stichel	Werkzeugstahl Schnellstahl Stellit	5 ÷ 8 10 ÷ 15 20 ÷ 30	10 ÷ 12 14 ÷ 18 48 ÷ 60	6 ÷ 10 12 ÷ 16 45 ÷ 60	10 ÷ 15 18 ÷ 22 80 ÷ 100
8.	Gewindeschn. mit Bohrer und Schneideisen	Werkzeugstahl Schnellstahl Stellit	2 ÷ 5 4 ÷ 8 —	3 ÷ 6 6 ÷ 10 —	2 ÷ 5 5 ÷ 8 —	6 ÷ 8 8 ÷ 12 —
9.	Sägen	Werkzeugstahl Schnellstahl Stellit	6 ÷ 10 12 ÷ 20 30 ÷ 60	10 ÷ 15 15 ÷ 25 40 ÷ 80	8 ÷ 12 12 ÷ 20 30 ÷ 50	12 ÷ 20 22 ÷ 35 45 ÷ 90

Je größer der Spanabgangswinkel δ ist, um so leichter wird der Span an der Werkzeugbrust entlang gleiten. Je größer der Rückenwinkel γ ist, um so kleiner ist der Druck W_2 auf den Rücken und somit die Reibung des Rückens am Werkstück. Im Interesse eines geringen Schnittwiderstandes seien daher δ und γ groß und der Meißelwinkel β klein. Je kleiner allerdings β , um so geringer ist die Widerstandsfähigkeit der Schneide, und bei zu großem Anstellwinkel γ tritt die Gefahr des Hakens der Schneide ein, weil der Druck W_2 zu klein wird. Die Größen der Winkel sind der Materialbeschaffenheit anzupassen und der Art der betreffenden Arbeit. Erprobte Werte sind in der folgenden Tafel¹⁾ zusammengestellt.

Für Hartguß	$\alpha = 90^\circ \div 98^\circ$,	$\beta = 90^\circ$,	$\gamma = 3^\circ \div 8^\circ$,
„ Stahl und Schmiedeeisen	$\alpha = 54^\circ \div 90^\circ$,	$\beta = 45^\circ \div 87^\circ$,	$\gamma = 3^\circ \div 12^\circ$,
„ Gußeisen	$\alpha = 60^\circ \div 90^\circ$,	$\beta = 50^\circ \div 87^\circ$,	$\gamma = 3^\circ \div 12^\circ$,
„ Bronze	$\alpha = 65^\circ \div 90^\circ$,	$\beta = 62^\circ \div 87^\circ$,	$\gamma = 3^\circ \div 12^\circ$,
„ Messing	$\alpha = 75^\circ \div 90^\circ$,	$\beta = 65^\circ \div 87^\circ$,	$\gamma = 3^\circ \div 12^\circ$.

Die Schneiden der Dreh- und Hobelstähle sind möglichst nur durch Schleifen von der Stange herzustellen und die Warmbehandlung ist zu vermeiden. Abb. 2 zeigt einen auf diese Weise hergestellten normalen Schruppstahl zum Langdrehen. Hierbei ist AB die Hauptschneide und AC die Nebenschneide. Bei harten

¹⁾ Preger: Werkzeuge u. Werkzeugmaschinen.

Materialien ist Winkel φ kleiner als bei weichen. Vielfach nimmt man ihn zu 45° und den Winkel φ_1 zu 20° . In der Abb. ist die Hauptschneide wagerecht angenommen. Häufig jedoch überhört man A gegenüber B , um das Abgehen der Späne zu erleichtern. Hippler¹⁾ dagegen empfiehlt A tiefer als B zu legen. Wie aus der Abb. weiterhin ersichtlich, ist der Spanabgangswinkel als ebene Hinterarbeitung ausgebildet. Für harte und spröde Materialien wie Gußeisen ist dies das beste. Für weiche und zähe Werkstückstoffe ist die Hinterarbeitung hohl auszubilden, um das Abrollen der Späne zu unterstützen. Normung der

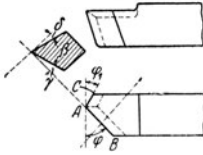


Abb. 2.

Winkel für die verschiedenen Stähle ist für modernen Betrieb unerlässlich. Zum Messen der Winkel bedient man sich vorteilhaft des Schneidstahl-Winkelmessers der Firma Schuchardt & Schütte, Berlin. Bei dem in Abb. 3 dargestellten Jägerstahl der Jägerstahl G. m. b. H. in Tübingen ist ebenfalls jede Warmbehandlung vermieden. Ein solcher Stahl hat an jeder Seite

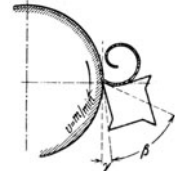


Abb. 3.

vier Schneiden. Ist eine Schneide stumpf, so wird der Stahl um 90° gedreht. Sind alle Schneiden stumpf, so braucht der Stahl nur an der Vorderseite nachgeschliffen zu werden. Die Firma liefert auch Werkzeuge aus Stellite in der dargestellten Form. Wenn gekröpfte Werkzeuge erforderlich sind, so sind diese aus billigem Maschinenstahl herzustellen und mit aufgeschweißten Schneiden aus Schnellstahl bzw. Stellite zu versehen. Das kann natürlich auch bei dem in Abb. 2 gezeigten Stahl gemacht werden.

Für das Bohren ins Volle kann man den Spitzbohrer verwenden, wenn es sich um Löcher von untergeordneter Bedeutung handelt. Wird aber größere Genauigkeit gefordert, so ist der Spiralbohrer geeigneter, der sich selbst im Loch führt. Das Nachschleifen der Spiralbohrer sollte nur auf Sonderschleifmaschinen erfolgen, damit die Gleichheit der Schneidkanten und die Richtigkeit der Winkel gewahrt bleiben. Jedenfalls sind beim freihändigen Schleifen stets Lehren zu verwenden und die Vorschriften genau einzuhalten. Bei dem Spiralbohrer ist der Spanabgangswinkel verhältnismäßig klein. Weit besser sind die Arbeitswinkel bei dem Spiral-Bohrmesser, welcher in Abb. 4 mit seinem Halter dargestellt ist. Angefertigt wird dieses Messer von der Firma W. Sasse in Spandau. Infolge der günstigen Schnittwinkel kann die Schnittgeschwindigkeit um etwa 50% höher genommen werden, als bei dem Spiralbohrer. Die Verwendung des Spiralbohrmessers erfordert allerdings ein vorgebohrtes Loch.

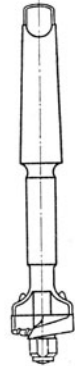


Abb. 4.

Fräser mit spitzen Zähnen: grobgezahnte zum Schruppen, feingezahnte zum Schlichten. Hinterdrehte Fräser hauptsächlich Formfräser und schwere Schruppfräser. Feingezahnte Fräser nehmen zwar mit jedem Zahn nur dünne Späne, doch der gesamte Schnittdruck ist groß, da viele Zähne zugleich arbeiten. Zu kleine Zahnteilung verursacht oft Bruch der Fräserzähne. Grobgezahnte Fräser belasten jeden Zahn stark, daher zweckmäßig Schnellstahl. Spiralfräser: Spiralwinkel meist 15° , günstiger Schnitt. Spirale so wählen, daß Achsdruck auf das Lager wirkt. Breite Fräser mit Spanbrechnuten. Vorschubrichtung des Werkstückes bei rechtsschneidenden Fräsern von links nach rechts. Je kleiner der Vorschub und je größer die Schnittgeschwindigkeit, desto kleiner ist der Spanquerschnitt für den Fräserzahn.

Wie aus der Schnittgeschwindigkeitstafel zu ersehen, ist die zulässige Ge-

¹⁾ Hippler: Die Dreherei und ihre Werkzeuge. 2. Aufl., S. 104.

schwindigkeit beim Fräsen wesentlich höher, als beim Drehen oder Hobeln. Der Grund hierfür ist der, daß beim Fräsen ein Zahn nicht dauernd in Berührung bleibt mit dem Werkstück, sondern nur auf einem kleinen Teil seiner Bewegung. Er kann sich also genügend abkühlen. Andererseits ist die Arbeit bei Verwendung von Fräsern mit geraden Zähnen oder solchen mit geringer Neigung ungünstiger als beim Hobeln oder Drehen. Die Fräserzähne erzeugen hier nur Stauchspäne, während beim Drehen Schälspäne erzeugt werden. Die Bestrebungen, auch beim Fräsen Schälspäne hervorzubringen, führte zur Konstruktion von

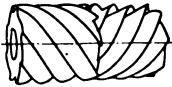


Abb. 5.

Fräsern mit stark geneigten Zähnen, wie es z. B. der Kreuzzahnfräser ist, den Abb. 5 zeigt. Versuche haben ergeben, daß dieser Fräser mit größeren Vorschüben arbeiten kann, als der gewöhnliche Spiralzahnfräser, und daß der spezifische Energieverbrauch ein geringerer ist. Es ist zu bemerken, daß der Kraftverbrauch pro 1 kg Späne in der Stunde auch dann noch ein höherer ist, als beim Hobeln oder Drehen.

Grundstoffe für Schleifscheiben, heute meist künstlich gewonnen, sind: kristallisiertes Aluminiumoxyd (Alundum, Korund, Elektrorubin) und Siliziumkarbid (Carborundum). Bindung keramisch und bei dünnen Scheiben, die sehr fest und außerdem elastisch sein sollen, vegetabil (Ölbindung).

Auswahl der Schleifscheiben. Zu harte Scheiben halten die stumpf gewordenen Körnchen zu lange fest und hören auf zu schneiden; zu weiche stoßen die Körnchen zu schnell ab, nützen sich daher rasch ab und werden unrund. Beide müssen daher bald abgerichtet werden. Eine etwas weichere Scheibe ist aber trotz größerer Abnutzung zweckdienlicher als eine zu harte, da sie länger schnittfähig bleibt und weniger Kraft verbraucht. Die Leistung ist etwa 20 bis 25 kg Späne auf 1 kg Schleifscheibe.

Je größer die Berührungsfläche zwischen Werkstück und Scheibe ist, um so länger ist die Angriffszeit der einzelnen Körnchen. Daher müssen breite und große Scheiben weicher sein als kleine und schmale. Ebenso erfordern Werkstücke mit großem Durchmesser weichere Scheiben als solche mit kleinem. Scheiben für Planschliff müssen weicher sein als solche für Rundschliff; Scheiben für Innenschliff weicher als Außenschliff. Hohe Schnittgeschwindigkeiten verlangen ebenfalls weicher gebundene Scheiben. Scheiben zum Schärfen der Werkzeuge können wegen der kleineren Berührung hart sein. Da die Scheibe stumpfe Schleifkristalle schnell abstoßen soll, so verlangen harte Werkstücke weiche Scheiben. Für weichen Maschinenstahl kommt daher eine harte, für kohlenstoffreicheren Stahl eine weichere Scheibe und für gehärteten Stahl und Hartguß eine noch weichere Scheibe in Betracht. Sehr weiches und leicht schmierendes Material, wie Kupfer und Messing, erfordert dagegen besonders weiche Scheiben, damit sie nicht verschmieren. Hier hilft auch eine höhere Schnittgeschwindigkeit oder elastische Scheiben wegen ihrer größeren Poren.

Grobkörnige Scheiben am besten zum Schruppen geeignet, weil das Auslösen des groben Kornes mehr Kraft erfordert, feingekörnte Scheiben am besten für Schlichten, Kombinationsscheiben mit grobem und feinem Korn für beide Zwecke. Die Scheibe ist immer so grob zu nehmen, daß sie nicht verschmiert. Es tritt ein, wenn die Scheibe zu hart, das Korn zu fein und die Werkstückgeschwindigkeit zu klein ist. Allgemein erfordert eine große Berührungsfläche und eine hohe Geschwindigkeit ein grobes Korn. Die Körnungsgrade der Scheiben werden nach den Siebmaschinen auf 1 Zoll Sieblänge festgestellt. Die Scheiben Nr. 10 bis 30 d. h. mit 10 bis 30 Maschen auf 1" gesiebt, für schwere Schleifarbeiten an Grauguß und Stahlguß, die Nrn. 24 bis 60 zum Rundschleifen ungehärteten und harten Stahles, die Nrn. 30 bis 90 für Schlichtarbeiten und Werkzeugschleifarbeiten.

Ein wirksames Kühlmittel ist von größter Bedeutung, da die Späne unter

Funkenbildung entstehen (1600 bis 2000⁰ C). Kühlmittel zum Schruppschleifen 5 0/0iges Sodawasser, bei Maschinenstahl Sodawasser mit Ölzusatz (1 kg Soda und und 1/4 kg Öl auf 16 l Wasser), bei Guß kein Ölzusatz wegen des Schmierens.

Geschwindigkeiten für den Rundschliff.

Schmiedeeisen und Stahl				
Umfangsgeschwindigkeit des Arbeitsstückes bei			Anstellung der Schleif- scheibe mm	Vorschub der Schleifscheibe bei einer Um- drehung des Arbeitsstückes
Durchmesser bis 50 mm m/min	Durchmesser bis 150 mm m/min	der Schleif- scheibe m/sek		
10 ÷ 12	15	25 ÷ 35	0,01 ÷ 0,05	$\frac{1}{2} \div \frac{3}{4}$ d. Scheibenbreite

Gußeisen				
Umfangsgeschwindigkeit des Arbeitsstückes bei			Anstellung der Schleif- scheibe mm	Vorschub der Schleifscheibe bei einer Um- drehung des Arbeitsstückes
Durchmesser bis 50 mm m/min	Durchmesser bis 150 mm m/min	der Schleif- scheibe m/sek		
12 ÷ 15	18 ÷ 20	25	0,01 ÷ 0,1	$\frac{3}{4} \div \frac{5}{8}$ d. Scheibenbreite

Die Umfangsgeschw. der Schleifscheibe gelten für den Außenschliff. Für den Innenschliff kann man etwa die Hälfte dieser Werte annehmen.

Geschwindigkeitszahlen für Lochmaschinen und Scheren.

Lochstempel (Abb. 6)					Matrizen (Abb. 7)			
Nr.	D	H	Schaft- Durchm.	ganze Länge	Nr.	D ₁	H ₁	äußerer Durchm.
97 010	11	35	25	85	97 210	12	28	50
97 011	14	35	25	85	97 211	15,5	28	50
97 012	17	35	25	85	97 212	18,5	28	50
97 013	20	35	25	85	97 213	21,5	28	50
97 014	23	35	25	85	97 214	24,5	28	50

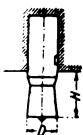


Abb. 6.

Bei diesen Maschinen legt man die Zahl der nützlichen Hübe der Berechnung zugrunde, da die Schnittgeschwindigkeit von der Hublänge abhängt und dementsprechend sehr verschieden ist. Die Hubzahl ist dadurch bedingt, daß zwischen den einzelnen Schnitten Zeit bleibt zum Verschieben des Werkstücks.



Abb. 7.

Hubzahl bei Exzenter-Scheren und Lochmaschinen etwa 10 bis

30/min.

Hubzahl bei Hebel-Scheren und Lochmaschinen etwa 30/min.,
Hubzahl bei Tafelblehscheren $3 \div 11$ /min. je nach Größe der Maschine.

Bei automatischer Zuschiebung des Arbeitsstückes und bei kleinen Maschinen dürfen höhere Werte genommen werden.

Auch für Lochwerkzeuge, Scher- und Profileisenmesser ist die Normung zu empfehlen. Eine Auswahl normaler Lochwerkzeuge, wie sie von der Firma Schieß in Düsseldorf bis zu einem Durchmesser von 44 mm hergestellt werden, zeigt die Tafel auf S. 1223.

Die Durchmesser (D) sind den normalen Lochmaßen für Niete des Deutschen Handelsschiff-Normenausschusses angepaßt.

Geschwindigkeiten beim Blechbiegen und Blechrichten.

Walzenumfangsgeschwindigkeit $2,4 \div 4,2$ m/min, Anstellgeschwindigkeit 30 mm./min.

Schnittwiderstand der Werkzeugmaschinen.

Bei einschneidigen Werkzeugen.

(1163) Schnittwiderstand W_1 (siehe Abb. 1), q = Spanquerschnitt in mm^2 , K_z = Zerreißfestigkeit in kg/mm^2 , K = Stoffzahl.

$q = s \cdot t$, wobei s = Vorschub pro Umdreh. bzw. Hub und t = Schnitttiefe ist.

$W_1 = q \cdot K$, wobei $K = a \cdot K_z$, $a = 2,5 \div 3,2$ für Schmiedeeisen und Stahl, $a = 4 \div 6$ für Gußeisen.

$K_z = 34 \div 50$ bei Flußeisen. $K_z = 12 \div 24$ bei Gußeisen.

$K_z = 45 \div 100$ bei Stahl. $K_z = 20$ bei Rotguß.

$K_z = 45 \div 70$ bei Stahlguß. $K_z = 15$ bei Messing.

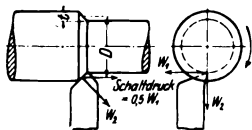


Abb. 8.

Den Druck W_2 auf den Rücken der Schneide kann man gleich W_1 annehmen und den Schalt-
druck gleich $0,5 W_1$.

Drehmoment $M = W_1 \cdot \frac{D}{2}$ nach Abb. 8.

Der Formel $W_1 = q \cdot K$ liegt die Annahme zugrunde, daß die Stoffzahl K , die man auch als den spezifischen Schnittwiderstand bezeichnen kann, konstant ist. Diese Annahme ist aber in der Tat nicht zutreffend. Der spezifische Schnittwiderstand ist bei kleinem Spanquerschnitt größer als bei größerem Querschnitt des Spanes. Für den Entwurf einer Maschine genügt die Genauigkeit der obigen Formel. Um den tatsächlichen Verhältnissen Rechnung zu tragen, stellte Taylor folgende Formeln auf:

$$K = \frac{88}{\frac{1}{g^4} \cdot \frac{1}{t^{15}}} \text{ für weiches Gußeisen,}$$

$$K = \frac{138}{\frac{1}{g^4} \cdot \frac{1}{t^{15}}} \text{ für hartes Gußeisen,}$$

$$K = \frac{200}{\frac{1}{g^{15}}} \text{ für mittelharten Stahl, woraus sich ergibt:}$$

$$W_1 = 88 \cdot s^{\frac{3}{4}} \cdot t^{\frac{14}{15}} \text{ für weiches Gußeisen,}$$

$$W_1 = 138 \cdot s^{\frac{3}{4}} \cdot t^{\frac{14}{15}} \text{ für hartes Gußeisen,}$$

$$W_1 = 200 \cdot s^{\frac{14}{15}} \cdot t \text{ für mittelharten Stahl.}$$

Friedrich¹⁾ brachte die Stoffzahl K in Abhängigkeit vom Spanquerschnitt und der Schnittbogenlänge und stellte die folgenden Formeln auf: $K = k + \frac{\beta}{q} \cdot w$

und $K = k + \frac{w_1}{\sqrt{q}}$, wobei $w_1 = \frac{\beta}{\sqrt{q}} \cdot w$.

In diesen Formeln bezeichnet k den Materialwiderstand für 1 mm² Spanquerschnitt, β die Schnittbogenlänge und w die Widerstandsarbeit für 1 mm² Spanschnittfläche. Nach den Versuchen von Nicolson ist nun folgende Zahlentafel zusammengestellt worden.

Ein Vergleich der drei Rechnungsarten für einen Spanquerschnitt von 18 mm² bei einer Schnitttiefe $t = 9$ mm und einem Vorschub $s = 2$ mm in Stahl von 50 kg Festigkeit ergibt:

1. $W_1 = q \cdot K = 2 \cdot 9 \cdot 3 \cdot 50 = 2700$ kg wobei $\alpha = 3$ angenommen wurde.

2. $W_1 = 200 \cdot s^{\frac{14}{15}} \cdot t = 200 \cdot 2^{\frac{14}{15}} \cdot 9 = 3500$ kg.

3. $W_1 = s \cdot t \left(k + \frac{w_1}{\sqrt{q}} \right) = 2 \cdot 9 \left(145 + \frac{55,5}{\sqrt{18}} \right) = 2850$ kg.

Der Wert nach der 2. Rechnungsart erscheint etwas hoch und zur Stützung der letzten Art sind weitere Versuche wünschenswert. Zur Ausführung solcher Versuche sind die Apparate zur Spandruckmessung der Firma Losenhausen in Düsseldorf zu empfehlen.

Bei Bohren.

Nach Fischer²⁾ ist für Spiralbohrer und Spitzbohrer mit einem Spitzwinkel von 120° der Schaltdruck in der Achsenrichtung:

$$P = 0,433 \cdot d \cdot s \cdot K.$$

Das Drehmoment: $M = \frac{d^3}{8} \cdot s \cdot K$ in kgmm. Hierbei bedeutet d den Lochdurchmesser in mm und s den Vorschub in mm pro Umdrehung.

Versuche beim Bohren in Stahl von 45 kg Festigkeit, 30 mm Lochdurchmesser bei 105 Umdrehungen ergaben folgende Resultate:

Hiernach empfiehlt es sich, zu den nach den Formeln von Fischer errechneten Werten beim Schaltdruck einen Zuschlag von 50% und zum Drehmoment einen solchen von 75 ÷ 100% zu nehmen.

Vorschub	Schaltdruck	Drehmoment
0,28 mm	700 kg	750 kgcm
0,36 mm	800 kg	1260 kgcm
0,56 mm	1250 kg	1700 kgcm

¹⁾ Friedrich: Z. 1909, S. 860.

²⁾ Fischer: Werkzeugmaschinen 1905, S. 16.

Nach Codron²⁾ ist:

$$M = R_1 \cdot s \cdot \frac{d^2}{8} \text{ in kg/mm und}$$

$$P = R \cdot s \cdot d \cdot \frac{\sin \varphi}{2} \text{ in kg.}$$

Hierbei sind die Werte R_1 und R den Abb. 9 und 10 zu entnehmen. Diese Kurven sind nach Versuchen Codrons aufgestellt. φ ist der halbe Spitzenwinkel, also gewöhnlich $= 60^\circ$, $\frac{\sin \varphi}{2}$ daher $= 0,433$.

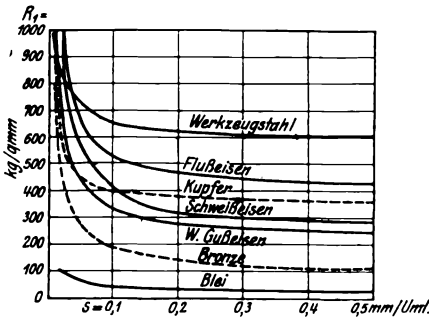


Abb. 9.

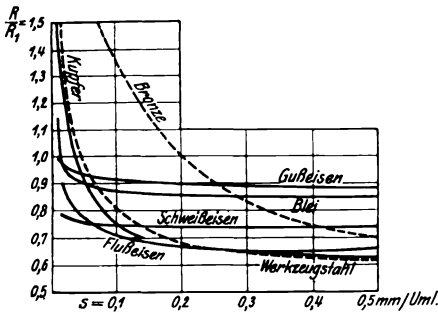


Abb. 10.

Für das Bohren von Flußeisen, 30 mm Lochdurchmesser und 0,5 mm Vorschub ergeben sich dann:

$$R_1 = 430 \text{ kg/mm}^2 \text{ und}$$

$$R = 0,66 \cdot R_1 = 0,66 \cdot 430 = 285 \text{ kg/mm}^2.$$

$$M = 430 \cdot 0,5 \cdot \frac{30^2}{8} = 24000 \text{ kgmm}$$

$$= 2400 \text{ kgcm,}$$

$$P = 285 \cdot 0,5 \cdot 30 \cdot 0,433 = 1860 \text{ kg.}$$

Diese Werte erscheinen gegenüber den oben angegebenen Versuchsdaten reichlich hoch zu sein. Bei Verwendung der Codronschen Angaben rechnet man demnach sehr sicher.

Bei Fräsern²⁾.

Es bezeichne: b die Spanbreite in mm, t die Spantiefe in mm, s den Vorschub pro Umdrehung in mm, c die Schaltung in mm/min, $c = s \cdot n$, v die Schnittgeschwindigkeit in m/min, D den Fräserdurchmesser in mm und z die Zähnezahl, dann ist der Schnittdruck, wenn nur ein Zahn arbeitet:

$$W_1 = 2 \cdot \pi \cdot \frac{c}{v} \cdot \frac{1}{1000} \cdot \frac{b}{z} \sqrt{D \cdot t - t^2} \cdot K \text{ in kg,}$$

$$\text{das Drehmoment } M = \pi \cdot \frac{c}{v} \cdot \frac{D}{10000} \cdot \frac{b}{z} \sqrt{D \cdot t - t^2} \cdot K \text{ in kgcm,}$$

der auf die Fräserwelle biegender Druck

$$R = 8,9 \cdot \frac{c}{v} \cdot \frac{1}{1000} \cdot \frac{b}{z} \sqrt{D \cdot t - t^2} \cdot K \text{ in kg.}$$

¹⁾ Lindner: Z. 1906, S. 1761.

²⁾ Fischer: Werkzeugmaschinen 1905, S. 16.

Wenn mehrere Zähne gleichzeitig arbeiten, dann ist:

$$W_1 = \frac{c}{v} \cdot \frac{1}{1000} \cdot b \cdot t \cdot K \text{ in kg,}$$

$$M = 0,5 \cdot \frac{c}{v} \cdot \frac{1}{10000} \cdot b \cdot t \cdot D \cdot K \text{ in kgcm,}$$

$$R = 1,4 \cdot \frac{c}{v} \cdot \frac{1}{1000} \cdot b \cdot t \cdot K \text{ in kg.}$$

Bei Langlochbohrern mit nur 2 Schneiden ist:

$$W_1 = \pi \cdot \frac{c}{v} \cdot \frac{D}{1000} \cdot \frac{b}{2} \cdot K \text{ in kg,}$$

$$M = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{c}{v} \cdot \frac{1}{10000} \cdot b \cdot D^2 \cdot K \text{ in kgcm,}$$

$$R = 2,2 \cdot \frac{c}{v} \cdot \frac{1}{1000} \cdot b \cdot D \cdot K \text{ in kg.}$$

Bei den Langlochfräsern kann man setzen:

$$M = 0,5 \cdot \frac{c}{v} \cdot \frac{1}{10000} \cdot b \cdot D^2 \cdot K \text{ in kgcm,}$$

$$R = 1,1 \cdot \frac{c}{v} \cdot \frac{1}{1000} \cdot b \cdot D \cdot K \text{ in kg.}$$

Bei Schleifscheiben.

Nach den Versuchen von Schlesinger¹⁾ wächst der Schnittwiderstand am Umfang der Schleifscheibe mit zunehmendem Vorschub und zunehmender Schnitttiefe und fällt mit zunehmender Umfangsgeschwindigkeit der Schleifscheibe. Es sei v die Umfangsgeschwindigkeit der Scheibe in m/sek, s der Vorschub des Werkstücks in mm, t die Schnitttiefe in mm, W_1 der Schnittwiderstand in kg, c die Umfangsgeschwindigkeit des Werkstücks in m/min. Die letztere betrug bei allen Versuchen 30 m/min. Es ergaben sich folgende Mittelwerte für W_1 :

Material	Stahl						Gußeisen					
	25 m/sek			35 m/sek			25 m/sek			35 m/sek		
t	0,02	0,14	0,14	0,02	0,14	0,14	0,02	0,14	0,14	0,02	0,14	0,14
s	12	12	24	12	12	24	12	12	24	12	12	24
W_1	12	28	45	7	23	40	11	27	42	8	24	32

Nach dem Vorgang von Friedrich²⁾ kann man die Schleifscheibe als einen Fräser mit sehr viel kleinen Zähnen auffassen und daher den Schleifwiderstand (Abb. 11) nach der Formel berechnen:

$$W_1 = \frac{c}{v} \cdot \frac{1}{60} \cdot s \cdot t \cdot K \text{ in kg.}$$

Hierbei ist K in kg/mm² keine Konstante, sondern

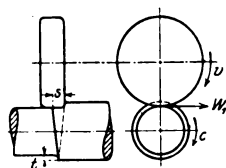


Abb. 11.

¹⁾ Schlesinger: Versuche über die Leistung von Schleifscheiben. Mitt. über Forschungsarbeiten 1907, Heft 43.

²⁾ Z. 1909, S. 864.

von s und t abhängig. Für Schnitttiefen von 0,05 mm bis 0,14 mm können die Werte K den Kurven in Abb. 12 und 13 entnommen werden. Die Werte sind aus den oben erwähnten Versuchen von Schlesinger errechnet.

Beispiel: Schnitttiefe = 0,05 mm, $v = 32$ m/sek, $c = 15$ m/min, Arbeitsstück Stahl, Scheibenbreite = 50 mm, Vorschub = 25 mm, dann ist:

$$W_1 = \frac{15}{32} \cdot \frac{1}{60} \cdot 25 \cdot 0,05 \cdot 1400 = 13,7 \text{ kg.}$$

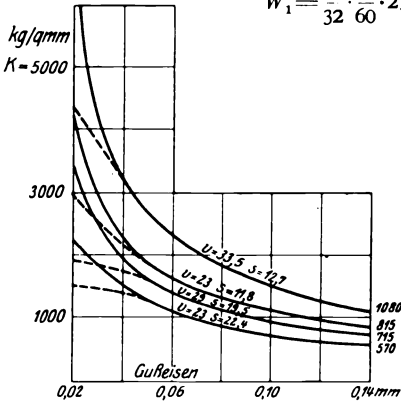


Abb. 12.

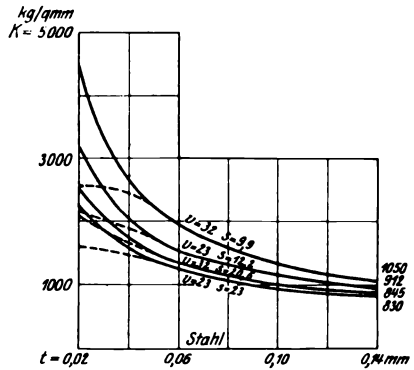


Abb. 13.

Für den Arbeitsbedarf E in kgm für 1 g Späne gibt die folgende Tafel Mittelwerte:

Material	Stahl						Gußeisen					
	25 m/sek			35 m/sek			25 m/sek			35 m/sek		
t	0,02	0,14	0,14	0,02	0,14	0,14	0,02	0,14	0,14	0,01	0,14	0,14
s	12	12	24	12	12	24	12	12	24	12	12	24
E	1930	635	525	2070	685	540	2180	540	350	2230	690	480

Bei Lochwerkzeugen.

$$W_1 = d \cdot \pi \cdot \delta \cdot 1,1 \cdot K_z.$$

Hierbei: Schnittwiderstand W_1 , Lochdurchmesser d in mm, Festigkeit K_z in kg/mm^2 , Blechstärke δ in mm.

Bei Scherblättern.

a) Solche mit parallelen Schneidkanten:

$$W_1 = b \cdot \delta \cdot 1,1 \cdot K_z,$$

wobei b die Breite des zu schneidenden Querschnittes in mm bedeutet und δ die Stärke.

b) Bei geneigten Schneidkanten kann man setzen:

$$W_1 = 0,5 \cdot \frac{\delta^2}{\text{tg } \alpha} \cdot 1,1 \cdot K_z.$$

α ist der Neigungswinkel der Schneidkanten, der gewöhnlich 5 bis 12° beträgt.

Schnittwiderstand nach Fischer¹⁾: $W_1 = 0,225 \cdot \frac{\delta^2}{\lg \alpha} \cdot K$. Hierbei ist $K = 1,7 K_s$ und K_s die Scherfestigkeit. Beim Entwurf ist mit dem ersten, größeren Wert zu rechnen.

c) Bei Winkeleisen- und sonstigen Profileisenscheren beträgt

$$W_1 = F \cdot 1,1 \cdot K_s.$$

F bedeutet die Fläche des zu schneidenden Querschnittes in mm^2 . Sind die Schneidkanten gegeneinander geneigt, $\frac{2}{3} F$ statt F einsetzen.

Biege- und Richtwiderstand.

(1164) Druck auf eine Unterwalze $P = \frac{B \cdot \delta^2}{6 \cdot l} \cdot \sigma_f$. B = Blechbreite in cm;

δ = Blechstärke in cm; l = Hebelarm in cm; σ_f = Spannung an der Fließgrenze in kg/cm^2 ; $\sigma_f = 2800 \div 1500 \div 4000 \text{ kg/cm}^2$; R = Druck auf die Oberwalze ist die Mittelkraft aus den Unterwalzendrücken. (Abb. 14.)

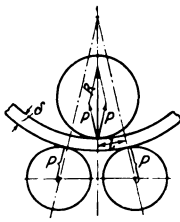


Abb. 14.

Soll das Material im erwärmten Zustand gebogen oder gerichtet werden, so kann man bei einer Erwärmung von etwa $600^\circ \frac{1}{4}$ der obigen Werte von σ_f in die Formeln einsetzen. Nach Versuchen beträgt z. B. die Spannung an der Fließgrenze bei einem Material²⁾ von $\sqrt[3]{75}$ kg Festigkeit von $580^\circ = 1000 \text{ kg/cm}^2$. Zander²⁾ setzt an die Stelle des Widerstands-Momentes $\frac{B \cdot \delta^3}{6}$ das statische Moment

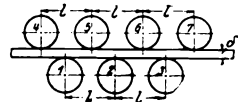


Abb. 15.

$\frac{B \cdot \delta^3}{4}$, da die obige Biegungsformel eigentlich nur für Spannungen innerhalb der Proportionalitätsgrenze gilt. Hierbei wird bei Kesselblech $\sigma_f = 2200 \text{ kg/cm}^2$ gegenüber 2800 kg/cm^2 bei obiger Rechnungsmethode.

Den bei Trägerbiege- und Richtmaschinen erforderlichen Stößeldruck bestimmt man nach der Formel: $\frac{P \cdot l}{4} = W \cdot \sigma_f$; wobei l die Entfernung der Auflager in cm und W das Widerstandsmoment des Trägers ist.

Widerstand beim Blechrichten.

$$\text{Druck auf Walzen 1 u. 3: } P_1 \cdot l \cdot \frac{3}{16} = \frac{B \cdot \delta^3}{6} \cdot \sigma_f, \quad (\text{Abb. 15.})$$

$$\text{„ „ Walze 2: } P_2 \cdot \frac{l}{7,5} = \frac{B \cdot \delta^3}{6} \cdot \sigma_f,$$

$$\text{„ „ Walzen 4 u. 7: } P_4 = \frac{5}{16} P_1,$$

$$\text{„ „ Walzen 5 u. 6: } P_5 = \frac{11}{16} P_1 + \frac{1}{2} P_2$$

¹⁾ Fischer: Werkzeugmaschinen 1905, S. 538.

²⁾ Zander; W. T. 1912, S. 314. Siehe auch Walther: Vers. üb. den Arbeitsbedarf u. d. Widerstände beim Blechbiegen. F. A. 1912, Heft 113.

Arbeitsbedarf der Werkzeugmaschinen.

$$(1165) \quad N = \frac{W_1 \cdot v}{75 \cdot 60} \cdot \frac{1}{\eta}$$

Hierbei bezeichnet W_1 den Schnittwiderstand in kg, v die Schnittgeschwindigkeit in m/min und η den Wirkungsgrad.

$\eta \sim 0,7$ bei Drehbänken, Bohrmaschinen und Fräsmaschinen;

$\eta \sim 0,6$ bei Hobel- und Stoßmaschinen.

Die Vorschubarbeit ist wegen der geringen Geschwindigkeit meist sehr klein gegenüber der Schnitтарbeit.

Bei der Berechnung aus dem Drehmoment ergibt sich:

$$N = \frac{M \cdot n}{71620 \cdot \eta},$$

wenn M das Drehmoment in kgcm und n die minutliche Drehzahl bedeutet.

Bei Lochmaschinen und Scheren mit parallelen Scherblattkanten beträgt die Arbeit für einen Schnitt:

$$A = W_1 \cdot \frac{\delta}{2} \quad \text{in kgm,}$$

wobei δ in m einzusetzen ist, daher

$$N = \frac{A \cdot n}{60 \cdot 75 \cdot \eta} \quad \eta \sim 0,7.$$

Man nimmt vielfach Motoren kleinerer Leistung als die Rechnung ergibt, weil gewöhnlich nicht bei jedem Hub geschnitten wird. Bei den Blechscheren mit geeigneten Schneidkanten beträgt die Schnitтарbeit $A = W_1 \cdot B \cdot \operatorname{tg} \alpha = 1,1 \cdot 0,5 \cdot \delta^2 \cdot K_z \cdot B$ in kgm, $B =$ Schnittbreite in m.

$$N = \frac{A \cdot n}{60 \cdot 75 \cdot \eta}.$$

Arbeitsbedarf einer Blechbiegemaschine mit drei Walzen (siehe Abb. 14)

$$N_{\text{in}} = (2 \cdot P + R) \cdot \mu_z \cdot \frac{d_1}{D_1} \cdot \frac{v}{60} \cdot \frac{1}{75} + \left(\frac{2P}{D_1} + \frac{R}{D_2} \right) \cdot f \cdot \frac{v}{60} \cdot \frac{1}{75}; \quad N = \frac{N_{\text{in}}}{\eta};$$

$\mu_z =$ Zapfenreibungszahl, $d_1 =$ Zapfendurchmesser einer Unterwalze in cm, $D_1 =$ Durchmesser einer Unterwalze in cm, $D_2 =$ Durchmesser der Oberwalze in cm, $v =$ Biegeschwindigkeit in m/min, $f =$ Rollziffer in cm. $\mu_z = 0,08 \div 0,1$; $f \sim 0,08$; $\eta \sim 0,6$.

In ähnlicher Weise ist der Arbeitsbedarf von Blechrichtemaschinen zu berechnen. Durch Wälzlager könnte der Arbeitsbedarf wohl noch verringert werden.

Die für das Lochen, Schneiden, Biegen und Richten angegebenen Formeln entsprechen streng wissenschaftlichen Anforderungen nicht. Sie haben sich aber in der Praxis durchaus bewährt. Es empfiehlt sich daher die Weiterverwendung, bis die Auffindung einfacher Ausdrücke, die genannter Forderung genügen, gelungen ist.

Überschlagswerte des Arbeitsbedarfes in PS für den Entwurf von Werkstätten.

(1166)

Spitzendrehbänke	$\sim \frac{1}{100} \times \text{Spitzenhöhe in mm};$
Plandrehbänke	$\sim \frac{1}{300} \div \frac{1}{500} \times \text{Drehdurchmesser in mm};$
Karusselldrehbänke	$\sim \frac{1}{140} \times \text{Drehdurchmesser in mm};$
Revolverbänke	$\sim \frac{1}{10} \times \text{Rohstangendurchmesser in mm};$
Bohrmaschinen	$\sim \frac{1}{10} \times \text{Lochdurchmesser in mm};$
Fräsmaschinen	$\sim \frac{1}{1000} \times \text{Tischfläche in cm}^2;$
Räderfräsmaschinen	$\sim \frac{1}{2} \times \text{Modul};$
Hobelmaschinen	$\sim \frac{1}{100} \times \text{Hobelbreite in mm};$
Shaping- und Stoßmaschinen	$\sim \frac{1}{100} \times \text{Hub in mm};$
Rundschleifmaschinen	$\sim \frac{1}{10} \div \frac{1}{15} \times \text{Arbeitsdurchmesser in mm};$
Walzendrehbänke	$\sim \frac{1}{80} \div \frac{1}{100} \times \text{Walzendurchmesser in mm};$
Radsatzdrehbänke	$\sim \frac{1}{100} \times \text{Raddurchmesser in mm}.$

Teile der Werkzeugmaschinen.

Getriebe.

(1167) Die Getriebe der Werkzeugmaschinen, besonders derjenigen mit kreisender Hauptbewegung, müssen einen Geschwindigkeitswechsel in weiten Grenzen gestatten vor allem dann, wenn nicht nur verschiedene Materialien und verschiedene Durchmesser bearbeitet, sondern auch Werkzeuge aus verschiedenen Stoffen verwendet werden sollen. Es wird erforderlich sein, den Bereich der Geschwindigkeiten der heutigen Werkzeugmaschinen um $40 \div 50\%$ zu erhöhen, wenn außer mit Schnellstahl auch mit Stellite gearbeitet werden soll. Es ist somit wünschenswert, daß innerhalb der Enddrehzahlen eine möglichst große Anzahl von verschiedenen Zwischendrehzahlen zur Verfügung steht. Eine unendlich große Anzahl von Drehzahlen ist nun mit Hilfe von direkten oder indirekten Reibgetrieben, ferner durch Verwendung von kegelförmigen Trommeln bei Riementrieben zu erreichen. Bezüglich dieser Getriebe sei auf den Abschnitt über Maschinenteile verwiesen. Trotz des erwähnten großen Vorzugs werden die Reibgetriebe im Werkzeugmaschinenbau nur wenig verwendet wegen ihrer geringen Durchzugleistung und der Unsicherheit der Kraftübertragung. Verwendung beschränkt sich auf den Antrieb von Vorschüben, abgesehen von den Reibspindelpressen. Bei

den indirekten Reibgetrieben tritt ein sehr starker Riemenverschleiß ein. Auch mit Riementrieben, die mit kegelförmigen Trommeln ausgestattet sind, können nur kleinere Leistungen übertragen werden, da die Riemen nur schmal sein dürfen.

Ferner genügen die hierbei erreichbaren Übersetzungsverhältnisse den Anforderungen des Werkzeugmaschinenbaues nicht, wenn die Trommeln nicht sehr breit ausfallen sollen.

Fast ununterbrochene Drehzahlenreihen lassen sich mit Hilfe von Regelmotoren erzielen. Von diesen soll bei Besprechung des elektrischen Einzelantriebes die Rede sein.

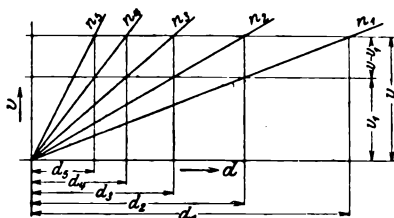


Abb. 16.

Stufenförmige Umlaufzahlenreihen werden durch Stufenscheiben ohne und mit Rädervorgelegen und durch Rädergetriebe erzeugt. Anordnung der Drehzahlen, wenn das Getriebe der Schnittbewegung dient, stets nach der geometrischen Reihe. Hierbei ist der Geschwindigkeitsabfall beim Übergang von einer Drehzahl zur nächst kleineren stets der gleiche. Sodann stehen für die größeren zu bearbeitenden Durchmesser genügend Dreh-

zahlen zur Verfügung. Dies ergibt sich aus dem Drehzahlendiagramm (Abb. 16), auch Sägendigramm genannt.

Hauptgleichung des Werkzeugmaschinenbaues $v = d \pi n$. Diese Gleichung stellt eine gerade Linie durch den Koordinatenanfangspunkt dar, wenn n konstant ist und v und d die Veränderlichen sind. Die jeweiligen n_1, n_2, n_3 usw. sind bei stufenförmiger Reihe natürlich konstant.

In dem Diagramm sind die Drehzahlenlinien so gezeichnet, daß der Geschwindigkeitsabfall $v - v_1$ beim Übergang von einer Drehzahl zur nächst kleineren für den betreffenden Durchmesser immer gleich ist. Die angenommene Geschwindigkeit v richtet sich nach dem Werkstückmaterial, dem Werkzeugstoff und der betreffenden Arbeit und ist der Geschwindigkeitstafel zu entnehmen. Die Gleichungen der Drehzahlreihen sind: 1. $v = d_1 \pi n_1$; 2. $v_1 = d_2 \pi n_1$; 3. $v = d_2 \pi n_2$; 4. $v_1 = d_3 \pi n_2$; 5. $v = d_3 \pi n_3$; 6. $v_1 = d_4 \pi n_3$; 7. $v = d_4 \pi n_4$; 8. $v_1 = d_5 \pi n_4$; 9. $v = d_5 \pi n_5$.

Durch Division erhält man:

$$\frac{v}{v_1} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{n_3}{n_2} = \frac{n_4}{n_3} = \frac{n_5}{n_4} = \varphi$$

und hieraus:

$$\begin{aligned} n_2 &= n_1 \cdot \varphi, & n_3 &= n_2 \cdot \varphi = n_1 \cdot \varphi^2, & n_4 &= n_3 \cdot \varphi = n_1 \cdot \varphi^3, \\ n_5 &= n_4 \cdot \varphi = n_1 \cdot \varphi^4. \end{aligned}$$

Die Drehzahlen sind also geometrisch geordnet.

Aus dem Diagramm ersieht man, daß für den Durchmesserbereich $d_1 \div d_3$ die Drehzahl n_1 , für Bereich $d_2 \div d_3$ die Drehzahl n_2 usw. zur Verfügung steht. Es ergibt sich also sofort, ob für das betreffende Material, das Werkzeug und die Arbeit die richtige Drehzahl gewählt ist.

Aus $\frac{v}{v_1} = \varphi$ erhält man: $\frac{v - v_1}{v} = \frac{\varphi - 1}{\varphi}$ oder Geschwindigkeitsabfall $v - v_1 = v \left(\frac{\varphi - 1}{\varphi} \right)$; der Abfall in % von v : $A = \frac{\varphi - 1}{\varphi}$.

Bei Drehbänken z. B. wird ein Abfall von $20 \div 33,3\%$ zugelassen, was einem φ von $1,25 \div 1,5$ entspricht. φ ist die Steigerungszahl der geometrischen Reihe.

Je mehr sich φ der 1 nähert, um so kleiner ist der Geschwindigkeitsabfall, um so größer muß aber auch die Zahl der verfügbaren Drehzahlen sein.

Ein Sägendigramm für bestimmte Umlaufzahlen zeigt Abb. 17. Es ist:

für $v = 20$ m/min

Drehdurchmesser	320÷210	210÷140	140÷90	90÷65	65÷40	40÷30	30÷20	< 20
Umlaufzahl	20	30	45	68	100	150	225	340

$\varphi = 1,5$. Wenn $v = 20$ m/min, dann $v_1 = \frac{20}{1,5} = 13,33$ m/min, Abfall 33,3%.

Bei 160 mm Durchmesser und $v = 20$ m/min ist $n_2 = 30$ einzustellen. Angewandte Schnittgeschwindigkeit $v_2 = 15$ m/min, Geschwindigkeitsverlust $y = v - v_2 = 5$ m/min.

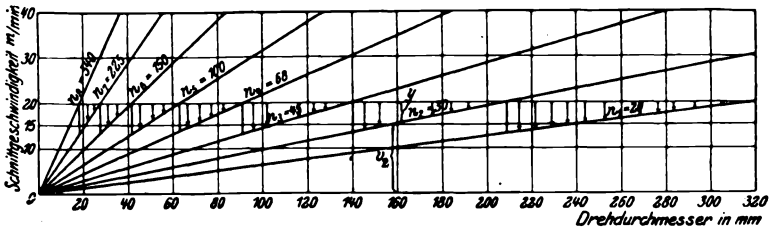


Abb. 17.

Stellt man 2 Reihen mit gleicher Anzahl und gleichen Enddrehzahlen einander gegenüber, so ergibt sich aus einem Beispiel folgendes Bild:

Geometrisch 2; 4; 8; 16;
 32; 64; 128; 256.

Arithmetisch 2; 38,3; 74,6; 110,9;
 147,2; 183,5; 219,6; 256.

Aus dem Beispiel ist zu ersehen, daß man bei der geometrischen Reihe eine größere Anzahl kleiner Drehzahlen, die der Bearbeitung der größeren Durchmesser dienen, zur Verfügung hat. Will man die geometrische Reihe mit Hilfe einer vierstufigen Scheibe und einem Vorgelege erzielen, so bereitet dies keine Schwierigkeit. Das Übersetzungsverhältnis des Vorgeleges ist:

$$\frac{2}{32} = \frac{4}{64} = \frac{8}{128} = \frac{16}{256} = \frac{1}{16}$$

Die arithmetische Reihe kann bei Anwendung eines Vorgeleges nicht verwirklicht werden, denn das Übersetzungsverhältnis müßte jedesmal geändert werden, da

$$\frac{2}{147,2} < \frac{38,3}{183,5} < \frac{74,6}{219,6} < \frac{110,9}{256}$$

Stellt man obiger geometrischen Reihe eine arithmetische gegenüber, die verwirklicht werden kann mit gleicher Anfangszahl und gleichem Sprung zwischen der ersten und zweiten Drehzahl, so erhält man:

1) Geometrisch 2; 4; 8; 16; } 1:16 = Wert des Vorgeleges.
 32; 64; 128; 256; }
 Arithmetisch 2; 4; 6; 8; } 1:5 = Wert des Vorgeleges.
 10; 20; 30; 40; }

1) Der Einfachheit halber ist $\varphi = 2$ gewählt worden, obwohl man selten so hoch geht wegen des zu großen Geschwindigkeitsabfalles.

Man erkennt, daß die arithmetische Reihe eine gebrochene ist und die Enddrehzahl zu niedrig ist. Bei Verwendung von 2 oder mehr Vorgelegen verschiebt sich das Bild noch mehr zugunsten der geometrischen Reihe. Für Schnitzzwecke ist demnach die geometrische Reihe vorzuziehen sowohl aus wirtschaftlichen als auch aus Herstellungsgründen.

Aus der Reihe:

$$n_1; n_2 = n_1 \cdot \varphi; n_3 = n_1 \cdot \varphi^2; n_4 = n_1 \cdot \varphi^3; \dots; n_z = n_1 \cdot \varphi^{z-1}$$

ergibt sich die Steigerungszahl oder der Quotient

$$\varphi = \sqrt[z-1]{\frac{n_z}{n_1}}$$

Hierbei ist z die Anzahl der Drehzahlen, n_1 die Anfangs- und n_z die Enddrehzahl. Aus der Gleichung $n_z = n_1 \cdot \varphi^{z-1}$ erhält man ferner:

$$\log \frac{n_z}{n_1} = (z-1) \log \varphi$$

oder

$$z = 1 + \frac{\log \frac{n_z}{n_1}}{\log \varphi}$$

Aus dieser Gleichung ersieht man, daß $z = \infty$, wenn $\varphi = 1$. Dies kann nur bei stufenfreien Reihen erreicht werden.

Soll die Drehzahlenreihe mit Hilfe eines Vorgeleges erzeugt werden, was von $z = 6$ an aufwärts meist der Fall ist, so teilt man die Reihe in 2 Gruppen. Dann ergibt sich aus:

$$n_1; n_1 \cdot \varphi; n_1 \cdot \varphi^2; \dots; n_1 \cdot \varphi^{\frac{z}{2}-1}$$

$$n_1 \cdot \varphi^{\frac{z}{2}}; n_1 \cdot \varphi^{\frac{z}{2}+1}; n_1 \cdot \varphi^{\frac{z}{2}+2}; \dots; n_1 \cdot \varphi^{z-1} = n_z$$

der Wert des Vorgeleges zu:

$$\psi = \frac{n_1}{n_1 \cdot \varphi^{\frac{z}{2}}} = \frac{n_1 \cdot \varphi^{\frac{z}{2}-1}}{n_1 \cdot \varphi^{z-1}} = \frac{1}{\varphi^{\frac{z}{2}}}$$

Ist eine Teilung in 3 Gruppen erforderlich, wenn z. B. mit einer 4stufigen Scheibe 12 Drehzahlen erreicht werden sollen, dann ist $\psi = \frac{1}{\varphi^{\frac{z}{3}}}$. Bei Teilung in 4 Gruppen $\psi = \frac{1}{\varphi^{\frac{z}{4}}}$.

Die Gleichung der geometrischen Reihe ist $y = a \cdot \varphi^x$, wobei x die Werte 1, 2, 3 usw. erhält. Diese Gleichung stellt eine Kurve dar. Bringt man die Gleichung in die Form $\log y = \log a + x \log \varphi$ oder $Y = A + B \cdot x$, so erhält man eine gerade Linie. Die Ordinate ist hierbei logarithmisch geteilt, die Abszisse in normaler Weise. Man trägt in das in dieser Weise geteilte Koordinatenpapier die Enddrehzahlen ein und verbindet die so erhaltenen Punkte durch eine Gerade. Die Zwischendrehzahlen erhält man dann durch Abgreifen. (Abb. 18.)

Wertvoll¹⁾ ist diese Darstellung besonders dann, wenn die Drehzahlen einer vorhandenen Maschine darauf untersucht werden sollen, ob sie geometrisch geordnet sind. Dies ist nur dann der Fall, wenn die Punkte auf einer geraden Linie liegen. Verhält sich das nicht so, kann man mit Hilfe des Schaubildes sehen, wie das Getriebe geändert werden muß.

Vorschubreihen dürfen arithmetisch geordnet sein. Dies ist z. B. dann der Fall, wenn die Schaltung durch Ratsche erfolgt wie bei den Plandrehbänken, Radsatzbänken, Walzdrehbänken. Handelt es sich aber um eine Dauerschaltung, die durch Stufengetriebe mit Vorgelege hervorgebracht wird, so empfiehlt sich die geometrische Ordnung der Reihe, um ihre Stetigkeit zu wahren. Unter Umständen ergibt sich die Ordnung aus der zu leistenden Arbeit. Wenn nämlich mit Hilfe des Vorschubräderekastens auch Gewinde geschnitten werden soll, ist die Reihe weder geometrisch noch arithmetisch.

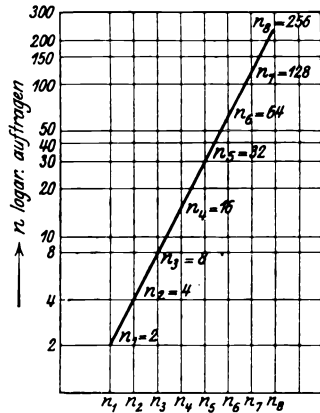


Abb. 18.

Stufenscheibenge triebe.

(1168) Stufenscheibenge triebe werden ohne und, für Antriebszwecke meistens, mit Rädervorgelegen ausgeführt. Die Berechnung der Stufenscheibenge triebe sei an einem Beispiel erläutert. Hierbei ist vorausgesetzt, daß die beiden Stufenscheiben gleich groß sind wie es gewöhnlich ausgeführt wird. Das Getriebe nach Abb. 19 gestattet 6 Drehzahlen zu geben also ist $z = 6$.

Aus den Enddrehzahlen wird zuerst φ berechnet.
$$\varphi = \sqrt[5]{\frac{n_z}{n_1}}$$

Der Wert des Vorgeleges berechnet sich dann zu
$$\psi = \frac{1}{\varphi^{\frac{1}{z}}}$$

da die Reihe in 2 Gruppen geteilt ist.

n_z berechnet sich aus dem kleinsten zu bearbeitenden Werkstücksdurchmesser und der größtzulässigen Geschwindigkeit, n_1 aus dem größten Werkstücksdurchmesser und der kleinsten Schnittgeschwindigkeit, die durch Material und Werkzeugstoff gegeben ist. n ist die Drehzahl der treibenden Scheibe. Liegt bei ausgerücktem Vorgelege, also direktem Gang, der Riemen auf d_3 an der Maschine, so erhält man die größte Drehzahl. Es ist dann:

$$\frac{n}{n_z} = \frac{d_z}{d_1} \cdot \frac{1}{2} \quad \text{Wenn der Riemen auf } d_1 \text{ an der Maschine, dann: } \frac{n}{n_1 \cdot \varphi^{\frac{z}{2}}} = \frac{d_z}{d_1} \cdot \frac{1}{2}$$

Vereinigt man diese beiden Gleichungen und setzt noch an Stelle

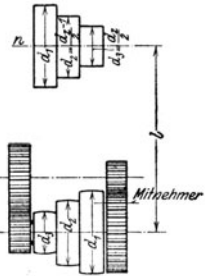


Abb. 19.

¹⁾ Toussaint: Die Werkzeugmaschine, 1917, S. 302.

von n_1 : $\frac{nz}{\varphi^{z-1}}$, so erhält man: $n = \frac{nz}{\sqrt{\frac{z}{\varphi^2-1}}}$. Die Scheibendurchmesser

berechnen sich dann aus $d_1 = d_z \sqrt{\frac{z}{\varphi^2-1}}$ d_z ergibt sich aus dem Aufbau

der Maschine. Je größer der kleinste Durchmesser gemacht werden kann, um möglichst hohe Riemengeschwindigkeit zu erzielen, um so besser ist es. Das Verhältnis der beiden mittleren Scheiben berechnet sich aus:

$$\frac{d_3}{\frac{d_z}{2-1}} = \sqrt{\frac{z}{\varphi^2-3}} \quad \text{In dem vorliegenden Falle ist also } \frac{d_2}{\frac{d_z}{2-1}} = \sqrt{\frac{6}{\varphi^2-3}} = 1.$$

Dies Resultat ergibt sich auch aus der Anschauung, da bei Scheiben mit ungerader Stufenzahl die mittleren Stufen gleich sind. Haben die Scheiben 4 Stufen, liegt

also ein Getriebe vor mit 8 Drehzahlen, so erhält man weiterhin: $\frac{d_3}{\frac{d_z}{2-2}}$

$$= \sqrt{\frac{z}{\varphi^2-5}} \quad \text{Hierbei ist } z = 8. \quad \text{Bei 5 Stufen ist } z = 10 \quad \text{und } \frac{d_4}{\frac{d_z}{2-3}}$$

$$= \sqrt{\frac{z}{\varphi^2-7}}$$

Hat das Getriebe kein Vorgelege, so tritt an die Stelle von $\frac{z}{2}$: z . Wenn 2 Vorgelege vorhanden sind, dann ist statt $\frac{z}{2}$: $\frac{z}{3}$ in die Formeln einzusetzen; bei Teilung der Drehzahlenreihe in 4 Gruppen $\frac{z}{4}$ usw.

Hat man d_1 aus $\frac{d_z}{2}$ berechnet, so bestimmt man vielfach die Zwischenstufendurchmesser derart, daß man gleichmäßig abstuft. Es ist dann $d_1 - d_2 = d_2 - d_3 = d_3 - d_4$ usw. Es kann hierdurch allerdings eine Abweichung von der geometrischen Reihe eintreten. Diese Abweichung darf nicht größer als 2% sein. Ferner ist die Riemenlänge nachzurechnen, wenn der Achsenabstand $l \leq 10 \left(\frac{d_1 + d_z}{2} \right)$ ist, und zwar nach der Formel

$$L \sim \frac{\pi}{2} \left(d_1 + \frac{d_z}{2} \right) + 2l + \frac{\left(d_1 - \frac{d_z}{2} \right)^2}{4l}$$

Es ist sodann zu prüfen, ob sich für die Zwischenstufen gleiche Längen ergeben. Im gegebenen Falle sind die Durchmesser zu ändern, natürlich unter Beibehaltung der Übersetzungsverhältnisse. Die angegebene Formel für die Riemenlänge gilt für offene Riemen. Gekreuzte Riemen sollte man bei Stufenscheiben vermeiden, weil das Umlegen des Riemens zu schwierig ist. Das Verhältnis von d_1 zu $\frac{d_z}{2}$ sei

kleiner als 2:1, damit der Unterschied in der Durchzugsleistung des Riemens in den beiden äußeren Lagen nicht so groß ist. Zur Berechnung der Riemenbreite kann man nehmen $p = 6 \div 12 \text{ kg/cm}$.

Beispiel. Spindelstock einer Drehbank für 15 Drehzahlen, 5stufige Scheibe mit 2 Vorgelegen, $n_1 = 10$ und $n_{15} = 400$. (Abb. 20.)

Bei einem Drehdurchmesser von 500 ist $v_{\min} = 0,5 \pi \cdot 10 = 15,7$ m/min und bei 20 mm Durchmesser ist $v_{\max} = 0,02 \pi \cdot 400 = 25$ m/min. Der kleinste Stufendurchmesser sei zu 250 mm angenommen. Leistung 5 mm³ Spanquerschnitt in Stahl von 50 kg Festigkeit und 20 m Schnittgeschwindigkeit. $p = 10$ kg/cm.

$$\varphi = \sqrt[14]{\frac{400}{10}} = 1,3. \quad \text{Geschwindigkeitsabfall } A = \frac{\varphi - 1}{\varphi} = \frac{1,3 - 1}{1,3} = 0,23 = 23\%.$$

Reihe der Drehzahlen:

$n_1 = 10$	$n_2 = 13$	$n_3 = 16,9$	$n_4 = 22$	$n_5 = 28,5$
$n_6 = 37$	$n_7 = 48,2$	$n_8 = 62,8$	$n_9 = 81,5$	$n_{10} = 106$
$n_{11} = 138$	$n_{12} = 180$	$n_{13} = 235$	$n_{14} = 305$	$n_{15} = 400$

$$d_1 = d_5 \sqrt[15]{\frac{15}{\varphi^3} - 1} = d_5 \cdot \varphi^2; \quad d_1 = 250 \cdot 1,3^2 = 422;$$

$$d_4 = 250 + \frac{422 - 250}{4} = 293; \quad d_3 = 293 + 43 = 336; \quad d_2 = 336 + 43 = 379.$$

Umdrehungszahl der Antriebsscheibe

$$n = \frac{400}{\sqrt[15]{\frac{15}{1,3^3} - 1}} = 236.$$

Der Arbeitsbedarf

$$N = \frac{W_1 \cdot v}{75 \cdot 60} \cdot \frac{1}{\eta} = \frac{3 \cdot 50 \cdot 5 \cdot 20}{75 \cdot 60} \cdot \frac{1}{0,7} = 4,8 \text{ PS.}$$

Die kleinste Riemen­geschwindigkeit ergibt sich, wenn der Riemen auf der kleinsten Stufe der antreibenden Scheibe liegt.

$$v_r = \frac{0,25 \cdot \pi \cdot 236}{60} = 3,1 \text{ m/sek};$$

$$N = \frac{P_r \cdot v_r}{75}; \quad 4,8 = \frac{P_r \cdot 3,1}{75}. \quad \text{Hieraus der Riemenzug } P_r = 116 \text{ kg.}$$

Riemenbreite $b = \frac{116}{10} = 11,6 \text{ cm} \approx 115 \text{ mm}$. Das Übersetzungsverhältnis eines Vorgeleges $\psi_1 = \frac{1}{z} = \frac{1}{1,3^3} = \frac{1}{3,7} = \frac{n_1}{n_6}$ bzw. $\psi_2 = \frac{1}{\varphi^3 \cdot z_6} = \frac{1}{1,3^{10}} = \frac{1}{13,7} = \frac{n_1}{n_{11}}$. Die Teil-

lungen der Vorgelegeräder und deren Breiten kann man zunächst annehmen und dann nachrechnen. Wenn möglich $Z_3 = Z_4$. Wird dann Z_1 zu klein, so muß man $Z_3 > Z_4$ nehmen und etwas ins Schnelle treiben.

$$\psi_1 = \frac{Z_3 \cdot Z_5}{Z_4 \cdot Z_6} = \frac{1}{3,7}$$

$$\psi_2 = \frac{Z_1 \cdot Z_5}{Z_2 \cdot Z_6} = \frac{1}{3,7} \cdot \frac{1}{3,7} = \frac{1}{13,8}; \quad Z_6 \approx d_1 \text{ hieraus } Z_5 \approx \frac{422}{3,7} = 114 \text{ mm.}$$

Nimmt man Z_5 mit 17 Zähnen und 7 π Teilung an, so wird sein Teilkreisdurchmesser 119 mm, also etwas größer. Z_6 erhält dann $3,7 \cdot 17 \approx 63$ Zähne. Die Breite dieser Räder sei gleich 120 mm.

Der größte Zahndruck tritt auf, wenn der Riemen auf d_1 und mit den Vorgelegen $\frac{Z_1 \cdot Z_5}{Z_2 \cdot Z_6}$ gearbeitet wird. Wirkungsgrad einer Räderübersetzung = 0,9.

$$\text{Zahndruck:} \quad P_s = 116 \cdot \frac{422}{119} \cdot \frac{441}{119} \cdot 0,9 = 1390 \text{ kg.}$$

Für Z_6 ist die Beanspruchung dann $k_b = \frac{P_s \cdot \gamma}{b \cdot t}$ (siehe Maschinenteile).

$$k_b = \frac{1390 \cdot 17,7}{12 \cdot \frac{7 \cdot \pi}{10}} \approx 945 \text{ kg/cm}^2. \quad Z_6 \text{ demnach aus Stahl.}$$

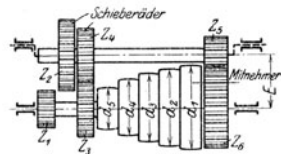


Abb. 20

Für Rad Z_6 : $k_b = \frac{1390 \cdot 11,1}{12 \cdot \frac{7 \cdot \pi}{10}} \approx 595 \text{ kg/cm}^2$.

Dieses Rad muß aus Stahlguß hergestellt werden.

Rad Z_1 erhalte 20 Zähne und 6π Teilung, Rad Z_2 74 Zähne und die Räder Z_3 und Z_4 je 47 Zähne bei 6π Teilung. Die Achsenentfernung E wird dann $= 47 \cdot 6 = 282 \text{ mm}$, während die beiden Räder Z_5 und Z_6 nur $\frac{17+63}{2} \cdot 7 = 280 \text{ mm}$ erfordern. Diesen Unterschied kann man dadurch ausgleichen, daß man Z_5 mit korrigierter Verzahnung ausführt und ihm einen Außendurchmesser von 137 mm gibt statt des normalen von 133 mm, wodurch dann auch die Unterschneidung gemildert und die Eingriffsverhältnisse verbessert werden. Zahndruck P_1 auf Rad Z_1 . $P_1 = 116 \cdot \frac{422}{119} \approx 410 \text{ kg}$. Bei einer Radbreite von 70 mm berechnet sich die Beanspruchung von Z_1 zu $k_b = \frac{410 \cdot 16,4}{7 \cdot \frac{6 \cdot \pi}{10}} = 510 \text{ kg/cm}^2$. Material S.-M.-Stahl.

Für Z_2 erhält man $k_b = \frac{410 \cdot 10,9}{7 \cdot \frac{6 \cdot \pi}{10}} = 340 \text{ kg/cm}^2$.

Es genügt hier also Gußeisen. Eine Nachrechnung der Räder Z_3 und Z_4 erübrigt sich, da der Zahndruck $P_3 = 116 \cdot \frac{422}{282} = 174 \text{ kg}$ ist. Diese Räder können aus Gußeisen hergestellt werden und brauchen nur 60 mm breit zu sein, wodurch an Baulänge gespart wird.

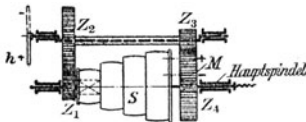


Abb. 21.

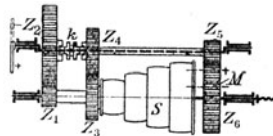


Abb. 22.

Abb. 21 zeigt ein Stufenscheibengetriebe für 8 Drehzahlen. Der Wert des Vorgeleges $\psi = \frac{Z_1}{Z_2} \cdot \frac{Z_3}{Z_4}$ kann hier den Anforderungen des Unterbringens der

Räder entsprechend beliebig geteilt werden. Vielfach macht man $\frac{Z_1}{Z_2} > \frac{Z_3}{Z_4}$.

Abb. 22 stellt ein Getriebe für 12 verschiedene Drehzahlen dar. Hierbei laufen die Räder Z_2 und Z_4 lose auf der Vorgelegehülse und werden durch die Kupplung k mit dieser gekuppelt. Die Konstruktion ist teurer als die der Abb. 20 und bietet keine Vorteile. Eine Verdopplung der Drehzahlenreihe kann dadurch erfolgen, daß man dem Deckenvorgelege 2 Geschwindigkeiten erteilt, wie Abb. 23 zeigt. Der Stufenscheibenriemen erhält dadurch 2 Gruppen von Geschwindigkeiten,

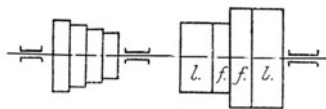


Abb. 23.

wodurch die Unterschiede in seiner Durchzugsleistung noch größer werden, als sie ohnedies schon sind. Das Deckenvorgelege kann ferner noch verwendet werden, eine Umkehrung der Maschinendrehrichtung zu erreichen. Es wird dann noch mit Fest- und Losscheibe für einen gekreuzten Riemen ausgerüstet.

Soll die Erweiterung der Drehzahlenreihe in anderer Weise als mit Hilfe des Deckenvorgeleges erfolgen, so müssen am Spindelstock weitere Rädervorgelege vorgesehen werden. Abb. 24 gibt ein Stufenscheibengetriebe wieder, welches 4 Drehzahlengruppen hat.

1. Gruppe: k und M geöffnet, Z_8 eingerückt.

$$\text{Übersetzung } \frac{Z_1 \cdot Z_3 \cdot Z_8}{Z_2 \cdot Z_4 \cdot Z_9}$$

2. Gruppe: k und M geöffnet, Z_5 eingerückt.

$$\text{Übersetzung } \frac{Z_1 \cdot Z_3 \cdot Z_5}{Z_2 \cdot Z_4 \cdot Z_7}$$

3. Gruppe: k geschlossen, M geöffnet, Z_5 und Z_8 ausgerückt.

$$\text{Übersetzung } \frac{Z_1 \cdot Z_6}{Z_2 \cdot Z_7}$$

4. Gruppe: Welle I ausgeschwenkt, M geschlossen. Spindel unmittelbar angetrieben.

Ein Zurücktreiben in Schnelle (Z_7 auf Z_8 bei Gruppe 1) ist bei dieser Anordnung nicht vermieden.

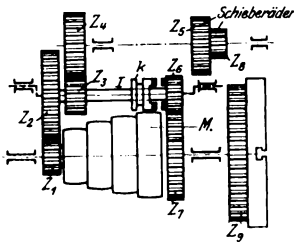


Abb. 24.

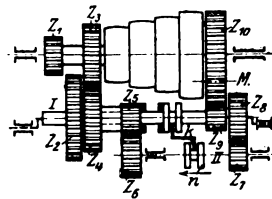


Abb. 25.

Auch Stufenscheibenge triebe mit 5 Drehzahlgruppen sind möglich (Abb. 25).

1. Gruppe: k und M geöffnet, Z_9 in Eingriff.

$$\text{Übersetzung } \frac{Z_1 \cdot Z_6 \cdot Z_7 \cdot Z_9}{Z_2 \cdot Z_8 \cdot Z_8 \cdot Z_{10}}$$

2. Gruppe: k und M geöffnet, Z_4 in Eingriff.

$$\text{Übersetzung } \frac{Z_3 \cdot Z_5 \cdot Z_7 \cdot Z_9}{Z_4 \cdot Z_6 \cdot Z_8 \cdot Z_{10}}$$

3. Gruppe: k geschlossen, dadurch n nach links und damit Welle II mit ihren Rädern, M geöffnet, Z_2 in Eingriff.

$$\text{Übersetzung } \frac{Z_1 \cdot Z_9}{Z_2 \cdot Z_{10}}$$

4. Gruppe wie bei 3, Z_4 in Eingriff.

$$\text{Übersetzung } \frac{Z_3 \cdot Z_9}{Z_4 \cdot Z_{10}}$$

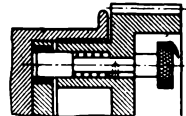


Abb. 26.

5. Gruppe: Welle I ausgeschwenkt, M geschlossen.

Spindel unmittelbar angetrieben.

Mit einer 4stufigen Scheibe sind mithin 20 Drehzahlen zu erreichen.

Der Mitnehmer, der bei unmittelbarem Antrieb der Spindel die Stufenscheibe und das auf der Spindel aufgekeilte große Rad verbindet, wird vielfach als Schnapp-

stift ausgebildet, wie nebenstehende Abb. 26 zeigt. Doch wird die ältere Art, bei der die Verbindung durch eine Mitnehmerschraube, die durch Mutterschlüssel angezogen wird, von namhaften Firmen auch heute noch ausgeführt. In Fällen, wo diese Konstruktionen wegen schwerer Zugänglichkeit nicht angewendet werden können, kann man sich der nach Abb. 27 bedienen.

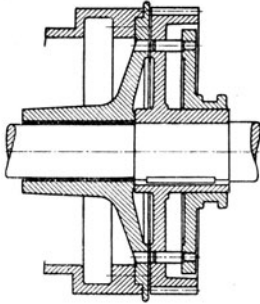


Abb. 27.

Hierbei kann die Gabel, die zur Bewegung der Stiftscheibe erforderlich ist, noch in Verbindung

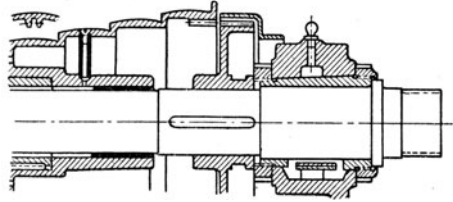


Abb. 28.

mit der Ausrückung des Rädervorgeleges gebracht werden, wodurch dann auch die beiden Bewegungen gegeneinander gesichert sind.

Eine glückliche Lösung der Aufgabe, Stufenscheibe und großes Rad zu kuppeln, ist in Abb. 28 dargestellt. Hierbei wird das große Rad in die Stufenscheibe hineingeschoben und durch einige Zahnvorsprünge mit ihr gekuppelt. Ein Ausschwenken der Vorlegeräder ist nicht erforderlich. Die Konstruktion ist der Firma Wohlenberg geschützt.

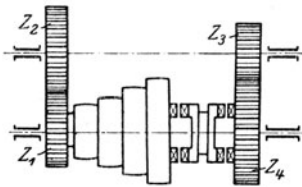


Abb. 29

Ordnet man zwischen Stufenscheibe und Spindelrad eine Kupplung an gemäß Abb. 29, so wird die Bedienung einfach. Ein Ausschwenken der Vorgelegeräder ist auch bei dieser Bauart nicht nötig. Das ganze Getriebe wird aber etwas länger wie die besprochenen

Bauarten, wenn man auch bestrebt sein wird, den Raum zwischen Scheibe und Spindelrad so klein wie möglich zu machen. Die angedeutete Klauenkupplung kann auch eine Reibkupplung sein. Man nimmt dann für mittlere

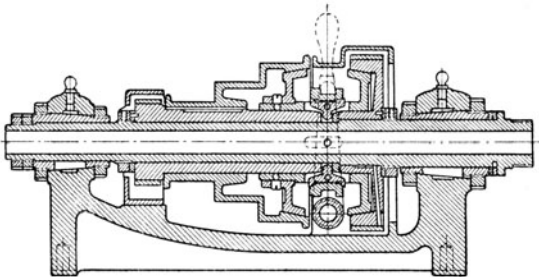


Abb. 30.

Maschinen eine solche Kupplung, die nach der Stufenscheibe zu als Reib- und nach dem Rade zu als Klauenkupplung ausgebildet ist. Bei kleinen Maschinen, wie z. B. Revolverbänken, sind beide Seiten als Reibkupp-

lungen abgebildet. Eine Konstruktion dieser Art zeigt Abb. 30. An Stelle der Kegelreibkupplungen können auch Spreizringkupplungen verwendet werden wie Abb. 31 darstellt. Bei diesen Kupplungen treten Axialdrücke nicht auf. Reibkupplungen können während des Ganges eingerückt werden und werden bei großen Geschwindigkeiten und kleineren Umfangskräften mit Vorteil verwendet. Ferner werden die Reibkupplungen als Sicherheitsorgane in Vorschubgetriebe eingebaut. Soll die Kraftübertragung durchaus sicher sein, so müssen Klauenkupplungen angeordnet werden, wie eine Abb. 32 zeigt.

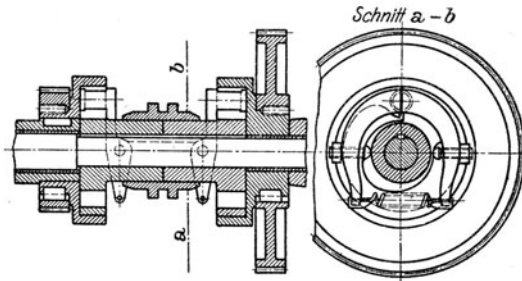


Abb. 31

Die Umfangsgeschwindigkeit einer solchen Kupplung sei nicht über 1,5 m/sek.

Je geringer die Geschwindigkeit, um so größer muß die Zähnezahl sein. Bei sehr langsam laufenden Vorschubgetrieben wendet man vielzählige Kupplungen an, da Reibkupplungen hier nicht die genügende Durchzugssicherheit haben. Wenn Ausrückung unter Last, Zähne abschrägen (siehe Abwicklung). Zur

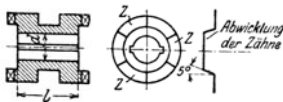


Abb. 32.



Abb. 33.

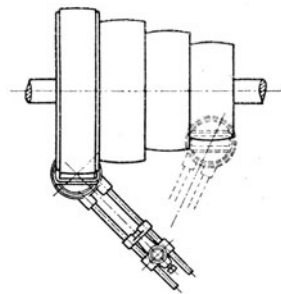


Abb. 34.

Erleichterung der Verschiebung sei $l \geq d$ und die Kupplung mit zwei Nuten versehen. Sodann macht man den Zahn schmäler als die Lücke, damit das Einrücken leichter ist. Nur in wenigen Fällen, z. B. bei Gewindeschneideeinrichtungen muß die Kupplung genau passend sein. Die Zähnezahl sei ungerade wegen der Herstellung, wenn nicht die Einrückung stets an der gleichen Umfangsstelle erfolgen soll, wobei die Zähne vielfach von verschiedener Größe gemacht werden. Die Kupplungen werden aus weichem Stahl hergestellt und nach der Bearbeitung im Einsatz gehärtet. Bei der Kupplung nach Abb. 32 ist die Drehrichtung gleichgültig, auch kann die Kupplung treiben oder getrieben werden. Wird sie dagegen mit geschweiften Zähnen (Abb. 33) ausgeführt, wodurch das

Einrücken erleichtert wird, so ist die Drehrichtung zu beachten, und welcher Teil treibend und welcher getrieben ist. Abb. 33 stellt die Abwicklung einer Kupplung mit solchen Zähnen dar. Derartige Kupplungen sind nur für eine Drehrichtung zu gebrauchen.

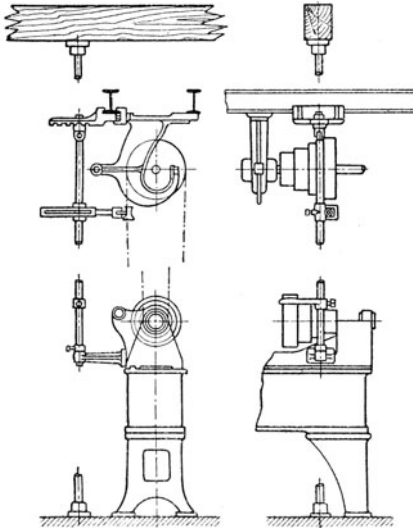


Abb. 35.

Nachteilig beim Stufenscheibenantrieb ist die schon erwähnte ungleiche Durchzugsleistung des Riemens auf den verschiedenen Stufen. Dann ist das Umlegen des Riemens lästig und zeitraubend. Erleichtert wird das letztere bei Anwendung der Riemenumleger der Bamag und Ludw. Loewe & Co., die in der Abb. 34 bzw. Abb. 35 dargestellt sind.

Rädergetriebe.

(1169) Anwendung für Schnitzzwecke bei Maschinen mit mehr als 5 PS für Einscheibenantrieb und Einzelantrieb durch Motor. Bei Einscheibenantrieb stets gleiche Riemen­geschwindigkeit und daher gleiche Leistung. Hierbei auch größere Riemen­geschwindigkeit als bei dem normalen Stufenscheibenantrieb. Man kann allerdings auch für den letzteren größere Geschwindigkeiten erreichen, wenn man die Stufenscheibe nicht auf der Hauptspindel, sondern auf einer Vorgelegewelle anordnet. Ein Vorzug des Räderantriebes ist das leichtere Wechseln der Geschwindigkeiten, besonders bei Verwendung von Reibungskupplungen. Rädergetriebe werden ausgeführt als Kupplungsrädergetriebe, als Schieberäder-, Schwenkräder- und Ziehkeilrädergetriebe.

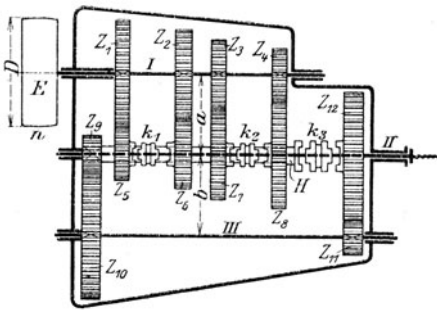


Abb. 36.

Ein Kupplungsrädergetriebe für 8 Drehzahlen zeigt Abb. 36.

$$\begin{aligned}
 n_1 &= n \cdot \frac{Z_4}{Z_8} \cdot \frac{Z_9}{Z_{10}} \cdot \frac{Z_{11}}{Z_{12}}; & n_2 &= n \cdot \frac{Z_3}{Z_7} \cdot \frac{Z_9}{Z_{10}} \cdot \frac{Z_{11}}{Z_{12}}; \\
 n_3 &= n \cdot \frac{Z_3}{Z_6} \cdot \frac{Z_9}{Z_{10}} \cdot \frac{Z_{11}}{Z_{12}}; & n_4 &= n \cdot \frac{Z_1}{Z_5} \cdot \frac{Z_9}{Z_{10}} \cdot \frac{Z_{11}}{Z_{12}}; \\
 n_5 &= n \cdot \frac{Z_4}{Z_8}; & n_6 &= n \cdot \frac{Z_3}{Z_7}; \\
 n_7 &= n \cdot \frac{Z_3}{Z_6}; & n_8 &= n \cdot \frac{Z_1}{Z_5};
 \end{aligned}$$

Bei diesem Getriebe müssen die Kupplungen k_1 und k_2 gegeneinander gesichert werden. Konstruktion einer solchen Sicherung siehe weiter unten. Ein Getriebe, welches mit 6 Rädern 4 versch. Drehzahlen zu gehen gestattet, ist in Abb. 37 dargestellt.

$$n_1 = n \cdot \frac{Z_1 \cdot Z_5 \cdot Z_3}{Z_4 \cdot Z_2 \cdot Z_6}; \quad n_2 = n \cdot \frac{Z_3}{Z_6};$$

$$n_3 = n \cdot \frac{Z_1}{Z_4}; \quad n_4 = n \cdot \frac{Z_2}{Z_5};$$

$$Z_2 = Z_5.$$

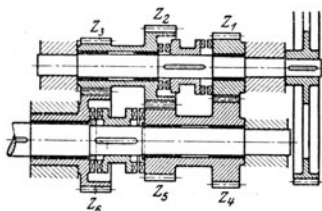


Abb. 37.

Schaltungen, die zum Bruch führen, sind bei diesem Getriebe nicht möglich,

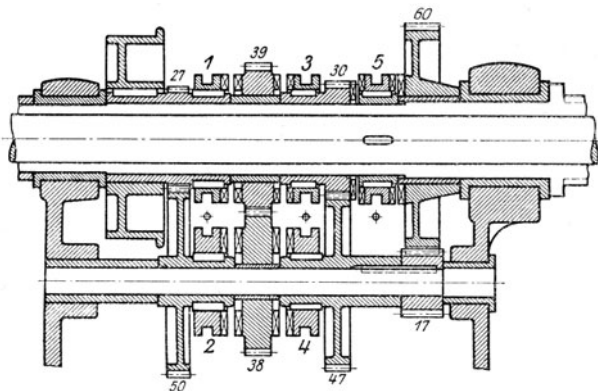


Abb. 38.

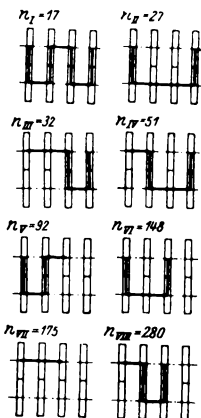
Sicherungen daher nicht erforderlich. Ferner ist ein Treiben ins Schnelle nicht nötig, um einen genügend großen Bereich zu erhalten, wie bei obigem Getriebe. Mit einem Vorgelege ausgerüstet, kann das Getriebe 8 verschiedene Drehzahlen hergeben oder gar 16, wenn man 2 solcher Getriebe hintereinander schaltet.

Ein Getriebe mit nur 8 Rädern und 8 verschiedenen Drehzahlen ist das Ruppert-Getriebe der Union in Chemnitz gemäß Abb. 38 mit Kraftzug nach Abb. 39 ÷ 46.

Das Bestreben, mit möglichst wenig Rädern auszukommen, muß seine Grenzen finden in der dann leicht eintretenden Verwickeltheit der sonstigen Organe, wie Kupplungen, ineinandergeschachtelte Hülsen usw., wodurch die Ersparnis an Rädern wieder wettgemacht und die Ausbaubarkeit verschlechtert wird.

Beispiele von Schieberädergetrieben zeigen die folgenden Abbildungen, so Abb. 47 eins für 3 Umdrehungszahlen.

$$n_i = n \cdot \frac{Z_1}{Z_4}; \quad n_2 = n \cdot \frac{Z_2}{Z_5}; \quad n_3 = n \cdot \frac{Z_3}{Z_6}.$$



Fügt man zu diesem Getriebe noch eine dritte Welle

Abb. 39 ÷ 46.

mit einem verschiebbaren Räderblock hinzu, so kann man mit 9 Rädern 9 verschiedene Umdrehungen erreichen. Mit solchen Dreiwellengetrieben können allerdings geometrische Reihen nur schwer erzielt werden. Bei diesen Getrieben dürfen die Achsenabstände nicht gleich¹⁾ gemacht werden, und es empfiehlt sich, sich der korrigierten Verzahnung zu bedienen. Hierbei gibt man den Rädern je nach Bedarf einen oder zwei Zähne weniger oder mehr. Doch kann man bei Zähnezahlen unter 28 nicht einen Zahn mehr geben, als dem betreffenden Durchmesser normal entspricht, da sonst der Unterschnitt noch vergrößert wird. Die Herstellung der Räder

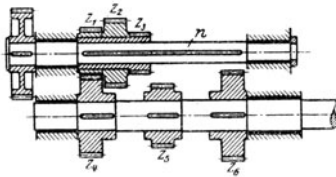


Abb. 47.

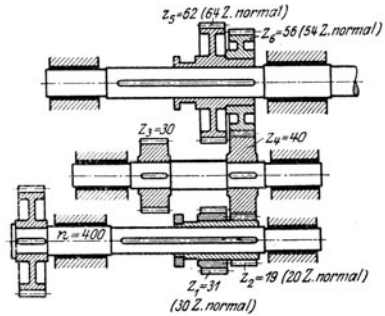


Abb. 48.

muß hierbei natürlich nach dem Abwälzverfahren erfolgen. Die Abb. 48 zeigt ein solches Getriebe für 4 verschiedene Drehzahlen. Die den betr. Außendurchmessern der Räder entsprechenden normalen Zähnezahlen sind ebenfalls eingeschrieben.

$$n_1 = n \cdot \frac{Z_3}{Z_4} \cdot \frac{Z_3}{Z_5}; \quad n_2 = n \cdot \frac{Z_3}{Z_6}; \quad n_3 = n \cdot \frac{Z_1}{Z_5}; \quad n_4 = n \cdot \frac{Z_1}{Z_3} \cdot \frac{Z_4}{Z_6}$$

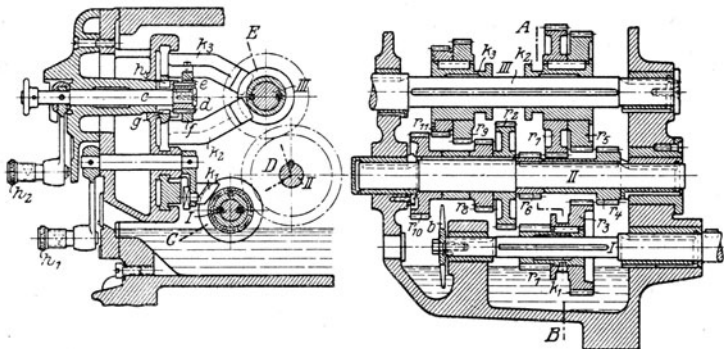


Abb. 49.

Mit den eingeschriebenen Zähnezahlen und $n = 400$ ergeben sich:

$$n_1 = 92; \quad n_2 = 136; \quad n_3 = 200; \quad n_4 = 284.$$

Geometrisch geordnet und mit gleichen Grenzdrehzahlen müßte sein:

$$n_1 = 92; \quad n_2 = 134; \quad n_3 = 194; \quad n_4 = 284.$$

Das von der Firma J. E. Reinecker in Chemnitz gebaute Schieberädergetriebe nach Abb. 49 gibt 8 verschiedene Umdrehungen. Hierbei sind die Verschiebungen

¹⁾ Z. 1907, S. 1498.

der beiden Räderblöcke auf Welle III dadurch gegeneinander gesichert, daß das Ritzel d sich beim Verschieben eines Blockes immer in einem Ausschnitt des Sperrklotzes f oder h des anderen befindet.

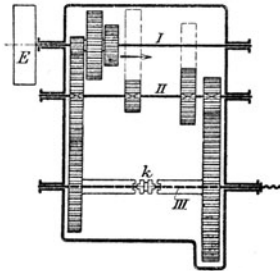


Abb. 50.

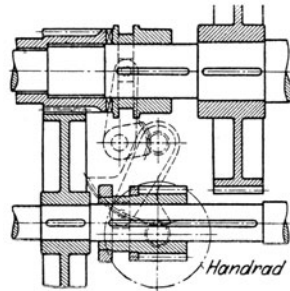


Abb. 51.

Der Vorteil der Schieberädergetriebe ist vor allem die große Einfachheit, da keine lose laufenden Räder und keine Kupplungen erforderlich sind. Die Zahnflanken sind an den Einschiebeseiten abzurunden, was auf beson-

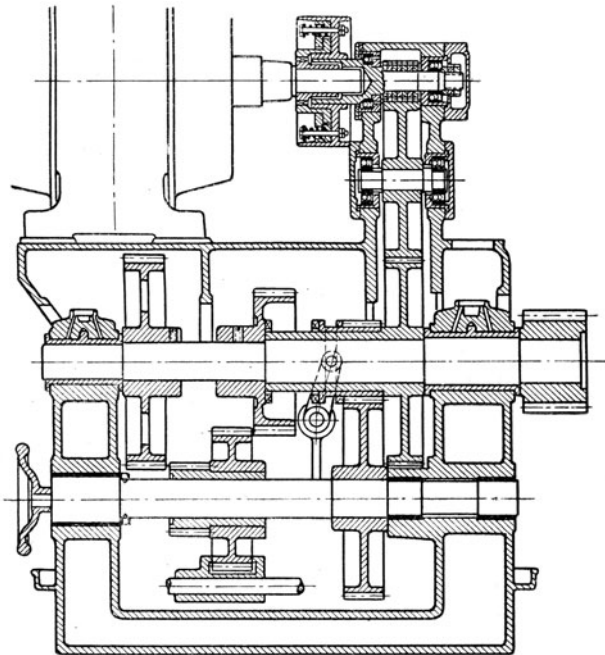


Abb. 52.

deren Maschinen, wie solche von den Zimmermannwerken in Chemnitz gebaut werden, erfolgen kann.

Die durch Schieberäder- und andere Getriebe genommenen Drehzahlen können sodann durch Vorgelege noch vervielfacht werden. So zeigt Abb. 50

einen solchen Antrieb für 6 verschiedene Umdrehungen. Für schwere Maschinen empfiehlt es sich, die Vorgelege nach Abb. 51 auszuführen. Hierbei ist das große Rad auf seiner Welle aufgekeilt und das eingreifende Ritzel als Schieberad ausgebildet.

In der folgenden Abb. 52 ist der Antrieb einer Drehbank der Firma Schiers durch einen Regelmotor dargestellt. Auch hier sieht man die Vereinigung von Schieberäder- und Kupplungsgetriebe.

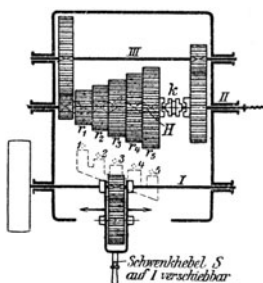


Abb. 53.

Als Konstruktionsgrundsatz kann man wohl aufstellen: die ersten schnelllaufenden Räder hinter dem Motor als Schieberäder und die weiteren Getriebe als Kupplungsräder ausbilden. Manche Firmen haben in Verfolgung dieses Grundsatzes die ersten Räder aus hochwertigem Material mit hoher Geschwindigkeit in Öl laufend ausgeführt und hierdurch sehr kleine Antriebsräderrasten erzielt.

Ein Schwenkrädergetriebe mit Vorgelege zeigt Abb. 53.

Die Schwenkrädergetriebe zeichnen sich durch ihre kurze Bauart aus und dadurch, daß sie keine leerlaufenden Räder aufweisen. Die Drehrichtung der treibenden Welle ist möglichst derart zu wählen, daß das Zwischenrad im Schwenkhebel in die getriebenen Räder hineingedrückt und der Schwenkhebel in seine Rastenschlitze. Hierdurch wird ein ruhiger Gang gewährleistet. Das Nortongetriebe findet sowohl für Schnitt-

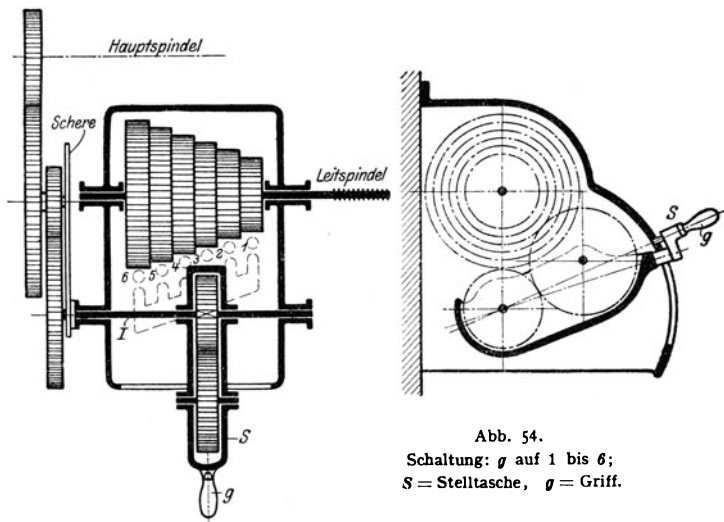


Abb. 54.

Schaltung: g auf 1 bis 6;
S = Stelltasche, g = Griff.

zwecke bei leichteren Maschinen als auch besonders für Vorschübe (Abb. 54) und für das Gewindeschneiden Anwendung. Die Drehzahlen können dementsprechend geometrisch, arithmetisch oder sonst wie geordnet sein. Man kann mit dem Getriebe eine Gesamtübersetzung von etwa 1:5 erreichen.

Ein Nortonvorschubantrieb ist in Abb. 54 dargestellt, während Abb. 55 einen Schwenkräderrasten für Schnitzzwecke zeigt. Um das Einrücken zu er-

leichtern, ist hierbei auf der Antriebswelle eine Reibungskupplung eingebaut. Diese muß ausgerückt werden, bevor man eine Verschiebung des Schwingenhebels vornehmen kann und kann erst wieder eingerückt werden, wenn das Zwischenrad sich im Eingriff befindet. Diese Konstruktion wird von der Raboma ausgeführt.

Der von der Firma Hahn & Koplowitz, Neiße, ausgeführte Antrieb „Patent Rosenstein“ nach Abb. 56 ist eine sinnreiche Erweiterung des Nortongetriebes. Es werden mit Hilfe eines Vorgeleges 16 verschiedene Drehzahlen erreicht. Mit dem Schwenkrädergetriebe allein ist eine Übersetzung von etwa 1:6

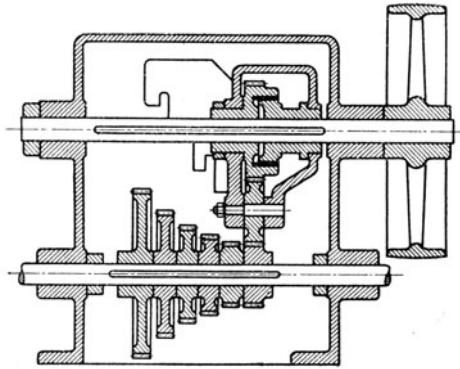


Abb. 55.

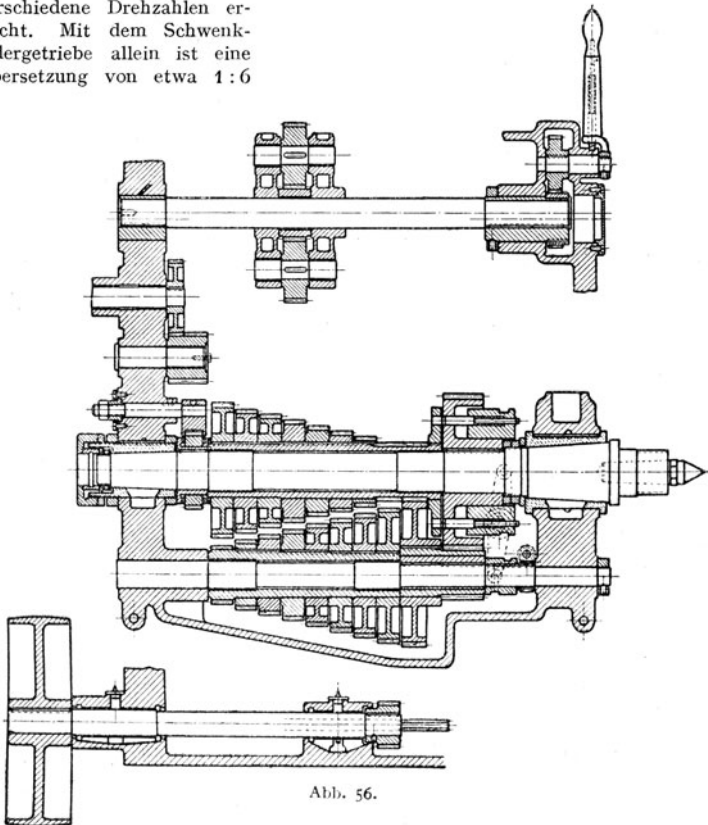


Abb. 56.

ermöglicht worden, ohne daß ein übermäßiges Treiben ins Schnelle stattfindet.

Ziehkeilgetriebe, Abb. 57 u. 58, werden wegen ihrer gedrängten Bauart gerne angewendet, wenn es sich wie bei Vorschüben um die Übertragung geringerer Kräfte handelt. Der Ziehkeil soll in der getriebenen Welle angeordnet sein, um das Zurücktreiben ins Schnelle zu vermeiden. Diese Regel ist übrigens auch bei den Kupplungsrädergetrieben, wenn möglich, zu beachten.

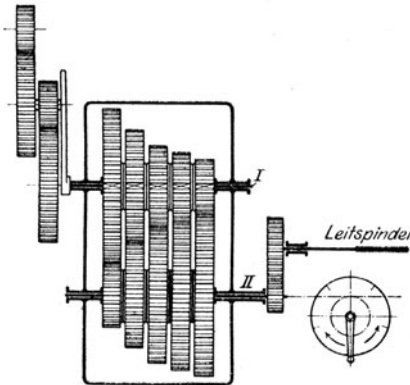


Abb. 57.

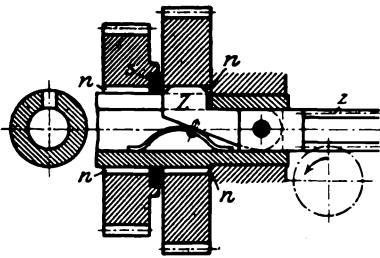


Abb. 58.

Ein Doppelziehkeilgetriebe der Magdeburger Werkzeugmaschinenfabrik zeigt Abb. 59. Der Zweck der Anordnung ist, den Verschiebeweg des Ziehkeils gegenüber der gebräuchlichen Anordnung auf die Hälfte zu verringern. Ferner ist auch die unvermeidliche Schwächung der Welle so klein gehalten wie möglich.

Berechnung von Stufenrädergetrieben.

Umlaufzahlen der Maschine sind nach geometrischer Reihe abgestuft. Grenzdrehzahlen n_1 und n_8 sind gegeben (Abb. 60).

$$\varphi = \sqrt[7]{\frac{n_8}{n_1}}$$

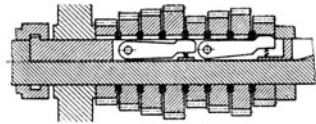


Abb. 59.

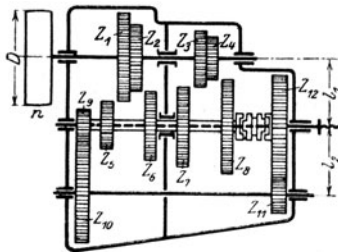


Abb. 60.

1. Theoretische Umläufe der Maschine:

$$\left. \begin{aligned} n_1 &= n_1 \\ n_2 &= n_1 \cdot \varphi \\ n_3 &= n_1 \cdot \varphi^2 \\ n_4 &= n_1 \cdot \varphi^3 \end{aligned} \right\} \text{mit Vorgelege;}$$

$$\left. \begin{aligned} n_5 &= n_1 \cdot \varphi^4 \\ n_6 &= n_1 \cdot \varphi^5 \\ n_7 &= n_1 \cdot \varphi^6 \\ n_8 &= n_1 \cdot \varphi^7 \end{aligned} \right\} \text{ohne Vorgelege.}$$

2. Stufenräder:

$$\frac{Z_1}{Z_5} = \frac{n_8}{n}, \quad \frac{Z_2}{Z_6} = \frac{n_7}{n}, \quad \frac{Z_3}{Z_7} = \frac{n_6}{n}, \quad \frac{Z_4}{Z_8} = \frac{n_5}{n}$$

Zähnezahl des kleinsten Rades annehmen, vielfach = 20, und Teilung berechnen bei einer Zahnbreite von 10 bis 12 Modul. Bei gleicher Teilung für die übrigen Schieberäder ergeben sich dann deren Zähnezahlen aus obigen Bedingungen und aus:

$$Z_4 + Z_8 = Z_3 + Z_7 = Z_2 + Z_6 = Z_1 + Z_5.$$

Berechnung der Teilung t_4 für Rad Z_4 aus dem Drehmoment $M_d = P_r \cdot \frac{D}{2}$.

Riemenzug P_r aus: $P_r = \frac{N \cdot 75}{v_r}$. N = Arbeitsbedarf in PS. v_r = Riemengeschwindigkeit.

Bei Annahme der Teilung $P_4 \cdot r_4 = P_r \cdot \frac{D}{2}$, wobei r_4 = Radius von Z_4 .

3. Ausrückbares Vorgelege:

$$\text{Übersetzung: } \frac{Z_9}{Z_{10}} \cdot \frac{Z_{11}}{Z_{12}} = \frac{n_4}{n_3} = \frac{n_3}{n_7} = \frac{n_3}{n_6} = \frac{n_1}{n_5}.$$

Übersetzung so teilen, daß $\frac{Z_9}{Z_{10}} > \frac{Z_{11}}{Z_{12}}$.

Zähnezahl von Z_{11} annehmen und Teilung berechnen aus:

$M_d = P_r \cdot \frac{D}{2} \cdot \frac{Z_8}{Z_4} \cdot \frac{Z_{10}}{Z_9} \cdot \eta_r^2$, wobei η_r = Wirkungsgrad eines Räderpaares. Man erhält dann den Achsenabstand l_2 und die Radien r_9 und r_{10} . Teilung dieser Räder nimmt man an und rechnet auf Festigkeit nach.

1. Beispiel: Stufenrädernetriebe nach Abb. 60

$n_1 = 40$, $n_4 = 480$, Einscheibe 320 mm Durchmesser, $n = 360$, Spanquerschnitt 6 mm² bei $K_z = 50 \text{ kg/mm}^2$, Schnittgeschwindigkeit $v = 20 \text{ m/min}$.

Arbeitsbedarf der Bank:

$$N = \frac{W_1 \cdot v}{75 \cdot 60} \cdot \frac{1}{\eta} = \frac{q \cdot a \cdot K_z \cdot v}{75 \cdot 60} \cdot \frac{1}{\eta} = \frac{6 \cdot 3 \cdot 50 \cdot 20}{75 \cdot 60 \cdot 0,7} = 5,7 \text{ PS.}$$

$$\text{Riemenscheibe: } v_r = \frac{0,32 \cdot \pi \cdot 360}{60} = 6 \text{ m/sek.}$$

$$\text{Riemenzug: } P_r = \frac{N \cdot 75}{v_r} = \frac{5,7 \cdot 75}{6} = 71 \text{ kg.}$$

$$\text{Riemenbreite: } b = \frac{P_r}{p} = \frac{71}{8} \approx 9 \text{ cm.}$$

Riemenscheibe: $D = 320 \text{ mm}$ Durchmesser, 100 mm Breite, $n = 360 \text{ Umdr./min}$.

Reihe der Drehzahlen:

$$\left. \begin{array}{l} n_1 = 40 \\ n_2 = 57 \\ n_3 = 81 \\ n_4 = 116 \end{array} \right\} \text{ mit Vorgelege} \quad \left. \begin{array}{l} n_5 = 165 \\ n_6 = 236 \\ n_7 = 336 \\ n_8 = 480 \end{array} \right\} \text{ ohne Vorgelege}$$

$$\frac{Z_1}{Z_5} = \frac{480}{360} = \frac{4}{3}; \quad \frac{Z_2}{Z_6} = \frac{336}{360} = \frac{14}{15}; \quad \frac{Z_3}{Z_7} = \frac{236}{360} \sim \frac{2}{3}; \quad \frac{Z_4}{Z_8} = \frac{165}{360} = \frac{11}{24}$$

$$M_d = P_r \cdot \frac{D}{2} = 71 \cdot 16 = 1136 \text{ kgcm};$$

$Z_4 = 20$ angenommen. Breite = 10 Modul, daher $\psi = 3,2$.

Material Stahl $k_b = 1000 \text{ kg/cm}^2$

$$t_4 = 1,84 \sqrt[3]{\frac{M_d \cdot \gamma}{Z \cdot \psi \cdot k_b}} = 1,84 \sqrt[3]{\frac{1136 \cdot 16,4}{20 \cdot 3,2 \cdot 1000}} = 1,22 \text{ cm}$$

$$t_4 = 12,2 \text{ mm} = 4 \pi; \text{ Modul der Teilung} = 4.$$

$$Z_4 = \frac{11}{24}; \quad Z_8 = \frac{Z_1 \cdot 24}{11} = \frac{20 \cdot 24}{11} \approx 44;$$

$$\begin{array}{l|l} Z_4 + Z_8 = 20 + 44 = Z_3 + Z_7; & Z_2 + Z_6 = 64 \\ Z_3 = \frac{2}{3} & Z_2 = \frac{14}{3} \\ Z_7 = \frac{2}{3} & Z_6 = \frac{15}{3} \\ \hline Z_3 = 26; \quad Z_7 = 38; & Z_2 = 31; \quad Z_6 = 33; \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l} Z_1 + Z_5 = 64 & \text{Achsenabstand } l_1 = \frac{64 \cdot 4}{2} = 128 \text{ mm.} \\ Z_1 = \frac{4}{3} & \\ Z_5 = \frac{3}{3} & \\ \hline Z_1 = 37; \quad Z_5 = 27; & \end{array}$$

Ausrückbares Vorgelege:

$$\frac{Z_9 \cdot Z_{11}}{Z_{10} \cdot Z_{12}} = \frac{40}{165} = \frac{8}{33} = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{11}; \quad \frac{Z_9}{Z_{10}} = \frac{2}{3}; \quad \frac{Z_{11}}{Z_{12}} = \frac{4}{11};$$

Drehmoment zur Berechnung der Teilung von Z_{11} :

$$M_d = 71 \cdot 16 \cdot \frac{44}{20} \cdot \frac{3}{2} \cdot 0,9^2 = 3050 \text{ kgcm};$$

$Z_{11} = 18$ angenommen. Breite = 12-Modul, daher $\psi = 3,8$. Material Stahl.

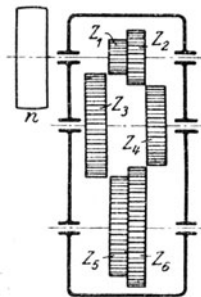


Abb. 61.

$$l_{11} = 1,84 \sqrt[3]{\frac{3050 \cdot 17,2}{18 \cdot 3,8 \cdot 1000}} = 1,68 \text{ cm};$$

$$l_{11} = 16,8 \text{ mm} = 5 \cdot \pi; \quad \text{Modul der Teilung} = 5.$$

$$\frac{Z_{11}}{Z_{12}} = \frac{4}{11}; \quad \frac{18}{Z_{12}} = \frac{4}{11}; \quad Z_{12} = 18 \cdot \frac{11}{4} = 50;$$

$$\text{Achsenabstand } l_2 = \frac{(18 + 50) \cdot 5}{2} = 170 \text{ mm};$$

$$\begin{array}{l} r_9 + r_{10} = 170 \\ r_9 = \frac{Z_9}{2} = \frac{2}{2} \\ r_{10} = \frac{Z_{10}}{2} = \frac{3}{2} \\ \hline r_9 = 68 \text{ mm}; \quad r_{10} = 102 \text{ mm.} \end{array}$$

Wenn Modul der Teilung = 4, dann $Z_9 = 34$ und $Z_{10} = 51$.

Nachrechnung:

$$\text{Zahndruck } P_9 = P_r \cdot \frac{D}{Z_4 \cdot m_4} \cdot \frac{Z_8 \cdot m_4}{Z_9 \cdot m_8} \cdot \eta_r$$

$$P_9 = 71 \cdot \frac{320}{20 \cdot 4} \cdot \frac{44 \cdot 4}{34 \cdot 4} \cdot 0,9 = 330 \text{ kg};$$

$$k_b = \frac{P_4 \cdot \gamma}{b \cdot t} = \frac{330 \cdot 13,2}{4 \cdot \frac{4 \cdot \pi}{10}} = 860 \text{ kg/cm}^2.$$

2. Beispiel: Schieberädergetriebe nach Abb. 61 zur Übertragung von 10 PS bei $n = 300$, $n_1 = 45$, $n_4 = 120$

$$\varphi = \sqrt[3]{\frac{120}{45}} = 1,386$$

$$n_1 = 45; \quad n_2 = 63; \quad n_3 = 87; \quad n_4 = 120;$$

$$1. \quad \frac{Z_1 Z_4}{Z_3 Z_6} = \frac{45}{300}; \quad 2. \quad \frac{Z_1}{Z_5} = \frac{63}{300};$$

$$3. \quad \frac{Z_2}{Z_8} = \frac{87}{300}; \quad 4. \quad \frac{Z_2 Z_3}{Z_4 Z_5} = \frac{120}{300};$$

$$5. \quad Z_1 + Z_3 = Z_2 + Z_4; \quad 6. \quad Z_3 + Z_5 = Z_4 + Z_6;$$

$$Z_1 \text{ wird} = 18 \text{ angenommen, dann aus 2. } Z_5 = \frac{Z_1 \cdot 300}{63} = \frac{18 \cdot 300}{63} = 86.$$

Aus 5. und 6. erhält man $Z_1 - Z_6 = Z_2 - Z_6$ oder $18 - 86 = Z_2 - Z_6$; $Z_6 - Z_2 = 68$;
 $Z_2 = \frac{87}{300}$. Aus diesen beiden Gleichungen ergibt sich: $Z_6 = 96$ und $Z_2 = 28$. Erhaltene
 Werte in 1. eingesetzt

$$\frac{18 \cdot Z_4}{Z_3 \cdot 26} = \frac{45}{300}; \quad \frac{Z_4}{Z_3} = 0,8; \quad Z_4 = 0,8 \cdot Z_3;$$

$$18 + Z_3 = 28 + Z_4; \quad Z_3 - Z_4 = 10; \quad Z_3 - 0,8 Z_3 = 10.$$

Hieraus ergibt sich $Z_3 = 50$ und $Z_4 = 40$.

Erscheinen die für Z_3 und Z_4 erhaltenen Werte zu groß für die praktische Ausführung, so können die Zähnezahlen unter Beibehaltung des Verhältnisses von $\frac{Z_3}{Z_4}$ kleiner genommen werden.

Die dadurch entstehenden Unterschiede in den Achsenabständen können durch korrigierte Verzahnung ausgeglichen werden. So können im vorliegenden Falle $Z_3 = 40$ und $Z_4 = 32$ gemacht werden. Die Räder Z_1 , Z_3 und Z_6 sind dann mit entsprechend vergrößertem Durchmesser unter Beibehaltung der errechneten Zähnezahlen auszuführen.

Berechnung der Teilung von Z_1 :

$$M_d = 71620 \cdot \frac{10}{300} = 2380 \text{ kgcm}$$

$$t_1 = 1,84 \sqrt[3]{\frac{2380 \cdot 17,2}{18 \cdot 3,2 \cdot 1000}} = 1,65$$

hierbei Zahnbreite = 10-Modul. Material Stahl mit $k_b = 1000 \text{ kg/cm}^2$. $t_1 = t_3 = t_6 = 5 \pi$. Für die drei anderen Räder sei die gleiche Teilung angenommen. Es ist dann Zahndruck

$$P_4 = \frac{2380}{r_4} \cdot \frac{Z_3}{Z_1} \cdot \eta_r; \quad P_4 = \frac{2380 \cdot 50}{10 \cdot 18} \cdot 0,9 \approx 600 \text{ kg};$$

$$k_b = \frac{P_4 \cdot \gamma}{b \cdot t} = \frac{600 \cdot 12,6}{5 \cdot \frac{5 \pi}{10}} = 960 \text{ kg/cm}^2 \text{ ist also zulässig.}$$

Umlaufgetriebe.

(1170) Sind geeignet zur Erreichung von großen Übersetzungen, zur Bewegungsumkehr und zur Erzielung von Zusatzbewegungen, wie sie z. B. bei Hinterdrehbänken und Schraubenraderfräsmaschinen, die nach dem Abwälzverfahren arbeiten, erforderlich sind.

Abb. 62 stellt ein Umlaufgetriebe mit Außenverzahnung dar. Es sei Z_1 festgehalten und der Arm um den Winkel α in Richtung des Pfeiles gedreht.

Dann ist:

$$\widehat{AB} = \widehat{BC}; \quad \widehat{DE} = \widehat{EF};$$

$$\alpha \cdot R_1 = \beta \cdot R_2; \quad \beta \cdot R_3 = \gamma \cdot R_4.$$

Durch Division ergibt sich

$$\frac{\widehat{\gamma} \cdot R_4}{\widehat{\alpha} \cdot R_1} = \frac{\widehat{\beta} \cdot R_3}{\widehat{\beta} \cdot R_2}; \quad \frac{\gamma}{\alpha} = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_2 \cdot R_4};$$

$\alpha - \gamma =$ Winkelbetrag, um den sich Rad Z_4 gedreht hat.

$$1 - \frac{\gamma}{\alpha} = 1 - \frac{R_1 \cdot R_3}{R_2 \cdot R_4}; \quad \frac{\alpha - \gamma}{\alpha} = 1 - \frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_2 \cdot Z_4};$$

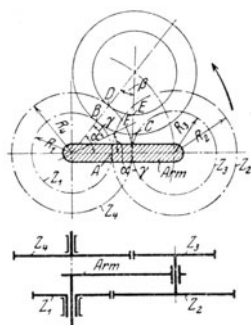


Abb. 62.

$\frac{\alpha - \gamma}{\alpha} = \frac{n_1}{n}$, wobei n = minutlicher Drehzahl des Armes und n_1 die des Rades Z_4 ist.

$$\frac{n_4}{n} = 1 - \frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_2 \cdot Z_4}; \quad \underline{n_4 = n \left(1 - \frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_2 \cdot Z_4} \right)}$$

Wenn Rad Z_1 nicht festgehalten wird, sondern sich im gleichen Sinne wie der Arm mit n_1 Umläufen dreht, dann ist:

$$n_4' = n \left(1 - \frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_2 \cdot Z_4} \right) + n_1 \cdot \frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_2 \cdot Z_4}$$

Erfolgt die Drehung von Z_1 im entgegengesetzten Sinne, wie die des Armes, dann ist

$$n_4' = n \left(1 - \frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_2 \cdot Z_4} \right) - n_1 \cdot \frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_2 \cdot Z_4}$$

Haben die Räder Z_1 und Z_4 beide Innenverzahnung, so gelten die gleichen Beziehungen wie vorstehend. Für den Fall einer Innenverzahnung gemäß Abb. 63 erhält man die folgenden Formeln. Auch hier sei zunächst angenommen, daß das Rad Z_1 festgehalten wird und der Arm um den Winkel α gedreht wird.

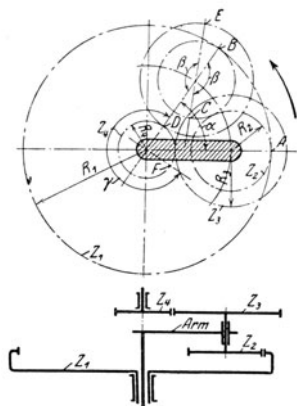


Abb. 63.

$$\widehat{AB} = \widehat{BC}; \quad \widehat{DE} = \widehat{DF};$$

$$\widehat{\alpha} \cdot R_1 = \widehat{\beta} \cdot R_2; \quad \widehat{\beta} R_3 = \widehat{\gamma} R_4;$$

$$\frac{\widehat{\gamma} \cdot R_4}{\widehat{\alpha} \cdot R_1} = \frac{\widehat{\beta} \cdot R_3}{\widehat{\beta} \cdot R_2}; \quad \frac{\gamma}{\alpha} = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_2 \cdot R_4}$$

$\alpha + \gamma$ = Winkelbetrag, um den sich Rad Z_4 gedreht hat.

$$1 + \frac{\gamma}{\alpha} = 1 + \frac{R_1 \cdot R_3}{R_2 \cdot R_4}; \quad \frac{\alpha + \gamma}{\alpha} = 1 + \frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_2 \cdot Z_4}; \quad \frac{\alpha + \gamma}{\alpha} = \frac{n_4}{n}$$

$$\frac{n_4}{n} = 1 + \frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_2 \cdot Z_4}; \quad \underline{n_4 = n \left(1 + \frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_2 \cdot Z_4} \right)}$$

Wenn auch bei diesem Getriebe das Rad Z_1 mit n_1 Umläufen im gleichen Sinne wie der Arm sich dreht, dann ist:

$$n_4' = n \left(1 + \frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_2 \cdot Z_4} \right) - n_1 \cdot \frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_2 \cdot Z_4}$$

Ist der Drehsinn von Z_1 dem des Armes entgegengesetzt, dann:

$$n_4' = n \left(1 + \frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_2 \cdot Z_4} \right) + n_1 \cdot \frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_2 \cdot Z_4}$$

Nach v. Dobbeler¹⁾ ist der Reibungsverlust eines Umlaufgetriebes mit einer Innenverzahnung immer geringer als der eines gewöhnlichen aus 2 Zahnräderpaaren bestehenden Vorgeleges. Dagegen kann er bei Außenverzahnung je nach der gewünschten Drehzahländerung weit höher sein.

¹⁾ „Der Betrieb“ 1919, S. 173.

Umlaufgetriebe mit Kegelrädern (Differentialgetriebe). (Abb. 64.)

Z_1 festgehalten, Arm mache n Umdrehungen, dann:

$$n_4 = n \left(1 + \frac{Z_1}{Z_2} \cdot \frac{Z_3}{Z_4} \right) = n (1 + 1) = 2n.$$

Wenn Z_1 mit n_1 im gleichen Sinne wie der Arm, dann:

$$n_4' = 2n - n_1.$$

Bei entgegengesetztem Drehsinn:

$$n_4' = 2n + n_1.$$

Zahndrücke, Momente und Arbeitsleistungen¹⁾. (Abb. 65.)

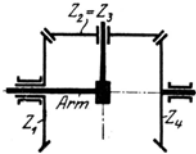


Abb. 64.

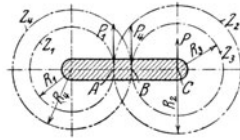


Abb. 65.

1. Z_1 wird festgehalten, dann Drehpunkt bei A:

$$-P \cdot R_2 - P_4 (R_2 - R_3) = 0; \quad P \cdot R_2 = -P_4 (R_2 - R_3).$$

$$\frac{P_4}{P} = -\frac{R_2}{R_2 - R_3}.$$

2. Z_4 festgehalten, dann Drehpunkt bei B:

$$-P \cdot R_3 + P_1 (R_2 - R_3) = 0; \quad P \cdot R_3 = P_1 (R_2 - R_3);$$

$$\frac{P_1}{P} = \frac{R_3}{R_2 - R_3}.$$

3. Arm festgehalten, dann Drehpunkt bei C:

$$P_1 \cdot R_2 + P_4 \cdot R_3 = 0; \quad P_1 \cdot R_2 = -P_4 \cdot R_3;$$

$$\frac{P_1}{P_4} = -\frac{R_3}{R_2}.$$

Addition von 1. und 2. ergibt:

$$\frac{P_4 + P_1}{P} = \frac{-R_2 + R_3}{R_2 - R_3} = -1; \quad P + P_1 + P_4 = 0.$$

Addition von 2. und 3. oder von 1. und 3. ergibt dasselbe.

$$4. \quad \frac{M_4}{M_1} = \frac{P_4 \cdot R_4}{P_1 \cdot R_1} = -\frac{R_2 \cdot R_4}{R_3 \cdot R_1} = -\frac{Z_2 \cdot Z_4}{Z_3 \cdot Z_1}.$$

$$5. \quad \frac{M}{M_1} = \frac{P (R_2 + R_1)}{P_1 \cdot R_1} = \frac{(R_2 - R_3) (R_2 + R_1)}{R_3 \cdot R_1}$$

$$= \frac{R_2 \cdot R_2 - R_2 \cdot R_3 + R_3 \cdot R_1 - R_3 \cdot R_1}{R_3 \cdot R_1};$$

$$\frac{M}{M_1} = \frac{R_2 (R_2 - R_3 + R_1)}{R_3 \cdot R_1} - 1 = \frac{R_2 \cdot R_1}{R_3 \cdot R_1} - 1 = \frac{Z_2 \cdot Z_4}{Z_1 \cdot Z_3} - 1.$$

¹⁾ „Der Betrieb“ 1919, S. 173.

4. und 5. addiert:

$$\frac{M_4 + M}{M_1} = -\frac{Z_2 \cdot Z_4}{Z_1 \cdot Z_3} + \frac{Z_2 \cdot Z_4}{Z_1 \cdot Z_3} - 1 = -1;$$

$$\underline{M + M_1 + M_4 = 0.}$$

Summe der zu- und abgeführten Arbeitsleistungen muß gleich Null sein.

$$\underline{M \cdot n + M_1 \cdot n_1 + M_4 \cdot n_4 = 0; \quad N + N_1 + N_4 = 0.}$$

Differentialgetriebe einer Hinterdrehbank Abb. 66.

$$n_1 = 0; \quad n_4 = 10; \quad \text{dann } n_4 = 2n; \quad 10 = 2 \cdot n; \quad n = 5;$$

$$n_1 = 6; \quad \text{Drehrichtung im gleichen Sinne wie } Z_4, \quad n_4' = 10; \quad n_4' = 2n - n_1;$$

$$10 = 2n - 6; \quad n = \frac{10 + 6}{2} = 8;$$

$$n_1 = 6, \quad \text{Drehrichtung im entgegengesetzten Sinne wie}$$

$$Z_4, \quad n_4' = 10; \quad n_4' = 2n + n_1; \quad 10 = 2n + 6;$$

$$n = \frac{10 - 6}{2} = 2.$$

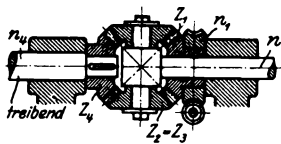


Abb. 66.

Antriebsteile für gerade Bewegungen.

(1171) Eine geradlinige Bewegung kann durch Schnecke und Zahnstange hervorgebracht werden. Diese Bauart wird jetzt wohl seltener ausgeführt, hauptsächlich wegen der Schwierigkeit der Herstellung — zueinander schrägliegende Wellen — und wegen des kleinen Eingriffsfeldes der Schnecke. Liegen die Zähne der Zahnstange unter dem Reibungswinkel, so ist der Seitendruck auf den getriebenen Teil aufgehoben¹⁾. Da die Größe der Reibzahl aber sehr unsicher ist, erscheint dieser Vorzug zweifelhaft. Das Antriebsrad der Schneckenwelle kann bei dieser Bauart groß gemacht werden.

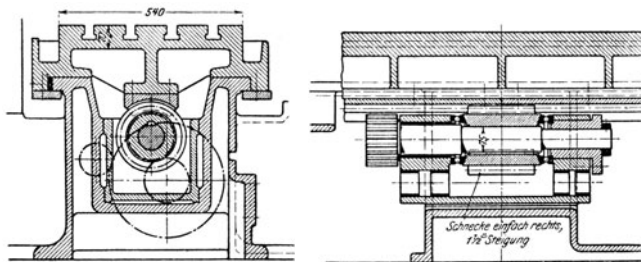


Abb. 67/68.

Liegt die Schneckenachse parallel der Achse des zu treibenden Teiles, so werden vor allem die Eingriffsverhältnisse weit besser, da die Zahnstange, die man hier als Langmutter bezeichnen kann, die Schnecke teilweise umfaßt. Allerdings kann das die Schnecke antreibende Rad nicht größer gemacht werden, als der Kerndurchmesser der Schnecke. Dieser Antrieb, der in Abb. 67/68 dargestellt ist, wird bei den Langfräsmaschinen für den Vorschub des Tisches viel verwendet.

¹⁾ Hülle, Werkzeugmaschinen.

Antrieb durch Schraube und Mutter unterscheidet sich von dem vorhergehenden eigentlich nur dadurch, daß die Mutter verhältnismäßig kürzer ist als die Schraube und daß in vielen Fällen die Mutter die Schraubenspindel ganz umfassen kann. Diese Art wird sowohl für Haupt- als auch für Vorschubbewegungen verwendet, so z. B. werden die Schnittbewegungen der Hobelmaschinen mit ruhendem Werkstück stets durch Schraubenspindel und Mutter erzeugt. Müssen die Spindeln wegen ihrer Länge unterstützt werden, so müssen Ausweichlager vorgesehen werden oder die Muttern können die Spindeln nur teilweise umfassen, wie Abb. 69 zeigt. Die Spindeln werden zweckmäßig stets mit Leitspindelgewinde ausgeführt, um sie fräsen zu können. Die Schraubenspindeln sollen möglichst nur auf Zug beansprucht werden und dieser durch Kugellager aufgenommen werden, was bei den langen Spindeln der Grubenhobelmaschinen usw. Schwierigkeiten bereitet, weil die Spindeln sich beim Arbeiten etwas erwärmen, sich dehnen und dann in den Lagern schlottern. Vielfach wendet man deshalb hierbei Kammlager mit Umlaufschmierung an. Soll der Verschleiß ausgeglichen werden, so muß die Mutter geteilt werden oder man versieht die Mutter mit einem Weißmetallfutter, welches erneuert werden kann.

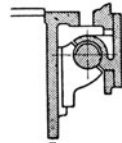


Abb. 69.

Antrieb durch Zahnstange und Rad wird sowohl für Haupt- als auch für Schaltbewegungen verwendet, z. B. bei den Tischhobelmaschinen für den Schnitt und bei der Drehbank für den Vorschub. Der Wirkungsgrad ist ein besserer als der der vorhin erwähnten Antriebsarten. Jedoch sind meist mehr Übersetzungsglieder erforderlich, wodurch ein Teil des Gewinnes wieder verloren geht. Das in die Zahnstange eingreifende Ritzel muß vielfach mit sehr kleiner Zähnezah ausgeführt werden und erhält deshalb zweckmäßig korrigierte Verzahnung, um den Unterschnitt zu vermeiden und die Eingriffsverhältnisse zu verbessern.

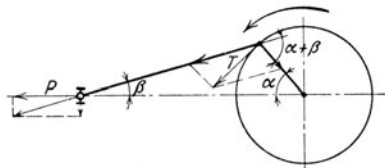


Abb. 70.

Wenn die genannten Antriebsorgane für hin- und hergehende Bewegungen, z. B. Hobelzwecke, verwendet werden, so müssen sie an den Hubenden umgesteuert werden. Dies erfolgt durch besondere Organe, die Wendegetriebe, die an anderer Stelle besprochen werden.

Wird die Bewegung aber durch ein Kurbelgetriebe erzeugt, so ist ein besonderes Umsteuerorgan nicht erforderlich.

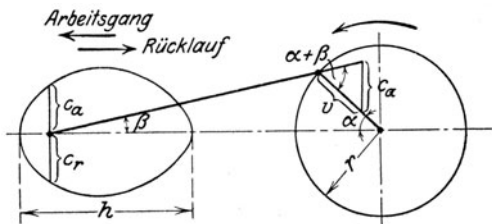


Abb. 71.

Der einfache Kurbeltrieb wird im Werkzeugmaschinenbau für kleine Stoß- und Shapingmaschinen, für Exzentrerschere und Pressen und im ausgedehnten Maße für den Schaltantrieb verwendet. Aus Abb. 70 kann man ablesen:

$$P = \frac{T \cdot \cos \beta}{\sin(\alpha + \beta)}$$
, wobei T die Drehkraft am Kurbelzapfen und P den Stößel-
druck bedeutet. Sodann besteht die Arbeitsgleichung: $T \cdot v = P \cdot c$, worin v
gleich Kurbelzapfengeschwindigkeit und c gleich Stößelgeschwindigkeit. Hieraus
ergibt sich: $c = v \cdot \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \beta}$. In Abb. 71 sind in den jeweiligen Stößel-

stellungen die Geschwindigkeiten als Ordinaten aufgetragen. Die Konstruktion der Geschwindigkeitsgrößen ist aus der Abb. 71 zu ersehen. c_{\max} , wenn $\alpha + \beta \approx 90^\circ$.

$v = 2r\pi n = h\pi n$. Hierbei sind r und h in m einzusetzen, um die Geschwindigkeit in m/min zu erhalten. Die mittlere Schnittgeschwindigkeit $c_m = 2hn$. Soll diese bei den verschiedenen Hüben gleich sein, so muß n geändert werden können.

Aus dem Geschwindigkeitsplan geht hervor, daß die Geschwindigkeit bei dem einfachen Kurbeltrieb sich während des Hubes stark ändert. Ferner ist die Arbeitsgangzeit gleich der Rücklaufzeit. Der Antrieb ist daher für Schnitzzwecke nicht sonderlich geeignet. Man verwendet deshalb meist die folgenden Abarten des einfachen Kurbeltriebs.

Abb. 72 zeigt den Antrieb durch Kurbelschwinge. Hierbei ist $\frac{\text{Arbeitsgangzeit}}{\text{Rücklaufzeit}} = \frac{\alpha}{\beta} = \frac{t_a}{t_r}$.

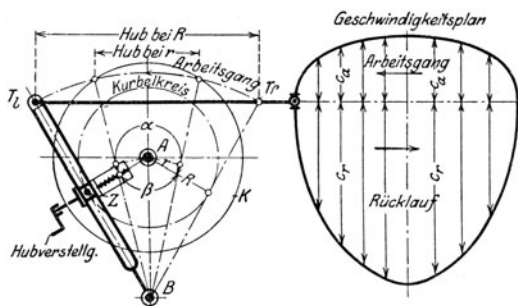


Fig. 72. Kurbelschwingenantrieb.

K = Kurbelscheibe, B = Drehpunkt der Schwinge,

Z = Kurbelzapfen, T_1 und T_r = Totpunkte,

c_a = Schnittgeschwindigkeit, c_r = Rücklaufgeschwindigkeit.

Aus der Abbildung ist zu ersehen, daß dieses Verhältnis um so ungünstiger wird, je kleiner der Hub ist. Die mittlere Arbeitsgeschwindigkeit $c_{ma} = \frac{h \cdot n \cdot 360^\circ}{\alpha^\circ}$

und die mittlere Rücklaufgeschwindigkeit $c_{mr} = \frac{h \cdot n \cdot 360^\circ}{\beta^\circ}$. Das Verhältnis $\frac{t_a}{t_r}$ wird für den größten Hub etwa $1,7 \div 2$ gemacht. Die zeichnerische Gewinnung der wirklichen Geschwindigkeit für die verschiedenen Stellungen des Stößels geht aus Abb. 73 hervor. Hierbei ist angenommen, daß die Schubstange in Fortfall kommt, wie es auch vielfach praktisch ausgeführt wird.

$\cos \frac{\beta}{2} = \frac{r}{e} = \frac{h}{2l}$; $\alpha + \beta = 360^\circ$; $\frac{c_{a \max}}{v} = \frac{l}{e+r}$ für den Arbeitsgang; $\frac{c_{r \max}}{v} = \frac{l}{e-r}$ für den Rücklauf. Der Rücklauf erfolgt in kürzerer

Zeit als der Arbeitsgang und, die Geschwindigkeit ist beim Arbeiten eine viel gleichmäßigere als bei dem einfachen Kurbeltrieb. Aus dem Geschwindigkeitsplan (Abb. 74) ist dies zu ersehen. Die erwähnten Vorzüge besitzt auch der in Abb. 75 mit seinem Geschwindigkeitsplan dargestellte Antrieb durch Umlaufschleife.

Auch hier gilt wieder die Beziehung $\frac{\text{Arbeitsgangzeit}}{\text{Rücklaufzeit}} = \frac{\alpha}{\beta} = \frac{t_a}{t_r}$. Dieses Verhältnis bleibt aber konstant, da die Veränderung des Hubes durch die Verstellung des Zapfens Z_2 erfolgt, während r seine Größe stets beibehält. Die mittlere Arbeitsgeschwindigkeit ist wieder $c_{ma} = \frac{h \cdot n \cdot 360^0}{\alpha^0}$ und die mittlere Rücklaufgeschwindigkeit $c_{mr} = \frac{h \cdot n \cdot 360^0}{\beta^0}$. Wie bei allen Kurbeltrieben muß

n verändert werden, wenn bei den verschiedenen Hübten die Arbeits-Geschwindigkeit gleich bleiben soll. Aus der Abbildung geht hervor, daß $\cos \frac{\beta}{2} = \frac{e}{r}$

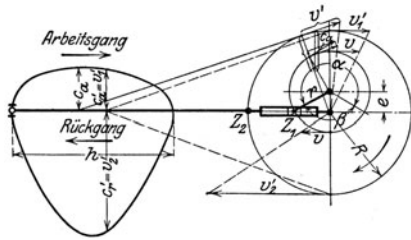


Abb. 75.

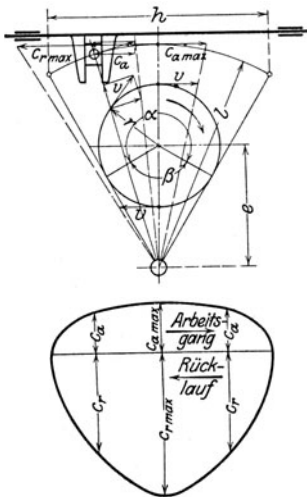


Abb 73/74.

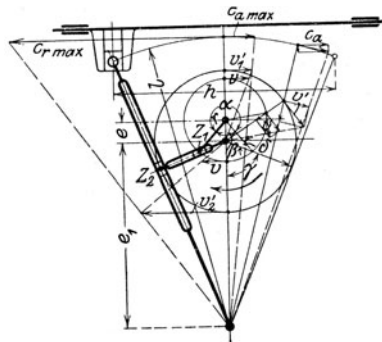


Abb. 76.

und $\alpha + \beta = 360^0$ ist. $\frac{v_1'}{v} = \frac{R}{r+e}$ für den Arbeitsgang und $\frac{v_2'}{v} = \frac{R}{r-e}$ für den Rücklauf. Die jeweiligen Stoßelgeschwindigkeiten werden aus den veränderlichen Geschwindigkeiten v' des Zapfens Z_2 in der gleichen Weise gewonnen, wie beim einfachen Kurbeltrieb in Abb. 71 gezeigt. Der Zapfen Z_1 erhält seine konstante Geschwindigkeit v vom Antrieb aus.

Angewendet wird die Umlaufschleife für den Antrieb von Stoßmaschinen, aber auch bei Zahnradhobelmaschinen, während bei den Shapingmaschinen meist die Kurbelschwinge genommen wird, weil sie sich bei diesen Maschinen bequem einbauen läßt.

Abb. 76 zeigt die aus Umlaufschleife und Kurbelschwinge zusammengesetzte Kurbelschleife und Abb. 77 den dazu gehörigen Geschwindigkeitsplan.

Durch diese Anordnung kann ein stark beschleunigter Rücklauf erzielt werden.

$$\frac{\text{Arbeitsgangzeit}}{\text{Rücklaufzeit}} = \frac{\alpha}{\beta} = \frac{t_a}{t_r}$$

Man findet Ausführungen, bei denen das Verhältnis $\frac{t_a}{t_r} = 3,5$.

Sodann ist die Arbeitsgeschwindigkeit eine sehr gleichförmige, wie aus Abb. 77 zu ersehen. Nachteilig ist die Verwickeltheit des Getriebes und die

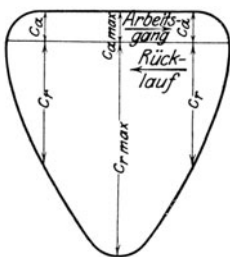


Abb. 77.

durch den schnellen Rücklauf hervorgerufenen starken Beschleunigungsstöße in den Umkehrpunkten. Hierdurch tritt ein starker Verschleiß der Gelenke ein. Es empfiehlt sich jedenfalls, Zapfen und Gleitflächen reichlich zu bemessen, um dem Verschleiß zu begegnen. Ein weiterer Nachteil ist der hohe Kraftverbrauch beim Rücklauf. Wie bei den vorhergehenden Getrieben ist die mittlere Arbeitsgeschwindigkeit $c_{ma} = \frac{h \cdot n \cdot 360^0}{\alpha^0}$ und die mittlere

$$\text{Rücklaufgeschwindigkeit } c_{mr} = \frac{h \cdot n \cdot 360^0}{\beta^0}.$$

Aus Abb. 76: $\cos \gamma = \frac{R}{e_1}$ und $\frac{\sin \delta}{\sin \gamma} = \frac{e}{r}$, hieraus $\frac{\beta}{2} = \gamma - \delta$: $\frac{v_1'}{v} = \frac{R}{r+e}$ und $\frac{c_{smax}}{v_1'} = \frac{l}{e_1 + R}$ für den Arbeitsgang. Für den Rücklauf: $\frac{v_2'}{v} = \frac{R}{r-e}$ und $\frac{c_{rmax}}{v_2'} = \frac{l}{e_1 - R}$. Zapfen Z_1 erhält seine unveränderliche Geschwindigkeit v vom Antrieb aus, während die Geschwindigkeit v' des Zapfens Z_2 je nach seiner Stellung verschieden ist. Konstruktion der Stoßelgeschwindigkeiten aus v' , wie in Abb. 73 gezeigt.

Verwendung der Kurbeltriebe bis zu einem Hube von 800 mm. Darüber ist der Antrieb durch Zahnstange oder Schraubenspindel vorzuziehen. Als ein Vorzug der Kurbeltriebe ist die genaue Umsteuerung zu betrachten. Doch kann dies auch durch neuzeitliche Ausführungen mit elektromagnetischer Umsteuerkupplung oder mit Umkehrmotor bei den anderen Antriebsarten erreicht werden.

Wendegertriebe.

(1172) Riemenwendegertriebe arbeiten mit einem offenen und einem gekreuzten Riemen. Erfolgt die Umsteuerung seltener, so werden beide Riemenführer auf der gleichen Stange angeordnet und mithin beide Riemen gleichzeitig ver-

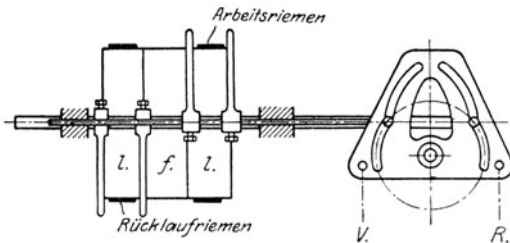


Abb. 78.

soben. Hierbei müssen die Losscheiben von der doppelten Breite sein wie die Festscheiben und der Verschiebeweg der Riemen ist gleich zweimal Riemenbreite. Beim Antrieb von Hobel- und Stoßmaschinen, also sehr häufiger Umsteuerung verwendet man deshalb Anordnungen, bei denen die Riemen nach-

einander verschoben werden, d. h. wenn der eine Riemen von seiner Losscheibe auf die Festscheibe und wieder zurückgebracht wird, bleibt der andere in seiner Lage und umgekehrt. Bei diesen Konstruktionen sind die Losscheiben nicht breiter als die Festscheiben. Verschiebung der Riemen um gleich einmal Riemenbreite, wodurch unnötiger Verschleiß vermieden wird. Die Riemenführer sind auf zwei Stangen angeordnet, wie in Abb. 78 dargestellt. Sie werden hier durch Nutenscheibe verschoben. Die Nuten können auch in einer Walze angeordnet sein, der durch die übrigen Umsteuerorgane eine hin und her drehende Bewegung

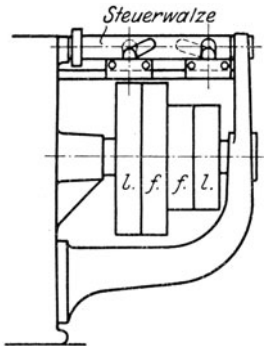


Abb. 79.

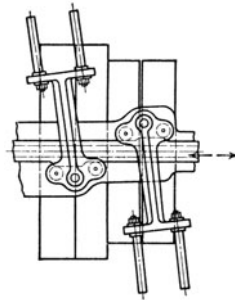


Abb 80.

erteilt wird. Ein Getriebe dieser Art zeigt Abb. 79. Hierbei sind die beiden Riemenführer auf einer festen Stange, jeder für sich verschiebbar. Die Verschiebung erfolgt durch Zapfenrollen, die in die Nuten der Steuerwalze eingreifen. Aus Abb. 80 ist die Anwendung eines Kurvenschiebers zu ersehen, der eine hin und her gehende geradlinige Bewegung ausführt und dadurch die in

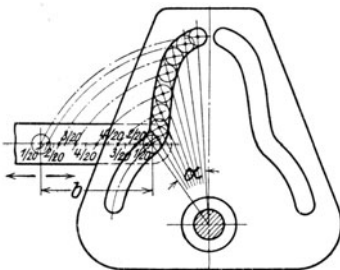


Abb. 81.

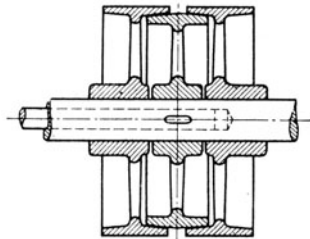


Abb 82.

diesem Falle schwingenden Riemenleiter betätigt. Jeder Riemenführer hat zwei Zapfenrollen und deshalb braucht der Schieber nicht mit Nuten versehen zu sein.

Die Konstruktion wird von den Zimmermannwerken A.G. in Chemnitz ausgeführt. Bezüglich der Ausbildung der Steuernuten ist darauf zu achten, daß die Riemenführer allmählich beschleunigt und zum Schluß langsam in die Endlage gebracht werden. Abb. 81 zeigt die Konstruktion einer Steuernut einer Scheibe für einen gegebenen Verschiebeweg b und einen gegebenen Drehwinkel α der Scheibe. Hierbei ist b in eine Reihe zuers; wachsender und dann wieder abnehmender Teile $\frac{1}{20}b$, $\frac{2}{20}b$, $\frac{3}{20}b$ usw. eingeteilt und der Drehwinkel in

die gleiche Anzahl, aber unter sich gleicher Teile. Das Weitere ist aus der Abb. 81 zu erkennen.

Bei den Riemenwendegetrieben sind die Festscheiben möglichst leicht zu halten, damit die umzusteuernden Massen möglichst klein sind. Die Festscheiben werden daher vielfach aus Leichtmetall hergestellt. Die stets in einer Richtung sich drehenden Losscheiben dagegen sind zweckmäßig als Schwungscheiben auszubilden.

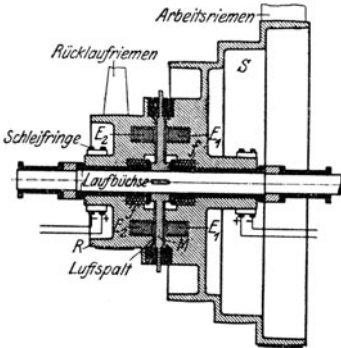


Abb. 83. Vulkankupplung.

E_1, E_2 = Elektromagnete, S = Hobelscheibe.
 R = Rücklaufscheibe, f = Federn zum Lüften.

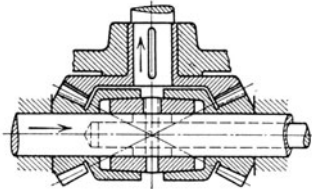


Abb. 84.

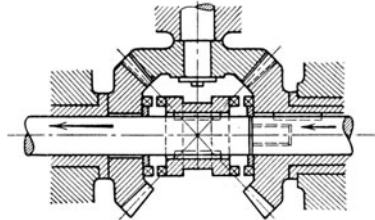


Abb. 85.

Ein Kupplungswendegetriebe mit Antrieb durch offenen und gekreuzten Riemen unter Verwendung einer Reibungskupplung ist in Abb. 82 dargestellt. Die Verschiebung der Kupplung erfolgt hierbei durch mechanische Mittel. Der

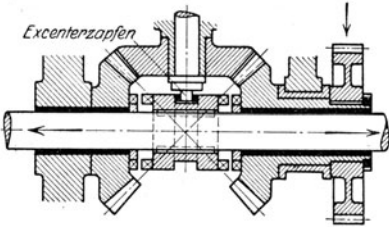


Abb. 86.

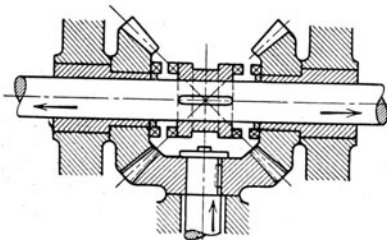


Abb. 87.

Vorteil gegenüber den Riemenwendegetrieben besteht darin, daß die Riemen ihre Lage behalten. Das Einrücken der Reibkupplung kann auch auf elektrischem Wege geschehen und ist bei der Vulkankupplung nach Abb. 83 in dieser Weise verwirklicht. Mit derartigen Kupplungen ausgerüstete Maschinen zeichnen sich durch genaue und stoßfreie Umsteuerung aus. Für leichte und mittlere Maschinen ist die Kupplung sehr brauchbar.

Die Kupplungshälften der beiden letzten Konstruktionen können auch als Räder ausgebildet sein, wobei die Umkehr durch geeignete Anordnung zu erzielen ist. So zeigen die Abb. 84, 85, 86 u. 87 Kegelräder - Wendegetriebe mit Reib- bzw. Klauenkupplungen und Abb. 88 ein Stirnräderwendegetriebe.

Bei dem letzteren treibt Z_1 auf Z_3 durch ein Zwischenrad Z_2 , während Z_4 mit Z_5 im unmittelbaren Eingriff ist. Dient ein solches Getriebe der Schnellverstellung bei Hobelmaschinen usw., so ordnet man vielfach die Kupplung auf der treibenden Welle an. Wenn dann auch während der wenigen Minuten des Betriebes ein

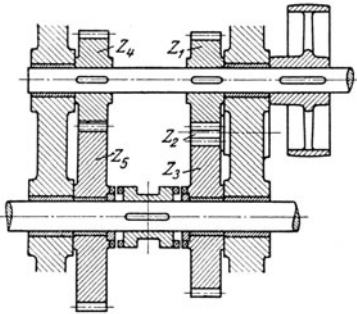


Abb. 88.

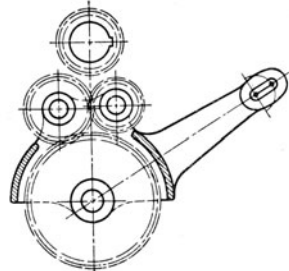


Abb. 89.

Zurücktreiben ins Schnelle stattfindet, so wird doch in der übrigen Zeit das dauernde Laufen der Räder vermieden.

Stirnräderwendegetriebe ohne Kupplungen sind in den Abb. 89, 90 u. 91 dargestellt. Anordnungen dieser Art bezeichnet man als Wendeherz.

Der Vorteil der Konstruktion nach Abb. 91 besteht darin, daß der Winkel, um den das Wendeherz gedreht werden muß, kleiner ist als bei den beiden anderen,

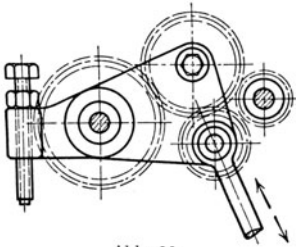


Abb. 90.

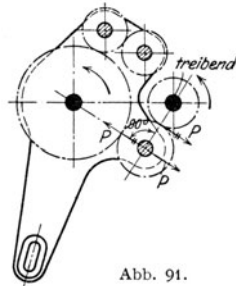


Abb. 91.

und daß das Moment des Zahndruckes, welches das Wendeherz zu drehen sucht, gleich Null ist. Bei elektrischem Antrieb geschieht die Umkehrung der Drehrichtung von Hand mit Hilfe eines Wendeanlassers. Von dem Antrieb von Hobelmaschinen durch Umkehrmotor soll später die Rede sein.

Ruckschaltwerke.

(1173) Bewegung dieser Schaltwerke wird hervorgebracht durch Hubscheibe, Kurvenrolle, Kurvenscheibe, Reibzeug oder bei Hobelmaschinen auch durch den Stiefelknecht.

Abb. 92 zeigt eine ständig sich drehende Hubscheibe, wie sie bei Plandrehbänken usw. verwendet wird. Die Übersetzung von der Hauptspindel auf die Hubscheibe wird vielfach zu 2 : 1 und 3 : 1 genommen, so daß während einer Umdrehung der Hauptspindel zweimal bzw. dreimal geschaltet wird. Bei der

Scheibe nach Abb. 93 kann der Zapfen mit Hilfe einer Spindel verstellt werden zur Veränderung der Schaltungsgröße. Diese Art findet Anwendung bei Hobelmaschinen. Die Hubscheibe führt hier nur eine schwingende Bewegung aus, die ihr von einem Reibzeug oder vom Stiefelknecht erteilt wird.

In Abb. 94 ist die bei Stoßmaschinen übliche Steuerung mit Kurvenscheibe dargestellt. Für die zweckmäßige Ausbildung der Steuernut gilt das bei den Wendegetrieben bereits Angeführte. Aus Abb. 95 ist Schaltungsantrieb durch Kurvenrolle zu ersehen. Soll die Schaltung von einer Welle abgeleitet werden,

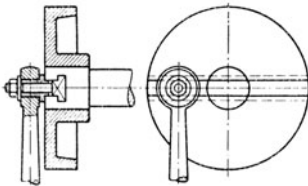


Abb. 92.

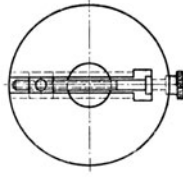


Abb. 93

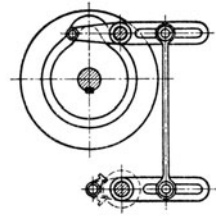


Abb. 94.

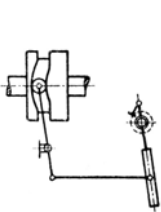


Abb. 95.

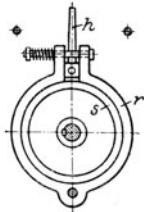


Abb. 96.

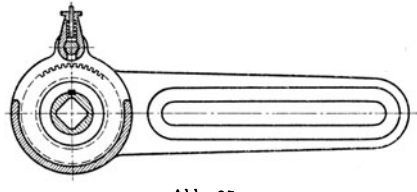


Abb. 97.

die sich einmal in dem einen und dann in dem anderen Sinne dreht, so kann man sich eines Reibzeuges wie in Abb. 96 bedienen. Hierbei wird der Ring r von der Scheibe s durch Reibung mitgenommen bis der Hebel h gegen einen der Anschläge stößt. Dadurch wird der Ring gespreizt und so die weitere Mitnahme beendet.

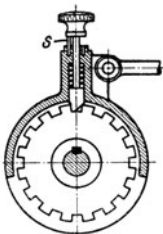


Abb. 98.

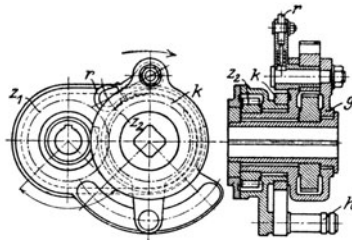


Abb. 99.

Ein Schnitt durch eine derartige Einrichtung ist auch in der Abb. 242 der Hobelmaschine von Boehringers zu erkennen.

Die Weiterleitung der erzeugten Bewegungen auf den eigentlichen Schaltmechanismus erfolgt durch Stangen und Wellen, Ketten oder Zahnstange. Eine Schaltratsche für den Antrieb durch Stange zeigt Abb. 97. Diese Ratsche ist für die Schaltung in beiden Drehrichtungen geeignet. Sie besteht in der Hauptsache aus Hebel, Schaltrad und Federklinke. Der Bolzen, auf welchem letztere sich

dreht, ist an drei Stellen abgeflacht. Gegen diese Stelle legt sich der Federbolzen der Klinke je nachdem in dem einen oder anderen Sinne geschaltet werden oder ob die Klinke wie in der Abb. 97 dargestellt, ausgerückt sein soll. Eine bei Shapingmaschinen viel verwendete Ratsche zeigt Abb. 98. Zwecks Umkehrung der Schaltrichtung ist hier der Schaltzahn, der gleich als Federbolzen ausgebildet ist, um 180° zu drehen. Während des Schaltens wird der Schaltzahn durch den Stift *s* gegen Verdrehen gesichert.

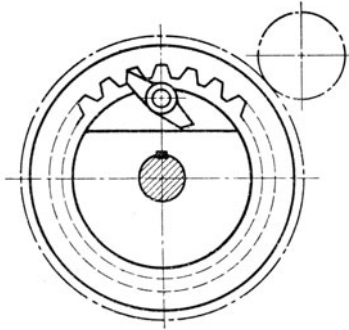


Abb. 100.



Abb. 101.

Bei den erwähnten Einrichtungen erfolgt die Änderung der Schaltungsgrößen durch Verändern des Hubes an den Hubscheiben oder durch Verstellen der Stangenangriffspunkte, so bei Abb. 94, 95 und 97. Die Änderung kann aber auch durch Beschränkung des Wirkungsbogens der Sperrklinke geschehen. Dieser Gedanke ist bei der Ratsche nach Abb. 99 verwirklicht. Hierbei führt das Gehäuse *g*, welches den Sperrklingenbolzen trägt, eine schwingende Bewegung aus, die ihm vom Zahnrad Z_2 , angetrieben von Z_1 , erteilt wird. Die mit Hilfe des Handgriffes *h* einstellbare Kurvenscheibe *k* hat sodann eine Erhöhung, auf welche die Rolle *r* bei der Bewegung in Pfeilrichtung aufläuft und damit die Sperrklinke aushebt. Beim Schalten kann daher die Klinke

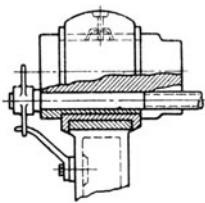


Abb. 102.

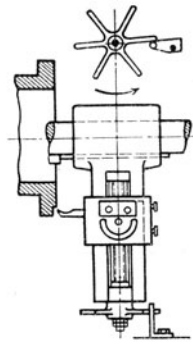


Abb. 103.

nur auf dem Teil ihres Weges wirken, der von der Kurvenscheibe freigegeben ist.

Führt man das Schaltrad mit Innenverzahnung aus, so kann der Mechanismus verdeckt angeordnet werden. Dies ist bei der bekannten Schaltdose von Gray der Fall, die in Abb. 100 schematisch dargestellt ist. Die Sperrklinke wird durch eine äußere oder innere Feder in der Rechtsschaltungs-, Linksschaltungs- oder Mittellage gehalten. Soll von der Schaltdose die Bewegung zweier Supporte ab-

geleitet werden, so wird sie wie z. B. nach Abb. 101 nur für eine Drehrichtung ausgeführt. Die Bewegungsumkehr erfolgt dann durch Wendegetriebe. Wenn der Winkelausschlag der Sperrklinke von unveränderlicher Größe ist, so kann die Änderung der Schaltungsgrößen in ähnlicher Weise erfolgen, wie in Abb. 99 gezeigt. An die Stelle der Kurvenscheibe tritt dann ein einstellbarer Kurvenring.

Ruckweise Schaltung wird auch durch Anwendung eines Sternes erzielt, der auf dem Ende der Vorschubspindel aufgekeilt ist und bei jeder Umdrehung gegen einen festen Anschlag stößt. Änderung der Schaltungsgröße ist hier durch Verschieben des Anschlags möglich. Derartige Sternschaltwerke werden, wie aus den Abb. 102 und 103 ersichtlich, bei Zylinderbohrmaschinen verwendet.

Führungen.

Führungen für kreisförmige Wege.

(1174) Führungen dieser Art sind die Lager, die im Abschnitt über Maschinenteile behandelt wurden. Im Werkzeugmaschinenbau wird außerdem die einfache

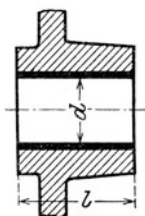


Abb. 104.

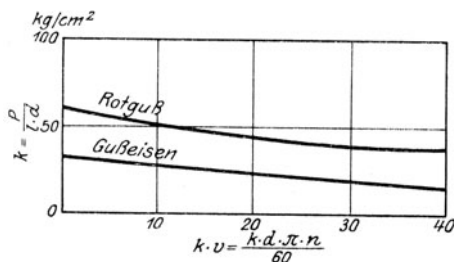


Abb. 105.

Lagerbüchse nach Abb. 104 viel verwendet. Das Verhältnis von l zu d macht man gleich 1,2 bis 2 und darüber, die Wandstärke gleich 4 bis 7,5 mm bei Bronzebüchsen je nach dem Durchmesser. Wenn keine Kantenpressung auftritt und für dauernd gute Schmierung gesorgt wird, können die Büchsen auch aus Lager-

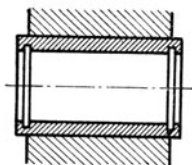


Abb. 106.

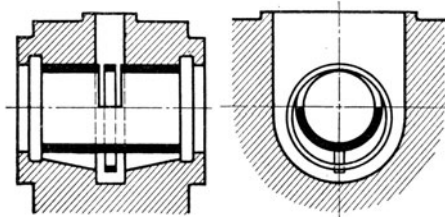


Abb. 107.

gußeisen gemacht werden bei entsprechend größerer Wandstärke. Ob Gußeisen verwendet werden kann, hängt auch noch von der spez. Lagerpressung $k = \frac{P}{l \cdot d}$ und der Lagergeschwindigkeit ab. Einen Anhalt geben hier die Kurven¹⁾ der Abb. 105. Die spez. Pressung wird bei den spanabhebenden Maschinen selten höher als 50 kg/cm² genommen — bei den Drehbankhauptspindeln u. a. gleich

¹⁾ Z. 1915, S. 461.

30 kg/cm². Bei den Exzenterzapfen von Pressen dagegen geht man bis 450 kg/cm². In Räderkasten läßt man auch die Büchsen nicht mit den Warzenstirnflächen abschneiden, sondern etwas überstehen, wie Abb. 106 zeigt. Es brauchen dann die Stirnflächen der Warzen nicht bearbeitet zu werden und die Wellen, die aufzunehmen sind, können gleich in genauen Längen hergestellt werden, da das sogenannte Vergleichen in Wegfall kommt. Anwendbar aber nur dort, wo keine Drücke in der Achsenrichtung auftreten. z. B. nicht, wenn ein Kegelrad neben

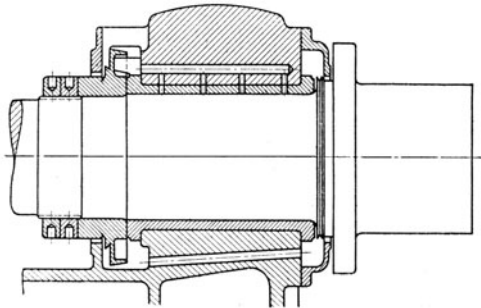


Abb. 108.

der Büchse angeordnet ist. Den Eindrehungen der Büchse entsprechen Spritzringe auf der Welle. Beträgt die Lagergeschwindigkeit mehr als 1,5 m/sek, so sind die Lager mit Ringschmierung auszustatten. Eine einfache Ringschmierbüchse ist in Abb. 107 dargestellt. Das Lager kann natürlich auch zweiteilig sein. Abb. 108 zeigt sodann die Scheibenschmierung der Firma Schieß, Düsseldorf, angewendet bei dem zweiteiligen Hauptspindellager einer schweren Drehbank. Das von der Scheibe hochgenommene Öl wird durch einen Abstreifer in die wagerechte Bohrung

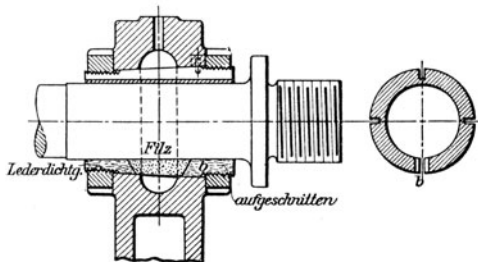


Abb. 109.

oberhalb der Spindel geführt und fließt von da durch eine Anzahl senkrechter Löcher auf die Spindel. Der Vorteil dieser Schmierung ist der geringe Raumbedarf. Sie kann auch bei Kammlagern Verwendung finden. Bei sehr schweren Maschinen Druckölschmierung. Soll eine Spindel dauernd genau laufen, so müssen ihre Lager nachstellbar sein, um den Verschleiß ausgleichen zu können. In Abb. 109 ist die viel angewendete Kegelslitzbüchse für zylindrische Bohrung dargestellt, die leicht nachgestellt werden kann. Um die Kegelbohrung im Spindelstock zu vermeiden, wird in diesen eine besondere außen zylindrische Büchse mit Kegelbohrung eingesetzt. Bei diesen Konstruktionen erfolgt die Schmierung mit Hilfe des Filzpolsters von unten. Ringschmierung ist aber auch hier möglich,

wie Abb. 110 erkennen läßt. Eine andere Art der Nachstellung wenden Schaefer & Co., Karlsruhe, bei den Hauptspindellagern ihrer Drehbänke an, wie Abb. 111 zeigt. Ein auf der Spindel aufgekeilter Kegel wird durch eine Mutter in das Lager

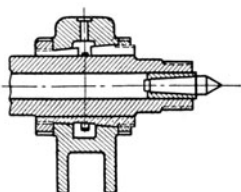


Abb. 110.

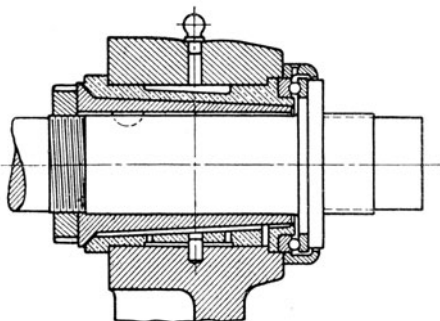


Abb. 111.

hineingedrückt und dadurch der Verschleiß ausgeglichen. Aus dem Bild ist auch die Aufnahme des Axialdruckes durch ein Kugellager ersichtlich. Schwere Drehbänke haben zweiteilige Lagerschalen nach Abb. 108 und die Nachstellung erfolgt durch Anziehen der Deckelschrauben. Bei sehr großen Drehbänken werden die Hauptspindellager mit vierteiligen Schalen ausgeführt und die Nachstellung der Seitenschalen kann durch Keile geschehen, wie bei den Kurbelwellenlagern von Dampfmaschinen.

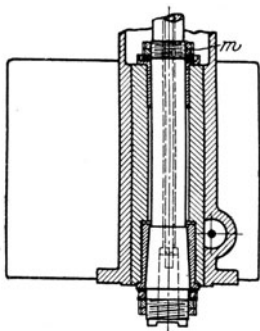


Abb. 112.

Die Zapfen der Hauptspindeln von Drehbänken werden heute ausschließlich zylindrisch ausgeführt, um den starken Längsdruck sicher durch Spurzapfen oder Kugellager aufnehmen zu können. Dagegen macht man den Hauptzapfen bei Frässpindeln kegelig, wie in Abb. 112 dargestellt. Die Nachstellung geschieht hier durch Anziehen der Mutter *m*.

Führungen für gerade Wege.

(1175) Zylindrische Geradfürungen werden nur da verwendet, wo während der Verschiebung keine Drücke quer zur Achse auftreten. Nachstellbarkeit ist meist nicht vorgesehen. Bei eintretendem Verschleiß hilft man sich durch Ausbüchsen.

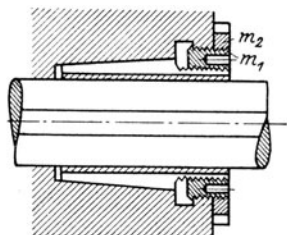


Abb. 113.

Gegenseitige Verdrehung der Führungsteile wird durch Nut und Feder verhindert. Bei den Spindeln der Horizontalbohrmaschinen wird durch die Feder — bei großen Maschinen sind gewöhnlich zwei vorgesehen — auch die Mitnahme bewirkt. An größeren Maschinen genannter Art findet man die in Abb. 113 gezeigte Konstruktion für die Nachstellung bzw. Feststellung der Spindel. Eine Schlitzbüchse wird durch eine Mutter *m*₁, die zwei Gewinde verschiedener Gangzahl hat, verstellt. Die Mutter *m*₂ dient nur als Sicherung.

Prismatische Geradfürungen werden im Werkzeugmaschinenbau im ausgedehnten Maße verwendet. Nachstellung läßt sich hier leicht durch Leisten ermöglichen und besondere Einrichtungen zur Verhütung gegenseitiger Verdrehung sind nicht nötig. Die in Abb. 114 dargestellte Führung mit quadratischem Querschnitt wird bei Kaltsägen angewendet, während man die Führung nach

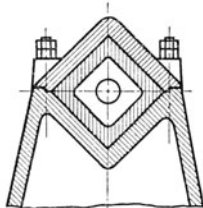


Abb. 114.

Abb. 115 mit achteckigem Querschnitt bei den Stößeln der Karussellbänke und Vertikalfräsmaschinen findet. Bei eingetretenem Verschleiß werden in beiden Fällen die Fugenflächen nachgearbeitet wie bei zweiteiligen Lagern. In den folgenden Abbildungen sind bewährte nachstellbare Schlittenführungen dargestellt. So zeigen Abb. 116 und 117 solche mit schiefwinkligem Prismen-Querschnitt. Den Prismenwinkel nimmt man meistens zu 55° .

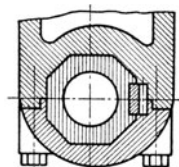


Abb. 115.

Die Nachstelleisten sind hier von gleichbleibender Stärke und die Nachstellung erfolgt durch Schrauben, die zweckmäßig durch Gegenmuttern gesichert werden. Es empfiehlt sich bei dieser Art der Nachstellung, den Arbeitsdruck, der parallel der Hauptebene der Führung wirkt, an der festen Leiste aufzunehmen wie in der Abbildung durch Pfeilrichtung kenntlich gemacht. Aus diesem Grunde ordnet man die Nachstelleisten an Bettschlitten der Dreh-

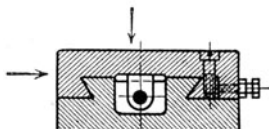


Abb. 116.

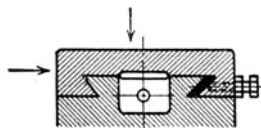


Abb. 117.

bänke vorne an. Der Druck W_g auf den Rücken des Werkzeugs wird dann an der festen Leiste aufgenommen. Bei der Nachstellung durch Keilleiste, die in Abb. 118 für rechtwinkligen Prismenquerschnitt dargestellt ist, ist man von der genannten Druckrichtung unabhängig. Bei der Führung nach Abb. 116 müssen die Löcher für die Befestigungsschrauben länglich sein, damit nachgestellt werden kann. Das Gewinde für diese Schrauben soll wenn irgend

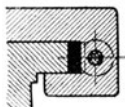


Abb. 118 a.

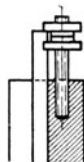


Abb. 118 b.

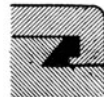


Abb. 119.

möglich in der Leiste sein, um den Zusammenbau zu erleichtern, wie auch in der Abb. 116 angenommen. Ein Vorteil des schiefwinkligen Prismenquerschnittes gegenüber dem rechtwinkligen ist die geringere Bauhöhe. Nachteilig ist aber die unvermeidliche Keilwirkung, die bei dem rechtwinkligen Querschnitt nicht auftritt. Führungen nach Art der Abb. 116 werden auch mit Keilleisten ausgeführt, die dann den Querschnitt der Abb. 119 haben. Ebenso kann die Führung nach

Abb. 117 mit Keilleiste ausgeführt werden. Die Abb. 120 und 121 zeigen Führungen mit rechtwinkligem Prismenquerschnitt. Bei der nach Abb. 120 wird die Nachstellleiste durch Zapfen an den Schrauben mitgenommen. An ihre Stelle kann natürlich wiederum die Keilleiste treten. Die solideste Führung ist dann wohl die nach Abb. 121, bei der der Schlitten aus einem Stück besteht. Allseitige Nachstellbarkeit ist hier durch Keilleisten gesichert, während die unteren angeschraubten Leisten der Abb. 120 bei entstehendem Verschleiß nachgearbeitet werden müssen. Auch tritt bei dieser Führung allmählich ein Lockern der Be-

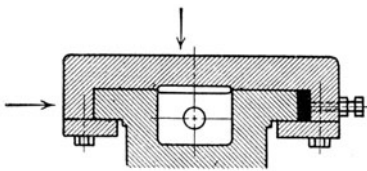


Abb. 120.

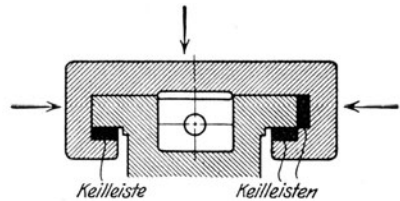


Abb. 121.

festigungsschrauben ein, deren Muttergewinde in dem Gußeisen eingeschnitten sind. Führungen nach Abb. 121 sind auch für Shaping- und Stoßmaschinen zu empfehlen, wobei dann der Schlitten der Abbildung zur festen Führung und das Bett der Abbildung zum Stößel wird. Abb. 123 und 124 zeigen sodann Führungen, wie sie für die Querbalkensupporte von Hobelmaschinen und Karussellbänke

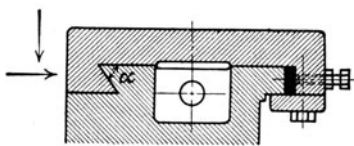


Abb. 122.

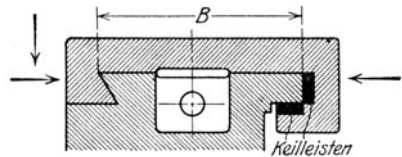


Abb. 123.

verwendet werden. Bei dieser wie auch bei den übrigen Abbildungen sollen durch die Pfeile die Druckrichtungen angedeutet werden, für die die betreffende Führung hauptsächlich in Frage kommt. Bei der Führung nach Abb. 124 ist das Maß B kleiner als bei der nach Abb. 123. Die eigentliche Führung ist also schmäler. Sollen derartige Führungen zeitweise auch Kräfte aufnehmen, die von unten

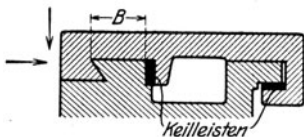


Abb. 124.

wirken, so wird die linke Seite zweckmäßig nach Abb. 125 ausgeführt. Ob eine Führung schmal oder breit sein muß, hängt ganz von der Lage derjenigen Kräfte ab, die parallel der Führungsmittellinie wirken. Es bezeichne in Abb. 126 R den äußeren Widerstand z. B. den Schalldruck und P die angreifende Kraft. Sodann ist zur Vereinfachung angenommen,

daß R und P in der gleichen Ebene S liegen und T reibungslos ist. Dann gelten die Beziehungen:

$$N \cdot \mu \cdot c + N \cdot \mu \cdot a + Rd - NL = 0 \quad \text{und} \quad P = R + 2N\mu,$$

wobei μ die Reibziffer ist. Aus den beiden Gleichungen erhält man nach einigen Umformungen:

$$P = R \left[1 + \frac{d}{\frac{L}{2\mu} - b} \right].$$

Hierbei ist $b = \frac{a+c}{2}$ die Entfernung der angreifenden Kraft P von der Führungsmittellinie. P wird ein Minimum, wenn $d=0$ wird, also P und R in der gleichen Richtung liegen, und wenn $b=0$ wird, der Antrieb also in der Führungsmittellinie liegt. Die beiden anderen Fälle, die P zu einem Minimum machen, $L = \infty$ und $\mu = 0$, kommen praktisch nicht in Betracht. Selbsthemmend wird die Führung, wenn $b = \frac{L}{2\mu}$, dann muß $P = \infty$ sein. Unter der Annahme einer Reibziffer von 0,1, würde das bei $b = 5L$ eintreten. Greifen R und P wie in Abb. 126

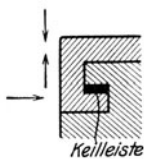


Abb. 125.

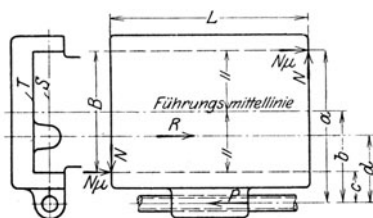


Abb. 126.

an der gleichen Seite der Führungsmittellinie an, ist aber die Entfernung von R von der Mittellinie größer als die von P , so lautet die entsprechende Formel:

$$P = R \left[1 + \frac{d}{\frac{L}{2\mu} + b} \right]$$

Ein praktisch erreichbares Minimum kann hier also nur eintreten, wenn $d=0$ wird. An Hand der Abb. 127 a und 127 b sei nun eine Vergleichsrechnung ausgeführt. Abb. 127 a zeigt die schmale Führung, Abb. 127 b die breite, die übrigen Größen wie auch der äußere Widerstand R seien in beiden Fällen gleich.

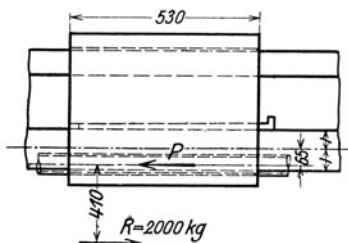


Abb. 127 a.

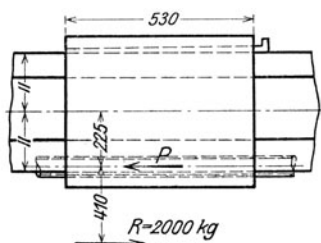


Abb. 127 b.

Im ertsen Falle ist dann

$$P = 2000 \left[1 + \frac{410}{\frac{530}{2 \cdot 0,1} + 65} \right] = 2302 \text{ kg.}$$

Im zweiten Falle erhält man

$$P = 2000 \left[1 + \frac{410}{\frac{530}{2 \cdot 0,1} + 225} \right] = 2286 \text{ kg.}$$

Die Vergleichsrechnung fällt in diesem Falle nicht zugunsten der schmalen Führung aus, wenn auch der Unterschied in den Ergebnissen nur gering ist. Dagegen ist die schmale Führung in bezug auf Schiefstellung des Schlittens besser als die breite. Das Verhältnis von $L : B$ (Abb. 126) kann man für die „breite“

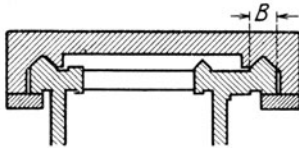


Abb. 128.

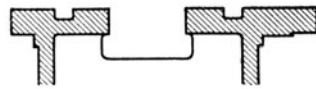


Abb. 129.

Führung gleich 3 : 2 nehmen. Eine Nachrechnung auf spez. Pressung ist meist nicht erforderlich, da die Abmessungen durch andere Umstände gegeben sind. Man kann nach Fischer bei Nachrechnung auf Pressung bis 10 kg/cm^2 gehen.

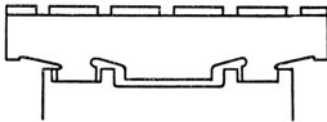


Abb. 130.

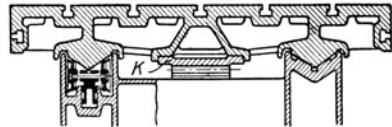


Abb. 131.

Die Abbildungen 128 ÷ 134 zeigen nun gebräuchliche Bettquerschnitte für Drehbänke, so Abb. 128 den mit Dach- oder Schweinsrückenführung, bei dem eine seitliche Nachstellung nicht erforderlich ist. Führungsbahn des Reitstocks ist von der des Supports getrennt, wodurch eine dauernde Genauigkeit der ersten

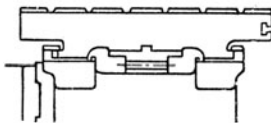


Abb. 132.

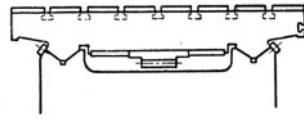


Abb. 133.

erzielt wird. Die hintere Bahn des Supportes wird manchmal auch flach ausgeführt. Die Führung des Bett Schlittens wird dadurch sehr schmal. Ihre Breite ist dann gleich B nach Abb. 128. Ob dies günstig ist, wäre noch an Hand der obigen Darlegungen zu untersuchen. Der dargestellte Bettquerschnitt, der für

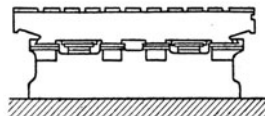


Abb. 134.

kleine und mittlere Maschinen viel ausgeführt wurde, wird neuerdings auch für diese zugunsten des rechteckigen Querschnittes verlassen, der bei den großen Maschinen immer verwendet wurde. So zeigt Abb. 129 einen Rechteckquerschnitt einer Drehbank von 150 mm Spitzenhöhe mit getrennten Führungsbahnen. Die Bahnen werden geschliffen, wodurch die teure Schabearbeit in Fortfall kommt.

In Abb. 130 ist die offene Flachbahnführung dargestellt, die bei Hobelmaschinen verwendet wird und in Abb. 131 die offene V-Bahnführung für den gleichen Zweck. Bei der letzteren ist eine Nachstelleiste nicht erforderlich. Sie ist aber schwieriger herzustellen. Aus der Abb. 131 ist auch die Art der Schmierung zu erkennen. Den Winkel der Führung nimmt man vielfach zu 90° . Die Abb. 132 und 133 zeigen geschlossene Tischführungen für Hobel- bzw. Fräsmaschinen. Das Aufkippen und Entgleisen des Tisches ist hierbei sicher verhütet. Das letztere kann bei den offenen V-Bahnführungen eintreten, wenn der seitliche Druck sehr groß wird. Die Gefahr des Aufkippens, die bei beiden Arten der offenen Führung nicht ausgeschlossen ist, kann durch geeignetes Aufspannen gemildert werden. Für leichte Maschinen sind geschlossene Führungen jedenfalls vorzuziehen. Doch werden solche auch bei schweren Maschinen angewendet, wie aus Abb. 134 ersichtlich, die die vierbahige Führung einer sehr schweren Maschine der Maschinenfabrik Schieß darstellt.

Aufbau der Maschinen und Ausführungen.

Drehbänke.

(1176) Spitzendrehbänke tragen das Werkstück zwischen zwei Spitzen. Einzelteile: Spindelstock mit Drehspindel, Antrieb durch Stufenscheite und Räder-vorgelege für 6 bis 28 Geschwindigkeiten oder durch Einscheibe und Stufenräder.

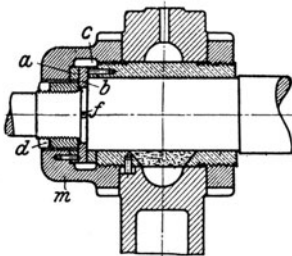


Abb. 135. Drucklager.

d = Ringmutter, m = Kappe,
 f = Stift.

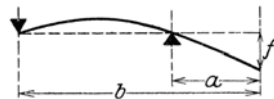


Abb. 136.

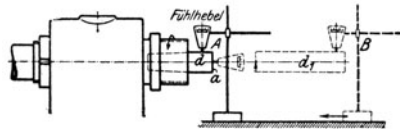


Abb. 137. Prüfen der Spindel.

Bei a auf Längsschlagen, bei A auf Querschlagen,
bei B auf wagerechte Lage.

d und d_1 = Prüfdorne.

Die Spindellagerung sei schlagfrei und nachstellbar. Spindeldruck aufgetangen vom Drucklager mit Druckringen a , b , c nach Abb. 135, Kugellager oder Spurzapfen. Größter Spindeldruck etwa dreifacher Schnittdruck. Materialfestigkeit der Spindel $60 \div 65 \text{ kg/mm}^2$, bei kleineren Bänken $70 \div 80 \text{ kg/mm}^2$. Berechnen auf Biegung mit einem k_b von 500 kg/cm^2 und auf Durchbiegung. Hierbei

$f = \frac{P}{EJ} \cdot \frac{a^2 b}{3}$ (Abb. 136). Lagerpressung $k = 20 \div 25 \text{ kg/cm}^2$. Verhältnis der

Zapfenlänge zum Durchmesser $1,5 \div 1,8$. Prüfen der Spindel auf wagerechte Lage und Schlagen mit Fühlhebel nach Abb. 137. Reitstock bei kleinen und mittleren Maschinen vielfach mit innerer, bei schweren Bänken meist mit äußerer Spindel. Reitstockoberteil quer verschiebbar für das Drehen schlanker Kegel. Werkzeugschlitten: Grundform ist Kreuzschlitten mit Bettschlitten für das Langdrehen und Bettschlittenschieber für das Plandrehen. Auf dem Bettschlittenschieber das Drehteil mit Gradeinteilung für das Drehen von Kegeln. Dann

Drehteilschieber mit Stahlhalter. Der Stahlhalter ist drehbar und wird auch als Revolverkopf ausgebildet. Bei manchen Maschinen erfolgt das Kegeldrehen nach Leitlineal. Steuerung des Werkzeugschlittens bei Leitspindelbank durch Leitspindel mit Wechselläderschere und bei Leit- und Zugspindeldrehbank durch Leit- und Zugspindel, erstere für das Gewindeschneiden, letztere für Dreharbeiten. Die Kraft zum Verschieben des Bettschlittens kann man gleich dem Schnittdruck W_1 annehmen um sicher zu gehen. Vorschübe zwischen 0,05 und 0,5 mm/Umdr. und mehr. Verriegelung der einzelnen Züge der Schloßplatte, Selbstaurückung für das Langdrehen. (Siehe untenstehendes Beispiel).

Grundlage für Berechnung: Größter Schnittdruck W_1 (in kg), bei Schruppbänken $W_1 = 13 \times$ Spitzenhöhe in mm, bei allgemeinen Drehbänken $W_1 = 6,5 \times$ Spitzenhöhe in mm. W_1 kann sich auf mehrere Stähle verteilen.

Leit- und Zugspindeldrehbank von H. u. A. Escher, Chemnitz.

Abb. 138 zeigt das Gesamtbild der Maschine und Abb. 139 einen Schnitt durch den Spindelstock. Die Hauptspindel ist durchbohrt für das Arbeiten von der Stange und läuft in zylindrisch gebohrten nachstellbaren Ringschmierbüchsen. Aufnahme des Längsdrucks durch Kugellager.

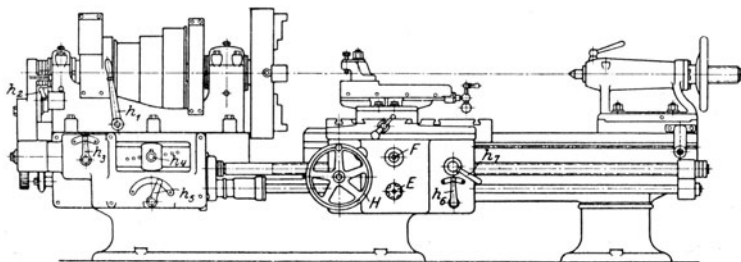


Abb. 138.

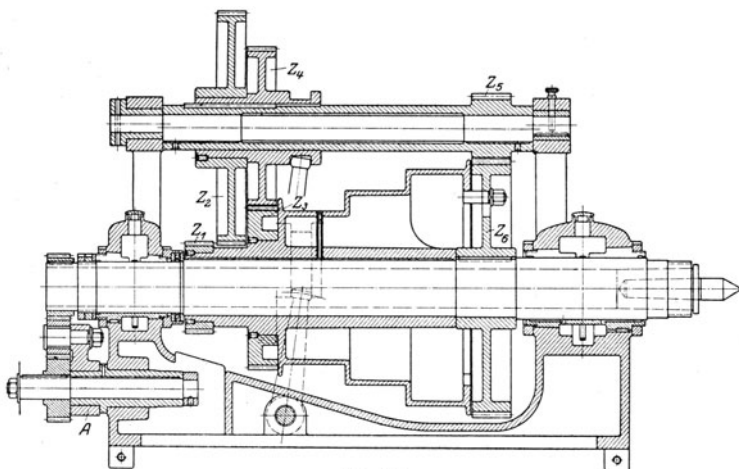


Abb. 139.

Abb. 139.

Er können 9 verschiedene Drehzahlen gegeben werden. Ferner besteht die Möglichkeit, diese Zahl durch 2 Geschwindigkeiten am Deckenvorgelege zu verdoppeln. Das erscheint hier zulässig, da der Durchmesser der kleinsten Stufe der Stufenscheibe beträchtlich größer ist als die Hälfte des Durchmessers der größten Stufe. Die Verschiebung der Räder Z_2 und Z_4 auf der Vorgelege-

hülse erfolgt mit Hilfe des Handhebels h_1 (Abb. 138). Die Ableitung des Vorschubs geschieht über ein Wendeherz A der Abb. 139 und 140, das durch den Hebel h_2 (Abb. 138) betätigt wird. In Abb. 140 ist der unter dem Spindelstock angebrachte Vorschubräderkasten mit dem Wechselrädernmagazin dargestellt. Der Antrieb des letzteren erfolgt vom Wendeherz aus über die Räder

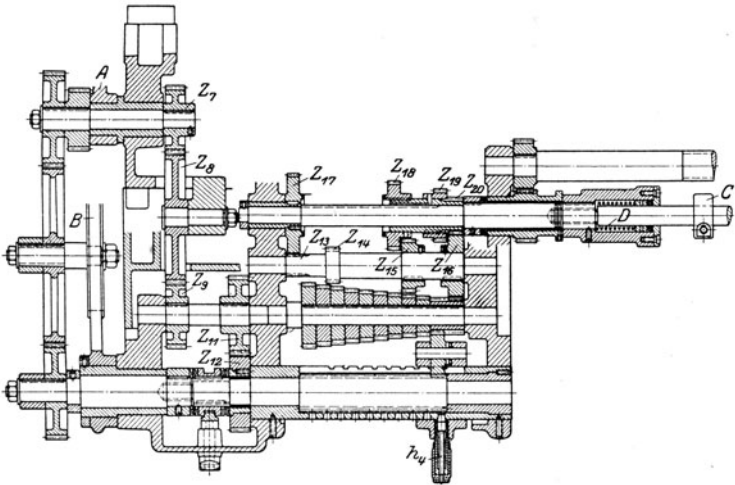


Abb. 140.

Z_7 bis Z_{18} oder über die Räder der Wechselräderschere B . Die Einstellung auf das eine oder das andere geschieht durch Hebel h_3 (Abb. 138). Das Wechselrädernmagazin ist ein Nortongetriebe für 10 verschiedene Übersetzungen. Betätigung durch den Griff h_4 (Abb. 138). Die 10 Über-

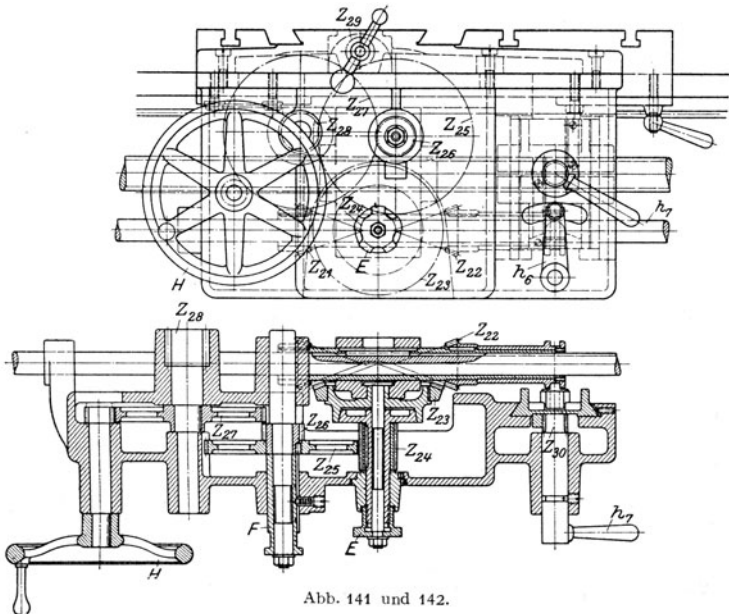


Abb. 141 und 142.

setzungen werden sodann durch die Räder Z_{13} bis Z_{20} des Vorschubräderkastens noch vervierfacht (Hebel h_5 in Abb. 138), so daß der Leitspindel bzw. Zugspindel 40 verschiedene Drehzahlen pro Umdrehung der Hauptspindel erteilt werden können.

Es können daher ohne Auswechseln von Wechselrädern, 40 verschiedene Gewindesteigungen und somit sämtliche normalen Whitworthgewinde geschnitten werden. Abb. 140 läßt erkennen, daß die Leitspindel für sich ausgerückt werden kann und daß für den Langzug selbsttätige Auslösung vorgesehen ist, die durch verstellbaren Anschlag C eingeleitet wird. Wiedereintrückung wird durch Feder D bewirkt, wenn der Support zurückgezogen wird. Antrieb von Lang- und Planzug in der Supportraderplatte (Abb. 141 und 142) von der Schaftwelle aus über ein Wendegetriebe Z_{21} bis Z_{23} auf Ritzel Z_{24} . Einrückung des Wendegetriebes durch Hebel h_6 (Abb. 138 und 141). In Kegelrad Z_{23} Reibkupplung anzuziehen durch Knopf E . Längsgang sodann über Räder

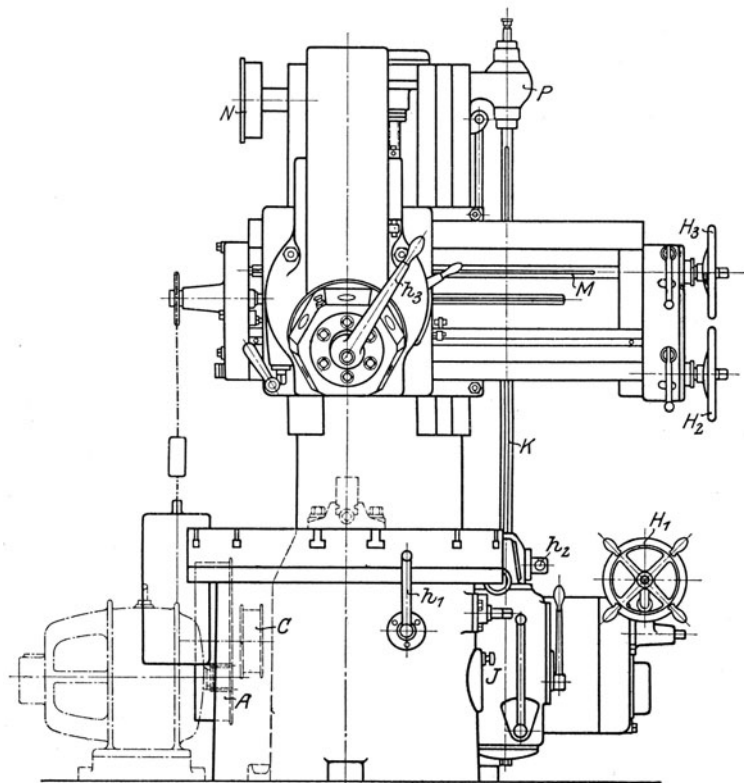


Abb. 143.

Z_{25} , Z_{26} , Z_{27} auf Zahnstangenritzel Z_{28} , Plangang über Z_{25} als Zwischenrad auf Rad Z_{29} nach der Bettschlittenspindel. Übergang vom Längs- zum Plangang durch Verschieben der Räder Z_{25} und Z_{26} mit Hilfe von F (Abb. 138 und 142). Längshandverstellung durch Handrad H . Mutterbacken haben Zahnstangen, die durch Ritzel Z_{30} (Abb. 142) bzw. Hebel h_7 (Abb. 138 und 142) verschoben werden. Eine einfache Verriegelung, die aus den Abb. 141 und 142 zu erkennen ist, verhindert das Einrücken des Längs- oder Planzuges bei geschlossener Leitspindelmutter. Wie Abb. 138 zeigt, ist die Spindel zur Verschiebung des Drehteilschiebers in diesem gelagert und die Mutter im Drehteil. Dies hat den Vorzug, daß die Spindel geschützt liegt. Der Doppelschrauben-Stahlhalter ist kräftig gehalten, ebenso der Reitstock, der mit äußerer Spindel versehen ist.

Die Ableitung der Schaltbewegungen von der Zugspindel aus kann auch durch Stirnräder erfolgen. Bei großen Maschinen ist dies stets der Fall. Die Weiterleitung geschieht dann durch Schnecke und Schneckenrad auf Lang- und

Planzug. Hat die Maschine mehrere Supporte, so liegen die Getriebe zur Veränderung der Schaltungsgrößen in der Räderplatte, wodurch die Unabhängigkeit der Supporte voneinander erreicht wird. Bänke größerer Spitzenweite werden zweckmäßig mit maschineller Schnellverstellung der Supporte ausgeführt.

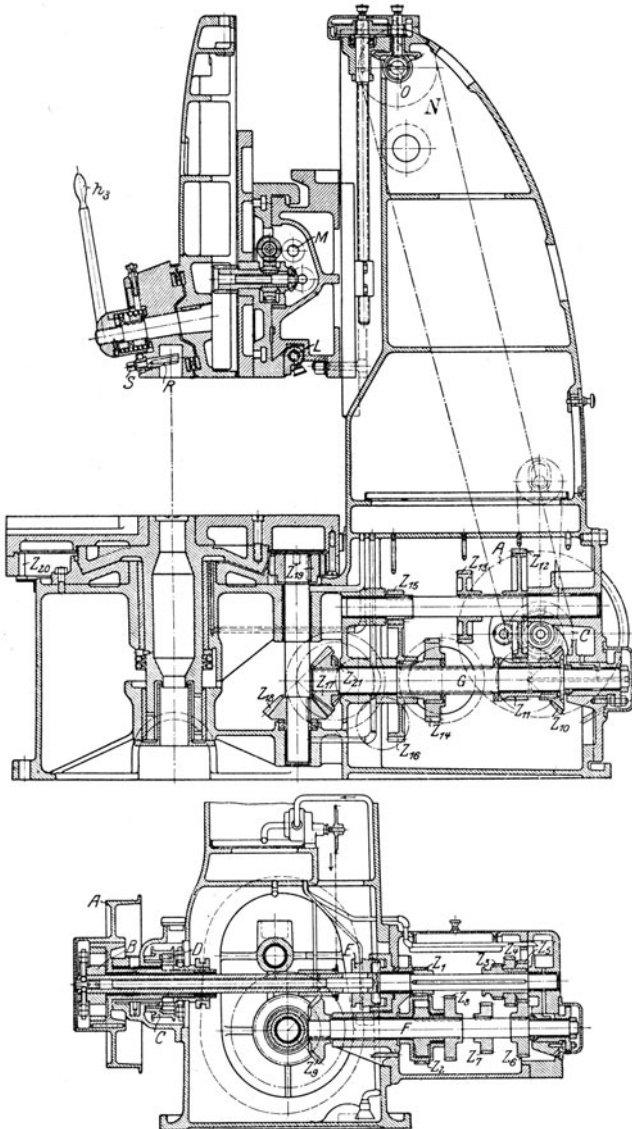


Abb. 144 und 145.

Plan- oder Kopfdrehbänke tragen das Werkstück am Spindelkopf mit einer Planscheibe. Spindelstock auf besonderem Fundament. Meist mehrere Werkzeugschlitten auf Querbett. Reitstock, fehlt vielfach. Senkrechte Dreh- und Bohrwerke mit senkrechter Drehspindel und liegender Planscheibe (Karussell), auf Querbalken 1 bis 2 Supporte für das Drehen und Bohren, häufig auf den Seitenständern 1 oder 2 Werkzeugschlitten für Seitenarbeiten.

Vorzüge: bequemes Aufspannen, Drehen und Bohren. Drehwerke für Massenarbeit haben Revolverkopf.

Vertikales Dreh- und Bohrwerk von Sondermann & Stier, Chemnitz.

Antrieb durch Einriemenscheibe *A* (Abb. 143, 144, 145), in welcher Reibungskupplung *B*. Gleich daneben die Riemenscheibe *C* für die maschinelle Schnellverstellung des Querbalkens und des Supports mit Reibungskupplung *D*. Auf gleicher Welle dann Bremse *E*. Diese und die beiden Reibungskupplungen werden durch einen Handhebel *h*₁ (Abb. 143) betätigt. Die Einrichtung ist derart, daß der Antrieb von der Transmission aus auch bei stillgesetzter Planscheibe weiterlaufen kann und daß die Schnellverstellung sowohl bei ruhender als auch laufender Planscheibe eingerückt werden kann. Fest aufgekeilt ist dann Rad *Z*₁, das das auf Welle *F* lose laufende Rad *Z*₂ antreibt, in dem sich eine Schleppkupplung zur Mitnahme der Welle befindet. Neben *Z*₁ Schieberräderblock *Z*₃ bis *Z*₈ eingreifend in entsprechende Räder *Z*₉ bis *Z*₈, Verschieben des Blocks durch Handrad *H*₁ (Abb. 143). Durch die Schieberräder erhält Welle *F* drei verschiedene Drehzahlen. Findet hier kein Eingriff statt, läuft sie mit der größten Übersetzung *Z*₁ : *Z*₂. Weiterleitung dann durch Kegelräder *Z*₉ und *Z*₁₀ entweder unmittelbar auf Welle *G* oder durch Vorgelegerräder *Z*₁₁ bis *Z*₁₆. Welle *G* treibt über Kegelräder *Z*₁₇ und *Z*₁₈ und Rittell *Z*₁₉ den Innenzahnkranz *Z*₂₀ der Planscheibe, der also 12 verschiedene Drehzahlen erteilt werden können. Vorschubableitung von Rad *Z*₁ auf ein Ziehkeil-Getriebe, das sich in Kasten *J* (Abb. 143) befindet. Durch Ziehkeilgetriebe erhält Welle *K* 8 verschiedene Drehzahlen pro Planscheiben-umdrehung. Welle *K* treibt über ein Kegelradergetriebe und einige Stirnräder die Spindel *L* für den horizontalen Vorschub des Supportes

und die Welle *M*, von der der vertikale Vorschub des Stößels abgeleitet wird. Antrieb von *L* und *M* auch durch die Handräder *H*₂ bzw. *H*₃ möglich. Schnellverstellung von *C* aus über Riemenscheibe *N* auf Welle *O*; von hier über Wendegetriebe *P* auf Welle *K*. Betätigung durch Hebel *h*₂. Steht dieser in Mittelstellung, so ist der Vorschub eingerückt. Befindet er sich in den

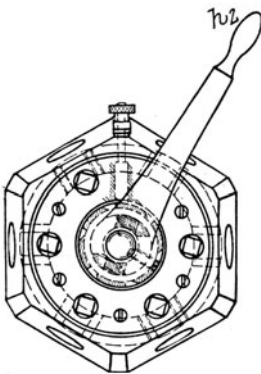


Abb. 146.

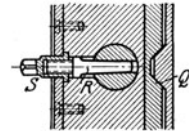
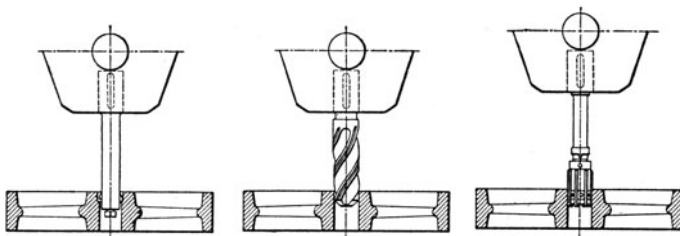


Abb. 147.



Vorböhrn.

Nachbohren mit Spiralsenker
auf - 0,3 mm Übermaß.

Aufreiben.

Abb. 148. Zentrischbohren.

anderen Lagen, so ist die Schnellverstellung nach der einen oder anderen Richtung eingerückt. Von Welle *O* aus erfolgt auch über ein Wendegetriebe die Querbalkenverstellung. Die Maschine hat einen geschützten Revolverkopf, der in Abb. 144 im Schnitt dargestellt ist, während Abb. 146 eine Ansicht und Abb. 147 die Werkzeugbefestigung und die Knaggensicherung zeigt. Mittels

des Hebels h_3 wird der Kopf gelöst, geschwenkt und wieder festgezogen, wobei er in jeder Werkzeugstellung durch eine doppelte Knaegensicherung Q (Abb. 147) genau festgestellt wird. Die zentrale Befestigung des Werkzeugs geschieht durch einen Keil R , der den geschlitzten Werkzeugzapfen auseinanderpreßt und durch die Schraube S verstellt wird. Ein Arbeitsbeispiel für eine derartige Maschine zeigt Abb. 148, während für die Arbeit nach Abb. 149 eine Maschine mit Seitensupport erforderlich ist.

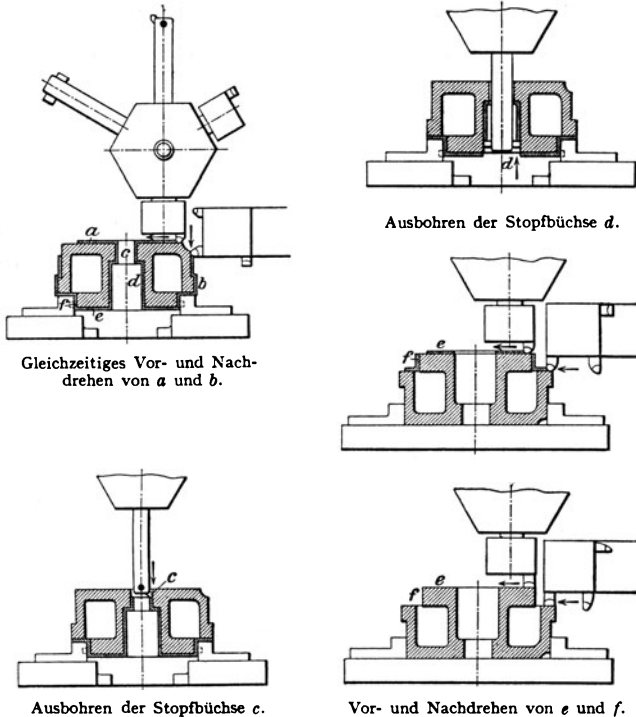


Abb. 149. Bearbeiten eines Zylinderdeckels.

Fasson- oder Formdrehbänke. Kennzeichnung ist Werkzeugschlitten mit gleichzeitigem Längs- und Planvorschub; letzterer durch Lehre oder Schablone erzeugt, die am Werkstück abgeformt wird (Abb. 150).

Radsatzdrehbänke zum Vor- und Nachdrehen der Radreifen. Nachdrehen mit zwei Formdreheschlitten nach Lehre (Abb. 150).

Radreifendrehbänke sind Plandrehbänke zum Ausdrehen der Radreifen (Abb. 151).

Hinterdrehbänke nach Abb. 152 zum Hinterdrehen der Fräser usw. schieben bei jedem Fräserzahn den Stahl um die Hinterdrehung BC nach 1 vor und ziehen ihn hierauf nach 2 schnell zurück (Abb. 153). Diesen hin- und her spielenden Planvorschub 1, 2 erzeugt meist eine Zahnkupplung ab (Abb. 154), die sich durch ihre schrägen Zähne ausrückt und durch die Feder f einspringt.

Schmale Zahnformen werden mit Formstahl, breite nach Schablone gefertigt.

$$\text{Wechselräder} \frac{Z_1}{Z_2} \cdot \frac{Z_3}{Z_4} = \frac{\text{treibende Räder}}{\text{getriebene Räder}} = \frac{\text{Zähnezahl des Fräasers.}}{\text{Zähnezahl der Kupplung}}$$

Revolverbänke für Massenformteile. Kennzeichnungen: Stahlwechsel durch Revolverkopf, der beim Zurückziehen selbst umspringt; Absteckschlitten für fertige Stücke, Materialvorschub in hohler Drehspindel für die Rohstange, Handrevolver vom Arbeiter zu bedienen.

Automaten oder selbsttätige Revolverbänke haben für Materialvorschub und Vorschub des Revolverkopfes Steuertrommeln mit Knaggen, für Absteckschlitten Steuerdaumen. Ganzautomaten für Stangenarbeit, Stange wird nach Abstechen selbsttätig vorgeschoben. Arbeitsplan nach Abb. 155.

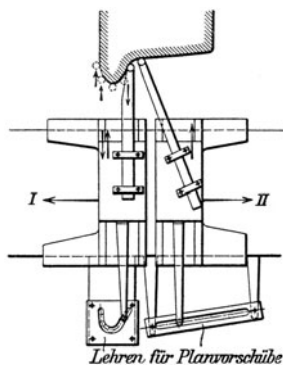


Abb. 150. Radsatzdrehbank.

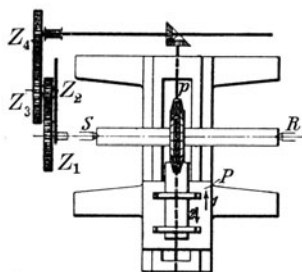


Abb. 152.
Hinterdrehbank.

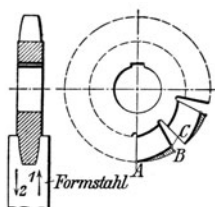


Abb. 153.
Hinterdrehen.

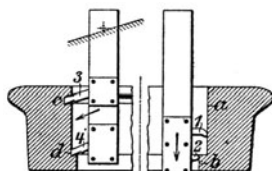


Abb. 151.

Ausdrehen eines Radreifens.

Ausschruppen von a und b mit 1 und 2. Ist Schruppstahl 1 an Nut c vorbei, beginnen die Einstechstähle 3, 4 Nut c und Leiste d zu stechen. Nach dem Ausschruppen gehen die Schruppstähle hoch, und die Schlichtstähle 1, 2 gehen vor, die mit 3, 4 zugleich fertig werden.

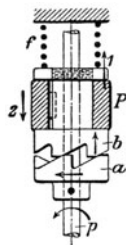


Abb. 154.
Selbsttätige
Ausrückkupplung
 P = Planschlitten
 p = Planspindel.

Halbautomaten für Futterarbeit, Arbeitsstück von Hand in Futter gespannt.

Mehrspindlige Ganzautomaten arbeiten zugleich an z. B. 4 Stangen. Spindeltrommel mit 4 Spindeln für die Stangen umschaltbar, ihnen gegenüber steht Revolverkopf mit 4 Werkzeughaltern verschiebbar, aber nicht umschaltbar; nach jedem Hin- und Rückgang des Revolverschlittens ein Arbeitsstück fertig.

Mehrspindlige Halbautomaten arbeiten zugleich mit z. B. 4 Werkzeugspindeln, ein umschaltbarer Spannkopf hält die Arbeitsstücke bereit, dabei können an der Vorderseite Arbeitsstücke ohne Zeitverlust und Stillsetzen der Maschine ein-, um- und ausgespannt werden.

Wellendrehbänke. Kennzeichnung: niedrige Spitzenhöhe, Antrieb der Welle am Spindel- und Reitstock, um ein Umspannen zu vermeiden, kleiner Geschwindigkeitswechsel, gleichzeitiges Vorschuppen, Nachschuppen und

Schlichten mit mehreren Stählen. Wellendrehbänke mit kreisendem Messerkopf ziehen die Welle mit Rollen durch die Maschine und glätten zugleich.

Kurbelwellendrehbänke haben einen ringförmigen Messerkopf, der in einem Gehäuse läuft und den Kurbelzapfen umkreist.

Abstechbänke mit rotierendem Werkstück haben 1 bis 10 Stähle vorn und die gleiche Anzahl hinten. Stähle möglichst schmal. Supporte mit Querverschub, Längsverschiebung nur von Hand. Beim Fortschreiten des Durchstechens wird entweder die Drehzahl des Werkstücks geändert, um die Schnittgeschwindigkeit konstant zu erhalten, oder der Vorschub, Antrieb zweckmäßig durch Stufenmotor, da hierbei die Drehzahl leicht während des Ganges geändert werden kann. Arbeitsbedarf der Abstechbänke bedeutend, z. B. bis 120 PS bei Blockabstechbänken für Radsatzherstellung.

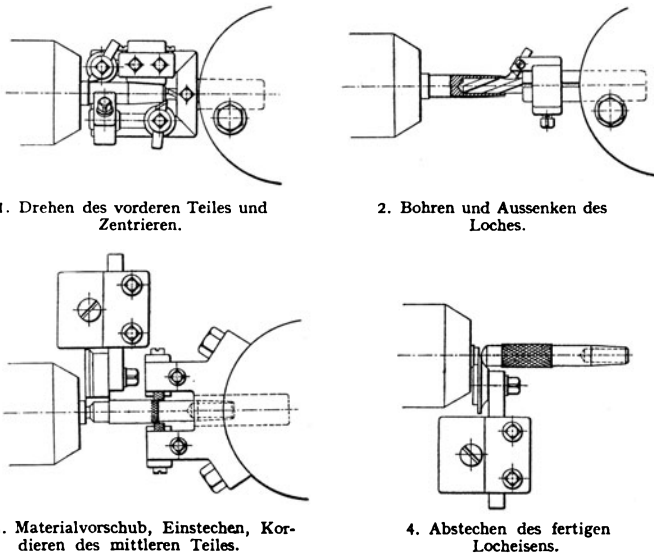


Abb. 155.

Herstellung eines Lochs eisens auf einer automatischen Revolverdrehbank.

Bohrbänke arbeiten mit Kronen- oder Kernbohrer, der im Bohrstock eingespannt ist und den Vorschub ausführt. Entfernung der Späne durch den Bohrer hindurchgepreßtes Kühlwasser. Vorschub kann nur klein sein, da die Späne stark zerkleinert werden müssen. Zum Anbohren besonderer Support, der während der eigentlichen Bohrarbeit zum Überdrehen des Arbeitsstückes verwendet wird.

Bohrmaschinen.

(1177) Lochbohrmaschinen zum Lochbohren, d. i. Bohren aus dem Vollen. Werkzeuge sind: Spiralbohrer, Spitzbohrer usw.

Ausbohrmaschinen für das Ausbohren mit Bohrmessern und Aufbohrern. Nach Lage der Bohrspindel:

Senkrechte und wagerechte Bohrmaschinen, erstere meist Lochbohrmaschinen, letztere meist Ausbohrmaschinen.

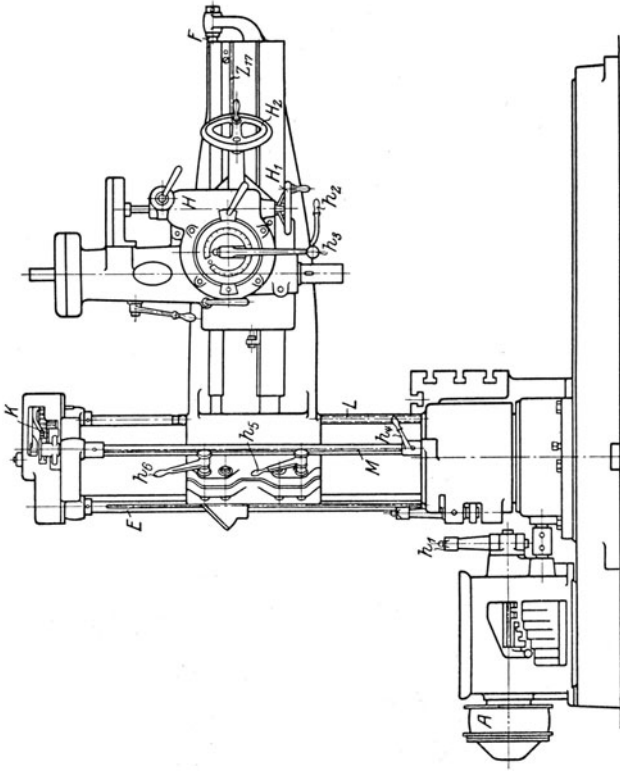


Abb. 158.

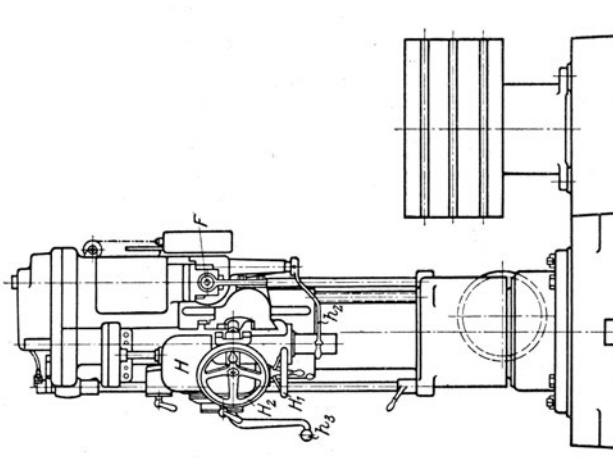


Abb. 157.

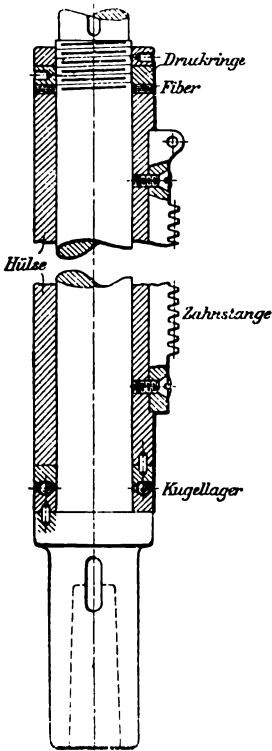


Abb. 156.
Bohrspindel.

Bohrspindel fast nur noch mit Zahnstangenschaltung (Abb. 156), Bohrdruck von Kugellager aufgenommen.

Säulen- und Ständerbohrmaschinen. Antrieb mit Stufenscheibe und Rädervorgelege, wegen des häufigen Bohrerwechsels Stufenräder bevorzugt, Steuerung eingerichtet für schnelles Hochschlagen des Bohrers, Bohren von Hand und selbsttätiges Bohren.

Vorschubwechsel: etwa 8 Vorschübe zwischen 0,1 und 1 mm mit Ziehkeilschaltung, Selbstausrückung für Bohrtiefe.

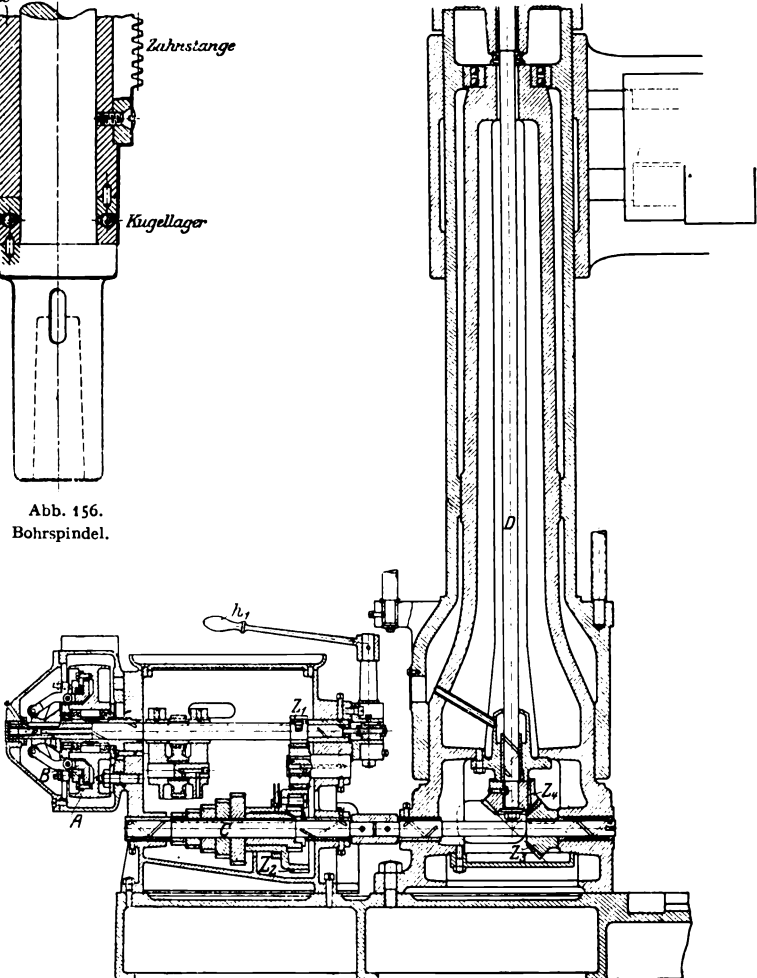


Abb. 159.

Bohrtisch manchmal mit Kreuzschlitten, ausschwenkbar für das Festspannen großer Teile auf Grundplatte.

Schwere Ständerbohrmaschine wie senkrechte Fräsmaschine gebaut.

Wandbohrmaschine hat an Stelle des Ständers eine Wandplatte zum Befestigen an der Wand.

Radial- oder Auslegerbohrmaschine zum Bohren schwerer Stücke; hierzu Maschine nach 3 Richtungen verstellbar: Ausleger schwenkbar, Bohrschlitten auf Ausleger verschiebbar, Ständerschlitten am Ständer hochstellbar,

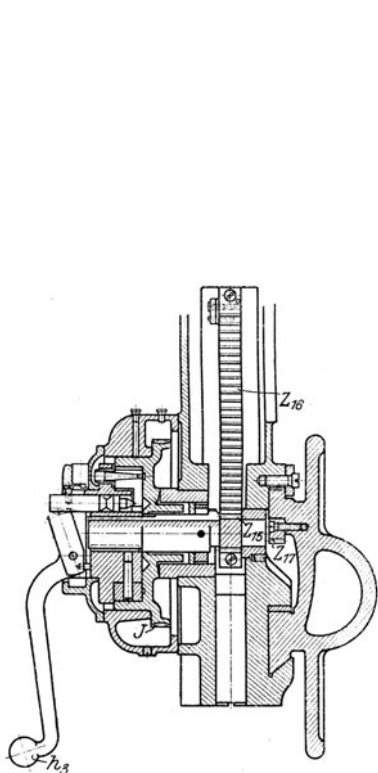


Abb. 161.

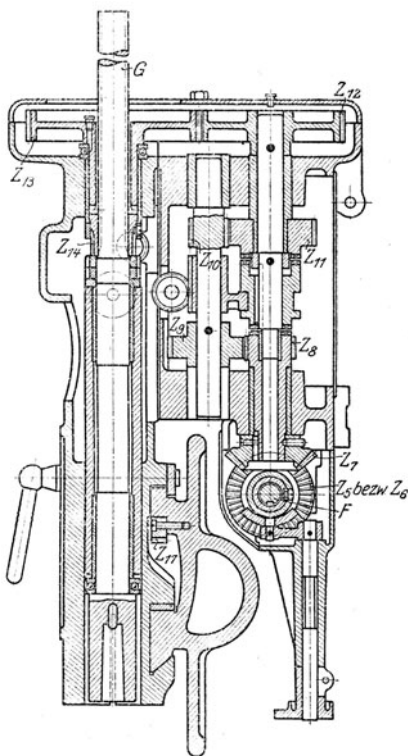


Abb. 160.

Säulen-Radialbohrmaschine der Zimmermann-Werke A.-G., Chemnitz.

Abb. 157, 158 bieten das Gesamtbild der Maschine, Abb. 159 den Schnitt durch Antriebskasten und Säule, Abb. 160 und 161 zwei Schnitte durch den Bohrspindelkasten. Antrieb durch Riemenscheibe *A* mit Reibungskupplung *B*, die durch Handhebel *h*₁ betätigt wird (Abb. 159). Welle *C* wird sodann angetrieben durch das Schwenkrädergetriebe mit 5 verschiedenen Drehzahlen oder durch Übersetzung $Z_1 : Z_2$; diese Räder sind durch Vermittlung eines Zwischenrades stets in Eingriff. Z_3 läuft lose auf Welle *C* und nimmt diese durch eine Schleppkupplung mit. Wenn das Nortongetriebe nicht eingerückt ist, läuft die Welle also mit der kleinsten Drehzahl. Einrichtung hat in Verbindung mit der Reibkupplung den Zweck, das Einrücken der Schwenkräder zu erleichtern. Welle *C* treibt dann durch Kegelräder Z_3 und Z_4 die senkrechte Welle *D* in der Säule. Von da aus wird die Welle *E* (Abb. 158) angetrieben; sodann durch Kegelräder Welle *F* im Ansleger (Abb. 158 und 160). Weiter durch ein Wendegetriebe Z_4 bis Z_7 , (betätigt durch *h*₂) ein Doppelvorgelege Z_8 bis Z_{11} , und Übersetzung Z_{12} auf Z_{13} , die Bohrspindel *G*, der

also 12 verschiedene Drehzahlen erteilt werden. Ableitung des Vorschubs von Rad Z_{14} auf ein im Kasten H (Abb. 157 und 158) befindliches Ziehkeilgetriebe für 6 verschiedene Vorschübe. Von hier aus über eine Schnecke auf Schneckenrad J (Abb. 161), über Ritzel Z_{15} auf Zahnstange Z_{16} . In Schneckenrad J Reibkupplung, die durch Handgriff h_3 , der auch der groben Handverstellung der Bohrspindel dient, betätigt wird. Feineinstellung der Bohrspindel durch Handrad H_1 , das auf die vorhin erwähnte Schnecke wirkt. Verstellung des Bohrschlittens auf dem Ausleger durch Handrad H_2 und Schnecke, die in Zahnstange Z_{17} eingreift. Verstellung des Auslegers an der Säule von Welle D über ein Wendeherz K (Abb. 158) auf Spindel L . Einrückung des Wendeherzes durch Handgriff h_4 und Welle M nur möglich, wenn Knebel h_5 , h_6 , die für die Festklammerung des Auslegers bestimmt sind, gelöst werden. An der Maschine ist auch selbsttätige Auslösung für bestimmte Bohrtiefe vorgesehen. Hierbei wird die im Schneckenrad J sich befindende Reibkupplung ausgerückt.

Universal-Radialbohrmaschine, Ausleger um wagerechte Achse drehbar und Bohrschlitten mit Drehscheibe.

Ortsbewegliche Radialbohrmaschinen werden mit Kran an die Bohrstellen schwerer Arbeitsstücke getragen.

Wagerechtes Bohrwerk mit festliegender Spindel zum Ausbohren mittlerer Werkstücke. Antrieb der Bohrspindel meist mit Stufenrädern, Schaltung mit Zahnstange, sämtliche Schalthebel und Handräder auf der Vorderseite, Bohrstange im Lager des Rahmens geführt. Arbeitstisch zum Einstellen des Werkstücks, daher Hochstellung, sowie Kreuz- und Rundschlitten, vordere Führung im Rahmen gegen Erschütterungen. Selbstgang mindestens für Querschlitten zum Fräsen, vielfach auch Selbstgang für Hoch-, Längs- und Querzug.

Wagerechtes Bohrwerk mit verstellbarer Spindel für das Ausbohren großer Werkstücke (Zylinder). Bohrspindel an dem Bohrschlitten verstellbar, dagegen Arbeitstisch nur längs und quer. Spindel zuweilen mit Drehscheibe auf Bohrschlitten schräg stellbar zum Schrägbohren oder Fräsen schräger Flächen.

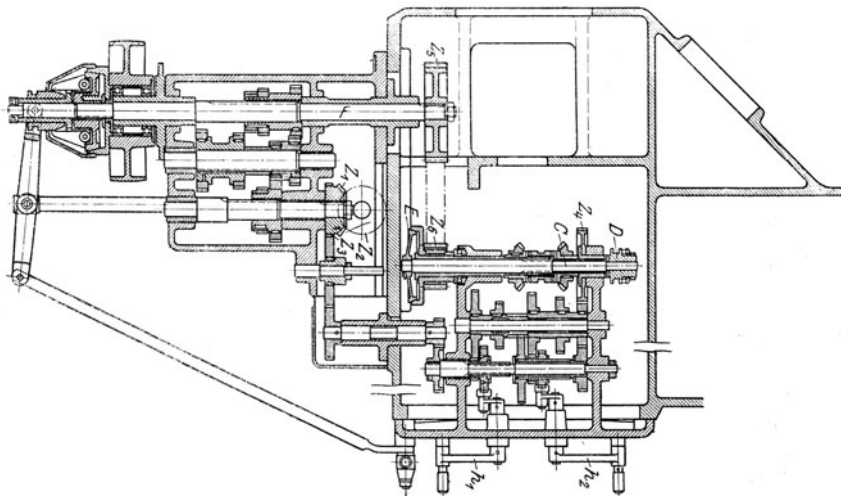


Abb. 162.

Wagerecht-Bohr- und Fräswerk der Werkzeugmaschinenfabrik „Union“, Chemnitz.

Wie aus dem Horizontalschnitt Abb. 162 hervorgeht, erfolgt der Antrieb durch Einscheibe mit Reibkupplung. Änderung der Drehzahlen sodann durch Schieberäder, wodurch 6 verschiedene möglich sind. Über das Kegeleräderpaar Z_1 , Z_2 geht es dann auf die senkrechte Welle A (Abb. 163). Von hier über ein Kegeleräderpaar und einen nochmaligen Wechsel durch Schieberäder auf die Bohrspindelhülse, die der Bohrspindel B 12 verschiedene Drehzahlen erteilen kann. Ableitung

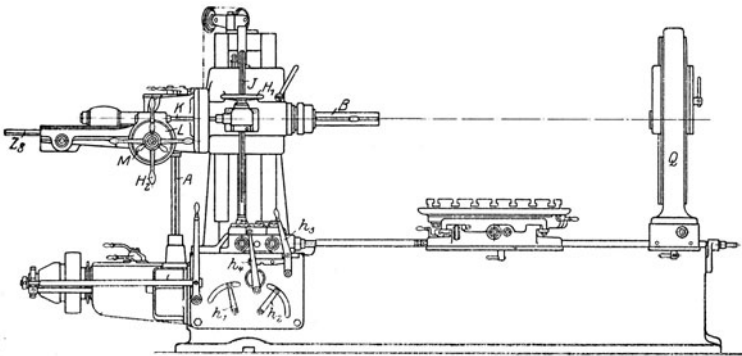


Abb. 163.

des Vorschubes von Rad Z_3 aus, welches über einige Zwischenräder und ein Schieberädergetriebe (Abb. 162) dem Rad Z_4 9 verschiedene Drehzahlen für den Vorschub geben kann. Weiterleitung

von hier aus auf Welle C , wenn die Kuppelmuffe D nach links eingerückt wird. Wird die Muffe nach rechts gedrückt, so ist die Reibungskupplung E eingerückt für die Eilbewegung, die von der Hauptantriebswelle F durch die beiden Kettenräder Z_1, Z_2 und daher stets mit konstanter Größe eingeleitet wird und stets im entgegengesetzten Sinne wie der Vorschub. Veränderung der Vorschubgrößen durch Hebel h_1 und h_2 (Abb. 163). Verschieben der Kuppelmuffe D durch Hebel h_3 . Von Welle C aus Weiterleitung des Vorschubs oder der Eilbewegung über ein Wendgetriebe — Bedienung durch h_4 auf Welle G (Abb. 164) über ein Zwischenrad auf Rad Z_7 (Abb. 164). Wird dieses Rad nach links geschoben, so treibt es unter Vermittlung der Hülse H und eines Kegelraderpaares die senkrechte Welle J , die wiederum über ein Kegelraderpaar die wagerechte Welle K treibt, auf der sich eine Schnecke befindet, die auf ein im Kasten L befindliches ausrückbares Schneckenrad wirkt, das schließlich durch einige Zwischenglieder ein Ritzel antreibt, das die Zahnstange Z_8 verschiebt; letztere befindet sich an dem Schlittenlager, das das Bohrspindelende faßt. Die Vorschubbewegung der Bohrspindel kann dann auch von Hand geschehen und zwar fein durch Handrad H_1 und grob durch Handkreuz H_2 , nachdem der Knebel M gelöst ist. Wird das Rad Z_7 (Abb. 164) nach rechts verschoben, so wird die Welle N damit gekuppelt, die durch Kegelräder die Spindel O zur Verstellung des Bohrspindelkastens antreibt. Von dem Kegelrad Z für den Antrieb dieser Spindel wird dann die Welle P in Abb. 165, die einen Horizontal-schnitt darstellt, angetrieben. Die Welle liegt im Bett der Maschine und

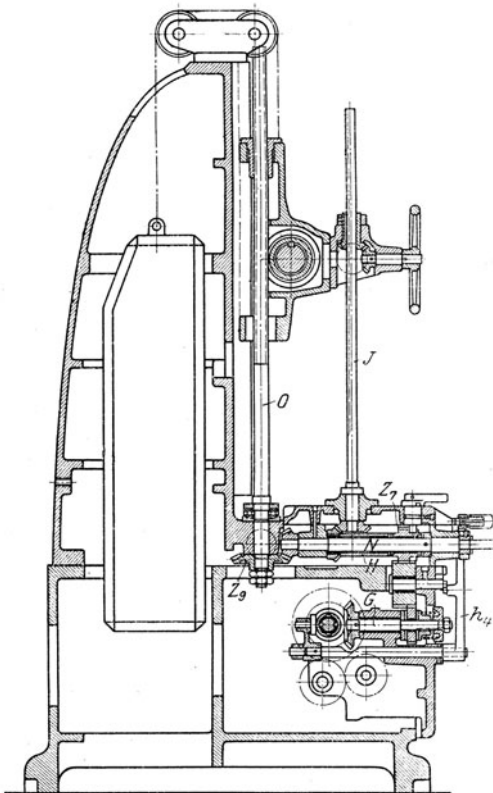


Abb. 164.

treibt eine im Setzstock *Q* (Abb. 163) befindliche Spindel zur Verstellung des Setzstocklagers. Verstellung von Spindelkasten und Setzstocklager sind also zwangläufig miteinander verbunden. Rad *Z₇* treibt dann noch Rad *Z₁₀* und dieses die Schaftwelle *R* (Abb. 165) und diese bewirkt unter Vermittlung eines Schneckentriebes den Quervorschub des Tisches, der natürlich auch von Hand möglich ist. Von Rad *Z₁₀* über Rad *Z₁₁* und Spindel *S* Längsvorschub des Tisches. Die Bewegungen der Wellen *P* und *R* und der Spindel *S* sind gegeneinander gesichert, so daß ein gleichzeitiges Einrücken ausgeschlossen ist.

Wagerechtes Bohrwerk mit verstellbarer Spindel und verstellbarem Ständer auf Bett für sehr große Werkstücke, die auf Platte aufgespannt werden, Alle Schnitt- und Vorschubbewegungen werden vom Werkzeug ausgeführt. Auch bei diesen Maschinen Spindel zuweilen mit Drehscheibe auf Bohrschlitten schrägstellbar.

Zylinderbohrmaschine mit wanderndem Bohrkopf. Letzterer wird von der Bohrspindel gedreht und von der inneren Leitspindel vorgeschoben. Vorzug: kurze Bauart; Nachteil: geschwächte Spindel.

Zylinderbohrmaschine mit wandernder Bohrstange, die mit einem Gleitschuh vorgeschoben und dabei den Bohrkopf dreht. Vorzug: volle Stange aus Schmiedestahl; Nachteil: lange Maschine.

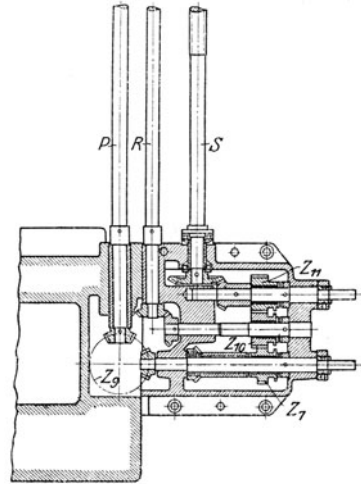


Abb. 165.

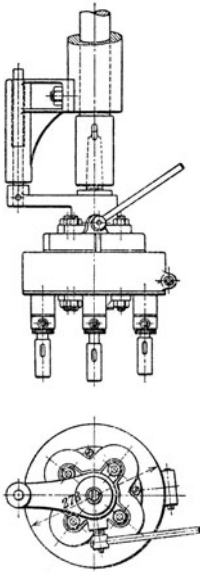
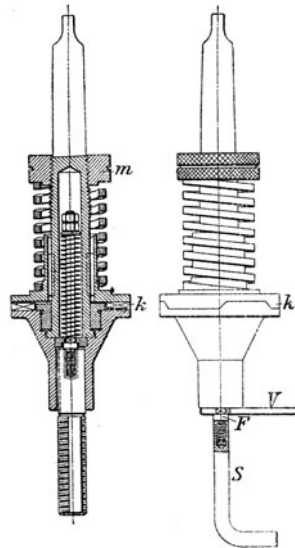
Abb. 166.
Bohrkopf.

Abb. 167.

Gewindeschneidvorrichtung.

V = Vorsteckhalter, *F* = Eund.
S = Schlüssel.

Schnellbohrmaschinen für Löcher bis 20 mm Durchmesser. Kennzeichnung: einfache Handhebelschaltung der Bohrspindel, Hochschlagen des Bohrers mit Spiralfeder oder Gegengewicht am Hebel; für tiefe Löcher Hebel nachklinkbar; Hubgrenze für gleiche Bohrtiefen.

Handbohrmaschinen für Montagezwecke elektrisch und mit Preßluft betrieben, werden mit der Hand angesetzt, größere sind fahrbar.

Mehrspindlige Bohrmaschinen dienen zum Bohren, Aufreißn, Versenken, Gewindeschneiden usw.

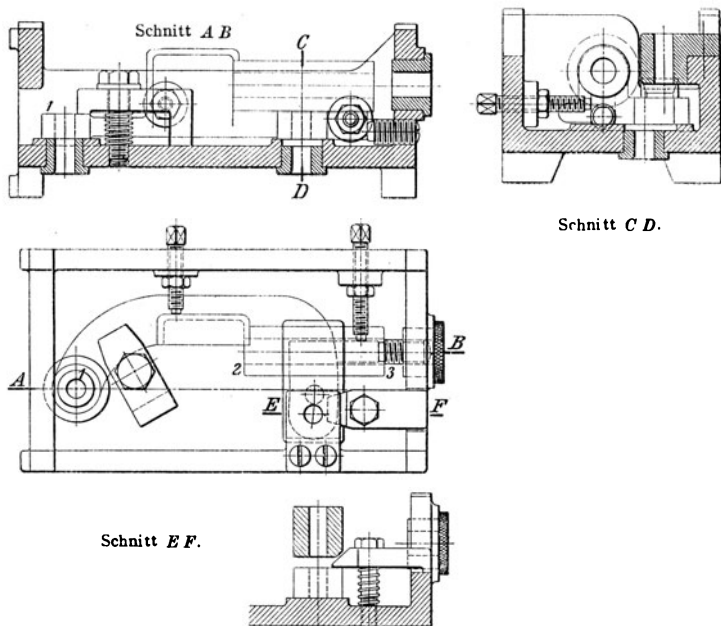


Abb. 168. Bohrkasten für ein Schneckenlager.

Lochreihenbohrmaschinen mit einer Reihe nebeneinanderliegender Bohrspindeln mit gemeinsamer Schaltung für das Bohren von Nietlöchern.

Flanschenbohrmaschinen zum Bohren von Schraubenlöchern in Flanschen mit 4 bis 6 Bohrspindeln auf Schraubenkreis einstellbar und gemeinsam schaltbar.

Das Bohren von Flanschlöchern kann auch auf gewöhnlicher Bohrmaschine unter Verwendung eines Bohrkopfes nach Abb. 166 erfolgen.

Weitere empfehlenswerte Vorrichtungen für Bohrmaschinen:

Schnellspannende Bohrfutter, die beim Festhalten der äußeren Hülse den Bohrer schnell auswechseln lassen.

Gewindeschneidvorrichtung, Abb. 167, deren Kupplung *k* ausgerückt wird, sobald sich der Bohrer aufsetzt. Die Mutter *m* wird nach einer Skala dem Gewinde entsprechend angezogen.

Wendegetriebe in dem Antrieb der Bohrspindel für schnellen Rücklauf des Gewindebohrers oder in der Gewindeschneidvorrichtung.

Bohrkasten zum Bohren von Massenteilen ohne Anreißn, Abb. 168. Kann auch auf mehrspindligen Sonderbohrmaschinen geschehen.

Fräsmaschinen.

(1178) Arbeitsweise: Fräser erhält von der Frässpindel die Hauptbewegung, das Werkstück vom Arbeitstisch den Vorschub entgegen dem Drehsinn des Fräasers.

Nach der Lage der Frässpindel: wagerechte und senkrechte Fräsmaschinen.

Einfache Fräsmaschine für gerade Schnitte, Vorschub des Querschlittens daher nur senkrecht zur Frässpindel.

Antrieb der Frässpindel bei leichten Maschinen durch Stufenscheibe im oberen Ständer, bei schweren Maschinen durch Stufenräder. Gegenhalter zum Abstützen des Dornes, Verstrebung des Winkeltisches mit Gegenhalter und Grundplatte.

Arbeitstisch: Winkeltisch mit Teleskopspindel zum Einstellen des Werkstückes an den Fräser. Querschlitten und Längsschlitten mit Selbstgang und Selbstaustrückung, Schnellverstellung von Hand. Antrieb des Tisches mit Gelenkwellen oder sich schneidenden Wellen. 6 bis 8 Vorschübe von 13 bis 260 mm/min und mehr; meist Ziehkeilschaltung oder Nortonschaltung.

Universal- oder Allgemeine Fräsmaschine unterscheidet sich von der einfachen durch den drehbaren Tisch, der für das Spiralfräsen auf Spiralswinkel $\approx 90^\circ$ — Steigungswinkel einzustellen ist. Bei diesen Arbeiten ist die Verwendung eines Teilkopfes erforderlich.

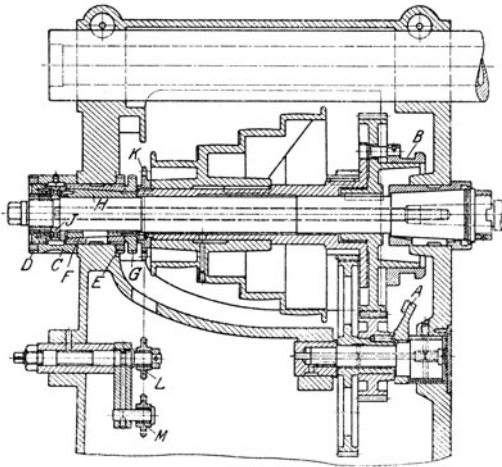


Abb. 169.

Universal-Fräsmaschine der Wotan-Werke, Zweigwerk Moßdorf & Mehnert. Chemnitz.

Der Schnitt durch den Spindelkasten, Abb. 169, zeigt eine vierstufige Scheibe und ein Rädervorgelege, wodurch der Frässpindel 8 verschiedene Drehzahlen erteilt werden. Das letztere ist unter der Frässpindel, nicht seitlich gelagert und wird durch den Hebel h_1 , Abb. 170, ein- und ausgeschwenkt, der das Kegelradsegment A bewegt. Verbindung der Stufenscheibe mit der Spindel beim unmittelbaren Gang geschieht durch die Stiftmuffe B , die durch den Hebel h_2 , Abb. 170, bewegt wird. Besonders sorgfältig ist die Einstellung der Frässpindel ausgebildet. Sie erfolgt durch eine Kapselmutter C , Abb. 169, durch welche nach Lösen der Mutter D und E die Büchse F und damit die Spindel so weit nach hinten gezogen wird, bis sie im vorderen Lager dicht geht. Dann werden die Muttern wieder angezogen und es kann nun das hintere Lager nachgestellt werden durch Mutter \hat{n} , welche die Schlitzbüchse H verstellt. Aufnahme des Längsdruckes durch den Druckring J , der mit einer Nase auf der Spindel festgehalten wird. Die Ableitung des Vorschubes geschieht von der Stufenscheibe nicht von der Hauptspindel aus. Dies-

Art der Ableitung ist für Fräsmaschinen richtiger als die ältere Art. Man hat dann für große langsam laufende Fräser genügend große Vorschübe pro Minute zur Verfügung und andererseits werden für kleine schnelllaufende Fräser die minutlichen Vorschübe nicht zu groß. Das auf der Stufenscheibe sitzende Kettenrad K treibt über die beiden Spannrollen L , M ein Kettenrad im Vorschubkasten. Dieser ist als ein Ganzes für sich in den Ständer der Maschine eingesetzt, N , Abb. 170. Abb. 172 zeigt den herausgenommenen Kasten. Hieraus ist das erwähnte Kettenrad zu erkennen und ferner ein Schwenkrädergetriebe für 6 und damit verbunden ein Schiebe-

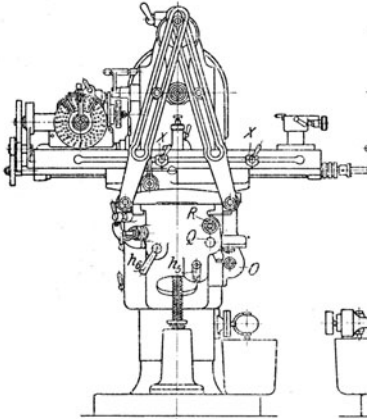


Abb. 171.

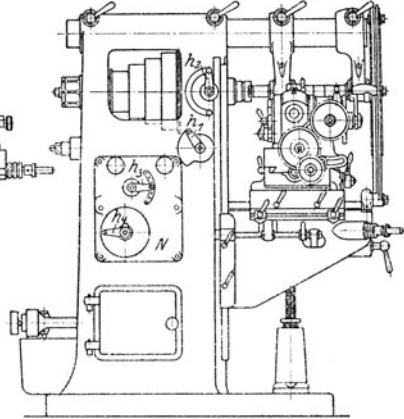


Abb. 170.

rädergetriebe für 3 Drehzahlen, so daß auf eine Umdrehung der Stufenscheibe 18 verschiedene Vorschübe gegeben werden können. Veränderung der Vorschübe durch Hebel h_3 und h_4 , Abb. 170. Untenstehende Tafel zeigt die Auswahl der Spindelumdrehungen und die zugehörigen minutlichen Vorschübe. Die Weiterleitung der Schaltung vom Rad Z_1 erfolgt sodann über ein Zwischenrad auf eine Gelenkwelle, welche ihrerseits die im Kasten O , Abb. 171, am Tischkonsol[s]ich befindenden Verteilungsräder für die Vorschübe antreibt. Von hier aus werden angetrieben die Teleskopspindel P für die Senkrechtverstellung des Tisches, eine Schaftwelle Q , Abb. 171 u. 173, die dem Antrieb des Tischoberteiles dient und die Spindel R zur Verschiebung des ganzen Tisches in der Richtung der Frässpindel. Der Verteilungsräderkasten O , Abb. 171, in dem auch die erforderlichen Wendegetriebe liegen, wird bedient durch die Hebel h_3 und h_4 . Im Tischoberteil, Abb. 173, ist die Spindel S fest eingespannt. Auf der im Drehteil gelagerten Mutter T läuft das von R angetriebene Kegelrad U und das damit verbundene Ritzel W lose, während das gleichgroße Ritzel V fest aufgekeilt ist. In diese beiden Ritzel greift ein drittes, welches die doppelte Breite hat und stellt so die Verbindung her. Dieses Ritzel ist in einer Falle gelagert, die durch die Anschläge X , Abb. 171, ausgelöst wird.

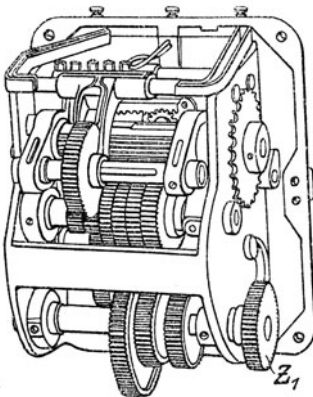


Abb. 172.

Auf dem Tisch wird der Teilkopf aufgeschraubt, Abb. 170 u. 171. Die Abb. 174, 175 u. 176 stellen Schnitte durch den Teilkopf dar. Dazu ist zu bemerken, daß der Bolzen F , Abb. 174, nur beim Differentialteilen eingesetzt wird. Bei den anderen Teilverfahren wird er herausgenommen und die Teilkopfspindel durch eine Dornschraube geschlossen. Auf der Spindel sitzt eine Teilscheibe A , die beim Direktteilen Verwendung findet. Bei diesem Verfahren wird die exzentrisch gelagerte Schnecke B herausgeschwenkt. Beim Indirektteilen wird die Schnecke wieder in das Schneckenrad, welches 60 Zähne hat, eingeschwenkt und ihre Lagerung festgestellt. Das Ende der Schneckenwelle ist als Ritzel herausgebildet, in welches das gleiche große Ritzel Z_2 , Abb. 175, der Kurbelwelle eingreift. Dadurch, daß die Kurbel und die Teilscheibe C nicht unmittelbar auf der Schneckenwelle sitzen, wird die ganze Bauart des Teilkopfes viel gedrängter und die Teilscheibe

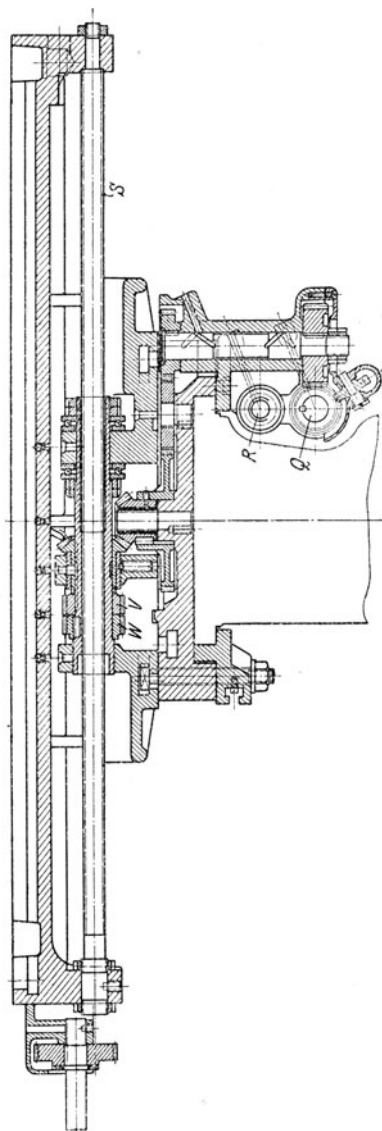


Abb. 173.

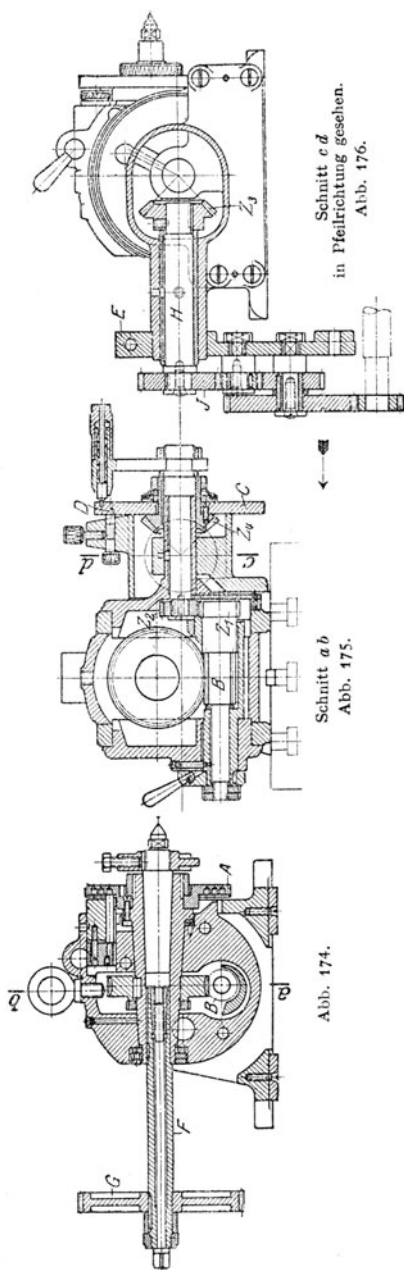


Abb. 174.

Schnitt *e d*
in Pfeilrichtung gesehen.
Abb. 176.

Schnitt *e d*
in Pfeilrichtung gesehen.
Abb. 175.

steht nicht nach unten über die Aufschraubfläche des Teilkopfes. Die Spindellagerung kann um das Mittel der Kurbel geschwenkt und so die Teilspindel aus ihrer horizontalen Lage verstellt werden. Die Teilscheibe *C* hat auf beiden Seiten Löcher und wird beim gewöhnlichen Indirektteilen durch den Stift *D* festgehalten. Bei diesem Teilverfahren gilt die Beziehung $n = \frac{Z}{z}$, wobei *n* die Anzahl der Umdrehungen der Teilkurbel, *Z* die Anzahl der Zähne des Schneckenrades, hier also gleich 60, und *z* die Anzahl der Zähne des zu teilenden Arbeitsstückes. Es sei z. B. die Zahl 23 zu teilen, *z* also = 23, dann ist $n = \frac{60}{23} = 2 \frac{14}{23}$. Es ist also die Teilkurbel auf den 23er

Lochkreis einzustellen, sie hat dann 2 volle Umdrehungen zu machen und dann ist sie noch um 14 Löcher weiterzudrehen. Zur Erleichterung des letzteren sitzt auf der Schneckenwelle lose eine Stellschere, die in Abb. 171 zu erkennen ist. Sie wird durch eine Blattfeder an die Teilscheibe gedrückt. Die Schenkel der Schere können gegeneinander verstellt werden. Man nimmt die Anzahl der Löcher, um die die Kurbel weiterzudrehen, im vorliegenden Falle also 14, zwischen die Schenkel und erspart so das Abzählen. Das Differentialteilverfahren ermöglicht jede beliebige Teilung. Bei diesem Verfahren wird der Radbolzen *F*, Abb. 174, eingesetzt. Auf diesem wird das Wechselrad *G* befestigt, welches über die Räder der Wechselraderschere *E*, Abb. 176, den Bolzen *H*₄ treibt, der über die Kegelräder *Z*₃, *Z*₄ der Teilscheibe eine Zusatz- oder Abzugsbewegung erteilt je nach Anzahl der Zwischenräder auf der Wechselradschere. Es gilt hier die Beziehung $n_1 \sim \frac{Z}{z}$, wobei *n*₁ so zu bestimmen ist, daß der Wert durch die Teilscheibe ausführbar ist. Die

Wechselräder bestimmen sich dann zu $\frac{G}{J} = Z - n_1 \cdot z$. Es sei nun z. B. die Zahl 131 zu teilen, dann ist $n_1 = \frac{15}{33} \sim \frac{60}{131}$ und $\frac{G}{J} = 60 - \frac{15}{33} \cdot 131 = \frac{15}{33} = \frac{25}{55}$; $\frac{15}{33} < \frac{60}{131}$ und $\frac{G}{J}$ daher > 1; es sind daher für den vorliegenden Teilkopf 2 Zwischenräder aufzustecken, da durch die Ritzel *Z*₁ und *Z*₂ schon eine Drehrichtungsänderung erfolgt. Beim Fräsen von Spiralen muß die Teilkopfspindel eine Drehung ausführen, während der Tisch sich verschiebt. Es ist daher eine der zu schneidenden Steigung entsprechende Wechselräderverbindung zwischen den beiden herzustellen, Abb. 171, und der Tisch auf 90°-Steigungswinkel der Spirale einzustellen.

Spindelumdrehungen in der Minute

Mit Vorgelege	61												40																																		
Ohne Vorgelege	340												220																																		
Vorschübe in der Minute																																															
8				10				13				17				22				28				5				7				9				11				14				18			
37				46				58				75				95				123				23				30				38				49				62				80			
157				201				257				330				420				544				102				131				167				213				273				354			

Spindelumdrehungen in der Minute

Mit Vorgelege	26												18																						
Ohne Vorgelege	147												95																						
Vorschübe in der Minute																																			
4			5			6			7			9			12			2			3			4			5			6			8		
15			20			25			32			41			53			10			13			17			21			27			35		
68			87			111			143			182			235			45			57			73			94			120			155		

Planfräsmaschine für schwere Planarbeiten. 8 bis 10 Vorschübe von 8 bis 250 mm/min. Frässpindel mit Frässlitten auf Ständer einstellbar, Arbeitstisch auf Kastenbrett.

Langfräsmaschine: Planfräsmaschine mit langem Tisch für großen Hub, 12 Vorschübe zwischen 10 und 250 mm/min; 2 bis 4 Frässlitten, 2 auf Querträger, 2 auf Seitenständern.

Senkrechtfräsmaschine für Keilnuten, versteckte Flächen, Rundfräser und Arbeiten mit Messerkopf.

Ständer Hakenform, senkrechte Frässpindel am Ständer zum Feineinstellen. Arbeitstisch meist mit Rundtisch für das Rundfräsen. 6 bis 12 Vorschübe zwischen 7,5 und 250 mm/min.

Kopierfräsmaschine ist vielfach eine Langfräsmaschine, bei der die seitlichen Frässlitten durch eine am Tisch befestigte Schablone geführt werden, so daß die Schablone am Werkstück abgeformt wird.

Rundfräsmaschine zum Rundfräsen von Massenteilen. Werkzeug ist ein Formfräser, Abb. 177, der sich auf dem Werkstück abwälzt. Ein Arbeiter kann mehrere Maschinen beaufsichtigen.

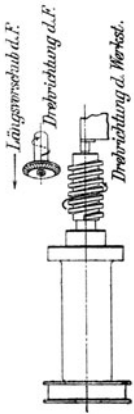


Abb. 179. Gewindefräsen.

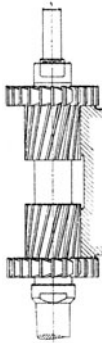


Abb. 180. Gruppenfräser.

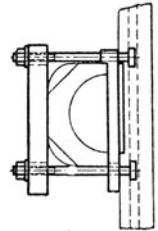
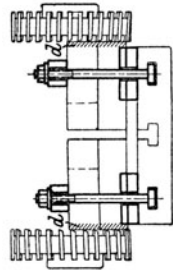
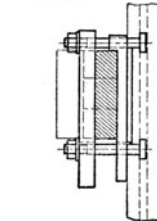
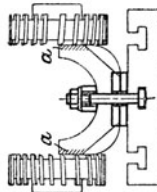
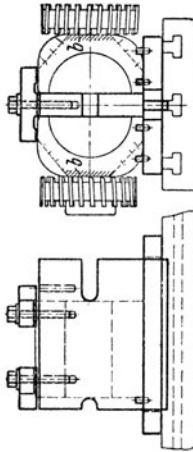


Abb. 181. Spannvorrichtung für Achslager.



Abb. 178. A-Kontrollzahn.

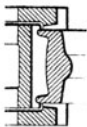


Abb. 177. Rundfräsen.

Gewindefräsmaschine: meist für Trapezgewinde. Fräser mit versetzten Zähnen und je einer seitlichen Schneide, Abb. 178. Werkstück dreht sich und Fräser wird der Steigung entsprechend vorgeschoben, Abb. 179. Maschine liefert mit 1 oder 2 Schnitten fertiges Gewinde.

Arbeitsteilung: Lange und schmale Arbeitsflächen hobeln, breite und kurze Flächen fräsen¹⁾. Bei höheren Ansprüchen schrumpfen durch Fräsmaschine, schlichten auf Hobelmaschine, Voraussetzung kräftiges Werkstück, schwache Stücke hobeln. Formstücke werden mit Satz- oder Gruppenfräsern gefräst, Abb. 180.

Für Massenarbeiten Spannvorrichtungen für die Werkstücke, Abb. 181.

Schleifmaschinen.

(1179) Flächenschleifmaschinen zum Schleifen von runden und geraden Flächen als Genauigkeitsschleifen für austauschbare Teile und Gleitflächen oder als Grobschleifmaschinen zum Wegschleifen der Gußhaut usw.

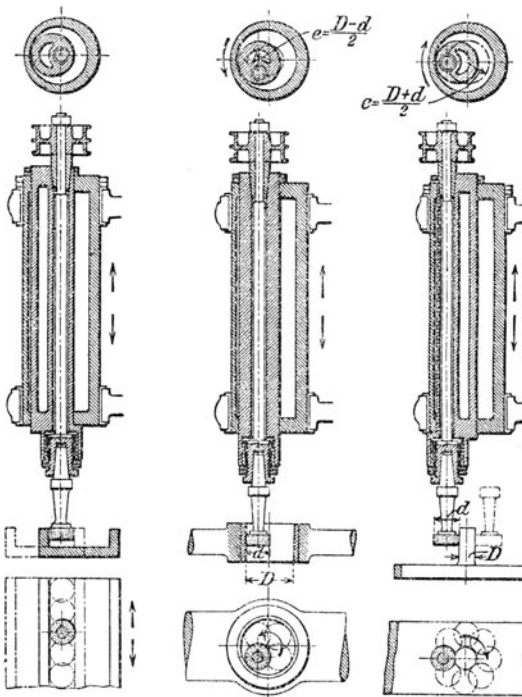


Abb. 182. Planetenschleifspindel.

Werkzeugschleifmaschinen zum Schärfen der Werkzeuge und zum Schleifen gehärteter Teile.

Rundschleifmaschine trägt die Werkstücke zwischen den Spitzen des Spindel- und Reitstockes. Beide Teile sitzen auf dem Schleiftisch. Antrieb des Werkstückes vom Spindelstock aus, Längsvorschub meist vom Tisch ausgeführt, seltener vom Schleifrad. Antrieb des Schleifrades durch Riemen, Feinbeistellung des Schleifrades durch selbsttätiges Schaltwerk, Stufenscheibe oder Räderkasten für Vorschubwechsel des Tisches und des Werkstückes. Das Werkstück

¹⁾ S. auch Schlegelmilch: Hobel- oder Fräsmaschine. Betrieb 1922, S. 385.

soll durch möglichst viel Brillen abgestützt werden; doch sollen sie nur an bearbeiteten Stellen angesetzt werden.

Spantiefe für das Schruppen von Maschinenstahl nicht über 0,05 mm, am günstigsten 0,03 bis 0,04 mm; bei Gußeisen so groß, wie möglich. Zugaben für das Rundschleifen seien bei 50 mm Durchm. 0,25 bis 0,4 mm, bei 50 bis 100 mm Durchm. 0,5 bis 0,6 mm, bei 100 bis 300 mm Durchm. 0,7 bis 0,9 mm.

Universal- oder Allgemeine Schleifmaschine zum Schleifen von Büchsen, Zapfen von Steuerstangen, zum Ausschleifen von geraden und gebogenen Kulissen. Kennzeichnung: senkrechte Planetenschleifspindel, mit der die Schleifscheibe eine Planetenbewegung am Zapfenmantel ausführt und dabei auf- und abspielt, Abb. 182. Das sperrige Werkstück wird festgespannt. Beim Ausschleifen von Büchsen ist Planetenspindel auf den inneren Zylindermantel, beim Rundschleifen von Zapfen auf den äußeren Mantel, bei geraden und gebogenen Flächen auf $e = 0$ einzustellen.

Zylinderschleifmaschine zum Ausschleifen von Motorzylindern, Schieberbüchsen u. dgl. Kennzeichnung: wagerechte Planetenspindel auf $e = \frac{D-d}{2}$ einzustellen und mit Schleifschlitten hin- und herspielend.

Planschleifmaschinen für ebene Flächen. Wagerechte Schleifspindel mit Flachscheibe oder senkrechte Schleifspindel mit Topfscheibe; Werkstück wird durch hin und her gehenden Tisch vorgeschoben. Gegenstück zur Hobelmaschine.

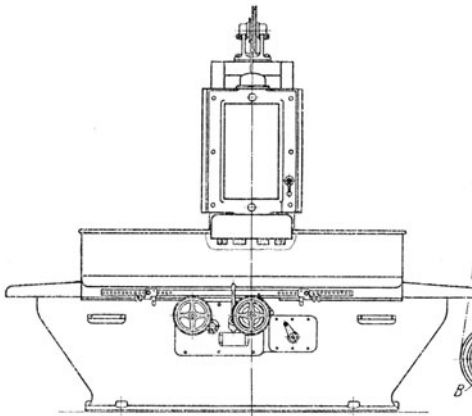


Abb. 183.

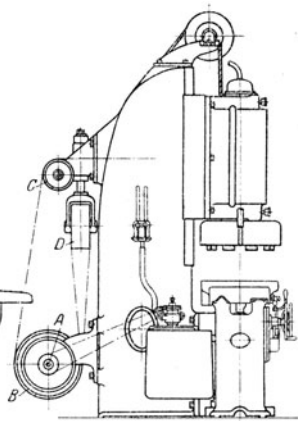


Abb. 184.

Planschleifmaschine des Schmisgelwerks Dr. Rudolf Schönherr, Chemnitz.

Antrieb dieser Maschine von einem Deckenvorgelege aus auf die Welle *A*, Abb. 184. Von den beiden auf dieser Welle sitzenden Scheiben *B* ist eine die Antriebsscheibe, während die andere nur Leitrolle ist. Der Riemen läuft sodann über die Leitrollen *C* und die Spannrolle *D* und treibt die Schleifspindeltrommel *E*, Abb. 185. Bei dieser Anordnung kann die Spannung des Riemens leicht eingestellt werden und außerdem kann die Maschine parallel zur Transmission aufgestellt werden. Die Schleifspindel macht 1050 Umdrehungen in der Minute und erteilt dem Segmentschleifrad *F* eine Umfangsgeschwindigkeit von 22 m/sek. Die starke Schleifspindel ist in Kugellagern gelagert, Abb. 185. Der Schleifschlitten ist von Hand und maschinell in den Grenzen von 0,005 — 0,09 mm pro Tischumschaltung anstellbar. Aus Abb. 184 geht auch der Tischquerschnitt und der des Bettes hervor. Es ist besondere Sorgfalt darauf gelegt, die Gleitflächen vor Staub und Wasser zu schützen. Auf dem Tisch kann ein elektromagnetisches Spannfutter aufgeschraubt werden. Antrieb des Tisches geschieht durch Zahnstange und Stufenrädertriebe für 3 verschiedene Geschwindigkeiten in den Grenzen von 790 bis 2400 mm/min. Der Geschwindigkeitswechsel ist während des Ganges möglich. Die Wasserzufuhr für das Naßschleifen erfolgt außer durch die Schleifspindel auch von außen.

Kolbenringschleifmaschine ist Planschleifmaschine mit Drehtisch nach Bauart der Ein- oder Zweiständer-Hobelmaschine oder der Stößelhobelmaschine. Aufspannung der Kolbenringe elektromagnetisch.

Kugelschleifmaschine. Kugeln mit Formstahl vorgedreht, abgestochen oder kalt oder warm gepreßt, hierauf vorgeschliffen, gehärtet, geschliffen und poliert. Das Schleifen geschieht mit Öl und Schmirgel zwischen zwei Scheiben, von denen eine als Kugelmagazin mit konzentrischen Nuten versehen ist.

Grobschleifmaschinen zum Glattschleifen von Schieberflächen, Gleitbahnen, Motorfüßen usw. Schleifrad einer Segmentscheibe, an der der Tisch das Werkstück vorbeischiebt.

Werkzeugschleifmaschine zum Schärfen der Werkzeuge, Fräser. Aufbau wie Universalfräsmaschine. Arbeitstisch mit Teilkopf und Spitzenbock. Werkzeug für Fräser mit spitzen Zähnen ist die Flachscheibe oder Topfscheibe, für hinterdrehte Fräser die Kegelscheibe. Damit das Werkzeug nicht weich wird, soll die Scheibe den Zahn mit kleinster Fläche berühren; Naßschliff bevorzugt.

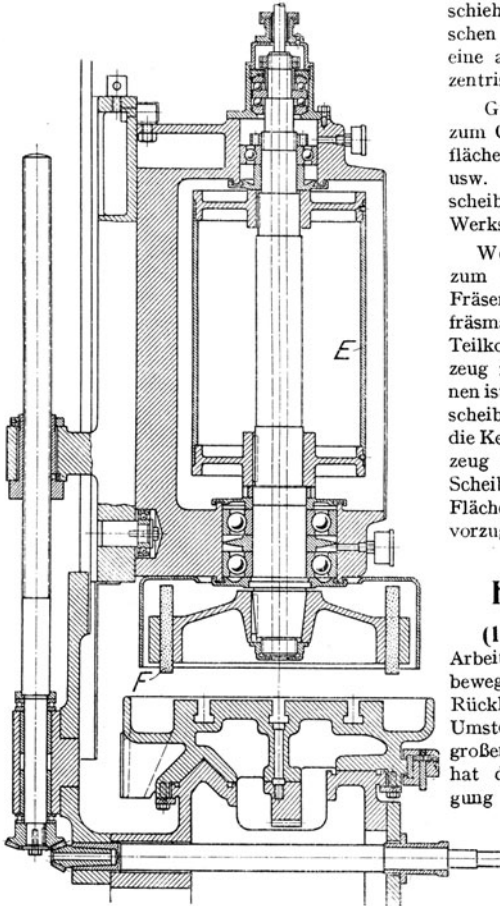


Abb. 185.

Hobelmaschinen.

(1180) Kennzeichnung der Arbeitsweise: geradlinige Hauptbewegung mit beschleunigtem Rücklauf und Ruckvorschub beim Umsteuern in den Hobelgang. Bei großen und sperrigen Werkstücken hat der Hobelstahl Hauptbewegung und Vorschub, daher kürzere Maschinen (bei 15 m Hobellänge nur 20 m Bettlänge), z. B. Blechkanten-, Gruben-, Seitenhobelmaschinen und schwere Stoßmaschinen.

Langhubige Hobelmaschinen hobeln beim Hin- und Rücklauf mit mehreren Stählen. Antrieb meist durch Wendemotor (s. elektr. Einzelantrieb).

Tischhobelmaschinen für mittelgroße Werkstücke, die auf den Hobeltisch gespannt werden. Kennzeichnung der Arbeitsweise: Hobeltisch hat Hauptbewegung und schnellen Rücklauf und Hobelstahl Vorschub. Rücklauf auf 1:4 bei leichten, 1:3 bei mittleren und 1:2 und weniger bei schweren Maschinen beschleunigt. Zu große Beschleunigung verursacht große Zeitverluste durch den An- und Auslauf des Tisches und großen Kraftaufwand. Wirkliche Schnittdauer

ist nur 0,5 bis 0,6 \times Zeit für einen Hin- und Rücklauf. Tischantrieb durch Zahnstange und Rad, Zahnstange und Schnecke, Mutter und Leitspindel. Gewöhnliche Hobelmaschinen haben meist eine Schnittgeschwindigkeit von 8,4 m/min. Schnellhobelmaschinen mindestens 2 oder 3 Geschwindigkeiten, z. B. für das Schrappen etwa 15 m/min und für das Schlichten 8 m/min. Neuere Maschinen haben 3, 4 oder 6 Tischgeschwindigkeiten je nach Hobelbreite, z. B.

Hobelbreite	Tischgeschwindigkeiten
610 bis 765 mm	6, 9, 12, 17 m/min
765 „ 915 mm	6, 9, 11, 14 m/min
1070 „ 1830 mm	5, 6, 8, 9, 10, 12, m/min

und eine gleichbleibende Rücklaufgeschwindigkeit von 18 bis 30 m/min und mehr. Die Powell-Hobelmaschine schneidet mit 9 m/min an, dann schaltet sie Schnellgang mit 36 m/min ein und kurz vor dem Auslauf schaltet sie wieder auf 9 m/min um, Rücklauf mit 36 m/min. Geschwindigkeitswechsel entweder durch Vorlege für 2 Tischgeschwindigkeiten und 1 Rücklaufgeschwindigkeit oder durch 2 Hobel- und 1 Rücklaufriemen in der Riemensteuerung oder durch Stufenrädernetriebe oder durch regelbaren Motor. Umsteuerung des Tisches durch Riemen, durch elektromagnetische Reibkuppelung oder durch Wendemotor (s. elektr. Einzelantrieb). Support mit Querschlitzen auf Querbalken für das Hobeln wagerechter Flächen, möglichst langer Senkrechtschlitten zum Senkrecht Hobeln, Drehteil für das Schräghobeln, Klappen Träger drehbar zum Schrägstellen des Stahls bei senkrechten und schrägen Flächen, Klappe zum Abheben des Stahles, feststellbar beim Schlichten. Selbsttätige Meißelabhebung.

Schaltsteuerung entweder durch Knaggen vom Tisch angetrieben kurz vor dem Umsteuern oder von einer Tischwelle durch Reibung. Zur Erhöhung der Leistung 2 Supporte auf dem Querbalken und 1 Support auf jedem Ständer, manchmal ein Frässlitten zum Bohren oder Fräsen auf dem Querbalken. Schwere Maschinen haben selbsttätige Verstellung des Querbalkens und der Supporte auf dem Querträger und Ständer.

Hobelmaschine der Zimmermann-Werke A.-G., Chemnitz.

Antrieb vom Deckenvorgelege *A*, Abb. 186, aus auf die Scheiben *B*, Abb. 188 u. 189, bzw. *C* für den Arbeitsgang und auf die Scheiben *D* für den Rücklauf, dann von Welle *E*, Abb. 188, über die Räder *Z*₁ bis *Z*₄ auf das Zwischenrad *Z*₅, welches in die Tischzahnstange eingreift. Die Umsteuerung geschieht durch den Stiefelknecht *F*, Abb. 187, der zur Beschleunigung der Umsteuerung mit einem Gewicht versehen ist. Der Umsteuerstiefelknecht betätigt durch die Stange *G*, Abb. 187 u. 188, die Räder *Z*₇, *Z*₈, Kegelradsegmente *Z*₉, *Z*₁₀ und das Stirnradsegment *Z*₁₁ den Steuerschieber *H*, welcher die Riemengabeln bewegt in der Weise, wie aus Abb. 80 Seite 1259 ersichtlich ist. Die Umsteuerung und das Stillsetzen kann auch von Hand mit Hilfe der Hebel *A*₁ und *A*₂, Abb. 187 u. 188, erfolgen. Neben dem Umsteuerstiefelknecht sitzt ein besonderer Schaltstiefelknecht *J*, Abb. 187 u. 189, der durch die gezahnte Stange *K*, Ritzel *Z*₁₂, Kegelräder *Z*₁₃, *Z*₁₄ die senkrechte Welle *L*, Abb. 187 u. 189, antreibt. Von dieser Welle werden die Schaltungen für die beiden Querbalkensupporte und den Ständersupport abgeleitet unter Vermittlung der verstellbaren Schaltösen *M* bzw. *N*. Zum Einrücken und Umsteuern der Vorschübe der Querbalkensupporte dienen die am rechten Querbalkenende angeordneten Hebel. Die Supporte können auch schnell verstellt werden, wenn durch den Fußtritt *O* die Welle *L* angehoben und dadurch unten entkuppelt und oben mit dem Schneckenrad *P*, Abb. 189, gekuppelt wird. Letzteres wird angetrieben durch die Riemenscheibe *Q*, Abb. 186 u. 187, die vom Deckenvorgelege *A* ihre Bewegung erhält. Der Querbalken wird ebenfalls durch die erwähnte Scheibe gehoben und gesenkt unter Vermittlung eines Stirnräderwendegetriebes, das sich im Kasten *R*, Abb. 187 u. 189, befindet und über die Welle *S* und die Kegelräderpaare *Z*₁₅, *Z*₁₆ die Spindeln *T* antreibt, die der Bewegung des Querbalkens dienen. Einleitung dieser Bewegung durch Handhebel *A*₃, Abb. 187 u. 189.

Einständerhobelmaschine für sperrige Werkstücke, die auf Freiseite überhängen, daher bequemes Auf- und Abspannen.

Stößelhobelmaschinen oder Shapingmaschinen für leichte Werkstücke. Kennzeichnung der Arbeitsweise: Werkzeug hat Hauptbewegung, Werkstück Rückvorschub. Äußere Kennzeichen: wagerechter Stößel mit Hobelsupport am Stößel; Stößelführung im oberen Kastenbett.

Arbeitstisch: Kreuzschlitten zum Hochstellen und Querschalten. Aufspannkasten mit Spannuten an 3 Seiten, vielfach drehbar zum Hobeln keilförmiger Stücke.

Stößelantrieb heute meist Kurbelschwinge im Kastenbett. Die Geschwindigkeitsverhältnisse der Kurbeltriebe sind auf S. 1255 u. f. bereits eingehend behandelt worden. Soll bei den verschiedenen Hülen die Arbeitsgeschwindigkeit gleich bleiben, so muß n geändert werden. Antrieb muß daher durch Stufenscheibe,

Abb. 186.

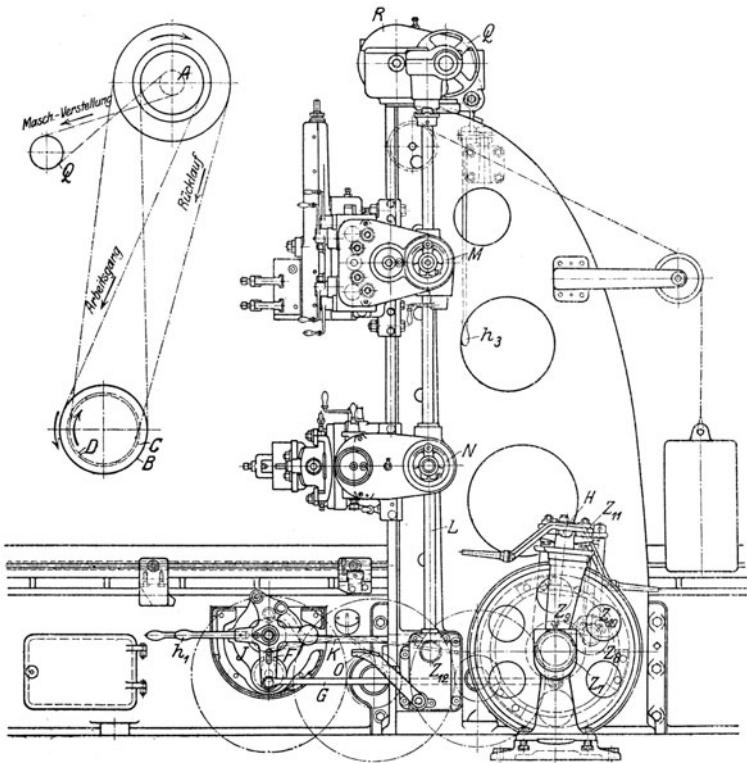


Abb. 187.

Stufenräder oder Regelmotor erfolgen. Hubänderung verlangt Verstellen des Kurbelzapfens und Verlegen des Riemens oder Verstellen der Stufenräder oder des Stufenmotors. Schnittgeschwindigkeit 5 bis 15 m/min, Vorschub 0,1 bis 2,5 mm. Zahnstangenantrieb bei Maschine mit größerem Hub bevorzugt, Hubverstellung verlangt nur Einstellen der Anschläge. Umsteuerung meist mit Doppelkegelkupplung nach Abb. 82, die durch den Stößel beim Umsteuern in den Hobelgang in die Hobelscheibe und beim Umsteuern in den Rücklauf in die Rücklaufscheibe eingerückt wird. Rückdruck wird durch Blattfedern aufgefangen.

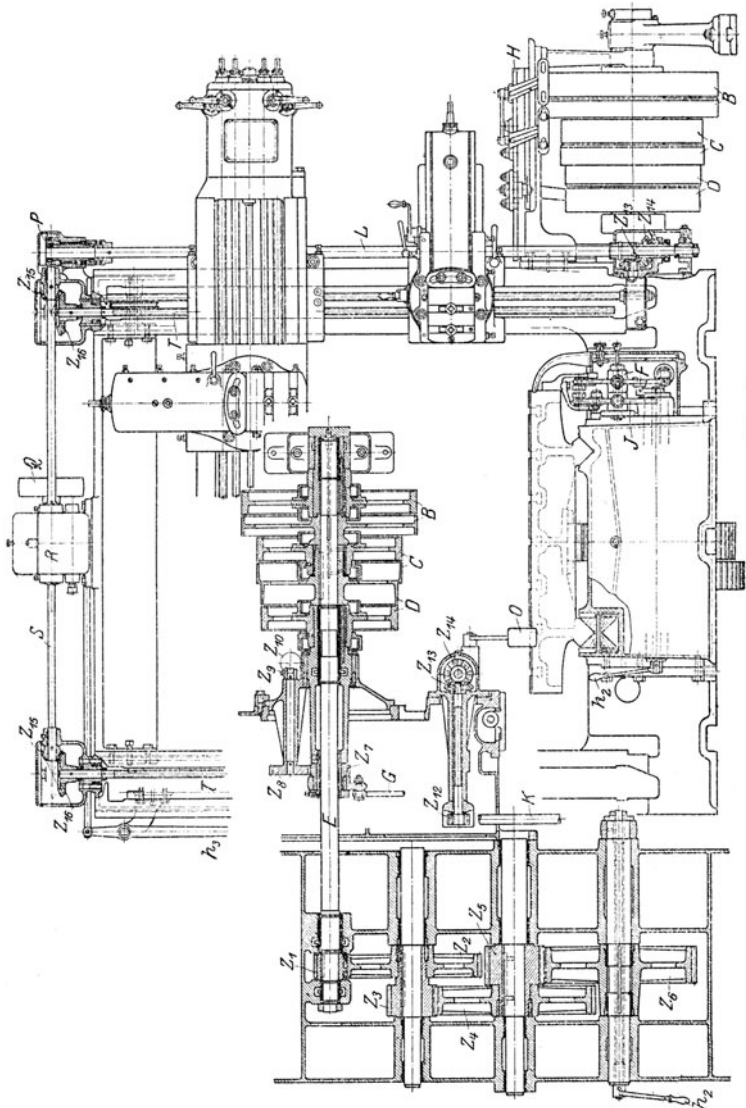


Abb. 189.

Abb. 188.

Stößelholmaschine der Wotan-Werke A.-G., Glauchau.

Aus Abb. 190 ist zu ersehen, daß der Stößelantrieb durch einfache Kurbelschwinge erfolgt. Antrieb des Kurbelzapfens durch Stufenscheibe, die über die Räder Z_1, Z_2 , Abb. 191, bzw. Z_3, Z_4 und Z_5, Z_6 den Zapfen antreibt. Hierbei Räderwechsel durch Hebel h_1 . Der Kurbelzapfen kann daher 8 verschiedene Drehzahlen erhalten. Diese sind so gewählt, daß beim größten Hub von 580 mm eine kleinste Arbeitsgeschwindigkeit von 6,7 m/min und beim kleinsten Hub von 125 mm eine größte Arbeitsgeschwindigkeit von 17,3 m/min gegeben werden kann. Verstellen

des Kurbelzapfens durch die mit Vierkant versehene Welle *A*, die über ein Kegelhäderpaar die Schraubenspindel *B* bewegt. Ableitung der Schaltung vom Kurbelzapfenrad Z_7 , auf dessen verlängerter Nabe das Rad Z_8 sitzt, welches die Hubscheibe C_4 antreibt. Diese bewegt ihrer

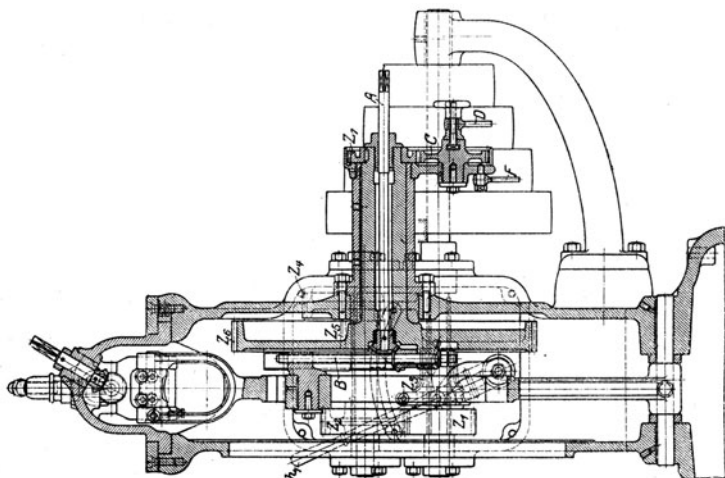


Abb. 191.

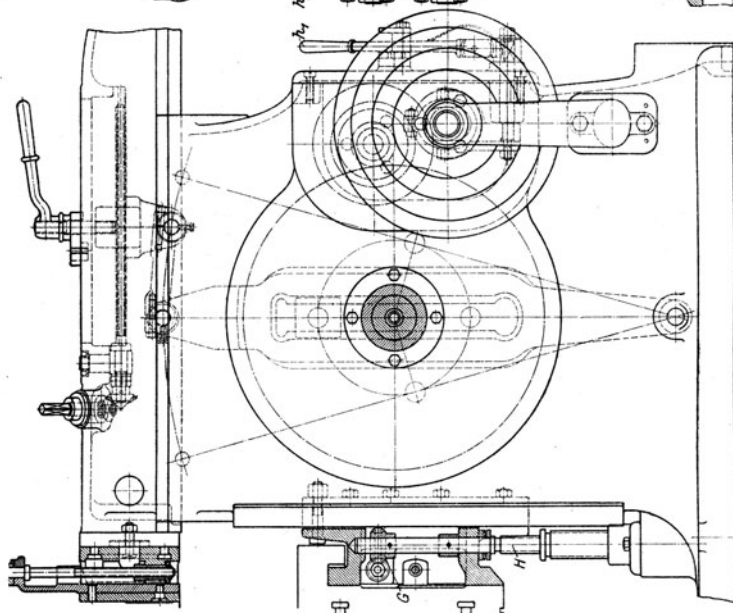


Abb. 190.

seits durch die Stange *D*, Abb. 192 u. 193, die Ratsche *E*, die nach Art der Abb. 98 S. 1262 gebaut ist. Durch die Stange *F* wird die Entfernung zwischen Hubscheibenlagerung und Ratsche gewahrt. Senkrechte Handverstellung des Aufspanntisches, der mit einer Abstützung versehen ist, mit Hilfe der Kurbel *K*, Abb. 193, welche über das Schneckengetriebe *G*, Abb. 190, die Teleskopspindel *H* dreht.

Stößelhobelmaschine für sperrige Werkstücke. Werkzeug hat Hauptbewegung und Vorschub. Äußere Kennzeichen: Stößel mit Bettschlitten

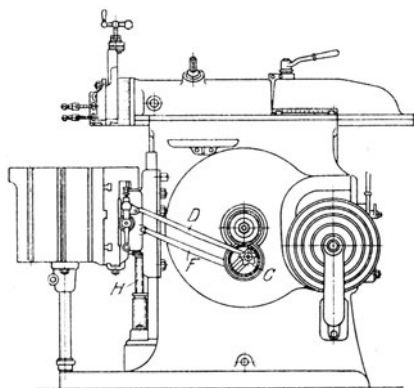


Abb. 192.

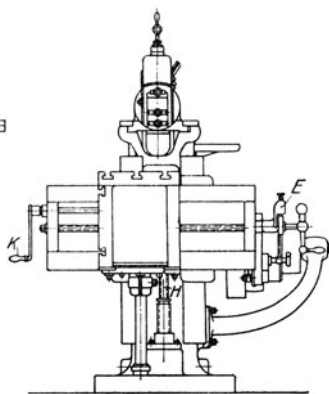


Abb. 193.

auf Kastenbett schaltbar. Stößelantrieb durch Umlaufschleife, Zahnstange oder Kurbelschwinge. Geschwindigkeitswechsel mit Stufenscheibe oder Stufenrädern bei schweren Maschinen auch regelbaren Umkehrmotor.

Sehr empfehlenswert sind für kleine Hobelstücke elektromagnetische Spannvorrichtungen.

Stoßmaschinen für leichte Werkstücke. Arbeitsweise: Werkzeug hat Hauptbewegung und Werkstück Vorschub. Äußere Kennzeichnung: senkrechter Stößel am Einständer-Hakenbett geführt. Arbeitstisch: Kreuzschlitten mit Drehtisch auf Bett geführt. Stößelantrieb bei kleinen Maschinen durch einfachen Kurbeltrieb, bei leichten Maschinen durch Kurbelschwinge oder zusammengesetzte Umlaufschleife, bei schweren Maschinen durch Schraubenspindel oder Zahnstange mit Umsteuerung durch Vulkankuppelung oder regelbaren Umkehrmotor.

Arbeitsgebiet: Hauptsächlich versteckte Innenflächen und Keilnuten, Zahnräderstoßen.

Stoßmaschinen für schwere Werkstücke: Arbeitsweise: Werkzeug hat Hauptbewegung und Vorschub. Äußere Kennzeichnung: senkrechter Stößel mit Querschlitten auf Querträger eines Zweiständer-Hakenbettes geführt. Arbeitstisch: Längsschlitten mit Drehtisch.

Keilnutenhobelmaschine, Abb. 194¹⁾, zeichnet sich gegenüber der Stoßmaschine durch ihre Kleinheit aus. Der Durchmesser des Werkstücks ist unbeschränkt, während er bei der Stoßmaschine von der Ausladung abhängig ist. Sodann ist auch die Arbeitsgeschwindigkeit größer. Durch ein Zahnstangengetriebe *A, B*, Abb. 194, wird ein Schlitten *C* bewegt, in dem die Messerstange *F* befestigt ist.

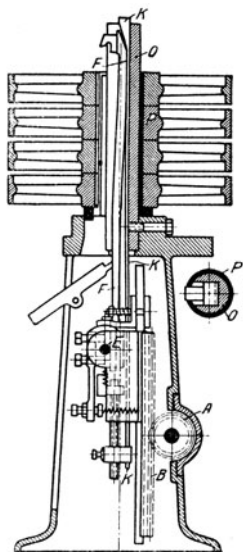


Abb. 194.

¹⁾ Entnommen aus Preger: Werkzeuge und Werkzeugmaschinen.

Zur Schaltung dient die Stange K , die bei jedem Hub gegenüber F etwas ver-
stellt wird. O ist die Führung für K und F , während P eine Aufspannbüchse
darstellt für Stücke gleicher Bohrung.

Keilnutenziehmaschine für massenweises Herstellen gleicher Keilnuten
unter Verwendung der Räumnadel. Die Nut wird in 1 oder 2 Durchzügen erzeugt.
Es können auch vierkantige, sechskantige oder sonstwie geformte Löcher auf
der Maschine hergestellt werden.

Maschinen zur Herstellung von Zahnrädern.

(1181) Grundsätzliches über die Erzeugung der Zahnflanken ist im Abschnitt
über Maschinenteile S. 334 bis 344, 357, 358, 361, 362, 367 bereits gebracht worden.
Zahnräder können auf der Universal-Fräsmaschine mit Hilfe des Teilkopfs
hergestellt werden und zwar Stirn- und Schraubenräder. Teilung von Hand,
Werkzeug: Scheibenfräser. Es gibt auch Zusatzapparate zu dieser Maschine, wo-
durch automatisches Teilen möglich ist, ebenso kann durch Zusatzapparate die
Verwendung des Wälzfräasers auf der Universal-Fräsmaschine ermöglicht werden,
wodurch dann auch Schneckenräder hergestellt werden können.

Teil-Räderfräsmaschine arbeitet selbsttätig. Kennzeichnung: Kasten-
bett, Frässlittens mit Scheibenfräser verschiebbar, Spindelstock an Ständer
senkrecht verstellbar, ebenso Setzstocklager, dazwischen Räderdorn, angetrieben
durch Teilrad, welches durch Wechselräder, nach jedem Hin- und Rückgang
des Frässlittens um den Betrag der Teilung gedreht wird. Rücklauf des Fräs-
schlittens beschleunigt.

Abwälz-Räderfräsmaschine. Auf dieser Maschine können außer Stirn-
und Schraubenräder auch Schneckenräder hergestellt werden, ebenso können be-
liebig korrigierte Räder erzeugt werden, ohne daß dazu besondere Fräser er-
forderlich sind. Sodann können unter Verwendung besonderer Vorrichtungen
Außen- und Innenverzahnungen mit Scheiben- und Fingerfräser erzeugt werden,
wobei die Teilung von Hand erfolgt. Die Flanken der Stirnräder werden ebenso
sauber wie die auf der Teil-Räderfräsmaschine hergestellten. Voraussetzung
ist allerdings ein einwandfreies Werkzeug. Aufspannung der Räder meist auf
Tisch mit senkrechtem Dorn. Tisch wagrecht verschiebbar zur Einstellung der
Zahntiefe. Frässlittens an Ständer senkrecht verschiebbar. Bei Stirn- und Schnecken-

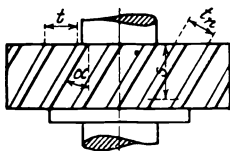


Abb. 195.

rädern: Tischumdrehungen: Fräserumdrehungen = $\frac{G}{Z}$, wobei G die Anzahl der

Fräsergänge und Z die Zähnezahl des zu erzeugenden Rades bedeutet. $G = 1$ für
Stirnräder. Auch für die Herstellung von Schraubenrädern verwendet man ein-

gängige Fräser. Aus Abb. 195 geht hervor $s = \frac{t_n}{\sin \alpha} = \frac{\text{Modul} \cdot \pi}{\sin \alpha}$, wobei man s

als Teilung in Richtung der Achse bezeichnen kann. Es muß das Rad außer der
Teilbewegung, die durch die Zähnezahl bestimmt wird, noch eine Zusatz-
bewegung ausführen, derart, daß diese Bewegung dividiert durch die Vorschub-
bewegung des Fräasers in Richtung der Achse gleich $\text{tg } \alpha$ ist. Ferner gilt hier:

Tischumdrehungen: Fräserumdrehungen = $\frac{n_v}{n_v \cdot Z + 1}$. Hierbei ist n_v die An-

zahl der Umdrehungen, die der Tisch macht, während der Fräser um den Weg s
vorgeschieben wird. $s = v \cdot n_v$ und v der Vorschub des Fräasers pro Tischumdre-

hung, daher $n_v = \frac{s}{v} = \frac{\text{Modul} \cdot \pi}{v \cdot \sin \alpha}$. Das $+$ -Zeichen in obiger Formel gilt, wenn

Rad und Fräser entgegengesetzten Gangsinn haben, das — Zeichen, wenn beide gleichen Gangsinn haben, z. B. beide rechtsgängig sind. Die Radzusatzbewegung wird bei der unten beschriebenen Maschine von H. Pfauter, Chemnitz,

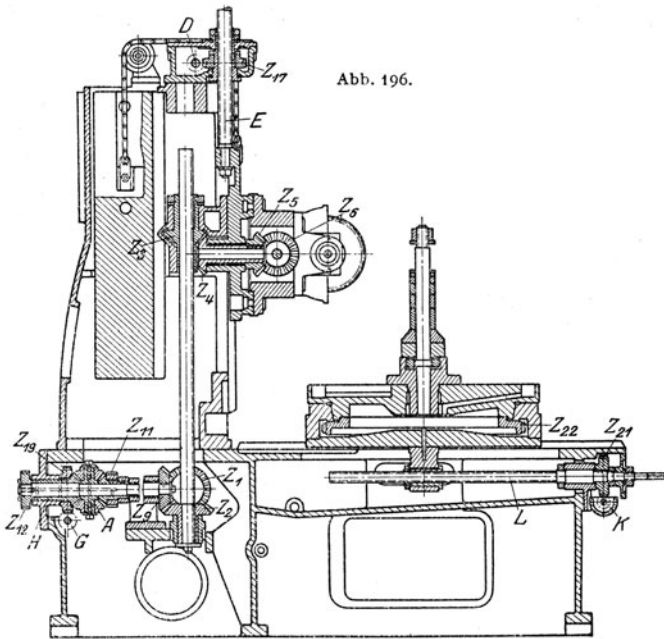


Abb. 196.

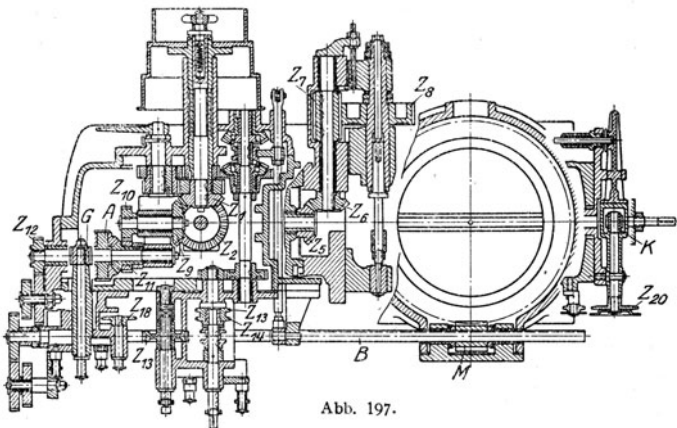


Abb. 197.

durch ein Differentialgetriebe erzielt. Es können aber Schraubenräder auch auf Maschinen ohne dieses Getriebe gefertigt werden. Die der Teilung dienenden Wechselräder müssen dann auch noch die Zusatzbewegung hervorbringen. Die

Berechnung der erforderlichen Wechselräder ist ziemlich umständlich. Soll der Vorschub geändert werden, so müssen auch wieder andere Teilwechselräder aufgesteckt werden. Wird die Zusatzbewegung aber durch ein Differentialgetriebe erreicht, so ist der Teilwechsel völlig unabhängig davon. Bei einer Änderung des Vorschubes ändert sich die damit zusammenhängende Zusatzbewegung proportional, so daß die Zahnschräge erhalten bleibt. Eine Maschine mit Differentialgetriebe muß als universaler bezeichnet werden, als eine ohne solches.

Abwälz-Räderfräsmaschine von H. Pfauter, Chemnitz.

Durch den Antrieb, Abb. 196 u. 197, können der Frässpindel über die Räder $Z_1, Z_2, Z_3, Z_4, Z_5, Z_6, Z_7, Z_8$ sechs verschiedene Drehzahlen in den Grenzen von 25 und 68 erteilt werden. Ableitung des Vorschubs und der Tischbewegung von Z_2 über Z_9, Z_{10} und Z_{11} auf das Dif-

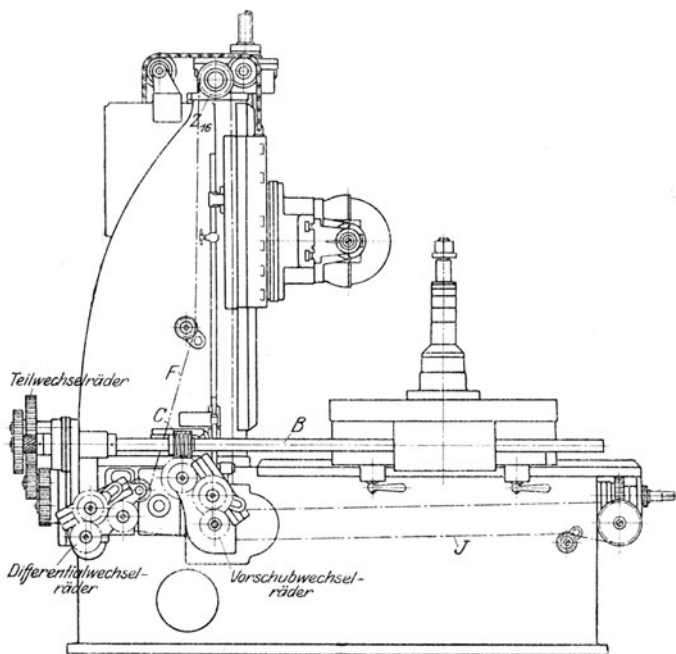


Abb. 198.

ferentialgetriebe A , sodann über Z_{12} auf die Teilwechselräder, Abb. 197 und 198 die die Schneckenwelle B antreiben. Weiterleitung für den Vorschub von der Schnecke C über das Schneckenrad Z_{13} und die Vorschubwechselräder, Abb. 197, auf die Kettenräder Z_{14} und Z_{15} , Abb. 197. Z_{14} treibt dann Z_{16} , Abb. 198, und dieses über Schnecke D , Schneckenrad Z_{17} , Abb. 196, die Spindel E , die den Vorschub des Frässlittens bewirkt. Von Z_4 wird durch die Kette F , die auf Z_{16} wirkt, auch das Kettenrad Z_{18} , Abb. 197, getrieben, welches die Differentialwechselräder beeinflusst. Diese wirken über die Schnecke G , Abb. 197, und das Schneckenrad Z_{19} , Abb. 196, auf das Differentialgetriebe, diesem die erforderliche Zusatzbewegung erteilend. Soll das Differentialgetriebe nicht arbeiten, so wird zunächst die exzentrisch gelagerte Schnecke G ausgeschwenkt und dann das Rad Z_{12} , welches zwei Kuppelzähne hat, herumgedreht. Diese Kuppelzähne greifen in entsprechende der Radbüchse ein, wodurch das Differentialgetriebe kurzgeschlossen wird. Das Kettenrad Z_{15} treibt durch die Kette J , Kettenrad Z_{21} , Fallschnecke K , Schneckenrad Z_{22} die Tischvorschubspindel L . Die Drehung des Tisches wird von der Welle B , der Schnecke M und dem Schneckenrad Z_{22} bewirkt. Der Tisch wird bei den größeren Maschinen hydraulisch entlastet (D. R. P.). Wenn auf den Maschinen Schneckenräder nach dem Tangentialverfahren mit zugespitztem Schneckenfräser oder mit dem Schlagzahn erzeugt werden sollen, so ist eine besondere Quervorschubeinrichtung erforderlich. Hierdurch wird

dem Fräser eine Bewegung in seiner Längsrichtung erteilt und zwar durch die entsprechend verlängerte Kette *F*. Bei diesem Verfahren muß das Differentialgetriebe eingerückt sein, da der Tisch eine der Längsbewegung des Fräasers entsprechende Zusatzbewegung ausführen muß.

Zahnradstoßmaschinen arbeiten nach dem Wälzverfahren mit einem Kammstahl, der einen oder mehrere trapezförmige Zähne hat, oder mit einem Stoßrad (S. 343). Die mit dem Stoßrad arbeitenden Maschinen, wie sie von Max Röber, Chemnitz, gebaut werden, liefern sehr genaue¹⁾ Verzahnungen.

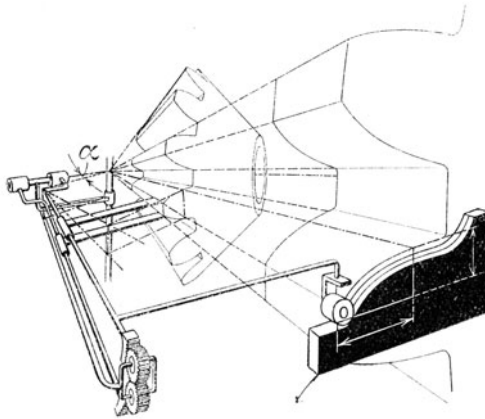


Abb. 199.

Kegelräderhobelmaschinen arbeiten unter Verwendung einer Schablone (S. 361) oder nach dem Wälzverfahren. Die Kegelräder-Hobelautomaten der Zimmermannwerke, Chemnitz, arbeiten mit 2 Stählen. Die Bewegung der Kopierrolle überträgt sich auf den oberen Stahl; der untere bewegt sich spiegelbildlich

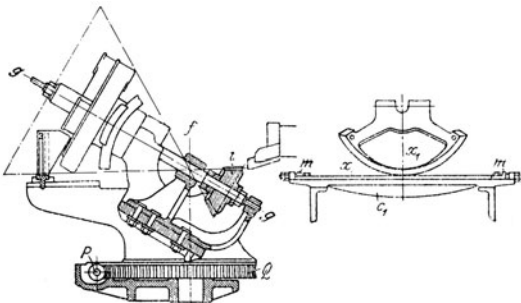


Abb. 200.

zum oberen, mit dem er durch Zahnräder und Segmente verbunden ist, Abb. 199. Die Teilung erfolgt nach beendetem Schnitt selbsttätig. Die mit Schablone arbeitenden Maschinen sind zwar leistungsfähiger als die nach dem Bilgram-Wälzverfahren arbeitenden, doch liefern die letzteren genauere Verzahnungen. In Ergänzung des über das letztere Verfahren auf S. 361 Gebrachten sei an Hand von Abb. 200 noch folgendes bemerkt¹⁾:

¹⁾ Nach J. E. Reinecker, Chemnitz.

Die durch $f-f$ gehende Räderachse $g-g$ mit dem Kegelrad i wird um die Achse $f-f$ geschwenkt durch Drehung des Schneckenrades Q . Mit dieser Schwenkung ist durch die Wirkung des Rollbogens X_1 und der Stahlbänder X eine Drehung des Kegelrades i um die eigene Achse $g-g$ verbunden. Beide Bewegungen zusammen ergeben für das zu erzeugende Kegelrad eine Bewegung derart, daß sich letzteres an einem Planrad abrollt, von dem jeweilig eine Zahnflanke durch den Hobelstahl gebildet wird. Je nach der Neigung der Schneidkante entsteht hierbei eine nach bestimmtem Neigungswinkel gekrümmte Evolventen-

form der Zahnflanke. Der Rollbogen ist ein Abschnitt einer Kegelfläche, und da sich die Ablaufstelle des Bandes an der horizontalen Ebene befindet, so kann sich das aufgewickelte Bandteil an die Kegelfläche frei anschmiegen, ohne Seitendrucke zu veranlassen. Zur Maschine gehören eine Anzahl Rollbügel, die um je 2^0 bis 3^0 abgestuft sind.

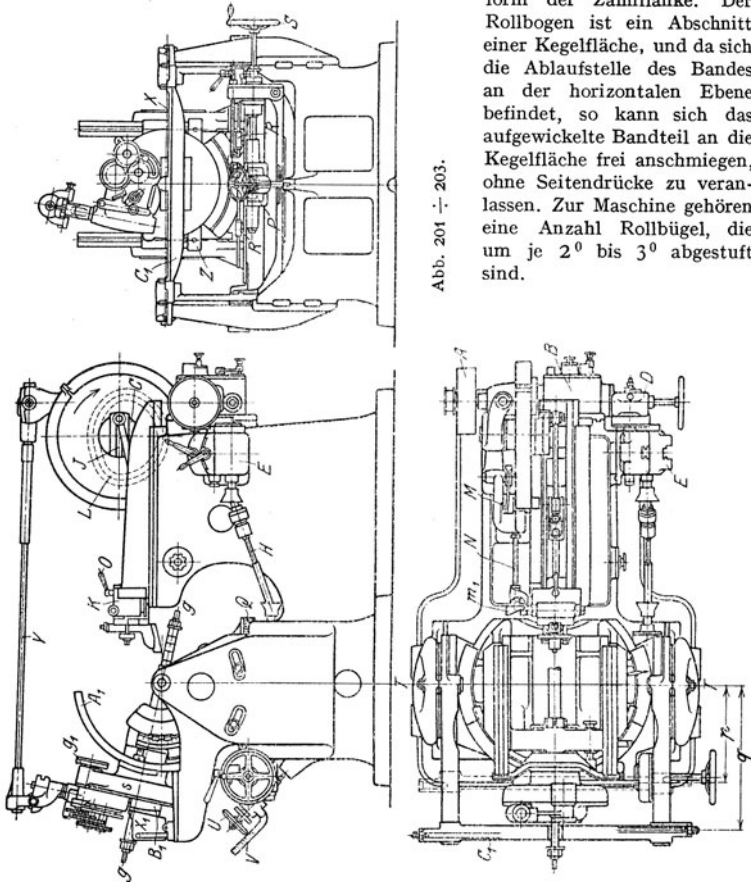


Abb. 201 · 1/203.

Automatische Kegelrad-Hobelmaschine von J. E. Reinecker, Chemnitz.

Die Riemenscheibe A , Abb. 201, treibt auf ein im Räderkasten B eingebautes Schieberädergetriebe für 6 verschiedene Drehzahlen, welches so gebaut ist wie das auf S. 1244, Abb. 49 dargestellte. Von hier wird die Hubscheibe C angetrieben, die Vorschub- und Wälzbewegung über das Wendegetriebe D und den Vorschubrädern E auf die Gelenkwelle H abgeleitet; ebenso die automatische Weiterleitung des zu hobelnden Rades auf die Gelenkwelle Y . Die Stoßbewegung kann in ihrer Hubgröße durch Verstellen der Hubstange J je nach zu hobelnder Zahnbreite eingestellt werden. Die Hubstange läßt sich am Stoßel in der Längsrichtung verschieben,

je nach dem Durchmesser des Werkstücks. Während des Stößelrückganges wird der Stahlhalter K von der im großen Antriebsrad sitzenden Kurvennut L aus, durch Hebel M , Hubgestänge N und Exzenter m , aus der Zahnücke herausgehoben. Der Stahlhalter läßt sich außerdem in ausgehobener Stellung durch Handgriff O halten. Die Gelenkwelle H erhält vom Vorschubrädern 12 verschiedene Drehzahlen pro 1 Stößelhub. Von dieser Gelenkwelle aus wird durch Schnecke P und Schneckenrad Q der ganze Aufspannapparat mit dem Teilkopf langsam ununterbrochen während des Hobelns um die senkrechte Achse geschwenkt. Durch einstellbare An-

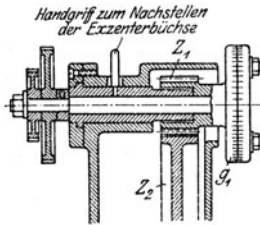


Abb. 204.

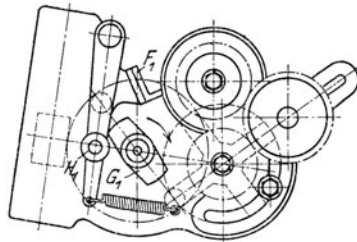


Abb. 205.

schläge R läßt sich die Schwenkbewegung selbsttätig ausrücken. Im ausgerückten Zustand kann die Schwenkbewegung auch durch Handstellung vom Handrad S aus geschehen. Der ganze Aufspannapparat ist fernerhin noch um die horizontale Achse $T - T$ vom Handrad U nach Gradskala V schwenkbar für die Einstellung des Zahnfußwinkels. Auf dem Aufspannapparat ist der Teilkopf um die Achse $T - T$ durch Ratsche, Schnecke und Schneckenkranz verstellbar, um die Achse $g - g$ in den geforderten Teilkegelwinkel zu bringen. Im Teilkopf ist die Teilspindel gelagert mit dem auswechselbaren Aufspanndorn für das Werkstück. Zwei Führungslager dienen zur Unterstützung des Aufspanndorns hinter und vor dem Werkstück. In die Teilspindel werden

2 Bewegungen eingeleitet, einmal in zwangsläufigen Zusammenhang mit der Schwenkbewegung eine Verdrehung des ganzen oberen Gehäuses g mit der Teilspindel durch den am Stahlband X ablaufenden Rollkegel X_1 zur Erzeugung der Evolvente, und als zweite den durch Gelenkwelle Y eingeleitete Weiterleitung der Teilspindel nach jedem Stößelhub. Die größeren Rollkegel werden an der Traverse Z , die von den Segmenten A_1 getragen ist, befestigt. Die kleineren Rollkegel sitzen am Rollbogenschieber B_1 , der ebenfalls einstellbar ist. Je nach Verwendung kleiner oder großer Rollkegel sitzt die das Stahlband haltende Traverse in C_1 in Stellung p oder q . Für die Weiterleitung nach jedem Stößelhub treibt die Gelenkwelle Y durch Schnecke und Schneckenrad auf eine periodisch laufende Kreuznutscheibe (Malteserkreuz) und durch Wechselradübersetzung über Rad Z_1 , das auf der Teilspindel sitzende Rad Z_2 , Abb. 204. Zur Arretierung nach jeder Teilung dient Sperrklinke F_1 . Zur Beseitigung von Spiel in den Zähnen ist das Stirnradgetriebe Z_1, Z_2 durch Verdrehen einer exzentrischen Büchse

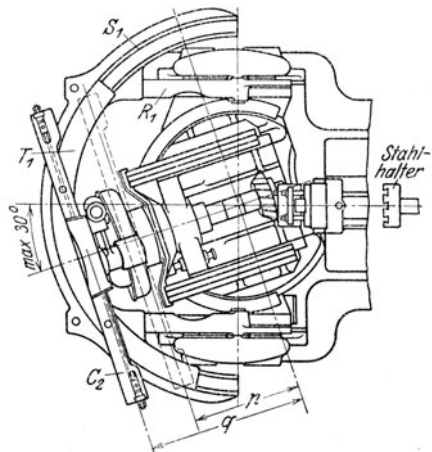


Abb. 206.

nachstellbar. Das Stirnradgetriebe ist lösbar gekuppelt mit den Wechselrädern, damit von letzteren unabhängig das Teilrad zum Übergang vom rechten zum linken Seitenschnitt nach Skala, wozu Teilstückscheibe g_1 dient, verdreht werden kann. Auf der Maschine können auch Kegelräder mit Spiralzähnen unter Verwendung einer durch D. R. P. geschützten Einrichtung gehobelt werden. Es wird die für gerade Zähne gültige Rolltraverse C_1 abgenommen und auf den Auflagen R_1 , Abb. 206, das Bogensegment S_1 aufgeschraubt. In demselben ist einstellbar der Bogenschieber T_1 angeordnet, auf welchen die die Rollbandtraverse C_2 im Abstand p oder q befestigt wird. Der Winkel ist nach Skala und Nonius einstellbar.

Maschinen für das Gewindeschneiden.

(1182) Gewöhnliche Drehbank. Bolzen zwischen Spitzen gespannt, Gewindestahl in den Werkzeugschlitten. Vorschub bei jeder Umdrehung gleich Gewindesteigung. Antrieb der Leitspindel mit Wendeherz für Rechts- und Linksgewinde und Wechselrädern für die verschiedenen Steigungen des Gewindes.

Übersetzung der Wechselräder:

$$\frac{\text{treibende Räder}}{\text{getriebene Räder}} = \frac{\text{Gewindesteigung}}{\text{Leitspindelsteigung}} = \frac{\text{Gewindegangzahl auf 1''}}{\text{Leitspindelgangzahl auf 1''}}$$

1. Beispiel. Gewinde $\frac{3}{8}$ '' Steigung, Leitspindel 12 mm:

α) mit 127er Rad:

$$\begin{aligned} \text{treibende Räder} &= 3 \cdot 25,4 = 76,2 \\ \text{getriebene Räder} &= 8 \cdot 12 = 96 \end{aligned} \quad \frac{76,2}{96} = \frac{21 \cdot 127}{56 \cdot 60}$$

treibende Räder 21 und 127 Zähne,
getriebene Räder 56 „ 60 „ „

β) ohne 127er Rad:

$$\begin{aligned} \text{treibende Räder} &= 3 \cdot 25,4 = 76,2 \\ \text{getriebene Räder} &= 8 \cdot 12 = 96 \end{aligned} \quad \frac{76,2}{96} = \frac{11 \cdot 15}{8 \cdot 26} = \frac{33 \cdot 30}{24 \cdot 52}$$

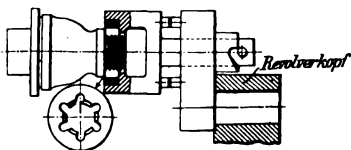
treibende Räder 33 und 30 Zähne,
getriebene „ 24 „ 52 „ „

2. Beispiel. Gewinde $\frac{1}{5}$ '' Steigung, Leitspindel 2 Gänge:

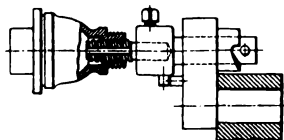
$$\begin{aligned} \text{treibende Räder} &= 2 = 20 \\ \text{getriebene Räder} &= 5 = 50 \end{aligned} \quad \frac{20}{50}$$

treibendes Rad 20 Zähne,
getriebenes „ 50 „ „

Gewinde wird mit mehreren Schnitten geschnitten (Spantiefe etwa 0,1 mm). Einrücken des Stahles geschieht am besten nach Gewindeuhr, die Steigung am schnellsten mit Ziehkeil- oder Norton-Getriebe eingestellt.



Selbsttätige Gewindedrehbank macht alle Schnitte bis zur vollen Gewindetiefe selbsttätig; sie kann nebenbei bedient werden und ist daher für Massenarbeiten geeignet.



Schraubenschneidmaschinen liefern mit einem Schnitt fertiges Gewinde, genaueres Gewinde erfordert noch einen Schlichtgang. Werkzeug für Bolzengewinde ist Schneidkluppe mit sich selbst öffnendem, kreisendem Schneidkopf. Bolzen in Spannstock mit Vorschub durch Leitspindel. Werkzeug für Muttergewinde ist Gewindebohrer.

Abb. 207.

Revolverbank und Automat. Kurze, dünne Gewinde mit Gewindeschneidkopf im Revolverkopf, Abb. 207, Muttergewinde mit Gewindebohrer, Abb. 207.

Kurze Gewinde auch mit Leitapparat. Vorschub durch Patrone von gleicher Steigung.

Gewindewalzmaschinen haben zwei Gewindebacken mit Rillen, Abb. 208, unter Steigungswinkel stehend. Bolzen G wird vom beweglichen Backen B_1 ,

unter Druck über B_2 gerollt. Dabei wälzt sich das Material in die Rillen auf. Bolzendurchmesser = mittlerem Gewindedurchmesser, Abb. 209.

Maschine macht bis 75 Hübe in der Minute.

Gewindefräsmaschine bereits unter Fräsmaschinen erwähnt.

Kurze Gewinde werden in Geschosse und auf Gewehrläufe mit Rillenfäser, d. i. runder Gewindestrehler, geschnitten. Der schnelllaufende Rillenfäser macht bei einer Umdrehung des Werkstückes einen Vorschub von der Steigung des Gewindes, Abb. 210.

Bohrmaschinen: Gewindebohrer in Spannfutter gespannt.



Abb. 208.

Sägen.

(1183) Sägen verwendet man zum Absägen der verlorenen Köpfe an Gußstücken, zum Ausschneiden von Schmiedestücken und zum Zerteilen von Walzeisen. Werkzeug: verzahnte Kreisscheibe oder Sägeband. Schnellstahlzähne werden in die Sägescheibe eingesetzt. Abb. 211 zeigt ein solches Sägeblatt, Patent Wagner.

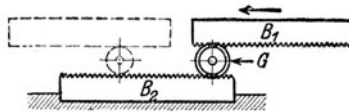


Abb. 209.

Kreissägen erteilen dem Sägeblatt die kreisende Hauptbewegung, der Vorschub wird entweder durch einen Schlitten (Schlittersägen) oder durch das Gewicht des Sägearms (Arm- oder Hebelsäge) erzeugt. Wegen der ungleichen Querschnitte muß sich der Vorschub selbst regeln, damit die Säge nicht überlastet wird. Abb. 212 und 213 zeigen den Schlitten einer Säge für rechtwinklige Abschnitte, die von der Firma G. Wagner, Reutlingen, gebaut wird. Das Sägeblatt hat einen Zweischneckenantrieb D. R. P., bei dem der Schnekendruck durch zwei gegenläufige Schnecken in Nutzarbeit umgesetzt wird. Hierbei kann das Schneckenrad, welches auf der Sägeblattachse sitzt, verhältnismäßig klein gemacht und der Werkstücksdurchmesser entsprechend groß genommen werden. Die Maschinen werden für 1, 2 und auch 4 verschiedene Drehzahlen des Sägeblattes gebaut. Letztere Anordnung zeigt Abb. 214. Die Drehzahlenänderung geschieht mit Hilfe eines Schieberädergetriebes. Bei den Sägen, die für Gehrungsschnitte bestimmt sind, sitzt der Sägekopf am Ende eines Schlittens, der einen Querschnitt hat, wie ihn Abb. 114 S. 1267 zeigt. Der Sägekopf und somit das Sägeblatt kann in einem beliebigen Winkel eingestellt werden.

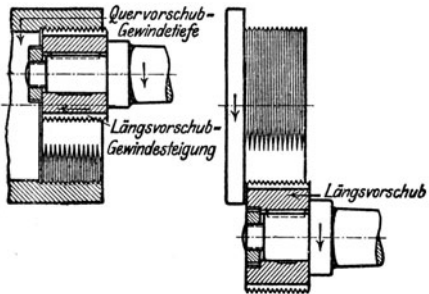


Abb. 210.

Die Drehzahlenänderung geschieht mit Hilfe eines Schieberädergetriebes. Bei den Sägen, die für Gehrungsschnitte bestimmt sind, sitzt der Sägekopf am Ende eines Schlittens, der einen Querschnitt hat, wie ihn Abb. 114 S. 1267 zeigt. Der Sägekopf und somit das Sägeblatt kann in einem beliebigen Winkel eingestellt werden.

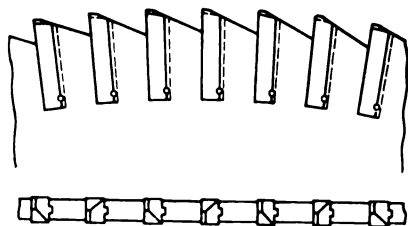


Abb. 211.

Bei den Sägen, die für Gehrungsschnitte bestimmt sind, sitzt der Sägekopf am Ende eines Schlittens, der einen Querschnitt hat, wie ihn Abb. 114 S. 1267 zeigt. Der Sägekopf und somit das Sägeblatt kann in einem beliebigen Winkel eingestellt werden.

Heißeisensägen benutzt man zum Durchschneiden von Schienen, Trägern und Profileisen in warmem Zustand, werden gebaut als Pendelsägen, bei denen das Sägeblatt in einem Rahmen pendelnd aufgehängt ist oder als Schlittensägen. Antrieb heute meist durch Elektromotor.

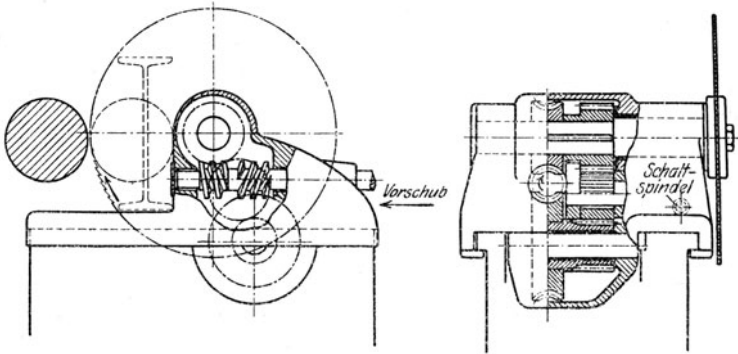


Abb. 212.

Abb. 213.

Bandsägen haben ein endloses Sägeband, das über zwei Rollen läuft. Antrieb an der unteren Rolle, obere Rolle zum Anspannen und Ausrichten des Sägebandes. Führung des Sägebandes seitlich und im Rücken durch Rollen, Tisch als Auflage für das Werkstück, vielfach mit selbsttätigem Vorschub.

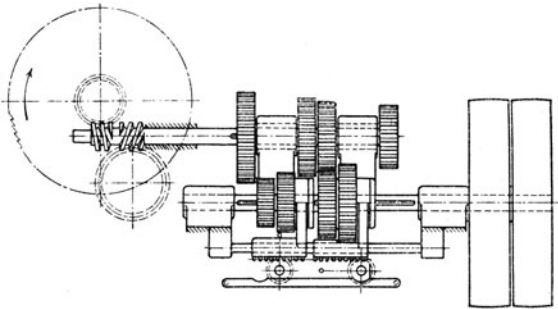


Abb. 214.

Hubsägen haben das Sägeband in einem Gatter, das durch Kurbel angetrieben wird und durch Gewicht die Schnitttiefe erzeugt.

Metalltrennmaschinen, wie sie von den Mars-Werken in Nürnberg gebaut werden, arbeiten mit einer zahnlosen Trennscheibe, die mit hoher Umfangsgeschwindigkeit läuft. Die Trenndauer ist bei diesen Maschinen eine sehr kurze, so wird z. B. ein T-Eisen N. P. 45 in 55 sek durchgeschnitten. Der Energieaufwand ist aber größer als bei den Kaltsägen.

Blecbearbeitungsmaschinen.

(1184) Blechrichtmaschinen und Blechbiegemaschinen werden meist mit Walzen ausgeführt. Nach Bestimmung der Drücke werden die Walzen mit einem $k_b \leq 900 \text{ kg/cm}^2$ auf Biegezugfestigkeit berechnet. Sodann ist noch eine Nach-

rechnung auf Durchbiegung vorzunehmen. Diese sei kleiner als $\frac{1}{1500}$ der freitragenden Länge. Sind die Walzen nach Art des Kragträgers, Abb. 215, abgestützt, wie es z. B. bei den Kielplattenbiegemaschinen ist, so sei $c = 0,223 l$:

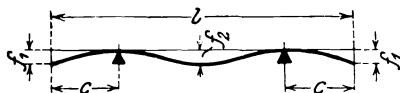


Abb. 215.

dann ist die Durchbiegung an den Enden f_1 gleich der in der Mitte f_2 und ist dann am kleinsten¹⁾.

$$f_1 = \frac{P}{JE} \cdot \frac{c}{24} \left[\frac{c^3}{l} - \frac{1}{2} l^2 + 6 \left(\frac{l}{2} - c \right)^2 \right].$$

Hierbei ist $P = q \cdot l$ die Gesamtbelastung der Walze.

Richtmaschinen haben 3 bis 4 Unterwalzen und 2 bis 3 Oberwalzen, die nach jedem Durchgang des Blockes tiefer gestellt werden. Wenn Antrieb durch Riemen, Riemenwendegetriebe oder Stirnräderwendegetriebe mit Reibungskupplung. Bei elektrischem Einzelantrieb Wendemotor. Bei Maschinen für dünne Bleche werden nicht nur die Unterwalzen, sondern auch die Oberwalzen durch Gelenkwellen angetrieben.

Blechrichtmaschine der Maschinenfabrik Schieß, Düsseldorf.

Diese Maschine, Abb. 216 bis 218, ist bestimmt für Bleche von 2 m Breite und 25 mm Stärke. Der Antrieb erfolgt durch einen 30-PS-Umkehrmotor, der über verschiedene Räderübersetzungen und die in einem am linken Ständer angegossenen Kasten sich befindenden Kammwalzen die Unterwalzen antreibt. Die Oberwalzen sind in Schlitten gelagert, die durch einen besonderen 6-PS-Motor unter Vermittlung von Räder- und Schneckengetrieben und 4 Schraubenspindeln verschoben werden. In diesem Antrieb ist eine Rutschkupplung und ein Abscherstift zur Sicherung gegen Überlastung eingebaut. Die Oberwalzen können auch von Hand angestellt werden, außerdem jede der beiden äußeren Walzen für sich. Die sowohl für die Ober- als auch die Unterwalzen vorgesehenen Unterstützungsrollen sind derart angeordnet, daß auch ein seitliches Ausweichen der Walzen verhindert wird. Außerdem sind diese Rollen gegen die Walzen durch Keile einstellbar, Abb. 218, so daß die Durchbiegung der Walzen auch bei den stärksten Drücken aufgehoben wird.

Alle Bedienungsriffe und die Steuerapparate für die Motoren sind vorn an der Maschine angeordnet (Abb. 218), wo sich auch ein Blechstärkenzeiger befindet.

Dreiwalzen-Blechbiegemaschinen haben 2 Unterwalzen und 1 verstellbare Oberwalze. Die Unterwalzen werden angetrieben in der Weise wie bereits bei den Richtmaschinen erwähnt. Soll die Maschine zur Herstellung von Rohren aus einem Stück dienen, so muß die Oberwalze aufklappbar sein, damit das fertige Rohr abgezogen werden kann. Bei dieser Art von Maschinen können wohl für die Unterwalzen Stützrollen angeordnet werden, nicht aber für die Oberwalze. Für Bleche von großer Breite und Stärke erhält auch die Oberwalze Stützrollen. Ein Rohr aus einem Stück kann dann allerdings auf der Maschine nicht mehr hergestellt werden. Derartige Dreiwalzen-Biegemaschinen werden hauptsächlich im Schiffbau verwendet.

Dreiwalzen-Blechbiegemaschine der Maschinenfabrik Schiess, Düsseldorf.

Diese sehr große Maschine, die in den Abb. 219 und 220 dargestellt ist, biegt Bleche von 9 m Breite und 50 mm Stärke und hat einen Hauptantriebsmotor von über 100 PS. Dieser treibt über einige Übersetzungen die Kammwalzen für die Unterwalzen an. Diese Kammwalzen sind in dem Kasten unter dem Motor angeordnet. Die bei älteren Konstruktionen üblichen großen Antriebsräder für die Unterwalzen und die dadurch notwendige unter der Maschine liegende starke Welle sind vermieden. Der ganze Antrieb liegt über Flur. Die beiden Stützrollenbügel sind gelenkig mit den Ständern verbunden. Die letzteren werden daher nur

¹⁾ Der praktische Maschinenkonstrukteur 1922, Heft 34.

auf Zug beansprucht. Der obere Bügel kann schräg gestellt werden zum Biegen konischer Schüsse. Anstellung der Oberwalze erfolgt durch 2 Motoren, die oben auf der Steuerbühne angeordnet sind.

Die auf den Dreiwalzen-Biegemaschinen gebogenen Bleche weisen den Übelstand auf, daß sie an den beiden Enden ein gerades Stück haben, dessen Breite etwa der halben Mittenentfernung der Unterwalzen entspricht. Wesentlich bessere Ergebnisse lassen sich auf der Vierwalzen-Biegemaschine

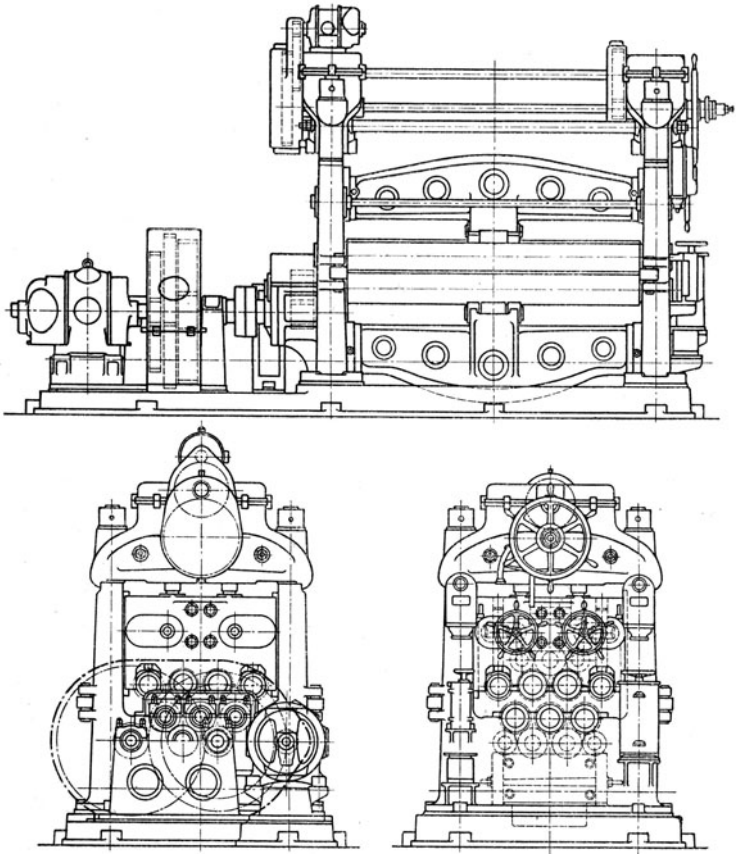


Abb. 216 ÷ 218.

erzielen, da hierbei die Walzen einander näher gebracht werden können. Bei diesen Maschinen wird häufig nur die Oberwalze angetrieben und die Seitenwalzen werden verstellt.

Ganz vermieden wird der erwähnte Übelstand bei den Biegepressen, die mit Hilfe von Backen das Blech stückweise biegen. Derartige Pressen werden zur Herstellung starkwandiger Kessel verwendet. Antrieb früher hydraulisch, heute auch elektrisch¹⁾.

¹⁾ Schiess-Nachrichten 1921/22, Heft 3.

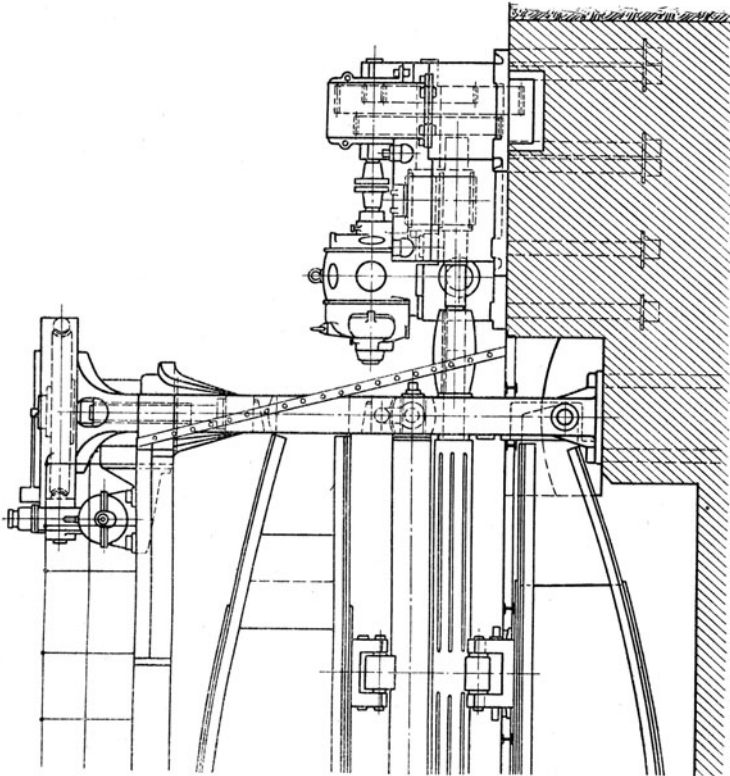


Abb. 220.

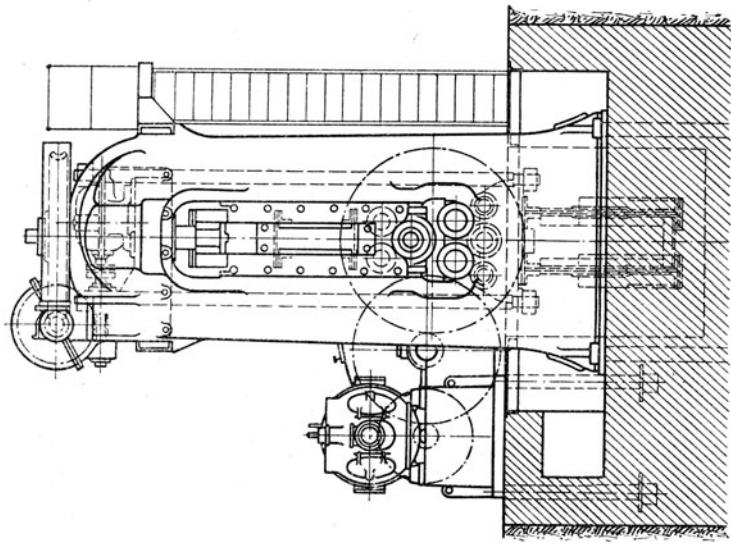


Abb. 219.

Scheren haben die Bleche zu beschneiden. Hierzu festes Scherblatt und bewegliches Scherblatt mit Exzenter- oder Hebelantrieb oder Wasserdruck; bewegliches Blatt meist geneigt zur Verringerung des Scherdruckes. Steinausrückung am Stößel oder Klauenkuppelung an der Exzenterwelle.

Lochmaschinen mit Stempel und Matrize. Stempel am Schlitten mit Exzenter- oder Hebelantrieb, Matrize als Auflage für das Blech. Maschine zum Stillsetzen vielfach mit Fußtritt ausgerüstet. Meist Schere und Lochmaschine in einem Gestell, an der einen Seite Schere, an der anderen Lochmaschine, in der Mitte noch Formeisenschere.

Berechnung des Ständers einer Schere oder Lochmaschine auf Zug und Biegung, wobei $\sigma_r = \sigma_z + \sigma_b \leq 300 \text{ kg/cm}^2$ für Gußeisen und $\sigma_r \leq 650 \text{ kg/cm}^2$ für Stahlguß. Zur Berechnung des Schwungrades ist zunächst die Bestimmung

der Schnittarbeit A erforderlich (S. 1230). Dann $A = \frac{1}{2} J (\omega_1^2 - \omega_2^2)$. Hierbei

ist J das Trägheitsmoment des Schwungrades, w , seine Winkelgeschwindigkeit, $\omega_2 = 0,9 \div 0,85 \omega_1$, wobei also eine Geschwindigkeitsverminderung von $10 \div 15\%$ angenommen wird. Ferner ist angenommen, daß die ganze Arbeit vom Schwungrad geleistet wird, während eigentlich nur die Überschußarbeit im

Augenblick des Durchschneidens gefordert wird. $J = \frac{1}{2} m (R^2 + r^2)$, wobei m die Masse des Schwungrades, R sein äußerer Radius, r sein innerer Radius ist. Schließlich sei für ein Schwungrad aus Gußeisen die Umfangsgeschwindigkeit $\leq 30 \text{ m/sek}$.

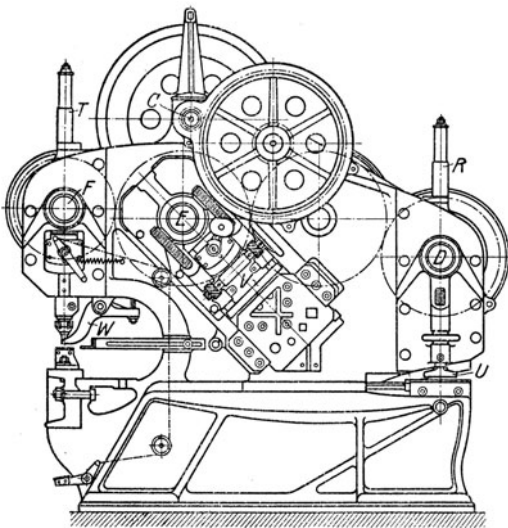


Abb. 221.

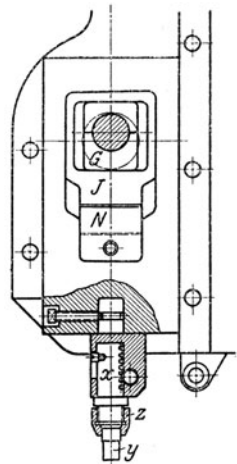


Abb. 222.

Schere vereinigt mit Lochmaschine und Formeisenschere von H. u. A. Escher A.-G., Chemnitz.

Die durch Riemen oder Motor angetriebene Schwungradwelle C (Abb. 221) bewegt über drei Räderübersetzungen und ein Zwischenrad die Exzenterwellen D , E und F . Die Kurbelzapfen dieser Wellen werden umschlossen von Steinen, die sich in Rahmen senkrecht zur Schnittrichtung bewegen können. Für die Lochseite Stein G (Abb. 222) und Rahmen J , für die Schere Stein K (Abb. 224) und Rahmen L . Die Rahmen übertragen sodann die Schnittbewegung

über die Ausrücksteine — *M* in Abb. 224 und *N* in Abb. 222 — auf die Stößel. Die Ein- bzw. Ausrückung geschieht durch steilgängige Spindeln, die bei der Schere und Formeischere von Hand gedreht werden. Für die Schere Spindel *O* (Abb. 224) und Handgriff *P* (Abb. 223 und 224). Sicherung der beiden Stellungen durch das Gewicht *Q*. Aus Abb. 221 ist Ausrückung der Formeischere zu ersehen. Zurückholung der Stößel, wenn ausgerückt, erfolgt durch Schraubenfedern, die für Schere und Lochmaschine in Gehäusen *R* und *T* (Abb. 221) untergebracht sind. Für alle 3 Werkzeuge sind verstellbare Niederhalter, die das Aufkanten der Werkstücke verhüten, vorgesehen *U*, *V*, *W* in Abb. 221 und 224. Während die Lochseite in Abb. 221 mit der bekannten Art der Ein- und Ausrückung durch Handgriff und Fußtritt versehen ist, zeigen die Abb. 225 bis 233, die neue durch DRP. geschützte Einrichtung. Durch Handgriff oder Zugseil wird der Hebel *e* bewegt, der unter Vermittlung der Lasche *l* den doppelarmigen Hebel *h* dreht. Hebel *e* und Lasche *l* können entkuppelt werden durch Zurückziehen des Federstiftes *S*, der dann um 90° gedreht wird. Führung bleibt erhalten durch Bolzen *b*,

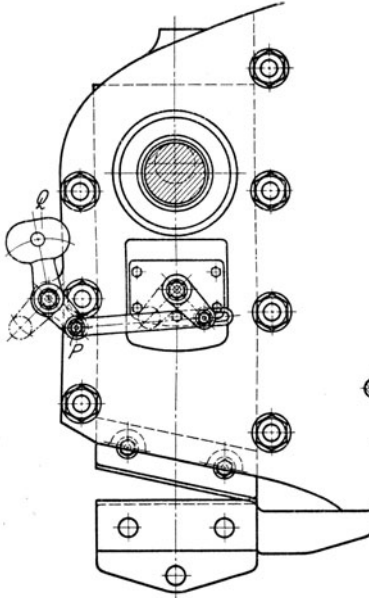


Abb. 223.

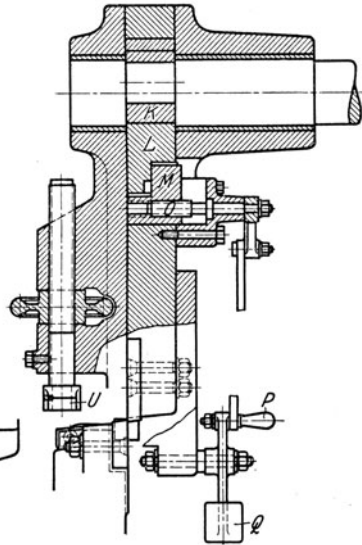


Abb. 224.

der im Schlitz von *l* spielen kann. Hebel *h* hat ein Schlitzauge, in das ein Bolzen der Zahnstange *z* eintritt, die demnach senkrecht bewegt wird. Die Zahnstange greift in das Ritzel *r* ein, dessen Nabe einen Ausschnitt *B* hat. In diesen Ausschnitt tritt der Zahn *n* des Hebels *H* ein, der an der anderen Seite einen gleichen Zahn hat, der in den Ausschnitt *A* der Muffe *m* eingreift. Diese sitzt fest auf der steilgängigen Spindel *s*, die den Stein *N* verschiebt. Am Bolzen des Hebels *H* greift die Feder *f* an, durch die die eigentliche Ein- bzw. Ausrückung momentan bewirkt wird. Diese Feder greift für die Einrückung unterhalb des Mittels der Spindel an und wirft Hebel *H* von Stellung II auf III und bei der Ausrückung oberhalb der Mitte von IV auf I.

Die Lochseite ist dann noch mit einer neuartigen Tippvorrichtung ausgestattet, bei der durch Handgriff und Ritzel der gezahnte Bolzen *X* (Abb. 222) verschoben wird. Mit diesem ist der auswechselbare Lochstempel *Y* durch Überwurfmutter *Z* verbunden.

„Rekord“-Lochwerk der Maschinenfabrik Schiess, Düsseldorf.

Diese für das Lochen von Schiffsplatten bestimmte Maschine (Abb. 234) leistet bei Bedienung durch nur einen Mann das gleiche wie drei einfache Hebelochstanzen, bei welchen je drei Mann zur Bedienung erforderlich sind¹⁾. Es wird hierbei das Blech durch einen Roll-

¹⁾ Schiess-Nachrichten 1920/21, 1921/22, 1923/24.

gang durch das Portal der Maschine hindurchgeschoben, also senkrecht zur Bildebene. Zu dieser Bewegungsrichtung senkrecht wird der Stößelkasten und der Matrizenhalter, die durch den Bügel *A* verbunden sind, durch Motor *B* und Spindel *C* verschoben. Der Stößelkasten wird in der Kopftraverse, der Matrizenhalter in der Fußtraverse geführt. Am Stößelkasten ist sodann der Stuhl *D* angebracht, auf welchem der Bedienungsmann sitzt. Bewegung des Stößels geschieht durch den Motor *E*, der über Räder die genutete Welle *F* antreibt. Von hier aus

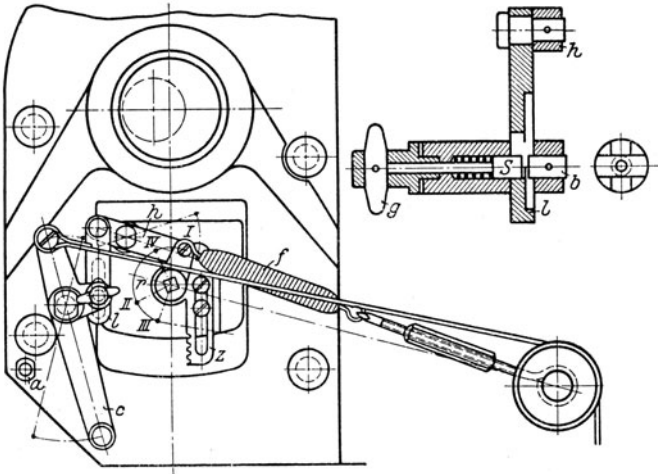


Abb. 225 und 226.

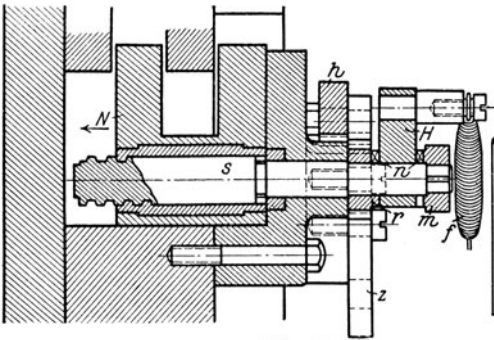


Abb. 227.

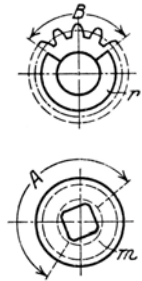


Abb. 228 und 229.

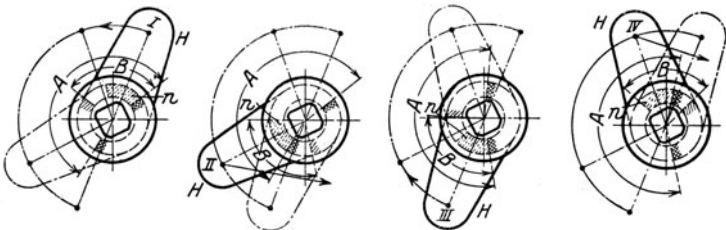


Abb. 230 ÷ 233.

Ableitung der Stößelbewegung. Einleitung der Bewegung des Rollgangs, der einen besonderen Motor hat, durch einen Druckknopf am Stuhl *D*, an welchem sich ein zweiter Druckknopf für den Motor *B* befindet.

Ferner befindet sich dort ein Fußtritt, durch den der Stößel eingerückt wird. Ausrückung in der höchsten Stellung selbsttätig. Sodann ist eine optische Körnersucheinrichtung vorgesehen, die ein Lichtkreuz genau senkrecht unter den Stempel wirft. Die Bedienung der mehrfach geschützten Maschine, die für das Lochen aller möglichen angerissenen Platten usw. geeignet ist, ist mühelos und einfach. Ein Transportband fördert die Lochputzen in den Behälter *G*.

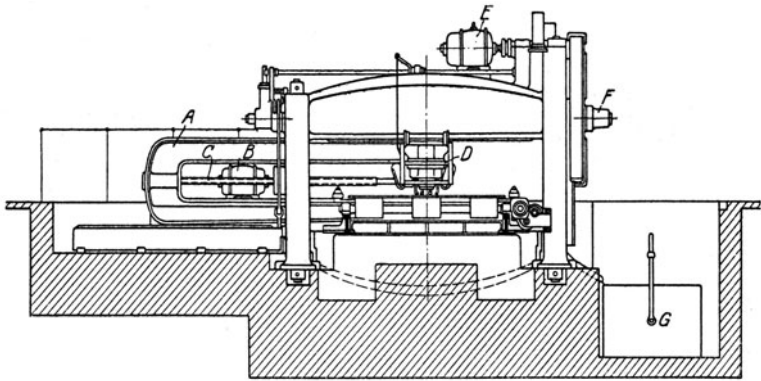


Abb. 234.

Viellochbohrmaschinen¹⁾, die vollständig automatisch arbeiten, werden für das Bohren von Blechpaketen verwendet, die im Reihenschiffbau vorkommen. Ein Anreißen der Bleche ist nicht erforderlich.

Blechkantenhobelmaschinen zum Behobeln der Blechkanten. Blech auf Tisch festgespannt, Hobelschlitten auf Längsbett geführt. Ruckvorschub. Maschinen hobeln nach beiden Richtungen. Winkelhobelmaschinen hobeln gleichzeitig an zwei rechtwinkligen Blechkanten. Festspannung von Hand und hydraulisch. Auch magnetische Aufspannung möglich, wenn nicht Nickelstahlbleche bearbeitet werden. Antrieb heute meist durch Wendemotor.

Elektrischer Einzelantrieb.

(1185) Vorteile dieses Antriebes: Fortfall der Stufenscheiben, der langen Riemen und der Deckenvorgelege. Daher mehr Licht und Luft und geringere Gefährlichkeit. Ferner ungehinderte Verwendung von Hebezeugen. Leichtere Deckenkonstruktionen, was bei Gegenüberstellung von Kostenberechnungen wohl zu beachten ist. Bequeme Möglichkeit der Einrückung von jeder Stelle aus. Gleichbleibende Leistung auf allen Stufen wie bei Antrieb durch Einscheibe. Leichte Ortsveränderlichkeit der Maschinen, da nicht an Transmissionen gebunden.

Besondere Vorteile des Regelmotorantriebes: Einstellen auf wirtschaftliche Schnittgeschwindigkeit leicht, da nur geringer Geschwindigkeitsabfall zwischen den einzelnen Stufen und die Einstellung während des Ganges möglich ist und zwar mit Hilfe mechanischer Mittel oder elektrischer Fernsteuerung. Geringere Zahl der mechanischen Übertragungsglieder im Antrieb, daher besserer Wirkungsgrad.

¹⁾ Schiess-Nachrichten 1923/24, Heft 1.

Als Stromart für den Antrieb von Werkzeugmaschinen ist Gleichstrom vorzuziehen, der auch erforderlich ist, wenn magnetische Aufspannvorrichtungen oder Kupplungen verwendet werden sollen. Drehstromregelmotoren sind 2- bis $2\frac{1}{2}$ -mal teurer als Gleichstromregelmotoren und haben einen schlechten Wirkungsgrad. Wenn Drehstromanschluß vorhanden, ist Umformung durch Umformer oder Gleichrichter wirtschaftlich sobald mehr als drei Regelantriebe in Frage kommen. Auch für den Betrieb der Hebezeuge ist Gleichstrom vorzuziehen.

Der Regelbereich der Gleichstrom-Stufenmotoren ist gewöhnlich 1:3. Höher als 1:4 sollte man nicht gehen, da sonst die äußeren Abmessungen des Motors zu groß werden und sein Material zu schlecht ausgenutzt wird.

Die Vergrößerung der Drehzahl des Nebenschlußmotors — nur dieser kommt als Regelmotor in Frage — geschieht durch Feldschwächung. Diese Eigenschaft des Nebenschlußmotors wurde für weitere Regelbereiche praktisch brauchbar erst durch Einbau der zwischen den Hauptpolen liegenden Wendepole, die im Hauptstromkreis liegen. Durch Wirkung dieser behält das Magnetfeld seine Lage bei und es braucht daher die Bürstenstellung nicht der Drehzahländerung entsprechend geändert zu werden. Einen Einblick in die Regelfähigkeit des Nebenschlußmotors enthält man durch Betrachtung seiner Grundgesetz: ¹⁾

$$I. E_p = J \cdot w_a + e;$$

$$II. e = F \cdot z_a \cdot \frac{w}{60};$$

$$III. M_d = F \cdot z_a \cdot J \cdot 1,621 \cdot 10^{-8} \text{ in kgcm.}$$

Hierbei E_p = Klemmenspannung, e = elektromotorische Gegenkraft, die der Anker entwickeln muß, w_a = Widerstand des Ankers, J = Stromstärke im Anker, F = Pol- oder Feldstärke = Anzahl der Kraftlinien zwischen zwei Polen, z_a = Ankerwindungszahl. Wird das Feld geschwächt durch Einschalten von Widerständen, so ergibt sich aus Gleichung II, daß n größer werden muß, da die elektromotorische Gegenkraft e nach Gleichung I ihre Größe behalten muß. Aus III ergibt sich, daß mit kleinerem F auch M_d proportional kleiner wird. Wird also die Drehzahl n größer, so wird im gleichen Verhältnis das Drehmoment M_d kleiner. Es bleibt daher bei dieser Art der Regelung die Leistung in PS $N = \frac{M_d \cdot n}{71620}$ von gleicher Größe.

Die Regelung kann auch durch Änderung der Klemmenspannung E_p erfolgen. Es muß sich dann nach Gleichung I e ändern und daher nach Gleichung II auch die Drehzahl n . Nach Gleichung III bleibt aber das Drehmoment M_d konstant, da F nicht geändert wird. Die Leistung ist daher bei größeren Drehzahlen größer als bei kleineren. Von dieser Art der Regelung wird für Werkzeugmaschinenantriebe weniger Gebrauch gemacht. Man findet sie bei den indirekten elektrischen Hobelmaschinenantrieben, die in Leonardschaltung gesteuert werden²⁾.

Die Drehzahlen des Regelmotors werden nach der geometrischen Reihe abgestuft und die Stufenzahl berechnet sich nach der Formel

$$z = 1 + \frac{\log \frac{n_z}{n_1}}{\log \varphi} \quad (\text{S. 1234}).$$

¹⁾ Rößler, Elektromotoren für Gleichstrom, Verlag von Julius Springer.

²⁾ Die Werkzeugmaschine 1920, S. 271.

$\frac{n_2}{n_1}$ ist hier der Regelbereich des Motors, also vielfach gleich 3. Für den Geschwindigkeitsabfall kann man $5 \div 10\%$ zulassen. Man findet aber auch kleinere Werte. Aus diesem Abfall bestimmt sich dann φ .

Z. B. $A = 10\%$; $A = \frac{\varphi - 1}{\varphi} = 0,1$. Hieraus $\varphi = 1,11$; Regelbereich $= \frac{3}{1}$; $z = 1 + \frac{\log 3}{\log 1,11} \approx 12$. Für $A = 5\%$ erhält man $z = 22$.

Der Gesamtregelbereich einer Werkzeugmaschine ist meistens größer als der des Motors, so daß zur Übertragung noch Räderstufen nötig sind. Ist der Gesamtregelbereich der Maschine $= 1:R$, der Bereich des Motors $= 1:r$, dann ergibt sich die Anzahl p der Räderstufen wie folgt:

$$\begin{array}{ll} n_1 \div r \cdot n_1 & \text{— erste Räderstufe.} \\ r \cdot n_1 \div r^2 \cdot n_1 & \text{— zweite Räderstufe,} \\ r^2 \cdot n_1 \div r^3 \cdot n_1 & \text{— dritte Räderstufe,} \\ \dots & \dots \\ r^{p-1} \cdot n_1 \div r^p \cdot n_1 & \text{— } p\text{-te Räderstufe.} \end{array}$$

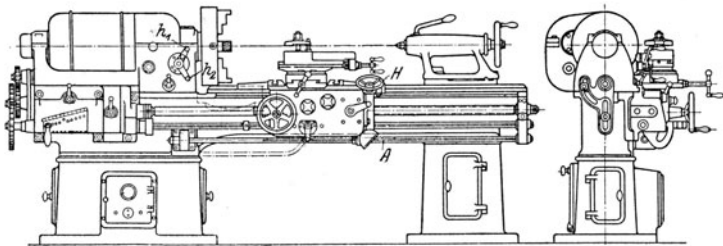


Abb. 235.

$$\text{Hieraus } \frac{n_1}{r^p \cdot n_1} = \frac{1}{R}; \quad r^p = R; \quad p = \frac{\log R}{\log r} \text{)}.$$

$$\text{Z. B. } 1:R = 1:25; \quad 1:r = 1:3; \quad p = \frac{\log 25}{\log 3} = 3.$$

Es tritt dann kein Geschwindigkeitsabfall zwischen den Räderstufen ein. Die Anzahl der erforderlichen Räderstufen kann man aber auch durch Aufstellung der geforderten Drehzahlenreihe erhalten. Es sei z. B. die kleinste Drehzahl der Werkzeugmaschine $= 0,5$ und die größte $= 50$. Weiterhin sei der Regelbereich des Motors $= 1:3$, dann erhält man folgende Aufstellung:

$$\begin{array}{ll} 0,5 \div 1,5 & \text{— erste Räderstufe,} \\ 1,66 \div 5 & \text{— zweite Räderstufe,} \\ 5 \div 15 & \text{— dritte Räderstufe,} \\ 16,6 \div 50 & \text{— vierte Räderstufe.} \end{array}$$

Es ist demnach ein Rädergetriebe für 4 verschiedene Drehzahlen erforderlich. Zwischen den einzelnen Räderstufen ist ein Geschwindigkeitsabfall von 10% zugelassen, wodurch unter Umständen eine Stufe gespart werden kann. Die Übersetzungsverhältnisse des Rädergetriebes sind:

$$\frac{1}{1}; \quad \frac{0,5}{1,66} \approx \frac{1}{3,3}; \quad \frac{0,5}{5} = \frac{1}{10}; \quad \frac{0,5}{16,6} = \frac{1}{3,3} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{33}.$$

¹⁾ Die Werkzeugmaschine 1921, S. 286.

Hier werden vereinigte Schiebe- und Kupplungsrädergetriebe verwendet, wenn reine Schieberädergetriebe nicht ausreichend sind zur Erzielung der Übersetzungsverhältnisse.

Zur Übertragung der Bewegung des Motors auf das Rädergetriebe dienen meist Räder, wobei häufig ein Zwischenrad nötig ist. Sodann auch Übertragung durch kurzen Riemen mit Spannrolle. Maschinen mit senkrechten Spindeln wie Bohrmaschinen, Fräsmaschinen, Planschleifmaschinen erhalten Motoren mit senkrechter Welle, Flanschmotore. Im allgemeinen ist die Verwendung listenmäßiger Motoren erwünscht.

Drehbank mit eingebautem Regelmotor von Gebr. Boehringer, Göppingen. Elektrischer Teil von den Siemens-Schuckertwerken, Berlin.

Diese in den Abb. 235 und 236 gezeigte Bank zeichnet sich vor anderen Bänken mit unmittlerbarem elektrischen Antrieb dadurch aus, daß der Motor in den Spindelstock eingebaut wurde und mit der Maschine ein Ganzes bildet. Die Drehbankspindel geht durch die hohle

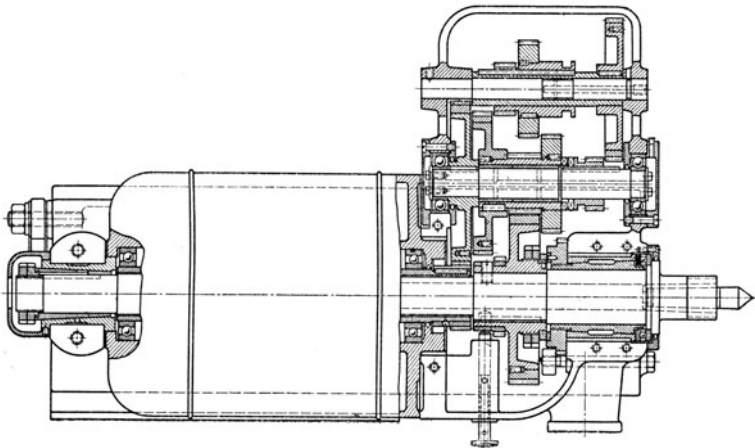


Abb. 236.

Ankerwelle hindurch, die auf Kugellagern im Motorgehäuse läuft (Abb. 236). Die Drehzahlen des Motors sind von $750 \div 2250$ in 8 Stufen regelbar und ergeben mit den aus Abb. 236 erkennbaren 3 Räderstufen insgesamt 24 verschiedene Drehzahlen, deren Steigerungszahl $\eta = 1,14$ ist. Die erwähnten Räderwechsel werden durch die Hebel A_1 und A_2 (Abb. 235) betätigt, während die Anlaß- und Regelwalze, die im Spindelstockfuß eingebaut ist, vom Support aus mit Hilfe des Handrades H , das auf die Welle A wirkt, bedient wird. Jede Drehzahl ist mit höchstens zwei Griffen einstellbar. Um diese Einstellung zu erleichtern, wird der Maschine die in Abb. 237 dargestellte Bedienungstafel mitgegeben. Sehr vorteilhaft für das Gewindeschneiden ist die elektrische Bremsung, die schnelles Stillsetzen und Umkehr der Drehrichtung gestattet. Die Schalttafel ist ebenfalls im Spindelstockfuß eingebaut und sämtliche Verbindungsleitungen liegen geschützt im Inneren der Drehbank. Leistung des Motors 3 PS. Gesamtwirkungsgrad bei Vollast von $70 \div 80\%$ ist als sehr günstig zu bezeichnen.

Bei kleineren Maschinen wird der Anlaß- und Regelwiderstand von Hand mit Hilfe mechanischer Übertragungsmittel bewegt. Haben die Maschinen größere Abmessungen, so wird das erforderliche Gestänge verwickelt und ist schwer zu bewegen. Dann wird mit Vorteil die elektrische Fernsteuerung, die sog. Druckknopfsteuerung verwendet. Das Wesen einer solchen besteht darin, daß der Anlaß- und Regelwiderstand durch einen kleinen Hilfsmotor betätigt wird, der durch Druckknöpfe gesteuert wird.

Abb. 238 zeigt das Schaltbild einer Druckknopfsteuerung. Die Kurbel K_0 des Anlaß- und Regelwiderstandes und die Steuerwalze K werden von dem kleinen Hilfsmotor K bewegt. Drückt man auf einen der Arbeitsknöpfe „ein und schneller“, so fließt der Steuerstrom vom positiven Pol über 7, durch Relais B_4 , Haupt- und Bremsschütz B_1 , 15, 11, durch den betr. Druckknopf, durch die beiden Haltedruckknöpfe über 8 zum negativen Pol. Das Haupt- und Bremsschütz schaltet den Ankerstrom des Antriebsmotors A bei 2,2 ein, ebenso die Verbindung bei 31 und hebt die Verbindung bei 5 5 auf. Der Ankerstrom fließt also vom positiven Pol über 2,2, A , die Hilfspolwirkung H zur Schiene 4 des Anlassers, dann durch die Anlaßwiderstände B_3 über K_0 zur Schiene 1 und zum negativen Pol. Am Relais B_4 befindet sich ein Kon-

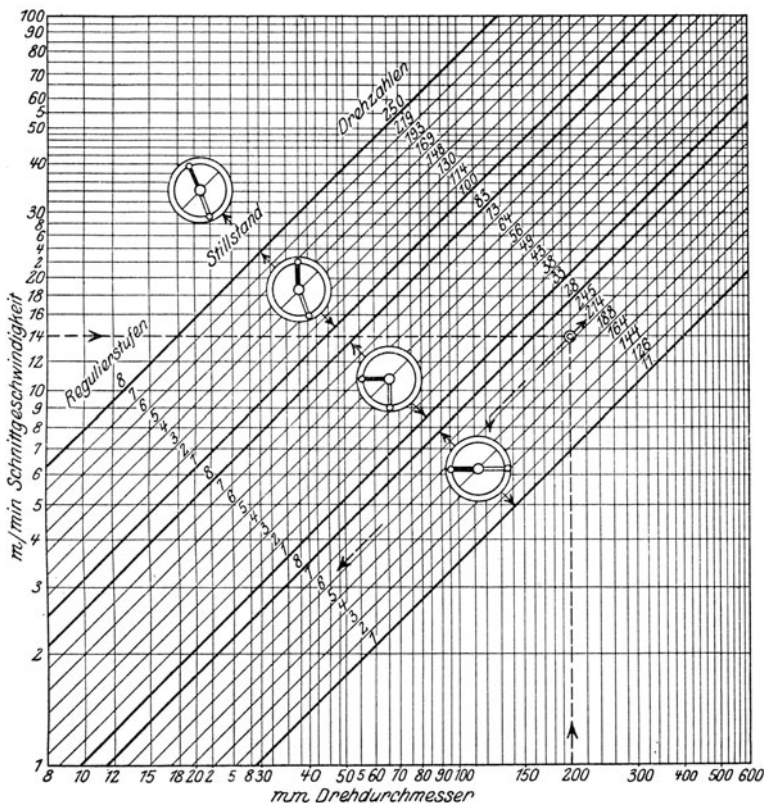


Abb. 237.

takt 32, der durch den Steuerstrom geschlossen wird. Strom von 7, 27, 29 über 32, 17, 1 zum negativen Pol. Hierdurch Wirken des Feldschützes B_2 und Schließen der Verbindung c_1, c_2 , wodurch das Feld CD eingeschaltet wird. Strom hierfür vom positiven Pol über c_1, c_2, CD nach Schiene 30, über die Kurbel K_0 und Schiene 1 zum negativen Pol. Durch das Anziehen des Feldverstärkungsrelais B_4 wird der Kurzschluß der Regelwiderstände B_3 stufenweise aufgehoben. Schließlich Steuerstrom von 7 über 25 und K_1 über 18, 11 über die Druckknöpfe zum negativen Pol. Durch K_1 wird dann der Hilfsmotor K , ein Hauptstrommotor, eingeschaltet. Dieser Motor bewegt die Kurbel K_0 und die Walze K_3 in der Pfeilrichtung. Dadurch werden die Anlaßwiderstände B_3 abgeschaltet und die Walze K_3 in die Stellung I gedreht. Da die Schalter B_3 und B_4 sich durch den Kontakt 31 nach erfolgtem Anspringen selbst speisen, ändert das Loslassen des Druckknopfes und das Verlassen des Kontaktfingers 15 nichts an der Schaltung, denn der Steuerstrom fließt unmittelbar nach 9 und über die Haltedruckknöpfe nach 8 und der Stromkreis für K_1 , das den Hilfsmotor eingeschaltet hält, wird über Schiene 18 und 17 nach 9 und 8 geschlossen. Ist Schiene 17 abgelaufen, so fällt K_1 ab und der Motor K bleibt

Diese Beschreibung soll nur einen Einblick in das Wesen der Druckknopfsteuerung gewähren. Über Weiteres muß auf den Aufsatz von Pollok in der Z. 1916, S. 390 verwiesen werden, dem die Darstellung entnommen ist.

Befinden sich die Druckknopftafeln an verschiebbaren Teilen, wie z. B. Werkzeugschlitten, so wird die Verbindung mit dem selbsttätigen Anlasser und Regler durch bewegliche Kabel oder durch Schleifleitungen hergestellt. Die im folgenden beschriebene Maschine ist mit Druckknopfsteuerung versehen, wobei die Zuleitung durch Schleifschienen geschieht.

Großdrehbank der Maschinenfabrik Schiess A.-G., Düsseldorf¹⁾.

Elektrische Ausrüstung von den Österr. Siemens-Schuckertwerken, Wien.

Die Hauptabmessungen der Maschine sind aus der Abb. 239 zu ersehen. Die Bank ist derart kräftig gebaut, daß Arbeitsstücke bis 120000 kg Gewicht frei zwischen den Spitzen bearbeitet werden können. Mit den beiden Supporten läßt sich ein Gesamtquerschnitt von etwa 200 mm³ abheben, was bei Ausnutzung des Hauptantriebsmotors einem stündlichen Spangewicht von 1100 kg entspricht. Der Reitstock ist mit einem besonderen Motor ausgerüstet. Es kann also die Maschine als doppelte Plandrehbank verwendet werden, wenn nicht genügend Spitzenarbeit vorliegt. Die Spitzenhöhe von 2400 mm läßt sich durch Unterbaustücke auf 2900 mm bringen. Es können dann Trommeln von 5500 mm Durchmesser bearbeitet werden. Der Antrieb der Maschine erfolgt durch einen Motor von 80 PS, dessen Drehzahlen in den Grenzen 1:3 regelbar sind. In Verbindung mit 5 Räderstufen ergeben sich 75 verschiedene Drehzahlen von 0,2—40 i. d. Min. Der Antriebsmotor für den Reitstock, der auch dessen Längsverstellung bewirkt, hat 25 PS und ist ebenfalls regelbar. Für die Hauptlager von Spindel- und Reitstock ist eine Druckölschmierung vorgesehen. Die hierzu erforderlichen Pumpen werden durch besondere kleine Motoren angetrieben. Sodann sind die beiden Supporte mit Motoren für die Schnellverstellung ausgerüstet, während der Vorschub von den beiden Schafwellen abgeleitet wird, die sich vor und hinter dem Bett befinden und durch Stirnräder von der Hauptspindel angetrieben werden. Der vordere Support kann außerdem durch eine Leitspindel für das Gewindeschneiden über die ganze Bettlänge verschoben werden. Er ist sodann im Oberteil mit einer besonderen Gewindeschneideinrichtung für kurze Stücke ausgerüstet. Abb. 240 stellt den Plan für die elektrischen Leitungen dar. Da nicht genügend Gleichstrom vorhanden war, mußte der für den Hauptantrieb benötigte Strom durch Umformung von Drehstrom gewonnen werden, wie aus dem Plan zu erkennen ist. Dem Gleichstromnetz wird der Strom für die übrigen Motoren und die Druckknopfsteuerung entnommen. Ein- und Ausschalten und Regeln der Drehzahlen des Hauptantriebes kann von allen Stellen der Maschine erfolgen, wie die Verteilung der Druckknopftafeln erkennen läßt. Diese Tafeln haben vier Druckknöpfe, da auch eine Bewegungsumkehr vorgesehen ist. Für Vorschub und Schnellverstellung sind besondere Tafeln vorhanden. Es ist möglich, vom Vorschub auf die Schnellverstellung und umgekehrt überzugehen durch einfache Drücken auf die betreffenden Knöpfe. Anlassen und Regeln des Reitstockmotors geschieht durch einen mitfahrenden Steuerschalter. Nur das Stillsetzen dieses Antriebes kann durch Druckknöpfe geschehen. Am Reitstock und an den Supporten sind Endschalter befestigt, die im Falle des Anrennens den betr. Antrieb stillsetzen. Die Schleifleitungen befinden sich in abgedeckten Kanälen vor und hinter dem Bett und die Zuleitung zu den Supporten und dem Reitstock geschieht durch Stromabnehmer.

Hat eine Maschine zwei Hauptantriebsmotoren, wie es z. B. bei Winkelblechkantenhobelmaschinen der Fall ist, so können diese in Abhängigkeit voneinander gebracht werden, so daß ein Anrennen der Schlitten gegeneinander verhindert wird in der Art, daß ein Schlitten langsamer läuft bis der andere vorbei ist und die Gefahr beseitigt ist²⁾. Mit einem mechanischen Antrieb wird das kaum zu erreichen sein.

Sodann kann bei vielen Maschinen auch der Vorschub durch einen besonderen Motor angetrieben werden, wie bei Schrupp-Drehbänken, Fräsmaschinen, Bohrmaschinen, Sägen, Schleifmaschinen, also in allen Fällen, in denen nicht eine ganz bestimmte Abhängigkeit des Vorschubes von der Hauptbewegung verlangt wird, wie es z. B. beim Gewindeschneiden nötig ist. Ist der Vorschub besonders angetrieben, so ist er in seiner Größe völlig unabhängig vom Schnitt. Der Vorschubmotor wird gegen den Hauptmotor elektrisch verriegelt, so daß er stehen bleibt, wenn letzterer zum Stillstand kommt³⁾. Es können ferner Einrichtungen getroffen werden, daß der Vorschub selbsttätig langsamer läuft, wenn Überlastung eintritt, oder daß er sogar umkehrt⁴⁾. Der Vorschubmotor

¹⁾ Schiess-Nachrichten 1920/21, H. 2. ²⁾ Z. 1920, S. 1033. ³⁾ Z. 1915, S. 945.

⁴⁾ Z. 1916, S. 430.

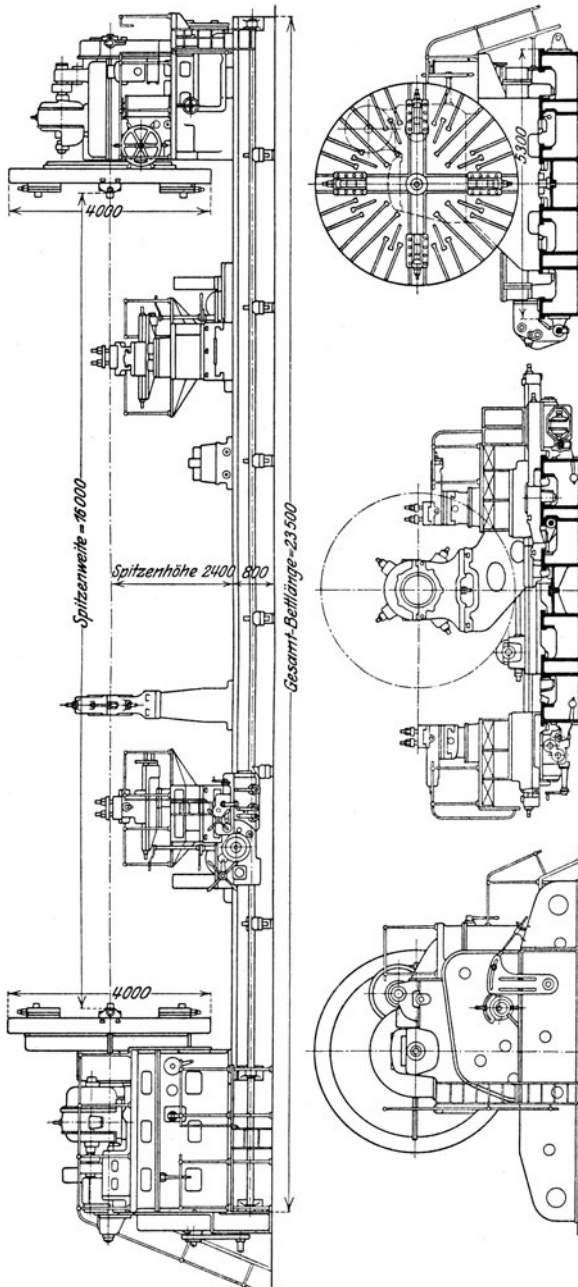


Abb. 239.

kann dann auch noch für die Eilbewegung der Werkzeugschlitten Verwendung finden.

Die Anwendung der Elektrizität für die Zwecke des Werkzeugmaschinenbaues ist noch sehr entwicklungsfähig¹⁾.

Abb. 241 zeigt eine Flächenschleifmaschine der Firma J. E. Reinecker in Chemnitz. Bei dieser Maschine erfolgt der Antrieb der Schleifscheibe unmittelbar durch einen regelbaren Flanschmotor und der Vorschub durch einen besonderen Motor, der ebenfalls regelbar ist. Der elektrische Teil stammt von den Siemens-Schuckertwerken, Berlin.

Für den Antrieb von Pressen, Scheren u. dgl., die mit Schwungrad arbeiten, müssen Motoren verwendet werden, die nachgiebig sind in den Drehzahlen, da-

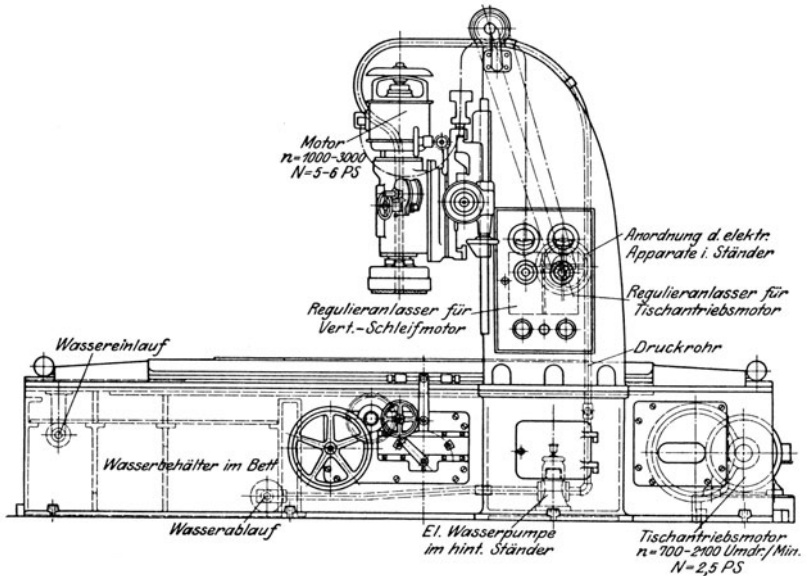


Abb. 241.

mit das Schwungrad wirken kann. Bei Gleichstrom daher Motoren mit Ver- bundwicklung, bei Drehstrom Einschaltung von Widerständen in den Rotor- stromkreis, was aber mit Verlust verbunden ist.

Bei schwungradlosen Maschinen kann der Antrieb durch Hauptstrommotoren erfolgen. Besser aber ist die Verwendung von Nebenschlußregelmotoren in Verbindung mit einem Arbeitsregler²⁾. Die sich ergebenden Vorteile sind folgende: 1. Die Arbeitsgeschwindigkeit stellt sich selbsttätig nach der Belastung ein. 2. Die eingestellte Höchstgeschwindigkeit wird nicht überschritten. 3. Überlastungen durch zu große Leistungsabgabe sind ausgeschlossen. 4. Es ist sofortige Umkehrung der Drehrichtung möglich, was wichtig ist, wenn der Schnitt falsch angesetzt ist. 5. Es wird keine Arbeit verbraucht, wenn keine zu leisten ist.

Eine besondere Bedeutung hat der unmittelbare Antrieb von Hobel- und Stoßmaschinen durch regelbaren Umkehrmotor gewonnen. Der mechanische Aufbau wird durch den Wegfall der Wendegetriebe sehr einfach, wie aus Abb. 242 zu ersehen ist. Durch die elektrische Bremsung werden die Zahnflanken der

¹⁾ Becker, Schiess-Nachrichten 1920/21, H. 3.

²⁾ Pollok, Z. 1920, S. 500.

Räder schon vor der Bewegungsumkehr umgelegt und dadurch ein schnelles und stoßfreies Umsteuern erzielt. Hierbei wird der Motor bis auf seine Grunddrehzahl nur durch Feldverstärkung abgebremst und daher der größte Teil des Arbeitsvermögens der bewegten Massen zurückgewonnen und an das Netz zurückgegeben, während bei anderen Arten der Umsteuerung dieses Arbeitsvermögen durch Reibung vernichtet werden muß¹⁾. Sodann ist bei Regelmotorantrieb eine leichte Anpassung an irgend eine verlangte Schnittgeschwindigkeit möglich.

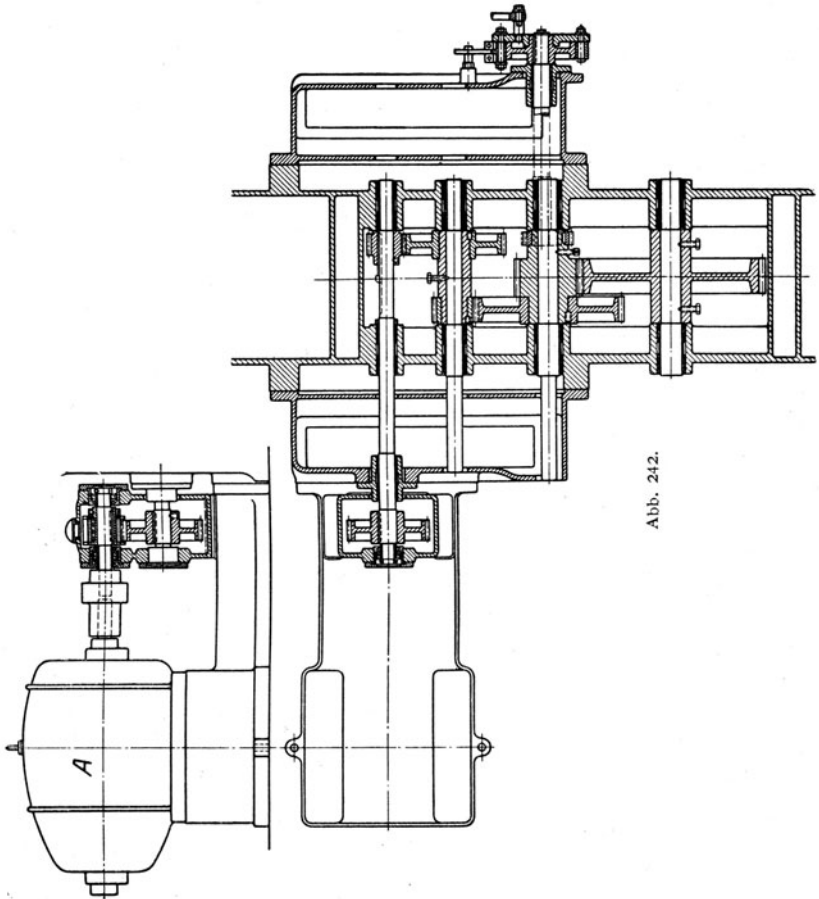


Abb. 242.

**Hobelmaschine von Gebr. Boehringer, Göppingen.
Elektr. Ausrüstung von der AEG., Berlin.**

Abb. 242 läßt den Antrieb der Maschine erkennen und Abb. 243 den Gesamtaufbau. Die Drehzahlen des Motors A sind von 315 bis 1000 Min. regelbar und die Schnittgeschwindigkeit kann von 7,8 bis 15 m/min eingestellt werden. Die Rücklaufgeschwindigkeit beträgt 24,6 m/min

¹⁾ Z. 1914, S. 643.

und ist ebenfalls einstellbar. Die Eilbewegung der Werkzeugschlitten und die Querbalkenverstellung geschieht durch einen besonderen kleinen Motor, der oben auf der Maschine steht, Abb. 245 stellt die durch D.R.P. geschützte Schaltung des Antriebs dar. Es sei der Umkehrverlauf vom Schnitt nach rechts betrachtet. Hierbei ist B_1 eingeschaltet und der Knaggen K_s , Abb. 243 und 245, bewegt sich nach rechts und stößt mit Punkt s_1 auf den entsprechen-

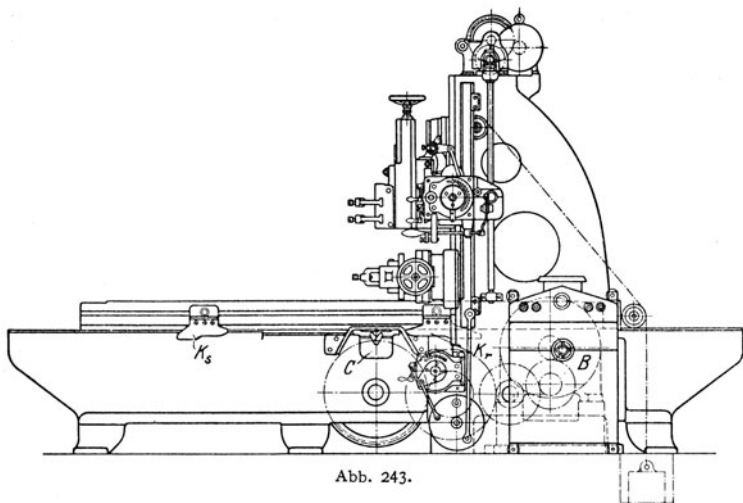


Abb. 243.

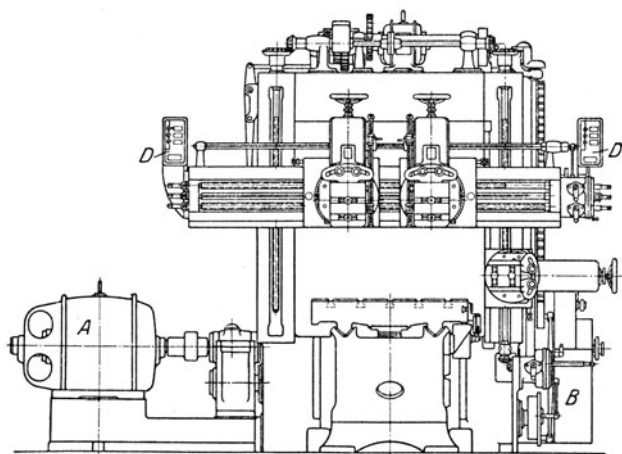


Abb. 244.

den Flügel des Stiefelknechts am Anstoßsteuerschalter C . Der Stiefelknecht wird dadurch nach rechts umgelegt und 2 eingeschaltet. Der Steuerstrom betätigt nun das Anlaßrelais B_3 , das den Nebenschlußregler B_2 kurzschließt. Hierdurch wird das Feld des Motors entsprechend verstärkt, der aber wegen der Massenenergie zunächst seine Drehzahl beizubehalten sucht. Die hierbei erzeugte Gegenspannung übersteigt die Netzspannung, es wird Strom an das Netz zurückgegeben und der Motor auf seine Grunddrehzahl abgebremst. Damit der Bremsstrom nicht zu stark wird, ist ein Stromwächter B_4 vorgesehen, der im gegebenen Falle die Wider-

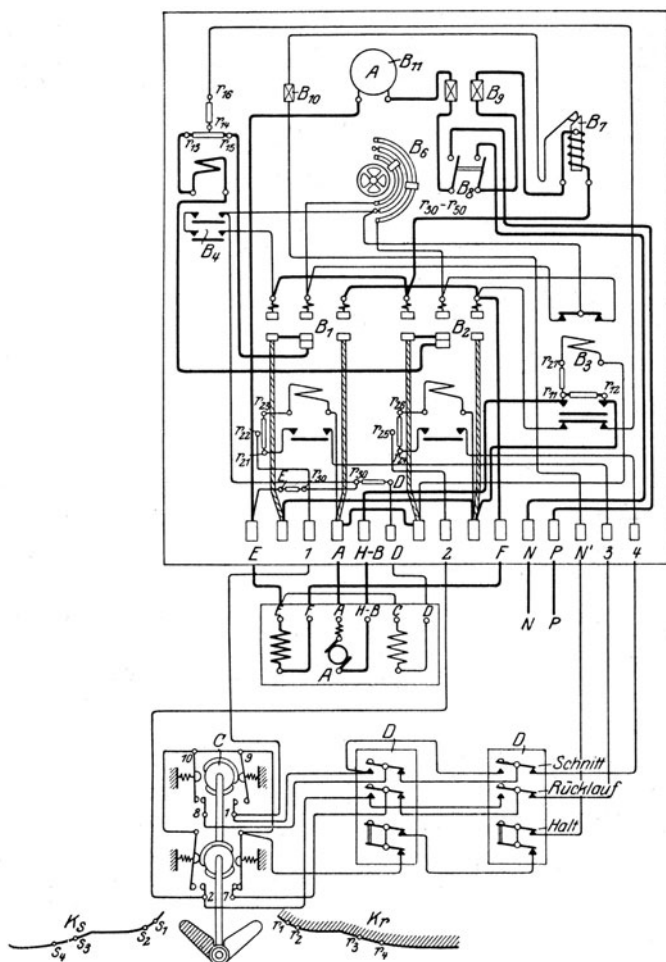


Abb. 245.

Rücklauf.

Ende Rücklauf

- $r_1 = 1$ ein Vorbereitung des Schnittes
- $r_2 = 8$ aus Beendigung des Rücklaufes Einleitung des Schnittes
- $r_3 = 7$ aus Notschaltung bei Drücken eines falschen Knopfes
- $r_4 = 1$ aus Vollständige Unterbrechung des Steuerstromes.

A Motor
 B Seltstätiger Umkehranlasser
 B₁ Fernschalter für Schnitt
 B₂ Fernschalter für Rücklauf
 B₃ Anlaßrelais
 B₄ Bremsfeldstromwächter
 B₇ Motorschutzvorrichtung
 B₈ Hauptschalter
 B₉ Hauptsicherungen
 B₁₀ Steuerstromsicherungen
 B₁₁ Amperemeter
 C Anstoßteuerschalter
 D Betätigungsdruckknöpfe.

Schnitt.

Ende Schnitt

- $s_1 = 2$ ein Vorbereitung des Rücklaufes
- $s_2 = 7$ aus Beendigung der Schnittbewegung Einleitung des Rücklaufes
- $s_3 = 8$ aus Notschaltung bei Drücken eines falschen Knopfes
- $s_4 = 2$ aus Vollständige Unterbrechung des Steuerstromes.

B₁ Motorschutzvorrichtung
 B₈ Hauptschalter
 B₉ Hauptsicherungen
 B₁₀ Steuerstromsicherungen
 B₁₁ Amperemeter
 C Anstoßteuerschalter
 D Betätigungsdruckknöpfe.

stände von B_0 wieder einschaltet. Durch den über 2 fließenden Steuerstrom wird sodann B_2 eingeschaltet und der Ankerstrom über die Bremswiderstände r_{13} bis r_{15} kurzgeschlossen und dadurch ein fast sofortiger Stillstand des Motors erreicht. Von B_3 werden dann die Anlaßwiderstände r_{11} bis r_{18} in den Ankerstromkreis gelegt. Es stößt dann Punkt s_2 auf den Stiefelknecht, legt ihn noch etwas weiter um und schaltet dadurch 7 aus. Hierdurch fällt B_1 ab und es wird der Rücklauf eingeleitet. Durch Abfall von B_1 wird auch das Anlaßrelais wieder in

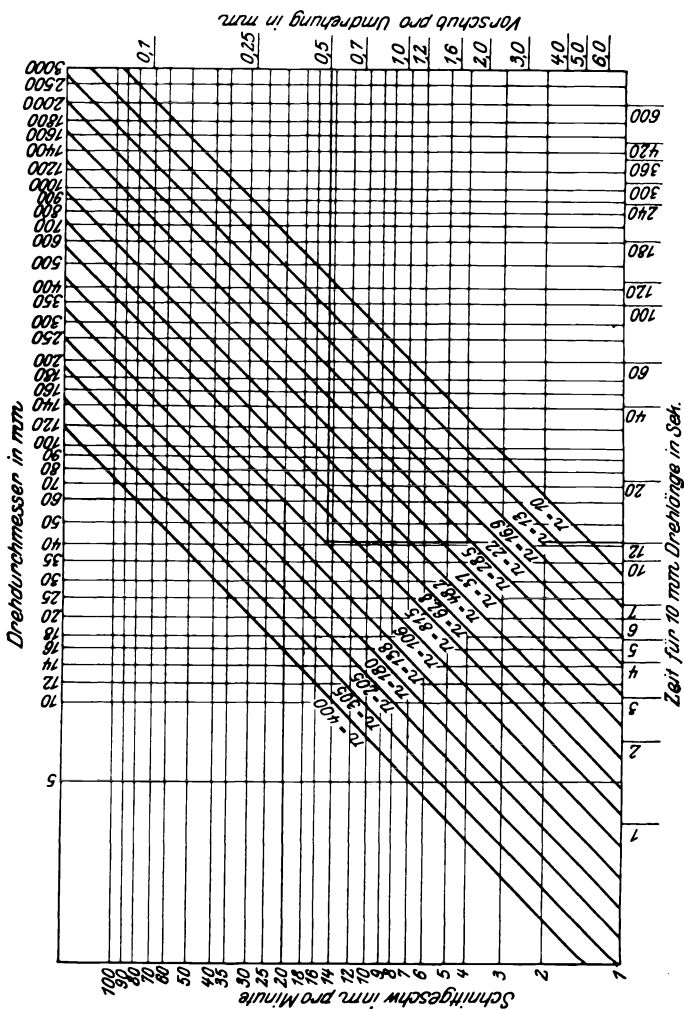


Abb. 246.

die Ausgangsstellung gebracht, d. h. die Anlaßwiderstände kurzgeschlossen und der Regelwiderstand B_0 für den Rücklauf eingeschaltet. Drückt man während des Schnittes auf den Knopf „Rücklauf“, so spielt sich derselbe Vorgang ab wie beschrieben. Durch Betätigen des Druckknopfes „Halt“ fällt B_1 bzw. B_2 ab und der Motor wird über den Bremswiderstand r_{13} bis r_{15} kurzgeschlossen. Auf der Maschine werden bei einer Hublänge von 180 mm 24 Arbeitshöhe in der Minute erreicht¹⁾.

¹⁾ AEG.-Mitt. 1922, H. 7.

Bestimmung von Maschinenzeiten.

(1186) Die reine Arbeitszeit einer Werkzeugmaschine oder ihre Maschinenzeit in Minuten beträgt $\frac{\text{Arbeitslänge oder Arbeitsbreite}}{\text{Vorschub in der Minute}}$. Für Maschinen mit kreisender Hauptbewegung erhält man demnach $T_M = \frac{L}{n \cdot s}$. Hierbei L = Arbeitslänge in mm, n die minutliche Drehzahl und s der Vorschub pro Umdrehung in mm. $T_M \cdot s = \frac{L}{n}$. Für eine bestimmte Länge z. B. $L = 10$ mm und eine bestimmte Drehzahl ist $\frac{L}{n}$ eine konstante und die Gleichung stellt daher eine gleichseitige

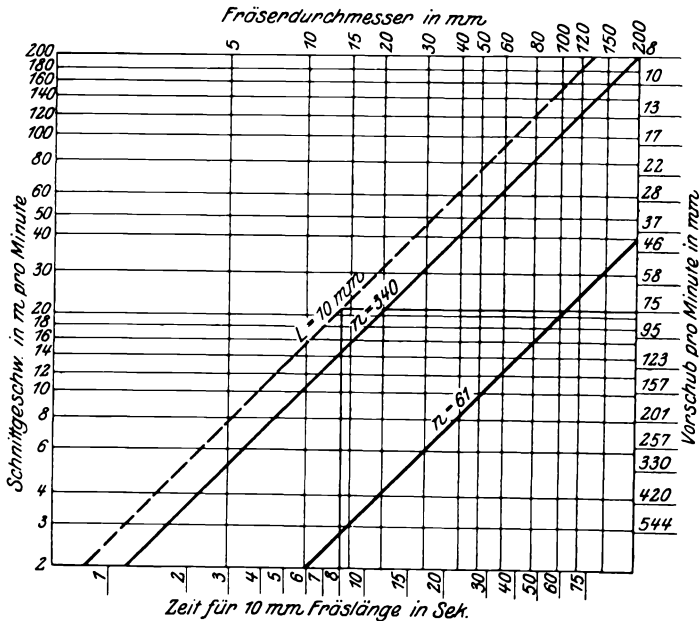


Abb. 247.

Hyperbel dar mit den Veränderlichen T_M und s . Schreibt man $\log T_M + \log s = \log \left(\frac{L}{n} \right)$, so stellt diese Gleichung eine gerade Linie dar in einem Netz, in dem T_M und s logarithmisch eingetragen sind. Die Gleichung $v = d \pi n$, die auch im gewöhnlich geteilten Netz eine Gerade darstellt (S. 1233), läßt sich ebenfalls im log. geteilten Netz einzeichnen und zwar wiederum als Gerade, da $\frac{v}{d} = \pi n$ und demnach $\log v - \log d = \log (\pi n)$. Auch das Bild S. 1319 ist so entstanden. Sind die Drehzahlen geometrisch geordnet, so sind die Abstände der n -Linien voneinander gleich, was sich leicht nachweisen läßt. Die Darstellungen für die Schnittgeschwindigkeit v und die Maschinenzeit lassen sich bei geeigneter Auftragung der Koordinaten so vereinigen, daß die n -Linien

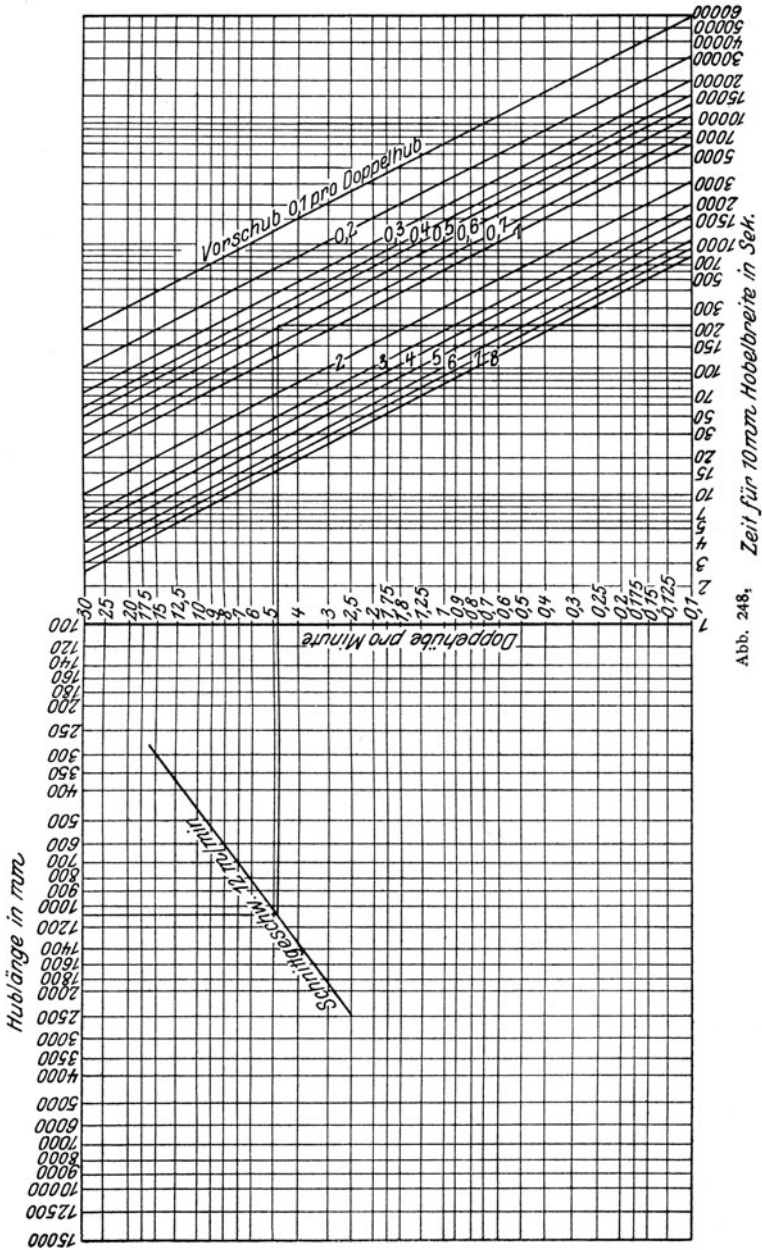


Abb. 248. Zeit für 10 mm Hobelbreite in Sek.

zusammenfallen. So zeigt Abb. 246 eine solche Zeittafel für eine Drehbank. Für einen Drehdurchmesser von 60 mm z. B. und eine Schnittgeschwindigkeit von 20 m/min findet man sofort $n = 106$ und dann für einen Vorschub von 0,5 mm pro Umdrehung die Zeit für 10 mm Drehlänge zu ungefähr 12 Sekunden. Die Größe des Vorschubs wird für Schrupparbeiten zweckmäßig durch Versuche bestimmt¹⁾. Ist der Vorschub nicht pro Umdrehung gegeben, sondern pro Minute wie bei der auf S. 1287 beschriebenen Fräsmaschine, so läßt sich ebenfalls eine Zeittafel aufstellen wie Abb. 247 zeigt, denn hier ist $T_M = \frac{L}{s_{\min}}$ und $T_M \cdot s_{\min} = L$, daher $\log T_M + \log s_{\min} = \log L$.

Für einen Vorschub von 75 mm z. B. findet man leicht die Zeit für 10 mm Fräslänge zu 8 Sekunden. Die Zeit ist hierbei unabhängig von der Drehzahl des Fräasers. Jede der vier Drehzahlgruppen der Maschine (S. 1290) erfordert eine besondere Zeittafel. Bei Einscheibenantrieb kann der Vorschub unmittelbar von diesem abgeleitet werden und ist dann ganz unabhängig von den verschiedenen Drehzahlen des Fräasers. Dann kommt man mit einer Zeittafel aus. Ebenso ist es, wenn der Vorschubantrieb durch einen besonderen Motor erfolgt.

Auch für Maschinen mit hin- und hergehender Bewegung lassen sich ähnliche Zeittafeln aufstellen, wie aus Abb. 248 hervorgeht. Es handelt sich hier um eine Hobelmaschine mit Antrieb durch Zahnstange. Schnittgeschwindigkeit der Maschine beträgt 12 m in der Minute. Für den kleinsten Hub von 300 mm sind 15 Doppelhübe pro Minute und für den größten Hub von 2500 mm sind 2,5 Doppelhübe festgestellt worden. Die so gefundenen Punkte werden durch eine Gerade verbunden. Für die Bestimmung der Maschinenzeit gilt dann $T_M = \frac{B}{n \cdot s}$. Hierbei $B =$ Hobelbreite, $n =$ Anzahl der Doppelhübe und

$s =$ Vorschub pro Doppelhub. $T_M \cdot n = \frac{B}{s}$ und $\log T_M + \log n = \log \left(\frac{B}{s} \right)$.

Für eine Hobellänge z. B. von 1150 mm findet man $n \sim 4,8$ pro Minute und bei einem s von 0,6 mm die Zeit für 10 mm Hobelbreite zu 210 Sekunden. Hat die Maschine verschiedene Geschwindigkeiten, so ist die entsprechende Anzahl von Geraden einzutragen.

Bei Aufzeichnung von Zeittafeln für Maschinen mit Kurbelantrieb ist zu beachten, daß die Schnittgeschwindigkeit von der Größe des Hubes abhängt, und daß hier die Anzahl der Doppelhübe pro Minute konstant ist. Es sind hier so viele schräge Linien einzuzichnen als die Kurbel verschiedene Drehzahlen hat.

¹⁾ Hippler: Die Dreherei und ihre Werkzeuge. 2. Aufl., S. 40.

Neunzehnter Abschnitt.

Elektrotechnik.

Bearbeitet von Prof. A. Schmidt, Chemnitz

Physikalische Grundlagen.

Die elektrischen Maßeinheiten.

(Technische Einheiten.)

(1187) Begriffserklärungen. Das Ampère — gesprochen Ampär, abgek. A — ist die Einheit der elektrischen Stromstärke (I oder i). Es wird dargestellt durch den unveränderlichen elektrischen Strom, der beim Durchgang durch eine wässrige Lösung von Silbernitrat in einer Sekunde 0,001118 g Silber niederschlägt.

Das Ohm (Ω) ist die Einheit des elektrischen Widerstandes (r). Es wird dargestellt durch den Widerstand einer Quecksilbersäule von der Temperatur des schmelzenden Eises, deren Länge bei durchweg gleichem, 1 mm^2 gleichzuchtendem Querschnitte, 106,3 cm und deren Masse 14,4521 g beträgt.

Das Siemens (S) ist die Einheit des elektrischen Leitwertes (g). Der Leitwert ist der reziproke Wert des elektrischen Widerstandes: $g = 1 : r$.

Das Volt (V) ist die Einheit der elektromotorischen Kraft (E , e) oder der Spannung (P , p). Es wird dargestellt durch diejenige elektromotorische Kraft oder Spannung, die in einem Leiter von 1Ω Widerstand eine Stromstärke von 1 A erzeugt.

Das Watt (W) ist die Einheit der elektrischen Leistung (N). Sie wird bei Gleichstrom gemessen durch das Produkt aus Stromstärke \times Spannung einer Energiequelle (bzw. eines Energieverbrauchers). Bei Wechselstrom bedeutet dieses Produkt allgemein nur die Scheitelleistung, die in $V \times A$, d. h. Volt-ampere gemessen wird. Die Wirkleistung — kurz Leistung genannt — erhält man erst durch Multiplikation der VA mit dem Leistungsfaktor ≤ 1 .

Die Wattstunde (Wh) ist die Einheit der elektrischen Arbeit (A). Sie kommt zustande durch die Wirkung eines Wattes während 1 Stunde: $A = L \times t$; dauert die Arbeit wesentlich kürzer als eine Stunde, so benützt man oft die Sekunde als Zeiteinheit und bezeichnet die Einheit des Produktes Watt \times Sekunde als Joule (J).

Das Coulomb (C) ist die Einheit der Elektrizitätsmenge (Q). Sie wird gemessen durch das Produkt aus der Zahl der Ampere, die während t Sekunden durch den Querschnitt eines Leiters hindurchfließen: $Q = I \times t$. Wird als Zeiteinheit die Stunde benutzt, so heißt die Einheit eines solchen Produktes Ampere-stunde (Ah).

Das Farad (F) ist die Einheit des elektrischen Fassungsvermögens oder der Kapazität (C) eines Kondensators. Ein Kondensator, der bei 1 Volt Spannung zwischen beiden Belegungen 1 Coulomb aufnehmen kann, hat die Kapazität 1 F.

Das Henry (H) ist die Einheit für die Induktivität einer Wicklung. Die Induktivität ist ein Maß für die Zahl der Verkettungen zwischen allen einzelnen Windungen einer Wicklung und den Kraftlinien des Feldes, das die Stromstärke von 10 Ampere entweder in der betrachteten Wicklung selbst oder in einer benachbarten anderen Wicklung erzeugt. Im ersteren Falle spricht man von Selbstinduktion (*L*), im zweiten von gegenseitiger Induktion (*M*).

Da diese „Einheiten“ für die Bedürfnisse der Praxis oft zu klein oder zu groß sind, so werden deren Vielfache oder Teile benutzt und zwar nach folgendem Schema:

Als Vorsätze vor dem Namen einer Einheit bedeuten:

- k (Kilo) das tausendfache,
- M (Mega oder Meg..) das millionenfache,
- m (milli) den tausendsten Teil,
- μ (Mikro) den millionsten Teil,

z. B. 1 kWh = 1000 Wh = 1 Kilowattstunde, 1 mH = $\frac{1}{1000}$ Henry = 1 millihenry.

(1188) Beziehungen der technischen zu den absoluten elektrischen Einheiten im elektromagnetischen (EME) und im elektrostatischen (ESE) System.

1 Ampère	= 10 ⁻¹	EME = 3 · 10 ⁹	ESE
1 Ohm	= 10 ⁹	„ = $\frac{10}{9}$ 10 ⁻¹²	„
1 Siemens	= 10 ⁹	„ = $\frac{10}{9}$ 10 ⁻¹²	„
1 Volt	= 10 ⁸	„ = $\frac{1}{3}$ 10 ⁻²	„
1 Watt	= 10 ⁷	„ = 10 ⁷	„
1 Joule	= 10 ⁷	„ = 10 ⁷	„
1 Wattstunde	= 3600 · 10 ⁷	„ = 3600 · 10 ⁷	„
1 Coulomb	= 10 ⁻¹	„ = 3 · 10 ⁹	„
1 Ampstunde	= 3600 · 10 ⁻¹	„ = 3600 · 3 · 10 ⁹	„
1 Farad	= 10 ⁻⁹	„ = 9 · 10 ¹¹	„
1 Henry	= 10 ⁹	„ = $\frac{10}{9}$ 10 ⁻¹²	„

(1189) Beziehungen zwischen den elektrischen, mechanischen und kalorischen Einheiten für Arbeit und Leistung.

1 Joule = 10 ⁷ Erg	= 0,2390 cal = $\frac{1}{9,8062}$ mkg
1 Wattstunde	= 3600 Joule = 860,4 cal = 367,128 mkg,
1 Kilowattstunde	= 860,4 Cal = 367128 mkg,
1 Pferdekraftstunde	= 75 · 3600 mkg = 735 Wh,
1 Cal	= 1000 cal = 426,9 mkg = 4184 Joule,
1 Watt	= 1 Joule/sek = 10 ⁷ Erg/sek = 0,2390 cal/sek = $\frac{1}{9,8062}$ mkg/sek,
1 Kilowatt	= 0,2390 Cal/sek = 101,98 mkg/sek = 1,360 PS,
1 mkg/sek	= 9,8062 Watt = 2,345 cal/sek,
1 PS	= 75 mkg/sek = 735 Watt = 0,17600 Cal/sek,
1 Cal/sek	= 426,9 mkg/sek = 4184 Watt.

Der Magnetismus.

Das magnetische Feld.

(1190) **Die magnetische Feldstärke.** Magnetisches Feld heißt der Raum in der Umgebung magnetischer Körper, innerhalb dessen auf andere magnetische Körper Kräfte ausgeübt werden (Faraday). Diese magnetischen Kräfte lassen sich auf einen gewissen Zwangs- oder Polarisationszustand des Äthers zurückführen, der sich mit Lichtgeschwindigkeit ausbreitet und in Zug- und Druckspannungen äußert, von denen erstere in der Richtung der sog. Kraftlinien, letztere rechtwinklig dagegen stattfinden (Maxwell).

Der einfachste, allerdings nur gedachte, nicht wirklich bestehende magnetische Körper ist der punktförmige Magnetpol. Es gibt zwei Arten von Polen, die sich durch ihr entgegengesetztes Verhalten gegenüber einem gegebenen Feld unterscheiden — Nord- und Südpole. Ein solcher Magnetpol würde in einem gegebenen magnetischen Felde sich auf einer Kraftlinie bewegen, und zwar ein Nordpol in der einen (positiven), einen Südpol in der entgegengesetzten (negativen) Richtung.

Zwei punktförmige, gleichnamige Magnetpole stoßen sich ab, zwei ebensolche entgegengesetzte Pole ziehen sich an mit einer Kraft, die in der Verbindungsgeraden beider liegt und dem Quadrat ihres Abstandes r umgekehrt proportional ist; außerdem ist diese Kraft proportional dem Produkt der Polstärken (Coulombsches Gesetz).

Messen wir die Kraft $K = \frac{M M'}{r^2}$ in Dyn, r in cm, so bestimmt diese

Gleichung die absolute Einheit der Polstärke als Stärke eines Pols, der auf einen gleich starken aus 1 cm Abstand eine Kraft von 1 Dyn ausübt.

Die Kraft, die an verschiedenen Orten des magnetischen Feldes auf einen Pol von der Polstärke M' ausgeübt wird, ist also verschieden. Um nun diese Kräfte untereinander vergleichen zu können, muß man bei ihrer Ermittlung stets denselben Pol von derselben Stärke verwenden und man ist daher übereinkommen, die Stärke eines solchen Meßpoles gleich 1 zu setzen. Die alsdann auf einen solchen Einheitsnordpol ausgeübte Kraft, gemessen in Dyn an einem beliebigen Punkte des magnetischen Feldes, nennt man die Stärke des magnetischen Feldes an dem betreffenden Orte. Die Einheit der Feldstärke ist das Gauß (1 Γ); sie wird mit H oder auch \mathfrak{H} bezeichnet.

Die Feldstärke ist eine Richtungsgröße oder Vektor und Feldstärken werden daher geometrisch, d. h. nach dem Gesetz vom Parallelogramm der Kräfte addiert; mehrere Feldstärken an einem Punkte können daher durch eine einzige Resultierende dargestellt werden, wie auch umgekehrt eine gegebene Feldstärke in mehrere Komponenten zerlegt werden kann.

Denkt man sich durch die Kraftlinien eine Fläche so gelegt, daß die Kraftlinien überall senkrecht auf ihr stehen, so kommt einer solchen Normalfläche eine besondere Bedeutung zu: da nämlich die Tangentialkomponente der Feldstärke überall gleich Null ist, so kann man den Einheitspol auf einer solchen Fläche verschieben, ohne Arbeit zu leisten; man nennt sie daher auch Äquipotentialfläche.

Denkt man sich weiter auf einer solchen Normalfläche eine beliebige geschlossene Kurve gezeichnet und durch jeden Punkt dieser Kurve die Kraftlinien gezogen, so wird dadurch ein röhrenartiges Gebilde aus dem Felde herausgeschnitten, das man eine Kraftfröhre nennt. Die Feldstärke innerhalb der Kurve, die die Fläche Q cm² einschließen möge, kann von Ort zu Ort verschieden sein. Dagegen ist der Wert $\int \mathfrak{H} dQ$ für die ganze Kraftfröhre auf jeder beliebigen durch

sie gelegten Normalfläche konstant und wird als Kraftfluß Φ bezeichnet und in Maxwell als Einheit gemessen. Eine Kraftröhre mit Fluß gleich 1 wird Einheitsröhre genannt und man kann daher den Wert Φ eines Flusses auch durch die Zahl der Einheitsröhren messen, und umgekehrt ist die Dichte der Einheitsröhren auch ein Maß für die Feldstärke; denn es ist $\mathfrak{H} = \frac{d[\int \mathfrak{H} dQ]}{dQ}$. Es

hat sich eingebürgert, statt die Zahl der Einheitsröhren anzugeben, diese durch ihre jeweilige Röhrenachse ersetzt zu denken, diese Achsen als Kraftlinien schlechtweg zu bezeichnen und darum die Feldstärke auch durch die Zahl der Kraftlinien, die durch eine Fläche von 1 cm^2 an jener betreffenden Stelle senkrecht hindurchtreten, zu messen. Um für beide Meßmethoden der Feldstärke in Dyn einerseits und in Kraftlindichten andererseits — dieselbe Maßzahl zu bekommen, muß man von einem Einheitspol 4π Einheitsröhren oder Kraftlinien ausgehen lassen. Ein Pol von der Stärke \mathfrak{M} erzeugt daher einen Fluß $\Phi = 4\pi \mathfrak{M}$ Kraftlinien oder Maxwell.

Ein ungleichnamiges Polpaar $\pm \mathfrak{M}$ erzeugt ein Feld, von dessen Feldlinienverlauf in einem Meridianschnitt (Abb. 1) ein Bild gibt. Der Kraftfluß ist auch hier $\Phi = 4\pi \mathfrak{M}$.

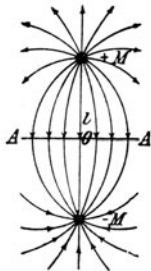


Abb. 1.

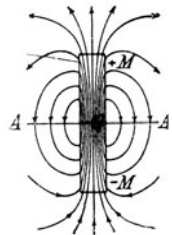


Abb. 2.

Eine ähnliche Form besitzt das magnetische Feld eines zylindrischen Magnetstabes (Abb. 2); die Fernwirkungen eines solchen lassen sich also durch die zweier Pole $+\mathfrak{M}$ und $-\mathfrak{M}$ ersetzen, die im Innern des Stabes auf seiner Achse im Abstand l liegen; dabei ist sehr nahe $l = \frac{5}{6}$ der geometrischen Länge des Zylinders. $\mathfrak{M}l = m$ nennt man das magnetische Moment des Stabes (Gauß).

Ein Feld, dessen Kraftlinien überall dieselbe Dichte haben und parallel verlaufen, heißt ein homogenes Feld; andernfalls spricht man von zylindrischen oder gar konischen Feldern, wenn nämlich die Kraftlinien nicht parallel verlaufen.

Eine ähnliche Form besitzt das magnetische Feld der Erde, die sich so verhält, als wenn in ihrem Innern in der Nähe des geographischen Nordpols ein magnetischer Südpol, in der Nähe des geographischen Südpols ein magnetischer Nordpol wirksam wäre, wobei die magnetische Achse nicht mit der Drehachse der Erde zusammenfällt: Erdmagnetismus. — Magnetische Felder erhält man aus dem in der Natur sich vorfindenden Magnetkies, dessen magnetisierende Kraft sich auf einfache Weise auf Stahlstäbe übertragen läßt, die man dann als Dauerstahlmagnete bezeichnet und je nach ihrer Form Stab- oder Hufeisenmagnete nennt; sie können auch mit mehr als 2 Polen, z. B. 4-, 6-polig angefertigt werden.

(1191) Die magnetische Induktion. Die hauptsächlich dem Eisen zukommende Eigenschaft, im magnetischen Felde selbst magnetisch zu werden, nennt man magnetische Induktion — auch Ferromagnetismus. Die wichtigsten Eisensorten sind das Gußeisen und das Schmiedeeisen, das wieder als weiches Schmiedeeisen — aus dem das Dynamoblech hergestellt wird — oder, wenn härtbar, als Stahl unterschieden wird. Für den Dynamobau werden die Magnetgestelle aus Stahlguß hergestellt, während für Dauermagnete besonders der Wolfram- und Kobaltstahl Verwendung findet; neuerdings gibt es auch unmagnetische Stahlarten (durch Legieren mit Nickel und Chrom).

Kommt Eisen in ein magnetisches Feld, so treten zu den H -Linien noch weitere Kraftlinien hinzu, so daß deren Dichte alsdann auf $B = \mu H$ steigt, wobei B die magnetische Induktion oder Dichte genannt wird und μ die Durchlässigkeit oder Permeabilität. Die Durchlässigkeit μ des Eisens ist sowohl für die einzelnen Sorten verschieden, besonders aber auch bei der nämlichen Sorte sehr stark von B abhängig. Für Luft wird $\mu = 1$ gesetzt, während es bei weichem Schmiedeeisen bis auf > 3000 steigen kann; μ kann auch < 1 werden, z. B. für Kupfer, Wismut usw., welche Stoffe man dann diamagnetisch nennt im Gegensatz zu den paramagnetischen, zu denen außer Eisen noch insbesondere Nickel und Kobalt gehören. Da die Zahl der induzierten Kraftlinien bei einer bestimmten Eisensorte einen gewissen Grenzwert nicht überschreiten kann, so nimmt μ , nachdem es seinen Höchstwert erreicht hat, wieder ab und nähert sich asymptotisch dem Wert 1: magnetische Sättigung. — Die Beziehung zwischen H und B kann nur durch Kurven für die verschiedenen Eisensorten dargestellt werden — die sog. Magnetisierungskurven (s. Nr. 1196). Die Gesamtzahl aller B -Linien bildet den Induktionsfluß oder das Feld $\Phi = B \times Q$ Induktionslinien oder auch Feldlinien. — Treten solche Induktionslinien aus einem Stoffe mit der Durchlässigkeit μ_1 in einen Stoff mit der Durchlässigkeit μ_2 über, so erleiden sie an der Trennfuge eine Brechung, und zwar verhalten sich die tg der Einfallswinkel α und β wie die zugehörigen Werte von μ_1 bzw. μ_2

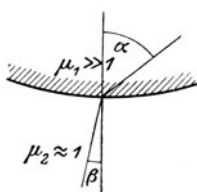


Abb. 3.

$$\frac{\text{tg } \alpha}{\text{tg } \beta} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$$

Da für Eisen μ stets sehr groß gegen Luft ist, so treten die Induktionslinien immer fast senkrecht in den Luftraum aus und in das Eisen ein (s. Abb. 3).

(1192) Die Energie eines magnetischen Feldes. Zur Erzeugung eines magnetischen Feldes muß Arbeit aufgewandt werden, die in dem Felde gespeichert bleibt, solange sich dieses nicht ändert. Die magnetische potentielle Energie eines Volumelementes dv ist:

$$dA = \frac{\int_0^B H dB}{4\pi} dv \text{ Erg} \quad (\text{s. Abb. 4})$$

oder mit $dB = \mu dH$ u. mit $\mu = 1$ für Luft wird

$$A = \frac{v}{8\pi} H^2 10^{-7} \text{ Joule.}$$

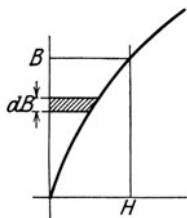


Abb. 4.

Verringert sich das Feld, so wird ein entsprechender Anteil der magnetischen Energie in irgendeine andere Energieform umgewandelt.

(1193) Die magnetische Hysterese. Die Beziehungen zwischen \mathfrak{B} und \mathfrak{H} werden durch die 1878 von Warburg entdeckten Nachwirkungserscheinungen (von Ewing mit dem Namen Hysteresis belegt) verwickelter; hiernach liegen die \mathfrak{B} höher, wenn man von höheren \mathfrak{H} -Werten zu niederen, tiefer, wenn man umgekehrt geht. Ändert man \mathfrak{H} zwischen den Grenzwerten $-\mathfrak{H}_1$ und $+\mathfrak{H}_1$, indem man erst von $-\mathfrak{H}_1$ über O nach $+\mathfrak{H}_1$ geht (aufsteigende Magnetisierung), dann wieder von $+\mathfrak{H}_1$ über O nach $-\mathfrak{H}_1$ zurück (absteigende Magnetisierung), so erhält man schleifenförmige Kurven, die in diesem Falle symmetrisch zu den Koordinatenachsen liegen. Von diesen Hysteresis-

schleifen sind in Abb. 5 die positiven Hälften für weiches Eisen, gehärteten Stahl und Gußeisen dargestellt. Der absteigende Ast liegt um so höher über dem aufsteigenden, je härter in magnetischem Sinne das Material ist. Selbst wenn $\mathfrak{H} = 0$ geworden ist, bleiben, wenn äußere Störungen fern gehalten werden, beträchtliche Werte \mathfrak{B}_r zurück, die man als zurückbleibende (remanente) Magnetisierung bezeichnet, und es bedarf einer Gegenwirkung $-\mathfrak{H}_0$, um diesen Magnetismus auf Null zu bringen, die um so größer sein muß, je härter das Material ist (beim weichen Eisen ungefähr -1 , bei Gußeisen und nicht gehärtetem Stahl -13 , bei hartem Wolframstahl -50 bis -80); diese \mathfrak{H}_0 -Werte sind Maße für die Koerzitivkraft, je höher sie sind, um so besser eignet sich das Material für Dauermagnete. \mathfrak{B}_r sowohl wie \mathfrak{H}_0 wachsen mit wachsendem Grenzwert $\mathfrak{H}_1, \mathfrak{B}_1$, nähern sich aber bestimmten oberen Grenzen.

Eine solche vollständige Ummagnetisierung nennt man einen magnetischen Kreisprozeß, und zwar, wenn die Grenzwerte $\pm \mathfrak{H}_1$ und $\pm \mathfrak{B}_1$ nach oben und nach unten dieselben sind, einen symmetrischen.

Die Hysterese hat nun zur Folge, daß sich bei jeder Umänderung des Feldes ein bestimmter Anteil der frei werdenden Energie in Wärme verwandelt entsprechend einer molekularen Reibungsarbeit: Hysterisisverlust.

Für einen vollständigen Kreisprozeß und für 1 cm^3 des Materials erhält man den Hysterisisverlust ($V_{1, h}$), wenn man den Flächeninhalt der Schleife der Magnetisierungskurve $\mathfrak{B} = f(\mathfrak{H})$ durch 4π dividiert, und zwar in Erg, wenn man \mathfrak{H} und \mathfrak{B} in Gauß gemessen hat. Nach Steinmetz kann man für einen symmetrischen Kreisprozeß $V_{1, h} = \eta \mathfrak{B}_1^{1,6}$ setzen, wo der Hysterisiskoeffizient η bei weichstem Eisen ungefähr $0,001$ beträgt; bei hartem Stahl ist er mehr als zehnmal so groß. Ist f die Anzahl der in 1 sek stattfindenden Kreisprozesse, so ist der durch die Hysterese hervorgerufene Leistungsverlust in 1 cm^3 $f \eta \mathfrak{B}_1^{1,6}$ Erg/sek, oder in dm^3 gleich $10^{-4} f \eta \mathfrak{B}_1^{1,6}$ Watt. Der Hysterisisverlust ist dem Volumen proportional.

(1194) **Zugkraft von Magneten.** Aus der obigen Energiegleichung folgt für einen Luftraum

$$\frac{dA}{dl} = P = \frac{H^2}{8\pi} \frac{dv}{dl} \quad \text{oder} \quad P = \frac{H^2 F}{8\pi} \text{ Dyn} = \frac{H^2 F}{8 \cdot 980600 \pi} \text{ kg},$$

d. h. die Zugkraft zwischen 2 Normalflächen, zwischen denen sich Luft befindet und ein Feld von H -Kraftlinien für 1 cm^2 gleichmäßig verteilt über ein Flächenstück von $F \text{ cm}^2$, beträgt $P = 4,04 \cdot 10^{-8} H^2 F \text{ kg}$, so daß also z. B. die Feldstärke im Luftspalt für eine Zugkraft von 10 kg/cm^2 betragen muß

$$H = \sqrt{\frac{10 \cdot 10^8}{4,04}} = 15700 \text{ G}.$$

Elektromagnetismus.

(1195) **Magnetische Wirkung des elektrischen Stroms.** Magnetische Felder finden sich auch innerhalb und außerhalb von Leitern, die von elektrischen Strömen durchflossen werden (Oersted, Ampère). Außerhalb eines sehr

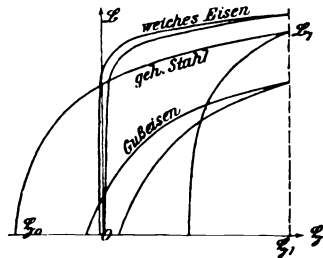


Abb. 5.

langen, geradlinigen Leiters mit einem elektrischen Strom von der Stärke J verlaufen die Kraftlinien in Form von Kreisen, deren Mittelpunkte in der Achse des Stromleiters liegen, und deren Ebenen auf dieser rechtwinklig sind (Abb. 6). Die Feldstärke ist proportional J und umgekehrt proportional dem Abstand a von der Leiterachse (Biot und Savart). Die Richtung des Feldes bestimmt sich nach der Korkzieherregel, wonach der Drehsinn eines in der Stromrichtung eingebohrten Korkziehers die Richtung der Feldlinien angibt.

Daraus folgen die Sätze: Parallele Leiter mit gleichgerichteten Strömen ziehen sich an, mit entgegengesetzt gerichteten stoßen sich ab; sich kreuzende Leiter suchen sich so zu verdrehen, daß ihre Ströme gleichgerichtet werden.

(Vgl. Elektrodynamometer, Hörerblitzschutzapparat.)

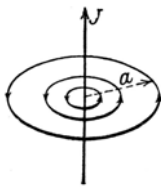


Abb. 6.

(1196) Der magnetische Kreis.

Längs einer Feldlinie wird auf den Einheitspol eine Kraft von H Dyn ausgeübt, und wenn er sich dabei um die Strecke dl verschiebt, wird die Arbeit $H dl$ geleistet. Da die Feldlinien stets geschlossene Kurven sind, so ist die längs der ganzen Kurve geleistete Arbeit $\oint H dl$ und heißt das Linienintegral der Feldstärke. Sein

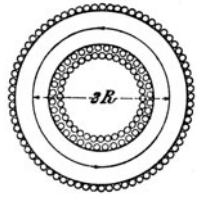


Abb. 7.

Wert ist offenbar $= 0$, wenn die Feldkurve keinen stromdurchflossenen Leiter umschließt. Werden dagegen ein oder w Leiter mit dem Strom J Amp. umschlungen, so hat die Arbeit vielmehr in allen Fällen den feststehenden Wert $0,4 \pi J w$ und es ist dann

$$\oint H dl = 0,4 \pi J w = 0,4 \pi D.$$

Der Ausdruck $J w$ heißt die elektrische Durchflutung D und wird dargestellt durch die algebraische Summe aller durch jenes von der magnetischen Feldlinie umschlossene Fenster hindurchtretenden Ströme, gemessen in Amp. oder auch Amperewindungen (AW).

Auf einen geschlossenen Eisenring (Abb. 7) von konstantem Querschnitt und gleichmäßig mit einer Spiralfeldlinie von w Windungen versehen, angewandt, folgt, da nun H längs der ganzen Feldlinie konstant ist,

$$\oint H dl = H l = 0,4 \pi J w$$

oder

$$H = \frac{0,4 \pi J w}{l} \Gamma,$$

worin l die mittlere Länge aller in dem Eisenringe verlaufenden Feldlinien darstellt, gemessen in cm. Ist der betrachtete magnetische Kreis nicht homogen, sondern nach Form und Materialbeschaffenheit wechselnd, jedoch so, daß auf gewisse Strecken der mittleren Kraftlinie l_1, l_2, l_3, l_4 usw. Material und Form und damit auch H_1, H_2, H_3 als jeweils zugehörige Werte gleichbleiben, so geht das Integral in eine Summe über

$$H_1 l_1 + H_2 l_2 + H_3 l_3 + \dots = \sum_1^n H l = 0,4 J w.$$

Bezeichnen $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \dots$ die den verschiedenen Stoffen zukommenden Permeabilitäten, so ist

$$\frac{B_1}{\mu_1} l_1 + \frac{B_2}{\mu_2} l_2 + \frac{B_3}{\mu_3} l_3 + \dots = \sum_1^n \frac{B l}{\mu} = 0,4 J w$$

und

$$J w = \frac{B_1}{0,4 \cdot \pi \mu_1} l_1 + \frac{B_2}{0,4 \cdot \pi \mu_2} l_2 + \frac{B_3}{0,4 \cdot \pi \mu_3} l_3 + \dots = \sum \frac{B}{0,4 \cdot \pi \mu} l.$$

Ist das den magnetischen Kreis durchflutende Feld Φ und sind Q_1, Q_2, Q_3, \dots die Querschnitte der einzelnen Teile, so ist

$$B_1 = \frac{\Phi}{Q_1}, \quad B_2 = \frac{\Phi}{Q_2}, \quad B_3 = \frac{\Phi}{Q_3}, \dots,$$

daraus folgt schließlich

$$\Phi = \frac{0,4 \cdot \pi J w}{\sum_1^n \frac{l}{\mu Q}},$$

welche Beziehung als Ohmsches Gesetz des magnetischen Kreises bekannt ist, weshalb man auch $0,4 \pi J w$ als magnetomotorische Kraft (MMK), $\frac{l}{\mu Q}$ als magnetischen Widerstand des von den Φ Induktionslinien

erfüllten Raumes bezeichnet. Wegen der Veränderlichkeit von μ ist diese Beziehung für praktische Größenbestimmungen nicht brauchbar; auch kann und muß man praktisch bei allen Berechnungen am magnetischen Kreis von Φ als dem Gegebenen ausgehen, zu dem $J w$ gesucht wird, hierfür dienen die obigen Summenbeziehungen, wobei man die den einzelnen Abteilungen zukommenden H mittelst der berechneten B der Magnetisierungskurve des betreffenden Stoffes entnimmt. Da aber die H -Werte sämtlich durch $0,4 \pi$ zu teilen sind, so geben die praktischen Magnetisierungskurven (Abb. 8)¹⁾ unmittelbar $H : 0,4 \pi$ in Abhängigkeit von B . $H : 0,4 \pi \approx 0,8 H$ stellt gleichzeitig die für jeden Abschnitt nötige Durchflutung für 1 cm Kraftlinienlänge dar und wird oft mit aw bezeichnet, so daß man auch schreiben kann

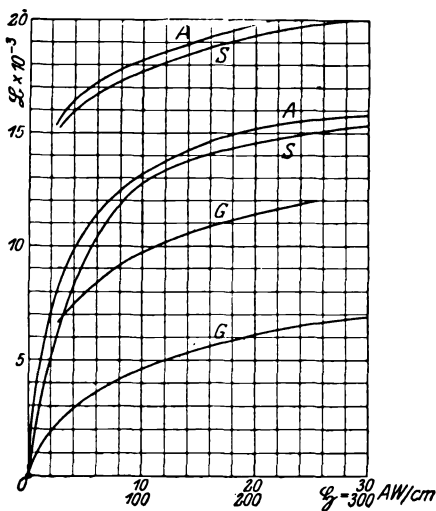


Abb. 8.

$$A W_k = a w_1 l_1 + a w_2 l_2 + a w_3 l_3 + \dots = \sum_1^n a w l.$$

Ist ein Teil des magnetischen Kreises Luft, so wird der dafür nötige Durchflutungsanteil

$$A W_L = 0,8 B_L \delta,$$

¹⁾ Die Kurven geben Mittelwerte; für Berechnung und Ausführung sind für das jeweils zu benutzende Material Versuchsergebnisse vom Hersteller einzuholen!

wobei B_L die im Luftspalt von der Länge δ cm herrschende magnetische Dichte bezeichnet; meist benötigt der Luftspalt — der oft zweimal auftritt — $60 \div 85\%$ der Durchflutung für den gesamten Kreis. — Die bisherigen Betrachtungen setzten voraus, daß die Stromwindungen den magnetischen Kreis gleichförmig umgeben. Dies ist meist nicht der Fall, indem die Erregerwindungen an

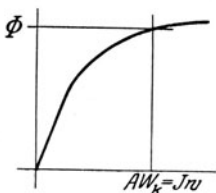


Abb. 9.

einigen wenigen passenden Stellen zusammengedrängt werden — als Magnetspulen —; dies hat zur Folge, daß die Kraftlinien nicht nur den vom Eisen vorgeschriebenen Weg befolgen, sondern auch alle nur denkbaren Bahnen daneben ausnutzen, welche Erscheinung man als Streuung bezeichnet. Die Streuung ist namentlich an den Luftspalten groß und es können je nach Form und Sättigung $5 \div 25\%$ des Gesamtfeldes als Streufeld durch die Luft verlaufen. Da die Streuung einen größeren Aufwand von Eisen und Kupfer und eine Verschlechterung der Betriebseigenschaften eines elektromagnetischen Apparates zur Folge hat, muß man stets darnach trachten, sie so klein wie möglich zu halten.

Hat man unter Berücksichtigung der Streuungsverhältnisse für einen magnetischen Kreis zu verschiedenen Φ die AW_k berechnet, so kann man die Beziehung zwischen beiden in Kurvenform (s. Abb. 9) darstellen — magnetische Kennlinie eines nach Form und Material bestimmten magnetischen Kreises. Mit deren Hilfe kann dann — aber nur für den zugrunde liegenden besonderen Kreis — auch ohne weiteres für jede elektrische Durchflutung (AW_k) die magnetische Durchflutung (Φ) gefunden werden.



Abb. 10.

Ist der zu berechnende magnetische Apparat etwa 4- oder 6-, allgemein $2p$ -polig ausgeführt, so ist die gesamte Durchflutung für sämtliche — $2p$ — Kreise bei der für technische Induktoren üblichen Anordnung nach Abb. 10, bei der eine Windung stets 2 magnetische Kreise umschlingt:

$$AW_t = p AW_k.$$

Beispiel: Die Magnetgestelle aller „Induktoren“ setzten sich aus Joch, Polkernen, Polschuhen, Luftspalt und Anker mit Zähnen- und Kernschicht zusammen. Sie werden nach Form und Material als gegeben vorausgesetzt und es wird nun für eine Reihe von Flüssen im Anker Φ_a (Nutzfeld) die für 1 magnet. Kreis erforderliche Durchflutung ermittelt und danach die magn. Kennlinie festgestellt. Es betrage z. B. für obige Maschine $\Phi_a = 5 \cdot 10^6$ und die Streuungsvorzahl 1,2, dann ist der Fluß im Polkern $\Phi_m = 1,20 \Phi_a = 6 \cdot 10^6$. Zur weiteren Berechnung ermittelt man sich aus der Zeichnung die Querschnitte Q , die mittlere Länge der Kraftlinie L und das Material der einzelnen Teile, so daß man die jeweiligen magn. Dichten B und aus den Magnetisierungskurven für das zugehörige Material aw finden kann. Die Ausführung geschieht am besten in Tafelform:

Teil des magn. Gestells	Material	Querschnitt Q cm ²	Φ	B	aw	L cm	AW	%
Luftspalt . .	Luft	845	} $5 \cdot 10^6$	6 000	4800	1 8	8 640	58,5
Zähne } Anker	Dynamoblech	257		19 400	230	10	2 300	15,5
Kern } Anker		555		9 000	2 8	25	70	0,5
Polkern . . .	Stahlguß	750	} $6 \cdot 10^6$	8 000	57	26,5	1 500	10,5
Joch		800		7 500	45	50	2 250	15,0
$AW_k =$							14 760	100,0

Für eine 4polige Maschine wird dann $A W_t = 2 \times 14760 \approx 29500$. Das gibt bei einem Strom von 20 Amp. $w = 1475$ und für 1 Magnetspule = $1475 : 4 \approx 370$ Windungen.

(1197) Elektromagnete. Wird der oben besprochene Eisenring mit Spiralkwicklung aufgeschnitten und gerade gestreckt, so gelten auch für diese Form noch obige Formeln, wenn nur die Länge der Spule groß ist gegenüber dem Windungsdurchmesser; denn dann ist auch das Feld im Innern der Spule nahezu homogen (s. Abb. 11) und also \oint längs der mittleren Feldlinie \approx konstant. Die Drahtspirale ohne Kern heißt Solenoid oder Magnetspule, das Ganze ist ein Elektromagnet.

Für das Solenoid berechnet sich

$$H = \frac{0,4 \pi J w}{l} \Gamma, \text{ für einen Elektromagnet mit Eisenkern vom Querschnitt } Q$$

$$\text{wird} \quad B = \mu H = \frac{0,4 \pi J w}{l} \mu$$

$$\text{und} \quad \Phi = B \cdot Q = \frac{0,4 \pi J w}{l} \mu Q$$

$$\text{oder} \quad \Phi = \frac{0,4 \pi J w}{l / \mu Q},$$

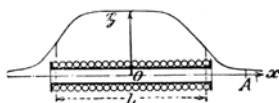


Abb. 11.

wo also $l/\mu Q$ den magnetischen Widerstand des Innern der Spule bedeutet und der Widerstand des Feldes außerhalb der Spule als sehr gering daneben vernachlässigt wird.

Bezüglich der Polarität von Solenoiden und Elektromagneten gelten in Erweiterung der Korkzieherregel folgende Sätze: Blickt man in der Achsrichtung auf eine Magnetspule und fließt der Strom im Uhrzeigersinn, so entsteht an diesem Ende ein Südpol; fließt aber der Strom entgegen dem Uhrzeigersinne, so entsteht ein Nordpol (s. Abb. 10).

Die Zugkraft eines Elektromagneten kann nach der Nr. 1194 gegebenen Formel berechnet werden.

(1198) Die Energie eines elektromagnetischen Systems. Eine stromdurchflossene Spule, die mit einem Fluß von Φ Kraftlinien verketet ist, stellt ein mit potentieller Energie versehenes System dar, und zwar ist der Energieinhalt

$$dA = -i w d\Phi 10^{-8} \text{ Joule} \quad \text{und} \quad A = -\frac{1}{2} J w \Phi 10^{-8} = -\frac{1}{2} L J^2 \text{ Joule}$$

stellt die Arbeit dar, die von dem von 0 an bis J wachsenden Strome geleistet werden muß, bis er das seiner Größe J entsprechende Feld Φ erzeugt hat; an Stelle von Φ kann diese Arbeit auch in Abhängigkeit von der Induktivität L der Spule ausgedrückt werden.

Wird umgekehrt das mit einer Spule verketete Feld verringert, so wird Energie frei, die sich als elektrische oder mechanische Arbeit äußern kann. Soll das letztere geschehen, so muß sich die Spule unter einem mechanischen Druck P eine Strecke ds bewegen können, so daß also $dA = P ds = i w d\Phi$ wird. Legt man der Betrachtung eine Spule mit nur 1 Windung zugrunde, die bei rechteckiger Form auf die Länge l cm als Mantellinie eines zylindrischen Ankers im Feld Φ liegt (s. Abb. 10), so ist der Druck P auf einen einzigen derartigen vom Strom i durchflossenen Leiter im Feld von der Dichte B

$$P = \frac{dA}{ds} = \frac{i d\Phi}{ds} = \frac{i d(B l s)}{ds} = i B l \text{ Dyn}$$

oder $P = 10,2 i B l 10^{-8} \text{ kg}$, mit i in Amp.

Das elektrische Feld.

(1199) Elektromotorische Kraft. Um elektrische Erscheinungen hervorzu-
bringen, muß die den elektrisch neutralen Zustand eines Körpers kennzeichnende
Menge und Verteilung von Elektronen durch irgendeine Ursache so gestört
werden, daß dadurch seine Elektronenzahl im ganzen etwa vermindert (oder
wenigstens anders auf die einzelnen Stellen desselben Körpers verteilt) und dafür
auf einem zweiten Körper (oder einer anderen Stelle desselben Körpers) vermehrt
wird. Die Verminderung bewirkt dann — um mit der überkommenen Bezeich-
nungsweise in Übereinstimmung zu bleiben — eine Ladung mit positiver (+),
die Vermehrung eine Ladung mit negativer (−) Elektrizität (Belegungen).
Eine Ursache, die derartige Elektronenverschiebungen bewirkt, heißt Elektro-
motorische Kraft (EMK). Eine solche Verschiebung ist natürlich stets mit einer
Arbeitsleistung verbunden, die sich als potentielle Energie aufspeichert, solange
die Verschiebung aufrechterhalten bleibt, andererseits aber einem Kleinst-
(Null-)Wert zustrebt mit dem Ziel einer rückläufigen Verschiebung (Ausgleich).
Dieses Bestreben bezeichnet man als elektrische Spannung und sie ist ihrem
Größenwert nach der EMK gleich und in derselben Einheit wie diese zu messen.

(1200) Die Feldstärke. Der Raum zwischen einer + - und - - Belegung mit den
Elektrizitätsmengen + Q und - Q ist also in einem eigentümlichen Zwangs-
zustand und heißt darum elektrisches Feld. Da punktförmig gedachte
ungleichnamige Elektrizitätsmengen sich ebenfalls nach dem Coulombschen
Gesetze anziehen — bzw. gleichnamige Elektrizitätsmengen sich abstoßen —,
so kann man sich auch das elektrische Feld mit Kraftlinien durchsetzt denken.
Die elektrischen Kraft- oder Feldlinien sind aber nicht wie die magnetischen
stets geschlossene Kurven, sondern beginnen an einer — laut Festsetzung —,
positiven Ladung und endigen an einer gleich großen negativen. Ebenso kann
man die Feldstärke \mathcal{E} entweder durch die auf die punktförmige Elektrizitäts-
menge 1 an irgendeiner Stelle des Feldes wirkende Kraft in Dyn messen oder
durch die Zahl der Feldlinien (= Einheitsröhren), welche an der
fraglichen Stelle des Feldes durch eine Fläche von 1 cm^2 senkrecht
hindurchtreten.

(1201) Elektrische Spannung. Das Linienintegral der Feldstärke $\int \mathcal{E} dl$
heißt allgemein elektrische Spannung. Bewegt sich eine unveränderliche
Elektrizitätsmenge Q von einem Punkte A der Feldlinie längs dieser nach B ,
so wird die Arbeit

$$A = Q \int_A^B \mathcal{E} dl = Q(V_A - V_B) = Q P \text{ Erg}$$

geleistet, wobei V_A und V_B die Werte des \int in A bzw. B bedeuten und die
Potentiale der Punkte A bzw. B heißen. Die Potentialdifferenz $V_A - V_B$
ist gleich der Spannung P zwischen A und B . Die absolute Einheit der Spannung
zwischen 2 Punkten ist also dann vorhanden, wenn die Verschiebung der
absoluten Elektrizitätsmenge 1 die Arbeit von 1 Erg erfordert. Die praktische
Spannungseinheit im EMS ist 300 mal kleiner als die absolute elektro-
statische — ES — Einheit und 10^8 mal größer als die absolute elektromagne-
tische — EM — Einheit und heißt .1 Volt (in Anpassung an die früher ge-
bräuchliche empirische Spannungseinheit von 1 Daniel $\approx 1,1$ Volt).

(1202) Leiter, Nichtleiter, Dielektrikum. Die elektrische Spannung bleibt nur
dann bestehen, wenn die sofortige Ausgleichung der beiden Elektrizitätsarten
dadurch verhindert wird, daß die zwischen beiden Belegungen befindliche
Schicht — die entweder einem und demselben Körper angehören oder aus einem

dritten Stoffe bestehen kann — der Verschiebung der Elektronen einen so großen Widerstand entgegensetzt, daß höchstens nur ein verschwindend kleiner Ausgleich auch nach sehr langer Zeit zustande kommen kann. Stoffe solcher Art nennt man Isolatoren: Das vollkommene Vakuum, Luft und Gase in kaltem Zustand, Öle, Harze, Glas, Gummi, Porzellan. Stoffe, die umgekehrt dem Durchgang der Elektronen nur einen verhältnismäßig geringen Widerstand entgegensetzen, für die also deren Durchlässigkeit kennzeichnend ist, heißen Leiter: alle Metalle, einige Metalloxyde, Kohle, Wasser, Luft und Gase in stark erhitztem oder verdünntem Zustande.

Einen isolierenden Stoff zwischen 2 Belegungen nennt man auch Dielektrikum. Da in einem solchen so gut wie kein Ausgleich stattfindet, macht sich das Bestreben nach Vereinigung der beiden Elektrizitätsarten innerhalb des Gefüges des Stoffes als dielektrische Beanspruchung geltend, d. h. die elektrische Spannung sucht die Stoffe zu zerreißen, dem sich aber die elektrische Elastizität widersetzt, solange sie ausreicht. Anderenfalls erfolgt der Ausgleich plötzlich und mit großer Heftigkeit, der dann meist noch mit Hitze- und Lichterscheinungen verbunden ist (Funke — Durchschlag). — Der Größenwert der dielektrischen Beanspruchung, der im allgemeinen von Art zu Art verschieden ist, ergibt sich aus folgender Überlegung:

Die Spannung zwischen 2 ∞ nahe nebeneinanderliegenden Normalflächen einer Feldröhre von dem konstanten Querschnitt df und der mittleren Länge dl ist $\mathfrak{E} dl = dP$, und damit die an dieser Stelle angreifende Kraft $\mathfrak{E} = \frac{dP}{dl}$, d. h. \mathfrak{E} stellt auch die Spannungsänderung auf 1 cm Feldlinienlänge dar und heißt dann auch Spannungsgradient oder dielektrische Beanspruchung.

Analog den Verhältnissen im magnetischen Felde setzt man für eine solche Röhre: elektrischer Fluß = $\frac{\text{elektromotorische Kraft}}{\text{dielektrischen Widerstand}} = \Psi$ und: gesamter von der Elektrizitätsmenge Q ausgehender Fluß, der den Querschnitt df durchsetzt:

$$\Psi = 4 \pi Q.$$

Der dielektrische Widerstand ist von Länge dl und Querschnitt df sowie von der Art des Dielektrikums abhängig. Letzterem Umstande trägt man durch Einführung der Dielektrizitätskonstanten ϵ (analog der Permeabilität) Rechnung, deren Wert für das Vakuum = 1 gesetzt wird. Danach ergeben sich folgende Beziehungen:

$$\Psi = \frac{4 \pi P}{S} = 4 \pi Q = \int D df$$

$$\text{und } S = \frac{4 \pi dl}{\epsilon df} \text{ und damit } Q = \frac{\epsilon}{4 \pi dl} P = CP;$$

hierin bedeutet D die dielektrische Induktion oder Verschiebung, die analog der magnetischen Induktion mit der Feldstärke \mathfrak{E} in Beziehung gesetzt wird durch die Gleichung $D = \epsilon \mathfrak{E}$. Daraus ergibt sich schließlich folgende Formel, die die Grundlage für alle elektrischen Festigkeitsrechnungen bildet:

$$\frac{dP}{dl} = \mathfrak{E} = \frac{D}{\epsilon} \text{ ESE} \quad \text{oder} \quad = 3 \cdot 10^9 \cdot \frac{D}{\epsilon} = \frac{4 \pi dQ}{\epsilon df} \cdot 10^{11} \text{ Volt/cm.}$$

(1203) Der Kondensator. Das betrachtete Röhrenstück stellt einen sog. Kondensator vor, d. h. ein aus 2 Belegungen (in Gestalt von Metallflächen) mit dielektrischer Zwischenschicht bestehendes Gerät, das nach obigem bei der Spannung P die Elektrizitätsmenge $Q = CP$ aufnehmen kann, wobei $C = \frac{Q}{P} = \frac{\epsilon df}{4 \pi dl}$ seine Kapazität bedeutet, d. h. seine Aufnahmefähigkeit für

1 × ES Spannungseinheit. Die Kapazität eines Kondensators bzw. eines Leitergebildes hängt also von seiner Form und dem Dielektrikum ab und ist für einen gegebenen Kondensator eine feste kennzeichnende Größe.

Die Einheit der Kapazität ist das Farad = 9 · 10¹¹ abs. ESE. — Die einfachsten Kondensatoren bestehen aus 2 parallelen Metallplatten, die durch irgend einen Isolator (Luft) in einem gewissen Abstand gehalten werden. Die Kapazität eines solchen Plattenkondensators ist dann

$$C \approx \frac{\epsilon F}{9 \cdot 4 \pi d} \cdot 10^{-11} \text{ Farad,}$$

wenn F die Plattenfläche in cm² ist und groß gegenüber dem Abstand d in cm. Andere Formen sind die Leydener Flasche, Kabel mit Bleimantel, Freileitungsdrähte. Über den Wert von ϵ für die verschiedenen Stoffe gibt nachstehende Tafel Auskunft; für Luft und die meisten Gase kann $\epsilon \approx 1$ gesetzt werden.

Tabelle der Dielektrizitätskonstanten ϵ
(nach Strecker, Hilfsbuch für die Elektrotechnik).

Colophonium	2,6	Paraffin, fest	2,1 ÷ 2,2
Ebonit	2 ÷ 3	Paraffinöl	2,0 ÷ 2,5
Glas (verschieden)	5 ÷ 8	Petroleum	2,0 ÷ 2,2
„ (weißes Spiegelglas)	7,1	Porzellan	4,4
Glimmer	5 ÷ 8	Rapsöl	2,3
Guttapercha	3 ÷ 3,2	Rizinusöl	4,7
Starkstromkabelisolation (getränktes Papier oder Jute)	4,3	Rüböl	3
Fernsprechkabelisolation (Papier und Luft)	1,6	Schellack	2,7 ÷ 3,7
Kautschuk, braun	2	Schwefel	3,6 ÷ 4,3
„ vulkanisiert, grau	2,7	Siegellack	4,3
Mikanit	4,5 ÷ 5,5	Terpentinöl	2,2
Oliveneröl	3	Transformatoröl { Mineral	2,2
Papier	1,8 ÷ 2,6	{ Harz	2,5
		Wasser	80

Ladungsarbeit: Um einen Kondensator mit der Elektrizitätsmenge Q zu laden — d. h. diese von 0 an wachsende Elektrizitätsmenge längs der Feldlinie einer Feldröhre zu verschieben — und damit ein elektrisches Feld $\Psi = 4 \pi Q$ zu erzeugen, ist die Arbeit $dA = \frac{1}{2} PQ = \frac{1}{2} CP^2 = \frac{\epsilon \mathbb{E}^2}{8 \pi} dv$ Erg nötig und die Anziehungskraft zwischen den beiden Belegungen beträgt darum

$$K = \frac{\epsilon P^2}{8 \pi} \frac{df}{(dl)^2} \approx \epsilon \frac{P^2 F}{8 \pi d^2} \text{ Dyn} = 0,45 \cdot 10^{-18} \frac{\epsilon P^2 F}{d^2}$$

für einen Plattenkondensator in kg und Volt.

Lade- oder Verschiebungsstrom. Ändert sich die Spannung P um $+dP$ während der Zeit dt , so ist die verschobene Elektrizitätsmenge

$$dQ = C dP \quad \text{und} \quad \frac{dQ}{dt} = C \frac{dP}{dt},$$

wobei C die Kapazität des an die veränderliche Spannung P angeschlossenen Leitergebildes, d. h. Kondensators vorstellt und $\frac{dQ}{dt}$ die in der Zeiteinheit diesem zufließende Elektrizitätsmenge, d. i. den Ladestrom, der also

$$J_L = C \frac{dP}{dt} \text{ ist.}$$

(1204) Dielektrische Hysterese. Wechselt die Spannung periodisch nach irgendeinem Gesetz zwischen 2 gleich großen Scheitelwerten, so muß sich auch das elektrische Feld in gleicher Weise ändern und man spricht dann von einem symmetrischen Kreisprozeß des elektrischen Feldes. Auch diese Umelektrisierung geht gleich dem Ummagnetisierungsprozeß nicht ohne dielektrische Reibungsverluste ab und man nennt daher diese Erscheinung auch dielektrische Hysterese, die aber wegen der Geringfügigkeit der Verluste praktisch fast keine Rolle spielt.

(1205) Elektrische Festigkeit eines Stoffes ist der Wert des Spannungsgradienten, bei dem der Durchschlag erfolgt. Diese Werte hängen stark von den Versuchsbedingungen ab. Für Luft und die meisten Gase ist dann das sog. Durchschlagsgefälle rund 20 kV/cm bei Atmosphärendruck und Zimmertemperatur. Für die wichtigsten Isolatoren gibt nachstehende Tafel Anhalte.

Durchschlagsgefälle für Isolatoren.

	kVolt/cm		kVolt/cm
Luft	21	Transf. Öl	80 ÷ 100
Hartgummi	100—380	Gewöhnliches Glas	80—90
Weichgummi	185	Flintglas	55
Stabilit	90—175	Glimmer	175—285
Kolophonium	110	Gewöhnl. Porzellan	75—95
Wachs	115	Hartporzellan	90—105
Paraffin	115	Marmor	65

Die Zahlen sind die Effektivwerte einer sinusartigen Wechselstromspannung (s. Nr. 1222).

Die Erzeugung elektromotorischer Kräfte.

Zur Verschiebung der Elektronen braucht man EMKe, die auf verschiedene Weise sich erzeugen lassen. Vorrichtungen, die diesem Zwecke dienen, heißen Spannungszeuger; die wichtigsten sind:

(1206) Die Reibungselektrisiermaschinen, die auf der Tatsache beruhen, daß zwei physikalisch verschiedenartige Körper durch Reiben miteinander elektrisch werden. Durch den konstruktiven Kunstgriff, die hin und her gehende Bewegung beim Reiben durch eine Drehbewegung eines der beiden Körper von der Form einer Scheibe zu ersetzen, wird eine solche Vorrichtung zur Maschine. Eine wesentliche Verbesserung der Reibungselektrizitätsmaschine wird durch Benutzung des Influenzprinzips erreicht (Maschinen von Holtz, Töpler, Wimshurst, Wommelsdorf). Die so erzeugten EMKe sind von der Größenordnung mehrerer kVolt. Geladene Kondensatoren können auch als sekundäre Spannungsquellen aufgefaßt werden.

(1207) Die galvanischen Elemente (Primärelemente). In diesen wird die Elektronenverschiebung durch die chemisch-physikalischen Erscheinungen des Lösungsdruckes und der Osmose zwischen Elektroden und Elektrolyten hervorgerufen. Sie bestehen aus 2 Leitern (Elektroden) aus chemisch verschiedenen Stoffen, die in eine wässrige verdünnte Lösung von Salzen, Säuren oder Basen (Elektrolyt) tauchen und deren Enden die Pole heißen. Die wirksame Schicht ist die jeweilige Berührungsfläche zwischen Leiter und Flüssigkeit, welche letztere nur die Überführung der an materielle Atome gebundenen Elektronen — beide zusammen bilden die Ionen — zu besorgen hat. Die Elektrode, an die die Ionen herantreten — die Kathode — wird + elektrisch und an ihr muß sich gleichzeitig der Atomrest des Iones abscheiden; die negative Elektrode ist die Anode, die in Lösung gehen muß. Solange ein Ausgleich der beiden Elektrizitätsarten durch eine leitende Verbindung zwischen den Polen außerhalb

des Elements (äußerer Schließungskreis) nicht stattfindet (offenes Element), kommt die Ionenwanderung rasch zum Stillstand, indem dem Antrieb von seiten des Lösungs- und des osmotischen Druckes der elektrostatische Gegendruck der in den beiden Elektroden angesammelten Elektrizitätsmengen entgegenwirkt. Die Größe der so erzeugbaren EMKe beträgt $1 \div 2$ Volt.

(1208) Die Thermoelemente. Die Ursache der Elektronenverschiebung bildet hier das Temperaturgefälle längs zweier chemisch verschiedenartiger Leiter, z. B. zwischen 2 Wismut- und Kupferstäben, die an der Verbindungsstelle erhitzt werden. Die EMKe sind von der Größenanordnung einiger mVolt.

Die Induktoren,

d. h. Apparate, die auf dem Prinzip der elektromagnetischen Induktion beruhen.

Diese Erzeugungsweise EMKe ist neben der in den galvanischen Elementen nach dem heutigen Stande der Technik die wichtigste, teils weil der Größenwert der EMKe einen sehr weiten Bereich — von mVolt bis zu vielen kVolt — umfaßt, teils weil dieses Verfahren sich in technischer und wirtschaftlicher Beziehung einer bemerkenswerten Vervollkommnung zugänglich erwiesen hat.

(1209) Begriff der elektromagnetischen Induktion. Es gehört hierzu 1. ein geschlossener Leiter, 2. ein magnetisches Feld, dessen Kraftlinien den Leiter kettengliederartig umschließen — oder kurz gesagt die Möglichkeit, eine Verkettung zwischen Leiter und magnetischem Feld, 3. eine Änderung der Größe der Verkettung: Solange die Änderung anhält, solange findet eine Elektronenverschiebung im Leiter statt, d. h. wirkt in ihm eine EMK oder wird eine EMK induziert. Die Größe der Verkettung wird gemessen durch die Zahl der Feldlinien (Einheitsröhren), die den geschlossenen Leiter kettengliederartig umschließen. Der geschlossene Leiter kann die Form einer einzigen Windung haben oder er kann in mehreren w Windungen angeordnet sein. Im letzteren Falle muß die Verkettung Φ jeder einzelnen Windung festgestellt werden und $\sum_1^w \Phi$ bildet dann die Gesamtverkettung des geschlossenen Leiters.

Liegen die w Windungen sehr nahe beieinander — d. h. liegt eine Spule vor —, so kann die Verkettung Φ für alle einzelnen Windungen nahezu gleich und darum die Gesamtverkettung $v = w \Phi$ sein.

Schließlich kann der geschlossene Leiter aus mehreren Spulen bestehen, die dann räumlich verteilt sind, d. h. eine Wicklung bilden; dann muß die gesamte in einer solchen Wicklung induzierte EMK für jeden Augenblick aus der Summe der in den einzelnen Spulen induzierten EMK ermittelt werden (s. Nr. 1281). — Wesentlich ist 1. die Größe der Verkettung für jede einzelne Windung in einem bestimmten Augenblick, nicht aber deren räumliche Verteilung, d. h. die kettengliederartige Umschlingung braucht sich nicht etwa auf die ganze Ausdehnung des Leiters gleichmäßig zu erstrecken, sie kann auch — wie praktisch meist der Fall — auf eine kurze Strecke zusammengedrängt sein; 2. die Änderung der Verkettung, nicht aber die Art, wie eine solche Änderung herbeigeführt wird; 3. die Raschheit der Änderung, d. h. die Änderungsgeschwindigkeit der Verkettung. Ist $d\Phi$ die Änderung der Verkettung für 1 Windung während der Zeit dt , so ist $\frac{d\Phi}{dt}$ die Änderungsgeschwindigkeit der Verkettung in dem gerade betrachteten Augenblick; $\frac{d\Phi}{dt}$ wird auch magnetischer Schwund genannt.

(1210) Gesetze der elektromagnetischen Induktion. I. Das Grundgesetz der (elektromagnetischen) Induktion lautet: a) Die in 1 geschlossenen Leiter indu-

zierte augenblickliche EMK ist gleich der Änderungsgeschwindigkeit der Verkettung in diesem Augenblick.

$$e = - \frac{d\Phi}{dt} \text{ EME} = - \frac{d\Phi}{dt} 10^{-8} \text{ Volt,}$$

für eine Spule mit w Windungen wird $e = - w \frac{d\Phi}{dt} 10^{-8} \text{ Volt.}$

Das — Zeichen wird gesetzt, um die Richtung von e in Übereinstimmung mit der früheren Festsetzung über Strom- und Feldrichtung und dem tatsächlichen Versuchsergebnis zu bringen; für den einzelnen Fall wird die Richtung der induzierten EMK bestimmt nach dem Gesetz: b) Blickt man durch den geschlossenen Leiter in der Richtung der Kraftlinien, so wird bei deren Verminderung eine EMK im Uhrzeigersinne induziert und umgekehrt.

II. An Stelle dieses Grundgesetzes mit der Betonung der Änderung der Verkettung für den ganzen Leiter, kann das Gesetz über das Schneiden von Feldlinien treten, wenn sich die Betrachtung nur auf das Leiterstück bezieht, auf das im Sonderfalle allein die kettengliederartige Verstrickung mit dem Feld zusammengedrängt ist, zweckmäßigerweise aber nur dann, wenn 1. das betrachtete Leiterstück gerade ist, 2. es \perp steht auf der Richtung der Feldlinien und 3. es sich \perp zur Richtung der Feldlinien bewegt, d. h. sie \perp schneidet. Unter diesen ganz besonderen, aber in der Technik sehr vielfach zutreffenden

Bedingungen kann der Ausdruck $e = - \frac{d\Phi}{dt} 10^{-8}$ in die Worte gefaßt werden:

a) die in einem solchen Leiter induzierte EMK ist gleich der Zahl der geschnittenen Feldlinien in der Sekunde oder auch gleich der Schnittgeschwindigkeit. b) Läßt man das Feld durch die Fläche der rechten Hand eintreten und bringt den Daumen in die Richtung der Bewegung (vielfach gleichbedeutend mit der Drehrichtung) des Leiters, so geben die Finger die Richtung der EMK — Rechte-Hand-Regel; oder stattderen: Bringt man den Zeigefinger der rechten Hand in die Richtung der Feldlinien und den Daumen in die Bewegungsrichtung des Leiters, so gibt der Mittelfinger die Richtung der EMK — Dreifingerregel der rechten Hand; oder: Stellt man sich vor das Magnetgestell eines „Induktors“ so, daß sich der Anker im Uhrzeigersinne dreht, so tritt unter dem Nordpol der Strom in die Leiter ein, unter dem Südpol aus — Polregel (s. auch Abb. 10).

III. Für viele Zwecke kann man das Lenzsche Gesetz anwenden: Die Wirkung der Induktion ist immer so, daß sie der Ursache der Induktion entgegenwirkt. — In dieser Form läßt sich in vielen Fällen außer dem Richtungssinn der EMK leicht auch die pondermotorische (Kraft-)Wirkung der Induktionserscheinungen feststellen.

(1211) Bewegungsinduktion. Besonders einfache Form nimmt die Formel für e dann an, wenn im Falle II die geschnittenen Kraftlinien einem homogenen Felde von der magnetischen Dichte B angehören und der Leiter von l cm Schnittlänge sich mit der konstanten Geschwindigkeit von v cm bewegt; denn dann ist die Zahl der geschnittenen Kraftlinien in der Sekunde $= v l B$ und $E = v l B 10^{-8}$ Volt.

Annähernd verwirklichen läßt sich dieser Fall in der Homopolar-Maschine (Abb. 12 u. 13), die aus einer Kupferscheibe besteht, die sich innerhalb der Pole eines Hufeisenmagnets bewegt. Jeder Scheibenradius schneidet Kraftlinien und zwar in demselben Sinne, so daß die Richtung der EMK in allen Radien dieselbe ist und also in nebenstehender Abbildung nach obigen Regeln der Scheibenrand \rightarrow , die Welle — elektrisch werden muß. Die mittlere Bewegungsgeschwindigkeit v im Abstand $\frac{D}{4}$ von der Achse beträgt bei n Drehungen die Minute

$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot n \cdot D}{60 \cdot 4} \text{ cm und } E = \frac{2 \cdot \pi \cdot n \cdot D}{60 \cdot 4} \times \frac{D}{2} \times B 10^{-8} = 1,31 \cdot 10^{-10} n B D^2 = \frac{v \cdot B D}{4 \cdot 10^8} \text{ Volt,}$$

z. B. wird für $n = 3000$ Dreh./min, $l = 40 \text{ cm} = \frac{D}{2}$ (entsprechend $v_u \approx 120 \text{ m}$ am Scheibenrand) und $B = 20000$, $E = 50 \text{ V}$.

Diese Spannung, die also das Höchste ist, was aus der Maschine bei alleräußerster mechanischer und magnetischer Beanspruchung herauszuholen ist, ist für die Praxis zu klein; sie hat deshalb keine technische Bedeutung gewonnen, zumal die Stromabnahme durch die Bürsten und deren Reibungsverluste auch Betriebssicherheit und Wirkungsgrad sehr herabdrücken; dagegen findet sie als magnetische Bremse ausgedehnte Anwendung.

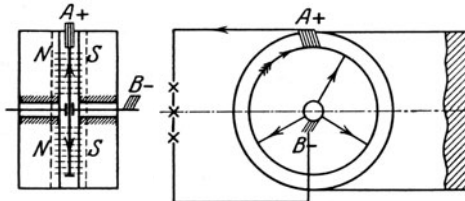


Abb. 12.

Abb. 13.

Sehr erweiterungsfähig wird diese Formel, wenn man nur eine unendlich kleine Bewegung ds des Leiters in der Zeit dt in Betracht zieht, also $v = \frac{ds}{dt}$ setzt. Auf eine solche kleine Strecke ds kann stets B_r an der gerade ins Auge gefaßten Stellung des Leiters während der Zeit dt konstant angenommen werden, so daß also die in diesem Augenblick induzierte EMK wird

$$e = \frac{ds}{dt} l B_r \cdot 10^{-8} = vl B_r \cdot 10^{-8} \text{ Volt für 1 Leiter (Augenblickswert).}$$

Ist nun B_r nicht nur während der Zeit dt , sondern während der endlichen Zeit t , in der die endliche Strecke s vom Leiter bestrichen wird, konstant; so ist auch die während dieser Zeit induzierte EMK konstant: im anderen Falle aber, d. h. wenn B_r eine stetige Funktion von s ist, entsprechend dem jeweiligen Werte von B_r veränderlich aber diesem stets proportional, wenn die Bewegungsgeschwindigkeit v konstant ist, d. h. $e = CB_r$. Dieser Fall liegt stets

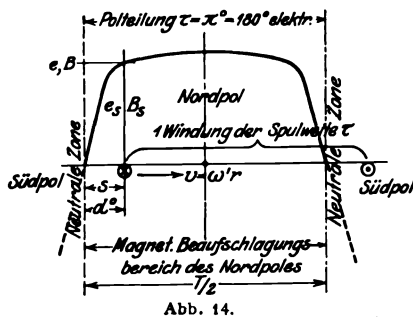


Abb. 14.

vor bei den technischen Induktoren (s. Abb. 10) (Dynamomaschinen): dort ist die Felddicke B auf dem Ankerumfang von einer neutralen Zone zur anderen, d. h. innerhalb des magnetischen Beaufschlagungsbereichs eines Poles stets veränderlich und läßt sich in der sogenannten Feldkurve (s. Abb. 14) die Abhängigkeit der magnetischen Dichte B_r von s darstellen. Die e -Kurve muß dann dieselbe Form wie die Feldkurve annehmen,

$$e = 2 v \omega l B_r \cdot 10^{-8} \text{ Volt,}$$

gleiche Feldkurven für alle Pole und eine Spulenweite gleich einer Polteilung τ vorausgesetzt.

Man erkennt ohne weiteres, daß, so oft die Leiter die Scheidelinie zweier Pole — d. h. die neutrale Zone — überschreiten, ein Richtungswechsel

der EMK eintritt und daß, wenn man die Windung an sämtlichen Polen vorbeidreht, in ihr eine Wechsel-EMK induziert wird. Die Zahl der Wechsel ist = der Zahl der Pole $2p$ des Magnetgestells. Da nach dem Überschreiten 1 Polpaars der Induktionsvorgang sich in genau derselben Weise abspielt — konstante Bewegungsgeschwindigkeit vorausgesetzt —, so wird also bei jeder Umdrehung eine periodische Wechsel-EMK induziert, deren Periodenzahl = der Zahl der Polpaare p ist. Macht daher eine Windung (oder auch Spule) n Drehungen die Minute, so ist $f = pn : 60$ die sekundliche Periodenzahl. Wird die Drehgeschwindigkeit durch die mechanische Winkelgeschwindigkeit $\omega' = 2\pi n : 60$ gemessen, so wird $f = p \omega' : 2\pi$ und $p \omega' = 2\pi f = \omega$, wobei ω als die Kreisfrequenz bezeichnet wird, die also nur bei 2 poligen Magnetgestellen mit der mechanischen Winkelgeschwindigkeit gleichwertig ist, sonst ist die mechanische Winkelgeschwindigkeit stets kleiner als die Kreisfrequenz $\omega' = \omega : p = 2\pi f : p$, d. h. um dieselbe Periodenzahl zu erhalten, braucht die Drehgeschwindigkeit bei $2p$ -poligen Magnetgestellen nur der $1/p$ derjenigen für ein 2-poliges Gestell zu sein (s. Nr. 1278). Der reziproke Wert von f

stellt die Zeitdauer einer Periode dar $\frac{1}{f} = T = \frac{1}{p} \frac{60}{n} = \frac{2\pi}{p \omega'} = \frac{2\pi}{\omega}$ Sekunden (s. Abb 14). — Da e veränderlich ist, so findet außer dem Augenblickswert e auch der Größt- oder Scheitelwert der EMK \mathfrak{E} und der Mittelwert aller e während einer $\frac{1}{2}$ Periode E_m besondere Beachtung. Für E_m findet man offenbar $= \frac{2}{T/2} \int_0^{T/2} 10^{-8} \text{ Volt für 1 Windung, also } E_m = 4f \Phi_a 10^{-8} \text{ Volt.}$

Andererseits ist in der Zeit $T/2$ die Gesamtänderung der Verkettung für eine Windung — nämlich von $+\Phi_a$ auf $-\Phi_a$ — gleich der Summe aller Änderungen df während der Zeit dt , d. h.

$$2 \Phi_a = \int_0^{T/2} df = \int_0^{T/2} \frac{df}{dt} dt = 10^8 \int_0^{T/2} e dt = 10^8 \times \text{Fläche der EMK-Kurve,}$$

daraus folgt mit

$$\frac{2 \Phi_a}{T/2} = 10^8 E_m = \frac{10^8}{T/2} \int_0^{T/2} e dt$$

der Satz: Die mittlere EMK E_m = ist gleich der mittleren Höhe der EMK-Kurven oder der Flächeninhalt des Rechtecks $E_m \times T/2$ = Flächeninhalt der EMK-Kurve.

Während für Gleichstrom-Induktoren die Feldkurve meist jene oben dargestellte trapezförmige Form hat, gibt man ihr bei Wechselstrom-Induktoren eine sinusförmige Gestalt, so daß also zwischen B_s und s die Beziehung besteht, wenn man noch berücksichtigt, daß zur Zurücklegung des Weges s am Ankerumfang die Zeit t und gleichzeitig eine Drehung des Ankers um den elektrischen

Winkel $\alpha = \frac{2\pi s}{2\tau} = \frac{2\pi t}{T} = \omega t$ erforderlich ist, und ferner den Scheitelwert der sinusförmigen Feldkurve mit \mathfrak{B}_{\max} bezeichnet:

$$B_s = \mathfrak{B}_{\max} \sin \omega t;$$

damit wird der Augenblickswert der EMK einer Spule

$$e = 2 w v l B_s 10^{-8} = 2 w v l \mathfrak{B}_{\max} \sin \omega t 10^{-8} = \mathfrak{E} \sin \omega t,$$

wo \mathfrak{E} den Scheitelwert der EMK-Kurve darstellt, die ja nun gleichfalls eine Sinuslinie ist mit dem Wert:

$$\mathfrak{E} = 2 w v l \mathfrak{B}_{\max} 10^{-8} = w \omega \Phi_a 10^{-8} \text{ V Scheitelwert,}$$

also

$$e = w \omega \Phi_a 10^{-8} \sin \omega t \text{ V Augenblickswert}$$

oder

$$E_m = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} w \omega \Phi_a 10^{-8} \sin \omega t = \frac{2}{\pi} \mathcal{E} = 4 w f \Phi_a 10^{-8} \text{ V Mittelwert.}$$

(Über den quadratischen Mittelwert E s. Nr. 1222.)

Die Fassung II des Induktionsgesetzes ist, wie ersichtlich, für die Fälle, in denen die Verkettungsänderung durch Bewegung eines Leiters im magnetischen Feld unter den oben genannten 3 Bedingungen geschieht, ausreichend zur Bestimmung von Größe und Richtung der induzierten augenblicklichen EMK. Aber auch dann, wenn der Leiter (und mit ihm der Anker als sein Träger) stillsteht und das erregte Magnetgestell sich mit konstanter Geschwindigkeit dreht, wie das bei den Wechselstrom-Induktoren (Alternatoren, Generatoren) der Fall ist, gelten alle oben entwickelten Beziehungen. Ein solches bewegtes Magnetgestell führt dann den Namen Polrad, das in der Regel mit sehr vielen Polen ausgestattet ist, z. B. 20 bei 300 Drehungen in der Minute. — Selbst wenn Leiter und Feld sich bewegen, bleiben obige Beziehungen bestehen, nur muß dann als mechanische Geschwindigkeit v , ω' , n usw. die Relativgeschwindigkeit beider Systeme eingesetzt werden.

Wie bei der Reibungselektrisiermaschine ist auch hier bei sämtlichen „Induktor-Maschinen“ die fortschreitende oder die hin und her gehende Bewegung durch eine Drehbewegung ersetzt worden, als der mechanisch und konstruktiv am leichtesten zu beherrschenden Bewegungsart. Das Ergebnis der Untersuchung über die Induktionserscheinungen an einer solchen Induktormaschine läßt sich also in die Sätze zusammenfassen:

1. Bewegen sich eine Spule und ein konstantes Feld durch Drehung mit konstanter Winkelgeschwindigkeit relativ so gegeneinander, daß sich die Verkettung der Spule stetig ändert, so wird eine periodische Wechsel-EMK induziert.

2. Die Form der EMK-Kurve $e = f(t)$ ist bestimmt durch die der Feldkurve. Ist das Feld homogen, so wird die Feldkurve eine Sinuslinie, desgleichen die EMK-Kurve.

3. Der Mittelwert der EMK E_m ist stets $= 4 w f \Phi 10^{-8} \text{ V}$, bei sinusförmigem Übergang kann auch gesetzt werden:

$$E_m = \frac{2}{\pi} \mathcal{E} \text{ und } \mathcal{E} = \omega w \Phi 10^{-8} = 2 \pi f w \Phi 10^{-8} \text{ V.}$$

(1212) Wechselinduktion. Außer durch Bewegung läßt sich aber eine Verkettungsänderung dadurch herbeiführen, daß man das Feld seinem Größenwert nach ändert. Die hieraus sich ergebenden Erscheinungen bezeichnet man als Wechselinduktion. Denkt man sich das Feld durch eine stromdurchflossene Spule erzeugt, so wird sein Größenwert bestimmt durch die Beziehung $\Phi = 0,4 \pi i w : R$ (s. Nr. 1196) und man kann also 1. bei konstanten R und w durch Änderung von i , 2. bei konstanten $i w$ durch Änderung von R das Feld Φ ändern. Da man es aber im Falle der Wechselinduktion mit 2 Spulen zu tun hat: der das Feld erzeugenden und der induzierten, so sollen zur klaren Unterscheidung die erstere das „erstseitige Windungssystem“, die zweite das „zweitseitige Windungssystem“ genannt werden (auch Primär- und Sekundär-Spule).

Fall 1. Änderung der Verkettung mit der zweitseitigen Spule durch Änderung des Stromes in der erstseitigen.

a) Geschieht dies dadurch, daß ein Gleichstrom i , zeitweise unterbrochen und geschlossen wird, so entsteht der sogenannte Funkeninduktor, bei dem die Stromunterbrechung vielfach durch einen Neefschens Hammer oder andere noch rascher unterbrechende Hilfsmittel (Turbinenunterbrecher, Wehnelt-Unterbrecher) herbeigeführt wird.

Da $e = w_2 \frac{df}{dt} 10^{-8} = \frac{4\pi w_1 w_2}{R} 10^{-9} \frac{di}{dt}$, so wird e und auch der Mittelwert während einer Schließungs- oder Öffnungsperiode um so größer, je rascher die Stromänderung erfolgt und je größer die Windungszahl w_2 der Zweitspule ist. Dadurch ist man in den Stand gesetzt, mit Hilfe von Gleichstrom sehr hohe Wechselspannungen, wie solche z. B. zum Betrieb von Röntgenröhren gebraucht werden, zu erzeugen.

b) Wird der Strom i_1 dagegen stetig und periodisch zwischen 2 gleich großen +- und - Scheitelwerten geändert — Wechselstrom —, so wird auch in der Zweitspule eine Wechselspannung erzeugt von derselben Frequenz wie die des erstseitigen Wechselstromes, aber von einer Größe, die von dem Windungszahlenverhältnis $\frac{w_2}{w_1}$ der beiden Spulen abhängt, so zwar, daß $E_2 = \frac{w_2}{w_1} E_1$ ist.

Ein solcher Apparat gestattet also Wechselspannungen beliebig zu verändern nach oben oder nach unten und heißt darum Umspannungs-Induktor oder kurzweg Umspanner oder Transformator. (Weiteres davon s. diese.)

Fall 2. Der magnetische Widerstand bei konstanter MMK wird geändert.

Dies kann z. B. dadurch geschehen, daß vor den Polen eines Hufeisenmagnetes ein eisernes Zahnrad, dessen Zähne so breit sind, daß sie die Pole magnetisch kurzschließen, vorbeigedreht wird. Jeder Zahn erzeugt in der auf den Schenkeln des Magneten angebrachten Zweitspule einen Induktionsstoß, desgleichen jede Zahnücke aber in entgegengesetztem Sinne, so daß für jede Umdrehung des Zahnrades soviel Perioden entstehen als dieses Zähne hat. Apparate dieser Art dienen meist zur Erzeugung sehr hoher Frequenzen und heißen Hochfrequenz-erzeuger, wenn sie für Meßzwecke oder für drahtlose Telegraphie benutzt werden, Sirenen, wenn sie zur Erzeugung hoher Töne in Telefonen Anwendung finden.

Auch das Bellsche Telefon beruht auf dem Prinzip der Änderung des magnetischen Widerstandes, hervorgerufen durch die Schwingungen der Eisenmembran vor den Polen eines Dauerstahlmagnetes.

Es kommt auch der Fall vor, daß sich das Feld ändert und gleichzeitig die Spule sich in der oben geschilderten Weise dreht, nämlich bei den Wechselstromkollektormotoren (s. diese).

(1213) Selbstinduktion. Die Betrachtungen über die Wechselinduktion sind aber insofern noch unvollständig, als noch nicht berücksichtigt wurde, daß ja, sobald das Feld sich ändert, auch die erstseitige Spule einer Verkettungsänderung mit ihrem eigenen Feld unterworfen ist, sie sich also durch ihr eigenes Feld induzieren muß; eine Erscheinung, die man als Selbstinduktion bezeichnet und namentlich für die Wechselstromtechnik von höchster Bedeutung ist.

Es ist die in einem bestimmten Augenblicke in der Spule erzeugte EMK der Selbstinduktion

$$e_s = -w \frac{d\Phi}{dt} 10^{-8} = -\frac{4\pi w^2}{R} 10^{-9} \frac{di}{dt} = -L \frac{di}{dt} \text{ V};$$

es ist also $L = \frac{4\pi w^2}{R} 10^{-9}$ und für eine Spule ohne Eisen eine feststehende

Größe, da ihr Wert nur von der (unveränderlich vorausgesetzten) Konstruktion der Spule abhängt. L heißt die Selbstinduktionsvorzahl oder kurz die Induktivität; ihre praktische Einheit ist das „Henry“, das gleich 10^{-9} EMEN ist. Die Induktivität kann auch anschaulicher erklärt werden als „Verkettungsfähigkeit“ einer Spule, indem die Zahl $10^9 L$ angibt, wieviel Verkettungen die Spule für 10 Ampere schaffen kann.

$\frac{di}{dt}$ ist die Stromänderungsgeschwindigkeit oder Schwund.

Nach dem Lenzschen Gesetz ist die EMK der Selbstinduktion dem anwachsenden Strome entgegengerichtet, mit dem abnehmenden Strome gleichgerichtet.

Im ersten Fall verhindert sie also das Anwachen eines Stromes, im letzterem Falle, der z. B. beim Ausschalten eines Stromes eintritt, verstärkt sie die

Spannung an der Unterbrechungsstelle oft so bedeutend, daß bei großem L — z. B. bei den fast eisengeschlossenen Kreisen der Magnetgestelle großer Maschinen — eine Unterbrechung ohne besondere Hilfsmittel (z. B. Magnetunterbrecher mit Hilfskontakt) oft nicht möglich ist, mindestens nicht ohne Schaden für die Isolation der Magnetwicklung (Überspannung). Die große in Bewegung gesetzte Elektrizitätsmenge macht sich als starker Unterbrechungsfunke bemerkbar.

Will man für ein Leitergebilde L möglichst klein machen, so muß man die Entstehung kräftiger Felder möglichst verhindern, was am besten durch bifilare Wicklung geschieht.

(1214) Gegenseitige Induktion. Führt auch die zweitseitige Spule Strom, so erzeugt sie ebenfalls ein Feld, das sich mehr oder weniger (je nach Streuung) wiederum mit der erstseitigen verketten, auch auf diese induzierend wirken und also in ihr eine EMK der gegenseitigen Induktion

$$e_{1,2} = -w_1 \frac{d\Phi_2}{dt} = -\frac{4\pi w_1 w_2}{R_{1,2}} 10^{-9} \frac{di_2}{dt} V$$

erzeugen wird.

$$\frac{4\pi w_1 w_2}{R_{1,2}} 10^{-9} = M_{2,1}$$

heißt die gegenseitige Induktivität; ebenso ist

$$M_{1,2} = \frac{4\pi w_2 w_1}{R_{2,1}} 10^{-9} \text{ Henry.}$$

Für den Fall vollständiger (streuungsloser) Verkettung beider Felder mit beiden Spulen wird

$R_{1,2} = R_{2,1} = R$ und damit $M^2 = M_{1,2} \times M_{2,1} = \left(\frac{4\pi w_1 w_2}{R}\right)^2 = L_1 \times L_2$; bei Streuung dagegen ist $M^2 < L_1 L_2$.

Der elektrische Ausgleich.

(1215) Begriff des elektrischen Ausgleichs. Die Spannung führt zur Wiedervereinigung der beiden Elektrizitätsmengen, d. h. zu deren Ausgleich, die je nach der Beschaffenheit des trennenden Stoffes (Isolatoren, feste und flüssige Leiter, verdünnte Gase), der Größe der ins Spiel tretenden Elektrizitätsmengen und der Höhe der Spannung sowie deren Dauer oder Veränderlichkeit die verschiedensten Formen elektrischer und mechanischer Natur annimmt.

Metallische Leitung.

(1216) Der elektrische Strom. Die Leitung durch Bewegung von Elektronen allein, die hauptsächlich in Metallen, aber auch in Isolatoren und Flüssigkeiten vorkommt, ist insbesondere dann von größter Wichtigkeit, wenn die wirksame EMK dauernd genügende Elektrizitätsmengen in Bewegung zu setzen vermag, so daß der Ausgleich ununterbrochen vor sich gehen kann und ein elektrischer Strom entsteht. Ist die Spannung nach Richtung und nach Größe wenigstens annähernd konstant, so spricht man von Gleichstrom, wechseln dagegen beide, dann entsteht Wechselstrom.

(1217) Wirbelströme. Hat man es mit Leitern großen Querschnittes im Verhältnis zur Länge zu tun — mit massiven Leitern — so gehen die Strombahnen wirt durcheinander und ändern auch beständig ihre Lage; es kommt zur

Bildung von Wirbelströmen. Diese treten in den praktisch wichtigsten Fällen meist dadurch auf, daß sich z. B. Kupferleiter oder Eisenkörper großen Querschnitts so durch ein ruhendes magnetisches Feld bewegen, daß die an verschiedenen Stellen induzierten Spannungen sich infolge Größenverschiedenheit nicht aufheben und darum Wirbelströme in ihnen hervorrufen werden, oder daß solche massiven Körper in Wechselfelder geraten. Da Wirbelstrombildungen stets mit unerwünschter Wärmezeugung und entsprechendem Energieverlust verbunden sind, vermeidet man große Querschnitte durch Unterteilung sowohl für den eigentlichen elektrischen Leiter (Paralleldrähte, Litze, verdrehte Stäbe), wie insbesondere für Eisenkörper in magnetischen Kreisen: Anker in Induktormaschinen und Gestelle für Wechselfelder, die stets aus elektrisch gegenseitig isolierten Eisenblechen von $0,3 \div 0,5$ mm Dicke zusammengebaut werden.

(1218) Stromstärke in Drähten. Die zur Leitung des elektrischen Stromes meist verwandten Drähte haben im Verhältnis zur Länge geringen Querschnitt, so daß die Stromlinien parallel verlaufen und sich auch — von noch besonders zu besprechenden Fällen abgesehen — gleichmäßig über den ganzen Drahtquerschnitt verteilen. Geht nun durch einen beliebigen Querschnitt in der Zeit dt die Elektrizitätsmenge dQ hindurch, so wird $\frac{dQ}{dt}$, d. h. Elektrizitätsmenge in der Sekunde die Stromstärke J oder i genannt. Die Einheit ist das Ampere = 10^{-1} EME.

Gleichstromkreise.

Verbindet man die beiden Pole eines Spannungserzeugers durch einen oder mehrere Leiter (Draht), so fließen die Elektronen dauernd in dem so geschaffenen elektrischen Kreis, den man in einen inneren Schließungskreis — die an der Spannungserzeugung beteiligten Glieder umfassend — und einen äußeren Schließungskreis — auch Netz- oder Verbraucherkreis genannt — zu trennen pflegt.

(1219) Das Ohmsche Gesetz. Die Stromstärke in einem solchen Kreise ist abhängig von der konstanten EMK. E in Volt und dem Leitungswiderstand r_k in Ohm des gesamten Kreises, und zwar gemäß dem Ohmschen Gesetz in der Weise, daß $J = \frac{E}{r_k}$ wird. Die Gleichungen $E = Jr_k$ und $E - Jr_k = 0$ dagegen besagen: Das Produkt Strom \times Widerstand ist eine Spannung, die gleich E ist, aber im Kreiswiderstand beim Durchfließen des Stromes verzehrt wird. Im inneren Schließungskreis mit dem inneren Widerstand r_i ist der Spannungsverbrauch oder -abfall Jr_i , so daß an den Polen oder Klemmen für den äußeren Schließungskreis nur noch die Klemmspannung $P = E - Jr_i$ zur Verfügung steht. Ist der Widerstand des äußeren Schließungskreises r_a , so ist also $P = Jr_a$ und $J = P:r_a$. Dieses r_a kann nun auch wieder zerlegt werden, nämlich in den Widerstand der Leitungen r_L und den der zusammengedrängt gedachten Verbraucher r_v , dann ist $\Delta p = Jr_L$ der Spannungsabfall in den Leitungen und $Jr_v = P - \Delta p$ die den Verbrauchern zur Verfügung stehende Spannung (Grundgleichungen zur Berechnung von Leitungen nach dem Spannungsabfall). Es ist

$$E = Jr_i + Jr_L + Jr_v = Jr_k$$

und

$$r_k = r_i + r_L + r_v \quad \Omega \quad (\text{s. Abb. 15}).$$

Solcherart in einen Kreis hintereinander (in Serie — in Reihe —) geschaltete Widerstände, ergeben also durch Addition den Gesamtwiderstand.

Sind dagegen im äußeren Stromkreise die Widerstände so geschaltet, daß der äußere Schließungskreis in mehrere — parallele — Bahnen (s. Abb. 16) zerfällt mit den jeweiligen Widerständen r_1, r_2 usw., bzw. den Leitwerten $g_1 = \frac{1}{r_1} S, g_2 = \frac{1}{r_2} S$ usw., so ist offenbar für solche parallel geschaltete Leiter der Gesamtleitwert = der Summe der Einzelleitwerte.

$$g = \sum_1^r g_1 + g_2 + \dots = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} + \dots \text{ Siemens.}$$

Für den besonders wichtigen Fall 2 parallel geschalteter Leiter mit den Widerständen r_1 und r_2 wird $g = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = \frac{1}{r_c}, r_c = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}$ (Wert des Ersatz- oder Kombinationswiderstandes); ist $r_1 = r_2 = r$, dann wird $r_c = \frac{r_1}{2} = \frac{r_2}{2} = \frac{r}{2}$ allgemein für n parallel geschaltete gleiche Widerstände $r_c = \frac{r}{n}$.

Die Stromstärke in netzförmigen Leiterverbindungen mit beliebig darin verteilten EMKn bestimmt man nach den beiden Kirchhoffschen Sätzen:

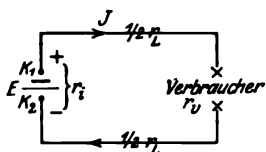


Abb. 15.

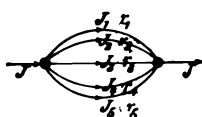


Abb. 16.

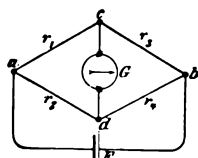


Abb. 17.

1. Für jeden Knotenpunkt des Netzes ist die algebraische Summe der Stromstärken in den daselbst zusammentreffenden Leiterstrecken gleich Null.

2. Für jede geschlossene Masche ist die algebraische Summe der Produkte $J \times r$ für die einzelnen Leiterstücke gleich der Summe der in der Masche liegenden elektromotorischen Kräfte, wobei die ersteren in der Stromrichtung negativ einzusetzen sind.

Die Anwendung auf die in Abb. 17 dargestellte Schaltung, die als Wheatstonesche Brücke bezeichnet wird und für Widerstandsmessungen gebraucht werden kann, ergibt: Wenn zwischen den Punkten c und d keine Spannung vorhanden ist, d. h. wenn ein als Brücke zwischen c und d geschaltetes Galvanoskop G keinen Strom anzeigt, so ist $r_1 \times r_4 = r_2 \times r_3$. Ist also z. B. r_3 gegeben und das Verhältnis $r_2 : r_1$ bekannt, so ist $r_4 = r_3 \frac{r_2}{r_1}$.

(1220) Leitungswiderstand. Der Widerstand eines Drahtes von der Länge l (m) und dem Querschnitt q (mm²) ist $r = \rho \frac{l}{q}$. ρ ist der spezifische Widerstand des Materials. $\frac{1}{r}$ nennt man den Leitwert, $\frac{1}{\rho} = \gamma$ die Leitfähigkeit. Für die metallischen Leiter nimmt ρ mit wachsender Temperatur zu, dagegen z. B. für Kohle sowie für chemisch zusammengesetzte, leitende Flüssigkeiten ab; dabei kann angenähert

$$\rho = \rho_0 (1 \pm \alpha t)$$

gesetzt werden, worin t den Temperaturunterschied, α den Temperaturkoeffizienten bedeutet (Temperaturmessung mittels Widerstandsbestimmung).

Bei den Isolatoren nimmt ρ ebenfalls mit wachsender Temperatur besonders stark aber auch mit wachsendem Spannungsgefälle ab, so daß schließlich bei einer bestimmten Größe des letzteren der Durchbruch der Elektrizität in Funkenform erfolgt.

In untenstehenden Tafeln sind die elektrischen Eigenschaften der wichtigsten Leiter zusammengestellt.

Metallische Leiter.

bei 15°	ρ in Ω für 1 m L. u. 1 mm ² Q	$\gamma = \frac{1}{\rho}$	α
Aluminium	0,029	34,5	0,004
Blei	0,208	4,8	0,004
Chromnickelstahl	0,7	14,14	0,0002
Eisen	0,10	10,0	0,0057
Gold	0,022	45,5	0,00365
Konstantan	0,5	2	+ 0
Kruppin	0,85	1,18	0,0007
Kupfer	0,01725	58	0,004 ¹⁾
Manganin	0,4	2,5	+ 0
Nickelin	0,5	2	0,00024
Nickelmanganstahl	0,7	14,14	0,0013
Platin	0,094	10,65	0,0024
Platinsilber	0,25	4	0,0003
Silber	0,016	62,5	0,0038
Zink	0,06	16,7	0,00365
Quecksilber bei 0°	0,942	1,063	0,000907
Bogenlichtkohle	13—100	0,077—0,01	negativ

Elektrolytische Leiter.

bei 18°	ρ in Ω für 1 cm L. u. 1 cm ² Q	$\gamma = \frac{1}{\rho}$	α
Bittersalzlösung 15—20°/o	20,9	0,0479	— 0,026
Kupfervitriol 15°/o	24,1	0,0415	— 0,023
Zinkvitriol 20—25°/o	21,6	0,0463	— 0,025
Salmiaklösung 25°/o	2,5	0,400	— 0,015
Kalilauge 25—30°/o	1,85	0,540	— 0,022
Schwefelsäure 30°/o	1,36	0,735	— 0,0162
Salpetersäure 80°/o	3,76	0,266	— 0,013

Isoliermaterialien.

	ρ in 10 ⁶ Ω (Megohm) für 1 cm L. u. 1 cm ² Q	Spannungsgefälle Volt für 1 cm
Vulkanfiber	53	3 700
Marmor	495	500
Preßspan	11 000	9 400
Zelluloid	75 000	30 000
Linoleum	1·10 ⁶	5 700
Glimmer	2,3·10 ⁶	40 000
Glas	7,4·10 ⁶	5 500
Hartgummi	4200·10 ⁶	5 400
	3600·10 ⁶	9 100
Paraffin	3900·10 ⁶	4 350
	240·10 ⁶	28 600
Mikanit	6500·10 ⁶	12 500

¹⁾ Für genauere Berechnung setzt man $\alpha = 235 + t$, um die Veränderlichkeit von d mit der Temperatur zu berücksichtigen.

(1221) Arbeit und Leistung. Nach den Ausführungen über das elektrische Feld (Nr. 1201) ist die Arbeit, die von der konstanten Elektrizitätsmenge Q geleistet wird, wenn sie um die Spannung P herabgeleitet,

$$A = QP = \int_0^t i dt P = JPt \text{ Joule,}$$

wenn $i = J$ und konstant ist, die Stromstärke in Ampere, die Spannung in Volt und die Zeit in Sekunden gemessen wird; ist die Zeit groß, so benutzt man als Einheit die Stunde h und mißt dann die Arbeit in Wattstunden Wh bzw. in Kilowattstunden: $1 \text{ kWh} = 1000 \text{ Wh}$. Da an den Enden eines Widerstandes r die Spannung $P = Jr$ herrschen muß, so wird die Arbeit, die nötig ist, um den Strom J während t Sekunden durch einen Widerstand r durchzudrücken,

$$A = J^2 r t = t P^2 : r \text{ Joule.}$$

Als Äquivalent für die Arbeit erscheint Wärme — auch Strom- oder Joulesche Wärme genannt. Da $1 \text{ Joule} = 0,239 \text{ cal}$ ist, wird die dabei entwickelte Wärmemenge

$$Q = 0,239 J^2 r t = 0,239 t P^2 : r \text{ cal}$$

und 1 kWh setzt sich um in $0,239 \cdot 3600 \cdot 1000 = 860400 \text{ cal} = 860,4 \text{ Cal}$.

Die Arbeit während 1 Sekunde heißt Leistung und wird in Watt gemessen

$$N = JP = J^2 r = \frac{P^2}{r} \text{ Watt.}$$

$1000 \text{ W} = 1 \text{ Kilowatt (kW)} = 0,239 \text{ Cal/sek} = 101,98 \text{ mkg/sek} = 1,360 \text{ PS}$.

Wechselstromkreise.

(1222) Begriff und Darstellung. Wirkt eine Wechselspannung (s. Nr. 1211) auf einen Leiterkreis, so entsteht ein Wechselstrom, der zwar dieselbe Periodenzahl hat, aber einem anderen Zeitgesetz $i = f(t)$ folgen kann (s. Abb. 18).

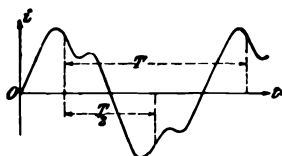


Abb. 18.

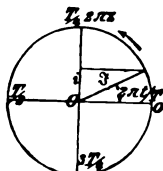


Abb. 19.

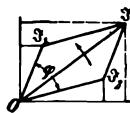


Abb. 20.

Da i bzw. $e = f(t)$ stets eine periodische Funktion ist, so kann sie nach dem Fourierschen Problem (Nr. 111) stets in eine sinusförmige Grundschwingung und in mehrere harmonische Oberschwingungen höherer Ordnung zerlegt werden. Im folgenden wird stets nur sinusförmiger Verlauf vorausgesetzt also $e = \mathcal{E} \sin \frac{2\pi t}{T}$ und $i = \mathcal{I} \sin \left(\frac{2\pi t}{T} \pm \varphi \right)$, wobei der Winkel φ die zeitliche Vor- oder Nachheilung gegenüber den Augenblickswerten der Wechselstromspannung, gemessen im „elektrischen Winkelmaß“, darstellt: die sog. Phasenverschiebung. Jede nach einem Sinusgesetz sich ändernde Größe z. B. i kann durch einen Vektor oder Leitstrahl (s. Abb. 19) dargestellt werden, dessen Länge gleich dem Scheitelwert \mathcal{I} der Sinuskurve ist und der sich mit der Winkelgeschwindigkeit $\omega = 2\pi f$, d. h. der Kreisfrequenz in entgegengesetz-

tem Sinne des Uhrzeigers dreht. Die jeweiligen Projektionen des Vektors auf die senkrechte Achse geben die Augenblickswerte von i an. Eine Phasenverschiebung zwischen zwei solchen sinusförmig veränderlichen Größen stellt sich dann dar als der kleinere Winkel, den die beiden Vektoren miteinander einschließen (s. Abb. 20).

In einem Wechselstromkreise können gleichzeitig mehrere nach Scheitelwert und Phasenverschiebung unterschiedene Wechselströme und Spannungen von gleicher Periodenzahl wirksam sein; dann findet man den resultierenden Strom- bzw. Spannungs-Vektor stets durch geometrische — d. h. nach Analogie vom Parallelogramm der Kräfte ausgeführte — Addition der gleichartigen Vektoren; in derselben Weise lassen sich Vektoren in „Komponenten“ zerlegen; sehr zweckmäßig ist oft die Zerlegung in zwei aufeinander \perp stehende Komponenten, z. B. nach den Achsrichtungen (s. Abb. 20).

Eine Wechselstromgröße — Strom, Spannung oder Feld — ist also bei sinusförmigem Verlaufe durch Scheitelwert und Frequenz eindeutig bestimmt. Für die technische Praxis hat aber der quadratische Mittelwert J bzw. E deshalb ganz besondere Bedeutung, weil er von allen technischen Meßinstrumenten unmittelbar angegeben wird und für Leistungsberechnungen unentbehrlich ist. Aus diesem letzteren Grunde heißt dieser Wert auch Effektivwert und wird seiner Begriffsbestimmung nach mit den Augenblickswerten einer Halperiode in Beziehung gesetzt durch die Gleichung

$$J = \sqrt{\frac{2}{T} \int_0^T i^2 dt} \quad \text{bzw.} \quad E = \sqrt{\frac{2}{T} \int_0^T e^2 dt}.$$

Für sinusförmigen Verlauf wird $J = \mathfrak{S}/\sqrt{2}$ und das Verhältnis $\mathfrak{S} : J = \sqrt{2}$ heißt Scheitelfaktor, der für nicht sinusförmigen Verlauf je nach Form größere oder kleinere Werte annehmen kann und allgemein mit σ bezeichnet wird: also $J = \mathfrak{S} : \sigma$. Die Abweichung von der Sinuslinie wird auch gekennzeichnet durch das Verhältnis = $\frac{\text{quadratischer Mittelwert}}{\text{einfachen Mittelwert}}$, es heißt Formfaktor f_i bzw. f_e oder f_B .

Für Sinuslinien ist

$$f_i = \mathfrak{S} \pi : \sqrt{2} \cdot 2 \mathfrak{S} = 1,111,$$

sonst ist $f_i \leq 1,11$.

(1223) Die Widerstandsarten. Die Werte von \mathfrak{S} bzw. φ sind nun bei einer gegebenen im Kreise wirksamen WEMK außer von dieser auch noch von den Verhältnissen des Leiterkreises selbst abhängig und diese lassen sich folgendermaßen kennzeichnen:

1. er besitzt einen elektrischen Widerstand, der durch Messung mit einem Gleichstrom J_ϑ und der Gleichspannung P_ϑ zu $r_\vartheta = \frac{P_\vartheta}{J_\vartheta} \Omega$ ermittelt wird und darum Gleichwiderstand heißt;

2. er besitzt eine von seiner Bauart abhängige Induktivität L und demgemäß den induktiven Blindwiderstand $\omega L = x_l \Omega$, auch Induktivitätswiderstand genannt;

3. er besitzt eine von seiner Bauart abhängige Kapazität C und demgemäß den kapazitiven Blindwiderstand $-\frac{1}{\omega C} = -x_c \Omega$, auch Kapazitätswiderstand genannt;

4. drahtförmige Leiter zeigen bei Widerstandsmessungen mit Wechselstrom entsprechend dem Verfahren unter 1 einen größeren Widerstand als bei An-

wendung von Gleichstrom, infolge Stromverdrängung oder Hautwirkung; der auf diese Weise ermittelte Leitungswiderstand heißt **Echtwiderstand** r_E ;

5. muß außer Stromwärmearbeit infolge des Gleich- bzw. Echtwiderstand des Kreises noch Arbeit anderer Art, insbesondere für Hysterese und Wirbelströme in Eisen, geleistet werden, so heißt der aus der gesamten verbrauchten Leistung nach der Beziehung $r_w = N : J^2$ ermittelte Widerstand unter dem Gesichtspunkte des Arbeitsverbrauchs: **Wirkwiderstand** $r_w =$ (Gleich- bzw.) **Echtwiderstand** + **Arbeitswiderstand**;

6. **Blindwiderstände** und **Wirkwiderstände** geben zusammen den **Scheinwiderstand** z .

Alle sechs Widerstandsarten sind Vektoren, d. h. sind durch Größe und Richtung bestimmt und zwar haben die Wirkwiderstände unter sich stets dieselbe Richtung — nämlich gemäß Vereinbarung die der $+y$ -Achse — desgleichen die Blindwiderstände, die aber, je nachdem es sich um induktive oder kapazitative handelt, $+$ oder $-$ sein können, die Richtung der x -Achse. Blind- und Wirkwiderstandsvektoren stehen also \perp aufeinander und ihre Summe, d. i. der resultierende Scheinwiderstand (oder Impedanz), wird durch geometrische Addition gefunden, s. Abb. 21:

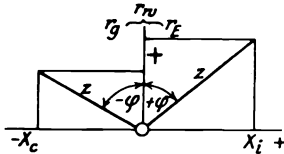


Abb. 21.

$$z = r_w + jx = \sqrt{r_w^2 + x^2}.$$

(1224) **Die Stromstärke im Wechselstromkreis.** Darnach wird also die Stromstärke im Wechselstromkreis allgemein

$$\mathfrak{J} = \frac{\mathfrak{E}}{z} = \frac{\mathfrak{E}}{\sqrt{x^2 + r_w^2}}$$

bzw. $J = \frac{E}{z}$ (Ohmsches Gesetz, des Wechselstromkreises)

und $\operatorname{tg} \varphi = x : r_w$ bzw. $\cos \varphi = r_w : z$,

ferner $r_w = z \cos \varphi$, $x = r_w \operatorname{tg} \varphi$.

In Sonderfällen wird sehr häufig der eine oder andere Widerstandswert ≈ 0 . So kann z. B. für Kupfer- und Aluminiumleitungen — nicht aber für eiserne —, solange der Querschnitt $\geq 25 \text{ mm}^2$ und $f \leq 50$ ist, $r_E \approx r_g$ gesetzt werden. Ebenso kann in eisenfreien Stromkreisen bzw. Spulen mit nur wenig Windungen $\omega L \approx 0$ gesetzt werden, insbesondere bei geringer Frequenz $f \leq 100$; dies gibt die sog. induktionsfreien Kreise. In ähnlicher Weise kann man sehr oft die kapazitiven Eigenschaften eines Stromkreises vernachlässigen, wenn z. B. die Leitungsgebilde geringe Ausdehnung und dazu noch großen Abstand unter sich und von der Erde besitzen und $f \leq 100$ ist. Dagegen wird sich im allgemeinen der Wirkwiderstand eisenhaltiger Kreise auch bei $f \leq 50$ schon sehr stark vom Gleichwiderstand unterscheiden.

(1225) **Reihenschaltung von Wirk- und induktiven Blindwiderständen.** Nach (Nr. 1213) ist $e_s = -L' \frac{di}{dt}$ und demnach für einen sinusförmigen Strom $i = \mathfrak{J} \sin \omega t$

$$e_s = +\omega L' \mathfrak{J} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) = \mathfrak{E}_s \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right),$$

also $\mathfrak{E}_s = \omega L' \mathfrak{J}$ bzw. $E_s = \omega L' J V$ und die Spannung zur Überwindung des Wirk- und Blindwiderstandes

$$P = J r_w + \omega L' J = J \sqrt{r_w^2 + (\omega L')^2}.$$

Daraus folgt: der Vektor der Selbstinduktionsspannung eilt hinter dem Stromvektor um 90° her. Dabei ist aber L' nur in eisenlosen Kreisen mit der oben (Nr. 1213) definierten Induktivität $L = \frac{4 \pi w^2}{R} 10^{-9} \text{H}$ identisch; in eisenhaltigen Kreisen dagegen ist $L' = L \cos \psi$, wo ψ den sogen. Verlustwinkel darstellt, nämlich den Winkel zwischen dem gesamten in einer Leitung fließenden Strom J und der Komponente von ihm, die praktisch allein magnetisierend wirkt und daher Magnetisierungsstrom J_μ genannt wird (s. Abb. 22)¹⁾. Dieses J_μ erzeugt das wirklich vorhandene Wechsel(strom)feld mit dem Scheitelwert $\mathfrak{F} = \frac{0,4 \pi \mathfrak{J}_\mu w}{R}$ und damit die Wechselstrom-EMK

$$e_s = -w \frac{df}{dt} 10^{-8} = -w \frac{d(\mathfrak{F} \sin \omega t)}{dt} 10^{-8} = \omega w \mathfrak{F} 10^{-8} \sin(\omega t - \pi/2) = \mathfrak{E}_s \sin(\omega t - \pi/2),$$

$$\mathfrak{E}_s = \omega w \mathfrak{F} 10^{-8}, \quad E_s = 4,44 f w \mathfrak{F} 10^{-8} \text{ V,}$$

woraus der allgemeinere und sehr wichtige Satz folgt: Der Vektor einer von einem periodischen Wechselfeld induzierten EMK eilt dem Vektor des induzierenden Feldes um 90° nach.

Jede der Seiten des schraffierten \triangle stellt eine Spannung dar: $OP = P = Jz$, $OB = Jr_m$ (= Wirkspannung) und $BP = Jx_l$ (= Blindspannung); denkt man sich jede der 3 Seiten durch J geteilt, so entsteht das „ähnliche“ Widerstands-dreieck mit den Seiten z , x_l und r_m .

Wie die Spannung P kann auch der Strom J in 2 Komponenten zerlegt werden; man nennt dann die in Richtung der Spannung fallende Komponente den Wirkstrom J_n , die \perp auf der Spannung stehende den Blindstrom J_b . Eine andere Bedeutung hat die Zerlegung von J in eine Komponente der Richtung von E_s und \perp dazu. Die letztere stellt wie gesagt den Magnetisierungsstrom J_μ dar, die erstere den Strom, der zusammen mit E_s die Arbeit leistet, die zur Deckung der Hysterisis- und Wirbelstromverluste im Eisen — und etwaiger anderer (auch etwa mechanischer) Leistungen — erforderlich ist, und im ersteren Falle auch Eisenverlustkomponente heißt.

Ist der Kreis eisenfrei, so wird der Verlustwinkel $\psi = 0$ und damit der Wirkwiderstand = Echtwiderstand r_B bzw. \approx Gleichwiderstande r_g , ferner wird auch der Spannungsabfall in den Leitungen des Kreises nur Jr_g , d. h. $< Jr_m$. — In allen Fällen wirkt also die Induktivität derart, daß zum Durch-

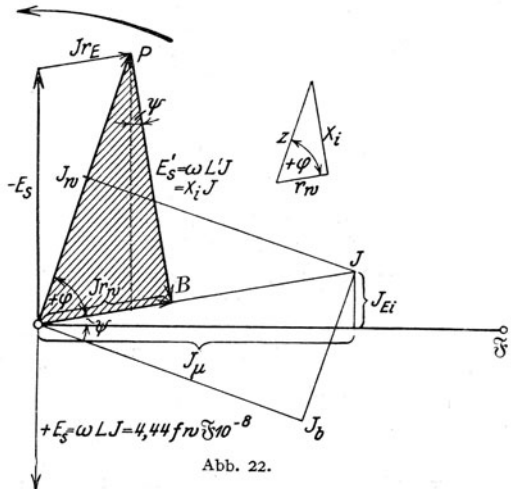


Abb. 22.

¹⁾ In Abb. 22 sind die Vektoren den Effektivwerten gleich gemacht, statt den Scheitelwerten. Dies wird vielfach gemacht, weil das Bild sich ja ähnlich bleibt. Denn es ist $\mathfrak{J} = \sqrt{2} J$. Nur für Wechselfelder wird stets — auch in Formeln — der Scheitelwert benutzt.

treiben desselben Stromes, wie in einem Gleichstromkreise desselben Widerstands, eine wesentlich höhere Wechselstromspannung benötigt wird und der Strom in der Phase gegenüber der Spannung nach rückwärts verschoben wird um den $\angle \varphi$, dessen Größe von der Induktivität und dem Wirkwiderstand des Kreises abhängt.

(1226) Reihenschaltung von Wirk-, Induktivitäts- und Kapazitätswiderständen. Um den Ladestrom in einem Kondensator (Abb. 23) hin- und herzutreiben, muß an diesem eine Ladenspannung E_c wirken. Es war

$$(Nr. 1203) \quad dQ = CdE_c = idt, \quad \text{also} \quad i = C \frac{de_c}{dt}$$

und mit $e_c = \mathfrak{E}_c \sin \omega t$ folgt Ladestrom $i = \omega C \mathfrak{E}_c \sin(90^\circ + \omega t)$, d. h. der Ladenspannung um 90° voreilend; ferner

$$J = \omega C E_c$$

$$\text{und} \quad E_c = \frac{1}{\omega C} J.$$

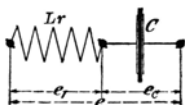


Abb. 23.

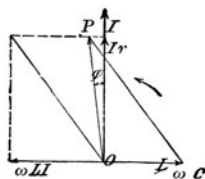


Abb. 24.

Das sich hieraus ergebende Vektordiagramm zeigt Abb. 24.

Darnach ist

$$P = Jr + \omega LJ - \frac{1}{\omega C} J \quad \text{und} \quad J = \frac{P}{\sqrt{r^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}} = \frac{P}{z}.$$

Für den besonderen Fall, daß $\omega LJ = \frac{1}{\omega C} J$ wird, ist $P = Jr$ und $\varphi = 0$, d. h. der Kreis verhält sich wie ein solcher mit alleinigem Echt- bzw. Gleichwiderstand; dies ist der Fall der Resonanz, in dem also für eine gegebene Spannung der Strom am größten wird, weil sich induktiver und kapazitiver Blindwiderstand gegenseitig aufheben, was bei gegebenem L und C für die Frequenz $f = 1 : 2\pi\sqrt{LC}$ eintritt.

Es sei z. B. $P = 100 \text{ V}$, $L = 225 \cdot 10^{-5} \text{ H}$ und $C = 1,11 \cdot 10^{-9} \text{ F}$ und $r = 10 \Omega$, dann wird für $f = 500 \text{ Perd./Sek.}$

$$J = \frac{100}{\sqrt{10^2 + \left(2\pi \cdot 500 \cdot 2,25 \cdot 10^{-5} - \frac{10^9}{2\pi \cdot 500 \cdot 1,11}\right)^2}} = 0,34 \text{ mA.}$$

Resonanz tritt ein für

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{2,25 \cdot 1,11 \cdot 10^{-14}}} = 10^6 \text{ Perd./Sek.}$$

Dann wird $J_{\max} = \frac{P}{r} = \frac{100}{10} = 10 \text{ A} = 10000 \text{ mA}$; andererseits wird aber $E_s = E_c = 2\pi \cdot 10^6 \cdot 2,25 \cdot 10^{-5} \cdot 10 \approx 1414 \text{ V}$ und $\mathfrak{E}_s = \mathfrak{E}_c = \sqrt{2} \cdot 1,414 = 2000 \text{ V}$.

Man erkennt daraus die ungeheure Steigerung des Stromes im Resonanzfall, gleichzeitig aber auch die nicht minder bedeutsame Spannungssteigerung am Kondensator bzw. der Induktionsspule, die leicht zu Durchschlägen führen kann, wenn nicht schon bei deren Konstruktion darauf Rücksicht genommen wurde.

(1227) Elektromagnetische Schwingungen. Im Resonanzfall tritt Pendeln ein zwischen der im elektrischen Feld des Kondensators aufgespeicherten Energie, und der, die in dem von der Induktionsspule geschaffenen magnetischen Felde liegt; dieses einmal durch die Spannung P angeregte Pendeln kann unter Umständen weiterbestehen auch ohne diese und von kräftigen Wechselströmen im Leiterkreise begleitet sein, ein Zustand, den man als elektromagnetische Schwingung bezeichnet, die also mit der Frequenz $f = 1 : 2\pi\sqrt{LC}$ erfolgt, deren Schwingungsdauer $T = 1 : f = 2\pi\sqrt{LC}$ ist und die bei entsprechen-

der Länge des Kreises mit der Wellenlänge $\lambda = 3 \cdot 10^{10} \cdot T$ cm — d. i. in obigem Beispiel $= 3 \cdot 10^{10} \cdot 10^{-6}$ cm $= 300$ m — vor sich geht. Für den Fall $r = 0$ hört das Pendeln nie auf und der Wechselstrom behält stets denselben Scheitelwert — ungedämpfte Schwingungen —; ist aber $r > 0$, so wird jedesmal ein Teil der Schwingungsenergie in Wärme umgesetzt, geht damit für den Schwingungskreis verloren und die Strom-Scheitelwerte nehmen ab — gedämpfte Schwingungen —, so lange, bis die ganze im Verlaufe des Aufschaukelns durch die Spannungsquelle zugeführte Energie in Wärme verwandelt ist; die Schwingungen klingen ab.

(1228) Parallelschaltung von Widerständen. Für den Fall der Parallelschaltung der Widerstände sind zur Ermittlung der Stromstärken in den einzelnen Parallelkreisen deren Leitwerte einzuführen; für diese bestehen folgende Beziehungen

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{z} &= y = \sqrt{g^2 + b^2} \text{ Scheinleitwert} \\ g &= \frac{r}{z^2} \text{ Wirkleitwert (s. Abb. 25)} \\ b &= \mp \frac{x}{z^2} \text{ Blindleitwert und } \operatorname{tg} \varphi = \frac{b}{g} \end{aligned} \right\} \text{ in Siemens.}$$

Auch die Kirchhoffschen Sätze behalten ihre Gültigkeit für Augenblickswerte. Für Effektivwerte von Strömen und Spannungen muß aber an Stelle der algebraischen Summe deren geometrische treten, d. h. die aus den Strom- und Spannungsvektoren Jz und E gebildeten Vielecke müssen sich schließen.

Statt der zeichnerischen Darstellung durch Vektoren kann man sich auch der Regeln über das Rechnen mit komplexen Zahlen bedienen und z. B. schreiben

$$z = r \pm ix \quad \text{und} \quad y = g \mp ib, \quad \text{wo } i = \sqrt{-1} \text{ ist.}$$

(1229) Die Leistung im Wechselstromkreis. Während einer Periode wird offenbar die Arbeit

$$A = \int_0^T i e dt = \int_0^T \Im \sin(\omega t \pm \varphi) \times \Re \sin \omega t dt$$

vollbracht und damit die (mittlere) Leistung

$$N = \frac{1}{T} A = \frac{\Im \Re}{2} \cos \varphi = JE \cos \varphi \text{ Watt.}$$

JE heißt Scheitelleistung gemessen in Voltampere,

$\cos \varphi$ heißt Leistungsfaktor $= \frac{\text{(Wirk-)Leistung}}{\text{Scheitel-Leistung}}$,

$JE \sin \varphi$ heißt Blindleistung gemessen in Watt,

$\sin \varphi$ heißt Blindleistungsfaktor $= \frac{\text{Blind-Leistung}}{\text{Scheitel-Leistung}}$.

Die Phasenverschiebung verringert also die wirkliche Leistung eines Wechselstromapparates, während die Stromwärmeverluste dem Quadrat dieses Stromes J , und die magnetischen (Eisen-)Verluste der induzierten Spannung E

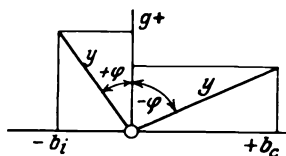


Abb. 25.

proportional bleiben, so daß also das Verhältnis $\frac{\text{Verluste}}{\text{Leistung}}$ immer ungünstiger wird, je größer die Phasenverschiebung ist und damit auch die Ausnutzungsmöglichkeit eines solchen. Die Phasenverschiebung wird bestimmt durch den Blindwiderstand und positiv gewertet, d. h. Strom nacheilend, wenn dieser induktiver Natur ist, also wenn irgendwo im Kreise magnetische Wechselfelder erzeugt werden, andererseits negativ gewertet, d. h. Strom voreilend, wenn sich Kapazitäten darin befinden; nur im Falle der Resonanz wird $\varphi = 0$ und damit der Leistungsfaktor = 1 bzw. Leistung = Scheitelleistung.

Beispiel: Ein Wechselinduktor gibt bei einer Spannung von 6000 Volt 200 Amp, dann ist seine größtmögliche Leistung, d. h. die Scheitelstellung $N = 1200000$ W, die einem induktions- und kapazitätsfreien Verbraucher zugeführt und von dem Erzeuger ohne Schaden abgeben werden können, wozu ihm — ohne den Anteil zur Deckung von Umsetzungsverlusten — 1200 kW mechan. Leistung zugeführt werden müssen. Hat aber der Verbraucher, weil er z. B. für seine Wirksamkeit magn. Wechselfelder benötigt — wie etwa Motoren usw. —, einen gewissen ihm eigentümlichen indukt. Blindwiderstand und darum eine Phasenverschiebung mit dem entsprechenden Leistungsfaktor etwa $\cos \varphi = 0,6$, so kann er nur

$$200 \times 6000 \times 0,6 = 720000 \text{ Watt}$$

aufnehmen, während alle Verluste dieselben bleiben und der Wechselstromerzeuger nebst Antriebsmaschine in demselben Verhältnis weniger ausgenutzt werden; dies gilt in noch höherem Maße auch von Zuleitungen. Man muß also stets nach einem guten Leistungsfaktor trachten.

(1230) Eisenverluste. Eine sehr wichtige Rolle spielt in allen Wechselstromapparaten der Arbeitsverlust für Ummagnetisierung des Eisens und die unzertrennbar damit verbundene Stromwärmearbeit der Wirbelströme im Eisen, die ja durch Unterteilung des Eisens in elektrisch isolierte Blechscheiben nur stark vermindert aber nicht aufgehoben werden kann. Die Hysteresisverluste folgen dem bereits oben angeführten Gesetze (Nr. 1193)

$$N_{v_h} = 10^{-4} f \eta B_1^{1,6} V_{\text{cdm}} \text{ Watt,}$$

wo η für das technisch allein wichtige Dynamoblech etwa = 0,0015 gesetzt werden kann.

Die Wirbelstromverluste müssen offenbar dem Gesetze

$$N_{v_w} = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{e^2}{r} dt$$

folgen, wo r den elektrischen Widerstand des Eisenkörpers bezeichnet, berechnet nach Länge des mittleren Wirbelstromfadens und des mittleren Querschnitts längs dieses. V_w hängt also sehr wesentlich von der Form insbesondere der Dicke Δ in mm und dem Volumen des Eisenkörpers und natürlich von dem spezifischen Widerstande des Eisenmaterials ab. Diesen kann man dem gewöhnlichen Dynamoblech gegenüber durch Zusatz von Silizium von $2 \div 4\%$ — schwach bzw. hochlegiertes Blech — erhöhen und zugleich die Hystereseverluste herabsetzen. Andererseits beeinträchtigt ein solcher Zusatz von Si, dessen Magnetisierbarkeit und Festigkeit durch Vermehrung seiner Sprödigkeit, die auch die Bearbeitung erschwert; legiertes Blech wird daher nur für ruhende Magnetgestelle von rechteckiger Form (Umspannergestelle) verwendet. Die allgemeine obige Formel läßt sich für Körper aus Blechen auf die Form bringen:

$$N_{v_w} = \sigma_w \left(\Delta \frac{f}{100} \frac{B}{1000} \right)^2 V_{\text{cdm}} \text{ Watt,}$$

wo σ_w für gewöhnliches Blech etwa den Wert 2, für legiertes Blech von $1,5 \div 1,0$ hat.

Da aber das Steinmetzsche Gesetz und auch die Formel für V_w nur annäherungsweise gilt und beide Verlustarten stets zusammen auftreten, so faßt man

beide Verluste zusammen und kennzeichnet die Güte einer Eisensorte und -form durch die Verlustziffer V , die die aus Versuchen gefundene gesamte Eisenarbeit für 1 kg gemessen in Watt für 50 Per./Sek. angibt. Die Werte von B , für die diese Zahlen gelten, werden als Index von V angegeben, in der Weise, daß V_{15} bedeutet für Werte von $B = \pm 15000$. Am besten erfolgt die Darstellung in Form von Kurven s. Abb. 26 u. 27 nach Petersen-Kittler „Allgem. Elektrotechn.“. Da Eisenverluste stets auftreten, sobald Eisen in ein Wechselfeld tritt, in den meisten Apparaten aber das Eisen zugleich der Träger einer Wicklung ist, in der von dem Wechselfeld eine Spannung induziert wird, so sind die Eisenverluste bei allen Induktorapparaten bereits an das Vorhandensein einer Spannung geknüpft, auch wenn nur ein geringer blinder Magnetisierungsstrom in der Wicklung fließt, d. i. im Leerlauf. Die Eisenverluste sind daher in Induktoren stets ein sehr wesentlicher Teil der Leerlaufverluste und können z. B. in Umspannern einander geradezu gleichgesetzt werden.

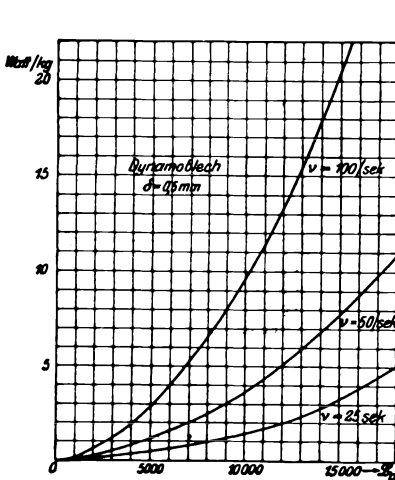


Abb. 26.

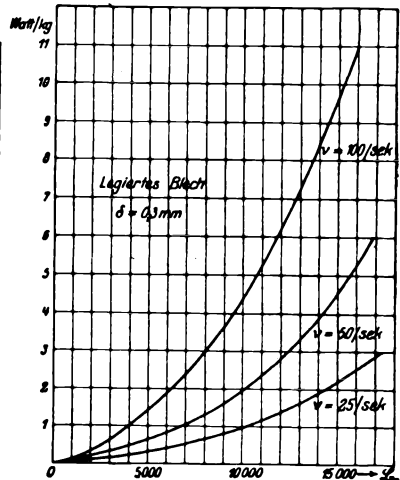


Abb. 27.

Mit Bezug auf das Diagramm Abb. 22 kann man auch schreiben

$$\text{Eisenverlustleistung } N_{Ei} = E_s J_{Ei} \quad \text{und} \quad \text{tg } \psi = \frac{J_{Ei}}{J_{\mu}}$$

(1231) Die Erzeugung von Mehrphasenwechselströmen. Dreht man m gleiche Spulen eines Ankers, die gegeneinander räumlich um den Winkel $\frac{360^\circ}{m}$ versetzt sind, mit konstanter Winkelgeschwindigkeit durch ein konstantes homogenes Magnetfeld, so wird in jeder einzelnen Spule eine periodische Wechselstrom-EMK bzw. ein Wechselstrom erzeugt. Die Augenblickswerte sind in jeder Spule verschieden, werden aber in den einzelnen Spulen der Reihe nach erreicht mit einer zeitlichen Verschiebung, die sich zur räumlichen Versetzung verhält wie die Dauer 1 Periode zu 2π ; gemeinsam ist allen die Periodenzahl und der Scheitelwert, und solche Spulen bilden daher insgesamt ein Mehrphasenwechselstromsystem, dessen einzelne Spannungs- bzw. Stromabläufe zeitlich-, d. h. phasenverschoben sind. Am wichtigsten ist das 2- und 3-Phasensystem, beim ersteren sind 4 Spulen um je 90° , beim letzteren 3 Spulen um je 120° versetzt.

(1232) Zweiphasensystem. Die schematische Darstellung eines zweiphasigen Ankers zeigt Abb. 28, der Schaltung Abb. 29, das Diagramm der Spannungen bzw. Ströme Abb. 30, das der Vektoren Abb. 31. Verbindet man die beiden Spulen an je einem Ende miteinander, so genügen 3 Drähte zur Fortleitung der Ströme; in diesem verketteten Zweige ist dann der Strom $= \sqrt{2}I$ (s. Abb. 32).

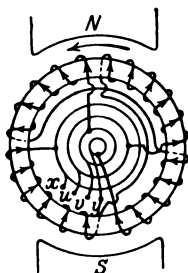


Abb. 28.

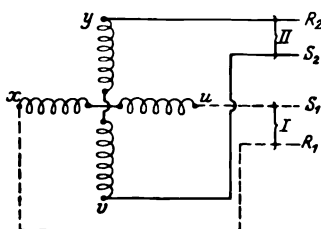


Abb. 29.

(1233) Dreiphasensystem. Abb. 33 gibt das Vektorbild und Abb. 34 das Zeitkurvenbild; aus letzterem erkennt man, daß in jedem Augenblick die Summe aller Ströme (bzw. Spannungen) gleich Null ist, was aber auch das Vektorbild lehrt, indem das Summenbild aller 3 Vektoren ein gleichseitiges Δ ergibt, also

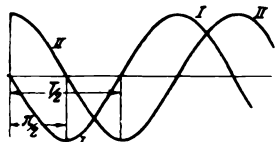


Abb. 30.

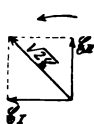


Abb. 31.

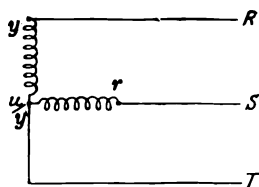


Abb. 32.

die Resultante in jedem Augenblick $= 0$ ist. Man kann daher die Rückleitungen sparen, wenn man die 3 Zuleitungen so durch die Spulen des Ankers und durch die Verbraucher miteinander verbindet, daß jederzeit der zufließende Strom eine Rückleitung findet, was man kurzweg verketteten nennt. Es gibt dafür 2 Mög-

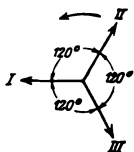


Abb. 33.

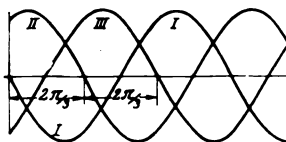


Abb. 34.

lichkeiten, entweder schaltet man nach der Abb. 35 und 36 in Stern, oder nach Abb. 37 und 38 in Dreieck. Man kann aber auch z. B. den Erzeuger in Dreieck und den Verbraucher in Stern schalten oder umgekehrt. Abb. 35 gilt für eine Ring-, Abb. 37 für eine Trommelwicklung, wie gebräuchlich im Innern eines Hohlzylinders angeordnet, s. a. Abb. 73 Nr. 1279.

Man nennt die 3 Zu- oder Verbindungsleitungen zwischen Erzeuger und Verbraucher die Außen- oder Linien-Leitungen, die 3 Dreiecks- oder Stern-

verbindungen die Phasen; daher unterscheidet man den Linienstrom vom Phasenstrom, ebenso die Linienspannung von der Phasenspannung; der gemeinsame Verkettungspunkt der Sternschaltung heißt Stern- oder Null- oder neutraler Punkt.

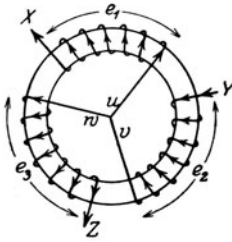


Abb. 35.

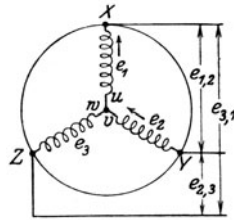


Abb. 36.

Bei der Sternschaltung setzt sich nach Abb. 35 im Erzeuger die Spannung je zweier Phasen zur Linienspannung zusammen bzw. verteilt sich im Verbraucher die Linienspannung auf 2 Phasen, und zwar so, daß in jedem Augenblick

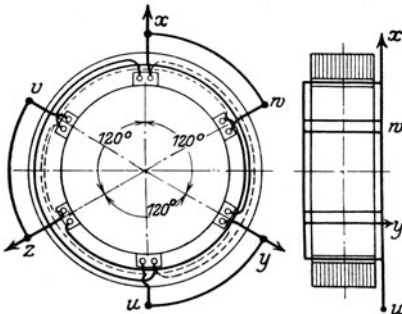


Abb. 37.

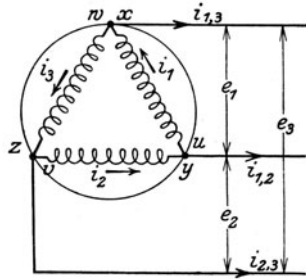


Abb. 38.

z. B. $e_{1,2} = e_1 - e_2$ ist, was sich im Vektorbild nach Abb. 39 darstellt. Es ist dann $E_{1,2} = E_{2,3} = E_{3,1} = \sqrt{3} E$ und $\sphericalangle (E_1, E_{1,2}) = 30^\circ$, also Linienspannung = $\sqrt{3}$ Phasenspannung bzw. $E = 0,578 E_{1,2}$.

Dagegen ist stets Phasenstrom gleich Linienstrom und umgekehrt.

Bei der Dreieckschaltung setzt sich im Erzeuger der Strom je zweier Phasen zum Linienstrom zusammen bzw. dieser verteilt sich im Verbraucher auf 2 Phasen, und zwar, daß nach Abb. 38 gilt

$$i_{1,2} = i_2 - i_1$$

bzw. $J_{1,2} = J_1 \rightarrow J_2 = \sqrt{3} J,$

$$\sphericalangle (J_2/J_{1,2}) = 30^\circ,$$

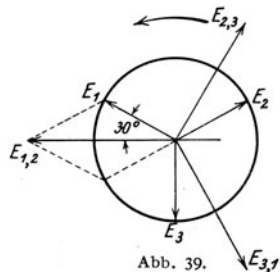


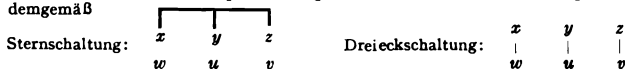
Abb. 39.

also Linienstrom = $\sqrt{3}$ Phasenstrom. Dagegen ist stets Phasenspannung = Linienspannung. Werden die Sternpunkte eines Erzeugers und eines Verbrauchers — bzw. einer Verbrauchergruppe — durch einen sog. Null- oder neu-

tralen Leiter miteinander verbunden, so ist dieser bei gleicher Belastung aller 3 Phasen stromlos, anderenfalls nicht.

Beispiel: Die Linienspannung eines Netzes sei 380 V, so ist für eine in Stern geschaltete Gruppe von Glühlampen, deren Spannung = $380 : \sqrt{3} = 220$ V zwischen einem Außen- und dem gemeinsamen Nulleiter; brauchen jede der 3 Lampengruppen 100 A, so ist auch der Liniennstrom 100 A. Wird dagegen ein in Dreieck geschalteter Motor angeschlossen, so hat er für 1 Phase ebenfalls 380 V Spannung, dagegen kommt bei einem Liniennstrom von 173 A auf die einzelne Phasenspule im Motor nur $173 : \sqrt{3} = 100$ A. —

Um einen Verbraucher z. B. Motor rasch von Dreieck auf Stern umschalten zu können, ordnet man die 6 Klemmen der Spulenanfänge bzw. -enden räumlich wie folgt an und verbindet demgemäß



(1234) Leistung eines Dreiphasensystems bei gleichbelasteten Phasen.

$$N = J_1 E_1 \cos \sphericalangle (J_1, E_1) + J_2 E_2 \cos \sphericalangle (J_2, E_2) + J_3 E_3 \cos \sphericalangle (J_3, E_3) = 3 J_1 E_1 \cos \varphi \text{ Watt.}$$

Für Dreieckschaltung

für Sternschaltung

ist

$J_{1,2} = \sqrt{3} J_1 = J$	Liniennstrom	$J_{1,2} = J_1 = J_2 = J_3 = J$
$= E_1 = E_2 = E_3 = E$	Linienspannung	$E_{1,2} = \sqrt{3} E_1 = E$
$\varphi = \sphericalangle (J_1, E_1)$	Phasenverschiebung	$\varphi = \sphericalangle (J_1, E_1)$,
		(d. h. \sphericalangle zwischen Phasenstrom und Phasenspannung),

damit

$$N = \sqrt{3} J E \cos \varphi \quad \text{Leistung} \quad = \sqrt{3} J E \cos \varphi \text{ Watt.}$$

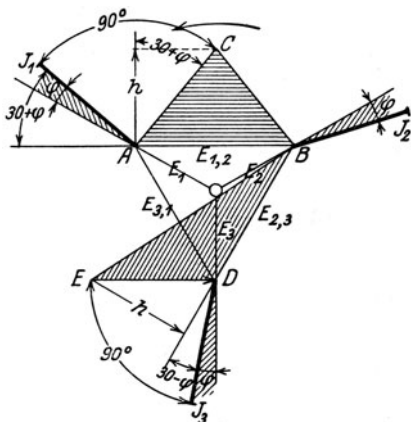


Abb. 40.

(1235) Leistung bei ungleich belasteten Phasen ohne Nulleiter.

Es ist z. B. für Sternschaltung mit Bezug auf Abb. 35 die Arbeit aller 3 Phasen während der Zeit dt

$$dA = (i_1 e_1 + i_2 e_2 + i_3 e_3) dt,$$

da ferner $i_1 + i_2 + i_3 = 0$ wegen Fehlens des Nulleiters, folgt

$$\begin{aligned} N &= \frac{dA}{dt} \\ &= i_1 (e_1 - e_2) - i_3 (e_2 - e_3) \\ &= i_1 e_{1,2} - i_3 e_{2,3} \dots \end{aligned}$$

Die Gesamtleistung läßt sich also darstellen als algebraische Summe zweier Wechselstromleistungen aus je einem Liniennstrom und der zugehörigen verketteten Spannung und — für Effektivwerte — des

cos des entsprechenden Phasenverschiebungswinkels. Diese Winkel sind aber nach Abb. 40

zwischen J_1 und $E_{1,2}$	$30 + \varphi$,
zwischen J_3 und $E_{2,3}$	$30 - \varphi$.

Damit wird in Effektivwerten

$$\begin{aligned} N &= J_1 E_{1,2} \cos (30 + \varphi) + J_3 E_{2,3} \cos (30 - \varphi) = \\ &= 2 \text{ Fläche } \triangle (ABC + DBE). \end{aligned}$$

Diese \triangle -Flächen sind aber abhängig vom φ und deren Wert ändert sich also mit φ (s. auch Nr. 1253).

(1236) Leistung bei ungleich belasteten Phasen mit Nulleiter. Der obige Flächensatz läßt sich verallgemeinern. Es ist nämlich (Abb. 41):

$$N = J_1 E_1 \cos \varphi_1 + J_2 E_2 \cos \varphi_2 + J_3 E_3 \cos \varphi_3 = \\ = 2 \text{ Fläche } \triangle (AOD + BOE + COF),$$

wobei $AB = BC = CA$ die 3 je um 120° verschobenen, vom Wechselstrominduktor erzeugten Linienspannungen darstellen.

Die Leitung durch Konvektion.

(1237) Begriff der Konvektion.

Außer durch Bewegung der Elektronen allein, kann ein Ausgleich auch noch dadurch herbeigeführt werden, daß sich die Elektronen an stoffliche Teilchen hängen und diese mitschleppen, welchen Vorgang man als Konvektion bezeichnet, während die mit Elektronen beladenen Atome Ionen heißen. Die Ionen finden sich sowohl in Flüssigkeiten — Elektrolyten — als auch in Gasen bzw. Dämpfen.

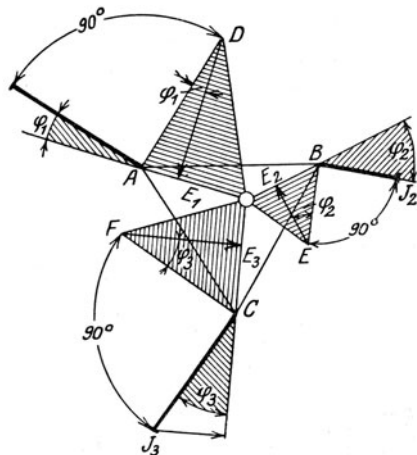


Abb. 41.

Leitung im Elektrolyten.

(1238) Elektrolyse. Vornehmlich Wasser hat die Eigenschaft, die aufgelösten Stoffe innerhalb des Molekularverbandes zu spalten (dissoziieren) in Ionen und elektronenfreie Atomgruppen, die also $+$ geladen erscheinen, während die Ionen negativ elektrisch sind. Bringt man in einen solchen wässrigen oder durch Schmelzen flüssig gemachten Elektrolyten zwei Leiter (Elektroden), die durch eine fremde Spannungsquelle selbst $+$ oder negativ geladen sind und zwischen denen also ein elektrisches Feld besteht, so bringt dieses die beiden Atomgruppen zum Wandern und die zur negativen Elektrode — der Kathode — wandernden Teilchen heißen dann Kationen, während die zur $+$ Elektrode — der Anode — wandernden die Anionen heißen. Indem die Anionen — als die eigentlichen Träger der negativen Elektronen — an die Anode ihre Elektronen abgeben, findet ein Wandern oder Fließen der Elektronen und zugleich der erstrebte Ausgleich statt. Die in einem Grammäquivalent (d. h. z. B. 1 g Wasserstoff, 8 g Sauerstoff, 107,9 g Silber, 31,8 g Kupfer usw.) auf diese Weise mitgeschleppte Elektronenmenge beträgt 96540 Coulomb, welche Zahl sich aus dem Faradayschen Grundgesetz berechnet, das lautet: Die vom elektrischen Strome abgeschiedene Gewichtsmenge eines und desselben Stoffes ist dem Produkt aus Stromstärke und Zeit und außerdem für verschiedene Stoffe dem Äquivalentgewicht der abgeschiedenen Stoffe proportional.

Die stofflichen Atomreste erscheinen an beiden Elektroden; dieser Vorgang heißt Elektrolyse. Bei der Elektrolyse der Schwermetalle erscheint an der Kathode das Metall, an der Anode die Säure (Anwendung: galvanische Metallüberzüge, Galvanoplastik, elektrolytische Darstellung von Reinformen, z. B.

Kupfer). Die Salze der Alkalimetalle geben an der Kathode das Alkalihydrat oder die Base, an der Anode die Säure. Verdünnte Sauerstoffsäuren, z. B. Schwefelsäure geben an der Kathode Wasserstoff (2 Vol.), an der Anode Sauerstoff (1 Vol.), d. h. sie verhalten sich so, als ob nur das Wasser zersetzt würde. Die Vorgänge werden meist dadurch, daß die abgeschiedenen Substanzen chemisch auf die Lösung einwirken, sehr verwickelt (sekundäre Wirkungen). Dazu kann man z. B. auch die Erscheinung rechnen, daß bei Verwendung von Aluminiumanoden in verdünnte Schwefelsäure der an der Anode auftretende Sauerstoff sich mit dem Aluminium verbindet, eine isolierende Schicht aus Aluminiumsuperoxid darüber bildet und so schließlich jeden weiteren Stromdurchgang verhindert (Ventilwirkung). — Andererseits kann der vielfach an der Kathode auftretende Wasserstoff chemisch derartig auf sie einwirken, daß zwischen der so veränderten Elektrode und der ursprünglichen Anode eine Gegen-EMK entsteht — Polarisation. — Dieser in galvanischen Elementen störenden Wasserstoffpolarisation tritt man durch sauerstoffabgebende Depolarisatoren entgegen (Braunstein im Leclanché-Element usw.). Von besonderer Bedeutung ist die Polarisation von Bleielektroden, bei denen unter gewissen Bedingungen die Polarisation so weit getrieben werden kann, daß eine solche aus 2 Bleiplatten in verdünnter Schwefelsäure bestehende Zelle, die während der Polarisation an beiden Elektroden aufgespeicherte chemische Energie wieder in elektrische Energie umwandeln kann und so eine Sammlerzelle bildet.

(1239) Bleisammler. Durch entsprechende Behandlung und Formgebung der Bleiplatten (Formierung, Grob- und Masseplatten) kann man erhebliche elektrische Energiemengen durch Laden in potentielle chemische

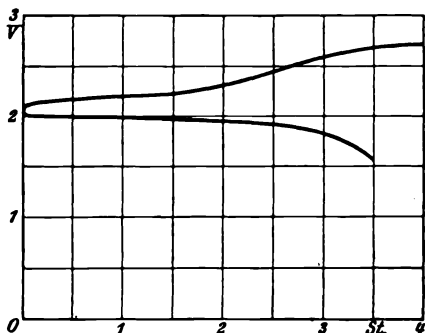


Abb. 42.

Energie überführen und durch Entladen wieder in elektrische Energie verwandeln, also scheinbar Elektrizität aufspeichern (Akkumulatoren). Die beim Entladen abgegebene Elektrizitätsmenge in Amperestunden heißt die Kapazität einer Zelle; sie kann bis zu 95% der hineingeladenen Elektrizitätsmenge betragen (elektrochemischer Wirkungsgrad). Verhalten beim Laden: Die Spannung steigt von ca. 2,1 Volt zu Beginn allmählich an bis ca. 2,35 Volt, dann rascher auf 2,7 ÷ 2,75 Volt. Gleichzeitig steigt die Dichte der verdünnten Schwefelsäure vom spezifischen Gewicht 1,18 bis auf 1,21 — die Werte schwanken je nach Herkunft und Plattenart. Bei 2,35 Volt sieht man Gasblasen aufsteigen, die gegen Ende der Ladezeit immer häufiger werden und schließlich, wenn keine elektrochemische Umsetzung mehr stattfinden kann wegen Mangels an aktivem Material, in eine Art „Kochen“ ausarten. Die so entweichenden Gasmengen bedeuten natürlich Energieverluste, weshalb zu empfehlen ist, die Ladestromstärke — ihre höchst zulässige Größe gibt der Fabrikant für jede Type an — nach Eintritt lebhafter Gasentwicklung allmählich zu verringern bis auf $\frac{1}{3}$ gegen Ende (s. Abb. 42).

Verhalten beim Entladen: Die Spannung der offenen Zelle beträgt ca. 2,1 Volt; bei Entnahme des zulässigen Entladestromes, der gleichfalls durch die Type bedingt ist, sinkt sie sofort auf 1,98 und dann langsam bis 1,9 und zuletzt wieder rascher bis etwa 1,83 ÷ 1,80. Weiter darf die Zelle nicht entladen werden. Auch die Säuredichte sinkt wieder und zwar nahezu proportional der

entnommenen Elektrizitätsmenge, die also umgekehrt aus dem spezifischen Gewicht errechnet werden kann und so — namentlich bei langsamer Entladung — einen Anhalt über den Ladezustand der Zelle gibt. Je langsamer entladen wird, um so besser wird der chemische Wirkungsgrad und damit auch die Kapazität. Man unterscheidet Zellen für rasche — d. i. mindestens 1stündige — und für langsame — d. i. mindestens 3stündige — Entladezeit, die aber stets länger sein kann, was der Lebensdauer und dem Wirkungsgrade zugute kommt. Eine entladene Zelle muß baldigst wieder aufgeladen werden, sonst überziehen sich die Bleiplatten mit dem fast nichtleitenden Bleisulfat und der Sammler ist rettungslos zerstört.

Eine Zelle besteht aus mehreren unter sich je parallel geschalteten $+$ - und $-$ -Platten, wobei stets eine negative Platte mehr angewandt wird, damit die $+$ -Platten sich so weniger leicht verziehen. Damit durch dieses im Laufe längerer Zeit — namentlich infolge von zu großer Stromentnahme — unvermeidliche Krümmen nicht zum Kurzschluß mit einer der ziemlich nah daneben befindlichen negativen Platte führt, werden beide Platten am besten durch besonders präparierte Brettchen aus dünnem Eichenholz getrennt gehalten. In kleinen Zellen werden die Platten in Glasgefäßen aufgehängt, die vielfach durch solche aus Zelluloid oder auch Hartgummi ersetzt werden; große feststehende Zellen werden aus Holz mit Bleiverschlag ausgeführt. Zwecks guter Isolation der Zellen von der Erde werden sie auf Sonderporzellanrollen gesetzt und womöglich auch nochmal das ganze Gerüst.

Durch die Zahl der Platten für 1 Zelle und deren Fläche läßt sich für die jeweiligen Zwecke stets eine geeignete Type vom Fabrikanten zusammenstellen.

Bei der geringen Spannung müssen für technische Zwecke stets mehrere Zellen hintereinandergeschaltet werden, z. B. bis zu 60 Stück bei 110 Volt usw., wodurch die sog. Sammlerbatterien entstehen. Die Verbindung der einzelnen gleichnamigen Platten sowohl wie die ganzer Zellen erfolgt durch Bleistreifen, die durch Lötung in der Wasserstofflampe gegenseitig verschmolzen werden. Wegen der Entwicklung von Knallgas müssen solche Sammlerzellenräume gut lüftbar sein und darf die Beleuchtung nur mittelst Glühlampen erfolgen, die noch eine besondere Schutzglocke besitzen müssen. Die Bleisammler sind für ruhende Batterien auch heute noch die besten Speicherapparate, namentlich bei sorgfältiger Wartung.

(1240) Eisen-Nickel-Sammler. Seiner größeren Leichtigkeit wegen und der Unempfindlichkeit gegen Stöße wendet man für transportable Batterien jetzt vielfach den Edisonschen Nickel-Eisen-Akkumulator an, dessen wirksame Massen am positiven Pol aus Nickeloxyd, am negativen im wesentlichen aus feinzerteiltem Eisen bestehen; als Flüssigkeit dient Kalilauge. Die wirksamen Massen werden unter starkem Druck in Taschen aus vernickeltem siebartigem Stahlblech eingepreßt und letztere dann in Rahmen aus vernickeltem Stahl eingedrückt. Auch die vollständig geschlossenen Gefäße bestehen aus vernickeltem Stahlblech. Beim Laden steigt die Spannung von 1,6 bis 1,8 Volt, während sie beim Entladen von 1,3 bis 1,1 sinkt und im Mittel 1,23 Volt beträgt. Der Edison-Akkumulator liefert von der hineingeladenen Elektrizitätsmenge weniger zurück, als der Bleiakкумуляtor; besonders ungünstig verhält er sich hinsichtlich der zurückgelieferten Leistung, von der nicht ganz 50% wiedergewonnen werden. Dagegen ist er sehr unempfindlich gegen Laden und Entladen mit zu starkem Strom und gegen Stehenlassen in unbenutztem Zustand.

Leitung in Gasen.

(1241) Begriff und technische Anwendung. Die metallische und die Flüssigkeits-Leitung haben miteinander das gemeinsame, daß sich die Elektronen durch das dichte Gefüge fester bzw. flüssiger Stoffe nur mühsam und langsam

($\ll 1$ cm/sek.) hindurchbewegen und daß eben infolge des großen Widerstandes unter dem dauernden Antriebe der Spannung keine beschleunigte, sondern eine Bewegung konstanter Geschwindigkeit der Ionen bzw. Elektronen zustande kommt. Anders verhalten sich verdünnte Gase und Dämpfe, deren relativ großer Abstand von Molekül zu Molekül den Elektronen freie Bahn zu beschleunigter Bewegung läßt, so daß diese Geschwindigkeiten annehmen können bis zur Größenordnung der des Lichtes. Die Elektronen treten bei sehr starker Verdünnung an der Kathode als sog. Kathodenstrahlen aus, die dann gleich einem elektrischen Strom im magnetischen bzw. elektrischen Felde nach bekannten Regeln abgelenkt werden (Braunsche Röhre). Treffen sie auf eine Metallfläche (Antikathode) auf, so erzeugen sie die Röntgenstrahlen. In mäßig verdünnten Gasen und Dämpfen beladen sich aber die Elektronen mit Stoffteilchen und bilden die Molionen, die sich infolge ihrer sehr viel größeren Masse auch sehr viel langsamer bewegen (≤ 100 m/sek.); es ist also auch hier Konvektion vorhanden.

Die Aufrechterhaltung eines dauernden Ausgleiches in Gasen und Dämpfen ist außer an eine genügend hohe Spannung an die Bedingung einer sehr starken Erwärmung der Kathode an der eigentlichen Ausstrahlungsstelle gebunden, während die Anode nur ca. $600 \div 700^\circ$ warm wird und deshalb aus Eisen bestehen kann.

Wird als Kathode Quecksilber benutzt, so wird dieses an der Ausbruchsstelle der an Quecksilbermolekülen haftenden Elektronen, dem Kathodenfleck, hoch erhitzt und stark leuchtend (Quecksilberdampf Lampe, auch Quarzlampe oder Höhensonne genannt). Es ist aber dann nicht möglich, bei diesem Zustand einen Strom in der anderen Richtung durch eine solche mit verdünntem Quecksilberdampf gefüllte Röhre zu senden, daher rührt die Ventil- bzw. Gleichrichterwirkung des Quecksilberlichtbogens. Denn von einem dem Gleichstrom überlagerten Wechselstrom könnten offenbar nur die mit dem Gleichstrom gleichsinnigen Halbwellen einen Durchgang finden, während die entgegengesetzten Halbwellen abgedrosselt werden, worauf die Wirkungsweise und technische Verwendung des Quecksilberdampfgleichrichters beruht (s. diese).

In nicht verdünnten Gasen geschieht der Ausgleich meist in Form eines Funken und zwar dann, wenn durch die verhältnismäßig gut leitende Funkenbahn der Ausgleich — der dann übrigens meist ein oszillierender ist — so rasch vonstatten geht, daß die wirksamen EMKe nicht genug Elektronen herbeschaffen können, um einen dauernden Strom zu unterhalten. Der Ausgleich hört auf, um erst dann wieder einzusetzen, wenn unter fortgesetzter Verschiebungsarbeit der EMK der Spannungsgradient zwischen den beiden Elektronen einen solchen Wert erreicht hat, daß die Gasstrecke durchbrochen wird.

Technische Meßgeräte.

Strommesser oder Amperemeter.

(1242) **Hitzdrahtgeräte.** Die Einrichtung eines Hartmann und Braunschen Strommessers ist in Abb. 43 schematisch dargestellt. Dem aus Platiniridium hergestellten Hitzdraht P fließt der zu messende Strom — bzw. meist nur ein kleiner Teil davon — zu und die durch dessen Widerstand bedingte Erwärmung und Ausdehnung wird durch geschickte Anwendung eines doppelten Kniehebels in vergrößertem Maße auf den Zeiger Z übertragen. Der Ausschlag α dieses ist offenbar von J abhängig, und zwar so, daß $\alpha = CJ^2$ ist und C eine Konstruktionskonstante des Gerätes ist, die durch Vergleichung mit einem Normalgerätes bzw. durch Eichung mit dem Silbervoltmeter festgestellt wird. Infolge der quadratischen Beziehung zu J ist α unabhängig von der Stromrichtung

und deshalb ist das Hitzdrahtamperemeter auch für Wechselstrommessungen zu gebrauchen, eine Überlegung, die auch für alle sonstigen Meßgeräte mit diesem Zusammenhang zwischen J und α gilt. Temperaturänderungen bringen Nullpunktverschiebungen hervor, diese können aber durch verschiedene technische Kunstgriffe fast zum Verschwinden gebracht werden.

(1243) Die Weichisen- oder elektromagnetischen Geräte. Diese beruhen wie alle folgenden auf den magnetischen Wirkungen des elektrischen Stromes, indem ein möglichst kleines Stück weichen Eisens — um Fehler durch Hysteresis und Wirbelströme möglichst auszuschließen — in eine Magnetspule hineingezogen und dessen Bewegung in geeigneter Weise auf einen Zeiger übertragen wird. Als Gegenkraft wirkt ein Gewicht oder besser eine Feder, weil dann die Lage des Gerätes eine beliebige sein kann. Da nach Nr. 1194 die Zugkraft $P = C J^2$ ist, so muß offenbar auch sein $\alpha = C J^2$ — also auch für Wechselströme brauchbar, allerdings geringe Abhängigkeit auch von Kurvenform und Frequenz, deshalb nur in besonderen Ausführungen für Gleich- und Wechselstrom ohne beachtlichen Fehler brauchbar. Billig in der Herstellung, aber von außen durch magnetische Felder — etwa von starken Strömen in der Nähe befindlicher Leiter herrührend — beeinflussbar.

(1244) Drehspulgeräte. Benutzen die zwischen Dauerstahlmagneten und Solenoiden auftretenden mechanischen Kräfte zur Verdrehung eines durch Feder-

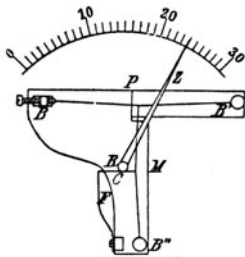


Abb. 43.

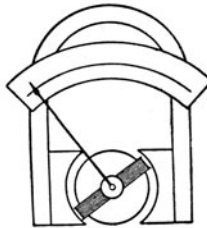


Abb. 44.

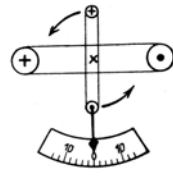


Abb. 45.

kraft gehemmten Zeigers. Bei den alten, nur physikalischen Zwecken dienenden Nadelgalvanometern stand das Solenoid fest und die Magnetnadel war gleichzeitig Zeiger. Bei den technischen Galvanometern nach Deprez steht der hufeisenförmige Dauermagnet still, während sich das als eisenlose Flachspule ausgeführte Solenoid zwischen dessen Polen dreht (s. Abb. 44). Bei diesen Geräten ist $\alpha = C J$ also abhängig von der Stromrichtung und deshalb nur für Gleichstrommessungen geeignet (für zweierlei Stromrichtungen kommt der Nullpunkt auf die Mitte der Skala zu liegen). Wird die Drehspule recht leicht gemacht und sorgfältig gelagert, so ist diese Type für Präzisionsmessungen geeignet, freilich auch teurer als die Weichisenengeräte. Da zur direkten Messung nur für kleine Ströme (mA) geeignet, stets in Verbindung mit Stromwehrr (s. unten Nr. 1248).

(1245) Elektrodynamische Geräte — Dynamometer — sind ebenfalls Drehspulgeräte, bei denen jedoch der Stahlmagnet durch ein Solenoid ersetzt ist. Es ist daher, da derselbe Strom durch beide Spulen geht, $\alpha = C J^2$ (s. Abb. 45). Für Gleich- und Wechselstrom geeignet in praxi jedoch nur für Wechselstrommessungen in Anwendung, aber Eichung mit Gleichstrom. Wegen des höheren Drehmomentes neuerdings auch mit Eisen in der Festspule ausgeführt, wodurch auch die störende Beeinflussung durch fremde magnetische Felder verringert wird.

(1246) Drehfeld- (Ferraris-) Geräte sind kleine Drehfeldmotoren und daher nur für Wechselstrom geeignet mit der Beziehung $\alpha = C J^2$. Das Drehfeld (s. dieses)

wird durch eine Kunstphase hervorgebracht, den Kurzschlußanker bildet eine Aluminiumtrommel mit Zeiger (s. Abb. 46). Infolge großen Drehmomentes sehr genau zeigend und wenig durch äußere Felder beeinflussbar. Wegen des großen Eisenvolumens stark von Frequenz, Kurvenform und auch Temperatur abhängig und daher nur gemäß Eichung zu benutzen.

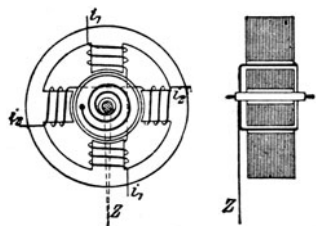


Abb. 46.

(1247) Dämpfungseinrichtungen. Alle vorgenannten Typen bedürfen einer Dämpfungseinrichtung, um die Zeiger rasch zur Ruhe zu bringen, da sie sonst zum starken Pendeln neigen. Die Dämpfungseinrichtung ist teils mechanischer Natur — Kolben, der sich in einer eng anschließenden Röhre oder Kapsel bewegt, d. i. die sog. Luftdämpfung —, teils elektromagnetischer — Wirbelstrombremse als Aluminiumscheibe zwischen den Polen eines Dauerstahlmagneten.

(1248) Stromwehre. Da die Hitzdraht- und die Drehspulgeräte nur für Ströme i von einigen Milliampere gebaut werden, so muß durch ein Stromwehr eine Teilung des zu messenden Stromes herbeigeführt werden in der Weise, daß der größte Teil des Stromes über das Stromwehr — d. i. ein zum Hitzdraht bzw. zur Drehspule parallel geschalteter verhältnismäßig kleiner Widerstand — hinwegfließt und nur etwa 100 bis 200 mA durch das eigentliche messende System gehen. Ist der Widerstand des Stromwehres $\frac{1}{n}$ desjenigen des

Hitzdrahts bzw. der Drehspule, so ist der durch beide fließende, also der zu messende Strom $J = (n + 1) i$, welche Gleichung besagt, daß trotz der kleinen Meßströme i doch beliebig große Leitungsströme mit diesen beiden Typen gemessen werden können, wovon man insbesondere bei den Drehspulengeräten ausgedehnten Gebrauch macht, da obige Beziehung ja streng nur für Gleichstrom gilt (Wechselströme verteilen sich nach Maßgabe der Scheinwiderstände!).

(1249) Effektivwerte. Alle für Wechselstrom wirksamen Strommesser haben einen dem J^2 proportionalen Ausschlag und geben daher nur einen Mittelwert an, der dem Quadrate aller Augenblickswerte während einer halben Periode proportional ist; die Wurzel aus diesem quadratischen Mittelwerte ist dann der sogenannte Effektivwert (s. Nr. 1222).

Spannungsmesser oder Voltmeter.

(1250) Indirekte Methode. Spannungen zwischen 2 Punkten mißt man meist indirekt durch Strommesser, deren Meßstrom i sehr klein gehalten wird, etwa 5 ÷ 50 mA bei vollem Ausschlag. Die Strommesser werden zu diesem Zweck mit sehr hohen Vorschaltwiderständen r versehen, die meist in das Gerät organisch eingebaut, teils aber auch getrennt beigegeben sind. Deshalb kann ein Spannungsmesser ohne Gefahr zwischen die beiden Punkte geschaltet werden, deren Potentialdifferenz oder Spannung gemessen werden soll; denn es besteht ja dann — auch für Wechselstrom mit sehr großer Annäherung — die Beziehung $P = i r$.

Durch Veränderung von r kann der Meßbereich eines Voltmeters in sehr einfacher Weise geändert werden.

(1251) Statische Geräte. Zur direkten Messung verwendet man elektrostatische Geräte, jedoch fast nur für sehr hohe Spannungen in Wechselstromlagen. Sie beruhen auf dem Prinzip der Anziehung ungleichnamiger geladener Körper und verbrauchen keinen Strom. (Bezüglich der Strom- und Spannungsmesswandler s. diese.)

Leistungsmesser oder Wattmeter.

(1252) für Einphasenstrom sind nur für Wechselstromanlagen nötig, weil in diesen die Leistung durch die 3 Größen: Strom, Spannung und Leistungsfaktor bestimmt wird. Sie sind ihrem Prinzip nach Dynamometer (s. Abb. 47), deren feste Spule A in der Regel vom Leitungsstrom i , deren bewegliche Spule B von einem der Spannung proportionalen Strome i_b — von der Größenordnung von etwa 30 mA unter Zuhilfenahme entsprechend großer Vorschaltwiderstände W — durchflossen wird. Es ist dann das augenblickliche Drehmoment auf die Drehspule $= C i \times i_b$ und der mittlere Ausschlag während einer Periode

$$\alpha = C \frac{1}{T} \int_0^T i \times i_b dt.$$

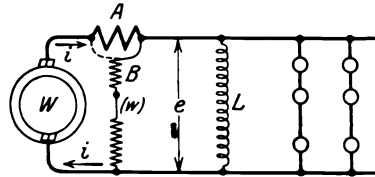


Abb. 47.

Für sinusförmige Änderung von i und $i_b = e/(r_t + r_v)$ wird der Wert des Integrals $= C/J E \cos(J, E) (r_t + r_v)$, d. h. proportional der Leistung des Wechselstromes und damit also $N = \alpha (r_t + r_v) / C$. Bei manchen technischen Wattmetern ist z. B. der Widerstand der beweglichen Spule $r_t = 1000 \Omega$ und $C = 1000$, während r_v , der Wert des Vorschaltwiderstandes so bestimmt wird, daß

$$i_b = E / (r_t + r_v) \leq 0,03 \text{ A}$$

wird; dann ist z. B. für $E = 120 \text{ Volt}$ $r_v = 3000 \Omega$ und

$$N = 0,001 \cdot (1000 + 3000) \alpha = 4 \alpha \text{ Watt}.$$

Es ist stets darauf zu achten, daß eine Spannungs- und eine Stromklemme unmittelbar und nicht etwa über den Vorschaltwiderstand miteinander verbunden werden, während der Vorschaltwiderstand stets an den anderen Pol des Erzeugers oder Verbrauchers zu legen ist, um gefährliche Potentialdifferenzen zwischen den beiden Spulen zu vermeiden. Welche der beiden Stromklemmen dagegen zur Verbindung mit der Spannungsspule benutzt wird, ist prinzipiell gleichgültig, wenn nur die Verluste in der Spannungsspule $i_b^2 (r_t + r_m)$ und in der Stromspule $i_f^2 r_A$ sinngemäß in Anrechnung gebracht werden, wenn man sie überhaupt berücksichtigen will, was angesichts ihrer Geringfügigkeit nur bei sehr genauen Messungen nötig ist.

(1253) Für Mehrphasenstrom. Bei Mehrphasen-Wechselströmen muß man prinzipiell die Leistung jeder einzelnen Phase mittels eines solchen Wattmeters messen und die Einzelwerte addieren. Dies muß stets dann geschehen, wenn ein Null-Leiter vorhanden ist, zwischen welchen und je einem Außenleiter die Spannungsspulen zu legen sind. Fehlt der Nulleiter, so kann man im Dreiphasensystem mit 2 Wattmetern auskommen (Nr. 1235), deren algebraische Summe die Gesamtleistung mißt, selbst dann, wenn die einzelnen Phasen ungleich belastet sind. Die Angaben solcher nach Abb. 48 geschalteter Wattmeter sind im allgemeinen nicht gleich, sondern selbst dann, wenn die Phasen gleich belastet sind, in Abhängigkeit von der Phasenverschiebung verschieden, ja teils negativ (Aronsche Schaltung).

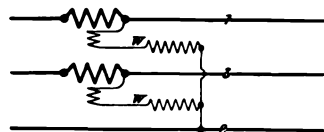


Abb. 48.

Welcher Art diese Abhängigkeit ist, zeigt am deutlichsten Abb. 49, die die Ausschläge α_1 und α_2 der beiden Wattmeter in Abhängigkeit von der Phasenverschiebung φ bzw. von $\cos \varphi$ darstellt und deren Summenwert $\alpha_1 + \alpha_2$ unter der Voraussetzung konstanten Stromes und konstanter Spannung trotz veränderter Phasenverschiebung. Sind alle 3 Phasen gleich belastet, so

berechnet sich $\operatorname{tg} \varphi = \sqrt{3} \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}$, reine Sinuskurven vorausgesetzt. In diesem Falle — also besonders bei Motoren — kann man aber mit 1 Wattmeter

auskommen, das man zwischen einen Außenleiter und den Nullpunkt schaltet. Ist jedoch wie bei Dreieckschaltung kein Nullpunkt vorhanden oder ist dieser nicht zugänglich, so schafft man sich einen durch 3 in Stern geschaltete Widerstände von solcher Größe, daß der Strom in ihnen nur gegen $30 \div 100$ mA beträgt; die Spannungsspule kann hierzu mit benutzt werden und braucht dann der in dieser Phase liegende Restwiderstand nur noch so groß zu sein, daß beide zusammen gleich den Widerständen in den beiden andern Phasen sind (s. Abb. 50). Bei diesen Schal-

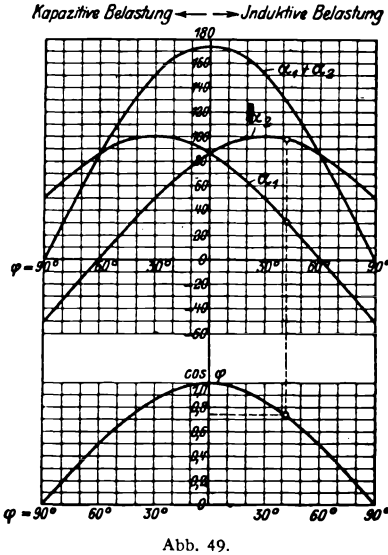


Abb. 49.

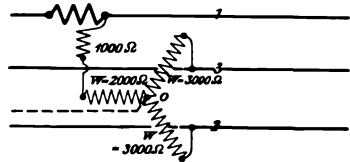


Abb. 50.

tungen mißt das 1 Wattmeter die Leistung nur 1 Phase, so daß seine Angaben mit 3 zu multiplizieren sind; bei Schalttafel-Wattmetern ist dies aber stets bei den Skalenwerten schon berücksichtigt.

An Stelle des dynamischen Wattmeters kann auch ein Drehfeldinstrument nach Ferraris' Prinzip benutzt werden und geschieht dies auch für Schalttafelgeräte sehr häufig.

(1254) Phasenmesser. Aus der Scheitel- und der Wirkleistung kann jederzeit der Leistungsfaktor ermittelt werden: $\cos \varphi = \frac{\text{(Wirk-)Leistung}}{\text{Scheitel-Leistung}}$. Es gibt auch Geräte — sog. Phasenmesser —, die den Leistungsfaktor selbst messen; es sind das Wattmeter, deren bewegliche Spule aus 2 \perp aufeinander stehenden Spulen bestehen, die sich dann in der Richtung von φ gegen die Nulllage einstellt, während die Skala nach $\cos \varphi$ geeicht ist.

Zähler.

(1255) Arbeitsmesser für Gleichstrom. Zähler sind Leistungsmesser in Verbindung mit Zeitmessern, da im allgemeinen Strom, Spannung und Leistungsfaktor in jedem Augenblick verschieden sind, so müssen auch alle diese Größen in jedem Augenblick gemessen werden und die Dynamometer nehmen die Form

kleiner Motoren an, die mit einer Wirbelstrombremse belastet werden als Energieverbraucher und natürlich nur einen sehr kleinen Bruchteil der zu messenden Energie in Anspruch nehmen dürfen.

Von den vielen Arten seien hier nur die Motorzweileiterzähler für Gleichstrom eingehender besprochen. Abb. 51 stellt einen solchen schematisch dar. Der Leitungsstrom erzeugt in den zwei Spulen auf beiden Seiten des Ankers ein nahezu homogenes Feld, das dem Stromwert J direkt proportional ist. Durch den Anker fließt infolge eines vorgeschalteten sehr großen Widerstandes ein der Spannung P proportionaler Strom. Infolgedessen ist das Drehmoment am Anker $M = C_1 J P = C_1 N$. Die dadurch hervorgerufene Drehbewegung wird durch die unterhalb angebrachte Homopolarmaschine (Nr. 1211) abgebremst, und zwar ist das Bremsmoment $M_B = C_2 \omega$. Im Beharrungszustande muß Antriebs-

moment = Bremsmoment sein, also $C_1 N = C_2 \omega$ und $A = N t = C' \omega t = C n' t = C z$, wo n' die sekundliche Drehzahl der Ankerwelle und $n' t = z$ die Gesamtzahl der Umdrehungen während der Zeit t (Sekunden oder Stunden) bedeutet, so daß also die Gleichung $A = C z$ besagt, daß die während einer bestimmten Zeit t insgesamt ausgeführte Drehzahl der Ankerwelle ein Maß für die während dieser Zeit dem Verbraucher zugeflossenen Arbeit ist. Die Ankerwelle braucht also nur mit einer Drehzahlregistriervorrichtung verbunden zu sein. Die Konstante C wird durch Versuche bestimmt und das Registrierwerk durch passende Übersetzung so eingerichtet, daß sofort der Arbeitswert in kWh abgelesen werden kann.

Um den durch die Eigenreibung entstehenden Fehler möglichst zu verringern, dient eine in den Nebenschlußkreis geschaltete Spule, welche das Hauptfeld unterstützt.

Die rotierenden Zähler bedürfen eines Kollektors, der zu mancherlei Störungen Veranlassung geben kann, weshalb man ihn zu vermeiden sucht, was in den oszillierenden Zählern geschehen ist, deren Anker nach einer knappen Halbdrehung durch Stromwendung jedesmal sich selbsttätig umsteuert. Die Zahl der Umsteuerungen ist dann ebenfalls ein Maß für die Arbeit und wird registriert; Bremsung wie oben.

Die Aronschen Pendelzähler beruhen auf dem Prinzip, daß die Schwingungszahl eines Pendels durch Veränderung seiner Direktionskraft geändert werden kann. Die Direktionskraft ist bei den Aronschen Zählern nicht allein die Erdanziehung, sondern wird vornehmlich durch magnetische Kräfte erzeugt, indem das Pendel aus einer Spannungsspule am Stabende besteht und im Felde einer feststehenden Stromspule schwingt. Indem die Schwingungszahl eines so, d. h. von $J \times P$ beeinflussten Pendels, mit einem normalen Pendel verglichen, und diese Differenz registriert wird, kann eine solche Vorrichtung ebenfalls zur Arbeitsmessung herangezogen werden, weil diese Differenz der Leistung $J P$ und der Zeit t , innerhalb deren eine solche Differenz erreicht wurde, d. h. also der Arbeit proportional ist.

(1256) Arbeitsmesser für Wechselstrom. Die Wechselstromzähler sind fast durchweg auf dem Ferraris-Prinzip beruhende Motorzähler mit Bremscheibe (s. Abb. 52). Für Dreiphasenwechselstrom müssen in allen den Fällen, in denen für die Leistungsmessung 2 Wattmeter nötig sind, auch 2 Zähler angewandt werden, deren Summe dann die Gesamtarbeit mißt. Vielfach werden die beiden Zähler in einem einzigen Geräte in der Weise vereinigt, daß die beiden Motoren auf eine einzige Drehachse wirken, deren Drehzahl registriert wird; in derselben Weise werden auch Dreifachzähler gebaut.

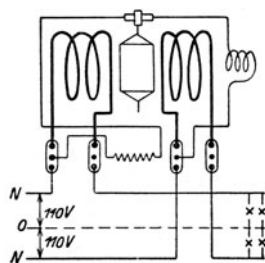


Abb. 51.

(1257) Amperestunden-Zähler. Ist in einem Netze die Spannung hinreichend konstant, so kann auf deren dauernde Messung verzichtet werden. Die Arbeit ist dann gegeben durch

$$A = P \int_0^t i dt = \text{Spannung} \times \text{Amperestundenzahl} = P \times A h.$$

Es genügt dann eine Vorrichtung, die die Amperestunden registriert und darum Amperestundenzähler heißt. In allen genannten Apparaten fällt dann die Spannungsspule weg, wodurch sie sehr viel einfacher und vor allem billiger werden, weshalb man sie vielfach den — freilich stets genaueren — Arbeitszählern vorzieht; sie sind aber nur für Gleichstromanlagen ausführbar.

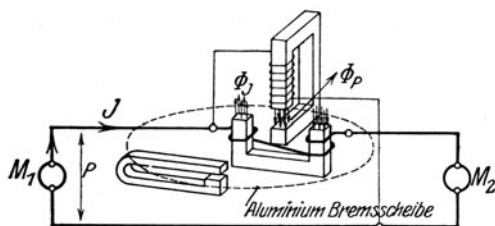


Abb. 52.

Dort können dann auch elektrolytische Zähler verwendet werden, indem die aus einer passenden Lösung gefällte Substanz dem Strom und der Zeit proportional ist. Im Stiazähler wird Quecksilber ausgefällt und dessen Menge einfach in einer graduierten Röhre gemessen; das ausgeschiedene Quecksilber wird durch Kippen dem verarmten Elektrolyten wieder zugeführt und von diesem wieder chemisch resorbiert, so daß der Anfangszustand jedesmal wieder erreicht wird.

(1258) Zeitzähler. Ist schließlich auch der Strom konstant, so genügt ein einfacher Zeitmesser, der nur vom elektrischen Strom bei Beginn eingeschaltet und bei dessen Aufhören wieder zur Ruhe gebracht zu werden braucht.

(1259) Zähler für Blind- und Scheitelarbeit. Außer der Registrierung der wirklich geleisteten bzw. verbrauchten Arbeit hat sich neuerdings bei Wechselstrommotoren auch das Bedürfnis nach Messung der Blind- bzw. der Scheitelarbeit herausgestellt, um den das Werk schädigenden Einfluß der Phasenverschiebung bei der Verrechnung der elektrischen Arbeit mit hereinzuziehen. Es geschieht dies in der Weise, daß die Wirkarbeit während einer bestimmten Zeit verglichen wird mit der Blind- bzw. Scheitelarbeit, die in derselben Zeit vom Werk an den Verbraucher geliefert werden mußte. Dieses Verhältnis ist ein Maß für den mittleren Leistungsfaktor, mit dem die Anlage des Verbrauchers in der Zwischenzeit gearbeitet hat, also auch ein Maß für die daraus veranlaßten Mehrverluste in Maschinen und Leitungen.

Je nachdem dieser mittlere Leistungsfaktor von dem vereinbarten nach oben oder unten abweicht, kann dem Verbraucher ein entsprechender Ab- bzw. Zuschlag verrechnet werden.

Denselben Zwecke, nämlich den Verbraucher an einem guten Leistungsfaktor seines Netzes zu interessieren, dienen die Amperequadratstundenzähler, die dadurch aus den normalen Zählern entstehen, daß deren Spannungsspule durch eine dickdrähtige Wicklung ersetzt und der Stromspule parallel geschaltet wird. Die Angaben dieses Zählers sind ein Maß für die Stromwärmeverluste in den Werksanlagen, die durch den Verbraucher veranlaßt werden; sie sind um so geringer, je besser der Leistungsfaktor des Verbrauchernetzes ist.

(1260) Fehlergrenzen der Zähler. Da die Zähler die Unterlage für die Verrechnung schaffen, müssen sie in bezug auf Genauigkeit der Messung bestimmten gesetzlichen Bedingungen genügen. Nach den neuesten Vorschriften (Nr. 135 der Phys.-Techn. Reichsanstalt)¹⁾ darf der Beglaubigungsfehler höchstens betragen: für Gleichstromzähler

a) zwischen 100 und 5% der Nennlast bzw. über 10 W Belastung:
 $\pm F = 3 + 0,3 \frac{N_N}{N} \%$, wo N_N die Nennbelastung, N die Versuchsbelastung des Zählers bedeutet;

b) wird die Nennstromstärke J_N um $x\%$ überschritten, so darf $F \frac{x}{10} \%$ mehr betragen, falls $J \leq 1,25 J_N$;

c) die kleinste Belastung muß $\geq 1\%$ von P_N sein können;

d) während der Zeit, in der kein Verbrauch stattfindet, darf der Vor- oder Rücklauf nicht mehr betragen als $1/500$ seines Nennverbrauches entspricht für $P \leq 1,1 P_N$.

Für Wechselstromzähler

a) $F = 3 + 0,2 \frac{N_N}{N} + \left(1 + 0,2 \frac{J_N}{J}\right) \text{tg } \varphi$ für $\text{tg } \varphi \leq 0,2$;

b) bis d) wie oben.

Die Verkehrsfehlergrenze kann rund das Doppelte der Beglaubigungsfehlergrenze betragen.

Der Fehler eines Zählers in % ist:

$$\pm \frac{\text{registrierter Verbrauch} - \text{wirklicher Verbrauch}}{\text{registrierter Verbrauch}} \times 100.$$

Frequenzmesser.

(1261) Prinzip. Sie beruhen darauf, daß von einer Reihe schwingungsfähiger Stahlfedern, die dem Einfluß eines magnetischen Wechselfeldes ausgesetzt sind, diejenige, die mit der Schwingungszahl, d. i. Frequenz des Wechselfeldes in Resonanz ist, am heftigsten schwingt, was durch geeigneten Aufbau leicht erkennbar zu machen ist. Sie werden wie Spannungsmesser zwischen 2 Pole geschaltet. — Da bei einem gegebenen Wechselstromerzeuger die Frequenz der Drehzahl proportional ist, so kann ein solches Gerät bei entsprechender Eichung auch als Drehzahlzeiger (Tachometer) benutzt werden, der selbst in weiter Entfernung von der drehenden Welle deren minutliche Drehzahl festzustellen gestattet (Ferntachometer).

Elektrische Maschinen. Erzeuger.

Gleichstrom-Erzeuger.

Der Aufbau.

(1262) Prinzip. Die Gleichstrommaschinen beruhen auf dem Prinzip der Spannungserzeugung mittelst der elektromagnetischen Induktion. Da aber die Induktoren nur periodische Wechselspannungen liefern, so muß zu deren beiden Hauptbestandteilen: dem Anker mit der Wicklung und dem Magnet-

¹⁾ S. ETZ 1921, S. 134.

gestell mit den Erregerspulen noch eine Stromwendevorrichtung hinzukommen, um wenigstens im äußeren Kreise Spannung und Strom gleicher Richtung zu erzeugen; diese Aufgabe besorgt der Kommutator. Um Strom und Spannung aber auch konstant zu machen, muß die Ankerwicklung aus mehr als einer Spule bestehen, die dann, räumlich gegeneinander versetzt, zeitlich verschobene Spannungen erzeugen. Durch passende Schaltung dieser Spulen mit dem nunmehr gleichfalls vierteiligen Kommutator oder Kollektor werden diese einzelnen Spannungen so zusammengesetzt, daß die Spannung des Induktors, der dann Gleichstromerzeugmaschine heißt, praktisch konstant wird.

(1263) Die Ankerwicklungen. Nach der Form des Ankers unterscheidet man Scheiben-, Ring- und Trommelanker, von denen jedoch nur der letztere heutzutage noch Bedeutung besitzt und darum allein besprochen werden soll.

Man unterscheidet 2 Arten von Ankerwicklungen:

1. Schleifenwicklung (Abb. 53) rücklaufend,
2. Wellenwicklung (Abb. 54) fortschreitend.

Bei der ersten zerfällt die ganze Ankerwicklung in so viele Zweige, als das Magnetgestell Pole hat; d. h. nicht alle auf dem Anker angebrachten Spulen erscheinen hintereinandergeschaltet, sondern nur eine bestimmte Anzahl, so daß

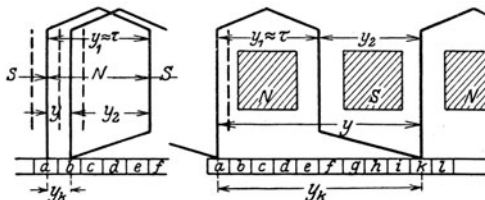


Abb. 53.

Abb. 54.

also Gruppen — d. h. Ankerzweige — entstehen, die aus mehreren hintereinandergeschalteter Spulen gebildet sind. Die einzelnen Ankerzweige werden außerhalb des Ankers durch leitende Verbindung gleichnamiger Kollektorbürsten parallel geschaltet.

Da man eine $2p$ -polige Maschine auffassen kann, als aus p zweipoligen Maschinen bestehend, so erscheinen hier also die p zweipoligen Maschinen parallel geschaltet und diese Schleifenwicklung führt also stets zur Parallelschaltung mit $2a = 2p$ Ankerzweigen.

Bei der Wellenwicklung hingegen gibt es stets nur 2 Ankerzweige, d. h. $2a = 2$; die Ankerspulen erscheinen also innerhalb der beiden Gruppen je zur Hälfte hintereinander, die beiden Ankerzweige parallel geschaltet oder die p zweipoligen Maschinen sind innerhalb der Ankerwicklung hintereinandergeschaltet. Die Wellenwicklung führt also zur Reihenschaltung. Die Spulen werden heutzutage nicht mehr auf die glatte Trommelfläche gelegt, sondern in Nuten des Ankers (s. Nr. 1264), nachdem sie vorher als sog. Schablonen massenfertigungsmäßig hergestellt worden sind. Die lichte Weite der Spulen y_1 muß einesteiils ein ganzzahliges Vielfaches der Nutenteilung τ_n sein, andererseits nahezu einen Polbogen umfassen, woraus sich für gegebene Blechschnitte (s. Abb. 55) und Ankrlängen die Abmessungen der Schablonen leicht bestimmen lassen. Die Verbindungen mit den Kollektorlamellen müssen aus der Kollektorlamellenzahl K , der Polzahl und der Schaltungsart jeweils berechnet werden. Für Schleifenwicklung ist der am Kollektorumfang in Kollektorsegmenten gemessene Bogen, um den man nach Durchlaufen einer Spule vor- oder rückwärts schreiten muß, d. h. der Kollektorschritt y_k stets gleich 1,

dagegen bei der Wellenwicklung bestimmt durch $y_k = (K \pm 1) : p$; y_k muß eine ganze Zahl sein und darf mit k keinen gemeinsamen Teiler haben; darnach ist also K endgültig festzulegen.

Man kann sich auf einen Anker außer der 1. noch weitere Wicklungen von derselben Schaltungsart angebracht und deren Kollektorlamellen zwischen denen der 1. Wicklung eingeschoben denken, so erhält man die mehrfachen Wicklungen. Also die m -fache Parallelwicklung bzw. die m -fache Reihenwicklung, welch letztere meist Reihen-Parallel-Wicklung genannt wird. Die m verschiedenen Wicklungen werden durch die Bürsten, die dann gleichzeitig m Lamellen überdecken müssen — sei es durch entsprechende Breite der einzelnen Bürste, sei es durch Staffelung mehrerer schmaler Bürsten auf 1 Bürstenbolzen —, parallel geschaltet. Die m Wicklungen können sich entweder jeweils einzeln schließen — mehrfach geschlossene Wicklungen — oder erst nach Durchlaufen sämtlicher m Wicklungen — einfach geschlossene Wicklungen, was von dem Verhältnis $K : y_k$ abhängt. Für Parallelwicklungen wird dann $y_k = \pm m$ und $2a = 2mp$; für Wellenwicklungen $y_k = (K \pm a) : p$. Die Zahl der Ankerzweige $2a$ ist bei der m -fachen Wellenwicklung unabhängig von der Polzahl frei wählbar, was für die Querschnittsbestimmung der Ankerleiter großer Maschinen von Vorteil sein kann und ein Hauptgrund für die Wahl der Reihen-Parallel-Wicklung ist. Weitaus die häufigste Wicklungsart ist die einfache Schleifenwicklung, während die einfache Wellenwicklung nur entweder für kleine oder für langsam laufende Maschinen oder für solche sehr hoher Spannung angewendet wird.

Bei Nutenankern wird die Wicklung zweischichtig angeordnet in der Weise daß die eine Seite einer Schablone in der einen Nut oben, die andere Seite in der nächst zugehörigen Nut unten angeordnet und so die ganze Wicklung ringsherum übereinander geschichtet wird. Man kann jedoch auch mehr als 2 Spulenseiten, z. B. 4, 6 und 8 in eine Nut legen, dann faßt man jedoch stets 2, 3 oder 4 Spulenseiten in einer Schablone zusammen, so daß die zweischichtige Anordnung gewahrt bleibt. Die Schablonenwicklung hat den Vorteil der billigen maschinenmäßigen Herstellung, der vollkommenen Gleichheit aller Schablonen und besserer Isolationsmöglichkeit. Letzteres hauptsächlich durch das Tränken jeder einzelnen Schablone in einer geeigneten Isolationsmasse (Isolierlack) im Vakuum bei erhöhter Temperatur, so daß alle Lücken zwischen den einzelnen Drähten vollständig ausgefüllt sind und keine Luftblasen übrigbleiben können.

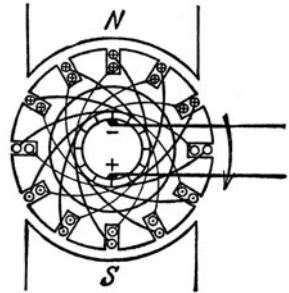


Abb. 55.

Die zeichnerische Darstellung einer Wicklung ist entweder die kreisförmige als Schnitt \perp zur Ankerachse (s. Abb. 55) oder in Abwicklung (s. Abb. 56), die eine Wellenwicklung zeigt mit $y_k = 8$, $2p = 4$ und $K = 17$.

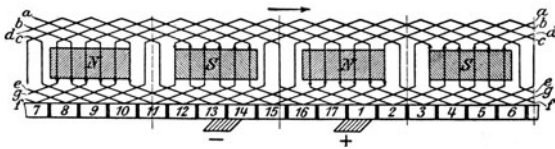


Abb. 56.

Die Zahl der Bürsten im Schema bzw. der Bürstenbolzen auf der Bürstenbrille der Ausführung muß stets mindestens gleich der Zahl der Ankerzweige sein, kann aber auch gleich der Zahl der Pole sein, was aus Symmetrie-

gründen stets bevorzugt wird. — Da die Parallelschaltung der p -Maschine in einem $2p$ -poligen Gestell nur dann einen sicheren Betrieb ergibt, wenn die Spannung der Einzelmachine, d. h. der Ankerzweige, vollkommen gleich ist, so muß jeder Spannungsunterschied zwischen den einzelnen Ankerzweigen bereits im Entstehen beseitigt werden, um nicht zu Ausgleichsströmen über die Bürsten und damit zu deren Überlastung Veranlassung zu geben. Dies geschieht durch Ausgleichs-(Äquipotential-)Verbindungen zwischen Punkten gleichen Potentials in den einzelnen Ankerzweigen; meist werden zu diesem Zwecke die entsprechenden Kommutatorlamellen durch ein System von Drähten großen Querschnitts miteinander verbunden und dieses an geeigneter Stelle untergebracht.

(1264) Der Anker (s. Abb. 57). Der Wirbelstrombildung wegen, die durch die beim Drehen im Magnetfeld induzierten Spannungen im Anker-

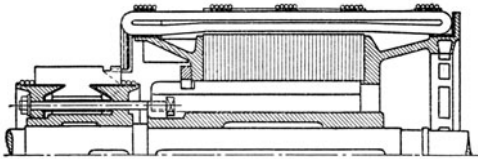


Abb. 57.

eisen hervorgerufen werden, wird der Ankerkörper aus einzelnen elektrisch gegenseitig isolierten Blechscheiben von $0,3 \div 0,5$ mm Dicke zusammengesetzt. Diese werden bei kleinem Ankerdurchmesser unmittelbar auf die Welle, bei größerem auf eine gußeiserne Nabe geschoben;

bei sehr großen Ankerdurchmessern werden die Blechringe aus einzelnen Segmenten zusammengesetzt und beim Aufschieben die einzelnen Trennfugen entsprechend versetzt, damit ein genügend starrer Ring entsteht.

Der Zusammenhalt des Blechpakets wird bei kleineren Maschinen lediglich durch kräftige gußeiserne Spannplatten hervorgebracht, die ihrerseits nach dem mit irgendeiner Presse bewirkten Zusammendrücken des Pakets durch Keile am Zurückgehen gehindert werden; meist ist eine Spannplatte an die Nabe angegossen. Bei großen Maschinen müssen insbesondere auch wegen der Teilung in Segmente Schraubenbolzen zum Zusammenziehen der Spannplatten zur Hilfe genommen werden, bei hohen Drehzahlen auch noch schwalbenschwanzförmige Keile auf dem Nabenumfange. Die Spannplatten tragen, wie bei großen Umfangsgeschwindigkeiten nötig, angegossen oder angeschraubt die Wicklungsteller zum Tragen der Wicklungsköpfe, d. h. der Verbindungen der induzierten Seiten der einzelnen Schablonen. Wo es an Platz zu deren Anordnung auf einer Trommeloberfläche — daher die Bezeichnung Oberflächenwicklung — mangelt, können diese auch auf die Stirnseiten der Trommel heruntergedrückt werden — Stirnwicklungen z. B. für Bahnmotoren.

Die Nuten zur Aufnahme der Schablonen werden meist parallelflankig und rechteckig ausgeführt und am besten in ihrer Gesamtheit aus der vollen Blechscheibe ausgestanzt; bei Blechsegmenten müssen sie einzeln eingestanzt werden und bei abnormalen Ausführungen nachträglich aus dem Blechpaket ausgefräbt werden. Sie sollen schmal und tief sein und auf eine Polteilung mindestens 8 bis 12 Nuten vorgesehen werden. Zum Einlegen der Schablonen sind die Nuten meist oben offen, werden aber oft nachträglich durch einen Holz- oder Faserkeil verschlossen. Vor dem Einlegen der Schablonen müssen sie mit Isolationsstoff ausgekleidet werden. Gegen Herausschleudern aus den Nuten werden Drahtbandagen am Ankerumfang angebracht, nötigenfalls noch Nutenverschlußkeile; dasselbe gilt für die Wicklungsköpfe, bei sehr großen Umfangsgeschwindigkeiten werden an diesen Stellen die Bandagen durch Bronze-kappen ersetzt — z. B. bei Turbodynamos.

Zur Wärmeabführung des Ankereisens sind radiale und axiale Lüftungsschlitze vorzusehen, und zwar so reichlich, daß die einzelnen Blech-

pakete in der Achsrichtung gemessen nicht dicker als $40 \div 60$ mm werden. Es hat sich bewährt, zum Zwecke reichlicher Lüftung die Wicklungsteller mit Ventilationsflügeln bzw. ein besonderes Flügelrad vorzusehen.

(1265) Der Kollektor. Die einzelnen Segmente bestehen aus gezogenem Kupfer von mindestens 1,5 mm Dicke am Grunde. Sie werden gegenseitig und gegen die eiserne Nabe durch Glimmer oder ein gleichwertiges Material isoliert; Zwischenisolation $0,6 \div 1,0$ mm; der Zusammenhalt wird durch eine zweiteilige Nabe mit Doppelkonus bewirkt (s. Abb. 57). Die Abnutzungshöhe muß selbst bei kleinen Stücken $25 \div 30$ mm betragen. Aus diesen beiden Zahlenwerten und der Lamellenzahl bestimmt sich der kleinste Durchmesser. Die Länge wird durch die Zahl und Länge der Bürsten auf einem Bürstenbolzen bestimmt und durch das Verlangen nach genügender Kühlfläche; die Bürstenlänge und Bürstenzahl richtet sich nach der abzuführenden Stromstärke (Nr. 1266). Große Lamellenzahl im allgemeinen erwünscht, aber teuer, jedenfalls mindestens $20 \div 25$ für 1 Polteilung; aber auch soviel, daß die mittlere Spannung von 1 Lamelle zur andern etwa 20 Volt nicht überschreitet. Durchmesser und Umfangsgeschwindigkeit begrenzt einesteils durch Ankerdurchmesser, andernteils durch gute Stromabführung und Reibungsarbeit: v_u ca. $4 \div 10$ m. Sehr lange Kollektoren erhalten Schrumpfringe, nötigenfalls zweiteilige Ausführung mit Längsbeweglichkeit für jeden Teil und elastische Verbindung zwischen den einzelnen Lamellenstücken, z. B. für Turbodynamos. Genaueste Ausführung, glatte Oberfläche und vollkommener Rundlauf Bedingung funkenfreier Stromwendung.

(1266) Die Bürsten. Zur Stromabnahme werden Bürsten aus Metall oder Kohle verwendet. Erstere nur noch bei geringen Spannungen und hohen Stromstärken üblich, sonst stets Kohlebürsten, und zwar um so härter — d. h. graphitärmer — je höher die Spannung ist. Die zulässige Strombelastung für 1 cm^2 kann bei Kupferbürsten $20 \div 30$, bei weichen Kohlenbürsten $8 \div 15$ und bei harten $4 \div 8$ Ampere betragen, woraus sich also die Bürstenfläche bestimmt. Die Dicke wird so gewählt, daß $2 \div 4$ Lamellen bedeckt werden; die Länge der handelsüblichen Marken¹⁾ schwankt zwischen 1,5 und 5 cm, aus welchen beiden Angaben sich die Zahl der für jeden Bürstenbolzen erforderlichen Bürsten errechnet. Müssen mehr als 4 Lamellen gleichzeitig von der Bürste zwecks Parallelschaltung der einzelnen Wicklungssysteme überdeckt werden, so staffelt man die Bürsten jedes einzelnen Bolzens. Für eine funkenfreie Stromwendung ist die Größe der Übergangsspannung zwischen Kollektorkupfer und Bürste sehr wichtig und ist für Kohlebürsten mit $0,5 \div 1,5$ Volt je nach Härte wesentlich höher als für Kupferbürsten mit $0,1 \div 0,25$ Volt; eine hohe Übergangsspannung begünstigt die Stromwendung, weshalb die Kohle trotz Verteuerung des Kollektors infolge größerer axialer Länge bevorzugt wird. Die Bürstenhalter (s. Abb. 58) sollen den Bürsten freies Spiel gestatten, damit sie sich gut an den Kollektor anlegen können, ferner leichte Austauschbarkeit der Bürsten und sie sollen die Bürsten mit leicht regelbarem Druck — 100 bis 400 g/cm^2 — anpressen. Sie werden auf den vom Gestell isolierten Bürstenbolzen oft in großer Zahl aufgereiht und einzeln eingestellt.

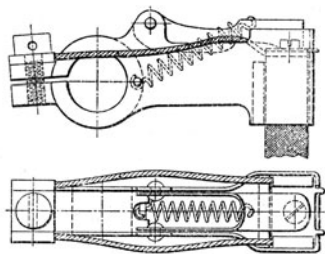


Abb. 58.

(1267) Das Magnetgestell. Es erhält meist die in Abb. 10 dargestellte Form und wird aus Stahlguß hergestellt. Der Jochquerschnitt muß einesteils so

¹⁾ S. Normen ETZ 1922

groß sein, daß er das Feld mit einer Kraftliniendichte von $8 \div 12000$ Gauß führen kann, andererseits aber auch mechanisch so kräftig bemessen und geformt sein, daß keine Deformation eintreten kann, weshalb er oft durch Rippen oder bei gußeiserner Ausführung durch kastenförmigen Hohlguß verstärkt wird. Gleichmäßiger, blasenfreier Guß und genaue Polteilung sind sehr wichtig. Die Pole werden entweder angegossen oder angeschraubt, namentlich dann, wenn sie statt massiv aus Blechen zusammengebaut verwendet werden; die Querschnittsform kann kreisförmig oder rechteckig sein, für große Maschinen Kreis bevorzugt. Der Polschuh, der gleichzeitig die Wicklung mit halten muß, wird bei angegossenen Polen angeschraubt, bei angeschraubten Polen wird er entweder mit dem Polkern zusammengegossen oder, was häufiger, ebenfalls angeschraubt und kann massiv oder lamelliert sein, letzteres namentlich bei grober Nutenteilung, um die Wirbelstrombildung in den Polschuhen möglichst zu vermindern; bei kleinen Maschinen macht man der einfacheren Herstellung wegen oft den ganzen Pol aus Blechpaketen.

Die kreisrunde Form gemäß Abb. 10 erleichtert die Bearbeitung und sichert genaues Zentrieren mit der Wellenachse, was des gleichmäßigen Luftspaltes wegen erforderlich ist. Große Gestelle erhalten eine besondere Grundplatte, die auch die Lager aufzunehmen hat; kleinere Typen bis etwa 100 kW erhalten Lagerschilde. Da Stromerzeuger fast stets in trockenen und staubfreien Räumen aufgestellt werden, sind Schutzverkleidungen gegen Wasser usw. entbehrlich und kann der Forderung freien Luftzutrittes zu allen Teilen zum Zweck der Wärmeabführung in weitestem Maße Rechnung getragen werden.

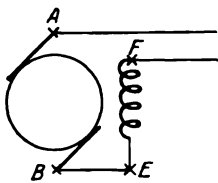


Abb. 59.

(1268) Die Erregerwicklung wird selten mehr erst auf Spulenkasten aufgewickelt, die dann auf die Polkerne geschoben und durch die Polschuhe gehalten werden, sondern in gebündelten Spulen unmittelbar auf den zuvor isolierten Polkern gebracht und zwar stets mehrere für 1 Pol, wo sie durch Zwischenlagen aus Mikanit und ähnlichem im richtigen gegenseitigen Abstand und vom Polkern nötigenfalls unter Verschnürung festgehalten werden. Diese Anordnung gestattet infolge erleichteter Wärmeabführung eine höhere Strombelastung für den mm^2 Querschnitt und damit Ersparnis an Kupfer. Die bei Doppelschlußmaschinen erforderliche zweite Hauptstromwicklung besteht meist nur aus sehr wenig Windungen, die sich unschwer unterbringen und befestigen lassen.

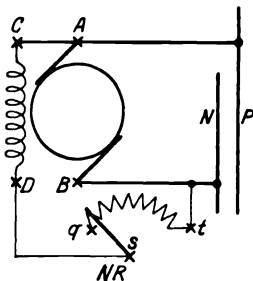


Abb. 60.

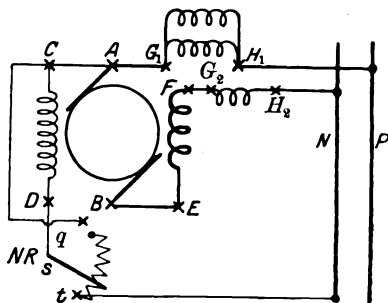


Abb. 61.

(1269) Die Schaltung der Erregerwicklung normaler Maschinen. Man unterscheidet magnet-elektrische Maschinen mit Stahldauermagnet als Feldträgern, fremd- und selbstregte Maschinen mit Elektromagneten, deren

Spulen ihren Strom entweder aus irgendeiner fremden Stromquelle oder aus dem eigenen Anker erhalten; die letzteren sind die eigentlichen Dynamomaschinen (d. h. auf Siemens elektro-dynamischem Prinzip beruhend). Je nach der Schaltungsart zwischen Anker und Erregung unterscheidet man 1. Hauptstrom oder Reihenschlußmaschinen nach Abb. 59, 2. Nebenschlußmaschinen (Abb. 60) und 3. Doppelschluß- oder Verbund- bzw. Kompondmaschinen (Abb. 61). Die Schaltungsart ist von tiefgreifendstem Einflusse auf die Eigenschaften einer Dynamo (Nr. 1275).

Verluste und Wirkungsgrad; Erwärmung.

(1270) Ursachen der Verluste. Die Gleichstromerzeuger sollen mechanische Energie in elektrische umwandeln, was aber bekanntermaßen nie in vollkommener Weise zu erreichen ist, weil stets ein gewisser Teil der zugeführten mechanischen Energie sich in Wärme umsetzt oder wie man in Hinsicht des Zweckes der Maschine sagt, verloren geht. Ursachen dieser Verluste sind: 1. die mechanische Lager-, Luft- und Bürstenreibung, 2. die Hysteresis- und Wirbelstromerscheinungen im Anker- und Polschuh-Eisen, 3. die Stromwärmeverluste in den Anker- und Magnetwicklungen. Bezeichnet man die Summe aller Verluste mit N_v , die zugeführte mechanische Leistung mit N_z , so ist der in nutzbare elektrische Leistung übergeführte Anteil $N_n = N_z - N_v$ Watt.

Das Verhältnis $\eta = \frac{N_n}{N_z} 100$ heißt Wirkungsgrad der Maschine in $\%$; η ist auch gleich $100 \frac{N_z - N_v}{N_z} = 100 \left(1 - \frac{N_v}{N_z}\right)$, welche Gleichung für die indirekte

Bestimmung des Wirkungsgrades aus den Verlusten wichtig ist, weil dieses Verfahren das genauere und darum am meisten angewandte ist (vgl. § 53 u. ff. der Regeln für die Bewertung und Prüfung elektrischer Maschinen — REM künftige abgekürzte Bezeichnung hierfür). Sie erklärt ferner die Tatsache, daß der Wirkungsgrad für verschiedene Belastungen verschieden ist,

weil das Verhältnis $\frac{N_v}{N_z}$ nicht konstant ist, sondern für eine bestimmte Belastung ein Kleinstwert wird und bei geringerer oder größerer Belastung zunimmt bis zum Wert 1 bei Leerlauf oder Kurzschluß; die Nennbelastung soll in der Nähe jener Belastung liegen, die dem höchsten Wirkungsgrad entspricht, und bei guten Maschinen soll sich der Wirkungsgrad in der Nähe der Nennleistung wenig ändern; s. auch Betriebsk. für Motoren (Abb. 80). Der Wirkungsgrad ist im allgemeinen auch um so größer, je größer der Maschinentyp ist. Während η für sehr kleine Maschinen bis auf 70 $\%$ sinkt, haben mittlere und große Maschinen Wirkungsgrade von 80 ÷ 90 $\%$, um schließlich bei den größten (1000 KW und mehr) bis auf etwa 94 $\%$ zu steigen¹⁾.

(1271) Erwärmung. Der Verlustanteil setzt sich in Wärme um und steigert damit die Temperatur der Maschine so lange, bis der Temperaturunterschied gegen die Umgebung, d. i. die Erwärmung, so groß geworden ist. daß dabei die gesamte zugeführte Wärmemenge $Q = C_1 N_v$ auch an die Umgebung durch Strahlung und Leitungen abgegeben werden kann. Die bei diesem Zustande erreichte Grenztemperatur darf rund 100° für die isolierten Wicklungen nicht überschreiten (genaue Angaben siehe REM § 41), weil die Isolationsstoffe sonst Schaden leiden. Die bei dieser Grenztemperatur abgegebene Wärmemenge hängt in erster Linie von der Abkühlungsfläche ab, da die Temperatur der Umgebung wenig schwankt und nach den REM mit 35° anzunehmen ist. Luftige — offene — Bauweise ist daher anzustreben, da eine solche die

¹⁾ Für den jeweiligen Einzelfall ist der Wirkungsgrad den Preislisten zu entnehmen.

Leistungsfähigkeit einer Maschinentype erhöht, denn es ist $N_n = \frac{\eta}{1-\eta} N_v = C_2 Q$

z. B. für $\eta = 90\%$ wird $N_n = 9 N_v$, d. h. die Nutzleistung eines bestimmten Maschinentyps kann das 9fache der Verlustleistung betragen, N_n wird also um so größer werden, je mehr Wärme die Maschine abzuführen befähigt ist; ein Gesichtspunkt, dem die so außerordentliche Steigerung der Leistungsfähigkeit neuzeitlicher Maschinen zu danken ist. Wo die Rücksichten auf Gefahren aus der Umgebung wie z. B. staubige Luft, ätzende Säuredämpfe, Feuchtigkeit und ähnliches eine offene Bauweise nicht gestatten, muß zur Vergrößerung der Wärmeabfuhr der gekapselten Maschine zu künstlicher Lüftung gegriffen werden. Wird dabei die Kühlluft durch einen Ventilator etwa auf der Ankerachse ständig erneuert, so darf bei großem Bedarf deren Reinigung von Staub nicht unterlassen werden. Aus diesem Grunde zieht man es neuerdings vielfach vor, die erwärmte Luft nach Rückkühlung wieder zu verwenden.

Die Betriebseigenschaften der Gleichstromerzeuger.

(1272) Die EMK der Ankerwicklung hängt ab von Drehzahl n in der Minute, der Zahl der induzierten Stäbe N , der Schaltung des Ankers (Reihen- oder Parallelwicklung), gekennzeichnet durch das Verhältnis zwischen Zahl der Pole und der

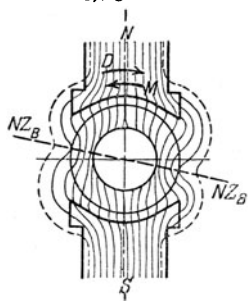


Abb. 62.

Ankerzweige p/a , und schließlich von dem Kraftflusse Φ , der im Augenblick des Kurzschlusses der Spulen durch die Kollektorbürsten mit einer Ankerspule verkettet ist; hierbei ist zu beachten, daß der Wert von Φ nur dann gleich Φ_a — d. h. gleich dem in den Anker pro Pol wirklich eintretenden Kraftflusse — ist, wenn der Kurzschluß in der neutralen Zone erfolgt und die Spulenweite nahezu 1 Polteilung umfaßt; sonst ist stets $\Phi < \Phi_a$.

$$\text{Es ist dann } E = \frac{n}{60} \frac{p}{a} N \Phi 10^{-8} \text{ Volt,}$$

für einfache Parallelwicklungen ist $p/a = 1$,

für einfach Reihenwicklungen $p/a = p$.

(1273) Die Ankerrückwirkung. Im stromlosen Zustand des Ankers, d. h. bei Leerlauf ist die Klemmspannung einer Dynamo gleich der EMK E , wobei das Feld Φ allein von der Erregerwicklung hervorgebracht wird — Erregerfeld.

Bei Belastung, d. h. wenn der Anker Strom J_a abgibt, erzeugt auch er ein Feld — das Ankerfeld. Beide Felder setzen sich zusammen zu dem allein wirklichen und nachweisbaren Betriebsfeld (s. Abb. 62). Dies hat zur Folge, daß 1. die neutrale Zone sich im Sinne der Drehrichtung verschiebt; 2. das Feld unter der eintretenden Polspitze geschwächt, unter der austretenden verstärkt wird, 3. daß der Betriebsfluß Φ_B abnimmt, wodurch auch die EMK abnimmt, also $\Phi_B < \Phi_0$ und $E_B < E_0$ (Spannungsabfall durch Ankerrückwirkung). Deshalb und weil Folgeerscheinung 1. eine erhöhte Aufmerksamkeit und Bedienung im Betriebe, namentlich bei schwankender Belastung erfordert, strebt man, die Ankerrückwirkung möglichst zu vermindern, was sich erreichen läßt: 1. durch nicht zu geringen Luftspalt, insbesondere aber durch dessen Erweiterung nach den Polkanten zu; 2. durch sehr hohe Sättigung der Zähne und Polspitzen; 3. durch hohe Luftinduktion und hohe Sättigung des gesamten Gestells, so daß der betriebsmäßige magnetische Zustand oberhalb des Knies der magnetischen Kennlinie liegt; 4. durch Anordnung einer Kompensationswicklung, d. h. einer am Polumfang untergebrachten, den Anker konzentrisch umschließenden Wicklung mit genau derselben aber entgegengesetzt

wirkenden Durchflutung wie der des Ankers, die also das Ankerfeld aufhebt. — Für gewöhnlich genügen die unter 1—3 genannten Maßnahmen, um eine Bürstenverstellung während des Betriebes überflüssig zu machen und den Spannungsunterschied zwischen Leerlauf und Nennlast auf etwa 10% der Leerlaufspannung herunterzusetzen. Nur für Maschinen mit sehr starken Schwankungen des Stromes oder der Spannung z. B. für Bahnbetrieb oder für Leonardschaltung, oder mit sehr großen Drehzahlen wie z. B. Turbodynamos wendet man die zwar sehr wirksame, aber auch sehr teure Kompensationswicklung an; bei Turbodynamos besonders in der von Déri angegebenen Ausführung, wonach das ebenfalls aus Blechen hergestellte Magnetgestell am Umfange mit Nuten versehen wird zur Aufnahme sowohl der verhältnismäßig sehr verringerten Erreger- wie auch der Kompensations- und Hilfspolwicklung (s. Abb. 63 u. Abb. 61 G—H).

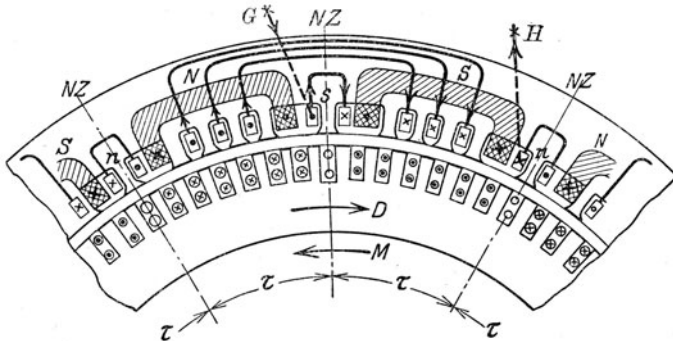


Abb. 63.

Während man solcherart die Dynamos künstlich versteift, kann man sie umgekehrt durch Begünstigung der Ankerrückwirkung auch besonders nachgiebig machen, wenn dies durch Betriebsverhältnisse erfordert wird (Nr. 1276).

(1274) Die Stromwendung. Die vom Kommutator zu besorgende Wendung des Stromes bei Durchgang einer Spule durch die neutrale Zone geht nicht immer in vollkommener Weise vor sich, sondern ist manchmal von starker Funkenbildung begleitet, was einesteils eine rasche Zerstörung des Kollektors, anderenteils eine Verminderung der Stromausbeute und damit der Nutzleistung, jedenfalls aber stets eine Herabsetzung der Betriebssicherheit zur Folge hat. Die Ursachen sind teils mechanischer Art: der bewegliche Kontakt ist gegen Stöße sehr empfindlich, wie solche z. B. durch unrunde Kollektoren (Schlagen), durch vortretende Isolation zwischen den Kollektorlamellen oder zu schwache Bürstenträgerkonstruktion hervorgerufen werden können; teils elektrischer Natur:

die während etwa $\frac{1}{1000}$ bis $\frac{1}{2000}$ Sekunden sich vollziehende Stromumkehr hat

infolge Selbstinduktion der kommutierten Spule die Entstehung einer EMK in ihr zur Folge, die im Mittel mehrere Volt — bei raschlaufenden Dynamos bis zu 20 Volt — betragen kann und nach dem Lenzschen Gesetze so gerichtet ist, daß sie der Umkehr des Stromes entgegenwirkt, also seine rechtzeitige — d. i. während der Zeit des Lamellenkurzschlusses durch die Bürste — Wendung verzögert. Dann muß diese im Augenblick des Ablaufens der Bürste von der Lamelle erzwungen werden, dabei kann der Augenblickswert dieser sog. Reaktanzspannung einen sehr viel größeren Betrag annehmen als deren Mittelwert und gleichzeitig ist die in Wärme sich umsetzende Energie des verschwindenden

Magnetfeldes der kurzgeschlossenen Spule noch sehr groß, welche beiden Umstände zu einer kräftigen Funkenentladung führen können.

Zur Verhütung des Kommutatorfeuers hat man folgende Mittel: 1. Ersatz der ursprünglichen Metallbürsten durch Kohlebürsten, deren günstige Wirkung auf dem großen Übergangswiderstand ruht, der der Berührungsfläche zwischen Kollektorkupfer und Kohle eigen ist und der mit zunehmender Härte, d. i. mit fallendem Graphitgehalt steigt; 2. Verdrehen der Wendezone, d. h. also der Bürsten über die neutrale Zone hinaus im Sinne der Drehrichtung in das hier vorhandene Betriebsfeld, das eine der Reaktanzspannung entgegengesetzte EMK induziert und so die Stromwendung beschleunigt; 3. Verminderung der Ankerrückwirkung, die gemäß dem oben unter 2. Gesagten den gewünschten Erfolg vereiteln kann; 4. Schaffung eines besonderen Wendefeldes, wenn das nach 2. vorhandene natürliche nicht genügt. Dies kann durch Anordnung besonderer Hilfs- oder Wendepole zwischen den Hauptpolen des Magnetgestelles geschehen; ihre Erregung muß durch eine dem Ankerstrom proportionale Durchflutung geschehen bei schwacher Sättigung, damit das Feld gleichmäßig dem erregenden Ankerstrom und der Reaktanzspannung folgt (s. Abb. 64 u. Abb. 61 $G_1 - H_1$). Um die richtige Folge der verschiedenen Pole stets nachprüfen zu können, merke man sich, daß im Sinne der Drehrichtung gelesen das Wort *SonNe* sich bilden lassen muß, wobei die großen Buchstaben die Haupt-, die kleinen die Hilfspole und *o* und *e* Einschießel bedeuten.

Durch die Wendepole lassen sich alle Kommutationsschwierigkeiten beseitigen und ergibt sich für den Betrieb noch der Vorteil, daß die Bürsten fest in der geometrisch-neutralen Zone stehen bleiben können, gleichzeitig läßt sich eine große Ersparnis an Erregerkupfer erreichen, weil der Luftspalt stark verringert werden kann, so daß die Mehrkosten für die Hilfspolwicklung mehr als ausgeglichen werden, zumal sich oft bei guter Lüftung die Strombelastung erheblich erhöhen läßt. Darum werden neuerdings alle größeren Maschinen mit Wendepolen ausgerüstet.

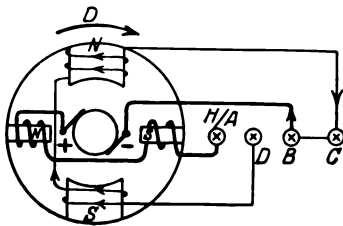


Abb. 64.

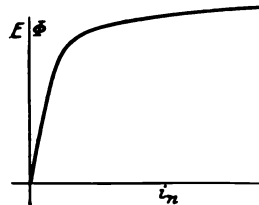


Abb. 65.

(1275) Kennlinien. Zur Veranschaulichung der je nach Schaltart der Erregung verschiedenen Eigenschaften bedient man sich der Kennlinien, die insbesondere über das Verhalten der Klemmspannung einer Dynamo Auskunft geben:

1. Leerlaufkennlinie (s. Abb. 65) gibt den Verlauf der EMK bei veränderlichem Erregerstrom; der Anker ist dabei stromlos, weshalb mit Fremderregung aufzunehmen, die Bürsten fest in der geometrisch-neutralen Zone, Drehzahl bleibt konstant. Da unter diesen Umständen $E = C \Phi_a$ ist, stellt die Linie auch die Beziehung zwischen dem durch die jeweilige Erregung erreichbaren Feld und der elektrischen Durchflutung dar, ist also mit der oben (s. Nr. 1196 Abb. 9) erläuterten magnetischen Kennlinie gleichbedeutend,

2. Belastungskennlinien geben Aufschluß entweder über den Verlauf der Klemmspannung P — dann äußere genannt — oder der EMK E_B — dann innere geheißen — bei veränderlichem Ankerstrom J_a . Sie geben, weil stark von der Schaltart abhängig, bezeichnende Bilder für die einzelnen Typen.

Für Reihenschlußmaschinen, wo Erregerstrom gleich Ankerstrom ist, gibt Abb. 66 ein typisches Bild, wobei die bekannte Formel $P = E - [J(r_a + r_n) + 2 \Delta P]$, in der r_a bzw. r_n den Anker- bzw. Erregerspulwiderstand und $2 \Delta P$ den Spannungsabfall durch Bürsten- und Übergangswiderstand zwischen Kollektor und Bürsten darstellt, die Beziehung zwischen der durch unmittelbare Messung von P erhaltenen äußeren und der danach errechneten inneren Kennlinie gibt. Maßgebend ist hier, daß der Erregerstrom nicht konstant ist, was zu Anfang einen langsamen Anstieg der Spannung zur Folge hat, die dann bei einem bestimmten Strom einen Höchstwert erreicht als Folge des bekannten Verlaufs der magnetischen Kennlinie und schließlich durch den überwiegenden Einfluß der Ankerrückwirkung bei noch höheren Strömen wieder fällt. Die starke Abhängigkeit der Spannung vom Belastungsstrom ist also für die Reihenschlußmaschinen wesentlich und sie finden eben diesethalben kaum mehr praktische Anwendung. Bei der Nebenschlußmaschine wird der Widerstand des Erregerstromkreises konstant gehalten und dieser meist so eingestellt, daß die Maschine bei Nennspannung die Nennleistung erreicht. Infolge der von Anfang an sehr hohen Erregung nimmt die Spannung sofort einen Wert an, der höher als die Nennspannung ist, sie sinkt dann teils infolge Ankerrückwirkung, teils infolge verminderter Erregung immer

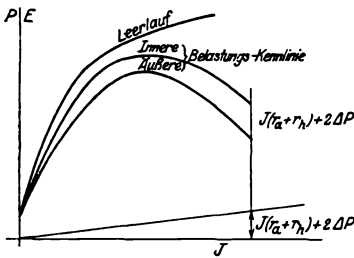


Abb. 66.

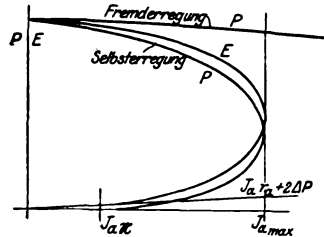


Abb. 67.

rascher (s. Abb. 67). Unter der Einwirkung dieser beiden Ursachen kann der Strom im äußeren Kreise nicht mit dessen Widerstandsverminderung stetig wachsen, sondern muß nach Erreichung eines Höchstwertes wieder fallen. Dieser Höchstwert liegt aber normalerweise sehr erheblich über dem Nennstrom und kann vielfach ohne besondere Maßregeln — z. B. Herabsetzung der Anfangsspannung — gar nicht erreicht werden. Die Spannung bei Nennstrom wird also im allgemeinen nicht viel unter der bei Leerlauf bzw. geringer Belastung liegen, so daß man sagen kann: die Nebenschlußmaschine hält ihre Spannung nahezu konstant auch bei wechselnder Belastung, und in dieser Eigentümlichkeit liegt die hohe Bedeutung dieses Typs für Verbraucher konstanter Spannung in Parallelschaltung. Die geringen tatsächlichen Änderungen lassen sich mittelst des Nebenschlußreglers (in Abb. 61 mit NR bezeichnet) leicht ausgleichen. Der prozentuale Spannungsabfall, d. i. $\frac{P_{Leer} - P_{Nenn}}{P_{Leer}} 100$, beträgt etwa $8 \div 20\%$ und ist für neue und große Maschinen kleiner als für ältere und kleine.

Bei der Doppelschlußmaschine, die in der Regel der Hauptsache nach eine Nebenschlußmaschine ist, dient die feldverstärkend wirkende Hauptstromwicklung dazu, deren natürlichen Spannungsabfall bei Nennlast gerade aufzuheben — zu kompensieren — und es genügen dann bei dem hohen Strom einige wenige Windungen, um die nötige zusätzliche elektrische Durchflutung zu erzeugen (s. Abb. 68). Da oft das Bedürfnis besteht, bei hoher Belastung auch

mit höherer Spannung zu fahren, so werden solche Maschinen durch Vermehrung der Hauptstromwicklung überkompoundiert.

Ein Nebenschlußregler wird stets beigegeben. Diese können von Hand bedient werden oder unter Verwendung eines Hilfselektromotors so in Abhängigkeit von der Spannung gebracht werden, daß das Verstellen des Reglerhebels bei Abweichung von der Nennspannung selbsttätig und jeweils im erforderlichen Sinne erfolgt; besonders beliebt sind neuerdings die selbsttätigen Schnellregler.

(1276) Maschinen für Sonderzwecke. Während von den normalen Maschinen verlangt wird, daß sie im allgemeinen bei konstanter Drehzahl auch konstante Spannung geben, gibt es eine Reihe von Sonderfällen, bei denen entweder die Drehzahl innerhalb erheblicher Grenzen schwankt, wie z. B. bei den Lichtmaschinen für Auto- und Bahnwagenbeleuchtung, und deren Stromstärke und Spannung trotzdem konstant bleiben soll, oder solche, bei denen der äußere Widerstand bis fast zum Kurzschluß heruntersinkt und deren Strom darum doch einen fest einstellbaren Grenzwert bei konstanter Drehzahl nicht überschreiten soll, was z. B. für Schweißmaschinen zutrifft. Bei all diesen Maschinen wird der gewünschte Zweck entweder durch besonders starke Ausbildung der Ankerrückwirkung erreicht oder durch Anwendung einer feldschwächenden Kompoundwicklung. Zur Unterstützung dieser Selbstregulierung

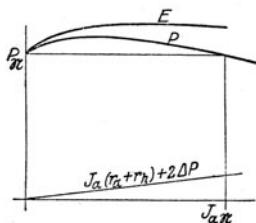


Abb. 68.

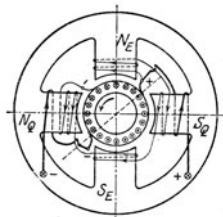


Abb. 69.

lierung werden meist noch künstliche Regler mit oder ohne automatische Betätigung herangezogen. Dazu gehören die Querfeldmaschine von Rosenberg (Beschreibung s. Arnold, Die Gleichstrommaschine) und andere, von denen als Beispiel eine Schweißmaschine kurz beschrieben sei (s. Abb. 69): Von den 4 Polen des Gestells erzeugen der obere und untere das übliche Erregerfeld, der rechte und linke Pol ein Querfeld, die sich beide zum Betriebsfeld zusammensetzen, dessen Achse und neutrale Zone je um 45° gegen die Polachsen verschoben sind. Die Erregerwicklung aller 4 Pole ist zwischen eine Hauptbürste in der neutralen Zone und eine Hilfsbürste zwischen 2 gleichnamigen Polen angeschlossen, zwischen denen die Spannung konstant ist, was wieder ein unveränderliches Erregerfeld zur Folge hat. Die Querfeldpole werden außerdem durch den Hauptstrom erregt und zwar in feldschwächendem Sinne; diese Hauptstromdurchflutung ist durch Veränderung der Windungszahl regulierbar. Im Leerlauf gibt die Maschine 60 Volt Spannung, beim Schweißen 20 Volt, wobei der Strom je nach Querfelderregung 200 bis 75 Ampere beträgt und in 5 Stufen eingestellt werden kann; bei 750 Umläufen in der Minute verbraucht die Maschine 7,5 PS.

(1277) Die Untersuchung von Dynamos soll deren Eigenschaften feststellen, was geschehen kann einesteiils durch Aufnahme der erläuterten Kennlinien, andererseits durch Belastung bis zur Nennleistung und Messung der Temperatur im Dauerbetriebe. Wenn die Stromwendung Schwierigkeiten macht, muß auch diese eingehend untersucht werden.

Wechselstrom-Erzeuger.

Aufbau.

(1278) Prinzip der Synchro-Maschinen. Dem Prinzip der Spannungserzeugung nach auf den Erscheinungen der elektromagnetischen Induktion beruhend, bestehen sie aus Magnetfeld und Anker als dem Träger der induzierten Windungen, die relativ gegeneinander bewegt werden. Mit geringen Ausnahmen ist es üblich, das Magnetfeld zu bewegen und den Anker stillstehend anzuordnen, weil diese Bauweise gestattet, die meist hochgespannten Ströme dem ruhenden Anker unmittelbar zu entnehmen; dafür muß dann der Erregerstrom für die Elektromagnete des Feldes diesen über Bürsten und Schleifringe zugeführt werden, was aber der geringen Spannung wegen leichter und einfacher ist, als der umgekehrte Fall. Da die Zahl der Erregerpole meist sehr viel größer ist als 2, so nimmt das bewegte Magnetgestell hier die Form eines Rades an, das mit einer Reihe von Polen besetzt ist und darum passend Polrad genannt wird; der stillstehende Anker wird entsprechend vielfach auch Ständer geheißen. Zwischen Polzahl $2p$, Periodenzahl f und minutlicher Drehzahl n besteht die Beziehung: $n = \frac{60f}{p}$. Für die praktisch wichtigste Frequenz 50 ergeben sich

daher folgende Zusammenhänge zwischen Drehzahl und Polzahl

$2p =$	2	4	6	8	10	20	40	50	60	75
$n =$	3000	1500	1000	750	600	300	150	120	100	80
	Dampfturbinen			Wasserturbinen			Kolben-			
							dampfmaschinen			
	Riemenantriebe									

Diese Zahlenwerte nennt man auch die synchronen Drehzahlen für 50 Perioden und man spricht deshalb auch von synchronen Wechselstrommaschinen.

Über Asynchron-Maschinen s. unter Asynchron-Motoren: Drehmoment und Schlüpfung.

(1279) Die Ankerwicklungen und der Anker. Fast ausschließlich üblich ist die Trommelwicklung im Hohlraum eines Zylinders mit Nuten und zwar mindestens $2 \div 3$ für 1 Pol und jede Phase; die p bzw. $2p$ Gruppen von Spulen sind stets hintereinandergeschaltet. Die einzelnen Spulenseiten können von Nut zu Nut entweder rücklaufend zu Schleifen oder stetig weiterschreitend zu Wellen verbunden werden (s. Abb. 70 u. 71). Die erstere ist für alle Hoch-

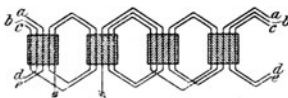


Abb. 70.

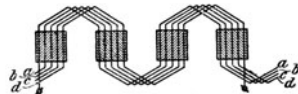


Abb. 71.

spannungsmaschinen allein gebräuchlich, die Wellenwicklung wird fast nur für Niederspannungsmaschinen mit großem Strom und damit auch großem stabförmigem Leiter-Querschnitt angewandt. Bei Mehrphasenwicklungen ist zu beachten, daß eine Polteilung gleich 180 elektrischen Graden zu setzen ist und daher die der nächstfolgenden Phase zugehörige Spulengruppe um einen elektrischen Winkel zu versetzen ist, der für Zweiphasenstrom 90° , für Dreiphasenstrom $360 : 3 = 120^\circ$ beträgt (s. Abb. 72 u. 73 sowie 28 bzw. 37), wobei bezüglich der letzteren Abbildung noch zu bemerken ist, daß in Wirklichkeit jede der Spulen I, II usw. auf $2 \div 4$ Nuten verteilt wird, weil dadurch die Maschine günstigere induktive Eigenschaften erhält.

Da die in die Nuten geschobenen Isolierhülsen geschlossen sind, so müssen die Spulen Draht für Draht eingefädelt und bündelweise isoliert werden. Da diese Arbeitsweise teuer ist und keine sorgfältige Isolation zuläßt, fertigt man entweder die Spulen einzeln an, isoliert sie gut durch Eintauchen in eine isolierende Füllmasse und legt sie in die offenen Nuten ein, oder, da offene Nuten vielfach unerwünscht sind, so stellt man die Spulen nur auf der Kopfseite in der beschriebenen Weise fertig und schiebt sie, da sie so eine gabelartige Gestalt bekommen, seitlich in die halbgeschlossenen Nuten ein, worauf erst die Schlußverbindungen hergestellt werden. Bei großen Leistungen muß man zu Stäben greifen. Auch aus diesen werden Spulen schablonenmäßig hergestellt und mit Mikanit umpreßt. In Leitern von großen Querschnitten entstehen aber sehr starke Wirbelströme, denen man allerdings durch Unterteilung in mehrere parallele Leiter (Litze) entgegenwirken kann, was aber viel Platz erfordert; deshalb ordnet man in solchen Fällen die Stäbe so an, daß die innerhalb eines Stabes induzierten und auf Wirbelströme hinwirkenden EMKe sich aufheben, wodurch man zu den sog. Kunststäben mit Verdrillung gelangt (s. Näheres

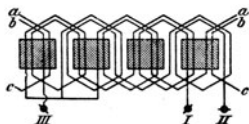


Abb. 72.

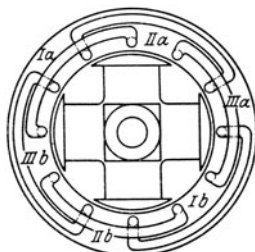


Abb. 73.

El. u. Maschb. 1921, S. 485ff.). — Die aus den Nuten hervorragenden Teile einer Spule: die Wicklungsköpfe, müssen sehr gut am Gehäuse und gegeneinander befestigt werden, da bei Kurzschlüssen sehr große Kräfte in ihnen auftreten, die bei der Plötzlichkeit der Entstehung solcher schlagartig wirken und deshalb große Zerstörungen im Gefolge haben können.

An Stelle dieser eigentlichen Wechselstromwicklungen kann man auch die geschlossenen Gleichstromwicklungen verwenden. Je nach der Stromart müssen sie an Punkten angezapft und mit den Schleifringen verbunden werden, die bei Einphasenstrom um 180° (elektrische Grade), bei Zweiphasenstrom um 90° und beim Dreiphasenstrom um 120° gegeneinander verschoben sind (s. auch Abb. 28 u. 35). Außer diesen unveränderten Gleichstromwicklungen kann man aber durch Aufschneiden der Wicklung und passende Zusammensetzung bzw. Schaltung der einzelnen Teile neue Wechselstromwicklungen herstellen.

Die einzelnen Spulenseiten werden in die Nuten des Ankerkörpers eingelegt und nötigenfalls durch Verschlußkeile darin festgehalten. Der Ankerkörper wird ebenfalls aus einzelnen gegenseitig durch Papier voneinander isolierten Blechscheiben aufgebaut und als Träger für diesen Blechring dient das gußeisnerne Gehäuse, auf dessen Rippen er aufliegt und durch dessen Seitenwände er fest zusammengepreßt wird. Da es sich oft um Gehäuse von sehr großem Durchmesser handelt, so muß dieses sehr steif gebaut werden, damit es nicht die kreisrunde Form verliert, daher die kastenförmige Ausbildung solcher Gehäusequerschnitte oder die innere Verstrebung durch ein radiales Armsystem bei großen Maschinen. Letzteres ist namentlich dann angebracht, wenn es möglich sein soll, das Gehäuse so zu drehen, daß der untere in einer Grube befindliche Teil nach oben kommt zwecks etwaiger Auswechslung einer schadhafte Spule; es müssen dann die Füße abschraubbar gemacht werden. Es ist auf reichliche Lüftungsmöglichkeit zu achten und darum auch vor allem das Blechringpaket durch Luftschlitze ausgiebig zu unterteilen.

(1280) Das Polrad. Für größere Leistungen kommt nur noch die Ausführung mit aufgesetzten Kernen wechselnder Polarität vor (s. Abb. 73). Bei langsam laufenden Maschinen mit vielen Polen erweitert sich die Nabe zum Schwungrad, in dessen Radkranz Schwungmassen untergebracht werden können, die zu einem geordneten Parallelbetrieb (s. diesen: Störungen des P.-Betriebs) nötig sind. Bei den großen Umfangsgeschwindigkeiten und den großen Gewichten der Pole treten außerordentlich hohe Zentrifugalkräfte auf, die sich bei raschen Erhöhungen der Drehzahlen — wie solches bei plötzlichen Entlastungen oder Versagen der Regulierung insbesondere bei Wasserturbinenantrieb vorkommen kann — weit über die Werte bei normalen Betriebsverhältnissen steigern können. Es ist daher dem Zusammenbau zwischen Polen und Schwungradkranz ganz besondere Aufmerksamkeit zu widmen unter Berücksichtigung der beim „Durchgehen“ höchstmöglichen Drehzahl; darum kommt auch nur hochwertiger Stahlguß für das Schwungrad in Frage. Wenn Aufschrauben der Pole durch mehrere Schrauben nicht mehr genügt, dann müssen schwalbenschwanzförmige Verbindungen mit Verkeilung zur Hilfe genommen werden. Bei den geringen Polzahlen der Turbogeneratoren werden mitunter sogar die Pole aus dem Vollen herausgeschnitten, was freilich teuer aber sicher ist, zumal wenn der Radkörper aus Scheiben, deren gleichartige Beschaffenheit leicht festzustellen ist, aufgebaut wird. Die Pole sind massiv (Schmiedeeisen oder Stahl) oder werden aus Blechen aufgebaut, zum mindesten oft die Polschuhe. Die Erregerwicklung besteht meist aus massivem hochkantig gestelltem Flachkupfer mit Papierisolation zwischen den einzelnen Windungen, alle Pole hintereinandergeschaltet mit niedriger Spannung, also für 110 höchstens 220 Volt, für höhere Erreger-Spannungen fehlt oft der Platz zum Unterbringen der nötigen Windungen, da die Isolation einen großen Raumanteil vorwegnimmt. Wenn sehr große Schwungmomente erforderlich werden wie bei Gasmotoren, ordnet man auch die Pole im Innern des Radkranzes seitlich des Armkreuzes an und die Ankerwicklungen liegen dann auf dem Mantel einer Trommel; doch setzt diese Anordnung Tandem- oder stehende Maschinen zum Antrieb voraus.

Bei Turbogeneratoren ist man der konstruktiven Schwierigkeiten wegen vielfach ganz von den Rädern mit aufgesetzten Einzelpolen ab- und zu Volltrommeln übergegangen nach Abb. 74, die dadurch gekennzeichnet ist, daß die Erregerwicklung in Nuten, die parallel zur Achse verlaufen, untergebracht ist und durch Keilverschluß festgehalten wird. Die Wicklungsköpfe werden an Stelle einfacher Drahtbandagen durch Bronzekappen festgehalten, die gleichzeitig den Ventilator zur Beschaffung der Kühlluft für die Wicklungen tragen.

Die Polräder werden meist von einer besonderen Gleichstrom-Maschine — Erregermaschine genannt — gespeist, deren Anker mit dem Polrad auf derselben Welle sitzt. Oft ist für mehrere Polräder nur eine gemeinsame Erregermaschine oder irgendeine andere Gleichstromquelle — z. B. Sammlerbatterie — vorhanden. Es gibt allerdings auch selbsterregende Wechselstrommaschinen — kompondierte Maschinen —, doch haben diese keine praktische Bedeutung erlangt.

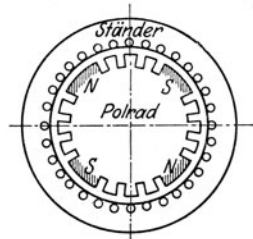


Abb. 74.

Das Verhalten der synchronen Wechselstromerzeuger im Einzelbetrieb.

(1281) Die EMK der Ankerwicklung. Der Effektivwert ist gemäß der Gleichung $E = f_E E_m$, in der f_E den Formfaktor der EMK-Kurve (s. Nr. 1222) bedeutet und $E_m = 4 f \tilde{\gamma} 10^{-8}$ den in einer Windung erzeugten Mittelwert der EMK, hervorgerufen dadurch, daß sich der aus 1 Pol des Polrades austretende Fluß, der

infolge der Drehung für die Ankerspulen ein Wechselfeld mit dem Scheitelwert \mathfrak{F} und der Frequenz f ist, mit ihr verkettet. Es ist also — im Gegensatz zum Gleichstromanker — auch die Form der Feldkurve von Einfluß auf die Größe der EMK einer Ankerwicklung, da ja für jeden einzelnen Leiter die EMK-Kurve gleich der Feldkurve ist. Ferner muß berücksichtigt werden, daß die einzelnen Spulen einer Phase meist auf mehrere Nuten verteilt und daher jeweils in anderem Zustand (Phase) der Induktion sind, also die in den einzelnen Spulen erzeugten EMKE nicht einfach algebraisch addiert werden dürfen. Diesem letzteren Umstande trägt man dadurch Rechnung, daß man die einer Wicklung von q Spulen für 1 Phase induzierte resultierende EMK $E_r \pm q E_a$ setzt, wo E_a die in einer Spule, deren w Drähte in 1 Nut beisammen liegen, erzeugte EMK bedeutet, sondern

$$E_r = f_w q E_a \text{ Volt,}$$

wo f_w die der Verteilung der Wicklung Rechnung tragende Beizahl — darum Wicklungsfaktor genannt — bedeutet, die je nach deren Anordnung verschieden ist und deren Berechnung von Arnold oder Pichelmay¹⁾ gezeigt wird. Nach Arnold ist

für dreiphasige Wicklungen

	Lochwicklungen					verteilte Wicklungen	
$q = 2$	3	4	5	6		$S/\tau = 1/3$	$2/3$
$f_w = 0,966$	0,960	0,958	0,957	0,957		0,956	0,830

Darnach wird also die EMK der p 1 Phase bildenden Spulengruppen:

$$E' = 4 f_w f_E f_p q w \mathfrak{F} 10^{-8} = 4 k f w' \mathfrak{F} 10^{-8},$$

wo also $k = f_w f_E$ den sog. Kappchen Faktor und $q p w = w'$ die Zahl der in einer Phase insgesamt hintereinandergeschalteten Windungen bedeutet.

Beispiel: Der Anker eines 4poligen Dreiphasen-Generators hat für 1 Pol und 1 Phase $q = 4$ Nuten mit je 10 Drähten; die Feldkurve hat den Formfaktor $f_B \approx f_E = 1,235$ und die Periodenzahl ist $f = 50$; der aus einem Pol des Rades austretende Fluß sei $\mathfrak{F} = 5,12 \cdot 10^5$. Wie groß ist Klemmspannung im Leerlauf bei Sternschaltung des Ankers?

$$w' = 2 \cdot 4 \cdot 10 = 80, \quad E' = 4 \cdot 0,958 \cdot 1,235 \cdot 50 \cdot 80 \cdot 5,12 \cdot 10^5 \cdot 10^{-8} =$$

$$E' = 4 \cdot 1,18 \cdot 2,148 = 96,0 \text{ Volt Phasenspannung,}$$

$$E = \sqrt{3} E' = 167 \text{ Volt verkettete Spannung.}$$

Hierzu ist noch zu bemerken, daß infolge der Verteilung der Wicklung auf mehrere Nuten die höheren Harmonischen, die etwa in der Feldkurve enthalten sind, nur wesentlich abgeschwächt in der EMK-Kurve der Wicklung auftreten können, so daß man deren Einfluß auf Größe und Form der EMK vernachlässigen darf, d. h. es genügt, nur die EMK der sinusförmigen Grundwelle zu berechnen. Es wird sogar in einer Dreiphasenwicklung mit gerader Nutenzahl für Pol und Phase die dritte Oberschwingung, falls die Feldkurve eine solche hat, in der verketteten Spannung ausgelöscht.

Die Leerlaufspannung ist also vom Polradfeld abhängig und steigt und fällt mit der Vergrößerung oder Verminderung der Erregung. Die Beziehung zwischen Erregung und Feld ist genau wie bei Gleichstrommaschinen gegeben durch die magnetische Kennlinie, die auch in derselben Weise wie dort berechnet wird und zugleich auch die Leerlaufkennlinie darstellt. Zur Spannungsregelung dient der vor die Magnetspulen zwischen die Stromquelle geschaltete Magnet- oder Hauptstromregler.

(1282) Die Ankerrückwirkung. Diese spielt bei der Wechselstrommaschine noch eine wichtigere Rolle als bei der Gleichstrommaschine, teils weil sie zahlenmäßig größer ist, teils weil sie die Eigenschaften einer Wechselstrommaschine

¹⁾ s. Arnold, E. Die Wechselstromtechnik, III. u. IV. Bd., oder Pichelmay^{er}: Dynamobau.

tiefgreifender beeinflußt. Dieser Einfluß ist ferner sehr verschieden je nachdem man es mit einer Ein- oder Mehrphasenmaschine zu tun hat und außerdem je nach Ausführung mit Einzelpolen oder mit Volltrommel.

Bei Mehrphasenmaschinen mit Volltrommel sind die Verhältnisse am leichtesten zu übersehen und es soll daher von ihnen hier allein die Rede sein, da die Auswirkung der Ankerrückwirkung dem Wesen nach bei allen derselben Art und nur nach der Größe verschieden ist.

Das im Betrieb sich bildende Ankerfeld ist bei Dreiphasenstrom nahezu konstant, dreht sich aber synchron mit dem Polrad und in dessen Sinne (s. Asynchron-Mot., Das Drehfeld phasenversch. Ströme), wobei aber die Polachsen beider Felder im allgemeinen nicht zusammenfallen, sondern um einen Winkel η' gegeneinander verschoben sind. Die Kraftlinien dieses Ankerfeldes schließen sich zum Teil über den Luftspalt δ und die Trommel — dieser Teil sei darum Ankerhauptfeld genannt \mathfrak{F}_A — zum Teil bereits über die Nuten des Ständers — es wird darum als Ankernutenstreu Feld \mathfrak{F}_{s_n} unterschieden — und schließlich zum Teil um die Wicklungsköpfe der Ständerwicklung — darum Ankerstirn-streufeld \mathfrak{F}_s geheißten. Bestimmend für alle diese Felder ist der durchsetzte Luftraum, also δ und Nutenbreite b . Es ist nun das Ankerhauptfeld (s. ebenda)

$$\mathfrak{F}_A = \frac{0,18 f_w \mathfrak{N} J_a l \tau}{\delta'' p},$$

worin δ'' den mit Rücksicht auf die Nuten und Eisenwege vergrößerten wirklichen Luftspalt δ in cm bedeutet (s. darüber z. B. Arnold, Wechselstromtechn. Bd. 4), f_w den Wicklungsfaktor, \mathfrak{N} die Gesamtzahl aller induzierten Drähte des Ständers, J_a den Ankerstrom, der in einem solchen Drahte fließt, l die axiale Länge des Ankers in cm zwischen den Spannplatten ausschließlich der Luftschlitze, τ Polteilung in der Ankerbohrung in cm gemessen, p die Zahl der Polpaare. Indem dieser Teil des Ankerfeldes über den Anker hinwegläuft, induziert er in dessen Wicklung eine EMK für 1 Phase und p Polpaare

$$E_A = 4 k f W' \mathfrak{F}_A 10^{-8} = 0,74 f_w \mathfrak{N} \mathfrak{F}_A 10^{-8} \text{ Volt}$$

Ankerhauptreaktanzspannung = $x_A J_A$, wo also x_A die Ankerhauptreaktanz bedeutet.

In ähnlicher Weise (Näheres s. bei Arnold und Pichelmayr wie oben) kann die Ankerstreu Spannung E'_s berechnet werden und aus der Beziehung $E'_s = x_{A_s} J_A$ die gesamte Ankerstreureaktanz x_{A_s} . Außer diesen Reaktanzen wirkt noch der Wirkwiderstand der Ankerwicklung einer Phase spannungsverzehrend; doch ist der dafür einzusetzende Wert nicht gleich dem Gleichwiderstand r_{a_g} der Ankerwicklung, sondern der $1,2 \div 1,5$ mal so große Echtwiderstand infolge der Wirbelströme in den Ankerleitern und in den massiven Metallteilen des Ankers und Polrades:

$$r_a = (1,2 \div 1,5) r_{a_g} \Omega.$$

Damit wird der gesamte Scheinwiderstand der Ankerwicklung

$$z_a = \sqrt{r_a^2 + (x_A + x_{A_s})^2},$$

wofür man auch, da r_a stets $\ll \Sigma x$, $z_a = (x_A + x_{A_s}) = x_a$ setzen kann, welchen Wert man für Volltrommelmaschinen mit hinreichender Genauigkeit als konstant betrachten darf.

Damit erhält man folgendes (s. Abb. 75) einfachstes Vektorenschaubild. Das Polradfeld \mathfrak{F}_{E_0} erzeugt im Leerlauf die um 90° nacheilende EMK E . Wird die Maschine belastet, d. h. führt der Anker einen Strom J_a und speist dabei einen induktiven Kreis, so muß er seiner EMK nachteilen und gleichzeitig im Anker die Reaktanzspannung $J_a x_a$ erzeugen. Diese als innerhalb der Maschine wirkend schwächt die äußere, d. h. die Klemmspannung P der Maschine, die

$$E \pm J_a x_a = P$$

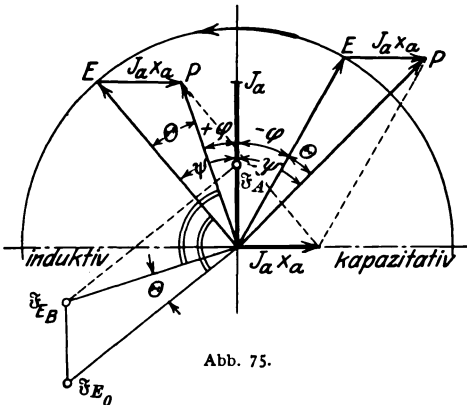


Abb. 75.

ist; die Spannung der Maschine fällt also bei induktiver Belastung, dagegen steigt sie bei kapazitativer. Gleichzeitig erkennt man, daß das Polrad aus seiner Leerlaufstellung um den Winkel θ nach vorwärts verschoben werden muß, um dem Anker Strom abgabe zu ermöglichen; wobei aber zu beachten ist, daß die Stärke des Polradfeldes nicht geändert worden ist. Ermittelt man unter dieser Voraussetzung die Klemmspannung einer Maschine für verschiedene Werte von J_a bei einer bestimmten unveränderlichen Phasenverschiebung φ , so erhält man die äußere Belastungskennlinie. Führt man denselben Versuch für andere Werte von φ durch, so erhält man eine Schar von Kennlinien, die über Spannungsabfall bzw. -erhöhung bei Be- oder Entlastung Auskunft geben (s. Abb. 76), und erkennt daraus, daß die Spannungsänderungen im Gefolge einer Stromveränderung bei induktiver Belastung besonders groß sind, und um so größer, je größer x_a ist. — Wird der äußere Stromkreis allmählich kurzgeschlossen, so arbeitet die EMK E schließlich nur auf die eigene Ankerreaktanz und der Strom wird ein Höchstwert. Er heißt Dauerkurzschlußstrom $J_K = E : z_a$ und wird also um so größer, je kleiner z_a

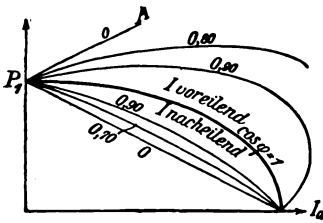


Abb. 76.

ist, d. h. kleine Ankerreaktanz führt zu großem Kurzschlußstrom, der natürlich bei normaler Erregung des Polrades bedeutend größer ist als der Dauernennstrom, und zwar etwa das 2- bis 5 fache.

Da Kurzschlüsse in ausgedehnten Zentralen nicht zu vermeiden sind, ein großer Kurzschlußstrom aber zu weitläufigen Beschädigungen an Maschinen und Apparaten führen kann, so baut man neuerdings Wechselstrommaschinen nicht mehr mit besonders kleiner Ankerreaktanz, obwohl dies hinsichtlich der Spannungsregulierung erwünscht wäre, sondern hält diese zum Zweck der Verminderung des Kurzschlußstromes verhältnismäßig hoch und läßt die Spannungsregulierung durch selbsttätige Schnellregler besorgen. Erfolgt ein solcher Kurzschluß aber plötzlich, so tritt der sogenannte Stoßkurzschlußstrom auf, der viel größer ist als der Dauerkurzschlußstrom, weil erst einige Zeit — freilich nur Bruchteile von Sekunden — vergehen muß, bis sich das dem Dauerkurzschlußstrom entsprechende Ankerfeld ausgebildet hat. Trotz seiner Kürze ist dieser Strom wegen seiner explosionsartigen Kraftwirkungen sehr gefürchtet.

Wird der Anker kurz geschlossen, das Polrad in verschiedener Stärke erregt, jedesmal der dabei auftretende Dauerkurzschlußstrom gemessen und dieser in

Abhängigkeit der Polraderrcgung aufgetragen, so erhält man die Kurzschlußkurve, die unter den vereinfachenden Annahmen eine Gerade wird, aber auch praktisch nicht viel davon abweicht. Aus diesem Schaubild läßt sich auch x_n für jeden Strom J_a berechnen (s. Abb. 77), wenn man sie mit der Leerlaufkennlinie zusammenzeichnet.

Die Leistung der Maschine ist $J_a P \cos \varphi$ für 1 Phase; da die Drehzahl wegen konstanter Periodenzahl f sich nicht verändert, muß jeder Leistung ein bestimmtes Drehmoment seitens der Antriebsmaschine entsprechen und jedem Drehmoment eine bestimmte Verstellung θ des Polrades im Drehsinn. Ändert sich also das Drehmoment der Antriebsmaschine, so ändert sich auch die relative Polradstellung und ein Pendeln des Antriebsmomentes hat auch ein Pendeln des Polrades relativ zum Anker zur Folge.

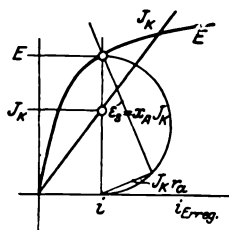


Abb. 77.

Bei Mehrphasenmaschinen mit Einzelpolen ist die Ankerrückwirkung insofern verwickelter, als ihre Auswirkung sich mit der Stellung der Einzelpole zu den Ankerpolen in verschiedener Weise bemerkbar macht, also vom Winkel ψ abhängt, was im Vektorschaubild ebenfalls berücksichtigt werden muß.

Bei Einphasenmaschinen mit Einzelpolen tritt eine weitere Erschwerung für die Bestimmung der Größe der Ankerrückwirkung noch dadurch ein, daß das Ankerfeld nicht mehr konstant ist, sondern eben ein Wechselfeld, also die gegenseitige Einwirkung von Polrad und Anker auch noch von des Ankerfeldes jeweiliger Größe abhängt.

Zum Studium der in diesen beiden Fällen auftretenden Größenwerte muß auf Sonderlehrbücher (Arnold, Pichelmayer u. a.) verwiesen werden, während das Verhalten dieser Maschinen genau dem oben erläuterten entspricht.

Über das Verhalten parallel geschalteter Wechselstrommaschinen s. d. Abschnitt.

(1283) Verlust, Erwärmung und Untersuchung Bezüglich Verluste, Wirkungsgrad und Erwärmung, sowie hinsichtlich der Untersuchung gilt im wesentlichen das für Gleichstrommaschinen Gesagte (s. auch Nr. 1270).

Elektromotoren. Gleichstrom-Motoren.

Wirkungsweise und Grundlagen.

(1284) Das Drehmoment. Als Gleichstrommotor ist jeder Gleichstromerzeuger verwendbar, nur muß ihm gemäß seiner Bestimmung, elektrische Energie in mechanische zu verwandeln, diese durch Anschluß an eine Gleichstromquelle von der Spannung P mit dem Strom J zugeführt werden. Wird durch geeignete Schaltung (s. Nr. 1287) dieser Strom ganz oder teilweise zur Erregung des Magnetgestells und zur Speisung des Ankers über die Bürsten verwendet, so entsteht zwischen jedem einzelnen von dem Strom i_a durchflossenen Ankerleiter und der Feldstärke B an dem Ort des Leiters eine Kraft $k = 10,2 i_a B l 10^{-8}$ kg, wobei l die axiale, im Bereich des Feldes liegende Leiterlänge in cm darstellt. Die Richtung dieser senkrecht zum Leiter angreifenden Kraft bestimmt sich aus der linken Handregel, die ganz entsprechend den verschiedenen Abarten der rechten Handregel (s. Nr. 1210) lautet. Da die Verteilung des Feldes am Ankerumfang gemäß der Feldkurve (Abb. 14 S. 1348) von Leiter zu Leiter sich ändert, ist die auf jeden einzelnen Leiter ausgeübte Kraft

und damit auch sein Drehmoment verschieden nach Maßgabe eben der Feldkurve. Das Drehmoment aller unter einem Pol liegenden Leiter findet man daher am einfachsten, wenn man sich die Fläche der Feldkurve in ein Rechteck über der Polteilung τ verwandelt denkt, dessen Höhe also der mittleren Feldstärke und damit auch dem mittleren, für alle Leiter gleichen Drehmoment entspricht. Dessen Wert kann nach obiger Formel ausgerechnet werden und ergibt mit der Zahl aller Leiter \mathfrak{N} vervielfacht das Gesamtdrehmoment: $M = 3,25 p i_a \mathfrak{N} \Phi 10^{-10}$ mkg des Ankers, wo Φ die Gesamtzahl der mit einer Windung im Augenblick des Kurzschlusses durch die Bürsten verketteten Kraftlinien bedeutet und meist nahezu gleich $\Phi_a =$ dem Flächeninhalt der Feldkurve ist (s. auch Nr. 1272).

Führt man an Stelle des Leiterstromes i_a den gesamten dem Anker zufließenden Strom J_a ein, der sich im allgemeinen ja über 2α Ankerzweige verteilt, so erhält man schließlich $M = 1,625 (p/\alpha) \mathfrak{N} \Phi 10^{-10} \times J_a$ mkg.

Für unveränderliches Φ (d. h. unabhängig von J) ist M proportional J_a und daher durch eine Gerade darstellbar.

(1285) Die gegenelektromotorische Kraft. Dieses Drehmoment erteilt nun, sofern es größer als das verlangte Lastdrehmoment ist, dem Anker eine beschleunigte Drehbewegung, so daß seine Drehzahl zunächst zunimmt. Dadurch findet aber gleichzeitig ein Schneiden der Kraftlinien durch die Ankerleiter statt, wodurch in ihnen eine EMK induziert wird. Deren Größe ergibt sich nach genau derselben Formel wie in Nr. 1272 angegeben und deren Richtung nach der rechten Handregel; und zwar findet man so, daß sie jederzeit der Stromrichtung entgegen wirken muß in Übereinstimmung mit dem Lenzschen Gesetze. Man bezeichnet daher die in einem Motoranker induzierte EMK als Gegenelektromotorische Kraft, abgekürzt GEMK

$$E_g = (n/60) (p/\alpha) \mathfrak{N} \Phi 10^{-8} \text{ V.}$$

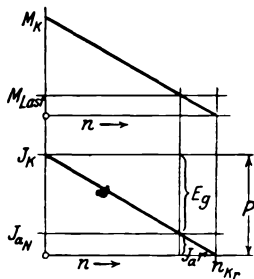


Abb. 78.

Bei konstantem Feld wächst sie mit zunehmender Drehzahl und vermindert den Strom so lange, bis dieser auf eine Größe gefallen ist, die dem verlangten Drehmomente nach obiger Formel entspricht (s. Abb. 78). Dann ist kein überschüssiges Drehmoment für Beschleunigungszwecke mehr vorhanden und der Motor muß mit der in diesem Augenblick erreichten Drehzahl weiterlaufen. In dem aus Stromquelle und Anker gebildeten Kreise wirken also die Klemmspannung P und die GEMK E_g einander entgegen und der Überschuß dient dazu, den Strom J_a durch den jeweiligen Widerstand r des Stromkreises zu treiben, so daß also stets die Beziehung besteht:

$$P - E_g = J_a r \quad \text{oder} \quad P = E_g + J_a r,$$

r kann dabei außer dem Ankerwiderstand r_a auch noch den Widerstand der Magnetwicklung r_h (bei Hauptstrom- und Verbundmotoren) und schließlich noch Vorschaltwiderstände umfassen.

Für $n = 0$, d. h. im Stillstand, wird $J = P/r$ ein Größtwert: für $r = r_a$ der Kurzschlußstrom J_k , der zwar infolge Selbstinduktion auch im Augenblick des Einschaltens in dieser Höhe nicht erreicht wird, aber im allgemeinen so sehr viel größer ist als der Nennstrom, daß er ohne Schaden nicht auftreten darf. Für $E_g = P$ wird $J_a = 0$, womit aber auch das Drehmoment verschwindet; dies tritt bei einer bestimmten Drehzahl n_{kr} ein, die die kritische heißt, weil die Maschine nur unter ihr ein Motor ist, darüber würde die Maschine Strom herausgeben, also ein Erzeuger sein, zu welchem Zwecke sie freilich angetrieben

werden muß gegen das sich nun wieder entwickelnde Drehmoment, d. h. mechanische Leistung verbraucht.

Beispiel. Ein Anker mit $\mathfrak{N} = 190$ Leitern, $l = 50$ cm Länge befinde sich in einem konstanten Felde mit $\phi = 5,654 \cdot 10^6$ Kraftlinien für 1 Pol. Das Feld sei zweipolig, der Anker habe Schleifenwicklung und einen Ankerwiderstand $r_a = 0,1 \Omega$. Der Anker werde an eine unveränderliche Spannung $P = 120$ V gelegt. Es ist dann der rechnerische Kurzschlußstrom $J_k = 120 : 0,1 = 1200$ A. Mit diesem Strom würde der Anker unter Vernachlässigung der Ankerückwirkung ein Drehmoment von $M_k = 1,625 \cdot 190 \cdot 5,654 \cdot 10^6 \cdot 1200 \cdot 10^{-10} = 199,25$ mkg ergeben und sich damit sehr rasch in Gang setzen. Er habe nun ein Drehmoment von 13,95 mkg zu überwinden; dann wird sich seine Drehzahl so lange steigern, bis der Strom auf die diesem Wert entsprechende Größe — d. s. $120 : \times 13,95 : 199,25 = 80$ A — gefallen ist. Dann aber muß sein $120 - E_g = 80 \cdot 0,1$, d. h. $E_g = 112$ V, welche Spannung bei

$n = \frac{112 \cdot 60 \cdot 10^8}{190 \cdot 5,654 \cdot 10^6} = 625$ Drehungen/Minute erreicht wird, mit welcher Drehzahl er nun unverändert weiterläuft. Die kritische Drehzahl wird dagegen für $E_g = 120$ V erreicht, also $n_{kr} = 625 \cdot 120 : 112 = 672$ Drehungen/Minute.

Das solcherart berechnete Drehmoment ist das Bruttodrehmoment, das nicht in voller Größe an der Ankerwelle zu nutzbarer Arbeit zur Verfügung steht, sondern das noch zu einem Teil von Reibungs- und Eisenverlusten verbraucht wird (s. Nr. 1289).

(1286) Ankerrückwirkung und Stromwendung wirken sich in genau derselben Weise aus, wie bei den Erzeugern, so daß die Abb. 62 Nr. 1273 auch für einen Motor gelten kann, nur ist eben dann der Drehsinn der umgekehrte. Deshalb verschieben sich bei einem Motor neutrale Achse und Wendezone entgegen dem Drehsinne. Die Schwächung des Betriebsfeldes hat aber beim Motor eine Erhöhung der Drehzahl zur Folge. Denn wäre in dem obigen Beispiele das Betriebsfeld auf etwa $5 \cdot 10^6$ Kraftlinien herabgedrückt worden, so müßte der Motor eben $625 \cdot 5,654 : 5 = 710$ Drehungen in der Minute machen, um die benötigte GEMK von 112 Volt hervorzubringen. Ferner kann man auch Motoren mit Hilfspolen ausrüsten und gilt bezüglich der Aufeinanderfolge von Haupt- und Hilfspolen die nämliche Regel wie für Erzeuger, aber für den umgekehrten Drehsinn. Hilfspole haben bei Motoren für beiderlei Drehrichtung den weiteren Vorteil, daß die in der geometrisch-neutralen Zone feststehenden Bürsten für jeden Drehsinn richtig kommutieren und sind außer bei diesen Motorarten namentlich bei den mit Feldschwächung arbeitenden Nebenschlußreguliermotoren (s. Nr. 1296) fast unentbehrlich. Sehr große Motoren mit starker Belastung namentlich beim Anlauf werden zweckmäßig auch mit Kompensationswicklung versehen (s. Nr. 1273).

(1287) Motorarten. Wie bei den Erzeugern können auch die Motoren zwecks Erregung als Reihenschluß-, Nebenschluß- oder Doppelschluß-Maschinen ausgeführt werden; auch Fremderregung durch eine andere Stromquelle als die des Ankers und mit anderer Spannung kommt zuweilen vor (s. Nr. 1299). Je nach Schaltung zeigen sie sehr verschiedene Eigenschaften, die sich aber hier hauptsächlich durch die Beziehung zwischen Minutendrehzahl und Drehmoment auswirken, welche Erscheinung man als Selbstregelung bezeichnet. Je nach Art der Selbstregelung ist das Anwendungsgebiet ein sehr verschiedenes.

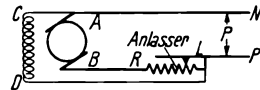


Abb. 79.

a) Der Nebenschlußmotor (s. Abb. 79) hat ein — abgesehen von dem Einflusse der Ankerrückwirkung — fast unveränderliches Feld und ändert daher seine minutliche Drehzahl nur wenig. Denn es ist $n = \frac{60 \cdot 10^8 (P - J_a r_a)}{\mathfrak{N} \Phi p/a}$, d. h. der Zähler und Nenner dieses Bruches sind beide nahezu unabhängig vom Ankerstrom und damit vom Drehmoment, bzw. sie ändern sich mit diesem beide in

gleichem Sinne, so daß dessen Wert fast unverändert bleibt und in der Ausführung die Drehzahl bei Belastung nur ca. $5 \div 10\%$ abfällt (s. auch Abb. 86). Infolge dieser fast unveränderlichen Drehzahl eignet sich der Nebenschlußmotor besonders zum Antrieb von Wellensträngen, einzelnen Werkzeugmaschinen usw. und wo die Möglichkeit einer vollständigen Entlastung

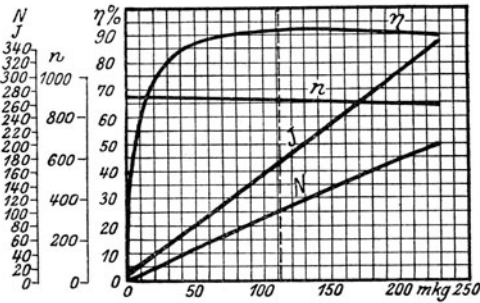


Abb. 80.

berücksichtigt werden muß (z. B. bei Aufzügen). Bei Leerlauf nimmt er nur einen geringen Strom auf, da außer dem stets verhältnismäßig kleinen Erregerstrom — ca. $1 \div 2\%$ des Ankerennstromes — nur ein geringes Drehmoment zur Überwindung der magnetischen und mechanischen Verluste nötig ist. Mit wachsender Belastung steigt der Ankerstrom proportional an (s. Stromkurve in Abb. 80 der Belastungskennlinie eines Pöge-Motors).

b) Der Reihenschluß- oder Hauptstrommotor (Abb. 81) hat ein mit dem Ankerstrom stark veränderliches Feld und zeigt daher eine ausgesprochene Selbstregelung in dem Sinne, daß seine Drehzahl mit abnehmender Belastung bzw. Drehmoment und d. h. Ankerstrom, erheblich zunehmen muß (s. Abb. 82). Bei Leerlauf wird diese so hoch, daß eine mechanische Gefährdung des Ankers zu befürchten wäre, weshalb das Anwendungsgebiet des Hauptstrommotors alle Möglichkeiten hierzu — d. h. zum sog. Durchgehen — ausschließen muß (z. B. unbeabsichtigter Riemenabfall) und eine unlösbare Verbindung zwischen Motor und Antriebsmaschine Bedingung ist (direkte Kupplung oder Ritzel-Antrieb). Andererseits ist er befähigt, weil Ankerstrom und Feld gleich-

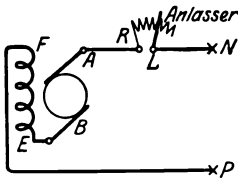


Abb. 81.

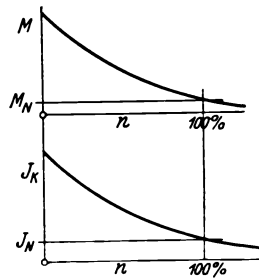


Abb. 82.

zeitig wachsen, bei geringer Drehzahl ein sehr großes Drehmoment ausüben, das dasjenige der Nennleistung und Nennzahl um das 3- bis 4fache übertreffen kann, wenn der Motor etwas reichlich im Eisen gehalten ist, damit er bei Nennleistungen noch mäßige Sättigung zeigt (s. auch Kennlinien Abb. 83 eines Pöge-Motors). Infolge des mit dem Strom wachsenden Erregerfeldes wird auch die Stromwendung erleichtert, so daß ein Hauptstrommotor in bezug auf den Ankerstrom mehr überlastet werden darf, als ein Nebenschlußmotor derselben Nennleistung. Diese selbsttätige Anpassung mit seiner Drehzahl an die Belastung macht ihn — genau wie das Pferd — besonders zur

Lastenbeförderung aller Art (Straßenbahnwagen, Lokomotiven, Hebezeuge) besonders geeignet.

c) Der Doppelschluß- oder Verbundmotor (s. Abb. 84) zeigt bald mehr Eigenschaften eines Nebenschluß- oder eines Hauptstrommotors, je nach dem Überwiegen der einen oder der anderen Schaltungsweise. Meist wird er mit überwiegendem Nebenschlußcharakter ausgeführt, so daß zwar ein Durchgehen bei Entlastung dieserhalb ausgeschlossen ist, er andererseits beim Anlauf ein wesentlich kräftigeres Drehmoment ausüben kann, wenn nämlich Nebenschluß- und Hauptstromwicklung so geschaltet sind, daß sie beide gleichsinnig auf das Feld wirken und der Motor beim Nenndrehmoment noch schwach

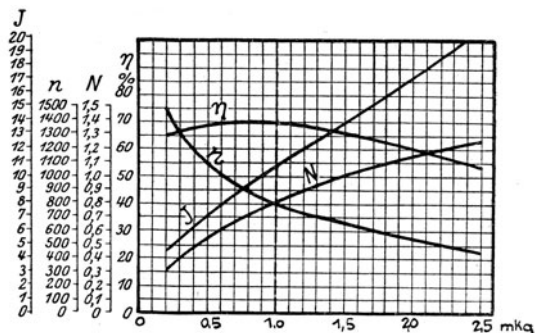


Abb. 83.

gesättigt ist. Ein so geschalteter Motor zeigt dann immer noch eine erhebliche Selbstregelung, die aber für gewisse Betriebe (z. B. Spills, Zerkleinerungsmaschinen) sehr erwünscht ist. Will man umgekehrt die Selbstregelung noch mehr verringern, als sie der Nebenschlußmotor zeigt, so müssen beide Erregerwicklungen einander entgegenwirken; diese Ausführungsart kommt also für solche Antriebe in Frage, wo eine möglichst gleichbleibende Drehzahl trotz Belastungsschwankungen gefordert wird.

(1288) **Umkehrung des Drehsinnes** eines Motors kann durch Umkehrung entweder des Betriebsfeldes oder der Ankerstromrichtung geschehen, was aus der linken Handregel folgt. Ob das eine oder das andere geschieht, ist praktisch ziemlich gleichgültig, wenn auch die Umkehrung des Ankerstromes bevorzugt wird. Zur Umkehr des Magnetisierungs- bzw. des Ankerstromes dient jederzeit ein zweipoliger Umschalter, der freilich sehr verschiedene Formen annehmen kann (s. Abb. 91).

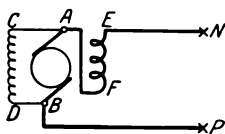


Abb. 84.

(1289) **Verlust und Wirkungsgrad.** Auch beim Motor geht die Umsetzung elektrischer Energie in mechanische nicht verlustlos vonstatten, sondern aus denselben Gründen wie bei den Erzeugern verwandelt sich ein kleiner Teil (etwa $5 \div 20\%$) der zugeführten elektrischen Leistung N_z in Wärme. Das Verhältnis: Nutzleistung/zugeführte Leistung gibt wieder mit 100 vervielfältigt den Wirkungsgrad¹⁾ in Prozent. Einen Motor von N_n PS mechanischer Nutzleistung sind also $N_z = 735 N_n : \eta$ Watt zuzuführen, und danach ist die Stromaufnahme bei P Volt Netzspannung

$$J = \frac{N_z}{P} = \frac{735 N_n}{\eta P} \approx \left(\frac{880}{P} \right) N_n \quad A \text{ für } \eta \approx 84\%$$

Der Wirkungsgrad ändert sich mit der Belastung, wie dies aus den Betriebschaulinien der Abb. 80 und 83 zu ersehen ist, von denen die erstere für einen

¹⁾ Den Wirkungsgrad für den Einzelfall entnimmt man am sichersten Motoren-Preislisten.

Nebenschlußmotor, die letztere für einen Hauptstrommotor gilt. (Motoren der Pöge-El.A.G., Chemnitz.)

(1290) Erwärmung, Betriebsweise und Leistung. Die während des Betriebs erfolgende Zufuhr von Wärme infolge der Umsetzungsverluste N_p hat eine Erwärmung des Motors zur Folge, d. i. eine Erhöhung seiner Temperatur um ϑ^0 über die seiner Umgebung ϑ_μ . Diese Erwärmung erfolgt in Abhängigkeit von der Zeit nach Kurve in Abb. 85 und erreicht nach Verlauf einer bestimmten Zeit einen Höchstwert, weil einmal der Zustand eintreten muß, daß die gesamte Wärmezufuhr auch jeden Augenblick wieder abgegeben werden kann — Beharrungszustand. Die Endtemperatur, bei der dieser Ausgleich eintritt, liegt bei derselben Belastungsdauer verschieden hoch je nach der nutzbaren Leistung N_{nu} . Die größte Erwärmung aber, die die verschiedenen Teile eines Motors annehmen dürfen, ohne Beschädigungen im Gefolge zu haben, sind durch deren Materialbeschaffenheit begrenzt und dürfen erfahrungsgemäß die in § 40 der REM (s. Nr. 1270) festgelegten Werte nicht überschreiten. Ein erwärmter Motor kühlt sich umgekehrt bei Stillstand (oder Leerlauf) wieder ab nach Abb. 86.

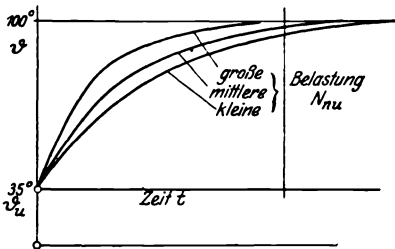


Abb. 85.

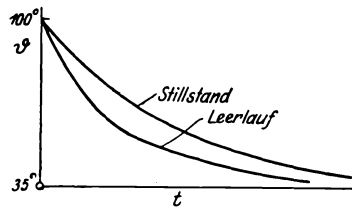


Abb. 86.

Diese Erwärmungsgrenze in Verbindung mit der Betriebsweise eines Motors bestimmen nun die nutzbare Leistungsfähigkeit eines Motors und die REM geben an, in welcher Weise diese 3 Begriffe miteinander zu verbinden sind; es sollen deshalb die wichtigsten hierauf bezüglichen Abschnitte hier wiedergegeben werden:

§ 5. Der Nennbetrieb ist gekennzeichnet durch die Größen, für die die Maschine gebaut ist: Nennleistung, Nennstrom, Nennspannung, Nenndrehzahl, Nennmoment usw.

§ 28. Es werden unterschieden: DB. Dauerbetrieb, bei dem die Betriebszeit so lang ist, daß die dem Beharrungszustande entsprechende Endtemperatur erreicht wird.

KB. Kurzzeitiger Betrieb, bei dem die durch Vereinbarung bestimmte Betriebszeit kürzer ist, als die zum Erreichen der Endtemperatur erforderliche Zeit. Die Betriebspause ist lange genug, um die Abkühlung auf die Temperatur des Kühlmittels zu ermöglichen.

AB. Aussetzbetrieb, bei dem Einschaltzeiten und stromlose Pausen abwechseln und die gesamte Spieldauer, d. i. Einschaltdauer + stromlose Pause, höchstens 10 Min. beträgt.

§ 29. Bei Dauerbetrieb muß die Nenn-(Dauer-)leistung beliebig lange Zeit hindurch abgegeben werden können. Temperatur und Erwärmung dürfen hierbei die in § 40 angegebenen Grenzen nicht überschreiten.

§ 30. Bei kurzzeitigem Betrieb muß die Nenn-(Zeit-)leistung die vereinbarte Betriebszeit hindurch abgegeben werden können ohne Überschreitung der in § 40 angegebenen Erwärmungsgrenzen.

§ 31. Der aussetzende Betrieb wird durch die relative Einschaltdauer, d. i. das Verhältnis von Einschaltdauer zu Spieldauer gekennzeichnet. Bei einem regelmäßigen Aussetzbetrieb muß die Nenn-(Aussetz-)leistung mit der angegebenen relativen Einschaltdauer beliebig lang abgegeben werden können ohne Überschreitung der Erwärmungsgrenzen des § 40. Als Nennwerte der relativen Einschaltdauer gelten 15, 25 und 40 %.

§ 32. Erwärmung eines Maschinenteils ist der Unterschied zwischen seiner Temperatur und der des Kühlmittels.

§ 40. (Auszugsweise). Die unten angegebenen Grenzwerte für die Erwärmung gelten unter der Voraussetzung, daß die Kühlmittelttemperatur 35^0 nicht überschreitet. Je nach Art der Isolierstoffe und Verbindung mit dem Wicklungsträger schwanken die Grenzerwärmungen zwischen 40 bis 80^0 und demgemäß die Grenztemperaturen zwischen 75 und 115^0 .

§ 82. Auf dem Leistungsschild ist außer der Nennleistung, -spannung, -strom, -drehzahl usw. auch die Betriebsart anzugeben und zwar
 für Dauerbetrieb: kein Vermerk,
 für kurzzeitigen Betrieb: KB und vereinbarte Betriebszeit,
 für Aussetzbetrieb: AB und relative Einschaltdauer.

Der Aussetzbetrieb ist von ganz besonderer Bedeutung deshalb, weil er für alle Maschinen zum Lastentransport (Fahrzeuge, Hebezeuge, Rollgänge) und für gewisse Werkzeugmaschinen, z. B. Scheren, Sägen, im Walzwerkbetrieb kennzeichnend ist und damit von großer Bedeutung für die Wahl des Motormodells. Auch bei Aussetzbetrieb erreicht der Motor eine Enderwärmung, die er bei noch so langer Fortsetzung der Einzelspiele nicht überschreitet, was offenbar bedeutet, daß er dann die während der Einschaltdauer a aufgenommenen Wärmemenge in der Ruhepause b wieder abgeben kann, was aus Abb. 87 deutlich hervorgeht.

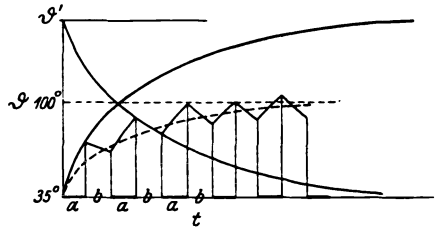


Abb. 87.

Natürlich darf auch in diesem Falle die Enderwärmung die festgesetzten üblichen Grenzwerte des § 40 nicht überschreiten. Die Abb. 87 zeigt aber auch, daß der Motor, wenn er mit der Aussetzleistung dauernd belastet wäre, eine sehr viel höhere Erwärmung ϑ' annehmen würde, oder mit anderen Worten: dasselbe Motormodell, das bei Dauerleistung N_{DB} kW hergeben kann, darf bei Aussetzbetrieb mit bedeutend größerer Leistung N_{AB} kW beansprucht werden, und zwar gilt für die meisten Fälle, daß $N_{AB} = (1/a) \times (a+b) N_{DB}$ sein darf. Also ein Motormodell, das z. B. dauernd mit 10 kW belastet werden darf, kann für einen Aussetzbetrieb mit $a = 3$ min Einschaltdauer und $b = 6$ min stromloser Pause mit $N_{AB} = 1/3 (3 + 6) 10 = 30$ kW beansprucht werden. Indes geben neuerdings die Preislisten für jedes einzelne Motorenmodell neben der Dauerleistung auch die Aussetzleistung für die relative Einschaltdauer von 15, 25 und 40% an, so daß die Auswahl des richtigen Modells sehr erleichtert ist (s. auch Abschnitt über Lasthebemaschinen (s. diese)).

(1291) Die Ausführungsformen sind für Motoren, obwohl grundsätzlich mit denen von Erzeugern gleichartig, wegen der vielgestaltigen Betriebsverhältnisse reicher ausgebildet. Außer den offenen Motoren, die für Erzeuger die Regel sind, finden sich noch die geschützten, geschlossenen und schlagwetter-sicheren Bauarten. Der Schutz kann sich bei den ersteren beziehen auf Verhinderung gegen das Eindringen von festen Fremdkörpern, oder gegen Tropf- und Spritzwasser; ungehindert bleibt aber der Luftaustausch zum Zweck der Kühlung. Die geschlossenen Formen schützen außerdem gegen Staub, Feuchtigkeit und Säuregehalt des Motorraumes. Zum Zweck der Lüftung sind entweder besondere Rohranschlüsse vorgesehen, oder die Kühlung erfolgt durch Eigenbelüftung der Außenfläche — Mantelkühlung; in schwierigen Fällen kann auch Wasser zur Kühlung herangezogen werden. Bei den gekapselten Maschinen, die für Betriebe im Freien, auf Kranen und Straßenbahnwagen hauptsächlich in Betracht kommen, erfolgt die Wärmeabfuhr lediglich durch Strahlung, Leitung und natürlichen Zug, ist also jedenfalls gegenüber der offenen sehr beschränkt und die Nennleistung muß demgemäß stark herabgesetzt werden. Die schlagwetter-sicheren Motoren sind für den Bergwerksbetrieb bestimmt und müssen Explosionen im Innern aushalten, ohne sie auf die Umgebung zu übertragen. — Zur Verminderung der Drehzahl werden auch Motoren mit angebautem Zahnradvorgelege ausgeführt (Zentrator-kuppung). Für den Kranbau bestehen Sonderausführungen (s. dort).

Anlassen und Anlasser.

(1292) **Anlaßvorgang, Anlaßstrom und Anlaßwiderstand.** Das Beispiel in (1285) zeigt, daß ein Motor nicht unmittelbar an die volle Netzspannung gelegt werden kann. Dem Anker wird deshalb ein Widerstand vorgeschaltet, der so bemessen wird, daß der Einschaltstrom J_e (s. Abb. 88), wie insbesondere der Anlaßspitzenstrom J_2 in mäßigen Grenzen bleiben, die neuerdings normalisiert sind (s. ETZ 1922, Heft 11, S. 369). Der Mindestwert des Anlaßspitzenstromes wird durch das zum Anziehen und Beschleunigen erforderliche Anlaufdrehmoment bestimmt, das, sofern nicht Leer- oder besonders leichter Anlauf vorliegt, im allgemeinen größer ist als das Nenn Drehmoment und mitunter auf

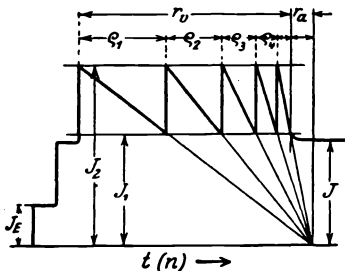


Abb. 88.

das 2- bis 3fache dessen steigen kann, namentlich wenn große Massen und noch dazu rasch zu beschleunigen sind, wie häufig im Kranbau. Sobald der Anker läuft, fällt die Stromstärke allmählich auf J_1 , worauf ein Teil des Widerstandes kurzgeschlossen werden darf, der aber so bemessen sein muß, daß der nun wiederum ansteigende Strom den Wert J_2 nicht überschreitet. Dieser Widerstandsanteil ρ ist dem jeweiligen wagerechten Abstand zwischen den Stromspitzen proportional und kann so Stufe für Stufe dem Anlaßdiagramm entnommen werden. Dieses läßt sich nach dem in Nr. 1285 Gesagten leicht entwerfen und nimmt insbesondere für konstante Erregung die in Abb. 88 gezeichnete Form an. Dieser Vorgang ist so oft zu wiederholen, bis sämtlicher Widerstand kurzgeschlossen ist; diesem Zwecke dient ein Stufenschalter, dessen Stufenzahl durch das gewählte Verhältnis $J_2:J_1$ bestimmt ist. Das jeweilige Kurzschließen muß anfangs langsam und kann gegen Ende rascher erfolgen. Das Ausschalten soll stets rasch geschehen, damit der Unterbrechungsfunkte klein wird. Widerstand und Stufenschalter bilden zusammen den Anlasser. Als Widerstandsmaterial kann Wasser — Flüssigkeitsanlasser — oder Metall benutzt werden — Metallanlasser. Je nach Kühlungsart scheidet man letztere in luft-, öl- oder sandgekühlte. Die Kühlungsart wird durch das jeweilige Betriebsbedürfnis bestimmt: indem die luftgekühlten Arten ein sehr oftmaliges Anlassen rasch hintereinander zulassen, wohingegen öl- und sandgekühlte nur ein seltenes Anlassen gestatten, wenn erst einmal der gesamte Ölinhalt heiß (etwa 80°) geworden ist. Für Fahr- und Hebezeugmotoren, die ja fast nie aus dem Anlaßzustand herauskommen, dürfen also nur luftgekühlte Metallwiderstände Verwendung finden, die auch gegen Erschütterungen geschützt sein müssen, was häufig durch Anwendung gußeiserner Widerstandselemente bewirkt wird. Die luftgekühlten Anlaßwiderstände sind schwerer und umfangreicher und darum auch teurer als die ölgekühlten.

(1293) **Der Stufenschalter** hat in zweckmäßiger Anpassung an die jeweiligen Verhältnisse eine vielgestaltige Aus- und Durchbildung erfahren, um den teilweise sehr großen Ansprüchen an Leistungsfähigkeit, Betriebssicherheit und Dauerhaftigkeit genügen zu können. Für wenig angestregte Betriebe genügt der Flachbahnanlasser, bei dem die feststehenden Kontakte in einer Ebene liegen und von dem beweglichen Kontakt bestrichen werden. Besser, wenn auch teurer, sind die Steuerwalzen, die infolge der Unabhängigkeit der einzelnen Kontakte (Finger) voneinander, der Möglichkeit des bequemen Anbaues einer Funkenblasvorrichtung und der leichten Austauschbarkeit der Einzel-

teile, den erheblichen Anforderungen, wie sie der Kran- und Rollgangsbetrieb beispielsweise aufweist, allein gewachsen sind. Für sehr große Motoren erfordern sie durch ihre großen Abmessungen allerdings auch einen beträchtlichen Aufwand an Körperkraft, weshalb man in diesen Fällen zur Schützensteuerung greift. Schützen sind elektromagnetisch betätigte Schalter zum Kurzschließen der einzelnen Widerstandsstufen; sie werden durch Stromgebung aus- und eingeschaltet, welche letztere wiederum durch eine Steuerwalze (Meisterwalze) eingeleitet wird. Eine solche Meisterwalze kann sehr leicht gebaut werden, da der Steuerstrom nur die Größe von einigen Ampere zu haben braucht. — Oftmals werden mit dem Stufenschalter Sicherungsvorrichtungen — sog. Wächter — verbunden, wie z. B. Ausschalter, die bei Rückgang der Spannung wirken oder Höchststromausschalter gegen Überlastung, Endschalter zum Schutz gegen Überfahren der Endstellung z. B. für Katz- und Kranwagen. Die Betätigung der Anlasser kann durch Kurbel, Rad oder Hebel von Hand geschehen oder auch mechanisch durch Hilfsmotoren mit Fernsteuerung. Auch der Anlasser wird geschützt gegen Beschädigung durch Fremdkörper, Wasser, Staub und Gase.

(1294) Schaltungen für Anlasser. Am einfachsten ist die Schaltung für den Hauptstrommotor (s. Abb. 81). Für Transportzwecke, für die ja der Hauptstrommotor fast ausschließlich zur Anwendung kommt, ist meist ein Wechsel der Ankerdrehrichtung erforderlich und der Umschalter dazu wird deshalb

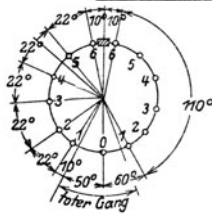
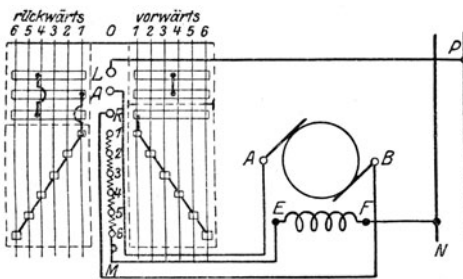


Abb. 89.

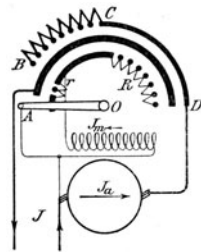


Abb. 90.

organisch mit dem Stufenschalter verbunden, so daß Fehlschaltungen ausgeschlossen sind. Am besten eignet sich hierzu die Steuerwalze, von der Abb. 89 ein abgewinkeltes Schema gibt, in der *M* die Funkenbläse bedeutet.

Beim Nebenschlußmotor muß darauf geachtet werden, daß die Magnetwicklung mindestens gleichzeitig mit dem Anker nebst Anlaufwiderstand an die volle Netzspannung gelegt wird, damit ein kräftiges Anlaufdrehmoment entstehen kann.

Am besten geschieht dies durch Anordnung einer besonderen Schiene für den Nebenschlußstrom (s. Abb. 90). Der Billigkeit halber kann jedoch bei kleinen Motoren auf sie verzichtet werden und der Magnetanschluß vom Anlaufwiderstand abgezapft werden (s. Abb. 79). Der geringe Widerstand, der dann bei Anlauf, wie im Betrieb vor der Magnetwicklung liegt, hat keinen schädlichen Einfluß von Belang. Weiter muß dafür gesorgt werden, daß im Augenblick des Abschaltens die Magnetwicklung über den Anker kurzgeschlossen wird, um Überspannungen durch EMK der sehr großen Selbstinduktion auszuschließen. Bei Schaltung nach Abb. 79 ist dies ohne weiteres der Fall; bei der nach Abb. 90 ist ein besonderer Kurz-

schlußkontakt *A* vorgesehen; meist genügt eine Verbindung der Nebenschlußschiene mit dem Anfang des Anlaßwiderstandes. Für Nebenschlußmotoren genügen meist Flachbahnanlasser. Ist aber wegen Drehsinnumkehrung eine Steuerwalze erwünscht, so wird der Nebenschluß nicht jedesmal auf der Ruhelage ausgeschaltet, sondern erst am Ende der Betriebszeit durch einen besonderen Magnetausschalter außerhalb der Walze (s. Abb. 91).

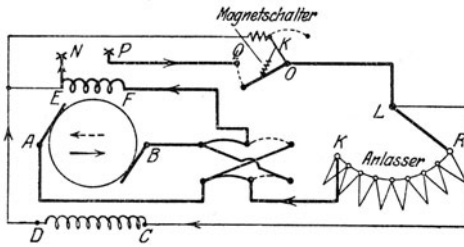


Abb. 91.

Der Verbundmotor wird wie ein Nebenschlußmotor geschaltet; seiner Anwendungsweise wegen wird gerade er oft mit Steuerwalze ausgerüstet, die z. B. bei Spills sehr zweckmäßig durch einen Fuß-Tritt-Schalter bewegt wird. Der dabei verwandte Magnetausschalter *O* besitzt einen Hilfshebel *OK*, der durch eine Feder mit dem Haupthebel gekuppelt ist und beim Ausschalten in dem Augenblick auf seinen Kontakt *K* schnappt, in dem der Haupthebel seinen Kontakt *Q* verläßt; durch Leitung *KD* wird die Nebenschlußmagnetwicklung *CD* kurzgeschlossen.

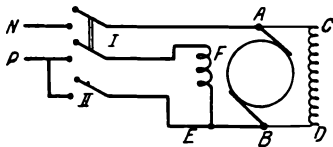


Abb. 92.

Für Motoren, die nicht schwer, aber sehr rasch anlaufen sollen, z. B. für Schleuderpumpen, kann man auf einen Anlasser verzichten und ihn durch einen Anlaßschalter ersetzen, der nach dem Anlauf die behelfsmäßig verwandte Hauptstromwicklung kurzschließt (siehe Abb. 92).

Andererseits wird für große vielpolige Motoren neuerdings empfohlen, zum Anlauf alle Bürsten bis auf 2 abzuheben und im Verlauf des Drehzahlanstieges die übrigen der Reihe nach durch eine passende mechanische Vorrichtung aufzulegen (s. ETZ 1921, S. 1096).

Drehzahlregelung.

(1295) Regelungsarten. Jeder Motor hat bei seiner Nennleistung bzw. dem entsprechenden Nenn Drehmoment eine bestimmte Drehzahl, wobei auch Anker- und Magnetwicklung an ihrer Nennspannung liegen, und sie ist nach Formel für n in Nr. 1287 bedingt durch Ankerspannung und Betriebsfeld. Ändert man eine der beiden Größen, so ändert sich auch bei unverändertem Drehmoment die Drehzahl; einen willkürlichen Eingriff in dieser Richtung bezeichnet man als Drehzahlregelung. Es wird von ihr verlangt, daß sie einfach auszuführen, in weitem Umfange möglich, eindeutig und wirtschaftlich sei, 4 Bedingungen, die sich freilich nicht leicht vereinigen lassen, jedenfalls nicht ohne höhere Anlagekosten.

(1296) Nebenschlußregelung. Am einfachsten auszuführen ist die Verminderung des Betriebsfeldes bei Nebenschlußmotoren, indem man durch einen großen regelbaren Widerstand $r_R = \varrho_1 + \varrho_2 + \varrho_3 + \dots$ — Nebenschlußregler — vor der Magnetwicklung den Nennererregstrom schwächt (s. auch Abb. 90 „R“). Eine solche Feldschwächung hat eine Drehzahl-erhöhung zur Folge, weil eben der Anker stets eine feste GEMK her-

vorbringen muß. Sie ist auch wirtschaftlich, weil bei dem geringen Erregerstrom der Stromwärmeverlust im Regelwiderstand gering bleibt. Der Regelungsumfang kann bei Wendepolmotoren bis aufs 3- bis 4fache getrieben werden. Infolge der geringen Selbstregulierung der Nebenschlußmotoren ist sie auch fast eindeutig, d. h. einer bestimmten Stellung des Hebels am Regler entspricht auch eine bestimmte Drehzahl des Motors fast unabhängig von seiner jeweiligen Belastung. Den besten Überblick über die Einwirkung der Fremd- und der Selbstregulierung geben die Regelkurvenscharen, wie sie Abb. 93 für einen Nebenschlußmotor zeigt. — Bei unverändertem Drehmoment steigt die Motorleistung entsprechend der Drehzahl, umgekehrt fällt bei gleichbleibender Leistung das Drehmoment. Darauf ist bei der Modellwahl zu achten und zu bedenken, daß z. B. bei Schleudermaschinen das Drehmoment mit der Drehzahl sehr rasch wächst, also bei der größten Drehzahl am höchsten ist. Bei Werkzeugmaschinen aber tritt oft das größte Drehmoment bei der langsamsten Gangart auf. Ein regelbarer Motor muß nach Eisen- und Kupfergewicht schwerer und damit teurer werden, als einer mit fester Drehzahl gleicher Leistung.

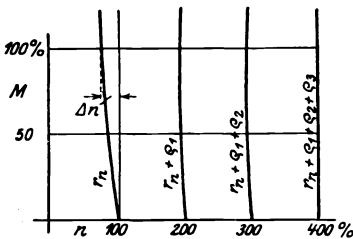


Abb. 93.

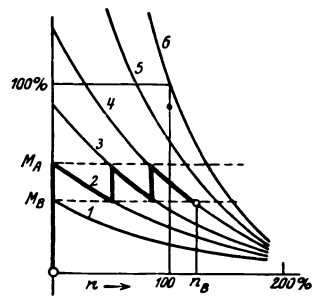


Abb. 94.

(1297) Hauptstromregelung. Bei Nennleistung und -drehzahl ist die Ankerspannung gleich der Netzspannung; es handelt sich also nur um Verringerung der Ankerspannung und damit der Nennzahl. Das einfachste Mittel hierzu ist wieder die Vorschaltung eines Widerstandes vor den Anker zum Abdrosseln des Spannungsüberschusses; ein solches Verfahren bezeichnet man als Hauptstromregulierung. Dazu kann gleichzeitig der Anlaßwiderstand dienen, vorausgesetzt, daß er der viel höheren Wärmebeanspruchung gewachsen ist. Denn infolge des hohen Ankerstromes sind auch die Stromwärmeverluste im Reglerwiderstand groß, und zwar entsprechend der Drehzahlverminderung, die also auf unwirtschaftliche Weise erkaufte wird. Ferner ist sie nicht eindeutig, indem der abgedrosselte Spannungsanteil mit dem Ankerstrom schwankt und darum bei Leerlauf so gering wird, daß kaum eine Verminderung zu bemerken ist, während bei großem Drehmoment nach Bedarf bis zum Stillstand heruntergeregelt werden kann. Daraus folgt, daß der Regelwiderstand groß sein muß, wenn mit fallender Drehzahl auch das Drehmoment fällt, und auch teuer. Für ortsfeste Motoren sind daher Flüssigkeitswiderstände mit Wassererneuerung beliebt. Trotz dieser Mängel wird die Hauptstromregelung ihrer Einfachheit wegen besonders für Hauptstrommotoren viel angewandt, weil diese ja hauptsächlich für Transport- und Hebesmaschinen angewandten Motoren sich fast dauernd im Regelzustand befinden und dessen Beherrschung mit einfachen und zuverlässigen Mitteln bei den meist beschränkten Platzverhältnissen wichtiger ist, als die Wirtschaftlichkeit. Regler und Anlasser sind dabei in einer Steuerwalze vereinigt. Abb. 94 gibt die Regelkurvenschar für einen Kranhubmotor mit Hauptstromregulierung; bei Kurve 6 ist aller Widerstand ausgeschaltet, bei Kurve 1 aller vor-

geschaltet; die Abbildung zeigt auch den Anlaufvorgang bei einem Anlaufmoment $M_A < M_{gr} > M_B$ und deshalb mit einer höheren Betriebsdrehzahl n_B als der 100%_o Nenn Drehzahl entspricht; es bleibt daher auch noch ein gewisser Widerstand vorgeschaltet.

(1298) Regelung durch Veränderung der Netzspannung. Sind sehr viele Motoren für lange Zeit mit verminderter Drehzahl zu betreiben, wie dies bei

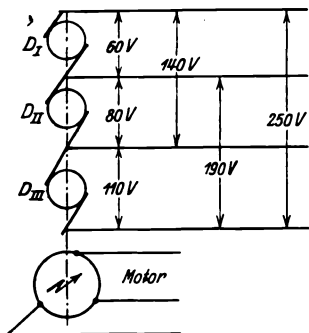


Abb. 95.

großem Werkzeugmaschinenpark (Dreherei) vorkommt, so verbietet sich die Hauptstromregelung ihrer Unwirtschaftlichkeit wegen und man kann durch Verlegen eines Mehrleiternetzes mit verschiedenen Spannungen den Zweck mit billigeren Betriebskosten erreichen. Abb. 95 zeigt eine oft angewandte Spannungsaufteilung, die entsprechend den 6 Spannungsmöglichkeiten auch 6 Drehzahlstufen ohne Vorschaltwiderstand an Hand gibt. Durch einen ebenfalls in Steuerwalzenform gebauten Schalter kann der Motor an die jeweils passende Spannung gelegt und Zwischenstufen durch Nebenschlußregelung erreicht werden, so daß z. B. zwischen etwa 120 und 800 jede Drehzahl eingestellt werden kann. Die Spannung wird

in 3 Dynamos erzeugt, die durch einen gemeinsamen (Hochspannungsdrehstrom-) Motor angetrieben werden. Eine solche Umformanlage nebst dem 4 fachen Verteilungsnetze setzt natürlich erhöhte Anlagekosten voraus.

(1299) Die Leonardschaltung. Liegt umgekehrt der Fall so, daß nur ein sehr großer Motor, sei es sehr lange Zeit mit verminderter Drehzahl, sei es mit langdauernder, umfangreicher und genauer Regelung betrieben werden muß, wie der erstere Fall bei Pumpen, Grubenventilatoren, Papiermaschinen und ähnlichen, der zweite namentlich bei großen Hebezeugen, z. B. Wagenkippern, Fördermaschinen und Walzenzugmaschinen vorkommt, so ist auch die umständlichere von Ward Leonard angegebene Betriebsweise gerechtfertigt, die zu dem zu regelnden Motor auch eine besondere Dynamomaschine vorsieht. Die Regelung, die sich auch bis auf das Anlassen und Bremsen erstrecken kann, geschieht dann (s. Abb. 96) dadurch, daß die Spannung der Steuer-Dynamo durch Beeinflussung der Erregung in weiten Grenzen geändert wird und damit auch die Drehzahl des fremderregten Motors, dessen Anker unmittelbar mit der Steuer-Dynamo verbunden ist, die gleichfalls von einer gemeinsamen Erregemaschine ihren Magnetisierungsstrom über einen besonders zweckentsprechend gebauten Regelwiderstand erhält. Die Dynamomaschine kann je nach Umständen durch einen Elektromotor (für hochgespannten Drehstrom) wie meist üblich, oder durch irgendeinen anderen Motor (z. B. Dampfturbine) angetrieben werden. Da meist auch eine Änderung des Drehsinns gefordert wird, so enthält der Steuerapparat gleichzeitig einen Umschalter zur Umpolarisierung der Steuerdynamo. Abb. 97 zeigt die Schaltung eines solchen der verlangten Regelfeinheit wegen meist vielstufigen Reglers. — Die Leonard-Anordnung gestattet eine sehr genaue Einstellung der Drehzahl nur abhängig von dem Ausschlag des Handhebels am Regler, ferner Anlassen, Stillsetzen und Umkehren des Drehsinns, und zwar alles mit großer Wirtschaftlichkeit.

Die Dynamo kann raschlaufend gebaut werden, so daß sie (nebst dem Antriebsmotor) klein und billig ausfällt, muß aber Hilfspole und häufig auch Kompensationswicklung erhalten wegen des beim Anlaufen mit Last sehr hohen

Ankerstromes bei schwachem Felde. Bei elektrischem Antriebe fällt die Umformergruppe unter Umständen so klein aus, daß sie auf dem Hebezeuge selbst Platz finden kann.

Um die stark schwankende Belastung eines solchen Arbeitsmotors vom Netz oder der sonstigen Antriebsmaschine fernzuhalten, hat Ilgner den Steuersatz mit einem Schwungrad versehen, das die Belastungsstöße aufnehmen soll.

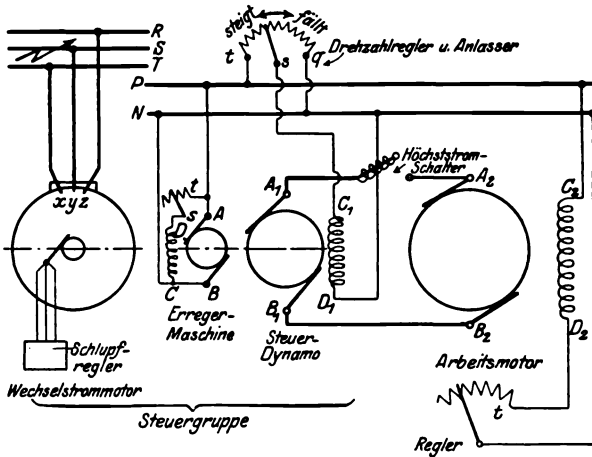


Abb. 96.

Dies erfordert aber eine veränderliche Drehzahl der Schwungrad- bzw. Dynamowelle, und zwar in dem Sinne, daß deren Geschwindigkeit abnehmen muß, wenn das Schwungrad Arbeit abgeben soll zur Deckung des Betriebsbedarfes. Umgekehrt soll in den Betriebspausen das Schwungrad nun aufgeladen, d. h. beschleunigt werden, um wieder auf seine richtige Drehzahl zu kommen, und

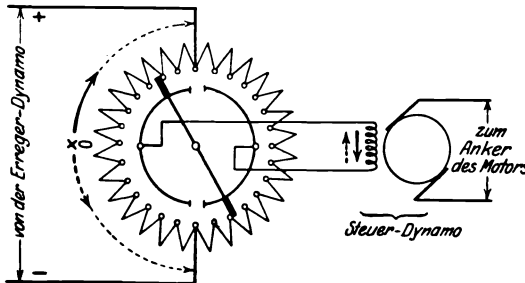


Abb. 97.

dazu die augenblicklich überschüssige (Netz-)Energie verwenden, eine Forderung, die durch Ausbildung besonderer selbsttätiger Regelvorrichtungen sich in vollkommener Weise hat erfüllen lassen. Diese Ilgner-Leonard-Steuer- vorrichtung wird für Fördermaschinen und Walzenzugmaschinen ihrer Leistungsfähigkeit und Betriebssicherheit wegen besonders bevorzugt.

(1300) Tandemanordnungen. Die Spannungsverminderung am Motoranker läßt sich schließlich noch dadurch erreichen, daß für halbe Drehzahl 2 gleiche

Motoren hintereinander, für volle aber parallel geschaltet werden, was sich besonders für Bahnmotoren, deren meist 2 für 1 Wagen vorhanden sind, leicht ausführen läßt. Zwischenstufen erhält man durch Hauptstromregelung. Die Schaltung geschieht durch Steuerwalzen zwangsläufig, so daß Versehen ausgeschlossen sind. Für ortsfeste Motoren kann dieses Verfahren in der Weise verwendet werden, daß man den Anker mit 2 verschiedenen Wicklungen nebst Kollektoren ausbildet und nun je nach Bedarf teils die einzelnen Wicklungen für sich allein, teils beide zusammen, und zwar einmal in Reihen-, ein andermal in Gegenschaltung benutzt.

Ein Anker habe z. B. eine Wicklung mit $\mathfrak{R}_1 = 300$ Stäben und mache dabei 400 Umdrehungen in der Minute, ferner eine 2. mit $\mathfrak{R}_2 = 100$ Stäben, die demnach $3 \cdot 400 = 1200$ Drehungen in der Minute ergibt. Schaltet man die beiden Wicklungen, so daß die wirksame Stabzahl $= \mathfrak{R}_1 + \mathfrak{R}_2 = 400$ wird, so macht der Anker 300, und bei Gegenschaltung, d. h. $\mathfrak{R}_1 - \mathfrak{R}_2 = 200$ Stäben 600 Drehungen in der Minute.

Zwischenstufen können durch Nebenschluß- oder Leonard-Regulierung oder beides zusammen erreicht werden, so daß z. B., wie dies insbesondere für Papiermaschinenantriebe erwünscht wird, ein Regelbereich von 1:60 beherrscht werden kann.

Bremsschaltungen.

(1301) Elektrisches Bremsen, Bremsschaltungen von Motoren kommen hauptsächlich im Kran- und Bahnbetrieb vor und man unterscheidet zwischen Nachlauf- und Senkbremsung, die erstere soll den Auslaufweg von Katze und Kranwagen oder auch Lokomotiven, Motorwagen usw. möglichst verringern, die 2. das sichere Absenken von Lasten ermöglichen. In beiden Fällen kann man die mechanischen Bremsen ersetzen dadurch, daß man den Motor aus der Bewegungsenergie des Fahrzeuges oder der Last antreibt und den Anker über einen Widerstand kurzschließt — Kurzschlußbremsung —: Der Motor wird Dynamo, setzt mechanische Energie in elektrische und diese wieder im Widerstand in Wärme um. Man kann auch die elektrische Energie wiederum als solche ins Netz zurückschicken; jedoch lohnt sich dies nur bei langdauernder Bremsung und großen Energiemengen, wie solche wohl mitunter im Bahnbetriebe, sehr selten aber bei Hebezeugen vorkommen, auch erfordert dieses Verfahren verwickeltere Einrichtungen als sie im Hebezeugbetrieb technisch und wirtschaftlich zugänglich sind. Trotzdem hat sich die elektrische Bremsung durchweg der mechanischen überlegen gezeigt infolge größerer Schonung der Maschinen, Einheitlichkeit der Ausrüstung und Sicherheit im Betrieb.

(1302) Das Bremsmoment einer elektrischen Maschine hängt von der Konstruktion, d. h. Ankerbemessung, Polzahl, Stabzahl und Schaltung, vom Betriebsfeld, vor allem aber von dem Bremswiderstand r_b zwischen den Ankerpolen und der Drehzahl ab. Bei konstantem Felde ist zunächst

$M_b = 1,625 (p/a) \mathfrak{R} \Phi J_a \cdot 10^{-10}$ mkg brutto und mit $J_a = \frac{E}{r_a + r_b}$ folgt, da $E = n/60 \times p/a \times \mathfrak{R} \Phi 10^{-8}$ ist,

$$M_b = 2,71 \cdot 10^{-20} \times \left(\frac{p}{a} \mathfrak{R} \Phi \right)^2 \frac{n}{r_a + r_b} = C f(n, r_b) \text{ mkg,}$$

man erhält danach für verschiedene Werte von r_b eine Schar von Geraden laut Abb. 98. Um das mit fallender Drehzahl abnehmende Bremsmoment wieder auf die ursprüngliche Größe zu bringen, muß der Bremswiderstand stufenweise vermindert werden, wozu also ebenfalls ein Stufenschalter benötigt wird. Hierzu dient dieselbe Steuerwalze, die auch zum Anlassen, Regeln und Umkehren verwendet wird, wie auch der Anlaßwiderstand ganz oder teilweise als Bremswiderstand ausgenützt wird. Die Bremsschaltstufen befinden sich dabei stets zwischen Rechts- und Linkslaufstellung, damit durch den notwendigen Übergang über die Bremsschaltungen ein allzuschroffes Umkehren vermieden wird.

Aus den Bremslinien ersieht man, daß die Umschaltung auf einen geringeren Bremswiderstand erst geschehen darf, nachdem die Drehzahl infolge der Selbstregelung der Bremsmaschine auf einen gewissen Wert gesunken ist und auch dann nur ein ganz bestimmter aus dem Diagramm ebenfalls ablesbarer Widerstand ausgeschaltet werden darf. Wird zu früh oder zu viel Widerstand umgeschaltet, so tritt ein sehr viel größeres Bremsmoment auf und auch ein zu großer Ankerstrom; das erstere führt zu gefährlichen Stößen im gesamten Triebwerk, und der Überstrom hat Kollektorfeuer und Motorschäden im Gefolge. Da es nun für den Motorführer schwer erkennbar ist, wann der richtige Zeitpunkt zum Umschalten gekommen ist und man sich andererseits für die Bremsung auf 2 bis 3 Stufen aus Platzmangel und Preisrücksichten beschränken muß, sieht man bei größeren Motoren vielfach Stromwächter vor,

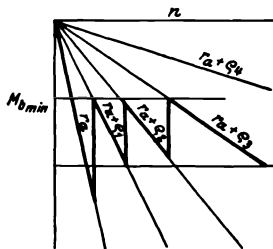


Abb. 98.

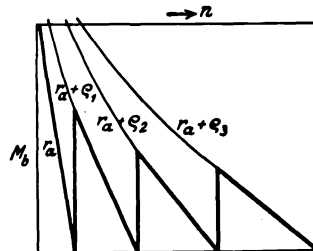


Abb. 99.

das sind elektromagnetische Schalter, die den größeren Bremswiderstand so lange unvermindert im Stromkreise belassen, bis die Stromstärke auf einen gewissen unschädlichen Wert gesunken ist.

Die Bremsung mit konstantem Felde läßt sich nur bei Fremderregung verwirklichen, die jedoch der umständlicheren Schaltung wegen nur in schwierigeren Fällen vorkommt und auch da oft nur vorübergehend am Anfange, um ohne den Zeitverlust einer kräftigen Selbsterregung rasch ein starkes Feld zu schaffen. Wird alsdann oder von Anfang an auf Selbsterregung übergegangen, so nimmt natürlich die Bremswirkung mit fallender Drehzahl noch sehr viel rascher ab, d. h. die Kennlinien sind stark gekrümmte Kurven und die Bremswirkung hört auf, noch ehe die Drehzahl 0 geworden ist, und zwar um so früher, je größer der Bremswiderstand ist (s. Abb. 99).

(1303) Die Nachlaufbremsung ist dadurch gekennzeichnet, daß bei ihr der Motor seine Drehrichtung behält und im Kurzschlusse infolge magnetischer Remanenz nur einen Strom im Sinne der motorischen GEMK abgibt. Dieser ist also dem früheren Motorstrom entgegengesetzt und würde bei einem Hauptstrommotor das remanente Feld zerstören, statt es zu verstärken: es muß daher der Anschluß der Magnetwicklung für Bremswirkung umgepolt werden, was mit Hilfe der Steuerwalze geschieht. Es genügen für beide Drehrichtungen dieselben Bremsstellungen, wenn man durch Einbau einer besonderen Umschaltwalze die Anordnung so trifft, daß deren Umschaltung beim Einfahren in die Bremsstellung bewirkt und vom Drehsinn der Steuerwalze in Abhängigkeit gebracht wird. Da bei Kurzschlußbremsung mit Selbsterregung die Bremswirkung bald sehr gering wird, muß bei größeren Fahrgeschwindigkeiten und der Forderung genauen Anhaltens oft noch eine mechanische Bremse zugezogen werden.

(1304) Senkbremsschaltungen sind dem Kranbetrieb eigentümlich und mit dem mechanischen Teil so eng verbunden, daß deren Besprechung besser in Anschluß an die der Krane usw. erfolgt (s. diese).

Wechselstrom-Motoren.

Synchronmotoren.

(1305) Begriff dieser Motorart. Wie jeder Gleichstromerzeuger als Motor verwendet werden kann, so auch jeder Ein- oder Mehrphasen-Wechselstromerzeuger. Nur leiden Motoren dieser Art an den beiden Übelständen, daß sie

1. einer Gleichstromquelle zur Erregung des Polrades bedürfen,
2. ein Drehmoment erst bei voller Drehzahl entwickeln und daher nicht selbst anlaufen, sondern durch noch zu besprechende Hilfsmittel erst auf die erforderliche Drehzahl gebracht werden müssen.

Der erstere Umstand, obwohl den Betrieb etwas erschwerend und vertuernd, kann stets durch Anbau einer Erregermaschine behoben werden, wenn keine andere Gleichstromquelle zur Verfügung steht.

Der Grund für den zweiten Übelstand liegt in dem raschen Polwechsel des Ankerstromes, der ein ruhendes Polrad höchstens zum Erzittern bringen kann. Damit ein stets gleichsinnig gerichtetes Drehmoment entsteht, muß das Polrad im Leerlauf in dem Augenblick durch die Mitte einer Ankerspule hindurchgehen, in dem der Polwechsel des Ankerstromes stattfindet, d. h. es muß eine solche Drehgeschwindigkeit besitzen, daß es während einer halben Periode von einem Pol zum anderen fortschreitet. Also $v T/2 = \tau$, oder dafür die Polzahl $2p$, die minutl. Drehzahl n und die Periodenzahl f des Ankerstromes eingeführt gibt $n = \frac{60f}{p}$, d. h. die synchrone Drehzahl (s. a. Nr. 1278). Darum bezeichnet man diese Motoren als Synchronmotoren.

(1306) Der Anlaufvorgang. Die synchrone Drehzahl kann der Maschine am einfachsten durch mechanischen Antrieb seitens irgendeines andern Motors beigebracht werden; doch kann bis zu diesem Zeitpunkt der Anker nicht ans Netz gelegt werden, weil sonst infolge fehlender GEMK ein unzulässig hoher Strom entstünde — der Kurzschlußstrom, s. a. Nr. 1282. Aber auch dann darf der Netzstrom nicht einfach zugeschaltet werden, weil ja zwischen der jeweiligen Stellung des Polrades zu den Ankerspulen und der Phase des Stromes die oben genannte Bedingung bestehen muß, die Synchronismus zwischen diesen beiden Änderungen mit der Zeit erfordert. Ob dieser vorhanden ist, kann daran erkannt werden, daß die Netzspannung in jedem Augenblicke der EMK, welche die angetriebene und erregte Maschine in der Ankerwicklung erzeugt, gleich und entgegengesetzt ist, und man kann sich dazu also derselben Mittel bedienen, die man zum Synchronisieren von parallel zu schaltenden Wechselstrommaschinen verwendet (s. Parallelschaltung v. Wechselstrommaschinen).

Erst wenn die Maschine auf solchem Wege mit dem Netze elektrisch verbunden ist, kann ihre mechanische Verbindung mit der Antriebsmaschine gelöst und sie als Motor belastet werden, was mit einer Strom- und Energieaufnahme aus dem Netze verbunden ist.

(1307) Der belastete Motor. 1. Während im Leerlauf das Polrad die oben bezeichnete ganz bestimmte Stellung zu den Ankerpolen hat und wobei die EMK des Synchronmotors und die Netzspannung sich jeden Augenblick das Gleichgewicht halten, wird diese sogenannte Leerlaufsynchrönstellung sofort gestört, sobald die antreibende mechanische Kraft aufhört und noch gar ein Lastmoment bremsend einwirkt. Dadurch wird das Polrad verzögert und um den $\sphericalangle \theta$ (Abb. 100) nach rückwärts verstellt, aber damit auch das zeitliche Gleichgewicht zwischen jenen beiden Spannungen gestört, d. h. eine Differenzspannung ΔE hervorgerufen, die nun ihrerseits wieder einen Strom erzeugt in dem Kreise, in dem sie wirksam ist, d. i. Generatoranker — Netz-Motoranker. Dieser Kreis ist infolge der Reaktanz der beiden Ankerwicklungen wesentlich induktiver Natur und der Stromvektor J muß daher senkrecht nacheilend

(1308) Anwendungsgebiet des Synchronmotors ist infolge der umständlichen Ingangsetzung — des sogen. Anwerfens — und seiner nicht regelbaren Drehzahl beschränkt. Wärme- und Wasserkraftmaschinen eignen sich weniger zum Anwerfen und machen meist eine kostspielige lösbare Kupplung nötig, wohl aber Elektromotoren. Verwendet man einen Drehstrommotor, so muß sein Höchstdrehmoment etwa $\frac{1}{10}$ des Nenn Drehmomentes des Synchronmotors sein, was zur leeren Ingangsetzung meist genügt, und er braucht nur für kurzzeitigen Betrieb bemessen zu sein; seine Drehzahl muß aber über der synchronen liegen, weil sie sich durch die einfache Widerstandsregelung im Läuferkreise, s. Nr. 1313, nur vermindern läßt: d. h. er muß mit mindestens einem Polpaar weniger ausgeführt werden als der Synchronmotor. Ein solcher von beispielsweise 100 kW Leistung erfordert bei 50 Per. sek und 600 Umdr. min 10 Pole und hat ein Nennrehment von rund 100000 $600 \approx 165$ mkg. Der sog. Anwurfsmotor muß also ein Kippmoment von ca. 17 mkg und ein Nennrehmoment von rund 7 mkg aufbringen können; er muß mit 8 Polen entsprechend einer Drehzahl von 720 in der Minute bei $4\frac{1}{2}\%$ bzw. $n = 600$ bei $20\frac{1}{2}\%$ Schlüpfung gebaut werden und seine Dauer-Nennleistung muß danach also 5,0 kW betragen. Der Anwurfsmotor fällt also bezüglich der Leistung klein aus; bei geringer Drehzahl des Synchronmotors kann aber bei der großen Polzahl das erforderliche Modell doch sehr groß ausfallen, damit recht kostspielig und Raum versperrend werden. Der Schlupf Widerstand muß reichlich bemessen werden, weil der Antrieb infolge der großen Massen des Polrades leicht einige Minuten dauern kann.

Beim Fehlen einer Gleichstromquelle ist man auf solche asynchronen Anwurfmotoren angewiesen; der benötigte Gleichstrom für das Polrad kann einer angebauten Erregermaschine entnommen werden.

Sehr geeignet sind Gleichstrommotoren, sie setzen aber eine Gleichstromquelle voraus, welcher Bedingung stets dann am besten genügt ist, wenn die Gleichstrommaschine gleichzeitig als vom Synchronmotor zu betreibende Dynamo benutzt wird und eine Sammlerbatterie vorhanden ist. Von diesen kann dann die Synchronmaschine zwecks Synchronisierung angetrieben werden. Eine solche Maschinengruppe bezeichnet man als Motorumformer, wobei man die beiden Maschinen zwecks Platzersparens unmittelbar miteinander zu koppeln pflegt.

Das Anwendungsgebiet wird weiter dadurch eingeschränkt, daß der Antrieb leerlaufend zu erfolgen hat, was sich bei vielen Antrieben jedenfalls nicht ohne weiteres ermöglichen läßt und andernfalls den Einbau einer kostspieligen Kupplung (s. auch Nr. 1314), nötig macht, was bei großen Motoren aber aus technischen Gründen ausgeschlossen ist. Die starre Drehzahl läßt auch einen Leistungsausgleich durch Schwungradmassen nicht zu und dies macht den S.M. untauglich für alle Betriebe mit stoßartigen Belastungsänderungen (Blockwalzen usw.).

Sein Hauptanwendungsgebiet ist daher der Motorumformer, besonders für Drehstrom in Gleichstrom, namentlich für Bahnbetriebe, und man hat es trotz der scheinbaren Umständlichkeit des Anlassens erreicht, daß solche Motorumformer (bzw. Einankerumformer, s. diese) sich ganz selbsttätig, je nach Bedarf zu- oder abschalten und wochenlang ohne jede Aufsicht im Betrieb bleiben (s. z. B. Elektrische Kraftbetriebe und Bahnen, 1924, S. 6. Schema und Beschreibung eines selbsttätigen Umformerwerkes).

Daß hierfür der Synchronmotor vor dem einfacheren Drehstrommotor bevorzugt wird, beruht auf der unter 2. in Nr. 1307 gekennzeichneten Eigenschaft, bei Übererregung voreilenden Blindstrom erzeugen zu können, was ermöglicht, den nacheilenden Blindstrom eines Netzes zu vermindern oder gar aufzuheben, damit den Leistungsfaktor zu verbessern und Generatoren, Umspanner und Fernleitungen besser auszunutzen (Abb. 101 und auch Nr. 1229); unter Umständen kann diesen Zweck auch ein leerlaufender Synchronmotor erfüllen.

(1309) Der Synchronmotor mit asynchronem Anlauf. Die letztere immer mehr geschätzte Eigenschaft lies darauf sinnen, die Anlaufverhältnisse zu verbessern, da dann dem Synchronmotor ein sehr viel größeres Anwendungsgebiet gesichert wäre, so z. B. für Kreiselpumpen und -gebläse, Wellenstränge, Schleifermotoren, Walzwerke für Bleche, Draht und Röhren usw.

Dieses Ziel läßt sich für Dreiphasenmotoren bei gering belastetem Anlauf erreichen durch Anordnung einer Dämpferwicklung im Polrad (s. Störungen d. Parallelbetriebs), die dann als Kurzschlußbläuwer wirkt (s. Nr. 1312), und durch Verminderung der Netzspannung auf $\frac{1}{3} \div \frac{1}{4}$, was durch Anzapftransformatoren mit Umschalter (s. Regelumspanner) leicht geschehen kann. Dann kann — namentlich wenn noch Drosselspulen vor dem Anker vorgesehen werden — ein 30% Anlaufmoment mit dem nur 1,5 Nennstrom erreicht und die Handhabung auf das Umlegen des Spannungsumschalters und das Einschalten des Erregergleichstroms beschränkt werden.

Wird aber volles oder gar erhöhtes Anlaufmoment gefordert, dann muß das Polrad eine Sonderausbildung erfahren und der Luftspalt vermindert werden, so daß dann eine nur als Motor verwendbare Sondertypen entsteht.

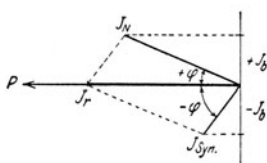


Abb. 101.

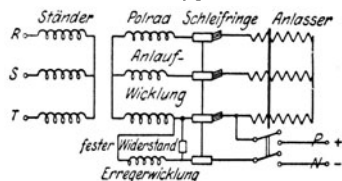


Abb. 102.

Es wird entweder das Polrad durch Verbreiterung der Polschuhe und Einbau einer ordentlichen Dreiphasen-Läuferwicklung mit Schleifringen bei starker magnetischer Sättigung der Polkerne in einen regelrechten Drehfeldläufer verwandelt, oder der Läufer des Asynchronmotors durch Speisung mit Gleichstrom einem Polrad (Volltrommel, s. Nr. 1280) angenähert. Die erstere Lösung scheint für Neukonstruktionen die günstigere zu sein, während die 2. Anordnung besonders für den Umbau vorhandener Asynchronmotoren sich eignet (s. z. B. ETZ 1921, Heft 43, S. 1217 und B.B.C.-Mitteilungen 1923, Heft 3/4).

Abb. 102¹⁾ zeigt das Schaltschema für einen solchen Motor. Das Anlassen erfolgt genau wie beim Asynchronmotor durch Verminderung des Läuferkreiswiderstandes durch einen dreiphasigen Anlasser, der aber auf der letzten Stufe zwangsläufig den Schalter für die Gleichstromerregung einlegt und damit den Läufer aus dem asynchronen Beharrungszustand in den Synchronismus überführt. Es hat sich als vorteilhaft herausgestellt, die Gleichstromerregung fest einzustellen, und zwar so, daß einesteiis ein Einspringen in den Synchronismus auch bei starker Überlastung noch sicher erfolgt, andererseits der Leistungsfaktor über einen großen Bereich in der Nähe der Nennleistung ≈ 1 wird. Bei geringerer Belastung ist dann der Motor übererregt und gibt voreilenden Blindstrom ab, der erst bei starker Überlastung in nacheilenden übergeht. Sollte der Motor außer Tritt fallen, so bleibt er nicht stehen, sondern läuft asynchron weiter bis etwa die Überlast vermindert ist, worauf er von selbst wieder in Synchronismus springt. Die ausgedehnte Verwendung solcher Motoren für oben genannte Zwecke ist möglichst zu erstreben.

Asynchrone Wechselstrom-Motoren.

(1310) Das Drehfeld phasenverschobener Ströme. Ordnet man eine Dreiphasenwechselstromwicklung nach Abb. 37 u. 73 im Innern eines Zylinders

¹⁾ Aus Siemens-Zeitschrift 1922, H. 4,

an und speist die in Stern oder Dreieck geschaltete Wicklung (s. Nr. 1233) durch einen Dreiphasenstrom, so erzeugen die magnetomotorischen Kräfte der 3 Wicklungen ein ein ziges Feld, dessen Lage im Raum aber veränderlich ist, indem

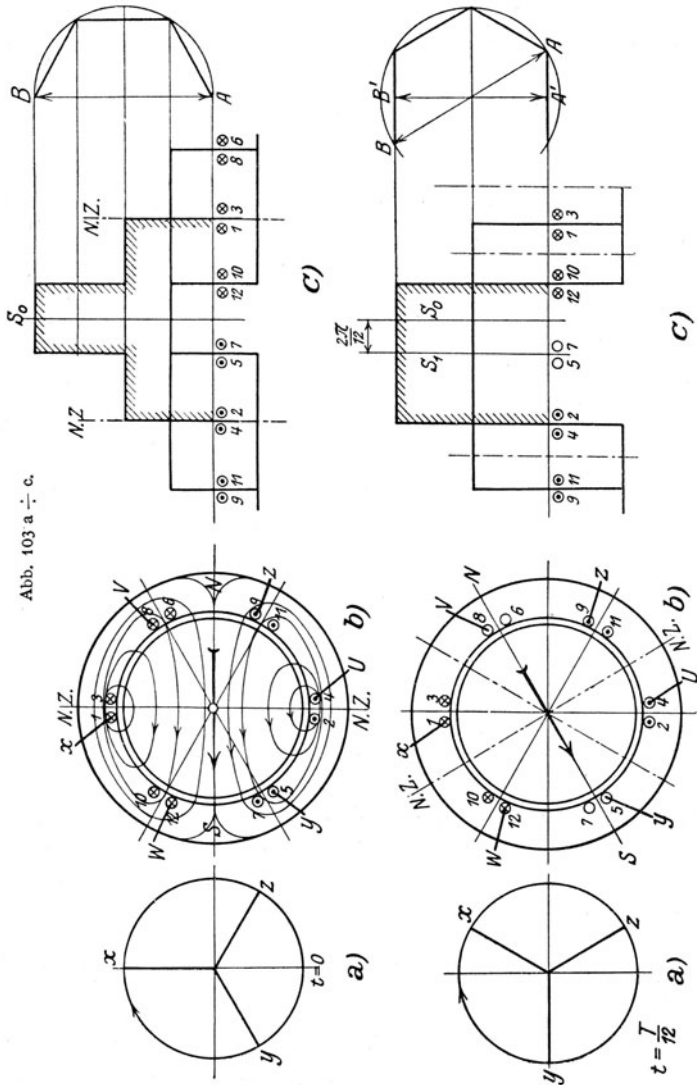


Abb. 103 a ÷ c.

es seine Richtung in demselben Rhythmus, in dem sich die Augenblickswerte der Wechselströme ändern, zu verdrehen scheint. Es entsteht auf diese Weise ein Drehfeld, das im 2poligen Feld mit der Winkelgeschwindigkeit $\omega = 2\pi f$ umläuft und dessen Größe fast unveränderlich ist. Abb. 103 b zeigt die elektrische

Durchflutung (s. Nr. 1196), die von drei Phasenströmen in einem bestimmten Augenblick hervorgebracht wird. Der Zeitpunkt ist durch die augenblickliche Lage der drei Stromvektoren gegeben und damit auch der Augenblickswert der Ströme; von dem in Abb. 103a festgehaltenen Zeitpunkte an soll die Zeit gezählt, also $t=0$ gesetzt werden. Die durch den Zeitwert der Ströme und die Lage der Spulen bedingte magnetische Durchflutung gibt das in Abb. 103b dargestellte Bild und damit auch die augenblickliche Feldrichtung und Feldgröße. Zwecks Erzielung eines kräftigen Feldes sei der Hohlraum des Zylinders — der kurzweg Ständer genannt wird — durch einen drehbaren Eisenzylinder — den Läufer — so ausgefüllt, daß zwischen beiden ein schmaler Luftspalt verbleibt. Nach Verlauf der Zeit $t = \frac{T}{12}$, wo T die Dauer einer Periode des Wechselstroms bedeutet, haben sich die Augenblickswerte der Ströme nach Abb. 104a u. b geändert und damit auch die der Durchflutung und Feldrichtung, und zwar hat sich das Feld ebenfalls um $\frac{2\pi}{12}$, das sind 30° , gedreht usw., so daß nach Verlauf von T sek das Feld sich um 2π gedreht, d. h. eine ganze Umdrehung gemacht hat, bzw. im mehrpoligen Feld sich um den Winkel eines Polpaares verschoben hat.

Die Abb. 103c und 104c zeigen die Größe und Verteilung der Durchflutung im Luftspalt. Bei der hier angenommenen geringen Nutenzahl für 1 Pol und 1 Phase $q=1$ treten in der örtlichen Verteilung am Läuferumfang diese groben Abstufungen auf, die aber um so mehr treppenförmig gemildert werden, je größer q gemacht wird. Es können dann an Stelle dieser treppenförmigen Begrenzungslinien Sinuslinien gesetzt werden, was die Berechnung der Durchflutung erleichtert. Trotz ihrer verschiedenen Gestalt schwankt der Scheitelwert der Durchflutung nur im Verhältnis $\sqrt{4}:\sqrt{3}$, was gegenüber dem Mittelwert nur eine Schwankung von $\pm 7\%$ bedeutet und in Wirklichkeit infolge dämpfender Einflüsse der Induktivität der Ständerwicklung noch nicht erreicht wird. Es kann deshalb auch das von dieser trotz steter Verdrehung fast unveränderlichen Durchflutung erzeugte Feld ebenfalls als von gleichbleibender Größe angenommen werden. — Für $q=1$ wird der Scheitelwert der magnetomotorischen Kraft der Ersatzsinuslinie, wenn man mit w_p' die Windungszahl für 1 Polpaar und 1 Phase bezeichnet, $M = 0,8 w_p' \mathfrak{S}_1 m$ allgemein für m Phasen.

Wird aber, wie dies bei neueren Maschinen stets der Fall ist, die Spule mit den w_p' Windungen in q Spulen unterteilt, d. h. also für jede Phase und 1 Pol q Nuten vorgesehen, so wird die MMK einer solchen in Nuten verteilten Wicklung kleiner und es ist der obige Ausdruck für M mit einer als Wicklungsfaktor f_w bezeichneten Vorzahl < 1 zu multiplizieren. Also allgemein für 1 magnetischen Kreis

$$\begin{aligned} M &= 0,8 f_w m w_p' \mathfrak{S}_1 \text{ Ampere} \\ &= 3,4 f_w w_p' J_1 \quad \text{für Dreiphasenstrom } m=3 \\ &= 2,27 f_w w_p' J_1 \quad \text{für Zweiphasenstrom } m=2. \end{aligned}$$

Der Wicklungsfaktor f_w hängt ab von der Aufteilung der w_p' Windungen auf die q Teilspulen und ist (nach Arnold, Wechselstromwicklungen, Bd. III) für 3phasige Wicklungen untenstehende Tabelle errechnet.

$q=2$	3	4	5	6	∞
$f_w = 0,966$	0,960	0,958	0,957	0,957	0,956

(Weitere Tabellen für 1- und 2-Phasenstrom usw. s. Arnold wie oben.)

Indem nun diese Durchflutung auf den Luftspalt wirkt, wird, wenn man dessen räumliche wirkliche Größe δ mit Rücksicht auf die Nutenteilung und den

Verlauf des Feldes im Eisen des Ständers und Läufers auf den Wert δ'' entsprechend vergrößert, die Felddichte im Luftspalt

$$B_{\max} = \frac{M}{2\delta''} = \frac{1,7 f_w w_p' J_1}{\delta''} \quad \text{für 3-Phasenstrom.}$$

Da die Feldverteilung am Umfang des Läufers auch als sinusförmig angenommen werden darf, wird das Gesamtfeld, wenn mit l die wirksame axiale Länge bezeichnet wird, mit τ die Polteilung je in cm und mit $\mathfrak{N}_1 = w_p' \times 2 \times 3 \cdot p$ die Gesamtzahl aller Drähte im Ständer

$$\mathfrak{F}_l = \frac{2}{\pi} B_{\max} \tau \times l = 0,18 f_w \frac{J_1 \mathfrak{N}_1 \tau l}{\delta'' p}.$$

Dieser Eigenschaft wegen: nämlich ein nahezu unveränderliches Feld, das sich mit einer der Kreisfrequenz des Wechselstromes nahezu proportionalen Winkelgeschwindigkeit ω' dreht, hervorzubringen, heißt der symmetrische dreiphasige Wechselstrom auch kurzweg Drehstrom. Im 2poligen Feld ist $\omega' = 2\pi f$, im mehrpoligen dagegen $\omega' = 2\pi f p$. Ferner stellt $2 \times 0,8 \delta'' B_{\max}$ den Größtwert der erforderlichen Durchflutung D für 1 magnetischen Kreis dar, also wenn man mit D_l die für eine $2p$ -polige Maschine erforderliche Gesamtdurchflutung bezeichnet; $0,8 \delta'' B_{\max} = \frac{D_l}{2p}$ oder $= \frac{\sqrt{2} f_w \mathfrak{N}_1 J_1}{2\pi p}$, wenn man für B_{\max} obigen Wert

einsetzt und daraus $J_\mu = \frac{\pi D_l}{\sqrt{2} f_w \mathfrak{N}_1}$; d. h. sind D_l Ampere Durchflutung nötig, um

durch jeden magnetischen Kreis eines solchen aus einem dreiphasig bewickelten Ständer und eisernem Läufer bestehenden Maschinengestells F_l Kraftlinien hindurchzutreiben, so ist der dafür nötige magnetisierende Strom J_μ durch obige Formel zu berechnen. Da ein solcher rein magnetisierender Strom eine gegenüber der Sinuslinie stark verzerrte Kurvenform zeigt mit einem Scheitelfaktor $\sigma > \sqrt{2}$, so schreibt man besser $J_\mu = \frac{\pi D_l}{\sigma f_w \mathfrak{N}_1}$, wobei σ etwa $= 1,47$ gesetzt werden kann.

Ähnlich wie 3-Phasenstrom wirkt auch 2- und 6-Phasenstrom, überhaupt jedes symmetrische Mehrphasensystem bei entsprechender räumlicher Verschiebung der einzelnen Phasenspulen.

(1311) Das Drehmoment. Das Drehfeld induziert in dem Eisen des Läufers EMK_s, die ihrerseits Wirbelströme hervorbringen. Nach dem Lenzschen Gesetze muß die Wirkung dieser Induktion so sein, daß sie der Ursache entgegenwirkt, d. h. daß der Läufer das drehende Feld in bezug auf sich selbst zum Stillstand bringen will. Da er nun selbst drehbar angeordnet ist, so kann er dies dadurch, daß er sich selbst mit dem Drehfeld zu drehen sucht, d. h. durch das Drehfeld wird auf die Wirbelströme des Läufers ein Drehmoment im Sinne des Drehfeldes ausgeübt und er damit in Bewegung gesetzt, wodurch gleichzeitig die Geschwindigkeit des Drehfeldes relativ zu der des Läufers vermindert wird. Jedoch kann der Läufer nie die Winkelgeschwindigkeit des Drehfeldes bekommen, solange er ein Lastdrehmoment zu überwinden hat, denn dann, d. h. im Synchronismus gäbe es für den Läufer kein Drehfeld mehr, damit würden auch die Wirbelströme verschwinden und damit auch das Läuferdrehmoment: Der Läufer kann daher nur asynchron, d. h. mit geringer Winkelgeschwindigkeit als das Drehfeld umlaufen, er bleibt relativ zum Drehfeld zurück, welche Erscheinung man als Schlüpfung bezeichnet.

(1312) Der Aufbau des Läufers. Um ein recht kräftiges Drehmoment zu erzeugen, muß also die Ausbildung von Läuferströmen unterstützt werden, was

am besten in der Weise geschieht, daß der Läufer am Umfang mit in Nuten versenkten Kupferstäben ausgerüstet wird, die ihrerseits auf beiden Seiten durch Kupfer- oder Bronzeringe kurzgeschlossen werden. Auf diese Weise entsteht der Kurzschluß- oder Käfigläufer (Abb. 105). Man kann aber auch dem Läufer eine normale 3-Phasenwicklung von der Polzahl des Ständers geben und entweder die 3 Anfänge und Enden je kurzschließen — oder aber die letzteren mit Hilfe von 3 Schleifringen aus dem Läufer herausführen, um deren Kurzschluß erst über einen außerhalb befindlichen veränderlichen Widerstand-Anlasser oder auch Schlupfwiderstand genannt — herbeizuführen, was bei großen Motoren erwünscht ist, um deren Anlaufstrom unter Last zu vermindern, oder was zum Zweck der Drehzahlregelung nötig werden kann. Dies führt zu den sog. gewickelten oder Schleifring-Läufern. Für kleine Motoren werden die Läufer auch zweiphasig gewickelt. Der Läufer wird stets aus Blechscheiben wie die Gleichstromanker aufgebaut. Motoren dieser Art heißen: Dreiphasen-Wechselstrom-Asynchron-Motoren, auch Induktions- oder kurzweg Drehstrom-Motoren.



Abb. 105.

(1313) Drehmoment und Schlüpfung. Die relative Drehzahl des Läufers, geteilt durch die synchrone des Ständerfeldes, ist ein Maß für die Schlüpfung und wird meist in Prozenten angegeben, so daß also 100% Schlüpfung: Stillstand, 0% Schlüpfung: Synchronismus bedeuten. Im regelrechten Betrieb beträgt die Schlüpfung $2 \div 6\%$, je nach Modellgröße, meist jedoch 4%. Offenbar besteht zwischen Drehmoment und Schlüpfung ein Zusammenhang, den man darstellen kann durch die Gleichung

$$M = 0,01625 (p/s f_1) m_2 \mathfrak{J}_2'^3 r_2' = 0,0724 f_{w_2} m_2 p \omega_2' \mathfrak{J}_2' \mathfrak{F}_\sigma' \sin(90 - \delta) 10^{-7} \text{ mkg}$$

brutto. Hierin bedeutet s die Schlüpfung $= \frac{n_1 - n_2}{n_1}$ und n_1 und n_2 die Drehzahlen des Ständerdrehfeldes bzw. des Läufers, f_1 die Periodenzahl des Ständerwechselstromes, J_2' den Strom in der Wicklung des gewickelten Läufers, r_2' den Widerstand 1 Phase der Läuferwicklung, m_2 die Phasenzahl derselben. $m_2 J_2'^2 r_2'^2$ bedeutet den Stromwärmeverlust der im Läufer induzierten Ströme, also den Anteil der zugeführten elektrischen Energie, der nicht in mechanische Leistung umgesetzt wird, und zwar ist dieser Betrag der Schlüpfung proportional; denn bei festgehaltenem Läufer $s = 100\%$ würde die ganze zugeführte elektrische Energie in Stromwärmearbeit umgewandelt werden; dagegen ist bei Synchronismus $s = 0$ keine Stromwärmearbeit im Läufer möglich. Vom obigen Bruttodrehmoment gehen noch ab das für Überwindung der mechanischen Reibung und der Eisenverluste nötige Drehmoment, der Rest stellt das nutzbare Drehmoment dar (s. auch Nr. 1315).

Das Läuferdrehmoment entsteht dadurch, daß seine stromdurchflossenen Leiter sich im Bereich des konstanten Drehfeldes befinden, auf die alsdann (s. Nr. 1198) ein mechanischer Druck ausgeübt wird. Das fragliche Feld ist aber nicht mehr das Ständerdrehfeld allein, sondern das in bekannter Weise (s. auch Nr. 1273) aus Ständer- und Läufer-Drehfeld zusammengesetzte Betriebsfeld \mathfrak{F}_σ' ; s. auch obige Formel für M . Von großem Einflusse auf die Motoreigenschaften ist dabei die als Streuung bekannte Erscheinung, wonach kleine Teile des Ständerfeldes sowohl wie des Läuferfeldes an der Bildung des gemeinsamen Betriebsfeldes nicht teilnehmen, sondern je ein Eigendasein führen und durch Verkettung nur mit ihren eigenen Windungen in diesen EMKE E_s — Streuspannungen genannt — hervorrufen, d. h. deren Wirkwiderstände durch in-

duktive Blindwiderstände erhöhen zu Scheinwiderständen. Abb. 106 zeigt die Zusammensetzung der Vektoren der verschiedenen Felder (s. Nr. 1222) und der von ihnen erzeugten Spannungen in Volt für 1 Phase und 1 Polpaar.

E_1' ist die im Ständer vom Betriebsfeld erzeugte G.EMK

$$= 4,44 f_{\pi 1} w_1' p f_1 \mathfrak{F}_\vartheta 10^{-8},$$

E_3' ist die im Läufer erzeugte EMK $= 4,44 f_{\pi 2} w_2' p f_2 \mathfrak{F}_\vartheta 10^{-8}$,

E_{s_1}' = die im Ständer vom Streufeld \mathfrak{F}_{s_1} erzeugte Streuspannung

$$= 2 \pi f_1 L_{s_1}' J_1' = \omega_1 L_{s_1}' J_1'$$

und

$$E_{s_2}' = \text{die Läuferstreuungsspannung} = \omega_2 L_{s_2}' J_2'.$$

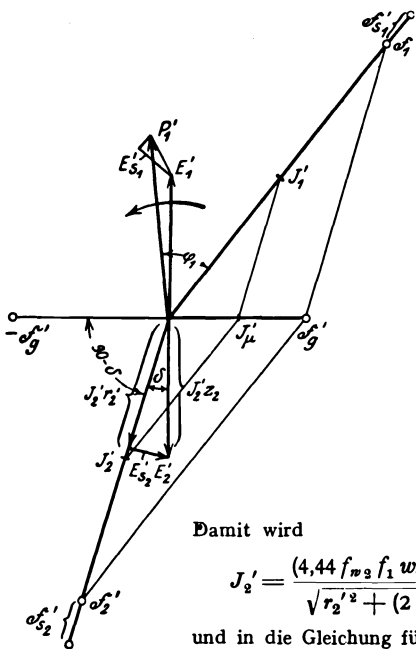


Abb. 106.

Der Läuferstrom J_2 wird nun hervorgerufen dadurch, daß die in den Läuferwicklungen für 1 Phase induzierte EMK E_3' , auf deren Scheinwiderstand wirkt, also $\mathfrak{Z}_2 = E_2'/z_2'$. Die räumliche Winkelgeschwindigkeit des Betriebsfeldes ist die des reinen Ständerfeldes $\omega_1' = 2 \pi f_1/p$, diejenige dagegen relativ zur mechanischen Läuferwinkelgeschwindigkeit

$$\omega_1' - \omega_2' = 2 \pi f_1 s' p = 2 \pi f_2/p,$$

wo also $f_2 = s' f_1$ die Frequenz der EMK und damit auch des Stromes im Läufer bedeutet.

Der Scheinwiderstand der Läuferwicklung für 1 Phase z_2' setzt sich zusammen aus dem (Echt- bzw.) Gleichwiderstand r_2' und der Streureaktanz

$$\omega_2 L_{s_2}' = 2 \pi f_2 L_{s_2}' = 2 \pi s' f_1 L_{s_2}'.$$

Damit wird

$$J_2' = \frac{(4,44 f_{\pi 2} f_1 w_2' p \mathfrak{F}_\vartheta 10^{-8}) s'}{\sqrt{r_2'^2 + (2 \pi f_1 L_{s_2}') s'}^2} = \frac{C_1 s'}{\sqrt{r_2'^2 + s'^2 C_2^2}}$$

und in die Gleichung für M eingesetzt, gibt eine Gleichung der Form

$$M = C' \frac{s'}{r_2'^2 + C_2 s'^2},$$

da alle anderen Größen konstant sind, d. h. zum Teil vom Aufbau, zum Teil von der aufgedrückten Spannung abhängen. Die durch diese Funktion bestimmte Kurve hat die in Abb. 107 dargestellte Form mit einem Größtwert von M für

$s' = \frac{r_2'}{\omega_1 L_{s_2}'}$. Für jeden Wert von r_2' ergibt sich eine andere Kurve und jedesmal

wird M_{\max} — das sog. Kippmoment — bei einem anderen und zwar größeren Wert für s' erreicht, je größer r_2' wird. Da die Stromwärmeverluste im Läufer mit r_2' zunehmen, so macht man den Widerstand r_2' der Läuferwicklung selbst für Dauernennbetrieb so klein wie irgend möglich, womit man dann bei einem Nutzdrehmoment von dem 0,5 ÷ 0,4fachen des Kippmomentes eine Schlüpfung von etwa 4%, d. h. einen guten Wirkungsgrad und eine 2- bis 2,5fache Überlastungsfähigkeit erhält. Wird das Lastmoment über den Höchstwert des

Läuferdrehmomentes gesteigert, so bleibt der Motor nach einem starken Drehzahlabfall schließlich stehen. Andererseits zeigt die Abb. 107, daß das Anlaufdrehmoment, d. h. für $s = 100\%$, zunächst mit zunehmenden r_2' ebenfalls wächst, bei $r_2' = 2 \pi f_1 L_2'$ gerade den Höchstwert erreicht und bei weiterer

zunahme von r_2' wieder abnimmt, was Abb. 108 nochmals zeigt, wo das Anlaufmoment in Abhängigkeit vom veränderlichen Läuferwiderstand r_2' dargestellt ist. Die M -Kurve der Abb. 107 hat aber auch jenseits des Bereichs von $s = 0$ bis $s = 100$ noch eine physikalische Bedeutung: zunächst wird für n_2 negativ $s > 100$, was bedeutet, daß beim Antrieb des Läufers durch ein äußeres Drehmoment rückwärts, d. h. entgegen dem Sinn des Ständerdrehfeldes, auch ein bremsend wirkendes Drehmoment auftritt, wobei dann nicht bloß die dem Ständer zugeführte elektrische Energie, sondern auch die mechanische Bremsarbeit im Läuferwiderstand in Wärme verwandelt wird, weil

$$m_3 J_2^2 r_2' \sim s > 100\%$$

ist. Die Maschine wird also für den Bereich $s > 100$ zur Bremse. Wird ebenfalls durch ein äußeres Drehmoment der Läufer übersynchron betrieben $s < 0$, d. h. negativ, so tritt ein diesen Drehsinn verhinderndes — also ebenfalls bremsend wirkendes — Drehmoment im Läufer auf; aber es wird nun die äußere mechanische Arbeit in elektrische Energie umgewandelt und in das Netz — von dem die Maschine nicht getrennt werden darf — zurückgeschickt, d. h. die Maschine wird zum asynchronen Generator. Abb. 109 zeigt die Betriebskurven auch für diese Anwendungsweisen der Maschine und außer dem Verlauf von M noch den vom Ständerstrom J_1 , von N_2 , d. h. der dem Läufer als Motor nutzbar entnommenen bzw. als Bremse oder Generator zugeführten mechanischen Leistung, ferner von N_1 , d. h. von der dem Ständer als Motor oder Bremse zugeführten oder als Asynchrongenerator entnommenen elektrischen Energie und schließlich vom Leistungsfaktor $\cos \varphi$, der bei einer bestimmten Leistung einen Höchstwert von etwa $0,8 \div 0,95$ annimmt, sonst aber wesentlich darunter bleibt, namentlich im Anlauf und im Leerlauf.

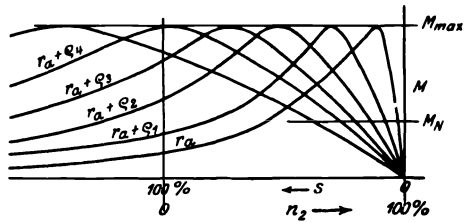


Abb. 107.

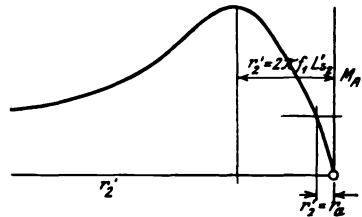


Abb. 108.

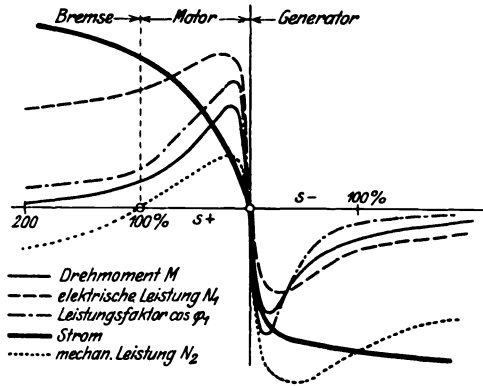


Abb. 109.

(1314) **Anlassen und Anlasser.** Ständer- und Läuferstrom stehen, da ja durch E_1' bzw. E_2' bedingt, miteinander im Zusammenhange, und zwar darf mit genügender Annäherung (s. Theorie der Umspanner) gesetzt werden $J_1 w_1 = J_2 w_2$, wo w_1 und w_2 die Gesamtwindungszahlen des Ständers bzw. Läufers bedeuten. Solange der Läufer steht, ist die Ständer-GEMK Null und infolgedessen der Ständer- und auch der Läuferanlaufstrom groß, und zwar so sehr, daß nur kleine Motoren mit dem betriebsmäßigen Läuferwiderstand unmittelbar an die volle Netzspannung gelegt werden dürfen. Man bedarf also auch für den Drehstrommotor eines Anlassers, doch schaltet man den Anlaßwiderstand nur selten zwischen Netz und Ständer, sondern in den Läuferkreis, teils weil es bei Wechselstrom auch andere Mittel gibt, die zum Anlauf gefährlich hohe Spannung herabzusetzen, als Widerstände, teils weil das Drehmoment mit dem Quadrat der Ständerspannung sinkt. Ein regelbarer Anlaßwiderstand im Läuferkreis gestattet dagegen den Ständerstrom im Anlauf selbst bei unmittelbarem Anschluß an die volle Netzspannung klein zu halten, ja sogar mit dem größten Drehmomente anzufahren wie Abb. 108 lehrt, und dieses bis zum Ende des Anlaufs beizubehalten, d. h. also einen raschen und damit verlustarmen Anlauf zu erzielen, außerdem, wenn nur auf genügende Wärmeabführung Rücksicht genommen ist, auch die Drehzahl herunterzu regeln bis zum Stillstand, Eigenschaften, die insbesondere aus Abb. 107 folgen. (Weiteres über den Anlaßvorgang s. auch Nr. 1292). Für derartige Anlasser gilt im übrigen alles,

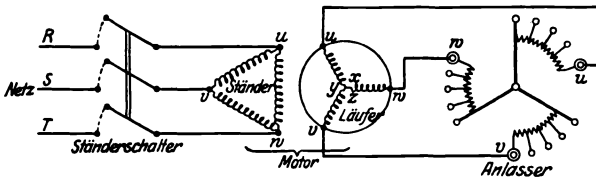


Abb. 110.

was unter Nr. 1292 und 1293 über Gleichstromanlasser gesagt wurde; natürlich muß der Stufenschalter wie der eigentliche Widerstand für 3 bzw. 2 Phasen ausgebildet sein (s. Abb. 110). Doch brauchen nicht notwendigerweise alle 3 Phasenwiderstände gleichmäßig abgeschaltet zu werden, sondern es ist auch eine unsymmetrische Schaltung zulässig, wodurch sich die Zahl der Schaltkontakte verringern läßt, weshalb man besonders bei Verwendung von Steuerwalzen hiervon Gebrauch macht. Im Gegensatz zum Gleichstromanlasser gibt es hier keine Unterbrechung des Läuferkreises, weil sowohl unnötig als gefährlich. Aus- und Einschalten des Motors geschieht nur durch den Ständerschalter; damit keine Fehlschaltungen gemacht werden können in dem Sinn, daß der Ständerschalter bei kurzgeschlossenem Anlaßwiderstand eingelegt wird, kann man beide mechanisch oder elektrisch gegeneinander verriegeln. Ersteres bei Motoren mittlerer Größe bis etwa 500 Volt Spannung am besten in der Weise, daß der Anlasser an das Ständergehäuse angebaut wird und beide Schaltvorrichtungen mechanisch in Abhängigkeit gebracht werden; letzteres hauptsächlich bei sehr großen und bei Hochspannungsmotoren durch Verriegelungskontakte am Anlasser, die auf den elektromagnetisch betätigten Ständerschalter wirken. Um die Stromwärmeverluste in den Leitungen zwischen Schleifringen und Anlasser und auch die für Bürstenreibung zu ersparen, schließt man bei Motoren für Dauerbetrieb die Schleifringe selbst durch eine besondere Schaltvorrichtung kurz und hebt dann die Bürsten ab. Diese Kurzschluß- und Bürstenabhebevorrichtungen müssen ebenfalls in zwangsläufige Abhängigkeit gebracht werden, um gefährliche Fehlschaltungen zu vermeiden, was wiederum am einfachsten und sichersten bei angebauten Anlassern möglich ist, indem mit dessen Handrad auch diese Vorrichtungen mechanisch verbunden werden.

Da Schleifringanker stets teuer werden, sucht man besonders bei kleineren Motoren mindestens die Schleifringe zu vermeiden. Zu dem Zwecke kann man, wenn hohes Anlaufmoment gefordert wird, den Anlasser auf der Läuferwelle mitdrehend anordnen und die mit steigender Drehzahl wachsende Zentrifugalkraft eines Schwungpendels zur Verstellung des Stufenschalters benutzen. Bei Motoren bis zu etwa 5 KW und bei größeren, die aber nur geringes Anlaufmoment erfordern, kann man zum billigen Käfigläufer übergehen, muß dann aber die Netzspannung nur stufenweise auf den Ständer schalten. Zu diesem Zwecke werden für erstere, außer den wenig empfehlenswerten Ständeranlassern mit Widerstandsabschaltung, hauptsächlich Anlaßschalter gebraucht, die den Ständer zuerst in Y an das Netz schalten, so daß also eine Phase nur $1/\sqrt{3} \times$ Netzspannung erhält, und dann, wenn der Läufer nahezu auf volle Drehzahl gekommen ist, in Δ also auf volle Netzspannung für 1 Phase: Stern-Dreieckschalter. Es genügt hierfür nach Abb. 111 ein dreipoliger Hebelumschalter, doch empfiehlt sich auch hier die Steuerwalzenform, zumal dann auch die Ständerschaltung zwangsläufig verbunden werden kann. Das Anlauf-Drehmoment sinkt dabei freilich auf $1/3$, dessen bei voller Netzspannung, aber auch der Anlaßstrom von etwa dem 6- bis 7fachen des Nennstroms auf das $2 \div 2,5$ fache. Beim Umschalten von Δ auf Δ tritt freilich nochmals ein oft recht erheblicher Stromstoß auf, der aber wegen seiner kurzen Dauer weniger stört. Indes bauen die S.-S.-W. Δ -Umschalter ohne Unterbrechung, wodurch auch dieser Stromstoß sehr heruntergedrückt wird. Da die für den Anlaßstrom bemessene Schmelzsicherung den Motor im Betrieb nicht gegen Überlastung schützt, empfiehlt sich die Verwendung einer zweiten schwachen Sicherung hierfür mittels Umschalters, wenn man nicht auf die Sicherung im Anlauf verzichten kann (s. Abb. 111).

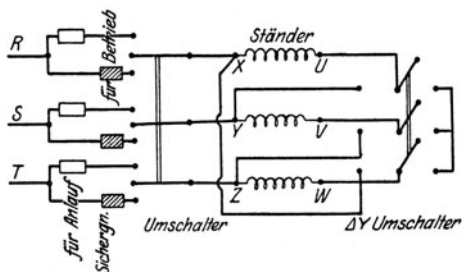


Abb. 111.

Die stufenweise Schaltung auf Netzspannung läßt sich auch in sehr befriedigender Weise mit Anlaßtransformatoren erreichen (s. Regelumspanner). Für stark belasteten Anlauf empfiehlt sich für diese beiden Anlaßarten, wenn technisch ausführbar, der Anbau einer Kupplung zwischen Motor und Arbeitsmaschine, die deren allmählichen Anlauf gestattet (Fliehkraftkupplung).

Schließlich kann man auch den Motor zugleich mit einem ihm allein zugehörigen Drehstromerzeuger anlassen, von welchem Verfahren man z. B. zum Anlassen am Grubenpumpenmotoren von über Tag aus Gebrauch macht. Es darf dann an dem zum Anfahren benutzten Stromerzeuger kein weiterer Motor mehr angeschlossen sein und dieser muß von Anfang an volle Erregung besitzen, weshalb Erregung aus besonderer Stromquelle vorzusehen ist.

(1315) Verluste, Wirkungsgrad und Leistungsfaktor. Die bei der Energieumsetzung auftretenden Verluste sind von derselben Art wie bei Gleichstrommotoren (s. Nr. 1289) und lassen sich in bekannter Weise berechnen. Aus dem Wirkungsgrad η berechnet sich die zuzuführende elektrische Leistung

$$N_z = \frac{N_n}{\eta} W = \frac{735 \text{ PS}^1)}{\eta} \approx 880 \text{ PS} = \sqrt{3} J P \cos \varphi,$$

¹⁾ PS = Nutzleistungswert gemessen in Pferdestärken.

damit

$$J = \frac{735 \text{ PS}}{\sqrt{3} \cos \varphi \eta P} \approx \frac{880 \text{ PS}}{1,5 P} \approx \frac{585 \text{ PS}}{P}$$

für mittlere Leistungen. Der Wirkungsgrad hängt ebenfalls in bekannter Weise mit der abgegebenen Nutzleistung zusammen (s. Abb. 112, Belastungskennlinien eines Pöge-Motors). Auch der Leistungsfaktor ist von ihr abhängig und im Leerlauf oder schwacher Belastung recht klein, besonders bei Schleifringläufern (s. Abb. 113)¹⁾ und bei geringer Drehzahl.

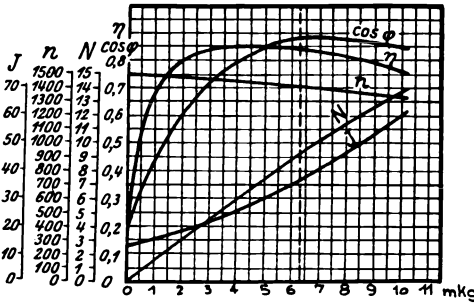


Abb. 112.

schwankender Belastung und häufiger Drehsinnänderung oftmals größeren Luftspalt, als für leichte Betriebsverhältnisse zulässig.

Die Größe des Leistungsfaktors ist letzten Endes bedingt durch die Streuverhältnisse und die werden bei großem Luftspalt, und kleiner Pol-

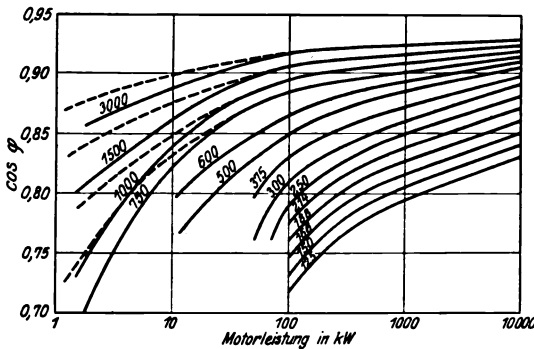


Abb. 113.

teilung ungünstiger; kleine Polteilung bedeutet aber viele Pole und das ist geringe Drehzahl. Der verhältnismäßig große Blindstrom, den ein Drehstrommotor erfordert, ist ein Mangel, da dadurch ein Netz, namentlich wenn es viele kleine oder schwach belastete Motoren zu speisen hat, einen schlechten Gesamtleistungsfaktor bekommen kann, z. B. bis herunter $\cos \varphi = 0,45!$ Über die Aufhebung des Blindstromes s. 1308 u. 9.

¹⁾ In Abb. 113, die einer Veröffentlichung der S.-S.-We. entnommen ist, beziehen sich die gestrichelten Kurven auf Käfig-, die anderen auf gewickelte Läufer.

(1316) Das Heyland-Diagramm macht von der theoretisch wie auch praktisch genügend genau zutreffenden Tatsache Gebrauch, daß die Endpunkte der Ständerstromvektoren, wenn diese ihrer durch $\cos \varphi$ bedingten Richtung gemäß an den Spannungsvektor angetragen werden, alle auf einem Kreise liegen — dem Heylandkreise. Es gestattet einen guten Überblick über das Verhalten des Motors in Anlauf und Betrieb, ja auch als Bremse und als übersynchroner Generator.

Mißt man nämlich an einem ausgeführten Motor Strom, Spannung und Leistung je im Leerlauf und im Kurzschluß, s. Untersuchung von Umspannern, d. h. bei festgehaltenem Läufer und gleichzeitig so niedriger Ständerspannung, daß der Ständerstrom höchstens auf den 1,5- bis 2fachen Nennwert steigt, und zeichnet die beiden Vektoren gegenüber dem Spannungsvektor auf, wobei der des Kurzschlußstromes auf die volle Netzspannung proportional umzurechnen ist, so

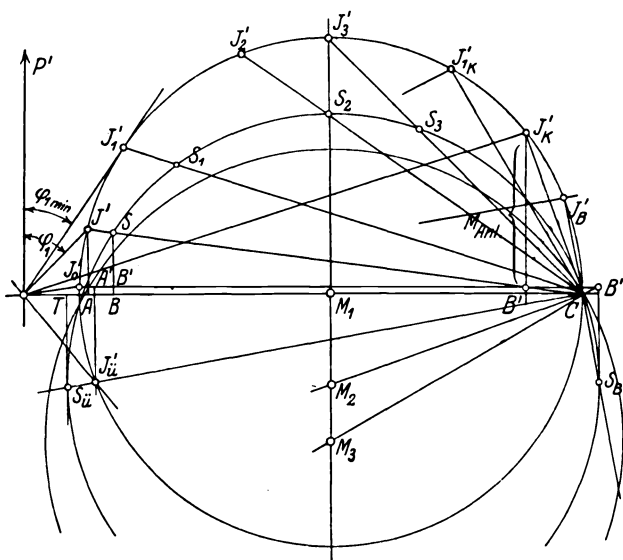


Abb. 114.

bestimmen (s. Abb. 114) die beiden Punkte J'_0 und J'_k den Kreis, da dessen Mittelpunkt M_1 auf der zum Spannungsvektor \perp Geraden OC liegt. Die Strecke OJ'_0 ist dann ein Maß für den jeweiligen Ständerstrom, dessen Phasenverschiebung durch den $\sphericalangle J'_0OP$ dargestellt wird. Das Lot J'_0A stellt den Wirkstrom vor und seine Maßzahl multipliziert mit der Phasenspannung P' gibt die für 1 Phase zugeführte elektrische Leistung $J P \cos \varphi = N_e$ Watt. $J'A$ ist ferner proportional dem Brutto-Drehmoment; zieht man durch J'_0 eine Parallele zu OC , so schneidet diese $J'A$ in A' ; $J'A'$ kann dann als Maß für das Nutzdrehmoment gelten, da AA' das für mechanische und magnetische Reibung erforderliche Moment bedeutet. Errichtet man ferner auf J'_kC in C ein Lot, das den in M_1 senkrechten Durchmesser in M_2 schneidet, so erhält man in dem aus M_1 mit Radius M_1C beschriebenen Kreise den sog. Leistungskreis. Das Lot SB' ist dem Wirkstrom der Nutzleistung proportional und diese selbst danach wie oben in Watt zu berechnen.

Das Verhältnis $J'A : SB'$ ist dann der Wirkungsgrad η . TJ' ist dem Läuferstrom proportional. Auch die Schlüpfungs- und damit Läuferdreh-

zahl kann aus dem Verhältnis $SJ' : CJ'$ errechnet werden. Fällt J' auf J_k' , so wird $s = 1$, für alle Punkte links von J_k' $s < 1$, für solche rechts von J_k' $s > 1$ bis $s = \infty$, wenn J' auf C fallen würde; auf dem Bogen $J_k' C$ spielt sich also der Bremsbetrieb ab. Für den unteren Heylandschen Halbkreis wird s negativ und damit die Läuferzahl übersynchron: Gebiet für den übersynchronen Generatorbetrieb.

Ist m_1' der Maßstab für den Ständerstrom in A/mm, so ist also

$$J_1' = m_1' \times \overline{OJ'} \text{ Ständerstrom in } A.$$

$J_2' = \frac{w_1}{w_2} J_1' = m_2' \times \overline{TC}$ der Läuferstrom, wo w_1 die gesamte Windungszahl des Ständers und w_2 des Läufers ist.

$N_z = 3 m_1' \times \overline{J'A} \times P' = \sqrt{3} JP \cos \varphi$ die zugeführte Gesamtleistung.

$N_n = 3 m_1' \times \overline{SB'} \times P'$ Nutzleistung in Watt.

$$M = \frac{3 m_1' P' \cdot p}{2 \pi f_1 \cdot 9,81} \overline{J'A'} \text{ Nutzdrehmoment in mkg.}$$

Für Sternschaltung des Läufers ist $P' = P/\sqrt{3}$; für Δ Schaltung stellt OJ' den Ständerphasenstrom vor und $P = P$. Man erkennt ferner, daß $\cos \varphi$ ein Größtwert wird für den Betriebszustand, in dem der Stromvektor den Heylandkreis berührt; ebenso hat das Drehmoment und die Nutzleistung je einen Höchstwert, die aber nicht gleichzeitig auftreten. Der Betriebszustand zwischen Leerlauf und Nennleistung spielt sich auf dem kurzen Kreisbogen zwischen J_0 und etwa dem Berührungspunkt mit dem Stromvektor ab. Bei Überlastung bis zum Kippmoment wird dann noch der Bogen bis J_3' benutzt, wobei in Punkt J_2' die Höchstleistung des Motors eintritt. — Bei generatorischem Betrieb wächst das Gegenmoment zunächst mit der steigenden Drehzahl bis zum Kippmoment; bei weiterer Erhöhung aber geht der Generator mit der Antriebsmaschine durch, weshalb diese gegen Überschreitung dieser Drehzahl gesichert werden muß.

Wird in den Läuferkreis Widerstand ρ' eingeschaltet, so daß dessen gesamter Gleichwiderstand $r_2' = r_a + \rho'$ für 1 Phase ist, so wird der Kurzschlußstrom kleiner und der Punkt J_k wandert auf dem Kreise nach T hin. Damit nimmt das Anlaufmoment $J_k'B$ zunächst zu, bis bei einem gewissen Widerstandswerte von ρ' das Kippmoment erreicht wird, um alsdann mit steigender ρ' wieder abzunehmen. Will man kräftige Bremswirkungen erzielen, so muß man also viel Widerstand in den Läuferkreis schalten. Zeichnet man die zu den jeweiligen Kurzschlußpunkten gehörigen Leistungskreise ein, so erkennt man, daß die Nutzleistung kleiner geworden ist, während Ständer- und Läuferstrom sowie zugeführte Leistung N_z und Nutzdrehmoment gleichgeblieben sind, was davon herrührt, daß der Stromwärmeverlust im Läufer, dem vergrößerten Widerstand entsprechend gewachsen ist; gleichzeitig hat die Schlüpfung zu- und die Drehzahl abgenommen. Die Abstände der Mittelpunkte M_2, M_3 usw. voneinander sind ρ und $M_1 M_2$ ist r_2' proportional, woraus sich der Maßstab für die Widerstände berechnen läßt. Das Diagramm kann auch dazu benutzt werden, die Widerstandsstufen für den Anlasser zu bestimmen, mit der üblichen Bedingung, daß die Spitzenströme alle unter sich gleich sind und einen vorgeschriebenen Höchstwert nicht überschreiten (s. auch Nr. 1292).

In dem Diagramm der Abb. 114 stellt OT (d. h. die Strecke auf OC von O bis zu deren Schnitt mit dem Heylandkreis) den sog. Magnetisierungsstrom $J\mu$ dar, der nötig ist, um den Betriebsfeldfluß durch Luftspalt und Eisen durchzutreiben, und also mit Vergrößerung des Luftspaltes wächst. Der Durchmesser

des Kreises hängt von der Streuung im Ständer und Läufer ab. Die Streuung mißt man durch das Verhältnis

$$\tau_1 = \frac{\text{Ständerstreufluß } \mathfrak{F}'_1}{\text{Ständerhauptfluß } \mathfrak{F}'_1} \quad \text{bzw.} \quad \tau_2 = \frac{\text{Läuferstreufluß } \mathfrak{F}'_2}{\text{Läuferhauptfluß } \mathfrak{F}'_2} \quad (\text{s. Abb. 106})$$

und es ist die Gesamtstreuung $\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_1 \tau_2$. Es verhält sich nun $OT:TO = \tau:1$, wodurch der Kreisdurchmesser bestimmt ist und durch ihn wieder Kippmoment, Überlastungsfähigkeit und der Leistungsfaktor für jeden Betriebszustand, welch letzterer um so größer wird, je näher O an T liegt, d. h. je kleiner $J\mu$ und Luftspalt. Das dargestellte Diagramm verzichtet auf alle Feinheiten und ist daher in dieser Form nur für Motoren > 5 KW Leistung mit ausreichender Annäherung brauchbar. Da man für einen Motor den Magnetisierungsstrom aus den Abmessungen usw. berechnen kann (s. 1310), desgleichen die Streuungsverhältnisse, so kann man nach obigem das Heyland-Diagramm auch für einen nur berechneten, d. h. erst auszuführenden Motor entwerfen und so zum voraus dessen Eigenschaften feststellen.

(1317) Drehzahlregelung. Die Drehzahl eines Drehstrommotors ist gegeben durch die Beziehung $n_2 = n_1(1-s) = 60(f/p) \times (1-s)$. Die Selbstregelung beruht auf der Änderung der Schlüpfung mit der Belastung und ist zwischen Leerlauf und Nennleistung nur sehr gering — ca. 4% — (s. Abb. 107 u. 109, Kurve für kleinsten Läuferwiderstand $r'_2 = r_a$).

Eine willkürliche Regelung kann nur durch Änderung von s oder p erfolgen und man unterscheidet demgemäß Regelung durch Vergrößerung des Schlupfes und durch Vermehrung der Polzahl durch Polumschaltung; beide Arten bewirken stets nur Drehzahlverminderung.

A. Vergrößerung des Schlupfes.

I. Durch Einschalten von Widerstand in den Läuferkreis gemäß Abb. 110 u. 107 kann die Drehzahl bis zum Stillstand verringert werden, doch wächst im Maße der Verminderung der Stromwärmeverlust im Läufer. Diese allerdings einfachste Regelart hat also die Nachteile der Unwirtschaftlichkeit und auch der Unbestimmtheit in bezug auf Drehzahlabfall, da die Vermehrung des Schlupfes stark von dem jeweilig gewünschten Drehmoment abhängt; darum versagt sie im Leerlauf fast völlig und erfordert für geringes Drehmoment einen großen und teuren Regelwiderstand. Trotzdem findet sie im Kranbau und überhaupt bei kleineren Motoren mit nur kurz andauernder Regelung allgemeine Anwendung; sie erfordert freilich einen gewickelten Läufer mit Schleifringen, einen Regelwiderstand nebst Stufenschalter — Schlupfreghler —, der auch zum Anlassen benutzt werden kann, wogegen ein Anlasser im allgemeinen nicht auch als Regler dienen kann (s. auch Nr. 1297).

II. Durch Einschalten der EMK irgendeiner anderen elektrischen Maschine entgegen der Läuferspannung. Eine solche GEMK wirkt auf die Vermehrung des Schlupfes wie ein Widerstand, jedoch mit dem Unterschiede, daß die Schlupfenergie $E'_2 J'_2$ des Läufers nicht in bloße Stromwärme umgesetzt wird, sondern je nach der Art dieser Hintermaschine größtenteils zurückgewonnen wird und zwar als elektrische Energie zur Rückführung ins Netz bei generatorischer und frequenzumformender Wirkung dieser, als mechanische Energie mit Hintermotor. Diese Verbindung 2 (oder mehrerer) Maschinen miteinander führt zum Regelsatz und zur Kaskadenschaltung. Wegen ihrer Umständlichkeit, Platzbedarfs und Kostspieligkeit in der Anlage finden diese Regelsätze nur bei großen Motoren langdauernder und umfangreicher Regelung Anwendung, z. B. für Pumpen- und Ventilatormotoren auf Gruben, Förderhaspel, Walzwerke usw.

1. Rückführung der Schlupfenergie ins Netz kann mittels des Heylandschen Frequenzumformers nebst Stufentransformator geschehen oder

mittels eines Dreiphasen-Kollektor-Generators, dessen Kollektor als Frequenzumformer wirkt. Beide Verfahren haben keine praktische Bedeutung gewonnen.

2. Umwandlung der Schlupfenergie in mechanische Arbeit durch einen Hintermotor. Die so gewonnene mechanische Leistung kann entweder der des Vordermotors zugefügt werden — durch direkte Kupplung bei schnell laufendem oder durch Riemenübersetzung bei langsam laufendem Vordermotor — oder mit Hilfe eines Generators — am einfachsten eines asynchronen — wieder ins Netz als elektrische Energie zurückgeführt werden. Der Hintermotor kann sein:

a) Wiederum ein Drehstrommotor (Kaskadenschaltung im engeren Sinne (s. Abb. 115). Sind beide Motoren direkt gekuppelt, haben ihre Ständerwicklungen die Polpaarzahlen p_1 und p_2 und ist s die Schlüpfung jedes Motors im Einzelbetrieb, so ist die Drehzahler Kaskade $n_2'' = (1 - s) \frac{60f}{p_1 + p_2}$ und die

des Vordermotors allein $n_2' = (1 - s) 60f p_1$. Es sind also die 2 Drehzahlen n_2' und n_2'' möglich ohne wesentlich größere Verluste; dagegen werden Überlastungsfähigkeit und Leistungsfaktor der Kaskade merklich kleiner, so daß auch dieses Verfahren bei seiner größeren Umständlichkeit so selten Anwendung findet, wohl aber in Verbindung mit Polumschaltung (s. unten).

b) Vorteilhafter wird als Hintermaschine ein Einankerumformer benutzt (s. 1336), der vom Schlupfstrom als Synchronmotor (s. 1305) angetrieben wird und am Kollektor Gleichstrom abgibt, der entweder als solcher verwendet werden kann, oder wieder einem Gleichstrommotor zugeführt wird (Regelsatz von Krämer). Diese Anordnung gestattet eine weitgehende und allmähliche Regelung der Drehzahl und außerdem eine Verbesserung des Leistungsfaktors bis auf 1.

c) Die Anordnung läßt sich durch Anwendung eines Drehstrom-Kollektor-Motors (s. Nr. 1324) vereinfachen. Dieser kann seine mechanische Leistung entweder der des Motors zufügen (direkte Kupplung bei hoher, mit Riemenantrieb bei geringer Drehzahl des Vordermotors) oder sie kann mittels Asynchrongenerators wieder als elektrische Leistung ins Netz zurückgeführt werden (Regelsatz von Scherbius). Da Drehstrom-Kollektor-Motoren mit Reihen-, Neben- oder Doppelschluß Eigenschaften gebaut werden können und

der Hintermotor den Regelcharakter des ganzen Satzes bestimmt, so hat man es in der Hand, diesen durch entsprechende Auswahl zu bestimmen.

Diese Regelsätze finden für Antriebe von großen Grubenventilatoren, Pumpen und Walzenstraßen vielfach Anwendung.

B. Veränderung der Polzahl durch Polumschaltung.

Eine normale 2polige Drehstromständerwicklung läßt sich durch Umschaltung in eine 4polige verwandeln usw. und damit die Drehzahl auf die Hälfte usw. vermindern. Eine solche Umschaltung, die zwar mittels einer Steuerwalze für den praktischen Betrieb sich in einfachster Weise erzielen läßt, muß jedoch stets mit Verschlechterung der Betriebseigenschaften in beiden Betriebsweisen und größeren Anschaffungskosten erkaufte werden. Um den Läufer nicht auch umschalten zu müssen, kommt nur ein Käfigläufer in Frage, so daß also zum Anlassen an größeren Motoren noch ein Anlaßtransformator nötig wird und geringes Anlaufmoment Voraussetzung ist. Die 2 Regulier-

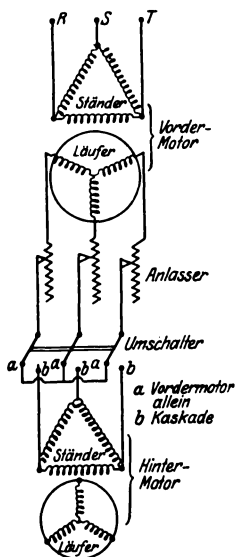


Abb. 115.

stufen werden also teuer erkauft und die Polumschaltung wird daher nur für einige Sondermodelle kleiner Leistung verwendet (Antrieb von Ringspinnmaschinen). Es können natürlich auch andere Drehzahlverhältnisse hergestellt werden, z. B. 2 : 3, 3 : 4 oder 4 : 5; für größere Motoren empfiehlt es sich dann aber, nicht die eine Ständerwicklung umzuschalten, sondern 2 getrennte Wicklungen für die verschiedenen Polzahlen vorzusehen, oder noch besser von der 3- auf die 2-Phasenwicklung mit Hilfe eines Transformators (s. 1331) überzugehen, welche Wicklungen sich ohne Nachteile und einfach umschalten lassen. Will man mehrere Regelstufen, so muß man unbedingt mehrere Wicklungen aufbringen und jede einzelne umschaltbar machen. Noch größeren Regelungsumfang erreicht man, wenn man die Kaskadenumschaltung mit der Polumschaltung in der Weise verbindet, daß man nur den Hintermotor (mit Käfigläufer) umschaltbar macht. So wurde z. B. ein Ventilatorantrieb in folgender Weise ausgeführt: Vordermotor mit Ventilatorwelle direkt gekuppelt, Hintermotor treibt mit Riemenscheibe mit dem veränderlichen Übersetzungsverhältnis 1 : 1 und 1 : 1,6 auf die Ventilatorwelle. Vordermotor 6 feste Polpaare und Schleifringläufer; Hintermotor Kurzschlußläufer, Ständerwicklung auf 1 und 2 Polpaare umschaltbar. Damit ergeben sich folgende Schaltungen, Drehzahlen und Leistungen bei 25 Perioden/Sek.

Polpaare	Drehzahl	Leistung	Riemen- übersetzung
6 Vormot. allein	245	950 PS	—
6 + 1	222	700 „	1 : 1,6
6 + 2	204	550 „	1 : 1,6
6 + 2	185	420 „	1 : 1

(1318) **Umkehrung des Drehsinnes** eines Drehstrommotors erfolgt einfach in der Weise, daß zwei Ständerzuleitungen vertauscht werden, was sich ohne weiteres aus den Abb 103 und 104 ergibt. Diese Umschaltung geschieht durch einen zweipoligen Umschalter meist in Form einer Steuerwalze.

(1319) **Ausführungsarten** von Drehstrommotoren. Der Ständer wird genau wie der Anker eines Dreiphasen-Wechselstromerzeugers (s. Nr. 1279) ausgeführt. Das Gußgehäuse, das den Ständerblechring zu halten hat, kann mit Lager-schildern versehen werden oder bei Motoren etwa über 100 KW-Leistung auf eine mit den Lagern gemeinsame Grundplatte gesetzt werden. Ferner werden genau dieselben Schutzeinrichtungen gegen Fremdkörper, Wasser, schädliche Gase usw. vorgesehen wie bei Gleichstrommotoren und darum als offene, geschlossene und gekapselte Typen, bzw. mit gegen Schlagwetter geschützten Schleifringen ausgeführt (s. Nr. 1287).

(1320) **Einphasen-Induktionsmotoren.** Unterbricht man bei einem laufenden Drehstrommotor eine der Phasen des Ständers, so entsteht im Ständer ein einfaches Wechselstromfeld; trotzdem läuft der Motor nahezu synchron weiter, wenn auch mit entsprechend verminderter Leistung. Dagegen läuft der Läufer im einfachen Wechselstromfeld nicht an; er bedarf erst einer gewissen Drehzahl, um ein genügendes Drehmoment zu entwickeln. Die Erklärung dafür ist: Das durch die Ständerwicklung erzeugte Feld liefert mit dem im drehenden Läufer entwickelten Querfeld zusammen ein Drehfeld, in welchem nunmehr der Läufer wie beim eigentlichen Drehfeldmotor umläuft. Das Drehmoment des Läufers ist bei Stillstand Null, wächst dann langsam mit wachsender Geschwindigkeit bis zu einem Höchstwert, um dann rasch wieder auf Null abzufallen, welchen Wert es beim synchronen Gang erreicht.

Da der einphasige Induktionsmotor erst ein nennenswertes Drehmoment entwickelt, nachdem sein Läufer eine größere Geschwindigkeit erlangt hat, muß der Ständer da, wo diese Umlaufgeschwindigkeit nicht auf mechanischem Wege,

z. B. durch eine Transmission, auf welche der Motor nachher arbeiten soll, erzielt werden kann, eine Hilfswicklung erhalten derart, daß diese mit der Hauptwicklung zusammen ein zweiphasiges Drehfeld erzeugt, wenn durch sie ein gegen den Hauptstrom in der Phase möglichst um 90° verschobener Strom geschickt wird. Ein solcher wird durch Abzweigung vom Hauptstrom unter Einschaltung eines vorwiegend Kapazität oder Selbstinduktion enthaltenden Wechselstromwiderstandes erhalten — Kunstphase genannt — (Abb. 116). Nach vollendetem Anlauf wird der punktierte Schalter geöffnet.

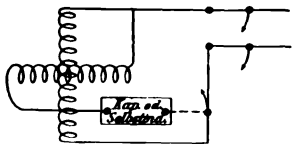


Abb. 116.

Kollektormotoren.

(1321) **Der Reihenschlußmotor.** Stellt man bei einem gewöhnlichen Hauptstrommotor auch das Feldeisen, ähnlich wie das Ankereisen, aus isolierten Eisenblechscheiben her und schickt statt des Gleichstroms einen Einphasenwechselstrom durch die Maschine, so läuft sie, da die Ströme in der Erregerwicklung und im Anker wegen der Reihenschaltung in gleicher Phase sind, ganz ähnlich, wie mit Gleichstrom; nur ist die funkenfreie Kommutierung dadurch erschwert, daß zu der EMK der Selbstinduktion bei der Stromumkehr in der

kurzgeschlossenen Spule noch eine durch das Wechselfeld induzierte EMK hinzukommt, indem die kurzgeschlossene Spule sich diesem gegenüber ähnlich verhält, wie die Sekundärwicklung eines Transformators (s. Nr. 1326). In der Ankerwicklung entsteht bei der Drehung eine elektromotorische Gegenkraft, die aber entsprechend den periodischen Änderungen des Feldes ebenfalls periodisch und mit dem Feld, d. h. dem Strom, in gleicher Phase ist. Außerdem sind die Magnetwindungen

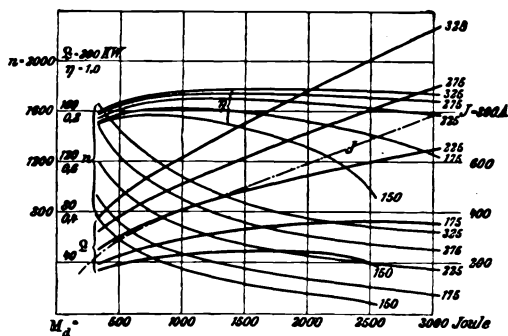


Abb. 117.

und der Anker Widerstände mit Selbstinduktion, es entsteht also in ihnen gleichzeitig eine EMK, deren Vektor gegen J um 90° in der Phase zurück ist. Die Selbstinduktion im Anker, welche durch das vom Anker allein erzeugte Feld (Ankerrückwirkung) hervorgerufen wird, läßt sich durch eine vom Ankerstrom durchflossene Kompensationswicklung aufheben (s. Nr. 1273); hierdurch wird die Phasenverschiebung φ zwischen Strom und Spannung vermindert, also $\cos \varphi$ vergrößert. Außerdem aber bedarf es noch eines Querfeldes, durch welches einmal die oben erwähnte, in den kurzgeschlossenen Spulen durch das Hauptfeld induzierte EMK e_k vernichtet wird, welche gegen letzteres um 90° in der Phase zurück ist zweitens muß dieses Querfeld die zur Stromumkehr nötige EMK e_u erzeugen, die in der Phase mit J übereinstimmt. Die Phase eines durch Hilfswicklung erzeugten Querfeldes muß also so gewählt werden, daß die in der kurzgeschlossenen Spule erzeugte EMK die Resultierende aus $-e_k$ und e_u wird, d. h. dem Hauptfeld um mehr als 90° und weniger als 180° vorausseilen. Diese Hilfswicklung wird auf Wendepolen (s. Nr. 1274) untergebracht, während die Kompensationswicklung gleichmäßig am Umfang des Feldes verteilt wird, welches bei dieser Art von Motoren keine ausgeprägten

Polansätze erhält, sondern genau so aufgebaut wird wie der Ständer (Abb. 70 bis 73), während der Anker eine normale Gleichstromwicklung (s. Nr. 1263) trägt. — Abb. 117 zeigt die Kennlinien eines nach diesen Grundsätzen gebauten Motors der Siemens-Schuckert-Werke. Besonders die Kurven, die n als Funktion von M_d darstellen, besitzen genau denselben Verlauf wie diejenigen für den entsprechend geschalteten Gleichstrommotor. Die Zahlen am Ende der Kurven geben die Spannung an, die hier durch einen Regeltransformator abgestuft wird; die so erzielte Regelung der Drehzahl ist, entgegen der Widerstandsregelung des Reihenschluß-Gleichstrommotors, verlustlos. Dieser Motor wird hauptsächlich zum Antrieb von Hauptbahnlokomotiven verwandt und bis zu tausenden PS Leistung ausgeführt (s. auch Dr. J. Döry, Bahnmotoren u. El. u. Maschinenb. 1923).

(1322) Der einphasige Repulsionsmotor. Bei einem mit Wechselstrom betriebenen Reihenschlußmotor kann man die zur Kompensation der Ankerrückwirkung dienende Wicklung K des Ständers, anstatt sie mit den Windungen des Feldes F und dem Anker in Reihe zu schalten (ausgezogene Linien

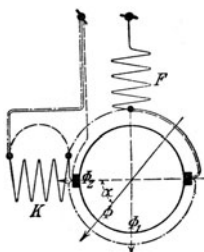


Abb. 118.

in Abb. 118), auch in sich kurzschließen und so durch die Induktionswirkung des Ankerstroms die kompensierenden Amperewindungen erzeugen (gestrichelte Verbindungen in Abb. 118). Dann können aber auch Anker- und Kompensationswicklung vertauscht werden, d. h. ersterer kurzgeschlossen und K mit F in Reihe geschaltet werden (strichpunktierte Verbindungen. In diesem Falle setzt sich das von F erzeugte Feld \mathfrak{F}_1 mit dem von K erzeugten \mathfrak{F}_2 zu einem resultierenden Feld \mathfrak{F} zu-

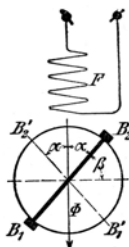


Abb. 119.

sammen, dessen Achse mit der Verbindungslinie der Bürsten den Winkel α einschließt; beide Wicklungen können also durch eine einzige Ständerwicklung F ersetzt werden, mit deren Feldachse die Verbindungslinie der kurzgeschlossenen Bürsten $B_1 B_2$ den spitzen Winkel α einschließt (Abb. 119). Dies ist die Schaltung des Thomsonschen Repulsionsmotors, der den Vorteil besitzt, daß der umlaufende Anker ganz außer Verbindung mit den den Strom zuführenden Leitungen steht, so daß die Ständerwicklung ohne Gefahr an ein Hochspannungsnetz angeschlossen werden kann. Der Motor hat Reihenschlußcharakter und seine Kennlinien entsprechen denen der Abb. 117. Der große Vorteil dieser Type besteht in der einfachen und verlustlosen Drehzahlregelung in dem weiten Bereich von Stillstand bis zum etwa 1,2fachen des Synchronismus durch bloße Bürstenverschiebung, durch die auch sogar der Drehsinn sich umkehren läßt.

Eine weitere Verbesserung hat der Thomsonsche Motor durch Déri erfahren, der die Kurzschlußbürste eines jeden Poles in 2 gespalten hat, von denen aber der eine Satz feststeht, während der andere gedreht werden kann; hierdurch wird der Verstellungswinkel doppelt so groß, die Einstellung verfeinert und das Bürstenfeuer namentlich in der Nähe des Synchronismus vollständig behoben.

Das Hauptanwendungsgebiet des Déri-Motors ist der Antrieb von Textil-, insbesondere der Ringspinnmaschinen; auch zu Kran- und Aufzugszwecken hat er verschiedentlich Anwendung gefunden (s. ETZ 1918, Heft 35 u. 47).

(1323) Der einphasige Nebenschlußmotor. Latour, Winter und Eichberg haben durch Doppelspeisung, nämlich der Ständerwicklung und des Ankers nicht allein die Rückwirkung des Ankers sondern auch die des Erregerfeldes aufgehoben

und damit den Leistungsfaktor auf 1 gebracht, ferner durch Anschluß des Ankerkreises parallel zur Netzspannung (Abb. 120) dem Motor Nebenschlußcharakteristik gegeben. Die Drehzahl ist dabei durch einen Regeltransformator in weiten Grenzen veränderbar.

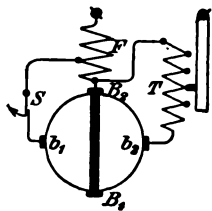


Abb. 120.

Durch Öffnen des Schalters S kann der Motor beim Anlauf als Reihenschlußmotor ein großes Drehmoment entwickeln. Anlassen geschieht durch einen gewöhnlichen Anlasser wie Abb. 81, in dessen Schlußstellung der Schalter S geschlossen wird. Trotz seiner wertvollen Betriebseigenschaften findet aber diese Motorenart wegen ihres hohen Beschaffungspreises verursacht durch den Kollektor und Regeltransformator wenig Anwendung und ist in bezug auf Regelfähigkeit, Überlassungsfähigkeit und Betriebssicherheit dem Gleichstrom-Nebenschlußregelmotor (Nr. 1296) nicht ebenbürtig.

(1324) **Drehstrom-Kollektor-Motoren.** Bei großen Motoreinheiten ist der einphasige Anschluß obiger Motorarten durch ungleichmäßige Netzbelastung des meistverbreiteten Drehstroms unerwünscht und es sind deshalb nach denselben Gesichtspunkten Dreiphasen-Kollektormotoren gebaut worden mit Reihen- und Nebenschlußbeigenschaften und einem Leistungsfaktor ≈ 1 (s. z. B. ETZ 1912, Heft 19ff., ferner ETZ 1907, S. 730ff. u. El. Maschinenb. 1913, Heft 51, S. 1089). Doch gilt von ihnen dasselbe wie unter Nr. 1323 am Schlusse Gesagte. Eine besondere Verwendung stellt deren Einordnung in Kaskade zum Läufer eines Asynchronmotors dar zwecks Drehzahlregelung (s. Nr. 1317 u. ETZ 1913, Heft 19, S. 496).

Umspanner (Transformatoren).

(1325) **Zweck und Begriff.** Die Spannungswandler sind entstanden aus dem Bedürfnis nach hohen Spannungen zwecks wirtschaftlicher Verteilung der elektrischen Energie und sollen am Erzeugungsorte die Maschinenspannung auf die wesentlich höhere Fernleitungsspannung heraufsetzen und andererseits am Verwendungsorte auf die ungefährliche Gebrauchsspannung wieder heruntersetzen. In einfachster Weise läßt sich dieser Zweck mit Wechselstrom mit Hilfe des vom Funkeninduktor her längst bekannten Prinzips (s. Nr. 1212) erreichen. Diese Möglichkeit der einfachen Spannungswandlung hat dem Wechselstrom seine Bedeutung in der Elektrotechnik gegeben.

Der Spannungswandler besteht ganz allgemein aus mindestens 2 Wicklungen, die durch ein gemeinsames magnetisches Feld miteinander verkoppelt sind. Er verwandelt im allgemeinen nicht elektrische Energie in eine andere Energieform und gleicht daher einer gebremsten Maschine, da mechanische Kräfte wohl vorhanden sind, Bewegungen aber unterbunden werden. Läßt man solche zu, so wird ein mehr oder minder großer Teil in mechanische Energie umgesetzt, wie dies bei sämtlichen Wechselstrommotoren der Fall ist, die alle als ein besonderer Fall des allgemeinen Transformators aufgefaßt werden können.

(1326) **Theorie und Vektordiagramm.** Um die für die Zwecke der Starkstromtechnik erwünschte möglichst vollkommene Kopplung (oder Verkettung) zu erreichen, bringt man die beiden Wicklungen auf einen geschlossenen Eisenkörper auf, so daß der von jeder einzelnen Wicklung geschaffene Kraftfluß möglichst vollständig zusammengehalten und zur Verkettung mit der anderen Wicklung übergeführt wird. Trotz der großen Permeabilität des Eisens gelingt dies bekanntlich nur unvollkommen, indem stets ein Teil der Kraftlinien seinen Weg durch die Luft nimmt und den sog. Streufluß bildet. Von den beiden Wicklungen ist die eine an den Generator oder Spannungserzeuger angeschlossen und

heißt deshalb die erstseitige, die 2. (u. d. unter Umständen auch eine 3. usw.) speist den Verbraucherkreis und heißt die zweitseitige Wicklung. Will man die beiden Seiten nach der Höhe der Spannungen unterscheiden, so spricht man von der Unter- bzw. Oberspannungsseite, deren Rolle aber sowohl von der Erst- wie auch von der Zweitwicklung übernommen werden kann.

Im Leerlauf unterscheidet sich der Wandler in keiner Weise von einer Drosselspule (s. Nr. 1225) und wie in dieser wird die gegenelektromotorische Kraft durch Selbstinduktion hervorgebracht. In dem Diagramm Abb. 121 ist nur im Unterschiede von Abb. 122 die induzierte EMK E_{g_2} entsprechend dem auch mit der Zweitspule verketteten im Eisen verlaufenden Hauptfeld F' dargestellt und E_1 in die beiden Vektoren E_{g_1} und E_{s_1} aufgelöst. Damit der Strom J_{1_0} fließen kann, müssen von seiten des Generators, die EMKe E_{g_1} , E_{s_1} und $J_{1_0} r_1$ über-

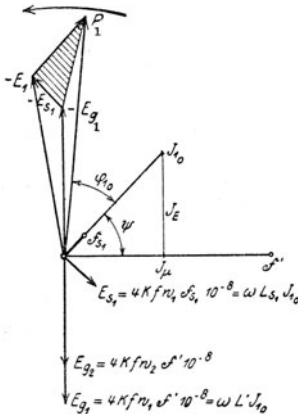


Abb. 121.

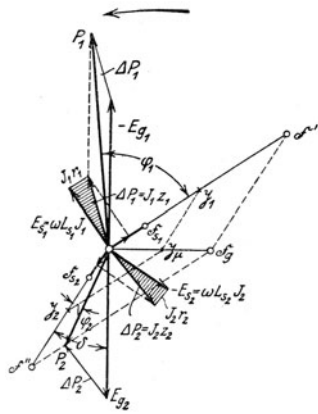


Abb. 122.

wunden werden, wozu die Spannung $P_1 = E_{g_1} + E_{s_1} + J_{1_0} r_1$ nötig ist, wobei r_1 den Gleichwiderstand der Erst-, r_2 den der Zweitwicklung darstellt. Die in den beiden Wicklungen vom gemeinsamen Fluß $\tilde{\gamma}'$ induzierten EMKe sind:

$$E_{g_1} = 4 k f w_1 F' 10^{-8} \quad \text{bzw.} \quad E_{g_2} = 4 k f w_2 F' 10^{-8}$$

und es ist also $E_{g_2} : E_{g_1} = w_2 : w_1 =$ Übersetzungsverhältnis \tilde{u} , wo w_1 und w_2 die Windungszahlen der beiden Wicklungsseiten sind, deren Verhältnis $w_2 : w_1$ die Übersetzung \tilde{u} heißt. Da in Leerlauf $J_{1_0} r_1$ und E_{s_1} meist sehr klein gegen E_{g_1} sind und andererseits $E_{g_2} = P_{2_0}$ ist, so gilt genügend genau

$$P_{2_0} : P_{1_0} \approx w_2 : w_1 = \tilde{u}.$$

Der Leerlaufstrom J_{1_0} ist sehr klein (ca. $2 \div 5\%$ des Nennstromes), Phasenwinkel φ_{1_0} sehr groß und darum die aufgenommene Leistung $N_{1_0} = J_{1_0} P_1 \cos \varphi_{1_0}$ sehr klein, denn es brauchen nur die Stromwärmeverluste $J_{1_0}^2 r_1$ und Eisenverluste $J_E E_{g_1}$ gedeckt zu werden. Leerlaufstrom J_{1_0} ist gegen Magnetisierungsstrom J_μ um den Verlustwinkel ψ (s. Nr. 1213) verschoben. Da in allen diesen Vektorenbildern, die EMKe der Erstseite weniger interessieren, als deren Gegenkomponenten $-E_s$ und $-E_{g_1}$ zeichnet man in der Regel nur diese ein.

Im Belastungsfall — d. h. sobald die Zweitwicklung über den Verbraucherkreis mit dem Wirkwiderstand r_v und dem Blindwiderstand $x_v = +\omega L_v$ bzw. $-1/\omega C_v$ geschlossen wird und damit unter dem Einfluß der EMK E_{g_2} der Strom $J_2 = E_{g_2} / \sqrt{(r_v + r_2)^2 + (\pm x_v + \omega L_{s_2})^2}$ zu fließen beginnt, der um irgendeinen $\sphericalangle \pm \delta$ gegen E_{g_2} verschoben sein wird, wobei $\text{tg } \delta = \frac{\pm x_v + \omega L_{s_2}}{r_v + r_2}$ — wirkt die Summe der magnetomotorischen Kräfte

$0,4 \pi \mathfrak{F}_1 w_1 \rightarrow 0,4 \pi \mathfrak{F}_2 w_2 = 0,4 \pi \mathfrak{F}_\mu w_1$ magnetisierend und erzeugt damit auf den magnetischen Widerstand des Eisenkörpers wirkend das gemeinsame Feld \mathfrak{F}_g ; außerdem erzeugen dieselben MMKe je einzeln die Streufelder \mathfrak{F}_{s_1} und \mathfrak{F}_{s_2} .

Konstante Spannung P_1 vorausgesetzt kann man auch bis zur Nennlast die Spannungsabfälle in dem Gleich- und Blindwiderstand ωL_{s_1} der Erstwicklung gegen P_1 vernachlässigend — weil nur etwa $1 \div 2\%$ betragend — $P_1 \approx E_{g_1}$ setzen, woraus folgt, daß auch \mathfrak{F}_g von Leerlauf bis Nennlast als nahezu konstant betrachtet werden darf und damit auch $0,4 \pi \mathfrak{F}_\mu w_1$, d. h. es muß für diesen Belastungsbereich stets sein $\mathfrak{F}_1 \rightarrow \mathfrak{F}_2 = \mathfrak{F}_\mu \approx \text{Const.}$ Daraus folgt aber weiter, daß mit Verminderung des Scheinwiderstandes des Verbraucherkreises J_2 und auch J_1 beständig wachsen müssen und auch die Leistungsfaktoren ferner also auch zugeführte und abgegebene Leistung (Abb. 122). Der $\sphericalangle (\mathfrak{F}_1, \mathfrak{F}_2)$ ändert sich von 90° im Leerlauf auf fast 180° bei Nennlast und das Verhältnis $J_1 w_1 : J_2 w_2$ wird ≈ 1 , so daß etwa von Halbblast an mit hinreichender Genauigkeit gilt $J_1 w_1 = J_2 w_2$, während $P_2 : P_1 < w_2 : w_1 < \dot{u}$ wird.

Der gesamte Spannungsabfall auf der Zweitseite $\Delta P = P_1 - P_2$ bezogen auf $\dot{u} = 1$ ist: $J_1 z_1 \rightarrow J_2 z_2$ und $\varepsilon = \frac{\Delta P}{P_1} 100$ ist der prozentuale

Spannungsabfall, der etwa zwischen $1 \div 5\%$ schwankt, hervorgerufen hauptsächlich durch die Streuspannungen; geringe Streuung gibt deshalb geringen Spannungsabfall, d. h. gute Selbstregelung bei Belastungsänderungen. — Wird

der Scheinwiderstand des Verbraucherkreises 0, so tritt Kurzschluß ein; die Ströme wachsen ungeheuer an (bis auf das $10 \div 30$ fache des Nennwertes) und die gesamte in der Zweitspule induzierte EMK E_{g_2} wird im Scheinwiderstande z_2 aufgezehrt, so daß die Klemmspannung $P_2 = 0$ wird. Auch der größte Teil der erstseitigen Spannung P_1 wird bereits in der Erstwicklung verbraucht, damit E_{g_1} und auch \mathfrak{F} sehr klein, d. h. das Eisenfeld verschwindet fast vollständig, während sich sehr kräftige Streufelder ausbilden. Diese bringen starke mechanische Kräfte hervor, die im Verein mit der außerordentlichen Stromwärmewirkung eine Zerstörung des Umspanners herbeiführen, wenn er nicht

durch besondere Maßnahmen, z. B. durch gute mechanische Verspannung der Spulen unter sich und gegen den Eisenkörper und insbesondere durch Kleinhalten des Kurzschlußstroms — kurzschlußsicher gebaut ist. Im Kurzschlusse gehen die beiden in Abb. 122 schraffierten \triangle in das in Abb. 123 gezeichnete Kurzschluß- \triangle über, da $\sphericalangle (J_{1k}, J_{2k}) \approx 180^\circ$ wird. Es ist dann $P_k = (J_1 r_1 + J_2 r_2) \rightarrow \omega (L_{s_1} J_1 + L_{s_2} J_2)$ die sogenannte Kurzschlußspannung, d. h. diejenige Spannung, die im Wandler selbst verbraucht wird, um die Ströme J_1 und J_2 bei $P_2 = 0$ hindurchzutreiben; sie stellt also den Spannungsabfall ΔP dar, der zur Spannung P , geometrisch addiert werden muß, um P bei $\dot{u} = 1$ zu erhalten und kann durch Versuche leicht für die Nennströme ermittelt werden. Für eine beliebige zweiseitige Phasenverschiebung φ_2 wird dann $\Delta P_{\varphi_2} \approx (J_1 r_1 + J_2 r_2) \cos \varphi_2 + \omega (L_{s_1} J_1 + L_{s_2} J_2) \sin \varphi_2$ und

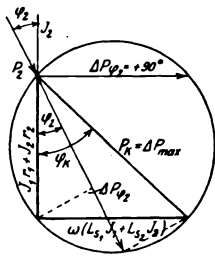


Abb. 123.

$$\varepsilon = \frac{\Delta P}{P_1} 100 = 100 \frac{P_k}{P_1} (\cos \varphi_k \cos \varphi_2 + \sin \varphi_k \sin \varphi_2) = 100 \frac{P_k}{P_1} \cos(\varphi_k - \varphi_2);$$

der Spannungsabfall wird also ein Höchstwert für $\varphi_2 = \varphi_k$ und nimmt dann wieder ab. Dasselbe gilt für negative Phasenverschiebung, d. h. kapazitative Verbraucherbelastung, bei $-\varphi_2 = (90^\circ - \varphi_k)$ wird $\Delta P = 0$ und darüber hinaus tritt sogar Spannungserhöhung ein.

Tritt durch einen Unglücksfall der Kurzschluß plötzlich ein, so erzeugt die zunächst noch vorhandene EMK E_{φ_2} einen außerordentlich hohen Kurzschlußstrom, der zwar rasch abklingt, in dem Maße als das Eisenfeld verschwindet und sich in erst- und zweitseitiges Streufeld verwandelt; er wird Stoßkurzschlußstrom genannt im Gegensatz zu dem nachher sich einstellenden Dauerkurzschlußstrom, dessen Größe $J_{k1} \approx \frac{P_1}{P_k} J_1$ wird und der immer noch 3- bis 5mal kleiner bleibt als der Stoßkurzschlußstrom; beide lassen sich durch vermehrte Streuung klein halten, welchen Zweck man auch durch Vorschalten von Drosselspulen erreichen kann, die darum oft nachträglich als Sicherheitsmaßnahmen eingebaut werden.

Verluste entstehen nur durch Stromwärmearbeit $J_1^2 r_1 + J_2^2 r_2$, durch Eisenarbeit $G \times V_{\varphi}$ und durch zusätzliche Verluste der Streufelder durch Wirbelstrombildung im massiven Leitungskupfer und sonstigen Metallmassen.

Sie lassen sich stets sehr klein halten, so daß der Wirkungsgrad groß bis zu $95 \div 99\%$ wird. Die durch die Verlustarbeit entstehende Wärme muß abgeführt werden und gilt bezüglich der zulässigen Temperaturen das unter (1290) Gesagte (s. auch RIT in ETZ 1922, H. 19, S. 656 u. ff.).

(1327) Der Aufbau. Das Eisengestell muß aus Blechplatten aufgebaut werden; um die Eisenverluste möglichst herunterzudrücken, wird dafür das legierte Blech (mit ca. 4% Silizium) verwendet. Der Aufbau aus Blechen

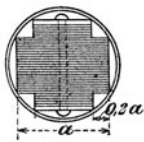


Abb. 124.

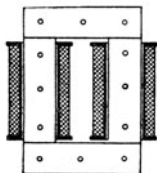


Abb. 125.

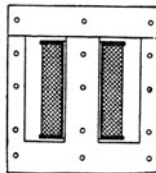


Abb. 126.

führt zum rechteckigen Querschnitt der Kerne und Joche; da der quadratische Querschnitt den kreisrunden Querschnitt der Spulen schlecht ausnützt, wird an dessen Stelle vielfach der kreuzförmige nach Abb. 124 benutzt, namentlich für große Leistungen, wo die kreisrunde Spule bevorzugt wird gegenüber der rechteckigen. Die Form des Gestells wird meist nach Abb. 125 als Kern- oder seltener nach Abb. 126 als Manteltype ausgebildet. Die Wicklungen können entweder nach Art konzentrischer Röhren übereinander geschoben werden — Röhren- oder Zylinderwicklung (Abb. 127) oder aber hoch- und niederspannungsseitig in flache Spulen aufgelöst, abwechselnd übereinander geschichtet werden — Scheibenwicklung (Abb. 128). Hoch- und Niederspannungsspulen müssen stets sorgfältig gegen Eisen und gegeneinander isoliert werden, was durch röhren- bzw. scheibenförmige Papierkörper geschieht. Zwecks Verbesserung der Isolation und auch zum Schutz gegen Feuchtigkeit und mechanische Beschädigung wird oft der gesamte Umspanner in Öl gestellt.

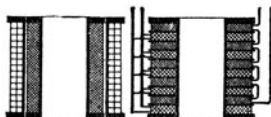


Abb. 127.

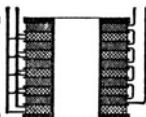


Abb. 128.

Schaltung: Die Hochspannungswicklung wird stets in mehrere Spulen unterteilt und diese so je für sich isolierten Spulen hintereinandergeschaltet. Die Niederspannungswicklung bei der Röhrenanordnung und großer Stromstärke aus einer einlagigen hochkant gewickelten Spirale mit rechteckigem Kupferquerschnitt bestehend, wird, um große massive Kupferquerschnitte zu vermeiden bei der dann bevorzugten Scheibenwicklung in mehrere parallel geschaltete Spulen aufgelöst. Bei Umspannern für Mehrphasen- insbesondere Drehstrom kann so verfahren werden, daß 3 Einphasenumspanner in Δ oder Y geschaltet werden, und zwar Ober- und Unterspannungsseite je in der von den Umständen geforderten Weise, also unabhängig voneinander. Man kann aber die einzelnen Gestelle auch magnetisch miteinander verketteten und kommt so zu der heute ausschließlich üblichen Form der Abb. 129. Außer der Δ - und Y -Schaltung verwendet man bei Umspannern noch die sog. Zickzackschaltung nach Abb. 130, die zwar im Verhältnis $2:\sqrt{3}$ mehr Kupfer erfordert, aber eine bessere Verteilung der Belastungen auf der Oberseite bewirkt, wenn die einzelnen Phasen der Netzseite ungleiche Belastungen z. B. durch Lampen aufnehmen mußten. Die Wicklungen nebst Eisenkörper müssen gegen die namentlich bei Kurzschlüssen auftretenden sehr großen mechanischen Kräfte gehörig verspannt und versteift sein, zu welchem Zwecke gern Holzkonstruktionen verwandt werden.

Zwecks Abkühlung ist eine bestimmte Oberfläche erforderlich, die je nach dem Abkühlungsmittel verschieden groß sein muß. Für Luftkühlung bei den sog. Trockenumspannern sind etwa $20 \div 25 \text{ cm}^2$ für 1 Watt Verlustleistung erforderlich; für Ölumspanner genügen $10 \div 15 \text{ cm}^2/\text{Watt}$. Die Wärme muß dann durch die Oberfläche des Ölgefäßes abgegeben werden und dieses wird deshalb meist mit Taschen versehen. Bei sehr großen Apparaten muß zu künstlicher Kühlung mit Luft oder Wasser gegriffen werden.

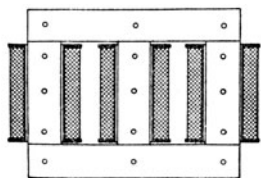


Abb. 129.

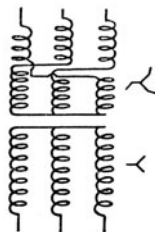


Abb. 130.

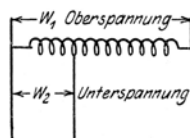


Abb. 131.

(1328) **Sparumspanner** sind eine besondere Ausführungsart des allgemeinen Umspanners mit scheinbar nur 1 Wicklung nach Abb. 131. Da in jeder Windung vom gemeinsamen Feld eine bestimmte Spannung e induziert wird, so wird die Oberspannung $E_1 = ew_1$ in die Unterspannung $E_2 = ew_2$ umgewandelt und es verhalten sich also die Spannungen der beiden Seiten angenähert wie die zugehörigen Windungszahlen. Da beide Seiten einen Pol gemein haben, kann der Sparumspanner nur angewandt werden für Umwandlung gleichartiger Spannung, z. B. 120 V Niederspannung in 40 V Niederspannung etwa zum Betrieb einzelner Lampen, oder etwa von 10 kV in 8 oder 12 kV Hochspannung. Er ist einfacher, billiger und hat noch etwas geringere Verluste — daher seine Benennung — und darum für genannte Zwecke besonders geeignet sowie als Regel- und Anlaßumspanner.

(1329) **Regelumspanner** dienen dazu, die Zweitspannung in gewissen Grenzen zu verändern, was z. B. durch Veränderung der Windungszahl geschehen kann vermittelt eines entsprechenden Stufenschalters. Zum Anlassen von

Motoren mit verminderter Spannung genügen meist 2 ÷ 3 Stufen (Anlaßumspanner). Vielfach werden hierzu Sparumspanner verwendet und bei Drehstrom oft nur 2 Phasen regelbar gemacht. Da die Schaltvorrichtungen bei Hochspannungen und großen Strömen teuer werden und nur stufenweise Regelung gestatten, verwendet man oft Drehumspanner, die prinzipiell einem Drehstrommotor gleichen, mit dem Unterschiede, daß dem mechanisch festgehaltenen Läufer elektrische Energie entnommen wird, deren Spannung je nach der relativen Stellung von Läufer und Ständer alle Werte zwischen einem + und - Höchstwert annehmen kann; durch Sparschaltung läßt sich alsdann die Ständer-, d. i. Netzspannung um die Läuferspannung vermehren oder vermindern. Die Drehumspanner (Potentialregler) werden auch einphasig ausgeführt.

(1330) Meßwandler. Um hohe Spannungen von Schaltvorrichtungen und Meßgeräten fernzuhalten, werden sie durch Spannungswandler genannte Umspanner auf etwa 100 ÷ 110 V heruntergedrückt und die Skalen der Voltmeter nach Hochspannungswerten geeicht. Die Leistung dieser Spannungswandler ist natürlich sehr klein; große Sorgfalt ist aber auf gute Isolation gegen Erde und Niederspannung zu legen; hochspannungsseitig Sicherungen gegen Überstrom bei Kurzschluß unbedingt erforderlich, ebenso Erdung des Gehäuses.

Auch die Ströme in Leitungen hoher Spannungen mißt man meist nicht direkt, sondern mittels Stromwandler. Diese sind ebenfalls Umspanner; sie formen den geringen Spannungsverbrauch in der Erstseite, die von dem

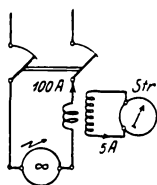


Abb. 132.

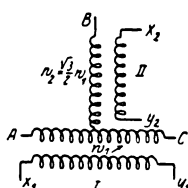


Abb. 133

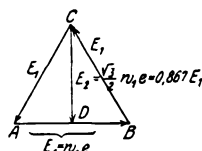


Abb. 134.

zu messenden Stromes durchfließen wird und meist nur aus wenigen Windungen besteht, vermittelt der Zweitwicklung auf eine solche Spannung um, daß in den angeschlossenen Meßgeräten wie Strommessern, Wattmetern, Zählern, Wächtern und Schützen ein Strom von 5 oder auch 2 Amp. entsteht (Abb. 132); die Skala wird nach wahren Stromwerten geeicht. Stromwandler erfordern gute Isolation gegen das stets zu erdende Gehäuse und kräftige Versteifung der Erstseite gegen die mechanischen Beanspruchungen des Stoßkurzschlußstromes (kurzschlußsichere Bauart s. auch ETZ 1922). Nach Wegnahme der Meßgeräte darf der Zweitstromkreis nicht geöffnet bleiben, sondern er muß kurzgeschlossen werden, weil der Wandler sonst verbrennt.

(1331) Übergangsumspanner. Es entsteht mitunter das Bedürfnis von 2- auf 3-Phasenstrom überzugehen und umgekehrt. Dies ermöglicht die Schaltung von Skott nach Abb. 133, deren Wirkung sich aus dem Diagramm der Abb. 134 erklärt.

(1332) Untersuchung von Umspannern. Sie bezweckt zunächst die Feststellung der Verluste; die Eisenverluste werden im Leerlauf bei voller Spannung durch Leistungsverbrauchsmessung gefunden mit Wattmeter, Ampere- und Voltmeter zur Berechnung des Leistungsfaktors und des Leerlauf- bzw. Magnetisierungsstromes. Die Widerstände der beiden Wicklungsseiten werden mit Gleichstrom gemessen und auf Betriebstemperatur umgerechnet. Danach erfolgt die Bestimmung der Kupferverluste durch Kurzschließen der Unterspannungsseite durch einen Strommesser und Anschluß der Oberspannungs-

seite über Ampere-, Volt- und Wattmeter an die Spannungsquelle der vorgeschriebenen Frequenz. Deren Spannung wird vorsichtig von Null an soweit gesteigert, bis die Unterspannungsseite den Betriebsnennstrom führt. Das Wattmeter mißt alsdann den Verbrauch für sämtliche Kupferverluste und einen ganz geringen Anteil für restliche Eisenverluste, die bei hohen Sättigungen für Nennbetrieb im Kurzschluß noch etwa $10 \div 15\%$ betragen und durch Abzug berücksichtigt werden können. Die Summe beider Verlustmessungen im Leerlauf und Kurzschluß gibt den Gesamtverlust bei Nennbetrieb. Aus der Kurzschlußmessung erhält man das Kurzschlußdreieck und daraus den sehr wichtigen Spannungsabfall. Das Übersetzungsverhältnis im Leerlauf bestimmt man mit Hilfe genau geeichter Spannungsmeßwandler. Zum Schlusse wird die Isolation der beiden Spulen gegen Eisen und gegeneinander mittels Hochspannungsregeltransformators nach den „Regeln für Bewertung und Prüfung von Transformatoren“ (RET genannt), s. Nr. 1326, geprüft. Neue Typen müssen auch auf Erwärmung nachgeprüft werden durch einfache oder künstliche Belastung. Dasselbe Verfahren wird bei sämtlichen Wechselstrommaschinen angewandt, insbesondere bei Drehstrommotoren (s. 1316).

Umformer.

(1333) Zweck und Einteilung. Oft kann die elektrische Energie in der Form, wie sie etwa das städtische oder Überlandnetz bietet, nicht verwendet werden, und zwar in bezug auf die Stromart selbst, auf Spannung bei Gleichstrom, oder auf Frequenz bei Wechselstrom. Diesem Zweck dienen die Umformer, die als rotierende Maschinen vorkommen, aber auch ohne bewegte Teile für Wechselstrom-Gleichstrom-Umformung ausgeführt werden können. Die Maschinen können aus Motor und Generator bestehen und bilden die Gruppe der Motorumformer oder beide können in einer einzigen Maschine vereinigt werden und heißen dann Einankerumformer.

(1334) Gleichstrom-Gleichstrom-Umformer zum Zweck der Spannungsabänderung bestehen aus einem Motor für die vorhandene Spannung und einer Dynamo für die gewünschte Spannung. Sie kommen nur für kleinere Leistungen vor, zum Betrieb von Kinolampen, medizinischen und galvanoplastischen Geräten usw.

(1335) Wechselstrom-Gleichstrom-Motorumformer haben namentlich für den Betrieb von elektrischen Bahnen und elektrochemischen Scheideanlagen z. B. für Kupfergewinnung große Bedeutung. Der Motor kann ein synchroner oder ein asynchroner sein. Für größere Leistungen wird die erstere Bauart bevorzugt, weil sie gleichzeitig voreilenden Blindstrom zur Verbesserung der Phasenverschiebung (1308) abgeben kann, wenn man die Aufnahmefähigkeit des Synchronmotors in kVA entsprechend groß bemißt. Sie gestatten einen sehr sicheren einfachen Betrieb allerdings auf Kosten des Raumbedarfs, des Anlagekapitals und Energieverbrauchs; letzteres wegen der Verluste in beiden Maschinen in jeweils unverminderter Größe, was namentlich bei geringer Belastung ins Gewicht fällt. Das umständlichere Anlassen infolge des Synchronmotors wird meist gerne in Kauf genommen, namentlich, wenn Vorsorge getroffen wird, daß dieses von der Wechselstromseite aus geschehen kann (1309).

Die Umformung von Gleichstrom in Wechselstrom ist natürlich ebensogut möglich, meist freilich nur bei Verwendung einer Synchronmaschine, namentlich als Ersatzmaschine für schwache Belastung etwa bei Nacht oder an Feiertagen.

(1336) Einanker-Umformer. Dreht man einen Trommel- oder Ringanker in einem 2poligen Felde und zapft ihn an 2 um 1 Polteilung entfernten Punkten an, so gibt er an den damit verbundenen Schleifringen 1 Phasen-Wechselstrom ab;

verbindet man die einzelnen Windungen gleichzeitig mit einem Kommutator, so kann man an dessen Bürsten außerdem noch Gleichstrom abnehmen. Eine solche Maschine gibt also — mechanisch von außen her angetrieben — mit einem Anker zwei Stromarten. Führt man ferner eine Stromart, etwa Wechselstrom, zu, so läuft die Maschine als Wechselstrommotor, setzt aber gleichzeitig die so von innen her zugeführte mechanische Arbeit in elektrische Gleichstromenergie um, d. h. sie formt den Wechselstrom in Gleichstrom um und heißt Einankerumformer, der natürlich auch umgekehrt benutzt werden kann. Eine solche Maschine muß sich offenbar wesentlich leichter, billiger, gedrängter und mit höherem Wirkungsgrad — $90 \div 95\%$ — herstellen lassen, als ein Motorumformer.

Freilich erfordert er für Anlassen und Betrieb erhöhte Aufmerksamkeit und Wartung, wird aber trotzdem namentlich für Drehstromumformung sehr zahlreich und bis zu Ausführungen von 5000 kW Gleichstromleistung und 1500 Volt Gleichspannung verwendet. Das Anlassen geschieht genau wie das eines Synchronmotors entweder von der Gleichstromseite her oder besser von der Wechselstromseite mit Stufenumspanner. Ein Umspanner ist nämlich ohnedies nötig, da die jeweilige Netzspannung nicht mit der für den Wechselstrommotor nötigen übereinstimmen wird. Diese ist nämlich von der gewünschten Gleichstromspannung abhängig, in der Weise wie dies Abb. 135 zeigt. Es ist nämlich für

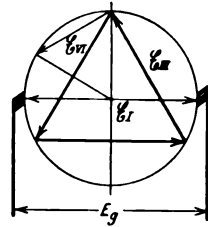


Abb. 135.

Einphasenwechselspannungen: Scheitelwert $\mathcal{E}_I = E_g$, d. h. d. Gleichspannung
 Dreiphasen „ „ „ $\mathcal{E}_{III} = \sqrt{3}/2 \times E_g$
 Sechspannen „ „ „ $\mathcal{E}_{VI} = 1/2 \times E_g$.

Damit werden Effektivspannungen für

Einphasenspannungen: $E' = \mathcal{E}_I / \sqrt{2} = E_g / \sqrt{2} = 0,707 E_g$
 Dreiphasen „ $E' = \mathcal{E}_{III} / \sqrt{2} = 1/2 E_g / \sqrt{3/2} = 0,612 E_g$
 Sechspannen „ $E' = \mathcal{E}_{VI} / \sqrt{2} = E_g / 2 \sqrt{2} = 0,354 E_g$.

Soll also z. B. Drehstrom von 2000 Volt in Gleichstrom von 700 Volt umgeformt werden, so ist wechselstromseitig für dreiphasige Ankerwicklungen eine Spannung von $0,612 \cdot 700 \approx 430$ V erforderlich, auf welchen Wert also der benötigte Umspanner die Netzspannung herabsetzen muß.

Ähnlich wie für die Spannungen besteht auch für die beiderseitigen Ankerwirkströme ein bestimmtes Verhältnis, das sich für den Fall verlustfreier Umsetzung ergibt aus der Beziehung: Wechselstromleistung = Gleichstromleistung, d. h.

$$m J_n E' = J_g E_g,$$

wo m die Phasenzahl und E' die Wechselspannung zwischen einem Außenleiter und dem Potentialmittelpunkt bedeutet und wofür $E_g : E' = 2 \sqrt{2}$ ist. Unter Berücksichtigung der Leerlaufverluste, welche etwa eine 5%ige Erhöhung des wechselstromseitigen Ankerwirkstromes erfordern, erhält man danach für

$$J_n : J_g = 1,485 \left| \begin{array}{c} m = 2 \\ 3 \\ 4 \\ 6 \end{array} \right. \left| \begin{array}{c} 3 \\ 0,99 \\ 0,742 \\ 0,494 \end{array} \right.$$

d. h. für Ein-, Drei-, Zwei-, Sechspannen-Ankerwicklung.

Führt aber die Wechselstromseite außer dem Wirkstrom noch Blindstrom, so ist der resultierende Wechselstrom um dessen — geometrisch zu addierenden Wert — größer.

Der im Anker selbst fließende Strom ist die Resultante des Motor- und des Dynamostromes, die sich beide mehr oder weniger aufheben, je nach Phasenzahl und Phasenverschiebung; am günstigsten wird dieser Umstand bei sechsphasiger, am ungünstigsten bei einphasiger Ankerwicklung. Dieser resultierende Ankerstrom bestimmt nämlich die Stromwärmeverluste im Anker, die sonach bei Sechshephasenwicklung am kleinsten sind. Die kleinere Stromwärmeverluste lassen aber für einen Anker gegebenen Leiterquerschnittes und Abkühlungsfläche (s. Nr. 1271 u. 1290) größere Belastung zu, so daß also ein solcher Einankerumformer gegenüber einem reinen Gleichstromanker z. T. sehr stark überlastbar wird, und zwar kann man die Überlastbarkeit, wenn man die Leistungsfähigkeit des Ankers für reinen Dynamobetrieb = 100 setzt, rechnen zu

85	134	164	196
für Ein-,	Drei-,	Zwei-,	Sechshephasen-Ankerwicklung.

Das ist der Grund, weshalb man besonders große Umformer sechsphasig ausführt und die zwar mehr Raum, aber kaum mehr Kosten erfordernden 6 Schleifringe in Kauf nimmt. Indes wird die Leistungsgrenze meist durch Kommutationschwierigkeiten und nicht durch die Erwärmung bestimmt.

Wechselstromseitig verhält sich die Maschine wie ein Synchronmotor — d. h. sie kann je nach Erregung vor- oder nachteilenden Blindstrom aufnehmen, bzw. blindstromfrei, d. h. mit dem Leistungsfaktor 1 belastet werden, was ihr großer Vorzug ist, unterliegt aber auch allen den Schwierigkeiten, welche dem Synchronbetrieb eigen sind (Pendeln, Außertrittfallen s. Nr. 1343).

Da Wechselstrom- und Gleichstromspannung in einem geometrischen Verhältnis zueinander stehen und Veränderungen der Erregung nur die Entstehung von Blindströmen im Gefolge hat, kann man die Gleichstromspannung nicht den Betriebsbedürfnissen entsprechend regeln, da ihr Wert ja zunächst wie der der Wechselspannung festliegt. Da aber die Unterspannung eines Umspanners im Betrieb um den Spannungsverlust gegenüber der bei Leerlauf kleiner ist und dieser je nach Größe und Phasenverschiebung + oder — sein kann, so kann also auch die Gleichspannung verändert werden, zumal der — nach Belieben vermittle des Nebenflußreglers zu erzeugende Blindstrom — je nach Sinn eine feldverstärkende oder -schwächende Wirkung ausübt. Auf diese Weise kann man unter Zuhilfenahme eines stark streuenden Umspanners oder von Drosselspulen zwischen diesem und dem Anker auch durch Verstellung des Nebenschlußreglers eine Spannungsänderung von etwa 15% erreichen, was meist genügt.

Andernfalls muß man die Wechselstromnetzspannung verändern, was am besten aber freilich auch teuersten mit einem Drehumspanner (Nr. 1329) zu erreichen ist.

Zur Verbesserung des Leistungsfaktors ist der Einankerumformer nur in bescheidenem Maße geeignet, da er ohne wesentliche Erniedrigung des Wirkungsgrades keinen größeren Blindstrom führen kann.

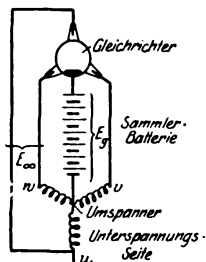


Abb. 136.

(1337) **Quecksilberdampfgleichrichter.** Die Gleichrichtung von Wechselstrom in Gleichstrom läßt sich auch ohne drehende Maschinen auf elektrolytischem Wege (s. Nr. 1238) oder durch den Lichtbogen des Quecksilberdampfes erreichen, welches letzteres Verfahren durch Ausbildung der Quecksilberdampfgleichrichter große technische Bedeutung erlangt hat. Seine Wirkungsweise ist in (Nr. 1241) bereits berührt, seine Schaltung für Drehstromumformung zeigt Abb. 136.

Gleichstromseitig ist die Spannung nicht vollständig konstant, sondern enthält noch eine Wechselstromkomponente, die für Zwecke der Wärme- und Lichtwirkung voll ausgenutzt wird, dagegen für elektrolytische (Sammlerladung)

und motorische Zwecke verlustbringend wirkt, weil sie nur in Wärme umgesetzt werden kann; indes bleibt sie ohne Einfluß auf Leistungsfähigkeit der Motoren.

Das Spannungsverhältnis beider Stromarten ist fest, durch Schaltung und Spannungsverluste im Lichtbogen (ca. $12 \div 20$ Volt) nebst Zubehör (ca. 15 Volt) bedingt und beträgt danach

$$\begin{array}{ll} \text{für Einphasenstrom} & \text{für Drehstrom} \\ E_{\infty} = \sqrt{2} (E_{\theta} + (35 \div 25)) & E_{\infty} = 0,16 (E_{\theta} + (30 \div 20)) \end{array} \text{ verkettete Spannung.}$$

Die nötige Wechselstromspannung wird durch Umspanner erzeugt.

Außer diesen Spannungsverlusten treten keine Verluste auf, so daß der Wirkungsgrad um so höher wird, je höher die Gleichspannung ist und beträgt für Drehstrom und 110 Volt Gleichstrom etwa 84%, bei 500 Volt bereits 96% und steigt bei 1000 Volt auf 98%. Die Spannungsverluste sind fast unabhängig von der Stromstärke, so daß also auch bei geringer Belastung ein hoher Wirkungsgrad vorhanden ist, was einen wesentlichen Vorteil gegenüber drehenden Umformern bedeutet und ihm bereits ein ausgedehntes Anwendungsgebiet für Bahnbetrieb verschafft hat. Die Größe des Nennstromes hängt nur von der Größe und Abkühlungsfähigkeit der Anoden ab und wird bei Verwendung von Stahlgefäßen an Stelle der Glaskolben heutzutage bereits auf 500 Amp. gesteigert. Höhere Leistungen erzielt man durch Parallelschaltung (s. Nr. 1341) mehrerer Gleichrichter, die sich andererseits ebenso sicher im Parallelbetrieb mit Dynamos verwenden lassen. Für Spannungsregelung gelten dieselben Gesichtspunkte und Vorrichtungen wie für den Einankerumformer.

(1338) Frequenzumformer sollen Wechselstrom auf eine andere Frequenz (und oft gleichzeitig auch andere Spannung) umformen. Sie bestehen aus 2 ineinander gebauten Synchronmaschinen mit verschiedener der Frequenz und Drehzahl entsprechender (s. Nr. 1278) Polzahl, also mit je 2 Wicklungen auf dem gemeinsamen Polrad ohne ausgeprägte Pole und Ständer; die eine Maschinenhälfte läuft als Motor, die andere als Generator. Ingangsetzung und Betrieb geht also wie bei Synchronmaschinen vor sich. Sie sind z. Z. auf dem europäischen Festland wenig verbreitet, weil Bedürfnis nach Frequenzverwandlung nur gering, mehr dagegen in Amerika. Für den künftigen elektrischen Hauptbahnbetrieb, der mit Einphasenwechselstrom von $50/3$ Perioden erfolgen soll, dürfte ihre Verwendung vielleicht zunehmen.

Parallelbetrieb von Elektrogenatoren.

(1339) Begriff und Anwendung. Unter Parallelbetrieb von elektrischen Energieerzeugern versteht man eine Betriebsweise, bei der verschiedene Erzeuger von gleicher Spannung ihren Strom gemeinsam einem Verbraucherkreis (Netz) zuführen. Zur Erfüllung dieser Forderung müssen die Erzeuger so geschaltet sein, daß jederzeit gleiche Pole verbunden sind — Parallelschaltung — und keine Ströme innerhalb der Erzeugerkreise — Ausgleichsströme — auftreten, da solche nicht ins Netz gelangenden Ströme nur Verluste und Beschädigungen im Gefolge hätten. Anwendung findet der Parallelbetrieb bei Vergrößerung bestehender Anlagen durch Beschaffung weiterer Erzeuger oder zwecks Anpassung der Erzeugung an den veränderlichen Bedarf der Verbraucher durch Benutzung der jeweils geeignetsten Erzeuger. Bei Gleichstrom handelt es sich um Parallelschaltung von Dynamos, Sammlerbatterien und Gleichrichter entweder nur unter sich oder untereinander gemischt. Bei Wechselstrom können entweder einzelne Generatoren oder ganze Zentralen parallel arbeiten, in welch letzterem Fall man auch von der Fernkupplung von Großkraftwerken spricht.

Parallelbetrieb von Gleichstromerzeugern.

(1340) Parallelschaltung von Dynamos erfordert zunächst die Verbindung aller + - und - Pole je durch gemeinsamen Leiter, als welcher die Sammelschienen der Schalttafel dienen. Ob die Verbindungen richtig ausgeführt wurden, muß einmal vor der ersten Parallelschaltung geprüft werden, entweder durch Verfolgen der Leitungen oder durch Anlegung eines Spannungsmessers an den geöffneten Schalter M_2 der Abb. 137; bei richtiger Schaltung und gleicher

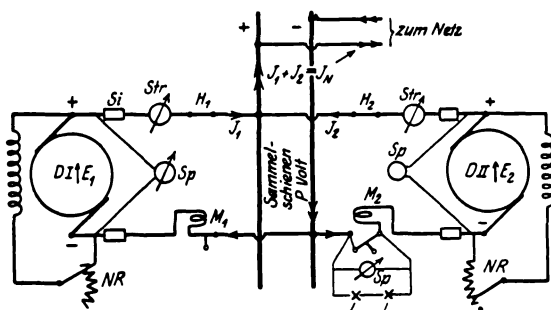


Abb. 137.

Spannung der alten und der neuen Dynamo muß dieser Spannungsmesser 0 Volt zeigen, bei Fehlschaltung tritt die doppelte Spannung auf, worauf bei der Wahl des Meßbereichs zu achten ist. An Stelle eines Spannungsmessers können auch 2 in Reihe geschaltete Glühlampen der einfachen Dynamospannung treten, was einfacher ist und meist genügt, indem ihr helles Aufleuchten die Fehlerhaftigkeit der Schaltung deutlich anzeigt.

Damit keine Ausgleichsströme innerhalb des Maschinenkreises entstehen, müssen die Klemmspannungen P_1 und P_2 der beiden Maschinen I und II gleich sein. Sind E_1 und E_2 die in den Anker erzeugten EMKe, so muß also die Beziehung bestehen (s. Nr. 1219)

$$P_1 = E_1 - J_1 r_{a1} = P = E_2 - J_2 r_{a2} = P_2.$$

Diese Gleichung kann für gegebene verschiedene Werte von E_1 und E_2 durch entsprechende Werte von J_1 und J_2 erfüllt werden, was also bedeutet, daß der Strom, den die einzelnen Maschinen ins Netz liefern, abhängt von der jeweiligen Erregung, die ja wieder den Wert der EMK bedingt, und durch den Ankerwiderstand, dessen Wert man sich etwas mit der Stromstärke wachsend vorstellen muß, um auch der Erscheinung der Ankerrückwirkung (s. Nr. 1273) Rechnung zu tragen. Wird z. B. Maschine II nur so stark erregt, daß $E_2 = P$ ist, dann kann sie keinen Strom abgeben (Leerlauf); dies ist auch der Zustand, in dem die Parallelschaltung einer neu heranzuziehenden Maschine erfolgt. Soll die Maschine II belastet werden, so muß sie stärker erregt werden und dann erst beteiligt sie sich im Maße des Überschusses an der Stromlieferung. Dieses setzt aber voraus, daß ihre Drehzahl nicht oder wenigstens nur um einige wenige Prozente abfalle, da sonst die betriebsmäßige EMK E_{2B} sich gegenüber der bei Leerlauf E_{20} verringern würde und einen Überschub über P nicht aufkommen ließe. Diese erforderliche Nachregelung der Drehzahl übernimmt aber der Zentrifugalregler der Antriebsmaschine, indem er entsprechend dem durch das Auftreten von Strom vergrößerten Drehmoment der Dynamo und der damit herbeigeführten Bremsung und Verminderung der Drehzahl für erhöhte Zufuhr des Betriebsstoffes (Dampf, Wasser, Benzin, Öl usw.) sorgt. Dieser sehr

wesentliche aber fast unauffällige Eingriff des Zentrifugalreglers darf nicht übersehen werden und auf eine sichere und rasche Wirkung seinerseits ist bei dessen Ausführung wohl zu achten.

Man kann also durch bloßes Verstellen der Nebenschlußregler die Netzbelastung J_N nach Belieben auf die beiden bzw. mehrere Dynamos verteilen und so neu zuzuschaltende Maschinen allmählich belasten, bereits belastete entlasten und aus dem Betriebe herausziehen. Bei der Entlastung einer Dynamo ist nur darauf zu achten, daß deren EMK nicht kleiner als P wird, weil sonst ein in umgekehrter Richtung fließender Ausgleichsstrom auftritt, der diese als Motor antreibt, was natürlich nicht sein darf. Dasselbe würde sich auch ereignen, wenn der Antrieb einer Dynamo Störungen irgendwelcher Art (z. B. Riemenabfall) erführe. Um in allen derartigen Fällen gefährliche Rückströme zu vermeiden, wird in eine der Verbindungsleitungen mit den Sammelschienen ein selbsttätiger Rückstromausschalter M eingebaut, der schon ausschaltet, sobald der Belastungsstrom auf einen gewissen Mindestwert gefallen ist. Er besteht aus einer Magnetspule, durch deren magnetische Zugkraft das Schaltmesser festgehalten wird, während ihn eine Feder oder ein Gewicht stets auszuschalten strebt; sobald der Strom nicht mehr genügend groß ist, um eine größere magnetische Klebekraft als diese Gegenkräfte hervorzubringen, fällt der Schalter heraus und schaltet seine Dynamo aus.

Setzt man $J_1 + J_2 = J_N = \text{Netzstrom}$, so findet man aus dieser und der obigen Gleichung

$$J_1 = \frac{(E_1 - E_2) + J_N r_{a_2}}{r_{a_1} + r_{a_2}} \quad \text{und} \quad J_2 = \frac{(E_2 - E_1) + J_N r_{a_1}}{r_{a_1} + r_{a_2}},$$

d. h. der Netzstrom verteilt sich in Abhängigkeit von der Erregung der Dynamos und dem Ankerwiderstand der anderen Maschine. Dies kommt besonders auffällig zum Ausdruck, wenn die beiden Maschinen zwar gleich erregt sind, aber (etwa infolge verschiedener Größe oder Bauart) verschiedenen Ankerwiderstand bzw. Ankerrückwirkung besitzen. Es wird dann $J_1 = \frac{J_N}{r_{a_1} + r_{a_2}} r_{a_2}$

und $J_2 = \frac{J_N}{r_{a_1} + r_{a_2}} r_{a_1}$ und es verhält sich $J_1 : J_2 = r_{a_2} : r_{a_1} = 1/r_{a_1} : 1/r_{a_2}$,

d. h. umgekehrt wie die Ankerwiderstände. Diese Tatsache tritt selbst bei ungleicher Erregung dann in Erscheinung, wenn der Netzstrom sich verändert um $\pm \Delta J_N$. Dann müssen sich beide Maschinen darein teilen, so daß $(J_1 \pm \Delta J_1) + (J_2 \pm \Delta J_2) = J_N \pm \Delta J_N$ wird und, wenn die Dynamos während der Stromschwankung nicht nachgeregelt werden, so folgt für

$$\Delta J_1 = \pm \frac{\Delta J_N}{r_{a_1} + r_{a_2}} r_{a_2} \quad \text{und} \quad \Delta J_2 = \pm \frac{\Delta J_N}{r_{a_1} + r_{a_2}} r_{a_1}, \quad \text{d. h.} \quad \Delta J_1 : \Delta J_2 =$$

$= r_{a_2} : r_{a_1} = 1/r_{a_1} : 1/r_{a_2}$. Das bedeutet aber, daß die Maschine mit dem größeren Ankerwiderstande oder der ausgeprägteren Ankerrückwirkung dem Stromstoß ausweicht, d. h. sie ist die nachgiebigere, während die steifere den größeren Stromanteil auf sich nimmt. Zum Parallelbetrieb müssen also die Dynamos eine gewisse Nachgiebigkeit besitzen und es ist erfahrungsgemäß ein etwa 10%iger Spannungsabfall zwischen Leerlauf- und Vollastspannung bei unveränderter Erregung ausreichend, um eine befriedigende Lastverteilung zu erhalten.

Das Schaltschema der Abb. 137 gilt für Nebenschlußmaschinen, die sich für den Parallelbetrieb besonders gut eignen. Aber auch Verbundmaschinen lassen sich parallel schalten, wenn man nur diejenigen Bürstenpole, von denen die Hauptstromwicklung abzweigt (s. Nr. 1269), durch eine Leitung möglichst geringen Widerstandes miteinander verbindet, damit nicht etwaige Ausgleichsströme eine Umpolarisierung der Maschine herbeiführen, was einen Kurzschluß

zur Folge hätte. — Hauptstrommaschinen lassen sich nicht parallel schalten, es sei denn, daß ihre Anker starr auf einer Welle säßen.

(1341) Parallelbetrieb von Dynamos mit Sammlerbatterien oder Gleichrichtern. Hierfür gelten dieselben Schaltregeln und Betriebserscheinungen. Eine Sammlerbatterie kann dadurch zu erhöhter Strombeteiligung herangezogen werden, daß ihre Zellenzahl erhöht wird, was durch den Zellenwechsler (s. Nr. 1239) geschehen kann, und zwar im Falle eines Doppelzellenschalters durch den Entladehebel. Sammlerbatterien zeichnen sich namentlich gegenüber älteren Dynamos durch einen sehr geringen inneren Widerstand r_i aus, der hier die Stelle des Ankerwiderstandes vertritt. Sie sind also sehr steif und nehmen Stromstöße besonders rasch und kräftig auf, entlasten also die Dynamos davon. Diese Wirkung bezeichnet man als Pufferung, und Batterien, die weniger der Stromentnahme als der Pufferung dienen heißen, Pufferbatterien und werden in unruhigen Betrieben, z. B. für Straßenbahnen, mit großem Erfolg zur Schonung der Dynamos verwendet. — Quecksilbergleichrichter (s. Nr. 1237) verhalten sich genau wie Dynamos und die Belastung geschieht hier entweder durch Erhöhung der Wechselstromspannung durch einen Drehumspanner (s. Nr. 1329) oder durch Veränderung der Induktivität vorgeschalteter Drosselspulen.

Parallelbetrieb von Wechselstromgeneratoren.

(1342) Parallelschaltung von Einphasengeneratoren. Für Wechselstrom sind die Verhältnisse wesentlich verwickelter, sowohl hinsichtlich der schematischen Verbindung, als auch der eigentlichen Parallelschaltung, wie auch des Betriebes, der mannigfachen Störungsmöglichkeiten ausgesetzt ist. So genügt es auch nicht, wenn man die neue Maschine auf die Sammelschienenspannung P bringt, denn die Spannungsmesser geben nur Mittelwerte der Spannungen während 1 Periode (s. Nr. 1222). Die Forderung lautet nun: die Spannungen beider Maschinen müssen sich in jedem Augenblick aufheben, soll die Ausbildung von Ausgleichsströmen vermieden werden, was ja Grundbedingung für den Parallelbetrieb ist.

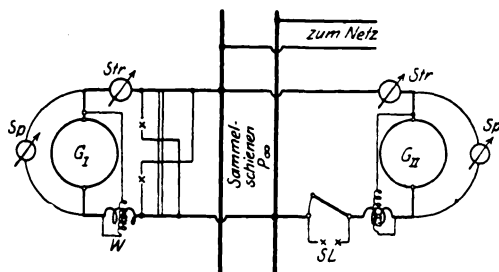


Abb. 138.

Ferner kann man die Polaritäten nicht von vornherein erkennen bzw. die entsprechenden Pole verbinden, da ja die Polarität eines jeden Generators von der jeweiligen Stellung des Polrades zu seinen Ständerwicklungen abhängt. Es bleibt daher gar nichts anderes übrig, als die beiden Generatoren nach Schema der Abb. 138 zu verbinden und durch Glühlampen (bzw. einen Spannungsmesser) bei SL zu untersuchen, ob ein Ausgleichsstrom vorhanden ist oder nicht, dessen Größe auf diese Weise unter allen Umständen auf einem unschädlichen Werte gehalten werden kann. Dunkle Lampen zeigen, daß kein (oder nur ein sehr geringer) Ausgleichsstrom vorhanden ist, worauf auch dieser Schalter geschlossen

werden dürfte. Je größer aber der Ausgleichsstrom, d. h. die Spannung zwischen den beiden Kontakten des Schalters ist, um so heller werden die Lampen aufleuchten. und diese Spannung kann ebenfalls bis auf den doppelten Wert der Klemmspannung ansteigen, aber auch jeden beliebigen Zwischenwert annehmen. Abb. 139 stellt das Vektordiagramm der Spannungen dar für einen beliebigen Augenblick bzw. eine bestimmte relative Stellung der Polräder und der daraus herrührenden Spannung E_A , die den Ausgleichswechselstrom J_A erzeugt. Drehen sich beide Vektoren mit derselben Winkelgeschwindigkeit, was gleiche Frequenz für beide Generatoren voraussetzt, so bleibt die Spannung E_A dauernd bestehen, was sich durch dauerndes Leuchten der Lampen kundgibt, und es kann niemals parallel geschaltet werden. Ist aber die Frequenz des zweiten Generators etwa kleiner, so hat sich nach einiger Zeit der Vektor E_2 dem Vektor E_1 genähert und etwa die Lage E_2' angenommen, dann ist aber E_A' größer und damit auch J_A , d. h. die Lampen leuchten heller und zwar hat die Helligkeit allmählich zugenommen, wird weiter wachsen bis $E_A = E_1 + E_2$ geworden ist und dann wieder abnehmen bis zur Dunkelheit.

Dieses Spiel wiederholt sich so oft als der Vektor E_2 von E_1 überholt wird, was stets nach $2\pi/(T_2 - T_1)$ sek der Fall ist. Die Lampen zeigen also ein periodisches Aufleuchten, welche Erscheinung man auch als Schwebung bezeichnet. Die Periode ist um so länger je geringer der Frequenzunterschied beider Generatoren ist. Innerhalb jeder solcher Periode muß einmal

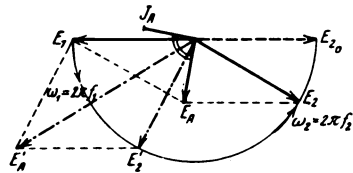


Abb. 139.

der Zustand eintreten, daß die Lampen dunkel sind, und jeder dieser Augenblicke kann zur Einlegung des Schalters, d. h. zum Parallelschalten benutzt werden, wobei man nur durch möglichst große Annäherung der Frequenz f_2 an f_1 für eine genügend lange Periode zu sorgen hat. Diesen Vorgang nennt man das Synchronisieren eines Wechselstromgenerators, zu welchem Zweck der Antriebsmaschinenwärter den neuen Generator auf die der Nennfrequenz entsprechende Drehzahl (s. Nr. 1278) zu bringen hat, deren Wert er am Drehzahlmesser erkennt. Den Augenblick der Einschaltung zeigen jene Synchronisierlampen bzw. das Synchronisiervoltmeter an. Statt mit dunklen Lampen kann man auch mit hellen Lampen synchronisieren, wenn man sie auf beide Schalter verteilt und über Kreuz schaltet, wie das Abb. 138 auf der linken Seite in Verbindung mit einem zweipoligen Hebelschalter zeigt.

Sobald aber die beiden Generatoren synchronisiert sind, so bleiben sie auch im Synchronismus, selbst dann, wenn der eine Generator unmittelbar vor dem Parallelschalten noch eine geringe Abweichung von der Nennfrequenz hatte. Denn sollte etwa der eben zugeschaltete Generator weiterhin vor- oder nach-eilen wollen, so tritt sofort wieder ein Ausgleichsstrom, und zwar nunmehr von erheblicher Größe schon bei ganz geringer Winkelabweichung θ , weil ja der Scheinwiderstand z_A der Bahn des Ausgleichstromes über die beiden Ständerwicklungen sehr klein ist, und zwar vorwiegend in Form von induktivem Blindwiderstand. Ein Voreilen des Polrades gegenüber der Leerlaufsynchronstellung hat nach Nr. 1282 zur Folge, daß die Maschine sich mit einem Wirkstrome belastet. — Denn als solcher erscheint der Ausgleichsstrom für die vor-eilende Maschine lt. Abb. 75 und Nr. 1282, wodurch sie also gebremst und in ihrer Geschwindigkeit so lange verzögert wird, bis ihre Frequenz auf den Nennwert gefallen ist.

Ein Zurückbleiben des Polrades würde die Maschine nach Abb. 100 und Nr. 1307 sofort zum Motor machen und beschleunigend wirken. Jede Abweichung vom

Synchronismus wird also durch eine synchronisierende Kraft verhindert und die Leerlaufsynchrostellung festgehalten.

Bei richtiger Erregung, d. h. so, daß $E_g = P$ ist, gibt aber die parallel geschaltete Maschine keinen Strom und keine Leistung ab. Um sie zu belasten genügt aber nicht eine Vergrößerung der Erregung wie bei Gleichstromerzeugern. Denn eine solche hätte zwar eine Erhöhung der EMK zur Folge; aber der durch diese Differenzspannung erzeugte Strom ist, wie aus Abb. 140 und Nr. 1282 folgt, ein reiner Blindstrom, der weder eine elektrische Leistung bewirkt noch eine mechanische Bremsung zur Folge hat, also auch den Zentrifugalregulator der Antriebsmaschine nicht zum Ansprechen bringen, d. h. zu Zufuhr größerer Mengen Betriebsstoff nicht veranlassen kann. Der erzeugte

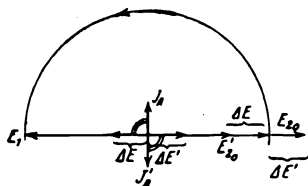


Abb. 140.

Blindstrom ist nachteilig bei Über-, vorteilhaft bei Untererregung; der Zentrifugalregulator aber bleibt unwirksam.

Soll der Generator belastet werden, so muß vielmehr seiner Antriebsmaschine auf irgendeine Weise mehr Betriebsstoff zugeführt werden, so daß diese ein größeres Drehmoment entwickeln und dadurch das Polrad aus der Leerlaufsynchrostellung im Drehsinn vorstellen kann. Dies hat nach

Nr. 1282 das Auftreten eines Wirkstromes zur Folge und damit auch elektrische Leistungsabgabe und mechanischen Leistungsbedarf, so daß sich wieder Gleichgewicht zwischen dem Antriebsmoment und dem Bremsmoment des Generators einstellen muß, wodurch dann auch die Voreilung des Polrades zu Ende kommt und dieses in einer neuen Lage festgehalten wird.

Größere Betriebsstoffmengen als für den bloßen Leerlauf lassen sich entweder durch Öffnen des betreffenden Absperrorgans zuführen, oder durch Veränderung am Stellzeug des Zentrifugalregulators in dem Sinne, daß dieses das Absperrorgan mehr öffnet, trotzdem die Drehzahl sich nicht erniedrigt hat. Es kann dies durch Veränderung der Gewichts- oder Federbelastung des Zentrifugalregulators (s. Nr. 653) geschehen, und zwar von Hand oder besser noch durch einen kleinen Motor mit Fernsteuerung von Schalttafel durch den Schalttafelwärter.

Da also der Schalttafelwärter aus den Angaben des Strommessers allein sich kein Bild über den Belastungszustand seiner Generatoren machen kann, muß jeder Generator noch mit einem Wattmeter oder mit einem Phasenmesser (s. Nr. 1254) ausgerüstet werden. Er ist dann in der Lage die Erregung stets so einzustellen, daß entweder nur Wirkstrom auftritt, was für die Ausnutzungsfähigkeit seines Generators am günstigsten ist (Nr. 1229) oder je nach Bedarf außer dem reinen Wirkstrom noch ein vor- oder nacheilender Blindstrom.

Da das Synchronisieren Ruhe und Geschicklichkeit erfordert, hat man neuerdings Vorrichtungen gebaut, die dies selbsttätig besorgen und die sich gut bewährt haben.

Bei Hochspannungsanlagen müssen sämtliche Meß- und Synchronisier- vorrichtungen über Strom- und Spannungswandler (Nr. 1330) angeschlossen werden. Da in diesem Falle die Verfolgung der Leitungen für die Synchronisier- einrichtung sehr erschwert, die Feststellung aber, ob bei hellen oder dunklen Lampen parallel geschaltet werden soll, stets nötig ist, so kann man zur Klärung dieser Frage in allen Fällen folgende Prüfung vornehmen: Man löse die Verbindungen an den Generatorklemmen, lege den 2-poligen Schalter ein, sodaß alle Leitungen bis unmittelbar vor dem Generator unter Sammelschienen- spannung kommen. Leuchten nun die Lampen hell auf, so muß bei hellen Lampen geschaltet werden, und umgekehrt. Nach dieser Feststellung öffnet man den

Schalter wieder und schließt die Verbindungsleitungen wieder an den Generator an.

(1343) Parallelschaltung von Drehstromgeneratoren geht genau in derselben Weise vor sich, indem man die 3. Phase zunächst abtrennt (mittels des Trennschalters) und mit den beiden übrigen Phasen die oben beschriebene Lampenprüfung vornimmt und regelrecht parallel schaltet. An der Trennstelle der 3. Phase prüft man dann in bekannter Weise mit Lampen, ob zwischen den getrennten Kontakten Spannung vorhanden ist oder nicht; bleiben die Lampen dunkel, so darf der Trennschalter eingelegt werden. Leuchten aber die Lampen hell auf (entsprechend der doppelten Sammelschienspannung), so müssen 2 der Verbindungsleitungen am Generator gekreuzt werden. Bei wiederholter Prüfung müssen diese Lampen dunkel bleiben. Diese Erscheinung hat ihren Grund darin, daß einer bestimmten Reihenfolge der Phasen auch ein bestimmter Drehsinn des Drehfeldes entspricht (s. Nr. 1310). Nun müssen natürlich die parallel zu schaltenden Maschinen nicht nur synchron laufen, sondern auch denselben Drehsinn auf angeschlossene Drehstrommotoren ausüben; sobald dies nicht der Fall ist, tritt zwischen den 3. Phasen der Sammelschiene und des neuen Generators jene doppelte Sammelschienspannung auf. Durch Vertauschen zweier Leitungen aber wird nach Nr. 1318 der Sinn des Drehfeldes umgekehrt, womit auch jene Spannung verschwinden muß. Diese Prüfung der 3. Phase ist nur einmal vor der ersten Parallelschaltung vorzunehmen. Man kann jedoch jene Prüflampen an der 3. Phase auch dauernd liegen lassen; ordnet man die 3 Prüflampen (bzw. -gruppen) im gleichschenkligen Δ so an, daß oben die der 3., rechts und links die der beiden ersten Phasen liegen, so muß also in dem Augenblicke geschaltet werden, in dem die obere dunkel, die beiden unteren hell aufleuchten. Solange aber Synchronismus noch nicht erreicht ist, zeigen alle 3 Lampen ein periodisches Aufleuchten, wobei der Eindruck entsteht, als drehe sich der Lichtschein über die 3 Lampen hinweg. Der Drehsinn hängt dabei davon ab, ob die neue Maschine zu schnell oder zu langsam läuft. Diese Beziehung, die leicht auszuprobieren ist, gibt dann gleichzeitig zu erkennen, ob die Drehzahl der neuen Maschine bereits zu hoch oder noch zu gering ist.

(1344) Störungen des Parallelbetriebes. Das Parallelschalten und -arbeiten macht keine Schwierigkeiten bei Generatoren, die von Dampf- oder Wasserturbinen oder mittels Riemenübersetzung angetrieben werden, wohl aber beim Antrieb in unmittelbarer Kupplung durch Kolbenmaschinen aller Art, insbesondere bei Viertaktgasmaschinen infolge des veränderlichen Drehmomentes während 1 Umdrehung (s. Nr. 650). In Nr. 1282 ist bereits darauf hingewiesen worden, daß jedem Wert des Antriebsmomentes eine bestimmter Wert des α θ entspricht, der die Abweichung des Polrades gegenüber der Leerlaufsynchrostellung mißt, und daß bei periodisch schwankendem Drehmomente damit dem Polrad bereits im Einzellauf ein periodischer Antrieb aufgezwungen wird, der es in erzwungene Schwingungen versetzen kann. Um sich ein Bild von den Schwankungen des Drehmomentes während 1 (bzw. 2) Umdrehungen zu machen, zeichnet man sich bekanntlich das Tangentialdruckdiagramm auf, s. z. B. Abb. 206 Nr. 648. Ein solches läßt sich nach dem Fourierschen Problem, s. Nr. 111, stets in eine Grundschwingung mit der Periode gleich der Zeit 1 Umlaufes und in mehrere Harmonische 2., 3. usw. Ordnung zerlegen, wobei aber meist der Scheitelwert der 2. Harmonischen bei Dampfmaschinen (oder gar der $\frac{1}{2}$ Harmonischen bei Viertakt-Gasmotoren) wesentlich größer als der der Grundschwingungen und der übrigen Harmonischen zu sein pflegt und taktgebend ist.

Die großen Schwankungen des Tangentialdruckdiagramms pflegt man durch Schwungmassen zu vermindern, so daß der Ungleichförmigkeitsgrad δ ein erträgliches Maß annimmt, wobei zwischen diesem, der Leistung in PS, der Drehzahl und der Bauart der Kolbenmaschine, die in Nr. 649 u. 650 gegebene Beziehung besteht. Danach wächst $1/\delta$ proportional dem Schwungmoment GD^2

und dieses ist andererseits in hohem Grade von der Zahl und Anordnung der Zylinder, sowie der Arbeitsweise (Zweitakt, Viertakt) abhängig. Der erforderliche Gleichförmigkeitsgrad $1/\delta$ hängt beim elektrischen Betrieb von der Art der Verbraucher ab und darf nach Angaben von M. Gaze¹⁾

für reinen Lichtbetrieb	70 ÷ 150
für Kraftbetriebe mit vielen kleinen Motoren	70 ÷ 100
„ „ „ „ großen „	100 ÷ 150

nicht unterschreiten. Die Schwungmassen legt man in das Polrad, wobei man das Produkt GD^2 zweckmäßig aufteilen muß. Der Polraddurchmesser, den man mit Rücksicht auf kleines Gewicht, geringe Lagerdrücke und Materialkosten zunächst möglichst groß zu machen bestrebt sein wird, ist aber begrenzt durch die Rücksicht auf die Zentrifugalkräfte, den Ständerdurchmesser und die Ausladung der FüÙe, die den Raumbedarf bestimmen.

Für den Parallelbetrieb von Generatoren ist das auf diese Weise für den Einzellauf berechnete GD^2 nicht maßgebend, einmal weil die Gleichförmigkeit der parallellaufenden Maschine nur etwa halb so groß ist wie im Einzellauf, und dann weil die Störungsursachen mit dem Gleichförmigkeitsgrade gar nichts zu tun haben. Störungen, d. h. heftige Pendelungen des Polrades, die unter ungünstigen Umständen bis zum Außertrittfallen nebst Kurzschluß führen können, werden vielmehr dadurch herbeigeführt, daß beim Parallelbetrieb das Polrad unter dem Einflusse der synchronisierenden Kraft Eigenschwingungen ausführt, die sich den aufgezwungenen Schwingungen von seiten des Tangentialdruckdiagramms überlagern und dann zu Schwebungen bzw. im Resonanzfall zu so großen Schwingungsweiten des Polrades führen, daß dadurch nach Nr. 1202 ein Außertrittfallen bzw. Kurzschluß des Generators herbeigeführt wird.

Die Eigenschwingungszeit eines Polrades unter dem Einflusse des synchronisierenden Momentes D ist $T = 2\pi\sqrt{J:D}$, wo J das Trägheitsmoment bedeutet (s. Nr. 174) bzw. $T = 1,003\sqrt{GD^2:D}$; sobald also nun dieser Wert

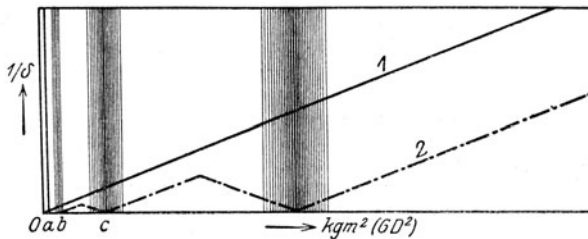


Abb. 141.

sich dem Zeitwert einer aufgezwungenen Schwingung — sei es der Grundschwingung oder einer höheren (oder tieferen) Harmonischen — nähert oder gar zusammenfällt, tritt Resonanz ein. Diese Gefahr ist bei Dampf- und Zweitaktgasmaschinen besonders groß für die 2. und für Viertaktgasmaschinen für die $1/2$ Oberschwingung, also für die Schwingungszeit gleich einer halben bzw. 2 Umdrehungen. Im Resonanzfall ist der Ungleichförmigkeitsgrad $\delta = \infty$ und die Beziehung zwischen δ und GD^2 ist für einen parallel geschalteten Generator eine wesentlich andere als für einen einzellaufenden. Abb. 141²⁾ gibt für einen

¹⁾ S. AEG-Mitteilungen, Heft 11 u. 12, 1922.

²⁾ Aus der AEG-Druckschrift: Elektrizität im Eisenhüttenwerk.

Viertaktgasmotor ein anschauliches Bild für das oben Gesagte, wobei die Breite der Gefahrenzone den Scheitelwerten der aufgezungenen Schwingungen annähernd proportional eingezeichnet ist; man erkennt, daß die Gleichförmigkeit eines parallellaufenden Generators (Linie 2) kleiner, höchstensfalls fast nur $\frac{1}{2}$ so groß ist wie die eines einzellaufenden (Linie 1) und daß daher ein Generator, der auch für Parallelbetrieb bestimmt ist, für rund die doppelte Gleichförmigkeit gebaut sein muß, um im Parallelbetrieb tatsächlich die oben genannten Mindestwerte zu erreichen. Das allein nach dem Gesichtspunkte der Ungleichförmigkeit bestimmte Schwungmoment GD^3 bietet aber noch keine Gewähr für störungsfreien Parallellauf, denn es ist möglich, daß gerade mit diesem GD^2 -Werte, die Eigenschwingungszeit sich der einer aufgezungenen Schwingung nähert, und deshalb die besagten Störungen eintreten. Man muß daher diese Prüfung vornehmen und nötigenfalls das Schwungmoment soweit vergrößern, daß die Eigenschwingungszeit wesentlich größer wird, als die der aufgezungenen Schwingung größten Scheitelwertes. Setzt man mit dem Verfasser der erstgenannten Abhandlung¹⁾ die Eigenschwingungszeit = 1,28fachen der gefährlichsten aufgezungenen Schwingungszeit, was erfahrungsgemäß genügt, um gefährliche Schwebungen zu vermeiden, so kann man das für einen sicheren Parallellauf nötige GD berechnen nach der Formel $GD^2 = 12 \cdot 10^8 \cdot f \cdot a^2 N_{\text{gr}} \cdot n^4$, wo N_{gr} die Nennleistung des Generators in kVA und a die Anzahl der Umdrehungen bedeutet, bei der eine Zylinderseite einen neuen Kraftimpuls erhält; für Dampf- und Viertaktgasmotoren ist also $a = 1$, für Viertaktgasmotoren $a = 2$.

Eine Übersicht über den Unterschied der für $\delta = 1/200$ nötigen GD^2 , einmal Einzellauf und das andere Mal für störungsfreien Parallelbetrieb, gibt für Kolbendampfmaschinen untenstehende Tafel²⁾:

Betriebsart	Bauart	Kurbelwinkel	Umdrehungen in der Minute				
			107	125	150	167	187
Einzellaufbetrieb $\delta = 1 : 200$	1 Zylinder	—	294	184	106,5	77,5	55
	Tandem	—	220	138	80	58	41,5
	Verbund	90°	130,5	82	47,5	34,4	24,5
	Zwilling	90°	98	61,5	35,5	25,8	18,3
Parallelbetrieb	jede Dampfmaschine	—	197	106	51	33,1	21,1

Schwungmomente in 10^3 kgm^2 für eine 500-PS-Dampfmaschine gekuppelt mit einem 430-kVA-Drehstromgenerator. Die eingerahmten Zahlenwerte für GD^2 reichen für Parallelbetrieb nicht aus und müssen auf die der untersten Zeile erhöht werden, wobei dann im Einzelbetrieb δ kleiner als 1 : 200 wird.

Da namentlich für Gasmotoren das erforderliche Schwungmoment sehr groß werden kann, so trachtet man danach, die Eigenschwingungen möglichst zu unterdrücken oder zu dämpfen. Vorrichtungen dieser Art sind die sogenannten Dämpferwicklungen, die aus einer in den Anker eingebauten Kurzschlußwicklung bestehen, etwa in der Art wie die Käfigläufer der Drehstrommotoren und die nach dem Lenzschen Induktionsgesetze hemmend auf die Pendelungen des Polrades wirken.

Ähnliche Betrachtungen gelten für Störungsursachen beim Betrieb von Synchronmotoren.

¹⁾ S. AEG-Mitteilung 1922, Heft 11 und 12, Abhandlung von M. Gaze.

Berechnung der erforderlichen Lichtstärke

aus der mittleren Beleuchtung auf Grund der Wirkungsgradmethode in nomographischer Behandlung.

(1345) Um die erforderliche Lichtstärke für einen Fabriksaal, Zeichenbüro usw. berechnen zu können, sei hier im Auszug eine diesbezügliche Abhandlung von Bloch¹⁾ mit Anwendungsbeispielen wiedergegeben:

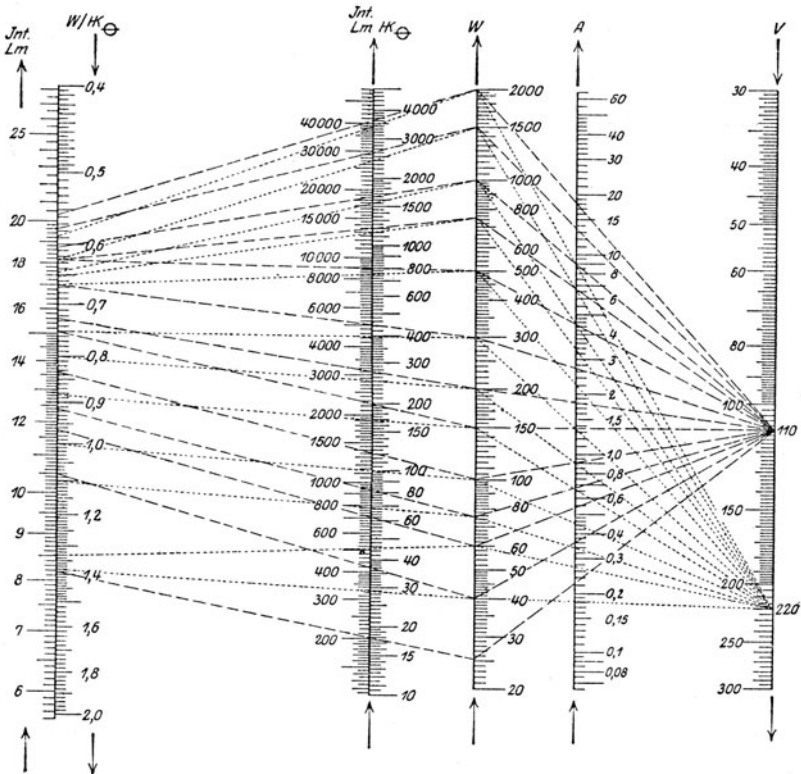


Abb. 142.

Zunächst die Abb. 142 zur Berechnung des Energieverbrauchs und der Lichtausbeute elektrischer Lampen, insbesondere Glühlampen, wenn Spannung V , Strom A und mittlere sphärische Lichtstärke in HK_{\odot} gegeben sind.

Von rechts nach links enthalten die hier angegebenen fünf Skalen die Spannung V , wobei die hauptsächlich gebräuchlichen Spannungen für 110 und 220 V besonders hervorgehoben sind, weiterhin die Stromstärken in A und der Verbrauch der Lampen in W . Die vierte Skala enthält zwei Teilungen, und zwar rechts die Lichtstärken und links den zugehörigen Lichtstrom in

¹⁾ ETZ 1922, H. 3, S. 73.

internationalen Lumen, wenn rechts die mittlere sphärische Lichtstärke in HK_{\odot} angegeben ist. Ebenso enthält die ganz links stehende Skala zwei Teilungen, und zwar rechts den spezifischen Effektverbrauch in W für je ein HK und links die zugehörige Lichtausbeute in internationalen Lumen für ein W . Bei dieser Tafel gehören die drei rechts gelegenen Skalen zusammen und dienen zur Berechnung des Energieverbrauchs aus Strom und Spannung oder des Stromverbrauchs bei gegebenem Energieverbrauch in W . Ebenso dienen die drei links gelegenen Skalen zur Berechnung des spezifischen Effekt-

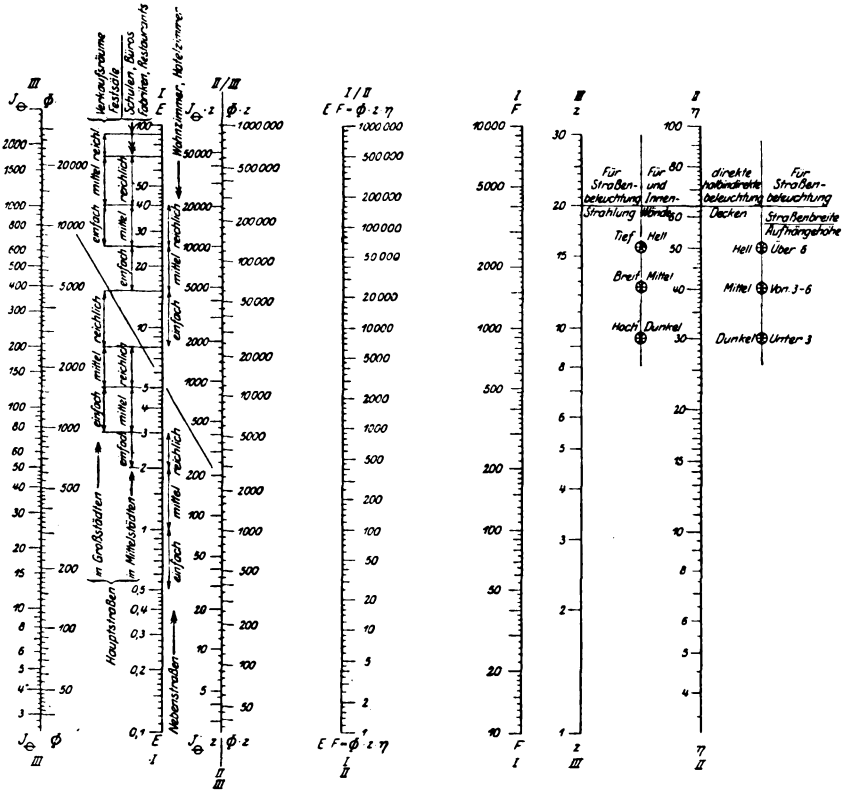


Abb. 143.

verbrauchs oder der Lichtausbeute aus dem Energieverbrauch und der Lichtstärke. Die mittlere Skala für den Energieverbrauch wird für beide Berechnungen gemeinsam benutzt.

Die listenmäßigen Werte für die normalen Osram-Nitralampen für 110 und 220 V sind in dieser Darstellung durch gestrichelte bzw. punktierte Linien gekennzeichnet. Man kann auf diese Weise den Energieverbrauch, die Stromstärke, Lichtstärke, den Lichtstrom spezifischen Effektverbrauch und die Lichtausbeute für alle diese normalen Lampentypen unmittelbar aus der Darstellung entnehmen oder auch für jede beliebige andere Lampenspannung und Lichtausbeute in einfacher Weise berechnen. Beispiels-

weise hat eine Lampe für 300 W, 110 V, 2,77 A und 450 HK₀ oder 5000 internationale Lumen und 0,665 W/HK₀ oder 17 internationale Lumen für 1 W.

Zu weiteren Berechnungen dient die Tafel Abb. 143, deren Benutzung die folgenden drei Beispiele zeigen.

Ein kaufmännisches Bureau von 35 m² Bodenfläche soll durch Gasfüllungslampen für 60 W 220 V eine mittlere Beleuchtung von 25 Lux erhalten. Die Decke sei hell, die Wände dunkel. Hierfür ergibt sich durch Verbindung des obersten Punktes rechts und des untersten Punktes links von der Wirkungsgradskala auf dieser ein Wirkungsgrad von 40 ‰. Die angewandten Lampen haben nach der Tafel in Abb. 142 eine mittlere sphärische Lichtstärke von 45 HK. Durch Verbindung des Punktes 25 auf der mit I bezeichneten Skala für E und des Punktes 35 auf der Skala für F ergibt sich $E \cdot F$ auf der mit I/II bezeichneten Skala. Dieser Punkt, dessen Zahlenwert nicht abgelesen zu werden braucht, wird mit dem Punkt für 40 ‰ Wirkungsgrad auf der Skala für η verbunden und ergibt auf der mit II, III bezeichneten Skala den Wert für $J_{0} \cdot z$, dessen Ablesung auch nicht nötig ist. Er wird mit dem Punkt für 45 HK auf der mit III bezeichneten Skala für J_{0} verbunden und schneidet auf der gleichfalls mit III bezeichneten Skala für z den Wert 3,9 ab. Man wird hiernach in vorliegendem Falle vier Lampen verwenden.

Ein Schulzimmer von 60 m² Bodenfläche werde durch 6 Normalbrenner für hängendes Gasglühlicht beleuchtet, von denen jeder eine mittlere sphärische Lichtstärke von 80 HK₀ habe. Die Decke des Raumes sei hell, die Wände mittel, woraus sich durch Verbindung der entsprechenden Punkte rechts und links von der Wirkungsgradskala auf dieser der Wert von 45 ‰ ergibt. Das Produkt $J_{0} \cdot z = 480$ kann entweder durch Benutzung der entsprechenden beiden Skalen oder hier einfacher durch Kopfrechnung erhalten und auf der zugehörigen Skala aufgesucht werden. Die Verbindung mit dem zum Wirkungsgrad 45 ‰ gehörigen Punkt ergibt $E \cdot F$ und dessen Verbindung mit dem Punkt $F = 60$ m² ergibt auf der Skala für die Beleuchtung $E = 45$ Lux. Aus der danebenstehenden Einteilung geht hervor, daß das Schulzimmer eine reichliche Beleuchtung aufweist.

Eine verkehrsreiche Hauptstraße von 20 m Breite soll mit Gasfüllungslampen für 500 W 220 V 750 HK₀ eine mittlere Beleuchtung von 6 Lux erhalten. Die Aufhängehöhe sei 8 m, die Wirkung der angewandten Armaturen tiefstrahlend. Der erforderliche Lampenabstand ist zu berechnen. Für das Verhältnis Straßenbreite/Aufhängehöhe = 20/8 = 2,5 gilt der unterste Punkt rechts von der Wirkungsgradskala und für tiefstrahlende Armaturen der oberste Punkt links von ihr; die Verbindung beider ergibt einen Wirkungsgrad von 40 ‰. Da die zu beleuchtende Straßenfläche für eine Lampe auszurechnen ist, wird $J_{0} = 750$ unmittelbar auf der mit $J_{0} \cdot z$ bezeichneten Skala aufgesucht und mit dem Punkt für $\eta = 40$ verbunden. Hieraus ergibt sich $E \cdot F$ und durch Verbindung mit dem Wert für $E = 6$ Lux erhält man $F = 630$. Durch Division mit der Straßenbreite von 20 m erhält man hiernach den Lampenabstand $630/20 = 31,5$ m.

Für die Bemessung der Beleuchtung in Lux auf einer wagrechten Ebene in 1 m Höhe über dem Fußboden mögen folgende Angaben dienen:

Festzimmer 30 ÷ 80, Wohnzimmer 20 ÷ 30, Schlafzimmer 10, Nebenräume 6, Zeichensäle 60, Sitzungssäle 35, kaufmännische Schreibsäle 25, Lageräume 6.

Werkstätten für feine Arbeiten 40 ÷ 80, einfache und Spinnereien 20, Lagerräume 6, Festsäle 50 ÷ 80, Hörsäle 40, Speisesäle 20, Hotelküchen 15, s. a. die Angaben links seitlich der Skala IE .

(1346) Normalien.

Verzeichnis der wichtigsten¹⁾ Vorschriften, Regeln und Normen mit Angabe ihrer Veröffentlichung in der „ETZ“.

	Jahr.	Seite.
1. Vorschriften für die Errichtung und den Betrieb elektrischer Starkstromanlagen nebst Ausführungsregeln. Dazu Erläuterungen von Dr. C. L. Weber.	1914 1922	478/510/720 525
2. Normen für die Betriebsspannungen elektr. Anlagen über 100 V	1919	457
3. Kupfernomen	1914	366
4. Regeln für die Bewertung und Prüfung von elektr. Maschinen. REM 1923.	1922	657/1442
5. Regeln für die Bewertung und Prüfung von Transformatoren. RET 1923.	1922	666/1443
6. Regeln und Normen für Anlasser und Steuergeräte. REA.	1922	1369
7. Normen für die Bezeichnung von Klemmen bei Maschinen usw.	1908 1909	874 506
8. Normale Bedingungen für den Anschluß von Motoren an öffentliche elektr. Werke.	1922	700
9. Licht, Lampen, Beleuchtung.	1922	405
10. Normen für Starkstromfreileitungen.	1921	529/836
11. Merkblatt für Verhaltensmaßregeln gegenüber elektr. Freileitungen.	1914	478
12. Normen und Prüfvorschriften für Porzellanisolatoren.	1920	137
13. Normen für häufig gebrauchte Warnungstafeln	1910	414 491
14. Regeln für Errichtung elektrischer Fernmeldeanlagen.	1920	561/744
15. Leitsätze über den Schutz der Gebäude gegen Blitz.	1920	641
16. Leitsätze für die Herstellung und Einrichtung von Gebäuden zw. Versorgung mit Elektrizität	1910	825
17. Bahnkreuzungsvorschriften für fremde Starkstromanlagen. BKV.	1922	62
18. Sicherheitsvorschriften für elektr. Straßenbahnen.	1906	798
19. Leitsätze für Schutzerdung.	1913 1914	691/897 604
20. Vorschriften für die Konstruktion und Prüfung von Schaltapparaten für Spannungen bis einschl. 750 V.	1914	513

¹⁾ Vollständiges Verzeichnis siehe ETZ 1923, H. 15, S. 347.

Anhang.

A. Wärmeeigenschaften verschiedener Körper.

a) Ausdehnung durch Wärme.

Bezeichnet α die lineare Ausdehnung eines Körpers, d. h. die Zunahme der Längeneinheit des Körpers bei 1 Grad Temperaturerhöhung, so kann die Zahl der Flächenausdehnung (angenähert) = 2α , diejenige der Raumausdehnung (angenähert) = 3α genommen werden.

Die Zahlenwerte der nachstehenden Tabelle geben im Mittel die Längenausdehnung α für Körper aus verschiedenem Material für je 1^oC Temperaturzunahme (zwischen 0 und 100^o) an.

Aluminium	0,000024	Marmor	0,000 012
Blei	028	Messing	019
Eisen, weich	012	Neusilber	018
Glas, weiches Thür.	009	Nickel	013
„ hartes Jenaer	006	Nickelstahl (20 Ni)	011
Gold	015	„ (30 Ni)	006
Gußeisen, grau	011	Osmium	007
Guttapercha, gereinigt, ge-		Platin	009
walzt (kubisch)	546	Porzellan (Berlin)	003
Hartgummi	084	Quecksilber (kubisch)	181
Hölzer, längs der Faser	003÷009	Rhodium	009
Iridium	070	Ruthenium	010
Kadmium	032	Schmiedeeisen, gewalzt	011
Kautschuk, roh, grau (kubisch)	660	Silber	019
Konstantan	046	Speckstein	004
Kupfer	019	Vulkanit	064
Luft $\left(\frac{1}{273}\right)$	3663	Wasser (4÷100 ^o)	1180
Magnalium (86 Al, 13 Mg)	024	Wismut	014
Magnesium	027	Zink	029
		Zinn	022

**b) Mittlere spezifische Wärme fester und tropfbar flüssiger Körper
zwischen 0° und 100°.**

Aluminium	0,21	Platin	0,032
Antiman	0,05	Portland-Zement	0,271
Asbest	0,195	Quarz	0,187
Bimsstein	0,24	Quecksilber	0,033
Blei	0,030	Rindsleder, gegerbt, trocken	0,357
Dolomit	0,214	Sandstein	0,22
Ebonit	0,339	Schmiedb. Guß	0,115
Eisen	0,116	Schwefelsäure	0,336
Flußeisen (0,5 C)	0,113	Silber	0,055
Glockenbronze (80 Cu, 20 Sn)	0,086	Spiegelglas	0,186
Gold	0,086	Stahl	0,110
Gußeisen	0,115	Steine, feuerfeste	0,22 ÷ 0,25
Holzkohle	0,18	Steinkohle	0,31
Kohlenstoff	0,204	Talk	0,209
Koks	0,203	Ton	0,224
Kork dc.	0,485	Tonerde	0,198
Kupfer	0,093	Tuffstein	0,33
Magnesia	0,244	Wasser	1,000
Marmor	0,215	Wismut	0,030
Messing (60 Cu, 40 Zn)	0,092	Wolframit	0,098
Neusilber	0,095	Wolle, trocken	0,393
Nickel	0,109	Zellulose, trocken	0,366
Olivenöl ($d = 0,911$)	0,471	Ziegel	0,215
Paraffin	0,650	Zink	0,093
Petroleum	0,500	Zinn	0,056

Ermittlung der spez. Wärme für verschiedene Gase und Gasgemische n. S. 496 u. ff.

c) Längenschwindmaß einiger Metalle,

d. i. die Verkleinerung der Längenabmessungen eines Gußstückes während des Erstarrens und Erkalten.

Aluminium	0,0182	Kunstbronze (86 Cu, 12 Zn, 6 Sn)	0,0130
Aluminiumbronze	0,0167	Messing (70 Cu, 30 Zn)	0,0161
Blei	0,0109	Stabeisen (gewalzt)	0,0185
Geschützbronze (10 Sn)	0,0077	Stahl (0,8 C)	0,0154
Glockenbronze (80 Cu, 20 Sn)	0,0154	Stahlguß (0,3 C)	0,0167
Gußeisen, graues	0,0104	Stahlguß (0,1 % C)	0,020
„ weißes	0,016	Zinn	0,0080
Hartguß bei 13 mm Abschreckung	0,014	Zink	0,0160
do. bei 55 mm Abschreckung	0,021		

**d) Schmelz- oder Gefrierpunkt verschiedener Stoffe
unter dem Drucke von 760 mm Q.-S.**

	Grad		Grad
Äther	— 118	Messing	etwa 900
Alkohol (absoluter) . .	— 118	Naphthalin	80
Aluminium	657	Natrium	97,5
Ammoniak	— 78	Nickel	1450
Antimon	630	Phosphor	44
Benzol	5,6	Platin	1750
Blei	327	Quecksilber	— 39
Bronze	etwa 900	Sauerstoff	— 227
Chlor	— 102	Schwefel	113
Chlorkalziumlösung, ges.	— 40	Schwefelkohlenstoff .	— 113
Delta-Metall	950	Schweflige Säure . .	— 76
Eisen, rein	1510	Seewasser	— 2,5
Flußeisen	1350 bis 1450	Silber	961
Gold	1064	Stahl	1300 bis 1400
Gußeisen, graues . .	1200	Stickstoff	— 219
Gußeisen, weißes . .	1130	Terpentinöl	— 10
Kochsalzlösung, gesätt.	— 18	Wasser	0
Kohlensäure	— 79	Wismut	269
Kupfer	1083	Zinn	232
Mangan	1245	Zink	419

**e) Siedepunkt verschiedener Stoffe
unter dem Drucke von 760 mm Q. S.**

	Grad		Grad
Äther	35	Kohlensäure	— 78
Äthylen	— 104	Naphthalin	218
Alkohol (absoluter) . .	78,5	Paraffin	300
Ammoniak	— 33	Phosphor	290
Argon	— 186	Quecksilber	357
Azetylen	— 84	Sauerstoff	— 183
Benzol	80	Schwefel	445
Chlor	— 34	Schweflige Säure . .	— 10
Chlorkalziumlösung, ges.	180	Stickstoff	— 196
Glycerin	290	Wasser	100
Kochsalzlösung, gesätt.	108	Wasserstoff	— 253
Kohlenoxyd	— 190	Zink	915

B. Deutsche Normalprofile für Walzeisen¹⁾.

Bemerkung. Die hierunter angegebenen Gewichte gelten für Flußeisen (spez. Gewicht = 7,850).

a) Gleichschenklige Winkeleisen.

Normallängen: 4 bis 12 m.

Lagerlängen: 4 bis 9 m in Abstufungen von 200 mm.

9 „ 16 m in „ „ 250 „

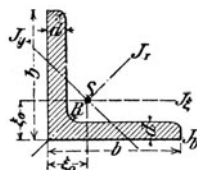
Abrundungshalbmesser der inneren Winkelecke

$$R = 0,5 (d_{\min} + d_{\max}).$$

Abrundungshalbmesser der Schenkellenden $r = 0,5 R$
(auf halbe mm abgerundet).

Schwerpunktsabstand $\xi_0 \sim \frac{1}{4} b + 0,36 d$.

Vorprofile mit gleicher Schenkelbreite und 1 mm größerer Schenkeldicke werden gewalzt.



Profil-Nr.	Breite b mm	Dicke d mm	Querschnitt F cm ²	Gewicht g kg/m	Abstand des Schwerpunktes ξ_0 mm	Trägheitsmomente			
						J_b cm ⁴	J_ξ cm ⁴	$J_x = \max$ cm ⁴	$J_y = \min$ cm ⁴
1 ^{1/2}	15	3	0,82	0,64	4,8	0,34	0,15	0,24	0,06
		4	1,05	0,82	5,1	0,46	0,18	0,29	0,08
2	20	3	1,12	0,88	6,0	0,79	0,38	0,62	0,15
		4	1,45	1,14	6,4	1,08	0,48	0,77	0,19
2 ^{1/2}	25	3	1,42	1,12	7,3	1,55	0,79	1,27	0,31
		4	1,85	1,45	7,6	2,07	1,01	1,61	0,40
3	30	4	2,27	1,78	8,9	3,60	1,80	2,85	0,76
		6	3,27	2,57	9,6	5,50	2,49	3,91	1,06
3 ^{1/2}	35	4	2,67	2,10	10,0	5,63	2,96	4,68	1,24
		6	3,87	3,04	10,8	8,65	4,14	6,50	1,77
4	40	4	3,08	2,42	11,2	8,34	4,48	7,09	1,86
		6	4,48	3,52	12,0	12,8	6,33	9,98	2,67
		8	5,80	4,55	12,8	17,4	7,89	12,4	3,38
4 ^{1/2}	45	5	4,30	3,38	12,8	14,9	7,83	12,4	3,25
		7	5,86	4,60	13,6	21,2	10,4	16,4	4,39
		9	7,34	5,76	14,4	27,8	12,6	19,8	5,40
5	50	5	4,80	3,77	14,0	20,4	11,0	17,4	4,59
		7	6,56	5,15	14,9	29,1	14,6	23,1	6,02
		9	8,24	6,47	15,6	37,9	17,9	28,1	7,67
5 ^{1/2}	55	6	6,31	4,95	15,6	32,7	17,3	27,4	7,24
		8	8,23	6,46	16,4	44,2	22,1	34,8	9,35
		10	10,1	7,90	17,2	56,1	26,3	41,4	11,3

¹⁾ Nach dem deutschen Normalprofilbuche für Walzeisen zu Bauzwecken, 7. Aufl. 1908; Verlag der Rudleschen Akzidenzdruckerei und Lit. Anstalt (Jos. Deterre), Aachen.

Profil-Nr.	Breite	Dicke	Querschnitt	Gewicht	Abstand des Schwerpunktes ξ_0	Trägheitsmomente			
	b mm	d mm	F cm ²	g kg/m		J_b cm ⁴	J_ξ cm ⁴	$J_x = \max$ cm ⁴	$J_y = \min$ cm ⁴
6	60	6	6,91	5,42	16,9	42,5	22,8	36,1	9,43
		8	9,03	7,09	17,7	57,4	29,1	46,1	12,1
		10	11,1	8,69	18,5	72,7	34,9	55,1	14,6
6 ^{1/2}	65	7	8,7	6,8	18,5	63,2	33,4	53,0	13,8
		9	11,0	8,6	19,3	82,2	41,3	65,4	17,2
		11	13,2	10,3	20,0	101	48,8	76,8	20,7
7	70	7	9,4	7,4	19,7	78,8	42,4	67,1	17,6
		9	11,9	9,3	20,5	103	52,6	83,1	22,0
		11	14,3	11,2	21,3	127	61,8	97,6	26,0
7 ^{1/2}	75	8	11,5	9,0	21,3	111	53,9	93,3	24,4
		10	14,1	11,1	22,1	140	71,4	113	29,8
		12	16,7	13,1	22,9	170	82,4	130	34,7
8	80	8	12,3	9,7	22,6	135	72,3	115	29,6
		10	15,1	11,9	23,4	170	87,5	139	35,9
		12	17,9	14,1	24,1	206	102	161	43,0
9	90	9	15,5	12,2	25,4	216	116	184	47,8
		11	18,7	14,7	26,2	266	138	218	57,1
		13	21,8	17,1	27,0	317	158	250	65,9
10	100	10	19,2	15,1	28,2	329	177	280	73,3
		12	22,7	17,8	29,0	393	207	323	86,2
		14	26,2	20,6	29,8	468	235	372	93,3
11	110	10	21,2	16,6	30,7	439	239	379	98,6
		12	25,1	19,7	31,5	529	280	444	116
		14	29,0	22,3	32,1	618	319	505	133
12	120	11	25,4	19,9	33,6	627	341	541	140
		13	29,7	23,3	34,4	745	394	625	162
		15	33,9	26,6	35,1	863	446	705	186
13	130	12	30,0	23,6	36,4	870	472	750	194
		14	34,7	27,2	37,2	1020	540	857	223
		16	39,3	30,9	38,0	1173	605	959	251
14	140	13	35,0	27,5	39,2	1176	638	1014	262
		15	40,0	31,4	40,0	1363	723	1148	298
		17	45,0	35,3	40,8	1554	805	1276	334
15	150	14	30,3	31,6	42,0	1556	845	1343	347
		16	45,7	35,9	43,0	1794	949	1507	391
		18	51,0	40,0	44,0	2039	1052	1665	438
16	160	15	46,1	36,2	45,0	2033	1099	1745	453
		17	51,8	41,7	46,0	2322	1226	1945	506
		19	57,5	45,1	47,0	2564	1348	2137	558

b) Ungleichschenklige Winkeleisen.

Normallängen: 4 bis 12 m.

Lagerlängen: 4 bis 14 m in Abstufungen von 250 mm.

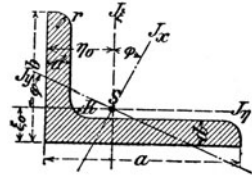
Abrundungshalbmesser der inneren Winkelecke

$$R = 0,5 (d_{\min} + d_{\max}).$$

Abrundungshalbmesser der Schenkelenden $r = 0,5 R$
(auf halbe mm abgerundet).

Vorprofile mit gleichen Schenkelbreiten und
1 mm größerer Schenkeldicke sind erhältlich.

i (in mm) ist der lichte Abstand zweier ungleichschenkligen \llcorner , wobei die beiden Hauptträgheitsmomente gleich groß ($= 2 J_{\xi}$) sind.



Profil-Nr.	Abmessungen in mm			Querschnitt F cm ²	Gewicht g kg/m	Abstand des Schwerpunktes		tg φ	Trägheitsmomente				i mm
	b	a	d			ξ_0	η_0		J_{ξ}	J_{η}	$J_x = \max$	$J_y = \min$	

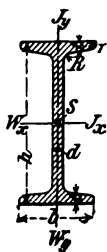
Schenkelverhältnis $b : a = 1 : 1,5$.

2 3	20	30	3	1,42	1,12	4,9	9,9	0,4216	1,25	0,45	1,42	0,28	5,2
			4	1,85	1,45	5,4	10,3	0,4214	1,60	0,56	1,82	0,33	4,3
3 1/4	30	45	4	2,87	2,25	7,4	14,8	0,4334	5,77	2,05	6,63	1,19	8,0
			5	3,53	2,77	7,8	15,2	0,4288	6,99	2,46	8,01	1,44	7,1
4/6	40	60	5	4,79	3,76	9,7	19,5	0,4319	17,3	6,21	19,8	3,66	11,0
			7	6,55	5,14	10,5	20,4	0,4275	22,9	7,99	26,3	4,63	9,0
5 1/2	50	75	7	8,33	6,24	12,4	24,7	0,4304	46,3	16,4	53,1	9,58	10,1
			9	10,5	8,24	13,2	25,6	0,4272	57,2	20,1	65,4	11,9	11,2
6 1/2/10	65	100	9	14,2	11,1	15,9	33,1	0,4101	140	44,6	160	26,8	19,5
			11	17,1	13,4	16,7	34,0	0,4074	167	55,1	189	32,9	17,7
8/12	80	120	10	19,1	15,0	19,5	39,2	0,4348	276	98,2	317	56,8	22,1
			12	22,7	17,8	20,2	40,0	0,4304	323	115	370	67,5	20,1
10/15	100	150	12	28,7	22,5	24,2	48,9	0,4361	649	232	747	134	27,8
			14	33,2	26,1	25,0	49,7	0,4339	743	244	854	153	26,1

Schenkelverhältnis $b : a = 1 : 2$.

2/4	20	40	3	1,72	1,35	4,4	14,3	0,2575	2,80	0,48	2,96	0,31	14,6
			4	2,25	1,77	4,8	14,7	0,2528	3,58	0,60	3,78	0,40	13,4
3/6	30	60	5	4,29	3,37	6,8	21,5	0,2544	15,6	2,61	16,5	1,71	21,2
			7	5,85	4,59	7,6	22,4	0,2479	20,7	3,41	21,8	2,28	19,1
4/8	40	80	6	6,89	5,40	8,8	28,5	0,2568	45,0	7,63	47,6	4,99	28,9
			8	9,01	7,08	9,6	29,4	0,2518	57,6	9,62	60,8	6,41	26,9
5/10	50	100	8	11,5	9,03	11,2	35,9	0,2565	116	19,6	123	12,8	35,5
			10	14,1	11,1	12,0	36,7	0,2658	141	23,5	150	14,6	33,7
5 1/2/13	65	130	10	18,6	14,6	14,5	46,5	0,2569	320	54,2	339	35,4	46,6
			12	22,1	17,3	15,3	47,5	0,2549	373	62,9	395	41,3	44,4
8/16	80	160	12	27,5	21,6	17,7	57,2	0,2786	719	122	762	79,4	57,8
			14	31,8	25,0	18,5	58,1	0,2679	822	139	875	86,0	55,7
10/20	100	200	14	40,3	31,6	21,8	71,2	0,2608	1653	283	1754	182	73,1
			16	45,7	35,9	22,6	72,0	0,2586	1862	316	1973	205	71,2

c) I-Eisen.



Normallängen: 4 bis 12 m.

Lagerlängen: 4 bis 9 m in Abstufungen von 200 mm.

9 „ 12 m „ „ „ 250 „

Neigung der inneren Flansflächen = $14 \frac{0}{10}$ (rd. 1 : 7).

Abrundungshalbmesser zwischen Steg und Flansch $R = d$.

Abrundungshalbmesser der inneren Flanschenden $r = 0,6 d$.

Die Flanschkante t liegt im Abstände $\frac{1}{4} b$ beiderseits der Profilmittelpunkt, und zwar ist $t \sim 1,5 d$.

i (in mm) = Abstand zweier I-Eisen, für die die beiden Hauptträgheitsmomente gleich groß werden.

Prof.-Nr.	Höhe h mm	Breite b mm	Steg- dicke d mm	Flansch- dicke t mm	Quer- schnitt F cm ²	Gewicht g kg/m	Trägheits- momente		Widerstands- momente		Ab- stand i mm
							J_y cm ⁴	J_x cm ⁴	W_y cm ³	W_x cm ³	
8	80	42	3,9	5,9	7,58	5,95	6,3	77,8	3,08	19,5	6,14
9	90	46	4,2	6,3	9,00	7,07	8,8	117	3,82	26,0	6,94
10	100	50	4,5	6,8	10,6	8,32	12,2	171	4,88	34,2	7,74
11	110	54	4,8	7,2	12,3	9,66	16,2	239	6,00	43,5	8,52
12	120	58	5,1	7,7	14,2	11,15	21,5	328	7,41	54,7	9,29
13	130	62	5,4	8,1	16,1	12,64	27,5	436	8,87	67,1	10,1
14	140	66	5,7	8,6	18,3	14,37	35,2	573	10,7	81,9	10,8
15	150	70	6,0	9,0	20,4	16,01	43,9	735	12,5	98,0	11,6
16	160	74	6,3	9,5	22,8	17,90	54,7	935	14,8	117	12,4
17	170	78	6,6	9,9	25,2	19,78	66,6	1166	17,1	137	13,2
18	180	82	6,9	10,4	27,9	21,9	81,3	1446	19,8	161	14,0
19	190	86	7,2	10,8	30,6	24,02	97,4	1763	22,7	186	14,8
20	200	90	7,5	11,3	33,5	26,3	117	2142	26,0	214	15,6
21	210	94	7,8	11,7	36,4	28,57	138	2563	29,4	244	16,3
22	220	98	8,1	12,2	39,4	31,09	162	3060	33,1	278	17,1
23	230	102	8,4	12,6	42,7	33,52	189	3607	37,1	314	17,9
24	240	106	8,7	13,1	46,1	36,19	221	4246	41,7	354	18,7
25	250	110	9,0	13,6	49,7	39,01	256	4966	46,5	397	19,5
26	260	113	9,4	14,1	53,4	41,92	288	5744	51,0	442	20,2
27	270	116	9,7	14,7	57,2	44,9	326	6626	56,2	491	21,0
28	280	119	10,1	15,2	61,1	47,96	364	7587	61,2	542	21,8
29	290	122	10,4	15,7	64,9	50,95	406	8636	66,6	596	22,5
30	300	125	10,8	16,2	69,1	54,24	451	9800	72,2	653	23,3
32	320	131	11,5	17,3	77,8	61,07	555	12510	84,7	782	24,8
34	340	137	12,2	18,3	86,8	68,14	674	15695	98,4	923	26,3
36	360	143	13,0	19,5	97,1	76,22	818	19605	114	1089	27,8
38	380	149	13,7	20,5	107	84,00	975	24012	131	1264	29,4
40	400	155	14,4	21,6	118	92,63	1158	29213	149	1461	30,8
42 ¹ / ₂	425	163	15,3	23,0	132	103,62	1437	36973	176	1740	32,8
45	450	170	16,2	24,3	147	115,40	1725	45832	203	2037	34,7
47 ¹ / ₂	475	178	17,1	25,6	163	128,96	2088	56481	235	2378	36,5
50	500	185	18,0	27,0	180	141,30	2478	68738	248	2750	38,4
55 ¹ / ₂	550	200	19,0	30,0	213	167,21	3488	99184	349	3607	42,4

d) C-Eisen.

Normallängen: 4 bis 10 m.

Lagerlängen: 4 bis 9 m mit Abstufungen von 200 mm.

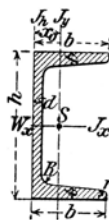
9 „ 10 m „ „ „ 250 „

Neigung der inneren Flanschflächen = 8% (rd. 1 : 12,5).

Abrundungshalbmesser $R = t$ und $r = 0,5 t$ (auf halbe mm abgerundet).

Die Flanschdicke t ist im Abstände $\frac{1}{2} b$ von der Kante gemessen,

i (in mm) = Abstand zweier C , für die die beiden Hauptträgheitsmomente gleich groß ($= 2 J_x$) sind.

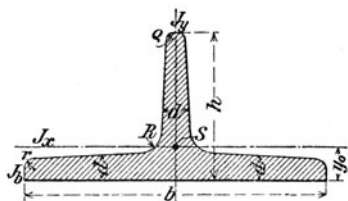


Profil-Nr.	Höhe h mm	Breite b mm	Stegdicke d mm	Flanschdicke t mm	Querschnitt F cm ²	Gewicht g kg/m	Abstand des Schwerpunktes x_0 mm	Trägheitsmomente			i mm	Widerstands- momente W_x cm ³	Profil-Nr.
								J_h cm ⁴	J_v cm ⁴	J_x cm ⁴			
3	30	33	5	7	5,44	4,27	13,1	14,7	5,33	6,39	.	4,26	3
4	40	35	5	7	6,21	4,87	13,3	17,7	6,68	14,4	.	7,05	4
5	50	38	5	7	7,12	5,59	13,7	22,5	9,12	26,4	3,8	10,6	5
6 ^{1/2}	65	42	5,5	7,5	9,03	7,03	14,2	32,3	14,1	57,5	15,4	17,7	6 ^{1/2}
8	80	45	6	8	11,0	8,64	14,5	42,5	19,4	106	27,1	26,5	8
10	100	50	6	8,5	13,5	10,60	15,5	61,7	29,3	206	41,4	41,2	10
12	120	55	7	9	17,0	13,35	16,0	86,7	43,2	364	54,9	60,7	12
14	140	60	7	10	20,4	16,01	17,5	125	62,7	605	68,1	86,4	14
16	160	65	7,5	10,5	24,0	18,84	18,4	167	65,3	925	81,5	116	16
18	180	70	8	11	28,0	21,98	19,2	217	114	1354	94,7	150	18
20	200	75	8,5	11,5	32,2	25,28	20,1	278	148	1911	107,8	191	20
22	220	80	9	12,5	37,4	29,36	21,4	368	197	2690	120,5	245	22
24	240	85	9,5	13	42,3	33,21	22,3	458	248	3598	133,4	300	24
26	260	90	10	14	48,3	37,92	23,6	586	317	4823	146,0	371	26
28	280	95	10	15	53,3	41,84	25,3	740	399	6276	159,4	448	28
30	300	100	10	16	58,8	46,16	27,0	924	495	8026	172,4	535	30

C-Eisen für den Eisenbahnwagenbau.

10 ^{1/2}	105	65	8	8	17,3	13,6	18,8	122	61,2	287	34,6	54,7	10 ^{1/2}
11 ^{3/4}	117,5	65	10	10	22,6	17,7	19,1	160	77,1	447	42,7	76,1	11 ^{3/4}
14 ^{1/2}	145	60	8	8	19,8	15,5	15,0	98,1	53,6	585	73,6	80,7	14 ^{1/2}
23 ^{1/2}	235	90	10	12	42,4	33,3	22,8	492	272	3429	127	292	23 ^{1/2}
26	260	90	10	10	41,6	32,7	19,7	398	237	3900	148	300	26
30	300	75	10	10	42,8	33,6	15,0	241	145	4925	181	328	30

e) T-Eisen.



Normallängen: 4 bis 12 m.

Lagerlängen: 4 bis 12 m in Abständen von 250 mm.

Abrundungshalbmesser in den Winkeln $R = d$,

Abrundungshalbmesser am Fuße $r = 0,5 d$.

Abrundungshalbmesser am Stege $\rho = 0,25 d$, jedoch r und ρ auf halbe mm abgerundet.

Neigungen bei breitflanschigen T-Eisen: Steg je 4 ‰ ; Fuß je 2 ‰ .

Neigungen bei hochstegigen T-Eisen: Steg und Fuß je 2 ‰ .

Die Dicken d sind in den Abständen $\frac{1}{2} h$ bzw. $\frac{1}{4} b$ von außen gemessen.

Profil-Nr.	Breite b mm	Höhe h mm	Dicke d mm	Querschnitt F cm ²	Gewicht g kg/m	Abstandes Schwer- punktes y_0 mm	Trägheitsmomente		
							J_b cm ⁴	J_x cm ⁴	J_y cm ⁴

Breitflanschige T-Eisen. $b : h = 2 : 1$.

6/3	60	30	5,5	4,64	3,64	6,7	4,69	2,58	8,62
7/3	70	35	6	5,94	4,66	7,7	8,00	4,49	15,1
8/4	80	40	7	7,91	6,21	8,8	13,9	7,81	28,5
9/4 ^{1/2}	90	45	8	10,2	8,01	10,0	22,9	12,7	46,1
10/5	100	50	8,5	12,0	9,42	10,9	33,0	18,7	67,7
12/6	120	60	10	17,0	13,35	13,0	66,5	38,0	137
14/7	140	70	11,5	22,8	17,90	15,1	121	68,9	258
16/8	160	80	13	29,5	23,16	17,2	204	117	422
18/9	180	90	14,5	37,0	29,05	19,3	323	185	670
20/10	200	100	16	45,4	35,64	21,4	486	277	1000

Hochstegige T-Eisen. $b : h = 1 : 1$.

2/2	20	20	3	1,12	0,88	5,8	0,76	0,38	0,20
2 ^{1/2} /2 ^{1/2}	25	25	3,5	1,64	1,29	7,3	1,74	0,87	0,43
3/3	30	30	4	2,26	1,77	8,5	3,35	1,72	0,87
3 ^{1/2} /3 ^{1/2}	35	35	4,5	2,97	2,33	9,9	6,01	3,10	1,57
4/4	40	40	5	3,77	2,96	11,2	10,0	5,28	2,58
4 ^{1/2} /4 ^{1/2}	45	45	5,5	4,67	3,67	12,6	15,5	8,13	4,01
5/5	50	50	6	5,66	4,44	13,9	23,0	12,1	6,06
6/6	60	60	7	7,94	6,23	16,6	45,7	23,8	12,2
7/7	70	70	8	10,6	8,32	19,4	84,4	44,5	22,1
8/8	80	80	9	13,6	10,68	22,2	141	73,7	37,0
9/9	90	90	10	17,1	13,42	24,8	224	119	58,5
10/10	100	100	11	20,9	16,41	27,4	336	179	88,3
12/12	120	120	13	29,6	23,24	32,8	684	366	178
14/14	140	140	15	39,9	31,32	38,0	1236	660	330

f) Z-Eisen¹⁾.

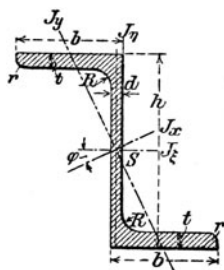
Normallängen: 4 bis 10 m.

Lagerlängen: 4 bis 12 m in Abstufungen von 250 mm.

Abrundungshalbmesser am Stege $R = t$.

Abrundungshalbmesser an den Flanschen $r = \frac{1}{2}t$
(auf halbe mm abgerundet).

Die inneren Flanschflächen sind den äußeren parallel.



Prof. Nr.	Höhe <i>h</i> mm	Breite <i>b</i> mm	Stegdicke <i>d</i> mm	Flanschdicke <i>t</i> mm	Querschnitt <i>F</i> cm ²	Gewicht <i>g</i> kg/m	tg φ	Trägheitsmomente			
								J_{ξ} cm ⁴	J_{η} cm ⁴	$J_x = \max$ cm ⁴	$J_y = \min$ cm ⁴
3	30	38	4	4,5	4,32	3,39	1,655	5,96	13,7	18,1	1,54
4	40	40	4,5	5	5,43	4,26	1,181	13,5	17,6	28,0	3,05
5	50	43	5	5,5	6,77	5,31	0,939	26,3	23,8	44,9	5,23
6	60	45	5	6	7,91	6,21	0,779	44,7	30,1	67,2	7,60
8	80	50	6	7	11,1	8,71	0,588	109,3	47,4	142	14,7
10	100	55	6,5	8	14,5	11,38	0,492	222	72,5	270	24,6
12	120	60	7	9	18,2	14,29	0,433	402	106	470	37,7
14	140	65	8	10	22,9	17,98	0,385	676	148	768	56,4
16	160	70	8,5	11	27,5	21,59	0,357	1053	211	1184	79,5
18	180	75	9,5	12	33,3	26,14	0,329	1599	270	1759	110
20	200	80	10	13	38,7	30,38	0,313	2299	357	2509	147

g) Belag-Eisen.

Normallängen: 4 bis 8 m.

Lagerlängen: 4 bis 12 m in Abstufungen v. 250 mm.

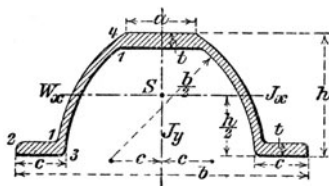
Der Schwerpunkt *S* liegt auf halber Höhe.

Abrundungen bei 1 mit Halbmesser = *t*.

Abrundungen bei 2 mit Halbmesser = *d*.

Abrundungen bei 3 mit Halbmesser = *d* - 0,5 mm.

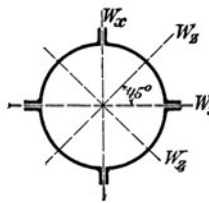
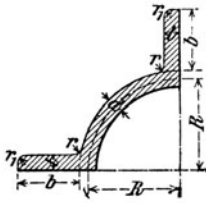
Abrundungen bei 4 mit Halbmesser = 0,6*d* + 1,3 mm.



Prof. Nr.	Höhe <i>h</i> mm	Breite:			Stegdicke <i>d</i> mm	Kuß- und Kopf- dicke <i>t</i> mm	Querschnitt <i>F</i> cm ²	Gewicht <i>g</i> kg/m	Trägheitsmoment		Widerstands- moment <i>W_x</i> cm ³
		obere <i>a</i> mm	untere <i>b</i> mm	am Fuße <i>c</i> mm					J_y cm ⁴	J_x cm ⁴	
5	50	33	120	21	3	5	6,74	5,29	86,4	23,3	9,21
6	60	38	140	24	3,5	6	9,33	7,32	164	47,3	15,6
7 $\frac{1}{2}$	75	45,5	170	28,5	4	7	13,2	10,36	347	107	28,1
9	90	53	200	33	4,5	8	17,9	14,05	651	207	46,1
11	110	63	240	39	5	9	24,2	19,0	1272	420	75,9

¹⁾ Vgl. A. Meyerhof, „Biegungsspannungen“ der Z-Eisen, Z. 1891 S. 696. Hier findet sich eine ausführliche Tafel der Widerstandsmomente der Z-Eisen für verschiedene Biegeebenen.

h) Quadranteisen.



Normallängen: 1 bis 10 m.
 Lagerlängen: 5 bis 14 m in Abstufungen von 500 mm.
 Abrundungshalbmesser
 $r = 0,12 R$.
 Abrundungshalbmesser
 $r_1 = 0,06 R$.
 Vorprofile mit 1 mm größeren Stärken sind erhältlich.

Profil-Nr.	Abmessungen in mm				Querschnitt des vollen Rohres F cm ²	Gewicht des vollen Rohres g kg/m	Trägheitsmoment d. vollen Rohres $J = \text{konst}$ cm ⁴	Widerstandsmomente des vollen Rohres	
	R	b	d	t				$W_z = \text{max}$ cm ³	$W_x = \text{min}$ cm ³
5	50	35	4	6	29,8	23,36	576	89,6	66,2
5	50	35	8	8	48,0	37,68	908	135	102
7 ^{1/2}	75	40	6	8	54,8	43,0	2068	237	175
7 ^{1/2}	75	40	10	10	80,0	62,8	2980	331	248
10	100	45	8	10	88,0	69,08	5464	497	367
10	100	45	12	12	12	94,20	7480	664	495
12 ^{1/2}	125	50	10	12	128,8	101,11	12156	917	675
12 ^{1/2}	125	50	14	14	168,8	132,52	15780	1165	867
15	150	55	12	14	178,4	140,04	23636	1522	1120
15	150	55	18	17	250,4	196,56	32316	2029	1510

C. Breitflansche Differdinger I-Träger.

Siehe S. 1463,

D. Deutsche Normalprofile für Wellbleche.

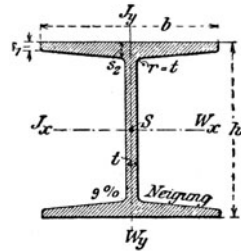
Seite S. 1464 und 1465.

E. Eisenbahnschienen.

Querschnitt	Höhe	Fußbreite	Kopfbreite	Querschnitt	Abstand	Trägheitsmoment	Widerstandsmoment
	mm	mm	mm	F cm ²	e mm	J cm ⁴	W cm ³
	134	105	58	42,53	67,3	1036,6	154,0
	138	110	72	52,30	70,0	1351,6	193,1
	129	105	58	39,70	62,7	917,1	138,3
	115	100	58	35,09	57,5	641,4	111,6

C. Breitflanschige Differdinger I-Träger.

Normallängen: 4 bis 12 m,
Lagerlängen: 4 bis 15 m in Abstufungen von
500 mm.



Profil-Nr.	Abmessungen in mm					Querschnitt F cm ²	Gewicht g kg/m	Trägheitsmomente		Widerstandsmomente	
	h	b	s_1	s_2	t			J_x cm ⁴	J_y cm ⁴	W_x cm ³	W_y cm ³
18	180	180	9,0	16,72	8,5	59,9	47,0	3 512	1 073	390	119
20	200	200	9,5	18,12	8,5	70,4	55,3	5 171	1 568	517	157
22	220	220	10,0	19,5	9,0	82,6	64,8	7 379	2 216	671	201
24	240	240	10,5	20,85	10,0	96,8	76,0	10 260	3 043	855	254
25	250	250	10,9	21,7	10,5	105,1	82,5	12 066	3 575	965	286
26	260	260	11,7	22,9	11,0	115,6	90,7	14 352	4 261	1 104	328
27	270	270	11,95	23,6	11,25	123,2	96,7	16 529	4 920	1 224	365
28	280	280	12,35	24,4	11,5	131,8	103,4	19 052	5 671	1 361	405
29	290	290	12,7	25,2	12,0	141,1	110,8	21 866	6 417	1 508	443
30	300	300	13,25	26,25	12,5	152,1	119,4	25 201	7 494	1 680	500
32	320	300	14,1	27,0	13,0	160,7	126,2	30 119	7 867	1 882	524
34	340	300	14,6	27,5	13,4	167,4	131,4	35 241	8 097	2 073	540
36	360	300	16,15	29,0	14,2	181,5	142,5	42 479	8 793	2 360	586
38	300	300	17,0	29,8	14,8	191,2	150,1	49 496	9 175	2 605	612
40	400	30	18,2	31,0	15,5	203,6	159,8	57 834	9 721	2 892	648
42 ^{1/2}	425	300	19,0	31,75	16,0	213,9	167,9	68 249	10 078	3 212	672
45	450	300	20,3	33,0	17,0	229,3	180,0	80 887	10 668	3 595	711
47 ^{1/2}	475	300	21,35	34,0	17,6	242,0	190,0	94 811	11 142	3 992	743
50	500	300	22,6	35,2	19,4	261,8	205,5	111 283	11 718	4 451	781
55	550	300	24,5	37,0	20,6	288,0	226,1	145 957	12 582	5 308	839
60	600	300	24,7	37,2	20,8	300,6	236,0	179 303	12 672	5 977	845
65	650	300	25,0	37,5	21,1	314,5	246,9	217 402	12 814	6 690	854
70	700	300	25,0	37,5	21,1	325,2	255,3	258 106	12 818	7 374	854
75	750	300	25,0	37,5	21,1	335,7	263,4	302 560	12 823	8 068	855
80	800	300	26,0	38,5	21,5	354,9	278,6	360 486	13 269	9 012	885
85	850	300	26,0	38,5	21,5	365,6	287,0	414 887	13 274	9 762	885
90	900	300	26,0	38,5	21,5	376,4	295,5	473 964	13 279	10 533	885
95	950	300	27,0	39,5	21,9	396,2	311,0	550 974	13 727	11 600	915
100	1000	300	27,0	39,5	21,9	407,2	319,7	621 287	13 732	12 425	915

Außer diesen normalstegigen Profilen werden auch dünnstegige Träger hergestellt.

D. Deutsche Normalprofile für Wellbleche.

(Aufgestellt von dem Verein deutscher Eisenhüttenleute 1915.)

a) Wellbleche (Welle aus Parabelbögen).

Für Dachdeckungen und Wandbekleidungen, gerade oder gewölbt.

Lagerlängen 2,00 m; bei $1\frac{1}{8}$ mm und mehr Blechstärke auch 2,50 m.

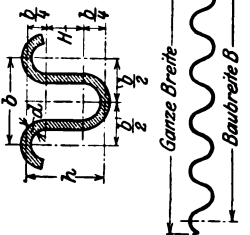
Die angegebenen Gewichte gelten für schwarze Bleche. Verzinkte Bleche haben rd. 1 kg/m^2 Mehrgewicht.

Bei der Gewichtsberechnung ist für Überdeckung im Seiten- und Längsstoß, je nach dem Profil 7 bis 9% und einschließlich der Befestigung auf dem Unterbau $12\frac{1}{2}\%$ Gewichtszuschlag zu rechnen.



Profilbezeichnung	Breite b mm	Höhe h mm	Kern- stärke d mm	Normale Baubreite B mm	Quer- schnitt für 1 m Breite F cm ²	Gewicht ohne Ober- deckungen g kg/m ²	Widerstands- moment für 1 m Breite W cm ³	Zulässige gleichmäßige Belastung für gerades Well- blech in kg/m ² bei einer Beanspruchung von 1400 kg/cm ² und einer Freilänge von m						
								1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
U NP 60-20- $\frac{3}{4}$	60	20	$\frac{3}{4}$	720	10,15	8,12	4,267	478	212	119	76	53	39	30
" " $\frac{7}{8}$			11,84		9,47	4,948	552	246	139	89	62	45	35	
" " 1			13,53		10,82	5,627	630	280	157	101	70	52	39	
" " $1\frac{1}{4}$			16,92		13,52	6,957	779	346	195	125	87	64	49	
U NP 76-20- $\frac{3}{4}$	76	20	$\frac{3}{4}$	760	8,72	6,78	4,063	455	202	114	73	51	37	28
" " $\frac{7}{8}$			10,17		8,13	4,714	528	235	132	85	59	43	33	
" " 1			11,63		9,30	5,357	600	267	150	96	67	49	38	
" " $1\frac{1}{4}$			14,54		11,63	6,626	742	330	186	119	82	61	46	
" " $1\frac{1}{2}$	17,44	13,95	7,870	881	392	220	141	98	72	55				
U NP 100-30- $\frac{3}{4}$	100	30	$\frac{3}{4}$	800	9,02	7,22	6,325	708	315	177	113	79	58	44
" " $\frac{7}{8}$			10,51		8,42	7,351	825	366	206	132	92	67	52	
" " 1			12,03		9,62	8,369	937	417	234	150	105	77	59	
" " $1\frac{1}{4}$			15,04		12,03	10,384	1163	517	291	186	129	95	73	
" " $1\frac{1}{2}$	18,05	14,44	12,370	1385	615	346	222	154	113	87				
U NP 100-40- $\frac{3}{4}$	100	40	$\frac{3}{4}$	700	10,00	8,00	9,068	1015	451	254	162	113	83	63
" " $\frac{7}{8}$			11,67		9,35	10,543	1180	524	295	189	131	96	74	
" " 1			13,34		10,67	12,020	1346	598	337	215	150	110	84	
" " $1\frac{1}{4}$			16,68		13,34	14,939	1674	744	418	268	186	137	105	
" " $1\frac{1}{2}$	20,00	16,00	17,827	1996	887	499	320	222	163	125				
U NP 135-30- $\frac{3}{4}$	135	30	$\frac{3}{4}$	810	8,62	6,89	5,987	670	298	168	107	75	55	42
" " $\frac{7}{8}$			10,05		8,04	6,957	779	346	195	125	87	64	49	
" " 1			11,49		9,19	7,921	887	395	222	142	99	72	55	
" " $1\frac{1}{4}$			14,36		11,49	9,826	1100	489	275	176	122	90	69	
" " $1\frac{1}{2}$	17,24	13,78	11,705	1311	582	328	210	146	107	82				

U NP 150-40-3/4	150	40	3/4	8,72	6,88	8,290	929	413	232	149	103	76	58
" " " 7/8			7/8	10,18	8,17	9,642	1080	480	270	173	120	88	68
" " " 1	750		1	11,63	9,30	10,987	1230	548	307	197	137	100	77
" " " 1 1/4			1 1/4	14,55	11,63	13,655	1530	680	382	245	170	125	96
" " " 1 1/2			1 1/2	17,45	13,96	16,293	1825	811	456	292	203	149	114
U NP 150-60-1	150	60	1	13,34	10,67	18,171	2035	905	509	325	226	166	127
" " " 1 1/4			1 1/4	16,68	13,34	22,625	2534	1126	633	405	282	207	158
" " " 1 1/2			1 1/2	20,00	16,00	27,044	3030	1346	757	485	337	247	189
" " " 2			2	26,68	21,34	35,786	4008	1782	1002	641	445	327	250



b) Träger-Wellbleche (Welle aus Kreisbögen).

Für Deckenausführungen und freitragenden Wellblechdächern.

Lagerlängen 2,00 m; bei 1 1/2 mm und mehr Blechstärke auch 2,50 m.

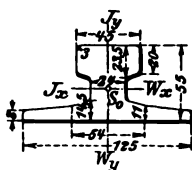
Die angegebenen Gewichte gelten für schwarze Bleche. Verzinkte Bleche haben rd. 1 kg/m² Mehrgewicht.

Bei der Gewichtsberechnung ist für Überdeckung im Seiten- und Längsstoß, je nach dem Profil, 7 bis 9% und einschl. der Befestigung auf dem Unterbau 12% Gewichtszuschlag zu rechnen.

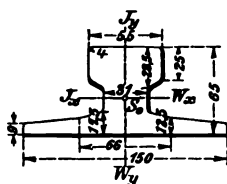
Prof. Ibezeichnung	Breite b mm	Höhe h mm	Kern- stärke d mm	Normale Baubreite B mm	Quer- schnitt für 1 m Breite F cm ²	Gewicht ohne Über- deckungen g kg/m ²	Widerstands- moment für 1 m Breite W cm ³	Zulässige gleichmäßige Belastung für gerades Well- blech in kg/m ² bei einer Beanspruchung von 1400 kg/cm ² und einer Freilänge von m						
								1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
U NP 90-70-1	90	70	1	450	21,25	17,00	34,774	3890	1729	974	623	432	318	243
" " " 1 1/4			1 1/4		26,58	21,25	43,315	4852	2156	1213	776	539	396	303
" " " 1 1/2			1 1/2		31,88	25,50	51,797	5800	2579	1450	928	645	477	363
" " " 2			2		42,50	34,00	68,583	7678	3413	1918	1228	853	621	480
U NP 100-50-1	100	50	1	600	15,70	12,56	19,266	2158	960	540	345	240	176	135
" " " 1 1/4			1 1/4		19,62	15,70	23,957	2676	1190	671	428	298	218	167
" " " 1 1/2			1 1/2		23,56	18,84	28,609	3194	1426	803	513	356	260	199
" " " 2			2		31,40	25,12	37,778	4230	1880	1057	677	470	345	264
U MP 100-60-1	100	60	1	500	17,70	14,16	25,633	2872	1276	718	459	319	234	179
" " " 1 1/4			1 1/4		22,12	17,70	31,911	3572	1588	893	572	398	292	223
" " " 1 1/2			1 1/2		26,57	20,22	38,137	4270	1898	1067	683	475	349	267
" " " 2			2		35,40	28,32	50,439	5648	2511	1412	904	628	461	353
U NP 100-80-1 1/4	100	80	1 1/4	400	27,12	21,68	50,440	5648	2511	1412	904	628	461	353
" " " 1 1/2			1 1/2		32,54	26,05	60,342	6675	3001	1690	1032	752	553	423
" " " 2			2		43,40	34,74	79,966	8950	3980	2238	1432	995	732	558
U NP 100-100-1 1/4	100	100	1 1/4	400	32,11	25,68	72,369	8102	3602	2025	1297	901	662	506
" " " 1 1/2			1 1/2		38,58	30,84	86,629	9700	4310	2430	1554	1077	792	606
" " " 2			2		51,40	41,12	114,939	12360	5718	3218	2059	1429	1051	805

F. Laufkranschiene.

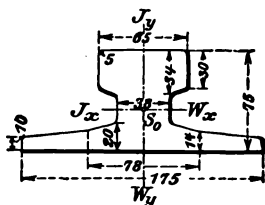
Profil-Nr.	Abmessungen				Querschnitt F	Gewicht g	Schwerpunkts- abstand e	Trägheits- momente		Widerstands- momente	
	Fußbreite b	Höhe h	Kopfbreite k	Abrundungs- Haltmesser r				J_x	J_y	W_x	W_y
1	125	55	45	3	28,7	22,5	2,27	94,1	182,4	29,1	29,2
2	150	65	55	4	41,1	32,2	2,65	185,0	328,8	48,0	43,8
3	175	75	65	5	55,8	43,8	3,06	328,6	646,1	74,0	73,8
4	200	85	75	6	72,6	57,0	3,52	523,4	988,7	105,1	98,9



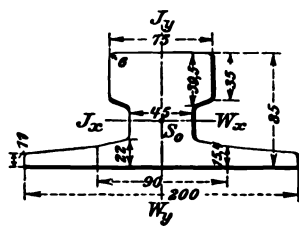
Nr. 1.



Nr. 2.



Nr. 3.



Nr. 4.

G. Maße und Gewichte.

a) Metrisches Maß und Gewicht

gilt in Belgien, Bulgarien, Dänemark, Deutschland, Frankreich, Griechenland, Italien, Luxemburg, den Niederlanden, Norwegen, Österreich-Ungarn, Portugal, Rumänien, Rußland, Schweden, der Schweiz, Serbien, Spanien, der Türkei und in den meisten Zentral- und südamerikanischen Republiken, ist zugelassen in Großbritannien und in den Vereinigten Staaten von Amerika.

1 m = 100 cm = 1000 mm = 3,18620' preuß. = 3,28090' engl.

1 km = 1000 m; 1 qkm = 100 ha; 1 ha = 100 a = 3,916617 Morgen;
1 a = 100 qm.

1 l = 0,001 cbm = 0,873339 Quart. 1 hl = 0,1 cbm = 100 l.

1 g = 1000 mg; 1 kg = 1000 g = Gewicht eines Liters Wassers von 4° C.

1 t = 1000 kg = 0,9842 engl. und amerik. long tons = 1,10229 amerik. short tons.

b) Ältere und ausländische Maße und Gewichte.

Preußen. $1' = 42'' = 144''' = 0,3138535 \text{ m} = 139,13 \text{ par.}'''$.

1 Elle = $25\frac{1}{2}'' = 0,666939 \text{ m}$; 1 Lachter = $80'' = 2,092357 \text{ m}$.

1 Rute = $12' = 3,766242 \text{ m}$; 1 Meile = $24000' = 7,532484 \text{ km}$

1 Morgen = $180 \square \text{ Ruten} = 25940 \square' = 0,2553224 \text{ ha}$.

1 Quart = $64 \text{ Kub.}'' = 1,14503 \text{ l}$. 27 Quart = 1 Kub.'.

1 Oxhoft = $1\frac{1}{2} \text{ Ohm} = 3 \text{ Eimer} = 6 \text{ Anker} = 180 \text{ Quart} = 2061054 \text{ hl}$.

1 Scheffel = 16 Metzen = 48 Quart = 0,549615 hl.

1 Wispel = 24 Scheffel = 13,190760 hl; 1 Tonne (Kohlen) = 4 Scheffel = 2,198460 hl.

1 Klafter = 108 Kub.' = 3,33801 cbm; 1 Schachtrute = 144 Kub.' = 4,451 cbm.

1 Pfund = 30 Lot = 500 g; 1 Zentner = 100 Pfd.; 1 Schiffslast = 40 Ztr.

Großbritannien. 1 Yard = 3'; $1' = 12'' = 144''' = 0,304795 \text{ m} = 135,1148 \text{ par.}'''$. $1'' = 25,3996 \text{ mm}$.

1 Fathom = 2 Yards; 1 Pole = $5\frac{1}{2} \text{ Yards} = 5,02911 \text{ m}$.

1 Mile (statute) = 8 Furlongs = 320 Poles = 1760 Yards = 1,609315 km.

1 Acre = $160 \square \text{ Poles} = 40,4671 \text{ a}$; $1 \square \text{ Mile} = 640 \text{ Acres} = 2,589894 \text{ qkm}$.

1 Gallon = 4 Quarts = 8 Pints = 227,2738 Kub.'' = 4,54345 l.

1 Quarter = 8 Bushels = 32 Peks = 64 Gallons = 2,90781 hl.

1 Pfund Avoir du poids = 453,563 g. 1 Ton = 20 hundred weight = 80 Quarters = 2240 Av. Pfund = 1016 kg.

1 Pfund Troy-Gewicht = 12 Ounces = 5760 Grains = 373,242 g.

Österreich-Ungarn: $1' = 12'' = 144''' = 0,316081 \text{ m} = 140,117 \text{ par.}'''$

1 Klafter = $6' = 1,89648 \text{ m}$; 1 Elle = $29,58'' = 0,77756 \text{ m}$.

1 Meile = 4000 Klafter = 7,585936 km. 1 Joch = 1600 \square Klafter = 0,5754642 ha.

1 Eimer = 40 Maß (zu je 0,0448 Kub.' = 1,414724 l) = 160 Seidel = 320 Pfüf.

1 Metze = 16 Maßel = 64 Futtermaßel = 128 Becher = 1,9471 Kub.' = 0,6148642 hl.

1 Muth = 30 Metzen.

1 Pfund = 32 Lot = 128 Quentchen = 560,060 g. 1 Ztr. = 100 Pfd.

Rußland. $1' = 1' \text{ engl}$ 1 Saschen = $7' = 2,13356 \text{ m} = 3 \text{ Arschin} =$

$12 \text{ Tschetwert} = 48 \text{ Werschok}$. 1 Werst = 500 Saschen = 1,06678 km.

1 Dessätine = $2400 \square \text{ Saschen} = 1,0925 \text{ ha}$.

1 Wedro = $750,568 \text{ Kub.}'' = 10 \text{ Krutschki oder Stoof} = 12,299 \text{ l}$.

1 Botschka (Faß) = 40 Wedro; 1 Krutschki = 10 Tscharki.

1 Tschetwert = 2 Osmini = 4 Pajok = 8 Schetwerik = 2,09902 hl.

1 Tschetwerik = 4 Tchetwerka = 8 Garnee = 1601,212 Kub.'' = 26,2371 l.

1 Pfund = 32 Lot = 96 Solotnik = 409,531 g.

1 Berkowitz (Schiffspfund) = 10 Pud = 400 Pfund = 163,81 kg.

Schweden. $1' = 10'' = 100''' = 0,296901 \text{ m} = 131,615 \text{ par.}'''$.

1 Faden (Famm) = 3 Ellen (Alnar) = $6' = 1,781406 \text{ m}$. 1 Rute = 16'.

1 Meile = 6000 Faden = 10,6884 km; 1 Schnur = 10 Stangen = 100'.

1 Tonne Land (Tunnland) = $56000 \square' = 0,493641 \text{ ha}$.

1 Kanne = 100 Kub.'' = 2,61718 l; 1 Ohm (Am) = 4 Anker = 60 Kannen = 120 Stop = 1,57030 hl.

1 Tonne = 2 Spon = 32 Koppen = 56 Kannen = 1,46565 hl.

1 Skalpfund = 100 Korn = 10000 Art = 425,3395 g.

1 Zentner = 100 Skalpfund; 1 Schiffspfd. = 20 Liespfd. = 400 Skalpfd.

Dänemark und Norwegen. Maße wie Preußen.

1 Pfund = 32 Lot = 500 g. 1 Ztr. = 100 Pfd.; 1 Schiffslast = 52 Ztr.

Vereinigte Staaten von Amerika. 1 Gallon = 3,7854 l; 1 short ton = 907,2 kg; sonst wie in Großbritannien.

c) Einheitsgewichte.

Wasser (bei 4⁰) = 1.

1. Starre Körper. 1 dm³ wiegt kg:

Asbest	2,26 bis 2,74	Brennstoffe.	
Bausteine und andere Materialien.		Holzkohle, harte . . .	0,47 „ 0,57
Asphalt	1,07 bis 1,2	Anthrazit	1,04 „ 1,7
Basalt	2,7 „ 3,1	Braunkohle	1,10 „ 1,43
Bausteine	2,5	Koks	0,30 „ 0,50
Beton	1,80 bis 2,45	Steinkohle	1,21 „ 1,51
Dachschiefer	2,74	Dolomit	2,8 „ 3,0
Gips, roh	1,81	Eis	0,92
„ gebrannt	1,41	Erde, lehmig, feucht	2,1
„ gegossen, trocken	0,97	„ „ -trocken	1,9
Gneis	2,39 bis 2,90	„ „ magere, „	1,3
Granit	2,54 „ 2,96	Feldspat	2,5 bis 2,6
Grauwacke	2,70	Fette	0,92 „ 0,94
Kalk, gebrannt	2,3 bis 4,2	Feuerstein, Hornstein	2,6 „ 2,75
„ gelöscht, fester		Glas, Fenster-	2,64
„ -Teig	1,33 „ 1,43	„ Spiegel-	2,45
„ -Mörtel	1,50 „ 1,85	„ Kristall-	2,95
Kalkstein	2,36 „ 2,84	„ Flint-	3,42
Kies, trocken	1,37 „ 1,49	Graphit, natürlicher	2,25
„ feucht	1,85 „ 2,0	„ Retorten-	1,89
Lava	2,15	Guttapercha	0,96 bis 0,98
Lehm, fett	1,6 bis 2,1	Harz, Pech	1,0
„ erhärtet	1,45 „ 1,50	Holz.	grün trocken
Marmor	2,65 „ 2,8	Ahorn, Feld-	0,98 0,72
Porphyr	2,6 „ 2,9	„ Spitz-	0,992 0,769
Quarz	2,5 „ 2,8	Akazie	0,855 0,755
Sand, fein, trocken	1,40 „ 1,64	Apfelbaum, wild	0,918 0,603
„ „ feucht	1,88 „ 1,95	Birke	0,978 0,734
„ „ grob, trocken	1,37 „ 1,40	Birne, wild	1,090 0,725
Sandstein	2,2 „ 2,5	Buche, Rot-	0,934 0,706
Schamottesteine	2,10	„ Hain-	1,019 0,762
Serpentin	2,43 bis 2,66	Buchsbaum	1,03 0,97
Syenit	2,8	Eiche, Stiel-	0,877 0,630
Tonschiefer	2,82		bis bis
Trachyt	2,7 bis 2,8		1,056 0,759
Tuffstein, harter	2,0	Erle, Schwarz-	0,825 0,542
Zement, gebrannt	1,38 bis 1,54	Esche	0,856 0,763
Portland-, Pulver	1,7	Faulbaum	0,870 0,586
„ erhärtet	2,72 bis 3,05	Fichte	0,834 0,479
Ziegelsteine, gewöhnliche	1,40 „ 1,60	Kastanie, Roß-	0,912 0,573
„ „ Klinker	1,52 „ 2,29	Kiefer, gemeine	0,897 0,529
Bimsstein	0,91 „ 1,65	Kiefer, Schwarz-	0,855 0,461
Braunstein, Pyrolusit	3,7 bis 4,6	„ Weymouths-	0,927 0,342
Brennstoffe.		Kirsche, Vogel-	1,041 0,853
Holzkohle, weiche	0,28 „ 0,44	Kork	0,24
		Lärche	0,929 0,624

Holz.	grün trocken	Metalle und Legierungen.
Linde	0,740 0,450	Blei, gewalzt 11,38
Mahagoni	0,75	Eisen, Roh-, grau 7,08
Nußbaum	0,88 0,66	„ weiß 7,66
Pappel, Kanadische	0,758 0,406	Schmiedeeisen 7,79 bis 7,85
„ Zitter-	0,828 0,541	Stahl 7,60 „ 7,80
Pflaumenbaum	0,79	Gußstahl 7,87
Pockholz (Guajak)	0,163	Kupfer, gegossen 8,88
Tanne	0,937 0,469	„ gehämmert oder gezogen 8,94
Ulme	0,950 0,690	Silber, gegossen 10,47
Vogelbeere	0,905 0,671	„ gehämmert 10,56
Weide, Sal-	0,850 0,530	Zink, gegossen 7,15
Weißdorn	0,87	„ gewalzt 7,19
Laubholz im Mittel	1,11 0,66	Zinn, gegossen 7,29
Nadelholz „ „	0,84 0,45	„ gehämmert 7,31
Holzasser (Zellulose)	1,56	Aluminiumbronze 7,69
Knochen	1,8 bis 2,0	Argentan (Neusilber) 8,56
Kautschuk, nicht vulk.	0,92 „ 0,93	Bronze, Maschinen- 8,30 bis 8,60
„ Dichtungsgummi	1,19	„ Glocken- 8,81
Kochsalz, Siedesalz	2,1 bis 2,2	„ Kanonen- 8,79
„ Stein-	2,2 „ 2,4	Messing 8,40 bis 8,73
Korund, Schmirgel	4,0	Porzellan 2,24 „ 2,29
Kreide	2,25 bis 2,69	Quarz 2,65
Magnesit	3,1	Schieferton 2,64
Mauerwerk.		Schwefel, natürlicher 1,96 bis 2,07
Bruchstein-	2,30 bis 2,46	Schwefelkies 4,9 „ 5,1
Sandstein-	2,05 „ 2,12	Schwerspat 4,48 „ 4,72
Ziegelstein, trocken	1,43	Speckstein, Talk 2,60 „ 2,62
„ feucht	1,63	Steingut 2,3
Klinker	1,85	Strontianit 3,70
Mehl, Weizen	1,56	Tonerde, reine 1,55
Mennige	9,07	Ton, Töpfer- 1,8 bis 2,6
Mergel	2,4 bis 2,6	Tonwaren 1,82 „ 2,14
Metalle und Legierungen.		Wachs 0,96
Blei, gegossen	11,35	Zucker 1,61

2. Flüssigkeiten. 1 l wiegt bei 15° C in kg:

Äther (Äthyläther) bei 0°	0,729	Öl, Rüb-	0,913
Alkohol, absolut bei 15,56°	0,7939	„ Oliven-	0,918
„ 93 Vol. % „	15,56° 0,8230	Petroleum	0,798
„ 90 „ „	15,56° 0,8332	Salpetersäure, 100%	1,530
Ammoniakflüssigkeit		„ 49%	1,312
„ 36% bei 14°	0,8844	„ 33,8%	1,210
„ 10% bei 14°	0,9593	Salzsäure, 40,8% HCl	1,2000
Bier	1,023 bis 1,034	„ 24,5% HCl	1,1206
Chloroform	1,525	Sole, bei 18° gesättigt ==	
Essigsäure, 100%	1,0553	26,75% NaCl	1,208
„ 29%	1,0400	Seewasser	1,02 bis 1,04
Glycerin	1,27	Schwefelsäure 66° B.	1,842
Kalilauge, 27% KOH	1,252	„ 60° B.	1,711
„ 12% KOH	1,100	„ 50° B.	1,530
Milch	1,030 bis 1,060	Schwefelsäure, verdünnt 1:5	1,113
Natronlauge, 27% NaOH	1,300	Teer, Steinkohlen	1,20
„ 12% NaOH	1,137	Terpentinöl bei 25°	0,887
Öl, Lein- bei 12°	0,940	Wein, Rhein-	0,992 bis 1,002

3. Gase und Dämpfe bei 0° und 760 mm Q.-S.

Trockene atmosphärische Luft = 1.

Ätherdampf	2,586	Leuchtgas	0,34 bis 0,45
Äthylen	0,974	Quecksilberdampf	6,94
Alkoholdampf	1,601	Salzsäuregas	1,25
Ammoniak	0,592	Sauerstoff	1,1056
Azetylen	0,91	Schwefeldampf	6,617
Chlor	2,423	Schwefelkohlenstoff	2,644
Chlorwasserstoff	1,2612	Schwefelwasserstoff	1,175
Flußsäure	2,37	Schweflige Säure	2,250
Grubengas (Sumpfgas)	0,559	Stickstoff	0,9714
Kohlenoxyd	0,9673	Wasserdampf	0,6233
Kohlensäure	1,5291	Wasserstoff	0,06927

Das spezifische Gewicht der trockenen Luft ist nach Regnault bei einer Temperatur von 0° und einem Drucke von 760 mm Q.-S. bezogen auf destilliertes Wasser von 4°, 0,001293187 oder $\sim 1:773$.

4. Geschichtete Körper. 1 m³ in kg:

Braunkohle, Lignit	550 bis 750	Mörtel aus Sand und Kalk	1800
„ gemeine	700	Koks, westfälischer Schmelz-	450
Bruchsteine, im Mittel	2000	„ Zwickauer	350
Formsand, aufgeschüttet	1200	„ Saar-	435
„ aufgestampft	1650	„ Gas-	350
Hofenschlacke, granuliert	880	Sand und Schutt, trocken	1330
Holz:		„ feuchter Fluß-	1770
Nutzscheite, starke	80 ⁰ / ₀	Steinkohle	
Nutzknüppel u. Brennscheite,		westfälische Gas- u. Flamm-	720
starke	75 ⁰ / ₀	„ Fett-	750
schwache	70 ⁰ / ₀	„ Eß- u. magere	765
knorrig und krumm	65 ⁰ / ₀	„ Preßkohlen	1090
Stockholz	45 ⁰ / ₀	Wurmrevier, Flamm-	765
Langreisig vom Stamm, Nadel-	50 ⁰ / ₀	„ magere	775
Laub-	35 ⁰ / ₀	oberschlesische	745
Abfallreisig von Ästen	15 ⁰ / ₀	niederschlesische	705
der unter 1 angegebenen		Saar-	750
Volumengewichte:		Zwickauer	745
Holzkohle, harte Laub-	200 bis 240	englische Dampf-	735
„ weiche Laub-	140 „ 200	schottische Gas-	675
„ „ Nadel-	125 „ 180	Torf, Faser-	250
Kalk, gebrannt	1000	„ Pech-	350 bis 400
Lehm, frisch gegraben	1650	Zement	1200
„ trocken	1500	Ziegelsteine	2100

5. 1 Wagenladung von 10 t enthält m³.

Holzkohle, weiche Laub-	50 bis 71	Formsand, aufgeschüttet	8,3
„ „ Nadel-	55 „ 80	„ eingestampft	6,1
„ harte Laub-	44 bis 50	Sand, trocken	7,5
Steinkohle, westfälische	13 „ 14	„ naß	5,65
„ schlesische	13,8	Lehm, frisch gegraben	6,0
„ Zwickauer	13,4	Bruchsteine	5
Briketts	9	Kalk, gebrannt	7,7 bis 8,4
Koks, Zechen-	18,9 bis 26,3	Ziegelsteine, gewöhnliche	6,7 „ 7,3
„ Gas-	21,3 „ 27,8	„ Klinker	5,6 „ 6,3

H. Gebührenordnung der Ingenieure

in der Fassung vom 1. Juli 1923, aufgestellt vom Verbands deutscher Architekten- und Ingenieurvereine, vom Verein deutscher Ingenieure und verwandten Vereinen.

I. Allgemeine Bestimmungen.

§ 1. Die Leistung des Ingenieurs für seinen Auftraggeber ist Gegenstand eines Werkvertrages im Sinne des § 631 Abs. 2 BGB.

Der Auftraggeber ist Besteller im Sinne des § 631 BGB. Mangels gegenseitiger Vereinbarungen gehen die Bestimmungen dieser Gebührenordnung den gesetzlichen vor.

§ 2. Die in dieser Gebührenordnung festgesetzten Gebühren sind die übliche Vergütung¹⁾ (§ 632 Abs. 2 BGB.). Sie sind Mindestgebühren. Für Leistungen von besonderer technischer oder wirtschaftlicher Bedeutung sowie bei Leistungen von einer verhältnismäßig langen Dauer erhöhen sich diese Gebühren nach vorheriger Vereinbarung.

§ 3. Dem Ingenieur verbleibt an seinen Leistungen das Urheberrecht. Durch die Vergütung erwirbt der Auftraggeber nicht das Recht, die Leistung ohne Einwilligung des Ingenieurs zu anderen als den vereinbarten Zwecken zu verwenden oder Dritten die Verwendung zu ermöglichen.

Wiederholte Verwendung ist erneut gebührenpflichtig. Wird ein erteilter Auftrag zurückgezogen oder eingeschränkt, so hat der Ingenieur Anspruch auf die gesetzliche Entschädigung.

§ 4. Außer der Gebühr hat der Auftraggeber die Nebenkosten zu tragen (vgl. Abschn. IV).

§ 5. Erfüllungsort für Leistung und Gegenleistung ist der Geschäftssitz des Ingenieurs, in Ermangelung eines solchen der Wohnsitz.

II. Gebühren für bauliche Leistungen. Leistung und Teilleistungen.

§ 6. Die Leistungen zerfallen in Vorarbeiten und Ausführungsarbeiten.

Die Leistung besteht aus folgenden Teilleistungen;

1. Leistungen auf dem Gebiet des Bauingenieurwesens.

Vorarbeiten:

- Vorentwurf in Skizzen nebst Kostenüberschlag und gebotenenfalls Erläuterungsbericht.
- Entwurf in solcher Durcharbeitung, daß danach der Kostenanschlag c) aufgestellt werden kann.
- Kostenanschlag mit Massenberechnungen zur genauen Ermittlung der Baukosten.
- Bauvorlagen, bestehend in den zur Nachsuchung der behördlichen Genehmigungen nötigen Zeichnungen und Schriftstücken.

Ausführungsarbeiten:

- Ausführungszeichnungen in einem für den Bau genügenden Maßstabe.
- Oberleitung der Bauausführung²⁾). Diese umfaßt die Vorbereitung der Ausschreibungen, den Entwurf der Verträge über Arbeiten und Lieferungen, die Verhandlungen über die Verträge mit den Lieferanten und Unternehmern bis zum Vertragsabschlusse; die Bestimmung der Fristen für den Beginn, die Fortführung und die Fertigstellung der Bauarbeiten; die Überwachung der Bauausführung²⁾); den Schriftwechsel in den bei der Ausführung vorkommenden Verhandlungen mit Behörden und dritten Personen; die Prüfung und Feststellung der Baurechnungen.

2. Leistungen bei maschinellen und elektrischen Anlagen.

Vorarbeiten:

- Vorentwurf und Kostenschätzung.
- Betriebskosten- und Wirtschaftlichkeitsberechnung.
- Entwurf und Aufstellung der technischen Unterlagen für Preiseinforderungen.
- Prüfung der Angebote.
- Abfassung der Bestellungsunterlagen.

Ausführungsarbeiten:

- Oberleitung der Bauausführung²⁾).
- Abnahme auf Vertragsmäßigkeit ohne Leistungsmessungen.
- Rechnungsprüfung ohne Aufmessung von Leitungen.

Bewertung der Leistung und der Teilleistungen.

§ 7. Die Leistung wird nach dem Werte des geplanten oder ausgeführten Werkes (Herstellungssumme) und der Bauklasse, der es angehört, bewertet.

¹⁾ Bei Auftragserteilung durch das Reich siehe Erlaß des Reichsfinanzministers B. Nr. IV, 11480, 23 vom 13. Dezember 1923.

²⁾ Unter „Bauausführung“ ist nicht die „Bauunternehmung“ zu verstehen.

³⁾ Vgl. die Fußnote in Abschnitt IV, Nebenkosten über „örtliche“ Bauleitung.

§ 8. Umfaßt ein Auftrag mehrere Bauwerke nach dem gleichen Entwurf, so sind die Gebühren, vorausgesetzt, daß diese Bauwerke zu gleicher Zeit ausgeführt werden, für Vorentwurf und Oberleitung nach der Gesamtsumme, für die übrigen Arbeiten den erforderlichen Leistungen entsprechend zu berechnen.

§ 9. Umfaßt ein Auftrag mehrere gleichartige Bauwerke nach verschiedenen Entwürfen, so sind die Gebühren für jedes Bauwerk einzeln zu berechnen.

§ 10. Umfaßt ein Bauauftrag mehrere, verschiedenen Gebieten, Gruppen oder Bauklassen angehörende Bauwerke oder Bauwerksteile, so darf die Gebühr für jedes getrennt berechnet werden.

§ 11. Für Umbauten und Instandsetzungsarbeiten erhöhen sich die Gebühren entsprechend den erforderlichen Mehrleistungen und der größeren Verantwortung, und zwar mindestens um die Hälfte.

§ 12. Die Teilleistungen werden wie folgt bewertet:

1. Bauingenieur-Arbeiten.

Bezeichnung der Teilleistung	Teilbeträge in Hundertstel
1. Vorarbeiten:	
a) Vorentwurf und Kostenüberschlag	15 + 5 = 20 ¹⁾
b) Entwurf	20
c) Kostenanschlag	10 } 30 ¹⁾
d) Bauvorlagen	5
2. Ausführungsarbeiten:	
e) Ausführungszeichnungen	15
f) Oberleitung der Bauausführung	30
2. Arbeiten für maschinelle und elektrische Anlagen.	

Bezeichnung der Teilleistung	Teilbeträge in Hundertstel
Vorarbeiten:	
a) Vorentwurf und Kostenschätzung	15 + 5 = 20 ¹⁾
b) Betriebskosten- und Wirtschaftlichkeitsberechnung	7
c) Entwurf und Aufstellung der technischen Unterlagen für Preisforderungen	20
d) Prüfung der Angebote	7
e) Abfassung der Bestellungsunterlagen	10
Ausführungsarbeiten:	
f) Oberleitung der Bauausführung	20
g) Abnahme auf Vertragsmäßigkeit ohne Leistungsmessungen ²⁾	8
h) Rechnungsprüfung ohne Aufmessung von Leitungen ³⁾	8

§ 13. Die Gebührenanteile nach § 12 gelten bei Erteilung des Auftrages auf die Gesamtleistung und sind maßgebend für Abschlagszahlungen. Erstreckt sich der Auftrag auf nur eine Teilleistung, so wird der Satz für diese um 50 v. H. erhöht.

Wird eine Betriebskosten- und Wirtschaftlichkeitsberechnung allein verlangt so sind die vollen Teilgebühren 2a und b in Rechnung zu stellen.

Wird eine Ermittlung des Licht- und Kraftbedarfs als Sonderleistung verlangt so sind dafür entweder 10 v. H. der Gesamtgebühr nach der Gebührentafel § 24 oder es ist der Zeitaufwand für diese Arbeit nach Abschnitt III, § 28, zu vergüten.

§ 14. Für den Entwurf sind die Teilbeträge aus Entwurf und Vorentwurf zusammen zu berechnen, auch wenn ein Vorentwurf nicht geliefert worden ist.

§ 15. Werden für eine Aufgabe mehrere Vorentwürfe nach verschiedenen Bauprogrammen verlangt oder im Einvernehmen mit dem Auftraggeber aufgestellt, so ist jeder Vorentwurf besonders zu berechnen. Sind nach demselben Bauprogramme und für dieselbe Baustelle mehrere Vorentwürfe auf Verlangen oder im Einverständnis des Auftraggebers aufgestellt, so wird die Gebühr für den ersten voll, für alle weiteren nach Verhältnis der Mehrleistung berechnet.

¹⁾ Die Sätze für Kostenüberschlag und Kostenanschlag kommen stets zur Berechnung, außer in den besonderen Fällen, in denen diese entbehrlich sind.

²⁾ Abnahmemessungen zur Feststellung, ob die Anlagen bezüglich Leistung und Kraftverbrauch den getroffenen Vereinbarungen entsprechen, liegen außerhalb der in § 12 festgesetzten Gebühren und sind besonders, eventuell nach dem Zeitaufwand (vgl. Abschnitt III, § 28), zu vergüten.

³⁾ Wird ein Aufmaß der verlegten Leitungen gefordert, so ist hierfür eine besondere Gebühr in Höhe von 5 v. H. des auf die Leitungen entfallenden Gebührenanteiles zu zahlen.

§ 16. Werden im Auftrage des Auftraggebers oder mit dessen Zustimmung mehrere Entwürfe für dieselbe Bauaufgabe geliefert, so sind die Teilgebühren für den ersten Entwurf nebst Vorentwurf ganz, für jeden der weiteren Entwürfe nach Verhältnis der Mehrleistung, jedoch mindestens mit der Hälfte der Teilgebühren für Entwurf nebst Vorentwurf zu berechnen.

§ 17. Die Teilgebühr für die Oberleitung gilt unter der Voraussetzung, daß die Bauausführung durch Einzel- oder Gesamtunternehmer erfolgt. Werden Arbeiten ohne Zuziehung von Unternehmern ausgeführt, so verdoppelt sich die Teilgebühr für Oberleitung bezüglich des von dieser Ausführungsart betroffenen Teiles der Herstellungssumme. Die Teilgebühr für Ausführungszeichnungen kommt auf alle Fälle auch dann zur Verrechnung, wenn die Pläne des Entwurfes ganz oder zum Teil als solche verwendet werden können.

§ 18. Dem Auftraggeber wird auf Verlangen eine Ausfertigung der Bauvorlagen oder des als Sonderleistung entstandenen Entwurfs oder Vorentwurfs ohne Vergütung geliefert.

Berechnung der Gebühr.

§ 19. Die Gebühr für Ingenieurarbeiten wird, soweit diese nicht als Hochbauten nach der Gebührenordnung der Architekten zu berechnen ist, in Hundertsteln der vom Ingenieur ermittelten Herstellungssumme nach § 24 berechnet.

§ 20. Solange die Herstellungssumme nicht festgestellt ist, gilt die Endsumme des Kostenschlages oder, wenn dieser nicht aufgestellt wurde, des Kostenüberschlages; sind beide nicht vorhanden, so tritt die Kostenschätzung an ihre Stelle.

§ 21. Die Herstellungssumme umfaßt sämtliche Kosten, die für die Herstellung aufgewendet werden, mit Ausnahme der Kosten des Grunderwerbs, der Gebühren des Ingenieurs und der Nebenkosten (vgl. Abschnitt IV).

§ 22. Übernimmt der Auftraggeber selbst Arbeiten oder Lieferungen, oder werden ihm von Unternehmern oder Lieferanten Rückvergütungen oder sonstige Vergünstigungen gewährt, so wird ihr ortsüblicher Wert den Herstellungskosten hinzugezählt. Ebenso wird bei Stiftungen sowie bei allen Arbeiten und Lieferungen Verfahren, deren Kosten nicht vom Auftraggeber getragen werden.

Wiederverwendete und vorzeitig eingekaufte Materialien werden mit ihrem ortsüblichen Wert zur Zeit ihrer Verwendung in die Herstellungssumme eingesetzt. Alt gekaufte Maschinen sind aber nur mit dem entsprechenden gemeinen Wert (nicht Neubeschaffungswert) einzuführen.

§ 23. Die Gebühren für Ingenieurarbeiten werden nach drei Bauklassen abgestuft. Diese sind:

Bauklasse 1: Hölzerne Bohlwerke; Brücken, hölzerne bis 10 m Spannweite, Stein- und Betonbrücken bis 15 m Spannweite, gerade feste Walz- und Blechträger-Brücken; einfache Deichsiele; einfache Durchlässe; einfache Eisenbahnanstöße und einfache Gleisanlagen; Erdarbeiten jeder Art; Faschinenbauten: Felssprengungen; Gerinne für Wasserleitungen ohne Kunstbauten; einfache Hafenanlagen ohne Kunstbauten; Pflasterungen als Uferdeckung; einfache Straßenanlagen; Straßenbefestigungen; Stütz- und Futtermauern in Stein und Beton mit einfacher Gründung; Trockenmauern; einfache Uferdeckungen; einfache feste Wehre.

Bauklasse 2: Anschlußbahnhöfe von Kleinbahnen an Vollbahnen; schwierige Anschlußgleise und Bahnhöfe mit mehr als 2 Nebengleisen für jedes Hauptgleis (kleinere Bahnhöfe werden zusammen mit den Strecken-km nach der Länge verrechnet); unterirdische Behälter für Flüssigkeiten und oberirdische auch für Gase mit weniger als 15 m Gesamthöhe; Brücken, größere in Holz, Stein, Beton und Eisenbeton bis 30 m Spannweite, in Eisen (Balkenbrücken bis 60 m Spannweite); sowie sonstige größere statisch bestimmte Konstruktionen genannter Baustoffe; Anlagen zur Entwässerung von Städten und Ortschaften; schwierigere Deichsiele; Düker; schwierigere Durchlässe; Fabrikgebäude und Speicher mit maschineller Einrichtung; Fahren für Fußgänger und Wagen; Flußkanalisierungen und Schiffsahrtskanäle; Flußregelungen; gesundheitstechnische Anlagen; Anlagen zur Aufbewahrung und Verteilung von Gas, Wasser und Elektrizität; Gründungen, ausschließlich der Luftdruck und Gefriergründungen; schwierigere Hafenanlagen; Heizungsanlagen; Hellinge; Lüftungsanlagen; meliorationstechnische Arbeiten; Schöpfwerkanlagen; einfache Schiffschleusen; Straßenbahnen und schwierige Straßenanlagen; einfache Tunnel; Ufermauern mit schwieriger Gründung; Wasserwerke; Wasserbauten für Kraftgewinnungsanlagen; einfache bewegliche Wehre; schwierige feste Wehre.

Bauklasse 3: Oberirdische Behälter für Gase und Flüssigkeiten mit einer Gesamthöhe von mehr als 15 m; bewegliche Brücken; schwierige Eisenkonstruktionen, vor allem statisch unbestimmte Fachwerke in Holz, Eisenbeton und Eisen, die nicht unter 1 und 2 genannt sind; Fähranstalten für Eisenbahnen; Gefriergründungen; geeignete Ebenen; Luftdruckgründungen; Schiffshebewerke; schwierige Schiffschleusen; Schiffswerften; Schwimmdocks; Talsperren; Trockendocks; schwierige Tunnel; schwierige bewegliche Wehre.

Maschinentechnische Anlagen aller Art, z. B. solche für Azetylanlagen; Anlagen zur Verarbeitung von Abfallstoffen; Aufbereitungen; Badeanstalten; Bergwerksmaschinenanlagen; Brauereien; Brennereien; chemische Fabriken; Dampf- und Dampfkraftanlagen; Destillieranlagen; Druckluftanlagen; Elektrizitätswerke; Gasanstalten; Färbereien; Fernheizwerke und große zentralisierte Heizungsanlagen; Förderanlagen; Gerbereien; Gießereien; Glashütten; Hebewerke; Holzbearbeitungsanlagen; Holzschleifereien; Hüttenwerke; hydraulische Kraftanlagen; Kälteerzeugungsanlagen; Kesselschmieden; Koch- und Waschküchen; Kokereien; Kühlanlagen; Ladevorrichtungen; landwirtschaftliche maschinelle Anlagen; Lederbearbeitungsanlagen; Maschinenfabriken; Meß- und Kontroll- und ähnliche Anlagen; Molkereien; Mühlen aller Art; Boden- und Silospeicher; Papierfabriken; Pumpwerke; Schachtanlagen; Spinnereien; Triebwerksanlagen; Trockenanstalten; Walzwerke; Waschanstalten; Wasserdruckwerke; Wasserkraftanlagen; Webereien; Windkraftanlagen; Zementfabriken, Zuckerfabriken.

Die Bauwerke werden besonders berechnet.

§ 24. Solange der Wert der deutschen Mark unter dem Goldwert steht, wird der Gebührensatz vorläufig nach Vereinbarung zwischen Auftraggeber und Ingenieur nach einer der nachstehenden Berechnungsweisen unter a) und b) unter Zugrundelegung der nachstehenden Gebührentafel ermittelt:

Gebührensätze in Hundertsteln der Herstellungssumme in Friedens-Goldmark.

Herstellungssumme in M.	Bauklassen			Herstellungssumme in M.	Bauklassen		
	1	2	3		1	2	3
bis 10 000	8	12	16	bis 400 000	3,8	5,42	6,85
20 000	7,15	10,5	13,95	500 000	3,75	5,10	6,45
30 000	6,7	9,72	12,75	600 000	3,65	4,95	6,25
40 000	6,35	9,17	12	700 000	3,60	4,82	6,05
50 000	6,10	8,80	11,5	800 000	3,56	4,75	5,95
60 000	5,85	8,5	11,1	900 000	3,53	4,70	5,87
70 000	5,65	8,23	10,8	1 000 000	3,5	4,65	5,8
80 000	5,5	8	10,5	2 000 000	3,4	4,25	5,2
90 000	5,35	7,78	10,25	3 000 000	3,3	3,95	4,7
100 000	5,25	7,6	10	4 000 000	3,2	3,75	4,3
150 000	4,8	6,9	9,1	7 000 000	3	3,4	3,5
200 000	4,45	6,4	8,4	10 000 000	2,7	3	3,3
300 000	4,05	5,77	7,5				

bleibt die festgestellte Herstellungssumme unter der niedrigsten Stufe der Gebührentafel, so kann der Ingenieur seine Gebühr nach Abschnitt III, § 28 nach der Stundengebühr berechnen.

Liegt die festgestellte Herstellungssumme zwischen zwei Stufen der Gebührentafel, so wird die Gebühr für die nächstuntere Stufe berechnet, solange sie dadurch höher ausfällt.

a) Berechnungsweise nach der wirklichen Friedens-Herstellungssumme¹⁾.

Bei feststehendem und unveränderlichem Bauprogramm und feststehender Friedens-(Gold-) Herstellungssumme wird an Hand vorstehender Tafel die Gebühr in Gold ermittelt. Die Goldgebühr, multipliziert mit 85 v. H. des am Vortage der Zahlung amtlich festgesetzten Kurswertes einer Goldmark nach dem amtlichen Berliner Dollarkurs, ergibt die Gebührensumme in Papiermark.

Teilzahlungen auf die Gebühr werden in gleicher Weise berechnet.

b) Berechnungsweise nach einer der Friedenssumme angenäherten Herstellungssumme¹⁾.

Läßt sich für den Bauauftrag die Friedens- (Gold-) Herstellungssumme nicht mit Sicherheit ermitteln, so werden alle Zahlungen an die Unternehmer mit der am Tage der Anweisung durch den Ingenieur gültigen, vom statistischen Reichsamt festgestellten Großhandelsziffer dividiert. Diese Teilbeträge ergeben dann zusammenaddiert eine dem Friedenswert angenäherte Herstellungssumme. Für diese wird die angenäherte Friedensgebühr wieder aus der Gebührentafel entnommen. Wird diese Gebühr wieder mit 85 v. H. des am Vortage der Zahlung amtlich festgesetzten Kurswertes einer Goldmark nach dem amtlichen Berliner Dollarkurs multipliziert, so ergibt sich die Gebühr in Papiermark.

In den besetzten Gebieten wird mit Rücksicht auf die dortigen besonderen Teuerungsverhältnisse der Berechnung der volle Kurswert einer Goldmark nach dem amtlichen Berliner Dollarkurs zugrunde gelegt.

§ 25. Muß sich der bauleitende Sachverständige bei der Ausführung eines Projektes mit dem Einkauf von Maschinen, Apparaten, Baustoffen befassen, so erhöht sich der jeweilige Gebührensatz in Hundertsteln der Herstellungssumme um die Hälfte für die in Betracht kommende Herstellungssumme.

III. Gebühren für Sachverständigen- usw. Leistungen sowie für Leistungen nach der Zeit.

§ 26. Zu diesen Leistungen, die nach § 28 besonders zu vergüten sind, gehören die Tätigkeit: bei Auswahl, Erwerb, Veräußerung, Vermietung, Benutzung, Bewertung und Beileihung von Grundstücken, Baulichkeiten und technischen Anlagen; — bei Voruntersuchungen und Ertragsberechnungen: — bei Gutachten, Schätzungen, als Sachverständiger, auch in gerichtlichen Verfahren, bei Schiedsgerichten, sowie bei Beratung und Auskunfterteilung in Bau- und anderen technischen Angelegenheiten; — bei Ordnung der Rechtsverhältnisse und außergewöhnlichen Verhandlungen mit Behörden. Es gehören hierzu ferner: die Arbeit und Mitarbeit bei Erfindungen und Konstruktionen u. dgl.; organisatorische und statistische Arbeiten und solche zur Feststellung der technischen und wirtschaftlichen Leistungsfähigkeit von technischen Anlagen u. dgl.; besondere Darstellungen, wie Schaubilder und Modelle; alle vorbereitenden Arbeiten, die zu keinem Auftrag führen; alle sonstigen Leistungen, die nicht unter II aufgeführt sind, oder deren Vergütung nicht nach II vorgesehen ist.

¹⁾ Falls später Zahlungen allgemein in Goldmark erfolgen, so ist deren amtlicher Kurswert bei allen hier und nachstehend genannten Zahlungen zur Umrechnung der Goldmark in Papiermark zu verwenden.

§ 27. Die Gebühr für diese Leistungen ist nach der Schwierigkeit und dem Werte der Leistung, nach der technischen und wirtschaftlichen Bedeutung der Frage und der fachlichen Stellung der Beauftragten, gegebenenfalls nach vorheriger Vereinbarung, mindestens aber nach dem Zeitaufwand zu vergüten.

§ 28. Für Inanspruchnahme des Ingenieurs, die nach dem Zeitaufwand vergütet wird, ist, sofern die Tätigkeit am Wohnsitz des Beauftragten zu verrichten ist, neben den etwa erforderlichen besonderen Aufwendungen für jede angefangene Stunde eine Grundgebühr von mindestens 4 Goldmark zu vergüten, die zu multiplizieren ist mit 85 v. H. (in den besetzten Gebieten 100 v. H.) des am Vortage der Zahlung amtlich festgesetzten Kurswertes einer Goldmark nach dem amtlichen Berliner Dollarkurs.

§ 29. Sind mit der Tätigkeit Reisen verbunden, so sind Reisekosten und Aufwandserschädigung nach Abschnitt IV, § 31 Abs. 6 zu vergüten.

Reise- und Wartezeit werden wie Arbeitszeit nach § 28 vergütet.

§ 30. Die Leistungen der erforderlichen Hilfskräfte und deren Aufwand sind nach ihrer Art und der Stellung der Hilfskräfte entsprechend zu vergüten. (Bezüglich der Reisen vgl. Abschnitt IV, § 31 Abs. 6.)

IV. Nebenkosten¹⁾.

§ 31. Folgende Leistungen sind in die festgesetzten Gebühren nicht eingeschlossen und daher vom Auftraggeber besonders zu vergüten:

1. Die Kosten aller für die Aufstellung des Entwurfes notwendigen Unterlagen, als: Katasterauszüge, Bauaufnahmen, Bodenuntersuchungen, Bohrungen, Wassermessungen, Analysen, erforderliches Kartenmaterial, statistische Erhebungen, erforderliche Versuche einschl. Lieferung von Chemikalien. Für Gestellung von Meßinstrumenten und Apparaten ist eine angemessene Entschädigung zu gewähren, auch sind die Kosten für Schäden zu erstatten, die durch die Gestellung an diesen entstehen.

2. Alle Barauslagen, Kosten für die Vervielfältigung von Zeichnungen, Schrift- und Drucksachen u. dgl.

3. Die Gebühren der mit der künstlerischen Ausbildung des Entwurfes betrauten Architekten und der im Einvernehmen mit dem Auftraggeber zugezogenen Sonderfachleute.

4. Die Kosten der besonderen (örtlichen)²⁾ Bauleitung, einschließlich der Gehaltsbezüge der Bauaufseher, Bauwächter; die Kosten für die Beschaffung und Unterhaltung eines besonderen Baubüros, für die Vervielfältigung der Unterlagen und für die Ausschreibung und Vergebung der Arbeiten, Lieferungen u. dgl., sowie für die zur Abrechnung erforderlichen Vermessungen. Die Gehaltsbezüge eines zur besonderen Bauleitung erforderlichen Angestellten sind auch dann — und zwar nach Verhältnis des Zeitaufwandes — zu erstatten, wenn dieser zur Leitung mehrerer Bauten bestellt ist.

5. Alle geforderte Bestandszeichnungen, sowie bei Straßen, Eisenbahnen und Kanälen die Schlußvermessungen.

6. Die Kosten für Reisen des Ingenieurs, die im Rahmen des Hauptauftrages liegen. Für Reisen im Inland sind die Auslagen für Fahrten, Gepäckbeförderung und sonstige unpersönliche Ausgaben zu vergüten, sowie eine Aufwandserschädigung, die aus einer Grundzahl von 20 Goldmark für den Tag ohne Übernachtungen, 25 Goldmark für den Tag mit Übernachtungen der Grundgebühr, multipliziert mit 85 v. H. (in den besetzten Gebieten 100 v. H.) des am Vortage der Zahlung amtlich festgesetzten Kurswertes einer Goldmark nach dem amtlichen Berliner Dollarkurs gewährt.

Für Reisen bis zu $\frac{1}{3}$ tägiger Dauer wird der Betrag nur halb vergütet.

Wo diese Beträge unter- oder überschritten werden, bleibt es dem Ingenieur überlassen, mindestens die wirklichen Auslagen zu verlangen.

Kommen mehrere Auftraggeber in Betracht, so werden die Kosten anteilig verrechnet.

Für Reisen ins Ausland bleibt die Festsetzung der Gebühren besonderer Vereinbarung vorbehalten. — Für Reisen der Hilfskräfte sind die Auslagen zu vergüten.

V. Zahlungen.

§ 32. Der Ingenieur hat für alle seine Leistungen Anspruch auf angemessene Vorauszahlungen bis zur Höhe des Wertes der bewirkten Teilleistungen. Die Restzahlung ist nach Erfüllung des Auftrages mit Überreichung der Gebührenrechnung und unter Ausschluß des Zurückbehaltungsrechtes und der Aufrechnung fällig. Die Nebenkosten sind je nach Überreichung ihrer Zusammenstellung zu erstatten.

Auf Gebührenrechnungen, die nach acht Tagen nicht beglichen sind, sind außer dem gemäß § 24 berechneten und auf den Vortag der Zahlung aufgewerteten Rechnungsbetrag Verzugszinsen in Höhe des jeweiligen Reichsbank-Diskontsatzes zu zahlen.

Eine Minderung des Rechnungsbetrages bei Senkung des Goldmarkkurses ist im Falle der Zahlungsverzögerung ausgeschlossen.

¹⁾ Die vom Ingenieur bewirkten Barauslagen in Papiermark werden nach dem am Tage der Auslage festgesetzten Kurswert einer Goldmark nach dem amtlichen Berliner Dollarkurs in Gold umgerechnet. Sie treten mit diesem Betrage der Grundvergütung hinzu.

²⁾ Die örtliche Bauleitung umfaßt die dauernde Überwachung der Bauausführung in bezug auf die Übereinstimmung mit den Ausführungs- und Teilzeichnungen, auf die Einhaltung der technischen Bedingungen sowie der baupolizeilichen Vorschriften; ferner die Abnahme der Baustoffe, die Aufsicht über Tagelohnarbeiten, die Durchführung der für die Abrechnung erforderlichen Aufmessungen und die Prüfung aller Rechnungen.

J. Gebührenordnung für Zeugen und Sachverständige.

(Reichsgesetz vom 13. März 1922 und 21. Dezember 1923.)

§ 1. In den vor die ordentlichen Gerichte gehörigen Rechtssachen, auf welche die Zivilprozeßordnung, die Strafprozeßordnung oder die Konkursordnung Anwendung findet, erhalten Zeugen und Sachverständige Gebühren nach Maßgabe der folgenden Bestimmungen.

§ 2. Der Zeuge erhält eine Entschädigung für die erforderliche Zeitversäumnis im Betrage von 5 bis 75 Goldpfennigen auf jede angefangene Stunde.

Die Entschädigung ist unter Berücksichtigung des von dem Zeugen versäumten Erwerbes zu bemessen und für jeden Tag auf nicht mehr als zehn Stunden zu gewähren. Ob eine Erwerbsversäumnis stattgefunden hat, ist nach freiem Ermessen unter Berücksichtigung der Lebensverhältnisse und der regelmäßigen Erwerbstätigkeit des Zeugen zu beurteilen. Personen, welche durch einfache Handarbeit, Handwerksarbeit oder geringeren Gewerbebetrieb ihren Unterhalt suchen, oder sich in gleichen Verhältnissen mit solchen Personen befinden, erhalten die nach dem geringsten Satze zu bemessende Entschädigung auch dann, wenn die Versäumnis eines Erwerbes nicht stattgefunden hat.

§ 3. Der Sachverständige erhält für seine Leistungen eine Vergütung nach Maßgabe der erforderlichen Zeitversäumnis im Betrage bis höchstens 1,50 Goldmark und im Falle einer besonders schwierigen Leistung 3 Goldmark für jede angefangene Stunde.

Die Vergütung ist unter Berücksichtigung der Erwerbsverhältnisse des Sachverständigen zu bemessen.

Außerdem sind dem Sachverständigen die auf die Vorbereitung des Gutachtens verwendeten Kosten, sowie die für eine Untersuchung verbrauchten Stoffe und Werkzeuge zu vergüten.

§ 4. Besteht für die aufgetragene Leistung ein üblicher Preis, so ist dem Sachverständigen auf Verlangen dieser und für die außerdem stattfindende Teilnahme an Terminen die in § 3 Abs. 1 Satz 1 und Abs. 2 geregelte Vergütung zu gewähren. Beschränkt sich die Tätigkeit des Sachverständigen auf die Teilnahme an Terminen, so erhält er lediglich die im § 3 bestimmte Vergütung.

§ 4a. Haben in bürgerlichen Rechtsstreitigkeiten die Parteien sich dem Gerichte gegenüber mit einer bestimmten Vergütung für die Leistung des Sachverständigen einverstanden erklärt, so ist diese Vergütung zu gewähren, sofern ein zu ihrer Deckung ausreichender Betrag an die Staatskasse gezahlt ist.

§ 5. Als versäumt gilt für den Zeugen oder Sachverständigen auch die Zeit, während welcher er seine gewöhnliche Beschäftigung nicht wieder aufnehmen kann.

§ 6. Mußte der Zeuge oder Sachverständige außerhalb seines Aufenthaltsortes einen Weg bis zur Entfernung von mehr als zwei Kilometer zurücklegen, so ist ihm, außer den nach §§ 2 bis 5 zu bestimmenden Beträgen, eine Entschädigung für die Reise und für den durch die Abwesenheit von dem Aufenthaltsorte verursachten Aufwand nach Maßgabe der folgenden Bestimmungen zu gewähren.

§ 7. Soweit nach den persönlichen Verhältnissen des Zeugen oder Sachverständigen oder nach äußeren Umständen die Benutzung von Transportmitteln für angemessen zu erachten ist, sind als Reiseentschädigung die nach billigem Ermessen in dem einzelnen Falle erforderlichen Kosten zu gewähren. — In andern Fällen beträgt die Reiseentschädigung für jedes angefangene Kilometer des Hinweges und des Rückweges 5 Goldpfennige.

§ 8. Die Entschädigung für den durch die Abwesenheit von dem Aufenthaltsorte verursachten Aufwand bemißt sich nach dem Satze, der den Reichsbeamten der Stufe III (§ 2 Abs. 2 der Reisekostenverordnung für die Reichsbeamten (Reichsgesetzbl. 1921 S. 1345, 1923 I S. 981)) als Tagegeld zusteht.

Die Vorschriften genannter Verordnung, nach denen bei Reisen, die an demselben Kalendertag angetreten und beendet werden, sich das Tagegeld verändert oder ein Tagegeld nicht gewährt wird, gelten entsprechend.

§ 9. Mußte der Zeuge oder Sachverständige innerhalb seines Aufenthaltsortes einen Weg bis zu einer Entfernung von mehr als zwei Kilometer zurücklegen, so ist ihm für den ganzen zurückgelegten Weg eine Reiseentschädigung nach den Vorschriften des § 7 zu gewähren.

§ 10. Konnte der Zeuge oder Sachverständige den erforderlichen Weg ohne Benutzung von Transportmitteln nicht zurücklegen, so sind die nach billigem Ermessen erforderlichen Kosten auch außer den in den §§ 6 und 9 bestimmten Fällen zu gewähren.

§ 11. Abgaben für die erforderliche Benutzung eines Weges sind in jedem Falle zu erstatten.

§ 12. Bedarf der Zeuge wegen jugendlichen Alters oder wegen Gebrechen eines Begleiters, so sind die Entschädigungen für beide zu gewähren.

§ 12a. Notwendige bare Auslagen, soweit sie nicht den durch den Aufenthalt außerhalb der Wohnung verursachten Aufwand betreffen, können dem Zeugen oder Sachverständigen nach billigem Ermessen erstattet werden. Dies gilt namentlich von den Kosten für eine notwendige Vertretung.

§ 13. Soweit für gewisse Arten von Sachverständigen besondere Taxvorschriften bestehen, welche an dem Orte des Gerichtes, vor das die Ladung erfolgt, und an dem Aufenthaltsorte des Sachverständigen gelten, kommen lediglich diese Vorschriften in Anwendung. Gelten solche Taxvorschriften nur an einem dieser Orte, oder gelten an demselben Orte ver-

schiedene Taxvorschriften, so kann der Sachverständige die Anwendung der ihm günstigeren Bestimmungen verlangen.

In den Fällen des Abs. 1 kann der Sachverständige, wenn er nicht öffentlicher Beamter ist, an Stelle der Gesamtvergütung nach den Taxvorschriften die Berechnung der Gesamtvergütung nach den Vorschriften dieses Gesetzes beanspruchen. Dolmetscher erhalten Entschädigung als Sachverständige nach den Vorschriften dieses Gesetzes, sofern nicht ihre Leistungen zu den Pflichten eines von ihnen versehenen Amtes gehören.

§ 14. Öffentliche Beamte erhalten Tagegelder und Reisekosten nach Maßgabe der für Dienstreisen geltenden Vorschriften, falls sie zugezogen werden: 1. als Zeuge über Umstände, von denen sie in Ausübung ihres Amtes Kenntnis erhalten haben; 2. als Sachverständige, wenn sie aus Veranlassung ihres Amtes zugezogen werden und die Ausübung der Wissenschaft der Kunst oder des Gewerbes, deren Kenntnis Voraussetzung der Begutachtung ist, zu den Pflichten des von ihnen versehenen Amtes gehört.

Soweit allgemeine Vorschriften für Dienstreisen nicht erlassen sind, kann die oberste Verwaltungsbehörde über die Gewährung der den öffentlichen Beamten in den Fällen des Abs. 1 den Gerichten gegenüber zustehenden Tagegelder und Reisekosten besondere Vorschriften erlassen.

Werden nach den Vorschriften dieses Paragraphen Tagegelder und Reisekosten gewährt, so findet eine weitere Vergütung an den Zeugen oder Sachverständigen nicht statt.

Die vorstehenden Bestimmungen finden auf Personen des Soldatenstandes entsprechende Anwendung.

Auf Beamte der Gemeinden (Gemeindeverbände) finden die allgemeinen Vorschriften für Dienstreisen insoweit keine Anwendung, als die oberste Verwaltungsbehörde Bestimmungen über die Höhe der ihnen den Gerichten gegenüber zustehenden Tagegelder und Reisekosten erlassen hat.

Die oberste Verwaltungsbehörde kann die ihr durch Abs. 2 und Abs. 5 gegebene Befugnis zum Erlasse der bezeichneten Bestimmungen auf andere Behörden übertragen.

§ 15. Ist ein Sachverständiger für die Erstattung von Gutachten im allgemeinen beeidigt, so können die Gebühren für die bei bestimmten Gerichten vorkommenden Geschäfte durch Übereinkommen bestimmt werden.

§ 16. Die Gebühren der Zeugen und Sachverständigen werden nur auf Verlangen derselben gewährt. Der Anspruch erlischt, wenn das Verlangen binnen drei Monaten nach Beendigung der Zuziehung oder Abgabe des Gutachtens bei dem zuständigen Gerichte nicht angebracht wird.

§ 17. Die einem Zeugen oder Sachverständigen zu gewährenden Beträge werden durch gerichtlichen Beschluß festgesetzt, wenn der Zeuge oder Sachverständige oder die Staatskasse eine richterliche Festsetzung beantragt oder das Gericht sie für angemessen hält. Der Ansatz kann von Amts wegen berichtigt werden, wenn die Beträge aus der Staatskasse gezahlt und dieser nicht erstattet sind. Für die Festsetzung und die Berichtigung ist das Gericht oder der Richter zuständig, vor welchem die Verhandlung stattgefunden hat, und für die Berichtigung auch das Gericht der höheren Instanz.

Gegen die richterliche Entscheidung findet Beschwerde nach Maßgabe § 567 Abs. 2, der §§ 568 bis 575 der Zivilprozeßordnung sowie des § 4 Abs. 3 des Gerichtskostengesetzes, in Strafsachen nach Maßgabe der §§ 346 bis 352 der Strafprozeßordnung statt.

Nach Art. II der Verordnung vom 21. Dezember 1923 wird die dem Zeugen oder Sachverständigen zu zahlende Gesamtvergütung auf volle 5 Goldpfennige aufgerundet und nach Art. III bestimmt sich das Wertverhältnis der Goldmark zur Reichswährung nach dem vom Reichsminister der Finanzen bekanntgegebenen, am Tage der Auszahlung geltenden Goldverrechnungssatze (§ 2 der Durchführungsbestimmungen zur Aufwertungsverordnung vom 13. Oktober 1923, Reichsgesetzbl. I, S. 951).

Nach Art. V tritt die Verordnung mit Wirkung vom 15. Dezember 1923 in Kraft.

Sachverzeichnis.

Die Ziffern bedeuten die Seitenzahlen.

- Abdampfinjektor 1184.
Abdampf-Kraftanlage 891.
Abdampfsammler 891.
Abdampfturbine 894.
Abdampfverwertung 884.
Abkühlungsverlust (Dampfsm.) 544.
— (Dampfturb.) 693.
Abläßventil, -vorrichtung (Dampfkessel) 784.
Abnutzungscharakteristik (Zahnrad) 326.
Abschaltung (Dampfturb.) 707.
Absol. Feuchtigkeit 500.
Absol. Gasarbeit 504.
Absolute Temperatur 491.
Absolutes Maßsystem 170.
Absperrhahn 483.
Absperrschieber 480.
Absperrschütze 915.
Absperrventil 484, 783.
Abwälzverfahren (Zahnrad) 336.
— Räderfräsmaschine 1302.
Abwärme (Verbrennungskraftmaschine) 897.
Abwärmepumpmaschine 894.
Achsen 416.
Achsenregler 668, 682.
Adiabate 126, 505, 512, 523.
AEG-Dampfturbine 697, 724 726, 885.
Äquivalent, mech. Wärme- 494.
A-Gestell 868.
Algebra 59—71.
Ampère 1332.
Ampèrestunde 1332, 1368.
Analytische Geometrie 113—140.
Anblaseventilator 821.
Antriebsvorrichtung 667.
—, elektrische — 668.
Anker (elektr.) 1340.
Ankerrückwirkung 1384, 1392, 1397.
Anlasser 1402, 1420.
— für Hebezeuge 1054.
Anlaßgefäß 870.
Anlaßventil 871.
Anstrengungsgrad, Dampfkr. 750.
Anthrazit (Kraftgas) 821.
Antriebe, Berechnung der — von Werkzeugmaschinen 1231.
Antriebsnocken 869.
Anzapfturbine 886, 888.
Arbeit 183, 1332, 1333, 1356, 1374.
Arbeitsbedarf (Werkzeugm.) 1230.
Arbeitsgleichung b. Turbinen 926.
Arbeitsüberschuß (Schwungrad) 669.
Arbeitsvermögen (Dampfmaschine) 537.
Arbeitsvermögen (Dynamik) 183, 189, 193.
— des Reglers 671.
Archimedische Spirale 130.
Arithmetik 30—45.
Arithmetische Reihen 41.
Astatistischer Punkt 674.
Astatistischer Regler 669.
Asymptotengleichung d. Hyperbel 121.
Asynchroner Wechselstrommotor 1413.
Auflagerkraft 180.
Aufzug 1119.
—, elektrischer 1122.
—, Hand- 1121.
—, Transmissions- 1121.
Ausdehnung durch Wärme 1151.
Ausdehnungshub (Verbr.-Kosten) 814.
Ausdehnungskupplung 425.
Ausfluß aus Gefäßen 902.
Ausflußdüse (Wasserdampf) 532.
Ausflußgeschwindigkeit 531, 689, 904.
Ausflußmenge 531.
Ausflußzahl (hydr.) 906.
Ausgleichsrohre 479.
Ausklinsteuering 583, 585.
Auspuffkanal (Dampfsm.) 559.
Auspuffleitung 878.
Auspufftopf 878.
Ausrücker (Riemen) 396.
Ausrüstung, Kessel- 783.
Aussetzleistung 1400.
Außenleiter 1364, 1373.
Aussetzerreglung 837, 846.
Ausströmen aus Mündungen 531.
Ausströmungsgeschwindigkeit 531, 688.
Austrittsverlust 692.
— b. Turbinen 927.
Automatische Düsenreglung 724.
Automat-Duplexpumpe 1153.
Avogadro (Gesetz) 497.
Axial Schub der Dampfturbinen 728.
Axialturbine 919.
Bajonettrahmen 642.
Balata-Riemen 382.
Balcke-Kaminkühler 747.
— -Wärmespeicher 893.
Bamag-Sparlager 446.
Bandkupplung 427.
Bandsäge 1308.
Batterieessel 761.
Baumwollriemen 386.
Baumwollseil 404.
Baumwollseilbetrieb 402.
Baustatik 262.
Bauvorschriften für Landdampfessel 791..
Beanspruchung, zulässige 219.
Becherturbine 964.
Befestigungskeile 289.
Befestigungsschraube 296.
Behälter-Nietung 320.
Beharrungsregler 669, 683.
Beilke-Kupplung 429.
Belageisen 1461.
Belastungsspannung (Riemen-Seil) 387, 402.
Beleuchtung 1448.
Benn-Kupplung 438.
Benzin 827.
Benzinmotor 840.
Benzol 827.
Benzolmotor 840.

- Bergmann-Turbine 697.
 Berieselungskondensator 739.
 Bernoullische Gleichung (hydr.) 903, 907.
 Beschleunigung 157.
 Beschleunigungsdruck 606.
 Beschleunigungsdruckkurve 606, 659.
 Bestimmungsgleichung 60.
 Bewegung, geradlinige 157, 182.
 —, krummlinige 162, 188.
 —, Relativ- 167.
 Bewegungslehre 157.
 Bewegungsschraube 301.
 Bewegungswiderstände (hydr.) 907, 923.
 Bian-Reiniger 820.
 Biegeprobe 208.
 Biegeversuche 228.
 Biege widerstand (Werkzeug-masch.) 1229.
 Biegsame Welle 422.
 Biegungsfeder 258.
 Biegungsfestigkeit 223.
 Biegemoment 223. [226.
 Biegun gsspannung (zulässige)
 Biegun gversuch 228.
 Bilgram-Hobelmaschine 361, 1303.
 Binomische Reihe 86.
 Binomischer Satz 39, 86.
 Bituminöse Brennstoffe 823.
 Blechbearbeitungsmaschine 1308.
 Blechschornstein 757.
 Blechdicke der Dampfkessel (Berechnung) 817.
 Blechkanthobelmaschine 1315.
 Blechträger 229, 240.
 — (Kran) 1077.
 Blindleistung 1361, 1376.
 Blindstrom 1359, 1376.
 Blindwiderstand 1358.
 Bockgestell 867.
 Bogenhöhe 28.
 Bogenlänge 28.
 Bohrmaschine 1279.
 Bohrwerk 1276.
 Bolinders-Motor 848.
 Bolzenkupplung 431.
 Borda-Carnotsche Formel 908.
 Borsig-Stopfbüchse 642.
 Bottich 59.
 Boulvin-Verfahren 525.
 Boyle-Mariotte 495.
 Braunkohlengenerator 823.
 Braunkohlenöl 827.
 Braunkohlen-Schwelgas 823.
 Brauer, Verfahren von 506.
 Brechung von Kraftlinien 1336.
 Bremse 1013, 1015, 1063.
 —, Backen- 1016, 1066.
 —, Band- 1016, 1017, 1064.
 —, elektrische 1408.
 Bremse, Lastdruck- 1015, 1023, 1067.
 —, Magnet- 1044, 1064.
 —, Sperrad- 1014, 1019, 1067.
 Bremsen der Turbine 979.
 Bremslüftmagnet 1044, 1064.
 Bremsung, elektrische 1408
 Brennpunkt (Ol) 828.
 Brennstoff 818.
 —, flüssiger 827.
 —, gasförmiger 818.
 Brennstoffbehälter 878.
 Brennstoffdüse 849.
 Brennstoffpumpe 872.
 Brennstoffpumpendiagramm 857.
 Brennstoffventil 871.
 Briggsches Logarithmen-system 2-21, 40.
 Brinellsche Kugeldruckprobe 209.
 Brons-Motor 848.
 Brown-Boveri-Dampfturbine 697, 726.
 Bruchsicherheit 219.
 Brücke, Wheatstonesche 1354.
 Bühnenkran 1076.
 Bürste (Dynamo) 1381.
 Cachin-Kupplung 428.
 Carnotscher Kreisprozeß 509.
 — Vergleichsprozeß 540.
 Charakteristik der Regler 673.
 Chromsäureelement 1081.
 C-Kurve (Regler) 673.
 Clapeyronsche Gleichung 519.
 Clapeyronsche Gleichungen (Statik) 283.
 Clausius 509, 510.
 Clausius-Rankine 540.
 Collmann-Steuerung 586.
 Coulomb 1332.
 Coulombsches Gesetz 1334, 1342.
 Cremona-Kräfteplan 263.
 Curtissrad (Geschwindigkeits-rad) 697, 702, 724.
 D'Alembertsches Prinzip 183.
 Daltonsches Gesetz 497, 732.
 Dampf, strömende Bewegung 529.
 Dampfabsperrventil 484, 783.
 Dampfdiagramm 535.
 Dampf drehkran 1105.
 Dampfdruckpumpe 1181.
 Dampfgehalt 516.
 Dampfgeschwindigkeit 531, 558.
 Dampfkessel 748.
 —, Ausrüstung der 783, 787.
 Dampfkessel, Berechnung der Blechdicken der 792.
 —, Leistungsversuche 801.
 —-feuerungen 751.
 —-gesetzte 786.
 —-heizfläche 750.
 —-nietung 309, 791.
 —-prüfung 789.
 —-schornstein 756.
 —-überhitzer 758.
 Dampfkolben 630.
 Dampfflüssigkeitsverlust 544, 613.
 Dampfmantel 551.
 Dampfmaschine (Berechnung) 548, 557.
 — (Leistungsversuche) 801.
 Dampfpreßpumpe 1147.
 Dampfpumpe 1150.
 Dampfschieber 481.
 Dampfstrahlpumpe 745, 1183.
 Dampftabelle 519, 521.
 Dampfturbine 668.
 Dampfverbrauch 542, 695.
 Dampfzylinder 635.
 Dauerleistung 1400.
 Dauerversuche (Festigkeit) 209.
 Daumenrolle 997.
 Dehnung 206.
 Dehnungsrohre 479.
 Dehnungsspannung (Riemen, Seil) 385, 402.
 Dehnungstheorie (Festigkeit) 221.
 De Laval, Dampfturbine von 697.
 — Düse 698.
 Deutzer Kleingasmotor 839.
 Diagramm, Dampf- 537.
 — Entwurf (Einzyl.-Masch.) 545.
 — Entwurf (Mehrzyl.-Masch.) 553.
 —, Turbinen- 928.
 Dielektrikum 1342.
 Dieselmotor 809, 849.
 Dieselverfahren 812.
 Differentialbremse 1018.
 Differentialgleichungen 104-113.
 Differentialkurve 75.
 Differentialpumpe 1147.
 Differentialquotient 72.
 Differentialrechnung 72-86.
 Differentiationsregeln 73.
 Direkte Reglung (Dampfturb.) 721.
 Diskusrad 376.
 Doerfel-Steuerung 577, 583.
 Dohmen-Leblanc-Kupplung 434.
 Doppelflammrohrkessel 763.

- Doppelhaken 1000.
 Doppelinjektor 1184.
 Doppelregelkupplung 433.
 Doppelleiter 141.
 Doppelpumpe 1147.
 Doppelschiebersteuerung 570.
 Doppelschlußmaschine 1382.
 Doppelsitzventil 578.
 Dowsongas 821.
 Drahtseil 989.
 Drahtseilbetrieb 399.
 Drahtseilholle 991.
 Drahtseiltrommel 989.
 Drehbank 1271, 1318, 1321.
 Drehfeld 1413.
 Drehfeldmeßgerät 1371.
 Drehkraftkurve 659.
 Drehkrän ortsfest 1082.
 — fahrbar 1091.
 Drehmoment 1395, 1416.
 Drehrosgenerator 825.
 Drehschaukel 955.
 Drehschiebersteuerung 592.
 Drehschulgeräte 1371.
 Drehstrom 1364.
 Drehstrommotor 1413.
 Drehstromtechnik (Hebezug) 1055.
 Drehung 164.
 Drehungsfeder 260.
 Drehungsfestigkeit 245.
 Drehzahlregelung, elektr. 1404, 1425, 1428.
 Dreieck 50–52.
 Dreieckschaltung 1364.
 Dreiflammrohrkessel 770.
 Dreiphasenstrom 1364.
 Dreiwegbahn 483.
 Drillingspumpe 1147.
 Drosselklappe 490.
 Drosselkurve 525, 529.
 Drosselregelung 720, 724.
 Drosselscheibe 1193.
 Drosselventil 722.
 Drosslung 513.
 Druckfestigkeit 206.
 Druckgasanlage 821.
 Druckhöhe, hydraulische, hydrostatische 903.
 Druckluftbehälter 877.
 Druckluftleitung (zum Anlassen von Verbrennungsmotoren) 879.
 Druckmittelhunkt (hydr.) 900.
 Druckölsteuerung 724.
 Druckspannung 206.
 Druckverlust in Wasserrohrleitungen 909.
 Druckvolumendiagramm 503, 524.
 Druckwirkung (Pumpe) 1135.
 Druckzug (Dampfkessel) 757.
 Düse (Dampfturbine) 698.
 Düsenregelung 720, 724.
 Düsenpaltzerstäuber 850.
 Düsenverlust 689.
 Dunstsättigung 500.
 Duplex-Dampfpumpe 1153.
 Dupuis-Kessel 772.
 Durchbiegung (Festigkeit) 229, 232.
 Durchfluß durch Mündungen und gefüllte Leitungen 529, 902.
 Durchflußgleichung b. Turbinen 925.
 Durchflußkühlung 843.
 Durchflutung, elektrische 1338.
 Durchlaufender Träger 282.
 Dynamik starrer Körper 191.
E (Basis des natürlichen Logarithmensystems) 41, 85.
 Ebene 134.
 Ebene Wandungen (Dampfkessel) 794.
 Echtwiderstand 1358.
 Effektivwert eines Wechselstromes 1356.
 Einankerumformer 1436.
 Einblasegefäß 877.
 Einblasepumpe 875.
 Einfach statisch unbestimmt 275.
 Einflammrohrkessel 761.
 Einflußlinien 267.
 Eingriffdauer (Zahnrad) 328.
 Eingrifflinie 323.
 Einheitsbohrung 419.
 Einheitsgewinde, metrisches 299.
 Einheitswelle 419.
 Einkammerkessel 779.
 Einkammersteuerung 576.
 Einphasenmotor 1427.
 Einschieber-Expansionssteuerung 567.
 Einspritzkondensation 732.
 Einspritzverhältnis 812.
 Einspritzwasser (Kondens.) 732.
 Einstellring (Kugellager) 456.
 Eintrittskondensation 549.
 Einzylinder-Masch. (Berechnung) 548.
 Eisen (Festigkeitszahlen) 211.
 Eisenbau 319.
 Eisenverluste 1362.
 Ejektor 1182.
 Ejektorschütze 918.
 Ekonomiser, Greenscher 757.
 Elastische Bolzenkuppelung 427.
 — Isolationskupplung 426.
 — Linie 229, 232.
 — Nachwirkung 207.
 Elastische Schwingung 185.
 Elastizitätsgrenze 207.
 Elastizitätsmaß 206.
 Elektra-Turbine 724.
 Elektrische Biemung 1044, 1050, 1060.
 — Beleuchtung 1448.
 Elektrischer Einzelantrieb (Werkzeugm.) 1315.
 Elektrizitätsmenge 1332.
 Elektrizitätszähler 1374.
 Elektrodampfkessel 780.
 Elektrodynamische Geräte 1371.
 Elektroflosche 1071.
 Elektrohangbahn 1073, 1117.
 Elektrolyse 1367.
 Elektromagnet 1341.
 Elektromotor 1395, 1410, 1413, 1427, 1428.
 Elektromotorische Kraft 1332, 1345, 1384, 1391.
 Element, galvanisches 1345.
 Ellipse 119.
 Ellipsoid 58, 139.
 Endausrückung (Kran) 1054.
 — (Aufzug) 1127.
 Energie
 — der Dämpfe 516.
 — der Gase 496.
 — magnetische 1336, 1341.
 — der Regler 670.
 Energieverlust 689.
 Entflammung 828.
 Entlasteter Rider-Schieber 576.
 — Spurzapfen (Turbine) 959.
 Entropie 516, 517.
 Epizykloide 129, 328.
 Erstarrungspunkt (Ol) 828.
 Erwärmung elektr. Maschinen 1383, 1400.
 Erzeugungswärme 516.
 Erzwungene Schwingung 186.
 Eulersche Knickformel 243.
 Eulerscher Multiplikator 108.
 Evansgetriebe 377.
 Evolvente 130, 328.
 Evolventenverzahnung 331.
 Expansionsarbeit 564.
 Expansionssteuerung 567.
 Exponentialgleichungen 69.
 Exponentialreihe 85.
 Exzenter 617.
 Exzentergestange 620.
 Exzentrischer Zug und Druck 249.
Fachwerk, Kräftepläne 262.
 — Formänderung 218.
 — statisch unbestimmtes 286.
 — Kran 1078.
 Fachwerksbau (allgem. Regeln) 317.
 Fachwerkstäbe (Knick) 244.
 Fahrstuhl 1128.

- Fangvorrichtung (Aufzug) 1129.
 Farad 1332.
 Faß 59.
 Feder (Festigkeit) 258.
 Federregler 668, 670, 673, 677.
 Feinrechen 915.
 Feld, elektrisches 1342.
 — magnetisches 1334.
 Feldkurve 1348.
 Feldstärke, magnetische 1334.
 Fellow-Verfahren (Zahnrad) 343.
 Fernis-Dichtung 1168.
 Ferranti-Schieber 481.
 Ferraris Geräte 1371.
 Festigkeit 205.
 —, elektrische 1345.
 — der Federn 258.
 — gerader Stäbe 222.
 — plattenförmiger Körper 254.
 — umlaufender Scheiben 257.
 —, zusammengesetzte 249.
 — zylindrischer und kugeliger Gefäße 253.
 Festigkeitszahlen 211.
 Festpunkte 284.
 Fettschmierung 442.
 Feuchter Dampf 516.
 Feuchte Luft 500.
 Feuchtigkeit 500.
 Feuerung (Dampfkessel) 751, 755, 756.
 Feuerbüchsenkessel 772.
 Field-Kessel 780.
 Fingerfräser 357.
 Finksche Drehschaukel 952.
 Fischleiter-Paß 914.
 Flächensatz (Dynamik) 189, 200.
 Flächenträgheitsmomente 237.
 Flachgewinde 301.
 Flachkeil 292.
 Flachregler 668, 682.
 Flächeninhalt ebener Figuren 52, 99.
 Flammpunkt (Öl) 828.
 Flammrohr 793.
 Flammrohrkessel 761, 770, 774.
 Flammrohrversteifung 793.
 Flanschen-Formstücke 469.
 Flanschenrohr, gußeisernes 471.
 — (Tabelle) 474.
 Flanschenverbindung 472, 476.
 Flasche (Geschirr) 1002.
 Flaschenzug (Hand) 1027.
 — (elektr.) 1071.
 Flaschenzugmechanik (Hebzig.) 1025.
 Fliehkraft 190.
 Fliehkraftbremse 1019.
 Fliehkraftregler 668. [671.
 —, Analytische Berechnung
 —, Beurteilung der — auf Grund von Diagrammen 675.
- Fließgrenze 206.
 Floßgasse 914.
 Fluchtentafeln 146–150.
 Flügelpumpe 1169.
 Flüssigkeitswärme 515.
 Fördermenge (Pumpen) 1136.
 Förderung von Schüttgut 1107.
 Formänderungen (Festigkeit) 218.
 Formdrehbank 1277.
 Formfaktor 1357.
 Formfräser (Zahnräder) 334.
 Formstücke, normale 469.
 Fouriersche Reihen 154.
 Fräser für Zahnräder 334.
 Fräsmaschine 1287.
 Francis-Turbine 944.
 Freier Fall 160.
 Freie Schwingung 185.
 Freihängen (Turbine) 932.
 Freilaufventil 917.
 Freistrahlturbine 929, 964.
 Frequenz eines Wechselstromes 1356.
 Frischdampf-Abdampf-Turbine 895.
 Fuchs (Dampfkessel) 756.
 Führung (Werkzeugm.) 1264.
 Führungsbock (Steuerung) 647.
 Füllung 538, 546.
 Füllungsausgleich 564.
 Füllungsreglung 720, 837.
 Fullagar 728.
 Fundamentanker 308.
 Funktionsleiter 140.
 Fußventil 1169.
- Gabelrahmen 642.
 Gallowayrohr 763.
 Gallsche Kette (Tabelle) 996.
 Galvanisches Element 1345.
 Garbe-Kessel 780.
 Gasgemische 497.
 Gasgesetze 495.
 Gasgewinde 301.
 Gaskonstante 496, 497.
 Gasleitung 878.
 Gasmaschine (Ermittelung der Hauptmaße) 829.
 — (Leistungsversuche) 879.
 Gasmotor 832.
 Gasöl 827.
 Gasschieber 481.
 Gay-Lussacsches Gesetz 495.
 Gebläse 1211.
 Gebührenordnung der Ingenieure 1471.
 — für Zeugen und Sachverständige 1476.
 Gedämpfte Schwingung 185.
 Gefälle 917.
 Gefällvermehrter 918.
 Gefäß (Festigkeit) 253.
 Gegendruckturbine 704, 885.
- Gegengewicht 608.
 Gegengewicht (Kran) 1083, 1087.
 Gegengewicht (Aufzug) 1120, 1130.
 Gegenkurbel 609.
 Gegenstromkondensator 734.
 Gekröpfte Kurbelwelle 613, 866.
 Gelenkkette 377, 996.
 Gelenkträger 265.
 Gelenkviereck 165.
 Gemeines Logarithmensystem 40.
 Gemeine Zykloide 129.
 Gemischbildung (Motoren) 832, 840, 846, 849.
 Gemischreglung 837.
 Generator (Fassungsraum) 826.
 Generatorgas 820.
 Geometrie 52–59.
 Geometrische Reihe 43.
 Gerade (in der Ebene) 116.
 — (im Raume) 135.
 Geradflankenverzahnung 331.
 Geradföhrung 642.
 Geradföhrungsteile 647.
 Geradinige Bewegung 157, 183.
 Gerberscher Gelenkträger 265.
 Gesättigter Wasserdampf 514.
 Geschwindigkeitsdreieck 689.
 Geschwindigkeitskoeffizient 689.
 Geschwindigkeitsplan 689.
 Geschwindigkeitsregler 669.
 Geschwindigkeitswechsel (Werkzeugm.) 1231.
 Geschwindigkeitszahl (hydr.) 906.
 Geschweißtes Rohr 473.
 Gesetz, Coulombsches 1334, 1342.
 —, Joulesches 1356.
 —, Ohmsches 1333.
 Gesetze, Kirchhoffsche 1354.
 Gestell (Verbrenn.-Motor) 867.
 Getriebekasten für Zahnräder 353.
 Geweberiemen 382.
 Gewicht, spezifisches 1468.
 Gewichte 1455.
 Gewindesysteme 296.
 Gewindedrehbank 1306.
 Gewindeschneiden, Maschinen für 1306.
 Gewöhnliche Differentialgleichung 105.
 Gezwungene Bewegung 190.
 Gichtgas 819.
 Gleichdruckmotor 849.
 Gleichdruckturbine 688, 690, 694, 697, 724.
 Gleichdruckverfahren 809, 812.
 Gleichförmige Bewegung 157.
 Gleichstrom 1353.
 Gleichstromdampfmaschine 637, 658.

- Gleichstromerzeuger 1377.
 Gleichstrommotor 1395.
 Gleichstromtechnik (Hebezug.) 1037.
 Gleichung, Bernoullische 903, 907.
 Gleichungen 59÷71.
 Gleichung einer Kurve 80÷84.
 Gleitbahn 627, 642.
 Gleiten der Fadentriebe 380.
 Gleitmaß 219.
 Gleitreibung 202.
 Gleitschuhe (Kreuzkopf) 627.
 Gleitverhältnisse (Zahnrad) 325.
 Gleitwiderstand der Nieten 310.
 Gliederkette 993.
 —, kalibrierte (Tabelle) 993.
 Gliederriemen 382.
 Glockenspeicher 893.
 Glühkopfmotor 809, 846.
 Glyco-Skelett 444.
 GMA-Turbine 726.
 GMA-Reglung 896.
 Gnomkupplung 435.
 Goniometrie 49÷50.
 Goniometrische Gleichungen 67.
 — Reihen 85.
 Grabeneinlauf 914.
 Gradierwerk 746.
 Graphische Integration 98.
 Greifer 1107.
 Grenzkurve der Dämpfe 514, 518.
 Grey-Träger, breitflanschige 1463.
 Grissongetriebe 346.
 Grobrechen 914.
 Großwasserraumkessel 760.
 Grundablaß 914.
 Grundrahmen (Verbrenn.-Kraftm.) 867.
 Grundschiwingung 1356, 1445.
 Guldinsche Regel 57.
 Gummiriemen 382.
 Gußeisen (Festigkeitszahlen) 211, 215, 220.
 Gutmuthsches Klappenventil 1198.
H
 Hängebock 452.
 Hängelager 451.
 Hahn 481.
 Haken 998.
 Halbgasfeuerung 753.
 Halbkreuztrieb 384.
 Halblogarithmische Tafel 146.
 Halbwinkelsatz 51.
 Handaufzug 1121.
 Handradsteuerung (Aufzug) 1125.
 Handwinde 1026.
 Hanfseil 402.
 Hanfseilbetrieb 402.
 Hanfseilscheibe 405.
 Harlé-Balcke-Wärmespeicher 893.
 Harmonische Schwingung 109, 160, 185.
 Härteprüfung 209.
 Hartung-Regler 681.
 Hauptachsen 237.
 Hauptsatz, erster 494.
 —, zweiter 509.
 Hauptspannungen 218.
 Hauptstrommaschine 1382.
 Hauptträgheitsmomente 237.
 Hebewerke für flüssige Körper 1133.
 Heißdampf 516.
 Heißdampflokobile 655.
 Heißdampfmaschine 649.
 Heizfläche (Dampfkessel) 750.
 —, Vorwärmer 757.
 —, Überhitzer 759.
 Heizkanal 756.
 Heizrohrkessel 771.
 Heizwert 502.
 — -bestimmung 503, 748.
 Henry 1333.
 Henschel-Jonval-Turbine 919.
 Heusinger-Umsteuerung 595.
 Heyland-Diagramm 1423.
 Hildebrandt-Zahnkupplung Hill-Büchse 394.
 Hill-Kupplung 436.
 Hinterdrehbank 1277.
 Hitzdrahtgeräte 1370.
 Hobelmaschine 1294, 1325, 1325.
 Hochdruck-Kreiselpumpe (Turbinenpumpe) 1173.
 Hochhub-Sicherheitsventil 785.
 Hochleistungskessel 779.
 Hochofengas 819.
 Hörbiger-Ventil 1196.
 Hohlkeil 292.
 Hohlkugel 254.
 Hohlroststab 751.
 Hohlwelle 421.
 Hohlzylinder 253.
 Holzfurnierriemen 382.
 Holzkamm 355.
 Homogene Differentialgleichung 106.
 Hookesches Gesetz 206.
 Horizontaldruckdiagramm 660.
 Howaldt-Packung 640.
 Hubmagnet 1112.
 Hubsäge 1308.
 Hubventil 1139.
 Hülsenkupplung 423.
 Hydraulischer Kompressor 1217.
 Hydrodynamik 902.
 Hydrodynamischer Druck 903.
 Hydrostatik 899.
 Hydrostatischer Druck 899.
 Hyperbel 121.
 Hyperbelfunktionen 30÷34, 85, 122.
 Hyperboloid 139.
 Hypozykloide 130.
 Hysteresis, magnetische 1336.
 — dielektrische 1345.
I
 Ideelle Spannung 221.
 Impedanz s. Scheinwiderstand
 Indikator 596.
 — -diagramme (fehlerhafte) 600.
 — -versuche 598.
 Indirekte Regelung 721.
 Indizierte Spannung 548.
 Induktion, elektromagnetische 1346.
 — gegenseitige 1352.
 — magnetische 1335.
 Induktivität 1351.
 Injektor 783, 1184.
 Innenfeuerung 751.
 Innenverzahnung 333, 344.
 Innere Energie 494, 516.
 Integralformeln 88.
 Integralrechnung 87÷104.
 — der irrationalen Funktionen 94.
 — der rationalen Funktionen 89.
 — der transzendenten Funktionen 96.
 Integralkurven 98.
 Integrationsregeln 88.
 Integrierender Faktor 108.
 Internationales Gewinde 299.
 Irrationale Funktionen (Integration) 94.
 Isfort-Kupplung 438.
 Isolationskupplung 426.
 Isolatoren s. Nichtleiter.
 Isotherme 504, 512, 523.
J
 Jonval-Turbine 920.
 Joulesches Gesetz 1356.
 JS-Diagramm 514, 529, 534.
K
 Käfiganker s. Kurzschlußanker.
 Kalibrierte Kette 993.
 Kamelhaarriemen 386.
 Kamin s. Schornstein.
 Kaminkühler 746.
 Kammlager 448, 453.
 — (Dampfturb.) 716.
 Kammzapfen 415.
 Kanal (Wasserlauf) 914.
 Kapazität eines Kondensators 1332, 1344.
 — von Sammlerzellen 1368.
 Kaplan-Turbine 949.
 Kapselgebläse 1215.
 Kapselpumpe 1169.

- Kaskadenschaltung 1425.
 Katzen (Hand-) 1030.
 — (elektr.) 1068.
 Kaufmännische Arithmetik 43.
 Kegel 57.
 — -feder 261.
 — -fläche 140.
 — -kupplung (Sellersche) 424.
 — -rad 359.
 — -räderhobelmachine 361, 1303.
 — -regler 668.
 — -scheiben-Riementrieb 397.
 — -schnitte 119—124.
 — -stumpf 57.
 Keil 59, 288.
 — (Tabelle) 292.
 — -nutenobelmachine 1299.
 — -nutengießmaschine 1300.
 — -rad 374.
 Kennlinien Gleichstromerz. 1386.
 — Wechselstromerz. 1394.
 — Gleichstrommot. 1398.
 — Drehstrommot. 1422.
 — Kollektormot. 1428.
 — magnetische 1340.
 Kerbschlagprobe 209.
 Kernfläche 250.
 Kesselausrüstung 783.
 Kesselbauarten 760.
 Kesselmauerwerk 782.
 Ketten 993.
 — -linie 110, 126, 380.
 — -nietung 309.
 — -rad 997.
 — -rolle 997.
 — -rostfeuerung 754.
 — -trommel 994.
 Kilowattstunde 1333.
 Kinetostatik 199.
 Kirchhoffsche Gesetze 1354.
 Klappenventil 1169.
 Klauenkupplung 431.
 Kleingasmotor 839.
 Kleinturbine 697, 702, 724.
 Kleinwasserraumkessel 760.
 Klinkenkupplung 432, 439.
 Knickfestigkeit 243.
 Knieröhrenwiderstand (hydr.) 1135.
 Knotenpunkt (Fachwerk) 262.
 — -verfahren 263.
 Koerzitivkraft 1337.
 Körperinhalt 56.
 Körperoberfläche 56.
 Kohlenstaubfeuerungen 754.
 Koksöfengas 819.
 Kolben, Berechnung der — 630.
 —, tragender 633.
 Kolben (Pumpen) 1162.
 — (Verbrennmotor) 862.
 — -beschleunigung 604.
 — -gebläse 1186.
 Kolbengeschwindigkeit 549, 603.
 — -kompressor 1186.
 — -kühlung 864.
 — -pumpe 1133.
 — -ring 633, 864.
 — -stange 629.
 — -ventil 580.
 — -weg 602.
 — -bolzen 863.
 Kollektor 1381.
 Kompensationswicklung 1385.
 Kompression (Verbrenn.-Motor) 539, 547.
 Kompressor 1189, 1195, 1204.
 — Berechnung 1192.
 — Untersuchung 1193.
 Komprimierte Welle 246, 421.
 Kondensation 732.
 —, Misch- 732.
 —, Oberflächen- 735.
 Kondensator 737.
 — elektrischer 1343.
 — -luftpumpe 739.
 —, rotierende 744.
 Konsolkran 1099.
 Konsolhängelager 451.
 Kontinuierlicher Träger 282.
 Kontinuitätsgleichung 904.
 Kontraktion (hydr.) 906.
 Kontraktionszahl (hydr.) 906.
 Konusturbine 947.
 Kopfdrehbank 1276.
 Koordinatensysteme 114.
 — transformation 114.
 Korrektur (Zahnrad) 339.
 Kosinussatz 51.
 Kräfte, Zusammensetzung und Zerlegung von 171.
 Kräftepaar 170.
 Kräfteplan 263.
 Kraft, mechanische 169.
 — -eck 172.
 — -fluß 1334.
 — -gas 820.
 — -Heizungsanlagen 885.
 — -linie, elektrische 1342.
 — —, magnetische 1334.
 — -maschinenkupplung 439.
 Kran 1076.
 —, Dampf- 1105.
 —, Dreh- 1082.
 —, Lauf- 1076.
 —, Wandlauf- 1099.
 —, Wipp- 1100.
 —, Schwimm- 1103.
 — -dynamik 1031.
 — -lastmagnet 1112.
 Kreis 54, 119.
 —, magnetischer 1338.
 — -abschnitt 38, 54.
 — -ausschnitt 54, 102.
 — -bewegung 163, 164.
 Kreisbogen 54, 102.
 — -evolvente 130.
 — -frequenz 1349, 1356.
 — -funktionen (Tafel) 24, 27.
 — -inhalt 2—21.
 — -prozeß 508, 513.
 — (Dampfmasch.) 536.
 —, magnetischer 1337.
 — (Verbrenn.-Motor) 810.
 — -ring 54, 1337.
 — -ringstück 55.
 — -säge 1307.
 — -seiltrieb 402.
 — -umfang 2—21.
 Kreiselpumpe 1170.
 Kreuzgelenkkupplung 430.
 Kreuzkopf 626.
 Kreuzkopfführung 627, 642.
 Kreuzkopfpzapfen 625.
 Kreuzscheibenkupplung (Oldham) 426.
 Kriger-Gebläse 1217.
 Kritische Drehzahl der Turbinenwelle 714.
 — Druckkraft 243.
 — Geschwindigkeit 698.
 — Temperatur 515.
 Kritischer Mündungsdruck 532, 698.
 Krummlinige Bewegung 162, 188.
 Krümmung 81.
 Krummer Stab (Biegung) 242, 271.
 Kübel 59, 1111.
 Kubische Parabel 125.
 Kühler (Gas) 820.
 Kühlflächenbeanspruchung 736.
 Kühltisch 746.
 Kühlwasserbedarf (Kond.) 732, 734, 735.
 Kühlwasserleitung (bei Verbrennungsmotoren) 879.
 Kugel 57.
 — -abschnitt 57.
 — -ausschnitt 57.
 — -fläche 139.
 — -haube 57.
 — -inhalt 57.
 — -kalotte 57.
 — -kappe 57.
 — -lager 455.
 — -lagernormen 459.
 — -rinde 57.
 — -schicht 57.
 — -ventil 1166.
 — -zone 57.
 Kulissensteuerung 594.
 Kupfer und Kupferlegierungen (Festigkeitszahlen) 214.
 Kupferrohr 478.
 Kupplung 422.
 —, ausrückbare 430.
 —, bewegliche 425.

- Kupplung, elastische 426, 1005.
 —, elektromagnetische 439.
 —, Kraftmaschinen- 439.
 —, Reibungs- 432.
 —, starre 422.
 Kurbel 609.
 — -arm 610.
 — -druck 607.
 — -kräfte 607.
 — -kröpfung 613.
 — -scheibe 611.
 — -schleife 334.
 — -schwinge 1256.
 — -stange 326.
 — -trieb 602, 161, 166.
 — -welle 611, 866.
 — -wellenlager, 644.
 — -zapfen 609, 615.
 Kurvenlänge (ebene K.) 100.
 — (Raumk.) 140.
 Kurzschlußanker 1417.

 Labiler Regler 674.
 Labyrinthstopfbüchse 717.
 Lachapelle-Kessel 772.
 Ladepumpe (Zweitaktmaschine) 816, 846, 858.
 Ladestromstärke (elektr.) 1344, 1360.
 Länge (ebener Kurven) 100.
 — (Raumkurven) 140.
 Längskeil 291.
 Längskugellager 457, 460.
 Lässigkeitsverlust (Dampfmaschine) 544.
 — (Dampfturbine) 693.
 Lager 441.
 —, Hänge 451.
 —, Konsol- 449.
 —, Kugel- 455.
 —, Kurbelwellen- 644.
 —, reibung 407.
 —, Rollen 464.
 —, Sellers- 445.
 — (Dampfturb.) 716.
 — -bock 452.
 — -bügel 451.
 — -entfernung bei Triebwerkwellen 418.
 Landdampfkessel, Allgemeine polizeiliche Bestimmungen über die Anlegung von — 786.
 Laschenkette 996.
 — -nietung 312.
 Lastbügel 1000.
 Lastdruckbremse 1015, 1023, 1067.
 Lasthaken 998.
 Lastmagnet 1112.
 Laufkatze 1030, 1068.
 Laufkran 1076. [270].
 Laufkranträger (Berechnung)
- Lauftrad (Kran) 1003.
 — (Dampfturb.) 712.
 — -schaufel (Turbine) 949, 969.
 Lauffringsysteme 462.
 Laufschaufeln (Dampfturb.) 700, 710.
 Leachfeuerung 753.
 Lederbolzenkupplung 427.
 Lederlädigung (Kolben) 1163.
 Ledermanschette 1163.
 Lederriemen 381.
 Lederscheibenkupplung 427.
 Lederstulpdichtung 1163.
 Leerlaufverlust (Dampfturb.) 693.
 Leerscheibe 393.
 Leerschütze 915.
 Leibungsdruck (Niet) 313.
 Leistung 183.
 —, elektr. 1332, 1356, 1361, 1366.
 — -faktor (elektr.) 1361.
 — -messer 1373.
 — -quotient 193.
 — -regler 669, 685.
 — -versuch (Normen) an Dampfkesseln und Dampfmaschinen 801.
 — an Gasmaschinen und Gaserzeugern 879.
 Leitkanäle 699.
 — -rolle 397, 398.
 Leitung, metallische 1352.
 — durch Konvektion 1367.
 — in Gasen 1369.
 Leitungswiderstand 1332, 1353, 1357.
 Leitwert 1332, 1354, 1361.
 Lemniskate 83.
 Lenix-Spannrollengetriebe 397.
 Lentz-Regler 683.
 — -Steuerung 583, 587.
 — -Stopfbüchse 642.
 Leuchtgas 818.
 — -leitung für Motoren 878.
 — -motor 832.
 Liderungsring 633, 864.
 Liderungsstopfbüchse 718.
 Lieferungsgrad 1136 (Kolbenpumpe), 1190 (Kompressor)
 Liliput-Gasanlage 826.
 Lineare Differentialgleichung erster Ordnung 107.
 — nter Ordnung 111.
 Lineares Voreilen 559.
 Lochmaschine 1312.
 Löffelrad 964.
 Löten 320.
 Logarithmen 40.
 Logarithmentafel, natürliche 22.
 —, Briggsche 2 ÷ 21.
- Logarithmische Gleichungen 69.
 — Reihen 85.
 — Spirale 131.
 — Tafel 146.
 Lohmann & Stolterfoht-Kuppelung 439.
 Lokomobile 655.
 — -kessel 772.
 Losscheibe 393.
 Lüfter 1211.
 Lünemannsche Leerlaufbüchse 393.
 Luft (Physik) 1002.
 — -bedarf (Verbrennung) 500, 748.
 — (Verbrenn.-motor) 818.
 — -diagramm (Kompressor) 1200.
 — -leitung 878.
 — -menge (Kondensation) 733, 734, 736.
 — -pumpe 739, 744.
 Lux 1448.

 Maclaurin, Reihe von 84.
 Magnetische Induktion 1335.
 Magnetischer Kreis 1338.
 — Kreisprozeß 1337.
 — Widerstand 1339.
 Magnetisches Feld 1334.
 Magnetisierungskurve 1339.
 Magnetisierungsstrom 1359.
 Magnetismus 1334.
 Magnetomotorische Kraft 1339.
 Magnetzündung 834.
 MAN-Dampfturbine 697, 726.
 Mannesmannrohr 477.
 Manometer 785.
 Mariotte-Gay-Lussacsches Gesetz 495.
 Mariottesches Gesetz 495.
 Maschinenrahmen 642, 867.
 Maßeinheiten, elektrische 1332.
 Maße und Gewichte 1466.
 Massenausgleich 198, 201.
 Massenpunkt 182.
 — -gruppe 191.
 Maßsystem, absolutes 170, 1056.
 — technisches 170.
 Masut 827.
 Mathematik 1 ÷ 156.
 Mauerkasten 451.
 Maxima und Minima 78.
 Maxwellscher Satz 273, 276.
 Mayer, Rob. 494.
 Mechanik der Gase 495.
 — des Wasserdampfes 514.
 — tropfbar flüssiger Körper 899.
 — starrer Körper 157.
 Mechanische Verluste Dampfturb. 693, 695.
 Mechanischer Wirkungsgrad 558, 695. [278].
 Mehrfach statisch unbestimmt

- Mehrphasenströme 1363.
 Mehrstoffkraftmaschine 894.
 Mengenregelung (Dampftrüb.) 720.
 — (gasmasch.) 837.
 Melms-Pfenninger-Turbine 697, 729.
 Metalle (Festigkeitszahlen) 214.
 Metallfadenlampe 1132. [640.
 Metallpackung (Stopfbüchse)
 Metallrohre 478.
 Metallschläuche 479.
 Methode der kleinsten Quadrate 151÷154.
 Meyer-Steuerung 570.
 Michell-Lager 454.
 Mischkondensation 732.
 Mischungsdruck 499.
 Mischungstemperatur 499.
 Missongschieber 481.
 Mittelbare Belastung 226.
 Mittelreiter 1125.
 Mittelwert 1349.
 M-Kurven (Regler) 682.
 Molekulargewicht 496.
 —, scheinbares 498.
 Molarvolumen 497.
 Molarwärme 499.
 Mollier-Dampf-tabelle 521.
 Moment, statisches 174.
 Momentenlinie 232.
 Morse-Kette 378.
 Müller-Reuleaux-Diagramm 560, 563.
 Muffendruck (Regler) 670.
 Muffenkupplung 422.
 Muffenrohr, gußeisernes 473.
 — (Tabelle) 474.
 —, Mannesmann 477.

 Nachlaufbremse 1036, 1044.
 Nadelschmierbüchse 442.
 Näherungsberechnung des bestimmten Integrals 97.
 Näherungslösung von Gleichungen 70.
 Nahtloses Rohr 477.
 Naphthalin 827.
 Naphtalinmotor 842.
 Nasenkeil 292.
 Naßdampf 516.
 Naßluftpumpe (Kond.) 739.
 Naßreiner 823, 827.
 Natürliches Logarithmen-system 41.
 Nebenschlußmaschine 1382.
 Neenschlußmotor 1397.
 Nennleistung 1400.
 Nepersche Gleichungen 51.
 Netztafel 142÷146.
 Newtonsche Methode 71.
 Nichtleiter 1342.
 Niederdruck-Kreiselpumpe 1170.

 Nieten 309.
 Nietung für Dampfkessel 309.
 — — Dampfwaterbehälter 320.
 Nietverbindung für Eisenkonstruktion 313.
 Nomographie 140÷150.
 Normalbeschleunigung 162.
 Normale an eine Kurve 80÷83.
 Normalebene einer Raumkurve 140.
 Normalien zu Rohrleitungen f. Dampf von hoher Spannung 477.
 Normalprofile (Walzeisen) 1455.
 — (Wellbleche) 1464.
 Normalspannung (Festigkeit) 217.
 Normen für Leistungsversuche an Dampfkesseln und Dampfmaschinen 801.
 Normen für Leistungsversuche an Gasmaschinen und Gas-erzeugern 879.
 Normen für Leistungsversuche an Wasserkraftanlagen 982.
 Numerus 40.
 Nutenkeil 291.
 Nutzeffekt s. Wirkungsgrad.
 Nutzwirkungsgrad 539, 695.

 Obelisk 59.
 Oberfläche eines Körpers 58.
 Oberflächenkondensation 735.
 Obergraben 914.
 Oberwasserzapfen 957.
 Odessa-Dampfpumpe 1155.
 Oldämpfe 818, 829.
 Oleinspritzmaschinen 809.]
 Ölgase 818, 829.
 Ölmotor 809, 840.
 —, Diesel- 809.
 —, Zweitakt- 846, 853, 858.
 Ölschmierung 442.
 Ölspanner 1434.
 Ohm 1332.
 Ohmsches Gesetz 1353.
 Ohnesorge-Kupplung 440.
 Oldhamsche Kreuzscheiben-kupplung 426.
 Orvo-Pumpe 1153.

 Parabel 123.
 — (kubische) 125.
 — (semikubische) 100, 125.
 — bogen 95, 102, 124.
 — fläche 102, 124.
 Paraboloid 139.
 Paraffinöl 827.
 Parallelbetrieb von Generatoren 1440, 1442.
 Parallelkoordinaten 114, 131.
 Parallelogramm der Kräfte 171.
 Parallelstromkondensation 732.
 Parameterdarstellung 83, 140.

 Parsons, Dampfturbine von — 697.
 Partialdruck 498.
 Partielle Differentialquotienten 76.
 Pascalsches Dreieck 39.
 Passungen 419.
 Peet-Ventil 483.
 Pelton-turbine 964.
 Permeabilität 185.
 — physisches 198.
 Pendeln der Wechselstrom-maschine 1445.
 Pendelstütze 180.
 Periodenzahl 1349.
 Permeabilität 1336.
 Petroleum 827.
 — motor 843, 848.
 Pfeiffer-Regler 683.
 Pfeiffer-Steuerung 592.
 Pfeilzahn 356.
 Pflanzenöl 828.
 Phasenmesser 1374.
 — verschiebung 1356.
 Plandrehbank 1276.
 Planrost 751.
 Plattenförmige Körper (Festigkeit) 254.
 Plungerkolben 1162.
 Plungerpumpe 1146.
 Poissonsche Gleichung 506.
 — Zahl 206.
 Polares Trägheitsmoment 195.
 Polarisation, galvanische 1368.
 Polarkoordinaten 83, 115, 132.
 Polizeiliche Bestimmungen über die Anlegung von Land-dampfkesseln 786.
 Polrad 1391.
 Polytropische Kurve 126.
 — Zustandsänderung 507, 512.
 Poncelet (Dehnungstheorie) 221.
 — -Verfahren (Zahnrad) 324.
 Porter-Regler 672.
 Potenzen 38.
 Potenzkurven 124.
 Potenztafel 2÷21.
 Preßpumpe 1147.
 Preßschraube 135, 137.
 Preßzylinder 1162.
 Prinzip des d'Alembert 183, 191.
 Prisma 56.
 Probierhahn 784.
 Pröll-Regler 673, 685.
 Pröll-Stopfbüchse 641.
 Pröll-Schwabesteuerung 584, 589.
 Profileisen (Eisenbau) 1455.
 Projektionssatz 51, 116, 133, 134.
 Projektive Funktionsleiter 141.
 Pronyscher Zaun 979.
 Proportionalitätsgrenze 206.

- Pseudoastatischer Regler 669.
 Psychrometer 500.
 Pulsmeter 1181.
 Pumpe, Differential- 1147.
 —, Duplex- 1153.
 —, Kapsel- 1169.
 —, Kolben- 1133.
 —, Luft- 739.
 —, Oddesse- 1155.
 —, Orvo- 1153.
 —, Preß- 1147.
 —, Zentrifugal- 1170.
 Pumpenzylinder 1159.
 Punktverzahnung 331.
 Pyramide 56.
 Pyramidenstumpf 56.
 Pyramidenringventil 1167.

Quader 56.
 Quadrantenisen 1462.
 Quadratseil 403.
 Quecksilberdampfgleichrichter
 1370. 1438.
 Querkeil 289.
 Querkraft 223.
 Querkugellager 455, 460.
 Quetschgrenze 207.

Radialbohrmaschine 1282.
 Radialturbine 724, 919, 944.
 Radkörper (Zahnrad) 351, 362.
 Radreibungsarbeit 692.
 Radreifendrehbank 1277.
 Radsatzdrehbank 1277.
 Räderfräsmaschine 1300.
 Rädergetriebe (Werkzeugm.)
 1242.
 Rahmen (Dampfmasch.) 642.
 — (Verbrenn.-mot.) 867.
 Rationale Funktion (Integrat-
 tion) 89.
 Raundiagramm (Dampf m.)
 555.
 Rauminhalt von Körpern
 56–59, 137.
 Raumkurven 140.
 Raumspeicher 894.
 Rateau-Speicher 891.
 Rateau-Turbine 697.
 Rechen 917.
 Rechtwinkliges Dreieck 50f.
 Reduzierte Spannung 221.
 Reduzierventil 489.
 Regelmäßiges Vieleck 54.
 Regeln für Leistungsversuche
 — an Dampfmasch. 801.
 — an Gasmasch. 879.
 — an Wasserturbinen 982.
 Regler für Dampfmaschinen 668.
 — für Wasserturbinen 973.
 Reglung, elektr. 1404, 1425,
 1428.
 — (Verbrenn.-mot.) 837, 856.
 Regula falsi 70.

Regulierung (Dampfturbinen-)
 719.
 Regulierventil 722.
 Reibung, gleitende 202.
 — (hydr.) 909.
 — (Kugellager) 459.
 —, rollende (Tabelle) 203.
 Reibungsarbeit (Zapfen) 407,
 412.
 Reibungslehre 202.
 Reibungskupplung 432.
 Reibrad 374.
 Reihen (arithmet.) 41–43.
 — (geometr.) 43.
 — (Potenzreihen) 85.
 — -schlußmaschine 1382, 1398,
 1428.
 Reiniger (Gas-) 820.
 Relativbewegung 167, 191.
 — exzenter 529.
 Renold-Kette 378.
 Rentenrechnung 45.
 Repulsionsmotor 1429.
 Resonanz, elektrische 1360.
 Restarting-Injektor 1184.
 Reuleauxsches Schieberdia-
 gramm 560.
 Reuleaux-Verfahren (Zahnrad)
 324.
 Revolverdrehbank 1278.
 Reziproke Gleichungen 66.
 Richtungsregeln 1347.
 Rider-Steuerung 574.
 Riemen (Berechnung) 385.
 Riemenbetrieb 378, 381.
 —, Anordnung 383.
 Riemenscheibe 307.
 Riemenverbindung 383.
 Ringschmierlager 446.
 Ringschmierung 442.
 Ringschütze 961.
 Ringventil 1166.
 Ringzapfen 958.
 Rittersches Verfahren 265.
 Rohhaut (Zahnrad) 355.
 Rohlmotor mit Glühkopfsün-
 dung 846.
 Rohre, genietete 473.
 —, geschweißte 473.
 —, gußeiserne 468.
 —, kupferne 478.
 —, nahtlose 477.
 Rohrleitungen, Einheitsfarben
 zur Kennzeichnung von —
 468.
 — Normalien zu — für Dampf
 von hoher Spannung 474.
 Rohr-Normalien (Deutsche) 466,
 469.
 Rohrreibung 909.
 Rollenkette 378.
 Rollenquerlager 464.
 Rollkörper 196.
 Rollreibung 203.

Root-Gebläse (-Blower) 1216.
 Rost 751.
 — belastung 750.
 — fläche 750.
 — stab 751.
 Rotationspumpe 1169.
 Rotierende Luftpumpe 744.
 Ruckschaltwerk 1261.
 Rückkühlung 746.
 Rundeisenkette 993.
 Rundführung (Kreuzkopf) 626.
 Ruths-Speicher 892.
 Rutschkupplung 1005.

Säge 1307.
 Sättigungskurve s. Grenzkurve.
 Sammlerzellen 1368.
 Säulenkonsollager 449.
 Sandfang 915.
 Sankey-Diagramm 884.
 Satttdampf s. gesätt. Dampf.
 Satzrad 332.
 Sauerstoffbedarf 500.
 Sauggasanlage 821.
 Saughub 813.
 Saugrohr (Wasserturbinen) 946.
 Saugüberfall 915.
 Saugwirkung (Pumpen) 1134.
 Saugzug (Dampfkessel) 757.
 Schädlicher Raum (Dampf m.)
 538, 545.
 Schaftritzel 351.
 Schalenkupplung 423.
 Schaltwerk 667.
 Schaufeln (Dampf turb.) 700,
 710.
 Schaufelprofile 701. [948.
 Schaufelung der Francis turbine
 Schaufelverlust 692.
 Scheerprobe 209.
 Scheibenfräser 334.
 Scheibenkupplung 424.
 Scheinwiderstand 1358.
 Scheitelfaktor 1357.
 Scheitelkurve (Steuerung) 568.
 Scheitelwert 1349, 1356.
 Schelling-Stopfbüchse 640.
 Schere 1312.
 Schieberabmessungen 565.
 Schieberdiagramm 560.
 Schieberellipse 562. [637.
 Schieberkasten (Wandstärke)
 Schieberkompressor 1200.
 Schieberstangenführung 648.
 Schiebersteuerung (Dampf m.)
 558.
 Schieberweg 559.
 Schiefwinkliges Dreieck 51.
 Schienenprofile 1462.
 Schlaffseilausrückung 1128.
 Schlagarbeit 209.
 Schlagzahn (Zahnrad) 367.
 Schleifenwicklung 1378, 1389.
 Schleifmaschine 1292.

- Schleuderbremse 1020.
 Schleudergebläse 1211.
 Schleuse 914.
 Schließung eines Drehfeldmotors 1417.
 Schmelzpunkt 1454.
 Schmelzwärme 493.
 Schmierung 446.
 Schmierung (Lager) 441.
 — (Lösscheiben) 393. [366.
 Schnecke und Schneckenrad
 Schneidenlager 467.
 Schnellschlußregler 719.
 Schnellschlußventil 719.
 Schnittwiderstand 1224.
 Schnittgeschwindigkeit (Werkzeugm.) 1220.
 Schornstein 757.
 Schrägrost 752.
 Schräge Zähne 356.
 Schrauben 293.
 — Berechnung 302.
 — Kraft- und Bewegungsverhältnisse 294.
 — Arten 306.
 — -feder, Berechnung 260.
 — —, -Reibungskupplung 436.
 — fläche 140.
 — flaschenzug 1027.
 — linie 140.
 — rad, zylindrisches 364.
 — — -gebläse 1214.
 — sicherung 306.
 — ventilator 1214.
 Schrumpfen 320.
 Schubkeilkupplung 437.
 Schubmaß 219.
 Schubspannung 217.
 Schubspannungstheorie 222.
 Schubstange 620, 866.
 Schubstangenkraft 607.
 Schubstangenschaft 620.
 Schubzahl 219.
 Schütze, Absperr-Leer- 915.
 — Außen- 961.
 — Spalt- 961.
 Schwamkrug-Turbine 920.
 Schweißen 320.
 Schwerpunkt 101.
 — -lage 178.
 — -satz 194, 200.
 Schwimmerventil 490.
 Schwimmkran 1102.
 Schwindmaß 1453.
 Schwingungsfestigkeit 210.
 Schwingung, harmonische 109.
 Schwungmoment 663.
 Schwungrad 658.
 —, Berechnung 661, 663.
 —, Ausführungen 666.
 Schwungradlose Dampfpumpe 1153.
 Sehnenlänge 28.
 Sehnenviereck 53.
 Seil 399, 403.
 — -berechnung 400, 404.
 — -betrieb 399.
 — -eck 174.
 — -rohr 478.
 — -rolle 991.
 — -scheiben 402, 405.
 — -steuerung (Aufzug) 1124.
 — -trommel 989.
 Seitrohrkessel 761.
 Selbstgreifer 1107.
 Selbsthemmende Winde 1014.
 Selbstinduktion 1351, 1358.
 Selbstschlußventil 489.
 Sellers-Gewinde 299.
 — Kupplung 424.
 — Lager 445.
 Semikubische Parabel 105, 125.
 Sicherheitsgrad (Festigkeit) 219.
 Sicherheitskurbel 1021.
 Sicherheitsregler 719.
 Sicherheitsventil 784.
 —, Hochhub 785.
 Siedepunkt 1454.
 Siederrohrkessel 775.
 Siemens 1332.
 Silcurex (Zahnrad) 355.
 Simplexpumpe 975.
 Simpsonsche Regel 55, 58, 97.
 Singulärer Punkt 82.
 Sinoidendiagramm 563.
 Sinussatz 51.
 Sinusschwingung 160, 185.
 Skrubber 823, 827.
 Sohlplatte 451.
 Solaröl 827.
 Solenoid 1341.
 Spaltverlust 693, 933.
 Spannrollentrieb, Lenix 397.
 —, Hanfseil 405. [1345.
 Spannung, elektr. 1332, 1342,
 —, zulässige (Festigkeit) 219.
 Spannungstheorie 217.
 Spannungsabfall von Maschinen (elektr.) 1384, 1394, 1432.
 Spannungskurve 194, 514.
 Spannungsmesser 1372.
 Spannungsverbindung 289, 319.
 Spannungsverhältnisse, Riemens- und Seilbetrieb, 378.
 Spannungswandler 1435.
 Sparlager 446.
 Speicher für Abdampf 891.
 Speicherkapazität 893.
 Speisepumpe 783, 1150.
 Speiseregler 783.
 Speiserufer 783.
 Speiseventil 783.
 Speisewasservorwärmer 757.
 Sperrbremse 1019.
 Sperrdampf (Stopfbüchse) 716.
 Spezif. Druck 492.
 — Gefälle 708.
 — Gewicht (Gase) 493.
 Spezif. Volumen 492.
 Spezifisches Gewicht s. Einheitsgewicht.
 Spezifische Wärme 493.
 Spezifischer Widerstand 1354.
 Sphärische Koordinaten 132.
 Spindelstock 127.
 Spiralen 130f.
 Spiral turbine 944.
 Spiritus 828.
 Sprung (Zahnrad) 356.
 Spurlager 452.
 Spurzapfen 414.
 —, Belastung 958.
 Stabilitätsgrad (Regler) 676.
 Stabkraft (Fachwerk) 262.
 Stahlband-Treibriemen 382, 385.
 Statik starrer Körper 171.
 Statische Stoffprüfung 205.
 Statischer Regler 669.
 Statisches Moment 101, 177.
 — des Parabelbogens 95.
 Statisch unbestimmt 276.
 Stau, — -anlage, — höhe,
 — -weite 911.
 Stauscheibe 1193.
 Stehbock 452.
 Stehbolzen (Dampfkessel) 794.
 Stehlager 448.
 Steifrahmen 281.
 Steigrohr 916.
 Steilrohrkessel 779.
 Steinkohlenöl 827.
 Steinzeugrohre 478.
 Stellring 421, 447.
 Stellschraube 303.
 Stephensonische Kulissensteuerung 594.
 Stern-Dreieckschaltung 1421.
 Sternschaltung 1364.
 Stetigkeit v. Funktionen 72.
 Steuerung (Dampf m.) 558.
 —, (Aufzug) 935.
 — (Viertakt) 834, 843, 853.
 — (Zweitakt) 835, 853.
 Steuerwalze 1463.
 Steuerwinkeldiagramm 853.
 Stirling-Kessel 780.
 Stirnkurbel 609.
 Stirnrad mit geraden Zähnen 322.
 — mit schrägen Zähnen 356.
 Stockpunkt (OI) 828.
 Störungen des Parallelbetriebes 1445.
 Stöbelhelmaschine 1297.
 Stopfbüchse (Dampfmasch.) 639.
 — (Dampf turb.) 716.
 Stoß 201.
 —, Eintritt mit — 933.
 — -maschine 1299.
 — -verlust (hydr.) 926.
 Strahlblenkung 700.

- Strahlapparate 1182.
 Strahldruck 911.
 Strahlkondensator 745.
 Strahl turbine 964.
 Streckgrenze 206.
 Streudüse (Körting) 747.
 Streuung, magn. 1340, 1393, 1417.
 Strömung in Leitungen 529.
 Strömungsenergie 529.
 Strömungsgeschwindigkeit des Dampfes 531.
 Stromwärme 1356.
 Stromwendung 1385.
 Stützlager 414, 957.
 Stufenscheibengeräte 1235.
 Stumpf-Regler 687.
 Subnormale 81.
 Subtangente 81.
 Sulzer-Steuerung 585.
 Symmetrische Gleichungen 66.
 Synchronmotor 1410.

T-Eisen 1460.
I-Eisen 1458.
 Tangensformel 51.
 Tangente 80–83.
 Tangentenviereck 53.
 Tangentialbeschleunigung 162.
 Tangentialdruckdiagramm 659.
 Tangentialebene 137.
 Tangentialkeil 291.
 Tangentialwiderstand 660.
 Tauchkolben 862, 1162.
 Taylorscher Satz 84 ff.
 Technisches Maßsystem 170.
 Teeröl 827.
 Teichmannsche Methode 978.
 Teildruck 498.
 Teilkreis (Zahnrad) 323.
 Teilverfahren (Zahnrad) 334.
 Tellerventil 580.
 Temperatur, absolute 491.
 Temperaturkoeffizient 1066.
 Temperatur u. Festigkeit 214.
 Tetmajersche Versuche 244.
 Theisen-Reiniger 820.
 Thomsonscher Repulsionsmotor 1429.
 Tolle-Regler 681, 687.
 Tonnenlager 464.
 Torfigs 821.
 — generator 824.
 Torsion 245.
 Torsionspendel 196.
 Totales Differential 76.
 Tovote-Büchse 394.
 Trägheitseilipse 237.
 Trägheitsgesetz 169.
 Trägheitskraft 183.
 Trägheitsmoment 103, 195, 237.
 Trägheitstradius 194.
 Tragkolben 633.
 Traglager 443.

 Tragstange 956.
 Tragzapfen 411.
 Transformation des Koordinatensystems 114.
 Transformator s. Umspanner.
 Transmissionsaufzug 1121.
 Transzendente Funktionen (Integration) 96.
 Transzendente Gleichungen 67.
 Trapezformel 55.
 Trapezgewinde 301.
 Trapezregel 97.
 Treibkette 377.
 Trenck-Regler 678 [105].
 Trennung der Veränderlichen
 Treppenrost 752.
 Trick-Schieber 566.
 Triebstockverzahnung 345.
 Trigonometrie 45–52.
 Trockene Luftpumpe 739.
 Trockenreiniger 820, 827.
 Trommel (Berechnung) 711.
 — anker 1378.
 Tropföler 442.
 TS-Diagramm 510, 517, 527.
 Tschebyscheffsche Regel 55.
 Türverriegelung (Aufzug) 1122.
 Turbine (Dampfturbine) 688.
 — (Wasserturbine) 919.
 —, Bezeichnungen 920.
 —, Bremsung 976.
 —, Diagramme 928, 965.
 —, Regulierung 955, 966.
 —, Schaufelung 930, 934, 947, 949, 967.
 —, Untersuchung 976, 982.
 —, Verhalten unter geänderten Betriebsverhältnissen 937, 972.
 —, Vorgelege 959.
 Turbinenpumpe 1170.
 — sätze 961, 965.
 Turbogebläse 1205.
 Turbokompressor 1205.

U-Eisen 1459.
 Überdruck 492.
 Überdruckdiagramm 659, 928.
 Überdruckturbine 645, 688, 690, 697, 708, 726, 919, 944.
 Oberfall 915.
 Überhitzer 758.
 Überhitzer Wasserdampf 516.
 Überhitzungswärme 516.
 Überlappt geschweißte Rohre 473.
 Überlappungsnielung 311.
 Übersetzungsverhältnis Fadenriebes 381.
 Uhlhorn-Kupplung 440
 Umdrehungskörper 57.
 Umdrehungsregler 398.
 Umfangsgeschwindigkeit Mittel zur Verringerung 697.
 — Leistung 690.

 Umformer 1436.
 Umlaufende Scheiben 257.
 Umlaufgetriebe (Werkzeugm.) 1251.
 Umlaufventil 488.
 Umspanner 1430.
 Umsteuerung 594.
 Una-Pumpe 1150.
 Unbalanz 198
 Unbestimmte Ausdrücke 79.
 Undichtheitsverlust (Dampfmasch.) 544.
 — (Dampfturb.) 693.
 Unempfindlichkeitsgrad 670, 676.
 Unentwickelte Funktionen 77, 79, 82.
 Ungleichförmige Bewegung des Punktes 157.
 — — des Wassers 911.
 Ungleichförmigkeitsgrad (Senwungrad) 658.
 — (Regler) 669.
 Unica-Papierstoff (Zahnrad) 355.
 Unstarre Massenpunktgruppe 199.
 Universalgelenk 430.
 Unterdruck 492.
 Unterflurkühler 747.
 Untersuchung der Wasserturbine 976.
 Unterwind 757.
 Ursprungsfestigkeit 210.

VdI-Vergleichsprozeß 541.
 Vektor 1356.
 Velozipedkran 1095.
 Ventil 484.
 — belastung 1140.
 — berechnung 1140.
 —, Doppelabsperr- 489.
 — erhebungsdigramm 584.
 — gesteuerte 1146.
 Ventil Hub 1139.
 —, Klappen 1143, 1169.
 —, Peet- 481.
 —, Reduzier- 489.
 —, Rohrbruch- 489.
 —, selbsttätiges 1139.
 —, Sicherheits- 719.
 —, steuerung 578.
 —, Umlauf- 488.
 — Widerstand 1140.
 —, Wiß 487.
 Ventile (Gasmaschinen) 869.
 — (Kompressoren) 1195.
 Ventilabmessungen 578.
 Ventilantrieb durch unrunde Scheiben 869.
 — durch Schwingdaumen 587.
 — durch Wälzhebel 839.
 Ventilationsverlust (Dampfturb.) 692.

- Ventilator 1211
 —, Anblase- (bei Generatoren) 821.
 Ventilatorkünner 747.
 Ventilfedr 581.
 Ventilkolben 1163.
 Ventilkompressor 1198.
 Ventilkräfte 580.
 Ventilsteuerung 578, 583.
 Venfifwirkung, elektr. 1370.
 Verbrennung (Dampfkessel) 748.
 — (Gewichts- u. Raumverhältnisse) 500.
 — (motorische) 816.
 Verbrennungsgasmenge 749.
 Verbrennungsmotor 809.
 —, Einzelteile u. Zubehör 859.
 Verbrennungstemperatur 749.
 Verbund-Dampfmaschine 552.
 — -Lokomobile 658.
 Verdampfung (Ol) 828.
 Verdampfungskühlung 843.
 Verdampfungswärme 493, 515.
 Verdampfungszahl 749.
 Verdichter s. Kompressor.
 Verdichtung (Verbrenn.-Mot.) 809, 813.
 Vergasermaschine 809, 840.
 Vergleichsprozeß 540.
 Verkettung 1346.
 Verladeanlagen 1114.
 Verluste in Dampfturbinen 691.
 Vernietung (Berechnung) 311, 791.
 —, Wahl der — 312.
 Verpuffungsmotor 809.
 Verpuffungsverfahren 809, 810.
 Verstellkraft (Regler) 670.
 Verwindungsprobe 208.
 Verzahnung (Zahnrad), allgemeine Gesetze 322.
 Verzögerung 157.
 Vieleck 53.
 Vielstrahl-Kondensator 745.
 Viereck 53.
 Viertaktmotor 807, 813, 834, 838, 848 853, 858.
 Viskosität (Ol) 828.
 Voith-Isolationskupplung 427.
 Volldruckverhältnis 812.
 Vollständiges Differential 76.
 Volt 1332.
 Voltmeter 1372.
 — statische 1372.
 Volumen (spezif.) 492, 516.
 — -berechnung 56, 137.
 — -diagramm 503.
 Vorausströmung 538, 547.
 Voreilen (lineares) 559.
 Voreilwinkel 559.
 Voreinströmung 529, 548.
 Vorfeuererung 751.
 Vorwärmer 757.
 Wälzfräser 336.
 Wälzlager 455.
 Wälzungswinkel 129.
 Wärmeäquivalent 494.
 Wärmeausdehnung 1452.
 Wärmediagramm 510, 511, 517.
 Wärmedurchgang 535.
 Wärmedurchgangszahl (Kond.) 735.
 Wärmeeinheit 493.
 Wärme, spezifische 493, 496, 499.
 — (Tabelle) 517.
 Wärmegefälle 537, 689.
 Wärmegleichung, Allgemeine 495.
 Wärmehalt 512.
 Wärmekapazität 493.
 Wärmemechanik 491.
 Wärmemenge 493, 515.
 Wärmespeicher 891.
 Wärmeübergang 535.
 Wärmeverbrauch 544.
 Walzen (deutsche Normalprofile) 1455.
 Walzenkessel 760.
 Wandarm 451.
 Wandrehkran 1086.
 Wanderlasten 267.
 Wanderrrost 754.
 Wandkonsollager 449.
 Wandlaufkrahnn 1099.
 Wandungswirkungen 549.
 Wandwinde 1029.
 Wasserdampf, gesättigter 514.
 — Tabelle für gesättigten — 521.
 —, nasser 516.
 —, überhitzter 516.
 Wasserkraftanlage 914.
 Wassermessung 977.
 Wasserrohrkessel 775.
 Wasserschieber 480.
 Wasserschloß 916.
 Wasserstandsglas 784.
 Wasserstoß b. Turbinen 926, 933.
 Wasserturbine 919.
 Wasserweg 941.
 Watt 1332.
 Wattmeter 1373.
 Watt-Regler 671.
 Wattstunde 1332.
 Wechselstrommotorische Kraft 1349.
 Wechselstrom 1356.
 — -erzeuger 1389.
 — -motoren 1410, 1413, 1428.
 Wechselventil 489.
 Wehranlage 914.
 Weicheisenmeßgeräte 1371.
 Weiß-Regler 686.
 Weißscher Gegenstromkondensator 734.
 Wellbleche (deutsche Normalprofile) 1464.
 Wellen 415. [714.
 — (Dampfturb.) Berechnung —, biegsame 422.
 —, komprimierte 421.
 Wellenwicklung 1378, 1389.
 Wellrohr 763, 794.
 — -kessel 763.
 Wendegetriebe 1258.
 Wendepole 1385, 1397.
 Wendepunkt 81.
 Werkzeug 1219.
 — -maschine 1219.
 Wheatstonesche Brücke 1354.
 Whitworth-Gewinde 296.
 — — für Gasrohre 301.
 Widerstand bei Wasserturbinen 923.
 —, dielektrischer 1343.
 —, elektrischer 1332, 1353, 1357.
 —, magnetischer 1339.
 Widerstandsmoment 227, 237.
 Windkessel (Pumpe) 1137.
 Winkelarm 451.
 Winkelbeschleunigung 164.
 Winkeleisen 1457.
 Winkelfunktionen 24÷27.
 Winkelgeschwindigkeit 164.
 Winkelrad 359.
 Winkelzahn 357.
 Winter-Eichberg-Motor 1430.
 Wippkran 1100.
 Wirbelströme 1352.
 Wirkungsgrad, Dampfmaschine, 539.
 —, Dampfturbine 694.
 —, elektr. Maschinen, 1383, 1399, 1421.
 —, elektrochemischer 1368.
 —, thermischer 810, 812.
 — Verbrennungskraftmasch. 810.
 —, wirtschaftlicher 540, 829.
 Wirkwiderstand 1358.
 Wirkstrom 1359.
 Wiß-Ventil 487.
 Wolmannscher Flügel 977.
 Würfel 56.
 Wurffeurung, mechanische 753.
 Wurzel 39.
 Wurzeltafel 2÷21.
 Z-Eisen 461.
 Zabel-Regler 680.
 Zahlenwerte, wichtige 35.
 Zähflüssigkeit (Ol) 828.
 Zähler, elektr. 1374.
 Zahnabmessungen 327.
 Zahnkettengetriebe 377.
 Zahnkupplung 427.

- Zahnrad 322, 357, 361.
 —, Bearbeitung 334.
 —, Berechnung 347, 371.
 —, Konstruktion 351, 362, 371.
 Zahnraderschleifmaschine 344.
 — -Stoßmaschine 1303.
 — -vorgelege (Wirkungsgrad) 850.
 Zapfen 407.
 — Berechnung 411.
 Zapfenreibung 407.
 Zahnradölpumpe 716.
 Zentralbewegung 189.
 Zentrifugalpumpe 1170.
 Zentrifugalventilator 1211.
 Zeunersches Schieberdiagramm 561, 563.
 Zickzacknietung 311.
 Zinsrechnung 43.
 Zinseszinsrechnung 43.
 Zitroen-Verzahnung 358.
 Zobelsche Treibkette 377.
 Zodel-Voith-Kupplung 428, 432.
 Zoelly, Dampfturbine von 697 704, 726. [217.
 Zugeordnete Schubspannungen
 Zugerzeugung(Dampfkessel)756
 Zugfestigkeit 222.
 Zugkraft, magnetische 1337.
 Zugspannung 206.
 — (zulässige) 219.
 Zünddämpfe 817, 829.
 Zündflansch 833.
 Zündpunkt (Öl) 828.
 Zündung 833, 843, 846, 849.
 Zusammengesetzte Festigkeit 249. [511.
 Zustandsänderung (Gase) 503,
 — (Wasserdampf) 519
 Zustandsgleichung (Gase) 496.
 — (Wasserdampf) 517.
 Zustandskurve 503.
 Zwangsläufige Ventil-Steuerung 583, 587.
 Zweidruckturbine 895.
 Zweikammerkessel 775.
 Zweikammersteuerung 577.
 Zweiphasenstrom 1364.
 Zweitaktmotor 809, 816, 835, 840, 853, 858.
 Zwergkessel 780.
 Zwischendampfentnahme 886.
 Zyklische Verzahnungen 328.
 Zykloiden 128.
 Zykloidenverzahnung 329.
 Zyklometrische Funktionen 48.
 Zylinder 56.
 — (Dampf-) 635.
 — (Pumpen-) 1161.
 — (Verbrennungsmotoren)859.
 Zylinderdeckel 635.
 Zylinderfläche 140.
 Zylinderhuf 56.
 Zylindrische Koordinaten 132.
 Zylindrischer Ring 58.
 Zylindrisches Schraubenrad364.

Additional information of this book
(*Freytags Hilfsbuch für den Maschinenbau;*
978-3-662-27238-1) is provided:



<http://Extras.Springer.com>

Die ortsfesten Kolbendampfmaschinen. Ein Lehr- und Handbuch für angehende und ausübende Konstrukteure. Von Professor **Fr. Freytag**, Baurat, Lehrer an den technischen Staatslehranstalten in Chemnitz. Mit 319 in den Text gedruckten Figuren und 18 Tafeln. (410 S.) 1911.
16 Goldmark / 3,85 Dollar

Kolbendampfmaschinen und Dampfturbinen. Ein Lehr- und Handbuch für Studierende und Konstrukteure. Von Prof. **Heinrich Dubbel**, Ingenieur. Sechste, vermehrte und verbesserte Auflage. Mit 566 Textfiguren. (730 S.) 1923. Gebunden 11 Goldmark / Gebunden 2,65 Dollar

Die Steuerungen der Dampfmaschinen. Von Prof. **Heinrich Dubbel**, Ingenieur. Dritte, umgearbeitete und erweiterte Auflage. Mit 515 Textabbildungen. (399 S.) 1923. Geb. 10 Goldmark / Geb. 2,40 Dollar

Taschenbuch für den Maschinenbau. Bearbeitet von zahlreichen Fachleuten. Herausgegeben von Professor **Heinrich Dubbel**, Ingenieur, Berlin. Vierte, erweiterte und verbesserte Auflage. Mit 2786 Textfiguren. In zwei Bänden. (1739 S.) 1924.
Gebunden 18 Goldmark / Gebunden 4,30 Dollar

Maschinentechnisches Versuchswesen. Von Professor Dr.-Ing. **A. Gramberg**, Oberingenieur an den Höchster Farbwerken.

Erster Band: Technische Messungen bei Maschinenuntersuchungen und zur Betriebskontrolle. Zum Gebrauch an Maschinenlaboratorien und in der Praxis. Fünfte, vielfach erweiterte und umgearbeitete Auflage. Mit 326 Figuren im Text. (577 S.) 1923.
Gebunden 18 Goldmark / Gebunden 4,30 Dollar

Zweiter Band: Maschinenuntersuchungen und das Verhalten der Maschinen im Betriebe. Ein Handbuch für Betriebsleiter, ein Leitfaden zum Gebrauch bei Abnahmeversuchen und für den Unterricht an Maschinenlaboratorien. Dritte, verbesserte Auflage. Mit 327 Figuren im Text und auf 2 Tafeln. (619 S.) 1924.
Gebunden 20 Goldmark / Gebunden 4,80 Dollar

Regelung der Kraftmaschinen. Berechnung und Konstruktion der Schwunräder des Massenausgleichs und der Kraftmaschinenregler in elementarer Behandlung. Von Hofrat Prof. Dr.-Ing. **M. Tolle**, Karlsruhe. Dritte, verbesserte und vermehrte Auflage. Mit 532 Textfiguren und 24 Tafeln. (902 S.) 1921. Geb. 33,50 Goldmark / Geb. 8 Dollar

Der Regelvorgang bei Kraftmaschinen auf Grund von Versuchen an Exzenterreglern. Von Dr.-Ing. **A. Watzinger**, Professor der Norw. Technischen Hochschule in Trondhjem und Dipl.-Ing. **Leif J. Hanssen**, Assistent am Laboratorium für Wärmekraftmaschinen der Norw. Technischen Hochschule in Trondhjem. Mit 82 Abbildungen. (92 S.) 1923. 7 Goldmark; geb. 8 Goldmark / 1,70 Dollar; geb. 1,95 Dollar

F. Tetzner, Die Dampfkessel. Lehr- und Handbuch für Studierende Technischer Hochschulen, Schüler Höherer Maschinenbauschulen und Techniken sowie für Ingenieure und Techniker. Siebente, erweiterte Auflage von **O. Heinrich**, Studienrat an der Beuthschule zu Berlin. Mit 467 Textabbildungen und 14 Tafeln. (422 S.) 1923.
Gebunden 10 Goldmark / Gebunden 2,40 Dollar

Handbuch der Feuerungstechnik und des Dampfkesselbetriebes mit einem Anhang über allgemeine Wärmetechnik. Von Dr.-Ing. **Georg Herberg**, Vorstandsmitglied der Ingenieurgesellschaft für Wärmewirtschaft A.-G., Stuttgart. Dritte, verbesserte Auflage. Mit 62 Textabbildungen, 91 Zahlentafeln sowie 48 Rechnungsbeispielen. (350 S.) 1922. Gebunden 11 Goldmark / Gebunden 2,65 Dollar

Die Grundgesetze der Wärmeleitung und des Wärmeüberganges. Ein Lehrbuch für Praxis und technische Forschung. Von Oberingenieur Dr.-Ing. **Heinrich Gröber**. Mit 78 Textfiguren. (279 S.) 1921
9 Goldmark / 2.15 Dollar

Bau und Berechnung der Dampfturbinen. Eine kurze Einführung. Von **Franz Seufert**, Studienrat a. D., Oberingenieur für Wärmewirtschaft. Zweite, verbesserte Auflage. Mit 54 Textabbildungen. (89 S.) 1923.
2 Goldmark / 0.50 Dollar

Bau und Berechnung der Verbrennungskraftmaschinen. Eine Einführung. Von **Franz Seufert**, Studienrat a. D., Oberingenieur für Wärmewirtschaft. Dritte; verbesserte Auflage. Mit 94 Textabbildungen und 2 Tafeln. (128 S.) 1922. 2.50 Goldmark / 0.60 Dollar

Anleitung zur Durchführung von Versuchen an Dampfmaschinen, Dampfkesseln, Dampfturbinen und Verbrennungskraftmaschinen. Von **Franz Seufert**, Studienrat a. D., Oberingenieur für Wärmewirtschaft. Zugleich Hilfsbuch für den Unterricht an Maschinenlaboratorien technischer Lehranstalten. Sechste, erweiterte Auflage. Mit 52 Abbildungen. (168 S.) 1921. 3.50 Goldmark / 0.85 Dollar

Untersuchungen über den Einfluß der Betriebswärme auf die Steuerungseingriffe der Verbrennungsmaschinen. Von Dr.-Ing. **C. H. Güldner**. Mit 51 Abbildungen im Text und 5 Diagrammtafeln. (128 S.) 1924.
5.10 Goldmark; geb. 6 Goldmark / 1.25 Dollar; geb. 1.45 Dollar

Technische Wärmelehre der Gase und Dämpfe. Eine Einführung für Ingenieure und Studierende. Von **Franz Seufert**, Studienrat a. D., Oberingenieur für Wärmewirtschaft. Dritte, verbesserte Auflage. Mit 26 Textabbildungen und 5 Zahlentafeln. (85 S.) 1923.
1.80 Goldmark / 0.45 Dollar

Verbrennungslehre und Feuerungstechnik. Von **Franz Seufert**, Studienrat a. D., Oberingenieur für Wärmewirtschaft. Zweite, verbesserte Auflage. Mit 19 Abbildungen, 15 Zahlentafeln und vielen Berechnungsbeispielen. (132 S.) 1923. 2.60 Goldmark / 0.65 Dollar

Ölmaschinen. Wissenschaftliche und praktische Grundlagen für Bau und Betrieb der Verbrennungsmaschinen. Von Prof. **St. Löffler** und Prof. **A. Riedler**, beide an der Technischen Hochschule zu Berlin. Mit 288 Textabbildungen. Unveränderter Neudruck. (532 S.) 1922.
Gebunden 18 Goldmark / Gebunden 4.30 Dollar

Schnellaufende Dieselmotoren. Beschreibungen, Erfahrungen, Berechnung, Konstruktion und Betrieb. Von Prof. Dr.-Ing. **O. Föppl**, Marinebaurat a. D., Braunschweig, Dr.-Ing. **H. Strombeck**, Oberingenieur, Leunawerke und Prof. Dr. techn. **L. Ebermann**, Lemberg. Zweite, veränderte und ergänzte Auflage. Mit 147 Textabbildungen und 8 Tafeln, darunter Zusammenstellungen von Maschinen von AEG, Benz, Daimler, Danziger Werft, Germaniawerft, Görlitzer M. A., Körting und MAN Augsburg. (236 S.) 1922.
Gebunden 9 Goldmark / Gebunden 2.15 Dollar

Die Pumpen. Ein Leitfaden für höhere Maschinenbauschulen und zum Selbstunterricht. Von Prof. Dipl.-Ing. **H. Matthiessen**, Kiel, und Dipl.-Ing. **E. Fuchslocher**, Kiel. Mit 137 Textabbildungen. (89 S.) 1923.
1.60 Goldmark / 0.40 Dollar

Technische Thermodynamik von Professor Dipl.-Ing. W. Schüle.

Erster Band: **Die für den Maschinenbau wichtigsten Lehren nebst technischen Anwendungen**, Vierte, neubearbeitete Auflage. Mit 225 Textfiguren und 7 Tafeln. Berichtigter Neudruck. (569 S.) 1923.

Gebunden 18 Goldmark / Gebunden 4.30 Dollar

Zweiter Band: **Höhere Thermodynamik** mit Einschluß der chemischen Zustandsänderungen nebst ausgewählten Abschnitten aus dem Gebiet der technischen Anwendungen. Vierte, erweiterte Auflage. Mit 228 Textfiguren und 5 Tafeln. (527 S.) 1923.

Gebunden 18 Goldmark / Gebunden 4.30 Dollar

Leitfaden der Technischen Wärmemechanik. Kurzes Lehrbuch der Mechanik der Gase und Dämpfe und der mechanischen Wärmelehre. Von Professor Dipl.-Ing. W. Schüle. Dritte, vermehrte und verbesserte Auflage. Mit 93 Textfiguren und 3 Tafeln. (232 S.) 1922.

5 Goldmark / 1.20 Dollar

Graphische Dynamik. Ein Lehrbuch für Studierende und Ingenieure. Mit zahlreichen Anwendungen und Aufgaben. Von **Ferdinand Wittenbauer** †, Professor an der Technischen Hochschule in Graz. Mit 745 Textfiguren. (813 S.) 1923.

Gebunden 30 Goldmark / Gebunden 7.15 Dollar

Aufgaben aus der technischen Mechanik. Von **Ferdinand Wittenbauer** †, o. ö. Professor an der Technischen Hochschule in Graz.

Erster Band: **Allgemeiner Teil**. 839 Aufgaben nebst Lösungen. Fünfte, verbesserte Auflage. Bearbeitet von Dr.-Ing. **Theodor Pöschl**, o. ö. Professor an der Deutschen Technischen Hochschule in Prag. Mit 640 Textfiguren. (281 S.) 1924.

Gebunden 8 Goldmark / Gebunden 1.95 Dollar

Zweiter Band: **Festigkeitslehre**. 611 Aufgaben nebst Lösungen und einer Formelsammlung. Dritte, verbesserte Auflage. Mit 505 Textfiguren. Unveränderter Neudruck. (804 S.) 1922.

Gebunden 8 Goldmark / Gebunden 1.95 Dollar

Dritter Band: **Flüssigkeiten und Gase**. 634 Aufgaben nebst Lösungen und einer Formelsammlung. Dritte, vermehrte und verbesserte Auflage. Mit 433 Textfiguren. (398 S.) Unveränderter Neudruck. 1922. Gebunden 8 Goldmark / Gebunden 1.95 Dollar

Technische Schwingungslehre. Ein Handbuch für Ingenieure, Physiker und Mathematiker bei der Untersuchung der in der Technik angewendeten periodischen Vorgänge. Von Dipl.-Ing. Dr. **Wilhelm Hort**, Oberingenieur bei der Turbinenfabrik der AEG., Privatdozent an der Technischen Hochschule in Berlin. Zweite, völlig umgearbeitete Auflage. Mit 423 Textfiguren. (836 S.) 1922.

Gebunden 24 Goldmark / Gebunden 5.75 Dollar

Grundzüge der technischen Schwingungslehre. Von Professor Dr.-Ing. **Otto Föppl**, Braunschweig, Technische Hochschule. Mit 106 Abbildungen im Text. (157 S.) 1923.

4 Goldmark; geb. 4.80 Coldmark / 0.95 Dollar; geb. 1.15 Dollar

Grundzüge der technischen Mechanik des Maschineningenieurs. Ein Leitfaden für den Unterricht an maschinentechnischen Lehranstalten. Von Professor Dipl.-Ing. **P. Stephan**, Regierungs-Baumeister. Mit 283 Textabbildungen. (166 S.) 1923. 2.50 Goldmark / 0.60 Dollar

Taschenbuch für den Fabrikbetrieb

Bearbeitet von

Oberingenieur Otto Brandt-Charlottenburg, Prof. H. Dubbel-Berlin, Geh. Reg.-Rat Prof. W. Franz-Charlottenburg, Dipl.-Ing. R. Hänchen-Berlin, Ingenieur O. Heinrich-Berlin, Dr.-Ing. Otto Kienzle-Berlin-Südende, Reg.-Baurat Dr.-Ing. R. Kühnel-Berlin-Steglitz, Berat. Ingenieur Dr. H. Lux-Berlin, Oberingenieur K. Meller-Berlin-Siemensstadt, Ing. W. Mitau-Berlin-Marienfelde, Oberingenieur W. Quack-Bitterfeld, Prof. Dr.-Ing. E. Sachsenberg-Dresden, Dipl.-Ing. H. R. Trenkler-Berlin-Steglitz

Herausgegeben von

Prof. H. Dubbel

Ingenieur, Berlin

Mit 933 Textfiguren und 8 Tafeln. (890 S.) 1923

Gebunden 12 Goldmark / Gebunden 3 Dollar

Die Grundzüge der Werkzeugmaschinen und der Metallbearbeitung. Von Prof. F. W. Hülle, Dortmund. In zwei Bänden.

Erster Band: **Der Bau der Werkzeugmaschinen.** Vierte, vermehrte Auflage. Mit 360 Textabbildungen. (188 S.) 1923.

3 Goldmark / 0,75 Dollar

Zweiter Band: **Die wirtschaftliche Ausnutzung der Werkzeugmaschinen.** Dritte, vermehrte Auflage. Mit 395 Textabbildungen. (176 S.) 1922.

3,60 Goldmark / 0,85 Dollar

Leitfaden der Werkzeugmaschinenkunde. Von Prof. Dipl.-Ing. H. Meyer, Magdeburg. Zweite, neubearbeitete Auflage. Mit 330 Textfiguren. (204 S.) 1921.

4 Goldmark / 0,95 Dollar

Maschinenelemente. Leitfaden zur Berechnung und Konstruktion für technische Mittelschulen, Gewerbe- und Werkmeisterschulen sowie zum Gebrauche in der Praxis. Von Ingenieur Hugo Krause. Vierte, vermehrte Auflage. Mit 392 Textfiguren. (336 S.) 1922.

Gebunden 8 Goldmark / Gebunden 1,95 Dollar

Technisches Hilfsbuch. Herausgegeben von Schuchardt & Schütte. Sechste Auflage mit 500 Abbildungen und 8 Tafeln. (490 S.) 1923.

Gebunden 6,50 Goldmark / Gebunden 1,60 Dollar

Industriebetriebslehre. Die wirtschaftlich-technische Organisation des Industriebetriebes mit besonderer Berücksichtigung der Maschinenindustrie. Von Dr.-Ing. E. Heidebroek, Professor an der Technischen Hochschule Darmstadt. Mit 91 Textabbildungen und 3 Tafeln. (291 S.) 1923.

Gebunden 17,50 Goldmark / Gebunden 4,20 Dollar

Druckfehlerverzeichnis.

- Seite 38, Z. 3-4 v. o. lies die doppelte Wurzel den Divisor statt das doppelte Produkt der Wurzel den Quotienten.
- „ 39, „ 4 v. u. lies 4) $\sqrt{a^2} = \pm a$ statt 4) $\sqrt{a^2} = \pm \sqrt{a}$.
- „ 56, „ 1 v. u. letzte Spalte lies $V = \frac{1}{3} h (G_1 + \sqrt{G_1 G_2} + G_2)$ statt
- $$V = \frac{1}{3} h (G_1 + \sqrt{G_1 G_2} + G_2).$$
- „ 58, „ 10 v. o. lies $V = 2\pi r f$ statt $V = \pi r^2 f$.
- „ 79, „ 1 v. u. lies $\left(\frac{a^x - b^x}{x}\right)_0 = \left(\frac{a^x \ln a - b^x \ln b}{1}\right)_0$ statt
- $$\left(\frac{a^x - b^x}{x}\right)_1 = \left(\frac{a^x \ln a - b^x \ln b}{1}\right)_1.$$
- „ 92, „ 1 v. u. lies $\ln \frac{(x-1)^4}{x^2}$ statt $\ln (x-1)^4$.
- „ 95, „ 4 v. u. lies $\int x^2 \sqrt{x^2 + p^2} dx = \int \frac{x^4 + p^2 x^2}{\sqrt{x^2 + p^2}} dx$ statt
- $$\int x^2 \sqrt{x^2 + p^2} dx + \int \frac{x^4 + p^2 x^2}{\sqrt{x^2 + p^2}} dx.$$
- „ 102, „ 4 v. o. lies $x = r \cos \vartheta$ statt $x = r \sin \vartheta$.
- „ 110, „ 18 v. o. lies $S + dS$ statt $S + Sd$.
- „ 114, „ 11 v. u. lies $x = \xi - \eta \operatorname{ctg} \omega$ statt $x = \xi - \eta \cos \omega$.
- „ 114, Abb. 77 fehlt an dem von P ausgehenden Lote der Buchstabe η .
- „ 128, Z. 5 v. o. lies $y_m = s \operatorname{ctg} \frac{b}{a}$ statt $y_m = s \operatorname{ctg} \frac{b}{a}$.
- „ 128, „ 13 v. u. lies $\cos \alpha = 0,2990$ statt $\alpha = 0,2990$.
- „ 143, Abb. 150 muß $\rightarrow X$ eine Linie höher stehen.
- „ 145, Abb. 152 muß heißen $x^2 y^3 = 2^5$ statt $x^2 y^3 = 6^4$.
- „ 147, Z. 9 v. o. lies $-\log \operatorname{tg} \varphi$ statt $-2 \log \operatorname{tg} \varphi$.
- „ 149, „ 30 v. u. lies die gegebenen Werte statt die gegebene Weite.
- „ 183, Abb. 69. Winkel α zwischen P und T nachtragen.
- „ 201, Z. 2 v. o. lies $m v r = m \omega r^2 = \text{konst.}$, und $\omega r^2 = \text{konst.}$ statt $m v = m \omega r = \text{konst.}$ bzw. $\omega r = \text{konst.}$
- „ 311, „ 20 v. o. lies Nietteilung $t = 2d + 0,8$.
- „ 369, „ 17 v. u. lies die Steigung statt den Steigungswinkel.
- „ 376, „ 9 v. u. lies β statt α .
- „ 381, „ 13 v. u. lies bis 600 mm statt 500 ÷ 600 mm.
- „ 403, „ 17 v. o. lies steilem statt senkrechtem.
- „ 408, „ 15 v. u. und 18 v. o. lies αp statt $a p$.
- „ 416, „ 11 v. u. lies 160 ÷ 320 statt 480 ÷ 960.
- „ 418 „ 16 v. o. lies $4 \cdot 0,0075 = 0,03$ statt $4,75 = 0,0356$.
- „ 431, „ 1 v. o. lies Klauenkupplungen statt Klenakupplungen.
- „ 432, „ 5 v. u. lies $Q > \frac{M_d}{\mu r} \sin \alpha$ statt $Q > \frac{M_d}{r \sin \alpha}$.
- „ 944, „ 6 v. u. }
 „ 959, „ 6 v. o. } lies Tafel III statt Tafel VI.
 „ 961, „ 21 v. o. }
- „ 999, Abb. 26. Die Werte der κ müssen lauten 0,04 statt 0,004 usw.
- „ 1394, „ 75. Die Winkel $-\varphi$ und $-\psi$ sind zu vertauschen.