Verlagsbuchhandlung von Julius Springer in Berlin.

Als Sonderhefte der **Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht** gelangen zur Ausgabe:

Abhandlungen
zur
Didaktik und Philosophie der Naturwissenschaft.

Herausgegeben
von
F. Poske in Berlin, **A. Höfler** in Prag und **E. Grimsehl** in Hamburg.

Die immer reger werdende Tätigkeit auf dem Gebiete des naturwissenschaftlichen und insbesondere des physikalischen und chemischen Unterrichts hat den Plan gezeitigt, größere Abhandlungen, deren Umfang das in der Zeitschrift einzuhaltende Maß überschreitet, gesondert herauszugeben. Diesem Zweck sollen die „Sonderhefte" dienen, die in der Regel nur je eine größere Abhandlung enthalten werden.

In erster Reihe sind Original-Abhandlungen in Aussicht genommen, die geeignet sind, die Didaktik des physikalisch-chemischen Unterrichts, sei es im ganzen oder in bezug auf einzelne Abschnitte, zu fördern. Zugleich soll die Möglichkeit geboten sein, daß die Ergebnisse einer größeren Zahl von Einzelarbeiten verschiedener Verfasser zu einer methodischen Darstellung eines bestimmten Gebietes zusammengefaßt werden, und daß in solchem Zusammenhange auch ältere Versuche, die aus irgend einem Grunde in Vergessenheit geraten sind, wieder allgemeiner bekannt werden. Auch historische Abhandlungen, sofern sie zum Unterricht in näherer Beziehung stehen, sollen in den „Sonderheften" eine Stätte finden.

Zu jenem nächsten Anlaß für die Herausgabe von „Sonderheften" gesellt sich das neu erwachte Interesse für die Fragen, die sich auf die Prinzipien des Naturerkennens beziehen. Pflegten noch vor wenigen Jahren die naturwissenschaftlichen Forscher die Reflexion auf die letzten Grundlagen ihres wissenschaftlichen Arbeitens als einen im üblen Sinne philosophischen Luxus abzulehnen, so findet seit kurzem der Ruf nach „Naturphilosophie" immer allgemeineren Anklang. Andererseits aber sieht sich auch

Fortsetzung auf Seite 3 des Umschlages.

Abhandlungen zur Didaktik und Philosophie der Naturwissenschaft. Band I. Heft 5.

Strahlengang und Vergrößerung in optischen Instrumenten.

Eine Einführung in die neueren optischen Theorien.

Von

Dr. Hans Keferstein,
Professor an der Oberrealschule auf der Uhlenhorst in Hamburg.

ISBN 978-3-642-98509-6 ISBN 978-3-642-99323-7 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-642-99323-7

Inhalt.

I. Einleitung.

In der Physik nehmen zwei Gebiete eine ganz eigenartige Stellung ein, die sich in ihrem überwiegend mathematischen Charakter ausspricht: die Mechanik und die geometrische Optik. Beide haben Gedankengebilden der Mathematik zu einer Art wirklichen Daseins verholfen, das sich freilich von der Realität der Dinge noch ebensoweit unterscheidet wie in der Unterwelt nach Homer die umherflatternden Schatten von Teiresias, der allein dort atmet und lebt. Die Mechanik nannte den mathematischen Punkt einen materiellen Punkt, und die Optik taufte die gerade Linie Lichtstrahl, wodurch eine Fülle rein mathematischer Aussagen den Schein physikalischer Wahrheiten apriorischer Natur erhielt, soweit die Mathematik auf Apriorität Anspruch machen darf. Man könnte allerdings auch umgekehrt sagen, die Mechanik habe den materiellen Punkt vom Körper, die Optik den Lichtstrahl vom Lichtbündel abstrahiert, da aber selbst das winzigste Körperchen und das dünnste Lichtbündel vom mathematischen Punkt und von der mathematischen Linie nicht etwa nur vergleichsweise, sondern der Gattung nach völlig verschieden sind, würde dann die Anwendung der Mathematik auf materiellen Punkt und Lichtstrahl jedenfalls noch einer ganz besonderen Rechtfertigung bedürfen, die vermutlich nur in dem Nachweis wurzeln könnte, daß die Mathematik selbst eine Erfahrungswissenschaft sei.

Welche der beiden Auffassungen man aber auch bevorzugen möge, man wird, wenn man zur Naturerkenntnis vordringen will, weder bei der einen noch bei der andern vergessen dürfen, daß die physikalische Gültigkeit und Bedeutung der angestellten mathematischen Untersuchungen besonderer Überlegung und Prüfung bedürfen. In dieser Hinsicht begeht der Unterricht noch immer manche Unterlassungssünde. Es ist äußerst bequem, ein großes Kapitel der Physik rein mathematisch zu erledigen mit dem vollkommensten Instrument, das sich der menschliche Geist geschaffen hat, und unterdessen die Apparate in Schränken und Kästen ruhen zu lassen; denn: „leicht beieinander wohnen die Gedanken, doch hart im Raume stoßen sich die Sachen“, und nicht selten wird dabei sogar etwas zerbrochen. Wir wollen hier nur auf einen ganz kleinen Ausschnitt des großen Gebietes näher eingehen, auf das wir soeben die Aufmerksamkeit gelenkt haben, auf den Teil der geometrischen Optik, der sich mit den Instrumenten zur Unterstützung des Sehens beschäftigt.

Dem mathematischen Gesichtspunkte gemäß beschränkt man sich hier fast durchgängig auf Bestimmung des Ortes und der Art der erzeugten Bilder und der Vergrößerung; auf welchem Wege aber eigentlich die Ausbreitung des von einem einzelnen Objektpunkte ausgehenden Lichtes durch das Instrument hindurch bis in das Auge hinein erfolgt, danach wird nicht nur nicht gefragt, vielmehr finden sich in den Lehrbüchern an beigegebenen Figuren oft Linien gezeichnet, die in dem Beschauer eine falsche Vorstellung über den wirklichen Strahlenverlauf erwecken müssen. Linsenränder, die Pupille des Beobachters, besondere Blenden engen die Wege des Lichtes in vorgesehener Weise ein, wissenschaftliche Berechnung und eine hoch ausgebildete Technik arbeiten unausgesetzt daran, alle diese Begrenzungen einem möglichst vollkommenen Zusammenwirken für Erreichung der Zwecke des Instruments dienstbar zu machen, aber der Unterricht geht wohl in der Mehrzahl der Fälle achtlos an alledem vorüber. Warum? Ist hier der Schritt von den mathematischen Entwicklungen zur Wirklichkeit zu weit oder zu schwierig? Die nachfolgenden Darlegungen werden hoffentlich zeigen, daß dies nicht der Fall ist. Die Unterlassung, die man hier geradezu als Unterlassungssünde bezeichnen kann, dürfte mehr am Herkommen, vielleicht auch teilweise an der Unbekanntschaft mit gewissen Begriffen liegen, die namentlich von den Leitern und wissenschaftlichen Mitarbeitern der optischen Werkstätten von Carl Zeiss in Jena, Abbe, Czapski, M. von Rohr u. a., entwickelt worden sind, in der Wissenschaft volle Anerkennung, in die Lehrbücher der Schule aber noch keinen Eingang gefunden haben. Diese Begriffe für den Schulgebrauch möglichst bequem zugänglich zu machen, ist der Zweck der vorliegenden Abhandlung. Sie schöpft demnach ihren Inhalt wesentlich aus dem Werk, in dem die hier in Betracht kommenden Ideen jener Autoren eine zusammenfassende Wiedergabe gefunden haben, aus der Optik in Winkelmanns Handbuch der Physik (A. Winkelmann, Handbuch der Physik, 2. Aufl., 6. Bd., 1. Hälfte, Optik I, mit 170 Abbildungen. Leipzig, Johann Ambrosius Barth, 1904, in dieser Abhandlung kurz mit „W“ zitiert). Die Darbietung aber hat überall die Mittel und Zwecke der Schule im Auge. Manche an sich hoch interessante und wertvolle Vertiefungen der Theorie der optischen Instrumente mußten hier mit Stillschweigen übergangen werden, weil die Schule die Grundlagen des Verständnisses nicht liefern kann. In dem Mitgeteilten aber ist ein möglichst elementarer Standpunkt eingenommen, nur das Wichtigste ist berücksichtigt und dies Wichtigste wieder nur in der einfachsten Form.

Die letzte dieser freiwilligen Selbstbeschränkungen bedarf vielleicht noch einer Erläuterung und Rechtfertigung. Wir werden im folgenden durchweg annehmen, daß die zu untersuchenden Linsensysteme zentriert sind und aus verschwindend dünnen Linsen bestehen, ferner, daß bei Mikroskop und Fernrohr Okular und Objektiv nur von je einer solchen Linse gebildet werden. Die beiden letzten Annahmen sind ja im allgemeinen in den der wissenschaftlichen Benutzung dienenden Instrumenten nicht erfüllt. Da aber mit dem Gaußschen Begriffe der äquivalenten Linse der Fall von Linsen nicht verschwindender Dicke sowohl wie der beliebig zusammengesetzter Linsensysteme durch die für die verschwindend dicke Linse gültigen Formeln erledigt werden kann, rechtfertigt sich unsere Einschränkung ohne weiteres; denn der physikalische Unterricht an den höheren Schulen hat nicht Techniker vorzubilden, sondern überall nur das Verständnis der grundlegenden Vorgänge physikalischen Charakters zu vermitteln oder wenigstens anzubahnen. Die Theorie der äquivalenten Systeme selbst wird man übrigens nur unter besonders günstigen Verhältnissen, etwa an Oberrealschulen, ableiten und ausnutzen können; fehlen solche Verhältnisse, so darf der Hinweis auf das Vorhandensein jener Theorie genügen, um dem Schüler die vereinfachenden Annahmen des Unterrichts als zulässig erscheinen zu lassen. In der folgenden Darstellung werden wir nur an einer Stelle den Begriff der äquivalenten Linse benutzen, und zwar lediglich eines formal interessanten Ergebnisses wegen, dessen Hinübernahme in den Unterricht nicht befürwortet werden soll.

Die Linsenformel und die Formel für das Verhältnis entsprechender linearer Dimensionen von Objekt und Bild setzen wir selbstverständlich als bereits abgeleitet voraus. Wir werden sie im allgemeinen in der wissenschaftlich wichtigen, von den Leitfäden merkwürdigerweise fast stets verschwiegenen, Newtonschen Form benutzen. Ist f die Brennweite der Linse, α der Abstand des Objekts von der vorderen, β der Abstand seines Bildes von der hinteren Brennebene, so lautet die Linsenformel in der Newtonschen Form

$$\alpha \cdot \beta = f^2;$$

dabei gilt als vorderer Brennpunkt bei einer bikonvexen (kollektiven) Linse der mit dem Ausgangspunkt der Lichtbewegung (dem Objekt) auf derselben Seite der Linse, bei einer bikonkaven (dispansiven) Linse der auf der entgegengesetzten Seite gelegene Brennpunkt. Zur Bestimmung der Richtung der einzelnen in der Formel auftretenden Strecken geht man in ununterbrochenem Zuge vom Objekt nach dem vorderen, dann weiter zum hinteren Brennpunkt und von da zum Bilde; Strecken, die dabei im Sinne der auf ihnen stattfindenden Lichtbewegung zurückgelegt werden müssen, sind positiv, Strecken, die in entgegengesetzter Richtung zu durchwandern sind, sind negativ in Rechnung zu stellen. Die Formel für die Vergrößerung V lautet, wenn O und J entsprechende lineare Dimensionen von Objekt und Bild bezeichnen,

$$V = J/O = f/\alpha = \beta/f;$$

wo f für bikonkave Linsen negativ zu nehmen ist.

Schließlich sei noch hervorgehoben, daß die nachfolgende Darstellung nicht als Lehrbuchkapitel aufgefaßt sein will, sondern als eine Vorarbeit für künftige Verfasser eines solchen Kapitels.

II. Der Einflufs von Blenden auf den Strahlengang.

1. Objektive Demonstration des Ortes und der Größe virtueller Bilder.

Den Ort eines durch irgend eine optische Vorrichtung erzeugten virtuellen Bildes kann man bekanntlich subjektiv ziemlich genau dadurch bestimmen, daß man mit dem einem Auge nach dem virtuellen Bilde, mit dem andern an der bilderzeugenden Vorrichtung vorbei nach einer beweglichen Marke (Finger, Bleistift oder dergl.) blickt und die Marke so lange hin und her bewegt, bis sich Bild und Marke in gleichem Abstande vom Auge zu befinden scheinen. Ist auf diese Weise der Ort gefunden, so läßt sich durch Vergleichen mit einem direkt anvisierten Maßstabe auch die Größe des Bildes annähernd feststellen. Diese Art des Verfahrens ist aber im allgemeinen zurzeit nur für einen einzigen Beobachter ausführbar und daher im Klassenunterricht wenig angenehm. In gewissen Fällen, und zwar gerade in solchen, die für die in dieser Abhandlung abzuleitenden Ergebnisse besonders wichtig sind, wird die subjektive Ortsbestimmung überhaupt unausführbar. Es entsteht also das Bedürfnis, sich von ihr frei zu machen. Könnte man die Lichtbewegung in den Lichtbündeln, die als Konvergenzpunkte die Punkte eines virtuellen Bildes besitzen, derart umkehren, daß sie nach jenen Punkten hin, statt von ihnen weg erfolgte, so würden sich die virtuellen Bildpunkte in reelle verwandeln. Streng in diesem Sinne genommen ist nun freilich diese Bedingung nicht zu erfüllen, denn das optische Medium, durch dessen Einfluß das virtuelle Bild hervorgerufen worden ist, müßte ja von der rückwärts gewandten Lichtbewegung wieder durchsetzt werden, und diese Bewegung würde also einfach wieder nach den ursprünglichen Objektpunkten konvergieren. Aber angenähert ist das erstrebte Ziel doch auf dem angedeuteten Wege zu erreichen. Stellt man nämlich einen Hohlspiegel so auf, daß sein Krümmungsmittelpunkt in den Ort des virtuellen Bildes fällt, und seine spiegelnde Fläche von den Strahlenbüscheln getroffen wird, die von den Punkten jenes Bildes aus divergieren, nachdem sie die bilderzeugende optische Vorrichtung (Spiegel, Linse oder Linsensystem) verlassen haben, so werden bekanntlich die auftreffenden Strahlen (nahezu) in sich selbst zurückgeworfen. Durch eine kleine Drehung des Hohlspiegels um seine horizontale oder vertikale Achse läßt sich nun stets erreichen, daß die zurückgeworfenen Strahlen (die natürlich nicht mehr in sich selbst reflektiert werden, aber doch fast dieselbe Wirkung hervorbringen, als wenn dies der Fall wäre) über oder unter oder seitlich von der bilderzeugenden optischen Vorrichtung vorbeigehen und nun ungefähr am Orte des Krümmungsmittelpunktes des

Spiegels, also auch des virtuellen Bildes, ein umgekehrtes reelles Bild von der Größe des virtuellen Bildes erzeugen. Dieses reelle Bild läßt sich auf einem Schirm auffangen, sein Ort und seine Größe, also auch Ort und Größe des virtuellen Bildes, sind objektiver Messung zugänglich gemacht.

S G O H

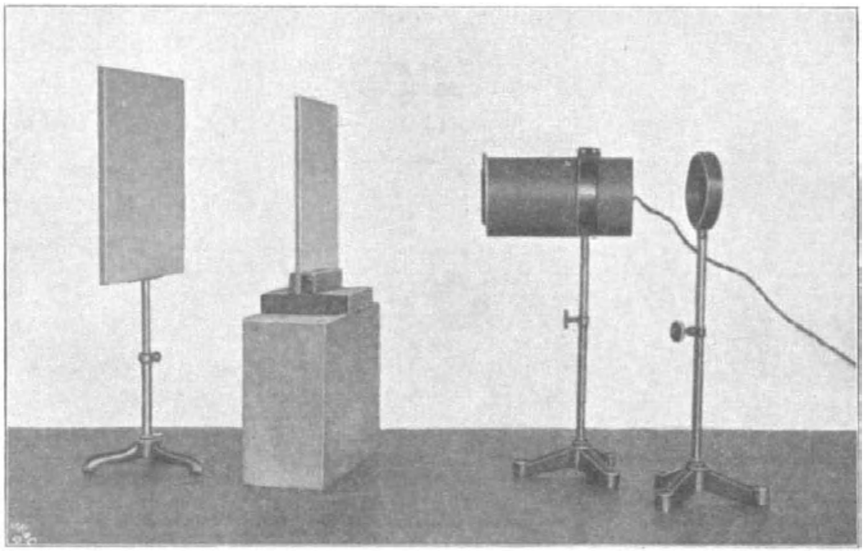

Fig. 1.

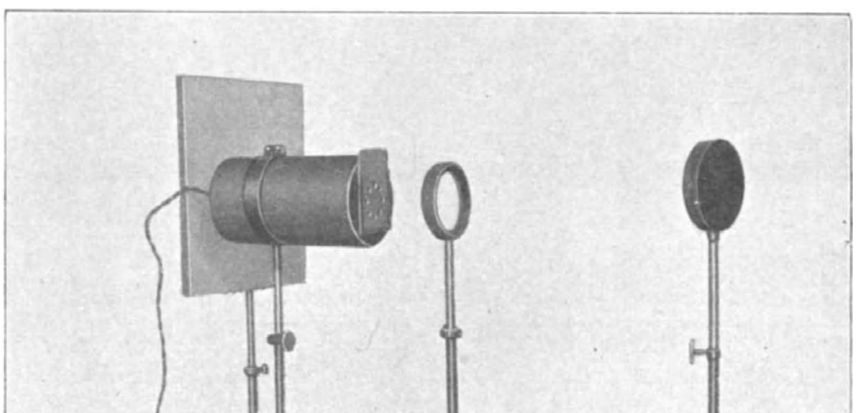

Fig. 2.

Zur genaueren Erläuterung des geschilderten Verfahrens wollen wir hier drei typische Beispiele geben. Zunächst möge es sich um die Bilder eines Planspiegels handeln. Die Versuchsanordnung ist folgende (Fig. 1): *G* ist eine spiegelnde Glasplatte, sie ist in eine passende Nute eines Holzfußes eingesetzt und so senkrecht aufgestellt, S ist ein Papierschirm, O eine Grimmsehlsche Glühlampenlaterne (diese Abhandlungen Heft 1, S. 53), in deren vordere Öffnung eine kreisrunde oder quadratische Blende eingesetzt wird, und H ein Hohlspiegel von beiläufig 120 cm Krümmungsradius und 8 cm Öffnung. Wählt man als Abstand von G und O beispielsweise 40 cm, so wird die Entfernung GS und ebenso OH auch 40 cm. Natürlich muß man durch eine leichte Drehung von O oder G dafür sorgen, daß die reflektierten Lichtstrahlen auch wirklich auf H treffen können. Fig. 2 deutet die Aufstellung zur Untersuchung der Bilder bei einer Bikonvex-, Fig. 3 bei einer Bikonkavlinse an. In Fig. 2 befindet sich der mit einem Kreise von Löchern versehene Verschluß der Lampenöffnung innerhalb der Brennweite der Linse, der

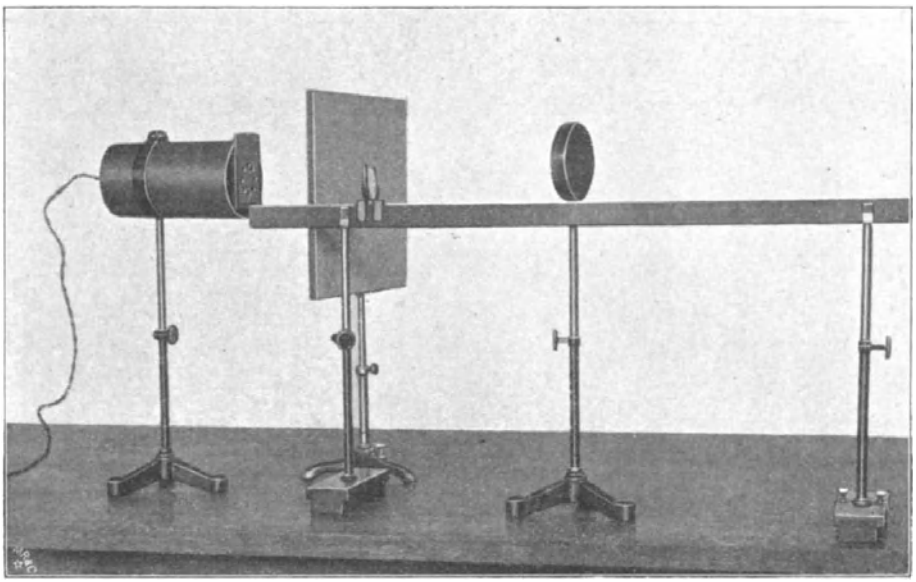

Fig. 3.

Schirm hinter und seitlich der Lampe am Orte des virtuellen Bildes des Löcherkreises, der Hohlspiegel ganz rechts in 120 cm Abstand vom Schirm. In Fig. 3 ist die Bikonkavlinse in passender Fassung auf einem Meterlineal befestigt (vergl. S. 12), der Schirm steht zwischen der Linse und der wie vorher verschlossenen Lampe am Orte des virtuellen Bildes des Löcherkreises, der Hohlspiegel wieder in 120 cm Abstand vom Schirm nach rechts.

2. Apertur- und Gesichtsfeld-Blende.

Das Bild eines Objekts auf der Netzhaut unseres Auges verdankt seine Entstehung bei dem gewöhnlichen Sehen mit unbewaffnetem Auge in der Mehrzahl der Fälle nur einem Bruchteil der von den einzelnen Objektpunkten ausgehenden Lichtwirkungen, wie schon aus dem Umstande hervorgeht, daß ein und derselbe Lichtpunkt gleichzeitig einer großen Anzahl von

Beobachtern sichtbar sein kann. Die Aussonderung jenes Bruchteils ist bekanntlich nicht durch die Größe der Netzhautfläche, sondern durch die innerhalb gewisser Grenzen veränderliche Öffnung der Pupille bedingt, die gewöhnlich einen Durchmesser von 2—5 mm, im Dunklen allerdings einen erheblich größeren, besitzt.

Betrachtet man einen Objektpunkt mit ruhendem Auge, fixiert man ihn, so wird die Pupille zur Basis des Lichtkegels, der von jenem Objektpunkt ausgeht; die Sehachse (Visierlinie) ist die Hauptachse des Kegels. Die in das Auge gelangende Lichtmenge ist durch die Öffnung (Apertur) des Kegels, d. h. den an seiner Spitze liegenden Winkel eines Hauptschnitts, bedingt. Die Pupille des Auges schränkt also beim Sehen mit bloßem Auge stets die Öffnung der objektseitigen, mithin auch die der schließlich die Abbildung auf der Netzhaut bewirkenden Büschel ein, sie oder richtiger die Regenbogenhaut ist eine Blende, und zwar wirkt sie als Aperturblende. Wir werden künftig jede Blende so nennen, die bestimmend auf die Öffnung von Lichtbüscheln wirkt, mögen diese nun von einem Objektpunkte aus divergieren oder nach einem Bildpunkte hin konvergieren.

Das Gesichtsfeld erleidet durch die Pupille keine Einengung. „Infolge des Hervorstehens der Hornhaut und ihrer kollektiven Brechung können noch Strahlen ins Auge gelangen, die senkrecht zu dessen Achse eintreten. Im lebenden Auge wird ein Teil des Gesichtsfeldes durch Nase, Augenbrauen und Wangen verdeckt, so daß nur etwa 150° frei bleiben; doch beherrschen beide Augen zusammen in jeder Stellung immer noch ein Feld von 180°.“ (W. S. 266.) Freilich erscheinen die seitlich gelegenen Teile des Gesichtsfeldes mit wachsendem Abstand vom fixierten Mittelpunkte des Gesichtsfeldes wegen des schiefen Auftreffens der von ihnen ausgehenden Büschel auf die Pupille immer lichtschwächer als die zentralen, und eine noch beträchtlichere Vermehrung der Undeutlichkeit des Netzhautbildes in den peripherischen Teilen tritt durch die geringere Empfindlichkeit der Netzhaut seitlich von der Netzhautgrube ein.

Das alles aber gilt nur beim Gebrauche des Auges im Freien. Sieht man aus dem Innern eines Zimmers durch ein Fenster, so wird offenbar das Gesichtsfeld sofort eingeschränkt, und zwar um so mehr, je größer der Abstand des Auges vom Fenster und je kleiner die Fensteröffnung ist. Um zu genauen Maßbestimmungen über diese Beziehungen zu gelangen, wollen wir im Hinblick auf die später beabsichtigten Anwendungen die Fensteröffnung als kreisförmig voraussetzen, ferner seien Fensteröffnung und Augenpupille „zentriert“, d. h. die Verbindungslinie ihrer Mittelpunkte stehe senkrecht auf der Ebene der beiden Kreise. Wir können uns dann auf die Betrachtung eines durch diese Achse gelegten Hauptschnitts beschränken. In Fig. 4 bedeutet EE' das als eben angenommene Gesichtsfeld, dessen Schnittpunkt A mit der Achse von einem Auge in M fixiert ist. OO' ist die Fensteröffnung mit dem Radius g, PP' die Pupille mit dem Radius π. Unter allen

Strahlen, die von EE' aus sowohl OO' als auch PP' zu durchsetzen vermögen, sind drei Paare besonders bemerkenswert, erstens OP und $O'P'$, zweitens OM und $O'M$, wo M den Mittelpunkt von PP' bedeutet, und drittens OP' und $O'P$. Die ersten beiden begrenzen den Teil CC' des Gesichtsfeldes; die Öffnung eines von einem beliebigen Punkte dieses Teiles ausgehenden Strahlenbüschels ist lediglich durch die Größe der Pupille, also π bestimmt, CC' ist der Ausschnitt des Gesichtsfeldes, der mit der vollen, überhaupt möglichen Apertur auf der Netzhaut des betrachtenden Auges abgebildet wird. Der Winkel γ zwischen OP und der Achse ist der halbe Gesichtsfeldwinkel. Nennt man den Abstand von Fenster und Pupille d, so wird

$$tg\,\gamma = \frac{g - \pi}{d};$$

die zwischen den Strahlen OP und $O'P'$ einerseits und OM und $O'M$ andererseits gelegenen Teile des Gesichtsfeldes bilden einen zu dem Kreise CC' konzentrischen Ring zwischen CC' und DD', dessen Punkte zwar noch sämtlich durch Hauptstrahlen, d. h. durch Strahlen, die den Mittelpunkt M

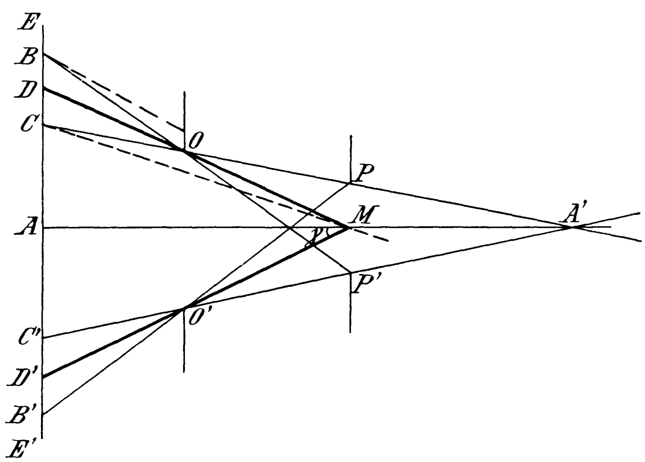

Fig. 4 (für γ ist γ' zu lesen).

der Pupille durchsetzen, abgebildet werden, aber offenbar nicht mehr mit der vollen Öffnung der Büschel, die die Pupille an und für sich gestatten würde. Die Fensterumrahmung fängt von den Lichtkegeln, die ihre Ausgangspunkte in dem konzentrischen Ringe und als ihre Basis die Pupille haben, immer mehr ab, je näher sie an der äußeren Peripherie des Ringes liegen; die von den Punkten dieser Peripherie selbst ausstrahlenden Lichtkegel kommen nur noch mit halber Apertur zur Geltung. Nennen wir den Winkel zwischen OM und der Achse γ', so bestimmt γ' einen größeren Teil des Gesichtsfeldes als γ, und zwar ist

$$tg\,\gamma' = \frac{g}{d}.$$

Wenn wir in Fällen wie dem vorliegenden schlechtweg vom Gesichtsfeld sprechen, so meinen wir immer seinen durch γ' bestimmten Teil, also den Kreis, dessen Punkte noch durch Hauptstrahlen abgebildet werden. Von dem Gebiete des Gesichtsfeldes, der durch die Verbindungslinien OM und $O'M$ einerseits, OP' und $O'P$ andererseits bestimmt ist, also dem konzentrischen Ringe zwischen DD' und BB' sind auch nicht einmal mehr die Hauptstrahlen bei der Abbildung beteiligt, doch gelangt immer noch von jedem seiner Punkte Licht in das Auge. Der Winkel γ'' zwischen OP' und der Achse bestimmt also die Größe des ganzen überhaupt für das betrachtende Auge vorhandenen Gesichtsfeldes; es ist

$$tg\,\gamma'' = \frac{g+\pi}{d}\,.$$

Die Fensteröffnung bezw. die Fensterumrahmung wirkt im vorliegenden Falle als Gesichtsfeldblende, denn mit diesem Namen belegen wir jede Blende, von deren Größe und Lage die Größe des vom Auge zu übersehenden Gesichtsfeldes abhängt. Nicht immer zerfällt das Gesichtsfeld wie in unserem Beispiele in 3 Zonen, die von der Mitte nach außen zu an Helligkeit mehr und mehr abnehmen, es kann vielmehr, wie wir sehen werden, eine annähernd gleichmäßige Helligkeit besitzen und scharf begrenzt erscheinen wie ein eingerahmtes Bild.

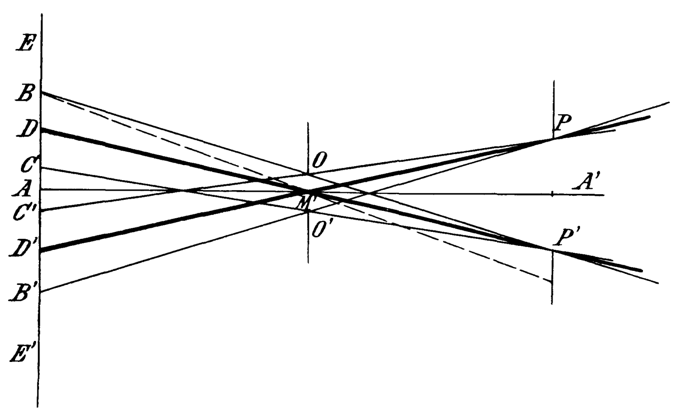

Fig. 5.

Blickt das Auge durch eine dicht vor ihm befindliche kreisrunde Öffnung von einem Durchmesser, der kleiner ist als der Pupillendurchmesser (Fig. 5), so wird die Apertur der in das Auge eindringenden Lichtbüschel offenbar nur durch jene kleinere Öffnung bestimmt, sie ist jetzt Aperturblende, während die Pupille zur Gesichtsfeldblende wird. Immer wirkt von den beiden Blenden die als Aperturblende, die vom Schnittpunkt der Visierlinie mit dem Gesichtsfelde aus unter dem kleinsten Winkel erscheint. Blickt das Auge durch eine Reihe hintereinander gelegener zentrierter kreisförmiger Öffnungen, so hat die von ihnen die Funktion der Gesichtsfeldblende, die vom Mittelpunkt der nach dem soeben angegebenen Kriterium festgestellten Aperturblende aus unter dem kleinsten Winkel erscheint.

Für ametropische Augen, d. h. solche, deren Fernpunkt nicht wie bei den emmetropischen Augen im Unendlichen liegt, wirkt natürlich die korrigierende Brille bezw. deren Rand oder Fassung als Gesichtsfeldblende. Die Bewaffnung des Auges durch irgend welche zur Unterstützung des Sehens bestimmte Instrumente nötigt aber zu besonderen Untersuchungen, denen wir uns jetzt zuwenden wollen.

3. Blenden und Blendenbilder.

Eine vor das Auge gebrachte Linse oder eine Zusammenstellung mehrerer Linsen, ein Linsensystem, erzeugt nicht nur von den Gegenständen draußen, sondern auch von der Pupille des Auges und von in dem System selbst enhaltenen Blenden Bilder, die für die genauere Feststellung des Strahlenganges in dem System, für die Bestimmung der Helligkeitsverhältnisse und der Gesichtsfeldgröße von größter Wichtigkeit sind. Maßgebend bei allen Untersuchungen hierüber ist das für alle optischen Abbildungen gültige Gesetz: Jeder Strahl, der vor dem Eintritt in ein brechendes System (bilderzeugendes System) durch einen Objektpunkt gegangen ist, muß nach dem Austritt durch den vom System erzeugten Bildpunkt gehen.

Der folgende Fundamentalversuch soll die ersten Begriffe von der Bedeutung der Blendenbilder vermitteln (Fig. 6). Wir befestigen auf einem Meterlineal in passenden Fassungen (Grimsehl, Schülerübungen aus der Optik, Z.[1]) XVII, S. 205 u. 206) zwei Bikonvexlinsen von 8 bezw. 10 Dioptrien, also von den Brennweiten $f_1 = 100\ \mathrm{cm} : 8$ und $f_2 = 100\ \mathrm{cm} : 10$ in einem die Summe $f_1 + f_2$ ihrer Brennweiten übersteigenden Abstand voneinander und bringen zwischen ihnen außerhalb der Brennweite einer jeden zentrisch eine kreisförmige Blende von 1 cm Durchmesser an. Die Linse I von acht Dioptrien sei vom Nullpunkt des Meterlineals 43,75 cm, die Blende 61,25 cm und die Linse II von 10 Dioptrien 76,25 cm entfernt. Bei passender Beleuchtung des ganzen Systems von links her etwa durch den divergenten Strahlenkegel eines Skioptikons erhält man ein von der Linse II erzeugtes reelles Bild 2 der Blendenöffnung, dessen Durchmesser sich zu 2 cm und dessen Entfernung vom Nullpunkt des Lineals sich auf 106,25 cm berechnet. Drehen wir das Lineal um eine vertikale Achse um 180°, so daß die Linse II dem Skioptikon nächst benachbart wird, oder beleuchten wir die optische Vorrichtung bei unveränderter Stellung von der rechten Seite her, so erzeugt die Linse I ein reelles Bild 1 der Blendenöffnung von 2,5 cm Durchmesser, und zwar genau am Nullpunkt der Teilung des Lineals. Jeder Strahl, der durch

[1]) Mit Z. zitieren wir die Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht, Berlin, Julius Springer.

irgend einen Punkt der zwischen I und II angebrachten physischen Blendenöffnung geht, muß bei der ersten Stellung des Lineals durch den optisch entsprechenden Punkt des Blendenbildes 2, bei der zweiten durch den entsprechenden Punkt des Blendenbildes 1 gehen (in der Figur sind alle Abstände ungefähr auf die Hälfte verkleinert).

Nun sind die einzelnen Punkte eines Objekts und seines Bildes einander gegenseitig eindeutig zugeordnet in dem Sinne, daß dieselben Lichtstrahlen, die, in einer bestimmten Richtung durchlaufen, die Abbildung eines Objektpunktes in einen reellen oder virtuellen Bildpunkt veranlaßten, bei einer Lichtbewegung von entgegengesetzter Richtung die Abbildung dieses Bildpunktes in jenen Objektpunkt veranlassen. Es ist zu beachten, daß bei dieser Umkehrung der Lichtbewegung reelle Bilder sich genau verhalten wie lichtaussendende Objekte, daß also von ihren einzelnen Punkten aus Lichtbüschel divergieren, daß dagegen virtuelle Bilder natürlich nicht den Ursprung der betreffenden Lichtausbreitung bilden können, daß vielmehr die

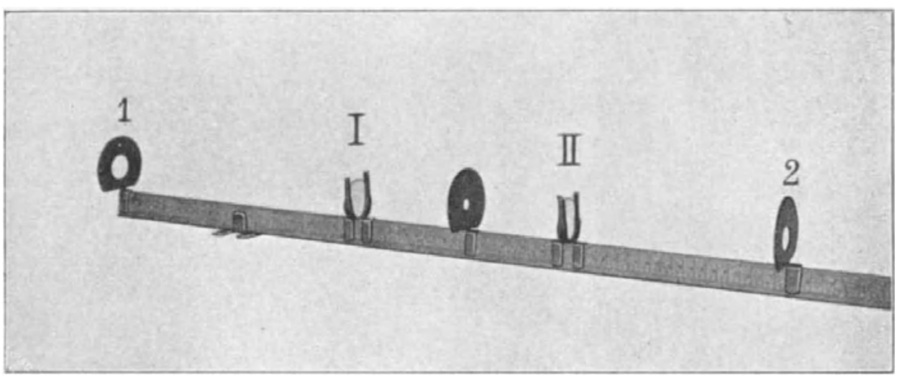

Fig. 6.

rückwärts durchlaufenen Lichtbüschel nach den Punkten eines virtuellen Bildes konvergieren, ohne sie wirklich zu erreichen[2]). In Verbindung mit dem an die Spitze dieses Abschnitts gestellten optischen Grundgesetz leuchtet jetzt ein, daß nur solche Strahlen durch die gegebene physische Blende des von uns vorausgesetzten optischen Systems hindurchtreten können, die vorher durch das Blendenbild 1 in das System eingetreten sind, und diese Strahlen allein werden schließlich durch das Blendenbild 2 aus dem System austreten. Man kann daher auch die gegebene Blende entfernen und statt dessen am Orte des Blendenbildes 1 eine körperliche Blende von 2,5 cm Durchmesser anbringen, ohne etwas an dem das System verlassenden Strahlenbüschel zu ändern. Selbstverständlich läßt sich das gleiche Ergebnis auch dadurch erreichen, daß man nur am Orte des Blendenbildes 2 eine körperliche Blende von 2 cm Durchmesser anbringt; in der Tat kann man

[1]) Das Hervorheben dieser Tatsache dürfte die in der geometrischen Optik übliche Kasuistik bei Diskussion der Linsenformel wesentlich vereinfachen.

ja das Blendenbild 2 als das vom ganzen System entworfene Bild einer physischen Blende am Orte des Blendenbildes 1 betrachten.

Wir setzen nun einen Objektpunkt O in bestimmter Entfernung von der Linse I des Systems auf seiner Achse voraus. Erscheint von O aus das Blendenbild 1 unter kleinerem Winkel als die Linse I und als das durch die Linse I entworfene Bild der Linse II, so ist die Öffnung (der Öffnungswinkel bezw. bei parallelen Strahlen der Durchmesser) des von O ausgehenden abbildenden Büschels und entsprechend die Öffnung aller Lichtbüschel, die zu den Punkten eines in O auf der Achse senkrecht stehenden ebenen Objekts gehören, durch das Blendenbild 1 bestimmt, 1 ist maßgebend für die Apertur der objektseitigen Strahlenbüschel, es ist für sie Aperturblende, genau wie beim Sehen mit bloßem Auge dessen Pupille. Man nennt deshalb das Blendenbild 1 oder eine physische Blende gleicher Größe an seinem Orte die Eintrittspupille (E. P.) des Systems. Nach dem Vorangegangenen ist ohne weiteres klar, daß das Blendenbild 2 gegenüber dem vom Objekte O durch das ganze System entworfenen Bild O' genau dieselbe Rolle spielt wie 1 gegenüber dem Objekt, es erscheint von O' aus unter kleinerem Winkel als die Linse II und das durch II entworfene Bild der Linse I, bestimmt also die Öffnung der bildformierenden Büschel und heißt deshalb die Austrittspupille (A. P.) des Systems.

Verallgemeinernd können wir nun ohne weiteres sagen, daß sich für jedes optische System eine wirkliche Blende oder ein Blendenbild (reelles oder virtuelles) wird angeben lassen, das als E. P. wirkt und ebenso eine physische Blende oder ein Blendenbild, das im Sinne der vorangegangenen Auseinandersetzungen als A. P. zu bezeichnen ist. Stets läßt sich die eine dieser beiden Pupillen als das durch das ganze System entworfene Bild der anderen betrachten. Jedes optische Instrument greift also in den Gang der Lichtstrahlen eines Objekts, die das Instrument durchsetzen werden, bereits vor ihrem Eintritt in die brechenden Medien des Instruments bestimmend ein, insofern immer eine physische Blende oder Linsenfassung (bezw. das reelle oder virtuelle Bild einer solchen Blende oder Fassung) vorhanden ist, durch die aus dem gesamten, von einem Objektpunkt ausgehenden Strahlenkomplex der Lichtkegel oder Lichtzylinder herausgeschnitten wird, dessen Strahlen schließlich aus dem Instrument austreten und bildformierend wirken. In dieser Ausdrucksweise ist die E. P. als die primäre, maßgebende Pupille hingestellt. Man kann aber natürlich ebensogut sagen, daß Ort und Größe der A. P., die unmittelbar die Öffnung der bildformierenden Büschel bestimmt, damit auch maßgebend für die Öffnung der entsprechenden objektseitigen Büschel wird, und in der Tat ist häufig gerade die A. P. die ursprünglich gegebene Pupille.

Auf die mannigfachen Verschiedenheiten, denen Art und Lage der Pupillen bei den verschiedenen Instrumenten zur Unterstützung des Sehens unterliegen, werden wir bei deren Besprechung näher einzugehen haben.

Hier sei hervorgehoben, daß auch dem Auge selbst eine E. P. und eine A. P. zugehört. Die E. P. ist das nach vorn hin durch das brechende System, Hornhaut, Kammerwasser entworfene Bild der von der Iris begrenzten eigentlichen Pupille bezw. der Iris selbst und die A. P. das nach der Netzhaut hin von der Kristallinse im Glaskörper zustande gebrachte Bild der Iris. Die E. P., die wir künftig stets meinen, wenn wir schlechtweg von der Pupille des Auges sprechen, ist unter bestimmten Voraussetzungen über die Lage der Iris und den Brechungsexponenten von Hornhaut und Kammerwasser „von dem Hornhautscheitel beim Sehen in die Ferne 3,05 mm, beim Sehen in die Nähe 2,67 mm“ entfernt. „Die Vergrößerung des Irisdurchmessers ist im ersten Falle 1,131-fach, im zweiten 1,115-fach“ (W. S. 266). Der Irisdurchmesser selbst beträgt, wie bereits angegeben wurde, für gewöhnlich 2—5 mm, im Mittel etwa 4 mm, die Entfernung der Iris vom Hornhautscheitel ungefähr 4 mm.

Wir haben angenommen, daß für das optische System auf unserem Meterlineal das Blendenbild 1 als E. P. wirke, d. h. die Öffnung der objektseitigen Büschel bestimme. Durch ihren Rand oder ihre Fassung greift aber auch noch die Linse I in den Gang dieser Büschel ein. Wäre diese Linse die Pupille eines Auges, das Blendenbild 1 eine kreisförmige Fensteröffnung, so würde nach S. 11 die Linse I die Ausdehnung des objektseitigen Gesichtsfeldes für dieses Auge in der dort näher geschilderten Weise bestimmen; es läge der Fall vor, daß die Augenpupille größer als die Fensteröffnung ist. Allerdings bedürfen diese Aussagen noch eines Zusatzes. Das ganze optische System, im vorliegenden Falle Linse I, entwirft ja nach der Objektseite hin auch ein Bild von Linse II, und auch dieses Bild greift indirekt in den Gang der objektseitigen Büschel ein. Ob dieses Bild oder die Linse I im Objektraume als Gesichtsfeldblende wirkt, hängt, wie S. 11 hervorgehoben wurde, davon ab, welche der beiden Blenden vom Mittelpunkt der E. P. aus unter dem kleinsten Winkel erscheint. Sind neben der E. P. im Objektraume noch beliebig viele Blenden, oder sind solche Blendenbilder vorhanden, die das Linsensystem von irgend welchen physischen Blenden nach der Objektseite*) hin entworfen hat, so wirkt von diesen Blenden (oder Blendenbildern) stets die als objektseitige Gesichtsfeldblende, die vom Mittelpunkt der E. P. aus unter dem kleinsten Winkel erscheint. M. v. Rohr hat die hiermit gekennzeichnete Blende die Eintrittsluke (E. L.) des Systems genannt. Wir brauchen nur die für die Pupillen gemachten Auseinandersetzungen auf den jetzt vorliegenden Fall anzuwenden, um zu erkennen,

*) Als Objektraum bezeichnen wir bei dem hier benutzten System den Raum links von I in Fig. 6, als Bildraum den Raum rechts von II. Strahlen, die von einem leuchtenden Punkt im Objektraum ausgehen und das System von links nach rechts durchsetzen, erzeugen einen Bildpunkt nach der Bildseite hin, Strahlen von entgegengesetztem Verlauf erzeugen von Objektpunkten im Bildraum Bilder nach der Objektseite hin (aber nicht notwendig im Objektraum).

daß das durch das ganze System entworfene Bild der E. L. das bildseitige Gesichtsfeld begrenzt und mithin passend als Austrittsluke (A. L.) zu bezeichnen ist. Die beim Sehen durch eine kreisförmige Fensteröffnung von uns abgeleiteten Maßbeziehungen für die Größe des Gesichtsfeldes gelten natürlich auch für das Sehen vom Mittelpunkt der E. P. eines optischen Systems durch die E. L., und aus ihnen lassen sich die entsprechenden Maßverhältnisse auf der Bildseite bei bekannter Vergrößerung des Systems ableiten.

Die Begrenzung des objektseitigen Gesichtsfeldes durch die E. L., also auch des bildseitigen durch die A. L. kann auf zwei wesentlich verschiedene Arten erfolgen. Fällt die E. L. in die Ebene des durch das Instrument betrachteten Objektes, so erscheint das Gesichtsfeld scharf begrenzt, liegt sie außerhalb jener Ebene, so zerfällt, wie in Abschnitt 2 begründet wurde, das Gesichtsfeld in 3 Zonen von nach außen hin abnehmender Helligkeit.

Die Blenden der optischen Instrumente, die wir hier als Pupillen und Luken näher charakterisiert haben, werden im Unterricht oft nur mit der Bemerkung gestreift, daß sie die störenden Randstrahlen abzuhalten hätten. Ihre grundlegende Bedeutung bei der Verwirklichung optischer Abbildungen ergibt sich aus dem außerordentlich wichtigen Satz, daß immer nur entweder ein Objekt geringer Dimension durch weitgeöffnete Büschel oder ein Objekt größerer Ausdehnung durch enge Büschel in brauchbarer Weise abgebildet werden kann. Die nähere Begründung hierfür läßt sich im Rahmen schulgemäßer Betrachtungen nicht geben. Wohl aber sollte im Unterricht festgestellt werden, wie der „Strahlengang" eines optischen Instrumentes durch Lage und Größe seiner Pupillen und Luken bedingt ist (vergl. Einleitung). Daß dies mit keinerlei didaktischen oder sachlichen Schwierigkeiten verknüpft ist, dürfte aus dem nächsten Abschnitt hervorgehen.

4. Der Strahlengang in den optischen Instrumenten.

Man versteht unter dem Strahlengang eines optischen Instrumentes den Verlauf der Hauptstrahlen (W. S. 214), d. h. der vom Objekte nach dem Mittelpunkte der E. P. gehenden Strahlen und der ihnen zugeordneten im Bild- und in jedem Zwischenraum. Sie sind die Hauptachsen der abbildenden Büschel, Kegel oder Zylinder, und charakterisieren deren Richtung. In der weit überwiegenden Mehrzahl der physikalischen Leitfäden für den Schulunterricht wird von dem Strahlengang überhaupt nicht gesprochen. An den Figuren für Lupe, Mikroskop und Fernrohr findet man allerdings Linien, die ihn offenbar veranschaulichen sollen, meist die Verbindungslinien der äußersten Objektpunkte mit dem Mittelpunkte des Objektivs bezw. der zugehörigen Bildpunkte mit dem Mittelpunkte des Okulars, also die häufig auch als Hauptstrahlen bezeichneten Strahlen, die verschwindend dicke

Linsen ohne Richtungsänderung durchsetzen. In der Tat können diese Strahlen mit den von uns als Hauptstrahlen bezeichneten identisch sein, ebenso gut aber kommt auch das Gegenteil vor, und jene Zeichnungen haben dann höchstens einen geometrischen, jedenfalls keinen physikalischen Sinn. Bei der Besprechung der einzelnen optischen Instrumente wird die Richtigkeit dieser Behauptung deutlich werden.

Um zu einer Darstellung des tatsächlichen Strahlenganges eines optischen Instrumentes zu gelangen, hat man zunächst Ort und Größe der Pupillen und Luken zu ermitteln. Fallen die Luken an den Ort des betrachteten Objekts und seines Bildes, so geben sie ohne weiteres die Begrenzung des Gesichtsfeldes. Liegen sie außerhalb jenes Ortes, so hat man vom Mittelpunkte der E. P. aus die E. L. auf die Objektebene, vom Mittelpunkt der A. P. aus die A. L. auf die Bildebene zu projizieren; die Projektionen stellen dann den durch Hauptstrahlen abbildbaren Teil des objektseitigen bezw. den konjugierten Teil des bildseitigen Gesichtsfeldes dar (vergl. S. 11). Hiermit sind die Objektpunkte ermittelt, die unter den angenommenen besonderen Verhältnissen überhaupt durch Hauptstrahlen abgebildet werden können. Das irgend einen dieser Objektpunkte wirklich abbildende Büschel wird dann durch seine Verbindungslinie mit dem Mittelpunkt der E. P., die ja die Basis des Büschels ist, ferner durch die Verbindungslinie des entsprechenden Bildpunktes mit dem Mittelpunkt der A. P. und endlich als Zwischenstück durch die Verbindungslinie des Schnittspunktes jenes ersten Teiles des Hauptstrahls mit dem Objektiv und des Schnittpunktes seines letzten Teiles mit dem Okular repräsentiert (bei einer einfachen Lupe verschwindender Dicke fällt natürlich das Zwischenstück weg).

Bei den der subjektiven Betrachtung dienenden Instrumenten kann außer den durch das Instrument selbst gegebenen Blenden auch die Augenpupille (seine E. P.) bestimmend auf den Strahlengang wirken. Wir stellten fest, daß A. L. die Blende ist, die vom Mittelpunkt der A. P. aus unter dem kleinsten Winkel erscheint. Damit ist zugleich ausgesprochen, daß der Mittelpunkt der A. P. der Punkt der Instrumentenachse ist, von dem aus das bildseitige Gesichtsfeld genau vollständig zu überschauen ist. Soll also das Auge, das wir hier als ruhend voraussetzen, das ganze vom Instrumente entworfene Bild mit einem Male übersehen können, so muß die Augenpupille genau an den Ort der A. P. des Instrumentes gebracht werden, die beiden Pupillen müssen sich beim Gebrauch als konzentrische Kreise darstellen. Bei einer anderen Lage des Auges würde seine Pupille möglicherweise selbst als Gesichtsfeldblende wirken, und damit eine unerwünschte Verschlechterung des Gebrauchswertes des Instrumentes eintreten. Im allgemeinen rechnet man also auf das Zusammenfallen der A. P. des Instrumentes mit der Augenpupille und nennt jene A. P. deshalb auch den Augenkreis (Ramsdenscher Kreis, Biotscher Kreis), ihren Mittelpunkt den Augenort. Ist diese Bedingung erfüllt, so ist zu unterscheiden, ob der Radius der Augenpupille nicht kleiner, oder ob er kleiner ist als derjenige der A. P. des Instrumentes. Im ersten Falle treten alle abbildenden Büschel mit der vollen, durch die Pupille des Instrumentes bestimmten Apertur in das Auge ein, im zweiten wird die Augenpupille selbst zur Aperturblende, indem sie eine weitere Verminderung der Öffnung der Büschel herbeiführt; ein wesentlicher Nachteil für die Güte des Bildes erwächst hieraus nicht, nur seine Helligkeit wird vermindert.

III. Die Vergröfserung.

1. Die Tiefenvergrößerung.

Bei der Besprechung der Vergrößerung durch eine Linse oder ein Linsensystem beschränkt sich die Mehrzahl der physikalischen Leitfäden auf die seitliche (Lateral-) Vergrößerung, nämlich das Verhältnis entsprechender linearer Dimensionen von Bild und Objekt, die beide als eben und senkrecht zur Hauptachse vorausgesetzt werden. Allerdings tritt dann später für die Teleskope das Konvergenzverhältnis oder die Angularvergrößerung hinzu, d. h. das Verhältnis der Tangenten solcher Winkel, die irgend ein Bildstrahl und der ihm zugeordnete Objektstrahl mit der Achse einschließen. Man wird jedoch kaum behaupten dürfen, daß diese Einführung immer unter scharfer Hervorhebung ihrer eigentlichen und ganz besonderen Bedeutung geschieht.

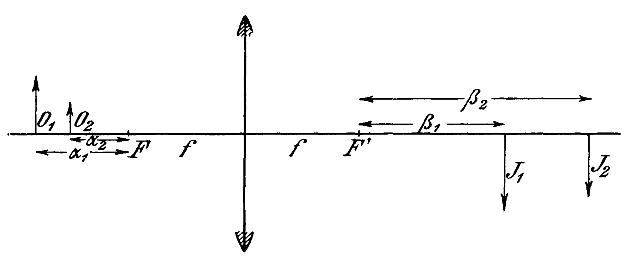

Fig. 7.

Die Betrachtung der Angularvergrößerung schließt sich ganz naturgemäß an die der Lateralvergrößerung an, wenn man zwischen beiden noch den einfachen Begriff der Tiefen-, Longitudinal- oder Achsialvergrößerung einschiebt. Man versteht unter ihr „das Verhältnis von auf der Hauptachse gelegenen konjugierten Strecken" (W. S. 40). Seien O_1 und O_2 (Fig. 7) zwei achsial gelegene Objektpunkte im Abstande α_1 bezw. α_2 vom vorderen Brennpunkt einer Linse, etwa einer Bikonvexlinse mit der Brennweite f, J_1 und J_2 die zugeordneten Bildpunkte in den Abständen β_1 und β_2 vom hinteren Brennpunkt. Dann gelten nach der Newtonschen Linsenformel die Beziehungen

$$\alpha_2 \cdot \beta_2 = f^2$$
$$\alpha_1 \cdot \beta_1 = f^2.$$

Folglich

$$\beta_2 - \beta_1 = f^2 \cdot \left(\frac{1}{\alpha_2} - \frac{1}{\alpha_1}\right) = -\frac{f^2}{\alpha_1 \cdot \alpha_2} \cdot (\alpha_2 - \alpha_1) = -\frac{f}{\alpha_1} \cdot \frac{f}{\alpha_2} \cdot (\alpha_2 - \alpha_1)$$
$$= -\frac{\beta_1 \beta_2}{f^2} (\alpha_2 - \alpha_1);$$

also

$$\frac{\beta_2 - \beta_1}{\alpha_2 - \alpha_1} = -\frac{f^2}{\alpha_1 \alpha_2} = -\frac{\beta_1 \beta_2}{f^2}.$$

Nach der Formel für die einfache Lateralvergrößerung ist aber, wenn wir in O_1 und O_2 je ein lineares Objekt senkrecht zur Achse voraussetzen, dessen Größe auch mit O_1 bezw. O_2 bezeichnet werden möge, und wenn J_1 und J_2 die Größen der in den Punkten J_1 und J_2 erzeugten zugehörigen Bilder bedeuten

$$\frac{\beta_1}{f} = \frac{f}{\alpha_1} = \frac{J_1}{O_1} = V_1; \quad \frac{\beta_2}{f} = \frac{f}{\alpha_2} = \frac{J_2}{O_2} = V_2,$$

also

$$\frac{\beta_2 - \beta_1}{\alpha_2 - \alpha_1} = -V_1 \cdot V_2,$$

d. h. das Verhältnis von auf der Hauptachse gelegenen konjugierten Strecken ist proportional dem Quadrat des geometrischen Mittels aus den in entsprechenden Endpunkten dieser Strecken bestehenden Lateralvergrößerungen. Ist $\alpha_2 - \alpha_1 = \Delta\alpha$, also auch $\beta_2 - \beta_1 = \Delta\beta$ verschwindend klein, so wird $V_1 = V_2 = V$, also

$$\frac{\Delta\beta}{\Delta\alpha} = -V^2;$$

„die Tiefenvergrößerung ist an jeder Stelle proportional dem Quadrat der Lateralvergrößerung“ oder die Tiefenvergrößerung ist, weil $V^2 = \frac{f^2}{\alpha^2}$, proportional dem Quadrat des reziproken Objektabstandes von der vorderen Brennebene, oder wegen $V^2 = \frac{\beta^2}{f^2}$ dem direkten Quadrat des Bildabstandes von der hinteren Brennebene (W. S. 41).

Das abbildende System sei nun im besonderen Falle ein teleskopisches. Wir verstehen hier unter einem teleskopischen System ein solches zentriertes System aus zwei Linsen verschwindender Dicke, in dem der hintere Brennpunkt der einen Linse mit dem vorderen der zweiten zusammenfällt, so daß der Abstand der beiden Linsen gleich der algebraischen Summe ihrer Brennweiten ist. In Fig. 8 bedeuten O_1 und O_2 zwei lineare zur Achse senkrechte Objekte in den Abständen α_1 und α_2 vom vorderen Brennpunkt F_1 der einen Linse, J'_1 und J'_2 ihre durch diese Linse erzeugten Bilder in den Abständen β'_1 und β'_2 vom hinteren Brennpunkt F'_1 der Linse, deren Brennweite f_1 sein möge. J'_1 und J'_2 sind für die zweite Linse von der Brennweite f_2 wieder selbst Objekte, und insofern sollen ihre Abstände vom vorderen Brennpunkt F_2 dieser Linse, der nach der Voraussetzung mit F'_1 zusammenfällt, α'_1 und α'_2 genannt werden; es ist also dem absoluten Werte nach (die Vorzeichen bestimmen sich im besonderen Falle durch die Bemerkung S. 5) $\beta'_1 = \alpha'_1$; $\beta'_2 = \alpha'_2$. Endlich seien J_1 und J_2 die durch die zweite Linse erzeugten Bilder von J'_1 und J'_2 im Abstande β_1 und β_2 vom

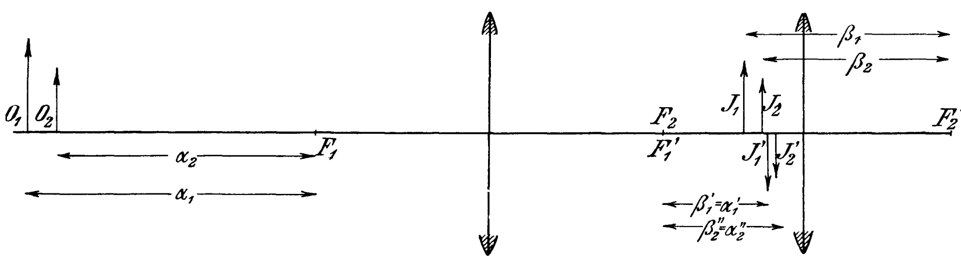

Fig. 8.

hinteren Brennpunkt F'_2 dieser Linse. Offenbar kann man J_1 und J_2 auch als die durch das ganze teleskopische System erzeugten Bilder von O_1 und O_2 betrachten. Nach der Formel für die laterale Vergrößerung ist dann zunächst

$$J'_1/O_1 = f_1/\alpha_1 = \beta'_1/f_1,$$
$$J_1/J'_1 = f_2/\alpha'_1 = f_2/\beta'_1;$$

folglich

$$J_1/O_1 = f_2/f_1 = V,$$

d. h. die durch ein teleskopisches System der betrachteten Art hervorgerufene Lateralvergrößerung ist konstant, und zwar gleich dem Verhältnis der Brennweiten der beiden das System zusammensetzenden Linsen, also gänzlich unabhängig von der Lage des abgebildeten Objekts auf der Achse.

Für die Tiefenvergrößerung durch die erste Linse gilt nach unseren allgemeinen Formeln

$$\frac{\beta'_2 - \beta'_1}{\alpha_2 - \alpha_1} = -\frac{f_1^2}{\alpha_1 \cdot \alpha_2} = -\frac{\beta'_1 \cdot \beta'_2}{f_1^2};$$

und für die Tiefenvergrößerung durch die zweite Linse

$$\frac{\beta_2 - \beta_1}{\alpha'_2 - \alpha'_1} = \frac{\beta_2 - \beta_1}{\beta'_2 - \beta'_1} = -\frac{f_2^2}{\alpha'_1 \cdot \alpha'_2} = -\frac{f^2_2}{\beta'_1 \cdot \beta'_2},$$

also

$$\frac{\beta_2 - \beta_1}{\alpha_2 - \alpha_1} = \frac{f_2^2}{f_1^2} = V^2,$$

d. h. die Tiefenvergrößerung ist für ein teleskopisches System ebenfalls konstant; das Verhältnis von auf der Hauptachse gelegenen konjugierten Strecken ist immer, auch wenn diese Strecken eine endliche Länge besitzen, gleich dem Quadrat der Lateralvergrößerung.

2. Das Konvergenzverhältnis.

Wir definierten das Konvergenzverhältnis oder die Angularvergrößerung als das „Verhältnis der Tangenten konjugierter Strahlachsenwinkel“ (W. S. 45). Bei der Ableitung des Wertes dieses Verhältnisses haben wir uns daran zu erinnern, daß jedem durch einen Objektpunkt gehenden Strahl ein durch den zugehörigen Bildpunkt gehender Strahl gegenseitig eindeutig zugeordnet ist. Sei also in Fig. 9, in der eine bikonvexe Linse mit den Brennpunkten F und F' und der Brennweite f gegeben ist, O_1 irgend ein achsial gelegener Objektpunkt, J_1 sein Bildpunkt. Außerdem sei auf derselben Seite von L wie O_1 ein lineares zur Achse senkrechtes Objekt $O\,O_2$ (Größe O_2) vorhanden, das $J\,J_2$ (Größe J_2) zum Bilde haben möge. Die Brennpunktsabstände der Objekte von F bezeichnen wir wieder mit α_1 und α_2, die Abstände der Bilder von F' mit β_1

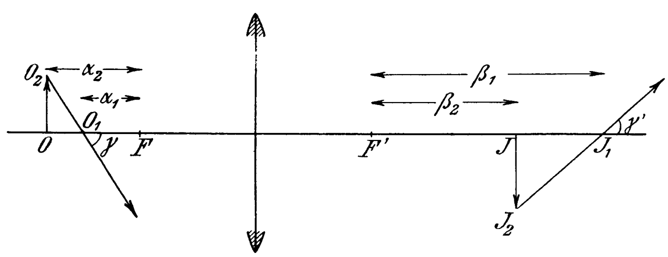

Fig. 9.

und β_2. Insofern nun der Lichtstrahl $O_2\,O_1$ durch O_1 geht, muß ihm ein und nur ein durch J_1 gehender Strahl, und insofern er durch O_2 geht, ein und nur ein durch J_2 gehender Strahl zugeordnet sein; folglich sind $O_2\,O_1$ und $J_2\,J_1$ zwei einander eindeutig zugeordnete Strahlen durch die konjugierten Punkte O_1 und J_1. Natürlich gibt es unendlich viele solcher Strahlen durch O_1 und J_1, die man erhalten kann, indem man die Größe von O_2 stetig von Null bis Unendlich zunehmen läßt. Der Winkel zwischen $O_2 \rightarrow O_1$ und der positiven Richtung der Achse $F \rightarrow F'$ sei γ, der entsprechende Winkel zwischen $J_2 \rightarrow J_1$ und $F \rightarrow F'$ sei γ'.

Es ist

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{O_2}{\alpha_2 - \alpha_1},$$

$$\operatorname{tg}\gamma' = -\frac{J_2}{\beta_2 - \beta_1},$$

also

$$\operatorname{tg}\gamma' / tg\,\gamma = -\frac{J_2}{O_2} \cdot \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\beta_2 - \beta_1}.$$

Nun fanden wir aber S. 19

$$\frac{\beta_2 - \beta_1}{\alpha_2 - \alpha_1} = -\frac{\beta_1 \beta_2}{f^2},$$

folglich

$$\operatorname{tg}\gamma'/tg\,\gamma = \frac{J_2}{O_2}\cdot\frac{f^2}{\beta_1\,\beta_2}.$$

Da aber

$$\frac{J_2}{O_2} = \frac{\beta_2}{f},$$

so wird schließlich

$$\operatorname{tg}\gamma'/tg\,\gamma = f/\beta_1 = 1/V_1,$$

wo V_1 die Vergrößerung in den konjugierten Achsenpunkten O_1, J_1 bedeutet. Das Verhältnis der Tangenten konjugierter Strahlenachsenwinkel ist also unabhängig von γ bezw. γ', d. h. für jedes Paar konjugierter Achsenpunkte konstant (W. S. 45). Ist O_1 der unendlich ferne Achsenpunkt, so wird $\gamma = 0$, und die vorstehende Ableitung verliert ihre Bedeutung. Wir können dann den Verbindungsstrahl $O_1\,O_2$ als einen im Abstande $\overline{O\,O_2}$ von der Achse parallel zu ihr auf die Linse treffenden Strahl auffassen, der also nach der Brechung durch den zweiten Brennpunkt geht. Es ergibt sich (Fig. 10) $\operatorname{tg}\gamma'/\overline{O\,O_2} = \frac{1}{f}$ d. h. das Verhältnis der Tangente des Winkels, den ein beliebiger Brennpunktsstrahl im Bildraum mit der Achse einschließt, zum Abstand des zugehörigen Objektstrahls von der Achse (also zur Größe des Objekts) ist konstant und tritt hier an Stelle des Konvergenzverhältnisses.

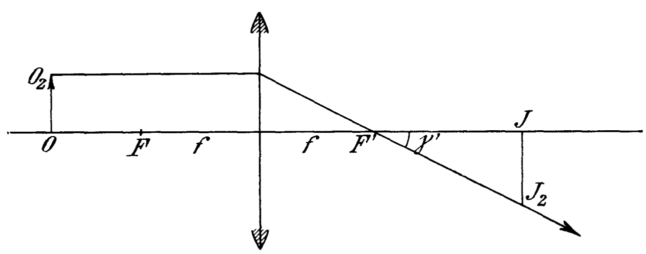

Fig. 10.

Lassen wir in Fig. 8 O_1 und J_1 zu Achsenpunkten zusammenschrumpfen und berechnen für diese beiden in bezug auf das ganze teleskopische System konjugierten Achsenpunkte das Konvergenzverhältnis, so ergibt sich

$$\operatorname{tg}\gamma'/\operatorname{tg}\gamma = \frac{J_2}{\beta_2-\beta_1} : \frac{O_2}{\alpha_2-\alpha_1} = \frac{J_2}{O_2}\cdot\frac{\alpha_2-\alpha_1}{\beta_2-\beta_1} = \frac{f_2}{f_1}\cdot\frac{f_1{}^2}{f_2{}^2} = \frac{f_1}{f_2} = \frac{1}{V} = \Gamma,$$

d. h. für teleskopische Systeme ist das Konvergenzverhältnis oder die Angularvergrößerung für jedes beliebige Paar konjugierter Achsenpunkte dasselbe, also für das ganze System eine Konstante Γ.

3. Absolutes und subjektives Maß der Vergrößerung der Instrumente zur Unterstützung des Sehens.

Da nach den Darlegungen der beiden letzten Abschnitte sowohl die Lateral- als auch die Tiefen- und mithin die Angularvergrößerung für teleskopische Systeme in allen konjugierten Punkten einen konstanten Wert V, V^2,

$\frac{1}{V}$ besitzt, hat es einen guten Sinn, von der durch ein teleskopisches System bewirkten Vergrößerung zu sprechen, auch ohne daß man an den subjektiven Gebrauch und Nutzen der Fernrohre denkt, und man würde nur näher anzugeben haben, welche der drei Vergrößerungen gemeint ist. Das Maß der Vergrößerung eines Teleskops kann in diesem Sinne als ein absolutes bezeichnet werden. Für die Praxis, in der es sich fast durchweg um den Gebrauch des Instruments zur Unterstützung des Sehens handelt, gewinnt dieses absolute Maß freilich nur dadurch Wert und Bedeutung, daß sich das subjektive Maß der Vergrößerung leicht aus ihm ableiten bezw. im vorliegenden Falle sogar mit ihm identifizieren läßt. Für dieses subjektive Maß tritt an Stelle des Verhältnisses der Größe des durch das Instrument erzeugten Bildes zu der Größe des Objektes das Verhältnis der entsprechenden beiden Netzhautbilder (vergl. Z. XVII, S. 145). Diese beiden Bilder verhalten sich aber zueinander wie die Tangenten der Winkel, unter denen sie vom Mittelpunkt der Augenpupille, dem Kreuzungspunkt der Visierlinien (Hauptstrahlen), aus erscheinen oder, was dasselbe sagt, wie die Tangenten der Winkel, unter denen von jenem Punkte aus das Objekt durch das Instrument hindurch bezw. ohne Instrument gesehen wird. Da nun beim richtigen Gebrauch des Fernrohres der Augenort im allgemeinen mit der A. P. des Instruments zusammenfällt, so kann der erste jener Winkel auch als der Winkel definiert werden, unter dem vom Mittelpunkt der A. P. des Fernrohrs aus das vom Fernrohr erzeugte Bild erscheint — dies ist ja eben nichts anderes als das durch das Instrument gesehene Objekt selbst. Der zweite Winkel läßt sich wegen der, im Vergleich zu den Dimensionen des Teleskops, unendlich großen Entfernung des Objekts gleich dem Winkel setzen, unter dem vom Mittelpunkt der E. P. des Instruments aus das Objekt selbst erscheint. Die Mittelpunkte von E. P. und A. P. eines jeden optischen Instruments sind aber konjugierte Achsenpunkte; das Verhältnis der Tangenten der soeben näher bezeichneten Winkel ist also gerade das Konvergenzverhältnis oder die Angularvergrößerung, und diese Vergrößernng ist für teleskopische Systeme konstant gleich dem Verhältnis der Brennweiten von Objektiv und Okular. Für teleskopische Systeme ist also in der Tat das subjektive und das objektive oder absolute Maß ihrer Vergrößerung genau das gleiche. Man würde allerdings sprachlich unterscheiden können: das absolute Maß ist das Konvergenzverhältnis schlechthin, das subjektive Maß ist das Konvergenzverhältnis in den Pupillen; einen sachlichen Unterschied begründet aber die Verschiedenheit der beiden Ausdrucksweisen nicht, es wäre vielmehr auch völlig gerechtfertigt, zu sagen: das absolute Maß der Vergrößerung eines teleskopischen Systems ist der Wert des Konvergenzverhältnisses in seinen Pupillen.

Gerade diese letzte Ausdrucksform, die in den Begriff des absoluten Maßes der Vergrößerung eines teleskopischen Systems eine hier überflüssige

Einschränkung einführt, gestattet die Ausdehnung dieses Begriffes auf nicht teleskopische Systeme. Wir wollen als Typus dieser nach Art der Mikroskope wirkenden Systeme die einfache Lupe wählen. Der Strahlengang der einfachen Lupe ist wesentlich durch die Stellung des Auges zu ihr bedingt. Seine Iris ist neben dem Rande oder der Fassung der Linse die einzige beim Sehen durch die Lupe wirksame physische Blende. Gewöhnlich wirkt die Iris dabei als Aperturblende, sie ist also die A. P. der Lupe, ihr durch die Lupe entworfenes Bild die E. P. Nun liegt bei dem normalen Gebrauch der Lupe die Iris stets nur sehr wenig außerhalb der hinteren Brennweite der Lupe, ihr Mittelpunkt fällt angenähert mit dem zweiten Brennpunkt zusammen. Ihr Bild, die E. P., liegt daher auf der Objektseite in sehr großer Entfernung vom ersten Brennpunkt, die Hauptstrahlen im Objektraum verlaufen parallel zur Achse, das System ist „nach der Bezeichnung Abbes nach der Objektseite telezentrisch" (W. S. 231). Verstehen wir unter den gemachten Voraussetzungen unter dem Vergrößerungsvermögen[1]) einer Lupe wieder das Konvergenzverhältnis in ihren Pupillen, so haben wir offenbar auch hier eine Art absoluten Maßes dieses Vermögens gewonnen, absolut, insofern es jedenfalls von der Sehweite des Beobachters, also dessen besonderer Augenbeschaffenheit unabhängig ist. Des telezentrischen Strahlengangs auf der Objektseite wegen ist das Konvergenzverhältnis hier das Verhältnis der Tangente des Winkels, unter dem vom Mittelpunkt der Augenpupille oder, was dasselbe sagt, der A. P. der Lupe aus das durch die Lupe entworfene Bild des Objekts erscheint, zur Größe dieses Objekts selbst. „Das Verhältnis (der Tangente) des Sehwinkels, unter welchem ein Objekt von der A. P. aus durch das Instrument erscheint, zur Größe dieses Objekts ist nach Abbe das richtige Maß für dessen Vergrößerungswirkung" (W. S. 226). In diesem Maß ist „nur derjenige Teil der Wirkung ausgedrückt, der von dem Instrument als solchem abhängt" (W. S. 228). Ist das durch die Lupe betrachtete Objekt ein Lot auf der Achse, dessen Endpunkt vom Fußpunkt den Abstand O hat, und bedeutet γ' den Sehwinkel, unter dem es durch die Lupe hindurch dem Betrachter erscheint, so ergibt sich nach früherem (S. 22) ohne weiteres für das Abbesche Maß des Vergrößerungsvermögens der Wert

$$V = \operatorname{tg} \gamma' / O = 1/f.$$

Wird f in Metern gemessen, so ist $1/f$ die sogenannte „Stärke" der Linse in Dioptrien, und man kann hiernach sagen, daß die Stärke einer Linse allein im wesentlichen das Maß für ihr Vergrößerungsvermögen ist (vergl. W. S. 227).

An sich liegt kein zwingender Grund vor, neben diesem „absoluten" oder objektiven Maß des Vergrößerungsvermögens einer Lupe ein relatives

---

[1]) S. Czapski unterscheidet Vergrößerungsvermögen (absolut) und Vergrößerung (subjektiv) der Lupe (W. S. 227).

oder subjektives Maß einzuführen. Das Objekt ist hier, im Gegensatz zu den gewöhnlichen Verhältnissen bei teleskopischer Betrachtung, zugänglich und eine direkte Ausmessung seiner Dimensionen wenigstens nicht prinzipiell ausgeschlossen. Wenn ein subjektives Maß trotzdem im Gebrauch und sogar nahezu im ausschließlichen Gebrauch ist, so läßt sich das zum Teil aus dem Wunsche, eine einheitliche Darstellung aller Instrumente zur Unterstützung des Sehens zu gewinnen, vorzugsweise aber aus dem praktischen Bedürfnis begreifen. Wir bringen kleine Gegenstände, die wir längere Zeit ohne Überanstrengung unserer Augen zu betrachten wünschen, also namentlich gewöhnliche Druckschrift, in die deutliche Sehweite l, die für Normalsichtige etwa 250 mm beträgt. Infolgedessen hat „jeder eine Vorstellung davon, in welcher Größe ihm z. B. 1 mm in der Entfernung von 250 mm erscheint" (W. S. 228). Definiert man also als subjektive Vergrößerung einer Lupe das Verhältnis der Tangenten der Winkel, „unter denen einmal das Bild des Gegenstandes im Instrument, und dann der Gegenstand selbst dem unbewaffneten Auge erscheint, wenn beide sich in der gleichen Entfernung l vom Auge befinden; oder was dasselbe ist, nach dem Verhältnis der Netzhautbilder in beiden Fällen" (W. S. 227), so entspricht diese Bestimmung nicht nur genau der Definition der subjektiven Vergrößerung für Teleskope, sondern hat auch den Vorzug vollkommener Anschaulichkeit für sich: eine Lupe leistet eine 5 fache Vergrößerung, wenn das in 250 mm Abstand vom Auge befindliche oder auf diese Entfernung projizierte Bild einer Strecke von 1 mm Länge 5 mal so groß erscheint als diese Strecke selbst in gleicher Entfernung vom Auge beim gewöhnlichen Sehen.

Nun läßt aber das Abbesche Maß des Vergrößerungsvermögens erkennen, daß die Tangente des Winkels γ', unter dem das Bild im Instrumente erscheint, im wesentlichen gänzlich unabhängig von der Lage dieses Bildes, genauer seinem Abstande von der Augenpupille, ist. Wir brauchen also, um zu der subjektiven Vergrößerung N zu gelangen, in der Formel $\operatorname{tg}\gamma'/O = 1/f = V$ nur den Nenner auf der linken Seite zu ändern, und zwar in O/l; denn das ist die Tangente des Winkels, unter welchem dem unbewaffneten Auge das in der deutlichen Sehweite l befindliche Objekt O erscheint. Dann erhalten wir

$$N = \operatorname{tg}\gamma'/(O/l) = l/f = l.V;$$

die subjektive „Vergrößerung ist also das l-fache des nach Abbe bestimmten Vergrößerungsvermögens", ihr Maß läßt „erkennen, daß der subjektive Nutzen, den ein Vergrößerungsinstrument einem Beobachter gewährt, proportional ist der Mindestentfernung, auf die er akkomodieren kann — für Weitsichtige also größer ist als für Kurzsichtige" (W. S. 228).

Die voranstehenden Betrachtungen lassen sich leicht auf das Mikroskop übertragen, wenn wir annehmen, daß Objektiv und Okular nur aus je einer unendlich dünnen Linse bestehen. Das Objektiv möge die Brennweite f_1, das Okular die Brennweite f_2 haben, der Abstand der einander am nächsten gelegenen Brennpunkte sei δ, die Länge des Rohres also $L = \delta + f_1 + f_2$. Das Objektiv erzeugt bekanntlich ein reelles Bild J' des Objekts O nahe am ersten Brennpunkt des Okulars, also im Abstande δ vom zweiten Brennpunkt des Objektivs. Daher ist $J'/O = \delta/f_1$. J' ist nun das Objekt für das als Lupe wirkende Okular und erzeugt das Bild J. Das absolute Maß für das Vergrößerungsvermögen dieser Lupe ist

$$V' = \operatorname{tg}\gamma'/J' = \operatorname{tg}\gamma'/(\delta . O/f_1) = 1/f_2;$$

also

$$\operatorname{tg}\gamma'/O = \delta/f_1 . f_2 = V.$$

Offenbar haben wir in V den von der Beschaffenheit des Mikroskops allein abhängigen Betrag der durch das Instrument erreichbaren Vergrößerung. Allerdings läßt sich hier V nur dann als der Wert des Konvergenzverhältnisses in den Pupillen auffassen, wenn man das Mikroskop mit Hilfe des Begriffes der äquivalenten Linse als einfache Lupe betrachtet. Die Brennweite dieser Lupe wäre bekanntlich $(f_1 . f_2)/\delta$ (Z. XVII, S. 147), und wenn wir die Augenpupille in dem zweiten Brennpunkt der äquivalenten Linse annehmen, wird der Strahlengang auf der Objektseite wieder telezentrisch, so daß sich die obige Formel für V ohne weiteres genau wie bei der gewöhnlichen Lupe ergibt. Entsprechend folgt dann für das subjektive Maß N der Vergrößerung eines Mikroskops die bekannte Beziehung

$$N = (l . \delta)/(f_1 . f_2) = l . V,$$

wo l wieder die deutliche Sehweite des Benutzers bedeutet. Natürlich würde es sich nicht verlohnen, nur dieses rein formalen Ergebnisses wegen auf der Schule den Begriff der äquivalenten Linse abzuleiten; die letzten Darlegungen sind nicht didaktischen Gesichtspunkten, sondern lediglich dem Bedürfnis wissenschaftlicher Vollständigkeit und Abrundung entsprungen. Sollte übrigens die Grundauffassung des vorliegenden Abschnitts, nämlich die Definition des absoluten Vergrößerungsvermögens jedes optischen Instrumentes durch das Konvergenzverhältnis in seinen Pupillen, Ablehnung finden, so müßte sie der Verfasser allein tragen, da er die in Winkelmanns Handbuch niedergelegten Gedanken und Ergebnisse gerade hier in sehr freier Weise dargestellt und begründet hat.

IV. Die einzelnen Instrumente zur Unterstützung des Sehens.

Wir wollen nun von den angestellten allgemeinen Betrachtungen die Anwendung auf Lupe, Mikroskop, Galileisches und Keplersches Fernrohr machen, also namentlich die Lage der Pupillen und Luken für diese Instrumente, Strahlengang und Größe des Gesichtsfeldes feststellen, nachdem das Wesentliche, das über die Vergrößerung zu sagen ist, bereits im vorhergehenden völlig erledigt ist.

1. Die Lupe.

Wie schon hervorgehoben wurde, wirkt beim Sehen durch die Lupe die Iris des betrachtenden Auges als Aperturblende, und zwar bei jeder Lage der Augenpupille, wenn ihr Durchmesser kleiner ist als derjenige des Lupenglases. Da gleichzeitig die Augenpupille die Basis der Strahlenbüschel ist, die von den Punkten des durch die Lupe erzeugten virtuellen Bildes aus divergieren und in das Innere des Auges eintreten, übernimmt sie die Funktion der A. P. der Lupe. Ihr durch die Lupe entworfenes Bild ist mithin E. P. Die E. P. ist also reell, wenn die Augenpupille außerhalb der zweiten Brennweite der Lupe liegt, virtuell, wenn sie in die Brennweite rückt, und unendlich fern in dem von uns als typisch bezeichneten Fall, wo Mittelpunkt der Augenpupille und zweiter Brennpunkt der Linse zusammenfallen. Da der Abstand dieser beiden Punkte unter allen Umständen nur klein ist, ergibt sich stets ein relativ großer Abstand der E. P. vom ersten Brennpunkt der Lupe. Der Rand oder die Fassung der Lupe selbst ist Gesichtsfeldblende; wir haben hier genau den bereits erledigten Fall, daß das Auge durch eine Art Fensteröffnung oder ein Brillenglas sieht. E. L. und A. L. fallen in dieser Gesichtsfeldblende zusammen, liegen also erheblich außerhalb des Objektes bezw. seines Bildes, das objektseitige sowohl wie das bildseitige Gesichtsfeld erscheinen vignettiert, unscharf begrenzt, nach außen hin zunehmend dunkler schattiert. Ist d der Abstand der A. P. (d. h. der E. P. des Auges) von der Lupe, $2p$ der Durchmesser der Lupe, 2π derjenige der E. P. des Auges, so bestimmt sich die Größe der 3 Zonen des bildseitigen Gesichtsfeldes durch die Gleichungen (vergl. S. 10 u. 11)

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{p - \pi}{d},$$

$$\operatorname{tg} \gamma' = \frac{p}{d},$$

$$\operatorname{tg} \gamma'' = \frac{p + \pi}{d}.$$

Die Größe des überhaupt noch durch Hauptstrahlen abgebildeten Teiles des Gesichtsfeldes ist also vom Durchmesser der Pupille des Beobachters unabhängig; der Halbmesser O des objektseitigen Gesichtsfeldes ergibt sich aus $\operatorname{tg} \gamma'/O = 1/f$, und zwar wird $O = f \, . \operatorname{tg} \gamma'$. Die Zeichnung des Strahlengangs für den allgemeineren Fall, in dem die A. P. nicht mit der zweiten Brennebene der Lupe zusammenfällt, ist in Fig. 11 angedeutet. Die Dimensionen (in der Richtung der Achse um die Hälfte verkürzt gezeichnet) sind nicht mit Rücksicht auf tatsächlich vorkommende Verhältnisse, sondern auf Deutlichkeit der Zeichnung gewählt. $L\,L$ ist die unendlich dünne, als Lupe dienende Konvexlinse von 4 cm Durchmesser und 25 Dioptrien, also 4 cm Brennweite. Das Objekt $O\,O'$ befindet sich innerhalb der vorderen Brennweite, 1 cm vom ersten Brennpunkt F entfernt, die Augenpupille A. P. außerhalb der zweiten Brennweite, 1,6 cm vom zweiten Brennpunkt F' entfernt; ihr Durchmesser ist zu 0,6 cm angenommen. Dann ist, weil $f^2 = \alpha \, . \, \beta$, die

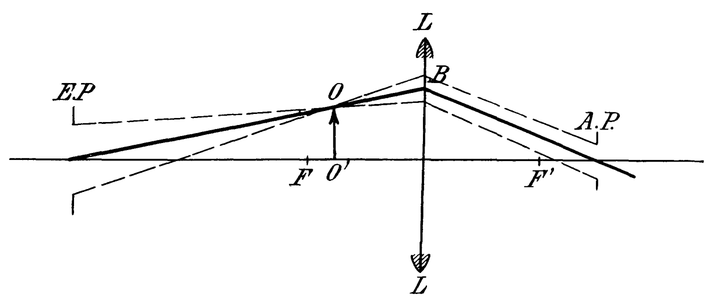

Fig. 11.
Strahlengang für eine Lupe mit verschwindender Dicke.

E. P., d. h. das durch die Lupe entworfene Bild von A. P., vom vorderen Brennpunkt der Lupe 10 cm entfernt, und ihr Durchmesser beträgt 1,5 cm nach der Formel $J/O = f/\alpha$. Die Verbindungslinie des Mittelpunkts der E. P. mit irgend einem Objektpunkt O stellt den von diesem Punkt ausgehenden Hauptstrahl dar. Er trifft die Linse in B, die Verbindungslinie von B mit dem Mittelpunkt von A. P. ist die Fortsetzung jenes Hauptstrahls im Bildraum. Bei einer Linse nicht verschwindender Dicke (Fig. 12) würde man, um den bildseitigen Teil des Hauptstrahls zu erhalten, zunächst das Bild von $O\,O'$ zu zeichnen haben, nämlich $J\,J'$ in 16 cm Abstand vom zweiten Brennpunkt F' und viermal so groß als $O\,O'$; dann wäre der O entsprechende Bildpunkt J mit dem Mittelpunkt von A. P. zu verbinden. Schneidet diese Verbindungslinie, der bildseitige Hauptstrahl, die bildseitige (hintere) Linsenfläche in B', während B jetzt den Schnittpunkt des objektseitigen Hauptstrahls mit der objektseitigen (vorderen) Linsenfläche bedeutet, so ist $B\,B'$ der Weg des Hauptstrahls in der Linse selbst. Einen Achsenschnitt des ganzen, den Punkt O abbildenden Strahlenkegels erhält man durch Verbinden von O mit den beiden Randpunkten der E. P. bezw. von J mit den Randpunkten der A. P. Ersichtlich werden also von verschiedenen

Objektpunkten bei der Abbildung verschiedene Teile der Lupe in Anspruch genommen, und die bei den üblichen Bildkonstruktionen der Lehrbücher fast stets verwendete Verbindungslinie des abzubildenden Objektpunkts mit dem Mittelpunkt der Linse entspricht durchaus nicht immer einem zu der Abbildung beitragenden Lichtstrahl, hat vielmehr hier im allgemeinen eine rein geometrische Bedeutung.

Das bildseitige Gesichtsfeld erhält man durch Verbinden des Mittelpunkts der A. P. mit den Linsenrändern. In dem gewählten Beispiele ist $\operatorname{tg}\gamma' = 2/5{,}6$; $\gamma' \sim 19^0\,39'$. Der Radius des objektseitigen Gesichtsfeldes wird $f \,.\, \operatorname{tg}\gamma' \sim 14$ mm.

Ist der Durchmesser der Augenpupille größer als der Durchmesser der Lupe, so kehren sich gewissermaßen alle im vorhergehenden abgeleiteten Beziehungen um. Der Lupenrand wird Aperturblende, die Iris Gesichtsfeldblende und zwar A. L. Ihr durch die Lupe entworfenes Bild ist E. L. In

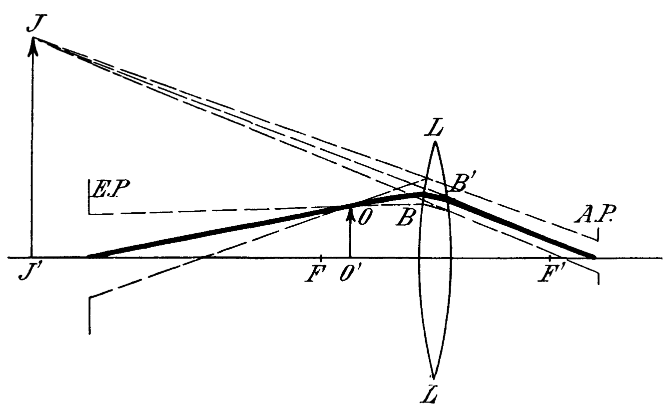

Fig. 12.
Strahlengang für eine Lupe mit nicht verschwindender Dicke.

der Lupe selbst fallen E. P. und A. P. zusammen. In diesem besonderen Falle gehen alle abbildenden Hauptstrahlen durch den Mittelpunkt der Lupe, die Lupe wird bei der Abbildung jedes Objektpunktes in allen ihren Teilen beansprucht. Wir werden Veranlassung haben, bei der Besprechung des Galileischen Fernrohrs auf diesen fundamentalen Unterschied, der seinen Grund in der Vertauschung der Funktionen von Pupillen und Luken hat, zurückzukommen.

2. Das Mikroskop.

Wir wollen für das Mikroskop wie für die übrigen aus Okular und Objektiv zusammengesetzten optischen Instrumente die vereinfachende, im allgemeinen aber auch zulässige Voraussetzung machen, daß durch das Okular keine in Betracht zu ziehenden Blendenwirkungen ausgeübt werden; der Strahlengang soll also durch das Okular keine Beeinflussung erfahren.

Am Orte des durch das Objektiv vom Objekte erzeugten reellen Bildes befindet sich im Tubus des Mikroskops eine Blende. Ihr durch das Objektiv entworfenes Bild muß an den Ort des Objekts selbst fallen, begrenzt mithin das objektseitige Gesichtsfeld, und zwar scharf, es ist die E. L. des Instruments. Die A. L. ist das vom Okular erzeugte Bild jener Blende, es ist virtuell und fällt selbstverständlich mit dem durch das ganze Mikroskop erzeugten virtuellen Bilde des Objekts zusammen, liegt also auf derselben Seite des Okulars wie das Objekt selbst in vergleichsweise unendlicher Entfernung vom Okular (da die physische Blende im Tubus sich nahe am ersten Brennpunkt des Okulars befindet). Das Mikroskopobjektiv selbst bestimmt demnach die Apertur der von den einzelnen Objektpunkten einfallenden Lichtkegel, wenigstens für selbstleuchtende Objekte. Werden die Objekte durch eine andere Lichtquelle beleuchtet, so behält das Objektiv seine Funktion als Aperturblende nur dann, wenn die infolge der künstlichen Beleuchtung von den Objektpunkten aus divergierenden Lichtkegel nicht eine kleinere Öffnung haben, als das Objektiv an und für sich bei einer allseitigen Lichtausbreitung bestimmen würde. Schließen wir diesen letzten Fall aus, so ist also das Objektiv als E. P. anzusprechen, ihr durch das ganze System, d. h. hier durch das Okular entworfenes Bild ist die A. P. Da das Objektiv stets weit außerhalb der Brennweite des Okulars liegt, fällt die A. P. sicher in den dem Auge zugänglichen Raum nicht weit vom zweiten Brennpunkt des Okulars. Man sieht sie als helles Scheibchen über dem Okular schweben, wenn man das Auge in den Abstand der deutlichen Sehweite bringt. Augenort und A. P. können mithin zur Deckung gebracht werden; bei richtigem Gebrauch des Mikroskops wirkt die Augenpupille nie als Gesichtsfeldblende, höchstens als Aperturblende. Ist, wie früher, f_1 die Brennweite des Objektivs, f_2 die des Okulars, δ der Abstand der beiden benachbarten Brennpunkte von Objektiv und Okular, bedeutet ferner $2p$ die Größe des Objektivdurchmessers, so ergibt sich für den Abstand x der A. P. vom zweiten Brennpunkt des Okulars, da das Objektiv selbst (die E. P.) vom ersten Brennpunkt den Abstand $f_1 + \delta$ hat,

$$x \,.\, (f_1 + \delta) = f_2^2; \quad x = f_2^2 / (f_1 + \delta).$$

Der Durchmesser $2p'$ der A. P. bestimmt sich aus

$$p'/p = f_2/(f_1 + \delta); \quad p' = (p \,.\, f_2)/(f_1 + \delta).$$

Da das Gesichtsfeld beim Sehen durch das Mikroskop durch die erwähnte physische Blende im Tubus scharf begrenzt wird, ist der bildseitige Gesichtsfeldwinkel $2 \,.\, \gamma'$ der Winkel, unter welchem jene Blende durch das Okular hindurch von der Eintrittspupille aus erscheint. Das Okular wirkt dabei als Lupe. Bezeichnen wir den Durchmesser der physischen Blende mit $2b$, so ist nach S. 24 unter der Voraussetzung, daß die A. P. nahezu in die zweite Brennebene des Okulars fällt,

$$\operatorname{tg} \gamma'/b = 1/f_2; \text{ also } \operatorname{tg} \gamma' = b/f_2.$$

Ist O die Größe des durch das Mikroskop betrachteten Objekts, so fanden wir

$$\operatorname{tg} \gamma'/O = \delta/f_1 f_2,$$

mithin

$$O = \frac{b \cdot f_1}{\delta}.$$

Hiernach ist die lineare Größe des objektseitigen Gesichtsfeldes von der Beschaffenheit des Okulars nur insoweit abhängig als dieses die Größe von b beeinflußt. Der Wert des Bruches b/δ beträgt in den gebräuchlichen Konstruktionstypen $^1/_6$ bis $^1/_{18}$ (W. S. 358), während die „optische Tubuslänge“ δ zwischen den Grenzen 150 bis 300 mm schwankt.

Fig. 13 gibt eine Skizze des Strahlenganges in unserem Mikroskop. $O\,b$ ist das Objektiv von $f_1 = 18$ mm Brennweite und $2\,p = 8$ mm Durchmesser, $O\,c$ das Okular von $f_2 = 30$ mm Brennweite und 15 mm Durchmesser, $B_2\,B_1$ die physische Blende im Tubus, $B_1'\,B_2'$ ihr durch $O\,b$ entworfenes Bild, also die E. L. des Systems, $B_2''\,B_1''$ ihr durch $O\,c$ erzeugtes Bild, die A. L. des Mikroskops. $b'\,O'$ ist das durch $O\,c$ entworfene Bild des Objektivs, also

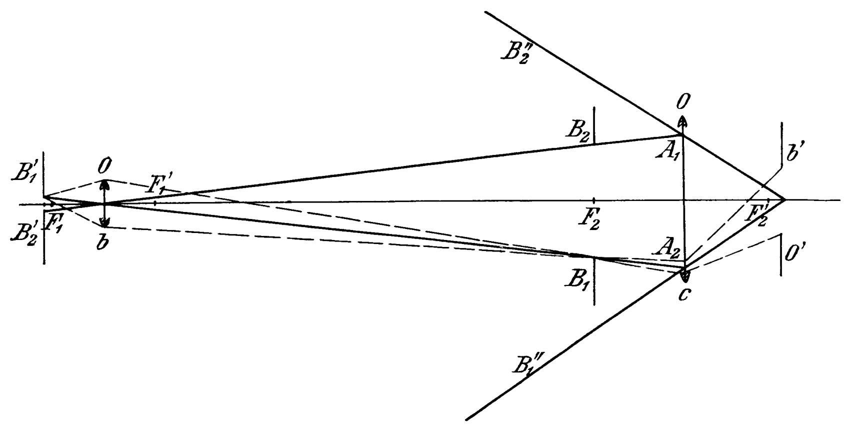

Fig. 13.
Strahlengang im einfachen Mikroskop.

die A. P. und gleichzeitig Augenort, während $O\,b$ selbst als E. P. wirkt. Wir zeichnen die Hauptstrahlen für die beiden äußersten Punkte $B_1'\,B_2'$ des objektseitigen Gesichtsfeldes, indem wir B_1' und B_2' mit der Mitte von $O\,b$ verbinden. Diese Strahlen müssen auch durch B_2 und B_1 gehen und treffen schließlich $O\,c$ in den Punkten A_1 und A_2. Die in das Auge eintretenden zugehörigen Hauptstrahlen sind durch die Verbindungslinien von A_1 und A_2 mit dem Mittelpunkte von $b'\,O'$ gegeben. Will man den ganzen, etwa von B_1' ausgehenden Strahlenkegel im Umriß skizzieren, so hat man noch B_1' mit den Randpunkten von $O\,b$ und diese Randpunkte mit B_1 zu verbinden, die Verbindungslinien über B_1 hinaus bis zu den Treffpunkten mit $O\,c$ zu verlängern und endlich diese Treffpunkte mit den Randpunkten von $b'\,O'$ zu verbinden. Wie man sieht, hat man zur Zeichnung der Hauptstrahlen hier, wo Linsen verschwindender Dicke vorausgesetzt sind, die A. L. nicht nötig. Dagegen ist die Benutzung der A. L. erforderlich, sobald man jene Voraussetzung fallen läßt und den Gang der gebrochenen Hauptstrahlen im Okular zur Anschauung bringen will. Bei den wirklich im Gebrauch befindlichen Mikroskopen liegen infolge der Zusammensetzung sowohl des Objektivs wie des Okulars aus mehreren Linsen die Verhältnisse verwickelter, doch ohne irgendwie zu prinzipiell neuen Betrachtungen zu nötigen. Die schematische Zeichnung für den Strahlengang in einem solchen Falle ist in WINKELMANNS Handbuch (S. 340, Fig. 116) und von da übernommen in A. BERLINERS Lehrbuch der Experimentalphysik (S. 755, Fig. 604) gegeben.

3. Das Galileische Fernrohr.

Hinsichtlich gewisser Besonderheiten des Strahlenganges und insbesondere der Gesichtsfeldbegrenzung läßt sich das Galileische Fernrohr mit der Lupe, das astronomische (Keplersche) mit dem Mikroskop in Parallele stellen. Wir beschäftigen uns zunächst mit dem Galileischen Fernrohr. Schon in der ersten Auflage von WINKELMANNS Handbuch hat CZAPSKI auf die zuerst von F. MOSSOTTI, und zwar bereits 1859, später von N. LUBIMOFF 1873 noch einmal gegebene richtige Darstellung des Strahlengangs im holländischen Fernrohr gegenüber den üblichen falschen Zeichnungen und Erörterungen der gangbaren Lehrbücher hingewiesen, aber er mußte auch in der 1904 erschienenen 2. Auflage jenes Handbuches die Bemerkung wiederholen, daß trotz alledem noch „fast stets“ an der falschen Darstellung festgehalten wird (W. S. 393). Wie sich bei der Lupe ein ganz verschiedener Strahlengang ergibt, je nachdem die Augenpupille kleiner oder größer ist als das Lupenglas (A. L.), genau so auch bei dem holländischen Fernrohr, je nachdem die Augenpupille kleiner oder größer ist als das vom Okular erzeugte Bild des Objektivs. Der gewöhnliche Fall ist der erste (Augenpupille kleiner als Objektivbild). In den Lehrbüchern wird aber fast stets nur der zweite, der Ausnahmefall (Augenpupille größer als Objektivbild), zur Darstellung gebracht, freilich nicht in dem Bewußtsein, daß man einen seltenen Sonderfall behandelt, sondern in dem guten oder eigentlich schlechten Glauben, eine ganz allgemein gültige Deduktion zu liefern. Man überträgt eben unbesehen die für Mikroskop und Keplersches Fernrohr in der Tat unbedingt und allgemein richtige Art der Zeichnung nach Schema F auf das Galileische Fernrohr, wo sie nur ausnahmsweise hinpaßt. Zur Einsicht in die hier obwaltenden Verhältnisse kann man nur durch Berücksichtigung der Pupillen und Luken gelangen.

Hält man einen Operngucker oder Feldstecher mit ausgestrecktem Arm so, daß das eine Okular sich etwa in der Entfernung der deutlichen Sehweite vom zugehörigen Auge befindet, so bemerkt man etwas hinter dem Okular eine glashelle Scheibe. Bringt man auf dem Objektiv eine Marke an oder behaucht es einfach und dreht es dann ein wenig in seinem Schraubengewinde, so erkennt man sofort, daß jene helle Scheibe das vom Okular erzeugte Bild der mittleren Zone des Objektivs ist. Der Rand des

Objektivbildes wird bei jener Stellung des Auges durch eine besondere physische Blende im Tubus verdeckt, beim normalen Gebrauche ist aber das Bild des ganzen Objektivs sichtbar, wie man sich leicht überzeugt, wenn man dabei mit einer Gänsefeder oder dergl. den Rand des Objektivs umfährt. Das vom ganzen Instrument entworfene Bild des Objekts liegt bekanntlich unendlich fern, wenn dies vom Objekte selbst gilt. Denn das von einer Stelle eines solchen Objekts ausgehende parallele Strahlenbüschel wird durch das Objektiv so gebrochen, daß es nach einem Punkte in dessen hinterer Brennebene konvergiert. Die hintere Brennebene des Objektivs fällt aber mit der einen Brennebene des Okulars, und zwar derjenigen, die bei konsequenter Bezeichnung die vordere zu nennen ist, zusammen; folglich erfolgt eine zweite Brechung jenes Strahlenbüschels im Okular derart, daß

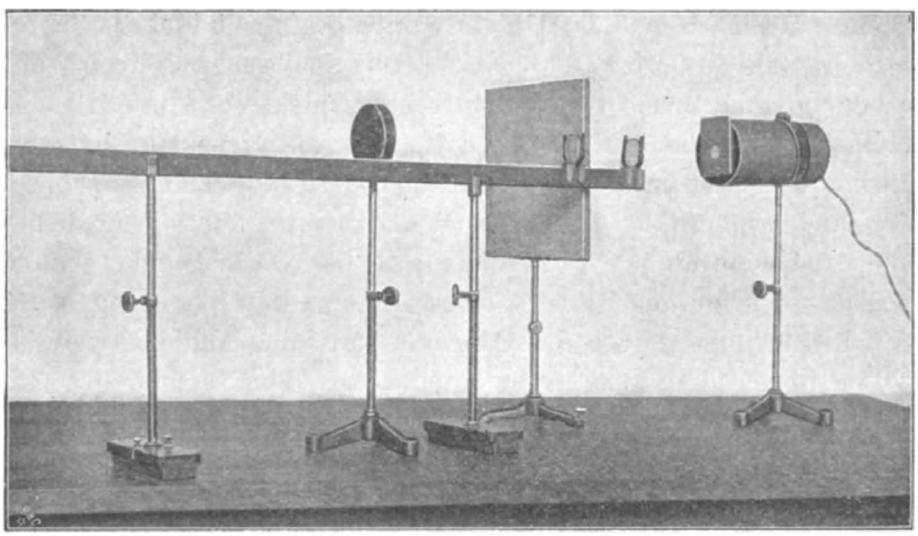

Fig. 14.

es nun wieder parallelstrahlig wird, nur daß nach dem Austritt aus dem Fernrohr die untereinander parallelen Strahlen mit der Achse des Instruments einen größeren Winkel einschließen als vor dem Eintritt in das Objektiv (in dem Werte des Konvergenzverhältnisses $\operatorname{tg}\gamma'/\operatorname{tg}\gamma = f_1/f_2$ ist hier nämlich die Brennweite f_1 des Objektivs stets größer als der absolute Wert der Brennweite f_2 des Okulars). Wenn die Augenpupille kleiner ist als das Objektivbild, so sieht also das Auge beim Gebrauche des Galileischen Fernrohrs das Objektbild durch das Objektivbild hindurch an, genau in derselben Weise, wie es beim Gebrauche der Lupe das Bild des Gegenstandes durch die Lupenlinse selbst wie durch eine gerahmte Fensterscheibe hindurch anschaut, falls der Durchmesser der Augenpupille kleiner ist als der Durchmesser der Lupe. Mit Rücksicht auf die Wichtigkeit der Rolle, die das vom Okular des Galileischen Fernrohrs erzeugte virtuelle Bild des Objektivs spielt, empfiehlt es sich wohl, dieses Bild im Unterricht auch objektiv nach dem in II, 1 angegebenen Verfahren zu demonstrieren. Fig. 14 zeigt die Anordnung. An einem Ende des Meterlineals ist eine Bikonvexlinse von 5 Dioptrien als Objektiv, 10 cm davon entfernt eine Bikonkavlinse von 10 Dioptrien als Okular eines Galileischen Fernrohrs auf dem Lineal befestigt. Das Objektiv wird durch die mit Mattscheibe versehene Glühlampe beleuchtet. Das Objektivbild entsteht 5 cm vom Okular und Objektiv entfernt, der Hohlspiegel ist also bei 120 cm Krümmungsradius in 125 cm Abstand vom Objektiv aufzustellen, dann erhält man auf einem von Objektiv und Okular gleich weit entfernten Schirm ein zur Demonstration von Ort und Größe des virtuellen Objektivbildes dienendes reelles Bild des Objektivs.

Unter der gemachten Voraussetzung wirkt das Objektivbild als Gesichtsfeldblende für das bildseitige Gesichtsfeld, also als A. L. des ganzen Instruments. Demnach muß das Objektiv selbst E. L. sein und die Begrenzung für das objektseitige Gesichtsfeld liefern. Diese in wechselseitiger Abhängigkeit stehenden Funktionen von Objektiv und Objektivbild lassen sich durch zwei einfache Versuche, auf die mich Herr Dr. S. Czapski in Jena brieflich freundlichst aufmerksam gemacht hat, geradezu ad oculos demonstrieren. Blendet man peripherische Teile des Objektivs etwa durch eine dicht davor gehaltene Irisblende ab, so verkleinert sich das Gesichtsfeld genau so wie beim Hinaussehen aus dem Innern eines Zimmers durch eine engere Fensteröffnung. Richtet man ferner das Opernglas auf eine hellleuchtende Lampe so, daß sie eben hinter dem einen Rand, etwa dem rechten des Gesichtsfeldes, verschwindet, d. h. fixiert man diesen Rand und läßt nun das Auge bei ganz ruhig gehaltenem Fernrohr nach links schweifen, so taucht die Lampe im indirekten Gesichtsfeld wieder auf, blickt man abermals nach ihr hin, so verschwindet sie von neuem. Genau dieselbe Erscheinung läßt sich bei herausgeschraubten Gläsern des Instruments hervorrufen oder noch einfacher, wenn man mit ausgestrecktem Arme die Zeitung zwischen Auge und Lampe so hält, daß die Lampe eben hinter dem einen Rande des Blattes verschwindet; bewegt man das Auge nun in entgegengesetzter Richtung, also nach links, wenn man rechts, nach unten, wenn man z. B. eine Hängelampe nach oben verschwinden ließ, so sieht man um so mehr von der Lampe wieder, je weiter man das Auge in die betreffende entgegengesetzte Richtung dreht. In Fig. 15 bedeutet $E E'$ das Gesichtsfeld, O den linken Schirmrand (linken Rand der Zeitung), $P P$ die Lage der Pupille bei ruhendem, $P' P'$ bei nach rechts, $P'' P''$ bei nach links zurückgedrehtem Auge (der Augenmittelpunkt liegt dabei etwa 10,5 mm hinter der Pupille). $A O P$, $A' O P'$, $A'' O P''$ sind die äußersten Randstrahlen, die vom rechten Teile des Gesichtsfeldes bei diesen verschiedenen Lagen noch durch die Pupille eintreten können; die Figur zeigt ohne weiteres, wie sich bei der Drehung der Pupille aus der Lage $P' P'$ in die Stellung $P'' P''$ das Gesichtsfeld nach rechts hin vergrößert.

Da die A. L. des Galileischen Fernrohrs nicht mit dem bildseitigen Gesichtsfeld zusammenfällt, muß dieses genau wie bei der Lupe vom Mittelpunkte aus nach außen hin an Helligkeit allmählich abnehmen; geradeso wie dort lassen sich drei Zonen verschiedener Lichtstärke konstruieren. Die Abschattierung des Gesichtsfeldes tritt in der Tat sehr deutlich in die Erscheinung, wenn man das Fernrohr nach dem Himmel oder einer anderen gleichmäßig erleuchteten Fläche richtet. Ist der Halbmesser des Objektivbildes p', derjenige der Augenpupille (A. P.) π und der Abstand dieser Pupille vom Objektivbild d', so bestimmt sich nach S. 10 u. 11 die Größe der drei Zonen durch die Gleichungen

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{p' - \pi}{d'}; \qquad \operatorname{tg}\gamma' = \frac{p'}{d'}; \qquad \operatorname{tg}\gamma'' = \frac{p' + \pi}{d'},$$

und zwar gibt die zweite dieser drei Gleichungen wieder das Ausmaß des noch durch Hauptstrahlen abgebildeten Teiles des bildseitigen Gesichtsfeldes an. Man kann also, wenn man nur diesen Teil in Betracht zieht, sagen: die Größe des scheinbaren Gesichtsfeldes eines Galileischen

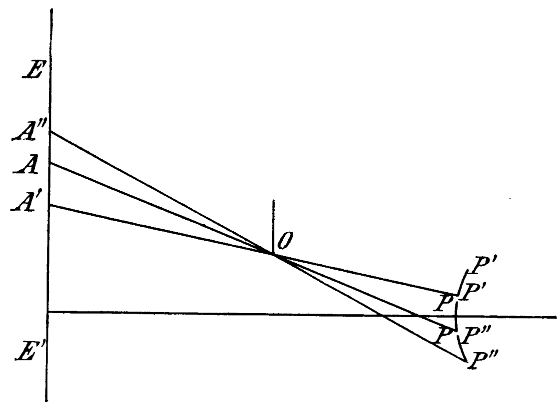

Fig. 15.

Fernrohrs ist gleich dem Sehwinkel, unter welchem das Objektivbild vom Auge aus erscheint. Entsprechend ist selbstverständlich die Größe des objektiven Gesichtsfeldes gleich dem Sehwinkel, unter dem sich vom Mittelpunkt der E. P. des Instrumentes aus das Objektiv selbst darbietet. Bevor wir diese Größe bestimmen, bringen wir die obigen drei Gleichungen auf eine für die Praxis bequemere Form, indem wir die der unmittelbaren Messung unzugänglichen Größen p' und d' durch bekannte oder leicht meßbare Werte ersetzen. Wir benutzen dabei statt der Vergrößerung V des Teleskops deren reziproken Wert $1/V = \Gamma = f_1/f_2$ d. h. das Konvergenzverhältnis; die laterale Vergrößerung ist dann $1/\Gamma$ und die Tiefenvergrößerung $1/\Gamma^2$. Nennen wir den Halbmesser des Objektivs p, so ist $p' = p/\Gamma$. Sei ferner der Abstand des Objektivbildes vom zweiten Brennpunkt des Okulars (dies ist der dem Objektiv am nächsten liegende Brennpunkt) gleich x, so ergibt sich nach der Formel für die konstante Tiefenvergrößerung teleskopischer Systeme, weil das Objektiv selbst vom ersten Brennpunkt des

Okulars den Abstand f_1 besitzt, $x = f_1/\Gamma^2$. Ist endlich der Abstand des Augenpunktes vom Okular a, so erhalten wir $d' = a + f_2 - x$, $d' = a + f_2 - f_1/\Gamma^2$ oder auch wegen $f_2 = f_1/\Gamma$ schließlich $d' = a + f_1/\Gamma - f_1/\Gamma^2 = a + f_1 \cdot \frac{\Gamma - 1}{\Gamma^2}$; das negative Vorzeichen von x in dieser Formel erklärt sich aus der Lage des Objektivbildes innerhalb der Brennweite des Okulars. Setzen wir die gefundenen Werte in den obigen Gleichungen ein und berücksichtigen, daß die Länge des Fernrohrs $l = f_1 - f_2$ ist, so erhalten wir (W. S. 390) für die Tangente des halben Sehwinkels der drei Gebiete im Bildraum

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{p' - \pi}{d'} = \frac{(p/\Gamma - \pi) \cdot \Gamma^2}{a \cdot \Gamma^2 + f_1(\Gamma - 1)} = \frac{(p - \pi \cdot \Gamma)\,\Gamma}{a \cdot \Gamma^2 + f_1(\Gamma - 1)} = \frac{p - \pi\,\Gamma}{a\,\Gamma + l};$$

$$\operatorname{tg}\gamma' = \frac{p'}{d'} = \frac{p \cdot \Gamma}{a \cdot \Gamma^2 + f_1(\Gamma - 1)} = \frac{p}{a\,\Gamma + l};$$

$$\operatorname{tg}\gamma'' = \frac{p' + \pi}{d'} = \frac{(p + \pi\,\Gamma) \cdot \Gamma}{a \cdot \Gamma^2 + f_1(\Gamma - 1)} = \frac{p + \pi\,\Gamma}{a\,\Gamma + l}.$$

Aus dem Begriffe des Konvergenzverhältnisses folgt nun: „Die Tangenten der diesen Bildwinkeln entsprechenden Winkel im Objektraum sind einfach je der Γte Teil der oben angegebenen, werden also erhalten, indem man in den obigen drei Gleichungen rechts den Faktor Γ jedesmal wegläßt" (W. S. 391).

Aus dem Umstande, daß für den von uns hier zunächst besprochenen Typus des Galileischen Fernrohrs ($\pi < p'$ oder $p > \pi \cdot \Gamma$) die Augenpupille selbst als A. P. auftritt, während das vom Instrument entworfene Bild etwa in gleicher Entfernung wie das Objekt selbst liegt, ergibt sich die wichtige Tatsache, daß beim Sehen durch einen solchen gewöhnlichen Feldstecher oder Operngucker „die Helligkeit in der Mitte des Sehfeldes immer gleich der des Sehens mit bloßem Auge" ist, abgesehen von den geringen Lichtverlusten „durch partielle Reflexionen an und Absorptionen in den Linsen" (W. S. 392). Das Auge reagiert also auch beim Gebrauche des Feldstechers in ganz gleicher Weise und mit ganz gleichem Erfolge auf stärkere oder schwächere Lichtreize durch Kontraktion oder Erweiterung der Pupille wie im unbewaffneten Zustande. Czapski nennt dies „ein geradezu ideales Verhältnis, nämlich dasjenige, bei dem die Bedingung der größtmöglichen mit einem optischen Instrument überhaupt erzielbaren Lichtstärke erfüllt ist", und macht darauf aufmerksam, wie gerade darum diese Fernrohre bei schwacher Beleuchtung, wie im Theater, „unübertrefflich" sind (S. Czapski, Über neue Arten von Fernrohren insbesondere für den Handgebrauch, Berlin, Leonhard Simion 1895, S. 5). Beim astronomischen Fernrohr, wo, wie wir noch hören werden, im allgemeinen das Objektivbild A. P. des Instrumentes ist, fehlt eben deswegen eine solche „Identität zwischen der Aufnahmefähigkeit des Auges für Lichteindrücke (der Pupillenöffnung) und der Weite der wirksamen Strahlenbüschel" (ebenda S. 5).

Wir gehen nun zur Zeichnung des Strahlenganges im Galileischen Fernrohr über. Hierfür brauchen wir noch die Kenntnis der Lage der E. P. des Instruments d. h. des durch das ganze System entworfenen Bildes der A. P. oder Augenpupille. Da die Mittelpunkte von Objektiv und Objektivbild einerseits, die von E. P. und A. P. andrerseits konjugierte Punkte in bezug auf das ganze System sind, kann der Abstand d' von A. P. und Objektivbild als das Bild des Abstandes d von E. P. und Objektiv aufgefaßt werden, und daher muß nach der Formel für die konstante Tiefenvergrößerung teleskopischer Systeme $d'/d = V^2$ oder $d/d' = \Gamma^2$ sein. Wir hatten aber bereits $d' = a + f_1 \frac{(\Gamma - 1)}{\Gamma^2}$ gefunden, folglich wird

$$d = a\,\Gamma^2 + f_1\,(\Gamma - 1) = a\,.\,\Gamma^2 + \Gamma\,.\,l.$$

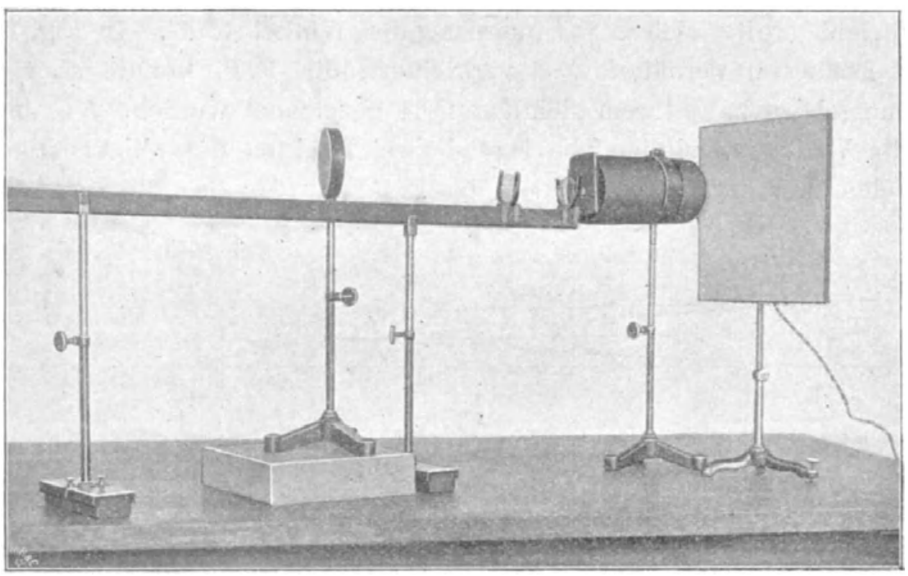

Fig. 16.

Für die Größe der E. P. ergibt sich aus (E. P.)/(A. P.) $= 1/V = \Gamma$ der Γ-fache Wert der A. P., also $2\,\pi\,.\,\Gamma$. Die E. P. ist natürlich wegen des dispansiven Okulars ein virtuelles Bild, das auf der Augenseite des Fernrohrs, und zwar, wie der Wert von d erkennen läßt, weit hinter der Augenpupille liegt. Gerade hier empfiehlt sich dieser eigenartigen Lage wegen die objektive Demonstration ganz besonders. Wir benutzen dafür die gleiche Linsenzusammenstellung wie beim Aufzeigen des Objektivbildes. Die Augenpupille (A. P.) wird durch einen Blendenverschluß der Glühlampe dargestellt, den wir, um jede Verwechslung mit Linsenbildern auszuschließen, quadratisch wählen (Fig. 16). Die Stellung von Hohlspiegel und Schirm ist ohne weiteres aus der Figur zu erkennen.

Um nun der Darstellung des Strahlengangs möglichst solche Maßverhältnisse zugrunde zu legen, die in Wirklichkeit bei der am meisten verbreiteten Form des Galileischen Fernrohrs, dem gewöhnlichen Operngucker, zur Anwendung kommen, setzen wir ein Objektiv von 6 Dioptrien, also $f_1 = 16{,}7$ cm, und ein Okular von 20 Dioptrien, mithin $f_2 = 5$ cm, voraus, so daß $\Gamma = 16{,}7/5$ wird. Der Durchmesser $2\,p$ des Objektivs sei 3 cm, derjenige der Augenpupille (A. P.) $2\,\pi = 0{,}6$ cm, ihr Abstand a vom Okular 1,5 cm. Dann folgt aus $d' = a + f_1 \frac{\Gamma - 1}{\Gamma^2}$ für den Abstand d' des Objektivbildes von der A. P. rund 5 cm. Der Durchmesser $2\,p'$ des Objektivbildes ist $2\,p/\Gamma$, also 0,9 cm. Der Abstand der E. P. vom Objektiv beträgt $a \,.\, \Gamma^2 + f_1 \,.\, (\Gamma - 1)$, also 55,8 cm; ihr Durchmesser ist $2\,\pi \,.\, \Gamma$ d. h. rund 2 cm. Die Größe der noch durch Hauptstrahlen getroffenen Zone des bildseitigen Gesichtsfeldes bestimmt sich aus $\operatorname{tg} \gamma' = \frac{p \,.\, \Gamma}{a\,\Gamma^2 + f_1\,(\Gamma - 1)} = 0{,}09$; $\gamma' \sim 5^0\ 10'$, so daß der ganze Gesichtsfeldwinkel etwa $10^0\ 20'$ wird. Für das objektseitige Gesichtsfeld ergibt sich als entsprechender Winkel $3^0\ 6'$. In Fig. 17 sind alle Maßstäbe im Verhältnis 2 : 3 verkleinert, die E. P. konnte aber wegen Platzmangels nicht an ihrem richtigen Orte gezeichnet werden. $E\,C$ und $E'\,C$ sind die Verbindungslinien von irgend zwei Punkten des objektseitigen Gesichtsfeldes mit dem Mittelpunkt C der E. P. ($P'\ P'$), also die Hauptstrahlen

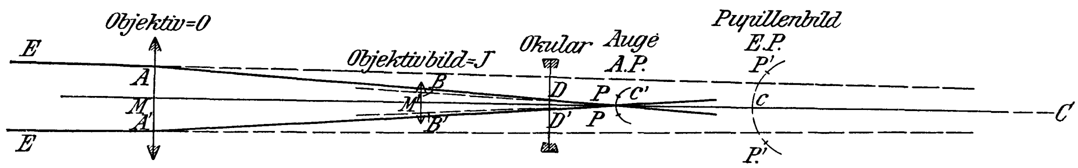

Fig. 17.
Strahlengang im Galileischen Fernrohr für $p > \pi \cdot \Gamma$.
(Die Entfernung des Pupillenbildes vom Objektiv müßte ungefähr 5 mal so groß sein; $E\,A$ und $E'\,A'$ zielen nach dem in der richtigen Entfernung gedachten Punkte C.)

der die Abbildung jener Punkte bewirkenden Strahlenbüschel. Sie treffen das Objektiv in den Punkten A und A'. Zu A und A' konstruieren wir die entsprechenden Punkte B und B' des Objektivbildes, indem wir $M'\,B = M\,A/\Gamma$ und $M'\,B' = M\,A'/\Gamma$ machen. Die Verbindungslinien von B und B' mit dem Mittelpunkte C' der A. P. ($P\,P$) sind die aus dem Okular austretenden, zu $E\,C$ und $E'\,C$ konjugierten Hauptstrahlen. Ihre Schnittpunkte mit dem Okular seien D und D'. Die Verbindungslinien $A\,D$ und $A'\,D'$ geben schließlich den Gang dieser Hauptstrahlen im Instrumente selbst an, so daß $E A D C'$ und $E'\,A'\,D'\,C'$ den gesamten Verlauf der abbildenden Strahlenbüschel für die beiden in Betracht gezogenen Punkte des objektseitigen Gesichtsfeldes repräsentieren. Die Fehlerhaftigkeit oder mindestens Einseitigkeit der üblichen Lehrbuchzeichnungen zur Erläuterung des Strahlenverlaufs im Galileischen Fernrohr liegt nun klar zutage. Fast stets findet man da auf der Objektseite Strahlen von beliebigen, etwa den äußersten, Objektpunkten aus durch den **Mittelpunkt** des Objektivs gezogen, aber es wird verschwiegen, daß diese Strahlen im allgemeinen nicht aus dem Instrument austreten, also auch nicht an der Bilderzeugung beteiligt sind. Nur der konzentrische Teil des objektseitigen Gesichtsfeldes, der die Projektion der E. P. vom Mittelpunkte M des Objektivs aus auf die Ebene jenes Gesichtsfeldes darstellt, sendet Strahlen aus, die durch M gehen und das Okular wieder verlassen. Nennt man den Winkel zwischen MP' und der Achse des Instruments η, so erhält man die Größe jenes konzentrischen Teiles durch die Gleichung

$$\operatorname{tg}\eta = \frac{\pi \cdot \Gamma}{a \cdot \Gamma^2 + f_1(\Gamma - 1)},$$

während sich die Größe des ganzen objektseitigen Gesichtsfeldes durch

$$\operatorname{tg}\chi = \frac{p + \pi\Gamma}{a\Gamma^2 + f_1(\Gamma - 1)}$$

bestimmt, wenn χ der Winkel ist, unter dem der Radius der äußersten Umgrenzung des objektseitigen Gesichtsfeldes vom Mittelpunkt der E. P. aus erscheint. Unser oben benutztes Zahlenbeispiel gibt $\eta = 2^0\ 3'$ und $\chi = 5^0\ 7'$, und hieraus läßt sich berechnen, daß die konzentrische Zone, für welche die übliche Zeichnung allenfalls einwandfrei wäre, noch nicht einmal den 6. Teil des gesamten objektseitigen Gesichtsfeldes beträgt. Aber auch selbst für die Punkte dieser Zone gehen keineswegs die Hauptstrahlen der abbildenden Büschel durch den Mittelpunkt des Objektivs, dies gilt vielmehr einzig und allein für den Mittelpunkt des Gesichtsfeldes. Das Galileische Fernrohr zeigt ein der Lupe ähnliches Verhalten, wie ein Blick auf Fig. 17 lehrt, also auch darin, daß die abbildenden Strahlenbüschel nicht das ganze Objektiv, sondern verschiedene Teile des Objektivs je nach dem Orte ihrer Herkunft beanspruchen. Eben darum bewirkt eine Verkleinerung des Objektivs durch Abblenden auch stets eine Verkleinerung des Gesichtsfeldes, ganz im Gegensatz zum astronomischen Fernrohr, wo durch eine beliebige Einengung des Objektivs immer nur eine Verringerung der Lichtstärke, niemals aber eine Abnahme der Gesichtsfeldgröße herbeigeführt wird.

Die Voraussetzung aller voranstehenden Erörterungen war, daß die Augenpupille kleiner als das Objektivbild, $\pi < p'$ oder, was dasselbe besagt, daß $p > \pi \cdot \Gamma$ d. h. der Durchmesser des Objektivs größer ist als der mit dem Werte des Konvergenzverhältnisses (der Vergrößerung) des Fernrohrs multiplizierte Durchmesser der Augenpupille. Mit Rücksicht auf den Abstand der beiden Augen des Beobachters von einander kann man bei binokularen Instrumenten den Objektivdurchmesser nicht wesentlich größer als 30 mm machen, gewöhnlich bleibt man etwas unter diesem Werte. Bei den gewöhnlichen Operngläsern und Feldstechern geht man höchstens bis zu einer 4-fachen Vergrößerung, meist aber nur bis zu einem wesentlich geringeren Betrage. Den Pupillendurchmesser beim Gebrauch dieser Instrumente kann man auf 4 bis 6 mm veranschlagen. Bei einem Objektivdurchmesser von nur 25 mm ist die obige Voraussetzung hiernach immer erfüllt. Erst von einer 5—6-fachen Vergrößerung an könnte $p < \pi\Gamma$

und $p' < \pi$ werden. Dann wäre die Augenpupille größer als das Objektivbild, ihr Bild größer als das Objektiv, und es würde ein Rollentausch stattfinden. Das Objektiv übernimmt das Amt der E. P. des Fernrohrs, es bestimmt die Öffnung der abbildenden Strahlenbüschel; das Bild der Augenpupille wird zur E. L., es schränkt das objektseitige Gesichtsfeld ein. Entsprechend verwandelt sich das Objektivbild in die A. P., die Augenpupille selbst in die A. L. Die Helligkeitsabstufung des Gesichtsfeldes in drei Zonen bleibt, wie ein Blick auf die Fig. 5 lehrt, bestehen. Aber die von verschiedenen Objektpunkten ausgehenden, zur Abbildung beitragenden Strahlenbüschel beanspruchen jetzt sämtlich das ganze Objektiv. Eine Abblendung peripherischer Teile des Objektivs hat daher auch keine Einschränkung des Gesichtsfeldes mehr zur Folge, sondern nur eine Verminderung der Lichtstärke. Nur auf diesen Fall passen also die üblichen Zeichnungen des Strahlengangs; hier sind in der Tat die Hauptstrahlen Verbindungslinien der Objektpunkte mit dem Mittelpunkte des Objektivs bezw. der Bildpunkte mit dem Mittelpunkte des Objektivbildes, wie Fig. 18 für zwei äußerste Hauptstrahlen, also solche, die von Punkten der äußeren Peripherie der zweiten

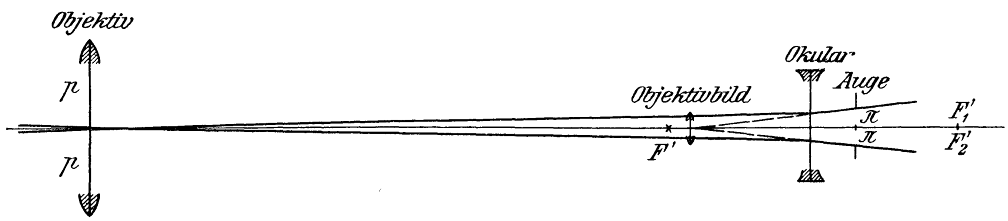

Fig. 18.
Strahlengang im Galileischen Fernrohr für $p < \pi \cdot \Gamma$.

Zone des Gesichtsfeldes ausgehen, zeigt. Das scheinbare (bildseitige) Gesichtsfeld ist hier (vergl. Fig. 5) gleich dem Sehwinkel, unter dem vom Mittelpunkt des Objektivbildes aus die Augenpupille, das wahre (objektseitige) gleich dem Sehwinkel, unter dem von der Mitte des Objektivs aus das Bild der Augenpupille erscheint. Rechnungsmäßig auf diesen Fall hier näher einzugehen, verlohnt sich nicht, da es eben ein außergewöhnlicher ist. Denn die Vorzüge des Galileischen Fernrohrs gegenüber dem terrestrischen bestehen in der Kürze und Einfachheit seines Baues und dem damit verbundenen geringen Gewicht und billigen Herstellungspreis, außerdem in der Lichtstärke, die bei den terrestrischen Handfernrohren aus praktischen Gründen stets „weit unter dem erreichbaren Maximum bleibt“ (Czapski a. a. O. S. 13). Diese Vorzüge verschwinden aber umsomehr, je weiter man über eine etwa 4-fache Vergrößerung hinausgeht. Die Vermehrung der Vergrößerung kann im wesentlichen nur durch Vergrößerung der Brennweite des Objektivs bei unveränderter Brennweite des Okulars erreicht werden, ist also notwendig mit einem Zuwachs des Abstandes der beiden Linsen verbunden, der das Instrument bald völlig unhandlich macht. Vor allen Dingen nimmt aber die Größe des scheinbaren Gesichtsfeldes mit wachsender Vergrößerung stark ab; denn für die durch Hauptstrahlen abgebildete Zone gilt bei schwächeren Vergrößerungen $\operatorname{tg}\gamma' = \frac{p}{a\Gamma + l}$, bei stärkeren $\operatorname{tg}\gamma' = \frac{\pi}{a\Gamma^2 + l\Gamma}$, und namentlich der letzte Ausdruck nimmt offenbar mit wachsendem Γ rasch ab. Aus diesen Gründen muß man sich bei der Herstellung holländischer Fernrohre auf schwache Vergrößerungen beschränken. Darum aber ist es wenig angebracht, bei der Besprechung des Galileischen Fernrohres nur die für starke Vergrößerungen gültigen Verhältnisse zu erörtern.

4. Das astronomische Fernrohr.

Der äußerlich durch die Verschiedenheit der Okulare gekennzeichnete Unterschied zwischen dem holländischen oder Galileischen und dem Keplerschen oder astronomischen Fernrohr kommt des näheren „darauf hinaus, ob das Bild der Objektivöffnung im Sinne der Lichtbewegung vor oder hinter der letzten Okularfläche liegt“ (W. S. 388). Bei dem astronomischen Fernrohr wird dieses Bild im zugänglichen Teile des Raumes entworfen, das Auge kann daher mit ihm zur Deckung gebracht werden. Infolgedessen wirkt die Augenpupille hier nie als Gesichtsfeldblende, höchstens als Aperturblende, und zwar dann, wenn der Halbmesser π der Augenpupille kleiner ist als der Radius p' des Objektivbildes, also wenn $\pi < p'$ oder $\pi \,.\, \Gamma < p$; „im Falle $p' < \pi$ ist das Bild der Objektivöffnung nach Lage und Größe Austrittspupille, das Objektiv selber Aperturblende und Eintrittspupille“ (W. S. 397). An der Stelle des Rohres, wo das Objektiv ein reelles, umgekehrtes Bild des Objekts erzeugt, befindet sich stets ein Diaphragma D, so daß genau wie beim Mikroskop objekt- und bildseitiges Gesichtsfeld eine scharfe Begrenzung erhalten und sich mit E. L. bezw. A. L. decken. Der Durchmesser des Diaphragmas sei $2 \,.\, b$; seine Größe wird „unter dem Gesichtspunkt gewählt, daß einmal innerhalb desselben die Helligkeit eine ganz oder doch nahezu gleichmäßige ... sein soll, und ferner das Sehfeld nur so weit reicht, als, sei es das Objektiv, sei es das Okular für sich oder beide zusammen genügend scharfe Abbildung geben“ (W. S. 398).

Der bildseitige Gesichtsfeldwinkel ist also derjenige, unter welchem jene Blende durch das Okular hindurch von der A. P. aus erscheint, und wird aus der früher aufgestellten Formel für das Vergrößerungsvermögen einer Lupe erhalten (vergl. S. 24). Ist die Hälfte jenes Winkels γ', und bezeichnet wieder f_2 die Brennweite des Okulars, so ist $\operatorname{tg}\gamma'/b = 1/f_2$; also $\operatorname{tg}\gamma' = b/f_2$. Die Tangente des halben objektseitigen Gesichtsfeldwinkels wird hieraus gemäß dem Begriffe des Konvergenzverhältnisses durch Division mit Γ erhalten.

Fig. 19 skizziert den Strahlengang eines astronomischen Fernrohrs für die äußersten Hauptstrahlen. Es ist ein Objektiv von $f_1 = 30$ cm Brennweite und $p = 3$ cm Radius, ein Okular von $f_2 = 3$ cm Brennweite und ein Diaphragma im Rohr von $b = 1$ cm Radius angenommen. Die Vergrößerung (das Konvergenzverhältnis) würde also 10 und die angulare Größe des scheinbaren Gesichtsfeldes rund 37^0 sein. Der Abstand x des Objektivbildes vom zweiten (hinteren) Brennpunkt des Okulars beträgt $f_1/\Gamma^2 = 0{,}3$ cm, sein Radius ist $p' = p/\Gamma = 0{,}3$ cm. Nehmen wir als Maximalwert des Pupillendurchmessers 0,6 cm an, so würde also die Bedingung $\pi\,\Gamma < p$ dafür, daß die Augenpupille nicht als Aperturblende wirkt, mithin die größtmögliche

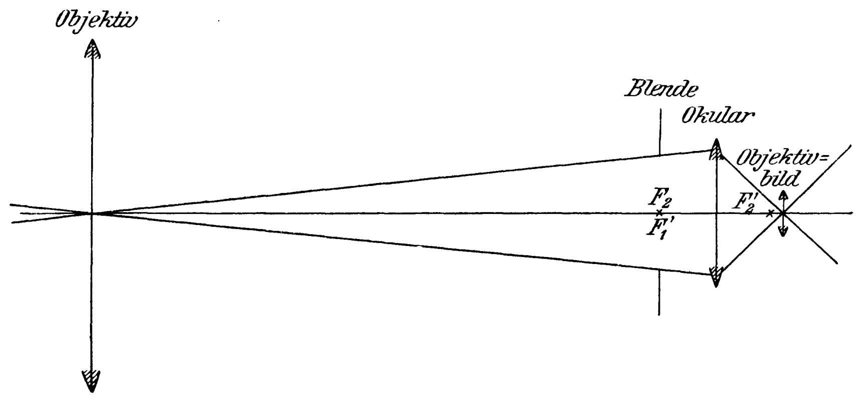

Fig. 19.
Strahlengang im astronomischen Fernrohr.

Helligkeit beim Gebrauche des Instrumentes erzielt wird, im allgemeinen erfüllt sein. Die Hauptstrahlen der von beliebigen Objektpunkten herrührenden Strahlenbüschel gehen sämtlich durch den Mittelpunkt des Objektivs als der E. P., nach Austritt aus dem Fernrohr gehen sie alle durch den Mittelpunkt des Objektivbildes als der A. P. Die objektseitigen Strahlenbüschel beanspruchen durchweg das ganze Objektiv in gleicher Weise, die Verringerung des Objektivdurchmessers hat also in der Tat, wie bereits erwähnt, nur eine Verminderung der Lichtstärke zur Folge.

der Lehrer der Naturwissenschaft — insbesondere der fundamentalen Disziplinen Physik und Chemie — durch die stündlich sich erneuernden Bedürfnisse des Unterrichtes selbst immer wieder an jene Grundfragen herangeführt. Bei dieser Sachlage erscheint es an der Zeit, auch hier zusammenfassend und in größeren Zügen weiterbildend vorzugehn, derart, daß das immer noch wachsende Interesse an der Philosophie der Naturwissenschaft in geordnete Bahnen gelenkt und zur Förderung der Wissenschaft wie des Unterrichts herangezogen wird. Auch diesem wichtigen Zwecke sollen die „Sonderhefte" dienen. —

Die „Sonderhefte" erscheinen im ungefähren Format der Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht und werden zwanglos sowohl ihrem Umfange, wie der Zeit ihres Erscheinens nach ausgegeben. Jedes Heft ist einzeln käuflich, der Preis richtet sich nach dem Umfange. Eine größere Zahl von Heften im Gesamtumfange von ca. 40 Bogen wird zu je einem Bande (Preis etwa 12—16 M.) vereinigt.

Bis jetzt sind erschienen:

Heft 1: **Die elektrische Glühlampe im Dienste des physikalischen Unterrichts.** Von **E. Grimsehl,** Professor an der Oberrealschule auf der Uhlenhorst in Hamburg. Preis M. 2,—.

Heft 2: **Zur gegenwärtigen Naturphilosophie.** Von **Dr. Alois Höfler,** o. ö. Professor an der Deutschen Universität Prag. Preis M. 3,60.

Heft 3: **Der naturwissenschaftliche Unterricht — insbesondere in Physik und Chemie — bei uns und im Auslande.** Von **Dr. Karl T. Fischer,** a. o. Professor an der Kgl. Technischen Hochschule in München. Preis M. 2,—.

Heft 4: **Wie sind die physikalischen Schülerübungen praktisch zu gestalten?** Von **Hermann Hahn,** Oberlehrer am Dorotheenstädtischen Realgymnasium zu Berlin. Preis M. 2,—.

Demnächst erscheinen:

Über die Erfahrungsgrundlagen unseres Wissens. Von **Dr. A. Meinong,** o. Professor an der Universität Graz.

Die Centrifugalkraft. Ein Beitrag zur Revision der Newtonschen Bewegungsgesetze. Von **F. Poske.**

Später wird erscheinen:

Über Ursache, Kraft und Disposition. Von **Dr. A. Meinong,** o. Professor an der Universität Graz.

Bestellungen nehmen alle Buchhandlungen entgegen.

Verlagsbuchhandlung von Julius Springer

Berlin N. 24, Monbijouplatz 3.