

# DIE WISSENSCHAFT

EINZELDARSTELLUNGEN AUS DER NATUR-  
WISSENSCHAFT UND DER TECHNIK. BD. 52

G. L. de Haas-Lorentz

## Die Brownsche Bewegung und einige verwandte Erscheinungen



SPRINGER FACHMEDIEN WIESBADEN GMBH  
1913

# DIE WISSENSCHAFT

SAMMLUNG VON EINZELDARSTELLUNGEN AUS DEN GEBIETEN DER NATURWISSENSCHAFT UND DER TECHNIK

BAND 52

DR. G. L. DE HAAS-LORENTZ

---

## DIE BROWNSCHE BEWEGUNG UND EINIGE VERWANDTE ERSCHEINUNGEN



SPRINGER FACHMEDIEN WIESBADEN GMBH

1 9 1 3

DIE  
BROWNSCHE BEWEGUNG  
UND EINIGE VERWANDTE ERSCHEINUNGEN

VON

DR. G. L. DE HAAS - LORENTZ

---

VON DER VERFASSERIN INS DEUTSCHE ÜBERSETZT



SPRINGER FACHMEDIEN WIESBADEN GMBH

1913

ISBN 978-3-322-98337-4 ISBN 978-3-322-99070-9 (eBook)  
DOI 10.1007/978-3-322-99070-9

Softcover reprint of the hardcover 1st edition 1913

## V O R W O R T.

---

Die vorliegende kleine Schrift ist im vorigen Jahre in holländischer Sprache als Doktordissertation erschienen. Einige Freunde veranlaßten mich, sie jetzt auch deutsch herauszugeben, da sie meinten, die von mir gegebene Übersicht könne vielleicht auch in dieser Form von einigem Nutzen sein. Zu diesem Zwecke wurden jedoch die experimentellen Untersuchungen etwas ausführlicher besprochen und einige theoretische Betrachtungen fortgelassen.

Herr Dr. U. Meyer war so freundlich, das Manuskript durchzusehen, wofür ich ihm zu vielem Dank verpflichtet bin.

Berlin, September 1913.

**G. L. de Haas - Lorentz.**

# INHALTSVERZEICHNIS.

---

	Seite
Vorwort . . . . .	V
Inhaltsverzeichnis . . . . .	VI
Erstes Kapitel. Historische Übersicht bis 1906 . . . . .	1
Zweites Kapitel. Elementare Betrachtungen über den in einer bestimmten Zeit erreichten Abstand . . . . .	13
Drittes Kapitel. Die Einsteinsche Theorie und ihre experi- mentelle Bestätigung von Perrin . . . . .	26
Viertes Kapitel. Weitere Theorien . . . . .	45
Fünftes Kapitel. Spätere Untersuchungen . . . . .	58
Sechstes Kapitel. Die wirkliche und die sichtbare Bewegung .	77
Siebentes Kapitel. Einige Probleme, die nach der Methode von Einstein und Hopf gelöst werden können . . . . .	83

---

## Erstes Kapitel.

### Historische Übersicht bis 1906.

Mit der eigentümlichen Bewegung, welche kleine, in Flüssigkeiten oder Gasen schwebende Teilchen zeigen, ist der Name des englischen Botanikers Robert Brown verbunden, der sie vor fast einem Jahrhundert ausführlich beschrieben hat<sup>1)</sup>. Er beobachtete die Erscheinung zuerst, als er den Blütenstaub verschiedener Pflanzen untersuchte. Bringt man diesen in Wasser, so löst sich aus den Körnern eine große Zahl kleiner Teilchen, welche fortwährend in Bewegung sind, eine Erscheinung, die auch schon von früheren Forschern wahrgenommen worden war<sup>2)</sup>. Der erste Eindruck, den das unregelmäßige Wimmeln der Teilchen machte, mußte wohl der des „Lebens“ sein. Daß diese Anschauung jedoch nicht richtig sei, sah Brown schon bald ein, da nicht nur der Blütenstaub lebender Pflanzen, sondern auch der von Pflanzen, die ein Jahrhundert oder länger im Herbarium aufbewahrt worden waren, die nämliche Bewegung zeigte. Nicht nur beim Blütenstaub beobachtete Brown die Erscheinung, sondern auch bei anderen feinen, von Pflanzen herrührenden Teilchen, z. B. bei den Sporen verschiedener Moose. Zu jener Zeit waren viele Naturforscher der Meinung, alle organischen Substanzen seien aus Molekülen ein und derselben Art aufgebaut, und es ist also begreiflich, daß Brown in den beweglichen Teilchen jene „Urmoleküle“ aller

---

<sup>1)</sup> Phil. Mag. (4) 1828, S. 161. Eine Übersetzung dieser Abhandlung findet sich in den Ann. d. Phys. u. Chem. 14, 294 (1828).

<sup>2)</sup> Unter anderen von Needham (Nouvelles observations microscopiques, Paris 1750) und von v. Gleichen (Das Neueste aus dem Reiche der Pflanzen oder mikroskopische Untersuchungen und Beobachtungen usw., 1764, S. 30). Siehe auch Note 1, S. 3.

organischen Materie zu sehen glaubte. Daß er die Bewegung bei ganz verschiedenen pflanzenartigen Stoffen, wie bei Steinkohle und bei Ruß aus den Londoner Schornsteinen wiederfand, war wohl geeignet, ihn in dieser Meinung zu bestärken. Bei Beobachtungen an versteinertem Holz sah er jedoch soviel bewegliche Teilchen, daß es ihm schien, das Vorkommen der Urmoleküle könne nicht auf die organische Materie beschränkt sein. Um hierüber weiteren Aufschluß zu gewinnen, untersuchte er auch zahlreiche Mineralien und sogar Substanzen ganz verschiedener Art und Herkunft, vom gewöhnlichen Glas bis zum Granit einer ägyptischen Sphinx. Sie alle zeigten bei genügend feiner Verteilung die Bewegung, und Brown wurde also zu der Meinung geführt, daß alle Materie aus Urmolekülen zusammengesetzt sei.

In einer zweiten Abhandlung zeigt Brown<sup>1)</sup>, daß keine der folgenden Wirkungen als Ursache der Bewegung betrachtet werden kann: 1. Strömungen in der Flüssigkeit; 2. innere Bewegung durch Verdampfung; 3. gegenseitige Wirkung der Teilchen; 4. ihr unstabiles Gleichgewicht in der Flüssigkeit; 5. ihre hygroskopische oder kapillare Wirkung; 6. das Entstehen von gasförmigen Stoffen oder von sehr kleinen Luftbläschen. Einige von seinen Untersuchungsmethoden mögen hier erwähnt werden. Er schüttelte z. B. einen Wassertropfen, in dem die suspendierten Teilchen schwebten, mit Mandelöl, mit welchem sich das Wasser nicht mischt. Es bildeten sich dann kleine Tropfen, von denen einige so klein sind, daß sie nur ein einziges suspendiertes Teilchen enthalten. Trotzdem dauert die Bewegung dieses Teilchens unverändert fort (Punkt 3). Strömungen, welche bei in Luft befindlichen Tropfen immer vom Inneren der Flüssigkeit nach der Oberfläche vorkommen, vermied Brown, indem er die Tropfen in Öl brachte (1). Er machte auch einmal den umgekehrten Versuch, d. h. er schüttelte durch das Wasser, in dem die Teilchen suspendiert waren, kleine Öltropfen, von denen einige von derselben Größenordnung waren wie die Teilchen. Diejenigen Öltropfen, welche sich an der Wasseroberfläche befanden, waren in Ruhe, während die suspendierten die gewöhnliche Bewegung zeigten (5). Brown schließt mit der Bemerkung, daß wahrscheinlich schon mehrere Forscher

---

<sup>1)</sup> Phil. Mag. (6) 1829, S. 161.

vor ihm die Bewegung wahrgenommen haben, ohne ihr jedoch besondere Aufmerksamkeit zu schenken<sup>1)</sup>.

Über die Ursache der Bewegung spricht sich Brown nicht aus<sup>2)</sup>. Ebenso wenig tat dies Brongniart<sup>3)</sup>, der ganz unabhängig von Brown die Bewegung beim Blütenstaub beobachtet hatte und sich beeilte, Browns Experimente mit mineralischen Stoffen zu wiederholen. Er sah auch hier die Erscheinung, äußert aber Zweifel über die Frage, ob nicht bei lebenden, die Gestalt ändernden Teilchen noch andere Ursachen im Spiel seien als bei den anorganischen, ein Zweifel, der auch jetzt noch gerechtfertigt sein dürfte.

Muncke<sup>4)</sup> unterzog die Brownsche Erscheinung einer näheren Untersuchung und bemerkte, daß die Bewegung in Mandelöl kaum zu sehen war, dagegen in Alkohol sehr schnell vor sich ging. Als vermutliche Ursache des Phänomens sieht er die strömende Bewegung an, die im Suspensionsmittel durch ungleiche Temperatur der stark beleuchteten Flüssigkeit und durch ungleichmäßige Verdampfung hervorgerufen werden kann.

Lange Zeit blieb die Erscheinung von den Physikern unbeachtet, und erst seit der Mitte des vorigen Jahrhunderts wurde sie von vielen Seiten eingehend studiert. Regnaud<sup>5)</sup>, der mit kugelförmigen Teilchen von  $0,25 \mu$  Durchmesser arbeitete, bemerkte, daß die Bewegung sichtlich schwächer wurde, wenn die Intensität des auf die Suspension fallenden Lichtes vermindert wurde. Hierdurch kam er zu der Meinung, daß die Teilchen von den einfallenden Strahlen erwärmt werden; indem sie die aufgenommene Wärme an die umgebende Flüssigkeit mitteilen,

---

<sup>1)</sup> Er nennt: Leeuwenhoek, Stephen Gray (Phil. Trans. XIX), Needham, Buffon, Spallanzani, v. Gleichen, Weisberg und Muller, Drummond (Trans. Roy. Soc. Ed. VII, 1814), Bywater (1819 und 1828).

<sup>2)</sup> Er äußert nur die Vermutung, daß kleine, bei der Verdampfung stattfindende Explosionen vielleicht eine Rolle in dem Phänomen spielen.

<sup>3)</sup> Annales des sciences naturelles **12**, 14 (1827) (speziell die Bemerkungen auf S. 44, 47); **15**, 381 (1828) (speziell die „note additionnelle“, S. 393).

<sup>4)</sup> Ann. d. Phys. u. Chem. **17**, 159 (1829); Phil. Mag. (8) 1830, S. 296.

<sup>5)</sup> Journ. d. Pharm. (3) **34**, 141 (1858).

könnten in dieser schwache, die Teilchen mitführende, Strömungen entstehen.

Fünf Jahre später veröffentlichte Chr. Wiener<sup>1)</sup> eine ziemlich vollständige und wegen der Genauigkeit der Ergebnisse beachtenswerte Untersuchung. Er findet erstens, daß die Bewegung der suspendierten Teilchen nicht dadurch hervorgerufen sein kann, daß die Flüssigkeit unter das Deckgläschen gebracht worden ist. Daß sie weiter nicht durch abwechselnde gegenseitige Anziehungen und Abstoßungen der Teilchen, durch Temperaturunterschiede oder durch Verdampfung verursacht werden kann. Daher sucht er die Ursache in der inneren Beschaffenheit der Flüssigkeit, der er eine molekulare Struktur beilegt. Zwar denkt er insbesondere an Kräfte, welche ein Teilchen von ganz schwachen Strömungen in der Flüssigkeit erfährt, andererseits aber zieht er auch seine Ansichten über den inneren Bau der Flüssigkeiten heran. Es würde uns zu weit führen, näher hierauf einzugehen. Es möge nur erwähnt werden, daß Wiener sich vorstellt, der Querschnitt der erwähnten kleinen Flüssigkeitsströmungen sei etwa halb so groß, wie der Querschnitt der größten Teilchen, an denen die Erscheinung eben noch beobachtet werden konnte. Dazu bemerkt er, daß die Dimensionen solcher Teilchen mit der Wellenlänge von Wärmestrahlen im Wasser übereinstimmen.

Im Jahre 1865 fanden Cantoni und Oehl<sup>2)</sup>, daß die Brownsche Bewegung organischer Kügelchen, die in einer dünnen Flüssigkeitsschicht zwischen zwei Mikroskopgläsern suspendiert waren, länger als ein Jahr anhalten konnte. Hieraus schließen sie, daß die Bewegung nicht durch Imbibition oder Lösung verursacht sein kann.

In einem Artikel von Schulze<sup>3)</sup> wird auf den Zusammenhang zwischen dem Suspendiertbleiben der Teilchen und ihrer Bewegungsgeschwindigkeit hingewiesen. Je kleiner nämlich die Teilchen sind, um so länger bleiben sie suspendiert und um so lebhafter ist ihre Bewegung.

Bemerkenswert ist ferner eine im Jahre 1867 erschienene Abhandlung von Sigmund Exner<sup>4)</sup>. Dieser hält, ebenso wie

---

1) Ann. d. Phys. u. Chem. **118**, 79 (1863).

2) Nuovo Cim. 1865.

3) Ann. d. Phys. u. Chem. **129**, 366 (1866).

4) Wiener Sitzungsber. 2. Abt., **56**, 116 (1867).

Muncke und Wiener, kleine Flüssigkeitsströmungen für die Ursache des Phänomens. Er fand, daß die Bewegung am schnellsten ist bei den kleinsten Teilchen und durch Licht- und Wärmestrahlung verstärkt wird. Der Zusammenhang zwischen dem Suspendiertsein und der Geschwindigkeit der Bewegung entging auch ihm nicht. Kälte und Finsternis verringerten die Geschwindigkeit und verkürzten auch die Zeit des Suspendiertbleibens.

In demselben Jahre veröffentlichte Cantoni<sup>1)</sup> eine Arbeit, in der er die Brownsche Bewegung auf die ungleiche Wärmebewegung der Flüssigkeitsmoleküle einerseits und der schwebenden Teilchen andererseits zurückzuführen suchte. Cantoni bemerkt, daß für gleiche Temperaturänderungen verschiedener Körper die Beziehung

$$m_1 \delta (v_1^2) = m_2 \delta (v_2^2)$$

oder

$$\delta (v_1^2) : \delta (v_2^2) = m_2 : m_1$$

gilt, wenn mit  $v_1, v_2, m_1, m_2$  die Molekulargeschwindigkeiten, bzw. die Molekulargewichte von zwei verschiedenen Stoffen bezeichnet werden und  $\delta$  eine Änderung bedeutet. Nach dem Dulong-Petitschen Gesetze hat man aber

$$c_1 m_1 = c_2 m_2,$$

wenn  $c_1$  und  $c_2$  die spezifischen Wärmen sind. Daraus folgt, daß sich die Änderungen der Quadrate der Molekulargeschwindigkeiten verschiedener Stoffe wie deren spezifische Wärmen verhalten. Deshalb kann man auch den Unterschied zwischen den spezifischen Wärmen der suspendierten Teilchen und der Flüssigkeit als Ursache der Brownschen Bewegung betrachten. In dieser Auffassung wurde Cantoni durch seine Beobachtungen bestärkt, denn er fand, daß suspendiertes Silber eine kräftigere Bewegung ausführt als Kupfer, und dieses eine kräftigere als Eisen, was zu der Tatsache stimmt, daß Silber eine kleinere spezifische Wärme hat als Kupfer, und dieses wieder eine kleinere als Eisen. Auch die Untersuchung anderer Substanzen gab ähnliche Resultate. Daß in Alkohol die Bewegungen sich weniger stark zeigten als in Wasser, schrieb er der kleineren spezifischen

---

<sup>1)</sup> Nuovo Cim. **27**, 156 (1867). Man sehe auch: Rendiconti Reale Istit. Lombardo (2) **22**, 152 (1889).

Wärme der ersteren Flüssigkeit zu. Auch die von Exner beobachtete Zunahme der Bewegung bei Temperaturerhöhung betrachtet Cantoni als einen Beweis für die Richtigkeit seiner Annahmen. Bei Temperatursteigerung nehmen die spezifischen Wärmen verschiedener Stoffe ja nicht in gleichem Maße zu.

Man kann gegenwärtig diesen Betrachtungen nur geringen Wert beilegen, sie geben den Eindruck, Cantoni sei in seinem Bestreben, eine Beziehung zu finden zwischen der ihm sehr plausibel erscheinenden molekular-theoretischen Erklärung und seinen Beobachtungen über die Abhängigkeit der Geschwindigkeit von den spezifischen Wärmen, durch die zufällige Übereinstimmung seiner Experimente mit seiner Hypothese auf einen Irrweg geführt worden.

Indes versuchten andere Physiker, auf einem gänzlich verschiedenen Wege zu einer Erklärung zu gelangen. Stanley Jevons z. B. spricht 1870 <sup>1)</sup> die Meinung aus, die Brownsche Bewegung habe eine elektrische Ursache. Er stützte sich dabei auf die Tatsache, daß beim Gebrauch von Wasser als Suspensionsmittel die Hinzusetzung von Alkalien oder von anderen Substanzen, welche das Wasser leitend machen, die Bewegung hemmt und die Teilchen niederschlägt. Jevons brachte dies in Beziehung zu der von Armstrong und Faraday <sup>2)</sup> gemachten Erfahrung, daß, während in der Hydroelektriermaschine bei Gebrauch reinen Wassers eine kräftige elektrische Wirkung stattfindet, jede hinzugesetzte Verunreinigung diese Wirkung hemmt oder schwächt. Nur Ammoniak konnte man hinzufügen, ohne eine Änderung in der Elektrizitätsentwicklung zu bemerken, und in Übereinstimmung hiermit fand Stanley Jevons, daß Ammoniak die Teilchen nicht zum Absetzen bringt und auch ihre Geschwindigkeit nicht verringert. Obgleich, nach der Aussage Faradays, Essigsäure z. B. Wasser nicht leitend macht, und Jevons fand, daß sie dennoch die suspendierten Teilchen niederschlägt, gibt er doch seine elektrische Erklärung nicht auf. Er folgert sogar aus ihr und aus der Tatsache, daß Kieselsäure kein Absetzen bewirkt, daß diese Säure Wasser auch nicht leitend machen wird. Schließlich wird auf Wiedemanns Experimente über die elektrische Osmose hingewiesen; ähnlich wie eine

---

<sup>1)</sup> Proc. Manchester Soc. 9, 78 (1870).

<sup>2)</sup> Faraday, Experimental researches, Ser. 18, XXV.

elektrische Kraft das Wasser längs der Wand der Kanäle in einer porösen Platte verschiebt, könne sie die festen Teilchen durch das Wasser hindurch weiter treiben. Von dem Ursprung der elektrischen Kraft, die bei der Brownschen Bewegung wirksam sein sollte, wird freilich keine Rechenschaft gegeben.

Hier sei sogleich erwähnt, daß auch viele spätere Physiker an elektrische Wirkungen gedacht haben, und namentlich ist oft die Frage in Betracht gezogen, inwieweit eventuelle elektrische Ladungen der Teilchen in kolloidalen Lösungen einen Einfluß haben können.

Übrigens wurde Stanley Jevons Meinung von Dancer<sup>1)</sup> bestritten, der gefunden hatte, daß elektrische Kräfte keinen Einfluß auf die Brownsche Bewegung haben und hieraus schließt, daß sie auch nicht die Ursache derselben sein können. Er betont, daß auch an chemische Wirkungen nicht zu denken ist, da auch chemisch inaktive Stoffe, wie Diamant und Graphit, die Bewegung zeigen, und sucht schließlich die Erklärung in „the change of temperature of the particles transmitted through the solution“.

Einige Jahre später beschreibt Renard<sup>2)</sup> seine Untersuchungen über die Brownsche Bewegung von verschiedenen Substanzen, z. B. von Farbstoffen, wobei er mit verschiedenen Suspensionsmitteln arbeitete. Auch beobachtete er die Bewegung an suspendierten Gasbläschen. Diese stellte er in der Weise her, daß er Seifenwasser längere Zeit mit einem Gase schüttelte. Er fand immer Verringerung der Geschwindigkeit bei Zunahme der Teilchengröße und ist der Meinung, man könne das Phänomen nur durch einen inneren Bewegungszustand der Flüssigkeit erklären.

Im Jahre 1877 publiziert Delsaulx<sup>3)</sup> die erste Abhandlung, in der von der Brownschen Bewegung diejenige Erklärung gegeben wird, die man heutzutage allgemein für die richtige hält. Er legt nämlich ganz deutlich dar, wie die Stöße, welche ein suspendiertes Teilchen von den umliegenden Flüssigkeitsmolekülen erfährt, sich nicht aufheben, sondern in jedem kleinen Zeitelement eine Resultante in irgend einer Richtung haben, und er sieht also in der Brownschen Bewegung eine unmittelbare Folge der

---

<sup>1)</sup> Proc. Manchester Soc. 9, 82 (1870).

<sup>2)</sup> Lehmann, Molekularphysik I, S. 268. Leipzig 1888.

<sup>3)</sup> Revue des questions scientifiques (Louvain) 2, 319 (1877).

Wärmebewegung der Flüssigkeitsmoleküle. Er fügt hinzu, daß die Priorität dieser Ansichten größtenteils Carbonelle zukommt.

Daß indes die neue Auffassung sich nur langsam Bahn gebrochen hat, zeigt eine im Jahre 1879 erschienene Abhandlung von v. Nägeli<sup>1)</sup>. Anlässlich der Frage, wie die Spaltpilze sich durch die Luft verbreiten, wird hier allgemein die Bewegung kleiner Teilchen behandelt. v. Nägeli betrachtet suspendierte Teilchen, sowohl im Wasser wie auch in der Luft. Im letzten Falle glaubt er alles aus Strömungen des Mediums erklären zu können. Bei den Flüssigkeiten aber nimmt er andere Wirkungen an, und zwar Kräfte zwischen den Molekülen des Suspensionsmittels und den Molekülen, welche in der nächsten Nähe der Oberfläche in den Teilchen liegen. Er meint nämlich, daß die rasch aufeinanderfolgenden, allseitig gerichteten Stöße ein Teilchen nicht in merkbare Bewegung zu setzen vermögen. Was die genannten „Molekularkräfte“ anbelangt, so ist er geneigt, sie auf elektrische Anziehungen und Abstoßungen zurückzuführen. Die Verteilung der Elektrizität wechsele unaufhörlich und demzufolge ändere sich auch die Kraft, die ein Teilchen von den umgebenden Molekülen erleidet. Eigentümlich ist, daß v. Nägeli damit die „Tatsache“ erklärt, daß die Bewegung bei größeren Teilchen die nämliche ist wie bei kleineren. Die Kräfte sollen nämlich bei Vergrößerung der Teilchen ebenfalls größer werden.

Carbonelle, den wir soeben erwähnten, hat sich schon 1874 mit Versuchen über die Brownsche Bewegung beschäftigt, aber die Ergebnisse und die theoretischen Betrachtungen, zu denen er geriet, wurden erst 1880 von seinem Mitarbeiter Thirion veröffentlicht<sup>2)</sup>.

Carbonelle meint, daß die Brownsche Bewegung eines festen Körperteilchens durch die Stöße der umgebenden Moleküle verursacht wird. Die Lageänderungen eines Gas- oder Dampfbläschens aber, wie sie in den in gewissen Mineralien eingeschlossenen Flüssigkeiten vorkommen, erklärt er daraus, daß bei einer ganz kleinen Oberfläche zufällige Unterschiede bestehen zwischen der Anzahl der aus der Flüssigkeit hinaustretenden und der Anzahl der aus dem Dampfe in sie hineintretenden Moleküle. Demzufolge

---

<sup>1)</sup> München. Sitzungsber., Math.-phys. Kl. 9, 389 (1879).

<sup>2)</sup> Revue des questions scientifiques (Louvain) 7, 5 (1880).

verschiebt sich die Grenzfläche bald nach der Seite der Flüssigkeit, bald nach der des Dampfes<sup>1)</sup>).

Nahe verwandt mit diesen Auffassungen ist auch die Meinung von Bodaszewski<sup>2)</sup>, der 1881 Beobachtungen über die Brownsche Bewegung in Rauch und Salmiaknebel machte und glaubte, „in derselben ein angenähertes Bild der hypothetischen Bewegung der Gasmoleküle nach der kinetischen Gastheorie wahrzunehmen“.

Den Betrachtungen von Delsaulx und Carbonelle schließen sich zwei in den Jahren 1888 und 1889 publizierte Abhandlungen von Gouy<sup>3)</sup> aufs engste an<sup>4)</sup>. Seine sorgfältigen Untersuchungen ergaben im wesentlichen folgendes: Die Bewegung der Teilchen ist um so lebhafter, je geringer die innere Reibung der Flüssigkeit ist. Änderung der Beleuchtungsintensität im Verhältnis 1:1000 hat keinen Einfluß; ebensowenig die Farbe des beleuchtenden Lichtes; und auch nicht ein starkes elektromagnetisches Feld. Teilchen verschiedenartiger Substanzen führen fast die gleiche Bewegung aus. Diese Tatsachen veranlassen Gouy zu der Behauptung, die Ursache der Bewegung müsse man ohne Zweifel nicht in den Teilchen selbst, sondern in der Flüssigkeit suchen. Er schließt mit den Worten: „Ainsi le mouvement brownien, seul de tous les phénomènes physiques, nous rend visible un état constant d'agitation interne des corps, en l'absence de toute cause extérieure. On ne peut guère éviter de rapprocher ce fait des hypothèses cinétiques actuelles et d'y voir une résultante affaiblie des mouvements moléculaires calorifiques.“ Er gibt für die Geschwindigkeit der Teilchen das Hundertmilliontel der Molekulargeschwindigkeit an.

Gouy hat unzweifelhaft das Verdienst, mehr als irgend ein anderer Physiker zur Vorbereitung der heutigen Anschauungen beigetragen zu haben. Trotzdem begegnet man auch nach dem

<sup>1)</sup> Die Erklärung für die Bewegung der Bläschen ist erwähnt worden von de Lapparent, *Traité de géologie*, S. 549.

<sup>2)</sup> *Dinglers polyt. Journ.* **239**, 325 (1881).

<sup>3)</sup> *Journ. de Phys.* **7**, 561 (1888); *Compt. rend.* **109**, 102 (1889).

<sup>4)</sup> Gouy hat vermutlich nur das erwähnte Zitat von de Lapparent gelesen und deshalb nicht gewußt, wie Carbonelle die Brownsche Bewegung fester Teilchen erklärte. Später hat Thirion, *Revue des questions scientifiques (Louvain)* (3) **15**, 250 (1909), die Aufmerksamkeit auf die Carbonellesche und Delsaulxsche Arbeit gelenkt.

Erscheinen seiner Arbeit den verschiedenartigsten Meinungsäußerungen. Schon in dem Referat, das Kolaček von Gouys Untersuchungen gab <sup>1)</sup>, heißt es, die Brownsche Bewegung finde ihre Ursache in radiometrischen Wirkungen, welche man nicht beseitigen könne, weil die zu beobachtenden Teilchen so sehr klein sind und einer ziemlich starken Beleuchtung bedürfen.

In dieser Zeit veröffentlichte C. Fuchs <sup>2)</sup> eine Untersuchung über die scheinbaren Anziehungen und Abstoßungen suspendierter Teilchen. Er sucht die Ursache der Anziehungen in der Kohäsion, die der Abstoßungen in der Adhäsion des Suspensionsmittels.

Ramsay <sup>3)</sup> setzte im Jahre 1892, wie früher Dancer <sup>4)</sup>, die Unwahrscheinlichkeit einer elektrischen Ursache der Brownschen Bewegung auseinander. Die Teilchen scheinen ja keinen Einfluß aufeinander auszuüben. Außerdem haben Versuche von Linder und Picton gelehrt, daß die Teilchen, wenn sie eine Ladung bekommen haben, von einer positiven oder negativen Elektrode abgestoßen werden, ohne daß ihre Brownsche Bewegung sich ändert. Zwar wird die Bewegung schwächer und hört allmählich auf, wenn man zum Suspensionsmittel einen Elektrolyten hinzusetzt; das rühre aber daher, daß dieses eine Koagulation verursacht. Weiter behauptet Ramsay, die Brownsche Bewegung rufe einen Druck hervor; damit will er einige Abweichungen von den bekannten Gesetzen des osmotischen Druckes erklären. Auch erwähnt er, daß die Bewegung von den Dimensionen der Teilchen, ihrer Dichte und der Natur des Suspensionsmittels abhängt.

Als eine Fortsetzung der Gouyschen Arbeit kann man die 1894 <sup>5)</sup> publizierten Untersuchungen von Meade Bache betrachten. Auch dieser findet keinen Einfluß eines elektrischen oder magnetischen Feldes, ebensowenig von Licht oder Temperaturänderungen.

Er bezweckte speziell mit seinen Versuchen die Prüfung zweier Behauptungen, erstens der von Wiener <sup>6)</sup>, daß rote Lichtstrahlen

<sup>1)</sup> Beiblätter **13**, 877 (1889).

<sup>2)</sup> Exners Rep. **25**, 735 (1889); Beiblätter **14**, 469 (1890).

<sup>3)</sup> Chem. News **65**, 90 (1892).

<sup>4)</sup> loc. cit.

<sup>5)</sup> Chem. News **71**, 47, 83, 96, 107 (1895). Proc. Amer. Phil. Soc. **33**, 163 (1894).

<sup>6)</sup> Ich meine jedoch, daß man auf Grund des auf S. 4 zitierten Artikels nicht berechtigt ist, Wiener diese Anschauungsweise zuzuschreiben.

die Bewegung verursachen, zweitens der von Brown <sup>1)</sup>, daß dies durch kleine Explosionen geschehe, welche die Verdampfung der Flüssigkeit begleiten könnten. Aus seinen Experimenten schließt er, daß keine dieser beiden Behauptungen richtig sei, ferner, daß man als Bewegungsursache auch nicht unsichtbare Flüssigkeitsströmungen betrachten könne. Er will die Ursache des Phänomens im Inneren der Flüssigkeit suchen, und zwar führt er als solche die Stöße an, welche die Teilchen seitens der Wassermoleküle erleiden <sup>2)</sup>. Während also Meade Bache sich im ganzen der Gouyschen Auffassung anschloß, vertrat Maltezos <sup>3)</sup> die Meinung, daß die Oberflächenspannung in der das Teilchen umgebenden Flüssigkeitsschicht eine hervorragende Rolle spiele. Daß hieraus eine resultierende Kraft in irgend einer Richtung entsteht, wollte er aus Spuren fremder Substanzen auf der Oberfläche des Teilchens, aus Unebenheiten oder Poren desselben oder aus örtlichen Verunreinigungen der Flüssigkeit erklären. Kurz nachher sprach Quincke die Meinung aus <sup>4)</sup>, die Brownsche Bewegung trete nicht auf, wenn die Flüssigkeit dieselbe Temperatur wie die Umgebung hat. Er denkt sich jedes Teilchen in einer Luft- oder Flüssigkeitsschicht (verschieden von der Suspensionsflüssigkeit) eingehüllt und stellt sich vor, daß durch Beleuchtung der Suspension diese Schicht ungleichmäßig erwärmt wird.

Wir schließen diese kurze Übersicht mit einer Abhandlung von F. M. Exner <sup>5)</sup>, in der Quinckes Behauptung über die Notwendigkeit einer Temperaturdifferenz zwischen der Flüssigkeit und den Teilchen bestritten wurde. Exner stellte eine ausführliche Untersuchung über die Geschwindigkeit der Bewegung an <sup>6)</sup> und konstatierte, daß diese bei Vergrößerung der Teilchen abnahm und durch Temperatursteigerung vergrößert wurde. Auch bemerkt er, daß die der beobachteten Geschwindigkeit entsprechende kinetische Energie viel kleiner ist als die, welche man in der kineti-

<sup>1)</sup> Phil. Mag. (6) 1829, S. 161.

<sup>2)</sup> Merkwürdig ist seine Meinung, die Bewegung sei nur in Wasser wahrzunehmen. Auf nicht sehr deutliche Weise bringt er dies in Beziehung zu dem Ungestüm der Meereswellen.

<sup>3)</sup> Ann. de chim et de phys. (7) **1**, 559 (1894); Compt. rend. **121**, 303 (1895).

<sup>4)</sup> Verhandl. d. deutsch. Naturforschergesellsch. 1898, II, 1, S. 26.

<sup>5)</sup> Ann. d. Phys. **2**, 843 (1900).

<sup>6)</sup> Siehe auch Kap. V, § 1.

schen Gastheorie einem Molekül zuschreibt. In der Voraussetzung, daß die kinetische Energie eines Moleküls der eines Teilchens gleich sei, berechnet er nämlich aus den von ihm beobachteten Geschwindigkeiten die Geschwindigkeit eines Moleküls. Er findet für diese bei 20° C ungefähr 30 cm pro Sekunde, welcher Wert weit unter dem der Molekulargeschwindigkeit bleibt.

„Wenn daher“, so schliesst Exner, „die uns durch die Molecularbewegung gegebenen Daten auch nicht so einfach verwerthet werden können, so mag es doch immer denkbar sein, dass, wenn man überhaupt von der Ansicht eines Zusammenhanges der Bewegung der Flüssigkeitsmolecüle mit der der suspendirten Partikel ausgeht, die einzigen, uns die innere Bewegung einer Flüssigkeit veranschaulichenden, sichtbaren Bewegungen und ihre Maasszahlen einmal von Werth sein können.“

Die hier so behutsam ausgesprochene Erwartung ist sechs Jahre später in glänzender Weise durch die Theorien von Einstein und von v. Smoluchowski erfüllt worden. Wir werden diese Theorien im dritten Kapitel kennen lernen, lassen aber einige einfache Betrachtungen über Teilchen, die sich in unregelmäßiger Weise bald in der einen, bald in der anderen Richtung bewegen, vorangehen. Die Größe, auf die wir insbesondere unsere Aufmerksamkeit richten werden müssen, ist die Länge der geraden Linie, welche die Anfangslage eines Teilchens mit der Lage, die es einige Zeit später einnimmt, verbindet, der „erreichte Abstand“, wie wir sie nennen wollen. Diese Länge ist eben die „Maßzahl“, um die es sich hier handelt.

---

Zweites Kapitel.

**Elementare Betrachtungen  
über den in einer bestimmten Zeit erreichten Abstand.**

§ 1. Wir wollen zunächst annehmen, daß die Teilchen sich nur mit gleichen Schritten auf einer geraden Linie bewegen können, einmal in der einen, der positiven, und dann in der anderen, der negativen Richtung, und zwar in solcher Weise, daß durch den „Zufall“ bestimmt wird, ob ein Teilchen sich nach der einen oder der anderen Seite hinbewegt und daß positive und negative Schritte gleich wahrscheinlich sind.

Es sei  $n$  die Anzahl der Schritte eines Teilchens in der betrachteten Zeit,  $l$  die Länge eines Schrittes. Zur Vereinfachung betrachten wir  $n$  als eine gerade Zahl.

Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein Teilchen von den  $n$  Schritten  $\frac{n}{2} - b$  in negativer,  $\frac{n}{2} + b$  in positiver Richtung macht, ist

$$\frac{1}{2^n} \cdot \frac{n!}{\left(\frac{n}{2} - b\right)! \left(\frac{n}{2} + b\right)!}, \dots \dots \dots (1)$$

wofür wir nach der Stirlingschen Formel schreiben können:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2^n} \cdot \frac{n^{n+\frac{1}{2}} e^{-n} \sqrt{2\pi}}{2\pi e^{-n} \left(\frac{n}{2} - b\right)^{\frac{n+1}{2}-b} \left(\frac{n}{2} + b\right)^{\frac{n+1}{2}+b}} \\ &= \sqrt{\frac{2}{\pi n}} \cdot \frac{1}{\left(1 - \frac{2b}{n}\right)^{\frac{n+1}{2}-b} \left(1 + \frac{2b}{n}\right)^{\frac{n+1}{2}+b}} \end{aligned}$$

Wir setzen voraus, daß  $n$  sehr groß ist. Dann läßt sich beweisen, daß die genannte Wahrscheinlichkeit nur dann einen merklichen Wert hat, wenn  $b$  im Vergleich mit  $\frac{1}{2}n$  sehr klein ist. Dann können wir den Logarithmus des Nenners des zweiten Bruches im obigen Ausdruck nach steigenden Potenzen von  $\frac{b}{n}$  entwickeln. Dies gibt, wenn wir uns auf Glieder mit  $\frac{b^2}{n^2}$  beschränken,

$$\begin{aligned} & \left(\frac{n+1}{2} - b\right) \left(-\frac{2b}{n} - \frac{4b^2}{2n^2} - \dots\right) \\ & + \left(\frac{n+1}{2} + b\right) \left(\frac{2b}{n} - \frac{4b^2}{2n^2} + \dots\right) = 2 \frac{n-1}{n^2} b^2, \end{aligned}$$

oder, da  $n$  sehr groß ist,

$$\frac{2b^2}{n}.$$

Die Wahrscheinlichkeit eines bestimmten Wertes von  $b$  ist also <sup>1)</sup>:

<sup>1)</sup> Auch ohne die Stirlingsche Formel zu benutzen, kann man zu (2) gelangen. Bezeichnen wir nämlich den Ausdruck (1) mit  $W$  und den Wert, den er für  $b = 0$  annimmt, mit  $W_0$ , so ist

$$\begin{aligned} \frac{W}{W_0} &= \frac{\left(\frac{n}{2}\right)! \left(\frac{n}{2}\right)!}{\left(\frac{n}{2} - b\right)! \left(\frac{n}{2} + b\right)!} = \frac{\frac{n}{2} \left(\frac{n}{2} - 1\right) \dots \left(\frac{n}{2} - b + 1\right)}{\left(\frac{n}{2} + 1\right) \left(\frac{n}{2} + 2\right) \dots \left(\frac{n}{2} + b\right)} \\ &= \frac{\left(1 - \frac{1}{n+1}\right) \left(1 - \frac{2}{n+1}\right) \dots \left(1 - \frac{2b-1}{n+1}\right)}{\left(1 + \frac{1}{n+1}\right) \left(1 + \frac{2}{n+1}\right) \dots \left(1 + \frac{2b-1}{n+1}\right)}, \\ \log \frac{W}{W_0} &= \sum_{k=1}^{k=b} \log \frac{1 - \frac{2k-1}{n+1}}{1 + \frac{2k-1}{n+1}}. \end{aligned}$$

Wenden wir hier die bekannte Formel

$$\log \frac{1-x}{1+x} = -2 \left(x + \frac{1}{3}x^3 + \dots\right) \quad (-1 < x < +1)$$

$$\sqrt{\frac{2}{\pi n}} e^{-\frac{2b^2}{n}} \dots \dots \dots (2)$$

Offenbar ist der erreichte Abstand  $2bl = a$ . Soll diese Entfernung zwischen  $a$  und  $a + da$  liegen, dann muß  $b$  zwischen

$$\frac{a}{2l} \text{ und } \frac{a}{2l} + \frac{da}{2l}$$

liegen.

Wir stellen uns vor, daß  $da$ , obwohl sehr klein im Vergleich mit  $a$  selbst, doch so groß ist, daß  $\frac{da}{2l}$  groß gegen die Einheit ist. Dann darf man für die Zahl der Werte von  $b$  zwischen den soeben angegebenen Grenzen — da nur ganze Zahlen in Betracht kommen —  $\frac{da}{2l}$  schreiben, und da man die Wahrscheinlichkeit (2) für alle diese Werte von  $b$  als gleich groß betrachten darf, so findet man für die Wahrscheinlichkeit, daß der erreichte Abstand zwischen  $a$  und  $a + da$  liegt:

$$W = \frac{1}{l} \sqrt{\frac{1}{2\pi n}} \cdot e^{-\frac{a^2}{2nl^2}} da \dots \dots \dots (3)$$

an, wobei wir uns wegen des kleinen Wertes von  $\frac{b}{n}$  auf das erste Glied beschränken können, so wird

$$\log \frac{W}{W_0} = -2 \sum_{k=1}^{k=b} \frac{2k-1}{n+1} = -\frac{2b^2}{n+1},$$

wofür wir auch schreiben dürfen:

$$\log \frac{W}{W_0} = -\frac{2b^2}{n}.$$

Also

$$W = W_0 e^{-\frac{2b^2}{n}}.$$

Daß nun  $W_0$  den Wert  $\sqrt{\frac{2}{\pi n}}$  hat, geht daraus hervor, daß die Summe aller Wahrscheinlichkeiten den Wert Eins liefern muß. Eine ähnliche Berechnungsweise kann man auch in anderen Fällen anwenden. Sie gewährt den Vorteil, daß man ohne viel Mühe den Grad der erreichten Genauigkeit beurteilen kann. Jedoch kann hier nicht darauf eingegangen werden.

Hieraus folgt für den Mittelwert  $\overline{s^2}$  des Quadrates des erreichten Abstandes

$$\overline{s^2} = \frac{1}{l\sqrt{2\pi n}} \int_{-\infty}^{\infty} a^2 e^{-\frac{a^2}{2nl^2}} da = nl^2 \dots \dots (4)$$

Infolgedessen können wir für (3) schreiben:

$$W = \frac{1}{\sqrt{2\pi s^2}} \cdot e^{-\frac{a^2}{2s^2}} da \dots \dots \dots (5)$$

§ 2. Auch für den Fall, daß ein Teilchen sich nach allen Richtungen bewegen kann, ohne daß die eine vor der anderen bevorzugt ist, können wir die Wahrscheinlichkeit eines bestimmten Wertes des in einer bestimmten Richtung erreichten Abstandes berechnen. Zu diesem Zwecke denken wir uns um einen festen Punkt  $O$  eine Kugel mit dem Radius  $l$  beschrieben und ziehen einen Durchmesser in der betrachteten Richtung, z. B. von links nach rechts. Diesen Durchmesser teilen wir in  $p$  gleiche Strecken. Wir können jetzt jeden Schritt durch einen Radius der Kugel darstellen und den Endpunkt dieses Radius auf den Durchmesser projizieren. Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß die Projektion sich in einer der erwähnten Strecken befindet, ist für diese alle gleich groß, da diesen Strecken Kugelscheiben mit gleicher Oberfläche entsprechen. Die Strecken werden wir von links nach rechts numerieren:  $V_1, V_2, \dots, V_p$ . Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß von den in der Zeit  $t$  zurückgelegten Schritten  $n_1$  den Endpunkt ihrer Projektion in  $V_1$  haben,  $n_2$  in  $V_2, \dots, n_p$  in  $V_p$  ( $n_1 + n_2 + \dots + n_p = n$ ), ist

$$W = \frac{1}{p^n} \cdot \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_p!}.$$

Suchen wir jetzt die Werte von  $n_1, n_2$  usw., für welche  $W$  oder, was auf dasselbe hinauskommt,  $\log W$  ein Maximum ist, so finden wir

$$n_1 = n_2 \dots = n_p = \frac{n}{p} \dots \dots \dots (6)$$

Wir wollen nunmehr die Wahrscheinlichkeit dafür suchen, daß alle Zahlen um kleine Beträge von diesen Werten abweichen.

Wenn wir diese Beträge mit  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_p$  bezeichnen, so handelt es sich also um den Wert von

$$W = \frac{1}{p^n} \cdot \frac{n!}{(n_1 + \varepsilon_1)! (n_2 + \varepsilon_2)! \dots (n_p + \varepsilon_p)!} \cdot \dots \quad (7)$$

oder um den Logarithmus dieser Zahl, den wir nach der Taylor'schen Reihe in der folgenden Weise entwickeln können, wenn  $W_m$  die maximale Wahrscheinlichkeit ist:

$$\begin{aligned} \log W &= \log W_m + \frac{\partial (\log W)}{\partial n_1} \varepsilon_1 + \frac{\partial (\log W)}{\partial n_2} \varepsilon_2 + \dots \\ &+ \frac{\partial (\log W)}{\partial n_p} \varepsilon_p + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 (\log W)}{\partial n_1^2} \varepsilon_1^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 (\log W)}{\partial n_2^2} \varepsilon_2^2 + \dots \\ &+ \frac{1}{2} \frac{\partial^2 (\log W)}{\partial n_p^2} \varepsilon_p^2 + \frac{\partial^2 (\log W)}{\partial n_1 \partial n_2} \varepsilon_1 \varepsilon_2 + \dots \end{aligned}$$

Für die Differentialquotienten sind hier die den Zahlen (6) entsprechenden Werte einzusetzen.

Mittels der Stirlingschen Formel findet man

$$\log W = \log W_m - \frac{p}{2n} \sum \varepsilon^2$$

und

$$W = W_m e^{-\frac{p}{2n} \sum \varepsilon^2} \dots \dots \dots (8)$$

Für den in der betrachteten Richtung erreichten Abstand können wir nun schreiben:

$$\begin{aligned} a &= \frac{2l}{p} \left\{ -\frac{p}{2} \varepsilon_1 - \left( \frac{p}{2} - 1 \right) \varepsilon_2 \dots - \varepsilon_{\frac{p}{2}} + \varepsilon_{\frac{p}{2}+1} \right. \\ &\quad \left. + 2 \varepsilon_{\frac{p}{2}+2} + \dots + \frac{p}{2} \varepsilon_p \right\} \cdot \dots \dots \dots (9) \end{aligned}$$

Hierbei ist vorausgesetzt, daß  $p$  eine gerade Zahl ist, und die Rechnung ist so geführt worden, als ob jede in einer der genannten Strecken liegende Projektion sich in dem von  $O$  abgewandten Endpunkt dieser Strecke befände. Wenn  $p$  sehr groß ist, entsteht dadurch kein Fehler. Um nun die Wahrscheinlichkeit dafür zu ermitteln, daß der erreichte Abstand zwischen bestimmten Grenzen liegt, müssen wir alle Werte der Zahlen  $\varepsilon$  betrachten, für welche dies zutrifft und die überdies der Bedingung

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \dots + \varepsilon_p = 0 \dots \dots \dots (10)$$

genügen, für jedes dieser Wertsysteme die Formel (8) anwenden und schließlich die so erhaltenen Wahrscheinlichkeiten addieren. Wir können dies auf ein Problem der mehrdimensionalen Geometrie zurückführen, indem wir uns einen  $p$ -dimensionalen Raum mit den Koordinaten

$$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_p$$

denken, so daß jedem der genannten Wertsysteme ein Punkt entspricht. Die Gleichungen (9) und (10) stellen „Ebenen“ in diesem Raum dar und wir können jetzt die Frage so stellen: Wie viele der in Betracht kommenden Punkte liegen in der Ebene (10) und zu gleicher Zeit zwischen den Ebenen (9) und (9'), wenn (9') nur dadurch von (9) verschieden ist, daß man  $a$  durch  $a + da$  ersetzt hat? Wir wollen durch eine orthogonale Substitution neue Koordinaten einführen, und zwar in der Weise, daß die erste  $\varepsilon'_1$  senkrecht zu der Ebene (10) steht und die zweite senkrecht zu der Ebene (9). Da die Normale von (10) die Richtungskonstanten

$$\frac{1}{\sqrt{p}}, \frac{1}{\sqrt{p}} \dots \frac{1}{\sqrt{p}}$$

und die Normale von (9) die Richtungskonstanten

$$\begin{aligned} & -\frac{p}{2} & & -\frac{p}{2} + 1 \\ & \sqrt{2 \left[ 1^2 + 2^2 + \dots + \left(\frac{p}{2}\right)^2 \right]}, & & \sqrt{2 \left[ 1^2 + 2^2 + \dots + \left(\frac{p}{2}\right)^2 \right]}, \dots \\ & & & \frac{p}{2} \\ & & & \sqrt{2 \left[ 1^2 + 2^2 + \dots + \left(\frac{p}{2}\right)^2 \right]} \end{aligned}$$

hat, so wird die Bedingung, daß  $\varepsilon'_1$  und  $\varepsilon'_2$  senkrecht zueinander stehen, erfüllt.

Die übrigen Koordinaten  $\varepsilon'_3, \dots, \varepsilon'_p$  sollen so gewählt werden, daß auch den weiteren Bedingungen für eine orthogonale Transformation genügt wird. Dann ist  $\sum \varepsilon^2 = \sum \varepsilon'^2$  und wir finden aus (8) für die Wahrscheinlichkeit, daß die Koordinaten bestimmte Werte haben:

$$W = W_m e^{-\frac{p}{2n} \sum \varepsilon'^2}$$

Wir bemerken jetzt, daß  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_p$  ganze Zahlen sein müssen und daß dies nur in bestimmten Punkten des Raumes ( $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_p$ ) der Fall ist. Von diesen Punkten kommen nur diejenigen in Betracht, welche in der durch (10) oder

$$\varepsilon'_1 = 0$$

dargestellten Ebene liegen; sie sind in regelmäßiger Weise über diese verteilt. Wenn  $\mathcal{A}$  die Dichte dieser Verteilung ist, so ist die Anzahl der Punkte in einem Element  $d\varepsilon'_2 \dots d\varepsilon'_p$  der Ebene

$$\mathcal{A} d\varepsilon'_2 \dots d\varepsilon'_p$$

und wir finden also die gesuchte Wahrscheinlichkeit durch Integration des Ausdruckes

$$W_m \mathcal{A} e^{-\frac{p}{2n} (\varepsilon'^2_2 + \dots + \varepsilon'^2_p)} d\varepsilon'_2 \dots d\varepsilon'_p \dots \dots \quad (11)$$

über denjenigen Teil der Ebene, in dem die gestellten Bedingungen erfüllt sind.

Die aus dem Koordinatenursprung auf die Ebene (9) gefällte Senkrechte hat die Länge

$$\varepsilon'_2 = \frac{ap}{2l \sqrt{2 \left[ 1^2 + 2^2 + \dots + \left(\frac{p}{2}\right)^2 \right]}}$$

Nun ist

$$1^2 + 2^2 + \dots + k^2 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6},$$

wofür bei sehr großem  $k$  geschrieben werden darf  $\frac{k^3}{3}$ .

Da  $\frac{p}{2}$  als sehr groß vorausgesetzt wird, finden wir also für diese Normale

$$\varepsilon'_2 = \frac{a}{l} \sqrt{\frac{3}{p}},$$

und die Bedingung, daß  $a$  zwischen  $a$  und  $a+da$  liegen soll, läuft darauf hinaus, daß die zweite Koordinate zwischen  $\varepsilon'_2$  und  $\varepsilon'_2 + d\varepsilon'_2$  liegen muß, wo

$$d\varepsilon'_2 = \frac{1}{l} \sqrt{\frac{3}{p}} da$$

ist. Was  $\varepsilon'_3, \dots, \varepsilon'_p$  betrifft, so können diese alle Werte zwischen  $-\infty$  und  $+\infty$  haben. Durch Ausführung der Integration nach

diesen Variablen finden wir aus (11) für die gesuchte Wahrscheinlichkeit

$$W = C e^{-\frac{3 a^2}{2 n l^2}} da,$$

wo mehrere konstante Faktoren in dem Koeffizienten  $C$  zusammengefaßt sind, dessen Wert man am leichtesten berechnen kann, wenn man bedenkt, daß eine Integration von  $W$  von  $a = -\infty$  bis  $a = +\infty$  den Wert Eins ergeben muß. So findet man schließlich

$$W = \frac{1}{l} \sqrt{\frac{3}{2 \pi n}} e^{-\frac{3 a^2}{2 n l^2}} da \quad . . . . . (12)$$

Auf die gewöhnliche Weise leiten wir hieraus den Mittelwert

$$\overline{s^2} = \frac{1}{3} n l^2 \quad . . . . . (13)$$

ab. Mit Rücksicht darauf können wir, ebenso wie im § 1, für (12) schreiben:

$$W = \sqrt{\frac{1}{2 \pi \overline{s^2}}} e^{-\frac{a^2}{2 \overline{s^2}}} da \quad . . . . . (14)$$

**§ 3.** Im vorhergehenden haben wir zwei Fragen behandelt:

1. Welche ist die Wahrscheinlichkeit  $W$  eines bestimmten erreichten Abstandes?
2. Welches ist der Mittelwert  $\overline{s^2}$ ?

Auf die erste Frage werden wir später nicht wieder zurückkommen. Daher bemerken wir hier, daß unsere Formeln (5) und (14) genau dieselbe Gestalt haben wie die Gleichung, die Perrin<sup>1)</sup> anführt und die er einer experimentellen Prüfung unterzogen hat. Seinem Artikel entnehmen wir die nebenstehende Tabelle, aus der die gute Übereinstimmung zwischen Berechnung und Beobachtung deutlich hervorgeht<sup>2)</sup>. Es handelt sich in ihr um die in einer gewissen bestimmten Zeit von in Wasser schwebenden Gummiguttkörnern bei ihrer Brownschen Bewegung erreichten Abstände.

**§ 4.** Wenn man nicht nach der Wahrscheinlichkeit fragt, sondern nur den Mittelwert  $\overline{s^2}$  zu bestimmen wünscht, kann man einen viel einfacheren Weg einschlagen. Bevor wir diesen in § 6

<sup>1)</sup> Ann. de chim. et phys. (8) 18, 82 (1909).

<sup>2)</sup> Siehe für Perrins Versuche Kap. III, § 2.

kennen lernen, möge hier noch eine Ableitung eingeschaltet werden, bei der ohne Anwendung der Stirlingschen Näherungsformel die

Abstände in einer bestimmten Richtung (in $\mu$ ) zwischen	Anzahl	
	beobachtet	berechnet
0 und 1,7	48	44
1,7 „ 3,4	38	40
3,4 „ 5,1	36	35
5,1 „ 6,8	29	28
6,8 „ 8,5	16	21
8,5 „ 10,2	15	15
10,2 „ 11,9	8	10
11,9 „ 13,6	7	5
13,6 „ 15,3	4	4
15,3 „ 17,0	4	2

streng richtige Formel (1) für beliebige Werte von  $n$  und  $b$  benutzt wird.

In dem in § 1 betrachteten Fall ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß das Teilchen sich  $m$  mal in positiver und  $(n - m)$  mal in negativer Richtung bewegt:

$$\frac{n!}{2^n m! (n - m)!} = \frac{1}{2^n} n_m,$$

wo  $n_m$  die bekannte, für die Binomialkoeffizienten übliche Schreibweise ist. Der erreichte Abstand ist

$$(2m - n)l$$

und der Mittelwert des Quadrates dieses Abstandes wird gefunden, wenn man für jeden Wert von  $m$  den Ausdruck  $(2m - n)^2 l^2$  nimmt, jede so erhaltene Zahl mit der dazu gehörigen Wahrscheinlichkeit multipliziert und alle diese Produkte addiert.

In dieser Weise finden wir

$$\bar{s}^2 = \frac{l^2}{2^n} \sum_{m=0}^{m=n} \frac{n!}{(n - m)! m!} (4m^2 - 4mn + n^2).$$

Nun ist

$$\begin{aligned} 4m^2 \frac{n!}{(n - m)! m!} &= 4m(m - 1) \frac{n!}{(n - m)! m!} + 4m \frac{n!}{(n - m)! m!} \\ &= 4n(n - 1) \cdot (n - 2)_{m-2} + 4n(n - 1)_{m-1}, \end{aligned}$$

$$4 m n \frac{n!}{(n-m)! m!} = 4 n^2 (n-1)_{m-1},$$

so daß wir erhalten:

$$\bar{s}^2 = \frac{l^2}{2^n} \left\{ 4 n (n-1) \sum_{m=0}^{m=n} (n-2)_{m-2} + 4 n (1-n) \sum_{m=0}^{m=n} (n-1)_{m-1} + n^2 \sum_{m=0}^{m=n} n_m \right\},$$

in welcher Gleichung unter  $n_0$  die Zahl 1, unter  $n_{-1}$  oder  $n_{-2}$  aber der Wert 0 zu verstehen ist.

Wenn man dies berücksichtigt, so hat man nach einer bekannten Eigenschaft der Binomialkoeffizienten:

$$\begin{aligned} \sum_{m=0}^{m=n} (n-2)_{m-2} &= \sum_{m=2}^{m=n} (n-2)_{m-2} = \sum_{m'=0}^{m'=n-2} (n-2)_{m'} = 2^{n-2}, \\ \sum_{m=0}^{m=n} (n-1)_{m-1} &= \sum_{m=1}^{m=n} (n-1)_{m-1} = \sum_{m'=0}^{m'=n-1} (n-1)_{m'} = 2^{n-1}, \\ \sum_{m=0}^{m=n} n_m &= 2^n, \end{aligned}$$

und schließlich

$$\frac{l^2}{2^n} \left\{ 4 n (n-1) 2^{n-2} + 4 n (1-n) 2^{n-1} + n^2 2^n \right\} = n l^2 \text{ 1).}$$

**§ 5.** Wir wollen uns jetzt der bereits erwähnten einfacheren Ableitung der Formel für  $\bar{s}^2$  zuwenden. Dabei geben wir die Voraussetzung geradliniger zickzackförmiger Bewegungen auf und denken uns Verhältnisse, wie sie wirklich bei der Brownschen Bewegung vorkommen.

<sup>1)</sup> Das folgende Problem: „Ein Teilchen kann sich auf einer geraden Linie hin und her bewegen, nicht mit immer gleichen Schritten, sondern mit Schritten, die z. B.  $k$  verschiedene Größen haben können derart, daß für jede die gleiche Wahrscheinlichkeit besteht. Wieder soll  $\bar{s}^2$  berechnet werden“ wird behandelt in meiner Doktorarbeit S. 22. Für den gesuchten Mittelwert wird gefunden:

$$S = \frac{n}{k} \left\{ l_1^2 + l_2^2 + \dots + l_k^2 \right\},$$

wo mit den Indizes die verschiedenen Größen der Schritte angedeutet sind und mit  $n$  die totale Anzahl der Schritte.

Wir fassen wieder eine bestimmte Richtung ins Auge und bezeichnen die Projektionen der von ein und demselben Teilchen in einer großen Zahl aufeinanderfolgender gleicher Zeiteile  $\tau$  zurückgelegten Wege auf diese Richtung mit

$$s_1, s_2, \dots s_n.$$

Dann ist der erreichte Abstand

$$s = s_1 + s_2 + \dots + s_n.$$

Wie groß ist nun der Mittelwert von  $\overline{s^2}$  für eine große Zahl von Teilchen?

Nimmt man an, daß zwischen den in den verschiedenen Zeiteilen  $\tau$  zurückgelegten Wegen keinerlei Zusammenhang besteht und daß also das Vorzeichen und die Größe von  $s_i$  von denen von  $s_k$  gänzlich unabhängig sind, so ist

$$\overline{s_k s_i} = 0.$$

Also

$$\overline{s^2} = \overline{s_1^2} + \overline{s_2^2} + \dots + \overline{s_n^2}.$$

Man darf setzen

$$\overline{s_1^2} = \overline{s_2^2} = \dots = \overline{s_n^2},$$

so daß

$$\overline{s^2} = n \overline{s_1^2} \dots \dots \dots (15)$$

wird. Es stellt sich somit heraus, daß auch in diesem allgemeinen Fall der Mittelwert  $\overline{s^2}$  der Zahl  $n$ , und also dem betrachteten Zeitraum  $t = n\tau$  proportional ist.

Hierzu muß bemerkt werden, daß gar nicht vorausgesetzt ist, der in dem Zeitelement  $\tau$  zurückgelegte Weg sei geradlinig. Die Größen  $s_1, s_2 \dots$  sind nichts anderes als die Projektionen der jedesmal in den Zeiteilen  $\tau$  erreichten Abstände. Es ist nicht ausgeschlossen, daß schon innerhalb der Zeit  $\tau$  die Bewegung in vielfach verschlungener Bahn stattfindet.

Man sieht leicht, daß man aus dem gefundenen Resultat auch etwas über die wirklich im Raum erreichten Abstände oder über deren Projektionen auf eine Ebene ableiten kann. Man darf nämlich annehmen, daß die Brownsche Bewegung in jeder Richtung in derselben Weise stattfindet. Bezeichnet man die Projektionen auf drei zueinander senkrechte Koordinatenachsen mit  $s_x, s_y, s_z$ , die auf die  $xy$ -Ebene mit  $s_v$  und den im Raum erreichten Abstand mit  $s_r$ , so gilt für  $\overline{s_x^2}, \overline{s_y^2}, \overline{s_z^2}$  die Formel (15) und daraus folgt  $\overline{s_v^2} = 2 n \overline{s_1^2}, \overline{s_r^2} = 3 n \overline{s_1^2}$ .

Obleich indessen die vorstehenden Erörterungen erkennen lassen, daß es eine Formel von der Form

$$\overline{s^2} = qt$$

gibt, so sagen sie über den Wert des Koeffizienten  $q$  nichts aus. Die Bestimmung desselben erfordert tiefergehende Betrachtungen, von denen in den nächsten Kapiteln die Rede sein wird.

§ 6. Versucht man, die Brownsche Rotationsbewegung in ähnlicher Weise zu behandeln, wie es oben für die Translation geschah, so stößt man bei endlichen Drehungswinkeln auf große Schwierigkeiten. Wir können uns um das betrachtete Teilchen eine Kugel mit dem Mittelpunkt des Teilchens als Zentrum und dem Radius Eins denken, und wir können den Schnittpunkt dieser Kugel mit dem Radiusvektor, der den Mittelpunkt mit einem anderen festen Punkt des Teilchens verbindet, ins Auge fassen. Führt das Teilchen rotierende Bewegungen um verschiedene Achsen aus, so beschreibt dieser Schnittpunkt eine aus aneinandergereihten Kreisbogen zusammengesetzte Bahn. Es ist jedoch sehr schwierig zu untersuchen, in welche Lage der Punkt nach einer größeren Zahl von Drehungen gekommen ist, und wir beschränken uns deshalb auf den einfachsten Fall, nämlich den der Drehung um eine einzelne Achse, wobei jedesmal gleiche Rotationen von der Größe  $a$  entweder in der einen oder in der anderen Richtung ausgeführt werden. Steht der genannte Radiusvektor senkrecht zur Achse, so wird der betrachtete Punkt sich fortwährend längs desselben größten Kreises bewegen. Indem wir uns diesen Kreis zu einer geraden Linie ausgebreitet denken, können wir das Problem auf den Fall der Bewegung eines Teilchens in einer geraden Linie zurückführen. Es tritt indes die Komplikation ein, daß Drehungen, die größer als  $2\pi$  sind, was die Lage des Teilchens betrifft, auf dasselbe hinauskommen wie kleinere. Dies kann man in folgender Weise berücksichtigen:

Die Zahl der Teilchen, die nach  $n$  elementaren Drehungen einen „Abstand“ erreichen, dessen Wert zwischen  $x$  und  $x + dx$  liegt, d. h. die schließlich um einen zwischen diesen Grenzen liegenden Winkel gedreht sind, ist

$$N \sqrt{\frac{a}{\pi}} \cdot e^{-ax^2} dx,$$

wenn  $N$  die gesamte Teilchenzahl und  $a = \frac{1}{2n\alpha^2}$  ist. Betrachten wir jetzt nur die Teilchen, für welche der erreichte Abstand, von der Anfangslage aus gerechnet, nach einer bestimmten Seite hin gerichtet ist, so ist die Anzahl der scheinbar über einen Winkel zwischen  $x$  und  $x + dx$  ( $x < 2\pi$ ) gedrehten Teilchen gleich der Summe der Zahlen derjenigen Teilchen, für welche der Drehungswinkel zwischen  $x$  und  $x + dx$  bzw. zwischen  $x + 2\pi$  und  $x + 2\pi + dx$  usw. liegt. Sie beträgt also

$$N \sqrt{\frac{a}{\pi}} [e^{-ax^2} + e^{-a(x+2\pi)^2} + e^{-a(x+4\pi)^2} + \dots] dx.$$

Bei den Versuchen von Perrin (s. Kap. III, § 4) war der quadratische Mittelwert der erreichten Abstände nur  $14,5^\circ$ .

Es ist einleuchtend, daß unter diesen Umständen für äußerst wenige Teilchen der erreichte Abstand größer als  $2\pi$  ist und daß obige Reihe auf das erste Glied beschränkt werden kann.

Es ist interessant, aus dem gefundenen Ausdruck abzuleiten, daß nach genügend langer Zeit die Teilchen so ziemlich alle möglichen Richtungen angenommen haben. Dies ist leicht einzusehen. Wir brauchen nämlich nur zu zeigen, daß die Funktion, mit der  $dx$  multipliziert ist, nämlich

$$f(x) = N \sqrt{\frac{a}{\pi}} [e^{-ax^2} + e^{-a(x+2\pi)^2} + \dots],$$

für Werte von  $x$  zwischen 0 und  $2\pi$  sehr wenig variiert.

Der Mittelwert der Funktion ist  $\frac{N}{4\pi}$ .

Nimmt  $x$  von 0 bis  $2\pi$  zu, so nimmt jedes Glied und daher die ganze Funktion stets ab. Die äußersten Werte sind also  $f(0)$  und  $f(2\pi)$ . Ihre Differenz beträgt

$$N \sqrt{\frac{a}{\pi}} = \frac{N}{\alpha} \sqrt{\frac{1}{2\pi n}}.$$

Dies wird bei fortwährend zunehmendem  $n$  schließlich sehr klein gegen den Mittelwert  $\frac{N}{4\pi}$ . Hiermit ist unsere Behauptung bewiesen.

## Die Einsteinsche Theorie und ihre experimentelle Bestätigung von Perrin.

**§1. Formel für die Translationsbewegung.** Einstein<sup>1)</sup> leitet eine Formel für den quadratischen Mittelwert des von einem Teilchen in einer bestimmten Zeit erreichten Abstandes ab. Hierzu benutzt er die Wahrscheinlichkeitsrechnung, welche er auch schon in einem Artikel über die Grundsätze der Thermodynamik anwandte. Weiter benutzt er einen Kunstgriff: er betrachtet nämlich einen stationären Zustand unter Einfluß einer äußeren Kraft, die er auf jedes Teilchen wirkend annimmt. Es gibt dann zwei Umstände, von denen ein jeder für sich den stationären Zustand ändern würde, erstens die äußere Kraft und zweitens die Brownsche Bewegung.

Man kann die Theorie auf zwei verschiedene Weisen darlegen.

Erstens kann man eine kanonische Gesamtheit von Systemen betrachten, von denen jedes aus einem einzelnen in der Flüssigkeit schwebenden Teilchen besteht. Der Zustand eines solchen Systems sei vollkommen bestimmt durch die  $n$  Parameter (Koordinaten und Momente)  $p_1, p_2 \dots p_n$ . Man kann sich jedes System dargestellt denken durch einen Punkt in dem  $n$ -dimensionalen Raume  $(p_1, p_2 \dots p_n)$ . Die Zahl der Systeme, welche sich in einem bestimmten Augenblick in einem Element  $dp_1 dp_2 \dots dp_n$  dieses Raumes befinden, ist gegeben durch die Formel

$$C e^{-\frac{NE}{RT}} dp_1 \dots dp_n, \quad . . . . . (16)$$

---

<sup>1)</sup> Ann. d. Phys. **19**, 371 (1906).

wo  $C$  eine Konstante ist, und  $R$  die Gaskonstante,  $E$  die Energie,  $N$  die Anzahl der Moleküle in einem Grammolekül (die Avogadro'sche Konstante) und  $T$  die Temperatur bedeutet.

Wir bemerken hierzu, daß die Anwendung der gewöhnlichen statistisch-thermodynamischen Betrachtungen auf suspendierte Teilchen zur Voraussetzung hat, daß die mittlere kinetische Energie eines Teilchens der eines Gas- oder Flüssigkeitsmoleküls gleich ist.

Einstein stellt sich nun vor, daß auf die Teilchen eine vom Potential  $\varphi$  abhängige Kraft wirkt. Ein Teil des Exponenten von (16) rührt dann von der potentiellen Energie her und man kann die Exponentialgröße in zwei Faktoren zerlegen, von denen der eine nur die potentielle, der andere nur die kinetische Energie enthält. Einstein faßt speziell eine der Koordinaten ins Auge, die er  $\alpha$  nennt, und nimmt an, die eingeführte äußere Kraft und also auch die potentielle Energie  $\varphi$  hänge nur von  $\alpha$  ab. Will man die Anzahl der Systeme in der Gesamtheit kennen, für welche diese Koordinate zwischen bestimmten Grenzen liegt, so muß man über die übrigen Parameter integrieren. Unter der Annahme, daß die Koordinate  $\alpha$  nicht in dem Ausdruck für die kinetische Energie auftritt, kann man das Resultat dieser Integrationen mit der Konstante  $C$  in einem Buchstaben zusammenfassen. So findet man für die Anzahl der Systeme, für welche die betrachtete Koordinate Werte zwischen  $\alpha$  und  $\alpha + d\alpha$  hat, einen Ausdruck von der Form

$$C' e^{-\frac{N}{RT}\varphi} d\alpha = F(\alpha) d\alpha \dots \dots (17)$$

Mit Hilfe dieses Ansatzes untersucht Einstein, in welcher Weise der Zustand der Gesamtheit stationär bleibt, indem sich die Änderungen, welche die Brownsche Bewegung und die äußere Kraft jede für sich verursachen würden, ausgleichen. Dazu setzt er voraus, daß man jede dieser Änderungen berechnen kann, als wenn die andere nicht vorhanden wäre. Er setzt die Wahrscheinlichkeit, daß  $\alpha$  in der Zeit  $t$  durch die Brownsche Bewegung eine Änderung erleidet, deren Größe zwischen  $\mathcal{A}$  und  $\mathcal{A} + d\mathcal{A}$  liegt, gleich

$$\psi(\mathcal{A}) d\mathcal{A},$$

und nimmt an, was wirklich oft der Fall sein wird,

$$\psi(\mathcal{A}) = \psi(-\mathcal{A}).$$

Was die Wirkung der äußeren Kraft anbetrifft, denkt sich Einstein, daß diese für sich eine ihrer Größe proportionale Geschwindigkeit  $\dot{\alpha}$  hervorruft. Diese Annahme setzt das Bestehen einer Art Reibungswiderstand voraus. In der Endformel tritt daher auch der Reibungskoeffizient der umgebenden Flüssigkeit auf. Wir fassen nun einen bestimmten Wert  $\alpha_0$  ins Auge und betrachten diejenigen Systeme der Gesamtheit, für welche die Koordinate  $\alpha$  infolge der Brownschen Bewegung während der betrachteten Zeit  $t$  durch diesen Wert geht; es sei die Anzahl der Systeme, für welche dies in positiver bzw. negativer Richtung geschieht,  $n_2$  bzw.  $n_3$ . Zur Berechnung von  $n_2$  betrachten wir zunächst diejenigen Systeme, für welche am Anfang der Zeit  $t$   $\alpha$  zwischen

$$\alpha_0 - \beta \quad \text{und} \quad \alpha_0 - (\beta + d\beta)$$

liegt. Ihre Anzahl ist nach (19)

$$F(\alpha_0 - \beta) d\beta.$$

Da bei denjenigen von diesen Systemen, für welche  $\mathcal{A} > \beta$  ist, die Koordinate  $\alpha$  in der Zeit  $t$  durch  $\alpha_0$  geht und die Wahrscheinlichkeit hierfür durch

$$\int_{\beta}^{\infty} \psi(\mathcal{A}) d\mathcal{A}$$

gegeben wird, so hat man

$$n_2 = \int_0^{\infty} F(\alpha_0 - \beta) d\beta \int_{\beta}^{\infty} \psi(\mathcal{A}) d\mathcal{A}.$$

Auf dieselbe Weise findet man

$$n_3 = \int_0^{\infty} F(\alpha_0 + \beta) d\beta \int_{\beta}^{\infty} \psi(\mathcal{A}) d\mathcal{A},$$

so daß

$$n_2 - n_3 = \int_0^{\infty} \{F(\alpha_0 - \beta) - F(\alpha_0 + \beta)\} d\beta \int_{\beta}^{\infty} \psi(\mathcal{A}) d\mathcal{A}$$

wird.

Wenn hier auch über  $\beta$  von 0 bis  $\infty$  integriert wird, so liefern doch, wenn die Zeit  $t$  nur genügend kurz gewählt wird, nur sehr kleine Werte von  $\beta$  einen merklichen Beitrag zu diesem Ausdruck, denn für die weitaus meisten Systeme ist dann die

Änderung von  $\alpha$  durch die Brownsche Bewegung sehr klein. Deshalb darf man schreiben:

$$F(\alpha_0 - \beta) - F(\alpha_0 + \beta) = -2\beta F'(\alpha_0)$$

und

$$n_2 - n_3 = -2F'(\alpha_0) \int_0^\infty \beta d\beta \int_\beta^\infty \psi(\mathcal{A}) d\mathcal{A}.$$

Dies wird einfacher, wenn man die Reihenfolge der Integrationen umkehrt, wobei die Grenzen für  $\beta:0$  und  $\mathcal{A}$ , und die von  $\mathcal{A}:0$  und  $\infty$  werden. Schließlich findet man also

$$n_2 - n_3 = -F'(\alpha_0) \int_0^\infty \mathcal{A}^2 \psi(\mathcal{A}) d\mathcal{A} \dots (18)$$

Für den quadratischen Mittelwert der Änderung  $\mathcal{A}$ , welche die Brownsche Bewegung in der Zeit  $t$  für die Koordinate  $\alpha$  hervorruft, folgt nun aus der Definition von  $\psi(\mathcal{A})$ :

$$\overline{\mathcal{A}^2} = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{A}^2 \psi(\mathcal{A}) d\mathcal{A} = 2 \int_0^\infty \mathcal{A}^2 \psi(\mathcal{A}) d\mathcal{A}$$

und (18) wird:

$$n_2 - n_3 = \frac{1}{2} \overline{\mathcal{A}^2} F'(\alpha_0), \dots (19)$$

Die Anzahl der Systeme, für welche  $\alpha$  in der Zeit  $t$  infolge der Wirkung der äußeren Kraft durch den Wert  $\alpha_0$  geht, ist, wenn man die durch eine Kraft Eins erzeugte Geschwindigkeit mit  $B$  bezeichnet,

$$n_1 = B \left( \frac{\partial \Phi}{\partial \alpha} \right)_{\alpha_0} t F(\alpha_0), \dots (20)$$

und zwar geht  $\alpha$  in negativer Richtung durch den Wert  $\alpha_0$ , wenn dieser Ausdruck positiv, in positiver Richtung, wenn er negativ ist. Man kann die Formel leicht ableiten, wenn man bedenkt,

daß die Kraft durch  $-\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \alpha}\right)_{\alpha_0}$ , also die erzeugte Geschwindigkeit

durch  $-B\left(\frac{\partial \Phi}{c\alpha}\right)_{\alpha_0}$  und die Änderung von  $\alpha$  durch  $-B\left(\frac{\partial \Phi}{c\alpha}\right)_{\alpha_0} t$

dargestellt wird. Man muß also die Anzahl der Systeme haben, für welche im Anfang der Zeit  $t$  die Koordinate  $\alpha$  zwischen  $\alpha_0$  und

$\alpha_0 + B\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \alpha}\right)_{\alpha_0} t$  liegt, welche Anzahl, für kleines  $t$ , nach (17)

wirklich durch (20) gegeben wird.

Die Gleichstellung von  $n_1$  und  $n_2 - n_3$  gibt als Bedingung für den stationären Zustand

$$B \left( \frac{\partial \Phi}{\partial \alpha} \right)_{\alpha_0} F'(\alpha_0) t + \frac{1}{2} F'(\alpha_0) \overline{\mathcal{A}^2} = 0,$$

woraus unter Benutzung der in (17) zum Ausdruck gelangten Bedeutung von  $F(\alpha)$  folgt:

$$\overline{\mathcal{A}^2} = \frac{2R}{N} B T t . . . . . (21)$$

Dieses Resultat ist deshalb besonders bemerkenswert, weil  $\Phi$  gar nicht in der Endformel auftritt und man also über die eingeführte äußere Kraft jede beliebige Annahme machen kann, wenn die Kraft nur von einem Potential abhängt.

Bei der Anwendung der Formel (21) auf die Translationsbewegung kugelförmiger Teilchen benutzt Einstein die Stokes'sche Formel und schreibt

$$B = \frac{1}{6\pi\xi a},$$

wo  $\xi$  den Reibungskoeffizienten des Suspensionsmittels und  $a$  den Radius eines Teilchens bezeichnet. Er findet also für diesen Fall ( $\alpha$  wird jetzt die Koordinate eines Teilchens in willkürlicher Richtung und  $\mathcal{A}$  der in dieser Richtung erreichte Abstand)

$$\overline{\mathcal{A}^2} = \frac{RT}{N} \cdot \frac{1}{3\pi\xi a} \cdot t . . . . . (22)$$

Es ist bemerkenswert, daß in der Formel nur der Radius der Teilchen auftritt, nicht ihre Masse oder irgend eine Eigenschaft des Stoffes, aus dem sie bestehen.

Bei der zweiten Form, die man der Einsteinschen Theorie geben kann, denkt man sich nicht eine kanonische Gesamtheit von Systemen, von denen jedes aus einem suspendierten Teilchen besteht, sondern ein einziges System mit einer großen Anzahl suspendierter Teilchen. Man sieht leicht ein, daß dies auf dasselbe herauskommt. Man hat sozusagen alle Systeme der kanonischen Gesamtheit zu einem einzigen vereinigt.

Man kann jetzt als einen speziellen Fall (der auch zur Erläuterung der ersten Betrachtungsweise hätte dienen können) für die äußere Kraft die Schwerkraft nehmen und unter  $\alpha$  die Höhe verstehen.

Dann kommt die Teilchenzahl in der horizontalen Schicht zwischen  $\alpha$  und  $\alpha + d\alpha$  und die Anzahl der Teilchen, welche durch eine horizontale Ebene auf der Höhe  $\alpha$  gehen, in Betracht. Die beiden Wirkungen, welche einander das Gleichgewicht halten, sind der Fall unter Einfluß der Schwerkraft nach dem Stokesschen Gesetz und die durch die Brownsche Bewegung verursachte und durch eine Gleichung wie (19) bestimmte Diffusion.

§ 2. Aus dem oben Gesagten geht hervor, daß man zur Prüfung der Theorie nicht, wie man früher wohl versucht hat (vgl. Kap. I, S. 9 und 12), die Geschwindigkeit der Bewegung, sondern den in einer gewissen Zeit erreichten Abstand und namentlich dessen quadratischen Mittelwert für eine große Anzahl von Teilchen bestimmen muß.

Perrin hat, zusammen mit Chaudesaigues, eine derartige Untersuchung an Teilchen von genau bekannter Größe durchgeführt. Schon seine ersten Versuche zeigten, daß die Einsteinsche Formel wenigstens annähernd richtig ist. Seine späteren<sup>1)</sup> Beobachtungen aber ergaben eine sehr schöne Übereinstimmung mit der Theorie. Da man sagen kann, daß Perrins Arbeiten den endgültigen Beweis für die Richtigkeit der oben geschilderten Anschauungen über die Natur der Brownschen Bewegung erbracht haben, so mögen sie hier in einiger Ausführlichkeit besprochen werden. Dabei schicken wir, wie es auch der Reihenfolge von Perrins Versuchen entspricht, eine Übersicht über diejenigen voraus, in welchen er die örtliche Verteilung kleiner in einer Flüssigkeit schwebenden Teilchen unter dem Einfluß der Schwerkraft bestimmte. Sie gehören hierher, da es eben die Brownsche Bewegung ist, die die Teilchen verhindert, völlig auf den Boden zu sinken, und da außerdem die Resultate unwiderleglich zeigen, daß wirklich, wie in der Theorie angenommen wird, die mittlere kinetische Energie eines suspendierten Teilchens ebenso groß ist, wie die eines Gas- molekuls bei derselben Temperatur.

Die Formel, welche die Abnahme der Teilchenzahl oder der „Konzentration“ mit der Höhe bestimmt, hat eine ähnliche Gestalt wie die Gleichung für die Dichte, die eine vertikale im Gleich-

---

<sup>1)</sup> Compt. rend. **146**, 967 (1908); **147**, 475, 530, 594 (1908); siehe auch Ann. de chim. et de phys. (8) **18**, 5 (1909); Chaudesaigues, Compt. rend. **147**, 1044 (1908).

gewicht befindliche Gassäule in verschiedenen Höhen besitzt. Sie läßt sich in sehr einfacher Weise ableiten, wenn man, ähnlich wie für eine Lösung, für eine Emulsion den Begriff des „osmotischen Druckes“ zugrunde legt. Wir denken uns eine vertikale Säule der Emulsion mit der Grundfläche Eins und führen folgende Bezeichnungen ein:

$n$  sei die Zahl der suspendierten Teilchen pro Volumeneinheit.

$h$  die Höhe über einer festen horizontalen Ebene,

$m$  die Masse eines Teilchens,

$\mu$  die Masse des von einem Teilchen verdrängten Suspensionsmittels,

$\frac{3}{2} k T$  die mittlere kinetische Energie eines Gasmoleküls und also nach der zugrunde gelegten Annahme auch die eines Teilchens bei der Temperatur  $T$ .

Der osmotische Druck beträgt dann  $n k T$ .

Betrachtet man eine horizontale Schicht von der Dicke  $dh$ , so drückt die Formel

$$n(m - \mu) g dh = - k T dn$$

aus, daß der Unterschied des osmotischen Druckes auf die obere und die untere Grenzfläche der Schicht dem scheinbaren Gewicht der in ihr liegenden Teilchen gleich ist. Bezeichnet man mit  $n_0$  die Anzahl der Teilchen pro Volumeneinheit für  $h = 0$ , so ergibt diese Gleichung bei Integration die Formel

$$(m - \mu) gh = k T \log \left( \frac{n_0}{n} \right), \dots \dots \dots (23)$$

die man auch so verstehen kann, daß  $n_0$  und  $n$  sich auf zwei beliebige Stellen beziehen, deren Höhendifferenz  $h$  ist.

Aus der Formel folgt, daß, wenn die Höhe jedesmal um den gleichen Betrag zunimmt, der Wert von  $n$  nach einer geometrischen Reihe abnimmt. Man kann auch sagen, die Abnahme folge einem exponentiellen Gesetz; man kann nämlich schreiben:

$$n = n_0 e^{-\frac{(m - \mu) g}{k T} h}.$$

Hat man nun die Werte von  $m$ ,  $\mu$ ,  $h$  und  $\frac{n_0}{n}$  ermittelt, so kann man die Größe von  $k T$ , also auch die mittlere kinetische

Energie eines Teilchens, aus der Formel (23) ableiten. Indes ist die Formel nur dann anwendbar, wenn man mit einer Emulsion arbeitet, deren Teilchen alle von gleicher Größe sind. Perrin verschaffte sich eine solche für seine ersten Versuche aus dem Milchsafte der *Garcinia morella* und für die späteren aus dem Harz der *Pistacia lentiscus*. Reibt man ein Stückchen von dem ersten Stoff mit der Hand unter einem dünnen Strahl destillierten Wassers, so löst es sich zu einer schön gelben Emulsion. Man kann den Stoff auch mit Methylalkohol behandeln, der nur die gelben Bestandteile unter Zurücklassung eines Restes löst. Der zweite Stoff gibt durch einfache Behandlung mit Wasser keine Emulsion; aber Methylalkohol löst ihn unter Zurücklassung eines völlig unlöslichen Restes, welche Lösung, mit vielem Wasser verdünnt, eine milchfarbige Emulsion gibt. Aus den auf eine dieser Arten bereiteten Emulsionen, deren Teilchen von sehr verschiedener Größe sind, wurden mittels fraktionierter Zentrifugierung die gewünschten homogenen Emulsionen gewonnen. Um zu erklären, wie das möglich ist, bemerken wir, daß die zylindrischen, die Emulsionen enthaltenden Gefäße während der Rotation mit der Öffnung der Achse zugewandt waren, so daß die Zentrifugalkraft die Teilchen nach dem Boden hintrieb. Dabei wird dieser um so eher von einem Teilchen erreicht, je größer dies ist; das folgt aus dem Umstande, daß die Zentrifugalkraft dem Volumen des Teilchens, der durch die Stokes'sche Formel bestimmte Widerstand dagegen seinem Radius proportional ist.

Gesetzt nun, man wolle Teilchen erhalten, deren Radius zwischen den engen Grenzen  $a_1$  und  $a_2 < a_1$  eingeschlossen ist. Man fängt dann mit einer solchen Rotationsgeschwindigkeit und einer solchen Höhe der Flüssigkeit an, daß während einer gewissen Zeit  $t$  alle Teilchen mit dem Radius  $a_1$  auf dem Boden des Gefäßes angekommen sind. Noch größere Teilchen sind dann *à fortiori* in dieser Zeit daselbst angelangt, und auch einige der kleineren Teilchen, diejenigen nämlich, die ursprünglich dem Boden genügend nahe lagen. Nach Ablauf der Zeit  $t$  unterbricht man die Zentrifugation und entfernt mit einer Pipette die über dem Bodensatz stehende Flüssigkeit. Diese, die nur Teilchen enthält, deren Radius kleiner als  $a_1$  ist, wird nun einer zweiten Zentrifugation unterworfen, und zwar unter solchen Umständen, daß alle Teilchen, deren Radius größer als  $a_2$  ist, den Boden erreichen. In dem neuen Bodensatz

überwiegen offenbar die Teilchen, deren Größe zwischen den gestellten Grenzen liegt, und es handelt sich nur noch darum, ihn von den noch kleineren Teilchen, die ebenfalls in gewisser Zahl vorhanden sind, zu befreien. Zu diesem Zwecke wird die zweite Operation viele Male wiederholt, indem jedesmal der Bodensatz mit Wasser verdünnt und dann aufs neue zentrifugiert wird. In der Flüssigkeit bleibt dann immer wieder eine gewisse Zahl der kleineren Teilchen zurück, während alle Teilchen, deren Radius größer als  $a_2$  ist, in den Bodensatz gelangen.

Die mikroskopische Beobachtung zeigte, daß die Teilchen wirklich, wie bei den Berechnungen vorausgesetzt wird, Kugelform hatten.

Um nun ferner die Massen  $m$  und  $\mu$  kennen zu lernen, wurden die Dichte und die Größe der Teilchen gemessen.

1. Die Dichte wurde nach zwei Methoden bestimmt.

a) Bei der ersten wurde die Emulsion eingetrocknet und die Dichte der so entstehenden glasigen Masse dadurch bestimmt, daß man sie in destilliertes Wasser brachte und so lange Bromkalium hinzusetzte, bis sie in der Lösung schwebte.

b) Die zweite Methode bestand in der Wägung eines gewissen Volumens  $v$  der Emulsion, eines gleichen Volumens Wassers und des Rückstandes, den man nach Austrocknung der Emulsion erhält. Sind die drei Gewichte  $p$ ,  $p'$ ,  $p''$ , so ist  $p - p''$  das Gewicht des in der Emulsion enthaltenen Wassers,  $p' - (p - p'')$  das Gewicht des von den Körnern verdrängten Wassers und also  $\frac{p''}{p' - (p - p'')}$  das gesuchte spezifische Gewicht.

Die beiden Methoden ergaben gut übereinstimmende Resultate, die eine den Wert 1,205 und die andere 1,207.

2. Der Radius der Teilchen wurde in dreierlei Weise gemessen.

a) Mit Hilfe des Stokeschen Gesetzes aus der Geschwindigkeit, mit der die Teilchen unter dem Einfluß der Schwerkraft sinken. Diese Geschwindigkeit wurde auf folgende Weise gemessen: Wenn man ein langes, mit einer homogenen Emulsion gefülltes Röhrchen plötzlich vertikal stellt, so ist zunächst die Verteilung der Körnchen noch fast homogen. Allmählich werden aber die oberen Schichten der Flüssigkeit frei von Teilchen. Mißt man nun nach einer bestimmten Zeit  $\tau$  die Höhe der Schicht, die nur aus dem reinen

Suspensionsmittel besteht, so ergibt diese Höhe dividiert durch  $\tau$  die Fallgeschwindigkeit. Dieses Verfahren ist der Methode ähnlich, nach der in den letzten Jahren J. J. Thomson, Langevin und andere die Dimensionen kleiner in Gasen schwebender Teilchen bestimmt haben.

b) Durch direkte Messung der Länge der kleinen Stäbchen, die sich durch die Aneinanderreihung einer leicht zählbaren Anzahl von Teilchen bilden.

c) Unter Zugrundelegung der bereits bestimmten Dichte. Bei dieser Methode zählt man nämlich die Teilchen in einer Emulsion, die eine bekannte Menge der suspendierten Substanz enthält; da man aus dem Gewicht und der Dichte das Gesamtvolumen der Körnchen ableiten kann, so braucht man nur durch die Anzahl zu dividieren, um das Volumen jedes einzelnen zu finden. Die Zählung ist indes schwerlich ausführbar, solange die Teilchen noch in der Emulsion schweben. Glücklicherweise hat Perrin aber bemerkt, daß in einer schwach sauren Lösung die innerhalb eines kleinen Abstandes von der Wand liegenden Teilchen sich an diese heften. Versetzt man die Lösung noch mit einer kleinen Menge eines „beschützenden“ Kolloids, so heften sich die Teilchen alle einzeln und nicht etwa in größeren oder kleineren Anhäufungen an die Wand. Sind die Wände einander nahe genug, so werden sich nach einiger Zeit gar keine Teilchen mehr in der Flüssigkeit befinden. Um die Zählung auszuführen, nimmt man ein bekanntes Volumen einer Emulsion, deren Gehalt man durch Wägung nach dem Austrocknen bestimmt hat, und vermischt es mit einem bekannten Volumen schwach sauren Wassers. Einen Tropfen von der Mischung bringt man zwischen zwei Mikroskopgläser und wartet, bis alle Teilchen sich an diese geheftet haben. Zählt man sodann die Teilchen auf einem bestimmten Teil der Oberfläche, sowohl der einen, wie auch der anderen Platte, so weiß man, wieviel Teilchen sich pro Quadratcentimeter in der dünnen Schicht zwischen den Gläsern befunden haben, und also auch, wenn man die Dicke der Schicht bestimmt hat, die Teilchenzahl pro Kubikcentimeter. Die Zählung geschah meistens, nachdem die auf einem Teil der Wand klebenden Körner mikroskopisch aufgezeichnet worden waren. Für Körner größer als ein halbes Mikron konnten die betrachteten Wandteile auch photographiert werden. Für die Sichtbarkeit kleinerer Körner war das Auge jedoch empfindlicher

als die photographische Platte (da die durchsichtigen Körner ungefähr dieselbe Helligkeit hatten wie der Hintergrund).

Nebenbei möge bemerkt werden, daß in der Übereinstimmung der nach diesen verschiedenen Methoden erhaltenen Resultate eine Rechtfertigung für die Anwendung der Stokesschen Formel auf die Fallbewegung eines Teilchens liegt, welches sich nicht nur in gerader Linie in Richtung der wirkenden Kraft bewegt, sondern zu gleicher Zeit die wimmelnde Brownsche Bewegung ausführt. Daß die Formel auch auf diese letztere selbst anwendbar sei, darf hieraus selbstverständlich nicht geschlossen werden.

Nachdem in der eben auseinandergesetzten Weise die Werte von  $m$  und  $\mu$  in der Formel (23) bestimmt waren, konnte die Hauptaufgabe, die Ermittlung des Verhältnisses  $\frac{n_0}{n}$  in Angriff genommen werden. Hier ist zunächst zu bemerken, daß im Gleichgewichtszustande der Emulsion die Teilchenzahl sich sehr rasch mit der Höhe ändert; die Ebenen, in welchen man die Konzentration bestimmt, müssen sich daher sehr nahe liegen. Die Emulsion wurde also in einer horizontalen Schicht von geringer Dicke ( $100 \mu$ ) unter das Mikroskop gebracht und dann die Anzahl der Teilchen bestimmt, die bei verschieden hohen Einstellungen des Instrumentes erschienen. Dabei ist es ein glücklicher Umstand, daß die Tiefe des Gesichtsfeldes viel kleiner ist als die Höhe (z. B.  $10 \mu$ ), um die die Einstellung jedesmal geändert wurde. Die Schicht, deren Teilchen gezählt werden, ist so dünn, daß man annehmen darf, das Ergebnis der Zählung sei dem Werte von  $n$  in der Mittelebene der Schicht proportional. Indes waren noch einige Schwierigkeiten zu überwinden. Da die Teilchen fortwährend in Bewegung sind und man also immerfort einige aus dem Gesichtsfelde verschwinden sieht, während jeden Augenblick neue sichtbar werden, ist es unmöglich, die sichtbaren Teilchen ohne weiteres zu zählen. Es liegt nun auf der Hand, bei verschiedenen Einstellungen photographische Momentaufnahmen zu machen und dies so oft zu wiederholen, bis die für jede Höhe erhaltene Teilchenzahl einen z. B. auf 1 Proz. genauen Mittelwert gibt. Dies Verfahren hat Perrin auch wirklich bei Teilchen, deren Durchmesser über  $0,5 \mu$  lag, angewandt. Für kleinere Teilchen aber war die photographische Platte nicht empfindlich genug und es mußte ein besonderer Kunstgriff benutzt werden. Durch Einschaltung einer

mit einer feinen Nadelspitze durchbohrten Blende wurde das Gesichtsfeld so weit eingengt, daß nicht mehr als höchstens fünf oder sechs Teilchen zu gleicher Zeit sichtbar waren. Diese konnten nun mit einem Blick übersehen und gezählt werden, und indem man das Tausende von Malen wiederholte, erhielt man für jede Höhe Gesamtzahlen, die als den Werten von  $n$  proportional betrachtet werden konnten. Perrin verfuhr dabei so, daß er z. B. 50 Zählungen bei einer Einstellung des Mikroskops ausführte, sodann 50 bei einer anderen Einstellung, wieder 50 bei der ersten usw., bis die gewünschte Genauigkeit in den Gesamtzahlen erreicht war.

Es wurde nun wirklich die durch die Formel (23) angegebene Abnahme der Teilchenzahl mit der Höhe gefunden. Bei einer Beobachtungsreihe verhielten sich z. B. die Konzentrationen auf den Höhen

$$5 \mu, 35 \mu, 65 \mu, 95 \mu,$$

wie die Zahlen

$$100, 47, 22,6, 12,$$

die von den Gliedern der geometrischen Reihe

$$100, 48, 23, 11,1$$

wenig abweichen<sup>1)</sup>.

Von noch größerer Bedeutung ist es aber, daß, wie bereits bemerkt wurde, die Beobachtungen auch den absoluten Wert von  $kT$ , und also die Größe der mittleren Energie eines Teilchens liefern und dabei zu dem gleichen Wert führen, den man auf anderen Wegen für die mittlere kinetische Energie eines Gasmoleküls gefunden hat. Es läßt sich das folgendermaßen darlegen. Bekanntlich kann man  $k$  durch  $\frac{R}{N}$  ersetzen, wo  $R$  die auf ein Grammolekül bezogene Gaskonstante bedeutet und  $N$  die Zahl der Moleküle in einem Grammolekül, die sogenannte Avogadro'sche Konstante. Für letztere haben verschiedene Erscheinungen, z. B. Versuche mit radioaktiven Substanzen, Experimente mit kleinen in Gasen suspendierten geladenen Körperchen und Beobachtungen

---

<sup>1)</sup> Eine Ergänzung der Perrinschen Versuche über die Konzentrationsabnahme einer Emulsion mit der Höhe bildet eine Untersuchung von Iljin [Journ. d. Russ. phys.-chem. Ges. **44** (Phys. Teil), 157 (1912), Beibl. 1913, S. 213], der bei Emulsionen aus Gummigutt und Gummi arabicum in Wasser die Perrinsche Formel (23) bestätigt fand.

38 Die Einsteinsche Theorie und ihre Bestätigung von Perrin.

über die Wärmestrahlung, Werte ergeben, die zwischen  $62 \cdot 10^{22}$  und  $71 \cdot 10^{22}$  schwanken.

Perrin konnte nun seinerseits mit Hilfe der Formel (23), da  $R$  bekannt ist, die Avogadrosche Konstante aus  $m$ ,  $\mu$ ,  $h$ ,  $\frac{n_0}{n}$  ableiten. Die beiden genauesten Beobachtungsreihen ergaben für  $N$  die Werte

$$70,5 \cdot 10^{22} \text{ und } 68,2 \cdot 10^{22}.$$

Wie man sieht, ist die Übereinstimmung mit den oben angeführten Zahlen sehr befriedigend. Es ist gewiß höchst bemerkenswert, daß es Perrin gelungen ist, aus Beobachtungen an sichtbaren Körperchen, deren Größe die der Moleküle um weit mehr als das Millionenfache übertrifft, die Zahl der Moleküle und Atome in einer bestimmten Masse einer Substanz und also auch die absolute Größe dieser kleinsten Teilchen der Materie abzuleiten.

Es konnte jetzt kein Zweifel mehr an der Zuverlässigkeit der Annahmen bestehen, die der Theorie der Brownschen Bewegung zugrunde liegen, und man durfte hoffen, auch die Einsteinsche Formel für diese Erscheinung quantitativ verifizieren zu können. Das gelang Perrin in dem zweiten Teil seiner Untersuchungen, den er in Verbindung mit Chaudesaigues durchführte und dem wir uns jetzt zuwenden wollen.

Die Teilchen wurden wiederum mit einem vertikal stehenden Mikroskop beobachtet, so daß man die horizontalen Projektionen der Verschiebungen zu sehen bekam. Mittels eines Zeichenapparates wurden die nach bestimmten gleichen Zeiträumen aufeinander folgenden Lagen, die ein Teilchen erreichte, auf Millimeterpapier aufgezeichnet. Nachdem dies für eine gewisse Zahl von Teilchen wiederholt war, konnte man aus der Zeichnung die Entfernungen zwischen je zwei aufeinander folgenden Lagen entnehmen. Die Hälfte des Mittelwertes ihrer Quadrate ist dann das mittlere Quadrat der in einer bestimmten Richtung erreichten Abstände und also für  $\overline{d^2}$  in die Formel (22) einzusetzen. Da alle übrigen in der Gleichung vorkommenden Größen bekannt sind, so kann auch jetzt wieder die Avogadrosche Konstante berechnet werden. Die Übereinstimmung des Resultates mit den auf anderen Wegen gefundenen Werten beweist die Richtigkeit der Einsteinschen Formel.

Die von Perrin und Chaudesaigues mit Gummigutt ausgeführten Versuche wurden von Perrin und Dabrowski<sup>1)</sup> mit Teilchen von Mastix wiederholt. Speziell mögen auch noch die Versuche von Perrin und Bjerrum<sup>2)</sup> über die Brownsche Bewegung in Glyzerin erwähnt werden. Der Reibungskoeffizient dieser Flüssigkeit ist mehr als hundertmal so groß wie der des Wassers. Trotzdem wurde wieder der gleiche Wert von  $N$  erhalten.

Die genaueste Beobachtungsreihe führte Perrin schließlich mit Körnern von Gummigutt aus, die in der Größe genauer übereinstimmen als die vorigen.

Er bereitete auch auf spezielle Weise sehr große Körner von Mastix zur Prüfung der Allgemeingültigkeit der Einsteinschen Formel, die keinerlei Beschränkung über die Größe der Teilchen enthält. In der folgenden Tabelle findet man die Resultate dieser verschiedenen Versuche zusammengestellt (§: Reibungskoeffizient).

100 §	Art der Emulsion	Beobachter	Radius d. Teilchen in $\mu$	Masse $m \cdot 10^{15}$	$\frac{N}{10^{22}}$ m. Hilfe d. Einsteinschen Formel aus d. Werten von $\lambda^2$ ber.
1	Gummigutt . . . . .	Perrin u. Chaudesaigues	0,50	606	80
1	Ähnliche Teilchen . .	Chaudesaigues	0,212	48	69,5
4—5	Dieselben Teilchen in Zuckerlös. (35 Proz.) Temperatur nicht genau bekannt . .	Chaudesaigues	0,212	48	55
1	Mastix . . . . .	Perrin u. Dabrowski	0,52	650	72,5
1,3	Große Mastixteilch. i. Ureumlös. (27 Proz.)	Perrin	5,50	750 000	78
125	Gummigutteilchen in Glyzerin (10 Proz. Wasser) . . . . .	Perrin u. Bjerrum	0,385	290	64
1	Gummigutteilchen v. genau ders. Größe.	Perrin	0,367	246	68,8

**§ 3. Formel für die Rotationsbewegung.** Da die Gleichung(21) bei sehr verschiedenen Bedeutungen des Parameters  $\alpha$  gilt, so findet sie auch auf den Fall Anwendung, daß ein suspendiertes Teilchen um eine Achse rotieren kann. Unter  $\alpha$  ist dann der Winkel zu verstehen, den eine in dem Teilchen durch die Achse

<sup>1)</sup> Compt. rend. **149**, 477 (1909).

<sup>2)</sup> Ebenda **152**, 1569 (1911).

gelegte Ebene mit einer festen, durch diese Linie gehenden Ebene bildet. Selbstverständlich wird dann die in der Ableitung der Formel vorausgesetzte, auf den Parameter  $\alpha$  wirkende Kraft zu einem Drehmoment, dem eine von dem Drehungswinkel abhängige potentielle Energie entspricht. Auch die Reibung äußert sich jetzt in einem Drehmoment. Dieses ist der Winkelgeschwindigkeit proportional, und für den Koeffizienten  $B$  ist diejenige Winkelgeschwindigkeit zu setzen, die das Teilchen unter der Wirkung eines konstanten äußeren Drehmomentes von der Größe Eins annehmen würde. Der Wert dieser Größe ist nach einer in der Hydrodynamik abgeleiteten Regel, die man mit der Stokesschen Formel vergleichen kann,

$$B = \frac{1}{8\pi\zeta a^3}$$

und die Formel für die rotierende Brownsche Bewegung wird somit

$$\overline{\mathcal{A}^2} = \frac{RT}{N} \cdot \frac{1}{4\pi\zeta a^3} \cdot t \cdot \dots \dots \dots (24)$$

Es braucht kaum gesagt zu werden, daß jetzt  $\mathcal{A}$  den Winkel bedeutet, um den am Ende der Zeit  $t$  ein Teilchen von der Anfangslage aus verdreht ist.

§ 4. Auch diese Formel hat Perrin einer experimentellen Untersuchung unterzogen<sup>1)</sup>. Da sie nur für kleine Drehungen gilt, so war es nötig, mit ziemlich großen Teilchen vom Durchmesser  $10\mu$  bis  $15\mu$  zu arbeiten. Für kleinere Teilchen hat, wie man aus dem Vorkommen des Faktors  $a^3$  im Nenner schließen kann,  $\overline{\mathcal{A}^2}$  alsbald zu hohe Werte. Kleine Einschlüsse in den Teilchen ermöglichten es, die Rotation zu beobachten. Perrin fand für den Drehungswinkel um eine bestimmte Achse in einer Minute

$$\sqrt{\overline{\mathcal{A}^2}} = 14,5^\circ,$$

woraus sich nach der Formel (24) ergibt:

$$N = 65 \cdot 10^{22}.$$

§ 5. Bei der in § 1 gegebenen Ableitung wurde ausdrücklich vorausgesetzt, daß der betrachtete Parameter nicht in der Formel für die kinetische Energie auftritt. Es ist klar, daß diese Be-

<sup>1)</sup> Compt. rend. **149**, 549 (1909).

dingung erfüllt wird, wenn man unter  $\alpha$  die Höhe eines Körnchens oder für ein Teilchen, das um eine feste Achse rotieren kann, den aus einer bestimmten Anfangslage gerechneten Drehungswinkel versteht. Es ist nun bemerkenswert, daß man, wenn es mehrere Koordinaten gibt, von denen jedoch keine in dem Ausdruck für die kinetische Energie auftritt, für jede von ihnen eine Formel von der Form (21) aufstellen kann; bei der Ableitung kann man annehmen, daß die potentielle Energie  $\Phi$  von allen Koordinaten  $\alpha_1, \alpha_2, \dots \alpha_n$  abhängig ist.

Die soeben bezüglich der kinetischen Energie gestellte Bedingung wird erfüllt, wenn die Koordinaten sich nur sehr wenig ändern. Dann kann man nämlich bei einer geeigneten Wahl von Koordinaten die kinetische Energie durch eine Summe von Gliedern mit  $\dot{\alpha}_1^2, \dot{\alpha}_2^2, \dots$  mit konstanten Koeffizienten darstellen.

Wir denken uns jetzt wieder eine kanonische Gesamtheit, wie die in § 1 behandelte. Nach der Integration über die Bewegungsmomente finden wir für die Anzahl der Systeme im  $n$ -dimensionalen Raum, deren Koordinaten zwischen den Grenzen  $\alpha_1$  und  $\alpha_1 + d\alpha_1, \alpha_2$  und  $\alpha_2 + d\alpha_2$  usw. liegen,

$$C e^{-\frac{N}{RT} \Phi} d\alpha_1 d\alpha_2 \dots d\alpha_n = F(\alpha_1, \alpha_2, \dots \alpha_n) d\alpha_1 d\alpha_2 \dots d\alpha_n. \quad (25)$$

Bei einem stationären Zustand wird sich diese Anzahl nicht ändern, es werden sich also die durch die eingeführten äußeren Kräfte und durch die Brownsche Bewegung verursachten Änderungen ausgleichen. Dies müssen wir in einer Gleichung zum Ausdruck bringen. Wir schreiben für die Wahrscheinlichkeit, daß der Parameter  $\alpha_1$  durch die Brownsche Bewegung in der Zeit  $t$  eine Änderung erleidet, deren Größe zwischen  $\mathcal{A}_1$  und  $\mathcal{A}_1 + d\mathcal{A}_1$  liegt,

$$\psi(\mathcal{A}_1) d\mathcal{A}_1,$$

wobei wir voraussetzen:

$$\psi(\mathcal{A}_1) = \psi(-\mathcal{A}_1).$$

Wir betrachten nun das Element  $d\alpha_2 \dots d\alpha_n$  der Ebene  $\alpha_1 = \alpha_{10}$  an dem Punkte  $\alpha_2 = \alpha_{20}, \dots \alpha_n = \alpha_{n0}$  und verstehen unter  $n_2$  und  $n_3$  die Anzahl der Systeme, die durch die Brownsche Bewegung in der Zeit  $t$  in positiver bzw. in negativer Richtung durch dieses Flächenelement gehen. Wir haben dann für diese Größen ähnliche Formeln wie in § 1, nämlich

$$n_2 = \int_0^{\infty} F(\alpha_{10} - \beta, \alpha_{20} \dots \alpha_{n0}) d\beta \int_{\beta}^{\infty} \psi(\mathcal{A}_1) d\mathcal{A}_1 \cdot d\alpha_2 \dots d\alpha_n,$$

$$n_3 = \int_0^{\infty} F(\alpha_{10} + \beta, \alpha_{20} \dots \alpha_{n0}) d\beta \int_{\beta}^{\infty} \psi(\mathcal{A}_1) d\mathcal{A}_1 \cdot d\alpha_2 \dots d\alpha_n$$

und, wenn man wieder annimmt, daß in der Zeit  $t$  die Koordinate  $\alpha_1$  in den weitaus meisten Systemen nur sehr geringe Änderungen erleidet,

$$n_2 - n_3 = -2 \left( \frac{\partial F}{\partial \alpha_1} \right)_{\alpha_{10} \dots \alpha_{n0}} d\alpha_2 \dots d\alpha_n \int_0^{\infty} \beta d\beta \int_{\beta}^{\infty} \psi(\mathcal{A}_1) d\mathcal{A}_1$$

oder nach Umkehrung der Reihenfolge der Integrationen:

$$n_2 - n_3 = -\frac{1}{2} \overline{\mathcal{A}_1^2} \left( \frac{\partial F}{\partial \alpha_1} \right)_{\alpha_{10} \dots \alpha_{n0}} d\alpha_2 \dots d\alpha_n. \quad (26)$$

Wenn  $B_1$  die Geschwindigkeit  $\dot{\alpha}_1$  ist, die durch eine zu der Koordinate  $\alpha_1$  gehörige Kraft Eins erzeugt wird, findet man weiter für die Anzahl der Systeme, welche durch die Wirkung der äußeren Kraft in der Zeit  $t$  durch das Element  $d\alpha_2 \dots d\alpha_n$  gehen,

$$n_1 = B_1 \left( \frac{\partial \Phi}{\partial \alpha_1} \right)_{\alpha_{10} \dots \alpha_{n0}} t F(\alpha_{10} \dots \alpha_{n0}) d\alpha_2 \dots d\alpha_n \dots \quad (27)$$

Die Gleichsetzung von (26) und (27) gibt nun unter Benutzung des in (25) gegebenen Wertes von  $F$  für den stationären Zustand die Bedingung

$$\overline{\mathcal{A}_1^2} = \frac{2R}{N} B_1 T t.$$

Ebenso ist

$$\overline{\mathcal{A}_2^2} = \frac{2R}{N} B_2 T t, \text{ usw.}$$

Hierzu muß bemerkt werden, daß im allgemeinsten Fall, den man sich denken kann, die Koeffizienten  $B_1, B_2, \dots$  und deshalb auch  $\overline{\mathcal{A}_1^2}, \overline{\mathcal{A}_2^2}, \dots$  von den Koordinaten  $\alpha_1 \dots \alpha_n$  abhängig sein werden. In einfachen Fällen, wie den in den §§ 1 und 3 behandelten, werden  $B_1, B_2, \dots$  und  $\overline{\mathcal{A}_1^2}, \overline{\mathcal{A}_2^2}, \dots$  unabhängig von den Koordinaten.

**§ 6.** Nach dieser allgemeinen Betrachtung kehren wir einen Augenblick zu kugelförmigen, in einer Flüssigkeit schwebenden Teilchen zurück. Da diese zu gleicher Zeit eine Translations-

bewegung und eine Rotationsbewegung ausführen können, müssen wir für jedes Teilchen sechs Koordinaten unterscheiden, die rechtwinkligen Koordinaten  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  des Mittelpunktes und drei sich auf die Drehungen beziehenden Winkel  $\alpha_4, \alpha_5, \alpha_6$ . Da die Translationsgeschwindigkeit durch

$$\sqrt{\dot{\alpha}_1^2 + \dot{\alpha}_2^2 + \dot{\alpha}_3^2}$$

gegeben wird, treten  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  in dem Ausdruck für die kinetische Energie nicht auf. Man kann also auf jede dieser Koordinaten die Formel (22) anwenden, mit anderen Worten: die Einsteinsche Formel gilt für die Projektionen der Verschiebungen auf eine willkürlich gewählte Richtung.

Anders verhält es sich mit  $\alpha_4, \alpha_5, \alpha_6$ .

Während bei Drehungen um eine feste Achse der Drehungswinkel nicht in der kinetischen Energie auftritt, kommen für Teilchen, die sich um jede Achse drehen können, die Drehungskordinaten (die Eulerschen Winkel z. B.) in dem Ausdruck für diese Energie vor. Dann kann man also die Formel (24) nicht ohne weiteres anwenden.

Die Sache wird nur dann einfacher, wenn in der betrachteten Zeit die meisten Teilchen nur sehr kleine Drehungen ausführen. Es ist nämlich der Übergang aus einer gewissen Anfangslage in eine andere, die unendlich wenig von der ersten abweicht, ganz eindeutig bestimmt durch unendlich kleine Drehungen um die Koordinatenachsen. Nimmt man diese Drehungen für  $\alpha_4, \alpha_5, \alpha_6$ , so ist die Winkelgeschwindigkeit

$$\sqrt{\dot{\alpha}_4^2 + \dot{\alpha}_5^2 + \dot{\alpha}_6^2},$$

und es treten also auch  $\alpha_4, \alpha_5, \alpha_6$  nicht in dem Ausdruck für die kinetische Energie auf. Deshalb kann man dann auf jede von ihnen die Formel (24) anwenden, während man für endliche Drehungen irgend ein viel komplizierteres Rechenverfahren zu Hilfe ziehen müßte, um aus den Beobachtungen den in der Gleichung (24) auftretenden Wert von  $\overline{Z^2}$  zu finden.

Perrin erwähnt nicht, ob er dies gemacht hat. Wenn dies, wie es wohl wahrscheinlich ist, nicht der Fall ist, so kann man aus der guten Übereinstimmung von der Formel und den Beobachtungen (§ 4) schließen, daß die beobachteten Winkel so klein waren, daß man sie als unendlich klein behandeln konnte, ohne in dieser Weise allzu grobe Fehler zu machen.

§ 7. Es ist interessant, zu untersuchen, was geschehen wird, wenn die Teilchen nicht die Form von Kugeln, sondern von Ellipsoiden haben. Dazu wollen wir annehmen, daß alle Teilchen gerichtet sind und bleiben. Für die Bewegung in der Richtung einer der Hauptachsen wird man jetzt einen erreichten Abstand finden, der durch die Einsteinsche Formel gegeben wird, wenn man in diese den richtigen Wert für  $B$  einsetzt. Der Wert, den man in dieser Weise für  $\overline{A^2}$  findet, werde für die erste Hauptachse mit  $\overline{A_a^2}$  bezeichnet. In derselben Weise findet man für die in den Richtungen der beiden anderen Hauptachsen erreichten Abstände bzw.  $\overline{A_b^2}$  und  $\overline{A_c^2}$ . In Wirklichkeit sind jedoch die Teilchen nicht orientiert und man wird also nicht leicht  $\overline{A_a^2}$ ,  $\overline{A_b^2}$ ,  $\overline{A_c^2}$ , sondern nur einen gewissen Mittelwert beobachten können.

§ 8. Die Einsteinsche Methode hat den Nachteil, daß sie eine fiktive Kraft benutzt. Die Brownsche Bewegung besteht jedoch, ohne daß es eine solche Kraft gibt, und es muß also möglich sein, sie unabhängig von einer solchen zu behandeln. Dies wird auch wirklich bei einigen anderen Methoden ausgeführt, die wir im folgenden Kapitel besprechen werden. Am Schluß desselben werden wir jedoch einen Umstand kennen lernen, demzufolge man die Einsteinsche Theorie den jetzt zu besprechenden vorziehen muß.

---

## Viertes Kapitel. Weitere Theorien.

§ 1. v. Smoluchowski<sup>1)</sup> hat ebenfalls im Jahre 1906 eine Formel für  $\overline{\lambda^2}$  abgeleitet und ist dabei etwas tiefer als Einstein auf die Einzelheiten der Vorgänge eingegangen. Nach einer historischen Übersicht entwickelt er im Anschluß an frühere Berechnungen über den mittleren von einem Gasmolekül erreichten Abstand<sup>2)</sup> die Theorie zunächst für suspendierte Teilchen, die klein gegen die mittlere freie Weglänge der Moleküle des Suspensionsmittels sind. Da die Masse eines Teilchens die eines Moleküls des Suspensionsmittels weit übertrifft, so besteht gegen den Fall eines Gasmoleküls insofern ein Unterschied, als die Bewegungsrichtung eines Teilchens bei einem Zusammenstoß nur um einen sehr kleinen Winkel geändert wird. Übrigens betrachtet v. Smoluchowski die Teilchen als vollkommen elastische Kugeln und setzt voraus, daß ihre mittlere kinetische Energie der eines Gasmoleküls bei derselben Temperatur gleich ist. Sind nun  $m$  und  $M$  die Massen,  $c$  und  $C$  die mittleren Geschwindigkeiten eines Moleküls bzw. eines Teilchens, so hat man

$$C = c \sqrt{\frac{m}{M}} \cdot \dots \cdot \dots \cdot \dots \quad (28)$$

Zur Vereinfachung wird angenommen, daß das Teilchen sich mit der konstanten Geschwindigkeit  $C$  bewegt. Aus den Stoßgesetzen für elastische Kugeln folgt jetzt für den Mittelwert des Winkels, um den ein Zusammenstoß die Bewegungsrichtung ändert,

$$\varepsilon = \frac{3}{4} \frac{m c}{M C} = \frac{3}{4} \cdot \frac{C}{c}.$$

---

<sup>1)</sup> Ann. d. Phys. **21**, 756 (1906).

<sup>2)</sup> Bull. Intern. Acad. Cracovie 1906, S. 202.

Auf Grund dieser Formel findet v. Smoluchowski für den quadratischen Mittelwert des in einer Sekunde erreichten Abstandes

$$\sqrt{\overline{\mathcal{A}^2}} = l \sqrt{\frac{2n}{\delta}},$$

wo  $n$  die Anzahl der Zusammenstöße in der Sekunde ist und  $l$  der Abstand zwischen zwei aufeinander folgenden Zusammenstößen, während  $\delta$  eine Abkürzung für  $1 - \cos \varepsilon$  ist. Es ist vorausgesetzt, daß  $n$  einen so hohen Wert hat, daß sogar  $n\delta$  eine sehr große Zahl ist. Setzt man nun

$$\delta = \frac{\varepsilon^2}{2} = \frac{9}{32} \frac{C^2}{c^2}, \quad l = \frac{C}{n},$$

so ergibt sich

$$\overline{\mathcal{A}^2} = \frac{64}{9} \cdot \frac{c^2}{n} \dots \dots \dots (29)$$

In dem Falle, daß die Dimensionen der Teilchen nicht viel kleiner, sondern im Gegenteil erheblich größer als die mittlere freie Weglänge der umgebenden Moleküle sind (ein Fall, der stets vorliegt, wenn das Suspensionsmittel eine Flüssigkeit ist), muß man in anderer Weise verfahren. v. Smoluchowski bedient sich folgender Betrachtung: Wenn ein Teilchen bei seiner Bewegung einen der Geschwindigkeit  $v$  proportionalen Reibungswiderstand, sagen wir den Widerstand  $-Sv$ , erleidet (die molekularen Stöße werden wirklich einen solchen zur Folge haben), so wird in einer Zeit  $t$  die Anfangsgeschwindigkeit  $C$  bis auf

$$C e^{-\frac{t}{\tau}}$$

herabsinken, wo

$$\tau = \frac{M}{S} \dots \dots \dots (30)$$

ist. In der Zeit  $\tau$  hat also die Geschwindigkeit in der ursprünglichen Richtung  $R$  erheblich abgenommen. Da man jedoch annehmen darf, daß die totale Geschwindigkeit selbst stets den Wert  $C$  hat, so müssen seitliche Stöße eine mit  $C$  vergleichbare Geschwindigkeit in einer zu  $R$  senkrechten Richtung erzeugen. Die Bahn erleidet also auf der Strecke  $C\tau$  eine merkliche Richtungsänderung und kann annähernd als eine gebrochene Linie betrachtet werden, deren Seiten diese Länge haben und mit gänzlich durch den Zufall bestimmten Richtungen aufeinander folgen. Dies führt

auf ein Rechenverfahren, das v. Smoluchowski bei Gasmolekülen benutzte und das dem oben im zweiten Kapitel angewandten sehr ähnlich ist. v. Smoluchowski findet in dieser Weise

$$\overline{\mathcal{A}^2} = 2 C^2 \tau = 2 C^2 \frac{M}{S} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (31)$$

An diesem Resultat wird jedoch noch eine kleine Änderung vorgenommen. Die Schlußfolgerung, mittels der es gewonnen worden ist, läßt sich nämlich auch auf den Fall anwenden, für den Gleichung (29) gilt, den Fall nämlich, daß die Teilchen klein gegen die mittlere freie Weglänge der umgebenden Moleküle sind; man hat eben nur den unter diesen Umständen geltenden Wert für den Widerstandskoeffizienten  $S$  einzusetzen. Indem er den Einfluß der einzelnen Zusammenstöße betrachtet, bestimmt v. Smoluchowski diesen Wert zu

$$S = \frac{2}{3} m n,$$

und es folgt somit aus (31)

$$\overline{\mathcal{A}^2} = \frac{3 c^2}{n}.$$

Daß nun dieses von dem früher gefundenen Wert (29) abweicht, erklärt v. Smoluchowski daraus, daß das durch (30) bestimmte  $\tau$  nicht genau die Zeit ist, in der ein Teilchen die „freie Weglänge“ zurücklegt. Man erreicht Übereinstimmung zwischen den beiden Werten, wenn man statt (30) für diese Zeit setzt:

$$\left(\frac{4}{3}\right)^3 \frac{M}{S}$$

und also für die Seitenlänge der zickzackförmigen Bahn

$$\left(\frac{4}{3}\right)^3 \frac{M C}{S}.$$

Infolgedessen erhält man schließlich statt (31)

$$\overline{\mathcal{A}^2} = \frac{128}{27} C^2 \frac{M}{S} = \frac{128}{27} c^2 \frac{m}{S}.$$

Führt man jetzt für in einer Flüssigkeit schwebende Teilchen das Stokessche Widerstandsgesetz ein, so daß

$$S = 6 \pi \xi a,$$

wo  $\zeta$  den Reibungskoeffizienten des Suspensionsmittels und  $a$  den Radius der Teilchen bedeutet, so ergibt sich

$$\overline{\mathcal{A}^2} = \frac{64}{81} \cdot \frac{m c^2}{\pi \zeta a},$$

oder, da

$$m c^2 = 3 k T = \frac{3 R T}{N}$$

ist,

$$\overline{\mathcal{A}^2} = \frac{64}{27} \cdot \frac{R T}{N} \cdot \frac{1}{\pi \zeta a}.$$

Unter  $\mathcal{A}$  ist hier der in einer Sekunde erreichte Abstand zu verstehen. Für eine Zeit  $t$  hat man, wie leicht aus den Betrachtungen von v. Smoluchowski abzuleiten ist,

$$\overline{\mathcal{A}^2} = \frac{64}{27} \frac{R T}{N} \frac{1}{\pi \zeta a} t.$$

Weiter muß noch bemerkt werden, daß v. Smoluchowski immer von dem wirklich im Raume erreichten Abstand spricht. Will man unter  $\mathcal{A}$  die Projektion dieses Abstandes auf eine bestimmte Richtung verstehen, so muß der Endwert durch 3 dividiert werden. Die Formel

$$\overline{\mathcal{A}^2} = \frac{64}{81} \frac{R T}{N} \frac{1}{\pi \zeta a} t,$$

zu der man dann gelangt, unterscheidet sich von der Einsteinschen Formel (22) durch den Zahlenfaktor  $\frac{64}{27}$ . Angesichts des benutzten Rechenverfahrens kann uns dieser Mangel an Übereinstimmung nicht wundern.

§ 2. Im Jahre 1908 publizierte Langevin<sup>1)</sup> eine Ableitung der Einsteinschen Formel, bei der wir noch kurz verweilen wollen. Für die auf eine bestimmte Richtung bezogene Bewegung eines Teilchens gilt die Gleichung

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -6 \pi \zeta a \frac{dx}{dt} + X, \dots \dots \dots (32)$$

in der  $x$  die Entfernung von einer gewissen Anfangslage bedeutet,

<sup>1)</sup> Compt. rend. **146**, 530 (1908).

$m$  die Masse,  $a$  den Radius des Teilchens,  $\zeta$  den Reibungskoeffizienten des Suspensionsmittels und  $X$  die auf ein Teilchen infolge der Zusammenstöße mit den umgebenden Molekülen wirkende Kraft, sofern der Einfluß der Stöße noch nicht in dem Widerstandsgliede berücksichtigt ist. Für den Widerstand wurde das Stokessche Gesetz angenommen.

Die Gleichung (32) kann man zu einer Virialgleichung machen, wenn man sie mit  $x$  multipliziert. Man erhält dann nämlich

$$\frac{m}{2} \cdot \frac{d^2(x^2)}{dt^2} - m \left( \frac{dx}{dt} \right)^2 = -3\pi\xi a \frac{d(x^2)}{dt} + Xx.$$

Langevin betrachtet jetzt die Mittelwerte für eine große Anzahl von Teilchen. Er schreibt  $z$  für  $\frac{d(\overline{x^2})}{dt}$  und findet nach Einführung des Mittelwertes  $\frac{1}{2} kT$  für  $\frac{1}{2} m \left( \frac{dx}{dt} \right)^2$

$$\frac{m}{2} \frac{dz}{dt} + 3\pi\xi a z = kT,$$

wobei berücksichtigt ist, daß die nicht im Widerstand enthaltene Kraft  $X$  sowohl positiv wie negativ sein kann, gänzlich unabhängig von  $x$ , so daß  $Xx$  den Mittelwert 0 hat. Die allgemeine Lösung dieser Differentialgleichung ist

$$z = \frac{kT}{3\pi\xi a} + Ce^{-\frac{6\pi\xi a}{m}t}.$$

Für die Teilchen, deren Brownsche Bewegung man beobachtet, nimmt dieser Ausdruck schon nach kurzer Zeit den konstanten Wert des ersten Gliedes an (für diese Teilchen ist ungefähr  $\frac{6\pi\xi a}{m} = 10^8$ ). Deshalb kann man schreiben:

$$\frac{d(\overline{x^2})}{dt} = \frac{kT}{3\pi\xi a}.$$

Durch Integration von  $t = 0$  bis  $t = \tau$  findet man

$$\overline{x_\tau^2} - \overline{x_0^2} = \frac{kT}{3\pi\xi a} \tau.$$

Wählt man zum Anfangspunkt der  $x$  die zur Zeit  $t = 0$  eingenommene Lage, so daß  $x_0 = 0$  ist, so hat  $\overline{x_\tau^2}$  dieselbe Bedeu-

tung wie  $\overline{\mathcal{A}^2}$  in der Einsteinschen Formel, so daß sich auch jetzt die Formel

$$\overline{\mathcal{A}^2} = \frac{kT}{3\pi\xi a} \tau = \frac{RT}{N} \cdot \frac{1}{3\pi\xi a} \tau$$

ergibt.

§ 3. Die vorstehende Ableitung läßt sich leicht auf den Fall verallgemeinern, daß eine beliebige Koordinate  $\alpha$  sich ändert, wenn nur im Ausdruck für die kinetische Energie diese Koordinate selbst gar nicht und die Geschwindigkeit  $\dot{\alpha}$  nur in einem Gliede  $\frac{1}{2} b_1 \dot{\alpha}^2$  mit konstantem Koeffizienten auftritt. Dann hat man die Bewegungsgleichung

$$b_1 \frac{d^2 \alpha}{dt^2} = -b_2 \frac{d\alpha}{dt} + A,$$

wenn  $b_2$  der dem Wert  $\frac{d\alpha}{dt} = 1$  entsprechende Widerstand ist und  $A$  die Kraft, die außer diesem Widerstand in der Richtung  $\alpha$  auf das Teilchen wirkt. Multipliziert man die Gleichung mit  $\alpha$  und nimmt dann die Mittelwerte für eine große Anzahl von Teilchen, so findet man unter Benutzung der Schreibweise

$$\frac{d(\overline{\alpha^2})}{dt} = z$$

und der Mittelwerte

$$\overline{A\alpha} = 0$$

und

$$\frac{1}{2} b_1 \overline{\dot{\alpha}^2} = \frac{1}{2} kT,$$

deren letzterer aus dem Gesetz der gleichmäßigen Energieverteilung folgt, die Gleichung

$$\frac{1}{2} b_1 \frac{dz}{dt} + \frac{1}{2} b_2 z = kT.$$

Verfährt man nun mit dieser Gleichung in der in § 2 angegebenen Weise, so erhält man schließlich die der Formel (21) entsprechende Gleichung

$$\overline{\mathcal{A}_\alpha^2} = 2kT \frac{1}{b_2} \tau = \frac{2RT}{N} \cdot \frac{1}{b_2} \tau.$$

Hieraus läßt sich z. B. die Formel (24) für die Drehung um eine feste Achse ableiten.

§ 4. Auf folgende Methode, die schon früher von Einstein und Hopf<sup>1)</sup> bei einem anderen Problem benutzt wurde, hat mich Herr Prof. Lorentz aufmerksam gemacht.

Wir betrachten beliebige gleiche Zeitelemente  $\tau$  und bezeichnen die Geschwindigkeiten, die ein Teilchen am Anfang des ersten, zweiten, dritten usw. Zeitelementes in einer bestimmten Richtung hat, mit  $u_0, u_1, u_2, \dots$ . Die umgebende Flüssigkeit übt jetzt Kräfte auf das Teilchen aus, die wir nicht im einzelnen angeben können, zu denen aber gewiß jene, welche wir unter dem Namen Reibung zusammenfassen, gehören. Wenn fortwährend eine konstante Geschwindigkeit bestehen würde, so wäre diese letztere Kraft durch die Stokessche Formel gegeben; man könnte sie mit  $-wu$  bezeichnen, wo  $w$  ein konstanter Koeffizient ist, nämlich

$$w = 6\pi\zeta a.$$

Wir schreiben nun für die wirklich bestehende Kraft

$$-wu + F$$

und nehmen an, daß der Teil  $F$  auf unregelmäßige Weise unaufhörlich die Richtung ändert (Stöße der Moleküle der umgebenden Flüssigkeit).

Die Bewegungsgleichung lautet jetzt

$$m \frac{du}{dt} = -wu + F \dots \dots \dots (33)$$

und hieraus folgt, wenn wir über eines der Zeitelemente  $\tau$ , z. B. über das  $k$ te integrieren,

$$m(u_k - u_{k-1}) = -w \int_{(k)} u dt + \int_{(k)} F dt.$$

Setzen wir voraus, das Zeitelement  $\tau$  sei so kurz, daß die Geschwindigkeit sich im Laufe desselben nur sehr wenig ändert, so dürfen wir schreiben:

$$\int_{(k)} u dt = u_{k-1} \tau.$$

Es sei weiter

$$\int_{(k)} F dt = m X_k,$$

---

1) Ann. d. Phys. **33**, 1105 (1910).

welchen Ausdruck man den Impuls im  $k$ ten Zeitelement nennen kann, und

$$\frac{w\tau}{m} = \alpha, \quad \dots \dots \dots (34)$$

dann wird

$$u_k = (1 - \alpha) u_{k-1} + X_k,$$

also, wenn wir  $(1 - \alpha)$  durch  $\beta$  ersetzen,

$$\begin{aligned} u_1 &= \beta u_0 + X_1, \\ u_2 &= \beta^2 u_0 + \beta X_1 + X_2, \\ u_3 &= \beta^3 u_0 + \beta^2 X_1 + \beta X_2 + X_3, \\ &\text{usw.} \end{aligned}$$

Nach der oben gemachten Annahme ist  $\alpha$  sehr klein; der Faktor  $\beta$  ist also äußerst wenig von 1 verschieden.

Wir denken uns jetzt eine große Zahl von Teilchen und stellen für jedes die Gleichung für  $u_n$ , d. h. für die Geschwindigkeit nach einer großen Zahl von Zeitelementen auf. Sodann berechnen wir den Mittelwert  $\overline{u_n^2}$  für alle diese Teilchen. Dieser ist

$$\overline{u_n^2} = \beta^{2n} \overline{u_0^2} + \beta^{2(n-1)} \overline{X_1^2} + \beta^{2(n-2)} \overline{X_2^2} + \dots + \overline{X_n^2},$$

denn, da man annehmen darf, daß die Geschwindigkeit  $u$  und die Impulse  $X$ , unabhängig voneinander, ebensogut positiv wie auch negativ sein können (wenn für ein Teilchen  $X_k$  positiv ist, so ist dieser Impuls für ein anderes negativ; dasselbe gilt für  $X_i$  und auch für das Produkt  $X_k X_i$ ), so verschwinden aus dem Mittelwert alle in  $u_n^2$  vorkommenden doppelten Produkte.

Die Formel zeigt, daß der Einfluß der Anfangsgeschwindigkeit allmählich abgeschwächt wird und daß auch irgend ein Impuls sich um so weniger bemerklich macht, je längere Zeit seit dem Intervall, in dem er wirkte, verstrichen ist.

Da  $\beta < 1$ , so darf das Glied mit  $u_0$  vernachlässigt werden, wenn wir  $n$  unbegrenzt zunehmen lassen. Wenn wir nun unter  $\overline{X^2}$  den Wert von  $\overline{X_1^2}$ ,  $\overline{X_2^2}$ ,  $\overline{X_3^2}$ , ...,  $\overline{X_n^2}$ , welche Größen für eine große Zahl von Teilchen alle den gleichen Wert haben, verstehen, so dürfen wir auch schreiben:

$$\overline{u_n^2} = \overline{X^2} \{1 + \beta^2 + \beta^4 + \dots + \beta^{2(n-1)}\}.$$

Bei unbegrenzter Zunahme von  $n$  hat man es in diesem Ausdruck mit einer unendlichen Reihe zu tun, und es wird

$$\overline{u^2} = \frac{\overline{X^2}}{1 - \beta^2} \text{)}, \dots \dots \dots (35)$$

wenn wir von jetzt an  $\overline{u^2}$  anstatt  $\overline{u_n^2}$  schreiben.

Dieser Beziehung zwischen der Intensität der Impulse und der mittleren Geschwindigkeit läßt sich nun eine ähnliche zwischen einer Intensität und dem in  $n$  Zeitelementen erreichten Abstand an die Seite stellen. Für den in einem beliebigen Zeitelement  $\tau$  zurückgelegten Weg dürfen wir schreiben (da wir vorausgesetzt hatten, daß die Geschwindigkeit in einem solchen Element sich nur sehr wenig ändert):

$$s_k = u_{k-1} \tau,$$

und es ist also

$$\begin{aligned} s_1 &= u_0 \tau, \\ s_2 &= u_1 \tau = (\beta u_0 + X_1) \tau, \\ s_2 &= u_2 \tau = (\beta^2 u_0 + \beta X_1 + X_2) \tau, \\ &\text{usw.} \end{aligned}$$

Nach Addition und Division durch  $\tau$  finden wir, wenn wir den erreichten Abstand  $s_1 + s_2 + \dots + s_n$  mit  $S$  bezeichnen,

$$\begin{aligned} \frac{S}{\tau} &= u_0 \{1 + \beta + \beta^2 + \dots + \beta^{n-1}\} + X_1 \{1 + \beta + \beta^2 + \dots + \beta^{n-2}\} \\ &\quad + X_2 \{1 + \beta + \beta^2 + \dots + \beta^{n-3}\} + \dots + X_{n-1} \\ &= u_0 \frac{1 - \beta^n}{1 - \beta} + X_1 \frac{1 - \beta^{n-1}}{1 - \beta} + \dots + X_{n-2} \frac{1 - \beta^2}{1 - \beta} + X_{n-1}. \end{aligned}$$

<sup>1)</sup> In dem Artikel von Einstein und Hopf wird dieses Resultat auf kürzerem Wege erreicht. Sie betrachten nämlich nicht die  $n$  genannten Schritte, sondern nur einen einzelnen. Aus der Gleichung

$$u_1 = \beta u_0 + X_1$$

folgt

$$\overline{u_1^2} = \beta^2 \overline{u_0^2} + \overline{X_1^2},$$

oder, da

$$\overline{u_1^2} = \overline{u_0^2} = \overline{u^2}, \quad \overline{X_1^2} = \overline{X^2}$$

ist, sofort die Formel (35). In unserer Ableitung jedoch tritt deutlich hervor, wie in  $u_n$  für unendlich großes  $n$  der Einfluß der Anfangsgeschwindigkeit verschwindet. Überdies bietet bei einigen anderen Problemen, von denen im Kapitel VII die Rede sein wird, eine Ableitung wie die hier gewählte einigen Vorteil.

Wenn wir diesen Ausdruck ins Quadrat erheben und zu gleicher Zeit Mittelwerte einführen, erhalten wir

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tau^2} \overline{S^2} &= \overline{u_0^2} \left\{ \frac{1 - \beta^n}{1 - \beta} \right\}^2 + \overline{X^2} \cdot \frac{1}{(1 - \beta)^2} [(n - 1) \\ &\quad - 2(\beta + \beta^2 + \dots + \beta^{n-1}) + (\beta^2 + \beta^4 + \dots + \beta^{2(n-1)})] \\ &= \overline{u_0^2} \left\{ \frac{1 - \beta^n}{1 - \beta} \right\}^2 + \overline{X^2} \cdot \frac{1}{(1 - \beta)^2} \left[ (n - 1) - 2\beta \frac{1 - \beta^{n-1}}{1 - \beta} \right. \\ &\quad \left. + \beta^2 \frac{1 - \beta^{2(n-1)}}{1 - \beta^2} \right]. \end{aligned}$$

Läßt man hier  $n$  unbegrenzt zunehmen, so übersteigt das Glied, das  $n$  als Faktor enthält, alle anderen und es wird

$$\overline{S^2} = \tau^2 \overline{X^2} \cdot \frac{n}{(1 - \beta)^2} = \tau^2 \overline{X^2} \cdot \frac{n}{\alpha^2}, \quad \dots \quad (36)$$

die gesuchte Beziehung zwischen dem erreichten Abstand und der Intensität der Impulse.

Wir können jetzt aus den Gleichungen (35) und (36)  $\overline{X^2}$  eliminieren; das Resultat ist

$$\overline{S^2} = \tau^2 \cdot \frac{1 - \beta^2}{(1 - \beta)^2} \cdot n \overline{u^2} = \frac{2}{\alpha} n \tau^2 \overline{u^2},$$

wenn wir, da  $\beta$  sehr wenig von 1 abweicht, im Zähler  $1 + \beta$  durch 2 ersetzen.

Ziehen wir noch die Hypothese heran, daß die mittlere kinetische Energie  $\frac{1}{2} m \overline{u^2}$  gleich der ist, welche zu einem Freiheitsgrade eines Gasmoleküls bei derselben Temperatur gehört, d. h.

$$\frac{1}{2} m \overline{u^2} = \frac{1}{2} k T,$$

so finden wir

$$\overline{S^2} = \frac{2}{\alpha} n \tau^2 \frac{k T}{m}.$$

Schließlich führen wir für  $\alpha$  den Wert (34) ein und setzen nach dem Stokesschen Gesetz  $w = 6 \pi \zeta a$ . Dann wird

$$\overline{S^2} = \frac{k T}{3 \pi \zeta a} n \tau,$$

oder, wenn wir den ganzen betrachteten Zeitraum  $n\tau$  mit  $t$  bezeichnen,

$$\overline{S^2} = \frac{kT}{3\pi\xi a} t,$$

in Übereinstimmung mit der Formel (22) von Einstein.

Es ist bemerkenswert, daß diese Betrachtung uns auch die Intensität der Impulse kennen lehrt. Aus der gefundenen Formel (35)

$$\overline{u^2} = \frac{\overline{X^2}}{1 - \beta^2} = \frac{\overline{X^2}}{2\alpha},$$

in Verbindung mit

$$\frac{1}{2} m \overline{u^2} = \frac{1}{2} kT$$

und dem Wert von  $\alpha$  folgt nämlich

$$\overline{X^2} = \frac{12\pi\xi akT}{m^2} \tau.$$

Der Impuls selbst ist  $mX$ , so daß sich sein quadratischer Mittelwert aus der Gleichung

$$\overline{m^2 X^2} = 12\pi\xi akT\tau \dots \dots \dots (37)$$

bestimmt.

Daß der Impuls unabhängig von der Masse des Teilchens ist und mit der Temperatur zunimmt, ist leicht zu verstehen. Was aber die Proportionalität von  $\overline{m^2 X^2}$  mit  $\tau$  betrifft, so kann man sich diese in folgender Weise klar machen.

Faßt man zwei aufeinander folgende Zeitelemente,  $\tau_1$  und  $\tau_2$ , ins Auge, so wird der totale Impuls bestimmt durch

$$X = X_1 + X_2,$$

also, da wegen der Unabhängigkeit von  $X_1$  und  $X_2$  das doppelte Produkt verschwindet,

$$\overline{X^2} = \overline{X_1^2} + \overline{X_2^2}.$$

Diese Gleichung zeigt, daß der Wert von  $\overline{X^2}$  für die Zeit  $2\tau$  doppelt so groß ist wie für die Zeit  $\tau$ .

§ 5. Wie schon bemerkt wurde, sind die in diesem Kapitel besprochenen Methoden insofern der Einsteinschen überlegen, als bei denselben keine fiktive Kraft eingeführt wird. Dem steht aber eine Schwierigkeit gegenüber, die sich in höherem Maße als bei Einsteins Ableitung bemerklich macht.

Die Stokessche Formel gilt streng nur für stationäre Bewegungen. Wendet man sie trotzdem auf andere Bewegungen an, so ist dabei vorausgesetzt, daß diese nicht zu rasch veränderlich sind.

Wie es sich hiermit verhält, kann man an einem bekannten Satz über den Einfluß der Reibung auf die Translationsschwingungen einer Kugel erläutern. Nach Lamb<sup>1)</sup> erleidet eine solche Kugel den Widerstand

$$- 3 \pi \rho a^3 \sigma \left( \frac{1}{\beta a} + \frac{1}{\beta^2 a^2} \right) U, \dots \dots (38)$$

wo  $a$  den Radius der Kugel bedeutet,  $U$  die Geschwindigkeit,  $\rho$  die Dichte der umgebenden Flüssigkeit und  $\sigma$  die Frequenz der Schwingungen, während  $\beta$  mit dieser Frequenz und mit dem Reibungskoeffizienten nach der Formel

$$\beta = \sqrt{\frac{\sigma \rho}{2 \zeta}}$$

zusammenhängt.

Vernachlässigt man das erste Glied in (38), so gelangt man zu dem Stokesschen Gesetz und dieses darf man also nur dann anwenden, wenn das erste Glied viel kleiner als das zweite ist, d. h. wenn  $\beta a$  klein gegen 1 ist. Dies erfordert, daß  $\beta^2 a^2$  sehr klein ist, und daß also die Schwingungszeit  $\frac{2 \pi}{\sigma}$  groß ist im Vergleich mit

$$\frac{\pi \rho a^2}{\zeta} \dots \dots \dots (39)$$

Die Stokessche Formel versagt also bei schwingenden Bewegungen, deren Periode von dieser Größenordnung ist, und sie wird bei Bewegungen anderer Art, deren Geschwindigkeit sich in der Zeit (39) merklich ändert, ebensowenig gültig sein.

Nun fand v. Smoluchowski für die Zeit, in der die Geschwindigkeit der Brownschen Bewegung ihre Richtung gänzlich ändert (s. oben § 1),

$$\frac{M}{S} = \frac{M}{6 \pi \zeta a},$$

---

<sup>1)</sup> Lamb, Lehrbuch der Hydrodynamik (deutsche Übersetzung), S. 726.

wofür man, wenn mit  $\varrho'$  die Dichte der Kugel bezeichnet wird, schreiben darf:

$$\frac{2 \varrho' a^2}{9 \xi}.$$

Da dies keineswegs größer als (39) ist, sondern im Gegenteil bedeutend kleiner sein kann, so ist die Stokessche Formel auf die feine Zickzackbewegung, welche bei der Brownschen Bewegung auftritt, nicht anwendbar.

Gegen die in diesem Kapitel besprochenen Ableitungen läßt sich nun eben der Einwand erheben, daß das Stokessche Gesetz auf die äußerst rasch veränderliche Bewegung eines Teilchens angewandt wird.

Die Einsteinsche Betrachtungsweise, besonders in der Form, die wir am Schluß von § 1 kennen gelernt haben, dürfte diesem Bedenken in geringerem Maße ausgesetzt sein. Nach ihr kommt nämlich der stationäre Zustand dadurch zustande, daß zweierlei Wirkungen, einerseits die Diffusion und andererseits das durch die Schwerkraft verursachte Sinken der Teilchen, einander das Gleichgewicht halten. Bei dieser letzteren Bewegung hat man es mit einer gemeinschaftlichen Geschwindigkeit der Teilchen zu tun, und es liegt nahe, bei deren Berechnung von der gleichzeitig bestehenden zitternden Bewegung abzusehen. Sofern dies gestattet ist, ist das Stokessche Gesetz anwendbar. Was aber die im vorhergehenden Paragraphen dargelegte Theorie betrifft, so ist diese jedenfalls mathematisch interessant, und auch sie läßt sich einigermaßen rechtfertigen. Man kann sich nämlich vorstellen, daß die von den unregelmäßigen und raschen Geschwindigkeitsänderungen herührenden Abweichungen vom Stokesschen Gesetz in dem zweiten Teil der auf ein Teilchen wirkenden Kraft, also in dem Gliede  $F$  der Gleichung (33) und dem Gliede  $X$  der Gleichung (32) enthalten sind. Das Resultat wird richtig sein, wenn man annehmen darf, daß trotzdem die oben benutzte gegenseitige Unabhängigkeit der Größen  $u_0, X_1, X_2, \dots, X_n$  besteht.

---

Fünftes Kapitel.  
**Spätere Untersuchungen.**

Es soll jetzt über einige nach dem Jahre 1906 publizierte Untersuchungen berichtet werden, wobei wir allerdings auf eine vollständige Berücksichtigung der ausgebreiteten neueren Literatur verzichten müssen.

1. Zunächst müssen wir noch einmal auf die bereits im ersten Kapitel (S. 11) erwähnten Versuche von F. M. Exner zurückkommen. Er war der erste, der quantitative Messungen über die Brownsche Bewegung anstellte. Mittels eines Abbeschen Zeichenapparates folgte er auf einer berußten Glasplatte der Bewegung eines suspendierten Teilchens während 30 bis 60 Sekunden. Von der so erhaltenen und auf optischem Wege vergrößerten Linie wurde die Länge mit einem Kurvenmesser bestimmt. Wir haben schon bemerkt, daß diese Kurve gar kein Bild von der wirklichen Bewegung des Teilchens geben kann. Man kann jedoch fragen, ob man aus ihr die in der Einsteinschen Formel auftretende Größe  $\sqrt{\Delta_x^2}$  ableiten kann. Meiner Ansicht nach ist das keineswegs ausgeschlossen. Teilen wir nämlich eine in  $n$  Sekunden beschriebene Kurve in  $n$  Teile gleicher Länge und verbinden die aufeinander folgenden Teilpunkte durch gerade Linien, so würden die Projektionen dieser letzteren auf eine Richtung  $x$  uns unmittelbar die fragliche Größe  $\sqrt{\Delta_x^2}$  liefern, falls die genannten Teilpunkte der Bahn die mit Zwischenräumen von 1 Sekunde von dem Teilchen eingenommenen Lagen darstellten. Dies wird im allgemeinen nicht der Fall sein, da die Geschwindigkeit, mit der man das Teilchen die Kurve durchlaufen sieht, nicht konstant, sondern veränderlich ist. Es wäre aber, wie mir scheint, nicht unmöglich, diesem Umstande durch weitere theoretische Betrachtungen Rechnung zu tragen.

Jahn<sup>1)</sup> hat schon auf diese Bedeutung der Exnerschen Beobachtungen hingewiesen. Auch Svedberg<sup>2)</sup> ist derselben Meinung. Dagegen meint Perrin<sup>3)</sup>, man könne diesen Versuchen nur insoweit Bedeutung beilegen, daß die aus ihnen für verschiedene Temperaturen berechneten Geschwindigkeiten<sup>4)</sup> den durch die Einsteinsche Formel geforderten Zusammenhang mit der Temperatur aufweisen werden.

2. Eine Untersuchung der Brownschen Bewegung der äußerst kleinen, in kolloidalen Lösungen suspendierten Teilchen, welche nur durch das Ultramikroskop ermöglicht wurde, hat zuerst Zsigmondy<sup>5)</sup> unternommen. Da er die Teilchengröße nicht mit genügender Genauigkeit bestimmen konnte, können wir seiner Arbeit keine quantitativen Resultate entnehmen. Indessen beobachtete er eine Abnahme der Bewegungsgeschwindigkeit bei zunehmender Teilchengröße. Was die Ursache der Bewegung betrifft, so spricht er die Meinung aus, daß in erster Linie die kinetische Theorie hierüber eine Aufklärung geben könne, daß jedoch wahrscheinlich auch die Wechselwirkung zwischen den elektrisch geladenen Kolloidteilchen und den Ionen der Flüssigkeit in Betracht zu ziehen sei.

3. Die ersten Versuche, welche eine Bestätigung der Einsteinschen Formel ergaben, wurden im Jahre 1907 von Svedberg<sup>6)</sup> mit kolloidalen Lösungen angestellt, ohne daß ihm jedoch diese Formel bekannt war. Da wegen der außerordentlich lebhaften Bewegung der ultramikroskopischen Kolloidteilchen eine direkte Schätzung der zurückgelegten Wege keine brauchbaren Werte geliefert hätte, mußte er einen Kunstgriff benutzen. Er gab nämlich durch eine passende Vorrichtung den Teilchen noch eine konstante Translationsgeschwindigkeit und erhielt in dieser Weise eine Kurve, die mit einer Wellenlinie einige Ähnlichkeit besitzt. Deshalb führte Svedberg bei der Besprechung derselben auch die Aus-

<sup>1)</sup> Jahrb. d. Radioakt. **6**, 235 (1909).

<sup>2)</sup> Kolloid-Zeitschr. **1**, Nr. 7 (1910).

<sup>3)</sup> Ann. de chim. et de phys. (8) **18**, 72 (1909).

<sup>4)</sup> Exner selbst meinte nämlich die wirkliche Bahn eines Teilchens dargestellt zu haben und sprach also von Geschwindigkeiten der Bewegung.

<sup>5)</sup> Zur Erkenntnis der Kolloide, S. 106. Jena 1905.

<sup>6)</sup> Arkiv för kem., min. och geol. **2**, No. 29 u. 34 (1907).

drücke Amplitude und Wellenlänge ein, obgleich er schon in seiner ersten Abhandlung nachdrücklich darauf hinweist, daß „man aber nicht den Schluß ziehen darf, daß die Eigenbewegung der Teilchen wirklich oszillatorisch ist. Die wirkende Kraft würde dann proportional der Entfernung von der Mittellage, d. h. quasi-elastischer Natur sein, was kaum der Fall sein kann“<sup>1)</sup>.

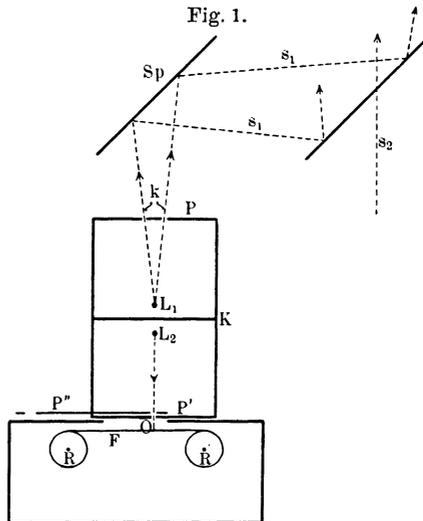
Es ist klar, daß die mit dem Namen Amplitude bezeichnete Größe mit  $\sqrt{\lambda^2}$  aus der Einsteinschen Formel, für eine der halben Wellenlänge entsprechende Zeit genommen, zusammenhängt. Hierzu muß jedoch bemerkt werden, daß es ziemlich schwierig sein dürfte, diese Beziehung genau anzugeben.

Das erste Ergebnis der Svedbergschen Untersuchung war der Zusammenhang zwischen der „Amplitude“ und der Viskosität des Suspensionsmittels, den er graphisch in einem Amplituden-Viskositätsdiagramm darstellt. Die so erhaltene Kurve ist eine Hyperbel, wie es auch die Einsteinsche Formel erfordert. Auch die durch diese Formel gegebene Abnahme der Amplitude mit Zunahme der Teilchengröße wurde bestätigt, wenigstens für kleine Teilchen (Radius 23,8 bis 35,4  $\mu\mu$ ). Die Berechnung der Absolutwerte der Amplitude gab jedoch keine vollkommene Übereinstimmung mit den experimentell gefundenen Zahlen, und zwar waren die gefundenen Werte zu groß, was Svedberg dem Umstande zuschreibt, daß die kleineren Zackungen der Kurvenlinie nicht mit berücksichtigt worden sind. Um diesen konstanten Fehler zu beseitigen, wurde von Svedberg und Inouye<sup>2)</sup> eine neue Meßmethode eronnen. Die Versuchsanordnung möge hier ganz kurz wiedergegeben werden. Die Bewegungen der Teilchen wurden nicht direkt bestimmt, sondern zunächst registriert und diese Registrierungen dann ausgemessen. Zur Zeit, als Svedberg diese Versuche anstellte, war eine direkte Photographierung der Teilchen noch nicht möglich, und es mußte für die Registrierung also ein anderes Verfahren angewandt werden. Dies bestand darin, daß nicht

<sup>1)</sup> Perrin, der wegen der Ausdrücke Amplitude und Wellenlänge Schwierigkeiten gemacht hat [Ann. de chim. et de phys. (8) 18, 72 (1909)], scheinen diese Worte nicht aufgefallen zu sein. Svedberg beantwortete seine Bedenken in einer Abhandlung Zeitschr. f. phys. Chem. 71, 571 (1910).

<sup>2)</sup> Arkiv för kem., min. och geol. 4, No. 19 (1911); Kolloid-Zeitschr. 1, Nr. 7 (1910).

ein Teilchen selbst, sondern ein sozusagen dafür substituiertes künstliches Teilchen photographisch registriert wurde. Als Beobachtungsinstrument (Fig. 1) diente das Spaltultramikroskop von Siedentopf und Zsigmondy. Auf das Mikroskop<sup>1)</sup> ist ein Abbescher Zeichenapparat mit dem Spiegel  $Sp$  in der Weise befestigt, daß man zu gleicher Zeit mit der Suspension einen schmalen, von unten durch die elektrische Glühlampe  $L_1$  beleuchteten, aus einer Metallplatte  $P$  geschnittenen Kreis  $k$  sieht. Der Strom der Lampe  $L_1$  wird so reguliert, daß der Kreis dieselbe Lichtstärke wie das Bild eines suspendierten Teilchens hat. Die Platte  $P$  kann man mit der Hand in der Weise verschieben, daß man ein ins Auge gefaßtes Teilchen fortwährend im Mittelpunkt des Kreises sieht. Mit der Platte  $P$  ist eine zweite Metallplatte  $P'$  fest verbunden, die eine kleine Öffnung  $O$  trägt. Senkrecht über dieser Öffnung befindet sich eine zweite Glühlampe  $L_2$  (welche gegen  $L_1$  abgeblendet ist). Auch  $L_1$  und  $L_2$  sind fest mit den Platten  $P$  und  $P'$  verbunden. Über  $P'$  kann sich eine zweite Platte  $P''$ , welche eine auf einem Kreis liegende Reihe von Löchern hat, automatisch mit konstanter Geschwindigkeit um den Mittelpunkt dieses Kreises drehen, und zwar so, daß die Löcher abwechselnd die Öffnung  $O$  bedecken oder frei lassen. Das Licht von  $L_2$  kann also nur zeitweise durch diese Öffnung hindurchgehen. In diesem Falle ruft es auf einem sich an der anderen Seite von  $O$  befindlichen Filmstreifen  $F$  ein Bild hervor.  $F$  hat, auf Rollen  $RR$  gespannt,



<sup>1)</sup> Der Apparat ist in der Figur nur schematisch dargestellt. Auch von den aus dem Zeichenapparat und aus der Suspension tretenden Strahlen  $S_1$  und  $S_2$  ist der Gang nur annähernd angegeben.

eine fortschreitende Bewegung, welche ebenso wie die von  $P''$  nach einem Metronom reguliert wird. Sind sowohl  $P''$  wie  $F$  in Bewegung und ist der Strom von  $L_2$  geschlossen, so entstehen auf  $F$  eine Reihe zeitlich und örtlich äquidistanter Punkte. Bewegt man mit der Hand den aus  $P', P'', L_1, L_2, P$  bestehenden Komplex  $K$ , so entstehen Punkte, welche wohl zeitlich noch äquidistant sind, deren Abstände jedoch nicht mehr einander gleich sind. Wenn die Zeit zwischen zwei aufeinander folgenden Aufnahmen des Lichtpunktes gleich  $\tau$  ist, so ist es klar, daß die Projektionen der Entfernungen je zweier aufeinander folgender Punkte auf eine Richtung senkrecht zur Bewegungsrichtung des Filmstreifens gleich denjenigen der Abstände sind, über welche man  $K$  in den Zeiten  $\tau$  verschoben hat. Hat man  $K$  so gestellt, daß man ein ins Auge gefaßtes Teilchen im Mittelpunkt des beleuchtenden Kreises sieht, so wird das auf  $F$  entstehende Bild die Lage des Teilchens angeben. Bewegt man  $K$  in der Weise, daß man fortwährend das Teilchen im Kreismittelpunkt sieht, so werden die auf  $F$  entstehenden Punkte ein Bild der in den Intervallen  $\tau$  durch das Teilchen erreichten Lagen geben. Die mittlere Entfernung der Projektionen von zwei aufeinander folgenden Punkten auf die Richtung senkrecht zur Bewegungsrichtung von  $F$  ist  $\sqrt{c^2 \tau^2}$ , nach der Einsteinschen Formel für  $t = \tau$ . Wenn man dem ersten Teilchen nicht länger mit dem Kreise folgen kann, fängt man dasselbe Verfahren mit einem anderen Teilchen an. Es ist einleuchtend, daß die Fehlerquellen dieser Methode hauptsächlich in den Schwierigkeiten liegen, den Bewegungen der Teilchen mit dem Lichtkreis exakt zu folgen. Es scheint jedoch, daß diese Fehler durch Übung sehr herabgesetzt werden können, falls die Teilchen nicht zu dicht aneinander liegen. In Verbindung mit einem gewöhnlichen Mikroskop an Stelle eines Ultramikroskops könnte man dieses Verfahren natürlich auch für das Studium der Bewegungen größerer Teilchen gebrauchen.

Mit dieser neuen Methode fanden Svedberg und Inouye für kleinere Teilchen (Radius 23,8 bis 35,4  $\mu\mu$ ) gute Übereinstimmung der beobachteten Werte der Amplituden mit den aus der Einsteinschen Formel berechneten. Für größere Teilchen (Radius 51,7 bis 63,2  $\mu\mu$ ) dagegen waren die beobachteten Werte zu niedrig. Diese Abweichung von der Einsteinschen Formel findet eine Erklärung in einer Vergrößerung des Widerstandes des Suspensionsmittels gegen die Bewegung der Kolloid-

teilchen. Diese Vergrößerung rührt nach der Meinung der Verfasser<sup>1)</sup> davon her, daß die Teilchen eine körnige Oberfläche besitzen oder keine Kugelgestalt mehr haben.

Schließlich wird aus den Versuchsergebnissen die Avogadro'sche Zahl berechnet. Das Resultat ist

$$N = 6,2 \cdot 10^{23}.$$

Von Svedberg wurden auch Versuche zur Prüfung der Gültigkeit des Gasgesetzes für kolloidale Lösungen angestellt, wobei er von der Frage des osmotischen Druckes ausging. Erstens bestimmte er für eine Kolloidlösung mit bekannter Teilchengröße die Diffusionsgeschwindigkeit<sup>2)</sup>. Die experimentell gefundenen Werte stimmten mit den nach der kinetischen Theorie von Einstein und von v. Smoluchowski berechneten gut überein. Auch fand er die Proportionalität der Diffusionsgeschwindigkeit mit der Teilchengröße bestätigt. Schließlich berechnete er mittels dieser Proportionalität aus der Diffusionsgeschwindigkeit von Gasen und seinen Beobachtungen an Kolloidteilchen die Dimensionen von Gasmolekülen und fand Werte, welche gut mit den nach der kinetischen Gastheorie berechneten übereinstimmten. Bei späteren zusammen mit Andrea Andreen-Svedberg ausgeführten Versuchen<sup>3)</sup> über die Diffusionsgeschwindigkeit wurde das Verhältnis, das diese Messungen für die Größe verschiedener Moleküle geben, mit dem verglichen, welches aus ihren chemischen Strukturformeln folgen würde. Die gefundene gute Übereinstimmung ist sowohl eine Stütze für die molekular-theoretischen Anschauungen als für die Zuverlässigkeit der chemischen Strukturformeln. Ferner hat Svedberg die lokalen zeitlichen Konzentrationsveränderungen einer kolloidalen Lösung untersucht<sup>4)</sup> und für verdünnte Lösungen die Ergebnisse in gutem Einklang mit dem aus den Gasgesetzen dafür folgenden Wert gefunden<sup>5)</sup>.

Da also die Gültigkeit des Gasgesetzes für Kolloidlösungen der benutzten Verdünnung bewiesen ist und auch die Einsteinsche

<sup>1)</sup> Kolloid-Zeitschr. **2**, Nr. 9 (1911).

<sup>2)</sup> Arkiv för kem., min. och geol. **3**, No. 22 (1909). Siehe auch Gedenkboek van Bemmelen 1910.

<sup>3)</sup> Zeitschr. f. phys. Chem. **76**, 145 (1911).

<sup>4)</sup> Ebend. **73**, 547 (1910).

<sup>5)</sup> v. Smoluchowski, Ann. d. Phys. **25**, 205 (1908).

Formel wenigstens auf die kleinen Teilchen angewandt werden darf, so geht hieraus die Gültigkeit des Stokesschen Gesetzes für diese Teilchen hervor<sup>1)</sup>.

4. Außer den erwähnten Untersuchungen zur Bestimmung der Einsteinschen Größe  $\overline{A_x^2}$  hat Svedberg noch qualitative Messungen ausgeführt, in dem Wunsche, die Ursache der Brownschen Bewegung zu finden<sup>2)</sup>. Er hat (1906) bewiesen, daß ein kräftiges elektrisches Feld keine Veränderung in der Bewegung erzeugte. Allerdings verursachte es Koagulation der Teilchen und dadurch indirekt Verkleinerung der Bewegungsgeschwindigkeit. Ferner suchte er (1910) nach einem Einfluß von Röntgenstrahlen,  $\beta$ -Strahlen und  $\alpha$ -Strahlen, aber immer mit negativem Resultat. Wichtiger ist die folgende Untersuchung<sup>3)</sup>. Um zu prüfen, inwieweit die elektrischen Ladungen der Kolloidteilchen bei der Erklärung der Bewegung in Betracht gezogen werden müssen, arbeitete er mit einer kolloidalen Lösung (Hydrosol des Silbers) mit bekanntem isoelektrischen Punkt. Obgleich die Beobachtungen in diesem Punkt sehr durch die Erscheinung erschwert werden, daß die Teilchen sich hier leicht zusammenballen, konnte durch große Sorgfältigkeit doch festgestellt werden, daß die Bewegung der Teilchen gänzlich unabhängig von der Größe und vom Vorzeichen ihrer Ladung ist. Hiermit wurde die Richtigkeit der rein kinetischen Erklärung der Brownschen Bewegung auch für Kolloidteilchen bewiesen.

Außerdem arbeitete Svedberg über die koagulierende Wirkung von verschiedenen Stoffen, die er der Suspension zusetzte<sup>4)</sup>.

1911<sup>5)</sup> stellte er zusammen mit Nordlund Versuche an, wobei photographische Aufnahmen der Brownschen Bewegung von Kolloidteilchen gemacht wurden. Es stellte sich jedoch heraus, daß der Einfluß der Wände zu sehr störte, um gute Resultate zu erhalten.

<sup>1)</sup> Vgl. über die Brownsche Bewegung außer den schon zitierten noch folgende Abhandlungen Svedbergs: Zeitschr. f. Elektrochem. **12**, 853, 909 (1906); Zeitschr. f. phys. Chem. **59**, 451 (1907); **71**, 571 (1910); **77**, 145 (1911); Ion **1**, 373 (1908); Die Existenz der Moleküle. Leipzig 1912.

<sup>2)</sup> Die Existenz der Moleküle, S. 98. Leipzig 1912.

<sup>3)</sup> Ebd., S. 101.

<sup>4)</sup> Ion **1**, 373 (1908).

<sup>5)</sup> Die Existenz der Moleküle, S. 139. Die Versuche wird Nordlund noch an anderer Stelle ausführlicher beschreiben.

5. Seddig<sup>1)</sup> hat die Abhängigkeit der Brownschen Bewegung von der Temperatur untersucht. Dazu machte er von einem Teilchen photographische Aufnahmen, welche mit einer Zwischenzeit von 0,1 Sekunde aufeinander folgten. Dies geschah bei verschiedenen Temperaturen. Für die Abhängigkeit von der Temperatur, die hauptsächlich auf der Abnahme des Reibungskoeffizienten des Suspensionsmittels bei Erwärmung beruht, wurde der aus der Einsteinschen Formel folgende Wert gefunden.

Seddig fand nämlich für das Verhältnis der in 0,1 Sekunde bei 17 und 90° erreichten Abstände 2,2, während die Einsteinsche Formel hierfür 2,08 gibt. Es muß noch bemerkt werden, daß die beobachteten erreichten Abstände immer größer waren, als die durch die Theorie gegebenen.

6. Victor Henri<sup>2)</sup> arbeitet mit Teilchen von 0,5  $\mu$  Radius. Er macht kinematographische Aufnahmen. Die Zeitdauer jeder Aufnahme ist  $\frac{1}{320}$  Sekunde; zwischen zwei Aufnahmen liegt  $\frac{1}{20}$  Sekunde. Er findet für  $\sqrt{\Delta^2}$  0,62  $\mu$ , wo die Einsteinsche Formel 0,16  $\mu$  gibt. Außerdem maß er die Abstände, welche in jedem Zeitintervall von  $\frac{4}{20}$  Sekunde erreicht wurden und fand dafür einen doppelt so großen Wert als für den in  $\frac{1}{20}$  Sekunde erreichten Abstand, so daß die durch die Theorie geforderte Proportionalität des Mittelwertes des Quadrates des erreichten Abstandes mit der Zeit bestätigt wurde. Was die Ursache der Abweichung in der absoluten Größe der Verschiebungen betrifft, so möchte er diese der Ungültigkeit der Stokesschen Formel für so kleine Teilchen zuschreiben.

Hierzu sei jedoch bemerkt, daß Perrin und Chaudesaigues sogar bei Teilchen mit einem Radius von 0,2  $\mu$  die Einsteinsche Formel bestätigt gefunden haben. Perrin<sup>3)</sup> hat auch noch einmal speziell die Gültigkeit der Stokesschen Formel experimentell bewiesen<sup>4)</sup>.

<sup>1)</sup> Phys. Zeitschr. **9**, 465 (1908); Habilitationsschrift, Frankfurt am Main 1908.

<sup>2)</sup> Compt. rend. **146**, 1024 (1908).

<sup>3)</sup> Ebend. **147**, 475 (1908).

<sup>4)</sup> Im Anschluß an die Perrinschen Resultate, daß man das Stokessche Gesetz auf die fallende Bewegung mikroskopischer kugelförmiger Teilchen anwenden darf, hat Boselli [Compt. rend. **152**, 133 (1911)] den Widerstand von nicht kugelförmigen Teilchen untersucht, und zwar von roten Blutkörperchen, die ungefähr die Form kreis- oder ellipsenförmiger Scheibchen hatten. Er findet, daß der Widerstand

Victor Henri hat weiter den Einfluß von verschiedenen dem Wasser zugesetzten Stoffen auf die Brownsche Bewegung untersucht<sup>1)</sup>. Er arbeitete mit Teilchen aus dem Kautschukmilchsaft und fand unter anderem, daß die Zusetzung eines koagulierenden Agens, wenn auch in so geringer Quantität, daß noch keine Koagulation stattfindet, doch schon die Bewegung verlangsamt.

7. Duclaux<sup>1)</sup> vertritt die Meinung, daß man in der Theorie auch die elektrischen Ladungen der Teilchen mit in Betracht ziehen muß. Zu dieser Auffassung wurde er durch das Phänomen der Koagulation von Kolloidteilchen bei Zusetzung eines Salzes geführt. Aber nicht nur für kolloidale Lösungen, sondern auch für die von Perrin u. a. untersuchten Suspensionen größerer Teilchen will er die Theorie in dieser Weise verbessern.

8. Über die Brownsche Bewegung in Gasen haben Ehrenhaft<sup>2)</sup> und de Broglie<sup>3)</sup> experimentell gearbeitet. Der erste hat Untersuchungen mit Silberteilchen angestellt, die so klein waren, daß sie an der unteren Grenze der ultramikroskopischen Sichtbarkeit lagen, und die v. Smoluchowskische Formel für den hier vorliegenden Fall, daß die Dimensionen der Teilchen klein im Vergleich zu der mittleren Weglänge der Gasmoleküle sind, ziemlich gut bestätigt gefunden. Für die Konstante  $C$  in der Formel  $\overline{\Delta^2} = C^2 t$  findet er  $4,6 \cdot 10^{-3}$ , während ihr theoretischer Wert  $4,8 \cdot 10^{-3}$  war.

De Broglie kam zu einer, wenn auch indirekten, Bestätigung der Einsteinschen Formel. Mit Hilfe dieser leitet er nämlich aus den beobachteten Verschiebungen der Teilchen ihren Radius  $a$  ab und dann aus diesem und der Geschwindigkeit  $v$ , mit der die Teilchen in einem elektrischen Felde von bekannter Stärke  $E$  verschoben werden, mittels der Formel

$$Ee = 6\pi a \zeta v$$

dem Reibungskoeffizienten des Suspensionsmittels und der Geschwindigkeit der Teilchen proportional ist und also durch  $Au$  dargestellt werden kann. Für kreisförmige Scheibchen mit dem Radius  $3,54 \cdot 10^{-4}$  hat  $A$  z. B. den Wert  $3 \cdot 10^{-3}$ . Der Radius eines kugelförmigen Teilchens von derselben Dichte müßte  $2,9 \cdot 10^{-4}$  sein, damit es mit derselben Geschwindigkeit fällt. Der Wert von  $A$  scheint dem Radius der Scheibchen proportional zu sein.

<sup>1)</sup> Compt. rend. **147**, 131 (1908).

<sup>2)</sup> Wien. Ber. **116**, 1175 (1907).

<sup>3)</sup> Compt. rend. **148**, 1163, 1315 (1909); **154**, 112 (1912).

die elektrische Ladung der Teilchen. Für diese findet er  $4,5 \cdot 10^{-10}$  elektrostatische Einheiten, was gut mit dem elektrischen Elementarquantum übereinstimmt (z. B. nach Planck  $4,7 \cdot 10^{-10}$ ).

9. Lifchitz<sup>1)</sup> hat, zum Teil zusammen mit Victor Henri, Untersuchungen über den Einfluß sehr kurzer Luftwellen auf die Brownsche Bewegung in Rauch und Salmiaknebel ausgeführt. Die Wellen wurden durch die Entladung einer Leidener Flasche erzeugt, deren Schwingungszahl von  $25 \cdot 10^4$  bis  $50 \cdot 10^6$  pro Sekunde variierte. In erster Linie zeigt sich eine Verschiebung der ganzen Gasmasse, wodurch die Teilchen mitgeführt werden. Unterdrückt man jedoch diese Strömungen, indem man die Suspension zwischen zwei Mikroskopgläser einschließt, so sieht man auch plötzliche Verschiebungen, welche für einander nahe liegende Teilchen entgegengesetzte Richtungen haben können.

Walter König<sup>2)</sup> hat versucht, diese Erscheinung aus den von Bjerknes untersuchten Kräften zu erklären, welche durch die Luftbewegung auf kleine Teilchen wirken und welche auch, wie es König früher bewiesen hat<sup>3)</sup>, die bekannten Rippen in einer Kundtschen Röhre verursachen. Lifchitz hat jedoch gezeigt, daß man es bei seinen Versuchen nicht mit Schwingungen [welche nach Lebedew und Neklepajev<sup>4)</sup> bei den hier auftretenden hohen Frequenzen sehr schnell absorbiert werden] zu tun hat, sondern nur mit dem ersten Explosionsstoß des Funkens. Dieser erzeugt kleine Luftwirbel und diesen schreibt er die beobachtete Erscheinung zu.

10. Im Anschluß an die bekannten Millikanschen Versuche<sup>5)</sup> über die Bewegungen kleiner geladener Öltröpfchen in einem Gase unter der Wirkung eines elektrischen Feldes und der Schwerkraft hat Fletcher<sup>6)</sup> den Einfluß der Brownschen Bewegung bei diesen Erscheinungen untersucht. Seine Abhandlung fängt mit einer Ableitung der Einsteinschen Formel an, die jedoch wenig Neues bietet. Zuerst leitet er nach einer ähnlichen Methode, wie der von Maxwell in der kinetischen Gastheorie gebrauchten,

<sup>1)</sup> Compt. rend. **152**, 761, 953 (1911); **154**, 689, 1084 (1912).

<sup>2)</sup> Ebend. **152**, 1160 (1911).

<sup>3)</sup> Ann. d. Phys. u. Chem. **42**, 353 (1891).

<sup>4)</sup> Ann. d. Phys. **35**, 171, 175 (1911).

<sup>5)</sup> Phys. Rev. **32**, 349 (1911).

<sup>6)</sup> Ebend. **33**, 81 (1911).

das Gesetz ab, nach dem die durch ein Teilchen in gleichen Zeitelementen in einer bestimmten Richtung erreichten Abstände um ihren Mittelwert verteilt sind. Er findet für die Wahrscheinlichkeit, daß der erreichte Abstand zwischen  $x$  und  $x + dx$  liegt,

$$A e^{-\frac{x^2}{2x^2} dx}, \dots \dots \dots (40)$$

wo  $A = \frac{1}{\sqrt{2\pi x^2}}$ , dasselbe Resultat, das wir in Kapitel II, § 2 gefunden haben.

Um dann  $\bar{x}^2$  zu berechnen, verfährt er genau wie Langevin (s. Kapitel IV, § 2). Der einzige Unterschied gegen dessen Berechnung liegt darin, daß Fletcher das Stokessche Gesetz nicht in seiner ursprünglichen Form anwendet, wie es bis jetzt in allen Ableitungen geschah, sondern die durch Cunningham<sup>1)</sup> gegebene korrigierte Form dieses Gesetzes, nach welcher der bei der Geschwindigkeit  $u$  erzeugte Widerstand gleich

$$6\pi\xiaku$$

(anstatt von  $6\pi\xi au$ ) ist. Hier ist

$$\frac{1}{k} = 1 + \frac{\frac{3l}{2a}}{f - 2(f - 1)},$$

wenn  $l$  die freie Weglänge eines Moleküls des Suspensionsmittels ist und  $f$  derjenige Teil der Stöße gegen die Kugel, die so stattfinden, als ob die Kugel und die Moleküle vollkommen glatt und elastisch wären<sup>2)</sup>.

Dadurch nimmt das Endresultat die Form

$$\bar{x}^2 = \frac{RT}{N} \cdot \frac{1}{3\pi\xiak} \cdot t \dots \dots \dots (41)$$

an.

Im zweiten Teil seiner Abhandlung betrachtet Fletcher ein Teilchen, das einer konstanten äußeren Kraft unterworfen ist

<sup>1)</sup> Proc. Roy. Soc. (A) **83**, 357 (1910).

<sup>2)</sup> Es hat sich nämlich gezeigt, daß man die Wand weder als vollkommen glatt, noch als vollkommen rauh betrachten kann. Man kann diesem Umstande Rechnung tragen, indem man annimmt, daß sie sich bei einigen Stößen als glatt und bei den anderen als rauh verhält.

und außerdem eine Brownsche Bewegung ausführt. Es ist immer die Rede von Verschiebungen längs der Linie, in deren Richtung die Kraft wirkt. Für die in der Zeit  $t$  durch die Brownsche Bewegung hervorgerufene Verschiebung wird geschrieben:

$$x = u\sqrt{t}.$$

Dies ist natürlich erlaubt, wenn man  $u$  sich von Teilchen zu Teilchen nur so ändern läßt, wie sich  $x$  ändert. Analog zu (40) hat man dann für die Wahrscheinlichkeit, daß  $u$  zwischen  $u$  und  $u + du$  liegt,

$$\sqrt{\frac{h}{\pi}} e^{-hu^2} du, \dots \dots \dots (42)$$

wo

$$h = \frac{3\pi\xi ak}{2} \frac{N}{RT} \dots \dots \dots (43)$$

gesetzt ist. Hieraus folgt für den Mittelwert der positiven  $u$

$$\bar{u} = 2 \sqrt{\frac{h}{\pi}} \int_0^\infty u e^{-hu^2} du = \sqrt{\frac{1}{\pi h}}.$$

Da die äußere Kraft für sich eine konstante Geschwindigkeit  $V$  geben würde, darf man für die durch sie verursachte Verschiebung schreiben  $Vt$  und also für die totale Lagenänderung

$$b = Vt + u\sqrt{t}.$$

Mittels (42) findet Fletcher jetzt für die Wahrscheinlichkeit, daß  $b$  zwischen  $b$  und  $b + db$  liegt,

$$\sqrt{\frac{h}{\pi t}} e^{-\frac{h}{t}(b-Vt)^2} db,$$

so daß der Mittelwert von  $b$  wird:

$$\bar{b} = \sqrt{\frac{h}{\pi t}} \int_{-\infty}^\infty b e^{-\frac{h}{t}(b-Vt)^2} db = Vt,$$

wie man erwarten würde.

In ähnlicher Weise findet Fletcher für die Wahrscheinlichkeit, daß die zum Zurücklegen eines bestimmten Abstandes  $b$  benutzte Zeit zwischen  $t$  und  $t + dt$  liegt,

$$\sqrt{\frac{h}{\pi}} \cdot \frac{bt - \frac{3}{2} + Vt - \frac{1}{2}}{2} \cdot e^{-\frac{h}{t}(b-Vt)^2} dt \dots \dots \dots (44)$$

Im Obenstehenden wird über die äußere Kraft nur vorausgesetzt, daß sie konstant ist. Die Resultate kann man also auf Versuche anwenden, bei denen ein Teilchen der Wirkung der Schwerkraft und zugleich einer elektrischen Kraft ausgesetzt ist. In einigen von diesen Versuchen wurde ein Teilchen längere Zeit schwebend gehalten, so daß man nur die Brownsche Bewegung sah; in anderen wurde jedesmal die für einen bestimmten Abstand  $b$  benutzte Zeit gemessen.

Stets fand er die Formeln (40) und (44) bestätigt. Hierbei soll speziell hervorgehoben werden, daß zu dieser Verifikation  $a$  und  $k$  nicht bekannt zu sein brauchen. Ist nämlich  $E$  die elektrische Kraft,  $e$  die Ladung des Teilchens,  $m'$  seine scheinbare Masse,  $V$  die Geschwindigkeit unter Einfluß der Schwerkraft allein,  $V'$  die, wenn zugleich ein elektrisches Feld besteht von solcher Richtung und Größe, daß das Teilchen sich aufwärts bewegt, dann ist  $V + V'$  die Geschwindigkeit, welche das Teilchen haben würde, wenn nur das elektrische Feld eine Wirkung ausübte. Also ist

$$Ee = 6\pi\xi ak(V + V')$$

und man kann für (43) schreiben:

$$h = \frac{EeN}{4RT(V + V')}.$$

Das Produkt  $eN$  ist bekannt, weil die Ladung eines Öltropfens ein bekanntes Vielfaches des elektrischen Elementarquantums ist, und  $E$ ,  $V$ ,  $V'$  kann man messen. Man kennt also die in der Formel (44) auftretende Größe  $h$  und auch den Wert von  $\overline{x^2}$  in (40), weil man für das zweite Glied von (41) schreiben kann:

$$\frac{t}{2h}.$$

Um jedoch die Avogadrosche Konstante kennen zu lernen, mußte Fletcher  $a$  messen. Er hat das gemacht und fand auf diese Weise

$$N = 57,5 \cdot 10^{22}.$$

Die beträchtliche Abweichung dieser Zahl von den von anderen Forschern gefundenen Werten kann nach der Meinung von Perrin vielleicht dem Umstand zugeschrieben werden, daß man den Widerstand, den eine flüssige Kugel vom umgebenden

Gase erleidet, nicht mit den für eine feste Kugel gültigen Formeln berechnen kann.

Schließlich bespricht Fletcher die Versuche von Ehrenhaft und Prziham, bei welchen die elektrische Ladung  $e$  eines kleinen Teilchens aus seiner Bewegungsgeschwindigkeit abgeleitet wurde. Er erklärt die abweichenden Werte, welche dabei für  $e$  gefunden wurden, nämlich keine Vielfachen des Elementarquantums und bisweilen sogar niedrigere Werte, durch den Einfluß der Brownschen Bewegung.

11. Auch E. Weiß<sup>1)</sup> schreibt die von Ehrenhaft und Prziham gefundenen abweichenden  $e$ -Werte der Brownschen Bewegung zu. Zur Prüfung seiner Meinung hat er die Ehrenhaft'schen Versuche wiederholt in der Weise, daß an einem einzelnen Teilchen viele Messungen gemacht werden konnten<sup>2)</sup>. Er fand dabei Abweichungen vom Mittelwert von der wegen der Brownschen Bewegung zu erwartenden Größenordnung. Da jedoch immer der beobachtete Wert von  $\overline{L^2}$  kleiner war als die aus der Einsteinschen Formel entweder unter Benutzung der Stokesschen oder der Cunninghamschen Formel berechneten, so schließt Weiß, daß diese Formeln auf seine außerordentlich kleinen Teilchen nicht anwendbar sind. Vielleicht dürfte dies auf die Abweichungen der Partikel von der Kugelgestalt zurückzuführen sein. Legt man eine große Anzahl Einzelmessungen an einem Teilchen der Berechnung von  $e$  zugrunde, wodurch der Einfluß der durch die Brownsche Bewegung verursachten Unregelmäßigkeiten sehr herabgesetzt wird, so findet man Endresultate, welche gut mit denen von anderen Forschern übereinstimmen und keine Anomalien wie die von Ehrenhaft und Prziham zeigen.

12. Im Anschluß an die Bestimmung des elektrischen Elementarquantums nach der Öltropfenmethode bespricht auch Millikan<sup>3)</sup> die Brownsche Bewegung in Gasen. Der Vorteil der Bestimmung von  $e$  auf diese Weise liegt hauptsächlich darin, daß in der Formel, welche bei den Berechnungen gebraucht wird, der Widerstand, den das Teilchen erleidet, nicht auftritt. Dieser ist

<sup>1)</sup> Wien. Ber. **120** (2a), 1021 (1911).

<sup>2)</sup> Ehrenhaft machte an jedem Teilchen nur etwa zwei Beobachtungen.

<sup>3)</sup> Phys. Rev. **1** (ser. 2), 218 (1913). Le Radium **10**, 15 (1913).

nämlich nicht genau bekannt. Wäre dies wohl der Fall, so würde man aus Beobachtungen über die Brownsche Bewegung in Gasen die Avogadro'sche Zahl und somit das elektrische Elementarquantum mit viel größerer Genauigkeit wie jetzt bestimmen können. Aus seinen Beobachtungen über Teilchen, welche sich unter Einfluß einer elektrischen Kraft bewegen, hat Millikan einen empirischen Wert für den Widerstandskoeffizienten  $K$  gefunden, und zwar

$$K = 6 \pi \xi a \left\{ 1 + \frac{l}{a} \left( 0,874 + 0,34^{-1,54} \frac{a}{l} \right) \right\}^{-1},$$

wo  $a$  der Radius des Teilchens ist,  $\xi$  der Viskositätskoeffizient des Suspensionsmittels,  $l$  die mittlere freie Weglänge der Moleküle desselben. Es ist demgemäß

$$\sqrt{\overline{A}^2} \sim \sqrt{1 + \frac{l}{a} \left( 0,874 + 0,34^{-1,54} \frac{a}{l} \right)},$$

und man kann also jetzt berechnen, wie für Teilchen bestimmter Größe  $\sqrt{\overline{A}^2}$  sich ändert, wenn der Druck abnimmt. So findet man z. B. für das Verhältnis der Einsteinschen Größe  $\sqrt{\overline{A}^2}$  in Luft von 1 Atm. und in Wasser 7,7, welche Zahl noch mit 7,6 multipliziert werden muß, wenn der Luftdruck bis auf 5 mm Quecksilber herabgesetzt wird. Für einen Druck von 1 mm würde das Verhältnis den Wert 100 haben. Millikan spricht die Hoffnung aus, diesen Druck bei seinen Experimenten zu erreichen und dann aus der Brownschen Bewegung in Gasen das elektrische Elementarquantum mit fast ebenso großer Genauigkeit bestimmen zu können, wie mit der Öltropfenmethode.

13. Zum Schluß möge noch eine Abhandlung von Corbino<sup>1)</sup> erwähnt werden, die zwar nicht eng mit unserem Thema zusammenhängt, aber doch wegen einer Anwendung Aufmerksamkeit verdient. Corbino fängt mit einer elementaren Behandlung des Einflusses der molekularen oder Brownschen Bewegung bei verschiedenen Erscheinungen an und gibt für die exponentielle Abnahme der Konzentration einer Suspension unter der Wirkung der Schwerkraft eine Ableitung, die der Perrinschen sehr ähnlich ist, wobei er jedoch eine neue Bezeichnung einführt. Anstatt zu sagen, daß die Brownsche Bewegung einen osmotischen Druck

<sup>1)</sup> Atti di Accad. dei Lincei **19**, 817 (1910, 1. sem.).

verursacht und daß der Unterschied in diesem osmotischen Druck an den beiden Grenzflächen einer horizontalen Schicht der Schwerkraft das Gleichgewicht hält, nennt er diesen Unterschied eine „quasi-elastische“ Kraft, die wegen der Brownschen Bewegung auf die Teilchen in der Schicht wirke und die die Schwerkraft aufhebe. Derselbe Grundgedanke und dieselbe Rechnungsweise werden dann auf andere Fälle angewandt, und zwar auf die Rotationsbewegung suspendierter Teilchen um ihren Mittelpunkt in der Voraussetzung, daß diese Mittelpunkte ihre Lagen nicht ändern. Ein Mittel, um zu beurteilen, in welchem Maße die Teilchen gerichtet sind, hat man in der magnetischen Doppelbrechung einer kolloidalen Eisenlösung. Diese Erscheinung wird aufhören, wenn das Magnetfeld abgestellt wird. Dies geschieht jedoch nicht momentan, sondern nach einem exponentiellen Gesetz, und die Geschwindigkeit, mit der dieses Aufhören stattfindet, ist es, welche Corbino zu berechnen versucht. Das Problem ist demjenigen ähnlich, das man haben würde, wenn die auf eine Perrinsche Emulsion wirkende Schwerkraft plötzlich aufgehoben würde. Dann würde der homogene Zustand sich wieder nach der gewöhnlichen Diffusionsgleichung herstellen, zu der man geführt wird, wenn man die Unterschiede im osmotischen Druck und die Widerstände in Rechnung bringt. In derselben Weise verfährt Corbino. Nur ersetzt er die erwähnten Unterschiede durch seine quasi-elastische Kraft. Er nennt:

$\alpha$  einen Parameter, der die Lage oder die Richtung eines Teilchens bestimmt (unter der Voraussetzung, daß es nur einen einzigen solchen Parameter gibt);

$\Pi$  eine äußere Kraft, die auf ein Teilchen in der Richtung des Parameters  $\alpha$  wirkt;

$C$  die Konzentration, d. h.  $C d\alpha$  die Zahl der Teilchen, für die  $\alpha$  zwischen  $\alpha$  und  $\alpha + d\alpha$  liegt;

$T$  die Temperatur;

$N$  die Avogadro'sche Konstante;

$R$  die Gaskonstante.

Für Gase und Emulsionen, die der Wirkung der Schwerkraft ausgesetzt sind, gilt dann die Gleichung:

$$\Pi = \frac{RT}{N} \cdot \frac{d(\log C)}{d\alpha}, \dots \dots \dots (45)$$

so daß man für die quasi-elastische Kraft  $F$ , die  $H$  das Gleichgewicht hält, schreiben kann:

$$F = - \frac{RT}{N} \frac{d(\log C)}{d\alpha} . . . . . (46)$$

Jetzt betrachten wir den Fall von Teilchen, welche durch ein Magnetfeld gerichtet werden und also selbst magnetisch sein müssen. Der Parameter  $\alpha$  wird jetzt der Winkel, den eine im Teilchen feste Achse mit der Feldrichtung bildet, die Kraft  $H$  das Moment eines Kräftepaars und  $F$  ein durch die Brownsche Rotationsbewegung der Teilchen erzeugtes Drehmoment. Jetzt ist  $H$  proportional mit  $\sin \alpha$ , wodurch man nach (45)

$$\frac{d(\log C_0)}{d\alpha} = A \sin \alpha$$

hat, wenn  $A$  eine (negative) Konstante ist und wo der Index auf die Gleichgewichtslage unter Einfluß des Feldes hinweist. Durch Integration findet man hieraus, wenn  $B$  eine Konstante ist,

$$\log \frac{C_0}{B} = -A \cos \alpha . . . . . (47)$$

Ist das Magnetfeld schwach, so wird  $\frac{C_0}{B}$  wenig von 1 verschieden sein. Denn  $C_0$  ist die Konzentration im oben angegebenen Sinne und  $B$  ihr Wert für  $\alpha = \frac{\pi}{2}$ .

Wenn man deshalb schreibt:

$$\frac{C_0}{B} = 1 + m,$$

so hat man annähernd, da  $m$  klein ist<sup>1)</sup>,

$$\begin{aligned} \log \frac{C_0}{B} &= m = \frac{C_0}{B} - 1, \\ C_0 &= B(1 - A \cos \alpha) . . . . . (48) \end{aligned}$$

Corbino denkt sich nun, daß zu der Zeit  $t = 0$  das äußere Magnetfeld, welches den durch (48) bestimmten Zustand erzeugt hat, plötzlich abgestellt wird.

---

<sup>1)</sup> Die Formel (47) kann nicht richtig sein, da sie nicht mit der von Langevin mittels strengeren Betrachtungen in seiner Theorie des Magnetismus abgeleiteten übereinstimmt.

Auf ein Teilchen wirkt jetzt das durch (46) bestimmte quasi-elastische Drehmoment und dies verursacht eine Winkelgeschwindigkeit, für die man schreiben kann:

$$\dot{\alpha} = \frac{1}{r} F,$$

wenn  $r$  eine vom Widerstand abhängige Konstante ist. Durch einen bestimmten Wert  $\alpha$  gehen also in der Zeit  $dt$  diejenigen Teilchen, für welche der Winkel zuerst zwischen  $\alpha$  und  $\alpha - \frac{1}{r} F dt$  liegt; ihre Anzahl beträgt

$$\frac{1}{r} C F dt,$$

was für die Zeiteinheit gleich

$$\frac{1}{r} C F$$

wird. Wenn man nun die Anzahlen der Teilchen ins Auge faßt, welche durch die Werte  $\alpha$  und  $\alpha + d\alpha$  gehen, und die Differenz dieser beiden Anzahlen nimmt, findet man die Formel

$$\frac{\partial C}{\partial t} = - \frac{1}{r} \frac{\partial (C F)}{\partial \alpha},$$

oder nach (46), wenn man  $\frac{RT}{rN}$  mit  $h$  bezeichnet,

$$\frac{\partial C}{\partial t} = h \frac{\partial^2 C}{\partial^2 \alpha}, \dots \dots \dots (49)$$

in welcher Formel man die Diffusionsgleichung erkennt.

Eine Lösung von (49) mit der Bedingung (48) für  $t = 0$  ist

$$C = B [1 - A \cos \alpha \cdot e^{-ht}].$$

Für die Rotationsbewegung ist

$$r = 8 \pi \zeta a^3,$$

wo  $\zeta$  den Koeffizienten der inneren Reibung des Suspensionsmittels darstellt und  $a$  den Radius der kugelförmig gedachten Teilchen. Man würde also haben:

$$h = \frac{RT}{N} \cdot \frac{1}{8 \pi \zeta a^3},$$

oder, wenn man die Zahlenwerte einsetzt und  $a$  in  $\mu$  ausdrückt,

$$h = \frac{1,5}{a^3} \cdot \frac{1}{\text{sec}}.$$

Hieraus kann man schließen, daß die magnetische Doppelbrechung nach der Zeit  $t = \frac{5}{h}$  im Verhältnis  $1 : e^{-5}$  abgenommen haben wird. Für ein Teilchen mit dem Radius  $0,2 \mu$  würde dies also nach ungefähr  $\frac{1}{40}$  Sekunde der Fall sein.

Nach den Untersuchungen von Corbino verschwindet jedoch die magnetische Doppelbrechung in einer Zeit kürzer als  $\frac{1}{20.000}$  Sekunde, auch für die größten von ihm benutzten Teilchen, deren Dimensionen er gleich der Wellenlänge des sichtbaren Lichtes schätzt. Hieraus schließt er, daß entweder diese zuletzt erwähnten Teilchen bedeutend kleiner sind, als er sie geschätzt hatte, oder daß es außer der durch die Brownschen Änderungen des Parameters  $\alpha$  erzeugten quasi-elastischen Kraft noch eine andere desorientierende Wirkung gibt, wie z. B. eine aus den gegenseitigen Wirkungen der Teilchen infolge ihrer magnetischen Momente entstehen könnte.

Zu diesen Betrachtungen von Corbino kann man bemerken, daß er entweder nähere Rechenschaft von dem quasi-elastischen Moment hätte geben müssen (wie man es vom osmotischen Druck tut, indem man die durch eine Ebene gehende Bewegungsgröße ins Auge faßt), oder daß er die Gleichung (49) ohne Einführung dieses fiktiven Momentes hätte ableiten müssen durch direkte Betrachtung der durch die Brownsche Bewegung für die verschiedenen Teilchen in dem Winkel  $\alpha$  hervorgerufenen Änderungen; zu diesem Zweck könnte man die in Kapitel III, § 1 wiedergegebenen Betrachtungen von Einstein benutzen. Dennoch darf man seine Schlußfolgerung, daß die Brownsche Bewegung nicht zur Erklärung der schnellen Desorientierung der Teilchen genügt, wohl ohne Zweifel annehmen.

---

## Sechstes Kapitel.

### Die wirkliche und die sichtbare Bewegung.

**§ 1. Die wirkliche Bewegung.** Es entsteht die Frage: Wie muß man sich die wirkliche Bewegung eines Teilchens denken? Es liegt auf der Hand, sich dieselbe als eine Zickzacklinie vorzustellen von der Art, daß das Teilchen zwischen zwei aufeinander folgenden Stößen mit einem Flüssigkeitsmolekül eine geradlinige Bahn von der Länge  $\lambda$  beschreibt. Die durch den Stoß mit einem einzigen Flüssigkeitsmolekül verursachte Richtungsänderung ist sehr klein<sup>1)</sup>, so daß zwei aufeinander folgende Strecken  $\lambda$  fast eine ungebrochene Linie bilden. Wir können deshalb diese kleinen Strecken  $\lambda$  nicht mit der freien Weglänge aus unseren elementaren Betrachtungen in Kap. II, §§ 1 bis 5, identifizieren. Dort wurde nämlich vorausgesetzt, die Richtungen zweier aufeinander folgenden freien Weglängen seien gänzlich unabhängig voneinander, während nach obenstehender Anschauung zwei nacheinander zurückgelegte Linien  $\lambda$  nur einen sehr kleinen Winkel bilden. Die freie Weglänge aus Kap. II wird angenähert übereinstimmen mit dem Abstände zwischen zwei Lagen  $A$  und  $B$  des Teilchens, in denen die Bewegungsrichtungen einen ziemlich großen Winkel (mit  $90^\circ$  vergleichbar) bilden. Wir werden jetzt durch Kombination unserer Formel (13) aus Kap. II mit der Einsteinschen Formel (22) den erwähnten Abstand, den wir mit  $l$  bezeichnen werden, zu schätzen versuchen. Da wir auf keinen Fall mehr als Schätzungen erreichen können, wollen wir annehmen, daß alle Abstände  $l$  einander gleich sind und alle mit derselben konstanten Geschwindigkeit zurückgelegt werden. In betreff dieser Geschwindigkeit kann nun aber das Folgende bemerkt werden. Der wirkliche, aus den Linien  $\lambda$  zusammengesetzte

---

<sup>1)</sup> Siehe S. 45.

Weg zwischen  $A$  und  $B$ , den wir auch als eine gekrümmte Linie betrachten können, wird mit der Geschwindigkeit  $v$  zurückgelegt, die das Teilchen der Wärmebewegung verdankt und die durch die Formel

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{3}{2} k T \dots \dots \dots (50)$$

bestimmt wird. Es sei nun  $s$  die Länge der Bahn zwischen  $A$  und  $B$  und  $l$ , wie bereits erwähnt, die Sehne  $AB$ , dann würde das Teilchen nach derselben Zeit  $\tau$  in  $B$  angekommen sein, wenn es sich längs  $l$  mit der Geschwindigkeit

$$v' = \frac{l}{s} v$$

bewegt hätte. Wir legen also unserer Rechnung zugrunde, daß die aus den Linien  $l$  zwischen aufeinander folgenden Punkten  $A$ ,  $B$ ,  $C$  usw. der Bahn zusammengesetzte Zickzacklinie mit dieser Geschwindigkeit  $v'$  zurückgelegt wird.

Das Verhältnis  $\frac{l}{s}$  wird nicht immer dasselbe sein, aber wir werden wohl keinen großen Fehler machen, wenn wir ihm den Wert 0,8 zuschreiben (wenn  $s$  ein Viertel Kreislänge wäre, so würde  $\frac{l}{s} = 0,9$  sein). Also

$$v' = 0,8 v \dots \dots \dots (51)$$

Aus unserer Formel

$$\overline{\Delta^2} = \frac{1}{3} n l^2 = \frac{1}{3} l v' \tau$$

und der Einsteinschen

$$\overline{\Delta^2} = \frac{k T}{3 \pi \zeta a} \tau$$

folgt jetzt

$$l = \frac{k T}{\pi \zeta a v'} \dots \dots \dots (52)$$

Für Gummigutteilchen mit dem Radius  $a = 2 \cdot 10^{-5}$  cm und der Dichte 1,2 finden wir die Masse  $m = 40,2 \cdot 10^{-15}$  g, woraus für die mittlere Geschwindigkeit bei 17° C ( $k = 1,35 \cdot 10^{-16}$ ,  $T = 290$ ) folgt  $v = 1,7$  cm/sec.

Dies gibt

$$v' = 1,4 \text{ cm/sec.}$$

Nehmen wir weiter für  $\xi$  den Wert für Wasser bei  $17^{\circ}$  C, d. h.  $\xi = 0,0108$ , so finden wir aus (52)

$$l = 4,1 \cdot 10^{-8} \text{ cm.}$$

Die Zeit  $\tau$ , in der dieser Abstand zurückgelegt wird, ist

$$\tau = \frac{l}{v'} = 3 \cdot 10^{-8} \text{ sec.}$$

Für Teilchen mit dem Radius  $a = 3 \cdot 10^{-5}$  werden diese Zahlen

$$l = 5,2 \cdot 10^{-8} \text{ cm,}$$

$$\tau = 7 \cdot 10^{-8} \text{ sec.}$$

Aus dem Obenstehenden geht hervor, daß bei den benutzten Teilchen die Beobachtung der Abstände  $l$  ausgeschlossen ist.

Die oben betrachtete Zeit  $\tau$  ist dieselbe, von der bei von Smoluchowski die Rede ist <sup>1)</sup> und für welche er die Zeit nahm, in der eine ursprünglich in einer bestimmten Richtung bestehende Geschwindigkeit durch den Widerstand merklich abgenommen hat. Nach der zweiten Bestimmung, die von Smoluchowski von diesem Zeitraum gibt (siehe die Formel (30), in der wir  $S = 6 \pi \xi a$  nehmen, und S. 46), würde

$$\tau = \left(\frac{4}{3}\right)^3 \frac{m}{6 \pi \xi a} = 0,4 \frac{m}{\pi \xi a} \dots \dots (53)$$

sein. Dagegen hat man nach (52) im allgemeinen für die auf die obenerwähnte Weise berechnete Zeit  $\tau$

$$\tau = \frac{k T}{\pi \xi a v'^2},$$

oder, wegen (50) und (51),

$$\tau = \frac{m}{1,9 \pi \xi a},$$

was mit (53) befriedigend übereinstimmt.

**§ 2. Die sichtbare Bewegung.** Da es sich nun im Obenstehenden herausgestellt hat, daß man keinesfalls die wirkliche Bewegung eines Teilchens beobachten oder die einzelnen Abstände  $l$  unterscheiden kann, entsteht die Frage, welche Bedeutung das Bild

<sup>1)</sup> Siehe oben S. 46.

hat, das wir wahrnehmen, wenn wir während einer gewissen Zeit einem Teilchen ohne Unterbrechen folgen. Wenn wir dies machen, so fällt uns auf, daß wir das Teilchen scharf sehen und mit vollkommener Deutlichkeit eine bestimmte Bewegung beobachten; es macht den Eindruck, als ob die wahrgenommene Bahn die „wirkliche“ wäre. Welche Umstände bestimmen nun diese sichtbare Bahn, deren Krümmungsradien viel größer sind als die oben berechnete Länge  $l$  und die mit einer viel kleineren Geschwindigkeit als  $v$  zurückgelegt wird?

Wie wir ein sich schnell bewegendes Teilchen sehen werden, hängt in erster Linie von der Dauer des Gesichtseindrucks ab. Ist diese  $\theta$ , so kann man die Sache in der Weise auffassen, daß man zu der Zeit  $t$  einen Eindruck empfängt, der aus den zwischen  $t$  und  $t - \theta$  empfangenen Eindrücken zusammengesetzt ist, wobei selbstverständlich, da die Bilder allmählich abgeschwächt werden, in dem zusammengesetzten Bilde die ältesten Bilder die schwächsten sind und den geringsten Beitrag zu dem Gesamtbilde liefern. Auch werden in dem zusammengesetzten Bilde die Lagen, in denen das Teilchen die kleinste Geschwindigkeit hatte, am stärksten hervortreten; ebenso wie ein schnell schwingendes Pendel fast nur in den äußeren Lagen sichtbar ist, wo die Geschwindigkeit am kleinsten (einen Augenblick sogar gleich Null) ist und also der Eindruck, den unsere Netzhaut von einer einzigen Lage empfängt, die längste Dauer hat.

Wenn durch ein Zusammentreffen von Umständen das Teilchen einen Augenblick still steht, wird der dann gemachte Eindruck überaus stark sein.

Alles zusammengenommen ist es schwierig, sich genau davon Rechenschaft zu geben, was man sieht. Aber man kann doch wohl etwas von der Schärfe des Bildes sagen. In der Zeit  $\theta$  verschiebt das Teilchen sich in irgend einer Richtung um eine Strecke, für welche wir nach der Einsteinschen Formel schreiben können:

$$L = \sqrt{\frac{k T \theta}{3 \pi \xi a}}, \dots \dots \dots (54)$$

und es ist einleuchtend, daß es nur dann ungefähr ebenso groß und ebenso scharf wie ein ruhendes Teilchen gesehen werden wird, wenn dieser Abstand nicht zu groß ist im Vergleich mit dem Radius. Wir können also für die Wahrnehmbarkeit des

Teilchens in seiner wirklichen Form und Größe die Bedingung aufstellen:

$$L < \nu a, \dots \dots \dots (55)$$

wo  $\nu$  ein schwierig anzugebender Zahlenfaktor ist. Aus (54) und (55) folgt

$$a > \sqrt[3]{\frac{kT\theta}{3\pi\nu^2\xi}}.$$

Es ist nun schwierig zu sagen, mit welcher Dauer des Lichteindruckes wir rechnen müssen. Nimmt man  $\theta = 0,1$  Sek. und  $\nu = 1$ , so gibt die Formel

$$a > 3,4 \cdot 10^{-5} \text{ cm.}$$

Hieraus darf man wohl schließen, daß man Teilchen von dem Radius  $0,1\mu$  wegen ihrer Brownschen Bewegung nicht in ihrer wahren Größe sehen wird, was auch schon wegen der Diffraction nicht möglich ist.

Etwas größere Teilchen, z. B. mit einem Radius von  $3 \cdot 10^{-5}$  cm, sieht man vollkommen scharf, besser vielleicht, als man auf dem ersten Anblick aus dem Obenstehenden erwarten würde. Es ist jedoch die Frage, ob man vielleicht bei einem eingehenden Studium der optischen Bilder nicht einen Einfluß der äußerst feinen und schnellen Bewegung verspüren könnte, der sich nicht in einer Verschiebung des Mittelpunktes, sondern in einer Vergrößerung zeigt.

**§ 3.** Die Antwort auf die Frage nach der Natur der sichtbaren Bahn und nach der Geschwindigkeit, mit der sie zurückgelegt wird, liegt nach dem Vorhergehenden auf der Hand.

Wenn der Lichteindruck eine Zeit  $\theta$  dauert, wird die in einem gewissen Augenblick wahrgenommene Geschwindigkeit ein Mittelwert aus allen den Geschwindigkeiten sein, die in dem eben verstrichenen Zeitelement  $\theta$  aufgetreten sind. Hieraus folgt, daß die Geschwindigkeiten, die man in zwei Augenblicken  $t$  und  $t + \theta$  sieht, gänzlich unabhängig voneinander sein werden, was nicht der Fall sein würde, wenn das zwischenliegende Zeitintervall kleiner wäre. Wenn also  $P, Q, R \dots$  solche Punkte der Bahn sind, daß diese zwischen je zwei dieser Punkte ihre Richtung gänzlich geändert hat, so kann man annehmen, daß die Teile  $PQ, QR \dots$  in der Zeit  $\theta$  zurückgelegt werden, so daß, wenn  $v_s$  die Geschwindigkeit in der wirklichen Bahn ist und  $L'$  die mittlere Länge der geraden Linien  $PQ, QR \dots$ ,

$$L' = 0,8 v_s \theta \dots \dots \dots (56)$$

ist (vgl. § 1).

Nun muß der Abstand, über den sich das Bild verschoben hat, auch für die Zeit  $\theta$ , mit der Einsteinschen Formel berechnet werden<sup>1)</sup>. Das, was man sieht, könnte man eine „Einsteinsche“ Bewegung nennen im Gegensatz zu der wirklichen Bewegung.

Man hat also (da  $L'$  der Abstand im Raume ist)

$$L' = \sqrt{\frac{k T \theta}{\pi \xi a}}$$

und, wenn man dies mit (56) kombiniert,

$$v_s = \frac{5}{4} \sqrt{\frac{k T}{\pi \xi a \theta}}.$$

Dies ist die Geschwindigkeit im Raume. Will man die Geschwindigkeit der auf eine Ebene projizierten Bewegung  $v'_s$  kennen, so muß man  $v_s$  mit  $\sqrt{\frac{2}{3}}$  multiplizieren.

Herr Dr. G. J. Elias in Haarlem hatte die Freundlichkeit, die sichtbare Geschwindigkeit so gut wie möglich zu schätzen. Er arbeitete mit Gummigutteilchen, deren Radius  $3 \cdot 10^{-5}$  cm betrug, und fand

$$v'_s = 10 \cdot 10^{-4} \text{ cm/sec,}$$

während obenstehende Rechnung mit  $\theta = 0,1$  ergibt:

$$v'_s = 6,3 \cdot 10^{-4} \text{ cm/sec.}$$

Man kann dies eine befriedigende Übereinstimmung zwischen Rechnung und Beobachtung nennen.

<sup>1)</sup> Hierzu wollen wir bemerken, daß diese Methode und die auf S. 78 benutzte auf dasselbe hinauskommt. Wenn wir bei jener früheren Berechnung  $l$  als den Abstand betrachtet hätten, der nach der Einsteinschen Formel in der Zeit  $\frac{l}{v}$  im Raum erreicht wird, so hätten wir dort schreiben können

$$l^2 = \frac{k T}{\pi \xi a} \cdot \frac{l}{v'},$$

woraus (52) unmittelbar hervorgeht.

## Einige Probleme, die nach der Methode von Einstein und Hopf gelöst werden können.

**§ 1. Schwingende Bewegung.** Ein Teilchen kann in der Richtung der  $x$ -Achse unter dem Einfluß einer nach der Gleichgewichtslage gerichteten Kraft  $-fx$  ( $x$  sei die Abweichung aus dieser Lage) schwingen. Dabei ist es einem durch das Stokessche Gesetz bestimmten Reibungswiderstand unterworfen und außerdem äußeren Kräften, die fortwährend ihre Richtung und Größe ändern und durch die Stöße der umgebenden Moleküle erzeugt werden. Diese letzten Kräfte werden wir in dem Buchstaben  $F$  zusammenfassen. Die Aufgabe ist nun, die mittlere kinetische Energie  $\frac{1}{2} m \bar{u}^2$  und die mittlere potentielle Energie unter Benutzung des in Kap. IV, § 4 gefundenen Wertes für  $\bar{X}^2$  ( $X = \int_{(x)} F dt$ ) zu bestimmen.

Die Bewegungsgleichung des Teilchens ist

$$m \frac{du}{dt} + fx + wu = F, \quad \dots \dots (57)$$

wo  $u$  für  $\frac{dx}{dt}$  geschrieben ist,  $m$  für die Masse des Teilchens und  $w$  für  $6\pi\xi a$ ;  $\xi$  ist wieder der Reibungskoeffizient des umgebenden Mediums und  $a$  der Radius des kugelförmig vorausgesetzten Teilchens. Daneben haben wir noch die Beziehung

$$\frac{dx}{dt} - u = 0 \quad \dots \dots (58)$$

Um diese beiden Differentialgleichungen, ohne ihre Ordnung zu erhöhen, zu lösen, verfahren wir in folgender Weise: Wir

multiplizieren (58) mit einer Konstanten  $\alpha$  und addieren sie dann zu (57); das gibt uns

$$\frac{d}{dt} (m u + \alpha x) + f x + (w - \alpha) u = F.$$

Jetzt wählen wir die Konstante  $\alpha$  so, daß sie der quadratischen Gleichung

$$m : (w - \alpha) = \alpha : f$$

oder

$$\alpha^2 - \alpha w + f m = 0 . . . . . (59)$$

genügt. Sind  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  die beiden Wurzeln dieser Gleichung, so finden wir zwei Differentialgleichungen:

$$\frac{d\xi}{dt} + \frac{f}{\alpha_1} \xi = F, . . . . . (60)$$

$$\frac{d\eta}{dt} + \frac{f}{\alpha_2} \eta = F, . . . . . (61)$$

wo  $\xi$  bzw.  $\eta$  für  $m u + \alpha_1 x$  und  $m u + \alpha_2 x$  geschrieben ist.

Mit jeder dieser Gleichungen können wir wie mit der Gleichung (33) in Kap. IV verfahren. Wir betrachten wieder eine Reihe aufeinander folgender gleicher Zeitelemente  $\tau$  und bezeichnen mit  $\xi_0, \xi_1, \xi_2, \dots$  bzw.  $\eta_0, \eta_1, \eta_2, \dots$  die Werte am Anfang des ersten, zweiten usw. Zeitelementes.

Integrieren wir (60) und (61) über das  $k^{\text{te}}$  Zeitelement, so finden wir, wenn wir

$$\int_{(k)} F dt = X_k$$

setzen,

$$\xi_k = \left(1 - \frac{f}{\alpha_1} \tau\right) \xi_{k-1} + X_k,$$

$$\eta_k = \left(1 - \frac{f}{\alpha_2} \tau\right) \eta_{k-1} + X_k;$$

also, wenn wir schreiben:

$$1 - \frac{f}{\alpha_1} \tau = \lambda_1, \quad 1 - \frac{f}{\alpha_2} \tau = \lambda_2, . . . . . (62)$$

$$\xi_1 = \lambda_1 \xi_0 + X_1 \text{ usw.},$$

$$\eta_1 = \lambda_2 \eta_0 + X_1 \text{ usw.}$$

So werden wir zu den beiden Gleichungen

$$m u + \alpha_1 x = \lambda_1^n \xi_0 + \lambda_1^{n-1} X_1 + \lambda_1^{n-2} X_2 + \cdots + \lambda_1 X_{n-1} + X_n,$$

$$m u + \alpha_2 x = \lambda_2^n \eta_0 + \lambda_2^{n-1} X_1 + \lambda_2^{n-2} X_2 + \cdots + \lambda_2 X_{n-1} + X_n$$

geführt, wo wir  $u_n$  und  $x_n$  schon durch  $u$  und  $x$  ersetzt haben. Wir lösen die beiden Gleichungen nach den Unbekannten und nehmen die quadratischen Mittelwerte. Dies gibt, wenn wir zu gleicher Zeit  $n$  unbegrenzt wachsen lassen und wie früher  $\overline{X^2}$  einführen und die unendlichen Reihen summieren:

$$\begin{aligned} (\alpha_1 - \alpha_2)^2 \overline{x^2} &= \overline{X^2} \left\{ \frac{1}{1 - \lambda_1^2} + \frac{1}{1 - \lambda_2^2} - \frac{2}{1 - \lambda_1 \lambda_2} \right\} \\ &= \frac{\overline{X^2}}{2 f \tau} \cdot \frac{(\alpha_1 - \alpha_2)^2}{\alpha_1 + \alpha_2}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m^2 (\alpha_1 - \alpha_2)^2 \overline{u^2} &= \overline{X^2} \left\{ \frac{\alpha_2^2}{1 - \lambda_1^2} + \frac{\alpha_1^2}{1 - \lambda_2^2} - \frac{2 \alpha_1 \alpha_2}{1 - \lambda_1 \lambda_2} \right\} \\ &= \frac{\overline{X^2}}{2 f \tau} \cdot (\alpha_1 - \alpha_2)^2 \cdot \frac{\alpha_1 \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}. \end{aligned}$$

Die Werte von  $\lambda_1^2$ ,  $\lambda_2^2$ ,  $\lambda_1 \lambda_2$  sind unter Vernachlässigung von Gliedern mit  $\tau^2$  aus (62) abgeleitet.

Substituieren wir in obenstehenden Gleichungen nach (59)

$$\alpha_1 \alpha_2 = f m, \quad \alpha_1 + \alpha_2 = w = 6 \pi \xi a$$

und

$$\overline{X^2} = 12 \pi \xi a k T \tau,$$

wie aus (37) hervorgeht, da wir jetzt mit  $X$  bezeichnet haben, was dort durch  $m X$  dargestellt wurde, so finden wir

$$\frac{1}{2} f \overline{x^2} = \frac{1}{2} k T,$$

$$\frac{1}{2} m \overline{u^2} = \frac{1}{2} k T,$$

d. h. sowohl für die mittlere potentielle wie für die mittlere kinetische Energie erhalten wir den Wert, der einem Freiheitsgrad eines Gasmoleküls entspricht.

**§ 2. Die spontane Elektrizitätsbewegung in einer einzigen leitenden Kette.** Bezeichnen wir mit  $i$  die Stromstärke, mit  $L$  und  $r$  den Selbstinduktionskoeffizienten und den Widerstand der Kette,

mit  $F$  die durch die Wärmebewegung verursachte „elektromotorische Kraft“, so haben wir die Gleichung:

$$ri + L \frac{di}{dt} = F.$$

Indem wir genau dieselbe Rechenweise und analoge Schreibweisen benutzen wie im vorigen Problem

$$\left( \lambda = 1 - \frac{r\tau}{L}, \quad X = \int_{(\tau)} F dt \right),$$

finden wir aus dieser Differentialgleichung

$$\bar{i}^2 = \frac{\bar{X}^2}{L^2} \cdot \frac{1}{1 - \lambda^2} = \frac{\bar{X}^2}{2rL\tau} \dots \dots \dots (63)$$

Wir können uns hier denken, daß die Mittelwerte sich auf eine große Anzahl gleicher Ketten beziehen. In ähnlicher Weise kann man sie auch in den nachfolgenden Problemen auffassen.

Bedenken wir, daß die Energie  $\frac{1}{2} L \bar{i}^2$  gleich der einem Freiheitsgrad entsprechenden kinetischen Energie sein muß, so daß

$$\frac{1}{2} L \bar{i}^2 = \frac{1}{2} kT,$$

so finden wir aus (63)

$$\bar{X}^2 = 2rkT\tau, \dots \dots \dots (64)$$

wodurch man sich ein Urteil über die Größe der in einer leitenden Kette durch die Wärmebewegung verursachten „elektromotorischen Impulse“ bilden kann. Das Resultat entspricht der Formel (37) auf S. 55, und in derselben Weise, wie bei dem dort behandelten Problem, können wir uns auch hier die Proportionalität von  $\bar{X}^2$  mit der Zeit  $\tau$  klar machen. Durch eine ähnliche Betrachtung kann man gleichfalls einigermaßen einsehen, weshalb  $\bar{X}^2$  dem Widerstand proportional wird. Besteht nämlich die Kette aus zwei hintereinander geschalteten, genau gleichen Teilen, dann ist der elektromotorische Impuls in der ganzen Kette gleich der algebraischen Summe der Impulse in diesen Teilen, und daher ist wegen der gegenseitigen Unabhängigkeit dieser Impulse  $\bar{X}^2$  für die ganze Kette zweimal so groß wie für jeden einzelnen Teil.

§ 3. **Dasselbe Problem für zwei Ketten.** Die sich auf die erste bzw. zweite Kette beziehenden Größen bezeichnen wir mit den Indizes 1, 2.  $M$  sei der Koeffizient gegenseitiger Induktion. Dann haben wir für die erste Kette die Gleichung:

$$L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} = -i_1 r_1 + E_1.$$

Integriert man über die kleine Zeit  $\tau$ , so findet man

$$L_1 (i_1' - i_1) + M (i_2' - i_2) = -i_1 r_1 \tau + X_1$$

oder

$$L_1 i_1' + M i_2' = L_1 i_1 + M i_2 - i_1 r_1 \tau + X_1,$$

wobei die Bezeichnungen wohl keiner Erklärung bedürfen.

Indem man die letzte Gleichung ins Quadrat erhebt und Mittelwerte nimmt, findet man

$$\overline{(L_1 i_1' + M i_2')^2} = \overline{(L_1 i_1 + M i_2)^2} - 2 \overline{i_1 (L_1 i_1 + M i_2) r_1 \tau} + \overline{X_1^2}.$$

Da

$$\overline{(L_1 i_1' + M i_2')^2} = \overline{(L_1 i_1 + M i_2)^2}$$

und

$$\overline{X_1^2} = 2 r_1 k T \tau,$$

so kann hierfür geschrieben werden:

$$\text{Ebenso} \quad \overline{i_1 (L_1 i_1 + M i_2)} = k T.$$

$$\overline{i_2 (L_2 i_2 + M i_1)} = k T.$$

Hieraus folgt für die mittlere magnetische Energie

$$\frac{1}{2} L_1 i_1^2 + M i_1 i_2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 = k T,$$

welcher Wert genau mit der zu zwei Freiheitsgraden gehörenden kinetischen Energie übereinstimmt.

Diese Ableitung rührt von Herrn Prof. Lorentz her und wird in einer in kürzerer Zeit erscheinenden Arbeit des Herrn van Slingelandt auf kompliziertere Fälle angewandt.

§ 4. **Die transportierte Elektrizitätsmenge.** Bis jetzt war nur die Rede von dem Wert von  $\overline{i^2}$  in einer Kette. Dies entspricht der Frage nach  $\overline{u^2}$  für ein sich bewegendes Teilchen. Aber ebenso, wie man bei einem Teilchen fragen kann, welchen Abstand es bei der Brownschen Bewegung erreicht, so kann man jetzt auch die Frage stellen, wie weit sich die Elektrizität aus ihrer Anfangslage

entfernt. Mit anderen Worten, wenn  $e$  die in einer gewissen Zeit  $t$  durch einen Querschnitt verschobene Elektrizitätsmenge ist, nach dem Wert von  $e^2$ .

Die Antwort folgt sofort aus der Einsteinschen Formel (21) (Kap. III, § 1), wenn man für die Koordinate  $\alpha$  die Elektrizitätsmenge nimmt, die seit einem Anfangszeitpunkt durch einen Querschnitt verschoben ist. Dabei wird  $\mathcal{L}$  das, was wir soeben  $e$  genannt haben. Da  $i$  die Stromstärke ist und die zu  $\alpha$  gehörende Kraft die in der Kette wirkende elektromotorische Kraft, so müssen wir unter  $B$  den Strom verstehen, den eine gleichmäßig wirkende elektromotorische Kraft 1 verursacht. Also, wenn  $r$  der Widerstand der Kette ist,  $B = \frac{1}{r}$ .

Man findet also<sup>1)</sup>

$$e^2 = \frac{2kT}{r} t \dots \dots \dots (65)$$

**§ 5. Die Brownsche Bewegung einer Magnetnadel infolge der spontanen Elektrizitätsbewegung in einem sie umgebenden Stromkreis.** Wir denken uns den Fall einer Tangentenbussole, wobei wir den Erdmagnetismus außer Betracht lassen. Der Radius des Kreises sei  $R$ , der Widerstand  $r$ , die Stromstärke  $i$ , das Moment der Magnetnadel  $M$ , das Trägheitsmoment der Nadel  $Q$ .

Auf die im Mittelpunkt des Kreises  $K$  befindliche Magnetnadel wirkt ein Kräftepaar mit dem Moment  $HM \cos \theta$ , wenn  $H$  die zu dem Strom  $i$  gehörende Feldstärke ist und  $\theta$  der Abweichungswinkel aus der Kreisebene. Wir wollen nämlich voraussetzen, daß die Nadel so klein ist, daß man sagen darf, sie befinde sich in einem homogenen Feld. Bei dem Gebrauch von „rationalen“ elektromagnetischen Einheiten ist  $H = \frac{i}{2R}$ , und also das Moment des Kräftepaares

$$\frac{i}{2R} M \cos \theta.$$

Dieser Ausdruck, der dem Gliede  $F$  in der Gleichung (33) entspricht, bestimmt die auf die Nadel wirkenden Stöße, wenn

---

<sup>1)</sup> Vgl. Einstein, Ann. d. Phys. **19**, 380 (1906).

wir für  $i$  die Stromstärke bei der in § 2 besprochenen spontanen Elektrizitätsbewegung nehmen.

Weiter erleidet die Nadel auch einen mit  $-wu$  in (33) vergleichbaren Widerstand. Durch ihre Bewegung induziert sie nämlich Ströme im Kreise, die einen hemmenden Einfluß auf die Bewegung ausüben. Um die Größe des dämpfenden Kräftepaares kennen zu lernen, müssen wir die induzierten Ströme berechnen. Dazu denken wir uns die Magnetnadel durch eine äquivalente Drahtspule mit der Windungszahl  $n$  und dem Querschnitt  $O$  ersetzt. Die Stromstärke  $j$  in dieser Spule wird bestimmt durch die Formel:

$$njO = M. \dots \dots \dots (66)$$

Weiter benutzen wir die Eigenschaft, daß die zu einem Strom 1 in der Spule passende und durch den Kreis  $K$  gehende Kraftlinienzahl gleich der ist, die durch die Spule umschlossen wird, wenn in dem Kreis  $K$  ein Strom von der Stärke 1 besteht.

Man sieht leicht ein, daß diese letzte Anzahl gleich  $\frac{nO}{2R} \sin \theta$  ist, und hieraus geht hervor, daß die zu dem durch (66) bestimmten Strom gehörende und durch den Kreis  $K$  umschlossene Kraftlinienzahl durch

$$A = j \frac{nO \sin \theta}{2R} = \frac{M}{2R} \sin \theta$$

gegeben wird. Dies ist auch gleich der zum Magnet gehörenden und vom Kreis  $K$  umschlossenen Anzahl. Die durch die Bewegung der Magnetnadel im Kreis induzierte elektromotorische Kraft ist also

$$-\frac{dA}{dt} = -\frac{M}{2R} \cos \theta \cdot \frac{d\theta}{dt},$$

oder, wenn wir annehmen, daß  $\theta$  stets sehr klein ist,

$$-\frac{M}{2R} \frac{d\theta}{dt}.$$

Hieraus folgt für die Stärke des induzierten Stromes

$$-\frac{M}{2rR} \frac{d\theta}{dt}$$

und für das Moment des dämpfenden Kräftepaares

$$-\frac{M^2}{4rR^2} \cdot \frac{d\theta}{dt}.$$

Die Bewegungsgleichung der Magnetnadel wird jetzt

$$Q \frac{d\omega}{dt} = \frac{iM}{2R} - \frac{M^2}{4rR^2} \omega,$$

wo  $\omega$  die Winkelgeschwindigkeit ist.

Integrieren wir dies über ein kleines Zeitelement  $\tau$  und nehmen wir in dem letzten Glied  $\omega$  während dieser Zeit konstant an, so finden wir

$$Q\omega' = Q\omega + \frac{M}{2R}e - \frac{M^2}{4rR^2}\omega\tau, \dots \dots (67)$$

wo  $\omega$  und  $\omega'$  die Anfangs- und Endwerte der Winkelgeschwindigkeit sind und wo

$$\int_{(\tau)} i dt = e$$

gesetzt ist.

Jetzt erheben wir diese Gleichung (67) ins Quadrat, nehmen Mittelwerte, wobei wir uns eine große Anzahl von Stromkreisen, jeden mit einer Magnetnadel, denken können, und finden so<sup>1)</sup>:

$$Q^2 \overline{\omega'^2} = \left\{ Q^2 - \frac{M^2 Q}{2rR^2} \tau \right\} \overline{\omega^2} + \frac{M^2}{4R^2} \overline{e^2},$$

wobei aus einem einleuchtenden Grund

$$\overline{\omega e} = 0$$

gesetzt und ein Glied mit  $\tau^2$  vernachlässigt ist.

Bedenken wir, daß  $\overline{\omega'^2} = \overline{\omega^2}$  und benutzen wir für  $\overline{e^2}$  die Formel (65), so finden wir

$$\overline{\omega^2} = \frac{kT}{Q}.$$

Die kinetische Energie der Magnetnadel beträgt also

$$\frac{1}{2} Q \overline{\omega^2} = \frac{1}{2} kT.$$

**§ 6.** Man kann sich die Frage stellen, wie groß die mittlere kinetische Energie der Magnetnadel wird, wenn auf dieselbe nicht nur die durch die spontanen Ströme im Kreise erzeugten Kräfte wirken, sondern auch noch andere Kräfte, z. B. Stöße der Luftmoleküle.

---

<sup>1)</sup> Vgl. die Bemerkung auf S. 53.

Da auch jetzt die Bewegung aus Drehungen um eine einzige feste Achse besteht, wird die kinetische Energie wieder derjenigen eines Gasmoleküls mit einem Freiheitsgrad entsprechen müssen<sup>1)</sup>. Das folgt auch aus den Formeln.

In die Bewegungsgleichung

$$Q \frac{d\omega}{dt} + \frac{M^2}{4rR^2} \omega - \frac{M}{2R} i = 0,$$

die wir im vorigen Paragraphen als Ausgangspunkt gebraucht haben, müssen jetzt noch zwei Glieder aufgenommen werden. Erstens eins, das die Stöße der Gasmoleküle darstellt, und ein zweites, das sich auf den Luftwiderstand bezieht. Bezeichnen wir die beiden Rotationsmomente mit  $F$  und  $-w\omega$ , so finden wir jetzt die Gleichung

$$Q \frac{d\omega}{dt} + \left( \frac{M^2}{4rR^2} + w \right) \omega - \frac{M}{2R} i - F = 0.$$

Diese Gleichung integrieren wir über das sehr kleine Zeitelement  $\tau$  und erhalten

$$\omega' = \omega \left( 1 - \frac{b}{Q} \right) \tau + \frac{M}{2RQ} e + \frac{X}{Q},$$

wo  $X$  für  $\int_{(\tau)} F dt$ ,  $e$  für  $\int_{(\tau)} i dt$  und  $b$  für  $\frac{M^2}{4rR^2} + w$  geschrieben ist.

Verfahren wir jetzt wie oben mit der Gleichung (67), so finden wir

$$2bQ\overline{\omega^2} = \frac{M^2}{4R^2} \cdot \frac{\overline{e^2}}{\tau} + \frac{\overline{X^2}}{\tau},$$

oder

$$(w' + w)Q\overline{\omega^2} = \frac{M^2}{8R^2} \cdot \frac{\overline{e^2}}{\tau} + \frac{\overline{X^2}}{2\tau}, \quad \dots \quad (68)$$

wo

$$w' = \frac{M^2}{4rR^2} \text{ ist.}$$

Nun ist, wie aus (65) hervorgeht, das Glied mit  $\overline{e^2}$  in (68) gleich  $kT w'$ ; eben deswegen fanden wir im vorhergehenden Paragraphen, als wir nur den Einfluß der spontanen Elektrizitäts-

<sup>1)</sup> Vgl. Einstein und Hopf, Ann. d. Phys. **33**, 1106 (1910).

bewegung betrachteten, für  $Q\overline{\omega^2}$  den Wert  $kT$ . Aber auch, wenn die Magnetnadel nur den Stößen der Luftmoleküle ausgesetzt wäre, würde  $Q\overline{\omega^2}$  diesen Wert haben. Hieraus geht hervor, daß das letzte Glied von (68) gleich  $kT\omega$  sein muß, aber dann ist in dem allgemeineren Falle die Summe dieser beiden Glieder gleich  $kT(\omega' + \omega)$ , so daß  $Q\overline{\omega^2}$  auch dann wieder gleich groß wird.

Man kann dies in der Form aussprechen — und etwas Ähnliches gilt auch in anderen Fällen —, daß die mittlere kinetische Energie der Magnetnadel durch das Verhältnis zwischen dem mittleren Quadrat der Impulse und dem Widerstandskoeffizienten bestimmt wird. Bei einer bestimmten Temperatur ist dieses Verhältnis immer dasselbe, weil beide Größen in derselben Weise von verschiedenen Umständen abhängig sind <sup>1)</sup>. Gibt es nun zwei Arten von äußeren Einflüssen, die beide „Stöße“ und einen „Widerstand“ erzeugen, so addieren sich sowohl die mittleren Quadrate der Impulse wie auch die Widerstandskoeffizienten. Deshalb hat die kinetische Energie wieder denselben Wert.

### § 7. Die spontane Elektrizitätsbewegung in einer leitenden Kette mit Kondensator. Es sei:

$C$  die Kapazität des Kondensators;

$r$  und  $L$  der Widerstand und der Selbstinduktionskoeffizient der Kette;

$\varphi$  der Potentialunterschied zwischen den Kondensatorplatten;

$e$  und  $-e$  die Ladungen dieser Platten.

Dann ist die Stromstärke

$$i = \frac{de}{dt}$$

und die Bewegungsgleichung der Elektrizität, wenn in der Kette die durch die Wärmebewegung erzeugte elektromotorische Kraft  $F$  wirkt, ist

$$ir = F - \varphi - L \frac{di}{dt}.$$

---

<sup>1)</sup> So sind z. B. sowohl  $\overline{e^2}$  wie auch der durch die Induktionswirkung erzeugte Dämpfungskoeffizient dem Widerstand  $r$  der Kette umgekehrt proportional. Bei der Translationsbewegung einer Kugel ist der Koeffizient  $6\pi\zeta a$  aus dem Stokes'schen Gesetz auf dieselbe Weise von  $a$  und  $\zeta$  abhängig, wie der auf S. 55 für  $\overline{X^2}$  gefundene Wert.

Da  $\varphi = \frac{e}{C}$ , haben wir die beiden Gleichungen:

$$\frac{de}{dt} - i = 0 \quad . . . . . (69)$$

$$L \frac{di}{dt} + ri + \frac{e}{C} = F \quad . . . . . (70)$$

Wir verfahren jetzt in derselben Weise wie in § 1. Wir multiplizieren die Gleichung (69) mit  $\alpha$  und addieren sie dann zu (70). Das liefert, wenn wir die Konstante  $\alpha$  so wählen, daß sie der Bedingung

$$\alpha : L = \frac{1}{C} : (r - \alpha) \quad . . . . . (71)$$

genügt:

$$\frac{d}{dt}(\alpha_1 e + Li) + \frac{1}{C\alpha_1}(\alpha_1 e + Li) = F,$$

$$\frac{d}{dt}(\alpha_2 e + Li) + \frac{1}{C\alpha_2}(\alpha_2 e + Li) = F,$$

wo die beiden Wurzeln von (71) mit  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  bezeichnet sind. Auf die bereits einige Male beschriebene Weise finden wir hieraus  $\alpha_1 e_n + Li_n$ ,  $\alpha_2 e_n + Li_n$ . Aus den beiden so gefundenen Gleichungen lösen wir  $i_n$  und  $e_n$ , erheben diese ins Quadrat, nehmen die Mittelwerte und finden schließlich

$$\frac{1}{2} L \bar{i}^2 = \frac{1}{2} \frac{e^2}{C} = \frac{\overline{X^2}}{4 r \tau}.$$

Wie zu erwarten war, finden wir für die magnetische Energie denselben Mittelwert wie für die elektrische, und zwar für beide  $\frac{1}{2} kT$ , wenn wir für die durch die Wärmebewegung erzeugten Impulse das früher gefundene Resultat (64) benutzen<sup>1)</sup>.

**§ 8. Die spontanen Temperaturunterschiede zwischen zwei durch einen Wärmeleiter verbundenen Körpern.** Die Berechnung dieser Unterschiede entnehmen wir einem Artikel von Einstein<sup>2)</sup>, da wir das Resultat bei dem in § 9 zu behandelnden Problem benutzen werden.

<sup>1)</sup> Siehe Einstein, Ann. d. Phys. **22**, 571 (1907).

<sup>2)</sup> Ebend. **14**, 360 (1904).

Die zwei Körper,  $P$  und  $Q$ , seien durch den Metalldraht  $D$  verbunden, dessen Wärmekapazität im Vergleich mit denen von  $P$  und  $Q$  vernachlässigt werden darf. Wir werden schreiben:

$c_1$  und  $c_2$  für die Wärmekapazitäten von  $P$  und  $Q$ ,  
 $T$  für die Temperatur im Gleichgewichtszustand,  
 $\theta_1$  und  $\theta_2$  für die Abweichungen hiervon, so daß die Temperaturen von  $P$  und  $Q$  sind:

$$T + \theta_1 \text{ und } T + \theta_2.$$

Da die gesamte Wärmemenge feststeht, gilt für  $\theta_1$  und  $\theta_2$  die Bedingung

$$c_1 \theta_1 + c_2 \theta_2 = 0$$

oder

$$\theta_2 = -\frac{c_1}{c_2} \theta_1.$$

Es sei

$$\theta = \theta_1 - \theta_2 = \frac{c_1 + c_2}{c_2} \theta_1$$

der Temperaturunterschied. Dann ist

$$\theta_1 = \frac{c_2}{c_1 + c_2} \theta, \quad \theta_2 = -\frac{c_1}{c_1 + c_2} \theta.$$

Zuerst suchen wir den Wert der Entropie  $\eta$ .

Wenn  $\theta$  mit  $d\theta$  zunimmt, nimmt die Wärmemenge von  $P$  zu mit

$$c_1 d\theta_1 = \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2} d\theta = c d\theta,$$

wenn wir einführen:

$$\frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2} = c,$$

und die von  $Q$  nimmt um ebensoviel ab. Diese Wärmemenge ist also von  $Q$  mit der Temperatur  $T + \theta_2$  nach  $P$  mit der Temperatur  $T + \theta_1$  transportiert worden. Die Entropieänderung beträgt

$$d\eta = c d\theta \left[ \frac{1}{T + \theta_1} - \frac{1}{T + \theta_2} \right],$$

oder, da  $\theta_1$  und  $\theta_2$  beide sehr klein sein werden,

$$d\eta = c \left[ \frac{1}{T} - \frac{\theta_1}{T^2} - \frac{1}{T} + \frac{\theta_2}{T^2} \right] d\theta = -c \frac{\theta_1 - \theta_2}{T^2} d\theta = -c \frac{\theta d\theta}{T^2}.$$

Durch Integration ergibt sich hieraus

$$\eta = \eta_0 - \frac{c}{2 T^2} \theta^2.$$

Nach dem Boltzmannschen Satz hat man, wenn  $W d\theta$  die Wahrscheinlichkeit dafür ist, daß der Temperaturunterschied zwischen  $\theta$  und  $\theta + d\theta$  liegt,

$$\eta = k \log W.$$

Die gesuchte Wahrscheinlichkeit ist also

$$C e^{-\frac{c \theta^2}{2 k T^2}} d\theta.$$

Hieraus findet man

$$\overline{\theta^2} = \frac{k T^2}{c} \dots \dots \dots (72)$$

Wir werden jetzt die in den vorigen Fällen benutzte Methode auch auf diesen Fall anwenden. In derselben Weise nämlich, wie wir die Ursache der spontanen Elektrizitätsbewegung in einer Kette mit dem Namen „elektromotorische Kraft“ bezeichneten, wollen wir jetzt die Ursachen, welche die soeben erwähnten Temperaturunterschiede hervorrufen, unter dem Namen „thermomotorische Kraft“ zusammenfassen. Eine solche im Draht  $D$  wirkende Kraft treibt die Elektrizität von ihrem einen Ende zu dem anderen. Als Maß für ihre Größe kann der Temperaturunterschied dienen, der durch gewöhnliche Leitung eine gleiche Wärmemenge überführen würde.

Die Wärmemenge, die  $P$  in einer Sekunde durch Leitung verliert, ist  $\sigma \theta$ , wenn mit  $\sigma$  das Wärmeleitvermögen von  $D$  bezeichnet wird. Dazu kommt jetzt  $\sigma F$ , wenn  $F$  die in der Richtung  $PQ$  wirkende thermomotorische Kraft ist, und wir haben also die Gleichung:

$$\sigma \theta + \sigma F = -c_1 \frac{d\theta_1}{dt} = -c \frac{d\theta}{dt}.$$

Schreiben wir  $X$  für  $\int_{(z)} F dt$ , so finden wir auf genau dieselbe Weise wie bei den vorigen Problemen

$$\overline{\theta^2} = \frac{\sigma}{2 c \tau} \overline{X^2}.$$

Nach Substitution des oben gefundenen Wertes von  $\theta^2$  (72) gibt uns dies

$$\overline{X^2} = \frac{2kT^2}{\sigma} \tau . . . . . (73)$$

Wir bemerken hierzu noch, daß, wenn die Körper  $P$  und  $Q$  durch zwei Drähte mit den Leitvermögen  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$  verbunden sind, in jedem dieser Drähte thermomotorische Kräfte wirken werden, und zwar so, daß die thermomotorischen Impulse durch

$$\overline{X_1^2} = \frac{2kT^2}{\sigma_1} \tau, \quad \overline{X_2^2} = \frac{2kT^2}{\sigma_2} \tau$$

bestimmt werden. Auch in diesem Fall findet man

$$\overline{\theta^2} = \frac{kT^2}{c} .$$

**§ 9. Die spontanen Temperaturunterschiede zwischen den Lötstellen einer aus zwei Metallen zusammengesetzten Kette und die spontane Elektrizitätsbewegung in dieser Kette.**

Neben-

stehende Figur stellt eine thermoelektrische Kette dar, in der  $P$  und  $Q$  beide zum Teil aus dem einen und zum Teil aus dem anderen Metall bestehen. Diese beiden Stücke sind durch die Drähte  $D$  und  $D'$  dieser Metalle auf die in der Figur angegebene Weise verbunden. Wir wollen die Wärmekapazität der Drähte vernachlässigen. Zugleich nehmen wir der Einfachheit halber

an, daß es keinen Thomsonseneffekt gibt. Dann folgen aus der thermodynamischen Theorie der thermoelektrischen Ströme die untenstehenden Ausdrücke (74) und (75).

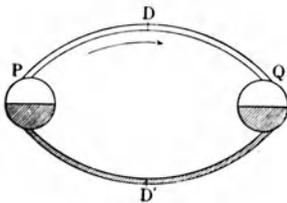
Bei einem Temperaturunterschied  $\theta$  zwischen  $P$  und  $Q$  wirkt in der Kette eine thermoelektrische Kraft in der Pfeilrichtung von der Größe

$$s\theta, . . . . . (74)$$

wo mit  $s$  eine positive oder negative Konstante bezeichnet ist. Ein Strom  $i$  in derselben Richtung läßt an der Lötstelle  $P$  eine Wärmemenge

$$isT . . . . . (75)$$

Fig. 2.



verschwinden und an der anderen Lötstelle eine ebenso große entstehen.

Wir führen die folgenden Bezeichnungen ein:

$r$  Widerstand der Kette,

$\sigma$  und  $\sigma'$  Wärmeleitvermögen der beiden Drähte  $D$  und  $D'$ ,  
 $F$  und  $F'$  die spontanen, in den Drähten von  $P$  nach  $Q$   
 wirkenden thermomotorischen Kräfte,

$E$  die spontane elektromotorische Kraft in der Kette,

$$\int_{(z)} F dt = X, \quad \int_{(z)} F' dt = X', \quad \int_{(z)} E dt = Y,$$

$$\sigma + \sigma' = u, \quad \sigma F + \sigma' F' = \xi,$$

$$\sigma^2 \overline{X^2} + \sigma'^2 \overline{X'^2} = \overline{Z^2} \dots \dots \dots (76)$$

Jetzt können wir zwei Differentialgleichungen aufstellen, von denen sich die eine auf die Wärme und die andere auf die Elektrizität bezieht.

1.  $P$  verliert pro Sekunde

durch Leitung die Wärmemenge . . .  $u\theta$ ,

„ die Wirkung von  $F$  und  $F'$  . . .  $\xi$ ,

„ den Peltiereffekt . . . . .  $isT$ .

Für diesen Verlust können wir auch schreiben (§ 8):

$$-c_1 \frac{d\theta_1}{dt} = -c \frac{d\theta}{dt} \dots \dots \dots (77)$$

und wir haben also die Gleichung:

$$-c \frac{d\theta}{dt} = u\theta + \xi + isT.$$

Wir haben hierbei solche Glieder, welche im Vergleich mit den sehr kleinen Größen  $i$ ,  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $\theta$  von der zweiten Ordnung sind, fortgelassen. Deshalb konnte die Joulesche Wärme außer Betracht gelassen und für den Peltiereffekt  $isT$  anstatt von  $is(T + \theta_1)$  geschrieben werden. Hätten wir im ersten Glied  $-c_1 \frac{d\theta_1}{dt}$

behalten und eine ähnliche Gleichung für  $Q$  aufgestellt, so würde sich hieraus ergeben haben, daß auch jetzt wieder

$$c \frac{d\theta_1}{dt} + c_2 \frac{d\theta_2}{dt} = 0$$

ist, woraus (77) hervorgeht.

2. Für die Stromstärke in der Kette gilt

$$ir = s\theta + E - L \frac{di}{dt}.$$

Mit diesen beiden Gleichungen:

$$c \frac{d\theta}{dt} + u\theta + sTi = -\xi,$$

$$L \frac{di}{dt} - s\theta + ri = E$$

verfahren wir, wie schon mehrmals angegeben wurde.

Durch Addition der beiden Gleichungen, nach Multiplizierung der zweiten mit  $\alpha$ , erhalten wir:

$$\frac{d}{dt}(c\theta + \alpha Li) + (u - \alpha s)\theta + (sT + \alpha r)i = -\xi + \alpha E.$$

Wir wählen die Konstante  $\alpha$  so, daß sie der Bedingung

$$c : \alpha L = (u - \alpha s) : (sT + \alpha r)$$

genügt, bezeichnen die Wurzeln dieser quadratischen Gleichung mit  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  und schreiben:

$$\frac{u - \alpha_1 s}{c} = \beta_1, \quad \frac{u - \alpha_2 s}{c} = \beta_2 \quad \dots \quad (78)$$

$$c\theta + \alpha_1 Li = \xi_1, \quad c\theta + \alpha_2 Li = \xi_2 \quad \dots \quad (79)$$

Wir finden dann die Gleichungen:

$$\frac{d\xi_1}{dt} + \beta_1 \xi_1 = -\xi + \alpha_1 E_1 \quad \dots \quad (80)$$

$$\frac{d\xi_2}{dt} + \beta_2 \xi_2 = -\xi + \alpha_2 E \quad \dots \quad (81)$$

Die Integration auf die früher beschriebene Weise liefert aus zwei Gleichungen für  $\xi_{1(n)}$ ,  $\xi_{2(n)}$ , aus denen wir  $i_n$  und  $\theta_n$  auflösen können.

Schließlich können  $\bar{i}^2$  und  $\bar{\theta}^2$  bestimmt werden.

Wir wollen die ziemlich lange Berechnung hier nicht mitteilen, sondern nur bemerken, daß man mittels (79)  $i$  und  $\theta$  in  $\xi_1$  und  $\xi_2$  und also  $\bar{i}^2$  und  $\bar{\theta}^2$  in  $\bar{\xi}_1^2$ ,  $\bar{\xi}_1 \bar{\xi}_2$  und  $\bar{\xi}_2^2$  ausdrücken kann. Für diese letzten Größen findet man aus (80) und (81):

$$\left. \begin{aligned} \bar{\xi}_1^2 &= \frac{\bar{Z}^2 + \alpha_1^2 \bar{Y}^2}{2 \beta_1 \tau} \\ \bar{\xi}_2^2 &= \frac{\bar{Z}^2 + \alpha_2^2 \bar{Y}^2}{2 \beta_2 \tau} \\ \bar{\xi}_1 \bar{\xi}_2 &= \frac{\bar{Z}^2 + \alpha_1 \alpha_2 \bar{Y}^2}{(\beta_1 + \beta_2) \tau} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (82)$$

Hierin können wir den durch (64) für  $\bar{Y}^2$  gegebenen Wert und die aus (73) und (76) für  $\bar{Z}^2$  folgenden Werte einsetzen, d. h.

$$\bar{Y}^2 = 2 r k T \tau, \quad \bar{Z}^2 = 2 u k T^2 \tau,$$

während bei den weiteren Transformationen die Beziehungen

$$\alpha_1 + \alpha_2 = \frac{u L - c r}{L s}, \quad \alpha_1 \alpha_2 = \frac{c T}{L} \dots \dots (83)$$

benutzt werden können.

Das Endresultat ist:

$$\bar{i}^2 = \frac{k T}{L}, \quad \bar{\theta}^2 = \frac{k T^2}{c}.$$

Die mittlere magnetische Energie hat also denselben Wert, wie in dem Fall einer aus einem einzigen Metall bestehenden Kette, nämlich

$$\frac{1}{2} L \bar{i}^2 = \frac{1}{2} k T,$$

und  $\bar{\theta}^2$  hat wieder den Wert, den wir in § 8 fanden.

Die spontane Elektrizitätsbewegung in der Kette wird also durch die von den zufälligen Temperaturunterschieden herrührenden elektromotorischen Kräfte nicht verstärkt und ebensowenig werden diese Temperaturunterschiede durch den die spontanen Elektrizitätsbewegungen begleitenden Peltiereffekt vergrößert.

Bei der Ableitung der Werte (82) sind wieder unendliche Reihen summiert worden. Obgleich nun vom physikalischen Stand-

punkt deren Konvergenz nicht in Zweifel gezogen werden kann, so ist es vielleicht doch gut zu bemerken, daß diese Konvergenz erfordert, daß, wenn  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  reell sind, die Größen  $\beta_1$  und  $\beta_2$  selbst, und wenn  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  komplex sind (in welchem Fall die Rechnung ebensowohl gültig ist), die reellen Teile von  $\beta_1$  und  $\beta_2$  positiv sind. Diese Bedingung ist wirklich erfüllt, da sowohl die Summe wie auch das Produkt von  $\beta_1$  und  $\beta_2$  positiv ist, wie aus den aus (78) und (83) ableitbaren Gleichungen

$$\beta_1 + \beta_2 = \frac{uL + cr}{cL}, \quad \beta_1\beta_2 = \frac{ru + Ts^2}{cL}$$

hervorgeht.

---

# Namenregister<sup>1)</sup>.

---

- |                              |  |                                      |
|------------------------------|--|--------------------------------------|
| <b>Armstrong</b> 6.          | <b>Faraday</b> 6.                          | <b>Nägeli</b> , v. 8.                |
|                              | <b>Fletcher</b> 67.                        | <b>Needham</b> <i>1</i> , <i>3</i> . |
|                              | <b>Fuchs</b> 10.                           | <b>Neklepajev</b> 67.                |
| <b>Bache</b> , Meade 10.     | <b>Gleichen</b> , v. <i>1</i> , <i>3</i> . | <b>Oehl</b> 4.                       |
| <b>Bjerrum</b> 38.           | <b>Gouy</b> 9.                             | <b>Perrin</b> 31, 59.                |
| <b>Bodaszewski</b> 9.        | <b>Gray</b> <i>3</i> .                     | <b>Picton</b> 10.                    |
| <b>Boselli</b> <i>65</i> .   | <b>Henri</b> , Victor 65.                  | <b>Przibram</b> 71.                  |
| <b>Broglie</b> , de 66.      | <b>Hopf</b> 51.                            | <b>Quincke</b> 11.                   |
| <b>Brongniart</b> 3.         | <b>Ijjin</b> 37.                           | <b>Ramsay</b> 10.                    |
| <b>Brown</b> 1.              | <b>Inouye</b> 60.                          | <b>Regnaud</b> 3.                    |
| <b>Buffon</b> 3.             | <b>Jahn</b> 59.                            | <b>Renard</b> 7.                     |
| <b>Bywater</b> 3.            | <b>Jevons</b> , Stanley 6.                 | <b>Schulze</b> 4.                    |
|                              | <b>König</b> 67.                           | <b>Seddig</b> 65.                    |
| <b>Cantoni</b> 4, 5.         | <b>Kolaček</b> 10.                         | <b>Slingelandt</b> , v. 87.          |
| <b>Carbonelle</b> 8, 9.      | <b>Langevin</b> 48.                        | <b>Smoluchowski</b> , v. 45.         |
| <b>Chaudesaigues</b> 31, 38. | <b>Lapparent</b> , de <i>9</i> .           | <b>Spallanzani</b> 3.                |
| <b>Corbino</b> 72.           | <b>Lebedew</b> 67.                         | <b>Stokes</b> 56, 65.                |
| <b>Cunningham</b> 68.        | <b>Leeuwenhoek</b> 3.                      | <b>Svedberg</b> 59.                  |
|                              | <b>Lifchitz</b> 67.                        | <b>Thirion</b> 8, 9.                 |
| <b>Dabrowski</b> 38.         | <b>Linder</b> 10.                          | <b>Weisberg</b> 3.                   |
| <b>Dancer</b> 7.             | <b>Lorentz</b> , H. A. 51, 87.             | <b>Weiß</b> , E. 71.                 |
| <b>Delsaulx</b> 7, 9.        | <b>Maltezos</b> 11.                        | <b>Wiedemann</b> 7.                  |
| <b>Drummond</b> 3.           | <b>Millikan</b> 71.                        | <b>Wiener</b> , Chr. 4, 11.          |
| <b>Duclaux</b> 66.           | <b>Muller</b> 3.                           | <b>Zsigmondy</b> 59.                 |
|                              | <b>Muncke</b> 3.                           |                                      |
| <b>Ehrenhaft</b> 66, 71.     |  |                                      |
| <b>Einstein</b> 20, 51.      |  |                                      |
| <b>Exner</b> , F. M. 11, 58. |  |                                      |
| —, S. 4.                     |  |                                      |

---

<sup>1)</sup> Die kursiv gedruckten Zahlen beziehen sich auf die Fußnoten.

# Sachregister.

---

- A**mplitude 60.  
**A**nwendungen der Methode von Einstein und Hopf 83.  
 $\alpha$ -Strahlen, Einfluß der, auf die Brownsche Bewegung 64.  
 $\beta$ -Strahlen, Einfluß der, auf die Brownsche Bewegung 64.  
**D**auer, lange, der Brownschen Bewegung 4.  
— des Gesichtseindrucks 80.  
Dichte der Teilchen 34, 35.  
Diffusionsgeschwindigkeit 63.  
Doppelbrechung, magnetische 76.  
Druck(es), Einfluß des, auf den erreichten Abstand 72.  
**E**lektrische Erklärung der Brownschen Bewegung 6, 7, 8, 10, 59, 64, 66.  
— Osmose 7.  
Elektrischen Feldes, Einfluß eines, auf die Brownsche Bewegung 9.  
Elektrizitätsbewegung, spontane 85, 87.  
Elektrizitätsmenge, spontan transportierte 87.  
Elementarquantum, elektrisches 67, 70, 71.  
Ellipsoiden 43.  
Erreichter Abstand. Wahrscheinlichkeit 20 (s. auch Translationsbewegung).  
**F**arbe des Lichtes, Einfluß der, auf die Brownsche Bewegung 9.  
**G**asbläschen, Brownsche Bewegung von 7, 8.  
Gase(n), Brownsche Bewegung in 9, 66, 71.  
Gasmoleküle(n), Dimensionen von 63.  
Gegenseitige Wirkung der Teilchen 2, 4.  
**H**ydroelektrisiermaschine 6.  
**I**mpulse 55.  
**K**apillare Wirkung 2.  
Kinematographische Aufnahmen 65.  
Koagulation 10, 64, 66.  
Kohäsion 10.  
Kolloidale Lösungen 59.  
Kondensator, Kette mit 92.  
Konzentrationsabnahme mit der Höhe 36.  
**L**ebende Teilchen 1, 2, 3.  
Licht(es), Einfluß des, auf die Brownsche Bewegung 3, 5, 9, 10.  
**M**agnetnadel, spontane Bewegung einer, in einem Stromkreis 88.  
Mehrere Koordinaten, die Einsteinsche Formel für 42.

- O**berflächenspannung 11.  
 Öltropfen, Brownsche Bewegung von 67, 71.  
 Osmotischer Druck 10.
- P**hographische Aufnahmen von Kolloidteilchen 64.
- Q**uasi-elastische Kraft 72.
- R**adiometrische Erklärung der Brownschen Bewegung 10.  
 Radius der Teilchen 34, 35.  
 Reibung, innere, und Bewegungsgeschwindigkeit 9.  
 Rippen in einer Kundtschen Röhre 67.  
 Röntgenstrahlen, Einfluß von, auf die Brownsche Bewegung 64.
- R**otationsbewegung:  
 Einfache Formel 24.  
 Die Einsteinsche Formel 39.  
 Bestätigung der letzteren 40, 59.
- S**chärfe des Bildes 80.  
 Schallbewegung, Einfluß der, auf die Brownsche Bewegung 67.  
 Scheinbare Bewegung 81.  
 Schwingende Bewegung 81.  
 Sichtbare Bewegung 79.
- S**trömungen, Erklärung der Brownschen Bewegung durch 2, 4, 5, 11.
- S**uspendiertbleiben der Teilchen 4.
- T**emperatur, Einfluß der, auf die Brownsche Bewegung 5, 10, 11, 12, 65.  
 Temperaturunterschiede, spontane 93.  
 Thermokette 96.
- T**ranslationsbewegung:  
 Einfache Formel 13.  
 Die Einsteinsche Formel 26.  
 Bestätigung der letzteren 31, 38.  
 Die v. Smoluchowskische Formel 45.  
 Ableitung von Langevin 48.  
 Ableitung nach Einstein und Hopf 51.
- U**rmoleküle 1.
- V**erdampfung, Erklärung der Brownschen Bewegung durch 2, 8.
- W**ärme, spezifische 5.  
 Wärmebewegung, Erklärung der Brownschen Bewegung durch die 7, 9.
- W**ellenlinie 59.  
 Widerstandsformel 56, 65, 68, 72.  
 Wirkliche Bewegung 77.
- Z**entrifugierung der Emulsion 33.

Verlag von Friedr. Vieweg & Sohn in Braunschweig

# Die Wissenschaft

Sammlung naturwissenschaftlicher und  
⊞ mathematischer Einzeldarstellungen ⊞



.....

*Die Entwicklung der einzelnen Wissenschaften zu verfolgen wird nur dann möglich sein, wenn in nicht zu langen Zwischenräumen übersichtliche Darstellungen über begrenzte Teile derselben erscheinen. Dadurch wird auch dem Spezialforscher ein Einblick in Nebengebiete eröffnet. Diesem Zwecke dienend, also nicht populär im gewöhnlichen Sinne des Wortes, entnehmen die Einzeldarstellungen der „Wissenschaft“ ihren Stoff der Mathematik, den anorganischen und den organischen Naturwissenschaften und deren Anwendungen; auch Biographien von großen Gelehrten und historische Darstellungen einzelner Zeiträume hat sich die unter besonderer Mitwirkung von Prof. Dr. Gilhard Wiedemann-Erlangen erscheinende Sammlung zum Ziel gesetzt.*

∴ Durch sämtliche Buchhandlungen zu beziehen ∴

## Verzeichnis der Mitarbeiter

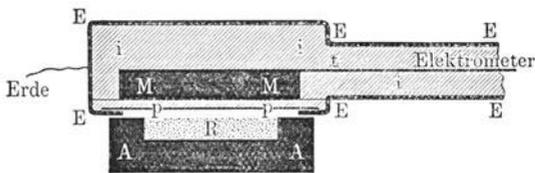
Dr. Otto Freiherr von und zu Aufsess, München . . . . .	Heft 4
Prof. Dr. K. Baedeker, Jena . . . . .	35
Prof. Dr. H. Baumhauer, Freiburg i. Schweiz . . . . .	7
Prof. V. Bjerknes, Christiania . . . . .	28
Mme. S. Curie, Paris . . . . .	1
Prof. Dr. B. Dessau, Perugia . . . . .	33
Prof. Dr. C. Doelter, Graz . . . . .	13
Prof. Dr. B. Donath, Charlottenburg . . . . .	14
Dr. Wilh. R. Eckardt, Aachen . . . . .	31
Privatdozent Dr. Edwin S. Faust, Straßburg . . . . .	9
Prof. Dr. Otto Fischer, Leipzig . . . . .	18
Dr. Otto Frölich, Berlin . . . . .	5
Privatdozent Dr. E. Gehrcke, Berlin . . . . .	17
Prof. Dr. F. E. Geinitz, Rostock . . . . .	16
Prof. Dr. Josef Ritter von Geitler, Czernowitz . . . . .	6
Prof. Dr. Sigm. Günther, München . . . . .	37
Prof. Dr. Hermann Gutzmann, Berlin . . . . .	29
Prof. Dr. G. Jäger, Wien . . . . .	12
Prof. Dr. Albert Jesionek, Gießen . . . . .	32
Dr. phil. Walter von Knebel, Groß-Lichterfelde (†) . . . . .	15
Prof. Dr. Hermann Kobold, Kiel . . . . .	11
Prof. Dr. Edm. König, Sondershausen . . . . .	22
Prof. Dr. J. P. Kuenen, Leiden . . . . .	20
Prof. Dr. A. Lampa, Prag . . . . .	42
Privatdozent Dr. M. Laue, München . . . . .	38
Privatdozent Dr. G. F. Lipps, Leipzig . . . . .	10
Sir Oliver Lodge, Birmingham . . . . .	41
Prof. H. Mache, Wien . . . . .	30
Prof. Dr. Joh. Bapt. Messerschmitt, München . . . . .	27
Aloys Müller, Bonn . . . . .	39
Dr. Rob. Pohl, Berlin . . . . .	34
Prof. E. Rutherford, Montreal . . . . .	21
Privatdozent Dr. Otto Sackur, Breslau . . . . .	24
Prof. Dr. K. Scheel, Berlin . . . . .	36
Ingenieur Fritz Schmidt, Berlin . . . . .	40
Prof. Dr. G. C. Schmidt, Königsberg . . . . .	2
Prof. Dr. Julius Schmidt, Stuttgart . . . . .	23
Prof. E. v. Schweidler, Wien . . . . .	30
Prof. Dr. J. J. Thomson, Cambridge . . . . .	3
	25
Dr. P. Vageler, Königsberg i. Pr. . . . .	26
Prof. Dr. A. Wangerin, Halle a. S. . . . .	19
Prof. Dr. A. Werner, Zürich . . . . .	8

(Weitere Heite in Vorbereitung)

## Untersuchungen über die radioaktiven Substanzen

Von *Mme. S. Curie*. Übersetzt und mit Literatur-Ergänzungen versehen von *W. Kaufmann*. Dritte Auflage. Mit 14 Abbildungen. VIII, 132 S. 1904. Geh. M 3.—, geb. M 3.80.

**Inhaltsverzeichnis.** Einleitung. — 1. Kapitel. Radioaktivität des Urans und Thors. Radioaktive Mineralien. a) Becquerelstrahlen; b) Messung der Strahlungsintensität; c) Radioaktivität der Uran- und Thorverbindungen; d) Ist die Radioaktivität der Atome ein allgemeines Phänomen? e) Radioaktive Mineralien. — 2. Kapitel. Die neuen radioaktiven Substanzen. a) Untersuchungsmethoden; b) Polonium, Radium, Aktinium; c) Spektrum des Radiums; d) Abscheidung der neuen radioaktiven Substanzen; e) Polonium; f) Herstellung des reinen Radiumchlorids; g) Bestimmung des Atomgewichtes des Radiums; h) Eigenschaften der Radiumsalze; i) Fraktionierung gewöhnlichen Baryumchlorids. — 3. Kapitel. Strahlung der neuen radioaktiven Substanzen. a) Methoden zur Untersuchung der Strahlung; b) Energie der Strahlung; c) Zusammengesetzte Natur der Strahlung; d) Wirkung des Magnetfeldes; e) Ablenkbare  $\beta$ -Strahlen; f) Ladung der ablenkbaren Strahlen; g) Wirkung des elektrischen Feldes auf die ablenkbaren  $\beta$ -Strahlen des Radiums; h) Verhältnis von Ladung zur Masse eines vom Radium emittierten negativ geladenen Teilchens; i) Wirkung des Magnetfeldes auf die  $\alpha$ -Strahlen; k) Wirkung des Magnetfeldes auf die Strahlen anderer radioaktiver Substanzen; l) Verhältnis der ablenkbaren  $\beta$ -Strahlen in der Radiumstrahlung; m) Durchdringungsvermögen der Strahlung der radioaktiven Substanzen; n) Ionisierende Wirkung der Radiumstrahlen auf isolierende Flüssigkeiten; o) Verschiedene Wirkungen und Anwendungen der ionisierenden Wirkung der Strahlung radioaktiver Körper; p) Fluoreszenz- und Lichtwirkungen; q) Entwicklung von Wärme durch Radiumsalze; r) Chemische Wirkungen der neuen radioaktiven Substanzen. Färbungen; s) Gasentwicklung in Gegenwart von Radiumsalzen; t) Entstehung von Thermolumineszenz; u) Radiographien; v) Physiologische Wirkungen; w) Wirkung der Temperatur auf die Strahlung. — 4. Kapitel. Induzierte Radioaktivität. a) Mitteilung der Radioaktivität an ursprünglich inaktive Substanzen; b) Aktivierung in geschlossenem Gefäß; c) Rolle der Gase bei den Erscheinungen der induzierten Radioaktivität. Emanation; d) Entaktivierung fester aktivierter Körper in freier Luft; e) Entaktivierung in geschlossenem Gefäß; Zerstörungsgeschwindigkeit der Emanation; f) Natur der Emanation; g) Änderung der Aktivität aktivierter Flüssigkeiten und radiumhaltiger Lösungen; h) Theorie der Radioaktivität; i) Andere Form induzierter Radioaktivität; k) Langsam entstehende induzierte Radioaktivität; l) Induzierte Radioaktivität auf mit Radium zusammen gelösten Substanzen; m) Zerstreuung radioaktiven Staubes und induzierte Aktivität des Laboratoriums; n) Aktivierung ohne Mitwirkung radioaktiver Substanzen; o) Änderung der Aktivität radioaktiver Körper; Wirkung der Auflösung; p) Änderung der Aktivität radioaktiver Körper; Wirkung der Erhitzung; q) Theoretische Deutung der Aktivitätsänderungen der Radiumsalze durch Auflösung oder Erhitzung. — 5. Kapitel. Natur und Ursache der Erscheinungen der Radioaktivität.



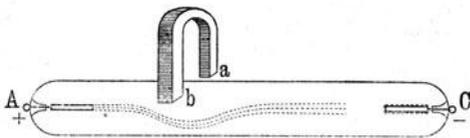
## Die Kathodenstrahlen

Von *Dr. G. C. Schmidt*, a. o. Prof. der Physik an der  
Universität Königsberg. Zweite verbesserte und ver-  
mehrte Auflage. Mit 50 Abbildungen. VII, 127 S.  
1907. Geh. M 3.—, geb. M 3.60.

**Inhaltsverzeichnis.** Einleitung. 1. Kapitel. Das Wesen des Lichtes. Der Äther. — 2. Kapitel. Neuere Ansichten über die Leitung der Elektrizität durch Elektrolyte. — 3. Kapitel. Apparate zur Erzeugung von Kathodenstrahlen. — 4. Kapitel. Die Entladung in verdünnten Gasen. Die Kathodenstrahlen. — 5. Kapitel. Ältere Theorien über den Entladungsvorgang. — 6. Kapitel. Ladung der Kathodenstrahlen. — 7. Kapitel. Potentialgradienten und Kathodenfall in Entladungsröhren. — 8. Kapitel. Kathodenstrahlen im elektrostatischen Felde. — 9. Kapitel. Kathodenstrahlen im magnetischen Felde. — 10. Kapitel. Energie und Geschwindigkeit der Kathodenstrahlen. — 11. Kapitel. Zeeman-Effekt. — 12. Kapitel. Kathodenstrahlen verschiedenen Ursprungs. — 13. Kapitel. Bestimmung von  $e$  und  $m$ . — 14. Kapitel. Scheinbare Masse. — 15. Kapitel. Fluoreszenzerregung und chemische Wirkung der Kathodenstrahlen. — 16. Kapitel. Reflexion, Absorption, Spektrum und Bahn der Kathodenstrahlen in einer Entladungsröhre. — 17. Kapitel. Kanalstrahlen. — 18. Kapitel. Schluß. — Literaturübersicht.

### Aus den Besprechungen.

**Allgemeines Literaturblatt.** „Die Aufklärungen über das scheinbar so rätselhafte Verhalten der radioaktiven Substanzen sind vom Verfasser in ausnehmend interessanter und instruktiver Weise dargelegt und dürften wohl das weiteste Interesse für sich in Anspruch nehmen. Die atomistische Theorie der Elektrizität, welche endlich verspricht, einen Einblick in das Wesen der elektrischen Erscheinungen zu geben und die Frage zu be-



antworten, deren Lösung jahrhundertlang unmöglich schien: Was ist Elektrizität? basiert auf der Untersuchung der Kathodenstrahlen. Das für weitere Kreise verständlich geschriebene Buch

kann wärmstens empfohlen werden. Die Behandlung des Themas ist einfach und gründlich; besonders ist auch die Beigabe einer großen Anzahl höchst klarer, schematischer Zeichnungen zu loben, welche die textliche Klarheit des Buches noch bedeutend erhöhen.“

## Elektrizität und Materie

Von *Dr. J. J. Thomson*, Mitglied der Royal Society,  
Professor der Experimentalphysik an der Universität in Cam-  
bridge. Autorisierte Übersetzung von *G. Siebert*.  
Zweite verbesserte Auflage. Mit 21 Abbildungen.  
VIII, 116 S. 1909. Geh. M 3.—, geb. M 3.60.

---

**Inhaltsverzeichnis.** 1. Kapitel. Darstellung des elektrischen Feldes durch Kraft-  
linien. — 2. Kapitel. Elektrische und gebundene Masse. — 3. Kapitel. Wirkungen  
der Beschleunigung der Faradayschen Röhren. — 4. Kapitel. Die atomistische Struktur  
der Elektrizität. — 5. Kapitel. Konstitution des Atoms. — 6. Kapitel. Radioaktivität  
und radioaktive Substanzen. 7. Kapitel. Materie und Äther.

---

### Aus den Besprechungen.

**Literarisches Zentralblatt.** „Eine Reihe geistvoller Vorträge, in  
welchen die Bedeutung der neuen Fortschritte in der Elektrizitätslehre für  
unsere Ansichten über die Konstitution der Materie und die Natur der Elek-  
trizität erörtert wird. Ihre Bedeutung liegt vor allem darin, daß sie eine auch  
weiteren Kreisen verständliche Verbindung zwischen den Maxwell-Faraday-  
schen Vorstellungen und der modernen Elektronentheorie darstellen und dabei  
gleichzeitig des berühmten Verfassers eigene Anschauungen über den Aufbau  
der Atome entwickeln, wobei die radioaktiven Elemente eine besonders ein-  
gehende Besprechung erfahren. Die Ausführungen enthalten nur vereinzelte  
mathematische Ableitungen und können jedem Studierenden empfohlen werden.“

**Chemiker-Zeitung.** ... „Zu der Entwicklung der Elektronik, dieser neuen  
Disziplin der Physik, hat kaum jemand mehr beigetragen als J. J. Thomson ...  
Es ist deshalb mit besonderer Freude zu begrüßen, daß dieser bahnbrechende  
Forscher es unternommen hat, seine „Ansichten über die Natur der Elektrizität,  
über die Vorgänge, welche im elektrischen Felde stattfinden, und über den  
Zusammenhang zwischen elektrischer und gewöhnlicher Materie“ in einer so  
anschaulichen und anregenden Weise darzulegen, daß jeder Naturwissenschaftler,  
nicht nur der Physiker, das Buch verstehen kann und durch die Lektüre  
reichen Genuß und Gewinn haben wird. ... Für den Physiker, speziell für den  
Lehrer der Physik, eine Fundgrube anschaulicher Darstellungen und Gedanken-  
gänge. Für den Nichtphysiker eine Anleitung, nicht mühselos, aber doch ohne  
das schwere Rüstzeug der höheren Mathematik, sich einen Einblick zu ver-  
schaffen in die Überlegungen, welche aus den Untersuchungen über Kathoden-  
strahlen, Röntgenstrahlen und Radioaktivität zu dem Begriffe des Elektrons,  
des Atoms der Elektrizität, geführt haben.“

## Die physikalischen Eigenschaften der Seen

Von *Dr. Otto Freiherr von und zu Aufsess*,  
*Assistent für Physik a. d. Kgl. techn. Hochschule in München.*  
Mit 36 Abbildungen. X, 120 S. 1905. Geh. M 3.—,  
geb. M 3.60.

---

**Inhaltsverzeichnis. Vorbemerkungen:** Die Oberfläche eines Sees als Teil der Erdoberfläche, Dichte des Wassers, Hydrostatischer Druck, Kompressibilität des Wassers. — Erster Teil: Mechanik. 1. Fortschreitende Wellen. 2. Stehende Wellen (Seiches). 3. Strömungen. — Zweiter Teil: Akustik. 1. Fortpflanzung des Schalles im Wasser. 2. Fortpflanzung des Schalles an der Oberfläche eines Sees. — Dritter Teil: Optik. 1. Durchsichtigkeit des Seewassers: A. Bestimmung der Durchsichtigkeit durch Versenken eines Gegenstandes; B. Bestimmung der Durchsichtigkeit durch Aufsuchen der Lichtgrenze im See. 2. Erscheinungen der Reflexion, Brechung und Farbenzerstreuung: A. Allgemeine Gesetze; B. Reflexionserscheinungen; C. Brechungserscheinungen; D. Dispersionerscheinungen. 3. Selektive Absorption des Lichtes im Seewasser: A. Allgemeine Theorie; B. Lichtabsorption im Wasser. 4. Polarisation des Lichtes im Wasser. 5. Die Farbe der Seen. — Viertes Teil: Thermik. 1. Thermometrie: A. Allgemeine Thermometrie; B. Spezielle Thermometrie: Oberflächentemperaturen; Tiefentemperaturen; Eisverhältnisse. 2. Kalorimetrie. Schlußbemerkung. Literaturverzeichnis.

---

### Aus den Besprechungen.

**Blätter für höheres Schulwesen.** „Die Darstellung ist ganz elementar und sehr klar gehalten. Der Inhalt gliedert sich naturgemäß in die Mechanik, Akustik, Optik und Thermik der physikalischen See-Erscheinungen. Besonders interessant sind die Untersuchungen über den so viel diskutierten Grund der Verschiedenfarbigkeit der Seen. Die Erscheinungen des Wasserschattens werden mit dem Brockengespenst in zutreffende Parallele gestellt. Aber von dem allergrößten Interesse sind S. 63 ff. die Ausführungen über die Brechungserscheinungen beim Übergange des Lichtes von Wasser in Luft. Es wird hier ganz elementar nachgewiesen, wie relativ und einseitig unsere Erkenntnis der Dinge ist. Wir sehen alle Gegenstände nur durch das Medium Luft, ein Wasserbewohner sieht dieselben Gegenstände durch das Medium Wasser ganz anders als wir, ja er sieht sogar Sachen, die wir als aus einem Stücke bestehend, als kontinuierliche Massen bezeichnen, in Stücke zerteilt!! Das Buch sei auch für die Schüler der obersten Klasse empfohlen.“

**Himmel und Erde.** „Was der Physiker vom weitverbreitetsten Stoffe auf unserem Erdball, dem Wasser, zu sagen weiß, ist fast lückenlos in dem Aufsessschen Buche zusammengefaßt worden. Wir erfahren etwas über die Wellenbewegung an der Oberfläche, die Strömungen, Fortpflanzung des Schalles im Wasser, über die Durchsichtigkeit und die thermischen Verhältnisse. Besonders eingehend behandelt der Verfasser auf Grund eigener Versuche die Durchsichtigkeit und Farbe der Gebirgsseen, wobei er die Frage entscheidet, ob letztere chemischer oder physikalischer Art ist. Wir empfehlen das Buch besonders allen denen, die es lieben, ihre Erholung in einer liebevollen Betrachtung der Natur zu suchen.“

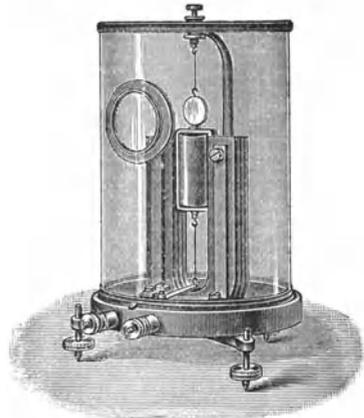
## Die Entwicklung der elektrischen Messungen

Von Dr. O. Frölich. Mit 124 Abbildungen.

XII, 192 S. 1905. Geh. M 6.—, geb. M 6.80.

---

**Inhaltsverzeichnis. Die Meßinstrumente. Die Strommesser.** a) Die ersten Galvanometer. Oersted, Schweigger. Ohm, Ampère, Biot-Savart. Nobili, H. Davy, Faraday. Kalibrierung. Methode von Petrina. Formel von Poggendorf. b) Die Spiegelgalvanometer. Gauss. Spiegelablesung. Gauss und W. Weber. Coulomb. Methoden von W. Weber. Telegraphie und Spiegelgalvanometer. Dämpfung. Spätere Spiegelgalvanometer. Spiegelgalvanometer mit Drehspule. c) Galvanometer mit direkter Ablesung und absoluten Angaben. Elektromagnetische Waage. Sinusbussola. Tangentebussola. Pouillet. Helmholtz. Gaugain. Riecke. Absolutes Maßsystem. Torsionsgalvanometer von Siemens und Halske. Instrumente von Weston. Elektrolytische Strommesser. d) Schalttafelinstrumente. Erfordernisse von Schalttafelinstrumenten. Schalttafelinstrumente mit permanenten Magneten und beweglicher Stromspule. Carpentier. Schalttafelinstrumente mit Eisenkernen. Hitzdrahtinstrumente. e) Galvanoskop. Anwendung für Telegraphie und Messungen. f) Elektrodynamometer und Wechselstrommesser. Elektrodynamometer von W. Weber. Spätere Elektrodynamometer. Andere Instrumente für Wechselstrom. Technische Elektrodynamometer. Energiemessung mittels Elektrodynamometer. Neuere technische Elektrodynamometer. Ferrarisinstrumente. Spannungsmesser. Übersicht. Elektrostatische Spannungsmesser. Kapillarelektrometer. Widerstandsapparate. Maßeinheiten. Widerstandsskalen. Kondensatoren. Selbstinduktionsskalen. Apparate zur Messung magnetischer Eigenschaften. Elektrische Wärmemesser. Elektrizitätszähler. Uhrzähler. Motorzähler. Induktionszähler. Elektrische Registrierapparate. Elektrische Registrierungen. Registrierung elektrischer Vorgänge. Oszillographen. Widerstandsmesser. Elektrische Geschwindigkeitsmesser. Allgemeine Elektrizitätsgesellschaft. — **Die Meßmethoden.** Die Methoden der Strommessung. Die Methoden der Spannungsmessung. Spannungsmessung durch Strommessung. Spannungsmessung mittels Normalelemente. Transformation der Spannung. Die Methoden der Widerstandsmessung. Methoden von W. Weber. Wheatstone'sche Brücke. Formen der Meßbrücke. Temperaturmessung mittels Meßbrücke. Sehr kleine Widerstände; Thomsonsche Meßbrücke. Sehr hohe Widerstände; Kabelmessungen. Einfluß von Ladung und Selbstinduktion. Einfluß von elektromotorischen Kräften; Widerstand von Zersetzungszellen, Batterien usw. Neumann. Kohlrausch. Mance. Lutteroth. Frölich. Fehlerbestimmungen. Messung des Widerstandes aus Strom und Spannung. Isolationswiderstand von Anlagen im Betriebe. Methoden zur Bestimmung der Selbstinduktion. Methoden von Maxwell. Neuere Methoden. Wien. Messungen für Fernsprechzwecke. Die Methoden der Wechselstrommessung. Zusammenstellung. Rückblick.



# Elektromagnetische Schwingungen und Wellen

Von *Dr. Josef Ritter von Geitler, außerordentl.  
Professor der Physik an der k. k. Deutschen Universität Prag.  
Mit 86 Abbildungen. VIII, 154 S. 1905. Geh. M 4.50,  
geb. M 5.20.*

**Inhaltsverzeichnis.** Einleitung. I. Kapitel. Theorie der Fernwirkungen. Isaac Newton. — II. Kapitel. Theorie der vermittelten Fernwirkung. I. Abschnitt: Michael Faraday. Das magnetische Feld. Das elektrische Feld. Der elektrische Strom. Das elektromagnetische Feld. Die Induktionserscheinungen. Die Erscheinungen der Selbstinduktion. Elektrische Schwingungen. Einige Grundbegriffe aus der Lehre von den Schwingungen. II. Abschnitt: James Clerk Maxwell. Die kritische Geschwindigkeit. Elektromagnetische Lichttheorie. III. Abschnitt: Heinrich Rudolf Hertz. IV. Abschnitt: Die weitere Entwicklung. Methoden zur Beobachtung Hertzscher Wellen. Die elektromagnetischen Wellen und die Optik. a) Längste Wärme- und kürzeste elektrische Wellen. b) Nachahmung optischer Versuche mit Hertzschen Wellen. c) Optische Analogien von Versuchen mit Hertzschen Wellen. d) Der Interferenzversuch von V. v. Lang. e) Spektralanalyse der elektromagnetischen Strahlung. f) Rolle des Leiters bei Drahtwellen. g) Die drahtlose Telegraphie. — Namenverzeichnis.

## Aus den Besprechungen.

**Annalen der Elektrotechnik.** ... „Die vom Verfasser gewählte Art der Darstellung folgt der historischen Entwicklung des Gegenstandes bis in die

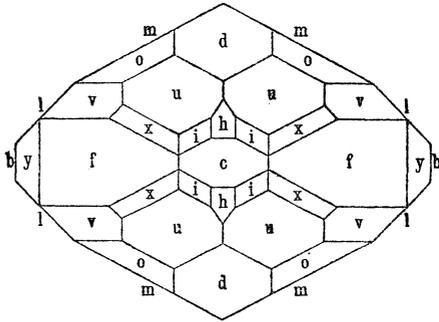


neueste Zeit und stellt an die mathematische Vorbildung seiner Leser nur die bescheidensten Ansprüche. Die Behandlung des Stoffes ist ausgezeichnet, die Gliederung klar und deutlich, die 86 gut ausgeführten Textfiguren unterstützen und erleichtern ganz wesentlich das Verständnis der für den Nichtphysiker immerhin schwierigen Materie. Da auch die Ausstattung und der Druck in gediegener Weise ausgeführt ist, so kann das Buch auf das wärmste empfohlen werden. Für den Studenten der Physik und Elektrizitätslehre ist das Bändchen als erste Einführung in das genannte Gebiet von großem Nutzen, es gibt aber auch dem gebildeten Nichtphysiker, besonders dem praktischen Elektrotechniker und Ingenieur einen bequemen Überblick über die einschlägigen theoretischen Probleme und deren experimentelle Lösung.“

## Die neuere Entwicklung der Kristallographie

Von **Dr. H. Baumhauer**, Professor an der Universität  
zu Freiburg i. d. Schweiz. Mit 46 Abbildungen. VIII,  
184 S. 1905. Geh. M 4.—, geb. M 4.60.

**Inhaltsverzeichnis.** I. Abschnitt. Einleitung. Wesen und Definition eines Kristalls. Fließende und flüssige Kristalle. Zonengesetz und Gesetz der rationalen Achsenschnitte. Kristallographische Symbole. Linearprojektion, gnomonische und sphärische Projektion. Kohäsionsminima innerhalb der Kristalle. — II. Abschnitt. Kristallklassen und Pseudosymmetrie. Einteilung der Kristalle in 32 Klassen. Symmetrieelemente: Zentrum der Symmetrie, Symmetrieebenen, Deck- und Spiegellachsen. Kristallsysteme. Spezielle Ableitung und Besprechung der einzelnen Kristallklassen. Ableitung derselben auf Grund der Deck- und Spiegellachsen. Übersicht über die 32 möglichen Kristallklassen. Pseudosymmetrische Kristalle. — III. Abschnitt. Ermittlung der Symmetrieverhältnisse der Kristalle. Goniometrische Untersuchung, zweikreisiges Goniometer. Physikalische Eigenschaften der Kristalle, insbesondere optisches Verhalten; Zirkularpolarisation optisch-einachsiger und -zweiachsiger Kristalle. Polare Pyroelektrizität. Ätz- oder Lösungserscheinungen. Geometrische Anomalien (vizinale Flächen). Optische Anomalien. Anomale Ätzfiguren. Allgemeinerer Bedeutung der Ätzerscheinungen. — IV. Abschnitt. Zwillingsbildung der Kristalle. Zwillingsachsen u. Zwillings-ebenen. Allgemeine Zwillingsgesetze. Ableitung der verschiedenen möglichen Fälle von Zwillingsbildung. Deutung des Vorganges der Zwillingsbildung. Translationsflächen als Zwillings-ebenen. Zwillinge von enantiomorphen Kristallen. Begünstigung der Zwillingsbildung. Polysynthetische Verwachsung pseudosymmetrischer Kristalle. Mimesie. — V. Abschnitt. Flächenentwicklung und Wachstum der Kristalle. Entwicklung der Kristallflächen innerhalb der Zonen. Gesetz der Komplikation. Beobachtungen an flächenreichen Zonen; primäre Reihen, sekundäre und tertiäre Flächen. Raumbitter und regelmäßige Punktsysteme. Elementarparallelogramm und Häufigkeit einer Fläche. Einfluß des Lösungsmittels auf die Form der sich auscheidenden Kristalle. Untersuchungen über das Wachstum der Kristalle. — VI. Abschnitt. Chemische Kristallographie. Isomorphie. Definition derselben. Morphotropie. Topische Achsen. P. v. Groths neuere Auffassung der Kristallstruktur, Morphotropie und Isomorphie. Polymorphe (monotrope und enantiotrope) Modifikationen. Mischungen isodimorpher Körper. Beziehungen zwischen der chemischen Formel und dem Kristallsysteme einer Verbindung. — Anhang. Kristallklassen, Namen und Symbole der Formen nach P. v. Groths physikalischer Kristallographie.



## Neuere Anschauungen auf dem Gebiete der anorg. Chemie

Von Prof. Dr. A. Werner in Zürich. Zweite  
Auflage. XV, 292 S. 1909. Geh. M 9.—, geb. M 10.—.

---

**Inhaltsverzeichnis.** I. Die Elemente. 1. Der Elementenbegriff. 2. Systematik — II. Die chemischen Verbindungen. A. Allgemeiner Teil. Lehre von der Valenz. I. Entwicklungsgang der Wertigkeitslehre. II. Über die Valenzzahlen. 1. Die Hauptvalenzzahl. 2. Die Nebenvalenzzahl. 3. Die Koordinationszahl. 4. Die ionogene Nebenvalenzzahl. III. Über die Valenzeinheiten. 1. Einleitung. 2. Definition von Haupt- und Nebenvalenzen. 3. Die Valenzeinheit als gerichtete Einzelkraft. 4. Über das Wesen der Haupt- und Nebenvalenzen. Der übereinstimmende Charakter von Haupt- und Nebenvalenzen. 5. Der elektrochemische Begriff der Hauptvalenz. 6. Der Affinitätswert der Valenzbindungen. IV. Schlußbetrachtungen über Affinität und Valenz. B. Systematischer Teil. I. Die Verbindungen erster Ordnung. 1. Einleitung. 2. Nomenklatur. 3. Systematik. II. Die Verbindungen höherer Ordnung. 1. Halogenosalze und analoge Verbindungen. 2. Verbindungen höherer Ordnung mit Oxyden, Sulfiden usw.: Die Anlagerungsverbindungen; Die Einlagerungsverbindungen. 3. Verbindungen höherer Ordnung mit Nitriden, Phosphiden usw.: Anlagerungsverbindungen; Einlagerungsverbindungen. 4. Verbindungen höherer Ordnung mit Karbiden. 5. Verbindungen höherer Ordnung mit verschiedenen Molekülkomponenten. Anlagerungsverbindungen; Einlagerungsverbindungen. 6. Über mehrkernige Metallammoniate. 7. Über koordinativ ungesättigte Einlagerungsverbindungen. 8. Die Koordinationsverbindungen der Wasserstoffverbindungen. 9. Theorie der Basen und Säuren. 10. Über die inneren Metallkomplexsalze. 11. Über Komplexverbindungen mit negativen Zentralatomen. 12. Über Nebenvalenzverbindungen von Elementen. 13. Allgemeine Betrachtungen über die Bildung von Verbindungen höherer Ordnung. III. Lehre von der Isomerie bei anorganischen Verbindungen. 1. Polymerie. 2. Koordinationsisomerie. 3. Hydratisomerie. 4. Ionisationsmetamerie. 5. Salzisomerie. 6. Strukturisomerie. 7. Raumisomerie. 8. Valenzisomerie. 9. Unaufgeklärte Isomerieerscheinungen.

---

### Aus den Besprechungen.

**Chemiker-Zeitung.** „Die zweite Auflage des eben genannten Buches, dessen erste Auflage den Lesern dieser Zeitung bestens empfohlen wurde, ist aus dieser durch eine eingehende Umarbeitung und Durcharbeitung unter Berücksichtigung des inzwischen neu gefundenen Tatsachenmaterials entstanden. Ein Hauptunterschied beider Auflagen besteht in der Anordnung. Während in dem früheren zweiten Hauptteile über Verbindungen erster Ordnung und in dem dritten Hauptteile über Verbindungen höherer Ordnung jedesmal die betreffenden Valenzfragen zunächst behandelt und dann die Systematik der Stoffe gegeben wurde, sind jetzt beide Hauptteile vereinigt, wodurch es ermöglicht wurde, die Valenzfragen im Zusammenhange darzustellen. Meines Erachtens hat das Werk dadurch an Klarheit und Übersichtlichkeit erheblich gewonnen. Und das ist gut. Werners gedankenreiche Darlegungen stürzen alte eingewurzelte Anschauungen und setzen Neues an ihre Stelle. Dem zu folgen, erfordert tüchtige Mitarbeit, und jede Erleichterung dabei wird vom Leser mit Dank entgegengenommen. Im speziellen Teile wird die Theorie der Hydrate, der Hydrolyse, der Ammoniumverbindungen besonderes Interesse erwecken.“

Heinrich Biltz.

## Die tierischen Gifte

Von **Edwin S. Faust**, *Dr. phil. et med., Privatdozent der Pharmakologie an der Universität Straßburg. XIV, 248 S.*  
1906. Geh. M 6.—, geb. M 6.80.

**Inhaltsverzeichnis.** Vorwort. — Einleitung. Zweck und Nutzen einer zusammenfassenden Behandlung der tierischen Gifte. Begriffsbestimmung. Was gehört zu den tierischen Giften? „Aktiv“ und „passiv“ giftige Tiere. Eigentliche Gifte und gelegentlich die Gesundheit schädigende tierische Produkte. Zoonosen. Historisches über tierische Gifte. Aberglauben. Entwicklung unserer Kenntnisse über dieselben. Praktische Bedeutung der tierischen Gifte für die sie produzierenden Tiere. Praktische Bedeutung der tierischen Gifte für den Menschen: Giftmord, Selbstmord, Hinrichtung von Verbrechern; Verwendung zur Herstellung von Pfeilgiften; Medizinale Vergiftungen durch tierische Gifte; Verwundung durch Bisse oder Stiche giftiger Tiere; Therapeutische Verwendung tierischer Gifte. Systematik. — **Wirbeltiere, Vertebrata.** Säugetiere, *Mammalia*. *Ornithorhynchus paradoxus*, *Platypus*. Das Adrenalin. Die Gallensäuren: Die pharmakologischen Wirkungen der Gallensäuren. Schlangen, *Ophidia*. Giftschlangen, *Thanatophidia*. Übersicht. Historisches. Begriffsbestimmung. „Giftige“ und „ungiftige“ Schlangen. „Verdächtige Schlangen“. Systematik und geographische Verbreitung der Giftschlangen. A. *Colubridae venenosae*, Giftnattern. B. *Viperidae*. *Solenoglyph*a, Röhrenzähler. Die Giftorgane der Schlangen. Die physiologische Bedeutung des Schlangengiftes. Über die Natur des Schlangengiftes. Wirkungen der Schlangengifte. Natürliche Immunität gewisser Tiere gegen Schlangengifte. Künstliche oder experimentelle Immunisierung gegen Schlangengifte. Angebliche Immunität gewisser Kategorien von Menschen gegen Schlangengift. Therapie des Schlangenbisses. Prophylaxe. Eidechsen, *Sauria*. Amphibien, Lurche; *Amphibia*. I. Ordnung: *Anura*, schwanzlose Amphibien. 2. Ordnung: *Urodela*, geschwänzte Amphibien. Fische, *Pisces*. I. Giftfische. A. Fische, welche durch Biß vergiften. B. Fische, welche durch Stichwunden vergiften. C. Fische, welche ein giftiges Hautsekret bereiten. II. Giftige Fische. III. Vergiftung infolge des Genusses durch postmortale Veränderungen gesundheitsschädlich oder giftig gewordener Fische. — **Wirbellose Tiere, Avertebrata.** Muscheltiere, *Lamellibranchiata*. Gliederfüßer, *Arthropoda*. 1. Klasse: Spinnentiere, *Arachnoidea*. a) Ordnung *Scorpionina*. *Arthrogastra*, Gliederspinnen. b) Ordnung *Araneina*. c) Ordnung *Solifugae*, Walzenspinnen. d) Ordnung *Acarina*, Milben. 2. Klasse: *Myriapoda*, Tausendfüßer. a) Ordnung *Chilopoda*. b) Ordnung *Chilognatha* s. *Diplopoda*. 3. Klasse: *Hexapoda*, Insekten. a) Ordnung *Hymenoptera*, Hautflügler. Familie *Apidae*, Bienen. Familie *Formicidae*, Ameisen. b) Ordnung *Lepidoptera*, Schmetterlinge. c) Ordnung *Coleoptera*, Käfer. d) Ordnung *Orthoptera*, Geradflügler, Schrecken. e) Ordnung *Diptera*, Zweiflügler, Fliegen. *Crustacea*, Massenvergiftungen durch *Cragon vulgaris*. Würmer, *Vermes*. Plathelminthes, Plattwürmer. Nematelminthes, Rundwürmer. Annelida, Ringelwürmer. Stachelhäuter, *Echinodermata*. Seesterne, *Asteroida*. Seeigel, *Echinoida*. Seequalen, *Holothurioida*. *Coelenterata* (*Zoophyta*), Pflanzentiere. — Namenverzeichnis. — Sachregister.

### Aus den Besprechungen.

Repertorium der Praktischen Medizin. . . . „Wir haben bis jetzt ein Buch, das in dieser ausführlichen Weise vom Standpunkte des Zoologen, Pharmakologen, Physiologen und Pathologen die tierischen Gifte einer Betrachtung unterwirft, nicht gehabt. Ganz besonders wird uns das Kapitel über Schlangen und Schlangengifte, vor allem auch der physiologische und dann der therapeutische Teil interessieren, wobei der Autor alle Methoden eingehend beschreibt und auf ihren Wert prüft. Einen wertvollen Beitrag bieten die Darlegungen über Immunität und Immunisierung.“ . . .

## *Die psychischen Maßmethoden*

Von **Dr. G. F. Lipps**, Privatdozent der Philosophie  
an der Universität Leipzig. Mit 6 Abbildungen. X, 151 S.  
1906. Geh. M 3.50, geb. M 4.10.

---

**Inhaltsverzeichnis.** Erster Abschnitt. Psychologie und Naturwissenschaft. 1. Die empirische und die philosophische Weltbetrachtung. 2. Die Bewußtseinsinhalte. — Zweiter Abschnitt. Die Wahrscheinlichkeitslehre. 3. Gewißheit und Wahrscheinlichkeit. 4. Die Wahrscheinlichkeitsbestimmung. — Dritter Abschnitt. Die Maßbestimmungen bei der Berücksichtigung subjektiver Faktoren im Bereiche der naturwissenschaftlichen Forschung. 5. Die Beobachtungsfehler. 6. Die Ungenauigkeit der Sinneswahrnehmung und die sonstigen subjektiven Faktoren. — Vierter Abschnitt. Die psychophysischen Maßmethoden. 7. Der naturphilosophische Standpunkt Fechners und das psychophysische Grundgesetz. 8. Das Maß der Empfindlichkeit. 9. Die Methode der eben merklichen Unterschiede. 10. Die Methode der mittleren Fehler. 11. Die Methode der richtigen und falschen Fälle. 12. Die Methode der mittleren Abstufungen. 13. Die Beobachtungsreihen. 14. Das Fehlergesetz. 15. Die Mittelwerte der Beobachtungsreihen. — Fünfter Abschnitt. Das psychische Maß. 16. Die durch Fechner begründete Auffassungsweise des psychischen Maßes. 17. Ordnen und Messen. — Sechster Abschnitt. Die Methoden der psychischen Abhängigkeitsbestimmung. 18. Die Bestimmung des Grades der Abhängigkeit. 19. Der Typus der Beobachtungsreihe. 20. Die Zerlegung der Beobachtungsreihe in Komponenten und die Bestimmung der Unterschiedsschwelle. — Anhang. 21. Die Berechnung der Mittelwerte. — Literaturverzeichnis. — Register.

---

### Aus den Besprechungen.

**Literarisches Zentralblatt.** „In der Literatur begegnet man noch so oft unklaren und fehlerhaften Anschauungen über die psychischen Maßmethoden, daß eine umfassende monographische Darstellung der letzteren sicher einem Bedürfnis entspricht. G. F. Lipps gibt nun in der Tat eine Monographie, welche auch zur ersten Einführung in das Gebiet sich recht gut eignet. Er hat sich dabei weiter die doppelte Aufgabe gestellt: einestheils zu zeigen, daß die von Fechner in Anlehnung an das gewöhnliche Fehlergesetz begründeten Maßmethoden unzureichend sind, und anderenteils den Weg anzugeben, auf dem man ohne Voraussetzung eines bestimmten Fehlergesetzes zu einer allen Bedürfnissen der experimentellen Psychologie genügenden Methode der Maß- und Abhängigkeitsbestimmung gelangt. An den Ausfall dieses letzteren Versuches knüpft sich in wissenschaftlicher Beziehung das Hauptinteresse an der Abhandlung des Verfassers.“

**Physikalische Zeitschrift.** „Wer den Wunsch hegt, einen Überblick über das Rüstzeug der messenden Psychologie zu gewinnen, dem wird das vorliegende zehnte Heft der Viewegschen Sammlung „Die Wissenschaft“ sehr willkommen sein. Das Buch wird sich bald einen größeren Freundeskreis erwerben.“

## Der Bau des Fixsternsystems

mit besonderer Berücksichtigung der photometrischen Resultate

Von *Dr. Hermann Kobold*, *außerordentl. Professor*  
*an der Universität und Observator der Sternwarte in Kiel.*  
*Mit 19 Abbildungen und 3 Tafeln. XI, 256 S. 1906.*  
*Geh. M 6.50, geb. M 7.30.*

---

**Inhaltsverzeichnis.** Einleitung. Erster Abschnitt. Die Instrumente und Beobachtungsmethoden. 1. Die Ortsbestimmung: Sternbilder, Sternnamen, Sternkoordinaten, Präzession, Relativer Ort, Verwandlung der Koordinaten. 2. Die Helligkeit: Visuelle Helligkeitsbestimmung, Die photometrische Skala, Die Photometer und ihre Theorien, Photographische Sterngrößen, Extinktion des Lichtes in der Atmosphäre und im Weltraum. 3. Die Farbe der Gestirne, Die Schmidtsche Skala, Purkinje-Phänomen. 4. Das Spektrum, Vogels Sternklassen, Secchis, Pickerings, Lockyers Klassifizierung. 5. Die Entfernung: Wirkung auf den Ort der Gestirne, Absolute und relative Messung, Photographische Methode, Doppelsterne, Relative und absolute Parallaxe. 6. Die Bewegung: Die Eigenbewegung, Die Radialgeschwindigkeit, Die totale Bewegung. 7. Die Sternverteilung: Die scheinbare Verteilung, Zusammenhang zwischen Sternzahl, Helligkeit und Entfernung, Anwendung der Wahrscheinlichkeitslehre. — Zweiter Abschnitt. Die Einzelresultate. 1. Der Sternort: Sternkataloge, Sternkarten, Die Durchmusterungen, Die photographische Himmelskarte. 2. Die Helligkeit, Angaben des Ptolemäus, Schätzungen Argelanders und Goulds, Die photometrischen Messungen und ihre Vergleichung, Sterngröße nach den photographischen Aufnahmen, Photometrische Größe der Sonne. 3. Die Sternfarbe: Osthoffs Katalog, Potsdamer Katalog, Einfluß der Färbung auf die Helligkeitsmessung. 4. Das Spektrum: Spektroskopische Durchmusterungen, Verteilung der Spektren, Verteilung der Sterne der einzelnen Spektralklassen. 5. Die Entfernung: Die Einzelresultate, Sterne mit großer Parallaxe, Zusammenhang zwischen der Entfernung und der absoluten Helligkeit, bzw. dem Spektrum. 6. Die Bewegungen: Kataloge der Eigenbewegungen, Werte der Radialgeschwindigkeiten, Erklärung der Bewegungen, Herschels Arbeiten, Bessels Methode, Die Grundgleichungen zur Bestimmung der Sonnenbewegung, Argelanders, Airys Methode, Kapteyns Bestimmung, Größe der Sonnenbewegung nach diesen Methoden, Die Resultate aus den beobachteten Radialgeschwindigkeiten, Resultate aus den totalen Bewegungen, Unzulänglichkeit der Darstellung und ihre Ursachen, Nichtgeradlinige ungleichförmige Bewegung, Systematische Fehler der Eigenbewegungen, Beziehungen der Bewegungen zur Milchstraße, Schoenfelds Methode und deren Resultate, Bakhuyzens Untersuchungen, Kobolds neue Untersuchungen nach der Bessel-Koboldschen Methode und ihre Resultate, Gegenüberstellung, Gesetzmäßigkeiten in den Eigenbewegungen, Engere Sternsysteme, Beziehungen zwischen der Bewegung und der Helligkeit bzw. dem Spektraltypus. 7. Die scheinbare Verteilung der Sterne und ihre Beziehung zur Milchstraße: Herschels Eichungen, Struves Zählungen, Littrows Bearbeitung der B. D. Houzeaus Zählung, Goulds Kreis, Schiaparellis und Stratonoffs Arbeiten, Pickerings Untersuchungen, Seeligers Darstellung der Sternzahlen. — Dritter Abschnitt. Der Bau des Fixsternsystems. 1. Das Phänomen der Milchstraße: Die statistischen Resultate, Seeligers, Plassmanns, Eastons, Stratonoffs und Ristenparts graphische Darstellungen, Charakter und Struktur der Milchstraße, Lage der Milchstraße. 2. Die räumliche Anordnung des Universums: Herschels Sternsystem, V. Struves Theorie, Darstellung der Sternzahlen durch dieselbe, Wert für den Extinktionskoeffizienten, Schiaparellis Annahmen, Seeligers Lösung, Abhängigkeit der Entfernung von der Helligkeit und der Größe der Eigenbewegung, Gyldens und Kapteyns Ausdrücke für die mittlere Parallaxe, Comstocks Untersuchungen an sehr schwachen Sternen. 3. Die Bewegungen im Universum: Argelanders und Mädlers Hypothese, Beobachtungsergebnisse in Globularsystemen, Mathematische Darstellung, Untersuchung einzelner Spezialsysteme. — Schlusswort. — Anhang. 1. Tafel der Sterne mit bekannter Parallaxe. 2. Tafel der Sterne mit großer Eigenbewegung. 3. Literaturverzeichnis. — Register.

## Die Fortschritte der kinetischen Gastheorie

Von **Dr. G. Jäger**, *Professor der Physik an der techn.  
Hochschule in Wien. Mit 8 Abbildungen. XI, 121 S.  
1906. Geh. M 3.50, geb. M 4.10.*

---

**Inhaltsverzeichnis.** Einleitung: Grundriß der kinetischen Gastheorie. 1. Boyle-Charlessches Gesetz. 2. Avogadros und Gay-Lussacs Regel. 3. Daltons Gesetz. 4. Zahlenwert der Geschwindigkeit. 5. Maxwells Gesetz. 6. Mittlere Weglänge und Stoßzahl der Molekeln. 7. Spezifische Wärme. 8. Innere Reibung. 9. Wärmeleitung. 10. Diffusion. 11. Größe der Molekeln. 12. Abweichungen vom Boyle-Charlesschen Gesetz. 13. Das Virial. — I. Boltzmanns *H*-Theorem. II. Maxwell-Boltzmannsches Gesetz. III. Gültigkeit des Maxwell-Boltzmannsches Gesetzes für beliebig kleine Kraftfelder. IV. Die Zustandsgleichung schwach komprimierter Gase. V. Der Temperaturkoeffizient der inneren Reibung. VI. Der Temperatursprung bei der Wärmeleitung. VII. Die ideale Flüssigkeit. VIII. Innerer Druck der Flüssigkeiten. IX. Innere Reibung idealer Flüssigkeiten und Größe der Molekeln.

---

### Aus den Besprechungen.

**Chemiker-Zeitung.** „Die ausführliche Einleitung des Werkchens gibt eine ausgezeichnete klare Darstellung der kinetischen Gastheorie. Schon wegen derselben kann das Büchlein, das aus der Feder des durch seine „theoretische Physik“ wohlbekannten Verfassers hervorgegangen ist, bestens empfohlen werden. Der Hauptteil ist zunächst Boltzmanns Untersuchungen gewidmet. Das *H*-Theorem und seine Beziehung zum zweiten Hauptsatz der Wärmetheorie finden zuerst ihre Ableitung, sodann die Sätze über Geschwindigkeitsverteilung und Dichteverteilung in einem Gase, in dem innere und äußere Kräfte wirken. Der Verf. verfolgt hier anschauliche und originelle Methoden. Die Anwendung wird auf die Zustandsgleichung nicht zu stark komprimierter Gase gemacht, wobei der Verf. den Arbeiten von M. Reinganum folgt. Der Temperaturkoeffizient der inneren Reibung, der in letzter Zeit befriedigende Erklärung fand, wird ebenfalls besprochen. Es folgen die Untersuchungen von Smoluchowski über den Temperatursprung der Wärmeleitung in Gasen und eigene Forschungen des Verf. über die Theorie der Flüssigkeiten. Das Büchlein kann daher allen, die sich für die auch in der Elektrizitätslehre immer mehr Bedeutung gewinnende kinetische Theorie interessieren, wärmstens empfohlen werden.“

**Elektrochemische Zeitschrift.** „Mit Bezug auf die Wichtigkeit, die gegenwärtig die Arbeiten über die Elektrizität in Gasen erlangt haben, dürfte die vorliegende kurze und dabei doch in bezug auf die Hauptmomente erschöpfende Zusammenfassung der Resultate der kinetischen Gastheorie nicht unwillkommen sein. Die Darstellung ist eine klare und deutliche und es ist fast durchweg eine eingehende mathematische Begründung gegeben.“

## Petrogenesis

Von **Dr. C. Doelter**, o. Professor der Mineralogie und Petrographie an der Universität Graz. Mit einer Lichtdrucktafel und 5 Abbildungen. XII, 262 S. 1906. Geh. M 7.—, geb. M 7.80.

---

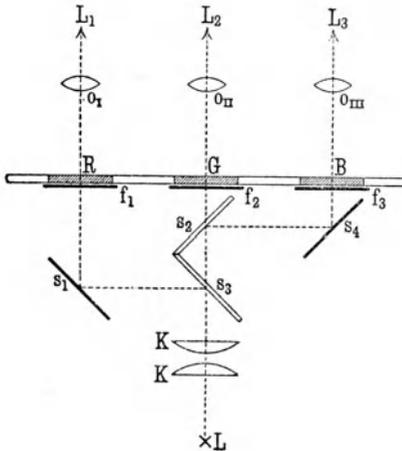
**Inhaltsverzeichnis.** Einleitung. — Erstes Kapitel. Das Erdinnere und der Vulkanismus. Vulkanische Herde. Peripherische Vulkanherde. Ursachen des Aufdringens des Magmas. Eruptionsfähigkeit des Magmas. Verhalten des vulkanischen Magmas beim Erstarren. Verhalten der Gase. Temperatur der Lava. Temperatur der Vulkanherde. — Zweites Kapitel. Die Erscheinungsformen der vulkanischen Gesteine. Die vulkanischen Gesteine. Einfluß des Druckes auf die Bildung von Tiefengesteinen. Die Rolle der Mineralisatoren. Das Auftreten der Gesteine. Eruptionsformen der Oberflächengesteine. Viskosität und Lagerungsform. Erscheinungsformen der Tiefengesteine. Mechanismus der Intrusion. Der äußere Habitus der vulkanischen Gesteine. — Drittes Kapitel. Die Struktur der Eruptivgesteine. Struktur der Effusivgesteine. Struktur der Tiefengesteine. Spezielle Strukturen. Beziehungen zwischen dem Alter der Gesteine und ihrer Struktur. Änderungen in der Struktur und dem Mineralbestande in verschiedenen Teilen einer Eruptionsmasse. — Viertes Kapitel. Abhängigkeit der mineralogischen Zusammensetzung der Gesteine von ihrem chemischen Bestande. Dissoziation des Magmas. Vergleich der Gesteinsmagmen. Graphische Darstellung von Gesteinsmagmen. — Fünftes Kapitel. Die Differentiation der Magmen. Das Ganggefüge. Die Hypothese Bröggers. Differentiation bei künstlichen Schmelzen. Magmatische Differentiation durch das spezifische Gewicht. Verhalten fertiger Kristalle im Magma. Die Kristallisations-differentiation. Schlieren. Differentiation bei gleichbleibender chemischer Zusammensetzung. Umschmelzungsversuche von Mineralien und Gesteinen. — Sechstes Kapitel. Die Altersfolge der Eruptivgesteine. Unterschiede der Altersfolge bei Tiefen- und Effusivgesteinen. Veränderungen der vulkanischen Produkte im Laufe geologischer Perioden. Petrographische Charakteristik und Altersbeziehungen der Gesteine eines Vulkans. — Siebentes Kapitel. Die Einschlüsse der Gesteine. Exogene Einschlüsse. Endogene (homöogene) Einschlüsse. Die Olivinknollen. — Achtes Kapitel. Assimilation und Korrosion. Ursache der Korrosionen und Resorptionen. Korrosion des Nebengesteins am Kontakt. Assimilation. — Neuntes Kapitel. Künstliche Gesteine. — Zehntes Kapitel. Die Verfestigung des vulkanischen Magmas. Die Ausscheidungsfolge der Mineralien im Magma. Kristallisationsvermögen und Kristallisationsgeschwindigkeit. Unterkühlung. Einfluß der Schmelzpunkte. Das Kristallisationsmikroskop. Einfluß des Druckes auf die Ausscheidung. Bildung vulkanischer Tuffe. — Elftes Kapitel. Die Kontaktmetamorphose. Kaustische Wirkungen. Umwandlung von Kalksteinen. Umwandlung von Sandsteinen, Tonschiefern und Tonen. Chemische Vorgänge bei der Phyllitkontaktmetamorphose. Pneumatolytische Metamorphose. Umwandlung des Diabases und der Diabastuffe. Chemisch-physikalische Vorgänge bei der Kontaktmetamorphose. — Zwölftes Kapitel. Die Bildung der kristallinen Schiefer. Allgemeines. Eruptive Gneise. Gneise als umgewandelte Granite. Diagenese. Der Regionalmetamorphismus. Die chemische Zusammensetzung der kristallinen Schiefer. Umwandlung durch Wasser. Umwandlung durch hohe Temperatur. Die Injektionshypothese. Die Dynamometamorphose. Chemische Reaktion im Festen. Die Plastizität der Gesteine. Einfluß des Druckes auf die Löslichkeit von Mineralien. Einseitiger Druck (Streß, Pressung). Zusammenhang der Metamorphose mit der Dislokation. Das Volumgesetz. Der Mineralbestand der kristallinen Schiefer. Struktur und Textur der Schiefergesteine. Ursache der Schieferigkeit. Die Tiefenstufen. Schwierigkeiten einer allgemeinen Anwendung der Dynamometamorphose. Bildung von kristallinen Schiefem durch Kontaktmetamorphose. Vergleich der Kontaktmetamorphose und der Dynamometamorphose. — Dreizehntes Kapitel. Sedimente. Kalksteine. Dolomit. Magnesit. Kieselsinter, Kieselschiefer. Sandsteine. Tone, Kaolin. Äolische Sedimente, Alaunschiefer. Laterit. — Vierzehntes Kapitel. Chemische Absätze, Bildung von Steinsalz, Gips und Anhydrit. Absätze der Salzseen. Die Barrentheorie. Gips und Anhydrit. Steinsalz und Abraumalze. Reihenfolge der Ablagerungen der Salzmineralien. Die Temperatur der Steinsalzlager. Einfluß der Zeit und des Druckes. Salpeter. Soda. — Nachträge. — Autorenregister. — Sachregister.

---

# Die Grundlagen der Farbenphotographie

Von **Dr. B. Donath**. Mit 35 Abbildungen und einer farbigen Ausschlagtafel. VIII, 166 S. 1906. Geh. M 5.—, geb. M 5.80.

**Inhaltsverzeichnis. I. Teil. Die direkten Verfahren der photographischen Farbenwiedergabe.** Farbenwiedergabe. Erstes Kapitel. Die photographische Farbenwiedergabe durch stehende Lichtwellen. Geschichtliches. Theorie des Verfahrens: Begriff des Wellenstrahles. Lichtwellen, Reflexion der Lichtwellen (Phasenverlust). Scheinfarben durch Interferenz. Die Zenkersche Theorie. Experimentelle Beweise für die Richtigkeit der Theorie (Veränderung der Farben mit dem Beobachtungswinkel und durch Auseinandertreten der Elementarspiegel. Komplementäre Farben im durchfallenden Lichte. Nachweis der Elementarschichten in mikroskopischen Dünnschnitten). Weitere theoretische Betrachtungen (Die Beziehungen



des Silberkornes zur Schichtenbildung. Die speziellen optischen Eigenschaften von Chromgelatine, kohärentem u. molekularem Silber. Elementarspiegelabstand und Phasenverlust. Abhängigkeit der Farbenwiedergabe von der Expositionszeit. Die Beziehungen der Tiefenwelle zur Oberflächenwelle. Lippmannsche Spektre höherer Ordnung). Praktische Ausübung des Lippmannschen Verfahrens. — Zweites Kapitel. Die photographische Farbenwiedergabe durch Körperfalten. Geschichtliches. Theorie des Verfahrens. Ausübung des Ausbleichverfahrens. — II. Teil. Die indirekten Verfahren der photographischen Farbenwiedergabe. Erstes Kapitel. Geschichtliches und Theorie des Dreifarbenverfahrens. Geschichtliches. Theorie: Additive u. subtraktive Farbmischung. Geometrische Konstruktion der Mischfarben. Grundfarben. Die Theorien der Farbenwahrnehmung von Young-Helmholtz und Hering. Experimentelle Bestimmung der Grundfarben. — Zweites Kapitel. Die photographische Analyse nach den drei Grundfarben. Sensibilisatoren und

**Filter:** Die Beziehungen der Aufnahmefilter zu den Reproduktionsfiltern und Sensibilisatoren. Die praktische Durchführung der Analyse: Die Sensibilisierung der Platte. Aufnahme und Entwicklung. Einfluß der Schwärzungskurve auf die Richtigkeit der Farbenwiedergabe. — Drittes Kapitel. Die additive Synthese der Teilbilder (Grenzen der authentischen Reproduktion). — Viertes Kapitel. Additive Wiedergabe mit Hilfe von Beugungsspektren (Theorie und Ausübung des Verfahrens). — Fünftes Kapitel. Additive Farbenwiedergabe mit dem Dreifarbenraster. — Sechstes Kapitel. Die subtraktive Synthese der Teilbilder. Theorie: Wahl des Farbensystems. Beziehungen zwischen dem Grundfarbensystem, den Aufnahmefiltern und Sensibilisatoren. Ausführung der subtraktiven Synthese: Die Herstellung transparenter Dreifarbenbilder. Subtraktive Bilder auf reflektierender Grundlage. Der Dreifarbedruck (Flachdruck und Hochdruck). — Literaturverzeichnis. — Namenverzeichnis.

## Höhlenkunde

### mit Berücksichtigung der Karstphänomene

Von *Dr. phil. Walter von Knebel*. Mit 42 Abbildungen im Text und auf 4 Tafeln. XVI, 222 S. 1906. Geh. M 5.50, geb. M 6.30.

---

**Inhaltsverzeichnis.** 1. Kapitel. Einführung. 2. Kapitel. Die Ursachen der Höhlenbildung. 3. Kapitel. Die Verteilung der Höhlen in den Gesteinsarten der Erdrinde. 4. Kapitel. Verkarstung und Karstphänomene. 5. Kapitel. Grundwasser und Quellen in Höhlengebieten. 6. Kapitel. Die Korrosion in Karstgebirgen. 7. Kapitel. Die mechanische Tätigkeit des Wassers in bezug auf die Höhlenbildung. 8. Kapitel. Morphologie der Höhlen; natürliches System der Höhlenformen. 9. Kapitel. Höhlenfüsse. 10. Kapitel. Die Vacluse und die Vaclusequellen. 11. Kapitel. Die Grundwassertheorie zur Erklärung der hydrographischen Probleme des Karstes. 12. Kapitel. Submarine Quellen und Meeresschwinden als Beweise für das Vorhandensein von Höhlenfüssen. 13. Kapitel. Die Entstehung von Höhlenfüssen. 14. Kapitel. Dolinen. 15. Kapitel. Bedeutung der Dolinen für die Entstehung von Tälern. 16. Kapitel. Kesseltäler. 17. Kapitel. Die wichtigsten Höhlengebiete. 18. Kapitel. Halbhöhlen. 19. Kapitel. Ursprüngliche Höhlen. 20. Kapitel. Meteorologische Verhältnisse in Höhlen. 21. Kapitel. Die biologischen Verhältnisse in Höhlen. 22. Kapitel. Höhlen als Wohnorte der prähistorischen Menschen. 23. Kapitel. Kulturarbeit in Höhlengebieten. Geschichte der Höhlenkunde.

---

#### Aus den Besprechungen.

**Geologisches Zentralblatt.** „Verf. hat in diesem Buche die Ergebnisse jahrelanger Studien in verschiedenen Höhlengebieten Deutschlands und im Karst unter Berücksichtigung der umfangreichen Literatur niedergelegt und so ein wissenschaftliches Buch über den Gegenstand verfaßt, über den bisher nur Einzelbeschreibungen vorhanden waren. Gleichzeitig gibt er bestimmte Hinweise und Anleitungen zu gewissenhaften Beobachtungen auf diesem interessanten Gebiet geologisch-geographischer Forschung. Die einschlägige Literatur wird erwähnt und kritisch behandelt...“

**Zeitschrift für die österreichischen Gymnasien.** „... Der Verfasser hat es verstanden, die einschlägigen Erscheinungen nicht nur in sehr lichtvoller Weise zu beschreiben, sondern auch deren Entstehung in sachgemäßer Weise zu begründen. Die verschiedenen Anschauungen werden gegeneinander abgewogen und in vollkommen objektiver Weise beurteilt. Besonderes Interesse ist im vorliegenden Buche dem Karstphänomene entgegengebracht worden und dies in Anbetracht der Wichtigkeit der Kenntnis dieser Erscheinung für die Bodenkultur mit vollem Rechte. Es findet auch die kulturelle Verwertung verkarsteter Länder die entsprechende Erörterung.“

**Mitteilungen der Geographischen Gesellschaft für Thüringen.** „... Der Verfasser gibt eine erwünschte Gesamtdarstellung der Höhlenkunde und aller damit zusammenhängenden Fragen. Jeder, der sich schnell orientieren will über ein besonderes Kapitel dieser Wissenschaft, wird gern vorliegendes Buch zur Hand nehmen. Die zahlreichen Abbildungen, die dem Werke beigegeben sind, sind recht instruktiv und klar und schließen sich der sonstigen Ausstattung des Buches würdig an.“

## **Die Eiszeit**

von **Dr. F. E. Geinitz**, o. Professor an der Universität  
Rostock. Mit 25 Abbildungen, 3 farbigen Tafeln  
und 1 Tabelle. XIV, 198 S. Geh. M 7.—, geb. M 7.80.

---

**Inhaltsverzeichnis.** Einführung. Fauna und Flora des Quartärs. Gletscherentwicklung im Quartär. Verbreitung des quartären Glazialphänomens. Frühere Eiszeiten. Landverteilung vor der Eiszeit. Ursache der Eiszeit. Zeitberechnungen. Die Glazialablagerungen. Einfluß der Vereisung auf den Untergrund. — I. Das nord-europäische Glazial. 1. Gebiet Skandinavien-Rußland-Norddeutschland-Holland. a) Art des Vorkommens und Verbreitung: Skandinavien, Finnland. Rußland. Bornholm. Dänemark. Norddeutschland. Holland. b) Gliederung des nordeuropäischen Quartärs: Präglazial (Altquartär); Fluvioglazial oder Extraglazial. Interglazial. c) Die Verhältnisse nach dem Abschmelzen der Eisdecke (Postglazial, Spätglazial). d) Die postglazialen Niveauschwankungen. 2. Das Glazial Großbritanniens. — II. Das Glazialphänomen der Alpen. — III. Das Gebiet zwischen alpiner und nordischer Vergletscherung. 1. Die extraglazialen Ablagerungen, ihre Gliederung und Beziehung zum prähistorischen Menschen. 2. Die vergletscherten deutschen Mittelgebirge und ihr Vorland. — IV. Eiszeitgletscher im übrigen Europa. — V. Die Eiszeit Nordamerikas. — VI. Die Polarländer. — VII. Die Eiszeit auf den übrigen Kontinenten. Asien. Afrika. Südamerika. Australien. Antarktik. Grahamland.

---

### **Aus den Besprechungen.**

**Zeitschrift für Schulgeographie.** „Der bekannte Mecklenburger Forscher auf dem Gebiete der Glazialgeologie hat hier ein Kompendium seines Forschungsgebietes gegeben, wie es knapper und zutreffender kaum gegeben werden konnte. Der Text ist eng zusammengedrängt, nicht gerade leicht zu lesen, erteilt aber dafür über alles, was mit der Eiszeit irgendwie in Beziehung steht, genaue und zuverlässige Auskunft. Man mag sich über die Moorfrage mit Bezug auf Klimaschwankungen oder über die Niveauschwankungen des Baltikums orientieren wollen, alle diese Erscheinungen charakterisiert Geinitz in kurzen treffenden Worten. Das fehlende Register wird durch das eingehende Inhaltsverzeichnis genügend ersetzt, so daß sich das Werk auch zum Nachschlagen sehr eignet.“

**Blätter für das bayerische Gymnasialschulwesen.** „Der Verfasser gibt an der Hand der neueren Forschungen einen recht anschaulichen Überblick über unser gegenwärtiges Wissen von diesem vielumstrittenen Zeitraum der Erdgeschichte. Daher dürfte dieses Buch, das zum Teil ein Auszug aus seiner größeren Arbeit über das Quartär Nordeuropas ist, besonders dem Geographen willkommen sein; denn dieser Stoff ist in solcher Abrundung mit stetem Hinweis auf die einschlägigen Fragen und literarischen Hilfsmittel meines Wissens sonst nirgends zu finden.“

## Die Anwendung der Interferenzen in der Spektroskopie und Metrologie

Von *Dr. E. Gehrcke*, Privatdozent an der Universität  
Berlin, technischer Hilfsarbeiter an der physik.-techn. Reichs-  
anstalt. Mit 73 Abbildungen. IX, 160 S. 1906.  
Geh. M 5.50, geb. M 6.20.

---

**Inhaltsverzeichnis.** I. Teil: Allgemeine Einleitung. 1. Wellenbewegung. 2. Lichtwellen. 3. Funktion der Linsen. 4. Das Auge als optischer Apparat. 5. Fernrohr und Mikroskop. 6. Helligkeit der durch Linsen erzeugten Bilder. 7. Wellenlänge, Fortpflanzungsgeschwindigkeit, Schwingungsdauer. 8. Sinuswellen. 9. Prinzip der Superposition. — II. Teil: Erzeugung und Theorie einiger ausgewählter Interferenzerscheinungen. 10. Fresnels Spiegelversuch. 11. Interferenzen an planparallelen Platten. 12. Interferenzen an keilförmigen Platten. 13. Fresnels Biprisma, Newtons Farbenglas, Michelsons Interferometer. 14. Überlagerung der Interferenzen verschiedener Wellenlängen. 15. Die Quecksilberlampe. 16. Intensitätsverteilung der Interferenzen an planparallelen Platten. 17. Berücksichtigung der vielfach reflektierten Strahlen. 18. Weitere Diskussion der berechneten Intensitätsverteilung. 19. Intensitätsverteilung der Interferenzen im reflektierten Lichte. 20. Planparallele Luftplatte zwischen zwei rechtwinkligen Glasprismen. 21. Vorhandensein zweier komplementärer Interferenzsysteme im reflektierten Licht. 22. Beugung des Lichtes an einer Öffnung. 23. Beugung an mehreren (spaltförmigen) Öffnungen. — III. Teil: Spektralapparate. 24. Fizeaus Modifikation des Newtonschen Farbenglases. 25. Ausbildung der Fizeauschen Methode durch Michelson. 26. Fraunhofers Beugungsgitter. 27. Reflexionsgitter. 28. Interferometer von Perot und Fabry. Lummers Doppelkeil. 29. Michelsons Stufen-  
gitter. 30. Interferenzspektroskop von Lummer und Gehrcke. 31. Allgemeine Theorie aller auf der Erzeugung von Interferenzstreifen beruhender Spektralapparate. 32. Abhängigkeit der Intensitätsverteilung der Interferenzen von der Breite des Kollimatorspaltes. 33. Auflösungsvermögen u. Dispersionsgebiet. 34. Interferenzpunkte. 35. „Falsche“ Spektrallinien und ihre Erkennung mit Hilfe der Interferenzpunkte. 36. Auflösungsvermögen des Prismas. 37. Einfluß der Beugung an der Öffnung einer Linse auf die von ihr entworfenen Bilder. Grenze der Auflösung im Fernrohr und Mikroskop. 38. Einfluß der Beugung auf die Sichtbarkeit der Interferenzen an keilförmigen und planparallelen Platten. — IV. Teil: Auswahl von Resultaten der spektroskopischen Forschung über den Mechanismus des Leuchtens. 39. Trabanten. 40. Dopplersches Prinzip. „Breite“ der Spektrallinien. 41. Abhängigkeit der Breite der Spektrallinien von der Temperatur, dem Molekulargewicht und der Erregungsart. 42. Der Stark-Effekt. 43. Einfluß des Druckes auf die Wellenlänge. 44. Der Zeeman-Effekt. 45. Theorie des Zeeman-Effektes. 46. Anomaler Zeeman-Effekt. Dissymmetrie in schwachen Feldern. 47. Interferenzfähigkeit des Lichtes einzelner Spektrallinien. 48. Serien. — V. Teil: Anwendungen der Interferenzen zu physikalischen Messungen und in der Metrologie. 49. Bestimmung von Variationen der optischen Dicke sogen. planparalleler Platten. 50. Anwendungen der Interferenzen zu verschiedenen physikalischen Messungen. 51. Anwendungen der Interferenzen in der Astronomie. 52. Interferentialrefraktor von Jamin. 53. Modifikationen von Michelsons Interferometer. 54. Lichtwellen als Längeneinheiten. 55. Michelsons Auswertung des Meters in Lichtwellen. 56. Methode von Benoit zur Bestimmung der Ordnungszahl von Interferenzen. 57. Methode von Perot und Fabry zur Bestimmung der Ordnungszahl von Interferenzen. 58. Einheit der Masse. 59. Methode von Macé de Lépinay zur Messung der Dicke und des Brechungsexponenten planparalleler Platten. 60. Wellenlängennormalen. 61. Interferenzen planparalleler Platten im kontinuierlichen Spektrum. Literaturverzeichnis. Register.

## Kinematik organischer Gelenke

Von Prof. Dr. Otto Fischer in Leipzig. Mit 77 Abbildungen. XII, 261 S. 1907. Geh. M 8.—, geb. M 9.—.

---

**Inhaltsverzeichnis.** Einleitung. 1. Teil: Über die Formen der Gelenkflächen und die aus denselben sich ergebenden möglichen Arten der Gelenkbewegungen. A. Gelenke mit ausgedehntem Flächenkontakt. 1. Gelenke mit starren Flächen. 2. Gelenke mit deformierbaren Flächen. B. Gelenke mit geringem Flächenkontakt. 3. Allgemeine Betrachtungen über die Arten der Gelenkbewegungen. 4. Zylindergelenke. 5. Gelenke mit beliebiger Form der Gelenkflächen. 6. Die Winkelgeschwindigkeiten der verschiedenen Komponenten der allgemeinsten Gelenkbewegung. 7. Einfluß der Deformierbarkeit des Gelenkknorpels auf die Bewegung in Gelenken mit geringem Flächenkontakt. 8. Ausfüllung der Gelenkspalten. — 2. Teil: Über die Bewegungsfreiheit. 9. Die Bewegungsfreiheit in einzelnen Gelenken. 10. Die Bewegungsfreiheit in Gelenksystemen. — 3. Teil: Bewegung in speziellen Gelenken. 11. Allgemeines über die Methoden der Untersuchung spezieller Gelenke. 12. Empirische Ableitung spezieller Bewegungen eines ganzen Gelenksystems. 13. Spezielle Beispiele bestimmter zu einem Gelenk gehörender Relativbewegungen. 14. Bewegungsgesetze in speziellen Gelenken von zwei Graden der Freiheit. Lehrbücher, in denen organische Gelenke behandelt werden. Monographien über Gelenke und Gelenkbewegung. Sachregister.

---

### Aus den Besprechungen.

**Deutsche Literaturzeitung.** „Das ganze Buch ist mit beneidenswerter Präzision und Prägnanz geschrieben, der Aufwand an Geometrie und Algebra ist so bescheiden, daß man erwarten sollte, Mediziner und Zoologen werden sich durcharbeiten können. Jedenfalls wird es für sie die beste Einführung in die Gelenkmechanik sein. Für alle aber, die das Studium der Gelenke als Spezialität betreiben, wird die Fischersche Kinematik ganz unentbehrlich sein.“

**Leipziger Medizinische Monatsschrift.** „... Wenn Fischer, der durch seine Forschungen auf diesem Gebiete längst bekannt ist, auch in bescheidener Weise sagt, daß sein Werk kein Lehrbuch der in den lebenden Körpern vorkommenden speziellen Gelenke sein soll, so müssen wir es doch als ein solches ansehen, denn er hat es verstanden, uns in klarer und übersichtlicher Weise die Verhältnisse, auf die es ankommt, darzulegen. Wir haben die meisten Werke, die sich mit dem Gegenstande der Gelenklehre oder der Statik und Mechanik des menschlichen Knochengerüsts beschäftigen, in der Hand gehabt, müssen aber sagen, daß uns keines eine derartige präzise Auskunft und klare Vorstellung der Verhältnisse gegeben hat wie die Kinematik Fischers...“

**Reichs-Medizinal-Anzeiger.** „Der Aufgabe der organischen Kinematik, die kinematischen Gesetze besonders den Zoologen, den Medizinern und den gebildeten Laien klar zu machen, hat Verf. sich in dem vorliegenden Buche unterzogen und diese Aufgabe vorzüglich gelöst...“

## *Franz Neumann und sein Wirken als Forscher und Lehrer*

*Von Dr. A. Wangerin, Professor an der Universität  
Halle a. S. Mit einer Textfigur und einem Bildnis  
Neumanns in Heliogravüre. X, 185 S. 1907. Geh.  
M 5.50, geb. M 6.20.*

---

**Inhaltsverzeichnis.** Erster Teil: Franz Neumanns Leben. — Zweiter Teil: Neumanns wissenschaftliche Arbeiten. 1. Die kristallographisch-mineralogischen Arbeiten. 2. Arbeiten zur Wärmelehre. 3. Arbeiten aus der Optik und Elastizitätstheorie. 4. Arbeiten über induzierte Ströme. 5. Mathematische Arbeiten. 6. Wissenschaftliche Untersuchungen Neumanns, die nicht von ihm selbst veröffentlicht sind. — Dritter Teil: Vorlesungen, Seminar, Laboratorium. 1. Die gedruckten Vorlesungen. 2. Das Seminar. 3. Neumanns Bestrebungen zur Errichtung eines physikalischen Laboratoriums.

---

### Aus den Besprechungen.

Die *Physikalische Zeitschrift* schreibt: „Die Materie des letzterschienenen Heftes der Sammlung »Die Wissenschaft« bildet die Biographie eines großen Gelehrten, des Königsberger Physikers und Mathematikers Franz Neumann. Nicht mit Flittern äußeren Glanzes umgibt A. Wangerin die markante Persönlichkeit dieses Mannes, für dessen edle Bescheidenheit und herzgewinnende Güte er aber nicht genug Worte finden kann. In schlichten einfachen Worten schildert der Verfasser die harten Entwicklungsjahre mit ihren zahlreichen Entbehrungen, die der Lehrer und Forscher Neumann durchzumachen hatte, um sich dann eingehend mit Neumanns wissenschaftlichen Arbeiten zu befassen. Neumanns erste Arbeiten liegen auf kristallographisch-mineralogischem Gebiet. Später sind es Beiträge zur Wärmelehre, Optik und Elastizitätstheorie. Aus der Elektrizitätslehre bearbeitete er die induzierten Ströme. Seine bedeutendste mathematische Arbeit ist diejenige über Kugelfunktionen. Das Buch enthält ferner Mitteilungen über Arbeiten aus Neumanns Seminar und Laboratorium.

Nicht ohne ein gewisses Mitleid wird man das letzte Kapitel lesen, welches von Neumanns Bestrebungen zur Errichtung eines physikalischen Laboratoriums berichtet...“

**Deutsche Literaturzeitung.** „... Einer der ältesten überlebenden Schüler Fr. Neumanns, Prof. A. Wangerin in Halle, hat sich der Aufgabe unterzogen, Fr. Neumann als Forscher und Lehrer zu schildern, und nicht nur die anderen Schüler des großen und trefflichen Mannes, zu denen auch der Ref. sich zählt, alle Physiker sind dem Verfasser dafür zu Dank verpflichtet, daß er mit solcher Hingabe und mit solcher Beherrschung des Stoffes seine Aufgabe gelöst hat. Auch bezüglich der Beurteilung der verschiedenen Neumannschen Leistungen kann sich der Ref. in allen wesentlichen Punkten dem Verf. völlig anschließen...“

## *Die Zustandsgleichung der Gase und Flüssigkeiten und die Kontinuitätstheorie*

Von *Prof. Dr. J. P. Kuenen* in Leiden. Mit 9 Abbildungen. X, 241 S. 1907. Geh. M 6.50, geb. M 7.10.

---

**Inhaltsverzeichnis.** 1. Kapitel. Kondensationserscheinungen und Kontinuitätsprinzip. 2. Kapitel. Kinetische Theorie idealer Gase. 3. Kapitel. Kinetische Theorie unvollkommener Gase; Zustandsgleichung. 4. Kapitel. Erklärung der Verflüssigungserscheinungen nach der Zustandsgleichung; Erweiterung der Kontinuitätstheorie. 5. Kapitel. Anormale Kondensations- und kritische Erscheinungen: A. Nichtkonstanz des Dampfdruckes. B. Kritische Erscheinungen. 6. bis 9. Kapitel. Vergleich der Zustandsgleichung mit der Erfahrung: A. Kritische Gleichungen. B. Homogene Zustände. C. Sättigungsgebiet. D. Thermische Größen. 10. Kapitel. Molekulare Dimensionen. 11. Kapitel. Gesetz der korrespondierenden Zustände. Gleichförmigkeitsprinzip. 12. und 13. Kapitel. Verbesserung der Zustandsgleichung; Anzuwendende Merkmale: A. Theorie der Volumkorrektur. B. Theorie der molekularen Attraktion; Verbesserung der beiden Korrekturglieder. 14. Kapitel. Mathematische Methoden der Herleitung der Zustandsgleichung.

---

### Aus den Besprechungen.

**Physikal.-chemisches Zentralblatt.** „Der Verf. hat eine schwierige Aufgabe übernommen, in Form einer Monographie das im Titel bezeichnete Thema zu bearbeiten. Sicher vielen wird das vorliegende Buch willkommen sein.

Die wohlgeordnete Zusammenfassung des Bekannten und die objektive und kritische Behandlungsweise machen es einerseits dem Fachmanne wertvoll, der eine Fülle von Anregungen zur weiteren theoretisch-mathematischen oder experimentellen Ausgestaltung des Problems finden wird. Besonders das bis jetzt zutage geförderte experimentelle Material ist absolut unzulänglich, hier harret noch ein großes, fruchtbares, aber auch äußerst schwieriges Gebiet der eingehenden experimentellen Bearbeitung.

Andererseits sind einzelne Kapitel allgemeineren Inhalts so einfach und anregend geschrieben, daß diese vereint auch dem Anfänger mit mäßigen Kenntnissen in der höheren Mathematik ein abgerundetes Bild über das Wesen und die Erfolge der Zustandsgleichung und der sich ihr anschließenden Fragen geben können.

Lobend sei noch der sorgfältigen Literaturangaben gedacht und deren zweckmäßigen systematischen Zusammenstellung am Schlusse jedes größeren Kapitels.“

**Jahrbuch der Chemie.** „... Die Darstellung der vorliegenden Monographie ist mustergültig und setzt, was vielen Chemikern besonders erwünscht sein dürfte, kein allzu großes Maß mathematischer und theoretisch-physikalischer Kenntnisse voraus.“

## Radioaktive Umwandlungen

Von *E. Rutherford*, Professor der Physik an der  
*Mc Gill-Universität in Montreal*. Übersetzt von *M. Levin*.  
Mit 53 Abbildungen. VIII, 285 S. 1907. Geh. M 8.—  
geb. M 8.60.

---

**Inhaltsverzeichnis.** The Silliman Foundation. — Preface. — Vorbemerkung zur deutschen Ausgabe. — Kapitel 1. Historische Einleitung. — Kapitel 2. Die radioaktiven Umwandlungen d. Thoriums. — Kapitel 3. Die Radiumemanation. — Kapitel 4. Die Umwandlungen des aktiven Niederschlages des Radiums. — Kapitel 5. Der langsam sich umwandelnde aktive Niederschlag des Radiums. — Kapitel 6. Ursprung und Lebensdauer des Radiums. — Kapitel 7. Die Umwandlungsprodukte des Uraniums und Aktiniums und der Zusammenhang zwischen den Radioelementen. — Kapitel 8. Die Entwertung von Helium aus Radium und die Umwandlung der Materie. — Kapitel 9. Die Radioaktivität der Erde und der Atmosphäre. — Kapitel 10. Die Eigenschaften der  $\alpha$ -Strahlen. — Kapitel 11. Radioaktive Prozesse im Lichte physikalischer Anschauungen.

---

### Aus den Besprechungen.

**Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht.** „... Im März 1905 hat Rutherford an der Yale University eine Reihe von Vorlesungen gehalten, die hauptsächlich des Verf. eigenes Arbeitsgebiet, die radioaktiven Umwandlungen, zum Gegenstand hatten. In der vorliegenden Veröffentlichung sind indessen alle bis zum Beginn von 1907 erschienenen Arbeiten berücksichtigt. Dem Buch haftet noch in der Übersetzung etwas von der lebhaften Frische des Vortrages an. Meisterhaft in ihrer klaren Knappheit ist die historische Einleitung, die uns zeigt, wie in ca. 10 Jahren durch das Handinhandarbeiten von Physikern und Chemikern aller Länder unsere Kenntnisse von Materie und Strahlung erweitert und vertieft worden sind. Den kühnsten Schritt tat eben Rutherford in der Aufstellung der Umwandlungshypothese, die alle bisherigen Anschauungen von Elementen und Atomen umstieß, aber eine Fülle von Erscheinungen zusammenfaßte, die vorher nur verwirrten. Die Hypothese reicht noch jetzt aus, um alle seit ihrer Aufstellung gefundenen Tatsachen zu erklären, und dennoch — zum Lobe des Autors sei es besonders hervorgehoben — weiß Rutherford scharfzwischen Beobachtung und Spekulation, zwischen der Tatsache und ihrer vermutlichen Erklärung zu unterscheiden. — Jedes Wort der Empfehlung ist bei diesem Buche überflüssig.“

**Literarisches Zentralblatt.** „... Die Vorträge sind in anregender und so anschaulicher Form niedergeschrieben, daß Physiker und Nichtfachmann, sofern er über einige naturwissenschaftliche Bildung verfügt, Genuß und Gewinn durch die Lektüre haben wird. Für den Fachmann ist das Heft eine Quelle anregender Gedanken und Anschauungen, während der Laie eine gute Einführung in unsere gegenwärtige Kenntnis der Radioaktivität vorfindet, neben welcher die Atomzerfallstheorie, die Elektronentheorie zur Erörterung gelangt und die Bedeutung für unser Wissen von der Lufterlektrizität sowie für den Ausbau und die Bestätigung wichtiger physikalischer Grundanschauungen gehend geltend gemacht wird.“

## Kant und die Naturwissenschaft

Von Prof. Dr. Edm. König in Sondershausen.

VI, 232 S. 1907. Geh. M 6.—, geb. M 7.—.

---

**Inhaltsverzeichnis.** 1. Kapitel. Naturwissenschaft und Naturphilosophie. — 2. Kapitel. Kant und die Naturwissenschaft seiner Zeit. 1. Einfluß der Naturwissenschaft auf Kants Philosophie. 2. Kant als Naturforscher. — 3. Kapitel. Die Leitsätze der kritischen Erkenntnislehre. 1. Die kritische Fassung des Erkenntnisproblems. 2. Anschauung und Denken — Aposteriori und Apriori. 3. Der Raum. 4. Die Denkformen (Kategorien). 5. Grenzen der Erkenntnis — Endergebnisse. — 4. Kapitel. Kants Binwirkung auf die Naturwissenschaft des 19. Jahrhunderts. — 5. Kapitel. Das Problem des Raumes und der Bewegung. 1. Der Anschauungsraum. 2. Der Raum der Geometrie. 3. Der physische Raum. — 6. Kapitel. Erscheinung und Wesen — Erfahrung und Theorie (Kritik des Phänomenalismus). — 7. Kapitel. Das physikalische Problem. 1. Die Grundlagen der mechanischen Naturanschauung. 2. Die Prinzipien der Mechanik. 3. Die Konstitution der Materie. 4. Kinetik und Energetik. — 8. Kapitel. Das biologische und das psychophysische Problem. 1. Gegensatz der mechanistischen und der teleologischen Biologie. 2. Der Zweckbegriff bei Kant. 3. Ist der Zweckbegriff Kategorie? 4. Die Hauptformen der naturwissenschaftlichen Teleologie. 5. Die psychophysische Kausalität. 6. Schluß. Zusätze.

---

### Aus den Besprechungen.

**Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure.** „Der Verfasser sucht zu zeigen, daß insbesondere die erkenntnistheoretischen Anschauungen Kants, denen sich die Erkenntnistheorie der neueren Naturwissenschaft in verschiedenen wesentlichen Punkten in bemerkenswerter Weise ganz von selbst genähert hat, mit den Ergebnissen der naturwissenschaftlichen Forschung durchaus vereinbar und geeignet sind, als Grundlage für eine einheitliche Lösung der naturphilosophischen Probleme zu dienen. Das Buch wird allen denen willkommen sein, die sich allgemein über die Hauptströmungen in der heutigen Naturphilosophie unterrichten möchten. Die Ingenieure werden die Kapitel über Raum und Bewegung, über die Grundlagen der mechanischen Naturanschauung, über die Prinzipien der Mechanik und über Kinetik und Energetik besonders interessieren.“

**Chemiker-Zeitung** (am Schluß einer langen Besprechung). „... Im Rahmen einer Besprechung, selbst einer (mit Rücksicht auf die Schwierigkeit des Gegenstandes) schon ungewöhnlich langen, kann natürlich weder auf Einzelheiten eingegangen, noch mit dem Verfasser über deren Auffassung und seinen Gesamtstandpunkt gerechnet werden; doch dürften schon obige Andeutungen genügen, um die Leser dieser Zeitschrift auf die Fülle wichtiger Lehren und Gedanken hinzuweisen, die das Königsche Buch enthält, und die namentlich den Naturforscher anregen sollten, auch seinerseits weiter zu denken und, unbeirrt durch jegliche Autorität, nach fernerer Aufklärung zu streben. »Aufgeklärt sein«, so sagt Kant, »heißt: den Mut haben, sich seines eigenen Verstandes zu bedienen.«

---

## Synthetisch-organische Chemie der Neuzeit

Von *Dr. Julius Schmidt*, a. o. Professor an der  
Königl. Technischen Hochschule in Stuttgart. X, 185 S.  
1908. Geh. M 5.50, geb. M 6.20.

---

**Inhaltsverzeichnis.** Einleitung. Erläuterung des Begriffes Synthese. Historische Bemerkungen. Über die Behandlungsweise des Stoffes. Kohlensuboxyd. Knallsäure. — 1. Kapitel. Bedeutung der Organomagnesiumhaloide für synthetische Zwecke. — 2. Kapitel. Einige synthetische Ergebnisse aus der Zuckergruppe. Asymmetrische Synthese. — 3. Kapitel. Synthetische Reaktionen, welche zu Aldehyden und Ketonen führen. — 4. Kapitel. Dimethylsulfat als Methylierungsmittel. — 5. Kapitel. Synthesen mit Hilfe von Aziden. — 6. Kapitel. Methoden von E. Fischer zur Synthese von Polypeptiden. — 7. Kapitel. Synthesen durch Aufspaltung und Umwandlungen zyklischer Basen. — 8. Kapitel. Synthesen auf dem Gebiete der Alkaloidchemie, der künstlichen Arzneimittel und in der Puringruppe. — 9. Kapitel. Synthesen von Farbstoffen und mehrkernigen aromatischen Verbindungen. — 10. Kapitel. Synthesen von Riechstoffen, von hydroaromatischen und diesen nahestehenden Verbindungen. — 11. Kapitel. Synthesen verschiedener organischer Verbindungen auf elektrochemischem Wege. — Namenregister. — Sachregister.

---

### Aus den Besprechungen.

**Literarisches Zentralblatt.** „Das 23. Heft der »Wissenschaft« bildet eine höchst willkommene Ergänzung unserer Lehrbücher der organischen Chemie in mehrfacher Hinsicht. Enthält es doch neben den kurz angedeuteten üblichen Synthesen in ausführlicher Besprechung neuere Verfahren, welche in den Lehrbüchern nicht oder höchstens ganz oberflächlich gestreift werden, so namentlich die vielseitige Anwendung der Organomagnesiumhaloide, stets unter eingehender Würdigung des wirtschaftlichen Wertes der betreffenden Methode. Da die Darstellungsverfahren der Duftstoffe, Farbstoffe und Heilmittel ebenfalls in den Rahmen der Besprechung fallen und das Buch bei aller wissenschaftlichen Strenge doch leicht faßlich geschrieben ist, so kann es unbedenklich nicht nur dem Fachmann, sondern auch weiteren Kreisen (Pharmazeuten, Physiologen, Ärzten usw.) nachdrücklich empfohlen werden.“

**Zentralblatt für Pharmazie und Chemie.** „Die synthetisch-organische Chemie hat in der Neuzeit, d. h. in den letzten 10 bis 15 Jahren Errungenschaften aufzuweisen von so allgemeinem Interesse, wie sie sich nie hatten voraussehen lassen. Die vorliegende Schrift soll ein Bild derselben entwerfen. In ihr sind die außerordentlich zahlreichen Ergebnisse je nach ihrer größeren oder geringeren Bedeutung mehr oder weniger ausführlich behandelt worden. Dabei hat der Verfasser mit Rücksicht auf den größeren Leserkreis, für den das Buch bestimmt ist, für eine leicht faßliche, aber doch streng wissenschaftliche Form des meist aus den Quellen geschöpften Materials Sorge getragen und auch die Wichtigkeit einschlägiger Entdeckungen in wirtschaftlicher Hinsicht entsprechend gewürdigt.“

Gerade das vorliegende Thema mit seinen mannigfachen Beziehungen zum praktischen Leben dürfte verhältnismäßig leichter als manch anderes abstrakteres Gebiet der Naturwissenschaften das Interesse eines weiteren Kreises fesseln...“

---

Die  
**chemische Affinität und ihre Messung**

Von **Dr. Otto Sackur**, Privatdozent an der Universität  
Breslau. Mit 5 Abbildungen. VIII, 130 S. 1908. Geh.  
M 4.—, geb. M 4.80.

---

**Inhaltsverzeichnis.** 1. Kapitel. Die historische Entwicklung des Affinitätsbegriffes. Ältere Anschauungen über die chemische Verwandtschaftskraft. Die Abhängigkeit der Affinität von der Menge der sich umsetzenden Stoffe. Die Avidität der Säuren und Basen. Quantitative Messung der Affinität in mechanischem Maße. Definition der Affinität als maximale Arbeit nach van 't Hoff. — 2. Kapitel. Der Begriff der maximalen Arbeit und der zweite Hauptsatz der Thermodynamik. Das Thomson-Berthelotsche Prinzip. Der erste Hauptsatz. Der zweite Hauptsatz. Die maximale Leistung einer Arbeitsmaschine. Der Carnotsche Kreisprozeß. Die Arbeitsleistung chemischer Vorgänge. Die Helmholtzsche Gleichung. — 3. Kapitel. Die Berechnung der Affinität aus dem Betrage der Umsetzung. I. Reaktionen im homogenen System. a) Zwischen Gasen: Thermodynamische Ableitung des Massenwirkungsgesetzes; Experimentelle Bestimmung von Gasgleichgewichten (Statische Methoden, Dynamische Methoden). b) Reaktionen in Lösungen: Die Avidität von Säuren und Basen. II. Reaktionen im heterogenen System. a) Zwischen festen Stoffen und Gasen: Experimentelle Methoden zur Bestimmung d. Dissoziationsspannung; Berechnung der Affinität der Metalle zum Sauerstoff und den Halogenen. b) Reaktionen zwischen festen Stoffen und Lösungen. c) Affinität zwischen festen Stoffen. — 4. Kapitel. Elektrische Methode der Affinitätsmessung. Die maximale Arbeit eines galvanischen Elementes. Ketten vom Typus des Daniellelementes. Konzentrationsketten. Affinität der Komplexbildung. Das absolute Potential. Gasketten, Oxydations- und Reduktionsketten. — 5. Kapitel. Affinität und Temperatur. Die Gleichung der Reaktionsisochore. Berechnung der Affinität aus der Wärmetönung. Die Affinität in der Nähe des Umwandlungspunktes. Änderung der Wärmetönung mit der Temperatur. Die Nernstsche Theorie zur Berechnung von Gleichgewichten aus thermischen Größen. 6. Kapitel. Ergebnisse der Affinitätsmessung. Reaktionen zwischen Verbindungen. Reaktionen zwischen den Elementen. — Schlußbetrachtung.

---

Aus den Besprechungen.

Chemiker-Zeitung. „Die Aufgabe, die sich der Verfasser in der vorliegenden Monographie gestellt hat, den großen Fortschritt, den die Chemie der thermodynamischen Betrachtungsweise verdankt, anschaulich darzustellen, hat er in sachgemäßer Weise und Form gelöst. Das Buch übermittelt trotz seiner kurzen Fassung die wesentlichsten Errungenschaften der chemisch verwerteten Thermodynamik prägnant und zuverlässig, so daß es dem engeren und weiteren Kreise der Fachgenossen Belehrung und Anregung gibt. ... Das Buch ist jedem zu empfehlen, der eine nicht an der Oberfläche haftende Kenntnis des Gegenstandes in großen Zügen sich aneignen will, zumal dem Studierenden als Ergänzung und Unterstützung bei thermodynamischen Vorlesungen.“

## *Die Korpuskulartheorie der Materie*

Von **Dr. J. J. Thomson**, *Mitgl. der Royal Society, Professor der Experimentalphysik an der Universität in Cambridge und Professor der Physik an der Royal Institution in London.* *Autoris. Übersetzung von G. Siebert.* *Mit 29 Abbildungen. VIII, 166 S. 1908. Geh. M 5.— geb. M 5.80.*

---

**Inhaltsverzeichnis.** 1. Kapitel. Einleitung. Korpuskeln in Vakuumröhren. 2. Kapitel. Der Ursprung der Masse der Korpuskel. 3. Kapitel. Eigenschaften einer Korpuskel. 4. Kapitel. Korpuskulartheorie der Leitung in Metallen. 5. Kapitel. Die zweite Theorie der elektrischen Leitung. 6. Kapitel. Die Anordnung der Korpuskeln im Atom. 7. Kapitel. Über die Anzahl der Korpuskeln im Atom. — Register.

---

### Aus den Besprechungen.

**Naturwissenschaftliche Wochenschrift.** „In dem vorliegenden Werke legt der Verfasser, der den Physikern als einer der geistreichsten Forscher auf dem Gebiete der Elektronik wohl bekannt ist, seine Anschauungen über den Aufbau der Materie in ziemlich populärer Form dar. Das Buch ist also als eine Fortsetzung und Erweiterung der im Jahre 1904 ebenfalls deutsch in der Sammlung »Die Wissenschaft (Heft 3)« erschienenen Vorträge »Elektrizität und Materie« anzusehen.

In der neuen Schrift werden zunächst die grundlegenden Tatsachen der Elektronentheorie besprochen. Daran schließt sich ein Kapitel, in dem die Frage nach dem Ursprung der Masse der Elektronen mit dem Ergebnis diskutiert wird, daß die Masse der Elektronen nur scheinbar materiell, in Wahrheit aber elektromagnetischer Natur sei. Eingehend wird die Korpuskulartheorie der Wärme- und der Elektrizitätsleitung in Metallen behandelt und gezeigt, daß von den beiden konkurrierenden Theorien die eine, nach der die die Leitung der Wärme und Elektrizität besorgenden Elektronen insofern dauernd im Metall frei sind, als sie mit den Atomen ihrer Umgebung, von denen sie sich durch Dissoziation getrennt haben, in einer Art von Temperaturgleichgewicht stehen, zu einem Widerspruch mit der Erfahrung führt, indem der Wert für die spezifische Wärme der Metalle, wenn sie richtig wäre, viel größer (bei Silber zehnmal so groß) sein müßte, als er tatsächlich ist. Die andere Theorie, welche voraussetzt, daß die Elektronen nicht dauernd, sondern nur während der kurzen Zeit frei sind, die sie zur Zurücklegung des Weges von einem Atom zum Nachbaratom brauchen, vermeidet diese Schwierigkeit, und ihr ist, da sie alle anderen Beobachtungen ebensogut wie die erste Theorie erklärt, der Vorrang zu geben. Zwei Kapitel über den Aufbau der chemischen Atome aus positiver Elektrizität und negativen Elektronen und deren Anordnung im Atom beschließen das Buch...

Die Lektüre der »Korpuskulartheorie der Materie« ist nicht leicht, aber sie bietet dem, der die Mühe der Durcharbeitung nicht scheut, einen großen Genuß.“

## Die Bindung des atmosphärischen Stickstoffs in Natur und Technik

Von *Dr. P. Vageler* in Königsberg i. Pr. Mit  
16 Abbildungen im Text und auf 5 Tafeln. VIII,  
132 S. 1908. Geh. M 4.50, geb. M 5.20.

---

**Inhaltsverzeichnis.** I. Einleitung. — II. Die Hauptquellen des gebundenen Stickstoffs. — III. Bindung von Stickstoff ohne Mitwirkung von Organismen. — IV. Die Bindung von atmosphärischem Stickstoff durch frei lebende Bakterien. 1. Grundlagen und Vorarbeiten. 2. Clostridium pasteurianum Win. und Verwandte. 3. Die Azotobaktergruppe und sonstige stickstoffsammelnde Bakterien. 4. Stickstoffbindung auf künstlichen Nährböden. — V. Die Stickstoffbindung durch frei lebende Bakterien im Boden. — VI. Stickstoffbindung durch sonstige frei lebende Organismen. — VII. Stickstoffbindung durch Bakterien und sonstige Mikroorganismen im Verein (Symbiose) mit grünen Pflanzen. 1. Grundlagen und Vorarbeiten. 2. Die Züchtung der Knöllchenerreger auf künstlichem Nährboden. 3. Knöllchenbakterien und Wirtspflanzen. — VIII. Die Bodenimpfung mit Knöllchenbakterien. — IX. Leguminosen als Stickstoffsammler in der Praxis. — X. Die Bindung des atmosphärischen Stickstoffs in der Technik. 1. Die Gewinnung des Luftstickstoffs mit Hilfe der Elektrizität. 2. Kalkstickstoff und Stickstoffkalk. — Schlußbetrachtung. — Register.

---

### Aus den Besprechungen.

**Monatsblätter des wissenschaftlichen Clubs in Wien.** „Drohende Erschöpfung der Salpeterfundstätten, zunehmende Verwendung stickstoffhaltiger Düngemittel in der Landwirtschaft, anwachsender Bedarf von Salpetersäure in der chemischen Industrie machen es zu einem der wichtigsten Probleme der Hand in Hand arbeitenden technischen und Naturwissenschaften, sich in der Herstellung stickstoffhaltender und stickstoffabgebender Substanzen von dem gebundenen Stickstoff unabhängig und das unendliche Stickstoffreservoir der atmosphärischen Luft der Menschheit nutzbar zu machen.

Soviel man weiß, wird Stickstoff in der Natur von gewissen Pflanzen assimiliert unter Vermittlung lebender Organismen, lösliche Stickstoffverbindungen bilden sich in geringer Menge in der Luft, aber die fortgeschrittene Technik unserer Zeit hat ein Verfahren gefunden, den fast reaktionsunfähigen trägen Stickstoff der Luft durch Überleiten über erhitzte Karbide technisch zu verwerten und als jüngstes Glied in der Kette epochaler Erfolge der Elektrochemie den Stickstoff der Luft durch Durchleiten im elektrischen Flammbogen zu oxydieren und sodann in lösliche Salze überzuführen.

Das hübsch illustrierte Büchlein, das das 26. Heft der im Viewegschen Verlage erscheinenden Sammlung »Die Wissenschaft« bildet, legt das Hauptgewicht der Darstellung auf die Assimilation des Stickstoffes durch lebende Organismen, welcher Abteil ungefähr die Hälfte der Seitenzahl umfaßt. Die Darstellung ist klar, ungemein populär und gleichzeitig wissenschaftlich, für die Interessenten der Frage, als da sind: Chemiker, Techniker, Landwirte, Volkswirtschaftler und Biologen ist es bestens zu empfehlen.“

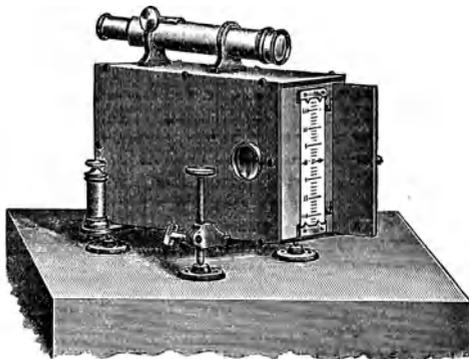
## Die Schwerebestimmung an der Erdoberfläche

Von Prof. Dr. Joh. Bapt. Messerschmitt,  
Konservator des Erdmagnetischen Observatoriums und der  
Erdbebenhauptstation in München. Mit 25 Abbildungen.  
VIII, 158 S. 1908. Geh. M 5.—, geb. M 5.80.

**Inhaltsverzeichnis.** I. Allgemeine Begriffe. 1. Richtung der Schwere. 2. Schwerpunkt. 3. Maß der Schwerkraft. — II. Der freie Fall. 1. Gesetze. 2. Die Schwere wirkt auf alle Körper gleich. 3. Fallmaschinen. — III. Allgemeine Schwere oder Gravitation. — IV. Das Pendel. 1. Mathematisches Pendel. 2. Physisches Pendel. 3. Spezielle Fälle. — V. Bestimmung der Intensität der Schwere durch Pendelmessungen. — VI. Absolute Messungen der Schwerkraft. 1. Fadenpendel. 2. Reversionspendel. — VII. Relative Schwerebestimmung. 1. Sternecksche Pendel. 2. Apparat von Defforges. 3. Andere Apparate. — VIII. Reduktion auf Meereshöhe. — IX. Die normale Schwerkraft in Meereshöhe. — X. Verteilung der Schwere auf der Erde, Konstitution der Erdrinde. — XI. Räumliche und zeitliche Veränderung der Schwerkraft, Krümmungsverhältnisse der Niveauflächen. — XII. Einfluß der Schwerkraft auf die geometrischen Höhenmessungen. — Literatur. — Register.

### Aus den Besprechungen.

Zeitschrift der Gesellschaft für Erdkunde. „Trotz der großen Bedeutung, welche die Schwerebestimmungen an der Erdoberfläche besonders in den drei letzten Jahrzehnten infolge der Vervollkommnung der Beobachtungs-Hilfsmittel und -Methoden gewonnen haben, ist doch die Theorie und Praxis der Messungen in weiten Kreisen so gut wie unbekannt geblieben. Hieran war zum Teil wohl Schuld, daß sich, so weit dem Referenten bekannt ist, in der vorhandenen Literatur kein geeignetes Buch für eine eingehendere, dabei aber keine größeren Ansprüche an die mathematische Vorbildung des Lesers stellende Einführung in das Gebiet der Schweremessungen findet. Diesem Mangel hilft das vorliegende Buch in glücklicher Weise ab...“



## Die Kraftfelder

Von *V. Bjerknes*, Professor der Mechanik und der mathematischen Physik an der Universität Christiania. Mit 29 Abbildungen. XVI, 174 S. 1909. Geh. M 7.—, geb. M 7.80.

---

**Inhaltsverzeichnis:** Einleitung. 1. Kapitel. Kinetischer Auftrieb. 2. Kapitel. Die Kraft gegen einen pulsierenden Körper. 3. Kapitel. Felder und Fernwirkungen pulsierender Körper. 4. Kapitel. Flüssigkeitsbewegungen, erzeugt durch die Impulse äußerer Kräfte. 5. Kapitel. Felder und scheinbare Fernwirkungen oszillierender Körper. 6. Kapitel. Grenzflächenbedingungen an Heterogenitätsstellen. 7. Kapitel. Heterogenes flüssiges System mit undurchdringlichen Körpern. 8. Kapitel. Umriss der Theorie der Vektorfelder. 9. Kapitel. Über schwingende Bewegungen. 10. Kapitel. Die Grundgleichungen des hydrodynamischen Feldes mit undurchdringlichen Körpern. 11. Kapitel. Hydrodynamische Kraftfelder mit durchströmten Körpern. 12. Kapitel. Kraftfelder in flüssigen Medien mit gyrostatischen Eigenschaften.

---

### Aus den Besprechungen.

**Annalen der Elektrotechnik.** „Seit der Zeit Newtons pflegten die Physiker ihren Erklärungen der physikalischen Erscheinungen durchgehend die Vorstellung von Fernwirkungen zugrunde zu legen. Erst Faraday stellte dieser Auffassung die Idee des Kraftfeldes gegenüber. Nach ihm legte Maxwell in seinen berühmten Gleichungen die formalen Beziehungen des elektromagnetischen Kraftfeldes zu Raum und Zeit fest. Diese Theorie Maxwells erhielt durch die klassischen Versuche von H. Hertz eine glänzende Bestätigung, die den Erfolg hatte, daß von jetzt ab die Vorstellung von Kraftfeldern die Fernwirkungshypothese vollständig verdrängte. Was uns die Maxwellsche Theorie in endgültiger Form gegeben hat, ist aber nur die formale Beziehung der elektrischen und magnetischen Vektorgrößen zu Raum und Zeit. Über die innere Natur der Kraftfelder weiß man auch durch sie nichts Näheres. Das hier vorliegende Buch enthält in übersichtlicher Zusammenstellung die Resultate einer langen Reihe von Forschungen, welche unternommen sind mit dem Ziele, womöglich Licht auf diese dunkle Frage zu werfen. Unmittelbarer Gegenstand der Untersuchung sind nicht die elektromagnetischen Kraftfelder selbst, sondern ihnen analoge Felder, die in bewegten Flüssigkeiten und in Medien mit gewissen Elastizitätseigenschaften auftreten. Für das Studium dieser Felder hat der Verfasser neue Methoden geschaffen, welche eine einfache Ableitung der früher schwer zugänglichen Resultate gestatten. In sehr einfacher Weise entwickelt er die Theorie zweier Klassen von hydrodynamischen Felderscheinungen, der C. A. Bjerknesschen, wo schwingende, und der Euler-Kelvinschen, wo stationäre Bewegung der Flüssigkeit zugrunde liegt. Die bekannte, in beiden Fällen auftretende Analogie mit elektrostatischen oder magnetischen Feldern wird eingehend dargelegt, und die zur Verifikation der Resultate dienenden Versuche werden beschrieben. Als unmittelbare Fortsetzung dieser hydrodynamischen Untersuchung entwickelt der Verfasser die Theorie ähnlicher Kraftfelderscheinungen in Medien mit Elastizität der eigentümlichen gyrostatischen Art, welche Mac Cullagh zur Erklärung optischer, und Lord Kelvin zur Veranschaulichung elektrodynamischer Erscheinungen einführt und die nach ihnen viele Forscher benutzt haben, um mechanische Bilder der allgemiesten elektromagnetischen Felderscheinungen zu konstruieren.“

## **Physiologie der Stimme und Sprache**

Von **Prof. Dr. Hermann Gutzmann** in Berlin.  
Mit 92 zum Teil farbigen Abbildungen im Text  
und auf 2 Tafeln. X, 208 S. 1909. Geh. M 8.—  
geb. M 9.—

**Inhaltsverzeichnis.** I. Physiologie der Atmung und Stimme. A. Anatomische Vorbemerkungen. 1. Atmung. 2. Stimme. B. Die Atembewegungen beim Sprechen. 1. Registrierung der Atembewegungen. 2. Typus der normalen Sprechatmung. Registrierung des Atemvolumens beim Sprechen. C. Die Stimme. 1. Bildung der Stimme. 2. Tonhöhe und Tonstärke. 3. Register. 4. Genauigkeit der Stimme. 5. Stimmeinsätze. 6. Stimmlage und Stimmumfang. 7. Flüsterstimme u. Bauchrednerstimme. — II. Physiologie der Sprachlaute. A. Anatomische Vorbemerkungen. Der Aufbau des Ansatzrohres. B. Die Physiologie des Ansatzrohres: 1. Klanganalyse der Sprachlaute: a) Analyse der menschlichen Stimme durch einfaches Hören. b) Graphische Analyse der Klänge. c) Klangkurven. d) Analyse der Klangkurven. e) Resultate der Klanganalyse. f) Theorie der Vokale. g) Synthese der Vokale. h) Analyse der Konsonanten. 2. Formen und Bewegungen des Ansatzrohres: a) Analyse der Sprachbewegungen durch Beobachten. b) Analyse der Sprachbewegungen durch registrierende Instrumente: Akustische Registrierung; Optische Registrierung; Direkte Meßmethoden. c) Anwendung der Registrierung auf die einzelnen Bewegungen: Luftbewegung der Artikulation; Kehlkopfbewegungen; Unterkieferbewegungen; Zunge und Mundboden; Gaumensegel; Lippen. d) Apparate für die Gesamtaufnahme der Artikulationsorgane. e) Färbemethoden. 3. Die Sprachlaute: a) Vokale und Konsonanten. b) Die Vokale. c) Die Konsonanten: Verschlusslaute, Media und Tenus; Reibelaute; *L*-Laute; *R*-Laute; Resonanten; Laute des vierten Artikulationsystems; Kehlkopflaute; Schnalzlaut (Claxe). d) Die Sprachlaute in der Verbindung: Doppelvokale und Doppelkonsonanten; Silbe, Wort, Satz. 4. Die Akzente der Sprache. 5. Die phonetische Schrift. — Literaturverzeichnis.

### **Aus den Besprechungen.**

**Berliner klinische Wochenschrift.** „Wie sehr Verfasser den Gegenstand beherrscht, geht aus der Klarheit seiner Darstellungen hervor; die Schilderung der an sich oft recht schwierigen Forschungsmethoden und die Deutung der Resultate läßt dem Leser manches einfach und verständlich erscheinen, was in Wirklichkeit nur durch mühsame Arbeit klargelegt werden konnte. Das Literaturverzeichnis enthält 263 Nummern. Das Buch ist unentbehrlich für den Spracharzt, den Laryngologen und für den Physiologen, ferner für den Taubstummenlehrer, für den Gesangspädagogen und den Lehrer der Rhetorik; aber auch für die Philologen, Linguisten und Phonetiker enthält es viel Wissenswertes. Vielleicht bekehrt es auch den einen oder anderen jener rückständigen Philologen, welche die experimentelle Phonetik noch nicht als Wissenschaftszweig anerkennen wollen. Für jeden Arzt aber wird die Lektüre des Buches, dem wir ein glänzendes Prognostikon stellen, belehrend und genußreich sein.“

**Medizinische Klinik.** „... Durch seine eingehende, durch zahlreiche eigene Spezialforschungen begründete Orientierung auf diesem Wissensgebiet ist in der Tat Gutzmann in hervorragender Weise berufen und befähigt, die Kernpunkte zu erkennen und herauszuheben und eine wirklich gute Darstellung dieser für den Arzt und den Psychologen, Physiologen und den Physiker gleich wichtigen Materie zu geben. Das Buch kann der Beachtung derjenigen, welche in diesem und den angrenzenden wissenschaftlichen Gebieten arbeiten, nur warm empfohlen werden.“

# Die atmosphärische Elektrizität

## Methoden und Ergebnisse der modernen luftelektrischen Forschung

Von **H. Mache**, a. o. Prof. a. d. Techn. Hochschule in Wien,  
und **E. v. Schweidler**, a. o. Prof. a. d. Universität in Wien.  
Mit 20 Abbildungen. XI, 247 S. 1909. Geh.  
M 6.—, geb. M 6.80.

---

**Inhaltsverzeichnis.** 1. Kapitel. Das elektrische Feld der Atmosphäre. Allgemeine Eigenschaften des Feldes. Instrumentarium zur Messung des Potentialgefälles. Methode der Messung des Potentialgefälles am Erdboden. Reduktion auf die Ebene. Methode der Messung des Potentialgefälles im Ballon. Beobachtungsergebnisse. — 2. Kapitel. Die Elektrizitätsleitung der Atmosphäre. Coulombs Zerstreungsgesetz. Der Elster-Geitelische Zerstreungsapparat. Grundzüge der Ionentheorie. Anwendung der Ionentheorie auf die Apparate zur Bestimmung der Leitung der freien Atmosphäre: 1. Der Elster-Geitelische Zerstreungsapparat mit Schutzzylinder. 2. Der Elster-Geitelische Zerstreungsapparat ohne Schutzzylinder. 3. Scherings Zerstreungsapparat. 4. Gerdiens Aspirator. Beobachtungsergebnisse: a) Zerstreungsbeobachtungen mit Schutzzylinder; b) Zerstreungsmessungen mit freistehendem Zerstreungskörper; c) Absolute Messungen des Leitvermögens. — 3. Kapitel. Die Ionen der Atmosphäre. Ionenzahl, Eberts Aspirator. Ionenbeweglichkeit. Wiedervereinigung der Ionen (Molisierung). Adsorption und Diffusion der Ionen. — 4. Kapitel. Die Ionisatoren und Elektrisatoren der Atmosphäre. A. Elektrisierung und Ionisierung beim Zerspritzen von Wasser in Luft. B. Elektrisierung durch die Emission von Elektronen von belichteten Oberflächenteilen der Erde. Lichtelektrische Aktinometrie. C. Ionisierung durch ultraviolettes Licht. D. Ionisierung durch Becquerelstrahlung: a) Die radioaktiven Substanzen; b) Das Vorkommen radioaktiver Substanzen auf der Erde und in der Atmosphäre: I. Allgemeine Verbreitung radioaktiver Substanzen im Erdboden; Radioaktivität von Gesteins- und Erdarten; Radioaktivität der Bodenluft; Radioaktivität der Quellen. II. Vorkommen radioaktiver Emanationen und deren Zerfallsprodukte in der Atmosphäre. III. Die Bedeutung der radioaktiven Substanzen für die Ionisation der Atmosphäre. — 5. Kapitel. Elektrische Strömungen in der Atmosphäre. A. Der normale vertikale Leitungsstrom. B. Der durch die Zerfallsprodukte des Radiums und Thoriums getragene Strom. C. Konvektionsströme durch Luftbewegung. D. Konvektionsströme durch Niederschläge; Wilsons Kondensations-theorie. E. Summation der elektrischen Vertikalströme in der Atmosphäre. — 6. Kapitel. Leuchtende Entladungen in der Atmosphäre. A. Elektrische Gasentladungen im allgemeinen. B. Leuchtende Entladungen bei Gewittern: I. Die Entladungsformen bei Gewittern. II. Ionentheoretische Einordnung der natürlichen Entladungen. III. Die meteorologischen Bedingungen des Entstehens leuchtender Entladungen. C. Das Polarlicht. — 7. Kapitel. Theorien der atmosphärischen Elektrizität. — Literaturnachweis.

---

### Aus den Besprechungen.

Elektrotechnische Zeitschrift. „In knapper, aber sehr klarer Form wird in diesem Buche geschildert, welcher Methoden sich die jetzige luftelektrische Forschung bedient, um die elektrischen Vorgänge in der Atmosphäre zu untersuchen, welche Ergebnisse allgemeinen Charakters dabei gewonnen wurden und welche Voraussetzungen theoretischer Natur sich als heuristisch wertvoll erwiesen haben...“

## *Das Klimaproblem der geologischen Vergangenheit u. histor. Gegenwart*

*Von Dr. Wilh. R. Eckardt, Assistent am meteorolog.  
Observatorium und der öffentl. Wetterdienststelle Aachen.  
Mit 18 Abbildungen und 4 Karten. XI, 183 S. 1909.  
Geh. M 6.50, geb. M 7.10.*

---

**Inhaltsverzeichnis.** Das Klimaproblem der geologischen Vergangenheit und historischen Gegenwart. Einleitung: Zweck und Bedeutung des Gegenstandes. Das Verhältnis der Geographie zu den Naturwissenschaften, insbesondere zur Geologie. Die Bedeutung der Ergebnisse der geologischen Forschung für die Geographie. Die Klimatologie. — Die Bodenbildung unter dem Einflusse des Klimas: Die mechanische Zerstörung des festen Gesteins. Die chemische Zersetzung desselben. — Das Klima der geologischen Vergangenheit. — Das Klima im Paläozoikum. — Die präkarbonen Perioden. — Das Karbon. — Die permokarbone Eiszeit und die Glossopterisflora. — Das Klima im Mesozoikum, besonders in der Jura- und Kreideperiode. — Das Klima in der Tertiärzeit. — Die diluviale Eis- oder Schneezeit. — Die Änderungen des Klimas in historischer Zeit, insbesondere das Austrocknungsproblem. — Der Einfluß des Waldes, bzw. einer Vegetationsdecke auf das Klima und den Wasserabfluß: a) Der Einfluß des Waldes auf die Temperaturverhältnisse. b) Der Einfluß des Waldes auf die Niederschläge. — Die Klimaschwankungen; Klima und Wirtschaft. — Die allgemeine Konstanz des heutigen Klimas. — Wichtige Aufgaben der Meteorologie und Klimatologie. — Literaturangaben.

---

### **Aus den Besprechungen.**

**Globus.** „Der Verfasser hat sich die Aufgabe gestellt, die Klimate der geologischen Vergangenheit nicht, wie es nach seiner Ansicht seither fast nur geschehen, von rein geologischem Standpunkt, sondern von der allgemein naturwissenschaftlichen Seite zur Darstellung zu bringen. Er kommt dabei zu dem Schluß, daß die gesamten klimatischen Änderungen der geologischen Vorzeit, die in großen Zügen dargestellt werden, sich aus rein meteorologischen Verhältnissen erklären lassen, die ihrerseits wieder als Folgen von Polverschiebungen infolge geologischer Veränderungen auf der Erde aufgefaßt werden. Eine periodische Wiederkehr von Kältewellen im Permokarbon, Diluvium usw. sowie eine gleichmäßige Temperierung in früherer Zeit und erst spätere Differenzierung der Klimate wird abgelehnt und dagegen behauptet, daß schon von früherer Zeit her Zonen auf der Erde bestanden, wenn ihre Unterschiede vielleicht auch zeitweise nicht so ausgeprägt waren wie heute. Der Abschnitt über die Änderungen des Klimas in historischer Zeit behandelt vor allem den Einfluß des Waldes auf das Klima bzw. den Zusammenhang dieser beiden. Eine Klimaänderung seit historischen Zeiten ist nach Eckardt nicht nachweisbar. Der Schlußabschnitt weist kurz auf die außerordentliche Wichtigkeit der Erforschung der klimatologischen Bedingungen des Pflanzenwuchses sowie sonstiger klimatologischer Beobachtungen hin.“

## **Lichtbiologie. Die experimentellen Grundlagen der modernen Lichtbehandlung**

Zusammengestellt von **Dr. med. Albert Jesionek**,  
Professor an der Universität Gießen. VIII, 177 S. 1910. Geh.  
M 4.—, geb. M 4.80.

---

**Inhaltsverzeichnis.** Einleitung. Allgemeine Bemerkungen über das Licht. — Die Einwirkung des Lichtes auf die Pflanzenwelt. — Die Einwirkungen des Lichtes auf die Bakterien. — Die Reizwirkung des Lichtes auf Bakterien und andere Mikroorganismen. — Die photodynamische Erscheinung. — Einwirkungen des Lichtes auf höhere Tiere. — Einwirkung des Lichtes auf die Haut des Menschen: Sonnenbrand und Gletscherbrand. Erfahrungen der Polarfahrer. Hautentzündung durch elektrisches Licht. Experimentelle Untersuchungen von Widmarck, Hammer, Finsen. Physiologisches Verhalten der Haut. Hautröte. Hautpigment. Hornfarbe und Epidermistrübung. Haare. Tiefenwirkung. Penetrationsfähigkeit der einzelnen Strahlen. Penetrationsfähigkeit der ultravioletten Strahlen. Kleidung. Hitzschlag. — Die histologischen Veränderungen im belichteten Hautgewebe. — Das Licht als Ursache von Hautkrankheiten: Lichtentzündung. Schutzmaßnahmen. Hydroa aestivalis. Xeroderma pigmentosum. Sommersprossen, Warzen, Pellagra. Blattern. Rotlichtbehandlung. Lichtbehandlung nach Finsen. — Einwirkungen des Lichtes auf das Blut und auf den Stoffwechsel: Lichtregulierung. Quinckes und Behrings Experimente. Lumineszenz des Blutes. — Einwirkungen des Lichtes auf das Nervensystem: Experimente mit farbigem Licht. „Sinnlich-sittliche Wirkung“ der Farben nach Goethe.

---

### Aus dem Vorworte.

„...In diesem Werkchen beabsichtige ich nun keineswegs vom ärztlichen Standpunkte aus die verschiedenen Arten und Methoden der Lichtbehandlung in allen ihren Einzelheiten zu schildern und meine subjektiven Ansichten über den Wert und Unwert der verschiedenen lichttherapeutischen Bestrebungen ausführlich zu erörtern. Der Zweck meiner Ausführungen ist der, irrthümlichen Vorstellungen entgegen zu treten und denjenigen, die sich für diese Fragen interessieren, zu zeigen, daß sich die medizinische Forschung mit den Wirkungen des Lichtes auf die belebte Natur aufs eifrigste beschäftigt und bestrebt ist, aus dem Studium des Lichtes und seiner Eigenschaften für den kranken und für den gesunden Menschen möglichst viel Vorteil zu ziehen. Dabei habe ich es mir angelegen sein lassen, aus der reichhaltigen Fülle der Literatur nur diejenigen Arbeiten zusammenzustellen, welche in die Beziehungen des Lichtes zum Leben uns einen sicheren Einblick gewähren und hinsichtlich der praktischen Verwertung des Lichtes zu grundlegenden Ergebnissen geführt haben. Auch mag diese Darstellung dazu dienen, den Leser über die weitausgebreiteten Bahnen und oft verschlungenen Pfade zu unterrichten, auf welchen sich die lichtbiologische Forschung bewegt. Nicht die verschiedenen Arten der Lichtbehandlung selbst, sondern vielmehr ihre Grundlagen, die in den verschiedenen Gebieten naturwissenschaftlicher Erkenntnis wurzeln, bilden den Gegenstand unserer Betrachtungen.“

## *Die physikalisch-chemischen Eigenschaften der Legierungen*

*Von Bernhard Dessau, a. o. Professor der Physik  
an der Universität Perugia. Mit 82 Abbildungen im  
Text und auf 3 Tafeln. VIII, 208 S. 1910. Geh.  
M 7.—, geb. M 8.—.*

---

**Inhaltsverzeichnis.** I. Einleitung. — II. Allgemeines über Zweistoffsysteme. § 1. Heterogene Gleichgewichte. § 2. Gegenseitige Löslichkeit zweier Stoffe. § 3. Erkaltungs- und Erwärmungskurven. Schmelzdiagramme eines Zweistoffsystems ohne chemische Verbindungen und polymorphe Umwandlungen. mit vollständiger Mischbarkeit der Komponenten im flüssigen, vollständiger Nichtmischbarkeit im kristallisierten Zustande. § 4. Die Komponenten des Systems bilden miteinander eine unzersetzt schmelzbare chemische Verbindung, die im kristallisierten Zustande mit den Komponenten nicht mischbar ist. § 5. Die Verbindung schmilzt unter Zersetzung. § 6. Die Komponenten des Systems bilden keine chemische Verbindung, sind aber sowohl im flüssigen wie im kristallisierten Zustande in allen Verhältnissen miteinander mischbar. § 7. Die Komponenten sind im kristallisierten Zustande schon bei der Schmelztemperatur nur beschränkt ineinander löslich. § 8. Beschränkte Mischbarkeit im flüssigen Zustande. § 9. Polymorphe Umwandlungen. — III. Untersuchungsmethoden. § 1. Thermische Analyse. § 2. Metallographie. § 3. Dilatometrische und kalorimetrische Methoden. — IV. Binäre Legierungen. § 1. Legierungen ohne chemische Verbindung der Komponenten. § 2. Binäre Legierungen mit Verbindungen. § 3. Verbindungsfähigkeit und Isomorphismus der Metalle. — V. Ternäre Legierungen. — VI. Die gewerblich wichtigsten Legierungen. § 1. Eisen und Kohlenstoff. § 2. Legierungen des Kupfers. — VII. Die physikalischen Eigenschaften. § 1. Mechanische und thermische Eigenschaften. § 2. Elektrische Leitfähigkeit. § 3. Der Magnetismus der Legierungen. § 4. Elektrolytische Lösungstension und elektromotorische Kraft. — Register.

### Aus dem Vorwort.

„Die Zahl der Untersuchungen über die Konstitution und die Eigenschaften der Legierungen ist in den letzten Jahren so sehr angewachsen, daß der Überblick für denjenigen, der sich nicht speziell mit dem Gegenstande beschäftigt, immer schwieriger wird. Und doch bietet gerade dieses Kapitel der physikalischen Chemie nicht nur für die Chemiker und Technologen, von denen die wissenschaftliche Erforschung desselben in erster Linie betrieben wurde, sondern auch für den Physiker ein hervorragendes Interesse. Der Versuch, das einschlägige Material zusammenfassend darzustellen, bedarf darum kaum einer Rechtfertigung. Der jetzige Zeitpunkt erschien hierfür um so geeigneter, als die Klarlegung der Konstitution der binären Legierungen dank den Arbeiten Tammanns und seiner Schüler gegenwärtig zu einem gewissen Abschlusse gediehen und damit auch für das Studium der Legierungen von mehr als zwei Komponenten, sowie für die systematische Bearbeitung des Zusammenhanges zwischen den verschiedenen Eigenschaften und der Konstitution der Legierungen erst die rationelle Grundlage gewonnen ist. In dieser Hinsicht mag die vorliegende Arbeit auch zu weiterer Forschung anregen, wenngleich begreiflicherweise die Originaluntersuchungen weder alle berücksichtigt, noch in Form von Literaturangaben sämtlich erwähnt werden konnten. Vollständigkeit wurde nur insofern angestrebt, als die verschiedenen Typen, denen man bei der Untersuchung der Konstitution der Legierungen begegnet, an charakteristischen Beispielen erläutert wurden..“

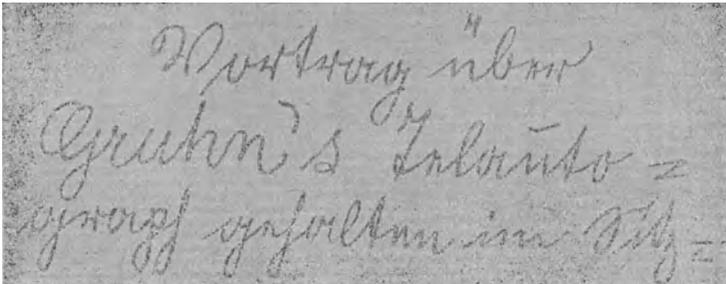
## **Die elektrische Fernübertragung von Bildern**

Von **Dr. Robert Pohl**, Assistenten am Physikalischen  
Institut der Universität Berlin. Mit 25 Abbildungen.  
VIII, 45 S. 1910. Geh. M 1.80, geb. M 2.50.

**Inhaltsverzeichnis.** Einleitung. — 1. Kapitel. Die Möglichkeiten der elektrischen Zeichenübertragung. — 2. Kapitel. Über Synchronismus. Zerlegung der Bilder in Flächenelemente. Uhrwerke. Casellis Pendelsynchronisierung. Nebenschlußmotore mit Zentrifugalregulatoren. Synchronisierung des Hughes-Apparates. Synchronisierung mit Korrektionsströmen. — 3. Kapitel. Kopiertelegraphen für einen Leitungsdraht. Allgemeine Ausführung. Bakewells Kopiertelegraph. Casellis Pantelegraph. Kopiertelegraphie mittels elektrischer Wellen. — 4. Kapitel. Kopiertelegraphen für zwei Leitungsdrähte. Telautographen. — 5. Kapitel. Apparate für elektrische Fernphotographie (I. Teil). Unterschied von den Kopiertelegraphen. Einteilung der Apparate. Die Empfangsapparate. Sender für Reliefbilder. Herstellung der Reliefs. Benutzung elektrischer Wellen. — 6. Kapitel. Apparate für elektrische Fernphotographie (II. Teil). Sender mit Selenzellen. Selen und Selenzellen. Selenträgheit und Kompensation. Erste Versuche mit Selen sendern. Apparat Bidwells. Empfänger Korns. — 7. Kapitel. Vergrößerung der Übertragungsgeschwindigkeit.

### **Vorwort.**

„Die große Beachtung, die das Problem der elektrischen Fernübertragung von Zeichnungen und Bildern in weiteren Kreisen gefunden hat, ließ es den Herausgebern der »Wissenschaft« wünschenswert erscheinen, eine Darstellung der bisherigen Entwicklung des Problems in die Sammlung aufzunehmen. Für eine derartige zusammenfassende Darstellung ist die größte Kürze geboten... Es liegt in der Natur des Problems, daß sich die Ausführungen zum Teil auf technischem Gebiete bewegen müssen. Doch habe ich mich bemüht, alle rein konstruktiven Einzelheiten auszuschalten, wiewohl in diesen zurzeit die eigentlichen praktischen Schwierigkeiten liegen und gerade in der technischen Durcharbeitung der Fortschritt dieser im Prinzip schon seit vielen Jahrzehnten bekannten Apparate zu suchen ist.“



## **Die elektrischen Erscheinungen** *in metallischen Leitern (Leitung, Thermoelektrizität, Galvanomagnetische Effekte, Optik)*

Von **Dr. K. Baedeker**, a. o. Professor an der Universität Jena. Mit 25 Abbildungen. VIII, 146 S. 1911. Geh. M 4,—, geb. M 4,80.

---

**Inhaltsverzeichnis.** Einleitung. Wesen der metallischen Leitung. Übersicht über die behandelten Erscheinungen. Prinzipien der theoretischen Behandlung. Elektronentheorie der metallischen Leitung. Einführung des Maxwell'schen Verteilungssatzes nach Lorentz. Elektronenemission glühender Körper. — 1. Kapitel. Die Elektrizitätsleitung in Metallen. Allgemeines. Elektronentheorie der Leitung. Messung der Leitfähigkeit. Beobachtungsergebnisse über das elektrische Leitvermögen. Wirkung der Temperatur auf die Elektrizitätsleitung der reinen Metalle. Die Abhängigkeit des Leitvermögens von der Temperatur bei schlechten Leitern. Wirkung des Drucks auf das elektrische Leitvermögen. Veränderung des Leitvermögens beim Wechsel des Aggregatzustands. Leitfähigkeit bei Modifikationsänderungen. Die Elektrizitätsleitung in Legierungen. Legierungen mit gegenseitiger Löslichkeit der Komponenten. Legierungen, welche Verbindungen enthalten. Wirkung der Temperatur auf das Leitvermögen der Legierungen. Zur Theorie der Leitung in Legierungen. — 2. Kapitel. Die Wärmeleitung in Metallen. Elektronentheorie der Wärmeleitung. Beobachtung des Wärmeleitvermögens und des Leitverhältnisses. Spezielle Beobachtungsergebnisse über Wärmeleitung und Leitverhältnis. — 3. Kapitel. Die thermoelektrischen Erscheinungen. Die Messung thermoelektrischer Kräfte und ihre Ergebnisse. Thermoelektrizität der Legierungen und Verbindungen. Einfluß des Druckes auf die thermoelektrische Kraft. Der Peltiereffekt. Der Thomsoneffekt. Thermodynamische Behandlung der thermoelektrischen Erscheinungen. Die Elektronentheorien der Thermoelektrizität. — 4. Kapitel. Die galvanomagnetischen und thermomagnetischen Erscheinungen. Allgemeines über Transversaleffekte. Die Beobachtung der Transversaleffekte und ihre Ergebnisse. Die Longitudinaleffekte. Wechselstrom-Gleichstromeffekt am Wismut. Zur Theorie der galvanomagnetischen Erscheinungen. — 5. Kapitel. Optische Eigenschaften der metallischen Leiter. Die optischen Konstanten der Metalle. Theorie der elektromagnetischen Wellen in Leitern. Elektronentheorie der langwelligen Metallstrahlung von H. A. Lorentz. Die Beobachtung der Emission und Reflexion der Metalle im langwelligen Spektrum. Die Dispersion der Metalle.

---

### **Aus dem Vorwort:**

„Die elektrischen Eigenschaften der metallischen Leiter finden sich in den Lehrbüchern in der Regel an verschiedenen Stellen zerstreut untergebracht. Die rasche Entwicklung der Elektrizitätslehre, insbesondere die der Elektronenlehre im letzten Jahrzehnt gab auch auf diesem Gebiete eine solche Erweiterung des Tatsachenmaterials und eine so große Reihe gemeinsamer Gesichtspunkte, daß die in diesem Buche unternommene zusammenfassende Darstellung berechtigt erschien. Für die gewählte Darstellung war es wesentlich, daß die Theorie noch nicht in gleichem Maße, wie in anderen Gebieten die Grundlage und den Zusammenhang der Erscheinungen zu geben beanspruchen kann. An zwei Stellen wurde etwas mehr auf Einzelheiten eingegangen: bei der Richardsonschen Theorie der Elektronenemission durch glühende Leiter, die ich zum Teil als Grundlage für eine neue Theorie der Thermoelektrizität benutzte, und in diesem letzteren Kapitel selbst . . . Die experimentellen Ergebnisse des behandelten Gebiets sind ausführlicher wiedergegeben. Hier wurde eine gewisse Vollständigkeit, besonders in den Zahlenangaben, erstrebt . . . Auch wurde Wert darauf gelegt, besonders die in den verbreiteten Handbüchern und Tabellen nicht enthaltenen Zahlen wiederzugeben . . .“

# Grundlagen der praktischen Metronomie

Von *Prof. Dr. Karl Scheel*, *Mitgl. der Physikalisch-  
technischen Reichsanstalt. Mit 39 Abbildungen. XII,  
168 S. 1911. Geh. M 5,20, geb. M 6,—*

---

**Inhaltsverzeichnis.** Einleitung. § 1. Maßeinheiten. § 2. Einheit der Zeit. § 3. Einheiten der Länge und der Masse. § 4. Aufgaben der Metronomie. § 5. Ältere Einheiten für Länge und Maße. § 6. Vereinheitlichung des Maßsystems. Das Meter. § 7. Das Kilogramm. § 8. Das Raumaß. Kubikdezimeter und Liter. § 9. Ausbreitung des metrischen Maßsystems. § 10. Tätigkeit des Bureau international des Poids et Mesures. — I. Abschnitt. Längenmessungen. § 11. Strichmaße und Endmaße. § 12. Einfache Längenmessungen an Strichmaßen. § 13. Mikroskop. § 14. Nonius. § 15. Schraubenmikrometer. § 16. Okularmikrometer. § 17. Komparator. § 18. Transversalkomparator. § 19. Kathetometer. § 20. Longitudinalkomparator. § 21. Schraubenteilmaschine. § 22. Herstellung von Teilungen. § 23. Untersuchung von Teilungen. § 24. Fehler und Korrektion. § 25. Bestimmung der inneren Teilungsfehler nach der Methode von Hansen. § 26. Erweiterte Hansensche Methode. § 27. Methode des Durchsiebens (Thiesen, Leman). § 28. Fehler von Schrauben. § 29. Fortschreitende Schraubenfehler. § 30. Periodische Schraubenfehler. § 31. Formen der Endmaße. § 32. Anschluß der Endmaße an Strichmaße. § 33. Vergleichung und Unterteilung von Endmaßen. § 34. Mikrometerschraube. § 35. Meßmaschinen. § 36. Sphärometer. § 37. Messung der Höhenunterschiede von Quecksilberfüßen. — II. Abschnitt. Einfluß der Temperatur bei den Längenmessungen. Wärmeausdehnung. § 38. Material der Maßstäbe. § 39. Normaltemperatur eines Maßstabes. § 40. Temperaturskala. § 41. Quecksilberthermometer. § 42. Platinthermometer. § 43. Thermoelement. § 44. Messung der Wärmeausdehnung auf dem Komparator. § 45. Beispiel für eine Ausdehnungsbestimmung. § 46. Messung der Wärmeausdehnung nach der Interferenzmethode. § 47. Messung der Ausdehnung durch Wägung. § 48. Bäder konstanter Temperatur. — III. Abschnitt. Massenmessungen. § 49. Allgemeine Aufgabe. § 50. Die gleicharmige Waage. § 51. Beispiele von Wagenkonstruktionen. § 52. Gleichgewichtslage der Waage. § 53. Wägung durch Substitution nach Borda. § 54. Wägung durch Vertauschen nach Gauß. § 55. Vollständige Wägung. § 56. Vergleichung mehrerer nahe gleicher Massen. § 57. Massennormale. § 58. Massensätze und ihre Etalonierung. — IV. Abschnitt. Einfluß äußerer Verhältnisse auf die Wägungen. Ihre Berücksichtigung. § 59. Änderung der Schwere mit der Höhe. § 60. Einfluß der Luftdichte. § 61. Bestimmung der Luftdichte aus meteorologischen Beobachtungen. § 62. Messung der Lufttemperatur. § 63. Messung des Luftdrucks. § 64. Messung der Spannkraft des Wasserdampfes. § 65. Experimentelle Bestimmung der Luftdichte während der Wägung. § 66. Wägungen im Vakuum. § 67. Aufbau von Massen beliebigen Volumens. — V. Abschnitt. Raummessungen. § 68. Volumenbestimmung durch Linearmessung. § 69. Pyknometer. § 70. Volumen aus Masse und Dichtigkeit. § 71. Volumenbestimmung durch Wägung in einer Flüssigkeit. § 72. Dichte des Wassers. § 73. Ausführung hydrostatischer Wägungen. § 74. Bestimmung der kubischen Ausdehnung eines Körpers durch hydrostatische Wägung. § 75. Bestimmung eines Gefäßinhalts durch Wägung. § 76. Bestimmung der Wärmeausdehnung eines Hohlkörpers durch Wägung. § 77. Dichte des Quecksilbers. § 78. Volumenometer. § 79. Bestimmung äußerer Volumina mit dem Volumenometer. — VI. Abschnitt. Sicherungen des metrischen Maßsystems. § 80. Interferenzerscheinungen. § 81. Auswertung des Meters in Lichtwellenlängen. Versuche von Michelson. § 82. Versuche von Benoit, Fabry und Perot. § 83. Anschluß der Masseneinheit an die Längeneinheit.

---

## **Vergleichende Mond- und Erdkunde**

Von **Dr. Siegmund Günther**, Professor an der  
Technischen Hochschule München. Mit 28 Textabbild.  
und 4 Tafeln. XI, 193 S. 1911. Geh. M 5,—,  
geb. M 5,80.

---

**Inhaltsverzeichnis.** I. Abschnitt. Die Pluralitätshypothesen im allgemeinen. — II. Abschnitt. Die Berechtigung einer vergleichenden Oberflächenkunde von Erde und Mond. — III. Abschnitt. Vergleiche zwischen beiden Weltkörpern in vor- teleskopischer Zeit. — IV. Abschnitt. Galilei und Kepler. — V. Abschnitt. Die Ausbildung der Selenographie im 17. und 18. Jahrhundert. — VI. Abschnitt. Die lunare Pluralitätshypothese. — VII. Abschnitt. Die teleskopische Mondbeobachtung im 19. und beginnenden 20. Jahrhundert. — VIII. Abschnitt. Die Mondphotographie und die physikalische Mondforschung überhaupt. — IX. Abschnitt. Die Mondoberfläche auf Grund der Gegenwarterkenntnis betrachtet. — X. Abschnitt. Der lunare Vulkanismus. — XI. Abschnitt. Tektonische Dislokationen auf dem Monde. — XII. Abschnitt. Die Streitfrage nach den rezenten Veränderungen auf dem Monde. — XIII. Abschnitt. Mondoberfläche und Meteorikörper. XIV. Abschnitt. Zusammenfassender Rückblick. — Namensverzeichnis.

---

### Aus dem Vorwort.

„Die vorliegende Schrift ist dazu bestimmt, einen Gedanken weiter auszuführen, welchen der Verfasser vor einer Reihe von Jahren (1899) in der „Umschau“ kurz skizziert hat. Von den ältesten Zeiten an soll der Gedanke, im Monde sei „eine zweite Erde“ anzuerkennen, durch die Jahrhunderte verfolgt werden, um zuletzt zu zeigen, daß in der Tat mit gutem Rechte ein Vergleich zwischen Mond- und Erdkunde gezogen werden kann, der in sich volle Berechtigung besitzt, sobald man nicht in den freilich sehr gefährlichen und wiederholt begangenen Irrtum verfällt, Analogie mit Identität zu verwechseln. Eine große Schwierigkeit bestand darin, aus der so ungemein reichhaltigen und verzweigten Literatur nur diejenigen Materien auszuheben, welche für unseren Zweck unmittelbar bedeutsam sind, während eine Fülle einschlägiger Veröffentlichungen nicht für den Geographen, sondern ausschließlich für den Astronomen von Wichtigkeit ist. Inwieweit dieses Streben vom Erfolge gekrönt war, das zu beurteilen muß anderen Stellen überlassen bleiben. Daß Puiseux' oft zitiertes Werk sich nach Ziel und Inhalt mit dieser Arbeit nur sehr teilweise deckt, zeigt die Lektüre....“

## Das Relativitätsprinzip

Von **Dr. M. Laue**, Privatdozent für theoretische Physik an der Universität München. Mit 14 Abbildungen, X, 208 S., 1911. Geh. M 6,50, geb. M 7,20.

---

**Inhaltsverzeichnis.** I. Die Problemstellung. § 1. Die Relativitätsprinzipie der klassischen Mechanik und der Elektrodynamik. § 2. Die empirischen Grundlagen für die Elektrodynamik bewegter Körper. Induktion. Wilsonscher Versuch. Rowlandscher Versuch. Versuche von Röntgen und Eichenwald. Fizeauscher Versuch. Aberration. Dopplereffekt. Michelsonscher Versuch. Andere Versuche über den Einfluß der Erdbewegung. Dynamik des Elektrons. — II. Die älteren Theorien der Elektrodynamik bewegter Körper. § 3. Historische Übersicht. § 4. Die Theorie von Heinrich Hertz: a) Ruhende Körper; b) Bewegte Körper; c) Der Wilsonsche Versuch; d) Der Eichenwaldsche Versuch; e) Der Fizeausche und Michelsonsche Versuch; f) Der Induktionsvorgang; g) Die Erhaltung des Impulses. § 5. Die Elektronentheorie. — III. Die Relativitätstheorie, kinematischer Teil. § 6. Die Lorentz-Transformation. § 7. Die Einsteinsche Kinematik. § 8. Minkowskis geometrische Interpretation der Lorentz-Transformation. § 9. Die Lorentz-Transformation als imaginäre Drehung. — IV. Weltvektoren und -tensoren. § 10. Vierer- und Sechservektoren: a) Vierervektoren; b) Sechservektoren. § 11. Die algebraischen Vektoroperationen: a) Addition und Subtraktion; b) Die skalare Multiplikation; c) Vektorprodukte. § 12. Vektorielle Differentialoperationen. § 13. Welttensoren. — V. Die Elektrodynamik des leeren Raumes nach dem Relativitätsprinzip. § 14. Die Transformation des elektromagnetischen Feldes im leeren Raume. § 15. Die Transformation der Kraftdichte, Energie und Impulsatz: a) Die Viererkraft; b) Der Welttensor  $T$ ; c) Der Energiesatz; d) Die Erhaltung des Impulses; e) Die Erhaltung des Drehimpulses; f) Transformation der Energie, des Energiestromes und der Spannungen. § 16. Anwendungen: a) Aberration und Dopplersches Prinzip; b) Die Reflexion am bewegten Spiegel. § 17. Gleichförmige Bewegung geladener Körper: a) Das elektromagnetische Feld; b) Das Feld eines bewegten Elektrons; c) Die Rückwirkung des Feldes auf bewegte Träger von Ladungen; d) Energie und Impuls des Feldes; e) Beispiel des kugelförmigen Elektrons; f) Der Trouton-Noblesche Versuch. § 18. Ungleichförmig bewegte Ladungsträger: a) Das Viererpotential; b) Die retardierten Potentiale; c) Die Hyperbelbewegung; d) Das Viererpotential bei der Hyperbelbewegung; e) Das elektromagnetische Feld bei der Hyperbelbewegung; f) Die Rückwirkung des Feldes auf das Elektron; g) Näherung für kleine Beschleunigung. — VI. Die Minkowskische Elektrodynamik der ponderablen Körper. § 19. Die Transformation der Feldgleichungen I bis IV: a) Die Feldvektoren  $\mathcal{E}$ ,  $\mathcal{H}$ ,  $\mathcal{R}$ ; b) Leitungs- und Konvektionsstrom; c) Die Invarianz der Elektrizitätsmenge. § 20. Die Transformation der Gleichungen V bis VII: a) Der Zusammenhang zwischen  $\mathcal{E}$ ,  $\mathcal{H}$ ,  $\mathcal{S}$ ,  $\mathcal{R}$ ; b) Elektromotorische Kraft und Leitungsstrom. § 21. Anwendungen: a) Das Ohmsche Gesetz; b) Induktion; c) Grenzbedingungen; d) Der Wilsonsche Versuch; e) Der Eichenwaldsche Versuch. § 22. Energie und ponderomotorische Kraft: a) Die Unzulänglichkeit der Maxwell'schen Theorie; b) Die Transformation beliebig ponderomotorischer Kräfte; c) Die Bedeutung der Komponenten des Weltensors  $T$ ; d) Anwendung auf die Elektrodynamik; e) Die Joulesche Wärme. § 23. Der Strahlungsdruck. — VII. Dynamik. § 24. Die mechanische Trägheit als Wirkung der Energie: a) Zweck und Ausgangspunkt der Betrachtungen; b) Impuls und Energie; c) Diskussion von XXVI. § 25. Impuls, Energie und Spannung in ihrer Abhängigkeit von der Geschwindigkeit und dem inneren Zustand: a) Ableitung der Gleichungen; b) Diskussion; c) Vergleich mit der klassischen Mechanik. § 26. Die Bedeutung der dynamischen Viererkraft  $F$  und die absoluten und relativen Spannungen. § 27. Beispiele für die quasistationäre, adiabatische, isoperiatische Dynamik: a) Der Massenpunkt; b) Die Dynamik einer elektrisch geladenen Kugel; c) Körper mit beliebigen Spannungen; d) Vollständiges statisches System. § 28. Thermodynamik: a) Transformation der Entropie; b) Transformation der Temperatur; c) Bestätigung von XXX; d) Das dynamische Potential  $h$ ; e) Isotherm-isochore Dynamik; f) Das Prinzip der kleinsten Wirkung. § 29. Die Dynamik der Hohlraumstrahlung: a) Die Hohlraumstrahlung in der Ruhe; b) Die Hohlraumstrahlung in gleichförmiger Bewegung; c) Isotherm-isochore Dynamik; d) Historische Bemerkungen. § 30. Rückblicke und Ausblicke. — Anhang. a) Geometrische Beziehungen; b) Vektor- und Tensorbezeichnungen; c) Die verschiedenen Arten der Zeitdifferenzierung; d) Bezeichnung und Maßsystem der physikalischen Größen. Literatur. Namenregister. Sachregister.

---

## Das Problem des absoluten Raumes u. seine Beziehung zum allgem. Raumproblem

Von *Aloys Müller*. X, 154 S. 1911. Geheftet  
M 4,—, gebunden M 4,80.

**Inhaltsverzeichnis.** Einleitung. Konstruktion des erkenntnistheoretisch neutralen Weltbildes. — Erster Teil. Logisch-physikalische Theorie des absoluten Raumes. I. Das phoronomische Weltbild. Definition dieses Weltbildes und der Begriffe absolut und relativ. Phoronomisches Relativitätsprinzip. Absolute Bewegung für die Mechanik unbrauchbar. Weitergehende positivistische Ansichten. Stellung des phoronomischen Bildes zum Begriff des absoluten Raumes. II. Die Dynamik des phoronomischen Weltbildes. Unbestimmtheit dynamischer Grundbegriffe innerhalb des phoronomischen Bildes; Äquivalenz der geometrischen und dynamischen Beziehungen. III. Die Versuche zur Konstruktion des dynamischen Weltbildes: Der erste Weg. Zwei Wege möglich. Mach als Typus des ersten Weges. Die drei Nuancen, die Mach ihm gegeben hat, sind teils nur vorläufig brauchbar, teils überhaupt unannehmbar. IV. Die Versuche zur Konstruktion des dynamischen Weltbildes: Der zweite Weg. Die beste Durchführung von L. Lange. Definition der gleichen Zeitintervalle nach Neumann. Definition des Inertialsystems; notwendige Bestandteile des Begriffsinhaltes. Tatsächliche Festlegung des Inertialsystems nicht streng möglich. V. Inertialsystem und absoluter Raum. Ideales Inertialsystem 1. ohne unmittelbaren Zusammenhang mit dem tatsächlichen Inertialsystem; 2. von demselben Realitätscharakter wie die Raummomente der Körper. — Begriff des Neumannschen Körpers gegen Einwände verteidigt, aber nicht in dem Neumannschen Sinne brauchbar —; 3. deshalb identisch mit dem Begriffe des absoluten Raumes. VI. Logik des absoluten Raumes. Unterscheidung des phoronomisch-dynamischen vom physikalischen Begriff des absoluten Raumes. Absolute Bewegung. Grenzfall der Relativbewegung. Eigentümlicher Charakter der Transzendenz des absoluten Raumes. Verwechslung von „absolut“ mit „objektiv“ und anderen Begriffen. Begriff des starren Raumes. Das relativistische Bild als notwendige Konsequenz des absolutistischen. VII. Das Trägheitsprinzip und die Trägheitswirkungen. Scheidung in phoronomisch-dynamische und physikalische Fassung des Trägheitsprinzips. Verhältnis zu den beiden Begriffen des absoluten Raumes. Trägheitsprinzip in relativer Fassung. Der absolute Charakter der Rotation. Trägheitsprinzipien in anderer Form. Begriff der Ordnung der Relativsysteme. — Zweiter Teil. Philosophische Theorie des absoluten Raumes. I. Die allgemein-logische Begründung des absoluten Raumes. Definition der Realität der Relativbewegung. Unaufteilbarkeit der realen Distanzänderung. Prinzip der konkreten Bestimmtheit als Konsequenz aus dem Identitätprinzip. Absolute Aufteilung als logisch gefordert von dem Prinzip der konkreten Bestimmtheit; nur das Dynamische teilweise willkürlich. — Gleichwirklichkeit des ptolemäischen und des kopernikanischen Weltsystems. — Kritik der Versuche von Heymans und Höfler. II. Metaphysik des absoluten Raumes. Kurze Begründung des idealrealistischen erkenntnis-theoretischen Standpunktes durch Kritik des Idealismus und des Gegebenheitsstandpunktes. Objektives und subjektives a priori. Empirismus und Nativismus. Unabhängigkeit des Raumes von den Dingen. Der Raum als etwas objektiv für sich Bestehendes. Harmonisierung der Begriffe des apriorischen und objektiven Raumes. Abhängigkeit der Körper vom Raum. Metaphysischer Begriff des absoluten Raumes. Absolute Zeit. Vergleich mit den Newtonschen Begriffen. Eine merkwürdige Eigenschaft des absoluten Raumes und der absoluten Zeit. Der Raum als Substanz. III. Die Grundlagen der Metaphysik des absoluten Raumes in der modernen Physik. Verhältnis der physikalischen Grundlagen zu den metaphysischen Untersuchungen. Prinzip der Konstanz der Masse in dem bisherigen Sinne falsch. Elektron. Elektromagnetisches Weltbild. Absolute Ruhe des Äthers. Charakter der Ätherhypothese. Ersetzung des Äthers durch den Raum. Zeitlich sich fortplanzende Fernkräfte. Fernwirkungstheorie und phänomenologischer Standpunkt. Ersatz des Äthers nötig. — Einsteinsches Prinzip — ein Rechnungsprinzip. — Das physikalische Weltbild an und für sich metaphysisch vieldeutig und ein Bild der phänomenalen Welt. — Konsequenzen aus den physikalischen Darlegungen. — Dritter Teil. Die nichteuklidischen Geometrien und der absolute Raum. Mehrdimensionale Geometrien. Der Raum hat keine Dimensionen. Begriff der nichteuklidischen Räume. Verhältnis des Erfahrungsraumes zum euklidischen und nichteuklidischen Charakter. Die nichteuklidischen Räume absolute Räume. Begriff der Absolutheit der Größe im nichteuklidischen Raum. Gründe gegen die tatsächliche Existenz eines nichteuklidischen Raumes nicht stichhaltig. Die tatsächliche Existenz eines nichteuklidischen Raumes mit variablem Krümmungsmaß als Element in unserem Weltbild. — Schematische Übersicht über die Raumtheorie. — Schluß. — Anhang. — Verzeichnis der zitierten Literatur.

## **Die Leuchtgaszerzeugung u. die moderne Gasbeleuchtung (Preßgasbeleuchtung usw.)**

Von **Fritz Schmidt**, Ingenieur in Berlin. Mit 63 Abbildungen. VII, 86 S. 1912. Geheftet M 2,50, gebunden M 3,20.

---

**Inhaltsverzeichnis.** A. Einleitung. — B. Entwicklung der Beleuchtungstechnik. Erfindung des Leuchtgases. Erste Anwendung des Leuchtgases in England und seine Einführung in Berlin durch die Engländer. Berlin als charakteristisches Beispiel für die Entwicklung der Leuchtgasindustrie in einer Stadt. Jährliche Gasproduktion der Gaswerke verschiedener größerer Städte Preußens. — C. Herstellung des Leuchtgases. Steinkohle; ihre Entstehung, ihr Vorkommen und ihre Bestandteile. Retortenöfen; horizontale, schräg liegende und vertikale Öfen. Rostöfen, Generatoröfen und Halbgeneratoröfen, Gebläsemaschinen. Luft- und Wasserkühler. Teerscheider von Pelouze und Andoin und Teerwäscher von Drory. Rohes Leuchtgas. Reinigung des Gases. Naphtalinwäscher. Cyanwäscher. Ammoniakwäscher. Eisenreiniger. — D. Das zum Gebrauch fertige Leuchtgas. Gereinigtes Leuchtgas. Heizwert des Leuchtgases. Brennwertmesser von Prof. Junker. Mischgas. Gasmesser. Gasbehälter. Druckregler. Manometer. Leitungsnetz. Wasserabscheider. — E. Anwendung des Leuchtgases. Leuchtkraft des Gases. Lichtmesser. Brenner. Stehendes und hängendes Gasglühlicht. Betriebskostenvergleich zwischen Gasglühlicht, elektrischem Licht und Petroleumlicht. Zündungen. — F. Starklicht. Allgemeines. Preßgasanlagen. Preßluftanlagen. Anlagen mit gepreßtem Gas- und Luftgemisch. Millenniumlicht. Pharoslicht. Keithlicht. Selaslicht. Preßgas- und Preßluftlampen. Zündungsvorrichtungen für Preßgas- und Preßluftlampen. G. Schlußwort.

---

### **Vorwort.**

Heftiger denn je ist der Kampf zwischen dem Steinkohlengas und dem elektrischen Strom als Beleuchtungsmittel entbrannt; die neuesten Erfindungen auf diesem Gebiete spornen zum gegenseitigen Wettkampf an. Das vorliegende Bändchen versucht eine gemeinverständliche und übersichtliche Darstellung der geschichtlichen Entwicklung und des augenblicklichen Standes der Leuchtgaszerzeugung, sowie der Anwendung des Steinkohlengases als Beleuchtungsmittel zu geben. Eine besondere Berücksichtigung hat die moderne Anwendung des Steinkohlengases als sogenannte Preßgas- und Preßluftbeleuchtung gefunden. Das kleine Buch dürfte allen denen willkommen sein, welche sich in kurzer Zeit einen Überblick über die Entwicklung, Erzeugung und moderne Anwendung des so wichtigen Beleuchtungsmittels verschaffen wollen.

## Der Weltäther

Von *Sir Oliver Lodge*. Übersetzt von *Hilde Barkhausen*. Mit 17 Abbildungen und 1 Tafel.  
VII, 107 S. 1911. Geh. M 3,—, geb. M 3,60.

---

**Inhaltsverzeichnis.** Einleitung. Allgemeines und Historisches. — I. Der Lichtäther und die moderne Theorie des Lichtes. — II. Der Äther im Weltenraume als verbindendes Medium. — III. Der Einfluß der Bewegung bei verschiedenen Erscheinungen. — IV. Experimentelle Versuche über den Äther. — V. Ein spezieller Versuch über die Viskosität des Äthers. — VI. Die Dichte des Äther. — VII. Weiteres über die Dichte und Energie des Äthers. — VIII. Äther und Materie. — IX. Kraft im Äther. — X. Allgemeine Theorie der Aberration. — Anhang. Über Gravitation und Ätherspannung. Berechnungen mit Hilfe der Ätherdichte. Fresnels Gesetz als Spezialfall einer allgemeinen Potentialfunktion.

---

### Ankündigung.

Lodge entwickelt in diesem Buche die Ansicht, die er sich auf Grund eigener und fremder Experimente und auf Grund theoretischer Überlegungen über die Natur des Weltäthers gebildet hat: die Ansicht, daß der Äther eine kontinuierliche, inkompressible, ruhende Ursubstanz sei, mit einer Dichte von  $10^{12}$  gr/ccm und einer inneren Energie von  $10^{33}$  Erg/ccm. Er wendet sich sowohl an den Laien, dem er bei Vermeidung aller Mathematik durch einfache, handgreifliche Beispiele die schwierigen Begriffe zu veranschaulichen sucht, als auch an den Physiker, der eine kritische Zusammenstellung der bisher ausgeführten Versuche über die relative Bewegung zwischen Äther und materiellen Körpern und in den Schlußkapiteln eingehendere theoretische Erörterungen und Folgerungen findet.

## Wechselstromversuche

Von *Dr. Anton Lampa*, o. Professor der Physik an der Deutschen Universität Prag. Mit 54 Abbildungen. X, 176 S. 1911. Geh. M 5,—, geb. M 5,80.

---

**Inhaltsverzeichnis.** Einleitung. § 1. Grundbegriffe. — Erstes Kapitel. Die Leitung des Wechselstromes. § 2. Der einfache Stromkreis mit Widerstand und Selbstinduktion. § 3. Die Erzeugung von Feddersenströmen durch Kondensator-entladung. § 4. Der Impedanzversuch von Tesla. § 5. Der Impedanzversuch von P. H. Eykmann. § 6. Der Skineffekt. § 7. Der einfache Stromkreis mit Widerstand, Selbstinduktion und Kapazität. — Zweites Kapitel. Induktion und ponderomotorische Kräfte. § 8. Induktion durch einen von Wechselstrom durchflossenen Stromkreis. § 9. Die ponderomotorische Kraft zwischen dem primären und sekundären Stromkreis. Versuche von Elihu Thomson und V. v. Lang. § 10. Der sekundäre Stromkreis einer Kapazität. v. Langs Methode der Bestimmung der Kapazität mit der Wage. § 11. Bestimmung der Selbstinduktion mit der Wage nach W. Peukert. § 12. Der Resonanzversuch von Lodge. — Drittes Kapitel. Das magnetische Drehfeld. § 13. Das einfache Drehfeld. § 14. Die Herstellung des einfachen Drehfeldes mit Einphasenstrom. § 15. Herstellung des einfachen Drehfeldes durch Dreiphasenstrom. § 16. Die Herstellung des einfachen Drehfeldes mittels Gleichstrom. § 17. Demonstration eines magnetischen Drehfeldes nach Rubens-Bode. § 18. Versuche im magnetischen Drehfeld. § 19. Die Größe des Drehungsmomentes. § 20. Rotationen im reinen Wechselfeld. § 21. Die Zerlegung eines Wechselfeldes in zwei Drehfelder. — Viertes Kapitel. Das elektrostatische Drehfeld. § 22. Das elektrostatische Drehfeld. Anordnung von Arnö. § 23. Die Drehfeldschaltung von Guye und Denso. Erste Anordnung von v. Lang. § 24. Zweite Drehfeldanordnung von v. Lang. § 25. Die Drehfeldanordnung von Lampa. § 26. Versuche im elektrostatischen Drehfelde. § 27. Theorie der Rotationserscheinungen im elektrostatischen Drehfelde. § 28. Rotationen im einfachen elektrostatischen Wechselfelde. Versuche von Ch. Borel und v. Lang. § 29. Theorie der Rotationserscheinungen im Wechselfelde.

### Vorwort.

Die nachfolgende Schrift beabsichtigt, ohne erschöpfend sein zu wollen, Wechselstromerscheinungen und Wechselstromversuche darzustellen, welche in erster Linie von physikalischem Interesse sind. Der Beschränkung im Inhalt steht die eingehende Durchrechnung der behandelten Probleme gegenüber. Eine gewisse Breite der Darstellung war hier Gebot, wenn dem weiteren Leserkreis, an welchen sich „Die Wissenschaft“ wendet, gedient sein sollte. Die Beschreibung der zu den behandelten Versuchen nötigen Apparatur enthält Zahlenangaben, welche dem Experimentator ausreichende Orientierung für die Ausführung der Versuche gewähren. Das letzte Kapitel, „Das elektrostatische Drehfeld“, berührt das interessante Problem der dielektrischen Hysteresis. Die physikalische Erforschung dieses Gebietes ist noch nicht zu abschließenden Ergebnissen gelangt. Es wurde darum ganz darauf verzichtet, auf die Rolle einzugehen, welche die dielektrische Hysteresis bei den in diesem Kapitel beschriebenen Erscheinungen allenfalls spielen könnte.

## **Die Telephonie ohne Draht**

Von **Dr. K. Markau**. Mit 103 Abbildungen. X,  
126 S. 1912. Geh. M 4,50, geb. M 5.20.

---

**Inhaltsverzeichnis.** Erstes Kapitel. Die drahtlose Telephonie mittels Strom- und Induktionslinien. 1. Die Hydrotelephonie. 2. Die Induktionstelephonie. — Zweites Kapitel. Die drahtlose Telephonie mit Hilfe elektromagnetischer Wellen. Allgemeines. 1. Abschnitt. Die drahtlose Telephonie unter Verwendung von Licht- und Wärmestrahlen. 1. Der sprechende Lichtbogen 2. Die drahtlose Telephonie mittels Lichtstrahlen (Photophonie). 3. Die drahtlose Telephonie mittels Wärmestrahlen (Thermophonie). 2. Abschnitt. Die drahtlose Telephonie mittels Hertzscher Wellen. Allgemeines. 1. Die drahtlose Telephonie System Poulsen. 2. Die drahtlose Telephonie System Telefunken. 3. Die drahtlose Telephonie System Quirino Majorana. 4. Die drahtlose Telephonie System de Forest. 5. Die drahtlose Telephonie System Colin und Jeance. 6. Die drahtlose Telephonie mittels Stoßerregung. 7. Die drahtlose Telephonie mit Hochfrequenzmaschinen. — Drittes Kapitel. Die hauptsächlichsten Nebenapparate. 1. Die Kondensatoren. 2. Die Induktanz- und Koppelungsvorrichtungen. 3. Die Detektoren. Die Kiebitzschens Versuche mit Erdantennen.

---

### Aus dem Vorwort.

Da man wegen der in den größeren Werken immerhin sehr verstreuten Angaben über drahtlose Telephonie wohl kaum zwecks Information zu diesen greifen dürfte, so soll das vorliegende Heft der „Wissenschaft“ dem in letzter Zeit rege gewordenen Wunsche nach einer geschlossenen Information über dieses Gebiet nachkommen.

Der jetzige Zeitpunkt ist für eine zusammenfassende Darstellung des bisher Erreichten insofern günstig, als sich bereits eine Reihe von verschiedenen Systemen der drahtlosen Telephonie herausgebildet hat, die sämtlich auf nicht unerhebliche Erfolge zurückblicken können, so z. B. die Systeme der Gesellschaft für drahtlose Telegraphie, von Poulsen, Majorana, Fessenden, de Forest, Colin und Jeance. Hierzu ist in jüngster Zeit noch das vielversprechende System für drahtlose Telephonie nach Professor Goldschmidt getreten. Es liegt somit ein überreiches Material vor, das wert ist, über das Erreichte und über die eingeschlagenen Wege Umschau zu halten.

Zu einem solchen Überblick hielt der Verfasser es auch für wünschenswert, die früher zur Erzielung einer drahtlosen Telephonie versuchten Wege in einem gewissermaßen historischen Teile zu berücksichtigen, denn diese Wege, wenn sie auch längst verlassen sind, bieten so manches Interessante.

---

## Elektrobiologie

Von **Julius Bernstein**, o. ö. Professor der Physiologie  
an der Universität Halle a. S. Mit 62 Abbildungen.  
IX, 215 S. 1912. Geh. M 6,—, geb. M 6,80.

---

**Inhaltsverzeichnis.** Erstes Kapitel. Historisches und Einleitung. Zweites Kapitel. — Theorie der elektrischen Ketten. — Drittes Kapitel. Elektrische Vorgänge in Nerven und Muskeln in ihrer Beziehung zur Erregung, Reizleitung und Kontraktion. — Viertes Kapitel. Fortsetzung und elektrische Vorgänge in anderen Organen. — Fünftes Kapitel. Die Membrantheorie. — Sechstes Kapitel. Die elektrischen Organe. — Siebentes Kapitel. Innere Polarisation und elektrische Reizung. — Achtes Kapitel. Haut- und Drüsenströme. Ihre Bedeutung für die Sekretion und Resorption. Die Elektrosmose. Elektroosmotische Membrantheorie. — Neuntes Kapitel. Ursprüngliche physiologische Bedeutung des Membranpotentials der Zellen. Die Wasserbindung in den Zellen. Genese der elektrischen Eigenschaften der Organe. Die Pflanzenströme — Zehntes Kapitel. Die Elektrokinese.

---

### Aus dem Vorwort.

Dieses Buch soll hauptsächlich die Aufgabe erfüllen, weiteren Kreisen der für physiologische Forschung sich interessierenden Leser, wie dem Mediziner, dem Physiker, Chemiker, Techniker und allen naturwissenschaftlich Gebildeten die Grundlagen der modernen Lehre von der Bioelektrizität zur Kenntnis zu bringen. Außerdem aber hat die stetige experimentelle Arbeit, mit der ich bis in die letzte Zeit zur Ausarbeitung dieser Lehre beschäftigt war, es mit sich gebracht, daß in diesem Buche auch eine Reihe neuer Tatsachen und daraus geschlossener Folgerungen zum ersten Male veröffentlicht werden. Daher hoffe ich, daß auch meine Fachkollegen diesem Buche ihr Interesse zuwenden werden.

## Die Physik der Röntgenstrahlen

Von **Dr. Robert Pohl**, Privatdozent an der Universität Berlin. Mit 72 Abbildungen im Text und auf einer Tafel. XII, 163 Seiten. 1912. Geh. M 5,—, geb. M 5,80.

---

**Inhaltsverzeichnis.** Erstes Kapitel. Die Emission der Röntgenstrahlen an der Antikathode. — Zweites Kapitel. Die elektromagnetische Strahlung bei der Bremsung eines Elektrons. — Drittes Kapitel. Die Haupteigenschaften der gerichteten Röntgenstrahlung. — Viertes Kapitel. Die durch Streuung entstehende Sekundärstrahlung. — Fünftes Kapitel. Die charakteristische homogene Sekundärstrahlung (Fluoreszenzstrahlung, Eigenstrahlung). — Sechstes Kapitel. Die Absorption der Röntgenstrahlen. — Siebentes Kapitel. Die Elektronenemission bei der Absorption der Röntgenstrahlen. — Achtes Kapitel. Die Ionisation durch Röntgenstrahlen, chemische Wirkungen und Fluoreszenz. **Nachtrag.** Neuntes Kapitel. Die Interferenz der Röntgenstrahlen.

---

### Aus dem Vorwort.

Durch die Arbeiten der letzten Jahre ist die physikalische Erkenntnis der Röntgenstrahlen erheblich gefördert worden. Das vorliegende Buch versucht den gegenwärtigen Stand der Untersuchungen und ihre wesentlichen Ergebnisse zusammenzufassen. Es ist aus Vorlesungen entstanden, und teilweise auch aus Referaten, die ich während der letzten Semester im Colloquium des Berliner Physikalischen Instituts gehalten habe. Die Literatur konnte ich zum Teil bis zur Mitte dieses Jahres berücksichtigen, da mir von mehreren Seiten in liebenswürdigster Weise Korrekturbogen zur Verfügung gestellt wurden, doch lag es meiner Absicht fern, alle seit Röntgens Entdeckung erschienenen Publikationen heranzuziehen. Das verbot rein äußerlich der Umfang, und außerdem besitzen sehr viele Arbeiten kaum mehr historisches Interesse.

Die Darstellung schließt sich durchweg der elektromagnetischen Auffassung der Röntgenstrahlen als kurzer Ätherimpulse an, ohne jedoch, wie ich hoffe, der Deutung der experimentellen Tatsachen irgendwie Zwang anzutun.

Nach Vollendung des Manuskriptes erfuhr ich von den Versuchen der Herren Laue, Friedrich und Knipping, und die Freundlichkeit dieser Herren ermöglichte es mir, als Nachtrag ein besonderes Kapitel über die Interferenzerscheinungen anzufügen, die in vielfacher Hinsicht von grundlegender Bedeutung sind.

## *Physikalische Grundlagen der Elektrotechnik*

*Erster Band: Eigenschaften des magnetischen und elektrischen Feldes. Von Dr. F. F. Martens, Professor der Physik an der Handelshochschule Berlin und Privatdozent an der Universität Berlin. Mit 253 eingedruckten Abbildungen. XII, 245 Seiten. 1912. Geh. M. 7,20, geb. M. 8,—.*

*Der zweite Band des Werkes erscheint in Kürze*

---

**Inhaltsverzeichnis des ersten Bandes. Abschnitt 1. Magnetisches Feld**  
Erstes Kapitel. Permanente Magnete und magnetisches Feld. — Zweites Kapitel. Das einen elektrischen Strom umschlingende magnetische Wirbelfeld. — Drittes Kapitel. Verhalten von Eisen und Stahl im magnetischen Felde. **Abschnitt 2. Elektrisches Feld.** Viertes Kapitel. Widerstand, Spannung und Stromstärke. — Fünftes Kapitel. Leistung des elektrischen Stromes an Widerständen; Joulesche Wärme. — Sechstes Kapitel. Ruhende Elektrizitätsmengen oder Ladungen, Kapazität und elektrische Induktion. — Siebentes Kapitel. Das einen magnetischen Verschiebungsstrom umschlingende elektrische Wirbelfeld. — Achstes Kapitel. Durchgang des elektrischen Stromes durch elektrolytische Leiter. — Neuntes Kapitel. Verschiedenheit der Spannung auf beiden Seiten einer Grenzfläche. — Zehntes Kapitel. Maßeinheiten.

---

### Aus dem Vorwort.

Für die Lektüre fast aller Kapitel der „Physikalischen Grundlagen der Elektrotechnik“ sind höhere mathematische Vorkenntnisse entbehrlich; schwierige mathematische Entwicklungen sind nur im letzten Kapitel des zweiten Bandes enthalten.

Die Gleichungen aller Kapitel (mit Ausnahme des zehnten und letzten) hat Verfasser so geschrieben, wie sie bei Anwendung eines umfassenden Maßsystems, und zwar des elektromagnetischen, lauten. In einem Artikel des zehnten Kapitels sind dann die wichtigsten Gleichungen in der Form zusammengestellt, welche sie bei Verwendung des elektrostatischen Maßsystems erhalten. Endlich gibt der letzte Artikel eine Zusammenstellung der wichtigsten Gleichungen in der Form, welche sie bei Verwendung des Lorentzchen Maßsystems annehmen. Diese Behandlungsweise hat vor der in anderen experimentellen Büchern angewandten den Vorteil größerer Konsequenz und macht es unnötig, den Gedankengang fortwährend durch Auseinandersetzungen über Maßeinheiten zu stören. Die am Schlusse angegebenen Tabellen erleichtern den praktischen Übergang von einer Maßeinheit zu einer anderen.

---