

# ТЕПЛООБМЕН, МАССООБМЕН И ГИДРОДИНАМИКА

закрученных  
потоков  
в осесимметричных  
каналах

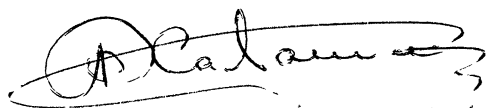




В. К. ШУКИН, А. А. ХАЛАТОВ

ТЕПЛОБМЕН,  
МАССОБМЕН  
И ГИДРОДИНАМИКА  
ЗАКРУЧЕННЫХ ПОТОКОВ  
В ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ КАНАЛАХ

Глубокоуважаемому  
Виталию Михайловичу Иевлеву  
с искренней благодарностью от  
автора.

  
г. Киев, 1984г.



ББК 39.55

Щ94

УДК 629.7 536.27+662.987

Рецензент чл.-корр. АН СССР В. М. Иевлев

Щукин В. К., Халатов А. А.

Щ94

Теплообмен, массообмен и гидродинамика закрученных потоков в осесимметричных каналах.— М.: Машиностроение, 1982, — 200 с., ил.

65 к.

В книге приведены результаты исследований и методы расчета тепло-, массообмена и гидродинамических характеристик в осесимметричных каналах при местной закрутке потока.

Представлены подробные сведения по локальным, интегральным и турбулентным характеристикам внутренних закрученных потоков в цилиндрических, сужающихся и расширяющихся каналах при различных граничных и геометрических условиях. Приведены законы трения, тепло- и массообмена, уравнения для расчета основных локальных и интегральных характеристик закрученного потока.

Книга предназначена для инженеров авиационной промышленности.

Щ  $\frac{3606000000-235}{038(01)-82}$  235-82.

ББК 39.55

## ПРЕДИСЛОВИЕ

В книге рассматривается местная закрутка потока в неподвижном осесимметричном канале, при которой вращательное движение газа или жидкости создается закручивающим устройством (завихрителем), установленным на входе в канал. Местная закрутка потока в осесимметричных каналах широко используется в различных отраслях техники с целью совершенствования и интенсификации рабочих процессов машин и аппаратов.

В книге в систематизированной форме представлены результаты комплексного исследования гидродинамики, тепло- и массообмена в осесимметричных каналах при местной закрутке потока. Предложены физически обоснованные методы расчета локальных и интегральных характеристик тепло-, массообмена и трения при разнообразных условиях, обладающие достаточной степенью универсальности. Приведены подробные результаты исследования полей скоростей и давлений, интенсивности пульсаций, корреляций, локального тепло- и массообмена в цилиндрических, сужающихся и расширяющихся каналах. Исследован широкий диапазон изменения граничных и геометрических условий однозначности (вдув через пронцаемую стенку, частичная закрутка на входе, диафрагмирование выходного сечения и т. д.).

Обоснованы универсальные свойства интегрального параметра закрутки как критерия гидромеханического подобия внутренних закрученных потоков. С использованием этого параметра обобщены практически все результаты исследований, представленные в периодической печати. Получены универсальные зависимости для расчета локальных и интегральных характеристик закрученного потока в осесимметричных каналах, пригодные для произвольных способов и законов местной закрутки

Авторами предложена физически обоснованная модель внутреннего закрученного потока в интегральной форме, рассмотрены методы и результаты решения системы интегральных соотношений для практически важных случаев. Развита асимптотическая теория и на ее основе получены относительные законы трения, тепло- и массообмена для внутренних потоков с закруткой. Предложен простой метод анализа устойчивости закрученных потоков.

В книге рассмотрены ламинарные и турбулентные закрученные течения, но большая часть результатов относится к турбулентным потокам.

Авторы выражают глубокую благодарность рецензенту книги чл.-корр. АН СССР В. М. Иевлеву, а также д-ру техн. наук Б. В. Дзюбенко за ряд ценных советов и замечаний, которые способствовали улучшению книги.

Авторы признательны Л. В. Игнатевой, И. Н. Никитиной и О. Е. Таран за помощь в оформлении книги.



## УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

$\frac{c_x}{2}, \frac{c_\varphi}{2}$	— коэффициенты поверхностного трения в направлениях $x, \varphi$ ;
$B, B_*$	— параметры вдува;
$b, b_T$	— параметры проницаемости;
$d$	— диаметр;
$E$	— энергия закрученного потока;
$F$	— площадь;
$\Phi_*, \Phi$	— интегральные параметры закрутки потока;
$\Gamma = u r$	— циркуляция вращательной скорости потока;
$H_x, H_{x\varphi}$	— формпараметры закрученного потока;
$K$	— осевая составляющая полного потока количества движения;
$K_x$	— осевая составляющая потока количества движения;
$l$	— длина канала, длина пути перемешивания;
$M$	— осевая составляющая потока момента количества движения;
$n$	— показатель интенсивности закрутки завихрителя;
$p^*, p$	— полное и статическое давление в потоке;
$R$	— внутренний радиус канала;
$r, \varphi, x$	— цилиндрические координаты;
$r_{\varphi^*}$	— радиус максимального значения вращательной скорости;
$Re_d = w_* d / \nu$	— локальное число Рейнольдса;
$Re_d = \psi_{cp} d / \nu$	— среднее число Рейнольдса;
$Re_w$	— число Рейнольдса для вдува;
$Re^{**}, Re_T^{**}, Re_{B.M}^{**}$	— числа Рейнольдса, построенные по толщине потери импульса, толщине потери энергии и толщине вытеснения;
$St, St^D$	— тепловое и диффузионное число Стантона;
$T$	— температура;
$w, u, v$	— осевая, вращательная и радиальная составляющие скорости;
$W$	— суммарная скорость закрученного потока;
$w_{**} = \sqrt{\tau_{xw} / \rho}$	— осевая динамическая скорость;
$W_{**} = \sqrt{\tau_{\Sigma w} / \rho}$	— суммарная динамическая скорость;
$z$	— концентрация;
$\alpha, \beta$	— коэффициенты тепло- и массоотдачи;
$\delta_x^*, \delta_x^{**}, \delta_{xp}^{**}$	— условные толщины в области пристенного течения;
$\xi_j$	— отдельные составляющие гидравлического сопротивления;
$\xi, \eta, \zeta$	— система координат, связанная с винтовой линией тока;
$\psi, \psi_T, \psi_M$	— относительные функции трения, тепло- и массообмена в закрученном потоке;

$\lambda$	— коэффициент теплопроводности;
$\rho$	— плотность;
$\mu$	— динамический коэффициент вязкости;
$\tau$	— касательные напряжения трения;
$\varphi_x, \varphi_\Sigma, \eta_x, \eta_\Sigma$	— универсальные координаты для области пристенного течения;
$\varphi, \varphi_H$	— угол закрутки потока, угол закрутки лопаток завихрителя при $r = R$ ;
$\epsilon_i$	— интенсивность пульсаций ( $i = \xi, \eta, \zeta$ );

## И н д е к с ы

*	— максимальные значения параметров;
вх	— условия на входе;
г	— геометрический параметр;
к	— конфузор;
н	— начальные значения параметров;
о. т	— обратные течения;
ср	— средние значения параметров;
э	— эквивалентные условия;
ш	— условия на поверхности;
1	— условия на границе вязкого подслоя.

## МЕСТНАЯ ЗАКРУТКА ПОТОКА В КАНАЛАХ

## 1.1. ОСОБЕННОСТИ ЗАКРУЧЕННЫХ ТЕЧЕНИЙ

Закрученный поток в осесимметричных каналах относится к группе пространственных течений в поле центробежных массовых сил. Он характеризуется соизмеримым отношением двух (осевой и вращательной), а в некоторых случаях и трех составляющих скорости, наличием поперечного и продольного градиентов давления, значительными турбулентными пульсациями.

При местной закрутке потока благодаря силам вязкости происходит непрерывное изменение структуры потока по длине канала вплоть до полного вырождения вращательного движения. Поэтому в таких условиях не существует стабилизированного закрученного течения. Это обстоятельство является причиной усложнения механизма протекающих в закрученном потоке процессов и трудностей выявления управляющих этими процессами закономерностей. Поэтому другие виды пространственных потоков в поле центробежных массовых сил — течения в криволинейных каналах, циклонных и вихревых камерах, в зазоре между вращающимися цилиндрами — оказались изученными более обстоятельно [34, 47, 67].

Центробежные силы, возникающие в закрученном потоке вследствие появления вращательной составляющей скорости, оттесняют поток к стенке канала, что приводит к изменениям в распределении осевой скорости: в периферийной зоне эта скорость увеличивается, а в приосевой — уменьшается. Перестройка профиля осевой скорости по длине вследствие уменьшения интенсивности закрутки и геометрических особенностей продольного сечения канала приводит к появлению радиальной составляющей скорости, которая в некоторых случаях соизмерима с осевой и вращательной (в соплах, каналах переменного сечения). Характерной особенностью закрученных потоков является радиальный градиент статического давления.

Внутреннее закрученное движение характеризуется еще одной важной особенностью. Поскольку поток движется по винтовой линии, то в пристенной области имеет место течение, аналогичное обтеканию "вогнутой" поверхности. Радиус ее "кривизны" не является постоянным, а определяется углом закрутки потока на поверхности канала. Около вогнутой поверхности, как известно, обменные процессы усиливаются, а в непосредст-

венной близости от поверхности возникают вихри Тейлора—Гёртлера. Вихри имеют чередующееся левое и правое вращение, а их оси совпадают с вектором суммарной скорости. Эта особенность приводит к более высокому уровню процессов тепло- и массообмена по сравнению с осевым потоком при прочих равных условиях.

Специфической особенностью закрученных потоков является возникновение областей течения с активным или консервативным воздействием центробежных массовых сил на структуру потока, в которых поле массовых сил способствует развитию случайных возмущений или подавляет их.

Местная закрутка потока широко используется в энергетических установках и других технических устройствах для организации и интенсификации различных процессов. Закрутка является эффективным средством стабилизации пламени в камерах сгорания авиационных двигателей, используется для интенсификации тепло- и массообмена в каналах, защиты стенок камеры и стабилизации электрической дуги в плазмотронах [18] и т. д. Большие перспективы имеет использование закрутки в вихревых МГД-генераторах, для регулирования тяги ракетных двигателей [30], удержания тяжелых атомов урана в камерах ядерных энергетических установок [35], в химической, нефтяной, газовой и других отраслях промышленности.

Развитие новой техники требует изучения локальных, интегральных и турбулентных свойств закрученного потока в специфических условиях — в каналах с изменяющейся по длине площадью поперечного сечения, при диафрагмировании выходного сечения и т. д. Между тем закономерности течения, тепло- и массообмена в осесимметричных каналах с местной закруткой потока изучены недостаточно. Имеющиеся в литературе результаты в подавляющем большинстве относятся к исследованию осредненных характеристик течения и теплообмена в непроницаемых трубах с частными законами начальной закрутки. Так многочисленные результаты исследований по гидравлическому сопротивлению и среднему теплообмену достаточно полно отражены в [67].

Рассмотренные выше физические особенности закрученных течений отражаются на закономерностях протекающих в них процессов. Поэтому предлагаемое некоторыми авторами формальное использование методов, разработанных для осевых потоков, к потокам с закруткой на основе принципа "спрямления" линий тока возможно только при незначительной интенсивности закрутки.

Недостаточно разработаны методические основы обобщения опытных данных по внутренним закрученным потокам. Использование геометрических характеристик завихрителя в качестве критерия интенсивности закрутки, как это делается в подавляющем большинстве исследований, не позволяет считать эмпиричес-

кие уравнения универсальными. Эти уравнения не могут использоваться для расчета процессов течения, тепло- и массообмена с иными граничными условиями и способами начальной закрутки.

Изучение внутренних закрученных потоков представляет не только самостоятельный научный интерес; оно имеет большое значение для теории трехмерного пограничного слоя. Наличие двух компонент напряжения трения, а также сходство свойств пристенного закрученного течения и пространственного пограничного слоя позволяют считать закрученный поток промежуточной стадией в разработке теории трехмерного пограничного слоя.

В связи с изложенными выше соображениями следует считать, что дальнейшее изучение закономерностей течения, тепло- и массообмена закрученных потоков в осесимметричных каналах, систематизация этих данных и разработка универсальных инженерных методов расчета таких течений являются актуальной научной и прикладной проблемой. Результаты этих исследований найдут широкое использование в различных областях техники.

В настоящей работе результаты детального исследования макро- и микроструктуры потока, закрученного с использованием различных видов завихрителей, использованы для построения математической модели закрученного потока и разработки универсального способа обобщения результатов его экспериментального исследования, которые позволили построить физические обоснованные методы расчета тепло-, массообмена и трения в таких потоках.

## 1.2. СПОСОБЫ МЕСТНОЙ ЗАКРУТКИ ПОТОКА

Местная закрутка потока может быть осуществлена с помощью аксиально-лопаточного или шнекового завихрителя, а также путем тангенциального подвода жидкости через одно или несколько периферийных отверстий, через улитку или через тангенциально-лопаточный аппарат. Местную закрутку можно создать также вращением входного участка канала с сетками и хонейкомбами, а также вращением пористого вращающегося диска или вертушки внутри канала.

Аксиально-лопаточный завихритель представляет собой осевой направляющий аппарат, в центральной части которого размещается тело вращения, улучшающее аэродинамику завихрителя и повышающее жесткость лопаток. Лопатки обычно изготавливаются из листового материала, они могут быть плоскими или криволинейными. В последнем случае создаются условия для безотрывного обтекания лопаток завихрителя.

Геометрический угол закрутки можно изменять по радиусу канала. Если лопатку изогнуть по цилиндрической поверхности постоянного радиуса, то изменение угла закрутки по радиусу ка-

нала можно достичь изменением ширины лопатки. На рис. 1.1 показан завихритель с лопатками переменной ширины, профилированными по дуге окружности (а), и завихритель с плоскими лопатками (б).

Геометрический угол закрутки в выходном сечении завихрителя может отличаться от угла закрутки потока, который представляет собой угол между вектором осевой составляющей скорости потока и вектором, равным сумме осевой и вращательной составляющих скорости.

Разница между этими углами зависит от числа и ширины лопаток в завихрителе и уменьшается с увеличением этих параметров.

Закон изменения угла закрутки по радиусу может быть различным, но его удобно задать в виде уравнения

$$u r^n = \text{const}, \quad (1.1)$$

где  $u$  — вращательная составляющая скорости жидкости при выходе из завихрителя на радиусе  $r$ .

Величина показателя  $n$  может принимать различные значения. В частности, при  $n=1$  реализуется закрутка по закону постоянства циркуляции (потенциальное вращение), при  $n=0$  обеспечивается постоянство угла закрутки по радиусу, а при  $n=-1$  — закрутка по закону твердого тела (кватитвердое вращение).

Для реализации закона (1.1) на выходе из завихрителя его лопатки должны иметь определенную зависимость геометрического угла закрутки от радиуса  $\varphi = f(r)$ . Эта зависимость может быть получена для любого радиального распределения осевых скоростей перед входом в завихритель. Наиболее простая зависи-

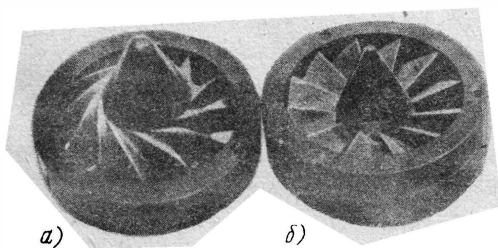


Рис. 1.1. Аксильно-лопаточные завихрители с профилированными (а) и плоскими (б) лопатками

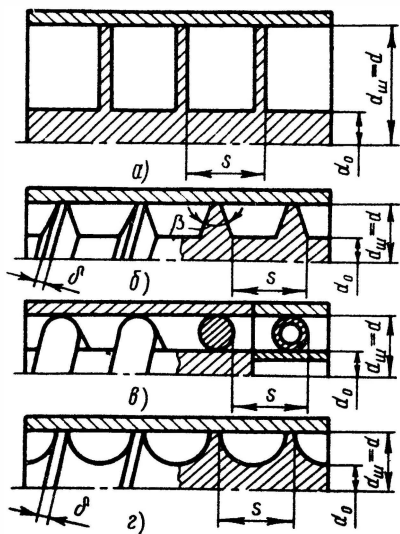


Рис. 1.2. Завихрители шнекового типа:

а — с прямоугольной канавкой; б — с трапециевидной канавкой; в — шнек, образованный навивкой проволоки или трубки; г — с полукруглой канавкой

мость  $\varphi = f(r)$  получается для равномерного распределения осевых скоростей перед завихрителем. В этом случае на основе гипотезы цилиндрических сечений и выражения (1.1) легко найти

$$\operatorname{tg} \varphi = \left(\frac{R}{r}\right)^n \operatorname{tg} \varphi_n, \quad (1.2)$$

где  $R$  — наружный радиус проходного сечения завихрителя, а  $\varphi_n$  — геометрический угол закрутки на этом радиусе.

Аксиально-лопаточный завихритель создает широкие возможности формирования скоростных полей на входе в канал, отличающихся степенью закрутки потока и характером изменения вращательной скорости по радиусу. Поэтому в экспериментальном плане наиболее подробно изучены потоки, закрученные с помощью аксиально-лопаточных завихрителей. Основные параметры исследованных завихрителей с  $d = 2R = 80$  мм приведены в табл. 1.1.

Т а б л и ц а 1.1

$\varphi_n^0$	$n$	-1	0	1	3	Плоские лопатки
15					+	
30					+	
45		+	+	+	+	+
60					+	

Все завихрители имели по 12 лопаток; относительный диаметр центрального тела у завихрителей с криволинейными лопатками составлял  $\bar{d}_0 = d_0/d = 0,475$ , а у завихрителя с плоскими лопатками  $\bar{d}_0 = 0,46$ . Осевой размер завихрителей по наружному диаметру равнялся 25 мм.

В некоторых опытах использовалась другая серия завихрителей с  $d = 106$  мм и плоскими лопатками с углом закрутки 15, 25, 35, 45 и 60°. Эти завихрители также имели по 12 лопаток, но для исключения осевого просвета проточной части ширина лопаток к периферии увеличивалась, а у завихрителя с углом закрутки 15° между основными лопатками установлены 12 дополнительных лопаток, которые прикреплены консольно к корпусу завихрителя. Эти завихрители имели  $\bar{d}_0 = 0,131$ .

Разновидности завихрителей шнекового типа показаны на рис. 1.2, а, б, в, г. Обычно они используются при необходимости создать закрутку потока с углом больше 45°.



Шнек может быть однозаходным или многозаходным. Для однозаходной шнековой вставки шаг  $s$  (см. рис. 1.2) соответствует повороту ребра шнека на  $360^\circ$ . Поэтому в общем случае геометрический угол закрутки на наружном диаметре многозаходного шнека записывается выражением

$$\operatorname{tg} \varphi_{\text{н}} = \frac{\pi d_{\text{ш}}}{ks}, \quad (1.3)$$

где  $d_{\text{ш}}$  — наружный диаметр шнека;  $k$  — число заходов.

Величина шага шнека не зависит от расстояния между осью шнека и рассматриваемым цилиндрическим сечением, поэтому при уменьшении радиуса геометрический угол уменьшается.

Важной геометрической характеристикой шнекового завихрителя является эквивалентный диаметр канала, который вычисляется по следующим формулам: для шнека с прямоугольной канавкой

$$d_{\text{э}} = \frac{2(s \sin \varphi_{\text{ср}} - \delta)(d_{\text{ш}} - d_0)}{2(s \sin \varphi_{\text{ср}} - \delta) + (d_{\text{ш}} - d_0)}; \quad (1.4)$$

для шнека с трапециевидной канавкой

$$d_{\text{э}} = \frac{2[2(s \sin \varphi_{\text{ср}} - \delta) - (d_{\text{ш}} - d_0) \operatorname{ctg} \beta \sin \varphi_{\text{ср}}](d_{\text{ш}} - d_0)}{2(s \sin \varphi_{\text{ср}} - \delta) + \frac{(d_{\text{ш}} - d_0)(1 - \cos \beta)}{\sin \beta}} \quad (1.5)$$

для шнека с навивкой

$$d_{\text{э}} = \frac{8s \sin \varphi_{\text{ср}}(d_{\text{ш}} - d_0) - \pi(d_{\text{ш}} - d_0)^2}{2[4s \sin \varphi_{\text{ср}} + \pi(d_{\text{ш}} - d_0)]} \quad (1.6)$$

для шнека с полукруглой канавкой

$$d_{\text{э}} = \frac{\pi(s \sin \varphi_{\text{ср}} - \delta)}{2 + \pi} = \frac{\pi(d_{\text{ш}} - d_0)}{2 + \pi}. \quad (1.7)$$

Здесь  $\varphi_{\text{ср}}$  — геометрический угол закрутки на среднем диаметре ( $\operatorname{tg} \varphi_{\text{ср}} = \pi(d_{\text{ш}} + d_0)/2ks$ );  $\delta$  — толщина ребра шнека при вершине в плоскости поперечного сечения винтовой канавки;  $\beta$  — угол, характеризующий форму трапециевидной канавки (см. рис. 1.2, б);  $d_0$  — диаметр сердцевины шнека.

Разновидности устройств для тангенциального подвода теплоносителя показаны на рис. 1.3. Каналы для тангенциального подвода теплоносителя могут иметь круглую или прямоугольную

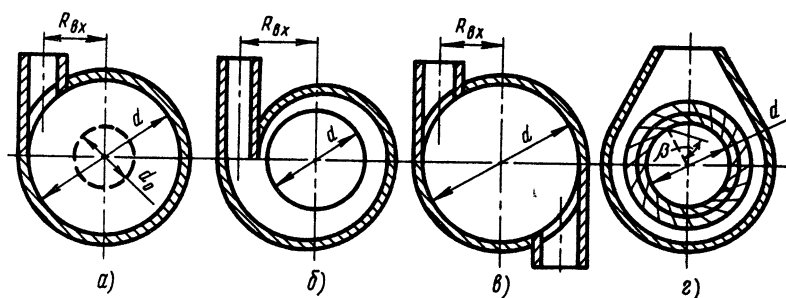


Рис. 1.3. Устройства для тангенциального подвода теплоносителя: а — тангенциальный завихритель с одним отверстием; б — улиточный завихритель; в — тангенциальный завихритель с двумя отверстиями; г — тангенциально-лопаточный завихритель

форму поперечного сечения, а их число обычно не превышает четырех. Улиточный завихритель имеет как правило только один подвод.

Интенсивность закрутки потока в тангенциальном и улиточном завихрителях зависит от соотношения площади поперечного сечения канала для подвода теплоносителя и площади поперечного сечения трубы.

$$\bar{F}_{вх} = F_{вх}/F. \quad (1.8)$$

При  $\bar{F}_{вх} < 0,5$  угол закрутки сохраняется практически равным  $90^\circ$ .

При тангенциально-лопаточной закрутке подвод жидкости в канал осуществляется через специальный направляющий аппарат, который имеет плоские лопатки, установленные под углом  $\beta$  к радиусу канала. Этот угол в основном и определяет интенсивность закрутки потока.

В некоторых технических устройствах возникает необходимость регулирования интенсивности начальной закрутки без изменения расхода газа, протекающего через канал. Такое регулирование можно осуществить путем разделения потока на две части, одна из которых проходит через закручивающее устройство, а другая — закрутке не подвергается. Изменяя соотношения проходных сечений закрученного и незакрученного потоков, можно изменить интенсивность закрутки потока. Это соотношение определяется параметром

$$\bar{F}_н = F_н/F, \quad (1.9)$$

где  $F_н$  — площадь выходного сечения незакрученного потока. На рис. 1.4 показаны схемы устройств с частичной закруткой потока.

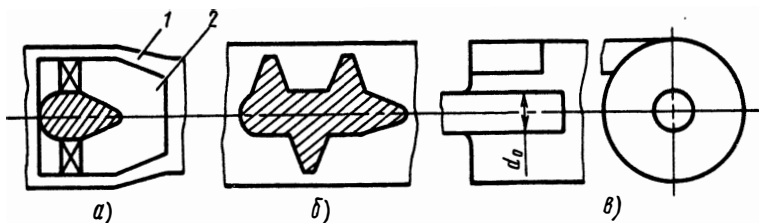


Рис. 1.4. Устройства для частичной закрутки потока:  
 а — с аксиально-лопаточным завихрителем; 1, 2 — выходные сечения незакрученного и закрученного потоков; б — со шнековым завихрителем; в — с тангенциальным завихрителем

### 1.3. ХАРАКТЕРИСТИКИ ИНТЕНСИВНОСТИ ЗАКРУТКИ ПОТОКА

Влияние закрутки на сопротивление потоку, его теплообмен и массообмен со стенкой определяется в конечном итоге распределением вращательных скоростей в каждом сечении потока. Это распределение во входном сечении канала определяется геометрическими характеристиками завихрителя и изменяется по длине канала.

Интенсивность закрутки в произвольном сечении канала удобно охарактеризовать интегральными параметрами закрутки

$$\Phi = \frac{M}{K R} \quad (1.10)$$

или

$$\Phi_x = \frac{M}{K_x R}, \quad (1.11)$$

где  $M$  — осевая составляющая потока момента количества движения

$$M = 2\pi \int_0^R \rho w u r^2 dr; \quad (1.12)$$

$K$  — осевая составляющая полного потока количества движения

$$K = 2\pi \int_0^R (p + \rho w^2) r dr; \quad (1.13)$$

$K_x$  — осевая составляющая потока количества движения

$$K_x = 2\pi \int_0^R \rho w^2 r dr; \quad (1.14)$$

$R$  — радиус канала;  $r$  — текущий радиус;  $p$  — давление в рассматриваемом сечении;  $\rho$  — плотность жидкости;  $u$  и  $w$  — вращательная и осевая составляющие скорости потока.

Осевую составляющую полного потока количества движения потока можно представить суммой двух параметров

$$K = K_x + K_p, \quad (1.15)$$

$$\text{где } K_p = 2\pi \int_0^R p r dr. \quad (1.16)$$

В некоторых работах используется модификация параметра в следующем виде

$$\Omega = \frac{M}{G} \sqrt{\frac{\rho}{K}} \quad (1.17)$$

где  $G$  — расход газа в единицу времени.

Интегральные параметры закрутки  $\Phi$  и  $\Omega$  характеризуют отношение вращательного количества движения к осевой проекции полного количества движения потока в масштабе  $R$ . Они обычно используются для характеристики неограниченных закрученных струй [60], где интеграл  $K_p$  и его продольный градиент играют важную роль в формировании структуры потока.

Интегральный параметр закрутки  $\Phi_*$ , представляющий собой отношение вращательного количества движения потока к осевому в масштабе  $R$ , в ряде работ используется для характеристики аэродинамики внутренних закрученных потоков. В работе [7] он был использован для обобщения опытных данных по теплоотдаче внутренних закрученных потоков.

Влияние закрутки на интенсивность процессов взаимодействия закрученного потока со стенкой канала можно охарактеризовать также предельным углом закрутки потока на поверхности канала  $\varphi_w$ , определяемого уравнением

$$\operatorname{tg} \varphi_w = \frac{\tau_{\varphi w}}{\tau_{xw}}, \quad (1.18)$$

где  $\tau_{\varphi w}$  и  $\tau_{xw}$  — проекции поверхностного напряжения трения на оси координат.

В пристенной области угол закрутки потока слабо изменяется по радиусу канала (см. гл. 2). Поэтому можно считать, что  $\operatorname{tg} \varphi_w = u/w$ , где  $u$  и  $w$  — составляющие скорости потока в пристенной области.

Величина  $\operatorname{tg} \varphi_w$  характеризует степень отклонения предельной линии тока от осевого направления. Кроме того, при поступа-

тельно-вращательном движении в канале  $\operatorname{tg}\varphi_w$  характеризует относительную кривизну линий тока в области пристенного течения, так как радиус кривизны линий тока вблизи поверхности канала  $\eta_w$  определяется формулой [57]

$$\frac{\eta_w}{R} = \frac{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_w}{\operatorname{tg}^2 \varphi_w}. \quad (1.19)$$

К настоящему времени не имеется доказательств того, что какой-либо из трех рассмотренных параметров —  $\Phi$ ,  $\Phi_*$  или  $\operatorname{tg}\varphi_w$  — предпочтительней для характеристики интенсивности закрученного потока. Анализ закрученных потоков, выполненный в последующих главах, показал, что интегральный параметр закрутки  $\Phi_*$  однозначно характеризует особенности локальной структуры закрученного потока и его интегральные свойства. Возможность использования этого параметра для обобщения опытных данных различных исследований также подтверждает его универсальность. Поэтому интегральный параметр закрутки  $\Phi_*$  принят в качестве критерия подобия, отражающего влияние закрутки на тепло- массообмен и трение.

#### 1.4. ИНТЕГРАЛЬНЫЙ ПАРАМЕТР ЗАКРУТКИ

Расчетное значение интегрального параметра закрутки на входе в канал  $\Phi_{*вх.г}$  определяется по геометрическим размерам закручивающего устройства на основе выражения (1.11). При этом делаются предположения о равномерном профиле осевой скорости на выходе из завихрителя, отсутствии азимутальной асимметрии и полном соответствии профиля вращательной скорости геометрии закручивающего устройства.

Для аксиально-лопаточных завихрителей, спрофилированных по закону (1.2), величина  $\Phi_{*вх.г}$  определяется формулой [7]

$$\Phi_{*вх.г} = 2N \frac{\operatorname{tg}\varphi_n}{1 - \bar{d}_0^2}, \quad (1.20)$$

где  $N = \ln \frac{1}{\bar{d}_0}$  для  $n = 3$  и  $N = \frac{1 - \bar{d}_0^{3-n}}{3 - n}$  для  $n \neq 3$ ;  $\bar{d}_0$  — относительный диаметр центрального тела завихрителя. Для плоских лопаток ( $n=0$ ) из уравнения (1.20) следует

$$\Phi_{*вх.г} = \frac{2}{3} \frac{1 - \bar{d}_0^3}{1 - \bar{d}_0^2} \operatorname{tg} \varphi. \quad (1.21)$$

Для шнековых завихрителей выражение для определения  $\Phi_{*вх.г}$  получено в предположении о линейном распределении вращательной скорости за источником закрутки ( $tg\varphi = \frac{r}{R} tg\varphi_H$ ) и имеет следующий вид

$$\Phi_{*вх.г} = (1 + \bar{d}_0^2) \frac{tg \varphi_H}{2} = \frac{1 + \bar{d}_0^2}{1 + \bar{d}_0} tg\varphi_{cp}. \quad (1.22)$$

При расчете величины  $\Phi_{*вх.г}$  для вращающихся устройств учитывается, что  $u = \omega r$ , где  $\omega$  — угловая скорость вращения. Расчетное уравнение имеет следующий вид

$$\Phi_{*вх.г} = \frac{\omega R}{2 w_{cp}} (1 + \bar{d}_0^2), \quad (1.23)$$

где  $w_{cp}$  — среднерасходная скорость на выходе из завихрителя.

Для завихрителей, у которых подвод жидкости или газа осуществляется тангенциально, величина  $\Phi_{*вх.г}$  определяется из уравнения [33]

$$\Phi_{*вх.г} = \frac{F}{F_{вх}} \frac{R_{вх}}{L} \sin\beta. \quad (1.24)$$

Здесь  $L$  — определяющий размер канала [для трубы он равен  $R$ ; для кольцевого канала (рис. 1.3,а)  $L = 0,5(d - d_0)$ ];  $F$ ,  $F_{вх}$  — площадь поперечного сечения канала и тангенциальных подводов;  $\beta$  — угол между осью тангенциальных отверстий и радиусом канала. Значения  $F_{вх}$  для тангенциального ( $\beta = 90^\circ$ ), улиточного ( $\beta = 90^\circ$ ) и тангенциально-лопаточного завихрителей определяются соответственно уравнениями

$$F_{вх} = if_{вх}, F_{вх} = f_{вх}, F_{вх} = b(\pi d \cos\beta - \delta),$$

где  $f_{вх}$  — площадь поперечного сечения подводящего канала;  $i$  — число тангенциальных подводов;  $\delta$  — толщина лопатки;  $b$  — размер лопатки вдоль оси трубы; остальные обозначения соответствуют рис. 1.3.

При частичной закрутке потока исходное выражение для параметра закрутки выглядит следующим образом:

$$\Phi_{*вх.г} = \frac{M^a}{(K_x^a + K_x^\Pi) R}, \quad (1.25)$$

где  $M^a$  — осевая составляющая потока момента количества движения закрученного (активного) компонента;  $K_x^a$  — осевая сос-

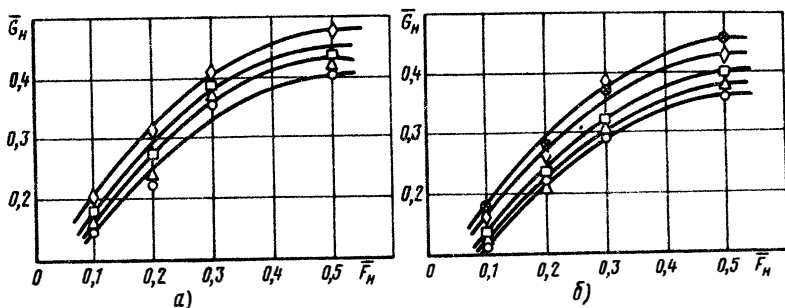


Рис. 1.5. Расходная характеристика участка частичной закрутки потока: а —  $n = 3$ ; 0 —  $\varphi_n = 15^\circ$ ;  $\Delta$  —  $\varphi_n = 30^\circ$ ;  $\square$  —  $\varphi_n = 45^\circ$ ;  $\diamond$  —  $\varphi_n = 60^\circ$ ; б —  $\varphi_n = 45^\circ$ , 0 —  $n = -1$ ;  $\Delta$  —  $n = 0$ ;  $\square$  —  $n = 1$ ;  $\diamond$  —  $n = 3$ ;  $\otimes$  — плоские лопатки

тавляющая потока количества движения этого же компонента;  $K_x^{\Pi}$  — осевая составляющая потока количества движения незакрученного (пассивного) компонента.

Для схемы, изображенной на рис. 1.4, а расчетная формула получена в предположении, что в пределах сопла, расположенного за завихрителем, изменение вращательного количества движения незначительно. Расчетная формула имеет следующий вид [7]

$$\Phi_{*вх.г} = \frac{\Phi_{*вх.г}^0 (1 - \bar{F}_n)}{(1 - \bar{d}_0^2) \left(1 + \frac{1 - \bar{F}_n}{\bar{F}_n} \bar{G}_n^2\right)}, \quad (1.26)$$

где  $\Phi_{*вх.г}^0$  — параметр закрутки потока при  $F_n = 0$ ;  $\bar{G}_n = G_n / G_3$  — соотношение расходов незакрученного и закрученного потоков. Следует заметить, что формула (1.26) не может использоваться при  $\bar{F}_n = 0$ , поскольку в этом случае расчетное сечение для определения  $\Phi_{*вх.г}$  смещается от завихрителя на длину сопла.

Функция  $\bar{G}_n = f(\bar{F}_n)$  определяется конкретными геометрическими характеристиками участка частичной закрутки. Результаты испытания перепускного устройства, показанного на рис. 1.4, а, даны на рис. 1.5. Опыты выполнены на воздухе при  $Re_d = (0,3 \dots 1,45) \cdot 10^5$ . В исследованном диапазоне режимов абсолютное значение числа Рейнольдса практически не оказывает влияния на расходные характеристики участка перепуска.

Анализ формулы (1.26) показывает, что при заданном значении  $\bar{G}_n$  существует оптимальная величина  $\bar{F}_n$ , при которой достигается максимум  $\Phi_{*вх.г}$

$$\bar{F}_{n.опт} = \frac{\bar{G}_n}{1 + \bar{G}_n}. \quad (1.27)$$



В условиях частичной закрутки, когда активный и пассивный потоки механически не изолированы, формула для  $\Phi_{*вх.г}$  должна учитывать взаимодействие этих потоков. Так, для шнековых завихрителей (рис. 1.4, б) выражение для  $\Phi_{*вх.г}$  получено в предположении о линейном распределении вращательной скорости в пределах шнека, а соотношение осевых скоростей в канавке шнека и зазоре определялось из условия равенства гидравлических сопротивлений этих трактов. Распределение скоростей в зазоре находилось по соотношениям, полученным для случая внутреннего вращающегося цилиндра (в данном случае имеет место вращение потока).

Окончательное выражение имеет следующий вид:

$$\Phi_{*вх.г} = \frac{2}{3} \frac{\operatorname{tg} \varphi_{ср}}{d} \left[ \frac{(d_{ш}^3 - d_0^3) d_3 \cos^3 \varphi_{ср} +}{(d_{ш}^2 - d_0^2) d_3 \cos^3 \varphi_{ср}} + \frac{0,812 d_{ш} (d^2 - d_{ш}^2) \sqrt{(d - d_{ш}) d_3 \cos^3 \varphi_{ср}}}{(d_{ш}^2 - d_0^2) d_3 \cos^3 \varphi_{ср}} \right] \quad (1.28)$$

где величина  $d_3$  определяется уравнениями (1.4)...(1.7).

При тангенциальной закрутке и подводе осевого потока через центральный канал (рис. 1.4, в) расчетное значение параметра закрутки определяется из уравнения

$$\Phi_{*вх.г} = \Phi_{*вх.г}^0 \frac{1 - \bar{d}_0^2}{1 + G_H^2 \frac{1 - \bar{d}_0^2}{\bar{d}_0^2}}, \quad (1.29)$$

где  $\bar{d}_0 = d_0/d$ ;  $G_H = G_H/G_3$ ; параметр  $\Phi_{*вх.г}^0$  соответствует полной закрутке потока.

В силу упрощающих предпосылок, использованных при выводе формул для  $\Phi_{*вх.г}$ , действительные значения параметра закрутки на входе в канал  $\Phi_{*вх}$  отличаются от рассчитанных по приведенным выше формулам. Так для аксиально-лопаточных завихрителей, параметры которых даны в табл. 1.1, величины  $\Phi_{*вх.г}$  и  $\Phi_{*вх}$  представлены в табл. 1.2.

Опытные значения параметра закрутки получены при  $Re_d = 5 \cdot 10^4 \dots 1,5 \cdot 10^5$ . В таблице приведены усредненные в этом диапазоне значения  $\Phi_{*вх}$ ; действительные значения  $\Phi_{*вх}$  отклоняются от усредненных не более, чем на 5%. Аппроксимация табличных данных позволила получить расчетную формулу

$$\Phi_{*вх} = 0,56 \Phi_{*вх.г}^{0,65} \quad (1.30)$$

$\varphi_H^0$	15	30	45	60	45	45	45	45
$n$	3	3	3	3	-1	0	1	Плоские лопатки
$\Phi_{*ВХ.Г}$	0,53	1,13	1,96	3,39	0,61	0,77	1,0	0,76
$\Phi_{*ВХ}$	0,38	0,49	0,83	1,23	0,45	0,59	0,69	1,29

Отклонение опытных данных от формулы (1.30) не превышает 20%. Сопоставление опытных и расчетных значений параметров закрутки для тех же завихрителей при частичной закрутке потока ( $F_H = 0,1 \dots 0,5$ ) позволило заключить, что формула (1.30) описывает эти данные с отклонением до 25%. Более точно зависимость  $\Phi_{*ВХ} = f(\Phi_{*ВХ.Г})$  для частично закрученных потоков соответствует формуле

$$\Phi_{*ВХ} = 0,56 \Phi_{*ВХ.Г}^{0,75}, \quad (1.31)$$

которая описывает опытные данные при  $\Phi_{*ВХ.Г} = 0 \dots 1,0$  с отклонениями, не превышающими 12% (рис. 1.6).

Опытные данные по завихрителям с плоскими лопатками, установленными с "перекрытием", которые описаны в разд. 1.1, а также опытные данные [44] по структуре потока за завихрителями с такими же лопатками обобщены формулой

$$\Phi_{*ВХ} = 1,4 \Phi_{*ВХ.Г}^{0,72}. \quad (1.32)$$

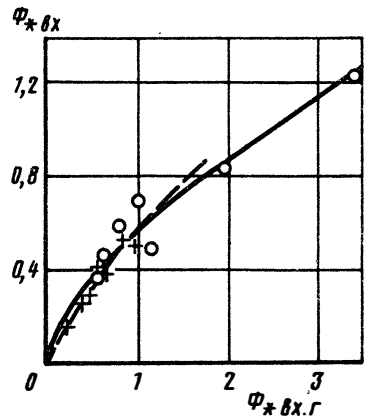


Рис. 1.6. Связь действительного и расчетного параметров закрутки потока:  
 0 —  $F_H = 0$ ; + —  $F_H = 0,1 - 0,5$ ;  
 — по формуле (1.30); - - - по формуле (1.31)

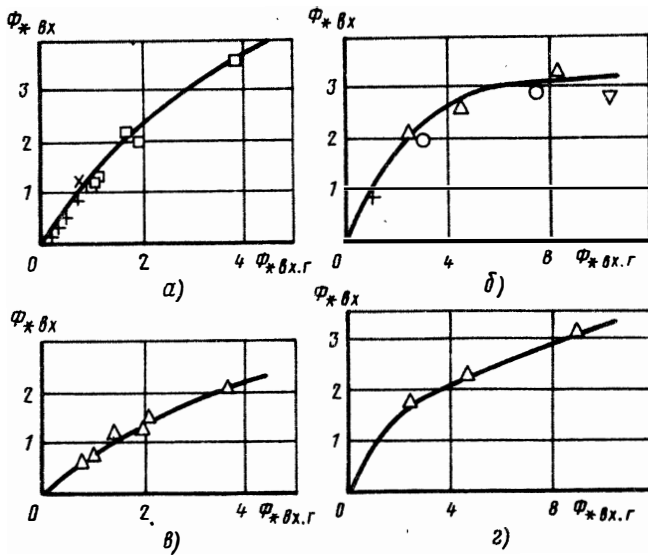


Рис. 1.7. Зависимости  $\Phi_{*вх} = f(\Phi_{*вх.г})$  для различных завихрителей: а — аксиально-лопаточный завихритель с плоскими лопатками;  $x - \varphi = 45^\circ$ ,  $\bar{d}_0 = 0,46$  [58];  $\square - \varphi = 50 \dots 78^\circ$ ,  $\bar{d}_0 = 0,64 \dots 0,83$  [44];  $+ - \varphi = 15 \dots 45^\circ$ ,  $\bar{d}_0 = 0,131$  [75], б — тангенциальный завихритель: 0 — ( $i = 1,2$ ;  $\bar{x}_3 = 2,68$ ) [32];  $\nabla - (i = 1,2$ ;  $\bar{x}_3 = 3,2)$  [33];  $\triangle - (i = 1,2$ ;  $\bar{x}_3 = 3,2)$  [33];  $+ -$  [41], в — тангенциально-лопаточный завихритель:  $\triangle -$  [33], г — улиточный завихритель:  $\triangle -$  [33]

Соответствие этой формулы опытным данным проиллюстрировано на рис. 1.7, а.

Анализ табл. 1.2 и рис. 1.7, а показывает, что действительное значение интегрального параметра закрутки  $\Phi_{*вх}$  может быть меньше или больше значения  $\Phi_{*вх.г}$ . Это обусловлено тем, что при конечном числе лопаток действительный угол закрутки обычно меньше геометрического и это способствует уменьшению  $\Phi_{*вх}$ . С другой стороны, закрутка потока вызывает перераспределение массового расхода жидкости по радиусу канала: максимум осевой скорости сдвигается в пристенную область\*, что способствует увеличению параметров  $M$  и  $K_x$  и изменению параметра закрутки, по сравнению с равномерным распределением осевых скоростей. Эти факторы вместе с другими упрощающими предпосылками, которые используются при выводе формул для  $\Phi_{*вх.г}$  и определяют разницу между расчетными и действительными величинами интегрального параметра закрутки.

Результаты обобщения опытных данных по интегральным параметрам закрутки для тангенциальных, тангенциально-ло-

\*Структура закрученного потока подробно рассмотрена в гл. 2 и 3.

паточных и улиточных завихрителей представлены графиками (рис. 1.7, б, в, г).

Для всех этих завихрителей действительные значения параметра закрутки определены в сечениях, отстоящих от завихрителя на расстоянии  $\bar{x} = 2,7, \dots, 3,4$ , где азимутальная неравномерность потока уже отсутствует.

Для определения действительного параметра закрутки четырехлопастной вертушки, установленной на входе в трубу, получена формула, имеющая следующий вид:

$$\Phi_{*вх} = 0,8 \Phi_{*вх.г}^{0,48} \quad (1.33)$$

Она получена при  $\Phi_{*вх} = 0,1, \dots, 3,3$ . Значение  $\Phi_{*вх.г}$  определяется выражением (1.23).

### 1.5. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Распределение скоростей, температур и концентраций в закрученном потоке описывается уравнениями движения, неразрывности, энергии и диффузии. Рассматриваемые здесь внутренние задачи удобно описать системой уравнений в цилиндрической системе координат  $(r, \varphi, x)$  с азимутальной симметрией локальных параметров  $(\partial/\partial\varphi = 0)$ . Радиальная, вращательная и осевая составляющие скорости обозначены соответственно через  $v, u, w$ .

Система уравнений Рейнольдса в проекциях на оси  $x, r, \varphi$ , описывающая течение турбулентного закрученного потока, имеет вид:

$$\rho\bar{v} \frac{\partial \bar{w}}{\partial r} + \rho\bar{w} \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} = - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial r} (\rho\bar{v}'w') + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \times$$

$$\times (-\rho\bar{v}'w') + \frac{\partial}{\partial x} (-\rho\bar{w}'^2) + \mu \left( \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{w}}{\partial r} + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x^2} \right), \quad (1.34)$$

$$\rho\bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial r} + \rho\bar{w} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} - \rho \frac{\bar{u}^2}{r} = - \frac{\partial \bar{p}}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial x} (-\rho\bar{v}'w') +$$

$$+ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (-\rho\bar{v}'^2 r) + \frac{1}{r} (-\rho\bar{u}'^2) + \mu \left( \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{v}}{\partial r} - \right.$$

$$\left. - \frac{\bar{v}}{r^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} \right), \quad (1.35)$$

$$\begin{aligned}
& \rho \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} + \rho w \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \rho \bar{v} \frac{\bar{u}}{r} = \frac{\partial}{\partial r} (-\rho \overline{v'u'}) + \\
& + \frac{2}{r} (-\rho \overline{v'u'}) + \frac{\partial}{\partial x} (-\rho \overline{u'w'}) + \mu \left( \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial r^2} + \right. \\
& \left. + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} - \frac{\bar{u}}{r^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} \right). \tag{1.36}
\end{aligned}$$

Здесь  $\bar{v}$ ,  $\bar{u}$ ,  $\bar{w}$  — осредненные во времени значения составляющих скорости;  $v'$ ,  $u'$ ,  $w'$  — их пульсационные составляющие;  $\overline{v'w'}$ ,  $\overline{v'u'}$ ,  $\overline{u'w'}$  — корреляции;  $\bar{p}$  — осредненное статическое давление;  $\mu$  — динамический коэффициент вязкости.

Уравнение неразрывности имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial x} (\rho \bar{w}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho \bar{v} r) = 0. \tag{1.37}$$

Уравнения (1.34) . . . (1.36) можно записать также с использованием выражений для касательных и нормальных составляющих напряжения трения (знак осреднения далее опускается)

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial r} (\rho w v r) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho w^2 r) = -\frac{\partial}{\partial x} (p r) + \frac{\partial}{\partial x} (r G'_{xx}) + \\
& + \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_{rx}), \tag{1.38}
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial}{\partial r} (\rho w v r^2) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho w u r^2) = \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \tau_{r\varphi}) + \frac{\partial}{\partial x} (\tau_{\varphi x} r^2), \tag{1.39}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial r} (\rho v^2 r) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho w v r) - \rho u^2 = -r \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial x} (r \tau_{rx}) + \\
& + \frac{\partial}{\partial r} (r \sigma'_{rr}) - \sigma'_{\varphi\varphi}. \tag{1.40}
\end{aligned}$$

Касательные ( $\tau_{ij}$ ) и нормальные ( $\sigma_{ij}$ ) составляющие тензора напряжений представляют собой сумму вязких и турбулентных ("рейнольдсовых") напряжений и записываются выражениями:

$$\begin{aligned}
\tau_{rx} &= \mu \left( \frac{\partial \bar{w}}{\partial r} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) - \rho \overline{v'w'}; \quad \sigma'_{rr} = 2\mu \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} - \rho \overline{v'^2}, \\
\tau_{r\varphi} &= \mu \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} - \frac{\bar{u}}{r} \right) - \rho \overline{v'u'}; \quad \sigma'_{\varphi\varphi} = 2\mu \frac{\partial \bar{v}}{r} - \rho \overline{u'^2}, \tag{1.41}
\end{aligned}$$

$$\tau_{\varphi x} = \mu \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} - \overline{\rho u' w'}; \quad \sigma_{xx} = 2\mu \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} - \overline{\rho w'^2}.$$

При больших значениях числа Re вязкие напряжения ввиду их малости можно не учитывать.

Уравнение энергии для турбулентного режима течения имеет вид (знак осреднения опущен)

$$\frac{\partial}{\partial r} (\rho v r c_p T) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho w r c_p T) = \frac{\partial}{\partial r} (r q_r) + \frac{\partial}{\partial x} (r q_x), \quad (1.42)$$

где составляющие плотности теплового потока  $q_r = \lambda \frac{dT}{dr} - c_p \overline{v'(\rho T)'}; q_x = \lambda \frac{\partial T}{\partial x} - c_p \overline{w'(\rho T)'}$ ;  $c_p$  — теплоемкость при постоянном давлении.

При больших значениях числа Re перенос теплоты молекулярной теплопроводностью может не учитываться ввиду малости.

Уравнение диффузии для  $i$ -го компонента при турбулентном режиме течения имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial r} (\rho v r z) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho w r z) = \frac{\partial}{\partial r} (r m_r) + \frac{\partial}{\partial x} (r m_x), \quad (1.43)$$

где  $m_r = D \frac{\partial z}{\partial r} - \overline{\rho v' z'}$ ;  $m_x = D \frac{\partial z}{\partial x} - \overline{\rho w' z'}$  — составляющие массового потока вещества;  $z$  и  $z'$  — концентрация и ее пульсационная составляющая;  $D$  — коэффициент молекулярной диффузии.

При больших значениях числа Re молекулярные потоки массы малы, по сравнению с турбулентными, и могут не учитываться.

Для замыкания системы уравнений, характеризующих течение, тепло- и массообмен при турбулентном движении закрученного потока, необходимы соотношения, связывающие осредненные и пульсационные характеристики процесса. Эти соотношения могут быть найдены на основе гипотез полуэмпирического характера.

## 1.6. ИНТЕГРАЛЬНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Интегральные методы являются мощным средством получения инженерных соотношений в задачах, связанных с определением энергетических потерь, интенсивности тепло- и массообмена при турбулентном режиме течения [25]. Эти методы в полной мере приемлемы и для расчета закрученных потоков, но при этом должны быть учтены специфические особенности распределения скоростей и давлений в радиальном направлении,

которые возникают под действием поля центробежных массовых сил (см. гл. 2). Эти особенности состоят в том, что вне области пристенного течения нарушаются многие исходные предпосылки (выполнение интеграла Бернулли, равенство нулю касательного напряжения трения и его производной на "внешней" границе и т. д.), которые используются при построении интегральных методов расчета осевых течений в каналах при различных граничных условиях [25]. По этим причинам предложенные в работе [19] интегральные соотношения для потоков с закруткой являются приближенными.

Получим интегральные соотношения для закрученного потока, протекающего через цилиндрический канал с проницаемыми стенками.

Проинтегрируем выражения (1.38), (1.39) в интервале  $(0, R)$ . Полученные после этого интегральные уравнения отражают первую и вторую теоремы Эйлера для закрученного течения в трубе

$$\frac{d}{d\bar{x}} \int_0^R (p + \rho w)^2 r dr = -R\tau_{xw}; \quad \frac{d}{d\bar{x}} \int_0^R \rho w w^2 r dr = -R^2 \tau_{\varphi w} \quad (1.44)$$

Здесь  $\tau_{xw}$  и  $\tau_{\varphi w}$  — касательные напряжения трения на поверхности канала в направлениях  $x$  и  $\varphi$ .

Перепишем уравнение (1.44) с использованием формул (1.10) и (1.11), определяющих различные формы параметра закрутки

$$\frac{d}{d\bar{x}} \left( \frac{\Phi_*}{\Phi} \int_0^R \rho w^2 r dr \right) = -2R^2 \tau_{xw};$$

$$\frac{d}{d\bar{x}} \left( \Phi_* \int_0^R \rho w^2 r dr \right) = -2R^2 \tau_{\varphi w}. \quad (1.45)$$

Здесь  $\bar{x} = x/2R$  — относительное расстояние от источника закрутки.

Введем в рассмотрение интегральные характеристики  $(\delta_x^*, \delta_x^{**}, \delta_{x\varphi}^{**})$  и формпараметры  $(H_x, H_{x\varphi})$  закрученного течения, используя в качестве масштаба максимальные значения осевой скорости и циркуляции вращательной скорости в данном сечении

$$\delta_x^* = \int_0^R \left( 1 - \frac{\rho w}{(\rho w)_*} \right) \frac{r}{R} dr; \quad \delta_x^{**} = \int_0^R \frac{\rho w}{(\rho w)_*} \left( 1 - \frac{w}{w_*} \right) \frac{r}{R} dr,$$



$$\delta_{x\varphi}^{**} = \int_0^R \frac{\rho w}{(\rho w)_*} \left(1 - \frac{\Gamma_\varphi}{\Gamma_*}\right) \frac{r}{R} dr; \quad H_x = \frac{\delta_x^*}{\delta_{x\varphi}^{**}}. \quad (1.46)$$

$$H_{x\varphi} = \frac{\delta_x^*}{\delta_{x\varphi}^{**}},$$

где  $\Gamma = ur$ ;  $\Gamma_* = (ur)_*$ ;  $(\rho w)_*$ ,  $\Gamma_*$  — максимальные значения  $\rho w$  и циркуляции вращательной скорости в рассматриваемом сечении.

Дифференциальное уравнение сплошности также представим в интегральной форме.

$$\text{Re}_d = \overline{\text{Re}}_{d_0} + 4H_x \text{Re}^{**} + 4 \int_0^{\bar{x}} \text{Re}_w d\bar{x}. \quad (1.47)$$

$$\text{Здесь } \overline{\text{Re}}_{d_0} = \frac{(\rho w)_{01} 2R}{\mu_{00}}; \quad \text{Re}_d = \frac{(\rho w)_* 2R}{\mu_{00}};$$

$$\text{Re}^{**} = \frac{(\rho w)_* \delta_x^{**}}{\mu_{00}}; \quad \text{Re}_w = \frac{(\rho v)_w 2R}{\mu_{00}};$$

$\mu_{00}$  — характерное значение динамического коэффициента вязкости, не зависящее от  $\bar{x}$ ;  $(\rho w)_{01}$  — средняя плотность массового расхода в сечении  $\bar{x} = 0$ ;  $(\rho v)_w$  — плотность массового расхода вдуваемого вещества на стенке канала.

Интеграл, входящий в уравнение (1.45), с учетом (1.46) и (1.47) преобразуется к виду

$$\int_0^R \rho w^2 r dr = \frac{\mu_{00}}{2\rho_0} [\text{Re}_d (0,25 \overline{\text{Re}}_{d_0} + \int_0^{\bar{x}} \text{Re}_w d\bar{x}) - \text{Re}^{**}]. \quad (1.48)$$

Это уравнение позволяет представить выражения (1.46) в форме интегральных соотношений импульсов

$$\frac{d}{d\bar{x}} \left[ \frac{\Phi_*}{\Phi} \text{Re}_d (\text{Re}^{**} - 0,25 \overline{\text{Re}}_{d_0} - \int_0^{\bar{x}} \text{Re}_w d\bar{x}) \right] = \frac{c_x}{2} \text{Re}_d^2, \quad (1.49)$$

$$\frac{d}{d\bar{x}} \left[ \Phi_* \text{Re}_d (\text{Re}^{**} - 0,25 \overline{\text{Re}}_{d_0} - \int_0^{\bar{x}} \text{Re}_w d\bar{x}) \right] = \frac{c_\varphi}{2} \text{Re}_d^2 \frac{\Gamma_*}{u_* R}. \quad (1.50)$$

$$\text{Здесь } \frac{c_x}{2} = \frac{\tau_{xw}}{\rho w_*^2}; \quad \frac{c_\varphi}{2} = \frac{\tau_\varphi w R}{(\rho w)_* \Gamma_*} \text{ — коэффициенты трения}$$

в осевом и тангенциальном направлениях.

Формулу для параметра  $\Gamma_*/w_*R$ , входящего в соотношение (1.50), можно получить с помощью выражения (1.11). После относительно простых преобразований [59] получается

$$\frac{\Gamma_*}{w_*R} = \Phi_* (\text{Re}^{**} - 0,25 \overline{\text{Re}}_{d_0} - \int_0^{\bar{x}} \overline{\text{Re}}_w d\bar{x}) \left( \frac{H}{H_{xp}} \text{Re}^{**} - 0,25 \overline{\text{Re}}_{d_0} \int_0^{\bar{x}} \overline{\text{Re}}_w d\bar{x} \right). \quad (1.51)$$

Выражения (1.47), (1.49) . . . (1.51) образуют систему интегральных соотношений импульсов для внутреннего закрученного течения в цилиндрическом проницаемом канале.

Интегральные соотношения энергии и диффузии получим из уравнений (1.42) и (1.43).

Интегрирование уравнения (1.42) в интервале  $(0, R)$  приводит к интегральному уравнению энергии

$$\frac{d}{dx} \int_0^R \rho w c_p T r dr + (\rho v)_w R c_p T_w = R q_w, \quad (1.52)$$

где  $T_w$  — температура поверхности канала;  $q_w$  — плотность теплового потока в стенку;  $(\rho v)_w$  — плотность массового потока вдуваемого вещества (для проницаемой стенки).

Интегрирование выражения (1.43) позволяет получить интегральное уравнение для массообмена

$$\frac{d}{dx} \int_0^R \rho w r z dz + (\rho v)_w R z_w = R m_w, \quad (1.53)$$

где  $m_w$  — плотность массового потока вещества с поверхности.

Из уравнений (1.52) и (1.53) получаются интегральные соотношения энергии и диффузии. При этом используются два очевидных равенства

$$\begin{aligned} \int_0^R \rho w r T dr &= T_0 \frac{G}{2\pi} - (\rho w)_* R \Delta T \delta_T^{**} = \\ &= T_0 \frac{(\overline{\rho w})_{01} \pi R^2 + 2\pi \mu_{00} \int_0^{\bar{x}} \overline{\text{Re}}_w d\bar{x}}{2\pi} - (\rho w)_* R \Delta T \delta_T^{**}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_0^R \rho w z r dr &= z_0 \frac{G}{2\pi} - (\rho w)_* R \Delta z \delta_{B.M}^{**} = \\ &= z_0 \frac{(\overline{\rho w})_{01} \pi R^2 + 2\pi \mu_{00} \int_0^{\bar{x}} \overline{\text{Re}}_w d\bar{x}}{2\pi} - (\rho w)_* R \Delta z \delta_{B.M}^{**}, \end{aligned}$$

где  $\delta_T^{**} = \int_0^R \frac{\rho w}{(\rho w)_*} \left(1 - \frac{T - T_w}{T_0 - T_w}\right) \frac{r}{R} dr$  — толщина потери энергии;

$\delta_{в.м}^{**} = \int_0^R \frac{\rho w}{(\rho w)_*} \left(1 - \frac{z - z_w}{z_0 - z_0}\right) \frac{r}{R} dr$  — толщина вытеснения массы;

$\Delta T = T_0 - T_w$ ;  $T_0, z_0$  — значения температуры и концентрации испаряющегося компонента в основном потоке.

С учетом уравнений, рассмотренных выше, интегральные соотношения энергии и диффузии запишутся следующим образом:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\Delta T} \frac{d}{d\bar{x}} \left[ \Delta T \text{Re}_T^{**} - T_0 \left( 0,25 \overline{\text{Re}}_{d_0} + \int_0^{\bar{x}} \text{Re}_w d\bar{x} \right) \right] - \\ & - \frac{T_w \text{Re}_w}{\Delta T} = \text{St} \text{Re}_d, \end{aligned} \quad (1.54)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\Delta z} \frac{d}{d\bar{x}} \left[ \Delta z \text{Re}_{в.м}^{**} - z_0 \left( 0,25 \overline{\text{Re}}_{d_0} + \int_0^{\bar{x}} \text{Re}_w d\bar{x} \right) \right] - \\ & - \frac{z_w \text{Re}_w}{\Delta z} = \text{St}^D \text{Re}_d. \end{aligned} \quad (1.55)$$

Здесь  $\text{St} = \frac{q_w}{c_p (\rho w)_* \Delta T}$ ;  $\text{St}^D = \frac{m_w}{(\rho w)_* \Delta z}$  — тепловое и диффузионное число Стантона;  $\text{Re}_T^{**} = \frac{(\rho w)_* \delta_T^{**}}{\mu_{00}}$ ;  $\text{Re}_{в.м}^{**} = \frac{(\rho w)_* \delta_{в.м}^{**}}{\mu_{00}}$ ;  $q_w$  — плотность теплового потока в стенку канала.

Для замыкания системы уравнений (1.47), (1.49) ... (1.51), (1.54), (1.55) необходимо иметь дополнительные уравнения, характеризующие связь интегральных параметров  $c_x/2$ ;  $c_v/2$ ,  $\text{St}$  и  $\text{St}^D$  с локальными характеристиками интенсивности закрутки, условиями течения и граничными условиями, которые называют законами трения, тепло- и массообмена. Для турбулентных течений эти зависимости определяются опытным путем или на основе полуэмпирических теорий турбулентности [25]. Аналогичные зависимости необходимы также для формпараметров  $H_x$  и  $H_{x\varphi}$ .

Форма задания граничных условий для закрученных потоков имеет свои особенности. Они обусловлены неоднородностью профиля осевой скорости во входном сечении канала. Граничные условия во входном сечении канала ( $\bar{x}=0$ ) имеют вид:

$$\Phi_* = \Phi_{*ВХ}; \operatorname{Re}^{**} = \operatorname{Re}_{ВХ}^{**}; \operatorname{Re}_T^{**} = 0; \operatorname{Re}_{В.М}^{**} = 0. \quad (1.56)$$

В случае существенной закрутки число  $\operatorname{Re}_T^{**}$  в некоторых случаях также может отличаться от нуля.

Величина  $\operatorname{Re}_{ВХ}^{**}$  определяется формулой

$$\operatorname{Re}_{ВХ}^{**} = 0,25 \overline{\operatorname{Re}}_d \left[ 1 - \frac{\kappa(\Phi_*)}{(\overline{\rho w})_{*ВХ}} \right], \quad (1.57)$$

где  $\overline{\operatorname{Re}}_d = \frac{w_{ср} d}{\nu}$  — среднерасходное число Рейнольдса;  $(\overline{\rho w})_{*ВХ} = \frac{(\beta w)_{*ВХ}}{[(\overline{\rho w})_{ср}]_{ВХ}}$  — отношение максимального значения массовой скорости к среднерасходному в сечении закручивающего устройства;  $\kappa(\Phi_*)$  — функция, учитывающая неравномерность профиля  $\rho w$  на входе в канал.

Интегральные соотношения, законы трения, тепло- и массообмена и краевые условия образуют замкнутую систему уравнений, решение которой позволяет получить изменение гидродинамических, тепловых и массообменных характеристик по длине канала в условиях начальной закрутки потока.

Выражения (1.44) с учетом формул для  $K$  и  $M$  преобразуются к форме

$$\frac{dK}{d\bar{x}} = -4\pi R^2 \tau_{xw}, \quad (1.58)$$

$$\frac{dM}{d\bar{x}} = -4\pi R^3 \tau_{\varphi w}, \quad (1.59)$$

в которой их удобно использовать при анализе поверхностных напряжений трения.

Из уравнений (1.58) и (1.59) видно, что напряжения трения на поверхности канала, через который протекает закрученный поток, зависят от величин  $M$ ,  $K$  и радиуса канала  $R$ , которые, в свою очередь, определяют параметр закрутки. Поэтому можно ожидать, что параметр закрутки может использоваться в качестве критерия подобия, отражающего влияние закрутки потока на трение и на органически связанные с трением процессы тепло- и массообмена.

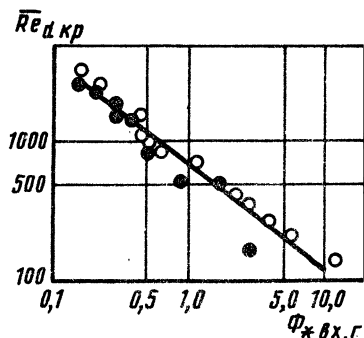
Делением уравнения (1.59) на (1.58) легко установить, что  $\operatorname{tg} \varphi_w$  [формула (1.18)] является функцией тех же параметров —  $M$ ,  $K$  и  $R$ , что позволяет сделать предположение об однозначной связи этих двух характеристик интенсивности закрутки.

## 1.7. ГРАНИЦА МЕЖДУ ЛАМИНАРНЫМ И ТУРБУЛЕНТНЫМ РЕЖИМАМИ

Теоретическое и опытное исследования [80] показывают, что закрутка потока уменьшает критическое число  $\overline{\operatorname{Re}}_d = w_{ср} d / \nu$ ,

Рис. 1.8. Зависимость критического числа Рейнольдса от параметра закрутки:

○ — ламинарное течение; ● — появление признаков потери устойчивости; — уравнение (1.61)



соответствующее потере устойчивости ламинарного потока в трубе. Опыты проводились на воде, потеря устойчивости наблюдалась визуально по поведению подкрашенных струек жидкости. Закрутка потока создавалась вращающейся секцией трубы, имеющей длину  $25d$ , которая располагалась перед опытным участком трубы. Методика опытов состояла в том, что при заданном расходе воды скорость вращения секции, создающей закрутку, увеличивалась до тех пор, пока в потоке не появлялись признаки потери устойчивости.

При  $Re_d < 1800$  потеря устойчивости проявлялась в возникновении синусоидальных колебаний струек подкрашенной жидкости. Вниз по потоку эти возмущения растут и приводят к полному перемешиванию красителя с потоком, но затем возмущения затухают и на некотором расстоянии от завихрителя течение вновь становится ламинарным.

При  $Re_d > 2500$  неустойчивость проявляется в виде ряда вихрей, возникающих с определенной частотой. Эти вихри быстро растут и приводят к образованию турбулентности. При  $Re_d = 1800$  неустойчивость носила смешанный характер.

Закрутка потока с помощью вращающейся секции создает на входе в трубу профиль тангенциальных скоростей, соответствующий закону вращения твердого тела. В соответствии с формулой (1.23) для случая вращения трубы без центрального тела

$$\Phi_{* \text{ вх.г}} = \frac{\omega R}{2w_{\text{ср}}} \quad (1.60)$$

Следует заметить, что в рассматриваемых опытах действительная величина параметра крутки была несколько меньше  $\Phi_{* \text{ вх.г}}$ , так как при  $l=25$  профиль вращательных скоростей во вращающейся трубе не успевает приобрести развитую форму.

На рис. 1.8 показаны результаты исследования в форме зависимости  $Re_{d, \text{кр}} = f(\Phi_{* \text{ вх.г}})$ . Эта зависимость в диапазоне  $\Phi_{* \text{ вх.г}} = 0,16 \dots 10$  описывается формулой

$$\text{Re}_{d_{кр}} = 713 \Phi_{*вх.г}^{-0,78} \quad (1.61)$$

Из рис. 1.8 видно, что закрутка потока с помощью вращающейся трубы, установленной на входе в канал, приводит к резкому расширению области турбулентных течений. Можно предположить, что при других видах завихрителей область турбулентных потоков будет еще шире из-за дополнительных возмущений, обусловленных лопатками завихрителей и резким изменением площади поперечного сечения потока. Поэтому для потоков, закрутка которых осуществляется местными завихрителями, наибольший практический интерес представляют турбулентные режимы течения.

ТЕЧЕНИЕ ЗАКРУЧЕННОГО ПОТОКА  
В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ КАНАЛЕ

2.1. ХАРАКТЕРНЫЕ ОБЛАСТИ ЗАКРУЧЕННОГО ТЕЧЕНИЯ  
ПО ДЛИНЕ КАНАЛА

Течение закрученного потока в цилиндрическом канале можно разделить на три участка. Первый из них находится в непосредственной близости от завихрителя, а структура потока на этом участке определяется формой закручивающегося устройства и его геометрическими характеристиками. Длину участка перестройки потока, на котором проявляются индивидуальные свойства завихрителя, обозначим  $x_{\text{и}}$ . Длина этого участка для различных завихрителей в большинстве случаев изменяется от 0,5 до 4 диаметров ( $\bar{x}_{\text{и}} = x_{\text{и}}/d = 0,5...4$ ).

Характерная особенность второго участка состоит в том, что структура потока, а следовательно, и интегральные характеристики на этом участке практически не зависят от вида завихрителя и определяются только интенсивностью закрутки, которая уменьшается по мере удаления рассматриваемого сечения от завихрителя. Этот участок назовем основным. Он начинается при  $\bar{x} = \bar{x}_{\text{н}}$  и заканчивается после вырождения закрутки при  $\bar{x} = \bar{x}_{\text{в}}$  ( $\bar{x}_{\text{в}} = x_{\text{в}}/d$ ).

При  $\bar{x} > \bar{x}_{\text{н}}$  (третий участок) в потоке исчезают осевые вихри, обусловленные закруткой, и он превращается в обычный осевой поток с развитым профилем скоростей. Поэтому величину  $x_{\text{н}}$  можно рассматривать как длину гидродинамического начального участка закрученного потока.

Длину  $x_{\text{н}}$ , на которой происходит вырождение закрученного течения, можно определить из анализа зависимости коэффициента гидравлического сопротивления на единицу длины трубы, касательного напряжения трения или универсального профиля суммарной скорости потока по длине трубы. Опытное определение величины  $x_{\text{н}}$  для лопаточных завихрителей (см. табл. 1.1) показало, что вышеуказанные способы определения  $x_{\text{н}}$  дают близкие результаты (в пределах 20%). Обобщение результатов этих опытов при  $Re_d = (0,5...1,5) \cdot 10^5$  для всех завихрителей позволило найти

$$\bar{x}_{\text{н}} = \bar{x}_{\text{н}0} [1 + (5,7 - 8 \cdot 10^{-6} \bar{Re}_d) (\Phi_{* \text{вх}} - 0,1)^{(0,57-7 \cdot 10^{-7} \bar{Re}_d)}] \quad (2.1)$$



где  $\bar{x}_{н0} = x_{н0}/d$  — относительная длина гидродинамического начального участка для осевого турбулентного потока, которая в соответствии с [25]

$$\bar{x}_{н0} = 1,35 \bar{Re}_d^{-0,25}. \quad (2.2)$$

На рис. 2.1 показаны результаты расчета  $x_n$  по формуле (2.1). Как видно, увеличение параметра закрутки и числа  $Re_d$  ведут к росту длины начального участка для потока с начальной закруткой, а сама длина в рассмотренном диапазоне параметров в 3...7 раз больше, чем в осевом потоке.

Увеличение длины начального участка потока, закрученного на входе в трубу, при увеличении числа  $Re_d$  обусловлено тем, что увеличение  $Re_d$  равносильно уменьшению вязкости.

Интересно отметить, что турбулентные характеристики закрученного потока приходят в соответствие с характеристиками осевого потока на длине, которая превышает величину  $x_n$ , определенную по формуле (2.1), на 10...20%.

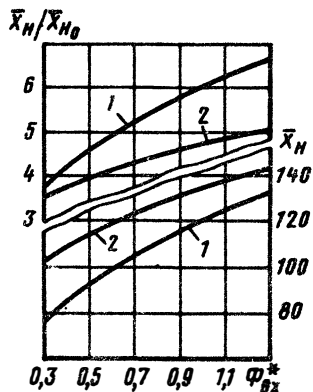
Анализ структуры и особенностей развития закрученного течения, выполненный в этой главе, основан на фундаментальном опытно-исследовательском исследовании полей скоростей и давлений в цилиндрическом канале, в условиях начальной закрутки потока аксиально-лопаточными завихрителями. Скоростные характеристики потока измерялись термоанемометрической аппаратурой, давление — миниатюрными трехканальными пневмометрическими зондами. Координатное измерительное устройство имело две степени свободы, точность радиального перемещения датчиков составляла 0,01...0,02 мм. Измерительные сечения находились на расстояниях 1, 4, 7, 10, 20, 40, 60, 80, 100, 120 и 145 диаметров от источника закрутки. Исследовалось воздушное изотермическое течение при  $Re_d = 5 \cdot 10^4 \dots 1,5 \cdot 10^5$ .

Анализ потока, закрученного с помощью тангенциальных и других видов завихрителей, основан на результатах исследования структуры этих потоков, опубликованных в периодической литературе.

## 2.2. ОСОБЕННОСТИ ТЕЧЕНИЯ ВБЛИЗИ ЗАВИХРИТЕЛЯ

Развитие потока вблизи завихрителя имеет специфические особенности и определяется формой и геометрическими характеристиками завихрителя, а также действием вязких сил. На участке канала от  $x = 0$  до  $x = x_n$  происходит перестройка полей составляющих скорости ( $w, u, v$ ) от закономерностей, сформированных закручивающим устройством, до универсальных закономерностей, характерных для основного участка закрученного потока. Для рассматриваемого участка канала характерна более

Рис. 2.1. Зависимость длины начального участка закрученного потока от параметра закрутки на входе:  
 1 —  $Re_d = 5 \cdot 10^4$ ; 2 —  $Re_d = 2 \cdot 10^5$



высокая, чем для основного участка величина радиальных скоростей, а также азимутальная неравномерность (трехмерность) течения, обусловленная конечным числом каналов в закручивающем устройстве.

Ниже для основных способов начальной закрутки рассмотрены особенности развития закрученного потока на участке, отражающем индивидуальные свойства завихрителя.

**Аксиально-лопаточные завихрители.** Даже при  $n = 0$ , когда геометрический угол остается постоянным по высоте лопатки, за аксиально-лопаточным завихрителем формируется сложная газодинамическая структура. Каждый из межлопаточных каналов ограничен двумя парами криволинейных поверхностей. Движение потока через канал двойной кривизны сопровождается возникновением сложного поля массовых инерционных сил с радиальной и тангенциальной составляющими, которое может привести к образованию вихрей Тейлора—Гёртлера около вогнутых стенок и парного вихря в поперечном сечении канала. На выходе из завихрителя имеет место резко выраженная азимутальная неоднородность скоростного поля, поскольку на поверхности лопаток скорость равна нулю. При  $n \neq 0$  изменяется величина радиального градиента давления, что в свою очередь влияет на формирование скоростного поля.

В аксиально-лопаточном завихрителе формируется поле осевых и вращательных скоростей, характерное для всех способов начальной закрутки: осевая и вращательная составляющие скорости изменяются по кривой с максимумом, который обычно располагается в периферийной части потока.

На рис. 2.2 показано распределение осевых и вращательных скоростей по радиусу трубы для завихрителей с плоскими лопатками, отличающимися диаметром центрального тела, которое получено в недиафрагмированной трубе диаметром 106,8 мм с  $\Gamma = l/d = 4,4$  [75]. Здесь  $\bar{u} = u/w_{ср}$  и  $\bar{\omega} = \omega/w_{ср}$ . На рисунке видно, что при одинаковой конструкции завихрителя и угле за-

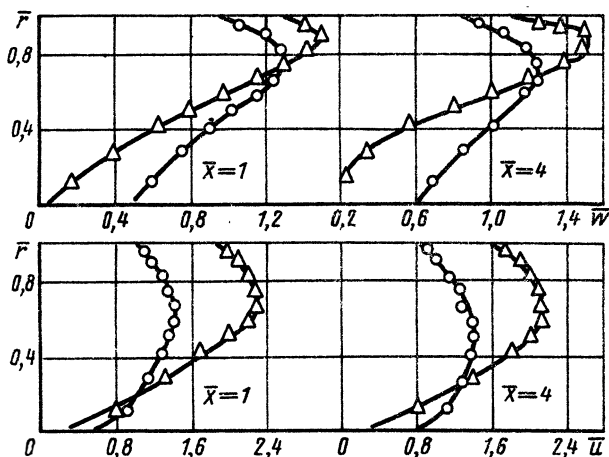


Рис. 2.2. Распределение осевых и вращательных скоростей за аксиально-лопаточным завихрителем с  $\varphi = 45^\circ$  при  $Re_d = 10^5$ :  $\circ - \bar{d}_0 = 0,131$ ;  $\triangle - \bar{d}_0 = 0,46$

крутки потока размер центрального тела существенно влияет на распределение осевых и вращательных скоростей.

Соотношение максимальной  $w_*$  и среднерасходной  $w_{cp}$  осевых скоростей за  $z$  ихрителем является важной характеристикой воздействия завихрителя на поток. Обобщение опытных данных для завихрителя с плоскими лопатками при  $\varphi = 15 \dots 60^\circ$  и  $\bar{d}_0 = 0,13 \dots 0,46$  в недиафрагмированной трубе с  $\bar{l} = 4,4$  позволило выявить следующую закономерность

$$\frac{(\rho w)_*}{(\rho w)_{cp}} = 1 + 0,72 (\operatorname{tg} \varphi)^{0,78} \bar{d}_0^{0,49}. \quad (2.3)$$

При небольшой длине канала максимальная осевая скорость на выходе из  $z$  ихрителя  $z$  исит не только от параметров завихрителя, но и от характеристик канала, расположенного за завихрителем. Так для завихрителей с  $\varphi = 15 \dots 60^\circ$  и  $\bar{d}_0 = 0,13$  диафрагмирование канала с  $\bar{l} = 4,4$  на выходе изменяет величину максимальной осевой скорости в соответствии с уравнением

$$\frac{(\rho w)_*}{(\rho w)_{cp}} = [1 + 0,27 (\operatorname{tg} \varphi)^{0,78}] (0,94 + 0,06 \bar{d}_k^4). \quad (2.4)$$

Здесь  $\bar{d}_k = d_k/d$  ( $d_k$  — диаметр выходного конфузора). Азимутальная неравномерность потока за  $z$  ихрителем зависит от числа лопаток, закона их профилирования и интенсивности закрутки потока. Эта неравномерность изучалась экспе-

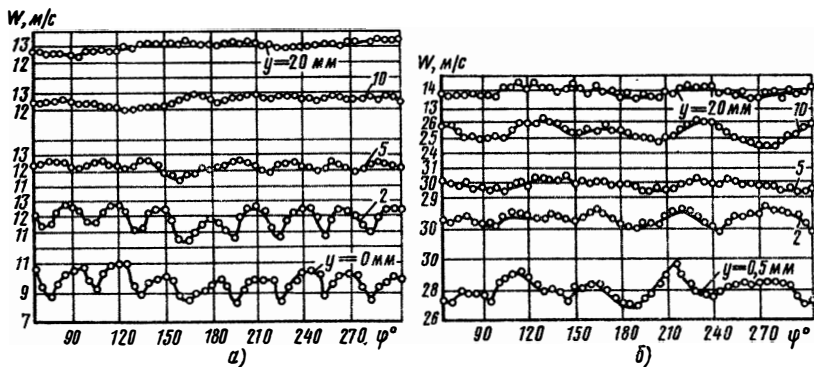


Рис. 2.3. Неравномерность суммарной скорости потока по азимутальной координате при  $\bar{x} = 0,96$ . Завихритель аксиально-лопаточный: а -  $\varphi_H = 15^\circ$ ,  $n = 3$ ,  $Re_d = 5,7 \cdot 10^4$ ; б -  $\varphi_H = 60^\circ$ ,  $n = 3$ ,  $Re_d = 5,9 \cdot 10^4$

риментально на завихрителях, лопатки которых спрофилированы по закону (1.2) в трубе с  $d = 80$  мм. В экспериментах использовался термоанемометр Т7-Н, датчик укреплялся на поворотном устройстве, позволяющем осуществлять осевое и вращательное перемещения.

Анализ опытных данных позволил заключить, что азимутальная неравномерность характеризуется волновой структурой, при этом число максимумов и минимумов скорости совпадает между собой и равно числу каналов в завихрителе (рис. 2.3). Следовательно, источником азимутальной неравномерности являются лопатки. Наибольшая неравномерность скоростных характеристик создается завихрителями с малыми значениями  $\varphi_H$  и  $n$ . Внутри области  $\bar{r} = 0,5$  (проекция центрального тела завихрителя) течение всегда практически равномерное.

Максимальное значение амплитуды отклонения суммарной скорости от ее среднего значения на фиксированном радиусе может достигать 20% и уменьшается с ростом  $\bar{r}$  (рис. 2.4). Здесь  $A = \frac{\tilde{W}_{\max} - \tilde{W}_{\min}}{\tilde{W}} \cdot 100\%$ ,  $\tilde{W}_{\max}$  и  $\tilde{W}_{\min}$  — средние по окружности максимальные и минимальные значения суммарной скорости;  $\tilde{W}$  — среднее значение суммарной скорости на данном радиусе.

Для исследованных завихрителей в области  $\bar{x} > 4$  течение можно считать практически равномерным.

Следует заметить, что исследованию подвергались завихрители, у которых имел место "проскок" некоторой части газа и неполная его закрутка в пределах завихрителя. При достаточном перекрытии лопаток азимутальная неравномерность исчезает уже при  $\bar{x} < 1$  [44].

Как отмечалось в гл. 1, деформация поля осевых скоростей под действием закрутки приводит к увеличению действительно-

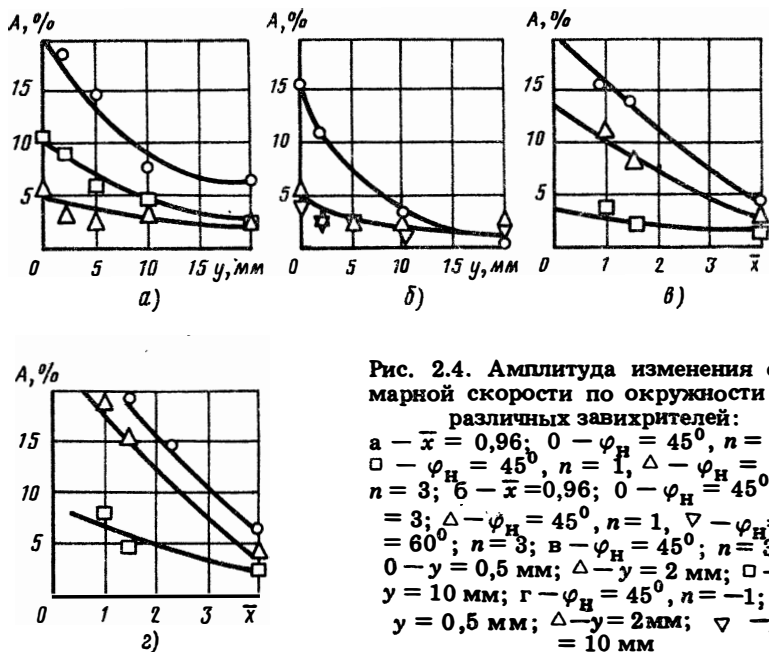


Рис. 2.4. Амплитуда изменения суммарной скорости по окружности для различных завихрителей:

а —  $\bar{x} = 0,96$ ; 0 —  $\varphi_H = 45^\circ, n = -1$ ;  $\square$  —  $\varphi_H = 45^\circ, n = 1$ ,  $\triangle$  —  $\varphi_H = 45^\circ, n = 3$ ; б —  $\bar{x} = 0,96$ ; 0 —  $\varphi_H = 45^\circ, n = -1$ ;  $\square$  —  $\varphi_H = 45^\circ, n = 1$ ,  $\nabla$  —  $\varphi_H = 60^\circ, n = 3$ ; в —  $\varphi_H = 45^\circ, n = 3$ ; 0 —  $y = 0,5$  мм;  $\triangle$  —  $y = 2$  мм;  $\square$  —  $y = 10$  мм; г —  $\varphi_H = 45^\circ, n = -1$ ; 0 —  $y = 0,5$  мм;  $\triangle$  —  $y = 2$  мм;  $\nabla$  —  $y = 10$  мм

го значения  $M_{вх}$  [формула (1.12)] по сравнению с его расчетным значением  $M_{вх.г}$ , определенным при равномерном распределении осевой скорости по поперечному сечению канала, а "недокрутка" потока, обусловленная конечным числом лопаток, — к уменьшению величины  $M_{вх}$ . Связь величин  $M_{вх}$  и  $M_{вх.г}$  можно описать формулой

$$M_{вх} = \kappa_M M_{вх.г} \quad (2.5)$$

Для всех исследованных завихрителей оказалось, что  $\kappa_M > 1$ . В работе [33] этот коэффициент находился экстраполяцией опытных данных по величине  $M$ , полученных при  $x > 3,25$ , до  $\bar{x} = 0$ . Для аксиально-лопаточных завихрителей при различном числе плоских лопаток, расположенных с перекрытием, и различных углах их установки ( $M_{вх.г} = 0,45 \dots 8,4$ ) найдено  $\kappa_M = 1,04$ .

Интересной особенностью аксиально-лопаточных завихрителей является формирование приосевого положительного течения вследствие образования торцевых перетечек около поверхности центрального тела завихрителя. В работе [44] кольцеобразная зона обратных течений, являющаяся косвенным подтверждением торцевых перетечек, наблюдалась по всей длине канала длиной 9,25 диаметра. В исследованиях авторов также подтверждена возможность формирования кольцеобразных зон обратного течения после завихрителя с профилированными лопатками. Эта область регистрировалась различными авторами при умеренной

и значительной закрутке и особенно заметна при использовании завихрителей с центральным телом без выходного конического обтекателя [44]. Однако, наличие приосевого положительного течения на основном участке практически не оказывает влияния на закономерности распределения параметров в периферийной области канала.

**Тангенциальные завихрители.** Эксперименты, выполненные в работе [33], показали, что азимутальная неравномерность профиля суммарной скорости в данном случае определяется числом подводных каналов ( $i$ ) и интенсивностью закрутки потока. При  $i = 1$  и значительной интенсивности закрутки потока неравномерность практически исчезает при  $\bar{x} = 0,26$ ; при  $i = 2$  этот участок сокращается до  $0,15$ . Для относительно слабой закрутки азимутальная неравномерность сохраняется до  $\bar{x} = 2,7$  и  $1,5$  соответственно. В работе [63] обнаружено, что при использовании одного тангенциального подвода и начальной степени закрутки  $\Phi_{*вх}$ , равной  $1,72$ , симметричное течение имеет место только при  $x > 5$ . Несимметричность потока приводит к погрешностям порядка  $10\%$  при расчете интегральной степени закрутки потока. Отклонение угла ввода потока от  $90^\circ$  по отношению к оси канала приводит к значительной трехмерности течения и существенным ошибкам в определении величины  $\Phi_{*вх}$  [63].

По опытным данным [33] коэффициент  $\kappa_M$  в формуле (2.5) для тангенциальных завихрителей составляет  $1,29$ .

Приосевой положительный ток, являющийся следствием торцевых перетечек газа, оказывает воздействие на характер распределения осевой составляющей скорости следующим образом. При относительно слабой закрутке он способствует образованию кольцевой зоны обратных течений. Например, в работе [41] такой характер течения имел место при  $F_{вх}/F = 0,38...0,61$ ; в исследовании [28] — при  $F_{вх}/F = 0,063...0,28$ . С ростом интенсивности начальной закрутки приосевой положительный поток локализуется у торцевой поверхности. В связи с этим в работе [41] при  $F_{вх}/F = 1,0$  зарегистрирована только область приосевого обратного течения. Аналогичные выводы следуют из анализа опытных данных работы [33].

Перестройка профилей  $w$  и  $u$  заканчивается во всех случаях к сечению  $x = 3,25$  [33].

**Тангенциально-лопаточные вихрители.** При достаточном числе лопаток завихрителя азимутальная неравномерность потока является незначительной и практически исчезает на расстоянии  $\bar{x} = 1$  от задней кромки завихрителя. При расчете параметра  $M_{вх}$  в сечении закручивающего устройства в уравнении (2.5) необходимо положить  $\kappa_M = 1,05$  [33]. Эксперименты показывают, что затухание закрутки по длине завихрителя не превышает  $5...7\%$ .

Важной особенностью тангенциально-лопаточной закрутки потока является "аэродинамический пережим", который созда-

ется струями газа, поступающего в канал. По своему воздействию "аэродинамический пережим" аналогичен диафрагмированию выходного сечения относительно короткого канала и приводит к смещению радиуса максимального значения вращательной скорости в приосевую область. Эксперименты показали, что для практических расчетов в диафрагмированных и недиафрагмированных

каналах можно пользоваться зависимостью  $\frac{r_{\varphi^*}}{R} = 0,35 \sqrt{\frac{F}{F_{вх}}} \bar{d}_к^{1,5}$ , где  $\bar{d}_к$  — относительный диаметр выходной

диафрагмы:  $r_{\varphi^*}$  — радиус максимального значения вращательной скорости [23].

Другой особенностью тангенциально-лопаточной закрутки является отсутствие приосевого обратного течения, что обусловлено "аэродинамическим пережимом" потока [23]. В области оси завихрителя наблюдается лишь "провал" осевой компоненты скорости, который в канале за завихрителем переходит в обратный ток.

Результаты определения компонент скорости в пределах закручивающего устройства представлены на рис. 2.5. Здесь  $\bar{u} = u/u_{вх}$ ,  $\bar{v} = v/u_{вх}$ ;  $\bar{w} = w/u_{вх}$ ;  $u_{вх}$  — скорость в выходном сечении завихрителя;  $b$  — длина лопаток вдоль оси трубы. Уменьшение длины завихрителя оказывает заметное влияние на структуру потока. Анализ данных в канале за завихрителем показывает, что закономерности потока соответствуют основному участку уже при  $\bar{x} = 1,2$  [23].

Улиточные завихрители. Такой способ начальной закрутки по азимутальной неравномерности лучше тангенциального (для  $i = 1$ ), но хуже тангенциально- и аксиально-лопаточной закрутки [33]. В широком диапазоне изменения начальной интенсивности закрутки потока участок вырождения неравномерности потока, как показали опыты, не превышает двух диаметров канала. Особенности локальных профилей скорости практически исчезают при  $\bar{x} = 3,25$  [33], а коэффициент  $\kappa_m$  в формуле (2.5) равен 1.1.

Выполненный анализ позволяет считать, что индивидуальные особенности закручивающего устройства проявляются на относительно коротком участке, длина которого не превышает трех-четырёх диаметров канала.

### 2.3. СТРУКТУРА ЗАКРУЧЕННЫХ ПОТОКОВ НА ОСНОВНОМ УЧАСТКЕ

Экспериментальное исследование структуры закрученного потока на основном участке выполнено в трубе с  $d = 80$  мм и  $\bar{l} = 150$ . Закрутка потока осуществлялась с помощью завихри-

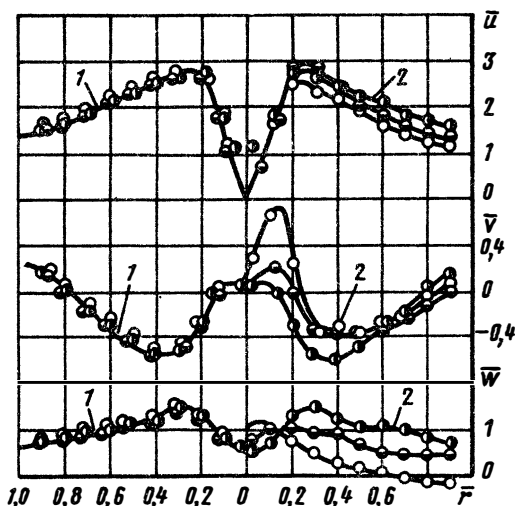


Рис. 2.5. Распределение относительных компонент скорости в пределах тангенциально-лопаточного завихрителя при  $F_{\text{вх}}/F = 1,47$ :  
 1 —  $b = 50$  мм;  $\odot - u_{\text{вх}} = 10,96$  м/с;  
 $\circ - u_{\text{вх}} = 15,33$  м/с;  $\ominus - u_{\text{вх}} = 18,78$  м/с; 2 —  $u_{\text{вх}} = 15,33$  м/с;  
 $\circ - b = 10$  мм;  $\ominus - b = 30$  мм;  
 $\odot - b = 50$  мм

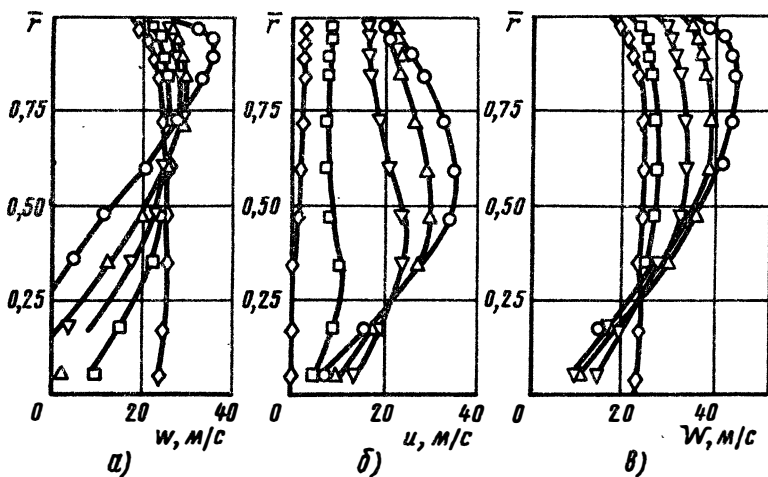


Рис. 2.6. Распределение осевой (а), вращательной (б) и суммарной (в) скоростей по длине цилиндрического канала;  
 $\varphi_{\text{н}} = 45^\circ$ ,  $n = 3$ ;  $\text{Re}_d = 1,1 \cdot 10^5$ ,  $0 - \bar{x} = 1,05$ ;  $\triangle - \bar{x} = 7,05$ ;  $\nabla - \bar{x} = 20$ ;  
 $\square - \bar{x} = 60$ ;  $\diamond - \bar{x} = 145$



телей, геометрические характеристики которых приведены в табл. 1.1.

На рис. 2.6, а, б, в приведены результаты определения осевой, вращательной и суммарной скоростей потока по длине и радиусу канала для одного из завихрителей [ 58 ].

Закрутка потока на входе в канал приводит к появлению вращательной составляющей скорости потока и формированию поля центробежных массовых сил ( $F = \rho \frac{u^2}{r}$ ), которое оказывает существенное влияние на структуру потока в канале.

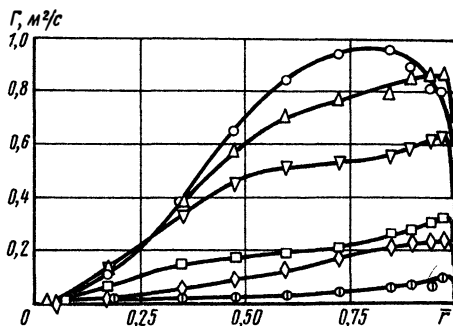
Анализ профиля осевой скорости показывает, что закрученное течение в цилиндрическом канале представляет собой сложный поток с непрерывным характером изменения локальных параметров по сечению канала. Такой поток содержит элементы более простых типов течения — область пристенного течения, приосевую область обратного течения или "провал" осевой скорости и расположенную между ними зону циркуляционного течения. Для таких потоков модель расчета "пограничный слой — невязкий поток" является неприменимой.

Максимальные значения осевой и суммарной скоростей в области, где интенсивность закрутки потока существенна ( $\bar{x} < 20$  для данных, представленных на рис. 2.6), располагаются в периферийной области канала и значительно превышают среднерасходное значение скорости. При увеличении  $\bar{x}$  вследствие действия сил трения происходит уменьшение интенсивности закрутки, что приводит к трансформации локальных параметров. Осевая и суммарная скорости при затухании закрутки в периферийной области уменьшаются, а в приосевой зоне — возрастают, область обратного течения постепенно вырождается, преобразуясь в "провал", характерный для течения за плохообтекаемым телом. Таким образом в канале одновременно существуют области течения с отрицательным (в периферийной зоне) и положительным (в приосевой области) продольными градиентами скорости. Взаимодействие областей противоположного градиента проявляется в непрерывном "отсосе" массы газа из периферийной зоны течения в приосевую.

Для профиля вращательной скорости характерен резко выраженный рост в области пристенного течения, монотонное возрастание до максимального значения на некотором радиусе и убывание до нуля на оси канала. По мере затухания закрутки происходит уменьшение вращательной скорости, причем в начальных сечениях ( $\bar{x} < 20$ , рис. 2.6) уменьшение  $u$  более заметно выражено в периферийной области канала, а в дальнейшем — в центральной области, что приводит к постепенному вырождению максимума вращательной скорости и формированию линейного профиля "квазитвердого вращения" ( $\bar{x} > 80$ , рис. 2.6). При уменьшении интенсивности закрутки радиус максимального значения вращательной скорости уменьшается по абсолютной ве-

Рис. 2.7. Изменение циркуляции вращательной скорости в цилиндрическом канале:

$\varphi_H = 45^\circ$ ,  $n = 3$ ,  $Re_\omega = 1,1 \cdot 10^5$ ,  $0 - \bar{x}_H = 1,05$ ;  $\triangle - \bar{x} = 7,05$ ;  $\nabla - \bar{x} = 20$ ;  $\square - \bar{x} = 60$ ;  $\diamond - \bar{x} = 100$ ;  $\circ - \bar{x} = 145$



личине, достигая значения равного  $\bar{r} \approx 0,35 \dots 0,37$ , а затем — полностью вырождается.

Необходимо отметить, что для исследованных условий зоны потенциального вращения потока не обнаружено; можно лишь указать на непрерывный характер изменения циркуляции вращательной скорости по радиусу канала с максимумом вблизи его поверхности (рис. 2.7). Этот факт подтвержден и в других работах, что указывает на существенную роль сил трения в формировании профилей скорости в потоке с закруткой.

Как показывают расчеты по уравнению неразрывности, радиальная составляющая скорости на основном участке течения на порядок и более ниже по абсолютному значению осевой и вращательной. Это подтверждено также в исследованиях [5, 28, 44, 79].

Отличительной чертой внутреннего закрученного течения является значительный радиальный градиент статического давления (рис. 2.8, б), что связано с появлением вращательной составляющей скорости. При значительной закрутке потока существуют области положительного и отрицательного избыточного давления и отмечается существенный перепад давления между стенкой канала и его осью. На большей части канала за исключением пристеночной области выполняется уравнение радиального равновесия

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \rho \frac{u^2}{r}, \quad (2.6)$$

что обусловлено малым значением радиальной составляющей скорости.

При затухании закрутки избыточное статическое давление в периферийной области канала уменьшается, а в приосевой возрастает, радиус его нулевого значения постепенно смещается к оси канала, что приводит к выравниванию профиля  $p$ . Таким образом, течение закрученного потока характеризуется наличием областей потока с противоположными продольными градиентами

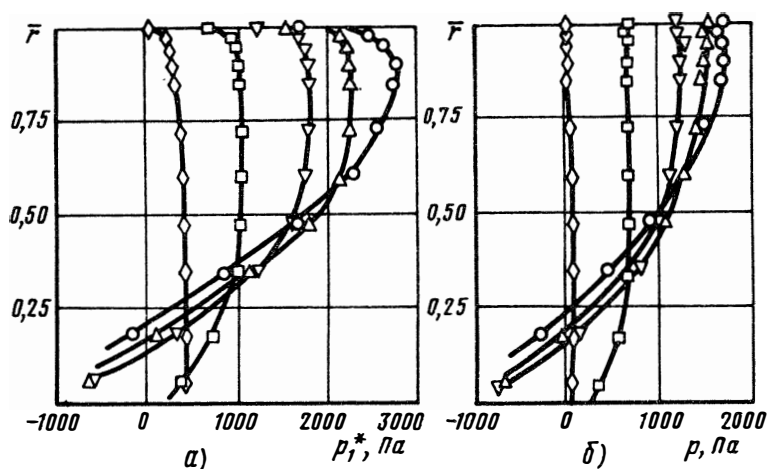


Рис. 2.8. Полное (а) и статическое (б) избыточное давление в закрученном потоке:  
 $\varphi_H = 45^\circ$ ,  $n = 3$ ;  $\overline{Re}_d = 1,1 \cdot 10^5$ ;  $0 - \bar{x} = 1,05$ ;  $\triangle - \bar{x} = 7,05$ ;  $\nabla - \bar{x} = 20$ ;  
 $\square - \bar{x} = 60$ ;  $\diamond - \bar{x} = 100$

ми статического давления — отрицательным в периферийной и положительным — в приосевой зоне канала. При этом в отличие от осевых потоков знаки градиентов скорости и давления совпадают между собой.

Характер трансформации полного избыточного давления представлен на рис. 2.8,а. При затухании закрутки величина  $p^*$  у поверхности канала уменьшается, а в приосевой области возрастает, при этом область примерно постоянного значения  $p^*$  непрерывно расширяется.

Изменение параметров завихрителя в достаточно широких пределах ( $\varphi_H = 15 \dots 60^\circ$ ,  $n = -1 \dots 3$ ) не изменяет качественной картины распределения локальных параметров закрученного потока (рис. 2.9). Характерные точки профилей скорости сохраняются, изменяются лишь его количественные характеристики, что связано с различной интенсивностью закрутки потока. Например, при прочих равных условиях ( $\overline{Re}_d = \text{const}$ ,  $x = \text{const}$ ) с ростом  $\varphi_H$  и  $n$  осевая скорость на периферии канала возрастает, зона обратных течений расширяется, радиус максимального значения  $u$  увеличивается и т. д. Вращательная скорость по абсолютному значению возрастает по всему сечению канала. Отмеченные выше особенности характерны для всего диапазона чисел Рейнольдса, имевших место в исследовании.

Обнаружено также, что основные параметры потока (скорость и давление) при выборе в качестве масштаба их максимальных значений являются автомодельными по числу Рейнольдса. Последнее совпадает с выводами, сделанными в работах [28, 32, 44].

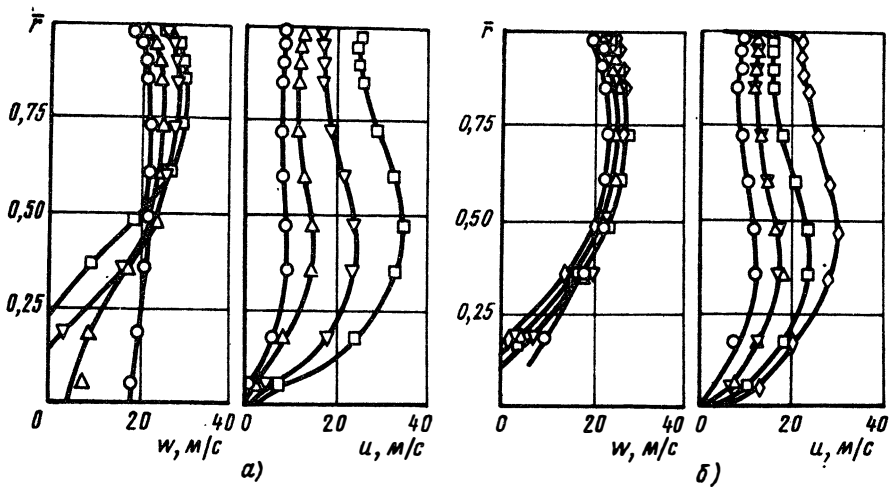


Рис. 2.9. Осевая и вращательная скорости, для различных завихрителей:  
 а —  $Re_d = 10^5$ ,  $\bar{x} = 20$ ,  $n = 3$ ;  $\circ - \varphi_H = 15^\circ$ ;  $\triangle - \varphi_H = 30^\circ$ ;  $\nabla - \varphi_H = 45^\circ$ ;  
 $\square - \varphi_H = 60^\circ$ ; б —  $Re_d = 10^5$ ,  $\bar{x} = 20$ ,  $\varphi_H = 45^\circ$ ;  $\circ - n = -1$ ;  $\triangle - n = 0$ ;  
 $\nabla - n = 1$ ;  $\square - n = 3$ ;  $\diamond$  — плоские лопатки

Анализ результатов экспериментальных исследований [5, 28, 32, 33, 44, 63, 81] и др., выполненных при других способах начальной закрутки (тангенциальный, тангенциально-лопаточный ввод, аксиально-лопаточные завихрители, с иным диаметром центрального тела, вращающаяся секция на входе), показывает, что на основном участке закрученного потока качественный характер радиального распределения и продольной трансформации локальных параметров подчиняется вышеописанным закономерностям. Последнее позволяет сделать вывод о том, что воздействие центробежных массовых сил на структуру течения основного участка характеризуется определенной общностью для произвольных способов и законов начальной закрутки.

#### 2.4. СВЯЗЬ СТРУКТУРЫ ЗАКРУЧЕННОГО ПОТОКА С ИНТЕНСИВНОСТЬЮ ЗАКРУТКИ

В предыдущем разделе было показано, что характер радиального распределения скоростей и давлений в произвольном сечении цилиндрического канала зависит от интенсивности закрутки потока в этом же сечении. Анализ обширных экспериментальных данных по структуре потока на основном участке течения, полученных при различных способах начальной закрутки, позволил выявить однозначную связь структуры потока с интегральным параметром закрутки  $\Phi_*$ , который, в свою очередь, однозначно связан с локальной характеристикой интенсивности закрутки  $\operatorname{tg} \varphi_w$ .

На рис. 2.10 представлены радиальные профили осевой и вращательной скоростей закрученного потока в цилиндрическом канале, полученные при различных геометрических характеристиках лопаточных завихрителей для

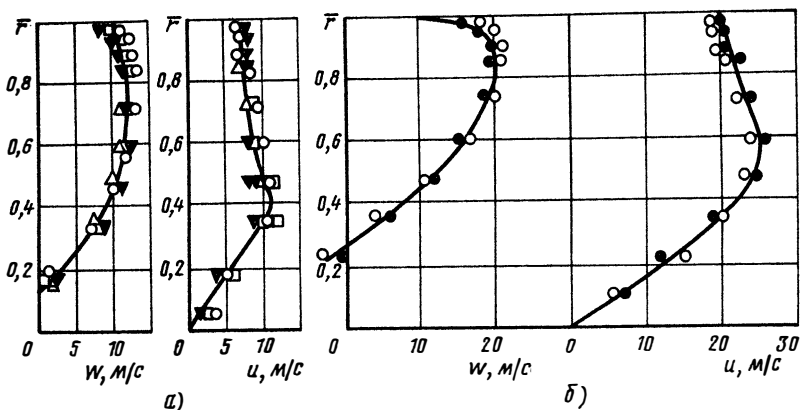


Рис. 2.10. Осевая и вращательная скорости в цилиндрическом канале при  $\Phi_* = \text{idem}$ :

а —  $\overline{Re}_d = 5 \cdot 10^4$ ;  $\circ - \varphi_H = 45^\circ, n = 1, \bar{x} = 10, \Phi_* = 0,50$ ;  $\nabla - \varphi_H = 30^\circ, n = 3, \bar{x} = 4, \Phi_* = 0,50$ ;  $\square - \varphi_H = 45^\circ, n = 3, \bar{x} = 20, \Phi_* = 0,51$ ;  $\triangle - \varphi_H = 60^\circ, n = 3, \bar{x} = 40, \Phi_* = 0,49$ ; б —  $\overline{Re}_d = 7 \cdot 10^4$ ;  $\circ - \varphi_H = 60^\circ, n = 3, \bar{x} = 10, \Phi_* = 0,98$ ;  $\bullet - \varphi_H = 45^\circ$ , плоские лопатки,  $\bar{x} = 10, \Phi_* = 0,96$

примерно одинаковых значений параметра закрутки  $\Phi_*$ . Несмотря на различные значения  $\varphi_H, n, \bar{x}$ , для которых получены эти результаты, наблюдается практически полная идентичность профилей  $u$  и  $w$ . Этот факт является убедительным доказательством универсальности параметра  $\Phi_*$ , как характеристики условий подобия полей скоростей для закрученного потока.

Обработка экспериментальных данных для аксиально-лопаточных завихрителей ( $l = 150$ ) позволила выявить однозначную связь между параметрами закрутки  $\Phi_*$  и  $\text{tg} \varphi_w$ . Результаты обобщения показаны на рис. 2.11 и удовлетворительно описываются уравнением

$$\text{tg} \varphi_w = 1,13 \Phi_*^{0,82}. \quad (2.7)$$

Информация о структуре потока на основном участке течения позволила проанализировать также комплекс  $Z = \bar{r} \text{tg} \varphi$  который на поверхности канала становится равным  $\text{tg} \varphi_w$ . Оказалось, что величина  $Z$  слабо изменяется по поперечному сечению канала, а ее среднее значение определяется параметром  $\Phi_*$ . В самом деле

$$\Phi_* = \frac{\int_0^R \rho u w r^2 dr}{R \int_0^R \rho w^2 r dr} = \frac{\int_0^1 \rho \bar{u} \bar{w} \bar{r}^2 d\bar{r}}{\int_0^1 \rho \bar{w}^2 \bar{r} d\bar{r}} = \frac{\int_0^1 Z \rho \bar{w}^2 \bar{r} d\bar{r}}{\int_0^1 \rho \bar{w}^2 \bar{r} d\bar{r}} = Z_{\text{ср}}.$$

Следовательно,  $Z_{\text{ср}} = \Phi_*$ . При отсутствии зоны обратного течения комплекс  $Z$  сохраняет примерно постоянное значение до  $\bar{r} = 0,1 \dots 0,15$ , а при наличии этой зоны — за ее пределами.

На рис. 2.12 найденные на основе исследования структуры потока значения  $Z$  сопоставлены с линией  $Z_w = \text{tg} \varphi_w$ , рассчитанной по формуле (2.7) и с линией  $Z_{\text{ср}} = \Phi_*$ . Как видно, последняя зависимость хорошо усредняет опытные значения величин  $Z$ .

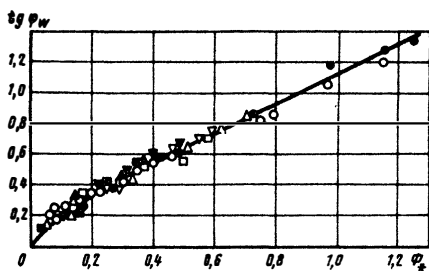


Рис. 2.11. Связь предельного угла закрутки потока на стенке канала с интенсивностью закрутки:

0 —  $\varphi_H = 60^\circ$ ,  $n = 3$ ;  $\Delta$  —  $\varphi_H = 45^\circ$ ,  $n = 3$ ;  $\nabla$  —  $\varphi_H = 30^\circ$ ,  $n = 3$ ;  $\square$  —  $\varphi_H = 15^\circ$ ,  $n = 3$ ;  $\blacktriangle$  —  $\varphi_H = 45^\circ$ ,  $n = -1$ ;  $\nabla$  —  $\varphi_H = 45^\circ$ ,  $n = 0$ ;  $\square$  —  $\varphi = 45^\circ$ ,  $n = 1$ ;  $\bullet$  —  $\varphi_H = 45^\circ$ , плоские лопатки

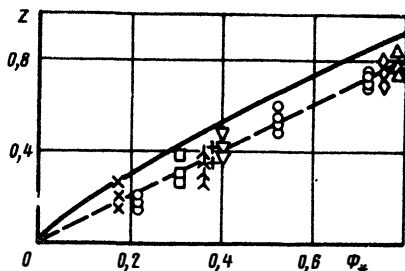


Рис. 2.12. Зависимость  $Z = f(\Phi_*)$ : 0 —  $\varphi_H = 45^\circ$ ,  $n = 3$ ,  $\bar{x} = 7...60$ ;  $\Delta$  —  $\varphi_H = 60^\circ$ ,  $n = 3$ ;  $\bar{x} = 20$ ;  $\diamond$  —  $\varphi_H = 45^\circ$ , плоские лопатки,  $\bar{x} = 20$ ;  $\nabla$  —  $\varphi_H = 45^\circ$ ,  $n = 1$ ;  $\bar{x} = 20$ ;  $+ - \varphi_H = 45^\circ$ ,  $n = 0$ ;  $\bar{x} = 20$ ;  $\square$  —  $\varphi_H = 45^\circ$ ,  $n = -1$ ,  $\bar{x} = 20$ ;  $x$  —  $\varphi_H = 15^\circ$ ,  $n = 3$ ;  $\bar{x} = 20$ ;  $\wedge$  —  $\varphi_H = 30^\circ$ ,  $n = 3$ ,  $\bar{x} = 20$ ; — из условия  $Z_w = \text{tg } \varphi_w$ ; — по формуле  $Z_{cr} = \Phi_*$

Таким образом, параметры  $\Phi_*$  и  $\text{tg } \varphi_w$  однозначно характеризуют влияние закрутки потока (центробежных массовых сил) на структуру течения в цилиндрическом канале. Для обобщения опытных данных вследствие их однозначной связи можно использовать один из них; авторами в дальнейшем при получении расчетных соотношений широко использован интегральный параметр закрутки  $\Phi_*$ .

На рис. 2.13 приведена информация о максимальных значениях осевой и суммарной скорости в закрученном потоке. Использование в качестве масштаба средней скорости  $w_{cp}$  позволяет получить закономерности, слабо зависящие от числа Рейнольдса. Общий характер изменения

$$\bar{w}_* = \frac{w_*}{w_{cp}} \quad \text{и} \quad \bar{W}_* = \frac{W_*}{w_{cp}} \quad \text{по параметру закрутки (кривая с минимумом) обуслов-$$

лен тем, что с ростом  $\Phi_*$  максимальное значение  $w$  и  $W$  постепенно смещается из приосевой зоны канала в пристенную. Обобщение результатов экспериментального исследования позволило предложить следующие уравнения:

$$\text{при } \Phi_* > 0,16 \quad \bar{w}_* = 1 + 0,36\Phi_*; \quad (2.8)$$

$$\text{при } \Phi_* > 0,1 \quad \bar{W}_* = 1 + 1,1\Phi_*^{1,4}. \quad (2.9)$$

Приосевое обратное течение в трубе возникает при  $\Phi_* > 0,2$ , а ширина этой области определяется уравнением

$$\bar{r}_{o.T} = 0,3(\Phi_* - 0,2)^{0,71}, \quad (2.10)$$

где  $\bar{r}_{o.T} = r_{o.T}/R$ ;  $r_{o.T}$  — радиус зоны обратных токов.

Профиль вращательной скорости имеет максимум только при  $\Phi_* > 0,23$ .

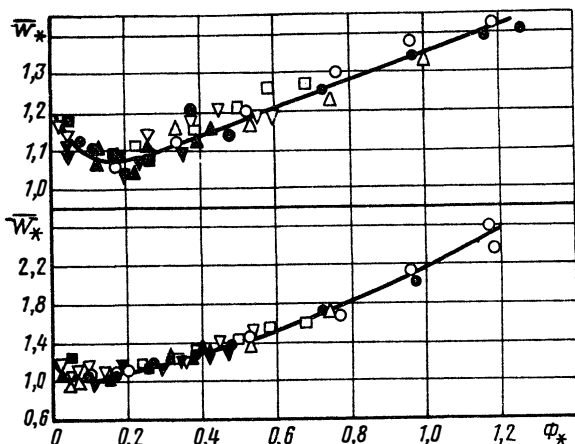


Рис. 2.13. Максимальное относительное значение осевой и суммарной скоростей в цилиндрическом канале при  $\overline{Re}_d = 7 \cdot 10^4$  (обозначения см. на рис. 2.11)

В области  $\Phi_* > 0,5$  его значение определяется уравнением

$$\bar{r}_{\varphi*} = 0,56\Phi_*^{0,69}, \quad (2.11)$$

где  $\bar{r}_{\varphi*} = r_{\varphi*}/R$ ;  $r_{\varphi*}$  — радиус максимального значения вращательной скорости.

В интервале  $\Phi_* = 0,23 \dots 0,5$  величина  $\bar{r}_{\varphi*}$  сохраняется на постоянном уровне, равном  $0,35 \dots 0,37$ ; при  $\Phi_* = 0,17 \dots 0,23$  происходит вырождение максимума вращательной скорости, и в области значений  $\Phi_*$ , меньших  $0,17$ , изменение вращательной скорости практически соответствует закону квазитвердого вращения ( $u r^{-1} = \text{const}$ ).

Максимальное значение вращательной скорости в области  $\Phi_* > 0,23$  характеризуется следующим уравнением:

$$\bar{u}_* = 2,18\Phi_*^{0,78}, \quad (2.12)$$

где  $\bar{u}_* = u_*/w_{\text{ср}}$ . Отсюда следует, что отношение  $\bar{u}_*$  и  $\text{tg} \varphi_w$  в исследованном диапазоне изменения  $\Phi_*$  сохраняет примерно постоянное значение, равное  $1,93$ .

Для определения максимального значения циркуляции вращательной скорости можно использовать уравнение

$$\frac{\Gamma_*}{w_* R} = 1,02\Phi_*^{0,82}. \quad (2.13)$$

Характерная точка профиля статического давления — радиус нулевого значения избыточного статического давления  $r_d$  — определяется уравнением

$$\bar{r}_d = 0,36(\Phi_* - 0,2)^{0,89}, \quad (2.14)$$

где  $\bar{r}_d = r_d/R$ . Сравнение выражений (2.10) и (2.14) показывает, что зона обратных течений и область отрицательного избыточного статического давления возникает одновременно. Кроме того, из уравнений (2.11), (2.14) следует, что широко используемое некоторыми авторами предположение о равенстве  $\bar{r}_{\varphi*}$  и  $\bar{r}_d$  является ошибочным.

Таким образом, в широком диапазоне изменения параметров и законов начальной закрутки (лопаточные завихрители) установлено, что локальная структура закрученного потока однозначно характеризуется интегральным параметром закрутки  $\Phi_*$ . Можно считать, что этот параметр характеризует подобие полей скоростей при течении закрученного потока в трубах.

## 2.5. РЕЗУЛЬТАТЫ ОБОБЩЕНИЯ ОПЫТНЫХ ДАННЫХ ПО СТРУКТУРЕ ПОТОКА

Интегральный параметр  $\Phi_*$  был использован для обобщения опытных данных, характеризующих локальную структуру закрученного потока в трубах при разнообразных способах начальной закрутки. В связи с тем, что в работах [5, 28, 32, 33, 44, 58, 81] (табл. 2.1) представлены только графические зависимости, характеризующие осевую и вращательную скорости, авторами численным интегрированием на ЭВМ определена величина  $\Phi_*$  для каждого сечения канала, а также характеристики локальной структуры потока ( $\bar{w}_*$ ,  $\bar{u}_*$ ,  $\bar{r}_{\varphi*}$ ,  $\bar{r}_{o.T}$ ). Обобщение выполнено для основного участка трубы в широком диапазоне изменения конструктивных параметров закручивающих устройств и способов начальной закрутки.

Результаты обобщения опытных данных представлены на рис. 2.14...2.18. На этих же рисунках приведены обобщающие зависимости, полученные в разд. 2.4 для лопаточных завихрителей и четырехлопастной вертушки, установленной на входе в трубу при течении воды.

Однозначная связь между параметрами закрутки  $\Phi_*$  и  $\text{tg}\varphi_w$  сохраняется и при других способах начальной закрутки (рис. 2.14). Следовательно, свойство постоянства комплекса  $Z = r \text{tg}\varphi$  на большей части сечения канала сохраняется при произвольных способах закрутки потока. Этот факт может быть использован для определения профиля осевой скорости по известному распределению вращательной скорости и наоборот (см. гл. 9). Обобщающее уравнение имеет следующий вид (см. рис. 2.14) :

$$\text{tg}\varphi_w = 1,18\Phi_*^{0,76}. \quad (2.15)$$

Максимальные значения осевой и вращательной скоростей при использовании в качестве масштаба среднерасходной скорости в канале автомодельны по числу Рейнольдса и определяются из уравнений (рис. 2.15, 2.16)

$$\text{при } \Phi_* > 0,10 \quad \bar{w}_* = 0,92 + 0,55\Phi_*; \quad (2.16)$$

$$\text{при } \Phi_* > 0,23 \quad \bar{u}_* = 2,04\Phi_*^{1,09}. \quad (2.17)$$



Т а б л и ц а 2.1

Источник	Канал	Способ закрутки потока	Среда
Хэй, Вест, [ 63 ]	Труба, $\bar{l} = 18$	Тангенциальный завихритель	Воздух $\overline{Re}_d = 10500 \dots 4900$
Yajnik K, Subbaiah M. [ 81 ]	Труба, $\bar{l} = 100$	Тангенциально-лопаточный завихритель	Воздух, $\overline{Re}_d < 2,6 \cdot 10^5$
Веске Д. Р. Стуров Г. Е. [ 5 ]	Труба, $\bar{l} = 170$	Вращающаяся секция	Воздух, $\overline{Re}_d = 3 \cdot 10^4$
Нурсте Х. О., Иванов Ю. В., Луби Х. О. [ 33 ]	Труба, $\bar{l} = 58,5$	Тангенциальный завихритель, аксиально-лопаточный завихритель	Воздух, $\overline{Re}_d > 7,5 \cdot 10^4$
Нурсте Х. О. [ 32 ]	Труба; $\bar{l} = 58,5$	Тангенциальный завихритель	Воздух, $\overline{Re}_d > 7,5 \cdot 10^4$
Лянэ Р. П. Иванов Ю. В. [ 28 ]	Труба, $\bar{l} = 58,5$	Тангенциальный завихритель	Воздух
Сударев А. В. [ 44 ]	Труба, $\bar{l} = 58,5$	Аксиально-лопаточный завихритель с центральным телом (плоские лопатки)	Воздух

Радиус зоны приосевого обратного течения по результатам обобщения (рис. 2.17) характеризуется уравнением

$$\bar{r}_{0,T} = 0,3 (\Phi_* - 0,24)^{0,72}, \quad (2.18)$$

которое практически совпадает с выражением (2.10).

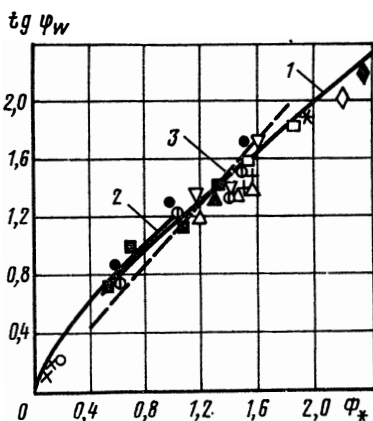
При закрутке воды в трубах обратное течение возникает при значениях параметра закрутки  $\Phi_*$  больших, чем 0,95. Ширина зоны обратных течений в этом случае меньше, чем в воздушных потоках.

Рис. 2.14. Связь предельного угла закрутки и величины  $\Phi$  по данным

различных исследований:  
 1 — по уравнению (2.15); 2 — по уравнению (2.7); 3 — четырехлопастная вертушка (вода);  $\nabla$  — [ 63 ]  $\times$  — [ 81 ];  $\Phi$  — [ 5 ];  $\square$  — [ 33 ];  $\blacksquare$  — [ 32 ];  $\blacklozenge$  — [ 28 ];

$$\left. \begin{array}{l} \Delta - \bar{d}_0 = 0,75 \\ \blacktriangle - \bar{d}_0 = 0,65 \\ * - \bar{d}_0 = 0,83 \end{array} \right\} \varphi = 50^\circ [ 44 ]$$

$$\left. \begin{array}{l} + - \bar{d}_0 = 0,65 \\ \diamond - \bar{d}_0 = 0,83 \end{array} \right\} \varphi = 63^\circ [ 44 ]$$



Анализ опытных данных, характеризующих относительный радиус максимального значения вращательной скорости, показал, что для завихрителей, создающих на входе закон вращения твердого тела по всему сечению канала (вращающиеся секции, вертушки), имеет место "аномальное" поведение зависимости  $\bar{r}_{\varphi_*} = f(\Phi_*)$ . Эти результаты располагаются выше опытных данных, полученных при других способах начальной закрутки (рис. 2.18). Этот факт объясняется формированием максимума вращательной скорости в непосредственной близости от поверхности канала уже на входе в канал, что обусловлено закономерностями закона  $ur^{-1} = \text{const}$ .

Результаты обобщения (исключая завихрители с законом "твердого тела" на входе) в области  $\Phi_* = 0,5 \dots 1,8$  описываются уравнением

$$\bar{r}_{\varphi_*} = 0,51\Phi_*^{0,41}. \quad (2.19)$$

При  $\Phi_* > 1,8$  величина  $\bar{r}_{\varphi_*}$  уже не изменяется и сохраняется 0,62...0,64. При малых значениях параметра закрутки ( $\Phi_* = 0,23 \dots 0,5$ ) величина  $r_{\varphi_*}$  составляет 0,35...0,37.

Выполненное обобщение опытных данных позволяет сделать окончательный вывод об универсальных свойствах интегрального параметра  $\Phi_*$ .

## 2.6. ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗАКРУЧЕННОГО ПОТОКА

Интегральные характеристики закрученного потока определяются численным интегрированием полей скоростей и давлений по сечению канала. Важнейшими из них являются осевые составляющие полного потока количества движения  $K$ , потока момента количества движения  $M$  и параметр закрутки потока  $\Phi_*$ .

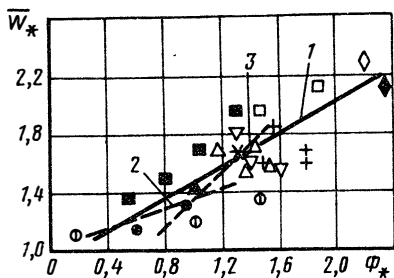


Рис. 2.15. Максимальное относительное значение осевой скорости в цилиндрическом канале (обозначения на рис. 2.14):  
 1 — по уравнению (2.16); 2 — по уравнению (2.8); 3 — четырехлопастная вертушка (вода)

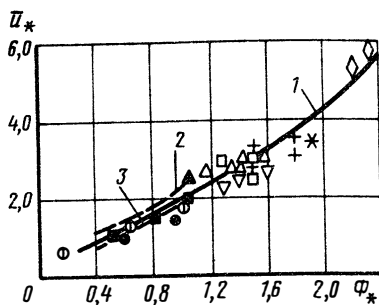


Рис. 2.16. Максимальное относительное значение вращательной скорости (обозначения на рис. 2.14):  
 1 — по уравнению (2.17); 2 — по уравнению (2.12); 3 — четырехлопастная вертушка (вода)

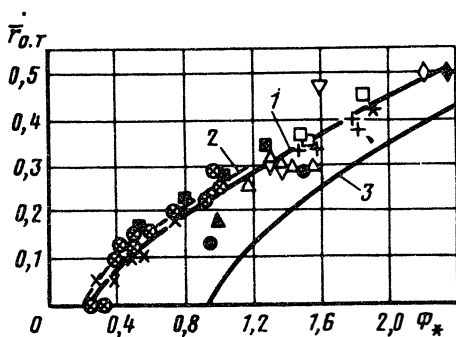


Рис. 2.17. Относительный радиус зоны обратных течений (обозначения на рис. 2.14):  
 1 — по уравнению (2.18); 2 — по уравнению (2.10); 3 — четырехлопастная вертушка (вода); ⊗ — [ 58 ]

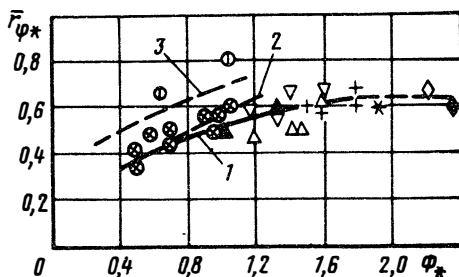


Рис. 2.18. Относительный радиус максимальной вращательной скорости (обозначения на рис. 2.14):  
 1 — по уравнению (2.19); 2 — по уравнению (2.11); 3 — четырехлопастная вертушка (вода); ⊗ — [ 58 ]

В настоящем параграфе представлены результаты определения интегральных характеристик закрученного потока по экспериментам в трубе длиной 150 диаметров при течении воздуха [58]. Основные параметры лопаточных завихрителей указаны в табл. 1.1. Для обобщения привлечены опытные данные других авторов; в этом случае интегральные характеристики определялись численным интегрированием полей скоростей, представленных в этих работах.

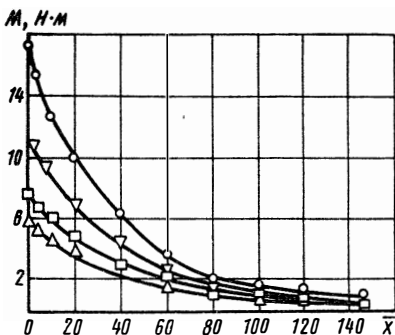


Рис. 2.19. Продольное изменение потока момента количества движения в цилиндрическом канале,  $Re_d = 1,1 \cdot 10^5$ :  
 $\circ - \varphi_H = 60^\circ, n = 3$ ;  $\nabla - \varphi_H = 45^\circ, n = 3$ ;  $\square - \varphi_H = 45^\circ, n = 1$ ;  $\triangle - \varphi_H = 30^\circ, n = 3$

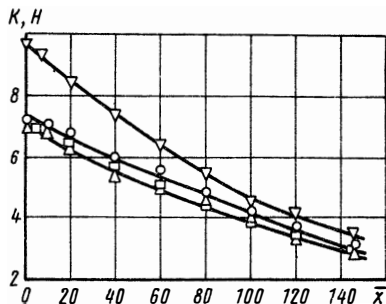


Рис. 2.20. Продольное изменение осевой проекции полного импульса в цилиндрическом канале,  $Re_d = 1,1 \cdot 10^5$  (обозначения соответствуют рис. 2.19)

На рис. 2.19—2.21 показаны типичные зависимости, характеризующие изменение  $M$ ,  $K$  и  $\Phi_*$  по длине канала. Наиболее заметно уменьшение  $M$  и  $\Phi_*$  выражено на начальных сечениях ( $\bar{x} < 20$ ), где трансформация осевой и вращательной скорости наиболее значительна. Падение  $K$  по длине канала более равномерное вследствие возрастания статического давления в приосевой части канала по мере вырождения закрутки.

При использовании в качестве масштабов начальных значений интегральных параметров продольное изменение  $M$ ,  $K$  и  $\Phi_*$ , слабо зависит от числа Рейнольдса. Для практических расчетов в результате обобщения предложены следующие зависимости

$$\left. \begin{aligned} 0 < \bar{x} < \bar{x}_1, \quad \frac{M}{M_{Bx}} &= \exp(-m\bar{x}); \\ \bar{x} > \bar{x}_1, \quad \frac{M}{M_{Bx}} &= \exp[(m_1 - m)\bar{x}_1 - m_1\bar{x}]; \end{aligned} \right\} \quad (2.20)$$

$$x > 0, \quad \frac{K}{K_{Bx}} = \exp(-k\bar{x}); \quad (2.21)$$

$$\left. \begin{aligned} 0 < \bar{x} < \bar{x}_1, \quad \frac{\Phi_*}{\Phi_{*Bx}} &= \exp(-p_1\bar{x}); \\ \bar{x} > \bar{x}_1, \quad \frac{\Phi_*}{\Phi_{*Bx}} &= \exp[(p_2 - p_1)\bar{x}_1 - p_2\bar{x}], \end{aligned} \right\} \quad (2.22)$$

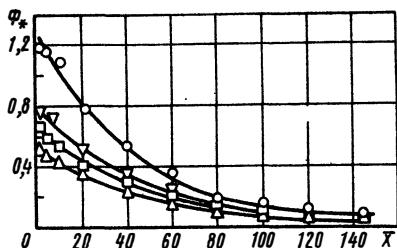


Рис. 2.21. Продольное изменение параметра закрутки потока,  $Re_l = 1,1 \cdot 10^5$  (обозначения соответствуют рис. 2.19)

причем граничная координата  $\bar{x}$  в уравнениях (2.20), (2.21) вычисляется из уравнения ( $\Phi_{*Bx} > 0,38$ )

$$\bar{x}_1 = -4,7\Phi_{*Bx}^2 + 14,4\Phi_{*Bx} + 9. \quad (2.23)$$

Показатели степени  $m$ ,  $m_1$ ,  $k$ ,  $p_1$  и  $p_2$  в уравнениях (2.20) — (2.22) определяются по графическим зависимостям, приведенным на рис. 2.22 и 2.23. Использование при обобщении опытных данных работ [5, 32, 33, 63, 77, 79] позволяет считать, что уравнения (2.20), (2.22) могут применяться для определения продольной трансформации  $M$  и  $\Phi_*$  при различных способах и законах начальной закрутки. Уравнение (2.21) соответствует условиям течения только в трубе длиной 150 калибров, что обусловлено наличием в  $K$  интеграла от сил давления, зависящего от  $\bar{l}$  (см. гл. 3).

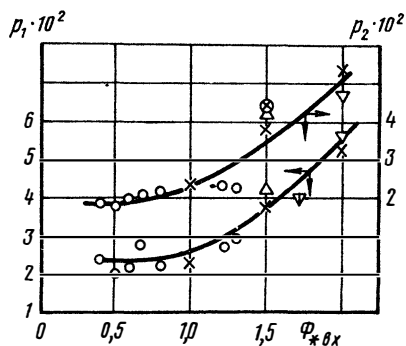
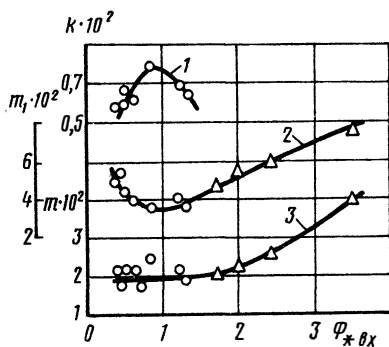
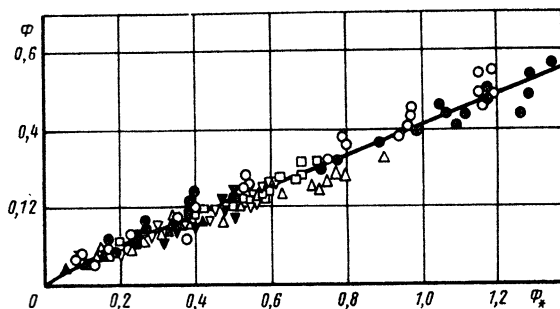


Рис. 2.22. Показатели степени в уравнениях (2.20), (2.21):  
 $\circ$  — [58];  $\triangle$  — [32], [33]; 1 —  $k$ ;  
 2 —  $m_1$ ; 3 —  $m$

Рис. 2.23. Абсолютные значения  $p_1$  и  $p_2$  в уравнениях (2.22):  
 $\nabla$  — тангенциальный завихритель [63];  $\triangle$  — тангенциальный завихритель [79];  $\nabla$  — тангенциальный завихритель [77];  $\oplus$  — вращающаяся секция [5];  $\times$  — четырехлопастная вертушка (вода);  $\circ$  — аксиально-лопаточный завихритель

Рис. 2.24. Связь интегральных параметров закрутки  $\Phi$  и  $\Phi_*$ :  $\bar{z} = 150$  (обозначения соответствуют рис. 2.11)



Для определения интегрального градиента статического давления и решения интегральных соотношений импульсов необходимо иметь связь между параметрами закрутки  $\Phi$  и  $\Phi_*$ . В результате обобщения опытных данных получено уравнение (рис. 2.24)

$$\Phi = 0,41\Phi_*^{0,96}, \quad (2.24)$$

откуда следует, что при течении в трубе длиной 150 калибров отношение  $\Phi/\Phi_*$  примерно постоянно и равно 0,41. Из уравнения (2.24) можно также получить выражение для определения отношения  $K/K_*$  для тех же условий.

В разд. 2.4 было получено уравнение (2.7), связывающее локальный и интегральный параметры закрутки потока. В результате обобщения опытных данных получено еще пять уравнений, связывающих локальные и интегральные характеристики закрученного потока в трубе. Они рассматриваются ниже.

Анализ и обработка профиля статического и полного давлений в потоке показывает, что отношение давления на стенке  $p_w$  к осредненным значениям  $p$  и  $p_*$  в этом же сечении является однозначной функцией параметра закрутки  $\Phi_*$  и соответствует уравнениям

$$\frac{p_w}{p} = 1 + 1,77\Phi_*^{1,56}, \quad \frac{p_w}{p_*} = (1,08 - 0,1\Phi_*)^{-1}, \quad (2.25)$$

где  $\tilde{p} = \frac{2}{R^2} \int_0^R pr \, dr$ ;  $\tilde{p}^* = \frac{2\pi}{G} \int_0^R p^* \rho w r \, dr$ ,  $G$ -расход в единицу времени.

При течении воды получено следующее выражение

$$\frac{p_w}{p_*} = (1 + 0,06\Phi_*)^{-1}. \quad (2.26)$$

Анализ уравнений (2.25) и (2.26) показывает, что статическое давление на стенке канала с удовлетворительной для прак-

тики точностью соответствует осредненному полному давлению в этом же сечении поскольку  $p_w = \bar{p}^*$ . Это равенство можно представить также в виде уравнения

$$p_w = \frac{\rho}{G} E, \quad (2.27)$$

где  $E = 2\pi \int_0^R p^* w r dr$  — энергия закрученного потока.

Из уравнения (2.27) следует, что статическое давление на стенке однозначно характеризует энергию потока в этом же сечении канала.

Практически важными являются также уравнения, приведенные ниже

$$\frac{K_x}{G w_{\text{ср}}} = 1 + 0,18\Phi_*^{1,2}, \quad \frac{M}{G\Gamma_*} = 0,85\Phi_*^{0,12}. \quad (2.28)$$

Они связывают интегральные характеристики  $M$  и  $K_x$  с локальными параметрами потока  $w_{\text{ср}}$  и  $\Gamma_*$ .

## 2.7. ОБЛАСТЬ ПРИСТЕННОГО ТЕЧЕНИЯ ЗАКРУЧЕННОГО ПОТОКА

Характер распределения скорости около поверхности канала играет определяющую роль в процессах переноса теплоты и массы от газа к стенке и наоборот. Имеющиеся к настоящему времени в литературе результаты относятся только к циклонным и вихревым камерам [47], для внутренних поступательно-вращательных потоков обнаружен лишь факт деформации (большей заполненности) профиля скорости в пристенной зоне и уменьшение толщины этой зоны под действием закрутки.

Экспериментальное исследование локальной структуры закрученного потока в пристенной области канала выполнено в условиях, описанных в разд. 2.1. Поле скоростей зондировалось с помощью термоанемометра, в опытах использовались однониточные датчики с прямой нитью из позолоченного вольфрама длиной 1...2 мм и диаметром 6...8 микрон. Точность линейного перемещения зонда составляла 0,01 мм, углового —  $1^\circ$ . Все измерения проводились на основном участке канала, где область пристенного течения имеет достаточно большую толщину ( $x > 15$ ).

Анализ опытных данных [58] показал, что вблизи поверхности канала распределения осевой и суммарной скоростей потока подчиняются логарифмической зависимости, характерной для пограничного слоя осевого потока. Эта зона названа облас-

тью пристенного течения закрученного потока [58]. Закономерности течения в ней определяются взаимодействием потока со стенкой канала. Важно отметить, что абсолютные значения толщины области пристенного течения для суммарной ( $\delta_\Sigma$ ) и осевой ( $\delta_x$ ) скорости оказались различными ( $\delta_\Sigma > \delta_x$ ). Это обусловлено возрастанием скорости в области  $r_{\varphi_*} < r < R$ .

Интегрируя уравнения модифицированной гипотезы Прандтля [56] при допущениях аналогичных [25], можно получить следующие формулы

$$\varphi_x = \frac{1}{\kappa_* \gamma} \lg \eta_x + c_1, \quad \varphi_\Sigma = \frac{1}{\kappa_*} \lg \eta_\Sigma + c_1, \quad (2.29)$$

где  $\varphi_x = w/w_{**}$ ;  $\eta_x = yw_{**}/\nu$ ;  $\varphi_\Sigma = W/W_{**}$ ;  $\eta_\Sigma = yW_{**}/\nu$ ,  $\gamma, \kappa_*$ ,  $c_1$  — константы, зависящие от  $\Phi_*$ , а суммарная и осевая динамическая скорости определяются выражениями

$$W_{**} = \sqrt{\tau_{\Sigma w}/\rho}, \quad w_{**} = \sqrt{\tau_{xw}/\rho}. \quad (2.30)$$

Значения  $\tau_{\Sigma w}$  и  $\tau_{xw}$  находились по уравнениям (1.58) и (1.59) с помощью формул (2.20) и (2.21).

Обобщение опытных данных выполнялось в координатах

$$\varphi_\Sigma = f(\eta_\Sigma) \text{ и } \varphi_x = f(\eta_x).$$

На рис. 2.25 приведена типичная зависимость профиля суммарной скорости в области пристенного течения для различных чисел Рейнольдса [58]. Весьма важным следует считать то обстоятельство, что зависимость  $\varphi_\Sigma = f(\eta_\Sigma)$  оказалась универсальной, т. е. не зависящей от числа  $Re_d$ . При уменьшении интенсивности закрутки зависимость  $\varphi_\Sigma = f(\eta_\Sigma)$  постепенно приближается к линии 1 и при  $\Phi_* = 0,05 \dots 0,07$  практически совпадает с ней.

Для проверки универсальных свойств параметра закрутки анализировались опытные данные, полученные для приблизительно одинаковых значений  $\Phi_*$ . Приведенные на рис. 2.26 результаты, охватывающие достаточно широкий диапазон изменения  $Re_d$ , подтверждают универсальные свойства параметра закрутки  $\Phi_*$  как характеристики профиля скорости в области пристенного течения.

Обработка опытных данных выполнена только для турбулентного ядра ( $\eta_\Sigma > 30$ ), где влияние стенки на показания термометра по данным тарировки незначительно. В результате обобщения получено следующее уравнение

$$\varphi_\Sigma = [5,5 + 4,65(\Phi_* - 0,07)^{0,26}] + [5,75 - 3,36(\Phi_* - 0,07)^{0,3}] \lg \eta_\Sigma. \quad (2.31)$$



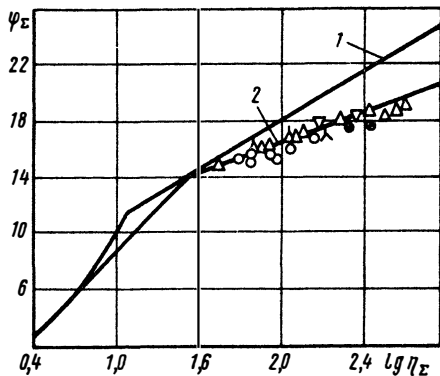
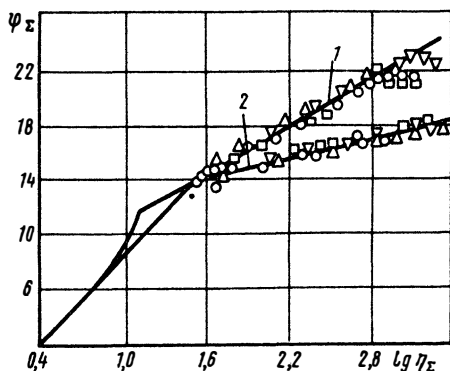


Рис. 2.25. Универсальный профиль суммарной скорости в трубе:

$\varphi_H = 45^\circ, n = 3$ ; 1 — осевое стабилизированное течение; 2 — обобщающая линия для  $\Phi_* = 0,7$ ;  $\circ - \overline{Re}_d = 5 \cdot 10^4$ ;  $\triangle - \overline{Re}_d = 7 \cdot 10^4$ ;  $\square - \overline{Re}_d = 10^5$ ;  $\nabla - \overline{Re}_d = 1,5 \cdot 10^5$

Рис. 2.26. Универсальный профиль суммарной скорости для завихрителей с  $\Phi_* = \text{const}$ :

1 —  $\varphi_{\Sigma} = 5,5 + 5,75 \cdot \lg \eta_{\Sigma}$  — осевое стабилизированное течение; 2 — обобщающая линия для  $\Phi_* = 0,32 - 0,38$ ;  $\circ - \varphi_H = 45^\circ, n = -1$ ;  $\nabla - \varphi_H = 45^\circ, n = 3$ ;  $\bullet - \varphi_H = 30^\circ, n = 3$ ;  $\triangle - \varphi_H = 15^\circ, n = 3$ ;  $\lambda - \varphi_H = 45^\circ, n = 1$

Профиль осевой составляющей скорости в области  $\eta_x > 30$  при  $\Phi > 0,07$  определяется выражением

$$\varphi_x = [5,5 + 6,13 (\Phi_* - 0,07)^{0,43}] + [5,75 - 4,22 (\Phi_* - 0,07)^{0,38}] \lg \eta_x. \quad (2.32)$$

Из анализа уравнений (2.31), (2.32) видно, что наиболее заметное отклонение опытных данных от закономерностей осевого течения наблюдается в области  $\Phi_* = 0,07 \dots 0,5$ , в дальнейшем зависимости  $\varphi_x = f(\eta_x), \varphi_{\Sigma} = f(\eta_{\Sigma})$  изменяются уже слабо.

В области максимума осевой и суммарной скорости зависимости  $\varphi_{\Sigma} = f(\eta_{\Sigma})$  и  $\varphi_x = f(\eta_x)$  уже не соответствуют логарифмической функции. На основе обработки опытных данных получены следующие "верхние" пределы для уравнений (2.31) и (2.32)

$$\frac{\eta_{x0}}{\eta_0} = 1 - 0,57 (\Phi_* - 0,07)^{0,46},$$

$$\frac{\eta_{\Sigma 0}}{\eta_0} = 1 + 0,46 (\Phi_* - 0,07)^{0,89}, \quad (2.33)$$

где  $\eta_{x0} = w_{**} \delta_x / \nu, \eta_{\Sigma 0} = W \delta_{\Sigma} / \nu, \eta_0$  — верхняя безразмерная

граница логарифмического закона для осевого течения при  $\text{Re}_d = \text{idem}$ .

Из уравнений (2.33) следует, что в закрученном потоке толщина области пристенного течения для осевой и суммарной скорости ниже, чем в осевых потоках. Например, при  $\Phi_* = 1,0$  отношение  $\delta_x/\delta_0 = 0,18$ , а  $\delta_\Sigma/\delta_0 = 0,45$ .

В области вязкого подслоя ( $0 < \eta_x, \eta_\Sigma < 5$ ) и переходной зоне ( $5 < \eta_x, \eta_\Sigma < 30$ ) измерения профиля скорости закрученного потока в настоящее время отсутствуют. В первом приближении можно считать, что в этих областях зависимости  $\varphi_x = f(\eta_x)$  и  $\varphi_\Sigma = f(\eta_\Sigma)$  сохраняются такими же, как при осевом течении, что подтверждено исследованиями гидродинамики в вихревых и циклонных камерах [47].

Логарифмический закон скорости является огибающей семейства степенных профилей, которые в некоторых случаях более удобны в расчетах. Для этих целей предложены следующие уравнения:

$$\frac{n_0}{n} = 1 + 0,78 (\Phi_* - 0,07)^{0,7}, \quad \frac{m_0}{m} = 1 + 1,4 (\Phi_* - 0,07)^{0,9}, \quad (2.34)$$

где  $n, m$  — показатели степени для осевой и суммарной скорости;  $n_0, m_0$  — показатели степени для осевого потока при  $\text{Re}_d = \text{idem}$ . Из уравнения (2.34) следует, что в области пристенного течения закрученного потока профили осевой и суммарной скоростей являются более заполненными, чем для осевых потоков. В исследованном диапазоне изменения  $\Phi_*$  абсолютные значения  $m$  и  $n$  достигали 1/12—1/14.

В области пристенного течения угол закрутки потока изменяется в пределах одного-двух градусов, что отмечено также в работе [44]. Последнее является следствием постоянства комплекса  $Z = r \text{tg} \varphi$  на большей части сечения канала (разд. 2.4). Следовательно, профиль циркуляции вращательной скорости в области пристенного течения можно определить по уравнениям (2.31), (2.32) с учетом взаимосвязи вращательной, осевой и суммарной скоростей потока.

Рассмотрим далее двухслойную модель пристенного течения, широко используемую в практических расчетах. Исходя из формального пересечения профиля (2.31) и уравнения  $\varphi_\Sigma = \eta_\Sigma$  по аналогии с подходом, рассмотренным в [26], после численного решения и его аппроксимации получено следующее уравнение для толщины вязкого подслоя

$$\frac{\eta_{1\Sigma}}{\eta_0} = 1 + 0,125 (\Phi_* - 0,07)^{0,43}. \quad (2.35)$$

Здесь  $\eta_{1\Sigma} = y_{1\Sigma} W_{**} / \nu$  — координата границы вязкого подслоя для суммарной скорости закрученного потока;  $\eta_0 = 11,64$  — то же для осевого потока.

Для профиля осевой скорости предложено следующее выражение

$$\frac{\eta_{1x}}{\eta_0} = 1 + 0,166 (\Phi_* - 0,07)^{0,51}, \quad (2.36)$$

где  $\eta_{1x} = y_{1x} w_{**} / \nu$ ;  $y_{1x}$  — толщина вязкого подслоя для осевой составляющей скорости.

Из выражений (2.35) и (2.36) можно получить уравнения, определяющие относительную толщину вязкого подслоя осевой и суммарной скорости

$$\frac{\xi_{1\Sigma}}{\xi_{1*}} = \frac{1 + 0,125 (\Phi_* - 0,07)^{0,43}}{1 + 0,46 (\Phi_* - 0,07)^{0,89}},$$

$$\frac{\xi_{1x}}{\xi_{1*}} = \frac{1 + 0,166 (\Phi_* - 0,07)^{0,51}}{1 - 0,57 (\Phi_* - 0,07)^{0,46}}, \quad (2.37)$$

где  $\xi_{1\Sigma} = y_{1\Sigma} / \delta_\Sigma$ ,  $\xi_{1x} = y_{1x} / \delta_x$ ,  $\xi_{1*}$  — те же параметры осевого потока.

Анализ уравнений (2.37) показывает, что для закрученного потока в цилиндрическом канале отношение  $\xi_{1\Sigma} / \xi_{1*}$  меньше, а  $\xi_{1x} / \xi_{1*}$  — больше единицы; например, при  $\Phi_* = 0,8$ ,  $\xi_{1x} / \xi_{1*} = 2,78$ , а  $\xi_{1\Sigma} / \xi_{1*} = 0,82$ . Этот факт обусловлен тем, что под действием закрутки толщина области пристенного течения  $\delta_x$  уменьшается значительно быстрее, чем толщина вязкого подслоя  $y_{1*}$ . Для профиля суммарной скорости уменьшение  $y_{1\Sigma}$  выражено более заметно, чем  $\delta_\Sigma$ .

ВЛИЯНИЕ ГРАНИЧНЫХ И ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ УСЛОВИЙ  
НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗАКРУЧЕННОГО ПОТОКА

3.1. ВЛИЯНИЕ ДЛИНЫ КАНАЛА НА РАЗВИТИЕ  
ЗАКРУЧЕННОГО ПОТОКА

В предыдущей главе были рассмотрены общие закономерности развития закрученного потока в цилиндрическом канале длиной 150 диаметров. Такая длина была достаточной, чтобы проследить трансформацию характеристик закрученного течения вплоть до практического вырождения эффектов начальной закрутки и перехода к закономерностям осевого течения. В технических устройствах используются каналы различной относительной длины. В связи с этим представляет интерес зависимость структуры закрученного потока и других его характеристик от длины канала. Эта зависимость выявлена на основе экспериментального исследования распределения скоростей и давлений в каналах с длиной от 14 до 150 диаметров при различной интенсивности закрутки.

Анализ опытных данных, полученных с локальными завихрителями различной геометрии, показывает, что распределение осевых и вращательных скоростей по радиусу канала в конкретном сечении не зависит от общей длины канала. Этот вывод проверен экспериментально при  $T=18,8...131$ . Для одного из завихрителей распределения скоростей при различной длине канала показаны на рис. 3.1.

Профиль избыточного статического и полного давлений формируется таким образом, чтобы обеспечить необходимый начальный запас энергии при заданной длине канала. Поскольку распределение вращательных скоростей при  $\bar{x} = \text{const}$  не изменяется, то из уравнения радиального равновесия следует, что в одном и том же сечении при изменении длины канала распределение радиального градиента статического давления по радиусу канала также остается неизменным. Следовательно, профили статического и полного давлений в каждом сечении при изменении длины канала будут эквидистантно смещаться в соответствии с изменением абсолютных величин давления (рис. 3.2).

Из рис. 3.2 видно, что радиус поверхности нулевого значения избыточных статического ( $r_{\text{д}}$ ) и полного ( $r_{\text{д}}^*$ ) давлений существенно зависит от  $T$ . Эти радиусы в конечном итоге определяются параметром закрутки (рис. 3.3). В диапазоне  $T=14...150$  величины относительных радиусов  $\bar{r}_{\text{д}} = r_{\text{д}}/R$  и  $\bar{r}_{\text{д}}^* = r_{\text{д}}^*/R$  можно определить с помощью рис. 3.3 на основе линейной интерполяции.

Поскольку профили скоростей  $u$  и  $w$  практически не зависят от величины  $l$ , то интегральный параметр закрутки  $\Phi_*$  также будет консервативным к изменению длины канала. Поэтому зависимость  $\text{tg} \varphi_w = f(\Phi_*)$ , полученная для канала с  $l=150$ , сохранит свою форму для произвольных значений  $l$ .

Трансформация поля статического давления при изменении  $l$  приводит к изменению связи между параметрами  $\Phi$  и  $\Phi_*$ . Анализ опытных данных показал, что общий вид функциональной зависимости между этими параметрами сохраняется в форме степенного уравнения  $\Phi = B\Phi_*^b$ , где  $B$  и  $b$  — константы, которые для различных значений  $l$  приведены в табл. 3.1.

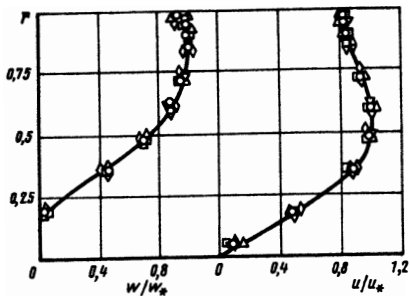


Рис. 3.1. Распределение скоростей в сечении  $x = 4$  при закрутке завихрителем с  $\varphi_H = 45^\circ$ ,  $n = 3$ :  
 $\Delta$   $-\bar{l} = 18,8$ ;  $\nabla$   $-\bar{l} = 37,5$ ;  $\square$   $-\bar{l} = 56$ ;  
 $\diamond$   $-\bar{l} = 75$ ;  $\circ$   $-\bar{l} = 131$

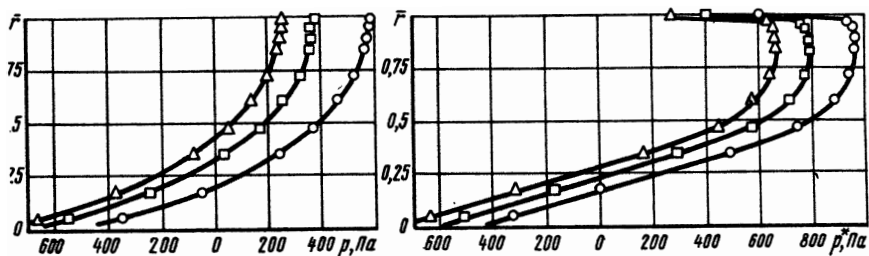


Рис. 3.2. Распределение избыточных статического и полного давлений по радиусу канала при  $x = 4$ ,  $\varphi_H = 45^\circ$ ,  $n = 3$  и различных  $\bar{l}$ :  
 $\Delta$   $-\bar{l} = 37,5$ ;  $\square$   $-\bar{l} = 75$ ;  $\circ$   $-\bar{l} = 131$

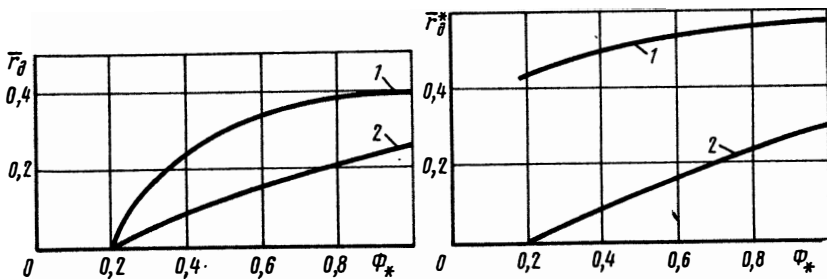


Рис. 3.3. Зависимость  $\bar{r}_d$  и  $\bar{r}_d^*$  от  $\Phi_*$  при  $\bar{d}_K = 1$ : 1  $-\bar{l} = 14$ ; 2  $-\bar{l} = 150$

Таблица 3.1

$l$	18,75	37,5	56,3	75	93,8	112,5
$B$	0,94	0,74	0,64	0,53	0,48	0,43
$b$	0,88	0,84	0,82	0,82	0,81	0,81

Рассмотрим изменение продольной проекции полного импульса  $K$  для различных значений  $l$ . Параметры  $\Phi_*$  и  $M$  консервативны к изменению  $T$ . Поэтому, решая совместно уравнение  $\Phi = B\Phi_*^b$  и  $\operatorname{tg}\varphi_w = \frac{M}{k}\Phi$ , следующее из выражений (1.58), (1.59), (2.20), (2.21), можно получить уравнение

$$\frac{k_l}{k_0} = \frac{B_l}{B_0} \Phi_*^{b_l - b_0}, \quad (3.1)$$

где  $B_l$  и  $b_l$  — значения констант при произвольной длине канала  $l$ ;  $B_0$  и  $b_0$  — те же константы при  $T = 150$  [уравнение (2.24)];  $k_l$  и  $k_0$  — показатели степени в законе убывания  $K$  по длине канала формула (2.21).

Анализ уравнения (3.1) и табл. 3.1 показывает, что в коротких каналах наблюдается более резкое изменение  $K$  по длине, чем в длинных каналах.

Вследствие небольшой разницы в величинах  $b_0$  и  $b_l$  для приближенных расчетов можно пользоваться соотношением

$$k_l = k_0 \frac{B_l}{B_0}. \quad (3.2)$$

Сделанные выше выводы позволяют заключить, что консервативными по отношению к  $T$  являются все уравнения, полученные в гл. 2, в которые не входит статическое или полное давление.

### 3.2. ВЛИЯНИЕ ДИАФРАГМИРОВАНИЯ ВЫХОДНОГО СЕЧЕНИЯ НА РАЗВИТИЕ ЗАКРУЧЕННОГО ТЕЧЕНИЯ В ОТНОСИТЕЛЬНО КОРОТКИХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ КАНАЛАХ

В технических устройствах с закруткой потока выходное сечение канала может иметь сужение. Например, камера сгорания ракетного двигателя заканчивается соплом. Диафрагмирование канала в отличие от осевого потока при определенных условиях приводит к существенной перестройке структуры потока в цилиндрическом канале, предшествующем сужению.

Влияние диафрагмирования на развитие закрученного течения изучено экспериментально измерением полей скоростей и давлений в цилиндрическом канале с  $T = 14,66$ . В качестве диафрагмы использовался дозвуковой конический конфузюр с относительным диаметром  $\bar{d}_k = d_k/d$ , равным 0,5; 0,63; 0,75 и 1,0.

При слабой закрутке потока (завихритель с  $\varphi_n = 15^\circ$  и  $n=3$ ) радиальное распределение осевой и вращательной скоростей практически не изменяется по сравнению с недиафрагмированным каналом. При значительной закрутке потока диафрагмирование вызывает существенное изменение полей скоростей.

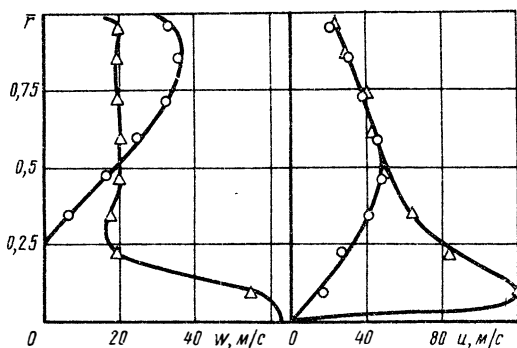


Рис. 3.4. Влияние диафрагмирования на распределение  $w$  и  $u$  при закрутке потока завихрителем с  $\varphi_H = 60^\circ$  и  $n = 3$  в сечении  $\bar{x} = 3$ ,  $Re_H = 1,07 \cdot 10^5$ :  
 $\circ - \bar{d}_K = 1,0$ ;  $\triangle - \bar{d}_K = 0,5$

На рис. 3.4 показано влияние диафрагмирования на поля скоростей в потоке, закрученном с помощью завихрителя, который имеет  $\varphi_H = 60^\circ$  и  $n = 3$ . Как видно, увеличение степени диафрагмирования приводит к смещению максимума вращательной скорости к оси канала. При значительном диафрагмировании в приосевой области формируется интенсивный вихревой шнур, вызывающий акустический эффект. В центральной части канала образуется область повышенной осевой скорости, при этом в остальной части потока осевая скорость несколько уменьшается из-за перераспределения массового расхода газа по поперечному сечению.

Образование области повышенной осевой скорости в приосевой области обусловлено тем, что сужение потока в канале диафрагмы приводит к увеличению вращательной скорости и уменьшению статического давления в приосевой области. Это, в свою очередь, приводит к разгону потока в приосевой области диафрагмы и канала.

Вследствие диафрагмирования при некотором значении  $\bar{d}_H < 1$  обратные течения в приосевой зоне исчезают. Следовательно, вывод об обязательном существовании обратных течений при дозвуковом истечении закрученного потока, сделанный в работе [78], является ошибочным.

Обобщение опытных данных в исследованном диапазоне изменения  $\bar{d}_K$  позволяет получить следующие расчетные формулы для определения относительной максимальной осевой скорости ( $\Phi_* > 0,16$ )

$$\frac{(\rho w)_*}{(\rho w)_{cp}} = 1 + 0,36 \Phi_* \bar{d}_K^{1,18} \quad (3.3)$$

и радиуса максимальной вращательной скорости ( $\Phi_* > 0,5$ )

$$\bar{r}_{\varphi_*} = 0,56 \Phi_*^{0,69} (1,42 \bar{d}_k - 0,42). \quad (3.4)$$

При  $\Phi_* < 0,5$  величину  $\bar{r}_{\varphi_*}$  можно вычислить в соответствии с рекомендациями, приведенными в разд. 2.3, учитывая поправку, на влияние  $\bar{d}_k$ , содержащуюся в уравнении (3.4).

В непосредственной близости от завихрителя для определения  $(\rho w)_* / (\rho w)_{cp}$  можно пользоваться уравнением (2.4).

Снижение осевой скорости вблизи поверхности при диафрагмировании канала ведет к уменьшению отношения  $K_x / G w_{cp}$ . При  $\bar{d}_k = 0,5 \dots 0,75$  это отношение определяется формулой

$$\frac{K_x}{G w_{cp}} = 1 + 0,08 \Phi_*^2. \quad (3.5)$$

При  $\bar{d}_k > 0,75$  отношение  $K_x / G w_{cp}$  можно рассчитать по первой из формул (2.28).

Уменьшение относительного диаметра выходной диафрагмы приводит к возрастанию статического (рис. 3.5) и полного давления в канале, что обусловлено дополнительными выходными потерями. При этом радиусы канала, соответствующие нулевому давлению ( $r_d$ ), уменьшаются (рис. 3.6), т. е. расширяется область положительных давлений  $p$  и  $p^*$ . Отношение статического давления на стенке к среднеинтегральному давлению в попереч-

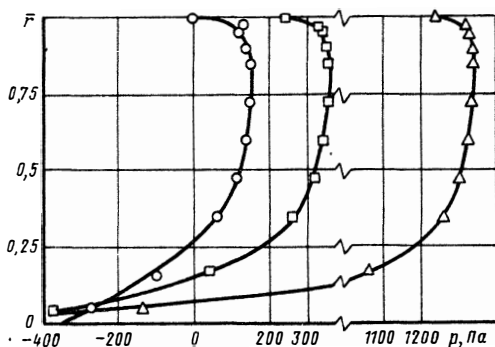


Рис. 3.5. Изменение профиля избыточного статического давления при диафрагмировании в трубе с  $\bar{l} = 14$  при  $\varphi_H = 45^\circ$ ,  $n = 1$ ,  $\bar{x} = 4,66$ ,  $\text{Re}_d = 5,2 \cdot 10^4$ :  
 $\circ - \bar{d}_k = 1$ ;  $\square - \bar{d}_k = 0,75$ ;  $\triangle - \bar{d}_k = 0,5$



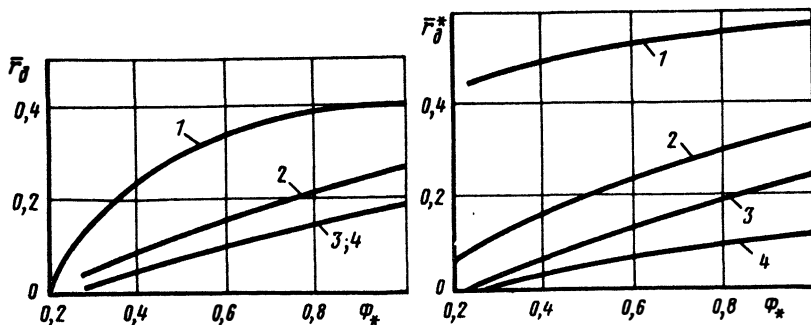


Рис. 3.6. Влияние диафрагмирования на  $\bar{r}_D$  и  $\bar{r}_D^*$  при  $\bar{Re}_D = 5,2 \cdot 10^4$ :  
 1 —  $\bar{d}_K = 1$ ; 2 —  $\bar{d}_K = 0,75$ ; 3 —  $\bar{d}_K = 0,63$ ; 4 —  $\bar{d}_K = 0,50$

ном сечении канала в условиях диафрагмирования определяется уравнением

$$\frac{P_w}{\bar{P}} = 1 + 1,77 \Phi_*^{1,56} (1,15 \bar{d}_K^2 - 0,15). \quad (3.6)$$

Анализ опытных данных показывает, что зависимость  $\Phi_* = f(\bar{x})$  при изменении степени диафрагмирования меняется слабо. Это обусловлено тем, что изменение  $M$  и  $K_x$  при диафрагмировании компенсируют друг друга.

Связь между параметрами  $\Phi$  и  $\Phi_*$  при диафрагмировании сохраняется в форме степенного уравнения  $\Phi = B \Phi_*^b$ , коэффициенты которого для различных  $\bar{d}_K$  ( $\bar{l} = 14$ ) приведены в табл. 3.2.

Таблица 3.2

$\bar{d}_K$	0,50	0,75	1,0
$B$	0,12	0,45	1,0
$b$	1,00	1,03	0,98

Как видно из таблицы, зависимость между параметрами закрутки  $\Phi$  и  $\Phi_*$  при диафрагмировании остается практически линейной.

Приведенные выше уравнения получены в условиях, когда параметр  $\Phi_*$  не превосходит 1,29. При более высоких значениях  $\Phi_*$  в первом приближении можно пользоваться уравнениями, полученными в разд. 2.5, 2.6, с учетом вышерассмотренных поправок на диафрагмирование выходного сечения.

### 3.3. ВЛИЯНИЕ ЧАСТИЧНОЙ ЗАКРУТКИ НА ВХОДЕ НА РАЗВИТИЕ ЗАКРУЧЕННОГО ТЕЧЕНИЯ

Влияние частичной закрутки на структуру потока изучалось экспериментально с помощью входного устройства с лопаточным завихрителем, схема которого показана на рис. 1.4, а [73]. В опытах использованы входные устройства с относительной площадью незакрученного потока  $\bar{F}_H$ , равной 0; 0,1; 0,2; 0,3; 0,5. Опыты проводились в канале с  $T = 12$  при  $Re_d = 4,17 \cdot 10^4 \dots 1,73 \cdot 10^5$ . Соотношение массовых расходов незакрученного и закрученного потоков  $\bar{G}_H$  в опытах устанавливалось в соответствии с гидравлическими характеристиками завихрителя и участка перепуска (см. рис. 1.5).

При частичной закрутке потока взаимодействие активного и пассивного потоков приводит к уменьшению интенсивности закрутки потока в канале. Вследствие этого изменяются все основные характеристики потока, рассмотренные в гл. 2. Например, при  $\bar{F}_H = 0,1$  ( $\bar{G}_H \leq 0,1$ ) вследствие малого расхода незакрученного потока структура потока изменяется незначительно по сравнению со случаем  $\bar{F}_H = 0$ . Однако, при  $\bar{F}_H = 0,2 \dots 0,5$  интенсивность закрутки потока становится такой слабой, что зона обратных течений локализуется только вблизи участка частичной закрутки. Влияние величины  $\bar{F}_H$  на распределение осевых и вращательных скоростей в цилиндрическом канале приведено на рис. 3.7. На рис. 3.8 показано изменение статического давления по сечению канала при различных значениях  $\bar{F}_H$ .

Анализ рис. 3.7 и 3.8, а также распределения скоростей и давления при частичной закрутке потока завихрителями с раз-

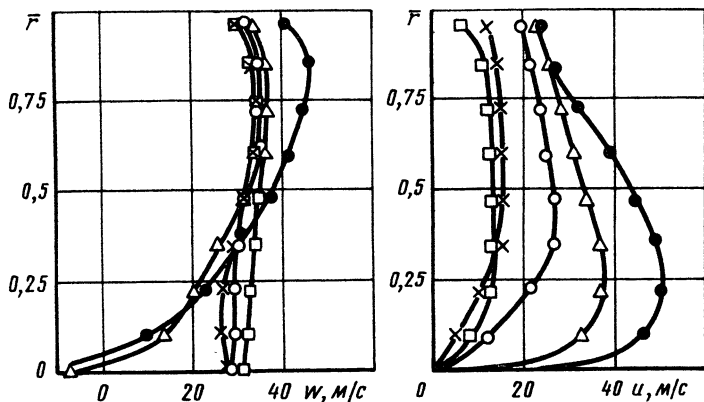


Рис. 3.7. Влияние  $F_H$  на профиль осевой и вращательной скоростей для завихрителя с  $\varphi_H = 45^\circ$ ,  $n = 1$  при  $\bar{x} = 7$  и  $Re_d = 1,7 \cdot 10^5$ :

● —  $\bar{F}_H = 0$ ;  $\Delta$  —  $\bar{F}_H = 0,1$ ;  $\circ$  —  $\bar{F}_H = 0,2$ ;  $\times$  —  $\bar{F}_H = 0,3$ ;  $\square$  —  $\bar{F}_H = 0,5$

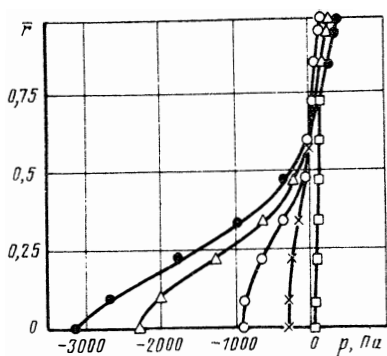


Рис. 3.8. Влияние частичной закрутки потока на радиальное распределение статического давления для завихрителя с  $\varphi_H = 45^\circ$ ;  $n = 1$ ;  $\bar{x} = 7$  и  $Re_d = 1,07 \cdot 10^5$ :

● —  $\bar{F}_H = 0$ ;  $\triangle$  —  $\bar{F}_H = 0,1$ ;  $\circ$  —  $\bar{F}_H = 0,2$ ;  $\times$  —  $\bar{F}_H = 0,3$ ;  $\square$  —  $\bar{F}_H = 0,5$

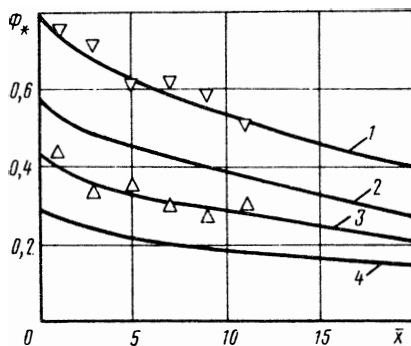


Рис. 3.9. Изменение параметра  $\Phi_*$  по длине канала при частичной и полной закрутке потока для завихрителя с  $\varphi_H = 45^\circ$ ;  $n = 3$  при  $\bar{F}_H > 0$ ;  $G_H = 0,1$ ;  $Re_d = 1,1 \cdot 10^5$ :  
 1 — 4 — расчетные зависимости;  
 $\triangle$ ,  $\nabla$  — результаты эксперимента;  
 1,  $\nabla$  —  $\bar{F}_H = 0$ ; 2 —  $\bar{F}_H = 0,3$ ;  
 3,  $\triangle$  —  $\bar{F}_H = 0,5$ ; 4 —  $\bar{F}_H = 0,8$

личными значениями  $\varphi_H$ ,  $n$  показывает, что воздействие частичной закрутки на основном участке ( $\bar{x} \geq 3$  . . . 4) аналогично уменьшению начальной закрутки при  $\bar{F}_H = 0$ . Сравнение локальных параметров течения для полностью и частично закрученных потоков при  $\Phi_* = \text{idem}$  показало практически полную их идентичность. Следовательно, расчет локальных и интегральных параметров течения на основном участке при частичной закрутке потока можно осуществлять по соотношениям, полученным в гл. 2 для полной закрутки на входе.

При известном значении параметра  $\Phi_{*вх}$  для частично закрученного потока изменение параметра  $\Phi_*$  по длине канала можно рассчитать на основе методики для полностью закрученного потока, которая рассмотрена в предыдущей главе (разд. 2.6). На рис. 3.9 результаты такого расчета при  $\bar{F}_H$ , равном 0 и 0,5 сопоставлены с результатами эксперимента. При этом величина  $\Phi_{*вх}$  определялась по уравнениям (1.26), (1.31).

#### 3.4. ВЛИЯНИЕ ВДУВА НА РАЗВИТИЕ ЗАКРУЧЕННОГО ТЕЧЕНИЯ В ПОРИСТОМ ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ КАНАЛЕ

Разработка тепловой защиты цилиндрической поверхности, взаимодействующей с закрученным потоком, а также расчет процесса выгорания такой поверхности требуют информации

о закономерностях развития закрученного потока в условиях вдува газа в пограничный слой. Исследование этих закономерностей выполнено экспериментальным путем. Экспериментальный участок имел внутренний диаметр 80 мм и был собран из 10 одинаковых пористых цилиндров длиной 100 мм и толщиной стенки 10 мм. Цилиндры были изготовлены методом прессования из волокон никеля и имели пористость 0,4. Рабочий участок был собран из пяти отдельных блоков, каждый из которых содержал 1, 2, 2, 3, 2 цилиндра соответственно. Каждый блок имел индивидуальный кожух с двумя патрубками для подвода вдуваемого воздуха.

Зондирование потока осуществлялось с помощью термоанемометра и пневмометрических датчиков давления, которые вводились в специальные отверстия, выполненные в измерительном участке. Этот участок представлял собой отдельный пористый образец с кожухом, который устанавливался на расстоянии 3,06; 5,76; 8,46 и 12,51 диаметра от источника закрутки при общей длине канала 13,75 диаметров. В доводочных испытаниях было установлено, что исследованный канал удовлетворяет условиям технической гладкости.

Канал был недифрагмирован, а плотность массового расхода вдуваемого воздуха во время опыта поддерживалась примерно постоянной по всей длине канала.

Для того, чтобы исключить "пробой" закрученного потока в полость вдува первого участка, за завихрителем устанавливался непроницаемый участок длиной около одного диаметра. На всех графиках значение  $\bar{x}$  указано с включением этого участка, а величина  $\Phi_{* \text{вх}}$  соответствует срезу непроницаемого участка.

При обработке результатов эксперимента использованы следующие параметры

$$B_* = \frac{(\rho v)_w}{(\rho w_{\text{ср}})_{\text{вх}}}; \quad b_x = \frac{(\rho v)_w}{(\rho w)_*} \frac{2}{c_{0x}}; \quad b_{x\delta} = \frac{(\rho v)_w}{(\rho w)_*} \frac{2}{c_{0\delta}}. \quad (3.7)$$

Здесь  $(\rho v)_w$  — плотность массового расхода вдуваемого вещества на стенке канала;

$$\frac{c_{0x}}{2} = 0,0128 \text{ Re}^{** -0,25}; \quad \frac{c_{0\delta}}{2} = 0,0128 \text{ Re}_\delta^{** -0,25} \quad (3.8)$$

Опыты проведены в изотермических условиях в диапазоне  $B_* = 1,17 \cdot 10^{-3} \dots 10,06 \cdot 10^{-3}$ ;  $b_x = 1,32 \dots 4,62$ ;  $b_{x\delta} = 0,72 \dots 3,74$ ;  $\text{Re}_{d_{\text{вх}}} = 7 \cdot 10^4 \dots 1,3 \cdot 10^5$ .

Изменение осевой и вращательной составляющей скорости потока по длине канала при различных значениях параметра вдува для одного из завихрителей показано на рис. 3.10 и 3.11.

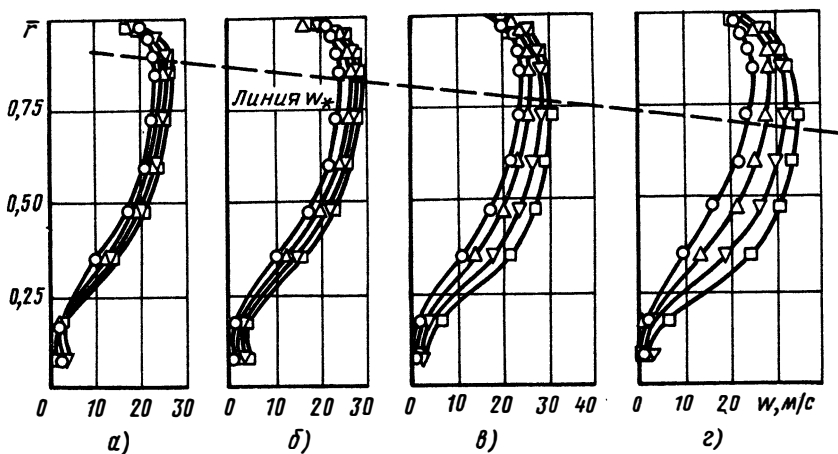


Рис. 3.10. Изменение осевой скорости по длине канала при вдуве.  $\varphi_H = 45^\circ$ ;  $n = 3$ :  
 а -  $\bar{x} = 3,06$ ; б -  $\bar{x} = 5,76$ ; в -  $\bar{x} = 8,46$ ; г -  $\bar{x} = 12,51$ ;  $\circ - B_* = 0$ ;  $\triangle - B_* = 0,0034$ ;  $\nabla - B_* = 0,0066$ ;  $\square - B_* = 0,010$

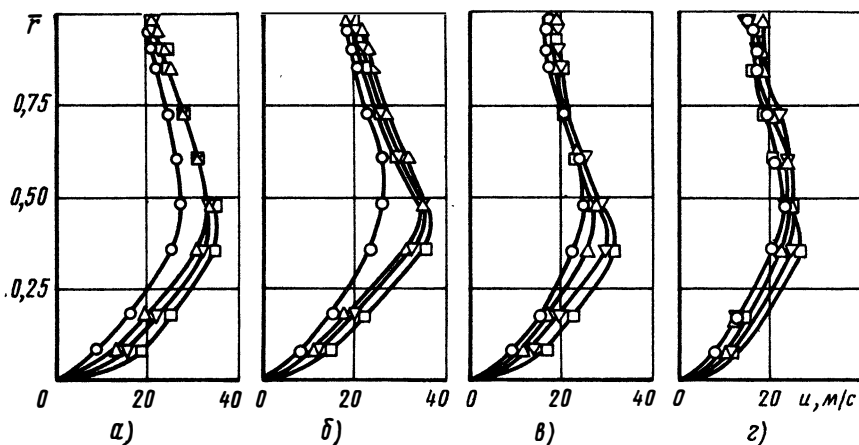


Рис. 3.11. Изменение вращательной скорости по длине канала при вдуве.  $\varphi_H = 45^\circ$ ;  $n = 3$ :  
 а -  $\bar{x} = 3,06$ ; б -  $\bar{x} = 5,76$ ; в -  $\bar{x} = 8,46$ ; г -  $\bar{x} = 12,51$ ;  $\circ - B_* = 0$ ;  $\triangle - B_* = 0,0017$ ;  $\nabla - B_* = 0,0033$ ;  $\square - B_* = 0,0050$

В начальных сечениях канала некоторое возрастание осевой скорости по сравнению с непроницаемым каналом объясняется снижением поверхностного трения вследствие вдува. В последующих сечениях формирование профиля  $w$  обусловлено двумя основными факторами — увеличением массы газа, движущегося в канале, и уменьшением интенсивности закрутки. Вследствие этого максимальное значение осевой скорости возрастает по абсолютной величине и смещается в приосевую область канала; заполненность профиля  $w$  по сечению канала постепенно увеличивается.

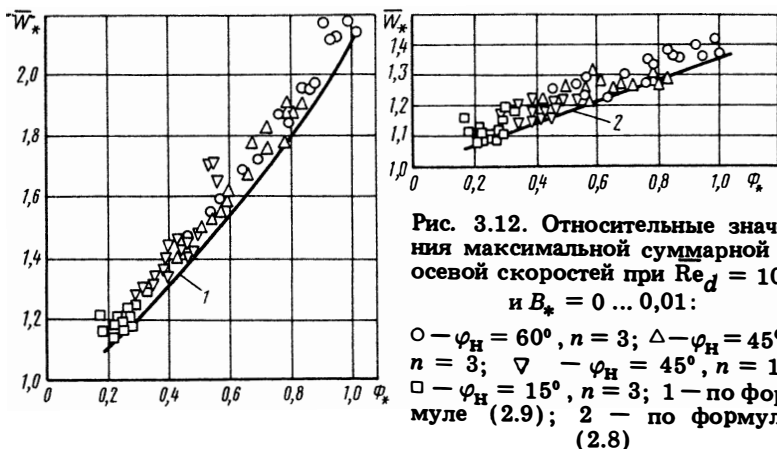
Вращательная скорость в начальных сечениях также несколько возрастает из-за снижения поверхностного трения, а ее максимальное значение сдвигается в приосевую область. В последующих сечениях вследствие дополнительного подвода массы газа вращательный импульс и величина  $u$  уменьшаются быстрее, чем в непроницаемом канале.

Подвод дополнительной массы газа и связанное с этим уменьшение параметра закрутки  $\Phi_*$  в ряде случаев однозначно определяет локальные характеристики закрученного потока в условиях вдува. Например, максимальные относительные значения осевой и суммарной скоростей потока, где  $w_{\text{ср}}$  определяется с учетом вдува, незначительно отличаются от аппроксимирующих зависимостей (2.8) и (2.9) (рис. 3.12).

При  $\Phi_* \geq 0,44$  зависимости  $r_{\varphi_*} = f(\Phi_*)$  для проницаемой и непроницаемой стенок практически совпадают между собой, но при  $\Phi_* < 0,44$  величина  $r_{\varphi_*}$  для непроницаемой стенки несколько меньше, чем для проницаемой, и определяется соотношением

$$\bar{r}_{\varphi_*} = 0,57 \Phi_* + 0,1. \quad (3.9)$$

Близкими также оказались зависимости  $\text{tg} \varphi_w = f(\Phi_*)$  для проницаемой и непроницаемой стенок. При  $\Phi_* = 0,2 \dots 1$  опытные



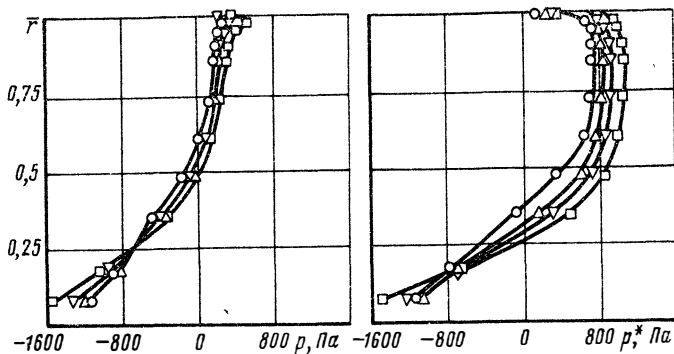


Рис. 3.13. Влияние вдува на избыточное статическое и полное давление.  
 $\Phi_H = 45^\circ$ ;  $n = 3$ ;  $\bar{x} = 8,46$ ;  $\overline{Re}_d = 10^5$ :

$\circ - B_* = 0$ ;  $\triangle - B_* = 0,017$ ;  $\nabla - B_* = 0,0033$ ;  $\square - B_* = 0,005$

данные для проницаемой стенки отличаются от зависимости (2.7) не более, чем на 5...15%.

Влияние вдува на изменение избыточного статического и полного давления в канале показано на рис. 3.13.

Относительный радиус нулевого значения избыточного статического и полного давления определяется параметром проницаемости  $b_x$ . Анализ опытных данных показывает, что в интервале  $b_x = 0 \dots 1,43$  относительный радиус, соответствующий нулевому значению избыточного статического и полного давлений, меняется незначительно; при  $b_x > 1,43$  и  $\Phi_* = \text{const}$  — этот радиус уменьшается с увеличением  $b_x$ .

Параметр закрутки  $\Phi_*$  изменяется по длине проницаемого канала, как и для канала непроницаемого, по экспоненциальной зависимости

$$\Phi_* = \Phi_{*_{вх}} \exp(-p\bar{x}), \quad (3.10)$$

где показатель степени  $p$  определяется формулой

$$p = p_0 (1 + 80 B_* \Phi_{*_{вх}}^{0,76}), \quad (3.11)$$

которая получена аппроксимацией опытных данных. Здесь  $p_0$  — показатель степени для непроницаемого канала ( $p_1$  и  $p_2$  на рис. 2.23).

Связь параметров закрутки  $\Phi$  и  $\Phi_*$  при вдуве в закрученный поток сохраняет вид степенной зависимости  $\Phi = B \Phi_*^b$ , а значения величин  $B$  и  $b$  определяются параметром вдува  $b_x$ . Аппроксимация опытных данных в диапазоне  $\Phi_* = 0,2 \dots 1,0$  позволила получить формулы

$$B = B_0(1 - 0,08 b_x); \quad b = b_0(1 - 0,06 b_x), \quad (3.12)$$

где  $B_0$  и  $b_0$  — значения коэффициентов  $B$  и  $b$  при тех же условиях, но при отсутствии вдува (разд. 3.11).

Опытные данные по структуре закрученного потока со вдувом позволили также выявить некоторые закономерности пристенного течения. Анализ гипотезы Прандтля при допущениях, аналогичных осевому течению [26], позволяет записать следующее уравнение для распределения осевой скорости в области поверхности канала:

$$\varphi_x^* = \frac{1}{\kappa_* \gamma} \ln \eta_x + c_1, \quad (3.13)$$

где  $\gamma = (1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_w)^{0,25}$ ,  $\kappa_*$  и  $c_1$  — константы;  $\eta_x = \frac{y}{\nu} \sqrt{\frac{\tau_{xw}}{\rho}}$ ;

$\varphi_x^*$  — безразмерная осевая скорость при вдуве в закрученный поток

$$\varphi_x^* = \frac{2\rho}{(\rho\nu)_w} \left[ \sqrt{\frac{\tau_{xw}}{\rho} + \frac{w}{\rho}(\rho\nu)_w} - \sqrt{\frac{\tau_{xw}}{\rho}} \right]. \quad (3.14)$$

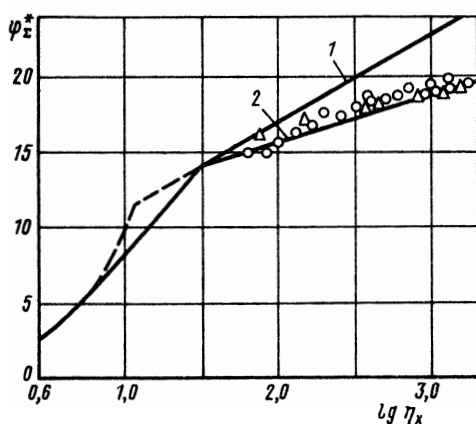


Рис. 3.14. Сравнение закономерности изменения суммарной скорости в пристенной области при вдуве и без вдува:

1 —  $\Phi_* = 0$ ,  $b_{x\delta} = 0$ ; 2 —  $\Phi_* = 0,55$ ,  $b_{x\delta} = 0$ ;  $\circ, \triangle - B_* = (3,34 \dots 10,03) \times 10^{-3}$ ,  $b_{x\delta} = 0,83 \dots 2,37$ ,  $\Phi_* = 0,53 \dots 0,58$ ;  $\circ - \varphi_H = 45^\circ$ ,  $n = 3$ ;  $\triangle - \varphi_H = 60^\circ$ ,  $n = 3$

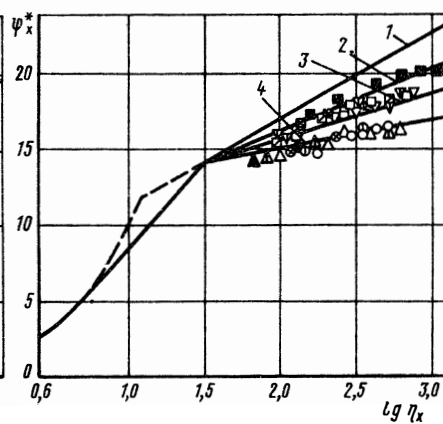


Рис. 3.15. Сравнение закономерностей изменения осевой скорости в пристенной области при вдуве и без вдува:

1 —  $\Phi_* = 0$ ;  $b_{x\delta} = 0$ ; 2 —  $\Phi_* = 0,17$ ;  $b_{x\delta} = 0$ ; 3 —  $\Phi_* = 0,33$ ;  $b_{x\delta} = 0$ ; 4 —  $\Phi_* = 0,81$ ;  $b_{x\delta} = 0$ .

Обозначения приведены в табл. 3.3



Аналогичным образом может быть получено выражение для суммарной скорости закрученного течения.

$$\varphi_{\Sigma}^* = \frac{1}{\kappa_*} \ln \eta_{\Sigma} + c_2, \quad (3.15)$$

$$\text{где } \varphi_{\Sigma}^* = \frac{2\rho}{(\rho v)_w} \left[ \sqrt{\frac{\tau_{\Sigma w}}{\rho} + \frac{w}{\rho} (\rho v)_w} - \sqrt{\frac{\tau_{\Sigma w}}{\rho}} \right]; \quad (3.16)$$

$$\eta_{\Sigma} = \frac{y}{\nu} \sqrt{\frac{\tau_{\Sigma w}}{\rho}},$$

Сравнение уравнений (3.13), (3.15) с уравнениями (2.29), полученными для непроницаемой стенки, показывает, что они имеют одинаковую форму записи. Результаты, приведенные на рис. 3.14 и 3.15 (обозначения в табл. 3.3), показывают, что при

Т а б л и ц а 3.3

	$B_x \cdot 10^3$	$b_{x\delta}$	$\Phi_*$	Обозначения
$\varphi_H = 60^0$ $n = 3$	3,31	0,73	0,84	$\Delta$
	6,63	1,51	0,78	$\Delta$
	9,95	2,26	0,77	$\blacktriangle$
$\varphi_H = 45^0$ $n = 1$	3,33	0,88	0,56	$\circ$
	6,69	1,6	0,35	$\nabla$
	6,69	1,68	0,55	$\circ$
	6,69	1,95	0,53	$\bullet$
	10,0	2,5...2,63	0,3...0,35	$\nabla$
$\varphi_H = 15^0$ $n = 3$	3,36	1,08	0,34	$\square$
	6,71	2,15	0,33	$\boxtimes$
	10,06	3,16	0,17	$\blacksquare$
	10,06	3,59	0,31	$\boxtimes$

расчете профилей скорости в условиях вдува в закрученный поток можно использовать уравнения (2.31), (2.32), полученные для непроницаемой стенки с заменой  $\varphi_x$  и  $\varphi_\Sigma$  на  $\varphi_x^*$  и  $\varphi_\Sigma^*$  соответственно. Также как и для непроницаемой стенки в области  $\Phi_* > 0,5$  изменения профиля  $\varphi_x^*$  под действием закрутки уже не происходит.

Теоретический анализ изменения профиля скорости в области ламинарного подслоя показывает, что вследствие вдува происходит расщепление уравнения  $\varphi_x^* = \eta_x$  для отдельных значений  $b_x$ .

### 3.5. ВЛИЯНИЕ СУЖЕНИЯ КАНАЛА НА РАЗВИТИЕ ЗАКРУЧЕННОГО ТЕЧЕНИЯ

Сужение канала, через который происходит закрученный поток, приводит не только к ускорению потока, но и к перестройке его структуры. Развитие закрученного течения в сужающемся канале изучалось экспериментальным путем. Опытные каналы отличались углом входа  $2\beta$  ( $24^\circ$ ;  $32^\circ$ ;  $40^\circ$ ) и величиной модуля  $m = (d_k/D_0)^2$ , где  $d_k$  и  $D_0$  — диаметры выходного и входного сечений канала. Испытаны каналы с модулем 0,25; 0,40 и 0,56. Для устранения азимутальной неравномерности потока между завихрителями и коническим каналом был установлен цилиндрический участок длиной 2,33 диаметра. Чтобы избежать влияния сжимаемости на развитие потока опыты проводились при числе  $M$ , меньших, чем 0,3. Диапазон изменения числа Рейнольдса составлял  $Re_{d_0} = 5,3 \cdot 10^4 \dots 1,1 \cdot 10^5$ .

Скорости потока измерялись с помощью термоанемометра. В доводочных опытах было установлено, что радиальная составляющая скорости не превышает 10% от суммарной скорости.

Конический насадок диафрагмирует поток и приводит к перераспределению поля скоростей на входе в каналы ( $\bar{x} = -0,2$ ). В этом случае поле скоростей на входе в канал определяется не только характеристиками завихрителя и значением числа  $Re_{d_0}$ , но и модулем сужающегося канала (величиной диафрагмирования выходного сечения). Уменьшение модуля канала при прочих равных условиях ведет к выравниванию профиля осевых скоростей, при этом максимум вращательной скорости смещается к оси канала.

На рис. 3.16 и 3.17 показано изменение профиля осевой и вращательной скорости по длине канала для одного из опытных участков.

Как видно из рис. 3.16, по мере увеличения координаты  $\bar{x}$  вследствие сужения проходного сечения канала осевая скорость увеличивается, причем особенно интенсивно в центральной области ( $r/R = 0,25 \dots 0,5$ ), что приводит к вырождению максимума  $w$  вблизи стенки и образованию его в центральной области.

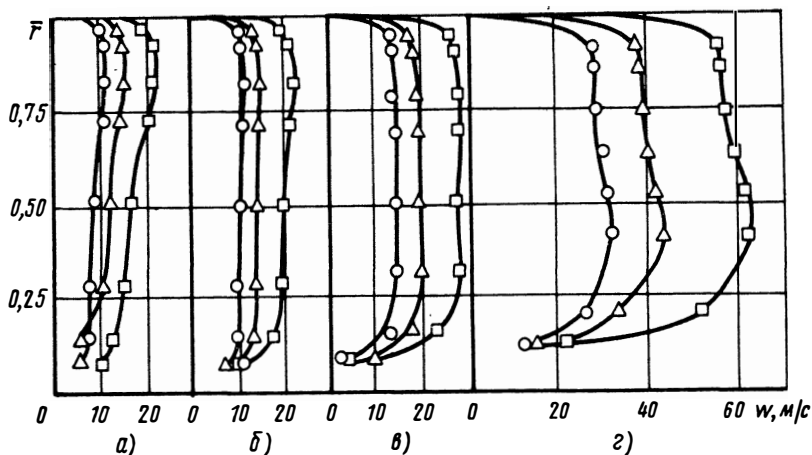


Рис. 3.16. Изменение осевой скорости по длине сужающегося канала при  $m = 0,25$ ;  $2\beta = 24^\circ$ ;  $\varphi_H = 45^\circ$ ;  $n = 3$ :  
 а  $\bar{x} = -0,2$ ; б  $\bar{x} = 0,125$ ; в  $\bar{x} = 0,425$ ; г  $\bar{x} = 1,025$ ;  $\circ - \overline{Re}_{d_0} = 5,3 \cdot 10^4$ ;  $\triangle - \overline{Re}_{d_0} = 7,5 \cdot 10^4$ ;  $\square - \overline{Re}_{d_0} = 1,08 \cdot 10^5$

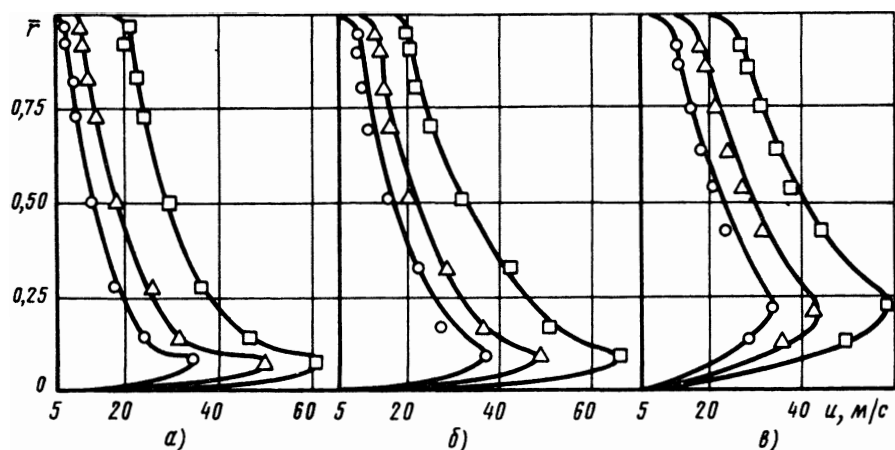


Рис. 3.17. Изменение вращательной скорости по длине сужающегося канала при  $m = 0,25$ ;  $2\beta = 24^\circ$ ;  $\varphi_H = 45^\circ$ ;  $n = 3$ :  
 а  $\bar{x} = -0,2$ ; б  $\bar{x} = 0,425$ ; в  $\bar{x} = 1,025$ ;  $\circ - \overline{Re}_{d_0} = 5,3 \cdot 10^4$ ;  $\triangle - \overline{Re}_{d_0} = 7,5 \cdot 10^4$ ;  $\square - \overline{Re}_{d_0} = 1,08 \cdot 10^5$

Вращательная скорость по длине канала возрастает, при этом для исследованных условий радиальное распределение циркуляции  $\Gamma_\varphi = f(r/R)$  по длине канала изменяется не более, чем на 13%. Поэтому при  $r/R = \text{idem}$  можно считать, что  $(ur)_0 = ur$ . Этому равенству можно придать вид

$$u_0 \left(\frac{r}{R}\right)_0 R_0 = u \frac{r}{R} R, \quad (3.17)$$

где  $R_0$  — радиус входного сечения конического канала;  $u_0$  — вращательная скорость на радиусе  $r$  во входном сечении.

Следовательно,

$$u(r) = u_0(r) \frac{R_0}{R} = u_0(r) \sqrt{\frac{F_0}{F}}. \quad (3.18)$$

Это уравнение позволяет рассчитать профиль вращательной скорости в произвольном сечении канала по известному распределению вращательной скорости на входе в сужающийся канал.

Из рис. 3.17 видно, что с увеличением расстояния от входа в канал относительный радиус максимального значения  $u$  увеличивается. Обработка опытных данных показала, что в данном случае выполняется соотношение

$$\bar{r}_{\varphi*} = \bar{r}_{\varphi*}^0 \frac{F_0}{F}, \quad (3.19)$$

где  $\bar{r}_{\varphi*}^0$  — радиус максимального значения вращательной скорости на входе в канал с учетом диафрагмирования;  $\bar{r}_{\varphi*}^0 = r_{\varphi*}^0 / R_0$ ;  $\bar{r}_{\varphi*} = r_{\varphi*} / R$ .

Угол закрутки потока по длине канала уменьшается при всех значениях  $\bar{r}$ . Это обусловлено тем, что при сужении канала осевая скорость возрастает быстрее, чем вращательная.

Характер изменения статического давления в потоке обусловлен сложным распределением вращательных скоростей и ускорением потока. В отличие от цилиндрического канала в данном случае течение происходит в условиях отрицательного градиента давления по всему сечению канала, причем вблизи оси величина  $|\partial p / \partial x|$  более значительна, чем у поверхности канала. Относительный радиус поверхности нулевого избыточного статического давления  $\bar{r}_d$  возрастает по длине канала обратно пропорционально изменению площади поперечного сечения, то есть выполняется равенство

$$\bar{r}_d = \bar{r}_d^0 \frac{F_0}{F}, \quad (3.20)$$

где  $r_d^0$  — радиус поверхности  $p = 0$  на входе в канал;  $\bar{r}_d = r_d/R$ ;  
 $\bar{r}_d^0 = r_d^0/R_0$

Интересным является факт практически одинакового радиального изменения избыточного полного давления  $p^*$  во всех сечениях канала; в связи с этим выполняется условие  $\partial p^*/dx = 0$ , т. е. имеет место следующее приближенное равенство:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho w \frac{\partial w}{\partial x} - \rho u \frac{\partial u}{\partial x}, \quad (3.21)$$

которое можно использовать при решении интегральных соотношений импульсов для закрученного течения в сужающихся каналах.

Анализ опытных данных показывает, что распределение скоростей и давлений в сужающемся канале, как и в цилиндрическом, является автомодельным по числу  $\overline{Re}_{d_0}$ , если в качестве масштаба выбирать максимальные значения этих параметров в этом же сечении.

Степень воздействия сужения на локальные характеристики потока зависит от геометрических характеристик канала и завихрителя. Уменьшение модуля канала  $m$  способствует более резкому проявлению особенностей, обусловленных сужением канала.

Изменение угла  $2\beta$  при  $m = \text{idem}$  очень слабо отражается на распределении локальных характеристик в сечениях с одинаковой величиной  $R/R_0$ . Различие заключается лишь в том, что при меньших углах вследствие большей относительной длины канала возрастают потери, обусловленные вязкостью с соответствующим снижением статического давления.

Увеличение интенсивности начальной закрутки при  $m = \text{idem}$  усиливает эффекты, обусловленные сужением канала.

Анализ интегральных характеристик — потока момента количества движения  $M$ , осевой проекции потока количества движения  $K_x$  и параметра закрутки  $\Phi_*$ , найденных по результатам исследования структуры потока, показал, что их зависимость от относительной длины практически одинакова для всех испытанных значений модуля сопла. Изменение интегральных характеристик потока по длине сужающегося канала описывается зависимостями

$$\frac{M}{M_0} = \exp(-n\bar{x}); \quad \frac{K_x}{K_{x0}} = \exp(-k\bar{x});$$

$$\frac{\Phi_*}{\Phi_{*0}} = \exp(-p\bar{x}), \quad (3.22)$$

показатели степени для которых определяются формулами

$$n = 0,36 - 0,5\beta - 0,18 \Phi_{*0}; \quad k = 0,39 \exp(3,24\beta + 0,44\Phi_{*0});$$

$$p = 0,27 + 2\beta - 0,11 \Phi_{*0}; \quad (3.23)$$

Здесь  $M_0$ ,  $K_{x0}$  и  $\Phi_{*0}$  — интегральные параметры во входном сечении сужающегося канала, а угол  $\beta$  берется в радианах.

С помощью выражений (3.22) можно определить некоторые дополнительные интегральные характеристики.

Отношение параметров закрутки

$$\frac{\Phi}{\Phi_0} = \frac{R_0}{R} \exp[(p-n)\bar{x}]. \quad (3.24)$$

Это отношение возрастает по длине канала, что обусловлено более быстрым уменьшением  $K_x$  по длине канала, чем  $M$ .

Отношение интегралов от сил давления и скоростного напора

$$\frac{\int_0^R p r dr}{R} = \frac{R}{R_0} \frac{\Phi_{*0}}{\Phi_0} \exp[(m-2p)\bar{x}] - 1, \quad (3.25)$$

$$\int_0^R \rho w^2 r dr$$

в котором соотношение  $\Phi_{*0}/\Phi_0$  определяется по данным для диафрагмированного канала (см. разд. 3.2) для заданного модуля сопла  $m$ .

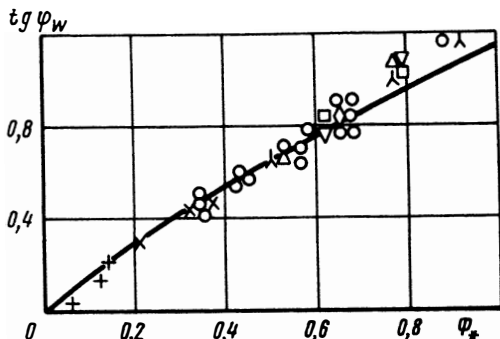
Важной характеристикой закрученного течения является параметр  $A$

$$A = \frac{2\pi}{\rho w_{cp}^2 \pi R^2} \int_0^R \rho w^2 r dr, \quad (3.26)$$

который характеризует местоположение максимума осевой скорости: при  $A > 1$  максимум  $w$  находится вблизи поверхности,

Рис. 3.18. Зависимость  $\text{tg}\varphi_w = f(\Phi_*)$  для конического канала при  $2\beta = 24^\circ$ :

+ —  $\varphi_H = 15^\circ$ ,  $n = 3$ ,  $\bar{d}_K = 0,5$ ; x —  $\varphi_H = 45^\circ$ ,  $n = 1$ ,  $\bar{d}_K = 0,5$ ; o —  $\varphi_H = 45^\circ$ ,  $n = 3$ ,  $\bar{d}_K = 0,5$ ;  $\lambda$  —  $\varphi_H = 60^\circ$ ,  $n = 3$ ,  $\bar{d}_K = 0,5$ ;  $\square$  —  $\varphi_H = 45^\circ$ ,  $n = 3$ ,  $\bar{d}_K = 0,75$ ;  $\diamond$  —  $\varphi_H = 45^\circ$ ,  $n = 3$ ,  $\bar{d}_K = 0,63$ ;  $\triangle$  —  $\varphi_H = 45^\circ$ ,  $n = 3$ ,  $2\beta = 32^\circ$ ;  $\nabla$  —  $\varphi_H = 45^\circ$ ,  $n = 3$ ,  $2\beta = 40^\circ$



при  $A < 1$  — у оси. Обработка опытных данных позволила получить для всех исследованных условий ( $2\beta = 24. . . 40^\circ$ ;  $m=0,25. . . .0,5625$ ;  $\Phi_{*0} < 0,95$ )

$$A = 1,01 - 0,16 \bar{x}. \quad (3.27)$$

С учетом уравнения (3.27) из выражения (3.25) можно получить формулу для определения среднеинтегрального значения статического давления по сечению

$$\bar{p} = A(x) \rho w_{\text{ср}}^2 \left\{ \frac{R}{R_0} \frac{\Phi_{*0}}{\Phi_0} \exp[(m-2p)\bar{x}] - 1 \right\}, \quad (3.28)$$

где  $\bar{p} = \frac{2}{R^2} \int_0^R p r dr$ ;  $w_{\text{ср}}(\bar{x})$  — среднерасходная скорость в сечении  $\bar{x}$ .

Анализ опытных данных по структуре потока позволил установить, что зависимости  $\text{tg} \varphi_w = f(\Phi_*)$  для конического и цилиндрического каналов практически совпадают. Это подтверждается рис. 3.18, на котором опытные данные по коническому каналу сопоставлены с зависимостью (2.7), полученной для цилиндрического канала. Последнее подчеркивает тесную взаимосвязь между течением в трубе и в сужающемся канале и еще раз подтверждает универсальные свойства параметра закрутки  $\Phi_*$ .

МИКРОСТРУКТУРА ЗАКРУЧЕННОГО ПОТОКА

4.1. МИКРОСТРУКТУРА ЗАКРУЧЕННОГО ПОТОКА В ТРУБАХ

Экспериментальное исследование турбулентных характеристик выполнено при изотермическом течении воздуха в непроницаемой трубе диаметром 80 мм и длиной 150 калибров [58, 72]. Начальная закрутка осуществлялась аксиально-лопаточными завихрителями с центральным телом. Их основные параметры приведены в табл. 1.1. Число Рейнольдса изменялось от  $5^{\circ} 10^4$  до  $1,5^{\circ} 10^5$ .

Турбулентные характеристики закрученного потока определялись в системе координат  $\xi, \eta, \zeta$  (рис. 4.1), в которой направление  $\zeta$  совпадает с вектором осредненной суммарной скорости потока, а координаты  $\eta, \zeta$  перпендикулярны оси  $\xi$ . Выбор указанной системы координат обусловлен методическими особенностями измерения турбулентных характеристик в поступательно-вращательном потоке. Основы методики измерений изложены в работе [72]. Вследствие выполнения условия  $v \ll u, w$ , ось  $\eta$  практически совпадает с радиальным направлением.

В опытах измерялись осредненная скорость потока  $\bar{w}_{\xi}$  в направлении  $\xi$ , которая практически совпадает с суммарной скоростью, среднеквадратичные пульсации потока  $\bar{w}_i$  ( $i = \xi, \eta, \zeta$ ), корреляции  $\overline{w_{\eta}^2 w_{\xi}^2}, \overline{w_{\zeta}^2 w_{\xi}^2}$ , а также осредненный угол закрутки потока. Интенсивность пульсаций и относительная энергия турбулентности потока вычислялась по уравнениям

$$\epsilon_i = \sqrt{\frac{\overline{w_i^2}}{\bar{w}_{\xi}^2}} \cdot 100\%, \quad E = \frac{1}{\bar{w}_{\xi*}^2} \sum_{i=1}^3 \overline{w_i^2},$$

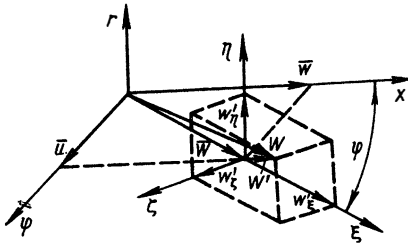
где  $\bar{w}_{\xi*}$  — максимальное значение осредненной скорости  $\bar{w}_{\xi}$  в сечении канала. В дальнейшем при анализе результатов для характеристик  $\epsilon_{\xi}, \epsilon_{\eta}, \epsilon_{\zeta}$  используются термины: продольная, радиальная и поперечная составляющие интенсивности пульсаций.

Все составляющие интенсивности пульсаций в области существенной закрутки ( $\bar{x} < 50$ , рис. 4.2) имеют качественно одинаковый вид — примерно постоянное значение в периферийной области канала (4...7%) и возрастание до 30...35% в приосевой зоне, что характерно и для циклонных камер [47]. По мере затухания закрутки в области  $\bar{x} = 7...100$  ( $\Phi_* = 1,1...0,2$ ) интенсивность продольных и поперечных пульсаций в периферийной зоне увеличивается до 7...9%, а в приосевой уменьшается до 6...10%. В области  $\bar{x} = 100...145$ , где происходит окончательное затухание закрутки, абсолютное значение  $\epsilon_{\xi}$  и  $\epsilon_{\zeta}$  убывает до значений, характерных для осевого стабилизированного течения [61]. Радиальная составляющая  $\epsilon_{\eta}$  в пристенной и приосевой зонах убывает при затухании закрутки. В области  $y/R = 0,25-0,5$  радиальная составляющая пульсаций сначала возрастает, а затем убывает до значений, имеющих место при осевом стабилизированном течении в трубах.

На основном участке канала характер радиального распределения составляющих интенсивности пульсаций автомоделен относительно числа Рей-



Рис. 4.1. Система координат  $\xi, \eta, \zeta$



нольда и геометрических характеристик завихрителя (рис. 4.3,а, б). Последнее обусловлено универсальным характером распределения скоростей в этой области. В непосредственной близости от завихрителя ( $\bar{x} < 3...4$ ), где влияние начального профиля скорости значительно, продольные пульсации скорости превышают радиальные и поперечные, причем анизотропия турбулентности выражена более заметно, чем на основном участке канала.

Характер трансформации энергии турбулентности (рис. 4.4) качественно аналогичен изменению составляющих интенсивности пульсаций, при этом в области существенной закрутки относительная энергия пульсационного движения в приосевой зоне составляет 0,04...0,06. Это значительно выше, чем при осевом течении в трубах [61].

Типичный характер изменения турбулентного касательного напряжения трения ( $\tau_{\eta\xi} = -\rho w'_\eta w'_\xi$ ) показан на рис. 4.5,а. Из рисунка видно, что турбулентное трение  $\tau_{\eta\xi}$  (также, как и корреляция  $\overline{w'_\eta w'_\xi}$ ) изменяет свой знак по сечению канала. При этом радиус нулевого значения  $\tau_{\eta\xi}$  и минимума значений  $\epsilon_i$  практически совпадают между собой. Эти факты являются признаком существования двух различных областей потока. В первой из них, которая расположена в периферийной зоне канала ( $\overline{w'_\eta w'_\xi} < 0, \tau_{\eta\xi} > 0$ ), центробежные массовые силы способствуют уменьшению турбулентности, во второй ( $\overline{w'_\eta w'_\xi} > 0, \tau_{\eta\xi} < 0$ ) — имеет место обратный процесс. При затухании закрутки происходит смещение радиуса нулевого значения  $\tau_{\eta\xi}$  к оси канала, т. е. зона консервативного воздействия центробежных массовых сил на поток расширяется. При  $\Phi_* = 0,04...0,05$  радиальное распределение  $\tau_{\eta\xi}$  практически соответствует линейному закону, который характерен для осевого стабилизированного течения в трубах [61].

На рис. 4.5,б показано изменение относительной величины  $\tau_{\eta\xi}$  вблизи поверхности канала ( $\xi_* = y/\delta_*$ ,  $\delta_*$  — расстояние от стенки до точки, где  $\tau_{\eta\xi} = 0$ ). Стабилизирующий характер воздействия центробежных массовых сил приводит к тому, что опытные точки располагаются ниже линии, характерной для осевого пограничного слоя на плоской пластине.

На рис. 4.6 приведено радиальное изменение коэффициентов корреляции  $R_{\eta\xi}$  и  $R_\kappa$ , определяемых уравнениями

$$R_{\eta\xi} = \frac{-\overline{w'_\eta w'_\xi}}{\sqrt{\overline{w'^2_\eta}} \sqrt{\overline{w'^2_\xi}}}, \quad R_\kappa = \frac{-\rho \overline{w'_\eta w'_\xi}}{E_*}$$

где  $E_* = 0,5\rho \sum_i \overline{w_i'^2}$ ,  $i = \xi, \eta, \zeta$ .

Для закрученного потока коэффициенты  $R_{\eta\xi}$  и  $R_\kappa$  имеют знакопеременный характер изменения по радиусу канала, что качественно соответствует характеру изменения корреляции  $\overline{w'_\eta w'_\xi}$ . Около поверхности канала абсолютные значения  $R_{\eta\xi}$  и  $R_\kappa$  незначительно отличаются от данных, полу-

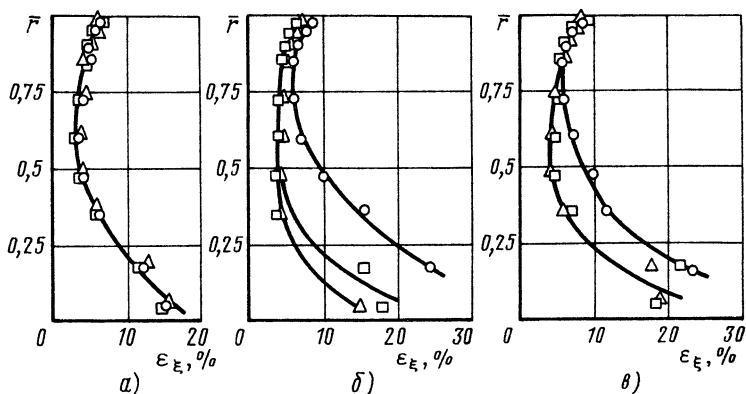


Рис. 4.8. Влияние диафрагмирования выходного сечения на интенсивность продольных пульсаций в канале,  $Re_d = 5 \cdot 10^4$ ;  $x = 8,66$ :

а —  $\varphi_H = 15^\circ$ ;  $n = 3$ ; б —  $\varphi_H = 45^\circ$ ,  $n = 1$ ; в —  $\varphi_H = 45^\circ$ ;  $n = 3$ ;  $\circ - \bar{d}_k = 1,0$ ;  $\square - \bar{d}_k = 0,75$ ;  $\triangle - \bar{d}_k = 0,5$

При умеренной и сильной закрутке потока диафрагмирование приводит к уменьшению осевой скорости у поверхности канала, вырождению зоны обратных течений у оси и формированию приосевого вихря. В связи с этим интенсивность пульсаций в приосевой и центральной области канала уменьшается, а область с пониженным уровнем пульсаций расширяется (рис. 4.8 б, в)

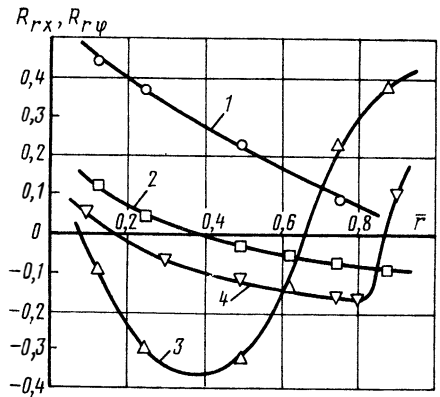
Рассмотренное выше влияние диафрагмирования на макроструктуру закрученного потока тесным образом связано с изменением в структуре осредненного течения. Известно (см. гл. 3), что в приосевой зоне конического канала (диафрагмы) закрученный поток испытывает сильный разгон, что приводит к ускорению потока в приосевой и центральной областях цилиндрического канала и образованию радиальных течений, направленных к оси канала. Под воздействием ускорения, которое с ростом интенсивности закрутки захватывает все большую часть сечения, и происходит уменьшение интенсивности продольных пульсаций в канале.

Таким образом, диафрагмирование выходного сечения является одним из средств, позволяющих изменять осредненные и пульсационные характеристики закрученного потока в канале. Как будет показано в гл. 7, диафрагмирование канала приводит к уменьшению интенсивности теплоотдачи от газа к стенке без изменения его расхода.

#### 4.3. МИКРОСТРУКТУРА ЗАКРУЧЕННОГО ПОТОКА В ПРОНИЦАЕМОМ ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ КАНАЛЕ

Турбулентные характеристики закрученного потока изучались в недиафрагмированной проницаемой трубе диаметром

Рис. 4.7. Коэффициенты корреляции в осевом и закрученном потоке (точки — эксперимент):  
 1 —  $R_{rx}$  ( $\Phi_{*vx} = 0, \bar{x} = 50$ ); 2 —  $R_{rx}$  ( $\Phi_{*vx} = 1,5; \bar{x} = 0,35$ ); 3 —  $R_{r\varphi}$  ( $\Phi_{*vx} = 1,5; \bar{x} = 5,1$ ); 4 —  $R_{r\varphi}$  ( $\Phi_{*vx} = 1,5; \bar{x} = 5,1$ )



ченных для осевых течений ( $R_{\eta\xi} = 0,45, R_{\bar{x}} = 0,3$ ), что подтверждает факт существования в закрученном потоке области, где влияние поверхности на

структуру потока является преобладающим. Коэффициент  $R_{\eta\xi} = \frac{-w'_\eta w'_\xi}{\sqrt{w'^2_\eta} \sqrt{w'^2_\xi}}$  является положительным. В области поверхности канала он равен 0,6...0,62 затем возрастает до 0,75...0,77 в центре канала и далее падает до 0,5 на его оси.

Турбулентные характеристики закрученного потока в трубах при закрутке потока на входе вращающейся секцией (закон  $ur^{-1} = \text{const}$ ) подробно изучены в работе [5]. Измерения выполнены в цилиндрической системе координат. Характер распределения коэффициентов корреляции

$R_{rx} = \frac{-v' w'}{\sqrt{v'^2} \sqrt{w'^2}}$  и  $R_{r\varphi} = \frac{-v' w'}{\sqrt{v'^2} \sqrt{w'^2}}$  аналогичен рассмотренному выше и является

знакопеременным (рис. 4.7).

#### 4.2. ТУРБУЛЕНТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ В ТРУБАХ С ВЫХОДНОЙ ДИАФРАГМОЙ

Экспериментальное исследование микроструктуры закрученного потока при диафрагмировании канала также выполнено в трубе с диаметром 80 мм и длиной 14 калибров при течении воздуха с использованием аксиально-лопаточных завихрителей с центральным телом (см. табл. 1.1). В качестве выходной диафрагмы использовался осесимметричный конический конфузор. Его относительный диаметр  $\bar{d}_k = d_k/d$  изменялся от 0,5 до 0,1.

На рис. 4.8 приведены результаты определения продольной составляющей интенсивности пульсаций потока  $\epsilon_\xi$  при различных параметрах завихрителя. При слабой закрутке потока в канале (рис. 4.8а) диафрагмирование не оказывает влияния на абсолютное значение и характер распределения  $\epsilon_\xi$  по радиусу трубы. Аналогичные выводы были сделаны в гл. 3 при анализе осредненной структуры потока в условиях диафрагмирования.

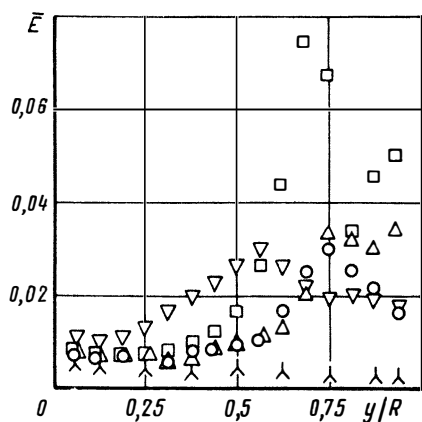


Рис. 4.4. Энергия турбулентности в закрученном потоке,  $\varphi_H = 60^\circ$ ;  $n = 3$ ;  $Re_d = 7,6 \cdot 10^4$ :

○ —  $\bar{x} = 7$ ; △ —  $\bar{x} = 20$ ; □ —  $\bar{x} = 50$ ; ▽ —  $\bar{x} = 100$ ; ▲ —  $\bar{x} = 145$

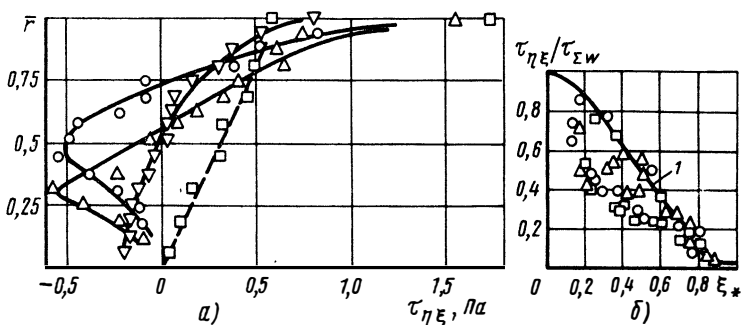


Рис. 4.5. Турбулентные касательные напряжения в закрученном потоке: а —  $\varphi_H = 45^\circ$ ,  $n = 1$ ,  $Re_d = 8 \cdot 10^4$ , ○ —  $\Phi_* = 0,54$ ; △ —  $\Phi_* = 0,38$ ; ▽ —  $\Phi_* = 0,10$ ; □ —  $\Phi_* = 0,05$ ; б —  $\varphi_H = 15^\circ$ ,  $n = 3$  ( $\Phi_* = 0,03 \dots 0,36$ ); ○ —  $\varphi_H = 45^\circ$ ,  $n = 1$  ( $\Phi_* = 0,04 \dots 0,54$ ); △ —  $\varphi_H = 45^\circ$ ,  $n = 3$  ( $\Phi_* = 0,05 \dots 0,72$ ); 1 — плоская пластина [25]

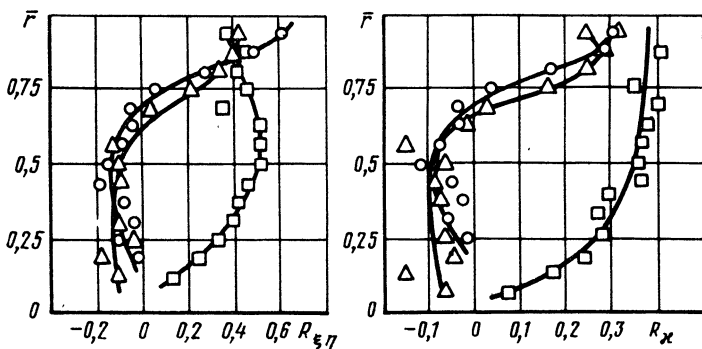


Рис. 4.6. Коэффициенты корреляции  $R_{\xi\eta}$  и  $R_\chi$  при  $\varphi_H = 45^\circ$ ;  $n = 3$ ;  $Re_d = 1,1 \cdot 10^5$ :

○ —  $\Phi_* = 0,72$ ; △ —  $\Phi_* = 0,54$ ; □ —  $\Phi_* = 0,04$

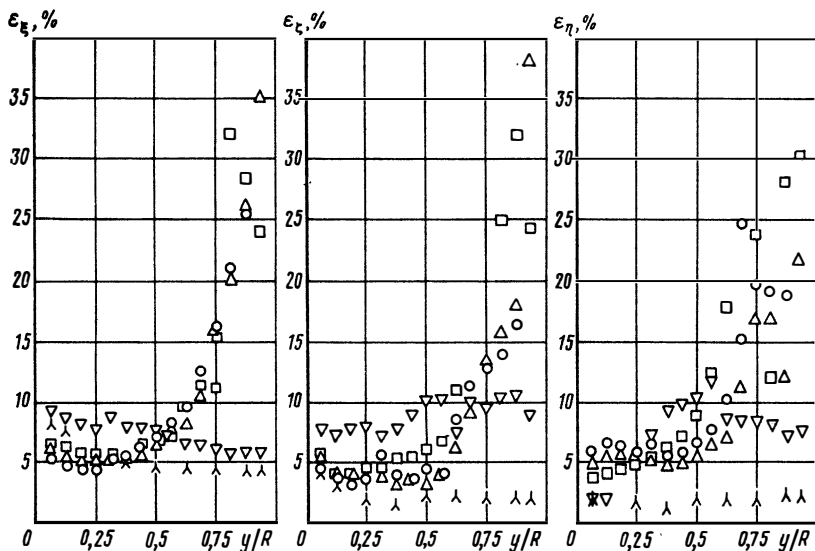


Рис. 4.2. Интенсивность турбулентности в закрученном потоке  $\varphi_H = 60^\circ$ ;  
 $n = 3$ ;  $Re_d = 7,3 \cdot 10^4$ ;  
 $\circ - \bar{x} = 7,05$ ;  $\triangle - \bar{x} = 20$ ;  $\square - \bar{x} = 50$ ;  $\nabla - \bar{x} = 100$ ;  $\blacktriangle - \bar{x} = 150$

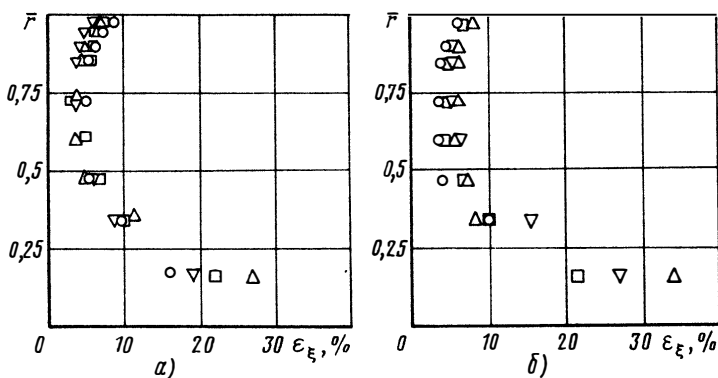


Рис. 4.3. Интенсивность продольных пульсаций при различных значениях  $\varphi_H$  и  $n$ ;  $Re_d = 10^5$ ;  $x = 10$ ;  
 а -  $n = 3$ ;  $\circ - \varphi_H = 15^\circ$ ;  $\triangle - \varphi_H = 30^\circ$ ;  $\square - \varphi_H = 45^\circ$ ;  $\nabla - \varphi_H = 60^\circ$ ; б -  $\varphi_H = 45^\circ$ ;  $\circ - n = -1$ ;  $\triangle - n = 0$ ;  $\square - n = 1$ ;  $\blacktriangle - n = 3$

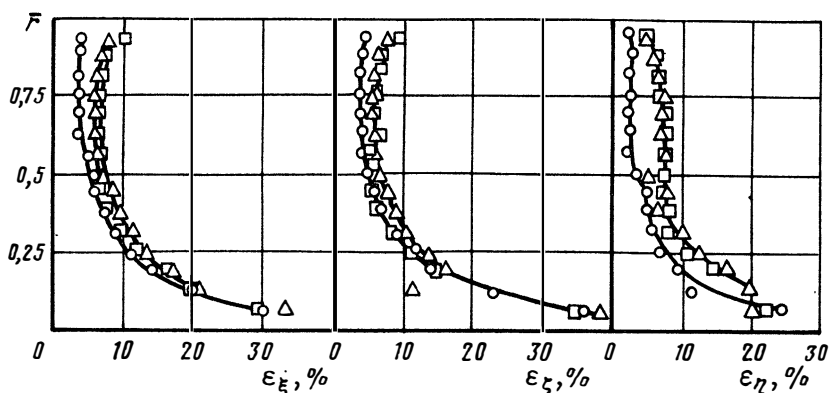


Рис. 4.9. Интенсивность пульсаций в проницаемом канале при различных значениях  $B_*$ .  $\varphi_H = 60^\circ$ ;  $n = 3$ ;  $\bar{x} = 8,46$ :  
 $\circ - B_* = 0$ ;  $\triangle - B_* = 0,0033$ ;  $\square - B_* = 0,010$

80 мм и длиной 13,75 калибра [72]. Исследование выполнено при  $\overline{Re}_d = 10^5$  для трех сечений канала ( $\bar{x} = 3,06; 5,76; 8,46$ ) при постоянном значении плотности массового расхода вдуваемого газа  $(\rho v)_w$  по длине канала. Параметр вдува  $B_* = \frac{(\rho v)_w}{(\rho w_{ср})_{вх}}$

изменялся от 0,0033 до 0,01. Основные параметры завихрителей изменялись в диапазоне  $\varphi_H = 15...60$ ,  $n = 1...3$ .

Микроструктура закрученного потока определялась в системе координат  $\xi, \eta, \zeta$  (см. рис. 4.1). Интенсивность пульсаций рассчитывалась так же как и в непроницаемом канале (разд. 4.1). На рис. 4.9 представлено распределение  $\epsilon_\xi, \epsilon_\zeta$  и  $\epsilon_\eta$  для одного из завихрителей в сечении  $\bar{x} = 8,46$  при различных значениях параметра вдува  $B_*$ . Качественно аналогичные данные получены и для других завихрителей.

Наиболее существенное влияние вдув со стенки канала оказывает на периферийную область потока. Здесь по сравнению с непроницаемым каналом возрастают продольная и поперечная интенсивность пульсаций, величина  $\epsilon_\eta$  увеличивается по всему сечению канала. Такой характер воздействия обусловлен увеличением радиальных скоростей в канале. В приосевой зоне канала для исследованных условий вдув практически не оказывает влияния на интенсивность пульсаций, которая так же как и в непроницаемом канале достигает 30...40%. При изменении геометрических характеристик завихрителя ( $\varphi_H, n$ ) характер радиального распределения  $\epsilon_\xi, \epsilon_\zeta, \epsilon_\eta$  изменяется незначительно.

На рис. 4.10 дано изменение турбулентного касательного напряжения трения  $\tau_{\eta\xi}$  по радиусу канала для одного из завихрителей. Если при  $B_* = 0$  величина  $\tau_{\eta\xi}$  вблизи поверхности воз-

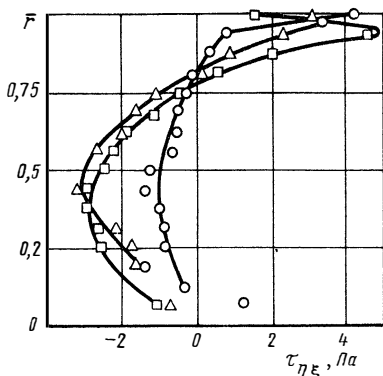


Рис. 4.10. Турбулентное касательное напряжение трения в пронцаемом канале.  $\varphi_H = 60^\circ$ ;  $n = 3$ ;  $x = 8,46$  (обозначения на рис. 4.9)

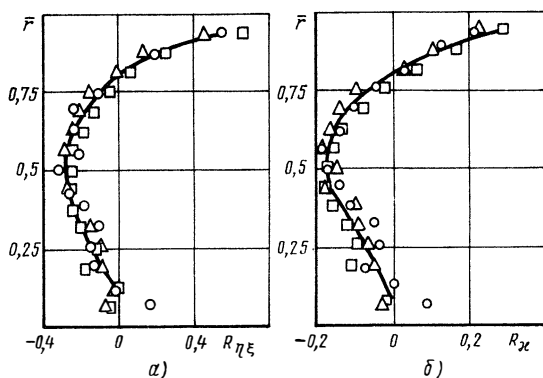


Рис. 4.11. Изменение коэффициентов корреляции  $R_{\eta\xi}$  (а),  $R_x$  (б) в пронцаемом канале.  $\varphi_H = 60^\circ$ ;  $n = 3$ ;  $x = 8,46$  (обозначения на рис. 4.9)

растет с ростом  $r$ , то при наличии вдува  $\tau_{\eta\xi}$  изменяется по кривой с максимумом, т. е. так же как в осевых потоках. Увеличение  $B_*$  способствует снижению поверхностного трения, увеличению  $\tau_{\eta\xi}$  по абсолютной величине и смещению максимума дальше от стенки канала.

На рис. 4.11, а, б показано радиальное изменение коэффициентов корреляции  $R_{\eta\xi}$ ,  $R_x$ . Анализ этих результатов показывает, что вдув практически не оказывает влияния на характер трансформации и абсолютное значение  $R_{\eta\xi}$  и  $R_x$ . Это обусловлено примерно одинаковым влиянием вдува на корреляцию  $\overline{w'_\eta w'_\xi}$  и среднеквадратичные пульсации  $w'^2_\eta$  и  $w'^2_\xi$ . Коэффициент  $R_{\xi\xi}$  так же как и в непронцаемом канале является положительным и изменяется в пределах 0,5...0,75.

#### 4.4. МИКРОСТРУКТУРА ЗАКРУЧЕННОГО ПОТОКА В КАНАЛАХ ПЕРЕМЕННОГО СЕЧЕНИЯ

К настоящему времени в литературе представлены весьма ограниченные сведения о турбулентных характеристиках закрученного потока в каналах переменного сечения (диффузоры, конфузоры, сопла и т. п.).

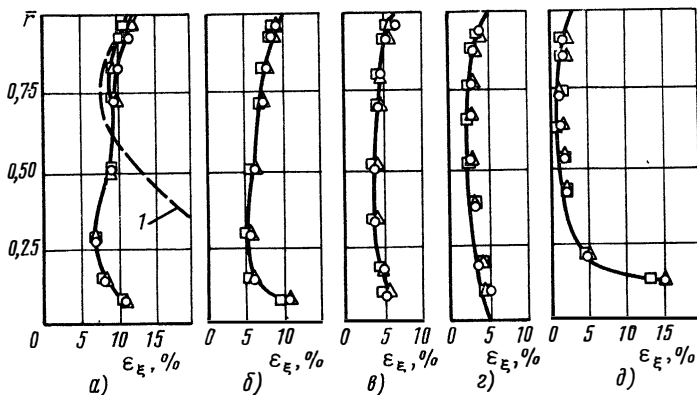


Рис. 4.12. Интенсивность продольных пульсаций в коническом канале.

$$\varphi_H = 45^\circ; n = 3; 2\beta = 24^\circ; \bar{d}_K = 0,5:$$

- —  $\overline{Re}_d = 5,3 \cdot 10^4$ ; △ —  $\overline{Re}_d = 7,5 \cdot 10^4$ ; □ —  $\overline{Re}_d = 1,1 \cdot 10^5$ ; 1 —  $\bar{d}_K = 1,0$ ;  
 а —  $\bar{x} = -0,45$ ; б —  $\bar{x} = 0,125$ ; в —  $\bar{x} = 0,425$ ; г —  $\bar{x} = 0,725$ ; д —  $\bar{x} = 1,025$

Авторами выполнено исследование продольной составляющей интенсивности пульсаций для сужающего канала в системе координат  $\xi, \zeta, \eta$  (см. рис. 4.1). Объектом исследования являлся конический канал с начальным диаметром  $D_0 = 80$  мм, длиной  $L$ , углом входа  $2\beta$  и диаметром выходного сечения  $d_K$ . Основные параметры изменялись в следующих пределах  $L/D_0 = 0,59 \dots 1,18$ ,  $2\beta = 24 \dots 40^\circ$ ,  $\bar{d}_K = \frac{d_K}{D_0} = 0,5 \dots 0,75$ . Испытано пять лопа-

точных завихрителей с центральным телом, отличающихся начальным углом  $\varphi_H$  ( $\varphi_H = 15, 45, 60^\circ$ ) и показателем  $n$  ( $n = 1, 3$ ). Опыты выполнены в изотермических условиях, число  $M$ , подсчитанное по суммарной скорости потока, не превышало 0,3. Диапазон изменения числа  $\overline{Re}_d$  на входе в канал составлял  $5,3 \cdot 10^4 \dots 1,1 \cdot 10^5$ .

Для исключения азимутальной неравномерности пульсаций между коническим каналом и источником закрутки устанавливался цилиндрический канал длиной 2,33 диаметра. Начальные характеристики потока определялись на расстоянии 36 мм от входа в конический канал ( $\bar{x} = -0,45$ ).

Конический канал, установленный за цилиндрическим участком, является диафрагмой, которая способствует уменьшению продольных пульсаций скорости в приосевой области цилиндрического канала вследствие формирования приосевого вихря, движущегося со значительным ускорением (см. разд. 4.2). В связи с этим характер радиального распределения  $\varepsilon_\xi$  на входе отличается от течения в недиафрагмированном канале (рис. 4.12, а). Это отличие возрастает при уменьшении  $\bar{d}_K$  и увеличении интенсивности закрутки потока на входе.

По длине конического канала происходит возрастание осевой, вращательной и суммарной скоростей потока. Это приводит к дальнейшему уменьшению  $\varepsilon_\xi$ , при этом на относительно коротком участке интенсивность продольных пульсаций в периферийной области уменьшается в 3...4 раза, а в приосевой — в 2...3 раза (см. рис. 4.12, б, в, г). Возрастание пульсаций в области  $\bar{r} < 0,25$  ( $\bar{x} = 1,025$ ) обусловлено образованием зоны обратных течений у выхода из конического канала вследствие расширения закрученной струи.



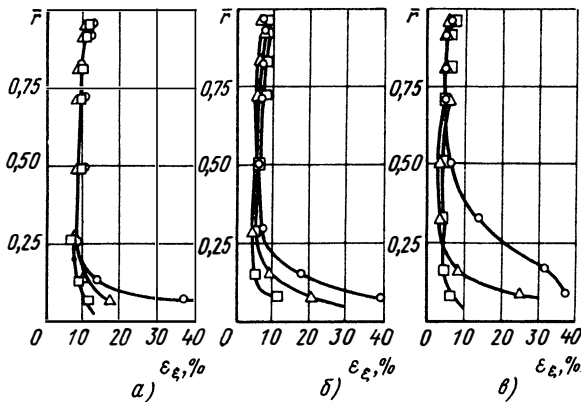


Рис. 4.13. Интенсивность продольных пульсаций в коническом канале при различных значениях  $\bar{d}_K$ .  $\varphi_H = 45^\circ$ ;  $n = 3$ ;  $2\beta = 24^\circ$ ;  $Re_d = 7,5 \cdot 10^4$ :

○ —  $\bar{d}_K = 0,75$ ; △ —  $\bar{d}_K = 0,63$ ; □ —  $\bar{d}_K = 0,5$ ; а —  $\bar{x} = -0,45$ ; б —  $\bar{x} = 0,125$ ; в —  $\bar{x} = 0,425$

В исследованном диапазоне параметр ускорения потока  $k^* = \frac{\nu}{w^2} \frac{dw}{dx}$  не превышал  $4 \cdot 10^{-7}$ . Следовательно, закрутка потока приводит к более раннему обратному переходу по сравнению с осевым течением, где эффекты ламинаризации потока проявляются при  $k^* > 3,5 \cdot 10^{-6}$ .

При возрастании отношения  $\bar{d}_K$  и неизменном значении угла входа в конический канал приосевая зона обратных течений более существенно воздействует на турбулентную структуру потока. Вследствие этого уменьшение пульсаций по абсолютной величине происходит только в некоторой периферийной области канала, ширина которой уменьшается к выходу (рис. 4.13, а, б, в). При постоянном значении  $\bar{d}_K$  изменение угла входа до  $24 \dots 40^\circ$  практически не оказывает влияния на характер распределения  $\epsilon_\xi$  по длине и радиусу канала (рис. 4.14).

Увеличение интенсивности закрутки потока на входе в конический канал качественно аналогично уменьшению  $\bar{d}_K$  (рис. 4.15). В этом случае при умеренной и значительной закрутке профиль на входе в канал практически равномерный (рис. 4.15, а). По длине конического канала интенсивность пульсаций уменьшается примерно в одинаковой степени по всему сечению конического канала.

На рис. 4.16 приведены результаты исследования интенсивности продольных пульсаций ( $\epsilon_\xi$ ) за расширяющимся участком, спрофилированным по гиперболоиду вращения, что обеспечивает безотрывное течение закрученного потока [9]. Измерения выполнены в изотермических условиях на расстоянии  $x/d_3 = 1,0$  от лопаточного завихрителя, где  $d_3$  — средний диаметр выходных каналов закручивающего устройства (см. рис. 4.16).

Наибольший уровень пульсаций имеет место в центральной части цилиндрического канала, где возникает обширная зона обратных течений. Возрастание  $\epsilon_\xi$  в области  $\bar{r} > 0,4$  ( $\bar{r} = r/R_*$ ,  $R_*$  — внутренний радиус цилиндрического канала) обусловлено значительными градиентами радиальной и вращательной скоростей в периферийной области канала.

На рис. 4.17 приведены данные экспериментального исследования интенсивности продольных пульсаций ( $\epsilon_\xi$ ) в цилиндрическом канале с внезапным расширением [4]. Закручивающее устройство представляло вращающуюся секцию. Между вращающейся и неподвижной трубами устанавливал-

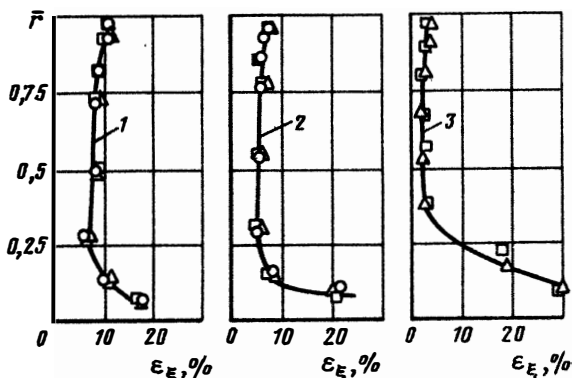


Рис. 4.14. Интенсивность продольных пульсаций в коническом канале при различных значениях  $2\beta$ .  $\varphi_H = 45^\circ$ ;  $n = 3$ ;  $d_K = 0,63$ ;  $Re_d = 7,5 \cdot 10^4$ :

□ —  $2\beta = 24^\circ$ ;  $\Delta$  —  $2\beta = 32^\circ$ ;  $\odot$  —  $2\beta = 40^\circ$ ; 1 —  $\bar{x} = -0,45$ ; 2 —  $\bar{x} = 0,125$ ; 3 —  $\bar{x} = 0,425$

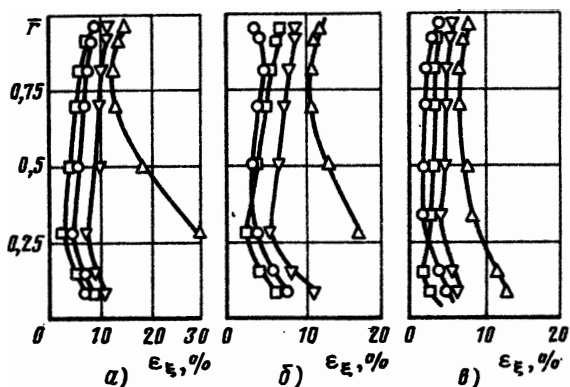


Рис. 4.15. Интенсивность продольных пульсаций в коническом канале для различных завихрителей.  $Re_d = 7,5 \cdot 10^4$ ;  $2\beta = 24^\circ$ ;  $d_K = 0,5$ :

○ —  $\varphi_H = 60^\circ$ ,  $n = 3$ ;  $\nabla$  —  $\varphi_H = 45^\circ$ ,  $n = 3$ ; □ —  $\varphi_H = 45^\circ$ ,  $n = 1$ ;  $\Delta$  —  $\varphi_H = 15^\circ$ ,  $n = 3$ ; а —  $\bar{x} = -0,45$ ; б —  $\bar{x} = 0,125$ ; в —  $\bar{x} = 0,425$

ся конфузор, состоящий из двух частей. Одна из них вращалась с закручивающим устройством, вторая — закреплялась в неподвижной трубе. Внутренний диаметр неподвижного канала равнялся 100 мм, выходного сечения конфузора — 50 мм. Опыты выполнены при числе Рейнольдса, подсчитанном по диаметру неподвижной трубы, равном  $(2...3) \cdot 10^4$ .

Внезапное расширение закрученного потока приводит к формированию обратных течений (зоны отрыва) в периферийной области канала, протяженность которых обратно пропорциональна абсолютному значению  $\Phi_{*вх.г}$ . Например, для данных, представленных на рис. 4.17, длина зоны отрыва составляет 1,25 ( $\Phi_{*вх.г} = 0,5$ ), 0,085 ( $\Phi_{*вх.г} = 1,0$ ) и 0,5 ( $\Phi_{*вх.г} = 0,2$ ) диаметров канала [4].

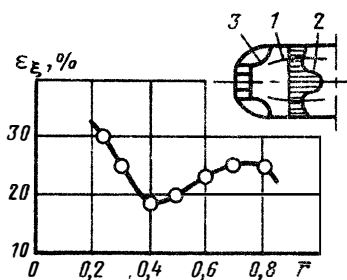


Рис. 4.16. Интенсивность продольных пульсаций за расширяющимся каналом:

1 — граница зоны обратных течений; 2 — профиль  $\epsilon_{\xi}$ ; 3 — гиперboloид вращений;  $\circ$  — опытные данные работы [ 9 ]

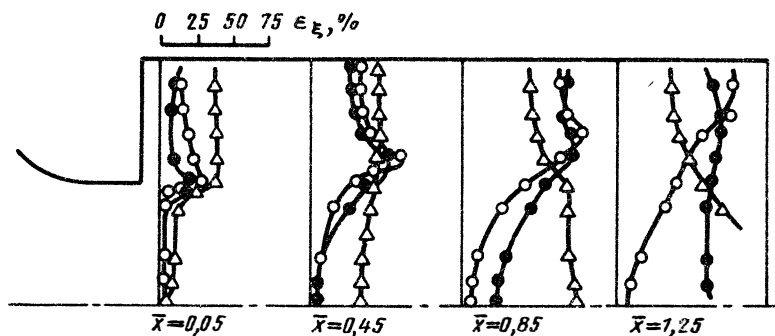


Рис. 4.17. Интенсивность продольных пульсаций в канале с внезапным расширением [ 4 ] :

$\circ$  —  $\Phi_{*вх.г} = 0,5$ ;  $\bullet$  —  $\Phi_{*вх.г} = 1,0$ ;  $\triangle$  —  $\Phi_{*вх.г} = 2,0$

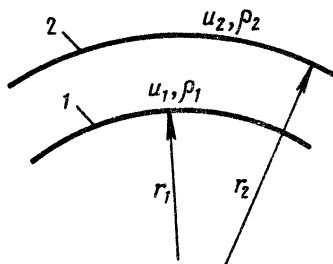
На выходе из конфузора радиальный профиль вращательной скорости соответствует закону квазитвердого вращения потока. Вследствие этого интенсивность продольных пульсаций ( $\epsilon_{\xi}$ ) на входе в канал не превышает 5%. Зона отрыва характеризуется значительными градиентами осредненных скоростей и высоким уровнем пульсационного движения, достигающим 60...80%. При вырождении отрывной зоны интенсивность пульсаций в ней возрастает, что связано с качественной перестройкой радиального профиля осевой скорости. Характерно, что для меньших значений  $\Phi_{*вх.г}$  уровень пульсационного движения в зоне вырождения отрыва получается несколько большим (см. рис. 4.17).

На некотором расстоянии после вырождения обратного течения радиальный профиль  $\epsilon_{\xi}$  приобретает вид, характерный для безотрывного закрученного течения в трубах  $\bar{x} = 1,25$ ,  $\Phi_{*вх.г} = 2,0$ ). Вследствие более протяженной отрывной зоны интенсивность пульсаций для  $\Phi_{*вх.г} = 0,5$  и  $1,0$  в сечении  $\bar{x} = 1,25$  несколько выше, чем при  $\Phi_{*вх.г} = 2,0$ .

#### 4.5. АКТИВНОЕ И КОНСЕРВАТИВНОЕ ВОЗДЕЙСТВИЕ ЦЕНТРОБЕЖНЫХ МАССОВЫХ СИЛ НА ПОТОК

Рассмотрим установившийся плоский поток, линии тока которого представляют собой концентрические окружности

Рис. 4.18. К анализу сил, действующих на плоский криволинейный поток



(рис. 4.18). Центробежная сила, действующая на элементы жидкости, в этом случае уравнивается центростремительным градиентом давления. Например, в слое 2 на произвольный объем  $\Delta v$  действует удерживающая сила  $F = \rho_2 u_2 \omega_2 \Delta v$ , где  $\omega_2 = u_2 / r_2$  — угловая скорость вращения.

Пусть вследствие случайного турбулентного движения элемент жидкости перемещается из слоя 1 в слой 2. В соответствии с гипотезой о сохранении угловой скорости вращения на этот элемент будет действовать сила  $F_* = \rho_1 \omega_1 u_2 \Delta v$ . При положительной разнице сил  $F_*$  и  $F$  поле центробежных массовых сил способствует, а при отрицательной — препятствует дальнейшему перемещению элемента. В первом случае центробежная сила оказывает активное воздействие на поток, что приводит к возрастанию турбулентности, во втором случае имеет место обратный процесс (консервативное воздействие).

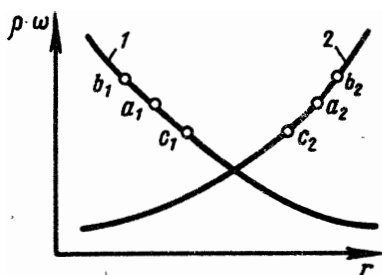
Таким образом, условие активного воздействия центробежных массовых сил на плоский криволинейный поток при использовании гипотезы о сохранении угловой скорости вращения имеет следующий вид [ 47 ]

$$\frac{d}{dr} (\rho \omega) < 0. \quad (4.1)$$

Рассмотрим далее влияние центробежных массовых сил на турбулентность (рис. 4.19). При  $\frac{d}{dr} (\rho \omega) < 0$  (линия 1) элемент, переместившийся из точки  $a_1$  в точку  $b_1$  ( $w'_r > 0$ ), вызывает положительную пульсацию угловой скорости ( $w'_\varphi > 0$ ). При перемещении элемента из точки  $a_1$  в точку  $c_1$  ( $w'_r < 0$ ) в последней возникает отрицательная пульсация угловой скорости ( $w'_\varphi < 0$ ). Таким образом, при активном характере воздействия центробежных массовых сил корреляция  $w'_r w'_\varphi$  будет положительной, а турбулентное касательное напряжение трения  $\tau_{r\varphi}$  — отрицательной величиной. Аналогичный анализ показывает, что при консервативном воздействии  $\overline{w'_r w'_\varphi} < 0$ ,  $\tau_{r\varphi} > 0$ .

Выполненный анализ позволяет сделать важный вывод о том, что смена знаков у корреляции или касательного напряже-

Рис. 4.19. К анализу устойчивости закрученного потока



ния трения указывает на существование в закрученном потоке областей с активным и консервативным характером воздействия центробежных массовых сил.

Полученные выводы использованы для анализа закрученных потоков с соизмеримым отношением осевых и вращательных скоростей. В этом случае поступательно-вращательный характер движения потока можно представить совокупностью отдельных вращений со скоростью  $\bar{w}_\xi$  вокруг мгновенного центра скоростей радиусом  $\eta = r(1 + tg^2 \varphi)/tg^2 \varphi$  [49]. Тогда условие активного воздействия центробежных массовых сил на поток (4.1) для поступательно-вращательных потоков приобретает следующий вид (продольное затухание закрутки не учитывается):

$$\frac{d}{d\eta} (\rho\omega^*) < 0, \quad (4.2)$$

где  $\omega^* = \bar{w}_\xi / \eta$  — угловая скорость вращения потока.

Исходя из формальной аналогии с круговым потоком можно далее предполагать, что при активном воздействии имеют место

неравенства  $\overline{w'_\eta w'_\xi} > 0$ ,  $\tau_{\eta\xi} < 0$ , а при консервативном  $\overline{w'_\eta w'_\xi} < 0$ ,  $\tau_{\eta\xi} > 0$ .

Сделанные предположения и формула (4.2), строго говоря, выполняются только для идеальных потоков. Анализ полученных опытных данных (рис. 4.20), однако, показывает, что несмотря на существование областей потока с различным характером воздействия центробежных массовых сил (смена знака  $\overline{w'_\eta w'_\xi}$ , возрастание  $\epsilon_i$  в области, где  $\overline{w'_\eta w'_\xi} > 0$ ) угловая скорость вращения не имеет экстремума и монотонно убывает с ростом  $\eta$  (рис. 4.20, в). Следовательно, условие (4.2) для реальных потоков является не корректным и должно иметь следующий вид

$$\frac{d}{d\eta} (\rho\omega^*) < \chi_*, \quad (4.3)$$

где  $\chi_*$  — некоторая функция параметра закрутки  $\Phi_*$ .

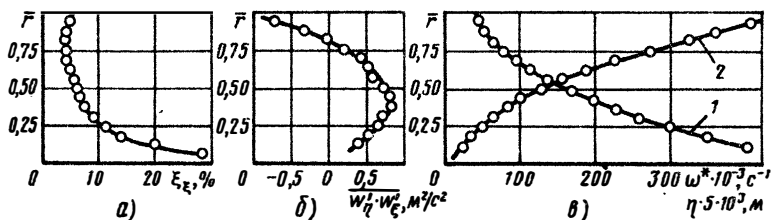
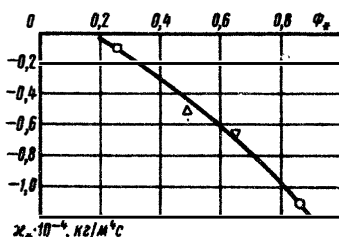


Рис. 4.20. Изменение характеристик закрученного потока в непроницаемой трубе.  $\varphi_H = 60^\circ$ ;  $n = 3$ :

$$\bar{x} = 8,46 (\Phi_* = 0,86); \overline{Re_d} = 10^5; 1 - \omega^*; 2 - \eta$$

Рис. 4.21. Диаграмма устойчивости турбулентных поступательно-вращательных потоков:

□ —  $\varphi_H = 15^\circ, n = 3$ ;  $\Delta$  —  $\varphi_H = 45^\circ, n = 1$ ;  
 $\nabla$  —  $\varphi_H = 45^\circ, n = 3$ ;  $\circ$  —  $\varphi_H = 60^\circ, n = 3$



Анализ диаграммы устойчивости (рис. 4.21) построенной на основе обработки опытных данных, показывает, что для вязких потоков условие (4.2) является слишком "жестким" и в ряде случаев приводит к неверным выводам. Условие консервативного воздействия центробежных массовых сил на поток в форме  $\frac{d}{d\eta} (\rho \omega^*) > 0$  вообще теряет смысл, поскольку в этом

случае  $\frac{d\omega^*}{d\eta} < 0$ .

Таким образом, при заданном распределении плотности и угловой скорости вращения потока по сечению канала уравнение (4.3) и данные рис. 4.21 позволяют определить конкретные области, где возникают условия для активного воздействия центробежных массовых сил на поток. В первом приближении это уравнение можно использовать также и для анализа устойчивости закрученного потока за источником закрутки при различных законах профилирования лопаток.

Полученные результаты позволяют предположить, что переход от ламинарного течения к турбулентному во внутренних закрученных потоках должен происходить специфическим образом. При малых числах Рейнольдса вследствие особенностей ра-

диального распределения угловой скорости вращения потока по радиусу канала турбулентность может возникать только в приосевой части канала. Ламинарное течение в пристенной и периферийной зоне может при этом сохраняться. В дальнейшем при увеличении числа Рейнольдса турбулентность будет инициироваться и в области поверхности канала вследствие действия пристенной турбулентности. Таким образом, будет иметь место последовательный механизм потери устойчивости закрученного потока. Возможен, по-видимому, и обратный процесс, когда вследствие особенностей радиального профиля  $\omega^*$  потеря устойчивости потока будет иметь место сначала в пристенной, а затем в центральной и приосевой областях канала.

АНАЛИТИЧЕСКИЕ И ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА ЗАКРУЧЕННЫХ ПОТОКОВ В КАНАЛАХ

5.1. ИДЕАЛЬНОЕ И ВЯЗКОЕ ЛАМИНАРНОЕ ТЕЧЕНИЕ В ТРУБАХ

Первые исследования потоков в поле центробежных массовых сил были выполнены Проудменом (1916 г.) и Тейлором (1923 г.). Эти работы были посвящены анализу идеальных и вязких ламинарных потоков при круговом движении ( $w = 0$ ). Дальнейшие исследования были посвящены поступательно-вращательным потокам с малой интенсивностью закрутки. Структура таких движений, как показали расчеты, незначительно отличается от осевого потока, поэтому эти решения имели только познавательное значение.

Исследования более позднего периода были направлены на изучение идеальных потоков в условиях умеренной и сильной закрутки. При этом вводились различного рода упрощающие предположения, позволяющие получить решение в аналитической форме. Наиболее распространенной является модель винтового течения, характеризующаяся условиями  $\rho^* = \text{const}$  и  $\text{rot } \vec{W} = 0$  (или  $\text{rot } \vec{W} = \lambda \vec{W}$ , где  $\lambda$  — скалярная функция координат;  $\vec{W}$  — вектор скорости. Винтовой поток, вследствие сделанных допущений, является стационарным и может иметь место при изэнтропных ( $s = \text{const}$  или изотермических ( $T = \text{const}$ ) условиях, а также в течениях, где поверхности  $T = \text{const}$  и  $s = \text{const}$  совпадают между собой [14].

Система уравнений винтового потока имеет следующий вид [15]:

$$\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{r}^2} + \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{r}} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{x}^2} + (\lambda^{*2} - \bar{r}^{-2}) \bar{u} = 0, \tag{5.1}$$

$$\bar{w} = \frac{1}{\lambda^*} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} (\bar{u} \bar{r}), \quad \bar{v} = -\frac{1}{\lambda^*} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}}.$$

Здесь  $\bar{u} = u/w_{\text{cp}}$ ,  $\bar{w} = w/w_{\text{cp}}$ ;  $\bar{v} = v/w_{\text{cp}}$ ,  $\bar{r} = r/R$ ,  $\bar{x} = x/R$ .

Результаты решения при  $\lambda^* = \lambda R = \text{const}$  (однородное винтовое течение) и экспоненциальном законе начальной закрутки в виде линий тока представлены на рис. 5.1, а, б [15]. На рис. 5.1, а в верхней части приведено распределение вращательной, а в нижней осевой скорости. При  $\lambda^* > 3,83$ , как показывает решение, в идеальном закрученном потоке возникают периодические стационарные циркуляционные зоны, не связанные между собой (рис. 5.1, б). Обратные течения у оси канала образуются при  $\lambda^* > 2,42$ .

При решении задач ламинарного потока вследствие математических трудностей широко применяются различного вида линеаризации системы уравнений движения, чаще всего заключающиеся в замене производных  $w \frac{\partial}{\partial x}$  на  $w_{\text{cp}} \frac{\partial}{\partial x}$  ( $w_{\text{cp}}$  — средняя по сечению осевая скорость). Кроме то-



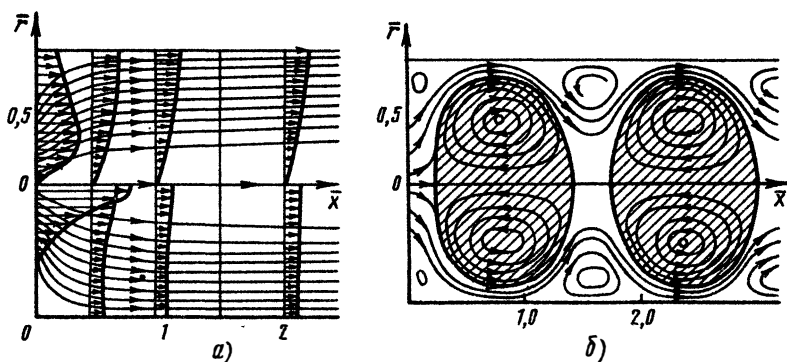


Рис. 5.1. Характер течения закрученного потока в трубе [ 15 ]:  
 а -  $\lambda^* = 1,0$ ; б -  $\lambda^* = 5,5$

го, делаются допущения о том, что радиальная составляющая скорости мала по сравнению с осевой и вращательной, а производные в осевом направлении намного меньше производных по радиусу.

Тогда для течения в трубе линеаризованные уравнения движения будут иметь следующий вид:

$$\frac{\partial \bar{w}}{\partial x} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{w}}{\partial r} \right), \quad \frac{\bar{u}^2}{r} = \frac{\partial \bar{p}}{\partial r}; \quad (5.2)$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} = \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} - \frac{\bar{u}}{r^2} \right), \quad \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\bar{v} r) + \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} = 0,$$

где  $\bar{\text{Re}} = \frac{w_{\text{cp}} R}{\nu}$  — число Рейнольдса;  $\bar{p} = \frac{p}{\rho w_{\text{cp}}^2}$ .

Система уравнений (5.2) решалась в работах [8, 43] для закона квазитвердого вращения потока на входе в канал ( $u = \omega_{\text{вх}} r$ ). Начальные условия в этом случае имели вид

$$\bar{x} = 0, \quad \bar{u} = \frac{\omega_{\text{cp}} R}{w_{\text{cp}}} \bar{r}, \quad \bar{w} = 1, \quad \bar{p} = p_0 + \frac{\omega_{\text{вх}} R}{2w_{\text{cp}}^2} \bar{r}^2 \quad (5.3)$$

при следующих граничных условиях

$$\bar{r} = 0, \quad \bar{u} = \bar{v} = 0; \quad \bar{r} = 1; \quad \bar{u} = \bar{w} = v = 0. \quad (5.4)$$

В результате решения уравнений (5.2) . . . (5.4) получено выражение для профиля вращательной скорости в виде бесконечного ряда [43]

$$\bar{u} = 2\omega_{\text{вх}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_1(\mu_n \bar{r})}{\mu_n J_2(\mu_n)} \exp\left(-\frac{\mu_n^2}{\text{Re}} \bar{x}\right), \quad (5.5)$$

где  $\bar{\omega}_{\text{ВХ}} = \frac{\omega_{\text{ВХ}} R}{w_{\text{ср}}}$  — параметр закрутки потока, представляющий собой

тангенс угла закрутки потока на стенке в начальном сечении;  $\mu_n$  — корни уравнения  $J_1(\mu_n) = 0$ ;  $J_1$  и  $J_2$  — функция Бесселя первого рода первого и второго порядков.

Поскольку в уравнении (5.5) и при  $\bar{x} > 1$  и  $\text{Re} < 100$  каждый последующий член на порядок меньше предыдущего, то в работе [43] осевая и радиальная составляющие скорости определялись только с учетом первого члена ряда в уравнении (5.5). Окончательные выражения приводятся ниже

$$\begin{aligned} \bar{w} = & 2(1 - \bar{r}^2) - 4 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{p_m^2} \left[ 1 + \frac{4\bar{\omega}_{\text{ВХ}}^2}{\text{Re}} \frac{1}{(2\mu_1^2 - p_m^2)} \right] \times \\ & \times \left[ 1 - \frac{J_0(p_m \bar{r})}{J_0(p_m)} \right] \exp\left(-\frac{p_m^2}{\text{Re}} \bar{x}\right) + \frac{2\bar{\omega}_{\text{ВХ}}^2}{\mu_1^2 \text{Re}} [2(1 - \bar{r}^2) + \\ & + \frac{J_0(\sqrt{2}\mu_1) - J_0(\sqrt{2}\mu_1 \bar{r})}{J_2(\sqrt{2}\mu_1)}] \exp\left(-\frac{2\mu_1^2}{\text{Re}} \bar{x}\right); \end{aligned} \quad (5.6)$$

$$\begin{aligned} \bar{v} = & \frac{4}{\text{Re}} \sum_{m=1}^{\infty} \left[ 1 + \frac{4\bar{\omega}_{\text{ВХ}}^2}{\text{Re}(2\mu_1^2 - p_m^2)} \right] \left[ \frac{\bar{r}}{2} - \frac{J_1(p_m \bar{r})}{p_m J_0(p_m)} \right] \exp\left(-p_m \frac{\bar{x}}{\text{Re}}\right) - \\ & - \frac{4\bar{\omega}_{\text{ВХ}}}{\text{Re}^2} \left[ \bar{r} - \frac{\bar{r}^3}{2} + \frac{\sqrt{2}\mu_1 J_0(\sqrt{2}\mu_1 \bar{r}) - 2J_1(\sqrt{2}\mu_1 \bar{r})}{2\sqrt{2}\mu_1 J_2(\sqrt{2}\mu_1)} \right] \times \\ & \times \exp\left(-\frac{2\mu_1^2}{\text{Re}} \bar{x}\right). \end{aligned} \quad (5.7)$$

В уравнениях (5.6), (5.7):  $p_m$  — корни уравнения  $J_2(p_m) = 0$ , где  $J_2$  — модифицированная функция Бесселя первого рода второго порядка.

В работе [8] используется несколько иной метод решения системы уравнений (5.1). Для осевой составляющей скорости получено следующее выражение:

$$\begin{aligned} \bar{w} = & \frac{\bar{\omega}_{\text{ВХ}}^2}{4} \left[ \frac{J_0(\sqrt{6}) - J_0(\sqrt{6} \bar{r})}{J_2(\sqrt{6})} + 2(1 - \bar{r}^2) \right] \exp\left(-\frac{6\bar{x}}{\text{Re}}\right) + 2(1 - \bar{r}^2) - \\ & - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3\bar{\omega}_{\text{ВХ}}^2 - 2\mu_n^2 + 12}{\mu_n^2(6 - \mu_n^2)} \left[ 1 - \frac{J_0(\mu_n \bar{r})}{J_0(\mu_n)} \right] \exp\left(-\mu_n^2 \frac{\bar{x}}{\text{Re}}\right), \end{aligned} \quad (5.8)$$

где  $\mu_n$  — корни уравнения  $J_2(\mu_n) = 0$ .

Вращательную скорость в работе [8] предлагается определять из выражения

$$\bar{u}^2 = \bar{r}^2 \bar{\omega}_{\text{ВХ}}^2 \exp\left(-6\frac{\bar{x}}{\text{Re}}\right) + \frac{\bar{r}}{\text{Re}} \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{x} \partial \bar{r}}, \quad (5.9)$$

а радиальную — из уравнения неразрывности с учетом профиля  $\bar{w}$ .

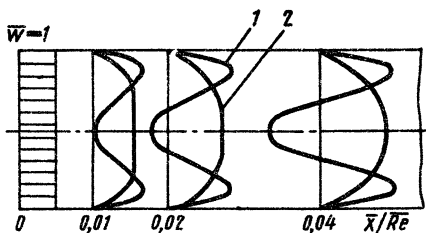


Рис. 5.2. Изменение профиля осевой скорости по длине трубы [ 8 ]:  
 1 —  $\bar{\omega}_{\text{вх}} = 10$ ; 2 —  $\bar{\omega}_{\text{вх}} = 0$

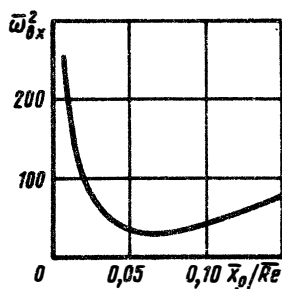


Рис. 5.3. Граница зоны обратных течений [ 8 ]

Анализ расчетных соотношений (5.6), (5.8) показывает, что начальная закрутка вырождается на бесконечном расстоянии от входа в канал, где устанавливается параболический закон осевой скорости  $\bar{w} = 2(1 - \bar{r})^2$ . Из этих же уравнений можно получить условия образования приосевого обратного течения (рис. 5.2), которое возникает в некотором сечении канала при определенных значениях  $\bar{\omega}_{\text{вх}}$ .

Графическая зависимость, позволяющая определить сечение  $\bar{x}_0$ , в котором образуется обратный поток, приведена на рис. 5.3. Из нее следует, что при  $\bar{\omega}_{\text{вх}} < 4.58$  по всей длине канала имеет место течение без обратных токов. Г. Е. Стуровым в работе [43] численным методом показано, что обратное течение в канале возникает только при  $\bar{\omega}_{\text{вх}}^2 / \text{Re} \geq 30$  причем в области  $\bar{r} > 0,71$  ни при каких значениях параметра закрутки обратное течение не образуется.

В работе [80] используется несколько иной метод линеаризации. В уравнении движения в проекции на ось  $\varphi$  профиль осевой скорости задается в виде суммы

$$\bar{w} = \bar{W} + \bar{w}^*,$$

где  $\bar{W} = 1 - \bar{r}^2$  — распределение скорости при ламинарном стабилизированном течении в трубе (течение Пуазейля);  $\bar{w}^*$  — "возмущение", обусловленное закруткой потока.

В качестве масштаба выше используется максимальное значение скорости течения Пуазейля, поэтому  $\bar{W} = 1 - \bar{r}^2$ . При условии пренебрежения радиальной составляющей скорости и осевыми производными (аналогично [43, 8]) Толботом получено следующее уравнение для вращательной скорости [80]:

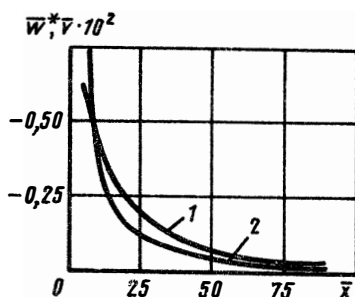
$$\bar{u} = \sum_{n=1}^{\infty} B_n J_1(\sqrt{\text{Re} \bar{\beta}_n} \bar{r}) \exp(-\beta_n \bar{x}), \quad (5.10)$$

где  $\beta_n = 16(n + \frac{1}{6})^2 / \text{Re}$ ;  $\bar{\beta}_n$  — корни уравнения  $J_1(\sqrt{\text{Re} \bar{\beta}_n} = 0$ ;  $B_n$  — коэффициент, определяемый из начальных условий.

Осевая составляющая скорости задается степенным уравнением с учетом граничных условий

$$\bar{w} = 1 - \bar{r}^2 + a_0(\bar{x})[1 - 6\bar{r}^2 - 5\bar{r}^3],$$

Рис. 5.4. Максимальные значения "возмущения" осевой составляющей и радиальной скорости в цилиндрическом канале [ 80 ]:  
1 —  $\bar{w}^*$ ; 2 —  $\bar{v}$



в котором функция  $a_0(\bar{x})$  находится из решения дифференциального уравнения

$$(1 + 1,5a_0) \frac{da_0(\bar{x})}{d\bar{x}} - \frac{42 \cdot a_0(\bar{x})}{Re} = -14 \int_0^1 \left\{ \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \int_0^{\bar{r}} \frac{[u(r, \bar{x})]^2}{r} dr \right\} \bar{r} d\bar{r}.$$

Таким образом, профиль  $\bar{w}(\bar{r}, \bar{x})$  также будет выражаться в виде бесконечного ряда.

В работе [ 80 ] для одного из законов начальной закрутки при  $Re = 10^3$  [ $\beta_1 = 0,0222$ ,  $\beta_2 = 0,0147$ ] используется только первый член ряда в (5.10) выполнено численное интегрирование и определены профили  $\bar{u}$ ,  $\bar{w}$  и  $\bar{v}$  в трубе. Результаты, характеризующие изменение максимальных значений "возмущения" осевой и радиальной скорости, приведены на рис. 5.4.

Выше были рассмотрены наиболее характерные математические приемы, применяемые для линеаризации уравнений ламинарного закрученного потока. Аналогичный подход можно использовать и при других законах начальной закрутки. Однако, в связи с отсутствием прямых измерений скорости в ламинарных закрученных потоках оценить погрешность сделанных допущений пока не представляется возможным. Можно только констатировать качественное согласование с результатами измерения скоростей в турбулентных потоках (гл. 2).

## 5.2. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА ЛАМИНАРНЫХ ЗАКРУЧЕННЫХ ПОТОКОВ

В последние годы в связи с развитием вычислительной техники и численных методов расчета течения вязкой жидкости [ 12 ] появилась возможность решения задач течения закрученного потока в нелинейной постановке. Это позволяет более точно выявить влияние закрутки потока на его структуру.

Общий подход к решению задач гидродинамики состоит в следующем. При осесимметричной постановке и предположении о постоянстве физических свойств среды вводятся в рассмотрение функция тока  $\psi$  и азимутальная составляющая вихря  $\omega$  согласно уравнениям

$$w = \frac{1}{\rho r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \quad v = \frac{1}{\rho r} \frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad \omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial w}{\partial r} \quad (5.11)$$

Это позволяет представить полную систему уравнений Навье-Стокса в цилиндрических координатах в следующем виде [82] :

$$\left. \begin{aligned} & \operatorname{Re} \frac{\bar{r}}{4} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\bar{\omega}}{r} \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\bar{\omega}}{r} \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left[ \bar{r}^3 \frac{\partial}{\partial x} \times \right. \right. \\ & \times \left. \left. \left( \frac{\bar{\omega}}{r} \right) \right] - \frac{\partial}{\partial r} \left[ \bar{r}^3 \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\bar{\omega}}{r} \right) \right] - \bar{r} \operatorname{Re} \frac{\partial (u^2)}{\partial x} \right] = 0; \\ & \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial r} \right) + \bar{\omega} = 0; \\ & \frac{\bar{r}}{4} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \bar{u} \bar{r} \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial r} \left( \bar{u} \bar{r} \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left[ \bar{r}^3 \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\bar{u}}{r} \right) \right] - \right. \\ & \left. - \frac{\partial}{\partial r} \left[ \bar{r}^3 \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\bar{u}}{r} \right) \right] \right] = 0, \end{aligned} \right\} \quad (5.12)$$

где  $\bar{x} = \frac{x}{R}$ ;  $\bar{r} = \frac{r}{R}$ ;  $\bar{u} = \frac{u}{w_{\text{ср}}}$ ;  $\operatorname{Re} = \frac{\rho w_{\text{ср}} 2R}{\mu}$ ;

$$\bar{\omega} = \frac{\omega 2R}{w_{\text{ср}}}; \quad \bar{\psi} = \frac{2\psi}{\rho w_{\text{ср}} R^2}.$$

При выводе уравнений (5.12) учтено уравнение неразрывности, а статическое давление исключено с помощью дифференцирования уравнений в проекциях на оси  $r$  и  $x$  соответственно по  $x$  и  $r$  и последующего их сложения.

Система уравнений (5.12) может быть представлена в следующей форме (далее знак безразмерной величины опускается) :

$$\begin{aligned} & a_i \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( y_i \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial r} \left( y_i \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \right] - \frac{\partial}{\partial x} [b_i r \times \\ & \times \frac{\partial (c_i y_i)}{\partial x}] - \frac{\partial}{\partial r} [b_i \frac{\partial (c_i y_i)}{\partial r}] + r d_i = 0, \end{aligned} \quad (5.13)$$

где коэффициенты  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$ ,  $d_i$ ,  $y_i$  приведены в табл. 5.1

$i$	$a_i$	$b_i$	$c_i$	$d_i$	$y_i$
$r$	$\overline{\text{Re}} \frac{r^2}{4}$	$r^2$	1	$-\overline{\text{Re}} \frac{\partial (u^2)}{\partial x}$	$\omega/r$
$\varphi$	0	$1/r^2$	1	$-\omega/r$	$\psi$
$x$	$\overline{\text{Re}}/4$	$r^2$	$1/r^2$	0	$ur$

При численном решении исследуемое поле течения разбивается на ряд элементарных областей по радиусу и длине канала (сетка  $kj$ ). В уравнении (5.13) члены, содержащие  $b_i$  и  $d_i$  аппроксимируются центральными, а члены, содержащие  $a_i$  — односторонними разностями, ориентированными "против потока", что повышает устойчивость схемы при больших числах Рейнольдса [13]. В этом случае уравнение (5.13) сводится к системе нелинейных алгебраических уравнений, которые могут быть решены итерационным методом. Наиболее удобным для данных задач является метод Гаусса — Зейделя [45, 64, 66]. Итерации прекращаются при выполнении условий, заданных в той или иной форме [45, 66]

$$\max |\psi_{kj}^n - \psi_{kj}^{n-1}| < \epsilon_1, \quad \max \left| \left(\frac{\omega}{r}\right)_{kj}^n - \left(\frac{\omega}{r}\right)_{kj}^{n-1} \right| < \epsilon_2,$$

$$\max |(ur)_{kj}^n - (ur)_{kj}^{n-1}| < \epsilon_3, \quad \max \left| \frac{y_{kj}^n - y_{kj}^{n-1}}{J_{kj}^n} \right| < \epsilon,$$

где  $n$  — номер итерации;  $y_{kj}$ ,  $\psi_{kj}$ ,  $(\omega/r)_{kj}$ ,  $(ur)_{kj}$  — значения соответствующих функций в узле  $(k, j)$  расчетной сетки;  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$ ,  $\epsilon_3$ ,  $\epsilon$  — положительные малые числа.

После определения значений  $\psi_{kj}$  в узлах сетки осевая и радиальная составляющие скорости находятся из выражений (5.11).

Для расчета ламинарных закрученных потоков можно использовать и другие численные методы. Например, используется однородная разностная схема переменных направлений второго порядка точности, которая решается методом установления (см. также разд. 5.3).

Для решения конкретных задач должны быть заданы краевые условия, преобразование которых к системе переменных  $\psi$ ,  $\omega/r$ ,  $ur$  должно выполняться с учетом условий расчета. В качестве примера рассмотрим задачу [66], где граничные условия задавались в следующем виде:

$$\bar{x} = 0, \quad w = w_{\text{ср}}, \quad u = \omega_{\text{вх}} r, \quad v = 0; \quad (5.14)$$

$$\bar{x} = \bar{x}_{**}, \quad w = 2w_{\text{ср}} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right); \quad u = v = 0; \quad (5.15)$$

$$r = 0, \quad w = v = 0;$$

$$r = R, \quad u = w = v = 0. \quad (5.16)$$

Здесь  $\bar{x}_{**} = x_{**}/R$ ;  $x_{**}$  — осевая координата, определяющая сечение вырождения закрутки.

Условия (5.14) характеризуют равномерный профиль осевой скорости и закон квазитвердого вращения на входе в канал, а условие (5.15) определяет гидродинамически стабилизированное ламинарное течение.

Учитывая, что  $\psi = \int_0^r \rho w r dr$ , уравнения (5.14) ... (5.16) можно представить следующим образом:

$$\begin{aligned} \bar{x} = 0, \quad \bar{\psi} = \bar{r}^2, \quad \bar{u} = \bar{\omega}_{\text{вх}} \bar{r}; \\ \bar{x} = \bar{x}_{**}, \quad \bar{\psi} = 2\bar{r}^2 - \bar{r}^4, \quad \bar{u} = 0; \end{aligned} \quad (5.17)$$

$$\bar{r} = 0, \quad \bar{\psi} = \bar{u} = 0;$$

$$\bar{r} = 1, \quad \bar{\psi} = 1, \quad \bar{u} = 0,$$

где  $\bar{u} = u/w_{\text{ср}}$ .

Граничные условия для вихря будут иметь следующий вид:

$$\bar{x} = 0, \quad \bar{\omega} = 0; \quad \bar{x} = \bar{x}_{**}, \quad \bar{\omega} = 8\bar{r} \quad (5.18)$$

и определяются из уравнений (5.14), (5.15) с учетом уравнения  $\partial v / \partial x = 0$ .

Граничные условия на стенке канала находятся согласно конечно-разностной аппроксимации следующего уравнения [13]:

$$\frac{\bar{n}^3}{6} \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial \bar{n}} + \frac{\bar{n}^2}{2} \bar{\omega} = 1 - \bar{\psi},$$

где  $\bar{n}$  — безразмерное расстояние по нормали к поверхности;  $\bar{\psi}$  — безразмерная функция тока на расстоянии  $\bar{n}$  от поверхности.

При  $\bar{r} \rightarrow 0$  рекомендуется использовать выражения  $\bar{\omega} = 8 \cdot b \bar{r}$ ,  $\bar{\psi} = a \bar{r}^2 + b \bar{r}^4$  [66].

Для определения условий на стенке канала можно также пользоваться разложением функций  $\bar{\psi}$  и  $\bar{\omega}$  в пристенной области в ряд Тейлора по малому параметру с учетом первого и третьего уравнений (5.12).

Условия на выходе из канала можно задавать различными способами. Например, в работах [45, 64] в сечении  $\bar{x} = \bar{x}_{**}$  используются следующие условия:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} = \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \bar{x}} = 0 [64]; \quad \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + b\bar{u} = 0 [45].$$

Выполненные расчеты показали, что эти условия дают практически такие же результаты как при использовании уравнений (5.17), (5.18) [45, 64]. Например, варьирование константы в широких пределах (от 0 до 100) сказывается на окончательных результатах только в непосредственной близости к выходу из канала.

Одним из основных вопросов, возникающих при использовании численных методов, является вопрос о рациональном выборе расчетной сетки. При увеличении числа узлов улучшается сходимость решения, но при этом возрастает время, необходимое для выполнения расчетов. Например, при использовании сетки  $41 \times 21$  (41 — по  $\bar{x}$  и 21 — по  $\bar{r}$ ) время расчета на ЭВМ БЭСМ-6 в зависимости от величины числа Рейнольдса ( $Re = 20 \dots 2000$ ) составляло 15 ... 30 мин [64]. Конкретные рекомендации по выбору расчетной сетки в литературе отсутствуют; в связи с этим ниже рассмотрены некоторые результаты, полученные при численном расчете ламинарных закрученных потоков в канале.

В работе [64] при тангенциальной закрутке расчеты выполнены на сетках  $21 \times 21$  и  $41 \times 21$  (равномерная по  $\bar{r}$  и неравномерная по  $\bar{x}$ ). Изменение среднего шага разбиения  $\Delta \bar{x}_{ср}$  от 1,22 до 2,38 при  $\bar{x}_{**} = 50$  (кривые 2 и 3, рис. 5.5,а) практически не оказывает влияния на результаты расчета. Здесь  $k_* = (u/v)_{вх}$  параметр закрутки на входе в канал. Однако, увеличение  $\bar{x}_{**}$  от 50 до 100 (рис. 5.5,а, кривые 3, 1)  $\Delta \bar{x}_{ср} = 2,38$  и  $2,44$  — соответственно) оказывается проявляется более заметно. Аналогично было найдено, что изменение  $\bar{x}_{**}$  от 50 до 100 (сетка  $21 \times 15$ ) приводит к ощутимому различию результатов расчета на участке  $\bar{x} < 1$ .

Расчет закрученного потока в кольцевом канале [45] показал, что для слабонеровномерных сеток при  $\Delta < 10/Re$  ( $\Delta$  — шаг разбиения) в диапазоне  $Re = 10 \dots 10^3$  результаты расчета практически не зависят от величины  $\Delta$  (сетка  $21 \times 11$  и  $21 \times 21$ ,  $\bar{x}_{**} = 2,1 \dots 4$ ).

Анализ этих работ показывает, что наиболее неопределенной и, по-видимому, наиболее важной с точки зрения точности расчета является величина  $\bar{x}_{**}$ . Неправильное задание этого параметра "навязывает" определенную скорость трансформации локаль-



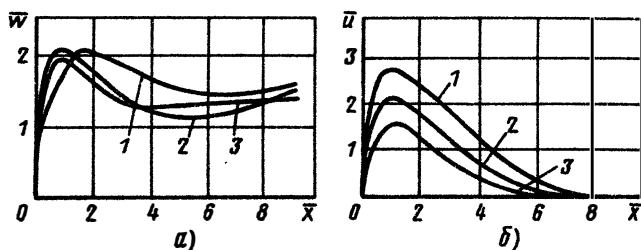


Рис. 5.5. Изменение осевой (а) и вращательной (б) составляющих скорости по длине трубы (тангенциальный подвод) [ 64 ]:

а —  $\overline{Re} = 200$ ,  $k_* = 4$ ,  $\overline{r} = 0$ ; 1 —  $\overline{x}_{**} = 100$  (сетка  $41 \times 21$ ); 2 —  $\overline{x} = 50$  (сетка  $41 \times 21$ ); 3 —  $\overline{x}_{**} = 50$  (сетка  $21 \times 21$ ); б —  $\overline{Re} = 20$ ,  $\overline{r} = 0,4$ ; 1 —  $k_* = 40$ ; 2 —  $k_* = 20$ ; 3 —  $k_* = 40$ .

ных параметров по длине канала. Кроме того, не вызывает сомнений тот факт, что величина  $\overline{x}_{**}$  зависит от интенсивности начальной закрутки и не может задаваться произвольно. К сожалению, в настоящее время отсутствуют работы, в которых бы выполнялось сравнение расчетных и экспериментальных данных при различных значениях  $\overline{x}_{**}$ .

Способ задания граничных условий при  $\overline{x} = \overline{x}_{**}$  ( $\frac{\partial \psi}{\partial \overline{x}} = 0$ ;  $\frac{\partial \overline{u}}{\partial \overline{x}} + b\overline{u} = 0$ ;  $\overline{u} = \overline{v} = 0$ ; профиль Пуазейля; закон твердого тела и т. д.), как показывают расчеты, оказывает слабое влияние на результаты численного решения.

Итерационные методы связаны с заданием численных значений  $\epsilon$ , при которых процесс расчета считается законченным. В настоящее время по этому вопросу также нет конкретных рекомендаций; для сведения укажем, что в работе [ 66 ] величина задавалась равной 0,005, а в [ 45 ] значения  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$ ,  $\epsilon_3$  составляли 0,0001, 0,001 и 0,001 соответственно.

Рассмотрим кратко основные результаты численного исследования закрученных потоков. Анализ, данных полученных в работах [ 64, 66 ], показывает, что граничные условия на входе в канал оказывают существенное влияние на характер трансформации параметров по всей длине трубы.

При тангенциальной закрутке потока [ 64 ] наличие глухого торца приводит к образованию торцевых перетечек и формированию на оси канала положительного течения со значительной скоростью (рис. 5.5,а). В дальнейшем под действием центробежных сил формируется "провал" осевой скорости, который затем вырождается. Вращательная скорость (рис. 5.5,б) в области тангенциального ввода возрастает, что объясняется аэродинамическим "пережимом" сечения, а затем падает по длине канала, подчиняясь экспоненциальной зависимости.

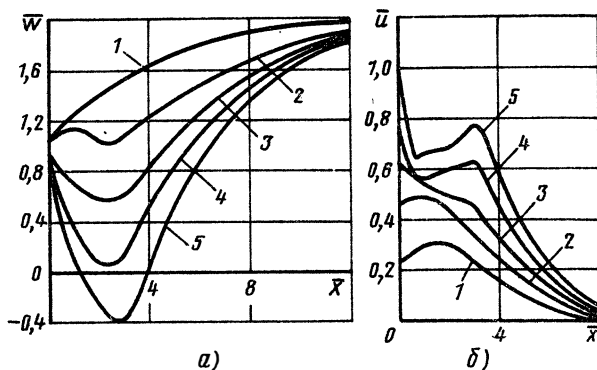


Рис. 5.6. Изменение осевой (а) и вращательной (б) составляющих скорости по длине трубы [ 66 ]:

$\overline{Re} = 160$ ; а  $-\overline{r} = 0$ ; б  $-\overline{r} = 0,21$ ; 1  $-\overline{\omega}_{\text{вх}} = 0$ ; 2  $-\overline{\omega}_{\text{вх}} = 2$ ; 3  $-\overline{\omega}_{\text{вх}} = 3$ ;  
4  $-\overline{\omega}_{\text{вх}} = 4$ ; 5  $-\overline{\omega}_{\text{вх}} = 5$

При закрутке по закону квазитвердого вращения (рис. 5.6,а) закономерности трансформации составляющих скорости вблизи источника закрутки могут качественно отличаться от рассмотренного выше [66]. Поскольку осевая скорость на входе в канал задается постоянной по сечению, то на участке  $\bar{x} < 2-3$  вследствие действия центробежных сил формируется "провал" осевой скорости, переходящий при увеличении интенсивности закрутки в обратное течение. Вращательная скорость на участке формирования "провала" изменяется сложным образом; при сильной закрутке вблизи завихрителя профиль  $\bar{u}(\bar{x})$  характеризуется минимумом и максимумом (рис. 5.6,б), что обусловлено перестройкой течения под действием вязких сил. В обоих случаях (см. рис. 5.5, 5.6) отмечается весьма быстрое затухание вращательной скорости.

Рассмотрим условия образования обратных течений на оси канала. В работе [66] найдено, что для  $\overline{Re} = 160$  обратное течение формируется при  $\overline{\omega}_{\text{вх}} > 4$ . Это хорошо согласуется с данными линеаризованного решения (см. рис. 5.3), где получено  $\overline{\omega}_{\text{вх}} > 4,58$ . При тангенциальном вводе обратное течение на оси возникает при  $k_* > 40$  [64]. Что касается условия, полученного Г. Е. Стуровым (см. разд. 5.1), то здесь, по-видимому, допущена ошибка поскольку оно дает явно завышенные результаты по сравнению с рассмотренными выше.

В работе [45] выполнено численное исследование закрученного течения в кольцевом канале (сетка  $21 \times 11$  и  $21 \times 21$ ,  $\overline{x}_{**} = 2,1 \dots 4$ ,  $R_2/R_1 = 0,5 \dots 40$ ;  $\overline{Re} = 10 \dots 10^3$ ). На входе в канал осевая скорость задавалась профилем Пуазейля, а вращательная — законом квазитвердого вращения, причем на стенке выполнялись условия прилипания (средний тангенс угла закрутки потока

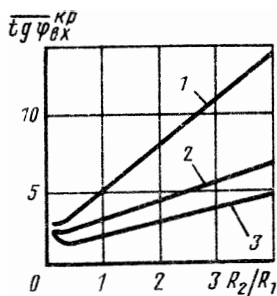


Рис. 5.7. Зависимость "критической" степени закрутки потока от геометрических и режимных параметров [45] (кольцевой канал):  
 1 —  $\overline{Re} = 10$ ; 2 —  $\overline{Re} = 10^2$ ; 3 —  $\overline{Re} = 10^3$

изменялся от 1 до 10). Основной особенностью закрученного течения в кольцевом канале является отрыв и формирование зоны обратных течений вблизи внутренней поверхности. Расчеты показывают, что критическая степень закрутки на входе в канал, при которой возникает отрыв ( $\overline{tg \varphi_{вх}^{кр}}$ ), является функцией числа Рейнольдса ( $\overline{Re} = \frac{w_{ср} (R_2 - R_1)}{\nu}$ ) и отношения  $R_2/R_1$  (рис. 5.7)

### 5.3. ЗАКРУЧЕННОЕ ТЕЧЕНИЕ В КАНАЛАХ ПЕРЕМЕННОГО СЕЧЕНИЯ

В последние годы интенсивно изучаются закрученные потоки в осесимметричных каналах переменного сечения (сопла, диффузоры и т. д.). Впервые эта задача возникла при изучении вопроса о влиянии закрутки на характеристики сопел. Было обнаружено [65], что при определенных условиях закрутка потока может служить средством регулирования расхода газа через сверхзвуковое сопло. Поскольку расходные характеристики канала неразрывно связаны с локальными параметрами потока, то вопрос о распределении скоростей в соплах и каналах переменного сечения при течениях с закруткой приобрел самостоятельное значение.

Вследствие математических трудностей, возникающих при расчете сжимаемых закрученных потоков в каналах переменного сечения, подавляющее большинство исследований выполнено для стационарного, невязкого изэнтропного течения. Поэтому полученные решения могут рассматриваться в качестве верхнего предела, который может быть достигнут в потоках с закруткой.

Основным допущением, которое вводится при решении различных задач, является предположение о рационально-уравновешенном характере течения ( $v = \partial v / \partial r = 0$ ). Это позволяет рассматривать два произвольных сечения сопла (например, входное и минимальное), около которых его профиль близок к цилиндрической поверхности (квазицилиндрическое приближение). Измене-

нием параметров потока по длине сопла в этом случае также пренебрегается.

Одной из первых и основополагающих работ, выполненных в этом направлении, является исследование Г. Г. Черного [65]. В этой работе в рамках линейной теории (слабая закрутка потока) изучается изоэнтропное радиально-уравновешенное течение произвольного закрученного потока в соплах. Черным Г. Г. впервые было показано, что такое течение обладает рядом специфических особенностей; в частности, ускорение потока в приосевой зоне выражено более существенно, чем в пристенной. В связи с этим переход через скорость звука у оси канала происходит гораздо раньше, чем у поверхности ("втягивание" звуковой линии в сопло).

В последующих работах выполнено исследование изоэнтропного радиально-уравновешенного потока при частных законах его закрутки. В работе [29] делается допущение о неизменной величине циркуляции вращательной скорости вдоль линии тока. Полученное решение указывает на образование приосевого вакуумного ядра, размеры которого определяются интенсивностью закрутки потока. В дальнейшем Магер в работе [30] усовершенствовал свое решение, рассмотрев вязкий поток в ядре течения и идеальный с постоянной циркуляцией вне его.

В некоторых работах рассмотрено течение с закруткой на входе по закону твердого тела при допущении о сохранении этого закона по всей длине сопла, что переопределяет задачу.

На рис. 5.8 приведены результаты расчета осевой ( $M_x$  и вращательной ( $M_\varphi$ ) составляющих числа  $M$  в минимальном сечении "запертого" сопла при составном профиле вращательной скорости (в ядре радиусом  $r_c$  поток закручен по закону твердого тела, а вне ядра — потенциальное течение). Здесь  $a_c = \sqrt{\frac{k-1}{2}} \frac{r_c}{R_*} M_\varphi$  — степень закрутки потока;  $R_*$  — радиус минимального сечения сопла;  $k = c_p/c_v$ . Анализ этих результатов показывает, что величина  $M_\varphi$  всегда больше единицы, а  $M_x$  в пристенной области меньше единицы. При увеличении области потенциального течения диапазон изменения  $M_x$  и  $M_\varphi$  по сечению канала расширяется.

В работах [31, 78] используется экспоненциальный закон изменения циркуляции в форме уравнения

$$\Gamma_\varphi(\psi) = \Gamma_w \frac{1 - \exp(-t\psi)}{1 - \exp(-t)}, \quad (5.19)$$

где  $\Gamma_\varphi(\psi)$ ,  $\Gamma_w$  — безразмерная циркуляция в потоке и на стенке сопла;  $\psi$  — безразмерная функция тока, причем  $\psi_w = 1$ ;  $t$  — параметр.

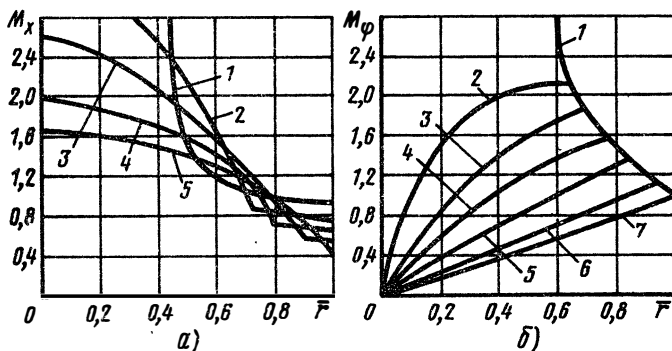


Рис. 5.8. Радиальное распределение осевой (а) и вращательной (б) составляющих числа  $M$  в минимальном сечении сопла ( $a_c = 0,4$ );

а — 1 —  $u \cdot r = \text{const}$ ; 2 —  $r_c/R = 0,73$ ; 3 —  $r_c/R = 0,8$ ; 4 —  $r_c/R = 0,9$ ; 5 —  $u \cdot r^{-1} = \text{const}$ ; б — 1 —  $u r = \text{const}$ ; 2 —  $r_c/R = 0,62$ ; 3 —  $r_c/R = 0,67$ ; 4 —  $r_c/R = 0,73$ ; 5 —  $r_c/R = 0,8$ ; 6 —  $r_c/R = 0,9$ ; 7 —  $u r^{-1} = \text{const}$

При  $t = 0$  из уравнения (5.19) следует закон вращения твердого тела, а при  $t \rightarrow \infty$  — закон потенциального вращения. Для промежуточного значения  $t$  профиль  $\Gamma_\varphi(\psi)$  изменяется по кривой с максимумом. Результаты расчета осевой и вращательной составляющих числа  $M$  в минимальном сечении сопла [78]

при различных значениях  $t$  приведены на рис. 5.9, а, б ( $a_* = \sqrt{\frac{2}{k-1}} \times$

$\times \frac{\Gamma w}{a_0 R_*}$  — степень закрутки потока;  $a_0$  — скорость звука в заторможенном потоке). Общий характер изменения  $M_x$  и  $M_\varphi$  по сечению сопла качественно аналогичен данным, представленным на рис. 5.8, но в зависимостях нет "изломов".

В работах [2, 14, 40] для расчета закрученного потока в соплах используется модель однородного винтового потока (см. разд. 5.1). При больших радиусах кривизны стенки в кри-

тическом сечении ( $\frac{R}{R_*} \rightarrow 0$ ) профили осевой и вращательной скоростей описываются следующими уравнениями:

$$w = \frac{\Gamma w}{R} \frac{J_0(\lambda^* r)}{J_1(\lambda^* \frac{R}{R_*})}; \quad u = \frac{\Gamma w}{R} \frac{J_1(\lambda^* r)}{J_1(\lambda^* \frac{R}{R_*})}, \quad (5.20)$$

где  $R$  — переменный по длине радиус сопла;  $R_*$  — радиус минимального сечения;  $\bar{r} = r/R_*$ ;  $\lambda^* = \lambda R_*$  — параметр, однозначно зависящий от интенсивности закрутки потока в минимальном сечении [14].

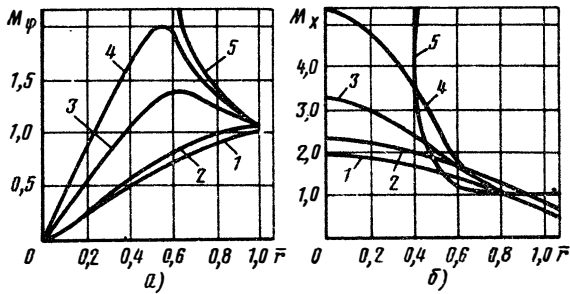


Рис. 5.9. Радиальное распределение вращательной (а) и осевой (б) составляющих числа  $M$  в минимальном сечении сопла [78] ( $a_{**} = 0,4$ ):  
 1 —  $t = 0$ ; 2 —  $t = 1$ ; 3 —  $t = 10$ ; 4 —  $t = 50$ ;  
 5 —  $t = \infty$

Результаты расчета по уравнениям (5.20), представленные в [2], показывают, что в начальных сечениях сопла вблизи стенки образуется обратное течение (тороидальный вихрь), а профиль вращательной скорости характеризуется кривой с максимумом. По мере продвижения потока в сопло осевая скорость становится равномерной, а вращательная скорость стремится к закону вращения твердого тела.

Расчеты также показывают, что при  $a_{**} > 0,185$  ( $a_{**} = \frac{k-1}{2} a_*$  — интенсивность закрутки потока), имеет место двойное пересечение линии тока со звуковой линией, которая "втянута" в сопло (рис. 5.10). Поток становится сверхзвуковым задолго до минимального сечения; затем происходит переход из сверхзвуковой области в дозвуковую (первое пересечение), после которого поток вновь разгоняется до  $M_x > 1$ . Учитывая физические основы такого процесса (возникновение ударных волн и рост энтропии), авторы работы [2] делают вывод, что при  $a_{**} > 0,185$  в конфузорах с большим сужением однородный винтовой поток не может рассчитываться при условии постоянства энтропии по длине сопла.

Учитывая определенные ограничения аналитического подхода, в работе [16] предложено асимптотическое решение для произвольно закрученного идеального потока в соплах при постоянном значении энтропии и полной энтальпии по длине. Решение получено в виде двойных степенных разложений по параметрам, характеризующим кривизну стенки и интенсивность закрутки потока. Расчетные соотношения для различных приближений (число членов ряда), учитывающие радиальную составляющую скорости, дают результаты, удовлетворительно согласующиеся с результатами расчетов [39, 78] при различных значениях отношения  $R_w/R_*$ .



$$\begin{aligned} \bar{u} &= 2\bar{\omega}_{\text{вх}} [0,5\bar{r} + c(\bar{x})J_1 \times (2\bar{\omega}_{\text{вх}}\bar{r})]; \\ v &= -c(\bar{x})J_1 (2\bar{\omega}_{\text{вх}}\bar{r}); \\ c(\bar{x}) &= 0,5(1 - \bar{R}^2) [R J_1 (2\bar{\omega}_{\text{вх}}\bar{R})]^{-1}, \end{aligned} \quad (5.21)$$

где  $\bar{w} = \frac{w}{w_{\text{ср0}}}$ ;  $\bar{u} = \frac{u}{w_{\text{ср0}}}$ ;  $\bar{v} = \frac{v}{w_{\text{ср0}}}$ ;  $w_{\text{ср0}}$  — среднерасходная скорость на входе в канал;  $\bar{r} = r/R_0$ ;  $\bar{R} = R/R_0$ ;  $r$  — текущий радиус;  $R_0$  — начальный радиус канала;  $R$  — переменный по длине радиус поверхности канала;  $J_0, J_1$  — функции Бесселя первого рода нулевого и первого порядков.

Из уравнений (5.21) определяется предельный радиус поверхности ( $R_{\text{кр}}$ ), при котором на оси канала еще не образуются обратные течения ( $\bar{r} = 0, \bar{w} = 0$ ). Результаты численного расчета этой величины представлены на рис. 5.11, откуда следует, что при сильной начальной закрутке поток становится чувствительным даже к незначительным изменениям радиуса поверхности ( $R \rightarrow 1$  при  $\bar{\omega}_{\text{вх}} = 1,916$ ).

На рис. 5.12 приведены результаты расчета по уравнениям (5.21) осевой и вращательной скоростей по длине расширяющегося канала. Характерной особенностью расширяющихся закрученных потоков является образование зоны "разрушения" вихря определяемой условием  $u < 0$  [3]. Профиль осевой скорости при этом становится вогнутым. Изменяя границу поверхности по определенному закону, можно получить разнообразную форму области "разрушения" вихря [3], но при всех условиях ее передние и задние контуры являются "тупыми".

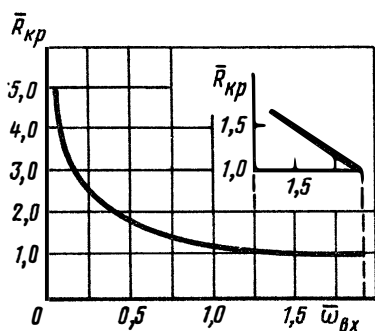


Рис. 5.11. Зависимость критического значения относительного расширения канала от параметра закрутки  $\omega_{\text{вх}}$  [3]

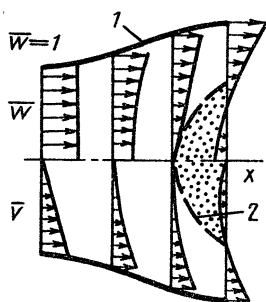


Рис. 5.12. Профили осевой и вращательной скорости при расширении умеренно закрученного потока [3],  $\bar{\omega}_{\text{вх}} = 0,8$ :

1 —  $\bar{R}_w = 1,25 - 0,25 \cos(\pi\bar{x}/2)$ ;  
2 — поверхность  $u = 0$



В работе [4] формулы (5.21) используются для расчета дозвукового закрученного течения в осесимметричном сужающемся канале при закрутке на входе по закону твердого тела (здесь  $\bar{R} < 1$ ). Сравнение аналитического и численного методов расчета показывает удовлетворительное совпадение этих данных между собой и с экспериментом вплоть до  $\bar{\omega}_{вх} = 1$ . При  $\bar{\omega}_{вх} = 2$  неучет продольных производных приводит к рассогласованию данных расчета по уравнениям (5.21) и эксперимента. Результаты численного расчета полей скорости в канале с плавным расширением и сужением показывают, что на первом участке профиль осевой скорости является вогнутым, а на участке сужения — выпуклым. При  $\bar{\omega}_{вх} = 0,5$  отмечается область "разрушения" вихря, которая исчезает при  $\bar{\omega}_{вх} = 0,75$ .

#### 5.4. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДЛЯ РАСЧЕТА ТУРБУЛЕНТНЫХ ЗАКРУЧЕННЫХ ПОТОКОВ

Расчет турбулентных закрученных потоков в каналах имеет важное практическое значение, поскольку большинство энергетических установок эксплуатируется в условиях турбулентного режима течения.

Одним из наиболее простых и достаточно распространенных является подход, связанный с использованием модели "турбулентной" вязкости, которая в ряде случаев дает удовлетворительные результаты. В этом случае в уравнениях Рейнольдса пренебрегают пульсационными членами за счет введения "эффективной" вязкости, которая равна сумме молекулярной  $\mu$  и "турбулентной"  $\mu_T$  вязкостей. Недостаточная информация о механизме турбулентного обмена при таком подходе компенсируется введением турбулентного аналога вязкости.

Величина  $\mu_T$  определяется сравнением экспериментальных данных и аналитических зависимостей, полученных при различных допущениях, и считается независимой от радиальной и продольной координат. Несмотря на определенную погрешность такого подхода (линеаризация решений, "идеализация" граничных условий, анизотропия турбулентности и т. д.), данный метод оказался в некоторых частных случаях наиболее удобным для практических расчетов.

В настоящее время имеется несколько уравнений, которые позволяют рассчитать величину  $\mu_T$  для частных законов начальной закрутки в относительно узком диапазоне изменения числа Рейнольдса. Обобщение этих зависимостей выполнено в работе [55], где получено единое расчетное уравнение

$$\frac{\mu_T}{\mu} = 1,78 \cdot 10^{-3} \bar{Re}_d^{0,93},$$

которое рекомендовано для использования в диапазоне  $\overline{Re}_d = 10^4 \dots 10^6$ . Оно обобщает результаты, полученные для наиболее распространенных способов начальной закрутки потока в трубах (лопаточный и тангенциально-лопаточный завихритель, тангенциальный ввод, скрученная лента, шнек).

Другое направление основывается на феноменологическом подходе с использованием различных модификаций теории пути перемешивания. Л. Прандтлем при определении турбулентных напряжений в плоских криволинейных потоках сделано допущение о сохранении циркуляции вращательной скорости ( $ur$ ) при перемещении частиц перпендикулярно осредненным линиям тока. На этой основе им получено следующее выражение:

$$\tau_{r\varphi} = \rho l^2 \left( \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} \right)^2 = \rho l^2 \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ur), \quad (5.22)$$

где  $l$  — длина пути перемешивания.

Кинни [21] обобщил гипотезу подобия Т. Кармана на случай плоского двумерного ( $\overline{w} = 0, u = \overline{u} + u', v = v'$ ) криволинейного потока и получил три условия подобия, согласно которым турбулентное касательное напряжение трения определяется выражением

$$\tau_{r\varphi} = \rho l^2 \left( \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r} \right)^2 = \rho l^2 r \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{u}{r} \right). \quad (5.23)$$

При этом Кинни сделал заключение [21] о несправедливости уравнения (5.22), поскольку оно противоречит экспериментальным данным Тейлора, Уоттендорфа (при  $ur = \text{const}$  в ядре потока  $\tau_{r\varphi}$  не равно нулю).

Однако, несколько позднее Рочино и Лэвэн [37] рассмотрели гипотезу подобия Т. Кармана для трехмерного поля пульсационной скорости ( $u = \overline{u} + u'; w = w', v = v'$ ). Ими получены пять условий подобия, из которых равнозначно следуют уравнения (5.22), (5.23). Таким образом, было установлено, что в плоских криволинейных потоках циркуляция вращательной скорости и угловая скорость вращения потока относятся к числу переносимых характеристик турбулентного потока. В настоящее время окончательно не установлено, какое из этих выражений является предпочтительным. Чаще всего считают физически более обоснованной формулу (5.23), что подтверждается отдельными экспериментами [47].

Одним из основных при использовании формул (5.22), (5.23) является вопрос о зависимости длины пути перемешивания от радиальной координаты. Согласно гипотезе подобия Т. Кармана в ядре потока, где пренебрегается действием стенки, можно пользоваться выражением [21, 37]  $l = mr$ , где  $m$  — уни-

версальная для всех плоских криволинейных потоков константа.

По данным [21],  $m = 0,028$ ; в работе [37] рекомендуется уточненное значение  $m = 0,034$ . Эти значения определены сравнением расчетных и экспериментальных данных различных авторов.

В пристенной области ( $0,9 < \bar{r} < 1,0$ ) рекомендуется следующее выражение [37]  $l = m(1 - r)$ .

В работе [76] установлена приближенная связь между длиной пути перемешивания в криволинейном  $l$  и прямолинейном  $l_0$  потоках

$$\frac{l_0}{l} = 1 + 2\beta \frac{l_0}{R} \frac{u}{\sqrt{\frac{\tau_{r\varphi}}{\rho}}}, \quad (5.24)$$

где  $\beta = 7$  [76]. В работе [68] в диапазоне  $\delta/R_w = 0 \dots 0,043$  рекомендуется значение  $\beta$  равное 4.

При соизмеримых величинах осевой и вращательной скоростей уравнения (5.22), (5.23), строго говоря, неприменимы [48]. Это обусловлено взаимодействием осевого и вращательного течений и пространственным характером течения по всему сечению канала. Поскольку в этом случае векторы скорости и напряжения трения не совпадают по направлению, то вводятся в рассмотрение две гипотезы, характеризующие турбулентные касательные напряжения по величине и по направлению. Допуская, что линия действия суммарного касательного напряжения совпадает с направлением результирующего градиента скорости и считая, что коэффициент турбулентной вязкости является скалярной величиной [48], можно получить обобщенные формулы теории пути перемешивания для пространственного закрученного потока

$$\begin{aligned} \tau_{rx} &= \rho l^2 \frac{\partial w}{\partial r} \left[ \left( \frac{\partial w}{\partial r} \right)^2 + \left( r \frac{\partial \omega}{\partial r} \right)^2 \right]^{0,5}, \\ \tau_{r\varphi} &= \rho l^2 \left[ \left( \frac{\partial w}{\partial r} \right)^2 + \left( r \frac{\partial \omega}{\partial r} \right)^2 \right]^{0,5} r \frac{\partial \omega}{\partial r}, \end{aligned} \quad (5.25)$$

где  $l$  — рассчитывается по соотношениям для плоского пограничного слоя;  $\omega = u/r$  — угловая скорость вращения потока.

В работе [24] указывается, что при использовании формул (5.25) более точные результаты могут быть получены при учете влияния кривизны линий тока на длину пути перемешивания в соответствии с рекомендациями Брэдшоу [76]. При этом формула (5.24) используется в модифицированном виде

$$l = l_0 (1 - \beta R_i), \quad (5.26)$$

где  $R_i = 2 \frac{\frac{u}{r^2} \frac{d}{dr}(ur)}{\left(\frac{dw}{dr}\right)^2 + \left(r \frac{dw}{dr}\right)^2}$  — число Ричардсона, характеризующее влияние массовой силы, действующей по нормали к направлению линии тока, на величину  $l$ . Выполненные расчеты показали что наилучшее согласование с опытными данными дает значение  $\beta$ , равное 5 [24].

В работе [24] указывается, что более универсальными свойствами обладает модель, учитывающая анизотропию коэффициента турбулентной вязкости. Кусинлином [24] вдали от стенок

( $\frac{\lambda}{m} \delta < y < \delta$ ) рекомендуются следующие выражения:

$$\begin{aligned} \tau_{rx} &= \rho l^2 \left[ \left(\frac{\partial w}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{\sigma_{2\varphi}} \left(r \frac{\partial \omega}{\partial r}\right)^2 \right]^{0,5} \frac{\partial w}{\partial r}, \\ \tau_{r\varphi} &= \frac{\rho l^2}{\sigma_{r\varphi}} \left[ \left(\frac{\partial w}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{\sigma_{r\varphi}} \left(r \frac{\partial \omega}{\partial r}\right)^2 \right] r \frac{\partial \omega}{\partial r}, \end{aligned} \quad (5.27)$$

где  $\sigma_{r\varphi} = \mu_{rx}/\mu_{r\varphi}$  — отношение коэффициентов турбулентной вязкости, определяемое из уравнения [24]

$$\sigma_{r\varphi} = (1 - \beta^* R_i^*)^{-1}, \quad R_i^* = \frac{2 \frac{u}{r}}{r \frac{\partial \omega}{\partial r}}, \quad \beta^* = \frac{u^2}{v^2},$$

причем  $l$  находится из выражения  $l = \lambda \delta$  ( $\delta$  — толщина пограничного слоя).

Вблизи стенки векторы скорости и напряжения трения сильно "закручиваются" друг относительно друга. Для учета этого явления в области  $y < \frac{\lambda}{m} \delta$  при использовании уравнений (5.27) предлагается вводить поправку к величине  $l$ , которая различна для  $\tau_{rx}$  и  $\tau_{r\varphi}$  [24].

Расчеты, выполненные в работе [24], показали, что во внешней области пограничного слоя, где локальные числа Рейнольдса являются значительными, параметр  $\sigma_{r\varphi}$  близок к единице. Однако, вблизи стенки величина  $\sigma_{r\varphi}$  изменяется от 0,3 до 1,0. Из условия лучшего согласования расчетных и опытных данных найдено, что  $m = 0,34$  и  $\lambda = 0,085$ . Результаты расчета показывают, что применение данной модели дает достаточно хорошие

результаты для широкого класса закрученных течений (закрученные струи, вращающиеся поверхности и т. д.).

Следует заметить, что уравнения (5.27) не в полной мере учитывают пространственную природу течения и турбулентности в закрученном потоке. В работе [52] получены более общие выражения модифицированной теории Прандтля, которые имеют следующий вид:

$$\tau_{rx} = \rho l^2 \gamma \left( -\frac{\partial w}{\partial r} \right)^2; \quad \tau_{r\varphi} = \rho l^2 \gamma r \frac{\partial w}{\partial r} r \frac{\partial \omega}{\partial r}. \quad (5.28)$$

Здесь  $\gamma = [1 + (P \frac{\tau_{r\varphi}}{\tau_{rx}})^2]^{0,5}$ ;  $P = R_{rx}/R_{r\varphi}$ ;  $R_{rx}$ ;  $R_{r\varphi}$  — коэффициенты корреляции между пульсациями в направлениях  $r, x$  и  $r, \varphi$  соответственно. Там же представлены выражения модифицированной гипотезы Прандтля для переноса теплоты и массы.

Использование модели длины пути перемешивания в более сложных случаях является затруднительным. Во-первых, эмпирические константы, входящие в эту модель, оказываются не столь универсальными как для осевых течений; во-вторых, в некоторых случаях при расчетах необходимо иметь сведения о турбулентной структуре закрученного потока. В связи с этим в последние годы получили распространение усложненные полуэмпирические методы, основанные на решении уравнений осредненного и пульсационного движений в совокупности с гипотезами полуэмпирического характера. Использование этих моделей для расчета свободных течений с поперечным сдвигом, потоков в кольцевых и криволинейных каналах, в циклонах, в закрученных струях дает удовлетворительные результаты [47].

Основой всех имеющихся в настоящее время математических моделей являются те или иные предположения о механизме турбулентного переноса. Наиболее распространенными из них являются  $\epsilon - \kappa e - \epsilon$  и  $e - L$  модели [24, 46, 47, 48]. В модели  $e - \epsilon$  предполагается, что турбулентность характеризуется двумя основными величинами — кинетической энергией турбулентности единицы объема [ $e = 0,5 (u'^2 + v'^2 + w'^2)$ ] и скоростью диссипации энергии турбулентности  $\epsilon$  [46]. При определении напряжений Рейнольдса считается, что скалярная величина коэффициента — турбулентной вязкости определяется соотношением Колмогорова—Прандтля.

$$\mu_T = c_\mu \rho e^2 / \epsilon;$$

где  $c_\mu$  — эмпирическая константа.

В  $e - \kappa$  и  $e - L$  моделях используются следующие выражения:

$$\mu_T = \rho \kappa^{-0,5}, \quad \mu_T = c_0 e^{0,5} L,$$

где  $\kappa$  — величина, пропорциональная квадрату частоты турбулентных пульсаций [46];  $L$  — линейный масштаб турбулентности;  $c_0$  — эмпирическая константа.

Для определения значений  $e$ ,  $\epsilon$  и  $\kappa$  используются специальные дифференциальные уравнения [46], а величина  $L$  определяется либо решением дифференциального уравнения для масштаба турбулентности, либо по эмпирическим уравнениям [24, 47, 48]. Кроме того, в модели  $e - L$  значения  $c_0$  и диффузионные члены определяются на основе полуэмпирических соотношений как функции  $e$  и  $L$ .

Вводя в рассмотрение функцию тока, циркуляцию вращательной скорости и осевую составляющую вихря уравнения движения можно привести к виду (5.13). Такой же вид имеют дифференциальные уравнения для  $e$ ,  $\kappa$  и  $\epsilon$ . Таким образом, турбулентное закрученное течение характеризуется системой пяти уравнений эллиптического типа [46], которая решается конечно-разностным методом. Особенности задания граничных условий на стенке, входе и выходе из канала подробно рассмотрены в работе [46].

В связи с отсутствием конкретных рекомендаций расчет закрученного потока в каналах выполняется при использовании эмпирических констант ( $c_\mu$ ,  $c_0$  и т. д.), которые ранее были использованы при расчете свободных осевых течений с поперечным сдвигом [24]. Расчеты, проведенные в работах [24, 46], показывают, что такое приближение позволяет получать результаты, удовлетворительно совпадающие с экспериментальными данными. Опыт использования усложненных полуэмпирических моделей приводит к заключению, что правильное задание значений  $e$  и  $\mu_T$  на входе в канал играет важное значение. При задании профилей  $e$  и  $\mu_T$  далеких от действительных возможны случаи качественно неправильного описания трансформации локальных и турбулентных характеристик закрученного потока [46]. Отметим также, что результаты расчетов, полученные для  $e - \epsilon$  и  $e - \kappa$  моделей, практически совпадают между собой [46].

#### 5.5. ПРЕДЕЛЬНЫЕ ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ ЗАКОНЫ ТРЕНИЯ, ТЕПЛО- И МАССОБМЕНА ДЛЯ ПОТОКОВ С ЗАКРУТКОЙ

Несмотря на определенную приближенность гипотезы Прандтля, ее использование в некоторых случаях позволяет получить удобные инженерные соотношения для определения локальных и интегральных параметров закрученного потока. Например, С. С. Кутателадзе и А. И. Леонтьевым в работе [25] для осевых течений разработана оригинальная асимптотическая теория турбулентного пограничного слоя, основанная на гипотезе Прандтля. На этой основе с учетом уравнений (5.28) получены

предельные относительные законы трения, тепло- и массообмена для внутренних закрученных потоков [56], которые приведены ниже.

В качестве примера рассмотрим предельный относительный закон трения, при этом в качестве "эталоны", по отношению к которому выполняется сравнительный анализ, будем использовать квазиизотермическое безградиентное течение на плоской пластине [25]. Закрученный поток будем анализировать только в области пристенного течения, где выполняется логарифмический закон скорости (гл. 2). Первое уравнение (5.28) представим в следующем виде:

$$\sqrt{\frac{\tau_{rx}}{\rho}} = \tilde{l} \sqrt{\gamma} \frac{\partial \omega_x}{\partial \xi} w_*^* \quad (5.29)$$

где  $\tilde{l} = l/\delta_x$ ;  $\omega_x = w/w_*$ ;  $\xi = y/\delta_x$ ,  $\delta_x$  — толщина области пристенного течения для осевой составляющей скорости;

$$\gamma = [1 + p^2 \left( \frac{\tilde{\tau}_{r\varphi}}{\tilde{\tau}_{rx}} \operatorname{tg} \varphi_w \right)^2]^{0,5}, \quad \tilde{\tau}_{r\varphi} = \tau_{r\varphi} / \tau_{\varphi w}; \quad \tilde{\tau}_{rx} = \tau_{rx} / \tau_{xw}$$

— относительные значения касательных напряжений трения в области пристенного течения.

Левую часть уравнения (5.29) представим в следующем виде:

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{\tau_{rx}}{\rho}} &= \left[ \frac{\tau_{rx}}{\tau_{xw}} \frac{\rho_*}{\rho} \frac{1}{\rho_*} \frac{w_*^2}{w_*^2} \frac{c_{0x}}{c_{0x}} \frac{\tilde{\tau}_0}{\tilde{\tau}_0} \right]^{0,5} = \\ &= \left[ \frac{\tilde{\tau}_{rx}}{\tilde{\tau}_0} \frac{c_x}{c_{0x}} \frac{1}{\rho} \right]^{0,5} \cdot \sqrt{\tilde{\tau}_0} \cdot w_*^* \cdot \sqrt{\frac{c_{0x}}{2}}. \end{aligned} \quad (5.30)$$

Здесь  $\rho_*$  — плотность потока на радиусе, где достигается значение  $w$ ;  $c_{0x}/2$  — коэффициент трения в "эталонных" условиях [25],  $\tilde{\tau}_0 = 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3$  — относительное изменение касательных напряжений трения в "эталонных" условиях;  $\frac{c_x}{2} = \frac{\tau_{xw}}{\rho w_*^2}$  — коэффициент трения закрученного потока в осевом направлении.

Введем в рассмотрение относительный коэффициент трения  $\tilde{\nu} = \left( \frac{c_x}{c_{0x}} \right) \operatorname{Re}_{\delta}^{**}$ , где  $\operatorname{Re}_{\delta}^{**}$  — число Рейнольдса, построенное по скорости  $w_*$  и толщине потери импульса в области пристенного течения [56]. Тогда после простых преобразований получим уравнение характеризующее относительный закон трения

$$\Psi = \left\{ \left[ \int_{\omega_{x1}}^1 \sqrt{\tilde{\gamma}} \frac{\tilde{l}}{\tilde{\tau}_0} \sqrt{\frac{\tilde{\rho} \tilde{\tau}_{rx}}{\tilde{\tau}_0}} d\omega_x \right] \left[ \sqrt{\frac{c_{0x}}{2}} \int_{\xi_{*1}}^1 \sqrt{\frac{\tilde{\tau}_0}{\tilde{\tau}_0}} \times \right. \right. \\ \left. \left. \times d\xi \right]^{-1} \right\}^2, \quad (5.31)$$

где  $\omega_{x1}$ ,  $\xi_{*1}$  — параметры на границе ламинарного подслоя;  $\tilde{l}_0$  — относительное изменение длины пути перемешивания в "эталонных" условиях [25].

Рассмотрим предельное выражение для уравнения (5.31), т. е. при  $Re_{\delta}^{*} \rightarrow \infty$ . При бесконечно больших числах Рейнольдса, как показано в [25], выполняются следующие соотношения:

$$\omega_{x1} \rightarrow 0, \xi_1 \rightarrow 0, \sqrt{\frac{c_{0x}}{2}} \int_{\xi_{1*}}^1 \frac{\sqrt{\tilde{\tau}_0}}{\tilde{\rho}_0} d\xi \rightarrow 1.$$

Таким образом, уравнение (5.31) приобретает следующий вид:

$$\Psi = \left[ \int_0^1 \sqrt{\tilde{\gamma}} \frac{\tilde{\gamma}}{\tilde{\tau}_0} \sqrt{\frac{\tilde{\rho} \tilde{\tau}_0}{\tilde{\tau}_{rx}}} d\omega_x \right]^2. \quad (5.32)$$

Уравнение (5.32) представляет предельный относительный закон трения для внутренних закрученных потоков. Основное отличие уравнения (5.32) от соответствующего закона для осевого течения [25] заключается в появлении дополнительного комплекса  $\sqrt{\tilde{\gamma}} \frac{\tilde{\gamma}}{\tilde{\tau}_0}$ , который отражает пространственную природу течения и турбулентности ( $\gamma$ ), а также воздействие центробежных массовых сил на величину длины пути перемешивания.

Отношения  $\tilde{\tau}_0/\tilde{\tau}_{rx}$  и  $\tilde{l}/\tilde{l}_0$  в уравнении (5.32) находятся по выражениям, представленным в работе [52]. Из уравнения (5.32) легко определить коэффициент трения в тангенциальном направлении с учетом равенства  $\frac{c_x}{2} = \frac{c_\psi}{2}$  (см. гл. 6).

Аналогичным образом получены предельные относительные законы тепло- и массообмена [56], которые приведены ниже

$$\Psi_T = \left[ \int_0^1 \sqrt{\tilde{\gamma}} \frac{\tilde{l}_T}{\tilde{\tau}_0} \sqrt{P_T \frac{\partial \omega_x}{\partial \xi_T} \frac{\partial \theta}{\partial \xi_T} \frac{\tilde{\rho} \tilde{q}_0}{\tilde{q}}} d\xi_T \right]^2; \quad (5.33)$$



$$\Psi_M = \left[ \int_0^1 \frac{\tilde{l}_D}{\tilde{l}_D 0} \sqrt{P_D \frac{\partial \omega_x}{\partial \xi_D} \frac{\partial \tilde{z}}{\partial \xi_D} \frac{\tilde{p} \tilde{m}_0}{\tilde{m}}} d\xi_D \right]^2, \quad (5.34)$$

где  $\Psi_T = \left( \frac{St}{St_0} \right) Re_T^{**}$ ,  $\Psi_M = \left( \frac{St^D}{St_0^D} \right) Re_{B.M}^{**}$  — относительные функции тепло- и массообмена;  $Re_T^{**}$ ,  $Re_{B.M}^{**}$  — числа Рейнольдса, построенные по скорости  $w_*$ , толщине потери энергии и вытеснения массы в области пристенного течения;  $\xi_T = y/\delta_T$ ;  $\xi_D = y/\delta_D$ ;  $\delta_T, \delta_D$  — толщины области пристенного течения (тепловой и диффузионной);  $\tilde{l}_T = l_T/\delta_T$ ;  $\tilde{l}_D = l_D/\delta_D$  относительные значения тепловой и диффузионной длины пути перемешивания;  $\tilde{l}_{T0}, \tilde{l}_{D0}, \tilde{q}_0, \tilde{m}_0, St_0, St_0^D$  — параметры "эталонного" процесса;  $\tilde{q} = q/q_w$ ;  $\tilde{m} = m/m_w$  — относительное распределение тепловых и массовых потоков в области пристенного течения;  $\theta = \frac{T - T_w}{T_* - T_w}$ ,  $\tilde{z} = \frac{z - z_w}{z_* - z_w}$

относительное изменение температуры и концентрации компоненты в области пристенного течения;  $P_T, P_D$  — тепловой и диффузионной аналоги параметра  $P$  [ см. пояснения к формуле (5.28) ].

Уравнения (5.32) ... (5.34) могут быть использованы для получения конкретных расчетных соотношений при течении закрученного потока в условиях различных "возмущающих" факторов (неизотермичность, вдув, продольный градиент давления и т. д.). В качестве примера рассмотрим предельный относительный закон трения при неизотермическом течении в непроницаемом цилиндрическом канале. В этом случае уравнения, полученные в [ 52 ], приобретают следующий вид

$$\frac{\tilde{\tau}_{Tx}}{\tilde{\tau}_0} = 1, \quad \frac{\tilde{l}_0}{\tilde{l}} = 1 - b_* \frac{\omega_x}{\Psi^{0,5}} \frac{T_w}{T}, \quad (5.35)$$

где  $b_*$  — параметр, зависящий от интенсивности закрутки потока.

Решая совместно уравнения (5.32), (5.35) для дозвукового режима течения, получим следующие выражения [ 56 ]:

$$1. \psi = 1, \quad \Psi_\varphi = b_*^2 [1 - \exp(-b_*/\psi)]^{-2}; \quad (5.36)$$

$$2. \psi > (1 + b_* \Psi^{-0,5})^{-1}, \quad \Psi = \frac{2\gamma}{1 + \sqrt{\Psi}} + \frac{\psi}{1 - \psi} [b_* - \gamma \sqrt{\frac{b_*}{P}} \times \\ \times \ln \frac{(1 - \psi \sqrt{\frac{b_*}{P}})(\sqrt{\Psi} + \psi \sqrt{\frac{b_*}{P}})}{(1 + \psi \sqrt{\frac{b_*}{P}})(\sqrt{\Psi} - \psi \sqrt{\frac{b_*}{P}})]; \quad (5.37)$$

$$3. \psi < (1 + b_* \Psi^{-0,5})^{-1}, \quad \Psi = \frac{2\gamma}{1 + \sqrt{\Psi}} + \frac{\psi}{1 - \psi} [b_* - 2\gamma \times$$

$$\times \sqrt{\frac{b_*}{P}} \left( \operatorname{arctg} \frac{1}{\psi} \sqrt{\frac{P}{b_*}} - \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{P}{b_* \psi}} \right), \quad (5.38)$$

где  $P = (1 - \psi) \Psi^{0,5} - b_* \psi$ ;  $\Psi_\varphi$  — относительная функция трения, учитывающая влияние закрутки на закон трения;  $\Psi$  — относительная функция трения, учитывающая совместно влияние закрутки и неизотермичности. При  $b_* \frac{T_w}{T} < 0,35$  уравнения (5.36) ... (5.38) могут быть представлены следующими приближенными выражениями:

$$\Psi_\varphi = \frac{\gamma^2}{4} \left[ 1 + \sqrt{1 + 2 \frac{b_*}{\gamma}} \right]; \quad \Psi = \frac{4\gamma^2}{(1 + \sqrt{\varphi})^2} \left[ 1 + \frac{\sqrt{1 + 2 \psi \frac{b_*}{\gamma}} - 1}{2} \right] \quad (5.39)$$

Анализ уравнений (5.39) показывает, что неучет влияния центробежных массовых сил на закономерности турбулентного обмена ( $b_* = 0$ ) дает заниженные результаты.

В настоящее время отсутствуют рекомендации по определению параметров  $P$ ,  $P_T$ ,  $P_D$ . В связи с этим далее будем считать их равными единице, а погрешность, обусловленную этим допущением, будем учитывать численными значениями  $b_*$ ,  $b_{*T}$ ,  $b_{*D}$  [тепловая и диффузионная длина пути перемешивания определяется по уравнениям, аналогичным (5.35)] [52]. Сравнение расчетных данных и результатов экспериментального исследования показывает (рис. 5.13), что в области  $\Phi_* < 0,7$  численные значения параметра  $b_*$  удовлетворительно описываются уравнением [56]

$$b_* = 0,24 \Phi_*^{0,46}.$$

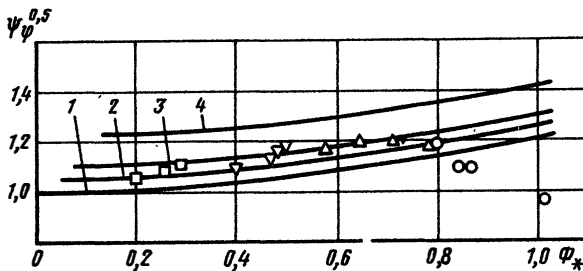


Рис. 5.13. Сравнение расчетных и опытных данных по трению в закрученном потоке:

1 —  $b_* = 0$ ; 2 —  $b_* = 0,1$ ; 3 —  $b_* = 0,2$ ; 4 —  $b_* = 0,4$ ;  $\circ$  —  $\varphi_H = 60^\circ, n = 3$ ;  
 $\Delta$  —  $\varphi_H = 45^\circ, n = 3$ ;  $\nabla$  —  $\varphi_H = 45^\circ, n = -1$ ;  $\square$  —  $\varphi_H = 15^\circ, n = 3$

В области  $\Phi_* > 0,7$  имеет место качественное и количественное расхождение опытных и расчетных данных. По-видимому, в этом случае число  $P$  не равно единице, а является функцией параметра закрутки  $\Phi_*$ . Результаты определения параметров  $b_{*T}$  и  $b_{*D}$  приведены в [56]. Для практических расчетов в области  $\Phi_* < 0,7$  рекомендуются уравнения

$$b_{*T} = b_{*D} = 0,32\Phi_*^{0,61}.$$

Таким образом, выполненный анализ позволяет заключить, что в области  $\Phi_* < 0,7$  в расчетных соотношениях полуэмпирической теории Прандтля влияние закрутки достаточно учитывать только на длину пути перемешивания. При  $\Phi_* > 0,7$  необходимо дополнительно учитывать пространственную природу турбулентности и соответствующее изменение параметров  $P, P_T, P_D$ .

Рассмотрим кратко влияние закрутки на профиль осевой скорости в области пристенного течения. Из уравнения (5.32) с учетом (5.35) для изотермического течения можно получить следующее выражение:

$$\int_0^1 \frac{d\omega_x}{1 - b_* \omega_x \Psi_\varphi^{0,5}} = \frac{\Psi_\varphi^{0,5}}{\gamma} (1 - \omega_0), \quad (5.40)$$

где  $\omega_0$  — относительный профиль осевой скорости в "эталонных" условиях [25]. Интегрируя (5.40) и учитывая уравнение (5.39) для  $\Psi_\varphi$ , после преобразований получим выражение, характеризующее предельный профиль осевой скорости

$$\omega_x = \frac{1 - \exp\left(-\frac{b_*}{\gamma} \omega_0\right)}{1 - \exp\left(-\frac{b_*}{\gamma}\right)}.$$

Отсюда следует вывод о том, что в закрученных потоках профиль осевой скорости в области пристенного течения является более заполненным, чем в осевых потоках ( $\frac{b_*}{\gamma} > 0, \omega_0 < 1$ ). Это подтверждается опытными данными, рассмотренными в гл. 2. Выражения для предельного профиля температуры и концентрации в области пристенного течения представлены в работе [56].

Из уравнения (5.32) следует еще один важный практический вывод. При наличии вдува со стенки канала в изотермических

условиях критический параметр вдува для закрученного потока увеличивается и может рассчитываться по уравнению

$$b_{кр} = b_{кр0} \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_w}, \quad (5.41)$$

где  $b_{кр0}$  — критический параметр вдува в "эталонных" условиях.

Уравнение (5.41) может использоваться и для определения теплового критического параметра вдува в квазиизотермических условиях.

ГИДРАВЛИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ  
ЗАКРУЧЕННЫХ ПОТОКОВ

6. 1. ПОВЕРХНОСТНОЕ НАПРЯЖЕНИЕ ТРЕНИЯ  
В ЗАКРУЧЕННОМ ПОТОКЕ

При течении закрученного потока в трубах касательные напряжения трения на поверхности в осевом и тангенциальном направлениях можно определить из уравнений (1.58) и (1.59)

$$\tau_{\varphi w} = - \frac{1}{4\pi R^3} \frac{dM}{dx}; \quad (6.1)$$

$$\tau_{xw} = - \frac{1}{4\pi R^2} \frac{dK}{dx}. \quad (6.2)$$

Суммарное касательное напряжение

$$\tau_{\Sigma w} = \tau_{xw} \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_w}, \quad (6.3)$$

где  $\operatorname{tg} \varphi_w = \tau_{\varphi w} / \tau_{xw}$  — тангенс предельного угла закрутки на стенке канала.

Зависимости  $M = f(\bar{x})$  и  $K = f(\bar{x})$  определяются выражениями (2.20) и (2.21). С их помощью расчетные формулы для составляющих напряжения трения могут быть приведены к более простому виду. Так, для  $\tau_{xw}$  из уравнений (1.44) и (2.21) следует

$$\tau_{xw} = \frac{kK}{4\pi R^2}. \quad (6.4)$$

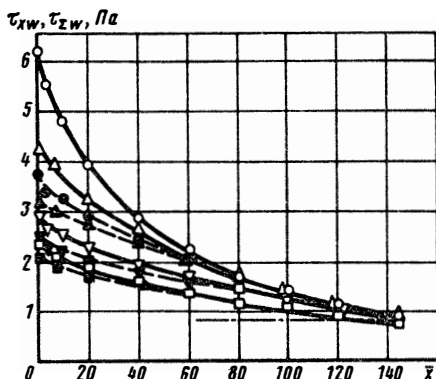
Величину  $\tau_{\varphi w}$  удобнее вычислять не из формулы (6.1), а через  $\operatorname{tg} \varphi_w$  ( $\tau_{\varphi w} = \tau_{xw} \operatorname{tg} \varphi_w$ ), который однозначно определяется параметром закрутки [ формула (2.7) ].

Рассмотренная выше методика расчета напряжения трения пригодна для любого завихрителя, форма и геометрические характеристики которого отражаются на начальных значениях параметров  $M$  и  $K$ .

На рис. 6.1 приведены результаты расчета распределения величин  $\tau_{xw}$  и  $\tau_{\Sigma w}$  по длине трубы для различных величин параметра  $\Phi_*$ .

Рис. 6.1. Изменение  $\tau_{xw}$  (---) и  $\tau_{\epsilon w}$  (—) — по длине трубы с  $l = 150$  при  $Re_d = 10^5$  и  $n = 3$ :

○, ● —  $\varphi_H = 60^\circ$ ; △, ▲ —  $\varphi_H = 45^\circ$ ;  
 ▽, ▼ —  $\varphi_H = 30^\circ$ ; □, ■ —  $\varphi_H = 15^\circ$ ;  
 — — — осевое стабилизированное течение



Анализ этих данных показывает, что при течении закрученного потока в трубе поверхностное трение увеличивается в несколько раз по сравнению с осевым стабилизированным течением при том же числе Рейнольдса. Последнее обусловлено увеличением градиента скорости вблизи поверхности канала.

В разд. 3.3 было показано, что на основном участке при  $\Phi_* = \text{idem}$  для частично и полностью закрученных потоков распределения локальных параметров и интегральные параметры для различных завихрителей практически совпадают. Поэтому, определив по формуле (1.26) величину  $\Phi_{* \text{вх.г.}}$ , а по формуле (1.31) — действительное значение этого параметра, можно рассчитать изменение интегральных параметров  $M$  и  $K$  [формулы (2.20), (2.21)], а также составляющие напряжения трения по длине канала и для частично закрученного потока.

Расчет напряжения трения по рассмотренной выше методике не является универсальным. Более общий прием расчета напряжения трения основан на решении интегральных соотношений импульсов с использованием замыкающей связи в форме законов трения; эти законы дальше и будут рассмотрены.

## 6.2. ЗАКОН ТРЕНИЯ И ФОРМПАРАМЕТРЫ ЗАКРУЧЕННОГО ТЕЧЕНИЯ

Коэффициенты трения  $c_x/2$  и  $c_\varphi/2$  связаны между собой. Из формул, выражающих напряжения трения через коэффициенты трения (см. разд. 1.4), следует, что

$$\frac{c_\varphi}{c_x} = \frac{\tau_{\varphi w}}{\tau_{xw}} \frac{R w_*}{(ur)_*} \quad (6.5)$$

Анализ правой части этого выражения с помощью уравнений (2.7) и (2.13) позволяет заключить, что отношение коэффициен-

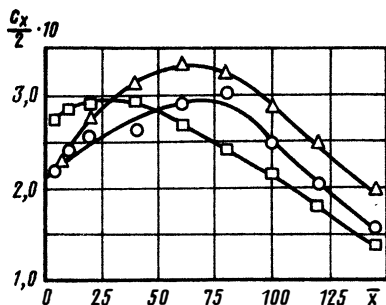


Рис. 6.2. Изменение коэффициента трения по длине трубы при  $Re_d = 1,1 \cdot 10^5$ :

○ —  $\varphi_H = 60^\circ, n = 3$ ;  $\Delta$  —  $\varphi_H = 45^\circ, n = 3$ ;  $\square$  —  $\varphi_H = 45^\circ, n = 1$

тов трения  $c_\varphi / c_x$  в широком диапазоне изменения начальной закрутки незначительно отличается от единицы. Следовательно,

$$c_\varphi \cong c_x. \quad (6.6)$$

Для решения интегральных соотношений импульсов необходимы зависимости

$$\frac{c_x}{2} = f_1(Re^{**}, \Phi_*) \text{ и } \frac{c_\varphi}{2} = f_2(Re^{**}, \Phi_*), \quad (6.7)$$

но с учетом равенства (6.6) закон трения достаточно выявить в форме одной из них.

Коэффициент трения вычислялся по выражению

$$\frac{c_x}{2} = \frac{\tau_{xw}}{\rho w_*^2}. \quad (6.8)$$

Изменение коэффициента трения по координате  $x$ , найденное с помощью формулы (6.4) на основе экспериментального исследования потоков, в которых закрутка осуществлялась аксиально-лопаточными завихрителями, показано на рис. 6.2. Как видно из рисунка, коэффициент трения изменяется вдоль канала по кривой с максимумом, что объясняется более быстрым уменьшением скоростного напора  $\rho w_*^2$  чем поверхностного трения в области интенсивной закрутки (начальные сечения). С ростом интенсивности начальной закрутки этот максимум смещается дальше от входа в канал; однако он всегда располагается в области  $\Phi_* = 0,2 \dots 0,26$  (подробнее этот вопрос рассматривается в гл. 9).

Обобщение опытных данных выполнялось в форме закона трения. Число Рейнольдса вычислялось по уравнению

$$Re^{**} = \frac{(\rho w)_* \delta_x^{**}}{\mu_{00}} = \frac{1}{\mu_{00} R} \int_0^R \rho w \left(1 - \frac{w}{w_*}\right) r dr, \quad (6.9)$$

где  $\mu_{00}$  — характерная вязкость потока, не зависящая от  $\bar{x}$ .

Величина  $\Lambda_* = \frac{\delta_x}{\tau_{xw}} \frac{dp_w}{dx}$ , отражающая влияние продольного градиента давления около поверхности на коэффициент трения, изменялась от  $-0,02$  до  $-0,005$ , и поэтому влиянием градиента давления на  $c_x$  можно пренебречь. Следовательно, относительная функция  $\Psi_\varphi = \left(\frac{c_x}{c_{0x}}\right)_{Re^{**}}$ , найденная из опытов, отражает влияние закрутки на трение в "чистом" виде.

Результаты обобщения опытных данных представлены на рис. 6.3 и удовлетворительно аппроксимируются уравнением [59]

$$\Psi_\varphi = -2,16\Phi_*^2 + 3,42\Phi_* + 0,6. \quad (6.10)$$

В области  $\Phi_* < 0,1$  величина  $\Psi_\varphi$  может считаться равной единице. Экстремальный характер изменения  $\Psi_\varphi = f(\Phi_*)$  обусловлен различным характером зависимости  $c_x/2$  и числа  $Re^{**}$  от интенсивности закрутки потока  $\Phi_*$ .

Таким образом, закон трения для течения несжимаемого закрученного потока имеет следующий вид:

$$\frac{c_x}{2} = \frac{c_{0x}}{2} (-2,16\Phi_*^2 + 3,42\Phi_* + 0,6), \quad (6.11)$$

где  $\frac{c_{0x}}{2} = 0,0128 Re^{** - 0,25}$  — закон трения для изотермического безградиентного течения на пластине [25].

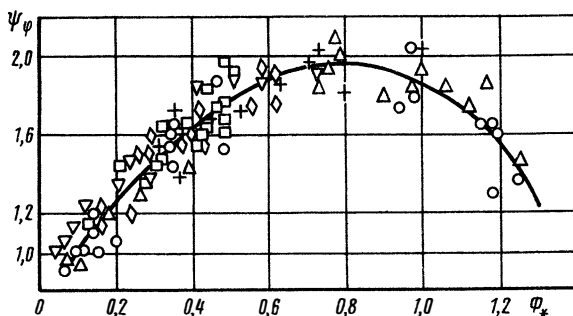


Рис. 6.3. Относительная функция закрутки:

линия — расчет по формуле (6.10);  $\circ$  —  $\varphi_H = 60^\circ, n = 3$ ;  $+$  —  $\varphi_H = 45^\circ, n = 3$ ;  $\Delta$  —  $\varphi_H = 45^\circ$  (плоские лопатки);  $\nabla$  —  $\varphi_H = 45^\circ, n = 1$ ;  $\square$  —  $\varphi_H = 30^\circ, n = 3$ ;  $\diamond$  —  $\varphi_H = 45^\circ, n = 0$



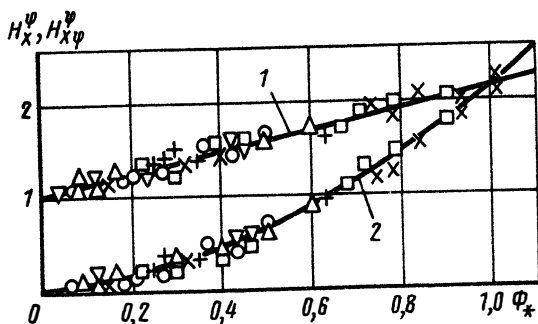


Рис. 6.4. Зависимость  $H_x^\psi$  и  $H_{x\varphi}^\psi$  от  $\Phi_*$ :

1 — по формуле (6.12); 2 — по формуле (6.13);  $\nabla$  —  $\varphi_H = 45^\circ, n = 0$ ;  $\Delta$  —  $\varphi_H = 45^\circ, n = 1$ ;  $\circ$  —  $\varphi_H = 45^\circ, n = 3$ ;  $\times$  —  $\varphi_H = 60^\circ, n = 3$ ;  $+$  —  $\varphi_H = 30^\circ, n = 3$ ;  $\square$  —  $\varphi_H = 45^\circ$ , плоские лопатки

Закон (6.11) экспериментально подтвержден до  $\Phi_* = 1,23$ . Формпараметры закрученного потока  $H_x$  и  $H_{x\varphi}$  определялись интегрированием полей скоростей согласно уравнениям (1.46). Обработка опытных данных выполнялась с использованием принципа суперпозиции в соответствии с выражением

$$H_x = H_0 H_x^\psi, \quad H_{x\varphi} = H_0 H_{x\varphi}^\psi,$$

где  $H_0 = 1,28$  — формпараметр потока при осевом безградиентном течении на пластине [25].

В результате обобщения опытных данных получены следующие уравнения (рис. 6.4) [59]

$$H_x^\psi = 1 + 1,15\Phi_*; \quad (6.12)$$

$$H_{x\varphi}^\psi = 2,14\Phi_*^{1,7}, \quad (6.13)$$

характеризующие в "чистом" виде влияние закрутки на формпараметры потока. Достаточно большие значения  $H_x^\psi$  и  $H_{x\varphi}^\psi$  обусловлены специфической формой профилей скорости в закрученном потоке.

Влияние продольного градиента давления на величину  $H_x^\psi$  и  $H_{x\varphi}^\psi$  ничтожно вследствие малых значений параметра градиента давления  $\Lambda_x$ .

Уравнения (6.11), (6.12) и (6.13) используются в гл. 9 для решения интегральных соотношений импульсов при течении закрученного потока в трубах.

При закрутке воды в трубе с помощью четырехлопастной вертушки, установленной на входе в канал, выражения для формпараметров имеют вид

$$H_x^\psi = 1 + 1,84\Phi_*, \quad H_{x\varphi}^\psi = 1,63\Phi_*^{1,24}. \quad (6.14)$$

Эти формулы отличаются от выражений (6.12) и (6.13) из-за особенностей начального профиля вращательной скорости.

При диафрагмировании канала на выходе формпараметры изменяются незначительно, поэтому их можно рассчитывать без учета диафрагмирования.

Отметим, что закон трения (6.11), полученный на основе опытов в длинной трубе, будет справедливым и для других длин труб. Если по формуле (2.21) записать величину  $K$  для произвольной длины канала  $l$  ( $k_l$ ) и для  $l = 150$  ( $k_0$ ) и поделить одно соотношение на другое, то с учетом зависимости (6.8) и выражения  $K = \frac{K_x}{B} \Phi_*^{1-b}$  (величины  $B$  и  $b$  определяются с помощью табл. 3.1).

Получим

$$\frac{(c_x)_l}{(c_x)_0} = \frac{k_l}{k_0} \frac{B_0}{B_l} \Phi_*^{b_0 - b_l}. \quad (6.15)$$

С учетом формулы (3.1) из выражения (6.15) следует, что  $(c_x)_l = (c_x)_0$ . Учитывая (6.6) можно заключить, что  $(c_\varphi)_l = (c_\varphi)_0$ .

Консервативными к изменению длины оказываются также и формпараметры течения  $H_x$  и  $H_{x\varphi}$ .

### 6.3. ЗАКОН ТРЕНИЯ И ФОРМПАРАМЕТРЫ ТЕЧЕНИЯ ПРИ ВДУВЕ В ЗАКРУЧЕННЫЙ ПОТОК

Закон трения и формпараметры течения при вдуве в закрученный поток получены на основе опытных данных, условия которых описаны в разд. 3.4.

При получении закона трения использованы относительные функции, учитывающие влияние вдува в закрученный поток на поверхностное трение в направлении оси  $x$ :

$$\Psi_b = \left(\frac{c_x}{c_{0x}}\right)_{\text{Re}^{**}}; \quad \Psi_{b\delta} = \left(\frac{c_x}{c_{0\delta}}\right)_{\text{Re}_\delta^*}. \quad (6.16)$$

При обработке опытных данных предполагалось, что относительные функции, определяющие влияние закрутки и вдува на трение, подчиняются принципу суперпозиции, т. е. для одновременного воздействия на поток закрутки и вдува

$$\left(\frac{c_x}{c_{0x}}\right)_{\text{Re}^{**}} = \Psi_\varphi \Psi_b. \quad (6.17)$$

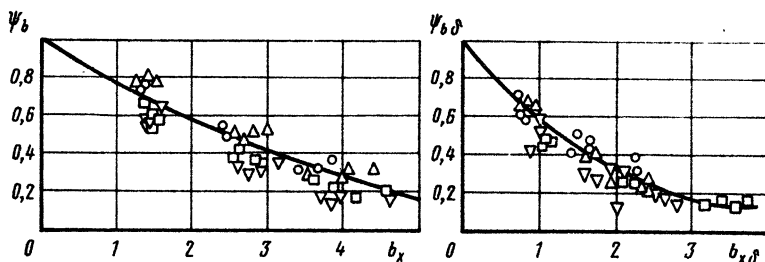


Рис. 6.5. Относительные функции трения при вдуве в закрученный поток при  $B_* = 0,0031 \dots 0,01$ :

$\Delta - \varphi_H = 45^\circ, n = 3$ ;  $\square - \varphi_H = 45^\circ, n = 1$ ;  $\circ - \varphi_H = 60^\circ, n = 3$ ;  $\nabla - \varphi_H = 15^\circ, n = 3$

Функция  $\Psi_\varphi$  определяется формулой (6.10), и следовательно, из выражения (6.17) при известных  $c_x$  и  $Re^{**}$  можно вычислить  $\Psi_b$ .

Результаты обобщения показаны на рис. 6.5. Обобщающим линиям соответствуют уравнения

$$\Psi_b = \frac{(1 - 0,11b_x)^2}{(1 + 0,11b_x)^{0,2}}; \quad (6.18)$$

$$\Psi_{b\delta} = \frac{(1 - 0,13b_{x\delta})^2}{(1 + 0,13b_{x\delta})^{0,2}}. \quad (6.19)$$

Форма записи относительной функции трения  $\Psi_{b\delta}$ , отражающей влияние вдува, для закрученного потока и для незакрученного потока [25] одинакова, но численные значения коэффициентов при  $b_{x\delta}$  различны. Это обусловлено тем, что закрутка изменяет критическое значение параметра  $b_{x\delta}$ . Значение этого параметра можно найти, сопоставляя выражения для предельного относительного закона трения при вдуве

$$\Psi_{b\delta} = \left(1 - \frac{b_{x\delta}}{b_{x\delta}^{кр}}\right)^2 \quad (6.20)$$

с выражением (6.19). Предполагается, что законы (6.18) и (6.19) остаются справедливыми при одновременном воздействии на поток нескольких факторов.

Критический параметр  $b_{x\delta}^{кр}$  можно рассчитать также и по полуэмпирической теории. Так, по аналогии с формулой (5.41)

$$b_{x\delta\tau}^{кр} = 4(1 + 0,83Re_\delta^{** -0,14}) \sqrt{1 + \text{tg}^2 \varphi_w}. \quad (6.21)$$

Сопоставление критических параметров проницаемости, найденных по уравнениям (6.19), (6.20), а также по уравнению (6.21), показывает, что они отличаются друг от друга. Это сопоставление позволило получить расчетную формулу для  $b_{x\delta}^{кр}$ . При  $\Phi_* < 0,96$

$$b_{x\delta}^{кр} = 4(1 + 0,83Re_s^*^{-0,14})[1 - 0,167(\Phi_* - 0,1)]\sqrt{1 + tg^2\varphi_w}. \quad (6.22)$$

Формпараметры течения  $H_x^b$  и  $H_{x\varphi}^b$ , входящие в интегральные соотношения импульсов, найдены обработкой этих же опытных данных из формул, построенных на основе принципа суперпозиции отдельных воздействий

$$H_x = H_0 H_x^c H_x^b; H_{x\varphi} = H_0 H_{x\varphi}^c H_{x\varphi}^b, \quad (6.23)$$

в которых  $H_0 = 1,28$ , а  $H_x^c$  и  $H_{x\varphi}^c$  определяются выражениями (6.12) и (6.13).

Для формпараметров течения получены следующие расчетные выражения

$$H_x^b = 1 + 0,05b_x, H_{x\varphi}^b = 1 + 0,066b_x, \quad (6.24)$$

которые обобщают результаты опытов при  $b_x = 1,32 \dots 4,62$ .

Закон трения и формпараметры течения будут использованы при рассмотрении инженерных методов расчета трения. Но для равномерно распределенного вдува формула, по которой можно непосредственно рассчитать коэффициент поверхностного трения, получена обобщением опытных данных

$$\epsilon_{вс} = \left(\frac{c_s}{c_{0s}}\right) Re_s = \frac{(1 - 0,15b_s)^2}{(1 + 0,15b_s)^{0,2}}, \quad (6.25)$$

где  $\epsilon_{вс}$  — относительная функция, учитывающая влияние вдува на поверхностное трение в направлении винтовой линии вблизи поверхности канала;  $b_s = \frac{(\rho\nu)_w}{(\rho\nu)_*} \frac{2}{c_{0s}}$ ;  $\frac{c_{0s}}{2} = 0,0288Re_s^{0,2}$ ;  $Re_s = \frac{(\rho w)_* x_s}{\mu_{00}}$ ;  $x_s$  — координата вдоль винтовой линии.

#### 6.4. ПОТЕРИ ЭНЕРГИИ В ЗАКРУЧЕННОМ ПОТОКЕ

На перемещение закрученных потоков затрачивается значительно больше энергии, чем на перемещение осевого потока. До-

полнительные потери энергии в закрученном потоке возникают как в закручивающем устройстве, так и в самом канале.

В закручивающем устройстве дополнительные потери связаны с местным сужением потока (сопла тангенциального завихрителя, центральное тело аксиально-лопаточного или шнекового завихрителя), с изменением его направления, с появлением вихревых структур, а также с увеличением поверхности трения (поверхности лопаток).

Дополнительные потери энергии, обусловленные закруткой потока, в самом канале связаны с изменением макро- и микроструктуры потока.

Благодаря вращательной составляющей скорости и увеличению осевой скорости в пристенной области увеличивается градиент скорости около поверхности, увеличивается неоднородность скоростных полей, заметной становится радиальная составляющая скорости. Дополнительная энергия затрачивается на образование замкнутых циркуляционных течений в приосевой области (если они имеются), а также на создание вихрей Тейлора — Гёртлера около поверхности стенки. Возрастает и энергия турбулентных пульсаций.

Сложный характер воздействия закрутки на потери энергии в завихрителе при движении закрученного потока делает эксперимент пока единственным средством получения расчетных формул для определения гидравлического сопротивления. Для определения напряжения трения в основной части закрученного потока возможен аналитический подход, основанный на использовании асимптотической теории пограничного слоя. Результаты развития этой теории в приложении к закрученным течениям рассмотрены в предыдущей главе.

Опытное исследование закрученных потоков позволило получить расчетные формулы для определения гидравлического сопротивления закрученного потока и его составляющих.

Потери энергии в закрученном потоке удобно представить в виде суммы трех слагаемых

$$\Delta E = \Delta E_1 + \Delta E_2 + \Delta E_3, \quad (6.26)$$

где  $\Delta E_1$  — потери энергии в завихрителе;  $\Delta E_2$  — потери энергии в канале;  $\Delta E_3$  — выходные потери.

Для поперечного сечения закрученного потока характерно неоднородное поле скоростей и давлений. С учетом этого для потери энергии в потоке или для ее составляющих на основе уравнения Бернулли можно записать

$$\Delta E_i = \int_{(F_1)} \left( p + \rho \frac{w^2}{2} \right) w dF - \int_{(F_2)} \left( p + \rho \frac{w^2}{2} \right) w dF, \quad (6.27)$$

где  $F$  — площадь поперечного сечения канала; 1, 2 — контрольные сечения канала.

Если кинетическую энергию потока вычислить по среднерасходной скорости, то коэффициент сопротивления записывается формулой

$$\zeta_i = \frac{\Delta E}{G w_{cp}^2 / 2} = \frac{\Delta \left[ 2\pi \int_0^R (p + \rho \frac{w^2}{2}) w r dr \right]}{d^2 \rho \frac{w_{cp}^3}{16}}, \quad (6.28)$$

где  $G$  — массовый расход жидкости через канал;  $w_{cp}$  — среднерасходная скорость;  $d$  — внутренний диаметр канала.

Формуле (6.28) можно придать вид

$$\zeta_i = \frac{\Delta \tilde{p}^*}{\rho w_{cp}^2 / 2}, \quad (6.29)$$

где  $\Delta \tilde{p}^* = \tilde{p}_1^* - \tilde{p}_2^*$ ;  $\tilde{p}_1^*$  и  $\tilde{p}_2^*$  — осредненные полные давления в граничных сечениях.

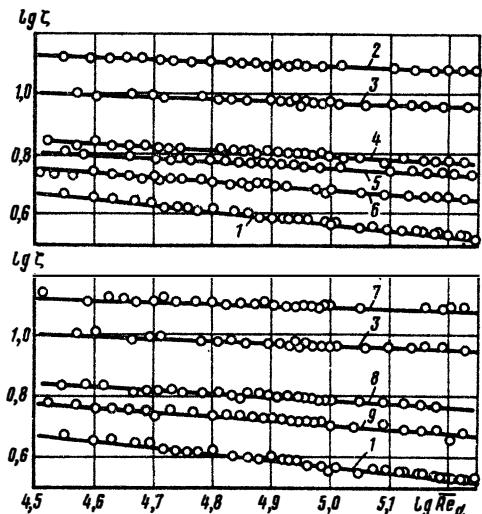
С учетом уравнений (6.26) ... (6.28) общий коэффициент сопротивления  $\zeta$  можно выразить через частные коэффициенты

$$\zeta = \zeta_1 + \zeta_2 + \zeta_3, \quad (6.30)$$

где  $\zeta_1$ ,  $\zeta_2$ ,  $\zeta_3$  — коэффициенты, отражающие сопротивление завихрителя, трубы и потери выхода.

Рис. 6.6. Зависимость коэффициента  $\zeta$  от  $Re_d$  для трубы с  $\bar{l} = 150$ :

- 1 — осевое течение; 2 —  $\varphi_H = 45^\circ$ , плоские лопатки; 3 —  $\varphi_H = 45^\circ$ ,  $n = 3$ ; 4 —  $\varphi_H = 45^\circ$ ,  $n = 1$ ; 5 —  $\varphi_H = 45^\circ$ ,  $n = 0$ ; 6 —  $\varphi_H = 45^\circ$ ,  $n = -1$ ; 7 —  $\varphi_H = 60^\circ$ ,  $n = 3$ ; 8 —  $\varphi_H = 30^\circ$ ,  $n = 3$ ; 9 —  $\varphi_H = 15^\circ$ ,  $n = 3$



На рис. 6.6 показана типичная зависимость коэффициента сопротивления закрученного потока от  $\overline{Re}_d$  для длинных труб без диафрагмирования при использовании различных завихрителей. Из рисунка видно, что с увеличением  $\overline{Re}_d$  коэффициент сопротивления убывает менее интенсивно, чем в незакрученных потоках.

### 6.5. ГИДРАВЛИЧЕСКОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ЗАВИХРИТЕЛЕЙ

Завихритель вносит значительный вклад в общее гидравлическое сопротивление закрученному потоку. Даже в длинных трубах на завихритель приходится до 25% от общей потери энергии на создание закрученного потока.

При одной и той же величине осевой проекции потока момента количества движения  $M$  затрата энергии на закрутку зависит от конструкции завихрителя. Результаты опытного исследования четырех типов завихрителя показаны на рис. 6.7 [33]. В опытах использованы тангенциальные завихрители с различным числом подводов и соотношением площадей  $F_{вх}$ , улиточный завихритель с различной относительной площадью ввода, тангенциально-лопаточные и аксиально-лопаточные завихрители с различными углами установки плоских лопаток. Опыты проводились на воздухе при числе  $\overline{Re}_d$  в трубе больше  $3 \cdot 10^5$ .

На рис. 6.7 пунктирная линия соответствует отсутствию потерь. Как видно из рисунка, наибольшими потерями обладает тангенциальный завихритель, а наименьшими — аксиально-лопаточный.

Количественные закономерности для гидравлического сопротивления получены опытным путем только для аксиально-лопаточных завихрителей, геометрические характеристики которых приведены в табл. 1.1. Опыты проведены при  $\overline{Re}_d = 5 \cdot 10^4 \dots 5 \cdot 10^5$ .

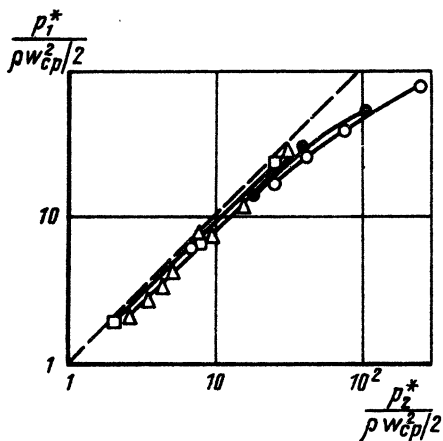


Рис. 6.7. Зависимость полного давления потока за завихрителем от полного давления перед завихрителем:

- — тангенциальный завихритель;
- — улиточный завихритель; Δ — тангенциально-лопаточный завихритель; □ — аксиально-лопаточный завихритель

Величины коэффициентов сопротивления определялись на основе исследования структуры закрученного потока с помощью формулы (6.28).

Опытные данные по гидравлическому сопротивлению всех испытанных завихрителей обобщены уравнением

$$\zeta_1 = 1,89\Phi_{*BX}^{0,81} - 0,29.. \quad (6.31)$$

Если при определении коэффициента сопротивления завихрителя потери напора отнести к кинетической энергии в завихрителе (а не в трубе), то обобщающая формула будет иметь следующий вид:

$$\zeta_1^* = 1,15\Phi_{*BX}^{0,81} - 0,13. \quad (6.32)$$

## 6.6. ГИДРАВЛИЧЕСКОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ЗАКРУЧЕННОМУ ПОТОКУ В ДЛИННОЙ ТРУБЕ

Экспериментальное исследование гидравлического сопротивления воздушному потоку в трубе с  $\bar{l} = 150$  выполнено с использованием лопаточных завихрителей при  $\overline{Re}_d = 5 \cdot 10^4 \dots 1,5 \cdot 10^5$ . Полученные в этом исследовании результаты не могут быть использованы для расчета гидравлического сопротивления труб с длиной, отличной от  $150d$ , но они позволили установить некоторые закономерности, которые дальше использованы для построения расчетных соотношений гидравлического сопротивления закрученному потоку в трубах различной длины.

Результаты исследования гидравлического сопротивления для труб со всеми испытанными завихрителями обобщены уравнениями

$$\zeta = A \overline{Re}_d^{-a}; \quad \zeta_1 + \zeta_2 = B \overline{Re}_d^{-a}, \quad (6.33)$$

в которых

$$A = 23,1\Phi_{*BX}^{-0,09}; \quad B = 18,9\Phi_{*BX}^{-0,2}; \quad a = 7,2 \cdot 10^{-2} \Phi_{*BX}^{-0,75}. \quad (6.34)$$

Обозначим энергию закрученного потока в произвольном сечении канала через  $E_x$ :

$$E_x = 2\pi \int_{(F)} p^* w r dr.$$

На выходе из завихрителя  $E_x = E_0$ , а на выходе из канала:  $E_x = E_{\text{вых}}$ . Тогда



$$\zeta_2 = \frac{E_0 - E_{\text{вых}}}{G w_{\text{ср}}/2} \quad \text{и} \quad \zeta_3 = \frac{E_{\text{вых}}}{G w_{\text{ср}}^2/2}. \quad (6.35)$$

Для расшифровки этих выражений необходимы зависимости  $E_x = f(x)$ , которые найдены на основе анализа экспериментально измеренных полей скоростей и давлений в различных сечениях канала. Этот анализ выявил следующую закономерность:

$$\frac{E_x}{E_0} = \exp(-cx), \quad (6.36)$$

которая автомодельна по числу  $\overline{Re}_d$  (рис. 6.8). Численные значения показателя степени  $c$  для ряда завихрителей описываются аппроксимирующей зависимостью

$$c = 1,36 \cdot 10^{-2} \Phi_{\text{свх}}^{0,43}. \quad (6.37)$$

Так как

$$\frac{E_0}{G w_{\text{ср}}^2/2} = \zeta_2 + \zeta_3 = B \overline{Re}_d^{-a}, \quad (6.38)$$

то формулы (6.35) с учетом (6.38) приводятся к виду

$$\zeta_2 = B \overline{Re}_d^{-a} [1 - \exp(-lc)]; \quad \zeta_3 = B \overline{Re}_d^{-a} \exp(-lc). \quad (6.39)$$

Расчет составляющих гидравлического сопротивления по формулам (6.31) и (6.39) показывает, что при  $l = 150$  потери в завихрителе составляют 15...25%, потери в трубе 50...75% и выходные потери — 10...25%.

На рис. 6.9 сопоставлены зависимости выходных потерь от параметра закрутки, полученные экспериментальным и расчетным путем. Как видно, при  $\bar{\Gamma} = \text{idem}$  увеличение степени закрутки сопровождается уменьшением выходных потерь.

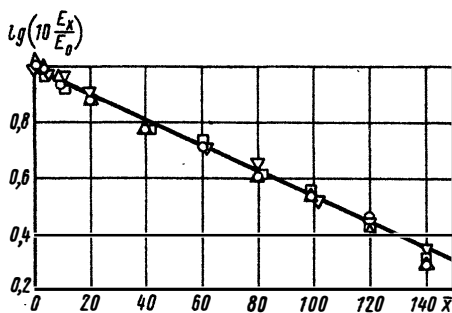


Рис. 6.8. Изменение энергии закрученного потока по длине канала для завихрителя с  $\varphi_H = 45^\circ$  и  $n = 1$ :

○ —  $\overline{Re}_d = 5 \cdot 10^4$ ;  $\triangle$  —  $\overline{Re}_d = 7 \cdot 10^4$ ;  
 □ —  $\overline{Re}_d = 10^5$ ;  $\nabla$  —  $\overline{Re}_d = 1,5 \cdot 10^5$

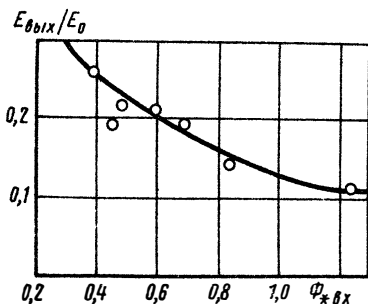


Рис. 6.9. Изменение выходных потерь в зависимости от параметра закрутки при  $l = 150$ :  
— — расчет; ○ — эксперимент

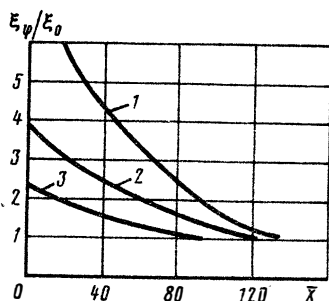


Рис. 6.10. Относительные потери на единицу длины трубы с  $l = 150$  при закрутке:  
1 —  $\Phi_{*вх} = 1,23$ ; 2 —  $\Phi_{*вх} = 0,69$ ;  
3 —  $\Phi_{*вх} = 0,39$

Вычислим потери энергии закрученного потока на единицу длины трубы. В этом случае могут быть записаны следующие соотношения:

$$\xi_{\psi} = \frac{\Delta E / \Delta \bar{x}}{G w_{cp}^2 / 2} = \frac{dE / d\bar{x}}{G w_{cp}^2 / 2} = \frac{c E_0 \exp(-c\bar{x})}{G w_{cp}^2 / 2}. \quad (6.40)$$

Сравнивая эти потери с аналогичными затратами энергии при осевом стабилизированном течении в трубе ( $\xi_0 = 0,3164 \text{Re}_d^{-0,25}$ ) получим следующее выражение

$$\frac{\xi_{\psi}}{\xi_0} = \frac{B c}{0,3164} \overline{\text{Re}}_d^{0,25} \exp(-c\bar{x}). \quad (6.41)$$

На рис. 6.10 показана зависимость  $\xi_{\psi} / \xi_0 = f(\bar{x})$ , построенная с помощью формулы (6.41). Из рисунка видно, что вблизи завихрителя потери энергии на единицу длины в 2...7 раз превышают потери энергии в незакрученном потоке на стабилизированном участке течения.

## 6.7. ГИДРАВЛИЧЕСКОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ЗАКРУЧЕННОМУ ПОТОКУ В КАНАЛАХ РАЗЛИЧНОЙ ДЛИНЫ. ВЛИЯНИЕ ДИАФРАГМИРОВАНИЯ КАНАЛА НА ГИДРАВЛИЧЕСКОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ

Результаты экспериментального исследования гидравлического сопротивления закрученных потоков в трубах  $l = 14 \dots 150$  с использованием лопаточных завихрителей обобщены уравнением

$$\zeta = (f\bar{e}^2 + e\bar{l} + g)\overline{\text{Re}}_d^{-a}, \quad (6.42)$$

в котором коэффициенты  $a$ ,  $f$ ,  $e$ ,  $g$  приведены в табл. 6.1. Коэффициент  $a$  приближенно описывается формулой (6.34).

Анализ опытных данных, полученных в трубах различной длины, показывает, что изменение энергии закрученного потока по длине подчиняется экспоненциальному закону

$$E_x = E_0 \exp(-c_1 \bar{x}). \quad (6.43)$$

Таблица 6.1

$\varphi_{\text{H}}^0$	$n$	$a$	$f \cdot 10^3$	$e$	$g$
60	3	0,0555	-0,371	0,115	14,89
45	3	0,0815	-0,258	0,110	11,39
30	3	0,1131	-0,382	0,153	9,25
15	3	0,1340	-0,380	0,171	9,14
45	1	0,1176	-0,229	0,122	8,16
45	0	0,1026	-0,381	0,157	7,46
45	-1	0,1266	-0,545	0,206	7,23
45	плоские лопатки	0,0952	-0,349	0,118	16,97

но величина коэффициента  $c_1$  зависит не только от  $\Phi_{*ВХ}$ , но и от длины трубы. Эта зависимость показана на рис. 6.11. Как видно, уменьшение длины трубы сопровождается увеличением показателя  $c_1$ .

Выражения для  $\zeta_2$  и  $\zeta_3$  (6.35) с учетом (6.43) преобразуются к виду

$$\zeta_2 = (\zeta - \zeta_1)[1 - \exp(-c_1 \bar{l})];$$

$$\zeta_3 = (\zeta - \zeta_1) \exp(-c_1 \bar{l}), \quad (6.44)$$

в которых  $\zeta$  определяется формулой (6.42), а  $\zeta_1$  — формулой (6.31).

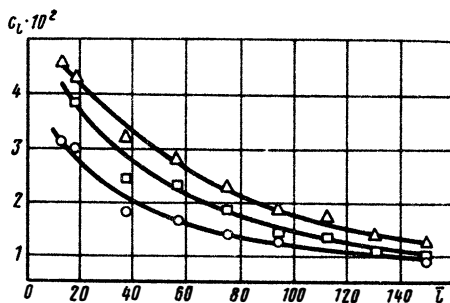


Рис. 6.11. Зависимость показателя степени  $c_1$  от длины трубы:

○ —  $\Phi_{*ВХ} = 0,385$ ; □ —  $\Phi_{*ВХ} = 0,683$ ; △ —  $\Phi_{*ВХ} = 0,823$

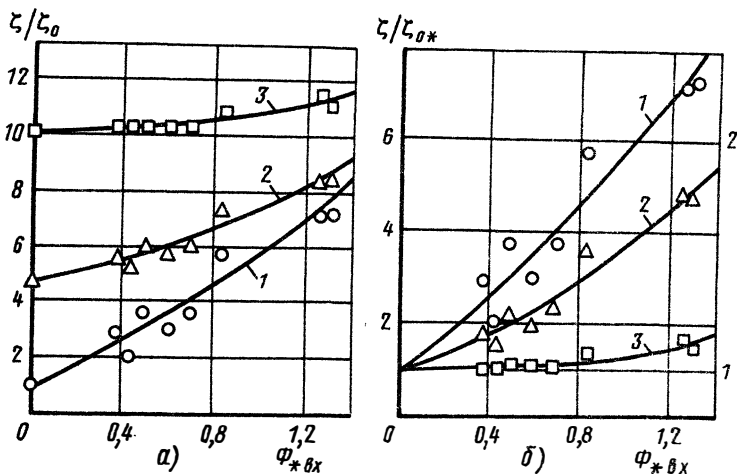


Рис. 6.12. Зависимость относительного коэффициента сопротивления диафрагмированного канала от параметра закрутки при  $l = 14$ :  
 1 —  $\bar{d}_k = 1,0$ ; 2 —  $\bar{d}_k = 0,75$ ; 3 —  $\bar{d}_k = 0,5$ ; а —  $\zeta_0$  — при  $\bar{d}_k = 1,0$ ; б —  $\zeta_{0*}$  при  $\Phi_{*vx} = 0$

Формула для гидравлических потерь в закрученном потоке на единицу длины в этом случае имеет вид

$$\xi_\varphi = c_l (\zeta - \zeta_1) \exp(-c_l \bar{x}). \quad (6.45)$$

Диафрагмирование выходного сечения трубы ведет к увеличению гидравлического сопротивления как закрученного, так и незакрученного потоков, причем чем сильнее диафрагмирование, тем меньше относительный вклад закрутки в общее сопротивление потоку. Гидравлическое сопротивление такой схемы исследовалось при  $\bar{l} = 14$  и двух значениях  $\bar{d}_k$ .

Таблица 6.2

$\varphi_H^0$	n	$\bar{d}_k = 1$		$\bar{d}_k = 0,75$		$\bar{d}_k = 0,5$	
		B	b	B	b	B	b
60	3	16,53	0,055	16,08	0,0249	35,40	0,0120
45	3	13,35	0,0815	13,50	0,0400	29,36	0,0150
30	3	11,61	0,1131	11,49	0,0618	28,17	0,0229
15	3	11,53	0,1340	11,24	0,0700	31,89	0,0350
45	1	9,93	0,1176	10,98	0,0550	26,99	0,0197
45	0	9,52	0,1026	9,56	0,0500	26,87	0,0190
45	-1	9,92	0,1266	8,83	0,0560	29,76	0,0320
45	плоские лопатки	18,61	0,0952	16,83	0,0300	28,95	0,0060
Осевой поток		2,52	0,0586	8,22	0,0634	28,83	0,0310

На рис. 6.12 показаны относительные коэффициенты сопротивления при различной интенсивности закрутки и степени диафрагмирования. Анализ этих графиков позволил заключить, что при  $\bar{d}_k = 0,5$  основные гидравлические потери сосредоточены в диафрагме и на выходе; при  $\bar{d}_k = 0,75$  сопротивление диафрагмы и выхода соизмеримо с потерями, обусловленными закруткой потока в канале. Это означает, что когда диафрагма является конструктивным элементом технического устройства, эффективность закрутки, как средства интенсификации процессов тепло- и массообмена, возрастает. Особенно заметно это будет проявляться при  $\bar{d}_k \leq 0,75$ .

Результаты опытного исследования гидравлического сопротивления закрученных потоков при диафрагмировании обобщены уравнением

$$\zeta = B \bar{Re}_d^{-b}, \quad (6.46)$$

коэффициенты которого приведены в табл. 6.2.

Более общий случай расчета гидравлического сопротивления цилиндрических каналов различной относительной длины с диафрагмированием выходного сечения является достаточно сложным для расчета. В этом случае необходимо иметь сведения о величине гидравлических потерь в диафрагмах различной формы и длины при течении закрученных потоков. Эти данные в настоящее время практически отсутствуют.

В технических приложениях диафрагмированные каналы имеют, как правило, длину 10...15 калибров. Для этих условий гидравлические потери в диафрагмах могут быть определены по данным настоящего параграфа.

ТЕПЛОТДАЧА ЗАКРУЧЕННЫХ ПОТОКОВ

7.1. ОСОБЕННОСТИ ПРОЦЕССА ТЕПЛОТДАЧИ  
В ЗАКРУЧЕННЫХ ПОТОКАХ

Местная закрутка потока интенсифицирует процесс теплоотдачи и способствует более резкому изменению коэффициента теплоотдачи по длине канала. В этих условиях наиболее важной характеристикой становится местный коэффициент теплоотдачи. В настоящей главе рассмотрены закономерности для местных коэффициентов теплоотдачи, определяемых формулами

$$a = \frac{q_w}{T_f - T_w} \quad (7.1)$$

или  $a = \frac{q_w}{T_0 - T_w}$ , (7.2)

где  $T_f$  — среднеэнтальпийная температура в сечении канала;  $T_0$  — температура потока на оси канала в рассматриваемом сечении;  $T_w$  — местная температура поверхности.

Местные коэффициенты теплоотдачи определялись градиентным методом.

При обобщении результатов эксперимента использованы числа подобия, включающие коэффициент теплоотдачи

$$Nu = \frac{ax}{\lambda_f}; \quad St = \frac{a}{c_{pf}(\rho w)_*}; \quad \overline{St} = \frac{a}{c_{pf} \rho_f w_{cp}}, \quad (7.3)$$

и числа Рейнольдса, записанные в форме

$$Re = \frac{(\rho w)_* x}{\mu_{00}}; \quad \overline{Re} = \frac{(\rho w)_{cp} x}{\mu_{00}}. \quad (7.4)$$

Закономерности для коэффициента теплоотдачи представлены в форме обычных уравнений подобия и законов теплообмена. Первая форма представления результатов удобна для практического использования, но не отражает влияния некоторых граничных условий на изменение коэффициента теплоотдачи (распреде-

ление температуры стенки и параметра вдува по длине канала). Вторая форма представления результатов свободна от этого недостатка, но закон теплообмена не может быть непосредственно использован для расчета коэффициента теплоотдачи, а служит лишь основой для решения интегрального соотношения энергии, в котором и учитывается специфика граничных условий. Приемы этого решения рассмотрены в гл. 9.

Особенности формирования структуры закрученного потока определяют характер изменения коэффициента теплоотдачи по длине канала. При экспериментальном исследовании полей скоростей, давлений и температур не представляется возможным выявить характер развития потока в непосредственной близости от стенки канала. Исследование закономерностей  $a = f(x)$  восполняет этот пробел, так как они наиболее полно отражают развитие пристенных процессов.

На рис. 7.1, а, б, в показаны результаты исследования местных коэффициентов теплоотдачи для различных лопаточных завихрителей (см. табл. 1.1) и различных значений величины  $\overline{Re}_d$ . Эти же данные для нескольких завихрителей в виде зависимостей  $Nu = f(\overline{Re})$  и  $\overline{St} = f(Re_T^*)$  показаны на рис. 7.2 и 7.3. Эти результаты получены в трубах с  $\overline{l} = 12$ , которые диафрагмировались на выходе с целью предотвращения подсасывания воздуха из атмосферы через выходное сечение. Местные коэффициенты теплоотдачи вычислялись по формуле (7.1).

Из рис. 7.1 видно, что по длине трубы четко выделяются три области течения, разделенные экстремумами зависимости  $a = f(x)$ . Зона, расположенная справа от максимума этой функции, характеризуется зависимостями  $Nu \sim \overline{Re}^{0,8}$  и  $\overline{St} \sim Re_T^{*0,25}$  (см. рис. 7.2 и 7.3), и следовательно, представляет собой область турбулентного течения.

В зоне, расположенной между завихрителем и сечением с минимальным коэффициентом теплоотдачи,  $Nu \sim \overline{Re}^{0,7}$  и  $\overline{St} \sim Re_T^{*-0,43}$ , в то время как для осевого потока при ламинарном пограничном слое  $Nu \sim \overline{Re}^{0,5}$  и  $\overline{St} \sim Re_T^{*-1}$ .

Участок трубы, на котором коэффициент теплоотдачи по длине трубы возрастает (см. рис. 7.1), соответствует области переходного режима в незакрученном потоке, где реализуется закономерность  $Nu \sim \overline{Re}^{1,5}$ .

Повышенное значение степени при числе  $\overline{Re}$  в уравнении подобия для процесса теплоотдачи на участке канала, непосредственно прилегающем к завихрителю, позволяет заключить, что на участке формируется ламинарный пограничный слой с вихрями Тейлора — Гёртлера. То, что макровихревое движение в ламинарном потоке увеличивает степень при числе  $\overline{Re}$  в уравнении подобия, видно, например, из уравнения подобия для теплоотдачи в криволинейном канале при ламинарном течении с макровихрями, где  $Nu \sim \overline{Re}^{0,75}$  [67].

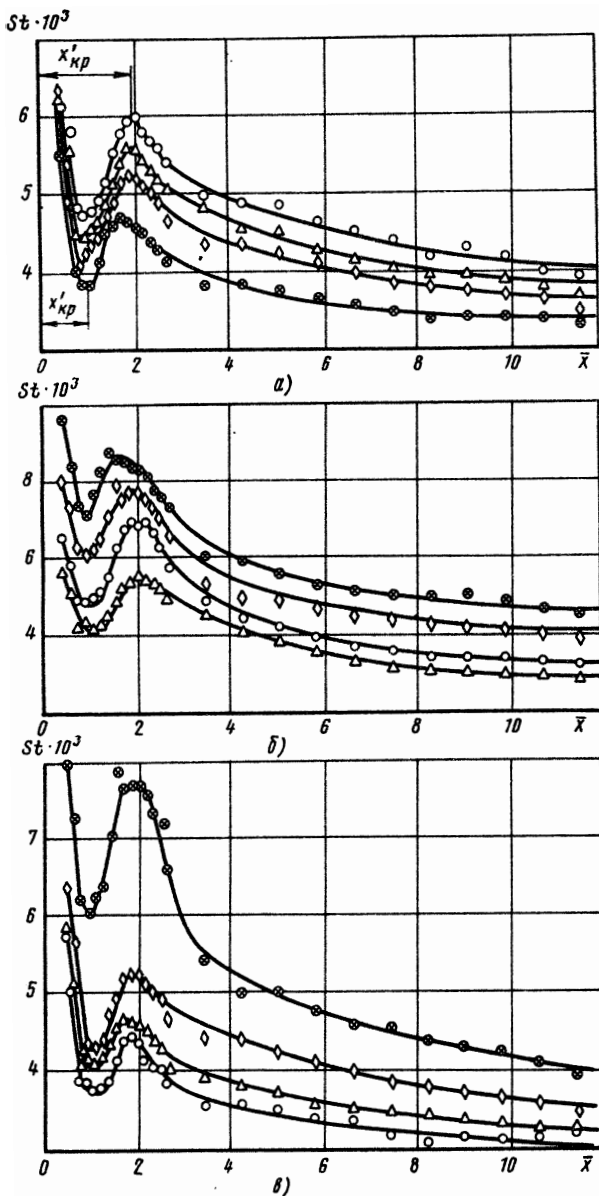


Рис. 7.1. Изменение интенсивности теплоотдачи закрученного потока по длине трубы при  $\bar{d}_K=0,5$ :

а —  $\varphi_H = 45^\circ$ ;  $n = 1$ ;  $\circ - \bar{Re}_d = 4,8 \cdot 10^4$ ;  $\Delta - \bar{Re}_d = 7,3 \cdot 10^4$ ;  $\diamond - \bar{Re}_d = 1,07 \cdot 10^5$ ;  $\bullet - \bar{Re}_d = 1,44 \cdot 10^5$ ;  $\circ - \bar{Re}_d = 1,07 \cdot 10^5$ ,  $n = 3$ ;  $\Delta - \varphi_H = 15^\circ$ ;  $\circ - \varphi_H = 30^\circ$ ;  $\diamond - \varphi_H = 45^\circ$ ;  $\bullet - \varphi_H = 60^\circ$ ;  $\circ - \bar{Re}_d = 1,07 \cdot 10^5$ ,  $\varphi_H = 45^\circ$ ;  $\bullet - n = -1$ ;  $\Delta - n = 0$ ;  $\diamond - n = 1$ ;  $\bullet - n = 3$



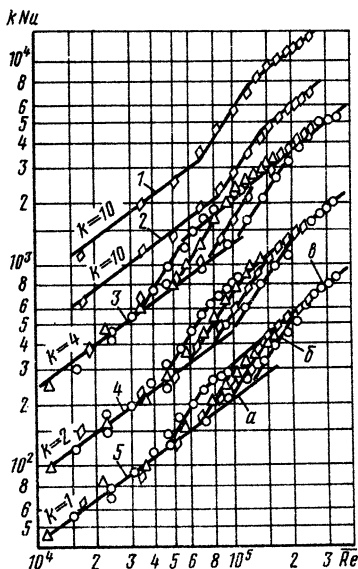


Рис. 7.2. Зависимость  $Nu = f(\overline{Re})$  для завихрителей с  $\varphi_H = 45^\circ$ :  
 1 — плоские лопатки,  $d_K = 0,75$ ;  
 2 —  $n = 0$ ;  $\overline{d}_K = 0,5$ ; 3 —  $n = 3$ ;  
 $\overline{d}_K = 0,5$ ; 4 —  $n = 1$ ;  $\overline{d}_K = 0,5$ ;  
 5 —  $n = -1$ ;  $\overline{d}_K = 0,5$ ; а — ламинарное течение с макровихрями; б — переходное течение; в — турбулентное течение

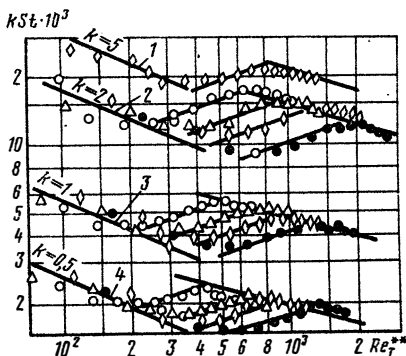


Рис. 7.3. Зависимость  $\overline{St} = f(Re_T^{**})$  для завихрителей с  $\varphi_H = 45^\circ$  при  $\overline{d}_K = 0,5$ :  
 1 —  $n = 0$ ; 2 —  $n = 3$ ; 3 —  $n = 1$ ; 4 —  $n = -1$ ;

Из рис. 7.1...7.3 видно, что протяженность участка, на котором имеет место ламинарное течение с макровихрями ( $x_{кр}$ ), при всех условиях эксперимента оставалась практически неизменной, равной одному диаметру, поэтому границу его можно найти из равенства

$$Re'_{кр} = \overline{Re}_d. \quad (7.5)$$

Начало возникновения турбулентности, определяемое координатой  $x_{кр}$ , зависит от числа  $\overline{Re}_d$  и геометрических характеристик завихрителей (см. рис. 7.1...7.3). Величина  $x_{кр}$  уменьшается с увеличением  $\overline{Re}_d$ , угла закрутки и параметра  $n$ . Влияние геометрических параметров завихрителя на условия возникновения турбулентности находится в соответствии с результатами анализа устойчивости методом Рэлея: увеличение угла закрутки и параметра  $n$  расширяет пристенную область консервативного воздействия центробежных массовых сил на поток [49].

Координата перехода к турбулентному режиму слабо зависит от параметра  $n$ , поэтому для ее определения можно рекомендовать следующее обобщенное уравнение:

$$Re_{кр} = (10,3 - 1,3 \operatorname{tg} \varphi_H) \overline{Re}_d^{0,65}. \quad (7.6)$$

Численные значения  $Re_T^{**}$ , определяющего границы областей, можно вычислить по выражениям

$$Re_{T.кр}^{**} = M \overline{Re}_d^{0,65}, \quad Re_{T.кр}^{**} = N \overline{Re}_d^{0,65}, \quad (7.7)$$

коэффициенты которых приведены в табл. 7.1.

Т а б л и ц а 7.1

Параметры за и х р и т е л я	$\varphi_H = 15^0$ $n = 3$	$\varphi_H = 45^0$ $n = 3$	$\varphi_H = 60^0$ $n = 3$	$\varphi_H = 45^0$ $n = -1$	$\varphi_H = 45^0$ $n = 0$
$M$	0,20	0,25	0,30	0,20	0,20
$N$	0,50	0,63	0,70	0,50	0,50

При анализе влияния кривизны поверхности на условия возникновения турбулентности используется число Гёртлера [67], которое для закрученного потока записывается в форме

$$G\ddot{o} = \frac{\rho_* W_* \delta_{\Sigma}^{**}}{\mu_*} \sqrt{\frac{\delta_{\Sigma}^{**}}{\eta_w}}, \quad (7.8)$$

где  $\delta_{\Sigma}^{**}$  — толщина потери импульса, вычисленная по изменению суммарной скорости в области пристенного течения.

Принимая приближенно для пристенной области

$$\delta_{\Sigma}^{**} \cong \delta_x^{**} \cong \delta_T^{**}, \quad (7.9)$$

можно получить

$$G\ddot{o} = \sqrt{2} \operatorname{tg} \varphi_w Re_T^{**1,5} Re_d^{0,15}. \quad (7.10)$$

Анализ опытных данных показал, что критическое число Гёртлера для закрученных потоков достигает 37.

## 7.2. ТЕПЛОТДАЧА В КОРОТКИХ КАНАЛАХ. ЗАВИСИМОСТЬ ТЕПЛОТДАЧИ ОТ ДИАФРАГМИРОВАНИЯ КАНАЛА НА ВЫХОДЕ

При значительной закрутке потока в приосевой области выходного сечения короткого канала возникает зона разрежения, через которую в канал входит воздух из окружающей среды, искажая условия теплообмена закрученного потока со стенкой.

Чтобы исключить это явление, исследование теплоотдачи в коротких каналах ( $\bar{l} = 12$ ) выполнено в условиях диафрагмирования выходного сечения ( $\bar{d}_k = 0,5; 0,75$ ). Геометрические характеристики исследованных завихрителей приведены в табл. 1.1. Температура потока во всех опытах поддерживалась примерно постоянной ( $200^\circ\text{C}$ ). В опытах реализованы режимы с  $\bar{Re}_d = 3 \cdot 10^4 \dots 1,45 \cdot 10^5$  и  $Re_T^{**} = 1,2 \cdot 10^2 \dots 9,5 \cdot 10^3$ . Местные коэффициенты теплоотдачи определялись по формуле (7.1).

Обобщение опытных данных по местной теплоотдаче для участка канала, где в пристенной области формируется ламинарное течение с макровихрями ( $x = 0 \dots x_{кр}^l$ ), позволило получить следующие уравнения:

$$\bar{St} = b K_n Re_T^{** -0,43} Pr^{-0,86}; \quad (7.11)$$

$$Nu = K_n \bar{Re}^{0,7} Pr^{0,4}. \quad (7.12)$$

В этих формулах

$$K_n = 0,9^{-n} (0,0495 + 0,033 \operatorname{tg} \varphi_n).$$

Для испытанных завихрителей  $n = -1 \dots 3$ ;  $\varphi_n = 15 \dots 60^\circ$ ; для завихрителя с плоскими лопатками и  $\varphi = 45^\circ$  можно воспользоваться этой же формулой с условным значением  $n = 5,5$ .

В формуле (7.11)  $b = 0,38$  при  $\bar{d}_k = 0,5$  и  $b = 0,45$  при  $\bar{d}_k = 0,75$ . Формула (7.12) обобщает опытные данные при  $\bar{d}_k = 0,5$ .

В переходной области опытные данные описываются уравнением

$$Nu = 0,9^{-n} (1,235 + 0,825 \operatorname{tg} \varphi_n) \cdot 10^{-2} \bar{Re}^{1,5} Pr^{0,4}, \quad (7.13)$$

которое получено в том же диапазоне значений  $n$  и  $\varphi_n$ , что и предыдущая формула, а для завихрителя с плоскими лопатками и  $\varphi_n = 45^\circ$  следует условно принимать  $n = 5,5$ .

В области турбулентных режимов показатели степени при  $Re$  в зависимости  $Nu = f(Re)$  и при  $Re_T^{**}$  в зависимости  $St = (Re_T^{**})$  для закрученных и незакрученных течений одинаковы, поэтому при обобщении опытных данных определялись поправки к "стандартным" зависимостям теплообмена

$$Nu_0 = 0,0306 \bar{Re}^{0,8} Pr^{0,4}; \quad St_0 = 0,0128 Re_T^{** -0,25} Pr^{-0,75} \quad (7.14)$$

в форме

$$\epsilon_{\tau\varphi} = \left( \frac{Nu}{Nu_0} \right)_{Re}; \quad \bar{\epsilon}_{\tau\varphi} = \left( \frac{Nu}{Nu_0} \right)_{\bar{Re}};$$

$$\Psi_{T\varphi} = \left(\frac{St}{St_0}\right) Re_{T^*}^{**}; \bar{\Psi}_{T\varphi} = \left(\frac{\bar{St}}{\bar{St}_0}\right) Re_{T^*}^{**}. \quad (7.15)$$

Здесь  $\epsilon_{T\varphi}$ ,  $\bar{\epsilon}_{T\varphi}$ ,  $\Psi_{T\varphi}$ ,  $\bar{\Psi}_{T\varphi}$  — относительные функции теплообмена, отражающие влияние закрутки;  $\epsilon_{T\varphi}$  и  $\Psi_{T\varphi}$  — значения этих функций, найденные при использовании среднерасходной скорости в канале.

При обработке опытных данных влияние неизотермичности исключалось с помощью выражений

$$\Psi_T = \left(\frac{2}{\sqrt{\frac{T_w}{T_f} + 1}}\right)^2; \epsilon_T = \left(\frac{2}{\sqrt{\frac{T_w}{T_f} + 1}}\right)^{1,6}. \quad (7.16)$$

При обобщении опытных данных в форме зависимости  $\bar{St} = f(Re_{T^*}^{**})$  для каналов с различной степенью диафрагмирования наблюдается расслоение опытных данных по величине  $\bar{d}_K$  при  $Re_{T^*}^{**} > 1100$ . Анализ полей осевых скоростей в каналах с различной степенью диафрагмирования показал, что в этих условиях при  $w_{cp} = idem$  уменьшение  $\bar{d}_K$  ведет к уменьшению  $w_*$ . Поэтому для каждой величины  $\bar{d}_K$  получены свои численные значения относительных функций теплообмена, определенных по среднерасходной скорости.

Один из графиков, с помощью которого найдены относительные функции теплообмена, показан на рис. 7.4.

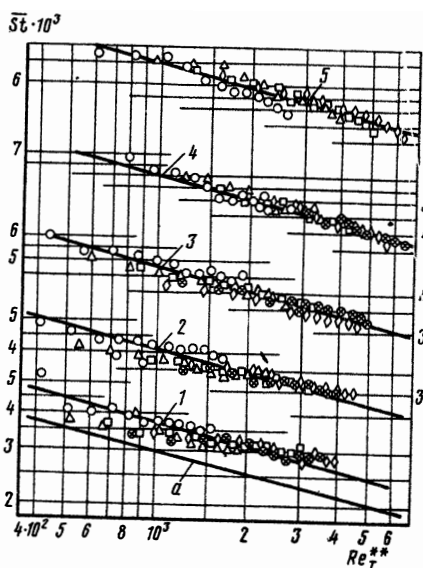


Рис. 7.4. Зависимость  $\bar{St}$  от  $Re_{T^*}^{**}$  для короткого канала при  $\bar{d}_K = 0.5$  с завихрителями, имеющими  $\varphi_H = 45^\circ$ :  
 1 —  $n = -1$ ; 2 —  $n = 0$ ; 3 —  $n = 1$ ;  
 4 —  $n = 3$ ; 5 — плоские лопатки;  
 а — течение без закрутки

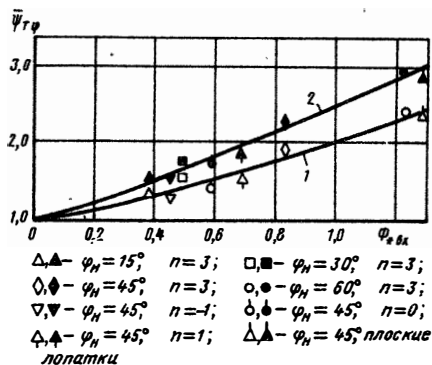


Рис. 7.5. Зависимость  $\bar{\Psi}_{T\varphi}$  от  $\Phi_{*ВХ}$  для короткого канала:  
 1 — по формуле (7.17); 2 — по формуле (7.18)

Зависимость параметра  $\bar{\Psi}_{T\varphi}$  от параметра закрутки описывается формулами:  
 при  $\bar{d}_K = 0,5$

$$\bar{\Psi}_{T\varphi} = 1 + 1,03\Phi_{*ВХ}^{2,3}; \quad (7.17)$$

при  $\bar{d}_K = 0,75$

$$\bar{\Psi}_{T\varphi} = 1 + 1,50\Phi_{*ВХ}^{1,14}. \quad (7.18)$$

Соответствие формул (7.17) и (7.18) результатам опытного исследования иллюстрируется рис. 7.5.

Для относительной функции  $\bar{\epsilon}_{T\varphi}$  получены формулы:  
 при  $\bar{d}_K = 0,5$

$$\bar{\epsilon}_{T\varphi} = 1 + 0,86\Phi_{*ВХ}^{1,30}; \quad (7.19)$$

при  $\bar{d}_K = 0,75$

$$\bar{\epsilon}_{T\varphi} = 1 + 1,15\Phi_{*ВХ}^{1,06}. \quad (7.20)$$

Использование  $w_*$  при обобщении опытных данных позволило получить универсальные уравнения для относительных функций теплообмена, пригодные для различных значений  $\bar{d}_K$ . При  $\Phi_* < 1,2$

$$\bar{\Psi}_{T\varphi} = 1 + 0,57\Phi_*^{0,79}; \quad (7.21)$$

$$\bar{\epsilon}_{T\varphi} = 1 + 0,44\Phi_*^{0,78}. \quad (7.22)$$

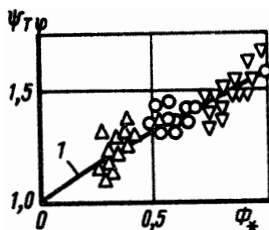


Рис. 7.6. Зависимость  $\bar{\Psi}_{T\varphi}$  от  $\Phi_*$ :  
 1 — по формуле (7.21);  $\Delta$  —  $\varphi_H = 15^\circ$ ,  $n = 3$ ;  $\circ$  —  $\varphi_H = 45^\circ$ ,  $n = 1$ ;  
 $\nabla$  —  $\varphi_H = 45^\circ$ ,  $n = 3$

Здесь  $\Phi_*$  — параметр закрутки в произвольном сечении канала. Формула (7.21) представляет собой закон теплообмена для каналов с различными условиями на входе. Ее согласование с опытными данными показано на рис. 7.6. Отклонение опытных данных от обобщающей зависимости не превышает 12%.

### 7.3. ТЕПЛОТДАЧА В КОРОТКОЙ ТРУБЕ ПРИ ЧАСТИЧНОЙ ЗАКРУТКЕ ПОТОКА

Экспериментальное исследование теплоотдачи при частичной закрутке потока выполнено при  $\bar{d}_k = 0,75$  и  $\bar{F}_H = 0,1; 0,2; 0,3; 0,5$ . Расходные характеристики входного устройства показаны на рис. 1.5.

Перепуск части газа помимо завихрителя уменьшает интенсивность закрутки и потому способствует увеличению длины участка канала с ламинарно-вихревым и переходным режимом теплообмена.

Обобщение опытных данных по всем испытанным завихрителям позволило получить следующие формулы. При  $n = 3$  и  $\varphi_H = 15 \dots 60^\circ$

$$\bar{x}'_{кр} = 1,05 \bar{F}_H^{0,15} \varphi_H^{*-0,1}; \quad \bar{x}_{кр} = 2,1 \bar{F}_H^{0,15} \varphi_H^{*-0,1} \quad (7.23)$$

(здесь  $\varphi_H^*$  — в рад)

$$\varphi_H = 45^\circ \text{ и } n = -1 \dots 3$$

$$\text{При } \bar{x}'_{кр} = 1,1 \bar{F}_H^{0,1} \text{ и } \bar{x}_{кр} = 2 \bar{F}_H^{0,1}. \quad (7.24)$$

Анализ опытных данных по теплоотдаче турбулентных частично закрученных потоков показывает, что в этом случае, как и для осевых потоков,  $\overline{St} \sim Re_T^{*-3,25}$  и  $Nu \sim Re^{0,8}$ . На рис. 7.7 показаны зависимости  $\overline{St} = f(Re_T^{**})$  для одного из завихрителей при различной величине  $\bar{F}_H$ .

Обобщение опытных данных по относительным функциям

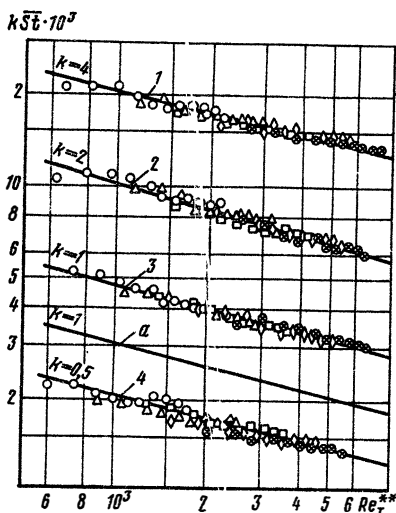


Рис. 7.7. Зависимость  $\overline{St}$  от  $Re_T^{**}$  при частичной закрутке потока на входе для завихрителя с  $\varphi_H = 45^\circ$  и  $n = 0$ : 1 —  $\overline{F}_H = 0,1$ ; 2 —  $\overline{F}_H = 0,2$ ; 3 —  $\overline{F}_H = 0,3$ ; 4 —  $\overline{F}_H = 0,5$ ;  $\Delta$  — течение без закрутки при  $\overline{F}_H = 0$

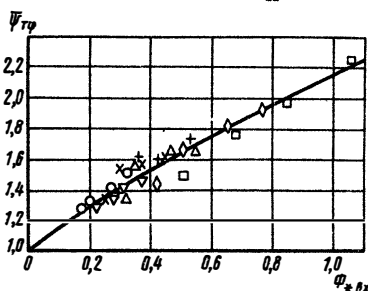


Рис. 7.8. Зависимость  $\overline{\Psi}_{T\varphi}$  от  $\Phi_{*BX}$  для частично закрученного потока:  $\circ$  —  $\varphi_H = 15^\circ, n = 3$ ;  $\Delta$  —  $\varphi_H = 30^\circ, n = 3$ ;  $\diamond$  —  $\varphi_H = 45^\circ, n = 3$ ;  $\square$  —  $\varphi_H = 60^\circ, n = 3$ ;  $\nabla$  —  $\varphi_H = 45^\circ, n = -1$ ;  $\times$  —  $\varphi_H = 45^\circ, n = 0$ ;  $+$  —  $\varphi_H = 45^\circ, n = 1$

теплообмена, вычисленным по усредненной скорости потока, позволило получить формулы

$$\overline{\Psi}_{T\varphi} = 1 + 1,16\Phi_{*BX}^{0,88} \quad (7.25)$$

$$\overline{\epsilon}_{T\varphi} = 1 + 0,85\Phi_{*BX}^{0,71} \quad (7.26)$$

Опытные данные отклоняются от этих зависимостей не больше, чем на 9%. Соответствие зависимости (7.25) опытным данным иллюстрируется рис. 7.8.

Относительная функция теплообмена, вычисленная с использованием скорости  $w_{4,}$ , обобщается уравнением

$$\Psi_{T\varphi} = 1 + 0,52\Phi_{*}^{0,79} \quad (7.27)$$

Эта зависимость представляет собой закон теплообмена для частично закрученного потока.

Величины  $\Psi_{T\varphi}$ , подсчитанные по формулам (7.21) и (7.27), отличаются не больше, чем на 3%. Следовательно, частично и полностью закрученные потоки имеют одинаковый закон теплообмена.

#### 7.4. ТЕПЛОТДАЧА В КОРОТКОЙ ТРУБЕ ПРИ ВДУВЕ В ЗАКРУЧЕННЫЙ ПОТОК

Экспериментальное исследование теплоотдачи при вдуве в закрученный поток выполнено на рабочем участке с  $\Gamma = 12,5$ , конструкция которого описана в разд. 3.4. Канал на выходе имел конфузор с  $\bar{d}_k = 0,75$ . В основном потоке воздуха температура поддерживалась постоянной ( $\sim 200^\circ \text{C}$ ), вдуваемый воздух имел температуру  $\sim 20^\circ \text{C}$ . Плотность массового потока воздуха в каждом опыте поддерживалась примерно постоянной по всей длине канала. Опыты проведены при  $Re_d = 5 \cdot 10^4 \dots 1,2 \cdot 10^5$ ,  $Re_T^* = 10^2 \dots 10^4$ , параметр вдува  $B_* = 5 \cdot 10^{-2} \dots 1,66 \cdot 10^{-3}$ , параметр проницаемости  $\bar{b}_T < 2$ .

Здесь

$$\bar{b}_T = \frac{(\rho v)_w}{(\rho w)_{\text{ср}}} = \frac{1}{St_0}.$$

Плотность теплового потока определялась по изменению энтальпии вдуваемого газа, причем энтальпия его на выходе из пористой стенки подсчитывалась по температуре поверхности теплообмена. Возможность отождествления температур поверхности и вдуваемого через нее газа для конкретных условий опыта специально проверялась расчетом температурного состояния стенки с использованием коэффициента теплоотдачи внутри пор и коэффициента теплопроводности пористой стенки [ 69 ], сведения о которых были получены в специальных опытах [ 74 ]. Использован коэффициент теплоотдачи, основанный на выражении (7.1).

При подсчете величины  $\bar{\Psi}_{T\varphi}$  по опытным данным влияние неизотермичности исключалось с помощью выражения (7.16), а вдува с помощью выражения [ 25 ]

$$\Psi_{Tb} = \left(1 - \frac{\bar{b}_T}{\bar{b}_{T, \text{кр}}}\right)^2, \quad (7.28)$$

где  $\bar{b}_{T, \text{кр}}$  — критическое значение параметра проницаемости, соответствующее отсутствию теплообмена на поверхности канала.

Первичная обработка опытных данных выполнена без учета влияния закрутки на величину критического параметра вдува, а число Стантона определялось по среднерасходной скорости потока с учетом массы вдуваемого газа.

При вычислении величины  $\Psi_{T\varphi}$  использовались величины  $(\rho w)_*$ , найденные по результатам опытного исследования структуры потока.

Вследствие особенностей методики измерения плотности теплового потока и неравномерности пористой структуры канала



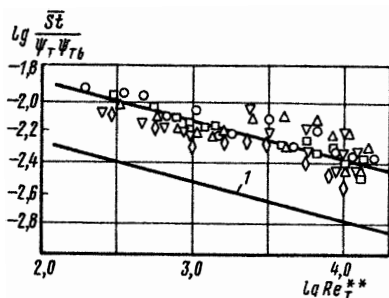


Рис. 7.9. Обобщение опытных данных по теплоотдаче при вдуве в закрученный поток для завихрителя с  $\varphi_H = 45$ ;  $n = 3$ :  
1 — уравнение (7.14)

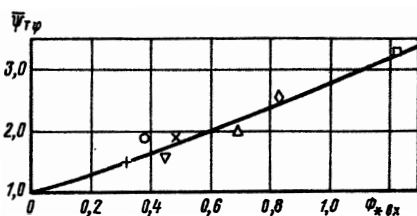


Рис. 7.10. Относительная функция теплообмена при вдуве в закрученный поток:  
0 —  $\varphi_H = 15^\circ$ ,  $n = 3$ ;  $\Delta$  —  $\varphi_H = 30^\circ$ ,  
 $n = 3$ ;  $\diamond$  —  $\varphi_H = 45^\circ$ ,  $n = 0$ ;  $\times$  —  $\varphi_H = 45^\circ$ ,  $n = 0$  (по данным [62]);  
 $\square$  —  $\varphi_H = 60^\circ$ ,  $n = 3$ ;  $+$  —  $\varphi_H = 45^\circ$ ,  
 $n = -1$ ;  $\triangle$  —  $\varphi_H = 45^\circ$ ,  $n = 1$

частные особенности теплообмена вблизи источника закрутки зарегистрировать не удалось. В работе [22] на основе теоретического анализа показано, что вдув через лористую вогнутую стенку не оказывает влияния на неустойчивость Гёртлера. Это позволяет предположить, что вдув не изменит границ участков, предшествующих области турбулентного теплообмена.

На рис. 7.9 показаны результаты обобщения опытных данных в турбулентной области для одного из завихрителей. Обработка опытных данных для всех завихрителей, а также опытных данных [62], полученных при вдуве гелия и аргона в поток, закрученный с помощью аксиально-лопаточного завихрителя, позволили получить обобщающее уравнение

$$\bar{\Psi}_{T\varphi} = 1 + 1,76\Phi_*^{1,66}. \quad (7.29)$$

На рис. 7.10 этой зависимости соответствует линия.

С учетом информации по структуре потока, рассмотренной в разд. 3.4, получена относительная функция теплообмена  $\Psi_{T\varphi}$ , обобщенная зависимость для которой имеет вид

$$\Psi_{T\varphi} = 1 + 0,66\Phi_*^{0,87}. \quad (7.30)$$

В табл. 7.2 значения величин  $\bar{\Psi}_{T\varphi}$  сопоставлены для закрученного потока в проницаемом и непроницаемом каналах.

Как видно из таблицы, значения  $\bar{\Psi}_{T\varphi}$  в проницаемом и непроницаемом каналах отличаются не более чем на 11%. Это позволяет сделать заключение, что при одновременном влиянии на процесс теплоотдачи неизотермичности, вдува и закрутки удовлетворительно выполняется принцип суперпозиции отдельных воздействий.

Граничные условия	$\varphi_n = 15^0$ $n = 3$	$\varphi_n = 30^0$ $n = 3$	$\varphi_n = 45^0$ $n = 3$	$\varphi_n = 60^0$ $n = 3$	$\varphi_n = 45^0$ $n = -1$	$\varphi_n = 45^0$ $n = 1$
Непроницаемый канал ( $\bar{F}_n = 0$ )	1,59	1,79	2,32	2,94	1,55	1,86
Проницаемый канал ( $\bar{F}_n = 0$ )	1,77	1,89	2,55	3,30	1,55	1,94

Вычисление относительной функции теплообмена  $\Psi_{T\varphi}$  можно уточнить за счет того, что при подсчете параметра  $\Psi_{T\varphi}$  по формуле (7.28) величину  $b_{T, \text{кр}}$  определять по формуле (5.41), учитывая ее изменение под влиянием закрутки. Найденные таким образом величины  $\Psi_{T\varphi}$  для проницаемого канала отличаются от значений  $\Psi_{T\varphi}$  для непроницаемого канала при  $\Phi_* = \text{idem}$  не более, чем на 7%.

#### 7.5. ТЕПЛОТДАЧА ЗАКРУЧЕННОГО ПОТОКА В ДЛИННОЙ ТРУБЕ

Экспериментальное исследование теплоотдачи в длинной трубе выполнено в квазиизотермических условиях ( $\Psi_T < 1,05$ ) при  $Re_d = 5 \cdot 10^4 \dots 1,5 \cdot 10^5$  и  $\Gamma = 150$  с использованием трех завихрителей, отличающихся величинами  $\varphi_n$  и  $n$ . Температура воздуха во всех опытах поддерживалась неизменной (90...100°С).

Изменение температуры воздуха по радиусу и температура стенки замерялись в девяти сечениях канала ( $x = 1 \dots 145$ ).

Плотность теплового потока в стенку  $q_w$  определялась калориметрическим методом на основе уравнения

$$\frac{dJ}{dx} = -2R^2 q_w, \quad (7.31)$$

где  $J = \int_0^R \rho w c_p T r dr$  — величина, пропорциональная тепловому потоку в осевом направлении.

Анализ экспериментальных данных показал, что изменение  $J$  по длине канала приближенно подчиняется экспоненциальной зависимости

$$J = J_{вх} \exp(-\beta x), \quad (7.32)$$

причем величина  $\beta$  не зависит от числа  $Re_d$ .

С учетом (7.32) из (7.31) получается  $q_w = \beta J / 2R^2$  и, следовательно, формулу для локального числа Стантона можно записать в виде

$$St = \frac{\beta J}{2(\rho w)_* c_p \Delta T R^2} \quad (7.33)$$

С использованием параметра  $J$  для числа  $Re_T^{**}$  можно получить выражение:

$$Re_T^{**} = \frac{(\rho w)_* R}{\mu_{00}} \int_0^{\rho w} \frac{\rho w}{(\rho w)_*} \left(1 - \frac{T - T_w}{T_0 - T_w}\right) \frac{r}{R} dr =$$

$$= \frac{T_0 \frac{G}{2\pi} - \frac{J}{c_p}}{\mu_{00} R (\rho w)_* (T_0 - T_w)}, \quad (7.34)$$

где  $G$  — массовый расход воздуха;  $T_w$  — местная температура поверхности;  $T_0$  — температура газа на оси канала в рассматриваемом сечении.

Исследование скоростных полей при неизотермических условиях в циклонах [34] показало, что до  $\Psi_T = 1,22$  влиянием неизотермичности на распределение скоростей можно пренебречь. Поэтому при обобщении опытных данных использована информация о скоростных полях, рассмотренная в гл. 2.

Результаты измерения температурного поля по длине трубы для одного из завихрителей показаны на рис. 7.11. Из рисунка видно, что в начале трубы ( $\bar{x} = 1$ ) сохраняется ядро с постоянной температурой, в котором  $T_0 = T_{вх}$ , но при больших значениях температурное поле изменяется: за пределами пристенной области зависимость  $T = f(r)$  имеет линейный характер с возрастанием температуры по радиусу. Такой характер радиального распределения температуры обусловлен тем, что это распределе-

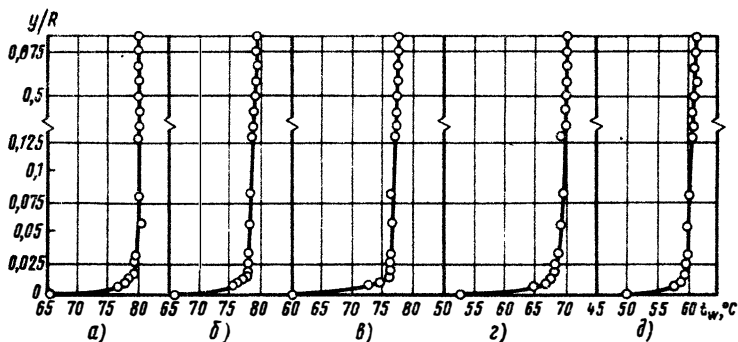


Рис. 7.11. Распределение температуры в трубе с  $\bar{l} = 150$  при  $\bar{Re}_d = 5 \cdot 10^4$  и  $t_{вх} = 80^\circ\text{C}$  при закрутке потока завихрителями с  $\varphi_H = 45^\circ$ ,  $n = 3$ : а —  $\bar{x} = 1$ ; б —  $\bar{x} = 7$ ; в —  $\bar{x} = 20$ ; г —  $\bar{x} = 60$ ; д —  $\bar{x} = 120$

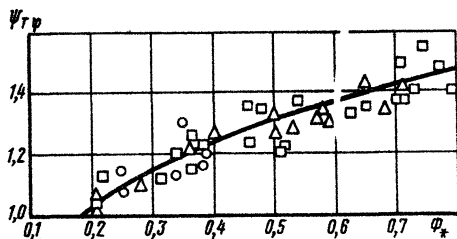


Рис. 7.12. Зависимость  $\Psi_{T\varphi}$  от  $\Phi_*$  для трубы с  $T = 150$  при  $Re_d^* = 5 \cdot 10^4 \dots 1,5 \cdot 10^5$ :  
 $\circ - \varphi_H = 15^\circ, n=3$ ;  $\triangle - \varphi_H = 45^\circ, n=1$ ;  $\square - \varphi_H = 45^\circ, n=3$

ние формируется не только за счет теплообмена потока со стенкой, но и за счет уменьшения интенсивности закрутки по длине канала, которое вызывает "отсос" массы газа в приосевую область.

Изменение температуры  $T_0$  на длине  $\bar{x} = 20 \dots 30$  не превышает 5%, а при  $\bar{x} = 120$  достигает 25%. Поэтому при значительной плотности теплового потока производная  $dT_0/d\bar{x}$ , входящая в интегральное соотношение энергии (1.54), может оказаться существенной и должна учитываться при его решении.

Анализ температурных полей в закрученном потоке показывает, что за пределами области пристенного течения температура потока изменяется незначительно и потому можно пользоваться общепринятым понятием толщины потери энергии

$$\delta_{T^*}^* = \int_0^{\delta_T} \frac{\rho w}{(\rho w)_*} \left(1 - \frac{T - T_w}{T_0 - T_w}\right) \frac{R - y}{R} dy, \quad (7.35)$$

а интегральное соотношение энергии будет таким же, как при осевом течении. Особенности закрученного течения учитываются при этом через величину  $w_*$ , входящую в  $St, Re_T^*, Re_d$ .

Обобщение опытных данных по местной теплоотдаче позволило получить относительную функцию теплообмена

$$\Psi_{T\varphi} = 1 + 0,64 (\Phi_* - 0,19)^{0,63}. \quad (7.36)$$

Из рис. 7.12 видно, что опытные данные отклоняются от обобщающей зависимости не более, чем на 10%.

Из формулы (7.36) следует, что при  $\Phi_* = 0,19$   $\Psi_{T\varphi} = 1$ , т. е. при  $\Phi_* \leq 0,19$  закономерности теплообмена для осевого и закрученного течений совпадают.

Для величины относительной функции теплообмена обобщающее уравнение имеет вид

$$\epsilon_{T\varphi} = 1 + 0,49 (\Phi_* - 0,19)^{0,61}. \quad (7.37)$$

Здесь коэффициент теплоотдачи определяется формулой (7.2)

МАССООТДАЧА ЗАКРУЧЕННЫХ ПОТОКОВ

8.1. ОСОБЕННОСТИ МАССООТДАЧИ В ЗАКРУЧЕННОМ ПОТОКЕ

При выгорании твердого топлива в потоке газообразного окислителя, при сублимации или разложении теплозащитного покрытия в процессе взаимодействия его с высокотемпературным газом происходит перенос массы вещества от поверхности твердого тела в поток и в обратном направлении. Закрутка потока способствует интенсификации процесса массообмена между газовым потоком и поверхностью канала и более резкому изменению интенсивности этого процесса по длине канала. Поэтому при расчете процессов массоотдачи в закрученном потоке особенно в коротких каналах необходимо определять локальные значения плотности массового потока на поверхности массообмена  $g_w$  и локальные коэффициенты массоотдачи

$$\beta_p = \frac{g_w}{p_{пw} - p_{пf}}, \quad \beta = \frac{g_w}{(z_w - z_f)\rho_w}, \quad (8.1)$$

где  $p_{пw}$  и  $p_{пf}$  — парциальные давления испаряющегося вещества на поверхности массообмена и в потоке;  $z_w$  и  $z_f$  — массовая концентрация испаряющегося вещества (кг/кг) в непосредственной близости от поверхности массообмена и в потоке.

Коэффициенты массоотдачи удобны в практических расчетах, но массовые потоки, которые они определяют ( $g_w$ ), включают в себя молекулярную и конвективную (стефанов поток) составляющие, что вызывает дополнительные трудности при обобщении результатов эксперимента. Молекулярную составляющую массового потока  $g_w^M$  можно выделить из общего потока вещества с помощью простой формулы

$$g_w^M = g_w (1 - z_w). \quad (8.2)$$

Массоотдача в закрученном потоке исследовалась экспериментальным путем. При обобщении результатов эксперимента использовались диффузионные числа Стантона и Нуссельта

$$St^D = \frac{g_w (1 - z_w)}{(\rho_w)_* (z_w - z_f)}, \quad \overline{St}^D = \frac{g_w (1 - z_w)}{(\rho_w)_{cp} (z_w - z_f)};$$

$$\text{Nu}_d^D = \frac{\beta d}{D} \quad (8.3)$$

и числа Рейнольдса

$$\overline{\text{Re}}_d = \frac{(\rho w)_{\text{ср}} d}{\mu_f}; \quad \overline{\text{Re}} = \frac{(\rho w)_{\text{ср}} x}{\mu_f};$$

$$\text{Re}_{\text{в.м}}^{**} = \frac{\int_0^x g_w dx}{\mu_f (z_w - z_f)}. \quad (8.4)$$

Здесь  $\beta = \bar{\beta}_p R_{\text{п}} T_w$ ;  $R_{\text{п}}$  — газовая постоянная испаряющегося вещества;  $D$  — коэффициент молекулярной диффузии;  $w_{\text{ср}}$  — среднерасходная скорость газа в канале (при испарении пленки скорость вычисляется относительно поверхности пленки);  $\text{Re}_{\text{в.м}}^{**}$  — число Рейнольдса, построенное по толщине вытеснения массы.

При принятой в (8.3) форме записи чисел подобия число Стантона отражает молекулярную составляющую потока массы с поверхности массообмена, а число Нуссельта — полный поток массы.

Закрутка потока приводит к существенному увеличению коэффициентов массоотдачи. Это обусловлено увеличением скорости закрученного потока в пристенной области по сравнению с осевым потоком, усилением массообменных процессов благодаря возникновению вихрей Тейлора — Гёртлера вблизи криволинейной поверхности и увеличению степени турбулентности.

Для случая адиабатного испарения с поверхности жидкостной пленки, стекающей по внутренней поверхности трубы, при осевом течении воздуха и больших интенсивностях испарения получено уравнение подобия

$$\text{Nu}_d^D = 0,023 \overline{\text{Re}}_d^{0,8} \text{Sc}^{0,4} \left( \frac{p}{p - p_{\text{пв}}} \right)^{0,82}, \quad (8.5)$$

которое обобщает опытные данные при  $\overline{\text{Re}}_d = 2,5 \cdot 10^3 \dots 9 \cdot 10^3$  и

$$p/p - p_{\text{пв}} = 1,25 \dots 6,65.$$

Здесь  $\text{Sc} = \frac{\nu}{D}$  — число Шмидта;  $p$  — давление в потоке.

Увеличение интенсивности массоотдачи благодаря закрутке потока можно оценить с помощью относительной функции массообмена

$$\bar{\epsilon}_{м\varphi} = \left( \frac{Nu_d^D}{Nu_{d_0}^D} \right) \overline{Re}_d \quad (8.6)$$

При испарении пленки воды с внутренней поверхности трубы в закрученный поток величина  $\epsilon_{м\varphi} \gg 2$ .

Закономерности процесса массоотдачи в закрученном потоке выявлены экспериментальным путем, а результаты экспериментов обобщены в форме закона массообмена, необходимого для решения интегрального соотношения диффузии, а также в форме уравнений подобия.

## 8.2. ОБ АНАЛОГИИ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛООБМЕНА И МАССООБМЕНА

Системы дифференциальных уравнений, описывающие процессы теплоотдачи и массоотдачи, при определенных условиях имеют одинаковую форму. Это позволяет использовать закономерности, полученные при исследовании процесса теплоотдачи, для расчета процесса массоотдачи. Для того чтобы выявить возможность использования этого метода для расчета массоотдачи в закрученных потоках необходимо рассмотреть факторы, которые могут привести к искажению аналогии процессов тепло- и массоотдачи.

Аналогия процессов теплообмена и массообмена в осевом потоке искажается главным образом из-за стефанова потока массы, обусловленного непроницаемостью стенки для осевого потока, из-за неодинаковости чисел Шмидта ( $Sc$ ) и Прандтля ( $Pr$ ), которые характеризуют свойства вещества, важные для процессов массоотдачи и теплоотдачи, из-за изменения интенсивности теплоотдачи под влиянием вдува инородного вещества в пограничный слой.

Соотношение чисел  $Sc$  и  $Pr$  характеризуется числом Льюиса — Семенова ( $Le$ ) и его турбулентным аналогом ( $Le_T$ )

$$Le = \frac{Pr}{Sc} = \frac{D}{a}; \quad Le_T = \frac{Pr_T}{Sc_T} \quad (8.7)$$

где  $Pr_T$  и  $Sc_T$  — турбулентные аналоги чисел Прандтля и Шмидта. Число  $Le$  может существенно отличаться от единицы, тогда как  $Le_T \cong 1$ .

В работе [10] для турбулентного течения на плоской пластине при  $Le \neq 1$  в ламинарном подслое получено уравнение числа

$$Nu_0^D = Nu \frac{T_w}{T_f} \left[ 1 + 0,82 B_{Mx}^2 \left( \frac{m_f}{m_b} \right)^{1,04} \right] Le^{n-1}, \quad (8.8)$$



$$\text{где } \bar{b}_{\text{мх}} = \frac{(\rho v)_w}{(\rho w)_{\text{ср}}} \frac{2}{c_x}; \quad c_x = \left\{ \exp \left[ \left( \frac{m_f}{m_b} \right)^{0,6} \frac{\bar{b}_0}{2} \right] \right\} c_{0x};$$

$$\bar{b}_0 = \frac{(\rho v)_w}{(\rho w)_{\text{ср}}} \frac{2}{c_{0x}}; \quad c_{0x} = 0,0263 \text{Re}^{-1/7} \left( \frac{2}{\sqrt{\frac{T_w}{T_f}} + 1} \right)^{4,6}; \quad m_f \text{ и } m_b -$$

молекулярные массы для основного потока и вдуваемого вещества;  $\text{Nu}_0^D$  — диффузионное число  $\text{Nu}$  для осевого потока;  $\text{Nu}$  — число Нуссельта, характеризующее теплоотдачу при вдуве инородного газа в пограничный слой, а показатель  $n$  определяется формулами:

$$\left. \begin{aligned} \text{при } \text{Sc} \leq 1 \quad n &= 0,2185 + 101 c_{0x} \frac{T_w}{T_f}; \\ \text{при } \text{Sc} > 1 \quad n &= 0,2400 + 48 c_{0x} \frac{T_w}{T_f}. \end{aligned} \right\} \quad (8.9)$$

Формула (8.8) отражает влияние на массоотдачу конвективного потока вещества и отличие числа Льюиса — Семенова от единицы.

Число Нуссельта, входящее в формулу (8.8), определяется выражением

$$\text{Nu} = \text{Nu}_0 \bar{\epsilon}_{\text{т.в}} \epsilon_{\text{т.и}}, \quad (8.10)$$

где  $\text{Nu}_0$  — число Нуссельта для пластины в "стандартных" условиях  $\bar{\epsilon}_{\text{т.в}}$  — поправка, отражающая влияние вдува на теплоотдачу;  $\epsilon_{\text{т.и}}$  — поправка, отражающая отличие физических свойств вдуваемого и основного газовых потоков. Эти поправки можно рассчитать по следующим формулам. По данным [ 42 ]

$$\bar{\epsilon}_{\text{т.в}} = \frac{\bar{b}_{0\tau} \exp \left( \frac{1 - \text{Pr}}{1 + \text{Pr}} \bar{b}_{0\tau} \right)}{1 + \frac{2}{1 + \text{Pr}} \bar{b}_{0\tau} \exp \left( \frac{\bar{b}_{0\tau}}{1 + \text{Pr}} \right) - \exp \left( \frac{1 - \text{Pr}}{1 + \text{Pr}} \bar{b}_{0\tau} \right)}, \quad (8.11)$$

где  $\bar{b}_{0\tau} = \frac{(\rho v)_w}{(\rho w)_{\text{ср}}} \frac{1}{\bar{\text{St}}_0}$ ;  $\bar{\text{St}}_0$  — число Стантона для пластины при "стандартных" условиях.

В работе [ 70 ] показано, что

$$\bar{\epsilon}_{т.н} = \exp \left\{ -0,48 \bar{b}_{0т} \frac{c_{pв}}{c_{pf}} \left[ 1 - 1,575 \ln \left( \frac{mf}{mв} + 0,89 \right) \right] \right\}, \quad (8.12)$$

где  $c_{pf}$  и  $c_{pв}$  — изобарные теплоемкости основного и вдуваемого газового потока.

Формула (8.8) с известным приближением может быть использована для расчета массоотдачи в трубе, если в выражении (8.10) величину  $Nu_0$  вычислить по уравнению подобия для трубы [20]

$$Nu_0 = 0,022 \bar{Re}^{0,8} \bar{x}^{0,2} Pr^{0,43} \epsilon_l, \quad (8.13)$$

где  $\bar{\epsilon}_l = 1,38 \bar{x}^{-0,12}$  при  $\bar{x} < 15$  и  $\epsilon_l = 1$  при  $\bar{x} \geq 15$ .

Рассмотренные факторы будут искажать аналогию процессов теплообмена и массообмена также и в закрученном потоке.

### 8.3. ЗАКОН МАССОБМЕНА ДЛЯ ЗАКРУЧЕННЫХ ПОТОКОВ

Закон массообмена для закрученного потока получен на основе опытного исследования массоотдачи в процессе испарения тонкой ламинарной пленки воды с внутренней поверхности вертикального цилиндрического канала, имеющего  $\Gamma = 13$ , в поток, закрутка которого осуществлялась аксиально-лопаточными завихрителями с геометрическими характеристиками, указанными в табл. 1.1. На выходе из канала устанавливалась диафрагма с  $d_k = 0,75$ .

Измерительный участок представлял собой короткий цилиндр ( $\Gamma = 2,12$ ), который устанавливался на различном расстоянии от завихрителя. Пленка жидкости создавалась в непосредственной близости от завихрителя перед измерительным участком с помощью распределителей, имеющих по 126 отверстий диаметром 0,8 мм. Неиспарившаяся часть жидкости отбиралась перед распределителем измерительного участка и за ним. Количество испарившейся жидкости определялось по изменению ее массового расхода путем взвешивания [11].

Применение измерительного участка малой длины и высокая равномерность распределения жидкости по периметру трубы позволяли получать жидкостную пленку малой толщины и протяженности и таким образом исключить влияние на массообмен условий движения пленки и волнообразования на ее поверхности. Поэтому полученные результаты могут использоваться для расчета массоотдачи от твердой поверхности в газовом потоке.

Температура поверхности испаряющейся пленки определялась расчетным путем на основе измеренных температур внутренней поверхности трубы с учетом параметров пленки. Этот вопрос подробно рассмотрен в [12].

Исследование проведено при  $\overline{Re}_d = 1,2 \cdot 10^4 \dots 1,3 \cdot 10^5$  и  $Re_{в.м}^* = 1,1 \cdot 10^2 \dots 3,1 \cdot 10^3$ . Температура воздушного потока и начальная температура воды, подаваемой в распределитель, поддерживались постоянными и равными соответственно 100 и 80° С.

При обработке результатов эксперимента использован относительный закон массообмена в форме

$$\left(\frac{St}{St_0}\right) Re_{в.м}^{**} = \Psi_M \Psi_{м.к} \Psi_{м\varphi}, \quad (8.14)$$

где  $\Psi_M$  — относительная функция массообмена, отражающая влияние неизотермичности и инородного вдува (отличие физических свойств основного потока и получающегося в процессе испарения вещества);  $\Psi_{м.к}$  и  $\Psi_{м\varphi}$  — относительные функции массообмена, отражающие влияние условий входа и закрутки на массообмен.

Величина  $St_0$  определяется стандартным законом массообмена (непроницаемая пластина, изотермические условия) [ 25 ]:

$$St_0^D = 0,0128 Re_{в.м}^{*-0,25} Sc^{-0,75} \left(\frac{\mu_w}{\mu_f}\right)^{0,25}. \quad (8.15)$$

Совместное влияние неизотермичности и инородного вдува рассчитывалось с помощью формулы [ 27 ]

$$\Psi_M = \left(\frac{2}{\sqrt{\frac{h_w}{h_f} + 1}}\right)^2 \left(\frac{\sqrt{\frac{c_{pw}}{c_{pf}} + 1}}{\sqrt{\frac{m_f}{m_w} + 1}}\right)^2 \left(1 - \frac{\bar{b}_M \Psi_M}{\bar{b}_{м.кр}}\right)^2, \quad (8.16)$$

где  $h_f$  и  $h_w$  — энтальпии смеси газов в ядре потока и у стенки;  $m_f$  и  $m_w$  — молекулярная масса в ядре потока и у стенки;  $c_{pf}$  и  $c_{pw}$  — изобарные теплоемкости в ядре потока и у стенки;

$\bar{b}_M = \frac{g_w}{(\rho w)_{ср}} \frac{1}{St}$  — параметр проницаемости при массообмене, а

$$\bar{b}_{м.кр} = \frac{b_{м.кр1} b_{м.кр2}}{b_{м.кр3}}. \quad (8.17)$$

Выражения для критических величин проницаемости  $b_{м.кр1}$ ,  $b_{м.кр2}$ ,  $b_{м.кр3}$  приведены в [ 27 ]. Параметры смеси в ядре потока и у стенки определяются по температуре основного потока и стенки соответственно.

В экспериментальной установке вход в исследуемый участок трубы выполнен в виде конического конфузора. В этом случае влияние ускорения потока перед входом в трубу на интенсивность массообмена можно учесть с помощью поправки [ 36 ]

$$\Psi_{\text{м.к}} = \frac{1,89}{\text{Re}_{\text{в.м}}^{**0,069}} . \quad (8.18)$$

При обобщении опытных данных число Шмидта подсчитывалось по параметрам паровоздушной смеси для условий на поверхности испарения.

Анализ опытных данных показал, что приближенно для всех завихрителей выполняется пропорциональность  $\frac{\text{St}^D \text{Sc}^{0,75}}{\Psi_{\text{м}} \Psi_{\text{м.к}}} \sim \sim \text{Re}_{\text{в.м}}^{** - 0,25}$ .

Относительные функции массообмена  $\bar{\Psi}_{\text{м}\varphi}$ , отражающие влияние закрутки потока на изменение диффузионного числа  $\bar{\text{St}}^D$ , при определении которого использованы средние скорости потока [ см. формулу (8.3) ], обобщены выражением

$$\bar{\Psi}_{\text{м}\varphi} = 1 + 1,63\Phi_{\text{в.к}}^{1,063} . \quad (8.19)$$

Соответствие этой формулы результатам эксперимента иллюстрируется рис. 8.1. Для аксиально-лопаточных завихрителей эта формула отражает массоотдачу при  $\bar{x} = 1 \dots 11$ . Возможность использования ее при  $\bar{x} < 3,5$  для других завихрителей нуждается в специальной проверке.

Информация о структуре закрученного потока на основном участке, рассмотренная в гл. 2 и 3, позволила определить относительную функцию массообмена  $\Psi_{\text{м}\varphi}$ , включающую число  $\text{St}^D$ , при вычислении которого использована максимальная скорость потока  $w^*$ . Обобщение результатов эксперимента позволило получить формулу

$$\Psi_{\text{м}\varphi} = 1 + 0,62\Phi_{\text{в.к}}^{0,87} . \quad (8.20)$$

В соответствии с этой формулой закон массообмена для закрученного потока можно записать в форме

$$\text{St}^D = 0,0128 \text{Re}_{\text{в.м}}^{** - 0,25} \text{Sc}^{-0,75} \left( \frac{\mu_w}{\mu_f} \right)^{0,25} (1 + 0,62\Phi_{\text{в.к}}^{0,87}) \times \times \Psi_{\text{м}} \Psi_{\text{м.к}} . \quad (8.21)$$

Это уравнение может быть использовано для расчета процесса массообмена в закрученном потоке совместно с интегральным

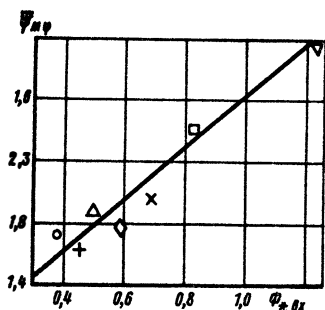


Рис. 8.1. Зависимость  $\Psi_{M\varphi} =$

$$= f(\Phi_{*BX});$$

$0 - \varphi_H = 15^\circ, n = 3; \Delta - \varphi_H = 30^\circ,$   
 $n = 3; \square - \varphi_H = 45^\circ, n = 3; \nabla -$   
 $\varphi_H = 60^\circ, n = 3; \times - \varphi_H = 45^\circ,$   
 $n = 1; \diamond - \varphi_B = 45^\circ, n = 0; + -$   
 $\varphi_H = 45^\circ, n = -1$

соотношением диффузии при разнообразных граничных условиях.

Сопоставление относительной функции теплообмена  $\Psi_{T\varphi}$  [см. формулу (7.21)] и относительной функции массообмена  $\Psi_{M\varphi}$  [см. формулу (8.20)] позволяет заключить, что в исследованном диапазоне изменения параметра закрутки ( $\Phi_{*BX} < 1,23$ ) они отличаются не более, чем на 4%, причем  $\Psi_{T\varphi} < \Psi_{M\varphi}$ . Следовательно, если при определении плотности массового потока с поверхности массообмена исключить влияние факторов, искажающих аналогию (см. разд. 8.2), то аналогия процессов теплообмена и массообмена в закрученных потоках подтверждается экспериментально с удовлетворительной точностью.

#### 8.4. УРАВНЕНИЕ ПОДОБИЯ ДЛЯ МАССООБМЕНА В ЗАКРУЧЕННЫХ ПОТОКАХ

Опытные данные, описанные в предыдущем разделе, использованы также для получения уравнений подобия, позволяющих определить коэффициенты массоотдачи без решения интегрального соотношения диффузии.

При обработке опытных данных коэффициент массоотдачи определялся по среднеинтегральным значениям  $R_{пв}$  и  $R_{пф}$  для всего измерительного участка, а физические свойства паровоздушной смеси определялись по температуре  $T_f$ . Величина числа  $Nu_{d_0}^D$  определялась по формуле (8.5) с введением поправки на длину трубы  $\epsilon_l$ , которая найдена в опытах по теплоотдаче [1]. Возможность использования этой поправки подтверждена экспериментами по массоотдаче в потоке без закрутки. Коэффициент диффузии паров воды в воздух рассчитывался по формуле

$$D = 0,2106 \left(\frac{T_f}{273}\right)^{1,82}. \quad (8.22)$$

Анализ опытных данных показал, что для всех испытанных завихрителей и относительной координаты  $x$  наблюдается зависи-

Рис. 8.2. Зависимость  $\bar{\epsilon}_{M\varphi} = f(\Phi_{*B\chi})$   
(Обозначения те же, что на рис. 8.1)

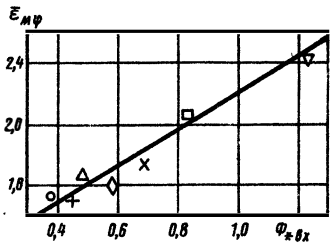
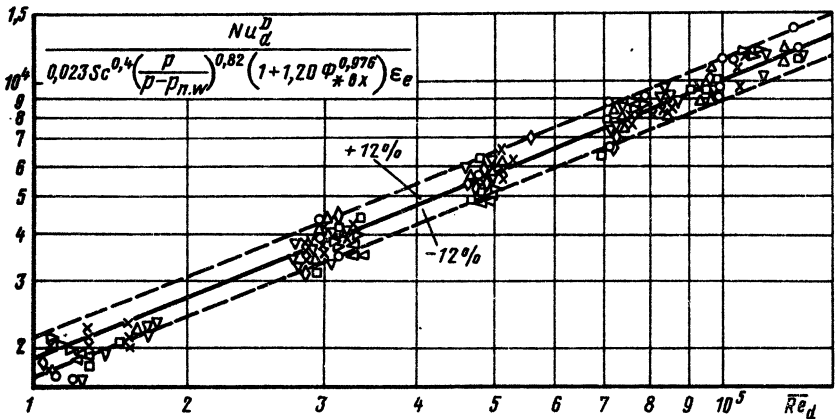


Рис. 8.3. Зависимость  $Nu_d^D = f(\overline{Re}_d)$  для закрученного потока при  $\chi = 1 \dots 11$ :

$\nabla$  —  $\varphi_H = 15^\circ, n = 3$ ;  $\square$  —  $\varphi_H = 30^\circ, n = 3$ ;  $\triangle$  —  $\varphi_H = 45^\circ, n = 3$ ;  
 $\diamond$  —  $\varphi_H = 60^\circ, n = 3$ ;  $\nabla$  —  $\varphi_H = 45^\circ, n = 1$ ;  $\triangleleft$  —  $\varphi_H = 45^\circ, n = 0$ ;  
 $\circ$  —  $\varphi_H = 45^\circ, n = -1$ ;  $\times$  — осевой поток



мость  $Nu_d^D \sim \overline{Re}_d^0.8$ . Поэтому предполагая, что влияние числа Шмидта и степенного потока сохраняется таким же, как и в осевом потоке, где это влияние учитывается множителями  $Sc^{0.4}$  и  $(\frac{p}{p-p_{пw}})^{0.82}$ , результаты эксперимента удобно представить в виде зависимости относительной функции массообмена от параметра закрутки

$$\bar{\epsilon}_{M\varphi} = 1 + 1,20\Phi_{*B\chi}^{0,976}. \quad (8.23)$$

На рис. 8.2 эта зависимость сопоставлена с результатами экспериментального исследования.

С учетом уравнения (8.23) получено следующее уравнение подобия для расчета массоотдачи в закрученный поток

$$Nu_d^D = 0,023 \overline{Re}_d^{0,8} Sc^{0,4} \left(\frac{p}{p-p_{пw}}\right)^{0,82} (1+1,20\Phi_{*B\chi}^{0,976}) \epsilon_l. \quad (8.24)$$

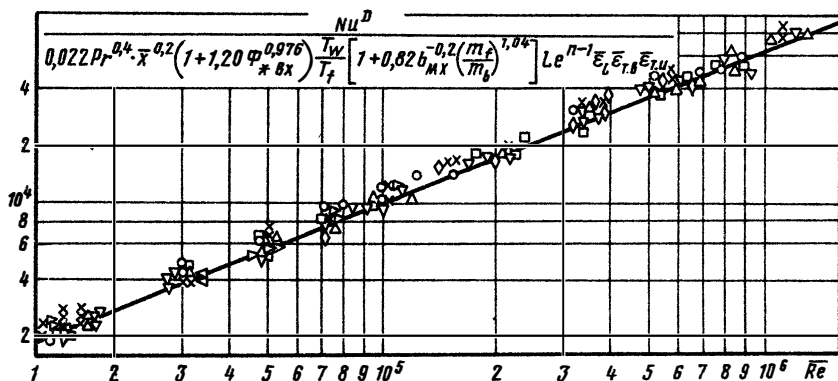


Рис. 8.4. Зависимость  $Nu^D = f(\bar{Re})$  для массоотдачи в закрученном потоке при  $\bar{x} = 1 \dots 11$ ,  $\varphi_H = 15 \dots 60^\circ$ ,  $n = -1 \dots 3$

подавляющее большинство опытных точек обобщаются уравнением (8.24) с погрешностью не более, чем 12% (рис. 8.3). Массоотдача в осевой поток ( $\Phi_{*BX} = 0$ ) также подчиняется этой закономерности.

Уравнение (8.24) удобно использовать для расчета массоотдачи в закрученные потоки при испарении и сублимации, когда величину  $p_{шв}$  легко определить по температуре испаряющейся (сублимирующей) поверхности. При термическом разложении материала стенки или при ее выгорании определение парциального давления диффундирующего вещества на поверхности затруднено, поэтому для характеристики поперечного потока вещества удобнее воспользоваться параметром вдува (или проникаемости).

Для закрученного потока

$$Nu^D = \bar{\epsilon}_{M\varphi} Nu_0^D, \quad (8.25)$$

а величина  $Nu_0^D$  определяется формулой (8.8).

Расчетное соотношение для массоотдачи в закрученный поток, полученное на основе формулы (8.25) с учетом уравнений (8.23), (8.8) и (8.13), имеет вид

$$Nu^D = 0,022 \bar{Re}^{0,8} Pr^{0,4} \bar{x}^{0,2} (1 + 1,20 \Phi_{*BX}^{0,976}) \frac{T_w}{T_f} [1 + 0,82 b_{Mx}^{1,2} (\frac{m_f}{m_b})^{1,04}] Le^{n-1} \epsilon_l \bar{\epsilon}_{Tb} \bar{\epsilon}_{Tn}. \quad (8.26)$$

Соответствие формулы (8.26) результатам эксперимента показано на рис. 8.4.

## 8.5. ЗАКОН МАССООБМЕНА ДЛЯ ЧАСТИЧНО ЗАКРУЧЕННЫХ ПОТОКОВ

Экспериментальное исследование массоотдачи в частично закрученных потоках выполнено с использованием входного устройства, показанного на рис. 1.4,а [12]. Конструкция и геометрические характеристики рабочего участка, методы создания и измерения массовых потоков с поверхности испарения были такими же, как и при исследовании полностью закрученных потоков, и описаны в разд. 3.2. Входные устройства имели  $\bar{F}_H = 0,1 \dots 0,5$ , величина  $\bar{G}_H$  изменялась в опытах от 0,15 до 0,485, геометрические характеристики испытанных завихрителей указаны в табл. 1.1.

Обобщение результатов эксперимента с использованием среднерасходной скорости газа позволило получить для относительной функции массообмена следующее уравнение:

$$\bar{\Psi}_{M\varphi} = 1 + 1,52\Phi_{*BX}. \quad (8.27)$$

Соответствие обобщающего уравнения опытными данным показано на рис. 8.5. Отклонение опытных точек от уравнения (8.27) не превышает 8%.

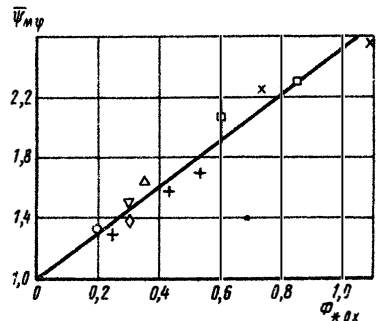
При использовании для обработки опытных данных скорости  $w_*$  получено следующее выражение для относительной функции массообмена:

$$\Psi_{M\varphi} = 1 + 0,52\Phi_*^{0,84}. \quad (8.28)$$

С учетом этой формулы закон массообмена для частично закрученного потока в соответствии с формулой (8.15) запишется в виде

$$St^D = 0,0128 Re_{B.M}^{*-0,25} Sc^{-0,75} \Psi_M \Psi_{M,K} (1 + 0,52\Phi_*^{0,84}) \times \left( \frac{\mu_w}{\mu_f} \right)^{0,25}. \quad (8.29)$$

Рис. 8.5. Зависимость  $\bar{\Psi}_{M\varphi} = f(\Phi_{*BX})$  для частичной закрутки потока при  $\bar{F}_H = 0,1 \dots 0,5$ :  
 ○ —  $\varphi_H = 15^\circ$ ,  $n = 3$ ; △ —  $\varphi_H = 30^\circ$ ,  $n = 3$ ; □ —  $\varphi_H = 45^\circ$ ,  $n = 3$ ; × —  $\varphi_H = 60^\circ$ ,  $n = 3$ ; + —  $\varphi_H = 45^\circ$ ,  $n = 1$ ; ▽ —  $\varphi_H = 45^\circ$ ,  $n = 0$ ; ◇ —  $\varphi_H = 45^\circ$ ,  $n = -1$





Аналогия процессов теплообмена и массообмена в частично закрученных потоках также подтверждается с высокой точностью. Сопоставление формул (7.27) и (8.28) для относительных функций теплообмена и массообмена показывает, что в исследованном диапазоне параметра закрутки ( $\Phi_{*ВХ} < 1,1$ ) отличие в значениях этих функций не превышает 1%.

### 8.6. УРАВНЕНИЕ ПОДОБИЯ ДЛЯ МАССООБМЕНА В ЧАСТИЧНО ЗАКРУЧЕННЫХ ПОТОКАХ

Перепуск части газа помимо закручивающего устройства приводит к значительному уменьшению интенсивности массоотдачи в закрученный поток. Влияние перепуска газа помимо завихрителя на коэффициент массоотдачи показано на рис. 8.6. Как видно, при перепуске половины массового расхода помимо завихрителя для рассматриваемых условий коэффициент массоотдачи уменьшается на 46%.

Анализ опытных данных по массоотдаче в частично закрученные потоки показал, что для всех завихрителей и величин  $\bar{F}_H$  соблюдается пропорциональность  $Nu^D \sim Re^{0,8}$ . Поэтому предполагая, что влияние числа Шмидта и поперечного потока вещества сохраняется таким же, как в осевом потоке, результаты эксперимента удобно представить в виде зависимости  $\bar{\epsilon}_{м\varphi} = f(\Phi_{*ВХ})$ , показанной на рис. 8.7. Обобщающая линия описывается уравнением

$$\bar{\epsilon}_{м\varphi} = 1 + 1,12\Phi_{*ВХ}. \quad (8.30)$$

Опытные точки отклоняются от этой зависимости не более, чем на 6%.

В диапазоне  $\Phi_{*ВХ} = 0,1 \dots 1,2$  величина  $\bar{\epsilon}_{м\varphi}$ , подсчитанная по формулам (8.30) и (8.23), отличается на 1,5...4%. Следовательно, закономерность  $\bar{\epsilon}_{м\varphi} = f(\Phi_{*ВХ})$  одинакова для полностью и частично закрученных потоков.

С учетом зависимости (8.30) уравнение подобия для расчета массоотдачи в закрученный поток приводится к виду

$$Nu^D = 0,023 \bar{Re}_d^{0,8} Sc^{0,4} \left( \frac{p}{p - p_{пв}} \right)^{0,82} (1 + 1,12\Phi_{*ВХ}) \epsilon_l. \quad (8.31)$$

Когда количество отделяющегося от поверхности массообмена вещества удобнее определять не по парциальному давлению, а по параметру проницаемости, расчетная формула для коэффи-

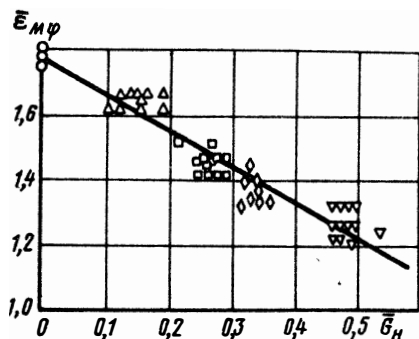


Рис. 8.6. Зависимость относительной функции массообмена от  $\bar{G}_H$  при использовании завихрителя с  $\varphi_H = 45^\circ$  и  $n = 1$  и перепускного устройства с  $\bar{F}_H = 0 \dots 0,5$ :

○ —  $\bar{F}_H = 0$ ; △ —  $\bar{F}_H = 0,1$ ; □ —  $\bar{F}_H = 0,2$ ; ◇ —  $\bar{F}_H = 0,3$ ; ▽ —  $\bar{F}_H = 0,5$

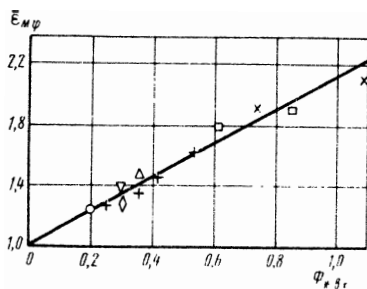


Рис. 8.7. Зависимость  $\bar{\epsilon}_{M\varphi} = f(\Phi_{*Bx})$  для частично закрученного потока при  $\bar{F}_H = 0,1 \dots 0,5$ :

○ —  $\varphi_H = 15^\circ, n = 3$ ; △ —  $\varphi_H = 30^\circ, n = 3$ ; □ —  $\varphi_H = 45^\circ, n = 3$ ; × —  $\varphi_H = 60^\circ, n = 3$ ; + —  $\varphi_H = 45^\circ, n = 1$ ; ▽ —  $\varphi_H = 45^\circ, n = 0$ ; ◇ —  $\varphi_H = 45^\circ, n = -1$

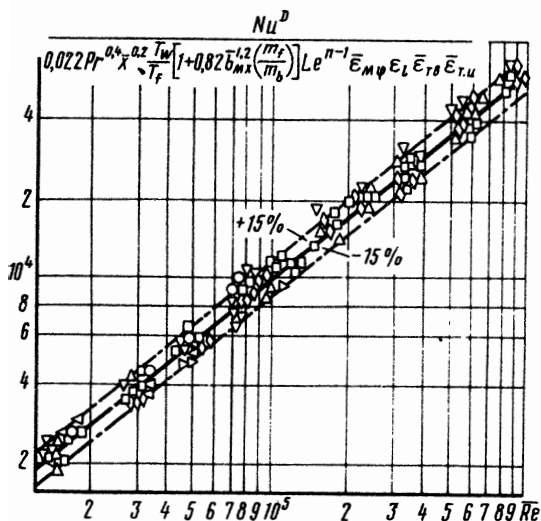


Рис. 8.8 Зависимость  $Nu^D = f(\bar{Re})$  для массоотдачи в частично закрученный поток при  $x = 1 \dots 11$ ;  $\varphi_H = 15 \dots 60^\circ$ ;  $n = -1 \dots 3$ ;  $\bar{F}_H = 0,1 \dots 0,5$

циента массоотдачи получается на основе методики, рассмотренной в разд. 8.3. Эта формула имеет вид

$$\text{Nu}^D = 0,022 \bar{\text{Re}}^{0,8} \text{Pr}^{0,4} (1 + 1,12 \Phi_{* \text{вх}}) \bar{x}^{0,2} \frac{T_w}{T_f} \left[ 1 + 0,82 \bar{b}_{\text{мх}}^{1,2} \left( \frac{m_f}{m_b} \right)^{1,04} \right] \text{Le}^{n-1} \epsilon_f \bar{\epsilon}_{\text{тб}} \bar{\epsilon}_{\text{т.н}} \quad (8.32)$$

На рис. 8.8 эта полуэмпирическая зависимость сопоставлена с результатами эксперимента. Как видно подавляющее большинство опытных точек отклоняется от нее не более, чем на 15%.

**ИНЖЕНЕРНЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА ТЕЧЕНИЯ,  
ТЕПЛО- И МАССООБМЕНА ЗАКРУЧЕННЫХ ПОТОКОВ  
В КАНАЛАХ**

**9.1. ОБОБЩЕННЫЕ ЗАКОНЫ ТЕПЛО- И МАССООБМЕНА**

В гл. 7 и 8 получены уравнения (7.21), (7.27), (7.30), (7.36), (8.20), (8.28) для расчета относительных функций тепло- и массообмена, учитывающих влияние закрутки потока. В общем случае они могут быть представлены уравнениями

$$\Psi_{T\varphi} = 1 + M(\Phi_* - a)^m; \quad \Psi_{M\varphi} = 1 + N(\Phi_* - b)^n, \quad (9.1)$$

где абсолютные значения постоянных  $M, N, a, b, m, n$  определяются видом граничных условий.

Обработка опытных данных, соответствующих уравнениям (7.21), (7.27), (7.30), (7.36), (8.20), (8.28), позволила получить выражения, являющиеся обобщенными относительными функциями тепло- и массообмена при течении закрученных потоков в трубах. Они определяются следующими выражениями [54]:

$$\Psi_{T\varphi} = 1 + 0,61(\Phi_* - 0,13)^{0,65}; \quad \Psi_{M\varphi} = 1 + 0,62(\Phi_* - 0,13)^{0,64}. \quad (9.2)$$

Уравнения (9.2) получены для завихрителей с профилированными лопатками и могут использоваться для решения интегральных соотношений энергии и диффузии, рассмотренных в гл. 1, в диапазоне  $\Phi_* < 1,29$ . В качестве примера рассмотрим расчетную формулу для теплоотдачи в непроницаемом канале с закруткой потока на входе. Исходя из принципа суперпозиции отдельных воздействий в условиях совместного влияния неизотермичности и закрутки для дозвукового режима течения ( $M < 0,3$ ) закон теплообмена можно записать так:

$$St = St_0 \Psi_T \Psi_{T\varphi}, \quad (9.3)$$

где  $\Psi_T = \left(\frac{2}{\sqrt{\psi} + 1}\right)^2$  — относительная функция неизотермичности [26];  $\psi = T_w/T_0$  — температурный фактор;  $St_0 = A Re_T^{* - p} Pr^{-k}$  — "стандартное" тепловое число Стантона для безградиентного ква-

зиизотермического течения на пластине, в котором константы  $A$ ,  $p$ ,  $k$  зависят от величины числа  $Re_T^*$  [ 25 ].

Решение интегрального соотношения энергии (1.54) совместно с уравнением (9.3) для произвольного закона изменения температуры стенки по длине трубы имеет вид

$$St = \left[ \frac{A}{Pr^k (1+p)^p} \right]^{1+p} \Delta T^p \Psi_{T\varphi} \Psi_T \left[ \int_0^{\bar{x}} \Psi_T Re_d \times \right. \\ \left. \times \Psi_{T\varphi} \Delta T^{1+p} d\bar{x} \right]^{-\frac{p}{1+p}}, \quad (9.4)$$

где  $\Delta T = T_0 - T_w$  — местный температурный напор;  $Pr$  — число Прандтля.

Из анализа уравнения (9.4) следует, что для определения коэффициента теплоотдачи по длине трубы необходимо знать изменение интенсивности закрутки потока  $\Phi_*$  и числа  $Re_d$  вдоль канала. Следовательно, динамическая и тепловая задачи в данном случае должны решаться совместно. Для квазиизотермических условий закономерности трансформации  $\Phi_*$  и  $Re_d$  по длине трубы могут рассчитываться по уравнениям, полученным в гл. 2.

В настоящее время в литературе опубликованы отдельные результаты, посвященные изучению локальной теплоотдачи при начальной закрутке лопаточными завихрителями [ 50 ]. Однако, их практическая ценность в значительной степени снижается вследствие двух основных причин.

1. При обобщении опытных данных не используется параметр, характеризующий интенсивность закрутки потока.

2. Экспериментальные результаты получены для частных граничных условий и представлены в форме коэффициента интенсификации теплообмена  $\epsilon_{T\Sigma}$ , учитывающего совместное влияние закрутки и неизотермичности.

Из интегрального соотношения энергии при условии  $T_w = \text{const}$  или  $q_w = \text{const}$  удается получить выражение  $\Psi_{T\varphi} = \Psi_T^{-1} \epsilon_{T\Sigma}^{1,25}$ , которое позволяет вычислить величину  $\Psi_{T\varphi}$  при известном значении  $\epsilon_{T\Sigma}$ . С учетом этого приведенные в [ 50 ] опытные данные различных авторов, полученные для условий  $T_w = \text{const}$  и  $q_w = \text{const}$ , а также результаты, рассмотренные в гл. 7, 8, обобщены единым уравнением

$$\bar{\Psi}_{T\varphi} = 1 + 0,91 \Phi_{*ВХ.Т}^{0,65}, \quad (9.5)$$

которое удовлетворительно согласуется также с опытными данными для начальной закрутки шнековыми завихрителями [ 50 ]. Использование действительного значения параметра начальной закрутки и учет трансформации интенсивности закрутки по дли-

не канала позволяет получить относительную функцию теплообмена в следующем виде [ 54 ]:

$$\Psi_{T\varphi} = 1 + 0,62\Phi_*^{0,76} . \quad (9.6)$$

Уравнение (9.6) является более общим и рекомендуется для расчета локальных коэффициентов теплообмена в цилиндрических и кольцевых каналах (на внешней поверхности) длиной до 150 калибров в условиях проницаемой и непроницаемой стенки при вдуве газов различной физической природы. Оно может быть использовано в первом приближении и при других способах начальной закрутки.

## 9.2. ИНТЕГРАЛЬНЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА ЗАКРУЧЕННОГО ТЕЧЕНИЯ В НЕПРОНИЦАЕМЫХ ТРУБАХ

Полученные в гл. 2 зависимости для локальных и интегральных параметров закрученного потока можно использовать только для расчета изотермических течений. Однако и в этих случаях они не позволяют вычислить некоторые важные характеристики. Более широкими возможностями обладают методы, основанные на решении интегральных соотношений импульсов в совокупности с граничными условиями и эмпирическими уравнениями для некоторых интегральных параметров потока (законы трения и теплообмена, формпараметры потока). Кроме того, интегральные методы являются наиболее удобным инженерным средством для вычисления характеристик течения и теплообмена при наличии комплекса воздействий (неизотермичность, закрутка, вдув и т. д.).

В качестве примера применения интегрального метода к расчету внутренних закрученных потоков рассмотрим изотермическое течение в трубе [ 51 ]. Интегральные соотношения импульсов (1.49) и (1.50) при  $Re_w = 0$  имеют следующий вид:

$$\frac{d}{dx} \left\{ \frac{\Phi_*}{\Phi} Re_d [Re^{**} - 0,25 Re_{d_0}] \right\} = \frac{c_x}{2} Re_d^2 ; \quad (9.7)$$

$$\frac{d}{dx} \left\{ \Phi_* Re_d [Re^{**} - 0,25 Re_{d_0}] \right\} = \frac{c_\varphi}{2} Re_d^2 \bar{\Gamma}_* , \quad (9.8)$$

где  $Re_d$  и  $\bar{\Gamma}_*$  определяются уравнениями (1.47), (1.51). Для замыкания уравнений (9.7), (9.8) используется закон трения

$$\frac{c_x}{2} = M \operatorname{Re}^{** -m} \operatorname{Pr}^{-n} \Psi_\varphi, \quad (9.9)$$

где константы  $M$ ,  $m$ ,  $n$  определяются диапазоном изменения числа  $\operatorname{Re}^{**}$  [25], а  $\Psi_\varphi$  — уравнением (6.10). При этом учитывается, что согласно равенству (6.6), уравнение (9.9) определяет также закон трения в тангенциальном направлении ( $c_\varphi/2$ ). Кроме того, привлекаются выражения, характеризующие влияние закрутки на формпараметры потока

$$H_x = H_0 (1 + 1,15\Phi_*); \quad H_{x\varphi} = 2,14H_0 \Phi_*^{1,7}, \quad (9.10)$$

а также уравнение

$$\Phi = B_0 \Phi_*^{b_0}, \quad (9.11)$$

в котором константы  $B_0$ ,  $b_0$  определяются относительной длиной канала и степенью диафрагмирования его выходного сечения (см. табл. 3.1, 3.2).

Для удобства решения преобразуем уравнения (9.7), (9.8). Учитывая (9.11), интегральное соотношение (9.7) представим в развернутом виде

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \left\{ B_0 \Phi_*^{b_0-1} \operatorname{Re}_d \Phi_* (\operatorname{Re}^{**} - 0,25\operatorname{Re}_{d_0}) \right\} &= B_0 (b_0 - \\ &- 1) \operatorname{Re}_d \Phi_*^{b_0-1} (\operatorname{Re}^{**} - 0,25\operatorname{Re}_{d_0}) \frac{d\Phi_*}{dx} + \\ &+ B_0 \Phi_*^{b_0-1} \frac{d}{dx} [\Phi_* \operatorname{Re}_d (\operatorname{Re}^{**} - 0,25\operatorname{Re}_{d_0})] = \frac{c_x}{2} \operatorname{Re}_d^2. \end{aligned} \quad (9.12)$$

Сделаем замену выражения в квадратных скобках уравнений (9.12) из соотношения (9.8). После относительно простых преобразований получим следующие выражения [51]:

$$\begin{aligned} \frac{d\Phi_*}{dX} &= \left[ \frac{1 - zB_0 \Phi_*^{b_0}}{B_0 (b_0 - 1) \Phi_*^{b_0-1} (\operatorname{Re}^{**} - 0,25\operatorname{Re}_{d_0})} \right] \frac{c_x}{2} \operatorname{Re}_d^2 \operatorname{Re}_{d_0}^{0,25}; \quad (9.13) \\ \frac{d\operatorname{Re}^{**}}{dX} &= \left[ \frac{\operatorname{Re}_d z - (\operatorname{Re}_d + 4\Phi_* \operatorname{Re}^{**} \frac{dH_x}{d\Phi_*}) \frac{1 - B_0 z \Phi_*^b}{B_0 (b_0 - 1) \Phi_*^b}}{8H_x \operatorname{Re}^{**}} \right] \times \\ &\times \frac{c_x}{2} \operatorname{Re}_d^2 \operatorname{Re}_{d_0}^{0,25}, \end{aligned} \quad (9.14)$$

где  $X = \bar{x} Re_{d_0}^{0,25}$  — универсальная продольная координата;  $z = (Re^{**} - 0,25 Re_{d_0}) / (-\frac{H_{x\varphi}}{H_x} Re^{**} - 0,25 Re_{d_0})$ . Уравнения (9.13)

(9.14) описывают изменение интенсивности закрутки потока  $\Phi_*$  и числа  $Re^{**}$  по длине цилиндрического канала. Зная эти две характеристики, далее можно вычислить ряд локальных и интегральных характеристик закрученного потока.

Условия на входе в канал в соответствии с уравнением (1.56) задаются в следующем виде:

$$X = 0, \Phi_{*ВХ}; Re^{**} = 0,25 \bar{Re}_d [1 - \frac{\kappa}{(\rho w)_{*ВХ}}], \quad (9.15)$$

где  $\kappa$  — функция параметра начальной закрутки [51].

Таким образом, система уравнений (9.13), (9.14), (9.15), (9.9), (9.10) характеризует развитие и трансформацию закрученного потока в трубе в условиях начальной закрутки потока. Она решалась численным методом в параметрической форме. На рис. 9.1, 9.2 приведены результаты решения этой системы методом Рунге—Кутты на ЭВМ М-220 при течении в трубе длиной 150 калибров. При построении графиков принято  $\frac{\tilde{c}_x}{2} = 25 \cdot \frac{c_x}{2} Re_{d_0}^{0,25}$ ,  $\tilde{Re}^{**} = Re^{**} / Re_{d_0}$ .

Анализ этих результатов позволяет сделать следующие основные выводы. Число  $Re^{**}$  по длине канала в отличие от осевых потоков [26] изменяется по кривой с минимумом. Это объясняется тем, что  $Re^{**} \sim \frac{1}{1 - K_x/w_*}$ ; поскольку параметр  $K_x$

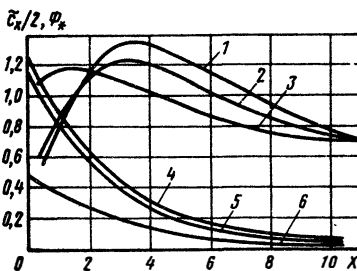


Рис. 9.1. Изменение коэффициента трения и параметра закрутки потока по длине трубы (расчет):

1, 2, 3 —  $\frac{c_x}{2}$ ; 1 —  $\Phi_{*ВХ} = 1,36$ ; 2 —  $\Phi_{*ВХ} = 1,21$ ; 3 —  $\Phi_{*ВХ} = 0,49$ ; 4, 5, 6 —  $\Phi_*$ ; 4 —  $\Phi_{*ВХ} = 1,36$ ; 5 —  $\Phi_{*ВХ} = 1,21$ ; 6 —  $\Phi_{*ВХ} = 0,49$

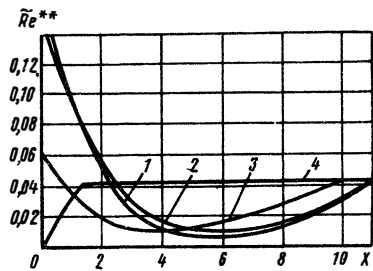


Рис. 9.2. Изменение числа  $\bar{Re}^{**}$  по длине трубы (расчет):

1 —  $\Phi_{*ВХ} = 1,36$ ; 2 —  $\Phi_{*ВХ} = 1,21$ ; 3 —  $\Phi_{*ВХ} = 0,49$ ; 4 — осевое течение



является монотонной, а  $w_*$  — экстремальной функцией (см. рис. 2.13), то в области  $\Phi_* = 0,14 \dots 0,16$  для всех  $\Phi_{*вх}$  имеет место минимум числа  $Re^{**}$ . В соответствии с этим по длине канала можно выделить две области течения: в первой из них, до минимума числа  $Re^{**}$  влияние закрутки (поперечного градиента давления) на структуру потока является преобладающим. Во второй области вследствие малой интенсивности закрутки преобладают закономерности осевого течения — нарастает пограничный слой, что приводит к росту скорости в ядре потока и увеличению числа  $Re^{**}$ . По-видимому, это значение  $\Phi_*$  и может использоваться для характеристики сильно- и слабозакрученных потоков в каналах. При  $\Phi_* \approx 0,05$  число  $Re^{**}$  практически соответствует его значению в конце гидродинамического начального участка при осевом течении [ 25 ].

Вследствие экстремального характера изменения числа  $Re^{**}$  и относительной функции закрутки  $\Psi_\varphi$  от параметра закрутки  $\Phi_*$ , коэффициент трения  $c_x/2$  по длине канала также изменяется по кривой с максимумом. С ростом интенсивности начальной закрутки этот максимум смещается далее от входа в канал, однако он всегда располагается в области  $\Phi_* = 0,34 \dots 0,36$ . Таким образом, при  $\Phi_* > 0,37$  продольное уменьшение скоростного напора  $\rho_* w_*^2/2$  происходит быстрее, чем уменьшение поверхностного касательного напряжения трения  $\tau_{xw}$ . Указанный характер трансформации поверхностного трения существенно отличает закономерности развития закрученных и осевых потоков в области значительной закрутки.

Длину участка гидродинамической стабилизации закрученного потока можно оценить по абсолютной величине числа  $Re^{**}$ , которое для осевого потока хорошо известно [ 25 ]. Анализ рис. 9.2 показывает, что при  $\Phi_* = 1,21$  и  $Re_{d_0} = 10^5$  длина гидродинамического начального участка увеличивается почти в 8 раз по сравнению с осевым течением в трубах, что удовлетворительно согласуется с опытами, описанными в разд. 2.1.

Предлагаемый метод расчета при известном значении параметра закрутки позволяет вычислить комплекс локальных и интегральных параметров — формпараметры  $H_x$ ,  $H_{x\varphi}$ , число  $Re_d$ , относительные скорости  $\bar{w}_*$  и  $\bar{\Gamma}_*$ , касательные напряжения трения  $\tau_{xw}$ ,  $\tau_{\varphi w}$ , осевую проекцию полного импульса, осевую проекцию потока момента количества движения (по уравнениям Эйлера) и т. д. Далее по уравнениям, полученным в гл. 2, можно определить профиль осевой и суммарной скоростей в области пристенного течения.

В заключение отметим, что расчетные результаты и опытные данные находятся в удовлетворительном соответствии (в пределах 5...8%).

### 9.3. ИНТЕГРАЛЬНЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА ТЕЧЕНИЯ И ТЕПЛООБМЕНА В ПРОНИЦАЕМОМ ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ КАНАЛЕ

Рассмотрим интегральный метод расчета течения и теплообмена в проницаемом цилиндрическом канале с закруткой потока на входе. Интегрируя дифференциальные уравнения движения и энергии по сечению канала, получим следующую систему уравнений (гл. 1):

$$\frac{d}{dx} \left[ \frac{\Phi_*}{\Phi} \text{Re}_d (\text{Re}^{**} - Q) \right] = \frac{c_x}{2} \text{Re}_d^2; \quad (9.16)$$

$$\frac{d}{dx} [\Phi_* \text{Re}_d (\text{Re}^{**} - Q)] = \frac{c_\varphi}{2} \text{Re}_d^2 \bar{\Gamma}_*; \quad (9.17)$$

$$\frac{d \text{Re}_T^{**}}{dx} + \frac{\text{Re}_T^{**}}{\Delta T} \frac{d(\Delta T)}{dx} - \text{Re}_w \frac{T_0 - T_w}{\Delta T} = \text{St} \text{Re}_d, \quad (9.18)$$

где  $\text{Re}_d = 4(Q + H_x \text{Re}^{**})$ ,  $\bar{\Gamma}_* = \frac{(\text{Re}^{**} - Q)\Phi_*}{H_{x\varphi} \text{Re}^{**} - Q}$ ,  $Q = 0,25 \text{Re}_{d_0} + \int_0^x \text{Re}_w dx$ .

Отличие системы (9.16) ... (9.18) от (9.7), (9.8) заключается в появлении членов, учитывающих подвод дополнительной массы газа ( $\text{Re}_w = \frac{(\rho v)_w 2R}{\mu_{00}}$ ). Вследствие незначительного изменения угла закрутки потока в пристенной области коэффициенты трения  $c_x/2$  и  $c_\varphi/2$  так же как и для непроницаемого канала равны между собой, а связь параметров закрутки  $\Phi_*$  и  $\Phi$  для проницаемого канала определяется уравнением [72]

$$\Phi = B_0 (1 - 0,08 b_x) \Phi_*^{(1 - 0,06 b_x) b_0}, \quad (9.19)$$

в котором константы  $B_0$  и  $b_0$  соответствуют их значениям в непроницаемом канале такой же длины (см. гл. 3, табл. 3.1, 3.2).

Используя принцип суперпозиции отдельных воздействий (закрутка, вдув, неизотермичность), законы трения, теплообмена и формпараметры  $H_x$  и  $H_{x\varphi}$  представим следующими уравнениями (однородный вдув)

$$\frac{c_x}{2} = \frac{c_\varphi}{2} = \frac{c_{0x}}{2} \Psi_\varphi \Psi_b \Psi_T, \quad \text{St} = \text{St}_0 \Psi_{T\varphi} \Psi_{Tb} \Psi_T, \quad (9.20)$$

$$H_x = H_0 H_x^a H_x^b, H_{x\varphi} = H_0 H_{x\varphi}^a H_{x\varphi}^b, \quad (9.20)$$

в которых относительные функции закрутки ( $\Psi_\varphi, \Psi_{T\varphi}, H_x^a, H_{x\varphi}^a$ ) и вдува ( $\Psi_b, \Psi_{Tb}, H_x^b, H_{x\varphi}^b$ ) определяются уравнениями, приведенными в гл. 2,3, 6, 7.

Будем применять стандартные методы численного решения, для чего преобразуем уравнения (9.16), (9.17). Используя единую универсальную зависимость для  $\bar{w}_*$  в проницаемом и непроницаемом каналах (см. гл. 2,3), можно записать уравнение для производной  $dRe_d/dx$ . Подставляя это уравнение в (9.16) и учитывая (9.19), после соответствующих преобразований уравнения (9.16), (9.17) представим в следующем виде

$$\frac{d\Phi_*}{dX} = \frac{1}{\kappa} \left[ \frac{c_x}{2} Re_d^2 (\beta_2 - \beta_1 \bar{\Gamma}_*) - (\gamma_1 \beta_2 - \gamma_2 \beta_1) \right]; \quad (9.21)$$

$$\frac{dRe^{**}}{dX} = \frac{1}{\kappa} \left[ \frac{c_x}{2} Re_d^2 (a_2 - a_1 \bar{\Gamma}_*) - (a_2 \gamma_1 - a_1 \gamma_2) \right]. \quad (9.22)$$

Здесь  $\kappa = (a_1 \beta_2 - a_2 \beta_1) Re_0^{0,25}$ , а функции  $a_1, a_2, \beta_1, \beta_2, \gamma_1, \gamma_2$  определяются уравнениями

$$\begin{aligned} a_1 &= (Re^{**} - Q) \left[ 1,46 - \frac{\Phi_*}{\Phi} \bar{Re}_d^{0,88} \Phi_*^{-0,19} - a_* B_0 \Phi_* Re_d \times \right. \\ &\times \Phi^{-2} + Re_d \Phi^{-1} \left. \right]; a_2 = (Re^{**} - Q) [Re_d + \\ &+ 1,46 \Phi_*^{0,81} \bar{Re}_d^{0,88}]; \beta_1 = Re_d [\Phi_* \Phi^{-1} - B_0 b_* \times \\ &\times \Phi_* \Phi^{-2} (Re^{**} - Q)]; \beta_2 = \Phi_* Re_d; \gamma_1 = \\ &= \Phi_* \Phi^{-1} [3,8 Re_w (Re^{**} - Q) + 5,9 \Phi_*^{0,81} (Re^* - Q) Re_w \bar{Re}_d^{-0,12} - \\ &- Re_w Re_d - B_0 c_* Re_d \Phi^{-1} (Re^{**} - Q)]; \\ \gamma_2 &= Re_w [3,8 \Phi_* (Re^{**} - Q) + 5,9 \Phi_*^{0,81} \bar{Re}_d^{-0,12} (Re^{**} - \\ &- Q) - \Phi_* Re_d]; a_* = b_0 mn \Phi_*^{n b_0 - 1} + \\ &+ 0,23 Re_w \bar{Re}_d^{0,88} (c_{0x} \bar{Re}_d^2)^{-1} \Phi_*^{n - b_0 - 0,19}; \\ b_* &= 0,04 Re_w \Phi_*^{n - b_0} (Re_d Re^{**} c_{0x})^{-1}; \\ c_* &= \Phi_*^{n - b_0} Re_w^2 (c_{0x} Re_d)^{-1} [0,61 - \\ &- 0,16 Re_w^2 \frac{dRe_w}{dx} + 0,95 \Phi_*^{0,81} \bar{Re}_d^{-0,12}], \end{aligned} \quad (9.23)$$

где  $m = 1 - 0,08b_x$ ;  $n = 1 - 0,06b_x$ ;  $b_x = \frac{Re_w}{Re_d} \frac{2}{c_{0x}}$  — параметр вдува.

Условия на входе в канал так же как и для непроницаемого канала задаются в виде (9.15). Дополнительно учитывается, что при  $X = 0$ ,  $Re_{T,вх}^* = 0$  (слабая деформация температуры потока на входе в канал).

Система уравнений (9.18)...(9.23) характеризует течение и теплообмен несжимаемого закрученного потока при произвольном законе подвода охладителя по длине канала. Для решения этой системы дополнительно необходимо использовать уравнение теплового баланса пористой стенки. В простейшем случае при равенстве температур охладителя и стенки на поверхности канала оно имеет следующий вид  $St = \frac{Re_w}{Re_d} \frac{T_w - T_0^0}{\Delta T}$ , где  $T_0^0$  — начальная температура охладителя.

Указанная система уравнений решалась на ЭВМ методом Рунге—Кутты для случая равномерного вдува воздуха в нагретый воздушный поток, закрученный на входе. Результаты расчета одного из вариантов представлены на рис. 9.3 (линии — расчет, точки — эксперимент). Сравнение опытных и расчетных данных позволяет заключить, что изложенный метод расчета позволяет получать надежные результаты. Не анализируя подробно структуру потока в условиях вдува (см. гл. 3), отметим следующее. Коэффициент трения при малых значениях  $Re_w / \overline{Re}_d$  уменьшается по длине канала, что обусловлено снижением поверхностного трения вследствие вдува. При возрастании  $Re_w / \overline{Re}_d$  увеличение расхода газа в канале вследствие подвода дополнительной массы приводит к падению темпа уменьшения  $c_x/2$  и даже к его возрастанию в конце канала при  $Re_w / \overline{Re}_d = 0,01$ . Анализ интенсивности теплообмена подтверждает вывод о том, что пористое охлаждение позволяет существенно снизить тепловой поток в стенку канала в условиях закрутки потока. Зная изменение  $Re^{**}$ ,  $Re_T^*$ ,  $\Phi_*$  по длине канала, далее нетрудно (аналогично течению

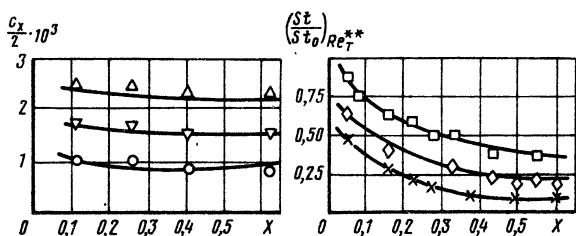


Рис. 9.3. Изменение основных параметров закрученного потока по длине трубы,  $T_f = 500$  К;  $T_0^0 = 293$  К;  $\Phi_0 = 0,83$ :  
 $\Delta - B_* = 0,0032$ ;  $\square - B_* = 0,0055$ ;  $\nabla - B_* = 0,0065$ ;  $\diamond - B_* = 0,0069$ ;  $\times - B_* = 0,0082$ ;  $\circ - B_* = 0,010$

в непроницаемом канале) вычислить локальные и интегральные параметры неизотермического закрученного потока.

Таким образом, данные полученные в разд. 9.2, 9.3, позволяют заключить, что интегральные методы, достаточно хорошо апробированные при расчете осевых потоков [25], позволяют получать надежные результаты и при расчете сложных термогазодинамических потоков в поле центробежных массовых сил (при соответствующей модификации математического описания процессов течения и теплообмена в интегральной форме).

#### 9.4. ПРИБЛИЖЕННЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОВЕРХНОСТНОГО ТРЕНИЯ

Касательные напряжения трения на стенке канала представляют интерес при установлении законов трения, расчете профиля скоростей в области пристенного течения, а также вычислении отдельных составляющих гидравлических потерь в канале. В некоторых случаях при экспериментальном исследовании эти характеристики можно определить, используя универсальные закономерности для области пристенного течения, полученные в гл. 2.

Рассмотрим выражение (2.29) для универсального профиля суммарной скорости в области пристенного течения. После преобразований его можно представить в следующем виде:

$$W = a + \beta \lg y, \quad (9.24)$$

где  $a = W_{**} (A + B \lg W_{**} / \nu)$ ;  $\beta = B W_{**}$ ;  $W_{**} = \sqrt{\tau_{\Sigma w} / \rho}$ ;  $A = 5,5 + 4,65 (\Phi_* - 0,07)^{0,26}$ ;  $B = 5,75 - 3,36 (\Phi_* - 0,07)^{0,3}$ ;  $y$  — расстояние от стенки канала.

Анализ уравнения (9.24) показывает, что в координатах  $(W, \lg y)$  изменение суммарной скорости в области пристенного течения соответствует линейной зависимости. Следовательно, измеряя экспериментально профиль суммарной скорости в этой области закрученного потока и представляя его в координатах  $W, \lg y$  можно определить численные значения коэффициентов  $a$  и  $\beta$ , соответствующие исследуемому режиму. В результате получим систему из двух уравнений

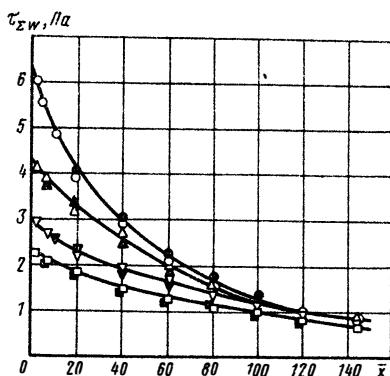
$$W_{**} (A + B \lg W_{**} / \nu) = a, \quad B W_{**} = \beta, \quad (9.25)$$

где  $a$  и  $\beta$  — числа. Объединив выражения (9.25), можно получить следующее уравнение:

$$\frac{A}{B} + \lg \frac{\beta}{B \nu} = \frac{a}{\beta}, \quad (9.26)$$

Рис. 9.4. Результаты экспериментального определения поверхностного трения при течении закрученного потока:

○, ● —  $\varphi_H = 60^\circ, n = 3$ ;  $\triangle, \blacktriangle$  —  $\varphi_H = 45^\circ, n = 3$ ;  $\nabla, \blacktriangledown$  —  $\varphi_H = 30^\circ, n = 3$ ;  $\square, \blacksquare$  —  $\varphi_H = 15^\circ, n = 3$ ; чистые значки — определение  $\tau_{\Sigma w}$  по уравнениям (6.1), (6.2); зачерненные значки — по предлагаемому методу



левая часть которого зависит только от интенсивности закрутки потока  $\Phi_*$ , а правая — является известной константой. При известных значениях  $a$  и  $\beta$ , решив уравнение (9.26) приближенным методом, можно определить значение  $\Phi_*$ . После этого вычисляется величина  $B$  и далее из уравнения  $W_{**} = \beta/B$  — касательное напряжение трения  $\tau_{\Sigma w}$ . Касательные напряжения трения в осевом и тангенциальном направлениях вычисляются из уравнений

$$\tau_{xw} = \tau_{\Sigma w} (1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_w)^{-0,5}; \quad \tau_{\varphi w} = \tau_{\Sigma w} \operatorname{tg} \varphi_w (1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_w)^{-0,5},$$

причем для определения предельного угла закрутки потока  $\varphi_w$  используется универсальная зависимость (2.15). Сравнение экспериментальных данных, получаемых по предлагаемой методике, и по уравнениям (6.1), (6.2), приведены на рис. 9.4. Согласование этих результатов следует признать удовлетворительным.

В заключение отметим, что предлагаемый метод можно использовать только на основном участке цилиндрического канала, где выполняется уравнение для универсального профиля суммарной скорости.

## 9.5. МЕТОД РАСЧЕТА ПРОФИЛЯ ВРАЩАТЕЛЬНОЙ И ОСЕВОЙ СКОРОСТЕЙ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ КАНАЛЕ

Как отмечалось ранее в гл. 2, при  $\Phi_* > 0,23$  профиль вращательной скорости характеризуется кривой с максимумом, радиус которого определяется величиной  $\Phi_*$ . При обработке полученных опытных данных в координатах  $u/u_* = f(\eta)$ , где  $\eta = r/r_{\varphi_*}$ , отмечается автомодельность профиля  $u(\eta)$  относительно числа Рейнольдса (рис. 9.5). В этом случае за пределами области при-

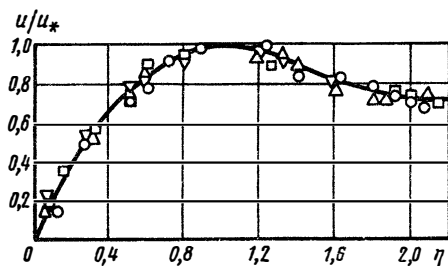


Рис. 9.5. Характер радиального изменения безразмерной вращательной скорости ( $\Phi_{*BX} = 1,23$ ):  
 $\circ - \overline{Re}_d = 5 \cdot 10^4$ ;  $\triangle - \overline{Re}_d = 7 \cdot 10^4$ ;  
 $\nabla - \overline{Re}_d = 10^5$ ;  $\square - \overline{Re}_d = 1,5 \cdot 10^5$

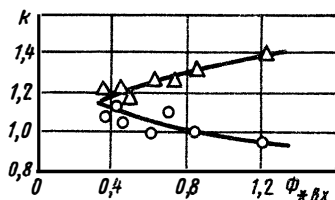


Рис. 9.6. К определению абсолютного значения показателя степени  $k$ :  
 $\circ - \eta < 1$ ;  $\triangle - \eta > 1$

стенного течения на основном участке канала профиль вращательной скорости можно вычислять по формуле [ 53 ]

$$\frac{u}{u_*} = \left( \frac{2\eta}{1 + \eta^2} \right)^k, \quad (9.27)$$

где  $k$  — показатель степени, зависящий от начальной интенсивности закрутки потока  $\Phi_{*BX}$  и имеющий различные значения в областях  $\eta \leq 1$  (рис. 9.6). Анализ данных рис. 9.6 показывает, что при  $\Phi_* > 0,37$  в зоне  $\eta > 1$  — профиль вращательной скорости по мере затухания закрутки убывает быстрее, чем в области  $\eta < 1$ . Это обусловлено преобладающим влиянием поверхностного трения на деформацию профиля  $u$ .

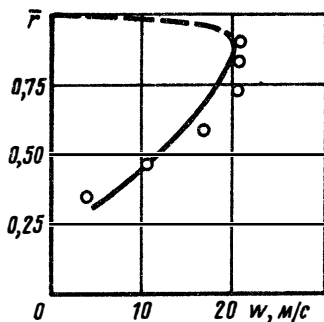
Для выполнения расчетов по формуле (9.27) необходимо знать величины  $u_*$  и  $r_{\varphi*}$ . Для этих целей можно пользоваться формулами (2.17) и (2.19); продольная трансформация интенсивности закрутки потока определяется по уравнениям (2.22) или в результате решения системы интегральных соотношений (разд. 9.2).

Зная радиальный профиль  $u$ , легко рассчитать профиль осевой скорости в этом же сечении. В гл. 2 было экспериментально показано, что комплекс  $Z = \bar{r} \operatorname{tg} \varphi$  незначительно изменяется по сечению канала. При отсутствии зоны обратных течений величина  $Z$  сохраняет примерно постоянное значение от  $\bar{r} = 1$  до  $\bar{r} = 0,1 \dots 0,15$ , а при наличии этой зоны — за ее пределами. Отсюда для области, где выполняется условие  $Z = \text{const}$ , имеем  $\bar{r} \operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \varphi_w$ , или в преобразованном виде

$$w = \bar{u} \bar{r} / \operatorname{tg} \varphi_w. \quad (9.28)$$

Определив по уравнению (2.15) величину  $\operatorname{tg} \varphi_w$ , далее при известном профиле  $u$  легко найти радиальное изменение осевой

Рис. 9.7. Сравнение расчетных и опытных данных для осевой составляющей скорости ( $\varphi = 60^\circ$ ,  $n = 3$ ;  $\bar{x} = 10$ ;  $\Phi_* = 0,98$ ):  
 ○ — опыт; — — расчет (--- область пристенного течения)



скорости. В области пристенного течения профиль  $w$  определяется на основе уравнений, рассмотренных в гл. 2. Приведенные на рис. 9.7 расчетные и опытные данные находятся в удовлетворительном согласии между собой.

Представленное выше уравнение можно использовать и для расчета профиля вращательной скорости в пронизаемом цилиндрическом канале. В этом случае необходимо использовать зависимости для  $u_*$  и  $r_{\varphi*}$ , полученные в гл. 3.

#### 9.6. О РАСЧЕТЕ НЕКОТОРЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ВНУТРЕННЕГО ЗАКРУЧЕННОГО ТЕЧЕНИЯ

При расчете тепловых и гидродинамических процессов в аппаратах, где используется принцип закрученного движения, необходимо иметь сведения об основных характеристиках внутреннего закрученного потока, таких как — шаг закрутки, длина и относительная кривизна винтовой линии, предельное число витков винтовой линии и т. д. Имеющиеся в литературе результаты [67] относятся к внутренним потокам с постоянным по длине шагом закрутки (шнеки, скрученные ленты) и не могут быть использованы для расчета каналов, в которых вследствие действия сил вязкости интенсивность закрутки потока уменьшается.

Анализ опытных данных, представленных в гл. 2, показывает, что в области пристенного течения цилиндрического канала имеет место радиально-уравновешенный характер течения. Это позволяет в расчетной модели перейти от действительного характера течения к геометрическим характеристикам винтовой линии. При экспоненциальном законе уменьшения угла закрутки потока на стенке канала (см. гл. 2)

$$\operatorname{tg} \varphi_w = \operatorname{tg} \varphi_{w_{\text{вх}}} \exp(-\kappa_* \bar{x})$$

параметрическая запись винтовой линии тока будет иметь следующий вид [57]:



$$\vec{r} = \vec{i} R \cos t + \vec{j} R \sin t - \vec{k} \frac{2R}{\kappa_*} \ln \left( 1 - \frac{\kappa_* t}{2 \operatorname{tg} \varphi_{w_{\text{ВХ}}}} \right), \quad (9.29)$$

где  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  — единичные векторы;  $t$  — параметр. Уравнение (9.29) позволяет вычислить основные характеристики винтовой линии с изменяющимся по длине шагом закрутки.

Рассмотрим длину винтовой линии у поверхности канала. Используя уравнение (9.29), после интегрирования по параметру получим следующее выражение:

$$\begin{aligned} \bar{s} = & \frac{1}{\kappa_*} \left[ \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_{w_{\text{ВХ}}}} - \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_w} + \frac{1}{2} \ln \times \right. \\ & \left. \times \frac{(\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_w} + 1)(\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_{w_{\text{ВХ}}}} - 1)}{(\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_w} - 1)(\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_{w_{\text{ВХ}}}} + 1)} \right], \quad (9.30) \end{aligned}$$

где  $\bar{s} = s/2R$  — относительная длина винтовой линии.

При  $\kappa_* \rightarrow 0$  и предельном переходе из (9.30) следует уравнение для незатухающего закрученного движения в форме  $\bar{s}_0 = \bar{x} \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_{w_{\text{ВХ}}}}$ .

Из уравнения (9.29) легко найти шаг закрутки потока, т. е. расстояние вдоль оси канала, на котором винтовая линия поворачивается на угол  $360^\circ$ . Задавая значения  $t = 2\pi, 4\pi$  и т. д. для  $n$ -го шага закрутки можно получить следующее уравнение:

$$\bar{x}_n = -\frac{1}{\kappa_*} \ln \left[ 1 - \frac{\kappa_* \pi n}{\operatorname{tg} \varphi_{w_{\text{ВХ}}}} \right], \quad (9.31)$$

где  $n = 1, 2, 3, \dots$ ;  $\bar{x}_n = x_n/2R$  — относительное расстояние от входа в канал для  $n$ -го шага закрутки.

Из уравнения (9.31) следует выражение, характеризующее относительную длину  $n$ -го шага закрутки винтовой линии

$$\bar{L}_n = -\frac{1}{\kappa_*} \ln \left[ 1 + \frac{\kappa_* \pi \operatorname{ctg} \varphi_{w_{\text{ВХ}}}}{1 - \kappa_* \pi n \operatorname{ctg} \varphi_{w_{\text{ВХ}}}} \right], \quad (9.32)$$

где  $\bar{L}_n = L_n/2R$ ;  $L_n$  — длина  $n$ -го шага закрутки вдоль оси  $x$ .

После предельного перехода ( $\kappa_* \rightarrow 0$ ) из уравнения (9.29) следует равенство  $\bar{L}_{n0} = \pi \operatorname{ctg} \varphi_{w_{\text{ВХ}}}$ , характеризующее поток с постоянным шагом закрутки по длине канала. [67].

Радиус кривизны винтовой линии тока на поверхности канала определяется выражением

$$\eta_w^2 = \frac{\left\{ \left( \frac{d\vec{r}}{dt} \right)^2 \right\}^3}{\left\{ \frac{d\vec{r}}{dt} \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \right\}}. \quad (9.33)$$

Совместное решение уравнений (9.29), (9.33) позволяет записать выражение для относительной кривизны винтовой линии [57]

$$\frac{\eta_w}{R} = \frac{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_w}{\operatorname{tg}^2 \varphi_w} \left[ 1 + \frac{\left( \frac{\kappa_*}{2} \right)^2}{\operatorname{tg}^2 \varphi_w (1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_w)} \right], \quad (9.34)$$

где второй член квадратной скобки учитывает затухание закрутки по длине канала.

Результаты расчета характеристик внутреннего закрученного течения по уравнениям (9.30), (9.32), (9.34) приведены на рис. 9.8. При этом величина  $\kappa_*$  находилась по данным, полученным в гл. 2. Анализ рис. 9.8 показывает, что учет затухания закрутки потока по длине канала при расчете характеристик винтовой линии является обязательным. Интересным является факт примерно постоянного отношения  $L_n/L_{n0}$  в широком диапазоне изменения величины  $\operatorname{tg} \varphi_{w\text{вх}}$  (точки — расчет, линия — аппроксимация).

На рис. 9.9 приведены результаты расчета предельного числа шагов винтовой линии у поверхности канала, которое совершает

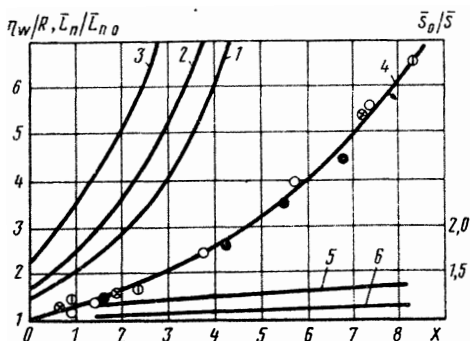


Рис. 9.8. Результаты расчета характеристик закрученного потока в трубе ( $Re_d = 10^5$ ):

1, 2, 3 —  $\eta_w/R$ ; 1 —  $\operatorname{tg} \varphi_{w\text{вх}} = 1,43$ ; 2 —  $\operatorname{tg} \varphi_{w\text{вх}} = 1,2$ ; 3 —  $\operatorname{tg} \varphi_{w\text{вх}} = 0,91$ ; 4 —  $L_n/L_{n0}$ ;  $\circ$  —  $\operatorname{tg} \varphi_{w\text{вх}} = 1,43$ ;  $\square$  —  $L_n/L_{n0}$ ;  $\bullet$  —  $L_n/L_{n0} = 1,2$ ;  $\oplus$  —  $L_n/L_{n0} = 0,91$ ; 5, 6 —  $s_0/s$ ; 5 —  $\operatorname{tg} \varphi_{w\text{вх}} = 1,43$ ; 6 —  $\operatorname{tg} \varphi_{w\text{вх}} = 0,59$

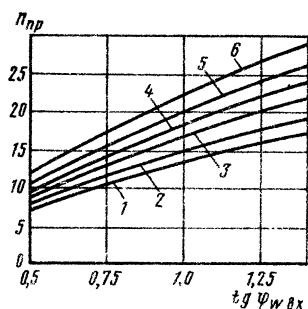


Рис. 9.9. Зависимость предельного числа витков закрученного потока у поверхности трубы от угла закрутки потока на входе: 1 —  $Re_d = 2 \cdot 10^4$ ; 2 —  $Re_d = 3^2 \cdot 10^4$ ; 3 —  $Re_d = 5 \cdot 10^4$ ; 4 —  $Re_d = 7 \times 10^4$ ; 5 —  $Re_d = 10^5$ ; 6 —  $Re_d = 1,5 \cdot 10^5$

поток до вырождения начальной закрутки. Для этого использовалось уравнение  $n_{пр} = \text{tg} \psi_{w в x} / \pi k_*$ , которое следует из выражения (9.32).

### 9.7. АНАЛОГИЯ ПРОЦЕССОВ ПЕРЕНОСА ТЕПЛОТЫ, МАССЫ И КОЛИЧЕСТВА ДВИЖЕНИЯ

Аналогия между процессами переноса теплоты, массы и количества движения является одним из распространенных инженерных методов расчета. Анализ этой аналогии для закрученного потока может быть выполнен на основе модифицированной гипотезы Прандтля, определяемой уравнениями (9.28). Первое из этих соотношений после преобразований можно представить в следующем виде:

$$\frac{c_x}{2} = \frac{\tilde{\rho}}{\tilde{q}} \gamma \tilde{l}^2 \left( \frac{\partial \omega_x}{\partial \xi_x} \right)^2 \quad (9.35)$$

Уравнение модифицированной гипотезы Прандтля для переноса теплоты определяется выражением [ 52 ]

$$q_r = \rho c_p P_T^{-1} \gamma l^2 \frac{\partial \omega}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y}, \quad (9.36)$$

где  $P_T = l_x R_{rx} / l_T R_{ri}$  — тепловой аналог параметра  $P$  (см. гл. 5);  $l_x, l_T$  — гидродинамическая и тепловая длины пути перемешивания;  $R_{rx}, R_{ri}$  — коэффициенты корреляции для импульса и теплового потока.

В результате преобразований уравнение (9.36) можно записать так

$$St = \frac{\tilde{\rho}}{\tilde{q}} P_T^{-1} \gamma \tilde{l}^2 \frac{\partial \omega_x}{\partial \xi_x} \frac{\partial \theta}{\partial \xi_x}. \quad (9.37)$$

Разделив левые и правые части уравнений (9.35) и (9.37), получим следующее выражение:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \xi_x} \frac{c_x}{2St} = \frac{\tilde{q}}{\tau} P_T \frac{\partial \omega_x}{\partial \xi_x}. \quad (9.38)$$

Умножая обе части уравнения (9.38) на  $d\xi_x$  и выполняя интегрирование в области пристенного течения, получим выражение для фактора аналогии между теплообменом и трением

$$\frac{2St}{c_x} = \left[ \int_0^1 P_T \frac{\tilde{q}}{\tilde{\tau}_{rx}} d\omega_x \right]^{-1}. \quad (9.39)$$

Аналогичным образом можно получить выражение для фактора аналогии между тепло- и массообменом

$$\frac{St}{St_D} = \left[ \int_0^1 P_D \frac{\tilde{q}}{\tilde{m}} dz \right]^{-1}, \quad (9.40)$$

где  $P_D = l_x R_{rx} / l_D R_{rx}$  — диффузионный аналог параметра  $P$ .

Анализ уравнений (9.39), (9.40) показывает, что при течении закрученного потока в каналах нарушение аналогии может быть обусловлено отличием чисел  $P_T$  и  $P_D$  от единицы, а также различным характером распределения касательного напряжения трения, тепловых и массовых потоков поперек области пристенного течения. Ниже представлен анализ аналогии между переносом теплоты, массы и количества движения, основанный на опытных данных, полученных авторами (см. гл. 2, 6, 7, 8).

Анализ первичных данных по течению закрученного потока в цилиндрическом канале показывает, что абсолютные значения параметра продольного градиента давления в области пристенного течения ( $\Lambda_x = \frac{\delta}{\tau_{xw}} \frac{dp_w}{dx}$ ) малы и при  $\Phi_* < 1,3$  не превышают 0,021. Та-

ким образом, полученные в гл. 6 опытные данные для поверхностного трения отражают "чистое" воздействие закрутки.

На рис. 9.10 приведены результаты, характеризующие фактор аналогии между трением и теплообменом. Анализ этих результатов показывает, что в области  $\Phi_* > 0,8$  имеет место нарушение аналогии, что обусловлено различным характером в распределении  $\tilde{\tau}_{rx}$  и  $\tilde{q}$  в области пристенного течения при сильной закрутке. Действительно, в этом случае на "внешней" границе пристенной области вследствие специфического характера распределения осевой и вращательной скорости касательное напряжение трения  $\tilde{\tau}_{rx}$  не равно нулю, а значение  $\tilde{q}$  имеет нулевое значение (асимптотический характер изменения  $T$  за пределами области пристенного течения). Вследствие этого отношение  $\tilde{\tau}_{rx} / \tilde{q}$  в области  $\xi_x = 0 \dots 1$  больше единицы, так же как и фактор аналогии  $2St Pr^{0,75} / c_x$ .

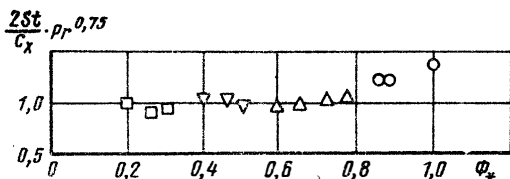


Рис. 9.10. Аналогия между процессами переноса теплоты и количества движения:  $\square - \varphi_H = 15^\circ; n = 3; \nabla - \varphi_H = 45^\circ; n = 1; \triangle - \varphi_H = 45^\circ; n = 3; \circ - \varphi_H = 60^\circ; n = 3$

Аналогия между тепло- и массообменом в исследованном диапазоне изменения параметра закрутки выполняется с погрешностью, не превышающей  $\pm 6\%$ . Об этом свидетельствуют результаты обобщения опытных данных [ уравнения (9.2) ]. Такой вывод обусловлен одинаковым характером изменения тепловых и массовых потоков в области пристенного течения и за ее пределами, а также примерно одинаковым значением параметров  $P_T$  и  $P_D$ .

#### 9.8. ФАКТОРЫ ИНТЕНСИФИКАЦИИ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛО- И МАССОБМЕНА В ПОТОКАХ С ЗАКРУТКОЙ

Закрутка потока в каналах способствует повышению интенсивности теплоотдачи по ряду причин: за счет увеличения скорости потока относительно поверхности канала, появления вращательной составляющей, повышения уровня турбулентности в потоке и возникновения вихрей Тейлора-Гёртлера в непосредственной близости от поверхности теплообмена.

На рис. 9.11 результаты экспериментального исследования местных коэффициентов теплоотдачи в трубе с  $l = 12$  и  $d_k = 0,75$  для турбулентного режима течения сопоставлены с расчетом теплоотдачи по различным методикам. Линия 1 рассчитана для плоской стенки при турбулентном пограничном слое по формуле

$$\overline{St} = 0,0306 \overline{Re}^{-0,2} Pr^{-0,6}. \quad (9.41)$$

При построении линии 2 учтено, что действительная осевая скорость больше среднерасходной и равна  $w_*$ . Линия 3 построена с учетом увеличения скорости потока за счет вращательной составляющей, которая определена вблизи поверхности теплообмена по геометрическому углу закрутки  $\varphi_H$ .

Из рис. 9.11 следует, что при закрутке потока лопаточными завихрителями увеличение скорости потока вблизи стенки не может объяснить общий уровень интенсификации теплообмена.

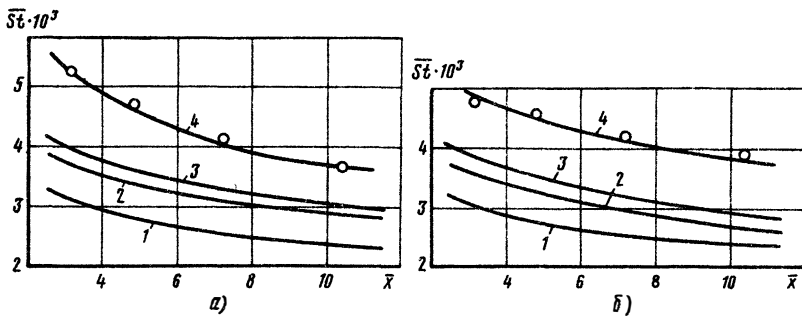


Рис. 9.11. Зависимость  $\overline{St} = f(\bar{x})$  по результатам расчета и экспериментального исследования при  $\overline{Re}_d = 1,07 \cdot 10^5$ :  
 а —  $\varphi_H = 30^\circ$ ,  $n = 3$ ; б —  $\varphi_H = 45^\circ$ ,  $n = 1$ ; 1, 2, 3 — расчет; 4 — эксперимент

Следовательно, существенную роль в увеличении теплоотдачи закрученного потока по сравнению с осевым играет повышенная турбулентность потока и обменные процессы, обусловленные вихрями Тейлора—Гёртлера.

Аналогичные выводы следуют из анализа результатов исследования массообмена. На рис. 9.12 показано изменение относительной функции массообмена  $\bar{\epsilon}_{M\varphi}$  [ см. формулу (8.6) ] по углу закрутки  $\varphi_H$  (линия 1), найденное опытным путем при испарении пленки воды с внутренней поверхности трубы в закрученный поток. Линия 3 построена с помощью формулы (8.5) с учетом того, что в закрученном потоке осевая скорость в пристенной области существенно больше среднерасходной, а линия 2 — с учетом того, что в закрученном потоке скорость газа в пристенной области возрастает не только за счет осевой, но и за счет вращательной составляющей скорости. Сравнение опытных и расчетных данных показывает, что увеличение интенсивности массоотдачи в закрученном потоке обусловлено не только увеличением скорости газа в пристенной области, но и повышенной интенсивностью турбулентности и макровихревыми течениями.

Проведем приближенный анализ вклада повышенной турбулентности и макровихревого движения и интенсификацию процесса теплоотдачи при закрутке потока.

Учитывая винтовой характер движения закрученного потока у поверхности трубы, уравнение подобия для теплообмена закрученного потока можно записать так

$$Nu_s = M Re_s^{0,8} Pr^{0,4} \epsilon_T \epsilon_* \epsilon_{T,и}, \quad (9.42)$$

где  $Nu_s = as/\lambda_f$ ,  $Re_s = Ws/\nu_f$  — числа Нуссельта и Рейнольдса винтового течения;  $s$  — длина винтовой линии у поверхности канала;  $M$  — коэффициент, зависящий от вида граничных условий ( $q_w = \text{const}$ ,  $T_w = \text{const}$ );  $\epsilon_T$ ,  $\epsilon_{T,и}$ ,  $\epsilon_*$  — функции, учитывающие вли-

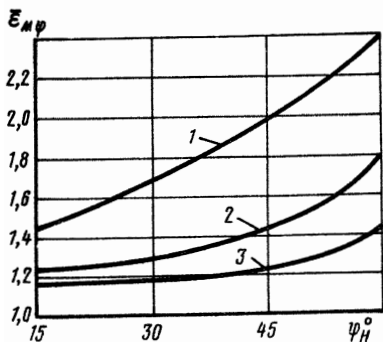


Рис. 9.12. Зависимость  $\bar{\epsilon}_{M\varphi} = f(\varphi_H)$  при закрутке потока аксиально-лопаточными завихрителями с  $n = 3$

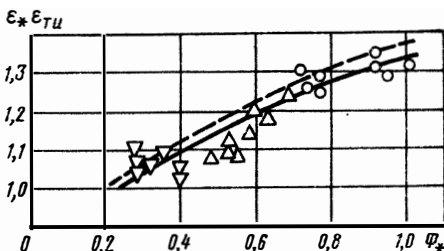


Рис. 9.13. Влияние повышенной интенсивности турбулентности и макровихревого движения на теплообмен потока в трубе:  
 $\nabla - \varphi_H = 15^\circ, n = 3; \triangle - \varphi_H = 45^\circ; n = 1; \circ - \varphi_H = 45^\circ, n = 3$  — уравнение (9.44); — — — данные работы [17]

яние неізотермичности, повышенной турбулентности и макровихревого движения на теплообмен.

Учитывая далее, что  $s = x\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_w}$ ,  $W = \bar{w}_* w_{cp} \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_w}$ , из уравнения (9.42) можно получить

$$\epsilon_{T\varphi} = \left(\frac{Nu_x}{Nu_{x0}}\right) \overline{Re_x} = \bar{w}_*^{0,8} (1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_w)^{0,3} \epsilon_T \epsilon_* \epsilon_{T.и}, \quad (9.43)$$

где  $\overline{Re_x}$  — число Рейнольдса, построенное по средней скорости и расстоянию  $x$ . Произведение  $\bar{w}_*^{0,8} (1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_w)^{0,3}$  учитывает увеличение скорости и эффективной длины линии тока на теплообмен закрученного потока. Расчеты, выполненные по уравнениям, приведенным в гл. 2 и 3, показали, что величина этого произведения слабо зависит от числа Рейнольдса и определяется интенсивностью закрутки  $\Phi_*$ .

Исключив влияние неізотермичности и комплекса  $\bar{w}_*^{0,8} (1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_w)^{0,3}$ , получим совместное влияние турбулентности и макровихревого движения на теплообмен в закрученном потоке. Эти данные представлены на рис. 9.13 и удовлетворительно описываются уравнением

$$\epsilon_* \epsilon_{T.и} = 1 + 0,5 (\Phi_* - 0,23)^{0,19}. \quad (9.44)$$

Вследствие сложного характера изменения интенсивности пульсаций по сечению канала, выделить в "чистом" виде влияние фактора  $\epsilon_{T.и}$  не представляется возможным. В связи с этим в

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. А л а д ь е в И. Т. Экспериментальное определение локальных и средних коэффициентов теплоотдачи при турбулентном течении жидкости в трубах. — Изв. АН СССР. Сер. ОТН, 1951, № 11, с. 1669 — 1681.
2. А ф а н а с е н к о А. Н., Г о с т и н ц е в Ю. А., У с п е н с к и й О. А. Квазиодномерная теория сопла для винтового потока газа. — Изв. АН СССР, Сер. Механика жидкости и газа, 1977, № 5, с. 186 — 191.
3. Б о с с е л. Закрученное течение в трубках тока переменного сечения. — Ракетная техника и космонавтика, 1973, т. 11, № 8, с. 132—137.
4. Б у д у н о в Н. Ф., Ш а х и н В. М. Закрученное течение в круглой трубе переменного сечения при наличии отрыва. — Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук, 1971, № 13, вып. 3, с. 6—13.
5. В е с к е Д. Р., С т у р о в Г. Е. Экспериментальное исследование турбулентного закрученного течения в цилиндрической трубе. — Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук, 1972, № 13, вып. 3, с. 3—7.
6. В я з о в к и н Е. С., Н и к о л а е в Н. А. Структура газового потока в аппарате с осевыми завихрителями. — Труды Казанского химико-технологического института, 1972, вып. 48, с. 66—71.
7. Г о л д о б е е в В. И. и др. Теплоотдача в начальном участке трубы при частичной закрутке газового потока на входе. — Изв. вузов. Сер. Авиационная техника, 1973, № 4, с. 108—113.
8. Г о л ь д ш т и к М. А. Приближенное решение задачи о ламинарном закрученном потоке в круглой трубе. — ИФЖ, 1959, т. 2, № 3, с. 100—105.
9. Г о р б у н о в Г. М. и др. Течение воздуха за лопаточным завихрителем в жаровой трубе камеры сгорания ГТД. — Изв. вузов. Сер. Авиационная техника, 1971, № 1, с. 63—68.
10. Г о р т ы ш о в Ю. Ф., К о в а л ь н о г о в А. Ф., Щ у к и н В. К. Инженерный метод расчета коэффициентов массоотдачи в турбулентном потоке газа около полупроницаемой поверхности. — Изв. вузов. Сер. Авиационная техника, 1971, № 4, с. 73—78.
11. Г о р т ы ш о в Ю. Ф., Щ у к и н В. К., Х а л а т о в А. А. Массоотдача с поверхности канала в закрученный поток. — Изв. вузов. Сер. Авиационная техника, 1974, № 1, с. 100—105.
12. Г о р т ы ш о в Ю. Ф., Щ у к и н В. К., Х а л а т о в А. А. Массоотдача в частично закрученные турбулентные потоки при различных закономерностях крутки на входе в трубу. — Изв. вузов. Сер. Авиационная техника, 1975, № 3, с. 19—27.
13. Г о с м е н А. Д. и др. Численные методы исследования течения вязкой жидкости. М.: Мир., 1972, 323 с.
14. Г о с т и н ц е в Ю. А. Расходные характеристики сопла при истечении винтового потока газа. — Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа, 1969, № 4, с. 158—161.
15. Г о с т и н ц е в Ю. А., П о х и л П. Ф., У с п е н с к и й О. А. Поток Громеки—Бельтрами в полубесконечной цилиндрической трубе. — Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа, 1971, № 2, с. 117—120.



практических расчетах можно использовать уравнение (9.44), анализ которого показывает, что при  $\Phi_* < 0,33$  численное значение произведения  $\epsilon_* \epsilon_{T,и}$  не превосходит 1,05. Это означает, что расчеты с использованием уравнения подобия для пластины с введением эффективных значений скорости и длины винтовой линии можно выполнять только при относительно слабой закрутке потока.

Влияние закрутки на интенсификацию процесса массообмена вследствие выполнения аналогии между тепло- и массообменом проявляется так же. Дополнительными интенсифицирующими факторами могут служить наличие "стефанова" потока и отличие свойств основного потока и испаряющегося (или вдуваемого) вещества.

16. Гостинцев Ю. А., Успенский О. А. К теории вихревых закрученных течений идеального газа в соплах Лаваля. — Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа, 1978, № 2, с. 126—137.

17. Дворников Н. А., Лебедев В. П., Шишкин Н. Е. Закрученная газовая завеса в цилиндрическом канале. — В кн.: Структура пристенного пограничного слоя. Новосибирск: Институт теплофизики СО АН СССР, 1978, с. 81—100.

18. Жуков М. Ф., Урюков Б. А. Исследование теплообмена в плазмоторонах. — Проблемы теплофизики и физической гидродинамики. Новосибирск: Наука, 1974, с. 235—246.

19. Зубец П. Ф., Фафурин А. В., Холодкова О. Ю. Турбулентный пограничный слой в начальном участке трубы при наличии поперечного потока вещества и закрутки на входе. — Труды КАИ, 1973, вып. 153, с. 41—48.

20. Исаченков В. П., Осипова В. А., Сукомел А. С. Теплопередача. М.: Энергия, 1975, 486 с.

21. Кинни. Универсальное подобие скоростей в полностью турбулентных вращающихся потоках. — Труды амер. о-ва инж.-мех. (рус. пер.) Сер. Е. Прикладная механика. М.: Мир, 1967, № 2, с. 199—206.

22. Кобаяси Р. Неустойчивость Тейлора—Гертлера пограничного слоя с отсосом или вдувом. — Ракетная техника и космонавтика, 1973, т. 12, № 3, с. 168—170.

23. Коротков Ю. В., Николаев Н. А. Структура вихревого потока в камере с тангенциальным подводом газа. — Труды Казанского химико-технологического института, 1972, вып. 48, с. 28—34.

24. Кусинлин, Локвуд. Расчет осесимметричных турбулентных закрученных пограничных слоев. — Ракетная техника и космонавтика. 1974, т. 12, № 4, с. 168—177.

25. Кутателадзе С. С., Леонтьев А. И. Теплообмен и трение в турбулентном пограничном слое. М.: Энергия, 1972, 342 с.

26. Кутателадзе С. С. и др. Экспериментальное исследование пристенных турбулентных течений. Новосибирск: Наука, 1975, 163 с.

27. Леонтьев А. И., Зауличный Е. Г. Определение относительных коэффициентов теплообмена и критических параметров отрыва для турбулентного пограничного слоя при неоднородном вдуве в условиях неизотермичности. — ИФЖ, 1970, т. 19, № 4, с. 737.

28. Лянэ Р. П., Иванов Ю. В. О развитии закрученного потока в цилиндрической камере с недифрагмированным выходным сечением. — Изв. АН ЭССР. Сер. Физика—математика, 1970, № 4, с. 456—462.

29. Магер А. Приближенное решение для изэнтропического закрученного потока в сопле. — Ракетная техника, 1961, № 8, с. 115—122.

30. Магер А. Течение несжимаемого вязкого закрученного потока в сопле. — Ракетная техника и космонавтика, 1971, т. 9, № 4, с. 133—140.

31. Мыльцев Л. П., Ниязов В. Я. О влиянии закрутки потока на работу сверхзвукового сопла. — В кн.: Некоторые вопросы исследования вихревого эффекта и его промышленного применения, Куйбышев, КуАИ, 1974, с. 150—154.

32. Нурсте Х. О. Затухание закрутки потока в трубе круглого сечения. — Изв. АН ЭССР. Сер. физика—математика, 1973, т. 22, № 1, с. 77—82.

33. Нурсте Х. О., Иванов Ю. В., Луби Х. О. Исследование аэродинамики потока в закручивающих устройствах. — Теплоэнергетика, 1978, № 1, с. 37—39.

34. Резняков А. В. и др. Теплотехнические основы циклонных топочных и технологических процессов. Алма-Ата: Наука, 1974, 374 с.

35. Розенцвейг, Левеллен, Керреброк. Возможность удержания делящегося вещества турбулентным вихрем в газовом реакторе ядерной ракеты. — Ракетная техника и космонавтика, 1961, № 7, с. 23—35.

36. Романенко П. Н., Крылова Н. В. Исследование влияния

условий входа на теплообмен в начальном участке трубы. — ИФЖ, 1964, т. 7, № 4, с. 8—17.

37. Р о ч и н о, Л э в э н. Аналитическое исследование несжимаемого турбулентного закрученного потока в неподвижных трубах. — Труды амер. о-ва инж.мех. (рус. пер.). Сер. Е. Прикладная механика. М.: Мир, 1969, № 2, с. 7—16.

38. Р ы ч к о в А. Д. Расчет закрученного течения идеального газа в сопле Лавалья. — Изв. АН СССР. Сер. Механика жидкости и газа, 1971. № 5, с. 72—76.

39. С л а в я н о в Н. Н.. Теоретическое исследование закрученных течений идеального газа в соплах Лавалья. — Изв. АН СССР. Сер. Механика жидкости и газа, 1973, № 6, с. 85—92.

40. С л а в я н о в Н. Н. Профили скоростей в минимальном сечении сопла Лавалья при однородном винтовом течении газа. — Ученые записки ЦАГИ, 1976, т. 7, № 3, с. 91—96.

41. С о б и н В. М., Е р ш о в А. И. Исследование структуры и гидравлического сопротивления турбулентного закрученного потока в коротких трубах. — Изв. АН БССР. Сер. физико-энергетич. наук, 1972, № 3, с. 56—81.

42. Совершенный В. Д. Инженерные формулы для расчета трения на проницаемой поверхности в турбулентном потоке газа. — ИФЖ, 1967, т. 12, № 4, с. 538—539.

43. С т у р о в Г. Е. Исследование закрученного потока вязкой несжимаемой жидкости в цилиндрической трубе. — В кн.: Аэродинамика. Новосибирск: Наука, 1973, с. 134—140.

44. С у д а р е в А. В., К у з н е ц о в Л. А. Теплоотдача закрученной струи воздуха при движении по внутренней поверхности цилиндра. Энергомашиностроение, 1968, № 1, с. 18—21.

45. Т р е т ь я к о в В. В., Я г о д к и н В. И. Численное исследование ламинарного закрученного течения в кольцевом канале. — ИФЖ, 1978, т. 34, № 2, с. 273—280.

46. Т р е т ь я к о в В. В., Я г о д к и н В. И. Расчетное исследование турбулентного закрученного течения в трубе. — ИФЖ, 1979, т. 37, № 2, с. 254—259.

47. У с т и м е н к о Б. П. Процессы турбулентного переноса во вращающихся течениях. Алма-Ата; Наука, 1977, 22 с.

48. Ф е д я е в с к и й К. К., Г и н е в с к и й А. С., К о л е с н и к о в А. В. Расчет пограничного слоя несжимаемой жидкости. Л.: Машиностроение, 1973, 256 с.

49. Х а л а т о в А. А. Обобщение метода Рэлея для анализа устойчивости поступательно-вращательного движения потока. — Изв. вузов. Сер. Авиационная техника, 1976, № 3, с. 105—109.

50. Х а л а т о в А. А. Закон теплообмена для течения закрученного потока на начальном участке трубы. — Изв. вузов. Сер. Авиационная техника, 1977, № 1, с. 110—115.

51. Х а л а т о в А. А. Интегральный метод расчета развития закрученного потока в канале. — Изв. вузов. Сер. Авиационная техника, 1977, № 3, с. 104—113.

52. Х а л а т о в А. А. О влиянии центробежных массовых сил на структуру турбулентного обмена вблизи поверхности. — В кн.: тепло- и массообмен в двигателях летательных аппаратов. 1977, Казань, КАИ, вып. 1, с. 70—76.

53. Х а л а т о в А. А. Расчет профиля вращательной скорости в цилиндрическом канале с закруткой потока на входе. — Промышленная теплотехника, Киев: "Наукова думка", 1979, № 2, с. 75—78..

54. Х а л а т о в А. А. Обобщенные законы тепло- и массообмена для внутренних потоков с начальной закруткой. — Изв. вузов. Сер. Авиационная техника, 1979, № 1, с. 69—72.

55. Х а л а т о в А. А. Турбулентная вязкость при течении закрученного

потока в неподвижной трубе. — Изв. вузов. Сер. Авиационная техника, 1979, № 3, с. 117—119.

56. Х а л а т о в А. А. Пределные относительные законы трения, тепло- и массообмена для потоков с закруткой. — В кн.: Тепло- и массообмен в двигателях летательных аппаратов, Казань, КАИ, 1979, вып. 2, с. 80—87.

57. Х а л а т о в А. А. Расчет характеристик закрученного потока в области пристенного течения цилиндрического канала. В кн.: Промышленная теплотехника. Киев: "Наукова думка", 1980, № 1, с. 57—61.

58. Х а л а т о в А. А., Щ у к и н В. К., Л е т я г и н В. Г. Локальные и интегральные параметры закрученного течения в длинной трубе. — ИФЖ, 1977, т. 33, № 2, с. 224—232.

59. Х а л а т о в А. А. и др. Закон трения и формпараметры закрученного течения в цилиндрической трубе. — Изв. вузов. Сер. Авиационная техника, 1977, № 3, с. 98—105.

60. Х и г е р, Б э р. Распределение скорости и статического давления в закрученных воздушных струях, вытекающих из кольцевых и расширяющихся сопел. — Труды амер. о-ва инж.мех. (рус. пер.) Теоретические основы инженерных расчетов. М.: Мир, 1964, № 4, с. 185—194.

61. Х и н ц е И. О. Турбулентность. Ее механизм и теория. М.: Физматгиз, 1963, 680 с.

62. Х о л о д к о в а О. Ю., Ф а ф у р и н А. В. Экспериментальное исследование теплоотдачи в цилиндрическом канале при наличии начальной закрутки и вдуве различных газов. — В кн.: Тепло- и массообмен в двигателях летательных аппаратов. — Труды КАИ, 1974, вып. 178, с. 20—27.

63. Х э й, В е с т. Теплообмен в трубе с закрученным потоком. Тр. амер. о-ва инж.мех. (рус. пер.). Сер. С. Теплопередача. М.: Мир, 1975, № 3, с. 100—106.

64. Ч е р к а с с к и й В. С. Расчет закрученного потока вязкой несжимаемой жидкости в трубе с тангенциальной подачей жидкости. — В кн.: Теплофизика и физическая гидродинамика. Новосибирск. Институт теплофизики СО АН СССР, 1978, с. 49—54.

65. Ч е р н ы й Г. Г. Закрученные течения сжимаемого газа в каналах. — Изв. АН СССР. ОТН, 1956, № 6, с. 55—62.

66. Ш н а й д е р м а н М. Ф., Е р ш о в А. И.. О влиянии закрутки потока на распределение скоростей и температур в круглой трубе. — ИФЖ, 1975, т. 28, с. 630—635.

67. Щ у к и н В. К. Теплообмен и гидродинамика внутренних потоков в полях массовых сил. М.: Машиностроение, 1980, 240 с.

68. Щ у к и н А. В. Турбулентный пограничный слой на криволинейной поверхности. — Изв. вузов. Сер. Авиационная техника, 1978, № 3, с. 113—120.

69. Щ у к и н В. К. Градиентный метод исследования теплоотдачи около проницаемой поверхности. — Теплофизика высоких температур, 1969, т. 7, № 3, с. 459—463.

70. Щ у к и н В. К., К о в а л ь н о г о в А. Ф., Г о р т ы ш е в Ю. Ф. Инженерная формула для расчета теплоотдачи при вдуве в турбулентный пограничный слой инородного газа. — В кн.: Тепло- и массообмен в двигателях летательных аппаратов. — Труды КАИ, 1973, вып. 154, с. 53—56.

71. Щ у к и н В. К. и др. О причинах интенсификации теплоотдачи при закрутке газового потока в трубе. — Труды КАИ, 1975, вып. 194, с. 22—26.

72. Щ у к и н В. К., Х а л а т о в А. А., К о ж е в н и к о в А. В. Структура закрученного потока в цилиндрическом канале при однородном вдуве. — ИФЖ, 1979, т. 37, № 2, с. 245—253.

73. Щ у к и н В. К., Х а л а т о в А. А., Л е т я г и н В. Г. Некоторые особенности гидродинамики частично закрученных потоков в коротких трубах. — Теплофизика высоких температур, 1975, т. 13, № 3, с. 555—560.

74. Щ у к и н В. К. и д р. Исследование течения и внутреннего теплообмен в пористых волокнистых материалах. — Теплофизика высоких температур, 1976, т. 14, № 2, с. 412—415.

75. Щ у к и н В. К., Ш а р а ф у т д и н о в Ф. И., М и р о н о в А. И. О структуре з крученного течения в непосредственной близости от завихрителей с прямыми лоп т к ми. — Изв. вузов. Сер. Авиационная техника, 1980, № 1, с. 76—80.

76. B r a d s h o w P. The analogy between streamline airvature and buoyancy in turbulent ahear flow, Journ. Fl. Mech., 1969, vol. 36, pt. 1, p. 177—191.

77. K i n g M., R o s f u s R., K e r m o d e J. Static pressure and velocity profiles in swirling incompressible tube flow, A. I. Ch. E. Journal, 1969, vol. 15, N. 5, p. 837—842.

78. L e w e l l e n W., B u r n s W., S t r i c k l a n d H. Transonic swirling flow, A. I. A. A. Journal, 1969, vol. 7, p. 1290—1291.

79. N i s s a n A., B r e a s o n V. Swirling flow in cylinders, A. I. Ch. E. Journal, 1961, vol. 7, N. 4, p. 543—547.

80. T a l b o t L. Laminar swirling pipe flow, Journal Appl. Mech., vol. 21, N. 1 1954, p. 1—7.

81. Y a j n i k K., S u b b a i a h M. Experiments on swirling turbulent flow, Part 1, Similarity in swirling flows, Journal Fl. Mech., 1973, vol. 60, pt. 4, p. 665—687.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

---

Предисловие . . . . .	3
Условные обозначения . . . . .	4
<b>Г л а в а 1. Местная закрутка потока в каналах . . . . .</b>	<b>6</b>
1.1. Особенности закрученных течений . . . . .	6
1.2. Способы местной закрутки потока . . . . .	8
1.3. Характеристики интенсивности закрутки потока . . . . .	13
1.4. Интегральный параметр закрутки . . . . .	15
1.5. Дифференциальные уравнения . . . . .	21
1.6. Интегральные соотношения . . . . .	23
1.7. Граница между ламинарным и турбулентным режимами . . . . .	28
<b>Г л а в а 2. Течение закрученного потока в цилиндрическом канале . . . . .</b>	<b>31</b>
2.1. Характерные области закрученного течения по длине канала . . . . .	31
2.2. Особенности течения вблизи завихрителя . . . . .	32
2.3. Структура закрученных потоков на основном участке . . . . .	38
2.4. Связь структуры закрученного потока с интенсивностью закрутки . . . . .	43
2.5. Результаты обобщения опытных данных по структуре потока . . . . .	47
2.6. Интегральные характеристики закрученного потока . . . . .	49
2.7. Область пристенного течения закрученного потока . . . . .	54
<b>Г л а в а 3. Влияние граничных и геометрических условий на характеристики закрученного потока . . . . .</b>	<b>59</b>
3.1. Влияние длины канала на развитие закрученного потока . . . . .	59
3.2. Влияние диафрагмирования выходного сечения на развитие закрученного течения в относительно коротких цилиндрических каналах . . . . .	61
3.3. Влияние частичной закрутки на входе на развитие закрученного течения . . . . .	65
3.4. Влияние вдува на развитие закрученного течения в пористом цилиндрическом канале . . . . .	66
3.5. Влияние сужения канала на развитие закрученного течения . . . . .	73

<b>Глава 4. Микроструктура закрученного потока . . . . .</b>	<b>79</b>
4.1. Микроструктура закрученного потока в трубах . . . . .	79
4.2. Турбулентные характеристики в трубах с выходной диафрагмой . . . . .	83
4.3. Микроструктура закрученного потока в проницаемом цилиндрическом канале . . . . .	84
4.4. Микроструктура закрученного потока в каналах переменного сечения . . . . .	86
4.5. Активное и консервативное воздействие центробежных массовых сил на поток . . . . .	90
<b>Глава 5. Аналитические и численные методы расчета закрученных потоков в каналах . . . . .</b>	<b>95</b>
5.1. Идеальное и вязкое ламинарное течение в трубах . . . . .	95
5.2. Численные методы расчета ламинарных закрученных потоков . . . . .	99
5.3. Закрученное течение в каналах переменного сечения . . . . .	106
5.4. Математические модели для расчета турбулентных закрученных потоков . . . . .	112
5.5. Предельные относительные законы трения, тепло- и массообмена для потоков с закруткой . . . . .	117
<b>Глава 6. Гидравлические характеристики закрученных потоков. . . . .</b>	<b>124</b>
6.1. Поверхностное напряжение трения в закрученном потоке . . . . .	124
6.2. Закон трения и формпараметры закрученного течения . . . . .	125
6.3. Закон трения и формпараметры течения при вдуве в закрученный поток . . . . .	129
6.4. Потери энергии в закрученном потоке . . . . .	131
6.5. Гидравлическое сопротивление завихрителей . . . . .	134
6.6. Гидравлическое сопротивление закрученному потоку в длинной трубе . . . . .	135
6.7. Гидравлическое сопротивление закрученному потоку в каналах различной длины. Влияние диафрагмирования канала на гидравлическое сопротивление . . . . .	137
<b>Глава 7. Теплоотдача закрученных потоков . . . . .</b>	<b>141</b>
7.1. Особенности процесса теплоотдачи в закрученных потоках . . . . .	141
7.2. Теплоотдача в коротких каналах. Зависимость теплоотдачи от диафрагмирования канала на выходе . . . . .	145
7.3. Теплоотдача в короткой трубе при частичной закрутке потока . . . . .	149
7.4. Теплоотдача в короткой трубе при вдуве в закрученный поток . . . . .	151
7.5. Теплоотдача закрученного потока в длинной трубе. . . . .	153
<b>Глава 8. Массоотдача закрученных потоков . . . . .</b>	<b>157</b>
8.1. Особенности массоотдачи в закрученном потоке . . . . .	157
8.2. Об аналогии процессов теплообмена и массообмена . . . . .	159
8.3. Закон массообмена для закрученных потоков . . . . .	161
8.4. Уравнение подобия для массообмена в закрученных потоках . . . . .	164
8.5. Закон массообмена для частично закрученных потоков . . . . .	167
8.6. Уравнение подобия для массообмена в частично закрученных потоках . . . . .	168

Г л а в а 9. Инженерные методы расчета течения, тепло- и массо- обмена закрученных потоков в каналах . . . . .	171
9.1. Обобщенные законы тепло- и массообмена . . . . .	171
9.2. Интегральный метод расчета закрученного течения в непроницаемых трубах. . . . .	173
9.3. Интегральный метод расчета течения и теплообмена в проницаемом цилиндрическом канале. . . . .	177
9.4. Приближенный экспериментальный метод определе- ния поверхностного трения . . . . .	180
9.5. Метод расчета профиля вращательный и осевой ско- ростей в цилиндрическом канале . . . . .	181
9.6. О расчете некоторых характеристик внутреннего закрученного течения. . . . .	183
9.7. Аналогия процессов переноса теплоты, массы и ко- личества движения . . . . .	186
9.8. Факторы интенсификации процессов тепло- и массо- обмена в потоках с закруткой . . . . .	188
С п и с о к л и т е р а т у р ы . . . . .	192



ИБ № 3228

Виктор Константинович ЩУКИН  
Артем Артемович ХАЛАТОВ

**ТЕПЛООБМЕН, МАССООБМЕН И ГИДРОДИНАМИКА  
ЗАКРУЧЕННЫХ ПОТОКОВ В ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ КАНАЛАХ**

Редактор Л. И. Коваленко  
Художественный редактор В. В. Лебедев  
Технический редактор М. Ю. Соловьева  
Обложка художника В. Д. Димитриади  
Корректор Н. В. Давыдова  
Операторы Н. Г. Михайлова, Л. В. Данилова

---

Текст набран на наборно-печатающих автоматах  
Подписано в печать 28.05.82 Т-05182 Формат 60X90 1/16  
Бумага офсетная № 2 Гарнитура Сенчури Ротапринт Усл. печ. л. 12,5  
Уч.-изд. л. 12,64 Тираж 2000 экз. Заказ 3683 Цена 65 к.

---

Ордена Трудового Красного Знамени издательство "Машиностроение"  
107076, Москва, Б-76, Стромьинский пер., 4

---

Московская типография № 9 Союзполиграфпрома при Государственном  
комитете СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли  
Москва, Волочаевская ул.. 40

Цена 65 к.

---



МОСКВА  
МАШИНОСТРОЕНИЕ